

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

André Luiz Paganotti

**ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO COM
ELEVADA CAPACIDADE DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA USANDO
O MÉTODO ADJUNTO**

Belo Horizonte
2022

André Luiz Paganotti

**ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO COM
ELEVADA CAPACIDADE DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA USANDO
O MÉTODO ADJUNTO**

Versão final

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Rodney Rezende Saldanha
Coorientador: Márcio Matias Afonso e
Adriano Chaves Lisboa

Belo Horizonte
2022

P131a	<p>Paganotti, André Luiz. Análise e otimização de linhas de transmissão com elevada capacidade de transmissão de energia usando o método adjunto [recurso eletrônico] / André Luiz Paganotti.- 2022. 1 recurso online (224 f. : il., color.) : pdf.</p> <p>Orientador: Rodney Rezende Saldanha. Coorientador: Márcio Matias Afonso. Coorientador: Adriano Chaves Lisboa.</p> <p>Tese (doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.</p> <p>Apêndices: f. 193-224. Bibliografia: f. 180-192. Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.</p> <p>1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Campos elétricos - Teses. 3. Campos magnéticos – Teses. 4. Linhas de telecomunicação – Teses. I. Saldanha, Rodney Rezende. II. Afonso, Márcio Matias. III. Lisboa, Adriano Chaves. IV. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. V. Título.</p>
-------	--

CDU: 621.3(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

"ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO COM ELEVADA CAPACIDADE DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA USANDO O MÉTODO ADJUNTO"

ANDRÉ LUIZ PAGANOTTI

Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica. Aprovada em 20 de dezembro de 2022. Por:

Prof. Dr. Rodney Rezende Saldanha
DEE (UFMG) - Orientador

Prof. Dr. Adriano Chaves Lisboa
Diretor Técnico - GAIA (GAIA - BHTEC) - Coorientador

Prof. Dr. Márcio Matias Afonso
DEE (CEFETMG) - Coorientador

Prof. Dr. José Roberto Cardoso
DEE - POLI (USP)

Prof. Dr. Marco Aurélio de Oliveira Schroeder
DEE (UFSJ)

Prof. Dr. Elson José da Silva
DEE (UFMG)

Prof. Dr. João Antônio de Vasconcelos
DEE (UFMG)



Documento assinado eletronicamente por **Rodney Rezende Saldanha, Membro de comissão**, em 22/12/2022, às 13:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Elson Jose da Silva, Professor do Magistério Superior**, em 22/12/2022, às 14:44, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **José Roberto Cardoso, Usuário Externo**, em 22/12/2022, às 14:50, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marco Aurélio de Oliveira Schroeder, Usuário Externo**, em 22/12/2022, às 15:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Adriano Chaves Lisboa, Usuário Externo**, em 22/12/2022, às 19:56, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **João Antonio de Vasconcelos, Membro**, em 23/12/2022, às 15:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcio Matias Afonso, Usuário Externo**, em 26/12/2022, às 17:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1966950** e o código CRC **EE0A8C9F**.

Este trabalho é dedicado a memória de meu Pai Anézio Paganotti

Agradecimentos

Agradeço a Deus pelo dom da vida e por ter colocado no meu caminho todas as pessoas que contribuíram para a minha formação pessoal e acadêmica;

A cada professor da banca avaliadora por dedicarem seu tempo e conhecimento para contribuir para a melhoria desta pesquisa;

Agradeço ao professor Rodney pela oportunidade de aprendizado, por compartilhar sua genialidade de maneira tão generosa, e pela sua dedicação ao ensino e a pesquisa;

Agradeço ao professor Márcio Matias por desde a graduação no CEFET-MG sempre me proporcionar oportunidades de crescimento pessoal e profissional e pelos diversos conselhos recebidos ao longo desta jornada;

Agradeço ao professor Adriano por contribuir tanto para o meu desenvolvimento durante a realização deste trabalho;

A minha esposa, companheira, amiga e namorada Naiara por me apoiar em meus estudos e por entender meus momentos de ausência e aos meus filhos Davi Luiz e Eduarda que por meio de seus sorrisos me ajudam a persistir sempre;

A minha mãe Maria, e aos meus irmãos Arilson e Alexandre por serem minhas referências de vida e de honestidade;

Agradeço aos professores do Departamento de Engenharia Mecatrônica do CEFET-MG Campus Divinópolis, ao qual orgulhosamente faço parte, pelo apoio pessoal, psicológico e pela amizade;

Aos amigos do LOPAC: Gabriel, João, Mateus, Igor, Fernando e em especial ao Lully pelas proveitosas discussões;

Ao professor Arthur Araújo Maia Farah pelas discussões e contribuições;

Agradeço a ciência que por meio do desenvolvimento das vacinas nos possibilitou vencer o período da pandemia da COVID-19, que vivenciamos durante o desenvolvimento deste trabalho;

A todos que contribuíram para a realização deste trabalho, muito obrigado.

"Estudar é quando o pensamento se encontra com a eternidade. É quando todas as palavras que os livros nos legaram voltam para conversar conosco"

Murilo Mendes

"Assim como as estrelas no céu são infinitas, são muitas as possibilidades abertas por um doutorado em que o eletromagnetismo e a otimização estão presentes"

André Paganotti

Resumo

As linhas de transmissão (LT's) aéreas trifásicas são elementos fundamentais do sistema elétrico de potência. Diante da demanda pela transmissão de blocos de energia cada vez maiores é iminente a necessidade de construção de LT's com elevada capacidade de transmissão. Empreendimentos de transmissão enfrentam dificuldades ambientais e econômicas para a construção de novos corredores de energia. Alternativamente, tem-se o desenvolvimento de metodologias para a obtenção de LT's com elevada capacidade de transmissão a partir de corredores de energia já existentes alterando-se as geometrias envolvidas de maneira não convencional. Diante disso, concessionárias de energia e centros de pesquisa têm se dedicado ao desenvolvimento destas metodologias nas últimas décadas. Neste trabalho, é desenvolvido, uma metodologia para a obtenção de novas concepções de feixes por meio de mudanças mínimas nas geometrias de corredores de energia já existentes e com desequilíbrios eletromagnéticos mínimos envolvendo a compactação das fases, a expansão dos feixes e os conceitos das linhas de potência natural elevada (LPNE's). Para isso um modelo analítico e numérico da LT é desenvolvido para a determinação dos campos elétricos superficiais e ao nível do solo e do campo magnético envolvido, e para a obtenção da potência natural (SIL) da LT. Uma otimização determinística é realizada por meio do método elipsoidal com cortes múltiplos e do algoritmo do gradiente descendente. Ambos utilizam a sensibilidade da posição dos condutores em relação ao aumento da capacidade de transmissão obtida por meio do método adjunto. A sensibilidade adjunta fornece a análise de sensibilidade (derivada da função objetivo em relação ao parâmetro de interesse) do problema resolvendo apenas mais um sistema linear de equações de maneira rápida e eficiente, e que independe do número de variáveis consideradas. Devido a complexidade do sistema envolvido na modelagem numérica da LT, esta sensibilidade pode ser proibitiva se realizada por meio de métodos tradicionais, como o método das diferenças finitas. Os resultados mostram que a otimização baseada na derivada adjunta obtém ganhos da ordem de 20% na capacidade de transmissão ao se empregar as novas concepções geométricas de feixes resultantes da metodologia proposta.

Palavras-chave: Análise de sensibilidade, Campo elétrico, Campo magnético, Linhas de transmissão, Método adjunto, Método elipsoidal, Método do gradiente descendente.

Abstract

Three-phase overhead transmission lines (TL's) are fundamental elements of the electrical power system. Because of the demand for the transmission of increasingly large energy blocks, the need to build TL's with high transmission capacity is imminent. Transmission undertakings have faced environmental and economic difficulties in the construction of new energy corridors. Alternatively, there is the development of methodologies for obtaining TL's with high transmission capacity from existing energy corridors. Therefore, energy concessionaires and research centers have been dedicated to the development of these methodologies in the last decades. In this work, a methodology is developed to obtain new conceptions of conductor bundles obtained from minimal changes in the geometries of existing energy corridors and with low electromagnetic imbalances involving the combination of phase compaction, bundle expansion, and high surge impedance loading (HSIL) concepts. For this purpose, an analytical and numerical model of the TL under study is developed for the determination of the surface and at ground-level electric fields, and the magnetic field involved, and to calculate the surge impedance loading (SIL) of the LT. Deterministic optimization is performed using the multiple cuts ellipsoid method and the gradient descent algorithm. These methods use the sensitivity of the positions cables concerning the increase in the transmission capacity obtained through the adjoint method. The adjoint sensitivity provides the sensitivity analysis (derived from the objective function concerning the parameter of interest) of the problem, solving only one more linear system of equations quickly and efficiently and regardless of the number of variables considered. Due to the complexity of the analyzed system, this sensitivity can become prohibitive if it is performed using traditional methods, such as the finite difference method. The results show that the optimization based on the adjoint method rise the transmission capacity 20% using the new bundle geometries suggested by the proposed methodology.

Keywords: Sensitivity analysis, Electric field, Magnetic field, Transmission lines, Adjoint method, Ellipsoidal method, Descendent gradient method.

Lista de Figuras

Figure 1 – Torre compacta LT 500 kV - norte do Brasil (Alexandrov; Nosov, 1996)	44
Figure 2 – Torre convencional LT 500 kV - sudeste do Brasil adaptado de (Santos, 2017)	44
Figure 3 – Relação entre SIL e número de subcondutores para diferentes aproximações de projeto. (a),(d): geometria conservadora com elementos padrão e subcondutores equidistantes; (b),(e): feixe expandido restrito a um formato regular; (c) geometria totalmente otimizada com feixe irregular e máximo <i>SIL</i> (Arruda et al., 2020)	47
Figure 4 – Arranjo e dimensões [m] - LT 500 kV - (a) convencional (b) LPNE (Huang Wei-Gang, 2003)	48
Figure 5 – Proposta de feixes e arranjos de fases para aumentar o SIL - adaptado de (Ghassemi, 2019)	48
Figure 6 – LT's 500 kV Brasil - implementadas pela CHESF (Ghassemi, 2019; Arruda et al., 2020)	49
Figure 7 – LT 500 kV implementada na Rússia (Ghassemi, 2019; Alexandrov et al., 1998; Krylov; Rashkes, 2004; Alexandrov, 1993)	50
Figure 8 – Restrição de simetria (Ghassemi, 2019)	55
Figure 9 – Espaçador LPNE 500 kV (Ghassemi, 2019; Krylov; Rashkes, 2004)	55
Figure 10 – Configuração com 4 e 6 subcondutores LT 500 kV Adaptado de (Ghassemi, 2019)	56
Figure 11 – Elementos de uma LT trifásica aérea: (1) cabos condutores; (2) isoladores; (3) cabos para-raios e (4) torres de transmissão - adaptado de (Paganotti, 2012).	60
Figure 12 – Desenho dos elementos de um vão de uma LT trifásica aérea: vista lateral de um vão e vista frontal de uma torre (Labegalini et al., 1992).	61
Figure 13 – Detalhe geometria de um feixe de condutores: (a) convencional (Maduro-Abreu et al., 2010) e (b) assimétrico (não convencional) (Oliveira, 2002).	61
Figure 14 – Superfície Gaussiana considerada (Santos, 2017)	64
Figure 15 – Distâncias consideradas para determinação dos coeficientes potenciais de Maxwell, se $k = m$: D_{km} raio do condutor e H_{km} distância entre condutor k e sua imagem; e se $k \neq m$: D_{km} distância entre condutores e H_{km} distância entre condutor k e imagem do condutor m - adaptado de (Ghassemi, 2019)	66
Figure 16 – Sistema trifásico com um cabo por fase real e equivalente para o cálculo do campo elétrico ao nível do solo - adaptado de (Santos, 2017)	67
Figure 17 – Dois subcondutores isolados no espaço livre (Paganotti, 2012)	69

Figure 18 – Sistema físico equivalente obtido pelo método das imagens sucessivas para 2 cabos sem a presença do solo (Paganotti, 2012)	69
Figure 19 – Sistema físico equivalente obtido pelo método das imagens sucessivas para uma LT trifásica aérea com 2 cabos por fase incluindo o efeito do solo (Paganotti, 2012; Santos, 2017)	70
Figure 20 – Campo Magnético em Um Ponto P devido a Um Elemento Filamentar de Corrente - adaptado de (Santos, 2017)	73
Figure 21 – Domínio genérico para a obtenção da distribuição do campo elétrico ao redor das LT's - adaptado de (Farah, 2014)	75
Figure 22 – Domínio genérico para a obtenção da densidade de fluxo magnético ao redor das LT's - adaptado de (Farah, 2014)	77
Figure 23 – Fronteira fictícia delimita o domínio da LT - solo CEP como fronteira - adaptado de (Farah, 2014)	80
Figure 24 – Fronteira fictícia delimita o domínio da LT - solo adotado como um dos meios sob estudo - adaptado de (Farah, 2014)	80
Figure 25 – Especificação do problema de valor de contorno: Γ_1 contorno de Dirichlet, Γ_2 contorno de Neumann, Γ_d interface entre meios diferentes, Ω^+ domínio formado pelo ar e Ω^- domínio formado pelo solo (Farah, 2014)	81
Figure 26 – Domínio Ω discretizado em vários subdomínios Ω_e (elementos triangulares de primeira ordem) Adaptado de (Bastos; Sadowski, 2003; Polycarpou, 2005)	84
Figure 27 – Fronteira fictícia delimita o domínio da LT - solo adotado como um dos meios sob estudo - adaptado de (Farah, 2014)	90
Figure 28 – Fronteira fictícia delimita o domínio da LT - solo CEP como fronteira	90
Figure 29 – Transformação Espacial de Kelvin: a) domínio interno e b) domínio externo transformado - adaptados de (Farah, 2014).	92
Figure 30 – Diagrama fasorial das tensões e cargas de um sistema trifásico balanceado - adaptado de (Santos, 2017)	95
Figure 31 – Ilustração da área de influência (valor da função objetivo) e o local perturbado (variável de projeto) - Adaptado de (Lee; Ida, 2015)	103
Figure 32 – Ilustração da relação entre o local de influência (valor da função objetivo) e a área de possível perturbação (efeito no valor da variável de projeto) (Lee; Ida, 2015)	104
Figure 33 – Circuitos elétricos de mesma topologia, sendo: V_1 , V_2 e V_3 a tensão em cada um dos ramos, e i_1 , i_2 e i_3 a corrente em cada um dos ramos - adaptado de (Bakr, 2013)	105
Figure 34 – Fluxograma da metodologia proposta nesta tese com análise de sensibilidade adjunta da função objetivo dos modelos analítico e numérico da LT.	118

Figure 35 – Duas iterações do método elipsoidal clássico: (a) iteração $k = 1$ (b) iteração $k = 2$, sendo: E_0, E_1, E_2 os elipsoides; H_0, H_1 os hiperplanos definidos por $(x_0, \nabla f x_0)$ e $(x_1, \nabla f x_1)$, respectivamente	120
Figure 36 – Método elipsoidal com corte profundo (<i>deep-cut</i>) - adaptado de (Bland; Goldfarb; Todd, 1981).	121
Figure 37 – Gradientes (ou subgradientes) de duas restrições ativas $\nabla g_1(x_k)$, $\nabla g_2(x_k)$ e da função objetivo $\nabla f(x_k)$. A perturbação de x_k na direção d_k dentro do cone formado pelos vetores diretores leva a redução das funções de restrição e da função objetivo - adaptado de (Takahashi et al., 2003).	123
Figure 38 – Restrições geométricas consideradas: d_{min} (m) e d_{max} (m) são as distâncias mínimas e máximas entre subcondutores, respectivamente; D_{min} (m) é a distância mínima entre fases diferentes; X_E (m) e X_D (m) são os limites de variação horizontal esquerdo e direito, e H_{min} (m) e H_{max} (m) são as alturas mínimas e máximas permitidas, respectivamente.	126
Figure 39 – Ilustração da região de variação das posições de cada cabo da LT com 03 cabos por fase com simetria horizontal adotada na modelagem analítica.	129
Figure 40 – Centroides de cada uma das fases da LT com 03 cabos por fase, dados por $(XC1, YC1)$, $(XC2, YC2)$ e $(XC3, YC3)$	130
Figure 41 – LT 3 cabos por fase 500 kV adaptado de (Paganotti, 2012): silhueta da LT e malha de elementos finitos adotada com truncamento circular.	136
Figure 42 – Detalhe da malha na região próxima ao feixe de condutores da fase central.	137
Figure 43 – Detalhe da malha na superfície de um dos cabos considerados.	137
Figure 44 – Perfil do campo elétrico ao nível do solo - obtido analiticamente e via elementos finitos (FEM) - LT 3 cabos por fase 500 kV.	138
Figure 45 – Perfil da densidade de fluxo magnético - obtido analiticamente e via elementos finitos (FEM) - LT 3 cabos por fase 500 kV.	138
Figure 46 – Campo elétrico superficial via método das imagens sucessivas (MIS - método analítico) e via FEM - fase C (feixe 1) - LT 500 kV 03 cabos por fase.	139
Figure 47 – Distribuição do Potencial Escalar Elétrico - LT 03 cabos por fase - 500 kV.	140
Figure 48 – Intensidade do campo elétrico no domínio considerado - LT 03 cabos por fase - 500 kV.	140
Figure 49 – Densidade de fluxo magnético (T) - LT 03 cabos por fase - 500 kV- modelo numérico.	140
Figure 50 – Detalhe da Densidade de fluxo magnético (T) - LT 03 cabos por fase - 500 kV - modelo numérico.	140
Figure 51 – Silhuetas de LT's com 2 cabos por fase de 345 kV, com 3 e 4 cabos por fase de 500 kV- adaptado de (Santos, 2017; Paganotti, 2012)	141

Figure 52 – Silhuetas das Torres Utilizadas pela LT de 500 kV 03 cabos por fase - adaptado de (Santos, 2017).	150
Figure 53 – Restrições geométricas consideradas: d_{min} (m) e d_{max} (m) são as distâncias mínimas e máximas entre subcondutores, respectivamente; D_{min} (m) é a distância mínima entre fases diferentes; X_E (m) e X_D (m) são os limites de variação horizontal esquerdo e direito, e H_{min} (m) e H_{max} (m) são as alturas mínimas e máximas permitidas, respectivamente.	151
Figure 54 – LT 500 kV 03 cabos por fase: geometria original e otimizada pelo método elipsoidal de cortes múltiplos.	152
Figure 55 – Perfil do campo elétrico ao nível do solo - LT 500 KV 03 cabos por fase.	153
Figure 56 – Densidade de fluxo magnético ao nível do solo - LT 500 KV 03 cabos por fase.	153
Figure 57 – LT 500 kV 04 cabos por fase: geometria original e otimizada pelo método elipsoidal de cortes múltiplos.	156
Figure 58 – Perfil do campo elétrico ao nível do solo - LT 500 kV 04 cabos por fase - modelo analítico.	157
Figure 59 – Densidade de fluxo magnético ao nível do solo - LT 500 kV 04 cabos por fase - modelo analítico.	157
Figure 60 – LT 500 kV 03 cabos por fase: geometria original e otimizada - método GD no modelo analítico.	159
Figure 61 – LT 500 kV 03 cabos por fase: campo elétrico ao nível do solo original e otimizado - método GD.	160
Figure 62 – LT 03 cabos por fase: densidade de fluxo magnético ao nível do solo original e otimizado - método GD.	160
Figure 63 – LT 500 kV 04 cabos por fase: geometria original e otimizada.	162
Figure 64 – LT 500 kV 04 cabos por fase: campo elétrico ao nível do solo original e otimizado - método GD.	162
Figure 65 – LT 500 kV 04 cabos por fase: densidade de fluxo magnético ao nível do solo original e otimizado.	162
Figure 66 – LT 500 kV 03 cabos por fase: geometria original e otimizada pelo método elipsoidal de cortes múltiplos e pelo método GD.	165
Figure 67 – LT 500 kV 04 cabos por fase: geometria original e otimizada pelo método elipsoidal de cortes múltiplos e pelo método GD.	166
Figure 68 – LT 345 kV 02 cabos por fase: geometria original e otimizada pelo método elipsoidal de cortes múltiplos e pelo método GD.	167
Figure 69 – LT 500 kV 03 cabos por fase: geometria original e otimizada - modelo numérico - método elipsoidal de cortes múltiplos.	169
Figure 70 – LT 500 kV 03 cabos por fase: geometria original e otimizada -modelo numérico.	169

Figure 71 – LT 500 kV 03 cabos por fase: geometria original e otimizada - modelo numérico.	169
Figure 72 – LT 500 kV 04 cabos por fase: geometria original e otimizada - modelo numérico com método elipsoidal com cortes múltiplos.	171
Figure 73 – LT 500 kV 04 cabos por fase: campo elétrico ao nível do solo original e otimizado - modelo numérico.	172
Figure 74 – Densidade de fluxo magnético ao nível do solo original e otimizado - modelo numérico.	172
Figure 75 – LT 1 cabo por fase: sistema real e equivalente obtido pelo método das imagens: H_{km} distância entre cabo real e cabo imagem e D_{km} distância entre cabos reais - adaptado de (Santos, 2017).	194
Figure 76 – Campo elétrico superficial via método das imagens sucessivas (método analítico) e via FEM - fase B (feixe 2).	206
Figure 77 – Campo elétrico superficial via método das imagens sucessivas (método analítico) e via FEM - fase A (feixe 3).	206
Figure 78 – Perfil do campo elétrico ao nível do solo obtido: analiticamente e com FEM adotando-se truncamentos diferentes, sendo o raio do círculo dado pela maior altura dos condutores da LT de 500 KV 03 cabos por fase adotada.	207
Figure 79 – Perfil da densidade de fluxo magnético ao nível do solo obtido: analiticamente e com FEM adotando-se truncamentos diferentes, sendo o raio do círculo dado pela maior altura dos condutores da LT de 500 KV 03 cabos por fase adotada.	208
Figure 80 – LT 500 kV 03 cabos por fase: geometria original e otimizada - método elipsoidal com cortes múltiplos, adotando-se sensibilidades diferentes.	214
Figure 81 – LT 03 cabos por fase: campo elétrico ao nível do solo - diferentes soluções - método elipsoidal com cortes múltiplos.	215
Figure 82 – LT 03 cabos por fase: densidade de fluxo magnético ao nível do solo - diferentes soluções - método elipsoidal com cortes múltiplos.	215
Figure 83 – Restrições geométricas consideradas: d_{min} (m) e d_{max} (m) são as distâncias mínimas e máximas entre subcondutores, respectivamente; D_{min} (m) é a distância mínima entre fases diferentes; X_E (m) e X_D (m) são os limites de variação horizontal esquerdo e direito, e H_{min} (m) e H_{max} (m) são as alturas mínimas e máximas permitidas, respectivamente.	216
Figure 84 – LT 345 kV 02 cabos por fase: geometria original e otimizada pelo método elipsoidal de cortes múltiplos.	217
Figure 85 – Perfil do campo elétrico ao nível do solo - LT 345kV 02 cabos por fase - método elipsoidal com cortes múltiplos	218

Figure 86 – Densidade de Fluxo Magnético ao nível do solo - LT 345kV 02 cabos por fase - método elipsoidal com cortes múltiplos	218
Figure 87 – LT 02 cabos por fase: geometria original e otimizada - método GD no modelo analítico.	220
Figure 88 – LT 02 cabos por fase: campo elétrico ao nível do solo original e otimizado - método GD.	221
Figure 89 – LT 02 cabos por fase: densidade de fluxo magnético ao nível do solo original e otimizado - método GD.	221
Figure 90 – LT 345 kV 02 cabos por fase: geometria original e otimizada - modelo numérico - método elipsoidal de cortes múltiplos.	222
Figure 91 – Perfil do Campo Elétrico ao Nível do Solo - LT 345 kV 02 cabos por fase - modelo numérico.	223
Figure 92 – Densidade de fluxo magnético ao Nível do Solo - LT 345 kV 02 cabos por fase - modelo numérico.	223

Lista de Tabelas

Table 1	– Distância mínima entre fases de silhuetas convencionais (CV) e compactas (CP) e número de cabos por fase (N_s) - Adaptado de (Filho, 1993)	127
Table 2	– Dados físicos e elétricos da LT 500 kV, 03 cabos por fase adaptado de (Paganotti, 2012).	135
Table 3	– Erro relativo absoluto das intensidades de campo elétrico e da densidade de fluxo magnético, ao nível do solo, usando o modelo analítico e numérico.	138
Table 4	– Campo elétrico superficial máximo obtido usando o FEM e usando o método das imagens sucessivas (MIS) - LT 500 kV 03 cabos por fase adaptado de (Paganotti, 2012)	139
Table 5	– Sensibilidade adjunta-CFD, adjunta-analítica e CFD - modelo analítico.	142
Table 6	– Tempo de execução sensibilidades caso I - LT 500 kV 03 cabos por fase .	143
Table 7	– Comparativo do número de nós avaliados pelo método CFD, adjunto-CFD e adjunto-analítico para cada uma das configurações adotando modelo numérico e domínio semi-circular	146
Table 8	– Comparativo dos tempos de simulação dos métodos CFD, adjunto-CFD e adjunto-analítico para cada uma das configurações usando modelo numérico e domínio semi circular	146
Table 9	– Redução percentual nos tempos de obtenção de sensibilidade da função objetivo entre o método CFD e o método adjunto analítico usando modelo numérico com domínio semi circular	147
Table 10	– Dados físicos e elétricos da LT 500 kV 03 cabos por fase adaptado de (Paganotti, 2012).	150
Table 11	– Restrições do processo de otimização - LT 500 KV - 03 cabos por fase .	151
Table 12	– Posições originais e otimizadas - Caso I - LT 500 kV 03 cabos por fase - modelo analítico	153
Table 13	– Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 500 kV 03 cabos por fase modelo analítico (E_s crítico=19,337 kV/cm)	154
Table 14	– SIL e Distâncias entre subcondutores LT 500 kV 03 cabos por fase - Original e Otimizada do modelo analítico	154
Table 15	– Dados físicos e elétricos da LT 500 kV 04 cabos por fase	155
Table 16	– Restrições do processo de otimização - LT 500 kV 04 cabos por fase . .	155
Table 17	– Posições originais e otimizadas - Caso II - LT 500 kV 04 cabos por fase .	156
Table 18	– Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 500 kV - 04 cabos por fase modelo analítico (E_s crítico=19,051 kV/cm)	157
Table 19	– SIL e Distâncias entre subcondutores LT 500 kV 04 cabos por fase - original e otimizado	158

Table 20 – Restrições do processo de otimização - LT 500 KV - 03 cabos por fase - método GD no modelo analítico	159
Table 21 – Posições originais e otimizadas - Caso I - LT 500 kV 03 cabos por fase: método GD no modelo analítico	159
Table 22 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 03 cabos por fase - Método GD no modelo analítico (E_s crítico=19,337 kV/cm)	160
Table 23 – SIL e Distâncias entre subcondutores LT 03 cabos por fase 500 kV - Método GD no modelo analítico	161
Table 24 – Posições originais e otimizadas - Caso II - LT 500 kV 04 cabos por fase - método GD	163
Table 25 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 04 cabos por fase - Método GD no modelo analítico (E_s crítico=19,051 kV/cm)	163
Table 26 – SIL e Distâncias entre subcondutores LT 04 cabos por fase 500 kV - Método GD no modelo analítico	164
Table 27 – Restrições do processo de otimização - LT 500 KV - 03 Cabos por Fase - método elipsoidal de cortes múltiplos aplicado ao modelo numérico da LT	168
Table 28 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - modelo numérico da LT de 500 kV 03 cabos por fase (E_s crítico=19,377 kV/cm)	170
Table 29 – SIL e Distâncias entre Subcondutores LT 03 cabos por fase 500 kV - modelo numérico	170
Table 30 – Restrições do processo de otimização - LT 500 kV 04 cabos por fase - modelo numérico	171
Table 31 – Posições originais e otimizadas - Caso II - LT 500 kV 04 cabos por fase - modelo numérico	172
Table 32 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 04 cabos por fase - modelo numérico (E_s crítico=19,051 kV/cm)	173
Table 33 – SIL e Distâncias entre subcondutores LT 04 cabos por fase 500 kV -modelo numérico	173
Table 34 – Características da malha com diferentes truncamentos.	207
Table 35 – Sensibilidade adjunta-CFD, adjunta-analítica e CFD - LT 345 kV 02 cabos por fase modelo analítico	209
Table 36 – Comparativo do tempo de execução - LT 345 kV - 02 cabos por fase	209
Table 37 – Sensibilidade adjunta-CFD, adjunta-analítica e CFD - LT 500 kV 04 cabos por fase modelo analítico	209
Table 38 – Comparativo do tempo de execução - LT 500 kV 04 cabos por fase	209
Table 39 – Comparativo do número de nós avaliados pelo método CFD, adjunto-CFD e adjunto-analítico para cada uma das configurações usando modelo numérico e domínio circular	210

Table 40 – Comparativo dos tempos de simulação dos métodos CFD, adjunto-CFD e adjunto-analítico para cada uma das configurações usando modelo numérico e domínio circular	211
Table 41 – Redução percentual nos tempos de obtenção de sensibilidade da função objetivo entre o método CFD e o método adjunto analítico usando modelo numérico e domínio circular	211
Table 42 – Erro comparativo entre os métodos adjunto-CFD, adjunto-analítico e CFD - Modelo FEM LT 6 cabos por fase adaptado de (Sarmiento, 2016) usando modelo numérico e domínio circular	212
Table 43 – Comparativo dos Valores de SIL por meio de diferentes métodos de aproximação	213
Table 44 – Posições originais e otimizadas - Caso I - LT 500 kV 03 cabos por fase - modelo analítico	214
Table 45 – SIL e Distâncias entre Subcondutores LT 03 cabos por fase 500 kV - método elipsoidal de cortes múltiplos aplicado no modelo analítico	215
Table 46 – Dados físicos e elétricos da LT 345 kV 02 cabos por fase adaptado de (Paganotti, 2012).	216
Table 47 – Restrições do processo de otimização caso III - LT 02 cabos por fase - 345 kV	217
Table 48 – Posições originais e otimizadas - Caso III - LT 345 kV 02 cabos por fase - método elipsoidal de cortes múltiplos	218
Table 49 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 345 kV 02 cabos por fase (E_s crítico=19,377 kV/cm)	218
Table 50 – Distância entre subcondutores LT 02 cabos por fase 345 kV	219
Table 51 – Posições originais e otimizadas - Caso III - LT 345 kV 02 cabos por fase - método GD no modelo analítico	220
Table 52 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 345 kV 02 cabos por fase (E_s crítico=19,377 kV/cm)	220
Table 53 – SIL e Distâncias entre subcondutores LT 02 cabos por fase 345 kV	221
Table 54 – Posições originais e otimizadas - Caso III - LT 345 kV 02 cabos por fase - modelo numérico	222
Table 55 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 02 cabos modelo numérico (E_s crítico=19,377 kV/cm)	223
Table 56 – SIL e Distâncias entre Subcondutores LT 02 Cabos por Fase 345 kV - modelo numérico	224

Lista de abreviaturas e siglas

CHESF	Companhia Hidrelétrica do São Francisco
CEPEL	Centro de Pesquisa em Energia Elétrica
c.a.	corrente alternada
CFD	método das diferenças finitas centrais
CEP	condutor elétrico perfeito
Eletrobras	Centrais Elétricas Brasileiras
EDP	equação diferencial parcial
EHV	extra alta tensão
FEM	método dos elementos finitos
FAST	Feasible adjoint sensitivity technique
FDTD	método de diferenças finitas no domínio do tempo
GD	método do gradiente descendente
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i>
LT's	linhas de transmissão
LT	linha de transmissão
LPNE	linha de potência natural elevada

MECM	método elipsoidal de cortes múltiplos
NSGA-II	<i>non dominated sorting genetic algorithm II</i>
NESC	<i>National Electrical Safety Code</i>
ONS	Operador Nacional do Sistema
PVC	problema de valor de contorno
SIL	potência natural da linha
SEP	sistema elétrico de potência

Lista de símbolos

$\hat{a}_\rho, \hat{a}_\phi, \hat{a}_z$	vetores unitários em coordenadas cilíndricas
\vec{A}	vetor potencial magnético
α^*	escalar que minimiza a função objetivo
\vec{B}	densidade de fluxo magnético
b^e	termos de excitação local
C_1	capacitância de sequência positiva
CV, CP	silhueta convencional e compacta
$C_{m.f.i}$	centro de massa da fase i
\vec{D}	vetor densidade de fluxo elétrico
$d\vec{S}$	vetor diferencial de área
δ_{ik}	pressão atmosférica relativa
Δ_e	área do elemento finito de primeira ordem
D_{km}	distância entre os condutores k e m
δ	valor da perturbação adotada pela aproximação por diferenças finitas centrais
δ_1	distância entre a carga elétrica deslocada e o centro do condutor
δ_p	perturbação da variável de projeto
d_{min}	distância mínima entre condutores da mesma fase
d_{max}	distância máxima entre condutores da mesma fase
D_{min}	distância mínima entre condutores de fases diferentes
\hat{d}_k	direção unitária adotada no método do gradiente descendente
D	vetor de direção minimizante
∇^e	área do elemento finito de primeira ordem
\vec{E}	vetor intensidade de campo elétrico

ϵ	permissividade do meio
E_c	campo elétrico superficial crítico
$\eta(\eta, \zeta)$	coordenadas do domínio transformado pela transformada de Kelvin
f_s	fator de superfície
$\hat{\phi}$	solução aproximada da equação diferencial parcial
$F(x, y), f(x, y)$	função objetivo
ϕ^e, A^e	potencial escalar elétrico e vetor potencial magnético em cada elemento finito
\vec{H}	vetor intensidade de campo magnético
H_{km}	distância entre cada condutor e sua imagem
H_{min}	altura mínima do cabo
H_{max}	altura máxima do cabo
$\mathbb{H}^+, \mathbb{H}^-$	semi espaço aberto apontado por d_k e por $-d_k$, respectivamente.
I_{an}, I_{bn}, I_{cn}	fases de corrente das fase a, b e c , respectivamente.
\vec{J}	vetor densidade de corrente de condução
K^e	matriz de rigidez local
\mathbb{J}	conjunto de restrições violadas
L_1	indutância de sequência positiva
X_D	limite lateral direito da coordenada x
X_E	limite lateral esquerdo da coordenada x
μ	permeabilidade do meio
\hat{n}	vetor normal a superfície
N_i	função de aproximação usada na discretização por elementos finitos
N_{cond}	número de condutores
N_b	número de ramos do circuito
n_{no}	número de nós do domínio

$\Omega, \Omega_{int}, \Omega_{tr}$	domínio de interesse, domínio de interesse interno e externo.
P_{km}	elementos da matriz dos coeficientes potenciais de Maxwell
$P(x, y)$	matriz dos coeficientes potenciais de Maxwell
P_n	pontos de interesse para a determinação do campo elétrico
P_c	potência característica da LT
p	número de pontos de observação
\bar{p}	profundidade complexa
Q	carga elétrica encerrada pela superfície gaussiana
Q_o	matriz definida positiva do elipsoíde
q_1	carga elétrica de sequência positiva
q_a, q_b, q_c	fasor carga elétrica da fase a, b e c
ρ_l	densidade linear de carga elétrica
r	raio do cabo fase
R	resíduo global
σ	condutividade do meio
s	distância entre subcondutores
t_{amb}	temperatura ambiente
Γ_1	condição de fronteira de Dirichlet
Γ_2	condição de fronteira de Neumann
Γ_d	interface entre meios diferentes
τ, σ, δ	passo, dilatação e expansão dos parâmetros que formam o novo elipsoíde
V_{ff}	tensão nominal entre fases da LT
V_{an}, V_{bn}, V_{cn}	fasores de tensão das fase a, b e c , respectivamente.
V	potencial escalar elétrico
ϕ	potencial escalar elétrico dos nós no domínio discretizado
W_i	funções de peso

W_m	energia armazenada no campo magnético
W_e	energia armazenada no campo elétrico
x, y	variáveis de projeto
XC_i, YC_i	coordenada x e y do centroíde da fase i ;
Y_1	admitância de sequência positiva
Z_c	impedância característica
Z_1	impedância de sequência positiva

Sumário

1	INTRODUÇÃO	30
1.1	Relevância do Projeto	35
1.2	Objetivos	36
1.2.1	Objetivos Gerais	36
1.2.2	Objetivos Específicos	37
1.3	Publicações	37
1.4	Organização do Texto	38
2	CARACTERIZAÇÃO DAS METODOLOGIAS DE AUMENTO DE CAPACIDADE DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA	40
2.1	Transmissão de Energia Usando Feixes	40
2.2	Técnicas de Recapacitação	42
2.2.1	Compactação da LT	43
2.2.2	Técnica de Expansão do Feixe	44
2.3	Linhas de Potência Natural Elevada (LPNE's)	45
2.3.1	Metodologia e Características Físicas e Elétricas	45
2.4	Linhas de Transmissão Não Convencionais	50
2.4.1	Estratégias para Otimização dos Feixes de Condutores	50
2.4.1.1	Variação do Número de Subcondutores e do Formato do Feixe	50
2.4.1.2	Maximização do SIL e Redução dos Custos	51
2.4.1.3	Múltiplos Circuitos com Variação: do Número de Subcondutores; do Formato do Feixe e da Sequência de Fases	53
2.4.1.4	Compactação dos Feixes, Uso de Geometrias Não convencionais e Aumento do Número de Subcondutores	54
2.4.1.5	Variação do Centroíde: Manutenção do Formato dos Feixes de Condutores	56
2.4.1.6	Minimização da Impedância Característica e da Irregularidade na Distribuição do Campo Elétrico Superficial	57
2.5	Conclusões	59
3	MODELAGEM ELETROMAGNÉTICA DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO AÉREAS	60
3.1	Campos Eletromagnéticos Envolvidos	61
3.2	Modelagem Analítica do Campo Elétrico de Linhas de Transmissão Trifásicas Aéreas	63
3.2.1	Campo Elétrico Gerado por Uma Densidade Linear de Carga	63
3.2.2	Determinação da Carga Elétrica do Sistema de Transmissão	65

3.2.3	Determinação do Campo Elétrico ao Nível do Solo	66
3.2.4	Determinação do Campo Elétrico Superficial	68
3.2.5	Determinação do Campo Elétrico Superficial Crítico	71
3.2.6	Desempenho da LT em Relação ao Efeito Corona	71
3.3	Cálculo do Campo Magnético ao Nível do Solo	72
3.4	Modelagem Numérica de Linhas de Transmissão Aéreas	75
3.4.1	Formulação Clássica dos Campos Eletromagnéticos de uma LT	75
3.4.1.1	Campo Elétrico	75
3.4.1.2	Campo Magnético	77
3.4.2	Determinação do Problema de Valor de Contorno	79
3.5	Método dos Elementos Finitos	82
3.5.1	Aplicação do Método dos Resíduos Ponderados	82
3.5.2	Método de Galerkin	83
3.5.3	Elementos Finitos: Discretização do Domínio	84
3.5.4	Contribuição Geral dos Elementos	87
3.5.5	Imposição das Condições de Contorno	89
3.5.6	Tratamento do Domínio Aberto	89
3.5.6.1	Truncamento da Fronteira Externa	89
3.5.6.2	Transformada Espacial de Kelvin	91
3.6	Obtenção da Potência Natural (SIL) das LT's	93
3.6.1	Obtenção do SIL Via Admitância e Impedância de Sequência Positivas	93
3.6.2	Aproximação do SIL a partir da Carga Elétrica de Sequência Positiva	94
3.6.3	Aproximação Numérica por Elementos Finitos do SIL da LT	97
3.7	Conclusão	98
4	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS EM BAIXA FREQUÊNCIA USANDO O MÉTODO ADJUNTO	99
4.1	Análise de Sensibilidade de Dispositivos Eletromagnéticos	99
4.1.1	Aplicabilidade do Método Adjunto	101
4.1.2	Interpretação do Sistema Adjunto	103
4.2	Análise de Sensibilidade	104
4.2.1	Método das Diferenças Finitas Centrais	105
4.3	Método Adjunto Aplicado na Sensibilidade de LT's	106
4.3.1	Método Adjunto Aplicado na Modelagem Analítica da LT	106
4.3.2	Método Adjunto Aplicado na Modelagem Numérica da LT	109
4.4	Conclusões	114
5	MODELAGEM E SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	115
5.1	Formulação do Problema de Otimização	115

5.2	Estratégias de Otimização	118
5.2.1	Método Elipsoidal	118
5.2.2	Método do Gradiente Descendente	122
5.3	Função Objetivo do Problema de Otimização de LT's	124
5.4	Restrições do Problema de Otimização de LT's	125
5.4.1	Restrições Geométricas Adotadas	125
5.4.1.1	Altura Máxima e Mínima dos Condutores em Cada Fase	125
5.4.1.2	Limite Horizontal Direito e Esquerdo de Variação das Posições dos Feixes Laterais	126
5.4.1.3	Distância Mínima (D_{min}) entre Condutores de Fases Diferentes	127
5.4.1.4	Distância Mínima (d_{min}) entre Subcondutores	128
5.4.1.5	Centro de Massa dos Feixes de Condutores	129
5.4.2	Restrições Relacionadas aos Campos Eletromagnéticos e ao SIL	131
5.4.2.1	Campo Elétrico Máximo ao Nível do solo	131
5.4.2.2	Campo Elétrico Superficial	131
5.4.2.3	Campo Magnético ao Nível do solo	131
5.4.2.4	Potência Natural da LT (P_n)	132
5.5	Tratamento das Restrições	132
5.6	Critérios de Parada	133
5.7	Consideração a Respeito das Variáveis de Projeto	133
5.8	Conclusões	134
6	RESULTADOS	135
6.1	Validação do Cálculo do Campo Elétrico por Meio do Método dos Elementos Finitos	135
6.2	Análise de Sensibilidade pelo Método: Adjunto-CFD, Adjunto-Analítico e CFD	141
6.2.1	Análise do Custo Computacional e Validação da Sensibilidade Adjunta do Modelo Analítico das LT's	141
6.2.2	Análise do Custo Computacional e Validação da Sensibilidade Adjunta do Modelo Numérico das LT's	144
6.3	Otimização das Linhas de Transmissão Aéreas	148
6.3.1	Hipóteses Simplificadoras Adotadas	148
6.3.2	Análise de Sensibilidade Adjunta Aplicada na Maximização do SIL por Meio do Método Elipsoidal de Cortes Múltiplos: Modelo Analítico	150
6.3.2.1	Estudo de Caso 01 : LT 500 kV com 03 Cabos por Fase	150
6.3.2.2	Estudo de Caso 02 : LT 500 kV com 04 Cabos por Fase	155
6.3.3	Análise de Sensibilidade Adjunta Aplicada na Maximização do SIL por Meio do Método do Gradiente Descendente (GD): Modelo Analítico	158
6.3.4	Estudo de Caso 01 - LT 500 kV 03 Cabos por Fase	158
6.3.5	Estudo de Caso 02 - LT 500 kV 04 Cabos por Fase	161

6.4	Comparativo das Soluções Obtidas pelo Método Elipsoidal de Cortes Múltiplos e pelo Método do Gradiente Descendente	164
6.5	Otimização do Modelo Numérico da LT	168
6.5.1	Estudo de Caso 01 - LT 500 kV 03 Cabos por Fase: Modelo Numérico	168
6.5.2	Estudo de Caso 02 - LT 500 kV 04 Cabos por Fase: Modelo Numérico	171
6.6	Conclusões	174
7	CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE	176
7.1	Propostas de Continuidade	178
	REFERÊNCIAS	180
	APÊNDICE A – OBTENÇÃO DA DERIVADA ANALÍTICA DA MATRIZ DOS COEFICIENTES POTENCIAIS DE MAXWELL	193
	APÊNDICE B – OBTENÇÃO DA DERIVADA ANALÍTICA DA MATRIZ DE RIGIDEZ DO SISTEMA	197
B.1	Implementação da Derivada Analítica da Matriz de Rigidez	203
	APÊNDICE C – RESULTADOS ADICIONAIS	206
C.1	Campo Elétrico Superficial das Fases A e B	206
C.2	Efeito do Truncamento do Domínio na Intensidade do Campo Elétrico e da Densidade de Fluxo Magnético ao Nível do Solo	207
C.3	Análise do Custo Computacional e Validação da Análise de Sensibilidade Adjunta do Modelo Analítico das LT's para os Casos II e III	208
C.4	Análise do Custo Computacional e Validação da Sensibilidade Adjunta do Modelo Numérico das LT's	210
C.5	Comparativo das Aproximações de Cálculo de SIL	212
C.6	Maximização do SIL por Meio do Método Elipsoidal de Cortes Múltiplos Usando Diferentes Sensibilidades	213
C.7	Otimização do Modelo Analítico e Numérico da LT	216
C.7.1	Estudo de Caso 03 : LT 345 kV 02 Cabos por Fase	216
C.7.2	Análise de Sensibilidade Adjunta Aplicada na Maximização do SIL por Meio do Método Elipsoidal de Cortes Múltiplos: Modelo Analítico	217
C.7.3	Análise de Sensibilidade Adjunta Aplicada na Maximização do SIL por Meio do Método do Gradiente Descendente (GD): Modelo Analítico	219
C.8	Otimização do Modelo Numérico da LT	222
C.8.1	Estudo de Caso 03 - LT 02 cabos por fase - 345 KV: Modelo Numérico	222

1 Introdução

As LT's aéreas trifásicas são elementos fundamentais do sistema elétrico de potência (Fuchs, 1977; Labegalini et al., 1992). Elas interligam os centros de geração e de consumo. Com a demanda por blocos de energia cada vez maiores é iminente a necessidade de construção de LT's com capacidade de transmitir potências cada vez maiores (EPRI, 2005; Ghassemi, 2019). Empreendimentos de transmissão têm enfrentado dificuldades de ordem ambiental e econômica para a construção de novos corredores de energia no Brasil e ao redor do mundo (Regis, 2005). Alternativamente, tem-se o desenvolvimento de metodologias para a obtenção de LT's com elevada capacidade de transmissão a partir de corredores de energia já existentes utilizando-se técnicas de recapacitação não convencionais com a adoção de feixes com geometrias inovadoras (Sarmiento; Tavares, 2016; Teixeira, 2017).

O desenvolvimento econômico local de uma região está intimamente relacionado com a disponibilidade de energia elétrica de maneira eficiente e confiável. Estudos relacionados à otimização da geometria dos feixes de LT's com maior capacidade de transporte de energia são de grande interesse para concessionárias e centros de pesquisa em diversos países nas últimas décadas, como em (Ghassemi, 2019; Alexandrov, 1969; Comber; Zaffanella, 1973; Alexandrov, 1981; Alexandrov, 1987; Alexandrov; Podporkin; Seleznev, 1988; Alexandrov; Podporkyn, 1991; Alexandrov, 1991; Gorbunov; Krylov, 1991; Alexandrov, 1993; Farag et al., 1998; Huang Wei-Gang, 2003; Nayak; Sehgal; Sen, 2006; Salameh; Hassouna, 2010), e mais especificamente no Brasil (Santos, 2017; Melo et al., 1999; Acosta; Tavares, 2018; Fernandes et al., 1990; Júnior, 1995; Jr et al., 1998; Esmeraldo et al., 1999; Regis, 2005; Filho, 2005; Salari; Mpalantinos; Silva, 2008; Paganotti, 2012; Maciel, 2013; Salari, 2014a; Salari, 2014b; Dart et al., 2015; Sarmiento; Tavares, 2016; SALARI; REIS; JR, 2019; Resende, 2019; Arruda et al., 2020; Sarmiento, 2021).

Este aumento na capacidade de transmissão das LT's pode ser obtido por meio de técnicas de recapacitação convencionais, tais como: aumento do limite térmico da linha de transmissão (LT) (Hall; Deb, 1988; EPRI, 2005); aumento da tensão operativa ou do número de subcondutores por fase (Salari; Mpalantinos; Silva, 2008; Jr; Portela; Fernandes, 1995); adoção de compensadores (Vilela, 2019; VILELA P.H.S.; LOPES, 2019); compactação da faixa de passagem (Regis, 2005; Jr et al., 1998); adoção de múltiplos circuitos (Teixeira, 2017; Acosta; Tavares, 2020; Sarmiento, 2021); adoção de feixes expandidos (Regis, 2005; Jr et al., 1998), entre outros (EPRI, 2005; Maduro-Abreu et al., 2010; HIRUMA; WANG; SHANG, 2017). Estas técnicas de recapacitação convencionais são discutidas adiante nesta tese. Elas têm em sua maioria a restrição de se utilizar feixes com distribuição simétrica de cabos. Este paradigma é quebrado pelas linhas de potência natural elevada (LPNE's), que apresentam elevados aumentos de capacidade de transmissão.

A construção de novas *LT's* compactas e o uso de técnicas de recapacitação têm sido as soluções para a limitação relativa as faixas de passagem (Filho, 1993; Regis, 2005; Santos, 2017). Há uma técnica de recapacitação não convencional que por meio da redução da distância entre fases e aumento do raio dos feixes consegue obter uma *LT* compacta e com maior capacidade de transmissão. Ela é denominada de LPNE, ou HSIL (do inglês, *high surge impedance loading*), e tem sido aplicada em países continentais como a Rússia e o Brasil (Alexandrov, 1987; Ghassemi, 2019; Arruda et al., 2020). Na linha de potência natural elevada (LPNE) otimiza-se de maneira global todos os parâmetros elétricos e geométricos significativos da *LT*. Estudos pioneiros relacionados a implementação da LPNE em solo brasileiro podem ser encontrados em (Fernandes et al., 1990; Portela; Jr, 1998; Jr et al., 1998; Esmeraldo et al., 1999; Regis, 2005; Dart et al., 2015).

A disponibilidade da tecnologia LPNE abre diversas perspectivas para o planejamento da expansão dos sistemas de transmissão e pode acarretar em um novo patamar tecnológico em relação a geometria dos feixes tradicionais (Ghassemi, 2019). Considerando a LPNE como um elemento ajustável, a ser modificado para atender as necessidades do sistema, procura-se soluções otimizadas e de elevado ganho econômico (Regis, 2005).

Matematicamente a *LT* não possui um valor de potência natural, ou SIL (do inglês *surge impedance loading*) máximo. Ou seja, aumentando-se o número de condutores, há uma disposição que atenda a condição de campo elétrico superficial máximo inferior ao campo elétrico superficial crítico e que acarrete em um aumento da potência natural da linha (SIL) (Ghassemi, 2019). A LPNE otimiza o campo elétrico na superfície de cada condutor para aumentar a capacidade de transmissão com menor custo da potência entregue em relação a *LT* com feixe convencional (Arruda et al., 2020).

Para aumentar a capacidade de transmissão de *LT's* já existentes, a metodologia LPNE pode ser aplicada e depende da topologia original dos feixes. As opções envolvem rearranjar as configurações ou adicionar um ou mais condutores por fase (Arruda et al., 2020; Ghassemi, 2019). O entendimento da variação do campo elétrico superficial e ao nível do solo em relação as posições dos cabos é primordial para a implementação das LPNE's.

Tem-se um elevado número de condicionamentos, dependentes explícita e implicitamente dos parâmetros da *LT* em relação a geometria dos feixes. Uma análise da sensibilidade dos campos elétricos envolvidos modelados de maneira analítica e numérica em relação a posição dos cabos pode acarretar ganhos na exatidão e no tempo de processamento relacionados a otimização voltada para o aumento da capacidade de transmissão.

No entanto, esta análise de sensibilidade pode se tornar proibitiva se for realizada por meio de métodos tradicionais, como o método das diferenças finitas. O crescimento do custo computacional é diretamente proporcional ao número de variáveis de interesse e a necessidade da solução de um sistema de equações para cada variável analisada torna a

análise inviável para sistemas com elevadas dimensões (Bakr, 2013). Além disso problemas de perda de precisão devido ao passo da discretização adotada estão também presentes (Park, 2019; Dadash; Nikolova; Bandler, 2012). Diante disso, sugere-se a adoção do método adjunto. Este método é reconhecido pela eficiência para a análise da sensibilidade de problemas complexos na engenharia elétrica e em problemas com elevado número de variáveis (Bakr, 2013; Dadash; Nikolova; Bandler, 2012; Nikolova; Bandler; Bakr, 2004).

A sensibilidade adjunta fornece a análise de sensibilidade (derivada da função objetivo em relação ao parâmetro de interesse) de um problema resolvendo apenas mais um sistema linear de equações de maneira rápida e eficiente (Bakr, 2013). O método adjunto promove uma relação entre a função objetivo e as variáveis de projeto do problema analisado (Lee; Ida, 2015; Dong-Hun Kim; Ship; Sykulski, 2004).

O método adjunto apresenta um esforço computacional reduzido na análise de sensibilidade que independe do número de variáveis do problema. Outra vantagem consiste nos gradientes mais exatos obtidos. O método do gradiente descendente, elipsoidal e quasi-Newton, são exemplos de métodos de otimização que trabalham com a informação de sensibilidade obtida pelo método adjunto (Luenberger; Ye et al., 1984). O fato de se associar com métodos de direção de busca gera a necessidade de que a função objetivo considerada seja contínua e diferenciável ao se adotar o método do gradiente descendente ou quasi-Newton, e sub-diferenciável ao se aplicar um método de plano de corte, como o método elipsoidal, nestes casos é necessário um modelo mais completo do sistema de transmissão analisado.

A análise de sensibilidade envolvendo o método adjunto e o método dos elementos finitos (FEM) (do inglês, *finite element method*) têm tido excelentes resultados com maior exatidão e com custo computacional reduzido em diferentes problemas eletromagnéticos em alta frequência (Garcia; Webb, 1990a; Akel; Webb, 2000; Nikolova; Bandler; Bakr, 2004; Dadash; Nikolova; Bandler, 2012; Bakr, 2013; Park, 2019). Embora o FEM apresente grande versatilidade, poucos são os estudos relacionados a sua aplicação ao sistema elétrico de potência (SEP), em regime permanente (60Hz) (Papagiannis; Triantafyllidis; Labridis, 2000; PASARE, 2008; Pao-la-or; Isaramongkolrak; Kulworawanichpong, 2010).

Os problemas clássicos com LT's de elevada simetria são resolvidos por meio de métodos analíticos menos complexos e que necessitam de menor aparato computacional (Farah et al., 2018). Uma abordagem numérica para o cálculo do campo elétrico superficial e ao nível do solo e do campo magnético de LT's trifásicas aéreas utilizando o FEM possibilita o estudo de configurações geométricas não usuais (Farah, 2014; Farah et al., 2018; Silva, 2010). Estas silhuetas quando analisadas por métodos analíticos aproximados têm a exatidão dos cálculos dos campos eletromagnéticos envolvidos comprometida pelo aumento do número de subcondutores por fase e pelo aumento dos raios dos feixes. O sistema linear obtido pela modelagem numérica da LT por meio dos elementos finitos

possibilita a realização da análise de sensibilidade adjunta, de maneira similar à realizada em problemas de alta frequência (Georgieva et al., 2002a; Nikolova; Bandler; Bakr, 2004; Dadash; Nikolova; Bandler, 2012).

Este trabalho desenvolve uma metodologia que possibilita a obtenção de novas concepções de feixes de condutores por meio de pequenas mudanças nas geometrias de corredores de energia já existentes e com desequilíbrios eletromagnéticos mínimos e que também pode ser aplicada ao projeto de novas LT's. Para isso um modelo analítico e numérico da LT sob estudo é desenvolvido para a determinação dos campos elétricos superficiais e ao nível do solo envolvidos e do campo magnético. A otimização é realizada por meio do método elipsoidal com cortes múltiplos e por meio do método do gradiente descendente. Estes métodos utilizam a sensibilidade da posição dos condutores em relação ao aumento da capacidade de transmissão obtida por meio do método adjunto. A sensibilidade adjunta auxilia o método de otimização a identificar a melhor maneira de se modificar as geometrias existentes.

A busca por valores de SIL maiores é obtida por meio da adoção de feixes com diferentes concepções construtivas em (Filho, 1993). Desenvolve-se uma metodologia para minimizar o desequilíbrio na distribuição das cargas elétricas e das correntes entre os subcondutores por meio do uso de feixes circulares e elípticos. Segundo (Filho, 1993), a metodologia proposta obtém soluções que levam em conta limitações do espaço ocupado pela linha e a necessidade de transmissão de grandes blocos de energia.

O estudo de configurações planas com variação do nível de tensão adotado e do número de subcondutores para a maximização da potência característica das LT's é apresentado por (Maciel, 2013). Aplica-se o método do gradiente projetado para minimizar a impedância característica e a irregularidade na distribuição do campo elétrico superficial de cada fase (Maciel, 2013). A sensibilidade da função objetivo em (Maciel, 2013; Maciel; Tavares, 2012), pode ser calculada com maior exatidão e com menor esforço computacional pelo método adjunto. As elevadas dimensões dos feixes otimizados em (Maciel, 2013) necessitam de ter a viabilidade mecânica de implementação realizada.

O aumento da capacidade de transmissão de LT's a partir de 500 kV por meio da maximização do SIL é dado por (Sarmiento, 2016; Sarmiento; Tavares, 2016; Acosta; Tavares, 2018). Tem-se nestes trabalhos uma formulação mono-objetivo do problema inteiro misto não linear resultante da modelagem da LT. Em (Acosta; Tavares, 2018), o autor destaca que não adota métodos de otimização clássicos, uma vez que eles requerem um modelo completo e derivável do problema. Segundo (Acosta; Tavares, 2018) não há algoritmo ou técnica que assegure a obtenção do ótimo global deste problema. A adoção de uma técnica metaheurística evolucionária é adotada nos trabalhos de (Sarmiento, 2016; Sarmiento; Tavares, 2016; Acosta; Tavares, 2018), embora conduzam a soluções de elevado SIL e baixo custo, acarretam um elevado custo computacional devido à análise de soluções

que não melhoram a função objetivo considerada na tentativa de se escapar de soluções ótimas locais. Tal esforço computacional pode ser evitado em partes, adotando um método de direção de busca associado a sensibilidade adjunta como proposto nesta tese que visa explorar mais localmente as possíveis soluções.

A adoção de circuitos múltiplos é outra estratégia para aumento da capacidade de transmissão de corredores de energia já existentes, desenvolvida em (Teixeira, 2017; Acosta; Tavares, 2020; Sarmiento, 2021). LT's compactas com circuitos múltiplos de 138 kV e 230 kV com uma abordagem multiobjetivo evolucionária e com tomada de decisão são apresentadas por (Teixeira, 2017). A variação da sequência de fases ao final do processo de otimização com circuitos múltiplos realizada por (Acosta; Tavares, 2020; Sarmiento, 2021) reduz o campo elétrico ao nível do solo, que implica em redução da altura da torre e dos custos envolvidos.

Em (Acosta; Tavares, 2020) determina-se a posição ótima dos cabos, o tipo e a quantidade de subcondutores e a dimensão final do feixe é limitada em função do carregamento mecânico das estruturas. Diferentemente do que é feito em (Sarmiento, 2016; Acosta; Tavares, 2018), formula-se um problema multiobjetivo baseado no *non dominated sorting genetic algorithm II (NSGA-II)* tendo como objetivos: o aumento do *SIL*; a redução da faixa de passagem e da altura da torre; e a diminuição dos custos envolvidos. Uma vez definida a topologia de circuitos a ser adotada dada por (Acosta; Tavares, 2020) em um determinado corredor de energia, uma análise de qual circuito deve ser modificado com obtenção de maiores aumentos de capacidade de transmissão pode ser realizada por meio da sensibilidade adjunta. Com isso se garante exatidão e ganho de tempo computacional em função do grande número de variáveis envolvidas.

Diferentemente das metodologias propostas nos trabalhos de (Filho, 1993; Maciel, 2013; Sarmiento, 2016) onde se tem variação do número de subcondutores nas fases e alteração das geometrias dos feixes de condutores, em (Duane et al., 2020) otimiza-se LPNE's já existentes mantendo a topologia original das fases. Os feixes de condutores tem seus centróides deslocados ao longo do processo de otimização. Obtém-se LT's compactas, com distâncias reduzidas entre fases e entre fases e o solo. As vantagens desta metodologia envolvem: aumento do *SIL* por meio da utilização de espaçadores disponíveis no mercado; limites envolvendo o campo elétrico superficial crítico respeitados e redução do custo computacional. As soluções obtidas embora promissoras, carecem de uma análise de viabilidade mecânica e econômica. A otimização dos feixes é feita por meio do método elipsoidal, proposto por (Bland; Goldfarb; Todd, 1981; Saldanha et al., 1999), para a minimização do campo elétrico ao nível do solo. A estratégia é uma melhoria das abordagens realizadas pelo autor desta tese em (Paganotti et al., 2015; Paganotti et al., 2016).

Nos diversos estudos relacionados as LT's, analisados até o momento, nota-se que o aumento da capacidade de transmissão é limitado pelo tipo e número de subcondutores,

pelas dimensões finais dos feixes e pelo campo elétrico superficial máximo de cada subcondutor. Em nenhum deles se utiliza o método adjunto para a obtenção da sensibilidade dos parâmetros de interesse. Em (Paganotti et al., 2020a; Paganotti et al., 2020b; Paganotti et al., 2021) desenvolvidos durante este trabalho, aplica-se o método adjunto para a obtenção da sensibilidade da função objetivo em relação as posições espaciais dos cabos para a minimização da carga elétrica das LT's modeladas analiticamente. Resultados obtidos nesta tese, validam a exatidão das sensibilidades adjuntas e consegue reduzir o tempo envolvido na análise de sensibilidade em cerca de 90 %, como mostrado em (Paganotti et al., 2022) para o modelo numérico da LT. Nesta tese a adoção do método elipsoidal com cortes múltiplos e do método do gradiente descendente tem como objetivo também verificar o comportamento destes algoritmos diante de restrições não lineares e não convexas adotadas durante a modelagem do problema.

Uma análise da sensibilidade da variação das posições geométricas dos condutores de cada fase, obtida a partir da modelagem das LT's analiticamente e via método dos elementos finitos, relacionadas as grandezas que aumentam a capacidade de transmissão de energia, é o que este trabalho visa realizar.

1.1 Relevância do Projeto

As linhas de transmissão apresentam para o sistema elétrico, uma assinatura eletromagnética determinada pela posição espacial dos cabos condutores. Segundo o Operador Nacional do Sistema (ONS) tem-se 123.008 km de rede básica de transmissão em corrente alternada (c.a.), com níveis de tensão de 230 kV, 345 kV, 500 kV e 750 kV. Com um horizonte de expansão para 2.024 de cerca de mais 39.772 km de LT's c.a. (Operador Nacional do Sistema Elétrico, 2020). Diante da magnitude deste sistema, verifica-se a importância estratégica para um país de se possuir um sistema de transmissão robusto, eficiente e de elevada confiabilidade. Logo, se justifica o crescente interesse por estudos que visem o aumento da capacidade de transmissão e da confiabilidade de corredores de energia já existentes.

Diversas LT's brasileiras apresentam distâncias entre fases maiores do que as distâncias recomendadas pelas normas atuais e pela coordenação de isolamento em função do nível de tensão considerado. Tal fato se justifica por terem sido comissionadas e implementadas em épocas onde não se havia tantas restrições de caráter ambiental e financeiro como nos dias atuais para a implementação de novos corredores de energia (Dart et al., 1999; Cavalcanti et al., 1997).

Este fato encoraja o desenvolvimento de metodologias a serem aplicadas em geometrias já existentes, e que com alterações mínimas nas posições dos feixes acarrete em ganhos na capacidade de transmissão. A determinação da geometria ótima de feixes que

apresentem elevada capacidade de transmissão são de grande interesse para as diversas áreas da engenharia envolvidas na implantação dos sistemas de transmissão.

Para as concessionárias, este estudo pode representar o surgimento de uma nova técnica de recapacitação, bem mais otimizada em resultados do que as técnicas atualmente empregadas (Neto, 1995; EPRI, 2005).

Para os órgãos ambientais, representa a possibilidade de redução de impactos ambientais, inerentes a obtenção de faixas de passagem para a construção de novas LT's, que podem ser evitados mediante a recapacitação realizada. Além disso, as ferramentas computacionais desenvolvidas podem ser utilizadas na elaboração de projetos de linhas novas, de modo que estas sejam construídas com seus gradientes de potencial e capacidade de transmissão otimizados. Os desenvolvimentos acima, permitem a realização da transmissão de elevados blocos de energia com níveis de campos elétricos ao nível do solo e superficiais reduzidos. Logo obtém-se redução das perdas de energia relacionadas ao efeito corona e redução da exposição dos indivíduos que vivem próximos aos corredores de energia.

É desenvolvida nesta tese uma metodologia de otimização de corredores de energia já existentes e que também pode ser utilizada no projeto de novas LT's. Para isso busca-se a união dos benefícios acarretados pela compactação da faixa de servidão, expansão dos feixes e das linhas de potência natural elevada realizadas a partir da análise dos efeitos destas mudanças nas características eletromagnéticas da LT e na capacidade de transmissão. Espera-se que com modificações de engenharia mínimas determinadas pela sensibilidade obtida pelo método adjunto aplicado na LT modelada de maneira analítica e também numérica via elementos finitos obter configurações com capacidade de transmissão otimizadas.

Vislumbra-se que o estudo do método adjunto apresentado nesta tese forneça as bases necessárias para a expansão pioneira do uso da sensibilidade adjunta na otimização de LT's trifásicas aéreas.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos Gerais

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia para a obtenção de novos arranjos de condutores com elevada capacidade de transmissão de energia e com desequilíbrios eletromagnéticos mínimos. Deseja-se explorar a versatilidade e a eficiência do método adjunto para que o cálculo da sensibilidade dos parâmetros da LT seja realizada de maneira mais exata e com esforço computacional reduzido, comparando-se com abordagens de sensibilidade clássicas.

1.2.2 Objetivos Específicos

Norteadado pelo objetivo geral é possível enumerar alguns objetivos específicos:

- Modelar a linha de transmissão analiticamente e numericamente via método dos elementos finitos;
- Estudar e aplicar o método adjunto para a obtenção do efeito da variação das posições horizontal e vertical dos condutores em relação aos parâmetros elétricos e de campo diretamente relacionados a capacidade de transmissão;
- Validar a sensibilidade obtida por meio do método adjunto com a calculada pelo método das diferenças finitas centrais (CFD);
- Aplicar um método de otimização que utilize das informações do Jacobiano da função objetivo, obtido pelo método adjunto, na busca por uma configuração com maior potência característica respeitando as diversas restrições de projeto;
- Estudar e aplicar diferentes técnicas de tratamento de domínios ilimitados para a modelagem da LT via FEM.

1.3 Publicações

As contribuições deste trabalho resultaram nos seguintes artigos:

Journal papers:

- A. L. Paganotti, R. R. Saldanha, M. M. Afonso, A. C. Lisboa, "Fast Sensitivity Analysis of Electric Potential Distribution Of Transmission Lines by Using Adjoint Method". **IEEE Transactions on Magnetics**, (2022), v. 58, n. 9, pp. 1 – 4. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2022.3173639>
- A. L. Paganotti, R. R. Saldanha, M. M. Afonso, M. A. O. Schroeder, A. C. Lisboa, M. Q. Melo, "Methodology for Minimizing Electric Field at Ground Level from Transmission Lines Using Sensitivity Analysis". **Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications (JMoe)**, (2021), v. 20, n. 4, pp. 702-713. <https://doi.org/10.1590/2179-10742021v20i42547>.
- Duane, I.A.M., Afonso, M.M., Paganotti, A.L., R. R. Saldanha et al. "A New Strategy for Optimizing HSIL Transmission Lines". **J Control Autom Electr Syst** 31, 1288~1297 (2020). <https://doi.org/10.1007/s40313-020-00628-2>

Conferências:

- A. L. Paganotti, R. R. Saldanha, M. M. Afonso, A. C. Lisboa, "Fast Sensitivity Analysis of Electric Potential Distribution Around the Transmission Lines Using Adjoint Method", XXIII - Compumag 2021 (23rd Conference on the Computation of Electromagnetic Fields), México, Cancun, January 16-20, 2022.
- A. L. Paganotti, R. R. Saldanha, M. M. Afonso, A. C. Lisboa, M. H. Sousa, "Optimization of an Electrostatic Micromotor with Adjoint-state Method Sensitivity Analysis", XXIII - Compumag 2021 (23rd Conference on the Computation of Electromagnetic Fields), México, Cancun, January 16-20, 2022.
- A. L. Paganotti, R. R. Saldanha, M. M. Afonso, V. A. Gonçalves, "A High Surge Impedance Loading Technique Approach for Uprating Transmission Lines" **XLI Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC.** , Brazil, Foz do Iguaçu/PR, November 16-19, 2020.
- A. L. Paganotti, R. R. Saldanha, M. M. Afonso, M. A. O. Schroeder, M. Silva, "Adjoint Method Applied in Optimization of the Overhead Transmission Lines Configuration" **VIII SBSE - Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos**, Brasil, Santo André, 2020.
- A. L. Paganotti, R. R. Saldanha, M. M. Afonso, M. A. O. Schroeder, A. C. Lisboa, M. Q. Melo, "Metodologia para Minimização do Campo Elétrico ao Nível do Solo de Linhas de Transmissão Aéreas usando Análise de Sensibilidade" **XIV CBMAG - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo**, Brasil, Rio de Janeiro, 2020.
- A. L. Paganotti, R. R. Saldanha, M. M. Afonso, M. A. O. Schroeder and G. C. Ribeiro, "New Arrangements of Overhead Power Line Phase Conductors Achieved by Multiobjective Non Dominated Sorting Evolutionary Method," **19th International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering (ISEF)**, Nancy, France, 2019, pp. 1-2, doi: 10.1109/ISEF45929.2019.9097035.
- A. L. Paganotti, M. M. Afonso, M. A. O. Schroeder, R. S. Alipio and E. N. Gonçalves, "A non conventional configuration of transmission lines conductors achieved by an enhanced differential evolution optimization method," **18th International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering (ISEF)** Book of Abstracts, Lodz, 2017, pp. 1-2, doi: 10.1109/ISEF.2017.8090752.

1.4 Organização do Texto

Este trabalho está organizado da seguinte maneira:

O Capítulo 1 introduz o trabalho apresentando a contextualização, a relevância desta tese, os objetivos gerais e específicos e finaliza com a organização do trabalho.

O Capítulo 2 introduz a transmissão de energia, por meio da apresentação e discussão das ideias principais dos trabalhos relacionados a modelagem eletromagnética das LT's e a otimização geométrica dos condutores.

O Capítulo 3 apresenta a modelagem analítica e numérica da LT. Os campos eletromagnéticos envolvidos são discutidos bem como as limitações das modelagens analítica e numérica realizadas.

O Capítulo 4 apresenta o método adjunto. É discutido neste capítulo como a sensibilidade é obtida e como ela se relaciona com o modelo analítico e numérico da LT desenvolvido no capítulo anterior.

O Capítulo 5 apresenta os métodos de otimização adotados e a formulação matemática do problema de otimização.

O Capítulo 6 apresenta os resultados obtidos na pesquisa envolvendo a LT modelada analiticamente e por meio do FEM.

O Capítulo 7 apresenta as conclusões do trabalho, resume as contribuições obtidas, e sugere novos desafios a serem investigados na continuidade desta tese.

2 Caracterização das Metodologias de Aumento de Capacidade de Transmissão de Energia

Este capítulo apresenta inicialmente uma abordagem cronológica dos trabalhos relacionados ao uso de feixes de condutores e das técnicas de recapacitação de linhas de transmissão. Em seguida, o conceito da linha de potência natural elevada é abordado em detalhes. Por fim, as estratégias dos trabalhos que envolvem feixes de condutores não convencionais e que são os norteadores para esta tese são discutidos.

2.1 Transmissão de Energia Usando Feixes

"As limitações envolvidas na capacidade de transmissão de energia pelas linhas de transmissão como a distância, potência, tensão, características de variação de tensão e perdas têm despertado um grande interesse na engenharia elétrica dos sistemas de transmissão", esta é a tradução livre da introdução de um trabalho pioneiro de Thomas Percy de 1909 (Thomas, 1909a).

Hoje, mais de um século depois, diversos trabalhos que se dedicam a otimização de feixes de condutores (Filho, 1993; Sarmiento; Tavares, 2016; Maciel, 2013), apontam o trabalho de (Thomas, 1909a) como o precursor para a utilização de feixes de condutores para o incremento da capacidade de transmissão dos corredores de energia. Em (Thomas, 1909a; Thomas, 1909b), o autor verifica que com o aumento do número de subcondutores por fase é possível aumentar a capacitância e diminuir a indutância da LT. Logo obtém-se uma maior capacidade de transmissão de energia. No entanto, os elevados custos de manutenção e o aumento dos riscos envolvidos fez com que a ideia fosse abandonada durante pelo menos duas décadas.

Na década de 30 a adoção de níveis de tensão mais elevados e a necessidade de transmissão de grandes blocos de energia, fez surgir novamente o interesse pela adoção de feixes de condutores com o objetivo de aumentar a capacidade das LT's já em uso. Em 1932 um estudo analisa o efeito da adição de mais um cabo por fase na reatância, capacitância, indutância e resistência da LT (Dwight; Farmer, 1932). Verifica-se que o aumento de capacidade obtido com a adição de mais um cabo por fase compensa os custos envolvidos (Dwight; Farmer, 1932). Neste mesmo ano (Clarke, 1932) analisa o comportamento de LT's trifásicas com 2, 3, 4 e 5 cabos por fase e tem-se que ao se usar os feixes de condutores, um diâmetro menor dos cabos é requerido para evitar a ocorrência do efeito corona em relação

a LT com apenas 1 condutor por fase. Assim, como no trabalho de (Dwight; Farmer, 1932), tem-se um aumento da capacitância e redução da indutância ao se adotar os feixes. Com isso tem-se reatância por fase com múltiplos condutores sempre menor do que a obtida com um único condutor. A diminuição da reatância está relacionada com o aumento de capacidade obtido com a adoção dos feixes (Clarke, 1932).

Ainda na década de 30, Markt e Mengele, são os pioneiros a propor um método analítico para a determinação do campo elétrico superficial de feixes de condutores (A... , 1979; Maruva et al., 1979). Esta metodologia aproximada, ainda é usada atualmente para a obtenção rápida de campos elétricos superficiais para feixes com até 4 condutores por fase, como em (Ghassemi, 2019).

Durante as décadas de 40, 50 e 60, diversos estudos são realizados nos Estados Unidos e na Europa e consolidam de vez a transmissão de grandes blocos de energia por meio da adoção de feixes de condutores. Deste período surgiram as distâncias mínimas entre subcondutores, convencionalmente adotadas até hoje, de 0,457 m e 0,40 m, nos Estados Unidos e na Europa, respectivamente (Abetti, 1958; Sandell; Shealy; White, 1963).

No final da década de 60, o pesquisador Russo, G. N. Alexandrov otimiza a escolha do tipo de condutor, do número de subcondutores e do espaçamento entre subcondutores em relação a capacidade de transmissão de energia para LT's de 1.000 a 1.500 kV, a partir de experiências do sistema de transmissão russo (Alexandrov, 1969). Na década de 70 o estudo feito por (Comber; Zaffanella, 1973) pode ser considerado como sendo o primeiro trabalho voltado para a otimização de feixes de condutores, segundo (EPRI, 2005). No entanto, diferentemente da abordagem de (Alexandrov, 1969) o objetivo principal da mudança geométrica dos feixes é a redução do ruído audível da LT (Comber; Zaffanella, 1973).

Na década de 80, outros trabalhos russos voltados para o aumento da capacidade de transmissão podem ser encontrados em (Alexandrov, 1981; Alexandrov, 1987; Alexandrov; Podporkin; Seleznev, 1988). Estes autores verificam que o aumento da capacidade de transmissão é obtido por meio do aumento do número de subcondutores por fase. No entanto, eles perceberam que o referido aumento é limitado pelo campo elétrico superficial e pelas dimensões finais dos feixes obtidos (Alexandrov, 1981; Alexandrov, 1987; Alexandrov; Podporkin; Seleznev, 1988).

Na década de 90, pesquisadores russos propõem a adoção de configurações não convencionais em sistemas onde se adota a relação entre a potência transmitida e a potência natural da linha sempre menor ou igual a 1. Mantendo-se esta condição e reduzindo-se a distância entre fases e alterando-se a distância entre subcondutores obtêm-se ganhos expressivos na capacidade de transmissão das LT's analisadas (Alexandrov; Podporkyn, 1991; Alexandrov, 1991). Além disso, os níveis de campos elétricos superficiais máximos atendem os limites para a não ocorrência do efeito corona (Alexandrov; Podporkyn, 1991;

Alexandrov, 1993). Ainda em (Alexandrov; Podporkyn, 1991), verifica-se que ao longo da LT com configuração de feixe não convencional tem-se perdas por condução menores e quedas de tensão reduzidas em relação ao mesmo corredor de energia que adota geometria convencional.

Ainda na década de 90, (Alexandrov; Nosov, 1996; Alexandrov et al., 1998) sugere para corredores já existentes o aumento do número de subcondutores e a adoção de configurações triangulares com elevação da fase central para a obtenção de aumentos de capacidade de transmissão. Outra proposição de (Alexandrov; Nosov, 1996) é a retirada dos elementos da torre entre as fases. Este procedimento acarreta em elevada redução das dimensões da LT com conseqüente redução da distância entre feixes diferentes. Esta abordagem é aplicada atualmente em projetos de transmissão no nordeste brasileiro, onde tem-se torres com elevada compactação devido ao uso de feixes de condutores sem elementos da torre entre as fases (Regis, 2005; Arruda et al., 2020).

Constata-se a partir da cronologia de trabalhos apresentados que a adoção de feixes de condutores já está consolidada. Tem-se agora uma busca pelo posicionamento ótimo dos subcondutores em cada feixe para que se possa obter a máxima capacidade de transmissão de corredores de energia novos e já existentes por meio de diferentes metodologias como as apresentadas por (Filho, 1993; Júnior, 1995; Farah, 2014; Ghassemi, 2019; Sarmiento, 2021). Atualmente LT's acima de 138 kV usualmente já adotam mais de um condutor por fase (VILELA P.H.S.; LOPES, 2019). O aumento crescente da demanda por energia elétrica nos centros de consumo tem acarretado a necessidade da construção de novos corredores de energia. Diante desta realidade pode-se construir novas LT's ou recapacitar as existentes. A recapacitação pode envolver a alteração de parâmetros físicos e elétricos das LT's visando o aumento da capacidade de transmissão ou o aumento da ampacidade (EPRI, 2005; Maduro-Abreu et al., 2010), conforme discutido a seguir.

2.2 Técnicas de Recapacitação

A dificuldade para a obtenção de novas faixas de servidão para as LT's tem feito com que a recapacitação assuma cada vez mais importância como alternativa para a expansão dos sistemas de transmissão na atualidade (Maduro-Abreu et al., 2010). O estudo de técnicas que aumentem a capacidade dos corredores de energia já existentes com o menor custo e maior confiabilidade tem sido impulsionado pela crescente demanda ocorrida nos últimos anos (Maduro-Abreu et al., 2010; Regis, 2005).

A recapacitação pode ser classificada em função do objetivo pretendido com a sua execução como descrito em (Maduro-Abreu et al., 2010). Neste trabalho os desenvolvimentos estão voltados para o aumento da capacidade de transmissão de energia de LT's já existentes. Existem diversas técnicas de recapacitação convencionais em uso na atualidade. Uma delas

é o aumento do limite térmico. Esta técnica tem sido empregada próximo a grandes centros urbanos e visa o aumento da capacidade destes sistemas (Hall; Deb, 1988; EPRI, 2005).

Outro procedimento é o aumento da tensão operativa do sistema (Salari; Mpalantinos; Silva, 2008; Jr; Portela; Fernandes, 1995). Tal estratégia impacta diretamente na potência natural da LT e na sua capacidade de transmissão de energia. Esta metodologia geralmente é inviabilizada pelos elevados custos associados às mudanças realizadas nos equipamentos envolvidos na saída e chegada da LT nas subestações elétricas e a adequação das distâncias de isolamento envolvidas (Jr; Portela; Fernandes, 1995).

Além das alternativas anteriores, tem-se a adoção de compensadores ao longo da LT (Vilela, 2019). Esta técnica visa compensar a ausência ou excesso de reativos na LT com vistas a manter a potência transmitida mais próxima possível do SIL definido pelo projeto. O custo envolvido na aquisição e na manutenção destes equipamentos é elevado e estudos determinando a melhor posição deles no sistema tem de ser realizados (Vilela, 2019).

A metodologia desenvolvida nesta tese associa as técnicas de recapacitação convencionais de compactação das fases e a de expansão dos feixes de condutores. Além de uma técnica de recapacitação não convencional, a linha de potência natural elevada (LPNE) que adota configurações de feixes não usuais (Filho, 1993). A seguir estas técnicas são apresentadas.

2.2.1 Compactação da LT

Uma das primeiras estratégias para se aumentar o SIL é compactar a linha, mantendo-se a geometria original do feixe, e colocando as fases mais próximas. Tal técnica aumenta o acoplamento entre as fases, logo tem-se um aumento da impedância mútua (Z_m) entre as fases. Como consequência tem-se uma redução da impedância de sequência positiva da LT (Z_1) e com isso um aumento do SIL (Regis, 2005). Um exemplo de torre compacta adotada no norte do Brasil, resultado da parceria entre pesquisadores russos e brasileiros, pode ser observada na figura 1 (Alexandrov; Nosov, 1996; Regis, 2005).

Nota-se que neste caso, a torre é desenvolvida de modo que os feixes de condutores não tenham elementos da torre entre as fases laterais. Tal estratégia propicia uma elevada redução da distância entre as fases externas do sistema. Nota-se uma tendência de elevação da fase central e fases laterais de mesma altura em relação ao solo. Uma torre convencional também para LT's de 500 kV pode ser observada na figura 2.

A compactação das fases é limitada pela coordenação de isolamento entre fases e pelo campo elétrico superficial. Aumentos do SIL da ordem de até 20% são obtidos, segundo (Regis, 2005). Além de aumento do SIL tem-se uma redução dos impactos ambientais uma vez que a LT demanda menor área de passagem ao longo de sua trajetória. Uma vez

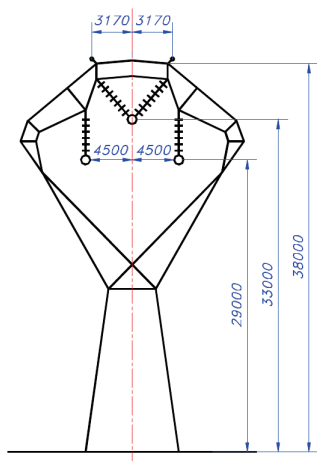


Figure 1 – Torre compacta LT 500 kV - norte do Brasil (Alexandrov; Nosov, 1996)

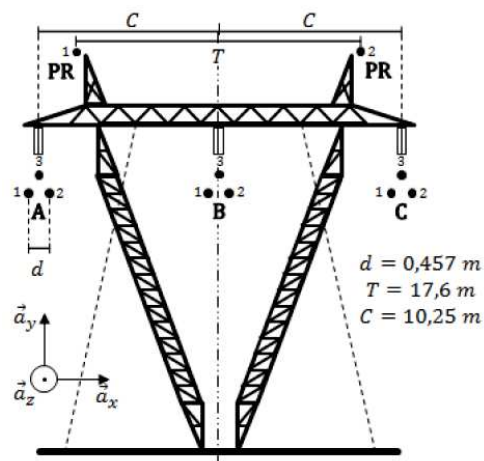


Figure 2 – Torre convencional LT 500 kV - sudeste do Brasil adaptado de (Santos, 2017)

verificado o efeito da compactação das fases investiga-se a seguir os ganhos relacionados a expansão dos raios dos feixes.

2.2.2 Técnica de Expansão do Feixe

Baseada na teoria das LPNE's, a técnica de expansão do feixe BEX (do inglês *bundle expansion technique*) é desenvolvida para aumentar o SIL em LT's por meio de um novo posicionamento dos subcondutores em um feixe. O BEX acarreta uma redução na impedância própria da LT e, conseqüentemente, na impedância série. Esta metodologia abandona a tradicional distância entre subcondutores de 0,457 m. Este método se aplica tanto ao projeto de novas LT's como na recapacitação de linhas já existentes (Regis, 2005).

Por meio de um projeto apropriado é possível o uso de estruturas regulares existentes, com mudanças apenas nos elementos que seguram os cabos. Um fator importante da técnica do feixe expandido é o baixo custo envolvido para se mudar a geometria do feixe em uma LT de extra alta tensão. Esta técnica é menos complexa do que a LPNE e possui maiores facilidades para testes e implementação (Regis, 2005). Os aumentos de SIL obtidos por meio da aplicação do conceito de feixe expandido são inferiores aos obtidos pelo conceito completo da LPNE e são da ordem de até 30% (Regis, 2005).

Empresas de energia como a Companhia Hidrelétrica do São Francisco (CHESF) e as Centrais Elétricas Brasileiras (Eletrobras), e centros de pesquisa como o Centro de Pesquisa em Energia Elétrica (CEPEL), têm desenvolvido aplicações do feixe expandido para a obtenção de novas linhas com elevada capacidade de transmissão e para aumentar a capacidade de LT's já existentes. Além disso, ao se combinar linhas compactas e com feixes expandidos (LPNE\BEX) têm-se como vantagens do ponto de vista de sistema: a redução ou não utilização de compensação série e aumento do suporte de tensão devido as

características elétricas, refletidas no aumento de capacidade da LT (Arruda et al., 2020). Um projeto de uma LT compacta e com feixe expandido de 500 kV, 6 cabos por fase, e 1.670 MW implementado no Brasil, é dado por (HIRUMA; WANG; SHANG, 2017).

Além da redução das faixas de passagem, existem outros meios de se aumentar a capacidade das LT's de maneira econômica? A linha de potência natural elevada (LPNE), ou HSIL, é a alternativa que contempla estes dois pré-requisitos (Ghassemi, 2019; Arruda et al., 2020).

2.3 Linhas de Potência Natural Elevada (LPNE's)

2.3.1 Metodologia e Características Físicas e Elétricas

A LPNE é uma metodologia desenvolvida na década de 90, originalmente focada em LT's de elevada capacidade, disponíveis para países que necessitam realizar o transporte de elevados blocos de energia por longas distâncias, como o Brasil e a Rússia. A metodologia exige um processo de otimização integrado que engloba as engenharias civil, elétrica e mecânica, bem como as equipes de manutenção e de construção envolvidas, geralmente envolve soluções sob medida. As ferramentas e geometrias desenvolvidas são importantes para o projeto de novas LT's otimizadas e recapitação de LT's já existentes (Ghassemi, 2019; Arruda et al., 2020; Regis, 2005).

Há três grandes fatores limitadores da capacidade de transmissão das LT's: limitação térmica; limite de queda de tensão e limite de estabilidade. Para LT's curtas de até 80 km, em regime permanente, o limite de carregamento da LT é dado pela capacidade térmica dos cabos e pelas especificações dos equipamentos terminais da LT (Gutman; Marchenko; Dunlop, 1979). Para LT's mais longas com até 300 km, o limite de carregabilidade se deve a queda de tensão que ocorre ao longo da LT (Dawson; Knight, 2016). Para corredores de energia com mais de 300 km o fator limitante à capacidade de transmissão se deve a estabilidade de regime estacionário (Ghassemi, 2019).

A tecnologia LPNE propõe a modificação na geometria da fase e no arranjo do feixe, com quebra de práticas e de projetos tradicionais (Regis, 2005). Uma vez que se tem diversos parâmetros envolvidos, pode se ter diferentes tipos de soluções. Diante disso, um método de sensibilidade exato e com eficiência computacional como o proposto nesta tese pode contribuir para o estudo e implementação das soluções LPNE's.

Em uma solução LPNE completamente implementada, o *SIL* é aumentado de maneira mais acentuada por meio da redução das impedâncias mútuas e próprias da LT, resultando em uma redução mais pronunciada da reatância série da LT (Regis, 2005).

Todas as características elétricas e geométricas da LT estão sujeitas a mudanças. Os condutores devem assumir concepções de feixes absolutamente diferentes das convencionais.

Um *software* de otimização é extremamente recomendado para que se possa levar em consideração todos os graus de liberdade dos parâmetros envolvidos (Regis, 2005).

A potência adicional transmitida por um corredor de energia se deve a máxima utilização do campo elétrico superficial, sendo o ponto ótimo próximo ao limiar de ocorrência do efeito Corona. É permitido que a LT opere com um campo elétrico superficial máximo com uma certa margem de segurança para que o valor de limiar não seja atingido.

A LPNE envolve otimizar de maneira global todos os parâmetros elétricos e geométricos significativos de uma LT, resultando em escolhas ótimas do diâmetro dos condutores envolvidos; espaçamento entre fases; altura e flecha dos condutores. A implementação da LPNE se tornou possível com avanços recentes na modelagem; métodos de cálculo e recursos computacionais. Tal aparato proporciona aos engenheiros estabelecer configurações otimizadas em relação a distribuição do campo elétrico e magnético e, conseqüentemente, com a capacidade de transmissão, parâmetros elétricos e distribuição de corrente (Arruda et al., 2020; SALARI J.C.; REIS; JR, 2019).

A LPNE envolve uma otimização mecânica e geométrica. A parte geométrica se define principalmente pela distribuição do campo elétrico superficial e pela coordenação de isolamento. Finalizada a definição das distâncias entre subcondutores, a otimização mecânica define as estruturas de suporte a serem utilizadas (Arruda et al., 2020).

Experiências da implementação das LPNE's mostram a ocorrência de duas tendências geométricas para que haja aumento do SIL: compactação das fases e expansão dos feixes de condutores de cada fase. O conceito de LT's compactas aplica-se aos novos projetos uma vez que as posições das fases são influenciadas pelas estruturas e o feixe expandido pode ser utilizado em todos os tipos de torres mantendo-se os centros de gravidade dos feixes inalterados. Um exemplo da variação do SIL em função do número de condutores para configurações planas com 4 a 8 cabos pode ser observada na figura 3.

Verifica-se na figura 3 que o aumento do SIL parte da configuração tradicional, seguida pelo conceito de feixe expandido e atinge seu máximo valor na adoção da LPNE. Para aumentar a capacidade de transmissão de LT's já existentes, a metodologia LPNE pode ser aplicada e depende da configuração original da LT. As opções envolvem rearranjar as configurações ou adicionar um ou mais condutores por fase. Além disso, o ajuste dos parâmetros da LT pode aumentar os níveis de tensão em barras estratégicas e eliminar restrições do despacho econômico e melhorar os parâmetros de estabilidade (Arruda et al., 2020; Ghassemi, 2019).

O conceito LPNE está bem fundamentado para a sua aplicação em LT's longas. Linhas curtas tem a capacidade de transmissão limitadas pelo limite térmico dos condutores, demandando uma aproximação diferente, conforme descrito em (Arruda et al., 2020).

As expressões utilizadas para se calcular o SIL em (Ghassemi, 2019) são obtidas

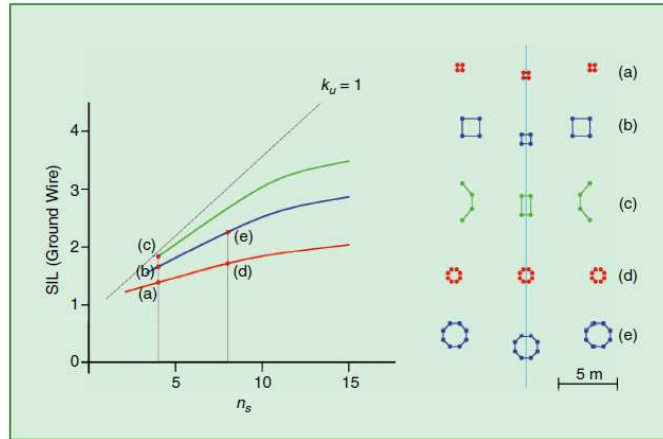


Figure 3 – Relação entre SIL e número de subcondutores para diferentes aproximações de projeto. (a),(d): geometria conservadora com elementos padrão e subcondutores equidistantes; (b),(e): feixe expandido restrito a um formato regular; (c) geometria totalmente otimizada com feixe irregular e máximo *SIL* (Arruda et al., 2020)

considerando-se que as cargas elétricas estão distribuídas de maneira uniforme entre os subcondutores de cada feixe. No entanto, a não uniformidade do campo elétrico superficial deve ser considerada principalmente nas LPNE's devido as distâncias entre subcondutores serem diferentes das convencionalmente adotadas. Esta não regularidade se deve principalmente as cargas: dos outros condutores; das outras fases e dos condutores imagens.

Quando se projeta uma LT para se ter campo elétrico superficial máximo menor do que o campo elétrico superficial crítico ($E_{s\ max} < E_c$), o aumento do número de subcondutores pode ocasionar o aumento do campo elétrico superficial máximo e acarretar o aumento do efeito Corona. Em (Huang Wei-Gang, 2003), pesquisadores chineses aumentam o raio equivalente do feixe, e aumentam o número de subcondutores de 4 para 6, mantendo-se a mesma área de seção reta. Obteve-se um aumento do SIL de 38% com o raio do feixe de cada fase passando de 0,318 m para 0,75 m. Outra mudança é a retirada da parte aterrada da LT entre as fases o que propiciou uma redução da faixa de passagem de 12,3 m para 6,7 m. A silhueta original e otimizada podem ser observadas na figura 4.

Nota-se na figura 4 que o arranjo LPNE possui distâncias entre fases reduzidas e feixes com dimensões maiores do que as do feixe original. A performance de uma LPNE está diretamente relacionada com a obtenção do posicionamento ótimo das fases e da disposição dos subcondutores em cada fase. Alguns arranjos obtidos em estudos de aumento de capacidade de transmissão são mostrados na figura 5 (Ghassemi, 2019).

Verifica-se na figura 5 diversas possibilidades de arranjos:

1. Feixes circulares com raios diferentes em cada fase (figura 5 (a));

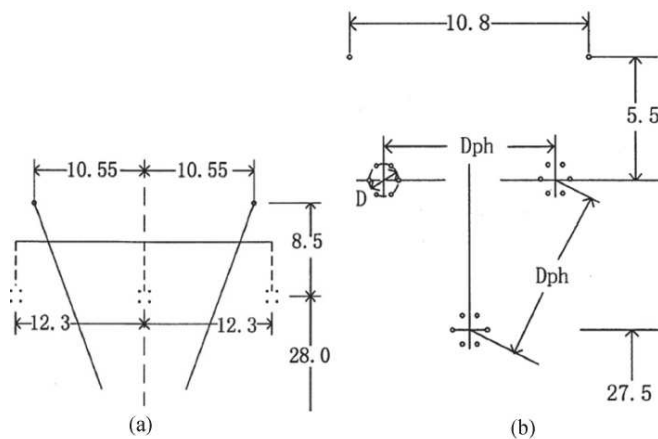


Figure 4 – Arranjo e dimensões [m] - LT 500 kV - (a) convencional (b) LPNE (Huang Wei-Gang, 2003)

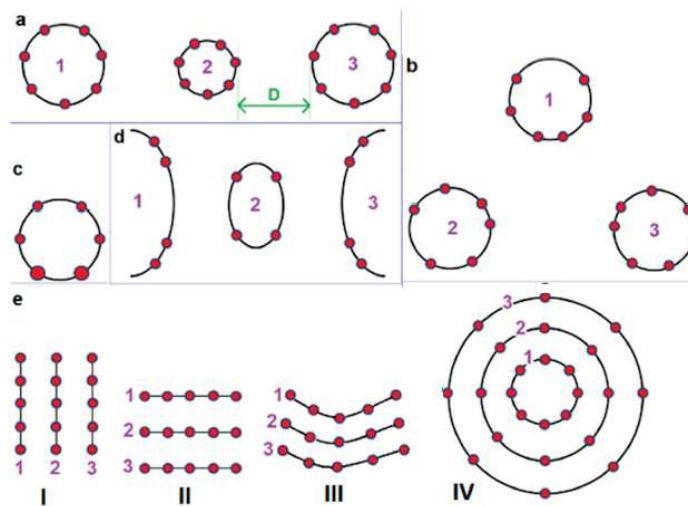


Figure 5 – Proposta de feixes e arranjos de fases para aumentar o SIL - adaptado de (Ghassemi, 2019)

2. Arranjo assimétrico dos subcondutores nos feixes (figura 5 (b));
3. Arranjo simétrico e com cabos de seções diferentes (figura 5 (c));
4. Arranjo elíptico e semi-elíptico (figura 5 (d));
5. Arranjos não convencionais (figura 5 (e)).

Dentre os arranjos elencados, alguns já estão construídos e operando, e outros têm sido estudados na literatura. As configurações dadas na figura 5 e)I, 5 e)III e 5 e)IV são apresentadas nos trabalhos de (Alexandrov; Podporkyn, 1991), (Regis, 2005) e (Alexandrov, 1993), respectivamente.

A configuração mostrada na figura 5 d) são de linhas reais, já em operação no Brasil e na Rússia. A configuração de 500 kV, construída pela CHESF no Brasil, obtida

por meio da utilização do conceito LPNE e do LPNE\FEX pode ser observada na figura 6.

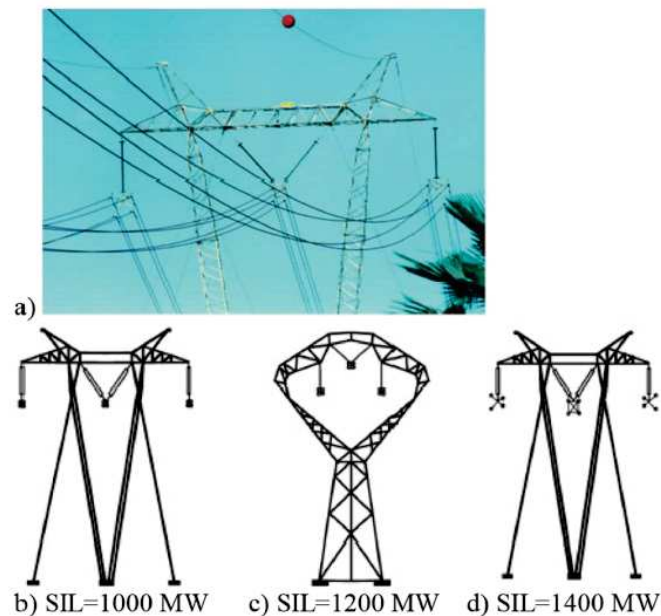


Figure 6 – LT's 500 kV Brasil - implementadas pela CHESF (Ghassemi, 2019; Arruda et al., 2020)

Tem-se na figura 6 b) uma configuração convencional de 500 kV que adota torre do tipo V, com 4 cabos por fase, espaçamento convencional de 0,457 m, formato simétrico e um SIL de 1.000 MW. Condições de aumento da demanda exigiram aumento da capacidade do corredor sob análise. Logo, se obteve como segunda opção a configuração dada pela figura 6 c) onde se tem uma torre auto-portante e com uma configuração compacta, mantendo-se 4 cabos por fase, espaçamento convencional e formato simétrico. Obteve-se com a compactação e mudança da geometria um SIL de 1.200 MW. Já a imagem da solução final é mostrada na figura 6 a) com os detalhes da estrutura dado pela figura 6 d), esta solução adota o formato apresentado na figura 5 d). Tem-se um arranjo simétrico na fase central e fases laterais com arranjo trapezoidal e um SIL de 1.400 MW (Regis, 2005).

Na figura 7, tem-se uma LT de 500 kV em operação na Rússia com 6 cabos por fase. Verifica-se a adoção do feixe central elíptico e os feixes externos com formato trapezoidal. Nota-se que para que o campo elétrico superficial máximo não exceda o valor crítico tem-se dimensões dos feixes nas torres reduzidas e aumentadas ao longo do vão. Tal mudança nas dimensões do feixe ao longo do eixo longitudinal da LT gera a necessidade da adoção de uma modelagem dos campos envolvidos em três dimensões descrita por (Salari; Mpalantinos; Silva, 2008; SALARI; REIS; JR, 2019).

A metodologia desenvolvida nesta tese utiliza a análise de sensibilidade obtida com o método adjunto para determinar as alterações a serem feitas nas geometrias dos feixes. No entanto, não utiliza nenhum tipo de formulação matemática que fixe a forma do feixe

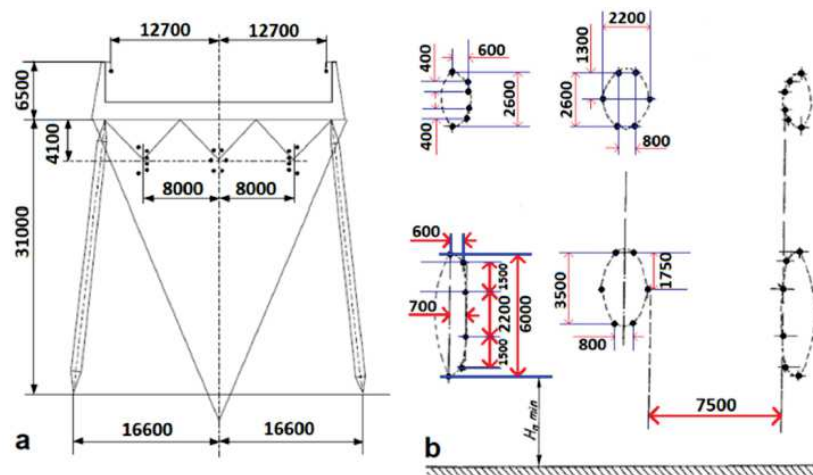


Figure 7 – LT 500 kV implementada na Rússia (Ghassemi, 2019; Alexandrov et al., 1998; Krylov; Rashkes, 2004; Alexandrov, 1993)

a ser obtido, sendo esta determinada pelas restrições consideradas.

Na busca pelo entendimento do nível de aplicação da LPNE atualmente no Brasil, os trabalhos de (Jr et al., 1998; HIRUMA; WANG; SHANG, 2017; Arruda et al., 2020) apresentam um histórico da implantação desta tecnologia de transmissão de energia iniciada em 1992 no país. Há 6 LPNE's comissionadas atualmente no mundo, segundo (Ghassemi, 2019). Tem-se 112,5 km, 744 km e 1.100 km de LPNE's em operação na China, Brasil e Rússia, respectivamente (Ghassemi, 2019). O Brasil fica atrás apenas da Rússia em extensão da tecnologia LPNE implementada. Tal fato evidencia a importância de estudos que corroborem para o desenvolvimento de ferramentas computacionais que propiciem o estudo para a implementação das LPNE's como se dispõe nesta tese.

2.4 Linhas de Transmissão Não Convencionais

2.4.1 Estratégias para Otimização dos Feixes de Condutores

A busca pelo aumento da capacidade de transmissão de energia lida com restrições relacionadas ao campo elétrico superficial, ao tipo e quantidade de condutores e ao raio dos feixes, entre outras. Diferentes estratégias que são adotadas pelos pesquisadores (Duane et al., 2020; Filho, 1993; Acosta; Tavares, 2018; Acosta; Tavares, 2020; Ghassemi, 2019) são discutidas a seguir.

2.4.1.1 Variação do Número de Subcondutores e do Formato do Feixe

Em (Filho, 1993) a busca pelo aumento da capacidade das LT's é obtido por meio de um processo de otimização que visa uniformizar a distribuição das cargas e das correntes elétricas pelos subcondutores em LT's de configuração plana. Para que o aumento da

capacidade de transmissão ocorra de maneira proporcional ao número de subcondutores por fase, sem no entanto aumentar em demasia o raio dos feixes, uma sequência de alterações das geometrias é estabelecida.

Adota-se inicialmente linhas com feixes circulares iguais. Em seguida adota-se feixes circulares e externos aumentados. Por fim adota-se feixes elípticos com subcondutores deslocados. Esta sequência de modificações sugerida se deve a uma tentativa de se manter os níveis de campos elétricos superficiais médios de cada feixe em valores próximos dos valores dos campos elétricos superficiais críticos (Filho, 1993).

Uma escolha adequada da quantidade e do raio dos subcondutores é essencial para se obter feixes de dimensões razoáveis (Filho, 1993). Otimizando-se a geometria dos feixes, ou seja, despreendendo-se dos tradicionais feixes circulares, independente do nível de tensão, da distância entre fases e do raio dos subcondutores, pode-se obter a potência natural variando quase que linearmente com o número de subcondutores. No trabalho de (Filho, 1993) é mostrado que para um mesmo nível de tensão aplicado, o uso das fases laterais com raio maior do que o da fase central acarreta valores de potência natural maiores. Pode-se aproximar os condutores mais externos dos cabos do feixe central, alterar a excentricidade da elipse dos feixes externos ou as duas ações ao mesmo tempo.

O aumento do número de subcondutores acarreta elevação das cargas nas fases e da corrente característica, o que gera um campo elétrico ao nível do solo e campo magnético ao nível do solo mais elevados. Isso implica em uma maior altura mínima da torre para se atender os limites estabelecidos por norma. Tal fato gera aumentos dos custos relacionados ao aço usado nas torres (Filho, 1993). Condicionamentos de ordem econômica e construtivos não são considerados por (Filho, 1993) e as soluções obtidas apresentam uma melhor utilização das superfícies dos condutores. Nota-se que o ganho no SIL obtido por (Filho, 1993) varia dependendo do nível de tensão da LT otimizada, da distância entre fases considerada e envolve a adição de 1 ou 2 subcondutores em cada feixe.

Esta tese propõe uma otimização dos feixes de condutores de maneira eficiente e robusta, por meio da análise de sensibilidade obtida pelo método adjunto e da modelagem analítica e numérica dos campos elétricos e magnético envolvidos. O uso da modelagem numérica juntamente com o método adjunto visa obter novas geometrias com elevados ganhos nos valores de SIL, e com feixes de dimensões menores do que os obtidos nos trabalhos de (Filho, 1993; Maciel, 2013).

2.4.1.2 Maximização do SIL e Redução dos Custos

Uma metodologia de otimização focada no aumento do SIL e na redução dos custos envolvidos na construção da LT é proposta por (Acosta; Tavares, 2018). O problema multiobjetivo é modelado como um problema monoobjetivo. Obtém-se feixes com geometrias diferentes das obtidas em outros trabalhos do mesmo autor e de outros pesquisadores

(Sarmiento; Tavares, 2016; Filho, 1993; Portela; Jr, 1998). Tem-se configurações com larguras de faixas reduzidas, menores custos respeitando-se as distâncias de segurança definidas pelo IEC-2003 (Commission et al., 2003) e pela NBR-5422 (ABNT, 1985).

De acordo com (Acosta; Tavares, 2018) como se adota um algoritmo heurístico não é possível garantir que a geometria otimizada seja a melhor solução possível. No entanto, devido a natureza do problema, se tem um problema inteiro misto não linear, logo não há metodologia que assegure a obtenção do ótimo global do problema. Em (Acosta; Tavares, 2018) o não uso de métodos de otimização clássicos se justifica pelo fato destes requererem um modelo completo e derivável do problema para a sua implementação.

Durante o processo de otimização os custos são levados em consideração, a descrição dos custos pode ser obtida em detalhes em (Acosta; Tavares, 2018). Nota-se que o comprimento dos isoladores, o peso da torre e o campo elétrico variam de acordo com a dimensão do feixe adotado, bem como os custos envolvidos (Acosta; Tavares, 2018).

Para cada tipo de geometria a função objetivo é calculada, então o tamanho do feixe, a altura das fases, e o número de cabos por fase é alterado para se obter um valor máximo da função objetivo respeitando-se as restrições. Em (Acosta; Tavares, 2018) são testadas nove tipos de geometrias com todos os tipos de cabos c.a. ACSR (*aluminium conductor steel-reinforced*) comerciais.

LT's de 500, 750 e 1.000 kV são analisadas. Durante o estágio 1 do algoritmo, verifica-se que um número menor de subcondutores acarreta numa relação entre a potência natural e custos mais vantajosa. Além disso a adoção da fase central circular ou elíptica acarreta em melhores resultados. Isso ocorre porque os feixes circulares tem uma melhor distribuição do campo elétrico superficial entre os subcondutores de cada fase. A adoção da configuração elíptica na fase central permite a redução do campo elétrico, uma vez que os subcondutores não estão tão perto como em outras configurações. Tem-se ao final do segundo estágio do algoritmo proposto um aumento no SIL da ordem de 26 % e redução dos custos envolvidos da ordem de 50 %. Uma das vantagens do método proposto por (Acosta; Tavares, 2018) é a geração de geometrias com faixa de passagem reduzida. Tal fato impacta o custo e a questão ambiental envolvida.

Avalia-se a conduta das LT's otimizadas em condições de chaveamento. Em (Acosta; Tavares, 2018) considera-se a energização da LT; a ocorrência de falta monofásica e trifásica. As sobretensões observadas são similares as obtidas nas LT's convencionais. Tal fato indica ser possível usar distâncias de isolamento similares para as LPNE propostas.

A partir dos resultados obtidos por (Acosta; Tavares, 2018) verifica-se que o uso de parametrizações que determinam o formato do feixe de condutores a ser otimizado conduz a ótimos resultados. No entanto, nesta tese a adoção da análise de sensibilidade adjunta aplicada para a obtenção de gradientes exatos conduz a otimização da LT na busca por

geometrias inovadoras que não sigam formatos pré definidos em sua formulação.

2.4.1.3 Múltiplos Circuitos com Variação: do Número de Subcondutores; do Formato do Feixe e da Sequência de Fases

O uso de LT's com 1 a 4 circuitos e com tensão de 230 a 1000 kV são propostos por (Acosta; Tavares, 2020). A otimização é realizada escolhendo-se a topologia dos circuitos, a posição ótima, o tipo e a quantidade de subcondutores e a sequência de fases. Adota-se quatro objetivos: maximizar o SIL e minimizar o custo, a faixa de passagem e a altura da torre.

A determinação da largura da faixa de passagem é dependente do nível de tensão e da rota da LT, sendo calculada a partir dos critérios dados por (EPRI, 2005). A restrição da altura da torre é inserida para evitar soluções triviais com circuitos alocados um acima do outro e com arranjo vertical de fases, produzido na tentativa de se reduzir a largura de faixa (Std, 2001).

As dimensões dos feixes adotadas são de no máximo 1,5 m, com isto busca-se evitar a obtenção de feixes de elevadas dimensões e que possam apresentar problemas de ordem mecânica (Acosta; Tavares, 2020). As distâncias mínimas entre fases diferentes, entre fases e solo, e entre fases e estruturas são obtidas a partir das formulações contidas em (Std, 2001). O número de subcondutores por fase permitido varia de acordo com o nível de tensão adotado.

Nota-se que tem-se restrições do tipo integral, real, complexa, linear, não linear e de permutação. Logo tem-se um problema de programação não linear integral misto (Acosta; Tavares, 2020). Aplica-se o algoritmo evolucionário *NSGA-II* pelo fato dele ser representativo e confiável na solução de problemas multiobjetivos (Acosta; Tavares, 2020; Yusoff; Ngadiman; Zain, 2011).

Em (Acosta; Tavares, 2020) considera-se inicialmente feixes circulares com raio inferior a 1,5 m, com torres e geometrias de circuitos pré fixadas. Para a geração das geometrias dos feixes, quatro geometrias bases foram criadas: vertical, horizontal, delta e delta invertida. Devido as diversas restrições envolvendo os circuitos são adotadas topologias bases para a alocação dos circuitos nas torres em regiões factíveis.

Utiliza-se computação paralela para avaliar a função objetivo. Durante o processo de otimização valores de tensão padronizados são adotados e pode haver circuitos com níveis de tensão diferentes em uma mesma altura. No entanto, as soluções não devem apresentar feixes com níveis de tensão mais elevados em uma altura inferior a dos demais feixes (Acosta; Tavares, 2020).

A partir dos resultados de (Acosta; Tavares, 2020) a maior vantagem na adoção dos circuitos múltiplos é a diminuição da faixa de passagem, com redução de até 88 %, com

alturas menores em até 62 % e aumentos de SIL da ordem de 33 %. No entanto, nota-se que na maioria dos casos é necessário a realização de investimentos iniciais superiores ao de uma LT convencional. Isso é devido aos feixes mais altos, maior número de subcondutores, diâmetros maiores e maior quantidade de aço necessário na construção das torres. É importante frisar que a otimização multiobjetivo via NSGA-II resulta em fronteiras Pareto que acarretam em um leque de soluções que podem ser usadas por um processo de tomada de decisão a ser realizado a posteriori. Ou seja, dependendo do interesse do tomador de decisão, pode-se ter uma solução mais econômica e com menor ganho no SIL, ou vice versa (Acosta; Tavares, 2020).

Embora este estudo não adote o uso de circuitos múltiplos, tem-se no trabalho de (Acosta; Tavares, 2018), diversos aspectos relacionados ao levantamento dos custos envolvidos, e também na modelagem multiobjetivo do problema, e na análise do comportamento das LPNE's durante a ocorrência de faltas, que serão adotadas na continuidade desta tese.

2.4.1.4 Compactação dos Feixes, Uso de Geometrias Não convencionais e Aumento do Número de Subcondutores

Em (Ghassemi, 2019) há uma revisão dos desafios relacionados a implantação das linhas de potência natural elevada (LPNE's). Como principal contribuição tem-se a proposição da integração entre o planejamento da expansão da transmissão e o projeto da LT para otimizar a capacidade de transferência de energia nos sistemas de potência.

O processo de otimização é aplicado a uma configuração plana de 500 kV com 4 cabos por fase. Aplica-se o método das imagens sucessivas para a obtenção do campo elétrico superficial, implementado no *Matlab* (Higham; Higham, 2016) e validado pelo *COMSOL Multiphysics* (Ghassemi, 2019). Obtém-se o SIL da LT e o campo elétrico superficial ao longo de toda a periferia de cada um dos cabos da LT. Busca-se maximizar a potência natural da linha de transmissão.

Para se garantir o arranjo horizontal bem como para que haja o mesmo carregamento mecânico dos condutores na torre, insere-se uma restrição de simetria. O arranjo dos subcondutores deve ser simétrico em relação as linhas L_1 e L_2 , mostradas na figura 8. A linha L_1 garante a manutenção do feixe horizontal e a linha L_2 garante o mesmo comprimento dos braços da torre das fases externas permitindo um mesmo carregamento mecânico.

Outra restrição envolve o dimensionamento dos espaçadores. Enquanto nas LT's convencionais os espaçadores estão conectados a todos os cabos de uma mesma fase, na LPNE devido as maiores distâncias envolvidas tem-se espaçadores entre apenas alguns dos condutores do feixe. A distância entre subcondutores não pode ser aumentada indefinidamente, adota-se para o caso de 500 kV analisado um valor máximo de 2,2 m. Um exemplo dos espaçadores adotados em uma LPNE de 500 kV desenvolvidos por pesquisadores russos,

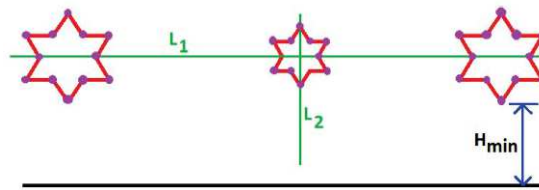


Figure 8 – Restrição de simetria (Ghassemi, 2019)

onde os subcondutores da fase do meio e os subcondutores superiores e inferiores das fases laterais são conectados aos pares, pode ser observado na figura 9.

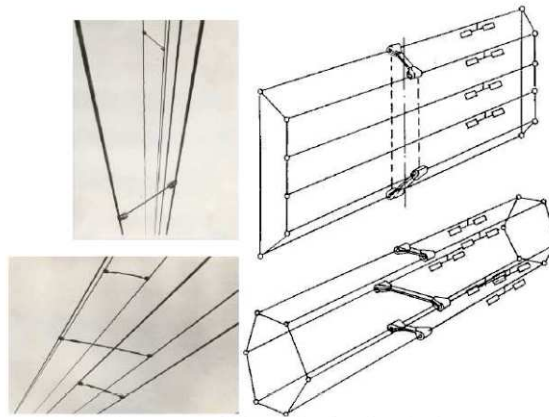


Figure 9 – Espaçador LPNE 500 kV (Ghassemi, 2019; Krylov; Rashkes, 2004)

O algoritmo proposto por (Ghassemi, 2019) considera uma configuração original horizontal, com feixe de N condutores e de raio r , com subcondutores dispostos simetricamente com distância entre subcondutores convencional. Em seguida, ele então reduz a distância entre fases para a distância mínima permitida (D_{min}). Verifica-se em seguida se o campo elétrico superficial máximo é maior do que campo elétrico superficial crítico. Em caso afirmativo, aumenta-se a distância entre fases até que se tenha $E_{s\ max} = E_{crítico}$ (Ghassemi, 2019).

Para uma LT tradicional com arranjo horizontal, a capacitância da fase do meio é maior do que a das fases laterais, acarretando em uma maior carga na fase do meio. É proposto, uma formulação para a equalização da carga elétrica entre as fases onde se obtém que o raio equivalente das fases externas deve ser maior do que o raio equivalente da fase interna, para a configuração plana. Esta equalização é obtida a partir da matriz dos coeficientes potenciais de Maxwell que pode ser verificada em detalhes em (Ghassemi, 2019).

Após a equalização aplica-se um algoritmo de direção de busca para a obtenção da localização ótima dos subcondutores. Desloca-se sempre dois cabos simetricamente para se garantir a restrição de simetria do feixe. A estratégia de reduzir a distância entre fases

para o valor mínimo possível respeitando-se o nível de campo elétrico crítico superficial e a equalização das cargas entre as fases aceleram o processo de otimização. Duas geometrias obtidas pela metodologia proposta por (Ghassemi, 2019) podem ser observadas na figura 10.

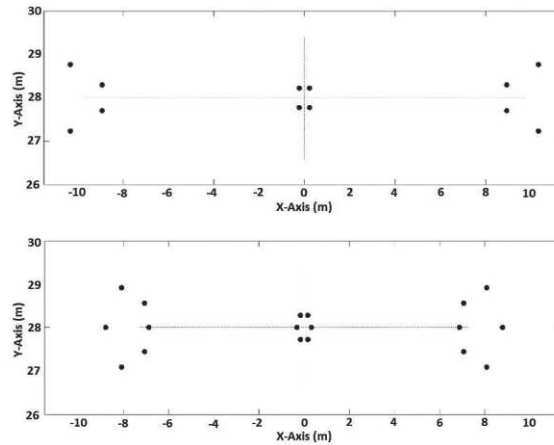


Figure 10 – Configuração com 4 e 6 subcondutores LT 500 kV Adaptado de (Ghassemi, 2019)

Nota-se na figura 10 a redução do raio da fase do meio e adoção de feixes elípticos nas fases laterais. Verifica-se também que as geometrias obtidas apresentam as simetrias em relação as linhas L_1 e L_2 mostradas anteriormente na figura 8.

Embora em (Ghassemi, 2019) seja usado um método de direção de busca não fica claro como a informação da sensibilidade da posição dos cabos é calculada. Nota-se a potencialidade de se adotar o método adjunto para se obter a sensibilidade de maneira rápida e mais exata. As estratégias de aceleração de convergência propostas por (Ghassemi, 2019) relacionadas a compactação inicial das geometrias, manutenção das simetrias, e a formulação da equalização das cargas elétricas representa uma possibilidade de desenvolvimento futuro para este trabalho.

2.4.1.5 Variação do Centroíde: Manutenção do Formato dos Feixes de Condutores

Diferentemente das estratégias anteriores em (Duane et al., 2020) otimiza-se linhas de potência natural elevada. Utiliza-se o método elipsoidal e estende-se a metodologia proposta por (Paganotti et al., 2015; Paganotti et al., 2016) que é aplicada para a otimização da posição de cada um dos cabos da LT com vistas a obter a minimização do campo elétrico ao nível do solo.

Em (Duane et al., 2020) o feixe de subcondutores de cada fase é deslocado em relação ao centro geométrico do feixe original. Tal estratégia faz com a que a LT apresente uma configuração otimizada, mas mantém a topologia original de cada fase. Destaque-se

que com esta metodologia independentemente do número de cabos por fase, o problema terá $2p$ variáveis de decisão, sendo p o número de fases.

A manutenção dos formatos dos feixes durante o processo de otimização visa o uso de estruturas comerciais já existentes e adotadas pelas concessionárias de energia. Esta estratégia resulta em LT's mais compactas e com campo elétrico ao nível do solo reduzido mantendo-se as topologias originais de cada fase. Além de permitir o uso de espaçadores comerciais para LT's já existentes no mercado, também permite um tempo de simulação bem menor do que o obtido ao se empregar a metodologia convencional.

A análise de LT's de 500 kV com 3 e 4 cabos por fase, por meio da estratégia proposta em (Duane et al., 2020), resulta em ganhos de SIL da ordem de 14% e 22%, respectivamente. O tempo gasto pelo processo de otimização proposto é de 7 e 4 vezes menor do que o gasto pela estratégia convencional para a LT com 3 e 4 cabos, respectivamente. A sensibilidade da função objetivo adotada pelo método elipsoidal pode ser obtida por meio do método adjunto proposto nesta tese. Isto implica em ganhos de tempo computacional e de exatidão à metodologia aplicada as LPNE's desenvolvida em (Duane et al., 2020) e viabiliza a adoção da modelagem numérica dos sistemas de transmissão analisados.

2.4.1.6 Minimização da Impedância Característica e da Irregularidade na Distribuição do Campo Elétrico Superficial

Em (Maciel, 2013) por meio do cálculo diferencial obtém-se as equações das sensibilidades da reatância externa em relação as posições dos cabos de LT's com 2 a 10 subcondutores por fase, adotando-se configuração plana e com espaçamento convencional de 0,457 m. Analisa-se a efetividade do uso de feixes não circulares, feixes com condutores de seções diferentes ou a combinação das duas variações anteriores. As análises numéricas feitas evidenciam que um processo de minimização da impedância longitudinal de sequência positiva unitária deve ser majoritariamente um processo de redução da reatância externa de sequência positiva, por unidade de comprimento (Maciel, 2013).

Obtém-se as derivadas da reatância externa de sequência positiva em relação às posições horizontais e verticais dos condutores, dadas na silhueta da torre. O valor das derivadas fornece a sensibilidade da reatância externa em relação as posições dos condutores e permite aplicar o método do gradiente projetado para minimizar a impedância característica de sequência positiva (Maciel, 2013).

Deseja-se obter a trajetória das soluções ao longo do processo de otimização. No método do gradiente projetado implementado as novas posições dos cabos são obtidas a partir de um pequeno deslocamento em relação as posições da iteração anterior. O deslocamento adotado deve ser tão pequeno quanto necessário para se manter o desvio em relação às componentes não lineares dentro de um limite aceitável (Maciel, 2013).

A reatância externa é a componente predominante da impedância longitudinal de sequência positiva (Z_1) da LT. Devido a dualidade existente entre a indutância e a capacitância de sequência positiva da LT, a redução da primeira implica no aumento da segunda. Com a redução da impedância longitudinal de sequência positiva (Z_1) e o aumento da admitância transversal de sequência positiva (Y_1), a impedância característica é reduzida (Z_c). Para aumentar a potência natural, visa-se reduzir a impedância característica, logo a minimização da reatância externa de sequência positiva é adotada como função objetivo (Maciel, 2013). Adota-se função objetivo e derivadas analíticas, uma vez que aproximações numéricas podem prejudicar a convergência do método.

As configurações iniciais são geradas com feixes dispostos ao longo de um polígono regular. Analisam-se linhas com disposição horizontal de fases, por apresentar facilidades construtivas. O deslocamento determinado pelo método do gradiente projetado é de 0,02 m por iteração. Este valor de passo fixo visa um deslocamento pequeno o suficiente para que não haja distanciamento da condição de linearidade e de forma que o processo não se torne muito lento (Maciel, 2013).

Após a execução do deslocamento dos subcondutores o campo elétrico máximo é verificado. Se o limite estabelecido é ultrapassado, tenta-se factibilizar a geometria dos feixes reduzindo todos os feixes de forma proporcional. Tenta-se no entanto, manter o centro geométrico dos feixes. O processo iterativo é limitado a 300 iterações o que acarreta ao final do processo em um deslocamento máximo de 6 m. Como a otimização dos condutores é essencialmente local, a configuração inicial é determinante no resultado final do processo.

A análise de sensibilidade utilizada pelo método do gradiente projetado adotado por (Maciel, 2013) é obtida de maneira analítica, envolvendo complicados desenvolvimentos algébricos matemáticos. Esta sensibilidade pode ser obtida por meio do método adjunto como é proposto nesta tese. Nota-se nos desenvolvimentos de (Maciel, 2013) a complexidade envolvida na modelagem completa da LT que resulta em um modelo contínuo e diferenciável para que o método de otimização não linear seja adotado.

O aumento da complexidade do modelo envolvido para a utilização de métodos de direção de busca pode acarretar em novas soluções diferentes das obtidas pelos modelos aproximados usados pelas metodologias evolucionárias. Verifica-se que a ideia de projeção do gradiente da função objetivo no hiperplano formado pelas restrições ativas garante a análise apenas de soluções factíveis e que sempre levem a melhoria da função objetivo considerada. Constata-se que a alteração da reatância externa de sequência positiva, acarreta em redução da impedância de sequência positiva. Esta impacta a redução da impedância característica que acarreta um aumento da potência natural da linha. Nota-se a possibilidade de se adotar a sensibilidade adjunta para identificar qual a grandeza que representa a maior sensibilidade em relação a alteração geométrica dos feixes para que ela

possa ser priorizada durante o processo de otimização.

2.5 Conclusões

Neste capítulo é apresentado um breve histórico da transmissão de energia usando-se feixes de condutores e as LPNE's. Apresenta-se também as particularidades de alguns trabalhos relacionados ao aumento da capacidade de transmissão de energia elétrica por meio de configurações geométricas não convencionais. É verificado, a existência de diferentes estratégias que são analisadas e que fazem parte da metodologia de análise de sensibilidade proposta neste estudo. Tem-se no capítulo a seguir a descrição da modelagem eletromagnética dos sistemas de transmissão adotados nesta tese para a determinação dos níveis de campos elétricos ao nível do solo e superficiais e do campo magnético envolvido e para a obtenção da potência natural (*SIL*) das linhas de transmissão.

3 Modelagem Eletromagnética das Linhas de Transmissão Aéreas

As *LT's* são elementos fundamentais do sistema elétrico de potência. Elas são as responsáveis pelo transporte de energia elétrica entre os centros geradores e os centros de consumo. As linhas de transmissão são compostas basicamente por: cabos condutores e para-raios; isoladores; espaçadores; abraçadeiras; sistema de aterramento; fundação; torres e outros acessórios (Labegalini et al., 1992; Fuchs, 1977). A figura 11 mostra uma *LT* trifásica aérea com os principais elementos numerados e a figura 12 apresenta um vão de uma torre.



Figure 11 – Elementos de uma *LT* trifásica aérea: (1) cabos condutores; (2) isoladores; (3) cabos para-raios e (4) torres de transmissão - adaptado de (Paganotti, 2012).

A parte ativa da *LT* é composta pelos cabos condutores que transportam a energia elétrica. Este transporte gera campos eletromagnéticos nas superfícies dos cabos e ao nível do solo na faixa de servidão ocupada pela *LT*. A geometria dos feixes de condutores em cada uma das fases gera uma assinatura eletromagnética da *LT* para o sistema elétrico no qual ela está inserida. Sendo esta assinatura determinante nos níveis de campos elétricos superficiais e ao nível do solo envolvidos e na capacidade de transmissão de energia do corredor de energia. Na figura 13 tem-se em destaque um feixe convencional e um feixe otimizado (não convencional).

Este é o elemento principal da *LT* a ser considerado nesta tese e a partir do qual é feita a modelagem eletromagnética descrita neste capítulo. Uma vez apresentado os elementos que compõem a *LT* busca-se entender e calcular o efeito da variação das

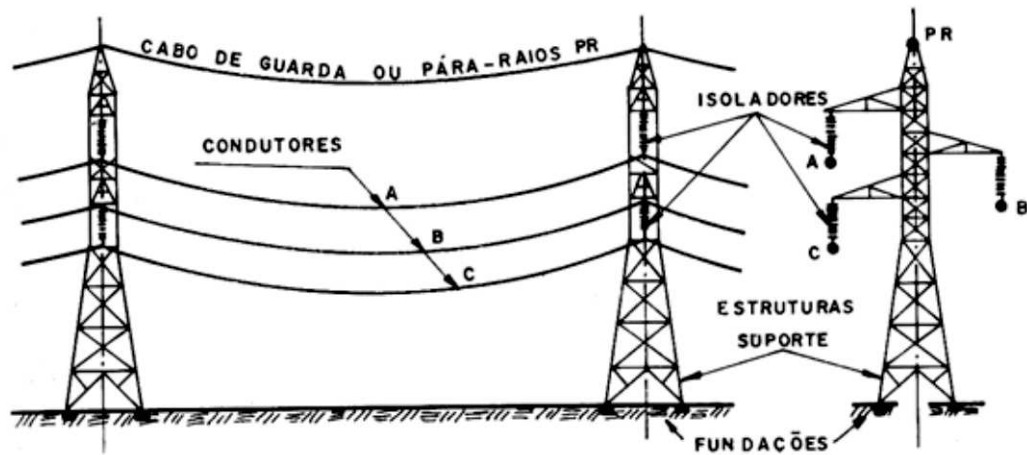


Figure 12 – Desenho dos elementos de um vão de uma LT trifásica aérea: vista lateral de um vão e vista frontal de uma torre (Labegalini et al., 1992).

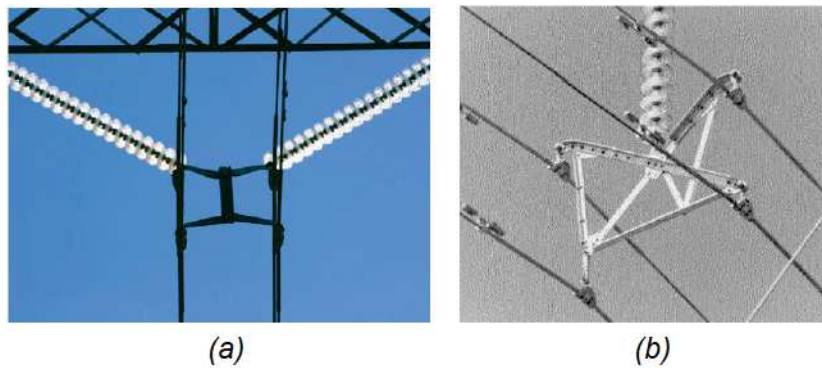


Figure 13 – Detalhe geometria de um feixe de condutores: (a) convencional (Maduro-Abreu et al., 2010) e (b) assimétrico (não convencional) (Oliveira, 2002).

coordenadas espaciais x e y dos condutores na determinação dos campos eletromagnéticos envolvidos e na capacidade de transmissão de energia no decorrer deste capítulo a partir das equações de Maxwell.

3.1 Campos Eletromagnéticos Envolvidos

Os campos eletromagnéticos gerados pela LT durante a transmissão de energia elétrica e a maneira como se dá a interação entre eles podem ser completamente descritos por meio das quatro equações de Maxwell. Estas equações fundamentais da engenharia elétrica descritas na forma diferencial e no domínio do tempo, são dadas por (Balanis, 1998; SADIKU, 2004):

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (3.4)$$

onde (3.1) é a lei de Àmpere generalizada ou de Àmpere-Maxwell e descreve como o vetor de densidades de correntes de condução (\vec{J} [A/m^2]) e densidades de corrente de deslocamento ($\partial \vec{D}/\partial t$) produzem distribuições espaciais de campos magnéticos (\vec{H} [A/m]). A lei de Gauss do magnetismo dada por (3.2) afirma a conservação do fluxo magnético e a inexistência de um monopolo magnético. Enquanto que (3.3) descreve como a variação de densidades de fluxo magnético \vec{B} [T] produzem distribuições espaciais de campos elétricos por meio da lei de Faraday. E por último em (3.4) tem-se a lei de Gauss que associa uma densidade de fluxo elétrico às densidades espaciais e temporais de cargas elétricas ρ existentes. As leis de Àmpere-Maxwell e Faraday, dadas por (3.1) e (3.3) respectivamente, demonstram a interdependência entre os campos elétricos e magnéticos existentes no domínio do tempo (Balanis, 1998; SADIKU, 2004).

Nesta tese adota-se o meio onde a LT está inserida como sendo um meio linear (cuja densidade de fluxo é proporcional ao campo aplicado), homogêneo (cuja característica não varia com as coordenadas do domínio) e isotrópico (onde a propriedade física independe da direção analisada) (SADIKU, 2004). Diante dessa consideração, pode-se associar o comportamento dos campos elétricos e magnéticos aos diferentes meios materiais, por meio das relações constitutivas dadas por (Balanis, 1998; SADIKU, 2004):

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (3.5)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (3.6)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (3.7)$$

onde em (3.5) relaciona-se o vetor densidade de corrente de condução \vec{J} com o campo elétrico por meio da condutividade do meio (σ). Relaciona-se em (3.6) a densidade de fluxo magnético \vec{B} com a intensidade de campo magnético \vec{H} por meio da permeabilidade do meio (μ) e por último, a densidade de fluxo elétrico \vec{D} se relaciona com o campo elétrico \vec{E} por meio da permissividade do meio (ϵ).

Sabendo-se dos campos eletromagnéticos envolvidos e das relações constitutivas que os envolve, pode-se verificar o comportamento destes campos nas interfaces dos domínios considerados, sendo os índices 1 e 2 adotados para denotar meios com características físicas diferentes (Balanis, 1998; SADIKU, 2004):

$$\hat{n} \cdot \vec{B}_1 = \hat{n} \cdot \vec{B}_2 \quad (3.8)$$

$$\hat{n} \times \vec{H}_1 = \hat{n} \times \vec{H}_2 \quad (3.9)$$

$$\hat{n} \cdot \vec{J}_1 = \hat{n} \cdot \vec{J}_2 \quad (3.10)$$

$$\hat{n} \times \vec{E}_1 = \hat{n} \times \vec{E}_2 \quad (3.11)$$

sendo \hat{n} o vetor unitário normal à interface entre dois meios diferentes. Para o caso da interface entre ar e solo (considerado um CEP), a equação (3.9) tem que ser modificada, para inclusão da corrente superficial na interface de separação entre os dois meios (Balanis, 1998). A continuidade da componente normal do vetor densidade de fluxo magnético (\vec{B}) e do vetor densidade de corrente de condução (\vec{J}) são caracterizadas por (3.8) e (3.10) e a continuidade da componente tangencial da intensidade do campo magnético (\vec{H}) e do campo elétrico (\vec{E}) são caracterizadas por (3.9) e (3.11), respectivamente (Balanis, 1998; SADIKU, 2004).

A solução das equações de Maxwell, levando-se em conta as condições de interface e as relações constitutivas envolve a solução de derivadas parciais, espaciais e temporais, de maneira unívoca. Logo, envolve a determinação de um problema de valor de contorno para que se possa especificar uma metodologia para a solução do sistema de equações diferenciais resultante.

Neste estudo, os modelos analítico e numérico desenvolvidos para as LT's são obtidos a partir das equações de Maxwell e das relações constitutivas, respeitando-se as condições de interface especificadas a pouco. Inicia-se a modelagem utilizando-se a lei de Gauss.

3.2 Modelagem Analítica do Campo Elétrico de Linhas de Transmissão Trifásicas Aéreas

3.2.1 Campo Elétrico Gerado por Uma Densidade Linear de Carga

Considere o condutor 1, mostrado na figura 11, como um condutor cilíndrico reto, de raio r , de grande comprimento, de que se possa analisar um pedaço, de comprimento l [m], de modo que não haja efeitos das extremidades. Assume-se que este condutor se encontra distante de quaisquer outros condutores ou planos condutores e possui uma densidade linear de carga ρl C/m distribuída uniformemente em sua superfície. Para se obter, por meio da lei de Gauss, uma expressão para o cálculo do campo elétrico na superfície deste condutor adota-se a superfície gaussiana mostrada na figura 14.

Nota-se na figura 14 os vetores unitários do sistema de coordenadas cilíndricas \vec{a}_ρ , \vec{a}_ϕ e \vec{a}_z , respectivamente; o vetor densidade de fluxo elétrico (\vec{D}) juntamente com o vetor diferencial de área ($d\vec{S} = \rho d\phi dz \vec{a}_\rho$), ambos saindo perpendicularmente a superfície

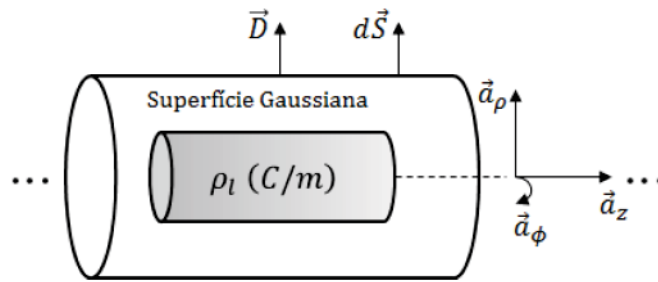


Figure 14 – Superfície Gaussiana considerada (Santos, 2017)

Gaussiana considerada. O efeito das bordas é desconsiderado devido a anulação das componentes ao longo do eixo de simetria z . Nota-se que o campo elétrico neste caso possui somente componente na direção perpendicular ao eixo do condutor, ou seja, na direção \vec{a}_ρ . Considerando que a superfície gaussiana envolve todo o condutor e desprezando-se o efeito das bordas, a aplicação da lei de Gauss resulta em (Balanis, 1998; SADIKU, 2004):

$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_{z=0}^l \int_{\phi=0}^{2\pi} D \rho d\phi dz = Q \quad (3.12)$$

onde Q representa a carga elétrica encerrada pela superfície gaussiana. As variáveis densidade de fluxo elétrico (\vec{D}) e posição (ρ) não variam com as variáveis de integração e podem ser consideradas constantes. Logo, ao se integrar ϕ de 0 a 2π e z de 0 até o comprimento da linha em (3.12) obtém-se (Balanis, 1998; SADIKU, 2004):

$$\vec{E} = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0\rho} \vec{a}_\rho \quad (3.13)$$

Em (3.13) o termo ρ_l é a densidade linear de carga do condutor e substitui a carga encerrada pela superfície de Gauss. Ela é obtida pela divisão da carga (Q) pelo comprimento da linha. O vetor densidade de fluxo elétrico (\vec{D}) é substituído pelo vetor intensidade de campo elétrico (\vec{E}) com o fator ϵ_0 dado por $10^{-9}/36\pi$ F/m. Neste caso considera-se a permissividade relativa do meio igual a 1, consideração válida quando o meio é o ar (SADIKU, 2004; Balanis, 1998). Sendo ρ a distância entre o ponto fonte e o ponto de observação e \vec{a}_ρ o vetor unitário correspondente. Esta expressão da intensidade de campo elétrico não leva em consideração o efeito do solo, tal efeito é considerado adiante por meio do método das imagens. Nota-se que esta expressão pode ser adotada para se calcular o campo elétrico na superfície do cabo, ou seja, quando ρ tende ao raio r do cabo e para pontos distantes da superfície do condutor, quando ρ tende a valores muito maiores do que o raio dos condutores considerados. Esta expressão inicial não conduz a resultados satisfatórios para pontos de observação próximos a superfície do condutor quando se leva em conta o efeito do solo e dos demais condutores de uma determinada LT a medida que o número de subcondutores por feixe aumenta e a distância entre subcondutores diminui.

A determinação da carga elétrica do sistema de transmissão considerado é apresentada a seguir.

3.2.2 Determinação da Carga Elétrica do Sistema de Transmissão

As cargas elétricas nos condutores são determinadas por meio dos fasores tensão e também por meio dos coeficientes potenciais de Maxwell. Estes coeficientes são funções exclusivamente de características construtivas da LT relacionadas ao posicionamento espacial dos cabos e do meio que os envolve. A relação entre estas grandezas pode ser matricialmente relacionada da seguinte maneira (EPRI, 2005; Glover; Sarma; Overbye, 2012):

$$\begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{aa} & P_{ab} & P_{ac} \\ P_{ba} & P_{bb} & P_{bc} \\ P_{ca} & P_{cb} & P_{cc} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

onde os elementos P_{km} (m/F) da matriz dos coeficientes potenciais de Maxwell são dados por (Glover; Sarma; Overbye, 2012; EPRI, 2005):

$$P_{km} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{H_{km}}{D_{km}} \right) \quad (3.15)$$

onde \ln é o logaritmo natural, H_{km} é a distância entre cada condutor e sua imagem, D_{km} é o raio do condutor no caso em que $k = m$. Para $k \neq m$, D_{km} é a distância entre os condutores k e m , e H_{km} é a distância entre o condutor k e a imagem de m , sendo a imagem de m dada pelo cabo fictício equidistante em relação ao solo modelado como um condutor elétrico perfeito (CEP). Estas distâncias podem ser observadas entre os condutores de uma configuração não convencional mostrada na figura 15 onde os cabos reais estão na parte superior e os condutores imagens estão na parte inferior da figura.

Da igualdade matricial, dada em (3.14), e partindo-se da definição de capacitância (EPRI, 2005):

$$Q = CV \quad (3.16)$$

Verifica-se que a matriz de capacitâncias de sequência positiva (C_1) do sistema de transmissão é igual a inversa da matriz P, logo (Glover; Sarma; Overbye, 2012; EPRI, 2005):

$$[Q] = [P]^{-1}[V] \quad (3.17)$$

Devido a natureza complexa do fasor tensão, tem-se uma carga elétrica de natureza complexa dada por (Glover; Sarma; Overbye, 2012; EPRI, 2005):

$$[Q] = [Q_r] + j[Q_i] \quad (3.18)$$

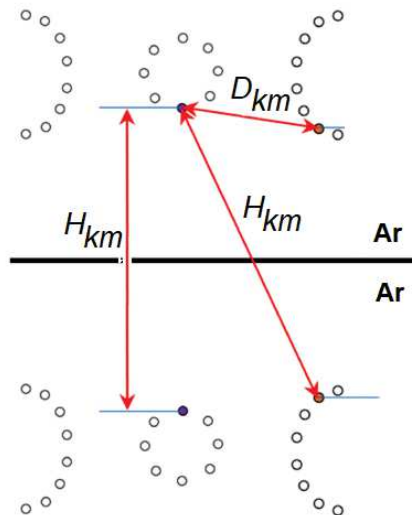


Figure 15 – Distâncias consideradas para determinação dos coeficientes potenciais de Maxwell, se $k = m$: D_{km} raio do condutor e H_{km} distância entre condutor k e sua imagem; e se $k \neq m$: D_{km} distância entre condutores e H_{km} distância entre condutor k e imagem do condutor m - adaptado de (Ghassemi, 2019)

onde Q_r e Q_i são, respectivamente, a parcela real e imaginária da densidade linear de carga elétrica (C/m). Por meio da resolução da equação matricial dada em (3.14), as cargas nos condutores do sistema são obtidas. Logo, o campo elétrico em um ponto N de coordenadas (X_n, Y_n) no espaço, pode ser calculado aplicando (3.13) obtida anteriormente.

3.2.3 Determinação do Campo Elétrico ao Nível do Solo

O cálculo do campo elétrico ao nível do solo ocasionado por um sistema de transmissão é realizado ao longo de toda a faixa de servidão da LT sob estudo. A determinação dos níveis de campo elétrico ao nível do solo visa garantir a segurança das pessoas que vivem próximas as LT's, e é adotado como critério para se especificar a altura mínima que pode ser adotada pelos feixes. O sistema de transmissão não se encontra em um meio composto apenas de ar e isolado no espaço. O efeito do solo na determinação do campo elétrico resultante é inserido por meio da aplicação do método das imagens (Balanis, 1998; SADIKU, 2004).

O solo é considerado como sendo um condutor elétrico perfeito (CEP). Isto implica em campo elétrico nulo no interior do condutor e que este se comporte como uma superfície equipotencial (SADIKU, 2004). Outra característica do CEP é que ao apresentar resistividade nula ($\rho_{solo} = 0$), ou condutividade infinita ($\sigma_{solo} = \infty$) tem-se assegurado a existência de campo elétrico nulo em seu interior (Balanis, 1998).

O método das imagens é desenvolvido com base nas condições de fronteira entre os dois meios envolvidos (ar e solo) e nas condições de interface dos campos elétricos em

cada um deles. Neste estudo o cálculo do campo elétrico em um ponto genérico no espaço é efetuado levando em conta os efeitos de uma parcela direta do campo, oriunda da fonte de campo considerada (gerada pela carga real) e de outra parcela ocasionada pela reflexão do campo elétrico na superfície do solo, oriunda da carga imagem de sinal oposto ao sinal da carga da fonte de campo.

A figura 16 ilustra a aplicação do método das imagens a uma LT trifásica aérea com 1 cabo por fase. Na parte esquerda da figura tem-se o sistema real onde os condutores reais no ar são posicionados a uma certa altura em relação ao solo e na direita da figura, o sistema equivalente é obtido por meio do método das imagens, considerando-se o solo como CEP, os dois meios envolvidos passam a ser o ar (SADIKU, 2004).

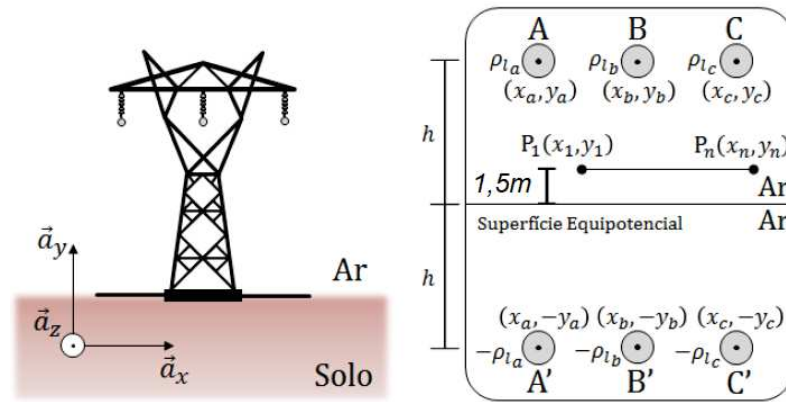


Figure 16 – Sistema trifásico com um cabo por fase real e equivalente para o cálculo do campo elétrico ao nível do solo - adaptado de (Santos, 2017)

Devido à simetria dos sistemas de transmissão analisados neste trabalho, similares ao apresentado na figura 16 o cálculo do campo elétrico ao longo da faixa de passagem acima do solo deve ser realizado mediante a substituição do sistema de coordenadas cilíndricas pelo cartesiano, conforme descrito em detalhes em (Paganotti, 2012). Aplica-se o princípio da superposição para se obter o campo elétrico resultante pelas cargas reais e imaginárias do sistema elétrico equivalente obtido aplicando-se o método das imagens.

Partindo-se da LT mostrada na figura 16 o campo elétrico resultante ao longo da faixa de passagem passa a ser o somatório das contribuições de cada uma das cargas e de suas imagens. Neste caso os pontos de interesse P_n são posicionados ao longo de uma faixa que vai desde o condutor mais a esquerda até o condutor mais a direita. A expressão para a obtenção do campo elétrico resultante ao nível do solo é dada por:

$$\vec{E}(x, y) = \sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^{N_c} \frac{\rho l_i}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{(x_p - x_i)\vec{a}_x + (y_p - y_i)\vec{a}_y}{(x_p - x_i)^2 + (y_p - y_i)^2} - \frac{(x_p - x_i)\vec{a}_x + (y_p + y_i)\vec{a}_y}{(x_p - x_i)^2 + (y_p + y_i)^2} \right] \quad (3.19)$$

onde p é o número de pontos de observação considerados ao longo da faixa de passagem e N_c é o número de condutores. Para cada tipo de configuração analisada esta equação é adaptada por meio do princípio da superposição. Deve-se notar que o campo elétrico

ao nível do solo é fortemente dependente das posições espaciais (coordenadas x e y) dos condutores. Além disso a carga elétrica do sistema de transmissão depende do nível de tensão adotado e da localização geométrica dos condutores em cada um dos feixes da LT. Uma vez determinada a formulação para a obtenção do campo elétrico ao nível do solo parte-se para a determinação do campo elétrico superficial.

3.2.4 Determinação do Campo Elétrico Superficial

A formulação a pouco desenvolvida para a obtenção do campo elétrico ao nível do solo não é adequada para a obtenção do campo elétrico superficial em LT's com feixes de condutores. A consideração da carga elétrica concentrada no centro do condutor analisado deixa de ser adequada a medida que o raio do cabo deixa de ser desprezível em relação a distância entre os subcondutores (Sarma; Janischewskyj, 1969). A proximidade entre subcondutores de um mesmo feixe faz com que o efeito da carga elétrica de um sub-condutor interfira nos demais sub-condutores do feixe. Isto implica em perda de precisão uma vez que a equipotencialidade adotada ao longo da superfície de cada cabo deixa de ocorrer e é necessário um rearranjo da distribuição das cargas do sistema equivalente obtido para que tal problema seja corrigido.

O método das imagens sucessivas propõe que as cargas em cada cabo não estejam centradas e sim distribuídas em função da proximidade dos cabos e da configuração adotada. Este método aplica o método das imagens a um sistema de condutores cilíndricos paralelos, de raios finitos e com níveis de tensão conhecidos. Resumidamente, o método consiste em substituir a distribuição real da carga da superfície dos condutores por uma série de cargas lineares paralelas ao plano do solo e em seguida calcular a distribuição do campo considerando o sistema de cargas lineares resultante (Sarma; Janischewskyj, 1969).

Para uma breve descrição do método das imagens sucessivas considera-se dois subcondutores A e B, de raios r , distantes do solo, equidistantes em relação a origem do sistema de coordenadas e separados por uma distância s entre eixos mostrado na figura 17. Considerando que a carga de cada condutor seja $+Q$, admite-se que a carga complementar dos dois subcondutores seja $-2Q$ e esteja a uma distância infinitamente grande dos mesmos (Sarma; Janischewskyj, 1969). Se a relação da distância entre subcondutores e o raio dos subcondutores ($s/r \gg 10$) é muito grande, o campo elétrico superficial dos subcondutores A e B, podem ser obtidos, considerando a carga elétrica centrada em cada um deles (Sarma; Janischewskyj, 1969).

Agora, considerando a análise do campo elétrico superficial do condutor A, para que a superfície de A seja mantida como sendo uma equipotencial, uma carga $-2Q$ deve ser posicionada no infinito e sua respectiva imagem $+2Q$ colocada no centro do condutor A. Além disso, a carga $+Q$ deve ser posicionada no centro do condutor B e sua imagem $-Q$, no ponto indicado do condutor A, conforme a figura 18. A carga líquida de cada um dos

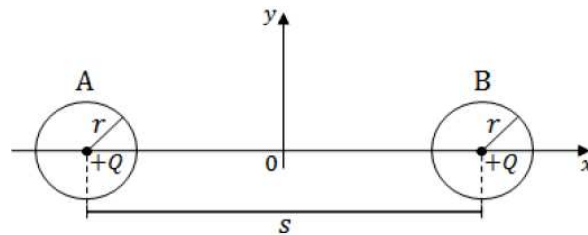


Figure 17 – Dois subcondutores isolados no espaço livre (Paganotti, 2012)

condutores deve ser mantida, ou seja, a carga no subcondutor A continua sendo $+Q$. A distância entre as cargas $+2Q$ e $-Q$ no subcondutor A é dada por $\delta_1 = r^2/s$ segundo (Sarma; Janischewskyj, 1969). O processo de obtenção de δ_1 pode ser verificado em (Paganotti, 2012). Um sistema análogo de cargas mantém o subcondutor B também como uma superfície equipotencial.

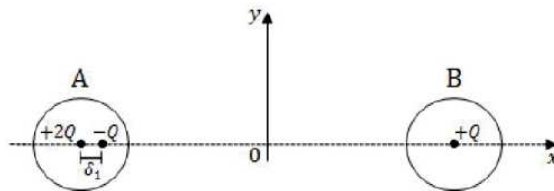


Figure 18 – Sistema físico equivalente obtido pelo método das imagens sucessivas para 2 cabos sem a presença do solo (Paganotti, 2012)

O efeito do solo é obtido por meio da consideração dos condutores imagens. Cada condutor imagem tem uma carga $-Q$, que acarreta em cargas iguais a $-2Q$ no centro do condutor A ou B e cargas imagem $+Q$, deslocadas do centro sobre os raios que ligam o condutor A com sua imagem, conforme a parte da esquerda da figura 19. A distribuição de cargas no subcondutor B é obtido de maneira análoga.

Nota-se em cada subcondutor, mostrado na figura 19, três cargas imagens. Pode-se inferir que para um sistema multicondutor com n subcondutores por fase, levando-se em conta a presença do solo tem-se em cada subcondutor $(2n - 1)$ cargas lineares imagens deslocadas de forma a garantir que a superfície de cada subcondutor seja mantida como uma superfície equipotencial (Sarma; Janischewskyj, 1969).

Para casos onde a relação s/r for pequena ou seja, menor do que 10, o processo descrito até o momento se torna insuficiente e tem-se que se utilizar imagens sucessivas de ordens superiores (Sarma; Janischewskyj, 1969). Nesta tese de doutorado, as distâncias envolvidas entre subcondutores possibilita a utilização de imagens sucessivas de primeira ordem. Os detalhes da implementação do método das imagens sucessivas de ordens superiores estão em (Sarma; Janischewskyj, 1969).

Deve ser enfatizado que, para valores de s/r maiores do que 10, a distância das

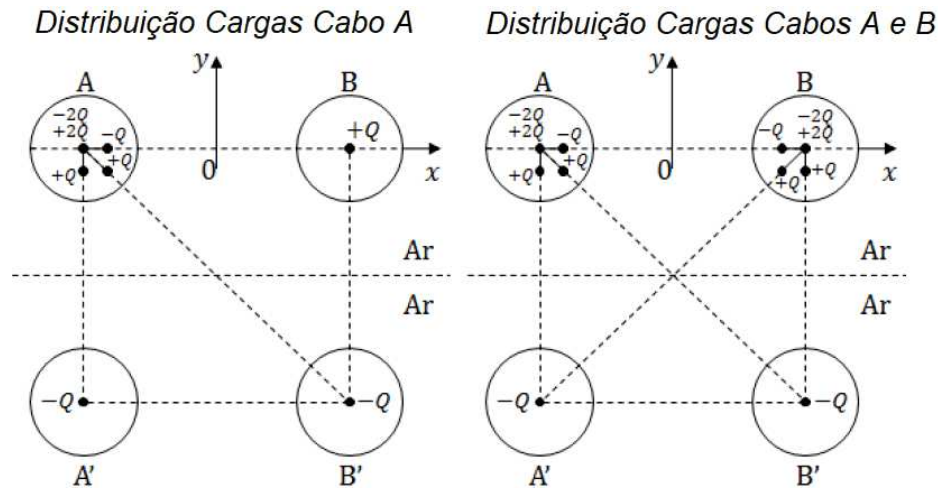


Figure 19 – Sistema físico equivalente obtido pelo método das imagens sucessivas para uma LT trifásica aérea com 2 cabos por fase incluindo o efeito do solo (Paganotti, 2012; Santos, 2017)

cargas imagens ao centro do condutor é muito pequena e a carga pode ser considerada centrada. Nestes casos, uma única imagem sucessiva é suficiente para a obtenção de uma aproximação adequada do sistema. Verifica-se que mesmo com apenas uma imagem sucessiva o método apresentado obtém resultados mais exatos que os alcançados por meio dos métodos que consideram apenas uma carga linear concentrada no centro dos cabos (Sarma; Janischewskyj, 1969).

Conhecendo-se a carga elétrica de cada subcondutor do sistema e aplicando-se o princípio da superposição o campo elétrico superficial pode ser obtido por:

$$\vec{E}(x, y) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^m \frac{Q_i}{|r_i|^2} \vec{r}_i \quad (3.20)$$

onde m é o número total de cargas imagens lineares no sistema, r_i é a distância de cada uma das cargas lineares ao ponto em que cada uma das quantidades acima são calculadas, Q_i a carga elétrica de cada carga imagem e ϵ_0 a permissividade elétrica do vácuo.

A precisão do método das imagens sucessivas está condicionado com o número de imagens sucessivas adotado. Este método pode ser considerado geral pois é aplicável a condutores distribuídos de maneira simétrica ou assimétrica e também se aplica ao caso de cargas iguais ou diferentes nas superfícies dos subcondutores (Sarma; Janischewskyj, 1969). O campo elétrico superficial é obtido ao longo da superfície de cada um dos subcondutores da LT considerada, em pontos distribuídos de maneira equidistante.

Em (Fuchs, 1974) tem-se um comparativo dos métodos mais referenciados na literatura para a determinação do campo elétrico superficial em LT's aéreas e, o método das imagens sucessivas é adotado como referência nas análises realizadas pelo autor. Ao se definir uma metodologia para a obtenção do campo elétrico superficial discute-se a seguir

a relação entre o campo elétrico superficial máximo e a ocorrência do efeito Corona.

3.2.5 Determinação do Campo Elétrico Superficial Crítico

A partir dos estudos experimentais realizados por Peek (Starr; Lloyd; Peek, 1927), para condutores com menor diâmetro uma formulação para a obtenção do valor eficaz do campo elétrico superficial crítico (kV/cm) é proposta. Em seguida, algumas adaptações são realizadas por (Starr; Lloyd; Peek, 1927) levando-se em conta características do ambiente e do estado físico dos condutores e obtém-se :

$$E_c = 21,56 f_s \delta_{ik} \left(1 + \frac{0,301}{\sqrt{r \delta_{ik}}} \right) \quad (3.21)$$

onde r é o raio do condutor em cm , f_s é um fator de superfície, adotado geralmente como sendo 0,82, demais valores deste coeficiente são dados na NBR-5422 (ABNT, 1985) e δ_{ik} é a pressão atmosférica relativa dada por:

$$\delta_{ik} = 0,386 \left(\frac{760 - 0,086 h_{max}}{273 + t_{amb}} \right) \quad (3.22)$$

onde h_{max} [m] é a altura da instalação em relação ao nível do mar e t_{amb} [°C] é a temperatura ambiente. Em (Miller, 1957) é proposto, uma atualização do trabalho de Peek (Starr; Lloyd; Peek, 1927), onde a obtenção do valor eficaz do campo elétrico crítico, para cabos com diâmetro externo maior do que 0,935 cm e menor do que 6,8 cm é dado por:

$$E_c = 18,11 f_s \delta_{ik} \left(1 + \frac{0,54187}{\sqrt{r \delta_{ik}}} \right) \quad (3.23)$$

Em trabalhos atuais da literatura (Ghassemi, 2019; Acosta; Tavares, 2020; Sarmiento, 2021) relacionados a otimização geométrica dos feixes de condutores para o aumento da capacidade de transmissão, o campo elétrico crítico superficial tem sido obtido satisfatoriamente por meio de (3.23).

3.2.6 Desempenho da LT em Relação ao Efeito Corona

O efeito corona aparece na superfície dos condutores de uma LT quando o campo elétrico superficial máximo excede o campo elétrico crítico. Este efeito libera o excesso de energia oriundo do campo elétrico superficial elevado, por meio de calor, luz, energia acústica e radiações eletromagnéticas (Fuchs, 1974). Toda a energia liberada ou irradiada deve provir do campo elétrico da LT e, conseqüentemente, do sistema alimentador, para o qual representa prejuízos para a concessionária.

Para a ocorrência do efeito corona são determinantes: a geometria dos feixes, a tensão de operação do sistema, os níveis de campos elétricos superficiais máximos e

as condições meteorológicas de onde a LT está inserida. A ocorrência do efeito corona pode comprometer os direitos individuais das pessoas que vivem próximas aos corredores de energia por acarretar ruído audível e rádio interferência que caso se propague além das faixas de passagem podem gerar desconforto aos moradores da região (EPRI, 2005; Fuchs, 1974). Diante disso, deseja-se que os empreendimentos de transmissão otimizados apresentem campos elétricos superficiais máximos inferiores ao campo elétrico crítico superficial dado por (3.23).

A determinação do ruído audível e da rádio interferência, e conseqüentemente das perdas ocasionadas pelo efeito Corona são tratados nos trabalhos de (Teixeira, 2017) e (Sarmiento, 2021) e não são abordados diretamente neste estudo, sendo a posteriori tratadas como uma das propostas de continuidades. Uma vez descrita a metodologia analítica considerada para a determinação do campo elétrico ao nível do solo e superficial, gerados pelas LT's, parte-se agora para a obtenção analítica do campo magnético envolvido.

3.3 Cálculo do Campo Magnético ao Nível do Solo

Partindo-se das equações de Maxwell, dadas por (3.1) e (3.2), em regime quase-estático verifica-se que o campo magnético oriundo das LT's é dependente da corrente elétrica envolvida, da distância entre as fontes e os pontos de observação, e das características magnéticas do meio, como a permeabilidade μ do meio.

A Lei de Biot-Savart (SADIKU, 2004) estabelece que a intensidade do campo magnético $d\vec{H}$ gerado em um ponto P devido a um elemento diferencial de corrente $I dl$ é proporcional ao produto entre $I dl$ e o seno do ângulo α (ângulo entre o elemento diferencial de corrente e a linha que une P ao elemento), e é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre eles. Tem-se após algumas manipulações matemáticas descritas em detalhes por (Faria; Almeida, 2007):

$$d\vec{H} = \frac{I dl \times \hat{a}_r}{4\pi r^2} = \frac{I d\vec{l} \times \vec{R}}{4\pi r^3} \quad (3.24)$$

onde \hat{a}_r é um vetor unitário que aponta do elemento diferencial de corrente ao ponto P , onde se pretende calcular o campo magnético. Inicialmente deseja-se obter o campo magnético em um ponto P gerado por uma corrente conduzida por um condutor filamental de comprimento AB , conforme mostrado na figura 20.

Nota-se na figura 20 a adoção de coordenadas cilíndricas e que o condutor está orientado ao longo do eixo z . Verifica-se que a componente dl é igual a $dz\hat{a}_z$ e o vetor R é igual a $(\rho\hat{a}_\rho - z\hat{a}_z)$, substituindo-se em (3.24), obtém-se (SADIKU, 2004):

$$\vec{H} = \int_L \frac{I d\vec{l} \times \vec{R}}{4\pi r^3} = \int_L \frac{I \rho dz}{4\pi(\rho^2 + z^2)^{3/2}} \hat{a}_\phi \quad (3.25)$$

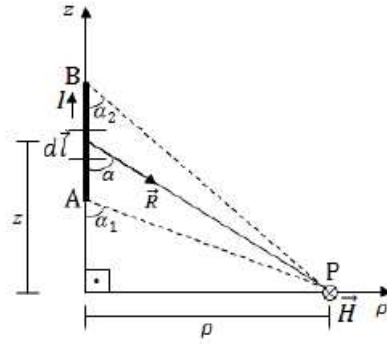


Figure 20 – Campo Magnético em Um Ponto P devido a Um Elemento Filamentar de Corrente - adaptado de (Santos, 2017)

Das relações geométricas dadas pela figura 20, descritas em detalhes por (Faria; Almeida, 2007), chegasse a expressão para \vec{H} dada por (SADIKU, 2004):

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi\rho}(\cos(\alpha_2) - \cos(\alpha_1))\hat{a}_\phi \quad (3.26)$$

Esta equação se aplica a qualquer condutor filamental retilíneo de comprimento finito. Verifica-se que o campo magnético está sempre na direção do vetor unitário \hat{a}_ϕ , independente do comprimento do condutor ou da posição do ponto P , respeitando-se a regra da mão direita, definida a partir de simplificações da Lei de Àmpere-Maxwell.

No entanto ao se modelar os cabos da LT como cabos infinitamente longos, tem-se $\alpha_1 = \pi$ rad e $\alpha_2 = 0$ rad, implicando em $(\cos(\alpha_1) = -1)$ e $(\cos(\alpha_2) = 1)$, logo obtém-se (SADIKU, 2004):

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi\rho}\hat{a}_\phi \quad (3.27)$$

sendo I a corrente que circula pelo condutor e ρ a distância entre a fonte do campo magnético e o ponto de avaliação.

O efeito do solo no cálculo do campo magnético realizado é feito usando-se o modelo de corrente de retorno pelo solo, a uma profundidade complexa \bar{p} , proposto por (Deri et al., 1981). Este modelo se assemelha muito ao método das imagens adotado no cálculo do campo elétrico ao nível do solo. Ele estabelece que a corrente I que percorre o condutor aéreo retorna pelo solo por meio de um condutor imagem localizado diretamente abaixo do condutor real a uma profundidade da terra dada por $\bar{y} = 2\bar{p} + y$, sendo y a altura do cabo em relação ao solo. O condutor imagem tem uma corrente $-I$ e a profundidade complexa \bar{p} é dada por (Deri et al., 1981):

$$\bar{p} = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_o\sigma_t}} = \sqrt{\frac{\rho_t}{j\omega\mu_o}} \quad (3.28)$$

sendo $\omega = 2\pi f$ a frequência angular do sistema, σ_t é a condutividade elétrica do solo e ρ_t a resistividade elétrica do solo, considerado igual a $1000 \Omega.m$ que corresponde a um valor típico para solos brasileiros, segundo (Alípio, 2008).

Para se determinar a intensidade de campo magnético em um ponto genérico acima do nível do solo, troca-se o sistema de coordenadas cilíndricas pelo sistema cartesiano, conforme descrito por (SADIKU, 2004). Considerando-se um único condutor ao longo do eixo z localizado em (x_i, y_i) , pela sua imagem dada no ponto $(x_i, -\bar{y}_i)$ e pelo ponto de observação em (x, y) obtém-se a expressão para \vec{H} (Balanis, 1998):

$$\vec{H}(x, y) = \frac{I}{2\pi} \left(\frac{-(y - y_i)\hat{a}_x + (x - x_i)\hat{a}_y}{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} + \frac{(y + \bar{y}_i)\hat{a}_x + (x - x_i)\hat{a}_y}{(x - x_i)^2 + (y + \bar{y}_i)^2} \right) \quad (3.29)$$

sendo a profundidade complexa dada por $\bar{y} = 2\bar{p} + y_i$ e \bar{p} é dado por (3.28). O primeiro termo de (3.29) é a contribuição devido a componente real da corrente e a segunda parte é gerada pela corrente imagem, e $I [A]$ é o fasor corrente.

Para as LT's aplica-se o princípio da superposição à equação (3.29), de maneira a se levar em conta a contribuição de cada um dos condutores da LT. Logo, a expressão para a obtenção de \vec{H} fica (Balanis, 1998):

$$\vec{H}(x, y) = \sum_{i=1}^N \frac{I_i}{2\pi} \left(\frac{-(y - y_i)\hat{a}_x + (x - x_i)\hat{a}_y}{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} + \frac{(y + \bar{y}_i)\hat{a}_x + (x - x_i)\hat{a}_y}{(x - x_i)^2 + (y + \bar{y}_i)^2} \right) \quad (3.30)$$

onde N é a quantidade de cabos da LT considerada, (x, y) são as coordenadas dos pontos de interesse e (x_i, y_i) coordenadas dos pontos fonte. Devido à natureza fasorial da corrente elétrica, o campo magnético resultante é obtido agrupando-se as componentes reais e imaginárias ao longo das direções x e y consideradas:

$$\vec{H}(x, y) = \left(\Re[H_x] + \text{Im}[jH_x] \right) \hat{a}_x + \left(\Re[H_y] + \text{Im}[jH_y] \right) \hat{a}_y \quad (3.31)$$

As parcelas reais (\Re) e imaginárias (\Im) são agrupadas e obtém-se uma resultante espacial na direção x e y , respectivamente. O módulo do campo magnético é obtido fazendo-se (Balanis, 1998):

$$|H(x, y)| = \sqrt{\left(\Re[H_x^2] + \text{Im}[H_x^2] + \Re[H_y^2] + \text{Im}[H_y^2] \right)} \quad (3.32)$$

Uma vez obtida a intensidade de campo magnético $H[A/m]$, determina-se a densidade de fluxo magnético $B [T]$ por meio da relação constitutiva $B = \mu H$. O valor da corrente I em cada fase varia conforme a carga conectada a LT. Diante deste fato, e

da dificuldade de se obter valores instantâneos da corrente elétrica adota-se o valor da corrente nominal de operação, calculada quando se conhece a potência nominal da LT. Alternativamente, considera-se a corrente máxima admissível pelo cabo fornecida por seus fabricantes. A corrente em cada um dos cabos de cada fase é obtida a partir da relação entre a matriz de impedâncias equivalente do sistema e a corrente nominal em cada fase descrita em detalhes por (Santos, 2017).

Uma vez descrita a modelagem do campo elétrico ao nível do solo e superficial e do campo magnético gerado pelas LT's, deseja-se agora obter uma representação numérica destes campos para que seja possível explorar novas concepções construtivas e se aplicar uma análise de sensibilidade mais exata e eficiente a partir da formulação numérica desenvolvida a seguir.

3.4 Modelagem Numérica de Linhas de Transmissão Aéreas

3.4.1 Formulação Clássica dos Campos Eletromagnéticos de uma LT

Embora os campos elétricos e magnéticos variantes no tempo sejam interdependentes conforme estabelecido pelas leis de Àmpere-Maxwell e de Faraday dadas em (3.1) e (3.3), respectivamente, adota-se nesta tese a LT operando em frequência industrial (60 Hz), o que possibilita considerar que a LT está em regime quase-estático. Logo os campos elétricos e magnéticos podem ser considerados desacoplados e são analisados separadamente (Balanis, 1998).

3.4.1.1 Campo Elétrico

Considerando-se um meio formado por regiões com permissividades (ϵ) e condutividades (σ) diferentes, insere-se uma LT com fasores de tensão conhecidos ($V = V_{fase} \angle \delta^\circ$) conforme mostrado na figura 21.

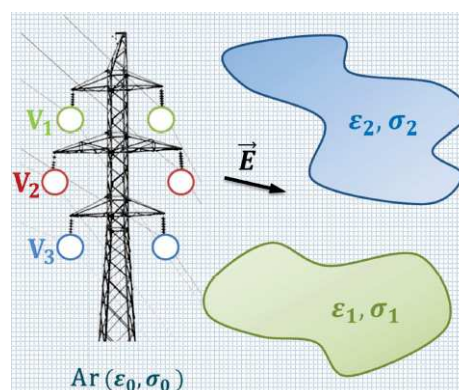


Figure 21 – Domínio genérico para a obtenção da distribuição do campo elétrico ao redor das LT's - adaptado de (Farah, 2014)

Partindo-se da lei de Faraday e de Gauss do magnetismo, sendo elas novamente apresentadas abaixo:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.33)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.34)$$

Aplicando-se a propriedade vetorial onde se tem que o rotacional do gradiente de um campo escalar é nulo ($\nabla \times \nabla V = 0$) e também a identidade que estabelece que o divergente do rotacional de um campo vetorial é nula, sendo V o potencial escalar elétrico adotado, pode-se escrever (Larsson, 2007; Matias; Raizer, 1997):

$$\vec{E} = -\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (3.35)$$

sendo \vec{A} o vetor potencial magnético. No caso das LT's, o campo elétrico originado se deve principalmente aos potenciais aplicados aos condutores, e, considerando que sua variação é suficientemente lenta, tal que o efeito de \vec{A} pode ser ignorado, tem-se (Larsson, 2007; Matias; Raizer, 1997):

$$\vec{E} = -\nabla V \quad (3.36)$$

onde o sinal negativo mostra que a direção do campo elétrico é oposta a direção em que o potencial elétrico V aumenta, ou seja, o campo elétrico é direcionado dos pontos de maior potencial para os de menor potencial elétrico (SADIKU, 2004). Para o domínio em duas dimensões adotado neste trabalho, o campo elétrico pode ser descrito em função dos valores de potencial espacial existentes, dados por (SADIKU, 2004; Balanis, 1998):

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x} \hat{a}_x - \frac{\partial V}{\partial y} \hat{a}_y \quad (3.37)$$

O comportamento do potencial escalar elétrico complexo ao redor da LT pode ser obtido a partir da lei de Ampere-Maxwell, reescrita abaixo no domínio da frequência dada por (3.38), das relações constitutivas $\vec{J} = \sigma_0 \vec{E}$ e $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ e por meio de (3.36) (Farah, 2014; Matias; Raizer, 1997):

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega \vec{D} \quad (3.38)$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) = \nabla \cdot (\vec{J} + j\omega \vec{D}) \quad (3.39)$$

$$0 = \nabla \cdot (\sigma_0 \vec{E} + \nabla \cdot (j\omega\epsilon_0 \vec{E})) \quad (3.40)$$

$$0 = \nabla \cdot (\sigma_0 (-\nabla V) + \nabla \cdot (j\omega\epsilon_0 (-\nabla V))) \quad (3.41)$$

$$0 = \nabla \cdot (\nabla V (\sigma_0 + j\omega\epsilon_0)) \quad (3.42)$$

onde σ_0 e ϵ_0 são a condutividade e a permissividade do espaço livre que envolve a LT. Reorganizando-se (3.42), verifica-se que a distribuição do potencial elétrico ao redor da LT é caracterizada por uma equação diferencial parcial dada por:

$$\nabla \cdot (\nabla V (\sigma_0 + j\omega\epsilon_0)) = 0 \quad (3.43)$$

3.4.1.2 Campo Magnético

Considerando-se um meio formado por regiões com permeabilidades diferentes (μ), insere-se uma LT com densidades de correntes de condução conhecidas ($J = J_{fase} \angle \delta^\circ$) conforme mostrado na figura 22.

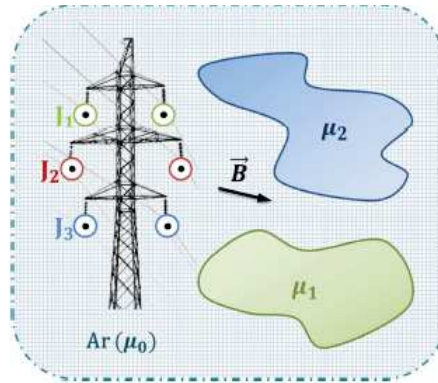


Figure 22 – Domínio genérico para a obtenção da densidade de fluxo magnético ao redor das LT's - adaptado de (Farah, 2014)

A Lei de Gauss do magnetismo ($\nabla \cdot \vec{B} = 0$) estabelece a natureza rotacional do campo magnético. A partir desta lei e sabendo-se que o divergente do rotacional de um campo vetorial é sempre nulo ($\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0$), logo estabelece-se que (Weiss; Csendes, 1982):

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (3.44)$$

Em duas dimensões, a densidade de corrente de condução orientada saindo da página dada por $J_z = J \hat{a}_z$ e o potencial vetor magnético $A_z = A \hat{a}_z$, possuem apenas

componentes longitudinais, pode-se escrever a densidade de fluxo magnético (\vec{B}) como sendo (Weiss; Csendes, 1982):

$$\vec{B} = \frac{\partial A}{\partial y} \hat{a}_x + \frac{\partial A}{\partial x} \hat{a}_y \quad (3.45)$$

A partir da Lei de Àmpere-Maxwell dada por (3.38) na perspectiva quase-estática, o termo correspondente a corrente de deslocamento ($j\omega\vec{D}$) é desprezível em relação ao termo que corresponde a corrente de condução J . Logo, tomando a relação constitutiva $\vec{B} = \mu\vec{H}$ e a relação vetorial $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$, obtém-se a equação diferencial parcial que descreve o potencial vetor magnético nos pontos ao redor do domínio da LT (Weiss; Csendes, 1982):

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) = \vec{J} \quad (3.46)$$

Assumindo que o potencial vetor magnético \vec{A} e o vetor de densidade de corrente são invariantes na direção longitudinal, a equação (3.46) se reduz a (Weiss; Csendes, 1982):

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla A \right) = J \quad (3.47)$$

A densidade de corrente J pode ser decomposta em duas componentes ($J = J_s + J_e$), onde J_s é a densidade de corrente de condução e J_e é a densidade de corrente parasita, dadas por :

$$J_s = -\sigma E_l \quad (3.48)$$

$$J_e = -j\omega\sigma A \quad (3.49)$$

J_s e J_e não podem ser mensurados fisicamente, são recursos matemáticos adotados na formulação envolvida (Weiss; Csendes, 1982) e E_l é o campo elétrico longitudinal. No entanto a densidade de corrente total J pode ser fisicamente mensurada e provê uma descrição da distribuição de corrente nos condutores.

Neste trabalho, devido ao regime quase estático adotado, que resulta numa variação lenta do campo magnético envolvido, despreza-se as densidades de correntes parasitas e adota-se distribuições homogêneas de correntes nos condutores considerados. Logo, o efeito pelicular não é levado em consideração no modelo atual. O efeito desta densidade de corrente parasita é abordado em detalhes em (Weiss; Csendes, 1982).

Verifica-se que a distribuição do potencial elétrico ao redor da LT e a distribuição do potencial vetor magnético são caracterizados cada um por uma equação diferencial parcial. Para o domínio bidimensional considerado nesta tese, as equações diferenciais parciais (3.47) e (3.42) podem ser reescritas de forma generalizada por (Farah, 2014):

$$\frac{\partial}{\partial x} \beta \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \beta \frac{\partial \phi}{\partial y} = b \quad (3.50)$$

onde para o problema eletrostático: ϕ é o potencial escalar elétrico [V]; $\beta = (\sigma + j\omega)$ são as propriedades dielétricas do meio (condutividade e permissividade elétrica do meio) e $b = 0$ indica que não há fontes de correntes ou outras fontes externas. A condutividade elétrica σ é muito grande dentro do condutor, nula no ar (meio que envolve a LT) e infinita no solo. Enquanto que para o problema magnetostático: ϕ é o potencial vetor magnético A [V.m/s]; $\beta = (1/\mu)$ é a relutividade magnética do meio e $b = J$ corresponde as fontes de corrente envolvidas.

A resolução analítica das equações diferenciais parciais de segunda ordem que regem os fenômenos eletromagnéticos envolvendo as LT's é inviável e muitas vezes impossível de ser obtida devido a complexidade das estruturas físicas encontradas (Oliveira, 1990). Logo para que a equação diferencial parcial que descreve o comportamento dos campos eletromagnéticos próximos às LT's possa ser resolvida e apresente uma solução única é necessário especificar as características físicas do domínio adotado onde ela é válida. Passa-se então para a especificação de um problema de valor de contorno (PVC) para que, em seguida, se obtenha a solução numérica da equação diferencial envolvida.

3.4.2 Determinação do Problema de Valor de Contorno

Uma vez determinada por meio das equações de Maxwell a maneira como o potencial escalar elétrico e o potencial vetor magnético se comportam na região próxima às LT's, expressa pela equação diferencial parcial (EDP) genérica dada por (3.50), necessita-se então definir o domínio de interesse Ω onde a EDP é válida. Além de se especificar a maneira como o potencial elétrico V e o potencial vetor magnético A se comportam nas fronteiras Γ deste domínio e na interface Γ_d entre meios com características dielétricas diferentes, definindo assim um problema de valor de contorno.

O estudo do comportamento do potencial elétrico na região onde está a LT envolve um domínio ilimitado, logo é necessário se estabelecer uma fronteira exterior fictícia a uma certa distância finita dos condutores para que se tenha um domínio de estudo limitado. As figuras 23 e 24 demonstram a delimitação do domínio considerando o solo como fronteira e como meio de estudo, respectivamente.

As condições de contorno são especificadas nas fronteiras Γ_1 e Γ_2 do domínio, mostradas na figura 25. Obrigatoriamente uma dessas condições deve ser especificada para cada parte das fronteiras ($\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$) (Jin, 2015). Onde Γ_1 é a condição essencial ou de Dirichlet (Bastos; Sadowski, 2003):

$$V = V_p \quad (3.51)$$

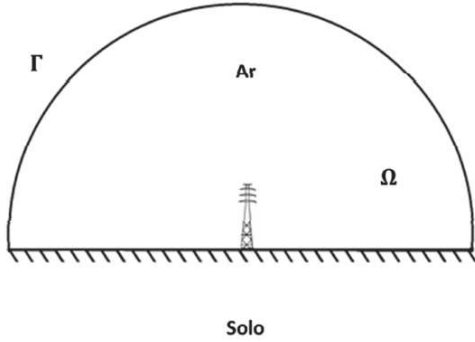


Figure 23 – Fronteira fictícia delimita o domínio da LT - solo CEP como fronteira - adaptado de (Farah, 2014)

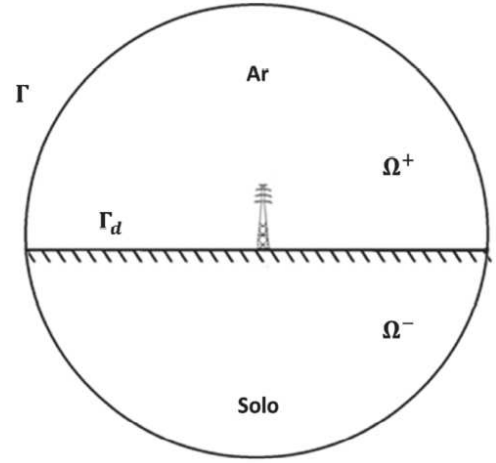


Figure 24 – Fronteira fictícia delimita o domínio da LT - solo adotado como um dos meios sob estudo - adaptado de (Farah, 2014)

E Γ_2 é a condição natural ou de Neumann (Bastos; Sadowski, 2003):

$$(\sigma + j\omega\epsilon) \frac{\partial V}{\partial n} = g \quad (3.52)$$

onde V_p representa os valores dos potenciais conhecidos nas fronteiras Γ_1 , e g representa o gradiente de V atravessando as fronteiras Γ_2 na direção normal \hat{n} , apontando para fora do domínio (Bastos; Sadowski, 2003). A tensão imposta a cada um dos cabos V_{cabo-i} por meio da condição de Dirichlet (Γ_1) é dada por:

$$V_{cabo-i} = \frac{|V_{ff}|}{\sqrt{3}} \angle \delta_i^\circ \quad (3.53)$$

onde V_{ff} é a tensão nominal entre fases da LT e δ_i° é o ângulo de defasagem elétrica de cada uma das fases do sistema trifásico equilibrado ($-120^\circ, 0^\circ, 120^\circ$). A figura 25 ilustra o domínio considerado e mostra os contornos de Dirichlet e Neumann adotados.

O contorno que delimita o domínio ilimitado onde está a LT é adotado como sendo uma fronteira de Neumann (Γ_2) e também pode ser considerado uma fronteira de Dirichlet com potencial nulo (Γ_1). O solo, quando considerado como um CEP, tem potencial nulo especificado ao longo de sua superfície compondo uma fronteira de Dirichlet no domínio considerado, conforme mostrado na figura 23.

As condições de interface estabelecidas por (3.8), (3.9), (3.10) e (3.11) devem ser respeitadas na interface Γ_d que delimita os dois meios com propriedades constitutivas diferentes, mostrado na figura 25. Deve-se ter a continuidade do potencial elétrico aplicado e a continuidade da componente tangencial do campo elétrico na interface Γ_d considerada (SADIKU, 2004).

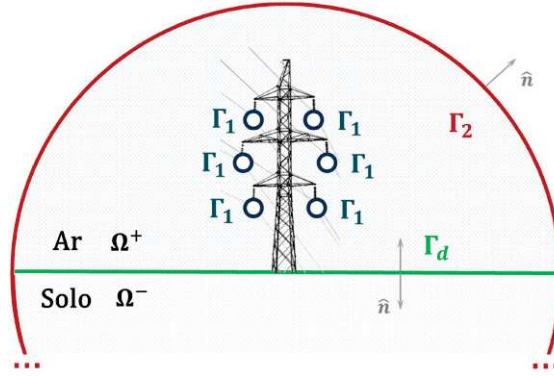


Figure 25 – Especificação do problema de valor de contorno: Γ_1 contorno de Dirichlet, Γ_2 contorno de Neumann, Γ_d interface entre meios diferentes, Ω^+ domínio formado pelo ar e Ω^- domínio formado pelo solo (Farah, 2014)

Os cabos para-raios tem o potencial elétrico nulo ($V_{pr} = 0$) em sua superfície, uma vez que eles estão solidamente aterrados ao longo da LT, logo também são especificados como sendo contornos de Dirichlet semelhantemente ao feito com os cabos condutores.

Diferentemente do que é feito com o potencial escalar elétrico, para a determinação do potencial vetor magnético e conseqüentemente do campo magnético não há nada que se possa impor relacionada aos potenciais existentes no solo e nas superfícies dos condutores. Neste caso, as fronteiras que delimitam o domínio e o interior dos cabos é que são levados em consideração. Adota-se condutores com densidades de corrente homogêneas dadas por:

$$J_{cabo_i} = \frac{|I_{fase_i}| \angle \delta_i^\circ}{S_{cond_i}} \quad (3.54)$$

onde I_{fase_i} [A] é a corrente no cabo i , e δ_i° é o ângulo de defasagem elétrica de cada uma das fases do sistema trifásico equilibrado ($-120^\circ, 0^\circ, 120^\circ$) e S_{cond_i} [m^2] é a área de seção transversal do condutor.

O valor instantâneo da corrente de fase I_{fase_i} em cada cabo depende do carregamento momentâneo da LT. O valor de corrente máxima pode ser obtida considerando-se uma carga W_{carga} com fator de potência unitário ($\cos(\theta) = 1$):

$$|I_n| = \frac{W_{carga}}{\sqrt{3}V_{linha}\cos(\theta)} \quad (3.55)$$

Uma vez que a carga conectada a LT é variável e deseja-se obter a situação mais crítica relacionada ao campo magnético existente, adota-se um valor de I_{max} determinado pelo fabricante dos cabos, baseando-se em limites de ampacidade.

Ao finalizar a definição do domínio de estudos e das condições de fronteira e de interface envolvidas agora se deseja obter a solução de (3.50) por meio do enfraquecimento

do equacionamento considerado. Para esta finalidade elege-se o método dos elementos finitos, iniciando-se pela obtenção dos resíduos ponderados.

3.5 Método dos Elementos Finitos

3.5.1 Aplicação do Método dos Resíduos Ponderados

O método dos elementos finitos está associado com métodos variacionais ou residuais (Jin, 2015; Bastos; Sadowski, 2003). No primeiro caso o procedimento numérico é estabelecido usando um funcional que tem de ser minimizado. Para cada problema um funcional particular tem de ser definido e sua obtenção pode ser uma tarefa árdua. Verifica-se na abordagem variacional que não se trabalha diretamente com a equação relacionada ao problema, mas com o funcional correspondente. Contrariamente o método residual é estabelecido diretamente do equacionamento físico do problema a ser resolvido. Esta abordagem é de entendimento e de aplicabilidade mais simples. Nesta tese opta-se realizar o enfraquecimento da formulação forte do problema a ser analisado pelos elementos finitos por meio do método residual.

O método residual consiste em se adotar uma função $\hat{\phi}$ aproximada como sendo a solução da equação diferencial parcial do problema de valor de contorno. A função é dada pelo relacionamento entre n constantes desconhecidas ϕ_i e n funções de aproximação linearmente independentes N_i , dada por (Farah, 2014; Bastos; Sadowski, 2003):

$$\hat{\phi} = \sum_{i=1}^n \phi_i N_i \quad (3.56)$$

A substituição da solução aproximada na equação diferencial do problema acarreta no surgimento de um resíduo r dado pela diferença entre a solução exata ϕ e a solução aproximada $\hat{\phi}$, dado por (Farah, 2014; Bastos; Sadowski, 2003):

$$\frac{\partial}{\partial x} \beta_x \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \beta_y \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} - b = r \quad (3.57)$$

onde $r \neq 0$. Deseja-se obter um resíduo nulo, de forma que a solução aproximada seja a mais próxima possível da solução exata. Logo o resíduo é então ponderado em todo o domínio Ω por funções de peso W_i e uma condição é aplicada para que o resíduo tenda a zero, fazendo-se (Jin, 2015; Bastos; Sadowski, 2003):

$$R_i = \int \int W_i r dx dy = 0 \quad (3.58)$$

Substituindo o resíduo r , tem-se:

$$R_i = \int \int W_i \left[\frac{\partial}{\partial x} \beta_x \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \beta_y \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} - b \right] dx dy = 0 \quad (3.59)$$

Tem-se em (3.59) que a projeção do resíduo r no espaço vetorial gerado pelas funções peso W_i linearmente independentes deve ser igual a zero (Oliveira, 1990). Assim se estabelece uma condição natural e matematicamente adequada para satisfazer a nulidade imposta de modo que a solução aproximada seja obtida por meio da integração ponderada da própria equação diferencial do problema analisado (Farah, 2014). Passa-se agora para a definição das funções de peso W_i e de interpolação N_i por meio do método de Galerkin para que a solução completa do problema possa ser obtida.

3.5.2 Método de Galerkin

Utilizando-se o método de Galerkin as funções de peso W_i são iguais as funções de forma N_i , logo o resíduo ponderado dado por (3.59) é dado como (Farah, 2014; Bastos; Sadowski, 2003):

$$\int \int_{\Omega} N_i \left[\frac{\partial}{\partial x} \beta_x \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \beta_y \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} - b \right] dx dy = 0 \quad (3.60)$$

Aplicando-se o teorema da divergência e identidades vetoriais relacionadas a campos vetoriais em (3.60), descritas em detalhes em (Jin, 2015) e (Bastos; Sadowski, 2003), tem-se:

$$\int \int_{\Omega} \left[\beta_x \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} + \beta_y \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} - b \right] dx dy + \oint_{\Gamma} N_i \vec{D} \cdot \hat{n} d\Gamma - \int \int_{\Omega} N_i b dx dy = 0 \quad (3.61)$$

onde:

$$\vec{D} = \left[\beta_x \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} \hat{x} + \beta_y \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} \hat{y} \right] \quad (3.62)$$

A segunda integral de (3.61) com o termo \vec{D} evidenciado em (3.62), está relacionada as condições de contorno adotadas que compõem o contorno do domínio ($\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$), sendo Γ_1 condições de Dirichlet e Γ_2 condições de Neumann. Para a parte Γ_1 uma vez que o potencial é constante sobre elas a contribuição desta integral é nula. Já para a parte Γ_2 tem-se a contribuição das componentes de \vec{D} dadas pela condição de Neumann. Para que os campos elétrico e magnético sejam sempre tangentes as fronteiras Γ_2 a condição de Neumann deve ser homogênea (Bastos; Sadowski, 2003):

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (3.63)$$

Logo, a contribuição da segunda integral pode ser desconsiderada e a equação (3.61) pode ser reescrita como (Jin, 2015; Bastos; Sadowski, 2003):

$$\int \int_{\Omega} \left[\beta_x \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} + \beta_y \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} \right] dx dy = \int \int_{\Omega} N_i b dx dy \quad (3.64)$$

Ao fim, a solução aproximada $\hat{\phi}$ é substituída pela equação (3.56) ($\sum_{i=1}^n \phi_i N_i$), retirando-se para fora da integral o somatório, sendo os termos ϕ constantes, para $j = 1, \dots, n$ o formato final é obtido:

$$\sum_{j=1}^n \left(\int \int_{\Omega} \left[\beta_x \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \beta_y \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dx dy \right) \phi_j = \int \int_{\Omega} N_i b dx dy \quad (3.65)$$

Tem-se ao final da aplicação do método de Galerkin uma formulação que envolve apenas derivadas de primeira ordem. Logo, tem-se uma formulação mais fraca, portanto, mais fácil para ser resolvida (Oliveira, 1990; Jin, 2015; Bastos; Sadowski, 2003).

O método de Galerkin possibilita de maneira relativamente simples a obtenção de soluções aproximadas de problemas de valor de contorno. O método dos elementos finitos fornece uma maneira geral e sistemática para a construção das funções de forma a serem adotadas nas aproximações de Galerkin e é discutida a seguir.

3.5.3 Elementos Finitos: Discretização do Domínio

No método dos elementos finitos o domínio da solução é subdividido ou discretizado em pequenas regiões chamadas de elementos finitos. Por exemplo, um domínio de estudos em duas dimensões como nesta tese pode ser discretizado adotando-se triângulos conforme pode ser verificado na figura 26.

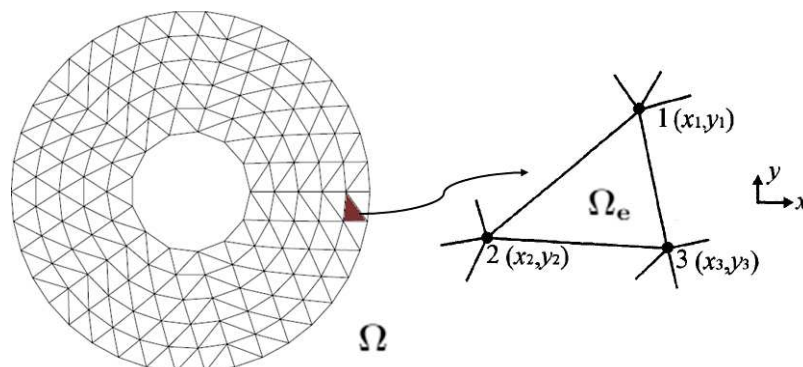


Figure 26 – Domínio Ω discretizado em vários subdomínios Ω_e (elementos triangulares de primeira ordem) Adaptado de (Bastos; Sadowski, 2003; Polycarpou, 2005)

Os pontos que definem os triângulos são denominados nós ou graus de liberdade. Em duas dimensões, o triângulo é uma das possibilidades de elemento a ser considerado, dentre

outras formas possíveis mostradas em (Bastos; Sadowski, 2003). O conjunto dos elementos compõem a malha do domínio. Seja $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ um domínio Lipshitz do espaço de dimensão d , dividido por n_e elementos, e que pode ser considerado para o caso bidimensional pela aproximação (Bastos; Sadowski, 2003):

$$\Omega \approx \sum_{i=1}^{n_e} \Omega_i^e \quad (3.66)$$

A equação diferencial é aproximada em cada elemento finito (Ω_i^e) por meio de uma combinação linear dos valores da variável incógnita em questão nos nós e de funções de interpolação devidamente escolhidas. Obtém-se assim, a descrição do fenômeno físico analisado em todo o domínio de estudo (Ω) por meio da composição das aproximações obtidas em cada elemento finito do domínio (Oliveira, 1990). Os elementos podem ter tamanhos variáveis, envolvendo apenas um mesmo material em seu interior. A densidade de elementos é livremente adaptada de acordo com as características físicas e geométricas das diferentes regiões do domínio. Tal característica confere grande adaptabilidade do método nas mais variadas geometrias dos dispositivos eletromagnéticos o que representa uma grande vantagem em relação a outras técnicas numéricas (Farah, 2014).

Na parte direita da figura 26 é destacado um triângulo. Chamado de elemento de primeira ordem uma vez que, a grandeza incógnita aproximada, que neste caso é o potencial ϕ , varia linearmente no elemento. A aproximação do potencial $\hat{\phi}$ no elemento é dada por (Bastos; Sadowski, 2003; Jin, 2015):

$$\hat{\phi}_i^e(x, y) = p_1^e + q_2^e x_i + t_3^e y_i \quad (3.67)$$

Por meio de algebrismo matemático, demonstrado em detalhes em (Bastos; Sadowski, 2003), obtém-se os valores das variáveis p_1^e , q_2^e e t_3^e para cada elemento específico a partir dos nós locais do elemento. A aproximação pode ser reescrita em função dos valores nodais dos potenciais ϕ_i^e , dado por (Bastos; Sadowski, 2003; Jin, 2015):

$$\hat{\phi}^e = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2\Delta_e} (p_i^e + q_i^e x + t_i^e y) \phi_i^e \quad (3.68)$$

Esta expressão mostra que os valores desconhecidos $\hat{\phi}^e(x, y)$ em qualquer ponto (x, y) dentro de um elemento do domínio pode ser interpolado linearmente a partir do valor do potencial dos nós do elemento (Jin, 2015). Sendo neste caso a função de aproximação $N_i^e(x, y)$, também chamada de função de forma, para o elemento de primeira ordem é dada por (Bastos; Sadowski, 2003; Polycarpou, 2005):

$$N_i^e(x, y) = \frac{1}{2\Delta_e} (p_i^e + q_i^e x + t_i^e y) \quad (3.69)$$

Sendo, por exemplo para $i = 1$ (Bastos; Sadowski, 2003):

$$p_1^e = x_2^e y_3^e - x_3^e y_2^e \quad (3.70)$$

$$q_1^e = y_2^e - y_3^e \quad (3.71)$$

$$t_1^e = x_3^e - x_2^e \quad (3.72)$$

Os demais termos para os nós 2 e 3 são obtidos por meio de permutação cíclica e podem ser encontrados em (Bastos; Sadowski, 2003). O termo Δ^e é a área do elemento considerado, dada em função das coordenadas de cada elemento por (Bastos; Sadowski, 2003):

$$\Delta^e = \frac{1}{2} ((y_2 - y_3)(x_1 - x_3) - (y_3 - y_1)(x_3 - x_2)) \quad (3.73)$$

Uma vez conhecida a expressão da função de forma $N_i^e(x, y)$ as derivadas espaciais podem ser obtidas facilmente (Bastos; Sadowski, 2003):

$$\frac{\partial N_j^e}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta^e} q_j^e \quad (3.74)$$

$$\frac{\partial N_j^e}{\partial y} = \frac{1}{2\Delta^e} t_j^e \quad (3.75)$$

Sabendo que o campo elétrico pode ser obtido por (SADIKU, 2004; Balanis, 1998):

$$\vec{E}(x, y) = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \hat{a}_x - \frac{\partial \phi}{\partial y} \hat{a}_y \quad (3.76)$$

Verifica-se que a aproximação do campo elétrico em um elemento finito de primeira ordem pode ser facilmente obtido fazendo-se:

$$\vec{E}(x, y) = -\frac{1}{2\Delta^e} (q_1 \phi_1^e + q_2 \phi_2^e + q_3 \phi_3^e) \hat{a}_x - \frac{1}{2\Delta^e} (t_1 \phi_1^e + t_2 \phi_2^e + t_3 \phi_3^e) \hat{a}_y \quad (3.77)$$

De maneira análoga, para a densidade de fluxo magnético tem-se:

$$\vec{B} = \frac{\partial A}{\partial y} \hat{a}_x + \frac{\partial A}{\partial x} \hat{a}_y \quad (3.78)$$

Logo a aproximação da densidade de fluxo magnético em um elemento finito de primeira ordem é dada por:

$$\vec{B}(x, y) = \frac{1}{2\Delta^e} (t_1 A_1^e + t_2 A_2^e + t_3 A_3^e) \hat{a}_x + \frac{1}{2\Delta^e} (q_1 A_1^e + q_2 A_2^e + q_3 A_3^e) \hat{a}_y \quad (3.79)$$

Verifica-se que o campo elétrico e a densidade de fluxo magnético são dependentes da geometria dos elementos e dos valores de potencial escalar e vetor magnético envolvidos.

Para cada elemento do domínio a equação do resíduo ponderado obtida por meio do método de Galerkin dada por (3.65) é agora descrita por (Bastos; Sadowski, 2003; Farah, 2014):

$$\sum_{j=1}^3 \int \int_{\Omega_e} \left(\left[\beta_x^e \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \frac{\partial N_j^e}{\partial x} + \beta_y^e \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \frac{\partial N_j^e}{\partial y} \right] dx dy \right) \phi_j^e = \int \int_{\Omega_e} N_i^e b_i^e dx dy \quad (3.80)$$

para $i = 1, 2, 3$. Pode-se reescrever este conjunto de equações em formato matricial, obtendo-se para o potencial escalar elétrico e para o potencial vetor magnético, respectivamente (Jin, 2015; Bastos; Sadowski, 2003):

$$[K_\phi^e] [\phi^e] = [b^e] \quad (3.81)$$

$$[K_A^e] [A^e] = [b^e] \quad (3.82)$$

Sendo os termos $[K_\phi^e]$ e $[K_A^e]$ da matriz de rigidez local de ordem 3×3 e os termos de excitação local de ordem 3×1 dados analiticamente por (Jin, 2015):

$$K_{ij}^e = \frac{1}{4\Delta^e} \left(\beta_x^e b_i^e b_j^e + \beta_y^e c_i^e c_j^e \right) \quad (3.83)$$

$$b_i^e = \frac{\Delta^e}{3} b^e \quad (3.84)$$

Os potenciais escalares e vetores magnéticos nos nós de cada elemento considerado são dados, respectivamente por (Jin, 2015):

$$[\phi^e] = [\phi_1^e \quad \phi_2^e \quad \phi_3^e]^T \quad (3.85)$$

$$[A^e] = [A_1^e \quad A_2^e \quad A_3^e]^T \quad (3.86)$$

Ao se verificar o equacionamento envolvido para a solução da equação diferencial parcial que descreve o problema em cada elemento, busca-se agora o entendimento da solução obtida por meio da contribuição de todos os elementos do domínio discretizado.

3.5.4 Contribuição Geral dos Elementos

Nota-se a partir de (3.68), que é possível se aproximar os potenciais $\hat{\phi}_e$ no interior dos elementos a partir dos valores discretos ϕ_i existentes nos nós dos elementos (Bastos; Sadowski, 2003).

Para a obtenção da distribuição do potencial em todo o domínio de estudos discretizado pelos elementos finitos, caracterizado pela equação diferencial parcial que descreve o problema e as condições de contorno adotadas, faz-se necessário agrupar as contribuições de cada elemento para a solução de maneira global. Com isso obtém-se a solução $\hat{\phi}$ ao longo de todo o domínio de estudos, por meio da contribuição de cada um dos subdomínios discretizados por meio do relacionamento geral existente entre eles. Assim, cada valor de potencial ϕ_i^e leva em conta a contribuição gerada por cada um dos elementos associados ao nó considerado (Oliveira, 1990). Cada um dos elementos existentes do domínio contribui para a obtenção de um resíduo global da solução dado por (Jin, 2015; Farah, 2014):

$$[R] = \sum_{i=1}^{ne} [K^e][\phi^e] - [b^e] = 0 \quad (3.87)$$

Isto resulta na constituição de um sistema de equações final. Este sistema é formado por n_{no} equações, com n_{no} incógnitas, relacionado ao valor da função $\hat{\phi}$ aproximada nos n_{no} nós do domínio:

$$[K][\phi] = [b] \quad (3.88)$$

O processo de construção da matriz global $[K]$ ($n_{no} \times n_{no}$) e do vetor b ($n_{no} \times 1$) é governado pelo conceito de continuidade (Jin, 2015). Neste trabalho ao se adotar elementos triangulares de primeira ordem, tem-se elementos de continuidade C^0 . Isto garante continuidade do potencial elétrico ϕ e do potencial vetor magnético (A) entre as interfaces de elementos adjacentes e descontinuidade do campo elétrico e do campo magnético na interface entre dois meios de materiais de permissividades e permeabilidades diferentes, respectivamente (Bastos; Sadowski, 2003).

Na matriz global cada termo K_{ij} vem do acoplamento entre os nós globais i e j em quaisquer elementos onde os mesmos estejam contidos (Jin, 2015). O processo de montagem da matriz de rigidez global pode ser obtida em detalhes em (Jin, 2015; Bastos; Sadowski, 2003; Polycarpou, 2005).

O fato de dois nós i e j quaisquer estarem simetricamente relacionados, por meio da existência ou não de elementos comuns, tem-se que os termos resultantes K_{ij} são idênticos aos termos K_{ji} o que resulta em uma matriz $[K]$ final simétrica (Bastos; Sadowski, 2003). Outra característica muito importante é a esparsidade da matriz global $[K]$, ocasionada pelo fato de que se dois nós i e j não tiverem ligação direta pela existência de elementos comuns o termo K_{ij} correspondente é nulo. Diante disso, boa parte das contribuições dos elementos nas linhas da matriz global são nulas o que gera a esparsidade da matriz. Tal fato gera economia de memória computacional uma vez que se utiliza de formas compactas de armazenamento de sistemas esparsos (Jin, 2015).

3.5.5 Imposição das Condições de Contorno

O sistema linear obtido ao se levar em conta a contribuição de cada um dos elementos finitos dado por (3.88) é um sistema singular. Isto implica na existência de infinitas soluções. No entanto, para que se tenha uma solução única as condições de contorno adotadas devem ser inseridas.

As condições de contorno de Neumann são naturalmente atendidas por meio da formulação do método de resíduos ponderados adotados para o enfraquecimento da formulação forte dada na equação (3.61).

Enquanto que a condição de Dirichlet que envolve a imposição dos potenciais elétricos conhecidos a determinados nós do domínio deve ser implementada. Resumidamente, a inserção da condição de Dirichlet envolve a eliminação da linha da matriz de rigidez global que corresponde aos nós de potencial conhecido inseridos pela imposição de *Dirichlet* no vetor de excitação do sistema (Polycarpou, 2005). Uma descrição dos detalhes de como a condição de *Dirichlet* é imposta pode ser obtida em (Jin, 2015; Bastos; Sadowski, 2003; Polycarpou, 2005).

Uma vez que o domínio que envolve a LT é ilimitado e sua consideração na modelagem por elementos finitos deve ser levada em conta de maneira finita discute-se a seguir como é realizado o truncamento do domínio de estudos nesta tese.

3.5.6 Tratamento do Domínio Aberto

Em muitas situações da engenharia elétrica os problemas envolvendo a determinação dos campos eletromagnéticos não estão confinados em um domínio finito e se tem um domínio aberto. Um vez que o método dos elementos finitos é um método de domínio finito, técnicas especiais devem ser adotadas para que se possa representar o efeito da região externa (infinita) no domínio de solução finito considerado (Qiushi Chen; Konrad, 1997). Os trabalhos de (Bettess, 1988; Qiushi Chen; Konrad, 1997; Bryant et al., 1994) apresentam diversas técnicas de domínios abertos atualmente empregadas em problemas eletromagnéticos estáticos e quase estáticos.

A solução do domínio estendendo-se até o infinito está além das capacidades dos recursos computacionais disponíveis e requer uma quantidade infinita de memória para discretizar o domínio infinito. Conseqüentemente, uma fronteira fictícia limitante do domínio deve ser definida para suplantiar esta dificuldade (Qiushi Chen; Konrad, 1997).

3.5.6.1 Truncamento da Fronteira Externa

O truncamento do domínio por meio da imposição de uma fronteira externa é uma aproximação intuitiva. Ela se baseia na consideração de que ao se colocar uma fronteira suficientemente longe, o potencial (ϕ_p) e a derivada normal do potencial ($\partial\phi/\partial n$) nesta

fronteira (Γ_{ext}) tendem a ser nulos. A exatidão desta aproximação fica atrelada a adoção de distâncias suficientemente grandes entre a fronteira externa e os objetos de interesse do domínio. Isso acarreta em aumento do custo computacional envolvido (Bryant et al., 1994; Qiushi Chen; Konrad, 1997).

A regra geral sugerida por (Qiushi Chen; Konrad, 1997) é de que a distância entre o centro do objeto de interesse e a fronteira externa seja de 5 vezes a maior dimensão do objeto de interesse considerado. Neste trabalho de doutorado adota-se o truncamento do domínio conforme mostrado nas figuras 27 e 28.

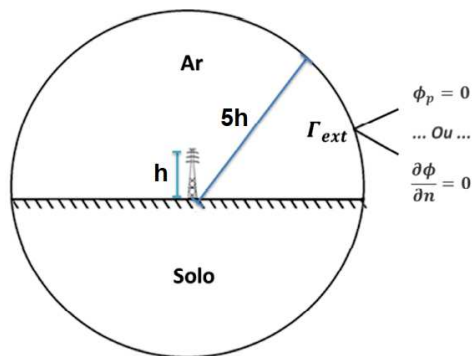


Figure 27 – Fronteira fictícia delimita o domínio da LT - solo adotado como um dos meios sob estudo - adaptado de (Farah, 2014)

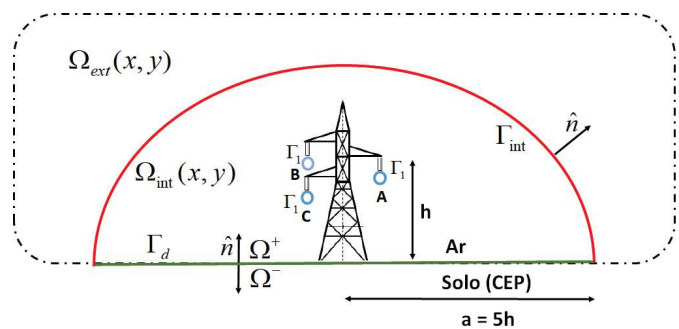


Figure 28 – Fronteira fictícia delimita o domínio da LT - solo CEP como fronteira

Sendo a maior dimensão do elemento de interesse a altura da torre (h) e a fronteira fictícia adotada para o truncamento do domínio fica a uma distância de $5h$. Nota-se a consideração do solo no domínio considerado na figura 27 e com a aproximação do solo como CEP na figura 28. A fronteira externa Γ_{ext} é considerada como sendo uma fronteira de Dirichlet nula ($\phi_p = 0$) ou uma fronteira de Neumann homogênea ($\partial\phi/\partial n = 0$) dependendo da análise realizada pelo trabalho.

Supondo a altura de uma torre de transmissão de extra alta tensão como sendo da ordem de 20 m (Fuchs, 1977), adotando-se o critério de truncamento sugerido por (Qiushi Chen; Konrad, 1997) o domínio circular ou semicircular considerado tem um raio de 100 m. Além de se ter um domínio extenso tem-se a necessidade do domínio apresentar diferentes níveis de discretização. Ou seja, próximo aos cabos condutores da LT que possuem dimensões milimétricas necessita-se de um elevado número de elementos (elementos pequenos) e já nas regiões de transição entre os cabos e as fronteiras pode se ter uma discretização inferior (elementos maiores).

Embora o domínio considerado pelo truncamento seja grande e possa levar a um custo computacional elevado devido as discretizações do domínio durante o processo de

otimização a ser realizado, esta é a abordagem primária realizada nesta pesquisa. Há na literatura outras técnicas com maior rigor matemático, como descrito por (Saito; Takahashi; Hayano, 1987; Qiushi Chen; Konrad, 1997), sendo uma delas abordada a seguir.

3.5.6.2 Transformada Espacial de Kelvin

Outra técnica de truncamento muito usada na literatura é a transformada de Kelvin (Qiushi Chen; Konrad, 1997). Esta técnica usa uma fronteira fictícia circular Γ_f que envolve o objeto de interesse em um domínio interno Ω_{int} . Para se considerar a região externa de maneira fisicamente adequada, o restante do domínio infinito Ω_{ext} é continuamente mapeado em outro domínio circular por meio de funções de mapeamento geométrico.

O raio a de ambos os domínios devem ser iguais, tal que cada ponto (x, y) no domínio externo original possa ser representado por um único ponto $\zeta(\epsilon, \eta)$ no domínio transformado de acordo com (Farah et al., 2018):

$$\epsilon = (a^2/d_c^2)(x - x_c) + \epsilon_c \quad (3.89)$$

$$\eta = (a^2/d_c^2)(y - y_c) + \eta_c \quad (3.90)$$

onde (x_c, y_c) é o ponto central no domínio interno (em coordenadas reais), (ϵ_c, η_c) é o ponto central no domínio externo transformado, e d_c é a distância euclidiana entre o ponto central (x_c, y_c) e o ponto externo (x, y) :

$$d_c = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2} \quad (3.91)$$

Com a transformação de Kelvin mover-se além da fronteira fictícia do domínio interno em direção ao infinito, equivale a mover-se em direção ao centro do domínio transformado (Farah et al., 2018). A transformada de Kelvin é aplicada considerando-se o solo como sendo um condutor elétrico perfeito (CEP) e o domínio semicircular, conforme mostrado na figura 28. O domínio interno e o externo transformado podem ser observados na figura 29.

Os nós presentes na fronteira fictícia que delimita o Ω_{int} e Ω_{ext} devem ser coincidentes e logo possuem o mesmo potencial ϕ . Para o domínio interno, a discretização por meio dos elementos finitos não requer nenhum ajuste e consiste nas etapas descritas anteriormente.

Necessita-se também obter os termos de contribuição para os elementos do domínio externo. Para estes elementos o gradiente das funções de forma mostrados em (3.74) e (3.75) devem ser modificados em função da transformação espacial realizada. A matriz Jacobiana obtida para os elementos do domínio transformado é determinada por meio de (3.89) e (3.90) e é dada por (Qiushi Chen; Konrad, 1997):

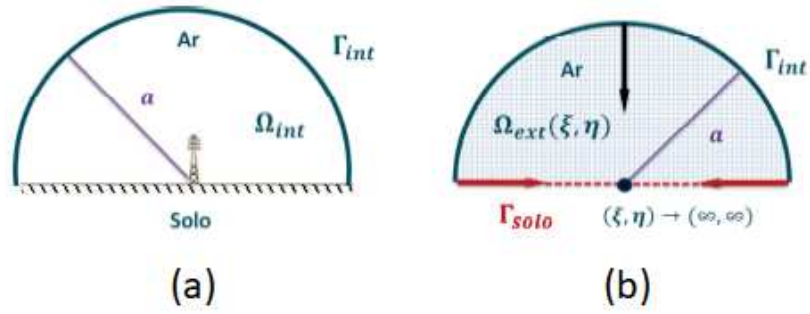


Figure 29 – Transformação Espacial de Kelvin: a) domínio interno e b) domínio externo transformado - adaptados de (Farah, 2014).

$$J = \frac{1}{a^2} \begin{bmatrix} (\eta - \eta_c)^2 - (\epsilon - \epsilon_c)^2 & -2(\epsilon - \epsilon_c)(\eta - \eta_c) \\ -2(\epsilon - \epsilon_c)(\eta - \eta_c) & (\epsilon - \epsilon_c)^2 - (\eta - \eta_c)^2 \end{bmatrix} \quad (3.92)$$

A partir de (3.92) a matriz de contribuição elementar para o cálculo do potencial escalar elétrico pode ser escrita para o sistema de coordenadas externo transformado como descrito em detalhes em (Farah et al., 2018; Qiushi Chen; Konrad, 1997). A contribuição de todos os elementos pertencentes ao domínio interno e ao domínio externo transformado ($\Omega_t = \Omega_{int} + \Omega_{ext}$) resulta na obtenção de um sistema linear de equações igual ao dado por (3.88).

Verifica-se a partir dos resultados apresentados por (Farah et al., 2018), ser a transformação de Kelvin uma ótima alternativa a ser empregada para que se possa considerar domínios de estudos reduzidos próximos aos feixes de condutores. Com isso, o custo do processo de otimização envolvido na discretização e na solução do domínio de estudos analisado, repetidas vezes, seja reduzido. No entanto, na metodologia proposta por (Farah et al., 2018) há alguns gargalos relacionados à determinação do campo elétrico ao nível do solo ao se adotar o domínio de estudos próximos aos feixes de condutores que necessitam ainda serem resolvidos e representam uma excelente possibilidade de continuidade desta tese. Alguns testes adotando-se a transformada de Kelvin considerando o domínio com a presença do solo homogêneo, solo CEP e com o domínio reduzido próximo aos feixes de condutores são realizados nesta tese.

Uma vez finalizada a descrição do modelo numérico da LT considerada neste trabalho para a determinação dos níveis de campo elétrico ao nível do solo e superficial e da intensidade do campo magnético, parte-se agora para a metodologia de determinação da potência natural das LT's.

3.6 Obtenção da Potência Natural (SIL) das LT's

O valor da potência natural ou SIL (do inglês, *surge impedance loading*) representa um meio prático para se mensurar as limitações do carregamento de uma LT levando-se em conta os efeitos das reatâncias envolvidas, da queda de tensão e dos limites de estabilidade (EPRI, 2005). O valor do SIL é útil para estimar a capacidade de carregamento relativa de linhas de transmissão com diferentes níveis de tensão, construções e comprimentos do ponto de vista do sistema (Ghassemi, 2019). Esta referência de carregamento da LT se baseia em princípios físicos relacionados ao projeto da LT, uma vez que é dependente da capacitância (C_1) de sequência positiva e da indutância (L_1) de sequência positiva e estes parâmetros são diretamente relacionados a posição espacial dos feixes de condutores (EPRI, 2005).

Do ponto de vista de circuitos elétricos o carregamento dado pelo SIL é obtido quando uma linha de transmissão trifásica equilibrada alimenta uma carga conectada em estrela (Y) com resistência Z_c (impedância característica, também chamada de impedância de surto em um modelo de linha sem perdas) por fase (Glover; Sarma; Overbye, 2012). Nesta condição a potência reativa (VAR) gerada na capacitância da LT é exatamente cancelada pelos VARs absorvidos pela indutância da linha (negligenciando a resistência da linha e as perdas de potência existentes) resultando apenas em fluxo de potência ativa na LT (EPRI, 2005). A potência natural de linhas de transmissão de extra alta tensão (EHV) é dada em MW e a impedância característica (Z_c) é expressa por (EPRI, 2005; Glover; Sarma; Overbye, 2012):

$$Z_c = \sqrt{\left(\frac{L_1}{C_1}\right)} \quad (3.93)$$

onde L_1 é a indutância da linha de sequência positiva por metro [H/m], C_1 é a capacitância da linha de sequência positiva por metro [C/m] e Z_c é a impedância característica [Ω].

Nesta tese o SIL é obtido por meio de três abordagens diferentes. A primeira utiliza as impedâncias (Z_1) e admitâncias (Y_1) de sequência positiva e a segunda utiliza a aproximação que envolve a determinação da carga elétrica de sequência positiva. Estas duas primeiras aproximações são utilizadas pelo modelo analítico da LT. A última abordagem é aplicada ao modelo numérico da LT e envolve a obtenção do SIL a partir de aproximações da capacitância e indutância de sequência positiva obtidas a partir da energia armazenada no campo elétrico e magnético do domínio de estudos que envolve as LT's.

3.6.1 Obtenção do SIL Via Admitância e Impedância de Sequência Positivas

Neste caso Z_c é calculado a partir da impedância de sequência positiva (Z_1) e da admitância de sequência positiva (Y_1), para o modelo analítico desenvolvido para a LT,

sendo Z_c também dada por (Glover; Sarma; Overbye, 2012):

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z_1}{Y_1}} \quad (3.94)$$

O processo de obtenção das impedâncias e das admitâncias de sequência positiva, envolve a obtenção de matrizes reduzidas da LT, e a consideração de LT's idealmente transpostas. O processo envolvido na obtenção destas matrizes pode ser verificado no trabalho de (Santos, 2017). A potência natural (SIL) pode ser expressa como (Fuchs, 1977; Glover; Sarma; Overbye, 2012):

$$SIL = \frac{V_{ff}^2}{Z_c} \quad (3.95)$$

onde V_{ff} é o módulo da tensão entre fases [kV]. De (3.93) e (3.95), verifica-se que um aumento da potência natural pode ser obtido aumentando-se C_1 e/ou reduzindo L_1 da linha.

Importante frizar que o SIL é uma função do quadrado da tensão aplicada a LT, conforme (3.95). Tal fato responde em parte pelo aumento do nível de tensão adotado pelas LT's nos últimos anos, especialmente para linhas longas. No entanto o aumento simplesmente do nível de tensão de uma LT já existente esbarra na necessidade de adequação dos elementos das subestações envolvidas (EPRI, 2005). Considerando-se o modelo analítico da LT desenvolvido neste trabalho pode-se obter o SIL por meio de uma aproximação baseada na carga elétrica de sequência positiva descrita em detalhes a seguir.

3.6.2 Aproximação do SIL a partir da Carga Elétrica de Sequência Positiva

A carga elétrica de sequência positiva é dada pela relação entre a matriz de capacitâncias de sequência positiva e a tensão de fase aplicada ao sistema trifásico equilibrado (V_1), relacionados matricialmente por (Júnior, 1995):

$$q_1 = \frac{1}{n_f} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 & \dots & a^{n_f-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & \dots & c_{1n_f} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & \dots & c_{2n_f} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & \dots & c_{3n_f} \\ \vdots & & & \ddots & \\ c_{n_f1} & c_{n_f2} & c_{n_f3} & \dots & c_{n_f n_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a^* \\ a^{2*} \\ \vdots \\ a^{n_f-1*} \end{bmatrix} V_f \quad (3.96)$$

sendo c_{ij} os elementos da matriz de capacitâncias de sequência positiva, obtidos a partir da inversão da matriz P dos coeficientes potenciais de Maxwell, descritos em detalhes na seção (3.2.2), n_f é o número de fases do sistema, V_f é a tensão de fase aplicada ao sistema e $a = e^{\frac{j2\pi}{n_f}}$. Ao se resolver (3.96), obtém-se (Júnior, 1995; Santos, 2017):

$$q_1 = \frac{V_f}{n_f} \sum_{i=1}^{n_f} \sum_{k=1}^{n_f} c_{ik} e^{-\frac{j2\pi}{n_f}(i-k)} \quad (3.97)$$

Separando a parte real e imaginária de q_1 obtém-se (Júnior, 1995):

$$q_1 = \frac{V_f}{n_f} \sum_{i=1}^{n_f} \sum_{k=1}^{n_f} c_{ik} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{n_f}(i-k)\right) + j \sin\left(\frac{2\pi}{n_f}(i-k)\right) \right] \quad (3.98)$$

Uma vez que a matriz de capacitâncias é simétrica, a equação (3.98) é dada por (Júnior, 1995):

$$q_1 = \frac{V_f}{n_f} \left[\sum_{i=1}^{n_f} c_{ii} + \sum_{i=1}^{n_f} \sum_{k=i+1}^{n_f} 2c_{ik} \cos\left(\frac{2\pi}{n_f}(i-k)\right) \right] \quad (3.99)$$

A carga de sequência positiva q_1 possui a mesma fase que a tensão de fase aplicada (V_f) em cada uma das fases. Agora separando-se a carga de cada condutor em duas parcelas q_{P1a} e q_{P2a} que correspondem às projeções do fasor carga elétrica em dois eixos. Tem-se a primeira parcela q_{P1a} em fase com a tensão de fase correspondente e a segunda parcela q_{P2a} em quadratura, conforme mostrado na figura 30.

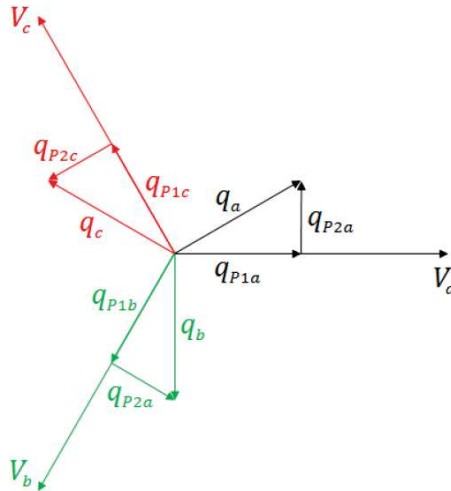


Figure 30 – Diagrama fasorial das tensões e cargas de um sistema trifásico balanceado - adaptado de (Santos, 2017)

A partir do diagrama mostrado na figura 30 afirma-se que para um sistema balanceado a carga q_i do subcondutor i da fase f se relaciona com as suas respectivas projeções P_{1a} e P_{2a} da seguinte maneira (Júnior, 1995):

$$q_{P1i} + jq_{P2i} = q_i \frac{V_f^*}{|V_f|} \quad (3.100)$$

onde $|V_f|$ e V_f^* correspondem, respectivamente, a tensão de cada fase com o respectivo ângulo de fase e V_f^* é o conjugado correspondente. A carga total das projeções na fase f

é dada pelo somatório das projeções das cargas de cada subcondutor nessa mesma fase. Logo, tem-se (Júnior, 1995):

$$\sum_{f=1}^{n_f} Q_{P1f} + jQ_{P2f} = \sum_{i=1}^{n_c} q_{P1i} + jq_{P2i} = \Re\left\{ \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 & \dots & a^{n_f-1} \end{bmatrix} Q \right\} \quad (3.101)$$

sendo Q o vetor formado pelas cargas elétricas por unidade de comprimento de cada fase. Ao comparar as equações (3.96) e (3.101), tem-se que a carga de sequência positiva é dada pela média da soma das projeções, como apresentado abaixo (Júnior, 1995):

$$q_1 = \frac{\sum_{f=1}^{n_f} (Q_{P1f} + jQ_{P2f})}{n_f} \quad (3.102)$$

A carga de sequência positiva está em fase com a tensão de sequência positiva e as cargas nas projeções P_2 podem ser consideradas nulas, logo obtém-se (Júnior, 1995):

$$q_1 = \frac{\sum_{f=1}^{n_f} (Q_{P1f})}{n_f} = \frac{\sum_{i=1}^{n_c} (q_{P1i})}{n_f} \quad (3.103)$$

A carga elétrica de sequência positiva é dada pela soma das projeções de cada carga elétrica em cada fase dividida pelo número de fases do sistema considerado. Considerando-se LT's em regime permanente, apenas com grandezas de sequência positiva, para uma LT sem perdas tem-se a potência característica P_c (SIL) dada por (Júnior, 1995):

$$P_c = n_f V_f^2 v_1 C_1 = \frac{n_f V_f^2}{v_1 L_1} \quad (3.104)$$

Sendo os parâmetros com índice 1 de sequência positiva, V_f é o módulo da tensão de fase, v_1 é a velocidade de fase sendo dada por $1/\sqrt{L_1/C_1}$, onde L_1 é a indutância longitudinal de sequência positiva e C_1 é a capacitância transversal de sequência positiva e n_f corresponde ao número de fases, que no caso dos sistemas trifásicos é igual a 3. Desconsidera-se a perda de energia referente ao efeito do solo e despreza-se a indutância interna nos condutores da LT, logo considera-se a velocidade de fase como sendo igual a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no espaço livre, sendo igual a 3×10^8 m/s. Ao se considerar que $C_1 = q_1/V_f$, substituindo em (3.104) resulta:

$$P_c = n_f V_f v_1 q_1 \quad (3.105)$$

onde q_1 é a carga elétrica de sequência positiva da LT. A aproximação da potência característica (SIL) em função da carga elétrica de sequência positiva é explorada pelo método adjunto durante o processo de otimização do modelo analítico implementado nesta tese.

3.6.3 Aproximação Numérica por Elementos Finitos do SIL da LT

A determinação do SIL do modelo numérico da LT é baseado na obtenção da energia armazenada no campo magnético e no campo elétrico em cada um dos elementos de primeira ordem adotados na discretização do domínio de estudos que envolve a LT. Em seguida partindo-se destas energias obtém-se aproximações da capacitância de sequência positiva (C_1) e da indutância de sequência positiva (L_1).

A energia armazenada no campo magnético é obtida a partir da densidade de fluxo magnético ($B[T]$) que é obtida a partir da solução numérica via elementos finitos do potencial vetor magnético (A) definido pela equação diferencial parcial (3.47) no domínio considerado. Adota-se o valor da corrente máxima permitida, definida por critério de ampacidade pelos fabricantes dos cabos, nos casos em que se desconhece a potência aparente transmitida pela LT. Ao se adotar elementos de primeira ordem na discretização do domínio analisado obtém-se a energia armazenada no campo magnético como sendo (Farah et al., 2018; Pinto et al., 1998):

$$W_m = \frac{1}{2}l \sum_{e=1}^n \Delta^e \nu^e B_e^2 \quad (3.106)$$

onde W_m é a energia magnética armazenada [J], l dimensão de profundidade [m] do elemento, Δ^e é a área do e-ésimo elemento [m^2], ν^e é a relutividade magnética do e-ésimo elemento finito [m/H] e B_e [T] é a densidade de fluxo magnético no e-ésimo elemento. Logo, a indutância (L_1) de sequência positiva por fase é obtida da média da energia magnética sendo dada por (Farah et al., 2018; Pinto et al., 1998):

$$L_1 = \frac{2W_{m-média}}{3I^2} \quad (3.107)$$

onde $W_{m-média}$ é a média dos valores de W_m obtidos considerando-se valores máximos de corrente em cada uma das fases em momentos diferentes e I é o módulo do valor máximo da corrente elétrica definida em função do tipo de cabo adotado.

Utilizando elementos finitos de primeira ordem para discretizar o domínio de estudos, obtém-se o potencial escalar elétrico em cada um dos nós do domínio a partir da solução de (3.43) no domínio definido pelas condições de contorno definidas anteriormente. Então, partindo destes potenciais obtém-se a distribuição do campo elétrico em cada um dos elementos do domínio, a partir do qual se obtém a energia armazenada no campo elétrico (Farah et al., 2018; Pinto et al., 1998):

$$W_e = \frac{1}{2}l \sum_{e=1}^n \Delta^e \epsilon^e E_e^2 \quad (3.108)$$

onde W_e é a energia armazenada no campo elétrico [J], ϵ^e é a permissividade dentro de cada elemento [C^2/Nm^2] e E_e é o campo elétrico no e-ésimo elemento [V/m]. Então a

capacitância de sequência positiva entre fase e solo é obtida por (Farah et al., 2018; Pinto et al., 1998):

$$C = \frac{2W_e}{V_{ff}^2} \quad (3.109)$$

onde V_{ff} é a tensão nominal de linha aplicada à LT. Para se levar em conta a transposição dos condutores, a capacitância da linha para o solo é então calculada pelo valor médio das três capacitâncias obtidas. Uma vez conhecida a capacitância e a indutância da LT é possível obter a impedância característica, que na linha sem perdas considerada é igual a impedância de surto, dada por (3.93) e em seguida obter o SIL por meio de (3.95).

De acordo com (EPRI, 2005), o carregamento da LT diminui a medida que o comprimento dela aumenta. Para linhas curtas o carregamento é limitado termicamente, quando o comprimento da LT aumenta, considerações relacionadas a queda de tensão devem ser adotadas. Linhas curtas operam com um carregamento geralmente de 2 a 2,5 vezes o valor do SIL e com isso acarreta a necessidade de suporte de potência reativa para manter o nível de tensão desejado. Enquanto que LT's longas devem ser limitadas a uma vez ou menos o valor do SIL por questões de estabilidade (EPRI, 2005).

3.7 Conclusão

Neste capítulo é descrita em detalhes a modelagem eletromagnética das LT's adotadas nesta tese. Partindo-se das equações de Maxwell obtém-se a modelagem analítica e numérica dos campos elétricos ao nível do solo e superficiais e do campo magnético ao nível do solo. Aplica-se o método das imagens sucessivas para a determinação do campo elétrico superficial na formulação analítica e adota-se o método dos elementos finitos no modelo numérico. O domínio de estudos infinito que envolve a LT é feito finito por meio do truncamento do domínio e do uso da transformada de Kelvin. Finaliza-se o capítulo determinando-se as metodologias adotadas para a obtenção da potência natural das linhas. Uma vez desenvolvida a modelagem eletromagnética das LT's, necessita-se de um método que proporcione uma análise de sensibilidade da posição espacial dos condutores dos sistemas de transmissão em relação aos campos eletromagnéticos envolvidos. Isto deve ser feito de maneira rápida e exata para que o método de otimização baseado nesta análise de sensibilidade (derivada da função objetivo) seja robusto e eficiente. O método adjunto é adotado nesta tese para a obtenção da sensibilidade das funções de interesse e é descrito em detalhes no próximo capítulo.

4 Análise de Sensibilidade de Dispositivos Eletromagnéticos em Baixa Frequência Usando o Método Adjunto

Este capítulo apresenta a análise de sensibilidade de dispositivos eletromagnéticos em baixa frequência desenvolvida nesta tese. A análise de sensibilidade adjunta é aplicada aos modelos numérico e analítico de linhas de transmissão aéreas descritos no capítulo anterior. Os princípios matemáticos, a aplicabilidade e as particularidades do método adjunto, bem como os ganhos computacionais envolvidos são apresentados. Este capítulo busca apresentar as bases para o entendimento e a implementação da análise de sensibilidade por meio do método adjunto-CFD (Feasible adjoint sensitivity technique (**FAST**)), do método adjunto-analítico e por meio do método das diferenças finitas centrais (CFD).

4.1 Análise de Sensibilidade de Dispositivos Eletromagnéticos

A análise de sensibilidade é uma ferramenta poderosa na modelagem e na otimização do projeto assistido por computador (CAD, do inglês *computer aid design*) de estruturas eletromagnéticas em alta frequência, desde a década de 70 (Bakr; Elsherbeni; Demir, 2017; Bandler; Seviara, 1970). Ela determina como uma função objetivo é sensível aos diferentes parâmetros envolvidos na modelagem do problema. Estes parâmetros geralmente estão relacionados ao formato, localização no domínio estudado, e ao meio material dos dispositivos envolvidos (Bandler et al., 1988; Bandler; Zhang; Biernacki, 1989a).

A sensibilidade do projeto é representada pelo gradiente da função resposta no espaço de parâmetros de projeto (Georgieva et al., 2002a). A resposta do sistema pode ser: uma resposta distribuída representando variáveis de estado, como corrente elétrica ou distribuição do campo elétrico; um conjunto de parâmetros de engenharia descrevendo o desempenho do dispositivo ou uma função escalar de performance global, como por exemplo uma função objetivo em um problema de otimização (Park, 2019).

A otimização de um dispositivo eletromagnético é uma tarefa complexa pois envolve a relação entre os parâmetros de projeto, sendo estas relações muitas vezes de elevada complexidade, podendo ser explícitas e implícitas (Gitosusastro; Coulomb; Sabonnadiere, 1989). Esta otimização é composta por procedimentos voltados para o aumento do desempenho do dispositivo envolvendo as variáveis de projeto (Bakr; Elsherbeni; Demir, 2017). Tratando-se de dispositivos eletromagnéticos há como medidas de desempenho: a distribuição do campo elétrico e magnético, potência, entre outros (Bakr; Elsherbeni;

Demir, 2017).

O cálculo da sensibilidade das variáveis de estado em relação as variáveis de projeto frequentemente representam o maior custo computacional para a otimização (Park, 2019). É comum o uso incorreto do termo análise de sensibilidade em estudos de engenharia onde na verdade há variação dos parâmetros físicos ou elétricos do dispositivo eletromagnético. Nestes casos mudanças são feitas variando-se parâmetros do sistema dentro de certos intervalos, sem o uso da informação do gradiente da função objetivo.

A sensibilidade pode ser entendida como sendo o efeito da variável de projeto na função objetivo, ela provê a informação de como a variável de projeto tem influência na função objetivo. Além disso, a informação da sensibilidade pode ser usada para identificar variáveis de projeto chaves, que são as variáveis que devem ser prioritariamente modificadas para que se tenha o maior efeito na função objetivo (Bakr, 2013). A sensibilidade adjunta, diferentemente do que ocorre em outras metodologias, não é limitada a uma técnica numérica específica, e se aplica a sistemas lineares e não lineares (Nikolova; Bandler; Bakr, 2004).

Atualmente, a maioria das análises para dispositivos eletromagnéticos é por meio de métodos numéricos, tais como o método dos elementos finitos e o método dos momentos, entre outros (Park, 2019; Dadash; Nikolova; Bandler, 2012). Durante a discretização usando o método dos elementos finitos adota-se elevado número de elementos (discretização refinada) na região de maior interesse e baixo número de elementos (discretização não refinada) na região de menor interesse. A escolha das variáveis de projeto de um sistema eletromagnético é muito importante na otimização do projeto e fundamental para que o espaço de busca seja adequado (Park, 2019). Além disso, a definição da função objetivo tem peso decisivo no processo de otimização obtido a partir do método adjunto, uma vez que está intimamente ligada com a determinação do sistema dual do problema, representado pelo sistema adjunto (Nikolova; Bandler; Bakr, 2004).

Nesta tese a linha de transmissão operando em regime permanente (60 Hz) consiste no dispositivo eletromagnético em baixa frequência no qual o método adjunto é aplicado. As variáveis de projeto são as posições espaciais dos cabos condutores (coordenadas espaciais x e y) e o desempenho a ser melhorado consiste na capacidade de transmissão de energia elétrica dos corredores de energia a serem otimizados.

Na análise de sensibilidade desenvolvida nesta tese, as propriedades dielétricas dos materiais são constantes, e não são consideradas como possíveis variáveis de projeto. Os raios dos cabos também são considerados constantes. Desenvolve-se aqui uma análise de sensibilidade da topologia dos sistemas, ou seja, a forma dos cabos e suas características físicas são mantidas inalteradas. Altera-se então a localização dos elementos ativos (cabos condutores) dentro do domínio de estudos considerado na modelagem numérica do problema, e da fonte de campo elétrico (posição espacial das cargas elétricas no centro dos

cabos condutores) na modelagem analítica.

Vislumbra-se que o estudo do método adjunto apresentado nas próximas seções forneça as bases necessárias para a expansão pioneira do uso da sensibilidade adjunta na otimização de LT's aéreas. Inicia-se por meio de uma visão geral da aplicabilidade do método adjunto verificado na revisão bibliográfica realizada e que encoraja a utilização do método nesta pesquisa.

4.1.1 Aplicabilidade do Método Adjunto

Durante a revisão bibliográfica inicial constata-se a ampla aplicabilidade do método adjunto em diferentes ramos da ciência. Análise de sensibilidade pelo método adjunto aplicados em: glaciologia (Granzow, 2014); geofísica (Plessix, 2006); *design* aerodinâmico (Giles et al., 2003; Giles; Pierce, 2000; Newman et al., 1999; Qiu; Xu, 01 Oct. 1992; Gauger et al., 2007); análise de incertezas (Cacuci; Ionescu-Bujor; Navon, 2005); problemas estruturais de engenharia civil (El-Sayed; Zumwalt, 1991); modelagem de aquíferos (Sykes; Wilson, 1984; Carrera; Neuman, 1984); estudos de previsão do tempo (Bakr, 2013); circuitos elétricos no domínio do tempo (Basl; Bakr; Nikolova, 2005; Bakr et al., 2014) e da frequência (Dadash; Nikolova; Bandler, 2012; Seyyed-Kalantari; Bakr; Nikolova, 2017; Dadash; Nikolova, 2014; Ali; Nikolova; Bakr, 2004), entre outros. Por meio das referências dos trabalhos anteriormente citados foram obtidas as bibliografias que tangenciam o problema de otimização geométrica em dispositivos eletromagnéticos. Desta forma, obteve-se os trabalhos que norteiam a metodologia de análise de sensibilidade realizada nesta tese e aplicada ao modelo analítico e numérico das LT's, sendo dados por (Park, 2019; Bakr; Elsherbeni; Demir, 2017; Bakr, 2013; Errico, 01 Nov. 1997; Nikolova; Bandler; Bakr, 2004; Nikolova et al., 2004; Georgieva et al., 2002a; Nikolova; Tam; Bakr, 2004).

Embora com o uso bastante difundido na análise de sensibilidade de dispositivos eletromagnéticos em alta frequência, como em (Garcia; Webb, 1990a; Akel; Webb, 2000; Nikolova; Bandler; Bakr, 2004; Dadash; Nikolova; Bandler, 2012; Garcia; Webb, 1990b; Ureel; De Zutter, 1996; Bakr; Nikolova, 2003b), verifica-se a escassez de estudos onde a otimização a partir da informação do gradiente obtido pelo método adjunto em dispositivos eletromagnéticos em baixa frequência seja aplicado. Algumas aplicações em máquinas elétricas são encontradas em (In-Gu Kwak et al., 1999; Dong-Hun Kim; Ship; Sykulski, 2004; Gitosusastro; Coulomb; Sabonnadiere, 1989). Na revisão bibliográfica realizada não se obteve trabalhos que otimizam feixes de condutores de LT's aéreas usando métodos de otimização baseados na análise de sensibilidade adjunta. A exceção fica por conta dos trabalhos desenvolvidos durante a realização desta tese, para o modelo analítico (Paganotti et al., 2020b; Paganotti et al., 2020a; Paganotti et al., 2021) e numérico do problema (Paganotti et al., 2022).

A análise de sensibilidade envolvendo o método adjunto e o método dos elementos

finitos têm tido excelentes resultados com elevada exatidão e com custo computacional reduzido em diferentes problemas eletromagnéticos em alta frequência (Park, 2019; Bakr; Nikolova, 2003a; Nikolova et al., 2006; Nikolova et al., 2012). Estudos da análise de sensibilidade adjunta com discussão do método, dos ganhos computacionais e da exatidão na otimização de dispositivos eletromagnéticos são dados por (Nikolova; Bandler; Bakr, 2004; Dadash; Nikolova; Bandler, 2012).

O método adjunto é aplicado no domínio da frequência para análise de sensibilidade de circuitos lineares e não lineares em alta frequência (Bandler; Qi-Jun Zhang; Biernacki, 1988). Verifica-se que ao se aproximar a sensibilidade usando um método de perturbação tradicional, como o método das diferenças finitas, faz-se necessário a simulação de um circuito para cada variável considerada. Enquanto que ao se adotar a sensibilidade adjunta, o maior custo computacional está relacionado a solução da equação adjunta, que é feita apenas uma vez e se obtém a sensibilidade em relação a todas as variáveis de interesse.

Uma análise do custo computacional realizada por (Bandler; Qi-Jun Zhang; Biernacki, 1988) mostra que a sensibilidade obtida pelo método adjunto representa 1,6% do tempo gasto pelo método de perturbação, e ao se comparar o tempo gasto pelo algoritmo de otimização tem-se uma redução do tempo de máquina de cerca de 90%, e quando se analisa a sensibilidade uma redução de cerca de 98%. Os resultados apresentados nesta tese por meio da modelagem numérica da LT via elementos finitos aplicados a LT em regime permanente (60Hz) apresentam reduções dos tempos envolvidos na obtenção da sensibilidade da mesma ordem de (Bandler; Qi-Jun Zhang; Biernacki, 1988).

À medida que os recursos computacionais se tornaram mais poderosos e disponíveis, surgem os algoritmos de análise *full-wave* usados em programas de projeto de dispositivos eletromagnéticos em alta frequência (Nikolova; Bandler; Bakr, 2004). Esta análise oferece exatidão superior e representação completa dos campos envolvidos. A análise de sensibilidade da variável adjunta com solvers *full-wave* parece ser lógica. No entanto, programas comerciais de CAD *full-wave* não têm adotado a aproximação adjunta para se obter a sensibilidade de suas respostas. Isto se deve a implementação não trivial envolvida, e ao fato do método ser intrusivo, ou seja, necessita de alterações no código fonte (Harscher; Amari; Vahldieck, 2002). Em (Garcia; Webb, 1990a; Akel; Webb, 2000; Webb, 2001; Webb, 2002; Gavrilovic; Webb, 2002a; Gavrilovic; Webb, 2002b) considera-se sensibilidades exatas com a modelagem por elementos finitos e são apresentadas a representação de elementos, que permite a derivada analítica da matriz de rigidez do FEM em relação as coordenadas cartesianas dos vértices dos elementos da malha considerada.

A análise de sensibilidade associada a um método de otimização está envolvida na obtenção de parâmetros de projeto que levem o dispositivo eletromagnético a um melhor desempenho, sendo o dispositivo representado pela função objetivo do problema. Diante disso pode-se buscar um entendimento do efeito da mudança das variáveis de projeto e

da função objetivo, e destas com a variável adjunta e vice versa, conforme apresentado a seguir.

4.1.2 Interpretação do Sistema Adjunto

Pode-se interpretar o sistema adjunto como a conexão entre a variável de projeto e a função objetivo considerada. As posições x e y dos cabos são as variáveis de projeto do problema. A função objetivo depende do modelo da LT adotada. Na abordagem analítica, é dada pelo somatório da carga elétrica do sistema ao quadrado ou pelo SIL obtido a partir da carga elétrica de sequência positiva. Enquanto que na abordagem numérica, é dada pelo somatório do potencial elétrico ao quadrado em todos os nós do domínio multiplicado por meio.

Pode-se definir algumas regiões do domínio de estudos onde se quer obter a sensibilidade adjunta. A área de perturbação expressa a variável de projeto (variável que é alterada pelo método de otimização) e a área de influência, que representa a região da função objetivo (nós que têm seus valores avaliados em função das mudanças feitas na região de projeto) e pode ser observada na figura 31.

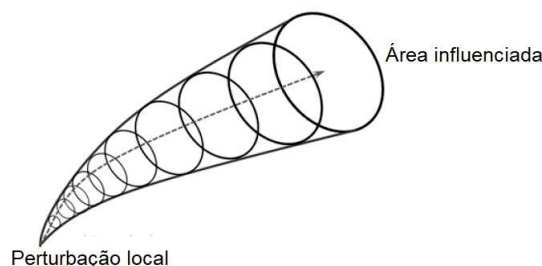


Figure 31 – Ilustração da área de influência (valor da função objetivo) e o local perturbado (variável de projeto) - Adaptado de (Lee; Ida, 2015)

Uma vez que a função objetivo é influenciada pela perturbação local de um nó de projeto, pode-se então de maneira recíproca, verificar o efeito da variação da função objetivo na variável de projeto conforme mostrado na figura 32 (Lee; Ida, 2015).

Quando há muitas variáveis de projeto, a influência na região objetivo deve ser calculada para todas as variáveis de projeto envolvidas. Logo a informação que conecta a função objetivo e a variável de projeto é calculada com a análise de um sistema dual formado pelo sistema adjunto, para qualquer número de variáveis (Lee; Ida, 2015). Os detalhes da implementação do método adjunto analítico, adjunto-CFD e do método de diferenças finitas centrais (CFD) usados para a obtenção da sensibilidade dos modelos eletromagnéticos das LT's desenvolvidos são apresentados a seguir.

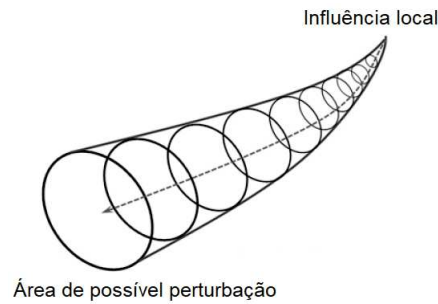


Figure 32 – Ilustração da relação entre o local de influência (valor da função objetivo) e a área de possível perturbação (efeito no valor da variável de projeto) (Lee; Ida, 2015)

4.2 Análise de Sensibilidade

O método adjunto é um método de diferenciação analítica discreto. Ele se baseia na equação do sistema discretizado que é obtido por meio do uso de métodos numéricos, como o método dos elementos finitos (Bakr; Elsherbeni; Demir, 2017). Ele também pode ser aplicado em problemas modelados analiticamente cuja solução, para a obtenção das variáveis de estado, resultem em um sistema linear de equações, como é o caso da determinação da carga elétrica dos sistemas de transmissão estudados no capítulo 3.

A análise de sensibilidade adjunta inicialmente desenvolvida para análise de redes, também denominada de método da rede adjunta, é atribuída a Rohrer e Director (Director; Rohrer, 1969a; Director; Rohrer, 1969b) que derivaram uma expressão da sensibilidade da corrente ou da tensão fornecidos pelas fontes em relação aos elementos do circuito a partir do teorema de Tellegens (Penfield; Spence; Duinker, 1970). Uma rede adjunta é construída por meio de regras relativamente diretas e resolvidas para produzir tensões e correntes adjuntas, que são subsequentemente substituídas na expressão de sensibilidade adjunta. Geralmente esta análise considera a sensibilidade de uma resposta em relação a uma simples variável de estado, o que faz desta aplicação específica para cada problema (Georgieva et al., 2002a). A figura 33 mostra dois circuitos elétricos de igual topologia, onde se tem três ramos entre os nós A e B em cada circuito.

Seja $v(t)$ o vetor de tensões de um ramo e $i(t)$ o vetor de correntes fluindo neste ramo. A conservação da potência instantânea para qualquer circuito estabelece que (Bakr, 2013):

$$v^T i = v_1 i_1 + v_j i_j + \dots + v_{N_b} i_{N_b} = 0 \quad (4.1)$$

onde N_b é o número de ramos do circuito, v_j e i_j a tensão e a corrente do ramo j , respectivamente. A equação anterior estabelece que a potência fornecida pela fonte é igual a potência consumida pelos elementos do circuito (Bakr, 2013). O teorema de Tellegens

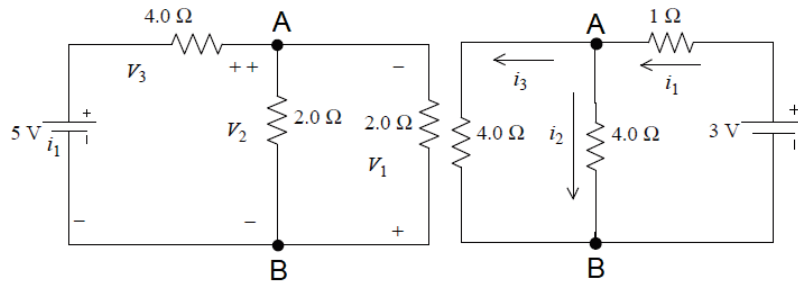


Figure 33 – Circuitos elétricos de mesma topologia, sendo: V_1 , V_2 e V_3 a tensão em cada um dos ramos, e i_1 , i_2 e i_3 a corrente em cada um dos ramos - adaptado de (Bakr, 2013)

(Penfield; Spence; Duinker, 1970) mostra que dois circuitos elétricos diferentes e com a mesma topologia, como os mostrados na figura 33, o princípio dado por (4.1) também se aplica. Se $\hat{v}(t)$ e $\hat{i}(t)$ são vetores de correntes e de tensões de outro circuito elétrico com a mesma topologia dos ramos, então tem-se para qualquer tempo t que (Bakr, 2013):

$$\hat{v}^T i = 0 \quad \text{e} \quad \hat{i}^T v = 0 \quad (4.2)$$

Em (Penfield; Spence; Duinker, 1970) também é mostrado que a mesma relação se aplica entre fasores de corrente e tensão em dois circuitos diferentes de igual topologia para uma mesma frequência, logo (Bakr, 2013):

$$\hat{V}^T I = 0 \quad \text{e} \quad \hat{I}^T V = 0 \quad (4.3)$$

Segundo (Penfield; Spence; Duinker, 1970) todas as formas do teorema de Tellegens são válidas para circuitos que obedecem as leis de Kirchhoff, sejam eles lineares ou não lineares, recíprocos ou não recíprocos. O teorema de Tellegens no circuito original também é válido se o valor original dos elementos do circuito forem alterados, tal como o resistor, capacitor e/ou indutor. Neste caso, novas tensões ($V + \Delta V$) e correntes ($I + \Delta I$), respectivamente, estão presentes. Pode-se obter, por exemplo, a sensibilidade da corrente drenada de uma fonte de tensão ou a tensão através de uma fonte de corrente com relação a todos os parâmetros do circuito desejados. Uma descrição completa da sensibilidade de redes adjuntas pode ser obtida em (Bakr, 2013; Desoer, 1973). A sensibilidade adjunta desenvolvida nesta tese têm sua exatidão e custo computacional avaliados em relação ao método das diferenças finitas centrais (CFD), apresentado de maneira resumida a seguir.

4.2.1 Método das Diferenças Finitas Centrais

O método das diferenças finitas consiste na técnica mais simples para se obter a sensibilidade. Neste trabalho adota-se a diferença finita central pois ela apresenta maior

exatidão do que a obtida pela diferença finita *forward* ou *backward* adotadas separadamente (Bakr; Elsherbeni; Demir, 2017). Considerando-se uma função objetivo $F(x, y)$, dependente das variáveis de projeto x e y , a sensibilidade de $F(x, y)$ em relação a x e y são dadas por (Bakr; Elsherbeni; Demir, 2017):

$$\frac{dF(x, y)}{dx} \simeq \frac{F(x + \Delta p, y) - F(x - \Delta p, y)}{2\Delta p} \quad (4.4)$$

$$\frac{dF(x, y)}{dy} \simeq \frac{F(x, y + \Delta p) - F(x, y - \Delta p)}{2\Delta p} \quad (4.5)$$

onde Δp é a perturbação aplicada nas variáveis de projeto do problema. Embora seja de fácil implementação e amplamente difundida, esta aproximação se torna computacionalmente inviável em problemas com elevado número de variáveis. Ela requer para n variáveis, a análise de $2n$ vezes a matriz que descreve o sistema adotando-se a diferença finita central. Além disso, apresenta sérios problemas de exatidão relacionados a escolha da perturbação Δp . Pode-se ter erros de truncamento numérico com a adoção de Δp muito pequeno e problemas de exatidão ao se adotar um Δp elevado (Park, 2019). A sensibilidade obtida por meio do método das diferenças finitas centrais (CFD) é adotada para validação e comparação com as sensibilidades obtidas pelo método adjunto.

4.3 Método Adjunto Aplicado na Sensibilidade de LT's

As análises de sensibilidades adjuntas implementadas para o modelo analítico e numérico das LT's sob estudo são apresentadas a seguir.

4.3.1 Método Adjunto Aplicado na Modelagem Analítica da LT

O processo de obtenção da carga elétrica de cada condutor da LT, descrito em detalhes no capítulo 3, é obtido por meio do sistema linear de equações dado por (EPRI, 2005):

$$P(x, y)q = V \quad (4.6)$$

onde $P(x, y)$ é uma matriz ($N \times N$) do sistema (os elementos desta matriz são dependentes das variáveis de projeto x e y), N é o número de condutores da LT, q é um vetor ($N \times 1$) de variáveis de estado que representam as densidades lineares de carga elétrica em cada cabo e V é o vetor de excitação do sistema ($N \times 1$) compostos pelos fasores tensão aplicados a cada fase da LT.

O objetivo do método adjunto é obter o gradiente da função resposta (objetivo) de interesse definida pelo usuário $f(q(x, y))$ em relação as coordenadas x e y do problema. A maneira clássica de se obter este gradiente é por meio do método das diferenças finitas, apresentado na seção anterior. Ele perturba cada parâmetro relacionado a x_i e y_i e resolve

os sistemas lineares resultantes. Esta aproximação necessita obter $P(x, y)$ para cada parâmetro perturbado e resolver o sistema linear pelo menos n vezes, onde n é o número de variáveis (Bakr, 2013). O método adjunto pode estimar a derivada da função objetivo (sensibilidade) de maneira mais eficiente. A análise de sensibilidade em relação a variável de projeto x é descrita a seguir.

Inicia-se com a diferenciação do sistema linear dado em (4.6) em relação ao i -ésimo parâmetro x_i (Bakr; Elsherbeni; Demir, 2017):

$$\frac{\partial(P(x, y))}{\partial x_i} \bar{q} + P \frac{\partial q}{\partial x_i} = \frac{\partial V}{\partial x_i} \quad (4.7)$$

O primeiro termo de (4.7) é a derivada da matriz $P(x, y)$ enquanto q é mantida em seu valor nominal \bar{q} . Reescreve-se a expressão em função da variável de estado q :

$$\frac{\partial q}{\partial x_i} = P^{-1} \left(\frac{\partial V}{\partial x_i} - \frac{\partial(P)}{\partial x_i} \bar{q} \right) \quad (4.8)$$

A derivada da função objetivo $f(q(x, y))$ em relação ao i -ésimo parâmetro x_i é dado aplicando-se a regra da cadeia por (Bakr; Elsherbeni; Demir, 2017):

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial^e f}{\partial x_i} + \left(\frac{\partial f}{\partial q} \right)^T P^{-1} \left(\frac{\partial V}{\partial x_i} - \frac{\partial(P)}{\partial x_i} \bar{q} \right) \quad (4.9)$$

O primeiro termo da direita $\partial^e f / \partial x_i$ representa a derivada explícita da função objetivo em relação ao i -ésimo parâmetro x_i . A variável adjunta é inserida em (4.9), ela é responsável por fazer a ligação entre as variáveis de projeto do problema (x, y) e a função objetivo $f(q(x, y))$ (Bakr; Elsherbeni; Demir, 2017; Lee; Ida, 2015):

$$\hat{q}^T = \left(\frac{\partial f}{\partial q} \right)^T P^{-1} \quad (4.10)$$

$$\Rightarrow P^T \hat{q} = \left(\frac{\partial f}{\partial q} \right) \quad (4.11)$$

O vetor \hat{q} de variáveis adjuntas é obtido resolvendo-se (4.11). A matriz adjunta do sistema é a transposta da matriz original do sistema dada por (4.6). A excitação do sistema adjunto (4.11) depende da função objetivo $f(q(x, y))$ e da sua derivada em relação as variáveis de estado do problema. Em geral, deseja-se que a função objetivo seja analiticamente diferenciável em relação a variável de estado q , uma vez que a exatidão da solução do sistema adjunto \hat{q} depende fortemente da exatidão da excitação do sistema adjunto $(\partial f / \partial q)$. Erros na aproximação desta derivada resulta em deterioração da análise de sensibilidade realizada (Georgieva et al., 2002b). Resolvendo o sistema adjunto, a

sensibilidade da resposta do i -ésimo parâmetro x_i é dado por (Bakr; Elsherbeni; Demir, 2017):

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial^e f}{\partial x_i} + \hat{q}^T \left(\frac{\partial V}{\partial x_i} - \frac{\partial(P)}{\partial x_i} \bar{q} \right) \quad (4.12)$$

É verificado que com a solução do sistema original (4.6), q é determinado enquanto resolvendo o sistema adjunto (4.11), obtém-se \hat{q} . Então verifica-se que a sensibilidade relacionada com cada parâmetro x pode ser obtido por meio de (4.12). A função objetivo $f(q(x, y))$ relacionada ao modelo analítico da LT é proposta de duas maneiras. No primeiro caso é dada por:

$$f(q(x, y)) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(q_i(x, y)^2 \right) \quad (4.13)$$

onde N é o número de condutores da LT e $q_i(x, y)$ é a densidade linear de carga de cada condutor. A derivada desta função objetivo adotada como vetor de excitação do sistema adjunto é dada por:

$$\frac{\partial f(q(x, y))}{\partial q} = \left(\sum_{i=1}^N q_i(x, y) \right) \quad (4.14)$$

No segundo caso a função objetivo $f(x, y)$, representa o SIL da LT e é dada por:

$$f(q(x, y)) = \frac{1}{2} \left(3V_f v_1 q_1(x, y) \right)^2 \quad (4.15)$$

onde V_f é o módulo da tensão de fase aplicada a LT, v_1 é a velocidade de fase da LT, e q_1 é a carga elétrica de sequência positiva. A derivada desta segunda função objetivo é dada por:

$$\frac{\partial f(q(x, y))}{\partial q} = \left(3V_f v_1 q_1(x, y) \right) 3V_f v_1 \frac{(V_{f_i}^*)}{|V_{f_i}|} \quad (4.16)$$

onde $V_{f_i}^*$ e V_{f_i} são o conjugado da tensão de fase e a tensão de fase aplicada em cada uma das fases da LT, respectivamente.

As funções respostas adotadas $f(q(x, y))$ não têm dependência explícita com a variável de projeto x , e o fasor de tensão V usado para a obtenção da carga elétrica do sistema, não têm dependência com a variável x , assim estes termos são nulos em (4.12). Então, a expressão da análise de sensibilidade obtida com o método adjunto em relação a x_i é dada por:

$$\frac{\partial f(q(x, y))}{\partial x_i} = \hat{q}^T \left(-\frac{\partial P}{\partial x_i} \right) \bar{q} \quad (4.17)$$

Similarmente, na direção y tem-se:

$$\frac{\partial f(q(x, y))}{\partial y_i} = \hat{q}^T \left(-\frac{\partial P}{\partial y_i} \right) \bar{q} \quad (4.18)$$

onde \hat{q} é obtido resolvendo o sistema adjunto, e q por meio da solução do sistema original. A obtenção de $\partial P/\partial x_i$ e $\partial P/\partial y_i$ são descritos no Apêndice A.

Com a modelagem adjunta do problema, é possível obter informação da sensibilidade de n variáveis apenas resolvendo mais um sistema linear de equações. A maneira como se obtém a derivada da matriz do sistema determina o tipo de análise de sensibilidade adjunta realizada, podendo ser adjunta-CFD ou adjunta-analítica conforme apresentado nas seções a seguir.

4.3.2 Método Adjunto Aplicado na Modelagem Numérica da LT

O sistema de equações resultante da discretização do domínio que envolve a LT por meio dos elementos finitos, descrito em detalhes no capítulo 3, é dada por (Jin, 2015):

$$K(x, y)[\phi] = [b] \quad (4.19)$$

onde $K(x, y)$ é a matriz de rigidez global do sistema, de ordem $(n \times n)$ (os elementos desta matriz são dependentes das posições x e y dos nós), n é o número de nós de variáveis de estado a serem determinados. ϕ é o vetor de potenciais $(n \times 1)$ a serem determinados pela solução do sistema matricial e b é o vetor de excitação do sistema $(n \times 1)$. Os elementos da matriz $K(x, y)$ são funções explícitas dos nós adotados durante a discretização do domínio pelo método dos elementos finitos. Este fato é vantajoso uma vez que permite o cálculo da sensibilidade exata da matriz $K(x, y)$ em relação as coordenadas espaciais x e y dos nós (Georgieva et al., 2002a).

A matriz $K(x, y)$ depende da geometria dos feixes de condutores considerados e das características do meio. Mudanças na geometria dos feixes altera a matriz $K(x, y)$ o que resulta na alteração dos valores de ϕ obtidos e conseqüentemente altera-se a função objetivo $f(\phi(x, y))$. Reescreve-se a variável de estado como $\phi(x, y)$ uma vez que ela depende implicitamente das variáveis de projeto x e y do problema.

A função objetivo considerada depende das variáveis de projeto (x, y) e da variável de estado $(\phi(x, y))$. A função objetivo considerada inicialmente como exemplo é dada por:

$$f(\phi(x, y)) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\phi_i(x, y)^2 \right) \quad (4.20)$$

onde n compreende todos os nós adotados no domínio de estudos considerado. Inicia-se o processo de obtenção para a expressão da análise de sensibilidade derivando-se a função objetivo $f(\phi(x, y))$ em relação a x . Uma vez que a função objetivo $f(\phi(x, y))$ é uma função

da variável de projeto (coordenadas x e y) e das variáveis de estado (ϕ) aplica-se a regra da cadeia (Bakr, 2013):

$$\frac{df(\phi(x, y))}{dx} = \frac{\partial^e f(\phi(x, y))}{\partial x} + \frac{\partial f(\phi(x, y))}{\partial \phi} \frac{d\phi}{dx} \quad (4.21)$$

Nota-se em (4.21) a derivada parcial da função objetivo em relação a variável de projeto x e em relação a variável de estado ϕ . No entanto, em problemas de otimização o interesse está mais voltado para a sensibilidade da função objetivo, mais do que a sensibilidade das variáveis de estado (Georgieva et al., 2002a). Então, a derivada da variável de estado ϕ em relação a x , dada no segundo termo, necessita de mais alguns cálculos uma vez que a dependência de ϕ com x ocorre implicitamente. Para suplantarmos esta dificuldade, deriva-se a matriz original do sistema dada por (4.19) em relação a x e reescreve-se em função da variável de estado ϕ :

$$\frac{d\phi}{dx} = K^{-1} \frac{\partial}{\partial x} [b] - [K] [\bar{\phi}] \quad (4.22)$$

onde $\bar{\phi}$ é a solução do sistema original dado por (4.19). Substitui-se a expressão de $d\phi/dx$ em (4.21), logo:

$$\frac{df(\phi(x, y))}{dx} = \frac{\partial f^e(\phi(x, y))}{\partial x} + \frac{\partial f(\phi(x, y))}{\partial \phi} K^{-1} \frac{\partial}{\partial x} [b] - [K] [\bar{\phi}] \quad (4.23)$$

Uma vez que a derivada da variável de estado pode ser obtida por (4.22) e em seguida ser substituída em (4.21), este procedimento envolve m análises da equação do sistema dada por (4.19), sendo m a ordem do vetor de variáveis de projeto x . Este procedimento consiste no método de derivação direta (Park, 2019). O fato de se ter o número de análises da matriz do sistema sendo igual ao número de variáveis de interesse consideradas se torna um problema à medida que o número de variáveis de interesse aumenta. Esta deficiência pode ser resolvida por meio da introdução da variável adjunta que resulta na análise de apenas um sistema linear de equações adicional independentemente do número de variáveis envolvidas. A equação da variável adjunta é dada por (Park, 2019):

$$K^T \hat{\phi} = \hat{b} \quad (4.24)$$

onde \hat{b} é o vetor de excitação do sistema adjunto que depende da função objetivo $f(\phi(x, y))$ determinada pelo usuário e que substituindo em (4.24) é dado por:

$$K^T \hat{\phi} = \left(\frac{\partial f}{\partial \phi^T} \right) \quad (4.25)$$

$$\hat{\phi} = \left(\frac{\partial f}{\partial \phi} \right) K^{-1} \quad (4.26)$$

A derivada da função objetivo dada por (4.20) em relação a variável de estado do problema (ϕ) é a fonte de excitação do sistema adjunto e é dada por (4.20):

$$\frac{\partial f(\phi(x, y))}{\partial \phi} = \left(\sum_{i=1}^n \phi_i(x, y) \right) \quad (4.27)$$

Verifica-se que no sistema adjunto, dado por (4.25), o vetor de excitação ($\partial f/\partial \phi$) é totalmente dependente da derivada da função objetivo definida pelo usuário. Em geral, é desejável que $f(\phi(x, y))$ seja analiticamente diferenciável em relação a variável de estado do problema ϕ . Isso se deve ao fato de que a exatidão da solução do sistema adjunto $\hat{\phi}$ obtida por meio de (4.25) é fortemente dependente da exatidão de \hat{b} . Testes apresentados nos trabalhos de (Georgieva et al., 2002a; Nikolova; Bandler; Bakr, 2004) mostram que a aproximação por diferenças finitas centrais para a obtenção de \hat{b} deterioram a exatidão da análise de sensibilidade adjunta.

Inserindo-se a expressão da variável adjunta em (4.23), obtém-se a expressão da sensibilidade adjunta em relação a x :

$$\frac{df(\phi(x, y))}{dx} = \frac{\partial f^e(\phi(x, y))}{\partial x} + \hat{\phi}^T \left(\frac{\partial [b]}{\partial x} - \frac{\partial [K]}{\partial x} [\bar{\phi}] \right) \quad (4.28)$$

A expressão da sensibilidade dada por (4.28) também pode ser obtida usando-se o método dos multiplicadores de Lagrange, conforme mostrado em (Bakr; Elsherbeni; Demir, 2017). A partir de (4.28) $\hat{\phi}$ é determinado por meio da solução do sistema adjunto dado por (4.24), enquanto que $\bar{\phi}$ é calculado resolvendo o sistema de equações originais dado por (4.19). O primeiro termo do lado direito $\partial f^e/\partial x$ é nulo, pois a função objetivo adotada não tem dependência explícita com as variáveis de projeto x . Outro termo que é nulo, é o termo dado por $\partial b/\partial x$ pois o domínio considerado para a obtenção do potencial escalar elétrico, não possui fontes de tensão ou de corrente. O problema modelado por elementos finitos tem seus potenciais impostos por meio de condições de Dirichlet como sendo as únicas fontes de campo do domínio considerado.

Deve-se notar que os termos $\partial b/\partial x$ e $\partial K/\partial x$ dependem da discretização adotada, uma vez que $[K]$ e $[b]$ são obtidos com elementos matriciais, que dependem do tipo de elemento, da função de forma e de informações da malha (Bakr; Elsherbeni; Demir, 2017). Verifica-se a necessidade de se ter acesso ao código fonte do programa de análise adotado, o que torna difícil a implementação deste método em programas comerciais, uma vez que a maioria destes não disponibiliza o código fonte aos usuários (Georgieva et al., 2002b). Pode-se reescrever a expressão da sensibilidade de maneira mais simplificada considerando-se a função objetivo adotada neste exemplo:

$$\frac{df(\phi(x, y))}{dx} = [\hat{\phi}^T] \left(-\frac{\partial [K]}{\partial x} \right) [\bar{\phi}] \quad (4.29)$$

Similarmente obtém-se em relação a coordenada y :

$$\frac{df(\phi(x, y))}{dy} = [\hat{\phi}^T] \left(-\frac{\partial[K]}{\partial y} \right) [\bar{\phi}] \quad (4.30)$$

No método da variável adjunta, o esforço computacional envolvido no cálculo do gradiente da função objetivo, está na obtenção da sensibilidade da matriz $K(x, y)$ em relação a x ($\partial K/\partial x_i$) e em relação a y ($\partial K/\partial y_i$), para $i = 1, \dots, n_{\text{nós}}$ necessário em (4.29) e (4.30), e na solução do sistema adjunto dado por (4.24). Ainda assim, o método adjunto tem elevada redução do custo computacional em relação a aproximação por diferenças finitas centrais. A obtenção de $\partial[K]/\partial x$ e $\partial[K]/\partial y$ é descrita no Apêndice B.

A aproximação CFD necessita de $(n + 2)$ análises afim de gerar a resposta da função objetivo e sua sensibilidade, sendo n o número de variáveis de projeto consideradas. Além de envolver $(n + 2)$ construções de $K(x, y)$ e resolver o sistema linear (4.19) $(n + 2)$ vezes. Em contrapartida, o método da variável adjunta obtém a resposta e a sensibilidade do sistema por meio da solução do sistema original e do sistema adjunto, independentemente do número de variáveis de projeto n .

Embora em (4.29) e (4.30) a solução do sistema original tenha sido obtida por meio do método dos elementos finitos e a derivada da matriz do sistema tenha sido calculada a partir da matriz de rigidez do FEM, estas duas informações adotadas pelo método adjunto podem ser determinadas a partir do uso de métodos diferentes. Segundo (Nikolova; Bandler; Bakr, 2004) é possível usar a derivada da matriz do sistema dada por um método de análise (discretização) e um vetor de variáveis de estado (solução do sistema original) calculado por outro método. Como em (Young-Seek Chung et al., 2001b) e (Young-Seek Chung et al., 2001a) onde a derivada da matriz do sistema é calculada a partir da discretização por meio dos elementos finitos, e a solução do sistema (vetor de variáveis de estado) é obtida por meio do método de diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD).

Nas expressões da análise de sensibilidade adjunta dadas por (4.12) e (4.28) verifica-se a necessidade de se calcular a derivada da matriz do sistema. Esta derivada nesta tese é calculada de duas maneiras diferentes:

A primeira maneira consiste em obter a derivada da matriz do sistema por meio do método das diferenças finitas centrais (CFD), o que se denomina nesta tese de método adjunto-CFD. Esta metodologia é chamada de técnica de análise de sensibilidade adjunta factível (FAST, do inglês *feasible adjoint sensitivity technique*) proposta por (Georgieva et al., 2002b). A exatidão da sensibilidade estimada usando o FAST para perturbações entre 0, 5% e 2% apresentam um erro relativo em relação a sensibilidade exata da ordem de 1% para uma larga variedade de valores de parâmetros de projeto (Georgieva et al., 2002a).

De acordo com (Georgieva et al., 2002b) o FAST tem sua implementação em um ambiente CAD de maneira direta e requer pequenas mudanças para os algoritmos

computacionais no domínio da frequência existentes. Embora a abordagem adjunta-CFD tenha menor custo computacional do que a aproximação por diferenças finitas centrais, o custo computacional do FAST se concentra na obtenção da sensibilidade da matriz do sistema usando o CFD. Este custo se torna expressivo na modelagem numérica a partir do aumento do número dos nós de interesse e na modelagem analítica a partir do momento que o número de cabos se torna significativo.

A segunda maneira consiste na determinação da derivada analítica da matriz do sistema, o que se denomina nesta tese de método adjunto-analítico. A adoção da derivada analítica da matriz do sistema em relação aos parâmetros de projeto levam a obtenção de sensibilidades exatas. Esta derivação analítica constitui a maior dificuldade em aplicações de análise de onda completa (*full-wave*) em programas de eletromagnetismo comerciais (Nikolova et al., 2004).

O FEM oferece grande flexibilidade e exatidão para análise de sensibilidade baseada no método adjunto. Isto se deve ao fato de que os elementos da matriz de rigidez do sistema são analiticamente diferenciáveis em relação aos vértices dos elementos da malha. Esta relação analítica no entanto não é trivial. Esta implementação do cálculo das derivadas da matriz do sistema FEM com relação a qualquer parâmetro de projeto geométrico ou material é difícil e não tem sido explorado em programas CAD comerciais de alta frequência (Nikolova et al., 2004). Nesta tese obtém-se para o modelo analítico da LT desenvolvido a derivada analítica da matriz dos coeficientes potenciais de Maxwell ($P(x, y)$) conforme pode ser observado em detalhes no Apêndice A. Enquanto que para a modelagem numérica da LT obtém-se a derivada analítica da matriz de rigidez do sistema discretizado por meio dos elementos finitos ($K(x, y)$) conforme apresentado em detalhes no Apêndice B.

Duas outras abordagens são propostas por (Nikolova et al., 2004) para acelerar o processo de obtenção da derivada da matriz do sistema na sensibilidade pelo FAST. O conceito de camada de fronteira (BLC, do inglês *boundary layer concept*) proposto originalmente no trabalho de Amari (Amari, 2001) e o FAST com atualização de Broyden (Broyden-FAST). A aceleração da obtenção da sensibilidade dada pelo método BLC depende da relação entre o respectivo parâmetro de projeto e a geometria da estrutura (Amari, 2001). Enquanto que a aproximação Broyden-FAST calcula de maneira iterativa aproximações das derivadas da matriz do sistema. Esta aproximação reduz de maneira drástica o custo computacional envolvido e é praticamente independente do número de variáveis do problema (Nikolova et al., 2004). As abordagens BLC e FAST-Broyden representam possibilidades de continuidade desta tese.

A análise de sensibilidade adotada pelo método elipsoidal de cortes múltiplos e pelo método do gradiente descendente é obtida de diferentes maneiras e conduz a soluções otimizadas diferentes. Ou seja, adota-se a sensibilidade obtida por meio do método de diferenças finitas centrais, por meio do método adjunto-CFD (FAST) e por meio do método

adjunto analítico. Um elevado ganho de tempo computacional e de exatidão dos métodos adjuntos em relação a aproximação CFD são verificados nos resultados obtidos neste trabalho.

4.4 Conclusões

Neste capítulo descreve-se inicialmente a importância da análise de sensibilidade para a otimização de dispositivos eletromagnéticos. Em seguida são descritas as inúmeras aplicações da análise de sensibilidade adjunta em diversos ramos da ciência e um enfoque maior é dado nas aplicações do método em alta frequência e na modelagem de circuitos elétricos. A ligação entre a função objetivo e as variáveis de projeto do problema de otimização realizada pelo sistema adjunto é apresentado.

A formulação do método adjunto-CFD, adjunto analítico e a aproximação por diferenças finitas centrais são descritas em detalhes. Além disso, a implementação das derivadas analíticas das matrizes dos sistemas resultantes da modelagem analítica e numérica da LT são discutidas.

Nota-se neste capítulo a grande potencialidade do método adjunto na obtenção da sensibilidade da função objetivo em relação aos parâmetros de projeto do sistema, na redução do custo computacional envolvido, e no ganho em exatidão das sensibilidades envolvidas. Uma vez definida as metodologias para a determinação das sensibilidades faz-se no próximo capítulo a descrição do processo de otimização implementado. Descreve-se a função objetivo, as restrições consideradas e o método de otimização que a partir das informações de sensibilidade calculadas pelo método adjunto leva a obtenção de LT's com configurações geométricas otimizadas.

5 Modelagem e Solução do Problema de Otimização

Este capítulo apresenta as metodologias de otimização não lineares determinísticas adotadas nesta tese. Inicia-se descrevendo-se os elementos fundamentais da modelagem matemática de um problema de otimização. Em seguida, as estratégias dos métodos do gradiente descendente e do método elipsoidal com cortes múltiplos são apresentadas. Ambos, são métodos determinísticos, sendo o gradiente descendente um método de direção de busca e o método elipsoidal um método de plano de corte. Eles adotam a informação da sensibilidade adjunta da função objetivo desenvolvida no capítulo anterior para obter as soluções otimizadas. As restrições geométricas e as relacionadas aos campos elétricos e ao campo magnético, e também ao SIL, bem como os critérios de parada são apresentados.

5.1 Formulação do Problema de Otimização

Os processos de otimização compreendem um conjunto de métodos que levam a obtenção de soluções melhores para os mais diferentes tipos de problemas (TAKAHASHI, 2007; Luenberger; Ye et al., 1984). Pode-se modelar um problema de otimização não linear de maneira genérica como (Luenberger; Ye et al., 1984):

$$\mathbf{x}^* = \arg \min_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (5.1)$$

sujeito a:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \quad (5.2)$$

onde \mathbf{x}^* é o argumento que minimiza $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ e $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ são as restrições de desigualdade. O vetor de variáveis de decisão \mathbf{x} consiste nas variáveis cujos valores se busca especificar por meio do processo de otimização. Enquanto que $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ é a função objetivo, também chamada de função custo ou de função de interesse. Ela pode ser um vetor conforme dado em (5.1) ou pode ser um valor escalar. A natureza vetorial de (5.1) caracteriza um problema de otimização não linear multiobjetivo, enquanto que a natureza escalar configura um problema de otimização não linear monoobjetivo. A função objetivo representa a medida do desempenho do sistema, a qual se pretende minimizar ou maximizar, para que se obtenha o melhor desempenho possível (TAKAHASHI, 2007). Embora o problema de otimização dos feixes de LT's seja um problema multiobjetivo, neste trabalho o problema é tratado como sendo mono-objetivo, e a função objetivo considerada é dada por um valor escalar.

Para que uma solução seja factível ela deve satisfazer todas as restrições $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ consideradas na formulação do problema. Caso contrário, ela é infactível. Tem-se que o conjunto de todas as soluções factíveis formam a região factível do problema, ou seja, o espaço de busca. Além disso, a solução definida pelo processo de otimização pode representar o mínimo global ou ser a melhor solução na vizinhança considerando a função objetivo (TAKAHASHI, 2007). Para o problema de otimização não linear descrito por (5.1) e (5.2), considerando que pelo menos uma das restrições é não linear, tem-se que o método do gradiente descendente determina um conjunto de restrições lineares aproximadas a fim de substituir as restrições não lineares ativas. Deste modo, o método possibilita a busca por uma solução viável que minimize ainda mais o valor da função objetivo (Rosen, 1960; Rosen, 1961). Devido à complexidade envolvida na modelagem dos sistemas de transmissão devido a existência de variáveis reais, complexas, mistas e binárias, e das restrições lineares e não lineares presentes, pode-se ter modelos mono-objetivos ou multiobjetivos conforme discutido no capítulo 2.

Há duas classes de métodos de otimização. Os estocásticos tal como o algoritmo genético (GA), sistemas imunes (IS), enxame de partículas (PSO), entre outros, são muito populares e requerem baixo conhecimento sobre as propriedades matemáticas da função otimizada (Vieira; Lisboa; Saldanha, 2010). São adequados em situações onde a continuidade e a diferenciabilidade não podem ser garantidas. Também podem ser utilizados para se gerar soluções iniciais a serem adotadas como ponto de partida para métodos determinísticos. No entanto, são lentos pois exigem uma quantidade considerável de avaliações da função objetivo (Lisboa et al., 2009).

Entre os métodos determinísticos para otimização contínua, os métodos de direção de busca requerem funções diferenciáveis e podem fazer uma busca local eficiente. Quando se tem não diferenciabilidades, métodos de direção de busca podem falhar enquanto que os métodos de plano de corte são adequados utilizando subgradientes, enquanto o problema permanece contínuo e quasi-convexo (Lisboa et al., 2009).

Os métodos de otimização determinísticos e estocásticos têm sido empregados com sucesso na obtenção de linhas de transmissão não convencionais conforme descrito em (Maciel, 2013; Sarmiento, 2016; Teixeira, 2017). Entre os métodos determinísticos, o método elipsoidal suporta tratamento natural de restrições de desigualdade e possui robustez numérica relativamente elevada, mesmo no caso de problemas complexos (Saldanha et al., 1999).

A metodologia de análise de sensibilidade adjunta adotada nesta tese visa obter a sensibilidade da função objetivo de maneira eficiente, ou seja, com baixo custo computacional e com elevada exatidão. Considerando um problema de otimização não linear e irrestrito, o método de direção de busca estabelece direções nas quais a função objetivo é minimizada em relação a solução atual. Independentemente da técnica utilizada para a

determinação das direções de busca, o problema de otimização não linear restrito pode obter soluções infactíveis (Luenberger; Ye et al., 1984). Uma das possibilidades de se evitar esta infactibilidade das soluções consiste em projetar o oposto do gradiente da função objetivo sob um conjunto de restrições ativas, e com isso, orientar a busca por soluções em direções nas quais a factibilidade das mesmas não sejam comprometidas (Rosen, 1961).

As variáveis de projeto para o processo de otimização das LT's são dadas pelas coordenadas cartesianas dos subcondutores e a solução a cada iteração consiste em uma configuração do sistema. No método do gradiente descendente cada solução é obtida a partir de um pequeno deslocamento da iteração anterior. Tem-se a cada iteração uma solução para o sistema, sendo ela conduzida na direção que acarreta no caso de minimização, a maior redução e no caso de maximização, o maior aumento da função objetivo.

Este fato permite a realização de uma análise mais detalhada do processo de otimização. Pois, além de permitir a melhoria incremental de uma dada geometria já concebida pode obter geometrias intermediárias com características melhores do que as originais e cujas dimensões sejam mais próximas das convencionalmente adotadas. Outra possibilidade interessante é permitir a visualização da expansão do feixe na direção do caminho de maior redução da função objetivo, o que permite ter maior sensibilidade na análise da geometria resultante.

Outra razão para se adotar métodos determinísticos consiste no fato de que no mundo real as quantidades físicas se comportam bem localmente e, logo, os problemas de otimização devem se concentrar em espaços de busca locais. Se o domínio de busca é suficientemente pequeno, condições teóricas de simplificação relacionadas ao comportamento da função objetivo podem ser adotadas. Além disso, a experiência com os problemas simulados permitem a adoção de bons pontos de partida, o que ajuda a definir domínios de busca menores.

A limitação de tempo deve ser levada em conta, o que pode fazer a busca pelo ótimo global impraticável. Nestes casos, apenas melhorar a solução inicial já é considerada satisfatória e consiste em uma típica garantia teórica que o algoritmo determinístico pode prover. Na verdade não há um algoritmo de otimização que seja o melhor para todos os problemas. O desafio de se casar algoritmo e problema é um passo fundamental na otimização (Vieira; Lisboa; Saldanha, 2010).

Na figura 34 é mostrado o fluxograma simplificado da metodologia desenvolvida nesta tese para a obtenção de novos arranjos de condutores com elevada capacidade de transmissão de energia e com desequilíbrios eletromagnéticos mínimos. A partir dos modelos analítico e numérico das LT's, descritos em detalhes no capítulo 3, determina-se a função objetivo a ser considerada em cada um dos modelos desenvolvidos. Em seguida, aplica-se a análise de sensibilidade adjunta-CFD, adjunta-analítica e a aproximação CFD para se obter o gradiente da função objetivo. Esta informação é adotada pelos métodos

de otimização determinísticos, sendo eles, o método elipsoidal de cortes múltiplos ou o método do gradiente descendente, respectivamente. Estes métodos estão sujeitos às restrições geométricas, as restrições relacionadas aos campos elétricos e magnéticos, e ao SIL, respectivamente, descritas a seguir neste capítulo.

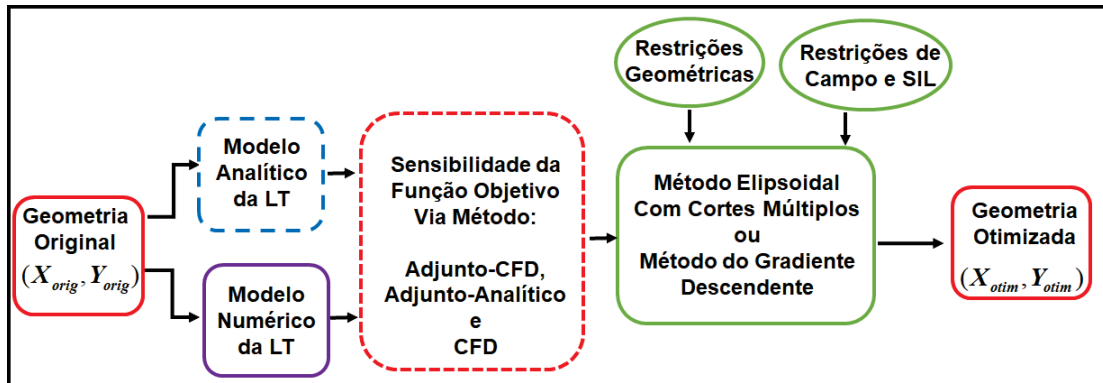


Figure 34 – Fluxograma da metodologia proposta nesta tese com análise de sensibilidade adjunta da função objetivo dos modelos analítico e numérico da LT.

Adotou-se neste trabalho primeiramente o método do gradiente juntamente com o algoritmo da seção áurea, desenvolvido nos primeiros semestres desta tese e cujos resultados podem ser observados em (Paganotti et al., 2020a; Paganotti et al., 2021). Na sequência, aplica-se o método do gradiente descendente (Rao, 2019), e o método elipsoidal com cortes múltiplos proposto por (Vieira; Lisboa; Saldanha, 2010). As estratégias de otimização adotadas nesta tese são apresentadas a seguir.

5.2 Estratégias de Otimização

5.2.1 Método Elipsoidal

O algoritmo elipsoidal é proposto na década de 70 pelos russos N. Z. Shor (Shor, 1977) e D. B. Yudin (Yudin; Nemirovskii, 1976). Na mesma década em 1979 é demonstrado por Khachiyan (Khachiyan, 1979) ser o primeiro algoritmo de ordem polinomial para a solução de problemas de programação linear. O algoritmo elipsoidal é extremamente elegante e sua concepção advém de diversas interpretações geométricas interessantes. Este algoritmo difere significativamente do método simplex (que percorre o conjunto dos vértices da região factível), ou seja, ele não é um método pivotante, ele utiliza propriedades métricas do \mathcal{R}^n e não depende diretamente da linearidade da função objetivo ou das restrições (Bland; Goldfarb; Todd, 1981).

O método elipsoidal é um método determinístico de plano de corte, dentre os mais populares (Bland; Goldfarb; Todd, 1981; Yudin; Nemirovskii, 1976). Ele é capaz de lidar diretamente com restrições, sem necessidade de se transformar o problema em irrestrito por meio do uso de funções barreira ou de penalidades. Os métodos de exclusão de

semi-espacos podem ser resumidos simplificadamente em três passos básicos: No primeiro passo calcula-se o gradiente da função objetivo em um ponto do espaço de busca. No segundo passo, a partir do valor do gradiente particiona-se a região de busca em duas novas regiões, sendo uma delas excluída em função da direção do gradiente calculado. No terceiro passo, na nova região obtida procura-se uma nova estimativa do ponto de mínimo. Se ela estiver adequada, finaliza o processo, caso contrário repete-se os passos anteriores (Raupp, 1991). Nas etapas descritas anteriormente, pode-se utilizar o subgradiente da função objetivo, o que confere maior flexibilidade ao método elipsoidal para lidar com singularidades da função objetivo.

A ideia básica do método elipsoidal consiste em criar um elipsoide com a dimensão do problema, e então reduzir o volume do elipsoide até que se obtenha a solução do problema para um dado conjunto de restrições consideradas (Bland; Goldfarb; Todd, 1981). O algoritmo se inicia definindo-se um elipsoide inicial, dado por uma matriz definida positiva $Q_o > 0$. Algebricamente o elipsoide E_k pode ser dado por (Bland; Goldfarb; Todd, 1981):

$$E_k = \{x \in \mathfrak{R}^n | (x - x_k)^T Q_k (x - x_k) \leq 1\} \quad (5.3)$$

onde x_k é o centro do elipsoide e $Q_k \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ é uma matriz simétrica definida positiva. Define-se então um hiperplano \mathbb{H} que contém um ponto $x_k \in \mathfrak{R}^n$ e ortogonal a um vetor $d_k \in \mathfrak{R}^n$. É definido então $\mathbb{H}(x_k, d_k) = \{x \in \mathfrak{R}^n | d_k^T x = d_k^T x_k\}$. Nomea-se \mathbb{H}^+ como o semi-espaco aberto apontado por d_k , e \mathbb{H}^- como o semi-espaco aberto apontado por $-d_k$. Considere $f(x_k) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ uma função quasi-convexa, ou seja com curvas de nível convexas, toma-se o gradiente de $f(x)$ em um ponto diferenciável e não estacionário, então tem-se (Vieira; Lisboa; Saldanha, 2010):

$$f(x) > f(x_k), \quad \forall x \in \mathbb{H}^+(x_k, \nabla f(x_k)) \quad (5.4)$$

e de maneira complementar:

$$\exists x \in \mathbb{H}^-(x_k, \nabla f(x_k)) : f(x) < f(x_k) \quad (5.5)$$

Pode-se assim excluir semi-espacos até que se obtenha uma vizinhança suficientemente pequena em torno do ponto de mínimo de $f(x)$. Este procedimento converge para o mínimo global de funções contínuas quasi-convexas, podendo também ser não diferenciáveis se for adotado os subgradientes (Bland; Goldfarb; Todd, 1981). O tratamento das restrições é feito de maneira direta, basta que o corte realizado seja baseado na restrição que estiver violada, caso contrário continua-se com a própria função objetivo $f(x)$.

As equações básicas do método elipsoidal são dadas por (Vieira; Lisboa; Saldanha, 2010):

$$x_{k+1} = x_k + \tau \frac{Q_k^{-1} d_k}{\sqrt{d_k^T Q_k^{-1} d_k}} \quad (5.6)$$

$$Q_{k+1}^{-1} = \delta \left(Q_k^{-1} - \sigma \frac{Q_k^{-1} d_k d_k^T Q_k^{-1}}{d_k^T Q_k^{-1} d_k} \right) \quad (5.7)$$

$$d_k = \begin{cases} -\nabla f(x_k), & \text{se } g(x_k) \leq 0 \\ -\nabla g_j(x_k), & \text{se } j \in J_k \end{cases} \quad (5.8)$$

onde:

$$\tau = (1 + n\alpha_k)/(1 + n), \quad (5.9)$$

$$\sigma = 2(1 + n\alpha_k)/(n + 1)(1 + \alpha_k), \quad (5.10)$$

$$\delta = n^2(1 - \alpha_k^2)/(n^2 - 1), \quad (5.11)$$

onde τ é o passo, σ é a dilatação, e δ é a expansão dos parâmetros que formam o novo elipsoide, respectivamente. α_k é a profundidade do corte e n é a dimensão do problema. $g(x_k)$ and g_j são as restrições e as restrições violadas, respectivamente. J_k é o conjunto de restrições violadas, d_k é o gradiente da função objetivo ou da restrição mais violada e x_k é a solução atual do problema (Vieira; Lisboa; Saldanha, 2010). A figura 35 mostra de maneira intuitiva o elipsoide construído, a região factível delimitada pelas restrições do problema, o semiplano \mathbb{H} e o gradiente da função objetivo em duas iterações do algoritmo elipsoidal clássico.

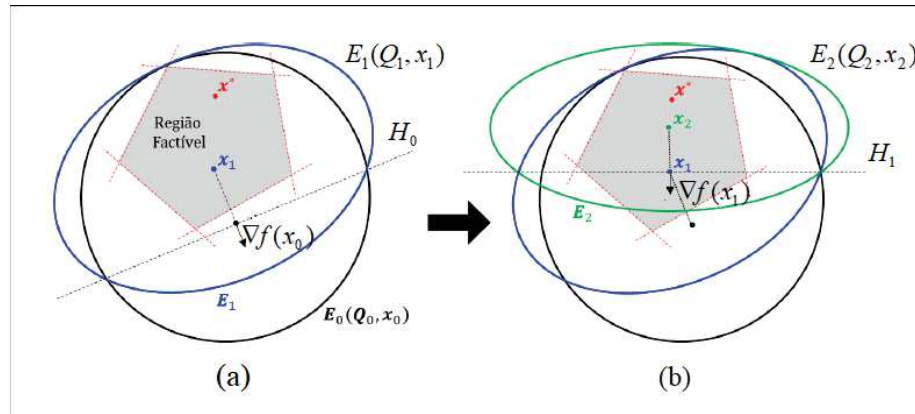


Figure 35 – Duas iterações do método elipsoidal clássico: (a) iteração $k = 1$ (b) iteração $k = 2$, sendo: E_0, E_1, E_2 os elipsoides; H_0, H_1 os hiperplanos definidos por $(x_0, \nabla f(x_0))$ e $(x_1, \nabla f(x_1))$, respectivamente .

Embora robusto, o método elipsoidal tem baixa performance na prática, especialmente em problemas com elevadas dimensões (Bland; Goldfarb; Todd, 1981). Para se aumentar a velocidade de convergência do método, um procedimento que aumenta os cortes feitos no espaço de busca, denominado *deep-cut* é originalmente proposto por (Dziuban; Ecker; Kupferschmid, 1985). No entanto, este aumento de velocidade de convergência é aplicado ao custo de uma certa perda na robustez do método, uma vez que se tem

a possibilidade de se perder a solução ótima do problema ao longo dos cortes maiores realizados e que não coincidem com o centro do elipsoide atual.

Em (Saldanha et al., 1999) é proposto por pesquisadores da UFMG um método *deep-cut* adaptativo que emprega uma profundidade de corte variável que depende de uma estimativa da distância entre o centro do elipsoide atual e a solução do problema. Quando a profundidade do corte (α) é aumentado no método elipsoidal, de zero (método clássico) até $1/n$ (máximo valor de corte) um espaço maior do espaço de busca é descartado em cada iteração e maior é a possibilidade de se perder a solução. O algoritmo se torna mais rápido e menos robusto. Uma estimativa da distância da solução é empregada afim de se variar a profundidade do corte e manter a robustez do método, permitindo cortes mais profundos quando o centro do elipsoide é estimado estar próximo da solução. Detalhes desta estimativa são dados em (Saldanha et al., 1999). A figura 36 mostra uma iteração do algoritmo elipsoidal com *deep-cut*.

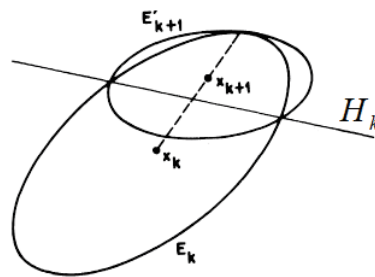


Figure 36 – Método elipsoidal com corte profundo (*deep-cut*) - adaptado de (Bland; Goldfarb; Todd, 1981).

Complementando o que é proposto por (Saldanha et al., 1999), em (Lisboa et al., 2009) se propõe o uso de cortes múltiplos, ao invés de um corte simples por iteração como o usado no método clássico. Agora no método de cortes múltiplos, diversos cortes definidos na iteração atual podem ser considerados pelo menos uma vez, quando há mais de uma restrição ativa ou violada, bem como cortes memorizados de iterações anteriores. O método de cortes múltiplos propõe um *deep cut* estabelecido teoricamente, ao invés da aproximação utilizada para se determinar o *deep-cut* heurísticamente adotado por (Saldanha et al., 1999).

Uma das mais notáveis qualidades dos métodos de plano de corte é o tratamento das restrições. Se uma restrição g é violada, um plano de corte é obtido a partir da restrição violada, no entanto, se g é quasi convexa apenas regiões não factíveis são eliminadas (Bland; Goldfarb; Todd, 1981).

Nesta tese adota-se o método elipsoidal com cortes múltiplos onde a sensibilidade da função objetivo é obtida por meio do método: adjunto analítico, adjunto-CFD e CFD, tanto para o modelo analítico quanto para o modelo numérico da LT. Espera-se que a robustez do método aliado a obtenção de sensibilidades mais exatas, levem a obtenção

de soluções melhoradas. Descreve-se a seguir o método do gradiente descendente também adotado neste estudo.

5.2.2 Método do Gradiente Descendente

O método do gradiente descendente tem como ideia principal a adoção do negativo do vetor gradiente da função objetivo como uma direção para a minimização da função objetivo. Originalmente proposto por Cauchy em 1847, inicia-se de um ponto inicial X_1 e iterativamente move-se na direção dada pelo negativo do gradiente da função objetivo, ou seja, ao longo da direção descendente da função analisada, até que o ponto de ótimo seja obtido (Rao, 2019).

Ao lidar com direções factíveis para o tratamento de restrições, o algoritmo do gradiente descendente é chamado de gradiente projetado, ele se baseia nos princípios do teorema de projeção de conjuntos convexos, amplamente divulgado pelos trabalhos de J. B. Rosen (Rosen, 1960; Rosen, 1961) em 1956. O algoritmo do gradiente descendente adotado nesta tese pode ser descrito iterativamente por (Luenberger; Ye et al., 1984):

$$x_{k+1} = x_k + \alpha^* \hat{d}_k \quad (5.12)$$

onde \hat{d}_k é uma direção de busca unitária a ser dada pela solução do problema de otimização linear $d = Dw$, onde D são os vetores de direções minimizantes e w são pesos não nulos e positivos, descrito pelas equações (5.16) a (5.20). O passo α^* é dado por:

$$\alpha^* = \arg \min_{\alpha} f(x_k + \alpha \hat{d}) : g(x_k + \alpha \hat{d}) \leq 0 \quad (5.13)$$

onde α é um escalar que minimiza a função objetivo em direção a $-\nabla f(x_k)$, levando-se em conta as restrições, e é obtido por meio do algoritmo da seção áurea (Bakr, 2013). Os vetores de direção minimizante D são definidos como sendo:

$$D = - \left[\nabla_x f(x_k) \quad \nabla g_{\mathbb{J}}(x_k) \right] \quad (5.14)$$

$$\mathbb{J} = \{j | g_j(x) > 0\} \quad (5.15)$$

onde \mathbb{J} é o conjunto de restrições violadas e $\nabla f(x_k)$ é o gradiente da função objetivo. Então a direção de busca unitária \hat{d}_k deve estar dentro do cone definido por $D^T d_k > 0$ a fim de caminhar pelo menos localmente, na direção do vetor, enquanto reduz os valores das funções de restrição. Uma boa escolha é uma direção d_k tal que não apenas se tenha $D^T d_k > 0$, mas de acordo com (Lisboa et al., 2009; Vieira; Saldanha; Takahashi, 2012), deve se ter $d_k = Dw$, $w \geq 0$ e $w \neq 0$. A figura 37 ilustra os vetores diretores gerados pelo gradiente da função objetivo e pelo gradiente das restrições ativas, e o vetor de direção de busca d_k dentro do cone gerado na iteração x_k .

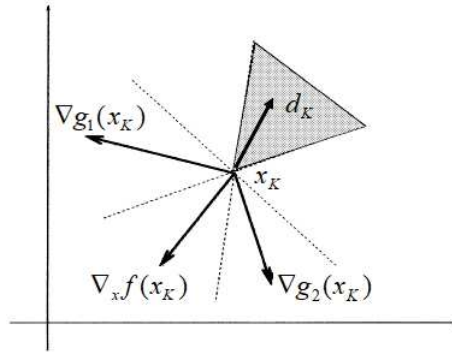


Figure 37 – Gradientes (ou subgradientes) de duas restrições ativas $\nabla g_1(x_k)$, $\nabla g_2(x_k)$ e da função objetivo $\nabla f(x_k)$. A perturbação de x_k na direção d_k dentro do cone formado pelos vetores diretores leva a redução das funções de restrição e da função objetivo - adaptado de (Takahashi et al., 2003).

Uma direção nesta interseção pode ser obtida por meio da solução de um problema de otimização linear:

$$\text{minimize } -s \tag{5.16}$$

sujeito a:

$$-D^T D w + \sigma s \leq 0 \tag{5.17}$$

$$\sum_{j=1}^{n_d} w_j = 1 \tag{5.18}$$

$$w \in [0, 1]^{n_d} \tag{5.19}$$

$$s \in \Re \tag{5.20}$$

onde $\sigma \in \Re^{n_d}$ define um peso para cada vetor diretor e n_d é o número de diretores em D , ou seja, consiste no número de colunas de D . Estes pesos σ permitem obter direções \hat{d} próximas a $-\nabla_x f(x_k)$, o que aumenta a taxa de convergência e também reduz a conduta divergente do algoritmo. Um peso para $-\nabla_x f(x_k)$ de 4 vezes o peso das restrições ativas é um valor típico adotado para uma boa performance na prática. A solução deste problema linear (w^*, s^*) define a direção de busca dada por:

$$d_k = D w^* \tag{5.21}$$

se $s^* > 0$, do contrário o algoritmo é interrompido. A vantagem da formulação do problema de otimização linear dado por (5.16) a (5.20) consiste no fato de que a direção descendente d_k torna-se restrita por ser uma combinação convexa das colunas da matriz composta pelo negativo da direção do gradiente da função objetivo e pelo negativo da direção do gradiente das funções de restrição ativas (Vieira; Saldanha; Takahashi, 2012). Esta direção

apresenta uma conduta descendente muito mais forte do que a direção descendente que não atende a esta condição.

O método do gradiente descendente tem como vantagem o fato de que se um ponto inicial factível é conhecido, todos os pontos obtidos durante o processo de otimização são factíveis. Com isso, o processo pode ser interrompido a qualquer momento que se tem um ponto viável melhor do que o inicialmente considerado (Rosen, 1961).

O gradiente da função objetivo é obtido por meio do método adjunto-analítico, adjunto-CFD e pela aproximação por diferenças finitas centrais (CFD) enquanto que as derivadas das restrições ativas são obtidas de maneira analítica e numérica por meio do método das diferenças finitas centrais.

Enquanto o método elipsoidal consegue explorar de maneira mais ampla o espaço de busca do problema, o método do gradiente descendente realiza uma busca pela solução de maneira mais local. O método elipsoidal tem dificuldades de obter a solução do problema de otimização quando as restrições são não convexas, podendo o algoritmo obter soluções não factíveis ao final do processo de otimização. Enquanto que o método do gradiente descendente não necessita de que as restrições sejam convexas. Uma vez definidas as estratégias de otimização, parte-se agora para a determinação das funções objetivo.

5.3 Função Objetivo do Problema de Otimização de LT's

A modelagem da LT a ser otimizada é realizada de maneira analítica e numérica, conforme descrito em detalhes no capítulo 3. A variável de projeto adotada pelo processo de otimização é a mesma tanto para o modelo analítico quanto para o modelo numérico, ou seja, são as posições espaciais x e y dos cabos. No entanto, as funções objetivo consideradas são diferentes.

Na modelagem analítica desenvolvida, a função objetivo $f(q(x, y))$ relacionada ao modelo analítico da LT é proposta de duas maneiras. No primeiro caso é dada por:

$$f(q(x, y)) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(q_i(x, y)^2 \right) \quad (5.22)$$

onde N é o número de condutores da LT e $q_i(x, y)$ é a densidade linear de carga de cada condutor. Enquanto no segundo caso, a função objetivo $f(q_1(x, y))$ adotada é o SIL obtido a partir da carga elétrica de sequência positiva ($q_1(x, y)$), dada por:

$$f(q_1(x, y)) = \frac{1}{2} \left(3V_f v_1 q_1(x, y) \right)^2 \quad (5.23)$$

onde V_f é o módulo da tensão de fase aplicada a LT, v_1 é a velocidade de fase da LT, e q_1 é a carga elétrica de sequência positiva.

Na modelagem numérica desenvolvida por meio dos elementos finitos, a variável de estado a ser determinada pelo sistema linear de equações resultante é o potencial escalar elétrico (ϕ), em cada um dos nós do domínio de estudos. Logo a função objetivo $f(\phi(x, y))$ para a modelagem numérica é dada por:

$$f(\phi(x, y)) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\phi_i(x, y)^2 \right) \quad (5.24)$$

onde n compreende todos os nós adotados no domínio de estudos considerado. Durante a implementação do método adjunto é verificado que ao se adotar este número de nós diferente do número total de nós do domínio considerado, a análise de sensibilidade realizada é deteriorada. Enquanto a função objetivo leva em conta o potencial elétrico de todos os nós do domínio, o algoritmo de otimização considera apenas o gradiente da função objetivo dos nós nas superfícies dos cabos considerados durante a discretização do domínio.

No modelo analítico da LT a função objetivo é descrita em função do SIL da LT obtido a partir da carga elétrica de sequência positiva. No modelo numérico ainda não é possível escrever o problema de otimização de maneira direta em função do SIL da LT modelada numericamente. Uma vez que a obtenção do SIL numericamente envolve a solução de dois sistemas lineares com variáveis de estado diferentes, a modelagem adjunta adotada do problema nestes casos ainda necessita de maiores investigações e representa uma possibilidade de continuidade deste estudo.

Adota-se neste trabalho, tanto no modelo analítico quando no numérico, um modelo mono-objetivo do problema. Outros objetivos do problema, são levados em conta como sendo restrições, uma vez que os métodos de otimização adotados não apresentam dificuldades relacionadas ao aumento do número de restrições. A modelagem multiobjetivo do problema de otimização consiste em uma das possibilidades de continuidade deste estudo. As restrições adotadas neste trabalho são discutidas a seguir.

5.4 Restrições do Problema de Otimização de LT's

5.4.1 Restrições Geométricas Adotadas

5.4.1.1 Altura Máxima e Mínima dos Condutores em Cada Fase

Durante o processo de otimização a altura dos cabos pode variar 1,00 m acima (H_{\max}) ou abaixo (H_{\min}) a partir das posições verticais originais. Estabelece-se com isso a altura máxima (H_{\max}) e mínima (H_{\min}) mostradas na figura 38.

Sendo H_{\max} e H_{\min} dadas por:

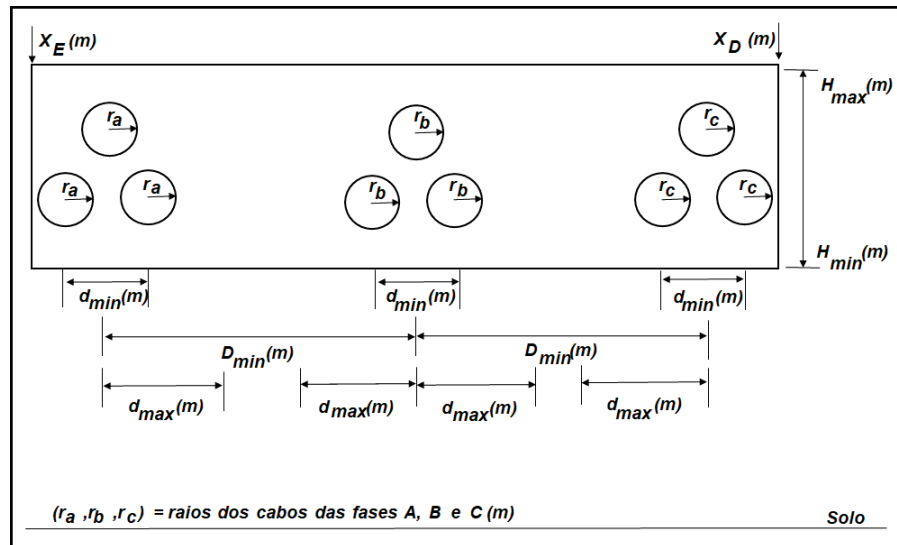


Figure 38 – Restrições geométricas consideradas: d_{min} (m) e d_{max} (m) são as distâncias mínimas e máximas entre subcondutores, respectivamente; D_{min} (m) é a distância mínima entre fases diferentes; X_E (m) e X_D (m) são os limites de variação horizontal esquerdo e direito, e H_{min} (m) e H_{max} (m) são as alturas mínimas e máximas permitidas, respectivamente.

$$H_{fi} - H_{max} \leq 0 \tag{5.25}$$

$$H_{min} - H_{fi} \leq 0 \tag{5.26}$$

onde f indica a fase A , B ou C e i o condutor da fase considerada. Caso a configuração considerada não seja plana, o valor de H_{min} e H_{max} é diferente em cada uma das fases, mas a ideia adotada para a obtenção destes limites é a mesma. Estabelece-se este intervalo para que a solução obtida seja comportada pela janela de espaço existente na torre da silhueta original. Pode-se alternativamente adotar a NBR-5422 (ABNT, 1985) onde a distância mínima entre cada cabo condutor e o solo pode ser calculada em função do nível de tensão adotado e de condições do ambiente onde a LT está inserida. Ao se utilizar o limite inferior de altura fornecido pela NBR-5422 pode-se obter resultados de aumento de SIL mais significativos do que os obtidos com a variação mais rígida de altura dos cabos. No entanto, neste caso tem-se a necessidade de adoção de outras torres o que não é desejado neste trabalho que visa utilizar a estrutura dos corredores de energia já existentes.

5.4.1.2 Limite Horizontal Direito e Esquerdo de Variação das Posições dos Feixes Laterais

O limite de variação horizontal dos cabos esquerdo e direito são determinados pela posição horizontal do condutor mais a esquerda (X_E) e pela posição do condutor mais a direita (X_D) da configuração original. Esta restrição se aplica às fases laterais da LT e não se aplica à fase central, sendo que as outras restrições envolvidas garantem que as

posições dos cabos da fase do meio estejam em uma região distante dos limites laterais, e sejam simétricos em relação ao centro da torre. Estes limites podem ser observados na figura 38, sendo dados por:

$$x_E - x_{Ai} \leq 0 \quad (5.27)$$

$$x_{Ci} - X_D \leq 0 \quad (5.28)$$

onde A e C , indicam as fases dos feixes laterais da LT e i o cabo considerado do feixe. Esta restrição tem como objetivo garantir que a proteção dada pelos cabos para-raios à configuração original permaneça válida para a configuração otimizada (Acosta; Tavares, 2020). Além disso, esta restrição visa manter a faixa de servidão da LT otimizada menor ou igual a da LT original o que pode levar a soluções mais suportáveis pelas estruturas de transmissão já em uso pelo corredor de energia que está sendo otimizado.

5.4.1.3 Distância Mínima (D_{\min}) entre Condutores de Fases Diferentes

Na figura 38, D_{\min} determina a distância mínima entre fases diferentes. A distância mínima D_{\min} depende do nível de tensão considerado, de fatores do meio onde a LT está inserida, entre outros, e caracteriza as configurações convencionais (CV) e compactas (CP). Nesta tese as distâncias mínimas consideradas são obtidas a partir do trabalho de (Filho, 1993) e podem ser observadas na Tabela 1.

Table 1 – Distância mínima entre fases de silhuetas convencionais (CV) e compactas (CP) e número de cabos por fase (N_s) - Adaptado de (Filho, 1993)

Tensão [kV]	N_s	N_s	D_{\min} [m]	D_{\min} [m]
	CV	CP	CV	CP
230	1	2	4,50	2,90
345	2	3	6,50	4,00
500	3	5	10,00	5,50
750	4	6	15,00	8,50

Esta distância é de fundamental importância para que se tenha um comportamento da LT satisfatório do ponto de vista da coordenação de isolamento (Vilela, 2019). As distâncias mínimas entre fases adotadas é um fator importante no processo de otimização pois limita o espaço de busca e pode permitir uma maior ou menor compactação das fases. Sendo esta uma das ações necessárias para a redução da impedância característica e aumento do SIL da LT. As expressões consideradas para a restrição de distância mínima entre fases diferentes são dadas por:

$$-(Y_{A,i} - Y_{B,k})^2 - (X_{A,i} - X_{B,k})^2 + D_{\min}^2 \leq 0 \quad (5.29)$$

$$-(Y_{B,k} - Y_{C,M})^2 - (X_{B,k} - X_{C,M})^2 + D_{min}^2 \leq 0 \quad (5.30)$$

onde A , B e C são as fases do sistema trifásico e i , j e k são condutores das fases A , B e C , respectivamente. A separação mínima que deve existir entre fases diferentes é importante para que não haja ocorrência de faltas bifásicas e trifásicas nas linhas. Essas distâncias são obtidas a partir da coordenação de isolamento da LT, baseando-se nas normas da *International Electrotechnical Commission (IEC) 71* e *National Electrical Safety Code (NESC) 2002 (Std, 2001)* mostradas no trabalho de (Acosta; Tavares, 2018) e que serão implementadas na continuidade deste trabalho.

5.4.1.4 Distância Mínima (d_{min}) entre Subcondutores

A distância mínima (d_{min}) entre condutores de uma mesma fase podem ser observadas na figura 38. Adota-se os padrões europeu ou americano de 0,40 m e 0,457 m, respectivamente. Esta distância mínima entre subcondutores visa evitar que ocorra a sobreposição entre subcondutores durante a otimização, e acarreta uma maior ou menor proximidade entre os subcondutores de cada feixe. Este é um dos fatores que influencia o campo elétrico superficial observado nas configurações otimizadas e d_{min} é dado por:

$$-(Y_{A,i} - Y_{A,j})^2 - (X_{A,i} - X_{A,j})^2 + d_{min}^2 \leq 0 \quad (5.31)$$

$$-(Y_{B,K} - Y_{B,l})^2 - (X_{B,K} - X_{B,l})^2 + d_{min}^2 \leq 0 \quad (5.32)$$

$$-(Y_{C,m} - Y_{C,n})^2 - (X_{C,m} - X_{C,n})^2 + d_{min}^2 \leq 0 \quad (5.33)$$

onde A , B e C são as fases do sistema trifásico, i e j , K e l , e m e n estão associados a cada condutor das fases A , B e C , respectivamente.

Adota-se uma caixa fictícia ao redor de cada condutor de maneira que a variação da posição de cada cabo esteja dentro desta região, conforme mostrado na figura 39 para o caso da LT com 03 cabos por fase.

Verifica-se na figura 39 a simetria considerada no caso de 3 cabos por fase na modelagem analítica da LT. A posição do condutor mais a direita é tomada como a referência para se determinar as posições mínimas e máximas que os outros cabos podem ocupar ao longo do processo de otimização.

A adoção da distância máxima entre condutores da mesma fase busca garantir soluções otimizadas que não apresentem feixes com dimensões muito elevadas. Esta preocupação com a dimensão máxima de cada feixe tem o intuito de obter geometrias viáveis mecanicamente. Há na literatura, soluções otimizadas mas com dimensões de feixes muito grandes o que de certa forma inviabiliza mecanicamente a adoção de tais soluções (Acosta; Tavares, 2018).

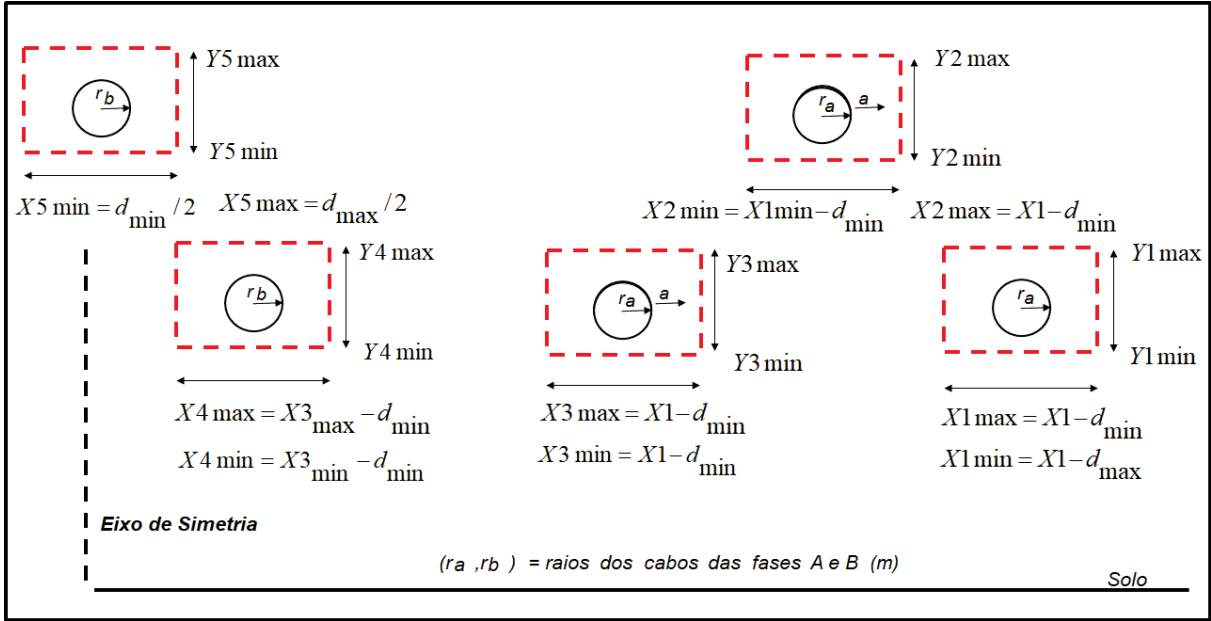


Figure 39 – Ilustração da região de variação das posições de cada cabo da LT com 03 cabos por fase com simetria horizontal adotada na modelagem analítica.

Adota-se para LT's de até 500 kV, um d_{\max} de 1,50 m, e de 500 kV ou acima considera-se 2,20 m conforme utilizado por (Acosta; Tavares, 2018) e (Ghassemi, 2019), respectivamente. Matematicamente d_{\max} é dada por:

$$(Y_{A,i} - Y_{A,j})^2 + (X_{A,i} - X_{A,j})^2 - d_{\max}^2 \leq 0 \quad (5.34)$$

$$(Y_{B,K} - Y_{B,l})^2 + (X_{B,K} - X_{B,l})^2 - d_{\max}^2 \leq 0 \quad (5.35)$$

$$(Y_{C,m} - Y_{C,n})^2 + (X_{C,m} - X_{C,n})^2 - d_{\max}^2 \leq 0 \quad (5.36)$$

onde A , B e C são as fases do sistema trifásico, i e j , K e l , e m e n estão associados a cada condutor das fases A , B e C , respectivamente.

5.4.1.5 Centro de Massa dos Feixes de Condutores

Nesta tese as configurações geométricas obtidas não seguem nenhum formato pré determinado gerado por alguma função matemática. Parte-se de uma geometria conhecida e desloca-se todos os condutores de maneira simultânea em cada uma das fases. No entanto, com o intuito de se verificar se as geometrias otimizadas não apresentam um elevado desequilíbrio da carga mecânica envolvida, calcula-se o centro de massa de cada feixe como uma forma de se verificar a viabilidade da implementação dos feixes. A ilustração do sistema considerado para a obtenção do centro de massa de cada uma das fases da LT pode ser observado na figura 40.

O centro de massa de cada uma das fases, para i variando de 1 a 3, é calculado pela seguinte aproximação (Acosta; Tavares, 2018):

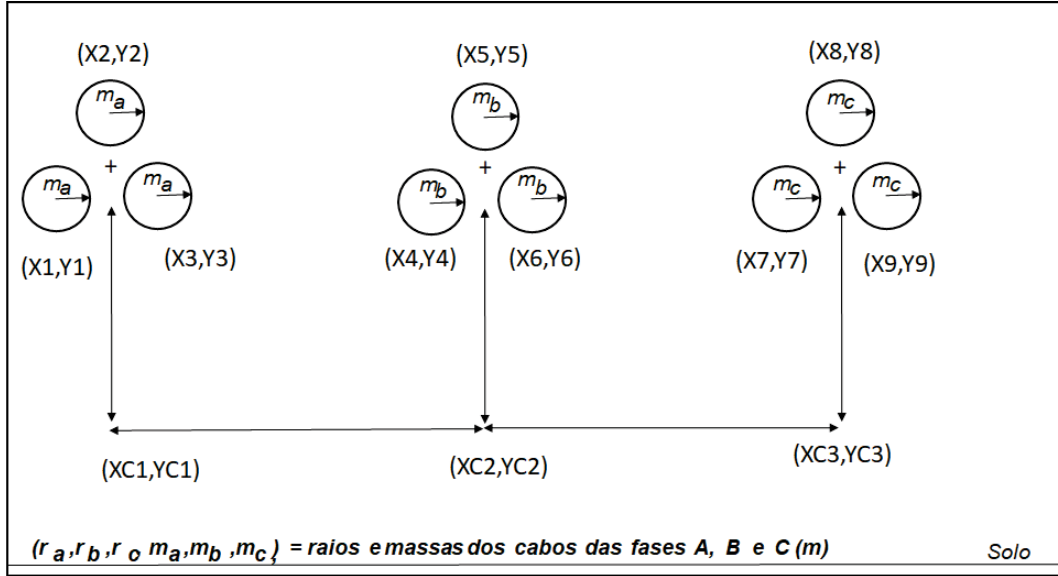


Figure 40 – Centroides de cada uma das fases da LT com 03 cabos por fase, dados por $(XC1, YC1)$, $(XC2, YC2)$ e $(XC3, YC3)$.

$$C_m f_i = \frac{\sum_{j=1}^{N_c} m_j r_j}{\sum_{j=1}^{N_c} m_j} \quad (5.37)$$

onde N_c é o número de cabos por fase, m_j é a massa de cada cabo [kg/m], r_j é o vetor posição de cada $cabo_j$ em relação a origem do sistema de coordenadas [m]. As restrições relacionadas ao centro de massa de cada uma das fases é escrita em formato quadrático, de maneira que as raízes coincidam com os limites adotados para a variação do valor do centro de massa de cada uma das fases, sendo dada por:

$$g_{CM}XC_i = (C_m f_{ix} - K_{inf}XC_i)(C_m f_{ix} - K_{sup}XC_i); \quad (5.38)$$

$$g_{CM}YC_i = (C_m f_{iy} - K_{inf}YC_i)(C_m f_{iy} - K_{sup}YC_i); \quad (5.39)$$

onde $g_{CM}XC_i$ e $g_{CM}YC_i$ são os valores das restrições relacionadas ao centro de massa em x e em y , respectivamente. $C_m f_{ix}$ e $C_m f_{iy}$ são os valores dos centros de massas em x e em y , e os limites superiores e inferiores de variação do centro de massa em ambas as direções são dados por $K_{sup}XC_i$, $K_{sup}YC_i$ e por $K_{inf}XC_i$, $K_{inf}YC_i$, respectivamente. Permite-se uma variação de 10% no valor do centro de massa para cima e para baixo em ambas as direções. O efeito dos ventos nas geometrias otimizadas será considerado na continuidade deste estudo. Uma vez finalizada a descrição das restrições geométricas consideradas apresenta-se a seguir as restrições relacionadas aos campos eletromagnéticos e ao SIL.

5.4.2 Restrições Relacionadas aos Campos Eletromagnéticos e ao SIL

5.4.2.1 Campo Elétrico Máximo ao Nível do solo

A intensidade do campo elétrico ao nível do solo (E_g) deve obedecer ao limite (E_{lim}) estabelecido pela legislação federal de 2021 (ANEEL, 2021) e a NBR-25415 (ABNT, 2016; ICNIRP, 2010). Elas estabelecem que ao nível do solo a intensidade do campo elétrico resultante tem de ser menor do que 8,33 kV/m e 4,16 kV/m para o público ocupacional e geral, respectivamente. Nesta tese adota-se o valor do campo elétrico calculado ao longo de toda a faixa de servidão sob a LT e a 1,50 m do solo. A restrição do campo elétrico ao nível do solo é dada por:

$$\max \left(E_g \right) - \left(E_{lim} \right) \leq 0 \quad (5.40)$$

Nas configurações otimizadas, estes limites de campos elétricos ao nível do solo devem ser respeitados e para isto faz-se necessário que os feixes de condutores sejam mais altos em relação ao solo. Isto impacta diretamente os custos envolvidos para a construção da torre envolvida (Arruda et al., 2020). A verificação dos níveis de campos elétricos ao nível do solo é muito importante no estudo de novas geometrias para se assegurar que os novos perfis de campos elétricos existentes atendem aos limites estabelecidos pela norma.

5.4.2.2 Campo Elétrico Superficial

O campo elétrico superficial é calculado ao longo de toda a superfície de cada um dos cabos da LT. O valor do campo elétrico superficial máximo ($E_{s \max}$) deve ser menor do que o valor do campo elétrico crítico superficial ($E_{s \text{ cr}}$) dado por (3.23), obtido no capítulo 3. Esta restrição tem como objetivo garantir que a LT otimizada tenha um comportamento satisfatório com relação a ocorrência do efeito Corona, sendo dada por:

$$(E_{s \max})_{f,i} - (K_{lim} E_{s \text{ cr}})_{f,i} \leq 0 \quad (5.41)$$

onde f indica a fase A , B ou C e i o condutor considerado em cada uma das fases e K_{lim} é igual a 1 ou a 0,95 dependendo da simulação realizada.

5.4.2.3 Campo Magnético ao Nível do solo

Os níveis máximos da densidade de fluxo magnético ($B_{lim}[T]$) são determinados pela NBR 25415 (ABNT, 2016; ICNIRP, 2010) e pela ANEEL (ANEEL, 2021) como sendo de 1000 μT e 200 μT ao nível do solo, para o público ocupacional e para o público geral, respectivamente. A altura onde se verifica a densidade do fluxo magnético ao nível do solo é de 1,5 m segundo a ANEEL (ANEEL, 2021). Esta restrição é dada por:

$$\max \left(B_g \right) - \left(B_{lim} \right) \leq 0 \quad (5.42)$$

Esta restrição influencia no valor final da altura da torre a ser considerada e deve ser atendida para garantir níveis de exposição aos campos magnéticos seguros ao nível do solo para a população que vive próxima às LT's.

5.4.2.4 Potência Natural da LT (P_n)

Estabelece-se que a potência natural da LT (P_n) da nova geometria sugerida ($P_{n_{otim}}$) deve ser maior ou igual ao da LT original durante todo o processo de otimização. Para isto faz-se:

$$\frac{P_{n_{orig}} - P_{n_{otim}}}{P_{n_{orig}}} \leq 0 \quad (5.43)$$

onde $P_{n_{otim}}$ é o valor da potência natural da LT na iteração atual. Esta restrição tem como objetivo aumentar o SIL das silhuetas otimizadas, ou seja pretende contribuir para soluções que minimizem a função objetivo considerada e ainda tenham valores de potência natural superiores aos das configurações originais. Esta restrição pode ser modificada inserindo-se um percentual de crescimento da potência natural desejada. No entanto, opta-se por não estabelecer este limite para que a geometria otimizada seja suportada pela largura de faixa atual da LT e com os limites de campos elétricos superficiais atendidos.

5.5 Tratamento das Restrições

As restrições descritas na seção anterior são consideradas pelo método elipsoidal de cortes múltiplos e pelo método do gradiente descendente de maneira direta, ou seja, não é necessário a transformação do problema atual em um problema irrestrito por meio da adoção do método das barreiras e de funções de penalidade.

Em ambos os métodos, o gradiente das restrições estão diretamente envolvidos no processo de otimização. No método elipsoidal elas influenciam na definição dos planos de corte a serem feitos, e no método do gradiente descendente influenciam na determinação do cone de direções factíveis. As derivadas das restrições são obtidas de maneira analítica, e nos casos onde não é possível obtém-se a derivada da restrição numericamente por meio do método CFD. A maneira como o algoritmo de otimização é finalizado em cada uma das estratégias implementadas é apresentado a seguir.

5.6 Critérios de Parada

Alguns critérios de parada são comuns aos dois métodos de otimização adotados nesta tese. O primeiro deles consiste no número máximo de iterações. Este critério varia em função do modelo da LT, se é analítico ou numérico, e da função objetivo considerada.

O segundo critério se relaciona as condições de otimalidade de Karush-Khuhn-Tucker aplicados a função objetivo do problema. Este critério é descrito em detalhes por (Rao, 2019). De maneira simplificada, ele consiste em verificar se a soma do gradiente da função objetivo com o gradiente das restrições ativas é igual a zero na iteração atual do algoritmo. Este critério assegura que se a função objetivo for convexa e as restrições que definem a região de busca forem convexas, então o ponto de mínimo local é também um mínimo global (Rao, 2019). A obtenção do mínimo global não pode ser assegurado nos resultados desta tese, uma vez que os critérios de convexidade de algumas restrições não são atendidos.

No algoritmo do gradiente descendente, o passo α ótimo obtido pelo método da Seção Áurea igual a zero é adotado também como critério de parada.

No método elipsoidal com cortes múltiplos avalia-se a variação do módulo da função objetivo e a variação da variável de projeto nas últimas iterações, e compara-se a mudança ocorrida com uma tolerância. Se a variação for menor do que a tolerância, indica-se estabilidade no processo de otimização e o processo é interrompido. Outro critério considerado no método elipsoidal se relaciona a matriz do elipsoide Q gerado durante a otimização. Verifica-se se a matriz Q não é definida positiva, neste caso interrompe-se o método devido a degeneração da matriz. Além disso verifica-se também se a matriz Q não é nula o que gera também a parada do método.

5.7 Consideração a Respeito das Variáveis de Projeto

Durante o processo de otimização, para a LT modelada analiticamente, o número de variáveis do problema de otimização é adotado como sendo a metade do problema real. Esta consideração é possível devido a consideração de que as geometrias otimizadas devem ser simétricas horizontalmente. Esta estratégia gera economia de tempo computacional e busca por soluções com esforços mecânicos iguais nos braços das torres.

Na modelagem numérica da LT por meio dos elementos finitos, o número de cabos considerados é igual ao número real de cabos existentes no domínio. Neste caso a adoção da simetria horizontal na modelagem exigiria a adoção de transformações do domínio a serem implementadas na continuidade desta tese.

O método de otimização implementado utiliza as coordenadas espaciais x e y dos condutores obtidas a partir de um corte transversal da linha e os condutores tem total grau de liberdade de serem deslocados dentro do espaço de busca determinado pelas restrições

do problema. Não são adotadas parametrizações matemáticas para gerar geometrias pré estabelecidas como realizada nos trabalhos de (Sarmiento, 2016; Ghassemi, 2019; Maciel, 2013; Sarmiento, 2021). Opta-se pela busca local de soluções pelos métodos de otimização e que resultem em geometrias inovadoras e que respeitem as restrições elétricas e mecânicas pré definidas.

5.8 Conclusões

Neste capítulo é possível verificar a descrição do problema de otimização formulado em função do modelo analítico e numérico das LT's. O método elipsoidal com cortes múltiplos e do gradiente descendente são adotados nesta tese. Estes métodos utilizam da informação da sensibilidade da função objetivo em relação as variáveis de projeto do problema obtidas por meio do método adjunto-analítico, adjunto-CFD e pela aproximação por diferenças finitas centrais.

As restrições geométricas, as restrições relacionadas aos níveis de campos elétricos ao nível do solo e superficiais, e as relacionadas ao campo magnético e ao SIL, são apresentadas. Espera-se que a formulação matemática do método elipsoidal explore melhor o espaço de soluções enquanto que o método do gradiente descendente lida melhor com a não convexidade de algumas das restrições consideradas e realiza uma busca mais local. A sensibilidade adjunta, aplicada na otimização do modelo numérico e analítico da LT proporciona uma análise de sensibilidade mais exata e com muito menos esforço computacional conforme apresentado no próximo capítulo e que resulta em silhuetas de transmissão inovadoras.

6 Resultados

Este capítulo apresenta os resultados obtidos nesta tese. Os modelos eletromagnéticos analítico e numérico das linhas de transmissão desenvolvidos são analisados. Primeiramente, valida-se o modelo numérico da linha de transmissão (LT) estudada a partir de resultados analíticos, e o efeito do truncamento do domínio de estudos é apresentado. Em seguida verifica-se a exatidão e o custo computacional da análise de sensibilidade obtida por meio do método adjunto-analítico, adjunto-CFD e pelo método de diferenças finitas centrais (CFD) aplicados na abordagem analítica e numérica do problema. Os resultados da otimização de LT's obtidas por meio do método elipsoidal de cortes múltiplos e do método do gradiente descendente são também discutidos. Todas as execuções das rotinas computacionais desenvolvidas durante este trabalho são realizadas em um computador Intel i7-7500U, 2,7 GHz, 8 cores, 8 GB RAM.

6.1 Validação do Cálculo do Campo Elétrico por Meio do Método dos Elementos Finitos

O entendimento da variação dos níveis de campos elétricos ao nível do solo e superficiais, e do campo magnético, são fundamentais para se obter uma metodologia de otimização de feixes de condutores satisfatória. A determinação destes campos são obtidos a partir dos modelos numéricos e analíticos descritos em detalhes no capítulo 3.

A validação dos cálculos envolvidos na obtenção dos campos elétricos ao nível do solo e superficial por meio do método das imagens sucessivas foi realizada e pode ser observada em (Paganotti, 2012). Adota-se os resultados analíticos para se validar os resultados numéricos obtidos por meio do método dos elementos finitos aplicado a uma LT trifásica aérea com 3 cabos por fase, onde os principais parâmetros adotados estão na tabela 2 e a silhueta pode ser observada na figura 41.

Table 2 – Dados físicos e elétricos da LT 500 kV, 03 cabos por fase adaptado de (Paganotti, 2012).

Posições dos cabos	Fase A			Fase B			Fase C		
x (m)	12,228	12,000	11,771	0,228	0,000	-0,228	-11,771	-12,000	-12,228
y (m)	15,378	14,982	15,378	15,378	14,982	15,378	15,378	14,982	15,378
Raio do cabo (mm)	14,37			14,37			14,37		

A modelagem numérica da LT realizada por meio do Método de Elementos Finitos considera o solo sendo um condutor elétrico perfeito, para a determinação do potencial escalar elétrico. Assim, este é modelado por uma superfície de *Dirichlet* com potencial

nulo e constante ao longo de toda a sua superfície. O solo é considerado como um meio homogêneo, de permeabilidade relativa igual a 1, para a determinação do potencial vetor magnético.

Uma vez que a LT está inserida em um domínio ilimitado, faz-se necessário realizar o truncamento do domínio. Desta forma, é adotado um domínio circular de raio igual a 5 vezes a maior dimensão do objeto de interesse no domínio de estudos, conforme sugerido por (Qiushi Chen; Konrad, 1997). A maior altura dos feixes da LT analisada fornece a medida da maior dimensão adotada para gerar o raio do círculo da região truncada. Além disso, o círculo é quem limita a parte superior e inferior do domínio e, também, é considerado como uma superfície de *Dirichlet* de potencial nulo ao longo de toda a sua superfície.

O domínio de estudos é discretizado por meio dos elementos finitos para a modelagem da LT trifásica aérea, com 3 cabos por fase, descrita pela tabela 2. Para a determinação do potencial escalar elétrico, o solo é adotado como sendo CEP. Enquanto que, para a determinação do potencial vetor magnético adota-se um solo homogêneo, de resistividade uniforme. Este domínio é discretizado por meio de 31.159 nós e 61.956 elementos de primeira ordem. Considera-se um coeficiente de crescimento da malha (h) de 1,92, e com triângulos de lado máximo igual a 10 m. Adota-se o malhador *initmesh* do Matlab (Higham; Higham, 2016) e o domínio considerado pode ser observado na figura 41.

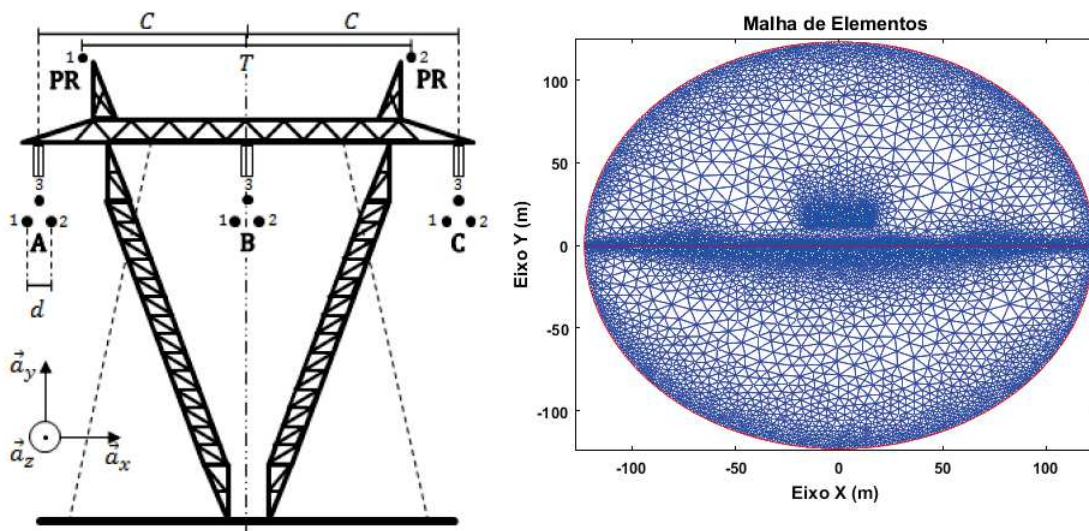


Figure 41 – LT 3 cabos por fase 500 kV adaptado de (Paganotti, 2012): silhueta da LT e malha de elementos finitos adotada com truncamento circular.

Nota-se na figura 41 o elevado tamanho do domínio (dezenas de metros) em relação ao raio dos cabos fase (da ordem de milímetros) o que exige um diferente grau de discretização destas regiões. Deve ser observado que as regiões que estão diretamente relacionadas a determinação do campo elétrico superficial e ao nível do solo, e com a determinação da densidade de fluxo magnético, necessitam de uma discretização mais

refinada. O detalhamento do feixe de condutores da fase central e de um dos cabos pode ser observado nas figuras 42 e 43, respectivamente.

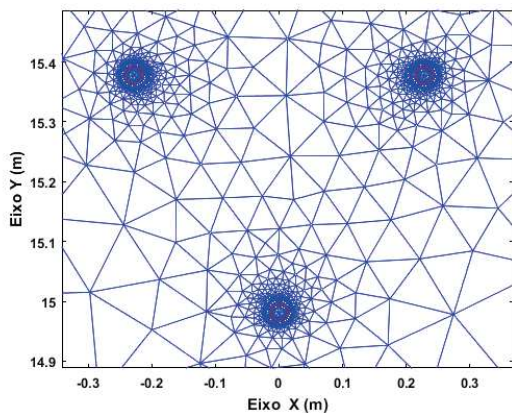


Figure 42 – Detalhe da malha na região próxima ao feixe de condutores da fase central.

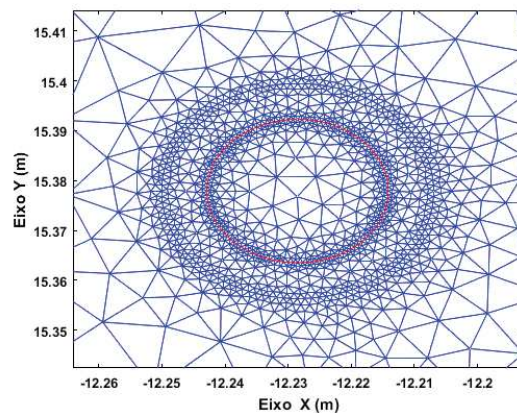


Figure 43 – Detalhe da malha na superfície de um dos cabos considerados.

Deve ser observado que a discretização adotada na superfície de cada cabo, que neste exemplo é de 30 nós por quadrante, resultando em 120 nós na superfície de cada cabo, é de fundamental importância para a obtenção dos níveis de campos elétricos superficiais e ao nível do solo de maneira satisfatória. O campo elétrico ao nível do solo é determinado ao longo da faixa de passagem da LT a 1,50 m de altura.

A presença dos cabos para-raios alteram de maneira pouco significativa os níveis de campos elétrico e magnético ao nível do solo, por isso são desconsiderados tanto na solução analítica quanto na solução numérica (EPRI, 2005). A consideração dos cabos para-raios na determinação do campo elétrico superficial afeta de maneira mais expressiva a fase central e de maneira menos expressiva as fases laterais. No trabalho de (Farah, 2014) mostra-se que erros da ordem de 2 % a 7 % são obtidos para as fases laterais e interna, respectivamente.

A inserção dos cabos para-raios na modelagem numérica não acarreta nenhuma dificuldade adicional, implicando somente na sua consideração geométrica durante o desenho da geometria e na inserção de um maior número de elementos ao entorno destes. No entanto, opta-se aqui pela desconsideração dos mesmos para que a estratégia de truncamento adotada não acarrete em um aumento demasiado do domínio de estudos, uma vez que, a altura dos para-raios são superiores a altura do cabo mais alto da LT. Logo, esta maior altura exigiria um domínio maior e, conseqüentemente, mais processamento. A intensidade do campo elétrico e da densidade de fluxo magnético resultantes ao nível do solo obtido por meio do método dos elementos finitos e de maneira analítica são apresentados nas figuras 44 e 45, respectivamente .

Pode ser observado uma elevada concordância entre os perfis de campos elétricos e

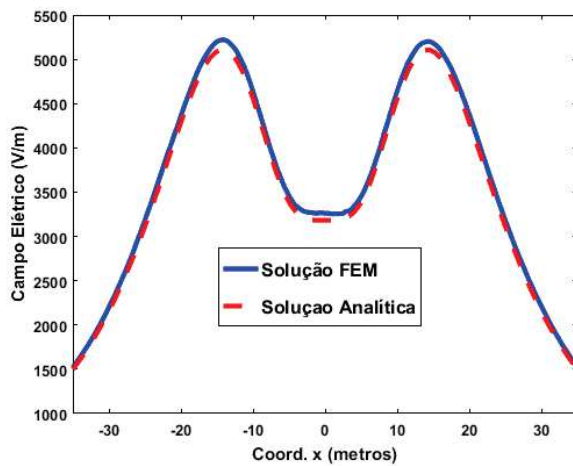


Figure 44 – Perfil do campo elétrico ao nível do solo - obtido analiticamente e via elementos finitos (FEM) - LT 3 cabos por fase 500 kV.

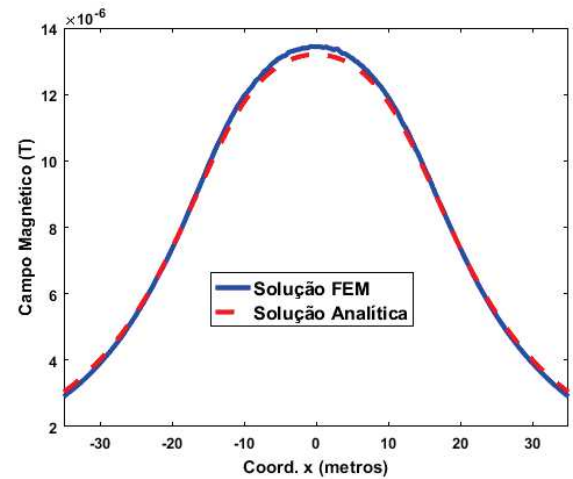


Figure 45 – Perfil da densidade de fluxo magnético - obtido analiticamente e via elementos finitos (FEM) - LT 3 cabos por fase 500 kV.

de densidades de fluxos magnéticos ao nível do solo. A tabela 3 mostra os erros obtidos entre os valores do campo elétrico máximo e da densidade de fluxo magnético, ambos ao nível do solo, obtidos por meio da formulação analítica ($E_{\text{solo}} \text{ analítico}$, $B_{\text{solo}} \text{ analítico}$) e por meio dos elementos finitos ($E_{\text{solo}} \text{ FEM}$, $B_{\text{solo}} \text{ FEM}$). Adota-se o valor obtido analiticamente como sendo o valor de referência para a obtenção dos erros relativos absolutos.

Table 3 – Erro relativo absoluto das intensidades de campo elétrico e da densidade de fluxo magnético, ao nível do solo, usando o modelo analítico e numérico.

$E_{\text{solo}} \text{ FEM (V/m)}$	$E_{\text{solo}} \text{ analítico (V/m)}$	$ \text{Erro} \%$
$5,220 \times 10^3$	$5,045 \times 10^3$	3,48
$B_{\text{solo}} \text{ FEM (T)}$	$B_{\text{solo}} \text{ analítico (T)}$	$ \text{Erro} \%$
$13,440 \times 10^{-6}$	$13,200 \times 10^{-6}$	1,83

Nota-se a partir da tabela 3 que os erros obtidos são da ordem de 3% e de 1,8% para a determinação do campo elétrico e da densidade de fluxo magnético, respectivamente. O campo elétrico superficial é obtido ao longo de cada um dos condutores da LT. Por meio do método das imagens sucessivas adota-se 360 pontos ao longo da superfície de cada cabo, ou seja, o campo elétrico superficial é obtido a cada um grau ao longo da circunferência do cabo. O comparativo entre o campo elétrico superficial obtido por meio do FEM e pelo método das imagens sucessivas (MIS) pode ser observado para os condutores do feixe 1 (fase C) na figura 46, sendo os outros gráficos relativos as fases A e B apresentados na seção C.1 do Apêndice C.

Um comparativo do campo elétrico superficial máximo obtido para cada um dos cabos da LT, usando o método dos elementos finitos ($E_s \text{ FEM}$) e o método das imagens sucessivas ($E_s \text{ MIS}$) pode ser observado na tabela 4.

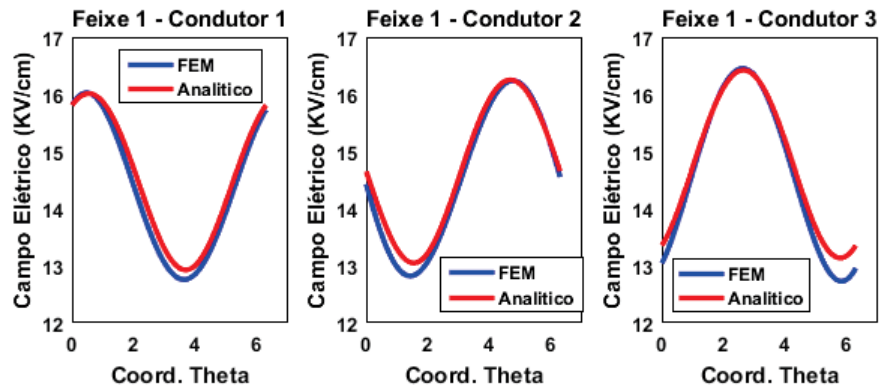


Figure 46 – Campo elétrico superficial via método das imagens sucessivas (MIS - método analítico) e via FEM - fase C (feixe 1) - LT 500 kV 03 cabos por fase.

Table 4 – Campo elétrico superficial máximo obtido usando o FEM e usando o método das imagens sucessivas (MIS) - LT 500 kV 03 cabos por fase adaptado de (Paganotti, 2012)

Fase	Cabo	E_s FEM (kV/cm)	E_s MIS (kV/cm)	Erro %
1	1	16,02	16,01	0,07
1	2	16,23	16,24	0,08
1	3	16,45	16,42	0,18
2	1	17,35	17,44	0,50
2	2	17,46	17,42	0,22
2	3	17,42	17,44	0,07
3	1	16,35	16,42	0,43
3	2	16,22	16,24	0,16
3	3	16,06	16,01	0,34

Os erros relativos apresentados na tabela 4 são obtidos adotando-se a modelagem analítica como referência. Nota-se valores máximos bem próximos e os perfis dos campos elétricos superficiais com aspectos bem semelhantes em ambas as abordagens realizadas conforme mostrado na figura 46. Com o aumento da discretização do domínio considerado, os erros observados podem ser reduzidos ao custo de um maior esforço computacional.

A modelagem numérica da LT propicia uma análise fisicamente mais consistente das grandezas eletromagnéticas envolvidas. Tem-se uma elevada intensidade de campo elétrico próximo as superfícies dos cabos que decai rapidamente à medida que se afasta deles. Pode-se, por meio da modelagem numérica, visualizar este fato conforme mostrado na figura 48 adotando-se uma escala logarítmica aos resultados numéricos obtidos. Verifica-se que as linhas de campo elétrico são perpendiculares e as equipotenciais do potencial escalar elétrico, mostradas na figura 47 são tangenciais a interface ar-solo (CEP), respeitando-se as condições de interface estabelecidas por (3.9) e (3.11) no capítulo 3 durante a modelagem eletromagnética do problema.

A natureza rotacional do campo magnético, estabelecida pela Lei de Àmpere-

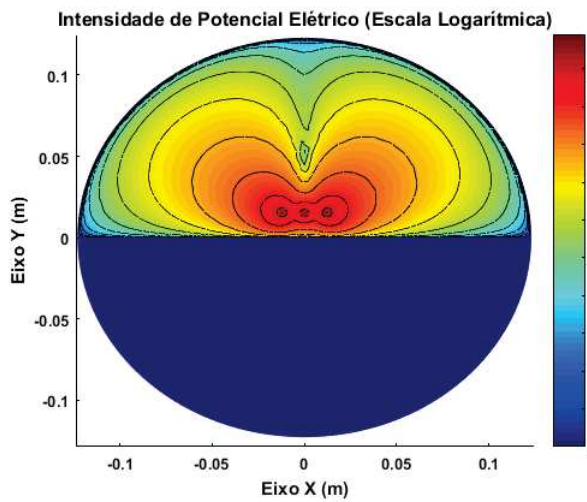


Figure 47 – Distribuição do Potencial Escalar Elétrico - LT 03 cabos por fase - 500 kV.

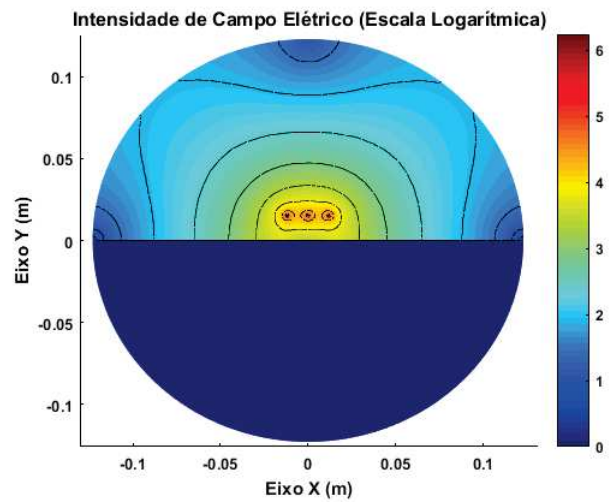


Figure 48 – Intensidade do campo elétrico no domínio considerado - LT 03 cabos por fase - 500 kV.

Maxwell dada por (3.1) e de Gauss do Magnetismo, dado por (3.2), podem ser verificadas nas figuras 49 e 50, respectivamente.

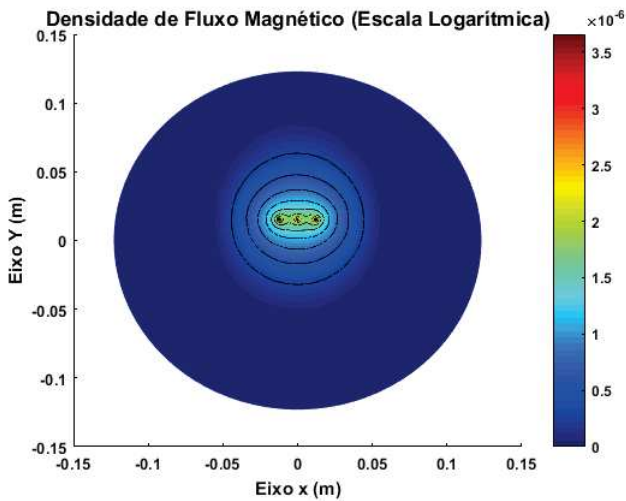


Figure 49 – Densidade de fluxo magnético (T) - LT 03 cabos por fase - 500 kV- modelo numérico.

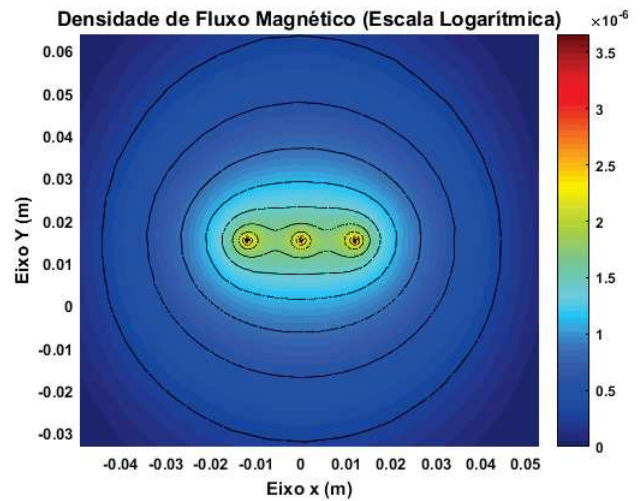


Figure 50 – Detalhe da Densidade de fluxo magnético (T) - LT 03 cabos por fase - 500 kV - modelo numérico.

O efeito da variação do tamanho do truncamento do domínio adotado, na determinação do campo elétrico ao nível do solo e na densidade de fluxo magnético podem ser verificados na seção C.2 do Apêndice C. Neste trabalho adota-se um truncamento de 5 vezes a maior dimensão do objeto sob estudo, uma vez que truncamentos maiores ocasionam maior esforço computacional, e em resultados praticamente coincidentes.

6.2 Análise de Sensibilidade pelo Método: Adjunto-CFD, Adjunto-Analítico e CFD

Obtém-se a sensibilidade da função objetivo para cada modelagem da LT desenvolvida nesta tese por meio do método adjunto-analítico, adjunto-CFD e por meio da aproximação por diferenças finitas centrais. O ganho computacional obtido e a exatidão de cada abordagem é verificada a seguir.

6.2.1 Análise do Custo Computacional e Validação da Sensibilidade Adjunta do Modelo Analítico das LT's

Considera-se para a obtenção da análise de sensibilidade das LT's formuladas analiticamente o sistema linear de equações utilizado para a obtenção da carga elétrica do sistema, descrito em detalhes no capítulo 3, dado por $P(x, y)q = V$, onde as variáveis de projeto são as posições x e y dos cabos. A variável de estado é a carga elétrica de cada condutor (q) e V é o fasor tensão de excitação do sistema. A função objetivo considerada é uma aproximação para a obtenção do SIL da LT, a partir da carga elétrica de sequência positiva, dada por:

$$f(q_1(x, y)) = \frac{1}{2} \left(3V_f v_1 q_1(x, y) \right)^2 \quad (6.1)$$

onde V_f é o módulo da tensão de fase aplicada à LT, v_1 é a velocidade de fase da LT, e q_1 é a carga elétrica de sequência positiva. Obtém-se a sensibilidade desta função objetivo em relação as variáveis de projeto x e y adotando-se o método da sensibilidade adjunta-analítica, adjunta-CFD e a aproximação por diferenças finitas centrais. Estas sensibilidades são obtidas para LT's trifásicas com 2, 3 e 4 cabos por fase mostradas pela figura 51. Estas silhuetas são adotadas nos processos de otimização implementados neste trabalho.

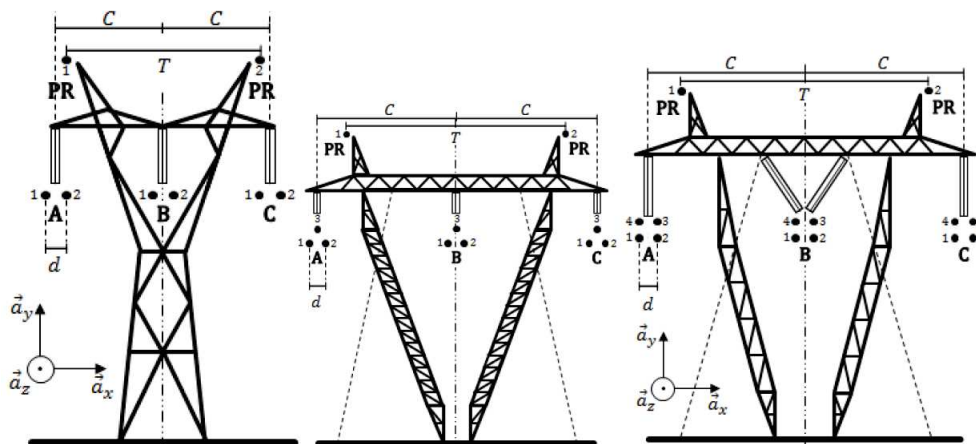


Figure 51 – Silhuetas de LT's com 2 cabos por fase de 345 kV, com 3 e 4 cabos por fase de 500 kV- adaptado de (Santos, 2017; Paganotti, 2012)

Adota-se o método das diferenças finitas centrais como sendo a referência para se comparar os valores das sensibilidades obtidas e também para se comparar o custo computacional envolvido por cada uma das diferentes abordagens de análise de sensibilidade estudadas. O erro relativo entre a sensibilidade obtida pelo método CFD e o método adjunto-CFD é dado pelo |Erro 1| e o erro relativo entre o método CFD e o método adjunto-analítico é dado pelo |Erro 2|.

Para o caso I adota-se a LT com 3 cabos por fase de 500 kV, cujas características são dadas na tabela 2. As sensibilidades obtidas pelos métodos adjunto-CFD, adjunto-analítico e pela aproximação por diferenças finitas centrais podem ser observadas na tabela 5.

Table 5 – Sensibilidade adjunta-CFD, adjunta-analítica e CFD - modelo analítico.

Caso I - LT 500kV	Sensibilidade em x	Sensibilidade em y
Método adjunto-CFD	$5,034760492 \times 10^{16}$	$3,900901991 \times 10^{15}$
Método CFD	$5,034760704 \times 10^{16}$	$3,900902400 \times 10^{15}$
δ	1×10^{-7}	1×10^{-7}
Erro 1 (%)	$4,200394013 \times 10^{-6}$	$9,390870743 \times 10^{-5}$
Método adjunto-analítico	$5,034760529 \times 10^{16}$	$3,900901818 \times 10^{15}$
Erro 2 (%)	$3,457774409 \times 10^{-6}$	$1,335899525 \times 10^{-4}$

O parâmetro δ é o valor da perturbação adotada pela aproximação por diferenças finitas centrais usada no método da sensibilidade adjunta-CFD e no método CFD para a obtenção da derivada da matriz do sistema de maneira aproximada. Nota-se a partir da tabela 5 a elevada exatidão das sensibilidades obtidas para o caso com 3 cabos por fase, os valores diferem a partir da quinta casa decimal. O processo de obtenção da derivada da matriz do sistema utilizado durante a formulação adjunta representa o principal custo computacional envolvido no método adjunto. A análise de sensibilidade obtida para o caso III onde se tem uma LT de 345 kV com 2 cabos por fase e para o caso II com uma LT de 500 kV com 4 cabos por fase podem ser observados na seção C.3 do Apêndice C.

Nestes casos que envolvem formulação analítica da LT onde a sensibilidade é formulada em função das variáveis de estado do problema, o número de variáveis corresponde ao número de cabos do sistema. Tem-se que a redução do custo computacional na obtenção da sensibilidade ocorre tanto com a adoção do método adjunto-CFD que envolve a derivada numérica da matriz do sistema quanto na obtenção da sensibilidade adjunta-analítica que não envolve o uso da aproximação CFD da matriz do sistema, mas sim a derivada analítica da matriz do sistema.

Devido às pequenas dimensões das matrizes do sistema envolvidas, igual ao número de cabos do sistema, o custo computacional relacionado as substituições *backward* e *forward* usados na aproximação por diferenças finitas centrais na derivação da matriz do sistema ainda são compensados pelos ganhos inerentes a formulação adjunta em relação a simples

implementação direta da análise de sensibilidade CFD. Tal fato não ocorre na sensibilidade do modelo numérico, ainda a ser apresentado, que envolve matrizes esparsas mas de elevada dimensão onde a adoção da aproximação por diferenças finitas mesmo que para um número de variáveis reduzidos compromete o custo computacional envolvido.

Adota-se o tempo computacional gasto pelo método CFD como sendo a referência (valor PU) e a partir dele obtém-se um tempo relativo obtido pelos outros métodos. Os tempos de simulação são obtidos por meio da função *tic-toc* do *Matlab* (Higham; Higham, 2016). Para os casos II e III, os tempos gastos são mostrados na seção C.3 do apêndice C, e para o caso I é mostrado na tabela 6.

Table 6 – Tempo de execução sensibilidades caso I - LT 500 kV 03 cabos por fase

Caso I - 500 kV	Total[s]	Tempo[PU]	Redução %
Método CFD	0,011635	1,0000	
Método adjunto-CFD	0,001749	0,1503	84,97
Método adjunto-analítico	0,006925	0,5951	40,49

Nota-se, na tabela 6, uma redução da ordem de 40 % e de 85 % do custo computacional das sensibilidades obtidas pelo método adjunto-analítico e adjunto-CFD em relação ao método CFD. A análise de sensibilidade adjunta tem como sua principal vantagem a obtenção da sensibilidade da função objetivo em relação a todas as variáveis de interesse por meio da solução do sistema adjunto que depende da função objetivo e das variáveis de estado envolvidas. Enquanto que a abordagem por diferenças finitas centrais tem o custo computacional diretamente proporcional a duas vezes o número de variáveis envolvidas.

A elevada exatidão da sensibilidade adjunta mostrada na tabela 5, e a redução expressiva do tempo computacional envolvido na obtenção da sensibilidade para os problemas das LT's formuladas analiticamente, encoraja o prosseguimento do uso da sensibilidade adjunta em sistemas mais complexos e com ferramentas de otimização baseadas na informação do gradiente.

A redução de tempo alcançada na obtenção da sensibilidade da função objetivo em um problema de otimização pode representar uma elevada redução do custo computacional envolvido uma vez que, em um processo de otimização, a função objetivo é analisada de maneira iterativa um número considerável de vezes.

Durante o processo de otimização implementado, as soluções obtidas devem ter simetria horizontal. Logo, o número de variáveis adotadas para a determinação das sensibilidades é igual à metade do número de variáveis do problema real na modelagem analítica do problema. O comportamento da exatidão das sensibilidades obtidas pelo método adjunto e do custo computacional envolvido são igualmente positivos para os casos II e III analisados na seção C.3 do Apêndice C.

Espera-se que com o aumento do número de variáveis, a eficiência do método adjunto fique cada vez maior em relação ao método CFD, que ao contrário do método adjunto tem a sua complexidade aumentada à medida que o número de variáveis cresce. Uma vez verificada a exatidão, a redução do custo computacional e a maneira como se obtém a análise de sensibilidade adjunta para a função objetivo obtida a partir do modelo analítico das LT's, parte-se agora para a obtenção da sensibilidade do modelo numérico da LT.

6.2.2 Análise do Custo Computacional e Validação da Sensibilidade Adjunta do Modelo Numérico das LT's

A sensibilidade do modelo numérico das LT's é obtido por meio do método adjunto-CFD, adjunto-analítico e por meio da aproximação por diferenças finitas centrais. Para a obtenção da sensibilidade adjunta a função objetivo considerada a partir da modelagem numérica é dada no capítulo 4 e é novamente apresentada a seguir:

$$f(\phi(x, y)) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\phi_i(x, y) \right)^2 \quad (6.2)$$

onde ϕ é o potencial escalar elétrico em todos os nós do domínio obtido pelo método de elementos finitos e n é o número de nós do domínio.

Nesta abordagem da sensibilidade do modelo numérico da LT as posições dos cabos x e y , representados na discretização pelos nós que fazem parte da superfície dos cabos, compõem as variáveis de projeto. Enquanto que a variável de estado do problema é o potencial escalar elétrico ϕ . A função objetivo dada pela equação (6.2) é derivável analiticamente em relação a variável de estado ϕ . Isto é importante para garantir a obtenção da sensibilidade adjunta-analítica e adjunta-CFD de maneira satisfatória.

Enquanto a determinação da função objetivo e do sistema adjunto envolve o conhecimento de ϕ em todos os nós do domínio, a sensibilidade para ser adotada pelo processo de otimização é obtida apenas em relação aos nós que compõem a superfície dos cabos. Esta consideração durante a análise de sensibilidade adjunta do modelo numérico da LT é de fundamental importância para que não haja esforço computacional desnecessário para a obtenção da sensibilidade de nós do domínio que não são utilizados.

Os nós que fazem parte das superfícies dos cabos compreendem a região de projeto do problema, enquanto que os nós na região onde se deseja determinar o campo elétrico ou outra grandeza de interesse relacionada à variável de estado do problema, consiste na região objetivo do problema. A alteração da variável de projeto acarreta em mudança na função objetivo adotada, e a variável adjunta faz a ligação entre a função objetivo e a variável de projeto por meio do sistema adjunto.

A sensibilidade adjunta analítica implementada para o modelo numérico obtém a sensibilidade em relação a todos os nós do domínio de estudos, enquanto que as sensibilidades adjunta-CFD e por meio da aproximação por diferenças finitas centrais obtém apenas em relação aos nós que estão nas superfícies dos cabos. Uma vez que a sensibilidade adjunta-analítica envolve a derivada da matriz de rigidez do sistema em relação as variáveis de projeto x e y , obtém-se a sensibilidade de todos os nós do domínio e, em seguida, seleciona-se apenas os nós cuja sensibilidade são de interesse.

A sensibilidade é obtida por meio do método adjunto e por meio do método CFD para o modelo numérico de LT's de 2 a 10 cabos e também com 12 cabos. As configurações com até 4 cabos são iguais as adotadas para a análise de sensibilidade do modelo analítico da LT e, as demais configurações são obtidas a partir das geometrias otimizadas apresentadas no trabalho de (Sarmiento, 2016). São considerados dois domínios de estudos, o primeiro consiste no domínio semi-circular, utilizado na parte inicial deste trabalho, onde ainda não se calculava a densidade de fluxo magnético e o SIL numericamente, mostrado na figura 23. Em seguida considera-se o domínio circular, mostrado na figura 41, que é adotado no processo de otimização discutido a seguir neste trabalho. Tem-se, neste segundo caso, limitações de memória do computador ao se calcular a sensibilidade por meio do método CFD e por meio do método adjunto-CFD. Tal limitação ocasiona o travamento do sistema por diversas vezes, o que inviabiliza a obtenção das sensibilidades de todos os casos analisados adotando-se o domínio semi-circular. Este travamento é ocasionado pelo elevado custo computacional para a geração e processamento da malha envolvida nos casos com maior número de cabos, e que acabam por ter um domínio de elevada dimensão em função da elevada altura dos feixes condutores. Nestes casos, as sensibilidades são obtidas pelo método adjunto-CFD e adjunto analítico, e não chegam a ser concluídas pelo método CFD.

Considerando-se primeiramente o domínio semicircular, tem-se o número de nós avaliados e o tempo computacional envolvido em cada caso analisado mostrados nas tabelas 7 e 8, respectivamente.

Nota-se que o número de nós avaliados em cada um dos casos pelo método adjunto-CFD e pela aproximação CFD é proporcional ao número de cabos envolvidos em função da discretização adotada nas superfícies dos cabos, conforme mostrado na tabela 7. Tem-se a mesma discretização da superfície dos cabos adotadas para todos os casos. Nesta análise toma-se 16 nós em cada superfície de cada cabo.

Para a análise de sensibilidade adjunta-analítica, a quantidade de nós que tem a sua sensibilidade obtidos é igual ao número de nós adotados na discretização do domínio de estudos. Ao se observar o número de nós, verifica-se que não há um valor específico de acréscimo de nós de um caso para outro, como ocorre na análise de sensibilidade adjunta-CFD e pelo método CFD, uma vez que a dimensão do domínio truncado é determinado

Table 7 – Comparativo do número de nós avaliados pelo método CFD, adjunto-CFD e adjunto-analítico para cada uma das configurações adotando modelo numérico e domínio semi-circular

Método	CFD	Adjunto-CFD	Adjunto-analítico
Cabos por fase	Nº nós avaliados	Nº nós avaliados	Nº nós avaliados
2	96	96	2.528
3	144	144	2.786
4	192	192	5.866
6	288	288	5.133
7	336	336	7.271
8	384	384	8.384
9	432	432	8.655
10	480	480	10.570
12	576	576	12.203

pela maior dimensão da LT analisada. Logo para cada configuração onde se tem feixes de alturas diferentes muda-se o raio do semicírculo que trunca o domínio de estudos e com isso tem-se uma quantidade de nós diferente para cada caso. Verifica-se ainda que a informação da sensibilidade adjunta-analítica é obtida para uma quantidade de nós muito superior aquela obtida pelos métodos adjunto-CFD e CFD em cada um dos casos analisados, a um custo computacional bem mais reduzido do que as outras abordagens, como é mostrado a seguir.

Table 8 – Comparativo dos tempos de simulação dos métodos CFD, adjunto-CFD e adjunto-analítico para cada uma das configurações usando modelo numérico e domínio semi circular

Método	CFD	Adjunto-CFD	Adjunto-analítico
Cabos por fase	tempo(s)	tempo(s)	tempo(s)
2	369,84	370,81	5,55
3	641,92	659,49	5,84
4	2.883,90	2.958,80	14,98
6	3.010,30	3.297,40	13,52
7	6.320,91	7.296,60	21,39
8	8.366,37	9.080,70	21,44
9	10.127,45	11.930,83	26,61
10	13.605,00	15.281,00	40,61
12	27.933,75	32.557,75	36,87

Os tempos computacionais apresentados representam o tempo médio da simulação. Este é determinado simulando-se cada sensibilidade por 5 vezes e obtendo-se o tempo médio. O método adjunto viabiliza a análise de sensibilidade de sistemas eletromagnéticos em baixa frequência modelados de maneira numérica e que são analisados por um processo iterativo durante a otimização e que podem ser inviáveis do ponto de vista de custo computacional se for adotado o método das diferenças finitas centrais. O custo computacional da sensibilidade

obtida pelo método CFD depende do número de variáveis do problema, que nesta análise consiste no número de nós de interesse adotados na superfície dos cabos condutores. Verifica-se na tabela 8 que o tempo gasto pelo método CFD varia de perto de 6 minutos (369,84 segundos) para uma LT trifásica com 2 cabos por fase para mais de 7 horas (27.933,75 segundos) na análise de 12 cabos por fase.

As análises feitas pelo método adjunto-CFD apresentam custos computacionais semelhantes aos obtidos pela aproximação CFD. Isto ocorre porque em ambos os métodos a obtenção da derivada da matriz de rigidez do sistema se dá de maneira numérica, por meio da aproximação por diferenças finitas centrais. Consiste em perturbar apenas os nós de interesse em x e em y , *forward* e *backward*, e novamente resolver o sistema linear de equações para cada variável perturbada. Este custo computacional aumenta à medida que o número de nós de interesse aumenta, por meio do acréscimo de cabos e também aumenta à medida que o domínio de estudos cresce, pois acarreta em aumento do custo envolvido na solução do sistema linear de equações obtido pelo FEM.

Observando-se o custo computacional envolvido pela análise de sensibilidade adjunta-analítica para todos os casos analisados, verifica-se que o caso com o maior número de cabos (12 cabos) apresenta um custo computacional inferior ao caso com apenas dois cabos por fase adotado nas outras abordagens. Tem-se com a sensibilidade adjunta-analítica um custo computacional para a obtenção da análise de sensibilidade de 5,55 s para o caso da LT com 2 cabos por fase e de 36,87s para o caso com 12 cabos por fase. A análise de sensibilidade adjunta-analítica tem o custo computacional não dependente no número de variáveis de interesse analisadas e exige apenas a solução de um sistema linear adicional, o sistema adjunto, tendo este as mesmas dimensões do problema sob estudo. As reduções percentuais nos tempos de obtenção da sensibilidade da função objetivo usando o método adjunto-analítico em relação à aproximação por diferenças finitas centrais são dadas para cada caso na tabela 9.

Table 9 – Redução percentual nos tempos de obtenção de sensibilidade da função objetivo entre o método CFD e o método adjunto analítico usando modelo numérico com domínio semi circular

Método Número de cabos por fase	CFD tempo(s)	Adjunto-analítico tempo(s)	Redução percentual no tempo (%)
2	369,84	5,55	98,50
3	641,92	5,84	99,09
4	2.883,90	14,98	99,48
6	3.010,30	13,52	99,55
7	6.320,91	21,39	99,66
8	8.366,37	21,44	99,74
9	10.127,45	26,61	99,74
10	13.605,00	40,61	99,70
12	27.933,75	36,87	99,87

Embora a análise de sensibilidade adjunta analítica apresente um custo computacional muitas vezes inferior ao obtido pelo método CFD e pelo método adjunto-CFD ela obtém uma quantidade de informação de sensibilidade muito maior, pois envolve a sensibilidade de todos os nós do domínio. Na tabela 7 verifica-se a quantidade de nós a partir do qual se tem sensibilidade conhecida pelo método adjunto analítico e pelas outras abordagens.

Nota-se na tabela 9 reduções de custo computacionais envolvidos na obtenção das sensibilidades da ordem de 98% a 99%, semelhantes aos obtidos em trabalhos envolvendo dispositivos eletromagnéticos em alta frequência que aplicam a sensibilidade adjunta (Bandler; Zhang; Biernacki, 1989b).

Esta mesma análise do custo computacional e da exatidão envolvida na obtenção da sensibilidade da função objetivo para o modelo numérico da LT considerando-se o domínio de estudo circular é mostrado na seção C.4 do apêndice C.

A aproximação do SIL da LT por meio da carga elétrica de sequência positiva é adotado como função objetivo, dada pela equação (6.1), durante a otimização do modelo analítico do problema. O SIL obtido numericamente é utilizado como restrição durante o processo de otimização do modelo numérico da LT. Neste trabalho o SIL é calculado por meio da impedância (Z_1) e da admitância (Y_1) de sequência positiva, pela aproximação do SIL por meio da carga elétrica de sequência positiva e numericamente, por meio da aproximação obtida a partir da capacitância (C_1) e da indutância (L_1) de sequência positivas. As limitações e a aplicabilidade destas metodologias são discutidas no capítulo 3, uma validação do cálculo do SIL adotado neste trabalho e um comparativo do SIL obtido para as LT's de 02, 03 e 04 cabos otimizadas nesta tese pode ser verificada da seção C.5 do Apêndice C.

Uma vez verificado o elevado ganho computacional envolvido com a sensibilidade adjunta a partir do modelo numérico da LT e a elevada exatidão envolvida, parte-se então para a otimização dos sistemas de transmissão utilizando-se métodos baseados na informação dos gradientes calculados. Os resultados obtidos pela aplicação da análise de sensibilidade adjunta nesta tese para o modelo analítico e numérico da LT são apresentados a seguir.

6.3 Otimização das Linhas de Transmissão Aéreas

6.3.1 Hipóteses Simplificadoras Adotadas

As linhas de transmissão são consideradas idealmente transpostas e as perdas ocasionadas durante a transmissão de energia são desconsideradas. O efeito da presença da torre e das ferragens das LT's não são considerados.

O solo é considerado como um condutor elétrico perfeito (CEP) na modelagem analítica. Na modelagem numérica ele é adotado como CEP na determinação do potencial escalar elétrico e tratado como um condutor homogêneo com permeabilidade magnética relativa $\mu_r = 1$ na determinação do potencial vetor magnético.

As alturas dos cabos condutores consideradas durante o processo de otimização são alturas médias obtidas a partir de projetos básicos de LT's já existentes, que neste trabalho foram obtidos a partir de (Paganotti, 2012; Santos, 2017; Farah, 2014). Estas alturas se baseiam na consideração de que os vãos das LT's são uniformes. Logo, o efeito da catenária dos cabos é levada em conta de maneira simplificada por meio da adoção de uma altura média dos cabos, dada por $h_i = H_i - 0.70f_i$, onde h_i é a altura média de cada um dos cabos considerados, H_i altura do condutor i junto a estrutura de suspensão e f_i é a flecha do condutor i estimada para um vão médio da LT e sob uma determinada temperatura média (Fuchs, 1977; Glover; Sarma; Overbye, 2012).

Adota-se então uma restrição de variação de altura dos cabos de apenas 1 m acima ou abaixo da posição atual dos cabos e não se adota a altura mínima dada pela NBR 5422 (ABNT, 1985). Esta consideração mais restritiva na variação da altura dos feixes, visa obter soluções que sejam viáveis no meio do vão da LT otimizada.

As distâncias mínimas entre fases consideradas são obtidas a partir do trabalho de (Filho, 1993) e o esforço ocasionado pelos ventos não são considerados. Os cabos para-raios são desconsiderados nas análises realizadas. Isto se dá primeiro pelo baixo efeito destes elementos no campo elétrico ao nível do solo, e pelo fato de que ao se adotar a presença do cabo para-raio na modelagem numérica, faz-se necessário adotar um raio do círculo de truncamento maior do que o utilizado atualmente, uma vez que a altura dos cabos para-raios são superiores a maior altura dos cabos das LT's.

Adota-se uma distribuição homogênea de corrente elétrica nos condutores. A corrente máxima considerada para o cálculo dos campos magnéticos, tanto no modelo numérico, quanto no modelo analítico, são as correntes máximas permitidas pelos fabricantes dos cabos. Esta simplificação é adotada, uma vez que o carregamento da LT é variável, e o desconhecimento da potência aparente em alguns casos inviabiliza o cálculo do valor instantâneo da corrente na LT. Logo opta-se por se considerar o pior caso, ou seja, onde se tem a corrente máxima fornecida pelo fabricante do cabo em função de critérios de ampacidade.

6.3.2 Análise de Sensibilidade Adjunta Aplicada na Maximização do SIL por Meio do Método Elipsoidal de Cortes Múltiplos: Modelo Analítico

6.3.2.1 Estudo de Caso 01 : LT 500 kV com 03 Cabos por Fase

Uma LT de 500 KV com 03 Cabos por Fase, adotada por uma concessionária de energia brasileira (Paganotti, 2012), em operação desde o final da década de 80 é analisada. Ela é otimizada por meio do método elipsoidal de cortes múltiplos (MECM), nesta seção, e pelo método do gradiente descendente (GD) nas seções a seguir. As informações básicas da LT são dadas na tabela 10.

Table 10 – Dados físicos e elétricos da LT 500 kV 03 cabos por fase adaptado de (Paganotti, 2012).

Posições dos cabos	Fase A	Fase B	Fase C	Para-Raio
Raio do cabo (mm)	14,37	14,37	14,37	5,55
Tipo	CAA Ruddy	CAA Ruddy	CAA Ruddy	7/16 EHS
I_{fase} max (A)	945	-	-	-
$V_{nominal}$ (kV)	500	-	-	-
$V_{operativa}$ max (kV)	525	-	-	-

As principais silhuetas das torres utilizadas ao longo do traçado da LT podem ser observadas na figura 52, sendo a torre (e), a mais utilizada, nas dimensões $C = 12,50$ m, $P = 5,50$ m e $T = 15,40$ m.

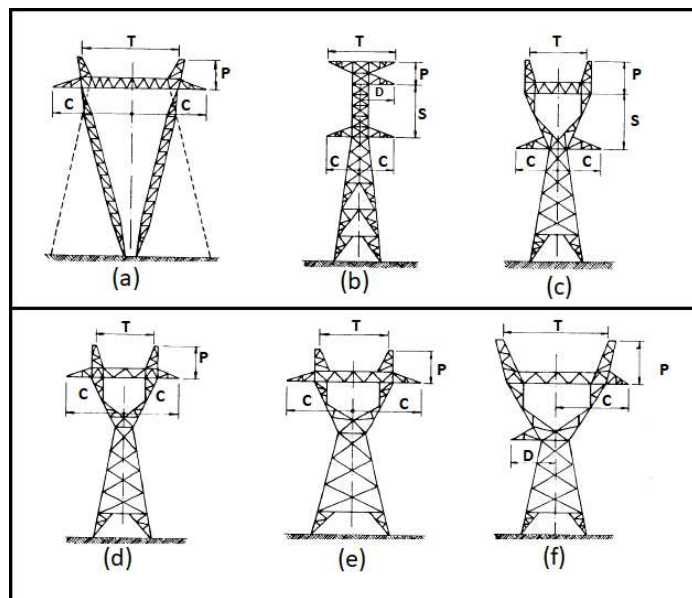


Figure 52 – Silhuetas das Torres Utilizadas pela LT de 500 kV 03 cabos por fase - adaptado de (Santos, 2017).

As restrições geométricas adotadas podem ser visualizadas na figura 53, onde d_{min} (m) e d_{max} (m) são as distâncias mínimas e máximas entre subcondutores, respectivamente. D_{min} (m) é a distância mínima entre fases diferentes; X_E (m) e X_D (m) são os limites de

variação horizontal esquerdo e direito, e H_{min} (m) e H_{max} (m) são as alturas mínimas e máximas permitidas, respectivamente.

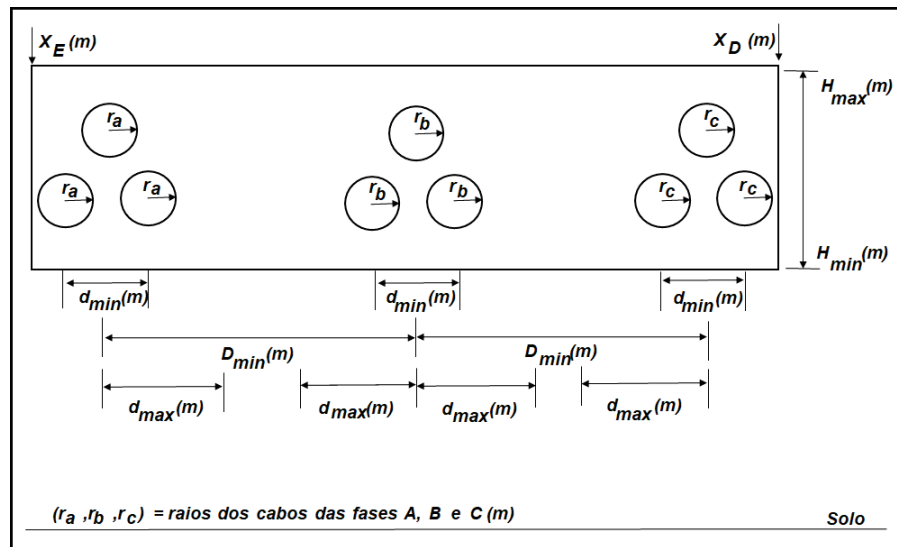


Figure 53 – Restrições geométricas consideradas: d_{min} (m) e d_{max} (m) são as distâncias mínimas e máximas entre subcondutores, respectivamente; D_{min} (m) é a distância mínima entre fases diferentes; X_E (m) e X_D (m) são os limites de variação horizontal esquerdo e direito, e H_{min} (m) e H_{max} (m) são as alturas mínimas e máximas permitidas, respectivamente.

Os valores das restrições descritas pela figura 53 para este caso são dadas na tabela 11. Observa-se, nesta tabela, dois valores para altura máxima e dois valores para altura mínima dos cabos, os limites diferem sendo aplicados aos cabos mais baixos e mais altos de cada feixe, respectivamente.

Table 11 – Restrições do processo de otimização - LT 500 KV - 03 cabos por fase

Caso	D_{min} (m)	d_{min} (m)	d_{max} (m)	X_E (m)	X_D (m)	H_{max} (m)	H_{min} (m)
I	5,50	0,457	2,20	-12,28	12,28	15,98 - 16,37	13,98 - 14,37

O processo de otimização considera também restrições relacionadas ao campo elétrico superficial e ao nível do solo máximos, e também a densidade de fluxo magnético máximo ao nível do solo. Adota-se também a restrição relacionada ao centro de massa. A descrição em detalhes de cada uma das restrições consideradas pode ser verificada no capítulo 5.

Durante a implementação do método elipsoidal de cortes múltiplos diversos testes foram realizados na tentativa de se obter melhores resultados com o maior aumento de SIL possível, respeitando-se todas as restrições do problema. As restrições geométricas e as relacionadas aos campos eletromagnéticos foram escritas primeiramente utilizando-se aproximações quadráticas. No entanto, após alguns testes, elas foram escritas no formato clássico ($g(x) \geq 0$), onde se tem valores não positivos de $g(x)$ quando a restrição é atendida e valores positivos, caso contrário. Todas as restrições adotadas durante a otimização

tanto no modelo analítico quanto numérico estão escritas neste formato, exceto, a restrição relacionada ao centro de massa que é escrita no formato quadrático, conforme mostrado no capítulo 5.

Outro teste relacionado ao método elipsoidal envolveu a alteração do elipsoide inicialmente considerado. Multiplicou-se a matriz do elipsoide de dimensão n , sendo n o número de variáveis do problema, por um fator K menor ou igual a 1. Deste modo, buscou-se utilizar elipsoides com diferentes volumes iniciais. Em seguida adotou-se a aproximação para a obtenção da matriz do elipsoide Q_0 dada por $Q_0 = K(n/4)(X_{i \max} - X_{i \min})^2$, onde n é a número de variáveis do problema, $X_{i \max}$ e $X_{i \min}$ são os valores máximos e mínimos de cada variável. Verifica-se que ao se considerar $K = 1$ o processo de otimização obtém melhores soluções.

Dentre as restrições consideradas durante a otimização das LT's neste estudo, tem-se restrições lineares como as que envolvem a verificação da altura máxima e mínima da LT e também a restrição que verifica se os limites laterais esquerdo e direito estão sendo respeitados. As restrições relacionadas aos campos elétricos ao nível do solo e superficiais, e a densidade de fluxo magnético ao nível do solo são não lineares. A não linearidade das restrições não representa problema para o algoritmo elipsoidal. No entanto, a não convexidade das restrições faz com que o algoritmo em alguns casos, tenha dificuldades de obter soluções que melhorem a solução inicial do problema e que ao mesmo tempo respeitem as restrições dos problemas consideradas.

Partindo-se da geometria original considerada neste caso, ao final de 300 iterações obtém-se a geometria mostrada na figura 54, e as posições originais e otimizadas dos cabos podem ser verificadas na tabela 12.

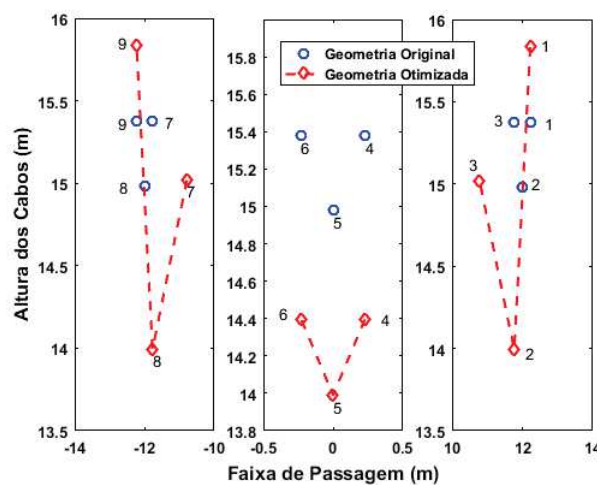


Figure 54 – LT 500 kV 03 cabos por fase: geometria original e otimizada pelo método elipsoidal de cortes múltiplos.

Verifica-se na figura 54 que houve um aumento do raio das fases laterais e a geometria original do feixe é em boa parte preservada. O perfil do campo elétrico e da

densidade de fluxo magnético ao nível do solo obtido para as configurações original e otimizada podem ser verificados nas figuras 55 e 56, respectivamente.

Table 12 – Posições originais e otimizadas - Caso I - LT 500 kV 03 cabos por fase - modelo analítico

Posições	Fase 1 (m)			Fase 2 (m)			Fase 3 (m)		
Cabo Nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x original	12,228	12,000	11,771	0,228	0,000	-0,228	-11,771	-12,000	-12,228
x otimizado	12,225	11,768	10,781	0,228	0,000	-0,228	-10,781	-11,768	-12,225
y original	15,377	14,982	15,377	15,377	14,982	15,377	15,377	14,982	15,377
y otimizado	15,834	13,991	15,019	14,396	13,990	14,396	15,019	13,991	15,834

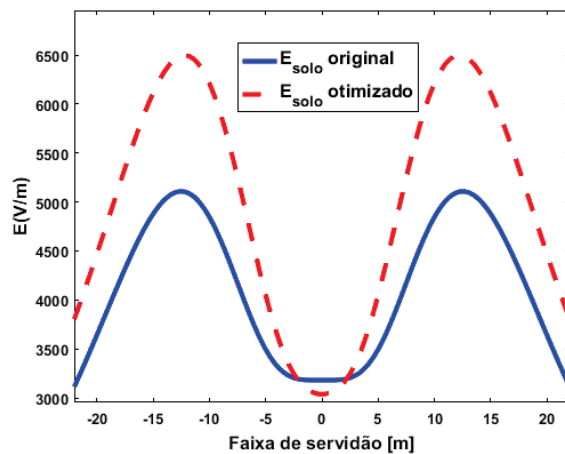


Figure 55 – Perfil do campo elétrico ao nível do solo - LT 500 KV 03 cabos por fase.

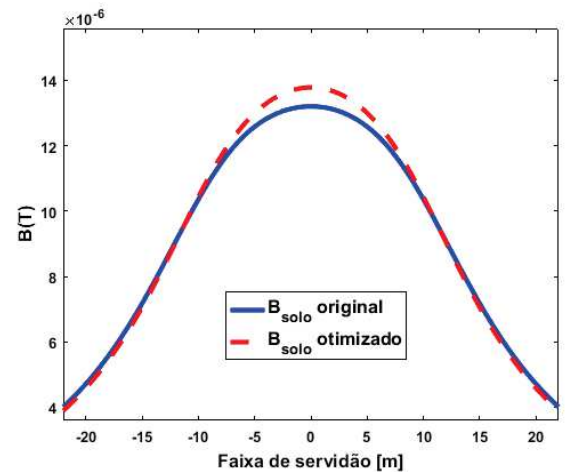


Figure 56 – Densidade de fluxo magnético ao nível do solo - LT 500 KV 03 cabos por fase.

Verifica-se a partir das figuras 55 e 56 que o campo elétrico ao nível do solo resultante e a densidade de fluxo magnético resultante são superiores aos obtidos pela geometria original mas estão abaixo dos limites estabelecidos pelas normas vigentes, que é de 8,13 kV/m para o campo elétrico ao nível do solo e de $1000 \mu T$ para a densidade de fluxo magnético ao nível do solo (ANEEL, 2021).

O campo elétrico superficial máximo obtido em cada um dos cabos da LT da configuração original (E_s original) e otimizada (E_s otimizada) para a LT de 500 KV com 3 cabos por fase é mostrada na tabela 13.

Nota-se a partir da tabela 13 que o campo elétrico superficial crítico (E_s crítico=19,337 kV/cm) calculado é respeitado na geometria otimizada. É importante frisar o aumento do campo elétrico superficial máximo, em praticamente todos os cabos da LT otimizada. Isso demonstra uma melhor distribuição da carga elétrica do sistema otimizado, e como consequência, uma maior capacidade de transporte de energia. Os novos valores de SIL obtidos e as distâncias entre os subcondutores da geometria resultante podem ser verificados

Table 13 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 500 kV 03 cabos por fase modelo analítico (E_s crítico=19,337 kV/cm)

Cabo	E_s original	E_s otimizado
	(kV/cm)	(kV/cm)
1	16,706	19,147
2	16,976	19,138
3	17,132	19,185
4	18,276	19,098
5	18,284	19,074
6	18,287	19,078
7	17,132	19,185
8	16,970	19,139
9	16,700	19,147

na tabela 14, onde $d_{1,2}$, $d_{2,3}$, $d_{3,1}$ e $d_{4,5}$ são as distâncias entre os subcondutores 1 e 2, 2 e 3, 3 e 1 e entre 4 e 5, respectivamente.

Table 14 – SIL e Distâncias entre subcondutores LT 500 kV 03 cabos por fase - Original e Otimizada do modelo analítico

Caso I	Original	Otimizado
$d_{1,2}$ (m)	0,457	1,886
$d_{2,3}$ (m)	0,457	1,666
$d_{3,1}$ (m)	0,457	1,428
$d_{4,5}$ (m)	0,457	0,465
SIL (MW)	928,92	1073,74
Aumento no SIL obtido (%)	-	15,58

Devido a simetria horizontal da configuração original considera-se durante o processo de otimização do modelo analítico para este caso apenas 5 cabos, com as respectivas posições espaciais x e y . Tem-se, conforme mostrado na tabela 14, um aumento do SIL da ordem de 15 %, respeitando-se todas as restrições originalmente consideradas, resultando em uma geometria simétrica e com pequeno deslocamento dos cabos envolvidos. Este aumento de SIL pode ser ampliado se for permitido uma maior variação da altura dos cabos em relação a posição original, utilizando-se a distância mínima cabo solo determinada pela NBR-5422 (ABNT, 1985). Contudo, a variação mais rígida da altura dos condutores tem como objetivo viabilizar a implementação da geometria ótima em estruturas já em uso.

Nota-se, a partir da tabela 14, que as distâncias entre subcondutores obtidas estão dentro dos limites máximos e mínimos adotados como restrições ao longo do processo de otimização. Observa-se feixes resultantes com dimensões inferiores ao limite estabelecido neste trabalho, que para LT's de 500 kV, é de 2,20 m obtido a partir dos trabalhos de (Ghassemi, 2019).

Tem-se, neste primeiro caso analisado por meio do método elipsoidal de cortes

múltiplos, que o método é robusto e proporciona bons resultados. No entanto, a não convexidade de algumas das restrições inviabiliza a obtenção de ótimos globais, pois o algoritmo elipsoidal perde garantias teóricas de otimalidade e pode acabar excluindo a solução ótima do espaço de busca ao longo do processo de otimização.

Verifica-se, a partir da geometria resultante, uma tendência de expansão dos feixes laterais com o deslocamento de um dos cabos para a região entre as fases. Tem-se, em parte, a tendência da metodologia LPNE que consiste em aumentar o raio dos feixes e aproximar as fases da LT.

A LT de 500 kV com 03 cabos por fase é otimizada novamente por meio do método elipsoidal de cortes múltiplos baseando-se na sensibilidade da função objetivo obtida por meio do método adjunto-CFD e por meio da aproximação CFD. Esta análise pode ser verificada na seção C.6 do apêndice C.

6.3.2.2 Estudo de Caso 02 : LT 500 kV com 04 Cabos por Fase

Uma LT de 500 KV com quatro cabos por fase, de configuração plana, adaptada de (Filho, 1993), é otimizada por meio do método elipsoidal de cortes múltiplos, as informações básicas da LT são dadas na tabela 15.

Table 15 – Dados físicos e elétricos da LT 500 kV 04 cabos por fase

Posições dos cabos	Fase A	Fase B	Fase C	Para-Raio
Raio do cabo (mm)	15,98	15,98	15,98	5,55
Tipo	CAA Bluejay	CAA Bluejay	CAA Bluejay	7/16 EHS
$I_{fase\ max}$ (A)	1060	-	-	-
$V_{nominal}$ (kV)	500	-	-	-
$V_{operativa\ max}$ (kV)	525	-	-	-

Neste caso com 04 cabos por fase, adota-se as mesmas restrições geométricas, e também as relacionadas aos níveis máximos de campo elétrico superficial e ao nível do solo, e de densidade de fluxo magnético ao nível do solo do estudo de caso 01. A restrição envolvendo o centro de massa de cada fase também é considerada. Os valores das restrições geométricas adotadas neste caso são dadas na tabela 16.

Table 16 – Restrições do processo de otimização - LT 500 kV 04 cabos por fase

Caso	D_{min} (m)	d_{min} (m)	d_{max} (m)	X_E (m)	X_D (m)	H_{max} (m)	H_{min} (m)
II	4,50	0,94	2,20	-7,25	7,25	19,45 - 18,50	17,25 - 16,30

O método elipsoidal de cortes múltiplos adota neste caso um número máximo de iterações igual a 500. A geometria otimizada partindo-se da geometria original pode ser observada na figura 57. Verifica-se um aumento de dimensões dos feixes laterais o que resulta na obtenção de uma silhueta com um formato não regular.

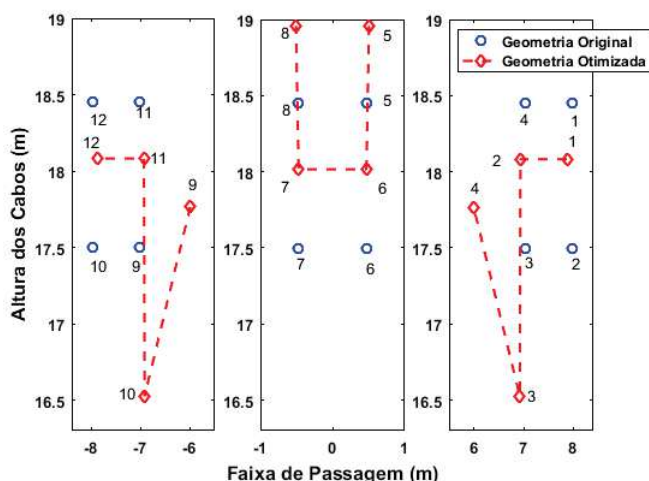


Figure 57 – LT 500 kV 04 cabos por fase: geometria original e otimizada pelo método elipsoidal de cortes múltiplos.

Table 17 – Posições originais e otimizadas - Caso II - LT 500 kV 04 cabos por fase

Posições	Fase 1 (m)				Fase 2 (m)			
	x (m)	7,975	7,975	7,025	7,025	0,475	0,475	-0,475
x otimizado (m)	7,874	6,934	6,922	5,994	0,506	0,470	-0,470	-0,506
y (m)	18,450	17,500	17,500	18,450	18,450	17,500	17,500	18,450
y otimizado (m)	18,082	18,082	16,525	17,766	18,957	18,016	18,016	18,957
Posições	Fase 3 (m)							
	x (m)		-7,025	-7,025	-7,975	-7,975		
x otimizado (m)			-5,994	-6,922	-6,934	-7,874		
y (m)			18,450	17,500	17,500	18,450		
y otimizado (m)			17,766	16,525	18,082	18,082		

As posições dos cabos originais e otimizados podem ser visualizados na tabela 17.

O perfil do campo elétrico e da densidade de fluxo magnético ao nível do solo podem ser observados nas figuras 58 e 59, respectivamente.

Verifica-se a partir das figuras 58 e 59, que os perfis dos campos eletromagnéticos ao nível do solo não se alteram expressivamente, eles permanecem abaixo dos limites estabelecidos pela norma (ANEEL, 2021). O campo elétrico superficial crítico calculado para a LT com 04 cabos por fase sob estudo é de 19,051 kV/cm. Calcula-se o campo elétrico superficial máximo para a geometria original e otimizada, conforme mostrado na tabela 18.

Nota-se a partir da tabela 18 que o campo elétrico superficial crítico é respeitado pela solução obtida a partir da geometria original. O aumento no SIL obtido e as distâncias finais entre os subcondutores podem ser observados na tabela 19, onde $d_{5,c}$ e $d_{6,c}$ correspondem as distâncias dos cabos 5 e 6 ao eixo de simetria horizontal da LT.

Nota-se que em nenhum dos feixes a distância máxima entre subcondutores de

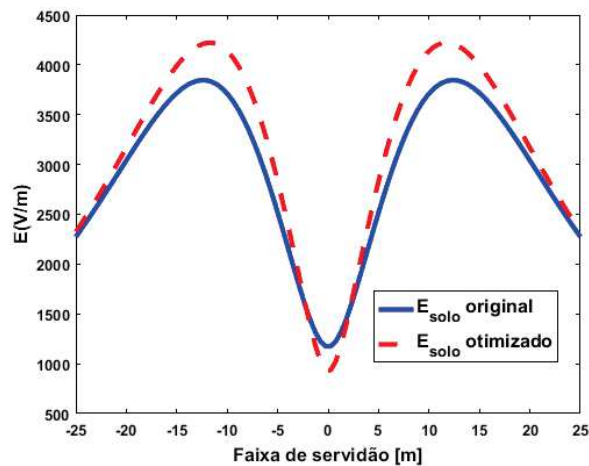


Figure 58 – Perfil do campo elétrico ao nível do solo - LT 500 kV 04 cabos por fase - modelo analítico.

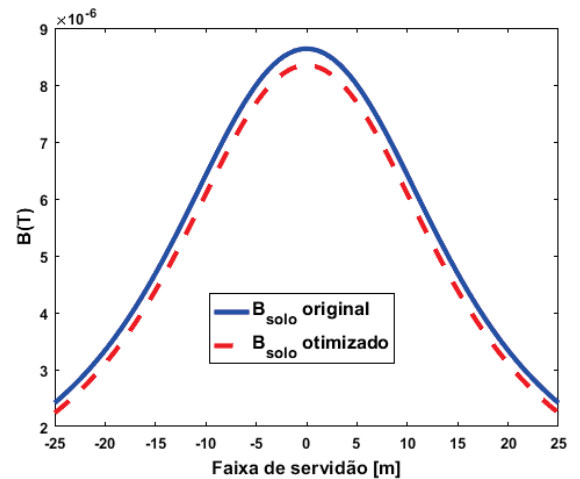


Figure 59 – Densidade de fluxo magnético ao nível do solo - LT 500 kV 04 cabos por fase - modelo analítico.

Table 18 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 500 kV - 04 cabos por fase modelo analítico (E_s crítico=19,051 kV/cm)

Cabo	E_s original (kV/cm)	E_s otimizado (kV/cm)
1	14,848	16,131
2	14,895	13,954
3	16,435	17,825
4	16,395	18,806
5	17,993	18,847
6	17,971	18,866
7	17,969	18,867
8	17,992	18,843
9	16,395	18,804
10	16,435	17,825
11	14,892	13,954
12	14,846	16,132

2,20 m é atingida, o que garante a obtenção de feixes otimizados sem elevadas dimensões.

O aumento de SIL obtido é da ordem de 7 % conforme mostrado na tabela 19. Este ganho pode ser aumentado permitindo-se uma maior variação vertical dos cabos e/ou impondo uma compactação inicial do feixe a ser otimizado. Logo, exigindo uma maior mudança na geometria original. Percebe-se também, que neste caso a restrição do campo elétrico superficial não está ativa, e tem-se cabos com valores de campos elétricos superficiais bem inferiores ao valor limite estabelecido pelo campo elétrico superficial crítico, como os cabos 2 e 11. Enquanto que os cabos da fase central estão com valores bem mais próximos do campo elétrico superficial crítico. A dificuldade em lidar com esta restrição pode ser provocada pela característica não convexa das restrições relacionadas

Table 19 – SIL e Distâncias entre subcondutores LT 500 kV 04 cabos por fase - original e otimizado

Caso II	Original	Otimizado
$d_{1,2}$ (m)	0,949	0,940
$d_{1,3}$ (m)	1,343	1,825
$d_{2,3}$ (m)	0,949	1,906
$d_{3,4}$ (m)	0,949	1,556
$d_{2,4}$ (m)	1,343	0,991
$d_{5,6}$ (m)	0,949	1,550
$d_{6,5}$ (m)	0,949	0,942
$d_{5,c}$ (m)	0,475	0,506
$d_{6,c}$ (m)	0,475	0,470
SIL (MW)	1336,07	1433,39
Aumento no SIL obtido (%)	-	7,28

a determinação das distâncias mínimas e máximas entre subcondutores, e entre fases diferentes, que podem dificultar o trabalho do método elipsoidal.

Uma LT de 345 kV 02 cabos por fase tem o modelo analítico otimizado por meio do método elipsoidal de cortes múltiplos e os resultados obtidos podem ser verificados na seção C.7.1 do Apêndice C.

6.3.3 Análise de Sensibilidade Adjunta Aplicada na Maximização do SIL por Meio do Método do Gradiente Descendente (GD): Modelo Analítico

6.3.4 Estudo de Caso 01 - LT 500 kV 03 Cabos por Fase

Nesta análise adota-se a mesma LT de 03 cabos por fase 500 kV (Paganotti, 2012), otimizada anteriormente por meio do método elipsoidal de cortes múltiplos, cujos dados físicos e elétricos são dados na tabela 10.

Aplica-se o GD que utiliza a ideia dos cones diretores, obtidos a partir dos gradientes da função objetivo e das restrições violadas. A determinação da direção de busca a ser adotada dentro destes cones envolve a solução de um problema de programação linear, conforme descrito no capítulo 5. A solução do problema linear, descrito pelas equações (5.16) a (5.20), do capítulo 5 é realizado nesta tese por meio do pacote de programação linear GLPK (Makhorin, 2008) em ambiente *Matlab*. A geometria original a ser otimizada agora pelo método GD é a mesma adotada como original pelo método elipsoidal de cortes múltiplos.

Adota-se as mesmas restrições geométricas envolvendo distância mínima (d_{min}) e máxima (d_{max}) entre subcondutores da mesma fase, distância mínima entre fases diferentes (D_{min}), altura máxima (H_{max}) e mínima (H_{min}) dos feixes e os limites laterais esquerdo (X_E) e direito (X_D) de variação da posição dos feixes laterais. As restrições envolvendo os

campos eletromagnéticos também são mantidas, ou seja, verifica-se os níveis de campos elétricos ao nível do solo e superficiais, e o nível da densidade de fluxo magnético máximo ao nível do solo. A restrição relacionada ao centro de massa é considerada. Os valores das restrições adotadas são novamente apresentadas na tabela 20.

Table 20 – Restrições do processo de otimização - LT 500 KV - 03 cabos por fase - método GD no modelo analítico

Caso	D_{\min} (m)	d_{\min} (m)	d_{\max} (m)	X_E (m)	X_D (m)	H_{\max} (m)	H_{\min} (m)
I	5,50	0,457	2,20	-12,28	12,28	15,98 - 16,37	13,98 - 14,37

Adota-se durante a implementação do método GD um número máximo de 300 iterações. Aplicando-se o método GD cuja sensibilidade da função objetivo é obtida por meio do método adjunto analítico, obtém-se a geometria otimizada mostrada na figura 60 e as coordenadas de cada um dos cabos da geometria original e otimizada podem ser verificados na tabela 21.

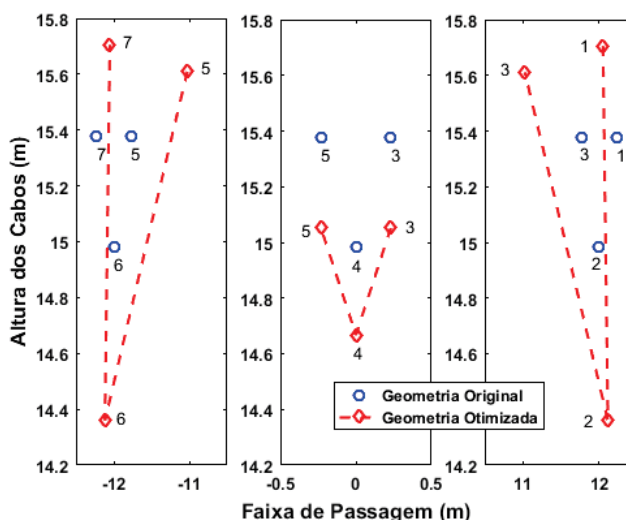


Figure 60 – LT 500 kV 03 cabos por fase: geometria original e otimizada - método GD no modelo analítico.

Table 21 – Posições originais e otimizadas - Caso I - LT 500 kV 03 cabos por fase: método GD no modelo analítico

Posições	Fase 1 (m)			Fase 2 (m)			Fase 3 (m)		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cabo Nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x original	12,228	12,000	11,771	0,228	0,000	-0,228	-11,771	-12,000	-12,228
x otimizado	12,052	12,116	11,025	0,231	0,000	-0,231	-11,025	-12,116	-12,052
y original	15,377	14,982	15,377	15,377	14,982	15,377	15,377	14,982	15,377
y otimizado	15,705	14,360	15,610	15,053	14,667	15,053	15,610	14,360	15,705

Verifica-se a partir da figura 60 que as fases laterais otimizadas possuem geometrias semelhantes à original. No entanto, com as distâncias entre subcondutores aumentadas. A

intensidade do campo elétrico ao nível do solo e da densidade de fluxo magnético ao nível do solo podem ser observados nas figuras 61 e 62, respectivamente.

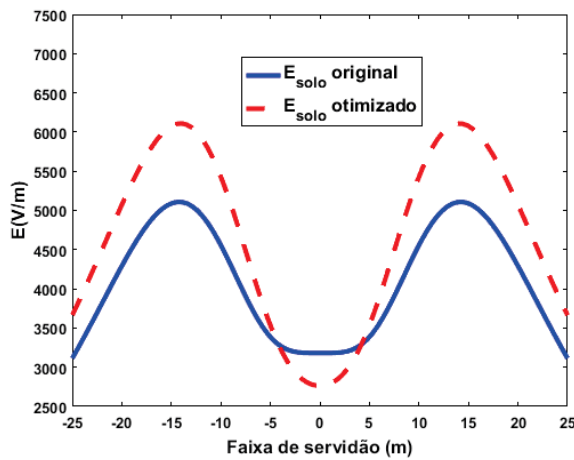


Figure 61 – LT 500 kV 03 cabos por fase: campo elétrico ao nível do solo original e otimizado - método GD.

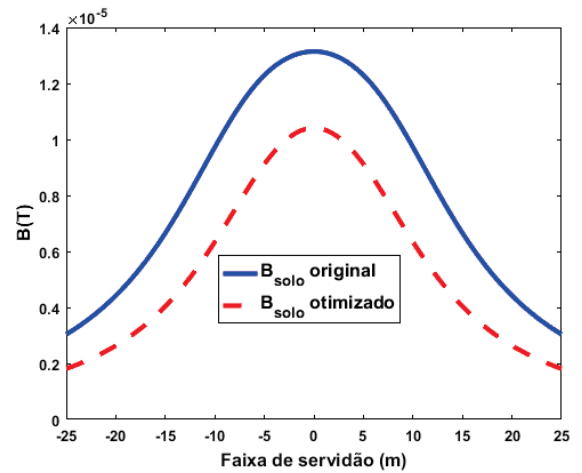


Figure 62 – LT 03 cabos por fase: densidade de fluxo magnético ao nível do solo original e otimizado - método GD.

O campo elétrico ao nível do solo resultante para este caso, embora tenha aumentado ainda é inferior ao limite de 8,33 kV/m, enquanto que a densidade de fluxo magnético ao nível do solo é reduzido e continua abaixo do limite de 1000 μ T (ANEEL, 2021). Os campos elétricos superficiais calculados para a geometria original e otimizada, podem ser verificados na tabela 22.

Table 22 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 03 cabos por fase - Método GD no modelo analítico (E_s crítico=19,337 kV/cm)

Cabo	E_s original (kV/cm)	E_s otimizado (kV/cm)
1	16,705	17,295
2	16,976	19,364
3	17,133	19,061
4	18,288	18,945
5	18,277	18,758
6	18,287	18,944
7	17,133	19,061
8	16,976	19,364
9	16,706	17,295

Nota-se a partir das intensidades de campo elétrico superficial em cada um dos cabos da LT, dados na tabela 22, que o campo elétrico superficial crítico, que neste caso é de 19,377 kV/cm, é respeitado. Neste caso nota-se que durante o processo de otimização a restrição adotada relacionada ao campo elétrico superficial permite que o campo elétrico

superficial máximo seja igual ao campo elétrico superficial crítico. Com isso, tem-se um melhor aproveitamento da superfície dos cabos de cada feixe considerado.

Esta restrição pode ser mais conservadora arbitrando valores de campo elétrico superficial máximo como sendo igual a 90% ou 95% do valor do campo elétrico superficial crítico. No entanto, deseja-se neste estudo analisar o comportamento da LT quando se permite que esta intensidade de campo elétrico superficial crítico possa ser atingida. O aumento de SIL realizado pelo processo de otimização e as distâncias entre subcondutores da geometria ótima podem ser observados na tabela 23.

Table 23 – SIL e Distâncias entre subcondutores LT 03 cabos por fase 500 kV - Método GD no modelo analítico

Caso I	Original	Otimizado
$d_{1,2}$ (m)	0,457	1,346
$d_{2,3}$ (m)	0,457	1,030
$d_{3,1}$ (m)	0,457	1,659
$d_{4,5}$ (m)	0,457	1,346
SIL (MW)	928,92	1042,50
Aumento no SIL obtido (%)	-	12,22

Neste caso sendo a LT de 500 kV, a distância máxima entre subcondutores adotada é de 2,20 m, visando que os feixes otimizados não apresentem elevadas dimensões. Conforme mostrado na tabela 23 a distância máxima entre subcondutores obtida é de 1,66 m e obtém-se um aumento no SIL da LT da ordem de 12 %. Neste caso, a maior proximidade dos campos elétricos superficiais máximos com o campo elétrico superficial crítico indica que o método GD não sofre com a não convexidade das restrições do problema.

6.3.5 Estudo de Caso 02 - LT 500 kV 04 Cabos por Fase

O método do gradiente descendente é agora aplicado para otimizar a LT de 500 kV com 4 cabos por fase, otimizada anteriormente com o método elipsoidal de cortes múltiplos. As características físicas desta LT são dadas na tabela 15.

Adota-se as mesmas restrições geométricas, e também as relacionadas aos níveis máximos de campo elétrico superficial e ao nível do solo, e de densidade de fluxo magnético ao nível do solo do estudo de caso 01. A restrição envolvendo o centro de massa de cada fase não é considerada, uma vez que a inserção desta restrição prejudica a convergência da solução obtida.

Adota-se novamente um número máximo de iterações igual a 300. Aplicando-se o método GD à geometria original, obtém-se a geometria otimizada mostrada na figura 63.

Como mostra a figura 63, a geometria otimizada mantém a geometria da fase central e sugere uma geometria não usual para as fases laterais a partir de uma mudança

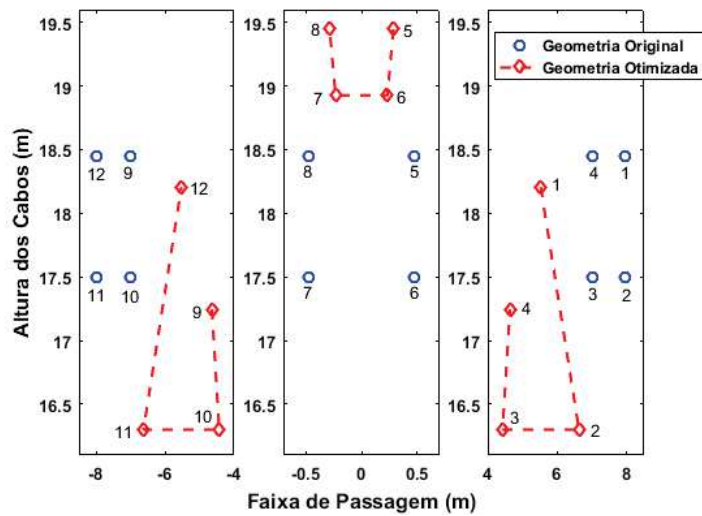


Figure 63 – LT 500 kV 04 cabos por fase: geometria original e otimizada.

mais significativa na posição de um dos cabos. Verifica-se, neste caso, uma compactação das fases laterais realizada pelo processo de otimização. Este movimento do feixe aumenta o acoplamento eletromagnético dos feixes e provoca uma redução na impedância longitudinal da LT, com conseqüente aumento de SIL. A densidade de fluxo magnético e o perfil do campo elétrico ao nível do solo podem ser observados nas figuras 64 e 65, respectivamente.

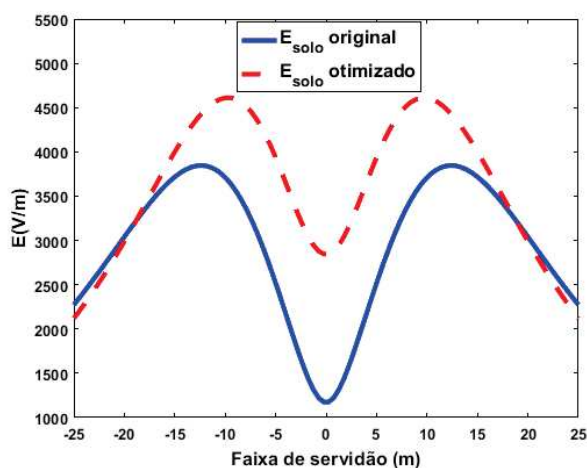


Figure 64 – LT 500 kV 04 cabos por fase: campo elétrico ao nível do solo original e otimizado - método GD.

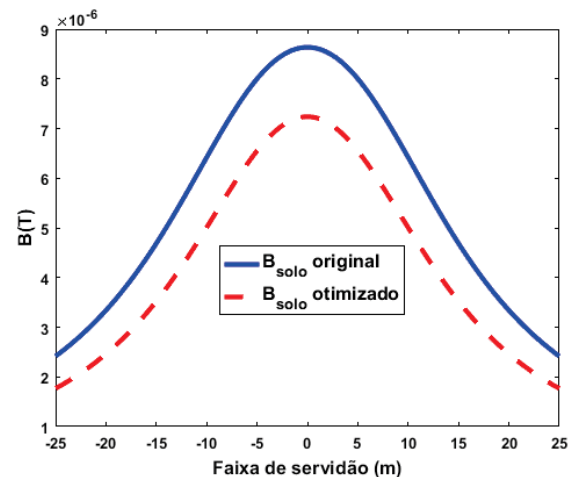


Figure 65 – LT 500 kV 04 cabos por fase: densidade de fluxo magnético ao nível do solo original e otimizado.

Nota-se que as intensidades dos campos eletromagnéticos ao nível do solo são mantidos abaixo dos valores limites determinados pela norma (ANEEL, 2021). As coordenadas espaciais x e y da geometria original e otimizada podem ser observadas na tabela 24.

O campo elétrico superficial máximo em cada um dos cabos da geometria original e otimizada, são calculados e podem ser verificados na tabela 25.

Table 24 – Posições originais e otimizadas - Caso II - LT 500 kV 04 cabos por fase - método GD

Posições	Fase 1 (m)				Fase 2 (m)			
x (m)	7,975	7,975	7,025	7,025	0,475	0,475	-0,475	-0,475
x otimizado (m)	5,526	6,626	4,426	4,639	0,285	0,232	-0,232	-0,285
y (m)	18,450	17,500	17,500	18,450	18,450	17,500	17,500	18,450
y otimizado (m)	18,205	16,300	16,300	17,245	19,450	18,926	18,926	19,450
Posições	Fase 3 (m)							
x (m)			-7,025	-7,025	-7,975	-7,975		
x otimizado (m)			-4,639	-4,426	-6,626	-5,526		
y (m)			18,450	17,500	17,500	18,450		
y otimizado (m)			17,245	16,300	16,300	18,205		

Table 25 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 04 cabos por fase - Método GD no modelo analítico (E_s crítico=19,051 kV/cm)

Cabo	E_s original (kV/cm)	E_s otimizado (kV/cm)
1	14,848	18,794
2	14,895	18,022
3	16,435	19,051
4	16,395	16,952
5	17,993	19,052
6	17,971	19,059
7	17,972	19,058
8	17,992	19,052
9	16,395	16,953
10	16,435	19,052
11	14,892	18,022
12	14,846	18,793

Nota-se a partir da tabela 25 que o valor do campo elétrico superficial máximo se iguala ao campo elétrico superficial crítico, que neste caso é igual a 19,051 kV/cm, em 6 cabos da LT. Nota-se que o valor máximo obtido chega a ultrapassar o valor do campo elétrico crítico superficial na terceira casa decimal devido a precisão numérica da restrição considerada. Este fato pode ser evitado arbitrando-se nas restrições do problema uma margem de segurança que permita que o campo elétrico superficial máximo atinja 90% do valor do campo elétrico superficial crítico. No entanto, nesta teste permite-se que os valores máximos e críticos sejam iguais, de maneira a se explorar mais a capacidade de transporte de energia da silhueta otimizada.

Interessante observar que o método GD obtém soluções com campos elétricos superficiais máximos factíveis ao longo de todo o processo de otimização. O aumento de SIL obtido e as distâncias entre os subcondutores da silhueta otimizada podem ser observados na tabela 26.

Table 26 – SIL e Distâncias entre subcondutores LT 04 cabos por fase 500 kV - Método GD no modelo analítico

Caso I	Original	Otimizado
$d_{1,2}$ (m)	0,949	2,199
$d_{1,3}$ (m)	1,343	2,199
$d_{2,3}$ (m)	0,949	1,306
$d_{3,4}$ (m)	0,949	2,199
$d_{2,4}$ (m)	1,343	2,199
$d_{5,6}$ (m)	0,949	0,968
SIL (MW)	1336.07	1509.14
Aumento no SIL obtido (%)	-	12,95

Nota-se que o SIL teve um aumento de 12,95%, e nos feixes laterais, a distância máxima entre subcondutores de 2,20 m adotada para LT's com 500 kV ou mais, é atingida. É interessante observar que as soluções obtidas exploram localmente as possibilidades de soluções, ou seja, são obtidas soluções onde os valores limites das restrições são alcançados. Ainda, a solução ótima apresenta a restrição de distância máxima entre subcondutores e a do campo elétrico superficial máximo ativas. Isto demonstra a capacidade de exploração local do método GD aplicado neste trabalho.

Adota-se para o estudo de caso 03, uma LT de 345 kV com 02 cabos por fase de uma concessionária de energia brasileira (Paganotti, 2012), que tem o modelo analítico otimizado utilizando-se o método do gradiente descendente, e pode ser verificada na seção C.7.3 do Apêndice C. Um comparativo das soluções obtidas por meio do método elipsoidal de cortes múltiplos e com o método GD é apresentado a seguir.

6.4 Comparativo das Soluções Obtidas pelo Método Elipsoidal de Cortes Múltiplos e pelo Método do Gradiente Descendente

Nesta seção os resultados obtidos pelas duas estratégias de otimização aplicadas no modelo analítico das LT's, na otimização da LT de 345 kV 02 cabos por fase, e de 500 kV, com 03 e 04 cabos por fase são comparados. As informações básicas de cada LT e as restrições consideradas estão descritas em detalhes nas seções anteriores deste capítulo.

No estudo de caso 01, uma LT de 3 cabos por fase (Paganotti, 2012), tem o modelo analítico otimizado por meio do MECM e por meio do método GD. As geometrias sugeridas por cada método e a geometria original podem ser verificadas na figura 66.

Verifica-se que as geometrias sugeridas por ambos os métodos são bem coincidentes. Nota-se um aumento das dimensões das fases laterais e uma redução da altura da fase do meio em relação as fases laterais. A geometria obtida pelo método elipsoidal apresenta o campo elétrico superficial máximo em valores próximos ao do campo elétrico superficial

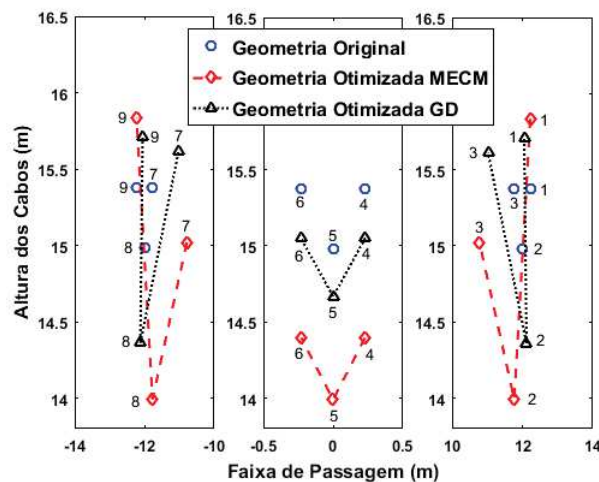


Figure 66 – LT 500 kV 03 cabos por fase: geometria original e otimizada pelo método elipsoidal de cortes múltiplos e pelo método GD.

crítico na maioria dos cabos.

As dimensões dos feixes obtidas pelo método GD são inferiores as obtidas pelo método elipsoidal de cortes múltiplos. Tem-se, portanto, um ganho de SIL maior obtido pelo método elipsoidal. Deve ser notado que nesta otimização não houve compactação das fases. A geometria resultante a partir do método elipsoidal possui feixes ligeiramente mais baixos do que o feixe original. Logo, tem-se um aumento do campo elétrico ao nível do solo, mas dentro dos limites estabelecidos pelas normas. Na otimização da LT com 03 cabos por fase a não convexidade das restrições envolvidas não compromete a solução obtida pelo método elipsoidal de cortes múltiplos. As geometrias obtidas têm praticamente as mesmas dimensões dos feixes originais, logo não se tem redução da faixa de passagem da LT analisada.

No estudo de caso 02, o modelo analítico de uma LT de 500 kV com 04 cabos por fase é otimizado por meio do método do gradiente descendente e por meio do método elipsoidal de cortes múltiplos. As características físicas desta LT e as restrições consideradas podem ser verificadas nas seções anteriores deste capítulo. As geometrias original e a otimizada por cada um dos métodos podem ser observadas na figura 67.

Tem-se neste segundo estudo de caso, a obtenção de fases laterais em formatos não convencionais obtidos pelos dois métodos, conforme mostrado na figura 67. O método GD reduz as dimensões da fase central, expande os feixes externos da LT e reduz a distância entre fases diferentes. Estas mudanças são os pilares da metodologia LPNE aplicada para se aumentar o SIL de LT's adotando-se geometrias não convencionais.

Observando-se os níveis de campos elétricos superficiais envolvidos, mostrados nas seções anteriores, nota-se que a solução obtida pelo método elipsoidal apresenta condutores bem carregados com níveis de campos elétricos superficiais máximos próximos ao campo

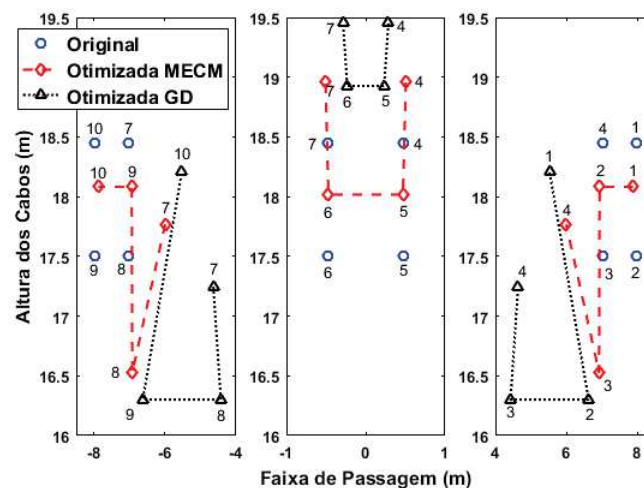


Figure 67 – LT 500 kV 04 cabos por fase: geometria original e otimizada pelo método elipsoidal de cortes múltiplos e pelo método GD.

elétrico superficial crítico e cabos com valores de campo elétrico superficial bem abaixo do valor limite considerado. Enquanto que, a solução obtida pelo método GD obtém níveis de campos elétricos superficiais elevados próximos ao valor limite estabelecido pelo campo elétrico superficial crítico.

As dimensões finais dos feixes sugeridos pelo método GD atingem o valor máximo permitido, que neste caso é de 2,20 m, enquanto que os feixes obtidos pelo método elipsoidal possuem dimensões inferiores ao limite. O método GD obtém um ganho de SIL mais acentuado, uma vez que explora melhor o espaço de busca considerado por meio do melhor aproveitamento das superfícies dos cabos da LT e da máxima distância possível de ser adotada entre subcondutores de uma mesma fase. Tem-se que a solução obtida pelo método GD apresenta um ganho maior de SIL mas envolve feixes de dimensões maiores, enquanto que a solução obtida pelo método elipsoidal de cortes múltiplos apresenta um ganho de SIL menor, e possui feixes com dimensões menores.

No estudo de caso 03, o modelo analítico de uma LT de 02 cabos por fase, 345 kV (Paganotti, 2012), é otimizado pelo método do gradiente descendente e pelo método elipsoidal de cortes múltiplos (MECM). As características físicas desta LT e as restrições consideradas podem ser verificadas nas seções anteriores deste capítulo. As geometrias original e otimizadas podem ser verificadas na figura 68.

Tem-se conforme mostrado na figura 68, uma elevada compactação da geometria resultante obtida pelo MECM, enquanto que a solução obtida pelo método GD praticamente não compacta as fases. Os métodos obtém elevados ganhos de SIL da ordem de 20 e 16 %, obtido pelo método MECM e pelo método GD, respectivamente.

Neste caso, a solução obtida atende os critérios de Karush-Kuhn-Tucke em ambos os métodos. O campo elétrico superficial máximo fica próximo do valor do campo elétrico

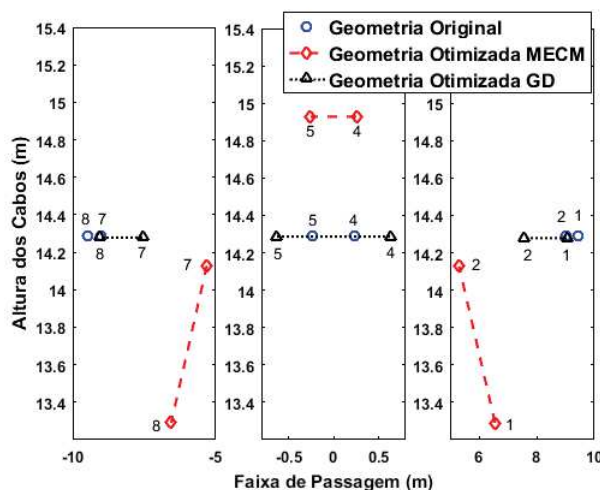


Figure 68 – LT 345 kV 02 cabos por fase: geometria original e otimizada pelo método elipsoidal de cortes múltiplos e pelo método GD.

superficial crítico em quase todos os cabos da geometria obtida pelo método elipsoidal de cortes múltiplos. No método GD tem-se um aumento do valor do campo elétrico superficial máximo em todos os cabos da LT. Em ambos os casos, as soluções obtidas apresentam distância máxima entre subcondutores das fases laterais, iguais ao valor máximo permitido que é de 1,5 m.

Tanto o método GD quando o método elipsoidal de cortes múltiplos apresentam tempos de execução reduzidos ao se adotar o modelo analítico do problema. Nos casos analisados não é possível se especificar qual dos dois métodos seria o mais adequado para o problema atual. Nota-se que dependendo do caso analisado um método se sobressai em relação ao outro. Isto se deve as características não lineares e não convexas do problema analisado.

A escolha do método elipsoidal de cortes múltiplos e do gradiente descendente tem como objetivo verificar o comportamento de cada método ao lidar com restrições não lineares e não convexas afim de que se crie estratégias para que bons resultados sejam obtidos. Deve ser observado, a capacidade do método do gradiente descendente de conduzir o processo de otimização de maneira que as restrições caminhem com valores próximos de seus limites. Logo, tem-se uma busca em regiões mais locais especificadas pelos cones diretores formados pelo gradiente da função objetivo e pelo gradiente das restrições violadas. Enquanto que a estratégia de planos de corte adotada pelo método elipsoidal gera pequenos saltos de uma solução para a outra, que podem levar o método a caminhar por soluções não viáveis durante o processo de otimização. Tal característica do método cria a possibilidade de se voltar a região das boas soluções ao longo do processo de otimização realizado.

6.5 Otimização do Modelo Numérico da LT

6.5.1 Estudo de Caso 01 - LT 500 kV 03 Cabos por Fase: Modelo Numérico

A LT de 500 kV 03 cabos por fase, de uma concessionária de energia brasileira (Paganotti, 2012), adotada na modelagem analítica do problema e otimizada pelos métodos GD e elipsoidal de cortes múltiplos é agora modelada numericamente por meio do método dos elementos finitos. Em seguida o modelo numérico é otimizado por meio do método elipsoidal de cortes múltiplos (MECM).

A função objetivo considerada pelo modelo numérico da LT consiste no somatório do quadrado do potencial escalar elétrico em cada um dos nós do domínio de estudos multiplicado por meio, conforme descrito pela equação (6.2).

As restrições que regem o processo de otimização do modelo numérico são as mesmas consideradas no modelo analítico. Na modelagem numérica, o gradiente do potencial escalar elétrico nas direções x e y em cada um dos nós que formam a superfície dos cabos condutores são somados e aplicados ao centro do cabo, para que com isso seja gerado a nova geometria a ser considerada. O método elipsoidal é robusto e consegue obter boas soluções mesmo quando a derivada da função objetivo não é obtida de maneira adequada, por meio dos subgradientes. Este fato não ocorre neste trabalho, pois tem-se gradientes exatos obtidos via método adjunto analítico.

No entanto, a dificuldade do método elipsoidal em lidar com restrições não convexas, faz com que o espaço de busca que envolve distâncias maiores entre os subcondutores e níveis maiores de campos elétricos superficiais máximos não sejam explorados, ou seja, as soluções com estas características desejadas podem estar sendo perdidas pelo método. Os valores das restrições adotadas são novamente apresentados a seguir na tabela 27.

Table 27 – Restrições do processo de otimização - LT 500 KV - 03 Cabos por Fase - método elipsoidal de cortes múltiplos aplicado ao modelo numérico da LT

Caso	$D_{\min}(\text{m})$	$d_{\min}(\text{m})$	$d_{\max}(\text{m})$	$X_E(\text{m})$	$X_D(\text{m})$	$H_{\max}(\text{m})$	$H_{\min}(\text{m})$
I	5,50	0,457	2,20	-12,28	12,28	15,98 - 16,37	13,98 - 14,37

Na modelagem numérica da LT todos os cabos são considerados, não se adota transformações que possibilitem explorar a simetria horizontal dos feixes com o intuito de se ter economia de esforço computacional. No entanto, o processo de otimização é implementado de maneira a garantir a simetria horizontal das geometrias obtidas. Neste caso adota-se um número máximo de 100 iterações. O método elipsoidal com cortes múltiplos associado a sensibilidade da função objetivo derivada por meio do método adjunto analítico obtém a silhueta mostrada na figura 69.

Verifica-se na figura 69 que a geometria obtida pelo processo de otimização mantém a geometria dos feixes envolvidos, e percebe-se apenas o aumento das dimensões de cada

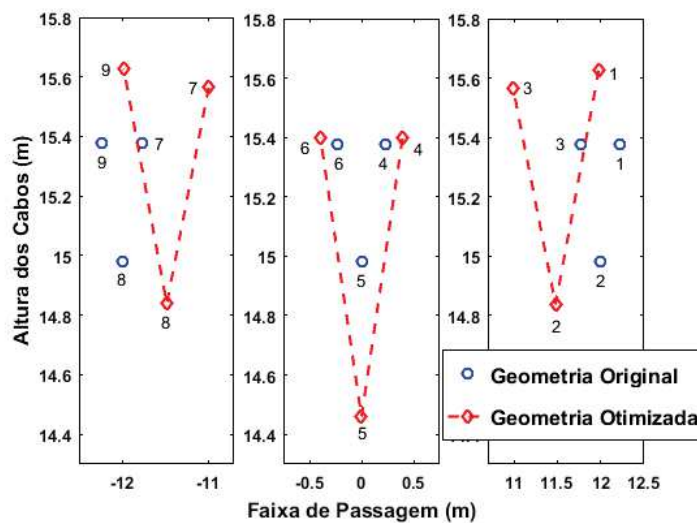


Figure 69 – LT 500 kV 03 cabos por fase: geometria original e otimizada - modelo numérico - método elipsoidal de cortes múltiplos.

um dos feixes da LT. O campo elétrico ao nível do solo e a densidade de fluxo magnético ao nível do solo da geometria original e otimizada podem ser verificadas nas figuras 70 e 71, respectivamente.

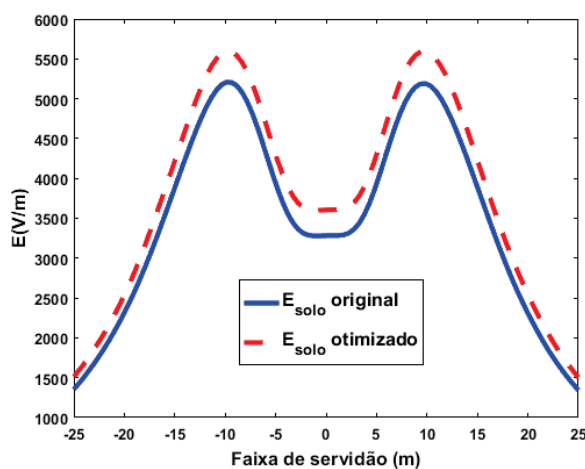


Figure 70 – LT 500 kV 03 cabos por fase: geometria original e otimizada - modelo numérico.

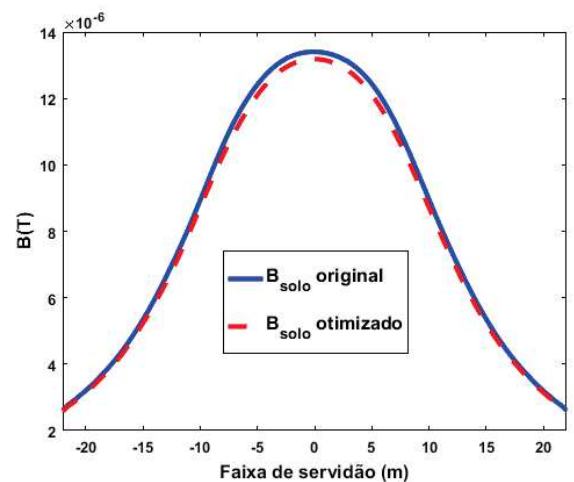


Figure 71 – LT 500 kV 03 cabos por fase: geometria original e otimizada - modelo numérico.

Nota-se a partir da figura 70 que o campo elétrico ao nível do solo apresenta uma pequena elevação em relação ao valor original, no entanto, distante do valor limite estabelecido pela norma. Verifica-se na figura 71 que a densidade de fluxo magnético praticamente não se altera neste caso. O campo elétrico superficial máximo em cada um dos condutores é calculado e pode ser verificado na tabela 28.

Verifica-se a partir da tabela 28 que o campo elétrico superficial máximo resultante em cada um dos cabos, respeita o limite do campo elétrico superficial crítico, que neste caso

Table 28 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - modelo numérico da LT de 500 kV 03 cabos por fase (E_s crítico=19,377 kV/cm)

Cabo	E_s original (kV/cm)	E_s otimizado (kV/cm)
1	16,024	16,761
2	16,236	16,730
3	16,451	17,285
4	17,352	18,102
5	17,466	18,895
6	17,427	18,102
7	16,351	17,285
8	16,223	16,730
9	16,067	16,730

é de 19,377 kV/cm . O ganho de SIL obtido pelo processo de otimização e as distâncias entre os subcondutores da geometria original e otimizada são dados na tabela 29.

Table 29 – SIL e Distâncias entre Subcondutores LT 03 cabos por fase 500 kV - modelo numérico

Caso I	Original	Otimizado
$d_{1,2}$ (m)	0,457	0,933
$d_{2,3}$ (m)	0,457	0,989
$d_{3,1}$ (m)	0,457	0,876
$d_{4,5}$ (m)	0,457	1,017
SIL (MW)	924,70	1035,84
Aumento no SIL obtido (%)	-	12,02

Conforme apresentado na tabela 29, o campo elétrico superficial é inferior ao campo elétrico superficial crítico. Há uma folga para o aumento do campo elétrico superficial nas fases laterais da LT. Além disso, as distâncias obtidas entre os subcondutores de cada feixe são bem menores do que os valores de distância máxima entre subcondutores adotado para LT's com tensão igual ou superior a 500 kV.

Embora a solução possa ser melhorada em função do aumento do campo elétrico superficial máximo obtido e do uso de feixes maiores, ela é considerada satisfatória, uma vez que aumenta em quase 12 % o SIL da geometria original. Além de apresentar pequenos desequilíbrios nos campos eletromagnéticos ao nível do solo e com intensidades de campos elétricos superficiais com valores que acarretam em um comportamento satisfatório da LT em relação a ocorrência do efeito corona.

A otimização do modelo numérico da LT só é viável computacionalmente ao se utilizar o método adjunto analítico. Pois este método reduz em cerca de 99 % o tempo gasto para se obter a sensibilidade da função objetivo em relação a aproximação CFD, conforme mostrado nas seções iniciais deste capítulo.

6.5.2 Estudo de Caso 02 - LT 500 kV 04 Cabos por Fase: Modelo Numérico

A LT de 500 KV com 04 cabos por fase e configuração plana otimizada anteriormente a partir de seu modelo analítico é novamente analisada. Parte-se da mesma geometria original e desenvolve-se um modelo numérico da LT. Os dados físicos desta LT podem ser verificados na tabela 15.

Adota-se as mesmas restrições geométricas, e também as relacionadas aos níveis máximos de campo elétrico superficial e ao nível do solo, e de densidade de fluxo magnético ao nível do solo consideradas no modelo analítico. A restrição envolvendo o centro de massa de cada fase é considerada. Os valores das restrições adotadas são novamente apresentados a seguir na tabela 30.

Table 30 – Restrições do processo de otimização - LT 500 kV 04 cabos por fase - modelo numérico

Caso	D_{\min} (m)	d_{\min} (m)	d_{\max} (m)	X_E (m)	X_D (m)	H_{\max} (m)	H_{\min} (m)
II	4,50	0,94	2,20	-7,25	7,25	19,45 - 18,50	17,25 - 16,30

A implementação do método elipsoidal com cortes múltiplos no qual a sensibilidade da função objetivo é obtida por meio do método adjunto-analítico obtém uma nova geometria para o caso com 04 cabos por fase que pode ser verificada na figura 72. As posições espaciais dos cabos da geometria original e otimizada podem ser verificadas na tabela 31.

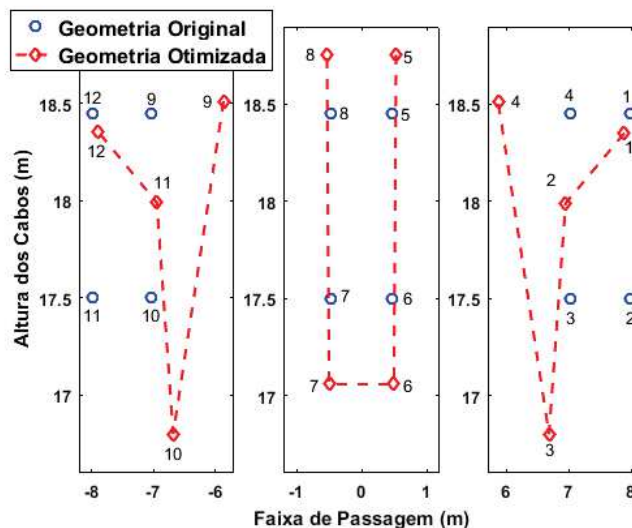


Figure 72 – LT 500 kV 04 cabos por fase: geometria original e otimizada - modelo numérico com método elipsoidal com cortes múltiplos.

Nota-se a partir das geometrias obtidas mostradas na figura 72 que a fase central permanece praticamente com o mesmo formato, enquanto que o formato das fases laterais são alteradas obtendo-se um feixe de geometria não convencional, ou seja, que não segue um polígono regular. Um estudo de viabilidade econômica deve ser realizado para a verificação

Table 31 – Posições originais e otimizadas - Caso II - LT 500 kV 04 cabos por fase - modelo numérico

Posições	Fase 1 (m)				Fase 2 (m)			
x (m)	7,975	7,975	7,025	7,025	0,475	0,475	-0,475	-0,475
x otimizado (m)	7,885	6,945	6,6801	5,867	0,531	0,498	-0,498	-0,531
y (m)	18,450	17,500	17,500	18,450	18,450	17,500	17,500	18,450
y otimizado (m)	18,351	17,989	16,799	18,510	18,755	17,057	18,755	18,510
Posições	Fase 3 (m)							
x (m)			-7,025	-7,025	-7,975	-7,975		
x otimizado (m)			-5,867	-6,680	-6,945	-7,885		
y (m)			18,450	17,500	17,500	18,450		
y otimizado (m)			18,510	16,799	17,989	18,351		

do custo benefício envolvido na adoção desta geometria não convencional. A intensidade de campo elétrico ao nível do solo e da densidade de fluxo magnético ao nível do solo podem ser verificados para a geometria resultante e original nas figuras 73 e 74, respectivamente.

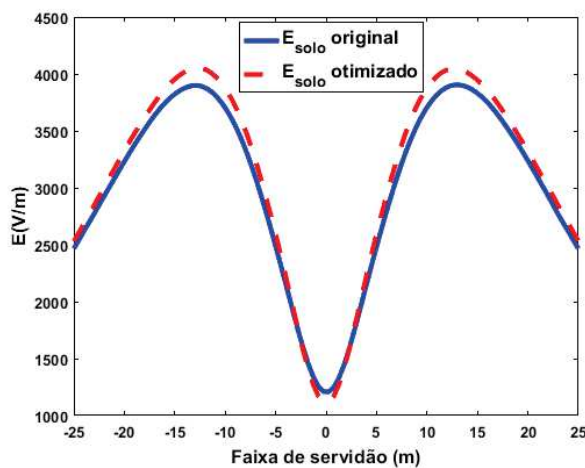


Figure 73 – LT 500 kV 04 cabos por fase: campo elétrico ao nível do solo original e otimizado - modelo numérico.

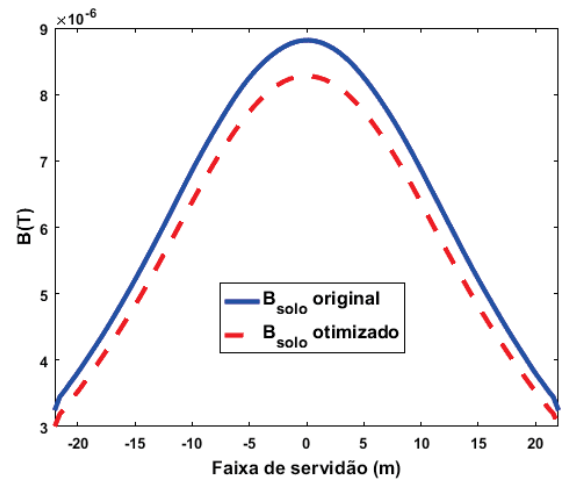


Figure 74 – Densidade de fluxo magnético ao nível do solo original e otimizado - modelo numérico.

Neste caso, a geometria otimizada altera em muito pouco o perfil do campo elétrico ao nível do solo e a densidade de fluxo magnético ao nível do solo, mostrados nas figuras 73 e 74. O campo elétrico superficial máximo de cada um dos cabos da LT pode ser verificado na tabela 32.

As intensidades dos campos elétricos superficiais máximos obtidos são maiores na fase do meio, e nas fases laterais ele permanece em alguns cabos com valores bem menores do que o campo elétrico crítico superficial, que para esta LT é de 19,051 kV/cm. O aumento de SIL conseguido com o processo de otimização e as distâncias finais entre os subcondutores da geometria original e otimizada podem ser verificados na tabela 33.

Table 32 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 04 cabos por fase - modelo numérico (E_s crítico=19,051 kV/cm)

Cabo	E_s original (kV/cm)	E_s otimizado (kV/cm)
1	14,076	15,383
2	14,063	12,070
3	15,744	17,078
4	15,516	18,953
5	16,978	18,974
6	17,097	18,911
7	17,293	18,911
8	17,199	18,974
9	15,805	18,953
10	15,849	17,078
11	13,937	12,070
12	13,878	15,383

Table 33 – SIL e Distâncias entre subcondutores LT 04 cabos por fase 500 kV -modelo numérico

Caso II	Original	Otimizado
$d_{1,2}$ (m)	0,949	1,007
$d_{1,3}$ (m)	1,343	1,964
$d_{2,3}$ (m)	0,949	2,020
$d_{3,4}$ (m)	0,949	1,218
$d_{2,4}$ (m)	1,343	1,196
$d_{4,1}$ (m)	0,949	1,893
$d_{2,4}$ (m)	0,949	1,698
SIL (MW)	1363.43	1487.53
Aumento no SIL obtido (%)	-	9,10

Conforme mostrado na tabela 33, a distância máxima permitida entre os subcondutores de 2,20 m não é atingida, e obtém-se um aumento de SIL de quase 10 %. Esta nova geometria consegue com pequenas alterações geométricas do feixe, baseadas em gradientes da função objetivo exatos, alterar os campos eletromagnéticos envolvidos ao nível do solo e superficial de maneira não significativa, respeitando-se as restrições do problema.

Adota-se para o estudo de caso 03 do modelo numérico, uma LT de 345 kV com 02 cabos por fase (Paganotti, 2012), que é otimizada utilizando-se o método elipsoidal com cortes múltiplos e pode ser verificada na seção C.8.1 do Apêndice C.

As geometrias resultantes do processo de otimização, tanto do modelo analítico quanto do modelo numérico possuem dimensões máximas inferiores as adotadas nos trabalhos de (Filho, 1993; Maciel, 2013; Júnior, 1995). No entanto, as elevadas dimensões dos feixes resultantes podem impedir do ponto de vista mecânico a implementação das soluções propostas por (Filho, 1993; Maciel, 2013; Júnior, 1995). Diante deste fato, busca-se

por meio de pequenas modificações nas geometrias, de maneira a se gerar configurações com distúrbios mínimos nos campos eletromagnéticos envolvidos, e com dimensões reduzidas conforme sugerida nos trabalhos de (Ghassemi, 2019; Sarmiento, 2021). Apesar de mais restritiva, a metodologia proposta, alcança ganhos de SIL representativos e com maior viabilidade mecânica de implementação.

As geometrias otimizadas obtidas para o modelo analítico e numérico da LT têm um comportamento satisfatório em relação à ocorrência do efeito Corona, conforme verificado pelos níveis de campos elétricos superficiais máximos das geometrias otimizadas. Os níveis de rádio interferência e de ruído audível dependem do campo elétrico superficial máximo e de características físicas do meio onde a LT está inserida, conforme descrito em detalhes em (Fuchs, 1977). A intensidade do ruído audível e da rádio interferência devem ser verificados nos limites da faixa de servidão, de maneira a garantir que as novas silhuetas otimizadas não acarretem distúrbios à vizinha da LT superior ao permitido por norma (ONS, 2010; Fuchs, 1977).

A otimização do modelo numérico da LT utilizando-se o método do gradiente descendente ainda apresenta alguns problemas de implementação que estão sendo resolvidos. Logo o método do gradiente descendente neste trabalho é aplicado apenas ao modelo analítico da LT. No entanto, a aplicação do método GD juntamente com o modelo numérico da LT, associado a transformação espacial de Kelvin, constitui uma continuidade desta pesquisa com perspectiva de obtenção de ótimos resultados.

A transformação espacial de Kelvin já esta implementada para o caso da determinação do potencial escalar elétrico da LT ao se considerar o domínio de estudos semi-circular e circular. A transformada de Kelvin adotada na região próxima a cabeça das torres, ainda necessita de novos desenvolvimentos a serem feitos a partir dos trabalhos de (Farah et al., 2018), para que seja possível determinar o campo elétrico e magnético ao nível do solo de maneira fisicamente consistente. Uma vez entendido e validado esta extensão do método para a obtenção destas grandezas para além do domínio considerado, a transformada será acoplada a metodologia de otimização desenvolvida neste trabalho.

6.6 Conclusões

Verifica-se que as sensibilidades obtidas pelo método adjunto-analítico e adjunto-CFD, tanto para o modelo numérico quanto para o modelo analítico, apresentam elevada exatidão em relação a aproximação feita por diferenças finitas centrais.

A redução do custo computacional envolvido na obtenção das sensibilidades ocorre de maneira satisfatória em ambas as abordagens do problema. No entanto, na modelagem numérica os ganhos computacionais são mais representativos do que os obtidos a partir do modelo analítico da LT.

A otimização do modelo numérico da LT por meio do método elipsoidal de cortes múltiplos só é viável computacionalmente ao se utilizar o método adjunto analítico para se obter a sensibilidade da função objetivo.

As linhas de transmissão otimizadas pelo método elipsoidal de cortes múltiplos e pelo método do gradiente descendente apresentam ganhos no SIL da ordem de 8 a 20 % dependendo do caso analisado, respeitando-se todas as restrições geométricas consideradas. Além disso, apresentam um comportamento satisfatório em relação a ocorrência do efeito Corona, uma vez que o campo elétrico superficial máximo está abaixo do campo elétrico superficial crítico. As novas geometrias apresentam o campo elétrico ao nível do solo e a densidade de fluxo magnético ao nível do solo em níveis abaixo dos definidos por norma.

Os resultados são obtidos nesta tese, por meio do método elipsoidal de cortes múltiplos e pelo método do gradiente descendente, adotando-se a sensibilidade adjunta analítica da função objetivo. Esta metodologia abre diversas perspectivas para desdobramentos futuros desta pesquisa, enunciados no capítulo de conclusões e propostas de continuidade.

7 Conclusões e Propostas de Continuidade

A necessidade de transmissão de blocos de energia cada vez maiores de maneira eficiente e confiável tem acarretado a busca por novas metodologias que propiciem uma análise de sensibilidade das geometrias das LT's com vistas a obtenção de aumento de capacidade de transmissão de energia. Este aumento pode ser requerido em corredores de energia já existentes ou no projeto de novas LT's já otimizadas. Estes fatos justificam os estudos realizados neste trabalho.

O problema de otimização é descrito via modelo analítico da LT em função do SIL obtido a partir da aproximação da carga elétrica de sequência positiva. Assim, é possível que o método adjunto adote a carga elétrica do sistema como variável de estado a partir do qual se pode modelar o problema em função do SIL.

A modelagem numérica das LT's obtida por meio de elementos finitos de primeira ordem está validada a partir de resultados analíticos. Eles apresentam uma elevada concordância entre os níveis de campos elétricos superficiais e ao nível do solo, e da densidade de fluxo magnético ao nível do solo, obtida pelas duas abordagens desenvolvidas.

A análise de sensibilidade adjunta obtida para a análise do modelo analítico e numérico das LT's apresenta elevada exatidão e representa uma significativa redução do custo computacional envolvido. Para a modelagem analítica a redução do esforço computacional ocorre entre a análise de sensibilidade adjunta-analítica e adjunta-CFD em relação a análise de sensibilidade obtida pelo método CFD. Os erros relativos entre as sensibilidades adjuntas e pelo método CFD ocorrem a partir da sexta casa decimal, o que mostra a elevada exatidão das sensibilidades obtidas.

A partir da modelagem numérica a análise de sensibilidade adjunta-analítica representa a maior redução do custo computacional em relação ao método CFD. As exatidões das sensibilidades, obtidas a partir do modelo numérico pelo método adjunto-analítico e adjunto-CFD em relação ao método CFD, ocorrem a partir da quinta casa decimal, o que demonstra o elevado grau de exatidão obtido.

O uso das sensibilidades calculadas pelo método adjunto-analítico, adjunto-CFD e pela aproximação por diferenças finitas centrais, pelo método elipsoidal com cortes múltiplos e pelo método do gradiente descendente indicam a potencialidade da metodologia de obtenção de sensibilidades proposta para a solução de casos mais complexos, envolvendo maior número de cabos e de restrições.

No método do gradiente descendente, a ideia dos cones de viabilidade adotados proporciona uma elevada convergência do método, proporcionando soluções que sempre

caminham dentro da região factível do problema e que são sempre melhores do que a solução original adotada. Este método associado a sensibilidade adjunta-analítica obtém ótimos resultados ao ser aplicado ao modelo analítico da LT como demonstrado pelos resultados.

Na otimização do modelo numérico por meio do método elipsoidal de cortes múltiplos, gasta-se para a obtenção da sensibilidade da função objetivo, um tempo em média 99% menor do que o que seria necessário ao se adotar a aproximação CFD. Este fato viabiliza computacionalmente a otimização do modelo numérico desenvolvido neste trabalho. Além disso, verifica-se a possibilidade de se adotar a sensibilidade adjunta analítica em outros problemas quase estáticos e que envolvam domínios com elevadas dimensões.

O entendimento da implementação da análise de sensibilidade adjunta aplicada aos modelos eletromagnéticos das LT's desenvolvidos, abre perspectivas para diversos desenvolvimentos relacionados a otimização dos sistemas de transmissão, possibilitados pela obtenção da análise de sensibilidade exata e com custo computacional reduzido. Permite ainda, a realização da otimização de estruturas antigas, já instaladas nos sistemas de transmissão brasileiros e também na proposição de configurações futuristas baseadas nas tendências de projeto atualmente adotadas pelos centros de pesquisas e pelas concessionárias.

Verifica-se a elevada robustez do método elipsoidal que, mesmo sendo capaz de conduzir o processo de otimização por meio do uso de sub-gradientes da função objetivo, juntamente com o uso da sensibilidade exata obtida pelo método adjunto, obteve ótimos resultados. De maneira complementar o método do gradiente descendente ao adotar os cones de direções factíveis conduzem as soluções a uma elevada convergência e não necessita de que as restrições e a função objetivo sejam convexas.

Conclui-se que a obtenção da análise de sensibilidade adjunta-CFD, adjunta-analítica estão validadas a partir da aproximação por diferenças finitas centrais. Estas sensibilidades ao serem aplicadas ao modelo analítico e numérico desenvolvido, por meio do método elipsoidal de cortes múltiplos, e por meio do método do gradiente descendente, conduzem a novas concepções geométricas de feixes. Estas novas concepções apresentam capacidades de transmissão aumentadas, campos elétricos superficiais e ao nível do solo, e campo magnético ao nível do solo dentro dos limites estabelecidos pelas normas relacionadas. Além disso, as novas silhuetas obtidas apresentam distâncias entre subcondutores dentro dos limites estabelecidos de maneira que as novas geometrias sugeridas sejam comportadas pelos corredores de energia já existentes dos sistemas sob otimização. Alguns pontos desta pesquisa não foram completamente explorados e são deixados como proposta para novos trabalhos.

7.1 Propostas de Continuidade

Por se tratar de um trabalho de pesquisa multidisciplinar onde se fizeram presente: o eletromagnetismo, utilizado na modelagem da LT; a otimização por meio dos métodos de otimização adotados, e a análise de sensibilidade adjunta, desenvolve-se a seguir as propostas de continuidade em cada uma dessas áreas.

Propostas de continuidade relacionadas a modelagem numérica das LT's:

- Aprimorar o modelo numérico da LT. Primeiro pelo uso de transformação do domínio, usando-se a transformada espacial de Kelvin. Desta forma espera-se obter uma redução do espaço de estudos a ser analisado;
- Desenvolver uma ferramenta que permita remalhar apenas determinadas regiões do domínio. Com isso, busca-se economia de tempo computacional envolvido na discretização do domínio de estudos considerado durante o processo iterativo da otimização;
- Viabilizar a otimização do modelo numérico da LT por meio do método do gradiente descendente, usando-se a sensibilidade adjunta analítica;
- Expandir o modelo numérico de $2D$ para um modelo em $3D$ que possa levar em conta o efeito da torre de transmissão e das ferragens na determinação dos níveis de campos elétricos superficiais;
- Inserir o efeito da catenária e dos cabos para-raios no modelo numérico da LT;
- Verificar o efeito da variação da sequência de fases como elemento a ser determinado pelo processo de otimização;
- Possibilidade de se adotar elementos infinitos para o truncamento de uma região mais reduzida;
- Adotar elementos finitos curvos na região próxima aos cabos para se evitar o refinamento excessivo da malha nestas regiões.

Propostas de continuidade relacionadas a metodologia de otimização das LT's:

- Verificar a viabilidade econômica das soluções obtidas a partir das normas indicadas no trabalho de (Acosta; Tavares, 2018), observando-se o custo benefício de se adotar geometrias envolvendo polígonos não regulares;
- Realizar uma pré-otimização das geometrias, compactando-se as fases e abaixando-se os feixes, até que os níveis de campos elétricos ao nível do solo e superficial máximos permitidos sejam obtidos;

- Realizar uma pré otimização utilizando-se um algoritmo evolucionário para a obtenção de uma solução inicial (região de mínimos da função objetivo) e em seguida aplicar os métodos determinísticos adotados neste trabalho para a obtenção da solução ótima final;
- Implementar uma otimização topológica dos modelos analítico e numérico das LT's.
Propostas de continuidade relacionadas ao modelo analítico das LT's:
- Incluir o cálculo do ruído audível e de rádio interferência ocasionados pelas geometrias originais e otimizadas;
- Incluir o uso de cabos não ideais e se levar em conta as perdas de transmissão e por efeito Corona;
- Inserir o efeito da catenária e dos cabos para-raios na determinação dos campos eletromagnéticos envolvidos;
- Incluir os requisitos de coordenação de isolamento da LT, baseando-se nas normas da IEC 71 e NESC 2002 (Std, 2001) mostradas no trabalho de (Acosta; Tavares, 2018);
- Incluir efeito dos ventos na determinação das distâncias mínimas entre os elementos ativos da LT;
- Ao invés de se adotar um valor médio da altura dos cabos, analisar planos transversais em lugares específicos ao longo do traçado da LT, como no meio do vão e na torre;
- Incluir estudos de transitórios decorrentes da ocorrência de descargas atmosféricas ocorridas no meio do vão e a modelagem de LT's não uniformes.

Propostas de continuidade relacionadas a análise de sensibilidade adjunta das LT's:

- Investigar a maneira de se formular a sensibilidade adjunta relacionada ao SIL a partir do modelo numérico da LT;
- Formular o problema adjunto em função dos campos eletromagnéticos gerados pela LT;
- Estudar e implementar o conceito de camada de fronteira e o método adjunto-CFD com atualização de Broyden, sugeridos no trabalho de (Amari, 2001), para redução do custo computacional da análise de sensibilidade adjunta realizada;
- Estudar o uso da derivação automática a partir de pacotes computacionais do *Python*.

Referências

- A Survey of Methods for Calculating Transmission Line Conductor Surface Voltage Gradients. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-98, n. 6, p. 1996–2014, 1979.
- Abetti, P. Bibliography on extra-high-voltage systems. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, IEEE, v. 77, n. 3, p. 1517–1535, 1958.
- ABNT. *NBR 25415: Métodos de medição e níveis de referência para exposição a campos elétricos e magnéticos na frequência de 50 Hz e 60 Hz (in portuguese)*. Rio de Janeiro, 2016.
- Acosta, J. S.; Tavares, M. C. Methodology for optimizing the capacity and costs of overhead transmission lines by modifying their bundle geometry. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 163, p. 668–677, 2018.
- Acosta, J. S.; Tavares, M. C. Multi-objective optimization of overhead transmission lines including the phase sequence optimization. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 115, p. 105495, 2020.
- Akel, H.; Webb, J. P. Design sensitivities for scattering-matrix calculation with tetrahedral edge elements. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 36, n. 4, p. 1043–1046, 2000.
- Alexandrov, G. Design of compacted uhv transmission line. In: *Energoatomizdat*. 1993.
- Alexandrov, G.; Dikoi, V.; Krylov, S.; Nikitin, O.; Timashova, L. Overhead line designing in view of environmental constraints compact overhead lines. In: *CIGRE Session*. 1998. p. 22–33.
- Alexandrov, G.; Nosov, I. The increase of effectiveness of transmission lines and their corridor utilization. *CIGRE Paper*, p. 38–104, 1996.
- Alexandrov, G.; Podporkyn, G. Improvement of the efficiency of 35 to 220 kv lines. In: IET. *International Conference on AC and DC Power Transmission*. 1991. p. 226–231.
- Alexandrov, G. N. Theory of bundle conductors. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-88, n. 6, p. 932–936, 1969.
- Alexandrov, G. N. Overhead transmission lines with increased heavy carrying capacity. *Electritchestvo USSR*, v. 7, p. 1–6, 1981.
- Alexandrov, G. N. New means of power transmission in electrical power systems. *Leningrado University*, 1987.
- Alexandrov, G. N. Scientific and engineering principles of creating compact lines with increased natural capacity. In: *Leningrad Symposium on Compact Overhead Lines*. 1991.
- Alexandrov, G. N. Optimization of overhead transmission-line construction with increased nominal power. *Electrical Technology*, Pergamon-Elsevier, n. 1, p. 1–14, 1993.

- Alexandrov, G. N.; Podporin, G. V.; Seleznev, Y. G. Shape optimization of overhead transmission line bundled conductors. *Electric technology USSR*, v. 4, p. 1–15, 1988.
- Ali, S. M.; Nikolova, N. K.; Bakr, M. H. Central adjoint variable method for sensitivity analysis with structured grid electromagnetic solvers. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 40, n. 4, p. 1969–1971, 2004.
- Alípio, R. S. *Modelagem Eletromagnética de Aterramentos Elétricos nos Domínios do Tempo e da Frequência*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, CEFET-MG, Belo Horizonte, Março 2008.
- Amari, S. Numerical cost of gradient computation within the method of moments and its reduction by means of a novel boundary-layer concept. In: *2001 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest (Cat. No.01CH37157)*. 2001. v. 3, p. 1945–1948 vol.3.
- ANEEL. *Resolução Normativa ANEEL nº 915, de 23 de fevereiro de 2021 (in portuguese)*. Brasília, DF, 2021.
- Arruda, C. K.; Domingues, L. A. M. C.; Esteves dos Reis, A. L.; Absi Salas, F. M.; Salari, J. C. The optimization of transmission lines in brazil: Proven experience and recent developments in research and development. *IEEE Power and Energy Magazine*, v. 18, n. 2, p. 31–42, 2020.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas. *NBR 5422: Projeto de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica: Projeto de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica*. Rio de Janeiro, 1985. 57 p.
- Bakr, M. *Nonlinear optimization in electrical engineering with applications in Matlab*. : Institution of Engineering and Technology, 2013.
- Bakr, M.; Elsherbeni, A. Z.; Demir, V. *Adjoint sensitivity analysis of high frequency structures with Matlab*. : Institution of Engineering and Technology, 2017.
- Bakr, M. H.; Ahmed, O. S.; Sherif, M. H. E.; Nomura, T. Time domain adjoint sensitivity analysis of electromagnetic problems with nonlinear media. *Opt. Express*, OSA, v. 22, n. 9, p. 10831–10843, May 2014.
- Bakr, M. H.; Nikolova, N. K. An adjoint variable method for frequency domain TLM problems with conducting boundaries. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, v. 13, n. 9, p. 408–410, 2003.
- Bakr, M. H.; Nikolova, N. K. An adjoint variable method for time domain TLM with fixed structured grids. In: *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest, 2003*. 2003. v. 2, p. 1121–1124 vol.2.
- Balanis, C. A. *Advanced engineering electromagnetics*. : John Wiley & Sons, 1998.
- Bandler, J. W.; Chen, S. H.; Daijavad, S.; Madsen, K. Efficient optimization with integrated gradient approximations. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 36, n. 2, p. 444–455, 1988.

- Bandler, J. W.; Qi-Jun Zhang; Biernacki, R. M. A unified theory for frequency-domain simulation and sensitivity analysis of linear and nonlinear circuits. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 36, n. 12, p. 1661–1669, 1988.
- Bandler, J. W.; Seviora, R. E. Current trends in network optimization. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 18, n. 12, p. 1159–1170, 1970.
- Bandler, J. W.; Zhang, Q. J.; Biernacki, R. M. Practical high speed gradient computation for harmonic balance simulators. In: *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*. 1989. p. 363–366 vol.1.
- Bandler, J. W.; Zhang, Q. J.; Biernacki, R. M. Practical high speed gradient computation for harmonic balance simulators. In: *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*. 1989. p. 363–366 vol.1.
- Basl, P. A. W.; Bakr, M. H.; Nikolova, N. K. Advances in the adjoint variable method for time-domain transmission line modeling. In: *IEEE/ACES International Conference on Wireless Communications and Applied Computational Electromagnetics, 2005*. 2005. p. 293–296.
- Bastos, J. P. A.; Sadowski, N. *Electromagnetic modeling by finite element methods*. : CRC press, 2003.
- Bettess, P. Finite element modelling of exterior electromagnetic problems. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 24, n. 1, p. 238–243, 1988.
- Bland, R. G.; Goldfarb, D.; Todd, M. J. The ellipsoid method: A survey. *Operations research*, INFORMS, v. 29, n. 6, p. 1039–1091, 1981.
- Bryant, C. F. et al. Solving open boundary problems using finite elements. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 30, n. 5, p. 3016–3019, 1994.
- Cacuci, D. G.; Ionescu-Bujor, M.; Navon, I. M. *Sensitivity and uncertainty analysis, volume II: applications to large-scale systems*. : CRC press, 2005. v. 2.
- Carrera, J.; Neuman, S. P. Adjoint state finite element estimation of aquifer parameters under steady-state and transient conditions. In: *Finite Elements in Water Resources*. : Springer, 1984. p. 199–211.
- Cavalcanti, S.; Junior, O.; Neto, A. P.; Dart, F. LPNE a técnica e a cultura da adequação. *XIV SNPTEE*, 1997.
- Clarke, E. Three-phase multiple-conductor circuits. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, IEEE, v. 51, n. 3, p. 809–821, 1932.
- Comber, M.; Zaffanella, L. Audible-noise reduction by bundle geometry optimization. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, n. 5, p. 1782–1791, 1973.
- Commission, I. E. et al. Design criteria of overhead transmission lines. *International standard. 3rd ed. Geneva: International Electrotechnical Commission*, p. 252, 2003.
- Dadash, M. S.; Nikolova, N. K. Analytical S parameter sensitivity formula for the shape parameters of dielectric objects. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, v. 24, n. 5, p. 291–293, 2014.

- Dadash, M. S.; Nikolova, N. K.; Bandler, J. W. Analytical adjoint sensitivity formula for the scattering parameters of metallic structures. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 60, n. 9, p. 2713–2722, 2012.
- Dart, F. et al. Validação de uma nova tecnologia para transmissão em 500 kV. *XV SNPTEE*, 1999.
- Dart, F. C.; Arruda, C. K. C.; Garcia, R. w.; Regis, O. High capacity ac transmission lines-the brazilian experience. In: CIGRE. *Proc. Cigré/IEC Symp.* 2015. p. 1–8.
- Dawson, L.; Knight, A. M. Transmission line length, operating condition and rating regime. In: *2016 IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE)*. 2016. p. 1–6.
- Deri, A.; Tevan, G.; Semlyen, A.; Castanheira, A. The complex ground return plane: A simplified model for homogeneous and multi-layer earth return. *IEEE Power Engineering Review*, PER-1, n. 8, p. 31–32, 1981.
- Desoer, C. A. Teaching adjoint networks to juniors. *IEEE Transactions on Education*, v. 16, n. 1, p. 10–14, Feb 1973. ISSN 1557-9638.
- Director, S.; Rohrer, R. Automated network design-the frequency-domain case. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, v. 16, n. 3, p. 330–337, 1969.
- Director, S.; Rohrer, R. The generalized adjoint network and network sensitivities. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, v. 16, n. 3, p. 318–323, 1969.
- Dong-Hun Kim; Ship, K. S.; Sykulski, J. K. Applying continuum design sensitivity analysis combined with standard em software to shape optimization in magnetostatic problems. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 40, n. 2, p. 1156–1159, 2004.
- Duane, I. A. M. et al. A new strategy for optimizing HSIL transmission lines. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Springer, v. 31, n. 5, p. 1288–1297, 2020.
- Dwight, H. B.; Farmer, E. B. Double conductors for transmission lines. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, v. 51, n. 3, p. 803–808, 1932.
- Dziuban, S. T.; Ecker, J. G.; Kupferschmid, M. Using deep cuts in an ellipsoid algorithm for nonlinear programming. In: _____. *Mathematical Programming Essays in Honor of George B. Dantzig Part II*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1985. p. 93–107. ISBN 978-3-642-00921-1. Available on: <<https://doi.org/10.1007/BFb0121078>>.
- El-Sayed, M.; Zumwalt, K. Efficient design sensitivity derivatives for multi-load case structures as an integrated part of finite element analysis. *Computers Structures*, v. 40, n. 6, p. 1461–1467, 1991. ISSN 0045-7949.
- EPRI, A. *Transmission Line Reference Book–200 kV and Above.* : Electric Power Research Institute, 2005.
- Errico, R. M. What is an adjoint model? *Bulletin of the American Meteorological Society*, American Meteorological Society, Boston MA, USA, v. 78, n. 11, p. 2577 – 2592, 01 Nov. 1997.

- Esmeraldo, P.; Gabaglia, C.; Aleksandrov, G.; Gerasimov, I. A.; Evdokunin, G. A proposed design for the new Furnas 500 kV transmission lines—the high surge impedance loading line. *IEEE transactions on power delivery*, IEEE, v. 14, n. 1, p. 278–286, 1999.
- Farag, A.; Bakhshwain, J.; Al-Shehri, A.; Cheng, T.; Gao, Y. Bundled conductor configuration optimization for compact transmission lines incorporating electromagnetic fields management. *Energy conversion and management*, Elsevier, v. 39, n. 10, p. 1053–1071, 1998.
- Farah, A. A. M. *Cálculo de Campo Elétrico e Magnético em Linhas de Transmissão pelo Método dos Elementos Finitos*. Dissertação (Mestrado) — Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, Dezembro 2014.
- Farah, A. A. M.; Afonso, M. M.; Vasconcelos, J. A.; Schroeder, M. A. O. A finite-element approach for electric field computation at the surface of overhead transmission line conductors. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 54, n. 3, p. 1–4, 2018.
- Faria, J. A. B.; Almeida, M. E. Accurate calculation of magnetic-field intensity due to overhead power lines with or without mitigation loops with or without capacitor compensation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 22, n. 2, p. 951–959, 2007.
- Fernandes, J. H. M. et al. 500 kV compact line of Eletronorte Brazil—conception electrical and mechanical design. In: *CIGRE Session*. 1990. p. 22–304.
- Filho, E. B. G. *Estudo da Aplicação dos Condutores Compactos em Linhas Urbanas de 138 kV: Aspectos Elétricos de Corona e RI*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Setembro 2005.
- Filho, J. C. S. *Otimização da Geometria dos Feixes de Condutores de Linhas de Transmissão*. Dissertação (Mestrado) — COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Abril 1993.
- Fuchs, R. D. *Estudo comparativo dos métodos de cálculo da distribuição dos gradientes de potencial nas superfícies dos condutores múltiplos*. : Escola Federal de Engenharia de Itajubá, 1974.
- Fuchs, R. D. Transmissão de energia elétrica: linhas aéreas. *Rio de Janeiro: LTC/EFEl*, 1977.
- Garcia, P.; Webb, J. P. Optimization of planar devices by the finite element method. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 38, n. 1, p. 48–53, 1990.
- Garcia, P.; Webb, J. P. Optimization of planar devices by the finite element method. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 38, n. 1, p. 48–53, 1990.
- Gauger, N. R.; Walther, A.; Moldenhauer, C.; Widhalm, M. Automatic differentiation of an entire design chain for aerodynamic shape optimization. In: *New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics VI*. : Springer, 2007. p. 454–461.
- Gavrilovic, M. M.; Webb, J. P. Accuracy control in the optimization of microwave devices by finite-element methods. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 50, n. 8, p. 1901–1911, 2002.

- Gavrilovic, M. M.; Webb, J. P. An error estimator for design sensitivities of microwave device parameters. *Electromagnetics*, Taylor Francis, v. 22, n. 4, p. 315–321, 2002.
- Georgieva, N. K.; Glavic, S.; Bakr, M. H.; Bandler, J. W. Feasible adjoint sensitivity technique for em design optimization. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 50, n. 12, p. 2751–2758, 2002.
- Georgieva, N. K.; Glavic, S.; Bakr, M. H.; Bandler, J. W. Feasible adjoint sensitivity technique for em design optimization. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 50, n. 12, p. 2751–2758, 2002.
- Ghassemi, M. High surge impedance loading (hsil) lines: A review identifying opportunities, challenges, and future research needs. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 34, n. 5, p. 1909–1924, 2019.
- Giles, M. B.; Duta, M. C.; Muller, J.-D.; Pierce, N. A. Algorithm developments for discrete adjoint methods. *AIAA Journal*, v. 41, n. 2, p. 198–205, 2003.
- Giles, M. B.; Pierce, N. A. An introduction to the adjoint approach to design. *Flow, turbulence and combustion*, Springer, v. 65, n. 3, p. 393–415, 2000.
- Gitosusastro, S.; Coulomb, J. L.; Sabonnadiere, J. C. Performance derivative calculations and optimization process. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 25, n. 4, p. 2834–2839, 1989.
- Glover, J. D.; Sarma, M. S.; Overbye, T. *Power system analysis & design, SI version*. : Cengage Learning, 2012.
- Gorbunov, P.; Krylov, S. V. Insulation suspension of conductors for compact ehv transmission lines of increased capacity. In: Cigré. *Compacting overhead transmission lines*. 1991. p. 33–91.
- Granzow, G. D. A tutorial on adjoint methods and their use for data assimilation in glaciology. *Journal of Glaciology*, Cambridge University Press, v. 60, n. 221, p. 440–446, 2014.
- Gutman, R.; Marchenko, P. P.; Dunlop, R. D. Analytical development of loadability characteristics for EHV and UHV transmission lines. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-98, n. 2, p. 606–617, 1979.
- Hall, J. F.; Deb, A. K. Prediction of overhead transmission line ampacity by stochastic and deterministic models. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 3, n. 2, p. 789–800, 1988.
- Harscher, P.; Amari, S.; Vahldieck, R. A fast finite-element-based field optimizer using analytically calculated gradients. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 50, n. 2, p. 433–439, 2002.
- Higham, D. J.; Higham, N. J. *MATLAB guide*. : Siam, 2016. v. 150.
- HIRUMA, J. S. E.; WANG, X.; SHANG, J. Projeto paranaíba—uma linha com elevada capacidade de transmissão. In: CIGRE. *XVIII ERIAC*. 2017.

- Huang Wei-Gang. Study on conductor configuration of 500 kv chang-fang compact line. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 18, n. 3, p. 1002–1008, 2003.
- ICNIRP. *Guidelines for Limiting Exposure to Time-varying Electric and Magnetic Fields (1 Hz to 100 kHz)*. 2010.
- In-Gu Kwak; Young-Woo Ahn; Song-Yop Hahn; Il-Han Park. Shape optimization of electromagnetic devices using high order derivatives. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 35, n. 3, p. 1726–1729, 1999.
- Jin, J. M. *The finite element method in electromagnetics*. : John Wiley & Sons, 2015.
- Jr, O. R. et al. Expanded bundle technique: the application of HSIL transmission line concept to increase the capacity of overhead lines. *CIGRÉ Paper*, p. 22–207, 1998.
- Jr, S. G.; Portela, C.; Fernandes, C. Principles and advantages of utilizing high natural power lines and presentation of comparative results. *XIII SNPTEE*, 1995.
- Júnior, S. G. *Otimização de Linhas Aéreas de Transmissão Considerando Novas Concepções Construtivas para os Feixes Condutores*. Dissertação (Mestrado) — COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Dezembro 1995.
- Khachiyan, L. G. A polynomial algorithm in linear programming (english translation). In: *Soviet Mathematics Doklady*. 1979. v. 20, p. 191–194.
- Krylov, S.; Rashkes, V. Design mechanical aspects and other subjects of compact ehv ohl technology. In: *Expanding Edge Seminar*. 2004.
- Labegalini, P. R.; Labegalini, J. A.; Fuchs, R. D.; Almeida, M. T. de. *Projetos mecânicos das linhas aéreas de transmissão*. : Editora Blucher, 1992.
- Larsson, J. Electromagnetics from a quasistatic perspective. *American Journal of Physics*, American Association of Physics Teachers, v. 75, n. 3, p. 230–239, 2007.
- Lee, H.; Ida, N. Interpretation of adjoint sensitivity analysis for shape optimal design of electromagnetic systems. *IET Science, Measurement Technology*, v. 9, n. 8, p. 1039–1042, 2015.
- Lisboa, A. C.; Vieira, D. A. G.; Vasconcelos, J. A.; Saldanha, R. R.; Takahashi, R. H. C. Monotonically improving yagi-uda conflicting specifications using the dominating cone line search method. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 45, n. 3, p. 1494–1497, 2009.
- Luenberger, D. G.; Ye, Y. et al. *Linear and nonlinear programming*. : Springer, 1984. v. 2.
- Maciel, R. de P. *Maximização da potência característica de linhas de transmissão usando método de otimização não linear*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Campinas, Março 2013.
- Maciel, R. P.; Tavares, M. C. Maximização da potência característica de linhas de transmissão. In: SBA. *Anais do IV SBSE - Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*. 2012. p. 218–224.
- Maduro-Abreu, A. et al. *Prospecção e hierarquização de inovações tecnológicas aplicadas a linhas de transmissão*. : Teixeira Gráfica e Editora, 2010. v. 1.

- Makhorin, A. Glpk (gnu linear programming kit). <http://www.gnu.org/s/glpk/glpk.html>, 2008.
- Maruva, P. et al. A survey of methods for calculating transmission line conductor surface voltage gradients. *IEEE Trans. on Pow. App. and Sys.*, n. 6, p. 1996–2014, 1979.
- Matias, R. M.; Raizer, A. Calculation of electric field created by transmission lines, by 3D-FE method using complex electric scalar potential. *Applied Computational Electromagnetics Society Journal*, Applied Computational Electromagnetics Society Inc, v. 12, p. 56–60, 1997.
- Melo, M. O.; Fonseca, L. C.; Fontana, E.; Naidu, S. Electric and magnetic fields of compact transmission lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, v. 14, n. 1, p. 200–204, 1999.
- Miller, C. J. The calculation of radio and corona characteristics of transmission-line conductors. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, v. 76, n. 3, p. 461–472, 1957.
- Nayak, R.; Sehgal, Y.; Sen, S. EHV transmission line capacity enhancement through increase in surge impedance loading level. In: IEEE. *2006 IEEE Power India Conference*. 2006. p. 4–pp.
- Neto, A. P. Estudos paramétricos de engenharia e custos comparativos de LPNE versus LT convencional. *XIII SNTPEE*, 1995.
- Newman, J. C.; Taylor, A. C.; Barnwell, R. W.; Newman, P. A.; Hou, G. J. Overview of sensitivity analysis and shape optimization for complex aerodynamic configurations. *Journal of Aircraft*, v. 36, n. 1, p. 87–96, 1999.
- Nikolova, N. K.; Bandler, J. W.; Bakr, M. H. Adjoint techniques for sensitivity analysis in high-frequency structure cad. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 52, n. 1, p. 403–419, 2004.
- Nikolova, N. K.; Dadash, M. S.; Bakr, M. H.; Zhang, Q. Re-discovering adjoint sensitivities: toward field-based analysis. In: *2012 IEEE/MTT-S International Microwave Symposium Digest*. 2012. p. 1–3.
- Nikolova, N. K.; Jiang Zhu; Dongying Li; Bakr, M. H.; Bandler, J. W. Sensitivity analysis of network parameters with electromagnetic frequency-domain simulators. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 54, n. 2, p. 670–681, 2006.
- Nikolova, N. K.; Safian, R.; Soliman, E. A.; Bakr, M. H.; Bandler, J. W. Accelerated gradient based optimization using adjoint sensitivities. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 52, n. 8, p. 2147–2157, 2004.
- Nikolova, N. K.; Tam, H. W.; Bakr, M. H. Sensitivity analysis with the fdtd method on structured grids. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 52, n. 4, p. 1207–1216, 2004.
- Oliveira, E. N. *Implementação de Elementos Finitos de Segunda Ordem Num Sistema de Cálculo de Campos Eletromagnéticos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Outubro 1990.

Oliveira, T. Thomé de. *Estudo da instabilidade de feixes de condutores em linhas aéreas de transmissão*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Julho 2002.

ONS. *Procedimento de rede submódulo 2.4 - Requisitos Mínimos para Linhas de Transmissão Aéreas*. Brasília, DF, 2010.

Operador Nacional do Sistema Elétrico. *O Sistema em Números*. 2020. Acessado em 11 Novembro 2020. Available on: <<http://www.ons.org.br/paginas/sobre-o-sin/o-sistema-em-numeros>>.

Paganotti, A. L. *Cálculo e Minimização de Campo Elétrico de Linhas de Transmissão*. Dissertação (Mestrado) — Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, Julho 2012.

Paganotti, A. L.; Afonso, M. M.; Oliveira Schroeder, M. A. O. de; Saldanha, R. R.; Silva, M. Adjoint method applied in optimization of the overhead transmission lines configuration. In: SBA. *Anais do VIII SBSE - Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*. 2020. p. 118–123.

Paganotti, A. L. et al. Metodologia para minimização do campo elétrico ao nível do solo de linhas de transmissão aéreas usando análise de sensibilidade. In: SBMAG. *Anais do XIV CBMAG - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*. 2020. p. 178–183.

Paganotti, A. L. et al. The surge impedance loading optimization by an adaptive deep cut ellipsoidal algorithm. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, IOS press, v. 51, n. s1, p. S157–S165, 2016.

Paganotti, A. L. et al. An adaptive deep-cut ellipsoidal algorithm applied to the optimization of transmission lines. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 51, n. 3, p. 1–4, 2015.

Paganotti, A. L.; Saldanha, R. R.; Afonso, M. M.; Lisboa A. C., Q. M. M.; Schroeder, M. A. O. Methodology for minimizing electric field at ground level from transmission lines using sensitivity analysis. *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications*, v. 20, n. 4, p. 702–713, 2021.

Paganotti, A. L.; Saldanha, R. R.; Afonso, M. M.; Lisboa, A. C. Fast sensitivity analysis of electric potential distribution of transmission lines by using adjoint method. *IEEE Transactions on Magnetics*, p. 1–1, 2022.

Pao-la-or, P.; Isaramongkolrak, A.; Kulworawanichpong, T. Finite element analysis of magnetic field distribution for 500-kv power transmission systems. *Engineering Letters*, v. 18, n. 1, 2010.

Papagiannis, G. K.; Triantafyllidis, D. G.; Labridis, D. P. A one-step finite element formulation for the modeling of single and double-circuit transmission lines. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 1, p. 33–38, 2000.

Park, I. H. *Design Sensitivity Analysis and Optimization of Electromagnetic Systems*. : Springer, 2019.

PASARE, S. Calcul du champ électrique et des capacités partielles d'une ligne électrique aérienne à haute tension. *Annals of the University of Craiova*, v. 32, 2008.

- Penfield, P.; Spence, R.; Duinker, S. A generalized form of Tellegen's theorem. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, v. 17, n. 3, p. 302–305, 1970.
- Pinto, J. D.; Coimbra, A. P.; Pereirinha, P. G.; Antunes, C. L. Evaluation of the high voltage transmission line inductance and capacitance using the finite element approach. *COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, MCB UP Ltd, 1998.
- Plessix, R. E. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. *Geophysical Journal International*, v. 167, n. 2, p. 495–503, 11 2006. ISSN 0956-540X. Available on: <<https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2006.02978.x>>.
- Polycarpou, A. C. *Introduction to the finite element method in electromagnetics*. : Morgan & Claypool Publishers, 2005.
- Portela, C.; Jr, S. G. Analysis and optimization of non conventional transmission trunks considering new technological possibilities. In: *VI Symposium of Specialists in Electrical Operational and Expansion Planning (SEPOPE)*, Salvador, Brazil. 1998.
- Qiu, C.-J.; Xu, Q. A simple adjoint method of wind analysis for single-doppler data. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, American Meteorological Society, Boston MA, USA, v. 9, n. 5, p. 588 – 598, 01 Oct. 1992.
- Qiushi Chen; Konrad, A. A review of finite element open boundary techniques for static and quasi-static electromagnetic field problems. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 33, n. 1, p. 663–676, 1997.
- Rao, S. S. *Engineering optimization: theory and practice*. : John Wiley & Sons, 2019.
- Raupp, F. M. P. *Um Algoritmo de Minimização Usando um Método de Região de Confiança com Formato Elipsoidal para Problemas de Programação Não Linear com Variáveis Canalizadas*. Tese (Doutorado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1991.
- Regis, O. Increasing the transmission capacity of overhead lines-high surge impedance loading technique. *Electra*, n. 221, 2005.
- Resende, P. C. *Abordagem Multicritério na Otimização de Linhas Aéreas de Transmissão*. Dissertação (Mestrado) — Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, Abril 2019.
- Rosen, J. B. The gradient projection method for nonlinear programming. part I. linear constraints. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, v. 8, n. 1, p. 181–217, 1960.
- Rosen, J. B. The gradient projection method for nonlinear programming. part ii nonlinear constraints. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, v. 9, n. 4, p. 514–532, 1961.
- SADIKU, M. N. O. *Elementos de Eletromagnetismo*. : Editora Bookman, Brasil, 2004.
- Saito, Y.; Takahashi, K.; Hayano, S. Finite element solution of open boundary magnetic field problems. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 23, n. 5, p. 3569–3571, 1987.

- Salameh, M. S. A.; Hassouna, M. Arranging overhead power transmission line conductors using swarm intelligence technique to minimize electromagnetic fields. *Progress In Electromagnetics Research*, EMW Publishing, v. 26, p. 213–236, 2010.
- SALARI, J.; REIS, A.; JR, L. E. Metodologia sistematizada para a otimização técnico-econômica da geometria dos feixes de condutores de linhas de transmissão aéreas. *XXV SNPTEE*, 2019.
- Salari, J. C. A methodology for computing transmission-line short circuits caused by direct and nearby ground lightning incidence—part i: Methodological aspects. *IEEE transactions on power delivery*, IEEE, v. 29, n. 4, p. 1578–1585, 2014.
- Salari, J. C. A methodology for computing transmission-line short circuits caused by direct and nearby ground lightning incidence—part ii: Application examples. *IEEE transactions on power delivery*, IEEE, v. 29, n. 4, p. 1586–1590, 2014.
- Salari, J. C.; Mpalantinos, A.; Silva, J. I. Comparative analysis of 2 and 3d methods for computing electric and magnetic fields generated by overhead transmission lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, v. 24, n. 1, p. 338–344, 2008.
- SALARI J.C.; REIS, A.; JR, L. E. Metodologia sistematizada para a otimização técnico-econômica da geometria dos feixes de condutores de linhas de transmissão aéreas. In: CIGRE. *XVIII ERIAC*. 2019.
- Saldanha, R.; Takahashi, R.; Vasconcelos, J.; Ramirez, J. Adaptive deep-cut method in ellipsoidal optimization for electromagnetic design. *IEEE Transactions on Magnetics*, IEEE, v. 35, n. 3, p. 1746–1749, 1999.
- Sandell, D.; Shealy, A.; White, H. Bibliography on bundled conductors. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, v. 82, n. 69, p. 1115–1128, 1963.
- Santos, P. H. da C. *Recapacitação Não Convencional de Linhas Aéreas de Transmissão*. Dissertação (Mestrado) — Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, Junho 2017.
- Sarma, M. P.; Janischewskyj, W. Electrostatic field of a system of parallel cylindrical conductors. *IEEE transactions on power apparatus and systems*, IEEE, n. 7, p. 1069–1079, 1969.
- Sarmiento, J. S. A. *Ampliação da capacidade de transmissão de linhas aéreas melhorando a geometria dos feixes*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Campinas, Março 2016.
- Sarmiento, J. S. A. *Optimization of overhead transmission lines with multiple circuits at different voltage levels on the same tower*. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2021. Available on: <<https://repositorio.unicamp.br/Acervo/Detalhe/1239203>>. Acesso em: 13.09.2022.
- Sarmiento, J. S. A.; Tavares, M. C. Enhancement the overhead transmission lines' capacity by modifying the bundle geometry using heuristics algorithms. In: IEEE. *2016 IEEE PES Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference (APPEEC)*. 2016. p. 646–650.

- Seyyed-Kalantari, L.; Bakr, M. H.; Nikolova, N. K. Sensitivity analysis of ferrites with TLM. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, v. 27, n. 12, p. 1044–1046, 2017.
- Shor, N. Z. Cut-off method with space extension in convex programming problems. *Cybern Syst Anal*, v. 13, p. 94–96, 1977.
- Silva, R. M. da. *Método Numérico-Analítico Generalizado para Estimação do Campo Eletromagnético de Linhas de Transmissão de Energia Elétrica Utilizando a Teoria dos Elementos Finitos*. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, São Paulo, 2010. Available on: <<http://hdl.handle.net/11449/100322>>. Acesso em: 08.11.2020.
- Starr; Lloyd; Peek. An investigation of corona loss: Law of corona and dielectric strength. *Journal of the A.I.E.E.*, v. 46, n. 12, p. 1457–1461, 1927.
- Std, I. National electrical safety code 2002 edition. *IEEE Std C2-2002*, p. 1–324, 2001.
- Sykes, J.; Wilson, J. Adjoint sensitivity theory for the finite element method. *Finite Elements in Water Resources*, Springer, 1984.
- Takahashi, R.; Saldanha, R.; Dias-Filho, W.; Ramirez, J. A new constrained ellipsoidal algorithm for nonlinear optimization with equality constraints. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 39, n. 3, p. 1289–1292, 2003.
- TAKAHASHI, R. H. C. *Otimização Escalar e Vetorial*. : UFMG, Brasil, 2007.
- Teixeira, D. A. *Linha de Transmissão Aérea Compacta: Seleção dos Cabos e Posicionamento Ótimo dos Feixes de Condutores*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Julho 2017.
- Thomas, P. H. Calculation of the high-tension line. *Proceedings of the American Institute of Electrical Engineers*, v. 28, n. 6, p. 509–554, 1909.
- Thomas, P. H. Output and regulation in long-distance lines. *Proceedings of the American Institute of Electrical Engineers*, v. 28, n. 6, p. 483–508, 1909.
- Ureel, J.; De Zutter, D. Shape sensitivities of capacitances of planar conducting surfaces using the method of moments. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 44, n. 2, p. 198–207, 1996.
- Vieira, A. G.; Saldanha, R. R.; Takahashi, R. H. C. Multicriteria optimization with a multiobjective golden section line search. *Math Program*, v. 131, p. 131–161, 2012.
- Vieira, D. G.; Lisboa, A. C.; Saldanha, R. R. An enhanced ellipsoid method for electromagnetic devices optimization and design. *IEEE Transactions on Magnetics*, IEEE, v. 46, n. 8, p. 2843–2851, 2010.
- Vilela, P. H. S. *Uma proposta de análise técnica para linhas de transmissão compactas com potência natural elevada em regiões com topografia acidentada*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Julho 2019.

- VILELA P.H.S.; LOPES, I. J. S. Uma proposta de análise técnica para linhas de transmissão compactas com potência natural elevada em regiões com topografia acidentada. In: Cigre. *Anais do XVIII ERIAC - Encontro Regional Ibero-Americano do Cigre*. 2019. p. 118–124.
- Webb, J. P. Design sensitivities using high-order tetrahedral vector elements. *IEEE Transactions on Magnetism*, v. 37, n. 5, p. 3600–3603, 2001.
- Webb, J. P. Design sensitivity of frequency response in 3-d finite-element analysis of microwave devices. *IEEE Transactions on Magnetism*, v. 38, n. 2, p. 1109–1112, 2002.
- Weiss, J.; Csendes, Z. J. A one-step finite element method for multiconductor skin effect problems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-101, n. 10, p. 3796–3803, 1982.
- Young-Seek Chung; Changyul Cheon; Il-Han Park; Song-Yop Hahn. Optimal design method for microwave device using time domain method and design sensitivity analysis. II. FDTD case. *IEEE Transactions on Magnetism*, v. 37, n. 5, p. 3255–3259, 2001.
- Young-Seek Chung; Jechung Ryu; Changyul Cheon; Il-Han Park; Song-Yop Hahn. Optimal design method for microwave device using time domain method and design sensitivity analysis. I. FETD case. *IEEE Transactions on Magnetism*, v. 37, n. 5, p. 3289–3293, 2001.
- Yudin, D.; Nemirovskii, A. S. Informational complexity and efficient methods for the solution of convex extremal problems. *Matekon*, v. 13, n. 2, p. 22–45, 1976.
- Yusoff, Y.; Ngadiman, M. S.; Zain, A. M. Overview of NSGA-II for optimizing machining process parameters. *Procedia Engineering*, v. 15, p. 3978 – 3983, 2011. ISSN 1877-7058. CEIS 2011. Available on: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705811022466>>.

APÊNDICE A – Obtenção da Derivada Analítica da Matriz dos Coeficientes Potenciais de Maxwell

Obtém-se a seguir a derivada analítica da matriz dos coeficientes potenciais de Maxwell $P(x, y)$. Considera-se para exemplificar uma LT com 1 cabo por fase, sendo a análise aqui realizada extensível para qualquer quantidade de condutores por fase. A matriz dos coeficientes potenciais de Maxwell apresentada no Capítulo 3 é novamente mostrada abaixo, apenas realizando a troca dos coeficientes dos termos de letras por números (EPRI, 2005; Glover; Sarma; Overbye, 2012):

$$[P(x, y)] = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

onde os elementos P_{km} (m/F) da matriz dos coeficientes potenciais de Maxwell, se $k = m$, são dados por (Glover; Sarma; Overbye, 2012; EPRI, 2005):

$$P_{kk} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{H_{km}}{r_{fase}} \right) \quad (\text{A.2})$$

onde H_{km} é a distância entre cada condutor [m] e sua imagem, r_{fase} é o raio do condutor [m]. No entanto, se $k \neq m$, D_{km} é a distância entre os condutores k e m [m], e H_{km} é a distância entre o condutor k e a imagem de m [m], logo tem-se:

$$P_{km} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{H_{km}}{D_{km}} \right) \quad (\text{A.3})$$

A figura 75 mostra para o caso com 1 cabo por fase, o sistema físico real e o equivalente obtido pelo método das imagens, a distância H_{km} entre cabo real e sua imagem e a distância entre cabos D_{km} são apresentadas.

Substituindo-se as coordenadas espaciais dos condutores em (A.3) tem-se:

$$P_{km} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{\sqrt{(x_k - x_m)^2 + (y_k + y_m)^2}}{\sqrt{(x_k - x_m)^2 + (y_k - y_m)^2}} \right) \quad (\text{A.4})$$

A derivada dos termos da matriz $P(x, y)$ envolve a derivada de termos \ln sendo em relação a x dada por (SADIKU, 2004):

$$\frac{d}{dx} \ln U = \frac{1}{U} \frac{dU}{dx} \quad (\text{A.5})$$

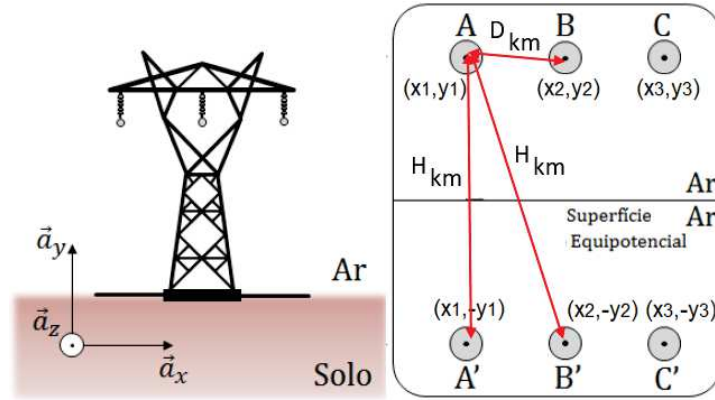


Figure 75 – LT 1 cabo por fase: sistema real e equivalente obtido pelo método das imagens: H_{km} distância entre cabo real e cabo imagem e D_{km} distância entre cabos reais - adaptado de (Santos, 2017).

Além disso, envolve também a adoção da regra do quociente dada por (SADIKU, 2004):

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{U}{V} \right) = \frac{V \frac{dU}{dx} - U \frac{dV}{dx}}{V^2} \quad (\text{A.6})$$

Deriva-se inicialmente todos os termos da matriz $P(x, y)$ em relação a x_1 :

$$\frac{\partial P_{11}}{\partial x_1} = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial P_{12}}{\partial x_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2} \right) \left(\frac{((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2)2(x_1 - x_2) - ((x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2)2(x_1 - x_2)}{((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2)^2} \right) \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\partial P_{13}}{\partial x_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2}{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 + y_3)^2} \right) \left(\frac{((x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2)2(x_1 - x_3) - ((x_1 - x_3)^2 + (y_1 + y_3)^2)2(x_1 - x_3)}{((x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2)^2} \right) \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial P_{21}}{\partial x_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2} \right) \left(\frac{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)2(x_2 - x_1)(-1) - ((x_2 - x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2)2(x_2 - x_1)(-1)}{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)^2} \right) \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial P_{22}}{\partial x_1} = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial P_{23}}{\partial x_1} = 0 \quad (\text{A.12})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{31}}{\partial x_1} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2}{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 + y_1)^2} \right) \\ &\left(\frac{((x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2)2(x_3 - x_1)(-1) - ((x_3 - x_1)^2 + (y_3 + y_1)^2)2(x_3 - x_1)(-1)}{((x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2)^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial P_{32}}{\partial x_1} = 0 \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial P_{33}}{\partial x_1} = 0 \quad (\text{A.15})$$

Similarmente, obtém-se as derivadas dos elementos da matriz $P(x, y)$ em relação a x_2 e x_3 . As derivadas dos coeficientes potenciais de Maxwell em relação a y_1 são descritos a seguir:

$$\frac{\partial P_{11}}{\partial y_1} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{y_1} \right) \quad (\text{A.16})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{12}}{\partial y_1} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2} \right) \\ &\left(\frac{((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2)2(y_1 + y_2) - ((x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2)2(y_1 - y_2)(1)}{((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2)^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{13}}{\partial y_1} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2}{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 + y_3)^2} \right) \\ &\left(\frac{((x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2)2(y_1 + y_3) - ((x_1 - x_3)^2 + (y_1 + y_3)^2)2(y_1 - y_3)(1)}{((x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2)^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{21}}{\partial y_1} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2} \right) \\ &\left(\frac{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)2(y_2 + y_1)(1) - ((x_2 - x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2)2(y_2 - y_1)(-1)}{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{\partial P_{22}}{\partial y_1} = 0 \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{\partial P_{23}}{\partial y_1} = 0 \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{\partial P_{31}}{\partial y_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2}{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 + y_1)^2} \right) \left(\frac{((x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2)2(y_3 + y_1)(1) - ((x_3 - x_1)^2 + (y_3 + y_1)^2)2(y_3 - y_1)(-1)}{((x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2)^2} \right) \quad (\text{A.22})$$

$$\frac{\partial P_{32}}{\partial y_1} = 0 \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{\partial P_{33}}{\partial y_1} = 0 \quad (\text{A.24})$$

Similarmente, obtém-se as derivadas dos elementos da matriz $P(x, y)$ em relação a y_2 e y_3 . Agrupam-se os termos referentes a cada variável x_i , i varia de 1 até o número de cabos da LT, que no exemplo adotado com 1 cabo por fase resulta em $i = 3$:

$$\frac{\partial P}{\partial x_i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{11}}{\partial x_i} & \frac{\partial P_{12}}{\partial x_i} & \frac{\partial P_{13}}{\partial x_i} \\ \frac{\partial P_{21}}{\partial x_i} & \frac{\partial P_{22}}{\partial x_i} & \frac{\partial P_{23}}{\partial x_i} \\ \frac{\partial P_{31}}{\partial x_i} & \frac{\partial P_{32}}{\partial x_i} & \frac{\partial P_{33}}{\partial x_i} \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

Agrupam-se os termos referentes a cada variável y_i , i varia de 1 até o número de cabos, que no exemplo adotado com 1 cabo por fase resulta em $i = 3$:

$$\frac{\partial P}{\partial y_i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{11}}{\partial y_i} & \frac{\partial P_{12}}{\partial y_i} & \frac{\partial P_{13}}{\partial y_i} \\ \frac{\partial P_{21}}{\partial y_i} & \frac{\partial P_{22}}{\partial y_i} & \frac{\partial P_{23}}{\partial y_i} \\ \frac{\partial P_{31}}{\partial y_i} & \frac{\partial P_{32}}{\partial y_i} & \frac{\partial P_{33}}{\partial y_i} \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

A adoção da derivada analítica do sistema garante exatidão na sensibilidade adjunta, uma vez que analiticamente não há problemas de exatidão relacionados ao tamanho da perturbação a ser realizada por meio da aproximação por diferenças finitas centrais.

APÊNDICE B – Obtenção da Derivada Analítica da Matriz de Rigidez do Sistema

Tomando a expressão que gera cada um dos elementos da matriz de rigidez $[K_{ij}^e]$ local, considerando-se elementos de primeira ordem e a partir das considerações do Capítulo (3), escreve-se (Jin, 2015):

$$K_{ij}^e = w_i \left(\frac{dN_i}{dx} \frac{dN_j}{dx} + \frac{dN_i}{dy} \frac{dN_j}{dy} \right) \det jr \quad (\text{B.1})$$

Aplica-se a regra da cadeia em (B.1) e obtém-se para $i, j = 1 : 3$, as derivadas em relação a x e y :

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_{ij}}{\partial x} = w_i \left[\frac{d}{dx} \left(\frac{dN_i}{dx} \right) \frac{dN_j}{dx} + \frac{dN_i}{dx} \frac{d}{dx} \left(\frac{dN_j}{dx} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{dN_i}{dy} \right) \frac{dN_j}{dy} + \frac{dN_i}{dy} \frac{d}{dx} \left(\frac{dN_j}{dy} \right) \right] \det jr + \\ w_i \left[\frac{dN_i}{dx} \frac{dN_j}{dx} + \frac{dN_i}{dy} \frac{dN_j}{dy} \right] \frac{d}{dx} (\det jr) \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_{ij}}{\partial y} = w_i \left[\frac{d}{dy} \left(\frac{dN_i}{dx} \right) \frac{dN_j}{dx} + \frac{dN_i}{dx} \frac{d}{dy} \left(\frac{dN_j}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left(\frac{dN_i}{dy} \right) \frac{dN_j}{dy} + \frac{dN_i}{dy} \frac{d}{dy} \left(\frac{dN_j}{dy} \right) \right] \det jr + \\ w_i \left[\frac{dN_i}{dx} \frac{dN_j}{dx} + \frac{dN_i}{dy} \frac{dN_j}{dy} \right] \frac{d}{dy} (\det jr) \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Considerando-se elementos lineares de primeira ordem, a transformação das coordenadas do sistema de coordenadas local para o sistema de referência resulta na matriz Jacobiana, cujos elementos são dados por (Bastos; Sadowski, 2003):

$$jr(1, 1) = x_2 - x_1 \quad (\text{B.4})$$

$$jr(2, 2) = y_3 - y_1 \quad (\text{B.5})$$

$$jr(1, 2) = y_2 - y_1 \quad (\text{B.6})$$

$$jr(2, 1) = x_3 - x_1 \quad (\text{B.7})$$

Sendo o determinante de jr ($\det jr$) igual a duas vezes a área do elemento sob análise, dado por (Bastos; Sadowski, 2003):

$$\det jr = (jr(1, 1)jr(2, 2) - jr(1, 2)jr(2, 1)) \quad (\text{B.8})$$

$$\det jr = 2\Delta^e \quad (\text{B.9})$$

Sendo $\frac{dN_i}{dx}$, para $i = 1 : 3$, onde ii , jj e kk são os endereços dos nós 1, 2 e 3 de cada elemento no vetor de posições y ($p(2, 1 : \text{número de nós})$):

$$\frac{dN_1}{dx} = \frac{1}{\det jr} \left(p(2, jj) - p(2, kk) \right) = \frac{1}{\det jr} (y_2 - y_3) \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{dN_2}{dx} = \frac{1}{\det jr} \left(p(2, kk) - p(2, ii) \right) = \frac{1}{\det jr} (y_3 - y_1) \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{dN_3}{dx} = \frac{1}{\det jr} \left(p(2, ii) - p(2, jj) \right) = \frac{1}{\det jr} (y_1 - y_2) \quad (\text{B.12})$$

Sendo $\frac{dN_i}{dy}$, para $i = 1 : 3$, onde ii , jj e kk são os endereços dos nós 1, 2 e 3 de cada elemento no vetor de posições x ($p(1, 1 : \text{número de nós})$):

$$\frac{dN_1}{dy} = \frac{1}{\det jr} \left(p(1, kk) - p(1, jj) \right) = \frac{1}{\det jr} (x_3 - x_2) \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{dN_2}{dy} = \frac{1}{\det jr} \left(p(1, ii) - p(1, kk) \right) = \frac{1}{\det jr} (x_1 - x_3) \quad (\text{B.14})$$

$$\frac{dN_3}{dy} = \frac{1}{\det jr} \left(p(1, jj) - p(1, ii) \right) = \frac{1}{\det jr} (x_2 - x_1) \quad (\text{B.15})$$

As derivadas mostradas acima são em relação as coordenadas x e y de nós genéricos do domínio. Ao se adotar elementos de primeira ordem para discretizar o domínio tem-se as coordenadas x e y dos nós de cada elemento. Logo, as derivadas anteriores são realizadas em relação a x_1, x_2, x_3 , e y_1, y_2, y_3 , respectivamente. As derivadas obtidas em relação a x_1 e y_1 são apresentadas a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_{ij}}{\partial x_1} = w_i \left[\frac{d}{dx_1} \left(\frac{dN_i}{dx} \right) \frac{dN_j}{dx} + \frac{dN_i}{dx} \frac{d}{dx_1} \left(\frac{dN_j}{dx} \right) + \frac{d}{dx_1} \left(\frac{dN_i}{dy} \right) \frac{dN_j}{dy} + \frac{dN_i}{dy} \frac{d}{dx_1} \left(\frac{dN_j}{dy} \right) \right] \det jr \\ + w_i \left[\frac{dN_i}{dx} \frac{dN_j}{dx} + \frac{dN_i}{dy} \frac{dN_j}{dy} \right] \frac{d}{dx_1} (\det jr) \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_{ij}}{\partial y_1} = w_i \left[\frac{d}{dy_1} \left(\frac{dN_i}{dx} \right) \frac{dN_j}{dx} + \frac{dN_i}{dx} \frac{d}{dy_1} \left(\frac{dN_j}{dx} \right) + \frac{d}{dy_1} \left(\frac{dN_i}{dy} \right) \frac{dN_j}{dy} + \frac{dN_i}{dy} \frac{d}{dy_1} \left(\frac{dN_j}{dy} \right) \right] \det jr \\ + w_i \left[\frac{dN_i}{dx} \frac{dN_j}{dx} + \frac{dN_i}{dy} \frac{dN_j}{dy} \right] \frac{d}{dy_1} (\det jr) \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Similarmente, obtém-se as derivadas em relação a x_2 , x_3 e y_2 , y_3 . O termo $detjr$, que consiste na área do elemento considerado, dado por (B.8), é novamente apresentado e é derivado em relação as coordenadas x e y dos nós que compõem os elementos:

$$detjr = (jr(1,1) \times jr(2,2) - jr(1,2) \times jr(2,1)) \quad (B.18)$$

Sendo as derivadas de $detjr$ em relação a x_1 , x_2 e x_3 dadas respectivamente por:

$$\frac{\partial(detjr)}{\partial x_1} = ((jr(2,2) \times (-1) - jr(1,2) \times (-1)) \quad (B.19)$$

$$\frac{\partial(detjr)}{\partial x_2} = ((jr(2,2) \times (1) - jr(1,2) \times (0)) \quad (B.20)$$

$$\frac{\partial(detjr)}{\partial x_3} = ((jr(2,2) \times (0) - jr(1,2) \times (1)) \quad (B.21)$$

Sendo as derivadas de $detjr$ em relação a y_1 , y_2 e y_3 dadas respectivamente por:

$$\frac{\partial(detjr)}{\partial y_1} = ((jr(1,1) \times (-1) - jr(2,1) \times (-1)) \quad (B.22)$$

$$\frac{\partial(detjr)}{\partial y_2} = ((jr(1,1) \times (0) - jr(2,1) \times (1)) \quad (B.23)$$

$$\frac{\partial(detjr)}{\partial y_3} = ((jr(1,1) \times (1) - jr(2,1) \times (0)) \quad (B.24)$$

O termo $(d/dx)(dN_i/dx)$ para $i = 1$ é obtido usando a regra do quociente e resulta:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dN_1}{dx} \right) = \frac{\left(detjr \left[\left(\frac{d}{dx} (p(2,jj) - p(2,kk)) \right) \right] \right) - \left([p(2,jj) - p(2,kk)] \frac{d}{dx} (detjr) \right)}{(detjr)^2}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dN_1}{dx} \right) = \frac{-[p(2,jj) - p(2,kk)] \frac{d}{dx} (detjr)}{(detjr)^2} \quad (B.25)$$

Ao se considerar elementos de primeira ordem, deriva-se em relação a x_1 , x_2 e x_3 , logo:

$$\frac{d}{dx_1} \left(\frac{dN_1}{dx} \right) = \frac{-[p(2,jj) - p(2,kk)][jr(2,2)(-1) - jr(1,2)(-1)]}{(detjr)^2} \quad (B.26)$$

$$\frac{d}{dx_2} \left(\frac{dN_1}{dx} \right) = \frac{-[p(2,jj) - p(2,kk)][jr(2,2)(1)]}{(detjr)^2} \quad (B.27)$$

$$\frac{d}{dx_3} \left(\frac{dN_1}{dx} \right) = \frac{-[p(2,jj) - p(2,kk)][-jr(1,2)]}{(detjr)^2} \quad (B.28)$$

Similarmente, para N_2 faz-se:

$$\frac{d}{dx_1} \left(\frac{dN_2}{dx} \right) = \frac{-[p(2, kk) - p(2, ii)][jr(2, 2)(-1) - jr(1, 2)(-1)]}{(detjr)^2} \quad (B.29)$$

$$\frac{d}{dx_2} \left(\frac{dN_2}{dx} \right) = \frac{-[p(2, kk) - p(2, ii)][jr(2, 2)(1)]}{(detjr)^2} \quad (B.30)$$

$$\frac{d}{dx_3} \left(\frac{dN_2}{dx} \right) = \frac{-[p(2, kk) - p(2, ii)][-jr(1, 2)]}{(detjr)^2} \quad (B.31)$$

Similarmente, para N_3 faz-se:

$$\frac{d}{dx_1} \left(\frac{dN_3}{dx} \right) = \frac{-[p(2, ii) - p(2, jj)][jr(2, 2)(-1) - jr(1, 2)(-1)]}{(detjr)^2} \quad (B.32)$$

$$\frac{d}{dx_2} \left(\frac{dN_3}{dx} \right) = \frac{-[p(2, ii) - p(2, jj)][jr(2, 2)(1)]}{(detjr)^2} \quad (B.33)$$

$$\frac{d}{dx_3} \left(\frac{dN_3}{dx} \right) = \frac{-[p(2, ii) - p(2, jj)][-jr(1, 2)]}{(detjr)^2} \quad (B.34)$$

O termo $(d/dy)(dN_i/dx)$ para $i = 1$ é dado por:

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{dN_1}{dx} \right) = \frac{\left(detjr \left[\left(\frac{d}{dy} (p(2, jj) - p(2, kk)) \right) \right] \right) - \left([p(2, jj) - p(2, kk)] \frac{d}{dy} (detjr) \right)}{(detjr)^2} \quad (B.35)$$

Ao se considerar elementos de primeira ordem, tem-se a derivada em relação y_1 , y_2 e y_3 , obtidos aplicando-se a regra do quociente:

$$\frac{d}{dy_1} \left(\frac{dN_1}{dx} \right) = \frac{-[p(2, jj) - p(2, kk)] \frac{d}{dy_1} (detjr)}{(detjr)^2} \quad (B.36)$$

$$\frac{d}{dy_2} \left(\frac{dN_1}{dx} \right) = \frac{\left([detjr(1)] \right) - \left([p(2, jj) - p(2, kk)](-jr(2, 1)(1)) \right)}{(detjr)^2} \quad (B.37)$$

$$\frac{d}{dy_3} \left(\frac{dN_1}{dx} \right) = \frac{\left([detjr(-1)] \right) - \left([p(2, jj) - p(2, kk)](jr(1, 1)(-1)) \right)}{(detjr)^2} \quad (B.38)$$

Similarmente, para N_2 faz-se:

$$\frac{d}{dy_1} \left(\frac{dN_2}{dx} \right) = \frac{\left([detjr(-1)] \right) - \left([p(2, kk) - p(2, ii)][jr(1, 1)(-1) - jr(2, 1)(-1)] \right)}{(detjr)^2} \quad (B.39)$$

$$\frac{d}{dy_2} \left(\frac{dN_2}{dx} \right) = \frac{-[p(2, kk) - p(2, ii)](-jr(2, 1)(1))}{(detjr)^2} \quad (B.40)$$

$$\frac{d}{dy_3} \left(\frac{dN_2}{dx} \right) = \frac{\left([detjr(1)] \right) - \left([p(2, kk) - p(2, ii)](jr(1, 1)(1)) \right)}{(detjr)^2} \quad (B.41)$$

Similarmente, para N_3 faz-se:

$$\frac{d}{dy_1} \left(\frac{dN_3}{dx} \right) = \frac{\left([detjr(1)] \right) - \left([p(2, ii) - p(2, jj)][jr(1, 1)(-1) - jr(2, 1)(-1)] \right)}{(detjr)^2} \quad (B.42)$$

$$\frac{d}{dy_2} \left(\frac{dN_3}{dx} \right) = \frac{\left([detjr(-1)] \right) - \left([p(2, ii) - p(2, jj)](-jr(2, 1)(1)) \right)}{(detjr)^2} \quad (B.43)$$

$$\frac{d}{dy_3} \left(\frac{dN_3}{dx} \right) = \frac{-[p(2, ii) - p(2, jj)](jr(1, 1)(1))}{(detjr)^2} \quad (B.44)$$

O termo $(d/dx)(dN_i/dy)$ para $i = 1$ é dado por:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dN_1}{dy} \right) = \frac{\left(detjr \left[\left(\frac{d}{dx} (p(1, kk) - p(1, jj)) \right) \right] \right) - \left([p(1, kk) - p(1, jj)] \frac{d}{dx} (detjr) \right)}{(detjr)^2} \quad (B.45)$$

Ao se considerar elementos de primeira ordem, tem-se a derivada em relação x_1 , x_2 e x_3 logo:

$$\frac{d}{dx_1} \left(\frac{dN_1}{dy} \right) = \frac{-[p(1, kk) - p(1, jj)][jr(2, 2)(-1) - jr(1, 2)(-1)]}{(detjr)^2} \quad (B.46)$$

$$\frac{d}{dx_2} \left(\frac{dN_1}{dy} \right) = \frac{\left([detjr(-1)] \right) - \left([p(1, kk) - p(1, jj)][jr(2, 2)(1)] \right)}{(detjr)^2} \quad (B.47)$$

$$\frac{d}{dx_3} \left(\frac{dN_1}{dy} \right) = \frac{\left([detjr(1)] \right) - \left([p(1, kk) - p(1, jj)][-jr(1, 2)(1)] \right)}{(detjr)^2} \quad (B.48)$$

Similarmente para N_2 faz-se:

$$\frac{d}{dx_1} \left(\frac{dN_2}{dy} \right) = \frac{\left([detjr(1)] \right) - \left([p(1, ii) - p(1, kk)][jr(2, 2)(-1) - jr(1, 2)(-1)] \right)}{(detjr)^2} \quad (B.49)$$

$$\frac{d}{dx_2} \left(\frac{dN_2}{dy} \right) = \frac{-[p(1, ii) - p(1, kk)][jr(2, 2)(1)]}{(detjr)^2} \quad (B.50)$$

$$\frac{d}{dx_3} \left(\frac{dN_2}{dy} \right) = \frac{\left([detjr(-1)] \right) - \left([p(1, ii) - p(1, kk)][-jr(1, 2)(1)] \right)}{(detjr)^2} \quad (B.51)$$

Similarmente para N_3 faz-se:

$$\frac{d}{dx_1} \left(\frac{dN_3}{dy} \right) = \frac{[detjr(-1)] - [p(1, jj) - p(1, ii)][jr(2, 2)(-1) - jr(1, 2)(-1)]}{(detjr)^2} \quad (B.52)$$

$$\frac{d}{dx_2} \left(\frac{dN_3}{dy} \right) = \frac{detjr(1) - [p(1, jj) - p(1, ii)][jr(2, 2)(1)]}{(detjr)^2} \quad (B.53)$$

$$\frac{d}{dx_3} \left(\frac{dN_3}{dy} \right) = \frac{-[p(1, jj) - p(1, ii)][-jr(1, 2)(1)]}{(detjr)^2} \quad (B.54)$$

O termo $(d/dy)(dN_i/dy)$ para $i = 1$ é dado por:

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{dN_1}{dy} \right) = \frac{\left(detjr \left[\left(\frac{d}{dy} (p(1, kk) - p(1, jj)) \right) \right] \right) - \left([p(1, kk) - p(1, jj)] \frac{d}{dy} (detjr) \right)}{(detjr)^2} \quad (B.55)$$

Ao se considerar elementos de primeira ordem, obtém-se as derivadas em relação a y_1 , y_2 e y_3 , logo:

$$\frac{d}{dy_1} \left(\frac{dN_1}{dy} \right) = \frac{-[p(1, kk) - p(1, jj)][jr(1, 1)(-1) - jr(2, 1)(-1)]}{(detjr)^2} \quad (B.56)$$

$$\frac{d}{dy_2} \left(\frac{dN_1}{dy} \right) = \frac{-[p(1, kk) - p(1, jj)][-jr(2, 1)(1)]}{(detjr)^2} \quad (B.57)$$

$$\frac{d}{dy_3} \left(\frac{dN_1}{dy} \right) = \frac{-[p(1, kk) - p(1, jj)][jr(1, 1)]}{(detjr)^2} \quad (\text{B.58})$$

Similarmente para N_2 obtém-se:

$$\frac{d}{dy_1} \left(\frac{dN_2}{dy} \right) = \frac{-[p(1, ii) - p(1, kk)][jr(1, 1)(-1) - jr(2, 1)(-1)]}{(detjr)^2} \quad (\text{B.59})$$

$$\frac{d}{dy_2} \left(\frac{dN_2}{dy} \right) = \frac{-[p(1, ii) - p(1, kk)][-jr(2, 1)(1)]}{(detjr)^2} \quad (\text{B.60})$$

$$\frac{d}{dy_3} \left(\frac{dN_2}{dy} \right) = \frac{-[p(1, ii) - p(1, kk)][jr(1, 1)(-1)]}{(detjr)^2} \quad (\text{B.61})$$

Similarmente para N_3 faz-se:

$$\frac{d}{dy_1} \left(\frac{dN_3}{dy} \right) = \frac{-[p(1, jj) - p(1, ii)][jr(1, 1)(-1) - jr(2, 1)(-1)]}{(detjr)^2} \quad (\text{B.62})$$

$$\frac{d}{dy_2} \left(\frac{dN_3}{dy} \right) = \frac{-[p(1, jj) - p(1, ii)][-jr(2, 1)(1)]}{(detjr)^2} \quad (\text{B.63})$$

$$\frac{d}{dy_3} \left(\frac{dN_3}{dy} \right) = \frac{-[p(1, jj) - p(1, ii)][jr(1, 1)(1)]}{(detjr)^2} \quad (\text{B.64})$$

B.1 Implementação da Derivada Analítica da Matriz de Rigidez

Uma vez definidos os termos que compõem a matriz de contribuição local de cada elemento, obtém-se neste caso ao se adotar elementos de primeira ordem uma matriz de ordem $(3 \times 3 \times 3)$, ou seja, $(n_{\text{nós por elemento}}) \times (n_{\text{nós por elemento}}) \times (n_{\text{nós por elemento}})$. Os termos descritos na seção anterior são agrupados e os coeficientes r, s variam entre 1 e 3, sendo as derivadas em relação a x_1, x_2 e x_3 dados respectivamente por:

$$\begin{aligned} k_{iex}(r, s, 1) = & w_i \left(\frac{d}{dx_1} \left(\frac{dN_{(r)}}{dx} \right) \frac{dN_{(s)}}{dx} + \frac{dN_{(r)}}{dx} \frac{d}{dx_1} \left(\frac{dN_{(s)}}{dx} \right) + \right. \\ & \left. \frac{d}{dx_1} \left(\frac{dN_{(r)}}{dy} \right) \frac{dN_{(s)}}{dy} + \frac{d}{dx_1} \left(\frac{dN_{(s)}}{dy} \right) \frac{dN_{(r)}}{dy} \right) detjr + \\ & w_i \left(\frac{dN_{(r)}}{dx} \frac{dN_{(s)}}{dx} + \frac{dN_{(r)}}{dy} \frac{dN_{(s)}}{dy} \right) \frac{d}{dx_1} (detjr) \end{aligned} \quad (\text{B.65})$$

$$\begin{aligned}
 k_{ie_x}(r, s, 2) = & w_i \left(\frac{d}{dx_2} \left(\frac{dN_{(r)}}{dx} \right) \frac{dN_{(s)}}{dx} + \frac{dN_{(r)}}{dx} \frac{d}{dx_2} \left(\frac{dN_{(s)}}{dx} \right) + \right. \\
 & \left. \frac{d}{dx_2} \left(\frac{dN_{(r)}}{dy} \right) \frac{dN_{(s)}}{dy} + \frac{d}{dx_2} \left(\frac{dN_{(s)}}{dy} \right) \frac{dN_{(r)}}{dy} \right) \det jr + \\
 & w_i \left(\frac{dN_{(r)}}{dx} \frac{dN_{(s)}}{dx} + \frac{dN_{(r)}}{dy} \frac{dN_{(s)}}{dy} \right) \frac{d}{dx_2} \left(\det jr \right)
 \end{aligned} \tag{B.66}$$

$$\begin{aligned}
 k_{ie_x}(r, s, 3) = & w_i \left(\frac{d}{dx_3} \left(\frac{dN_{(r)}}{dx} \right) \frac{dN_{(s)}}{dx} + \frac{dN_{(r)}}{dx} \frac{d}{dx_3} \left(\frac{dN_{(s)}}{dx} \right) + \right. \\
 & \left. \frac{d}{dx_3} \left(\frac{dN_{(r)}}{dy} \right) \frac{dN_{(s)}}{dy} + \frac{d}{dx_3} \left(\frac{dN_{(s)}}{dy} \right) \frac{dN_{(r)}}{dy} \right) \det jr + \\
 & w_i \left(\frac{dN_{(r)}}{dx} \frac{dN_{(s)}}{dx} + \frac{dN_{(r)}}{dy} \frac{dN_{(s)}}{dy} \right) \frac{d}{dx_3} \left(\det jr \right)
 \end{aligned} \tag{B.67}$$

Similarmente, obtém-se as derivadas em relação a y_1 , y_2 e y_3 dados respectivamente por:

$$\begin{aligned}
 k_{ie_y}(r, s, 1) = & w_i \left(\frac{d}{dy_1} \left(\frac{dN_{(r)}}{dx} \right) \frac{dN_{(s)}}{dx} + \frac{dN_{(r)}}{dx} \frac{d}{dy_1} \left(\frac{dN_{(s)}}{dx} \right) + \right. \\
 & \left. \frac{d}{dy_1} \left(\frac{dN_{(r)}}{dy} \right) \frac{dN_{(s)}}{dy} + \frac{d}{dy_1} \left(\frac{dN_{(s)}}{dy} \right) \frac{dN_{(r)}}{dy} \right) \det jr + \\
 & w_i \left(\frac{dN_{(r)}}{dx} \frac{dN_{(s)}}{dx} + \frac{dN_{(r)}}{dy} \frac{dN_{(s)}}{dy} \right) \frac{d}{dy_1} \left(\det jr \right)
 \end{aligned} \tag{B.68}$$

$$\begin{aligned}
 k_{ie_y}(r, s, 2) = & w_i \left(\frac{d}{dy_2} \left(\frac{dN_{(r)}}{dx} \right) \frac{dN_{(s)}}{dx} + \frac{dN_{(r)}}{dx} \frac{d}{dy_2} \left(\frac{dN_{(s)}}{dx} \right) + \right. \\
 & \left. \frac{d}{dy_2} \left(\frac{dN_{(r)}}{dy} \right) \frac{dN_{(s)}}{dy} + \frac{d}{dy_2} \left(\frac{dN_{(s)}}{dy} \right) \frac{dN_{(r)}}{dy} \right) \det jr + \\
 & w_i \left(\frac{dN_{(r)}}{dx} \frac{dN_{(s)}}{dx} + \frac{dN_{(r)}}{dy} \frac{dN_{(s)}}{dy} \right) \frac{d}{dy_2} \left(\det jr \right)
 \end{aligned} \tag{B.69}$$

$$\begin{aligned}
 k_{ie_y}(r, s, 3) = & w_i \left(\frac{d}{dy_3} \left(\frac{dN_{(r)}}{dx} \right) \frac{dN_{(s)}}{dx} + \frac{dN_{(r)}}{dx} \frac{d}{dy_3} \left(\frac{dN_{(s)}}{dx} \right) + \right. \\
 & \left. \frac{d}{dy_3} \left(\frac{dN_{(r)}}{dy} \right) \frac{dN_{(s)}}{dy} + \frac{d}{dy_3} \left(\frac{dN_{(s)}}{dy} \right) \frac{dN_{(r)}}{dy} \right) \det jr + \\
 & w_i \left(\frac{dN_{(r)}}{dx} \frac{dN_{(s)}}{dx} + \frac{dN_{(r)}}{dy} \frac{dN_{(s)}}{dy} \right) \frac{d}{dy_3} \left(\det jr \right)
 \end{aligned} \tag{B.70}$$

Os cálculos descritos acima são implementados no *Matlab* (Higham; Higham, 2016) e não é possível trabalhar diretamente com matrizes esparsas em 3 dimensões. Logo adota-se matrizes esparsas de duas dimensões contidas em células {}, para que se possa obter a derivada da matriz de rigidez em relação a cada um dos nós do domínio considerado. Logo, a derivada da matriz de rigidez global do sistema é obtida fazendo-se:

$$SV_{x1}\{t(v, n)\}(t(r, n), t(s, n)) = SV_{x1}\{t(v, n)\}(t(r, n), t(s, n)) + \text{const}_1 * k_{ie_x}(r, s, v); \quad (\text{B.71})$$

$$SV_{y1}\{t(v, n)\}(t(r, n), t(s, n)) = SV_{y1}\{t(v, n)\}(t(r, n), t(s, n)) + \text{const}_1 * k_{ie_y}(r, s, v); \quad (\text{B.72})$$

onde n é o número de elementos do domínio considerado; v , r e s variam de 1 a 3 (número de nós por elemento) neste caso por se adotar elementos triangulares de primeira ordem. t tem dimensão $[4 \times n]$ e contém os números globais dos nós de cada elemento (contido nas linhas 1 a 3) e o número de cada elemento que se associa as propriedades do meio consideradas (linha 4) e const_1 é dado no problema tratado por $(\sigma + j\omega\epsilon)$ e representa as características da região interna ao elemento considerado, onde: σ é a condutividade do meio $[S/m]$; $\omega = 2\pi f$ $[rad/s]$ é a frequência angular e f a frequência da rede (60Hz); e ϵ é a permissividade elétrica do meio $[F/m]$. A derivada da matriz de rigidez resultante em x (SV_{x1}) e em y (SV_{y1}) tem dimensão (número_{nós} \times número_{nós} \times número_{nós}) cada uma delas, sendo número_{nós} o número de nós do domínio sob estudo considerado.

Por meio do algebrismo descrito nas seções anteriores deste apêndice consegue-se obter a derivada analítica de $K(x, y)$ e em seguida obter por meio do método adjunto analítico a análise de sensibilidade desejada. A esparsidade da matriz de rigidez global acarreta uma elevada redução do custo computacional envolvido na obtenção da sensibilidade adjunta analítica em relação a sensibilidade adjunta-CFD e por meio do método CFD.

APÊNDICE C – Resultados Adicionais

C.1 Campo Elétrico Superficial das Fases A e B

Os perfis dos campos elétricos superficiais das fases B e A da LT de 500 kV com 03 cabos por fase podem ser observados nas figuras 76 e 77, respectivamente.

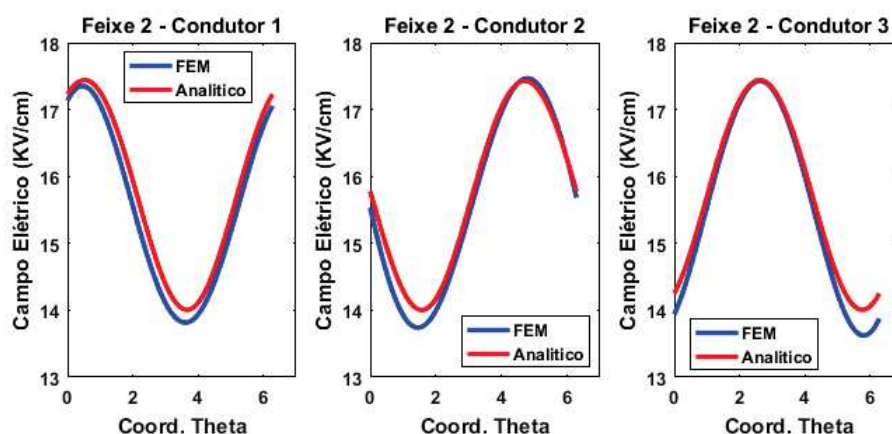


Figure 76 – Campo elétrico superficial via método das imagens sucessivas (método analítico) e via FEM - fase B (feixe 2).

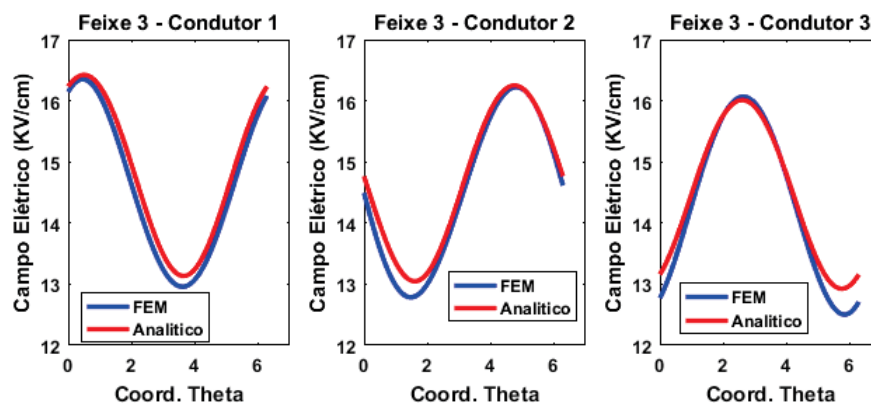


Figure 77 – Campo elétrico superficial via método das imagens sucessivas (método analítico) e via FEM - fase A (feixe 3).

Verifica-se a partir das figuras 76 e 77 que os perfis obtidos entre o método das imagens sucessivas e o método dos elementos finitos tem aspectos bem semelhantes, com erros da mesma ordem dos obtidos para a fase C no corpo do texto.

C.2 Efeito do Truncamento do Domínio na Intensidade do Campo Elétrico e da Densidade de Fluxo Magnético ao Nível do Solo

Para se avaliar o efeito da variação do truncamento do domínio, adota-se a mesma LT trifásica com 3 cabos por fase de 500 kV, mostrada na figura 41 e cujas informações básicas estão na tabela 2. O raio do círculo adotado no truncamento é variado sendo igual a 2, 4, 5, 6, 8 e 10 vezes a maior altura dos cabos considerados. A tabela 34 apresenta as dimensões consideradas do círculo, o número de nós, o número de elementos e o número de nós de Dirichlet, para cada tamanho de raio considerado.

Table 34 – Características da malha com diferentes truncamentos.

Maior dimensão ($\max(H)$)	10 vezes	8 vezes	6 vezes	5 vezes	4 vezes	2 vezes
Raio círculo (m)	153,78	123,03	92,27	76,88	61,51	30,75
Número de elementos	45.064	41.656	38.444	37.170	35.708	33.920
Número de nós	22.593	20.889	19.283	18.646	17.915	17.021
Nós Dirichlet	1.579	1.549	1.519	1.503	1.487	1.457

Verifica-se a partir da tabela 34 que o aumento do raio do círculo acarreta em aumento do domínio considerado que gera a necessidade de um número maior de nós e de elementos para se realizar a discretização do domínio. Os nós de *Dirichlet* indicados na tabela são os nós de potenciais conhecidos arbitrados e se encontram nas superfícies dos cabos, na superfície do solo e ao longo do círculo adotado no truncamento. O comportamento da intensidade de campo elétrico e da densidade de fluxo magnético ao nível do solo para os diferentes truncamentos podem ser observados nas figuras 78 e 79, respectivamente.

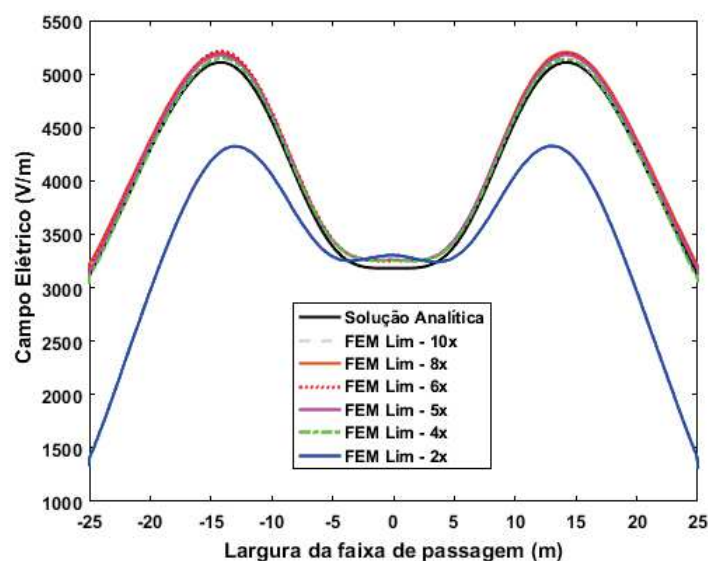


Figure 78 – Perfil do campo elétrico ao nível do solo obtido: analiticamente e com FEM adotando-se truncamentos diferentes, sendo o raio do círculo dado pela maior altura dos condutores da LT de 500 KV 03 cabos por fase adotada.

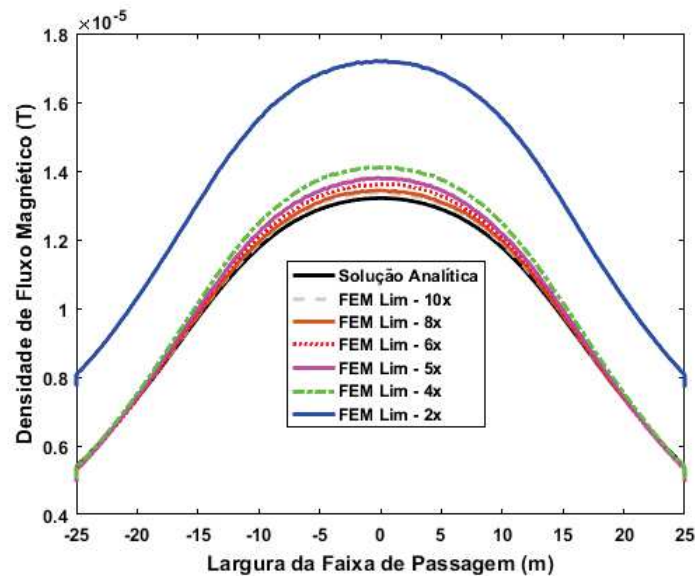


Figure 79 – Perfil da densidade de fluxo magnético ao nível do solo obtido: analiticamente e com FEM adotando-se truncamentos diferentes, sendo o raio do círculo dado pela maior altura dos condutores da LT de 500 KV 03 cabos por fase adotada.

Nota-se que o truncamento de apenas 2 vezes a maior dimensão conduz a resultados não satisfatórios, enquanto que a partir de 4 vezes se tem um comportamento mais próximo da solução analítica adotada como referência, conforme se pode observar nas figuras 78 e 79. Logo, não se justifica usar os truncamentos maiores do que 5 vezes em função do aumento do esforço computacional envolvido uma vez que as soluções são praticamente iguais. Logo, neste trabalho adota-se o truncamento sugerido no trabalho de (Qiushi Chen; Konrad, 1997) de 5 vezes a maior dimensão do objeto de interesse analisado.

C.3 Análise do Custo Computacional e Validação da Análise de Sensibilidade Adjunta do Modelo Analítico das LT's para os Casos II e III

Para o caso III a análise de sensibilidade é aplicada a uma LT de 345 kV com dois cabos por fase, as sensibilidades obtidas em relação ao cabo 1, cabo mais a direita da configuração, são dadas na tabela 35.

Adota-se o tempo computacional gasto pelo método CFD como sendo 1 PU e a partir dele obtém-se um tempo relativo obtido pelos outros métodos, sendo estes tempos mostrados na tabela 36.

Verifica-se que para o caso III as sensibilidades obtidas diferem a partir da quarta casa decimal com erros relativos ao método CFD da ordem de 10^{-4} conforme mostrado na tabela 36. Além disso, obtém também neste caso uma redução considerável do custo

Table 35 – Sensibilidade adjunta-CFD, adjunta-analítica e CFD - LT 345 kV 02 cabos por fase modelo analítico

Caso III - LT 345 kV Cabo 1	Sensibilidade em x	Sensibilidade em y
Método adjunto-CFD	$1,964195736 \times 10^{16}$	$3,0933460548 \times 10^{14}$
Método CFD	$1,964195776 \times 10^{16}$	$3,0933536000 \times 10^{14}$
δ	1×10^{-7}	1×10^{-7}
Erro 1 (%)	$2,028394689 \times 10^{-6}$	$2,439145025 \times 10^{-4}$
Método adjunto analítico	$1,964195745 \times 10^{16}$	$3,093345361 \times 10^{14}$
Erro 2 (%)	$1,530809401 \times 10^{-6}$	$2,663255730 \times 10^{-4}$

Table 36 – Comparativo do tempo de execução - LT 345 kV - 02 cabos por fase

Caso III - LT 345 kV	Total[s]	Tempo[PU]	Redução %
Método CFD	0,011250500	1,0000	
Método adjunto-CFD	0,002083900	0,1852	81,48
Método adjunto-analítico	0,004411400	0,3921	60,79

computacional relacionado a obtenção das sensibilidades adjuntas em relação a aproximação por diferenças finitas centrais.

Para o caso II a análise de sensibilidade é aplicada a uma LT de 500 kV com quatro cabos por fase, as sensibilidades obtidas em relação ao cabo 1, cabo mais a direita da configuração, são dadas na tabela 37 e os tempos computacionais envolvidos são dados pela tabela 38.

Table 37 – Sensibilidade adjunta-CFD, adjunta-analítica e CFD - LT 500 kV 04 cabos por fase modelo analítico

Caso II - LT 500 kV	Sensibilidade em x	Sensibilidade em y
Método adjunto-CFD	$5,175301994 \times 10^{16}$	$4,007149545 \times 10^{15}$
Método CFD	$5,175302016 \times 10^{16}$	$4,007146880 \times 10^{15}$
δ	1×10^{-7}	1×10^{-7}
Erro1 (%)	$4,210381062 \times 10^{-7}$	$5,928034028 \times 10^{-5}$
Método adjunto-analítico	$5,175302032 \times 10^{16}$	$4,007149367 \times 10^{15}$
Erro2 (%)	$3,225403415 \times 10^{-7}$	$5,532823654 \times 10^{-4}$

Table 38 – Comparativo do tempo de execução - LT 500 kV 04 cabos por fase

Caso II - 500 kV	Total[s]	Tempo [PU]	Redução %
Método CFD	0,015200700	1,0000	
Método adjunto-CFD	0,002146300	0,1411	85,89
Método adjunto-analítico	0,005006600	0,3293	67,07

Verifica-se a elevada exatidão das sensibilidades obtidas pelos métodos adjuntos

para o caso II e que houve novamente redução dos tempos computacionais envolvidos na obtenção das sensibilidades. Verifica-se que neste caso, como se tem um número maior de cabos em relação aos outros casos analisados a redução do tempo computacional é mais representativa.

C.4 Análise do Custo Computacional e Validação da Sensibilidade Adjunta do Modelo Numérico das LT's

Considera-se agora nesta análise o domínio de estudos circular, mostrado na figura 41. Este domínio circular é truncado com um raio de cinco vezes a maior dimensão do objeto sobre estudo durante a otimização numérica da LT. A sensibilidade adotada durante o processo de otimização do modelo numérico da LT é obtido pelo método adjunto analítico, uma vez que a adoção do método CFD ou adjunto-CFD acarretam um custo computacional muito maior e, em alguns casos, é inviabilizado em função do recurso de memória computacional disponível.

A análise de sensibilidade com o domínio circular é realizada para as LT's de 2, 3 e 4 cabos por fase, que são as adotadas durante a implementação da otimização. Também se obtém a sensibilidade das LT's com 5 e 6 cabos por fase obtidas dos resultados de (Sarmiento, 2016). Um comparativo do número de nós avaliados pelo método CFD, adjunto-CFD e pelo método adjunto-analítico podem ser verificados na tabela 39.

Table 39 – Comparativo do número de nós avaliados pelo método CFD, adjunto-CFD e adjunto-analítico para cada uma das configurações usando modelo numérico e domínio circular

Método	CFD	Adjunto-CFD	Adjunto-analítico
Cabos por fase	Nº nós avaliados	Nº nós avaliados	Nº nós avaliados
2	96	96	7.926
3	144	144	9.237
4	192	192	11.222
5	240	240	9.949
6	288	288	75.473

Nota-se a partir da tabela 39 que o número de nós avaliados pelo método CFD e pelo método adjunto-CFD permanecem os mesmos, sendo estes variáveis em função do número de cabos adotados, uma vez que se adota 16 nós para a discretização da superfície de cada cabo. No entanto, o número de nós avaliados pelo método adjunto analítico é bem superior ao analisado anteriormente pelo domínio semicircular, uma vez que o domínio discretizado dobrou de tamanho ao se adotar o domínio circular. Novamente, adota-se a função *tic-toc* do *Matlab* (Higham; Higham, 2016) para se obter os tempos médios de simulação. Simula-se cinco vezes cada caso e obtém-se um tempo médio entre as simulações

realizadas. Os tempos gastos por cada metodologia de análise de sensibilidade podem ser observados na tabela 40.

Table 40 – Comparativo dos tempos de simulação dos métodos CFD, adjunto-CFD e adjunto-analítico para cada uma das configurações usando modelo numérico e domínio circular

Método	CFD	Adjunto-CFD	Adjunto-analítico
Cabos por fase	tempo(s)	tempo(s)	tempo(s)
2	5515.20	5123.60	40,83
3	9880.10	10047.00	44,22
4	15114.00	17038.00	70,15
5	15722.00	17291.00	62,31
6	82830.00	78058.00	222,57

Nota-se a partir da tabela 40 que embora o método adjunto obtenha a sensibilidade de todos os nós do domínio, e não apenas dos nós sobre os cabos condutores, o custo computacional do método adjunto analítico é bem inferior ao gasto pelos métodos CFD e adjunto-CFD. A redução percentual do tempo gasto para se obter as sensibilidades dos casos aqui tratados podem ser verificados na tabela 41.

Table 41 – Redução percentual nos tempos de obtenção de sensibilidade da função objetivo entre o método CFD e o método adjunto analítico usando modelo numérico e domínio circular

Método	CFD	Adjunto-analítico	Redução percentual no tempo
Número de cabos por fase	tempo(s)	tempo(s)	(%)
2	5515.20	40,83	99,26
3	9880.10	44,22	99,55
4	15114.00	70,15	99,54
5	15722.00	62,31	99,60
6	82830.00	222,57	99,73

Verifica-se que a adoção do domínio circular completo exige um esforço computacional bem superior ao observado ao se considerar o domínio semicircular. Neste caso a aproximação CFD e adjunta-CFD nos casos com mais do que 6 cabos por fase, devido a elevada altura dos feixes, resulta em domínios de elevadas dimensões, o que extrapola a capacidade de processamento do computador utilizado neste trabalho.

Semelhantemente ao que é feito na análise de sensibilidade obtida a partir do modelo analítico, compara-se o valor da sensibilidade da função objetivo, dada pela equação (6.2), considerada em relação a posição x e y dos nós de interesse e compara-se estes resultados com os obtidos pelo método CFD. O $|\text{Erro 1}|$ é o erro relativo obtido entre o método adjunto-CFD e o método CFD e o $|\text{Erro 2}|$ é o erro relativo dado entre o método adjunto-analítico e o método CFD. Para o caso da LT com 6 cabos por fase, obtida no trabalho de (Sarmiento, 2016), tem-se as sensibilidades obtidas dadas na tabela 42.

Table 42 – Erro comparativo entre os métodos adjunto-CFD, adjunto-analítico e CFD - Modelo FEM LT 6 cabos por fase adaptado de (Sarmiento, 2016) usando modelo numérico e domínio circular

Caso 6 cabos por fase	Sensibilidade em x	Sensibilidade em y
Método adjunto-CFD	$4,41247164381293 \times 10^{12}$	$3,13273750024465 \times 10^{12}$
Método adjunto-analítico	$4,41247320928335 \times 10^{12}$	$3,13273657143399 \times 10^{12}$
Método CFD	$4,41247158679876 \times 10^{12}$	$3,13273902802521 \times 10^{12}$
Erro 1	$1,292114149 \times 10^{-8}$	$4,876820399 \times 10^{-7}$
Erro 2	$3,677042578 \times 10^{-7}$	$9,764341565 \times 10^{-5}$

Verifica-se a partir da tabela 42 que as sensibilidades obtidas pelo método adjunto-CFD e adjunto-analítico diferem da sensibilidade obtida por meio do método CFD em x e em y a partir da quinta casa decimal, e os erros observados são da ordem de 10^{-5} . Este mesmo comparativo entre as sensibilidades é realizado para todos os casos analisados na tabela 39 e em todos eles verifica-se uma elevada concordância entre as sensibilidades obtidas com valores diferindo também a partir da quinta casa decimal.

C.5 Comparativo das Aproximações de Cálculo de SIL

O SIL de cada uma das LT's estudadas neste trabalho é obtida por meio de três metodologias diferentes. A primeira se faz por meio da impedância de sequência positiva (Z_1) e admitância de sequência positiva (Y_1). A segunda consiste na obtenção do SIL a partir da carga elétrica de sequência positiva. A terceira adota a obtenção de aproximações para a capacitância (C_1) e indutância (L_1) de sequência positivas obtidas a partir da energia armazenada no campo elétrico e magnético da LT, obtidos a partir do modelo numérico da LT. Detalhes e limitações de cada aproximação são discutidas no capítulo 3.

Na modelagem numérica da LT adota-se a aproximação do SIL obtida a partir de L_1 e de C_1 . Enquanto que na modelagem analítica do problema adota-se a aproximação do SIL obtido a partir da carga elétrica de sequência positiva do problema. Esta decisão se baseia no desejo de se formular o método adjunto em função do SIL. A carga elétrica de sequência positiva é obtida a partir da carga elétrica do sistema, que consiste na variável de estado do problema, que é dependente das posições x e y dos cabos, conforme demonstrado em detalhes no capítulo 3.

Calcula-se o SIL das LT's com 02, 03 e 04 cabos por fase adotadas como casos base para a metodologia de otimização desenvolvida utilizando-se cada uma das aproximações de SIL consideradas. As características físicas e elétricas de cada uma destas LT's podem ser verificadas nas tabelas 46, 10, e 15, respectivamente. O SIL das LT's em cada caso é calculado por meio do Método 1, que envolve a obtenção da impedância (Z_1) e admitância (Y_1) de sequência positiva. Usando o Método 2 que consiste na aproximação do SIL a partir da

carga elétrica de sequência positiva e via Método 3 que obtém o SIL numericamente a partir da aproximação da capacitância (C_1) e da indutância (L_1) de sequência positivas. Os valores do SIL calculados para cada caso e da impedância característica (Z_c) podem ser verificados na tabela 43.

Table 43 – Comparativo dos Valores de SIL por meio de diferentes métodos de aproximação

LT	SIL (MW) Método 1	SIL(MW) Método 2	SIL(MW) Método 3
02 cabos	400,28	410,47	410,54
03 cabos	903,73	928,92	924,61
04 cabos	1281,76	1336,07	1323,69
LT	$Z_c(\Omega)$ Método 1	$Z_c(\Omega)$ Método 2	$Z_c(\Omega)$ Método 3
02 cabos	297,34	-	289,91
03 cabos	276,62	-	270,38
04 cabos	195,04	-	188,86

Adotando-se o Método 1, que utiliza a impedância e admitância de sequência positivas como referência para se calcular os erros absolutos envolvidos. Tem-se para a obtenção do SIL, erros percentuais absolutos máximos da ordem de 2,6 %, 2,7 % e 4,2 % em relação a aproximação do SIL por meio da carga elétrica de sequência positiva, para os casos com 2, 3 e 4 cabos por fase, respectivamente. Enquanto apresenta erros da ordem de 2,6 %, 2,7 % e 3,2 % em relação a aproximação numérica do SIL, para os três casos considerados, respectivamente.

A metodologia do cálculo do SIL baseando-se na obtenção de Z_1 e de Y_1 é validada a partir dos resultados apresentados em (Santos, 2017). Como deseja-se formular o problema de otimização analítico em função do SIL, opta-se pela adoção da aproximação do SIL obtido a partir da carga elétrica de sequência positiva durante o processo de otimização implementado. A aproximação do SIL a partir da carga elétrica de sequência positiva não possibilita a obtenção da impedância característica da LT. Na otimização envolvendo o modelo numérico, o SIL da LT é obtido a partir da aproximação de C_1 e de L_1 obtidos a partir da modelo numérico do problema.

C.6 Maximização do SIL por Meio do Método Elipsoidal de Cortes Múltiplos Usando Diferentes Sensibilidades

O modelo analítico da LT de 500 kV com 03 cabos por fase é otimizada agora por meio do método elipsoidal com cortes múltiplos adotando-se a sensibilidade da função objetivo obtida por meio do método adjunto-analítico, adjunto-CFD e pela aproximação CFD. As restrições consideradas são as mesmas apresentadas durante a otimização do modelo analítico para este caso no capítulo 6 . Ao final de 300 iterações, o método elipsoidal de cortes múltiplos utilizando-se das diferentes sensibilidades obtém as geometrias

apresentadas na figura 80. As posições espaciais x e y dos cabos da geometria original e otimizada são dadas na tabela 44.

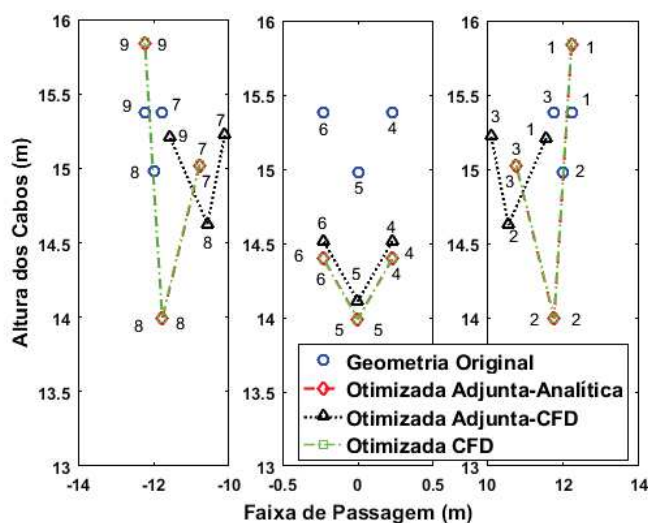


Figure 80 – LT 500 kV 03 cabos por fase: geometria original e otimizada - método elipsoidal com cortes múltiplos, adotando-se sensibilidades diferentes.

Table 44 – Posições originais e otimizadas - Caso I - LT 500 kV 03 cabos por fase - modelo analítico

Posições	Fase 1 (m)			Fase 2 (m)			Fase 3 (m)		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cabo Nº									
x original	12,228	12,000	11,771	0,228	0,000	-0,228	-11,771	-12,000	-12,228
x otim Adj-Analítico	12,225	11,768	10,781	0,228	0,000	-0,228	-10,781	-11,768	-12,225
x otim Adj-CFD	11,565	10,569	10,112	0,228	0,000	-0,228	-10,112	-10,569	-11,565
x otim CFD	12,228	11,772	10,780	0,228	0,000	-0,228	-10,781	-11,774	-12,228
y original	15,377	14,982	15,377	15,377	14,982	15,377	15,377	14,982	15,377
y otim Adj-Analítico	15,834	13,991	15,019	14,396	13,990	14,396	15,019	13,991	15,834
y otim Adj-CFD	15,210	14,625	15,224	14,515	14,111	14,515	15,224	14,625	15,210
y otim CFD	15,849	13,995	15,026	14,395	13,989	14,395	15,026	13,995	15,849

Onde x otim Adj-Analítico, x otim Adj-CFD e x otim CFD; y otim Adj-Analítico, y otim Adj-CFD e y otim CFD, são as coordenadas x e y das geometrias otimizadas pelo método adjunto analítico, adjunto-CFD e pela aproximação CFD, respectivamente. Nota-se ao se analisar as geometrias, que as resultantes da sensibilidade adjunta-analítica e CFD são praticamente coincidentes, e que a geometria resultante do método adjunto-CFD difere de maneira mais significativa em relação as outras. As sensibilidades para este caso são obtidas para o cabo 1 e podem ser verificadas na tabela 5, elas possuem elevada exatidão e diferem apenas a partir da quinta casa decimal. O campo elétrico e a densidade de fluxo magnético ao nível do solo podem ser verificados nas figuras 81 e 82 , respectivamente.

As soluções obtidas pelo método adjunto-analítico e pela aproximação CFD possuem níveis de campos elétricos ao nível do solo e de densidades de fluxos magnéticos coincidentes,

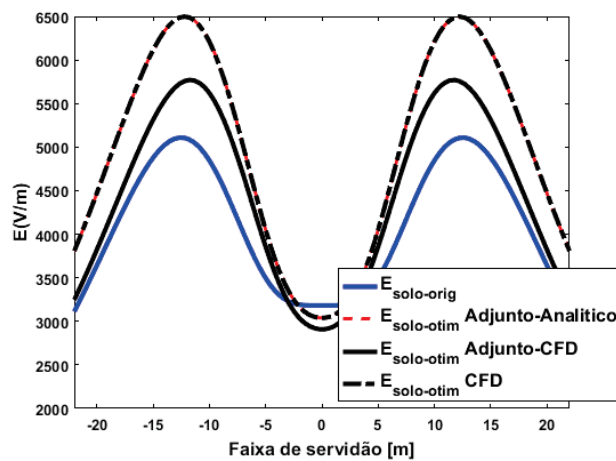


Figure 81 – LT 03 cabos por fase: campo elétrico ao nível do solo - diferentes soluções - método elipsoidal com cortes múltiplos.

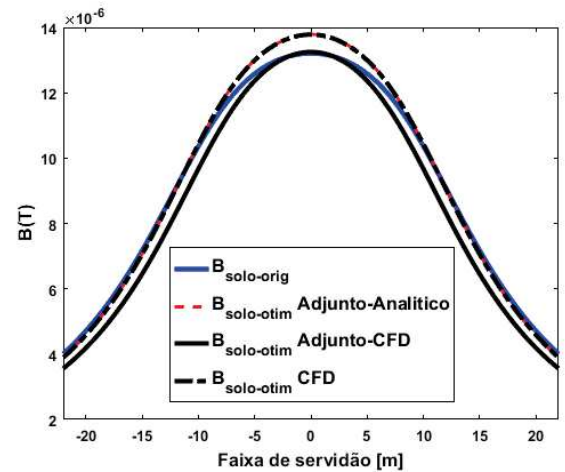


Figure 82 – LT 03 cabos por fase: densidade de fluxo magnético ao nível do solo - diferentes soluções - método elipsoidal com cortes múltiplos.

e embora maiores do que os da geometria original não ultrapassem os limites definidos por norma. O ganho de SIL obtido e as distâncias entre subcondutores obtidos ao final do processo de otimização podem ser verificados na tabela 45.

Table 45 – SIL e Distâncias entre Subcondutores LT 03 cabos por fase 500 kV - método elipsoidal de cortes múltiplos aplicado no modelo analítico

Caso I	Original	Otim Adj-Analítico	Otim Adj-CFD	Otim CFD
d12(m)	0,457	1,898	1,154	1,909
d23(m)	0,457	1,658	1,452	1,664
d31(m)	0,457	1,424	0,753	1,429
d45(m)	0,457	0,465	0,464	0,465
SIL (MW)	928,90	1073.70	1038.80	1074.10
Aumento no SIL obtido (%)	-	15,58	11,82	15,62

Verifica-se a partir da tabela 45 que os ganhos de SIL obtidos pelo método adjunto analítico e CFD são superiores ao obtido pelo método adjunto-CFD. Nota-se também que as dimensões dos feixes obtidos pelo método adjunto-CFD são menores do que as obtidas pelos métodos adjunto-analítico e pela aproximação CFD.

Esta mesma análise é realizada para a LT de 02 e 04 cabos por fase analisada neste trabalho. No entanto, como as soluções obtidas seguiram praticamente o mesmo comportamento anteriormente apresentado para o caso de 03 cabos por fase, opta-se por apresentar apenas este caso neste trabalho.

C.7 Otimização do Modelo Analítico e Numérico da LT

C.7.1 Estudo de Caso 03 : LT 345 kV 02 Cabos por Fase

Adota-se para o estudo de caso 03 uma LT de 345 kV com 02 cabos por fase, adotada por uma concessionária de energia brasileira, as informações básicas da LT são mostradas na tabela 46.

Table 46 – Dados físicos e elétricos da LT 345 kV 02 cabos por fase adaptado de (Paganotti, 2012).

Posições dos cabos	Fase A	Fase B	Fase C	Para-raios
Raio do cabo (mm)	14,37	14,37	14,37	5,55
Tipo	CAA Ruddy	CAA Ruddy	CAA Ruddy	7/16 EHS
$I_{fase\ max}$ (A)	945	-	-	-
$V_{nominal}$ (kV)	345	-	-	-
$V_{operativa\ max}$ (kV)	362	-	-	-

As restrições adotadas neste caso, são as mesmas adotadas nos casos I e II deste trabalho. Adota-se como restrições: a distância mínima (d_{min}) e máxima (d_{max}) entre subcondutores da mesma fase; a distância mínima entre fases diferentes (D_{min}); a altura máxima (H_{max}) e mínima dos feixes (H_{min}) e os limites laterais esquerdo (X_E) e direito (X_D) de variação da posição dos feixes laterais. As restrições geométricas adotadas podem ser visualizadas na figura 83 e os valores das restrições para este caso são dadas na tabela 47.

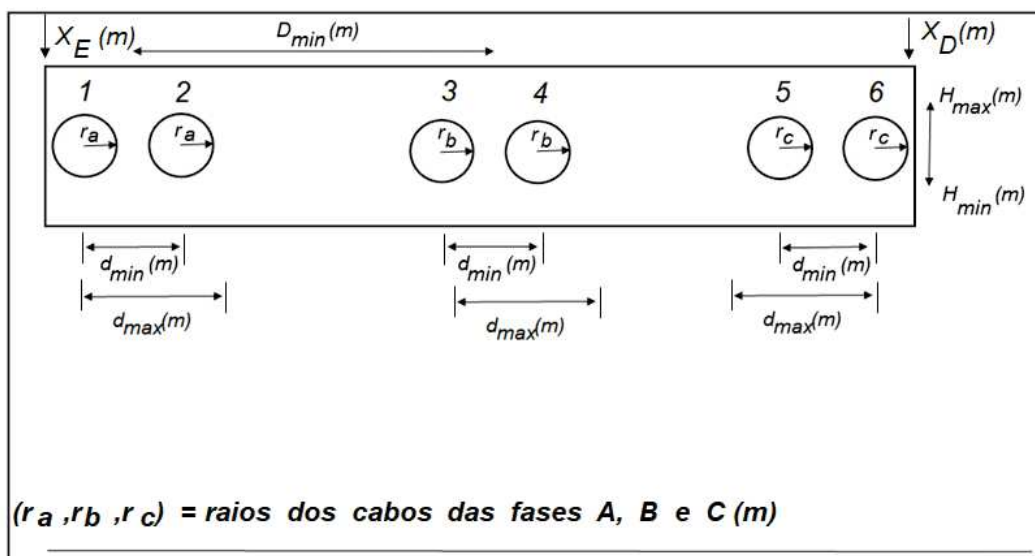


Figure 83 – Restrições geométricas consideradas: d_{min} (m) e d_{max} (m) são as distâncias mínimas e máximas entre subcondutores, respectivamente; D_{min} (m) é a distância mínima entre fases diferentes; X_E (m) e X_D (m) são os limites de variação horizontal esquerdo e direito, e H_{min} (m) e H_{max} (m) são as alturas mínimas e máximas permitidas, respectivamente.

Table 47 – Restrições do processo de otimização caso III - LT 02 cabos por fase - 345 kV

Caso	D_{\min} (m)	d_{\min} (m)	d_{\max} (m)	X_E (m)	X_D (m)	H_{\max} (m)	H_{\min} (m)
III	5,00	0,457	1,50	-9,46	9,46	15,29	13,29

Além das restrições geométricas mostradas na figura 83, adota-se também a restrição relacionada ao centro de massa. Restrições relacionados ao campo elétrico superficial e a densidade de fluxo magnético máximo, e também ao campo elétrico ao nível do solo também são consideradas.

C.7.2 Análise de Sensibilidade Adjunta Aplicada na Maximização do SIL por Meio do Método Elipsoidal de Cortes Múltiplos: Modelo Analítico

Adota-se o método elipsoidal de cortes múltiplos no qual a sensibilidade da função objetivo é obtida por meio do método adjunto analítico. A geometria original e a otimizada podem ser observadas na figura 84.

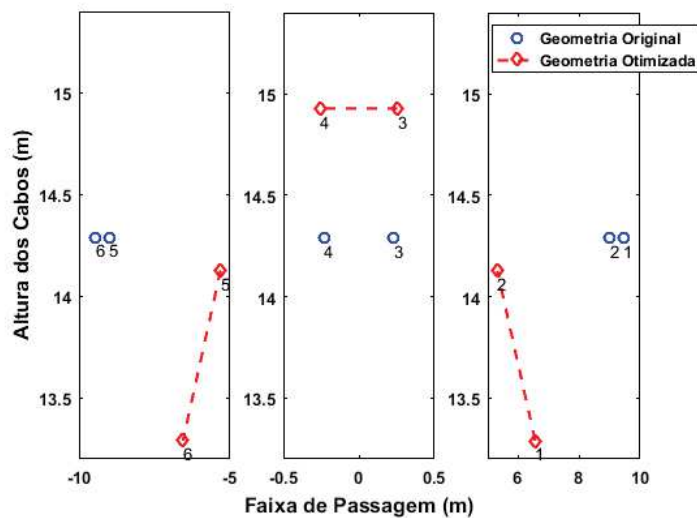


Figure 84 – LT 345 kV 02 cabos por fase: geometria original e otimizada pelo método elipsoidal de cortes múltiplos.

A geometria mostrada na figura 84 é obtida após 225 iterações e atende aos critérios de otimalidade de Karush-Kuhn-Tuck, descritos no capítulo 5. As coordenadas espaciais dos cabos da geometria original e otimizada podem ser verificados na tabela 48.

O campo elétrico superficial máximo obtido em cada um dos cabos da LT da configuração original (E_s original) e otimizada (E_s otimizado) calculados para a LT de 345 KV com 2 cabos por fase é analisado na tabela 49. O campo elétrico crítico superficial para este caso com 02 cabos por fase é de 19,377 kV/cm, calculado conforme descrito no capítulo 3.

Table 48 – Posições originais e otimizadas - Caso III - LT 345 kV 02 cabos por fase - método elipsoidal de cortes múltiplos

Posições	Fase 1 (m)		Fase 2 (m)		Fase 3 (m)	
x original	9,457	9,000	0,228	-0,228	-9,000	-9,457
x otimizado	6,557	5,312	0,254	-0,254	-5,312	-6,557
y original	14,290	14,290	14,290	14,290	14,290	14,290
y otimizado	13,290	14,127	14,927	14,927	14,127	13,290

Table 49 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 345 kV 02 cabos por fase (E_s crítico=19,377 kV/cm)

Cabo	E_s original (kV/cm)	E_s otimizado (kV/cm)
1	15,405	17,745
2	15,795	19,121
3	16,818	19,183
4	16,815	19,183
5	15,798	19,119
6	15,403	17,745

Verifica-se que o campo elétrico superficial crítico é respeitado o que demonstra um comportamento satisfatório das LT's otimizadas em relação a ocorrência do efeito corona. Nota-se, neste caso, que houve um aumento do campo elétrico superficial em praticamente todos os cabos da LT. Tal fato acarreta em um melhor aproveitamento da superfície dos cabos e com conseqüente aumento de capacidade de transmissão de energia. O perfil do campo elétrico e da densidade de fluxo magnético ao nível do solo podem ser verificados nas figuras 85 e 86, respectivamente.

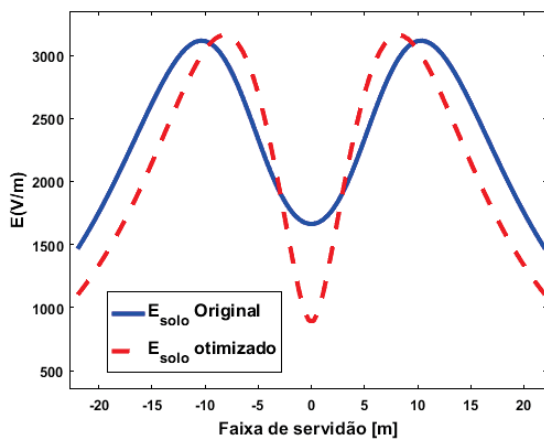


Figure 85 – Perfil do campo elétrico ao nível do solo - LT 345kV 02 cabos por fase - método elipsoidal com cortes múltiplos

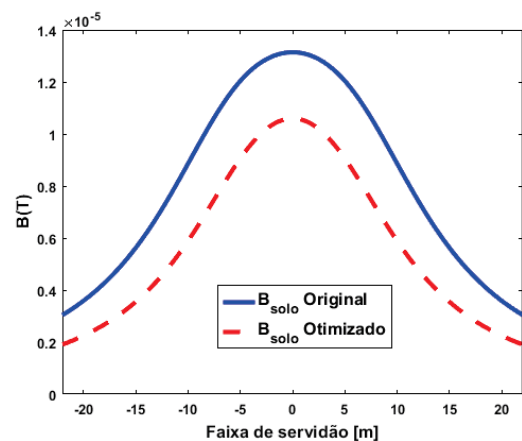


Figure 86 – Densidade de Fluxo Magnético ao nível do solo - LT 345kV 02 cabos por fase - método elipsoidal com cortes múltiplos

Verifica-se que o nível de campo elétrico máximo e da densidade de fluxo magnético

máximo ao nível do solo, estabelecidos por norma são respeitados. Ao se adotar as restrições rígidas em relação a variação da altura dos feixes, como sendo de 1 m para cima ou para baixo da configuração original tem-se aumentos menores nos campos eletromagnéticos resultantes ao nível do solo, em função da pequena redução da altura dos feixes permitida. Ao se permitir que a altura mínima dos feixes, seja a estabelecida pela NBR 5422(ABNT, 1985), poderiam ser verificados intensidades maiores dos campos eletromagnéticos ao nível do solo. Isto se deve a adoção de torres com alturas reduzidas, que impactam de maneira positiva nos custos envolvidos. Os ganhos no SIL obtidos pelo processo de otimização, e as distâncias entre os subcondutores da geometria otimizada podem ser verificados na tabela 50.

Table 50 – Distância entre subcondutores LT 02 cabos por fase 345 kV

Caso I	Original	Otimizado
d_{12} (m)	0,457	1,50
$d_{3,c}$ (m)	0,228	0,254
SIL (MW)	410,47	492,29
Aumento no SIL obtido (%)	-	19,93

Onde $d_{1,2}$ e $d_{3,c}$ são as distâncias entre os cabos 1 e 2, e entre o cabo 3 e o eixo de simetria horizontal da LT, respectivamente. Nota-se que as distâncias mínimas e máximas adotadas como restrições do problema de otimização são respeitadas e que o feixe otimizado não possui dimensões exageradamente grandes. Tem-se neste caso analisado um ganho expressivo de SIL da ordem de 20 %.

C.7.3 Análise de Sensibilidade Adjunta Aplicada na Maximização do SIL por Meio do Método do Gradiente Descendente (GD): Modelo Analítico

A LT de 345 kV 02 cabos por fase, adotada por concessionárias de energia no Brasil, é agora otimizada por meio do método do gradiente descendente. As restrições geométricas, e as restrições relacionadas aos campos eletromagnéticos da LT são as mesmas adotadas na otimização por meio do método elipsoidal de cortes múltiplos, descritas na seção C.7.1. A restrição relacionada ao centro de massa é também considerada.

Ao final de 8 iterações, atendendo aos critérios de otimalidade de Karush-Kuhn-Tuck, descritos no capítulo 5, obtém-se a geometria sugerida pela figura 87. As posições x e y de cada um dos cabos da geometria original e otimizada podem ser verificados na tabela 51.

Nota-se a partir da figura 87 que o método GD realiza mudanças mínimas nas geometrias de cada uma das fases.

O campo elétrico e a densidade de fluxo magnético ao nível do solo são calculados e podem ser verificados nas figuras 88 e 89, respectivamente.

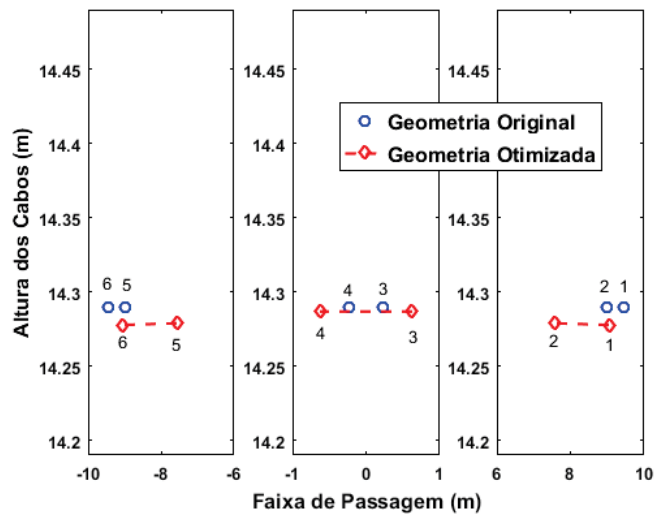


Figure 87 – LT 02 cabos por fase: geometria original e otimizada - método GD no modelo analítico.

Table 51 – Posições originais e otimizadas - Caso III - LT 345 kV 02 cabos por fase - método GD no modelo analítico

Posições	Fase 1 (m)		Fase 2 (m)		Fase 3 (m)	
	1	2	3	4	5	6
x original	9,457	9,000	0,228	-0,228	-9,000	-9,457
x otimizado	9,050	7,560	0,628	-0,628	-7,560	-9,050
y original	14,290	14,290	14,290	14,290	14,290	14,290
y otimizado	14,277	14,278	14,286	14,286	14,278	14,277

Verifica-se na figura 88 que o campo elétrico ao nível do solo obtido a partir da geometria otimizada é levemente superior ao obtido pela geometria original, sem no entanto ultrapassar o limite estabelecido pela norma. Nota-se também na figura 89 que a densidade de fluxo magnético ao nível do solo é reduzida na geometria otimizada. O campo elétrico superficial máximo em cada um dos cabos pode ser observado na tabela 52.

Table 52 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 345 kV 02 cabos por fase (E_s crítico=19,377 kV/cm)

Cabo	E_s original (kV/cm)	E_s otimizado (kV/cm)
1	15,405	16,848
2	15,795	17,932
3	16,818	18,863
4	16,815	18,863
5	15,798	17,993
6	15,403	16,848

Tem-se na tabela 52 que o campo elétrico superficial máximo aumenta em todos os cabos da LT, e não chega a ultrapassar o campo elétrico superficial crítico, que neste

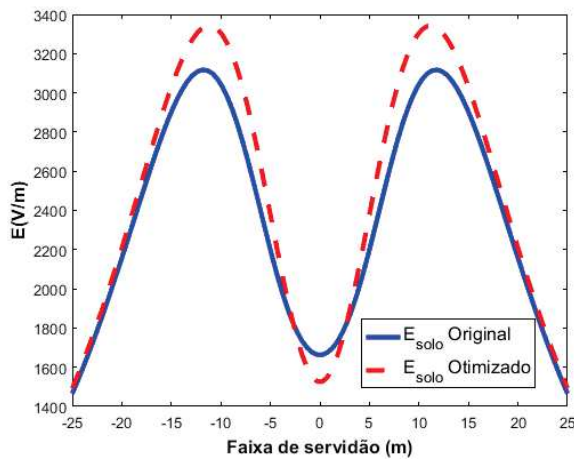


Figure 88 – LT 02 cabos por fase: campo elétrico ao nível do solo original e otimizado - método GD.

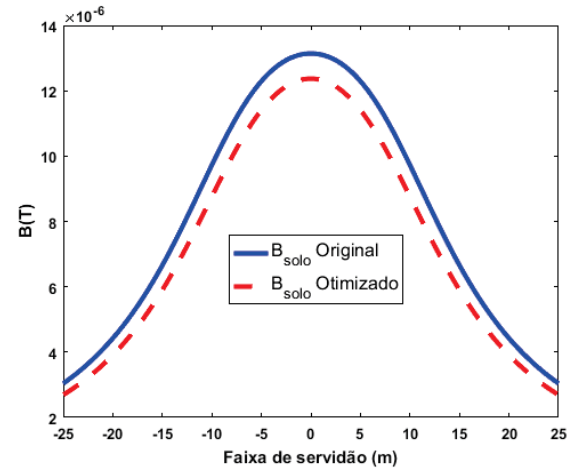


Figure 89 – LT 02 cabos por fase: densidade de fluxo magnético ao nível do solo original e otimizado - método GD.

caso é de 19,377 kV/cm. Isto demonstra que o processo de otimização consegue explorar o aumento do campo elétrico superficial em cada um dos feixes, respeitando-se a restrição relacionada ao campo elétrico superficial crítico. Verifica-se que a restrição do centro de massa adotada faz com que a compactação das fases da geometria ocorra de maneira reduzida. Logo, tem-se com isso, menor alteração da geometria original e menores ganhos no SIL. O aumento de SIL obtido neste caso e as distâncias entre subcondutores da geometria otimizada podem ser verificados na tabela 53.

Table 53 – SIL e Distâncias entre subcondutores LT 02 cabos por fase 345 kV

Caso I	Original	Otimizado
$d_{1,2}$ (m)	0,457	1,490
$d_{3,c}$ (m)	0,228	0,628
SIL (MW)	410,47	475,90
Aumento no SIL obtido (%)	-	15,93

Na tabela 53 pode ser verificado que o algoritmo do gradiente descendente consegue obter um ganho de SIL da ordem de 16 %. É interessante observar que o algoritmo explora muito bem o espaço de busca, de maneira que a restrição de distância máxima entre subcondutores esta ativa mas não é violada. Além disso, ele consegue aumentar o campo elétrico superficial máximo em todos os cabos sem que se tenha elevadas folgas de um condutor para o outro, entre o valor de campo elétrico superficial máximo e crítico calculados. Logo, com isso, consegue-se um elevado ganho de SIL mantendo-se os níveis de campo elétricos ao nível do solo em valores próximos aos da LT original. Além disso, a faixa de passagem resultante é ligeiramente menor do que a da LT original, em função da pequena compactação das fases ocorrida.

C.8 Otimização do Modelo Numérico da LT

C.8.1 Estudo de Caso 03 - LT 02 cabos por fase - 345 KV: Modelo Numérico

A LT de 345 kV 02 cabos por fase, adotada por concessionárias de energia no Brasil, é agora otimizada por meio do método elipsoidal com cortes múltiplos aplicado ao modelo numérico da LT. As restrições geométricas, e as restrições relacionadas aos campos eletromagnéticos da LT são os mesmos adotados na otimização do modelo analítico nas seções anteriores deste apêndice. Neste caso a restrição relacionada ao centro de massa é levada em consideração. Ao final de 100 iterações o método elipsoidal com cortes múltiplos aplicado na otimização do modelo numérico da LT obtém como solução a geometria mostrada na figura 90. As coordenadas x e y de cada um dos cabos da geometria original e otimizada podem ser verificados na tabela 54.

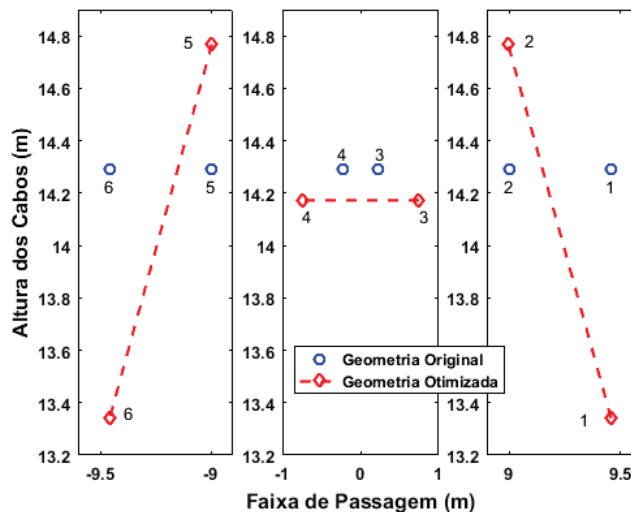


Figure 90 – LT 345 kV 02 cabos por fase: geometria original e otimizada - modelo numérico - método elipsoidal de cortes múltiplos.

Table 54 – Posições originais e otimizadas - Caso III - LT 345 kV 02 cabos por fase - modelo numérico

Posições	Fase 1 (m)		Fase 2 (m)		Fase 3 (m)	
x original	9,457	9,000	0,228	-0,228	-9,000	-9,457
x otimizado	9,457	8,995	0,749	-0,749	-8,995	-9,457
y original	14,290	14,290	14,290	14,290	14,290	14,290
y otimizado	13,340	14,767	14,172	14,172	14,767	13,340

A intensidade da densidade de fluxo magnético ao nível do solo e do campo elétrico ao nível do solo podem ser verificados nas figuras 91 e 92, respectivamente.

Nota-se um pequeno aumento do campo elétrico ao nível do solo, conforme mostrado na figura 91, devido a redução da altura de todas as fases da LT otimizada. Enquanto que a densidade de fluxo magnético ao nível do solo permanece praticamente a mesma

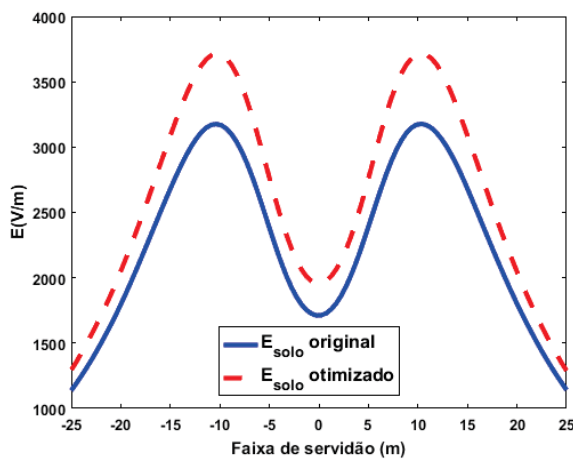


Figure 91 – Perfil do Campo Elétrico ao Nível do Solo - LT 345 kV 02 cabos por fase - modelo numérico.

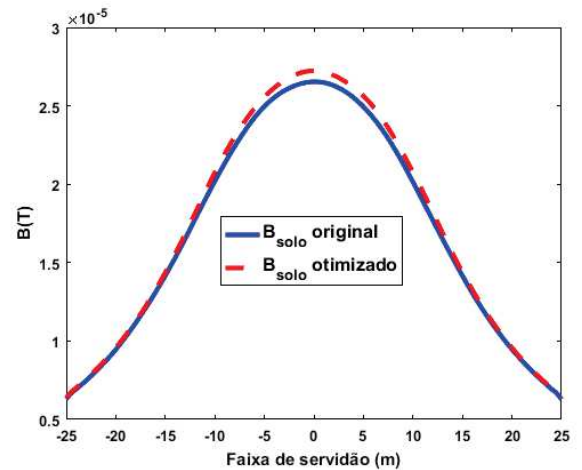


Figure 92 – Densidade de fluxo magnético ao Nível do Solo - LT 345 kV 02 cabos por fase - modelo numérico.

conforme pode ser observado na figura 92. O campo elétrico superficial máximo obtido em cada um dos cabos pode ser visto na tabela 55.

Table 55 – Intensidade de campo elétrico superficial máximo - LT 02 cabos modelo numérico (E_s crítico=19,377 kV/cm)

Cabo	E_s original (kV/cm)	E_s otimizado (kV/cm)
1	14,878	15,699
2	15,026	16,032
3	16,004	17,319
4	16,112	17,319
5	15,093	16,032
6	14,811	15,699

Nota-se a partir das intensidades de campos elétricos superficiais mostrados na tabela 55, que houve um aumento do campo elétrico superficial em cada um dos cabos da LT. No entanto, verifica-se que ainda há uma folga para um aumento do campo elétrico superficial, uma vez que o campo elétrico superficial crítico para este caso é de 19,377 kV/cm, de maneira que o carregamento dos cabos seja melhor aproveitado. O ganho de SIL e as distâncias entre os subcondutores da geometria original e otimizada podem ser verificados na tabela 56.

Tem-se neste caso, conforme mostrado na tabela 56 um aumento do SIL da ordem de 13 %, e nota-se que a distância máxima entre os subcondutores de 1,50 m adotada em LT's de 345 KV neste trabalho é atingida. Tem-se um ganho do SIL inferior ao obtido pelo método GD, e pelo método elipsoidal de cortes múltiplos aplicados ao modelo analítico da LT. Nota-se que a modelagem numérica do problema, e o uso da sensibilidade adjunta

Table 56 – SIL e Distâncias entre Subcondutores LT 02 Cabos por Fase 345 kV - modelo numérico

Caso I	Original	Otimizado
$d_{1,2}$ (m)	0,457	1,500
$d_{2,1}$ (m)	0,457	1,500
$d_{3,c}$ (m)	0,228	0,748
SIL (MW)	409,05	464,87
Aumento no SIL obtido (%)	-	13,64

analítica fazem com que se obtenha uma geometria diferente das obtidas a partir do modelo analítico. Isto demonstra a potencialidade da metodologia desenvolvida para a obtenção de novas geometrias otimizadas.