

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO Nº 1265

**DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO DE MODELAGEM
ELETROMAGNÉTICA EM FDTD PARA ESTUDO DA RESPOSTA
DE ATERRAMENTOS ELÉTRICOS E LINHAS DE TRANSMISSÃO
FRENTE A DESCARGAS ATMOSFÉRICAS**

KELVIN DE ALMEIDA CARVALHO

DATA DA DEFESA: 23/02/2022

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS – UFMG
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA - PPGEE

**DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO DE MODELAGEM
ELETROMAGNÉTICA EM FDTD PARA ESTUDO DA RESPOSTA
DE ATERRAMENTOS ELÉTRICOS E LINHAS DE TRANSMISSÃO
FRENTE A DESCARGAS ATMOSFÉRICAS**

KELVIN DE ALMEIDA CARVALHO

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Engenharia de Potência
Linha de Pesquisa: Sistemas de Energia Elétrica

**Orientador: Prof. Dr. Fernando Henrique
Silveira**

BELO HORIZONTE
FEVEREIRO – 2022

C331d Carvalho, Kelvin de Almeida.
Desenvolvimento e aplicação de modelagem eletromagnética em FDTD para estudo da resposta de aterramentos elétricos e linhas de transmissão frente a descargas atmosféricas [recurso eletrônico] / Kelvin de Almeida Carvalho. – 2022.
1 recurso online (115 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Fernando Henrique Silveira.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 108-115.
Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Raio - Teses. 3. Linha de transmissão - Teses. 4. Correntes elétricas - Aterramento - Teses. 5. Sistemas elétricos de potência - Teses. I. Silveira, Fernando Henrique. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621.3(043)

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Roseli Alves de Oliveira CRB/6 2121
Biblioteca Prof. Mário Werneck, Escola de Engenharia da UFMG

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA**

FOLHA DE APROVAÇÃO

**"Desenvolvimento e Aplicação de Modelagem Eletromagnética
Em FDTD Para Estudo da Resposta de Aterramentos Elétricos
e Linhas de Transmissão Frente A Descargas Atmosféricas"**

Kelvin de Almeida Carvalho

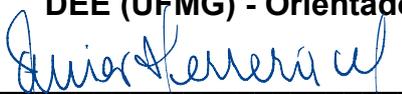
Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 23 de fevereiro de 2022.

Por:



Prof. Dr. Fernando Henrique Silveira
DEE (UFMG) - Orientador



Prof. Dr. Javier Gustavo Herrera Murcia
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Automática
(Universidad Nacional de Colombia)



Prof. Dr. Silvério Visacro Filho
DEE (UFMG)

*Dedico este trabalho à minha família, pelo
suporte integral*

Agradecimentos

Agradeço à minha mãe, Lourdes M. de A. Carvalho e ao meu pai, José Claudio C. de Carvalho, por terem me ensinado o caminho da educação.

Agradeço à minha companheira, Dalila Cassagni de M. Carvalho, pelo apoio e pelo encorajamento em todo o percurso, sem os quais não seria possível a realização deste trabalho.

Agradeço ao meu orientador, professor Dr. Fernando H. Silveira, pela parceria, suporte técnico e emocional e pelos aprendizados, que serão levados para a vida.

Agradeço aos professores do LRC, professor Dr. Fernando H. Silveira, professor Dr. Silvério Visacro Filho, professora Dra. Maria Helena Murta Vale e professor Dr. Alberto R. De Conti, pelos ensinamentos que contribuíram para minha formação ao longo do mestrado.

Agradeço aos amigos, Gabriel L. S. Almeida, Frederico S. Almeida, Hudson B. dos Santos, Sany A. de Macedo, Bárbara P. Silva, Valcimar S. de Andrade, pelos momentos de estudo em grupo, tanto presencial quanto remotamente.

Agradeço a Deus, por ter me dado saúde ao longo dessa jornada.

Resumo

O método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) destaca-se como uma técnica amplamente aplicada em análises de transitórios eletromagnéticos em aterramentos elétricos e linhas de transmissão. Podendo ser considerado conceitualmente simples, uma vez que sua implementação consiste na discretização direta das equações rotacionais de Maxwell, o FDTD apresenta em sua aplicação alguns desafios, sobretudo relacionados aos longos tempos de processamento envolvidos nas simulações. Nesse contexto, o presente trabalho objetiva aplicar o FDTD como modelagem eletromagnética no estudo de desempenho de aterramentos elétricos e linhas de transmissão frente às descargas atmosféricas, considerando a representação de fenômenos como a ionização do solo e a dependência com a frequência dos parâmetros do solo.

Como proposta para redução do tempo de simulação, a aplicação das fronteiras absorventes de Liao de terceira ordem e CPML (*Convolutional Perfectly Matched Layer*) garantiram a redução do espaço de simulação, gerando bons resultados nos estudos da elevação de potencial do solo para eletrodos horizontais de aterramentos em solos com parâmetros elétricos constantes. Além disso, a utilização de programação paralela através do modelo CUDA em unidade de processamento gráfico (GPU) proporcionou significativa redução nos tempos de simulação, comparados com o processamento em programação serial.

Por fim, para validar a modelagem proposta, extensivas comparações foram feitas com base nos resultados provenientes do modelo eletromagnético híbrido (HEM) e resultados apresentados na literatura. As simulações referentes aos aterramentos elétricos indicaram resultados consistentes, tanto para os estudos que consideraram o efeito da ionização do solo, bem como nos cenários onde a variação dos parâmetros do solo com a frequência foi considerada. Neste segundo caso, as maiores diferenças em termos da impedância impulsiva de aterramento, comparadas com o modelo HEM, foram de 4,67% e 6,35%, respectivamente, associadas a correntes com tempo de frente de 1 μ s e 4 μ s. Nos cálculos da sobretensão na cadeia de isoladores de linhas de transmissão de 138 kV e 500 kV, as diferenças em relação aos resultados providos pelo modelo HEM se mostraram dependentes do valor de resistência de aterramento e o tipo de técnica utilizada em FDTD para representação das torres das linhas de transmissão.

Palavras-chave: Método das Diferenças Finitas no Domínio do tempo (FDTD), Modelagem Eletromagnética, Descargas Atmosféricas, Aterramentos Elétricos, Desempenho de Sistemas Elétricos frente às Descargas Atmosféricas.

Abstract

The finite difference time domain (FDTD) method is widely applied in simulations related to transient analyses involving grounding and transmission lines. The FDTD method can be considered conceptually simple, once its implementation considers the discretization in time and space of the Maxwell curls equations. However, the application of this method presents some challenges, mainly related to long simulation time. In this context, the objective of this work is to apply the FDTD method as the electromagnetic model to study the lightning performance of grounding and transmission lines, considering the representation of soil ionization and the frequency-dependence soil parameters.

In order to reduce the simulation time, the application of third order Liao's and CPML (Convolutional Perfectly Matched Layer) absorbing condition allowed a shorter simulation space and consistent results were obtained for a horizontal grounding electrode buried in a soil with constants parameters. In addition, the application of parallel computation by using the CUDA model applied in a graphic processing unit (GPU) provided an expressive reduction in the simulation time compared with the application of serial computation.

Finally, to validate the proposed modeling, extended comparisons were applied based on results generated by the hybrid electromagnetic model (HEM) and reported results of the literature. Consistent results were obtained when the soil ionization was considered, as well as when the effect of the frequency-dependence of soil parameters was assumed. In the latter case, the most significant percentage differences in terms of grounding impulse impedance were 4.67% and 6.35%, respectively, for 1 μ s and 4 μ s current front-time. In terms of the calculated overvoltages across line insulator strings of 138-kV and 500-kV transmission lines, the differences in comparison to the results provided by the HEM model varied according with the tower-footing grounding resistance and the FDTD technique applied to model the towers.

Keywords: Finite difference time domain method (FDTD), Electromagnetic modeling, Lightning, Grounding, Lightning performance of electric systems.

Sumário

1	Introdução.....	12
1.1	Relevância e Motivação.....	12
1.2	Objetivo	14
1.3	Metodologia de desenvolvimento.....	15
1.4	Organização do texto	15
2	Método Eletromagnético FDTD.....	17
2.1	O Método FDTD.....	17
2.2	Equacionamento.....	18
2.3	A célula de Yee.....	21
2.4	Estabilidade Numérica.....	22
2.5	Representação de Elementos de Circuito.....	22
2.5.1	Fonte de Tensão.....	23
2.5.2	Fonte de Corrente	24
2.5.3	Resistor	24
2.6	Modelagem de um Fio Condutor Fino.....	25
2.6.1	Fio Fino Umashankar et al.....	25
2.6.2	Fio Fino Noda et al	27
2.7	Células com Tamanhos Não Uniformes	29
2.8	Comentários finais	31
3	Fronteiras Absorventes em Ambiente de Simulação FDTD.....	33
3.1	Introdução	33
3.2	Tratamento das Fronteiras do ambiente FDTD	33
3.3	Fronteira Absorvente de Liao	35
3.4	Fronteira PML e CPML.....	38
3.4.1	Fronteira PML	38

3.4.2	Fronteira CPML.....	41
3.5	Estudo de Caso 1: Aplicação das Técnicas de Fronteiras Absorventes	43
3.6	Estudo de Caso 2: Aplicação de Células Não Uniformes.....	46
4	Aplicação de Programação Paralela em GPU	49
4.1	Aspectos Gerais	49
4.2	Mapeando o Espaço FDTD.....	52
4.3	Gerenciamento de memória	54
4.4	Comparação de Performance	57
4.5	Comentários finais	58
5	Resultados e Análises.....	59
5.1	Introdução	59
5.2	Comentários Gerais Sobre a Modelagem Eletromagnética em FDTD Desenvolvida	59
5.3	Comparação de resultados com (MELO, 2017)	62
5.4	Estudo Relativo aos Aterramentos Elétricos	64
5.4.1	Influência das Fronteiras Absorventes e do Espaço de Simulação .	64
5.4.2	Representação do fenômeno de Ionização do Solo	79
5.4.3	Representação da Dependência com a Frequência dos Parâmetros Elétricos do Solo	85
5.5	Estudo Relativo às Linhas de Transmissão.....	100
5.5.1	Introdução.....	100
5.5.2	Linha de Transmissão com Sistema de Aterramento Simplificado	101
5.5.3	Linha de Transmissão com Sistema de Aterramento Completo....	105
5.5.4	Linha de Transmissão: Diferentes Valores de Resistências de Aterramento	109
6	Conclusões e Propostas de Continuidade.....	114
6.1	Conclusões	114

6.2	Propostas de Continuidade.....	117
	Referências Bibliográficas.....	119

1 Introdução

1.1 Relevância e Motivação

A Descarga Atmosférica é um fenômeno eletromagnético que se expressa através de uma corrente elétrica impulsiva de alta intensidade e de curta duração que em alguns casos pode atingir a superfície da Terra (VISACRO, 2005). As descargas que alcançam o solo são classificadas como descargas nuvem-solo. Apesar da literatura estimar que descargas nuvem-solo compreendem menos de 25% do total, são essas que despertam o maior interesse nos estudos de engenharia de proteção, pois o fluxo de corrente estabelecido determina condições severas de risco para a sociedade (VISACRO, 2005).

Devido à intensidade, frequência de ocorrência e caráter aleatório das descargas atmosféricas, vários trabalhos têm sido realizados para a medição dos seus parâmetros e avaliação de suas características (BERGER; ANDERSON; KROENINGER, 1975), (SILVEIRA; VISACRO, 2019), (GUIMARÃES *et al.*, 2018). Além disso, diversas abordagens são consideradas para se avaliar o impacto da interação das descargas atmosféricas com o sistema elétrico, sendo elas geralmente classificadas como abordagens analíticas, por parâmetros de circuitos e eletromagnéticas. Considerando o terceiro grupo, destacam-se o *method of moments* (MoM) (PODGORSKI; LANDT, 1987), o método *partial-element equivalent-circuit* (PEEC) (RUEHLI, 1974), o modelo *hybrid electromagnetic model* (HEM) (VISACRO; SOARES, 2005) e o método *finite-difference time-domain* (FDTD) (YEE, 1966).

Através de uma revisão bibliográfica sobre os métodos computacionais de caráter eletromagnético, observou-se uma série de trabalhos que utilizam o FDTD na modelagem aplicado em sistemas de energia elétrica (CIGRE, 2019). De acordo com Tatematsu *et al.* (2019), o FDTD é uma das técnicas mais utilizadas na computação eletromagnética. Segundo Tatematsu e Noda (2014), cálculos baseados em FDTD permitem o modelamento de parâmetros de solo não-homogêneos, estruturas tridimensionais e sistemas de aterramentos. Além disso, Tatematsu *et al.* (2019) argumentam que este

método se destaca como uma efetiva modelagem no estudo de fenômenos eletromagnéticos transitórios em subestações, linhas de transmissão e distribuição.

O trabalho pioneiro de Tanabe (2001) utiliza o FDTD na análise do comportamento transitório de aterramentos elétricos voltado para proteção contra correntes típicas de descargas atmosféricas. A partir de então, a literatura passa a apresentar diversas publicações que aplicam esse método eletromagnético na análise de desempenho de sistemas elétricos de potência. Por exemplo, os trabalhos de Noda (2002), Baba *et al.* (2005) e Taniguchi *et al.* (2008) descrevem a forma de representação de condutores elétricos com diâmetros reduzidos e comparam com resultados de medições. Além disso, aplicações nos cálculos das tensões induzidas em linhas de transmissão também empregam o método FDTD (TATEMATSU; NODA, 2014). Dispositivos com características não-lineares são retratados em um ambiente de simulação FDTD por Tatematsu e Noda (2014), a representação do efeito corona é aplicada no trabalho de Thang *et al.* (2012), além da incorporação do efeito da ionização do solo (ALA *et al.*, 2008). Por fim, destaca-se a recente brochura técnica do CIGRE (CIGRE, 2019), onde são descritas aplicações deste método no estudo de surtos eletromagnéticos associados às descargas atmosféricas.

O método FDTD baseia-se na discretização das equações rotacionais de Maxwell no tempo e no espaço. A implementação desta modelagem consiste no cálculo das componentes de campo elétrico e magnético ao longo do tempo discreto para cada ponto de um espaço de simulação dividido em inúmeras células cúbicas. Portanto, a simulação de espaços extensos resulta em longos tempos de processamento, sendo este um desafio importante associado à aplicação do método. Para contornar esse problema, algumas técnicas são adotadas como, por exemplo, a aplicação de um espaço de simulação menor com fronteiras absorventes nas extremidades para evitar reflexões dos sinais eletromagnéticos. Dentre as técnicas apresentadas na literatura, pode-se citar a fronteira de Liao (ZHEN-FENG *et al.*, 1984) e a *Perfect Matched Layer* (PML) (BERENGER, 1994). Uma outra técnica para reduzir o tempo de simulação consiste na utilização de unidades de processamento gráfico, como nos trabalhos de Tatematsu (2015) e Mohammadi *et al.* (2020).

Um outro desafio importante associado à aplicação do método FDTD está relacionado à representação de efeitos dependentes da frequência, como, por exemplo, a representação da dependência com a frequência dos parâmetros elétricos do solo no estudo do transitório eletromagnético de aterramentos frente às correntes típicas de descargas atmosféricas. Sendo o FDTD um método no domínio do tempo, a representação de meios dispersivos não é direta, requerendo ajustes na modelagem (TAFLOVE; HAGNESS, 2005), (ELSHARBENI; DEMIR, 2015), (KUKLIN, 2016a), (OLIVEIRA *et al.*, 2017).

Diante desta contextualização, observa-se que o tema apresenta significativa relevância em aplicações de engenharia de potência. Nota-se que a análise do comportamento dos aterramentos elétricos e linhas de transmissão frente às descargas atmosféricas tem grande importância para a indústria e grupos de pesquisas na área de sistemas de energia elétrica. Com base na recorrência do assunto na literatura, os métodos computacionais eletromagnéticos têm sido um excelente aparato na busca de soluções consistentes. Dessa forma, o FDTD destaca-se como um método computacional apropriado para a efetivação desse estudo.

1.2 Objetivo

Esta dissertação de mestrado tem como objetivo desenvolver uma modelagem computacional eletromagnética baseada no método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) para aplicação em estudos de desempenho dos aterramentos elétricos e linhas de transmissão frente às descargas atmosféricas, considerando técnicas que permitam o menor tempo de processamento e o menor consumo de memória. O desenvolvimento desta dissertação está relacionado à continuidade do trabalho de dissertação de mestrado de Melo (2017), e, no presente trabalho, pretende-se avançar em tópicos como a representação do fenômeno da ionização do solo e a dependência com a frequência dos parâmetros do solo, bem como no uso de fronteiras absorventes mais eficientes e a aplicação da técnica *staircase* para modelagem de condutores com geometria oblíqua.

1.3 Metodologia de desenvolvimento

A metodologia de desenvolvimento do trabalho considera a realização de revisão bibliográfica dos principais trabalhos relativos ao método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) e sua aplicação em simulações referentes aos sistemas elétricos de potência. Em seguida, o FDTD será implementado na modelagem de aterramentos elétricos e linhas de transmissão para estudos de desempenho frente às descargas atmosféricas. Planeja-se adotar técnicas que permitam otimizar o modelamento, tanto em termos da redução do tempo de processamento quanto do uso de memória. A realização dessa etapa considera desenvolvimentos relativos às fronteiras absorventes de Liao e *Convolutional Perfectly Matched Layer* (CPML) e à aplicação de unidades de processamento gráfico para execução do método computacional. Em termos da modelagem eletromagnética desenvolvida, pretende-se incorporar a representação de fenômenos não-lineares, como a ionização do solo que circunda os eletrodos de aterramento quando submetidos a correntes impulsivas de amplitude elevada, e fenômenos dependentes com a frequência, como a variação dos parâmetros elétricos do solo resistividade e permissividade em frequências típicas de descargas atmosféricas.

Na sequência, com a finalidade de validar o algoritmo desenvolvido, são feitas implementações e alguns testes comparando com resultados provenientes de medições e de modelos já consolidados na literatura. Por último, será desenvolvido um conjunto extenso de análises de sensibilidade buscando a compreensão dos cenários em que o modelo retrata os aspectos físicos relativos ao comportamento do sistema elétrico, notadamente dos aterramentos elétricos e linhas de transmissão, frente às descargas atmosféricas.

1.4 Organização do texto

Na sequência é descrito como o texto foi organizado, sendo que o presente capítulo é dedicado à introdução do tema do trabalho.

No **Capítulo 2** o modelo FDTD é apresentado, destacando-se suas principais considerações, bem como a representação de elementos de circuitos, utilizados em simulações envolvendo sistemas elétricos.

No **Capítulo 3** é detalhada a importância da aplicação de fronteiras absorventes nas extremidades do ambiente de simulação para evitar reflexões que podem afetar os resultados. São descritas as principais técnicas utilizadas na literatura e um exemplo de aplicação é relatado ao final.

O **Capítulo 4** apresenta a metodologia aplicada para reduzir o tempo de processamento envolvidos nas simulações. São descritos os passos considerados na aplicação da modelagem em FDTD via programação paralela em unidades de processamento gráfico (GPU).

No **Capítulo 5** são destacados os resultados obtidos através da modelagem em FDTD desenvolvida. São descritos os resultados envolvendo simulações de aterramentos elétricos e linhas de transmissão.

As principais conclusões são apresentadas no **Capítulo 6**.

As referências bibliográficas citadas ao longo do texto se encontram listadas ao final do trabalho.

2 Método Eletromagnético

FDTD

Este capítulo é dedicado à descrição do método computacional das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD). Todo o detalhamento deste modelo é exposto com detalhes na literatura como, por exemplo, nos livros de Taflove e Hagness (2005) e de Elsherbeni e Demir (2015). Ao longo deste capítulo são destacadas as principais considerações envolvidas no desenvolvimento da aplicação FDTD deste trabalho, voltada para análise de surtos eletromagnéticos em sistemas de aterramentos e linhas de transmissão.

2.1 O Método FDTD

Em 1966, o pesquisador Kane S. Yee publicou um artigo (YEE, 1966) onde foram desenvolvidas as bases do algoritmo de implementação do método numérico das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD), abreviação do termo em inglês. Esse método baseia-se na discretização das equações rotacionais de Maxwell no tempo e no espaço para o cálculo dos campos elétrico e magnético em uma determinada região de interesse. A implementação deste método consiste na divisão do espaço em análise em um reticulado constituído por células cúbicas, denominadas na literatura como *Yee grid*.

Através de uma pesquisa na literatura, pode-se destacar alguns aspectos positivos relacionados à implementação deste método computacional. Por exemplo, Sadiku (2009) e Inan e Marshall (2011) argumentam que devido ao processo de discretização, esse método é facilmente compreensível e segue diretamente as equações de Maxwell, tornando-se uma modelagem conceitualmente simples. Além disso, Sadiku (2009) acrescenta que a implementação de condutores não homogêneos ou estruturas elétricas é

direta, uma vez que os parâmetros estruturais (ϵ , μ , σ) podem ser funções de cada ponto no espaço.

Porém, há também algumas desvantagens e limitações apontadas para o uso desse método. Segundo Sadiku (2009) e Inan e Marshall (2011), a implementação do FDTD exige o modelamento de objetos assim como seu entorno, tornando a execução do programa muito trabalhosa em alguns casos. Além disso, conforme citado por Inan e Marshall (2011), grandes espaços exigem longos tempos computacionais nas simulações.

2.2 Equacionamento

Segundo Taflove e Hagness (2005) e Elsherbeni e Demir (2015), pode-se escrever as equações rotacionais de Maxwell para um meio com perdas, linear, isotrópico e não-dispersivo como

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{H} - \frac{1}{\epsilon} (\vec{J}_i + \sigma^e \vec{E}), \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{E} - \frac{1}{\mu} (\vec{M}_i + \sigma^m \vec{H}), \quad (2.2)$$

onde E é o campo elétrico (V/m), H é o campo magnético (A/m), ϵ é a permissividade elétrica (F/m), μ é a permeabilidade magnética (H/m), σ^e é a condutividade elétrica (S/m), σ^m é a condutividade magnética (Ω/m), J_i representa a densidade de corrente de condução imposta (A/m^2) e M_i representa uma densidade de corrente magnética imposta (V/m^2).

Em um ambiente tridimensional, a decomposição das equações vetoriais (2.1) e (2.2) resulta em um sistema de seis equações. Conforme descrito por Elsherbeni e Demir (2015) e Taflove e Hagness (2005), as componentes das equações rotacionais de Maxwell nos eixos cartesianos são

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_x} \left[\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - (J_{ix} + \sigma_x^e E_x) \right], \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_y} \left[\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - (J_{iy} + \sigma_y^e E_y) \right], \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_z} \left[\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - (J_{iz} + \sigma_z^e E_z) \right], \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu_x} \left[\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - (M_{ix} + \sigma_x^m H_x) \right], \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu_y} \left[\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - (M_{iy} + \sigma_y^m H_y) \right], \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu_z} \left[\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - (M_{iz} + \sigma_z^m H_z) \right]. \quad (2.8)$$

O equacionamento do método FDTD baseia-se na discretização das operações diferenciais envolvidas em (2.3)-(2.8). Conforme descrito por Taflove e Hagness (2005) e Elsherbeni e Demir (2015), aplicando a técnica das diferenças centrais para aproximar as derivadas no espaço e tempo presentes em (2.3)-(2.8), resulta-se nas respectivas equações:

$$\begin{aligned} E_x^{n+1}(i, j, k) &= \frac{2\varepsilon_x(i, j, k) - \Delta t \sigma_x^e(i, j, k)}{2\varepsilon_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^e(i, j, k)} \times E_x^n(i, j, k) + \\ &\frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^e(i, j, k))\Delta y} \times \left(H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k) \right) - \\ &\frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^e(i, j, k))\Delta z} \times \left(H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1) \right) - \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} &\frac{2\Delta t}{2\varepsilon_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^e(i, j, k)} \times J_{ix}^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k), \\ E_y^{n+1}(i, j, k) &= \frac{2\varepsilon_y(i, j, k) - \Delta t \sigma_y^e(i, j, k)}{2\varepsilon_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^e(i, j, k)} \times E_y^n(i, j, k) + \\ &\frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^e(i, j, k))\Delta z} \times \left(H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1) \right) - \\ &\frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^e(i, j, k))\Delta x} \times \left(H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k) \right) - \\ &\frac{2\Delta t}{2\varepsilon_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^e(i, j, k)} \times J_{iy}^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k), \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned}
 E_z^{n+1}(i, j, k) &= \frac{2\varepsilon_z(i, j, k) - \Delta t \sigma_z^e(i, j, k)}{2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k)} \times E_z^n(i, j, k) + \\
 &\frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k))\Delta x} \times \left(H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k) \right) - \\
 &\frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k))\Delta y} \times \left(H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k) \right) -
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{2\Delta t}{2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k)} \times J_{iz}^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k), \\
 H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) &= \frac{2\mu_x(i, j, k) - \Delta t \sigma_x^m(i, j, k)}{2\mu_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^m(i, j, k)} \times H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \\
 &\frac{2\Delta t}{(2\mu_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^m(i, j, k))\Delta z} \times \left(E_y^n(i, j, k+1) - E_y^n(i, j, k) \right) - \\
 &\frac{2\Delta t}{(2\mu_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^m(i, j, k))\Delta y} \times \left(E_z^n(i, j+1, k) - E_z^n(i, j, k) \right) - \\
 &\frac{2\Delta t}{2\mu_x(i, j, k) + \Delta t \sigma_x^m(i, j, k)} \times M_{ix}^n(i, j, k),
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned}
 H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) &= \frac{2\mu_y(i, j, k) - \Delta t \sigma_y^m(i, j, k)}{2\mu_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^m(i, j, k)} \times H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \\
 &\frac{2\Delta t}{(2\mu_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^m(i, j, k))\Delta x} \times \left(E_z^n(i+1, j, k) - E_z^n(i, j, k) \right) - \\
 &\frac{2\Delta t}{(2\mu_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^m(i, j, k))\Delta z} \times \left(E_x^n(i, j, k+1) - E_x^n(i, j, k) \right) - \\
 &\frac{2\Delta t}{2\mu_y(i, j, k) + \Delta t \sigma_y^m(i, j, k)} \times M_{iy}^n(i, j, k),
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

$$\begin{aligned}
 H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) &= \frac{2\mu_z(i, j, k) - \Delta t \sigma_z^m(i, j, k)}{2\mu_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^m(i, j, k)} \times H_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \\
 &\frac{2\Delta t}{(2\mu_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^m(i, j, k))\Delta y} \times \left(E_x^n(i, j+1, k) - E_x^n(i, j, k) \right) - \\
 &\frac{2\Delta t}{(2\mu_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^m(i, j, k))\Delta x} \times \left(E_y^n(i+1, j, k) - E_y^n(i, j, k) \right) - \\
 &\frac{2\Delta t}{2\mu_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^m(i, j, k)} \times M_{iz}^n(i, j, k),
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

As equações (2.9)-(2.14) são denominadas na literatura como equações de atualização dos campos elétricos e magnéticos. Os termos i, j, k referem-se às posições no espaço e a letra n se refere ao instante de tempo em questão. Na próxima seção é descrito com mais detalhes o arranjo das componentes de campo no ambiente de simulação.

2.3 A célula de Yee

Conforme mencionado, no FDTD o ambiente de simulação é dividido em inúmeras células de Yee. Em um cenário tridimensional, por exemplo, cada célula recebe uma coordenada i, j e k referente aos eixos cartesianos x, y e z , respectivamente. A Figura 2.1 apresenta o arranjo das componentes do campo elétrico e magnético em uma célula de Yee.

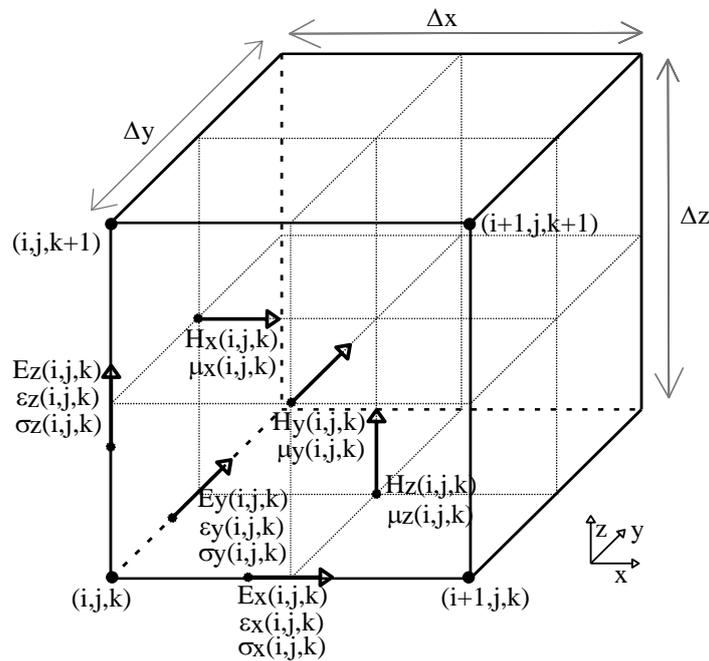


Figura 2.1 – Célula Yee. Adaptado de (JIMÉNEZ-MEJÍA, E., 2014).

A Figura 2.1 apresenta algumas componentes de campo referentes às células adjacentes. Observa-se que as componentes do vetor campo elétrico são paralelas às arestas do cubo e posicionadas no meio destas. Já as componentes do vetor campo magnético são normais às faces, e posicionadas no centro delas. Os parâmetros do meio também recebem seus respectivos índices. Conforme Elsherbeni e Demir (2015), a condutividade elétrica é distribuída e indexada junto com a permissividade e as componentes do campo elétrico, e, por outro lado, a condutividade magnética é distribuída do mesmo modo que a permeabilidade e as componentes do campo magnético. A Figura 2.1 também destaca alguns desses parâmetros do meio.

2.4 Estabilidade Numérica

Para garantir a estabilidade numérica deve-se obedecer uma relação entre a velocidade de propagação da onda com uma taxa mínima de discretização no tempo (INAN; MARSHALL, 2011). Conforme descrito por Elsherbeni e Demir (2015), a estabilidade numérica do FDTD é definida pela condição de Courant (COURANT; FRIEDRICHS; LEWY, 1967). Portanto, o intervalo de discretização do tempo, Δt , deve então obedecer a

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}}, \quad (2.15)$$

onde c é a velocidade da luz e Δx , Δy , e Δz , são os comprimentos das arestas nos eixos x , y e z , respectivamente.

2.5 Representação de Elementos de Circuito

Em um ambiente FDTD é possível modelar elementos de circuitos elétricos como, por exemplo, resistores, capacitores, indutores, diodo, fonte de tensão e fonte de corrente. Segundo Elsherbeni e Demir (2015), a corrente elétrica que flui através desses elementos pode ser representada através da densidade de corrente de condução, J_i , presente na equação rotacional de Maxwell (2.1). Portanto, a modelagem destes elementos é realizada através de ajustes nas equações de atualização de campos, previamente apresentadas. Ao longo desta seção são descritos esses ajustes referentes aos principais elementos utilizados nas simulações envolvendo aterramentos elétricos e linhas de transmissão: fonte de tensão, fonte de corrente e resistores.

2.5.1 Fonte de Tensão

A Figura 2.2 apresenta uma fonte de tensão V_s com resistência interna R_s entre dois nós no ambiente de simulação FDTD. Observa-se, através dos índices dos nós, que tal fonte está no sentido positivo do eixo z.

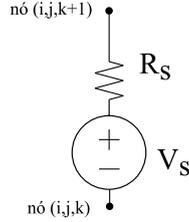


Figura 2.2 – Fonte de tensão entre dois nós. Adaptada de (ELSHARBENI; DEMIR, 2015).

De acordo com (ELSHARBENI; DEMIR, 2015), a equação de atualização do campo elétrico ajustada para representar uma fonte de tensão ao longo do eixo z é dada por

$$\begin{aligned}
 E_z^{n+1}(i, j, k) = & \frac{2\varepsilon_z(i, j, k) - \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) - \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}}{2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}} \times E_z^n(i, j, k) + & (2.16) \\
 & \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}) \Delta x} \times \left(H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k) \right) - \\
 & \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}) \Delta y} \times \left(H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k) \right) - \\
 & \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}) (R_s \Delta x \Delta y)} \times V_s^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k),
 \end{aligned}$$

onde V_s são os valores que a fonte de tensão assume ao longo do tempo e R_s é a resistência interna. Para inverter a polaridade da fonte, basta inverter o sinal de V_s . A representação de fonte de tensão ao longo do eixo x e y é feita de maneira análoga.

2.5.2 Fonte de Corrente

A Figura 2.2 apresenta uma fonte de corrente I_s com resistência interna R_s entre dois nós no ambiente de simulação FDTD. Observa-se, através dos índices dos nós, que tal fonte está no sentido positivo do eixo z.

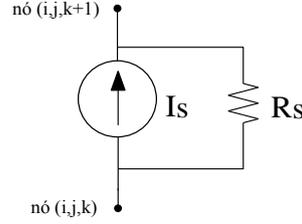


Figura 2.3 – Fonte de corrente entre dois nós. Adaptada de (ELSHARBENI; DEMIR, 2015).

De acordo com Elsherbeni e Demir (2015), a equação de atualização do campo elétrico ajustada para representar uma fonte de corrente ao longo do eixo z é dada por

$$\begin{aligned}
 E_z^{n+1}(i, j, k) = & \frac{2\varepsilon_z(i, j, k) - \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) - \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}}{2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}} \times E_z^n(i, j, k) + \\
 & \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}) \Delta x} \times \left(H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k) \right) - \\
 & \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}) \Delta y} \times \left(H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k) \right) - \\
 & \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_z(i, j, k) + \Delta t \sigma_z^e(i, j, k) + \frac{\Delta t \Delta z}{R_s \Delta x \Delta y}) (\Delta x \Delta y)} \times I_s^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k),
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

onde I_s são os valores que a fonte de corrente assume ao longo do tempo e R_s é a resistência interna. Assim como para a fonte de tensão, para inverter a polaridade da fonte, basta inverter o sinal de I_s . A representação de fonte de corrente ao longo do eixo x e y é feita de maneira análoga.

2.5.3 Resistor

Assim como as fontes de tensão e corrente, os resistores também podem ser representados entre dois nós do ambiente FDTD. Através da Figura 2.3, observa-se que

com a retirada da fonte de corrente, pode-se representar apenas o efeito do resistor. Portanto, com a anulação de I_s em (2.17), obtém-se a equação de atualização do campo elétrico ajustada para representar um resistor ao longo do eixo z (ELSHARBENI; DEMIR, 2015).

2.6 Modelagem de um Fio Condutor Fino

Nas simulações FDTD envolvendo aterramentos elétricos ou linhas de transmissão, são necessárias as representações de fios condutores de longos comprimentos e raios reduzidos. Esses elementos são utilizados, por exemplo, na modelagem das estruturas de uma torre ou nos elementos de sistemas de aterramento. Porém, na maioria dos casos, os raios desses condutores são menores que as arestas aplicadas nas células Yee. Esses elementos são denominados na literatura como fios finos. Há diversas formas para representar fios finos no FDTD. Na sequência desta seção são destacadas duas maneiras aplicadas neste trabalho.

2.6.1 Fio Fino Umashankar et al

A técnica de representação de um fio condutor fino descrita nesta subseção foi primeiramente proposta por Umashankar *et al.* (1987) e, posteriormente, aprimorada no trabalho (MAKINEN; JUNTUNEN; KIVIKOSKI, 2002). A Figura 2.4 apresenta um fio fino posicionado ao longo do eixo z e entre dois nós na grade FDTD. Observa-se que o raio do condutor é inferior às arestas das células.

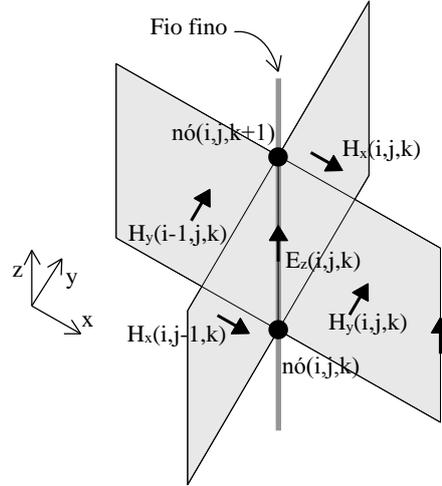


Figura 2.4 – Fio fino entre dois nós. Adaptada de (ELSHARBENI; DEMIR, 2015).

A modelagem desta técnica consiste no ajuste das equações de atualização das quatro componentes do campo magnético que envolvem o eixo do fio. Conforme descrito por Elsherbeni e Demir (2015), a equação de atualização do campo magnético $H_y(i,j,k)$, por exemplo, é descrita como

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) = H_y^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k) + k_{H_y} \frac{2\Delta t}{\mu_y(i,j,k)\Delta x \ln\left(\frac{\Delta x}{a}\right)} \times (E_z^n(i+1,j,k) - E_z^n(i,j,k)) - k_{H_y} \frac{\Delta t}{\mu_y(i,j,k)\Delta z} \times (E_x^n(i,j,k+1) - E_x^n(i,j,k)), \quad (2.18)$$

onde

$$k_{H_y} = \frac{\Delta x}{\Delta y} \tan^{-1}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right). \quad (2.19)$$

Observa-se que a equação (2.18) é similar à equação (2.13) para o caso de condutividade magnética nula. A única diferença consiste no ajuste dos termos que multiplicam os campos elétricos. Para o fio fino entre os nós (i,j,k) e $(i,j,k+1)$, deve-se fazer o ajuste de maneira análoga nas equações de atualização das quatro componentes do campo magnético que contornam o fio. Além disso, o valor do campo elétrico no eixo do fio, $E_z(i,j,k)$, deve ser forçado para um valor nulo ao longo do tempo.

2.6.2 *Fio Fino Noda et al*

Esta subseção é dedicada à uma técnica de representação do fio fino amplamente utilizada na literatura em simulações FDTD envolvendo surtos eletromagnéticos em sistemas elétricos. A representação de um fio condutor fino apresentada nesta seção foi primeiramente proposta por Noda e Yokoyama (2002).

Conforme descrito por Noda e Yokoyama (2002), na modelagem do fio fino é feito de um ajuste nos parâmetros do meio através do fator de correção

$$m = \frac{\ln\left(\frac{\Delta s}{r_0}\right)}{\ln\left(\frac{\Delta s}{r}\right)}, \quad (2.20)$$

onde Δs é o comprimento das arestas próximas ao fio fino, r é o raio do condutor que deseja-se representar e r_0 é aproximadamente $0,2298\Delta s$, resultando na expressão

$$m = \frac{1,471}{\ln\left(\frac{\Delta s}{r}\right)}. \quad (2.21)$$

A Figura 2.5 apresenta um fio fino posicionado ao longo do eixo z em uma grade FDTD. As componentes do campo elétrico no eixo do fio condutor são forçadas para valores nulos. Conforme observado na Figura 2.5 (b), os cálculos das componentes do campo elétrico próximo ao fio devem ser efetuados com a permissividade elétrica multiplicada pelo fator de correção m ($m\epsilon$). Além disso, os cálculos das componentes do campo magnético ao redor do fio devem ser executados com a permeabilidade magnética dividida por esse mesmo fator m (μ/m). Com exceção desses ajustes nos parâmetros do meio, não há nenhuma outra alteração nas equações de atualização das componentes de campo.

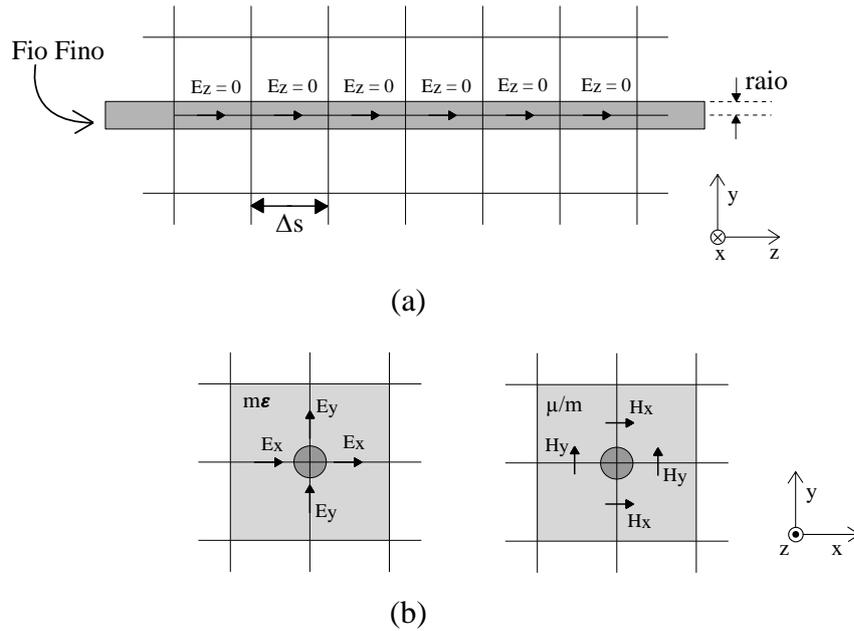


Figura 2.5 – (a) Fio fino ao longo do eixo z. (b) Vista em corte no plano xy. Adaptada de (NODA; YOKOYAMA, 2002).

Caso o fio condutor esteja em um local com perdas, a condutividade elétrica deve ser também ajustada pelo fator m , assim como ocorre com a permissividade elétrica. Conforme proposto por Baba *et al.* (2005), um fio fino posicionado em um meio com condutividade σ , é representado através da utilização da condutividade ajustada $m\sigma$ no cálculo das quatro componentes do campo elétrico próximo ao fio.

Para evitar possíveis instabilidades presentes na representação de fios finos com raios muito inferiores ou muito próximo ao comprimento da aresta das células, o artigo Taniguchi *et al.* (2008) propõe um aprimoramento da técnica do fio fino. Conforme indicado por Taniguchi *et al.* (2008), o fator de correção deve ser também aplicado nos parâmetros do meio para os cálculos das componentes de campo no sentido do fio. A Figura 2.6 apresenta esse cenário.

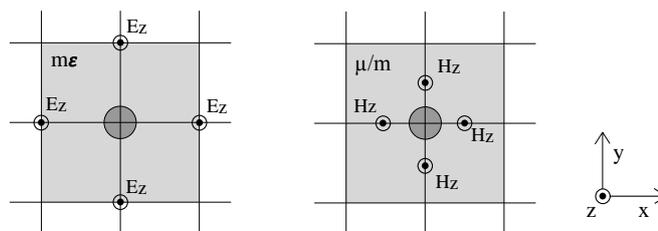


Figura 2.6 – (a) Fio fino ao longo do eixo z. (b) Vista em corte no plano xy. Adaptada de (TANIGUCHI *et al.*, 2008).

Segundo Taniguchi *et al.* (2008), para representar um fio fino com um raio r menor que $0,2298\Delta s$, a permeabilidade deve ser dividida pelo fator de correção m nos cálculos das componentes axiais do campo magnético próximas ao fio, além do ajuste para as componentes que circulam o fio. Além disso, Taniguchi *et al.* (2008), argumentam que para representar um fio fino com um raio r maior que $0,2298\Delta s$, a permissividade e a condutividade devem ser multiplicadas pelo fator de correção nos cálculos das componentes axiais do campo elétrico próximo, além do ajuste para as componentes radiais próximas ao fio.

2.7 Células com Tamanhos Não Uniformes

Como mencionado, a aplicação do método FDTD configura na divisão do espaço de simulação em células de Yee. Portanto, um parâmetro importante na modelagem é a escolha do tamanho das arestas dessas células. As arestas não podem ser muito pequenas, devido aos recursos limitados de memória computacional e longos tempos de simulação e, ao mesmo tempo, não podem ser muito grandes, para não haver perda de precisão. Conforme descrito por Elsherbeni e Demir (2015), a escolha do tamanho das células deve ser uma troca entre a redução do tempo de simulação e a melhoria na precisão.

Para reduzir o número de células que compõe um espaço de simulação, uma estratégia apresentada na literatura é a aplicação da grade FDTD com células de tamanho não uniforme. Segundo Taflove e Hagness (2005), essa técnica pode ser aplicada para ajustar objetos com geometrias menores na grade FDTD e, além disso, pode-se refinar a grade próxima às pontas de uma estrutura, para modelar um fenômeno de campo local.

Portanto, para aplicar uma grade não uniforme, deve haver uma região de transição das células de arestas menores para as células de arestas maiores. Para a organização dos tamanhos das células ao longo do espaço de simulação, Elsherbeni e Demir (2015) comentam que uma boa estratégia é definir sub-regiões no espaço onde as células assumem tamanhos uniformes e configurar regiões de transição entre elas, conforme apresentado na Figura 2.7. Uma outra estratégia para essa organização é apresentada por Mejía e Murcia (2015), onde um algoritmo para a divisão do espaço tridimensional FDTD é desenvolvido e validado.

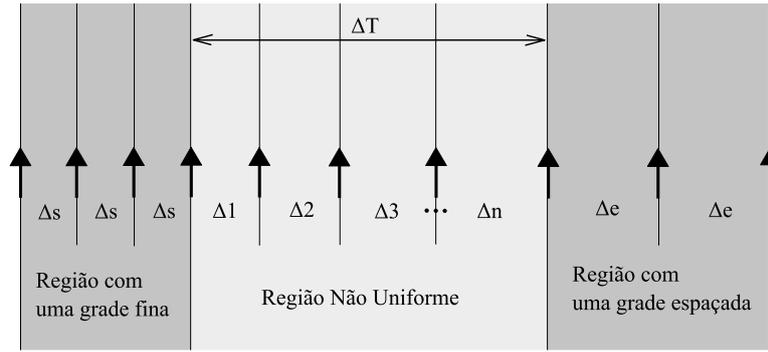


Figura 2.7 – Componentes de campo ao longo de uma região de transição. Adaptada de (ELSHARBENI; DEMIR, 2015).

Segundo Elsherbeni e Demir (2015), é essencial que as transições entre as regiões de grade fina e espaçada sejam graduais, de modo a minimizar reflexões numéricas que podem ocorrer devido às mudanças de tamanho das arestas. Uma boa prática, segundo Taflove e Hagness (2005), é manter $0,5\Delta_n \leq \Delta_{n+1} \leq 2\Delta_{n+2}$, para evitar grandes erros locais.

A Figura 2.8 apresenta algumas componentes de campo em células com o tamanho não uniforme. Como as arestas das células não possuem um valor constante, as distâncias entre as componentes de campo variam ao longo dos eixos cartesianos.

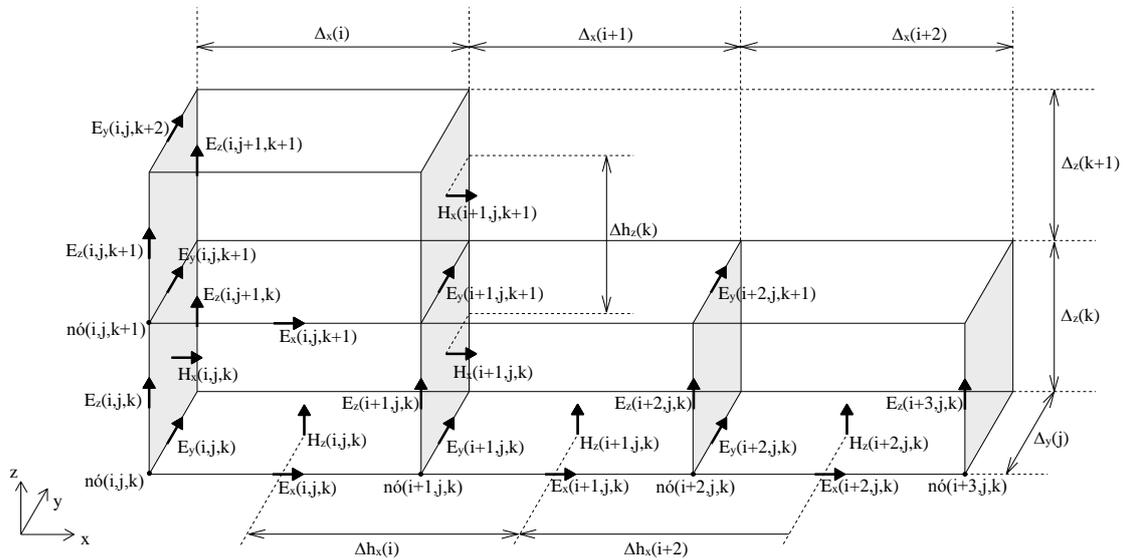


Figura 2.8 – Células com tamanhos não uniforme. Adaptada de (JIMÉNEZ-MEJÍA, R. E.; HERRERA MURCIA, 2015).

Observa-se que as distâncias das componentes z do campo elétrico ao longo do eixo x, por exemplo, são alteradas de acordo com o tamanho que as arestas das células assumem ao longo do eixo x. Já as distâncias das componentes z do campo magnético,

por exemplo, devem ser calculadas de acordo com o ponto médio entre duas células consecutivas ao longo do eixo x. Essas distâncias se aplicam de maneira análoga para as outras componentes nos outros eixos. Portanto, para aplicar células não uniformes, as distâncias Δ_x , Δ_y e Δ_z nas equações de atualização dos campos, (2.9)-(2.14), variam conforme o tamanho das arestas de cada local.

A equação de atualização da componente y do campo elétrico no centro da Figura 2.8, por exemplo, será descrita como

$$\begin{aligned}
 E_y^{n+1}(i+1, j, k+1) = & \frac{2\varepsilon_y(i+1, j, k+1) - \Delta t \sigma_y^e(i+1, j, k+1)}{2\varepsilon_y(i+1, j, k+1) + \Delta t \sigma_y^e(i+1, j, k+1)} \times E_y^n(i+1, j, k+1) \\
 & + \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_y(i+1, j, k+1) + \Delta t \sigma_y^e(i+1, j, k+1)) \Delta h_z(k)} \times \left(H_x^{n+\frac{1}{2}}(i+1, j, k+1) - \right. \\
 & \left. H_x^{n+\frac{1}{2}}(i+1, j, k) \right) - \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_y(i+1, j, k+1) + \Delta t \sigma_y^e(i+1, j, k+1)) \Delta h_x(i)} \times \left(H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+1, j, k+1) - \right. \\
 & \left. H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k+1) \right) - \frac{2\Delta t}{2\varepsilon_y(i+1, j, k+1) + \Delta t \sigma_y^e(i+1, j, k+1)} \times J_{iy}^{n+\frac{1}{2}}(i+1, j, k+1).
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Observa-se que (2.22) é praticamente igual a (2.10), porém em (2.22) as distâncias Δ_x e Δ_z , que antes eram constantes, foram substituídas pelos termos $\Delta h_x(i)$ e $\Delta h_z(k)$, cujos valores variam ao longo dos eixos x e z, respectivamente.

Por último, para garantir estabilidade numérica no cálculo do Δt , os termos Δ_x , Δ_y e Δ_z em (2.15) devem ser os valores mínimos assumidos pelas arestas nos eixos x, y e z, respectivamente (TAFLOVE; HAGNESS, 2005).

2.8 Comentários finais

Ao longo deste capítulo foram descritas as equações de atualização dos campos eletromagnéticos envolvidas no método FDTD. Além disso, foram destacados os meios de representar os principais elementos necessários em estudos de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia como, por exemplo, a representação de

elementos de circuitos e condutores finos. Conforme mencionado, cabe destacar que todo o detalhamento relacionado com o método FDTD é descrito com detalhes na literatura como nos livros de Taflove e Hagness (2005) e de Elsherbeni e Demir (2015).

Um ponto fundamental no método FDTD, consiste no tamanho limite que o espaço de simulação deve assumir. Reflexões que eventualmente ocorrem nas fronteiras do ambiente de simulação podem afetar os resultados calculados. Pra isso, utiliza-se técnicas de fronteiras absorventes para truncar o ambiente analisado. Dada a importância destas técnicas, o capítulo seguinte é dedicado a este tema.

3 Fronteiras Absorventes em Ambiente de Simulação FDTD

3.1 Introdução

Este capítulo é dedicado ao tratamento especial que deve ser aplicado nas fronteiras de um ambiente de simulação FDTD. São descritos alguns dos métodos de fronteiras absorventes presentes na literatura e são destacadas suas principais considerações. Por fim, um exemplo de aplicação é apresentado.

3.2 Tratamento das Fronteiras do ambiente FDTD

Devido à impossibilidade de se utilizar um espaço infinito, deve-se, uma vez configurado o cenário a ser estudado no ambiente FDTD, estabelecer o limite do espaço de simulação. Conforme será apontado ao longo do texto, há diversas formas de truncar o espaço de simulação.

Como o método FDTD emprega equações de diferenças centrais, são necessárias as informações das componentes de campo a uma distância de meia célula para cada lado do ponto de observação (TAFLOVE; HAGNESS, 2005). Logo, as equações de atualização dos campos não podem ser aplicadas nos planos mais externos do espaço de simulação. A Figura 3.1 apresenta essa situação. Conforme visto na equação (2.11), para atualizar a componente z do campo elétrico em um determinado ponto de coordenada (i, j, k) , são necessárias informações das componentes do campo magnético nas células adjacentes. Porém, na região da fronteira do espaço, o campo elétrico não pode ser

calculado devido à inexistência do valor do campo magnético posicionado fora do ambiente de simulação.

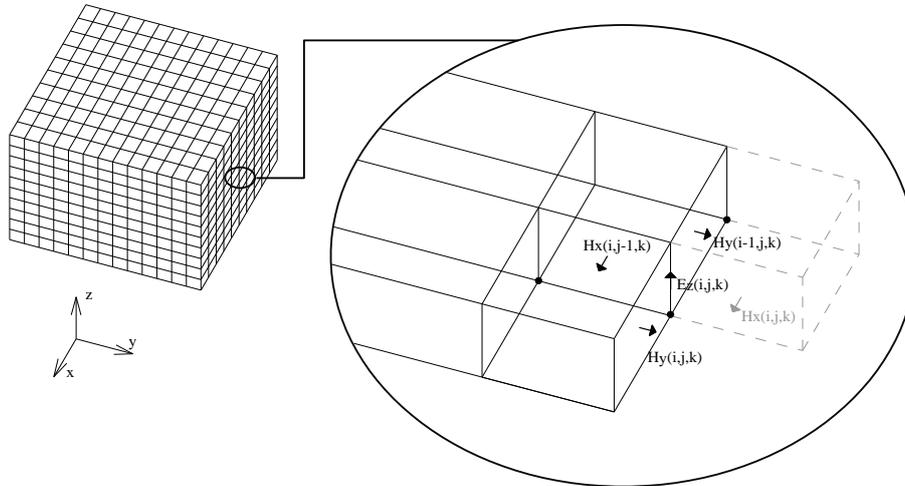


Figura 3.1 – Figura exemplificando as componentes fora do espaço de simulação.

A maneira mais simples de encarar essa questão é não considerar a atualização das componentes dos campos elétricos tangentes aos planos mais externos do espaço de simulação. Em outras palavras, os campos elétricos da periferia do espaço assumem sempre valor nulo. Essa técnica, que simula a aplicação de um material condutor perfeito nas extremidades do ambiente de simulação, é denominada na literatura como fronteira PEC, do termo inglês *perfect electric conductor*.

No entanto, em muitos casos, é necessário que as fronteiras simulem um espaço aberto, ou seja, deseja-se que as informações das ondas no intervalo de simulação comportem-se como que se aquela amostrada fosse uma pequena fração de um espaço infinito. Portanto, os limites da região de simulação devem receber um tratamento especial. Esse tratamento é denominado na literatura como condição de fronteira ou fronteiras absorventes, termo traduzido do inglês *absorbing boundary conditions (ABC)*. A aplicação dessas técnicas absorventes é de suma importância para evitar erros nos cálculos através do método FDTD. Conforme argumentado por Elsherbeni e Demir (2015), o truncamento incorreto do espaço de simulação cria reflexões numéricas que corrompem os resultados calculados após determinado tempo de simulação.

A literatura apresenta várias técnicas para encarar as bordas no espaço de simulação. Em seu livro, Taflove e Hagness (2005) organizam essas técnicas em dois

grupos: condições de fronteiras absorventes analíticas e *Perfect Matched Layer* (PML), que significa camada de combinação perfeita em uma tradução livre. Pode-se citar como condição de fronteira analítica, por exemplo, fronteira absorvente de Mur e fronteira de Liao. Para PML, pode-se destacar suas variações, como a *Uniaxial Perfectly Matched Layer* (UPML) e CPML.

Dentre as fronteiras absorventes analíticas, observa-se, através de uma pesquisa bibliográfica, que grande parte dos trabalhos que aplicam o FDTD como modelagem para analisar surtos eletromagnéticos em sistema elétricos utilizam a fronteira de Liao (NODA; YOKOYAMA, 2002), (BABA; RAKOV, 2006), (THANG *et al.*, 2012), (TATEMATSU; NODA, 2014). Em relação à fronteira PML, pode-se destacar alguns trabalhos desta linha de pesquisa que aplicam a CPML (JIMÉNEZ-MEJÍA, E., 2014), (KUKLIN, 2016a). Diante disso, é destacado neste texto as principais considerações e equações para a aplicação da fronteira absorvente de Liao e a CPML.

3.3 Fronteira Absorvente de Liao

A condição de fronteira de Liao foi desenvolvida por Liao *et al.* (1984). Essa técnica se baseia no cálculo das componentes dos campos elétricos tangentes à fronteira do espaço de simulação através de uma extrapolação com os valores previamente calculados em instantes de tempo e espaço anteriores. É utilizado um determinado número de componentes de campos calculadas ao longo de uma linha perpendicular à borda do espaço de simulação (TAFLOVE; HAGNESS, 2005). Conforme a ordem dessa fronteira aumenta, mais valores são considerados na extrapolação.

A componente de campo na fronteira do ambiente de simulação é obtida de acordo com a equação para transmissão de uma onda plana descrita por Liao *et al.* (1984), dada por

$$u(t + \Delta t, x_{m\acute{a}x}) \approx \sum_{j=1}^N (-1)^{j+1} C_j^N u(t - (j - 1)\Delta t, x_{m\acute{a}x} - j\alpha c\Delta t), \quad (3.1)$$

onde c é a velocidade da luz, N é a ordem da fronteira, Δt é o degrau de tempo e C_j^N é o coeficiente binomial, dado por

$$C_j^N = \frac{N!}{j!(N-j)!}. \quad (3.2)$$

Em (3.1), o termo j é o degrau no espaço e $\alpha\Delta t$ é a distância de amostragem das componentes de campo. O valor de α pode variar entre 0,5 e 2 (LIAO *et al.*, 1984). Segundo Zhang e Yu (2012), se $\alpha\Delta t$ for igual a Δs , onde Δs é a aresta da célula Yee, as distâncias de amostragem coincidem com a grade Yee. Portanto, as equações para a aplicação da fronteira absorvente de Liao de segunda e terceira ordem, por exemplo, são dadas, respetivamente, por

$$u(t + \Delta t, x_{m\acute{a}x}) = 2 * u(t, x_{m\acute{a}x-1}) - u(t - \Delta t, x_{m\acute{a}x-2}), \quad (3.3)$$

$$u(t + \Delta t, x_{m\acute{a}x}) = 3 * u(t, x_{m\acute{a}x-1}) - 3 * u(t - \Delta t, x_{m\acute{a}x-2}) + u(t - 2\Delta t, x_{m\acute{a}x-3}). \quad (3.4)$$

A Figura 3.2 apresenta um detalhamento das componentes do campo elétrico envolvidas na aplicação da fronteira de Liao de segunda ordem no plano mais externo do espaço de simulação no eixo y . Conforme observado, para o cálculo da componente z do campo elétrico em um determinado instante de tempo ($t+\Delta t$), são considerados os valores das componentes deste campo nas células mais internas no espaço e em instantes de tempo anteriores.

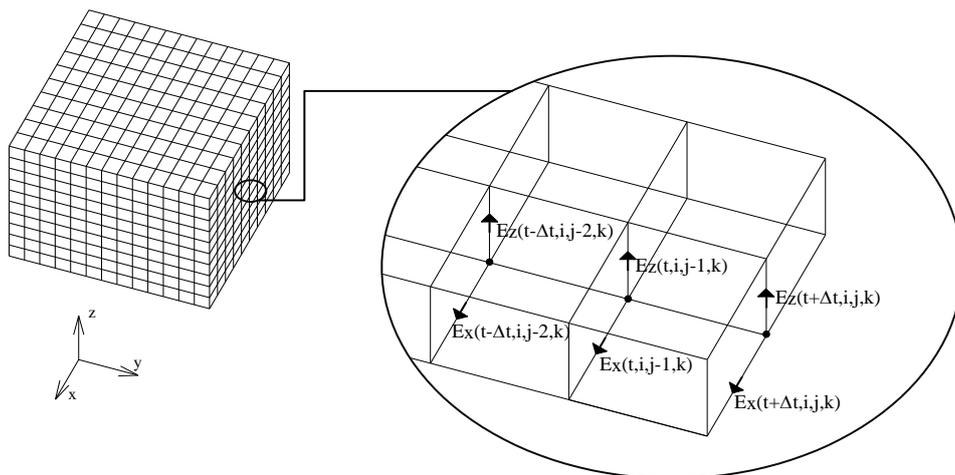


Figura 3.2 –Componentes de campo envolvidas na fronteira de Liao de segunda ordem.

Como foi observado, a aplicação da fronteira de Liao é simples e direta. No entanto, alguns problemas envolvendo instabilidade podem ocorrer na aplicação desta fronteira absorvente. Um ponto que se deve observar está relacionado com a precisão aplicada. Conforme mencionado por Taflove e Hagness (2005), a tese de Moghaddam (1990) reporta que o uso de computação aritmética de precisão simples pode causar instabilidade em algoritmos FDTD que aplicam fronteiras de Liao, enquanto que a utilização de precisão dupla mantém o código estável. Outro ponto que merece ser destacado está relacionado com a utilização de fronteiras de Liao de ordem elevada como, por exemplo, terceira ordem. Conforme argumentado por Zhang e Yu (2012), a aplicação da fronteira de Liao de segunda ordem em um ambiente de simulação tridimensional é estável, ao passo que o polo relacionado ao coeficiente de reflexão de fronteiras de ordem superiores pode levar à instabilidade. Portanto, Zhang e Yu (2012) descrevem um método de estabilizar esses tipos de fronteiras absorventes que será descrito brevemente na sequência deste texto.

A técnica para melhorar a estabilidade descrita por Zhang e Yu (2012) consiste em ponderar os coeficientes da expressão de Liao de ordem superior com os coeficientes da fronteira de ordem inferior estável. Tais coeficientes são multiplicados, respectivamente, por um fator de peso a e $1-a$, onde a pode variar em 0 e 1, conforme a equação (3.5):

$$\begin{aligned}
 u(t + \Delta t, x_{m\acute{a}x}) = & \\
 (1 - a) \sum_{j=1}^N (-1)^{j+1} C_j^N u(t - (j - 1)\Delta t, x_{m\acute{a}x-j}) + & \quad (3.5) \\
 a \sum_{j=1}^M (-1)^{j+1} C_j^M u(t - (j - 1)\Delta t, x_{m\acute{a}x-j}), &
 \end{aligned}$$

onde M é a ordem maior e N é a ordem inferior. Como exemplo, pode-se aplicar essa técnica para melhorar a estabilidade de uma fronteira de Liao de quarta ordem utilizando a fronteira de segunda ordem. A equação resultante fica

$$\begin{aligned}
 u(t + \Delta t, x_{m\acute{a}x}) = & \\
 (4 * 0,8 + 2 * 0,2)u(t, x_{m\acute{a}x-1}) - (6 * 0,8 + 1 * 0,2)u(t - \Delta t, x_{m\acute{a}x-2}) & \quad (3.6) \\
 + (4 * 0,8)u(t - 2\Delta t, x_{m\acute{a}x-3}) & \\
 - (1 * 0,8) u(t - 3\Delta t, x_{m\acute{a}x-4}), &
 \end{aligned}$$

onde o termo a assume o valor de 0,8.

3.4 Fronteira PML e CPML

Diferente das denominadas fronteiras analíticas, esta seção destaca técnicas onde a absorção do sinal é garantida através de manipulações matemáticas considerando os parâmetros do meio. Na sequência do texto são descritas algumas das principais considerações apontadas pela literatura relacionado às fronteiras PML e CPML. Todo o detalhamento encontra-se em referências clássicas como os livros de Elsherbeni e Demir (2015) e de Taflove e Hagness (2005), bem como nos artigos de Berenger (1994) e de Roden e Gedney (2000).

3.4.1 Fronteira PML

Segundo Taflove e Hagness (2005), uma maneira alternativa de aplicar uma condição de fronteira é preencher as periferias do espaço com um meio absorvente, o que seria análogo ao comportamento físico aplicado nas paredes de um câmara anecoica. A fronteira absorvente PML baseia-se neste princípio. Esse tratamento da fronteira foi introduzido por Berenger (1994). De acordo com Elsherbeni e Demir (2015), essa técnica provou-se uma das mais robustas fronteiras absorventes em comparação com as técnicas utilizadas até então. A PML é descrita por Elsherbeni e Demir (2015) como uma fronteira constituída de um material especial e com certa espessura que preenche as extremidades do espaço computacional baseado em parâmetros fictícios para criar uma condição de casamento de impedâncias, que é independente do ângulo e frequência da onda incidente na fronteira.

Conforme comentado por Taflove e Hagness (2005), com a aplicação da técnica PML cada componente de campo é dividida em duas componentes ortogonais e os parâmetros de perda devem ser configurados de modo a estabelecer um plano com casamento perfeito. Portanto, as seis equações de campo mencionadas no capítulo anterior tornam-se doze equações nas regiões onde essa fronteira é aplicada. Assim como

reportado por Elsherbeni e Demir (2015), as equações de Maxwell modificadas aplicadas na região da fronteira são

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_{xy}}{\partial t} + \sigma_{pey} E_{xy} = \frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial y}, \quad (3.7)$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_{xz}}{\partial t} + \sigma_{pez} E_{xz} = -\frac{\partial (H_{yx} + H_{yz})}{\partial z}, \quad (3.8)$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_{yx}}{\partial t} + \sigma_{pex} E_{yx} = -\frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial x}, \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_{yz}}{\partial t} + \sigma_{pez} E_{yz} = \frac{\partial (H_{xy} + H_{xz})}{\partial z}, \quad (3.10)$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_{zx}}{\partial t} + \sigma_{pex} E_{zx} = \frac{\partial (H_{yx} + H_{yz})}{\partial x}, \quad (3.11)$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_{zy}}{\partial t} + \sigma_{pey} E_{zy} = -\frac{\partial (H_{xy} + H_{xz})}{\partial y}, \quad (3.12)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_{xy}}{\partial t} + \sigma_{pmy} H_{xy} = -\frac{\partial (E_{zx} + E_{zy})}{\partial y}, \quad (3.13)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_{xz}}{\partial t} + \sigma_{pmz} H_{xz} = \frac{\partial (E_{yx} + E_{yz})}{\partial z}, \quad (3.14)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_{yz}}{\partial t} + \sigma_{pmz} H_{yz} = -\frac{\partial (E_{xy} + E_{xz})}{\partial z}, \quad (3.15)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_{yx}}{\partial t} + \sigma_{pmx} H_{yx} = \frac{\partial (E_{zx} + E_{zy})}{\partial x}, \quad (3.16)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + \sigma_{pmy} H_{zy} = \frac{\partial (E_{xy} + E_{xz})}{\partial y}, \quad (3.17)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + \sigma_{pmx} H_{zx} = -\frac{\partial (E_{yx} + E_{yz})}{\partial x}. \quad (3.18)$$

Para garantir a condição de casamento, os parâmetros devem, segundo reportado por Elsherbeni e Demir (2015), obedecer

$$\frac{\sigma_{pex}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_{pmx}}{\mu_0}, \quad (3.19)$$

$$\frac{\sigma_{pey}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_{pmy}}{\mu_0}, \quad (3.20)$$

$$\frac{\sigma_{pez}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_{pmz}}{\mu_0}. \quad (3.21)$$

Conforme mencionado, a fronteira PML tem uma certa espessura dada em número de células Yee. A Figura 3.3 apresenta um detalhamento da região de uma fronteira PML constituída de três células.

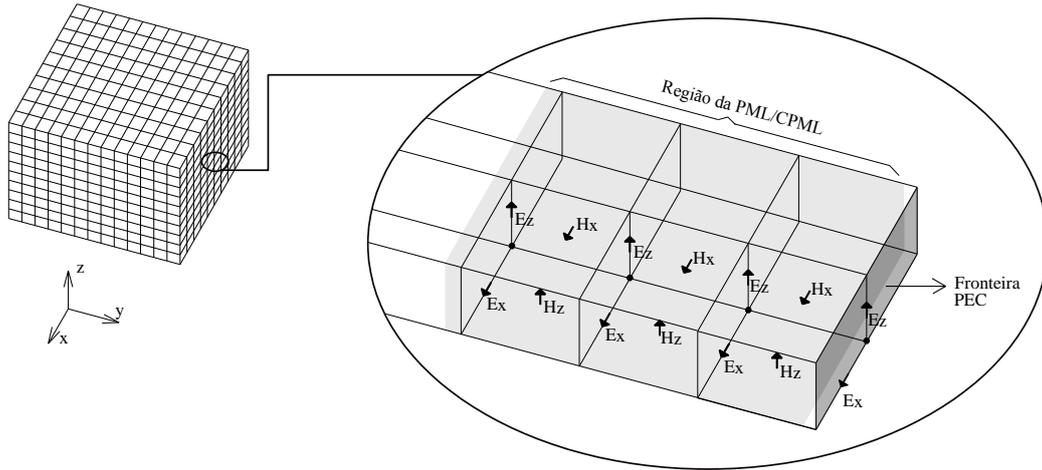


Figura 3.3 –Componentes de campo envolvidas na fronteira PML.

Observa-se que o número de células presentes na região da fronteira é igual ao número de componentes de campo elétrico e magnético que são atualizadas pelas equações da PML. As componentes de campo elétrico tangente ao plano mais externo da região do espaço de simulação assumem um valor nulo, ou seja, a região da PML termina com um plano condutor perfeito ou fronteira PEC.

Para atenuar o sinal, os valores da condutividade elétrica do meio aumentam ao longo da região da PML. A condutividade parte de um valor zero, interface entre o espaço de simulação e PML, para um valor que tende à máxima condutividade (ELSHARBENI; DEMIR, 2015). Uma das funções apontadas por Elsherbeni e Demir (2015) que descrevem o perfil de distribuição da condutividade é dada por

$$\sigma(\rho) = \sigma_{m\acute{a}x} \left(\frac{\rho}{\delta}\right)^{n_{pml}}, \quad (3.22)$$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = -\frac{(n_{pml}+1)\epsilon_0 c \ln(R(0))}{2\Delta s N}. \quad (3.23)$$

onde ρ é a distância da interface entre o espaço de simulação e a PML até a componente de campo, δ é a espessura da camada PML, N é o número de células na fronteira, Δs é o tamanho das arestas das células na PML e n_{pml} é a ordem da distribuição das condutividades. O termo R é o coeficiente de reflexão aparente relacionado ao meio PML, dado por

$$R(\phi_0) = e^{-2\frac{\sigma \cos \phi_0 \delta}{\epsilon_0 c}}, \quad (3.24)$$

onde σ é a condutividade do meio. Caso ϕ_0 seja igual a 0, assim como aparece em (3.23), a equação (3.24) descreve o coeficiente de erro relacionado à uma incidência normal no meio PML (ELSHARBENI; DEMIR, 2015).

3.4.2 Fronteira CPML

Uma condição de fronteira aplicada no método FDTD que também merece destaque é a CPML. Essa técnica de absorção foi introduzida em Roden e Gedney (2000). Considerada um avanço da PML, a fronteira CPML é capaz de suprir algumas das limitações presentes nesta fronteira. Conforme argumentado por Elsherbeni e Demir (2015), a PML não é efetiva para absorver ondas evanescentes. Com isso, a PML deve ser posicionada suficientemente longe de um obstáculo, de modo que as ondas evanescentes tenham um decaimento suficiente (RODEN; GEDNEY, 2000). Tal limitação pode influenciar no tamanho do ambiente de simulação necessário para um determinado estudo. Conforme Elsherbeni e Demir (2015), através da utilização da CPML, as fronteiras do espaço podem ser posicionadas mais próximas dos objetos no ambiente de simulação FDTD, resultando, portanto, em uma redução de memória computacional e tempo de processamento.

Segundo Elsherbeni e Demir (2015), a equação de Maxwell modificada para PML que inclui coordenadas complexas propostas por Chew e Weedon (1996) para o campo elétrico, por exemplo, é dada por

$$j\omega \epsilon_x E_x + \sigma_x^e E_x = \frac{1}{S_{ey}} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{1}{S_{ez}} \frac{\partial H_y}{\partial z}, \quad (3.25)$$

Para a CPML, de acordo com Elsherbeni e Demir (2015), as variáveis S assumem os valores de

$$S_{ei} = \kappa_{ei} + \frac{\sigma_{pei}}{\alpha_{ei} + j\omega \epsilon_0}, \quad (3.26)$$

$$S_{mi} = \kappa_{mi} + \frac{\sigma_{pmi}}{\alpha_{mi} + j\omega\mu_0}, \quad (3.27)$$

onde i assume x , y ou z .

Observa-se em (3.25) que as equações modificadas estão no domínio da frequência. Portanto, ao passar para o domínio do tempo, a operação de multiplicação torna-se uma convolução. Para solucionar essa operação, a CPML utiliza a técnica da convolução recursiva. Todo o equacionamento relacionado à essa condição de fronteira, bem como as equações análogas à (3.25) para as outras componentes de campo estão presentes na literatura (ELSHARBENI; DEMIR, 2015), (TAFLOVE; HAGNESS, 2005).

Assim como na PML, a condição de fronteira CPML também atua na distribuição dos valores da condutividade ao longo da espessura da região da fronteira. Porém, além da condutividade, há outros dois parâmetros que têm seus respectivos perfis de distribuição ajustados ao longo da região da fronteira. As equações que regem o comportamento desses parâmetros são expostas por Elsherbeni e Demir (2015) e são descritas na sequência.

As condutividades da CPML σ_{pei} e σ_{pmi} são calculadas, respectivamente, por

$$\sigma_{pei}(\rho) = \sigma_{m\acute{a}x} \left(\frac{\rho}{\delta}\right)^{n_{pml}}, \quad (3.28)$$

$$\sigma_{pmi}(\rho) = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \sigma_{m\acute{a}x} \left(\frac{\rho}{\delta}\right)^{n_{pml}}, \quad (3.29)$$

onde ρ é a distância da interface entre o espaço de simulação e a CPML até a componente de campo, δ é a espessura da camada CPML, n_{pml} é a ordem, μ_0 e ε_0 são, respectivamente, a permeabilidade e permissividade do vácuo. O valor máximo de condutividade é dado por

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \sigma_{fator} \times \sigma_{opt}, \quad (3.30)$$

$$\sigma_{opt} = \frac{n_{pml} + 1}{150\pi\sqrt{\varepsilon_r}\Delta i}. \quad (3.31)$$

Os perfis de distribuição dos valores de κ_{ei} e κ_{mi} são dados por

$$\kappa_{ei}(\rho) = 1 + (\kappa_{m\acute{a}x} - 1)\left(\frac{\rho}{\delta}\right)^{n_{pml}}, \quad (3.32)$$

$$\kappa_{mi}(\rho) = 1 + (\kappa_{m\acute{a}x} - 1)\left(\frac{\rho}{\delta}\right)^{n_{pml}}. \quad (3.33)$$

Por último, os valores dos termos α_{ei} e α_{mi} ao longo do CPML são dados por

$$\alpha_{ei}(\rho) = \alpha_{min} + (\alpha_{m\acute{a}x} - \alpha_{min})\left(\frac{\rho}{\delta}\right), \quad (3.34)$$

$$\alpha_{mi}(\rho) = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0}(\alpha_{min} + (\alpha_{m\acute{a}x} - \alpha_{min})\left(\frac{\rho}{\delta}\right)). \quad (3.35)$$

Importante observar que (3.28), (3.32) e (3.34) estão relacionadas com aos campos elétricos, enquanto (3.29), (3.33) e (3.35) estão relacionadas aos campos magnéticos, portanto, as distâncias ρ são diferentes, uma vez que as componentes desses campos estão em posições diferentes dentro da célula Yee.

A literatura sugere alguns valores para esses parâmetros. Conforme argumentado por Elsherbeni e Demir (2015) a escolha desses parâmetros de distribuição, bem como a quantidade de células na camada de fronteira, determinam a performance da CPML. Alguns estudos de parametrização sugerem intervalos de valores como: σ_{fator} dentro do intervalo de 0,7 e 1,5, $\kappa_{m\acute{a}x}$ entre 5 e 11, $\alpha_{m\acute{a}x}$ entre 0 e 0,05, espessura da CPML com 8 células e ordem de 2 a 4 (ELSHERBENI; DEMIR, 2015).

3.5 Estudo de Caso 1: Aplicação das Técnicas de Fronteiras

Absorventes

Com o objetivo de verificar a performance das diferentes técnicas de fronteiras absorventes descritas ao longo deste capítulo, são apresentados na sequência dois exemplos de aplicação. O primeiro exemplo, Figura 3.4(a), foi baseado no cenário proposto por Elsherbeni e Demir (2015). Trata-se de um material condutor de 2,4 mm de largura sobre uma placa de substrato com permissividade relativa igual a 2,2 e altura de 0,795 mm. A linha condutora foi energizada com um pulso Gaussiano, conforme Figura 3.4(b-c). O plano inferior no eixo Z foi definido como um condutor perfeito, para servir

de plano de terra para a linha condutora. Nas demais extremidades do espaço foram aplicadas fronteiras absorventes. Tanto a placa de substrato, quanto a linha condutora, penetram na região da fronteira, simulando, portanto, a extensão dessas estruturas para o infinito (ELSHARBENI; DEMIR, 2015). Dois cenários foram analisados: no primeiro caso, foram obedecidas distâncias de 8 células entre as estruturas e ponto de medição até o início da região da fronteira CPML e, no segundo caso, esse espaçamento foi de 16 células.

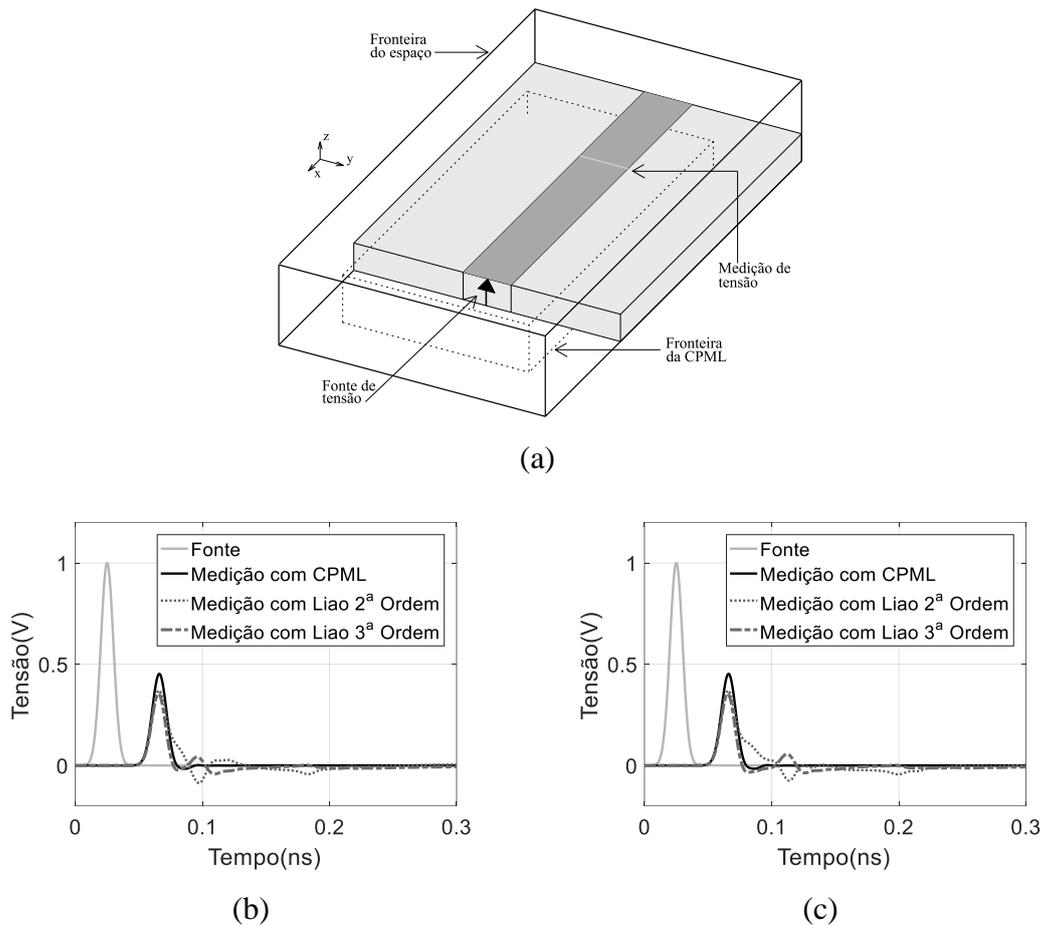


Figura 3.4 – (a) Espaço de simulação, adaptado de (ELSHARBENI; DEMIR, 2015). (b-c) Tensões medidas com a aplicação de diferentes técnicas de fronteiras absorventes.

Foram aplicadas nessa simulação as técnicas de fronteira que são mais utilizadas neste trabalho: Liao de segunda e terceira ordem e CPML. As curvas obtidas são apresentadas na Figura 3.4. Observou-se que a fronteira CPML apresentou um melhor desempenho nesse espaço de simulação e nos dois cenários analisados. Nas curvas onde aplicou-se as fronteiras de Liao, foram verificados desvios provenientes de reflexões. Tais

diferenças de performance podem estar relacionadas ao reduzido espaço de simulação aplicado.

Uma segunda implementação foi estudada. A simulação foi baseada no cenário proposto por Mejía (2014). O espaço de simulação de $50 \times 50 \times 50 \text{ m}^3$ é dividido em células de tamanho uniforme de 1 m^3 . Um dipolo é representado por uma fonte de tensão com resistência interna de 50Ω no centro do ambiente de simulação. O ponto de medição foi posicionado nas coordenadas (11, 11, 11). A simulação foi excitada por um pulso Gaussiano descrito por

$$V(t) = e^{-\frac{(t-t_0)^2}{\tau^2}}, \quad (3.36)$$

onde $t_0 = 150 \text{ ns}$ e $\tau = 35,55 \text{ ns}$. O resultado para as componentes x, y e z do campo elétrico são apresentadas na Figura 3.5 considerando fronteira de Liao de segunda, terceira ordem e CPML.

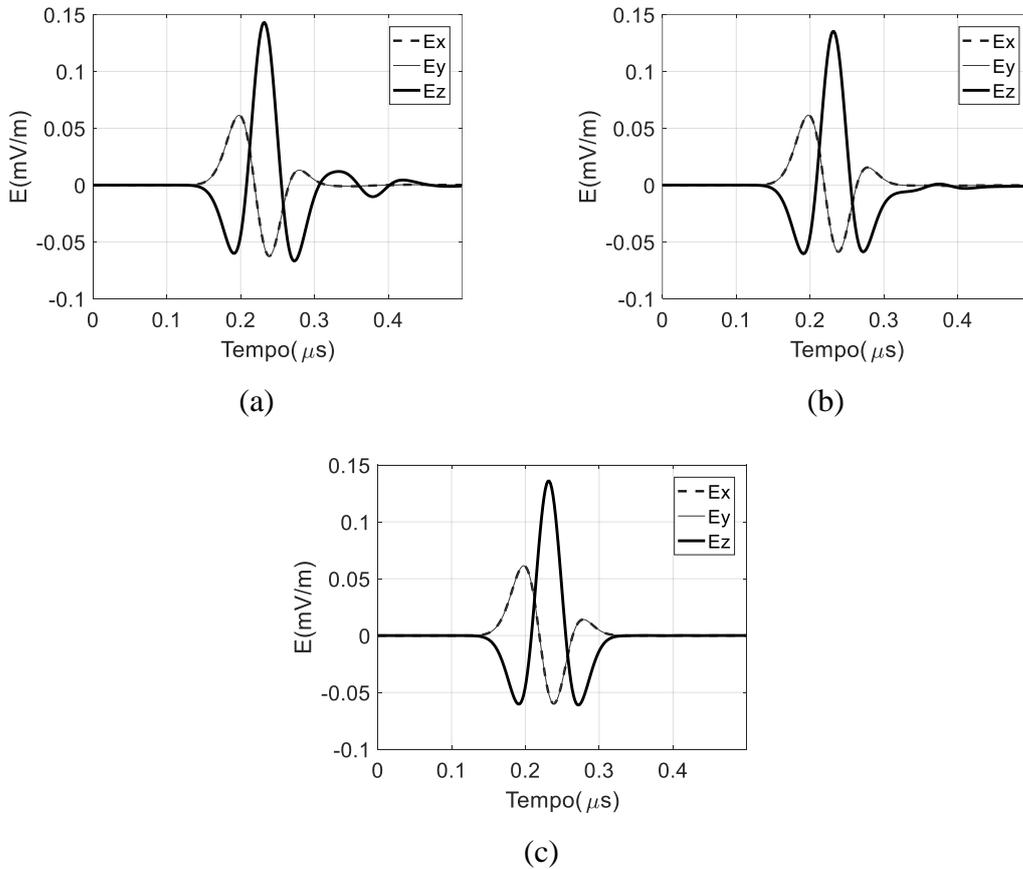


Figura 3.5 – Comparação entre as técnicas da fronteira de Liao de (a) segunda, (b) terceira ordem e (c) CPML. Medições das componentes do campo elétrico.

Observa-se que o exemplo onde foi aplicado fronteira de Liao de terceira ordem a componente z do campo elétrico converge mais rápido para zero, comparando com o caso em que foi utilizado uma fronteira de ordem inferior. No cenário onde foi aplicado a fronteira CPML a curva teve uma performance ainda melhor, sem a presença de reflexões.

3.6 Estudo de Caso 2: Aplicação de Células Não Uniformes

Com a finalidade de verificar a performance da modelagem em FDTD referente à aplicação de células não uniformes, foi feita uma comparação com algumas curvas descritas na literatura. Portanto, nesta seção foi reproduzido um estudo de caso do efeito *cross-talk* descrito por Mejía (2014). O ambiente de simulação é apresentado na Figura 3.6. Trata-se de dois fios condutores de raio 0,25 mm conectados em uma placa condutora através de resistores e uma fonte de tensão. Essa fonte possui uma resistência interna de 50Ω e emite uma rampa com o tempo de frente de 30 ns e magnitude de 20 V.

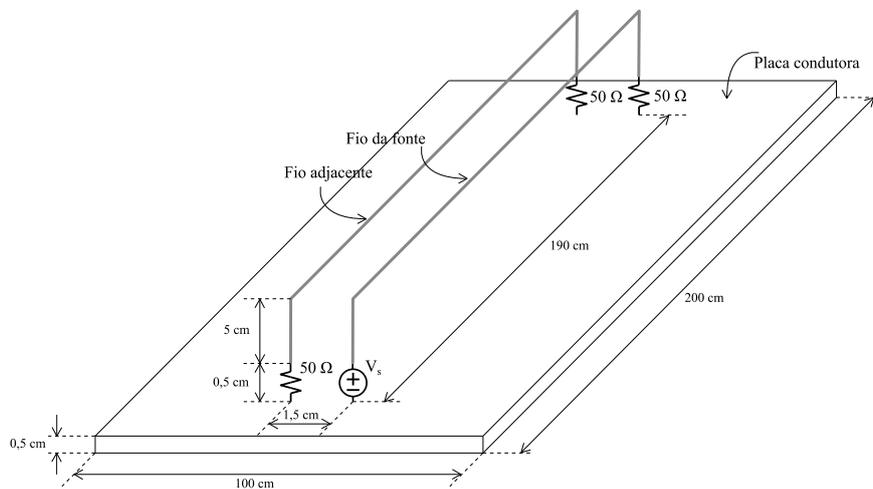


Figura 3.6 – Espaço de simulação para o estudo do efeito *cross-talk*. Medidas fora de escala. Adaptada de (JIMÉNEZ-MEJÍA, E., 2014).

Para a simulação FDTD buscou-se seguir as configurações que são descritas por Mejía (2014). Assim como neste trabalho referência, o espaço de simulação, com dimensão de $100 \times 200 \times 20 \text{ cm}^3$, foi dividido uniformemente em células cúbicas com 2,5 mm de aresta, resultando-se, portanto, em um total de 25,6 milhões de células (800×400

x 80 células). Para tratar as extremidades do ambiente de simulação e evitar reflexões indesejadas, aplicou-se fronteira CPML. Foram medidas as tensões nas duas extremidades do fio adjacente e na extremidade do fio contendo a fonte de alimentação. Os resultados para o ambiente FDTD dividido em células uniformes são apresentados nas primeiras e terceiras curvas de cada gráfico da Figura 3.7.

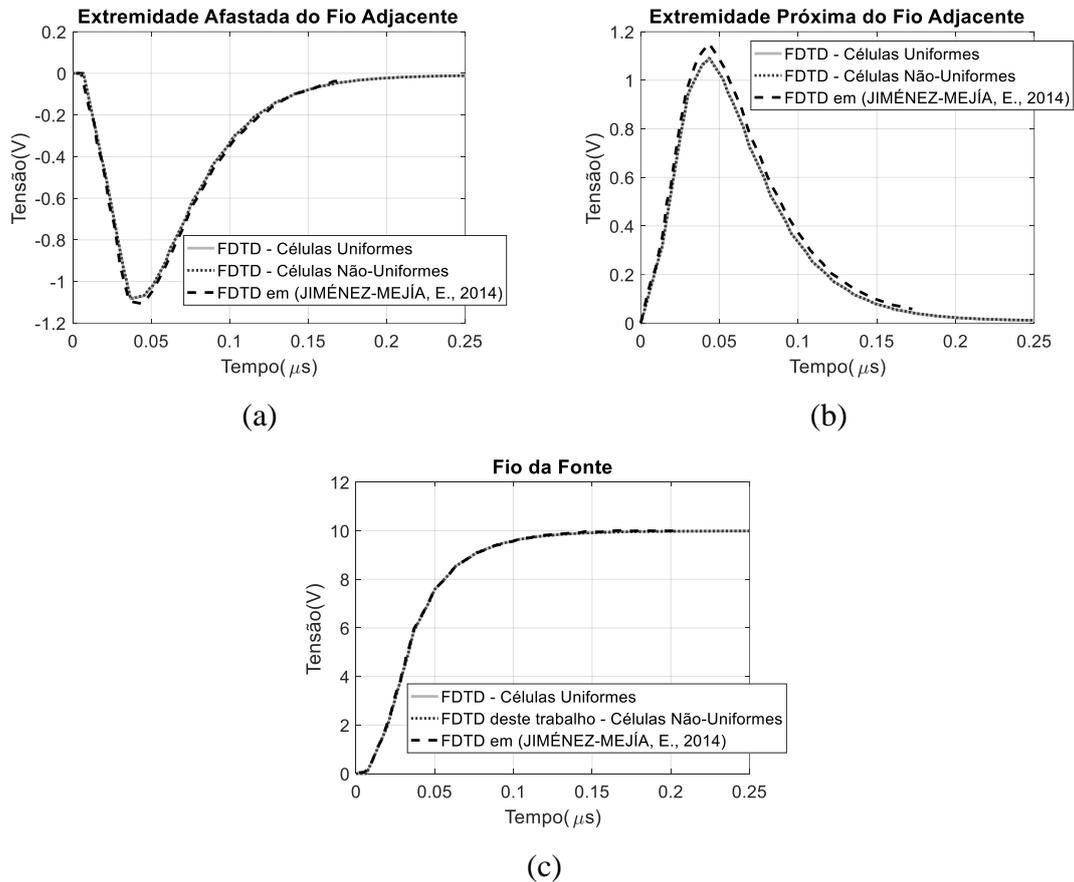


Figura 3.7 – Comparação das medições de tensões com a literatura.

Em um segundo momento, aplicou-se células de tamanhos não uniformes no mesmo espaço de simulação apresentado na Figura 3.6. O comprimento mínimo (Δs_{\min}) das arestas das células foi de 2,5 mm, aplicado próximo às estruturas, chegando em até 50 mm, nas regiões mais afastadas. Aplicou-se este Δs_{\min} nas proximidades dos fios finos, placa condutora e CPML, obedecendo uma distância mínima de quatro células. Neste cenário, essa divisão do espaço de simulação resultou em um total de 983.040 células (128 x 96 x 80 células). Conforme apresentado na Figura 3.7, praticamente não houve alteração em função da aplicação das células de tamanho não uniformes.

Através da Figura 3.7, observa-se que as curvas obtidas neste trabalho concordaram bem com tensões descritas no trabalho de referência. Os maiores desvios ocorreram nas medições da extremidade próxima do fio adjacente, porém estes foram inferiores a 5%. Tais desvios podem ter ocorrido devido a algumas divergências nas considerações adotadas nos dois trabalhos como, por exemplo, os parâmetros da fronteira CPML.

4 Aplicação de Programação Paralela em GPU

Conforme mencionado, uma das principais desvantagens do método FDTD é o tempo de processamento exigido nas aplicações. Esse custo computacional pode, em alguns cenários, tornar inviável a utilização deste método computacional. Portanto, neste capítulo é descrita a execução da modelagem FDTD via programação paralela através da utilização do modelo CUDA (*Compute Unified Device Architecture*) aplicado em unidades de processamento gráfico GPU (*Graphics Processing Unit*). São expostos os detalhes, considerações e adaptações necessárias para tal tarefa.

4.1 Aspectos Gerais

Unidades de processamento gráfico foram primeiramente inventadas pela empresa NVIDIA em 1999 (NVIDIA, 2009). Se comparadas com CPU (*Central Processing Unit*), pode-se dizer que as GPU garantem um desempenho melhor em programações executadas em paralelo. Estas diferenças de performance se devem à arquitetura de *hardware* destas unidades. Segundo documentação da NVIDIA (2021), CPU e GPU foram desenvolvidas para atender diferentes objetivos. Enquanto a CPU executa uma sequência de operações com o menor tempo possível, podendo até executar algumas dezenas em paralelo, a GPU é capaz de executar milhares de operações em paralelo (NVIDIA, 2021). Tais operações são denominadas como *threads*.

Através de uma pesquisa na literatura, nota-se um interesse da aplicação desta arquitetura de processamento paralelo em FDTD. Pode-se citar uma série de trabalhos

que utilizam GPU nesse modelo eletromagnético (DONNO *et al.*, 2010), (DEMIR; ELSHERBENI, 2010), (LIVESEY *et al.*, 2012), (TATEMATSU, 2015). Além disso, um capítulo do livro de Elsherbeni e Demir (2015) é exclusivamente dedicado à este tema. Um ponto em comum nestas referências é a aplicação do modelo CUDA como forma de programar a unidade de processamento gráfico.

O CUDA foi introduzido pela empresa NVIDIA em 2006, e é definido na documentação da NVIDIA (2021) como um modelo de programação e plataforma de computação paralela. Este modelo permite o desenvolvimento de aplicações em linguagem de alto nível como, por exemplo, C, C++, Fortran e Python (NVIDIA, 2021). Conforme comentado por Demir e Elsherbeni (2010), nas primeiras aplicações de placas gráficas em FDTD, a partir de 2004, eram necessários ajustes de particularidades de linguagem de baixo nível de *hardware*. Já através do CUDA, programadores podem focar apenas nas tarefas de paralelização (DEMIR; ELSHERBENI, 2010). No entanto, alguns conceitos e ajustes relacionados com o CUDA devem ser considerados nos desenvolvimentos das aplicações como, por exemplo, o gerenciamento de memória. Conforme argumentado por Donno *et al.* (2010), é responsabilidade do(a) programador(a) implementar funções que minimizem o número de leituras de memória. Portanto, na sequência deste capítulo são descritos os principais conceitos relacionados ao CUDA, bem como as considerações adotadas na implementação do código deste trabalho.

No modelo CUDA as unidades CPU e GPU trabalham em conjunto. O programa principal é executado na CPU, referenciada na literatura como *host*, enquanto que as partes do código que incluem a computação paralela são executadas na GPU, referenciada como *device* (ELSHERBENI; DEMIR, 2015). Os dois ambientes consideram a mesma linguagem de programação. No presente trabalho, por exemplo, foi aplicado a linguagem C. A Figura 4.1 apresenta um fluxograma simplificado de um programa FDTD neste contexto. Conforme observado, o programa principal fica responsável por invocar as funções que, neste caso, atualizam os campos eletromagnéticos na GPU. No modelo CUDA, essas funções são denominadas *kernels*. Conforme documentação da NVIDIA (2021), *kernels* são executadas N vezes em paralelo por N diferentes *threads*, em oposição à uma função regular em C, que executa apenas uma única vez.

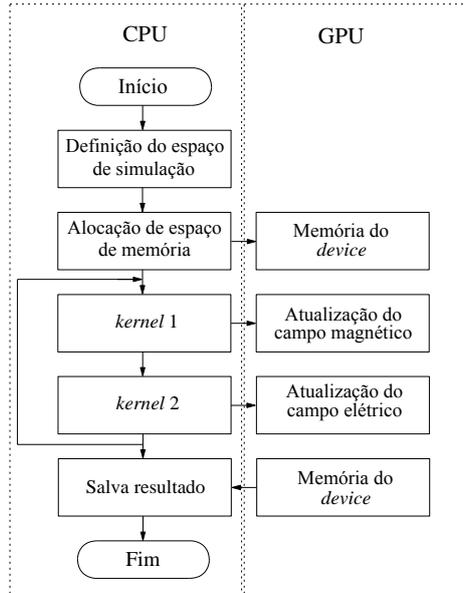


Figura 4.1 – Organização das *threads*. Adaptada de (DONNO *et al.*, 2010).

Dentro das *kernels*, cada *thread* recebe um identificador através de uma variável pertencente ao modelo denominada *threadIdx* do tipo inteiro. As *threads* são organizadas dentro de blocos, também chamados de *thread block*, que, por sua vez, são organizados em uma grade, ou *grid*. Um exemplo dessa organização é apresentado na Figura 4.2. Observa-se que neste caso os blocos e a grade são bidimensionais. Porém, tanto os blocos quanto a grade podem ser construídos com até três dimensões (NVIDIA, 2021). O número máximo de *threads* dentro de um bloco na atuais GPU's são de 1024 (NVIDIA, 2021). No entanto, segundo documentação da NVIDIA (2021), uma *kernel* pode ser executada por inúmeros blocos de *threads* de tamanhos iguais, de forma que o número total de *threads* será a multiplicação do número de blocos pelo número de *threads* em cada bloco.

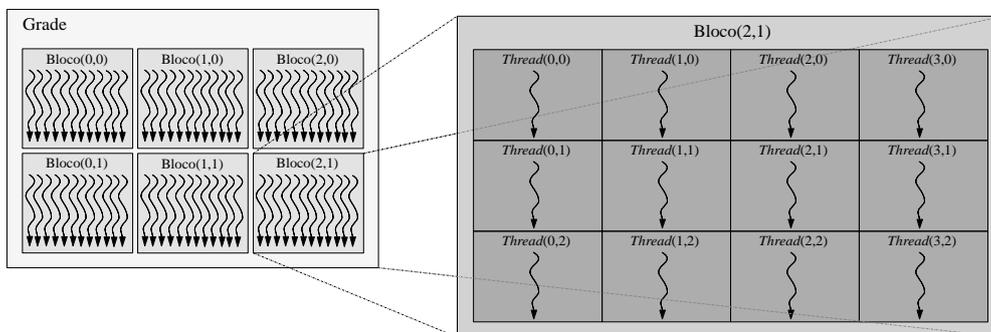


Figura 4.2 – Organização das *threads*. Adaptada de (NVIDIA, 2021).

Outro ponto interessante de observar na Figura 4.1 está relacionado com o deslocamento de dados. Segundo Elsherbeni e Demir (2015), *host* e *device* possuem suas próprias DRAM (*Dynamic random-access memory*). Portanto, observa-se que, antes de iniciar as atualizações dos campos, foi necessário transferir dados para a GPU e, no final do *loop* principal, os dados são coletados novamente pela CPU.

Nota-se que na modelagem CUDA uma atenção especial deve ser direcionada para tratar da organização das *threads* e das chamadas das *kernels*, bem como na manipulação de memória. Na sequência do texto é dado um enfoque maior nesses temas, destacando as considerações adotadas para o desenvolvimento deste trabalho.

4.2 Mapeando o Espaço FDTD

Segundo Demir e Elsherbeni (2010), cada *thread* do modelo CUDA executa o mesmo código presente na *kernel*, porém para um seção de dados diferente acessada pelo índice assumido pela *thread*. As chamadas das *kernels* ocorrem de modo semelhante a uma chamada de função regular na linguagem C. A principal diferença é que na chamada de uma *kernel*, deve-se especificar o número de *threads* por bloco e o número de blocos na grade, de modo a configurar a quantidade de vezes em que o código presente na *kernel* será executado. Essas duas informações são passadas dentro do símbolo <<<...>>>. Por exemplo, no trecho da Figura 4.3 retirado do trabalho de Demir e Elsherbeni (2010), é configurado um bloco constituído de 8 x 8 x 4 *threads*. A configuração do número de blocos que constituem a grade é feita de maneira similar, porém, neste exemplo é utilizado apenas um bloco.

```

__global__ void Adiciona_3D(int A[M][N][P], int B[M][N][P],
int C[M][N][P]){
    int i = threadIdx.x;
    int j = threadIdx.y;
    int k = threadIdx.z;
    C[i][j][k] = A[i][j][k] + B[i][j][k];
}
int main(){
...
    int M = 8;
    int N = 8;
    int P = 4;
    dim3 tamanho_bloco(M, N, P);
    Adiciona_3D<<<1, tamanho_bloco>>>(A, B, C);
...
}

```

Figura 4.3 – Trecho de um código em CUDA. Adaptada de (ELSHERBENI; DEMIR, 2015).

Outro ponto interessante para observar na Figura 4.3, é que o código da *kernel* fez uso das variáveis próprias do modelo CUDA para mapear o espaço em análise. Os parâmetros *threadIdx.x*, *threadIdx.y* e *threadIdx.z* correspondem aos índices das *threads* nos eixos x, y e z, respectivamente. Outras variáveis também disponíveis são *blockDim.x*, *blockDim.y* e *blockDim.z* que representam as dimensões do bloco nesses respectivos eixos. E, no caso da aplicação utilizar mais de um bloco, as variáveis *blockIdx.x*, *blockIdx.y* e *blockIdx.z* carregam as informações dos índices dos blocos dentro da grade.

Para aplicar um código FDTD no modelo CUDA, deve-se utilizar essas variáveis para mapear o espaço de simulação. A literatura descreve diversas maneiras de executar tal mapeamento. Em seu artigo, Livesey *et al.* (2012), por exemplo, descrevem três formas para mapear o volume em análise. Além disso, Demir e Elsherbeni (2010), exemplificam outras duas maneiras. Neste trabalho aplicou-se o mapeamento denominado por Demir e Elsherbeni (2010) como mapeamento xyz, descrito na Figura 4.4 e detalhado na sequência.

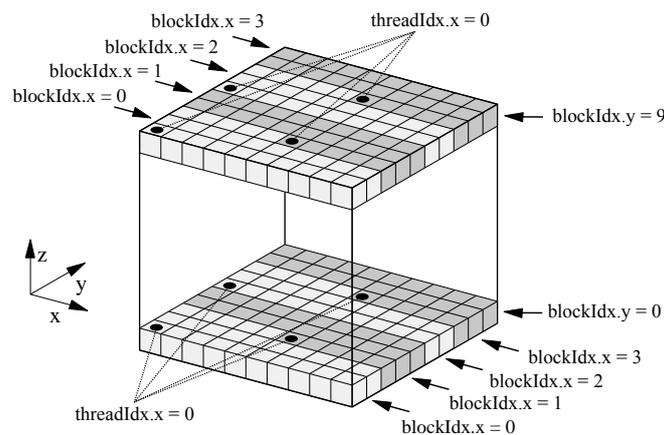


Figura 4.4 – Mapeamento do espaço FDTD aplicado neste trabalho. Adaptada de (DEMIR; ELSHERBENI, 2010).

A Figura 4.4 apresenta um espaço de simulação FDTD de 1000 células. Os blocos de threads são construídos com apenas uma dimensão (DEMIR; ELSHERBENI, 2010). Aplicou-se, neste caso, 25 *threads* por bloco, porém esse número pode ser ajustado. Já a grade de blocos é construída com duas dimensões (DEMIR; ELSHERBENI, 2010). A dimensão x da grade, neste caso, é igual a 4. Esse valor é o resultado da divisão do número de células no plano xy do espaço FDTD pelo número de *threads* por bloco. E, por fim, a dimensão y da grade é igual ao número de células no eixo z. A Figura 4.4 destaca os blocos em tonalidades distintas, além de descrever os respectivos valores nas variáveis

do modelo CUDA assumidos por algumas células. Através deste mapeamento, todo o espaço de simulação será processado em apenas uma chamada de *kernel* e cada thread ficará responsável por uma célula. Tal condição é denominada por Demir e Elsherbeni (2010) como o nível máximo de paralelismo e é citada como uma recomendação para otimização de códigos FDTD.

Dentro do código da *kernel*, as células são tratadas com índices unidimensionais calculados com o auxílio das variáveis próprias do modelo CUDA. A Figura 4.5 apresenta o trecho de código responsável por esse cálculo referente ao mapeamento xyz aplicado neste trabalho.

```
int ci = blockIdx.x * blockDim.x + threadIdx.x;
int j = ci / nx;
int i = ci - j*nx;
int nxyy = nx*ny;
int k = blockIdx.y;
ci = ci + k*nxyy;
```

Figura 4.5 – Cálculo dos índices das células Yee no espaço FDTD. Trecho de código adaptado de (DEMIR; ELSHERBENI, 2010).

Na Figura 4.5 o índice das células é uma variável do tipo inteiro que recebe o nome de *ci*. As variáveis *i* e *j* são as posições nos eixos *x* e *y* que são calculadas através do índice *ci*. A variável *k*, posição no eixo *z*, é igual ao valor de *blockIdx.y*. Os valores de *nx* e *ny* são, respectivamente, o número de células nos eixos *x* e *y*.

4.3 Gerenciamento de memória

O correto gerenciamento de memória pode trazer melhorias significativas nas performances da modelagem. Conforme argumentado por Elsherbeni e Demir (2015), em uma aplicação FDTD, as operações de acesso à memória são predominantes se comparadas com as instruções aritméticas e, portanto, acessos ineficientes de memória são os principais gargalos em FDTD simulados em GPU. Com isso, técnicas para reduzir esse impacto devem ser aplicadas.

A Figura 4.6 apresenta a hierarquia de memória em uma GPU. Cada *thread* possui uma memória local privada, referenciada na literatura como *private local memory* (NVIDIA, 2021). Cada bloco possui uma memória compartilhada, ou *shared memory*,

visível por todas as *threads* pertencentes ao bloco e com o tempo de vida do bloco (NVIDIA, 2021). Por fim, tem-se a memória global, *global memory*, acessada por todas as *threads* da aplicação.

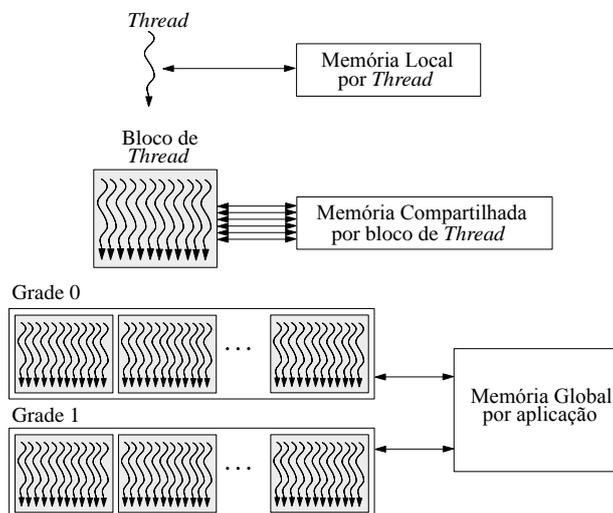


Figura 4.6 – Hierarquia das memórias. Adaptada de (NVIDIA, 2009).

Por padrão, as *threads* operam nos dados armazenados na memória global da GPU, porém esse tipo de memória possui longos tempos de latência (DONNO *et al.*, 2010). Em contrapartida, a memória compartilhada possui tempos de latência inferiores (DONNO *et al.*, 2010). Em relação a este ponto, algumas recomendações são colocadas por Elsherbeni e Demir (2015) para otimizar o tempo de processamento. Recomenda-se garantir que os acessos à memória global sejam sempre coalescidos e reduzir o uso de memória global através da utilização da memória compartilhada, quando for possível (DEMIR; ELSHERBENI, 2010). Na sequência do texto são descritos os detalhes para aplicar tais recomendações.

Conforme argumentado em Livesey *et al.* (2012), se as threads dentro de um bloco acessam locais de memória consecutivos, as requisições de dados são combinadas em uma busca única e mais ampla. O acesso é dito coalescido quando threads consecutivas acessam consecutivos endereços de memória (WARREN *et al.*, 2019). Portanto, segundo Elsherbeni e Demir (2015), a largura de banda de memória é utilizada de modo mais eficiente quando os acessos de memória pelas *threads* durante a execução de uma única operação de leitura/escrita podem ser coalescidos em transações únicas de 16, 32, ou 128 bytes. Além disso, Elsherbeni e Demir (2015) apontam que se o número de células nos

eixos x e y forem múltiplos de 16, o acesso coalescido da memória é garantido. Logo, são acrescentadas células nesses eixos até que essas condições sejam satisfeitas. De acordo com Elsherbeni e Demir (2015), apesar do acréscimo de células aumentar a memória exigida pela aplicação FDTD, o aumento da eficiência das *kernels* é significativo.

A baixa latência nas leituras ou escritas na memória compartilhada é uma grande vantagem que pode ser aplicada em operações envolvendo dados não alinhados. Conforme visto, para o cálculo das equações do FDTD em um espaço tridimensional são necessárias informações das células adjacentes. Por exemplo, de acordo com Demir e Elsherbeni (2010), para o cálculo no ponto $H_x(i,j,k)$, deve-se ter informação do E_x e E_z neste mesmo ponto, além das informações de $E_x(i,j,k+1)$ e $E_z(i+1,j,k)$.

Conforme o mapeamento apresentado na Figura 4.5, as informações da célula no índice $(i+1,j,k)$ podem ser acessadas através da operação $ci+1$, os valores no ponto $(i,j+1,k)$ são acessados por $ci+nx$ e as informações da célula $(i,j,k+1)$ são acessadas através $ci+nx*ny$. Segundo Demir e Elsherbeni (2010), os acessos em $(i,j+1,k)$ e $(i,j,k+1)$ são coalescidos, porém, o acesso ao ponto $(i+1,j,k)$, não é alinhado. Portanto, os dados mapeados por um bloco podem ser carregados na memória compartilhada, de modo que os valores dos campos adjacentes são acessados deste compartimento de memória (DEMIR; ELSHERBENI, 2010).

Porém, como os dados presentes na memória compartilhada são acessados apenas pelas *threads* dentro do bloco, as *threads* referentes às células mapeadas nas extremidade do bloco não conseguem acessar informações de suas células adjacentes. Como cada *thread* fica responsável por carregar um elemento da memória global para a memória compartilhada, Demir e Elsherbeni (2010) propõe solucionar esse problema através da utilização de algumas *threads* adicionais para carregar na memória compartilhada os dados referentes à células mapeadas no bloco adjacente. Em seu mapeamento em um cenário FDTD bidimensional, Donno *et al.* (2010) também utilizam a memória compartilhada para carregar informações de células mapeadas por blocos adjacentes. Todo o detalhamento do gerenciamento de memória, bem como do mapeamento aplicado neste trabalho, encontra-se no artigo de Demir e Elsherbeni (2010) e no livro de Elsherbeni e Demir (2015).

4.4 Comparação de Performance

Um das métricas utilizadas pela literatura para verificar a performance das simulações FDTD relaciona o tamanho do espaço e o número de iterações com o tempo gasto pela simulação (DONNO *et al.*, 2010), (ELSHARBENI; DEMIR, 2015), (WARREN *et al.*, 2019). Conforme Elsherbeni e Demir (2015), esse número é dado em milhões de células processadas por segundo (NMCPS), conforme

$$NMCPS = \frac{n_x \times n_y \times n_z \times n_d}{t_s} \times 10^{-6}, \quad (4.1)$$

onde n_x , n_y , n_z são os números de células nos eixos x , y e z , respectivamente, n_d é o número de degraus de tempo aplicados e t_s é o tempo necessário para a simulação terminar, dado em segundos.

Foi realizada uma comparação da performance da modelagem FDTD desenvolvida neste trabalho simulada em CPU e GPU. O espaço utilizado nesta comparação consiste no segundo cenário descrito na seção 3.5 deste texto, porém com um volume de 64 m^3 e simulado em aproximadamente 800 iterações no *loop* de tempo, equivalente a $1,5 \mu\text{s}$ de simulação. Os resultados são apresentados na Tabela 4.1. Foram testados 4 tipos de fronteiras diferentes e, no caso da CPML, a espessura foi de 8 células. As modelagens em CPU foram aplicadas no MATLAB instalado no Windows 8.1 em um processador Intel® Core™ i5 1,6 GHz. Já as modelagens em GPU foram simuladas no Google Colab em uma unidade NVIDIA® Tesla™ P100 1,190 GHz, com largura de banda de memória de 720 GB/s (NVIDIA, 2016).

Tabela 4.1 – Comparação da performance da modelagem FDTD simulado em um ambiente CPU e GPU para diferentes cenários. Dados em milhões de células processadas por segundo.

Plataforma	PEC	Liao segunda ordem	Liao terceira ordem	CPML
CPU	2,6	2,5	2,5	1,7
GPU	489,7	457,7	442,4	396,2

Através da Tabela 4.1, observa-se que, como esperado, os processamentos obtidos pela GPU foram muito superiores comparados com a modelagem em CPU, nos quatros cenários analisados. No caso onde foi aplicado a CPML, o ganho computacional foi da

ordem de 230 vezes. Deve-se destacar que nenhum tipo de otimização foi aplicada na modelagem em CPU como, por exemplo, paralelização de trechos, o que elevaria o número de células processadas por segundo, reduzindo, com isso, as diferenças em relação ao uso da GPU.

Por fim, vale destacar um ponto sobre o processamento na GPU. Segundo relatado por Elsherbeni e Demir (2015), foram obtidas performances da ordem de 900 milhões de células processadas por segundo na GPU NVIDIA® Tesla™ C1060, que possui largura de banda de memória de 102 GB/s (NVIDIA, 2008). Além disso, conforme argumentado por Warren *et al.* (2019), as performances dos *kernels* são amplamente dependentes da largura de banda da placa utilizada. Portanto, como os testes desta seção foram aplicados em uma GPU com largura de banda de memória em torno de 7 vezes maior em relação à unidade gráfica utilizada por Elsherbeni e Demir (2015), é possível dizer que o processamento da modelagem FDTD pode ainda ser aprimorado. Tal melhora poderá ser obtida, por exemplo, através de ajustes na manipulação da memória, reorganização do número de *thread* e blocos de *thread* e mapeamento do espaço de simulação.

4.5 Comentários finais

Observa-se que a aplicação de unidades de processamento gráfico tem sido uma excelente alternativa para a redução do tempo de simulação. Dentre os trabalhos previamente citados neste capítulo, pode-se destacar que no desenvolvimento de Tatematsu (2015) o tempo de processamento foi reduzido ainda mais com a aplicação de GPU em paralelo. Em relação à utilização do modelo de programação, pode-se citar a possibilidade de aplicar o *software* MATLAB no modelo CUDA (NVIDIA, 2021). Por fim, pode-se citar também o modelo OpenACC aplicado por Mohammadi *et al.* (2020) que oferece outras simplificações em relação ao modelo CUDA.

5 Resultados e Análises

5.1 Introdução

Este capítulo é reservado para a apresentação e análise dos resultados obtidos pela modelagem em FDTD desenvolvida neste trabalho.

Seguindo os conceitos e considerações discutidas nos três capítulos anteriores, foi desenvolvida uma modelagem eletromagnética computacional baseada no método FDTD. Tal modelagem é aplicada no estudo de surtos eletromagnéticos em sistemas elétricos como, por exemplo, no cálculo de elevações de potenciais em aterramentos elétricos e na estimação de tensões nas cadeias de isoladores de linhas de transmissão devido à incidência de descargas atmosféricas.

Este trabalho considerou como ponto de partida a modelagem computacional desenvolvida previamente na dissertação de mestrado de Melo (2017). Dentre inúmeras melhorias em relação ao trabalho precedente, que são relatadas ao longo deste capítulo, destaca-se a representação de efeitos não lineares como a ionização do solo e a dependência da frequência dos parâmetros do solo.

Na sequência do texto são feitos alguns comentários referentes à modelagem computacional desenvolvida nesta dissertação. Além disso, são analisados estudos de comparação com resultados de medição apresentados na literatura, bem como a comparação com os resultados obtidos pela aplicação do modelo eletromagnético híbrido HEM (VISACRO; SOARES, 2005).

5.2 Comentários Gerais Sobre a Modelagem Eletromagnética em FDTD Desenvolvida

A Figura 5.1 apresenta um fluxograma do algoritmo FDTD aplicado neste trabalho. Destacam-se duas principais etapas ao longo do caminho do fluxograma: a

configuração do ambiente e o *loop* de tempo. Na configuração é descrito o cenário que será aplicado, em termos do tamanho total do ambiente, das posições no ambiente no qual ocorrerá o registro de variáveis, das fronteiras absorventes que são aplicadas e se as não-linearidades são consideradas. Por fim, o *loop* de tempo é a etapa que consiste na atualização das componentes dos campos eletromagnéticos e eventuais leituras e registros das variáveis necessárias no ambiente simulado.

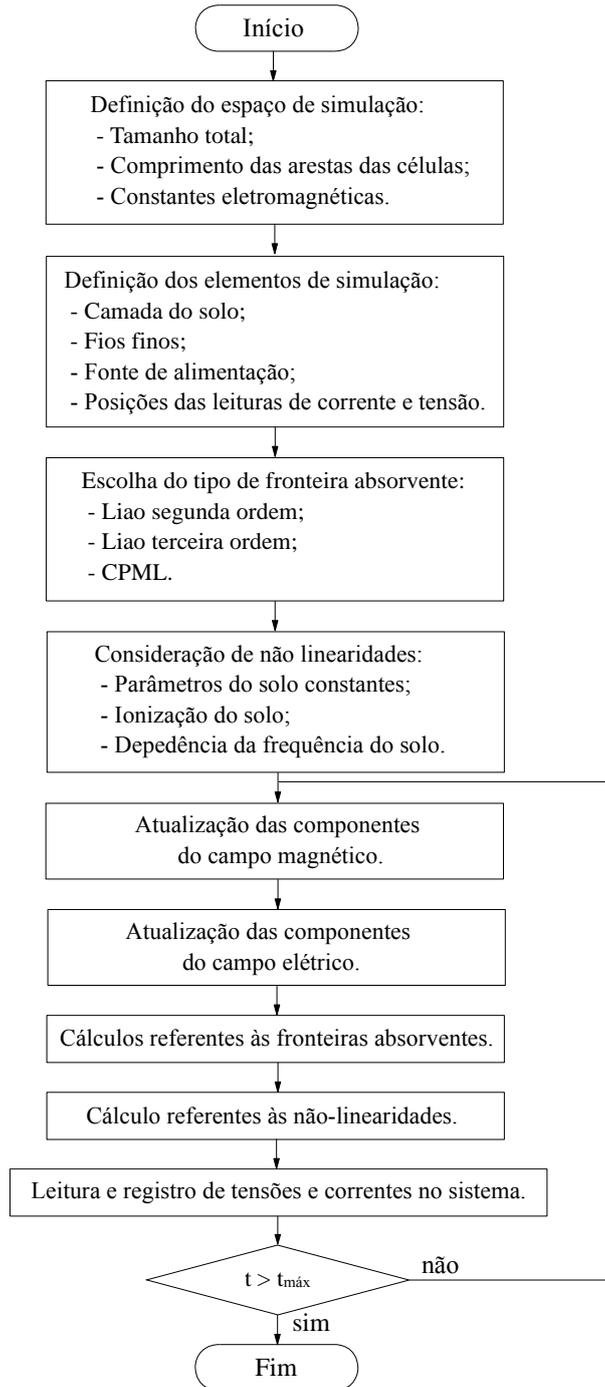


Figura 5.1 – Fluxograma simplificado da modelagem em FDTD desenvolvida. Adaptada de (MELO, 2017).

As leituras dos campos elétricos e campos magnéticos ao longo do tempo são realizadas de maneira direta no *loop* principal do algoritmo. A determinação de tensões e correntes em um certo ponto no espaço é realizada por meio de cálculos simples a partir das componentes dos campos elétrico e magnético. O valor da tensão é calculado pela integração do campo elétrico conforme equação (5.1):

$$V = - \int \vec{E} \cdot \overline{d\vec{l}}. \quad (5.1)$$

Conforme apresentado por Elsherbeni e Demir (2015), essa integração é descrita no ambiente FDTD através de um somatório. O valor da tensão entre dois nós ao longo do eixo Z, Figura 5.2, é calculada como

$$V = -dz \times \sum_{k=k_s}^{k_e-1} E_z(i_s, j_s, k), \quad (5.2)$$

onde dz é o comprimento das arestas ao longo do eixo z. Observa-se que em (5.2), o valor de dz é constante ao longo do caminho de integração, porém, com a aplicação de células não uniformes, os comprimentos que as arestas do eixo z das células assumem ao longo do caminho de integração devem ser considerados. O cálculo da tensão ao longo dos demais eixos é feito de maneira análoga.

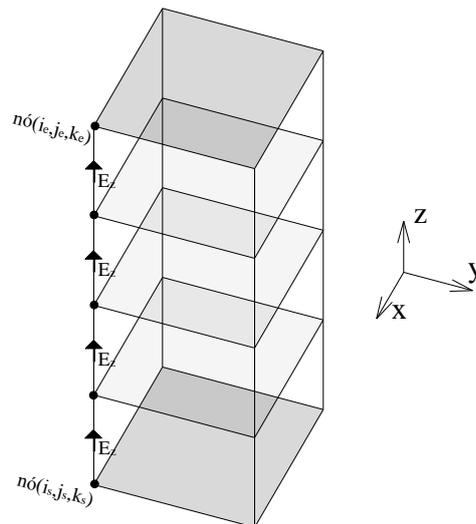


Figura 5.2 – Medição da tensão em um ambiente FDTD. Adaptada de (ELSHERBENI; DEMIR, 2015).

Conforme descrito por Elsherbeni e Demir (2015), o cálculo da corrente é realizado através da aplicação da Lei de Ampere em seu formato integral como

$$I = \oint \vec{H} \cdot \vec{dl}. \quad (5.3)$$

Portanto, a corrente I_z apresentada na Figura 5.3 é calculada como

$$I_z = dx \times H_x(i, j - 1, k) + dy \times H_y(i, j, k) - dx \times H_x(i, j, k) - dy \times H_y(i - 1, j, k), \quad (5.4)$$

onde dx e dy são os comprimentos das arestas nos eixos x e y , respectivamente.

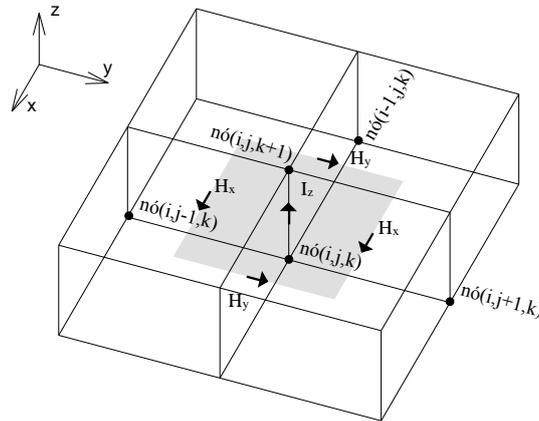


Figura 5.3 – Medição de corrente em um ambiente FDTD. Adaptada de (ELSHERBENI; DEMIR, 2015).

O cálculo de corrente elétrica ao longo dos eixos x e y é feito de maneira análoga à forma da Figura 5.3.

5.3 Comparação de resultados com (MELO, 2017)

Conforme mencionado, o presente trabalho considera o aprimoramento de alguns desenvolvimentos apresentados por Melo (2017). Em relação ao trabalho precedente, pode-se citar algumas evoluções como a aplicação de fronteiras de Liao de terceira ordem e fronteiras CPML. Além disso, neste trabalho foi realizada a modelagem dos efeitos de ionização do solo e da dependência com a frequência dos parâmetros do solo. No que diz

respeito ao processamento da modelagem computacional, o presente trabalho traz uma melhoria significativa, uma vez que os códigos foram desenvolvidos na linguagem C através do modelo CUDA e foram aplicadas unidades gráficas GPU com o processamento paralelo. No trabalho de Melo (2017), os códigos foram desenvolvidos no MATLAB e aplicados em unidade CPU.

Com a finalidade de verificar a performance da modelagem FDTD desenvolvida neste trabalho em relação ao desenvolvimento de Melo (2017), procedeu-se ao cálculo da elevação de potencial no solo devido à incidência de descarga atmosférica em eletrodos horizontais de 40 m e 60 m de comprimento enterrados a 0,5 m de profundidade em um solo com resistividade de $1000 \Omega\text{m}$ e permissividade relativa igual a 10. Os resultados foram comparados com aqueles apresentados por Melo (2017) conforme ilustrado na Figura 5.4. Resultados obtidos pela aplicação do modelo HEM também são apresentados como referência.

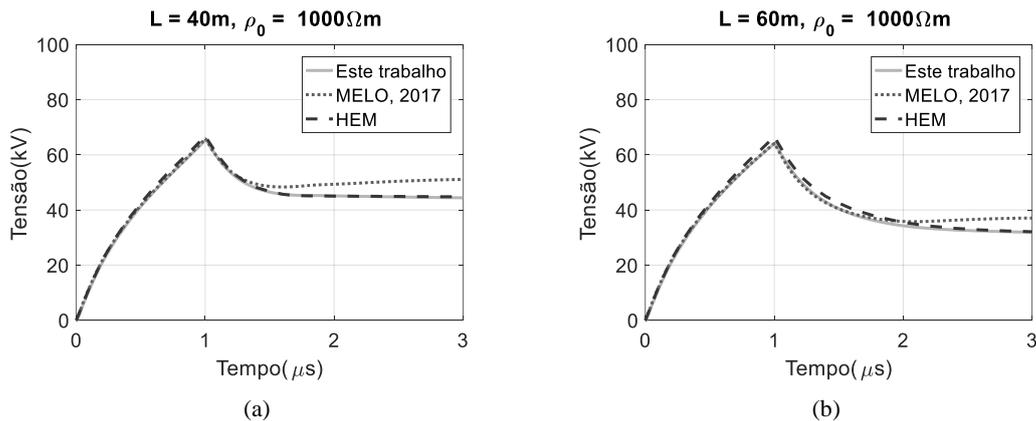


Figura 5.4 – Elevação de potencial no solo ($\rho = 1000 \Omega\text{m}$; $\epsilon_r = 10$) para eletrodo horizontal. (a) $L = 40 \text{ m}$; (b) $L = 60 \text{ m}$.

Conforme descrito em (MELO, 2017), foi utilizado um espaço de simulação com tamanho da ordem de $500 \times 50 \times 50 \text{ m}^3$ dividido em células uniformes com arestas de 50 cm (10 milhões de células) e uso de fronteiras de Liao de segunda ordem. Neste trabalho, aplicou-se um espaço de simulação com dimensões de $120 \times 100 \times 35 \text{ m}^3$ também dividido em células uniformes com arestas de 50 cm (3,36 milhões de células), porém tratado com fronteiras CPML.

Através da Figura 5.4 observa-se que ambas as abordagens estimam o mesmo valor de pico de tensão. No entanto, a onda calculada pela modelagem computacional

desenvolvida nesta dissertação apresenta a melhor concordância com o resultado calculado pelo modelo HEM ao longo de todo o intervalo de tempo considerado.

Em relação ao tempo de processamento, Melo (2017) reporta que foram gastos aproximadamente 4 horas para a realização dessas simulações. Por outro lado, o tempo necessário utilizando a nova modelagem computacional foi inferior à 10 segundos. Tais diferenças se devem, principalmente, ao número total de células e às distintas plataformas de processamento aplicadas nos trabalhos.

5.4 Estudo Relativo aos Aterramentos Elétricos

Essa seção é dedicada à apresentação e análise dos resultados referentes aos aterramentos elétricos. Em um primeiro momento é apresentado um estudo relacionado à influência das fronteiras absorventes na definição do espaço de simulação. Na sequência, é descrita a representação do efeito da ionização do solo em sistemas de aterramentos no método FDTD. Por último, é desenvolvido um estudo relacionado à dependência da frequência dos parâmetros do solo e como modelar esse fenômeno no método FDTD.

5.4.1 Influência das Fronteiras Absorventes e do Espaço de Simulação

As simulações desenvolvidas nesta subseção se referem a um eletrodo horizontal enterrado em um solo com parâmetros resistividade e permissividade elétricas invariantes na frequência. O espaço de simulação é apresentado na Figura 5.5. Conforme relatado por Melo (2017), a conexão de condutores aéreos na fronteira absorvente garante qualidade nos resultados, portanto, adotou-se tal prática nesta implementação, conforme observado no condutor para retorno de corrente da Figura 5.5. A elevação de potencial do solo, também denominada na literatura de GPR, abreviação do termo em inglês *ground potential rise*, foi calculada através da integração das componentes do campo elétrico na direção x ao longo do caminho de integração na superfície do solo, desde o eletrodo horizontal até a fronteira do espaço. O GPR foi calculado desta forma também no trabalho de Tsumura *et al.* (2006). Nas simulações envolvendo aterramentos elétricos deste trabalho, esse caminho de integração penetra a região da fronteira absorvente. A fonte de

corrente, posicionada a 50 cm da superfície do solo, considera o formato de onda triangular com magnitude de 1 kA, tempos de frente de 1 μ s e 4 μ s e tempo de meia onda de 50 μ s. Esses valores de tempo de frente buscam representar, aproximadamente, os valores medianos de tempo de frente de primeiras descargas e descargas subsequentes negativas descendentes (SILVEIRA; VISACRO, 2019), (BERGER; ANDERSON; KROENINGER, 1975).

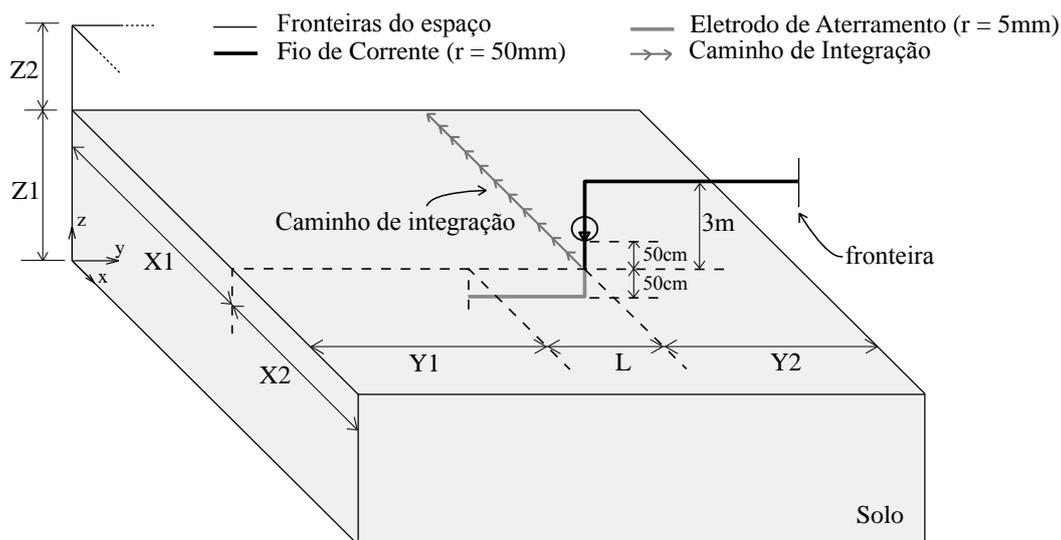


Figura 5.5 – Espaço de simulação aplicado no estudo de comparação das fronteiras de Liao.

O espaço de simulação da Figura 5.5 foi aplicado em dois cenários, em termos de seu tamanho total. Em um primeiro momento, foram utilizadas as dimensões descritas na Tabela 5.1. Esse cenário é referenciado neste texto como **espaço original (EO)**. O comprimento total do eixo y varia conforme o tamanho do eletrodo em análise. Por exemplo, para o caso onde o comprimento do eletrodo L é igual a 40 m, a dimensão total do eixo y será 80 m (20 m + 40 m + 20 m).

Tabela 5.1 – Dimensões do espaço de simulação. Espaço original (EO)

Item	X1	X2	Y1	Y2	Z1	Z2
Dimensão(m)	90	30	20	20	25	5

Em um segundo momento, com a finalidade de verificar a influência das fronteiras absorventes no modelo, aplicou-se o mesmo espaço descrito na Figura 5.5, porém com

dimensões maiores nos três eixos, conforme descrito na Tabela 5.2. Esse cenário será referenciado neste texto como **espaço maior** ou, simplesmente, **EM**.

Tabela 5.2 – Dimensões do espaço de simulação. Espaço maior (EM).

Item	X1	X2	Y1	Y2	Z1	Z2
Dimensão(m)	130	70	50	50	50	5

Nos dois cenários, o espaço de simulação foi dividido em células não uniformes. Nas proximidades dos eletrodos e das fronteiras, foram consideradas células com arestas de 50 cm para os três eixos. Nas regiões afastadas dos eletrodos, o comprimento das arestas das células foi de 5 m e 1,5 m ao longo dos eixos x e z, respectivamente. Já para o eixo y, foram consideradas arestas de 50 cm ao longo de todo o eixo.

As simulações com o espaço original consideram fronteiras absorventes de Liao de segunda e terceira ordens. A aplicação da fronteira de terceira ordem considera a fronteira de segunda ordem para estabilização e fator de peso a de 0,99, conforme mencionado no item 3.2 deste texto. Já as simulações para o espaço maior consideram apenas a fronteira de Liao de segunda ordem.

A faixa de comprimento dos eletrodos de aterramento variou conforme o valor da resistividade do solo, sendo 10 m a 30 m ($100 \Omega\text{m}$), 20 m a 80 m ($1000 \Omega\text{m}$) e 70 m a 150 m ($4000 \Omega\text{m}$). As curvas de elevação de potencial no solo para tempos de frente de $1 \mu\text{s}$ e $4 \mu\text{s}$ são apresentadas nas Figura 5.6 a Figura 5.8 e Figura 5.9 a Figura 5.11, respectivamente.

Para fins de comparação, as curvas obtidas pelo modelo HEM também são apresentadas nos gráficos.

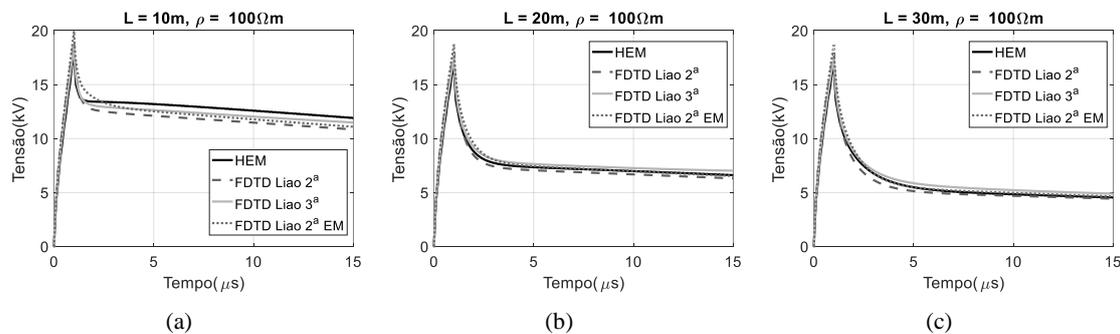


Figura 5.6 – Elevação de potencial do solo calculada para $\rho = 100 \Omega\text{m}$ e $\epsilon_r = 10$. Tempo de frente de $1 \mu\text{s}$.
(a) $L = 10 \text{ m}$, (b) $L = 20 \text{ m}$ e (c) $L = 30 \text{ m}$.

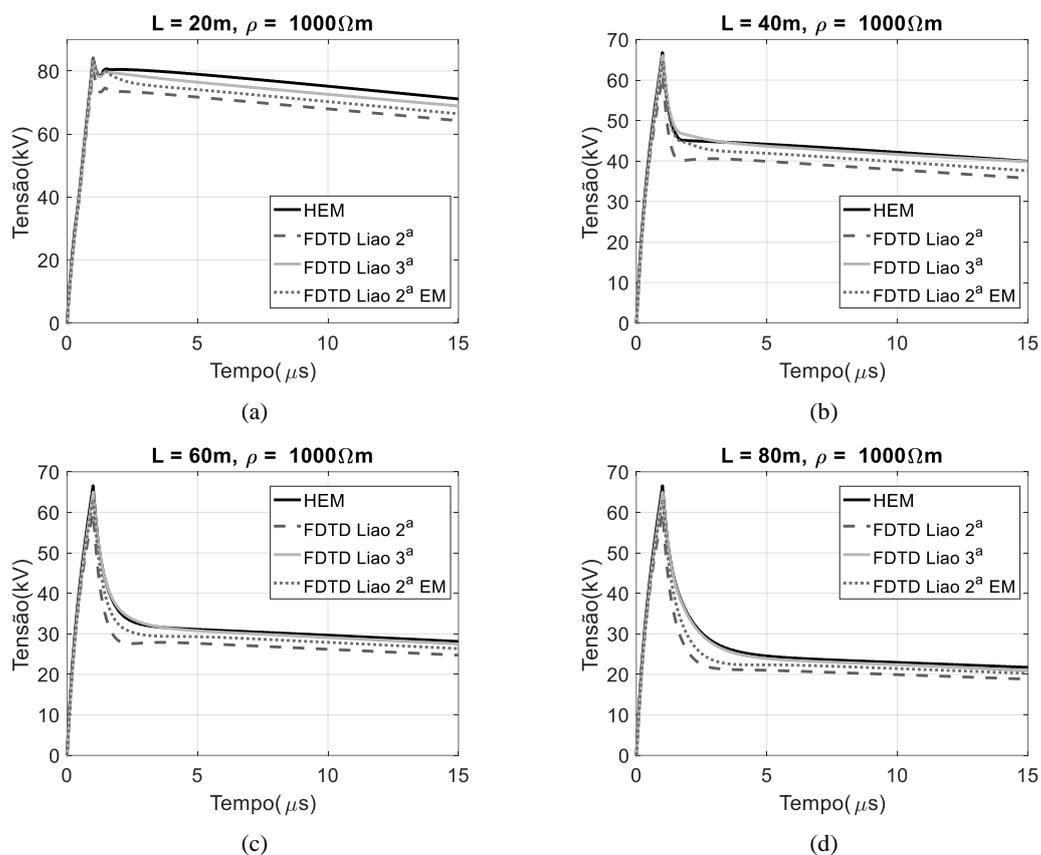


Figura 5.7 – Elevação de potencial do solo calculada para $\rho = 1000 \Omega\text{m}$ e $\epsilon_r = 10$. Tempo de frente de 1 μs .
 (a) $L = 20 \text{ m}$, (b) $L = 40 \text{ m}$, (c) 60 m e (d) $L = 80 \text{ m}$.

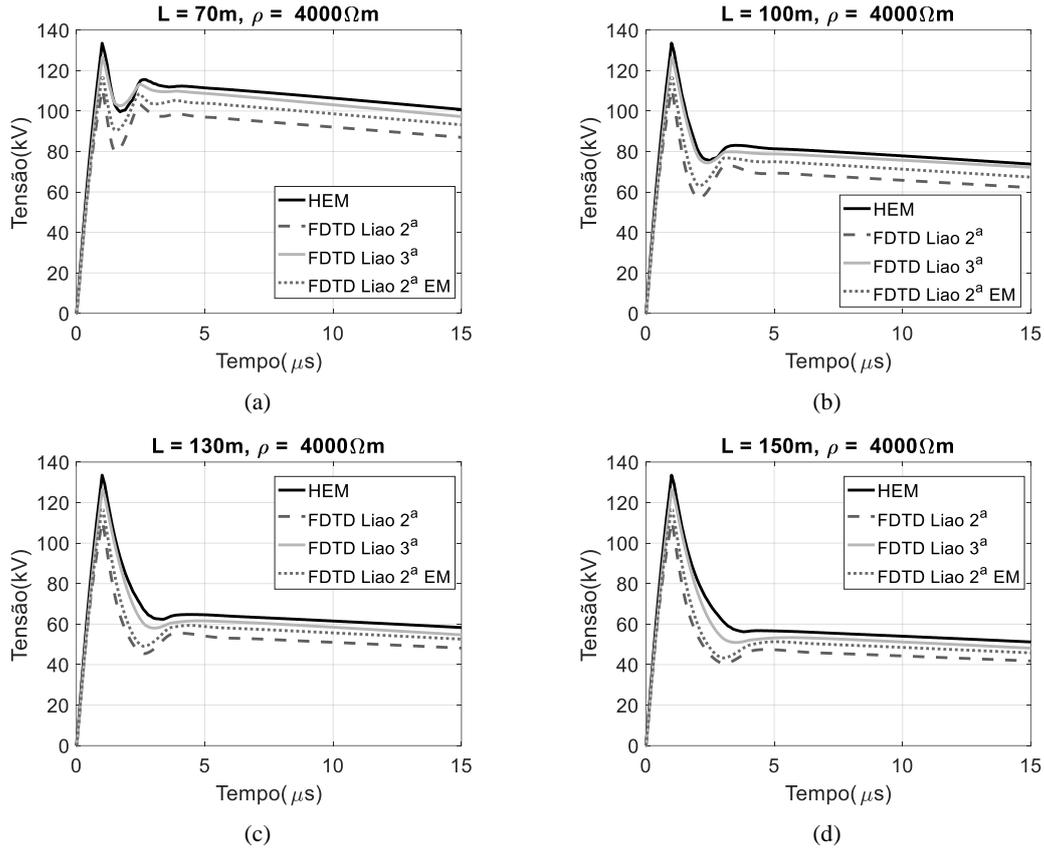


Figura 5.8 – Elevação de potencial do solo calculada para $\rho = 4000 \Omega m$ e $\epsilon_r = 10$. Tempo de frente de 1 μs .
 (a) $L = 70 m$, (b) $L = 100 m$, (c) $L = 130 m$ e (d) $L = 150 m$.

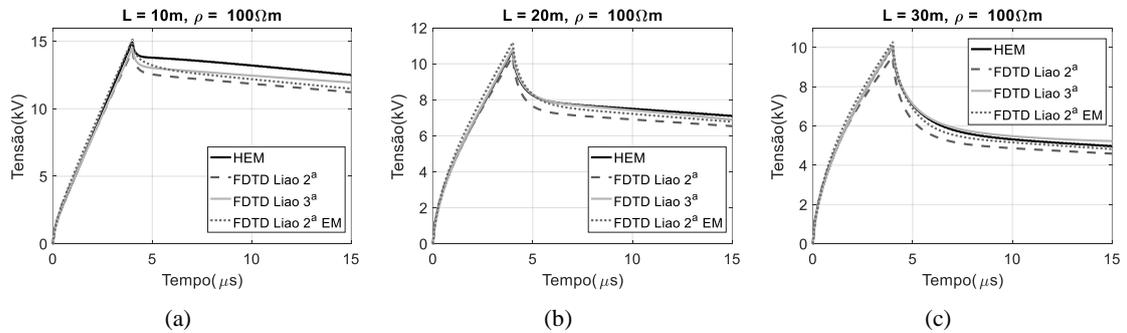


Figura 5.9 – Elevação de potencial do solo calculada para $\rho = 100 \Omega m$ e $\epsilon_r = 10$. Tempo de frente de 4 μs .
 (a) $L = 10 m$, (b) $L = 20 m$ e (c) $L = 30 m$.

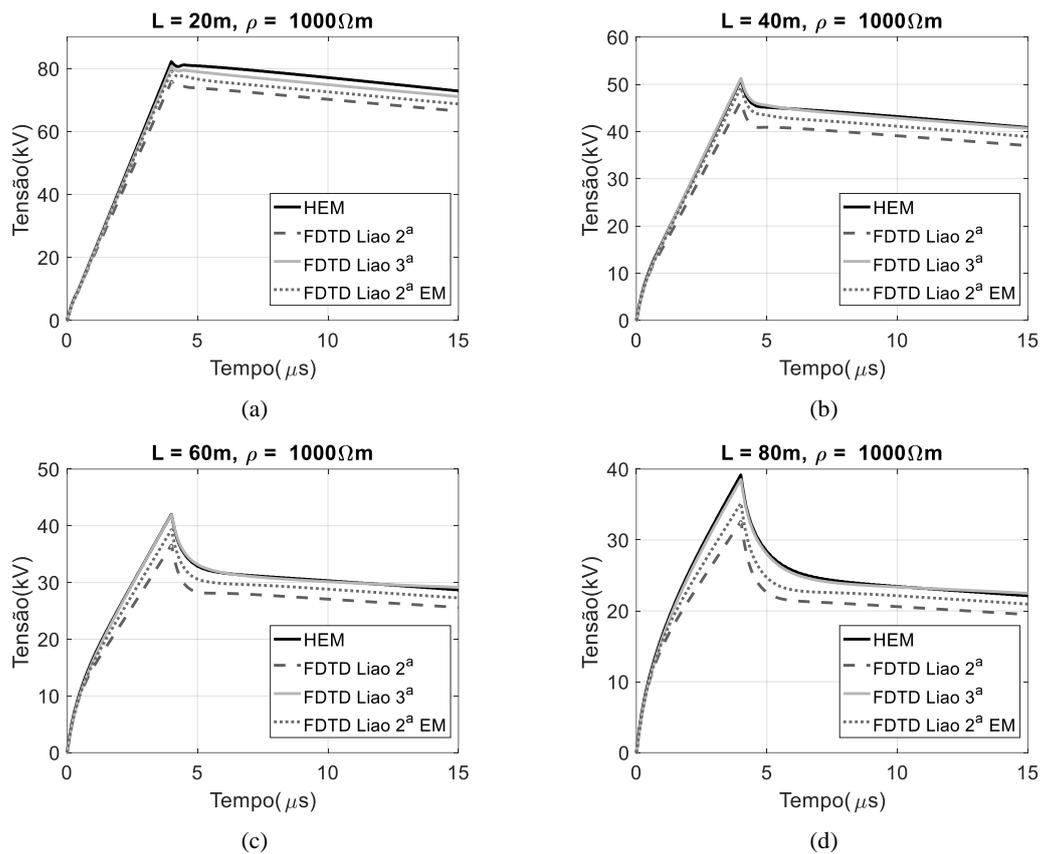


Figura 5.10 – Elevação de potencial do solo calculada para $\rho = 1000 \Omega m$ e $\epsilon_r = 10$. Tempo de frente de $4 \mu s$.
 (a) $L = 20 m$, (b) $L = 40 m$, (c) $L = 60 m$ e (d) $L = 80 m$.

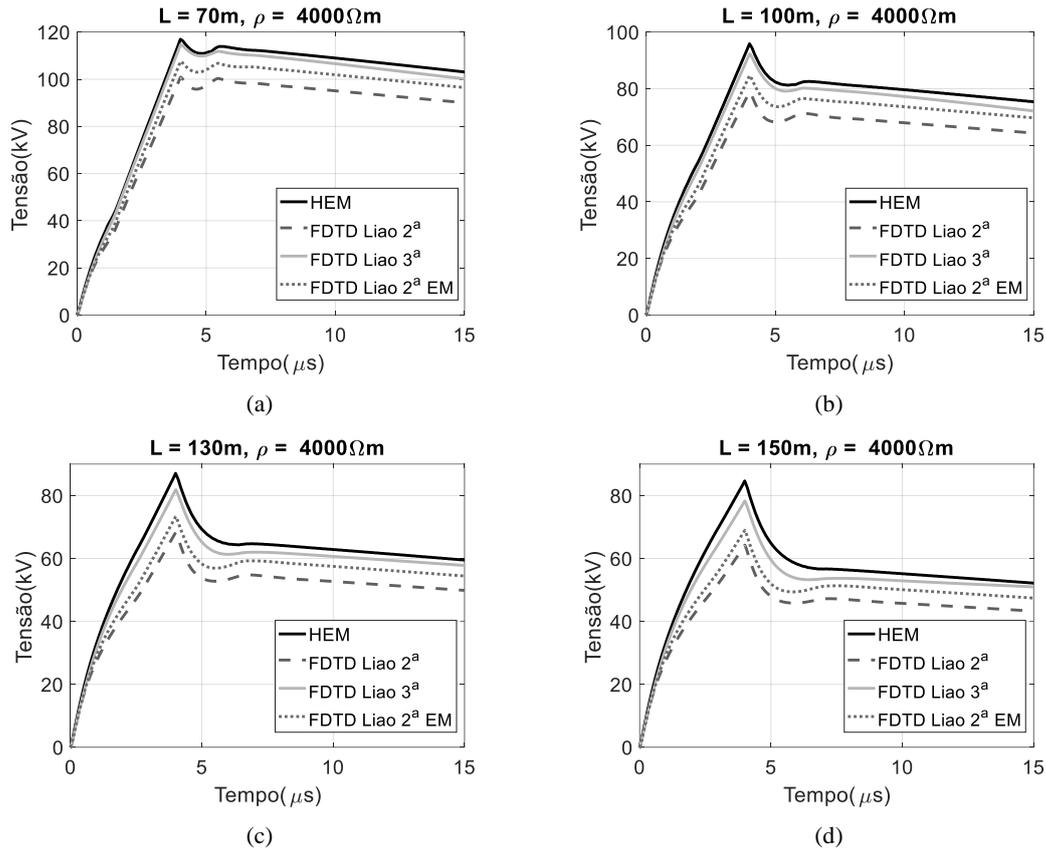


Figura 5.11 – Elevação de potencial do solo calculada para $\rho = 4000 \Omega\text{m}$ e $\epsilon_r = 10$. Tempo de frente de $4 \mu\text{s}$.
 (a) $L = 70 \text{ m}$, (b) $L = 100 \text{ m}$, (c) $L = 130 \text{ m}$ e (d) $L = 150 \text{ m}$.

Com base nas curvas obtidas, foram calculados os valores de impedância impulsiva Z_P e resistência de baixa frequência R_{BF} . Os resultados estão organizados nas Tabela 5.3 a Tabela 5.6.

Observa-se, através da Tabela 5.3, que as impedâncias impulsivas calculadas para $100 \Omega\text{m}$ foram maiores se comparadas como os resultados do modelo HEM. Para esse valor de resistividade, as diferenças foram da ordem de 8%, considerando a fronteira de Liao de segunda ordem, e em torno de 5%, para o uso da fronteira de Liao de terceira ordem.

Para resistividades de $1000 \Omega\text{m}$ e $4000 \Omega\text{m}$, os GPR's calculados através da fronteira de terceira ordem foram ainda mais próximos em relação ao modelo referência HEM. As sétimas e oitavas colunas da Tabela 5.3 e Tabela 5.5, indicam diferenças percentuais menores tanto para a impedância impulsiva, quanto para a resistência de baixa frequência calculadas considerando esta fronteira de ordem mais elevada. Para o tempo de frente de $1 \mu\text{s}$, as diferenças percentuais nas impedâncias impulsivas foram inferiores

a 3% na fronteira de terceira ordem no solo de 1000 Ωm . Para o solo de 4000 Ωm esta diferença percentual se reduziu de aproximadamente 17% para 5,3% para este parâmetro. Além disso, para 1000 Ωm , as diferenças percentuais entre as resistências de baixas frequências foram menores que 4% considerando a fronteira de terceira ordem. Ademais, notou-se uma redução de 18,32% para 6,0%, por exemplo, na variação percentual considerando o eletrodo mais longo analisado em 4000 Ωm .

Tabela 5.3 – Impedância impulsiva (Z_P) para o tempo de frente de 1 μs .

$\rho(\Omega\text{m})$	L(m)	$Z_P(\Omega)$				Variação em Relação ao HEM (%)		
		HEM	FDTD Liao 2ª ordem	FDTD Liao 3ª ordem	FDTD Liao 2ª ordem (EM)	Liao 2ª ordem	Liao 3ª ordem	Liao 2ª ordem (EM)
100	10	17,6	19,1	18,5	20,0	8,0	5,0	13,2
	20	16,5	17,9	17,5	18,7	8,3	5,8	13,0
	30	16,6	17,9	17,5	18,7	8,0	5,4	12,5
1000	20	84,1	80,2	83,1	84,2	-4,6	-1,2	0,1
	40	66,8	61,3	66,1	64,7	-8,2	-1,1	-3,0
	60	66,6	59,9	65,0	63,2	-10,0	-2,4	-5,0
	80	66,6	59,9	65,0	63,2	-10,0	-2,4	-5,1
4000	70	133,5	110,7	126,5	117,6	-17,1	-5,2	-11,9
	100	133,6	110,7	126,5	117,5	-17,2	-5,3	-12,0
	130	133,6	110,7	126,5	117,5	-17,2	-5,3	-12,0
	150	133,6	110,7	126,5	117,5	-17,2	-5,3	-12,0

Os resultados de GPR indicados nas Figuras 6.9 a 6.11 para a corrente com tempo de frente de 4 μs apresentam comportamento semelhante àqueles associados ao tempo de frente de 1 μs em termos do efeito proporcionado pelas fronteiras absorventes. Nota-se que o uso da fronteira de Liao de terceira ordem leva a diferenças percentuais menores em relação aos resultados de Z_P e R_{BF} calculados pelo modelo HEM. Conforme apresentado na oitava coluna da Tabela 5.5, os desvios percentuais dos valores das impedâncias impulsivas relativos à fronteira de terceira ordem são inferiores a 7,5%. Considerando fronteiras de Liao de segunda ordem e o mesmo espaço de simulação, tais diferenças são de até 24,1%. Os resultados em termos das resistências de baixa frequência associadas à fronteira de terceira ordem também indicaram uma menor variação

percentual em relação aos valores determinados pelo modelo HEM. Conforme descrito na Tabela 5.6, as diferenças percentuais máximas foram 5,5% e 17%, respectivamente, na fronteira de Liao de terceira e segunda ordem no espaço original.

Tabela 5.4 – Resistência de Baixa Frequência (R_{BF}) para o tempo de frente de 1 μ s.

$\rho(\Omega m)$	L(m)	$R_{BF}(\Omega)$				Variação em Relação ao HEM (%)		
		HEM	FTD Liao 2 ^a ordem	FTD Liao 3 ^a ordem	FTD Liao 2 ^a ordem (EM)	Liao 2 ^a ordem	Liao 3 ^a ordem	Liao 2 ^a ordem (EM)
100	10	13,8	12,6	13,4	12,9	-8,8	-3,4	-6,8
	20	7,7	7,3	8,2	7,6	-4,4	6,4	-1,0
	30	5,3	5,2	5,7	5,4	-2,3	8,0	2,5
1000	20	82,7	74,7	80,1	77,3	-9,7	-3,1	-6,6
	40	46,4	41,6	46,3	43,7	-10,5	-0,2	-5,8
	60	32,7	28,8	32,0	30,7	-12,0	-2,2	-6,2
	80	25,2	21,9	24,3	23,5	-13,3	-3,7	-6,8
4000	70	117,1	101,2	113,1	108,4	-13,6	-3,5	-7,5
	100	85,7	72,3	83,9	78,3	-15,7	-2,1	-8,7
	130	67,8	56,0	63,6	61,1	-17,4	-6,2	-9,8
	150	59,5	48,6	55,9	53,3	-18,3	-6,0	-10,5

Tabela 5.5 – Impedância impulsiva (Z_P) para o tempo de frente de 4 μ s.

		$Z_P(\Omega)$				Variação em Relação ao HEM (%)		
$\rho(\Omega m)$	L(m)	HEM	FTD Liao 2ª ordem	FTD Liao 3ª ordem	FTD Liao 2ª ordem (EM)	Liao 2ª ordem	Liao 3ª ordem	Liao 2ª ordem (EM)
100	10	14,9	14,3	14,5	15,1	-4,0	-2,7	1,3
	20	10,7	10,4	10,8	11,2	-2,2	1,5	4,8
	30	10,0	9,6	10,1	10,3	-4,2	1,2	3,0
1000	20	82,2	76,0	80,7	79,2	-7,6	-1,9	-3,6
	40	51,0	46,4	51,3	49,3	-9,0	0,6	-3,3
	60	42,0	36,6	42,0	39,3	-12,9	-0,2	-6,5
	80	39,2	32,6	38,5	35,2	-16,8	-1,7	-10,2
4000	70	117,0	100,9	114,7	107,6	-13,8	-2,0	-8,0
	100	95,9	78,9	92,3	84,7	-17,7	-3,7	-11,7
	130	87,1	68,3	81,9	73,4	-21,6	-6,0	-15,8
	150	84,7	64,2	78,3	69,0	-24,1	-7,5	-18,5

Tabela 5.6 – Resistência de Baixa Frequência (R_{BF}) para o tempo de frente de 4 μ s.

		$R_{BF}(\Omega)$				Variação em Relação ao HEM (%)		
$\rho(\Omega m)$	L(m)	HEM	FTD Liao 2ª ordem	FTD Liao 3ª ordem	FTD Liao 2ª ordem (EM)	Liao 2ª ordem	Liao 3ª ordem	Liao 2ª ordem (EM)
100	10	14,0	12,6	13,4	12,9	-10,1	-4,3	-8,0
	20	8,0	7,3	7,8	7,6	-7,8	-2,7	-4,4
	30	5,6	5,2	5,9	5,4	-7,4	5,5	-2,7
1000	20	81,9	74,7	79,9	77,3	-8,7	-2,4	-5,6
	40	45,9	41,6	45,7	43,7	-9,4	-0,4	-4,7
	60	32,2	28,8	32,8	30,7	-10,7	1,7	-4,8
	80	24,8	21,9	25,3	23,5	-11,9	1,7	-5,2
4000	70	115,8	101,2	112,6	108,4	-12,7	-2,8	-6,4
	100	84,7	72,3	81,0	78,3	-14,6	-4,3	-7,5
	130	66,8	56,0	64,9	61,2	-16,2	-2,8	-8,5
	150	58,6	48,6	57,3	53,3	-17,0	-2,3	-9,1

As curvas de GPR obtidas para o espaço maior são também apresentadas nos gráficos da Figura 5.6 até a Figura 5.11 e os correspondentes valores de impedância impulsiva e resistência de aterramento estão indicados nas Tabela 5.3 a Tabela 5.6. Com o aumento do volume do espaço, o número total de células também aumenta. No cenário de eletrodo mais curto, $L = 10$ m, por exemplo, o número total de células aumentou de 323.400 células para 1.168.200 células (crescimento de 261%) e para o eletrodo mais longo, $L = 150$ m, o número de células aumentou de 1.228.920 células para 2.655.000 células (crescimento de 116%), afetando diretamente o tempo de simulação (3,2 e 1,9 vezes maior). Uma vez que o comprimento do eixo y está relacionado ao tamanho do eletrodo, a redução no tempo de simulação é maior para os casos com eletrodos mais curtos, levando-se em conta o efeito do número total de células.

Observou-se que na maioria dos casos as simulações no espaço maior apresentaram diferenças inferiores comparadas com os resultados da fronteira de segunda ordem no espaço original. No entanto, a aplicação de um espaço maior implica no aumento do tempo de simulação. Para as configurações analisadas nesta subseção, observou-se que a fronteira de Liao de terceira ordem aplicada no espaço original proporcionou os melhores resultados comparados com o modelo HEM.

Para concluir esta subseção, apresenta-se a avaliação do comportamento das curvas de elevação de potencial dos casos previamente apresentados com a aplicação da fronteira CPML. Utilizou-se nos dois tipos de fronteiras absorventes analisadas o espaço original (EO), Figura 5.5 com dimensões na Tabela 5.1, dividido uniformemente em células com arestas de 50 cm. Os resultados são organizados na Figura 5.12 até a Figura 5.17.

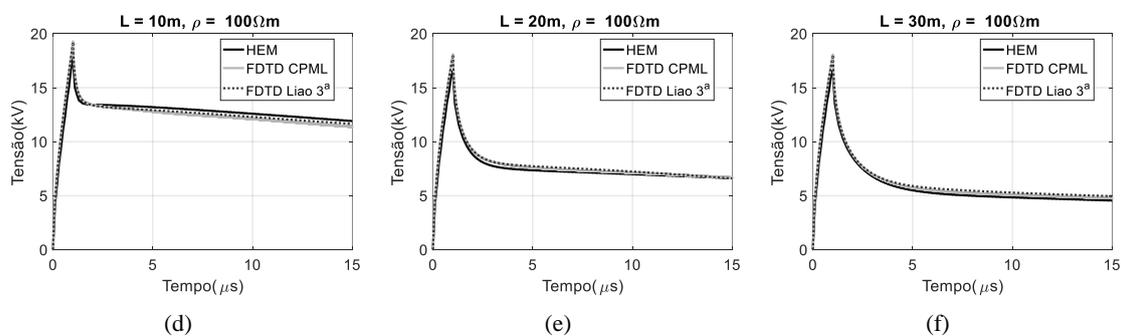


Figura 5.12 – Elevação de potencial do solo calculada para $\rho = 100 \Omega\text{m}$ e $\epsilon_r = 10$. Tempo de frente de $1 \mu\text{s}$.
(a) $L = 10$ m, (b) $L = 20$ m e (c) $L = 30$ m.

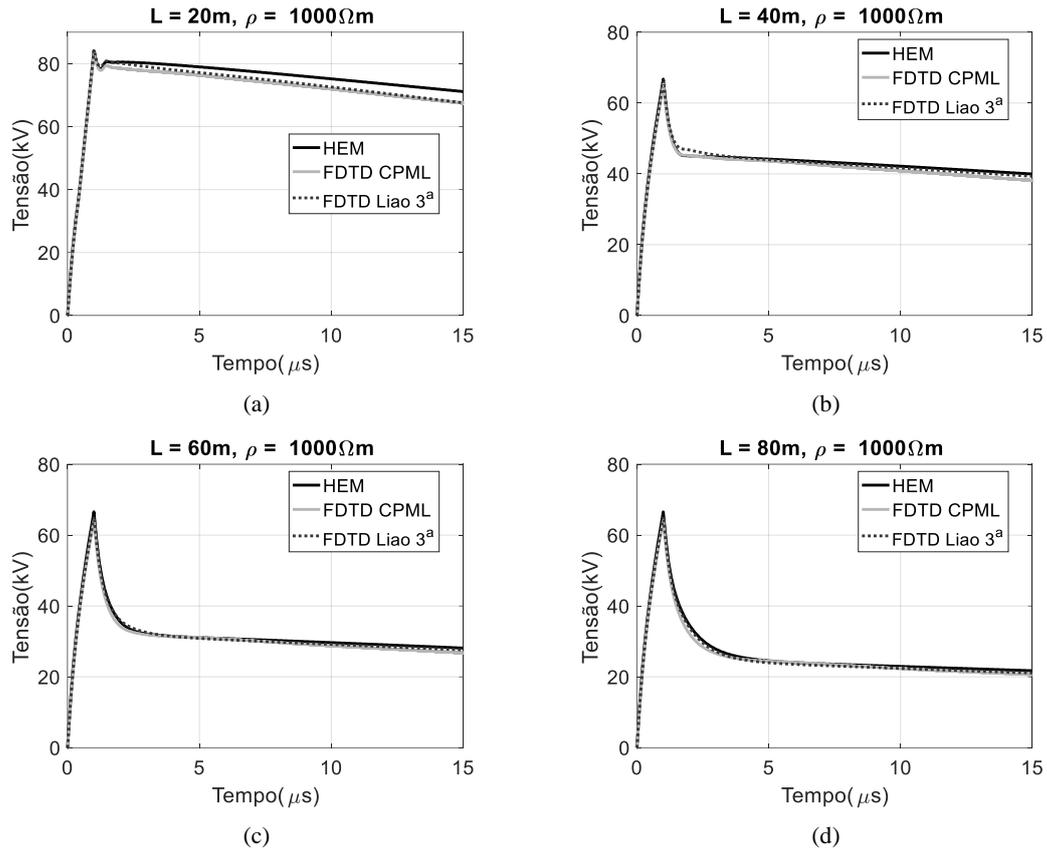


Figura 5.13 – Elevação de potencial do solo calculada para $\rho = 1000 \Omega\text{m}$ e $\epsilon_r = 10$. Tempo de frente de $1 \mu\text{s}$.
 (a) $L = 20 \text{ m}$, (b) $L = 40 \text{ m}$, (c) $L = 60 \text{ m}$ e (d) $L = 80 \text{ m}$.

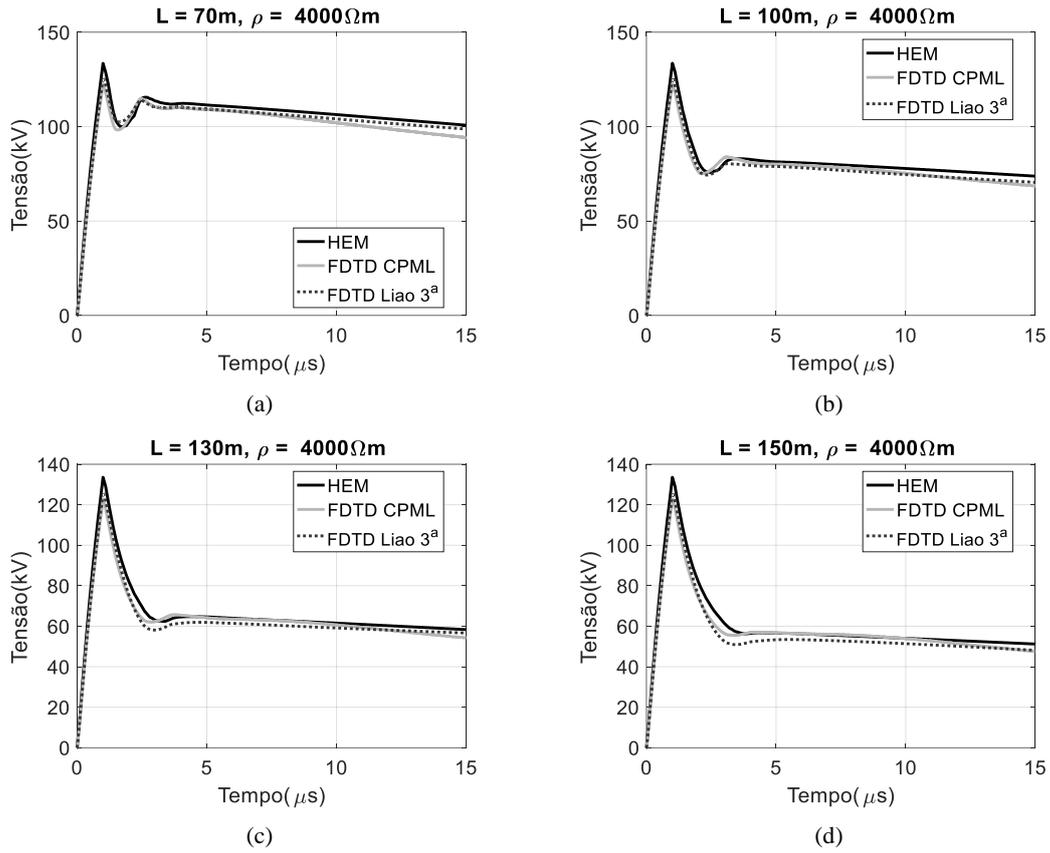


Figura 5.14 – Elevação de potencial do solo calculada para $\rho = 4000 \Omega m$ e $\epsilon_r = 10$. Tempo de frente de $1 \mu s$. (a) $L = 70 m$, (b) $L = 100 m$, (c) $L = 130 m$ e (d) $L = 150 m$.

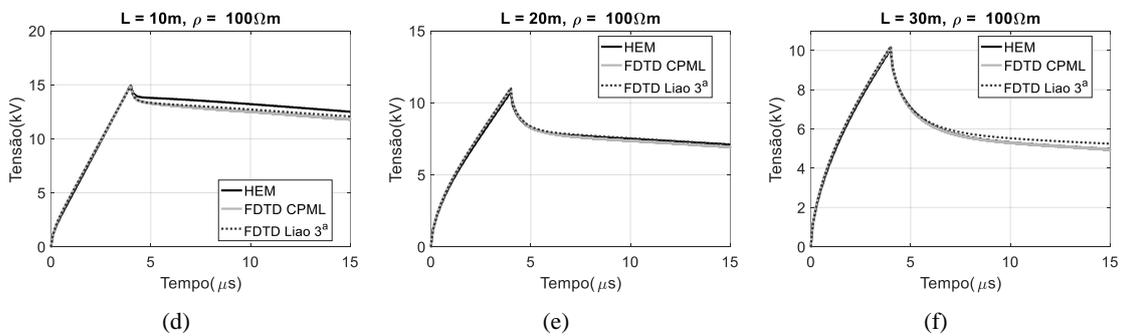


Figura 5.15 – Elevação de potencial do solo calculada para $\rho = 100 \Omega m$ e $\epsilon_r = 10$. Tempo de frente de $4 \mu s$. (a) $L = 10 m$, (b) $L = 20 m$ e (d) $L = 30 m$.

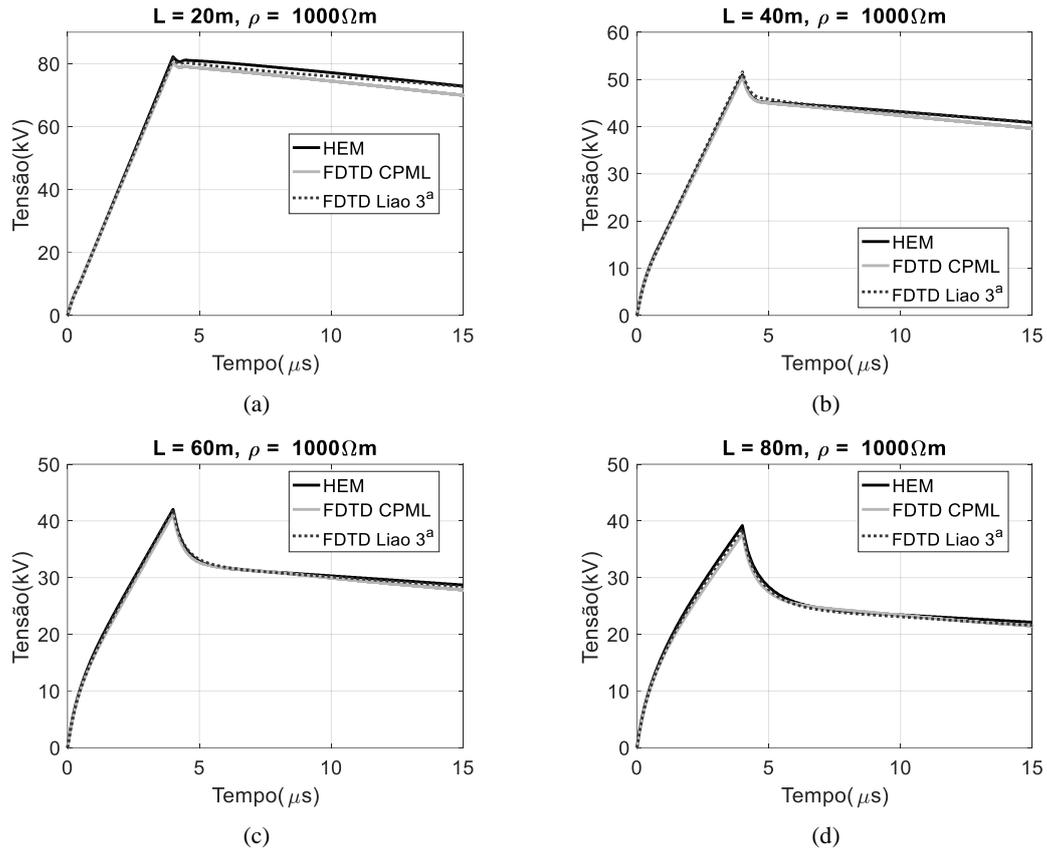


Figura 5.16 – Elevação de potencial do solo calculada para $\rho = 1000 \Omega\text{m}$ e $\epsilon_r = 10$. Tempo de frente de 4 μs .
 (a) L = 20 m, (b) L = 40 m, (c) L = 60 m e (d) L = 80 m.

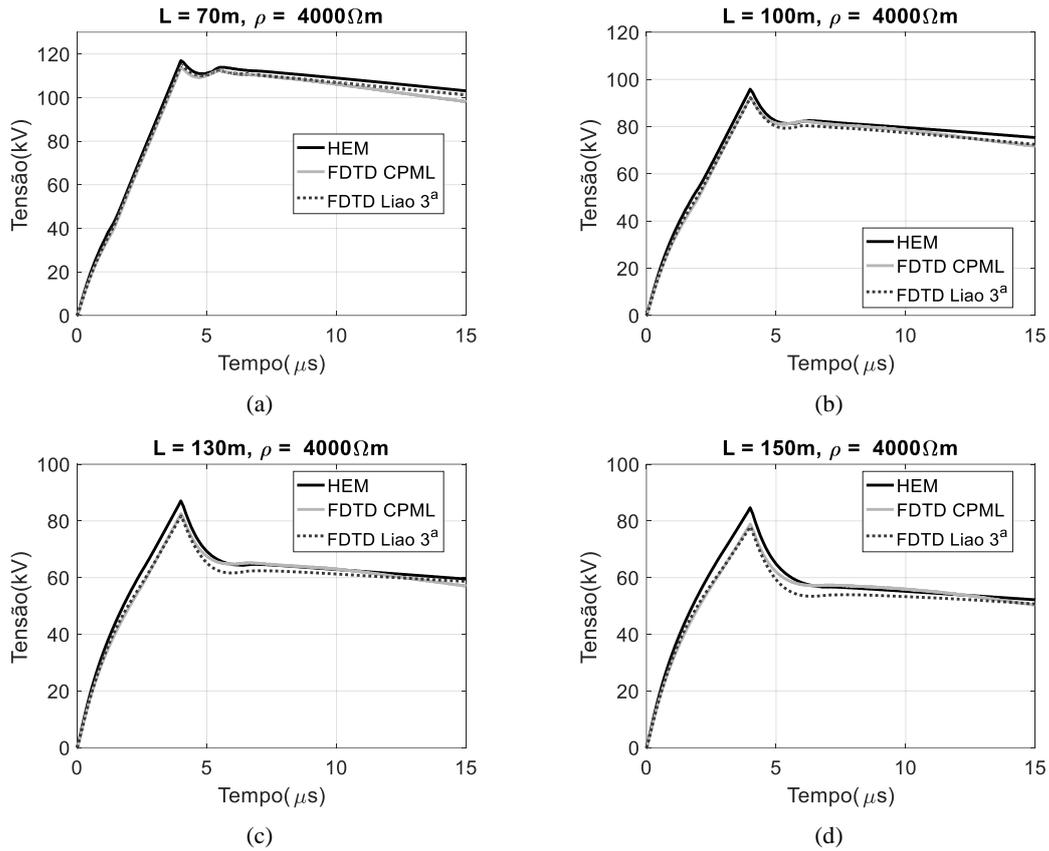


Figura 5.17 – Elevação de potencial do solo calculada para $\rho = 4000 \Omega\text{m}$ e $\epsilon_r = 10$. Tempo de frente de $4 \mu\text{s}$.
 (a) $L = 70 \text{ m}$, (b) $L = 100 \text{ m}$, (c) $L = 130 \text{ m}$ e (d) $L = 150 \text{ m}$.

Conforme apresentado na Figura 5.12 até a Figura 5.17, nota-se que, de modo geral, a fronteira CPML garantiu curvas muito semelhantes comparadas com a fronteira de Liao de terceira ordem, simuladas em um mesmo cenário. Em termos do valor de pico, por exemplo, as curvas de GPR associadas às duas fronteiras apresentam diferenças pouco significativas.

Uma vantagem alcançada com o uso da CPML é evitar a possível falta de estabilidade promovida pela fronteira de Liao de ordem elevada. Além disso, a fronteira CPML, conforme (RODEN; GEDNEY, 2000), é independente da característica do meio, tornando sua aplicação direta em meios dispersivos e não lineares. Portanto, a fronteira CPML destaca-se como uma alternativa para o estudo de aterramentos em solos com parâmetros variando com a frequência, tema que será explorado na sequência desse texto.

5.4.2 Representação do fenômeno de Ionização do Solo

Nesta subseção são descritos os resultados referentes à representação da ionização do solo em simulações utilizando a modelagem computacional desenvolvida. Através de uma pesquisa na literatura, pode-se citar alguns trabalhos que representam o efeito da ionização através do método FDTD (ALA *et al.*, 2008), (DOS SANTOS *et al.*, 2009), (OTANI *et al.*, 2014). Um ponto em comum observado entre esses trabalhos consiste na aplicação do modelo proposto por Ala *et al.* (2008), que baseia-se no comportamento dinâmico da resistividade do solo apresentado por Liew e Darveniza (1974). Detalhes desse modelo são apresentados na sequência do texto, além das comparações de resultados com simulações e medições presentes na literatura.

O modelo proposto por Ala *et al.* (2008) baseia-se no comportamento dinâmico da resistividade do solo apresentado por Liew e Darveniza (1974), conforme é descrito na Figura 5.18.

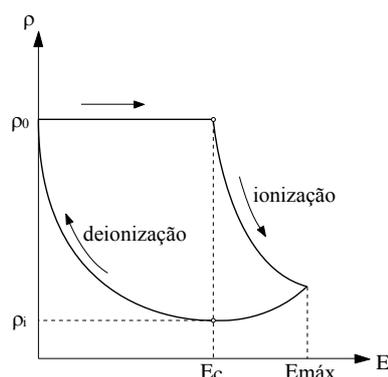


Figura 5.18 – Modelo de (ALA *et al.*, 2008) de ionização e deionização do solo para FDTD baseado no modelo de resistividade de solo dinâmica de (LIEW; DARVENIZA, 1974). Adaptada de (OTANI *et al.*, 2014).

Segundo a Figura 5.18, o comportamento da resistividade do solo é regido pelos valores instantâneos do campo elétrico E . Enquanto o campo elétrico em uma determinada célula é inferior ao campo elétrico crítico E_c , a resistividade ρ permanece igual a resistividade de baixa frequência ρ_0 ,

$$\rho(t) = \rho_0. \quad (5.5)$$

Conforme descrito por Ala *et al.* (2008), quando o valor do campo elétrico local excede o valor crítico (E_c), o processo de ionização para a célula em questão inicia e, com isso, a resistividade decresce segundo a expressão:

$$\rho(t) = \rho_0 e^{-\left(\frac{t}{\tau_1}\right)}, \quad (5.6)$$

onde τ_1 é a constante de tempo de ionização e o tempo t é definido como zero no instante em que E atinge E_c . De maneira semelhante, quando o valor do campo elétrico instantâneo E decresce para valores inferiores a E_c , a resistividade local ρ começa a crescer conforme

$$\rho(t) = \rho_i + (\rho_0 - \rho_i) \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau_2}\right)}\right) \left(1 - \frac{E}{E_c}\right)^2, \quad (5.7)$$

onde ρ_i é o valor mínimo alcançado por ρ durante o processo de ionização, E é o valor instantâneo da amplitude do campo elétrico e τ_2 é constante de tempo de deionização. Em (5.7), o tempo t é definido como zero no instante em que E é igual a E_c (OTANI *et al.*, 2014).

Como observado, a modelagem da ionização do solo exige a configuração dos parâmetros τ_1 , τ_2 e E_c . No entanto, não há um consenso na literatura a respeito dos valores que esses parâmetros devem assumir. Conforme argumentado por Liew e Darveniza (1974), os valores desses parâmetros devem ser selecionados de modo a obter um melhor ajuste para representação do fenômeno considerando um determinado surto de corrente. Além disso, Ala *et al.* (2008) acrescentam que τ_1 e τ_2 não estão relacionados com a geometria do eletrodo de aterramento, apenas com a forma de onda da corrente aplicada. Em seu trabalho, Otani *et al.* (2014) consideram na maioria das simulações valores de E_c dentro de um intervalo baseado nos experimentos de Liew e Darveniza (1974), sendo $E_c = 50-200$ kV/m, $\tau_1 = 1,5-2$ μ s e $\tau_2 = 0,5-4,5$ μ s em solos de resistividades entre 50-310 Ω m. Nas simulações aplicadas neste trabalho de dissertação de mestrado, são utilizados valores reportados na literatura para esses parâmetros para cada cenário analisado.

5.4.2.1 Comparação com as Medições de (Geri et al., 1992)

Assim como apresentado por Otani *et al.* (2014), aqui também foi feita uma comparação com os dados de medição de Geri *et al.* (1992) referentes à elevação de potencial no solo considerando uma haste de aterramento enterrada em um solo com resistividade elétrica de $43,5 \Omega\text{m}$. A Figura 5.19 apresenta o espaço de simulação utilizado.

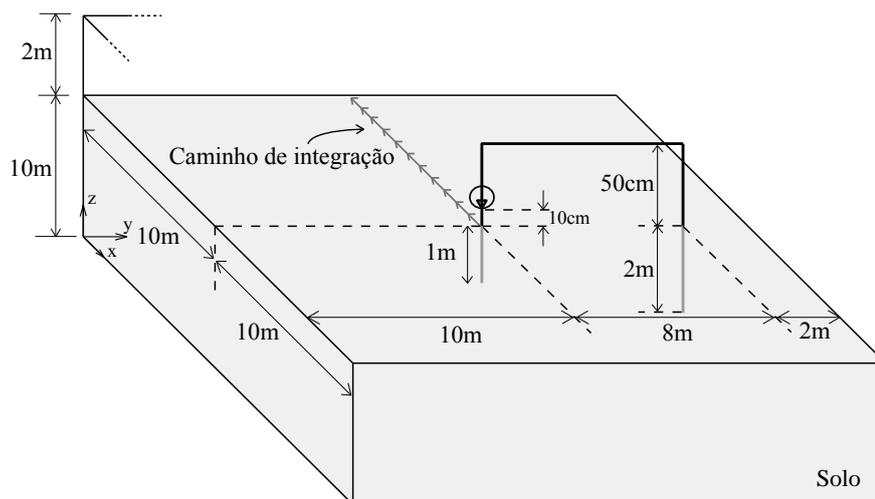


Figura 5.19 – Espaço de simulação para estudo da ionização do solo. Dimensões fora de escala.

Com a finalidade de verificar a performance da modelagem desenvolvida, comparou-se, em um primeiro momento, as curvas calculadas neste trabalho com as curvas obtidas por Otani *et al.* (2014). Buscou-se, então, seguir as mesmas configurações da simulação em FDTD reportada neste artigo referênciada. O espaço de simulação da Figura 5.19 foi dividido uniformemente em células de 10 cm. O eletrodo de aterramento consiste em uma haste de 1 m de comprimento e raio 2,3 mm. Foram aplicadas fronteiras de Liao de segunda ordem e passo de tempo de 0,191 ns. Observou-se, tanto no experimento de Geri *et al.* (1992), quanto na simulação FDTD de Otani *et al.* (2014), que não há relato sobre a permissividade relativa do solo, portanto, neste trabalho foi adotado $\epsilon_r = 10$. A forma de onda da corrente aplicada no aterramento é ilustrada na Figura 5.20(a).

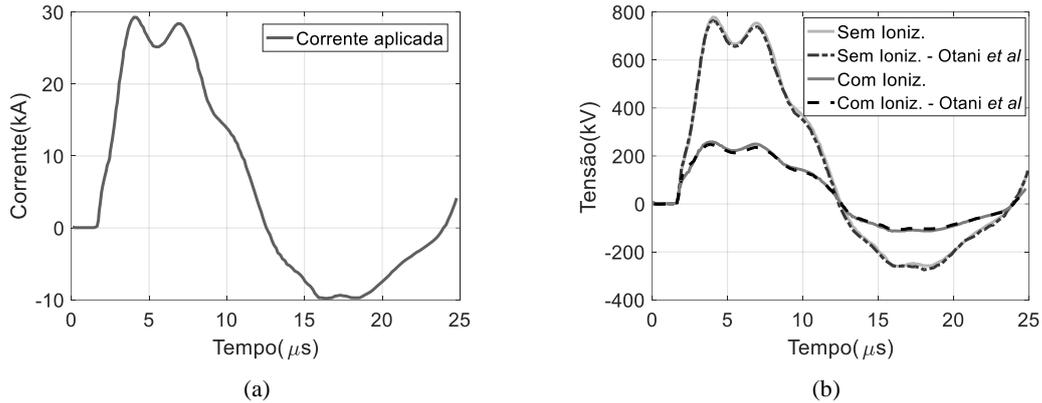


Figura 5.20 – (a) Perfil da corrente aplicada em (GERI *et al.*, 1992). (b) Curvas calculadas neste trabalho comparadas com (OTANI *et al.*, 2014).

A Figura 5.20(b) apresenta a comparação entre as curvas de elevação de potencial no solo obtidas neste trabalho e aquelas apresentadas por Otani *et al.* (2014), sendo denotada uma boa concordância com o artigo referênciada. A elevação de potencial no solo foi calculada pela soma das componentes do campo elétrico na superfície do solo, do topo da haste de aterramento até a fronteira do espaço, totalizando um caminho de 10 m de comprimento. Utilizou-se $E_c = 120 \text{ kV/m}$, $\tau_1 = 0,5 \text{ }\mu\text{s}$ e $\tau_2 = 4,5 \text{ }\mu\text{s}$, assim como descrito no artigo referênciada.

Em um segundo momento, as curvas calculadas foram comparadas com o resultado de medição reportado por Geri *et al.* (1992). A Figura 5.21 apresenta os resultados. Observa-se uma boa concordância da curva simulada com a curva obtida pelo experimento em campo.

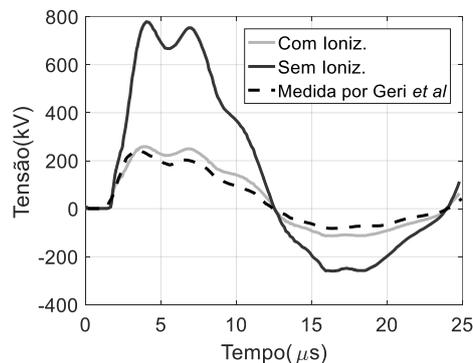


Figura 5.21 – Curvas de elevação de potencial no solo calculadas neste trabalho comparadas com medições de (GERI *et al.*, 1992).

Vale destacar que a representação do efeito de ionização do solo afetou o tempo de processamento da modelagem em FDTD. Um acréscimo de 12,6% no tempo de simulação (de 332 s para 374 s) referente a 25 μ s do sinal para o caso com ionização do solo foi observado. Estas simulações alcançaram índices de processamento *NMCPS*, dado em milhões de células processadas por segundo, de 2044 e 1813, respectivamente, para o cenário sem e com ionização do solo. Tempos medidos na GPU NVIDIA® Tesla™ P100.

5.4.2.2 Ionização do solo para diferentes valores de Resistividade do solo

Simulações considerando um eletrodo vertical de 1,5 m de comprimento e raio 4,6 mm enterrado em solos de resistividade elétrica de baixa frequência de 228 Ω m e 2056 Ω m foram realizadas, seguindo os parâmetros apresentados por Otani *et al.* (2014). O espaço de simulação, ilustrado na Figura 5.22, foi dividido em células não uniformes. Próximo aos eletrodos, os comprimentos das arestas das células assumiram o valor mínimo de 2 cm.

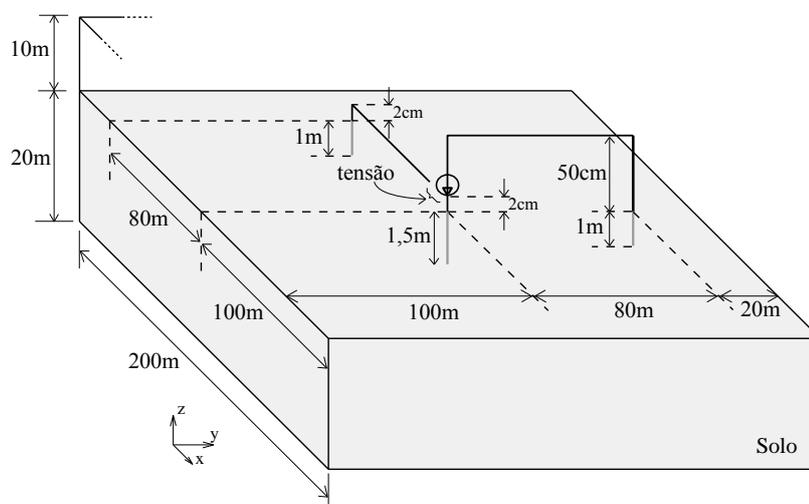


Figura 5.22 – Espaço de simulação para estudo da ionização do solo. Dimensões fora de escala. Adaptada de (OTANI *et al.*, 2014).

Assim como relatado por Otani *et al.* (2014), a elevação de potencial no solo foi calculada através da tensão estabelecida entre a estrutura principal e um fio fino de referência aterrado a 80 m de distância, conforme ilustrado na Figura 5.22, sendo que o espaço adotado entre a estrutura principal e esse fio fino foi de uma célula ($d = 2$ cm). As

formas de onda das correntes aplicadas em cada cenário de resistividade do solo estão ilustradas na Figura 5.23.

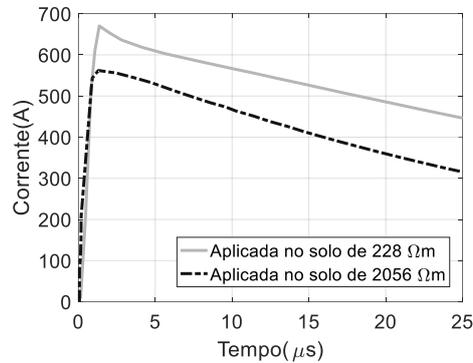


Figura 5.23 – Forma de onda das correntes aplicadas.

Como não há informações no artigo referência sobre a permissividade relativa do solo, considerou-se $\epsilon_r = 10$. A comparação dos resultados obtidos com aqueles calculados por Otani *et al.* (2014) e medidos por Asaoka *et al.* (2005) é apresentada na Figura 5.24.

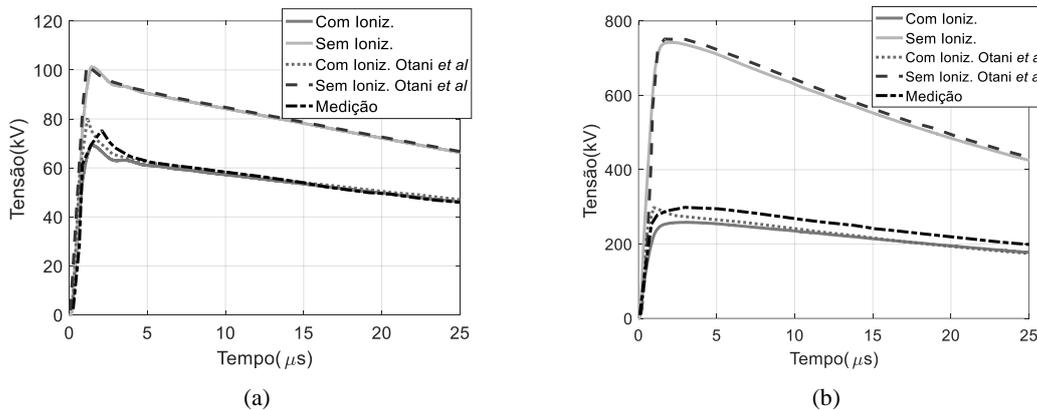


Figura 5.24 – Curvas de elevação de potencial no solo calculadas neste trabalho comparadas com os resultados obtidos em (OTANI *et al.*, 2014) e medições feitas em (ASAOKA *et al.*, 2005) para um solo de (a) 228 Ωm e (b) 2056 Ωm .

Observa-se, de maneira geral, uma boa concordância com as curvas calculadas no artigo referência. Nos instantes de pico as diferenças foram inferiores a 1,5% para o solo sem efeito de ionização e da ordem de 14% para o solo com o efeito de ionização.

Os tempos nas simulações até 25 μs foram de aproximadamente 1 hora e 38 minutos e 1 hora e 49 minutos, respectivamente, para os cenários sem e com ionização

do solo no caso de 2056 Ωm , por exemplo. Esses casos representam um número total de 17,2 milhões de células.

5.4.3 Representação da Dependência com a Frequência dos Parâmetros

Elétricos do Solo

A dependência com a frequência dos parâmetros do solo e sua influência nas respostas de sistemas elétricos frente a descargas atmosféricas é um tema que tem sido investigado ao longo dos anos. O efeito da redução da resistividade e permissividade do solo com o aumento da frequência foi provado por experimentos laboratoriais (SMITH-ROSE, 1933), (SCOTT, 1983), (VISACRO; PORTELA, 1987), (PORTELA, 1999) e confirmado por meio de experimentos de campo (VISACRO *et al.*, 2011), (VISACRO; ALIPIO, 2012). Em termos do comportamento de eletrodos de aterramentos frente a descargas atmosféricas, esse efeito promove a redução do GPR e da Z_P associada (ALIPIO; VISACRO, 2013).

Uma abordagem natural para representar os parâmetros do solo com a frequência em simulações computacionais está relacionada a modelos no domínio da frequência, como o HEM, MoM e o *Finite Element Method* (FEM). Para esses tipos de modelagem, a aplicação das expressões e modelos como descritos por Longmire e Smith (1975), por Visacro e Alipio (2012) e por Alipio e Visacro (2014) para representar esses efeitos é feita de maneira direta. No entanto, tal representação não é aplicada diretamente em modelos no domínio do tempo, como o FDTD. Para esse tipo de modelagem é requerido uma implementação de uma metodologia dedicada para levar em conta os efeitos dependentes da frequência nas simulações no domínio do tempo.

Nesse cenário de representação no domínio do tempo dos parâmetros do solo dependentes da frequência, o trabalho de Oliveira *et al.* (2017) propõe um método no qual a aproximação de Padé (PADÉ, 1892) é aplicada no comportamento da condutividade e permissividade elétricas e, com isso, permite incluir esse efeito nas equações do método FDTD. A resposta desse método proposto é comparada com valores de medições em campo (OLIVEIRA *et al.*, 2017).

Uma outra técnica que pode ser utilizada na representação desses efeitos dependentes da frequência é a aplicação do meio Debye. Segundo Elsherbeni e Demir (2015), a dependência com a frequência da permissividade elétrica, permeabilidade magnética e condutividade elétrica, em geral, pode ser expressa como a soma de funções racionais.

Para representar o efeito da dependência da frequência na modelagem desenvolvida neste trabalho de mestrado, segue-se o equacionamento descrito por Elsherbeni e Demir (2015) e por Taflove e Hagness (2005) para modelar um meio dispersivo Debye através de equações diferenciais auxiliares. Na sequência do texto é apresentado esse equacionamento. Segundo Elsherbeni e Demir (2015), a lei de Ampere é expressa, no domínio da frequência e tempo, respectivamente, para um meio dispersivo com um número P de polos como

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_\infty E + \sigma \vec{E} + \sum_{k=1}^P J_k, \quad (5.8)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \frac{\partial}{\partial t} E + \sigma \vec{E} + \sum_{k=1}^P J_k, \quad (5.9)$$

onde ε_∞ é a permeabilidade relativa em frequência infinita, J_k é a k-ésima corrente de polarização (ou capacitiva). Conforme argumentado por Taflove e Hagnes (2005), o objetivo da técnica de equações diferenciais auxiliares é desenvolver uma equação para atualizar J_k simultaneamente com a equação (5.9). Segundo Elsherbeni e Demir (2015), essa corrente de polarização J_k pode ser escrita para um meio dispersivo Debye como

$$J_k = j\omega \varepsilon_0 \frac{A_k(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + j\omega\tau_k} E = j\omega \frac{\zeta_k}{1 + j\omega\tau_k} E, \quad (5.10)$$

onde ε_s é a permissividade em baixa frequência, A_k é a amplitude do k-ésimo termo e τ_k é o tempo de relaxação relacionado com o k-ésimo polo.

A equação (5.9) discretizada para o método FDTD em intervalos de tempo discretos $n + 0,5$ torna-se

$$\nabla \times \vec{H}^{n+0,5} = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \frac{\partial}{\partial t} E^{n+0,5} + \sigma \vec{E}^{n+0,5} + \sum_{k=1}^P J_k^{n+0,5}. \quad (5.11)$$

Organizando (5.10) e passando para o domínio do tempo, tem-se

$$j\omega\tau_k J_k + J_k = j\omega\zeta_k E, \quad (5.12)$$

$$\tau_k \frac{\partial}{\partial t} J_k + J_k = \zeta_k \frac{\partial}{\partial t} E. \quad (5.13)$$

Conforme descrito por Elsherbeni e Demir (2015), (5.13) é representada em intervalos de tempo discretos $n + 0,5$ como

$$\tau_k \frac{J_k^{n+1} - J_k^n}{\Delta t} + \frac{J_k^{n+1} + J_k^n}{2} = \zeta_k \frac{E^{n+1} - E^n}{\Delta t}, \quad (5.14)$$

$$J_k^{n+1} = \frac{(2\tau_k - \Delta t)}{(2\tau_k + \Delta t)} J_k^n + \frac{2\zeta_k}{(2\tau_k + \Delta t)} (E^{n+1} - E^n). \quad (5.15)$$

Observa-se que o termo J está discretizado em intervalos $n + 1$ na equação (5.15). Portanto, aplica-se a aproximação

$$J_k^{n+0,5} = \frac{J_k^{n+1} + J_k^n}{2}, \quad (5.16)$$

na equação (5.15), resultando-se em

$$J_k^{n+0,5} = \frac{2\tau_k}{(2\tau_k + \Delta t)} J_k^n + \frac{\zeta_k}{(2\tau_k + \Delta t)} (E^{n+1} - E^n). \quad (5.17)$$

Por fim, substituindo (5.17) em (5.11) e isolando o campo elétrico, obtém-se a equação de atualização

$$E^{n+1} = \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_0\varepsilon_\infty + \sigma\Delta t + \xi)} \nabla \times \vec{H}^{n+0,5} + \frac{(2\varepsilon_0\varepsilon_\infty - \sigma\Delta t + \xi)}{(2\varepsilon_0\varepsilon_\infty + \sigma\Delta t + \xi)} E^n - \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_0\varepsilon_\infty + \sigma\Delta t + \xi)} \sum_{k=1}^P \frac{2\tau_k}{(2\tau_k + \Delta t)} J_k^n, \quad (5.18)$$

onde

$$\xi = \sum_{k=1}^P \frac{2\Delta t \zeta_k}{(2\tau_k + \Delta t)} J_k^n. \quad (5.19)$$

As equações de atualização aplicadas no algoritmo desenvolvido são (5.15) e (5.18). Conforme descrito por Elsherbeni e Demir (2015), em cada passo de tempo, primeiramente são atualizados os campos magnéticos (assim como para um solo com parâmetros elétricos constantes). Na sequência, os campos elétricos são atualizados conforme (5.18) e, finalmente, as correntes de polarização são atualizadas seguindo a equação (5.15).

O comportamento dos parâmetros do solo com a frequência aplicado neste trabalho, tanto na modelagem computacional em FDTD, quanto no modelo HEM, é descrito pelo modelo Alipio-Visacro (ALIPIO; VISACRO, 2014). Para verificar a performance da modelagem computacional, foram realizadas simulações considerando eletrodos horizontais enterrados em solos com diferentes valores de resistividade elétrica de baixa frequência. Para os dois tipos de solos, parâmetros constantes e variáveis na frequência, utilizou-se o espaço de simulação apresentado na Figura 5.5 com as dimensões da Tabela 5.7. O ambiente de simulação foi dividido com células não uniformes, respeitando um tamanho mínimo das células próximas às estruturas e região das fronteiras de 25 cm. No eixo x e no eixo z, as arestas das células assumiram 5 m e 2 m nas regiões afastadas dos eletrodos, respectivamente. Já no eixo y, as arestas foram de 25 cm ao longo de todo o eixo. Fronteiras CPML foram aplicadas para evitar reflexões dos sinais.

Tabela 5.7 – Dimensões do espaço de simulação aplicado no estudo de solos dispersivos.

Item	X1	X2	Y1	Y2	Z1	Z2
Dimensão(m)	100	100	10	10	25	20

Alipio e Visacro (2017) apresentam um conjunto de 15 polos com as amplitudes ζ_k e os tempos de relaxação τ_k referentes a solos de 525 Ωm , 1000 Ωm e 2000 Ωm . Os resultados apresentados nesta subseção para esses valores de resistividades de solo consideram tais polos.

Além disso, para simulações envolvendo condutores do tipo fios finos inseridos em um meio Debye, o modelo do fio fino descrito por Noda e Yokoyama (2002) precisa ser ajustado. Nesse sentido, o termo ζ_k das células adjacentes ao eixo do fio presente na

equação (5.10) deve ser multiplicado pelo fator de correção m (2.20). Tal procedimento é proposto por Kuklin (2016b) e é aplicado na modelagem FDTD deste trabalho.

Os resultados de elevação de potencial no solo para correntes com tempo de frente de 1 μs e 4 μs são apresentados nas Figura 5.25 a Figura 5.27 e Figura 5.28 a Figura 5.30, respectivamente. Esta corrente tem formato triangular, valor de pico de 1 kA e tempo de meia onda de 50 μs . As elevações de potencial no solo foram calculadas através da soma das componentes do campo elétrico no caminho de integração apresentado na Figura 5.5, desde a estrutura até a fronteira absorvente.

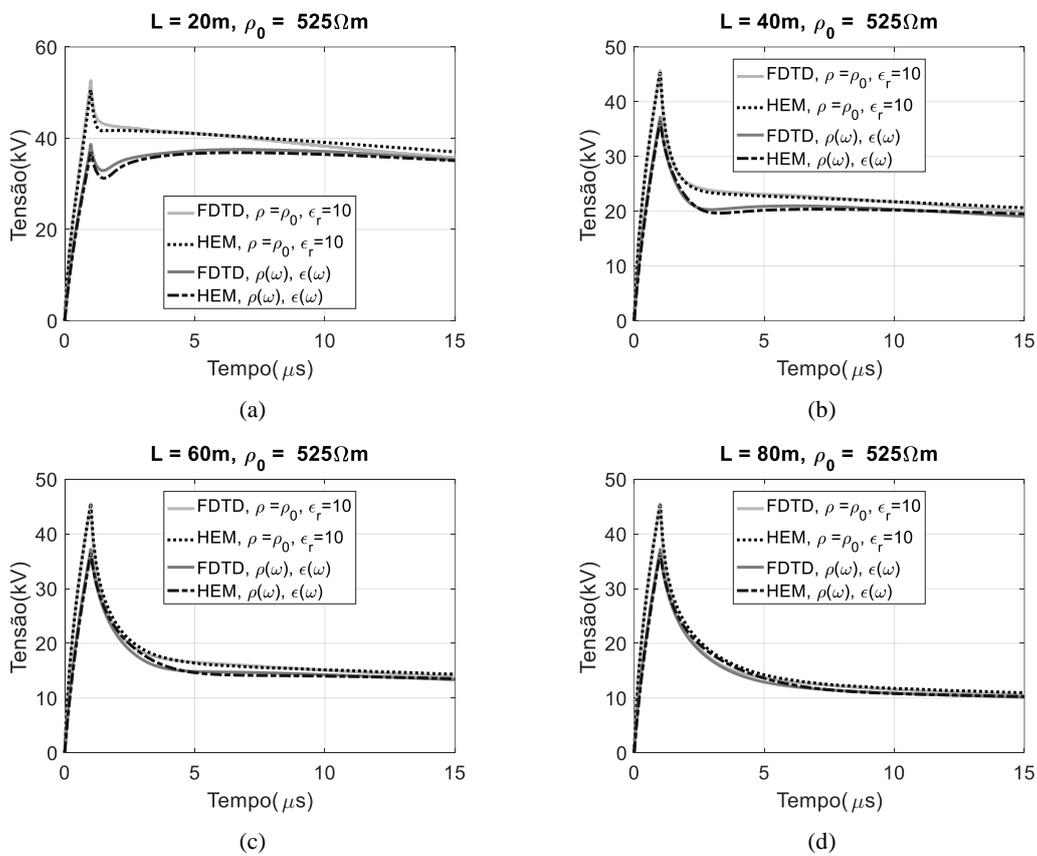


Figura 5.25 – Elevação de potencial considerando eletrodo horizontal com comprimento L de (a) 20 m, (b) 40 m, (c) 60 m e (d) 80 m em solo com parâmetros elétricos constantes e variáveis na frequência. Onda de corrente injetada no solo com tempo de frente de 1 μs .

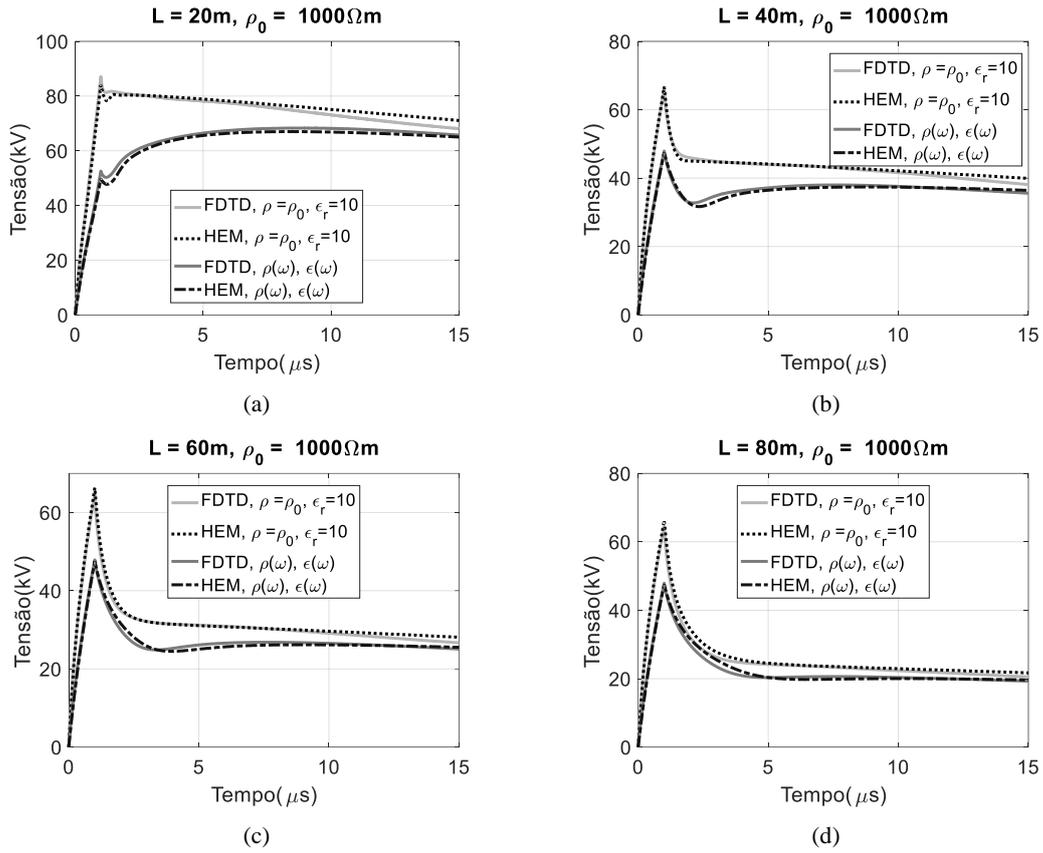


Figura 5.26 – Elevação de potencial considerando eletrodo horizontal com comprimento L de (a) 20 m, (b) 40 m, (c) 60 m e (d) 80 m em solo com parâmetros elétricos constantes e variáveis na frequência. Onda de corrente injetada no solo com tempo de frente de 1 μs.

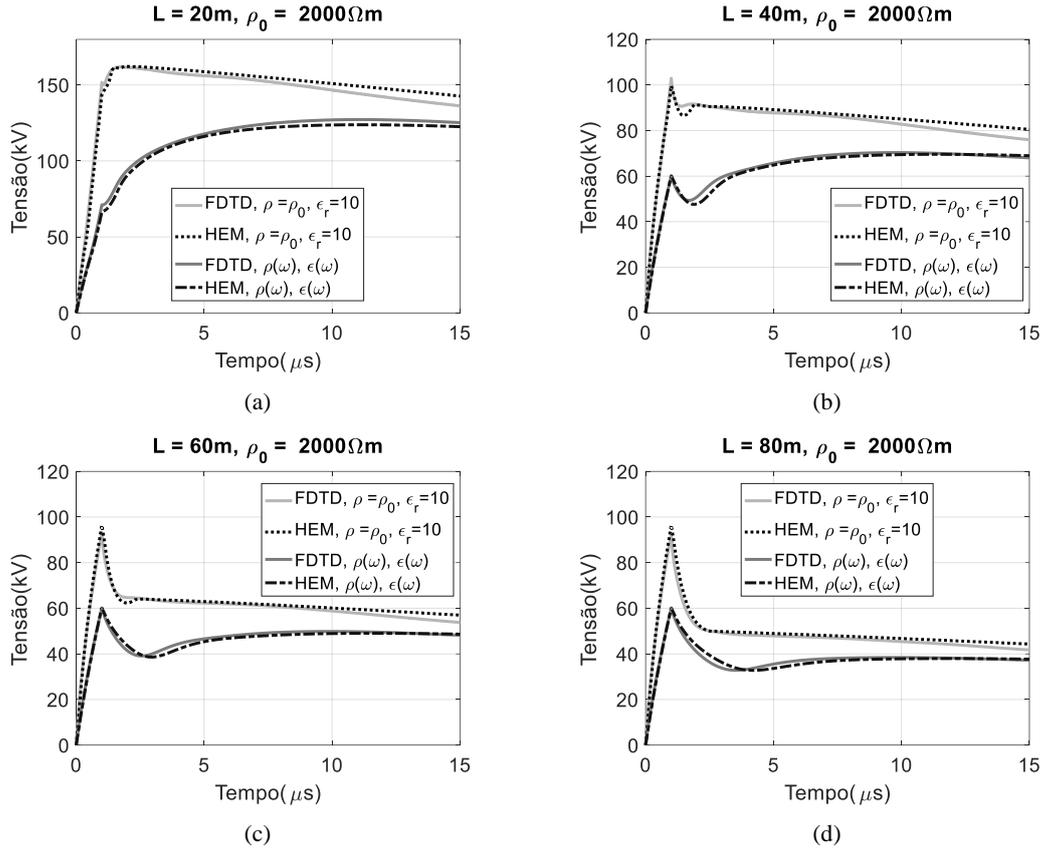


Figura 5.27 – Elevação de potencial considerando eletrodo horizontal com comprimento L de (a) 20 m, (b) 40 m, (c) 60 m e (d) 80 m em solo com parâmetros elétricos constantes e variáveis na frequência. Onda de corrente injetada no solo com tempo de frente de 1 μs .

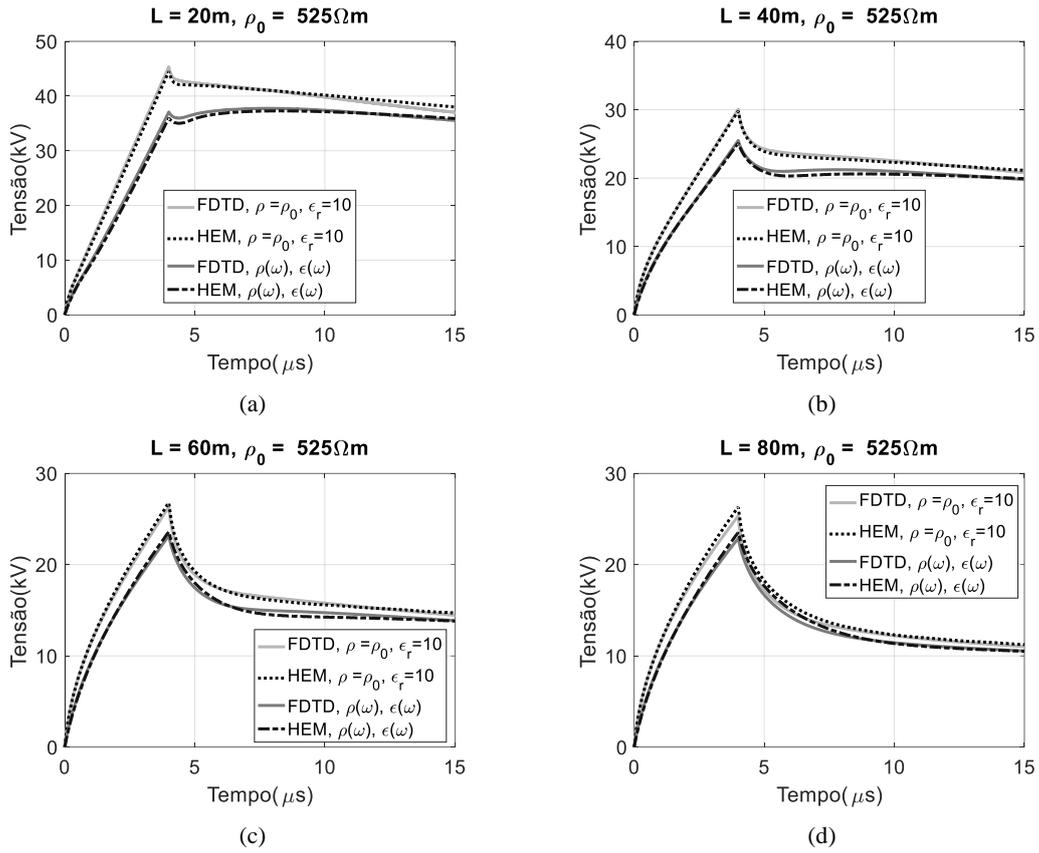


Figura 5.28 – Elevação de potencial considerando eletrodo horizontal com comprimento L de (a) 20 m, (b) 40 m, (c) 60 m e (d) 80 m em solo com parâmetros elétricos constantes e variáveis na frequência. Onda de corrente injetada no solo com tempo de frente de 4 μs .

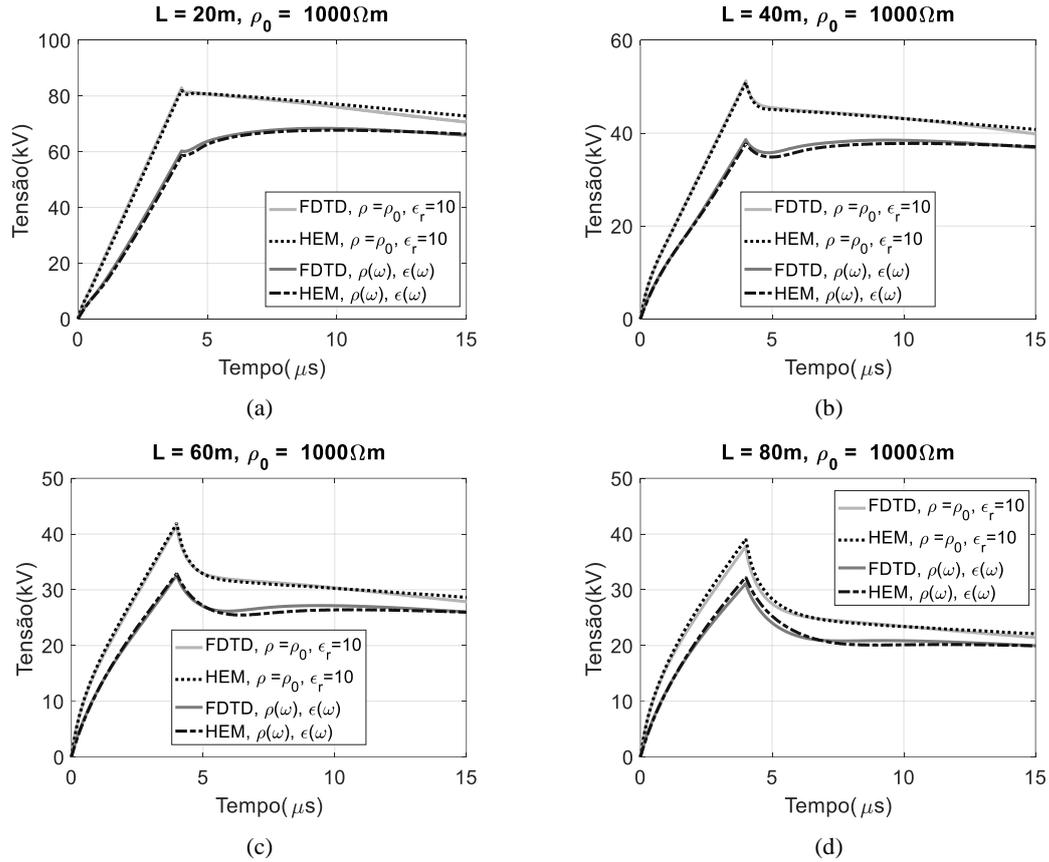


Figura 5.29 – Elevação de potencial considerando eletrodo horizontal com comprimento L de (a) 20 m, (b) 40 m, (c) 60 m e (d) 80 m em solo com parâmetros elétricos constantes e variáveis na frequência. Onda de corrente injetada no solo com tempo de frente de 4 μs.

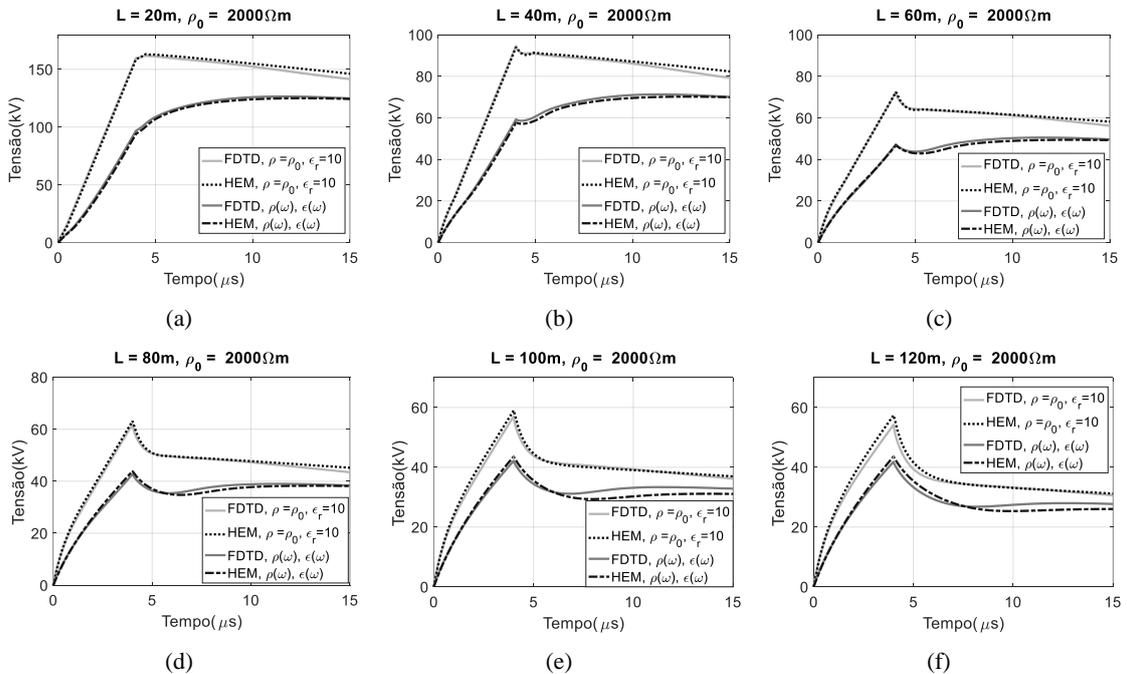


Figura 5.30 – Elevação de potencial considerando eletrodo horizontal com comprimento L de (a) 20 m, (b) 40 m, (c) 60 m, (d) 80 m, (e) 100 m e (f) 120 m em solo com parâmetros elétricos constantes e variáveis na frequência. Onda de corrente injetada no solo com tempo de frente de 4 μs.

Conforme mencionado, as curvas observadas na Figura 5.25 até a Figura 5.30 foram calculadas através dos polos apresentados por Alipio e Visacro (2017). No entanto, para que a modelagem em FDTD desenvolvida neste trabalho fosse capaz de descrever o comportamento dos parâmetros do solo com a frequência para qualquer valor de resistividade, se fez necessária a aplicação de técnicas de identificação para obtenção dos polos. Utilizou-se a função do MATLAB *invfreqs* para obtenção de tais polos, assim como aplicado por Velasco *et al.* (2020). Observou-se, através da comparação com resultados do modelo HEM nos cenários analisados, que 6 polos são suficientes para descrever o comportamento na frequência dos parâmetros do solo. A Figura 5.31 apresenta uma comparação das curvas de elevação de potencial calculadas considerando os 15 polos descritos por Alipio e Visacro (2017) e diferentes quantidades de polos (9, 6 e 4) obtidos através da função *invfreqs*. Conforme apresentado na Figura 5.31, as curvas calculadas com 9 e 6 polos convergem para os resultados obtidos com os 15 polos. No entanto, as diferenças considerando apenas 4 polos são mais expressivas, principalmente para o caso de $2000 \Omega\text{m}$, onde o efeito da dependência dos parâmetros do solo com a frequência se manifesta de maneira mais intensa. Essas diferenças são mais significativas nas caudas das ondas.

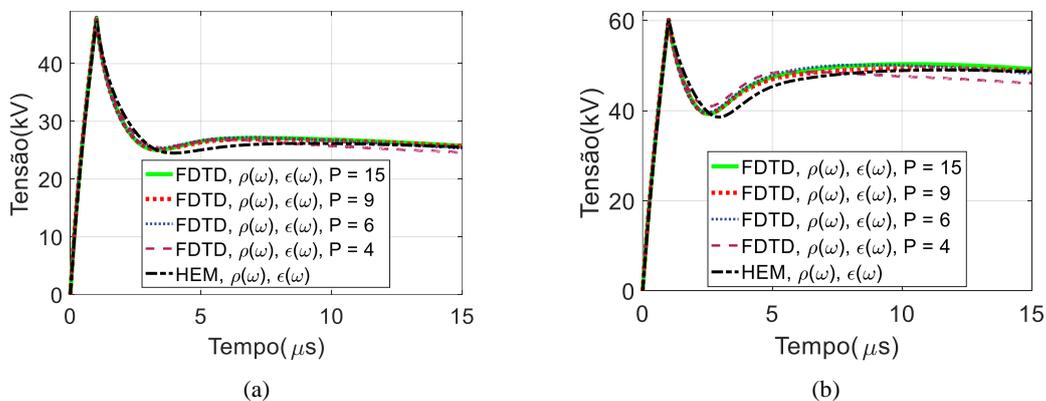


Figura 5.31 – Comparação entre a elevação de potencial calculada através dos $P = 15$ polos descritos em (ALÍPIO; VISACRO, 2017) e diferentes números de polos obtidos pela função *invfreqs*. L igual a 60 m e (a) $\rho_0 = 1000 \Omega\text{m}$ e (b) $\rho_0 = 2000 \Omega\text{m}$.

Vale destacar, também, que o número de polos tem implicância direta no tempo de processamento das simulações. No caso de $L = 60 \text{ m}$ e solo de $2000 \Omega\text{m}$, por exemplo, o tempo de simulação foi de 304 segundos e 178 segundos para o uso de 15 polos e 6 polos, respectivamente, representando uma redução de aproximadamente 41% no tempo

de processamento. Os resultados apresentados na sequência para solos de $4000 \Omega\text{m}$ e $8000 \Omega\text{m}$ consideram o uso de 6 polos.

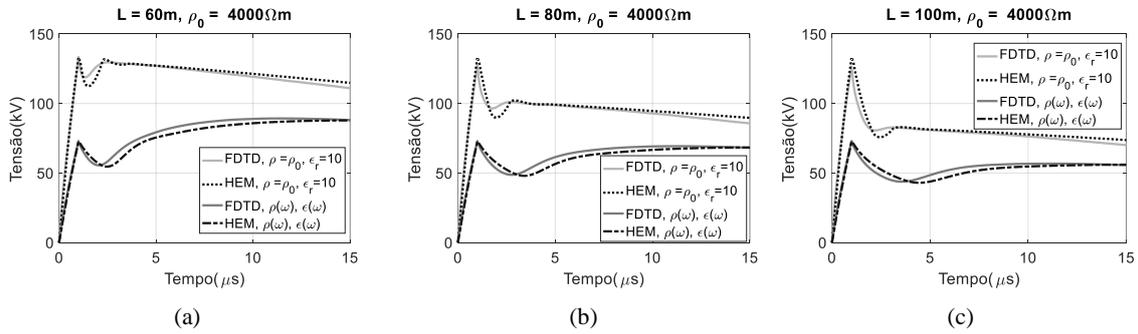


Figura 5.32 – Elevação de potencial calculada para L igual a (a) 60 m, (b) 80 m e (d) 100 m em solo com parâmetros constantes e em solo dispersivo. Onda de corrente injetada com tempo de frente de 1 μs .

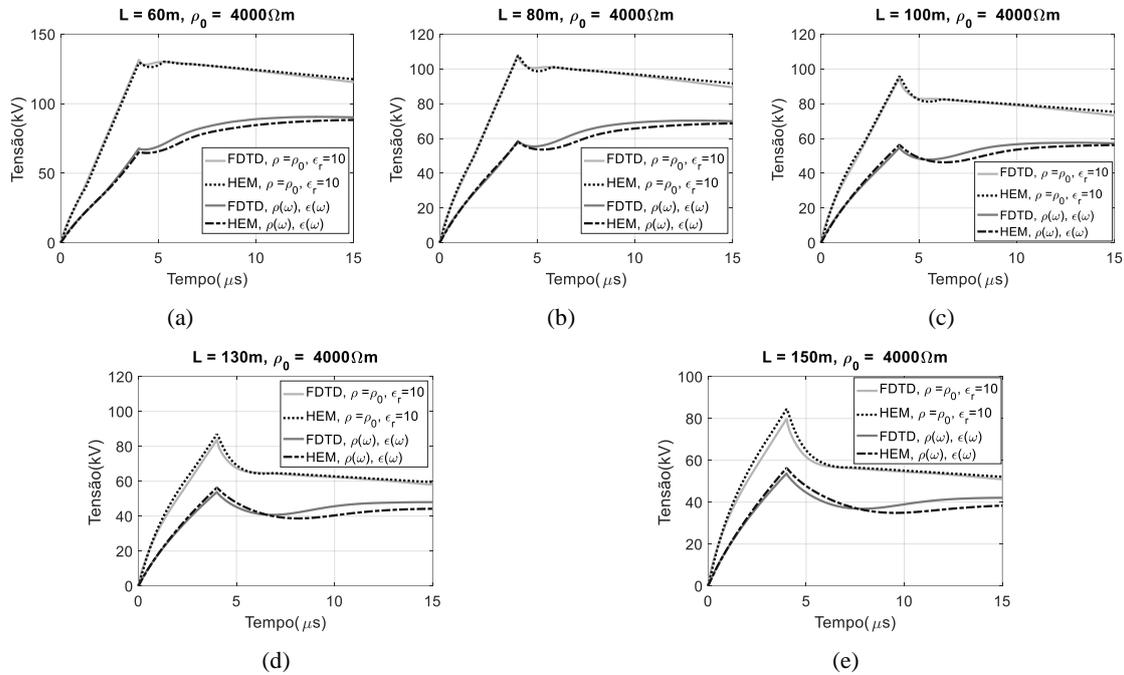


Figura 5.33 – Elevação de potencial considerando eletrodo horizontal com comprimento L de (a) 60 m, (b) 80 m, (c) 100 m, (d) 130 m e (e) 150 m em solo com parâmetros elétricos constantes e variáveis na frequência. Onda de corrente injetada no solo com tempo de frente de 4 μs .

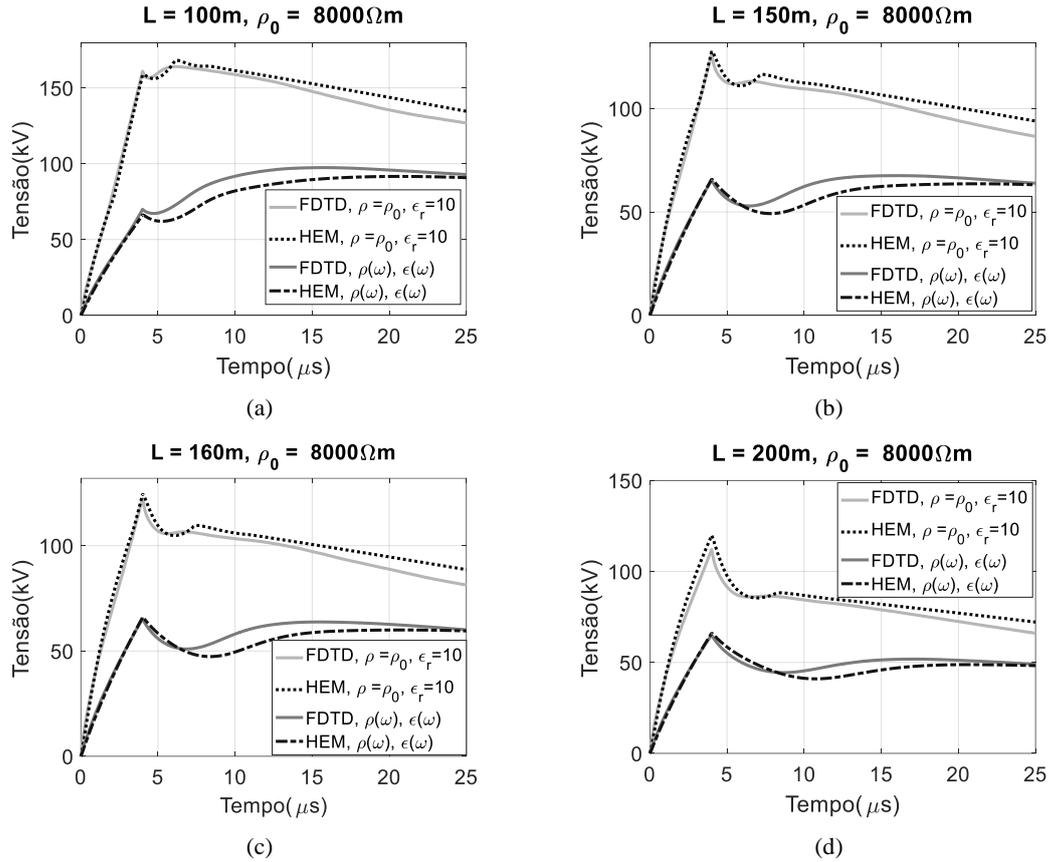


Figura 5.34 – Elevação de potencial considerando eletrodo horizontal com comprimento L de (a) 100 m, (b) 150 m, (c) 160 m e (d) 200 m em solo com parâmetros elétricos constantes e variáveis na frequência. Onda de corrente injetada no solo com tempo de frente de 4 μs .

A Tabela 5.8 apresenta os valores das impedâncias impulsivas para cada caso apresentado anteriormente referente à aplicação da onda triangular e com o tempo de frente de 1 μs . As impedâncias impulsivas foram calculadas como o quociente dos valores máximos de tensão e corrente. A Tabela 5.9 denota essa grandeza para a mesma onda, porém com o tempo de frente de 4 μs . São apresentados também os valores para o solo com parâmetros elétricos constantes, que recebem o identificador C.

Tabela 5.8 – Impedância impulsiva (Z_P) para o tempo de frente de 1 μ s.

$\rho(\Omega m)$	L(m)	$Z_P(\Omega)$ HEM C	$Z_P(\Omega)$ FDTD C	$Z_P(\Omega)$ HEM	$Z_P(\Omega)$ FDTD	FDTD em relação ao HEM C (%)	FDTD em relação ao HEM (%)
525	20	50,63	52,64	36,94	38,67	3,97	4,67
	40	45,62	45,69	36,44	37,18	0,17	2,05
	60	45,61	45,52	36,44	37,18	-0,19	2,04
	80	45,61	45,51	36,44	37,18	-0,21	2,04
1000	20	83,99	87,10	67,01	68,30	3,70	1,93
	40	66,67	66,49	47,50	47,93	-0,27	0,89
	60	66,29	64,60	47,50	47,90	-2,55	0,84
	80	66,29	64,50	47,51	47,90	-2,70	0,84
2000	20	162,38	161,84	123,81	127,23	-0,33	2,77
	40	99,69	102,91	69,58	70,33	3,23	1,08
	60	96,43	93,22	60,16	60,18	-3,33	0,04
	80	96,46	92,14	60,16	60,18	-4,48	0,03
4000	60	133,14	133,55	87,84	89,25	0,31	1,61
	80	133,27	127,31	72,64	73,07	-4,47	0,59
	100	133,28	126,59	72,66	73,08	-5,02	0,57

Através dos resultados apresentados na Figura 5.25 até a Figura 5.34, bem como as impedâncias impulsivas calculadas e descritas na Tabela 5.8 e Tabela 5.9, pode-se dizer que, de modo geral, as curvas concordaram de maneira satisfatória em relação ao resultados do modelo referência HEM. As maiores diferenças percentuais relacionadas ao tempo de frente de 1 μ s foram de 5,02% e 4,67% para solos com parâmetros constantes e variáveis na frequência, respectivamente. No caso do tempo de frente de 4 μ s observou-se que as diferenças percentuais foram um pouco maiores, alcançando valores de 6,44% e 6,35% para solos com parâmetros constantes e variáveis na frequência, respectivamente.

Tabela 5.9 – Impedância impulsiva (Z_P) para o tempo de frente de 4 μ s

$\rho(\Omega\text{m})$	L(m)	$Z_P(\Omega)$ HEM C	$Z_P(\Omega)$ FDTD C	$Z_P(\Omega)$ HEM	$Z_P(\Omega)$ FDTD	FDTD em relação ao HEM C (%)	FDTD em relação ao HEM (%)
525	20	44,48	45,34	37,29	37,75	1,93	1,23
	40	29,80	30,08	25,10	25,50	0,94	1,60
	60	26,78	26,33	23,59	23,18	-1,68	-1,76
	80	26,30	25,35	23,52	22,88	-3,61	-2,73
1000	20	82,07	82,91	67,72	68,39	1,02	0,98
	40	50,89	51,26	37,80	38,62	0,74	2,18
	60	41,95	41,52	32,93	32,63	-1,04	-0,91
	80	39,12	37,79	32,25	31,11	-3,40	-3,52
2000	20	163,15	161,76	124,99	126,51	-0,85	1,21
	40	93,97	94,62	70,21	71,28	0,69	1,53
	60	72,46	72,26	49,46	50,53	-0,27	2,17
	80	63,16	61,90	43,91	42,74	-1,99	-2,68
	100	59,04	57,01	43,58	42,16	-3,44	-3,26
	120	57,42	54,21	43,59	41,83	-5,60	-4,04
4000	60	130,25	131,51	88,47	90,54	0,97	2,34
	80	107,57	108,01	68,81	70,29	0,41	2,14
	100	95,77	94,70	56,37	57,58	-1,11	2,15
	130	86,98	83,71	56,30	53,85	-3,76	-4,35
	150	84,56	79,78	56,32	53,70	-5,64	-4,65
8000	100	168,17	164,04	91,61	97,43	-2,46	6,35
	150	127,61	126,29	65,92	67,56	-1,04	2,49
	160	124,52	122,39	66,01	65,37	-1,71	-0,97
	200	119,84	112,12	66,12	65,16	-6,44	-1,46

Como apresentado, o tamanho do espaço de simulação varia em função do comprimento do eletrodo de aterramento simulado, o que implica diretamente no tempo de simulação. Os tempos necessários para completar os cálculos até 15 μ s foram da ordem de 152 segundos e 387 segundos, respectivamente, para o eletrodo mais curto, 20 m, e mais longo, 150 m, simuladas na GPU NVIDIA® Tesla™ P100.

Um importante parâmetro utilizado para se aferir a qualidade dos aterramentos elétricos e que pode ser calculado a partir dos resultados das simulações anteriores se refere ao comprimento efetivo. De acordo com Visacro (2007), esse parâmetro

corresponde ao valor limite de comprimento para o qual eletrodos com comprimentos maiores não são capazes de promover a redução do valor da impedância impulsiva de aterramento. Além disso, Visacro (2007) acrescenta que esse efeito ocorre devido às atenuações nas componentes de alta frequência das ondas de tensão e corrente, tornando suas amplitudes poucos significativas a partir desse valor de comprimento.

A seguir apresenta-se a análise dos valores de comprimento efetivo considerando os valores das impedâncias impulsivas calculadas para um tempo de frente de 4 μ s. Os gráficos da Figura 5.35 indicam as variações da impedância impulsiva em função do comprimento do eletrodo para solo com parâmetros constantes e variáveis com a frequência. Para fins de comparação, resultados obtidos pela aplicação do modelo HEM são incluídos nas análises.

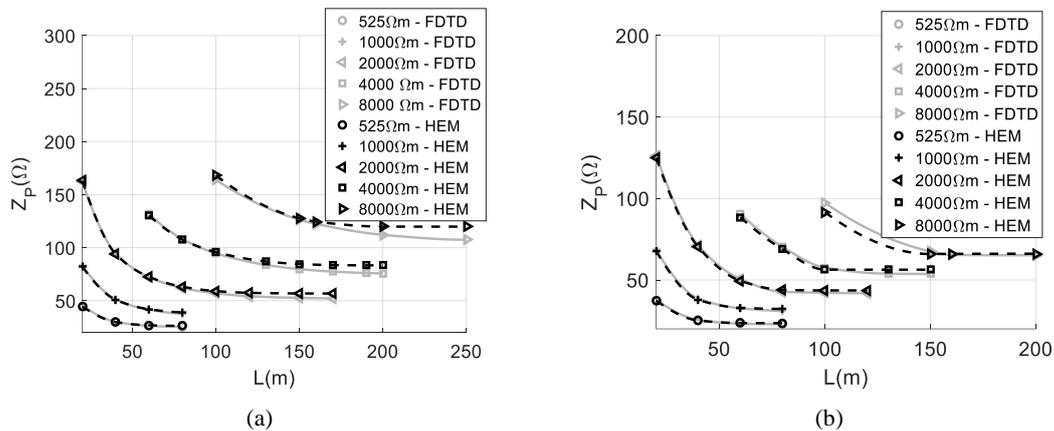


Figura 5.35 – Impedâncias impulsivas em função do comprimento do eletrodo para diferentes resistividades de baixa frequência (ρ_0) em solo com (a) parâmetros elétricos constantes e (b) variáveis na frequência. Onda de corrente injetada no solo: forma de onda triangular e tempo de frente de 4 μ s.

Observa-se, através da Figura 5.35, um comportamento de saturação na redução das impedâncias impulsivas a partir de determinados comprimentos. A Tabela 5.10 expõe os valores obtidos para os diferentes cenários em solos com parâmetros variando com a frequência. Nota-se que comprimentos efetivos maiores estão associados a solos mais resistivos conforme esperado. Segundo Visacro (2007), o valor do comprimento efetivo se reduz com o aumento da condutividade elétrica do solo e frequência.

Tabela 5.10 – Comprimentos efetivos em solo com parâmetros variando com a frequência.

$\rho_0(\Omega\text{m})$	525	1000	2000	4000	8000
$L(\text{m})$	60	75	100	120	150

Além disso, através de uma comparação entre as Figura 5.35 (a) e (b), pode-se notar a influência da dependência da frequência dos parâmetros do solo na determinação do comprimento efetivo. Observou-se, através de simulações complementares, que para os solos de 2000 Ωm , 4000 Ωm e 8000 Ωm , com parâmetros elétricos constantes, por exemplo, os comprimentos efetivos são da ordem de 140 m, 170 m e 200 m, respectivamente, indicando um aumento significativo em relação aos resultados referentes aos solos dispersivos (100 m, 120 m e 150 m, respectivamente). Por outro lado, no solo com resistividade de 525 Ωm , onde a influência da dependência dos parâmetros do solo com a frequência é menor, não houve alteração significativa no valor de comprimento efetivo. É importante destacar que os resultados calculados através do modelo FDTD concordaram com o modelo HEM de maneira satisfatória.

5.5 Estudo Relativo às Linhas de Transmissão

5.5.1 Introdução

Essa seção do capítulo é dedicada à descrição e análise dos resultados referentes às linhas de transmissão. Em um primeiro momento é descrita a comparação de um estudo de caso apresentado no trabalho de dissertação de Melo (2017). Na sequência é descrita uma configuração de linha de transmissão presente na literatura, onde o sistema de aterramento da torre é modelado através da técnica do fio fino. Por último, é apresentada uma comparação com algumas curvas obtidas através do modelo HEM referentes ao cálculo das sobretensões estabelecidas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão submetidas a correntes típicas de descargas atmosféricas.

5.5.2 Linha de Transmissão com Sistema de Aterramento Simplificado

Para verificar a performance da modelagem em FDTD desenvolvida neste trabalho para o cálculo de sobretensões em linhas de transmissão, inicialmente realizou-se a comparação com os resultados apresentados por Melo (2017), referentes a uma linha de transmissão com nível de tensão de 138 kV, cuja torre apresenta a geometria ilustrada na Figura 5.36. Tal torre é simulada no ambiente FDTD por segmentos condutores horizontais e verticais.

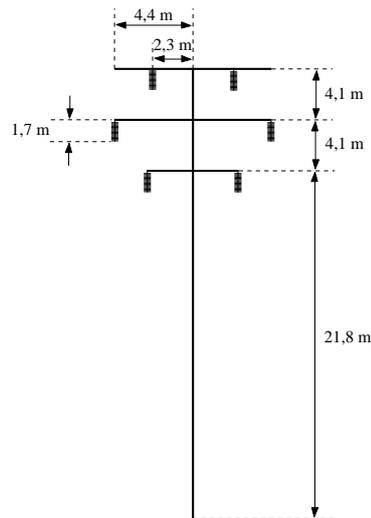


Figura 5.36 – Torre de transmissão de 138 kV simplificada. Medidas fora de escala. Adaptada de (MELO, 2017).

Em termos de divisão do espaço e dimensões da linha de transmissão, buscou-se utilizar as mesmas configurações aplicadas por Melo (2017). O raio dos condutores que constituem as torres é de 10 mm e os raios dos condutores fase e cabos para-raios têm 4 mm e 7 mm, respectivamente. O espaço de simulação, com dimensões totais de 310 x 600 x 700 m³, foi dividido em células não uniformes, de modo que próximo às estruturas das torres foram consideradas células com aresta mínima de 5 cm. A Figura 5.37 apresenta o espaço de simulação. A simulação considera uma torre central e duas torres adjacentes separadas por um vão de 270 m. O solo foi representado por um material condutor perfeito com 50 cm de profundidade. O aterramento elétrico das torres foi representado por resistores posicionados no nível do solo com valor de resistência de aterramento de 20 Ω .

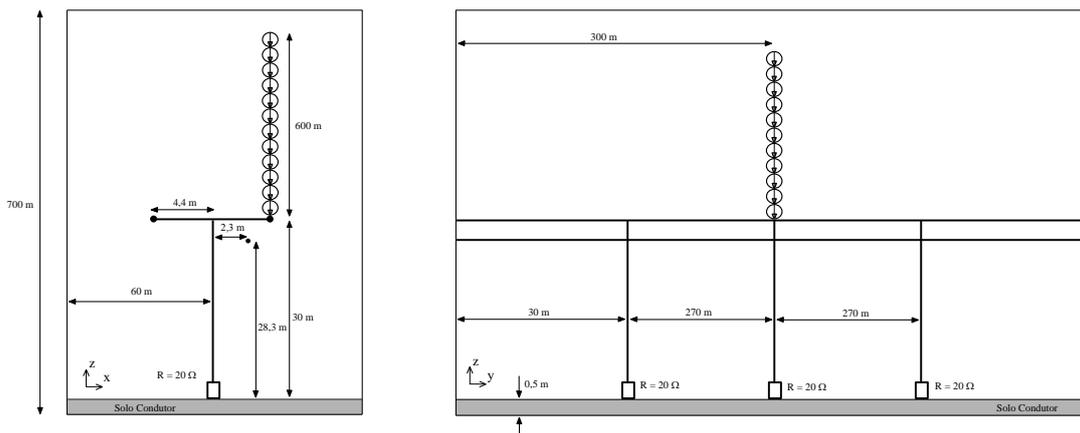


Figura 5.37 – Ambiente de simulação.

Algumas melhorias foram implementadas em relação ao cenário descrito no trabalho de Melo (2017). Em relação às fronteiras absorventes, assim como descrito por Melo (2017), a fronteira de Liao de segunda ordem foi utilizada nas periferias do espaço de simulação nos planos nas extremidades dos eixos x e z . No entanto, nos planos nas extremidades do eixo y , no qual se estendem os cabos da linha de transmissão, aplicou-se fronteira CPML. Os cabos penetram nessa fronteira a fim de se evitar o efeito de reflexões. Este mesmo procedimento foi adotado por Kuklin (2016a), obtendo-se bons resultados.

Outra melhoria aplicada em relação ao trabalho de Melo (2017) está relacionada à representação do canal de descarga em contato com a torre da linha de transmissão. Conforme Melo (2017), foi considerada a representação de uma fonte de corrente pontual acima da torre e um fio fino condutor de raio 1 mm. No presente trabalho, considera-se o modelo de canal de descarga descrito por Baba e Rakov (2003), que assume o canal constituído por um conjunto de fontes de correntes independentes que são acionadas conforme a velocidade de propagação da onda de corrente ao longo do canal. Este tipo de modelagem permite configurar a velocidade de propagação da corrente de descarga no canal para valores inferiores ao da velocidade da luz c . Conforme descrito por Baba e Rakov (2006), por exemplo, utiliza-se a velocidade como sendo um terço de c . No entanto, para fins de comparação, foi aplicado neste trabalho a velocidade de propagação igual a c . O comprimento do canal foi de 600 m.

A onda de corrente injetada no topo da torre central possui formato triangular com valor de pico de corrente de 1 kA e tempo de meia onda de 50 μ s. Dois tempos de frente foram simulados: 1 μ s e 4 μ s. Em cada cenário calculou-se a corrente que penetra na estrutura no topo da torre e a corrente que flui para um dos lados dos cabos para-raios. Além disso, as tensões na resistência da base da torre e na cadeia de isoladores superior da torre central foram determinadas. A Figura 5.38 e a Figura 5.39 apresentam os resultados para o tempo de frente de 1 μ s e 4 μ s, respectivamente. Para fins de comparação, são apresentadas também as curvas obtidas por Melo (2017) e pelo modelo HEM.

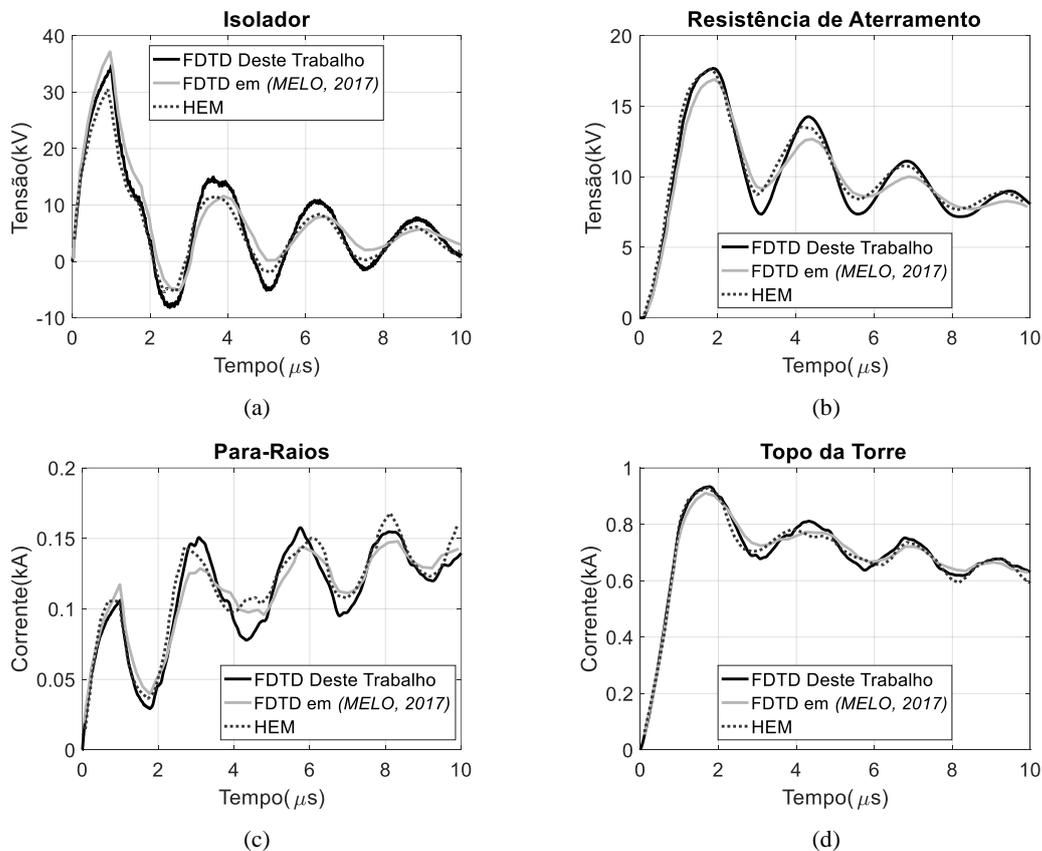


Figura 5.38 – Resultados para o tempo de frente do sinal de entrada em de 1 μ s. (a) Tensão na cadeia de isoladores superior, (b) tensão na base da torre, (c) corrente no para-raios e (d) corrente no topo da torre.

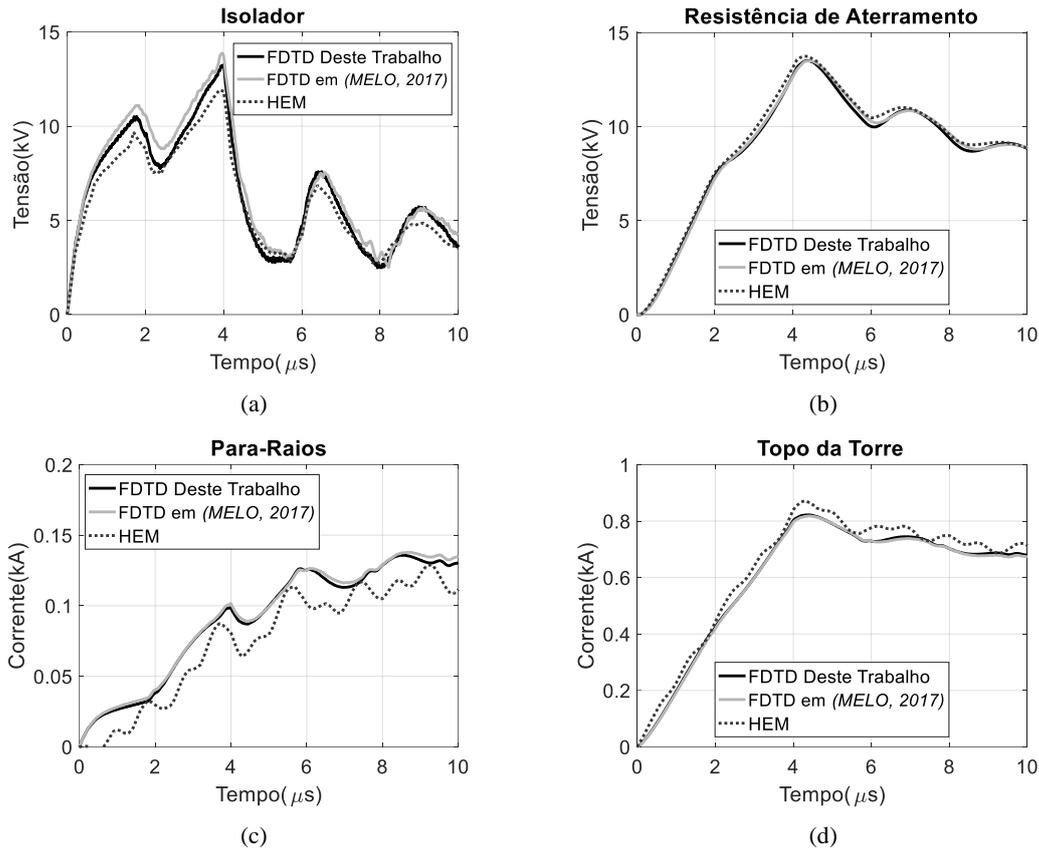


Figura 5.39 – Resultados para o tempo de frente do sinal de entrada em de 1 μs. (a) Tensão na cadeia de isoladores superior, (b) tensão na base da torre, (c) corrente no para-raios e (d) corrente no topo da torre.

De modo geral, as curvas obtidas neste trabalho apresentaram comportamento similar ao reportado por Melo (2017) e obtido pelo modelo HEM. Em termos do valor de pico de tensão na cadeia de isoladores, houve uma redução da diferença de 22% para 14% em relação ao HEM, referente ao tempo de frente de 1 μs. E, para o tempo de frente de 4 μs, a diferença no valor de pico deste parâmetro foi reduzida de 16% para 11% com base no modelo referência HEM.

Em relação ao tempo de processamento, houve uma melhora significativa. Conforme relatado por Melo (2017), o tempo exigido nas simulações até 10 μs do sinal foi superior a 50 horas. Já neste trabalho, para simular os mesmos 10 μs, foram gastos aproximadamente 50 minutos através do modelo CUDA na GPU NVIDIA® Tesla™ P100.

5.5.3 Linha de Transmissão com Sistema de Aterramento Completo

Conforme descrito na subseção anterior, o sistema de aterramento das torres foi representado apenas com um resistor pontual e o solo como um condutor perfeito. Nesta subseção, considera-se a representação do sistema de aterramento por fios finos enterrados em um solo de resistividade elétrica não-nula. Os resultados são comparados com aqueles reportados por Kuklin (2016a).

A torre considerada nesta análise possui segmentos oblíquos em relação aos eixos cartesianos, ou seja, segmentos fora da grade Yee do método FDTD. Para modelagem destes segmentos oblíquos, utiliza-se uma técnica de *staircase*. No trabalho de Kuklin (2016b) não é especificado qual técnica *staircase* foi aplicada. Neste trabalho aplica-se a técnica proposta por Noda *et al.* (2004) e descrita na sequência do texto.

A Figura 5.40 apresenta a aproximação da reta AB. A partir do ponto atual destacado na Figura 5.40, há duas opções de caminho, C_1 e C_2 , alcançando-se os pontos P_1 e P_2 , respectivamente. Para P_1 e P_2 , são calculadas as distâncias l_1 e l_2 até a reta AB. Com isso, o caminho escolhido pelo algoritmo é aquele relacionado com a menor distância. No passo da Figura 5.40, por exemplo, o caminho escolhido é o C_1 . No próximo passo, este ponto C_1 torna-se o novo ponto atual, e os mesmos procedimentos são repetidos. O algoritmo segue esse padrão desde o ponto A até alcançar o ponto B. O algoritmo pode ser estendido para o ambiente tridimensional (NODA *et al.*, 2004). Na modelagem em FDTD desenvolvida, portando, deve-se informar apenas esses dois pontos, de modo que a aplicação do algoritmo é automática.

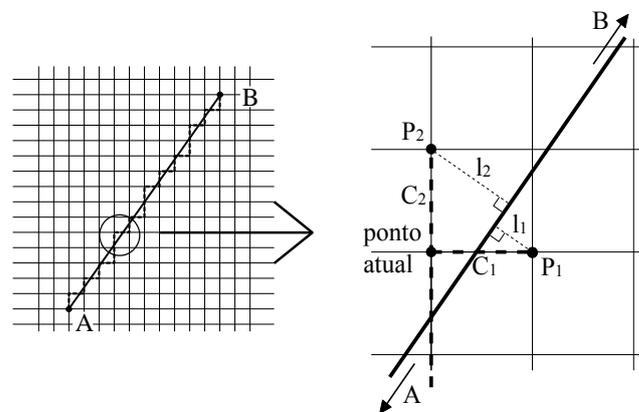


Figura 5.40 – Aproximação de *staircase* aplicada. Adaptada de (NODA *et al.*, 2004).

Buscou-se seguir as considerações adotadas por Kuklin (2016a), em termos do tamanho e divisão do espaço, dimensões da torre e fronteiras absorventes. A Figura 5.41 apresenta uma visão geral do ambiente de simulação e também um detalhamento da torre aplicada. A Figura 5.41 foi gerada com o auxílio do *software* MATLAB através de um código simples que identifica e destaca as posições dos fios finos no ambiente FDTD analisado. Todos os fios finos presentes na simulação foram representados através do modelo descrito por Noda e Yokoyama (2002) e por Taniguchi *et al.* (2008), apresentados na subseção 2.6.2 deste texto.

O espaço de simulação, com dimensões totais de $75 \times 75 \times 72 \text{ m}^3$, foi dividido em células de tamanho uniforme com arestas de 25 cm. O sistema de aterramento da torre adotado por Kuklin (2016a) possui o formato de uma estrela de quatro pontas com 30 m de comprimento. A cada 15 m são instaladas hastes com 10 m de comprimento. O sistema de aterramento está enterrado a 50 cm de profundidade. Os raios dos eletrodos de aterramentos são de 6 mm. O solo, que é modelado como um meio de espessura de 19,5 m, é dividido em duas camadas. A primeira camada tem 2,25 m de espessura e resistividade elétrica de $1000 \Omega\text{m}$. A segunda camada possui resistividade de $250 \Omega\text{m}$. A permissividade relativa é igual a 12 em todo o solo.

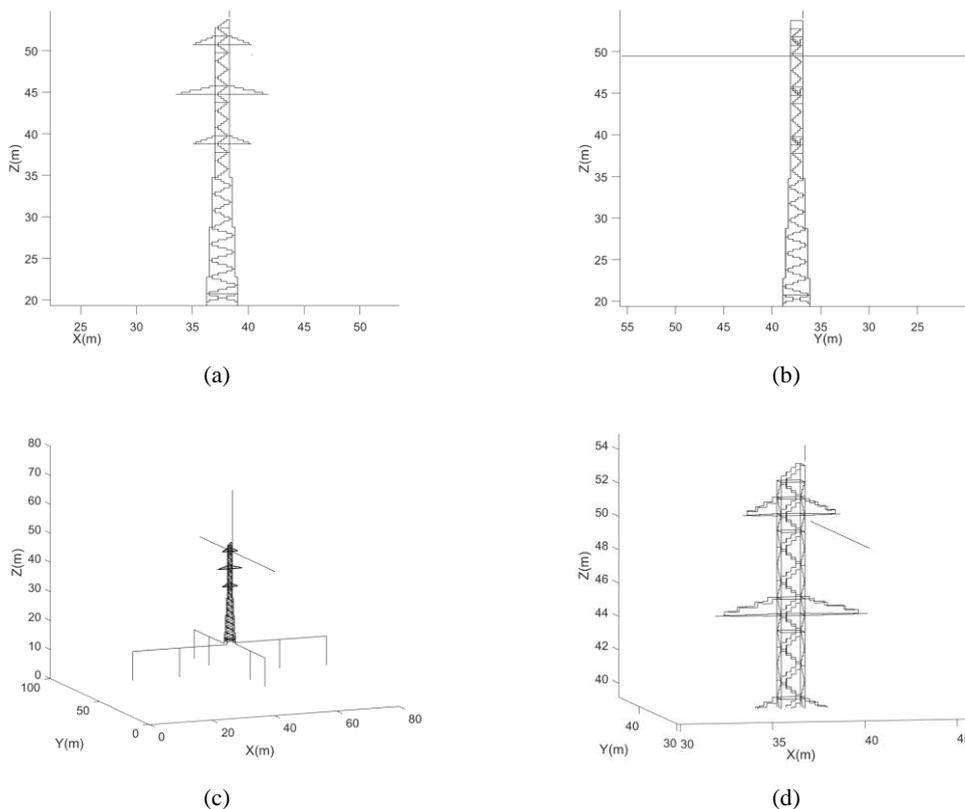


Figura 5.41 – Ambiente de simulação aplicado na comparação dos resultados de (KUKLIN, 2016a). (a) Vista frontal, (b) vista lateral, (c) visão geral e (d) detalhe do ponto de medição.

A torre possui altura de 34 m e os isoladores possuem comprimento de 1,25 m. O canal de descarga foi representado a partir de um fio fino condutor que penetra na CPML e com uma fonte de corrente pontual uma célula acima da torre. O condutor fase, que penetra a fronteira absorvente em suas duas extremidades, possui raio de 10 mm. O condutor fase, o canal de descarga e o sistema de aterramento também podem ser observados na Figura 5.41. Aplicou-se fronteira CPML em todas as periferias do ambiente de simulação. A Tabela 5.11 apresenta os parâmetros da fronteira.

Tabela 5.11 – Parâmetros da fronteira CPML.

Parâmetro	Valor
σ_{fator}	1
$K_{\text{máx}}$	10
$\alpha_{\text{máx}}$	10^{-5}
Número de células na fronteira	15
n_{pml}	3

Os mesmos parâmetros relatados por Kuklin (2016a) foram considerados, com exceção do valor de $\kappa_{\text{máx}}$, que foi aqui adotado como 10 de modo a respeitar o intervalo de 5 a 11 sugerido por Elsherbeni e Demir (2015). Kuklin (2016a) considera $\kappa_{\text{máx}}$, igual a 1. Além disso, os resultados tiveram uma performance melhor com esse ajuste.

Não há relato de Kuklin (2016a) a respeito do raio dos condutores que constituem a estrutura da torre. Portanto, aplicou-se neste trabalho valores próximos ao raio específico relacionado ao modelo de Noda e Yokoyama (2002) de 58 mm, aproximadamente $0,23 * 25$ cm.

O trabalho considera a corrente de descarga modelada pela função Heidler (HEIDLER; CVETIĆ, 2002). O tempo de frente de aproximadamente $1 \mu\text{s}$, tempo de meia onda de $200 \mu\text{s}$ e magnitude de 30 kA. Considerou-se o cálculo da tensão na cadeia de isoladores superior mais próxima ao ponto de injeção de corrente. Os resultados são apresentados na Figura 5.42.

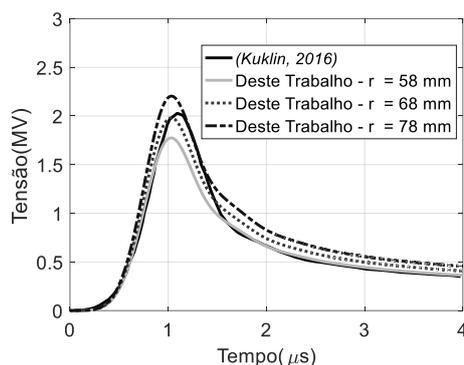


Figura 5.42 – Tensão na cadeia de isoladores superior da linha de transmissão. Variação dos raios dos condutores que constituem a torre.

Os resultados da Figura 5.42 indicam que as curvas de tensão seguiram o comportamento do resultado apresentado no artigo referência. Nota-se também que a tensão na cadeia de isoladores varia em função do raio dos fios condutores que constituem a estrutura da torre. Tal resultado era esperado, uma vez que este parâmetro afeta o cálculo da impedância de surto da torre. O módulo das diferenças no instante de pico em relação ao artigo referência foram de 12,7%, 2,4% e 8,7%, respectivamente, para os raios dos elementos da estrutura de 58 mm, 68 mm e 78 mm. Um ponto interessante que vale destacar está relacionado ao tempo de processamento. Como o espaço de simulação não possui dimensões muito extensas e a divisão foi feita em células relativamente grandes,

arestas de 25 cm, o tempo gasto nas simulações até 4 μs foi de apenas 143 segundos considerando a GPU NVIDIA® Tesla™ P100.

5.5.4 Linha de Transmissão: Diferentes Valores de Resistências de Aterramento

Esta subseção descreve os resultados obtidos para linhas de transmissão de 138 kV e 500 kV considerando diferentes valores de resistência de aterramento. As curvas obtidas através da modelagem em FDTD desenvolvida são comparadas com os resultados do modelo HEM descritos por Almeida *et al.* (2021). As geometrias e dimensões das linhas de transmissão são apresentadas na Figura 5.43.

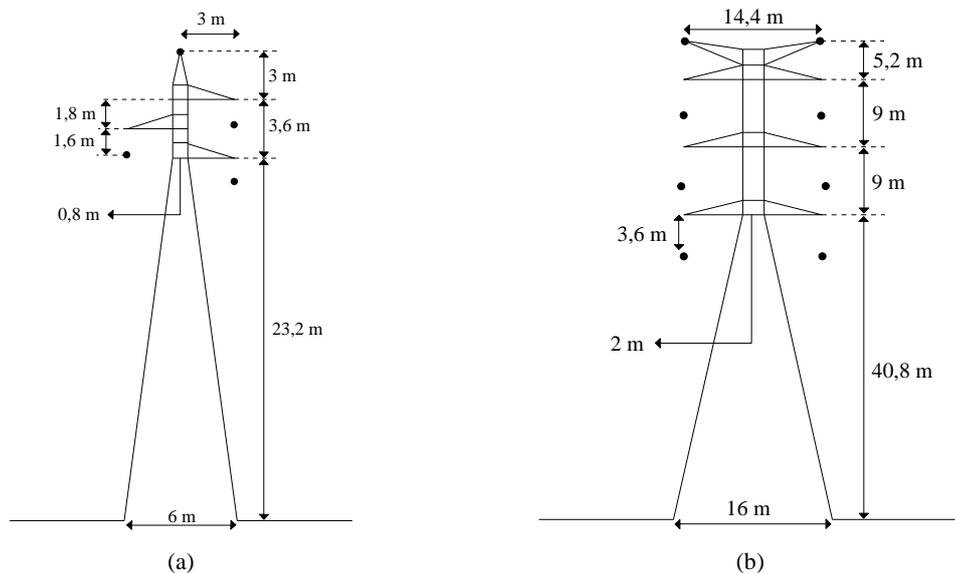


Figura 5.43 – Torres de transmissão de (a) 138 kV e (b) 500 kV. Adaptada de (ALMEIDA *et al.*, 2021).

O ambiente de simulação considera uma torre central e outras duas adjacentes separadas por vãos de 400 m e 500 m, para as linhas de 138 kV e 500 kV, respectivamente. As torres foram modeladas pela aproximação *staircase* apresentada por Noda *et al.* (2004), descrita na subseção anterior. Assumiu-se a incidência da descarga atmosférica no topo da torre central, com uma corrente de formato triangular com amplitude de 31 kA, tempo de frente de 3,8 μs e tempo de meia onda de 75 μs , representando os parâmetros medianos de correntes de primeira descarga medidas por Berger *et al.* (1975). O canal de descarga, com 600 m de comprimento, foi representado através de fontes de

corrente em série, conforme descrito por Baba e Rakov (2003). Respeitou-se uma distância da ordem de 30 m (aproximadamente 30 células) entre o topo do canal e o limite superior do espaço de simulação.

Fronteiras CPML foram aplicadas nas extremidades do ambiente de simulação com os parâmetros descritos na Tabela 5.12. Os cabos para-raios e os condutores fase penetram na região da CPML, localizadas a uma distância de 30 m a partir das torres adjacentes.

Tabela 5.12 – Parâmetros da fronteira CPML.

Parâmetro	Valor
σ_{fator}	1,3
$\kappa_{\text{máx}}$	7
$\alpha_{\text{máx}}$	0
Número de células na fronteira	8
n_{pml}	3

O ambiente de simulação foi dividido de maneira não uniforme, de modo que as regiões ocupadas pelas torres e pelas fronteiras foram divididas uniformemente com células com arestas de 20 cm, e nas regiões afastadas dessas estruturas as arestas assumiram até 10 m de comprimento. Portanto, algumas das medidas apresentadas na Figura 5.43 foram deslocadas alguns centímetros em relação aos valores reportados por Almeida *et al.* (2021), de maneira a ajustar os fios finos na grade FDTD de 20 cm³. As dimensões do espaço de simulação aplicado nas torres de 138 kV são 120 x 860 x 650 m³, totalizando 18,13 milhões de células. Para 500 kV, o espaço é de 120 x 1060 x 700 m³, totalizando 32,03 milhões de células.

O solo foi assumido como um condutor perfeito e os aterramentos das torres foram modelados através de resistores pontuais, conforme descrição apresentada na seção 2.5 deste texto. Nos cenários analisados, tais resistores assumiram valores de resistências de aterramento de 10 Ω a 80 Ω .

Nas simulações desta subseção, considerou-se a representação dos fios finos através dos modelos apresentados por Noda e Yokoyama (2002), descrito no item 2.6.2 e estabelecido por Umashankar *et al.* (1987) e por Makinen *et al.* (2002), descritos no item

2.6.1. Os raios dos condutores que constituem a estrutura das torres, dos cabos para-raios e dos condutores fase são, respectivamente, de 1 cm, 11,3 mm e 4 mm.

As tensões nas cadeias de isoladores inferiores das torres centrais foram calculadas pela integração das componentes z do campo elétrico ao longo do comprimento da cadeia de isoladores. Os resultados são apresentados nas Figura 5.44 e Figura 5.45, juntamente com os resultados respectivos à aplicação do modelo HEM.

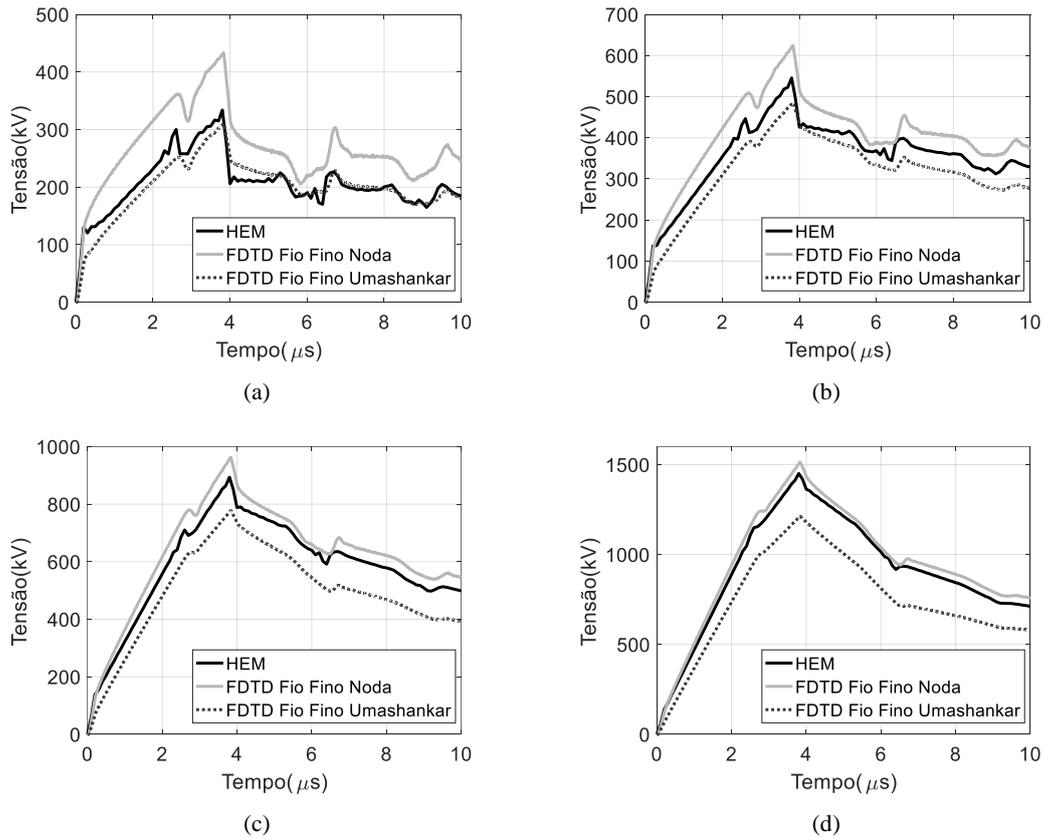


Figura 5.44 – Tensão na cadeia de isolador inferior da torre de 138 kV com impedância de aterramento de (a) 10 Ω , (b) 20 Ω , (c) 40 Ω e (d) 80 Ω . Curvas HEM retiradas de (ALMEIDA *et al.*, 2021).

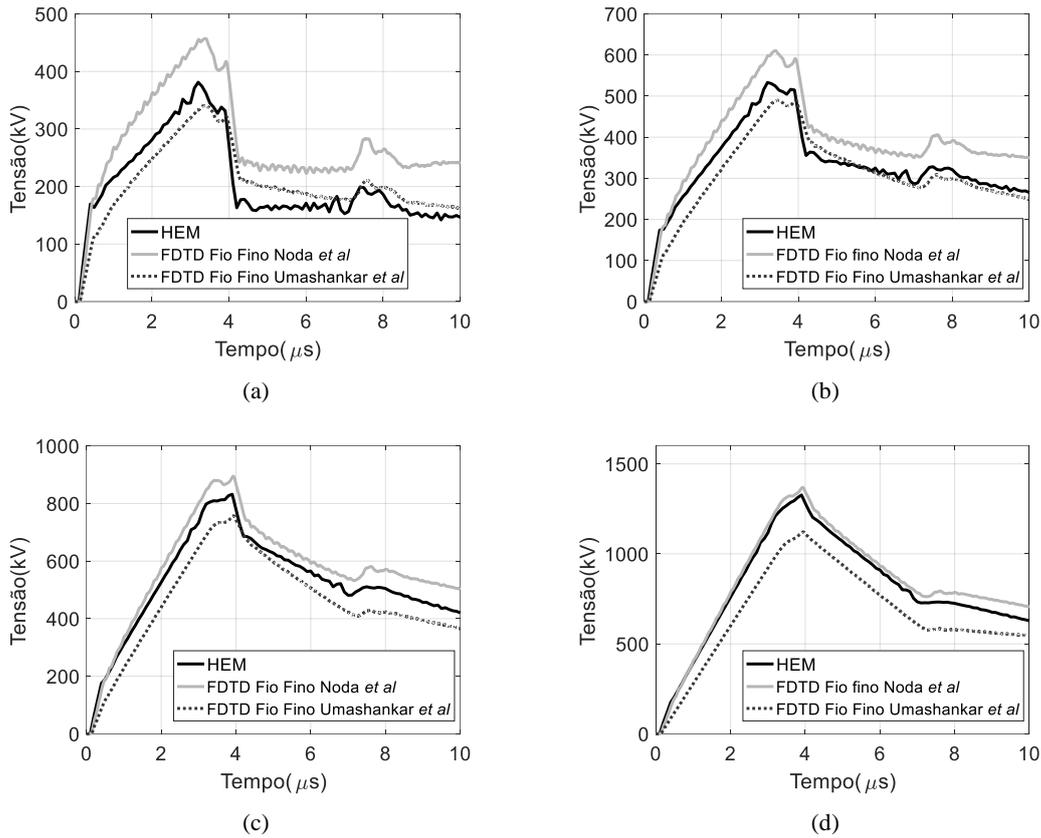


Figura 5.45 – Tensão na cadeia de isolador inferior da torre de 500 kV com impedância de aterramento de (a) 10 Ω , (b) 20 Ω , (c) 40 Ω e (d) 80 Ω . Curvas HEM retiradas de (ALMEIDA *et al.*, 2021).

Através das Figura 5.44, observa-se que as diferenças em relação aos resultados do modelo HEM variam em função do valor das resistências de aterramento das torres e o modelo de fio fino adotado. Para o modelo fio fino Noda e Yokoyama (2002) aplicado na torre de 138 kV, tais diferenças foram da ordem de 30% para 10 Ω e 4% para 80 Ω . Para 500 kV, Figura 5.45, essas variações foram, aproximadamente, 20% para 10 Ω e 3% para 80 Ω . Na aplicação do modelo fio fino Umashankar *et al.* (1987), as variações em relação ao HEM foram da ordem de 7% para 10 Ω e 16% para 80 Ω , na torre de 138 kV. E para a torre de 500 kV, Figura 5.45, essas variações foram, aproximadamente, 11% para 10 Ω e 15% para 80 Ω . Supõem-se, até o momento, que tais diferenças são, principalmente, promovidas pela aplicação da técnica de *staircase* na representação da estrutura da torre.

Além disso, conforme apresentado por Almeida *et al.* (2021), quando o valor da resistência de aterramento é baixo, a elevação de potencial no solo também é baixa, levando a tensão na cadeia de isoladores ser regida, principalmente, pela tensão na torre.

Por outro lado, para os casos que se referem às resistências de aterramento elevadas, a elevação de potencial no solo aumenta, tornando seu efeito predominante no estabelecimento da tensão na cadeia de isoladores, reduzindo a influência da torre. Ademais, Almeida *et al.* (2021) acrescentam que os resultados de tensão na cadeia de isoladores considerando diferentes modelos de torre convergem para os resultados obtidos pelo modelo HEM para resistências de aterramentos superiores a 20 Ω . No entanto, conforme ilustrado na Figura 5.44 e Figura 5.45 as curvas calculadas com o modelo de fio fino de Umashankar *et al.* (1987) não convergiram para os resultados do HEM para as resistências de aterramentos mais elevadas. Tal comportamento pode ser um indício de que o efeito da elevação de potencial no solo não estaria sendo representado corretamente, sendo necessária a realização de investigações adicionais.

Por outro lado, as curvas de tensão na cadeia de isoladores convergem para os resultados do modelo HEM nos casos de resistências de aterramento a partir de 40 Ω quando considera-se a aplicação do modelo de fio fino de Noda e Yokoyama (2002). No entanto, diferenças percentuais significativas foram observadas para as resistências de aterramento de 10 Ω e 20 Ω . Tais diferenças podem ter ocorrido devido, por exemplo, à modelagem dos resistores de aterramento. Considerando o caso de 10 Ω e a torre de 138 kV que tem 30 m de altura e, o resultado referente ao modelo HEM destacado na Figura 5.44(a), observa-se que o efeito da reflexão ocorre em aproximadamente 0,2 μ s. Porém, neste mesmo instante de tempo a curva referente à FDTD não acompanha o comportamento deste modelo referência. Sendo assim, acredita-se que a modelagem dos resistores pode não estar representando corretamente este efeito. Comportamento semelhante foi observado para os resultados referentes à torre de 500 kV.

Os tempos de simulação até 10 μ s nos cenários com torres de 138 kV e 500 kV foram da ordem de 350 segundos e 620 segundos, aproximadamente. As taxas *NMCPs*, dadas em milhões de células por segundo, alcançaram o valor de 1670, simuladas através do modelo CUDA na GPU NVIDIA® Tesla™ P100.

6 Conclusões e Propostas de Continuidade

6.1 Conclusões

Este trabalho de dissertação de mestrado propõe o desenvolvimento de uma modelagem computacional eletromagnética baseada no método FDTD voltada para a análise do comportamento transitório de sistemas de aterramentos elétricos e linhas de transmissão frente às correntes de descargas atmosféricas. Para tal tarefa, foi feita uma revisão bibliográfica onde pôde-se verificar a importância da aplicação de métodos computacionais para auxiliar os estudos relacionados a surtos eletromagnéticos em sistemas de energia. Observou-se também que o FDTD vem sendo cada vez mais utilizado para promover soluções neste campo devido, principalmente, às evoluções nas taxas de processamentos computacionais alcançadas ao longo dos últimos anos.

Além do FDTD ser considerado um método conceitualmente simples, uma vez que sua concepção se baseia na discretização das equações rotacionais de Maxwell, a representação de elementos de circuitos, necessários para compor o ambiente de simulação nas análises dos surtos eletromagnéticos, é realizada de maneira simples. Conforme descrito, a representação de resistores, fontes de corrente e tensão, bem como a modelagem de fios finos são feitas através de ajustes nas equações de atualização dos campos eletromagnéticos.

O ambiente de simulação FDTD deve ser delimitado por fronteiras absorventes para evitar reflexões que possam afetar os resultados calculados. As principais técnicas aplicadas na literatura neste contexto são a fronteira absorvente de Liao e a fronteira CPML. Em relação à técnica de Liao, observou-se que nas simulações envolvendo aterramentos elétricos em um espaço de simulação reduzido, a fronteira de terceira ordem foi mais eficiente se comparada com a fronteira de segunda ordem. Essa fronteira de segunda ordem foi mais eficiente quando o espaço de simulação foi expandido. Por outro

lado, a técnica CPML também apresentou resultados consistentes no espaço de simulação reduzido. Além disso, ela apresenta como vantagem a aplicação em estudos que consideram meios dispersivos. Portanto, esta técnica foi utilizada nesta dissertação nas simulações que consideraram solos com parâmetros elétricos dependentes da frequência e também em ambientes com linhas de transmissão.

A característica do método FDTD amplamente mencionada na literatura como uma desvantagem em relação à outras modelagens consiste no custo computacional exigidos nos cálculos. Uma maneira eficiente de reduzir o tempo das simulações é a aplicação de programação paralela através de unidades de processamentos gráfico (GPU). Nesse contexto, utilizou-se o modelo CUDA que permitiu o desenvolvimento de aplicações na linguagem de programação C. Em uma comparação direta com uma modelagem desenvolvida no MATLAB com programação serial, obteve-se uma redução no tempo de simulação da ordem de 230 vezes com a aplicação da GPU.

A modelagem em FDTD desenvolvida permite a representação de fenômenos não lineares que influenciam na resposta transitória de sistemas de aterramentos elétricos. Em relação à ionização do solo, foram desenvolvidos estudos com comparações com simulações e medições apresentadas na literatura. De modo geral, os resultados apresentaram uma boa concordância. As maiores diferenças percentuais em termos dos valores de pico das elevações de potencial no solo comparadas com os cálculos de Otani *et al.* (2014), por exemplo, alcançaram aproximadamente 14%.

Em relação à representação da dependência com a frequência dos parâmetros do solo, observou-se que a modelagem realizada pelo equacionamento da literatura para descrever um meio Debye através de equações diferenciais auxiliares apresentou resultados consistentes. Foi feita uma comparação com as respostas calculadas com o modelo HEM e as maiores diferenças percentuais em termos da impedância impulsiva foram 4,67% e 6,35%, respectivamente, para correntes com tempo de frente de 1 μ s e 4 μ s. Além disso, através das simulações realizadas pela modelagem desenvolvida, pôde-se verificar a influência que a dependência com a frequência dos parâmetros do solo tem sobre os comprimentos efetivos dos eletrodos de aterramento. Considerando o solo com resistividade de baixa frequência de 2000 Ω m e a injeção de corrente com tempo de frente de 4 μ s no aterramento elétrico, observou-se a redução do comprimento efetivo de 140

m, em solo com parâmetros constantes, para 100 m, em solo com parâmetros dependentes com a frequência.

Conforme descrito, a utilização da GPU permitiu acelerar o processamento da modelagem em FDTD desenvolvida. A aplicação deste recurso contribuiu de maneira significativa nos cenários analisados, sobretudo nos estudos envolvendo linhas de transmissão. Uma vez que, de modo geral, os espaços de simulação contendo as linhas de transmissão são extensos, os tempos para conclusão dos cálculos são longos caso o processamento paralelo não seja considerado. Através da aplicação de GPU, os tempos de simulação mais longos nos cenários de linha de transmissão estudados foram inferiores a 1 hora.

Notou-se que a fronteira CPML assumiu um papel importante para o casamento de impedância dos cabos nas extremidades do espaço, simulando a extensão desses fios para o infinito e evitando reflexões do sinal. Além disso, a aplicação da técnica de *staircase* auxiliou na representação de fios finos oblíquos aos eixos cartesianos. Através do estudo do cenário proposto por Kuklin (2016a), pôde-se verificar a aplicação da técnica de *staircase*, bem como a representação do aterramento da torre através de fios finos. As diferenças em relação ao artigo referência foram inferiores a 12,7% no instante de pico de tensão na cadeia de isoladores.

As análises referentes ao cálculo das sobretensões em cadeias de isoladores de linhas de transmissão revelaram bons resultados para torres que não apresentam elementos oblíquos em sua geometria. As curvas obtidas nestes cenários apresentaram um comportamento similar aos relatados por Melo (2017) e aos cálculos obtidos pelo HEM. As diferenças em relação ao HEM no pico de sobretensão, por exemplo, foram inferiores a 14%.

No entanto, os resultados referentes às linhas de transmissão com torres caracterizadas por geometria composta por elementos oblíquos ainda merecem evolução e esta é uma das propostas de continuidade desse trabalho. Algumas diferenças importantes foram observadas nas tensões nas cadeias de isoladores de torres de 138 kV e 500 kV, em relação àqueles associados ao modelo HEM. Para o caso de menor resistência de aterramento, onde a tensão na cadeia de isoladores é regida principalmente pela torre, as diferenças foram da ordem de 30% para torre de 138 kV, considerando o

modelo fio fino de Noda e Yokoyama (2002), modelo que é mais aplicado na literatura para simulações de sistemas de energia elétrica. Para resistência de aterramento de 80Ω , as diferenças foram inferiores a 4% para este mesmo modelo de fio fino. Considerando o modelo de fio fino de Umashankar et al. (1987), bons resultados foram obtidos para baixos valores de resistência de aterramento, até 20Ω . No entanto, para as resistências de 40Ω e 80Ω as diferenças foram mais significativas. Acredita-se que a modelagem de resistores pontuais na base da torre não esteja contribuindo para representar corretamente o efeito da reflexão da onda de corrente no solo. Os resultados, de modo geral, se comportaram de maneira semelhante para as duas geometrias de torre analisadas. Além disso, a aplicação da técnica de *staircase* para esses casos merece ser aprimorada.

6.2 Propostas de Continuidade

Esse trabalho teve como principal motivação dar continuidade aos desenvolvimentos apresentados por Melo (2017). Conforme apresentado ao longo do texto dessa dissertação, foram alcançados significativos aprimoramentos como, por exemplo, a consideração de fronteiras CPML, aplicação da modelagem em GPU, e a representação dos fenômenos de ionização do solo e de dependência com a frequência dos parâmetros elétricos do solo. No entanto, a modelagem em FDTD apresentada permanece em desenvolvimento com alguns pontos que ainda podem ser aprimorados.

Em relação à aplicação da modelagem eletromagnética em FDTD em um ambiente GPU através do modelo CUDA, a literatura aponta alguns aspectos que afetam as taxas de processamento. Um processamento mais eficiente pode ser alcançado através de ajustes nas manipulações de memória, reorganização do número de *threads* e bloco de *threads* e alteração do mapeamento do espaço de simulação.

Conforme apresentado, em termos da representação do fenômeno de ionização do solo, não há um consenso na literatura sobre os valores que os parâmetros E_c , τ_1 e τ_2 devem assumir nas simulações. Portanto um estudo mais aprofundado sobre a influência desses parâmetros merece desenvolvimento. Além disso, as simulações referentes à ionização do solo considerando hastes de aterramento de 1,5 m de comprimento exigiram tempos de processamento de quase 2 horas. Tal fato ocorreu porque foram aplicadas

células relativamente pequenas, com um tamanho mínimo de 2 cm nas arestas, assim como no respectivo artigo de referência, resultado em um grande número de células. Esse tempo de simulação se tornaria ainda mais longo no caso de hastes de maior comprimento. Portanto, outro estudo importante consiste em verificar a aplicação de células maiores na representação da ionização do solo para reduzir o tempo de simulação e memória computacional exigida.

Os resultados referentes à representação da variação com a frequência dos parâmetros do solo em simulações utilizando FDTD apresentaram excelente concordância com aqueles provenientes da aplicação do modelo referência HEM. Verificou-se ainda que a representação do meio Debye com seis polos mostrou-se suficiente nos casos simulados. Uma proposta que pode ser apontada neste contexto é a simulação de outras geometrias de eletrodos de aterramentos típicas de sistemas elétricos como, por exemplo, cabos contrapeso de linhas de transmissão. Tal aplicação, inclusive, está em desenvolvimento pelo autor.

Os resultados de sobretensão nas cadeias de isoladores das linhas de transmissão indicaram a necessidade de aprimoramento na modelagem do ambiente FDTD. Um ponto de melhoria se refere à aplicação de técnicas de fios finos que permitam representar elementos oblíquos em relação aos eixos cartesianos, evitando-se, assim, a necessidade da aplicação da aproximação da técnica de *staircase* implantada neste trabalho. Estudos relacionados à correta representação da resistência de aterramento também podem ser apontados como uma proposta importante.

Por fim, pode-se citar como proposta a elaboração de uma plataforma integrada que facilite a entrada e a visualização de dados facilitando, assim, a utilização por parte do usuário da modelagem eletromagnética proposta.

Referências Bibliográficas

ALA, G. *et al.* Finite difference time domain simulation of earth electrodes soil ionisation under lightning surge condition. *IET Science, Measurement & Technology*, v. 2, n. 3, p. 134–145, 1 maio 2008.

ALIPIO, R.; VISACRO, S. Modeling the Frequency Dependence of Electrical Parameters of Soil. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 56, n. 5, p. 1163–1171, out. 2014.

ALIPIO, R.; VISACRO, S. Time-Domain Analysis of Frequency-Dependent Electrical Parameters of Soil. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 59, n. 3, p. 873–878, jun. 2017.

ALIPIO, R.; VISACRO, S. Frequency Dependence of Soil Parameters: Effect on the Lightning Response of Grounding Electrodes. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 55, n. 1, p. 132–139, fev. 2013.

ALMEIDA, F. S. *et al.* Influence of tower modeling on the assessment of backflashover occurrence on transmission lines due to first negative lightning strokes. *Electric Power Systems Research*, v. 197, p. 107307, ago. 2021.

ASAOKA, Y. *et al.* Development of Grounding Resistance Analysis Model of Rod Electrode Considering the Effect of Large-Current Characteristic for Distribution Lines. *IEEE Transactions on Power and Energy*, ADS Bibcode: 2005IJTPE.125..979A, v. 125, p. 979–987, 1 jan. 2005.

BABA, Y.; NAGAOKA, N.; AMETANI, A. Modeling of thin wires in a lossy medium for FDTD simulations. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 47, n. 1, p. 54–60, fev. 2005.

BABA, Y.; RAKOV, V. A. On the transmission line model for lightning return stroke representation: TRANSMISSION LINE MODEL FOR LIGHTNING. *Geophysical Research Letters*, v. 30, n. 24, dez. 2003. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1029/2003GL018407>>. Acesso em: 15 jul. 2021.

BABA, Y.; RAKOV, V. A. Voltages Induced on an Overhead Wire by Lightning Strikes to a Nearby Tall Grounded Object. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 48, n. 1, p. 212–224, fev. 2006.

BERENGER, J.-P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, v. 114, n. 2, p. 185–200, out. 1994.

BERGER, K.; ANDERSON, R. B.; KROENINGER, H. Parameters of Lightning Flashes. Study Committee No. 33 (Overvoltages and Insulation Co-ordination). CIGRÉ. *Electra*, n. 41, 1975.

CHEW, W. C.; WEEDON, W. H. *A 3-D Perfectly Matched Medium from Modified Maxwells Equations with Stretched Coordinates* y. [S.l: s.n.], 1996.

COURANT, R.; FRIEDRICHS, K.; LEWY, H. On the Partial Difference Equations of Mathematical Physics. *IBM Journal of Research and Development*, v. 11, n. 2, p. 215–234, mar. 1967.

DEMIR, V.; ELSHERBENI, A. Z. Compute Unified Device Architecture (CUDA) Based Finite- Difference Time-Domain (FDTD) Implementation. v. 25, n. 4, p. 12, 2010.

DONNO, D. D. *et al.* Introduction to GPU Computing and CUDA Programming: A Case Study on FDTD [EM Programmer's Notebook]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, v. 52, n. 3, p. 116–122, jun. 2010.

DOS SANTOS, T. L. T. *et al.* Soil ionization in different types of grounding grids simulated by FDTD method. In: 2009 SBMO/IEEE MTT-S INTERNATIONAL MICROWAVE AND OPTOELECTRONICS CONFERENCE (IMOC 2009), nov. 2009, Belem. *Anais...* Belem: IEEE, nov. 2009. p. 127–132. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/5427615/>>. Acesso em: 26 set. 2021.

Electromagnetic computation methods for lightning surge studies with emphasis on the FDTD method. Disponível em: <<https://e-cigre.org/publication/785-electromagnetic-computation-methods-for-lightning-surge-studies-with-emphasis-on-the-fdtd-method>>. Acesso em: 21 abr. 2020.

ELSHARBENI, A. Z.; DEMIR, V. *The Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetics with Matlab(r) Simulations*. 2nd ed. edição ed. Edison, NJ: SciTech Publishing, 2015.

GERI, A. *et al.* Non-linear behaviour of ground electrodes under lightning surge currents: computer modelling and comparison with experimental results. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 28, n. 2, p. 1442–1445, mar. 1992.

GUIMARÃES, M. *et al.* Features of negative and positive leaders of negative CG lightning according to simultaneous records of current, E-field, luminosity and high-speed videos. In: 2018 34TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON LIGHTNING PROTECTION (ICLP), set. 2018, [S.l: s.n.], set. 2018. p. 1–5.

HEIDLER, F.; CVETIĆ, J. A class of analytical functions to study the lightning effects associated with the current front. *European Transactions on Electrical Power*, v. 12, n. 2, p. 141–150, mar. 2002.

INAN, U. S.; MARSHALL, R. A. *Numerical Electromagnetics: The FDTD Method*. 1 edition ed. Cambridge ; New York: Cambridge University Press, 2011.

JIMÉNEZ-MEJÍA, E. Lightning Induced Voltages on Overhead Lines above Non-Uniform and Non-Homogeneous Ground. p. 138, 2014.

JIMÉNEZ-MEJÍA, R. E.; HERRERA MURCIA, J. G. Validation of a non-uniform meshing algorithm for the 3D-FDTD method by means of a two-wire crosstalk experimental set-up: Validación de un algoritmo de enmallado para el método 3D-FDTD por medio de un montaje experimental de diafonía de dos conductores. *Ingeniería e Investigación*, v. 35, n. 1Sup, p. 98–103, 18 nov. 2015.

KUKLIN, D. Choosing configurations of transmission line tower grounding by back flashover probability value. *Frontiers in Energy*, v. 10, n. 2, p. 213–226, jun. 2016a.

KUKLIN, D. Extension of Thin Wire Techniques in the FDTD Method For Debye Media. *Progress In Electromagnetics Research M*, v. 51, p. 9–17, 2016b.

LIAO, Z. P. *et al.* A Transmitting Boundary for Transient Wave Analyses. *Scientia Sinica*, (series A). v. Vol. XXVII, p. 1063–1076, 1984.

LIEW, A. C.; DARVENIZA, M. Dynamic model of impulse characteristics of concentrated earths. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, v. 121, n. 2, p. 123–135, 1 fev. 1974.

LIVESEY, M. *et al.* Development of a CUDA Implementation of the 3D FDTD Method. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, v. 54, n. 5, p. 186–195, out. 2012.

LONGMIRE, C.; SMITH, K. A Universal Impedance for Soils. 1975, [S.l.: s.n.], 1975.

MAKINEN, R. M.; JUNTUNEN, J. S.; KIVIKOSKI, M. A. An improved thin-wire model for FDTD. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 50, n. 5, p. 1245–1255, maio 2002.

MELO, V. A. S. E. *Aplicação Do Método Fdtd Para Avaliação Da Resposta De Linhas De Transmissão E Aterramentos Elétricos Frente A Descargas Atmosféricas*. 2017. Dissertação de Mestrado – UFMG, 2017.

MOGHADDAM, M. *Modeling of the Subsurface Interface Radar*. 1990. Dept. of Electrical and Computer Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1990.

MOHAMMADI, S. *et al.* On the Efficiency of OpenACC-aided GPU-Based FDTD Approach: Application to Lightning Electromagnetic Fields. *Applied Sciences*, v. 10, n. 7, p. 2359, 30 mar. 2020.

NODA, T. *et al.* Error in propagation velocity due to staircase approximation of an inclined thin wire in FDTD surge Simulation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 19, n. 4, p. 1913–1918, out. 2004.

NODA, T.; YOKOYAMA, S. Thin wire representation in finite difference time domain surge simulation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 17, n. 3, p. 840–847, jul. 2002.

NVIDIA. *CUDA C++ Programming Guide*. concept. Disponível em: <<http://docs.nvidia.com/cuda/cuda-c-programming-guide/index.html>>. Acesso em: 23 set. 2021.

NVIDIA. *NVIDIA TESLA P100: Infinite Compute Power For The Modern Data Center*. . [S.l.]: NVIDIA. Disponível em: <<https://www.nvidia.com/content/dam/en-zz/Solutions/Data-Center/tesla-p100/pdf/nvidia-teslap100-techoverview.pdf>>. , 2016

NVIDIA. *NVIDIA's Next Generation CUDA Compute Architecture: Fermi*. . [S.l.]: NVIDIA. Disponível em: <https://www.nvidia.com/content/PDF/fermi_white_papers/NVIDIA_Fermi_Compute_Architecture_Whitepaper.pdf>. , 2009

NVIDIA. *Tesla C1060 Computing Processor Board*. . [S.l.]: NVIDIA. Disponível em: <https://www.nvidia.com/docs/IO/56483/Tesla_C1060_boardSpec_v03.pdf>. , 2008

OLIVEIRA, R. M. S. DE *et al.* Finite-difference modeling of dispersive soils validated via experimental evaluation of transient grounding signals. *Journal of Electrostatics*, v. 87, p. 263–275, jun. 2017.

OTANI, K. *et al.* FDTD surge analysis of grounding electrodes considering soil ionization. *Electric Power Systems Research*, v. 113, p. 171–179, ago. 2014.

PADÉ, H. Sur la représentation approchée d'une fonction par des fractions rationnelles. *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, v. 9, p. 3–93, 1892.

PODGORSKI, A. S.; LANDT, J. A. Three-Dimensional Time Domain Modeling of Lightning. *IEEE Power Engineering Review*, v. PER-7, n. 7, p. 72–73, jul. 1987.

PORTELA, C. Measurement and modeling of soil electromagnetic behavior. In: 1999 IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ELECTROMAGNETIC COMPATABILITY. SYMPOSIUM RECORD (CAT. NO.99CH36261), ago. 1999, [S.l: s.n.], ago. 1999. p. 1004–1009 vol.2.

RODEN, J. A.; GEDNEY, S. D. *Convolutional PML (CPML): An Efficient FDTD Implementation of the CFS-PML for Arbitrary Media*. [S.l: s.n.], 2000.

RUEHLI, A. E. Equivalent Circuit Models for Three-Dimensional Multiconductor Systems. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 22, n. 3, p. 216–221, mar. 1974.

SADIKU, M. N. O. *Numerical Techniques in Electromagnetics with MATLAB*. Edição: 3 ed. Boca Raton, Fla: CRC Press, 2009.

SCOTT, J. H. *Electrical and magnetic properties of rock and soil*. 1983, [S.l.: s.n.], 1983.

SILVEIRA, F. H.; VISACRO, S. Lightning Parameters of a Tropical Region for Engineering Application: Statistics of 51 Flashes Measured at Morro do Cachimbo and Expressions for Peak Current Distributions. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, p. 1–6, 2019.

SMITH-ROSE, R. L. *The Electrical Properties of Soil for Alternating Currents at Radio Frequencies*. 1933.

TAFLOVE, A.; HAGNESS, S. C. *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Edição: 3 ed. Boston: Artech House Publishers, 2005.

TANABE, K. Novel method for analyzing the transient behavior of grounding systems based on the finite-difference time-domain method. In: 2001 WINTER MEETING OF THE IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY, 2001, Columbus, OH, USA. *Anais...* Columbus, OH, USA: IEEE, 2001. p. 1128–1132. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/917230/>>. Acesso em: 1 abr. 2020.

TANIGUCHI, Y. *et al.* An Improved Thin Wire Representation for FDTD Computations. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 56, n. 10, p. 3248–3252, out. 2008.

TATEMATSU, A. Development of a surge simulation code VSTL REV based on the 3D FDTD method. In: 2015 IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ELECTROMAGNETIC COMPATIBILITY - EMC 2015, ago. 2015, Dresden, Germany. *Anais...* Dresden, Germany: IEEE, ago. 2015. p. 1111–1116. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/7256324/>>. Acesso em: 8 set. 2021.

TATEMATSU, A.; NODA, T. Three-Dimensional FDTD Calculation of Lightning-Induced Voltages on a Multiphase Distribution Line With the Lightning Arresters and an Overhead Shielding Wire. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 56, n. 1, p. 159–167, fev. 2014.

TATEMATSU, A.; RACHIDI, F.; RUBINSTEIN, M. On the representation of thin wires inside lossy dielectric materials for FDTD-based LEMP simulations. *IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, v. 14, n. 9, p. 1314–1322, 1 set. 2019.

THANG, T. H. *et al.* A Simplified Model of Corona Discharge on Overhead Wire for FDTD Computations. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 54, n. 3, p. 585–593, jun. 2012.

TSUMURA, M. *et al.* FDTD Simulation of a Horizontal Grounding Electrode and Modeling of its Equivalent Circuit. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 48, n. 4, p. 817–825, nov. 2006.

UMASHANKAR, K.; TAFLOVE, A.; BEKER, B. Calculation and experimental validation of induced currents on coupled wires in an arbitrary shaped cavity. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 35, n. 11, p. 1248–1257, nov. 1987.

VELASCO, A. *et al.* Debye Parameters of Humidity-Varying Soils for Induction Logging Techniques. *Applied Computational Electromagnetics Society*, v. 35, n. 9, p. 979–984, 4 nov. 2020.

VISACRO, S. A Comprehensive Approach to the Grounding Response to Lightning Currents. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 22, n. 1, p. 381–386, jan. 2007.

VISACRO, S.; PORTELA, C. Soil permittivity and conductivity behavior on frequency range of transient phenomena in electric power systems. In: SYMPOSIUM HIGH VOLTAGE ENGINEERING, 1987, Braunschweig, Germany. *Anais... Braunschweig, Germany*: [s.n.], 1987.

VISACRO, S.; SOARES, A. HEM: a model for simulation of lightning-related engineering problems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 20, n. 2, p. 1206–1208, abr. 2005.

VISACRO, SILVÉRIO. *Descargas Atmosféricas. Uma Abordagem de Engenharia*. Edição: 1ª ed. São Paulo: Artliber, 2005.

VISACRO, SILVERIO *et al.* The Response of Grounding Electrodes to Lightning Currents: The Effect of Frequency-Dependent Soil Resistivity and Permittivity. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 53, n. 2, p. 401–406, maio 2011.

VISACRO, SILVERIO; ALIPIO, R. Frequency Dependence of Soil Parameters: Experimental Results, Predicting Formula and Influence on the Lightning Response of Grounding Electrodes. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 27, n. 2, p. 927–935, abr. 2012.

WARREN, C. *et al.* A CUDA-based GPU engine for gprMax: Open source FDTD electromagnetic simulation software. *Computer Physics Communications*, v. 237, p. 208–218, abr. 2019.

YEE, K. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 14, n. 3, p. 302–307, maio 1966.

ZHANG, L.; YU, T. A Method Of Improving The Stability Of Liao's Higher-Order Absorbing Boundary Condition. *Progress In Electromagnetics Research M*, v. 27, p. 167–178, 2012.

ZHEN-FENG, L. *et al.* A Transmitting Boundary For Transient Wave Analyses. 1984, [S.l: s.n.], 1984.