

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola De Engenharia da UFMG
Programa De Pós-Graduação Em Engenharia Mecânica

Leonardo do Carmo Lelis Dias

**ESTUDO PARAMÉTRICO E ANÁLISE DE CONFIGURAÇÕES
ALTERNATIVAS PARA FEIXES DE MOLAS OBJETIVANDO A REDUÇÃO DE
MASSA**

Belo Horizonte
2022



Leonardo do Carmo Lelis Dias

**ESTUDO PARAMÉTRICO E ANÁLISE DE CONFIGURAÇÕES
ALTERNATIVAS PARA FEIXES DE MOLAS OBJETIVANDO A REDUÇÃO DE
MASSA**

Versão final

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção de título de Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Antônio Ferreira Ávila Ph.D

Belo Horizonte
2022

D541e

Dias, Leonardo do Carmo Lelis.

Estudo paramétrico e análise de configurações alternativas para feixes de molas objetivando a redução de massa [recurso eletrônico] / Leonardo do Carmo Lelis Dias - 2022.

1 recurso online (193 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Antônio Ferreira Ávila.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Anexos: f. 188-193.

Bibliografia: f. 175-187.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Automóveis - Molas e suspensão - Teses. 3. Método dos elementos finitos - Teses. 4. Compósitos - Teses. I. Ávila, Antônio Ferreira. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

ESTUDO PARAMÉTRICO E ANÁLISE DE CONFIGURAÇÕES ALTERNATIVAS PARA FEIXES DE MOLAS OBJETIVANDO A REDUÇÃO DE MASSA

LEONARDO DO CARMO LELIS DIAS

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, constituída pelos Professores: Dr. Antonio Ferreira Ávila (Orientador - Departamento de Engenharia Mecânica/UFMG), Dr. Ernani Sales Palma (Departamento de Engenharia Mecânica/UFMG) e Dr. Juan Carlos Horta Gutierrez (Departamento de Engenharia Mecânica/UFMG), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "**Mestre em Engenharia Mecânica**", na área de concentração de "**Projeto e Sistemas**".

Dissertação aprovada no dia 09 de fevereiro de 2022.



Documento assinado eletronicamente por **Antonio Ferreira Avila, Professor do Magistério Superior**, em 17/02/2022, às 14:22, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Juan Carlos Horta Gutierrez, Subcoordenador(a)**, em 17/02/2022, às 16:35, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ernani Sales Palma, Servidor(a)**, em 17/02/2022, às 18:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1259659** e o código CRC **9BDAFF4A**.

AGRADECIMENTO

Em primeiro lugar agradeço à Deus por ter me permitido chegar até aqui e ter me suportado em todas as adversidades ao longo deste caminho. Somente Ele sabe o quão difícil foi chegar até ao final e quantos desafios superei.

À minha noiva Ludimilla pela paciência, calma e apoio dado ao longo de todo o processo, me incentivando e motivando a fazer sempre um trabalho melhor.

À minha família, pelo apoio, compreensão e carinho. Um agradecimento especial ao meu primo Victor, que em momentos de maiores dificuldades sempre me ouviu.

Aos meus amigos e amigas que acompanharam essa jornada e contribuíram para a realização deste sonho.

Aos amigos do laboratório de Mecânica de Compósitos da UFMG, Thiago e Elvis por estarem comigo durante todo o processo e participarem.

Ao professor Antônio Ferreira Ávila, pela atenção, orientação, paciência, oportunidade e ensinamentos ao longo desta jornada.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, em especial a Marina e professores, por todo apoio e disponibilidade dados.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior – CAPES pelo tempo de suporte financeiro.

Por isso não tema, pois estou com você; não tenha medo, pois sou o seu Deus. Eu o fortalecerei e o ajudarei; eu o segurarei com a minha mão direita vitoriosa.

Isaias 41:10

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo realizar um estudo paramétrico em feixes de molas e propor configurações alternativas para redução de massa do componente, utilizando materiais alternativos ao aço e proposições de novas geometrias. O componente foi selecionado como objeto de estudo pois é o principal item de uma suspensão veicular e apresenta elevado potencial de otimização. Para compreensão dos parâmetros de maior influência e avaliação dos feixes de molas, foram executadas análises estáticas e modais por meio do software *Ansys Workbench*[®]. Os resultados destas análises foram utilizados para proposição de duas configurações alternativas para feixes de molas: a primeira parabólica, na qual as lâminas possuem variação de espessura; e a segunda, um conjunto híbrido, combinando aço e fibra de vidro epóxi. Para o primeiro caso, observou-se melhorias no comportamento mecânico do componente, porém, notou-se também um pequeno incremento de massa quando comparado ao um feixe de molas obtido analiticamente. Entretanto, quando comparado ao componente comercial, viu-se uma redução de massa de 5,9 kg. Para o feixe híbrido proposto, a minimização obtida para a massa foi mais efetiva, sendo está de aproximadamente 42%, entretanto, verificou-se que houve uma penalidade em termos de tensão e deflexão, sendo está de 20,91% e 23,93% respectivamente, quando comparadas ao feixe convencional analítico. Como a redução de massa é bem superior os pênaltis têm-se que os resultados foram benéficos para a solução proposta. Propôs-se também configurações alternativas para monolâminas, sendo estas: híbrida, com variação de espessura, e com variação de largura. Tais proposições apresentam uma resposta mecânica melhor que o sistema convencional em aço, atingindo ainda uma expressiva redução de massa. Devido aos resultados positivos alcançados com a configuração híbrida nos feixes de molas, aplicou-se o conceito nas monolâminas com variação de geometria, ampliando os ganhos obtidos. Comparando a monolâmina híbrida com variação de espessura ao feixe de molas calculado analiticamente, observa-se uma redução 61,47% da massa do componente, sendo o melhor resultado obtido ao longo do trabalho. Para validar os referidos resultados, avaliou-se a redução de consumo de combustível, considerando o consumo médio da categoria de veículos selecionados. Chegou-se em uma otimização máxima de 0,151 km/l e mínima de 0,068 km/l. Com base em dados da literatura, mostrou-se ainda que tais ganhos geram impactos positivos na redução dos índices de emissões.

Palavras chaves: Feixe de Molas; Monolâminas; Método dos Elementos Finitos; Compósitos; Suspensão veicular; Redução de massa.

ABSTRACT

The purpose of this work is to conduct a parametric study on leaf springs and propose alternative p for reducing the component's mass, using alternative materials to steel and proposals for new geometries. The component was selected as the study object because it is the main item of a vehicle suspension, and it has a high optimization potential. In order to understand the parameters with the greatest influence and evaluate the leaf springs, static and modal analyses were conducted using the Ansys Workbench® software. Based on the analyses results, two alternative configurations for leaf springs were proposed: the first parabolic, in which the leaves have a thickness variation; and the second, a hybrid set, combining steel and epoxy fiberglass. In the first case, improvements in the mechanical behavior of the component were observed, however, a small increase in mass was also noted when compared to a leaf spring obtained analytically. However, when compared to the commercial component, a weight reduction of 5.9 kg was seen. For the proposed hybrid leaf spring, the mass minimization achieved was more effective, being approximately 42%, however, it was verified that there was a loss in terms of stress and deflection, being 20.91% and 23.93% respectively, compared to the conventional analytical leaf spring. Since the weight reduction is greater than the losses, the results were beneficial for the proposed solution. Alternative configurations for monoleaf springs were also proposed, these being: hybrid, with thickness variation, and with width variation. These proposals have a better mechanical response than the conventional steel system, reaching an expressive weight reduction. Due to the positive results achieved with the hybrid configuration in leaf springs, the concept was applied to the monoleaf with varying geometry, increasing the gains obtained. Comparing the hybrid monoleaf with thickness variation to the analytically calculated leaf spring, a 61.47% reduction in the component's mass is observed, being the best result obtained throughout the work. To validate these results, the reduction in fuel consumption was evaluated, considering the average consumption of the selected vehicle category. A maximum optimization of 0.151 km/l and a minimum of 0.068 km/l was reached. Based on data from the literature, it was also shown that these gains have positive impacts on reducing emission indices.

Keywords: Leaf spring; Monoleaf spring; Finite Element Method; Composites; Vehicle Suspension; Mass Reduction.

LISTA DE FIGURA

Figura 1- Configurações e carregamentos mola de lâminas A: Um quarto de elipse B: Semielíptica C: Eliptica	27
Figura 2 - Possíveis formatos de feixes de molas - A: Elíptico B: três quartos de elipse C: Semielíptico D: Um quarto de elipse E: Semielíptico transversal F: Cantiléver	28
Figura 3 - Representação de modelos de vigas.....	29
Figura 4 - Equivalência entre feixe de molas e placa triangular.....	29
Figura 5 - Equivalência de feixe composto por lâminas mestres e placas retangular ..	30
Figura 6 - Fases de um material compósito	34
Figura 7 - Aplicação de compósitos na industrial automotiva	35
Figura 8 - a) Camada Unidirecional b) tecido	36
Figura 9 - Hierarquia da classificação dos compósitos.....	37
Figura 10 - a) Modelo em paralelo (Voight) b) Modelo em série (Reuss)	41
Figura 11 - Modelo de fibras em serie.....	42
Figura 12 - Módulo de elasticidade transversal de alguns compósitos obtido pelo método semiempírico.....	43
Figura 13 - Compósito unidirecional sobre cisalhamento no plano – a: Modelo idealizado b: deformações nos constituintes.....	44
Figura 14 - Sistema de coordenadas em três dimensões.....	50
Figura 15 - Corpo arbitrário sob carregamento	54
Figura 16 - Funções de interpolação linear de um problema linear.....	58
Figura 17 - Relação entre as funções de aproximação global e elementar. (a) Função de aproximação global associada ao nó 4 (b) Função de aproximação locais associada aos nós do elemento e	60
Figura 18 - Exemplo de sistema discretizado	61
Figura 19 - Transformação de espaços	62
Figura 20 - Exemplo de elemento hexaédrico de 8 nós (trilinear).....	63
Figura 21 - Sistema de coordenadas e sistema físico do elemento tetraédrico.....	64
Figura 22 - Análise de convergência de malha.....	66
Figura 23 - Exemplo de suspensão veicular	69
Figura 24 - Modelo simplificado de suspensão	70
Figura 25 - Metodologia adotada.....	71
Figura 26 - Exemplos de veículos de carga e Misto	72

Figura 27 - Exemplos de modelos	77
Figura 28- Fluxograma do processo de criação dos modelos.....	78
Figura 29 - Abas de reparo e preparação do modelo no SpaceClaim.....	79
Figura 30 - Entrada de dados de fadiga do Aço SAE 5160.....	80
Figura 31 - (A) Exemplo de mola no formato de um quarto de elipse - (B) Diagrama de corpo livre do componente - (C) Modelo tridimensional com as condições de contorno aplicada.....	82
Figura 32 - (A) Exemplo de mola do tipo semielíptica - (B) Diagrama de corpo livre do componente - (C) Modelo tridimensional com as condições de contorno aplicada.....	83
Figura 33 - Malha sem penetração dos elementos.....	84
Figura 34 - (A) Exemplo de malha gerada automaticamente - (B) Malha gerada com base na definição do tamanho do elemento - (C) Análise de convergência de malha..	85
Figura 35 - Árvore de Projeto da Ferramenta Static Structural	86
Figura 36 - Exemplo de acoplamento das informações do ACP na análise estrutural estática	87
Figura 37 - Acoplamento de informações entre as análises estática e modal.....	87
Figura 38 - Geometria de validação analítica discreta, com as respectivas condições de contorno	93
Figura 39 - Resultado da análise estática para modelo de validação com carga de 10 kN A: Deflexão B: Tensão normal	93
Figura 40 - Condições de contorno do modelo e malha do problema proposto por Naresh (2018).....	97
Figura 41 - Resultado de deslocamento total máximo – A: Aço; B: Fibra de Vidro Epóxi; C: Fibra de Carbono Epóxi; D: Grafite Epóxi;	97
Figura 42 - Resultados de tensão para validação. A: Aço; B: Fibra de vidro Epóxi; C: Epóxi Carbono; D: Grafite Epóxi.	98
Figura 43 - Condições de contorno e malha do problema proposto por Diwarka et al. (2018).....	100
Figura 44 - Condições de contorno aplicadas a modelos para análise de simetria e suas respectivas malhas. A: Semi-elíptico; B: 1/4 de elipse	103
Figura 45 - Comparativo dos resultados de tensão de Von Mises e deslocamento total para análise de simetria. A: Feixe Semi-elíptico B: Feixe um quarto de elipse.....	103
Figura 46 - Malha e condições de contorno para validação da análise modal A: Semi-elíptico B: Um quarto de Elipse	105

Figura 47- Quatro primeiros modos de frequência das vigas utilizadas para validação	107
Figura 48 - Malha utilizada para validação e comparação de resultados com os dados de Krall e Zemann (2015).....	108
Figura 49 - Análise dos quatro primeiros módulos de frequência.....	110
Figura 50 - Variação da tensão em função da largura	112
Figura 51 - Variação da deflexão em função da largura.....	112
Figura 52 - Frequências naturais em função das larguras.....	113
Figura 53 - Tensão equivalente de Von Mises em função da variação de espessura .	115
Figura 54 - Deflexão máxima em função da variação da espessura	115
Figura 55 - Frequências naturais em função da variação da espessura	116
Figura 56 - Comparativo entre deflexão máxima e tensão normal devido à flexão entre material metálico e compósito. A: Aço SAE 5160 B: Fibra de Vidro Epóxi Unidirecional	117
Figura 57 - Comparativo de frequência naturais para feixe em aço e compósito fibra de vidro epóxi	118
Figura 58 - Geometria de feixe com variação de espessura e três lâminas com comprimento total	123
Figura 59 - Malha, condições de contorno e análise de convergência para feixe com variação de espessura.....	124
Figura 60 - Tensão normal devido a flexão no feixe proposto	125
Figura 61 - Deformação máxima para feixe com variação de espessura proposto ...	125
Figura 62 - Modos e frequências naturais do feixe de molas com variação de espessura	127
Figura 63 - Análise comparativa de vida a fadiga para feixe proposto (A) e convencional (B).....	128
Figura 64 - Malha e condições de contorno utilizadas para feixe híbrido	130
Figura 65 - Tensão normal máxima em feixe híbrido	131
Figura 66 - Deflexão máxima para feixe híbrido.....	131
Figura 67 - Avaliação de tensão normal nos três eixos para as camadas em material compósito.....	133
Figura 68 - Estudo comparativo entre modos de frequência de feixe convencional e híbrido.....	135

Figura 69 - Monolâminas equivalente discretizada e condições de contorno aplicada	137
Figura 70 - Resultado de deflexão para estudo comparativo de impacto de arqueamento	138
Figura 71 - Resultado de tensão para estudo comparativo de impacto de arqueamento	139
Figura 72 - Monolâmina para validação discretizada e com aplicação das condições de contorno	141
Figura 73 - Condições de contorno e malha de monolâmina para validação do formato de um quarto de elipse	143
Figura 74 - Monolâmina híbrida.....	146
Figura 75 - Malha, condições de contorno e estudo de convergência de malha para monolâmina híbrida	146
Figura 76 - Deslocamento monolâmina híbrida	147
Figura 77 - Tensão normal devido a flexão no monolâmina híbrida.....	147
Figura 78 - Coeficiente de segurança utilizando o critério de Tsai Hill	149
Figura 79 - Comparativo entre modos frequências naturais entre monolâmina equivalente em aço e híbrida	150
Figura 80 - Geometria monolâmina com variação de largura	152
Figura 81 - Sistema discreto com aplicação das condições de contorno e análise de malha realizada para monolâmina com variação de largura.....	152
Figura 82 - Deflexão máxima monolâmina com variação de largura. A: Aço B: Híbrida	153
Figura 83 - Tensão normal devido a flexão na monolâmina com variação de largura. A: Aço. B:Híbrido	154
Figura 84 - Análise de falha nas camadas em material compósito para o componente com variação de largura.....	156
Figura 85 - Modos de vibração para monolâmina com variação de largura.....	157
Figura 86 - Modelo tridimensional e vistas frontal e superior da monolâmina com variação de largura.....	160
Figura 87 - Monolâmina com variação de espessura discreta e gráfico de análise de convergência de malha	161
Figura 88 - Deflexão máxima para monolâmina com variação de espessura A: Aço B: Híbrida	162

Figura 89 - Tensão normal devido à flexão na monolâmina com variação de espessura A: Aço B: Híbrida.....	162
Figura 90 - Tensão normal nas camadas em compósito da monolâmina com variação de espessura	165
Figura 91 - Modos de vibrações e frequências naturais de monolâmina com variação de espessura	166
Figura 92 - Análise comparativa de consumo de combustível	170

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Tipos de molas (Adaptado - (KHURMI, GUPTA, 2005)).....	25
Tabela 2 - Valores padronizados ((SAE, 1980) e (KHURMI, GUPTA, 2005) - Adaptado)	31
Tabela 3 - Função de forma tetraedro de 10 nós. Adaptado: Fish e Belytschko (2009)	64
Tabela 4 - Elementos Ansys (Adaptada - Moaveni (2015))	65
Tabela 5 - Classificação de veículos de acordo com ABNT NBR 13776 (Adaptado – Portaria N° 268 (INMETRO, 2013)).....	73
Tabela 6 - Propriedades do Aço SAE 5160 (Adaptado Possamai (2015))	79
Tabela 7 - Propriedades do compósito Fibra de Vidro Epóxi.....	80
Tabela 8 - Dados utilizados para validação por meio de resultados analíticos	92
Tabela 9 - Comparativo entre resultado analítico e numérico	94
Tabela 10 - Parâmetros geométricos do feixe (Adaptado Naresh (2018))	95
Tabela 11 - Propriedades dos materiais (Adaptada – Naresh (2018)).....	95
Tabela 12 - Comparativo entre os resultados apresentados por Naresh (2018) e por meio da simulação	98
Tabela 13 – Parâmetros para geração da geometria e material (Adaptado Diwakar <i>et al.</i> (2018))	99
Tabela 14 - Comparativo de resultados obtidos por simulação e o apresentado por Diwakar <i>et al</i> (2018).....	101
Tabela 15 – Parâmetros geométricos para análise de simetria	102
Tabela 16 - Propriedades do modelo de viga utilizado para validação das frequências naturais.....	105
Tabela 17 - Estudo comparativo para validação da modelagem para análise de modos de frequência.....	106
Tabela 18 - Estudo comparativo entre dados experimentais apresentados por Krall e Zemann (2015) e dados numéricos.....	109
Tabela 19 - Comparativo entre redução de tensão e deformação, e incremento de massa em função do aumento da largura.....	113
Tabela 20 - Características geométricas do feixe utilizado para análise da influência da espessura.....	114
Tabela 21 Parâmetros de malha para análise de influência de espessura	114

Tabela 22 - Comparativo entre redução de tensão e deformação, e incremento de massa em função do aumento da espessura.....	116
Tabela 23 - Dados de malha para discretização do problema e exemplo de condições de contorno	119
Tabela 24 - Análise de tensão e deformação em função do acréscimo de lâminas	120
Tabela 25 – Dados de malha e exemplo de condições de contorno para análise do incremento do número de lâminas extras	121
Tabela 26 - Análise de tensão e deformação para acréscimo de lâminas extras com comprimento total.....	121
Tabela 27 - Dados de entrada para geração de geometria de feixe com variação de espessura.....	123
Tabela 28 - Parâmetros geométricos para feixe híbrido	129
Tabela 29 - Parâmetros geométricos de monolâmina equivalente	136
Tabela 30 - Estudo comparativo validação analítica monolâmina equivalente.....	137
Tabela 31 - Propriedade mecânicas CFRP - Adaptado (Soliman (2020)).....	140
Tabela 32 - Parâmetros geométricos monolâminas Soliman (2020).....	141
Tabela 33 - Estudo comparativo entre resultados de Soliman (2020) e simulados para validação	142
Tabela 34 - Parâmetros geométricos e do material da monolâminas de Soliman (2019).	143
Tabela 35 - Análise comparativa para validação de monolâmina no formato de um quarto de elipse	144
Tabela 36 – Características geométrica feixe de molas veículo Ducato (Adaptada - CINDUMEL, 2020).....	167
Tabela 37 - Análise comparativa entre feixe comercial e modelos propostos.....	168

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACP	<i>Ansys Composite PrePost</i>
CAD	<i>Computer Aided Design</i> -Desenho assistido por computador
CAE	<i>Computer Aided Engineering</i> – Engenharia Assistida por Computador
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior
CO ₂	Dióxido de Carbono
CTB	Código de Trânsito Brasileiro
DLC	Diagrama de corpo livre
DOF	<i>Degrees of Freedom</i> – Graus de Liberdade
INMETRO	Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia
MEF	Método dos Elementos Finitos
NBR	Norma Brasileira
PBE	Programa Brasileiro de Etiquetagem
PBT	Peso Bruto total
P&D	Pesquisa e Desenvolvimento
SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i> - Sociedade de Engenheiros Automotivos
SUV	<i>Sport Utility Vehicle</i> – Veículo Utilitário Esportivo
UD	Unidirecionais
WTW	<i>Well-to-wheels</i> - Poço à Roda

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Objetivos	22
1.1.1	Objetivos específicos	22
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	24
2.1	Molas	24
2.1.1	Feixe de molas	25
2.1.2	Modelagem analítica.....	27
2.1.2.1	<i>Cálculo comprimento das lâminas graduadas</i>	<i>30</i>
2.1.2.2	<i>Valores padronizados</i>	<i>31</i>
2.1.3	Monolâmina.....	31
2.1.3.1	<i>- Modelagem matemática</i>	<i>32</i>
2.2	Materiais Compósitos.....	33
2.2.1	Contexto histórico e aplicações	34
2.2.2	Tipos de compósito.....	35
2.2.3	Propriedades mecânicas dos materiais compósitos	37
2.2.4	Análise Micromecânica	38
2.2.4.1	<i>Mecânica dos Materiais</i>	<i>39</i>
2.2.4.2	<i>Método Semiempírico</i>	<i>40</i>
2.2.4.3	<i>Propriedades Elásticas Longitudinais de Fibras Contínuas.....</i>	<i>40</i>
2.2.4.4	<i>Propriedades transversais elástica</i>	<i>42</i>
2.2.4.5	<i>Módulo de Cisalhamento no Plano</i>	<i>44</i>
2.2.5	Análise Macro mecânica	45
2.2.5.1	<i>Materiais Ortotrópicos</i>	<i>45</i>
2.2.5.2	<i>Materiais Transversalmente Isotrópicos</i>	<i>47</i>
2.2.5.3	<i>Materiais Ortotrópicos em estado plano de tensões</i>	<i>47</i>
2.2.5.4	<i>Transformação de tensão e deformação no plano</i>	<i>48</i>
2.2.5.5	<i>Transformação de tensão e deformação em três dimensões</i>	<i>50</i>
2.2.6	CrITÉrios de Falhas	50

2.2.6.1	<i>Critério de tensão e deformação máxima</i>	51
2.2.6.2	<i>Critério de Tsai-Hill</i> :.....	51
2.2.6.3	<i>Critério de Tsai-Wu</i> :.....	52
2.2.6.4	<i>Método da Separação</i>	52
2.3	Elementos Finitos	53
2.3.1	Introdução	53
2.3.2	Formulação Matemática	53
2.3.2.1	<i>Princípio do trabalho virtual</i>	54
2.3.2.2	<i>Funções de aproximação e sistema discretizado</i>	57
2.3.2.2.1	<i>Discretização do domínio</i>	60
2.3.3	Tipos de Elementos	61
2.3.3.1	<i>Elementos tridimensionais</i>	61
2.3.3.1.1	<i>Elementos Hexaédricos</i>	62
2.3.3.1.2	<i>Elementos Tetraédricos</i>	63
2.3.3.2	<i>Elementos Sólidos Ansys</i>	64
2.3.4	Análise de convergência de malha	66
2.3.5	Análises via método de elementos finitos	67
2.4	Suspensão veicular	68
2.4.1	Dinâmica vertical e Deflexão Máxima.....	69
3	METODOLOGIA	71
3.1	Escopo e definições do estudo.....	71
3.2	Requisitos de Projeto.....	72
3.2.1	Carga Máxima	73
3.2.2	Limitações geométricas	74
3.3	Variáveis de trabalho.....	74
3.3.1	Parâmetros Geométricos.....	74
3.3.2	Formas dos feixes de mola	75
3.3.3	Material.....	75
3.3.4	Número de lâminas	75

3.4	Validação.....	76
3.5	Modelagem do problema.....	76
3.6	Simulações.....	78
3.6.1	Design.....	78
3.6.2	Definição das propriedades dos Materiais.....	79
3.6.3	Modelagem do sistema.....	81
3.6.4	Discretização.....	84
3.6.5	Análise estática.....	85
3.6.6	Análise Modal.....	87
3.7	Análise da Influência dos parâmetros.....	87
3.7.1	Impacto da variação de largura e de espessura.....	88
3.7.2	Formato feixe de molas.....	88
3.7.3	Troca de material.....	88
3.7.4	Incremento do número de lâminas.....	88
3.7.5	Incremento do número de lâminas mestres.....	89
3.8	Problema Proposto.....	89
3.8.1	Feixes de molas.....	89
3.8.2	Novos modelos de monolâminas.....	89
3.9	Análise de redução de consumo.....	90
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	92
4.1	Validação Feixe de Molas.....	92
4.1.1	Análítico.....	92
4.1.2	Dados da literatura.....	94
4.1.2.1	<i>Feixe de Mola Semielíptico.....</i>	<i>95</i>
4.1.2.2	<i>Feixe de Molas em um quarto de elipse.....</i>	<i>99</i>
4.2	Análise da Influência de Parâmetros em Feixes de Molas.....	101
4.2.1	Configuração do feixe.....	102
4.2.1.1	<i>Validação de análise modal.....</i>	<i>104</i>
4.2.1.2	<i>Análise modal.....</i>	<i>109</i>
4.2.2	Avaliação da influência da Largura.....	111

4.2.3	Análise da influência da Espessura.	114
4.2.4	Alteração de Material.	117
4.2.5	Análise da influência do incremento de número de lâminas graduadas.....	119
4.2.6	Análise da influência do número de lâmina extras.....	121
4.3	Problema Proposto para Feixe de Molas.....	122
4.3.1	Feixe com variação de espessura.....	122
4.3.2	Feixe Híbrido.....	128
4.4	Validação Monolâminas.....	136
4.4.1	Analítico	136
4.4.2	Dados da literatura.....	139
4.4.2.1	<i>Monolâmina formato semielíptico.....</i>	<i>140</i>
4.4.2.2	<i>– Monolâmina no formato de um quarto de elipse.....</i>	<i>142</i>
4.5	Problema Proposto Monolâmina.....	144
4.5.1	Monolâmina Híbrida	144
4.5.2	Monolâmina com variação de largura	151
4.5.3	Monolâmina com variação de espessura	159
4.6	Estudo Comparativo com feixe de molas comercial.....	167
4.7	Análise de Consumo.....	169
5	CONCLUSÃO	172
6	REFERÊNCIAS.....	175
7	ANEXO	188

1 INTRODUÇÃO

O mundo ao longo dos anos tem apresentado diversos problemas climáticos, associados principalmente ao aquecimento global, gerando problemas à saúde humana, derretimento de geleiras, chuvas ácidas, elevação dos níveis dos mares, dentre outros efeitos negativos. Em suma, estes problemas são relacionados diretamente com as emissões de poluentes presentes na atmosfera. Com intuito de frear os avanços desses fenômenos diversas ações têm sido tomadas, destacando-se os programas governamentais e as legislações ambientais mais restritivas. Mediante tais ações, nota-se um esforço da indústria em geral para melhoria de processos e produtos, de modo a se ter o menor impacto ambiental e social possível. (BUSHNELL, PETERMAN, WOLFRAM 2008; ENRÍQUEZ *et al.*, 2017; RIFKIN, LONG, PERRY 2018).

Conforme exposto por Del Pero, Delogu e Pierini (2017), o setor de transporte e mobilidade contribui com cerca de 20% dos gases de efeitos estufa. Para minimizar esse efeito, o setor automotivo tem trabalhado na concepção de veículos mais eficientes e com menor massa, minimizando o consumo de combustível e consequentemente os níveis de emissões. Programas governamentais e limites de poluentes mais restritivos também tem sido impostos, de modo a se obter as reduções necessárias.

No Brasil, destaca-se o programa de Mobilidade e Logística Rota 2030, que visa a redução dos índices de emissões, aumento da segurança veicular e melhoria da cadeia automotiva nacional. O projeto faz parte da estratégia elaborada pelo Governo Federal para o desenvolvimento do setor automotivo no país. Há incentivos fiscais para projetos de Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) na indústria automotiva e em toda a sua cadeia de fornecedores e autopeças.

Uma das formas de minimização dos impactos ambientais, gira em torno de melhoria dos projetos dos produtos, processos e sistema, de modo a torná-los mais eficientes e sustentáveis. Dentre as diversas vertentes de trabalho para redução dos índices de emissões e consumo de combustível, tem-se destacado a otimização de componentes mecânicos em geral, conforme mostra Gaylo *et al.* (2020).

De acordo com Ke *et al.* (2019), um dos componentes que se destacam em processo de otimização são os feixes de molas, isso porque, segundo os autores estes representam de 10% a 20% da massa não suspensa e são de suma importância para o comportamento do veículo. Krishnamurthy *et al.* (2020), também reforça o potencial de melhoria do componente, em função da sua representatividade na massa não suspensa. Vários estudos associados à otimização desse componente têm sido realizados, destacando-se o uso de materiais compósitos

e o método de elementos finitos (MEF) para aumento do desempenho do conjunto. O último item citado, tem sido extensivamente utilizado para melhorar os projetos, concebendo soluções inovadoras e com melhor desempenho.

O uso de compósito tem-se destacado devido as suas propriedades mecânicas favoráveis, pois estes materiais são conhecidos por apresentarem ótimas relações entre as propriedade mecânicas e o peso específico, conforme expõem Mallesh *et al.* (2020). Este fator favorece a redução da massa mantendo a suas características de desempenho do sistema em questão.

Com os avanços computacionais, o uso do MEF tem se mostrado indispensável para os estudos de otimizações e estratégias de melhorias dos componentes e sistemas, visto que este viabiliza a redução do tempo e custo do desenvolvimento de novos produtos e suas evoluções. Ademais, o nível de acuracidade alcançada com as simulações numérica tem-se mostrado elevado, segundo apresenta Soner *et al.* (2011). Devido as vantagens citadas anteriormente, o uso de tal método para a realização de análises preliminares e maximização do desempenho por meio de alterações do design do componente tem se mostrado essencial para a engenharia moderna.

Com isso, tem-se que a utilização de MEF e materiais compósitos apresentam grande potencial de melhoria nos projetos de feixes de molas. Podendo contribuir para o desenvolvimento do setor automotivo e atender as novas legislações ambientais, gerando ganhos para o meio ambiente e sociedade. Logo, o objeto de estudo deste trabalho serão os feixes de molas, avaliando modificações de geometria e novos materiais.

1.1 Objetivos

Esse trabalho tem por objetivo a realização de um estudo paramétrico de feixes de mola e a proposição de configurações alternativas que gerem redução de massa no conjunto sem prejuízo ao comportamento mecânico. Pretende-se utilizar materiais alternativos ao aço e otimizar os parâmetros geométricos do componente.

1.1.1 Objetivos específicos

- Propor um modelo matemático, via método dos elementos finitos para análise estática, fadiga e modal de um feixe de molas;
- Avaliar e compreender o impacto dos parâmetros geométricos, número de lâminas e alteração de material em feixes de molas;

- Propor um sistema híbrido combinando aço e compósito;
- Desenvolver e analisar configurações alternativas para feixes de molas;
- Propor configurações alternativas com base nas análises dos parâmetros geométricos e formulações matemáticas;
- Avaliar novos formatos de monolâminas;
- Analisar os ganhos de consumo gerado pelas configurações alternativas propostas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este tópico tem por objetivo apresentar os assuntos estudados para o desenvolvimento deste trabalho. Para melhor compreensão este será dividido em subtópicos, conforme ilustrado a seguir.

2.1 Molas

Todo elemento que possui um comportamento elástico, pode ser interpretado fisicamente como uma mola. Entretanto, este termo é utilizado para se referir a uma configuração particular que confere uma deflexão ou absorção de energia quando se aplica uma determinada carga. (NORTON, 2013). As molas são dimensionadas para prover força de tração, flexão, compressão ou torção, sendo usadas principalmente para armazenagem de energia. De acordo com Budynas e Nisbett (2011), podem ser fabricadas em fios redondos ou retangulares dobrados em uma determinada forma como por exemplo uma espira e ainda podem ser produzidas como uma barra plana carregada como viga.

Segundo Norton (2013), independentemente do tipo e formato da mola, há uma constante k definida como a inclinação de sua curva força-deflexão. Se a inclinação é constante, a mola é dita linear e obedece à relação apresentada pela Equação 1.

$$k = \frac{F}{y} \quad (1)$$

Na qual F é força aplicada e y é a deflexão. Além disso, as molas podem ser associadas em paralelo ou em série. Para o primeiro caso, a deflexão de todas as molas será igual e a força total é dividida entre as molas. Sua constante pode ser associada seguindo a formulação apresentada na Equação 2; para mola em série, as constantes de mola adicionam-se em forma inversa, conforme exposto na Equação 3. (BHANDARI, 2010).

$$k_{total} = k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_n \quad (2)$$

$$k = \frac{F}{y} = \frac{1}{k_{total}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_n} \quad (3)$$

Conforme apontado por Collins e Busby *et al.* (2010), as molas podem ser classificadas de acordo com seu tipo: helicoidal, em lâminas ou viga e de torção. Podem ainda ser subdivididas de acordo com sua aplicação e formato, conforme exposto por Khurmi e Gupta (2005) e apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 - Tipos de molas (Adaptado - (KHURMI, GUPTA, 2005))

Tipo	Subdivisão
Helicoidal	Compressão Tração Torção Cônica Barril
Viga	Balanço Bi apoiadas Feixe de molas Monolâmina
Torção	Curvadas Onduladas Disco Belleville

O material para fabricação das molas, independente do seu tipo, deve apresentar elevados valores de tensão de escoamento, limite de resistência mecânica e de fadiga. Deve-se ter também boa resiliência e em algumas aplicações específicas resistência a corrosão e elevadas temperaturas.(COLLINS *et al.*, 2010). O presente trabalho se concentrará em molas do tipo viga, sendo o objeto principal desta pesquisa.

2.1.1 Feixe de molas

De acordo com Juvinal e Marshek (2017) feixes de mola são dispositivos que atuam como uma viga, simplesmente apoiada, na forma elíptica, semielíptica ou um quarto de elipse cuja função é armazenar energia. Em geral são utilizadas em veículo de transporte, como ônibus, vans, camionetes e caminhões. Isso ocorre devido à sua alta capacidade de carga, baixa deformação, boa distribuição de tensões e baixo custo de manufatura.(NORONHA *et al.*, 2020).

As feixes de mola apresentam vantagem com relação às helicoidais em função de estarem conectadas diretamente ao chassi do veículo, possuindo um percurso definido, atuando também como componente estrutural.(ASHOK *et al.*, 2012). Conforme destacam Ghosh *et al.* (2016), os feixes de molas podem ser entendidos como o principal elemento de um sistema de suspensão devido à sua função.

A indústria automobilística sempre busca inovações tecnológicas que auxiliem na redução dos níveis de consumos e emissões de poluentes e proporcionem incremento de conforto ao usuário. (VERMA *et al.*, 2019). De acordo com o Krishnamurthy *et al.* (2020), um dos principais componentes passíveis de otimização são os feixes de molas, pois representam de 10% a 20% da massa não suspensa de um automóvel. Suprith *et al.* (2013) também destacam esse potencial.

Com o avanço das tecnologias de fabricação e o surgimento de novos materiais, diversos estudos acerca de aplicação de compósitos em feixes de mola foram realizados. (TARIQ, 2020).. Segundo Jenarathanan *et al.* (2018), a aplicação de material compósito em feixes de molas iniciou-se com adoção de fibra de vidro e carbono reforçadas por polímeros.

Outro fator que tem impulsionado os estudos desse tipo de componente são os avanços das ferramentas computacionais, em especial a ampliação da utilização do Método de Elementos Finitos (MEF), conforme destacam Kalwaghe e Sontakke (2015). De acordo com Arora *et al.* (2017) essa evolução possibilita o aumento da confiabilidade dos projetos, redução no tempo e custo de desenvolvimento, além de conferir maior qualidade e conforto aos usuários.

Dhanale e Pillay (2019), apresentaram o projeto de um feixe de molas convencionais por meio do método de elementos finitos, a ser aplicado em uma colheitadeira de cebolas. Naresh (2018) realizou o procedimento para um caso genérico, visando validar se a modelagem por meio de análises numéricas é similar às formulações matemáticas presentes. Mahanthi e Murali (2017) focaram seu trabalho no desenvolvimento de feixe de molas para automóveis leves de carga, enquanto Sedlacek *et al.* (2016), trabalharam com veículos de grande porte.

A combinação de ferramentas computacionais e a utilização de novos materiais tem sido alvo de diversos estudo que visam redução de massa em componentes mecânicos, conforme foi apresentado no trabalho de Gaylo *et al.* (2020). Os autores ainda associam a minimização da massa com a redução de consumo de combustível, um dos principais focos da indústria automobilística em função do aumento da restrição dos limites de emissões.

A rigidez de um feixe de molas é sua principal característica, e é diretamente relacionada com sua capacidade de suportar cargas verticais. Como base nisso, um modelo teórico foi desenvolvido para avaliar essa propriedade em molas com duas lâminas e com variação de espessura. Os resultados foram validados por meio da comparação com simulações via MEF e dados de testes experimentais presentes na literatura. (KE *et al.*, 2020). Já Zhao *et al.* (2020) realiza de forma analítica, um comparativo entre duas configurações distintas de feixes de molas.

Em sua pesquisa Bhatt *et al.* (2020) utilizaram o *software* CAD (*Computer Aided Design* -Desenho assistido por computador) SolidWorks® para geração de um feixe de molas com sete lâminas. Foram realizadas análises estáticas por meio do método de elementos finitos utilizando o Ansys Workbench®. Noronha *et al.* (2020) utilizaram os mesmos sistemas para avaliar diversas classes de material, de modo a verificar o que melhor se adequa aos comportamentos do componente.

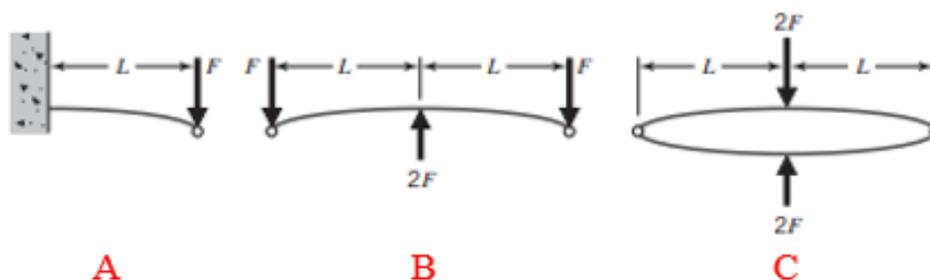
Seralathan *et al.* (2020), realizaram um comparativo entre uma mola em lâmina feita em aço, uma em compósito de fibra de vidro epóxi e outra oriunda da combinação de ambos os materiais, concluindo que essa combinação pode ser benéfica em algumas aplicações. Mallesh *et al.* (2020), também fizeram um comparativo entre diversos materiais compósitos. Porém, passaram a considerar a vida à fadiga do componente, ponto primordial em uma análise mecânica. Verma *et al.* (2019) e Jenarthanan *et al.* (2018), realizaram um comparativo entre feixes de molas em aço e materiais compósitos utilizando o método de elementos finitos por meio do *software* Ansys Workbench.

Em seu trabalho Naresh *et al.* (2019) avaliaram por meio de análises estáticas e dinâmicas a inserção de material hiperelástico entre as camadas de aço de um feixe de molas, não sendo observadas melhorias no sistema em função dessa adição. Kumar e Aggarwal (2017) desenvolveram um algoritmo usando a linguagem Visual Basics para otimização de um feixe de molas em aço EN45A. Com essa otimização de geometrias, faz-se necessário avaliar os impactos gerados na dirigibilidade dos veículos que irão receber os novos componentes. Realizou-se, nesse caso, a comparação entre um feixe convencional e o otimizado, tendo como foco a análise estrutural do componente e a verificação dos parâmetros de dirigibilidade. Notaram-se melhorias em termos da primeira avaliação, porém não foram observados ganhos de conforto e manobrabilidade do conjunto.

2.1.2 Modelagem analítica

As principais configurações para um feixe de molas, conforme Bhandari (2010) são apresentadas na Figura 1, com seus respectivos carregamentos. As lâminas com comprimento total são chamadas de mestres e as demais de graduadas e em geral utiliza-se parafusos em U para fixação central dos componentes e grampos para união das camadas.

Figura 1- Configurações e carregamentos mola de lâminas A: Um quarto de elipse B: Semielíptica C: Elíptica

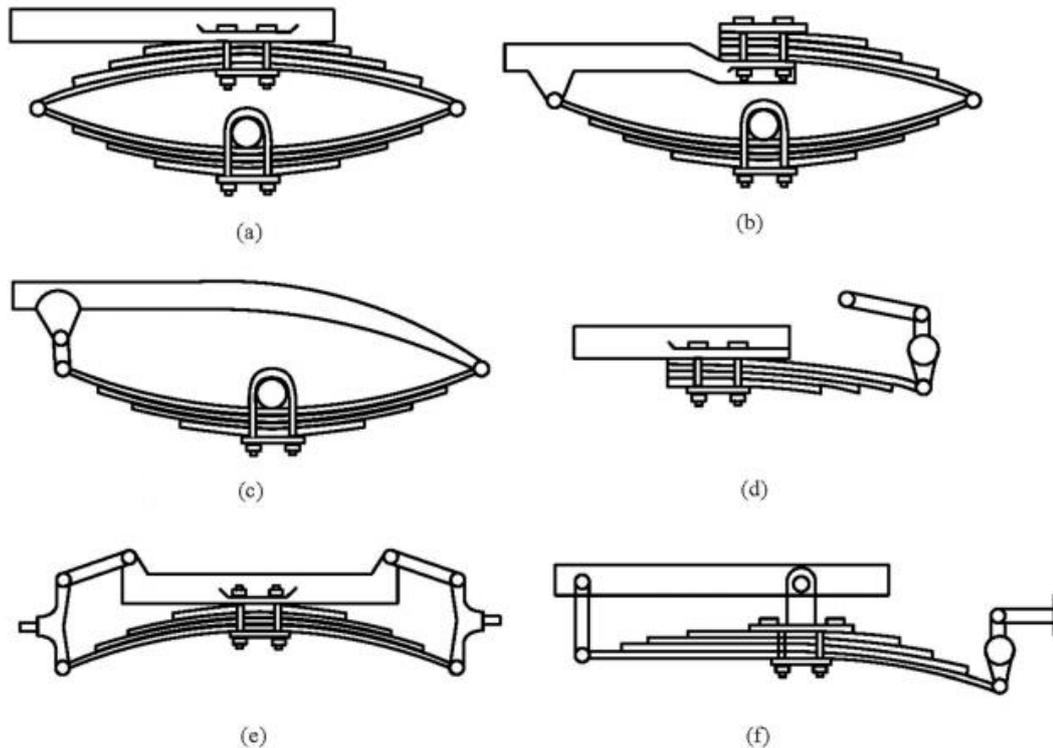


Fonte: Juvinall e Marshek (2017) – Adaptado

Deve-se destacar que há outros modelos de feixes de molas, porém esses são menos usuais que supracitados, conforme apresenta Yu *et al.* (2016). Os autores ainda apresentam as

possíveis aplicações de cada um dos modelos e suas diferenças. As possíveis configurações para feixes de mola são apresentadas na Figura 2.

Figura 2 - Possíveis formatos de feixes de molas - A: Elíptico B: três quartos de elipse C: Semi-elíptico D: Um quarto de elipse E: Semi-elíptico transversal F: Cantiléver

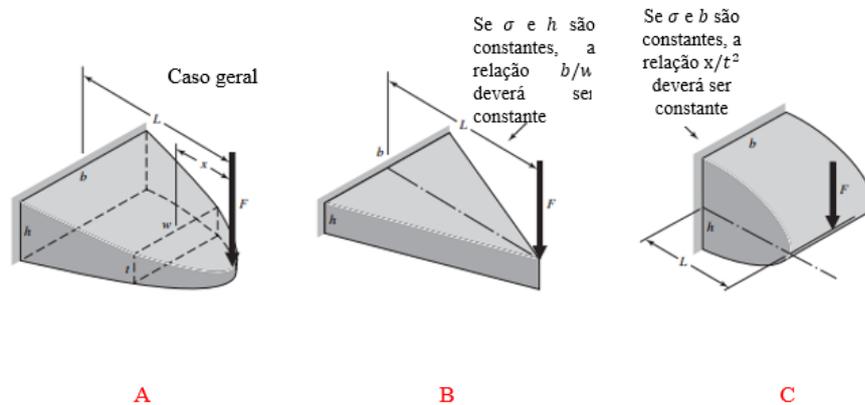


Fonte: Yu *et al.* (2016) - Adaptado

Para a realização de avaliações das tensões e deformações no componente, Bhandari (2010) faz a separação em dois grupos: o primeiro com uma lâmina mestre e as demais graduadas; segundo com lâminas do comprimento total, ou seja, uma mestre as demais extras.

Uma viga em balanço genérica pode possuir a largura (w) e espessura (t) variáveis em função da coordenada x . Segundo Juvinall e Marshek (2017), se a tensão devido à flexão for considerada uniforme ao longo do comprimento da viga de espessura constante, sua largura deverá variar linearmente com o comprimento. Se a largura for constante a espessura deverá variar parabolicamente com o valor do comprimento. O modelo do primeiro caso é o utilizado para o dimensionamento de feixe de molas com uma lâmina mestre e as demais graduadas e o segundo é utilizado para análise de resistência a flexão em engrenagens de dentes retos. São apresentados no Figura 3 os modelos supracitados.

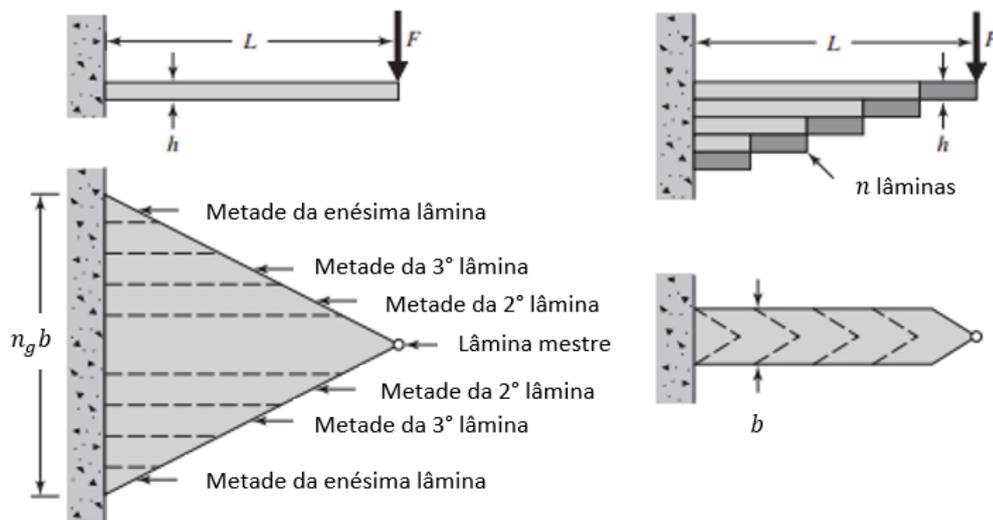
Figura 3 - Representação de modelos de vigas



Fonte: Juvinall e Marshek (2017)(JUVINALL, MARSHEK, 2017) - Adaptada

A placa triangular de espessura constante esquematizada na Figura 3 (B) é utilizada para a modelagem dos feixes de molas. A placa triangular e a mola de múltiplas lâminas apresentam tensões e deslocamento idênticos. É exposto na Figura 4 a equivalência entre as lâminas e o feixe de molas citado.

Figura 4 - Equivalência entre feixe de molas e placa triangular



Fonte: Juvinall e Marshek (2017) – Adaptada

Percebe-se que o componente estará sujeito somente a esforços de Flexão. Logo, Bhandari (2010) aponta que a tensão exercida sobre o componente é dada pela relação exposta na Equação 4.

$$\sigma_g = \frac{6FL}{n_g b h^2} \quad (4)$$

Na qual, F é a carga aplicada, L é o comprimento do componente, n_g o número de lâminas graduadas, considerando a mestre, b a largura e h a espessura. Aplicando o método de

Castigliano pode-se determinar a deflexão, conforme apresentado por Bhandari (2010) e exposto na Equação 5.

$$\delta = \frac{FL^3}{2EI} \quad (5)$$

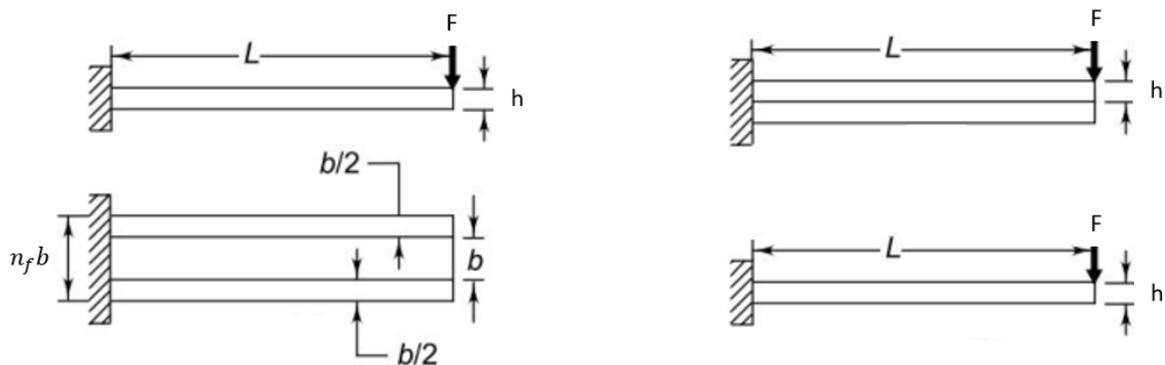
Na qual $I = \frac{bh^3}{12}$ é o momento de inércia da seção transversal e E é o módulo de Young.

A Equação 5 também pode ser reescrita como:

$$\delta = \frac{6FL^3}{En_gbh^3} \quad (6)$$

A segunda análise apresentada por Bhandari (2010), gira em torno de componentes com mais de uma lâmina mestre. Nesse caso, a avaliação é feita de modo isolado para as lâminas de comprimento total, conforme apresentado na Figura 5. O autor destaca que essa adição aumenta a capacidade do sistema de resistir a cargas cisalhantes.

Figura 5 - Equivalência de feixe composto por lâminas mestres e placas retangular



Fonte: Bhandari (2010) - Adaptado

As análises de esforços e deflexões são similares ao caso anterior. De acordo com Bhandari (2010), a tensão é similar e é dada pela Equação 4, sendo o deslocamento dado pela Equação 7.

$$\delta = \frac{4FL^3}{En_fbh^3} \quad (7)$$

Tem-se que n_f o número de lâminas com comprimento total.

2.1.2.1 Cálculo comprimento das lâminas graduadas

Segundo Khurmi e Gupta (2005), os meios mais comuns de se manter as lâminas unidas é por meio da adoção de parafusos centrais do tipo U e utilizando faixas. Esses elementos enrijecem o sistema se fazendo necessário o cálculo do comprimento efetivo, que é dado pela Equação 8.

$$2L_{efetivo} = 2L - L_{inefetivo} = \begin{cases} 2L - L_{faixa} & \text{Para uso de faixa} \\ 2L - \frac{2}{3}L_d & \text{Para uso de parafuso U} \end{cases} \quad (8)$$

No qual L_{faixa} é o comprimento da faixa utilizada para fixação e L_d é a distância entre os eixos dos parafusos em U utilizados.

Com base nessas informações, Khurmi e Gupta (2005) determinaram o comprimento de cada lâmina que irá compor o feixe de molas, conforme exposto na Equação 9

$$L_i = \frac{L_{efetivo} \cdot i}{n - k} + L_{inefetivo} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n - k \quad (9)$$

Na qual k é o número de lâminas com comprimento total, excluindo a principal (mestre).

2.1.2.2 Valores padronizados

Como esse componente é difundido no mercado, alguns valores se tornam padrões para a industrial automobilística, conforme exposto por Khurmi e Gupta (2005). Algumas dessas referências são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 - Valores padronizados ((SAE, 1980) e (KHURMI, GUPTA, 2005) - Adaptado)

Descrição	Valores
Largura (mm)	32, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 90, 100 e 125
Espessura (mm)	3,2; 4,5; 5; 6; 6,5; 7; 7,5; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21,2; 22,4; 23,6; 25; 26,5; 28; 30;
Materiais	SAE5160; 50Cr1; 50Cr1V23; 55Si2Mn90

2.1.3 Monolâmina

Monolâminas podem ser entendidas como um caso particular de feixe de molas, no qual possuem somente uma lâmina. Apresentam aplicações em veículos leve de carga e possuem potencial de redução de massa. (KARLUS *et al.*, 2014). Devido a possibilidade de otimização, esse componente tem sido amplamente estudo, como destaca Jullyana *et al.* (2017) e Gebremeskel (2012).

Conforme apresentado por Ke *et al.* (2019), o principal objetivo de se estudar monolâminas é a redução de peso do componente, mostrando que há trabalhos com otimização de geometria, aplicação de novos materiais e pesquisas sobre as juntas de conexão. Já Jancirani e Assarudeen (2015), mostram uma revisão sobre a análise estrutural de monolâminas em

materiais compósitos. É apresentado estudos sobre tensão e deflexão, comportamento vibracional, redução de massa e capacidade de absorção de energia.

Em seu trabalho Shi *et al.* (2017), desenvolvem uma análise numérica para determinação da rigidez de uma monolâminas em fibra de vidro com base na teoria mecânica de materiais compósitos. Para validação de seus resultados, é feita uma análise comparativa com modelos em MEF e dados experimentais disponíveis na literatura. Shankar e Vijayarangan (2006) verificam uma monolâmina em fibra de vidro unidirecional por meio de uma análise tridimensional do *software* Ansys. É também verificado o tipo de junta mais adequada para esse tipo de componente, mostrando que o uso de adesivos estruturais se mostra mais benéfico que a adoção de parafusos.

Varma *et al.* (2021) realiza uma avaliação de uma monolâmina em um compósito híbrido, formado por fibra de carbono e reforçado com fibras naturais. Ao final do estudo, é concluído que a combinação gera melhora nas propriedades de amortecimento do sistema e ganhos no coeficiente de segurança. Entretanto, é destacado que há um limite para que essa combinação não gere perda nas propriedades mecânicas da mola. Oztoprak *et al.* (2018), verifica várias configurações de monolâminas em compósitos, entre estas, uma híbrida, formada por fibra de carbono e de vidro, chegando em conclusões similares as supracitadas. Sureshkumar *et al.* (2014), também avalia a combinação de fibra de vidro e de carbono para aplicação em suspensão veicular, para isso, utilizam MEF para a realização das avaliações.

Chavhan e Wankhade (2019), realizam um experimento para caracterização das propriedades mecânicas do compósito de fibra de vidro e epóxi aplicados em monolâminas e na suspensão veicular. Realizam ainda uma comparação com o componente convencional feito em aço. Thippesh (2018), também realiza testes experimentais similares, entretanto utiliza microscopia eletrônica para avaliar a falha entre as camadas e compara os dados com feixe de molas convencionais.

Há ainda, estudos acerca de otimização geométricas das feixes de mola, como por exemplo os trabalhos de Ma *et al.* (2021) e Sureshkuma *et al.*(2017). Há também pesquisas sobre melhoria no ruído e vibrações em monolâminas para aplicação em veículos elétricos, alinhado com a redução da massa não suspensa, conforme apresenta Nayak *et al.* (2020).

2.1.3.1 - Modelagem matemática

O dimensionamento do caso particular de molas com somente uma lâmina (monolâminas) baseia-se nas teorias de vigas e da linha elástica, para cálculo da tensão e

deflexão. Na condição de um quarto de elipse têm-se como equivalência uma viga engastada com uma extremidade livre; quanto às semielípticas tem-se uma viga bi apoiada.

De acordo com Beer *et al.* (2011) a tensão normal devido a flexão em qualquer ponto ao longo do comprimento da viga é dada pela Equação 10.

$$\sigma = \frac{My}{I} \quad (10)$$

Tem-se M é momento fletor, y é a distância do ponto de análise até a linha neutra e I é momento de inercia da área. Para o caso de uma viga prismática na qual se análise a tensão na superfície, tem-se que $y = \frac{h}{2}$ e manipulando a Equação 10, chega-se na Equação 4.

A deflexão é calculada pela teoria da linha elástica. De acordo com Beer *et al.* (2011) a flecha para o uma viga engastada com a outra extremidade livre e com uma carga aplicada é dada pela Equação 5. Para uma viga bi apoiada com uma carga centralizada, a deflexão é dada pela Equação 11.

$$\delta = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{4PL^3}{Ebh^3} \quad (11)$$

A teoria da linha elástica exige uma correção em função do coeficiente de Poisson do material que é dada pela Equação 12.

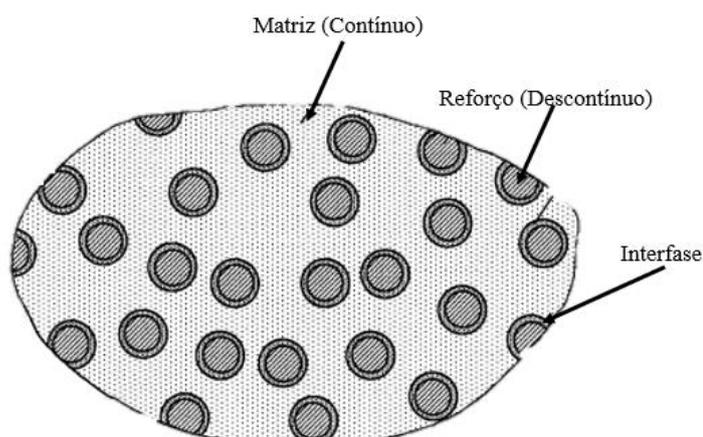
$$y = (1 - \nu^2)\delta \quad (12)$$

As formulações e cálculos apresentados até então se aplicam a toda gama de materiais que podem ser usados em molas. Quanto ao método de elementos finitos, para melhor precisão, faz-se necessário compreender e estudar de forma detalhada as propriedades dos materiais aplicados ao projeto. Conforme mencionado, um grupo que tem se destacado é o de compósitos.

2.2 Materiais Compósitos

Daniel e Ishai (2006) afirmam que um compósito estrutural é um sistema de materiais que possui duas ou mais fases macroscópicas, cujo desempenho e propriedades mecânicas são projetadas para serem superiores aos dos materiais isolados que o constituem. Segundo os autores, uma das fases geralmente é descontínua, com maior rigidez e maior capacidade de carga, denominado de reforço, a outra fase é contínua e chamada de matriz. Há também a possibilidade de surgimento de uma interfase entre o reforço e a matriz, que geralmente resultada das interações químicas ou efeitos do processamento. Essas fases são apresentas na Figura 6.

Figura 6 - Fases de um material compósito



Fonte: Daniel e Ishai (2006) - Adaptada

As propriedades dos materiais compósitos dependem das características dos constituintes e da geometria e distribuição das fases. Um importante parâmetro é o volume (ou peso) da fração de reforço ou razão de volume de fibra. Segundo informam Daniel e Ishai (2006) isso ocorre porque essa distribuição impacta diretamente na homogeneidade do compósito: quanto mais não uniforme o arranjo, maior a dispersão das propriedades. A geometria e a orientação influenciam na anisotropia do sistema.

As fases presentes nos materiais compósitos desempenham diferentes papéis em função do tipo da aplicação. No caso de sistemas de baixo e médio desempenho, o reforço é constituído de fibras curtas ou partículas, sendo responsável por conferir ao conjunto um reforço limitado, sendo a matriz o principal constituinte, dando as propriedades mecânicas ao material. No caso de compósitos de alto desempenho, as fibras contínuas que definem a rigidez e resistência do material, enquanto a matriz fornece proteção para os reforços sensíveis, além de atuarem como suporte e transportando tensão de uma fibra para outras. (AGARWAL *et al.*, 2006; DANIEL, ISHAI, 2006).

Um ponto que deve ser ressaltado é que a interfase presente nestes sistemas embora pequenos pode desempenhar um importante papel no controle dos mecanismos de falha, propagação, tenacidade a fratura e comportamento geral de tensão e deformação à falha do material. (DANIEL, ISHAI, 2006; INMAN, 2007)

2.2.1 Contexto histórico e aplicações

A utilização de materiais tem uma importante relação com o desenvolvimento do ser humano. Conforme apontados por Moura *et al.* (2018), os homens em seus primórdios utilizavam os cerâmicos (pedras) para confecção de armas e objetos domésticos. Nessa mesma

época, eram utilizados ainda os polímeros e até mesmo os compósitos naturais (madeiras). A primeira aplicação dos metais veio a partir da utilização do ouro, bronze e cobre.

A aplicação de materiais compósitos é historicamente antiga, havendo relatos bíblicos de utilização de tijolos reforçados com palha, bem como escudos da época dos impérios egípcios e grego. Ressaltam-se alguns marcos históricos tais como a o primeiro barco construído com fibra de vidro em 1942; a utilização de compósitos em mísseis em 1950, a descoberta a fibra de boro e carbono em 1960. Devido a necessidade de melhor desempenho, redução de peso e aumento da durabilidade, há uma tendência crescente da utilização desses materiais.(BALEY *et al.* 2021; DANIEL, ISHAI, 2006; KEYA *et al.* 2019).

Os compósitos possuem uma vasta gama de aplicação, estando presente nas indústrias: aeroespacial, aviação, automotiva, marinha, energia, infraestrutura, estrutura, biomédica, petrolífera, dentre outros. Apresenta-se na Figura 7 um exemplo de utilização de materiais compósitos em veículos.

Figura 7 - Aplicação de compósitos na industrial automotiva



Fonte: Gutiérrez et al. (2014) - Adaptada

2.2.2 Tipos de compósito

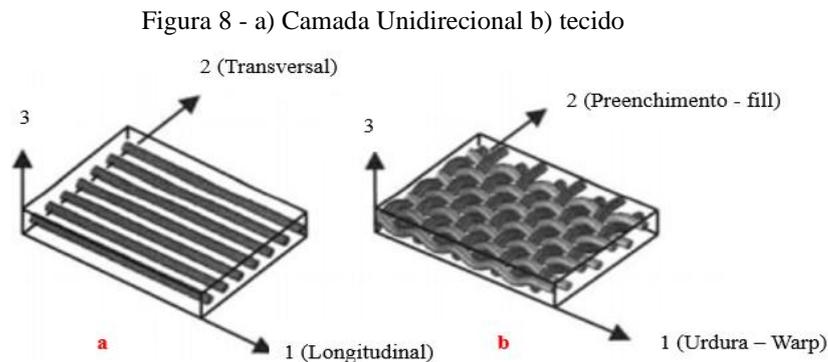
Para Neto e Pardini (2016), os materiais compósitos podem ser divididos, da forma mais ampla possível, em naturais e sintéticos. Dando ênfase no segundo grupo, pode-se classificá-lo em função da matriz, a qual pode ser: cerâmica, metálica, polimérica e de carbono. Também podem ser ordenados pelo tipo de reforço utilizado: por partículas ou fibras.

Compósitos particulados são constituídos por partículas de vários tamanhos e formas aleatórias dispersas em uma matriz, o que os torna quase homogêneos e isotrópicos quando observados em uma escala muito maior que o espaçamento dos reforços. Há também a

possibilidade dessa distribuição não ser uniforme, o que tende a tornar o material mais heterogêneo. (CALLISTER JR, WILLIAM D., 2002; DANIEL, ISHAI, 2006; NETO, PARDINI, 2016).

De acordo Daniel e Ishai (2006) os compósitos reforçados com fibras são subdivididos em duas categorias, sendo a primeira os descontínuos ou de fibras curtas. Há pequenas fibras, nanotubos ou *whiskers* como fase complementar à matriz. A segunda classe é denominada de contínua, reforçada com fibras longas e contínuas, apresentando como grande vantagem a maior eficiência em termos de rigidez e resistência. Um ponto de destaque é que esses compósitos dão origem aos compósitos laminados, podendo ser esses formados por camadas ou tecidos.

Uma lâmina (ou dobra) é uma camada plana (ou curva) de fibras unidirecionais (UD) ou tecidos em uma matriz. As UD são materiais ortotrópicos: possuem pelo menos três planos de simetria mutuamente perpendiculares, cujos eixos principais estão na direção da fibra (longitudinal), normal ao reforço (plano transversal) e normal ao plano da lâmina. No caso dos têxteis as direções 1 e 2 estão paralelas à urdura (*warp*) e ao preenchimento respectivamente. É exposto na Figura 8 os planos principais para os casos citados.



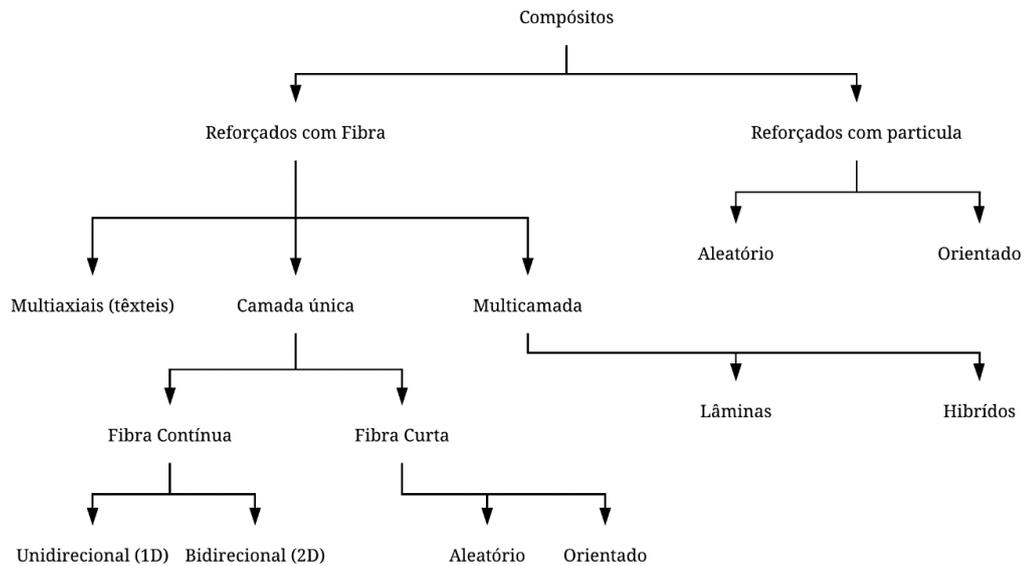
Fonte: Daniel e Ishai (2006) - Adaptada

Portanto, os compósitos laminados são formados por duas ou mais camadas unidirecionais empilhadas com várias orientações distintas, podendo ter espessura e materiais distintos. No caso da última condição, dá-se o nome de híbrido. Para a realização de análises deve se considerar um sistema de coordenadas fixo (x, y, z), visto que podem possuir diversas configurações.

O ângulo de orientação dos compósitos laminados é medido entre o eixo de referência x e o principal do material no sentido anti-horário do plano x-y. Essa angulação impacta de maneira direta nas características mecânicas do material.

De forma a exemplificar as classificações dos compósitos, ilustra-se na Figura 9 uma hierarquia de acordo com tipo de reforço utilizado.

Figura 9 - Hierarquia da classificação dos compósitos



Fonte: Daniel e Ishai (2006) – Adaptada

2.2.3 Propriedades mecânicas dos materiais compósitos

Os materiais compósitos podem ser vistos e avaliados em diferentes níveis e escalas, dependendo da característica e comportamento particular a ser observado. Para Daniel e Ishai (2006), as avaliações são subdivididas nas três seguintes categorias:

- **Micromecânica** – Visa entender as interações entre os constituintes e falhas locais, lidando com o estado de tensão e deformação nas fases, além de falhas locais na fibra (tração, flambagem, fenda), na matriz (tração compressão, cisalhamento) e na interfase (descolagem). Essa avaliação é importante para o estudo de propriedades mecânicas e resistência à falha.
- **Macromecânica** – Nessa avaliação diversas considerações são realizadas para simplificar a análise, destacando-se: material quase homogêneo e anisotrópico; lâminas unidirecionais com propriedades de rigidez e resistência média própria. As características de falhas são expressas em termo da tensão média e forças gerais da lâmina, sem referência a nenhum mecanismo local. Ressalta-se ainda que para essa análise assume-se a continuidade do material. Utiliza-se ainda a teoria da laminação, que trata o comportamento geral em função da lâmina e sequência de empilhamento.

- Estrutural – Em geral envolve o método de elementos finitos acoplado a teoria de laminação para verificar as solicitações e estados de tensões na estrutura a ser avaliada.

2.2.4 Análise Micromecânica

O comportamento de um compósito laminado é função das propriedades dos seus constituintes e das características geométricas, como a relação de volume de fibra e geometria (parâmetros de forma) a ser avaliada. De acordo com Daniel e Ishai (2006), o principal objetivo da avaliação micromecânica é obter relações funcionais para definir as propriedades elásticas média do compósito, tal como a rigidez na forma apresentada na Equação 13.

$$C^* = f(C_f, C_m, V_f, S, A) \quad (13)$$

Na qual:

- C^* - Rigidez média do compósito;
- C_f, C_m – Rigidez da fibra e da matriz, respectivamente;
- V_m – Razão de volume de fibra;
- S, A – Parâmetros geométricos que descrevem a forma e o arranjo dos reforços, respectivamente.

Segundo Daniel e Ishai (2006), há várias abordagens utilizadas para prever as propriedades médias dos compósitos. Estas são enquadráveis nas seguintes categorias:

- Mecânica dos Materiais;
- Numérica;
- Campo autoconsciente (*self-consistent field*);
- Delimitadora – Abordagem variacional (*bounding*);
- Semiempírica (Baseada em Halpin–Tsai);
- Experimental.

O intuito de todas as abordagens supracitadas está em encontrar a resposta elástica do compósito em função das propriedades dos materiais que constituem sua estrutura e da geometria utilizada. O resultado destas verificações deve ser as constantes de engenharia relacionadas aos módulos de elasticidade e cisalhamento e coeficientes de Poisson.

Santos (2010) revela que para execução da avaliação e redução da complexidade das equações, fez-se necessário a adoção de simplificações para a matriz e o reforço, sendo estas chamadas de hipóteses simplificadoras. No primeiro caso, considera-se o material homogêneo,

elástico-linear e isotrópico. Para o reforço, considera-se que é homogêneo, linear- elástico, isotrópico, perfeitamente alinhamento e igualmente espaçados entre si.

Para o trabalho em questão, optou-se pelas abordagens da mecânica dos materiais e semiempírica (baseada nas relações de Halpin-Tsai). A escolha ocorreu por apresentarem boas correlações com os resultados experimentais, como expressado por Daniel e Ishai (2006).

2.2.4.1 Mecânica dos Materiais

Conforme exposto por Santos (2010), o volume de compósito (V_c) pode ser definido pela razão de volume de fibras (V_f) somado ao valor da matriz (V_m). Deve-se ressaltar que nesta abordagem exclui-se os vazios: os constituintes estão conectados em toda a sua extensão. A massa total também pode ser obtida de forma análogo. A formulação para definição do volume de compósito é apresentada na Equação 14:

$$V_c = V_f + V_m \quad (14)$$

Ressalta-se que nessa análise, utiliza-se a regra das misturas para determinar as propriedades dos materiais, pois esses valores dependerão das características dos materiais.

Segundo Daniel e Ishai (2006), o método da mecânica dos materiais é descrito por um modelo em paralelo (Voight) ou em série (Reuss). No primeiro, considera-se a deformação igual e uniforme entre a matriz e o reforço e a rigidez (C^*) é descrita pela regra das misturas conforme apresentado pela Equação 15.

$$C^* = V_f C_f + V_m C_m \quad (15)$$

A abordagem em serie adotada representada pelo modelo de Reuss, considera que as tensões são iguais e uniforme entre a matriz e a fibra. Com isso, a flexibilidade do componente (S^*) é dada pela Equação 16.

$$S^* = V_f S_f + V_m S_m \quad (16)$$

Como os materiais compósitos são não uniformes, este método apresenta apenas limites de contornos para os verdadeiros valores das propriedades médias. Sendo a flexibilidade inversamente proporcional a rigidez ($S^* = \frac{1}{C^*}$), tem-se que o valor real da rigidez do compósito está entre o limite apresentado pela Equação 17.

$$\frac{1}{\frac{V_f}{C_f} + \frac{V_m}{C_m}} \leq C^* \leq V_f C_f + V_m C_m \quad (17)$$

2.2.4.2 Método Semiempírico

Essa abordagem baseia-se nas relações experimentais obtidas Halpin-Tsai para determinação das propriedades do compósito. Faz-se uma interpolação criteriosa entre os limites superiores e inferiores. A propriedade geral (P^*) é obtida por meio relação apresentada na Equação 18. (OLIVEIRA, 2018).

$$P^* = \frac{P_m(1 + \xi\eta V_f)}{1 - \eta V_f} \quad (18)$$

Onde $\eta = \frac{P_f - P_m}{P_f + \xi P_m}$; ξ é um parâmetro estimado em termos da eficiência do reforço e P_m e P_f são respectivamente as propriedades da matriz e fibra. Destaca-se aqui, que quando $\xi \rightarrow \infty$, tem que os resultados obtidos são similares ao modelo em paralelo proposto por Voight, logo tem-se que a propriedade P é dada pela Equação 19:

$$P^* = V_f P_f + V_m P_m \quad (19)$$

De modo similar, quando se faz $\xi = 0$, chega-se no modelo em série de Reuss, descrevendo a propriedade geral como sendo a relação apresentada na Equação 20:

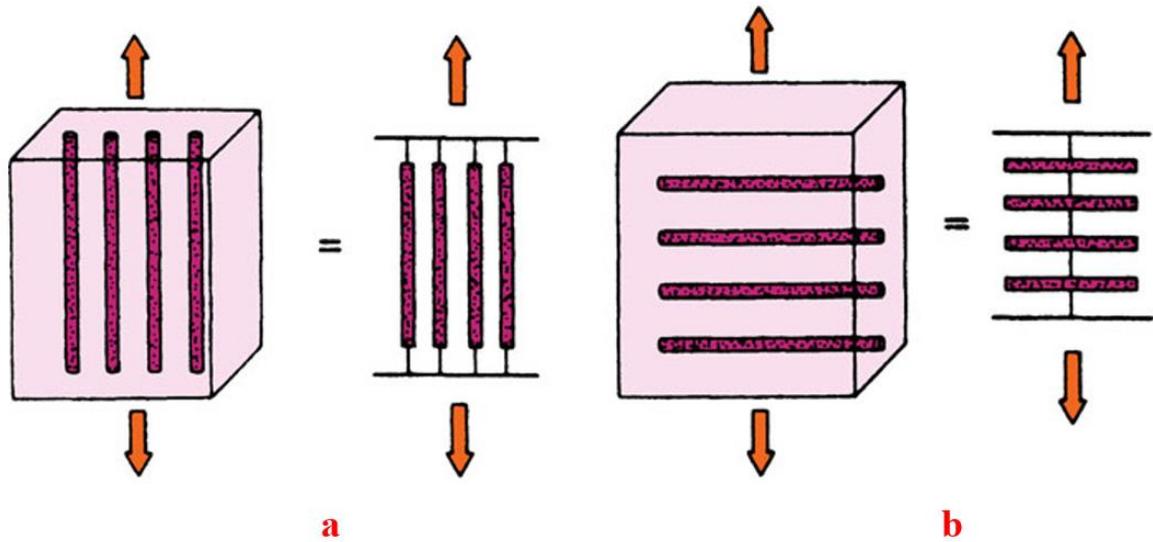
$$P^* = \left(\frac{V_f}{P_f} + \frac{V_m}{P_m} \right)^{-1} \quad (20)$$

2.2.4.3 Propriedades Elásticas Longitudinais de Fibras Contínuas

Conforme apresentado por Chawla (2012), as propriedades longitudinais do material compósito estão associadas aos carregamentos na direção das fibras, as quais são dominantes e que possuem maior rigidez, são mais resistentes mecanicamente e apresentam menor deformação final. Para a determinação das propriedades dos compósitos nesse trabalho, serão utilizadas as abordagens da mecânica dos materiais e a semiempírica baseada nas relações de Halpin-Tsai.

Apresentam-se na Figura 10 os modelos em série (Voight) e paralelo (Reuss) para determinação das propriedades elásticas longitudinais (E_1 – módulo de elasticidade e ν_{12} – coeficiente de Poisson) utilizando o método da mecânica dos materiais.

Figura 10 - a) Modelo em paralelo (Voight) b) Modelo em série (Reuss)



Fonte: Chawla (2012) - Adaptado

Tomando como base o modelo em paralelo e assumindo a hipótese de que a ligação entre a matriz e reforço é perfeita, pode-se utilizar a regra da mistura para definir o módulo de elasticidade na direção longitudinal, conforme apresentado na Equação 21 expressa por Chawla (2012).

$$E_1 = V_f E_{1f} + V_m E_m \quad (21)$$

Tem-se que E_1 , E_{1f} e E_m são respectivamente os valores do módulo de elasticidade do compósito, do reforço e da matriz. As mesmas considerações podem ser tomadas para determinar o coeficiente de Poisson nesta direção. A Equação 22 apresentada por Daniel e Ishai (2006) aborda a expressão para cálculo dessa variável.

$$\nu_{12} = V_f \nu_{1f} + V_m \nu_m \quad (22)$$

Onde ν_{12} , ν_{1f} e ν_m são os coeficientes de Poisson do compósito, da fibra na direção longitudinal e da matriz, respectivamente. Daniel e Ishai (2006) ressaltam que no caso de fibras isotrópicas, como por exemplos as de vidro, E_{1f} e ν_{1f} , podem ser reescritas nas equações como E_f e ν_f respectivamente.

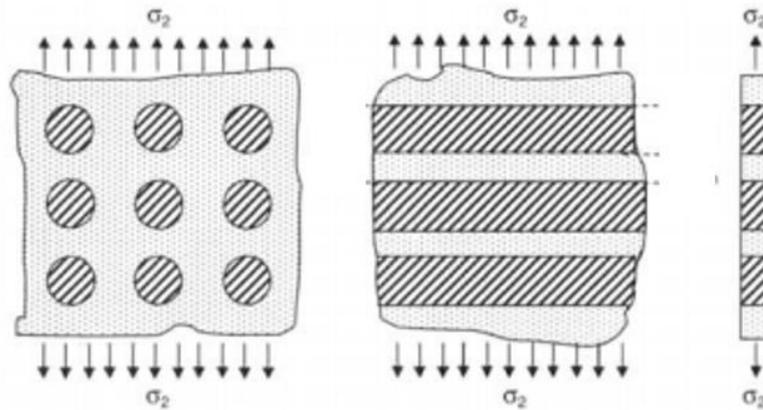
Segundo Daniel e Ishai (2006) abordagem semiempírica utilizando as equações de Halpin-Tsai, fornece exatamente a mesma formulação que o método da mecânica dos materiais (regra das misturas). Os autores ainda destacam que todas as abordagens geram valores próximos e com boas correlações, ainda que sejam a priori, diferenciadas.

2.2.4.4 Propriedades transversais elástica

Quando o compósito possui carregamento transversal, o estado de tensões da matriz próximo à região do reforço é altamente não uniforme e é diretamente influenciado pela interação com vizinhança. Daniel e Ishai (2006), afirmam que o módulo transversal é dominado pelas propriedades da matriz e sensível a estado de tensões local, sendo assim, suposições do estado de tensões simplificadas não produzem bons resultados.

Conforme apresentado por Daniel e Ishai (2006), na abordagem da mecânica dos materiais a lâmina unidirecional é idealizada como uma placa com fibras de seção transversal retangular e tiras de matriz, como exemplificado na Figura 11.

Figura 11 - Modelo de fibras em serie



Fonte: Daniel, Isaac M. e Ishai (2006) – Adaptado

A partir desse modelo, assume-se que a matriz e as fibras estão submetidas à uma tensão uniforme e igual para ambos os constituintes, logo, de acordo com Daniel e Ishai (2006), o módulo de elasticidade transversal é dado pela relação exposta na Equação 23

$$E_2 = \frac{E_{2f} E_m}{V_f E_m + V_m E_{2f}} \quad (23)$$

Na qual E_2 , E_{2f} e E_m são respectivamente, módulo de elasticidade transversal do compósito, da fibra e da matriz. Geralmente o último termo é substituído pela expressão apresentada na Equação 24.

$$E_m' = \frac{E_m}{1 - \nu_m^2} \quad (24)$$

Ressalta-se que esta abordagem tende de subestimar o valor do módulo de elasticidade transversal, não sendo precisa para a predição da propriedade do laminado.

Uma modelagem mais precisa é a que utiliza as relações semiempíricas de Halpin-Tsai, a partir desta é possível estimar o módulo transversal, como apresentado por Vignoli *et al.* (2019) e exposto na Equação 25.

$$E_2 = \frac{E_m(1 + \xi\eta V_f)}{1 - \eta V_f} \quad (25)$$

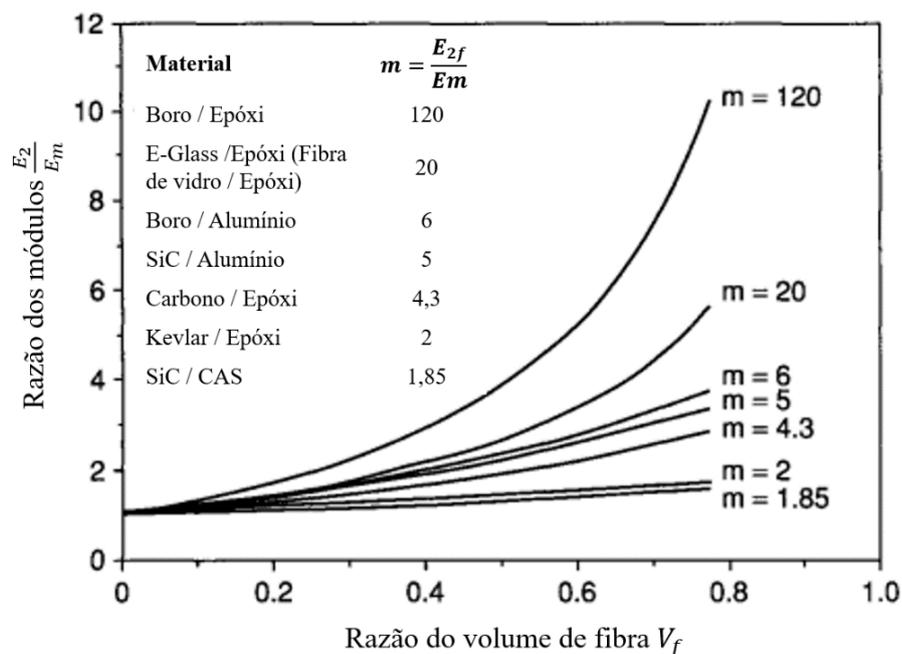
Na qual

$$\eta = \frac{E_{2f} - E_m}{E_{2f} + \xi E_m} \quad (26)$$

O parâmetro ξ pode ser entendido como de ajuste da curva e é obtido experimentalmente. Os resultados encontrados para os materiais compósitos geralmente apresentam valores na faixa de $1 \leq \xi \leq 2$. Geralmente, assume-se $\xi = 1$ para matrizes hexagonais e $\xi = 2$ para matrizes quadradas (compósitos de boro). (DANIEL, ISHAI, 2006; VIGNOLI *et al.*, 2019).

Deve-se ressaltar aqui, que outras abordagens dentro das citadas na análise micromecânica pode ser utilizadas para obtenção destes parâmetros. Para exemplificar, é apresentado na Figura 12 o módulo transversal de um compósito unidirecional em função do volume de fibra utilizando a Equação 25.

Figura 12 - Módulo de elasticidade transversal de alguns compósitos obtido pelo método semiempírico

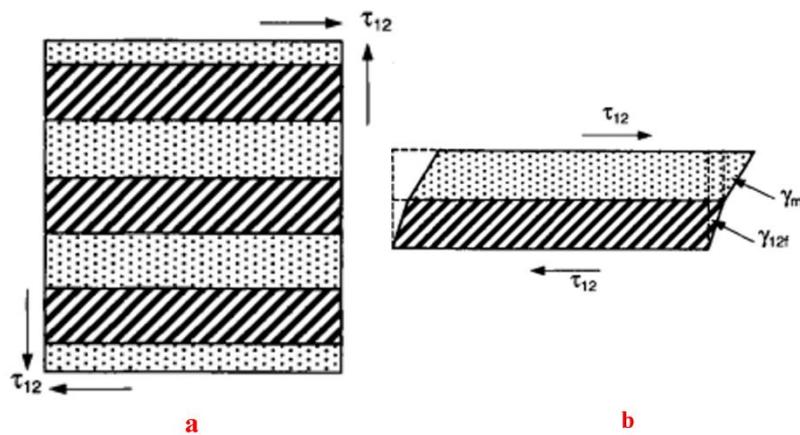


Fonte: Daniel, Isaac M. e Ishai (2006) – Adaptado

2.2.4.5 Módulo de Cisalhamento no Plano

Segundo Daniel e Ishai (2006), um compósito unidirecional quando submetido a carregamento cisalhante no plano longitudinal também é dominado pelas propriedades da matriz e das distribuições locais de tensões, assim como o módulo de elasticidade transversal. O modelo que representa esse comportamento, apresenta matrizes e fibras alternadas, nas quais há uma tensão cisalhante constante (τ_{12}), conforme se esquematiza na Figura 13.

Figura 13 - Compósito unidirecional sobre cisalhamento no plano – a: Modelo idealizado b: deformações nos constituintes



Fonte: Daniel, Isaac M. e Ishai (2006) - Adaptado

A matriz e as fibras estão sujeitas à mesma tensão, porém observa-se na Figura 13b deformações distintas. Sendo assim, a deformação média do material (volume total), é dada pela média ponderada (regra das misturas) das deformações cisalhantes individuais de cada constituintes, como expresso na Equação 27.

$$\gamma_{12} = \gamma_{12f}V_f + \gamma_m V_m = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} = \frac{\tau_{12}V_f}{G_{12f}} + \frac{\tau_{12}V_m}{G_m} \quad (27)$$

Tem-se que, G_{12f} e G_m são o módulo de cisalhamento longitudinal da fibra e da matriz respectivamente. Tomando como base a Equação 27 e reorganizando os termos, é possível obter que o módulo de cisalhamento no plano longitudinal de acordo com a abordagem da mecânica dos materiais é dado por:

$$G_{12} = \frac{G_{12f} + G_m}{V_f G_m + V_m G_{12f}} \quad (28)$$

Entretanto, assim como no módulo Young transversal, essa abordagem tende a subestimar o valor real da propriedade. Porém as relações de Halpin – Tsai fornecem uma melhor relação para esta propriedade. Segundo Daniel e Ishai (2006), as melhores correlações semiempíricas são obtidas quando $\xi = 1$, chegando-se à relação expressa na Equação 29.

$$G_{12} = \frac{G_m \left((1 + V_f)G_{12f} + V_m G_m \right)}{V_m G_{12f} + (1 + V_f)G_m} \quad (29)$$

2.2.5 Análise Macro mecânica

Um material anisotrópico possui propriedades que variam com a direção ou dependem da orientação do eixo de referência. De acordo com Albuquerque (2001), este comportamento ocorre em compósitos que possuem fibra contínuas não entrelaçadas e apresenta uma direção preferencial. Outro ponto ressaltado pelo autor é a capacidade de otimizações de materiais que têm essa característica. As relações de tensão e deformação utilizam a lei de Hooke, e no caso de um material anisotrópico, se torna o caso mais geral. Tais associações podem ser escritas na forma matricial como mostrado por Mendonça (2019) e apresentado nas Equação 30 e 31 ou em notação indicial, como na Equação 32.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{45} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{45} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \sigma_i &= C_{ij} \varepsilon_j \\ \varepsilon_i &= S_{ij} \sigma_j \end{aligned} \quad (i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (32)$$

Nas quais σ e ε são as componentes de tensão e deformação respectivamente, $[C]_{ij}$ é a matriz de rigidez e $[S]_{ij}$ é a matriz de flexibilidade do material.

2.2.5.1 Materiais Ortotrópicos

O caso específico de materiais ortotrópicos, ou seja, aquelas que possuem três perpendiculares de geometria, as constantes elásticas são reduzidas para nove variáveis de

rigidez ou de flexibilidade. As matrizes de rigidez e flexibilidade, podem ser escritas em termos das constantes de engenharia do material (módulos de elasticidades, módulos de cisalhamento e coeficiente de Poisson). O procedimento para obter essas relações se dão a partir de experimentos elementares, que consiste na aplicação de tensões normal isolada em cada uma das direções principais (1, 2, 3) e do emprego de tensões de cisalhamento em cada um dos planos principais (1-2; 1-3; 2-3). Logo é possível obter a relação expressas na Equação 33. (DANIEL, Isaac M., ISHAI, 2006, MENDONÇA, 2019).

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{-\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (33)$$

A matriz $[S]_{ij}$ é simétrica, sendo possível obter uma relação entre os módulos de elasticidade e os coeficientes de Poisson, conforme Equação 34

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (34)$$

De acordo com Mendonça (2019) a dedução para encontrar as relações entre as constantes de engenharia e os elementos da matriz de rigidez são obtidos por meio da inversão de $[S]_{ij}$, sendo assim, os autores apresentam as seguintes relações expressas na Equação 35.

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} & C_{22} &= \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta} & C_{33} &= \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta} \\ C_{12} &= \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{E_2 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{12} + \nu_{13}\nu_{32}}{E_1 E_3 \Delta} \\ C_{23} &= \frac{\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{13}}{E_1 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{31}}{E_1 E_2 \Delta} \\ C_{13} &= \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{E_1 E_2 \Delta} = \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} \\ C_{44} &= G_{23} & C_{55} &= G_{13} & C_{66} &= G_{12} \\ \Delta &= \frac{1}{E_1 E_2 E_3} \begin{bmatrix} 1 & -\nu_{21} & -\nu_{31} \\ -\nu_{12} & 1 & -\nu_{32} \\ -\nu_{13} & -\nu_{23} & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (35)$$

2.2.5.2 Materiais Transversalmente Isotrópicos

Um material é denominado de transversalmente isotrópico quando um dos planos principais é isotrópico, ou seja, possui as mesmas propriedades em todas as direções. Segundo Daniel e Ishai (2006), muitos compósitos unidirecionais podem ser assim classificados, pois possuem o plano 2-3 (normal as fibras) isotrópicos. Com isso, é possível obter as seguintes relações expressas na Equação 36

$$\begin{aligned} E_2 &= E_3 \\ G_{12} &= G_{13} \\ \nu_{12} &= \nu_{13} \end{aligned} \quad (36)$$

Por consequência das relações da Equação 35, Daniel e Ishai (2006), mostram as seguintes correlações entre as componentes das rigidezes e flexibilidade: (Equação 37)

$$\begin{aligned} C_{12} &= C_{13} \quad C_{22} = C_{33} \quad C_{55} = C_{66} \\ C_{44} &= \frac{C_{22} - C_{23}}{2} \\ S_{12} &= S_{13} \quad S_{22} = S_{33} \quad S_{55} = S_{66} \end{aligned} \quad (37)$$

Nota-se aqui, que este tipo de material passa a ter apenas 5 constantes de rigidez ou flexibilidade independentes.

2.2.5.3 Materiais Ortotrópicos em estado plano de tensões

No caso de laminados de pequena espessura, quando comparado às demais dimensões, pode-se considerar este sob um estado plano de tensões. Todas as componentes saindo na direção do plano da espessura são nulas. Para essa consideração, Daniel e Ishai (2006) mostram que a matriz de rigidez (ou flexibilidade) pode ser reduzida para uma de três linha por três coluna, como expresso na Equação 38 e Equação 39.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix}$$

Na qual (38)

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad Q_{66} = G_{12};$$

$$Q_{12} = Q_{21} = \frac{v_{21}E_1}{1 - v_{12}v_{21}} = \frac{v_{12}E_2}{1 - v_{12}v_{21}}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix}$$

(39)

Na qual

$$S_{11} = \frac{1}{E_1}; \quad S_{22} = \frac{1}{E_2}; \quad S_{12} = S_{21} = \frac{-v_{12}}{E_1} = \frac{-v_{21}}{E_2}; \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}};$$

2.2.5.4 Transformação de tensão e deformação no plano

Em geral os eixos da orientação das fibras (1-2) não coincidem com os do carregamento. Logo faz-se necessário expressar os termos de deformação e tensão em função das referências nas quais o carregamento é aplicado. Para isso utiliza-se uma matriz de transformação $[T]$ para levar as variáveis de um sistema de coordenado para o outro. Segundo Daniel e Ishai (2006), essa função é dado pela Equação 40.

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & -2mn \\ n^2 & m^2 & 2mn \\ mn & -mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (40)$$

Na qual $m = \cos \theta$ e $n = \sin \theta$, e o valor do ângulo é medido no sentido anti-horário do eixo x para o 1.

Quando a lâmina não é carregada nos eixos principais, sendo feito um carregamento arbitrário nos eixos x-y, as tensões normais geram deformações cisalhantes e as cisalhantes geram deformações normais, sendo assim existe um acoplamento entre os tipos de carregamento. Isso faz-se com que a matriz de rigidez e flexibilidade fique totalmente cheia, como apresentado no Equação 41 e 42.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & 2Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & 2Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & 2Q_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{1}{2}\gamma_s \end{bmatrix}$$

Tem que:

$$Q_{xx} = m^4Q_{11} + n^4Q_{22} + 2m^2n^2Q_{12} + 4m^2n^2Q_{66} \quad (41)$$

$$Q_{yy} = n^4Q_{11} + m^4Q_{22} + 2m^2n^2Q_{12} + 4m^2n^2Q_{66}$$

$$Q_{xy} = m^2n^2Q_{11} + m^2n^2Q_{22} + (m^4 + n^4)Q_{12} - 4m^2n^2Q_{66}$$

$$Q_{xs} = m^3nQ_{11} - mn^3Q_{22} - mn(m^2 - n^2)Q_{12} - 2mn(m^2 - n^2)Q_{66}$$

$$Q_{ys} = mn^3Q_{11} - m^3nQ_{22} + mn(m^2 - n^2)Q_{12} + 2mn(m^2 - n^2)Q_{66}$$

$$Q_{ss} = m^2 n^2 Q_{11} + m^2 n^2 Q_{22} - 2m^2 n^2 Q_{12} + (m^2 - n^2)^2 Q_{66}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xs} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{ys} \\ S_{sx} & S_{sy} & S_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix}$$

Tem-se que:

$$\begin{aligned} S_{xx} &= m^4 S_{11} + n^4 S_{22} + 2m^2 n^2 S_{12} + m^2 n^2 S_{66} \\ S_{yy} &= n^4 S_{11} + m^4 S_{22} + 2m^2 n^2 S_{12} + m^2 n^2 S_{66} \\ S_{xy} &= m^2 n^2 S_{11} + m^2 n^2 S_{22} + (m^4 + n^4) S_{12} - m^2 n^2 S_{66} \\ S_{xs} &= 2m^3 n S_{11} - 2mn^3 S_{22} - 2mn(m^2 - n^2) S_{12} - mn(m^2 - n^2) S_{66} \\ S_{ys} &= 2mn^3 S_{11} - 2m^3 n S_{22} + 2mn(m^2 - n^2) S_{12} + mn(m^2 - n^2) S_{66} \end{aligned} \quad (42)$$

Destaca-se aqui que o subscrito “s”, denota cisalhamento no plano x-y. A matriz de flexibilidade completa (com acoplamento) pode ser escrita em função das constantes de engenharia tomando a seguinte forma: (Equação 43)

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & \frac{\eta_{sx}}{G_{xy}} \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & \frac{\eta_{sy}}{G_{xy}} \\ \frac{\eta_{xs}}{E_x} & \frac{\eta_{ys}}{E_y} & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix} \quad (43)$$

Na qual η_{xs} corresponde ao termo de acoplamento correspondente à tensão normal na direção x e deformação cisalhante no plano x-y; η_{ys} corresponde ao termo de acoplamento correspondente a tensão normal na direção y e deformação cisalhante no plano x-y. As constantes de engenharia podem ser obtidas de maneira direta nos eixos x,y, adotando as seguintes relações apresentadas por Daniel e Ishai (2006) (Equação 44)

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_x} &= \frac{m^2(m^2 - n^2 \nu_{12})}{E_1} + \frac{n^2(n^2 - m^2 \nu_{21})}{E_2} + \frac{m^2 n^2}{G_{12}} \\ \frac{1}{E_y} &= \frac{n^2(n^2 - m^2 \nu_{12})}{E_1} + \frac{m^2(m^2 - n^2 \nu_{21})}{E_2} + \frac{m^2 n^2}{G_{12}} \\ \frac{1}{G_{xy}} &= \frac{4m^2 n^2 (1 + \nu_{12})}{E_1} + \frac{4m^2 n^2 (1 + \nu_{21})}{E_2} + \frac{(m^2 - n^2)^2}{G_{12}} \\ \frac{\nu_{xy}}{E_x} &= \frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{m^2(m^2 \nu_{12} - n^2)}{E_1} + \frac{n^2(n^2 \nu_{21} - m^2)}{E_2} + \frac{m^2 n^2}{G_{12}} \end{aligned} \quad (44)$$

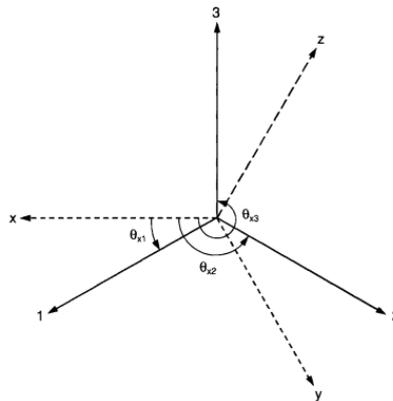
$$\frac{\eta_{xs}}{E_x} = \frac{\eta_{sx}}{G_{xy}} = \frac{2m^3n(1+v_{12})}{E_1} - \frac{2mn^3(1+v_{21})}{E_2} - \frac{mn(m^2-n^2)}{G_{12}}$$

$$\frac{\eta_{ys}}{E_y} = \frac{\eta_{sy}}{G_{xy}} = \frac{2mn^3(1+v_{12})}{E_1} - \frac{2m^3n(1+v_{21})}{E_2} - \frac{mn(m^2-n^2)}{G_{12}}$$

2.2.5.5 Transformação de tensão e deformação em três dimensões

Para os sistemas de referências arbitrários, ilustrados na Figura 14, é mostrado por Daniel e Ishai (2006) propõem uma matriz de transformação que leva as componentes de tensão e deformação do sistema (1,2,3) para o (x,y,z), como apresentado na Equação 45.

Figura 14 - Sistema de coordenadas em três dimensões



Fonte: Próprio Autor

$$[T_{ij}] = \begin{bmatrix} m_1^2 & n_1^2 & p_1^2 & 2n_1p_1 & 2p_1m_1 & 2m_1n_1 \\ m_2^2 & n_2^2 & p_2^2 & 2n_2p_2 & 2p_2m_2 & 2m_2n_2 \\ m_3^2 & n_3^2 & p_3^2 & 2n_3p_3 & 2p_3m_3 & 2m_3n_3 \\ m_2m_3 & n_2n_3 & p_2p_3 & n_2p_3 + n_3p_2 & p_2m_3 + p_3m_2 & m_2n_3 + m_3n_2 \\ m_3m_1 & n_3n_1 & p_3p_1 & n_3p_1 + n_1p_3 & p_3m_1 + p_1m_3 & m_3n_1 + m_1n_3 \\ m_1m_2 & n_1n_2 & p_1p_2 & n_1p_2 + n_2p_1 & p_1m_2 + p_2m_1 & m_1n_2 + m_2n_1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

Onde m_i , n_i e p_i são os cossenos diretores dos eixos i .

2.2.6 Critérios de Falhas

As teorias de falha macromecânicas para materiais compósitos foram desenvolvidas com base nas teorias de falha para materiais isotrópicos. Considera-se, porém, um grau de anisotropia quanto à rigidez e resistência. (MENDONÇA, 2019). De acordo com Silva e Cavalcante (2016), essas considerações se baseiam no comportamento elástico linear do material e são expressas em termos dos parâmetros de resistência aos eixos principais das lâminas de materiais compósitos.

Daniel e Ishai (2006) apresentam três classificações para os critérios de falha, sendo o primeiro o de Limite ou Teoria sem Interação, na qual os módulos de falha são especificados com base na comparação com os valores de tensão ou deformações máxima. O segundo, a Teoria Interativa, que leva em consideração as demais componentes da tensão. O terceiro é denominado de Praticamente Interativo ou Teoria Baseada no modo de falha, que considera em separado as falhas na matriz e no reforço.

2.2.6.1 Critério de tensão e deformação máxima

Os critérios de tensão e deformação máxima baseiam-se na comparação com as constantes de engenharia do material, conforme apresentado por Groenwold e Haftka (2006). Segundo Chawla (2012) a falha ocorrerá quando a tensão atingir ou superar o valor admissível do material, conforme exposto nas relações das Equação 46.

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &\geq X \text{ ou } \sigma_{11} \leq -X' \\ \sigma_{22} &\geq Y \text{ ou } \sigma_{22} \leq -Y' \\ \tau_{12} &\geq +S \text{ ou } \tau_{12} \leq -S\end{aligned}\tag{46}$$

Onde X e X' são as tensões máxima na direção da fibra (x_1 ou x) trativa e compressiva respectivamente, Y e Y' é a tensão máxima na direção transversal do reforço (x_2 ou y) na tração e na compressão nesta ordem e S é a resistência ao cisalhamento no plano x-y

De modo similar ao apresentado para tensões, Chawla (2012) mostra uma relação entre as deformações, na qual a falha acontecerá quando o valor atingir ou ultrapassar os valores máximas estimados, cuja formulação pode ser dado por meio da Equação 47.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11} &\geq X_e \text{ ou } \varepsilon_{11} \leq -X_e' \\ \varepsilon_{22} &\geq Y_e \text{ ou } \varepsilon_{22} \leq -Y_e' \\ \gamma_{12} &\geq S_e \text{ ou } \gamma_{12} \leq -S_e\end{aligned}\tag{47}$$

Tem-se X_e, Y_e e S_e são as deformações normais por tração nas direções longitudinais e transversal e a máxima deformação cisalhante no plano x-y, respectivamente.

2.2.6.2 Critério de Tsai-Hill:

Conforme exposto por Daniel (2007), Hill alterou o critério de Von Mises para atendimento de metais com anisotropia. Ainda de acordo com os autores Azzi e Tsai adaptaram

esse método para análise de falha em compósitos ortotrópicos. De Luca e Caputo (2017) apresentam a dedução das equações destes critérios.

Para um material compósito laminado unidirecional no estado plano de tensões paralelo ao plano x-y e transversalmente isotrópico ($y = z$), tem-se que o critério de Tsai-Hill segue a seguinte expressão apresentada por Koh e Madsen (2018) abordada na Equação 48.

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{22}}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{X^2} \leq 1 \quad (48)$$

2.2.6.3 Critério de Tsai-Wu:

Segundo Li *et al.* (2017), este método baseia-se no critério da energia total de deformação proposta por Beltrami. Como mostrado por Narayana Naik *et al.* (2008) a lâmina falha quando a seguinte condição é satisfeita. (Equação 49)

$$FI = F_i\sigma_i + F_{ij}\sigma_i\sigma_j = 1, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (49)$$

Tem-se que F_i e F_{ij} são grandezas escalares. Para o trabalho com materiais compósitos ortotrópicos atua-se com um sistema paralelo aos eixos primários (x_1, x_2, x_3) de modo a torna a análise mais simples. A falha por este critério em uma única camada é expressa pela Equação 50, como apresentada por Silva e Cavalcante (2016).

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 = 1 \quad (50)$$

Na qual $F_1 = \frac{1}{X} + \frac{1}{X'}$; $F_2 = \frac{1}{Y} + \frac{1}{Y'}$; $F_{11} = -\frac{1}{XX'}$; $F_{22} = -\frac{1}{YY'}$; $F_{66} = \frac{1}{S_{12}}$ e $F_{12} = \frac{1}{2XX'}$.

Deve-se ressaltar aqui, que se as propriedades de tração e compressão forem as mesmas o critério de Tsai-Wu é igual ao proposto por Tsai-Hill, conforme mostrado matematicamente por Daniel e Ishai (2006).

2.2.6.4 Método da Separação

Essa abordagem também é conhecida por considerar dois principais modos de falhas: a ruptura da fibra e o surgimento de trincas na matriz. De acordo com os estudos de Daniel (2007), esse método utiliza o critério de Tsai-Hill como base para determinar a falha.

De Luca e Caputo (2017) apontam que as falhas na matriz e na fibra acontecerão respectivamente quando as Equações 51 e 52 forem satisfeitas.

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 = 1 \quad (51)$$

$$\frac{\sigma_{11}}{X} = 1 \quad (52)$$

2.3 Elementos Finitos

2.3.1 Introdução

Grande parte dos fenômenos e processos relacionados à engenharia e ciência são modelados por equações diferenciais parciais. De acordo com Belytschko e Fish (2009), a solução desses problemas via métodos analíticos clássicos é de alta complexidade ou até mesmo impossível. Uma alternativa criada ao longo dos anos foi o método numérico de aproximação, sendo um dos mais utilizados o denominado método de elementos finitos (MEF). O MEF pode ser definido como uma aproximação numérica que resolve as equações diferenciais parciais de modo aproximado. O problema contínuo é discretizado em partes finitas chamadas de elementos, que são conectados por pontos denominados de nós. (DUARTE, 2016)

Segundo Moaveni (2015) o método de elementos finitos pode ser utilizado para obtenção de soluções de problemas de engenharia envolvendo análise de tensões, transferência de calor, eletromagnetismo e escoamento de fluídos. Pelo fato do trabalho se concentrar em um problema da mecânica dos sólidos tridimensional, este capítulo focará em conceitos relacionados ao tema.

2.3.2 Formulação Matemática

Os elementos discretizados no MEF possuem diversos tipos e variam de acordo com a dimensão do problema, o qual pode ser uni, bi ou tridimensional. De acordo com Mendonça e Fancello (2019), a grande diferença entre elementos unidimensionais (barras e vigas) e os elementos de modelo de elasticidade bi e tridimensionais é o fato de os primeiros serem discretos. A cada barra ou viga é considerado apenas um elemento, enquanto nos demais, o objeto em análise pode ser particionado em diversos elementos ou malhas de elementos finitos.

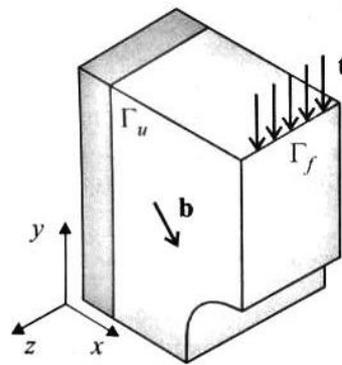
Segundo o Mendonça e Fancello (2019) valor da variável em análise no interior dos elementos é obtido com base na interpolação dos valores de seus respectivos nós. A formulação para um caso geral, partindo das equações diferenciais da mecânica, é apresentada a seguir.

2.3.2.1 Princípio do trabalho virtual

Para a modelagem via Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) utilizou-se como referência o trabalho de Mendonça e Fancello (2019).

Considera-se um corpo arbitrário ocupando uma região Ω no espaço tridimensional \mathbb{R}^3 , limitado por condições de contorno Γ com normal “n” definida univocamente em quase todos os pontos, conforme apresentado na Figura 15.

Figura 15 - Corpo arbitrário sob carregamento



Fonte: Mendonça e Fancello (2019) - Adaptado

O contorno estabelecido (Γ) é dividido em duas regiões: o local no qual os deslocamentos têm valores conhecidos \bar{u} e é denominada de Γ_u . A segunda recebe um carregamento superficial conhecido \bar{t} e é chamada de Γ_f . Ressalta-se ainda, que no domínio Ω podem atuar forças externas, denominadas de b .

Segundo Mendonça e Fancello (2019), com base nas definições das regiões supracitadas, o problema tridimensional de equilíbrio é descrito mediante ao conjunto de equações diferenciais mostrados na Equação 53.

$$\begin{cases} \nabla \sigma + b = 0 & \text{em } x \in \Omega \\ \sigma n = \bar{t}(x) & \text{em } x \in \Gamma_f \\ u(x) = \bar{u}(x) & \text{em } x \in \Gamma_u \end{cases} \quad (53)$$

Essas equações são suplementadas por uma relação cinemática linear apresentada na Equação 54 e uma constitutiva, sendo a última uma relação entre tensão e deformação apresentadas na Equação 55.

$$\varepsilon = \nabla u^s \quad (54)$$

$$\sigma(u) = \sigma(\varepsilon(u)) \quad (55)$$

O campo de deslocamento $u(x)$ que produz um estado de tensões em equilíbrio com os esforços externo é denominado solução da equação diferencial de equilíbrio, apresentada na Equação 1. Este campo é pertencente ao conjunto de funções cinematicamente admissível, definido pela Equação 56.

$$Kin = \{u \text{ é suficientemente regular tal que } u(x) = \bar{u}, \quad \forall x \in \Gamma_u\} \quad (56)$$

De acordo com Mandujano (1997), a estrutura das funções admissíveis, contém as funções que atendem as condições de contorno essenciais do problema.

Mendonça e Fancello (2019), apontam que a diferença entre duas funções arbitrárias $u_1(x)$ e $u_2(x)$ pertencentes ao conjunto Kin é uma terceira função $\hat{u}(x)$ que possui valor zero em todos os pontos em $x \in \Gamma_u$. Essas funções são chamadas de espaço das variações (Var), definido por: (Equação 57)

$$Var = \{\hat{u}(x) \text{ é suficientemente regular tal que } \hat{u}(x) = 0, \quad \forall x \in \Gamma_u\} \quad (57)$$

A dedução apresentada a seguir, segue o passo a passo fornecido por Mendonça e Fancello (2019). Considerando que a Equação 53₁ é satisfeita para todo $x \in \Omega$, tem-se que:

$$g(x) = \nabla \sigma + b = 0, \quad \forall x \in \Omega \quad (58)$$

Na qual $g(x)$ é chamada de função de resíduo. A integral do produto entre a função de resíduo por uma função de deslocamento $\hat{u}(x) \in Var$ é dada pela Equação 59

$$\int_{\Omega} g(x)\hat{u}(x)d\Omega = \int_{\Omega} \nabla \sigma \hat{u}d\Omega + \int_{\Omega} b \hat{u}d\Omega = 0 \quad \forall \hat{u} \in \Omega \quad (59)$$

Aplicando a regra do produto no primeiro termo do lado direito da igualdade da Equação 59, e lembrando da propriedade de simetria do tensor tensão, tem-se a relação expressa na Equação 60

$$\int_{\Omega} \nabla(\sigma \hat{u})d\Omega - \int_{\Omega} \sigma \div \nabla \hat{u}d\Omega + \int_{\Omega} b \hat{u}d\Omega = 0 \quad \forall \hat{u} \in \Omega \quad (60)$$

Realizando o uso do teorema do divergente para o primeiro termo, chega-se na Equação 61:

$$\int_{\Gamma} \sigma \hat{u} n d\Gamma - \int_{\Omega} \sigma \div \nabla \hat{u}d\Omega + \int_{\Omega} b \hat{u}d\Omega = 0 \quad \forall \hat{u} \in \Omega \quad (61)$$

Utilizando as relações matemáticas da álgebra linear para tensores apresentadas por Mendonça e Fancello (2019) e assumindo que $\nabla \hat{u}$ é dado por $\hat{\varepsilon} = \varepsilon(\hat{u})$ tal que $\sigma \div \nabla = \sigma \cdot \varepsilon(\hat{u})$, pode-se reescrever a Equação 61 como abordada na equação 62

$$\int_{\Gamma} \sigma n \cdot \hat{u} d\Gamma + \int_{\Omega} b \hat{u} d\Omega - \int_{\Omega} \sigma \cdot \varepsilon(\hat{u}) d\Omega = 0 \quad \forall \hat{u} \in \Omega \quad (62)$$

Como a região Γ é dividida em duas partes, a integral referente a esta, também pode ser dividida nas suas partes constituintes (regra da adição). Sendo assim, obtém-se a Equação 62:

$$\int_{\Gamma_f} \sigma n \cdot \hat{u} d\Gamma + \int_{\Gamma_u} \sigma n \cdot \hat{u} d\Gamma + \int_{\Omega} b \hat{u} d\Omega - \int_{\Omega} \sigma \cdot \varepsilon(\hat{u}) d\Omega = 0 \quad \forall \hat{u} \in \Omega \quad (63)$$

Utilizando relações expressas na Equação 53 na Equação 63, têm-se que a expressão do princípio de trabalho virtual para um corpo arbitrário sobre carregamento é dada pela Equação 64.

$$\int_{\Gamma_f} \bar{t} \cdot \hat{u} d\Gamma + \int_{\Omega} b \hat{u} d\Omega - \int_{\Omega} \sigma \cdot \varepsilon(\hat{u}) d\Omega = 0 \quad \forall \hat{u} \in \Omega \quad (64)$$

Na qual $\hat{\varepsilon} = \varepsilon(\hat{u})$ é chamado de deformação virtual e é definido como a parte simétrica de $\nabla \hat{u}$ dada pela Equação 65.

$$\varepsilon(\hat{u}) = \frac{1}{2}(\nabla \hat{u} + \nabla \hat{u}^T) = \nabla^s \hat{u} \quad (65)$$

Deve-se observar que a Equação 64, não apresenta nenhuma característica do material, sendo uma modelagem geral. Para o caso de um comportamento elástico linear, pode-se escrever as tensões em função dos deslocamentos reais produzidos, como apresentado na Equação 66 mostrada por Mendonça e Fancello (2019):

$$\sigma = \sigma(u) = C\varepsilon(u) \quad (66)$$

Na qual C é a matriz elástica do material. Com isso, é possível escrever a Equação 64 para um comportamento elástico linear do material, conforme mostrado na Equação 67.

$$\int_{\Omega} C\varepsilon(u) \cdot \varepsilon(\hat{u}) d\Omega - \int_{\Gamma_f} \bar{t} \cdot \hat{u} d\Gamma - \int_{\Omega} b \hat{u} d\Omega = 0 \quad \forall \hat{u} \in \Omega \quad (67)$$

A equação do princípio do trabalho virtual, pode -ser subdivida em duas parcelas, sendo a primeira denominada de trabalho virtual interno, ocasionado pelas tensões e deformações

internas. A segunda é conhecida como trabalho virtual externo, gerado a partir de esforços externos no objeto de análise. Tal separação é apresentada nas Equações 68 e 69.

$$\delta U = \int_{\Omega} \sigma \cdot \varepsilon(\hat{u}) d\Omega \quad \text{trabalho virtual interno} \quad (68)$$

$$\delta W = \int_{\Gamma_f} \bar{t} \cdot \hat{u} d\Gamma + \int_{\Omega} b \hat{u} d\Omega \quad \text{trabalho virtual externo} \quad (69)$$

Um corpo está em equilíbrio se o trabalho virtual interno é igual ao trabalho virtual externo para qualquer campo de deslocamento cinematicamente admissível Chandrupatla, e Belegundu (2012). Como mostrado por Filho (2009), o princípio dos trabalhos virtuais é utilizado para estabelecer a condição de equivalência entre as forças internas atuantes no elemento, e as forças nodais estaticamente equivalentes.

2.3.2.2 Funções de aproximação e sistema discretizado

Conforme apontado por Mendonça e Fancello (2019), a proposta do MEF consiste em aproximar as funções de deslocamento ($u(x)$) por uma combinação linear de funções de aproximações, sendo estas também conhecidas como funções base. Costa (2013), utiliza a aproximação de Galerkin para definir as soluções aproximadas, como é exposto na Equação 70.

$$u(x) \approx u_h(x) = \begin{Bmatrix} u(x, y, z) \\ v(x, y, z) \\ w(x, y, z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^{N_{nos}} u_i \varphi_i(x, y, z) \\ \sum_{i=1}^{N_{nos}} v_i \varphi_i(x, y, z) \\ \sum_{i=1}^{N_{nos}} w_i \varphi_i(x, y, z) \end{Bmatrix} \quad (70)$$

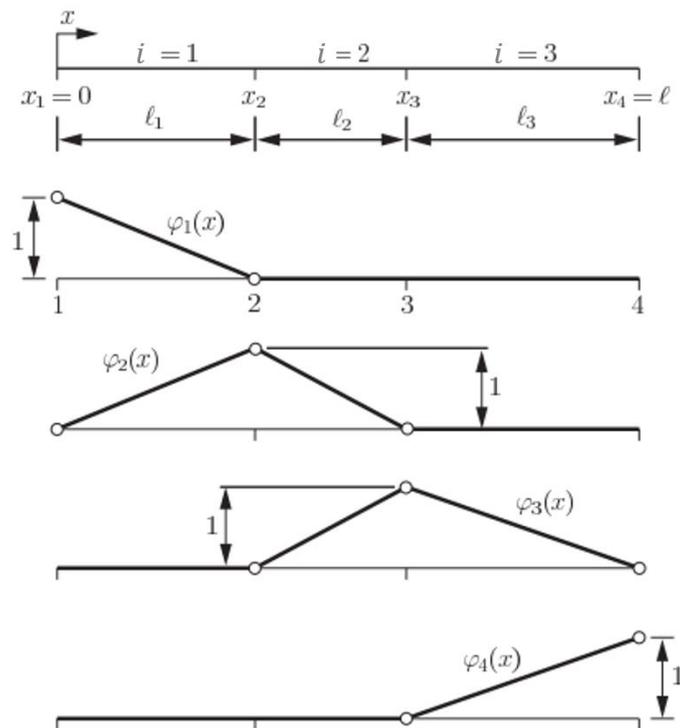
Na qual $u_h(x)$ é o campo de deslocamentos aproximados, u_i , v_i e w_i são deslocamentos nodais e φ_i é a função de aproximação (de base) linearmente independente. De acordo com Mandujano (1997), estas funções de base também podem ser chamadas de funções de forma.

As funções de aproximação possuem características específicas e são construídas de modo que o valor da função de aproximação associada ao nó " i " (φ_i), quando avaliada na coordenada x^i , seja unitário. Para os demais elementos que não estão conectados ao nó em análise, seu valor deve ser nulo. Szabó e Babuska (2011), mencionam que está é a propriedades de delta de Kronecker, conforme apresentado na Equação 71.

$$\varphi_i(x_{jk}) = \delta_{ijk} \quad \forall i, j, k \leq N_{nos} \quad (71)$$

Tem-se que N_{nos} é o número de nós da malha e δ_{ijk} é o delta de Kronecker. Para ilustrar a formulação supracitada, é mostrado na Figura 16 o formato de uma função de interpolação típica de um problema unidimensional, no caso uma função linear associadas aos nós 1, 2, 3 e 4.

Figura 16 - Funções de interpolação linear de um problema linear



Fonte: Szabó e Babuska (2011)- Adaptado

O campo vetorial de deslocamento aproximado pode também ser escrito na forma matricial, como disposto na Equação 72.

$$u_h(x, y, z) = NU \quad (72)$$

Na qual N é a matriz de função de forma e U é o vetor de deslocamento nos nós. De forma similar, os deslocamentos virtuais arbitrários podem ser reescritos na forma matricial, como segue a Equação 73.

$$\widehat{u}_h(x, y, z) = N\widehat{U} \quad (73)$$

De acordo com Mendonça e Fancello (2019), a relação cinemática apresentada na Equação 54, pode ser reescrita com o auxílio de um operador diferencial D , que atua sobre o campo de deslocamento u , obtendo-se a Equação 74

$$\varepsilon(u) = Du \quad (74)$$

Aplicando as Equações 72 e 65 na Equação 74, pode-se escrever as deformações a partir da Equação 75

$$\varepsilon(u) = Du \cong DNU = BU \quad (75)$$

Tem-se que a matriz B é denominada de matriz de deformação e é dada pelo produto do operador diferencial D pela matriz das funções de forma. Outra transformação que pode ser realizada, gira em torno de aplicar a Equação 75 na relação constitutiva apresentada na Equação 55, como apresentado na Equação 76

$$\sigma(u) = C\varepsilon(u) \cong \sigma(u_n) = CBU \quad (76)$$

Sendo assim, Mendonça e Fancello (2019), mostram que o princípio do trabalho virtual apresentado na Equação 67, pode ser reescrito para a condição de equilíbrio discretizado, chegando-se na Equação 77:

$$\int_{\Omega} CBU \cdot B\hat{U} \, d\Omega - \int_{\Gamma_f} \bar{t} \cdot N\hat{U} \, d\Gamma - \int_{\Omega} b N\hat{U} \, d\Omega = 0 \quad \forall \hat{U} \in R^{3N_{nos}} \quad (77)$$

Pelas propriedades da álgebra matricial e considerando que os vetores U e \hat{U} são independentes das coordenadas, tem-se que a Equação 77 pode ser reescrita na forma da Equação 78:

$$\hat{U}^T \left\{ \int_{\Omega} B^T C B \, d\Omega U - \int_{\Gamma_f} \bar{t} \cdot N \, d\Gamma - \int_{\Omega} b N \, d\Omega \right\} = 0 \quad \forall \hat{U} \in R^{3N_{nos}} \quad (78)$$

Conforme mostrado por Bathe (1996), a equivalência entre os trabalhos virtuais internos e externos pode ser reduzido a um sistema de equações lineares, visto que o vetor \hat{U} é arbitrário e a única forma de satisfazer a Equação 78 é o outro termo ser zero, criando assim o problema algébrico expresso na Equação 79.

$$F = KU \quad (79)$$

Na F é o vetor de forças nodais dado pela Equação 80, K é a matriz de rigidez do sistema dado pela Equação 81 e U são os deslocamentos nodais.

$$F = \int_{\Gamma_f} \bar{t} \cdot N \, d\Gamma + \int_{\Omega} b N \, d\Omega \quad (80)$$

$$K = \int_{\Omega} B^T C B \, d\Omega \quad (81)$$

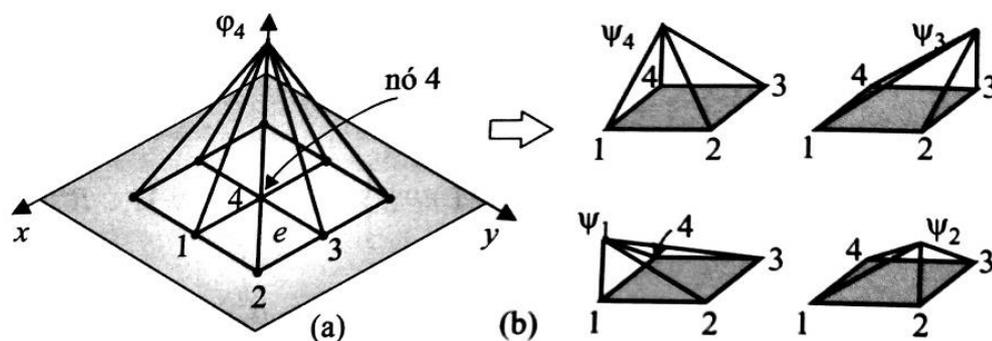
2.3.2.2.1 Discretização do domínio

Mendonça e Fancello (2019) apresentam uma forma alternativa para o cálculo da matriz de rigidez K , na qual é realizado o somatório das integrações realizadas em cada elemento. Esse processo dá origem à matriz de rigidez e vetor de carga elementar. Conforme apontado por Mandujano (1997) este processo consiste na discretização do domínio. As relações de deslocamento, deformação e tensão podem ser escritas em termos do domínio do elemento, como apresentado na Equação 82.

$$\begin{cases} u_e = N_e U_e \\ \varepsilon = B_e U_e \\ \sigma = C \varepsilon_e \end{cases} \quad (82)$$

O subscrito "e" indica que o termo em questão se relaciona com o elemento e não com o sistema global. É apresentado na Figura 17 a relação entre as funções globais e elementares (no elemento).

Figura 17 - Relação entre as funções de aproximação global e elementar. (a) Função de aproximação global associada ao nó 4 (b) Função de aproximação locais associada aos nós do elemento e



Fonte: Mendonça e Fancello (2019) - Adaptada

Na Figura 17(a) apresenta a função global (φ_4) associada ao nó 4, que cobre todos os elementos que contém este nó. Já a Figura 17(b) ilustra a região e do elemento, e a definição da função elementar causada pela função global. De modo similar, as funções globais φ_1, φ_2 e φ_3 geram no elemento "e" as funções elementares ψ_1, ψ_2 e ψ_3 . Essa relação entre as funções globais e elementares foi exposta por Szabó e Babuska (2011), conforme a Equação 83

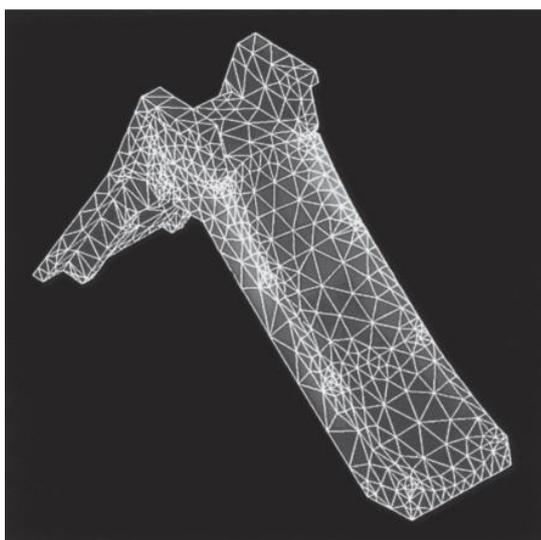
$$\{\psi\} = [L]\{\varphi\} \quad (83)$$

Sendo L , uma matriz irreversível de coeficientes constantes, onde ambos os conjuntos de funções de forma têm o mesmo espaço.

2.3.3 Tipos de Elementos

A discretização de um sistema contínuo, consiste em sua divisão em partes distintas de comprimento finito chamados de elementos, conectados em pontos discretos denominados de nós. A solução encontrada em um sistema discreto é aproximada, na qual o sistema inteiro é modelado por um conjunto de subsistemas (elementos e nós) simples. É apresentado na Figura 18 um exemplo dessa abordagem. (AGRAWAL, GAUTAM, 2019; FILHO, 2009)

Figura 18 - Exemplo de sistema discretizado



Fonte: Moaveni (2015) - Adaptado

De forma sucinta, os elementos são classificados de acordo com sua dimensão, podendo ser unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais. Pode-se ainda subdividir essa classificação em elementos lineares (ordem inferior) ou não lineares (ordem superior). No presente trabalho será dado um enfoque nos elementos tridimensionais, uma vez que são abordados sólidos.

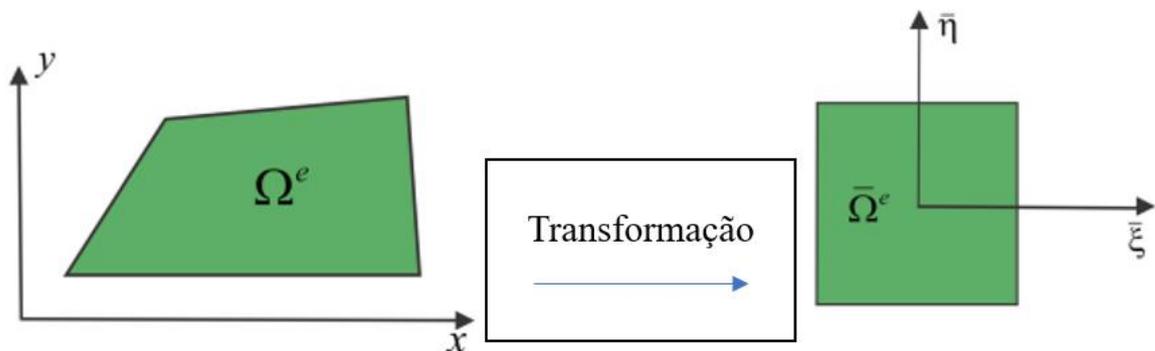
2.3.3.1 Elementos tridimensionais

Esses elementos se caracterizam por possuírem coordenadas nos três eixos de referência, sendo denominados de elementos sólidos. Segundo Fish e Belytschko (2009), podem ser hexaédricos ou tetraédricos, recebendo, respectivamente, as generalizações de elementos quadrilaterais e triangulares. Dentro dessas duas categorias há elementos lineares ou de ordem inferior, tais como o hexaédrico de oito nós (trilinear) e o tetraédrico com quatro nós; bem como os de ordem superior de faces curvadas ou planas, sendo exemplos o hexaedro de 20 nós e o tetraedro de 10. Deve-se ressaltar que os elementos de ordem superior apresentam

maior acuracidade na resposta, porém geram um custo computacional maior. (GARIMELLA, 2002)

Definido o tipo de elemento e suas funções de aproximação é utilizado um mapeamento das funções, de modo que se possa transformar as informações das coordenadas intrínsecas para as coordenadas físicas, globais do objeto de análise. Essa transformação é apresentada na Figura 19.

Figura 19 - Transformação de espaços



Fonte: Agrawal e Gautam (2019) - Adaptado

2.3.3.1.1 Elementos Hexaédricos

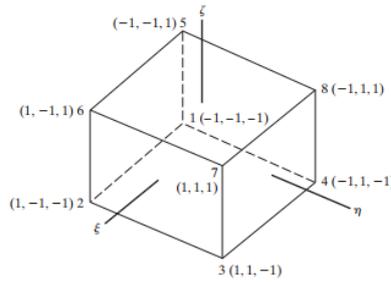
Conforme apontado por Mendonça e Fancello (2019), o domínio padrão dos elementos hexaédricos é um cubo bi unitário definido por $D^3 = \{(\xi, \eta, \zeta): \xi, \eta, \zeta \in R, -1 \leq \xi, \eta, \zeta \leq 1\}$.

De acordo com Fish e Belytschko (2009), o mapa para o domínio físico para um elemento hexaédrico de oito nós é dado pela Equação 84

$$\begin{cases} x(\xi, \eta, \zeta) = N_i(\xi, \eta, \zeta)x^e \\ y(\xi, \eta, \zeta) = N_i(\xi, \eta, \zeta)y^e \\ z(\xi, \eta, \zeta) = N_i(\xi, \eta, \zeta)z^e \end{cases} \quad (84)$$

Na qual $N_i(\xi, \eta, \zeta)$ são as funções de forma hexaédrica com oito nós definidas no sistema de referência adotado. O elemento hexaédrico de oito nós é ilustrado na Figura 20.

Figura 20 - Exemplo de elemento hexaédrico de 8 nós (trilinear)



Fonte: Chandrupatla, e Belegundu (2012) - Adaptado

Segundo Chandrupatla, e Belegundu (2012), a função de forma para este elemento é dada pela Equação 85.

$$N_i = \frac{1}{8} (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta) (1 + \zeta_i \zeta) \quad i = 1 a 8 \quad (85)$$

Na qual (ξ_i, η_i, ζ_i) representa a coordenada do nó i do elemento no sistema de coordenadas natural (ξ, η, ζ) utilizado. O deslocamento nodal do elemento é representado como a partir da Equação 86:

$$q = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_{24}]^T \quad (86)$$

Pode-se usar a função de forma N_i para definir os deslocamentos em um ponto arbitrário no elemento com base nos termos nodal do elemento, conforme apresentado por Chandrupatla, e Belegundu (2012) na Equação 87.

$$\begin{cases} u = N_1 q_1 + N_2 q_4 + \dots + N_8 q_{22} \\ v = N_1 q_2 + N_2 q_5 + \dots + N_8 q_{23} \\ w = N_1 q_3 + N_2 q_6 + \dots + N_8 q_{24} \end{cases} \quad (87)$$

O procedimento é similar para os elementos de ordem superior. As funções de forma para o elemento hexaédrico de 27 nós são apresentadas no trabalho de Mendonça e Fancello (2019).

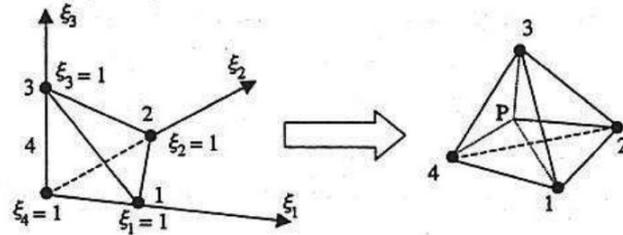
2.3.3.1.2 Elementos Tetraédricos

Fish e Belytschko (2009), mostram que as coordenadas do tetraedro de ponto P são indicadas por ξ_1, ξ_2, ξ_3 e ξ_4 conforme ilustrado na Figura 21. Ainda de acordo com o autor, tais pontos definem as coordenadas de volume, pois para qualquer ponto P no domínio físico subdivide-se o volume do elemento tetraédrico (Ω^e) em quatro tetraedros, como apontado na formulação da Equação 88.

$$\xi_1 = \frac{\text{Volume de } P234}{\Omega^e}; \quad \xi_2 = \frac{\text{Volume de } P134}{\Omega^e} \quad (88)$$

$$\xi_3 = \frac{\text{Volume de } P124}{\Omega^e}; \quad \xi_4 = \frac{\text{Volume de } P123}{\Omega^e}$$

Figura 21 - Sistema de coordenadas e sistema físico do elemento tetraédrico



Fonte: Fish e Belytschko (2009) – Adaptado

Com isso, Fish e Belytschko (2009) definem as funções de forma do elemento tetraédrico com quatro nós como sendo o valor resultante da Equação 89:

$$N_i = \xi_i \quad (89)$$

Assim como para os elementos hexaédricos, há também um elemento de ordem superior para os tetraédricos, sendo neste caso o tetraedro de dez nós. A função de forma de tal elemento é fornecida por Fish e Belytschko (2009) e é apresentada na Tabela 3

Tabela 3 - Função de forma tetraedro de 10 nós. Adaptado: Fish e Belytschko (2009)

i	$\xi_1(x_i, y_i)$	$\xi_2(x_i, y_i)$	$\xi_3(x_i, y_i)$	$\xi_4(x_i, y_i)$	$N_i(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$
1	1	0	0	0	$2\xi_1(\xi_1 - 1/2)$
2	0	1	0	0	$2\xi_2(\xi_2 - 1/2)$
3	0	0	1	0	$2\xi_3(\xi_3 - 1/2)$
4	0	0	0	1	$2\xi_4(\xi_4 - 1/2)$
5	1/2	1/2	0	0	$4\xi_1\xi_2$
6	0	1/2	1/2	0	$4\xi_2\xi_3$
7	1/2	0	1/2	0	$4\xi_1\xi_3$
8	1/2	0	0	1/2	$4\xi_1\xi_4$
9	0	1/2	0	1/2	$4\xi_2\xi_4$
10	0	0	1/2	1/2	$4\xi_3\xi_4$

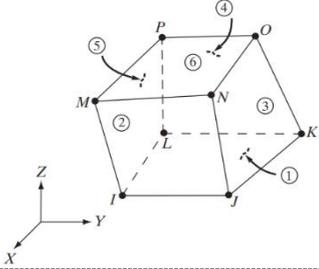
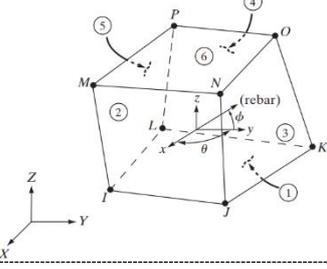
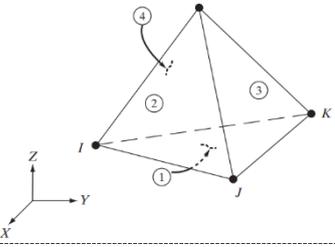
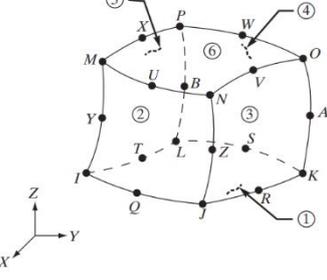
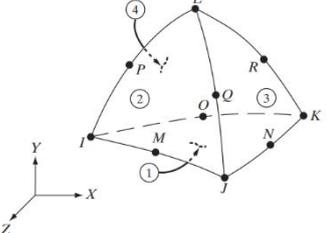
2.3.3.2 Elementos Sólidos Ansys

O Ansys apresenta diversos tipos de elementos tridimensionais (sólidos), os quais podem ser subdivididos quanto à sua aplicação em problemas físicos. Como o foco do trabalho

gira em torno de um problema de análise estrutural, este tópico mostrará apenas elementos que são empregados neste tipo de análise.

Moaveni (2015) apresenta uma série de exemplos de elementos tridimensionais utilizados em análise estrutural, e estes são apresentados de forma resumida na Tabela 4.

Tabela 4 - Elementos Ansys (Adaptada - Moaveni (2015))

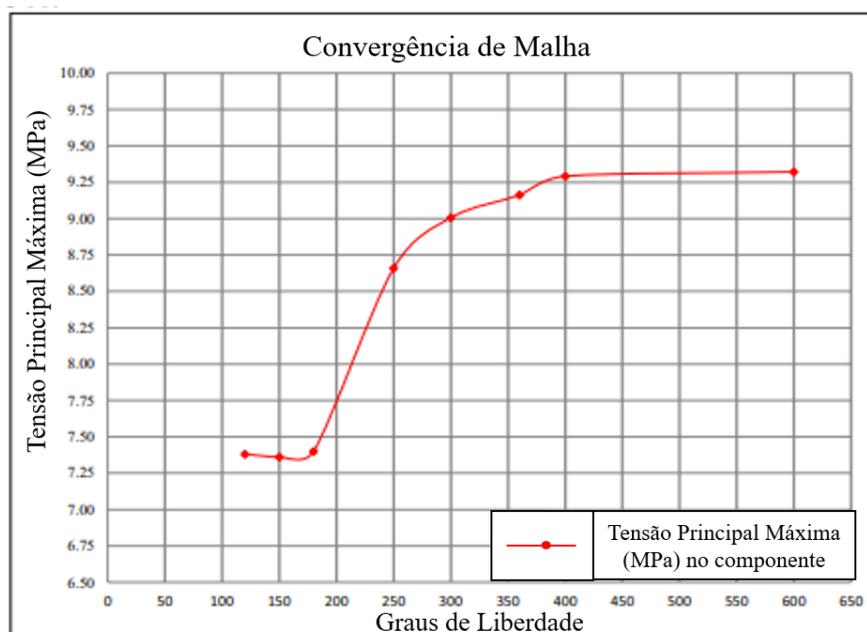
Nome do Elemento	Descrição	Elemento
Solid185	<p>É um elemento hexaédrico de 8 nós, que geralmente é utilizado para modelar problemas de sólidos isotrópicos. Cada um dos nós possui três graus de liberdade translacionais.</p> <p>Pode ser utilizado também para análise de grandes deflexões e deformações, bem como plasticidade e fluência. Sua solução consiste em deslocamentos nodais.</p>	
Solid65	<p>É um elemento hexaédrico de 8 nós, utilizado para modelagem de problemas de concreto armado ou materiais compósitos reforçados. Cada um dos nós possui três graus de liberdade translacionais.</p> <p>O elemento pode ser utilizado para análise de rachaduras geradas por tensão normal ou esmagamento por compressão. Sua solução consiste em deslocamentos nodais.</p>	
Solid285	<p>É um elemento tetraédrico de quatro nós com elemento de pressão nodal. Cada nós tem três graus de liberdade translacionais bem como uma pressão hidrostática. Sua saída é similar aos demais elementos.</p>	
Solid186	<p>É o elemento hexaédrico de 20 nós, no qual cada nó possui três graus de liberdade translacionais. Pode ser entendido como a versão de ordem superior do Solid185.</p>	
Solid187	<p>É um elemento tetraédrico de 10 nós, no qual cada nó possui três graus de liberdade translacionais.</p>	

2.3.4 Análise de convergência de malha

Um domínio contínuo pode ser subdividido em diversas partes, de modo a se ter os elementos e nós do sistema discreto. Porém, deve-se ressaltar que neste procedimento pode-se variar o tamanho do elemento e o seu tipo, conforme mostrado no tópico anterior. Para cada análise deve-se buscar uma relação entre a resposta obtida e o custo computacional envolvido, visto que o acréscimo de elemento (redução da malha) tende a aumentar a precisão da solução, porém eleva potencialmente o custo computacional. Deve-se garantir também que a resposta seja independente da malha utilizada. (ANSYS, 2010; LIU, GLASS, 2013; SHRUTI, *et al.*, 2021)

Fiorani (2009) define que modelos matemáticos eficazes são aqueles que fornecem a resposta desejada com uma precisão suficiente e menor custo computacional possível. A análise de convergência de malha visa exatamente encontrar a melhor relação custo-benefício entre o número de nós do sistema e a resposta obtida. Patil e Jeyakarhikeyan, (2018), realizam um estudo de convergência para realização de uma análise estrutural em uma engrenagem. É mostrado que a partir de determinado ponto o incremento do número de graus de liberdade, não gera melhorias nos resultados. Destaca-se que o número de graus de liberdade é diretamente proporcional ao número de elementos. É apresentado na Figura 22 a avaliação feita pelos autores.

Figura 22 - Análise de convergência de malha



Fonte: Patil e Jeyakarhikeyan, (2018) – Adaptada

A convergência da malha se faz importante para reduzir o gasto computacional durante o processo de análise. Conseguir-se com essa prática otimização das análises feitas e maior confiabilidade dos resultados. Como pode-se observar na Figura 22, a partir de 400 graus de liberdade (DOF – *Degrees of Freedom*) não se observa melhoria nos resultados. Os trabalhos supracitados mostram que o incremento do número de nós / elementos, e conseqüentemente do número de graus de liberdade, não necessariamente agregam maior precisão à simulação. Com isso, a verificação da convergência da malha, nesta pesquisa será utilizada para otimização do tempo de análise, utilizando uma discretização que alinhe acuracidade, com um menor custo computacional. Sua utilização é importante, pois trabalha-se com uma abordagem teórica e comparativa e não experimental, conforme será abordado na próxima seção, de Metodologia.

2.3.5 Análises via método de elementos finitos

Há diversos tipos de simulações e análise possíveis a serem realizadas utilizando ferramentas computacionais que aplicam o método de elementos finitos. De modo geral, as avaliações numéricas em um *software* que utiliza este tipo de método pode ser dividida em três grandes etapas, sendo estas:

- Pré-processamento:
 - Geração da geometria (*Design*) – Responsável por criar uma representação geométrica em uma, duas ou três dimensões;
 - Definição dos materiais – Define-se o material por meio de suas propriedades e o aplica a todos os elementos do sistema;
 - Modelagem do problema – Responsável por representar a física do conjunto, como por exemplo o contato entre as lâminas;
 - Malha de elementos finitos - Discretização do problema contínuo em um número finito de elementos que são conectados por nós;
- Processamento:
 - Condições de contornos – Parte responsável por determinar a modelagem do problema, sendo exemplos a aplicação de carregamentos, deslocamento e apoios;
 - Cálculos numéricos para solução do problema – Etapa responsável por resolver numericamente as equações diferenciais associadas ao problema modelado;
- Pós-processamento:

- Resultados – Torna a solução gráfica para a verificação e visualização do fenômeno estudado;
- Interpretação da solução – Análise dos resultados gerados.

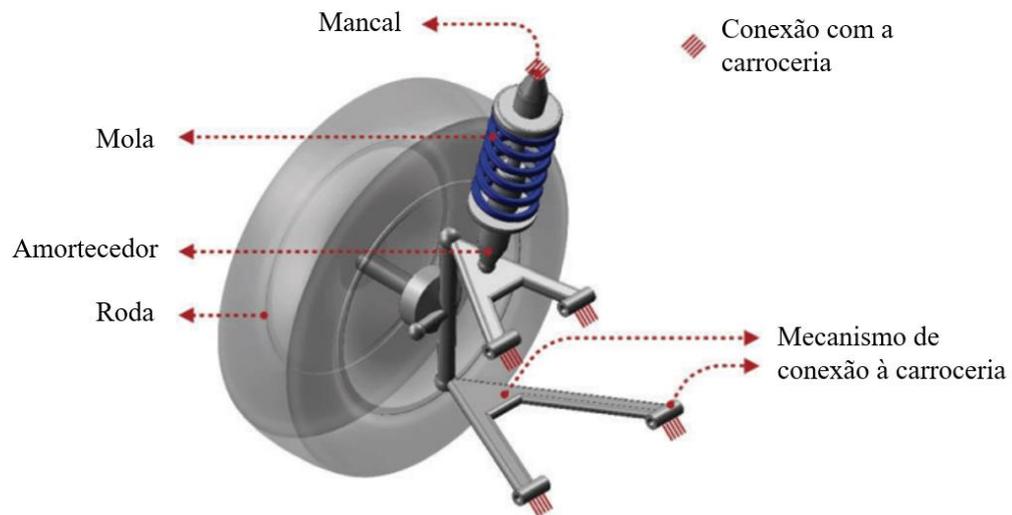
Dentre as diversas possibilidades de análises a serem executadas utilizando MEF, verificou-se que as mais adequadas para a avaliação seriam a análise estática, modal e de fadiga, conforme executado nos trabalhos de Nayak *et al.*, (2020) e Varma *et al.*, (2021). O intuito destas análises é observar e concluir a influência de cada uma das variáveis de interesse. As análises selecionadas, bem como seus objetivos e variáveis avaliadas são detalhadas nos tópicos a seguir:

- Análise Estática: Conforme apresentado por Ali, Manuel, *et al.* (2020), esse tipo de análise permite verificar o comportamento da deformação e tensões cisalhantes, normais e equivalente em função do carregamento imposto ao sistema. Com isso é possível tornar o sistema mais eficiente por meio da avaliação destes parâmetros;
- Análise Modal: De acordo com Noronha, Yesudasan e Chancko (2020), nesta análise obtêm-se as frequências naturais e formas modais (*mode shapes*) para uma determinada estrutura sob vibrações livres. Com isso, é possível realizar uma avaliação vibracional do componente de forma isolada e verificar faixas de frequências críticas;
- Análise de Fadiga: Segundo Loganathan, Kumar e Madhu (2020), esse tipo de avaliação permite prever o número de ciclos das feixes de mola antes de atingirem a falha para um determinado carregamento. Sendo assim, é possível determinar a durabilidade do sistema, ponderando a vida útil para determinadas condições de carregamento. Destaca-se que essa avaliação foi utilizada somente nos modelos do problema proposto.

2.4 Suspensão veicular

A suspensão veicular é responsável por absorver as vibrações e esforços mecânicos oriundas da pavimentação externa na qual o veículo está se locomovendo, promovendo conforto aos ocupantes, dirigibilidade, manobrabilidade, segurança, redução de ruído e estabilidade ao automóvel, conforme relata Ijagbemi *et al.*, (2016). De acordo com Jiregna e Sirata (2020), este sistema é composto pela combinação de pneus, molas, amortecedores e mecanismos que unem o veículo as rodas, possibilitando seu deslocamento de maneira confortável. É ilustrado na Figura 23 um exemplo de suspensão.

Figura 23 - Exemplo de suspensão veicular



Fonte: Adaptado de Goodarzi e Khajepour (2017)

Conforme destaca Goodarzi e Khajepour (2017), o mecanismo pode conter um ou mais braços que conectam as rodas à carroceria do veículo, sendo responsável também por transferir todas as forças e momentos geradas entre a interação solo e veículo. Ainda de acordo com os autores as molas são os elementos elásticos da suspensão, cuja função é armazenar energia e absorver os esforços gerados, sendo o componente mais importante do sistema. Os autores ainda reforçam que os amortecedores minimizam os impulsos vindos do ambiente externo. Este sistema é responsável por controlar e definir o comportamento dinâmico vertical do veículo, sendo o dimensionamento das molas e amortecedores primordiais para o correto funcionamento do conjunto.

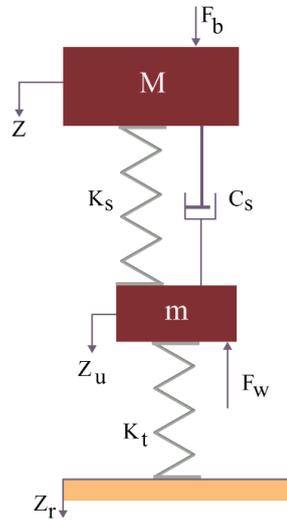
2.4.1 Dinâmica vertical e Deflexão Máxima

Conforme exposto na modelagem de feixes de mola, a deflexão máxima do componente está associada à sua rigidez. Logo, tem-se que essa variável é de fundamental importância para o comportamento dinâmico vertical de um veículo. Para análise desta dinâmica vertical, há um modelo simplificado suspensão veicular, denominado de *quarter car* (um quarto do veículo) apresentado por Gillespie (1992) e ilustrado na Figura 24. Analisando a figura em questão percebe-se que o deslocamento da massa suspensa também está associado a rigidez da mola e por consequência à sua deflexão máxima.

De acordo com Freitas (2006) o modelo apresentado na Figura 24 também é conhecido como clássico e pode ser entendido como uma massa suspensa M representando a massa total

da carroceria, suportada por uma suspensão simplificada ou primária que é conectada à uma massa não suspensa " m ", associada à massa da roda e do eixo.

Figura 24 - Modelo simplificado de suspensão



Fonte: Gillespie (1992)– Adaptado

Na qual: F_b é a força atuante em M ; Z é o deslocamento da massa suspensa (curso da suspensão); K_s é a rigidez da suspensão associada principalmente ao elemento de mola, C_s é o coeficiente de amortecimento da suspensão; Z_u é o deslocamento da massa não suspensa, K_t é a rigidez do pneu; F_w é a força aplicada na massa não suspensa; e Z_r é o deslocamento da pista / solo.

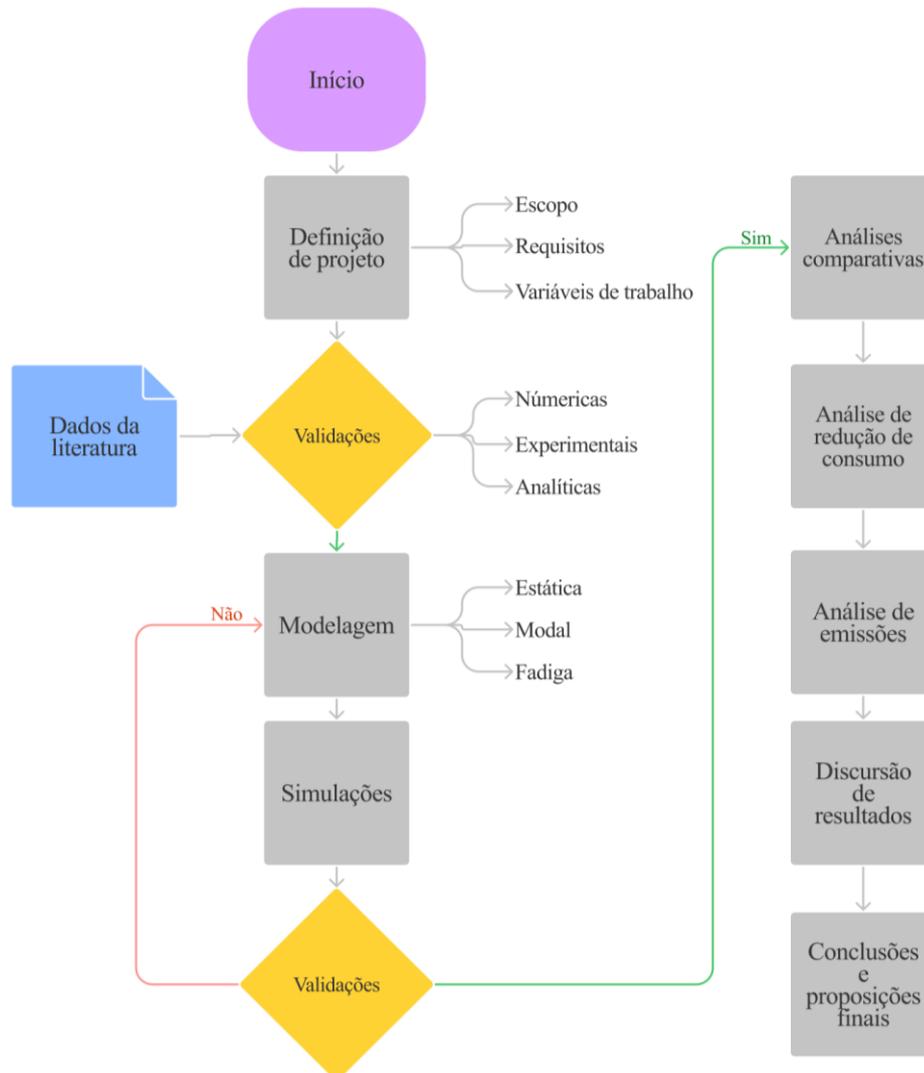
Tomando como base o modelo da Figura 24, tem-se que o deslocamento máximo da massa suspensa ou curso da suspensão é definido em função das características geométricas do amortecedor e mola. Vale salientar ainda, que os componentes móveis e juntas presente nas configurações de suspensões influenciam nessa determinação pois agregam limitações geométricas e restrições de graus de liberdade.

Visando a preservação do amortecedor e demais componentes, definiu-se a deflexão máxima da mola, como sendo menor que o curso da suspensão, de modo que em caso de sobrecarga do sistema não sejam extrapolados os valores limites. Partindo dessa premissa de projeto e considerando que o curso do amortecedor seja igual a 180 mm, definiu-se que a deflexão máxima sofrida pela mola não seja superior 160 mm. Ressalta-se que os valores escolhidos como referência não estão associados à somente uma aplicação, mas sim a um caso geral de um sistema com feixe de molas.

3 METODOLOGIA

O presente capítulo tem por objetivo descrever as principais etapas e métodos para o desenvolvimento do estudo proposto. São apresentados os tópicos referentes à cada uma das fases do projeto. Apresenta-se na Figura 25 o fluxograma de atividades adotado neste trabalho.

Figura 25 - Metodologia adotada



Fonte: Próprio Autor

3.1 Escopo e definições do estudo

O referido trabalho visa realizar um estudo paramétrico em projetos de feixes de molas aplicadas à suspensão veicular. Como se trata de um sistema com diversas aplicações, fez-se necessário delimitar o campo de atuação de tal conjunto. Para isso, foi realizada uma análise das aplicações do componente e executado um estudo das definições e limitações de cada tipo de veículo, de acordo com as entidades regulamentadores.

Conforme apontado por Kothari e Patel (2014) feixes de mola são amplamente utilizadas em veículos de carga, pesados e em sistemas ferroviários. Ainda segundo o autor, o componente é responsável por suportar carregamentos verticais e atenuar as vibrações oriundas dos desníveis das estradas, apresentando grande potencial para otimização, visto que representa de dez a vinte por cento da massa não suspensa do veículo.

De acordo com o Artigo 96 Código de Transito Brasileiro (1997) (CTB), os veículos são classificados de acordo com a forma de tração, tipo de veículo e categoria. Avaliando separação quanto à espécie, estes ainda são subdivididos e definidos como: (BRASIL, 1997)

- Carga – são destinados ao transporte de carga, podendo levar até dois passageiros, excluindo o condutor;
- Competição – desenvolvidos exclusivamente para competições;
- Passageiro – destinado ao transporte de pessoas e bagagens;
- Misto – incumbido de transporte simultâneo de passageiros e cargas.

Tomando como base as aplicações de feixes de mola, suas vantagens e as definições supracitadas, optou-se por trabalhar com sistemas utilizados em veículos de carga e misto, tais como caminhonetes, SUV (*Sport Utility Vehicle* – Veículo Utilitário Esportivo), caminhões, dentre outros. Na Figura 26 apresentam-se alguns exemplos das categorias selecionadas.

Figura 26 - Exemplos de veículos de carga e Misto



Fonte: Próprio Autor

3.2 Requisitos de Projeto

Por se tratar de um estudo de um sistema mecânico, fez-se necessário definir os requisitos básicos do projeto, para que se possa avaliar as variáveis de interesse de forma isolada. Tomando como base a modelagem de feixe de molas, a teoria de vigas que se relaciona

com as monolâminas e os conceitos associados ao projeto de suspensão veicular, definiu-se como dados de entradas para o trabalho as seguintes informações:

- Deflexão máxima;
- Carga máxima;
- Limitações geométricas;
- Análises a serem realizadas.

3.2.1 Carga Máxima

Conforme mencionado anteriormente o CTB classifica os veículos de acordo com a sua categoria, tipo e forma de tração. Entretanto, há uma classificação regida pela ABNT NBR 13766 que os subdivide tais automóveis em função do número de passageiros e peso bruto total (PBT). O último termo foi definido como sendo a soma da massa do veículo e da carga. Apresenta-se na Tabela 5 a classificação presente na referida norma.

Tabela 5 - Classificação de veículos de acordo com ABNT NBR 13776 (Adaptado – Portaria N° 268 (INMETRO, 2013))

Tipo	Sigla	Definição
Fora de Estrada	G	
Com menos de Quatro Roda	L	
Transporte de passageiro com pelo menos quatro rodas	M	Veículos rodoviários que contêm pelo menos quatro rodas e foi projetado e construindo para transporte de passageiros
	M1	Veículos de passageiros com menos de 8 assentos
	M2	Veículos de passageiros com mais de 8 assentos e PBT não superior a 5000 kg
	M3	Veículos de passageiros que contenham mais de 8 assentos e PBT superior a 5000 kg
Transporte de carga com pelo menos quatro rodas	N	Veículos automotores construídos e projetados para o transporte de carga
	N1	Veículos de carga com PBT não superior 3500 kg
	N2	Veículos de carga com PBT superior a 3500 kg e inferior a 12000 kg
	N3	Veículos de carga com PBT superior a 12000 kg.
Reboques	O	Categoria de reboques e semirreboques.

Para definição da carga máxima suportada pelo sistema, realizou-se uma avaliação dos tipos de veículos presentes em cada uma das classes mencionadas na Tabela 5. Com base na definição do escopo do trabalho e nos veículos presente em cada categoria apresentada, selecionou-se como valor limite para o estudo paramétrico um carregamento de 3500 kg.

3.2.2 Limitações geométricas

O espaço disponível para o elemento de mola em uma suspensão veicular é particular para cada aplicação em veículo, isso porque a disponibilidade geométrica está relacionada com a configuração, tipos de chassi e demais componentes presentes no sistema. Embora o referido trabalho atue em um caso geral feixes de mola, faz-se necessário fixar os valores do comprimento total e altura máxima disponível, de modo que se possa avaliar somente os parâmetros de interesse. Sendo assim, realizou-se uma avaliação das soluções disponíveis no mercado, analisando diferentes tipos de aplicações e configurações, objetivando com isso, definir um valor médio geral.

Tendo por base o banco de dados apresentados por Cindumel (2020), definiu-se o comprimento total do conjunto com valor de 1500 mm e uma altura máxima disponível igual a 180 mm. O último valor citado, está ligado também ao curso do amortecedor. Mais uma vez, destaca-se que a seleção desses valores não está associada à uma aplicação específica ou pré-determinada, mas sim a um caso geral dentro do escopo do trabalho.

3.3 **Variáveis de trabalho**

Para o estudo paramétrico definiu-se como variáveis de análise: parâmetros geométricos de largura e espessura; formatos dos feixes de mola; materiais a serem aplicados; número de lâminas mestres e graduadas; tipo de fixação entre os olhais e o elemento de mola. Cada uma dessas variáveis é explorada e detalhada nos tópicos a seguir.

3.3.1 Parâmetros Geométricos

Conforme apresentado no tópico de revisão bibliográfica, os parâmetros geométricos influenciam de maneira direta os valores de tensões, deformações, rigidez e durabilidade do componente. Logo, fez-se necessário avaliar a influência destas variáveis de forma isolada e quando combinado com a alteração de outros fatores.

3.3.2 Formas dos feixes de mola

Os feixes de mola podem ser d vidas em duas categorias, sendo a primeira os feixes de molas e a segunda, as monolâminas. Essa última também pode ser compreendida como um caso especial da primeira, na qual se tem somente uma lâmina. Pode-se ainda trabalhar com a divisão em fun o de sua forma, podendo ser classificadas como elíptica, semielíptica ou ainda um quarto de elipse como foi apresentado no tópico de Revisão Bibliográfica e na Figura 2. Devido às aplica es em suspensões veiculares e as defini es realizadas no escopo do trabalho, o estudo concentrou-se nos dois últimos formatos citados.

3.3.3 Material

Os materiais influenciam de maneira direta a resposta de qualquer componente mecânico, visto que são estes que dão as propriedades e características ao sistema. Sendo assim, a varia o deste importante parâmetro se mostra fundamental no estudo. Com base nos dados da revisão bibliográfica selecionou-se como materiais para o presente estudo a liga de aço SAE 5160 e o compósito de fibra de vidro epóxi do tipo E unidirecional. O primeiro   vastamente utilizado para fabrica o de feixe de molas devido a suas características mecânicas. Já o segundo foi selecionado devido   sua viabilidade financeira associada às propriedades favoráveis do material para aplica o em feixes de mola.

Nas avalia es realizadas, os materiais foram aplicados de maneira isoladas nos modelos, porém avaliou-se também a combina o de ambos, obtendo um material conjunto híbrido entre o aço e o compósito. Com base nesta jun o, foi possível realizar um estudo paralelo da posi o ótima das camadas de cada um dos constituintes, criando assim uma combina o otimizada.

3.3.4 Número de lâminas

A quantidade de lâminas como se sabe, aplica-se somente aos feixes de mola. Tal varia o permite a constru o de diversos modelos com diferentes características, possibilitando assim, definir uma geometria que melhor se adequa ao escopo estabelecido.   possível ainda avaliar a massa e a resposta dinâmica do conjunto, de modo a se selecionar a soluço mais adequada ao objetivo da aplica o. Por meio de uma análise estática e modal verificou-se a influência do acréscimo do número de lâminas mestres e graduadas.

3.4 Validação

O processo de validação do estudo se deu por meio da utilização de dados da literatura e comparativo com a solução analítica. Conforme apontado por Kat e Els (2011), esse processo é fundamental para ganho de confiabilidade no processo e certificação da modelagem realizada. Foram utilizados modelos de feixe de molas convencionais e monolâmina de seção constante para os formatos de um quarto de elipse e semielíptico. Foram selecionados trabalhos acerca dos modelos citados, replicando-se as geometrias apresentadas nesses estudos, aplicando as condições de contorno do trabalho proposto. Com isso executou-se simulações, obtendo resultados de tensões e deformações. E por fim realizou-se um comparativo entre os dados apresentados na literatura e os obtidos por intermédio das avaliações realizadas. Com base nas informações apresentadas na norma SAE HS 788 (1980) e no trabalho experimental e comparativo de Teli, Chavan e Phakatkar.(2019) definiu-se como critério um erro máximo de 5%.

O intuito desta avaliação foi verificar se as condições de contorno adotadas estão de acordo com o fenômeno modelado. Para seleção dos dados de referências da validação, optou-se por trabalhos recentes e que apresentassem dados experimentais ou analíticos junto a simulação via MEF, visando aumentar o grau de confiabilidade do estudo. Sendo assim, o procedimento proposto utiliza na validação análises numéricas, experimentais e analíticas.

3.5 Modelagem do problema

O trabalho neste ponto é subdividido em duas vertentes, a primeira a análise da influência dos parâmetros, a segunda a proposição de modelos alternativos. Para o primeiro caso, utilizou-se modelos de feixe de molas e monolâminas convencionais, calculados por meio das formulações matemáticas apresentadas no tópico de revisão bibliográfica. Destaca-se ainda que se utilizou modelos no formato de um quarto de elipse e semielíptico, que foram submetidos a análises estáticas e modal, verificando a influência gerada pela variação dos parâmetros na resposta de tensão, deformação, massa e frequência natural.

O outro caminho percorrido pelo trabalho gira em torno da proposição de modelos alternativos de feixes de mola. Para feixe de molas foi proposto um sistema híbrido, composto pelo material compósito e aço e um no formato parabólico. Já para monolâmina optou-se por trabalhar com variação da seção transversal nas configurações em aço e híbrida (fibra de vidro epóxi e aço).

Com a criação dos modelos expostos para as duas vertentes é possível avaliar o comportamento do componente quando submetido a cada variação de parâmetro e ainda comparar os modelos propostos com os projetos convencionais. Apresenta-se na Figura 27 exemplos dos modelos selecionados para o estudo.

Figura 27 - Exemplos de modelos



(A) – Espessura e largura Constante



(B) – Espessura variável e largura Constante



(C) – Largura variável espessura constante

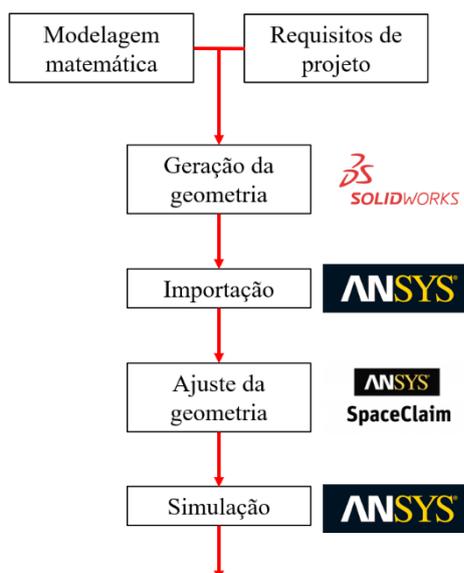


(D) – Largura e espessura variáveis

Fonte: Ke *et al.* (2019) – Adaptado

Para criação das geometrias foi utilizado o *software* CAD (*SolidWorks*[®]). Destaca-se que os modelos tridimensionais desenvolvidos se basearam nas formulações matemáticas expostas e nos requisitos de projetos previamente definidos e apresentados. De posse da primeira versão da geometria, realizou-se o processo de importação para *software* CAE (*Computer Aided Engineering* – Engenharia Assistida por Computador) selecionado para a realização do estudo, sendo este denominado de *Ansys Workbench*[®]. Um passo importante no processo de importação que deve ser ressaltado é a verificação e ajuste da geometria utilizando a ferramenta *SpaceClaim*. Apresenta-se na Figura 28 o fluxograma da geração da geometria.

Figura 28- Fluxograma do processo de criação dos modelos



Fonte: Próprio Autor

3.6 Simulações

Foram selecionadas algumas análises para realização do estudo paramétrico de feixes de mola. Foi utilizado o *software* CAE de elementos finitos denominado de *Ansys Workbench*[®]. Tal sistema permite a modelagem de diversos tipos de materiais, tais como: os elásticos lineares, os não lineares, os com dependência de parâmetros dentre outros. Além disso, o sistema permite a realização do estudo de diversas físicas, permitindo a realização de análises estruturais, térmicas, fluidodinâmicas, eletromagnéticas, de manufatura e sistemas eletroeletrônicos, como exposto por Alvarenga (2019).

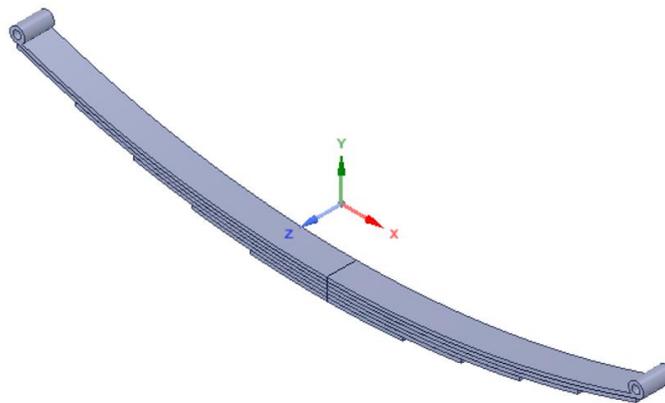
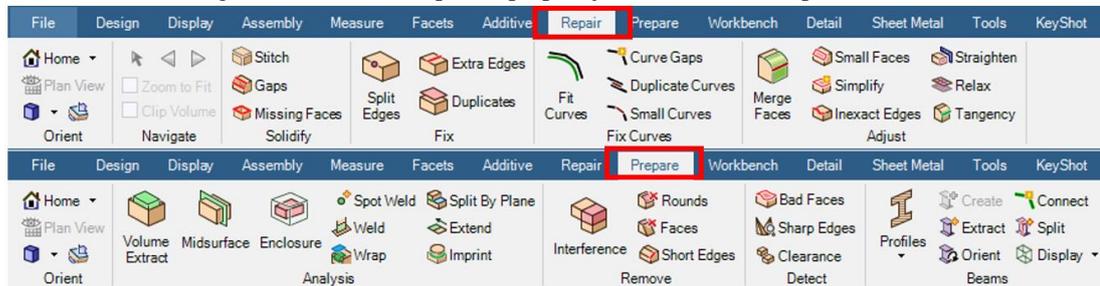
3.6.1 Design

As geometrias desenvolvidas em softwares CAD apresentam um elevado nível de representatividade do modelo real de um determinado componente. Entretanto, para simulações numéricas, o nível elevado de detalhes pode interferir na qualidade da solução, podendo gerar distorção dos elementos e inviabilizar a convergência da solução. No processo de importação é comum algumas regiões serem afetadas, gerando falhas no modelo inicialmente criado, como a geração de arestas e superfícies indesejáveis.

Para contornar os problemas de importação e excesso de informações irrelevantes do modelo, utiliza-se a estratégia de simplificação do modelo, podendo ser exemplificado pela eliminação de pequenos furos e chanfros. Tal tarefa é executada por meio de ferramentas / módulos que realizam a verificação da geometria de modo a encontrar falhas no modelo

importado. Para o referido estudo, utilizou-se o pacote *SpaceClaim* do *Ansys* para a realização dos ajustes do modelo. Para isso, utilizou-se as ferramentas das abas de reparo e preparação, conforme exemplificado na Figura 29.

Figura 29 - Abas de reparo e preparação do modelo no SpaceClaim



Fonte: Próprio Autor

3.6.2 Definição das propriedades dos Materiais

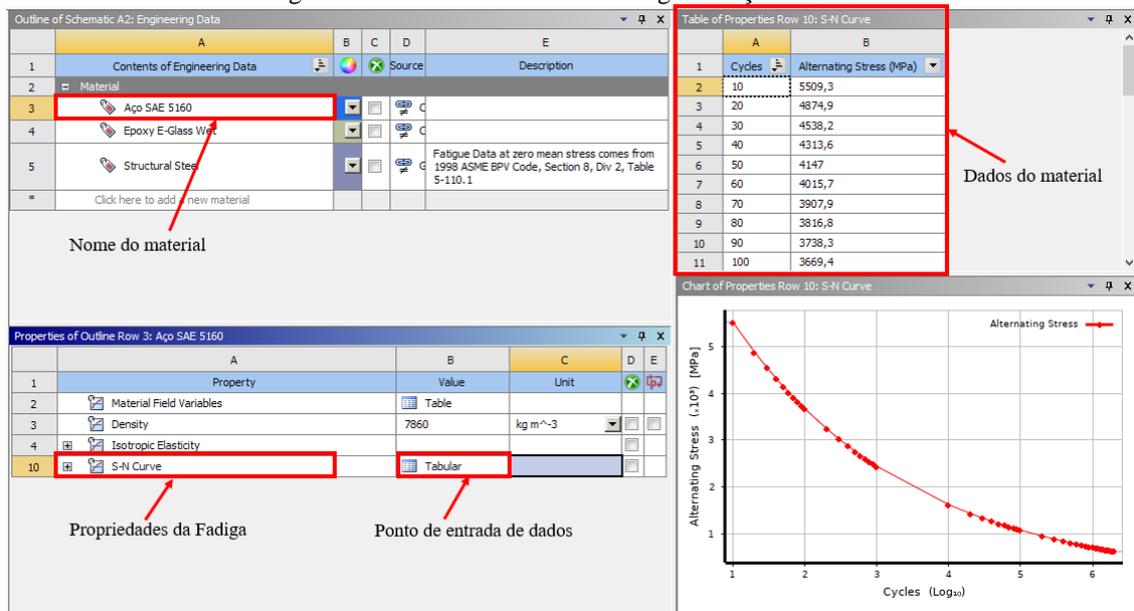
De posse do modelo tridimensional com as devidas correções realizadas no software de simulação numérica, faz-se necessário definir as propriedades dos selecionados para a continuidade do estudo. Para as propriedades do aço SAE 5160, utilizou-se os dados fornecidos Possamai (2015) e na norma SAE HS J788, conforme exposto na Tabela 6.

Tabela 6 - Propriedades do Aço SAE 5160 (Adaptado Possamai (2015))

Amostra	Limite de Escoamento (MPa)	Limite de Resistência a Tração (MPa)	Módulo de Elasticidade (GPa)
Nº 1	-	1554	-
Nº 2	1392	1555	-
Nº 3	1409	1553	-
Média	1401	1554	-
Desvio Padrão	4,0	5,0	-
Valor de Referência Norma SAE HS J788	1170 – 1550	1300 - 1700	190 – 210

Para a análise de fadiga dos modelos propostos, faz-se necessário alimentar o *software* com a curva de tensão por número de ciclos do material, sendo esta conhecida como S-N (*Stress Life*). Para determinação destes valores utilizou-se os dados apresentados por Possamai (2015). A alimentação dessas informações no *Ansys Workbench*[®] ocorre por meio da inserção de valores na forma de tabela, correlacionando o número de ciclos com a tensão alternada gerada. Esse processo é exemplificado na Figura 30.

Figura 30 - Entrada de dados de fadiga do Aço SAE 5160



Fonte: Próprio Autor

Para o material compósito epóxi / fibra de vidro, utilizou-se as informações disponíveis na biblioteca do *Ansys Workbench*[®]. para o material “*Epoxy E-Glass Wet*”. Essa escolha se deu, devido a confiabilidade da informação disponível e a inviabilidade da caracterização do material em laboratório. Esse compósito possui fibras de vidro unidirecionais e uma relação entre volume de fibra e matriz próxima a 0,5. As informações desse material são apresentadas na Tabela 7.

Tabela 7 - Propriedades do compósito Fibra de Vidro Epóxi

Propriedades	
Módulo de Elasticidade na direção X [MPa]	45000
Módulo de Elasticidade na direção Y [MPa]	10000
Módulo de Elasticidade na direção Z [MPa]	10000
Coefficiente de Poisson XY	0,3
Coefficiente de Poisson YZ	0,4
Coefficiente de Poisson XZ	0,3

Módulo de Cisalhamento XY (MPa)	5000
Módulo de Cisalhamento YZ (MPa)	3846,2
Módulo de Cisalhamento XZ (MPa)	5000
Resistência a tração direção X (MPa)	1000
Resistência a tração direção Y (MPa)	35
Resistência a tração direção Z (MPa)	35
Resistência a compressão direção X (MPa)	-675
Resistência a compressão direção Y (MPa)	-120
Resistência a compressão direção Z (MPa)	-120

A curva de tensão por ciclos de vida do material compósito foi obtida por meio de uma equação analítica apresentada por Hwang e Han (1986), conforme exposto na Equação 90. A relação foi obtida e validada por meio de resultados experimentais.

$$N = [B(1 - r)]^{\frac{1}{c}} \quad (90)$$

Na qual, N é o número de ciclos até a falha, r é a relação entre a tensão aplicada e o limite de ruptura do material (σ_a/σ_u), B e c são constantes do material valendo respectivamente 10,33 e 0,14012 para compósitos de Fibra de vidro epóxi.

Para elaborar a curva S-N do material, manipulou-se matematicamente a Equação 1, de modo a se escrever a tensão aplicada em função das propriedades do material e do número de ciclos, conforme exposto na Equação 91. Em seguida, alimentou-se *Ansys Workbench*[®] com os dados obtidos, conforme já descrito.

$$\sigma_a = \sigma_u - \frac{N^c \cdot \sigma_u}{B} \quad (91)$$

3.6.3 Modelagem do sistema

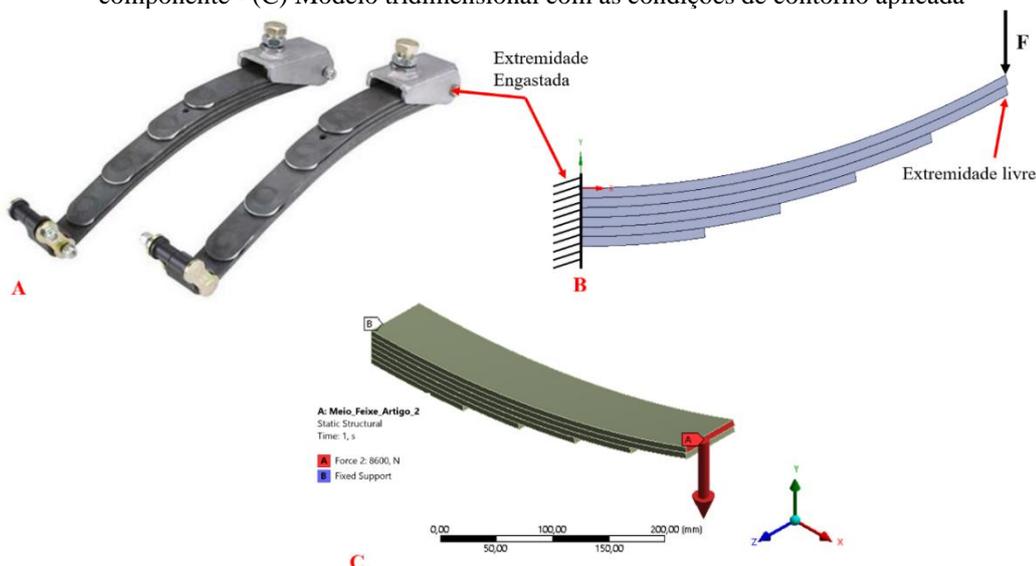
O trabalho concentra-se na aplicação de molas no formato de um quarto de elipse e semielípticas. Foi necessária uma modelagem para cada uma das variantes selecionadas, de modo que a simulação fosse fiel ao comportamento real do objeto em análise. Foram definidas as condições de contorno, avaliou-se o tipo contato entre as lâminas, e determinou-se os locais de aplicação do carregamento. Ressalta-se aqui, que todas as definições foram baseadas nos dados disponíveis na literatura e em avaliações das aplicações de cada formato de molas em suspensões veiculares.

Avaliando os pontos de fixação das molas no formato de um quarto de elipse no veículo, nota-se que a extremidade de maior espessura é fixada por pinos na carroceria do veículo, sendo restrito todos os graus de liberdade desta face. Ainda, nota-se que a outra extremidade é fixada ao eixo das rodas por meio de um dispositivo conhecido como “jumelo”. Tal componente permite o movimento de rotação ao longo do eixo transversal e o de translação na horizontal.

Ao se avaliar o eixo das rodas, sabe-se que este possui movimento de translação na vertical e transversal, sendo assim, tem-se que o problema pode ser modelado como possuindo uma extremidade engastada e a outra livre. Sob o ponto de vista de carga, tem-se que o local de aplicação encontra-se na região sem restrição de movimento, isso porque as solicitações da suspensão advêm do conjunto de rodas e eixos.

Como base nas conclusões supracitadas, elaborou-se um diagrama de corpo livre (DLC) do componente, de modo a avaliar se o sistema apresenta todas as restrições definidas e necessárias. Finalizada essa etapa, iniciou-se as definições do modelo no software, selecionando o tipo as condições de contorno ideal e as faces de aplicação do carregamento. Para o referido trabalho, utilizou-se na região de engastamento a restrição do tipo “*Fixed Support*” e uma carga pontual aplicada na face da primeira lâmina. É apresentado na Figura 31 um exemplo real da mola, o diagrama de corpo livre desenvolvido para modelagem e as configurações impostas no *Ansys Workbench*[®].

Figura 31 - (A) Exemplo de mola no formato de um quarto de elipse - (B) Diagrama de corpo livre do componente - (C) Modelo tridimensional com as condições de contorno aplicada



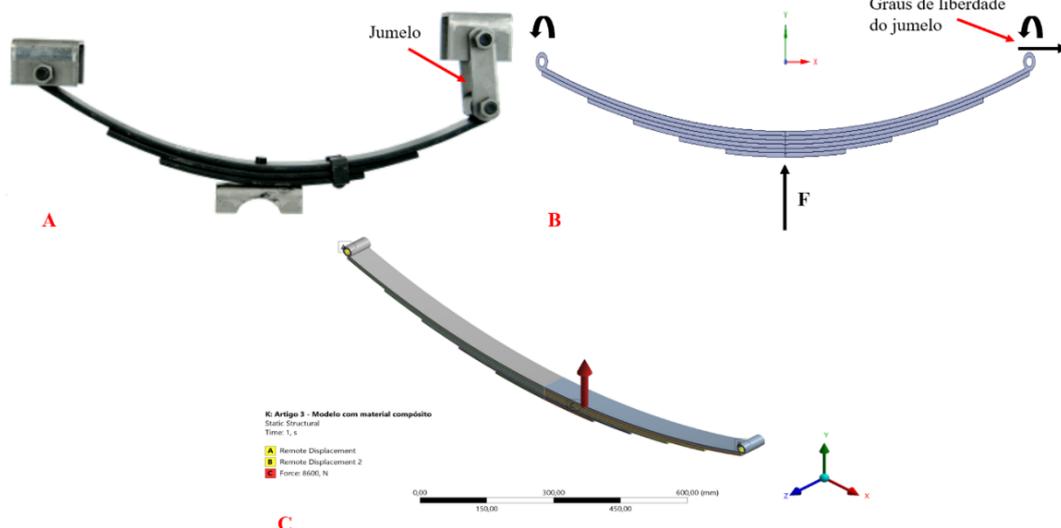
Fonte: Próprio Autor

Para a mola em lâmina do tipo semielíptica, realizou-se uma avaliação similar ao caso anterior, notando que ambas as extremidades são fixadas ao chassi do veículo por meio de olhais, enquanto a região central do componente é unida ao eixo por meio de parafusos do tipo

U. Um dos olhais é fixado ao jumelo, permitindo rotação ao longo do eixo transversal e translação na horizontal. O outro olhal possui apenas o movimento de rotação ao longo da transversal. A carga, nessa situação é considerada no ponto de fixação ao eixo, sendo considerado neste estudo o centro da mola em lâminas.

Com base na avaliação anterior, desenvolveu-se o diagrama de corpo livre do componente. Em seguida, deu-se início a aplicação das condições de contorno do problema no *software*. Para os olhais, utilizou-se as restrições do tipo “*Remote Displacement*” que permite definir valores ou deixar livre as rotações e translações nos três eixos coordenados. Na carga, avaliou-se duas possibilidades, sendo a primeira uma carga normalmente distribuída no face inferior da última lâmina e a outra uma força remota (*Remote Force*) aplicada a coordenada de interesse. Ambos os tipos de carregamento apresentaram resultados idênticos. Para melhorar a compreensão, é apresentado na Figura 32 um exemplo real do modelo, o diagrama de corpo livre desenvolvido e as condições de contorno impostas.

Figura 32 - (A) Exemplo de mola do tipo semielíptica - (B) Diagrama de corpo livre do componente - (C) Modelo tridimensional com as condições de contorno aplicada



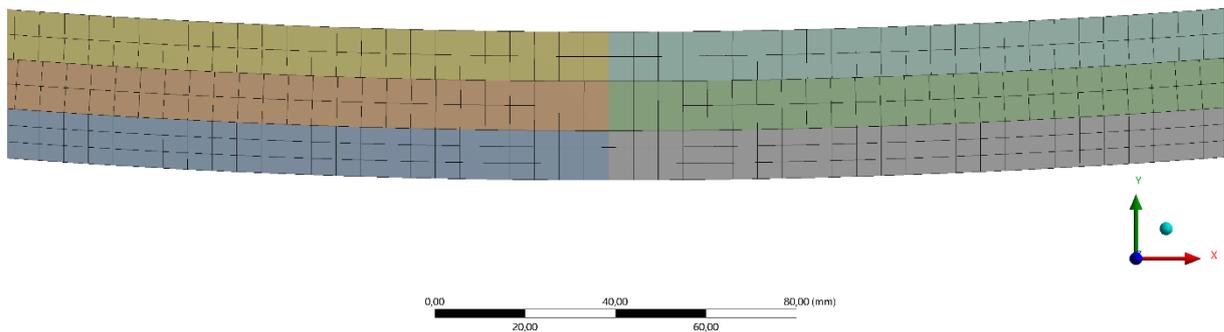
Fonte: Próprio Autor

Definida as condições de contorno, avaliou-se o tipo de contato entre as lâminas, de modo a modelar o problema de acordo com o funcionamento real do componente. Para esta análise considerou-se os modelos e o tipo de material utilizado. Para os feixes de molas e os materiais SAE 5160 e Fibra de Vidro/ Epoxi definiu-se o tipo de contato como sendo o “No Separation”. Tal escolha se deu por meio da avaliação das restrições impostas pelos grampos e pinos central e com base nas avaliações feitas por Arora, Aggarwal e Bhushan (2011), Kumar e Aggarwal (2013) e Panem, *et al* (2019).

Já para o material híbrido, foi utilizada uma combinação entre os tipos de contatos. Para os contatos presentes em uma mesma lâmina, adotou-se o tipo “*Bonded*”, essa escolha foi

definida com base no processo de fabricação entre o material metálico e compósito. Para a interface entre as lâminas, utilizou-se o contato “*No Separation*”. Ressalta-se aqui, que para todos os casos, optou-se por não permitir a penetração entre os elementos, ou seja, os elementos de um componente não adentram os da vizinhança, conforme exposto na Figura 33.

Figura 33 - Malha sem penetração dos elementos.



Fonte: Próprio Autor

3.6.4 Discretização

Com as definições das condições de contorno, iniciou-se o processo de discretização dos modelos. Em um primeiro momento, utilizou-se a malha de elementos finitos gerada automaticamente pelo sistema. Essa estratégia foi utilizada para se ter um ponto de partida dos dados da malha, tais como tipo de elemento, tamanho dos elementos e inspeção visual da qualidade da malha.

Com base nos dados obtidos, realizou-se um processo de refino da malha por meio da redução do tamanho dos elementos utilizados. Nesse processo avaliou-se os sistemas com os elementos SOLID186 e SOLID187, sendo estes respectivamente do tipo hexaédrico e tetraédrico. Ambos são utilizados em análise tridimensionais e são apropriados para os cálculos estruturais e são apropriados para grandes deflexões e deformações, conforme mostrado por Moaveni (2015). Como a malha utilizada é estruturada e os elementos hexaédricos tendem a apresentar maior acuracidade, adotou-se o elemento SOLID186.

Visando a otimização do custo computacional envolvido no processo, realizou-se uma análise de convergência de malha para todos os modelos. Esse processo se deu por meio da comparação dos valores de tensão e deformação obtidos ao se aumentar o número de elementos.

Definiu-se como critério de parada uma variação menor que 2% do valor anterior. Destaca-se ainda, que os elementos de contato utilizados foram o CONTA174 e TARGE170.

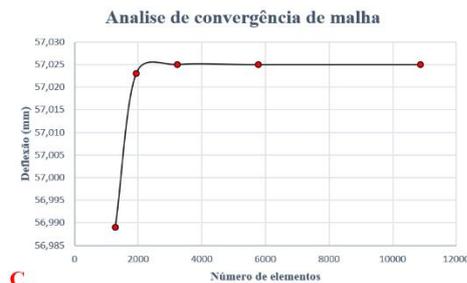
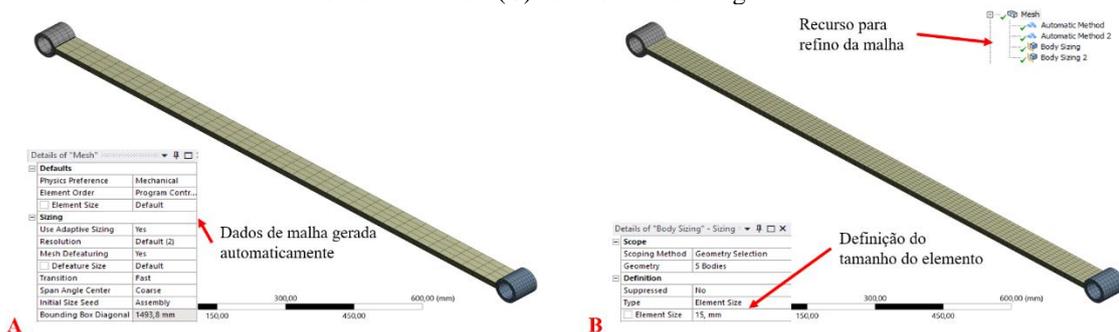
Devido ao fato de cada modelo possuir dimensões próprias, o número de elementos e de nós variou entre as geometrias. Para ilustrar o processo realizado e refino da malha, é apresentado na Figura 34 um exemplo do sistema discretizado de forma padrão pelo *software* (A), uma malha gerada com base na definição do tamanho do elemento (B) e um gráfico mostrando a convergência de valores da malha gerada.

3.6.5 Análise estática

Para a realização da análise estática dos modelos criados, utilizou-se a ferramenta interna do *Ansys Workbench*[®] denominada de *Static Structural* (Estática Estrutural). Esse pacote permite verificar o comportamento da estrutura quando submetidos a cargas estáticas, possibilitando uma avaliação das deformações, tensões e deslocamentos gerados pelo carregamento.

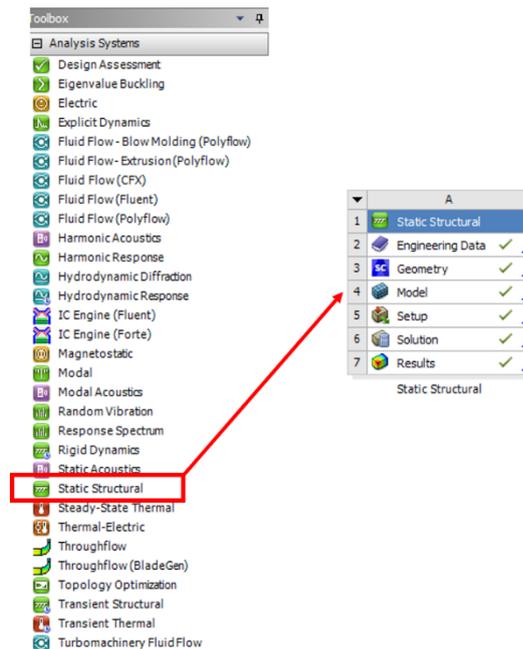
Outro ponto que merece destaque é o fato desta ferramenta modelar problemas lineares e não lineares, o que viabiliza a modelagem mais completa do sistema. A solução primária gerada são os deslocamentos nodais, que posteriormente são transformados por meio das equações matemáticas e relações constitutivas do material na variável de interesse. É apresentado na Figura 35 a árvore de projetos e a aba de análise estática estrutural.

Figura 34 - (A) Exemplo de malha gerada automaticamente - (B) Malha gerada com base na definição do tamanho do elemento - (C) Análise de convergência de malha



Fonte: Próprio Autor

Figura 35 - Árvore de Projeto da Ferramenta Static Structural

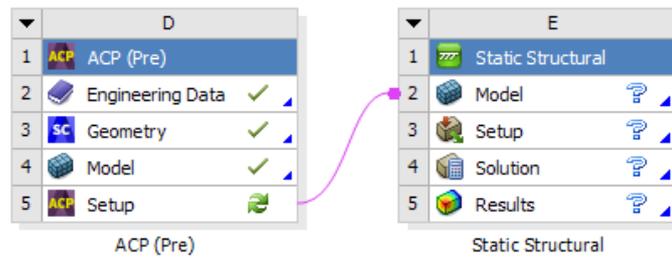


Fonte: Próprio autor

Destaca-se aqui, que para as avaliações dos materiais compósitos utilizou-se o pacote ACP (*Ansys Composite PrePost*). Essa ferramenta é uma extensão do *Ansys Workbench*[®] que permite a definição e variações de parâmetro do material, como por exemplo orientação das fibras, espessura das camadas, número de camadas, dentre outros. O ACP é dividido em pré e pós processamento. No primeiro têm-se as definições do material e das camadas do compósito, bem como da geometria a ser utilizada, enquanto o outro permite a visualização dos resultados e avaliações específicas dos compósitos.

Para a realização do estudo utilizando o ACP fez-se necessário transformar os modelos sólidos gerados em superfícies, pois como já mencionado, a espessura da camada é definida dentro da própria ferramenta. Para a execução da análise estática, modal e de fadiga, acoplou-se as informações geradas no ACP na respectiva avaliação, conforme ilustrado na Figura 36.

Figura 36 - Exemplo de acoplamento das informações do ACP na análise estrutural estática



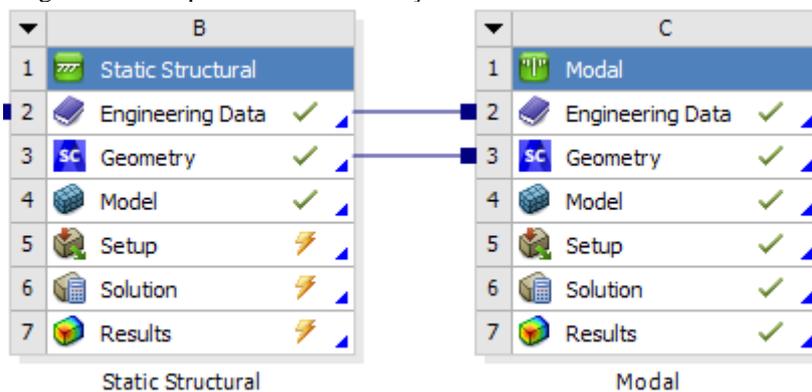
Fonte: Próprio Autor

3.6.6 Análise Modal

Com o intuito de verificar o comportamento de vibrações livre do componente, realizou-se uma análise modal por meio do módulo *Modal* do *Ansys Workbench*. Essa ferramenta permite avaliar os modos de vibração e frequências naturais do componente, o que proporciona avaliar os pontos de operação críticos de operação do sistema. Além disso, as informações obtidas por meio desta análise são utilizadas para avaliações dinâmicas e harmônicas mais profundas.

Para realização dessa simulação, utilizou-se os dados presentes no módulo *Static Structural*, visto que os dados dos materiais, geometria e condições de contorno não foram alterados. Ilustra-se Figura 37 o processo supracitado.

Figura 37 - Acoplamento de informações entre as análises estática e modal



Fonte: Próprio Autor

3.7 **Análise da Influência dos parâmetros**

Para avaliar a influência de cada parâmetro de forma isolada, fixou-se as demais variáveis e avaliou-se o comportamento da tensão, deformação e massa em cada um dos componentes quando submetido a uma variação da variável de interesse. Apresenta-se nos tópicos a seguir o procedimento para avaliação de cada um dos parâmetros.

3.7.1 Impacto da variação de largura e de espessura.

Esta avaliação utilizou um feixe de molas convencionais com três lâminas no formato de um quarto de elipse. A espessura do componente foi fixada em 15 mm e variou-se a largura de 40 mm a 75 mm com um passo 5 mm. Um procedimento similar foi realizado para variação de espessura, porém neste caso, fixou-se a largura em 60 mm e variou-se a espessura de 8 a 15 mm com um passo de 1 mm.

3.7.2 Formato feixe de molas

Para a presente avaliação, fez-se necessário desenvolver dois modelos de feixes de molas com características da seção transversal e materiais similares, modificando somente seu formato e modelagem, sendo um na forma de um quarto de elipse e outro semielíptico. O mesmo procedimento foi realizado para um par de monolâmina.

O intuito dessa avaliação foi verificar possíveis divergências na modelagem para os formatos supracitados e confirmar a simetria do componente, permitindo com isso replicar um modelo simplificado para outros casos.

3.7.3 Troca de material

Para a avaliação do material criou-se um feixe convencional de 3 lâminas, com largura de 50 mm, espessura de 15 mm, distância entre olhais de 1500 mm e condições de contorno similares. Para uma primeira avaliação aplicou-se o material SAE 5160; em um segundo momento compósito formato por fibra de vidro epóxi.

Avaliou-se as deflexões, tensões, massa e frequência naturais dos modelos, de modo a avaliar o impacto gerado em cada uma dessas variáveis e verificar a se simples troca de material é possível.

3.7.4 Incremento do número de lâminas

O intuito dessa avaliação foi verificar a influência gerada pelo incremento de lâminas graduadas, para isso, manteve-se os parâmetros geométricos da seção transversal de cada lâminas, condições de contorno e propriedades do material. Avaliou-se nos modelos o caso com 2, 3, 4 e 5 lâminas graduadas.

3.7.5 Incremento do número de lâminas mestres

Avaliou-se os impactos gerados pelo aumento do número de lâminas. Assim como para os demais casos, manteve-se os demais parâmetros e verificou-se de forma isolada o aumento do número de lâminas mestres, variando de 1 a 3 lâminas mestre.

3.8 **Problema Proposto**

3.8.1 Feixes de molas

Foram propostos dois novos modelos, ambos comparados a um feixe convencional obtido por meio da modelagem matemática apresentada no tópico de revisão de bibliográfica. O primeiro caso, trata-se de um feixe híbrido feito em fibra de vidro epóxi e aço SAE5160. Cada lâmina deste feixe possui 50 mm de largura e 16 mm de espessura, valores esses iguais ao do feixe convencional. Esses parâmetros foram definidos tomando como base a deflexão máxima de 150 mm e a tensão do aço SAE5160. Já o comprimento da lâmina mestre foi definido como a média dos valores encontrados em veículos de carga leve do tipo furgão disponíveis no mercado¹.

Cada lâmina foi subdividida em 5 camadas de 3,2 mm, sendo esse o menor valor comercial disponível conforme apresentado na Tabela 2. A primeira parte da análise foi verificar qual a melhor distribuição dos materiais, bem como a proporção adequada entre aço e compósito. Posteriormente realizaram-se análises estáticas e modais para avaliar os impactos gerados, comparando com a redução de massa gerada.

A outra proposição realiza foi de um feixe com variação parabólica na espessura das lâminas feito em aço SAE5160. Para isso, determinou-se por meio de modelagem analítica a espessura da raiz e calculou-se a variação ao longo do comprimento. Posteriormente foi feito um comparativo dos resultados de tensão e deformação com os valores obtidos para um feixe convencional.

3.8.2 Novos modelos de monolâminas

Para o presente estudo foram propostos novos modelos de monolâminas: híbrido; de largura variável; de espessura variável; e combinação entre esses. Para cada uma dessas geometrias criadas, realizou-se análise estática e modal, a fim de verificar se os requisitos de

¹ Cindumel - Catálogo técnico de linha geral de feixes de mola

projetos foram alcançados. Destaca-se que em caso de divergência com o objetivo imposto, uma nova modelagem era realizada, conforme sugerido no fluxograma da Figura 25

Os modelos utilizados são explanados a seguir:

- Híbrido: Para esse modelo, a metodologia adotada é similar a utilizada para o feixe de molas híbridas. Calculou-se uma monolâmina convencional e realizou-se a divisão da sua espessura em camadas, sendo avaliada a posição a ser inserido o material compósito e qual a melhor proporção;
- Espessura variável e largura fixa: Para o desenvolvimento da geometria da monolâmina, foi utilizado como base a teoria de vigas, na qual fixou-se uma largura e uma tensão admissível de projeto. Em seguida, calculou-se a espessura ideal para cada ponto ao longo do comprimento, de modo a se ter a variação do parâmetro;
- Largura Variável e espessura constante: A ideia de variação de parâmetros é similar ao que foi apresentado no tópico anterior. Escolheu-se uma tensão de trabalho e uma determinada espessura e variou-se a largura com base nos parâmetros determinados;

Finalizada as simulações realizadas, comparou-se os resultados obtidos com um feixe de molas e monolâmina convencional de modo apresentar os ganhos obtidos em especial na redução de massa e na frequência natural do componente, uma vez que requisitos de tensão e deflexão foram preestabelecidos. Com isso, foi possível observar os ganhos e desvantagens de cada um dos modelos propostos.

3.9 Análise de redução de consumo

Para realização desta avaliação utilizou-se como referência primária os valores de massa obtidos para os modelos em aço. Posteriormente, comparou-se os dados com os obtidos para os componentes otimizados, conseguindo assim, verificar a redução de massa total de massa obtida.

Para avaliar o impacto gerado no consumo de combustível, utilizou-se a Equação 92 que foi apresentada por Del Pero, Delogu e Pierini (2017). Nesta relação existe uma correlação entre a redução de massa gerada no sistema e a economia de combustível associada.

$$\Delta FC = \Delta M \cdot FRV \cdot 0,01 \quad (92)$$

Tem-se que ΔFC é a economia de combustível alcançada pela minimização da massa, ΔM é a redução da massa atingida e FRV é o coeficiente de redução de combustível em (l/100km.100kg).

Para a execução da análise definiu-se como vida útil do feixe de molas como cento e sessenta mil quilômetros (160.000 km). Esse valor foi baseado na SAE HS 788 (1980) que define alguns valores de referências. O coeficiente de redução de combustível adotado 0,4 (l/100km.100kg), o valor obtido foi uma média dos resultados apresentados por Wohlecker, Johannaber e Espig (2007), Del Pero, Delogu e Pierini (2017) e Türe e Türe (2021).

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Validação Feixe de Molas

Visando garantir a assertividade da modelagem proposta via método dos elementos finitos, executou-se um processo de validação que foi dividido em duas etapas. Para a primeira, foram previamente definidas as configurações e realizado um estudo comparativo entre os resultados obtidos por meio de simulações via MEF com os respectivos cálculos analíticos. Na segunda, foi realizado um estudo comparativo entre os resultados disponíveis na literatura e as soluções obtidas via método dos elementos finitos.

4.1.1 Analítico

Para a validação analítica, utilizou-se um feixe de molas com três lâminas, sendo duas graduadas e uma mestre. Esta configuração foi selecionada pois está presente em diversos veículos leves de carga disponíveis no mercado, como por exemplo micro-ônibus, camionetes e furgões (MARCHETTI (2019) e CINDUMEL, (2020)).

O comprimento da lâmina principal, foi definido com base nos valores disponíveis no mercado; a dimensão inefetiva foi definida como 100 mm, de modo a representar a distância entre os dois pinos U. O material adotado para esse comparativo foi o aço SAE5160, que aplicado ao longo de todo o trabalho. Os parâmetros geométricos e a carga máxima utilizada são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Dados utilizados para validação por meio de resultados analíticos

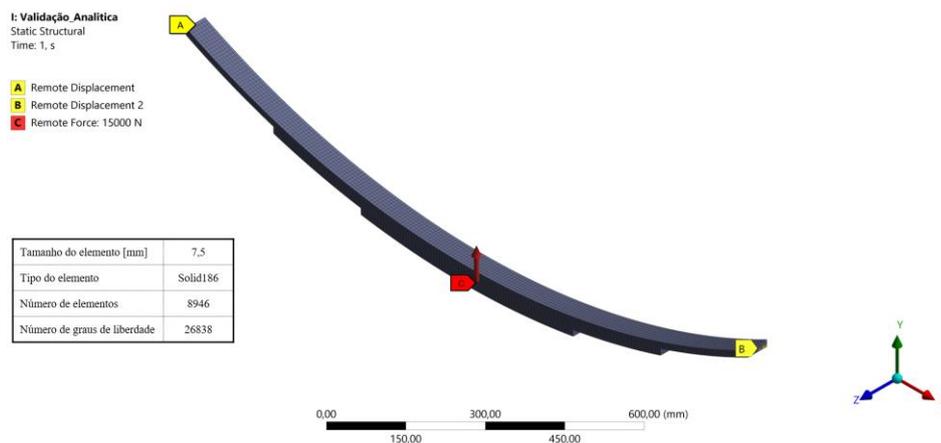
Descrição	Valor
Distância entre olhais[mm]	1500
Número de lâminas	3
Comprimento lâmina 1 (2 L1) [mm]	1500
Comprimento lâmina 2 (2 L2) [mm]	1033,33
Comprimento lâmina 3 (2 L3) [mm]	566,67
Largura [mm]	50
Espessura [mm]	15
Carga máxima [N]	15000

Os comprimentos das lâminas graduadas apresentadas na Tabela 8, foram calculados de acordo seguindo o memorial de cálculo apresentado no tópico de Revisão Bibliográfica. O equacionamento supracitado, também foi utilizado para a determinação das tensões e deflexões para as cargas de 1000 N, 5000 N, 10000 N e a condição máxima de 15000 N. Os dados

numéricos, foram gerados por meio da metodologia proposta, sendo desenvolvido o modelo tridimensional e posteriormente sua discretização para a realização de uma análise estática.

Os parâmetros da malha foram definidos a partir de um estudo de convergência, no qual variou-se o tamanho do elemento e avaliou-se a confluência dos valores de tensão normal e deslocamento máximo. O procedimento com maior nível de detalhes foi apresentado na metodologia do trabalho. O modelo discreto, bem como as condições de contorno e de malha, é apresentado na Figura 38.

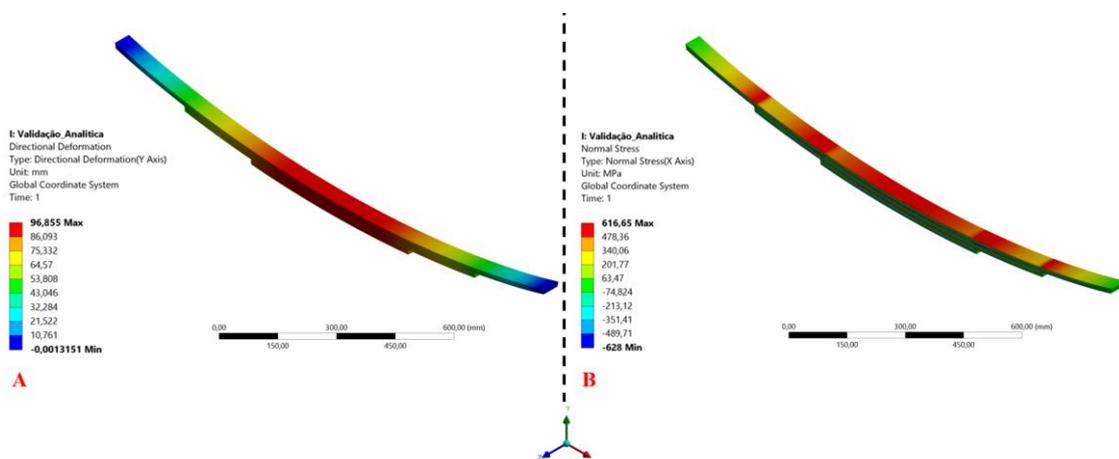
Figura 38 - Geometria de validação analítica discreta, com as respectivas condições de contorno



Fonte: Próprio Autor

A malha utilizou o elemento sólido tridimensional Solid186, o qual possui três graus de liberdade e vinte nós, apresentando boa precisão para o cálculo de tensão e deslocamento conforme apontado por ANSYS (2012). Com o sistema discreto, foi executada uma análise estática do componente. O resultado de tensão de normal e deformação para a carga de 10000 N é exposto na Figura 39.

Figura 39 - Resultado da análise estática para modelo de validação com carga de 10 kN A: Deflexão B: Tensão normal



Fonte: Próprio Autor

Avaliando os resultados apresentados na Figura 39, observa-se que a deflexão máxima é de 96,86 mm e ocorre no centro do feixe de molas, pois é nesta região que ocorre o momento fletor máximo. A tensão normal devido a flexão máxima é de -628 MPa e é observada na região mais externa de cada lâmina. Esse comportamento é causado pelo tipo de carregamento e maior distância da linha neutra. Com base nos resultados gerados por meio das simulações, realizou-se o estudo comparativo com os dados analíticos, que é apresentado na Tabela 9.

Tabela 9 - Comparativo entre resultado analítico e numérico

Resultados Deflexão			
Carga (N)	Deflexão vertical Analítica (mm)	Deflexão máxima vertical numérica (mm)	Diferença deflexão (%)
1000	9,68	9,6855	0,07
5000	48,40	48,428	0,07
10000	96,79	96,86	0,07
15000	145,19	145,28	0,07
Resultado Tensão			
Carga (N)	Tensão normal analítica (MPa)	Tensão Normal Numérica (MPa)	Diferença Tensão (%)
1000	62,22	62,80	0,93
5000	311,11	314,00	0,93
10000	622,22	628,00	0,93
15000	933,33	942,00	0,93

Avaliando as diferenças encontradas na Tabela 9, nota-se que a modelagem se mostra precisa, pois quando comparada aos resultados analíticos, nota-se um erro máximo de 0,93% para tensões normal de flexão e 0,07% para deflexões. O último parâmetro pode ser considerado exato, pois o cálculo numérico é realizado por meio de deslocamentos dos nós, sendo exato em cada um desses pontos. A pequena diferença encontrada existe devido à interpolação entre os nós para se calcular os valores em cada elemento, influenciando de forma mais acentuada o resultado de tensão. Como os erros encontrados foram inferiores a 5%, tem-se que a modelagem foi validada. O valor considerado é usualmente encontrado na engenharia e no desenvolvimento de componentes.

4.1.2 Dados da literatura

Com o intuito de ampliar a fidelidade da modelagem proposta, foi realizado também o comparativo entre os resultados obtidos numericamente com a metodologia proposta e dados

disponíveis na literatura. Destaca-se que esse procedimento foi realizado para o caso de molas no formato semielíptico e um quarto de elipse. Com isso, garante-se a confiabilidade do procedimento.

4.1.2.1 Feixe de Mola Semi-elíptico

Para validar o feixe de molas no formato semielíptico, utilizou-se o estudo desenvolvido por Naresh (2018). Os dados geométricos desse trabalho referem-se ao veículo TATA LPS 4018, um caminhão com capacidade de carga de 2,85 t. Nas avaliações executadas utiliza-se quatro materiais, sendo três compósitos e um aço. Os parâmetros do modelo, bem como as propriedades dos materiais são apresentados nas Tabela 10 e Tabela 11, respectivamente.

Tabela 10 - Parâmetros geométricos do feixe (Adaptado Naresh (2018))

Parâmetro	Valor
Comprimento total (olhal a olhal)	1250 mm
Nº de camadas com comprimento total (Nf)	2
Nº de camadas graduadas (Ng)	4
Espessura	07 mm
Largura	60 mm
Distância entre pinos U – Comprimento inefetivo	110
Carga máximo por feixe	3562,5 N
Comprimento efetivo	1176,67 mm
Cambagem	114,5 mm

Tabela 11 - Propriedades dos materiais (Adaptada – Naresh (2018))

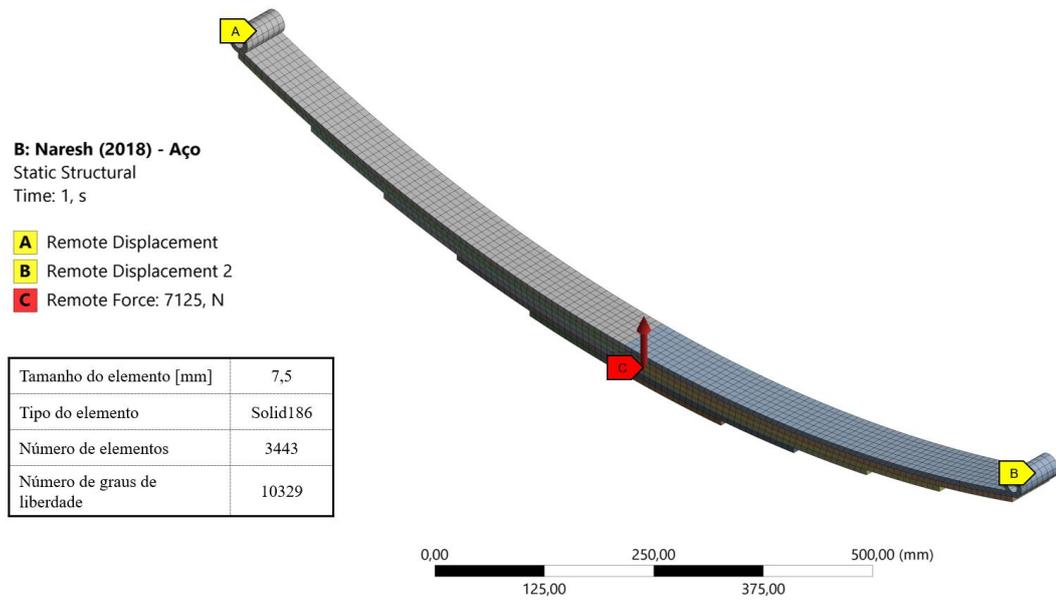
Materiais Compósitos			
Propriedade	Fibra de Vidro Epóxi	Carbono Epóxi	Grafite Epóxi
E_x (MPa)	43000	177000	294000
E_y (MPa)	6500	10600	6400
E_z (MPa)	6500	10600	6400
ν_{xy}	0,27	0,27	0,023
ν_{yz}	0,06	0,02	0,01
ν_{zx}	0,06	0,02	0,01
G_{xy} (MPa)	4500	7600	4900
G_{yz} (MPa)	2500	2500	3000
G_{zx} (MPa)	2500	2500	3000

ρ (kg/m ³)	2000	1600	1590
Aço			
Propriedade	Aço		
E_x (MPa)	200000		
ν_{xy}	0,3		
Resistência a tração (MPa)	1900 – 2400		
Limite de Escoamento (MPa)	1800		
ρ (kg/mm ³)	7800		

Para modelagem do problema, foi desenvolvido o modelo tridimensional do feixe de molas de acordo com os dados disponibilizados na Tabela 10. As condições de contorno adotados são iguais as apresentadas na metodologia, na qual considera-se um dos olhais dos feixes de molas como restrito para translação em todos os eixos e enquanto o outro possui liberdade para translação ao longo do eixo longitudinal (X). Para ambos a rotação no eixo Z é livre.

A malha adotada por Naresh (2018) é resultado do método de geração automática do Ansys Workbench. Visando trabalhar com um sistema mais refinado, realizou-se um estudo de convergência para definição dos parâmetros de malha. Baseado nesta análise, trabalhou-se com o elemento tridimensional sólido Solid186, o qual apresenta três graus de liberdade e vinte nós, com um tamanho de elemento igual 10 mm e uma malha com 3443 elementos. As condições de contorno impostas, bem como o sistema discreto e as informações da malha são apresentadas na Figura 40.

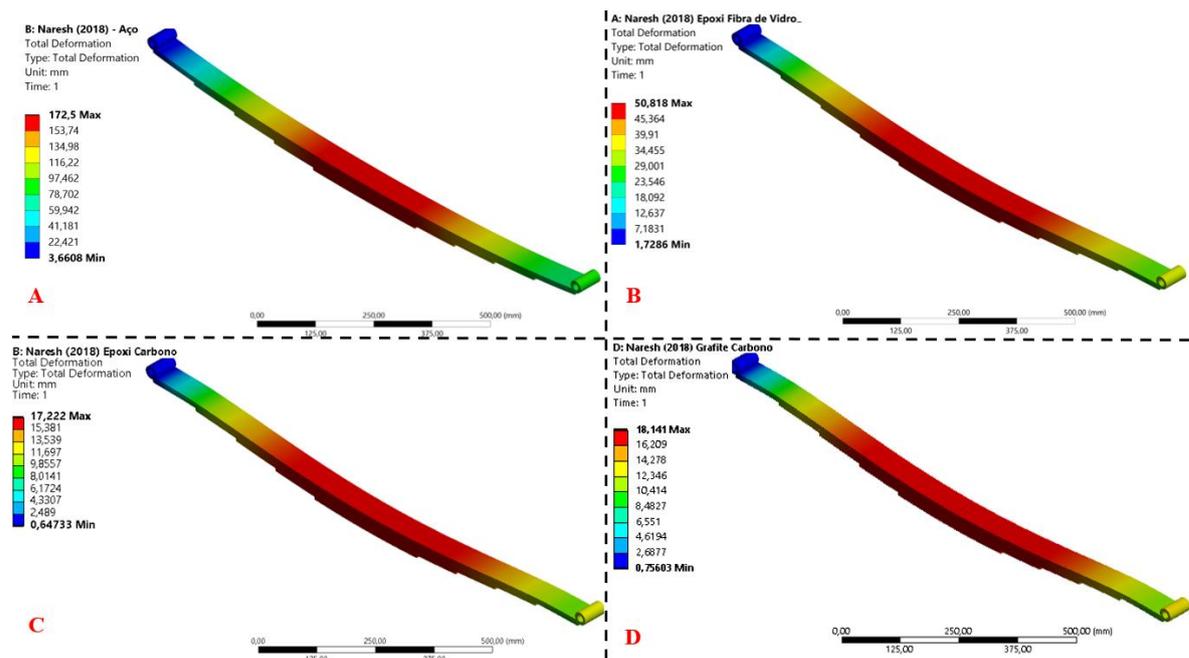
Figura 40 - Condições de contorno do modelo e malha do problema proposto por Naresh (2018)



Fonte: Próprio Autor

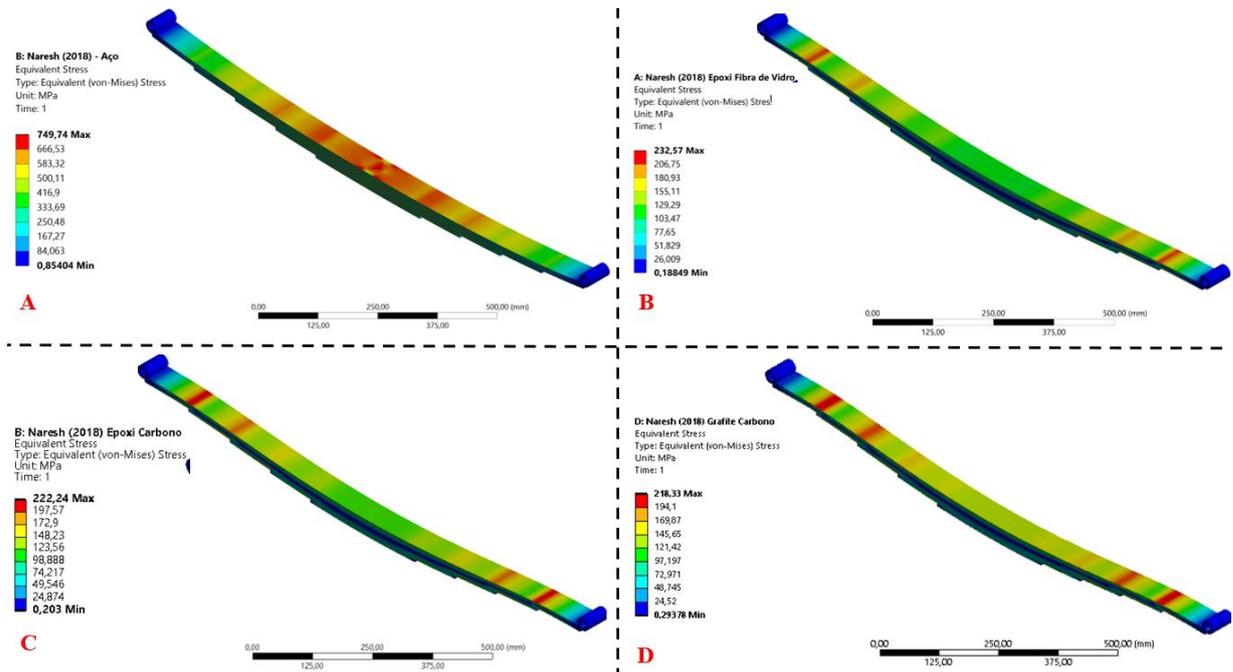
Destaca-se aqui, que para o feixe de molas feito em aço utilizou-se o contato entre as lâminas do tipo sem separação (*No Separation*), conforme exposto na metodologia. Para os modelos em compósitos utilizou-se o do tipo colado (*Bonded*). Isso se justifica pelo fato de Naresh (2018) considerar as lâminas em materiais compósitos perfeitamente coladas. Ilustra-se na Figura 41 e na Figura 42 os resultados de deslocamento total máximo e tensão de Von Mises para os quatro materiais.

Figura 41 - Resultado de deslocamento total máximo – A: Aço; B: Fibra de Vidro Epóxi; C: Fibra de Carbono Epóxi; D: Grafite Epóxi;



Fonte: Próprio Autor

Figura 42 - Resultados de tensão para validação. A: Aço; B: Fibra de vidro Epóxi; C: Epóxi Carbono; D: Grafite Epóxi.



Fonte: Próprio Autor

Baseado nos resultados apresentado na Figura 41 e na Figura 42, foi elaborado um estudo comparativo com os dados fornecidos por Naresh (2018). Visa-se com isso avaliar os resultados e validar a modelagem proposta. A avaliação realizada é apresentada Tabela 12, mostrando o erro em percentual para cada um dos materiais utilizados.

Tabela 12 - Comparativo entre os resultados apresentados por Naresh (2018) e por meio da simulação

Análise de deflexão			
Material	Naresh (2018) [mm]	Simulado [mm]	Erro [%]
Aço	175,22	172,50	1,55
Fibra de Vidro Epóxi	51,62	50,82	1,55
Carbono Epóxi	17,18	17,23	0,27
Grafite Epóxi	17,79	18,14	1,97
Análise de Tensão			
Material	Naresh (2018) [MPa]	Simulado [MPa]	Erro [%]
Aço	739,08	749,74	1,44
Fibra de Vidro Epóxi	237,49	232,57	2,07
Carbono Epóxi	229,83	226,89	1,28
Grafite Epóxi	229,15	220,88	3,61

Por meio da análise da Tabela 12 é possível notar que o erro encontrado é inferior a 5%, o que mostra que os resultados obtidos são similares aos apresentados por Naresh (2018). Um comportamento não esperado é observado nos resultados, visto que erro varia entre os materiais, tensão e deflexão. Como são empregadas as mesmas condições de contorno, malha e carregamentos, esperava-se uma maior linearidade entre os valores. A variação pode estar atrelada a diferenças na malha, uma vez que o Naresh (2018) não informa se utilizou a mesmas condições para todos os casos. Outro ponto que pode ser associado a esse fenômeno é o uso de propriedade distintas das apresentadas, porém a possibilidade é baixa, visto que a variação é pequena.

Em relação aos erros encontrados, pode-se associar essa pequena diferença a malha utilizada para realização das simulações, visto que foi feita uma análise de convergência de malha para as avaliações, enquanto Naresh (2018) adotou o método automático do *software*. Outro ponto que também pode ter de agregar erro ao sistema são as dimensões das lâminas graduadas, uma vez que foram utilizados os valores conforme a formulação matemática apresentada, já que os dados não foram expostos pelo autor. Salienta-se, porém, que os valores encontrados são muito próximo e representativos e validam a modelagem proposta, uma vez que o erro máximo foi de 3,61%

4.1.2.2 Feixe de Molas em um quarto de elipse.

O processo de validação para este formato de mola é similar ao apresentado anteriormente. Utilizou-se como referência o trabalho de Diwakar *et al.* (2018), no qual é apresentada a modelagem e comparativo entre dois feixes de molas, sendo um em aço e outro em material compósito. Como o foco é somente validar a modelagem utilizada para o modelo no formato de um quarto de elipse, utilizou-se somente os resultados da geometria em metal. Os parâmetros geométricos utilizados por Diwakar *et al.* (2018), bem como as propriedades do material adotado são expostos na Tabela 13

Tabela 13 – Parâmetros para geração da geometria e material (Adaptado Diwakar *et al.* (2018))

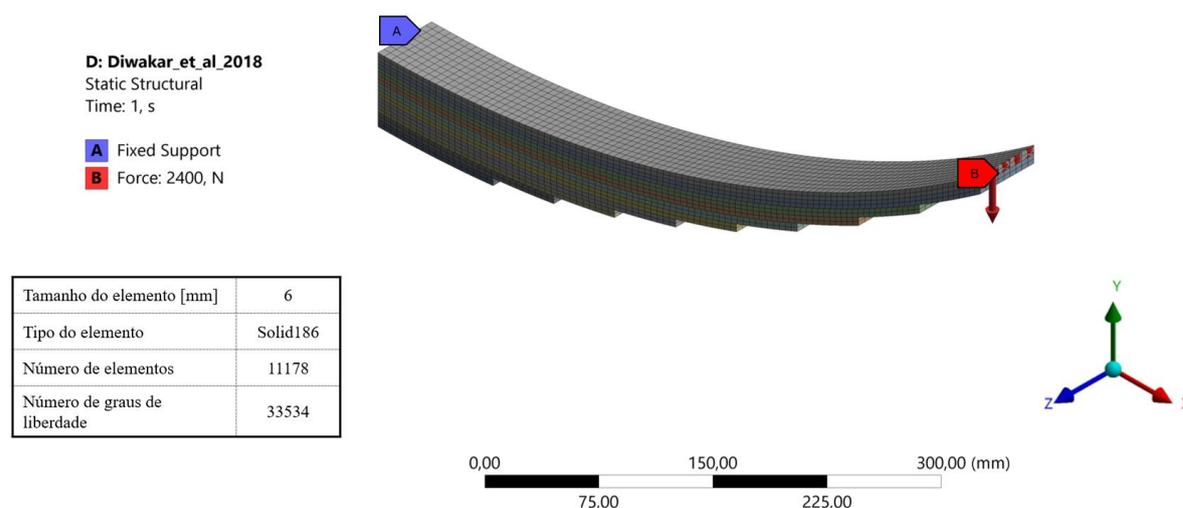
Descrição	Valor
Comprimento total (olhal a olhal) – [mm]	1120
Nº de camadas com comprimento total (Nf)	2
Nº de camadas graduadas (Ng)	8
Espessura [mm]	6
Largura [mm]	50

Carga máximo por feixe [N]	4800
Cambagem [mm]	180
Módulo de Elasticidade [GPa]	210
Coeficiente de Poisson	0,266
Módulo de Cisalhamento [MPa]	82900
Resistência a tração [MPa]	1158
Densidade [kg/m ³]	7,86

Com base nos dados apresentados na Tabela 13, foi desenvolvido o modelo tridimensional do componente, que posteriormente foi discretizado para a realização da análise estática e levantamento das informações. A malha foi elaborada com o elemento sólido tridimensional Solid186 com tamanho de 6 mm. Destaca-se que se chegou a este valor após análise de convergência de malha, uma vez que o autor não fornece os dados de sua malha, apresentando somente uma ilustração.

Para o referido modelo, aplicou-se como condições de contorno um engastamento na face na qual as lâminas são adjacentes, enquanto a outra extremidade se mantém livre. E aplicou-se um carregamento de 2400 N na região sem restrições de graus de liberdade. Ressalta-se que o contato utilizado entre as lâminas é do tipo “*No Separation*”. As condições de contorno, bem como a malha empregada são apresentadas na Figura 43.

Figura 43 - Condições de contorno e malha do problema proposto por Diwarka et al. (2018)



Fonte: Próprio Autor

Com base no modelo e condições de contorno aplicadas, executou-se uma análise estática para o levantamento de dados e comparação com os resultados apresentados por

Diwakar *et al.* (2018). O estudo desenvolvido é apresentado na Tabela 14 e tem como intuito avaliar as diferenças obtidas e verificar se os resultados à similaridade dos valores.

Tabela 14 - Comparativo de resultados obtidos por simulação e o apresentado por Diwakar *et al* (2018)

Análise Deslocamento			
Descrição	Diwakar <i>et al</i> (2018) [mm]	Simulado [mm]	Erro [%]
Deflexão máxima	120,00	118,91	0,91
Análise de Tensão			
Descrição	Diwakar <i>et al</i> (2018) [mm]	Simulado [mm]	Erro [%]
Tensão de Von Mises	521,26	496,43	4,76
Tensão Normal	588,55	598,09	1,62

Analisando a Tabela 14, observa-se que o modelo se mostrou bem representativo e o erro máximo encontrado foi de 4,76% para a tensão equivalente de Von Mises. Sabe-se que esse parâmetro é sensível à malha utilizada, pois como mostrado por Hugles (2012), a formulação de elementos finitos calcula os deslocamentos nodais e com base nesse resultado e relações dos materiais, interpola os valores da tensão. Com isso, tem-se que a malha pode ser um dos principais fatores para a distorção entre os resultados apresentado por Diwakar *et al.* (2018) e os simulados. O erro referente ao deslocamento total, também pode estar associada a utilização de uma malha muito grosseira, porém esse pode ser considerado desprezível. Sendo assim, considera-se validada a modelagem proposta, pois, o valor do erro está dentro dos limites estabelecidos para o trabalho.

4.2 Análise da Influência de Parâmetros em Feixes de Molas

Conforme exposto na metodologia, um estudo paralelo foi realizado para avaliar a influência de cada um dos parâmetros na resposta de tensão e deflexão das feixes de mola. Em algumas situações avaliou-se também os módulos de frequência. O objetivo foi verificar as variáveis de maior impacto, de modo a compreender o comportamento e propor alterações nos projetos convencionais para redução de massa com menor impacto possível nas demais variáveis. As avaliações realizadas são apresentadas a seguir.

4.2.1 Configuração do feixe.

A primeira avaliação realizada, diz respeito à configuração do feixe de molas, sendo realizado um comparativo entre o feixe no formato semielíptico e em um quarto de elipse. Tais formas foram selecionadas devido ao fato de serem as mais comuns nos veículos presentes no escopo definido para o trabalho, tais como caminhões, furgões e picapes. Visa-se também, mostrar a simetria existente entre as abordagens, de modo que seja possível usar o modelo reduzido para as demais análises de tensão e deflexão.

Para isso, foi selecionado um feixe com três lâminas, sendo duas graduadas e uma mestre. Conforme apontado e justificado no tópico de validação analítica, essa configuração é comum em veículo comerciais leve de carga, sendo por esse motivo escolhida. O material utilizado para análise foi o aço SAE5160. Os parâmetros geométricos utilizados são apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 – Parâmetros geométricos para análise de simetria

Descrição	Valor
Comprimento total (olhal a olhal) – [mm]	1500
Nº de camadas com comprimento total (Nf)	1
Nº de camadas graduadas (Ng)	2
Espessura [mm]	15
Largura [mm]	50
Carga máximo por feixe [N]	15000
Cambagem [mm]	180

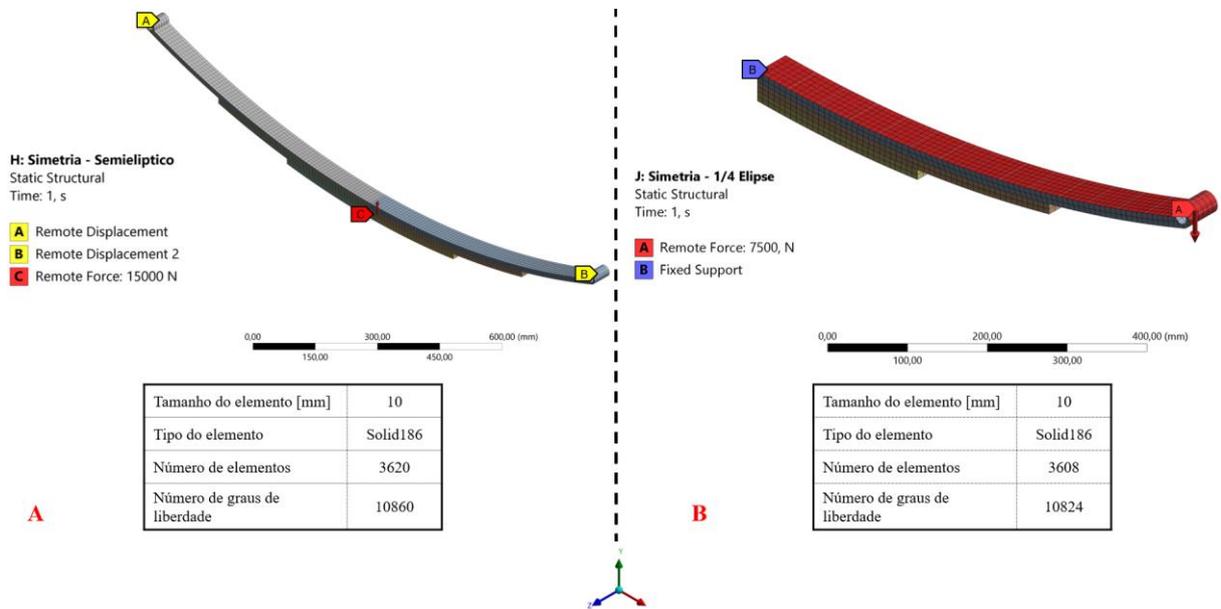
Com base nos dados da geometria, foi desenvolvido o modelo tridimensional do sistema. Posteriormente foram empregadas as condições de contorno e discretizados os conjuntos. Para a definição da malha foi realizado um estudo de convergência, conforme mencionado na metodologia deste trabalho. Com base nesta avaliação chegou-se em um tamanho de elemento igual a 10 mm.

As condições de contorno empregados seguiram a descrição da modelagem desenvolvida. Salienta-se que para a mola no formato de um quarto de elipse, utilizou-se metade da carga máxima definida. É apresentado na Figura 44 a malha dos conjuntos e as condições de contorno.

Com base na modelagem, foi executada uma análise estática e uma modal, de modo a confrontar os dados e verificar a simetria entre as modelagens e modelos. Os resultados de

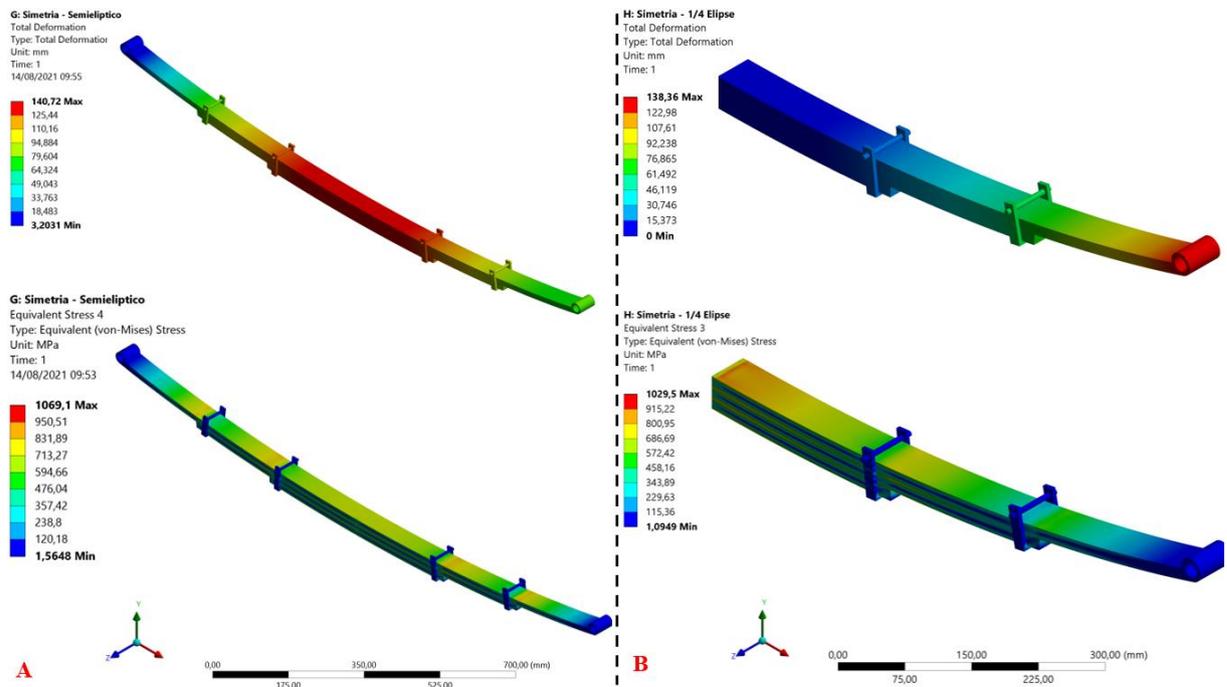
tensão equivalente de Von Mises e de deflexão para condição de carga máxima para ambos os modelos são expostos na Figura 45.

Figura 44 - Condições de contorno aplicadas a modelos para análise de simetria e suas respectivas malhas. A: Semi-elíptico; B: 1/4 de elipse



Fonte: Próprio Autor

Figura 45 - Comparativo dos resultados de tensão de Von Mises e deslocamento total para análise de simetria. A: Feixe Semi-elíptico B: Feixe um quarto de elipse



Fonte: Próprio Autor

Os resultados obtidos para análise de tensão de Von Mises e deflexão máxima apresentam diferença de 3,71% e 1,68% respectivamente. Tal diferença pode é relacionada com

as distintas restrições impostas aos modelos. Porém, essa diferença é inferior à 5% e não impactará as demais análises, visto que serão utilizadas sempre as mesmas configurações para avaliação dos demais parâmetros e impactos. Além disso, deve-se destacar que esse comportamento de similaridade era esperado, visto que Khurmi e Gupta (2005) mostra que a formulação para o formato semielíptico e em um quarto de elipse é similar.

Foi adotada a tensão de Von Mises para esse caso, pois na configuração no formato de um quarto de elipse há uma zona de concentração de tensão na região de engastamento. Essa é gerada devido a presença de uma quina viva no modelo, gerando uma mudança abrupta na geometria e conseqüentemente uma elevação local dos valores. Com a utilização das tensões de Von Mises, há uma minimização do problema, pois trabalha-se com valores equivalentes. Deve-se salientar, entretanto, que essa escolha não interfere nas avaliações realizadas, pois o conjunto possui uma única solicitação e essa é responsável pelo maior valor de tensão, sendo o resultado da tensão normal próximo ao de Von Mises.

4.2.1.1 Validação de análise modal

Para avaliar as frequências naturais das configurações, executou-se uma análise modal. Porém, antes fez-se necessária a validação da modelagem proposta. Tomou-se como base a formulação analítica de vibrações livres de vigas baseada na teoria de Euler-Bournolli apresentada por Inman (2007), pois os feixes de molas são modelados como vigas triangulares. De acordo com o autor as frequências naturais devido a flexão uma viga são dadas pela Equação 93.

$$\omega_n = \frac{\beta_n^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}} \quad (93)$$

Na qual ω_n é a frequência natural em Hz, β_n é uma constante em função das condições de contorno da viga, E o módulo de elasticidade do material, I o momento de inércia da seção transversal, ρ a densidade do material, A a área da seção transversal e L o comprimento total da viga e o índice n é a ordem da frequência (1, 2, 3 ... n).

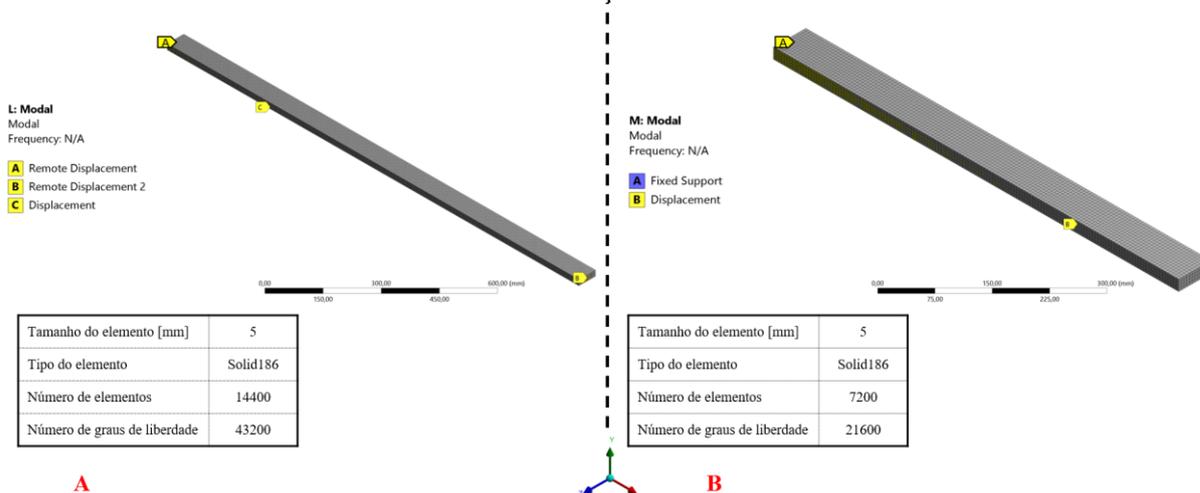
Para verificação da modelagem apresentada, utilizou-se uma viga de seção prismática feita em aço, cuja propriedades geométricas, são apresentadas na Tabela 16. A configuração adota visa somente validar a modelagem apresentada e é baseada nos valores comerciais de feixes de mola já mencionados no tópico de Revisão Bibliográfica. Destaca-se que para configuração em um quarto de elipse, utilizou-se metade do valor do comprimento total.

Tabela 16 - Propriedades do modelo de viga utilizado para validação das frequências naturais

Descrição	Valor
Comprimento total [mm]	1500
Módulo de elasticidade [GPa]	210
Largura [mm]	60
Espessura [mm]	20
Área da seção transversal [mm ²]	1200
Momento de inércia [mm ⁴]	40000
Densidade [kg/m ³]	7860

Com base, nas informações acima, foi desenvolvido o modelo tridimensional das vigas e realizada a discretização para aplicação das condições de contorno. Para isso, adotou-se o elemento Solid186 com tamanho de 5 mm. Adicionou-se ainda uma restrição de deslocamento no eixo z ao longo do comprimento dos componentes, pois a formulação fornece somente os módulos devido a flexão. Destaca-se, que a retirada deste grau de liberdade não impacta resposta das componentes de vibrações devido a flexão, pois este limita somente movimento de torção em torno do próprio eixo. A malha e as condições de contorno são apresentadas na Figura 46.

Figura 46 - Malha e condições de contorno para validação da análise modal A: Semi-elíptico B: Um quarto de Elipse



Fonte: Próprio Autor

Com o sistema discreto executou-se uma análise modal utilizando o *Ansys Workbench*. A partir dos dados levantados, executou-se um estudo comparativo entre os valores obtidos e os fornecidos pela formulação analítica. Para a realização dos cálculos, adotou-se os valores das constantes apresentados por Gonçalves, Brennan e Elliott (2007). A avaliação realizada é apresentada na Tabela 17.

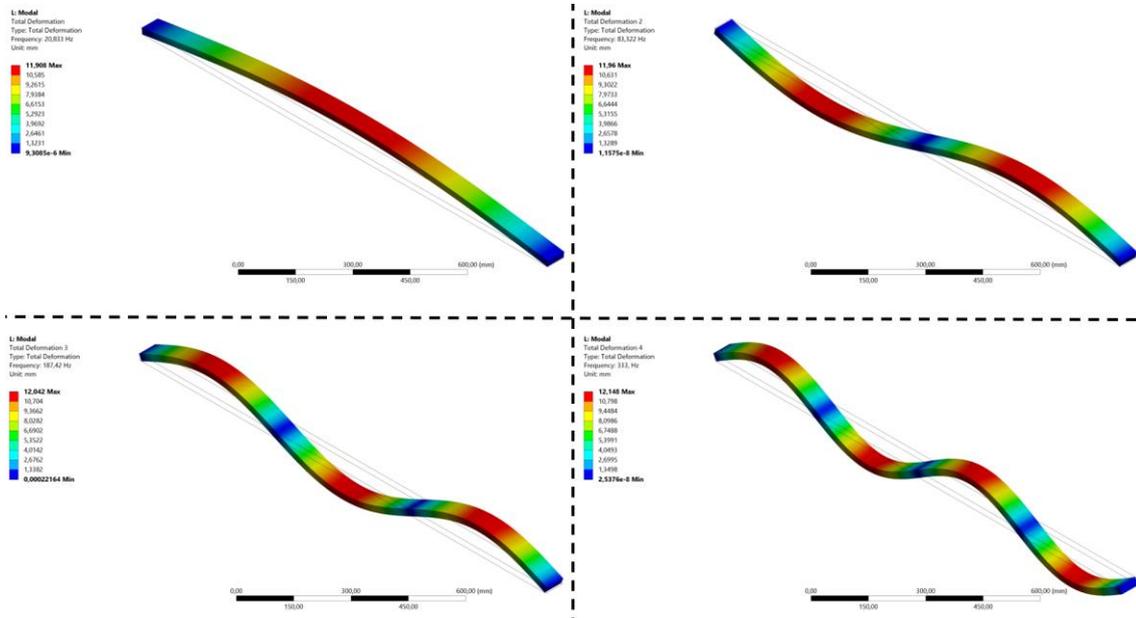
Tabela 17 - Estudo comparativo para validação da modelagem para análise de modos de frequência

Análise Semielíptica				
Modo	Constante ($\beta_n = n^2\pi^2$)	Resultado Analítico [Hz]	Resultado Numérico [Hz]	Erro [%]
1	9,870	20,834	20,833	0,005
2	39,478	83,336	83,322	0,017
3	88,826	187,507	187,420	0,046
4	157,914	333,346	333,000	0,104
5	246,740	520,853	519,820	0,199
6	355,306	750,028	747,510	0,337
Análise Um quarto de Elipse				
Modo	Constante (β_n)	Resultado Analítico [Hz]	Resultado Numérico [Hz]	Erro [%]
1	1,875	29,688	29,935	0,824
2	4,694	186,054	186,900	0,453
3	7,855	520,956	521,210	0,049
4	10,996	1020,858	1015,700	0,508
5	14,137	1687,571	1666,800	1,246
6	17,279	2520,928	2466,400	2,211

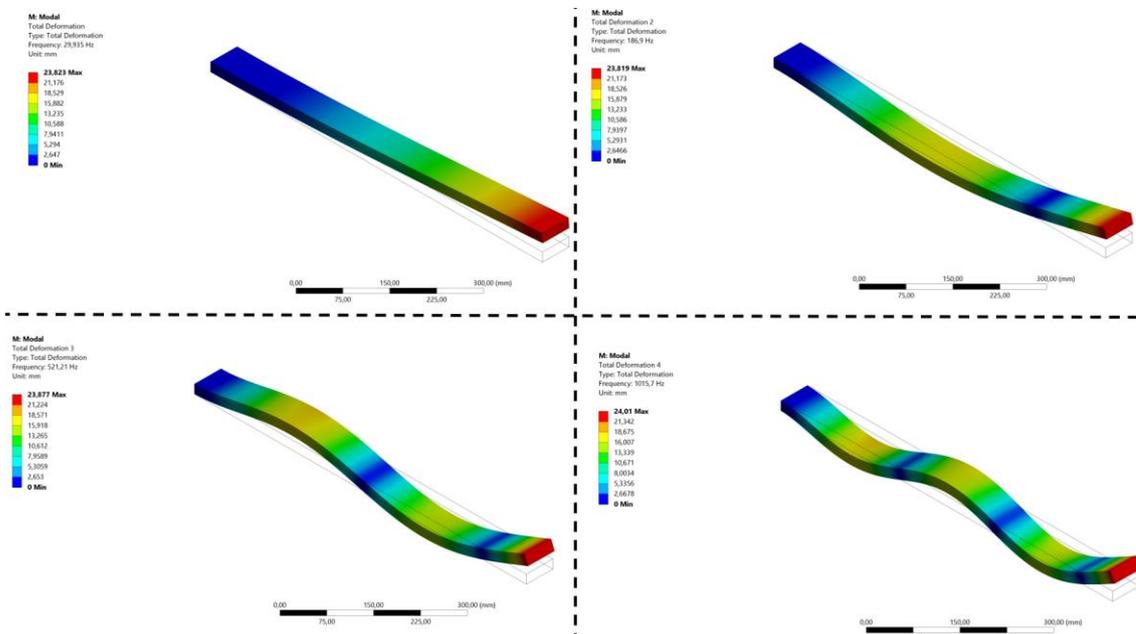
Avaliando os resultados obtidos e os erros apresentados na Tabela 17, observa-se que a modelagem é representativa e que para grande parcela de frequências, o erro é inferior a 0,5%. Verificou-se ainda os modos de vibrar dos sistemas, sendo os quatro primeiros apresentados na Figura 47.

Figura 47- Quatro primeiros modos de frequência das vigas utilizadas para validação

Semielítico



Um quarto de Elipse



Fonte: Próprio Autor

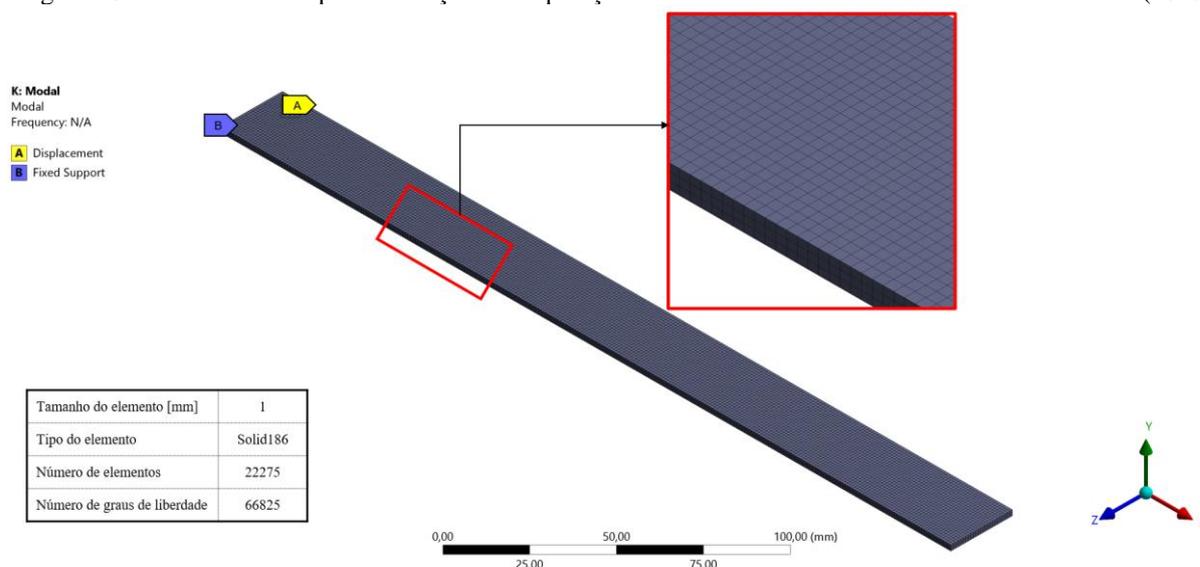
Avaliando os modos de vibração apresentado e comparando os com resultados de Krall e Zemann (2015), nota-se que os modos são similares apresentando formatos que derivam de senoides com variação de frequências, sendo o primeiro modo o de menor valor. Com isso, tem-se que a modelagem é válida para avaliar os modos devido a flexão do sistema. Além disso,

é possível perceber que os valores do formato de um quarto de lâmina tendem a ser maiores que os semielípticos.

Visando ampliar o escopo de validação da modelagem, replicou-se o experimento feito por Krall e Zemann (2015) em ambiente virtual, de modo a se comparar dados experimentais e numéricos. Os autores avaliaram o comportamento dinâmico de uma monolâmina a partir de um teste de impacto e um com atuador hidráulico, verificando os modos de vibrações para cada material.

Krall e Zemann (2015), utilizam uma monolâmina no formato um quarto de elipse com 297 mm de comprimento, 25 mm de largura e 2,2 mm para um aço, com densidade de 7850 kg/m³ e módulo de elasticidade de 210 GPa. Para a discretização do componente, utilizou-se o elemento Solid186 com um tamanho de malha de 1 mm. Aplicou-se as condições de contorno conforme modelagem para feixe de molas, e restringiu-se os movimentos ao longo do eixo Z, pois os dados experimentais apresentam tal limitação. E apresentado na Figura 48 as condições de contorno e malha adotada.

Figura 48 - Malha utilizada para validação e comparação de resultados com os dados de Krall e Zemann (2015)



Com o sistema discreto realizou-se uma análise modal utilizando o *Ansys Workbench* e foram levantados dados para a realização de um estudo comparativo com os valores experimentais apontados por Krall e Zemann (2015). Esse é apresentado no Tabela 18.

Tabela 18 - Estudo comparativo entre dados experimentais apresentados por Krall e Zemann (2015) e dados numéricos

Modo	Resultado teste de impacto Krall e Zemann (2015) [Hz]	Resultado numérico [Hz]	Diferença
1°	21,80	21,06	3,50
2°	136,00	131,86	3,14
3°	380,00	369,62	2,81
4°	740,80	725,86	2,06
5°	1220,00	1202,60	1,45

Confrontando os dados apresentados na Tabela 18, observa-se que o modelo é bem representativo com erro máximo de 3,50%, valor aceitável para validação do sistema. Essa diferença pode ser relacionada às restrições impostas no experimento que muitas das vezes não são passíveis de ser modeladas numericamente, como por exemplo o contato com a estrutura e as fixações no equipamento. Há ainda, erros introduzidos pelo tratamento de dados e sensores atuadores utilizados, porém, o valor é baixo e não impacta a validação.

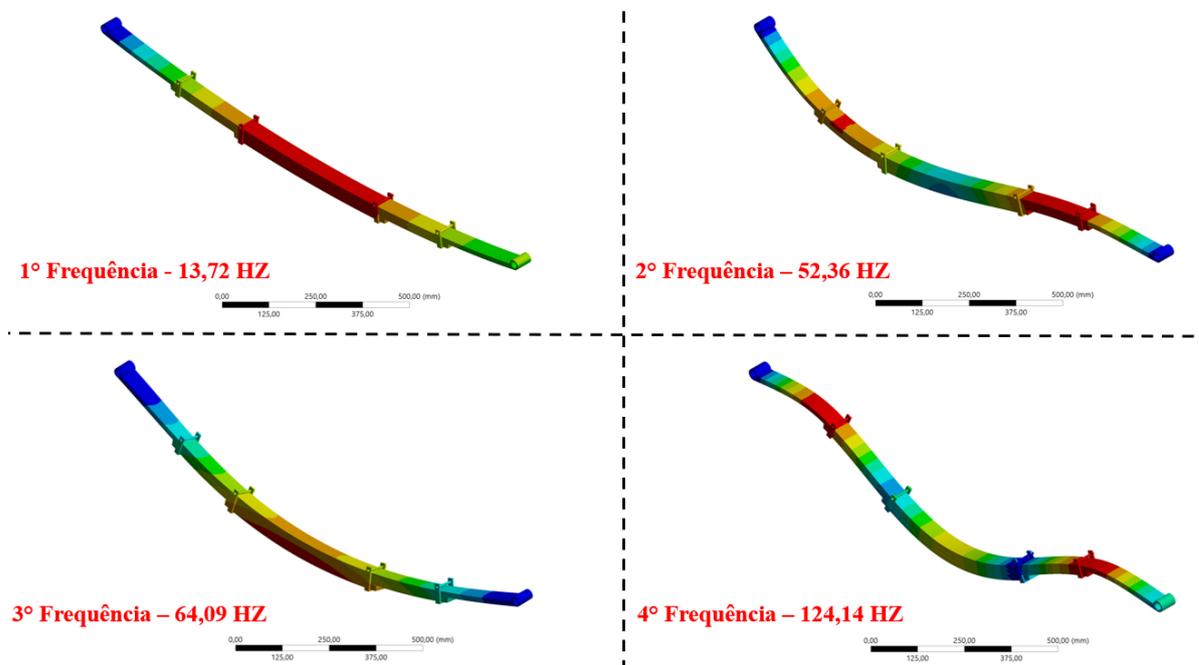
Avaliou-se ainda, os modos de vibrações do sistema. Esses foram similares aos apresentados na Figura 47 e foram iguais aos apresentados pelos autores, validando assim a modelagem.

4.2.1.2 Análise modal

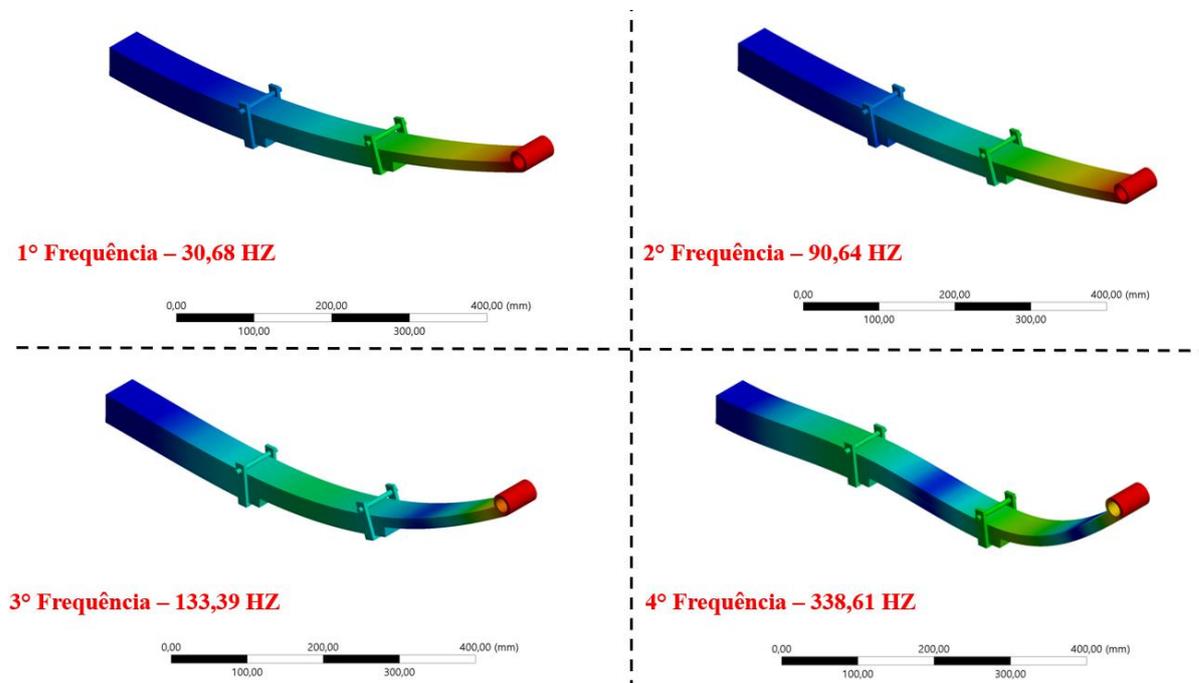
Após a validação, realizou-se a uma análise modal das duas configurações avaliadas, realizando um comparativo entre estas. A malha utilizada e as condições de contorno são iguais as apresentadas na Figura 44. Os quatros primeiros modos vibracionais e as respectivas frequências são apresentados na Figura 49.

Figura 49 - Análise dos quatro primeiros módulos de frequência

Modos de Frequência modelo semielíptico



Modos de Frequência modelo ¼ de elipse



Fonte: Próprio Autor

Avaliando a Figura 49, nota-se que o modelo no formato de um quarto de elipse apresenta frequências naturais mais altas, fato esperado, visto que ao longo do processo de validação notou-se esse comportamento. A estrutura então, tende a ser mais rígida. O principal

modo para ambos os formatos é o de flexão, pois mostrado na modelagem matemática os feixes de molas atuam como vigas submetidas a tal carregamento. Observa-se ainda, três modos vibracionais distintos dos apresentados na Figura 47, laterais e associados à torção do componente ao longo do comprimento conforme apontado por Sindhe *et al.* (2013). Para a configuração semielíptica as formas não ligadas a flexão são a segunda e a terceira, enquanto para o formato de um quarto de elipse, apenas o segundo modo é ligado a torção. Com isso é possível perceber uma maior sensibilidade maior sensibilidade do primeiro formato. Com isso, é possível perceber e concluir que não há simetria entre as configurações, que possuem comportamento dinâmico distinto.

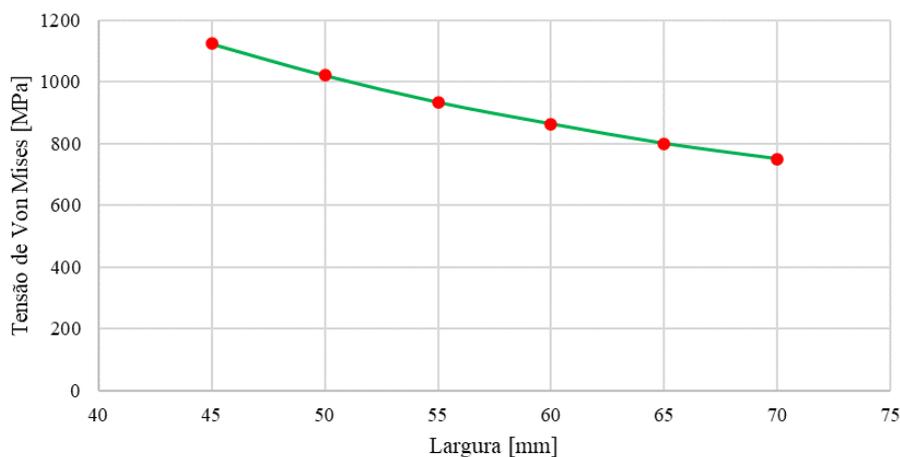
4.2.2 Avaliação da influência da Largura.

Um dos parâmetros geométricos avaliados foi a largura das lâminas. O objetivo é verificar as respostas às tensões, deflexões e frequências naturais quando essa variável é alterada. Para capturar somente a influência da largura, todos os demais fatores foram fixados.

Utilizou-se um feixe no formato de um quarto de elipse com três lâminas, sendo duas graduadas e uma mestre. O formato escolhido, se dá pelo fato da simplificação do modelo para análise numérica, visto que esta demanda menor tempo de processamento para as simulações, e as conclusões obtidas podem ser utilizadas replicadas para o formato semielíptico. As características geométricas do feixe são similares às apresentadas na Tabela 15. Entretanto a largura das lâminas varia de 45 mm a 70 mm com um passo de 5 mm.

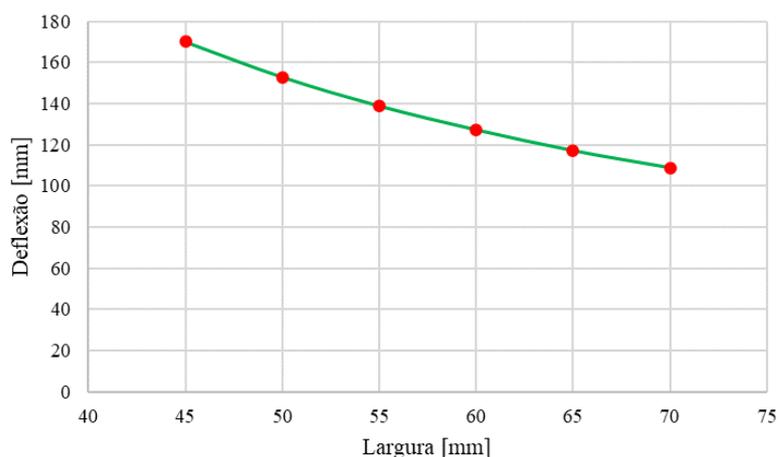
A modelagem do conjunto foi feita de forma similar à apresentada na metodologia. Para avaliação, foram executados dois tipos de análise, sendo a primeira a estática para verificação das tensões e deformações; e a segunda modal, de modo a verificar o comportamento da frequência. Para a realização das análises utilizou-se elemento tridimensional Solid186 de três graus de liberdade, que teve seu tamanho definido como 5 mm após uma análise de convergência de malha. O comportamento da tensão equivalente de Von Mises e da deflexão máxima para cada carregamento de 15000 N em função da largura é apresentado nas Figura 50 e Figura 51 respectivamente.

Figura 50 - Variação da tensão em função da largura



Fonte: Próprio Autor

Figura 51 - Variação da deflexão em função da largura



Fonte: Próprio Autor

Avaliando as Figura 50 e Figura 51 é possível perceber que ambos os parâmetros variam de forma quase linear com a variação da largura da lâmina. Esse comportamento, valida-se pela formulação matemática do conjunto, pois parâmetro em questão variar linearmente no cálculo da tensão e deformação. Destaca-se que se adotou a tensão de Von Mises devido ao concentrador de tensão mencionado no tópico anterior. A partir dos resultados, foi feito um estudo comparativo entre o incremento de massa e a redução gerada na tensão e deformação em função do aumento da largura conforme apresentado na Tabela 19

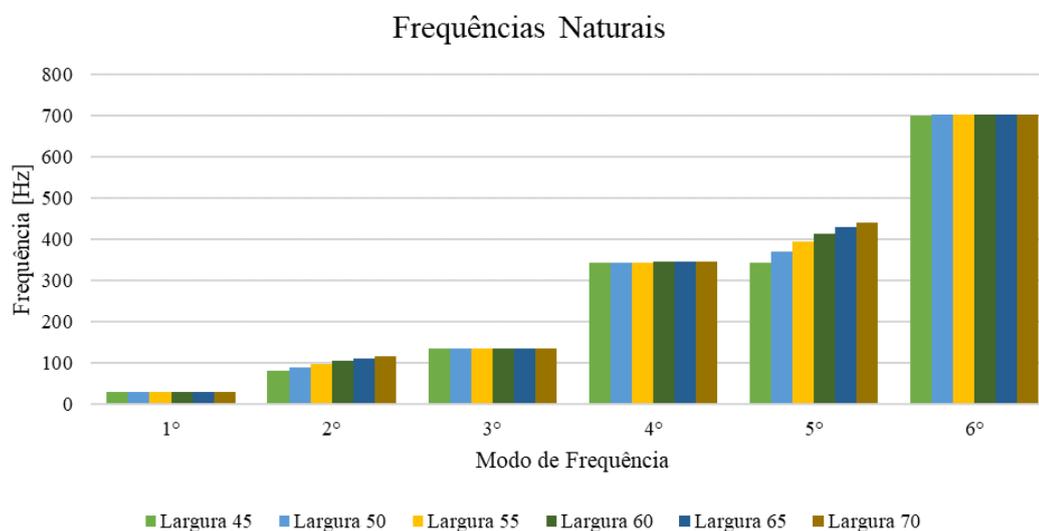
Tabela 19 - Comparativo entre redução de tensão e deformação, e incremento de massa em função do aumento da largura

Largura [mm]	Redução de Deflexão [%]	Redução de Tensão [%]	Incremento de Massa [%]
45 (referência)	0,00	0,00	0,00
50	10,10	9,12	11,11
55	18,35	16,88	22,22
60	25,15	23,10	33,34
65	31,11	28,75	44,45
70	36,00	33,21	55,56

Avaliando a Tabela 19, nota-se que o incremento de massa ocorre de forma mais acentuada que as reduções de deflexão e tensão respectivamente. Logo, pode-se concluir, que somente o aumento da largura ao longo de todo comprimento não gera ganhos significativos na redução de massa.

Outro quesito avaliado foi o comportamento vibracional do sistema. É apresentado na Figura 52 o gráfico com os seis primeiros módulos para cada uma das larguras avaliadas.

Figura 52 - Frequências naturais em função das larguras



Fonte: Próprio Autor

Percebe-se um comportamento similar para todos os modos, exceto o segundo e quinto. A similaridade se dá em frequências associadas à flexão do conjunto, como a largura é linear para o momento de inércia e para área da seção transversal, tem-se que o incremento da variável não eleva a frequência. Esses modos têm comportamentos similares aos apresentados na Figura 47. Já a diferença de frequência é percebida em modos laterais e associadas a torção do componente ao longo do comprimento. A tendência de elevar a frequência se dá pelo fato do

incremento da rigidez do sistema com a variação da largura, sendo uma variável importante, caso tenha a necessidade de incremento de rigidez torcional. O modo de vibrar é similar ao segundo apresentado na Figura 47.

Com isso, nota-se que o incremento de largura não gera resultados positivos no que tange a redução de massa e incremento da frequência natural do sistema, visto que não quase não se nota impactos no primeiro modo.

4.2.3 Análise da influência da Espessura.

A análise da influência da espessura foi realizada de forma similar à apresentada para largura, variando-se esse parâmetro enquanto os demais permaneceram fixos. Utilizou-se um feixe convencional com três lâminas, sendo duas graduadas e uma mestre, assim como para as demais análises. As características geométricas dessa mola são apresentadas na Tabela 20.

Tabela 20 - Características geométricas do feixe utilizado para análise da influência da espessura

Descrição	Valor
Comprimento total (olhal a olhal) – [mm]	1500
Nº de camadas com comprimento total (Nf)	1
Nº de camadas graduadas (Ng)	2
Espessura [mm]	10 a 14
Passo de variação [mm]	1
Largura [mm]	60
Carga máximo por feixe [N]	15000
Cambagem [mm]	180

Com base em uma análise de convergência de malha, fixou-se o tamanho do elemento para o componente de menor espessura. O valor utilizado foi de 4 mm, aplicado ao elemento tridimensional Solid186, com três graus de liberdade e vinte nós. O elemento Conta174 é utilizado na interface entre as lâminas. Os dados da malha para cada uma das espessuras são apresentados na Tabela 21

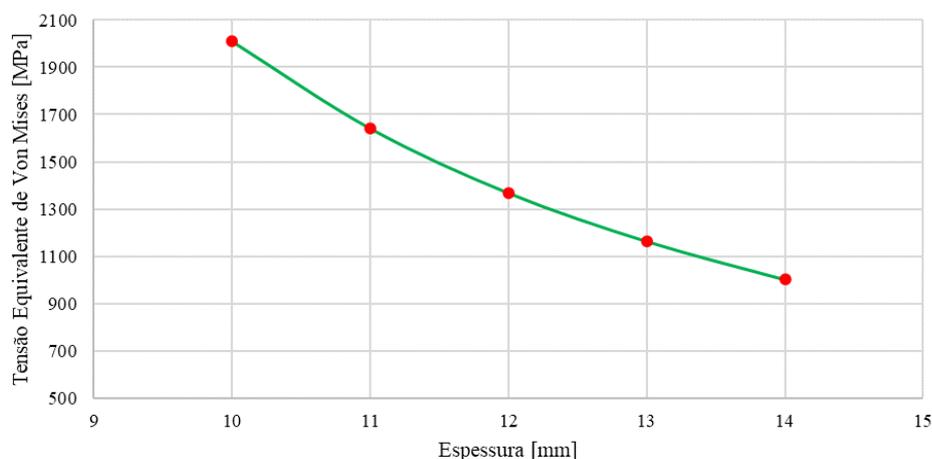
Tabela 21 Parâmetros de malha para análise de influência de espessura

Valor de espessura	Tamanho elemento [mm]	Número de elementos	Número de graus de liberdade	Tipos de elementos
10	4,00	17865,00	53595,00	Solid186 e Conta174
11	4,00	20835,00	62505,00	Solid186 e Conta174

12	4,00	23880,00	71640,00	Solid186 e Conta174
13	4,00	23940,00	71820,00	Solid186 e Conta174
14	4,00	23940,00	71820,00	Solid186 e Conta174

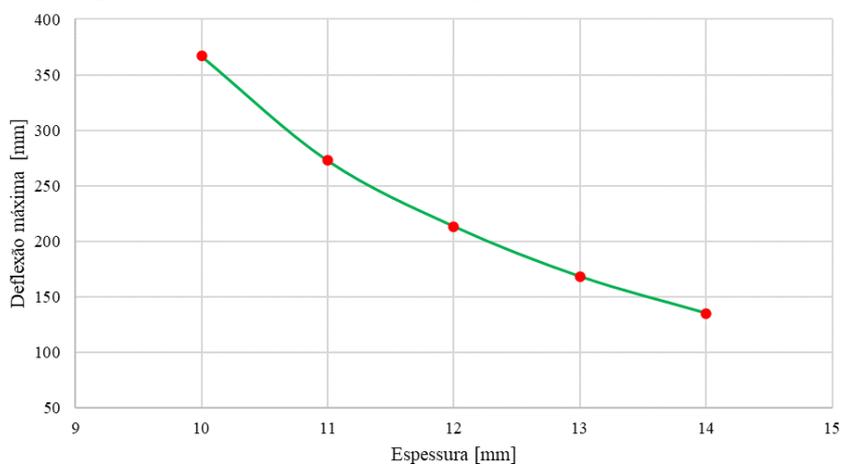
Partindo dos sistemas discretos, efetuou-se uma análise estática, de modo a avaliar as tensões e deslocamentos em função da variação da espessura. Essa avaliação foi realizada conforme metodologia descrita. Os gráficos que representam o comportamento dos parâmetros em função da variável geométrica espessura são apresentados respectivamente na Figura 53 e Figura 54.

Figura 53 - Tensão equivalente de Von Mises em função da variação de espessura



Fonte: Próprio Autor

Figura 54 - Deflexão máxima em função da variação da espessura



Fonte: Próprio autor

Analisando os dados supra apresentados, percebe-se um comportamento não linear de redução da tensão e deflexão em função da variação da espessura. O resultado obtido justifica-se pelo fato de a tensão variar parabolicamente em função da espessura, enquanto a deflexão

segue uma variação cúbica, como mostrado por Badugu, Gajam e Rao (2013). Similar ao que foi feito para a largura, avaliou-se a taxa de redução da tensão e deformação em função do incremento de massa. O resultado é apresentado na Tabela 22

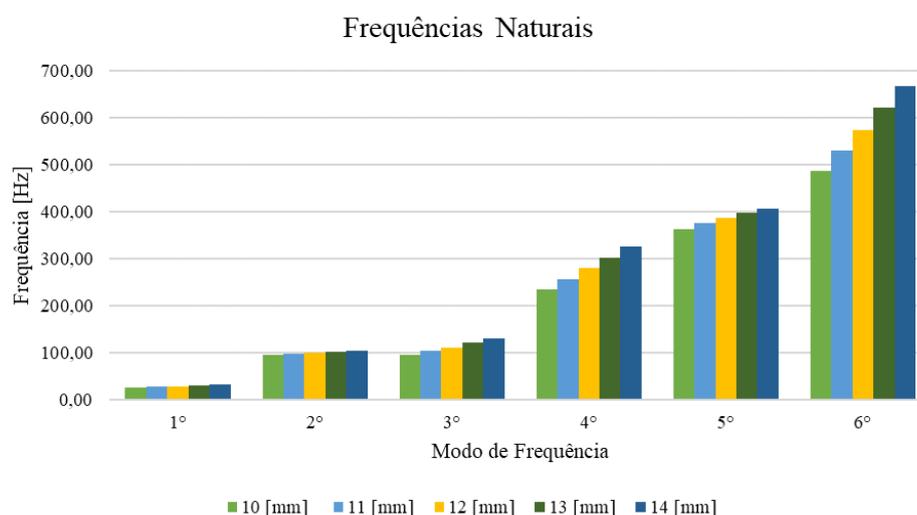
Tabela 22 - Comparativo entre redução de tensão e deformação, e incremento de massa em função do aumento da espessura

Largura [mm]	Redução de Deflexão [%]	Redução de Tensão [%]	Incremento de Massa [%]
10 (referência)	0,00	0,00	0,00
11	25,69	18,34	10,04
12	41,85	31,91	20,09
13	54,16	42,08	30,15
14	63,21	50,14	40,22

De acordo com os dados e resultados presentes na Tabela 22, percebe-se que a redução dos parâmetros mecânicos acontece de forma mais acentuada do que o incremento de massa, mostrando que a variável espessura é uma fonte potencial para otimização do conjunto que forma o feixe de molas. O motivo que justifica esse comportamento, é que essa variável amplia o momento de inércia da seção transversal do feixe, tornando a mola mais rígida para um mesmo momento fletor.

Avaliou-se ainda o comportamento vibracional do sistema, verificando as seis primeiras frequências do feixe de molas em função da variação de espessura. Para essa avaliação, utilizou-se as mesmas malhas adotadas para a análise estática. O resultado é apresentado no gráfico da Figura 55.

Figura 55 - Frequências naturais em função da variação da espessura



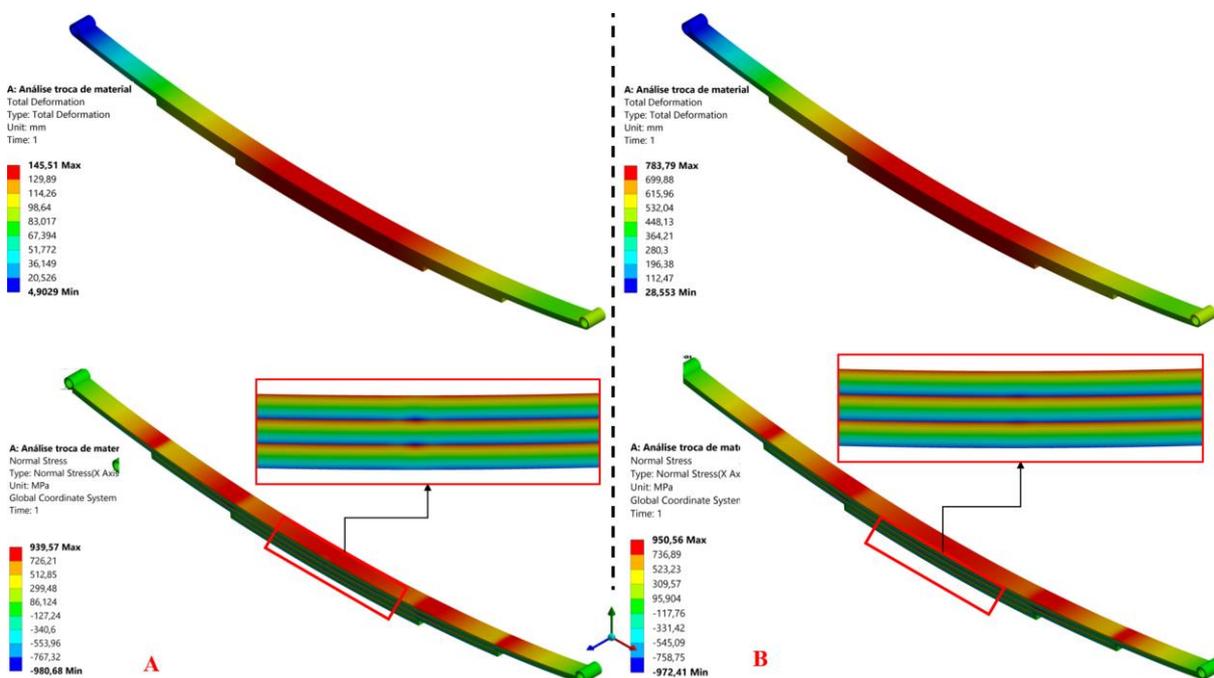
Fonte: Próprio Autor

Avaliando o gráfico da Figura 55, nota-se que o incremento da largura gera um acréscimo na frequência natural para todos os módulos. Isso ocorre porque há um aumento da rigidez do sistema que é benéfico para o comportamento vibracional do conjunto. Os modos de vibrações são similares aos apresentados na Figura 47 e não variam com o incremento da espessura.

4.2.4 Alteração de Material.

Avaliou-se também substituição direta do aço SAE5160 por fibra de vidro epóxi unidirecional, cuja propriedades foram apresentadas na metodologia. Para avaliar o comportamento da tensão e deflexão, executou-se uma análise estática do sistema. Os parâmetros geométricos, condições de contorno e malha são iguais aos utilizados na análise de simetria, apresentados respectivamente na Tabela 15 e Figura 44. O resultado comparativo entre deformação e tensão de Von Mises é apresentado na Figura 56.

Figura 56 - Comparativo entre deflexão máxima e tensão normal devido à flexão entre material metálico e compósito. A: Aço SAE 5160 B: Fibra de Vidro Epóxi Unidirecional



Fonte: Próprio autor

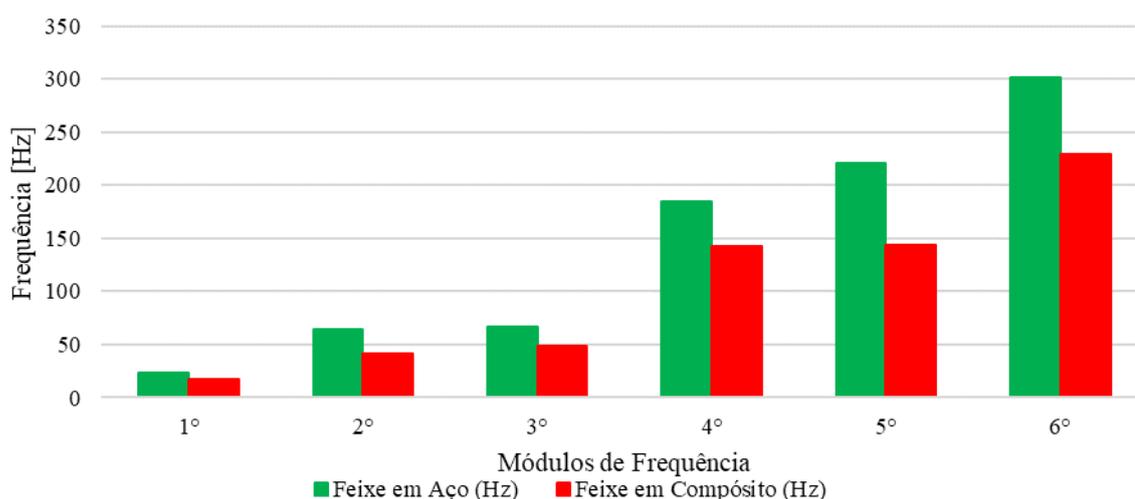
Avaliando a Figura 56, nota-se que a deflexão aumenta de forma significativa, passando de 145,51 mm na mola em aço para 783,79 mm para o compósito, representando um aumento de aproximadamente 5,38 vezes. Esse incremento se dá pelo menor módulo de elasticidade do material compósito quando comparado ao aço adotado, o que inviabiliza a sua aplicação direta. Verificando a tensão normal devido a flexão, nota-se um comportamento similar para ambos

os materiais, havendo uma pequena redução para a fibra de vidro epóxi, justificada pelo fato do material ser ortotrópico. Outro parâmetro analisado a massa do componente, na qual a mola em aço obteve um valor igual a 18,77 kg, enquanto o no material compósito 4,78 kg, representando uma redução de massa de 74,55%, decorrente da menor densidade.

Verificou-se também o comportamento vibracional do componente para ambos os materiais, sendo avaliada as seis primeiras frequências naturais e modos de oscilação. Destaca-se, que a malha utilizada no feixe foi igual à adotada para análise estática. Entretanto foram adicionados grampos para evitar o escorregamento lateral entre as camadas. Para estes, utilizou-se a malha padrão do Ansys. As presilhas utilizadas foram consideradas coladas na estrutura, pois avaliando o funcionamento de uma mola em lâmina, não se observa movimentação em nenhuma direção.

Os modos de vibrações obtidos foram iguais aos apresentados na Figura 47, pois embora trata-se de da mesma configuração e um componente é feito de um só material. Ao final das simulações, observou-se também que tais modos não são influenciados pelo material, mantendo-se os mesmos para os dois aqui aplicados. Analisando as frequências naturais, observou-se diferenças entre os valores, conforme apresentado no gráfico da Figura 57.

Figura 57 - Comparativo de frequência naturais para feixe em aço e compósito fibra de vidro epóxi



Fonte: Próprio Autor

A diferença apresentada é explicada pela redução da rigidez do sistema, tornando as frequências naturais com menores amplitudes. Pois, embora a densidade do sistema tenha reduzido, a relação entre diminuição de rigidez e massa do conjunto é superior a um. Observa-se ainda, que o sistema em compósito perde rigidez torcional em especial no quinto modo de

frequência. Com isso, tem-se que a pura e simples troca de aço para fibra de vidro epóxi não é efetiva, senão apenas em termos de redução de massa. Ressalta-se ainda, que esse cenário dependerá de material para material, sendo necessário um estudo comparativo para cada caso, conforme feito por Hameed, Alazawi e Hammoudi (2018).

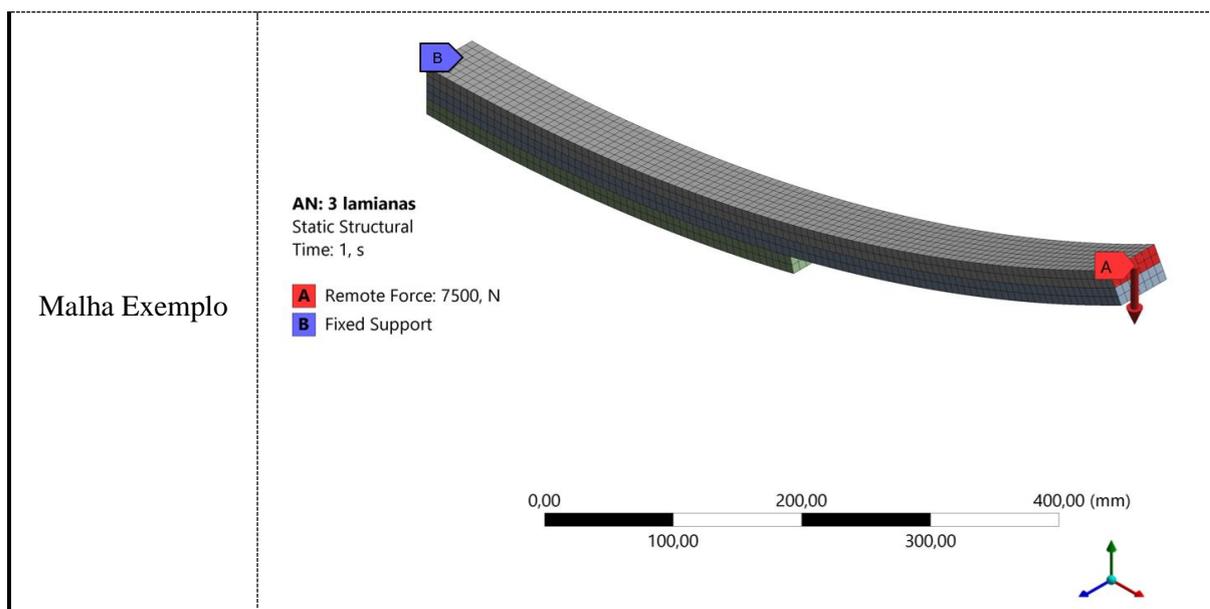
4.2.5 Análise da influência do incremento de número de lâminas graduadas

Avaliou-se ainda o incremento do número de lâminas graduadas em um feixe. Para isso, fixou-se os demais parâmetros, como largura e espessura, e incrementou-se lâminas, uma a uma. O feixe base utilizado possui três lâminas, sendo um mestre, uma extra e outra graduada. Optou-se por essa configuração pois como já mencionado, está é comum em veículos do escopo do trabalho. Variou-se o número de lâminas graduadas de 1 a 4. Os demais parâmetros geométricos são similares aos apresentados na Tabela 15. Vale salientar que os comprimentos foram calculados de acordo com a formulação apresentada e que se manteve em todos os casos duas lâminas mestre.

Para discretização do sistema, utilizou-se o elemento Solid186 de três graus de liberdade com tamanho de 7,5 mm. São apresentadas na Tabela 23 as propriedades da malha utilizada para cada um dos casos, bem como um exemplo de malha com as condições de contorno aplicadas.

Tabela 23 - Dados de malha para discretização do problema e exemplo de condições de contorno

Número de lâminas totais	Tamanho do elemento [mm]	Número de Elementos	Número de graus de liberdade	Elementos usados
3	7,5	3724	11172	Solid186 e Conta174
4	7,5	4494	13482	Solid186 e Conta174
5	7,5	5264	15792	Solid186 e Conta174
6	7,5	6034	18102	Solid186 e Conta174



Com o sistema discretizado, foi realizada uma análise estática para avaliar o comportamento da tensão e deflexão com o incremento do número de lâminas graduadas, sendo o resultado apresentado na Tabela 24

Tabela 24 - Análise de tensão e deformação em função do acréscimo de lâminas

Carga [N]	Nº total de lâminas	Deflexão [mm]	Tensão de Von Mises [MPa]	Massa [kg]
15000	3	138,46	1037,3	11,64
	4	110,74	787,18	14,05
	5	93,15	637,96	16,47
	6	80,85	539,16	18,86

Avaliando os dados apresentados na Tabela 24, nota-se que o incremento de lâminas gera uma redução dos deslocamentos máximos e das tensões equivalentes, que se justifica pelo aumento do momento de inércia de área. O incremento de massa observado, se dá pelo fato de adicionar mais um componente ao sistema. Quando se compara a diminuição de deflexão e tensão com a adição de massa, nota-se que um crescimento mais acentuado do que a minimização. Por exemplo, averiguando o sistema com três e seis lâminas, é possível perceber uma redução de 41,63% para deslocamento e de 48,19% para tensão, enquanto a massa cresce 61,93%. Esse padrão é compatível com os demais casos. Sendo assim, a adição de lâminas graduadas, não se mostra um caminho eficiente a ser seguido.

4.2.6 Análise da influência do número de lâmina extras

Avaliou-se ainda o incremento do número de lâminas mestres. Tomou-se por base um feixe convencional, similar ao apresentado na Tabela 15, substituindo as lâminas graduadas por lâminas extras com comprimento total. A primeira configuração, não possui nenhuma lâmina extra; a segunda, uma; e a terceira, duas. Visa-se avaliar o incremento da rigidez do conjunto e os impactos na tensão. Os parâmetros da malha utilizado, bem como um exemplo de malha e condições de contorno são expostos na Tabela 25.

Tabela 25 – Dados de malha e exemplo de condições de contorno para análise do incremento do número de lâminas extras

Número de lâminas extras	Tamanho do elemento [mm]	Número de Elementos	Número de graus de liberdade	Elementos usados
0	5	9480	28440	Solid186 e Conta174
1	5	11940	35820	Solid186 e Conta174
2	5	18480	55440	Solid186 e Conta174

Malha Exemplo

P: N° Laminas Mestres - Modelo 6
Static Structural
Time: 1, s

A Fixed Support
B Remote Force: 7500, N

Modelo com duas lâminas extras

0,00 150,00 300,00 (mm)

Utilizando os modelos discretos, efetuou-se uma análise estática do sistema para verificar o comportamento das tensões e deflexões para condição de carga máxima. Tal estudo é apresentado na Tabela 26.

Tabela 26 - Análise de tensão e deformação para acréscimo de lâminas extras com comprimento total

Resultado Análise Estática			
Nº de Lâminas com comprimento total	Deflexão [mm]	Tensão de Von Mises [MPa]	Massa [Kg]
1	162,19	1040,7	9,3636
2	137,8	1031,9	11,891
3	126,08	1015,7	13,84

Analisando os resultados apresentados na Tabela 26 nota-se que a redução de tensão e deflexão causadas pelo incremento de lâmina extras é inferior a adição de massa ocasionadas. Quando se compara por exemplo o sistema com uma e com três lâminas de comprimento total tem-se uma respectivamente uma redução de 22,44% e 1,55% para deslocamento e tensão, enquanto o aumento de massa é de 45,31%. Isso ocorre, pois, não há uma alteração significativa do momento de inércia do componente na região de maior solicitação, neste caso, o centro. De acordo com Bhandari (2010), as lâminas extras são adicionadas ao sistema para aumentar a resistência as forças transversais cisalhantes geradas pelo carregamento, mostrando assim, que o foco desta não é a minimização das tensões normais e deflexão.

4.3 Problema Proposto para Feixe de Molas

4.3.1 Feixe com variação de espessura

A partir da análise da influência dos parâmetros e o entendimento dos impactos gerados por cada um, iniciou-se um estudo para otimização dos projetos e melhoria do sistema. O objetivo foi criar uma configuração alternativa aos feixes de molas convencionais como variação de comprimento nas lâminas. Conforme visto, a espessura apresenta elevado potencial na otimização dos feixes de molas. Sendo assim, foi proposto um componente com variação de espessura, mantendo o comprimento das lâminas fixo.

Para a elaboração da geometria, criou-se um algoritmo que realiza a variação da espessura em função dos demais parâmetros geométricos. Esse, se baseia na modelagem matemática de feixe de molas convencionais e possui dois critérios para definição da espessura, sendo um voltado tensão normal devido a flexão e outro para a deflexão máxima, sendo selecionado o valor que atenda a ambos os casos. O *script* foi criado em linguagem C no *software* Scilab® e é apresentado no Anexo.

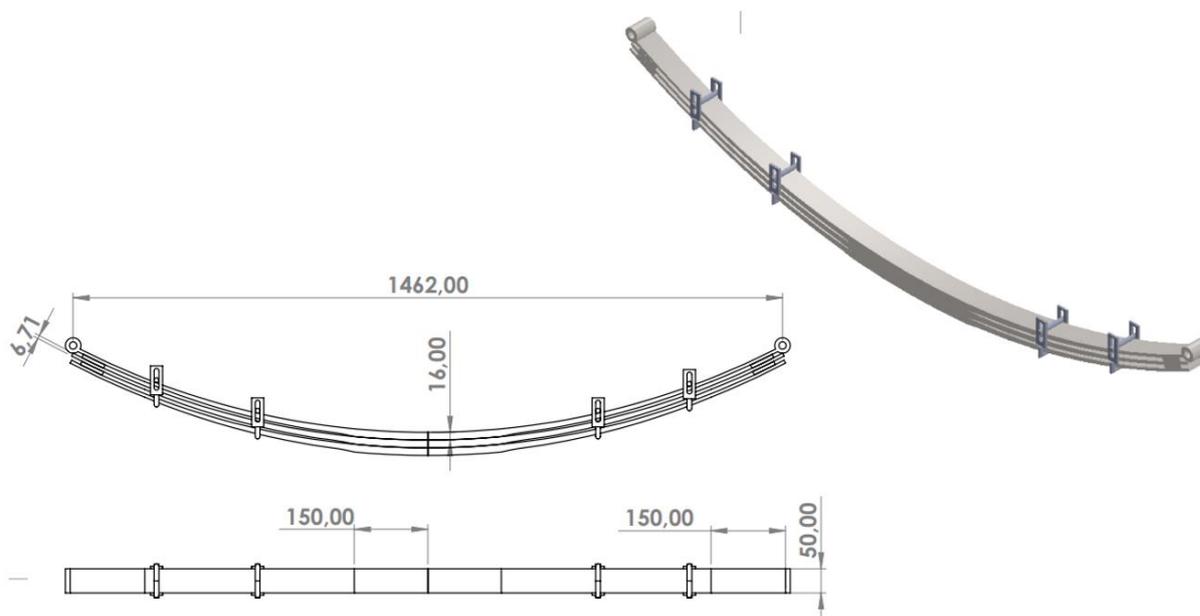
Os dados utilizados para alimentação do código desenvolvido, foram definidos a partir da análise de feixes de molas presentes em veículos comerciais leves, normas, padronizações e nas avaliações de parâmetros realizadas e apresentadas. O comprimento por exemplo, é dado pelo valor médio presente em duas picapes, enquanto a largura foi selecionada de acordo com os valores padrões disponíveis no mercado e apresentados na Tabela 2. O número de lâminas, bem como a tensão normal e deflexão máxima foram escolhidos com base nas avaliações realizadas. O comprimento das regiões de espessura fixa foi selecionado de modo a se ter uma região de contato mínimo entre as lâminas. Os dados utilizados são apresentados na Tabela 27.

Tabela 27 - Dados de entrada para geração de geometria de feixe com variação de espessura

Descrição	Valor
Comprimento total [mm]	1462
Largura [mm]	50
Comprimento da raiz [mm]	150
Comprimento da extremidade de espessura fixa [mm]	150
Número de lâminas	3
Cambagem [mm]	180
Deflexão máxima [mm]	150
Tensão máxima [MPa]	1000

Definido todos os dados, e seguindo a metodologia descrita, gerou-se a geometria por meio do *software* CAD *Solidworks*. É apresentada na Figura 58 a vista frontal, superior e perspectiva isométrica do feixe de molas com variação da espessura.

Figura 58 - Geometria de feixe com variação de espessura e três lâminas com comprimento total

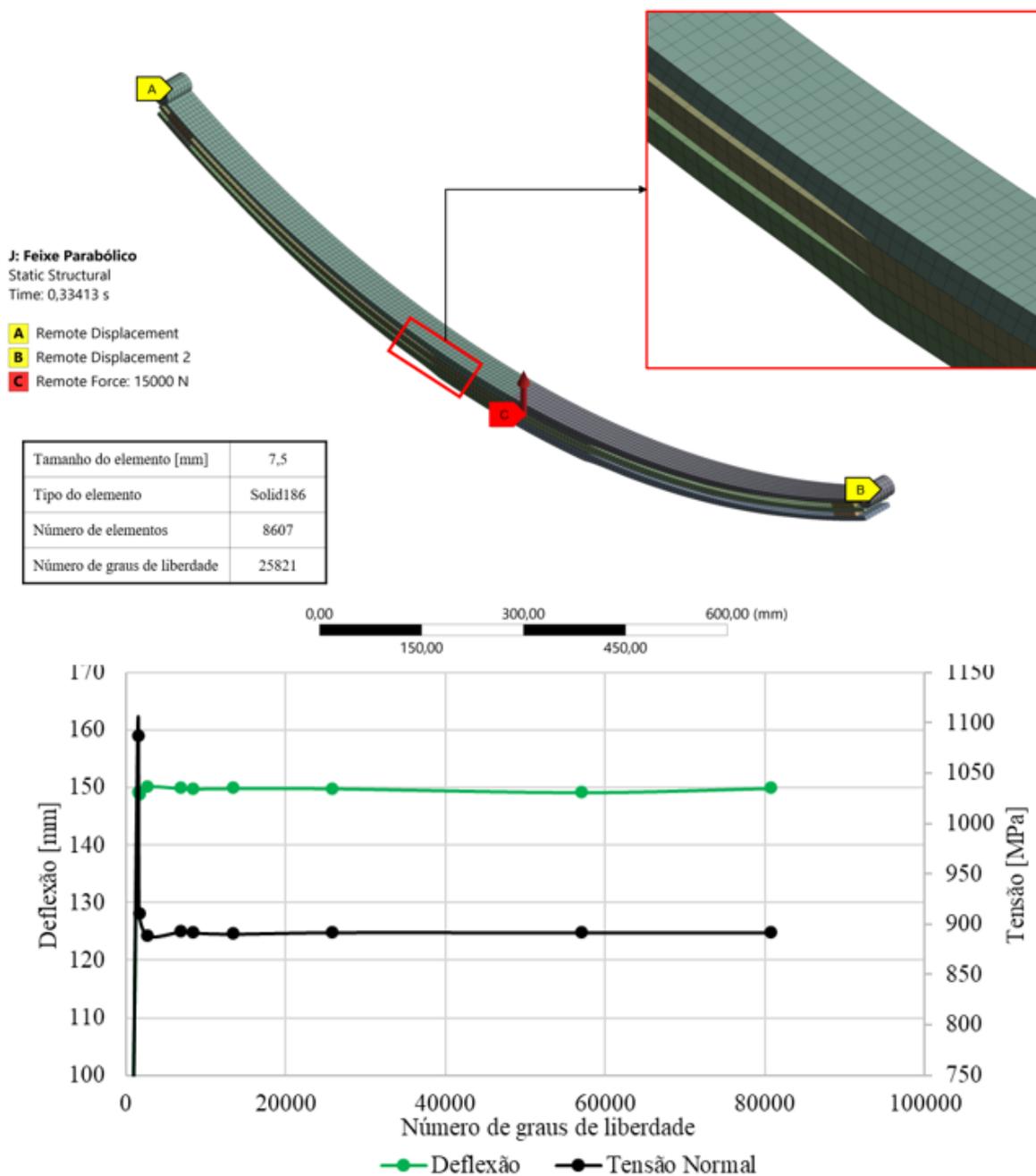


Fonte: Próprio Autor

Com a criação da geometria, executou-se uma análise de convergência de malha, de modo a definir o tamanho do elemento utilizado para a realização das demais avaliações. Utilizou-se o procedimento descrito no tópico de metodologia, no qual diminui-se o tamanho do elemento até haver convergência dos valores de deflexão e tensão. Com isso, consegue-se trabalhar com um menor custo computacional sem prejuízo à fidelidade da solução. Fundamentado na avaliação, realizou-se a discretização do sistema, utilizando uma malha

estruturada com tamanho de elemento igual a 7,5 mm. Aplicou-se ainda as condições de contorno no problema. A malha utilizada, modelagem do problema e análise de convergência são apresentados na Figura 59.

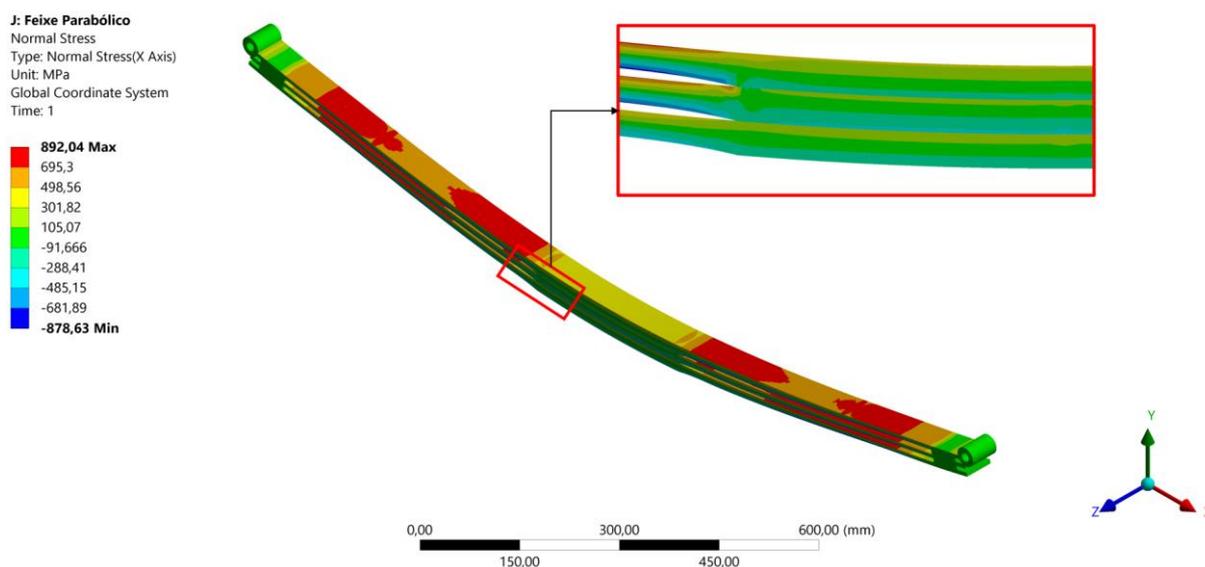
Figura 59 - Malha, condições de contorno e análise de convergência para feixe com variação de espessura



Fonte: Próprio Autor

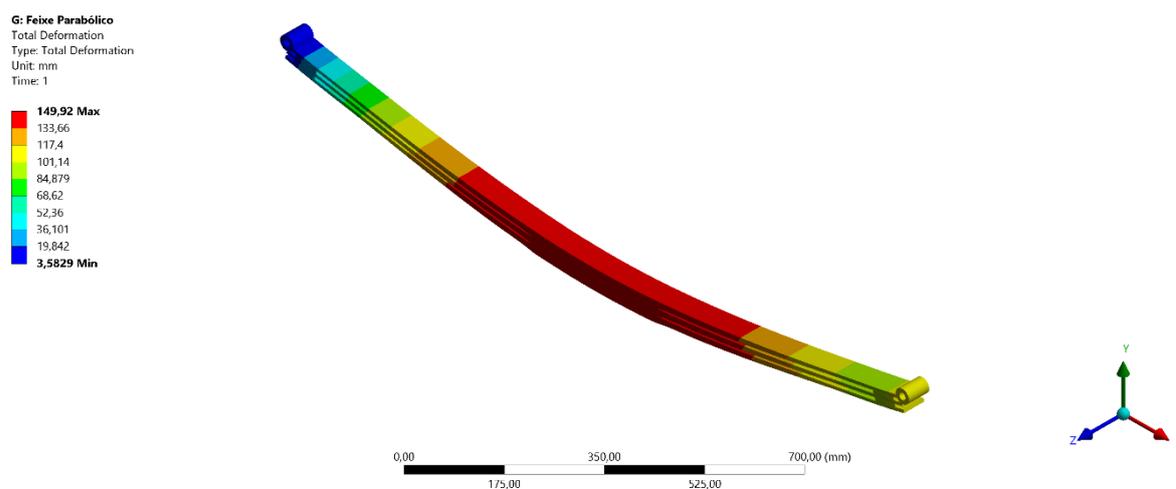
Finalizada a etapa de convergência de malha e discretização do problema, executou-se uma análise estática para avaliar o nível de tensão e deflexão no feixe de molas proposto. Os resultados são apresentados respectivamente na Figura 60 e Figura 61.

Figura 60 - Tensão normal devido a flexão no feixe proposto



Fonte: Próprio Autor

Figura 61 - Deformação máxima para feixe com variação de espessura proposto



Fonte: Próprio Autor

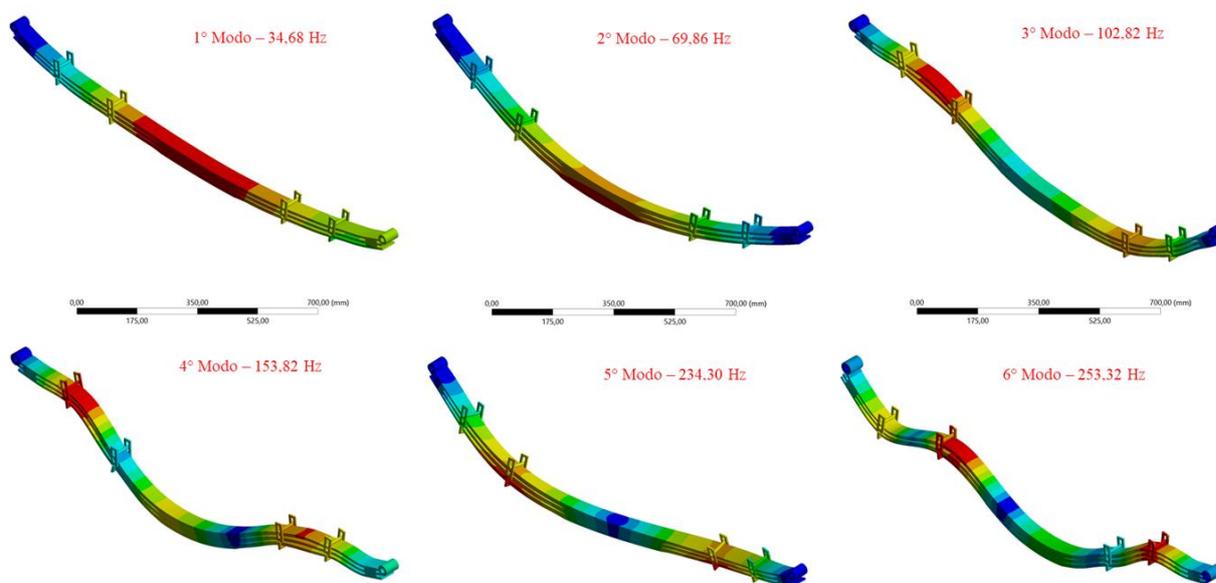
Avaliando a Figura 60 observa-se que o nível de tensão normal devido a flexão é inferior aos 1000 MPa estabelecidos como requisito. Isso ocorre, pois, há uma melhor distribuição da tensão ao longo do comprimento do feixe de molas, gerado pela variação de espessura presente no componente. Um estudo comparativo entre os resultados obtidos e os apresentados para o feixe de molas convencional em aço mostrados na Figura 56 também foi realizado. Nesse, é possível verificar uma redução de 4,74% no valor de tensão, saindo de 936,44 MPa para o componente convencional e indo para 892,02 MPa para o sistema com espessura variável. Essa diminuição, justifica-se pela melhor distribuição das tensões e redução da zona de contato entre as lâminas.

Analisando a Figura 61, nota-se que a modelagem proposta para geração da geometria mostrou-se efetiva, visto que os valores de deflexão se mostraram dentro dos limites estabelecidos, atingindo um valor para condição de carga máxima igual a 149,89 mm. Como o há um critério de parada para o deslocamento, esperava-se que o resultado alcançado fosse próximo ao requisito imposto, justificando assim, o resultado alcançado. Comparando o valor encontrado na simulação com o do para feixe de molas convencional em aço apresentado na Figura 56 nota-se um pequeno acréscimo na deflexão máxima, sendo esse de 2,62%. Tal diferença se dá em função da própria mudança de configuração, pois no sistema proposto, tem-se menor região de contato, criando zonas descontínuas no componente. Porém, ressalta que a diferença é pequena e não é considerada um prejuízo, visto que o limite máximo de 150 mm é respeitado.

Foi realizada também, uma análise comparativa entre a massa do feixe de molas proposto e do convencional de três lâminas utilizados nas demais análises. O primeiro apresenta possui 19,50 kg, enquanto o segundo 18,63 kg, representando um acréscimo de peso de 4,69%. Com isso, não se atinge a redução de massa esperada para o componente. Esse incremento relaciona-se com o fato de se utilizar lâminas inteiras ao longo de todo comprimento e com a pequena variação de espessura alcançada, visto que são utilizadas três lâminas. Uma alternativa a ser avaliada é a adoção de uma monolâmina com variação de espessura, de modo que se tenha maior liberdade para variação do parâmetro.

Avaliou-se o comportamento vibracional da mola proposta por meio de uma análise modal, verificando seis primeiros modos de vibrações livres do componente e as suas frequências naturais. O resultado dessa avaliação é apresentado na Figura 62.

Figura 62 - Modos e frequências naturais do feixe de molas com variação de espessura

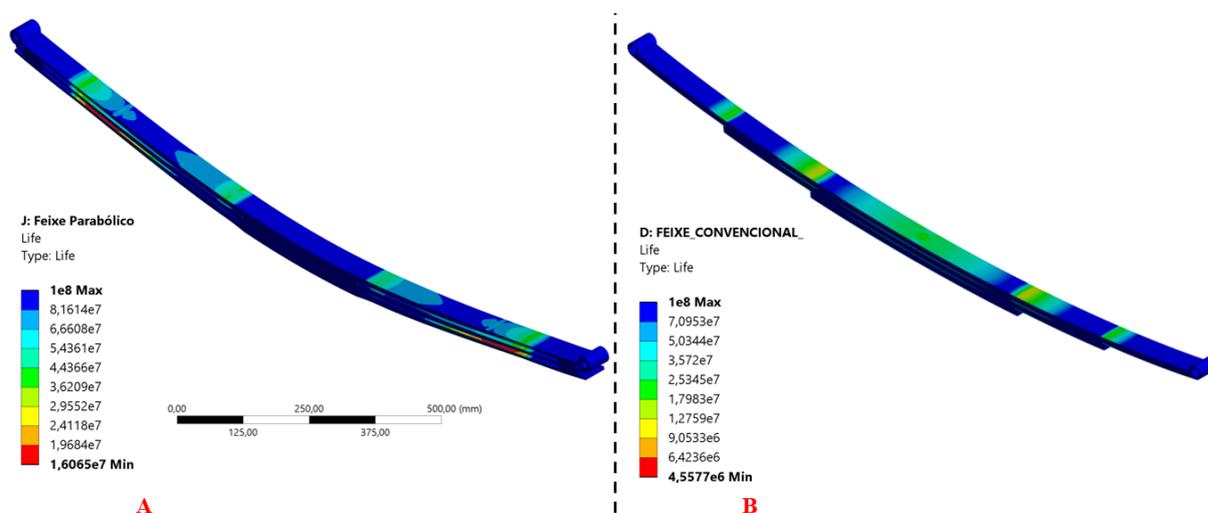


Fonte: Próprio Autor

Avaliando-se os resultados obtidos e apresentados na Figura 62, nota-se que os modos de vibrações são similares aos encontrados para os feixes de molas convencionais que foram apresentados anteriormente. Observa-se também, que o primeiro modo de vibração possui frequência de 34,68 Hz, sendo superior ao valor encontrado para o feixe convencional. Isso ocorre porque há um incremento do momento de inércia do sistema, gerado pelo uso de lâminas inteiras ao longo de todo o componente. Comparando o valor com as referências de uma suspensão veicular exposto por Gillespie (1992), tem-se que o componente é considerado aprovado, pois a menor frequência é superior a 12 Hz, não havendo risco do conjunto entrar em ressonância.

Por fim, avaliou-se a vida à fadiga do componente proposto e do feixe de molas convencional, considerando em ambos os casos a condição a carga máxima de 15000 N. Utilizou-se para a avaliação o critério de Gerber, conforme recomendado por Ceyhanli e Bozca (2020). Atig *et al.* (2019), menciona em seus estudos, que esse critério apresenta valores mais assertivos com os dados experimentais. Seguindo as orientações apresentadas por Possamani (2015) e Liang, Gning e Guillaumat (2012), adotou-se uma razão de carregamento igual a 0,1, sendo este um valor recomendado por norma. O resultado de vida à fadiga para as duas configurações é apresentado na Figura 63.

Figura 63 - Análise comparativa de vida a fadiga para feixe proposto (A) e convencional (B)



Fonte: Próprio Autor

O feixe proposto apresenta uma melhor vida à fadiga do que o convencional, conforme exposto na Figura 63, atingindo um valor de $1,61 \times 10^7$ ciclos, enquanto o feixe de molas tradicional apresenta $4,57 \times 10^6$ ciclos. Tomando como base a norma SAE (1980), tem-se que ambos os valores são considerados aprovados, pois tem-se como requisito 10^6 ciclos. A melhora no comportamento de fadiga do componente justifica-se pela melhor distribuição de tensões no componente, reduzindo assim, a probabilidade de falha.

Refngah *et al.* (2009), também realizou um comparativo entre feixes de molas convencionais e um parabólico com duas lâminas e obteve conclusões similares às apresentadas ao modelo analisado neste trabalho. Soner *et al.* (2011), em seu trabalho, mostram experimentalmente o ganho na vida à fadiga e a similaridade entre a resistência mecânica de ambos os componentes convencional e com variação de espessura. Os autores citados ainda destacam a maior capacidade de isolamento de ruído do sistema com variação de espessura, sendo justificado pelo espaçamento entre as lâminas, evitando ruídos característicos de contato metálico. Embora apresente vantagens em termos de fadiga, ruídos e comportamento vibracional, o feixe proposto não gera redução de massa esperado, sendo esse um dos objetivos do trabalho.

4.3.2 Feixe Híbrido

Conforme apresentado e avaliado na análise de parâmetros, os materiais compósitos possuem uma ótima relação peso/resistência. Entretanto sua substituição direta deve ser bem avaliada, pois tem-se casos em que há uma redução severa do módulo de elasticidade do material, acarretando no incremento da deflexão, como mostra Bhanage (2013). Esse resultado

também foi observado na avaliação de parâmetros realizada. Visando uma estrutura que melhor suporte os carregamentos de flexão impostos aos feixes molas, foi proposto um sistema híbrido, combinando o material compósito de fibra de vidro epóxi unidirecional e o aço SAE5160.

Iniciou-se um estudo para seleção dos parâmetros geométricos, que contou com a elaboração de um script em linguagem C no *Software Scilab*[®], sendo esse apresentado em anexo. O algoritmo avaliou algumas configurações de feixe, variando o número de lâminas e largura dos componentes. Com base nessa variação, foi determinada da espessura, de modo a respeitar uma tensão normal a flexão de 1000 MPa e uma deflexão máxima de 150 mm para uma carga de 15000 N. Esses valores foram utilizados como padrão pois foram os resultados obtidos para as análises de feixe convencional realizadas na validação e análise de parâmetros. Analisando os dados gerados pelo algoritmo, montou-se uma configuração com três lâminas, sendo duas graduadas e uma mestre conforme demais análises. Os parâmetros geométricos são apresentados na Tabela 28.

Tabela 28 - Parâmetros geométricos para feixe híbrido

Descrição	Valor
Comprimento total [mm]	1462 ²
Comprimento lâmina 1 [mm]	554
Comprimento lâmina 2 [mm]	1008
Largura [mm]	50
Espessura [mm]	16
Número de lâminas	3
Cambagem [mm]	180

Após a definição de todos os parâmetros, foi realizada uma análise para determinação do número de camadas por lâmina. Objetivando utilizar valores já disponíveis comercialmente, optou-se por utilizar cinco camadas, na qual cada uma possui espessura de 3,2 mm, totalizando 16 mm. De posse destas informações, executou-se a modelagem do sistema em ambiente virtual.

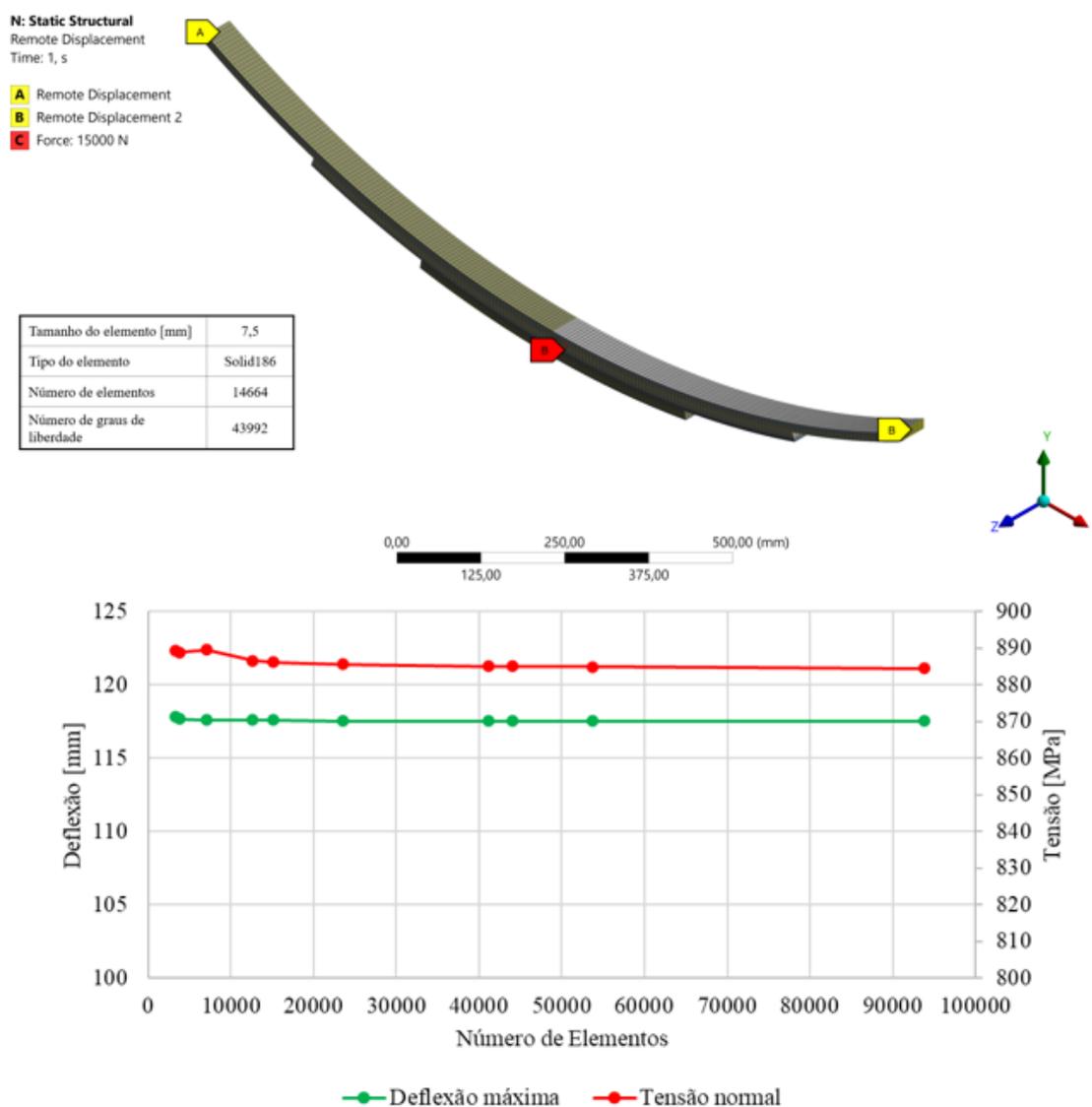
Realizou-se ainda um estudo para determinação da posição das camadas de cada material. Tomando como base as informações obtidas da análise de parâmetro e avaliando o tipo de carregamento imposto aos feixes de molas, verificou-se que as regiões mais externas das lâminas tendem a apresentar um maior valor de tensão. Isso acontece, pois o momento fletor imposto ao componente é diretamente proporcional à distância da linha neutra, sendo um local no qual a tensões normal a flexão tende a zero. Embasando-se neste estudo, optou-se por utilizar as duas camadas mais externas em aço e as centrais em material compósito. Dias *et al.*, (2021),

² Valor médio entre veículos do seguimento - (CINDUMEL, 2020)

realizaram um estudo para uma monolamina utilizando uma combinação de materiais, realizando um estudo variando a posição das camadas. Como resultado, os autores verificaram que o material de menor rigidez deve ficar no centro, validando assim a escolha aqui realizada.

Para a realização das análises estáticas e modal realizou-se um estudo de convergência de malha, de modo a se definir o tamanho de elemento mais adequado para realização das avaliações. O gráfico que mostra a convergência do sistema é apresentado na Figura 64. Com base na resposta obtida na análise, adotou-se um tamanho de elemento igual a 7,5 mm. Destaca-se que o elemento utilizado é o Solid186 de três graus de liberdade e vinte nós. O sistema discreto, bem como as condições de contorno aplicadas e o estudo de convergência de malha são apresentados na Figura 64.

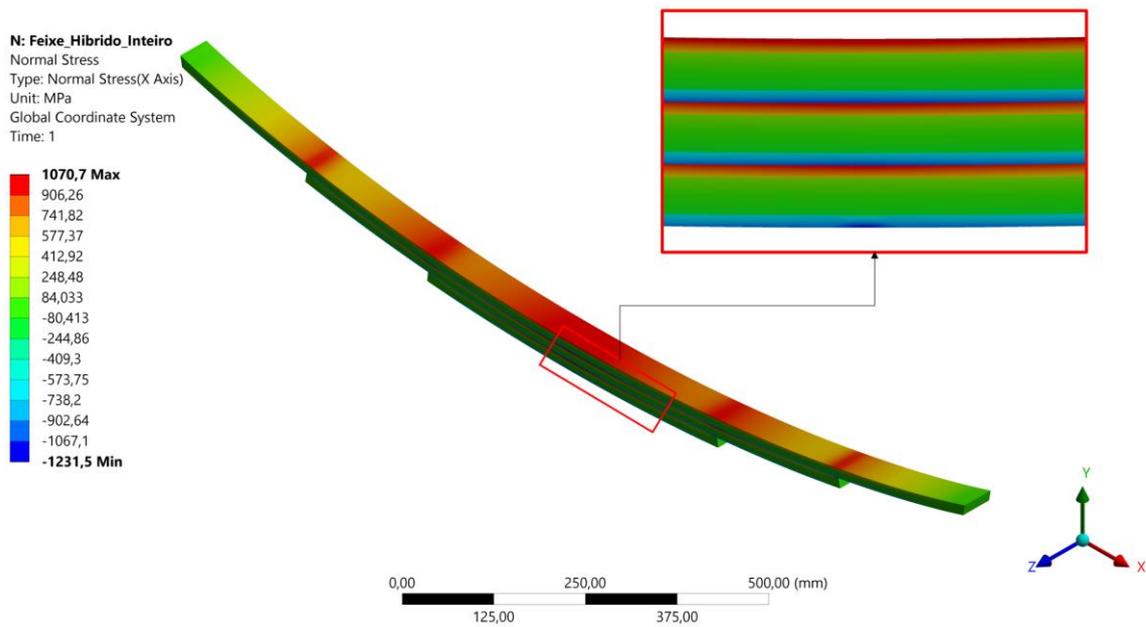
Figura 64 - Malha e condições de contorno utilizadas para feixe híbrido



Fonte: Próprio Autor

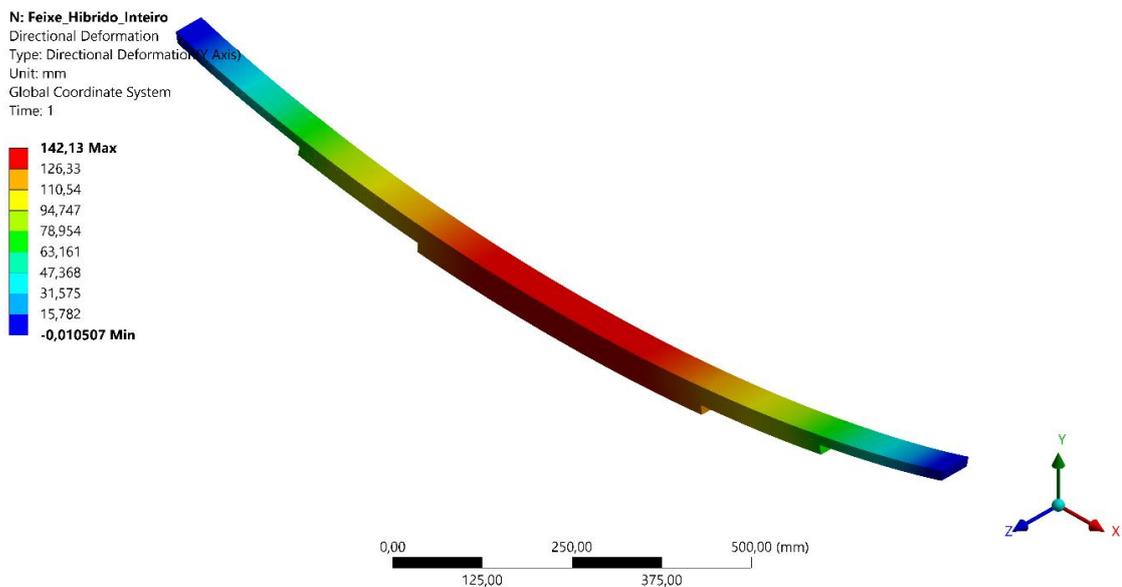
Após a discretização do sistema, realizou-se uma análise estática com vários carregamentos para avaliar o comportamento da tensão e deflexão do sistema. O contato entre os materiais é considerado perfeitamente colado e entre as lâminas adotou-se o contato do tipo sem separação, conforme metodologia já apresentada. As respostas de tensão normal devido à flexão e de deflexão para condição de carga são apresentadas na Figura 65 e Figura 66, respectivamente.

Figura 65 - Tensão normal máxima em feixe híbrido



Fonte: Próprio Autor

Figura 66 - Deflexão máxima para feixe híbrido



Fonte: Próprio Autor

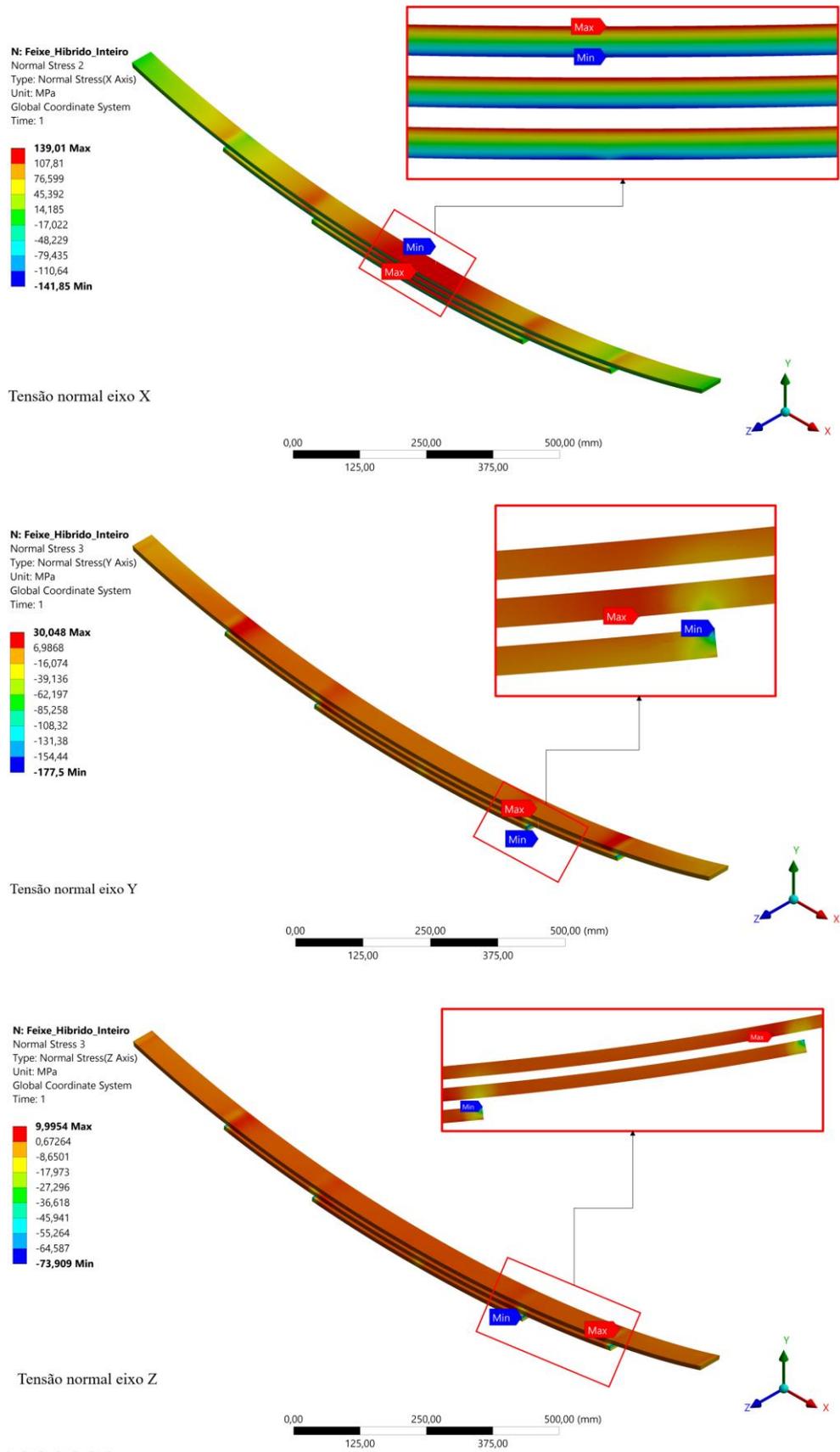
Avaliando o comportamento da tensão normal devido a flexão, nota-se que as camadas em aço recebem as maiores solicitações, enquanto as de compósitos ficam menos solicitadas. Com isso, há um acréscimo de tensão nas lâminas em aço, em especial na região central do componente, onde tem-se o maior momento fletor. Nota-se ainda uma maior solicitação de compressão, que é explicada pela curvatura do elemento e aplicação da carga na região inferior da lâmina, gerando uma espécie de zona de concentração de tensão. Comparando com a configuração em aço, nota-se um aumento de 20,91% no valor da variável, saindo de 885,02 MPa para a estrutural convencional para 1070,05 MPa para o conjunto híbrido. Para as demais cargas, o comportamento é similar, visto que à variação de tensão e deflexão é linear.

Verificando deflexão apresentada na Figura 66, nota-se que há um aumento de 23,93% no deslocamento máximo do feixe de molas proposto em comparação ao convencional em aço, que se justifica pela redução da rigidez global do sistema. Deve-se ressaltar o feixe híbrido tem massa 41,79% menor que o conjunto em aço, diminuindo de 18,63 kg no feixe de molas tradicional para 10,81 kg para o componente com combinação de materiais, mostrando que um conjunto híbrido é capaz de aumentar a relação entre peso e rigidez. Para se ter a mesma rigidez, faz-se necessário uma alteração geométrica, incrementando espessura nas camadas e conseqüentemente massa. Destaca-se, porém, que ainda sim, haverá redução de massa no conjunto.

Para avaliar a viabilidade de aplicação da configuração realizou-se uma análise comparativa entre as tensões normais máximas e os limites de resistência a tração e compressão de cada material. Os parâmetros dos materiais foram apresentados na metodologia do trabalho e podem ser visualizadas na Tabela 6 e Tabela 7. Visa-se com isso, garantir que o sistema não falhe na condição de carregamento estática. Destaca-se que não se avaliou a vida a fadiga do sistema, visto que não foram obtidos dados da combinação entre os materiais utilizados.

As maiores solicitações são encontradas no material em aço, e o resultado é idêntico ao apresentado na Figura 65, sendo o valor de tração e compressão inferiores ao limite de 1360 MPa apresentado por Possamai (2015), não sendo observados nenhuma restrição. Nas camadas em material compósito, realizou-se uma avaliação individualizada para cada um dos eixos e o resultado desta, é apresentada na Figura 67.

Figura 67 - Avaliação de tensão normal nos três eixos para as camadas em material compósito



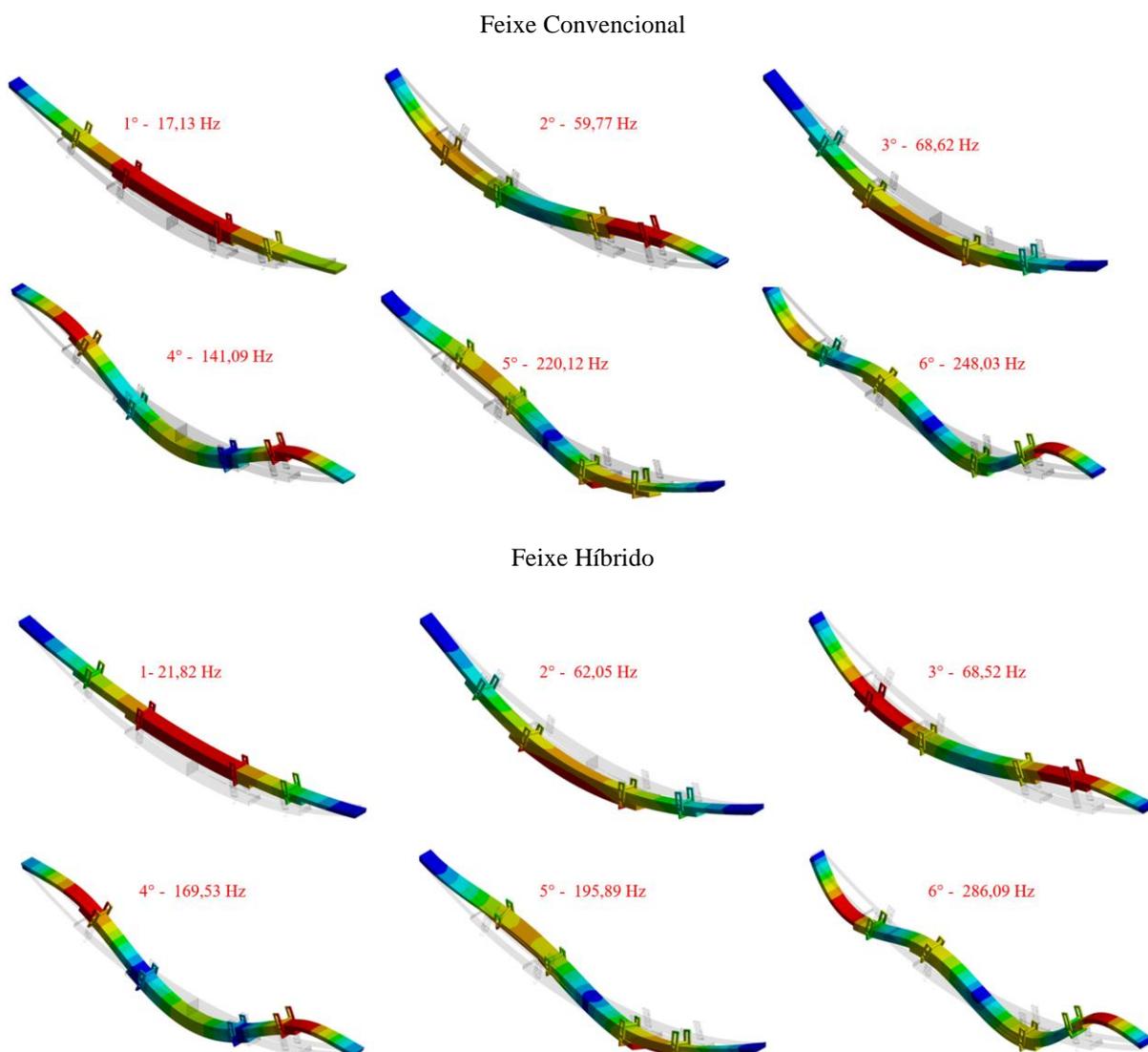
Fonte: Próprio Autor

Analisando as tensões no eixo X, nota-se que o valor máximo de tração e compressão ocorrem no centro lâmina, comportamento esse esperado, visto que o sistema está submetido a flexão. O valor máximo é 139,01 MPa (tração) e o mínimo é 141,85 MPa (Compressão), sendo ambos inferiores ao limite de tensão de tração e compressão do material na direção X, sendo esses respectivamente 1100 MPa e -675MPa. Sendo assim, não são observados prejuízos ao longo do eixo longitudinal do componente.

Avaliando os eixos Y e Z, nota-se um comportamento anômalo, uma vez que o espera-se que a tensão seja quase uniforme ao longo de todo o feixe. Avaliando as regiões de valores máximos e mínimos em ambos os casos, observa-se uma zona de concentração de tensões localizada na extremidade da lâmina inferior. Essa região é gerada pelo contato do material em aço com a fibra de vidro epóxi, e se dá em função de um problema de geometria, sendo esse uma quina viva na lâmina. Comparando com valores máximos mínimos com as constantes de engenharia do material, nota-se o sistema falha no eixo Y, visto que é alcançado um valor de -177,5 MPa e o limite é -120 MPa. Entretanto, esse valor dificilmente será atingido em casos práticos, visto que como ressaltado, a elevação da tensão se dá devido a um problema de geometria e na região, nota-se valores menores. Portanto, considera-se validada a aplicação desta configuração híbrida para feixes de molas.

Realizou-se por fim uma análise modal, fazendo um estudo comparativo entre as frequências naturais e modos de vibrações do feixe convencional e híbrido. Para isso, utilizou-se a mesma malha adotada na análise estática. Os modos e suas respectivas frequências são apresentados na Figura 68.

Figura 68 - Estudo comparativo entre modos de frequência de feixe convencional e híbrido



Fonte: Próprio Autor

Comparando os modos de vibrações livres, nota-se há uma inversão entre o segundo e terceiro quando se tem a configuração híbrida. Isso ocorre devido à redução da rigidez torcional do componente, visto que o material compósito é transversalmente isotrópico no plano YZ, apresentando menores valores de módulo de elasticidade nesta direção. A redução para quinto modo é justificada pelo mesmo motivo. As demais formas e frequências estão associadas aos modos de flexão e como mostrado, possuem relação direta com a massa e rigidez longitudinal do sistema. Como a relação entre essas duas variáveis é maior para feixe híbrido, nota-se um aumento das frequências de vibrações livres para esses módulos. Avaliando em especial o modo fundamental, verifica-se que se tem um aumento de 4,69 Hz no conjunto, saindo de 17,13 Hz para 21,82 Hz, mostrando assim que a solução também é benéfica no incremento da frequência.

4.4 Validação Monolâminas

O processo de validação para as monolâminas se deu de modo similar ao descrito para feixes de molas. Trabalhou-se com duas etapas: a primeira uma validação analítica; a segunda, de acordo com trabalhos da área. Os tópicos a seguir explicitam os procedimentos realizados.

4.4.1 Analítico

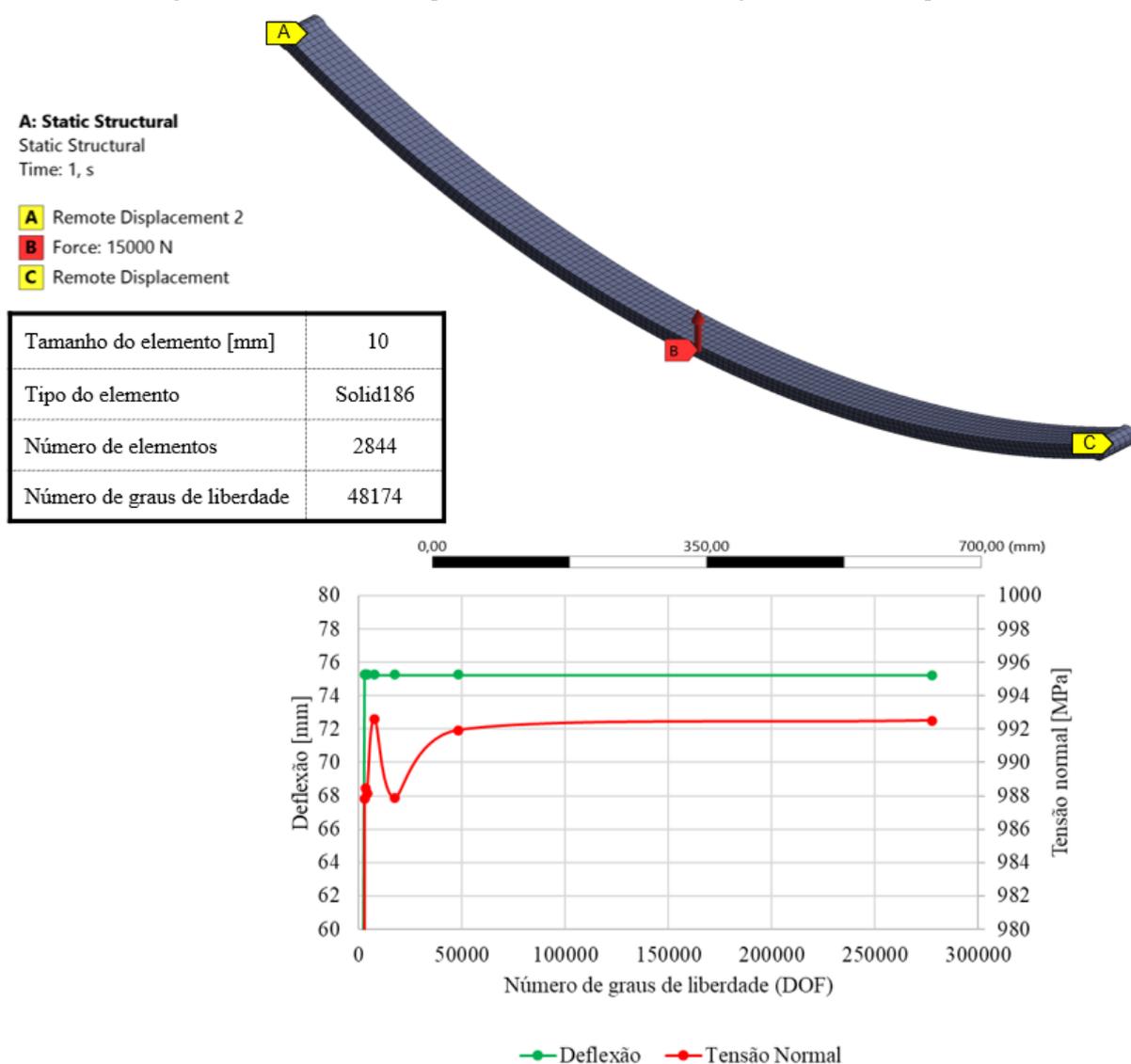
Para a realização deste procedimento foi calculada uma monolâmina equivalente que respeitasse os limites de tensão normal e deflexão máxima estabelecidos para o feixe de mola, sendo estes 1000 MPa e 150 mm respectivamente. A carga máxima e comprimento total utilizados são iguais aos empregados no problema proposto de feixe de molas. Os demais parâmetros geométricos foram estabelecidos por meio da formulação matemática apresentada no tópico de revisão bibliográfica. Vale ressaltar que a largura foi fixada 60 mm, um valor comercial: calculou-se o valor da espessura por meio do critério de tensão e deflexão máximas, sendo escolhido o valor que atendesse aos dois casos. As propriedades geométricas do componente são expostas na Tabela 29.

Tabela 29 - Parâmetros geométricos de monolâmina equivalente

Descrição	Valor
Comprimento total [mm]	1462
Largura [mm]	60
Espessura [mm]	23,6
Cambagem [mm]	180
Deflexão máxima [mm]	150
Tensão máxima [MPa]	1000

Seguindo o procedimento descrito na metodologia, foi desenvolvido o modelo tridimensional do componente. Posteriormente, a geometria foi importada para o ambiente de simulação, no qual foi realizado o estudo de convergência de malha. Foram seguidos procedimentos detalhados na metodologia do trabalho. Obteve-se a partir deste estudo, uma malha com elementos tridimensionais do tipo Solid186, com tamanho de 10 mm, e 48174 graus de liberdade. São apresentados na Figura 69, a malha do sistema, condições de contorno aplicada e o estudo de convergência.

Figura 69 - Monolâminas equivalente discretizada e condições de contorno aplicada



Fonte: Próprio Autor

Definido todos os aspectos, foi executada análise estática do componente para várias cargas. Com base nos dados levantados, foi executado um estudo comparativo com os valores obtidos analiticamente para as respectivas cargas. O resultado deste é apresentado na Tabela 30.

Tabela 30 - Estudo comparativo validação analítica monolâmina equivalente

Resultados Deflexão			
Carga [N]	Deflexão Analítico [mm]	Deflexão Simulado [mm]	Diferença [%]
1000	4,72	4,78	1,26
5000	23,59	23,89	1,26
10000	47,17	47,77	1,26
15000	70,76	71,66	1,26

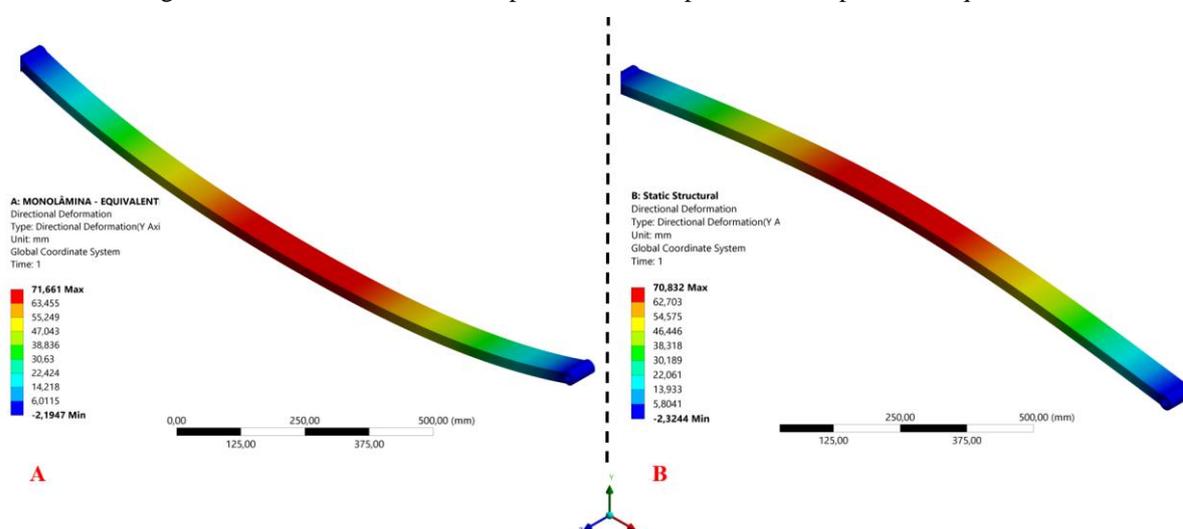
Resultado Tensão			
Carga [N]	Tensão Analítico [MPa]	Tensão Simulado [MPa]	Diferença [%]
1000	65,62	66,60	1,47
5000	328,12	333,01	1,47
10000	656,24	666,03	1,47
15000	984,36	999,05	1,47

Observa-se que o valor de deflexão para carga máxima é inferior ao limite estabelecido. Isso ocorreu pelo fato de se utilizar dois critérios para definição da espessura do componente, utilizando o maior valor encontrado. Nota-se ainda que os valores de deflexão e tensão são representativos, apresentando um erro máximo de 1,47%. Ressalta-se que a o erro é constante, pois a variação com a mudança de carga é linear.

Foram levantadas duas hipóteses para verificar o erro encontrado, principalmente para deflexão, visto que o cálculo numérico determina deslocamento nodais. A primeira hipótese está associada à malha do sistema, porém como mostrado, houve convergência do valor, e o refinamento não agregou maior precisão. A segunda, relacionada com o arqueamento da monolâminas, fator não considerado na modelagem analítica, podendo ser um ponto passível de interferência.

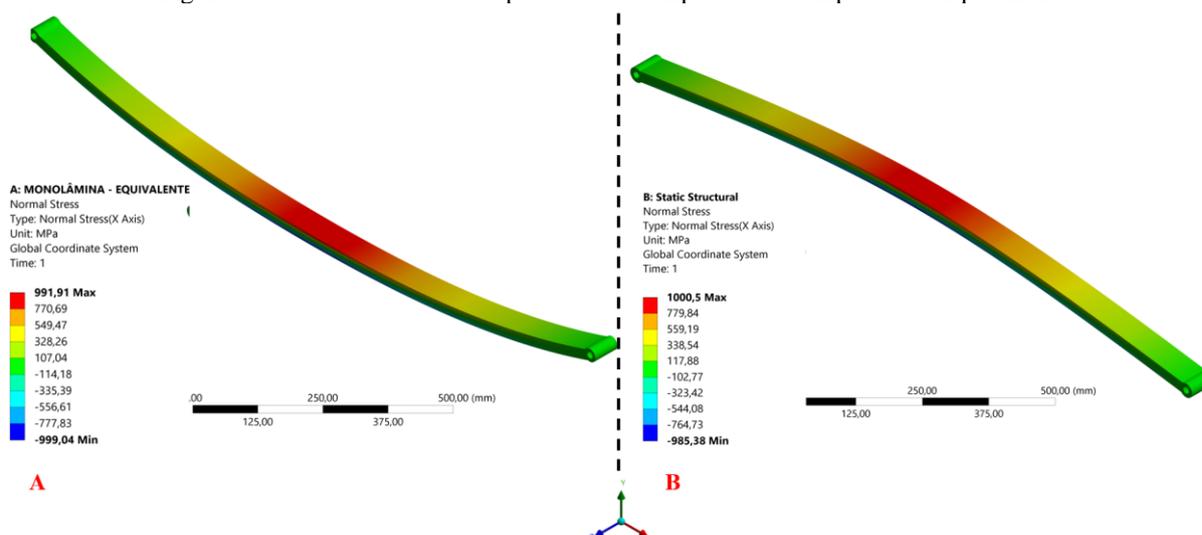
Foi realizado então um estudo comparativo, considerando uma monolâminas sem arqueamento com as mesmas propriedades geométricas e de malha. Os resultados de deflexão e tensão dessa análise são apresentados respectivamente na Figura 70 e Figura 71.

Figura 70 - Resultado de deflexão para estudo comparativo de impacto de arqueamento



Fonte: Próprio Autor

Figura 71 - Resultado de tensão para estudo comparativo de impacto de arqueamento



Fonte: Próprio Autor

Avaliando a Figura 70 nota-se uma diminuição do valor do deslocamento quando a monolâmina não apresenta arqueamento. Comparando o resultado com o dado analítico, o erro reduz de 1,26% para 0,1%, mostrando que de fato a arqueamento tende a elevar o valor da deflexão, confirmando a hipótese levantada inicialmente. Quando se analisa as tensões apresentadas na Figura 71, nota-se que os valores em módulo são similares, não se observando impactos.

Conforme apresentado e investigado, o modelo proposto é representativo quando comparado a modelagem analítica. Os erros encontrados foram inferiores a 5%, sendo considerado validado o conjunto.

4.4.2 Dados da literatura

Assim como feito para feixe de molas, realizou-se também a validação de monolâmina com base em trabalhos e pesquisas acerca do tema. O intuito é mostrar que a modelagem apresentada é robusta e que os resultados são fidedignos.

A metodologia é similar à utilizada em feixes de molas, na qual foram selecionados artigos científicos sobre o tema para replicar a geometria e utilizar as condições de contorno propostas. Posteriormente, um estudo comparativo foi realizado de modo a verificar a precisão e representatividade do sistema. O procedimento e resultados obtidos são expostos nos tópicos a seguir.

4.4.2.1 Monolamina formato semielíptico.

Para essa validação, selecionou-se o trabalho de Soliman (2020), que avalia os comportamento e características modais e estática de uma monolamina em material compósito. O autor ainda compara seus resultados com uma componente de aço equivalente em termo de rigidez.

O material adotado por Soliman (2020) na monolamina proposta é a Fibra de Carbono reforçada com plástico (CFRP – *Carbon Fiber Reinforced Plastic*). De acordo com o trabalho, o eixo x é coincidente com a direção longitudinal, o y é ao longo da espessura e z está na transversal ao plano da direção da lâmina. As propriedades mecânicas do material são apresentadas na Tabela 31.

Tabela 31 - Propriedade mecânicas CFRP - Adaptado (Soliman (2020))

Descrição	Valor
Módulo de elasticidade na direção X - E_x [MPa]	162380
Módulo de elasticidade na direção Y - E_y [MPa]	23510
Módulo de elasticidade na direção Z - E_z [MPa]	23510
Coefficiente de Poisson - ν_{xy}	0,23
Coefficiente de Poisson - ν_{yz}	0,18
Coefficiente de Poisson - ν_{xz}	0,23
Módulo de cisalhamento XY- G_{xy} – [MPa]	8460
Módulo de cisalhamento YZ- G_{yz} – [MPa]	9720
Módulo de cisalhamento XZ- G_{xz} – [MPa]	8460
Limite de resistência a tração [MPa]	2492
Limite de resistência a compressão [MPa]	2237
Densidade [Kg/m ³]	1592

A monolamina proposta por Soliman (2020), tem características geométricas similares para o CFRP e para aço, variando somente a espessura entre os componentes. Para a validação, utilizou-se somente os dados para o componente feito em material compósito, visto que a modelagem do autor é similar para ambos os casos. Os dados da geometria são apresentados Tabela 32

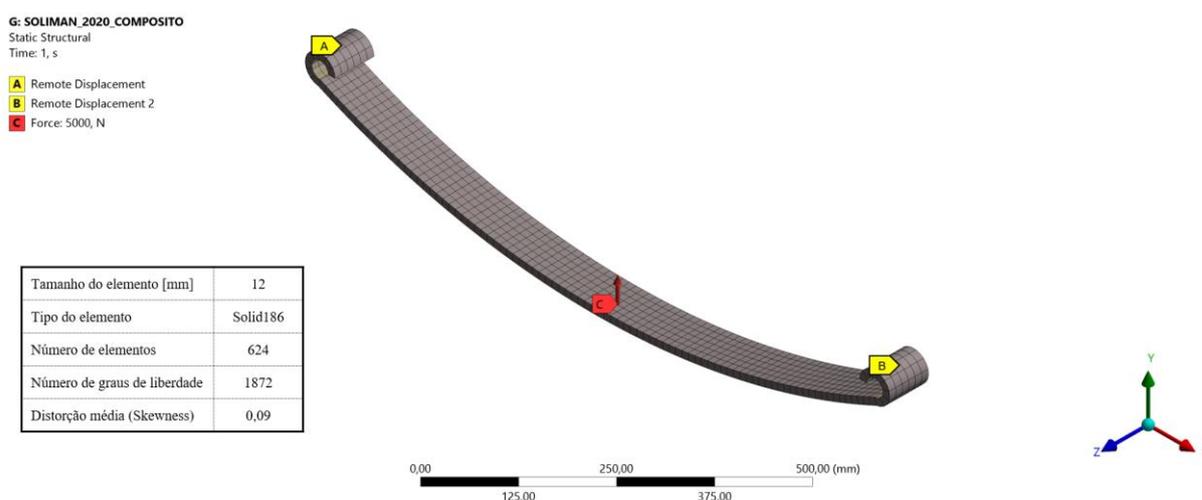
Tabela 32 - Parâmetros geométricos monolâminas Soliman (2020)

Descrição	Valor
Comprimento total [mm]	1000
Número de lâminas mestre	1
Largura [mm]	70
Espessura [mm]	12
Comprimento do arqueamento (cambagem) [mm]	125
Diâmetro interno dos olhais [mm]	30
Carga máxima [N]	5000

De posse das informações descritas, foi feito o modelo tridimensional do componente, de acordo com os procedimentos detalhados na Metodologia deste trabalho. Foi realizada a importação para o *Ansys Workbench* e realizada a discretização do conjunto e aplicada as condições de contorno. Para geração da malha, utilizou-se o elemento Solid 186, com três graus de liberdade e 20 nós, com tamanho de 12 mm.

O tipo de elemento foi o mesmo que utilizado que o autor e que o tamanho selecionado se baseou na malha apresentada pelo autor, uma vez que esse dado não estava disponível no trabalho. O sistema discreto, as informações da malha e as condições de contorno são expostos na Figura 72.

Figura 72 - Monolâmina para validação discretizada e com aplicação das condições de contorno



Fonte: Próprio Autor

Com o sistema discretizado, foi executado uma análise estática, de modo a se gerar dados para o estudo comparativo entre os resultados obtidos via simulação, e os expostos na pesquisa de Soliman (2020), conforme se apresenta na Tabela 33

Tabela 33 - Estudo comparativo entre resultados de Soliman (2020) e simulados para validação

Descrição	Resultado Soliman (2020)	Resultado obtido via simulação	Diferença [%]
Deslocamento total máximo [mm]	93,10	91,97	1,21
Rigidez [N/mm]	53,70	54,37	1,24
Máxima tensão normal - tração [MPa]	794,93	752,45	5,34
Máxima tensão normal - Compressão [MPa]	-792,26	-758,69	4,24
Tensão de Von Mises [MPa]	770,77	764,06	0,87

Avaliando os dados da Tabela 33, nota-se um erro de 1,21% no deslocamento máximo do sistema e uma discrepância maior para as demais tensões. Isso pode estar associado a divergências encontradas na malha, pois como citado, o autor não informa o comprimento de cada um dos elementos, sendo utilizado um valor aproximado de acordo com a imagem da discretização do problema. Pode-se ter ainda diferenças associadas às condições de contorno adotadas pelo autor, porém, a possibilidade é menor, visto que a modelagem descrita é similar à utilizada na Metodologia deste trabalho.

O incremento do erro para tensões se justifica pela maior sensibilidade do parâmetro à malha utilizada. Embora seja encontrada uma distorção entre os valores, a maior diferença observada é de 5,34% e ocorre para a tensão máxima de tração devido a flexão. Porém, quando se avalia uma tensão equivalente, como por exemplo o de Von Mises, nota-se que o erro é minimizado, pois considera-se o somatório das solicitações atuantes no corpo e há uma menor sensibilidade à malha utilizada. Logo, considera-se válida a modelagem proposta para uma monolâmina no formato de um semi-elíptico, pois há convergência com dados da literatura e analíticos.

4.4.2.2 – Monolâmina no formato de um quarto de elipse

A fim de avaliar também a modelagem proposta para o modelo no formato de um quarto de elipse, selecionou-se um artigo científico para validação da modelagem proposta. Adotou-se como base a pesquisa de Soliman (2019), na qual esse compara uma monolâmina de seção transversal prismática em aço com uma com variação de espessura ao longo do comprimento, além de avaliar a simetria do componente. Como o intuito é somente avaliar e validar a modelagem e condições de contorno aqui propostas, utilizou-se a monolâmina em aço e as propriedades do material fornecidas pelo autor. Os dados utilizados são apresentados na Tabela 34.

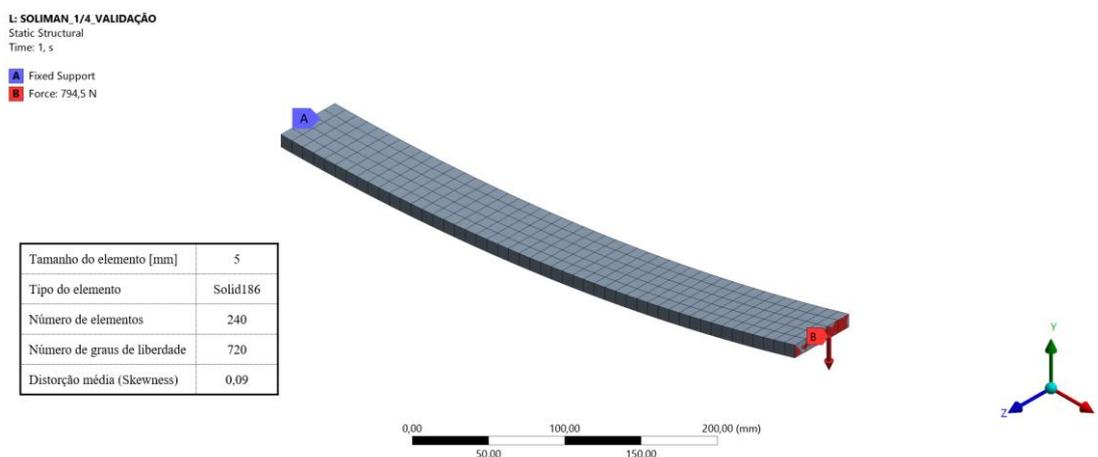
Tabela 34 - Parâmetros geométricos e do material da monolâminas de Soliman (2019).

Descrição	Valor
Comprimento total [mm]	952,1
Número de lâminas mestre	1
Largura [mm]	50
Espessura [mm]	10
Raio de curvatura [mm]	1700,4
Carga máxima [N]	1589
Módulo de Elasticidade [GPa]	210000
Poisson	0,266
Limite de compressão [MPa]	1158
Limite de tração [MPa]	1158

Soliman (2019), destaca que utilizou somente metade do modelo devido a simetria existente no componente. Portanto, elaborou-se também a geometria no formato de um quarto de elipse conforme descrito pelo autor. Posteriormente foi feita a discretização e aplicação das condições de contorno. O autor destaca que utiliza o elemento do tipo *Solid-Shell* (Sólido – Casca) de oito nós e três graus de liberdade, sendo este o Solsh190.

De acordo com Soliman (2019), o Solsh190 apresenta precisão no cálculo de deslocamentos e é recomendado para pequenas espessuras. Devido à indisponibilidade do elemento no *software* adotado, optou-se por utilizar o Solid186, visto que apresenta características e propriedades similares, conforme apresentado no tópico de Revisão da Literatura. É apresentado na Figura 73 o sistema discretizado e as características da malha.

Figura 73 - Condições de contorno e malha de monolâmina para validação do formato de um quarto de elipse



Fonte: Próprio Autor

De posse do modelo discreto, foi realizada uma análise estática do sistema. Com os resultados, gerou-se uma análise comparativa com os resultados apresentados por Soliman (2019), conforme apresenta a Tabela 35.

Tabela 35 - Análise comparativa para validação de monolâmina no formato de um quarto de elipse

Descrição	Resultado Soliman (2019)	Resultado Simulado	Diferença [%]
Deslocamento total máximo [mm]	32,96	33,12	0,49
Máxima tensão normal - tração [MPa]	497,96	519,14	4,25
Máxima tensão normal - Compressão [MPa]	-501,30	-518,14	3,36
Tensão de Von Mises [MPa]	475,67	465,54	2,13

Avaliando os resultados, nota-se um erro desprezível para o deslocamento máxima da monolâmina no formato de um quarto de elipse. Observa-se também um erro maior para as tensões normais devido a deflexão e a tensão equivalente de Von Mises. Essa pequena diferença pode estar relacionada com os diferentes tipos de elementos utilizados e seus tamanhos, uma vez que o autor não revela esta informação. Porém quando se avalia a tensão equivalente, observa-se um erro menor, mostrando que a similaridade dos modelos.

Com base nas avaliações realizadas, considera-se o problema validado, uma vez que os erros encontrados foram inferiores a 5%. Destaca-se aqui, que em todos os casos propostos o sistema foi validado.

4.5 Problema Proposto Monolâmina

Para monolâmina foram propostos três novos modelos, sendo o primeiro um sistema híbrido, combinando aço e fibra de vidro epóxi, um componente como variação de largura e outro com variação de espessura. Ambos foram comparados com a monolâmina equivalente convencional feita em aço. Os detalhes de cada um dos problemas são expostos nos próximos tópicos.

4.5.1 Monolâmina Híbrida

Uma monolâmina equivalente foi desenvolvida com o intuito de ter a mesma tensão normal devido à flexão e deslocamento que o feixe de molas utilizado como objeto de estudo. Sua elaboração foi exposta no tópico de validação analítica da monolâmina. Com o intuito de reduzir massa, sem um prejuízo acentuado na deflexão, foi proposto uma monolâmina híbrida,

na qual há a combinação do aço SAE5160 e do material compósito formado por fibra de vidro unidirecional e epóxi.

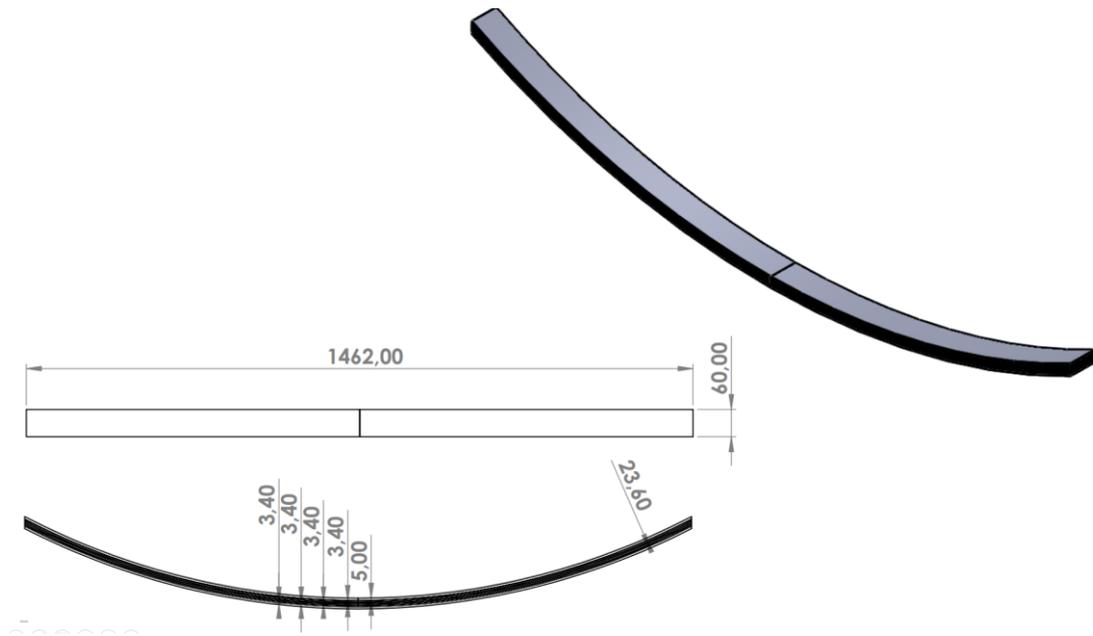
A primeira etapa para esse estudo, consistiu em definir requisito e avaliar os parâmetros geométricos do monolâmina equivalente. Com isso, propor-se adotar lâminas em aço somente com espessuras disponíveis comercialmente, gerando menos impactos em casos de fabricação do componente. Definiu-se como requisito uma proporção próxima de 50% entre os materiais, visando a manutenção ou perda mínima da rigidez, conforme notado na simples troca de material para feixes de molas. Outro ponto que deve ser ressaltado, é que a espessura foi dividida em camadas de modo a forma uma monolâmina com características similares ao equivalente previamente calculado.

Após avaliações e considerando os requisitos apontados, optou-se por utilizar duas camadas em aço, possuindo cada uma 5 mm; e quatro em material compósito, tendo cada uma dessas 3,4 mm. Com isso, tem-se um volume de 42,37% do volume em aço e 57,62% em fibra de vidro epóxi.

As posições das lâminas foram definidas com base no estudo do tipo de carregamento e o comportamento das tensões. Como feixe de molas estão sujeitos a cargas de flexão, sabe-se que as camadas mais distantes da linha neutra, tendem a sofrer maiores solicitações, visto que a tensão é diretamente proporcional a esta variável. A partir dessas análises e dos resultados obtidos por Dias *et al.* (2021), definiu as laminas de aço para a parte externa da monolâminas e o material compósito na região interna. Tem-se então um conjunto similar a definição de estrutura sanduiche apresentada por Gagliardo e Mascia (2010). O componente elaborado é apresentado na Figura 74.

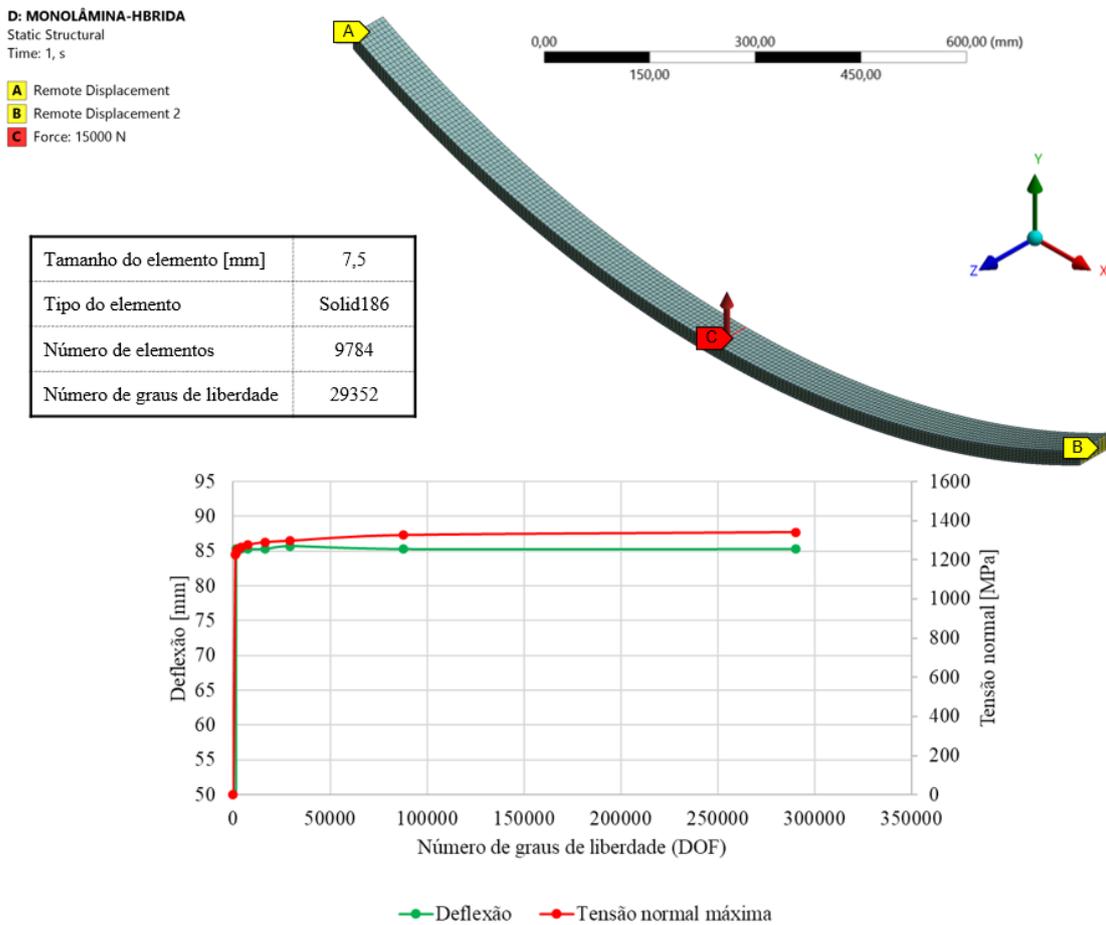
Com o modelo tridimensional, foi realizado o estudo de convergência de malha para discretização do problema. Para isso, utilizou-se o procedimento descrito na metodologia, no qual variou-se o tamanho do elemento, avaliou-se o nível de distorção e verificou-se a convergência da deflexão e tensão normal devido a flexão. Com isso, optou-se por adotar uma malha com elementos sólidos tridimensionais, com tamanho de 12 mm. Posteriormente foi aplicada as condições de contorno que modelam o problema. O sistema discreto, as restrições e carregamentos impostos e o estudo de convergência são apresentados na Figura 75

Figura 74 - Monolamina hibrida



Fonte: Próprio Autor

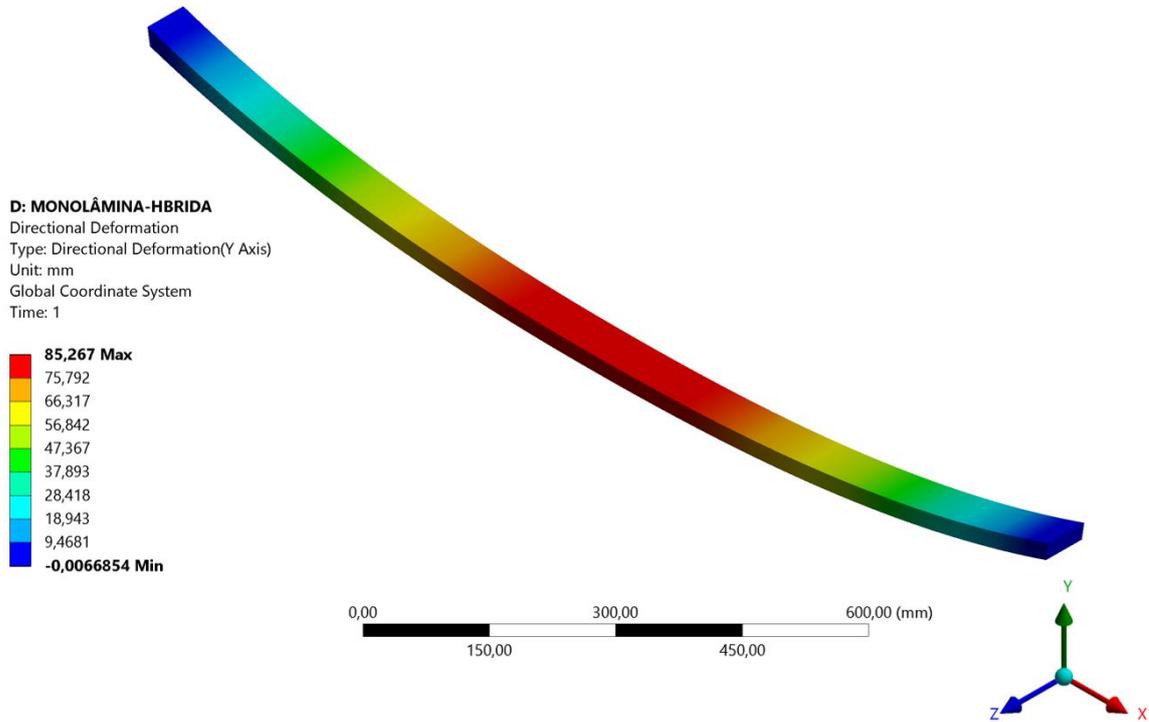
Figura 75 - Malha, condições de contorno e estudo de convergência de malha para monolamina hibrida



Fonte: Próprio Autor

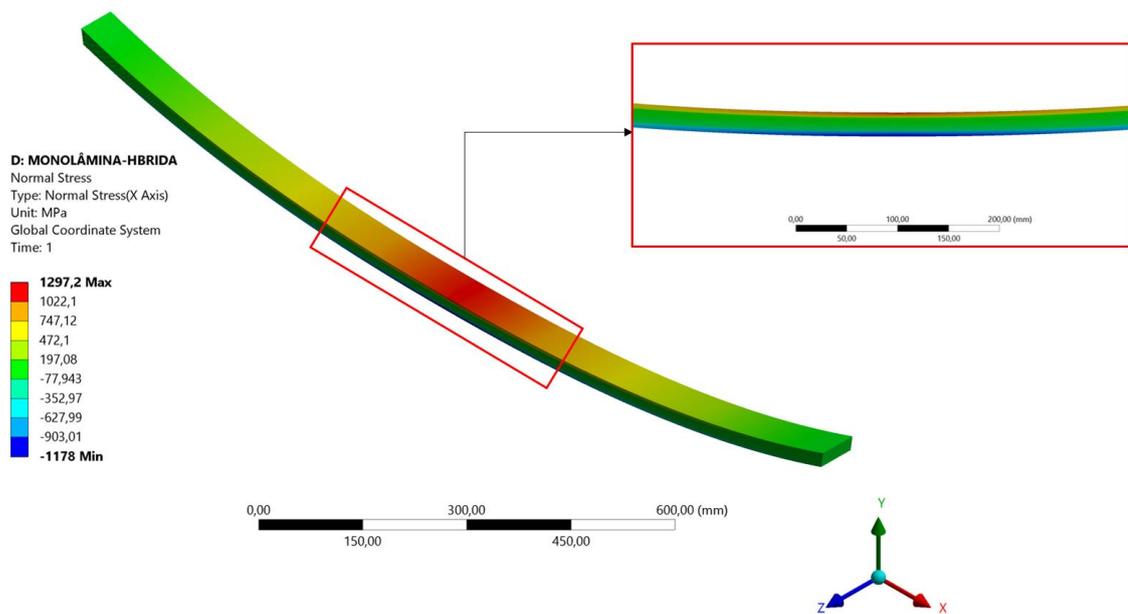
Em seguida, foi realizada uma análise estática para avaliar o deslocamento máximo e as tensões atuantes no sistema. Com isso gerou-se dados para comparação do sistema com uma monolâmina em aço convencional. Os resultados da deflexão e tensão normal devido à flexão são apresentados respectivamente na Figura 76 e Figura 77.

Figura 76 - Deslocamento monolâmina híbrida



Fonte: Próprio Autor

Figura 77 - Tensão normal devido a flexão no monolâmina híbrida



Fonte: Próprio Autor

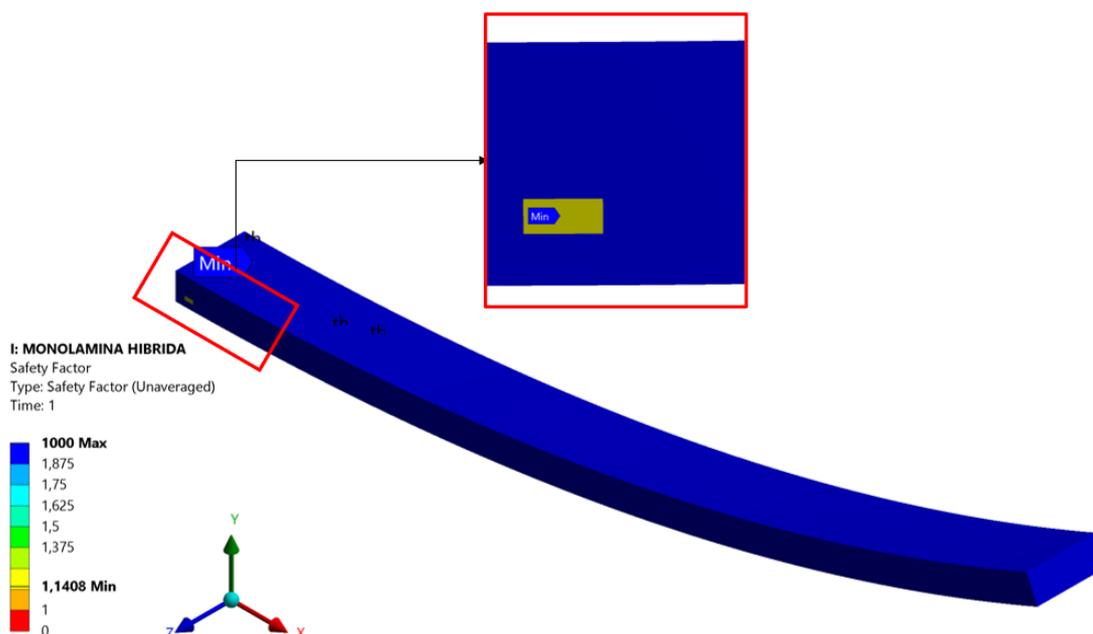
Avaliando a Figura 76, e comparando o resultado com a monolâmina somente em aço, nota um incremento de 18,99% no valor do deslocamento máximo, que passa de 71,66 mm para o sistema convencional para 85,27mm para a configuração híbrida. Esse aumento é função da redução rigidez global do sistema, visto que se combina materiais com diferentes módulos de elasticidade.

Observando a Figura 77, verifica-se também um aumento das tensões, em especial nas zonas mais externas do componente. Em comparação com o sistema convencional, tem-se um incremento de 29,84% no valor da tensão normal. Conforme esperado, a região em aço tende a receber as maiores solicitações de tração e compressão geradas pelo momento fletor, justificando assim a sua posição na monolâmina híbrida. Como o sistema é linear, esse comportamento se repete para todas as condições de carregamento.

Quando se avalia a massa do sistema, nota-se uma redução de 42,96%, tendo a monolâmina em aço 16,92 kg e a mola híbrida 9,65 kg. Comparando a redução com o incremento de tensão e deflexão, observa-se que a minimização da massa é mais acentuada, evidenciando que a solução proposta é efetiva. Ressalta-se que para a manutenção dos mesmos níveis de tensão e deslocamento do componente convencional, faz-se necessário incrementar a espessura e/ou largura do componente.

Analisou-se ainda a região em aço e em compósito da estrutura no que diz respeito à falha. Para a primeira, comparou-se a tensão equivalente de Von-Mises com o limite de escoamento do material, não sendo alcançado o valor de 1340 MPa e tendo um coeficiente de segurança superior à um. Para a parte em fibra de vidro epóxi, utilizou-se o critério de Tsai-Hill. Como abordado no tópico de revisão bibliográfica, esse critério deriva do de Von Mises e é amplamente utilizado em materiais compósitos. O resultado para o fator de segurança para a região do componente avaliada é apresentado na Figura 78

Figura 78 - Coeficiente de segurança utilizando o critério de Tsai Hill

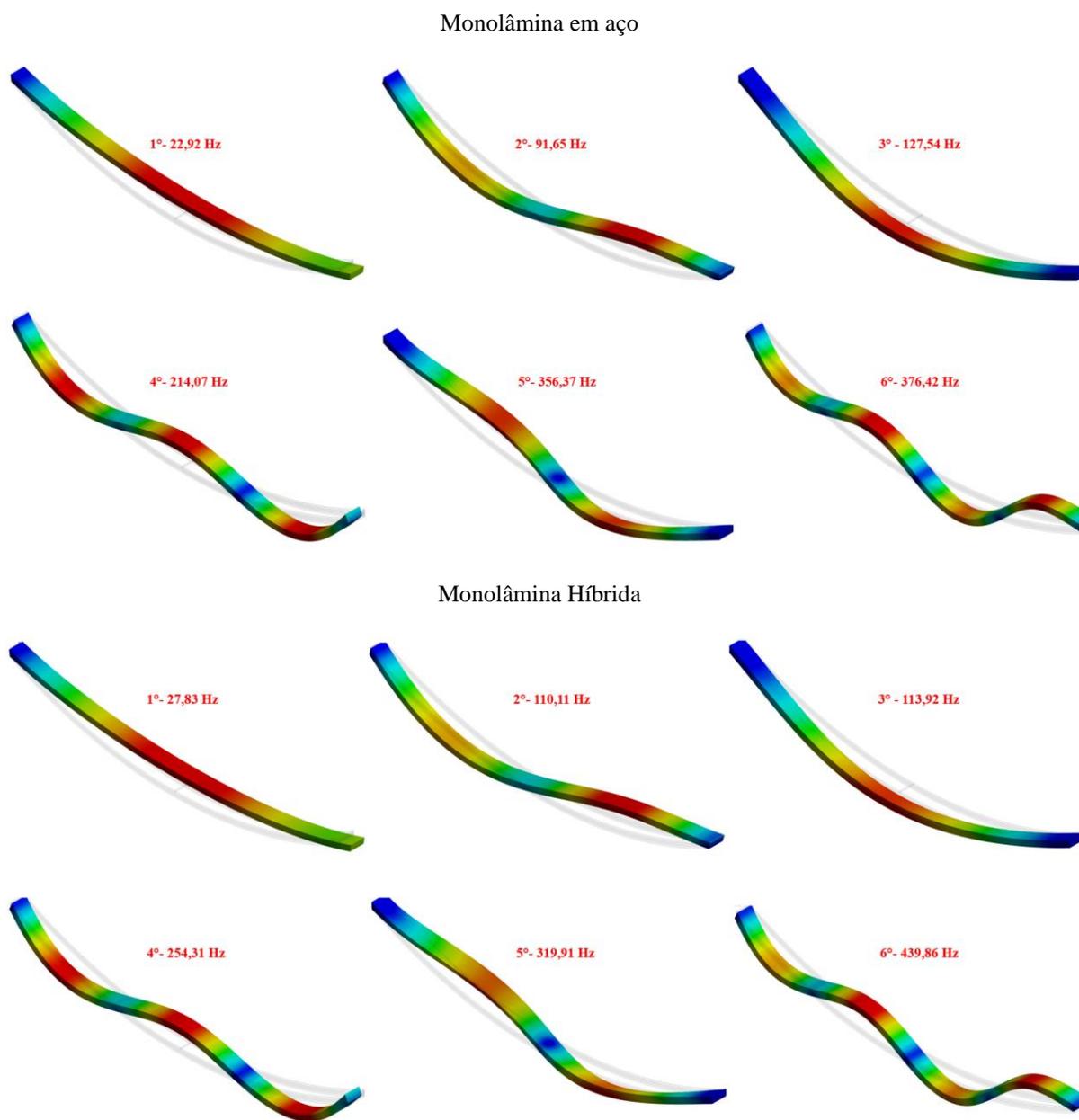


Fonte: Próprio Autor

Ao se avaliar na Figura 78 nota-se que o valor mínimo para o coeficiente de segurança é de 1,14 e ocorre na região de interface entre a camada de compósito e de aço, ponto de maior tensão para a fibra de vidro epóxi. Entretanto não se observa falha na estrutura, uma vez que o valor é superior a 1, mostrando assim, a efetividade da solução proposta. A vida à fadiga não foi avaliada, pois não há dados na literatura para levantamento da curva tensão e número de ciclos de vida (S-N) para a combinação entre aço e fibra de vidro epóxi.

Assim, como as demais estruturas, avaliou-se também as frequências naturais dos sistemas, sendo feito um comparativo entre o componente somente em aço e híbrido. As frequências naturais e os seis primeiros modos de vibrações livre são apresentadas na Figura 79.

Figura 79 - Comparativo entre modos frequências naturais entre monolâmina equivalente em aço e híbrida



Fonte: Próprio Autor

Observando a Figura 79, nota-se os modos de vibrações se mantem os mesmo para ambas as configurações, não havendo nenhuma variação. Observa-se um aumento das frequências naturais para os modos associados a flexão do sistema, sendo exceção para terceiro e quinto, pois esses estão associados a torção ao longo do comprimento. Esse incremento, se dá pela maior redução de massa se comparada com o decréscimo da rigidez do componente.

A redução dos demais modos ocorre em virtude da redução da rigidez nos eixos transversais e verticais do sistema. A união entre o material compósito ortotrópico com o aço

isotrópico acaba por gerar um sistema com módulo de elasticidade global menor nas direções citadas, justificando assim o comportamento encontrado. É importante destacar que o módulo fundamental, para ambas as configurações é superior a 12 Hz, sendo esse um valor mínimo aceitável encontrado na literatura.

4.5.2 Monolâmina com variação de largura

A alteração de parâmetros geométricos e otimizações de projetos mostra-se um caminho vantajoso para a redução de massa em componentes mecânicos. A partir dos estudos realizados para feixes de molas e da modelagem analítica apresentada no tópico de revisão bibliográfica, foi realizado um estudo para desenvolvimento de um monolâmina com variação de largura e espessura constante.

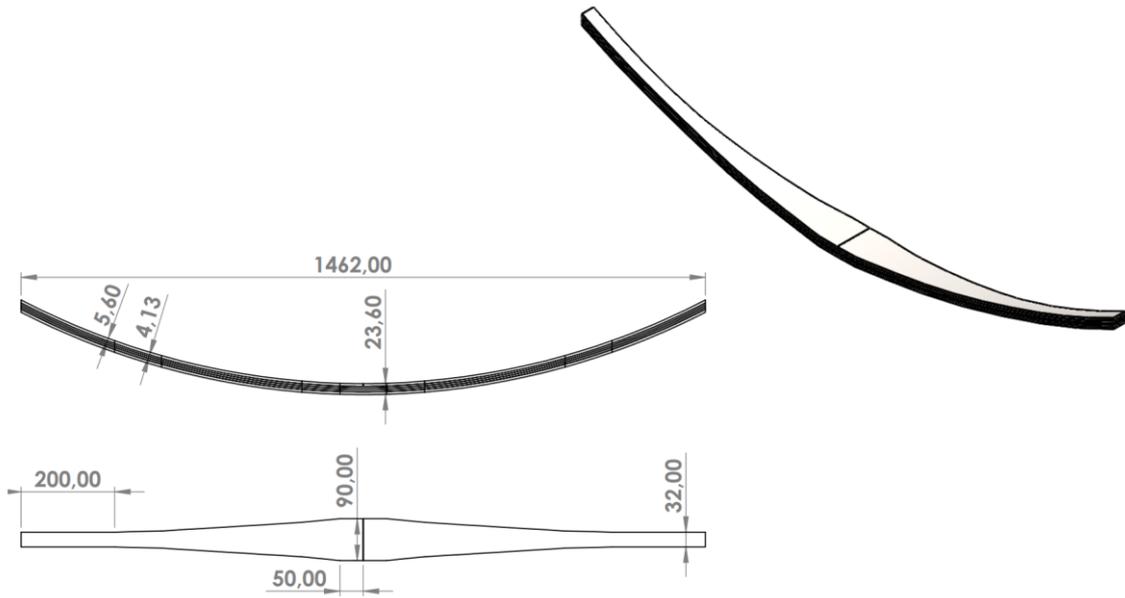
Para definição da variação de largura em função do comprimento e demais parâmetros geométricos foi elaborado um *script* em linguagem C que se baseia em critérios de deflexão e tensão normal máxima, que é apresentado no Anexo. Os limites adotados são fundamentados nos resultados obtidos para monolâmina equivalente em aço e nos valores comerciais apresentados na norma SAE HS 788 (1980) e por Bhandari (2010).

Duas configurações foram avaliadas, sendo uma totalmente em aço, e outra híbrida, pois, como mostrado para as monolâminas de seção constante, há um elevado potencial de redução de massa com a combinação entre materiais. Os parâmetros geométricos globais são iguais para ambos os casos, apresentando uma espessura máxima de 23,6 mm, um comprimento total de 1462 mm, valor idêntico ao utilizado no caso convencional e uma largura máxima e mínima de 90 mm e 32 mm respectivamente.

Para o conjunto híbrido, foram utilizadas cinco camadas, sendo duas em aço, com espessura de 5,6 mm e três em fibra de vidro epóxi com valor igual a 4,13. Similar ao que foi desempenhado para o sistema convencional, objetivou-se manter uma proporção entre os materiais próxima a 50%. O modelo tridimensional desenvolvimento é apresentado na Figura 80.

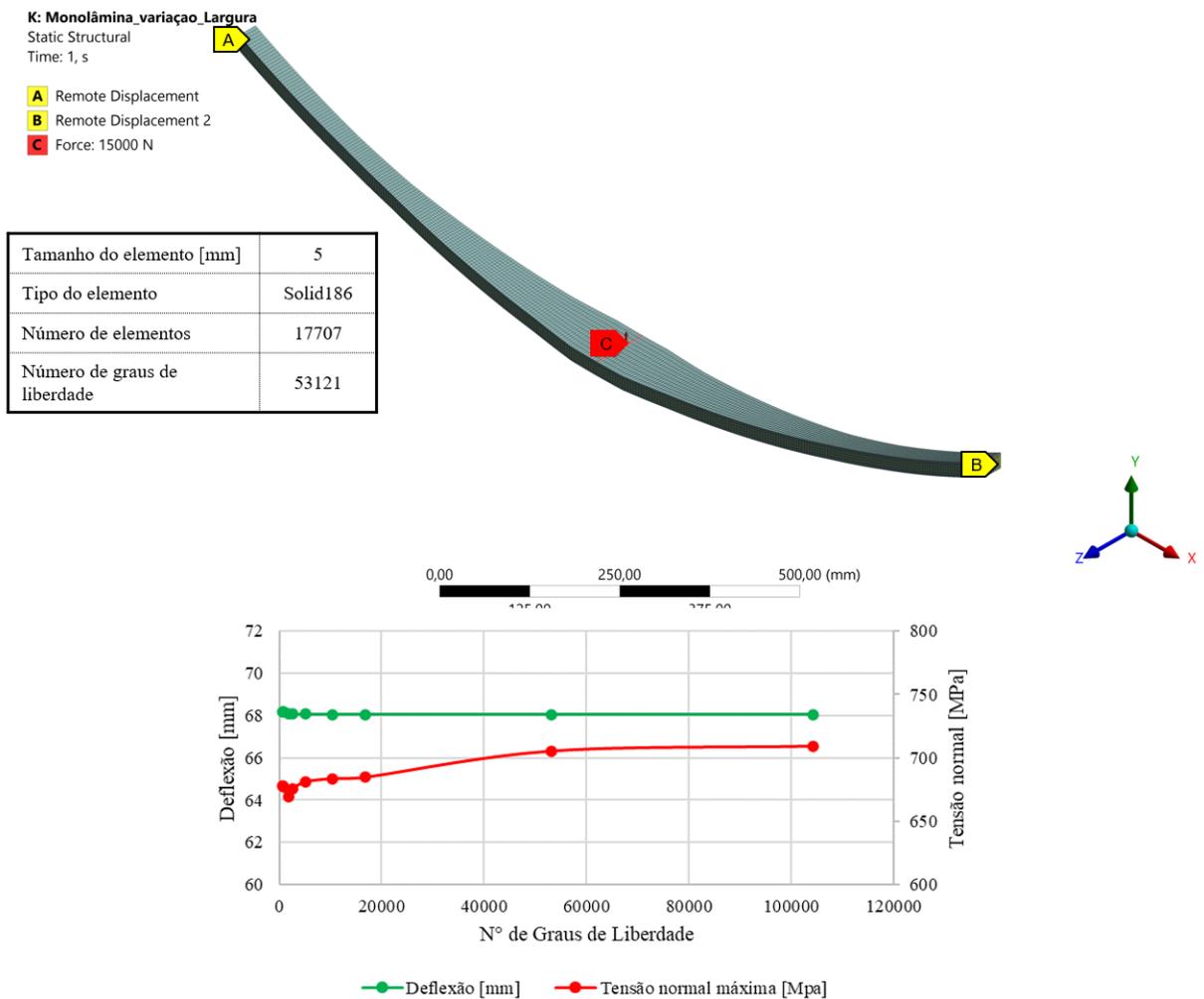
Para discretização do conjunto e realização das análises, um estudo de convergência de malha foi realizado para definir suas características. Obteve-se como resultado um elemento com tamanho igual a 5 mm, do tipo Solid186 e um sistema com 53121 graus de liberdade. As condições de contorno impostas ao sistema são idênticas as expostas para monolâmina convencional. O sistema discreto, modelagem e o estudo de convergência de malha são apresentados na Figura 81.

Figura 80 - Geometria monolâmina com variação de largura



Fonte: Próprio Autor

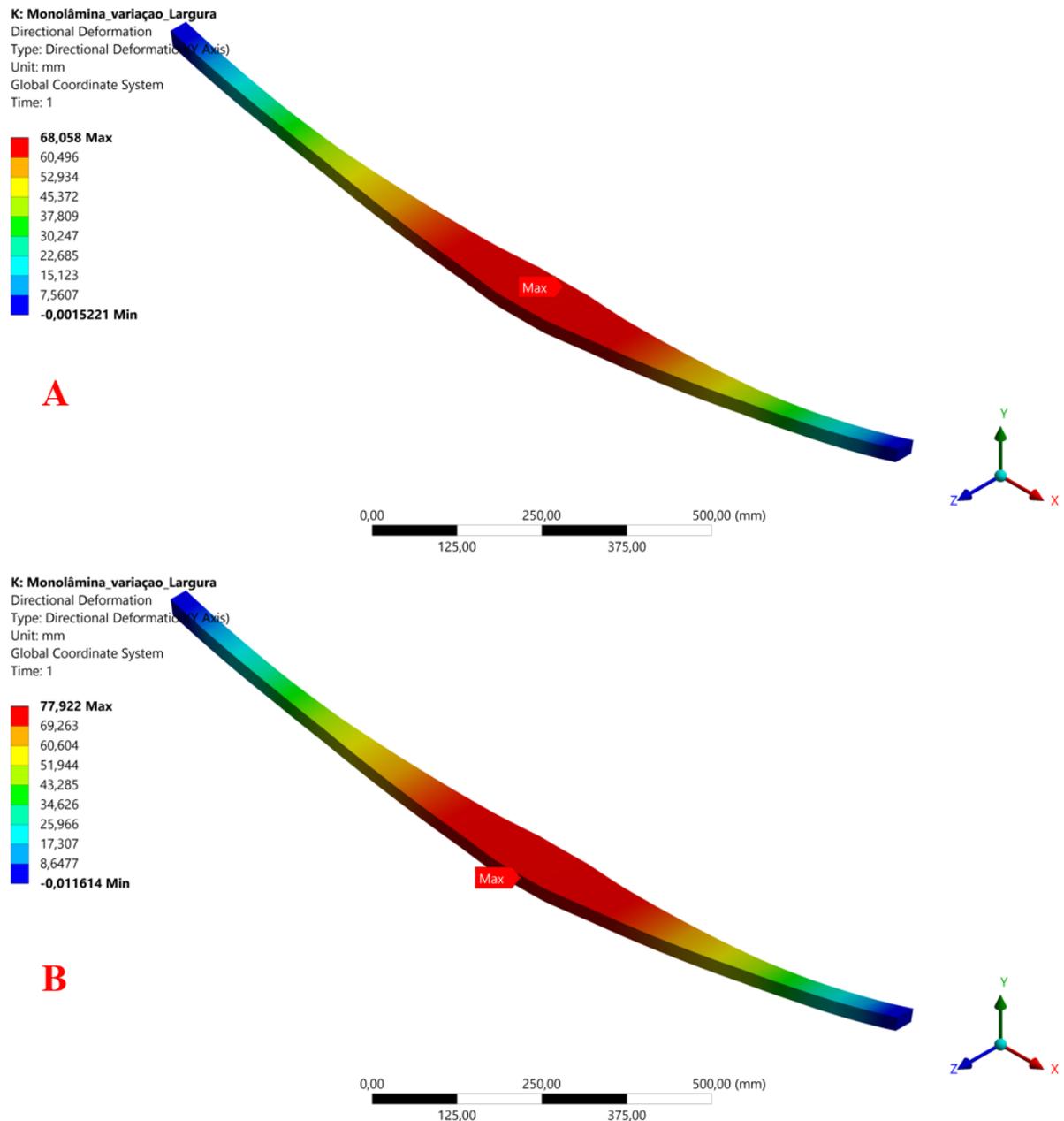
Figura 81 - Sistema discreto com aplicação das condições de contorno e análise de malha realizada para monolâmina com variação de largura.



Fonte: Próprio Autor

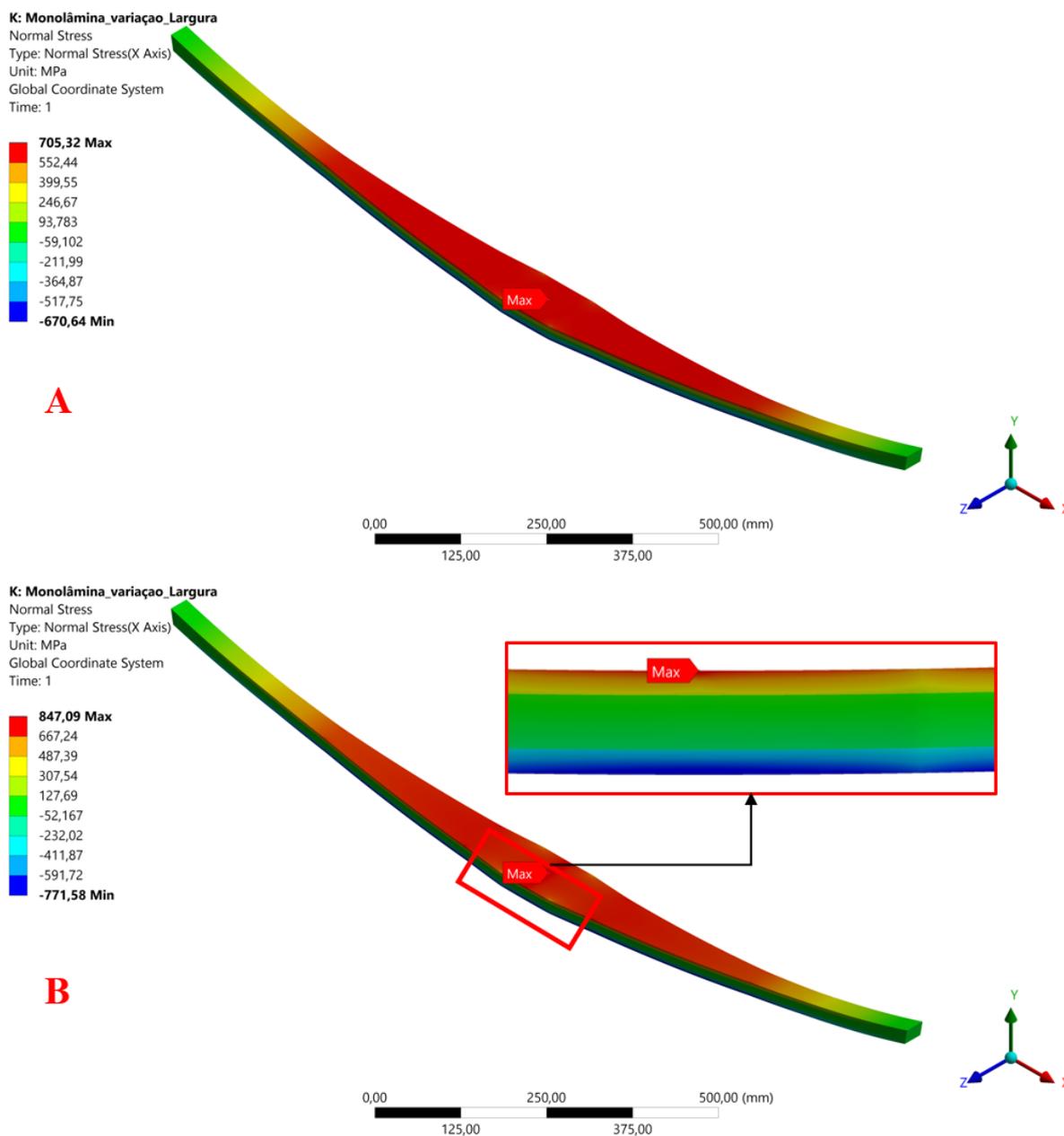
Utilizando o método de elementos finitos, foi executada uma análise estática da monolâmina em aço e na configuração híbrida, avaliando a deflexão máxima, tensão normal devido à flexão e a massa do conjunto. Os resultados para ambas as configurações associados ao comportamento do deslocamento e tensão são apresentados respectivamente na Figura 82 e Figura 83.

Figura 82 - Deflexão máxima monolâmina com variação de largura. A: Aço B: Híbrida



Fonte: Próprio Autor

Figura 83 - Tensão normal devido a flexão na monolâmina com variação de largura. A: Aço. B:Híbrido



Fonte: Próprio Autor

Avaliando a Figura 82 e Figura 83, e realizando um estudo comparativo entre as configurações, nota-se um incremento da deflexão e da tensão normal devido à flexão. O primeiro ocorre devido à redução da rigidez global do sistema, uma vez que há uma combinação entre o módulo de elasticidade do aço e do compósito formado por fibra de vidro epóxi, ocasionado o aumento de 12,67% no valor da variável analisada. A elevação de 16,74% observada na tensão normal do componente híbrido em relação ao feito em aço justifica-se pelo maior esforço mecânico sofrido nas camadas em metal, visto que devido a sua posição essas tendem a se sobrecarregar. Como há diferenças entre os módulos de elasticidades dos materiais,

tem-se uma tendência do material de maior rigidez ser mais solicitado, conforme apresenta a região de destaque da Figura 83 B.

Embora seja notado esse incremento nas duas variáveis, observa-se uma redução de 39,17% na massa do componente, minimizando o valor de 14,34 kg do componente em aço para 8,72 kg para o sistema híbrido. Ao se comparar tais variações, percebe-se que a combinação entre os materiais se mostra favorável para o objetivo de redução de peso do sistema, uma vez que obtém uma minimização da massa superior aos aumentos observados.

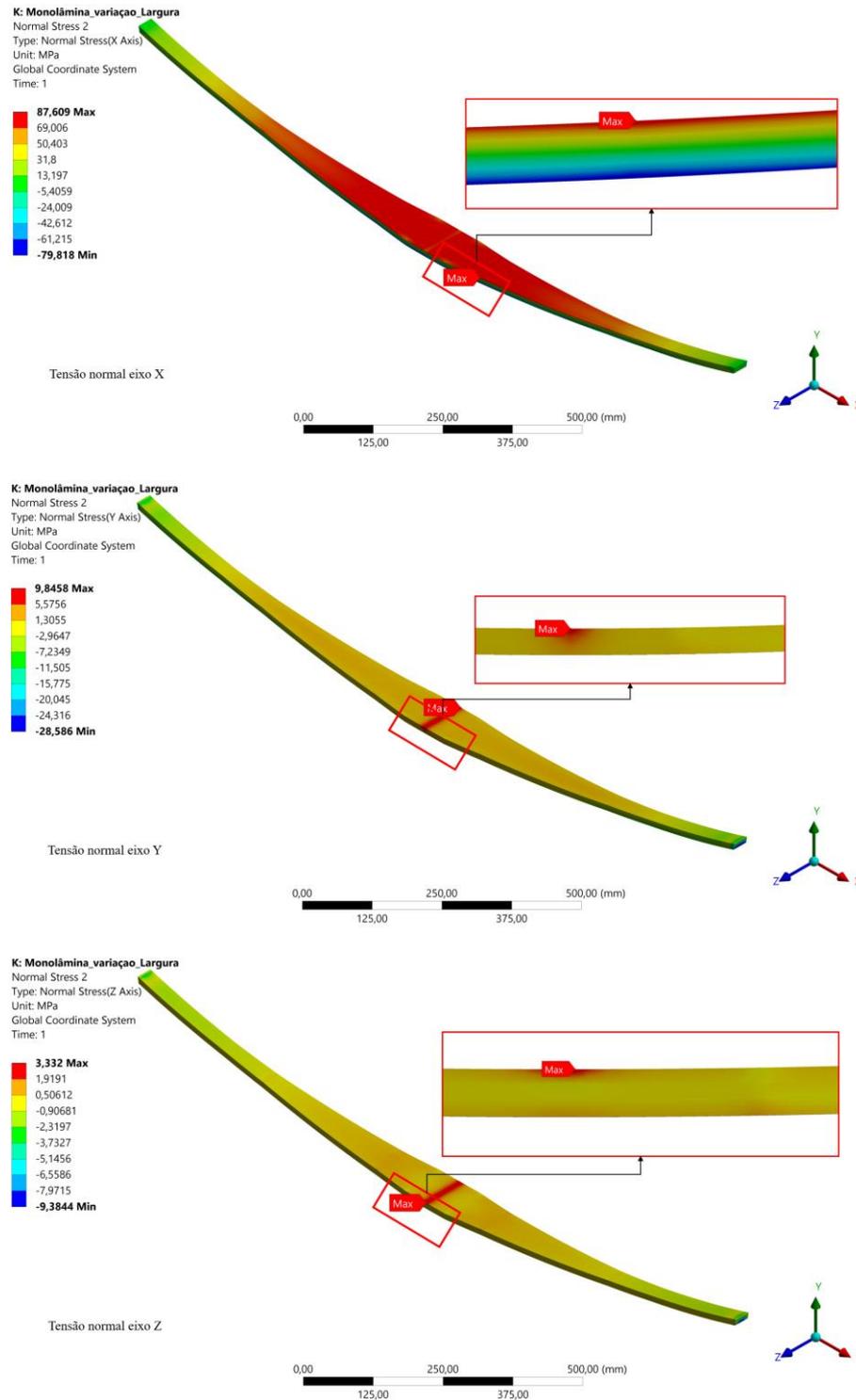
Um estudo comparativo entre o componente com variação de largura e a monolâmina convencional, foi realizado, verificando a configuração em aço e híbrida. Percebe-se uma melhora no deslocamento máximo e tensão normal para os dois casos, quando se compara o conjunto proposto com o de seção constante. Com relação a deflexão máxima, é possível observar uma redução de 5,03% para as peças em aço e de 8,61% para o conjunto híbrido, minimizando respectivamente de 71,66 mm para 68,06 mm; e de 85,27 mm para 77,92 mm. A diferença observada se dá pela otimização geométrica do componente e devido a região de seção transversal constante no centro da monolâmina, tendendo a torná-la mais rígida. A maior diferença notada no conjunto com combinação de material está atrelada ao maior percentual de aço utilizado e a otimização feita na geometria.

O comportamento da tensão normal devido à flexão para a geometria proposta quando comparada a monolâmina convencional, também apresentou uma redução dos valores. Para o componente em aço a tensão reduz de 999,05 MPa para 705,32 MPa, representando uma minimização de 29,4%. Enquanto o conjunto híbrido apresenta uma diminuição de 34,7% dos valores de tensão no componente com variação de largura. Essa melhora se dá pela melhor distribuição das tensões ao longo do comprimento da monolâmina, visto que a variação da largura é definida como base no momento fletor sofrido pelo componente.

Outro parâmetro avaliado foi a massa dos sistemas, no qual obteve-se uma otimização de 2,58 kg para o componente em aço e de 0,93 kg para o híbrido, representando respectivamente uma redução de 15,27% e 9,64%. Como já mencionado, a minimização foi obtida por meio da variação da largura do conjunto, otimizando assim a estrutura. A menor redução encontrada para o componente híbrido, se dá em função do maior percentual de aço usado na estrutura como foi supracitado na redução de deflexão.

Visando verificar a possibilidade de falha nas camadas de material compósito, foi realizada uma análise dos valores de tensão normal nos três eixos do componente, comparando os valores com os limites de resistência do material, o resultado é apresentado na Figura 84.

Figura 84 - Análise de falha nas camadas em material compósito para o componente com variação de largura



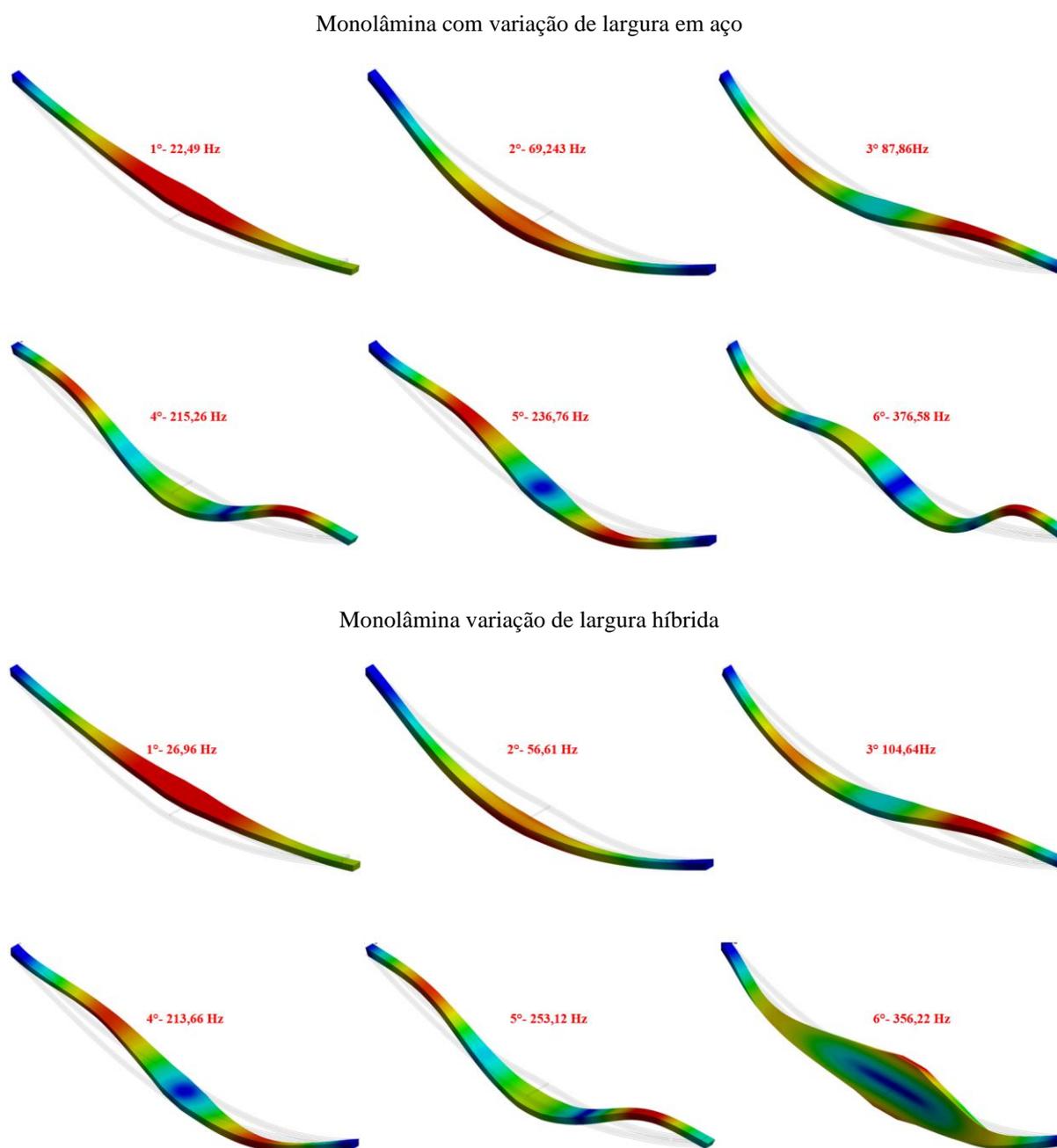
Fonte: Próprio autor

Comparando os valores de tensão apresentados na Figura 84 com os limites de resistências da fibra de vidro epóxi apresentadas no tópico de Metodologia, nota-se que sistema não atingi os valores de tração e compressão do material. Sendo assim, tem-se que a

configuração híbrida é possível de ser utilizada. Destaca-se que os valores de referência para o material são os apresentados na Tabela 7.

Para verificação completa do conjunto, executou-se uma análise modal do sistema, de modo a avaliar os modos de vibrações livres e as frequências naturais. A resposta da análise realizada para as duas configurações é apresentada na Figura 85.

Figura 85 - Modos de vibração para monolâmina com variação de largura



Fonte: Próprio autor

Realizando uma comparação entre as duas configurações, percebe-se que os três primeiros modos de vibrações são iguais. O incremento observado para o primeiro e terceiro modo, está relacionado com a redução de massa do conjunto, fazendo com que as vibrações livres ligada a flexão aumentem. A redução constatada no segundo modo, é explicada pela redução da rigidez torcional do componente, uma vez que o módulo de elasticidade global nas direções transversal e vertical foram reduzidos na combinação entre os materiais. Esse comportamento também justifica as diferenças apresentadas nos demais modos de vibrações. A inversão observada entre o quarto e quinto modo, e o surgimento de uma nova forma para a sexta frequência natural do conjunto híbrido, são relacionadas com a maior flexibilidade do conjunto, gerada pela combinação entre um material isotrópico e ortotrópico.

Assim como feito para a análise estática, comparou-se os resultados da análise modal para o sistema com variação de largura com a monolâmina de seção transversal constante. Comparando os modos de vibrações apresentados na Figura 79 e na Figura 85 para o componente feito em aço, nota-se que há uma inversão entre segundo e terceiro modo para o sistema com variação de largura. Há também uma redução das frequências naturais associados aos modos de torção. Tal diferença se dá pela diminuição da área ao longo do comprimento, fazendo com o que o sistema tenha uma menor resistência geométrica a esse tipo de sollicitação. Nota-se ainda, que há uma pequena redução na frequência natural dos modos relacionados a flexão, que ocorre devido à diminuição do momento de inercia total do conjunto, superior a redução a de massa. A relação entre essas variáveis foi exposta na Equação 93.

Ao se comparar os componentes na configuração híbrida, percebe-se a redução da resistência à movimentos laterais é mais acentuada, impactando em especial segundo, quarto, quinto e sexto modo. Essa acentuação se dá pela alteração geométrica combinada com a redução do módulo de elasticidade, ambos já mencionado ao longo do texto.

A monolâmina com variação de largura, como apresentado apresenta resultados satisfatórios em todos os quesitos avaliados, atendendo a deflexão, tensão e frequência natural. Comparando a configuração com híbrida com a monolâmina convencional em aço, atingiu-se uma redução de massa de 8,2 kg, minimizando em 48,46% a massa do componente. Esse resultado é obtido com a melhora na tensão e um incremento de deflexão de apenas 8,73%. Além disso, observa-se um aumento na frequência natural fundamental do conjunto, saindo de 22,92 Hz para 26,96 Hz, garantindo assim maior conforto e menor possibilidade de ressonância. Logo, considera-se que a configuração é viável para a aplicação, atingindo os objetivos estabelecidos.

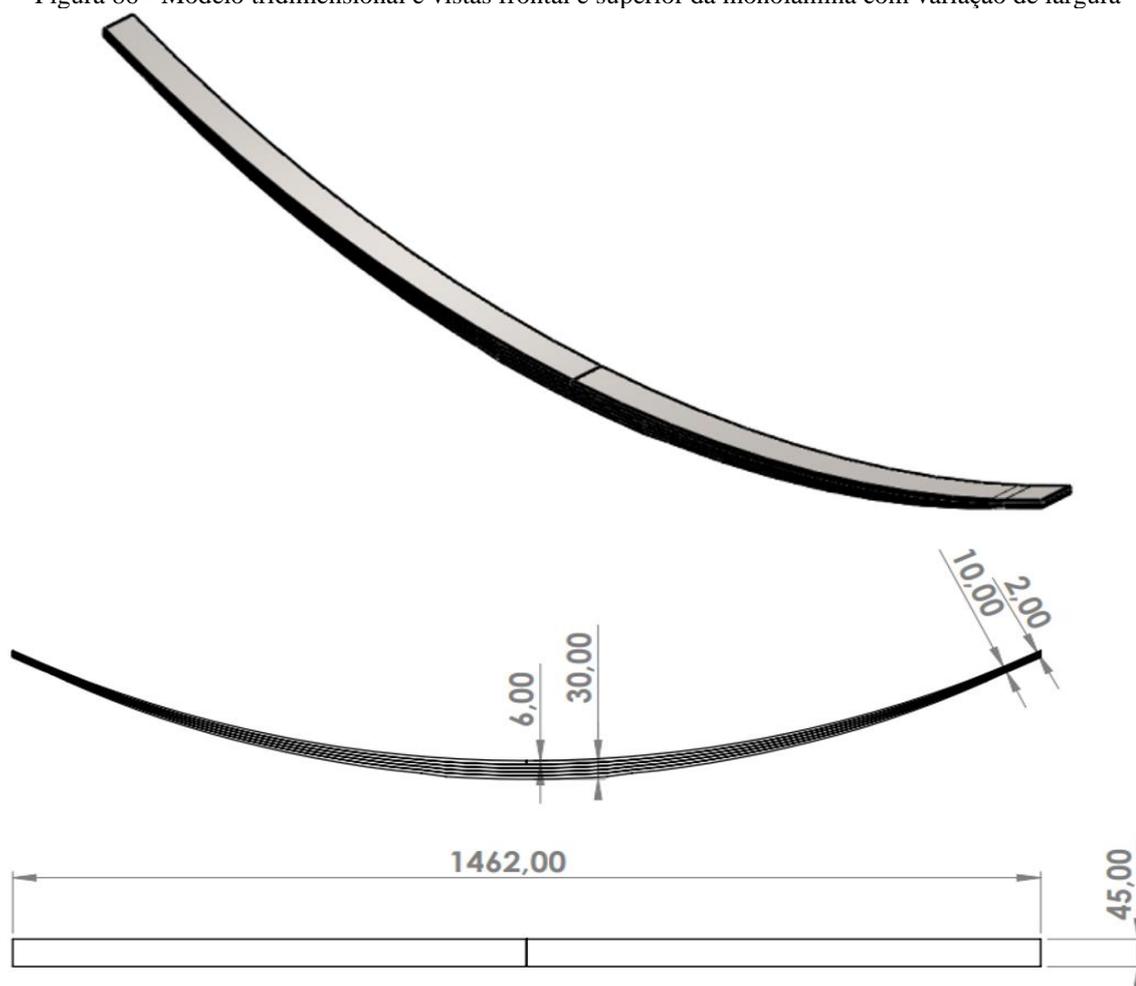
4.5.3 Monolâmina com variação de espessura

Conforme mencionado anteriormente, a alteração de parâmetros geométricos e mudanças nas concepções de projetos, mostra-se um caminho efetivo para a redução de massa de componentes mecânicos, como mostra Saini, Goel e Kumar, (2013). Com base nisso, foi proposto e desenvolvida uma monolâmina com variação de espessura e largura constante, adotando para isso as mesmas premissas e conceitos utilizados no sistema com variação de largura apresentado no tópico anterior.

A geometria foi desenvolvida com bases nos parâmetros fornecidos pelo algoritmo em linguagem C desenvolvido no *software* Scilab, que é apresentado no Anexo. O código apresenta dois critérios para definição da espessura, sendo um de deslocamento máximo e outro de tensão. O comprimento utilizado é igual das demais monolâminas; e a largura base foi definida como sendo 45 mm, um valor comercial e selecionado de modo a se ter uma maior variação na espessura.

A monolâmina possui cinco camadas, de modo a permitir a análise do componente totalmente em aço e uma configuração híbrida alternativa. Diferente dos demais casos apresentados, todas as camadas deste componente apresentam perfil similar. Isso ocorre para que em todo o comprimento tenha-se as cinco camadas ao longo de todo o comprimento, e seja possível a combinação entre o material compósito e o aço. O modelo tridimensional elaborado, bem como as vistas frontal e lateral são apresentados na Figura 86.

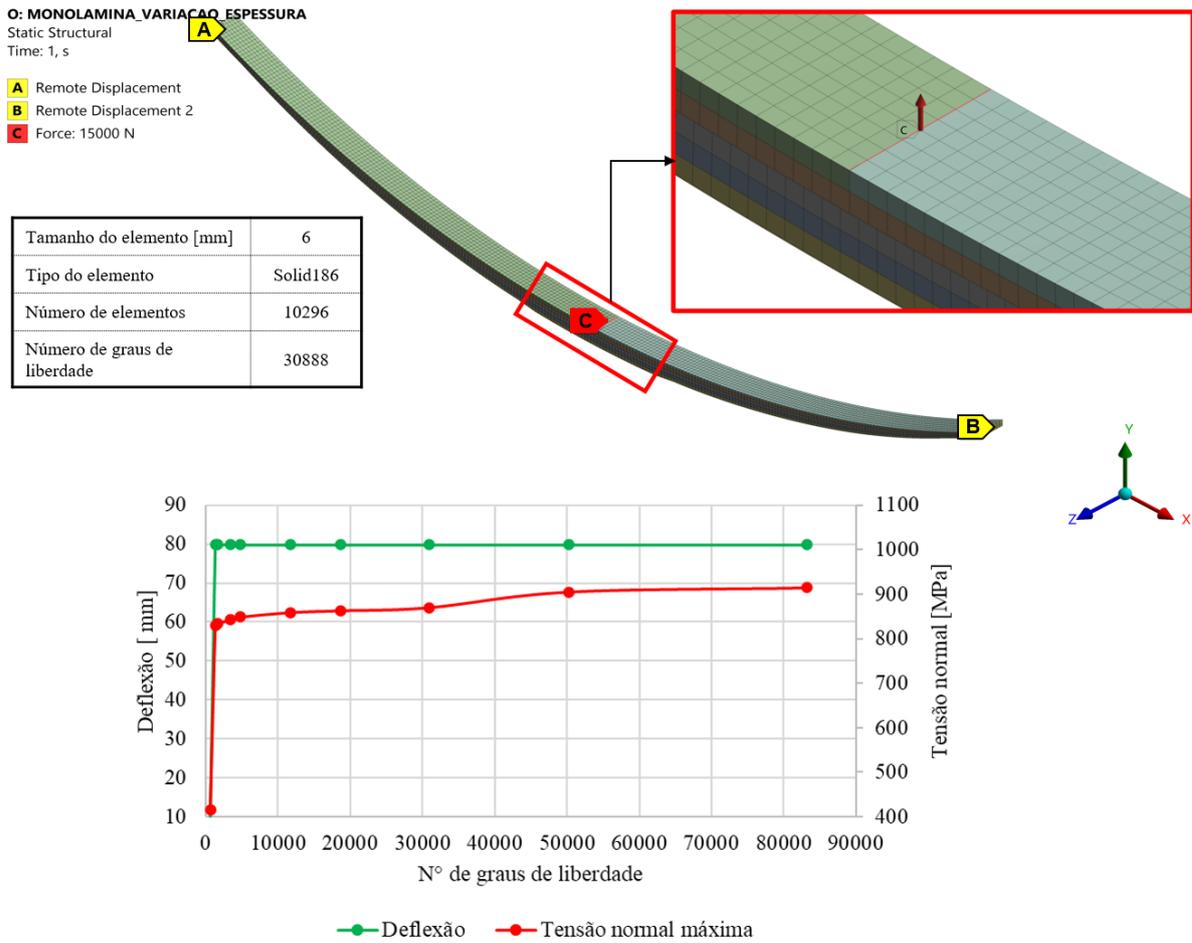
Figura 86 - Modelo tridimensional e vistas frontal e superior da monolâmina com variação de largura



Fonte: Próprio Autor

Um estudo de convergência de malha foi realizado para definir as características a ser utilizada para discretização do problema. Ao longo desta avaliação, notou-se que a aresta na qual a força é aplicada torna-se um concentrador de tensão quando há um refinamento excessivo na região. Após esta avaliação, definiu-se o elemento do tipo Solid186 com tamanho de 6 mm. Foram aplicadas também as condições de contorno conforme metodologia apresentada. Deve-se destacar que as camadas foram consideradas perfeitamente coladas. A malha utilizada, as condições de contorno aplicadas e o estudo de convergência são apresentados na Figura 87.

Figura 87 - Monolamina com variação de espessura discreta e gráfico de análise de convergência de malha

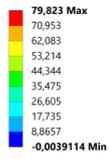


Fonte: Próprio Autor

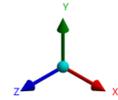
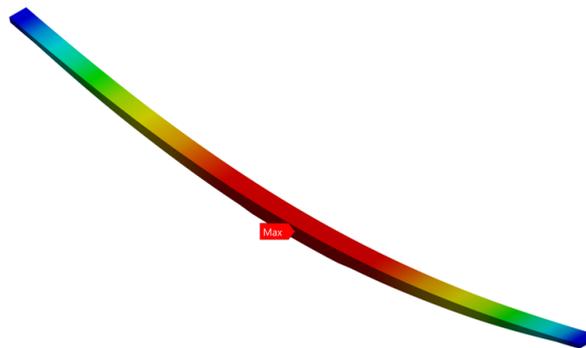
Em seguida, realizou-se uma análise estática do componente para as duas configurações. Tal avaliação visa verificar o comportamento do deslocamento máximo e tensão normal devido à flexão, e os resultados são apresentados na Figura 88 e na Figura 89 respectivamente.

Figura 88 - Deflexão máxima para monolâmina com variação de espessura A: Aço B: Híbrida

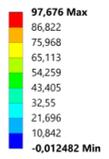
M: MONOLAMINA_VARIACAO_ESPESSURA
 Directional Deformation
 Type: Directional Deformation(Y Axis)
 Unit: mm
 Global Coordinate System
 Time: 1



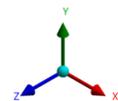
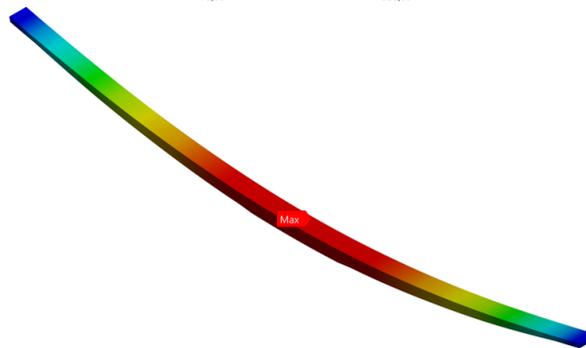
A



M: MONOLAMINA_VARIACAO_ESPESSURA
 Directional Deformation
 Type: Directional Deformation(Y Axis)
 Unit: mm
 Global Coordinate System
 Time: 1



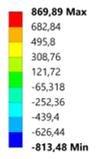
B



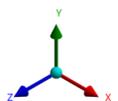
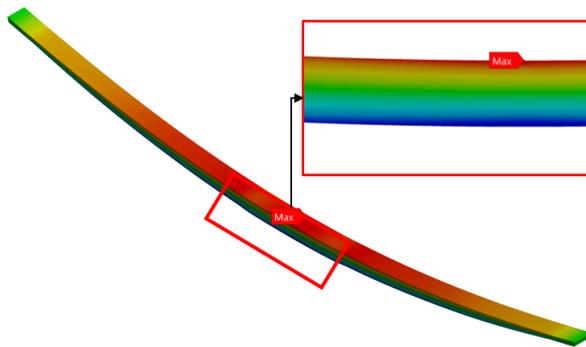
Fonte: Próprio Autor

Figura 89 - Tensão normal devido à flexão na monolâmina com variação de espessura A: Aço B: Híbrida

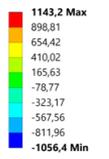
M: MONOLAMINA_VARIACAO_ESPESSURA
 Normal Stress
 Type: Normal Stress(X Axis)
 Unit: MPa
 Global Coordinate System
 Time: 1



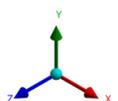
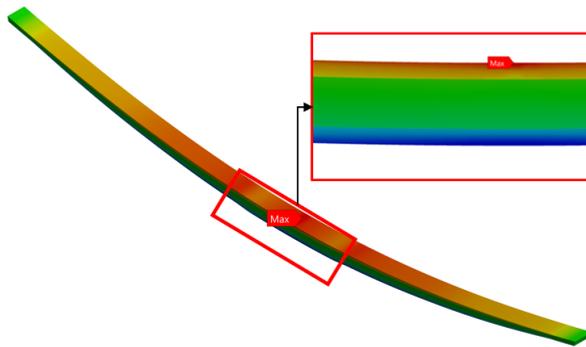
A



M: MONOLAMINA_VARIACAO_ESPESSURA
 Normal Stress
 Type: Normal Stress(X Axis)
 Unit: MPa
 Global Coordinate System
 Time: 1



B



Fonte: Próprio Autor

Avaliando a Figura 88 e na Figura 89, observa-se um incremento na deflexão e tensão normal devido à flexão. Tal comportamento era esperado, pois a combinação entre aço e fibra de vidro epóxi tende a reduzir o módulo de elasticidade global do conjunto, acarretando o aumento do deslocamento máximo; e elevando sollicitação nas camadas em aço. Esses fenômenos são iguais aos descritos para as demais formas geométricas de monolâmina. Destaca-se ainda, que o comportamento da tensão é distinto para o sistema totalmente em aço e a versão híbrida, sendo possível verificar a maior sollicitação mencionada na região em destaque da Figura 89 B.

Comparando os valores, observa-se um aumento de 22,36% na deflexão do conjunto, saindo de 78,82 mm para 97,68 mm. Um acréscimo similar é notado na tensão normal, sendo esse de 23,91%, aumentando de 869,89 MPa para 1143,2 MPa. Porém, esses valores são inferiores à redução de massa alcançada, sendo está de 44,6%, na qual a massa do componente em aço reduz de 11,76 kg para 6,52 kg. Mostrando que para esse caso a adoção de um sistema híbrido também se mostra efetiva.

Um estudo comparativo entre a monolâmina com variação de espessura e a convencional apresentada nos tópicos anteriores foi realizado, comparando as configurações em aço e híbrida. Avaliando o deslocamento máximo para os conjuntos em aço, é possível notar um aumento de 11,39%. Embora se tenha adotado como requisito um valor de igual ao da monolâmina convencional, esse aumento foi observado. O comportamento se dá pela sensibilidade do conjunto à variação de espessura, uma vez que a deflexão na modelagem analítica varia com o cubo da variável. Para o conjunto híbrido o incremento foi de 14,55%. A ligeira diferença encontrada entre os aumentos se dá pela maior percentual de material compósito no conjunto com variação de espessura, sendo um comportamento já esperado.

Em relação a tensão normal, nota-se uma redução de 12,93% quando se compara o sistema com variação de espessura com o convencional feito em aço. Enquanto para versão híbrida, o percentual reduz para 11,87%. A minimização dos valores está atrelada à melhor distribuição e uniformização da tensão ao longo do comprimento da monolâmina. Essa variação faz com que o sistema atue de modo similar aos feixes de molas, no qual a alteração de espessura é obtida por meio dos diferentes comprimentos das lâminas. Com isso, tem-se que as sollicitações geradas pelo momento fletor se distribuam melhor ao longo do comprimento do componente.

Outro parâmetro avaliado foi a massa dos sistemas. Para os componentes feitos em aço, alcançou-se uma redução de massa 30,45%, sendo a massa da monolâmina convencional de 16,92 kg e do componente com variação de espessura de 11,76 kg. Para o sistema híbrido a

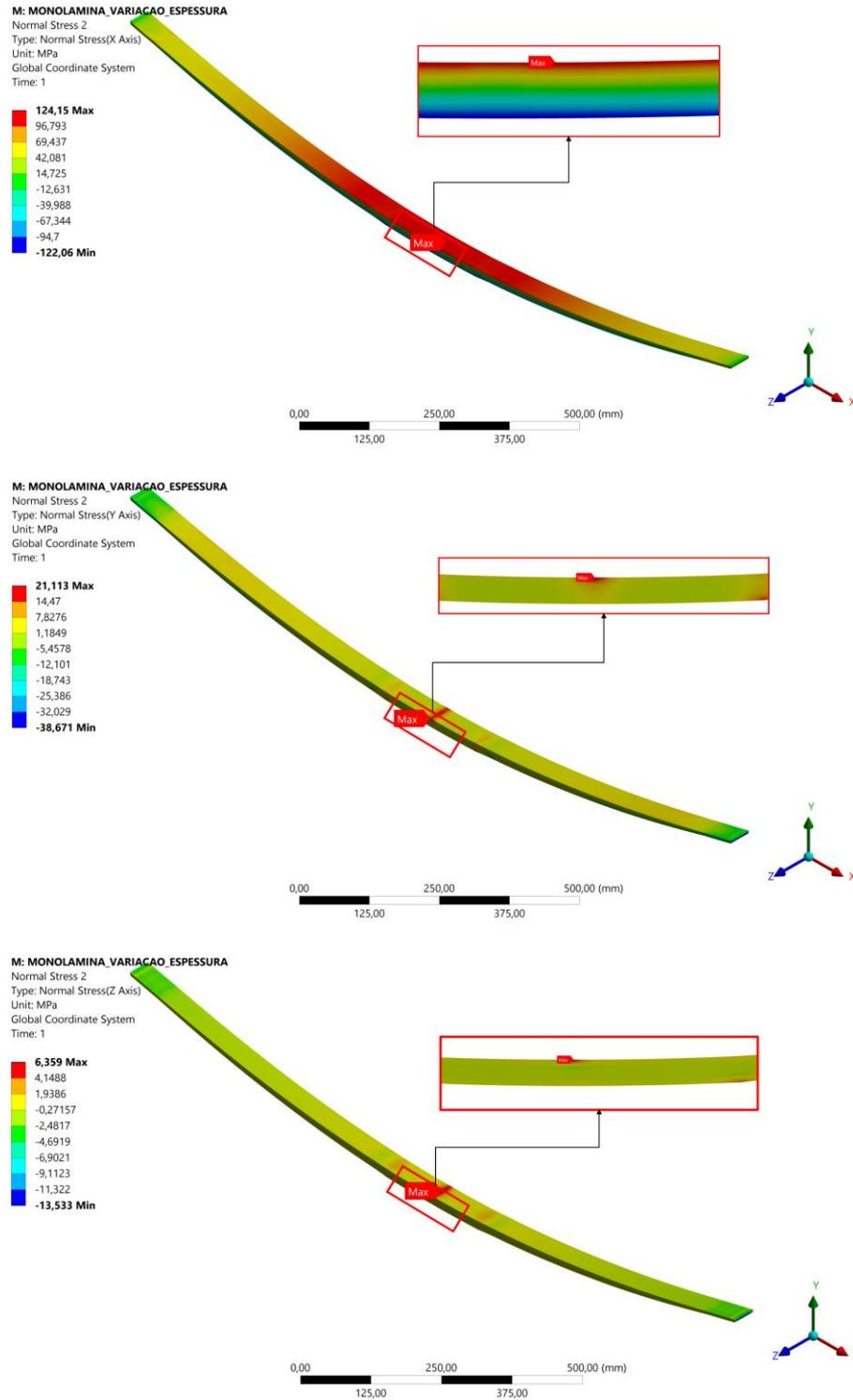
redução alcançada foi de 32,29%. Com isso, tem-se que otimização foi meio da variação da espessura se mostra efetiva na redução de massa do conjunto sem um incremento significativo do deslocamento e com melhora na tensão.

Avaliou-se ainda as tensões normais nos três eixos para as camadas feitas em material compósito, de modo a se comparar seus valores com a constantes de engenharia do material. O intuito desta análise é verificar falhas geradas pela carga estática no material de menor rigidez. O resultado desta avaliação é apresentado na Figura 90.

Comparando os valores encontrado no componente com os dados da fibra de vidro epóxi apresentados na Tabela 7, observa-se que os valores máximos não são atingidos. Com isso, tem-se que o conjunto resiste as solicitações mecânicas impostas.

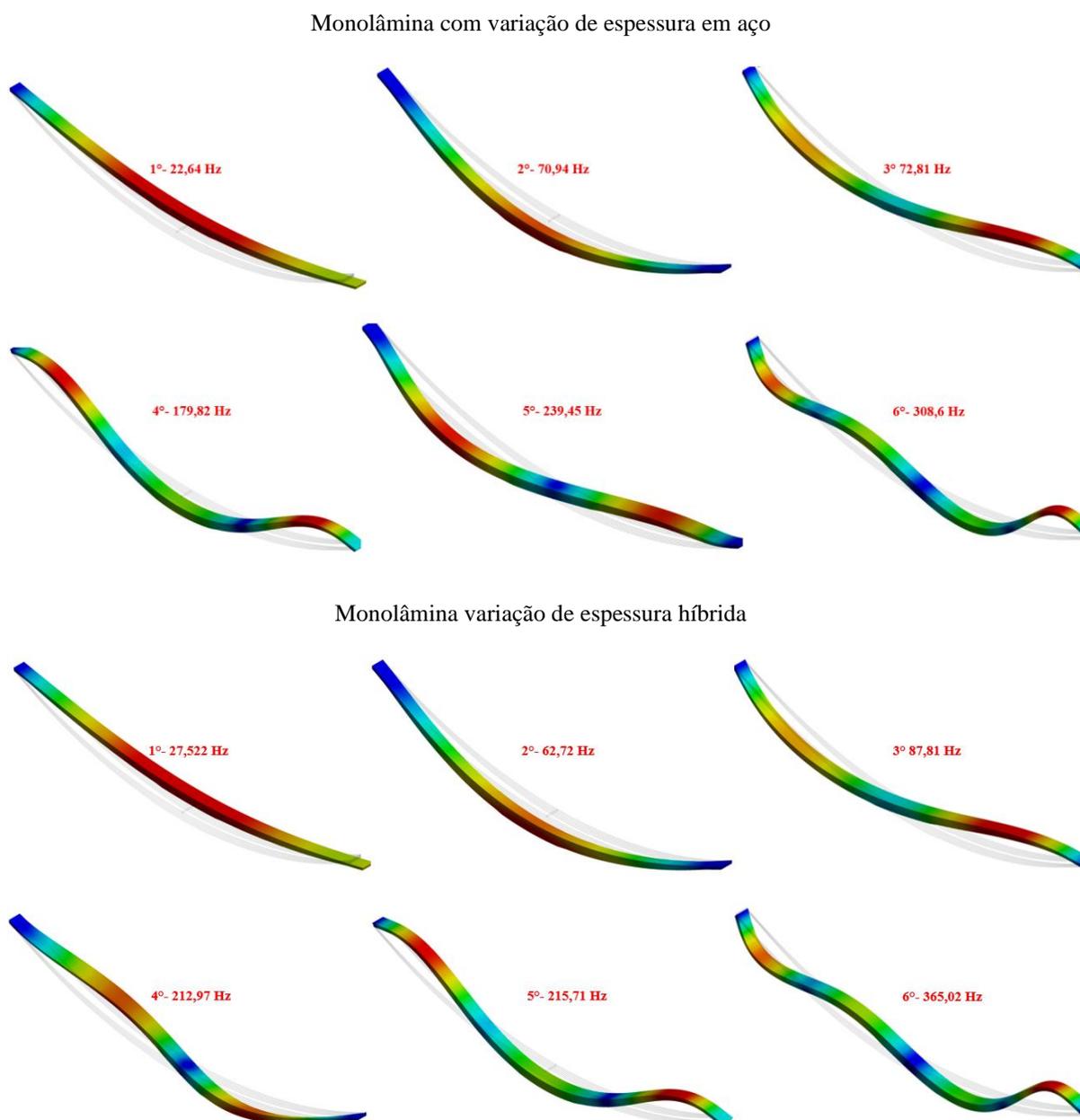
Uma análise modal, também foi executada para avaliar as frequências naturais e modos de vibrações do componente para as duas configurações. Visa-se com isso verificar se o requisito de 12 Hz é atingido e avaliar possíveis discrepâncias entre as configurações. Tal avaliação possibilita ainda uma análise comparativa com a monolâmina convencional. O resultado obtido é apresentado na Figura 91.

Figura 90 - Tensão normal nas camadas em compósito da monolâmina com variação de espessura



Fonte: Próprio Autor

Figura 91 - Modos de vibrações e frequências naturais de monolâmina com variação de espessura



Fonte: Próprio Autor

Realizando um estudo comparativo entre os modos de vibrações para as duas configurações apresentados na Figura 91, é possível perceber que há uma inversão entre a quarta e quinta forma. Nota-se ainda uma redução da frequência natural dos modos associados a torção. Ambos os fenômenos, ocorrem devido a redução da rigidez do componente nos eixos transversal e vertical, causada pela combinação entre um material isotrópico e outro ortotrópico, conforme mencionado para os casos anteriores avaliados. Os modos referentes a flexão apresentam um incremento da frequência natural associada a redução de massa de 5,24 kg no componente.

Uma análise comparativa entre os modos de vibrações e frequências naturais da monolâmina com variação de espessura e convencional foi realizada, de modo a verificar valores e discrepâncias entre os modelos. Verificando a Figura 79 e Figura 91, nota-se que os seis primeiros modos são iguais, havendo inversão de posições entre estes devido as características geométricas de cada um dos sistemas. Observa-se ainda, que as frequências naturais em ambas as configurações para modos ligados a flexão, tendem a serem ligeiramente menores. Embora haja uma redução de massa acentuada, a redução da área ao longo do comprimento, faz com que haja uma minimização do momento de inércia de área do conjunto, resultando nesta pequena diferença. Os modos ligados à torção, são reduzidos também devido a minimização da área. Entretanto deve-se ressaltar que o módulo fundamental ou primeira frequência natural para todos os casos avaliados é superior a 12 Hz, respeitando o requisito de projeto e validando a aplicação dos componentes na premissa de comportamento vibracional.

A variação de espessura, mostrou-se efetiva na redução de massa do conjunto e ainda agregou uma melhoria no comportamento da tensão normal devido a flexão, pois viabiliza uma melhor distribuição. O incremento de deflexão notado é inferior a diminuição da massa alcançada e quando se comparava a monolâmina convencional em aço com o sistema de com variação de espessura híbrido, chega-se em uma retirada de 12,11 kg. Isso representa uma redução de 65%, quanto o acréscimo de deflexão é de 36,31%. Além disso, não se nota problemas com o comportamento vibracional do sistema, validando assim sua utilização.

4.6 Estudo Comparativo com feixe de molas comercial

Para ampliar o escopo do trabalho e evidenciar os ganhos gerados pelas configurações alternativas, foi realizado um estudo comparativo entre as propostas e um feixe comercial de um veículo leve de carga. Para tal, foi realizada uma pesquisa em catálogos de fornecedores de feixes de molas, sendo selecionado o modelo que é aplicado ao veículo Ducato da fabricante Iveco, cuja dimensões são apresentadas na Tabela 36.

Tabela 36 – Características geométrica feixe de molas veículo Ducato (Adaptada - CINDUMEL, 2020)

Descrição	Valor
Distância entre olhais[mm]	1430
Número de lâminas	3
Comprimento lâmina 1 (2 L1) [mm]	1430
Comprimento lâmina 2 (2 L2) [mm]	1430
Comprimento lâmina 3 (2 L3) [mm]	1080

Largura [mm]	80
Espessura [mm]	11
Cambagem [mm]	110

A partir das informações apresentadas na Tabela 36, foi gerado o modelo tridimensional utilizando *software* CAD. Posteriormente foi realizada a importação para o *Ansys Workbench* para a realização de uma análise estática e comparativo com os demais resultados obtidos. O modelo foi discretizado, realizando o processo de refino de malha citado nos casos anteriores e metodologia. Para tal, foi utilizado elementos com 5,5 mm do tipo Solid186, chegando em uma malha com 22737 elementos e 68211 graus de liberdade.

Para a realização da análise estática, foi aplicada a modelagem apresentada nos casos anteriores e metodologia, obtendo uma deflexão máxima de 153,06 mm e uma tensão normal máxima de 922 MPa. A análise comparativa de deflexão, tensão e massa entre o feixe comercial apresentado e os modelos propostos são apresentados na Tabela 37.

Tabela 37 - Análise comparativa entre feixe comercial e modelos propostos

	Deflexão máxima [mm]	Tensão Máxima [MPa]	Massa [Kg]	Diferença de deflexão [%]	Diferença de tensão [%]	Diferença de massa [%]
Feixe de Molas Ducato	153,06	992,00	25,40	0,00	0,00	0,00
Feixe de molas com variação de espessura	149,92	892,04	19,51	-2,09	-11,21	-30,24
Feixe de molas Híbrido	142,13	1070,70	10,81	-7,69	+7,35	-135,00
Monolâmina Híbrida	85,27	1297,20	9,65	-79,51	+23,53	-163,24
Monolâmina com variação de largura em aço	68,06	705,32	14,34	-124,90	-40,65	-77,15
Monolâmina com variação de largura híbrida	77,92	847,09	8,72	-96,43	-17,11	-191,32
Monolâmina com variação de espessura em aço	79,82	869,89	11,76	-91,76	-14,04	-116,01
Monolâmina com variação de espessura híbrida	97,68	1143,20	6,52	-56,70	+13,23	-289,62

Avaliando a Tabela 37 observa-se que para os feixes de molas quando comparados ao feixe comercial selecionado, o valor de deflexão máxima e tensão foram próximos para todos os casos, enquanto a massa apresentou uma redução significativa, justificada pela otimização da geometria e combinação de materiais. Com relação as monolâminas nota-se uma elevada redução na deflexão, justificada pela formulação matemática apresentada no tópico de revisão de literatura, que mostra que para um mesmo valor de tensão, uma monolâmina tende a ter menor deflexão que um feixe de molas. Já o valor de tensão encontrado apresentou variações menos expressivas, explicada pelo fato de um dos critérios de otimização utilizado ser a tensão limite do material. E para a massa observa-se um ganho significativo em termos de minimização do parâmetro, que se justifica pelo fato de ser ter realizado modificações nas geometrias e combinados materiais para se atingir o objetivo de redução de massa.

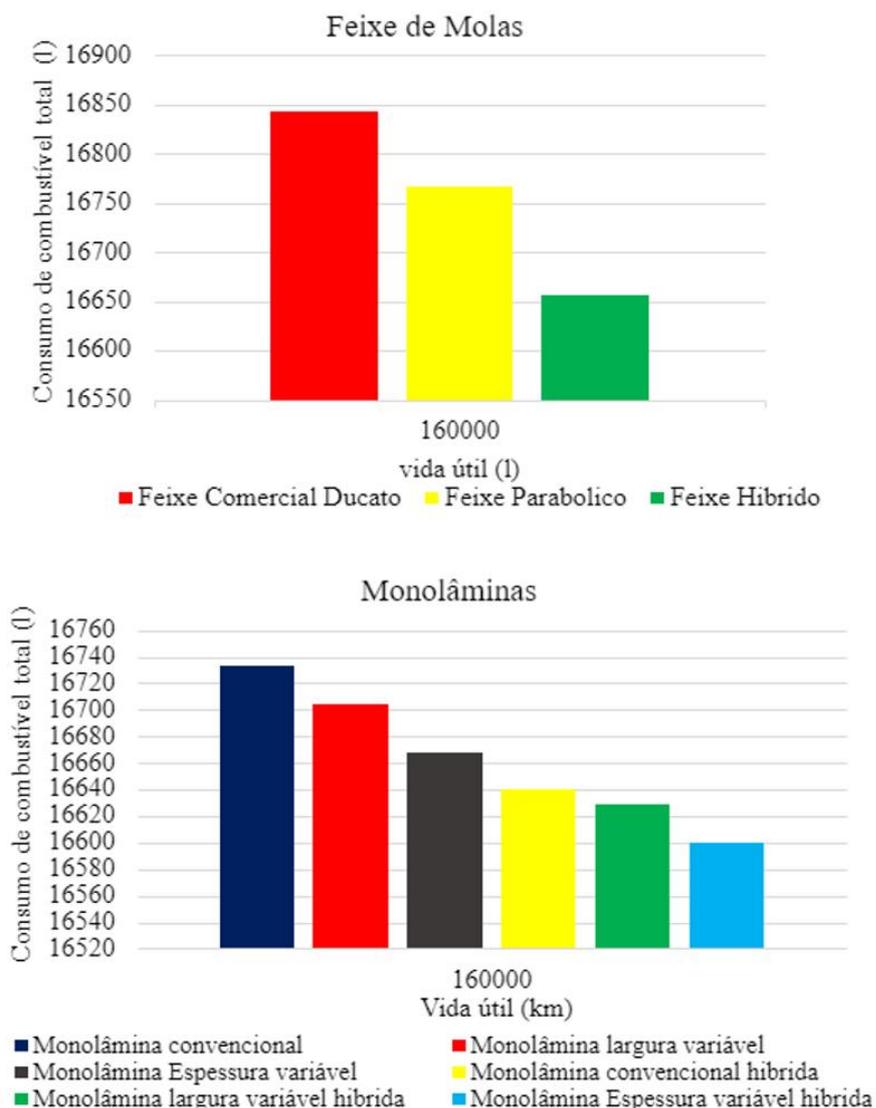
Mediante os resultados obtidos pelo estudo comparativo com o feixe de molas do veículo Ducato, tem-se que todos os modelos propostos apresentaram ótimos resultados no que diz respeito a tensão, deflexão e redução de massa. Isso reforça que a modelagem e proposições realizadas são validas para a aplicação em questão.

4.7 Análise de Consumo

A avaliação baseou-se na aplicação das equações apresentadas no tópico de revisão bibliográfica. Considerou-se três casos: O primeiro associado aos feixes de molas, sendo feito um comparativo entre o feixe de molas convencional e os modelos propostos; O segundo é similar ao primeiro, porém relacionado às monolâminas; por fim, avaliou-se um caso geral, tomando como referência o feixe de molas comercial do veículo Ducato.

O consumo médio foi obtido por meio da realização da média aritmética dos dados fornecidos pelo INMETRO no PBE (Programa Brasileiro de Etiquetagem) de 2021. Esse conta com dados de todos os veículos homologados no Brasil. O valor resultante foi de 9,5 l/km. Os resultados para as três análises realizadas são apresentados nos gráficos da Figura 92.

Figura 92 - Análise comparativa de consumo de combustível



Fonte: Próprio Autor

Para os feixes de molas, observa-se que há uma redução 75,52 l no consumo total de combustível para o feixe parabólico e uma redução de 186,75 l para o sistema híbrido quando comparado ao comercial utilizado para comparação. Quando se verifica as monolâminas, nota-se que há redução de consumo para todos os casos, sendo mais significativo para o conjunto híbrido com variação de espessura, justificada pela menor massa. Mostrando que a redução de massa do conjunto é benéfica ao consumo de combustível.

Deve-se salientar que simples otimização da geometria para as monolâminas já apresenta resultados satisfatórios. Consta-se uma diminuição de 29,18 l e 66,05 l para os sistemas com variação de largura e espessura respectivamente quando comparadas a monolâmina convencional. Quando há combinação com os sistemas híbridos, o resultado é amplificado, mostrando que o potencial apontado é real.

Comparando o feixe comercial com as proposições realizadas para monolâmina, tem-se um resultado ainda mais expressivo, obtendo no melhor caso uma redução 241,66 l de combustível ao longo de sua vida útil. Com isso, pode-se concluir que a utilização de monolâminas em substituições a feixes de molas convencionais também se mostra benéfica, sendo necessário avaliar o custo para fabricações destas.

As proposições realizadas impactam também o ciclo de vida do veículo, pois tem-se uma relação direta entre a redução de consumo e as emissões de poluente, principalmente o CO₂. Essa melhoria ocorre na análise do uso do veículo, comumente chamada de “Poço – a Roda” (WTW - *Well-to-wheels*). Portanto gera-se economia de combustível, gerando ganhos econômicos e ambientais. (DEL PERO, *et al.*, 2020; GUILHERME, EL GAMAL, 2012; KIM, *et al.*, 2015).

Deve-se salientar que se trata de uma análise simplificada e que considera que todos os demais parâmetros se mantiveram os mesmo para todos os casos, variando somente o peso do conjunto. Testes experimentais devem ser realizados para validação dos resultados.

5 CONCLUSÃO

A redução de massa em componentes mecânicos é uma alternativa vastamente utilizada para redução do consumo de combustível de veículos e conseqüentemente atendimento dos índices de emissões, que se mostram cada vez mais restritivos devido aos problemas climáticos globais. Baseado nessa tendência, realizou-se um estudo paramétrico do comportamento mecânico de feixes de molas, objetivando o entendimento da influência das variáveis geométricas, número de lâminas e troca de material. Com base nessa avaliação e formulações matemáticas, elaborou-se geometrias e configurações mais eficientes.

Avaliando os parâmetros supracitados associados aos feixes de molas, verificou-se que a simples troca de aço por fibra de vidro epóxi não se mostra efetiva. Embora seja observada uma elevada redução de massa, há incrementos superiores de deflexão e tensão. Entretanto, analisando o comportamento do carregamento e as respostas obtidas, viu-se a oportunidade de utilizar a combinação entre os constituintes. Outro ponto observado ao longo das avaliações, foi o potencial presente na variação e otimização dos parâmetros geométricos. Concluiu-se que o incremento do número de lâminas, para essa compensação das solicitações mecânicas, não é efetivo, dado o incremento de massa, o qual é superior à minimização obtida.

Foram propostas duas configurações alternativas para os feixes de molas. A primeira com variação de espessura, que apresentou melhora relativa ao comportamento mecânico do componente quando comparado ao componente convencional. Reduziu-se a tensão normal em 4,76% e ampliou-se a vida à fadiga de $4,57 \times 10^6$ para $1,61 \times 10^7$ ciclos. Isso porque, houve uma melhor distribuição do carregamento ao longo do comprimento. Essa configuração quando comparada ao feixe de molas analítico calculado como referência apresentou incremento de massa de 0,87 kg, que representa ganho de 4,66% no valor total, não atingindo a diminuição do peso. Entretanto, quando comparado a mola presente no veículo Ducato, mostrou uma redução de massa de 5,9 kg. A segunda trata-se de um sistema híbrido combinando aço e fibra de vidro epóxi, que apresentou uma boa otimização da massa, reduzindo em 41,97% o seu valor quando comparado ao feixe analítico e 135% com relação ao comercial. Em relação ao comportamento mecânico, observa-se incrementos de 20,91% e 23,93% para tensão normal e deflexão respectivamente, sendo valores inferiores à diminuição de massa alcançada. Em termos vibracionais, todos os componentes apresentaram frequência fundamental superior aos 12 Hz apontados como valor mínimo na literatura.

Fundamentado nas análises de parâmetros, realizou-se a proposição de monolâminas com variação de espessura e de largura. Devido aos resultados positivos obtidos para a

configuração híbrida, aplicou-se o conceito para as molas de uma lâmina. A otimização geométrica realizada, mostrou-se efetiva para os dois casos propostos, sendo obtido melhora na distribuição de tensão. Reduziu-se em comparação a monolâmina em aço 12,93% para o sistema com variação de espessura e 29,4% para o com largura variável. A deflexão mostrou-se próximas aos valores para o sistema convencional, notando-se uma redução de 5,03% e um aumento 11,87% para o componente com alteração de largura e o de espessura respectivamente. Destaca-se que esses valores são referentes as configurações em aço, para o sistema propostos em comparação a mola convencional também híbrida, nota-se resultados similares.

Atingiu-se também minimização da massa, apresentando melhores resultados o sistema com variação de espessura, atingindo uma redução de 6,87 kg que representa 30,45 % do peso da peça convencional. Ao se aplicar o sistema híbrido, houve incremento nos ganhos de redução de massa, ampliando a redução para 65% em comparação a mola em aço tradicional. Aumentos em menor escala nas respostas de tensão e deslocamento máximo. Com isso, pode-se concluir que todas as proposições realizadas se mostraram efetivas para a redução de peso do componente, sendo mantido todos os requisitos previamente estabelecidos.

Quanto à redução de consumo, a minimização da massa é inversamente proporcional ao gasto de combustível no veículo dado por km/l. Os valores máximos e mínimos alcançados foram de 0,151 km/l e 0,068 km/l respectivamente, sendo o primeiro para a monolâmina híbrida com espessura variável e a segunda para o feixe híbrido. Tal avaliação suportou a validação do referido objetivo deste trabalho. Com base em trabalhos da área e da relação entre consumo e emissões, pode-se concluir também que os ganhos se estendem para redução dos níveis de emissões, melhorando assim o ciclo de vida do conjunto, principalmente no WTW.

Conclui-se que as alterações geométricas realizadas para feixes de molas e monolâminas são efetivas para a redução de massa e garantem o atendimento dos requisitos mecânicos do sistema. A combinação entre fibra de vidro epóxi e aço, também se mostrou benéfica para o referido objetivo, sendo possível ampliar os ganhos, sem um prejuízo agudo ao conjunto. O estudo dos parâmetros foi de fundamental importância para entendimento dos impactos e proposições de melhorias, sendo peça chave para o sucesso do trabalho. As reduções de emissões e consumo apontam e validam os resultados positivos alcançados com o trabalho. Como sugestões para trabalhos futuros, propões os seguintes pontos:

- Caracterização mecânica do material híbrido formado pelo aço SAE 5160 e o compósito de fibra de vidro unidirecional epóxi, para avaliação da vida à fadiga dos componentes propostos;

- Melhora da geometria de configurações no formato de um quarto de elipse, de modo a evitar o concentrador de tensões na região do engastamento
- Análise dos impactos gerados na dinâmica vertical do conjunto e conforto dos ocupantes;
- Elaboração e avaliação de monolâmina com variação de largura e espessura simultânea;
- Realização de testes experimentais para confronto dos resultados obtidos numericamente;
- Aplicação de carregamento dinâmico real em simulações estruturais das componentes propostas.

6 REFERÊNCIAS

AGARWAL, B. D., BROUTMAN, L. J., CHANDRASHEKHARA, K. **Analysis and Performance of Fiber Composite**. 3. ed. New Delphi, Wiley, 2006.

AGRAWAL, V., GAUTAM, S. S. "IGA: A Simplified Introduction and Implementation Details for Finite Element Users", **Journal of The Institution of Engineers (India): Series C**, v. 100, n. 3, p. 561–585, 14 jun. 2019. DOI: 10.1007/s40032-018-0462-6. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/s40032-018-0462-6>.

AHMAD REFNGAH, F. N., ABDULLAH, S., JALAR, A., *et al.* "Fatigue life evaluation of two types of steel leaf springs", **International Journal of Mechanical and Materials Engineering**, v. 4, n. 2, p. 136–140, 2009. Disponível em: ijmme.springeropen.com/.

ALBUQUERQUE, É. L. de. **Análise de Problemas Dinâmicos em Materiais Anisotrópicos Usando o Método dos Elementos de Contorno**. 2001. 156 f. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

ALI, K. S. A., MANUEL, D. J., BALAMURUGAN, M., *et al.* "Analysis of composite leaf spring using ANSYS software", **Materials Today: Proceedings**, v. 37, n. Part 2, p. 2346–2351, 2020. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.08.068. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.08.068>.

ALVARENGA, M. C. N. **Método de Elementos Finitos para Design, Análise e Otimização de Molas em Lâminas em Compósito de Epóxi/Fibra de Vidro**. 2019. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019.

ANSYS, I. **ANSYS Mechanical APDL Element Reference. Knowledge Creation Diffusion Utilization**. Canonsburg, Ansys. , 2012

ANSYS, I. **ANSYS Meshing User's Guide**. . Canonsburg, ANSYS. , 2010

ARORA, V., BHUSHAN, G., AGGARWAL, M. L. "A Comparative Study of CAE and Experimental Results of Leaf Springs in Automotive Vehicles", **International Journal of Engineering Science and Technology**, v. 3, n. 9, p. 6856–6866, 2011. Disponível em: www.ijest.info/docs/IJEST11-03-09-010.pdf.

ARORA, V. K., BHUSHAN, G., AGGARWAL, M. L. "Enhancement of fatigue life of multi-leaf spring by parameter optimization using RSM", **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 39, n. 4, p. 1333–1349, 2017. DOI: 10.1007/s40430-016-0638-z. .

ASHOK, D., VENKATA RAMESH MAMILLA, MALIKARJUN, M. V. "Design and

Structural Analysis of Composite Multi Leaf Spring", **International Journal of Emerging trends in Engineering and Development**, v. 5, n. 2, p. 30–37, 2012. Disponível em: www.rpublication.com/ijeted/ijeted_index.htm.

ATIG, A., BEN SGHAIER, R., SEDDIK, R., *et al.* "Reliability-based high cycle fatigue design approach of parabolic leaf spring", **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications**, v. 233, n. 4, p. 588–602, 2019. DOI: 10.1177/1464420716680499. .

BADUGU, K., GAJAM, S., RAO, B. M. "Manufacturing of Fiber Glass & Development, Static Load Testing, Analysis of Composite Leaf Spring", **International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering**, v. 3, n. 9, p. 155–161, 2013. Disponível em: http://www.ijetae.com/files/Volume3Issue9/IJETAE_0913_24.pdf.

BALEY, C., BOURMAUD, A., DAVIES, P. "Eighty years of composites reinforced by flax fibres: A historical review", **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, v. 144, p. 106333, 1 maio 2021. DOI: 10.1016/j.compositesa.2021.106333. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1359835X21000580>.

BATHE, K. J. **Finite Elements Procedures in engineering analysis**. 1° ed. New Jersey, Prentice- Hall, 1996.

BEER, F. P., JONHSTON, E. R., DEWOLD, J. T., *et al.* **Mecânica dos Materiais**. 5° ed. Porto Alegre, AMGH, 2011.

BHANAGE, A. "Design Simulation Comparison of Mono Leaf Spring Using SAE 1045 – 450 – QT and E- Glass Epoxy materials for Automotive Performance", **International Journal of Inventive Engineering and Sciences (IJIES)**, v. 2, n. 1, p. 29–33, 2013. Disponível em: <https://www.ijies.org/download/volume-2-issue-1/>.

BHANDARI, V. . **Design of Machine Elements**. 3° ed. New Delhi, Tata McGraw Hill Education, 2010. v. 3.

BHATT, C. D., NADARAJAN, M., BALAJI, R., *et al.* "Leaf spring model for heavy load vehicle using solid works and ANSYS analysis", **Materials Today: Proceedings**, v. 33, n. xxxx, p. 4764–4770, 2020. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.08.360. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.08.360>.

BRASIL. **Artigo 96 - Código de Transito Brasileiro**. . Brasília, Brasil. , 1997

BUDYNAS, R. G., NISBETT, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 8° ed. Porto Alegre, Bookman Companhia, 2011.

BUSHNELL, J., PETERMAN, C., WOLFRAM, C. "Local Solutions to Global Problems: Climate Change Policies and Regulatory Jurisdiction", **Review of Environmental**

Economics and Policy, v. 2, n. 2, p. 175–193, 1 jul. 2008. DOI: 10.1093/reep/ren007. Disponível em: <https://www.journals.uchicago.edu/doi/10.1093/reep/ren007>.

CALLISTER JR, WILLIAM D. **Ciência e Engenharia dos Materiais: Uma introdução**. 1º ed. Rio de Janeiro, LTC, 2002.

CEYHANLI, U. T., BOZCA, M. "Experimental and numerical analysis of the static strength and fatigue life reliability of parabolic leaf springs in heavy commercial trucks", **Advances in Mechanical Engineering**, v. 12, n. 7, p. 1–17, 2020. DOI: 10.1177/1687814020941956. .

CHANDRUPATLA, T. R., BELEGUNDU, A. D. **Introduction to Finite Elements in Engineering**. 4º ed. New Jersey, Pearson Education, 2012.

CHAVHAN, G. R., WANKHADE, L. N. "Experimental analysis of E-glass fiber/epoxy composite-material leaf spring used in automotive", **Materials Today: Proceedings**, v. 26, p. 373–377, 2019. DOI: 10.1016/j.matpr.2019.12.058. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.12.058>.

CHAWLA, K. K. **Composite Materials**. New York, NY, Springer New York, 2012. v. 19. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/978-0-387-74365-3>.

CINDUMEL, I. de M. e L. **Catálogo técnico de linha geral de molas em lâminas**. . Guarulhos, Cindumel. Disponível em: <http://www.cindumel.com/main/catalogos.php>. , 2020

COLLINS, J. A., BUSBY, H. R., STAAB, G. H. **Mechanical Design of Machine Elements and Machines**. 2. ed. Danvers, John Wiley & Sons, 2010.

COSTA, T. A. **Modelagem de Escoamento de Fluido no Meio Poroso utilizando o MEF (Método dos Elementos Finitos)**: 2013. Universidade Estadual de Campinas, 2013.

DANIEL, I. M. "Failure of composite materials", **The Autor. Journal Compilation**, v. 43, n. 1, p. 4–12, 2007. DOI: 10.1115/1.3120828. .

DANIEL, Isaac M., ISHAI, O. **Engineering mechanics of composite materials**. 2º ed. Nova Iorque, Oxford University Press, 2006. v. 17.

DE LUCA, A., CAPUTO, F. "A review on analytical failure criteria for composite materials", **AIMS Materials Science**, v. 4, n. 5, p. 1165–1185, 2017. DOI: 10.3934/matricsci.2017.5.1165. .

DEL PERO, F., BERZI, L., ANTONACCI, A., *et al.* "Automotive Lightweight Design: Simulation Modeling of Mass-Related Consumption for Electric Vehicles", **Machines**, v. 8, n. 3, p. 51, 3 set. 2020. DOI: 10.3390/machines8030051. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2075-1702/8/3/51>.

DEL PERO, F., DELOGU, M., PIERINI, M. "The effect of lightweighting in

automotive LCA perspective: Estimation of mass-induced fuel consumption reduction for gasoline turbocharged vehicles", **Journal of Cleaner Production**, v. 154, p. 566–577, jun. 2017. DOI: 10.1016/j.jclepro.2017.04.013. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0959652617307096>.

DHANALE, S., PILLAY, A. "Design and Analysis of Leaf Spring Suspension System", **SSRN Electronic Journal**, v. 1, p. 1–7, 2019. DOI: 10.2139/ssrn.3419639. .

DIAS, L. do C. L., NUNES, E. P., ALVARENGA, M. C. N., *et al.* "Design of a Mono-Leaf in Sandwich Structure for Application in Light-Load Vehicle Using Finite Element Method", **SAE Technical Paper Series**, v. 1, 2021. DOI: 10.4271/2020-36-0208. .

DIWAKAR, K., BHASKAR, N., SURENDRA, A., *et al.* "DESIGN AND ANALYSIS OF A TAPERED COMPOSITE LEAF SPRING", **International Journal of Advanced Trends in Engineering and Technology (IJATET)**, v. 3, n. 1, p. 20–30, 2018. DOI: doi.org/10.5281/zenodo.1144210. Disponível em: ijatet.dvpublication.com/article-issues/?cid=14.

DUARTE, É. N., "Método dos elementos finitos". **Mecânica do Contato entre Corpos Revestidos**, São Paulo, Editora Blucher, 2016. p. 37–44. DOI: 10.5151/9788580391992-03. Disponível em: <http://openaccess.blucher.com.br/article-details/metodo-dos-elementos-finitos-20075>.

ENRÍQUEZ, Á. D. S., DÍAZ, R. S., MARTÍN, R. M. A., *et al.* "Environmental impacts of climate change adaptation", **Environmental Impact Assessment Review**, v. 64, p. 87–96, maio 2017. DOI: 10.1016/j.eiar.2017.03.005. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0195925516303535>.

FILHO, A. A. **Elementos finitos: A base da Tecnologia CAE**. 6° ed. São Paulo, Editora Érica, 2009.

FIORANI, L. A. **Sobre o uso de subestruturas na modelagem de estruturas complexas**. 2009. 382 f. Universidade de São Paulo, 2009.

FISH, J., BELYTSCHKO, T. **Um primeiro curso em Elementos Finitos**. 1° ed. Florianópolis, LTC, 2009.

FREITAS, L. M. P. **Estudo da Dinâmica Vertical de uma Suspensão Veicular do Tipo Macpherson**. 2006. 139 f. Universidade de São Paulo, 2006.

GAGLIARDO, D. P., MASCIA, N. T. "Análise de estruturas sanduíche: parâmetros de projeto", **Ambiente Construído**, v. 10, n. 4, p. 247–258, 2010. DOI: 10.1590/s1678-86212010000400017. .

GARIMELLA, R. V. "Mesh data structure selection for mesh generation and FEA

applications", **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 55, n. 4, p. 451–478, 10 out. 2002. DOI: 10.1002/nme.509. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/nme.509>.

GAYLO, R., FARAHANI, S., SCHMUESER, D., *et al.* "Optimization of a mono-composite leaf spring using a hybrid fiber-layup approach", **International Journal on Interactive Design and Manufacturing**, v. 14, n. 2, p. 407–421, 2020. DOI: 10.1007/s12008-019-00636-w. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s12008-019-00636-w>.

GEBREMESKEL, S. A. "Design, Simulation, and Prototyping of Single Composite Leaf Spring for Light Weight Vehicle", **Global Journal of Researches in Engineering Mechanical and Mechanics Engineering**, v. 12, n. 7, p. 20–30, 2012. Disponível em: <https://globaljournals.org/item/1284-design-simulation-and-prototyping-of-single-composite-leaf-spring-for-light-weight-vehicle>.

GHOSH, R., GHOSH, S., GHIMIRE, S., *et al.* "Static analysis of multi-leaf spring using ansys workbench 16.0", **International Journal of Mechanical Engineering and Technology**, v. 7, n. 5, p. 241–249, 2016. Disponível em: <http://www.iaeme.com/ijmet/issues.asp?JType=IJMET&VType=7&IType=5> Journal.

GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. 1º ed. Warrendale, Society of Automotive Engineers (SAE), 1992.

GONÇALVES, P. J. P., BRENNAN, M. J., ELLIOTT, S. J. "Numerical evaluation of high-order modes of vibration in uniform Euler-Bernoulli beams", **Journal of Sound and Vibration**, v. 301, n. 3–5, p. 1035–1039, 2007. DOI: 10.1016/j.jsv.2006.10.012. .

GOODARZI, A., KHAJEPOUR, A. **Vehicle Suspension System Technology and Design**. Cham, Springer International Publishing, 2017. Disponível em: <https://link.springer.com/10.1007/978-3-031-01494-9>. (Synthesis Lectures on Advances in Automotive Technology).

GROENWOLD, A. A., HAFTKA, R. T. "Optimization with non-homogeneous failure criteria like Tsai-Wu for composite laminates", **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 32, n. 3, p. 183–190, 2006. DOI: 10.1007/s00158-006-0020-3. .

GUILHERME, R., EL GAMAL, G. "Estimating Method for the Avoided Non-Recyclable CO 2 by the Use of Brazilian Ethanol in Flex Fuel Vehicles". 2 out. 2012. **Anais** [...] São Paulo, SAE International, 2 out. 2012. DOI: 10.4271/2012-36-0505. Disponível em: <https://www.sae.org/content/2012-36-0505/>.

GUTIÉRREZ, J. C. H., CAMPOS RUBIO, J. C., DE FARIA, P. E., *et al.* "Usinabilidade de materiais compósitos poliméricos para aplicações automotivas", **Polímeros**, v. 24, n. 6, p.

711–719, 2014. DOI: 10.1590/0104-1428.1582. .

HAMEED, M. I., ALAZAWI, D. A., HAMMOUDI, Z. S. "Finite element analysis of steel and composite leaf springs under static loading", **1st International Scientific Conference of Engineering Sciences - 3rd Scientific Conference of Engineering Science, ISCES 2018 - Proceedings**, v. 2018- Janua, p. 181–185, 2018. DOI: 10.1109/ISCES.2018.8340550. .

HUGLES, T. J. R. **The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis**. 1° ed. New Jersey, Courier Corporation, 2012.

HWANG, W., HAN, K. S. "Fatigue of Composites—Fatigue Modulus Concept and Life Prediction", **Journal of Composite Materials**, v. 20, n. 2, p. 154–165, 1986. DOI: 10.1177/002199838602000203. .

IJAGBEMI, C. O., OLADAPO, B. I., CAMPBELL, H. M., *et al.* "Design and simulation of fatigue analysis for a Vehicle Suspension System (VSS) and its effect on global warming", **Procedia Engineering**, v. 159, n. June, p. 124–132, 2016. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.08.135. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.135>.

INMAN, D. J. **Engineering Vibration**. 3° ed. New Jersey, Pearson Education, 2007.

INMETRO. **Portaria N° 268**. . Brasília, Brasil. , 2013

JANCIRANI, J., ASSARUDEEN, H. "A review on structural analysis and experimental investigation of fiber reinforced composite leaf spring", **Journal of Reinforced Plastics and Composites**, v. 34, n. 2, p. 95–100, 2015. DOI: 10.1177/0731684414564477. .

JENARTHANAN, M. P., RAMESH KUMAR, S., VENKATESH, G., *et al.* "Analysis of leaf spring using Carbon / Glass Epoxy and EN45 using ANSYS: A comparison", **Materials Today: Proceedings**, v. 5, n. 6, p. 14512–14519, 2018. DOI: 10.1016/j.matpr.2018.03.039. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2018.03.039>.

JIREGNA, I. T., SIRATA, G. "A review of the vehicle suspension system", **Journal of Mechanical and Energy Engineering**, v. 4, n. 2, p. 109–114, 2020. DOI: 10.30464/jmee.2020.4.2.109. .

JULLYANA, S. J., PRAKASH, J. U., PATUR, P., *et al.* "Finite element analysis of mono composite leaf spring of varying thickness and varying width used in automotives", **International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development**, v. 7, n. 6, p. 247–254, 31 dez. 2017. DOI: 10.24247/ijmperdec201727. .

JUVINALL, R. C., MARSHEK, K. M. **Fundamentals of Machine Component Design**. 6° ed. Hoboken, John Wiley & Sons Inc, 2017.

KALWAGHE, R. N., SONTAKKE, K. R. "Design and Analysis of Composite Leaf

Spring by Using FEA and ANSYS", **International Journal of Scientific Engineering and Research (IJSER)**, v. 3, n. 5, p. 74–77, 2015. Disponível em: <https://www.ijser.in/archives/v3i5/IJSER15142.pdf>.

KARLUS, E. N., HIMTE, R. L., RATHORE, R. K. "Optimization of mono parabolic leaf spring", **International Journal of Advances in Engineering & Technology**, v. 7, n. 1, p. 283–291, 2014. DOI: 10.7323/ijaet/v7_iss1. Disponível em: www.ijaet.org/media/32N19-IJAET0319440_v7_iss1_283-291.pdf.

KAT, C.-J., ELS, S. "Importance of Correct Validation of Simulation Models". 1 jan. 2011. **Anais [...]** [S.l.], ASMEDC, 1 jan. 2011. p. 869–875. DOI: 10.1115/DETC2011-47688. Disponível em: <https://asmedigitalcollection.asme.org/IDETC-CIE/proceedings/IDETC-CIE2011/54853/869/358394>.

KE, J., QIAN, C., WU, Z., *et al.* "A theoretical model used for determining the stiffness of composite leaf springs with a main spring and an auxiliary spring", **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 42, n. 1, p. 1–13, 2020. DOI: 10.1007/s40430-019-2138-4. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s40430-019-2138-4>.

KE, J., WU, Z. yu, CHEN, X. ying, *et al.* "A review on material selection, design method and performance investigation of composite leaf springs", **Composite Structures**, v. 226, n. 928, p. 111277, 2019. DOI: 10.1016/j.compstruct.2019.111277. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111277>.

KEYA, K. N., KONA, N. A., KOLY, F. A., *et al.* "Natural fiber reinforced polymer composites: history, types, advantages, and applications", **Materials Engineering Research**, v. 1, n. 2, p. 69–87, 2019. DOI: 10.25082/MER.2019.02.006. Disponível em: <https://www.syncsci.com/journal/index.php/MER/article/view/267>.

KHURMI, R. S., GUPTA, J. K. **A Textbook of Machine Design**. 1° ed. New Delhi, Eurasia Publishing, 2005.

KIM, H. C., WALLINGTON, T. J., SULLIVAN, J. L., *et al.* "Life Cycle Assessment of Vehicle Lightweighting: Novel Mathematical Methods to Estimate Use-Phase Fuel Consumption", **Environmental Science & Technology**, v. 49, n. 16, p. 10209–10216, 18 ago. 2015. DOI: 10.1021/acs.est.5b01655. Disponível em: <https://pubs.acs.org/doi/10.1021/acs.est.5b01655>.

KOH, R., MADSEN, B. "Strength failure criteria analysis for a flax fibre reinforced composite", **Mechanics of Materials**, v. 124, p. 26–32, set. 2018. DOI: 10.1016/j.mechmat.2018.05.005. .

KOTHARI, P., PATEL, A. "A Review Paper on Design & Analysis of Leaf Spring",

International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT), v. 3, n. 3, p. 1529–1532, 2014. Disponível em: www.ijert.org/research/a-review-paper-on-design-analysis-of-leaf-spring-IJERTV3IS031286.pdf.

KRALL, S., ZEMANN, R. "Investigation of the dynamic behaviour of CFRP leaf springs", **Procedia Engineering**, v. 100, n. January, p. 646–655, 2015. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.01.416. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2015.01.416>.

KRISHNAMURTHY, K., RAVICHANDRAN, P., SHAHID NAUFAL, A., *et al.* "Modeling and structural analysis of leaf spring using composite materials", **Materials Today: Proceedings**, v. 33, n. xxxx, p. 4228–4232, 2020. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.07.346. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.07.346>.

KUMAR, K., AGGARWAL, M. L. "Computer aided FEA simulation of EN45A parabolic leaf spring", **international journal of industrial engineering computations**, v. 4, n. 2, p. 297–304, 1 abr. 2013. DOI: 10.5267/j.ijiec.2013.01.005. Disponível em: http://www.growingscience.com/ijiec/Vol4/IJIEC_2013_5.pdf.

KUMAR, K., AGGARWAL, M. L. "Optimization of Various Design Parameters for EN45A Flat Leaf Spring", **Materials Today: Proceedings**, v. 4, n. 2, p. 1829–1836, 2017. DOI: 10.1016/j.matpr.2017.02.026. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.matpr.2017.02.026>.

LI, S., SITNIKOVA, E., LIANG, Y., *et al.* "The Tsai-Wu failure criterion rationalised in the context of UD composites", **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, v. 102, p. 207–217, nov. 2017. DOI: 10.1016/j.compositesa.2017.08.007. .

LIANG, S., GNING, P. B., GUILLAUMAT, L. "A comparative study of fatigue behaviour of flax/epoxy and glass/epoxy composites", **Composites Science and Technology**, v. 72, n. 5, p. 535–543, 2012. DOI: 10.1016/j.compscitech.2012.01.011. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2012.01.011>.

LIU, Y., GLASS, G. "Effects of Mesh Density on Finite Element Analysis". 8 abr. 2013. **Anais [...]** Birmingham, SAE International, 8 abr. 2013. p. 1–7. DOI: 10.4271/2013-01-1375. Disponível em: <https://www.sae.org/content/2013-01-1375/>.

LOGANATHAN, T. G., VINOTH KUMAR, K., MADHU, S. "Flexural and fatigue of a composite leaf spring using finite element analysis", **Materials Today: Proceedings**, v. 22, p. 1014–1019, 2020. DOI: 10.1016/j.matpr.2019.11.265. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.11.265>.

M. SURESHKUMA, P. TAMILSELVAN, G. HARANITHARAN. "Analysis of Hybrid

Fiber Mono Composite Leaf Spring For Automobiles", **Advances in Natural and Applied Sciences**, v. 11, n. 4, p. 281–287, 2017. Disponível em: www.aensiweb.net/AENSIWEB/anas/anas/2017/April/281-287.pdf.

MA, L., HE, J., GU, Y., *et al.* "Structure Design of GFRP Composite Leaf Spring: An Experimental and Finite Element Analysis", 2021. DOI: 10.3390/polym. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/polym13081193>.

MAHANTHI, D. L., MURALI, C. V. S. "Design and analysis of composite Leaf Spring for light Weight Vehicle", **International Journal of Advanced Engineering Research and Science**, v. 4, n. 3, p. 147–152, 2017. DOI: 10.22161/ijaers.4.3.23. Disponível em: http://ijaers.com/uploads/issue_files/23_IJAERS-FEB-2017-46-Design_and_analysis_of_composite_Leaf_Spring_for_light_Weight_Vehicle.pdf.

MALLESH, B., GUPTA, B., KRANTHI KUMAR, S., *et al.* "Modeling and analysis of leaf spring with different type of materials", **Materials Today: Proceedings**, v. 1, n. 1, p. 1–5, 2020. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.09.223. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.09.223>.

MANDUJANO, M. L. S. **Desenvolvimento de algoritmos de subestruturação para elementos finitos**. 1997. 171 f. Universidade Estadual de Campinas, 1997.

MARCHETTI. **Molas Marchetti**. Rio dos Cedros, Molas Marchetti. Disponível em: <https://www.molasmarchetti.com.br/catalogos/>, 2019

MENDONÇA, P. de T. R. **Materiais compostos & Estruturas - Sanduíches: Projeto e Análise**. 2º ed. Florianópolis, Orsa Maggiore, 2019.

MENDONÇA, P. de T. R., FANCELLO, E. A. **O Método de Elementos Finitos aplicado à Mecânica dos Sólidos**. 1º ed. Florianópolis, Orsa Maggiore, 2019.

MOAVENI, S. **Finite Element Analysis: Theory and Application with Ansys**. 4º ed. Mankato, Pearson Education, 2015.

MOURA, M. F. S. F. de, MORAIS, A. B. de, MAGALHÃES, A. G. de. **Materiais Compósitos - Materiais, Fabrico e Comportamento Mecânico**. 2º ed. Porto, Publindústria, 2018.

NARAYANA NAIK, G., GOPALAKRISHNAN, S., GANGULI, R. "Design optimization of composites using genetic algorithms and failure mechanism based failure criterion", **Composite Structures**, v. 83, n. 4, p. 354–367, 2008. DOI: 10.1016/j.compstruct.2007.05.005.

NARESH, K. S. "Design and Static Analysis of Composite Leaf Spring for Heavy Vehicle Suspension System", **IUP Journal of Mechanical Engineering**, v. XI, n. 4, p. 40–56,

2018. Disponível em: [www.iupindia.in/1811/Mechanical Engineering/Design_and_Static_Analysis.asp](http://www.iupindia.in/1811/Mechanical_Engineering/Design_and_Static_Analysis.asp).

NARESH, R., PRASAD, V. B. S. R., RAO, G. V. "Static and Transient Response of a Leaf Spring with EPDM Rubber Sandwiched between Steel Leaves", **Materials Today: Proceedings**, v. 22, p. 3250–3260, 2019. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.03.286. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.03.286>.

NAYAK, S., SADARANG, J., PANIGRAHI, I., *et al.* "Optimization of composite leaf spring for reduced weight and improved noise, vibration, and harshness in an electric vehicle", **Noise & Vibration Worldwide**, v. 51, n. 7–9, p. 127–138, 28 jul. 2020. DOI: 10.1177/0957456520923319. Disponível em: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0957456520923319>.

NETO, F. L., PARDINI, L. C. **Compósitos Estruturais - Ciência e Tecnologia**. 2º ed. São Paulo, Blucher, 2016.

NORONHA, B., YESUDASAN, S., CHACKO, S. "Static and Dynamic Analysis of Automotive Leaf Spring: A Comparative Study of Various Materials Using ANSYS", **Journal of Failure Analysis and Prevention**, v. 20, n. 3, p. 804–818, 2020. DOI: 10.1007/s11668-020-00877-y. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11668-020-00877-y>.

NORTON, R. L. **Projeto de Máquinas - Uma abordagem integrada**. 4º ed. Porto Alegre, Bookman Companhia, 2013.

OLIVEIRA, G. A. B. **PREDIÇÃO DE PROPRIEDADES MECÂNICAS DE COMPÓSITOS UNIDIRECIONAIS ATRAVÉS DE REDES NEURAS ARTIFICIAIS**. 2018. 1–108 f. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2018.

OZTOPRAK, N., GUNES, M. D., TANOGLU, M., *et al.* "Developing polymer composite-based leaf spring systems for automotive industry", **Science and Engineering of Composite Materials**, v. 25, n. 6, p. 1167–1176, 2018. DOI: 10.1515/secm-2016-0335. .

PANEM, M., POTLURI, R. B., MONDAY, K. P., *et al.* "Modeling of leaf spring contacts by finite element approach using Lagrange multiplier method", **International Journal of Research and Analytical Reviews**, v. 6, n. 1, p. 125–129, 2019. Disponível em: www.ijrar.org/papers/IJRAR1ACP023.pdf.

PATIL, H., JEYAKARTHIKEYAN, P. V. "Mesh convergence study and estimation of discretization error of hub in clutch disc with integration of ANSYS", **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, v. 402, p. 012065, 1 out. 2018. DOI: 10.1088/1757-899X/402/1/012065. Disponível em: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/402/1/012065>.

POSSAMAI, E. R. F. **Estudo do comportamento em fadiga do aço SAE 5160 aplicado em feixes de molas automotivas**. . Porto Alegre, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. , 2015

RIFKIN, D. I., LONG, M. W., PERRY, M. J. "Climate change and sleep: A systematic review of the literature and conceptual framework", **Sleep Medicine Reviews**, v. 42, p. 3–9, dez. 2018. DOI: 10.1016/j.smr.2018.07.007. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1087079218300765>.

SAE. **Manual on Design and Application of Leaf Springs**. . Pensilvânia, SAE International. Disponível em: www.sae.org/publications/books/content/hs-788/. , 1980

SAINI, P., GOEL, A., KUMAR, D. "Design and Analysis of composite leaf spring for light vehicles", **International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology**, v. 2, n. 5, p. 1–10, 2013. Disponível em: http://www.ijirset.com/upload/may/12_DESIGN.pdf.

SANTOS, N. S. S. **Análise Experimental e Teórica do Comportamento Mecânico sob Carregamentos Quase-estáticos de Compósitos Reforçados com Fibras Vegetais**. . Campinas, Universidade Estadual de Campinas. , 2010

SEDLACEK, F., BERNARDIN, P., LASOVA, V. "Design of a composite leaf spring for railway vehicles", **Annals of DAAAM and Proceedings of the International DAAAM Symposium**, v. 27, n. 1, p. 493–500, 2016. DOI: 10.2507/27th.daaam.proceedings.074. .

SERALATHAN, S., PRASANNA, H., ARUN, J., *et al.* "Finite element analysis of hybrid composite material based leaf spring at various load conditions", **Materials Today: Proceedings**, v. 33, n. xxxx, p. 3540–3548, 2020. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.05.456. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.05.456>.

SHANKAR, G., VIJAYARANGAN, S. "Mono Composite Leaf Spring for Light Weight Vehicle–Design, End Joint Analysis and Testing", **Materials Science**, v. 12, n. 3, p. 220–225, 2006. Disponível em: <https://matsc.ktu.lt/index.php/MatSc/article/view/26434>.

SHI, W., QIAN, C., CHEN, Z., *et al.* "Establishment of theoretical model of composite leaf springs by using the mechanics of composite materials", **Journal of Reinforced Plastics and Composites**, v. 36, n. 18, p. 1316–1326, 2017. DOI: 10.1177/0731684417707584. .

SHRUTI, M., SRI HEMANTH, N., BADGAYAN, N. D., *et al.* "Compressive behavior of auxetic structural metamaterial for lightweight construction using ANSYS static structural analysis", **Materials Today: Proceedings**, v. 38, p. 12–17, 2021. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.05.410. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2214785320339900>.

SILVA, A. O. da, CAVALCANTE, M. A. A. "Avaliação da resistência de materiais compósitos reforçados por fibras longas unidirecionais empregando modelos da micromecânica". 2016. **Anais [...]** Brasília, Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia, 2016. p. 1–10. DOI: doi.org/10.26512/ripe.v2i26.20783. Disponível em: <https://periodicos.unb.br/index.php/ripe/article/view/20783>.

SINDHE, S. K., BHATWADEKAR, S. ., KULKARNI, V. V., *et al.* "Static, Modal and Fatigue Life Prediction through CAE for a Leaf Spring used in Light Commercial Vehicle", **International Journal of Science and Research (IJSR)**, v. 2, n. 3, p. 474–481, 2013. Disponível em: <https://www.ijsr.net/archive/v2i3/IJSROFF2013102.pdf>.

SOLIMAN, E. S. M. M. "Evaluation of modal parameters and static characteristics for composite mono leaf spring", **Noise and Vibration Worldwide**, v. 52, n. 3, p. 33–47, 2020. DOI: 10.1177/0957456520964880. .

SOLIMAN, E. S. M. M. "Static and Vibration Analysis of CFRP Composite Mono Leaf Spring", **Journal of Failure Analysis and Prevention**, v. 19, n. 1, p. 5–14, 2019. DOI: 10.1007/s11668-019-00597-y. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11668-019-00597-y>.

SONER, M., GUVEN, N., KANBOLAT, A., *et al.* "Parabolic leaf spring design optimization considering FEA & rig test correlation", **SAE Technical Papers**, 2011. DOI: 10.4271/2011-01-2167. .

SUPRITH, N., ANNAMALAI, K., NAIJU, C. D., *et al.* "Design and analysis of automotive multi-leaf springs using composite materials", **Applied Mechanics and Materials**, v. 372, p. 533–537, 2013. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.372.533. .

SURESHKUMAR, M., TAMILSELVAM, P., KUMARAVELAN, R., *et al.* "Design, Fabrication, and Analysis of a Hybrid FIBER Composite Monoleaf Spring Using Carbon and E-Glass Fibers for Automotive Suspension Applications", **Mechanics of Composite Materials**, v. 50, n. 1, p. 115–122, 27 mar. 2014. DOI: 10.1007/s11029-014-9398-y. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/s11029-014-9398-y>.

SZABÓ, B., BABUSKA, I. **Introduction to Finite Element Analysis: Formulation, Verification and Validation**. 1° ed. New Delhi, Wiley, 2011.

TARIQ, M. M. **Design and Analysis of Composite Leaf Spring**. 2020. 1–134 f. Capital University of Science & Technology, Islamabad, 2020. Disponível em: <https://thesis.cust.edu.pk/UploadedFiles/MME163006.pdf>.

TELI, M. D., CHAVAN, U. S., PHAKATKAR, H. G. "Design, Analysis and Experimental Testing of Composite Leaf Spring for Application in Electric Vehicle", **International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering**, v. 8, n. 9, p.

2882–2891, 10 jul. 2019. DOI: 10.35940/ijitee.I8744.078919. Disponível em: <https://www.ijitee.org/wp-content/uploads/papers/v8i9/I8744078919.pdf>.

THIPPESH, L. "Fabrication of Hybrid Composite Mono-Leaf Spring with Unidirectional Glass Fibers", **Materials Today: Proceedings**, v. 5, n. 1, p. 2980–2984, 2018. DOI: 10.1016/j.matpr.2018.01.096. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2018.01.096>.

TÜRE, Y., TÜRE, C. "Environmental and Economic Effects of Fuel Savings in Driving Phase Resulting from Substitution of Light Metals in European Passenger Car Production", **Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board**, v. 2675, n. 9, p. 1163–1174, 26 set. 2021. DOI: 10.1177/03611981211006418. Disponível em: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/03611981211006418>.

VARMA, N., AHUJA, R., VIJAYAKUMAR, T., *et al.* "Design and analysis of composite mono leaf spring for passenger cars". 46, 2021. **Anais [...]** [S.l.], Elsevier Ltd, 2021. p. 7090–7098. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.10.073.

VERMA, K., HEMNANI, M., SHARMA, R. "Comparative Analysis of Multi Leaf Spring and Composite Leaf Spring using Finite Element Method Under Static Loading Condition", **International Journal of Scientific Research & Engineering Trends**, v. 5, n. 5, p. 1596–1603, 2019. Disponível em: [ijret.com/wp-content/uploads/2019/10/IJSRET_V5_issue5_442.pdf](https://www.ijret.com/wp-content/uploads/2019/10/IJSRET_V5_issue5_442.pdf).

VIGNOLI, L. L., SAVI, M. A., PACHECO, P. M. C. L., *et al.* "Comparative analysis of micromechanical models for the elastic composite laminae", **Composites Part B: Engineering**, v. 174, n. 106961, p. 1–11, 2019. DOI: 10.1016/j.compositesb.2019.106961. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.106961>.

WOHLECKER, R., JOHANNABER, M., ESPIG, M. "Determination of weight elasticity of fuel economy for ICE, hybrid and fuel cell vehicles", **SAE Technical Papers**, n. 724, 2007. DOI: 10.4271/2007-01-0343. .

YU, Z., LIU, Y., TINSLEY, B., *et al.* "Integration of geometry and analysis for vehicle system applications: Continuum-based leaf spring and tire assembly", **Journal of Computational and Nonlinear Dynamics**, v. 11, n. 3, 1 maio 2016. DOI: 10.1115/1.4031151.

ZHAO, L., ZHANG, Y., YU, Y., *et al.* "Truck handling stability simulation and comparison of taper-leaf and multi-leaf spring suspensions with the same vertical stiffness", **Applied Sciences (Switzerland)**, v. 10, n. 4, 2020. DOI: 10.3390/app10041293. .

7 ANEXO

```

0001 // FEIXE PARABÓLICO
0002
0003 // Algoritmo para definir a variação de Espessura em função do
    comprimento, respeitando os critérios de tensão e deflexão da formação de
    feixes de molas
0004 //Leonardo do Carmo Lelis Dias
0005
0006 clear all
0007
0008 // Parâmetros Geométrico para análise.
0009 F=7500
0010 b=50;
0011 t_raiz=16;
0012 n=3;
0013 L1=(1430+1493)/2
0014 def=150
0015 L2=L1/2
0016 Aux=L2;
0017 Sigma=1000
0018 E=200000
0019
0020 // Cálculo da espessura em função da espessura.
0021 for L=0:50:Aux
0022     t1=((6*F*L)/(n*b*1000))^(1/2) //Espessura em função da tensão
0023     t2=((6*F*L^(3))/(E*n*b*def))^(1/3) // Espessura em função da
    deformação
0024     mprintf("Espessura pela tensão %f \nEspessura pela deformação %f
    \n\n", t1, t2)
0025     if t1>t2 then
0026         t=t1
0027     mprintf("critério de tensão deve ser utilizado \n\n")
0028     else
0029         t=t2
0030     mprintf("Critério de deflexão deve ser utilizado \n\n")
0031     end
0032     Sigma = (6*F*L)/(n*b*t^2);
0033     y=(6*F*L^3)/(n*E*b*t^3);
0034     mprintf("Para largura %i mm e comprimento %f a \n t= %f mm\n tensão =
    %f\n deflexão = %f \n\n", b, L, t, Sigma, y)
0035
0036
0037
0038     end

```

```

0001 // MONOLÂMINA COM VARIAÇÃO DE LARGURA
0002
0003 // Algoritmo para definir a variação de largura em função do comprimento,
    // respeitando os critérios de tensão e deflexão da formação de monolâminas.
0004
0005 // Segundo Bhandari e Gupta a tensão em uma monolâminas é dada por
    //  $\sigma = (6*F*L)/(b*t^2)$ 
0006 // e a deformação é dada por  $y = (6*F*L^3)/(E*b*t^3)$  (considerando um placa
    // triangular).
0007
0008 // Dados de entrada:  $\sigma = 1000$  MPA (Tensão máxima);  $y = 71,66$  mm
    // (deflexão máxima da monolâmina equivalente);  $L = 731$  mm (comprimento médio de
    // feixes em picapes);  $2F = 15000$  N (baseado na carga máxima definida);  $E = 210000$ 
    // (MPA - Aço SAE5160)
0009
0010 clear
0011 clc
0012 E=210000;
0013 L=731;
0014 y=71.66;
0015 F=7500;
0016 Sigma=1000;
0017
0018 for b=50:10:100
0019     t1=((6*F*L)/(Sigma*b))^(1/2) //critério de tensão
0020     t2=((6*F*L^3)/(E*b*y))^(1/3) //critério de deformação
0021     if t1>t2
0022         t=t1
0023     mprintf("critério de tensão deve ser utilizado \n")
0024     else
0025         t=t2
0026     mprintf("Critério de deflexão deve ser utilizado \n")
0027     end
0028     mprintf("Para largura %i mm a t= %f mm \n\n", b,t)
0029
0030 end
0031
0032 mprintf("Tomando como base o resultado e a norma SAE 788 como os valores
    // padrões, \n optou-se por utilizar b=90 mm e t=23.6 mm (página 44)\n \n")
0033
0034 bf=90;
0035 tf=23.6;
0036
0037 // Respeitando o critério de tensões e deformações, foi feita a variação
    // de largura respeitando ambos os valores.
0038
0039 mprintf ("Para variação de Largura tem-se \n ")
0040 Sigma_aux = (6*F*L)/(bf*tf^2)
0041 y_aux=(6*F*L^3)/(E*bf*tf^3)
0042 mprintf ("Para valores escolhido Tensão= %f a deflexão = %f \n
    // \n", Sigma_aux,y_aux)
0043 for x=0:50:L
0044     b1=(6*F*x)/(Sigma_aux*tf^2);
0045     b2=(6*F*x^3)/(E*y_aux*tf^3)
0046     if (b1>b2)

```

```
0047         b=b1;
0048         mprintf ("critério de tensão utilizado\n")
0049     else
0050         b=b2;
0051         mprintf ("critério de deflexão\n")
0052     end
0053     mprintf ("Para x= %i a largura = %f \n \n", x,b)
0054 end
```

```

0001 // MONOLÂMINA COM VARIAÇÃO DE ESPESSURA
0002
0003 // Algoritmo para definir a variação de Espessura em função do
    comprimento, respeitando os critérios de tensão e deflexão da formação de
    monolâminas.
0004
0005 //Leonardo do Carmo Lelis Dias
0006
0007 // Segundo Bhandari e Gupta a tensão em uma monolâminas é dada por
    Sigma=(6*F*L)/(b*t^2)
0008 // e a deformação é dada por y=(6*F*L^3)/(E*b*t^3)
0009
0010 // Dados de entrada: Sigma = 1000 MPA (Tensão máxima); y=71,66 mm
    (deflexão máxima monolâmina equivalente); L=731 mm (comprimento médio de feixes
    em picapes); 2F=15000 N (baseado na carga máxima definida); E:205000 (MPA - Aço
    SAE5160)
0011
0012 clear
0013 clc
0014 E=210000;
0015 L=731;
0016 y=71.66;
0017 F=7500;
0018 Sigma=1000;
0019
0020 for b=35:5:100
0021     t1=((6*F*L)/(Sigma*b))^(1/2) //critério de tensão
0022     t2=((6*F*L^3)/(E*b*y))^(1/3) //critério de deformação
0023     if t1>t2
0024         t=t1
0025     mprintf("critério de tensão deve ser utilizado \n")
0026     else
0027         t=t2
0028     mprintf("Critério de deflexão deve ser utilizado \n")
0029     end
0030     mprintf("Para largura %i mm a t= %f mm \n\n", b,t)
0031
0032 end
0033
0034 mprintf("Tomando como base o resultado e a norma SAE 788 como os valores
    padrões, \n optou-se por utilizar b=45mm e t=30 mm (página 44)\n \n")
0035
0036 bf=45;
0037 tf=30;
0038
0039 // Respeitando o critério de tensões e deformações, foi feita a variação
    de largura respeitando ambos os valores.
0040
0041 mprintf ("Para variação de espessura tem-se \n ")
0042 Sigma_aux = (6*F*L)/(bf*tf^2)
0043 y_aux=(6*F*L^3)/(E*bf*tf^3)
0044     mprintf ("Para valores escolhido Tensão= %f a deflexão = %f \n
    \n", Sigma_aux,y_aux)
0045 for x=0:50:L
0046     t1=((6*F*x)/(Sigma_aux*bf))^(1/2);

```

```
0047     t2=((6*F*x^3)/(E*bf*y_aux))^(1/3);
0048     if (t1>t2)
0049         t=t1;
0050         mprintf ("critério de tensão utilizado\n")
0051     else
0052         t=t2;
0053         mprintf ("critério de deflexão\n")
0054     end
0055     mprintf ("Para x= %i a espessura = %f \n \n", x,t)
0056 end
```