

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Curso de Especialização em Análise e Dimensionamento de Estruturas de
Concreto Armado e Aço

Gabriel dos Santos Vicente

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DE VERIFICAÇÃO DA
RESISTÊNCIA DE LAJES À PUNÇÃO

Belo Horizonte
2018

Gabriel dos Santos Vicente

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DE VERIFICAÇÃO DA
RESISTÊNCIA DE LAJES À PUNÇÃO**

Versão Final

Trabalho final de curso defendido perante a banca examinadora, como parte dos requisitos necessários à conclusão do curso de especialização (Lato Sensu) do Departamento de Engenharia de Estruturas (DEES) da Escola de Engenharia da UFMG.

Orientador: Prof. Sebastião Salvador Real Pereira

Belo Horizonte
2018



ATA DA DEFESA

“Estudo Comparativo entre Métodos de Verificação da Resistência de Lajes à Punção”

GABRIEL DOS SANTOS VICENTE

Trabalho Final defendido perante a banca examinadora, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de “Especialista em Análise e Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado e Aço”

Aprovada em 05 de julho de 2018.

Por:

Prof. Sebastião Salvador Real Pereira
Avaliador 1 – Orientador

Sebastião Salvador Real Pereira
Nota: 95

Prof. Pedro Vianna Pessoa de Mendonça
Avaliador 2

Pedro VP de Mendonça
Nota: 95

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado forças e sabedoria que me permitiram concluir esta especialização em engenharia de estruturas.

A minha esposa Suelen e todos familiares por terem me dado apoio e incentivo durante esta caminhada dedicada aos estudos.

Ao meu orientador, professor Sebastião, pelo acompanhamento e auxílio neste trabalho e durante todo o período da especialização, fornecendo sua grande experiência de engenharia.

E a todos mestres, doutores e engenheiros que contribuem diariamente para a minha formação acadêmica e profissional.

RESUMO

Dentre os diversos sistemas construtivos, a utilização de lajes lisas, lajes cogumelos e lajões estaqueados, vêm a cada dia ganhando mais espaço no Brasil, devido à simplicidade e agilidade de execução e economia de tempo e de formas. Entretanto, em lajes que apoiam diretamente sobre pilares a verificação quanto a segurança à punção deve ser realizada, sendo um fator condicionante para a definição da espessura da laje, da geometria dos pilares e da resistência à compressão do concreto. Neste trabalho foram realizados estudos comparativos para compreender as variáveis que influenciam na resistência da ligação laje-pilar e como essas variáveis são quantificadas em dois diferentes modelos de cálculo de resistência à punção: o modelo de superfícies de controle adotado pela norma brasileira NBR 6118 (2014) e o método da teoria da fissura crítica de cisalhamento, proposto pelo pesquisador Aurelio Muttoni.

Palavras Chave: Punção, Lajes lisas, Superfícies de controle, Teoria da fissura crítica de cisalhamento.

ABSTRACT

Among the various construction systems, the use of flat slabs and staked slabs, come every day gaining more space in Brazil, due to the simplicity and agility of execution and time savings and economy of wood forms. However, in slabs that support directly on columns, the verification of the punching shear should be performed, being a determining factor for the definition of slab depth, the geometry of the columns and the compressive strength of the concrete. In this work, comparative studies were done to understand the variables influencing the slab-columns connections resistance and how these variables are quantified in two different punching resistance calculation models: the control surface model adopted by Brazilian code NBR 6118 (2014) and the method of critical shear crack theory, proposed by the researcher Aurelio Muttoni.

Keywords: Punching shear, Flat slabs, Control surfaces, Critical shear crack theory.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Superfície de ruína	9
Figura 2 – Surgimento de fissuras radiais e tangenciais em ensaios	13
Figura 3 – Armadura de punção recomendada por Fusco (1985)	13
Figura 4 – Armadura de cisalhamento utilizada por Hallgren.....	14
Figura 5 – Posicionamento dos <i>studs</i> utilizados por Andrade (1999).....	15
Figura 6 – Detalhe das armaduras de cisalhamento da pesquisa de Trautwein (2006).....	16
Figura 7 – Superfícies de ruína por punção	18
Figura 8 – Concentração de tensões em pilares alongados	19
Figura 9 – Tipos de estribos	21
Figura 10 – Ancoragem dos conectores	22
Figura 11 – Barras dobradas.....	22
Figura 12 – Exemplo de fibras de aço	23
Figura 13 – Shearheads	24
Figura 14 – Superfície de controle	26
Figura 15 – Perímetro crítico em pilares internos adotado pela norma brasileira NBR 6118	27
Figura 16 – Regiões com possibilidade de ruína.....	28
Figura 17 – Modelo de bielas e tirantes para punção	29
Figura 18 – Disposição da armadura de punção sugerida pela norma brasileira NBR 6118.....	33
Figura 19 – Desenvolvimento, propagação e rotação da fissura crítica de cisalhamento	34
Figura 20 – Típica laje lisa, com 16cm de espessura	36
Figura 21 – Típico lajão estaqueado, com 24cm de espessura.....	43

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
2. HISTÓRICO DE ESTUDOS.....	12
3. FATORES QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO	17
3.1. Espessura das Lajes:	17
3.2. Dimensões, Formato e Posicionamento dos Pilares:	18
3.3. Resistência do Concreto:.....	19
3.4. Taxa de Armadura de Flexão:	19
3.5. Armadura de Punção:.....	20
3.6. Estribos:	20
3.6.1. Conectores tipo pino:.....	21
3.6.2. Barras dobradas:.....	22
3.6.3. Fibras de Aço:	23
3.6.4. Shearheads:	24
4. MODELOS DE CÁLCULO	26
4.1. Modelo da Superfície de Controle.....	26
4.1.1. Determinação da tensão nominal de cisalhamento	27
4.2. Modelo de Bielas e Tirantes.....	28
4.3. Modelos Mecânicos	29
5. RECOMENDAÇÕES DE NORMAS E MODELOS INTERNACIONAIS	30
5.1. Norma Brasileira - ABNT NBR 6118 (2014)	30
5.1.1. Definição da tensão solicitante nas superfícies críticas.....	30
5.1.2. Definição da tensão resistente nas superfícies críticas	31
5.1.2.1. Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C: ..31	
5.1.2.2. Verificação da tensão resistente na superfície crítica C' em elementos estruturais sem armadura de punção: 31	
5.1.2.3. Verificação da tensão resistente na superfície crítica C' em elementos estruturais com armadura de punção 32	
5.1.2.4. Verificação da tensão resistente na superfície crítica C''	32
5.2. Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento	33
6. ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MODELOS	36
6.1. Estudo para uma laje lisa, com 16cm de espessura	36
6.1.1. Pilares de dimensões 20cm x 20cm	37
6.1.1.1. Cálculo segundo a Norma Brasileira - ABNT NBR 6118 (2014)	37
6.1.1.2. Cálculo segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento.....	38
6.1.2. Pilares de dimensões 30cm x 30cm	39
6.1.2.1. Cálculo segundo a Norma Brasileira - ABNT NBR 6118 (2014)	39
6.1.2.2. Cálculo segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento.....	39
6.2. Estudo para uma laje lisa, com 20cm de espessura	40
6.2.1. Pilares de dimensões 30cm x 30cm	40
6.2.1.1. Cálculo segundo a Norma Brasileira - ABNT NBR 6118 (2014)	40
6.2.1.2. Cálculo segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento.....	41
6.2.2. Pilares de dimensões 40cm x 40cm	42

6.2.2.1. Cálculo segundo a Norma Brasileira - ABNT NBR 6118 (2014)	42
6.2.2.2. Cálculo segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento.....	42
6.3. Estudo para um lajão estaqueado, com 24cm de espessura	43
6.3.1. Blocos de coroamento de dimensões 60cm x 60cm.....	44
6.3.1.1. Cálculo segundo a Norma Brasileira - ABNT NBR 6118 (2014)	44
6.3.1.2. Cálculo segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento.....	45
6.3.2. Blocos de coroamento de dimensões 70cm x 70cm.....	45
6.3.2.1. Cálculo segundo a Norma Brasileira - ABNT NBR 6118 (2014)	45
6.3.2.2. Cálculo segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento.....	46
7. ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES.....	48
8. REFERÊNCIAS.....	50

1. INTRODUÇÃO

De diferentes maneiras as estruturas de concreto podem ser concebidas. O sistema de lajes, vigas e pilares, comumente chamado de estrutura convencional é um dos sistemas mais utilizados no Brasil. Atualmente, têm sido adotadas soluções onde as vigas são suprimidas, e as lajes apoiam diretamente nos pilares (RABELLO, 2010).

A utilização de lajes cogumelos, lajes lisas, lajões estaqueados, vem ganhando cada dia mais espaço devido à simplicidade de execução, economia de tempo, de formas e agilidade no processo construtivo.

Entretanto uma verificação adicional deve ser feita em lajes diretamente apoiadas sobre pilares: a segurança à punção, ou seja, a resistência da laje ao esforço cortante ao redor dos pilares (FUSCO JR.; CHOLFE, 1989).

Segundo RABELLO (2010), o uso de lajes sem vigas implica em prevenir a ruptura por punção, pois como a laje está diretamente apoiada nos pilares, as forças de reação geram elevadas tensões de cisalhamento no contorno dos pilares, podendo até levar ao rompimento.

No dimensionamento desses tipos de lajes, a resistência à punção é um fator condicionante para a definição da espessura da laje, da geometria dos pilares e da resistência à compressão do concreto (VAZ, 2007).

A ruína por punção ocorre nas regiões próximas a forças concentradas aplicadas em pequenas áreas, como é o caso da ligação laje-pilar. Pode-se caracterizar essa ruína pelo deslocamento vertical da laje ao longo de uma superfície tronco-cônica, cujas geratrizes possuem inclinação de aproximadamente 30° em relação ao plano médio da laje (Figura 1) (MELGES, 1995).

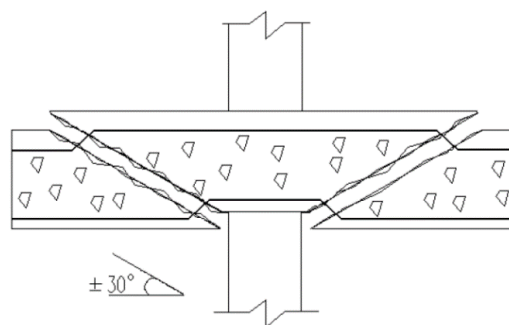


Figura 1 – Superfície de ruína

Fonte: MELGES (1995)

De acordo com PARK e GAMBLE (1980) *apud* OLIVEIRA (1998), o puncionamento pode ser descrito como o efeito de ação de cargas transversais concentradas sobre placas e ocorre ao longo de um tronco de cone causado por uma fissura de tração na diagonal crítica.

Em lajes apoiadas diretamente em pilares, a ruína pode ocorrer tanto por flexão como por punção. A ruína por flexão pode ocorrer pelo esmagamento do concreto comprimido ou pela deformação plástica excessiva da armadura de tração. Geralmente os elementos são projetados para que a ruína por flexão ocorra com o escoamento do aço, caracterizando uma ruína do tipo dúctil. Já a ruína por punção, a força cortante é predominante e a laje se rompe antes que a capacidade resistente última por flexão seja atingida, provocando uma ruptura abrupta, sem fornecer qualquer aviso prévio e por isso extremamente perigosa (MELGES, 1995).

Segundo PINTO (1993) *apud* RABELLO (2010), a ruptura por punção caracteriza-se pela ausência de escoamento generalizado da armadura, sendo ocasionada pela destruição local do concreto na zona comprimida em torno do pilar, e portanto é súbita. Dessa maneira, como diretriz de projeto, deve-se garantir que caso a ruína de uma laje ocorra, ela não se dê por punção, mas sim por flexão.

Para se evitar a ruína por punção, é necessário aumentar a resistência da ligação laje-pilar, e uma das alternativas é utilizar-se de armaduras de cisalhamento de combate à punção. Essa alternativa é extremamente favorável do ponto de vista da ductilidade, pois contribui para a mudança de ruína do tipo frágil (punção) para dúctil (flexão) (LIMA, 2001).

Dessa forma, devido ao papel fundamental da resistência à punção para a estabilidade das edificações, justifica-se um estudo para entender as variáveis que influenciam na resistência da ligação laje-pilar e como essas variáveis são quantificadas nos diferentes modelos existentes e normatizados para o cálculo de resistência à punção em lajes.

O objetivo geral desta pesquisa é desenvolver um estudo comparativo entre dois diferentes modelos de cálculo de resistência à punção: o modelo de superfícies de controle adotado pela norma brasileira NBR 6118 (2014) e o método da teoria da fissura crítica de cisalhamento, proposto pelo pesquisador MUTTONI (2010).

Para diferentes casos de espessura de lajes e dimensões dos apoios, será obtida a carga máxima de cisalhamento que a laje admite sem o uso de armadura de cisalhamento para cada um dos dois métodos de cálculo.

Inicialmente será realizada uma revisão bibliográfica sobre a resistência à punção em lajes, a fim de se compreender a dinâmica de diferentes modelos de cálculo existentes, para que seja possível, ao fim do trabalho, analisar os resultados encontrados na comparação dos dois modelos de cálculo escolhidos.

2. HISTÓRICO DE ESTUDOS

O fenômeno da punção em lajes vem sendo estudado através da utilização de diferentes modelagens teóricas, numéricas e experimentais.

Segundo TAKEYA (1981), o início dos estudos da punção pode ser atribuído a TALBOT (1913). Embora a sua pesquisa estivesse relacionada ao problema da força cortante em sapatas, das 197 sapatas ensaiadas, em 20 delas foi observado ruptura por punção. A ruptura ocorreu segundo superfície tronco-cônica inclinada de 45° em relação ao plano da laje. Observou-se também que nas sapatas com maior armadura de flexão, a resistência à punção era maior.

Essa superfície de ruptura tronco-cônica foi novamente verificada em ensaios de GRAF e BACH (1915) *apud* TAKEYA (1981), quando estudavam a resistência à flexão em lajes, mas algumas delas romperam por punção.

Nos ensaios de 164 sapatas de RICHART (1948) *apud* MELGES (2001), notou-se acréscimo de resistência à punção em função do aumento da taxa de armadura de flexão.

A primeira tentativa de quantificar a influência da resistência à flexão na resistência à força cortante foi estudada por HOGNESTAD (1953) *apud* TAKEYA (1981), com o ensaio de diversas lajes.

Já a primeira teoria racional para a determinação da resistência à punção em lajes foi proposta por KINNUNEN e NYLANDER (1960) *apud* VAZ (2007). Testes em lajes circulares, com carga aplicada no centro simulando pilares, levaram a um modelo onde cada segmento de laje era carregado por uma casca cônica comprimida que se estendia do pilar até a origem da fissura de cisalhamento. Quando a deformação tangencial do concreto atingia um valor limite a uma certa distância do pilar, a ruptura da laje ocorria.

Um novo modelo de cálculo foi proposto por YITZHAKI (1966) *apud* TAKEYA (1981). Com ensaios de 28 lajes circulares, procurou-se estabelecer explicitamente a correlação entre resistência à punção e resistência à flexão e armadura de flexão existente na laje.

Em 1985, outro modelo racional para o cálculo da punção em pilares internos sem armadura de punção é apresentado por Shehata. Considerando a laje dividida em segmentos rígidos,

com o incremento de carga, em cada segmento surgem duas fissuras radiais e uma circunferencial (Figura 2). Nestes segmentos radiais, as tensões de cisalhamento originadas causam fissuras internas inclinadas a 20°. (SHEHATA, 1985 *apud* VAZ, 2007).

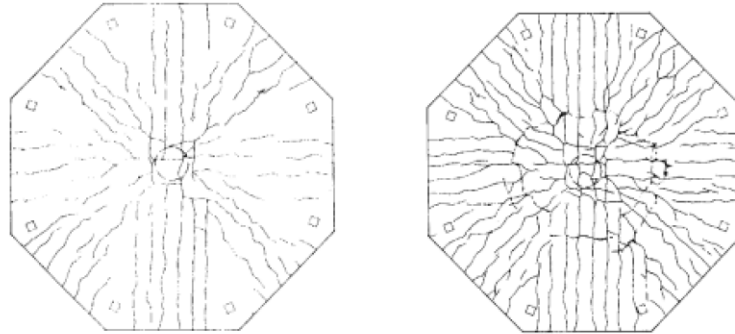


Figura 2 – Surgimento de fissuras radiais e tangenciais em ensaios

Fonte: RABELLO (2010)

Neste mesmo ano, nos trabalhos de REGAN (1985) *apud* MELGES (2001), foram observados três possíveis superfícies de ruptura da ligação laje-pilar reforçada com armadura de punção: uma primeira superfície de ruptura junto à face do pilar, a segunda cruzando as camadas de armadura de cisalhamento e a terceira além da região armada à punção.

Ainda em 1985, Fusco através de ensaios experimentais em lajes armadas com conectores tipo pino (Figura 3), verificou que o efeito de pino da armadura de flexão e a entrosagem dos agregados ao longo da superfície de ruptura são elementos essenciais na resistência das lajes ao cisalhamento (FUSCO, 1985 *apud* MELGES, 2001).

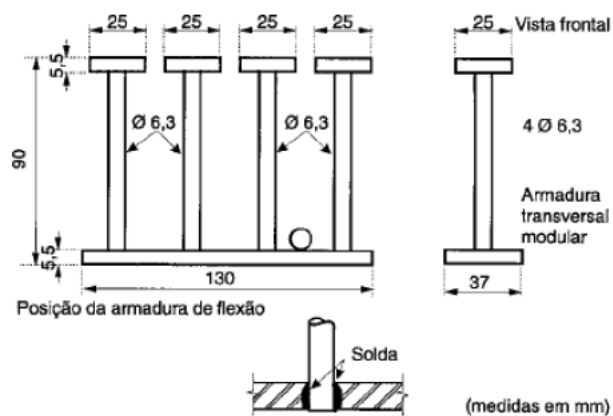


Figura 3 – Armadura de punção recomendada por Fusco (1985)

Fonte: MELGES (2001)

Para avaliar a resistência à punção de lajes-cogumelo com armadura de cisalhamento, GOMES (1991) *apud* VAZ (2007), ensaiou doze lajes quadradas, com armadura de cisalhamento constituída por seções de perfil metálico I, distribuídas em cruz e em camadas radiais. O autor concluiu que a distribuição radial da armadura de cisalhamento proporcionou melhores resultados do que a distribuição em cruz e que a resistência à punção de lajes-cogumelo pode ser até 100% maior com o uso da armadura de cisalhamento.

Em 1992, Alexander e Simmonds, com o objetivo de determinar os efeitos da adição de fibras de aço onduladas de diferentes densidades ao concreto, testaram seis lajes quadradas. Os pesquisadores concluíram que a adição das fibras aumenta a capacidade das lajes ao puncionamento e ao aumento da ductilidade das lajes (ALEXANDER e SIMMONDS, 1992 *apud* OLIVEIRA, 1998).

HALLGREN (1996) *apud* OLIVEIRA (1998) realizou uma análise experimental com placas circulares e chegou ao seu objetivo ao demonstrar que a utilização de concreto de alta resistência e de armaduras de cisalhamento constituída por barras dobradas inclinadas (Figura 4), leva ao aumento significativo da capacidade resistente das lajes ao cisalhamento.

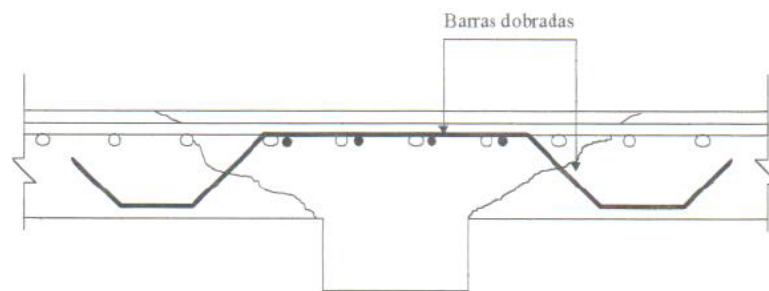


Figura 4 – Armadura de cisalhamento utilizada por Hallgren

Fonte: OLIVEIRA (1998)

Zambrana Vargas no ano de 1997 desenvolveu um trabalho de comparação de desempenho de ligações laje-pilar em função dos três seguintes parâmetros: variação da resistência do concreto à compressão, presença e ausência da armadura de cisalhamento e presença e ausência de fibras de aço incorporadas ao concreto. O autor chegou a conclusão que para uma determinada taxa de fibras, juntamente com o uso da armadura transversal tipo pino, a resistência da ligação com relação à punção pode se elevar de modo significativo (ZAMBRANA VARGAS, 1997 *apud* MELGES, 2001).

OLIVEIRA (1998) analisou experimentalmente 11 lajes-cogumelo de concreto armado de alta resistência com o objetivo de comparar a eficácia de dois tipos de estribos de combate ao cisalhamento que podem ser posicionados após a colocação da armadura de flexão: estribos verticais convencionais e estribos inclinados cerca de 90° com a superfície de ruptura. Verificou-se que os estribos inclinados tiveram um desempenho significativamente maior do que os estribos convencionais.

ANDRADE (1999) *apud* TRAUTWEIN (2006) propôs diferentes tipos de posicionamento para a armadura de cisalhamento do tipo *stud*, envolvendo e sem envolver a armadura de flexão em ensaios de oito lajes quadradas de concreto armado (Figura 5). Todas as lajes possuíam a mesma armadura de flexão e variava-se a armadura de cisalhamento. O autor verificou que nas lajes em que os *studs* envolviam a armadura de flexão, o acréscimo na carga de ruptura em relação a uma laje similar sem armadura de cisalhamento foi de 90%. Para as lajes sem envolvimento também houve acréscimo de carga, entretanto o autor concluiu que o posicionamento sem envolver a armadura é justificável, mas há necessidade de ajustar os métodos de cálculo para que as cargas estimadas fiquem próximas das reais. Deve-se considerar para a altura útil de cálculo a altura da armadura de cisalhamento.

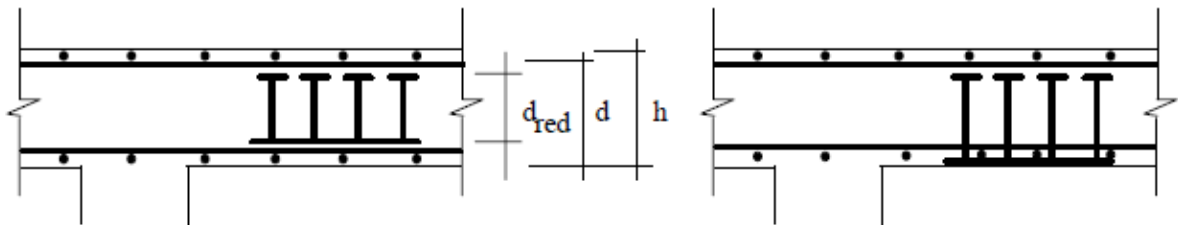


Figura 5 – Posicionamento dos *studs* utilizados por Andrade (1999)

Fonte: TRAUTWEIN (2006)

Neste mesmo ano, dando sequência ao trabalho de Zambrana Vargas, Azevedo realizou ensaios de ligação laje-pilar com concreto de alta e convencional resistência, variando o volume de fibras e da presença de armadura de cisalhamento. Em seu ensaio foi adotado um sistema de deformação controlada e aquisição contínua de dados, permitindo uma completa avaliação do comportamento da ligação. Percebeu-se que o emprego do concreto de alta resistência juntamente com o uso de conectores tipo pino, aumenta significativamente a resistência de ligação e o uso de fibras leva a um aumento considerável da ductilidade (AZEVEDO, 1999 *apud* MELGES, 2001).

TRAUTWEIN (2006) realizou uma pesquisa experimental de lajes-cogumelos com armadura de cisalhamento sem envolver a armadura de flexão (Figura 6). Onze lajes foram ensaiadas com as mesmas dimensões, mesma armadura de flexão e cisalhamento do tipo *stud* interno. Os *studs* foram colocados internamente à armadura de flexão, sem envolver as barras superiores e inferiores. Todas as lajes de sua pesquisa romperam por punção e as cargas de rupturas foram superiores em até 118% em relação às cargas das lajes sem armadura de cisalhamento.

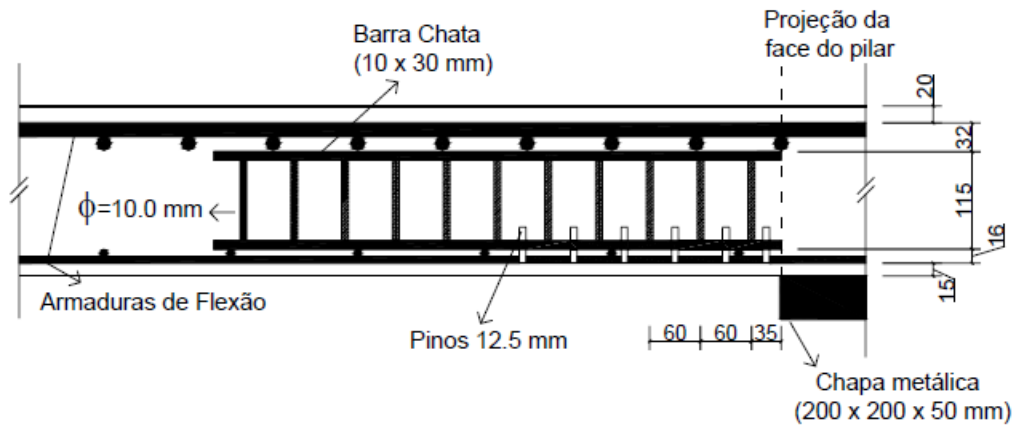


Figura 6 – Detalhe das armaduras de cisalhamento da pesquisa de Trautwein (2006)

Fonte: TRAUTWEIN (2006)

3. FATORES QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

A resistência a punção de lajes é influenciada por diversos fatores. A variação na forma, tamanho e textura dos agregados, a microfissuração interna, a presença de armadura de aço e comportamento não linear do concreto, conferem ao material concreto armado muita heterogeneidade, e por isso, diferentes fatores, simples ou complexos, podem influenciar o comportamento e a resistência á punção (RABELLO, 2010).

Porém algumas medidas podem elevar a resistência das lajes ao puncionamento (OLIVEIRA, 1998):

- Aumentando a espessura da laje ou em regiões próximas aos pilares;
- Utilizando capitéis para aumentar as dimensões das áreas carregadas;
- Utilizando concreto de alta resistência;
- Fazendo uso da protensão;
- Utilizando armadura de combate ao cisalhamento;
- Adicionando fibras ao concreto;

3.1. *Espessura das Lajes:*

Segundo RABELLO (2010), uma das formas de aumentar a resistência à punção da laje é aumentando sua espessura. Pode-se optar por duas soluções: aumentar a espessura de toda a laje ou simplesmente na região da sua ligação com o pilar, o que é chamado de capitel. Ao se aumentar a espessura de toda a laje, aumenta-se a seção resistente, mas também as ações solicitantes, de tal forma que o processo não se torna tão vantajoso economicamente. Já o uso de capitéis, embora aumente a resistência à punção da ligação, apresenta alguns inconvenientes de execução e até mesmo prejudicam alguns aspectos arquitetônicos.

Para MELGES (2001), na utilização de capitéis, embora a resistência da ligação seja aumentada, a utilização destes elementos estruturais não fornece ductilidade à ligação, ou seja, capacidade de deformação da ligação.

3.2. Dimensões, Formato e Posicionamento dos Pilares:

Para os pilares que suportam as lajes, a sua posição influencia diretamente a resistência à punção. Comparando-se pilares de as mesmas dimensões, em pilares internos a ligação pilar-laje apresenta resistência à punção maior do que pilares de borda e pilares de canto.

No caso dos pilares de borda e de canto, não há superfície suficiente para se desenvolver completamente o cone de ruptura de punção, como no caso dos pilares internos (Figura 7a), o que gera um acréscimo de tensão na superfície de ruptura formada. Para os pilares de borda e de canto (Figura 7b e Figura 7c), a superfície de ruptura possui um comportamento diferenciado e mais complexo devido a presença de momentos torsores e fletores na ligação (WERNECK, 2017).

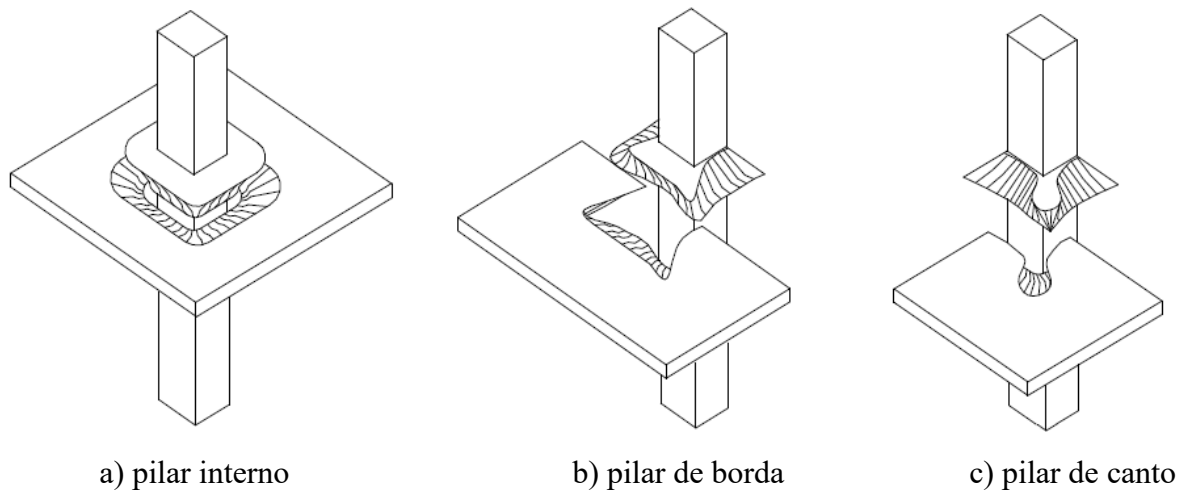


Figura 7 – Superfícies de ruína por punção

Fonte: LIMA (2001)

Nos estudos de BRAESTRUP & REGAN (1985) *apud* MELGES (2001), verificou-se que além da área dos pilares em contato com a laje, a proporção entre as dimensões também influenciam na resistência à punção. Em pilares mais alongados, aonde a relação entre lado maior e lado menor é superior a dois, a ruína é mais abrupta e a resistência da ligação é menor, comparado com pilares de seções quadradas de mesma área. Segundo os autores, isso se deve ao fato de que as tensões se concentram nos cantos e nos menores lados dos pilares (Figura 8). Já com relação ao formato dos pilares, foi observado que para pilares circulares a resistência foi cerca de 15% maior quando comparado aos pilares quadrados de área equivalente, novamente devido à concentração de tensões que ocorrem nos cantos de pilares de seções quadradas.



Figura 8 – Concentração de tensões em pilares alongados

Fonte: MELGES (2001)

3.3. Resistência do Concreto:

FUSCO (1984) *apud* MELGES (2001) menciona que a resistência da ligação pilar-laje está relacionada à resistência do concreto à tração e algumas normas admitem que essa resistência é proporcional ao valor da raiz quadrada da resistência à compressão. Porém o aumento da resistência da ligação em função do aumento da resistência do concreto, não confere a laje uma melhor ductilidade com relação à ruína.

Segundo WERNECK (2017), parte do carregamento aplicado na ligação é suportado pela resistência à tração do concreto. No caso de lajes sem armadura de punção, a totalidade do carregamento depende exclusivamente da resistência do concreto. Por isso, a definição da resistência do concreto é passo inicial nas formulações normativas para o dimensionamento à punção.

Entretanto o aumento da resistência do concreto nem sempre é suficiente para elevar o nível da resistência da ligação aos valores desejados, e o uso de armaduras de cisalhamento passa a ser o mais indicado (MELGES, 1995).

3.4. Taxa de Armadura de Flexão:

Pode-se definir taxa de armadura de flexão como a razão entre a área de armadura de flexão tracionada, pela área de concreto da seção. Para RABELLO (2010), uma maior taxa de armadura causa menor incidência de fissuras. Já uma menor taxa eleva a fissuração, o que diminui a resistência ao cisalhamento do concreto.

Segundo Fusco, a taxa de armadura influencia o efeito de pino da armadura longitudinal após o início da fissuração da borda tracionada do concreto e também permite a manutenção do engrenamento dos agregados. (FUSCO, 1984 *apud* MELGES, 2001).

Em diferentes métodos de cálculo para se determinar a resistência da ligação laje-pilar ao puncionamento, a taxa de armadura de flexão é levada em conta, e o aumento da taxa é um dos fatores que proporcionam o aumento da tensão resistente da laje ao cisalhamento. Entretanto, aumentar a taxa de armadura à flexão para se combater a punção, não é a melhor escolha do ponto de vista econômico.

3.5. Armadura de Punção:

A utilização de armaduras de punção proporciona um aumento na resistência da ligação laje-pilar. As armaduras de punção podem ser de diferentes formatos e tipos e seu uso permite a utilização de lajes com menores espessuras e suprime a necessidade do uso de capitéis. Pode-se destacar como os principais benefícios do uso da armadura de punção, o aumento da resistência e da ductilidade da ligação laje-pilar. Ou seja, a ruptura da ligação laje-pilar não ocorrerá mais de maneira frágil e sem aviso, permitindo que a estrutura se deforme antes de romper-se (RABELLO, 2010).

Segundo OLIVEIRA (1998), um dos principais fatores responsáveis pelo bom desempenho de uma armadura de cisalhamento é a ancoragem dos elementos que a compõe.

Os modelos mais usuais de armadura de cisalhamento são estribos e os conectores tipo pino (*studs*).

3.6. Estribos:

Os estribos podem ser fechados em forma de retângulos ou abertos em forma de ganchos. Os estribos retangulares podem estar associados entre si e podem ainda estar inclinados ou não (Figura 9) (RABELLO, 2010).

Embora os estribos sejam escolhidos com maior frequência, a garantia de sua ancoragem requer cuidados. Os estribos devem envolver tanto a armadura de flexão superior quanto a

inferior, o que dificulta o processo de execução das armaduras da laje. Pequenas falhas nessas ligações provocam escorregamento e comprometam a eficiência da armação de combate à punção. (LIMA, 2001)

Segundo MELGES (2001), os ganchos possuem a vantagem de não interferir nas armaduras de flexão sendo de fácil montagem e execução. No entanto, deve-se garantir que não haja folga entre o gancho e as faces superiores da armadura de flexão, que serve de ancoragem para o gancho. Caso contrário, a contribuição dos ganchos na resistência da ligação estará comprometida.

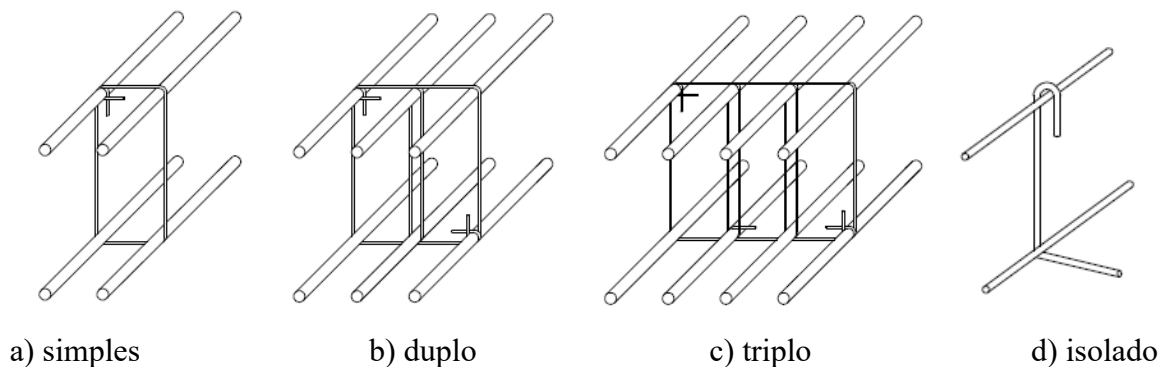


Figura 9 – Tipos de estribos

Fonte: RABELLO (2010)

3.6.1. Conectores tipo pino:

Para LIMA (2001), os conectores do tipo pino vêm apresentando bom desempenho no aumento da resistência da ligação laje-pilar e são mais efetivo em termo de ancoragem e mais facilmente colocados nas lajes.

FIQUEIREDO FILHO (1989) *apud* RABELLO (2010) menciona como vantagens do uso de conectores, a facilidade de aplicação mesmo em lajes esbeltas, não interferem na colocação e posicionamento das armaduras de flexão da laje, possibilitam ancoragem mecânica satisfatória e aumentam a resistência e a ductilidade da ligação laje-pilar.

Os conectores devem possuir as extremidades alargadas, e essas extremidades devem estar ancorados além do plano definido pelas barras tracionadas da armadura de flexão (

Figura 10) (MELGES, 2001).

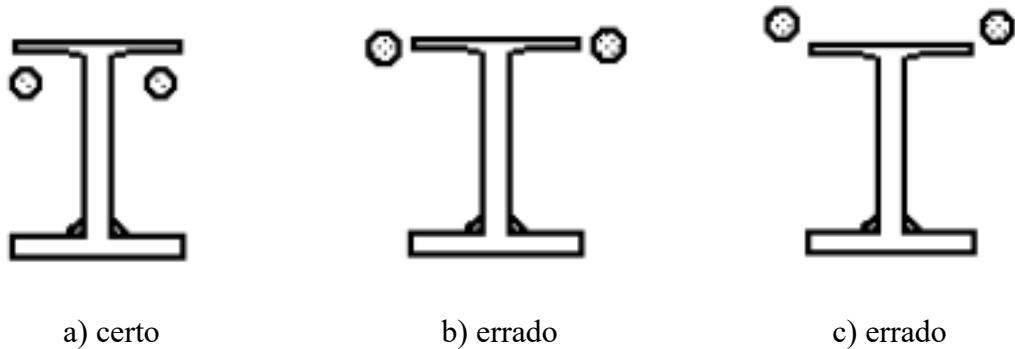


Figura 10 – Ancoragem dos conectores

Fonte: MELGES (2001)

3.6.2. Barras dobradas:

Outra alternativa de armadura para o combate à punção é o uso de barras dobradas (Figura 11). Essas barras são um prolongamento da armadura negativa de flexão e são ancoradas na face inferior da laje. Entretanto, para lajes de pouca espessura essa ancoragem passa a ser um problema e seu uso é inadequado para a ligação de lajes com pilares de borda e de canto (MELGES, 1995).

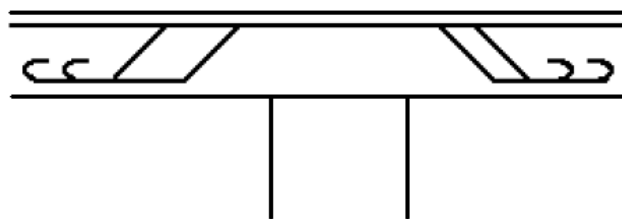


Figura 11 – Barras dobradas

Fonte: MELGES (1995)

PARK & ISLAM (1976) *apud* MELGES (2001), em seus estudos, chegaram a conclusão que o uso de barras dobradas aumenta a resistência da laje à punção, porém não aumenta a sua ductilidade. Outra verificação obtida foi de que como as barras dobradas absorvem parte dos esforços de flexão, não sobra muita capacidade para resistir aos esforços de cisalhamento.

3.6.3. Fibras de Aço:

Fibras de aço podem ser incorporadas à massa do concreto para esse desenvolver melhor controle da fissuração e o aumento da ductilidade. Essas fibras podem ser retas, plissadas ou em forma de ganchos (Figura 12). Suas dimensões variam em torno de 50mm de comprimento e 0,5mm de espessura (MELGES, 1995).



Figura 12 – Exemplo de fibras de aço

Fonte: DRAMIX-ARCELOR MITTAL (2018)

Nos ensaios experimentais de Swamy & Ali em 1982, observou-se que a resistência da ligação laje-pilar com o uso de concreto com fibras pode chegar até a ordem de 40%, comparado com a resistência da ligação laje-pilar sem armadura de punção. Além das fibras proporcionarem uma maior ductilidade à ligação, o tempo para preparar o concreto com fibras é bem menor do que o tempo para realizar a montagem e execução da armadura de cisalhamento convencional nas lajes. Entretanto, se comparado à armadura de cisalhamento convencional, é considerado menos eficiente para o combate à punção (SWAMY & ALI, 1982 *apud* MELGES, 2001).

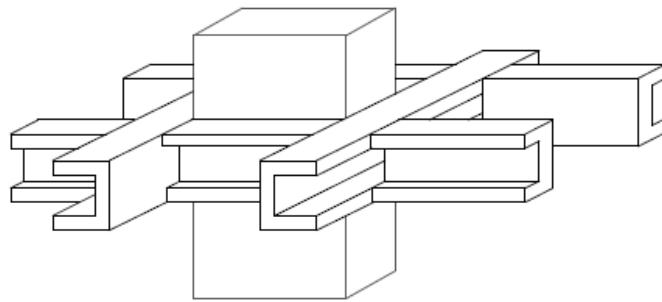
Segundo MELGES (2001), a fibra, por ser descontínua, é menos eficiente que a armadura contínua para resistir aos esforços de tração. Porém em função do espaçamento reduzido entre as fibras, a sua atuação como obstáculo ao desenvolvimento das fissuras é superior. Sendo assim, quando combinamos as fibras com uma armadura contínua, ambas se tornam mais eficientes, pois podem costurar as fissuras, melhorar a aderência do concreto e inibem a fissuração na região de transferência de esforços, garantindo mais resistência na ligação laje-pilar.

3.6.4. *Shearheads*:

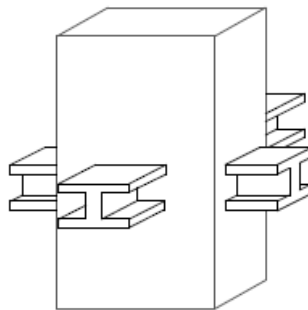
Shearheads são perfis metálicos tipo U ou I, embutidos na laje e posicionados na região da ligação da laje com o pilar. Geralmente os perfis metálicos tipo I (

Figura 13a) atravessam a cabeça do pilar, enquanto os perfis U (

Figura 13b) são posicionados na região adjacente ao pilar (MELGES, 2001).



a) Perfis metálicos tipo U



b) Perfis metálicos tipo I

Figura 13 – Shearheads

Fonte: RABELLO (2010)

No ano de 1968, Corlley & Hawkins fizeram modelos com o uso de shearheads e constataram em seus ensaios que o uso de perfis metálicos elevou a resistência da ligação laje-pilar na ordem de 75% em relação a corpos de prova sem este tipo de reforço (CORLLEY & HAWKINS, 1968 *apud* RABELLO, 2010).

PARK & ISLAM (1976) *apud* TAKEYA (1982) em trabalhos teóricos e experimentais, analisaram lajes com e sem armadura de cisalhamento e sobre o uso de shearheads chegaram à conclusão que esse tipo de reforço aumenta a resistência da ligação laje-pilar e também a ductilidade da ligação, dentro de certos limites.

PILAKOUTAS & LI (1997) *apud* MELGES (2001) mencionam que o uso de shearheads como armadura de punção tende a ser mais pesados, de elevado custo financeiro e necessitam de operações de soldagem para unir os perfis. Entretanto, como vantagem desse sistema, pode-se destacar sua performance como reforço em lajes com grandes aberturas próximas ao pilar.

4. MODELOS DE CÁLCULO

4.1. Modelo da Superfície de Controle

A forma mais utilizada para se verificar a punção em estruturas de concreto armado consiste em calcular uma tensão de cisalhamento em uma superfície denominada superfície de controle e compará-la a uma tensão resistente do concreto. Este método é adotado pelas principais normas internacionais para a verificação da punção (LIMA, 2001).

Segundo MELGES (2001), neste método calcula-se uma tensão uniforme solicitante de punção em uma determinada superfície de controle, perpendicular ao plano da laje, localizada a uma determinada distância da face do pilar ou da área carregada (Figura 14). Em função da posição do pilar, da força concentrada e da presença ou não de momentos fletores, calcula-se a tensão atuante e a compara com uma tensão resistente obtida em função da resistência do concreto, da taxa de armadura de flexão e da presença ou não de armadura de punção.

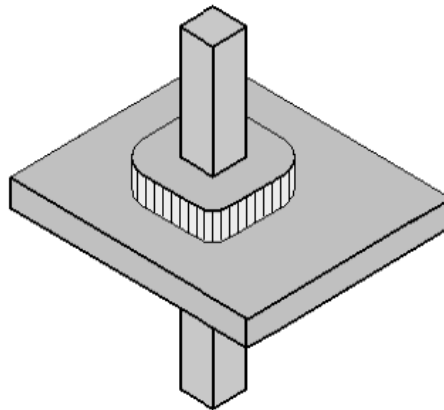


Figura 14 – Superfície de controle

Fonte: MELGES (2001)

Embora este método de cálculo pouco tenha a ver com a realidade do fenômeno físico, sendo puramente empírico, ele é bastante simples e, se bem calibrado, conduzindo a resultados consistentes (MELGES, 1995).

A abordagem baseada na superfície de controle não significa que a ruptura ocorra nessa superfície. A superfície real de ruptura é mais parecida com a de um tronco de cone. Portanto, a superfície de controle deve ser considerada uma grandeza de referência que visa calibrar a segurança da estrutura e por isso deve ser ajustada com a definição de vários parâmetros de resistência. (CORDOVIL, 1997 *apud* RABELLO, 2010).

4.1.1. Determinação da tensão nominal de cisalhamento

MELGES (1995) define a tensão nominal de cisalhamento como a razão entre a força cortante e a área da superfície de controle. Essa superfície possui forma cilíndrica ou prismática, dependendo do critério de cálculo a ser utilizado.

A área desta superfície é dada pela multiplicação do perímetro da superfície de controle pela respectiva espessura, que pode ser a espessura da laje ou a altura útil da laje. Já o perímetro é definido por uma linha situada no plano da laje, a certa distância da área carregada, distância que varia dependendo da norma ou regulamento utilizado. Para diferentes tipos de formatos de pilares ou do contorno da área carregada, o perímetro terá diferentes formas, com os cantos arredondados ou não, de acordo com cada regulamento (Figura 15) (MELGES, 1995).

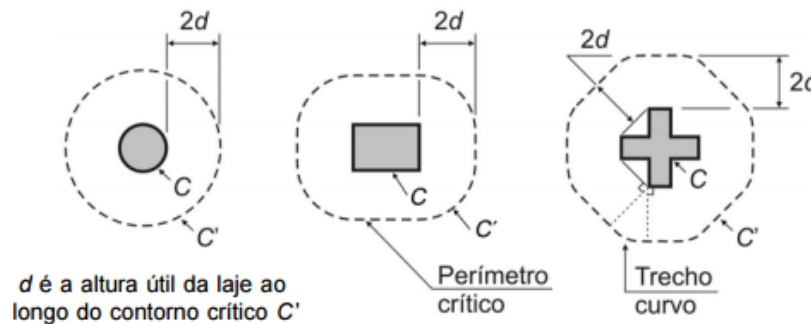


Figura 15 – Perímetro crítico em pilares internos adotado pela norma brasileira NBR 6118

Fonte: ABNT NBR 6118 (2014)

O valor da tensão nominal de cisalhamento obtida é comparada com um parâmetro de resistência do concreto ao cisalhamento, que é dado em função de vários fatores, como resistência do concreto à compressão (f_{ck}), altura útil da laje, dimensões do pilar, taxa de armadura longitudinal da laje, e caso a laje esteja armada à punção, o tipo e a área de aço e também o espaçamento dessa armadura (LIMA, 2001).

Segundo LIMA (2001), a ruína por punção será evitada caso verifique as superfícies críticas em três casos distintos. O primeiro caso, a ruína pode ser evitada com o correto detalhamento da armadura, limitando-se o espaçamento entre a face do pilar e o início da região armada à punção (Figura 16a). No segundo caso a ruína é evitada com o coerente detalhamento da armadura (Figura 16b). Já o terceiro caso, deve-se verificar e dispor a armadura até um contorno no qual a tensão já possa ser resistida apenas pelo concreto (Figura 16c).

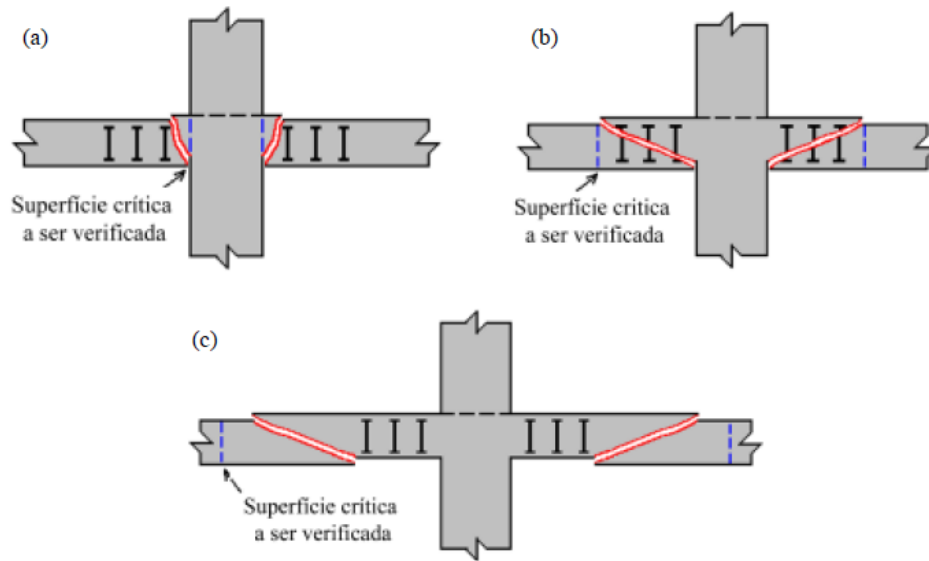


Figura 16 – Regiões com possibilidade de ruína

Fonte: LIMA (2001)

4.2. Modelo de Bielas e Tirantes

Outro modelo para explicar e calcular o efeito da punção em estruturas de concreto armado é o modelo de bielas e tirantes.

Segundo SILVA (1991) *apud* MELGES (2001), os elementos comprimidos (bielas) representam campos de tensão de compressão no concreto, já o elementos tracionados (tirantes) representam os campos de tração que são absorvidas pela armadura. A modelo de bielas e tirantes concentra as tensões em barras comprimidas e tracionadas, ligando-as através de nós. As forças nessas barras são calculadas através do equilíbrio entre as forças internas e externas.

Alexander e Simmonds propuseram em seus estudos um modelo conhecido por “*truss model*”. Este modelo considera que a conexão laje-pilar é uma estrutura composta por tirantes, os quais representam as tensões nas armaduras e por bielas comprimidas, as quais simulam os esforços de compressão no concreto (Figura 17) (ALEXANDER e SIMMONDS, 1987 *apud* MORAES NETO, 2013).

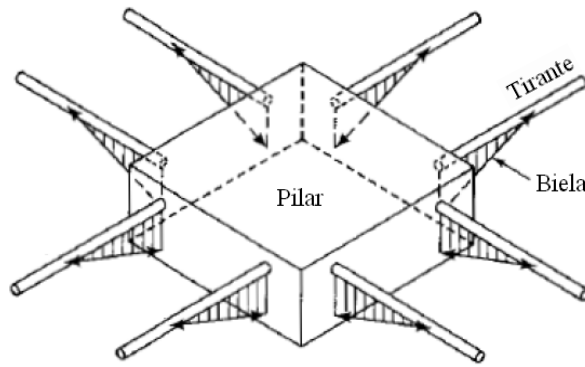


Figura 17 – Modelo de bielas e tirantes para punção

Fonte: RABELLO (2010)

4.3. Modelos Mecânicos

Existem ainda modelos mecânicos, também chamados modelos racionais, que são fundamentados por modelos constituídos de concreto e armadura de aço, e se baseiam no comportamento da ligação laje-pilar, observada em ensaios. Do equilíbrio das ações aplicadas e dos esforços internos obtêm-se a resistência da ligação. Estes modelos apresentam a vantagem de se poder visualizar o real comportamento da ligação laje-pilar (MELGES, 2001).

Dentre esses modelos, o mais relevante é o modelo mecânico proposto por Kinnunen e Nylander em 1960. Seu método prevê a carga de ruptura, independente se o modo de ruptura for por punção ou flexão, e também prevê as deformações da laje no momento da ruptura. O modelo é fruto da observação das fissuras de flexão e de cisalhamento, das deformações no concreto e no aço e dos deslocamentos obtidos em modelos experimentais de laje apoiadas no centro por um pilar (FERREIRA, 2010).

5. RECOMENDAÇÕES DE NORMAS E MODELOS INTERNACIONAIS

5.1. Norma Brasileira - ABNT NBR 6118 (2014)

Na análise da punção em lajes, a norma brasileira NBR 6118 (2014) adota como método de dimensionamento, o modelo de superfícies de controle. O método compara tensões solicitantes em superfícies pré-determinadas com as tensões resistentes nessas mesmas superfícies.

A norma brasileira recomenda a verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas definidas no entorno de forças concentradas. As superfícies críticas são definidas como o produto de perímetros críticos pela altura útil da laje. Caso não seja empregada armadura transversal, duas superfícies devem ser analisadas. Já caso seja adotada armadura de cisalhamento, uma terceira superfície deve ser verificada (WERNECK, 2017).

Na primeira superfície crítica do pilar ou da carga concentrada, denominada contorno C, deve ser verificada indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto, através da tensão de cisalhamento.

Na segunda superfície crítica a ser verificada, denominada contorno C', afastada 2d da face do pilar, onde 'd' é a altura útil da laje, é verificada a capacidade da ligação à punção, associada à tração diagonal no perímetro de controle.

A terceira superfície crítica, denominada contorno C'', é verificada quando há necessidade do uso da armadura transversal, e é traçada a 2d da última camada da armadura de cisalhamento.

5.1.1. Definição da tensão solicitante nas superfícies críticas

Devido aos diferentes comportamentos de ruptura e das ações de forças de torção e flexão, a norma subdivide a definição da tensão solicitante em quatro partes: pilares internos com carregamento simétrico, pilares internos com efeito de momento, pilares de borda e pilares de canto.

Para o caso de pilares internos com carregamento simétrico, a tensão de cisalhamento solicitante de cálculo (τ_{sd}), pode ser expressa por:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \quad (\text{Eq. 1})$$

sendo

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (\text{Eq. 2})$$

onde:

d é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico;

d_x e d_y são as alturas úteis nas duas direções ortogonais;

u é o perímetro do contorno;

$u.d$ é a área da superfície crítica;

F_{sd} é a força ou a reação concentrada, de cálculo.

5.1.2. Definição da tensão resistente nas superfícies críticas

5.1.2.1. Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C:

A primeira verificação a ser realizada é feita no contorno C, que representa o perímetro do pilar ou da carga concentrada. A tensão de compressão diagonal do concreto, calculada através da tensão de cisalhamento, é dada por:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \alpha_V f_{cd} \quad (\text{Eq. 3})$$

onde:

f_{cd} resistência de cálculo do concreto à compressão

$\alpha_V = (1 - f_{ck}/250)$, com f_{ck} em Mpa.

5.1.2.2. Verificação da tensão resistente na superfície crítica C' em elementos estruturais sem armadura de punção:

Na superfície crítica C' de elementos estruturais sem armadura de punção deve ser verificada a capacidade da ligação à punção, de acordo com a formulação:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 0,10 \sigma_{cp} \quad (\text{Eq. 4})$$

sendo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad (\text{Eq. 5})$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (\text{Eq. 6})$$

onde:

d é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C’;

ρ é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente;

ρ_x, ρ_y são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais, existente na faixa de largura do pilar, acrescida a uma distancia $3d$ para cada um dos lados;

σ_{cp} é a tensão normal no concreto devida à protensão.

5.1.2.3. Verificação da tensão resistente na superfície crítica C’ em elementos estruturais com armadura de punção

Para os casos de laje que houve a necessidade de armadura de cisalhamento, a tensão resistente deve ser calculada da seguinte forma:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 0,10 \sigma_{cp} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha}{u \cdot d} \quad (\text{Eq. 7})$$

onde:

s_r é o espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, não maior do que $0,75d$;

A_{sw} é a área da armadura de punção num contorno completo paralelo a C’;

α é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

u é o perímetro crítico ou perímetro crítico reduzido no caso de pilares de borda ou canto.

f_{ywd} é a resistência de cálculo da armadura de punção, não maior do que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (de aço CA-50 ou CA-60). Para lajes com espessura maior que 15 cm, esses valores podem ser aumentados, sendo permitida interpolação linear, conforme essa regra:

250 MPa, para lajes com espessura até 15 cm;

435 MPa para lajes com espessura maior que 35 cm.

5.1.2.4. Verificação da tensão resistente na superfície crítica C’’

Caso seja necessário utilizar armadura transversal, ela deve ser distribuída em contornos paralelos a superfície C’ até que, num contorno C’’ afastado $2d$ do último contorno de armadura de cisalhamento (Figura 18), não seja mais necessária armação, ou seja, $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$, sendo τ_{Rd1} obtido novamente pela equação:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 0,10 \sigma_{cp} \quad (\text{Eq. 8})$$

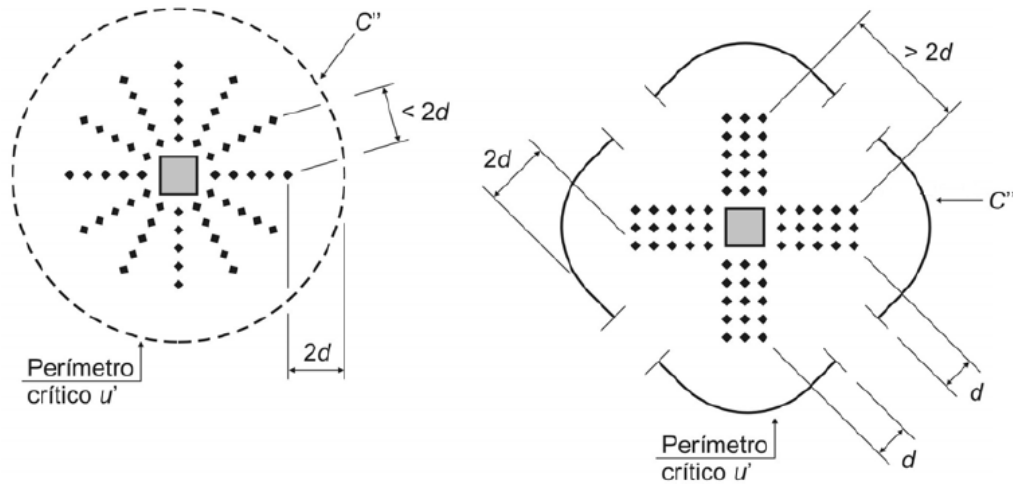


Figura 18 – Disposição da armadura de punção sugerida pela norma brasileira NBR 6118

Fonte: ABNT NBR 6118 (2014)

5.2. Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento

Aurelio Muttoni, pesquisador suíço, em seus extensos estudos entre 1985 e 2008, propôs uma teoria chamada Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento, sendo divulgada no boletim 57 da FIB (Fédération Internationale du Béton) em 2010.

Sua teoria propõe que a resistência à punção da ligação laje-pilar diminui com o aumento da rotação da laje. Tal hipótese pode ser explicada através da formação de uma fissura crítica de cisalhamento que se propaga na laje cortando a biela de comprimida, responsável por transferir a força cortante para o pilar (OLIVEIRA, 2013).

A abertura dessa fissura reduz a resistência da biela comprimida de concreto, o que pode levar a uma ruptura por punção e sua espessura é diretamente proporcional ao produto $\psi \times d$ (Figura 19). Já a transmissão de cisalhamento na fissura crítica está diretamente ligada à rugosidade da superfície formada entre as faces da fissura, a qual por sua vez é função do tamanho máximo do agregado graúdo (FERREIRA, 2010).

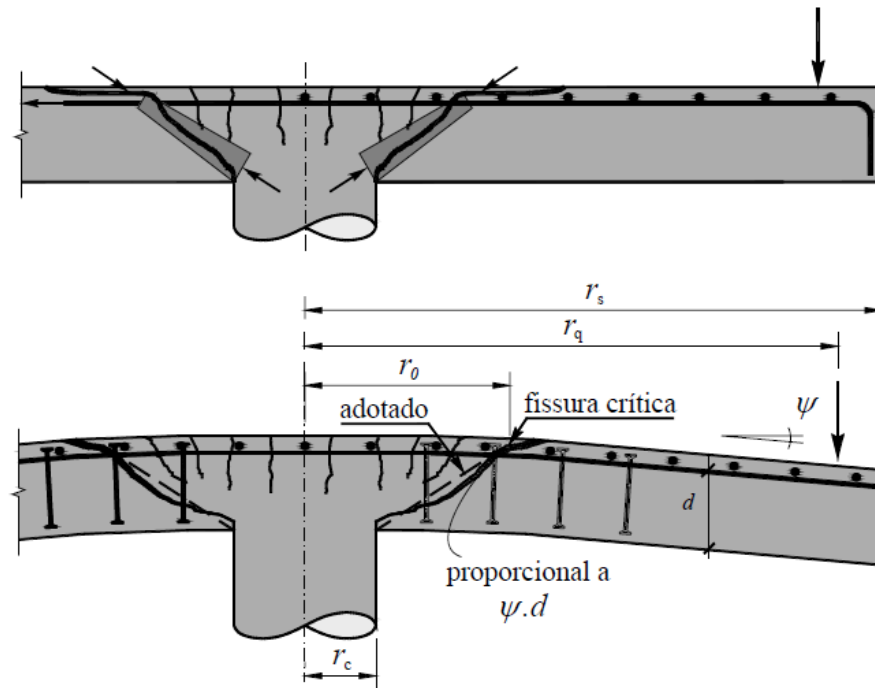


Figura 19 – Desenvolvimento, propagação e rotação da fissura crítica de cisalhamento

Fonte: OLIVEIRA (2013)

Baseados nesses conceitos de Muttoni, a resistência ao cisalhamento propiciada pelo concreto pode ser estimada através da equação (FIB Bulletin 57, 2010):

$$V_R = \frac{0,75 \cdot b_0 \cdot d_v \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \left(\frac{\gamma \cdot d}{d_{g0} + d_g} \right)} \quad (\text{Eq. 9})$$

onde:

- b_0 é o comprimento de um perímetro de controle afastado $d/2$ da face do apoio;
- d_v é a altura efetiva da laje, obtida entre o centro das armaduras de flexão superiores e inferiores;
- f_c é a resistência à compressão do concreto em MPa;
- d é a altura útil da laje;
- d_{g0} é o diâmetro de referência do agregado graúdo admitido como 16 mm;
- d_g é o diâmetro máximo do agregado graúdo empregado no concreto da laje.
- ψ é a rotação da laje em radianos, dado por:

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad (\text{Eq. 10})$$

onde:

r_s é a distância entre o eixo do pilar e a linha de momentos fletores nulos $\cong 0,22 \times$ vão médio;

d é a altura útil da laje;

f_{yd} é a tensão de escoamento de cálculo da armadura de flexão;

E_s é o módulo de elasticidade da armadura de flexão;

m_{sd} é o momento fletor médio usado no cálculo da armadura de flexão;

m_{Rd} é o momento fletor máximo resistido pela armadura de flexão adotada;

6. ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MODELOS

Será realizado um estudo comparativo entre o modelo de superfícies de controle adotado pela norma brasileira NBR 6118 (2014) e o método da teoria da fissura crítica de cisalhamento, proposto pelo pesquisador Aurelio Muttoni.

Para diferentes casos de espessura de lajes e dimensões dos apoios, será determinada a carga máxima de cisalhamento que a laje admite sem o uso de armadura de cisalhamento para cada um dos dois métodos de cálculo. Todas as ligações que serão verificadas, serão ligações entre a laje e pilares internos.

6.1. Estudo para uma laje lisa, com 16cm de espessura

Para uma típica laje lisa, com 16 cm de espessura, apoiada em pilares distantes de 3,5m, (Figura 20), será determinada a carga máxima de cisalhamento admissível sem o uso de armadura de cisalhamento, para os casos de pilares com dimensões de 20cm x 20cm e de 30cm x 30cm.

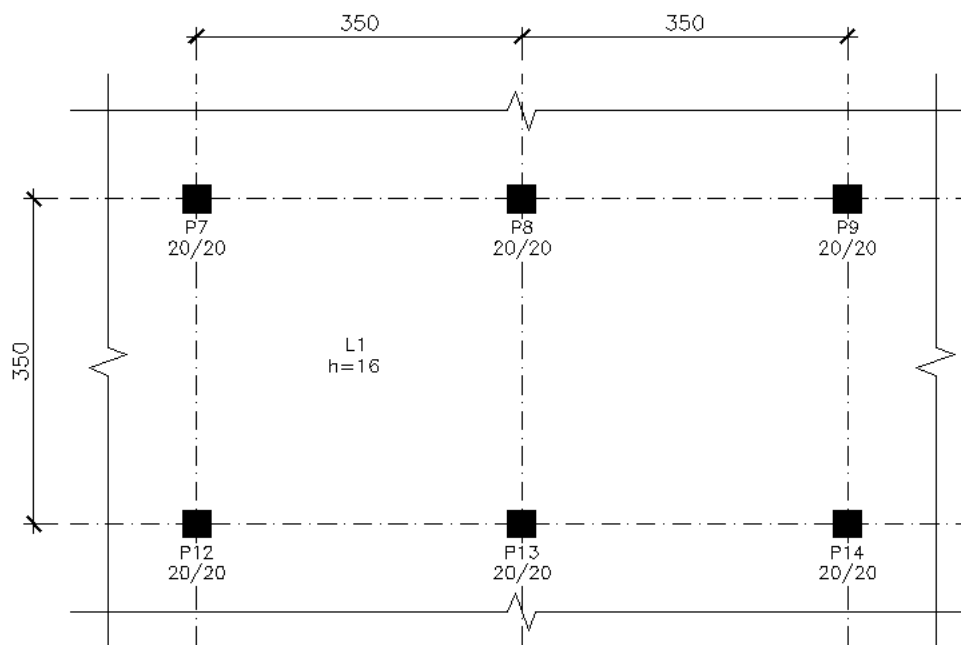


Figura 20 – Típica laje lisa, com 16cm de espessura

Fonte: autor

Dados:

resistência à compressão do concreto (f_{ck}): 25MPa;

cobrimento da armadura: 2,5cm;

armação negativa corrida sobre pilares: Ø12,5 c/10 nas duas direções;

armação positiva corrida sobre toda a laje: Ø10 c/10 nas duas direções;

diâmetro máximo do agregado graúdo empregado no concreto da laje: 16mm;

6.1.1. Pilares de dimensões 20cm x 20cm

6.1.1.1. Cálculo segundo a Norma Brasileira - ABNT NBR 6118 (2014)

Inicialmente deve-se encontrar a tensão máxima resistente para lajes sem armadura de cisalhamento. Posteriormente pode-se determinar a força de cisalhamento máxima resistida neste caso.

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 0,10 \sigma_{cp}$$

$$d = \frac{dx+dy}{2}; \quad dx = 16 - \text{cobrimento} = 2,5 - \text{Ø}12,5 / 2 = 12,875\text{cm}$$

$$dy = 16 - \text{cobrimento} = 2,5 - \text{Ø}12,5 - \text{Ø}12,5 / 2 = 11,625\text{cm}$$

$$d = \frac{dx+dy}{2} = 12,25\text{cm}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}; \quad \text{Contorno } 3d \text{ para cada lado} + \text{dimensão pilar} = 3 \times 12,25 + 20 + 3 \times 12,25 = 93,5\text{cm}$$

$$\rho_x = 9 \text{ barras } \text{Ø}12,5 = 11,04 / (93,5 \cdot 12,875) = 9,17 \times 10^{-3}$$

$$\rho_y = 9 \text{ barras } \text{Ø}12,5 = 11,04 / (93,5 \cdot 11,625) = 1,016 \times 10^{-2}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} = 0,00965$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{cp} = 0, \text{ não há protensão no caso estudado};$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,25}} \right) (100 \cdot 0,00965 \cdot 25)^{1/3} + 0,10 \cdot 0 = 0,855 \text{ MPa} = 8,55 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{Perímetro } u = 4 \times \text{lado pilar} + 2\pi r, \text{ sendo } r = 2d; \quad u = 4 \times 20 + 2 \times \pi \times 24,5 = 233,94 \text{ cm};$$

$$V_R = \tau_{Rd1} \cdot u \cdot d = 24502 \text{ kgf} = 24,5 \text{ tf};$$

Será necessário verificar se essa carga encontrada não provocaria o esmagamento das bielas (verificação no contorno C):

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \alpha_V f_{cd}$$

$$f_{cd} = 25 / 1,4 = 17,85 \text{MPa};$$

$$\alpha_V = (1 - f_{ck}/250) = (1 - 25/250) = 0,9$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot 0,9 \cdot 17,85 = 4,33 \text{MPa} = 43,3 \text{kgf/cm}^2$$

$$u = 4 \cdot 20 = 80 \text{cm}$$

$$V_R = \tau_{Rd2} \cdot u \cdot d = 43,3 \cdot 80 \cdot 12,25 = 42434 \text{ kgf} = 42,4 \text{ tf} > 24,5 \text{ tf} \rightarrow \text{Ok}$$

6.1.1.2. Cálculo segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento

Para determinar a força de cisalhamento máxima resistida neste caso, deve-se encontrar a força resistente V_R .

$$V_R = \frac{0,75 \cdot b_0 \cdot d_v \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \left(\frac{\gamma \cdot d}{d_{g0} + d_g} \right)}$$

$$d = \text{Altura laje} = 160 - \text{cobrimento} = 25 - \text{Ø}12,5/2 = 128,75 \text{mm}$$

$$d_v = \text{Altura laje} = 160 - \text{cobr.} = 25 - \text{Ø}12,5/2 - \text{cobr.} = 25 - \text{Ø}10/2 = 98,75 \text{mm}$$

$$b_0 = \text{Perímetro afastado } 0,5d \text{ do pilar} = 4 \times (64,375 + 200 + 64,375) = 1315 \text{mm}$$

$$f_{ck} = 25 \text{MPa};$$

$$d_{g0} = 16 \text{mm};$$

$$d_g = 16 \text{mm};$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5}; \quad r_s = 0,22 \times \text{vão médio} = 0,22 \times 3500 = 770 \text{ mm}$$

$$f_{yd} = 500 / 1,15 = 434,8 \text{ MPa} = 435 \text{ N/mm}^2$$

$$E_s = 210000 \text{ MPa} = 210000 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} = 1 \text{ (Considerado que a armadura adotada é exatamente a necessária)}$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{770}{128,75} \cdot \frac{435}{210000} \cdot (1)^{1,5} = 0,0186$$

$$V_R = \frac{0,75 \cdot 1315 \cdot 98,75 \cdot \sqrt{25}}{1 + 15 \left(\frac{0,0186 \cdot 128,75}{16 + 16} \right)} = 229,4 \text{ kN} = 22,9 \text{ tf}$$

6.1.2. Pilares de dimensões 30cm x 30cm

6.1.2.1. Cálculo segundo a Norma Brasileira - ABNT NBR 6118 (2014)

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 0,10 \sigma_{cp}$$

$$d = \frac{dx+dy}{2}; \quad dx = 16 - \text{cobrimento} = 2,5 - \emptyset 12,5 / 2 = 12,875 \text{cm}$$

$$dy = 16 - \text{cobrimento} = 2,5 - \emptyset 12,5 - \emptyset 12,5 / 2 = 11,625 \text{cm}$$

$$d = \frac{dx+dy}{2} = 12,25 \text{cm}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}; \quad \text{Contorno 3d para cada lado} + \text{dimensão pilar} = 3 \times 12,25 + 30 + 3 \times 12,25 = 103,5 \text{cm}$$

$$\rho_x = 10 \text{ barras } \emptyset 12,5 = 12,27 / (103,5 \cdot 12,875) = 9,21 \times 10^{-3}$$

$$\rho_y = 10 \text{ barras } \emptyset 12,5 = 12,27 / (103,5 \cdot 11,625) = 1,019 \times 10^{-2}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} = 0,00969$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa};$$

$\sigma_{cp} = 0$, não há protensão no caso estudado;

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,25}} \right) (100 \cdot 0,00969 \cdot 25)^{1/3} + 0,10 \cdot 0 = 0,857 \text{ MPa} = 8,57 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{Perímetro } u = 4 \times \text{lado pilar} + 2\pi r, \text{ sendo } r = 2d; \quad u = 4 \times 30 + 2 \times \pi \times 24,5 = 273,94 \text{ cm};$$

$$V_R = \tau_{Rd1} \cdot u \cdot d = 28759 \text{ kgf} = 28,7 \text{ tf};$$

$$\text{Verificação no contorno C: } \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot 0,9 \cdot 17,85 = 4,33 \text{ MPa} = 43,3 \text{ kgf/cm}^2; \quad u = 4 \cdot 30 = 120$$

$$V_R = \tau_{Rd2} \cdot u \cdot d = 43,3 \cdot 120 \cdot 12,25 = 63651 \text{ kgf} = 63,6 \text{ tf} > 28,7 \text{ tf} \rightarrow \text{Ok}$$

6.1.2.2. Cálculo segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento

$$V_R = \frac{0,75 \cdot b_0 \cdot d_v \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \left(\frac{\gamma \cdot d}{d_{g0} + d_g} \right)}$$

$$d = \text{Altura laje} = 160 - \text{cobrimento} = 25 - \emptyset 12,5 / 2 = 128,75 \text{mm}$$

$$d_v = \text{Altura laje} = 160 - \text{cobr.} = 25 - \emptyset 12,5 / 2 - \text{cobr.} = 25 - \emptyset 10 / 2 = 98,75 \text{mm}$$

$$b_0 = \text{Perímetro afastado } 0,5d \text{ do pilar} = 4 \times (64,375 + 300 + 64,375) = 1715 \text{ mm}$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa};$$

$$d_{g0} = 16\text{mm};$$

$$d_g = 16\text{mm};$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}}\right)^{1,5}; \quad r_s = 0,22 \times \text{vão médio} = 0,22 \times 3500 = 770 \text{ mm}$$

$$f_{yd} = 500 / 1,15 = 434,8 \text{ MPa} = 435 \text{ N/mm}^2$$

$$E_s = 210000 \text{ MPa} = 210000 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} = 1 \text{ (Considerado que a armadura adotada é exatamente a necessária)}$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{770}{128,75} \cdot \frac{435}{210000} \cdot (1)^{1,5} = 0,0186$$

$$V_R = \frac{0,75 \cdot 1715 \cdot 98,75 \cdot \sqrt{25}}{1 + 15 \left(\frac{0,0186 \cdot 128,75}{16 + 16}\right)} = 299,2 \text{ kN} = 29,9 \text{ tf}$$

6.2. Estudo para uma laje lisa, com 20cm de espessura

Para uma típica laje lisa, com 20 cm de espessura, apoiada em pilares distantes de 3,5m, será determinada a carga máxima de cisalhamento admissível sem o uso de armadura de cisalhamento, para os casos de pilares com dimensões de 30cm x 30cm e de 40cm x 40cm.

Dados: resistência à compressão do concreto (f_{ck}): 25MPa;

cobrimento da armadura: 2,5cm;

armadura negativa corrida sobre pilares: Ø12,5 c/10 nas duas direções;

armadura positiva corrida sobre toda a laje: Ø10 c/10 nas duas direções;

diâmetro máximo do agregado graúdo empregado no concreto da laje: 16mm;

6.2.1. Pilares de dimensões 30cm x 30cm

6.2.1.1. Cálculo segundo a Norma Brasileira - ABNT NBR 6118 (2014)

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 0,10 \sigma_{cp}$$

$$d = \frac{dx+dy}{2}; \quad dx = 20 - \text{cobrimento} = 2,5 - \text{Ø}12,5 / 2 = 16,875\text{cm}$$

$$dy = 20 - \text{cobrimento} = 2,5 - \text{Ø}12,5 - \text{Ø}12,5 / 2 = 15,625\text{cm}$$

$$d = \frac{dx+dy}{2} = 16,25\text{cm}$$

$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}$; Contorno 3d para cada lado + dimensão pilar = $3 \times 16,25 + 30 + 3 \times 16,25 = 127,5 \text{ cm}$

$$\rho_x = 13 \text{ barras } \varnothing 12,5 = 15,95 / (127,5 \cdot 16,875) = 7,41 \times 10^{-3}$$

$$\rho_y = 13 \text{ barras } \varnothing 12,5 = 15,95 / (127,5 \cdot 15,625) = 8,01 \times 10^{-3}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} = 0,0077$$

$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$;

$\sigma_{cp} = 0$, não há protensão no caso estudado;

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{16,25}} \right) (100 \cdot 0,0077 \cdot 25)^{1/3} + 0,10 \cdot 0 = 0,735 \text{ MPa} = 7,35 \text{ kgf/cm}^2$$

Perímetro $u = 4 \times \text{lado pilar} + 2\pi r$, sendo $r = 2d$; $u = 4 \times 30 + 2 \times \pi \times 32,5 = 324,2 \text{ cm}$;

$$V_R = \tau_{Rd1} \cdot u \cdot d = 38722 \text{ kgf} = \mathbf{38,7 \text{ tf}}$$

Verificação no contorno C: $\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot 0,9 \cdot 17,85 = 4,33 \text{ MPa} = 43,3 \text{ kgf/cm}^2$; $u = 4 \cdot 30 = 120$

$$V_R = \tau_{Rd2} \cdot u \cdot d = 43,3 \cdot 120 \cdot 16,25 = 84435 \text{ kgf} = 84,4 \text{ tf} > 38,7 \text{ tf} \rightarrow \text{Ok}$$

6.2.1.2. Cálculo segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento

$$V_R = \frac{0,75 \cdot b_0 \cdot d_v \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \left(\frac{\gamma \cdot d}{d_{g0} + d_g} \right)}$$

$d = \text{Altura laje} = 200 - \text{cobrimento} = 25 - \varnothing 12,5/2 = 168,75 \text{ mm}$

$d_v = \text{Altura laje} = 200 - \text{cobr.} = 25 - \varnothing 12,5/2 - \text{cobr.} = 25 - \varnothing 10/2 = 138,75 \text{ mm}$

$b_0 = \text{Perímetro afastado } 0,5d \text{ do pilar} = 4 \times (84,375 + 300 + 84,375) = 1875 \text{ mm}$

$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$;

$d_{g0} = 16 \text{ mm}$;

$d_g = 16 \text{ mm}$;

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5}; \quad r_s = 0,22 \times \text{vão médio} = 0,22 \times 3500 = 770 \text{ mm}$$

$$f_{yd} = 500 / 1,15 = 434,8 \text{ MPa} = 435 \text{ N/mm}^2$$

$$E_s = 210000 \text{ MPa} = 210000 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} = 1 \text{ (Considerado que a armadura adotada é exatamente a necessária)}$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{770}{168,75} \cdot \frac{435}{210000} \cdot (1)^{1,5} = 0,0142$$

$$V_R = \frac{0,75 \cdot 1875 \cdot 138,75 \cdot \sqrt{25}}{1 + 15 \left(\frac{0,0142 \cdot 168,75}{16 + 16} \right)} = 459,5 \text{ kN} = \mathbf{45,9 \text{ tf}}$$

6.2.2. Pilares de dimensões 40cm x 40cm

6.2.2.1. Cálculo segundo a Norma Brasileira - ABNT NBR 6118 (2014)

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 0,10 \sigma_{cp}$$

$$d = \frac{dx+dy}{2}; \quad dx = 20 - \text{cobrimento} = 2,5 - \emptyset 12,5 / 2 = 16,875 \text{cm}$$

$$dy = 20 - \text{cobrimento} = 2,5 - \emptyset 12,5 - \emptyset 12,5 / 2 = 15,625 \text{cm}$$

$$d = \frac{dx+dy}{2} = 16,25 \text{cm}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}; \quad \text{Contorno 3d para cada lado} + \text{dimensão pilar} = 3 \times 16,25 + 40 + 3 \times 16,25 = 137,5 \text{cm}$$

$$\rho_x = 14 \text{ barras } \emptyset 12,5 = 17,18 / (137,5 \cdot 16,875) = 7,40 \times 10^{-3}$$

$$\rho_y = 14 \text{ barras } \emptyset 12,5 = 17,18 / (137,5 \cdot 15,625) = 7,99 \times 10^{-3}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} = 0,0077$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa};$$

$\sigma_{cp} = 0$, não há protensão no caso estudado;

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{16,25}} \right) (100 \cdot 0,0077 \cdot 25)^{1/3} + 0,10 \cdot 0 = 0,735 \text{ MPa} = 7,35 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{Perímetro } u = 4 \times \text{lado pilar} + 2\pi r, \text{ sendo } r = 2d; \quad u = 4 \times 40 + 2 \times \pi \times 32,5 = 364,2 \text{ cm};$$

$$V_R = \tau_{Rd1} \cdot u \cdot d = 43499 \text{ kgf} = 43,5 \text{ tf};$$

$$\text{Verificação no contorno C: } \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot 0,9 \cdot 17,85 = 4,33 \text{ MPa} = 43,3 \text{ kgf/cm}^2;$$

$$u = 4 \cdot 40 = 160$$

$$V_R = \tau_{Rd2} \cdot u \cdot d = 43,3 \cdot 160 \cdot 16,25 = 112580 \text{ kgf} = 112,6 \text{ tf} > 43,5 \text{ tf} \rightarrow \text{Ok}$$

6.2.2.2. Cálculo segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento

$$V_R = \frac{0,75 \cdot b_0 \cdot d_v \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \left(\frac{\gamma \cdot d}{d_{g0} + d_g} \right)}$$

$$d = \text{Altura laje} = 200 - \text{cobrimento} = 25 - \emptyset 12,5 / 2 = 168,75 \text{mm}$$

$$d_v = \text{Altura laje} = 200 - \text{cobr.} = 25 - \emptyset 12,5 / 2 - \text{cobr.} = 25 - \emptyset 10 / 2 = 138,75 \text{mm}$$

$$b_0 = \text{Perímetro afastado } 0,5d \text{ do pilar} = 4 \times (84,375 + 400 + 84,375) = 2275 \text{ mm}$$

$$f_{ck} = 25\text{MPa};$$

$$d_{g0} = 16\text{mm};$$

$$d_g = 16\text{mm};$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}}\right)^{1,5}; \quad r_s = 0,22 \times \text{vão médio} = 0,22 \times 3500 = 770 \text{ mm}$$

$$f_{yd} = 500 / 1,15 = 434,8 \text{ MPa} = 435 \text{ N/mm}^2$$

$$E_s = 210000 \text{ MPa} = 210000 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} = 1 \text{ (Considerado que a armadura adotada é exatamente a necessária)}$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{770}{168,75} \cdot \frac{435}{210000} \cdot (1)^{1,5} = 0,0142$$

$$V_R = \frac{0,75 \cdot 2275 \cdot 138,75 \cdot \sqrt{25}}{1 + 15 \left(\frac{0,0142 \cdot 168,75}{16 + 16}\right)} = 557,5 \text{ kN} = 55,7 \text{ tf}$$

6.3. Estudo para um lajão estaqueado, com 24cm de espessura

Para um típico lajão estaqueado, com 24 cm de espessura, apoiada em blocos de coroamento sobre estacas, distantes em 3,5m (Figura 21), será determinada a carga máxima de cisalhamento admissível sem o uso de armadura de cisalhamento, para os casos de blocos com dimensões de 60cm x 60cm e 60cm de altura e de dimensões 70cm x 70cm e 70cm de altura.

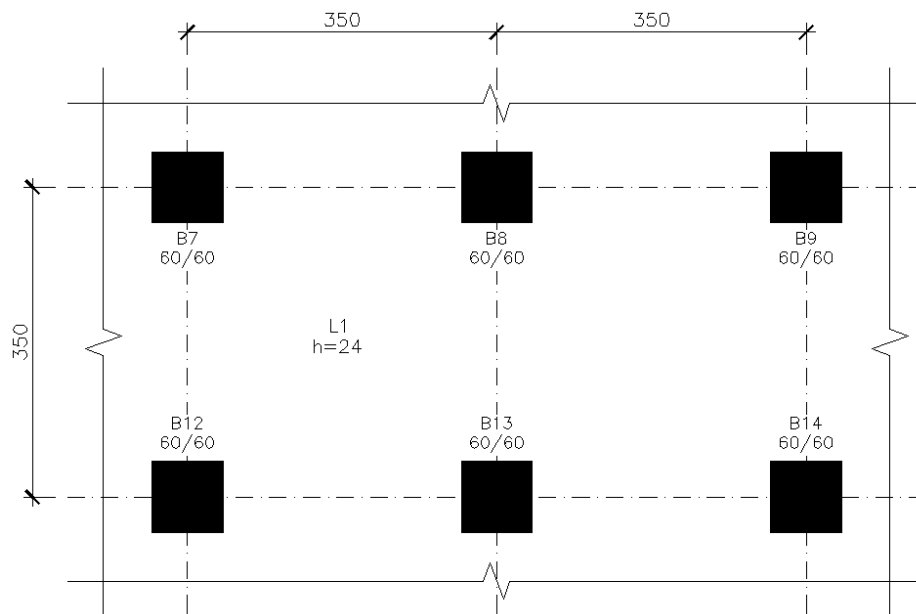


Figura 21 – Típico lajão estaqueado, com 24cm de espessura

Fonte: autor

Dados:

resistência à compressão do concreto (f_{ck}): 25MPa;

cobrimento da armadura: 2,5cm;

armação negativa corrida sobre pilares: Ø12,5 c/10 nas duas direções;

armação positiva corrida sobre toda a laje: Ø10 c/10 nas duas direções;

diâmetro máximo do agregado graúdo empregado no concreto da laje: 16mm;

6.3.1. Blocos de coroamento de dimensões 60cm x 60cm

6.3.1.1. Cálculo segundo a Norma Brasileira - ABNT NBR 6118 (2014)

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 0,10 \sigma_{cp}$$

$$d = \frac{dx+dy}{2}; \quad dx = 24 - \text{cobrimento} = 2,5 - \text{Ø}12,5 / 2 = 20,875\text{cm}$$

$$dy = 24 - \text{cobrimento} = 2,5 - \text{Ø}12,5 - \text{Ø}12,5 / 2 = 19,625\text{cm}$$

$$d = \frac{dx+dy}{2} = 20,25\text{cm}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}; \quad \text{Contorno } 3d \text{ para cada lado} + \text{dimensão bloco} = 3 \times 20,25 + 60 + 3 \times 20,25 = 181,5\text{cm}$$

$$\rho_x = 18 \text{ barras } \text{Ø}12,5 = 22,09 / (181,5 \cdot 20,875) = 5,83 \times 10^{-3}$$

$$\rho_y = 18 \text{ barras } \text{Ø}12,5 = 22,09 / (181,5 \cdot 19,625) = 6,20 \times 10^{-3}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} = 0,00601$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{cp} = 0, \text{ não há protensão no caso estudado};$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{20,25}} \right) (100 \cdot 0,00601 \cdot 25)^{1/3} + 0,10 \cdot 0 = 0,639 \text{ MPa} = 6,39 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{Perímetro } u = 4 \times \text{lado bloco} + 2\pi r, \text{ sendo } r = 2d; \quad u = 4 \times 60 + 2 \times \pi \times 40,5 = 494,47 \text{ cm};$$

$$V_R = \tau_{Rd1} \cdot u \cdot d = 63983 \text{ kgf} = 64,0 \text{ tf};$$

Verificação no contorno C:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot 0,9 \cdot 17,85 = 4,33 \text{MPa} = 43,3 \text{kgf/cm}^2$$

$$u = 4 \cdot 60 = 240 \text{cm}$$

$$V_R = \tau_{Rd2} \cdot u \cdot d = 43,3 \cdot 240 \cdot 20,25 = 210438 \text{kgf} = 210,4 \text{tf} > 64,0 \text{tf} \rightarrow \text{Ok}$$

6.3.1.2. Cálculo segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento

$$V_R = \frac{0,75 \cdot b_0 \cdot d_v \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \left(\frac{\gamma \cdot d}{d_{g0} + d_g} \right)}$$

$$d = \text{Altura laje} = 240 - \text{cobrimento} = 25 - \text{Ø}12,5 / 2 = 208,75 \text{mm}$$

$$d_v = \text{Altura laje} = 240 - \text{cobr.} = 25 - \text{Ø}12,5 / 2 - \text{cobr.} = 25 - \text{Ø}10 / 2 = 178,75 \text{mm}$$

$$b_0 = \text{Perímetro afastado } 0,5d \text{ do bloco} = 4 \times (104,375 + 600 + 104,375) = 3235 \text{mm}$$

$$f_{ck} = 25 \text{MPa};$$

$$d_{g0} = 16 \text{mm};$$

$$d_g = 16 \text{mm};$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{Sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5}; \quad r_s = 0,22 \times \text{vão médio} = 0,22 \times 3500 \text{mm} = 770 \text{mm}$$

$$f_{yd} = 500 / 1,15 = 434,8 \text{MPa} = 435 \text{N/mm}^2$$

$$E_s = 210000 \text{MPa} = 210000 \text{N/mm}^2$$

$$\frac{m_{Sd}}{m_{Rd}} = 1 \text{ (Considerado que a armadura adotada é exatamente a necessária)}$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{770}{208,75} \cdot \frac{435}{210000} \cdot (1)^{1,5} = 0,0115$$

$$V_R = \frac{0,75 \cdot 3235 \cdot 178,75 \cdot \sqrt{25}}{1 + 15 \left(\frac{0,0115 \cdot 208,75}{16 + 16} \right)} = 1020,3 \text{ kN} = 102,0 \text{ tf}$$

6.3.2. Blocos de coroamento de dimensões 70cm x 70cm

6.3.2.1. Cálculo segundo a Norma Brasileira - ABNT NBR 6118 (2014)

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 0,10 \sigma_{cp}$$

$$d = \frac{dx+dy}{2}; \quad dx = 24 - \text{cobrimento} = 2,5 - \text{Ø}12,5 / 2 = 20,875 \text{cm}$$

$$dy = 24 - \text{cobrimento} = 2,5 - \text{Ø}12,5 - \text{Ø}12,5 / 2 = 19,625\text{cm}$$

$$d = \frac{dx+dy}{2} = 20,25\text{cm}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}; \text{ Contorno } 3d \text{ para cada lado} + \text{ dimensão bloco} = 3 \times 20,25 + 70 + 3 \times 20,25 = 191,5\text{cm}$$

$$\rho_x = 19 \text{ barras } \text{Ø}12,5 = 23,32 / (191,5 \cdot 20,875) = 5,83 \times 10^{-3}$$

$$\rho_y = 19 \text{ barras } \text{Ø}12,5 = 23,32 / (191,5 \cdot 19,625) = 6,20 \times 10^{-3}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} = 0,00601$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{cp} = 0, \text{ não há protensão no caso estudado};$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{20,25}} \right) (100 \cdot 0,00601 \cdot 25)^{1/3} + 0,10 \cdot 0 = 0,639 \text{ MPa} = 6,39 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{Perímetro } u = 4 \times \text{lado bloco} + 2\pi r, \text{ sendo } r = 2d; \quad u = 4 \times 70 + 2 \times \pi \times 40,5 = 534,47 \text{ cm};$$

$$V_R = \tau_{Rd1} \cdot u \cdot d = 69159 \text{ kgf} = \mathbf{69,2 \text{ tf}};$$

Verificação no contorno C:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot 0,9 \cdot 17,85 = 4,33 \text{ MPa} = 43,3 \text{ kgf/cm}^2$$

$$u = 4 \cdot 70 = 280 \text{ cm}$$

$$V_R = \tau_{Rd2} \cdot u \cdot d = 43,3 \cdot 280 \cdot 20,25 = 245511 \text{ kgf} = 245,5 \text{ tf} > 69,2 \text{ tf} \rightarrow \text{Ok}$$

6.3.2.2. Cálculo segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento

$$V_R = \frac{0,75 \cdot b_0 \cdot d_v \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \left(\frac{\gamma \cdot d}{d_{g0} + d_g} \right)}$$

$$d = \text{Altura laje} = 240 - \text{cobrimento} = 25 - \text{Ø}12,5/2 = 208,75 \text{ mm}$$

$$d_v = \text{Altura laje} = 240 - \text{cobr.} = 25 - \text{Ø}12,5/2 - \text{cobr.} = 25 - \text{Ø}10 / 2 = 178,75 \text{ mm}$$

$$b_0 = \text{Perímetro afastado } 0,5d \text{ do bloco} = 4 \times (104,375 + 700 + 104,375) = 3635 \text{ mm}$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa};$$

$$d_{g0} = 16 \text{ mm};$$

$$d_g = 16 \text{ mm};$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5}; \quad r_s = 0,22 \times \text{vão médio} = 0,22 \times 3500 = 770 \text{ mm}$$

$$f_{yd} = 500 / 1,15 = 434,8 \text{ MPa} = 435 \text{ N/mm}^2$$

$$E_s = 210000 \text{ MPa} = 210000 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} = 1 \text{ (Considerado que a armadura adotada é exatamente a necessária)}$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{770}{208,75} \cdot \frac{435}{210000} \cdot (1)^{1,5} = 0,0115$$

$$V_R = \frac{0,75 \cdot 3635 \cdot 178,75 \cdot \sqrt{25}}{1 + 15 \left(\frac{0,0115 \cdot 208,75}{16 + 16} \right)} = 1146,5 \text{ kN} = 114,6 \text{ tf}$$

7. ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Na tabela a seguir se encontra o resumo dos resultados obtidos para a força máxima de cisalhamento que as lajes admitem sem o uso de armadura de cisalhamento, para cada um dos dois métodos de cálculo de verificação e para as diferentes variações adotadas:

Estudos	Métodos	ABNT NBR 6118	Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento
	Variações	Força máxima (tf)	Força máxima (tf)
Laje lisa (16cm espessura)	Pilares 20cm x 20cm	24,5	22,9
	Pilares 30cm x 30cm	28,7	29,9
Laje lisa (20cm espessura)	Pilares 30cm x 30cm	38,7	45,9
	Pilares 40cm x 40cm	43,5	55,7
Lajão estaqueado (24cm de espessura)	Blocos 60cm x 60cm	64,0	102,0
	Blocos 70cm x 70cm	69,2	114,6

Tabela 1 – Resumo dos resultados obtidos

Para o modelo de estudo laje lisa com 16cm de espessura, observa-se que para a força máxima de cisalhamento declarada por ambos métodos de cálculos, os resultados são muito próximos.

Para o caso da laje apoiando em pilares de dimensões 20cm x 20cm, pelo método da norma brasileira NBR 6118, obtêm-se uma força de 24,5tf, aproximadamente 7% maior que o valor obtido pelo método da teoria da fissura crítica de cisalhamento.

Quando se aumentou o perímetro dos apoios (pilares de dimensões 30cm x 30cm), ambos os métodos tiveram aumento no valor para a ruptura por punção, para o caso do não uso de armadura de cisalhamento, se comparado com o valor para o caso dos pilares de 20cm x 20cm. Pelo método da norma brasileira NBR 6118, o aumento foi de 17% e pelo método da teoria da fissura crítica, o aumento já foi mais expressivo: 30%.

Comparando-se os dois métodos com os apoios em pilares de 30cm x 30cm, novamente os resultados são muito próximos, apenas 4% de diferença. Entretanto nessa situação o método da teoria da fissura crítica que apresentou o maior valor, diferente do que ocorreu no primeiro caso.

Já para o modelo de laje lisa com 20cm de espessura, nas duas variações de dimensões de pilares feitas, 30cm x 30cm e 40cm x 40cm, no método da teoria da fissura crítica obtêm, para

a força máxima de cisalhamento, valores de 15% a 20% maiores que os valores obtidos utilizando o método da NBR 6118.

Novamente como no caso da laje lisa com 20cm de espessura, porém de forma ainda mais expressiva, no estudo do lajão estaqueado de 24cm de espessura apoiado sobre blocos de coroamento, os valores para a força máxima de cisalhamento sem o uso de armadura de punção foram maiores pelo método da teoria da fissura crítica e as diferenças chegaram a mais de 60% se comparado com o método da norma NBR 6118.

Essa grande diferença foi observada nas duas variações feitas, tanto para o caso de blocos de coroamento com dimensões de 60cm x 60cm, quanto para os blocos de 70cm x 70cm.

Com o estudo de lajes de espessuras de 16cm pôde-se verificar que diferentes métodos de cálculo podem levar a resultados bem similares para a força máxima de cisalhamento que as lajes admitem sem o uso de armadura de cisalhamento. Entretanto pode-se destacar neste mesmo estudo que ao variar alguns parâmetros (aumento da espessura da laje e das dimensões dos apoios) diferentes métodos podem apresentar resultados bem divergentes entre si, como nos casos estudados para as lajes de 20cm e 24cm de espessura. Nesses casos, o método utilizado pela norma brasileira apresenta resultados bem mais conservadores do que o método da teoria da fissura crítica.

8. REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

DRAMIX-ARCELOR MITTAL. Disponível em: <http://longos.arcelormittal.com.br/produ-tos/construcao-civil/infraestrutura/dramix>. Acessado dia 27/05/2018.

FERREIRA, Maurício de Pina. **Punção em lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento e momentos desbalanceados**. Tese de Doutorado. Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília. Brasília, 2010.

FUSCO JR., Francisco Brasiliense; CHOLFE, Luiz. **Lajes - Projeto com tela soldada**. IBTS-Instituto Brasileiro de Telas Soldadas. Editora PINI. São Paulo, 1989.

LIMA, Juliana Soares. **Verificações da punção e da estabilidade global em edifícios de concreto: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas**. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2001.

MELGES, José Luiz Pinheiro. **Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental**. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 1995.

MELGES, José Luiz Pinheiro. **Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido**. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2001.

MORAES NETO, Bernardo Nunes de. **Comportamento à punção de lajes lisas em concreto reforçado com fibras de aço sob carregamento simétrico**. Tese de Doutorado. Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília. Brasília, 2013.

MUTTONI, Aurelio; RUIZ, Miguel Fernández. **MC2010: The Critical Shear Crack Theory as a mechanical model for punching shear design and its application to code provisions**. In: fib-fedération international du béton-Bulletin 57: Shear and punching shear in RC and FRC elements. Italy, 2010.

OLIVEIRA, Dênio Ramam Carvalho de. **Análise experimental de lajes cogumelo de concreto de alta resistência com armadura inclinada de punção**. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília. Brasília, 1998.

OLIVEIRA, Marcos Honorato de. **Punção em lajes lisas com armadura de cisalhamento submetidas a carregamento excêntrico e apoiadas sobre pilares retangulares**. Tese de Doutorado. Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília. Brasília, 2013.

RABELLO, Fernando Toppan. **Análise comparativa de normas para a punção em lajes de concreto armado**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2010.

TAKEYA, Toshiaki. **Estudo experimental da ruína de ligação lajes-pilar em bordas de lajes-cogumelo.** Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 1981.

TRAUTWEIN, Leandro Mouta. **Punção em lajes cogumelo de concreto armado: análise experimental e numérica.** Tese de Doutorado. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2006.

VAZ, Ana Paula Rodrigues. **Resistência à punção em lajes cogumelo de concreto armado: uma contribuição para definição de armadura mínima de cisalhamento.** Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás. Goiânia, 2007.

WERNECK, Priscila Pinheiro de Toledo. **Avaliação da punção em lajes lisas de concreto armado.** Projeto de Graduação. Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2017.