

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Departamento de Engenharia de Minas
Curso de Especialização em Engenharia de Recursos Minerais

Cássio Gabriel Parreira de Lima

**ABORDAGEM ESTOCÁSTICA DO BALANÇO DE MASSA EM PROCESSAMENTO
MINERAL NOS NÍVEIS 2 (MINÉRIO) E 3 (QUÍMICA/MINERAL)**

Belo Horizonte

2023

Cássio Gabriel Parreira de Lima

**ABORDAGEM ESTOCÁSTICA DO BALANÇO DE MASSA EM PROCESSAMENTO
MINERAL NOS NÍVEIS 2 (MINÉRIO) E 3 (QUÍMICA/MINERAL)**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Recursos Minerais, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Engenharia de Recursos Minerais.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Claudio Monteiro Montenegro

Belo Horizonte

2023



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

UFMG

CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENGENHARIA DE RECURSOS MINERAIS

ATA DA DEFESA DO ARTIGO DO ALUNO CÁSSIO GABRIEL PARREIRA DE LIMA

Realizou-se, no dia 14 de dezembro de 2022, às 07:00 horas, na plataforma MS Teams, da Universidade Federal de Minas Gerais, a defesa do Artigo intitulado "ABORDAGEM ESTOCÁSTICA DO BALANÇO DE MASSA EM PROCESSAMENTO MINERAL NOS NÍVEIS 2(MINÉRIO) E 3 (QUÍMICA/MINERAL)", apresentado por CÁSSIO GABRIEL PARREIRA DE LIMA, número de registro 2021697384, graduado em ENGENHARIA MECÂNICA, como requisito parcial para a obtenção do certificado de Especialista em ENGENHARIA DE RECURSOS MINERAIS, à seguinte Comissão Examinadora: Professor Luiz Claudio Monteiro Montenegro - Orientador, Professor Gilberto Rodrigues da Silva (Universidade Federal de Minas), Professor Luciano Fernandes de Magalhães (Universidade Federal de Ouro Preto)

A comissão considerou a defesa do artigo:

Aprovada

Reprovada

Nota: **95**

Finalizando os trabalhos, lavrei a presente ata que, lida e aprovada, vai assinada por mim e pelos membros da Comissão.

Belo Horizonte, 14 de dezembro de 2022.

Documento assinado digitalmente
gov.br LUIZ CLAUDIO MONTEIRO MONTENEGRO
Data: 16/03/2023 05:51:34-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Risia Magriotis Papini
Coordenadora do Curso de Especialização
em Engenharia de Recursos Minerais

Professor Luiz Claudio Monteiro Montenegro (Doutor)

Documento assinado digitalmente
gov.br GILBERTO RODRIGUES DA SILVA
Data: 16/03/2023 06:41:55-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Aurea Domingos
Secretaria do Curso de Especialização
em Engenharia de Recursos Minerais

Professor Gilberto Rodrigues da Silva (Doutor)

Documento assinado digitalmente
gov.br LUCIANO FERNANDES DE MAGALHAES
Data: 16/03/2023 10:15:06-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Professor Luciano Fernandes de Magalhães (Doutor)

RESUMO

Balanço de massas consiste em uma aplicação do princípio de conservação da massa para análise de sistemas físicos. A medida dos fluxos de massas do sistema é importante para controle da qualidade e quantidade de concentrados e rejeitos produzidos na indústria mineral e, por isso, o balanço de massas assertivo é essencial para a tomada de decisões gerenciais e estratégicas. Como o valor real sempre é desconhecido, comumente os balanços de massas são solucionados a partir de valores amostrados e medidos, que carregam consigo erros de diversos tipos, não satisfazendo o princípio de conservação de massa. Este estudo simula valores medidos, que são por natureza estocásticos, e utiliza a programação não-linear através do suplemento Solver do Excel para ajustar os dados e solucionar o balanço de massas do sistema. Os resultados comprovam a eficácia do ajuste dos valores por programação não-linear, melhorando a exatidão dos dados.

Palavras-chave: Balanço de massas em mineração, amostragem e medição, programação linear e não-linear.

ABSTRACT

Mass balance is an application of the principle of conservation of mass to the analysis of physical systems. The measurement of mass flows in a system is important for controlling the quality and quantity of products and waste produced in the mineral industry and, therefore, an assertive mass balance is essential for making managerial and strategic decisions. As the real value is always unknown, mass balances are commonly solved from sampled and measured values, which carry different types of errors, not satisfying the principle of mass conservation. This study simulates measured values, which are by nature stochastic, and uses non-linear programming through the Excel Solver add-in to adjust the data and solve the mass balance of the system. The results prove the effectiveness of adjusting the values by non-linear programming, improving the accuracy of the data.

Keywords: Mass balance in mining, sampling and measurement, linear and non-linear programming.

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO	6
2 - MATERIAIS E MÉTODOS	8
2.1 - Operação de Concentração	8
2.2 - Níveis de balanço	9
2.3 - Valores reais	11
2.4 - Valores medidos	12
2.5 - Valores ajustados - Solução do Balanço de Massa por Programação Não-linear ..	12
2.6 - Modelagem Estocástica do Balanço de Massa em Processamento Mineral	14
3 - RESULTADOS E DISCUSSÕES	16
3.1 - Nível 2	16
3.2 - Nível 3	20
4 - CONCLUSÕES	27
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	28

1 - INTRODUÇÃO

O minério é uma matéria-prima utilizada globalmente para produção de bens duráveis, como estruturas para construção civil, veículos, componentes eletrônicos, fertilizantes, etc. Para o Brasil, o minério tem uma grande relevância. Segundo a Agência Brasil, as exportações minerais no terceiro trimestre de 2022 somaram US\$ 11,62 bilhões. A exportação é fundamental para o país, pois, segundo, Yazici e Islam (2016), todas as nações desejam ter sua balança comercial favorável.

No que se refere à venda de minério, é necessário o fornecimento do produto com qualidade. Conforme Ribeiro (1994), um produto de qualidade é aquele que atende às especificações e o valor alvo com menor variabilidade possível.

Para controlar a qualidade dos concentrados, é necessário medir os parâmetros e realizar os devidos ajustes e adequações necessárias. Entretanto, essa medição pode contar com erros, principalmente quando ela é feita com base em amostragem. Segundo Gy (1967), o erro total de amostragem é dado pela soma do erro de preparação da amostra com o erro de amostragem propriamente dito, o primeiro relacionado das operações de obtenção da amostra (redução de massa, homogeneização e quarteamento) e o segundo relacionado ao processo de seleção da amostra (erro de ponderação, integração, periodicidade, fundamental, segregação, delimitação, extração).

Para mitigar os desvios dos erros, a abordagem sistêmica se apresenta como uma alternativa segura. Segundo Fonseca (2022), a abordagem sistêmica é definida como uma metodologia que une a aplicação dos conceitos de diversas ciências sobre um determinado objeto de pesquisa. Com isso, pode-se prever determinados comportamentos ou valores por diferentes ciências (física, química, estatística, etc.), de forma que os resultados convirjam ou se aproximem do valor real.

Em se tratando de transporte de massa no processamento mineral, pode-se tratar o balanço de massa por meio das seguintes abordagens: linear, programação não-linear e modelagem matemática. A abordagem linear é utilizada para fechar o balanço de massa do sistema. Entretanto, os erros de amostragem e medida são ignorados. Já na programação não-linear, entende-se que o erro está presente, e se utiliza dele para solucionar o problema. Os erros de amostragem e medida transformam o problema de fechamento do balanço de massa em um problema estocástico, ou seja, dependem do acaso. Para entender o impacto dos erros de

amostragem e medida no fechamento do balanço de massa, e conseqüentemente no processo de tomada de decisão, a abordagem estocástica será utilizada.

A partir do entendimento do impacto dos erros e amostragem e medida, espera-se um resultado com maior precisão e acurácia, aumentando a confiabilidade do sistema de amostragem e medida e, conseqüentemente, no processo de tomada de decisão no processamento mineral. Com dados mais assertivos, espera-se também a melhoria da tomada de decisões técnicas e gerenciais.

O objetivo deste trabalho é realizar uma abordagem estocástica do balanço de massa em processamento mineral no nível 2 minério(s) e nível 3 química/teor mineral (j).

2 - MATERIAIS E MÉTODOS

2.1 - Operação de Concentração

Este trabalho optou por realizar o fechamento de balanço de massas nos níveis 2 e 3 de uma operação de concentração (flotação) representada na Figura 1.

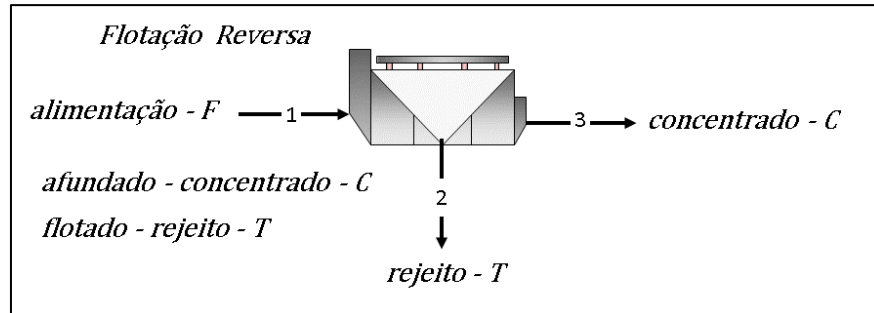


Figura 1 – Operação de concentração estudada.

Essa operação pode ser simplificada na forma de um diagrama de nós, conforme apresentado na Figura 2.

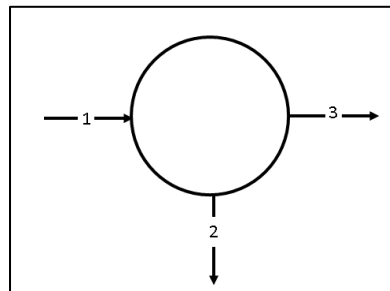


Figura 2 – Nó da operação de concentração estudada.

Assim, esse nó possui uma Matriz conexão, apresentada na Figura 3 a seguir:

nó / fluxo	1	2	3
1	1	-1	-1

Figura 3 – Matriz conexão da operação de concentração.

Portanto, foi realizado o balanço de massas, em uma abordagem estocástica, do segundo e terceiro níveis da operação de concentração.

2.2 - Níveis de balanço

O balanço de massas pode ser dividido em até 5 níveis. O presente artigo se limita ao segundo e terceiro níveis. A seguir serão apresentadas as metodologias de cálculo do primeiro ao quarto nível.

O **primeiro nível** se refere à vazão de polpa, sendo definido por:

$$M_{pF} - M_{pP1} - M_{pP2} = 0 \text{ (Nível 1 – vazão da polpa)} \quad (1)$$

Onde:

M_{pF} : Vazão de polpa na alimentação em m³/h;

M_{pP1} : Vazão de polpa no concentrado em m³/h;

M_{pP2} : Vazão de polpa no rejeito em m³/h.

O **segundo nível** se refere à vazão do minério / sólido e da água, sendo definido por:

$$M_{sF} - M_{sP1} - M_{sP2} = 0 \text{ (Nível 2 – vazão do minério/sólido)} \quad (2)$$

Onde:

M_{sF} : Vazão de minério / sólidos na alimentação em t/h;

M_{sP1} : Vazão de minério / sólidos na saída de concentrado em t/h;

M_{sP2} : Vazão de minério / sólidos na saída de rejeito em t/h.

O **segundo nível** também se refere à vazão da água, sendo definido por:

$$M_{lF} - M_{lP1} - M_{lP2} = 0 \text{ (Nível 2 – vazão da água)} \quad (3)$$

Onde:

M_{lF} : Vazão de água na alimentação em t/h;

M_{lP1} : Vazão de água na saída de concentrado em t/h;

M_{lP2} : Vazão de água na saída de rejeito em t/h.

O **terceiro nível** se refere à vazão do mineral minério ou elemento químico (j), sendo definido por:

$$g_{jF} \cdot M_{SF} - g_{jP_1} \cdot M_{SP_1} - g_{jP_2} \cdot M_{SP_2} = 0 \text{ (Nível 3 - vazão do mineral ou elemento químico (j))} \quad (4)$$

Onde:

g_{jF} : Teor do mineral ou elemento químico (j) na alimentação;

g_{jP_1} : Teor do mineral ou elemento químico (j) na saída de concentrado;

g_{jP_2} : Teor do mineral ou elemento químico (j) na saída de rejeitos.

O **terceiro nível** também pode se referir à vazão de cada tamanho (i), sendo definido por:

$$g_{iF} \cdot M_{SF} - g_{iP_1} \cdot M_{SP_1} - g_{iP_2} \cdot M_{SP_2} = 0 \text{ (Nível 3 - vazão da classe de tamanho (i))} \quad (5)$$

Onde:

g_{iF} : Porcentagem retida simples da classe de tamanho (i) na alimentação;

g_{iP_1} : Porcentagem retida simples da classe de tamanho (i) na saída de concentrado;

g_{iP_2} : Porcentagem retida simples da classe de tamanho (i) na saída de rejeito;

O **quarto nível** se refere à vazão de um mineral (j) na classe de tamanho (i), sendo definido por:

$$g_{ijF} \cdot g_{iF} \cdot M_{SF} - g_{ijP_1} \cdot g_{iP_1} \cdot M_{SP_1} - g_{ijP_2} \cdot g_{iP_2} \cdot M_{SP_2} = 0 \text{ (Nível 4 - vazão do mineral ou elemento químico (j) na classe de tamanho (i))} \quad (6)$$

Onde:

g_{ijF} : Teor de sólidos de elemento químico (j) na classe de tamanho (i) na alimentação;

g_{ijP_1} : Teor de sólidos de elemento químico (j) na classe de tamanho (i) na saída de concentrado;

g_{ijP_2} : Teor de sólidos de elemento químico (j) na classe de tamanho (i) na saída de rejeito;

O **quinto nível** se refere à vazão de um mineral (j) por classe de liberação (k) na classe de tamanho (i), sendo definido por:

$$g_{ijk_F}^* \cdot g_{ij_F} \cdot g_{i_F} \cdot M_{SF} - g_{ijk_{P1}}^* \cdot g_{ij_{P1}} \cdot g_{i_{P1}} \cdot M_{SP1} - g_{ijk_{P2}}^* \cdot g_{ij_{P2}} \cdot g_{i_{P2}} \cdot M_{SP2} = 0 \text{ (Nível 5 - vazão do mineral (j) por classe de liberação (k) na classe de tamanho (i))} \quad (7)$$

Onde:

$g_{ijk_F}^*$: Teor do mineral (j) por classe de liberação (k) na classe de tamanho (i) na alimentação;

$g_{ijk_{P1}}^*$: Teor do mineral (j) por classe de liberação (k) na classe de tamanho (i) na saída de concentrado;

$g_{ijk_{P2}}^*$: Teor do mineral (j) por classe de liberação (k) na classe de tamanho (i) na saída de rejeito.

O presente trabalho se limitará à vazão de minério / sólido no nível 2 (Equação 2) e ao teor do mineral minério (j) (Equação 4).

Para o desenvolvimento do balanço de massas de forma sistêmica, foram comparados os valores reais, os valores medidos / obtidos de forma estocástica e os valores medidos ajustados por programação não-linear.

2.3 - Valores reais

Devido aos erros apresentados por Gy (1967), não é possível conhecer os valores reais através de amostragem e medição. Assim, os valores reais utilizados no presente trabalho foram obtidos através do fechamento do balanço de massa redundante de uma operação de concentração (flotação) realizado por simulação do modelo do balanço populacional de nível 5 (liberação-ijk), conforme apresentado por Fonseca (2022).

Portanto, os seguintes valores são dados de entrada admitidos para o presente trabalho:

- **Alimentação:** Vazão de sólidos: 6.750,01 t/h. Teor de mineral-minério: 60,81%.
- **Saída de concentrado:** Vazão de sólidos: 3.713,71 t/h. Teor de mineral-minério: 98,01%.
- **Saída de rejeitos:** Vazão de sólidos: 3.036,30 t/h. Teor de mineral-minério: 15,32%.

2.4 - Valores medidos

A medição de valores de vazão e teor é considerada estocástica, uma vez que sua origem é dada em eventos aleatórios (etapas de amostragem e medição) e, por isso, a simulação da medida e amostragem podem ser dadas através de uma distribuição normal.

Para fins de geração de valores aleatórios seguindo uma distribuição normal coerente com o sistema, a curva de distribuição normal foi construída a partir do valor real (dado de entrada) e um desvio padrão de 5%. Na prática, todo sistema de medida e amostragem apresenta um grau de aleatoriedade, ou seja, depende do erro. Quanto maior o erro, maior será a dependência do acaso.

2.5 - Valores ajustados - Solução do Balanço de Massa por Programação Não-linear

Os valores obtidos dos modelos estocásticos foram ajustados através da solução do balanço de massa por programação não-linear.

No balanço de massa com dados redundantes, o erro de amostragem e medida são parte da solução do problema. Tanto o fechamento do balanço de massa quanto a calibração são problemas da área de conhecimento chamada de pesquisa operacional. Balanço de massa, calibração dos modelos, simulação e otimização de processo são problemas de programação não linear (PNL).

Programas foram desenvolvidos para a solução deste tipo de problema. O Solver (suplemento do Excel) é uma ferramenta de solução de PNL e PL, podendo ser utilizado para resolver problemas com até 200 variáveis de decisão, 100 restrições implícitas e 400 restrições simples (limites inferior e superior e/ou restrições de inteiros nas variáveis de decisão).

Assim, para solução do balanço de massa por programação não-linear no nível 2 (vazão de minério / sólido), o Solver deve minimizar a seguinte Função objetivo:

$$erro^2 = \frac{(M_{SF}^{exp} - M_{SF}^{aju})^2}{d_p(M_{SF}^{cal})^2} + \frac{(M_{SP1}^{exp} - M_{SP1}^{aju})^2}{d_p(M_{SP1}^{cal})^2} + \frac{(M_{SP2}^{exp} - M_{SP2}^{aju})^2}{d_p(M_{SP2}^{cal})^2} \quad (8)$$

Onde:

M_{SF}^{exp} = Vazão experimental de minério / sólidos na alimentação;

M_{SP1}^{exp} = Vazão experimental de minério / sólidos na saída de concentrado;

M_{SP2}^{exp} = Vazão experimental de minério / sólidos na saída de rejeito;

M_{SF}^{aju} = Vazão ajustada de minério / sólidos na alimentação;

M_{SP1}^{aju} = Vazão ajustada de minério / sólidos na saída de concentrado;

M_{SP2}^{aju} = Vazão ajustada de minério / sólidos na saída de rejeito;

$d_p(M_{SF}^{cal})$ = Desvio padrão da vazão de minério / sólidos na alimentação obtido por modelagem;

$d_p(M_{SP1}^{cal})$ = Desvio padrão da vazão experimental de minério / sólidos na saída de concentrado obtido por modelagem;

$d_p(M_{SP2}^{cal})$ = Desvio padrão da vazão de minério / sólidos na saída de rejeito obtido por modelagem.

Deve-se considerar as seguintes variáveis de decisão, ou seja, as que serão alteradas para satisfazer a minimização da função objetivo e as restrições: M_{SF}^{aju} , M_{SP1}^{aju} e M_{MP2}^{aju} .

Além disso, a seguinte equação de fechamento de balanço de massas precisa ser satisfeita, ou seja, foi considerada como restrição da solução:

$$M_{SF}^{aju} - M_{SP1}^{aju} - M_{SP2}^{aju} = 0 \text{ (Nível 2 – vazão do minério/sólido)} \quad (9)$$

Além disso, para solução do balanço de massa por programação não-linear no nível 3 (química/mineral), o Solver deve minimizar a seguinte Função objetivo:

$$erro^2 = \frac{(g_{jF}^{exp} - g_{jF}^{aju})^2}{d_p(g_{jF}^{cal})^2} + \frac{(g_{jP1}^{exp} - g_{jP1}^{aju})^2}{d_p(g_{jP1}^{cal})^2} + \frac{(g_{jP2}^{exp} - g_{jP2}^{aju})^2}{d_p(g_{jP2}^{cal})^2} \quad (10)$$

Onde:

g_{jF}^{exp} = teor experimental do mineral ou elemento químico (j) na alimentação;

g_{jP1}^{exp} = teor experimental do mineral ou elemento químico (j) no concentrado;

g_{jP2}^{exp} = teor experimental do mineral ou elemento químico (j) no rejeito;

g_{jF}^{aju} = teor ajustado do mineral ou elemento químico (j) na alimentação;

g_{jP1}^{aju} = teor ajustado do mineral ou elemento químico (j) no concentrado;

g_{jP2}^{aju} = teor ajustado do mineral ou elemento químico (j) no rejeito;

$d_p(g_{jF}^{cal})$ = desvio padrão do teor do mineral ou elemento químico (j) na alimentação obtido por modelagem.

$d_p(g_{jP1}^{cal})$ = desvio padrão do teor do mineral ou elemento químico (j) no concentrado obtido por modelagem.

$d_p(g_{jP2}^{cal})$ = desvio padrão do teor do mineral ou elemento químico (j) no rejeito obtido por modelagem.

Deve-se considerar as seguintes variáveis de decisão, ou seja, as que serão alteradas para satisfazer a minimização da função objetivo e as restrições: g_{jF}^{aju} , g_{jP1}^{aju} e g_{jP2}^{aju} .

Além disso, a seguinte equação de fechamento de balanço de massas precisa ser satisfeita, ou seja, foi considerada como restrição da solução:

$$g_{jF}^{aju} \cdot M_{SF}^{aju} - g_{jP1}^{aju} \cdot M_{SP1}^{aju} - g_{jP2}^{aju} \cdot M_{SP2}^{aju} = 0 \text{ (Nível 3 – mineral ou elemento químico (j))} \quad (11)$$

Onde:

M_{SF}^{aju} = vazão (unidade de massa/unidade de tempo) ou (unidade de massa) ajustada do minério/sólido da alimentação.

M_{SP1}^{aju} = vazão (unidade de massa/unidade de tempo) ou (unidade de massa) ajustada do minério/sólido do concentrado.

M_{SP2}^{aju} = vazão (unidade de massa/unidade de tempo) ou (unidade de massa) ajustada do minério/sólido do rejeito.

2.6 - Modelagem Estocástica do Balanço de Massa em Processamento Mineral

No estudo, foi realizada a distribuição normal dos valores ajustados para comparação da sua confiança com os valores reais e medidos. Assim, têm-se os seguintes intervalos de confiança para os respectivos desvios padrão:

Intervalo de confiança - 68,26%

$$g_{j_F}^{aju} = g_{j_F}^{exp} \pm d_p(g_{j_F}^{cal}) \quad (12)$$

$$g_{j_{P1}}^{aju} = g_{j_{P1}}^{exp} \pm d_p(g_{j_{P1}}^{cal}) \quad (13)$$

$$g_{j_{P2}}^{aju} = g_{j_{P2}}^{exp} \pm d_p(g_{j_{P2}}^{cal}) \quad (14)$$

Intervalo de confiança – 95,55%

$$g_{j_F}^{aju} = g_{j_F}^{exp} \pm 2d_p(g_{j_F}^{cal}) \quad (15)$$

$$g_{j_{P1}}^{aju} = g_{j_{P1}}^{exp} \pm 2d_p(g_{j_{P1}}^{cal}) \quad (16)$$

$$g_{j_{P2}}^{aju} = g_{j_{P2}}^{exp} \pm 2d_p(g_{j_{P2}}^{cal}) \quad (17)$$

Intervalo de confiança – 99,73%

$$g_{j_F}^{aju} = g_{j_F}^{exp} \pm 3d_p(g_{j_F}^{cal}) \quad (18)$$

$$g_{j_{P1}}^{aju} = g_{j_{P1}}^{exp} \pm 3d_p(g_{j_{P1}}^{cal}) \quad (19)$$

$$g_{j_{P2}}^{aju} = g_{j_{P2}}^{exp} \pm 3d_p(g_{j_{P2}}^{cal}) \quad (20)$$

3 - RESULTADOS E DISCUSSÕES

Conforme apresentado na metodologia, foi realizada análise sistêmica da solução do balanço de massas para o nível 2 (minério) e para o nível 3 (química / teor mineral). A seguir serão apresentados os fechamentos de balanço de massas para cada nível e seus respectivos métodos de análise sistêmica:

3.1 - Nível 2

Para o nível 2, foram realizadas, de forma estocástica, três simulações para o sistema, sendo cada simulação composta por um valor de vazão de sólidos na alimentação (em t/h), um valor de vazão de sólidos na saída de concentrado (em t/h) e um valor de vazão de sólidos na saída de rejeitos (em t/h), totalizando 9 (nove) valores. Esses valores são apresentados como “Vazão Medida 1, 2 e 3”.

Através da ferramenta Solve, realizou-se a solução por programação não-linear dos valores estocásticos, obtendo-se valores ajustados, cuja média é apresentada na Tabela 1 a seguir como “Vazão Ajustada”, junto aos demais valores:

Tabela 1 – Nível 2: Vazão Real, Vazões Medidas e Vazão Ajustada.

Descrição	Vazão Real (t/h)	Vazão Medida 1 (t/h)	Vazão Medida 2 (t/h)	Vazão Medida 3 (t/h)	Vazão Ajustada (t/h)
Alimentação	6750,01	6323,38	6246,41	7283,04	6504,96
Concentrado	3713,71	3541,41	3575,22	3527,20	3565,84
Rejeito	3036,30	2813,41	3074,94	2897,94	2939,12
Fechamento do Balanço	0,00	-31,44	-403,76	857,90	0,00

Como pode ser observado, em nenhuma das vazões medidas (estocásticas), a condição da Equação 2 foi satisfeita, condição diferente em relação à vazão real e a vazão ajustada por programação não-linear.

Assim, comprova-se a maior coerência do fechamento de balanço de massas por ajuste dos valores medidos através de programação não-linear.

Observa-se também uma diferença entre as vazões ajustadas e as vazões reais, mesmo que ambas tenham satisfeito as condições de fechamento de balanço de massas. Para análise comparativa entre os valores reais e os valores medidos, na Figura 4, são apresentadas as curvas considerando a distribuição normal da vazão ajustada:

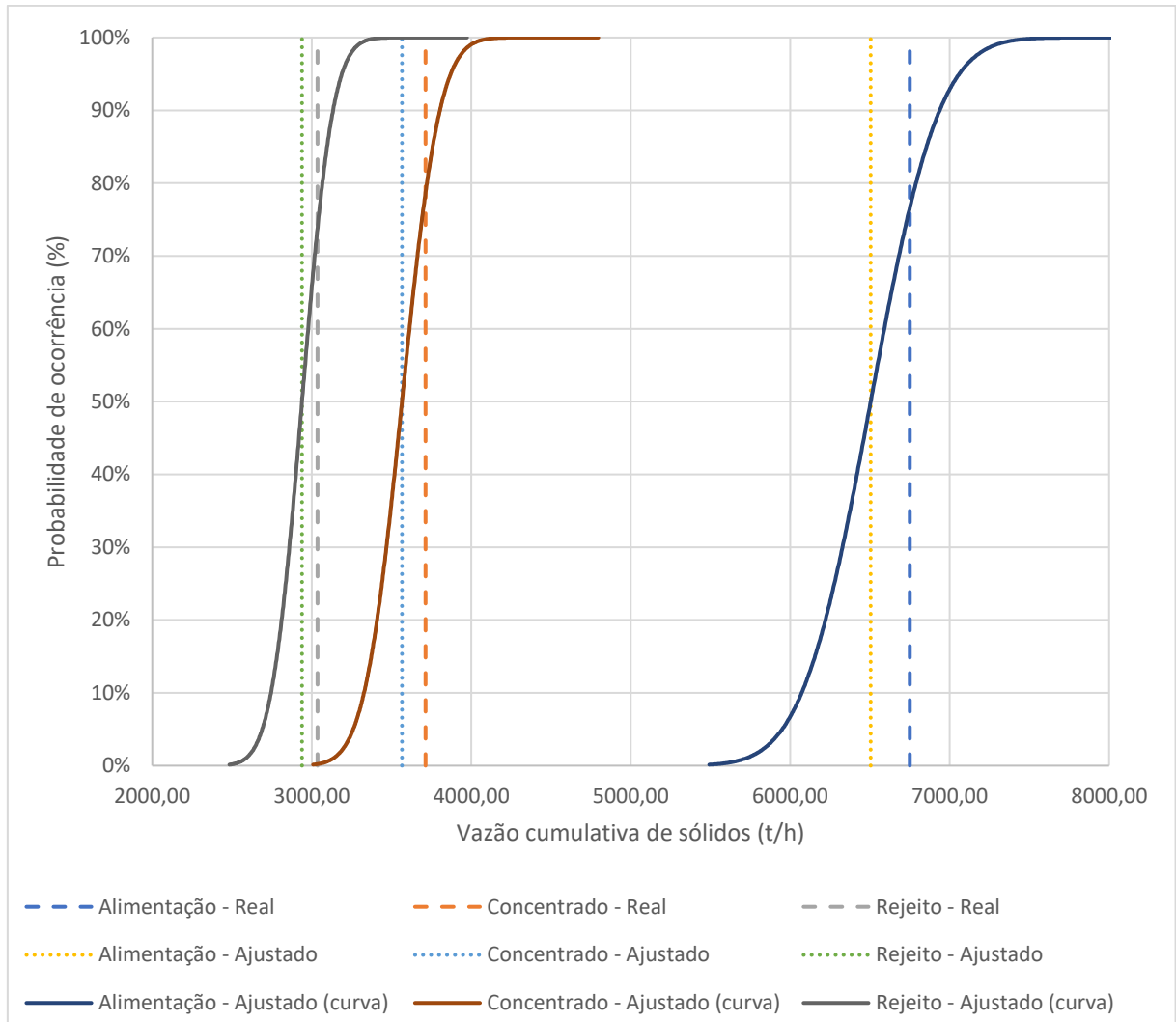


Figura 4 – Distribuição cumulativa da vazão de sólidos na alimentação, saída de concentrado e saída de rejeito x Probabilidade de ocorrência.

Observa-se no gráfico a diferença entre os valores reais do sistema e os valores ajustados. Vale ressaltar que, na prática, o valor real sempre é desconhecido, sendo o objetivo a aproximação dos valores ajustados. A Figura 5 apresenta o gráfico exclusivo da alimentação, incluindo a confiabilidade dos valores ajustados através do desvio padrão.

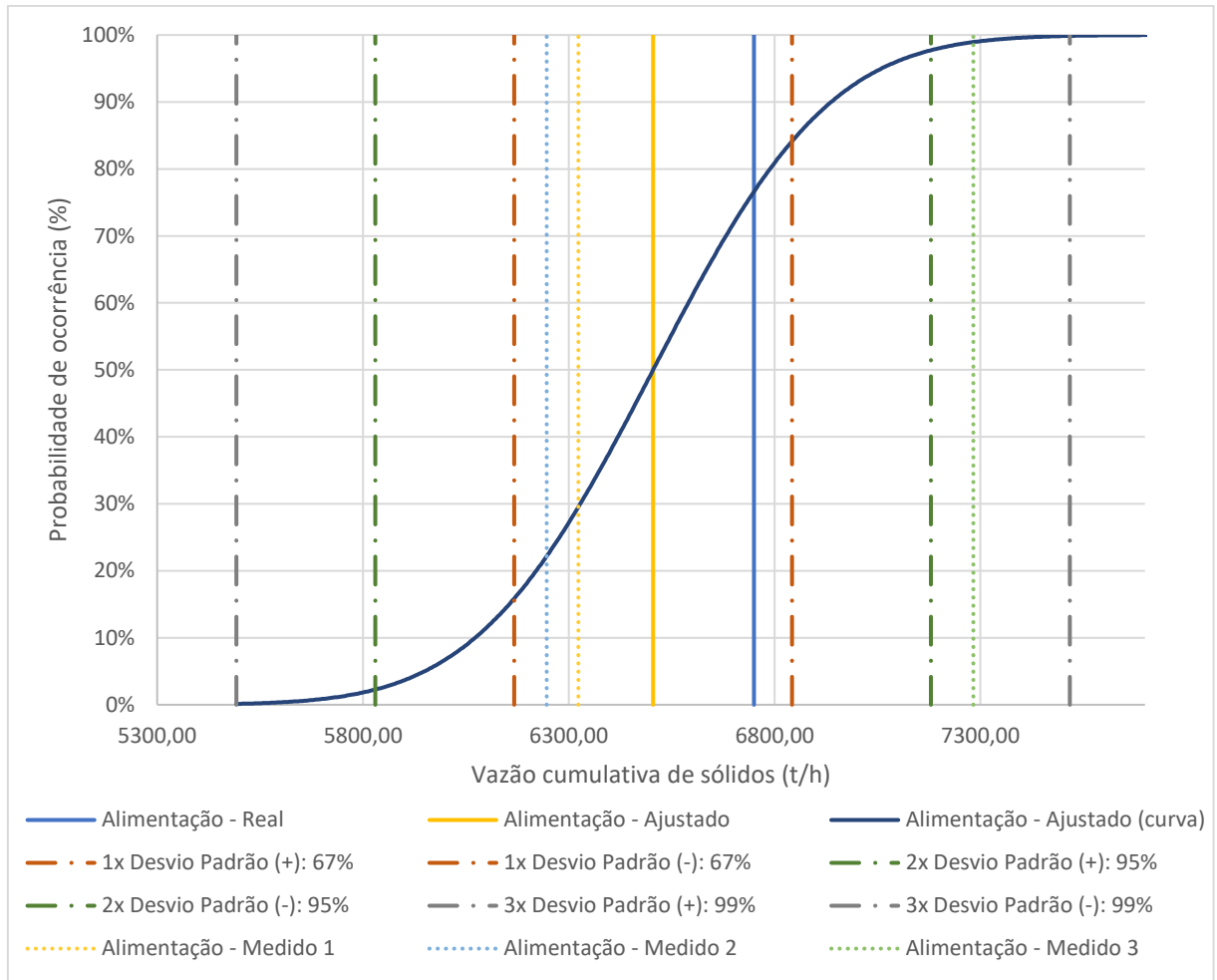


Figura 5 – Distribuição cumulativa da vazão de sólidos na alimentação e limites inferior e superior para diferentes níveis de confiança x Probabilidade de ocorrência.

Como pode ser observado, a diferença entre o valor ajustado e o valor real na alimentação é de -245,05 t/h (-3,6%), se encontrando dentro da faixa de 1x desvio padrão (+/- 337,50 t/h), que representa um intervalo de confiança de 68,26%.

Em relação aos valores medidos, observa-se a maior presença de erros de precisão e acurácia em relação ao ajustado e ao real, exemplificado pelo valor “Alimentação – Medido 3” de 7283,04 t/h, que é somente contido no intervalo de confiança de 99,73% (3x desvio padrão).

Conclui-se que, neste caso, diferente dos valores medidos, uma decisão tomada a partir do Valor Ajustado com uma confiabilidade de 68,26% é assertiva.

A Figura 6 apresenta o gráfico de vazão de sólidos na saída de concentrado, incluindo a confiabilidade dos valores ajustados através do desvio padrão.

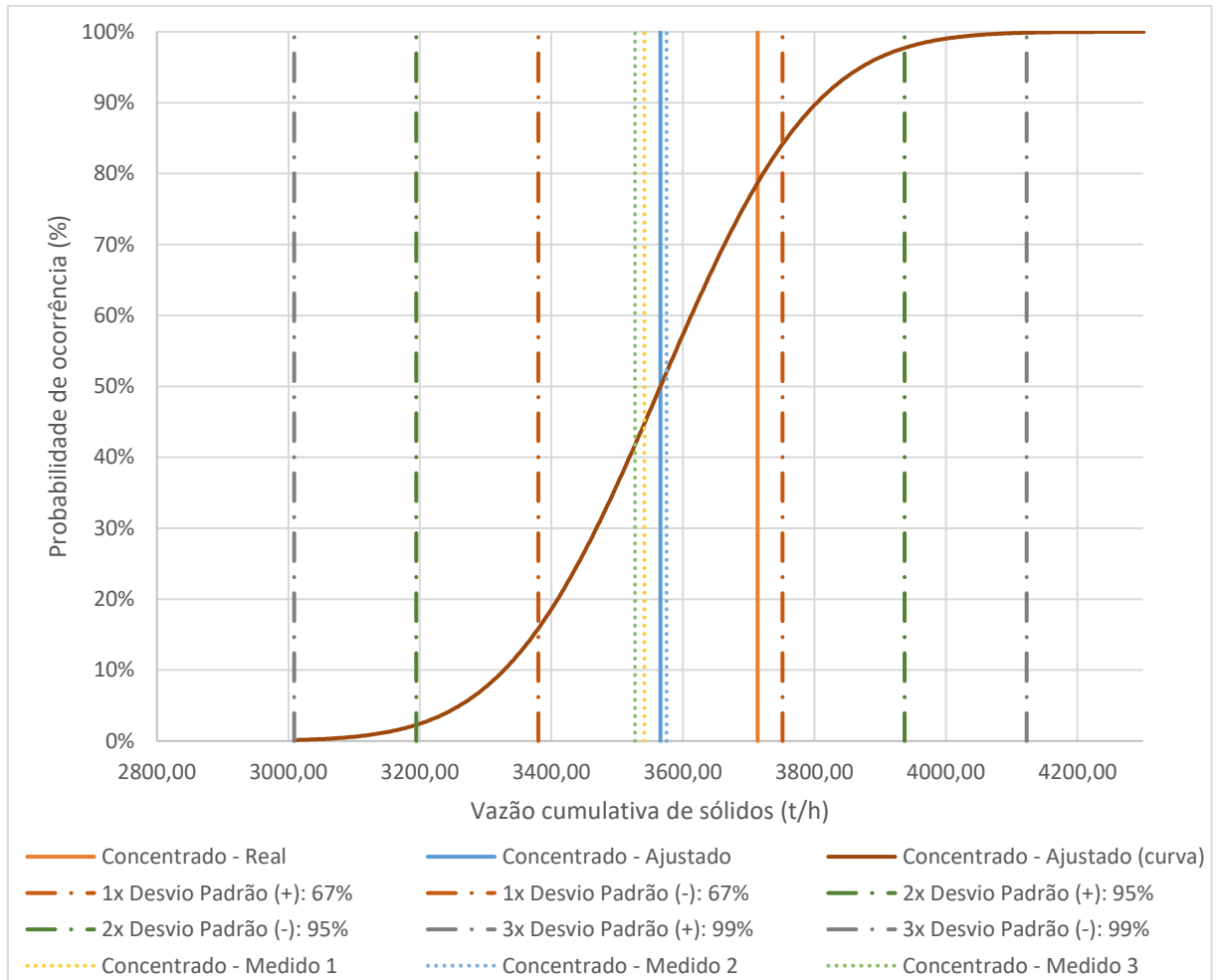


Figura 6 – Distribuição cumulativa da vazão de sólidos na saída de concentrado e limites inferior e superior para diferentes níveis de confiança x Probabilidade de ocorrência.

Como pode ser observado, a diferença entre o valor ajustado e o valor real na alimentação é de -147,87 t/h (-4,0%), se encontrando dentro da faixa de 1x desvio padrão (+/- 185,69 t/h), que representa um intervalo de confiança de 68,26%.

Em relação aos valores medidos (Valor Medido – 1, 2 e 3), observa-se que todos estão mais próximos do ajustado do que ao real e também estão contidos dentro do intervalo de confiança de 1x desvio padrão.

Conclui-se que, neste caso, uma decisão tomada a partir do Valor Ajustado ou de qualquer um dos três valores medidores, com uma confiabilidade de 68,26%, é assertiva.

A Figura 7 a seguir apresenta o gráfico de vazão de sólidos na saída de rejeito, incluindo a confiabilidade dos valores ajustados através do desvio padrão.

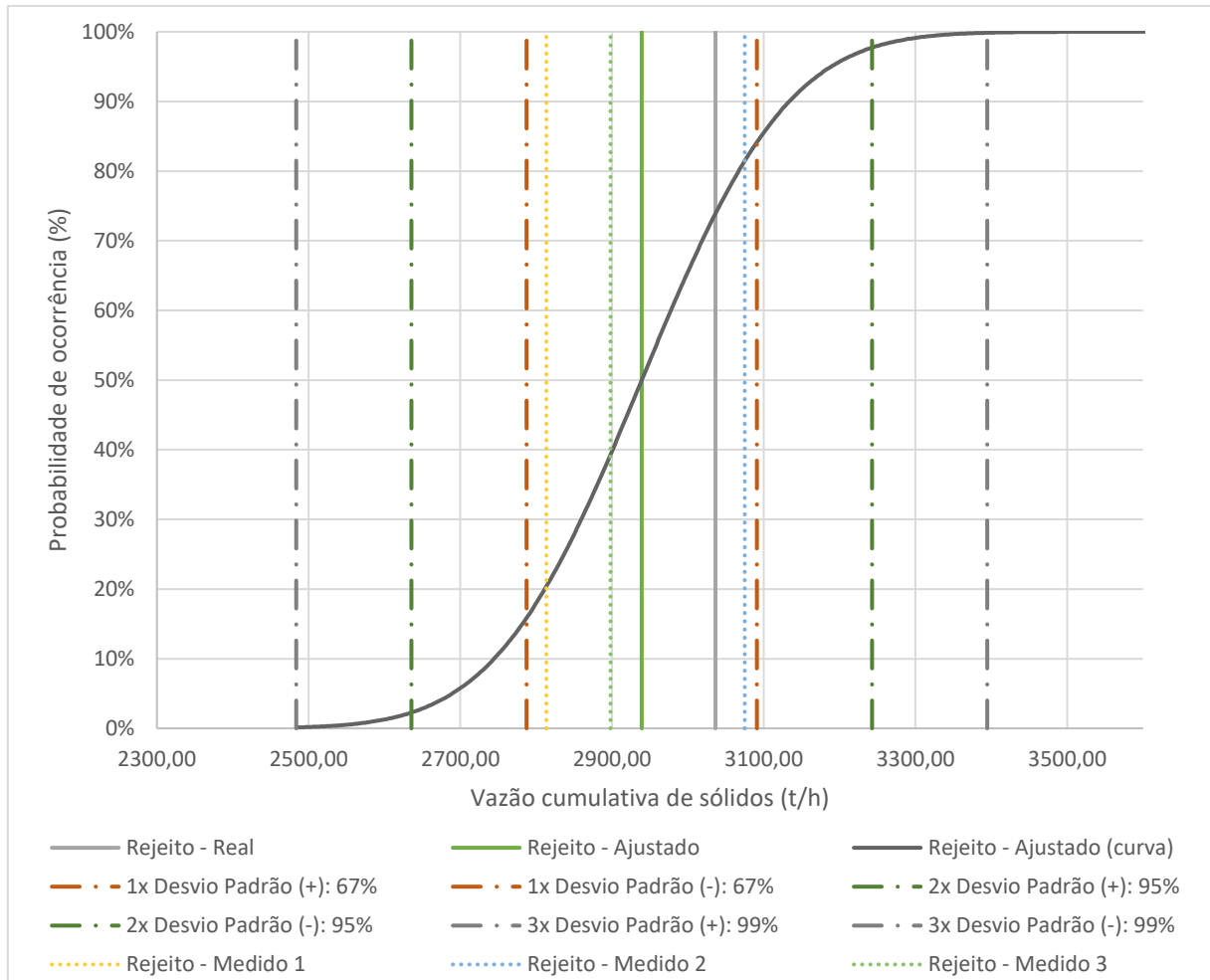


Figura 7 – Distribuição cumulativa da vazão de sólidos na saída de rejeito e limites inferior e superior para diferentes níveis de confiança x Probabilidade de ocorrência.

Como pode ser observado, a diferença entre o valor ajustado e o valor real na alimentação é de -97,18 t/h (-3,2%), se encontrando dentro da faixa de 1x desvio padrão (+/- 151,82 t/h), que representa um intervalo de confiança de 68,26%.

Em relação aos valores medidos, observa-se a maior presença de erros de precisão e acurácia em relação ao ajustado e ao real, mas que ainda está contido dentro do intervalo de confiança de 1x desvio padrão (68,26%).

Conclui-se que, neste caso, uma decisão tomada a partir do Valor Ajustado com uma confiabilidade de 68,26% é assertiva e mais próxima do real do que 2/3 dos valores medidos.

3.2 - Nível 3

Para o nível 3, foram realizadas, de forma estocástica, três simulações para o sistema, sendo cada simulação composta por um valor de teor de mineral-minério na alimentação (em

%), um valor de teor de mineral minério na saída de concentrado (em %) e um valor de teor de mineral minério na saída de rejeito (em %), totalizando 9 (nove) valores. Esses valores são apresentados como “Teor Medido 1, 2 e 3”.

Através da ferramenta Solver, obteve-se a solução por programação não-linear dos valores estocásticos. Para fechamento do balanço e restrições do Solve, foi considerada a vazão de sólidos (t/h) para o teor real e a vazão de sólidos ajustada (t/h) para as vazões medidas e ajustada. Assim, obteve-se os valores ajustados, cuja média é apresentada na Tabela 2 a seguir como “Teor Ajustado”, junto aos demais valores.

Tabela 2 – Nível 3: Teor de mineral-minério Real, Medido e Ajustado.

Descrição	Teor Real (%)	Teor Medido 1 (%)	Teor Medido 2 (%)	Teor Medido 3 (%)	Teor Ajustado (%)
Alimentação	60,81	54,54	53,07	58,65	56,77
Concentrado	98,01	95,71	94,07	92,17	91,57
Rejeito	15,32	14,67	14,83	14,30	14,55
Fechamento do Balanço (t/h)	0,00	-296,28	-338,45	108,51	0,00

Como pode ser observado, em nenhum dos teores medidos (estocásticos) a condição da Equação 4 e da Equação 6 foram satisfeitas. As mesmas condições / equações foram satisfeitas utilizando o teor real e o teor ajustado por programação não-linear.

Assim, comprova-se a maior coerência do fechamento de balanço de massas através do ajuste dos valores medidos por programação não linear.

Observa-se também uma diferença entre os teores e vazões ajustados e os teores e vazões reais, mesmo que ambos tenham satisfeito as condições de fechamento de balanço de massas. Para análise comparativa entre os valores reais e os valores medidos, na Figura 8 são apresentados os gráficos considerando a distribuição normal do teor ajustado.

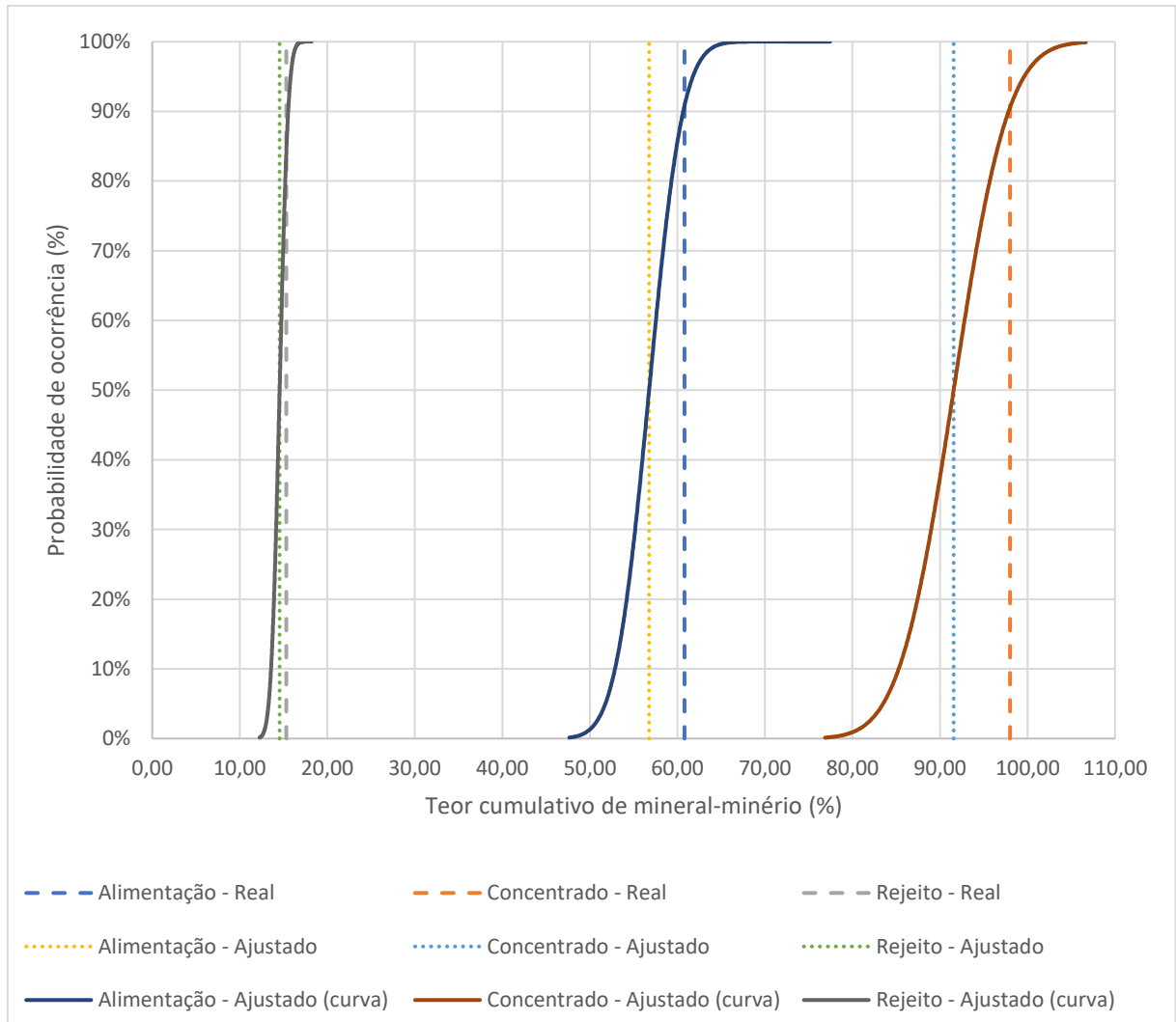


Figura 8 – Teor cumulativo de mineral-minério na alimentação, saída de concentrado e saída de rejeito x Probabilidade de ocorrência.

Observa-se no gráfico a diferença entre os valores reais do sistema e os valores ajustados. Vale ressaltar que, na prática, o valor real sempre é desconhecido, sendo o objetivo aproximar os valores ajustados do valor real. A Figura 9 apresenta o gráfico exclusivo da alimentação, incluindo a confiabilidade dos valores ajustados através do desvio padrão.

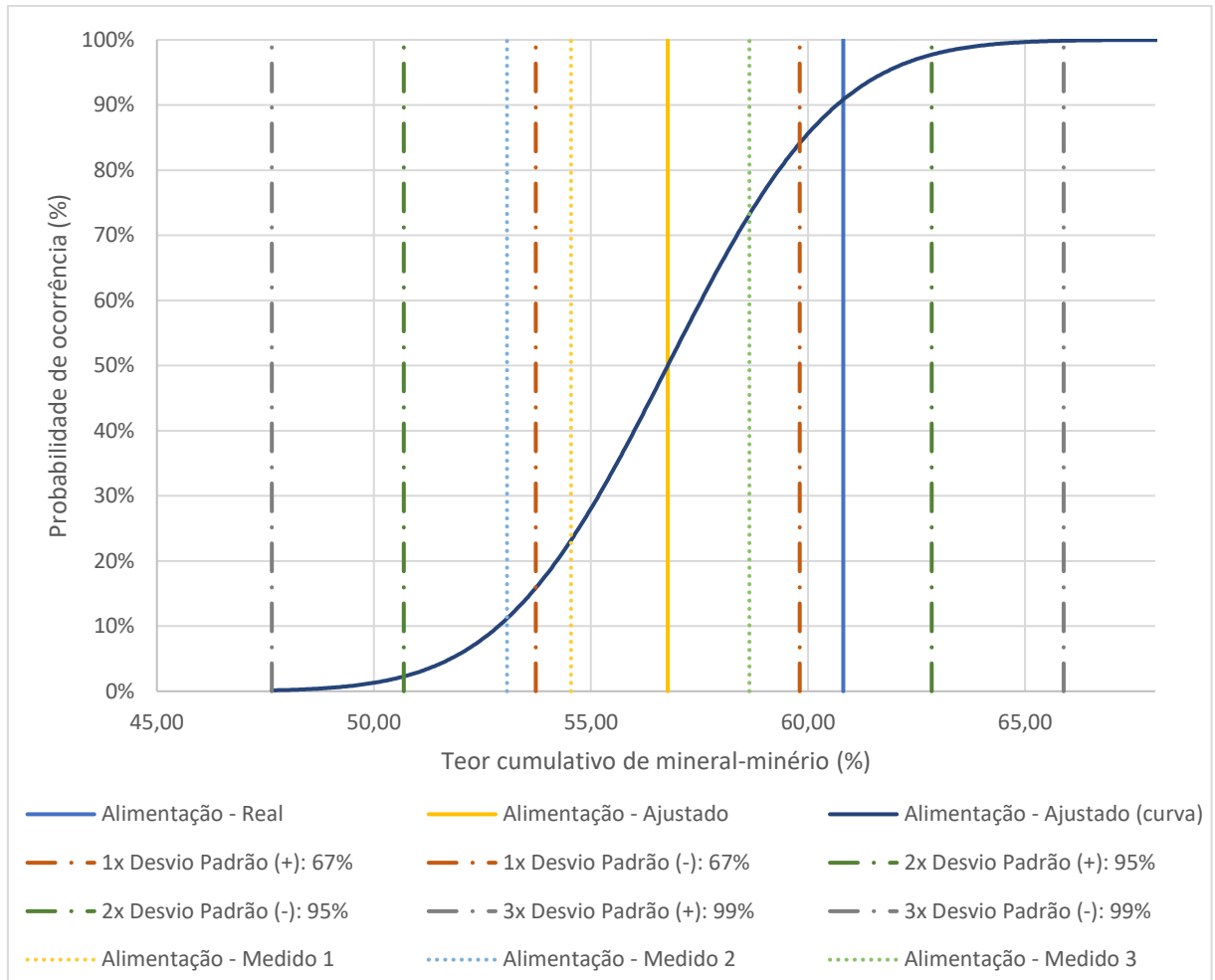


Figura 9 – Distribuição cumulativa do teor de mineral-minério na alimentação e limites inferior e superior para diferentes níveis de confiança x Probabilidade de ocorrência.

Como pode ser observado, a diferença entre o valor ajustado e o valor real na alimentação é de $-4,04\%$ de mineral-minério, se encontrando dentro da faixa de 2x desvio padrão ($\pm 3,04\%$ de mineral-minério), que representa um intervalo de confiança de 95,55%.

Em relação aos valores medidos, observa-se a maior presença de erros de precisão e acurácia em relação ao ajustado, exemplificado pelo valor “Alimentação – Medido 2” de 53,07% de mineral-minério, mas ainda estão contidos no intervalo de confiança de 95,55% (2x desvio padrão).

Conclui-se que, neste caso, diferente dos valores medidos, uma decisão tomada a partir do Valor Ajustado com uma confiabilidade de 95,55% é assertiva.

A Figura 10 apresenta o gráfico de teor de mineral-minério na saída de concentrado, incluindo a confiabilidade dos valores ajustados através do desvio padrão.

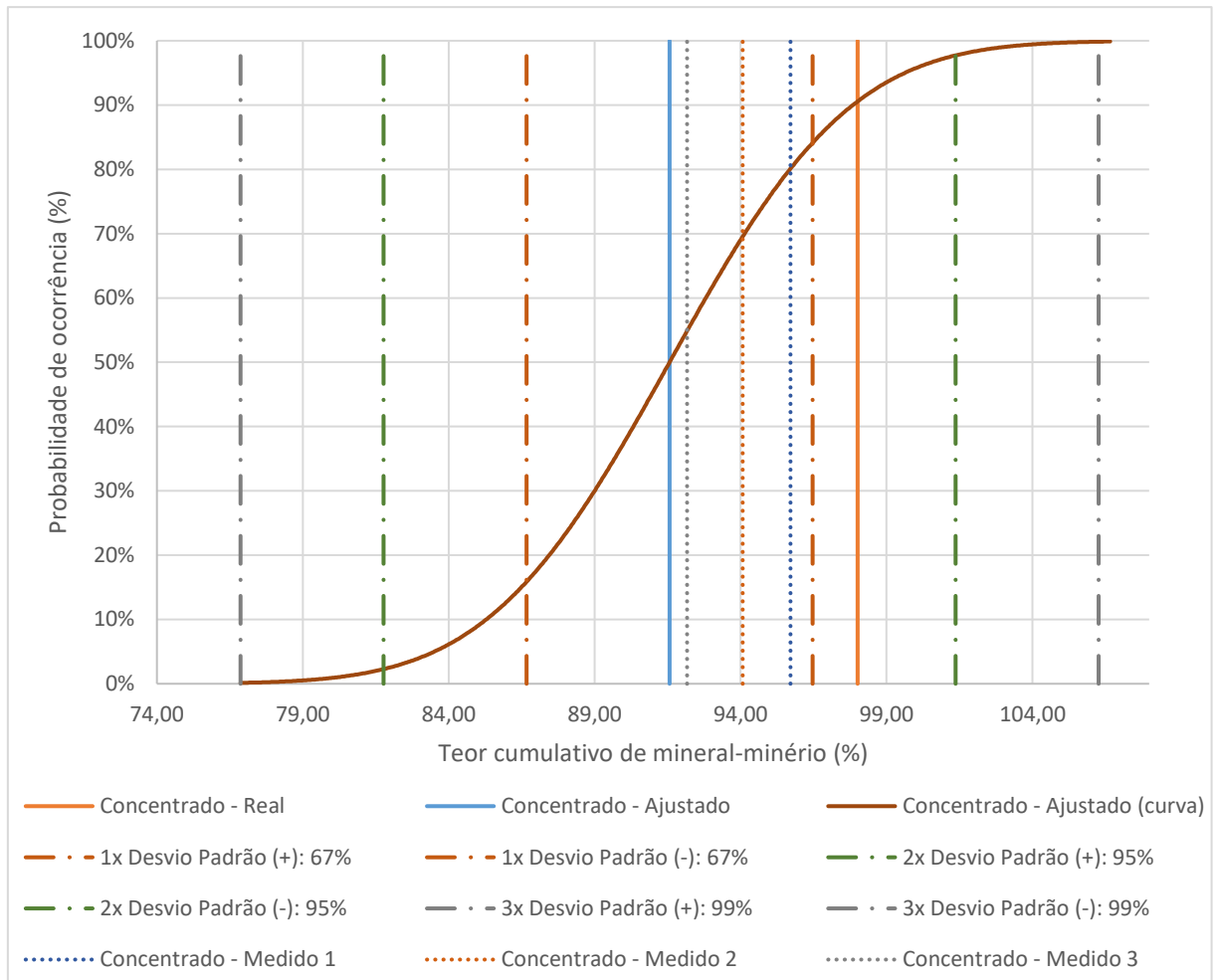


Figura 10 – Distribuição cumulativa do teor de mineral-minério na saída de concentrado e limites inferior e superior para diferentes níveis de confiança x Probabilidade de ocorrência.

Como pode ser observado, a diferença entre o valor ajustado e o valor real na alimentação é de $-6,44\%$ de mineral-minério, se encontrando dentro da faixa de 2x desvio padrão (+/-4,90% de mineral-minério), que representa um intervalo de confiança de 95,55%.

Em relação aos valores medidos, observa-se que eles se aproximam mais do teor real do que o teor ajustado. Entretanto, vale ressaltar que, apesar do teor de mineral-minério no concentrado estar satisfatório nas três medições, os valores medidos não garantem o fechamento do balanço de massas, pois não satisfazem a Equação 4.

Conclui-se que, neste caso, assim como nos valores medidos, uma decisão tomada a partir do Valor Ajustado com uma confiabilidade de 95,55% é assertiva.

Vale ressaltar que a curva normal prevê teor de mineral-minério no concentrado acima de 100%. Entretanto, fisicamente este valor não é possível de ser obtido.

A Figura 11 apresenta o gráfico de teor de mineral-minério na saída de rejeito, incluindo a confiabilidade dos valores ajustados através do desvio padrão.

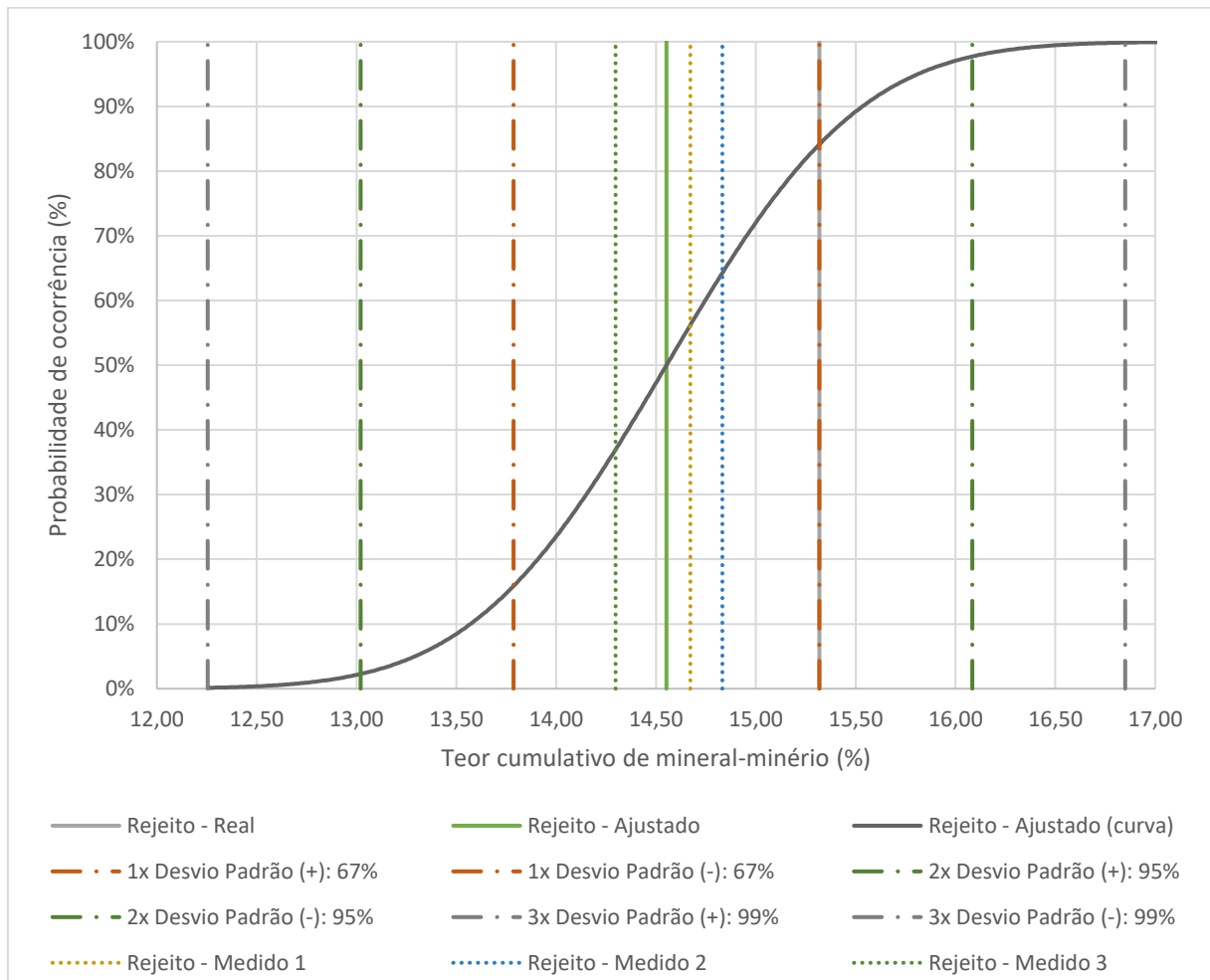


Figura 11 – Distribuição cumulativa do teor de mineral-minério na saída de rejeito e limites inferior e superior para diferentes níveis de confiança x Probabilidade de ocorrência.

Como pode ser observado, a diferença entre o valor ajustado e o valor real na alimentação é de 0,77% de mineral-minério, se encontrando dentro da faixa de 1x desvio padrão (+/-0,76%), que representa um intervalo de confiança de 68,26%.

Em relação aos valores medidos, observa-se a maior presença de erros de precisão e acurácia em relação ao ajustado e ao real, mas que ainda está contido dentro do intervalo de confiança de 1x desvio padrão (68,26%).

Conclui-se que, neste caso, uma decisão tomada a partir do Valor Ajustado com uma confiabilidade de 68,26% é assertiva e mais próxima do real do que 1/3 dos valores medidos.

Considerando como meta do beneficiamento do minério um rejeito com teor de mineral-minério abaixo de 15,00%, observa-se que o valor real está acima desse limite (15,32%). Todos os valores medidos e o valor ajustado apresentaram teor de mineral-minério abaixo de 15,00%, mas ainda abrangendo o valor real dentro do intervalo de confiança de 1x desvio padrão (68,26%).

4 - CONCLUSÕES

Através do fechamento do balanço de massas por método linear e ajustes por programação não-linear, no nível 2 pode-se comprovar que os valores medidos não satisfizeram as equações de balanço de massas e estavam distantes do valor real. Os valores ajustados satisfizeram as equações de balanço de massas e foram mais próximos do valor real, apresentando intervalo de confiança de 1 desvio padrão (68,26%) para alimentação, saída de concentrado e saída de rejeito, ao passo que os valores medidos apresentaram um máximo de intervalo de confiança de 3 desvios padrão (99,73%) para serem admitidos.

No nível 3, pode-se comprovar que os valores medidos não satisfizeram as equações de balanço de massas. Os valores ajustados satisfizeram as equações de balanço de massas e, assim como os valores medidos, apresentaram intervalo de confiança de 2 desvio padrão (95,55%) para alimentação e saída de concentrado e 1 desvio padrão (68,26%) para saída de rejeito.

Portanto, conclui-se que a solução do balanço de massas por programação não-linear é satisfatória no atendimento às equações de balanço de massas, na precisão e acurácia, principalmente quando comparados aos valores medidos.

Sugere-se para trabalhos futuros a solução do balanço de massas por programação não-linear para os níveis 4 e 5, a simulação do processo mineral de uma Planta do ROM até a separação sólido-líquido, a inclusão de outros métodos de cálculo de processamento mineral na análise sistêmica, como analíticos específicos de cada etapa (Gates-Gaudin-Schumann e Rosin Ramler, WI para moinhos, etc.) e a compilação dos dados em um simulador para ser utilizado durante a rotina de controle de qualidade da empresa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] DNPM. **Anuário mineral brasileiro: principais substâncias metálicas**. Brasília: DNPM, 2016. 31 p
- [2] FONSECA, Lorene Rezende. **Abordagem sistêmica do controle e garantia da qualidade (QAQC) no laboratório do projeto minas-rio**. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2022.
- [3] GRIGORIEFF, Alexandre; COSTA, J. F. & KIPPE, J. **O problema da amostragem na indústria mineral**. Revista da Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2002.
- [4] GY, P. **Sampling of Particulate Materials, Theory and Practice**. Elsevier Scientific Publishing Company. Developments in Geomathematics 4, 1979.
- [5] Gy, P. **Heterogeneite – Echantillonnage – Homogeneisation: Ensemble coherent de theories**. Masson Editeur, Paris, 1988.
- [6] MASSALLI, Fábio. **Exportações minerais somam US\$ 11,62 bi no terceiro trimestre**. Disponível em: <https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia>. Acesso em: 10 dez. 2022.
- [7] RIBEIRO, Haroldo. **5S A Base para Qualidade Total/ Um Roteiro para Implantação Bem Sucedida**. Salvador. Casa da Qualidade, 1994.
- [8] ROSA, G.M. **Técnicas de amostragem e controle de qualidade**. Programa de pós graduação com especialidade de processamento mineral, Universidade Federal de Goiás, 2012.
- [9] YAZICI, Mehmet; ISLAM Qamarul. **Determinant of turkish mining trade balance with EU(15): estimates from bound testing approach**. Journal of Business, Economics and Finance, v.5, p. 233-241, 2016.