

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Josué Fernando Leal Granados

**DESPACHO DE POTÊNCIA ÓTIMO EM SISTEMAS ELÉTRICOS USANDO
UMA ABORDAGEM COM MUITOS OBJETIVOS**

Belo Horizonte
2023

Josué Fernando Leal Granados

**DESPACHO DE POTÊNCIA ÓTIMO EM SISTEMAS ELÉTRICOS USANDO
UMA ABORDAGEM COM MUITOS OBJETIVOS**

Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. João Antônio de Vasconcelos

Belo Horizonte

2023

G748d

Granados, Josué Fernando Leal.

Despacho de potência ótimo em sistemas elétricos usando uma abordagem com muitos objetivos [recurso eletrônico] / Josué Fernando Leal Granados. - 2023.

1 recurso online (185 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: João Antônio de Vasconcelos.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Apêndices: f. 176-185.

Bibliografia: f. 166-175.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Sistemas elétricos de potência - Teses. 3. Otimização multiobjetivo - Teses. 4. Dinamos - Corrente alternada - Teses. I. Vasconcelos, João Antônio de. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621.3(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

"DESPACHO DE POTÊNCIA ÓTIMO EM SISTEMAS ELÉTRICOS USANDO UMA ABORDAGEM COM MUITOS OBJETIVOS"

JOSUÉ FERNANDO LEAL GRANADOS

Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica. Aprovada em 15 de fevereiro de 2023. Por:

Prof. Dr. João Antônio de Vasconcelos
DEE (UFMG) - Orientador

Profa. Dr. Wadaed Uturbey da Costa
DEE (UFMG)

Prof. Dr. Carlos Henrique Nogueira de Resende Barbosa
Eng. Elétrica (UFOP)

Prof. Dr. José Roberto Sanches Mantovani
Eng. Elétrica (UNESP)

Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno
Faculdade de Engenharia (UNESP)



Documento assinado eletronicamente por **João Antonio de Vasconcelos, Presidente**, em 15/02/2023, às 18:34, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Wadaed Uturbey da Costa, Professora do Magistério Superior**, em 16/02/2023, às 10:41, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leonardo Nepomuceno, Usuário Externo**, em 16/02/2023, às 13:56, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Carlos Henrique Nogueira de Resende Barbosa, Usuário Externo**, em 16/02/2023, às 14:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **José Roberto Sanches Mantovani, Usuário Externo**, em 16/02/2023, às 14:36, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **2074184** e o código CRC **73CA8154**.

Agradecimentos

Gracias a Dios por iluminar mi camino.

Ao meu orientador João Antônio de Vasconcelos, pelos direcionamentos e por compartilhar seus conhecimentos e experiências.

À minha companheira de vida Arlete, pela compreensão e carinho.

À toda minha família na Colômbia, por torcer e acompanhar-me à distância.

Aos professores Leonardo Nepomuceno, José Roberto Sanches Mantovani, Carlos Henrique Nogueira de Resende Barbosa e Wadaed Uturbey da Costa, por terem aceitado o convite para participar da banca examinadora.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais e a todos seus funcionários, por oferecerem um ambiente propício para o desenvolvimento deste trabalho.

À equipe do Laboratório de Computação Evolucionária, pelo companheirismo e ajuda mútua.

À CAPES pelo incentivo e apoio financeiro à minha pesquisa.

À FUMP pelo cuidado recebido durante minha estadia na UFMG.

Agradecimento Especial

À CEMIG DISTRIBUIÇÃO S.A. e à ANEEL, pelo apoio técnico e financeiro durante o desenvolvimento desta tese de doutorado, a qual esteve vinculada ao P&D D0591 "PT_FP_MC: Sistema computacional inteligente para otimização do redespacho de potência reativa de menor custo objetivando a minimização de perdas técnicas e maximização simultânea do fator de potência e da margem de carga". Dessa forma, agradeço às pessoas que fizeram parte da equipe do projeto, mais especificamente, ao professor João Vasconcelos, à professora Wadaed Uturbey, ao engenheiro Rodrigo Valadão e aos meus colegas, Pedro, Mateus, Breno, Bruce, José, Marcelo, Marcio, Marcos, Gabriel e Amanda.

Epígrafe

“Buscad primeramente el reino de Dios y su justicia divina, y todas las cosas os serán añadidas”

Mateus 6,33

Resumo

Este trabalho apresenta uma metodologia de otimização para o problema do despacho de potência considerando quatro objetivos: i) minimização das perdas técnicas no sistema elétrico, ii) minimização do custo do despacho das potências ativa e reativa, iii) maximização da margem de estabilidade de tensão do sistema e, iv) maximização do fator de potência em transformadores da Rede Básica de Fronteira. A metodologia faz uso do algoritmo evolucionário *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm III* (NSGA-III), bem como de um algoritmo eficiente para o cálculo de fluxo de potência em sistemas elétricos. A metodologia de exploração simultânea do despacho de potências ativa e reativa (visando a otimização dos quatro objetivos) é inédita, pois não foi ainda abordada na literatura. Em relação à formulação do problema, destaca-se a proposta para o cálculo do custo de oportunidade associado com o despacho de potência reativa, como resposta à inexistência de mercados de energia reativa. São apresentados os resultados da avaliação de um sistema brasileiro de 10351 barras e para os sistemas IEEE 30 e 57 barras, obtidos através da metodologia proposta. Por se tratar de um problema com objetivos conflitantes, os resultados constituem um conjunto eficiente de despachos de potência, por meio dos quais são estabelecidas melhorias em cada objetivo. Vários despachos de interesse prático são analisados e discutidos nos sistemas avaliados. Esses resultados demonstram que a metodologia é promissora, pois permite encontrar soluções com boa convergência e diversidade, além de ser capaz de abordar sistemas elétricos de grande porte. Por fim, a proposta do despacho simultâneo de potências ativa e reativa favoreceu a exploração e análise dos impactos da potência reativa, principalmente na análise econômica do despacho e na estabilidade de tensão.

Palavras-chave: Otimização de Muitos Objetivos, NSGA-III, Despacho de Potência, Fluxo de Potência em Sistemas Elétricos, Gerador Síncrono, Mercado de Energia Elétrica.

Abstract

This work presents an optimization methodology to solve the power dispatch problem considering four objectives: i) minimization of power losses, ii) minimization of the cost of real and reactive power dispatch, iii) maximization of system voltage stability, and iv) maximization of power factor on transmission network step-down transformers. The optimization methodology integrates the Non-dominated Sorting Genetic Algorithm III (NSGA-III) and an efficient algorithm to calculate the power flow in the network. The methodology of simultaneous exploration of real and reactive power dispatch (for the optimization of the four objectives) is novel since it has not yet been addressed in the literature. Regarding the mathematical model, the proposal to calculate the opportunity cost associated with the reactive power dispatch stands out. This methodology is tested both on the 30-bus and 57-bus IEEE systems, as well as on a 10351-bus Brazilian system. Efficient solutions with good convergence and diversity were obtained for each system, which demonstrated improvements in each objective. Several power dispatches of practical interest in the tested systems are analyzed and discussed. The results showed that the simultaneous dispatch of real and reactive power is a successful approach to find solutions that improve the performance of power systems in several criteria. In addition, the simultaneous dispatch of real and reactive power supports analysis of reactive power impacts, such as dispatch cost analysis and voltage stability.

Keywords: Many-Objective Optimization, NSGA-III, Optimal power dispatch, Power Flow Algorithm, Synchronous Generator, Electricity Market.

Lista de Figuras

3.1	Modelo π de uma linha de transmissão. Adaptada de (Monticelli, 1983).	42
3.2	Diagrama unifilar do transformador.	43
3.3	Diagrama unifilar do transformador em fase.	43
3.4	Modelo equivalente π do transformador em fase.	43
3.5	Diagrama unifilar do transformador defasador.	44
3.6	Diagrama de conexão <i>shunt</i> de uma susceptância.	45
3.7	Diagrama do compensador série. Adaptado de (Eremia and Nilsson, 2016).	46
3.8	Convenção de sinais para as correntes. Adaptada de (Monticelli, 1983).	47
3.9	Linearização f' e tamanho do passo Δx do método Newton-Raphson. . .	49
3.10	Análise do método de Newton-Raphson	50
3.11	Comportamento do método de Newton-Raphson sob diferentes soluções iniciais.	51
3.12	Convenção dos fluxos de potência envolvidos na k -ésima barra.	54
3.13	Conexão em paralelo e em série de dois transformadores.	60
4.1	Circuito equivalente do gerador em estado estacionário. Adaptada de (Kundur, 1994).	67
4.2	Diagrama fasorial do gerador em estado estacionário.	68
4.3	Curva de capacidade do gerador síncrono de pólos lisos.	69
4.4	Curva de capacidade simplificada. Adaptada de (de Almeida, 2012) .	70
4.5	Análise do custo de oportunidade na curva de capacidade do gerador.	72
4.6	Preço da energia ativa no mercado brasileiro.	73
4.7	Receita do gerador pelo despacho de potência ativa.	74
4.8	Descrição dos arranjos comerciais dos serviços ancilares prestados pelos agentes de geração. Retirada de (ONS, 2019b).	75

4.9	Análise da metodologia para o cálculo do custo de oportunidade na curva de capacidade do gerador. A direção oposta das setas indica aumento no custo OC	82
4.10	Convenção dos fluxos de potência ativa através de um ramal.	83
4.11	Ponto de medição no acesso de uma distribuidora à Rede Básica. Retirada de (ONS, 2020a).	84
4.12	Curva PV de uma barra.	85
4.13	Comportamento do índice de estabilidade de tensão VCPI.	88
5.1	Mapeamento do espaço factível ao espaço dos objetivos.	91
5.2	Relações de dominância, considerando um problema para a minimização de dois objetivos.	92
5.3	Mapeamento dos conjuntos P^* e FP^* . Adaptada de (Miettinen, 2012). . .	93
5.4	Ilustração do mapeamento dos conjuntos \widetilde{P}^* e \widetilde{FP}^*	94
5.5	Características de convergência e diversidade. Retirada de (Mendes, 2014).	94
5.6	Representação do ponto Ideal, Nadir e Máximo no espaço dos objetivos. Adaptada de (Coello et al., 2009)	96
5.7	Pontos de referência para $m = 2$, $\delta = 1/3$ e $p = 3$	97
5.8	Avaliação e mapeamento da população P_t no espaço biobjetivo.	99
5.9	Densidade probabilística na dependência de η_c para a criação de uma solução filha. Adaptada de (Deb et al., 2007).	101
5.10	Mapeamento da população de pais P_t e de filhos Q_t no espaço das variáveis de decisão e dos objetivos.	104
5.11	Classificação por fronteiras de não-dominância do exemplo ilustrativo. .	107
5.12	Seleção da população P_{t+1} do NSGA-III.	108
5.13	Associação de S_t com os pontos de referência.	111
6.1	Metodologia de otimização para o despacho simultâneo de potências ativa e reativa considerado muitos objetivos.	119
6.2	Fluxograma do Algoritmo Genético clássico. Retirada de (Granados, 2018).	121
6.3	(a) Novo despacho (P_g, Q_g) originado por uma perturbação aleatória do despacho base (P_g^{bas}, Q_g^{bas}) . (b) Avaliação do limite P_g^{Max} para o novo despacho.	122

7.1	Resultados do Cenário 0 para o sistema IEEE-30 barras. (a) Ângulo de tensão θ^0 , (b) Custo marginal λ de cada barra.	127
7.2	Perfil de tensão das soluções mono-objetivo para o sistema IEEE-30 barras.	129
7.3	Fronteira Pareto-aproximada \widetilde{FP}^* para o sistema IEEE-30 barras. Objetivos normalizados usando os valores mínimos e máximos alcançados para cada objetivo.	131
7.4	Perfil de tensão das soluções de compromisso para o sistema IEEE-30 barras.	133
7.5	Perfil de tensão das soluções mono-objetivo para o sistema IEEE-57 barras.	138
7.6	Fronteira Pareto-aproximada \widetilde{FP}^* para o sistema IEEE-57 barras. Objetivos normalizados usando os valores mínimos e máximos obtidos para cada objetivo.	140
7.7	Perfil de tensão das soluções de compromisso para o sistema IEEE-57 barras.	142
7.8	Despacho P_g^0 , despacho contratado P_g^{cot} e despacho base P_g^{bas} para o custo mínimo do despacho de potência ativa - sistema brasileiro.	145
7.9	(a) Custo marginal λ^0 dos geradores - (b) Preço de contratação ρ dos geradores - sistema brasileiro.	145
7.10	Custo mínimo do despacho de potência ativa dos geradores - sistema brasileiro.	146
7.11	Variáveis de decisão da solução mono-objetivo P_{loss} para o sistema brasileiro. (a) despacho de potência ativa, (b) despacho de potência reativa.	149
7.12	Custos de despacho da solução mono-objetivo P_{loss} para o sistema brasileiro. (a) custo do despacho de potência ativa, (b) custo de oportunidade.	149
7.13	Perfil de tensão da solução mono-objetivo P_{loss} para o sistema brasileiro.	150
7.14	Fator de potência dos transformadores RBF da solução mono-objetivo P_{loss} para o sistema brasileiro.	150
7.15	Variáveis de decisão da solução mono-objetivo $VCPI_m$ para o sistema brasileiro. (a) despacho de potência ativa, (b) despacho de potência reativa.	151
7.16	Custos de despacho da solução mono-objetivo $VCPI_m$ para o sistema brasileiro. (a) custo do despacho de potência ativa, (b) custo de oportunidade.	151
7.17	Fator de potência dos transformadores RBF da solução mono-objetivo $VCPI_m$ para o sistema brasileiro.	152
7.18	Perfil de tensão da solução mono-objetivo $VCPI_m$ para o sistema brasileiro.	152

7.19	Variáveis de decisão da solução mono-objetivo FP_{rbf} para o sistema brasileiro. (a) despacho de potência ativa, (b) despacho de potência reativa.	153
7.20	Custos de despacho da solução mono-objetivo FP_{rbf} para o sistema brasileiro. (a) custo do despacho de potência ativa, (b) custo de oportunidade.	153
7.21	Fator de potência dos transformadores RBF da solução mono-objetivo FP_{rbf} para o sistema brasileiro.	154
7.22	Perfil de tensão da solução mono-objetivo FP_{rbf} para o sistema brasileiro.	154
7.23	Variáveis de decisão da solução mono-objetivo PDE para o sistema brasileiro. (a) despacho de potência ativa, (b) despacho de potência reativa.	155
7.24	Custos de despacho da solução mono-objetivo PDE para o sistema brasileiro. (a) custo do despacho de potência ativa, (b) custo de oportunidade.	155
7.25	Fronteira Pareto-aproximada \widetilde{FP}^* para o sistema brasileiro 10351-barras. Objetivos normalizados usando os valores mínimos e máximos para cada objetivo.	156
7.26	Variáveis de decisão do Caso 1 para o sistema brasileiro. (a) despacho de potência ativa, (b) despacho de potência reativa.	157
7.27	Custos de despacho do Caso 1 para o sistema brasileiro. (a) custo do despacho de potência ativa, (b) custo de oportunidade.	158
7.28	Fator de potência dos transformadores RBF do Caso 1 para o sistema brasileiro.	158
7.29	Variáveis de decisão do Caso 2 para o sistema brasileiro. (a) despacho de potência ativa, (b) despacho de potência reativa.	159
7.30	Custos de despacho do Caso 2 para o sistema brasileiro. (a) custo do despacho de potência ativa, (b) custo de oportunidade.	160
7.31	Fator de potência dos transformadores RBF do Caso 2 para o sistema brasileiro.	160
7.32	Perfis de tensão das soluções de compromisso para o sistema brasileiro.	161
7.33	Variáveis de decisão do Caso 3 para o sistema brasileiro. (a) despacho de potência ativa, (b) despacho de potência reativa.	161
7.34	Custos de despacho do Caso 3 para o sistema brasileiro. (a) custo do despacho de potência ativa, (b) custo de oportunidade.	162
7.35	Fator de potência dos transformadores RBF do Caso 3 para o sistema brasileiro.	162

A.1	Exemplo da distribuição dos elementos de uma matriz antes e depois de aplicar o algoritmo RCM.	178
A.2	Distribuição e condição numérica, antes e depois do escalonamento. . .	180
A.3	Fatoração LU de \tilde{A}_s	182

Lista de Tabelas

3.1	Características gerais dos equipamentos série.	47
3.2	Conjuntos de equações do problema de fluxo de potência.	56
6.1	Variáveis de uma barra PV no problema de fluxo de potência.	123
7.1	Dados dos geradores do sistema IEEE-30 barras.	125
7.2	Controles de tensão propostos para o sistema IEEE-30 barras.	126
7.3	Controle de potência ativa proposto para o sistema IEEE-30 barras.	126
7.4	Custos do despacho de potência dos geradores do sistema IEEE 30-barras para o custo mínimo de potência ativa.	126
7.5	Parâmetros dos algoritmos GA e NSGA-III para os sistemas IEEE.	128
7.6	Ajuste do método NR para o cálculo do fluxo de potência.	128
7.7	Soluções mono-objetivo para o sistema IEEE-30 barras.	129
7.8	Custos do despacho de potência das soluções mono-objetivo para os geradores do sistema IEEE-30 barras.	130
7.9	Ajuste dos equipamentos controladores das soluções mono-objetivo para o sistema IEEE 30-barras.	131
7.10	Conflito entre os objetivos da fronteira Pareto-aproximada da Figura 7.3 para o sistema IEEE 30-barras.	132
7.11	Soluções de compromisso para o sistema IEEE-30 barras.	133
7.12	Custos do despacho de potência das soluções de compromisso para os geradores do sistema IEEE-30 barras.	134
7.13	Ajuste dos equipamentos controladores das soluções de compromisso para o sistema IEEE 30-barras.	135
7.14	Dados dos geradores do sistema IEEE-57 barras.	135
7.15	Controle de potência ativa proposto para o sistema IEEE-57 barras.	135
7.16	Controles de tensão propostos para o sistema IEEE-57 barras.	136

7.17	Custos dos geradores do sistema IEEE 57-barras para o mínimo custo da potência ativa.	136
7.18	Soluções mono-objetivo para o sistema IEEE-57 barras.	137
7.19	Custos do despacho de potência das soluções mono-objetivo para os geradores do sistema IEEE-57 barras.	139
7.20	Ajuste dos equipamentos controladores das soluções mono-objetivo para o sistema IEEE 57-barras.	139
7.21	Conflito entre os objetivos da fronteira Pareto-aproximada da Figura 7.6 para o sistema IEEE 57-barras.	140
7.22	Soluções de compromisso para o sistema IEEE-57 barras.	142
7.23	Custos do despacho de potência das soluções de compromisso para os geradores do sistema IEEE-57 barras.	143
7.24	Ajuste dos equipamentos controladores das soluções de compromisso para o sistema IEEE 57-barras.	143
7.25	Parâmetros dos algoritmos GA e NSGA-III para o sistema brasileiro. . .	147
7.26	Valores objetivo das soluções mono-objetivo para o sistema brasileiro - 103501 barras	147
7.27	Características das soluções mono-objetivo para o sistema brasileiro 10351-barras.	148
7.28	Conflito entre os objetivos da fronteira Pareto-aproximada da Figura 7.25 para o sistema brasileiro 10351-barras.	157
7.29	Desvio absoluto de tensão das soluções de compromisso para o sistema brasileiro 10351-barras.	159

Lista de Símbolos

a_i, b_i	Coeficientes dos custos da geração de potência ativa do gerador i ;
C_i	Custo da geração de potência ativa no gerador i ;
E_p	Custo do despacho de potência ativa no mercado de energia;
Etp^0	Custo total do despacho de potência ativa no mercado de energia;
fp_k	Fator de potência no transformador k ;
FP_{rbf}	Fator de potência em transformadores da RBF;
N_f	Conjunto de transformadores RBF;
OC	Custo de oportunidade;
$P_{g,i}$	Despacho de potência ativa do gerador i ;
$P_{g,i}^0$	Despacho de potência ativa do gerador i no Cenário 0 de despacho;
Plc_i^0	Custo das perdas técnicas no gerador i devido ao despacho $P_{g,i}^0$;
Plc_i	Custo das perdas técnicas no gerador i devido ao despacho $P_{g,i}$ e $Q_{g,i}$;
Pr_i^0	Lucro do gerador i devido ao despacho $P_{g,i}^0$;
Pr_i	Lucro do gerador i devido ao despacho $P_{g,i}$;
$P_{g,i}^{cot}$	Potência ativa contratada do gerador i ;
P_{loss}	Perdas técnicas de potência no sistema;
PDE	Custo do despacho de potência;
$P_g^{Max}(Q_g)$	Capacidade máxima de geração de potência ativa em função de Q_g ;
$P_{min,i}, P_{max,i}$	Potência ativa mínima e máxima da fonte primária do generator i ;
$Q_{g,i}$	Despacho de potência reativa do gerador i ;
$Q_{g,i}^{min}, Q_{g,i}^{max}$	Potência reativa mínima e máxima do generator i , respectivamente;
$R_{a,i}$	Resistência de armadura do gerador i ;
$VCPI_m$	Indicador global de estabilidade de tensão do sistema;
$S_{g,i}$	Potência aparente nominal do gerador i ;
$X_{s,i}$	Reatância síncrona de armadura do gerador i ;
ρ_i	Preço de contratação para o montante $P_{g,i}^{cot}$;
ϕ_i	Ângulo do fator de potência do gerador i ;
λ_i^0	Custo marginal da potência ativa do gerador i ;

Lista de Abreviações

ACL	Ambiente de Contratação Livre;
ACR	Ambiente de Contratação Regulada ;
ALM	Método do Lagrangiano Aumentado;
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica;
CCEE	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica;
CPSA	Contratos de Prestação de Serviços Ancilares;
DE	Evolução Diferencial;
DPO	Despacho de Potência Ótimo;
DPRO	Despacho de Potência Reativa Ótimo;
FPC	Fluxo de Potência Continuado;
FPO	Fluxo de Potência Ótimo;
GA	Algoritmo Genético;
GPM	Método de Gradiente Projetado;
GMRES	Método dos Resíduos Mínimos Generalizados;
GSA	<i>Gravitational search algorithm;</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronic Engineers;</i>
IGD	Distância Geracional Inversa ;
LP	<i>Linear Programming;</i>
MET	Margem de Estabilidade de Tensão;
MODE	<i>Multi-Objective Differential Evolution;</i>
MOEA/D	<i>Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition;</i>
MOEA/DD	<i>Many-Objective Optimization Algorithm Based on Dominance and Decomposition;</i>
MOGLS	<i>Multi-Objective Genetic Local Search Algorithm;</i>
NR	Newton-Raphson;
NSGA	<i>Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm;</i>
NSGA-II	<i>Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II;</i>
NSGA-III	<i>Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm III;</i>
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico;
PLD	Preço de Liquidação das Diferenças;
PMC	Ponto de Máximo Carregamento;

PSO	<i>Particle Swarm Optimization;</i>
RBF	Rede Básica de Fronteira;
RCM	Método Cuthill McKee Reverso;
RVEA	<i>Reference Vector Guided Evolutionary Algorithm;</i>
SBX	Cruzamento Binário Simulado;
SEP	Sistemas Elétricos de Potência;
SPEA	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm;</i>
TSA	Tarifa de Serviços Ancilares;
VCPI	<i>Voltage Collapse Prediction Index;</i>

Sumário

1	Introdução	22
1.1	Despacho de Potência em Sistemas Elétricos	22
1.2	Motivação e Justificativa	25
1.3	Objetivos	25
1.4	Delimitação do Trabalho	26
1.5	Contribuições	27
1.6	Publicações Relacionadas	27
1.7	Organização do Texto	28
2	Revisão Bibliográfica	29
2.1	Abordagens Mono-objetivo do Despacho de Potência Ótimo	29
2.2	Abordagens Multiobjetivo do Despacho de Potência Ótimo	32
2.3	Algoritmos de Otimização para Muitos Objetivos	34
2.4	Precificação e Custos Associados ao Despacho de Potência	37
2.5	Considerações Finais	39
3	Modelagem do Problema: Fluxo de Potência	41
3.1	Modelagem Elétrica dos Equipamentos	41
3.1.1	Gerador	41
3.1.2	Carga	41
3.1.3	Linha de Transmissão	41
3.1.4	Transformador	42
3.1.5	Banco de Capacitores/Reatores	45
3.1.6	Compensador Série	45
3.1.7	Expressões Gerais dos Fluxos	46
3.2	Algoritmo de Fluxo de Potência	49
3.2.1	Introdução ao Método de Newton-Raphson	49
3.2.2	Equacionamento Matricial do Método de Newton	51
3.2.3	Procedimento para a Resolução de Sistemas Lineares	52
3.2.4	Método de Newton-Raphson Aplicado ao Problema de Fluxo de Potência	54

3.3	Controle de Equipamentos	58
3.3.1	Controle de Tap em Transformadores	58
3.3.2	Controle de Susceptância <i>shunt</i>	60
3.3.3	Controle de Defasamento em Transformadores	62
3.3.4	Controle de Susceptância em Compensadores Série	63
3.3.5	Equacionamento Final dos Controles	65
3.4	Considerações Finais	66
4	Modelagem do Problema de Otimização: Funções Objetivos	67
4.1	Gerador Síncrono de Pólos Lisos	67
4.1.1	Custo de Oportunidade do Gerador	71
4.2	Ambiente de Transação da Energia Elétrica no Brasil	72
4.2.1	Ambiente de Transação da Energia Ativa	72
4.2.2	Ambiente de Transação da Energia Reativa	74
4.3	Metodologia para o Cálculo do Custo do Despacho de Potência	75
4.3.1	Cenário 0: Despacho de Potência Ativa	77
4.3.2	Cenário 1: Despacho de Potência Ativa e Reativa	80
4.3.3	Interpretação e Discussão da Metodologia Proposta	81
4.4	Perdas Técnicas no SEP	82
4.5	Fator de Potência em Transformadores da RBF	84
4.6	Margem de Estabilidade de Tensão - MET	85
4.6.1	Índice de Estabilidade de Tensão	86
4.7	Considerações Finais	88
5	Otimização com Muitos Objetivos	90
5.1	Relação de Dominância e Fronteira Pareto-ótima	91
5.2	Convergência e Diversidade	94
5.3	Pontos Ideal, Nadir e Máximo	95
5.4	Pontos ou Vetores de Referência	96
5.5	Algoritmo NSGA-III	97
5.5.1	Inicialização da População - Passo 2 do NSGA-III	99
5.5.2	Avaliação da População P_t - Passo 3 do NSGA-III	99
5.5.3	Recombinação e Mutação da População -Passo 5 do NSGA-III	100
5.5.4	Avaliação da População Q_t - Passo 6 do NSGA-III	104
5.5.5	Classificação das Soluções por Fronteiras de Não-Dominância - Passo 9 do NSGA-III	104
5.5.6	Seleção das Soluções - Passo 10 do NSGA-III	107
5.6	Considerações Finais	113
6	Metodologia de Otimização Para o Despacho de Potência com Muitos Objetivos	114
6.1	Problema do Despacho Ótimo com Muitos Objetivos	114

6.1.1	Variáveis de Decisão e Variáveis Dependentes	114
6.1.2	Funções Objetivo	115
6.1.3	Restrições	116
6.2	Metodologia de Otimização Para o Despacho Simultâneo de Potências Ativa e Reativa Considerando Muitos Objetivos	118
6.3	Considerações Finais	124
7	Resultados	125
7.1	Sistema IEEE-30 Barras	125
7.1.1	Custo Mínimo do Despacho de Potência Ativa para o Sistema IEEE-30 barras	126
7.1.2	Otimização Mono-Objetivo para o Sistema IEEE-30 Barras	128
7.1.3	Otimização de Muitos Objetivos para o Sistema IEEE-30 Barras	131
7.2	Sistema IEEE-57 Barras	135
7.2.1	Custo Mínimo do Despacho de Potência Ativa para o Sistema IEEE-57 barras	136
7.2.2	Otimização Mono-Objetivo para o Sistema IEEE-57 Barras	137
7.2.3	Otimização de Muitos Objetivos para o Sistema IEEE-57 Barras	140
7.3	Sistema Brasileiro - 10351 Barras	144
7.3.1	Custo Mínimo do Despacho de Potência Ativa para o Sistema Brasileiro - 10351 Barras	144
7.3.2	Otimização Mono-Objetivo para o Sistema Brasileiro - 10351 Barras	146
7.3.3	Otimização de Muitos Objetivos para o Sistema Brasileiro - 10351 Barras	156
7.4	Considerações Finais	163
8	Conclusões	164
8.1	Propostas de Continuidade	165
	Referências Bibliográficas	175
	Apêndice	176
A	Método de Solução de Sistemas Lineares	176
A.1	Permutação - Método Cuthill McKee Reverso (RCM)	177
A.2	Escalonamento pela Norma- ∞	179
A.3	Fatoração LU	180
A.4	Método dos Resíduos Mínimos Generalizados - GMRES	182
A.5	Solução do Sistema Linear	185

Introdução

1.1 Despacho de Potência em Sistemas Elétricos

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEP) são divididos em quatro grandes subsistemas: geração, transmissão, distribuição e cargas (Saadat, 1999). Normalmente, a geração de energia elétrica se obtém usando máquinas elétricas para a transformação da energia primária em energia mecânica, para, em seguida, transformá-la em energia elétrica. Por sua vez, a transmissão é encarregada do transporte da energia para centros de consumo, enquanto a adequação dos níveis de tensão e entrega de energia são realizadas pelo sistema de distribuição. Finalmente, as cargas transformam a energia elétrica em outro tipo de energia, por exemplo, térmica ou mecânica.

O gerador elétrico, através do despacho de potência, tem influência em diversos estudos do sistema, relacionados à: estabilidade de tensão (Kundur, 1994); fatores econômicos e comerciais (Banshwar et al., 2018); contingência energética e operacional (Taylor et al., 1994); perdas técnicas, planejamento e expansão de sistemas de energia (Condega, 2013), (ONS, 2020b). Os estudos das perdas técnicas e fator de potência têm sido amplamente abordadas na literatura (Granville, 1994), (Zhu, 2009), (Basu, 2016). No entanto, outros estudos como estabilidade de tensão, custos financeiros e planejamento estão em constante evolução (Banshwar et al., 2018), (de Mattos Affonso, 2004), (Tejada-Arango et al., 2019). É importante enfatizar que os critérios para tais estudos dependem das características do sistema elétrico, bem como da regulamentação de operação e comercialização de energia.

Alguns estudos têm correlações entre si, um exemplo disso são as perdas técnicas que, além de representar um indicador da eficiência do SEP, também possuem um custo financeiro (ANEEL, 2017). Outras pesquisas demonstram que atividades de planejamento da geração e expansão do sistema elétrico influenciam o estudo da estabilidade de tensão (Vilela, 2014), (de Mattos Affonso, 2004). Apesar dessas correlações, a maioria das pesquisas abordam apenas um foco de estudo, com diferentes níveis de

complexidade e técnicas de análise. Por exemplo, a estabilidade de tensão pode ser estudada em regime transitório ou permanente, em que a modelagem e análise dependem das características do sistema elétrico estudado (Kundur, 1994), (Dinesh and A.K.Singh, 2014).

Visando uma análise abrangente dos sistemas elétricos, neste trabalho aborda-se o problema do despacho de potência ótimo considerando quatro objetivos: i) minimização dos custos econômicos do despacho de potência, ii) minimização das perdas técnicas no sistema elétrico, iii) maximização da Margem de Estabilidade de Tensão (MET), e, iv) maximização do fator de potência em transformadores da Rede Básica de Fronteira (RBF). O primeiro objetivo aborda o custo econômico da energia, enquanto o segundo objetivo busca tornar o sistema mais eficiente. Por outra parte, o terceiro objetivo visa melhorar a segurança de tensão do sistema e, por fim, melhorias na qualidade do serviço de energia são esperadas com o quarto objetivo.

Os objetivos desta pesquisa têm relação com o direcionamento e a magnitude dos fluxos de potência através do SEP, sendo influenciados pelo despacho de potência. A relação entre os objetivos e o despacho de potência é brevemente descrita a seguir:

- i) Agentes de geração obtêm suas receitas com base na potência despachada e nas condições do mercado de energia elétrica. Por outro lado, do ponto de vista da concessionária de distribuição, a qual compra energia e planeja o montante do despacho de potência, há interesse em reduzir as despesas decorrentes da energia comprada do agente de geração (CCEE, 2022a). Tal relação de comercialização da energia ativa é estabelecida no mercado elétrico brasileiro. Nesse mercado, o suporte de reativo é considerado um serviço ancilar, sendo remunerado quando o gerador opera como compensador síncrono. Nesse contexto, propõe-se uma metodologia para a análise econômica do despacho de potência, tanto ativa quanto reativa, tendo em consideração a regulação de comercialização da energia ativa e o custo de oportunidade associado ao suporte de reativo.
- ii) As perdas técnicas estão relacionadas à transformação de energia elétrica em energia térmica nas linhas de transmissão (efeito joule), às perdas dielétricas e às perdas nos núcleos de transformadores (ANEEL, 2017). Sendo assim, as perdas técnicas são inerentes ao transporte de energia contudo, estas podem experimentar variações conforme o direcionamento e o montante dos fluxos de potência no sistema elétrico. Dessa maneira, muitas pesquisas têm demonstrado que é possível reduzir as perdas técnicas através do despacho de potência (Granville, 1994), (Varadarajan and Swarup, 2008).

- iii) A estabilidade de tensão pode ser analisada pela relação entre a injeção de potência reativa e a magnitude da tensão em cada barra do SEP. Mais especificamente, a estabilidade é mantida quando a magnitude da tensão aumenta com a injeção de potência reativa na barra (Kundur, 1994). Nesse sentido, o ajuste do despacho de potência reativa é uma importante estratégia para o controle de tensão e gerenciamento da disponibilidade de reservas de reativo da rede com a finalidade de aumentar a margem de estabilidade de tensão (Vilela, 2014) (Kessel and Glavitsch, 1986), (ANEEL, 2019).
- iv) No Brasil, as instalações com nível de tensão igual ou superior a 230 kV compõem a Rede Básica (RB), que possui topologia em malha com múltiplos pontos de conexão aos subsistemas de distribuição. As conexões com a RB se realizam através de transformadores redutores, que compõem a denominada Rede Básica de Fronteira (RBF) (ANEEL, 2004). Para a correta operação da RB, o operador do sistema define diversos indicadores que as concessionárias de distribuição devem atender na RBF. Um indicador a ser atendido é o fator de potência nos transformadores da RBF, que é calculado a partir dos montantes de potência injetados no subsistema de distribuição, que por sua vez dependem da estratégia do despacho de potência.

De forma sucinta, a presente pesquisa consiste em determinar o despacho de potência dos geradores de um sistema elétrico visando atender aos quatro objetivos listados anteriormente. É destacada a proposta de determinação simultânea do despacho de potências ativa e reativa, consideradas variáveis de decisão diferentemente das abordagens convencionais para o problema do despacho de potência ótimo (El-Samahy et al., 2008).

O problema do despacho de potência ótimo com muitos objetivos deve ainda respeitar as restrições operativas do sistema elétrico e seus equipamentos, tais como: o balanço de potência nos barramentos do sistema, os níveis mínimo e máximo de tensão aceitáveis, limites da geração de potência e as capacidades das linhas de transmissão. Para a resolução deste problema de otimização, é proposta uma metodologia que emprega o algoritmo genético por ordenação de frentes de dominância III (*Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm - NSGA-III*) (Deb and Jain, 2014), responsável por explorar e determinar os despachos de potência que atendam às restrições e, ao mesmo tempo, encontrem o melhor *trade-off* entre os objetivos otimizados, a partir do fluxo de potência no sistema elétrico.

A metodologia é aplicada em um sistema brasileiro de 10351 barras e nos sistemas IEEE 30 e 57 barras. Por se tratar de um problema com objetivos conflitantes, os resultados apresentados constituem um conjunto de despachos eficientes de potência para cada um dos sistemas abordados. As múltiplas soluções (despachos eficientes) obtidas pela metodologia evidenciam melhorias significativas em ao menos um dos objetivos considerados.

1.2 Motivação e Justificativa

Dada a complexa dinâmica de operação e planejamento dos sistemas elétricos, é conveniente realizar uma análise abrangente e conjunta dos múltiplos aspectos que são afetados pelo despacho de potência. No trabalho proposto, a formulação do problema é baseada na regulamentação do setor elétrico brasileiro, definindo procedimentos para aprimorar a operação e o desempenho dos sistemas elétricos no Brasil. Dessa forma, os objetivos desta pesquisa são motivados pela melhoria simultânea em eficiência, qualidade do serviço, segurança de tensão e redução de custos.

No setor elétrico brasileiro há um grande interesse na minimização das perdas técnicas e maximização da margem de estabilidade de tensão, a fim de obter melhorias em eficiência e segurança de tensão. Além disso, a maximização do fator de potência na RBF visa atender a exigência que o operador do sistema faz às companhias de distribuição para o correto funcionamento da Rede Básica.

Por outra parte, o mercado de energia elétrica no Brasil não oferece uma remuneração econômica adequada para o despacho de potência reativa, o que desestimula a prestação deste serviço. Nesse contexto, faz-se necessário o desenvolvimento de uma metodologia para mensurar o custo financeiro que o gerador experimenta pelo despacho de reativo, além de colocar em evidência os impactos que o despacho de potência reativa tem sobre os demais objetivos do problema.

1.3 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver uma metodologia que permita, através do despacho de potência, otimizar os seguintes critérios: i) minimização do custo econômico do despacho de potência; ii) minimização das perdas técnicas no sistema

elétrico; iii) maximização da margem de estabilidade de tensão; e, iv) maximização do fator de potência em transformadores da RBF.

Para a consecução do objetivo geral, são definidos os seguintes objetivos específicos:

1. Levantamento bibliográfico sobre os seguintes temas:
 - Algoritmos de otimização para muitos objetivos;
 - Regulamentação do mercado de energia elétrica do Brasil;
 - Abordagens para a resolução do problema de despacho de potência ótimo;
2. Modelagem do problema: modelos elétricos dos equipamentos em sistemas de potência, funções objetivo e restrições;
3. Implementação de um algoritmo para o cálculo de fluxo de potência em SEP;
4. Modelagem e desenvolvimento de uma metodologia para a análise econômica do despacho de potências ativa e reativa, tendo em consideração a regulamentação do mercado elétrico brasileiro;
5. Implementação de um algoritmo de otimização para muitos objetivos;
6. Implementação e aplicação da metodologia de otimização no problema do despacho de potência com muitos objetivos;
7. Validação e análises dos resultados em sistemas elétricos reais.

1.4 Delimitação do Trabalho

A metodologia de otimização apresenta as seguintes delimitações:

- O problema é modelado em regime permanente. Ou seja, a modelagem do sistema elétrico, funções objetivo e restrições, analisa comportamentos estáveis invariantes no tempo.
- A análise econômica do despacho de potência considera a regulamentação do mercado elétrico brasileiro, onde existem contratos definidos a priori. Considera-se um único agente de geração que vende energia para uma única concessionária de distribuição e, portanto, não existe competitividade entre os agentes de geração de energia.

- É utilizado um modelo simplificado do gerador síncrono. Tal modelo é aplicado a todos os geradores dos sistemas avaliados.
- Em relação aos métodos de otimização, a revisão bibliográfica foca em algoritmos evolucionários que apresentam mecanismos para a manutenção da convergência e diversidade no espaço dos objetivos.
- As variáveis de decisão são o despacho de potência ativa e reativa do gerador. Entretanto, o ajuste de outros equipamentos, como tap de transformadores e banco de capacitores, é realizado pelo algoritmo de fluxo de potência.

1.5 Contribuições

As principais contribuições do presente trabalho são:

- Desenvolvimento de uma metodologia de otimização para tratar o problema do despacho de potência com muitos objetivos.
- Proposição de uma estratégia para a exploração e determinação simultânea do despacho de potências ativa e reativa.
- Desenvolvimento de uma nova metodologia para a análise econômica do despacho de potência. Tal metodologia incorpora regras de comercialização da potência ativa no mercado elétrico brasileiro e o custo de oportunidade associado ao despacho de potência reativa.
- Desenvolvimento de um procedimento eficiente para a resolução de sistemas lineares, o qual é necessário em algoritmos de fluxo de potência.

1.6 Publicações Relacionadas

a) Artigo em revista internacional:

- Granados, J F. L.; Uturbey, W. C; Valadão, R. L.; Vasconcelos, J. A.; Many-objective Optimization of Real and Reactive Power Dispatch Problems; International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2023.

b) Publicações em congressos nacionais:

- Valadão, R. L.; Granados, J. F. L.; Ribeiro, M. F. O.; Souza, B. R. N.; Vasconcelos, J. A.; Otimização do Redespacho de Potência Objetivando a Maximização da Margem de Estabilidade de Tensão; SENDI - Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica, 2020, Vitória.
- Granados, J. F. L.; Vasconcelos, J. A.; Valadão, R. L.; Castro, W. S.; Ribeiro, M. F. O.; Modelagem de Carga via Algoritmo Genético; XXV SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, 2019, Belo Horizonte.

1.7 Organização do Texto

Este trabalho está organizado em 8 capítulos, iniciando pelo presente capítulo introdutório, onde foi contextualizado o problema, expostos os objetivos e contribuições. No Capítulo 2 são analisadas e discutidas pesquisas afins ao problema do despacho de potência ótimo. Em seguida, a modelagem de sistemas elétricos e um algoritmo para o cálculo de fluxo de potência são apresentados no Capítulo 3.

A modelagem de cada função objetivo é exposta no Capítulo 4, onde é destacada a metodologia para a análise econômica do despacho de potência. No Capítulo 5 é explicado o algoritmo evolucionário NSGA-III, responsável pela resolução do problema de otimização com muitos objetivos. Por sua vez, o Capítulo 6 apresenta a metodologia de otimização para o problema do despacho de potência com muitos objetivos. No Capítulo 7 são apresentados os resultados obtidos em um sistema brasileiro de 10351 barras e nos sistemas IEEE 30 e 57 barras. Finalmente, no Capítulo 8 são apresentadas as conclusões e as sugestões futuras para a continuidade desta pesquisa.

Revisão Bibliográfica

O problema do despacho de potência ótimo (DPO) consiste em determinar o despacho de potência ativa visando melhorar um ou mais critérios relativos ao sistema elétrico, sujeito a múltiplas restrições operacionais e de segurança. Tradicionalmente, o DPO visa a minimização das emissões de gases de efeito estufa da geração e a minimização dos custos do despacho. Por outro lado, a minimização das perdas técnicas e a maximização da margem de estabilidade de tensão do sistema são objetivos tipicamente abordados no problema do despacho de potência reativa ótimo (DPRO) (Liu et al., 2020), (Saddique et al., 2020).

A seguir, são referenciados trabalhos afins à presente pesquisa, sendo divididos em abordagens mono-objetivo e multiobjetivo. Posteriormente, uma revisão sobre a precificação e custos do despacho de potência é apresentada.

2.1 Abordagens Mono-objetivo do Despacho de Potência Ótimo

Devido à dificuldade de abordar os problemas de DPO e DPRO através de uma perspectiva abrangente, os estudos pioneiros otimizam apenas um critério relevante ao problema de despacho. Em (Lee et al., 1985), esses problemas são decompostos e resolvidos de forma iterativa, por meio da análise de sensibilidade das variáveis de decisão de cada problema. O objetivo, comum aos dois problemas, é minimizar os custos da geração de potência. Essa proposta pioneira é solucionada através do método de gradiente projetado (GPM). São apresentados resultados em sistemas de pequeno porte, onde reduções substanciais nos custos da geração são relatadas em várias condições de carregamento.

Em (Kirschen and Van Meeteren, 1988), uma abordagem de programação linear (LP) é usada para tratar sequencialmente os problemas DPO e DPRO. Inicialmente, o DPO

visa a minimização dos custos da geração e, em seguida, a minimização do desvio de tensão é objetivada pelo DPRO. Essa abordagem permite o reescalonamento dos controles de potência ativa para corrigir violações de restrição de magnitude de tensão. O autor utiliza um modelo linearizado do fluxo de potência e apresenta resultados em um sistema de 10 barras. Além de reportar resultados satisfatórios, destacam-se as características de velocidade e confiabilidade inerentes da programação linear.

Em (Granville, 1994) aplica-se o método de pontos interiores para a minimização dos custos do reativo injetado pelos bancos de capacitores e a minimização das perdas técnicas. A função objetivo é formulada como a soma ponderada desses objetivos parciais. O método de pontos interiores é baseado no algoritmo dual primal com uma função de barreira logarítmica. Os resultados reportados, em redes de grande porte, demonstram sua viabilidade. Contudo, o autor informa que, a menos que os pesos sejam apropriados, o algoritmo pode encontrar uma solução insatisfatória. Além disso, o algoritmo apresenta dificuldades no ajuste das variáveis discretas, tais como bancos de capacitores e reguladores de tensão.

Um algoritmo genético (GA) para tratar o problema do despacho de potência reativa é apresentado em (Iba, 1994). Esse trabalho objetiva a minimização de uma função composta pela soma ponderada de três critérios: violação da tensão, violação da geração de potência reativa e as perdas técnicas. Foi utilizado um algoritmo de fluxo de potência para a avaliação das soluções. Por fim, o algoritmo foi testado em sistemas de 51 e 224 barras, onde mostrou resultados promissores.

Em (Abido, 2002), um algoritmo de otimização por enxame de partículas (*Particle Swarm Optimization* - PSO) foi adaptado para a solução do Fluxo de Potência Ótimo (FPO). O algoritmo foi avaliado para várias agregações de três funções objetivo: i) minimização do custo da geração; ii) minimização do desvio de tensão; iii) maximização da estabilidade de tensão. Destaca-se que o cálculo do custo da potência ativa é formulado como uma função quadrática. Por outro lado, a estabilidade de tensão é estimada através de um índice de estabilidade, sendo calculado nas barras do sistema. O algoritmo desenvolvido foi aplicado em um sistema de pequeno porte, reportando resultados eficientes.

Um algoritmo de Evolução Diferencial (DE) para a minimização de perdas técnicas é proposto em (Varadarajan and Swarup, 2008). O autor emprega o método de penalidades para o tratamento das restrições, uma delas é a estabilidade de tensão, sendo estimada mediante um índice. O fluxo de potência na rede é calculado usando

o método de Newton-Raphson, a partir do qual é avaliada a factibilidade e aptidão de uma solução. Os resultados obtidos na avaliação de sistemas padrão do *Institute of Electrical and Electronic Engineers* (IEEE) demonstram que o algoritmo conseguiu respeitar as restrições impostas e otimizar os objetivos formulados.

Em (Aghaei et al., 2012), é proposta a maximização da margem de estabilidade através do despacho de potência e equipamentos controláveis na rede. A margem é calculada por um algoritmo de Fluxo de Potência Continuado (FPC), caracterizado por: i) ajustar a geração de potência dentro dos limites, ii) realizar o controle de compensadores séries e estáticos, iii) adotar o modelo polinomial para as cargas; e iv) as cargas têm fator de potência constante, sendo simulado por meio de uma restrição. Os resultados mostram melhorias substanciais da MET e do perfil de tensão do sistema. Desse modo, o autor demonstrou a importância que têm os equipamentos controláveis para a maximização da MET. Os resultados apresentados correspondem a um sistema real de médio porte.

Em (Shaw et al., 2014), o problema DPRO é solucionado através de um algoritmo de busca gravitacional (GSA). São apresentados detalhes e particularidades do GSA, como o salto geracional para a exploração de soluções. Igual a outros trabalhos, o GSA calcula a aptidão de uma solução a partir dos resultados de fluxo de potência. O problema avalia três objetivos separadamente, a saber, maximização da MET, minimização das perdas técnicas e minimização do desvio de tensão. O algoritmo foi testado nos sistemas IEEE 30, 57, 118-barras. Testes estatísticos indicam robustez e eficiência computacional do algoritmo, além de obter melhorias em comparação com outros resultados da literatura.

Uma proposta eficiente para tratar as variáveis discretas do problema DPRO é apresentada em (Tófoli et al., 2018). Nesse trabalho é utilizado o método de pontos interiores/exteriores e uma função de penalidade senoidal. Tal função permite lidar com variáveis discretas, contudo, deve-se usar uma estratégia de correção de inércia para que apenas mínimos locais sejam obtidos para os problemas penalizados. Além disso, a partir da composição das direções calculadas nos passos de predição e correção, novas direções de busca são propostas. Os resultados, apresentados para os sistemas IEEE 14, 30, 57-barras mostram que o método de pontos exteriores possui ganhos computacionais em termos de iterações e tempo.

Por fim, um algoritmo de evolução diferencial com faixa adaptativa para a resolução do problema DPRO é proposto em (Niu et al., 2021). O mecanismo de adaptação dos

parâmetros do algoritmo DE utiliza as probabilidades de sucesso e falha obtidas por diversas estratégias de combinação de soluções. A função objetivo é a minimização das perdas técnicas do sistema. São reportados resultados em um sistema de 41 barras com geração eólica, no qual variáveis discretas e contínuas são consideradas. Os resultados mostram convergência rápida e robustez do algoritmo, em comparação com outros algoritmos da literatura.

2.2 Abordagens Multiobjetivo do Despacho de Potência Ótimo

Em (de Vasconcelos et al., 2002) foi abordado o problema DPO por meio de um algoritmo *Nondominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA) com o método de elitismo *Parks & Miller* para o mapeamento das soluções não-dominadas. As funções objetivo do problema são a minimização de perdas técnicas e a minimização do desvio de tensão. Os resultados reportados, no sistema IEEE-30 barras, mostram o mapeamento satisfatório das soluções não-dominadas no espaço dos objetivos. Dessa forma, foi demonstrada a capacidade dessa proposta pioneira para abordar múltiplas funções objetivo de maneira independente e sem a necessidade de agregação.

Um algoritmo NSGA também foi explorado em (Abido, 2006), onde seus resultados foram comparados com o *Strength Pareto Evolutionary Algorithm* (SPEA). Nesse trabalho objetiva-se a minimização do custo da geração de energia e a minimização das emissões dos gases de efeito estufa da geração termelétrica. Os algoritmos desenvolvidos são testados no sistema IEEE-30 barras, onde o SPEA reporta menor esforço computacional e maior diversidade das soluções não-dominadas.

Um algoritmo que utiliza técnicas de lógica difusa e ponderação de objetivos para mapear o conjunto Pareto é apresentado em (Varadarajan and Swarup, 2008). O algoritmo proposto, *Multi-Objective Differential Evolution* (MODE), se aplica aos problemas de despacho de potências ativa e reativa, aos quais são atribuídas diferentes funções objetivo. Sendo assim, a minimização do desvio de tensão e a minimização das perdas técnicas são objetivos atribuídos ao despacho de reativo, enquanto o despacho de potência ativa visa a minimização do custo de geração e das emissões de gases de efeito estufa do gerador. Os resultados obtidos pelo MODE são similares aos reportados pelos algoritmos SPEA e NSGA, desenvolvidos em (Abido, 2006).

Em (Zhang and Liu, 2008) é utilizado o algoritmo *particle swarm optimization* (PSO) para a otimização de três objetivos: i) minimização das perdas técnicas; ii) minimização do desvio de tensão; iii) maximização da margem de estabilidade da tensão. Da mesma maneira que em (Abido, 2002), a margem de estabilidade de tensão é estimada usando o índice de estabilidade “L” (Kessel and Glavitsch, 1986). O problema multiobjetivo é transformado em um problema mono-objetivo mediante teoria de conjuntos difusos, em consequência, é criada uma função pseudobjetivo onde são incluídas as restrições do problema. O algoritmo usa mecanismos para a codificação e decodificação difusa das funções, em contrapartida, não são utilizados métodos de dominância Pareto. O algoritmo PSO foi aplicado no sistema IEEE-30 barras, onde foram determinadas melhorias substanciais no desvio de tensão.

O algoritmo de otimização *Nondominated Sorting Genetic Algorithm - II* (NSGA-II) é aplicado em (Jeyadevi et al., 2011). Os objetivos são a minimização das perdas técnicas e a maximização da margem de estabilidade de tensão. Para a classificação das soluções é implementado um elitismo controlado com o propósito de monitorar a diversidade genética do conjunto de soluções não-dominadas. A metodologia emprega o *software* MATPOWER 3.0 para o cálculo de fluxo de potência do sistema elétrico. Os resultados apresentam baixa variância, indicando que o algoritmo NSGA-II com elitismo controlado é consistente na exploração do espaço de busca.

Em (Niknam et al., 2012) é apresentado um modelo e abordagem similar à aplicada em (Zhang and Liu, 2008). Porém, uma diferença notável é que em (Niknam et al., 2012) se propõe um procedimento para garantir a convergência do algoritmo de fluxo de potência, que também respeita os limites da geração de potência. É realizada a otimização mono-objetivo do problema DPO, então cada solução (mono-objetivo) é utilizada no processo multiobjetivo. Os resultados, comparados com vários algoritmos da literatura, mostram melhorias significativas das soluções tanto na convergência quanto na diversidade das soluções no espaço dos objetivos.

Outra abordagem multiobjetivo para o despacho ótimo de reativo é apresentada em (Basu, 2016). Nesse trabalho, o algoritmo MODE realiza a classificação das soluções por meio de frentes de dominância. Três objetivos foram considerados: minimização de perdas, minimização do desvio de tensão e, maximização da margem de estabilidade de tensão. Esta última é estimada através do índice de estabilidade “L” (Kessel and Glavitsch, 1986). Inicialmente, cada objetivo é otimizado individualmente para encontrar as soluções ou extremos do conjunto Pareto aproximado. A partir dos resultados

obtidos em sistemas padrões do IEEE, conclui-se que o algoritmo MODE aprimora a diversidade das soluções, em comparação com o algoritmo SPEA-2.

Um modelo aprimorado do problema de fluxo de potencia ótimo é apresentado em (Araujo et al., 2020). Nesse modelo, diferentes tipos de geração são avaliados sob diversos cenários de carregamento dos sistemas elétricos. São definidos três objetivos: i) minimização dos custos da geração de potência ativa, ii) minimização das emissões de gases de efeito estufa produzidas pela geração termelétrica e, iii) minimização das perdas técnicas no sistema. Para solucionar o problema, propõe-se o algoritmo NSGA-II com mecanismos adaptativos de recombinação e mutação, além da utilização de um algoritmo probabilístico para o cálculo do fluxo de potência. O NSGA-II é testado com várias combinações de duas funções objetivo. São apresentados resultados para os sistemas IEEE 30 e 118-barras, onde é constatada a redução de emissões enquanto incrementa drasticamente o custo do despacho de fontes renováveis. Além disso, a minimização das perdas técnicas mostra-se particularmente conflitante com os outros dois objetivos considerados.

2.3 Algoritmos de Otimização para Muitos Objetivos

Na literatura não foram encontradas pesquisas que abordem o problema do despacho de potência ótimo com muitos objetivos, isto é, considerando quatro ou mais funções objetivo otimizadas concomitantemente. Portanto, nesta subseção são referenciados os principais algoritmos para abordar problemas generalizados com muitos objetivos, que servem para apoio ao método de otimização proposto nesse trabalho.

Inicialmente, é importante destacar que a classificação entre algoritmos multiobjetivos (dois ou três objetivos) e com muitos objetivos (quatro ou mais objetivos) se faz necessária devido aos mecanismos aprimorados que os algoritmos com muitos objetivos usam para obter um conjunto de soluções com *boa* diversidade e convergência. Isso porque conforme o número de objetivos aumenta, os algoritmos de otimização tradicionais apresentam dificuldades devido ao alto índice de soluções não-dominadas, o que gera perda de pressão seletiva e dificuldade na tomada de decisão (Farah Maia, 2020), (Ishibuchi et al., 2008).

Em (Ishibuchi and Murata, 1998) é proposto o *Multi-Objective Genetic Local Search Algorithm* (MOGLS) para problemas de otimização com muitos objetivos. Os autores

propõem um procedimento de seleção (chamado de busca local) que consiste em comparar as soluções próximas de uma solução candidata, tendo como critério o valor de aptidão. Então, a solução com maior aptidão continua na próxima geração do processo evolutivo. A aptidão é calculada pela soma ponderada de todos os valores objetivo, onde cada um deles recebe aleatoriamente um peso/prioridade. Dessa forma, a seleção é guiada pelos pesos de cada objetivo. São apresentados resultados satisfatórios para problemas de programação de operações *flowshop* com 2 e 3 objetivos. Nesse trabalho pioneiro não há evidência suficiente do desempenho do algoritmo em problemas com mais de 3 objetivos. No entanto, trabalhos posteriores estenderam a aplicação desse algoritmo para problemas com mais de 3 objetivos (Jaszkiewicz, 2002), que ainda na década de 2000 eram referenciados como problemas multiobjetivo.

O algoritmo *Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition* (MOEA/D) é o primeiro algoritmo da literatura que consegue lidar de forma mais eficaz com problemas de otimização com muitos objetivos. Esse algoritmo realiza a decomposição do espaço dos objetivos para tratar N subproblemas mono-objetivo (Zhang and Li, 2007). Assim, a decomposição é elaborada através de N vetores distribuídos uniformemente no espaço, onde existe igual número de soluções candidatas. A ideia fundamental é encontrar uma solução para cada subproblema de forma a minimizar a penalidade baseada nos limites de interseção (PBI). O PBI avalia duas distâncias que, quando minimizadas, aprimoram a convergência e diversidade do conjunto de soluções do problema com muitos objetivos. Por último, destaca-se que cada subproblema é resolvido através da interação das soluções vizinhas. O autor utiliza a métrica “C” para avaliar a convergência das soluções obtidas, enquanto a diversidade é avaliada através da métrica “D”. Os resultados, obtidos em problemas com 3 objetivos, mostram que o MOEA/D aprimora a diversidade das soluções em relação aos resultados obtidos pelo MOGLS e NSGA-II. Computacionalmente, o esforço do MOEA/D aumenta linearmente com a quantidade de variáveis do problema, porém, ainda é menor que o esforço computacional do MOGLS e NSGA-II.

Dado o sucesso da estratégia de decomposição na abordagem de problemas de otimização com muitos objetivos, outros trabalhos buscaram combinar a ordenação de frentes de dominância. Dentre esses, o algoritmo *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm III* (NSGA-III) prioriza a convergência das soluções e depois, a diversidade entre essas (Deb and Jain, 2014). Isso porque o procedimento de seleção das soluções do NSGA-III consiste, sucintamente, na ordenação dessas por frentes de não-dominância e na preservação de nichos, através de uma estratégia baseada na decomposição do

espaço objetivo. A ordenação por frentes é idêntica à apresentada no algoritmo NSGA-II. Por outro lado, a preservação de nichos refere-se à associação de soluções em uma determinada região do espaço objetivo, onde idealmente deveria haver pelo menos uma solução. A associação é baseada na distância de nichos, valendo-se de pontos de referência no espaço dos objetivos normalizados. O NSGA-III é aplicado a vários problemas de teste com 3 a 15 objetivos, seus resultados são comparados com duas versões do MOEA/D. A métrica da distância geracional inversa (IGD), a qual fornece uma informação sobre a convergência e diversidade das soluções obtidas, aponta a que o NSGA-III apresenta melhorias substanciais em determinados problemas. Cabe ressaltar que o NSGA-III exige um elevado esforço computacional, sendo influenciado drasticamente pelo número de objetivos e soluções do problema.

As estratégias de dominância e decomposição do espaço de objetivos também são combinadas no algoritmo *Many-Objective Optimization Algorithm Based on Dominance and Decomposition* (MOEA/DD) (Li et al., 2015). Tal algoritmo realiza a decomposição e separação (por sub-regiões) do espaço dos objetivos para otimizar um subproblema por vez. Ao inserir uma nova solução deve-se efetuar a atualização das frentes de não-dominância. Logo, a escolha da solução a ser descartada avalia várias condições com base na contagem de soluções por subregião (igual ao NSGA-III) e nos valores PBI das soluções em seu nicho de referência (igual ao MOEA/D). O propósito inicial do processo de eliminação é favorecer a manutenção da diversidade do conjunto de soluções atuais. A competitividade do MOEA/DD foi constatada por meio das métricas de hipervolume (HV) e IGD, obtidas em problemas restritos de até 15 objetivos.

Por outro lado, o algoritmo *Reference Vector Guided Evolutionary Algorithm* (RVEA) (Cheng et al., 2016) usa vetores de referência não apenas para decompor o problema original em muitos subproblemas mono-objetivo, mas também para guiar as preferências de um subconjunto da frente de Pareto. Em cada iteração é realizado o ajuste dos vetores de referência conforme os valores objetivo das soluções atuais. O autor propõe a distância penalizada por ângulo (APD) para melhorar a convergência e diversidade (métrica similar ao PBI do MOEA/D). O algoritmo RVEA é altamente competitivo em comparação com outros 5 algoritmos, incluindo o MOEA/D, NSGA-III e MOEA/DD. Os resultados de hipervolume sugerem melhorias principalmente nos problemas da família DTLZ e WFG com 8 e 10 objetivos.

Como relatado na literatura, embora os algoritmos para muitos objetivos tenham sucesso em diversos problemas, é inerente que à medida que o número de objetivos aumenta, a maioria das soluções pode ser incomparável (não-dominadas entre si)

desde as primeiras iterações dos algoritmos, fazendo com que a perda de pressão seletiva não permita a *evolução* das soluções e, portanto, o conjunto de soluções obtido não seja ótimo. Com o aumento da dimensionalidade do espaço objetivo, também são necessárias mais soluções para efetuar uma *boa* aproximação da fronteira Pareto, causando problemas nas métricas de diversidade e elevando o esforço computacional, bem como a dificuldade de visualização das soluções pelo tomador de decisões.

2.4 Precificação e Custos Associados ao Despacho de Potência

A análise econômica do despacho de potência merece atenção especial, uma vez que cada país estabelece seu próprio mercado de energia elétrica (Banshwar et al., 2018) (Wolgast et al., 2022). No Brasil, o setor elétrico estabelece que o preço da energia ativa é definido em contratos assinados entre agentes de geração e concessionárias de distribuição. Os contratos assinados tanto no Ambiente de Contratação Regulada (ACR) quanto no Ambiente de Contratação Livre (ACL) devem ser registrados na Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE), a qual realiza a apuração e liquidação da energia (CCEE, 2022a), (Pinguelli Rosa et al., 2013).

Por sua vez, a remuneração pela energia reativa é estabelecida caso o gerador opere como compensador síncrono, isto é, quando existe somente a geração ou absorção de reativo. Sendo assim, é assinado um Contrato de Prestação de Serviços Ancilares (CPSA) (ONS, 2019a), ou seja, o serviço do suporte de reativos considera-se um serviço complementar aos serviços principais que, na segmentação brasileira, são caracterizados pela geração, transmissão, distribuição e comercialização (INEE, 2006). É importante destacar que o suporte de reativos é requerido para um eventual benefício como o controle e segurança de tensão do sistema, bem como em melhorias da qualidade do serviço (Banshwar et al., 2018), (ONS, 2019a).

Certamente, o processo de comercialização e liquidação da energia é uma atividade complexa que envolve diversas entidades privadas e governamentais. Portanto, nesta tese, o cálculo do custo do despacho de potência é baseado em um modelo simplificado que considera as principais regulações do setor elétrico brasileiro, conforme apresentado na Seção 4.2.

Além da ausência de um mercado regulado de energia reativa, o mercado brasileiro de energia elétrica não oferece remuneração adequada para o despacho de energia

reativa. Nesse contexto, não existem estímulos para produção de potência reativa, pois além de não ser devidamente remunerada, ocasiona custos para a usina geradora. A seguir, são apresentadas pesquisas relacionadas aos custos da potência reativa.

Um trabalho pioneiro sobre o custo da potência reativa é apresentado em (Lamont and Fu, 1999). Nesse trabalho, são analisados os custos implícitos e explícitos do suporte de reativos em três fontes: gerador, compensador *shunt* e transformador com tap ajustável. Para os compensadores *shunt* e transformadores existem custos explícitos pela operação de chaveamento. Por sua vez, para o gerador, os custos explícitos são definidos com base no fator de potência e no preço de mercado, enquanto seus custos implícitos correspondem ao custo de oportunidade. Nesse trabalho, o custo de oportunidade foi definido como o valor econômico do uso da capacidade alternativa de reativo (Q), que é dado pelo lucro do ativo (P) que não pode ser alcançado sob a produção de Q .

Um modelo de mercado competitivo, que considera a potência ativa e reativa, é apresentado em (Almeida and Senna, 2011). Neste trabalho é proposto um problema de otimização em dois níveis: a minimização do custo de oportunidade e a minimização do preço total da potência ativa. O problema converge com o equilíbrio desses critérios, ou seja, quando é encontrado o despacho econômico tanto da potência ativa quanto da reativa, sendo que o custo de oportunidade é o principal componente econômico associado ao despacho de potência reativa. Também é apresentada uma interessante formulação do custo de oportunidade do gerador, que, no contexto de mercado, é associado à perda de lucro que um gerador experimenta quando sua capacidade de despachar potência ativa é reduzida a fim de produzir potência reativa. Especificamente, o custo de oportunidade do gerador é formulado como a diferença de dois lucros: i) lucro pela potência ativa despachada, sem que exista produção de potência reativa e, ii) lucro pela potência ativa despachada quando existe geração de reativo. Vale mencionar que o primeiro lucro é resultado da minimização do valor econômico da potência ativa.

Em (Reddy et al., 2011) é abordado o problema DPRO com três objetivos: minimização de perdas técnicas, maximização da margem de estabilidade e, minimização do pagamento da potência reativa. A MET é estimada através de um indicador de estabilidade, enquanto o pagamento pelo reativo é dado pela somatória do custo de disponibilidade, o custo de perdas técnicas no gerador e o custo de oportunidade. Esses custos são calculados com base na região da curva de capacidade do gerador, onde são conhecidos os coeficientes para determinar cada custo em função da potência

reativa gerada. Dessa proposta, vale destacar a inclusão do custo das perdas técnicas no gerador, assim como o custo de oportunidade calculado a partir do despacho de reativo no caso base (despacho atual). Certamente, a proposta apresentada em (Reddy et al., 2011) é desenvolvida em um mercado de potência reativa.

Uma visão abrangente das características e dificuldades dos mercados de energia reativa é apresentada em (Wolgast et al., 2022). Inicialmente, são apresentados conceitos sobre os componentes, custos e preços relacionados aos mercados de energia reativa. São descritas diversas abordagens para o *design* de mercados de energia reativa, tanto no nível local quanto no nível do operador do sistema. Além disso, são descritas as características dos mercados em vários países, mostrando que não há um senso comum. Nesse trabalho de revisão são discutidas tendências, dificuldades e recomendações para futuras pesquisas e *design* de mercados de energia reativa.

Por fim, cabe mencionar que a maioria dos trabalhos da literatura considera a remuneração ou existência de um mercado regulado de energia reativa (El-Samahy et al., 2008), (Ahmadi and Foroud, 2013), (Jay and Swarup, 2021). Certamente, em países desenvolvidos, tal mercado é uma realidade (Banshwar et al., 2018), (Wolgast et al., 2022).

2.5 Considerações Finais

A presente revisão bibliográfica evidenciou que os algoritmos de otimização, determinísticos e estocásticos, têm a capacidade de estabelecer melhorias em sistemas elétricos por meio do ajuste da potência despachada.

Diversas pesquisas fazem uso de indicadores de estabilidade de tensão com baixo custo computacional para estimar a MET do sistema. De acordo com os modelos de otimização da literatura consultada, o fluxo de potência é formulado por um conjunto de restrições de igualdade, o que representa um desafio para determinar a factibilidade de uma solução. Em razão disso, muitos algoritmos de otimização utilizam métodos determinísticos para o cálculo de fluxo de potência e, em seguida, avaliar a factibilidade de uma solução.

A análise econômica do gerador elétrico é uma atividade complexa, pois além de depender da regulamentação do mercado, precisa considerar o acoplamento entre a produção de potência ativa e reativa (curva de capacidade) no próprio gerador. No

mercado brasileiro, a precificação da energia ativa é definida por contratos firmados entre os agentes geradores e as concessionárias de distribuição, enquanto não há precificação para a energia reativa.

Os custos da potência ativa dependem das características construtivas do gerador e das matérias primas para a geração (Araujo et al., 2020). Nesse sentido, é importante destacar que a matriz energética do Brasil é composta principalmente por usinas hidrelétricas (Pinguelli Rosa et al., 2013). Por outro lado, o maior impacto da produção do reativo está associado à oportunidade perdida pela não atuação no mercado de energia ativa, e também, devido ao custo das perdas técnicas no próprio gerador (Ahmadi and Foroud, 2013), (Senna, 2009), (Basu, 2016).

O custo de oportunidade surge quando o aumento do despacho de potência reativa causa uma redução da potência ativa, o que conduz a que a receita do gerador seja menor à inicial (antes do incremento no despacho de reativo). Tal custo pode ser calculado tanto em mercados regulados como em desregulados, porém, o cálculo é mais elaborado em mercados desregulados.

Modelagem do Problema: Fluxo de Potência

Este capítulo apresenta o método de Newton-Raphson para o cálculo de fluxo de potência em sistemas elétricos. Inicialmente, são apresentados os modelos elétricos dos equipamentos e, em seguida, é explicado o método de Newton-Raphson. Por fim, são apresentados os controles de tensão e potência ativa por parte de equipamentos ajustáveis, os quais têm dado origem aos chamados *Flexible AC Transmission System* (FACTS) (Sen and Sen, 2009).

3.1 Modelagem Elétrica dos Equipamentos

3.1.1 Gerador

Na análise de fluxo de potência em regime permanente, o gerador síncrono é considerado como uma fonte constante de tensão e potência.

3.1.2 Carga

O modelo potência constante é recomendado para a modelagem de cargas em análises de fluxo de potência, estudos de estabilidade de tensão e atividades de planejamento (ONS, 2018), (Taylor et al., 1994). Portanto, tal modelo é adotado para as cargas.

3.1.3 Linha de Transmissão

O modelo equivalente π de uma linha de transmissão é representado na Figura 3.1. Esse modelo é caracterizado pela susceptância capacitiva em conexão paralela b_{km}^{sh} e a impedância série z_{km} , sendo z_{km} representada pela resistência r_{km} e reatância x_{km}

(Monticelli, 1983). A admitância série y_{km} é obtida por meio da Equação 3.1, onde os termos g_{km} e b_{km} , são a condutância e susceptância, respectivamente.

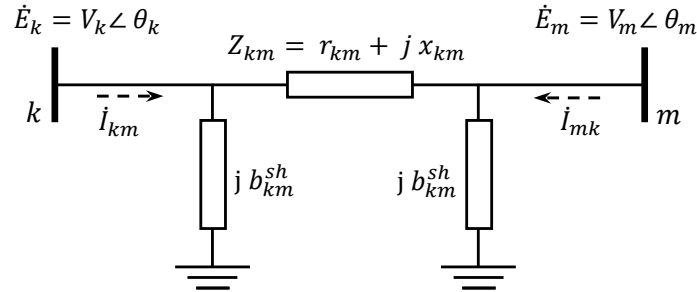


Figura 3.1: Modelo π de uma linha de transmissão. Adaptada de (Monticelli, 1983).

$$y_{km} = g_{km} + jb_{km} = Z_{km}^{-1} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} - j \frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (3.1)$$

As correntes nas duas extremidades da linha, I_{km} e I_{mk} , são expressas em função da matriz de admitância \tilde{Y} da linha de transmissão e o vetor de tensão \vec{E} , conforme a Equação 3.2. A notação (\cdot) indica valor complexo \mathbb{C} , que por se tratar de uma grandeza variante no tempo com frequência angular conhecida, pode ser escrito como fasor da seguinte forma: $\dot{E} = V \angle \theta$.

$$\vec{I} = \tilde{Y} \vec{E} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{km} \\ \dot{I}_{mk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{kk} & \dot{Y}_{km} \\ \dot{Y}_{mk} & \dot{Y}_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_k \\ \dot{E}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{km} + jb_{km}^{sh} & -y_{km} \\ -y_{km} & y_{km} + jb_{km}^{sh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_k \\ \dot{E}_m \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

3.1.4 Transformador

A Figura 3.2 mostra o diagrama unifilar do transformador representado pela admitância série y_{km} e o transformador ideal com relação de transformação $t : 1$, em que o ponto p representa uma barra virtual. É importante observar que a Figura 3.2 apresenta a relação de transformação t no lado primário k , enquanto a admitância y_{km} é localizada no lado secundário m do transformador. Cabe mencionar que existem outras três representações do transformador: admitância no lado secundário considerando a relação de transformação $1 : t$, admitância no lado primário considerando a relação $1 : t$ e por fim, admitância no lado primário considerando a relação $t : 1$.

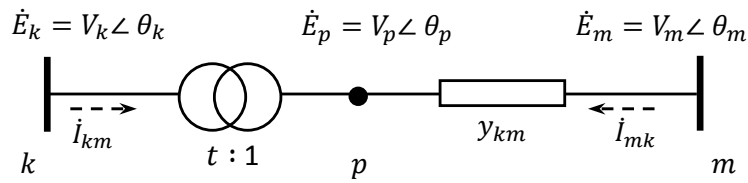


Figura 3.2: Diagrama unifilar do transformador.

Transformador em fase ($t = n$)

No transformador em fase, a relação de transformação t denota um número real dado por $n > 0$ ($t = n$). Assim, o diagrama unifilar do transformador em fase é apresentado na Figura 3.3, onde a tensão em p tem magnitude $V_p = V_k/n$ e ângulo $\theta_p = \theta_k$ (transformador ideal). Mais especificamente, a relação de tensão dos nós k e p é dada pela Equação 3.3.

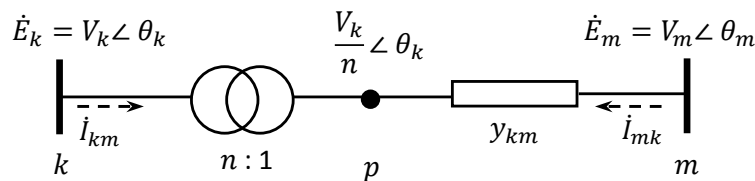
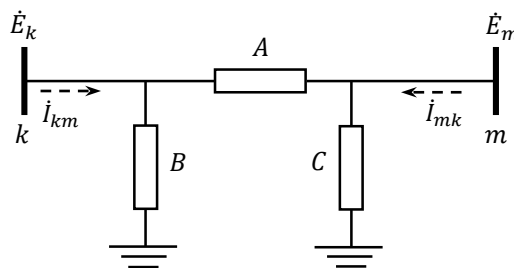


Figura 3.3: Diagrama unifilar do transformador em fase.

$$\frac{V_p \angle \theta_p}{V_k \angle \theta_k} = \frac{1}{n} \quad (3.3)$$

Na Figura 3.4 é ilustrado o circuito equivalente π do transformador em fase, em que as admitâncias A , B , e C são calculadas pelas Equações 3.4. Portanto, as correntes em ambos os sentidos, I_{km} e I_{mk} , são determinadas pela Equação 3.5.

Figura 3.4: Modelo equivalente π do transformador em fase.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{y_{km}}{n} \\
 B &= \frac{(1/n - 1)}{n} y_{km} \\
 C &= (1 - 1/n) y_{km}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{km} \\ \dot{I}_{mk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B & -A \\ -A & A + C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_k \\ \dot{E}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_{km}}{n^2} & -\frac{y_{km}}{n} \\ -\frac{y_{km}}{n} & y_{km} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_k \\ \dot{E}_m \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

Por fim, o impacto de n é analisado nos seguintes casos:

- Se $n = 1$, então $B = C = 0$ e o modelo π se reduz à admitância série A ;
- Se $n > 1$, então B é do tipo capacitivo e C é do tipo indutivo. A tendência é V_k aumentar e V_m reduzir.
- Se $0 < n < 1$, então B é do tipo indutivo e C é do tipo capacitivo. A tendência é V_k diminuir e V_m aumentar.

Transformador defasador ($t = ne^{-j\phi}$)

A relação de transformação t é um número complexo $ne^{-j\phi}$ ($t = ne^{-j\phi}$) no caso do transformador defasador. O diagrama unifilar do transformador defasador é apresentado na Figura 3.5, em que a tensão em p tem magnitude $V_p = V_k/n$ e ângulo $\theta_p = \theta_k + \phi$. A Equação 3.6 define a relação de transformação dos nós k e p . Dessa forma, as correntes \dot{I}_{km} e \dot{I}_{mk} do transformador defasador são dadas pela Equação 3.7.

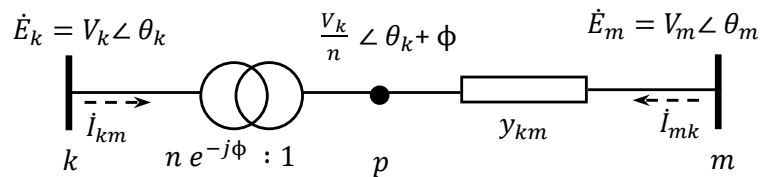


Figura 3.5: Diagrama unifilar do transformador defasador.

$$\frac{V_p \angle \theta_p}{V_k \angle \theta_k} = \frac{1}{t} = \frac{1}{ne^{-j\phi}} \tag{3.6}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{km} \\ \dot{I}_{mk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{kk} & Y_{km} \\ Y_{mk} & Y_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_k \\ \dot{E}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_{km}}{n^2} & -\frac{y_{km}}{n} e^{-j\phi} \\ -\frac{y_{km}}{n} e^{j\phi} & y_{km} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_k \\ \dot{E}_m \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

A relação de transformação $t = ne^{-j\phi}$ (sendo $n \neq 1$) afeta não só o fluxo de potência ativa, mas também o fluxo de reativo, pois a tensão dos terminais é modificada (Monticelli, 1983). Sendo assim, o transformador defasador é comumente usado para o controle do fluxo de potência ativa (entre os nós $k - m$) por meio do ajuste da defasagem ϕ (Ramamoorthy and Toma, 2016).

3.1.5 Banco de Capacitores/Reatores

Na Figura 3.6 é ilustrada a conexão *shunt* da susceptância b_k^{sh} . A corrente injetada na barra de conexão k é dada pela Equação 3.8, onde b_k^{sh} assume um valor positivo para representar um banco de capacitores. Por outro lado, para a representação de um reator, b_k^{sh} assume um valor negativo.

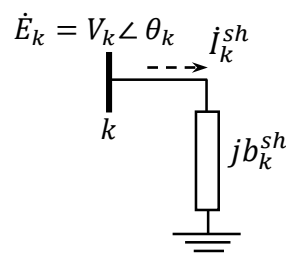


Figura 3.6: Diagrama de conexão *shunt* de uma susceptância.

$$\dot{I}_k^{sh} = jb_k^{sh} \dot{E}_k \quad (3.8)$$

Banco de capacitores e reatores, em conexão *shunt* ou paralela, são comumente usados para o controle de tensão ou correção do fator de potência por meio da injeção de reativo. Mais especificamente, à medida que há injeção reativo, espera-se o aumento de tensão na barra de conexão (Sen and Sen, 2009). Por fim, através da Equação 3.9 é possível calcular a potência reativa injetada pela susceptância b_k^{sh} .

$$Q_k^{sh} = b_k^{sh} V_k^2 \quad (3.9)$$

3.1.6 Compensador Série

O diagrama do compensador série conectado entre a k -ésima e m -ésima barra é mostrado na Figura 3.7, onde um reator X_L é controlado pelos tiristores T_{csc} e conectado

em paralelo à reatância capacitiva X_c . A função dos tiristores é inserir ou remover rapidamente o reator. Em estudos de fluxo de potência, o compensador é comumente modelado pela susceptância série b_{km} , obtida pelo circuito equivalente da reatância de X_L e X_c em estado estacionário (Eremia and Nilsson, 2016). Dessa maneira, a matriz de admitância do compensador é apresentada na Equação 3.10.

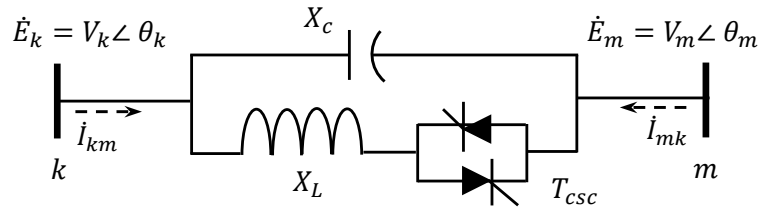


Figura 3.7: Diagrama do compensador série. Adaptado de (Eremia and Nilsson, 2016).

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{km} \\ \dot{I}_{mk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jb_{km} & -jb_{km} \\ -jb_{km} & jb_{km} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_k \\ \dot{E}_m \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Por fim, vale mencionar que este equipamento pode ser usado para o controle de potência ativa ou magnitude de corrente entre seus terminais (Eremia and Nilsson, 2016).

3.1.7 Expressões Gerais dos Fluxos

Usando a formulação de potência aparente $S_{km}^* = E_k^* \dot{I}_{km} = P_{km} - jQ_{km}$, são determinadas as expressões gerais dos fluxos de potência ativa P_{km} e reativa Q_{km} , conforme as Equações 3.11a-3.11b.

$$P_{km} = g_{km} \left(\frac{V_k}{n_{km}} \right)^2 - \frac{V_k V_m}{n_{km}} g_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) - \frac{V_k V_m}{n_{km}} b_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) \quad (3.11a)$$

$$Q_{km} = -(b_{km} + b_{km}^{sh}) \left(\frac{V_k}{n_{km}} \right)^2 + \frac{V_k V_m}{n_{km}} b_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) - \frac{V_k V_m}{n_{km}} g_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) \quad (3.11b)$$

Igualmente, as expressões gerais dos fluxos de potência ativa e reativa, no sentido $m-k$, são apresentadas nas Equações 3.12a e 3.12b. Por fim, na Tabela 3.1 são resumidas as características dos equipamentos.

$$P_{mk} = g_{km} V_m^2 - \frac{V_k V_m}{n_{km}} g_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) + \frac{V_k V_m}{n_{km}} b_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) \quad (3.12a)$$

$$Q_{mk} = -(b_{km} + b_{km}^{sh}) V_m^2 + \frac{V_k V_m}{n_{km}} b_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) + \frac{V_k V_m}{n_{km}} g_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) \quad (3.12b)$$

Tabela 3.1: Características gerais dos equipamentos série.

Equipamento	n_{km}	ϕ_{km}	b_{km}^{sh}	b_{km}
Linha de transmissão	1	0	$\neq 0$	$\neq 0$
Transformador em fase	$\neq 1$	0	$\neq 0$	$\neq 0$
Transformador defasador puro	1	$\neq 0$	0	$\neq 0$
Transformador defasador	$\neq 1$	$\neq 0$	0	$\neq 0$
Compensador série	1	0	0	$\neq 0$

Na Figura 3.8 é ilustrada a convenção de sinais para as correntes na k -ésima barra. De acordo com essa convenção, a expressão geral de injeção de corrente \dot{I}_k na barra é formulada pela Equação 3.13, onde Ω_k é o conjunto de barras adjacentes à k -ésima barra.

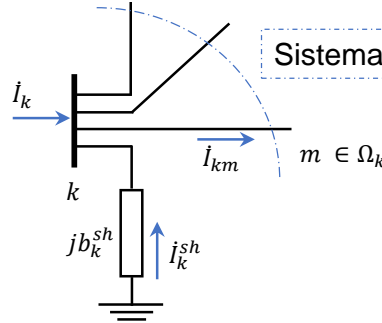


Figura 3.8: Convenção de sinais para as correntes. Adaptada de (Monticelli, 1983).

$$\dot{I}_k = \left[j b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} \left(j b_{km}^{sh} + \frac{y_{km}}{n_{km}^2} \right) \right] \dot{E}_k + \sum_{m \in \Omega_k} \left(-\frac{y_{km}}{n_{km}} e^{-j\phi_{km}} \right) \dot{E}_m \quad (3.13)$$

De forma matricial, a injeção de corrente nodal de um sistema elétrico é apresentada na Equação 3.14 a seguir,

$$\bar{\dot{I}} = \tilde{Y}_b \bar{E} \quad (3.14)$$

As variáveis da Equação 3.14 são definidas a seguir:

- $\bar{I} \in \mathbb{C}^N$: vetor de injeções de corrente nodais, em que N é o número de barras do sistema;
- $\tilde{Y}_b \in \mathbb{C}^{N \times N}$: matriz de admitância nodal, normalmente expressa em termos da condutância G e susceptância B ;
- $\bar{E} \in \mathbb{C}^N$: vetor de tensões nodais, em que N é o número de barras do sistema.

Os elementos diagonais da matriz \dot{Y}_b são expressos pela Equação 3.15, enquanto os elementos fora da diagonal são generalizados na Equação 3.16. É importante destacar que a Equação 3.15 não é a forma geral para o elemento da diagonal, pois a expressão do somatório pode apresentar alterações dadas pelo elemento diagonal da matriz de admitância do transformador (Equação 3.7).

$$\dot{Y}_{kk} = jb_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} \left(jb_{km}^{sh} + \frac{y_{km}}{n_{km}^2} \right) \quad (3.15)$$

$$\dot{Y}_{km} = -\frac{y_{km}}{n_{km}} e^{-j\phi_{km}} \quad (3.16)$$

A injeção de potência complexa \dot{S}_k^* pode ser calculada mediante a Equação 3.17, onde K é o conjunto de barras formado por Ω_k mais a barra k . Entretanto, os termos G_{km} e B_{km} são dados, na respectiva ordem, pela condutância e susceptância de \dot{Y}_{km} .

$$\dot{S}_k^* = \dot{E}_k^* \dot{I}_k = V_k e^{-j\theta_k} \sum_{m \in K} (G_{km} + jB_{km}) V_m e^{j\theta_m} \quad (3.17)$$

Separando a parte real e a parte imaginária da Equação 3.17, obtém-se a injeção líquida de potência ativa P_k e reativa Q_k conforme as Equações 3.18 e 3.19.

$$P_k^{inj} = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \quad (3.18)$$

$$Q_k^{inj} = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)) \quad (3.19)$$

3.2 Algoritmo de Fluxo de Potência

3.2.1 Introdução ao Método de Newton-Raphson

O método de Newton-Raphson é proposto para a resolução de problemas compostos por um conjunto de equações não-lineares. Tal método é baseado na resolução sucessiva do problema linearizado em torno da solução na iteração atual. Desse modo, é esperado que a cada iteração seja obtida uma nova solução que se aproxime da solução do problema não-linear (Rao, 2009).

Considere a função algébrica não-linear $f(x)$ ilustrada na Figura 3.9. O método consiste em determinar o valor de x onde $f(x) = 0$, que corresponde ao ponto x^* .

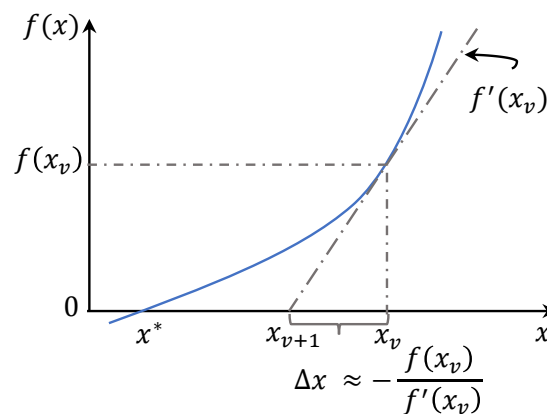


Figura 3.9: Linearização f' e tamanho do passo Δx do método Newton-Raphson.

A aproximação da função linearizada é obtida por meio do primeiro termo da aproximação da série de Taylor em torno da solução x na iteração atual v , isto é, x_v . Desse modo, o valor estimado da função na próxima iteração $f(x_{v+1})$ é dada pela Equação 3.20 (Rao, 2009), (Zhu, 2009).

$$f(x_{v+1}) = f(x_v + \Delta x) \approx f(x_v) + \frac{df(x_v)}{dx} \Delta x \approx f(x_v) + f'(x_v) \Delta x \quad (3.20)$$

Uma vez que é desejado $f(x_{v+1}) = 0$, o erro Δx a ser corrigido é definido pela Equação 3.21 a seguir:

$$\Delta x = -\frac{f(x_v)}{f'(x_v)} \quad (3.21)$$

O procedimento geral do método Newton-Raphson é apresentado no Algoritmo 1.

Algoritmo 1: Método de Newton-Raphson

Dados: Solução inicial x_0 ;

Tolerância ε ;

Número máximo de iterações v_{max} ;

Resultado: Solução final x ;

1. Iniciar o contador de iterações $v \rightarrow 0$;
 2. Se $v \leq v_{max}$, continuar para o passo 3 ;
Se $v > v_{max}$, fazer $x = x_v$ e finalizar o algoritmo ;
 3. Calcular $f(x_v)$;
Se $|f(x_v)| \leq \varepsilon$, fazer $x = x_v$ e finalizar algoritmo;
Se $|f(x_v)| > \varepsilon$, continuar para o passo 4;
 4. Calcular $f'(x_v)$;
 5. Calcular $\Delta x = -f'(x_v)^{-1}f(x_v)$;
 6. $x_{v+1} = x_v + \Delta x$;
 7. $v = v + 1$ e retornar ao passo 2.
-

A Figura 3.10(a) ilustra o procedimento do algoritmo de Newton-Raphson. Pode-se observar que a condição de parada é atingida no ponto x_3 , pois $|f(x_3)| < \varepsilon$, sendo ε uma tolerância (constante muito pequena) usada para validar o valor zero da função.

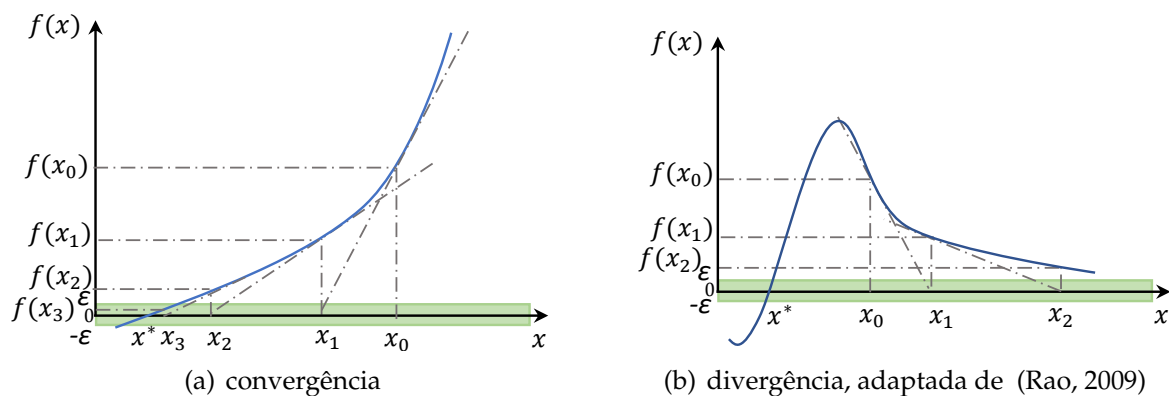


Figura 3.10: Análise do método de Newton-Raphson

Por se tratar de um método baseado em derivadas, o sucesso do método Newton-Raphson depende consideravelmente da solução inicial x_0 (Gil et al., 2007). Se a escolha de x_0 for distante da solução exata x^* , o método pode divergir, como ilustrado no exemplo da Figura 3.10(b).

A sensibilidade em relação à solução inicial é mais evidente quando a função é multimodal, conforme mostra a Figura 3.11. Nessa figura, é apresentada uma função multimodal e contínua que possui duas soluções exatas x_1^* e x_2^* , além de múltiplas soluções numericamente aceitáveis (próximas de x_1^* e de x_2^*). Conforme ilustrado na Figura 3.11(a), se a solução inicial for x_a^0 , a derivada nesse ponto gera a nova solução x_a^1 e, nas iterações subseqüentes, espera-se que o método convirja próximo a x_2^* . Da mesma maneira, caso a solução inicial for x_b^0 , a solução final também é próxima de x_2^* . Por fim, verifica-se que x_3 também é uma solução numericamente aceitável, ainda que distante de x_1^* e x_2^* .

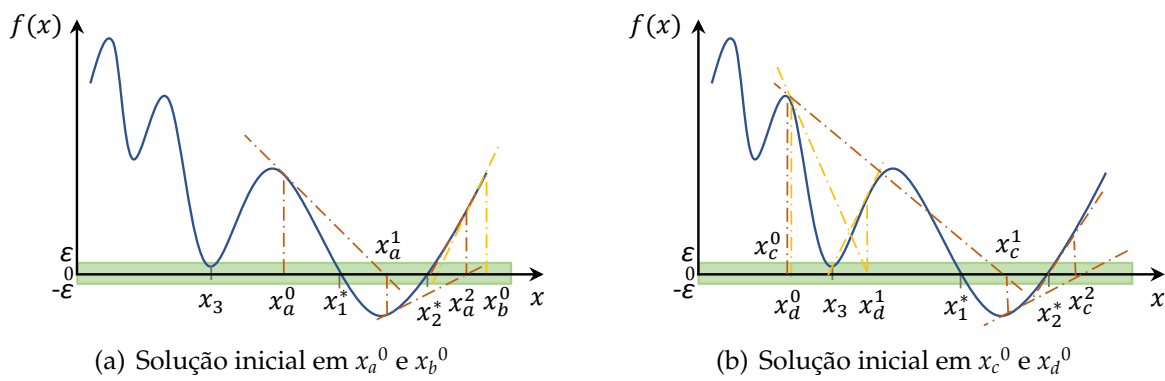


Figura 3.11: Comportamento do método de Newton-Raphson sob diferentes soluções iniciais.

Na Figura 3.11(b) é ilustrado o processo iterativo caso a solução inicial seja x_c^0 ou x_d^0 . Apesar de x_c^0 e x_d^0 serem soluções muito próximas, o método convergirá para soluções muito distantes entre si, mais especificamente, nas proximidades de x_3 e x_2^* , respectivamente. Uma análise mais detalhada sobre o comportamento do método de Newton-Raphson para funções multimodais é apresentada em (Gil et al., 2007).

3.2.2 Equacionamento Matricial do Método de Newton

Seja $\bar{F} \in \mathbb{R}^n$ o conjunto de n funções não-lineares e, $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ o vetor das variáveis do problema, então, a Equação 3.20 é reescrita na Equação 3.22. Nesta última equação, $\tilde{J} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a matriz Jacobiana, isto é, a derivada de cada função de \bar{F} com relação a cada variável de \bar{x} . Por sua vez, $\Delta\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ representa o ajuste das variáveis.

$$\bar{F}_{v+1} = \bar{F}_v + \tilde{J}\Delta\bar{x} \quad (3.22)$$

Seguindo o mesmo raciocínio da subseção anterior (Equação 3.21), o ajuste das variáveis de estado $\Delta\bar{x}$ é determinado pela solução da Equação 3.23 (Zhu, 2009).

$$\Delta\bar{x} = -\tilde{J}^{-1}\bar{F}_v \quad (3.23)$$

Finalmente, a atualização da solução \bar{x} é computada da seguinte maneira:

$$\bar{x}_{v+1} = \bar{x}_v + \Delta\bar{x} = \bar{x}_v - \tilde{J}^{-1}\bar{F}_v \quad (3.24)$$

O método iterativo continua até satisfazer pelo menos uma das condições do passo 2 ou 3 do Algoritmo 1.

3.2.3 Procedimento para a Resolução de Sistemas Lineares

A Equação 3.23 apresenta a resolução de um sistema linear $\tilde{A}\bar{x} = \bar{b}$, onde $\tilde{A} = \tilde{J}$, $\bar{x} = \Delta\bar{x}$ e, $\bar{b} = -\bar{F}$. À medida que o conjunto de equações n aumenta, mais esforço computacional é necessário para resolver o sistema. Portanto, do ponto de vista computacional, torna-se necessária a resolução eficiente do sistema linear.

Neste trabalho, o Método dos Resíduos Mínimos Generalizados (GMRES) é usado para a resolução de sistemas lineares (Saad, 2003). Não obstante, antes da execução do GMRES é necessário que o sistema linear seja submetido aos seguintes processos: i) Ordenamento, ii) Escalonamento e, iii) Fatoração. Tais processos são implementados com a finalidade de aprimorar a convergência do GMRES. O procedimento proposto para a resolução de sistemas lineares é apresentado no Algoritmo 2. A seguir, cada passo do procedimento é brevemente explicado.

Algoritmo 2: Procedimento para a resolução de sistemas lineares.

Dados: Matriz \tilde{A} e vetor \bar{b} ;

Resultado: Vetor \bar{x} ;

1. $\bar{w} \leftarrow$ Ordenamento RCM (\tilde{A});
 sistema ordenado: $\tilde{A}_w \bar{x}_w = \bar{b}_w$;
 onde: $\tilde{A}_w = \tilde{A}'_{(:,\bar{w})} \rightarrow \tilde{A}' = \tilde{A}_{(\bar{w},:)}$, $\bar{x}_w = \bar{x}_{(\bar{w})}$, $\bar{b}_w = \bar{b}_{(\bar{w})}$;
 2. $\tilde{D}, \tilde{E} \leftarrow$ Escalonamento usando norma- ∞ (\tilde{A}_w);
 sistema escalonado: $\tilde{A}_s \bar{x}_s = \bar{b}_s$;
 onde: $\tilde{A}_s = \tilde{D} \tilde{A}_w \tilde{E}$, $\bar{b}_s = \tilde{D} \bar{b}_w$, $\bar{x}_s = \tilde{E}^{-1} \bar{x}_w$;
 3. $\tilde{L}, \tilde{U} \leftarrow$ Fatoração LU (\tilde{A}_s);
 $\tilde{M}^{-1} \leftarrow \tilde{L} \tilde{U}^{-1}$;
 4. $\bar{x}_s \leftarrow$ GMRES ($\tilde{M}^{-1}, \tilde{A}_s, \bar{b}_s$);
 $\bar{x}_w = \tilde{E} \bar{x}_s$;
 $\bar{x}_{(\bar{w})} = \bar{x}_w$;
-

- Ordenamento usando o método de Cuthill McKee Reverso (RCM): A partir da distribuição e adjacências dos elementos de \tilde{A} , determina-se o vetor de permutação \bar{w} . Este vetor contém a ordem em que as linhas e colunas de \tilde{A} devem ser permutadas para reduzir a largura de banda da matriz (Cuthill and McKee, 1969). A permutação de \tilde{A} leva à obtenção da matriz \tilde{A}_w . Da mesma forma, \bar{b} deve ser permutada para obter \bar{b}_w . Do ponto de vista computacional, a redução da largura de banda de uma matriz permite diminuir a memória necessária em processos de fatoração (George, 1971);
- Escalonamento usando a norma ∞ : Consiste em determinar duas matrizes diagonais positivas \tilde{D} e \tilde{E} , tal que a norma- ∞ de cada linha e coluna de \tilde{A}_s seja igual a 1. O sistema escalonado é $\tilde{A}_s \bar{x}_s = \bar{b}_s$, onde $\tilde{A}_s = \tilde{D} \tilde{A}_w \tilde{E}$, $\bar{b}_s = \tilde{D} \bar{b}_w$ e $\bar{x}_s = \tilde{E}^{-1} \bar{x}_w$. O propósito do escalonamento é melhorar o condicionamento da matriz Jacobiana (Knight et al., 2014);
- Fatoração - LU: Decompõe a matriz \tilde{A}_s em duas matrizes, uma triangular inferior \tilde{L} e, outra triangular superior \tilde{U} , de modo que, $\tilde{A}_s = \tilde{L} \tilde{U}$. As matrizes $\tilde{L} \tilde{U}$ são usadas como condicionadores do sistema escalonado para acelerar a convergência do GMRES (Saad, 2003);
- GMRES: Este algoritmo busca a solução aproximada do problema $\tilde{A}_s \bar{x}_s = \bar{b}_s$. Tal busca é realizada em um subespaço ortogonal visando a minimização da norma

do resíduo (Crow, 2010). O GMRES é um método iterativo baseado no método de projeção, onde os subespaços ortogonais são construídos mediante o método de Arnoldi (Saad, 2003). A solução \bar{x}_s é atualizada após resolver o problema de mínimo quadrados da iteração corrente e, em seguida, é avaliada a norma residual da solução aproximada.

Após o algoritmo GMRES encontrar a solução $\bar{x}_s = \tilde{A}_s^{-1}\bar{b}_s$, é realizado o escalonamento da solução, $\bar{x}_w = \tilde{E}\bar{x}_s$. Finalmente, é realizada a permutação de \bar{x}_w para determinar a solução final: $\bar{x}_{(\bar{w})} = \bar{x}_w$. No Apêndice A são apresentados maiores detalhes sobre os procedimentos de Ordenação, Escalonamento, Fatoração e o GMRES.

3.2.4 Método de Newton-Raphson Aplicado ao Problema de Fluxo de Potência

O problema de fluxo de potência consiste na resolução de um conjunto de equações de balanço de potência, em que duas equações são atribuídas a cada barramento do sistema elétrico. Uma equação que modela o balanço de potência ativa da barra, enquanto a outra modela seu balanço de potência reativa. A Figura 3.12 apresenta a convenção dos fluxos de potência na k -ésima barra, em que os fluxos são positivos quando saem da barra e negativos quando entram.

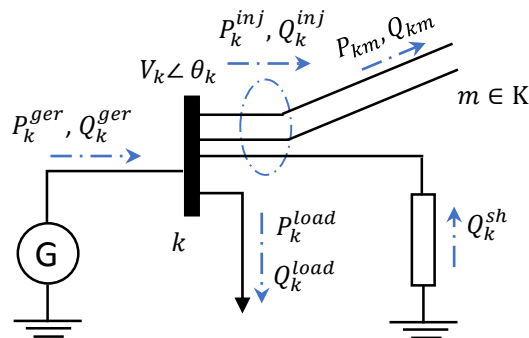


Figura 3.12: Convenção dos fluxos de potência envolvidos na k -ésima barra.

Sendo,

- P_k^{ger} e Q_k^{ger} : geração de potência ativa e reativa na barra k , respectivamente;
- P_k^{load} e Q_k^{load} : carga de potência ativa e reativa na barra k , respectivamente;
- P_k^{inj} e Q_k^{inj} : injeção líquida de potência ativa e reativa na barra k , respectivamente;

- P_{km} e Q_{km} : potência ativa e reativa no sentido $k - m$, respectivamente;
- Q_k^{sh} : potência reativa injetada na barra k pela susceptância *shunt* b_k^{sh} ;
- V_k : magnitude de tensão na barra k ;
- θ_k : ângulo de tensão na barra k ;
- K : conjunto de barras adjacentes à barra k , incluindo ela própria.

Ao considerar a convenção dos fluxos na Figura 3.12, os balanços de potências ativa e reativa são expressos por meio das Equações 3.25a e 3.25b, respectivamente.

$$P_k^{inj} - P_k^{ger} + P_k^{load} = 0 \quad (3.25a)$$

$$Q_k^{inj} - Q_k^{ger} + Q_k^{load} = 0 \quad (3.25b)$$

A injeção líquida de potência ativa P_k^{inj} e reativa Q_k^{inj} são calculadas por meio das Equações 3.26a e 3.26b, respectivamente. Nota-se que tais equações são idênticas às expressões 3.18 e 3.19, lembrado que G_{km} e B_{km} representam, na respectiva ordem, a condutância e susceptância do elemento \dot{Y}_{km} na matriz \tilde{Y}_b .

$$P_k^{inj} = \sum_{m \in \Omega_k} P_{km} = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (3.26a)$$

$$Q_k^{inj} = \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km} - Q_k^{sh} = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (3.26b)$$

Para solucionar as Equações 3.25a e 3.25b, inicialmente, é necessário classificar cada barra do sistema (Monticelli, 1983), (Zhu, 2009). Para isso, considera-se que a cada barra estão associadas quatro variáveis: V_k , θ_k , P_k^{esp} , Q_k^{esp} , em que $P_k^{esp} = P_k^{ger} - P_k^{load}$ e $Q_k^{esp} = Q_k^{ger} - Q_k^{load}$. Assim, são definidos três tipos de barras:

- Barra PQ: P_k^{esp} e Q_k^{esp} são conhecidas. São calculados os valores de V_k e θ_k ;
- Barra PV: P_k^{esp} e V_k são conhecidas. São calculados os valores de Q_k^{inj} e θ_k ;
- Barra V θ : V_k e θ_k são conhecidas. São calculados os valores de P_k^{inj} e Q_k^{inj} ;

Uma vez classificadas as barras, dois conjuntos de equações são definidos conforme a Tabela 3.2. O conjunto 1 é composto por $2N_{PQ} + N_{PV}$ equações, sendo N_{PQ} o número de barras PQ e N_{PV} o número de barras PV. Por sua vez, o conjunto 2 é composto por $N_{PV} + 2N_{V\theta}$ equações, sendo $N_{V\theta}$ o número de barras V θ ou referência (*slack*).

Tabela 3.2: Conjuntos de equações do problema de fluxo de potência.

conjunto 1	Para PQ e PV	$\Delta P_k = P_k^{inj} - P_k^{esp} = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) - P_k^{esp} = 0$
	Para PQ	$\Delta Q_k = Q_k^{inj} - Q_k^{esp} = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) - Q_k^{esp} = 0$
conjunto 2	Para V θ	$P_k^{inj} = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km})$
	Para PV e V θ	$Q_k^{inj} = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km})$

O método de Newton-Raphson é aplicado para a resolução do conjunto 1. Após o método convergir, são conhecidas todas as tensões do sistema (em magnitude V e ângulo θ). Em seguida, o conjunto 2 pode ser calculado de maneira trivial, uma vez que todas as variáveis aparecem de forma explícita. As variáveis do problema estão contidas no vetor \bar{x} , o qual contém os vetores $\bar{\theta}$ e \bar{V} agrupados da seguinte maneira:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{\theta} \\ \bar{V} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow N_{PQ} + N_{PV} \\ \rightarrow N_{PQ} \end{array} \quad (3.27)$$

O vetor $\bar{\theta}$ contém os ângulos das barras PQ e PV, enquanto \bar{V} contém as magnitudes das tensões nas barras PQ. Por outro lado, o conjunto de equações \bar{F} é ordenado conforme a Equação 3.28.

$$\bar{F}(\bar{x}) = \begin{cases} \Delta P_k = 0 & \forall k \in \{PQ \cup PV\} \\ \Delta Q_k = 0 & \forall k \in PQ \end{cases} \quad (3.28)$$

Definidos \bar{F} e \bar{x} , a matriz Jacobiana \tilde{J} do sistema é obtida da seguinte forma:

$$\tilde{J} = \begin{pmatrix} \tilde{H} & \tilde{N} \\ \tilde{M} & \tilde{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial(\Delta\bar{P})}{\partial\bar{\theta}} & \frac{\partial(\Delta\bar{P})}{\partial\bar{V}} \\ \frac{\partial(\Delta\bar{Q})}{\partial\bar{\theta}} & \frac{\partial(\Delta\bar{Q})}{\partial\bar{V}} \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

A matriz Jacobiana \tilde{J} (quadrada, de dimensão $2N_{PQ} + N_{PV}$) é tipicamente decomposta em quatro submatrizes: \tilde{H} , \tilde{N} , \tilde{M} e \tilde{L} (Monticelli, 1983), (Malange, 2008). Os elementos diagonais (k,k) e fora da diagonal (k,m) de cada submatriz são apresentados a seguir.

$$\tilde{H} = \begin{cases} H_{km} = \partial\Delta P_k / \partial\theta_m = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ H_{kk} = \partial\Delta P_k / \partial\theta_k = -V_k^2 B_{kk} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{cases} \quad (3.30)$$

$$\tilde{N} = \begin{cases} N_{km} = \partial\Delta P_k / \partial V_m = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ N_{kk} = \partial\Delta P_k / \partial V_k = V_k G_{kk} + \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \end{cases} \quad (3.31)$$

$$\tilde{M} = \begin{cases} M_{km} = \partial\Delta Q_k / \partial\theta_m = -V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ M_{kk} = \partial\Delta Q_k / \partial\theta_k = -V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \end{cases} \quad (3.32)$$

$$\tilde{L} = \begin{cases} L_{km} = \partial\Delta Q_k / \partial V_m = V_k (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ L_{kk} = \partial\Delta Q_k / \partial V_k = -V_k B_{kk} + \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{cases} \quad (3.33)$$

Uma vez definidos \tilde{J} , \bar{x} e \bar{F} , o processo de resolução do problema de fluxo de potência é detalhado através dos passos a seguir:

- i. Fazer $v = 0$. Defina os valores iniciais dos ângulos $\bar{\theta}_v$ e magnitudes de tensão \bar{V}_v . Estabeleça o número de iterações máximo v_{max} e a tolerância de convergência ε ;
- ii. Se $v \leq v_{max}$ continuar para o passo iii. Caso contrário, finalizar o algoritmo;
- iii. Calcular $\bar{F}_v(\bar{\theta}_v, \bar{V}_v)$ (Equação 3.28);
- iv. Testar convergência: se $\max\{|\bar{F}_v|\} \leq \varepsilon$, o método convergiu e finalizar o algoritmo. Caso contrário, segue ao passo v.;
- v. Calcular a matriz Jacobiana \tilde{J} na solução atual $(\bar{\theta}_v, \bar{V}_v)$;
- vi. Determinar a correção $\Delta\bar{x} = -\tilde{J}^{-1}\bar{F}_v$ (usando o procedimento da subseção 3.2.3);
- vii. Atualizar a solução: $\bar{\theta}_{v+1} = \bar{\theta}_v + \Delta\bar{\theta}$ e $\bar{V}_{v+1} = \bar{V}_v + \Delta\bar{V}$;
- viii. Fazer $v = v + 1$ e voltar para o passo ii.

3.3 Controle de Equipamentos

Os sistemas elétricos modernos vêm incorporando equipamentos autoajustáveis para o controle de tensão e de fluxo de potência. Dentre os controles comumente implementados em programas de fluxo de potência, pode-se citar: controle de tensão nodal (local ou remota) por injeção de reativos (geradores, reatores e/ou banco de capacitores), controle de magnitude tensão nodal por ajuste de tap (transformadores em fase), controle de fluxo de potência ativa (transformadores defasadores) e controle de intercâmbio entre áreas (Sen and Sen, 2009), (Monticelli, 1983).

De forma geral, qualquer controle pode ser representado pela Equação 3.34, na qual Z representa a variável controlada e u é a variável de controle. Nessa equação, Z^{esp} é o valor especificado e, Z^{cal} é o valor calculado.

$$\Delta Z = Z^{esp} - Z^{cal}(u) = 0 \quad (3.34)$$

Dessa maneira, no problema de fluxo de potência, além das equações de balanço nodal, é incorporada a Equação 3.34. Portanto, o sistema linear do problema fica da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} \Delta \bar{P} \\ \Delta \bar{Q} \\ \Delta Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{H} & \tilde{N} & \frac{\partial \Delta \bar{P}}{\partial u} \\ \tilde{M} & \tilde{L} & \frac{\partial \Delta \bar{Q}}{\partial u} \\ \frac{\partial \Delta Z}{\partial \bar{\theta}} & \frac{\partial \Delta Z}{\partial \bar{V}} & \frac{\partial \Delta Z}{\partial u} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \bar{\theta} \\ \Delta \bar{V} \\ \Delta u \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

Na sequência são detalhados os controles implementados nesta tese.

3.3.1 Controle de Tap em Transformadores

Este controle é usado para controlar a magnitude de tensão, remota (barra diferente à de conexão) ou local (barra de conexão). O controle de tensão é realizado em uma barra PQ, pois se assume que a tensão dos geradores (barras $V\theta$ e PV) é constante. A função de controle ΔV_{ct} é formulada na Equação 3.36, em que V^{esp} é a magnitude de tensão especificada.

$$\Delta Z = \Delta V_{ct} = V^{esp} - V \quad (3.36)$$

Seja um transformador conectado entre a k -ésima e m -ésima barra (Figura 3.3), sua relação de transformação ($n = n_{km}$) é definida como a variável de controle. Sendo assim, a estrutura do sistema linear torna-se da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{P} \\ \Delta \bar{Q} \\ \Delta V_{ct} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{H} & \tilde{N} & \bar{E}_1 \\ \tilde{M} & \tilde{L} & \bar{D}_1 \\ \bar{A}_1 & \bar{B}_1 & C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{\theta} \\ \Delta \bar{V} \\ \Delta n \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

No vetor coluna \bar{E}_1 existem dois elementos nas posições correspondentes aos ângulos da k -ésima e m -ésima barra no vetor $\bar{\theta}$. Os elementos são calculados usando as Equações 3.38.

$$\bar{E}_1 = \begin{cases} \frac{\partial \Delta P_k}{\partial n_{km}} = -\frac{2}{n_{km}^3} g_{km} V_k^2 + \frac{V_k}{n_{km}^2} V_m g_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) + \frac{V_k}{n_{km}^2} V_m b_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) \\ \frac{\partial \Delta P_m}{\partial n_{km}} = \frac{g_{km}}{n_{km}^2} V_k V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) - \frac{b_{km}}{n_{km}^2} V_k V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) \end{cases} \quad (3.38)$$

Igualmente, o vetor coluna \bar{D}_1 possui dois elementos nas posições correspondentes às tensões da k -ésima e m -ésima barra no vetor \bar{V} . Tais elementos são calculados da seguinte maneira,

$$\bar{D}_1 = \begin{cases} \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial n_{km}} = \frac{2}{n_{km}^3} b_{km} V_k^2 + \frac{V_k}{n_{km}^2} V_m g_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) - \frac{V_k}{n_{km}^2} V_m b_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) \\ \frac{\partial \Delta Q_m}{\partial n_{km}} = -\frac{g_{km}}{n_{km}^2} V_k V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) - \frac{b_{km}}{n_{km}^2} V_k V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) \end{cases} \quad (3.39)$$

No vetor linha \bar{B}_1 existe apenas um elemento na posição correspondente à tensão da n -ésima barra controlada no vetor \bar{V} . Tal elemento é dado pela derivada da função de controle 3.36 em relação à tensão V_n , isto é:

$$\bar{B}_1 = \left\{ \frac{\partial \Delta V_{ct}}{\partial V_n} = -1 \right. \quad (3.40)$$

Finalmente, o vetor linha \bar{A}_1 é nulo, posto que $\partial\Delta V_{ct}/\partial\theta = 0$. Para o elemento C_1 ($\partial\Delta V_{ct}/\partial n_{km} = 0$) adota-se o valor 10^{-6} para evitar que a matriz Jacobiana seja singular.

Frequentemente, o controle de tensão de uma barra é realizado simultaneamente por mais de um transformador. A Figura 3.13 ilustra as conexões em paralelo e série de dois transformadores que controlam a tensão na n -ésima barra (remota). Ambas as conexões causam alterações tanto nos elementos de \bar{E}_1 como em \bar{D}_1 . A seguir são descritas as modificações em \bar{E}_1 , tais modificações se aplicam, de forma análoga, a \bar{D}_1 .

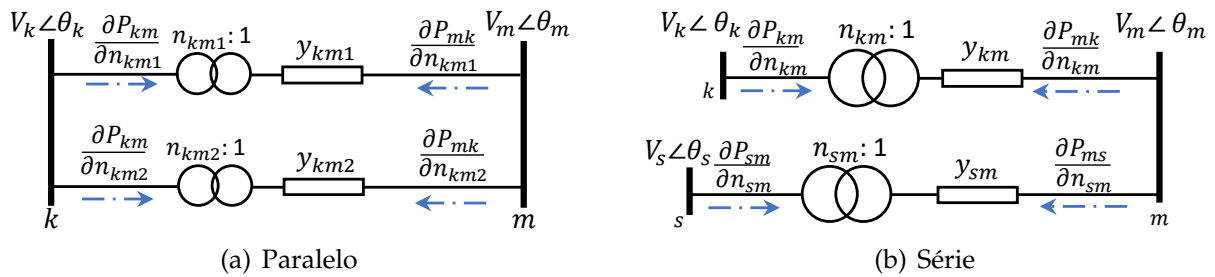


Figura 3.13: Conexão em paralelo e em série de dois transformadores.

- (a) Conexão em paralelo, \bar{E}_1 possui dois elementos. Um elemento dado por: $\partial P_{km}/\partial n_{km1} + \partial P_{mk}/\partial n_{km2}$ alocado na posição correspondente de V_k em \bar{V} . O outro elemento, $\partial P_{mk}/\partial n_{km1} + \partial P_{mk}/\partial n_{km2}$ alocado na posição correspondente de V_m em \bar{V} . Os dois taps, n_{km1} e n_{km2} , são considerados como uma única incógnita e atualizados na mesma medida, isto é, $n_{km1}^{v+1} = n_{km1}^v + \Delta n$ e $n_{km2}^{v+1} = n_{km2}^v + \Delta n$;
- (b) Conexão em série, \bar{E}_1 possui três elementos. Um elemento dado por $\partial P_{km}/\partial n_{km}$ alocado na posição correspondente de V_k em \bar{V} . O segundo elemento, $\partial P_{mk}/\partial n_{km} + \partial P_{ms}/\partial n_{sm}$, alocado na posição correspondente de V_m em \bar{V} . O terceiro elemento, $\partial P_{sm}/\partial n_{sm}$, alocado na posição correspondente de V_s em \bar{V} . Os taps, n_{km} e n_{sm} , são considerados como uma única incógnita e atualizados na mesma medida, isto é, $n_{km}^{v+1} = n_{km}^v + \Delta n$ e $n_{sm}^{v+1} = n_{sm}^v + \Delta n$.

3.3.2 Controle de Susceptância *shunt*

Reatores e banco de capacitores são usados em sistemas de transmissão para o controle de tensão nodal, pela absorção ou pela geração de reativo, respectivamente. Este controle visa manter a tensão de uma barra PQ entre um valor mínimo V_{min}^{esp} e um máximo especificado V_{max}^{esp} , ou seja, $V_{min}^{esp} \leq V \leq V_{max}^{esp}$. Dessa maneira, duas equações de controle são inicialmente formuladas:

$$\begin{aligned}\Delta V &= V_{min}^{esp} - V \leq 0 \\ \Delta V &= V - V_{max}^{esp} \leq 0\end{aligned}\tag{3.41}$$

O controle é necessário quando a tensão viola **apenas um** dos limites especificados, então o erro a ser corrigido é dado pela diferença com o limite violado. Dessa maneira, as Equações 3.41 são reescritas na Equação 3.42 de igualdade:

$$\Delta V_{sh} = -\max(V_{min}^{esp} - V, 0) + \max(V - V_{max}^{esp}, 0) = 0\tag{3.42}$$

O controle de tensão é normalmente exercido na própria barra de conexão, mas também pode ser aplicado a um barramento remoto. A função de controle ΔV_{sh} e a susceptância b^{sh} modificam a estrutura do sistema linear conforme a Equação 3.43.

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{P} \\ \Delta \bar{Q} \\ \Delta V_{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{H} & \tilde{N} & \bar{E}_2 \\ \tilde{M} & \tilde{L} & \bar{D}_2 \\ \bar{A}_2 & \bar{B}_2 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{\theta} \\ \Delta \bar{V} \\ \Delta b^{sh} \end{bmatrix}\tag{3.43}$$

A susceptância *shunt* conectada à k -ésima barra (b_k^{sh}) ocasiona que o vetor coluna \bar{D}_2 tenha um elemento na posição correspondente de V_k no vetor \bar{V} . Esse elemento é calculado pela Equação 3.44 a seguir.

$$\bar{D}_2 = \begin{cases} \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial b_k^{sh}} = -V_k^2 \end{cases}\tag{3.44}$$

As derivadas $\partial \Delta P_k / \partial b_k^{sh} = 0$ e $\partial \Delta V / \partial \theta = 0$ levam a que o vetor coluna \bar{E}_2 e o vetor linha \bar{A}_2 sejam nulos. Por sua vez, o elemento $C_2 = 10^{-6}$ é adotado para evitar que a matriz Jacobiana seja singular. A derivada da função de controle (Equação 3.42) em relação a V é avaliada em três casos conforme mostrado na Equação 3.45.

$$\frac{\partial Z}{\partial V} = \frac{\partial \Delta V_{sh}}{\partial V} = \begin{cases} 1, & \text{se } V < V_{min}^{esp} \\ 0, & \text{se } V_{min}^{esp} \leq V \leq V_{max}^{esp} \\ 1, & \text{se } V_{max}^{esp} < V \end{cases}\tag{3.45}$$

O controle é ativo quando a tensão viola um dos limites, portanto, considera-se a derivada 3.46, onde V_n representa a n -ésima barra com tensão controlada.

$$\bar{B}_2 = \left\{ \frac{\partial \Delta V_{sh}}{\partial V_n} = 1 \right. \quad (3.46)$$

No caso em que o controle de tensão é realizado por duas susceptâncias (conectadas na k -ésima e m -ésima barra), o vetor coluna \bar{D}_2 possui dois elementos nas posições correspondentes de V_k e V_m no vetor \bar{V} . As duas susceptâncias, b_k^{sh} e b_m^{sh} , são tratadas como uma única incógnita e atualizadas na mesma medida, isto é, $b_k^{sh\ v+1} = b_k^{sh\ v} + \Delta b^{sh}$ e $b_m^{sh\ v+1} = b_m^{sh\ v} + \Delta b^{sh}$.

3.3.3 Controle de Defasamento em Transformadores

O fluxo de potência ativa P_{km} através de um transformador (Figura 3.5) pode ser controlado por meio do seu ângulo de defasagem ϕ_{km} . Desse modo, a função de controle de potência ativa é formulada na Equação 3.47.

$$\Delta P_{km}^\phi = P_{km}(\phi_{km}) - P_{km}^{esp} = 0 \quad (3.47)$$

A variável de controle ϕ_{km} é introduzida no vetor de incógnitas. Conseqüentemente, o sistema linear tem a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{P} \\ \Delta \bar{Q} \\ \Delta P_{km}^\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{H} & \bar{N} & \bar{E}_3 \\ \bar{M} & \bar{L} & \bar{D}_3 \\ \bar{A}_3 & \bar{B}_3 & C_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{\theta} \\ \Delta \bar{V} \\ \Delta \phi_{km} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

O vetor linha \bar{A}_3 possui dois elementos nas posições correspondentes ao ângulo da k -ésima e m -ésima barra no vetor $\bar{\theta}$. Tais elementos são dados pelas equações a seguir,

$$\bar{A}_3 = \begin{cases} \frac{\partial \Delta P_{km}^\phi}{\partial \theta_k} = \frac{g_{km}}{n_{km}} V_k V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) - \frac{b_{km}}{n_{km}} V_k V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) \\ \frac{\partial \Delta P_{km}^\phi}{\partial \theta_m} = -\frac{g_{km}}{n_{km}} V_k V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) + \frac{b_{km}}{n_{km}} V_k V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) \end{cases} \quad (3.49)$$

No vetor \bar{B}_3 existem dois elementos calculados usando as Equações 3.50. Tais elementos são alocados nas posições de V_k e V_m no vetor \bar{V} .

$$\bar{B}_3 = \begin{cases} \frac{\partial \Delta P_{km}^\phi}{\partial V_k} = \frac{2g_{km}}{n_{km}^2} V_k - \frac{g_{km}}{n_{km}} V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) - \frac{b_{km}}{n_{km}} V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) \\ \frac{\partial \Delta P_{km}^\phi}{\partial V_m} = -\frac{g_{km}}{n_{km}} V_k \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) - \frac{b_{km}}{n_{km}} V_k \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) \end{cases} \quad (3.50)$$

O elemento C_3 é dado pela Equação 3.51.

$$C_3 = \frac{\partial \Delta P_{km}^\phi}{\partial \phi_{km}} = \frac{g_{km}}{n_{km}} V_k V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) - \frac{b_{km}}{n_{km}} V_k V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) \quad (3.51)$$

É importante mencionar que, se a potência ativa for especificada no lado secundário do transformador (P_{mk}^{esp}), as derivadas 3.49, 3.50 e 3.51 devem ser deduzidas a partir da Equação 3.12(a). As Equações 3.52 definem os elementos de \bar{E}_3 , cujas posições correspondem aos ângulos da k -ésima e m -ésima barra no vetor $\bar{\theta}$.

$$\bar{E}_3 = \begin{cases} \frac{\partial \Delta P_k}{\partial \phi_{km}} = \frac{g_{km}}{n_{km}} V_k V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) - \frac{b_{km}}{n_{km}} V_k V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) \\ \frac{\partial \Delta P_m}{\partial \phi_{km}} = \frac{g_{km}}{n_{km}} V_k V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) + \frac{b_{km}}{n_{km}} V_k V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) \end{cases} \quad (3.52)$$

Por fim, os elementos de \bar{D}_3 são calculados usando as Equações 3.53, cujas posições correspondem às tensões da k -ésima e m -ésima barra no vetor \bar{V} .

$$\bar{D}_3 = \begin{cases} \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial \phi_{km}} = -\frac{g_{km}}{n_{km}} V_k V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) - \frac{b_{km}}{n_{km}} V_k V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) \\ \frac{\partial \Delta Q_m}{\partial \phi_{km}} = \frac{g_{km}}{n_{km}} V_k V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) - \frac{b_{km}}{n_{km}} V_k V_m \sin(\theta_{km} + \phi_{km}) \end{cases} \quad (3.53)$$

3.3.4 Controle de Susceptância em Compensadores Série

O fluxo de potência ativa através do compensador série é controlado por meio da susceptância do compensador b_{km} . Dessa maneira, para um compensador série conectado entre a k -ésima e m -ésima barra, é formulada a seguinte função de controle:

$$\Delta P_{km}^{cs} = P_{km}(b_{km}) - P_{km}^{esp} = 0 \quad (3.54)$$

A variável de controle b_{km} é introduzida no vetor de incógnitas. Conseqüentemente, o sistema linear assume a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{P} \\ \Delta \bar{Q} \\ \Delta P_{km}^{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{H} & \tilde{N} & \bar{E}_4 \\ \tilde{M} & \tilde{L} & \bar{D}_4 \\ \bar{A}_4 & \bar{B}_4 & C_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{\theta} \\ \Delta \bar{V} \\ \Delta b_{km} \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

As derivadas da função de controle com relação aos ângulos da k -ésima e m -ésima barra são apresentadas nas Equações 3.56. O posicionamento de tais elementos é dado pela posição dos ângulos da k -ésima e m -ésima no vetor $\bar{\theta}$.

$$\bar{A}_4 = \begin{cases} \frac{\partial \Delta P_{km}^{cs}}{\partial \theta_k} = -V_k V_m b_{km} \cos \theta_{km} \\ \frac{\partial \Delta P_{km}^{cs}}{\partial \theta_m} = V_k V_m b_{km} \cos \theta_{km} \end{cases} \quad (3.56)$$

As derivadas do fluxo de potência ativa com relação às tensões da k -ésima e m -ésima barra são apresentadas nas Equações 3.57.

$$\bar{B}_4 = \begin{cases} \frac{\partial \Delta P_{km}^{cs}}{\partial V_k} = -V_m b_{km} \sin \theta_{km} \\ \frac{\partial \Delta P_{km}^{cs}}{\partial V_m} = -V_k b_{km} \sin \theta_{km} \end{cases} \quad (3.57)$$

O elemento C_4 é determinado pela Equação 3.58.

$$C_4 = \begin{cases} \frac{\partial \Delta P_{km}^{cs}}{\partial b_{km}} = -V_k V_m \sin \theta_{km} \end{cases} \quad (3.58)$$

As derivadas 3.56, 3.57 e 3.58 são obtidas da Equação 3.11(a). Caso a potência ativa especificada for no sentido $m - k$ (P_{mk}^{esp}) é necessário usar a Equação 3.12(b).

Por fim, o vetor coluna \bar{E}_4 tem dois elementos dados pelas Equações 3.59, enquanto as derivadas de injeção de potência reativa em função da susceptância do compensador são determinadas pelas Equações 3.60.

$$\bar{E}_4 = \begin{cases} \frac{\partial \Delta P_k}{\partial b_{km}} = -V_k V_m \sin \theta_{km} \\ \frac{\partial \Delta P_m}{\partial b_{km}} = V_k V_m \sin \theta_{km} \end{cases} \quad (3.59)$$

$$\bar{D}_4 = \begin{cases} \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial b_{km}} = -V_k^2 + V_k V_m \cos \theta_{km} \\ \frac{\partial \Delta Q_m}{\partial b_{km}} = -V_m^2 + V_k V_m \cos \theta_{km} \end{cases} \quad (3.60)$$

3.3.5 Equacionamento Final dos Controles

A estrutura do sistema linear considerando todos os controles de equipamentos é apresentada na Equação 3.61. Tal estrutura requer a ordenação estrita da matriz Jacobiana segundo as subseções anteriores.

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{P} \\ \Delta \bar{Q} \\ \Delta \bar{V}_{ct} \\ \Delta \bar{V}_{sh} \\ \Delta \bar{P}_{km}^\phi \\ \Delta \bar{P}_{km}^{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{H} & \tilde{N} & \tilde{E}_1 & \tilde{E}_2 & \tilde{E}_3 & \tilde{E}_4 \\ \tilde{M} & \tilde{L} & \tilde{D}_1 & \tilde{D}_2 & \tilde{D}_3 & \tilde{D}_4 \\ \tilde{A}_1 & \tilde{B}_1 & \tilde{C}_1 & \tilde{F}_1 & \tilde{F}_2 & \tilde{F}_3 \\ \tilde{A}_2 & \tilde{B}_2 & \tilde{F}_4 & \tilde{C}_2 & \tilde{F}_5 & \tilde{F}_6 \\ \tilde{A}_3 & \tilde{B}_3 & \tilde{F}_7 & \tilde{F}_8 & \tilde{C}_3 & \tilde{F}_9 \\ \tilde{A}_4 & \tilde{B}_4 & \tilde{F}_{10} & \tilde{F}_{11} & \tilde{F}_{12} & \tilde{C}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{\theta} \\ \Delta \bar{V} \\ \Delta \bar{n}_{km} \\ \Delta \bar{b}^{-sh} \\ \Delta \bar{\phi}_{km} \\ \Delta \bar{b}_{km} \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

Os vetores $\Delta \bar{V}_{ct}$ e $\Delta \bar{V}_{sh}$ possuem dimensões N_{ct} e N_{ch} , respectivamente. N_{ct} é o número de barras com tensão controlada por tap de transformadores e, N_{ch} é o número de barras com tensão controlada por susceptâncias *shunt*. Os vetores $\Delta \bar{P}_{km}^\phi$ e $\Delta \bar{P}_{km}^{cs}$ possuem dimensões $N_{t\phi}$ e N_{cs} , respectivamente. $N_{t\phi}$ é o número de transformadores com potência ativa controlada e, N_{cs} é o número de compensadores série com potência ativa controlada. Dessa forma, as submatrizes da matriz Jacobiana têm as seguintes dimensões,

- \tilde{A}_1 ($N_{ct} \times N_{PQ} + N_{PV}$), \tilde{A}_2 ($N_{ch} \times N_{PQ} + N_{PV}$), \tilde{A}_3 ($N_{t\phi} \times N_{PQ} + N_{PV}$), \tilde{A}_4 ($N_{cs} \times N_{PQ} + N_{PV}$);
- \tilde{B}_1 ($N_{ct} \times N_{PQ}$), \tilde{B}_2 ($N_{ch} \times N_{PQ}$), \tilde{B}_3 ($N_{t\phi} \times N_{PQ}$), \tilde{B}_4 ($N_{cs} \times N_{PQ}$);
- \tilde{C}_1 ($N_{ct} \times N_{ct}$), \tilde{C}_2 ($N_{ch} \times N_{ch}$), \tilde{C}_3 ($N_{t\phi} \times N_{t\phi}$), \tilde{C}_4 ($N_{cs} \times N_{cs}$);
- \tilde{D}_1 ($N_{PQ} \times N_{ct}$), \tilde{D}_2 ($N_{PQ} \times N_{ch}$), \tilde{D}_3 ($N_{PQ} \times N_{t\phi}$), \tilde{D}_4 ($N_{PQ} \times N_{cs}$).
- \tilde{E}_1 ($N_{PQ} + N_{PV} \times N_{ct}$), \tilde{E}_2 ($N_{PQ} + N_{PV} \times N_{ch}$), \tilde{E}_3 ($N_{PQ} + N_{PV} \times N_{t\phi}$), \tilde{E}_4 ($N_{PQ} + N_{PV} \times N_{cs}$).

A representação de cada controle é descrito a seguir:

- Cada barra com tensão controlada por tap é representada por uma linha em \tilde{A}_1 e \tilde{B}_1 , uma coluna em \tilde{D}_1 e \tilde{E}_1 , e um elemento diagonal em \tilde{C}_1 .

- Cada barra com tensão controlada por susceptância *shunt* é representada por uma linha em \tilde{A}_2 e \tilde{B}_2 , uma coluna em \tilde{D}_2 e \tilde{E}_2 , e um elemento diagonal em \tilde{C}_2 .
- Cada transformador com potência ativa controlada é representado por uma linha em \tilde{A}_3 e \tilde{B}_3 , uma coluna em \tilde{D}_3 e \tilde{E}_3 , e um elemento diagonal em \tilde{C}_3 .
- Cada compensador série com potência ativa controlada é representado por uma linha em \tilde{A}_4 e \tilde{B}_4 , uma coluna em \tilde{D}_4 e \tilde{E}_4 , e um elemento diagonal em \tilde{C}_4 .

Por fim, as submatrizes \tilde{F}_1 a \tilde{F}_{12} são nulas, pois as funções de controle têm relação apenas com a respectiva variável de controle.

3.4 Considerações Finais

Neste capítulo foi apresentado o método de Newton-Raphson aplicado ao problema de fluxo de potência. Este método baseia-se na resolução de uma série de sistemas lineares derivados do problema original, para o qual foi desenvolvido um procedimento eficiente que faz uso do método GMRES.

O equacionamento para o controle de tensão e de potência ativa foi deduzido e inserido no método de Newton-Raphson. Desta forma, o ajuste dos controles é realizada simultaneamente com a resolução do fluxo de potência.

Finalmente, o método de Newton-Raphson é capaz de fornecer uma solução *local* do problema através do uso de derivadas. Portanto, a escolha da solução inicial do fluxo de potência é de especial importância para a convergência do algoritmo.

Modelagem do Problema de Otimização: Funções Objetivas

Neste capítulo é apresentada a modelagem das funções objetivo, a saber: i) minimização do custo econômico do despacho de potência, ii) minimização das perdas técnicas do sistema elétrico, iii) maximização da Margem de Estabilidade de Tensão (MET), e, iv) maximização do fator de potência em transformadores da Rede Básica de Fronteira (RBF). Outros tópicos importantes também são apresentados, como o gerador síncrono e a regulamentação do mercado de energia elétrica no Brasil.

4.1 Gerador Síncrono de Pólos Lisos

O modelo elétrico do gerador síncrono em estado estacionário é apresentado na Figura 4.1.

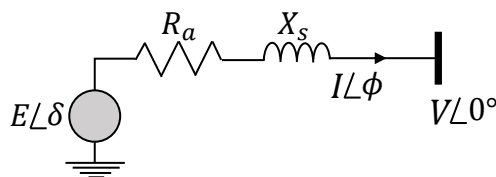


Figura 4.1: Circuito equivalente do gerador em estado estacionário. Adaptada de (Kundur, 1994).

Os parâmetros do circuito equivalente do gerador são definidos como:

- V : magnitude da tensão de armadura;
- E : magnitude da tensão de excitação de campo;
- δ : ângulo interno do rotor;
- R_a : resistência de armadura;

- X_s : reatância síncrona de armadura;
- I : magnitude da corrente de saída;
- ϕ ângulo da corrente de saída (ângulo do fator de potência);

A magnitude da tensão de excitação E é dada pelo produto de $x_{ad}I_{fd}$, onde x_{ad} é a reatância mútua estator-rotor e I_{fd} é a corrente de campo tomando como referência o eixo-d da máquina (Kundur, 1994). O diagrama fasorial do modelo do gerador, sem considerar a resistência síncrona e com fator de potência atrasado, é mostrado na Figura 4.2. Tal diagrama é uma aproximação válida, uma vez que a resistência geralmente é pouco significativa em relação à reatância síncrona, $X_s \gg R_a$. Desse modo, as expressões da geração de potências ativa e reativa são dadas pelas Equações 4.1 e 4.2.

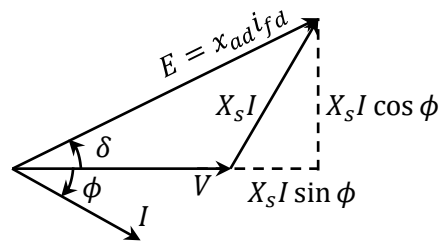


Figura 4.2: Diagrama fasorial do gerador em estado estacionário.

$$P_g = VI \cos \phi = \frac{x_{ad}}{X_s} i_{fd} V \sin \delta = \frac{E}{X_s} V \sin \delta \quad (4.1)$$

$$Q_g = VI \sin \phi = \frac{x_{ad}}{X_s} i_{fd} V \cos \delta - \frac{V^2}{X_s} = \frac{E}{X_s} V \cos \delta - \frac{V^2}{X_s} \quad (4.2)$$

A capacidade do gerador síncrono está sujeita aos seguintes limites: i) corrente da armadura, ii) corrente de campo; iii) aquecimento por baixa excitação, iv) potência ativa máxima, v) potência ativa mínima, e, vi) limite de estabilidade. Intrinsecamente, a origem das três primeiras limitações obedecem aos limites térmicos de operação (Kundur, 1994). Por outra parte, as limitações iv-vi têm origem nas características construtivas do gerador (Monticelli and Garcia, 2011). Cada um desses limites é ilustrado sobre a curva de capacidade apresentada na Figura 4.3.

Na Figura 4.3 são identificados dois possíveis estados de operação do gerador, o estado de sobre-excitação quando é fornecida potência reativa e, o estado de sub-excitação se houver absorção de potência reativa. O limite de baixa excitação é aproximado por uma reta considerando o ângulo máximo de estabilidade eletromecânica do gerador

δ_{max} (Monticelli and Garcia, 2011). Entretanto, o limite de sobre-excitação depende da tensão de armadura V e da corrente de campo i_{fd} (Grainger et al., 2003). Por sua vez, o limite de armadura é dado pela corrente máxima de armadura na condição nominal de potência aparente S_g .

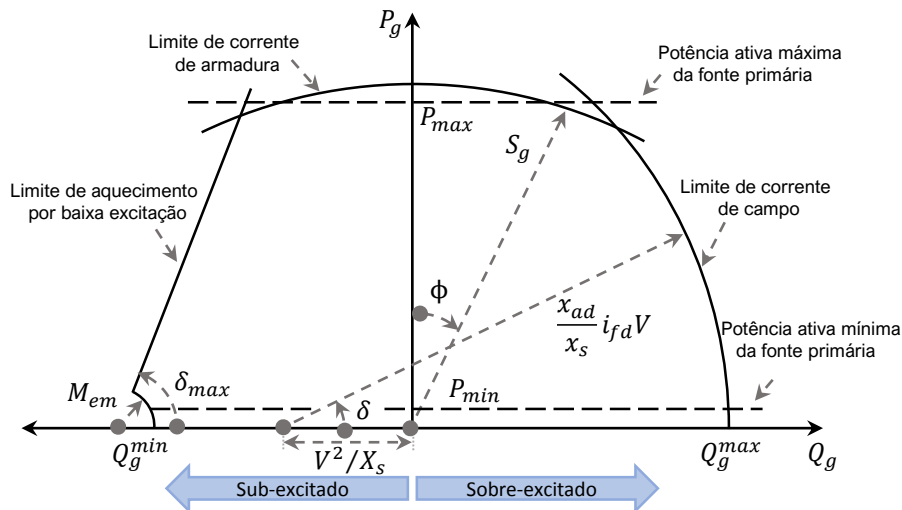


Figura 4.3: Curva de capacidade do gerador síncrono de pólos lisos.

Os parâmetros da curva de capacidade são:

- S_g : potência aparente nominal do gerador;
- δ_{max} : ângulo máximo para preservar a estabilidade eletromecânica do gerador;
- M_{em} : margem de excitação mínima devido à corrente de excitação mínima;
- Q_g^{min}, Q_g^{max} : potência reativa mínima e máxima, respectivamente;
- P_{min}, P_{max} : potência ativa mínima e máxima da fonte primária de energia.

A Figura 4.3 apresenta os numerosos limites do gerador, não obstante, vários trabalhos representam e modelam a curva de capacidade apenas pelos limites de baixa excitação, de armadura e de campo (Rueda and Almeida, 2001), (Kundur, 1994), (Grainger et al., 2003).

Uma modelagem simplificada da curva de capacidade, mas válida e suficiente para efeitos desta pesquisa, é apresentada em (de Almeida, 2012). Nesse modelo é desconsiderada a margem de excitação mínima M_{em} e os limites de fonte primária (P_{max} e P_{min}). A curva de capacidade resultante é ilustrada na Figura 4.4, onde os limites de baixa excitação, de armadura e de campo, são designados pelas funções f_1 , f_2 e f_3 ,

respectivamente. Observa-se que a interseção entre o limite de campo e armadura é determinada pela potência nominal S_g e o ângulo do fator de potência da máquina ϕ .

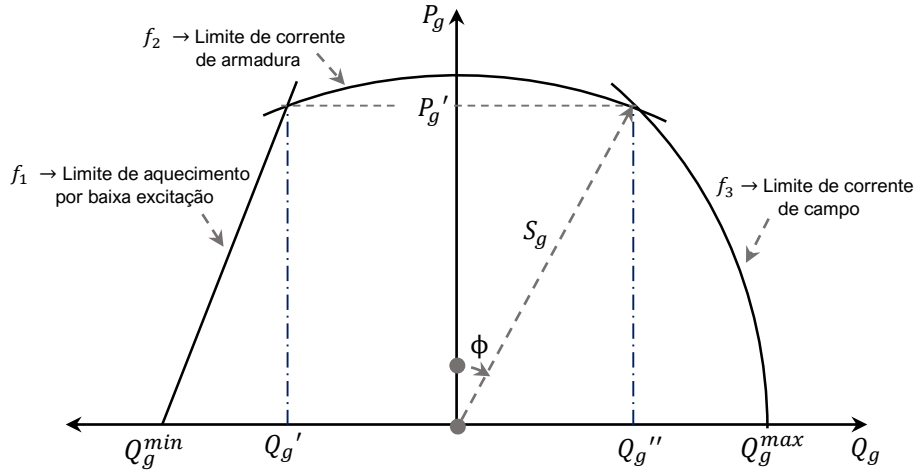


Figura 4.4: Curva de capacidade simplificada. Adaptada de (de Almeida, 2012)

As funções f_1 , f_2 e f_3 determinam a capacidade máxima de geração de potência ativa em função da geração de potência reativa $P_g^{Max}(Q_g)$ conforme mostrado na Equação 4.3.

$$P_g^{Max}(Q_g) \begin{cases} f_1 = \left(\frac{P'_g}{Q'_g - Q_g^{min}} \right) (Q_g - Q_g^{min}) & \text{para } Q_g^{min} \leq Q_g < Q'_g \\ f_2 = \sqrt{S_g^2 - Q_g^2} & \text{para } Q'_g \leq Q_g \leq Q''_g \\ f_3 = \frac{\sqrt{V^2(E^{max})^2 - (Q_g X_s + V^2)^2}}{X_s} & \text{para } Q''_g < Q_g \leq Q_g^{max} \end{cases} \quad (4.3)$$

$$\text{Onde : } Q'_g = -S_g \sin(\phi), \quad Q''_g = S_g \sin \phi, \quad P'_g = S_g \cos(\phi)$$

De acordo com (Rueda and Almeida, 2001), a excitação máxima do campo E^{max} pode ser calculada pela Equação 4.4.

$$E^{max} = \sqrt{\frac{(X_s P'_g)^2 + (X_s Q''_g + V^2)^2}{V^2}} \quad (4.4)$$

Outra maneira de expressar o limite de geração de potência ativa é apresentada na Equação 4.5, em que P_g^{Max} assume o menor valor das três funções que modelam a curva de capacidade.

$$P_g^{Max}(Q_g) = \min \{f_1, f_2, f_3\} \quad (4.5)$$

sujeito a: $Q_g^{min} \leq Q_g \leq Q_g^{max}$

A Equação 4.5 é descontínua e não diferenciável, porém pode ser muito bem aproximada por uma única curva contínua e diferenciável usando um parâmetro de suavização (Gopal and Biegler, 1999). A suavização de $P_g^{Max}(Q_g)$ é apresentada na Equação 4.6, a qual é obtida a partir da função de suavização sigmoide (Gopal and Biegler, 1999). O parâmetro $\varepsilon > 0$ determina a qualidade da aproximação nas interseções de f_1 , f_2 e f_3 . Conforme sugerido em (de Almeida, 2012), adota-se $\varepsilon = 30$.

$$P_g^{Max}(Q_g, \varepsilon) = f_1 - \frac{1}{\varepsilon} \ln \left\{ 1 + e^{-\varepsilon(f_2 - f_1)} + e^{-\varepsilon(f_3 - f_1)} \right\} \quad (4.6)$$

sujeito a: $Q_g^{min} \leq Q_g \leq Q_g^{max}$

4.1.1 Custo de Oportunidade do Gerador

O custo de oportunidade do gerador está diretamente relacionado à dependência da geração de potência ativa e reativa, por isso a curva de capacidade é comumente utilizada para entender tal custo (Ahmadi and Foroud, 2013).

Inicialmente, considere que o gerador está operando no ponto A da Figura 4.5, onde a geração de potência ativa e reativa são denotadas por P_A e Q_A , respectivamente. Se for necessário gerar mais reativo, sem alterar a geração de potência ativa, o limite máximo disponível é o ponto B , em que $P_B = P_A$ e Q_B . Por outro lado, caso seja necessário gerar mais ativo, sem alterar a geração de reativo, o limite máximo é $P_C = P_{max}$. Vale ressaltar que, tanto a transição de A para B quanto de A para C , podem causar aumento das perdas técnicas no gerador.

Ainda sobre a Figura 4.5, assumamos que o gerador opera no ponto B , ou seja, a geração atual é P_B e Q_B . Se for necessário fornecer mais reativo, por exemplo, até Q_D , a geração de potência ativa deve ser reduzida. Portanto, na transição de B para D há uma queda no despacho de potência ativa dado por: $Oport = P_B - P_D$ e, além disso, pode haver aumento das perdas técnicas no gerador. Finalmente, perceba-se que o custo de oportunidade ocorre em qualquer ponto da região sombreada na Figura 4.5.

No mercado de energia elétrica, $Oport$ representa uma queda na receita do gerador, o que dá origem ao **custo de oportunidade**. Tal conceito pode ser entendido como a

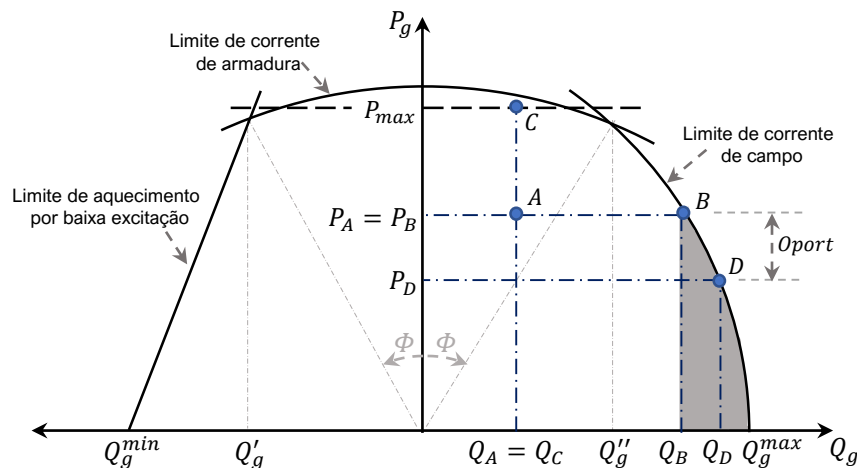


Figura 4.5: Análise do custo de oportunidade na curva de capacidade do gerador.

perda de receita no mercado de energia ativa devido à produção de energia reativa necessária para um eventual benefício (Senna, 2009). Tais benefícios certamente são: maior controle e segurança de tensão do sistema, melhorias na qualidade do serviço, dentre outros (Banshwar et al., 2018), (ONS, 2019a).

O custo de oportunidade geralmente é analisado apenas no limite de campo, pois no limite de armadura a diminuição reativo não configura um aumento de ativo (uma vez que P_g é limitado por P_{max}) (Zhong and Bhattacharya, 2002), (Reddy et al., 2011), (Ahmadi and Foroud, 2013). Se P_{max} for desconsiderado, o custo de oportunidade não seria expressivo (ou mesmo nulo), uma vez que os preços da energia ativa são maiores que os preços da energia reativa (Ahmadi and Foroud, 2014), (Kotsan, 2004), (ANEEL, 2019).

4.2 Ambiente de Transação da Energia Elétrica no Brasil

4.2.1 Ambiente de Transação da Energia Ativa

No Brasil, os contratos de compra e venda de energia ativa celebrados, tanto no Ambiente de Contratação Regulado (ACR) como no Ambiente de Contratação Livre (ACL), devem ser registrados na Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) (Pinguelli Rosa et al., 2013). A CCEE realiza a medição dos montantes efetivamente produzidos e consumidos pelo agente de geração, então as diferenças apuradas semanalmente, positivas ou negativas, são contabilizadas para liquidação financeira

no mercado de curto prazo e valoradas a Preço de Liquidação das Diferenças - *PLD* (CCEE, 2022a).

Com base no exposto acima, o agente de geração possui um preço de contratação ρ [R\$/MWh] para um determinado montante de energia contratada P_g^{cot} [MW]. Entretanto, o mercado estabelece o preço *PLD* [R\$/MWh] para precificar a diferença entre a energia gerada e contratada. Na Figura 4.6 é ilustrado o preço da energia sob duas situações: (a) quando o gerador fornece uma quantidade de energia ativa P_g menor que o montante contratado $P_g < P_g^{cot}$, e, (b) quando o gerador fornece mais energia do que o montante contratado, $P_g \geq P_g^{cot}$.

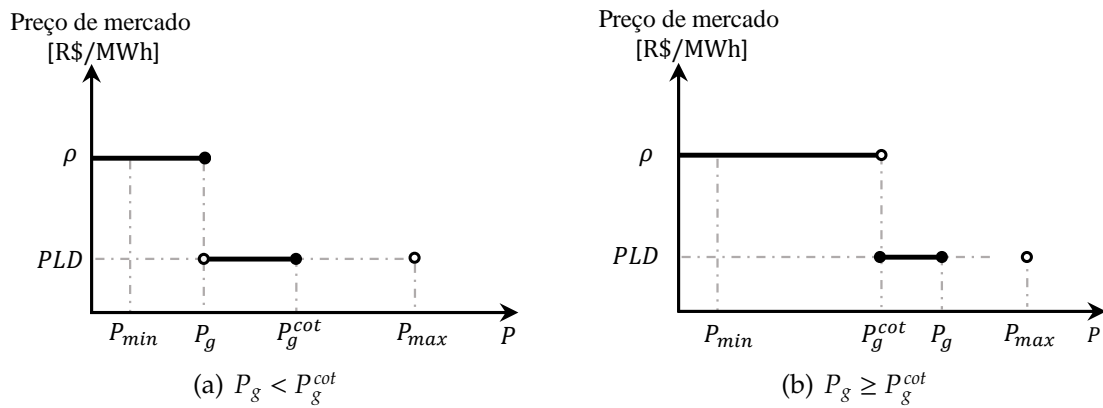


Figura 4.6: Preço da energia ativa no mercado brasileiro.

A receita do gerador R_m [R\$/h] é calculada mediante a Equação 4.7, onde f_a e f_b , são as receitas para os casos em que $P_g < P_g^{cot}$ e $P_g \geq P_g^{cot}$, respectivamente. A função suavizada de R_m é apresentada na Equação 4.8, enquanto o seu comportamento é ilustrado na Figura 4.7. A constante $\tau > 0$ determina a qualidade da aproximação entre as duas retas f_a e f_b .

$$R_m(P_g) = \begin{cases} f_a = |P_g^{cot} - P_g| PLD + P_g \rho, & \text{para } P_g < P_g^{cot} \\ f_b = |P_g^{cot} - P_g| PLD + P_g^{cot} \rho, & \text{para } P_g \geq P_g^{cot} \end{cases} \quad (4.7)$$

$$R_m(P_g) = f_a - \frac{1}{\tau} \ln \left[1 + e^{-\tau(f_b - f_a)} \right] \quad (4.8)$$

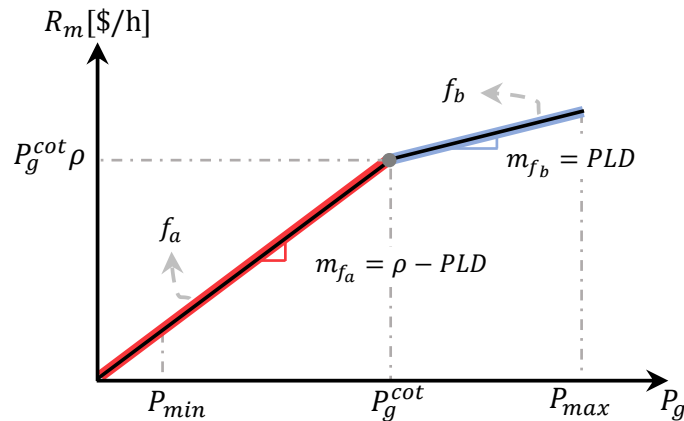


Figura 4.7: Receita do gerador pelo despacho de potência ativa.

No marco regulatório do mercado elétrico brasileiro, o agente de geração pode vender sua energia às concessionárias de distribuição ou diretamente ao consumidor (CCEE, 2022c), (CCEE, 2022b). Nesse sentido, a receita do agente de geração $R_m(P_g)$ representa, de fato, a despesa da concessionária de distribuição $Ep(P_g)$, portanto, considera-se que:

$$Ep(P_g) = R_m(P_g) = f_a - \frac{1}{\tau} \ln \left[1 + e^{-\tau(f_b - f_a)} \right] \quad (4.9)$$

Do ponto de vista da concessionária de distribuição, é interessante reduzir a despesa com a compra de energia ativa $Ep(P_g)$, contrariando os interesses do agente de geração. Vale ressaltar que a segmentação do setor elétrico permite que um grupo empresarial do segmento de energia exerça as atividades de geração, distribuição e transmissão de energia.

4.2.2 Ambiente de Transação da Energia Reativa

No Brasil não existe mercado de energia reativa, a remuneração pela energia reativa está estipulada quando o gerador opera como compensador síncrono. Nessa condição, o suporte de reativo é remunerado pela Tarifa de Serviços Ancilares (TSA [R\$/MVarh]) definida em Contratos de Prestação de Serviços Ancilares (CPSA) (ANEEL, 2019), (ONS, 2019b). Serviço ancilar refere-se a um serviço necessário e complementar para o correto funcionamento do sistema elétrico.

Segundo o apresentado pelo Operador Nacional do Sistema (ONS), o suporte de reativo é um serviço ancilar destinado ao controle de tensão dentro dos níveis estabelecidos, para o qual o gerador deve fornecer ou absorver apenas energia reativa.

Conforme descrito na Figura 4.8, a unidade geradora que opera como compensador síncrono incorre em custos fixos, perdas técnicas, custos de operação e manutenção. Diante disso, a compensação financeira destes custos é determinada pela TSA no CPSA, porém, tal compensação não é interessante para o agente de geração, uma vez que a TSA é muito inferior aos preços da energia ativa (ANEEL, 2019).

Quando o gerador fornece potência ativa e é solicitado o suporte de reativo, seja por absorção ou suprimento, o contrato CPSA não é celebrado. A prestação do suporte de reativos é obrigatória e estipulada pelo operador do sistema. Nesse cenário, o gerador pode experimentar custos de oportunidade sem obter compensação financeira.

Tipo de serviço ancilar	Forma de administração	Celebração de CPSA (Sim / Não)	Tipos de custos a serem recuperados pelos agentes de geração		
			Custos fixos	Custos variáveis	
				O&M	Perdas adic.
Suporte de reativos	Obrigatória	Não	-	-	-
Suporte de reativos (Unidade geradora que opera como compensador síncrono)	Obrigatória	Sim	x	x	x

Figura 4.8: Descrição dos arranjos comerciais dos serviços ancilares prestados pelos agentes de geração. Retirada de (ONS, 2019b).

4.3 Metodologia para o Cálculo do Custo do Despacho de Potência

A ideia desta metodologia é atender aos interesses financeiros das companhias de distribuição e dos agentes de geração no marco regulatório de comercialização da energia no Brasil. Cabe ressaltar que ambos os participantes, distribuidora e gerador, podem fazer parte de um mesmo grupo empresarial no segmento de energia, sendo ainda mais conveniente considerar os interesses de ambos os participantes.

O custo econômico do despacho de potência considera o valor da energia ativa no mercado E_p e o custo de oportunidade OC . A concessionária de distribuição tem como propósito minimizar a despesa pela compra de energia ativa $E_p(P_g)$, enquanto

o agente de geração tem interesse em minimizar o custo de oportunidade decorrente do despacho de reativo e pelo qual não obtém remuneração. Desse modo, o custo econômico do despacho de potência PDE [\$/h], tanto ativa como reativa, é formulado na Equação 4.10 (de Vasconcelos et al., 2019).

$$PDE = Ep + OC \quad (4.10)$$

Segundo o exposto na Subseção 4.1.1, o custo de oportunidade pode ser formulado por meio da Equação 4.11, onde Pr^0 e Plc^0 representam o lucro e o custo das perdas técnicas do gerador ao despachar apenas potência ativa, respectivamente. Por sua vez, Pr e Plc representam, na devida ordem, o lucro e o custo das perdas técnicas do gerador ao despachar potência ativa e reativa.

$$OC = |(Pr^0 + Plc^0) - (Pr + Plc)| \quad (4.11)$$

O custo de oportunidade é calculado por meio da avaliação de dois cenários de operação do sistema elétrico, em que as condições de operação relacionadas ao uso da potência reativa são desacopladas (Almeida and Senna, 2011). As características de ambos os cenários são apresentadas a seguir:

- i. Cenário 0: despacho de potência ativa para o cálculo de Pr^0 e Plc^0 :
 - Assume-se que o perfil de tensão do sistema é plano, ou seja, a magnitude das tensões é igual a 1 p.u.;
 - Não há despacho de potência reativa, somente a potência ativa necessária para suprir a demanda de carga ativa é despachada;
 - A curva de capacidade do gerador não é considerada, apenas são considerados os limites de fonte primária para a potência ativa;
 - É entendido como um cenário ideal, pois apenas a energia ativa é despachada e vendida;
- ii. Cenário 1: despacho de potência ativa e reativa para o cálculo de Pr e Plc :
 - Cenário realista em que há despacho de potência ativa e reativa;
 - O despacho de potência deve suprir a demanda de carga e manter o perfil de tensão em níveis aceitáveis;
 - Todas as limitações operacionais do sistema elétrico são consideradas, com destaque para a curva de capacidade do gerador.

4.3.1 Cenário 0: Despacho de Potência Ativa

Este cenário visa a minimização do valor total da energia ativa no mercado Etp^0 . As variáveis de decisão são os despachos de potência ativa dos geradores \bar{P}_g^0 e os ângulos das tensões $\bar{\theta}^0$. O Problema 4.12 descreve este cenário.

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } Etp^0 : \sum_{i \in N_g} Ep_i(P_{g,i}^0) = \sum_{i \in N_g} f_{a,i} - \frac{1}{\tau} \ln [1 + e^{-\tau(f_{b,i} - f_{a,i})}] \\ & \bar{x}^0 = \left\{ \bar{P}_g^0, \bar{\theta}^0 \right\} \\ & \text{em que: } \begin{cases} f_{a,i} = \begin{cases} P_{g,i}^{\text{cot}} - P_{g,i}^0 & \text{para } P_{g,i}^0 < P_{g,i}^{\text{cot}} \\ P_{g,i}^{\text{cot}} - P_{g,i}^0 & \text{para } P_{g,i}^0 \geq P_{g,i}^{\text{cot}} \end{cases} \\ f_{b,i} = \begin{cases} PLD + P_{g,i}^0 \rho_i & \text{para } P_{g,i}^0 < P_{g,i}^{\text{cot}} \\ PLD + P_{g,i}^{\text{cot}} \rho_i & \text{para } P_{g,i}^0 \geq P_{g,i}^{\text{cot}} \end{cases} \end{cases} \quad (4.12) \\ & \text{sujeito a: } \begin{cases} h_i : P_{g,i}^0 - P_{d,i} - P_{inj,i}(\bar{\theta}^0) = 0, \quad \forall i \in N \\ g_{1,i} : P_{min,i} \leq P_{g,i}^0 \leq P_{max,i}, \quad \forall i \in N_g \\ g_{2,i} : |f_{k,m}^0(\bar{\theta}^0)| \leq f_{k,m}^{\text{max}}, \quad \forall (k,m) \in \Lambda \end{cases} \end{aligned}$$

As variáveis e parâmetros do Problema 4.12 são definidos como:

- N : conjunto de barras do sistema;
- N_g : conjunto de geradores do sistema;
- Λ : conjunto de ramos do sistema (linhas, transformadores, compensadores);
- $P_{g,i}^0$: geração de potência ativa na i -ésima barra;
- $P_{d,i}$: demanda de potência ativa na i -ésima barra;
- θ_i^0 : ângulo de tensão na i -ésima barra;
- $P_{inj,i}$: injeção de potência ativa na i -ésima barra;
- $f_{k,m}^0$: fluxo de potência ativa no ramo km ;
- $f_{k,m}^{\text{max}}$: fluxo de potência ativa máxima no ramo km ;
- $P_{min,i}$: limite mínimo de fonte primária do i -ésimo gerador;
- $P_{max,i}$: limite máximo de fonte primária do i -ésimo gerador;

Método de Solução do Cenário 0

O Método do Lagrangiano Aumentado (ALM) permite a transformação de um problema restrito, como apresentado na Equação 4.12, em um problema de otimização irrestrito (Bertsekas et al., 1998). Tal transformação consiste em criar uma única função que incorpore as restrições e a função objetivo do problema. A função resultante recebe o nome de função Lagrangiana Aumentada LA . Dessa forma, a Equação 4.13 apresenta a função LA para o Problema 4.12.

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } LA \left\{ \bar{P}_g^0, \bar{\theta}^0, \bar{\lambda}^0, \bar{\mu}_1^0, \bar{\mu}_2^0, r \right\} : & \sum_{i=1}^{|N_g|} Ep_i(P_{g,i}^0) + \sum_{i=1}^{|N|} \lambda_i^0 h_i(\bar{x}^0) + \sum_{i=1}^{|N_g|} \mu_{1i}^0 \alpha_{1i}(\bar{x}^0) \cdots \\ & + \sum_{i=1}^{|N|} \mu_{2i}^0 \alpha_{2i}(\bar{x}^0) + r \sum_{i=1}^{|N|} [h_i(\bar{x}^0)]^2 + r \sum_{i=1}^{|N_g|} [\alpha_{1i}(\bar{x}^0)]^2 + r \sum_{i=1}^{|N|} [\alpha_{2i}(\bar{x}^0)]^2 \end{aligned} \quad (4.13)$$

sendo,

$$\alpha_{1i} = \max \left\{ g_{1,i}(\bar{x}^0), -\frac{\mu_{1i}^0}{2r} \right\} \quad ; \quad \alpha_{2i} = \max \left\{ g_{2,i}(\bar{x}^0), -\frac{\mu_{2i}^0}{2r} \right\}$$

As variáveis da Equação 4.13 são definidas como:

- λ_i^0 : multiplicador de Lagrange associado à i -ésima restrição de igualdade h_i ;
- μ_{1i}^0 : multiplicador de Lagrange associado à i -ésima restrição $g_{1,i}$;
- μ_{2i}^0 : multiplicador de Lagrange associado à i -ésima restrição $g_{2,i}$;
- r : fator de penalização das violações de restrições;
- $|N|, |N_g| e |\Lambda|$: cardinalidade ou número de elementos dos conjuntos N, N_g e Λ , respectivamente;

A função LA acrescenta tantos multiplicadores de Lagrange (variáveis $\bar{\lambda}^0, \bar{\mu}_1^0, \bar{\mu}_2^0$) quanto o número de restrições do problema original 4.12. Nesta pesquisa, é usado o método Lagrangiano Aumentado conjuntamente com o método de região de confiança para a resolução do Problema 4.13 (Moreira, 1994).

Em pesquisa operacional e economia, o multiplicador de Lagrange é interpretado como o custo marginal, uma vez que indica a sensibilidade da função objetivo devido à mudança de uma unidade na restrição de igualdade (Rao, 2009). Em vista disso,

o multiplicador de Lagrange λ_i^0 [\$/pu.h], associado ao balanço de potência na i -ésima barra, representa o custo marginal da energia ativa na i -ésima barra (Almeida and Senna, 2011). Cabe mencionar que essa interpretação é válida quando as condições de Karush-Khun-Tucker (KKT) são atendidas (Rao, 2009).

Uma vez determinado o custo marginal da i -ésima barra λ_i^0 , é possível calcular o lucro do i -ésimo gerador Pr_i^0 [\$/h] por meio da Equação 4.14. O produto $\lambda_i^0 P_{g,i}^0$ representa a receita marginal do despacho de potência ativa enquanto o termo $C_i(P_{g,i}^0)$ representa o custo da geração de $P_{g,i}^0$.

$$Pr_i^0(P_{g,i}^0) = \lambda_i^0 P_{g,i}^0 - C_i(P_{g,i}^0) \quad (4.14)$$

O custo da geração de potência ativa $C_i(P_{g,i}^0)$ é dado pela Equação 4.15, onde os coeficientes a_i [\$/pu²h] e b_i [\$/pu.h] modelam os custos envolvidos na geração, incluindo os custos de matérias-primas, operação e, manutenção. Certamente, os coeficientes a_i e b_i são característicos de cada gerador.

$$C_i(P_{g,i}^0) = \frac{1}{2} a_i (P_{g,i}^0)^2 + b_i P_{g,i}^0 \quad (4.15)$$

Por fim, o custo das perdas técnicas no i -ésimo gerador é calculado por meio da Equação 4.16, em que $R_{a,i}$ é a resistência de armadura do i -ésimo gerador e θ_i é o ângulo da tensão de armadura (com magnitude de 1 p.u.). Conforme a Equação 4.16, as perdas técnicas são cotadas ao preço de contratação da potência ativa ρ_i do gerador.

$$Plc_i^0 = R_{a,i} \left| \frac{P_{g,i}^0}{1 - \theta_i^0} \right|^2 \rho_i \quad (4.16)$$

Os resultados do Cenário 0 permitem conhecer: i) o mínimo valor da energia ativa no mercado Etp^0 , ii) o lucro do gerador $Pr^0(P_g^0)$ e, iii) o custo das perdas técnicas do gerador $Plc_i^0(P_g^0)$. Tais variáveis são obtidas sem despachar potência reativa; sendo assim, são consideradas ideais ou utópicas.

4.3.2 Cenário 1: Despacho de Potência Ativa e Reativa

Neste cenário é considerado o despacho de potência ativa P_g e reativa Q_g . O lucro do i -ésimo gerador $Pr_i(P_{g,i})$ [\$/h] é dada pela Equação 4.17, onde o custo marginal λ_i^0 [\$/pu.h] (calculado no Cenário 0) é utilizado.

$$Pr_i(P_{g,i}) = \lambda_i^0 P_{g,i} - C_i(P_{g,i}) \quad (4.17)$$

O custo da geração de potência ativa $C_i(P_{g,i})$ é dado pela Equação 4.18.

$$C_i(P_{g,i}) = \frac{1}{2} a_i (P_{g,i})^2 + b_i P_{g,i} \quad (4.18)$$

O custo das perdas técnicas no gerador é calculado a seguir,

$$Plc_i = R_{a,i} \left| \left(\frac{P_{g,i} + jQ_{g,i}}{V_i \angle \theta_i} \right)^* \right|^2 \rho_i \quad (4.19)$$

Finalmente, o custo total do despacho de potência PDE é formulado pela Equação 4.20, onde Ep é o custo da energia ativa no mercado e, OC , segundo termo de (4.20), representa o custo de oportunidade decorrente do despacho de potência reativa.

$$PDE = \sum_{i \in N_g} Ep_i(P_{g,i}) + |(Pr_i^0 + Plc_i^0) - (Pr_i + Plc_i)| \quad (4.20)$$

O despacho de potência ativa P_g e reativa Q_g leva a um novo problema de otimização formulado pela Equação 4.21. Este problema objetiva a minimização do custo do despacho de potência sujeito às restrições de operação do sistema (de Vasconcelos et al., 2019).

$$\text{Minimizar } PDE \quad \left\{ \bar{V}, \bar{\theta}, \bar{P}_g, \bar{Q}_g \right\} : \sum_{i \in N_g} Ep_i(P_{g,i}) + |(Pr_i^0 + Plc_i^0) - (Pr_i + Plc_i)|$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
 \bar{h}_1 : P_{g,i} - P_{d,i} - P_{inj,i}(\bar{V}, \bar{\theta}) &= 0, & \forall i \in N \\
 \bar{h}_2 : Q_{g,i} - Q_{d,i} - Q_{inj,i}(\bar{V}, \bar{\theta}) &= 0, & \forall i \in N \\
 \bar{g}_1 : V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max}, & & \forall i \in N \\
 \bar{g}_2 : P_{min,i} \leq P_{g,i} \leq P_{g,i}^{Max}(Q_{g,i}), & & \forall i \in N_g \\
 \bar{g}_3 : Q_{g,i}^{min} \leq Q_{g,i} \leq Q_{g,i}^{max}, & & \forall i \in N_g \\
 \bar{g}_4 : fl_{k,m}(\bar{V}, \bar{\theta}) \leq fl_{k,m}^{max}, & & \forall (k,m) \in \Lambda
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

No cenário 1, o despacho de potência reativa Q_g visa manter as tensões entre um nível mínimo V_i^{min} e um nível máximo V_i^{max} , para o qual o conjunto de restrições \bar{g}_1 é considerado. As restrições \bar{g}_2 e \bar{g}_3 correspondem às curvas de capacidade dos geradores, conforme apresentado na Equação 4.6. O fluxo máximo nos ramos do sistema é resguardado pelo conjunto de restrições \bar{g}_4 . Finalmente, as restrições \bar{h}_1 e \bar{h}_2 modelam o balanço nodal de potência ativa e reativa, respectivamente.

A minimização do custo de despacho de potência (*PDE*) é um dos quatro objetivos que são simultaneamente otimizados nesta pesquisa. O algoritmo de otimização de muitos objetivos, que realiza a minimização de *PDE*, é apresentado no Capítulo 5.

4.3.3 Interpretação e Discussão da Metodologia Proposta

Inicialmente, a metodologia visa resolver o Cenário 0 a partir do qual é obtido o despacho P_g^0 na Figura 4.9. Uma vez que no Cenário 0 não há despacho de reativo, é evidente que P_g^0 encontra-se sobre o eixo P_g da curva de capacidade. Por outro lado, no Cenário 1, assume-se que o gerador opera no ponto *A*, com geração de potência ativa P_A e reativa Q_A . Nesse contexto, são analisados os seguintes casos:

- Ponto de geração transladado de *A* para *B*: o lucro Pr aumenta até Pr^0 . O custo das perdas técnicas Plc aumenta devido ao incremento de potência ativa. Dessa maneira, o custo de oportunidade é influenciado pelo Plc , mais especificamente, pela diferença entre Plc e Plc^0 ;
- Ponto de geração transladado de *B* para P_g^0 : o custo das perdas técnicas diminui devido à redução da potência reativa, enquanto o lucro permanece constante;
- Ponto de geração transladado de *A* para P_g^0 : o lucro Pr aumenta aproximando-se de Pr^0 enquanto o custo das perdas técnicas Plc tende para Plc^0 . Portanto, o custo de oportunidade tende a diminuir.

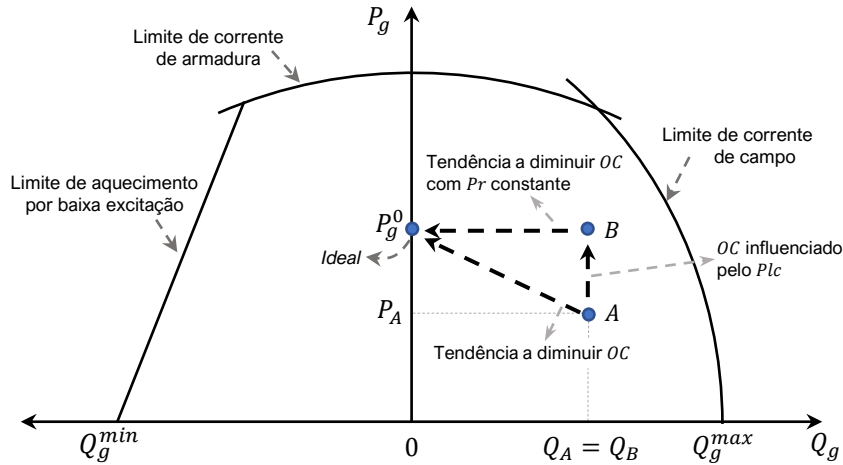


Figura 4.9: Análise da metodologia para o cálculo do custo de oportunidade na curva de capacidade do gerador. A direção oposta das setas indica aumento no custo OC.

O custo total de oportunidade é nulo se $P_{g,i} = P_{g,i}^0$ e $Q_{g,i} = 0$ para todo i -ésimo gerador $\in N_g$. Não obstante, esse ponto de geração ideal é alterado pela necessidade inerente de potência reativa. Nesse sentido, é possível afirmar que:

$$\sum_{i \in N_g} OC_i = \sum_{i \in N_g} |(Pr_i^0 + Plc_i^0) - (Pr_i + Plc_i)| > 0$$

Vale ressaltar que o custo de oportunidade é estimado a partir da resolução do Cenário 0 em que o uso da potência reativa é desprezado. Este cenário visa a minimização do valor total da energia ativa no mercado Etp^0 , o que é interessante do ponto de vista da concessionária de distribuição que compra energia dos agentes de geração. Por sua vez, no Cenário 1 convergem interesses tanto de concessionárias de distribuição quanto dos agentes de geração. Dessa forma, a metodologia proposta prioriza o interesse econômico da concessionária de distribuição, além de considerar o custo de oportunidade sofrido pelo gerador.

4.4 Perdas Técnicas no SEP

As perdas de potência são determinadas pela diferença entre a potência injetada no sistema e a potência entregue às cargas. As perdas técnicas são inerentes ao transporte da energia elétrica, sendo relacionadas à transformação de energia elétrica em energia térmica nos condutores (efeito Joule), bem como perdas em núcleos dos transformadores, perdas dielétricas, dentre outras (ANEEL, 2017).

A Figura 4.10 ilustra os fluxos de potência ativa P_{km} e P_{mk} através de um equipamento conectado entre o k -ésimo e m -ésimo barramento.



Figura 4.10: Convenção dos fluxos de potência ativa através de um ramal.

As expressões gerais de P_{km} e P_{mk} foram apresentadas nas Equações 3.11a e 3.12a, respectivamente. Sendo assim, a equação geral das perdas técnicas em um equipamento é dada pela Equação 4.22.

$$PerdasEquip = P_{km} + P_{mk} = g_{km} \left[\left(\frac{V_k}{n_{km}} \right)^2 + V_m^2 - \frac{2}{n_{km}} V_k V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) \right] \quad (4.22)$$

onde:

- g_{km} : condutância entre a k -ésima e m -ésima barra;
- V_k e V_m : magnitude de tensão na k -ésima e m -ésima barra, respectivamente;
- θ_{km} : diferença dos ângulo de tensão da k -ésima e m -ésima barra ($\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$);
- ϕ_{km} : defasagem do transformador conectado entre k e m ;
- n_{km} : relação de transformação do transformador conectado entre k e m ;

Por fim, as perdas técnicas em um sistema são dadas pela somatória das perdas nos ramos do sistema conforme expresso na Equação 4.23, onde Λ é o conjunto de ramos do sistema (linhas, transformadores, compensadores).

$$P_{loss} = \sum_{(k,m) \in \Lambda} (P_{km} + P_{mk}) = \sum_{(k,m) \in \Lambda} g_{km} \left[\left(\frac{V_k}{n_{km}} \right)^2 + V_m^2 - \frac{2}{n_{km}} V_k V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) \right] \quad (4.23)$$

A minimização das perdas técnicas no sistema P_{loss} é um dos quatro objetivos que são simultaneamente otimizados nesta pesquisa. No Capítulo 5 apresenta-se o algoritmo de otimização de muitos objetivos.

4.5 Fator de Potência em Transformadores da RBF

No Brasil, a rede que opera com nível de tensão igual ou superior a 230 kV é definida como Rede Básica (RB). Por sua vez, a Rede Básica de Fronteira (RBF) é composta pelas unidades transformadoras de potência com tensão primária igual ou superior a 230 kV e tensões secundária e terciária inferiores a 230 kV (ANEEL, 2004). O acesso à RB estabelece que as companhias elétricas devem obedecer um conjunto de requisitos técnicos na RBF. Um dos requerimentos é que o fator de potência em transformadores da RBF seja igual ou superior a 0.95 (ONS, 2021).

A Figura 4.11 ilustra um transformador RBF onde o ponto *medição de D* indica o ponto de medição do fator de potência pela Distribuidora. Portanto, para efeito desta pesquisa, o fator é calculado no lado de baixa tensão do transformador conforme a Equação 4.24, onde P_l e Q_l são o fluxo de potências ativa e reativa no lado de baixa tensão, respectivamente.

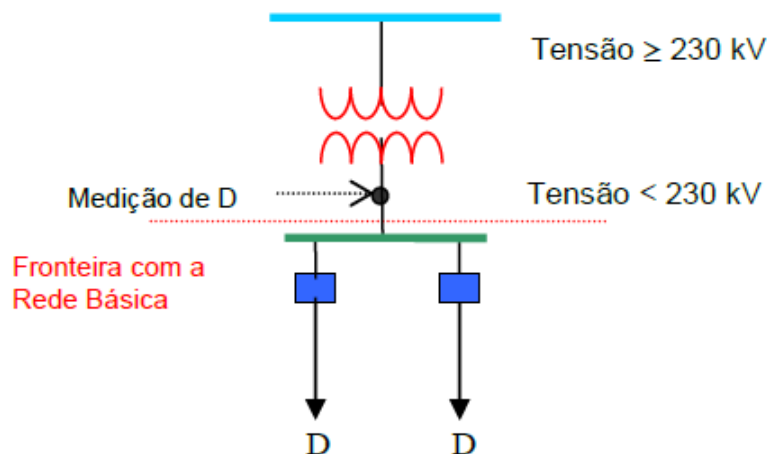


Figura 4.11: Ponto de medição no acesso de uma distribuidora à Rede Básica. Retirada de (ONS, 2020a).

$$fp = \frac{P_l}{\sqrt{P_l^2 + Q_l^2}} \quad (4.24)$$

A expressão 4.25 computa o valor mínimo dos fatores de potência calculados para o conjunto de transformadores RBF, denominado N_f . FP_{rbf} é uma das funções objetivo consideradas neste trabalho.

$$FP_{rbf} = \min\{fp_k\}, \quad \forall k \in N_f \quad (4.25)$$

4.6 Margem de Estabilidade de Tensão - MET

A estabilidade de tensão refere-se à capacidade de um sistema elétrico de manter todas as tensões estáveis após ser submetido a uma perturbação (Kundur et al., 2004). Pode ser entendido como perturbação: a contingência por perda de linha de transmissão, variação de carga, mudança na geração ou na operação dos equipamentos. De maneira oposta, a instabilidade de tensão pode ser explicada pela incapacidade de fornecer potência reativa, ou também, pela absorção excessiva de reativo do sistema como consequência da perturbação sofrida (Kessel and Glavitsch, 1986).

O fenômeno de estabilidade de tensão é comumente explicado através das curvas PV e QV de um barramento. O traçado da curva QV permite monitorar a magnitude de tensão em função do reativo injetado (Taylor et al., 1994), (Kundur, 1994), (Li et al., 2006). A estabilidade é mantida quando a magnitude da tensão aumenta com o aumento da injeção de potência reativa na barra (Kundur, 1994). Entretanto, a instabilidade de tensão acontece quando, em pelo menos uma das barras do sistema, a magnitude de tensão diminui com o aumento da injeção de potência reativa (Taylor et al., 1994).

Por sua vez, a curva PV permite observar a relação entre a magnitude de tensão e o carregamento de potência ativa de um barramento. Esta curva é caracterizada por 2 pontos: o Ponto de Máximo Carregamento PMC e o ponto de carregamento atual (caso base P_{base}). A distância entre tais pontos é denominada de MET ou margem de carregamento, conforme mostrado na Figura 4.12.

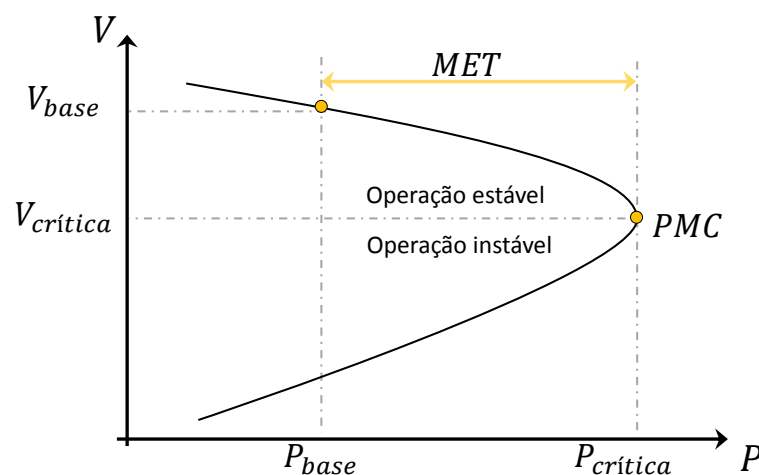


Figura 4.12: Curva PV de uma barra.

A curva PV é obtida por meio do algoritmo de Fluxo de Potência Continuado (FPC), no qual são realizados aumentos da potência até alcançar o carregamento crítico $P_{critica}$, em que a tensão se torna instável (Crow, 2010), (Ajarapu and Christy, 1992), (Zhu, 2009). Comumente, o algoritmo FPC considera o modelo de potência constante para a modelagem da carga em que o aumento é realizado mantendo seu fator de potência inalterado (ONS, 2018), (Malange, 2008), (Condega, 2013). Em cargas com fator de potência indutivo, a tensão apresenta uma queda progressiva à medida que se aproxima do ponto PMC, resultando em uma curva semelhante à Figura 4.12. Por outro lado, em cargas com fator de potência capacitivo é possível alcançar o ponto PMC sem que haja queda de tensão, o que na prática dificulta a detecção do ponto PMC (Kundur, 1994).

Uma característica importante do algoritmo FPC é a capacidade de traçar a curva na região instável da Figura 4.12 (Malange, 2008). Por outro lado, o algoritmo de fluxo de potência convencional permite, com dificuldade, apenas o traçado na região estável (Kundur, 1994). Isto ocorre porque a matriz Jacobiana do sistema torna-se singular no ponto PMC, o que impossibilita a resolução do fluxo de potência (Crow, 2010).

O sistema elétrico é considerado mais estável à medida que a MET aumenta. Portanto, esta pesquisa visa distanciar o ponto PMC através do despacho de potência. Ou seja, objetiva-se alocar o ponto PMC o mais distante de P_{base} para aumentar a MET.

4.6.1 Índice de Estabilidade de Tensão

O algoritmo FPC resolve as equações de fluxo de potência para cada aumento de carga, o que eleva o esforço computacional do algoritmo. Dessa forma, a execução do algoritmo FPC torna-se impraticável em contextos que exigem monitoramento em um curto período de tempo. À vista disso, os índices de estabilidade de tensão surgiram com o propósito de **estimar** a MET de uma forma mais simples e com menor esforço computacional (Prasad et al., 2017), (Modarresi et al., 2016).

Na literatura sobre índices de estabilidade, o ponto PMC é chamado de ponto de colapso de tensão. Assim, a finalidade de um índice de estabilidade de tensão é **estimar** a proximidade do ponto de colapso de tensão. Em geral, tal estimativa é dada por um valor x quando o ponto de colapso está o mais distante possível e, em contrapartida, um valor y quando o ponto de colapso de tensão é alcançado. Vale ressaltar que os valores de x e y são específicos de um índice.

Os índices de estabilidade são propostos principalmente para a detecção do colapso de tensão em um barramento ou linha de transmissão utilizando informações do sistema elétrico, como a matriz de admitância, a matriz Jacobiana e equivalentes Thévenin. Outros índices são determinados por meio de informações de fluxo de potência como tensão, correntes e potências, obtidas por medição ou cálculo (de Sousa, 2018), (Modarresi et al., 2016).

Índice VCPI

O índice *voltage collapse prediction index* (VCPI) determina a proximidade do ponto de colapso de tensão em uma barra (Balamourougan et al., 2004). Para um sistema elétrico composto por N barras, o índice VCPI associado à k -ésima barra é dado pela Equação 4.26 a seguir,

$$VCPI_k = \left| \frac{\sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^N \dot{V}'_m}{\dot{V}_k} \right| \quad (4.26)$$

$$\text{onde: } \dot{V}'_m = \frac{\dot{Y}_{km}}{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N \dot{Y}_{kj}} \dot{V}_m$$

Os termos \dot{Y}_{km} e \dot{Y}_{kj} são os elementos (k,m) e (k,j) da matriz de admitância do sistema \dot{Y}_b , apresentada na Subseção 3.1.7. Por sua vez, os termos \dot{V}_k e \dot{V}_m representam a tensão fasorial na k -ésima e m -ésima barra, respectivamente. O cálculo do índice VCPI consiste em operações aritméticas, o que o torna vantajoso do ponto de vista computacional.

O valor do índice VCPI varia de 0 a 1. Se o índice for $VCPI = 0$, a tensão da barra está o mais longe possível do colapso. A tensão é estável ainda quando o índice $VCPI \ll 1$ e finalmente, se o índice $VCPI = 1$, a tensão da barra encontra-se em colapso (Balamourougan et al., 2004). Na Figura 4.13 é ilustrado o comportamento do índice de estabilidade de tensão VCPI.

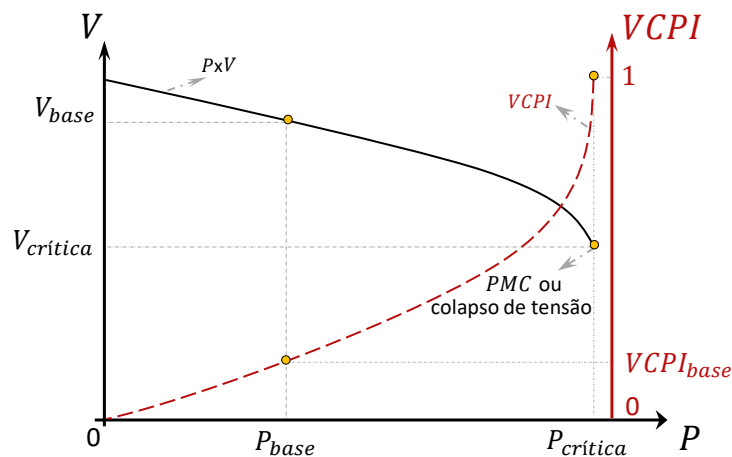


Figura 4.13: Comportamento do índice de estabilidade de tensão VCPI.

O índice VCPI pode ser calculado em qualquer barra do sistema, porém, nesta pesquisa, tal índice é calculado apenas para barras do tipo PQ. Isto porque, em estudos de fluxo de potência e estabilidade de tensão, consideram-se que os geradores possuem a capacidade de manter sua própria tensão constante e, portanto, não há queda progressiva dela (Kundur, 1994), (Kessel and Glavitsch, 1986). De acordo com o comportamento do índice VCPI, a barra crítica ou mais próxima ao colapso de tensão corresponde àquela com o maior índice do sistema. A Equação 4.27 determina o índice da barra crítica do sistema, que, por sua vez, representa um indicador global da estabilidade do sistema $VCPI_m$.

$$VCPI_m = \max \{VCPI_k\}, \quad \forall k \in N_{PQ} \quad (4.27)$$

4.7 Considerações Finais

Este capítulo apresentou a modelagem das funções objetivo consideradas neste trabalho. Conforme demonstrado, todas as funções dependem dos resultados do fluxo de potência.

A função do custo de despacho de potência foi desenvolvida com base na regulamentação do mercado elétrico brasileiro. Esta função considera o valor da potência ativa no mercado e o custo de oportunidade decorrente do despacho de reativo. Vale ressaltar que a formulação do custo de despacho de potência surge como resposta à inexistência de um mercado de potência reativa.

A função do fator de potência em transformadores RBF é formulada de acordo com a normativa operacional do setor elétrico brasileiro. Dessa forma, o modelo matemático desta pesquisa é notoriamente característico do referido setor elétrico.

Por fim, a função da margem de estabilidade é definida por meio de um índice global de estabilidade do sistema elétrico, que está associado ao índice VCPI da barra mais próxima do colapso de tensão.

Otimização com Muitos Objetivos

Em problemas práticos geralmente é requerida a otimização simultânea de muitos objetivos, o que representa um desafio quando os objetivos são conflitantes entre si (isto é, caso haja melhoria de um objetivo, haverá degradação de um outro). Isso leva a **não existência** de uma única solução capaz de beneficiar todos os objetivos conjuntamente, mas sim a um conjunto de soluções não-dominadas, eficientes ou, também denominadas de soluções Pareto (Dias and de Vasconcelos, 2002), (Branke et al., 2008). Para determinar o conjunto de soluções não-dominadas são desenvolvidos os algoritmos de otimização para muitos objetivos.

A formulação geral de um problema de otimização com muitos objetivos é apresentada na Equação 5.1 (Branke et al., 2008), (Dias and de Vasconcelos, 2002).

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizar } \bar{f} & \text{Minimize: } \bar{f} = \{f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), \dots, f_m(\bar{x})\} \\
 \text{sujeito a: } \bar{x} \in \Omega_x & \Leftrightarrow \text{sujeito a: } g_i(\bar{x}) \leq 0, \quad i = \{1, 2, \dots, n_g\} \\
 & h_i(\bar{x}) = 0, \quad i = \{1, 2, \dots, n_h\} \\
 & x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}, \quad i = \{1, 2, \dots, n\}
 \end{array} \tag{5.1}$$

onde o espaço das variáveis de decisão \bar{x} possui n número de variáveis e o espaço dos objetivos \bar{f} possui m número de objetivos.

As restrições do problema são modeladas por um conjunto formado por n_g restrições de desigualdade $g(\bar{x})$ e, por outro conjunto formado por n_h restrições de igualdade $h(\bar{x})$. Adicionalmente, o espaço de busca de cada variável de decisão x_i é restrito por um limite inferior $x_i^{(L)}$ e um limite superior $x_i^{(U)}$.

Os conjuntos de restrições de desigualdade e igualdade, assim como os limites de busca, delimitam a região factível Ω_x do problema. Portanto, determina-se que uma solução é factível quando todas essas restrições são respeitadas, caso contrário a solução é infactível. Em outras palavras, uma solução \bar{x} tal que, $\forall i : g_i(\bar{x}) \leq 0$ e $\forall j : h_j(\bar{x}) = 0$ e

$\forall i : x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}$, é considerada factível, $\bar{x} \in \Omega_x$. Por outro lado, caso $\exists j : h_j(\bar{x}) \neq 0$ ou $\exists i : g_i(\bar{x}) > 0$ ou $\exists i : x_i > x_i^{(U)}$ ou $\exists i : x_i < x_i^{(L)}$, então \bar{x} é chamada de infactível, $\bar{x} \notin \Omega_x$ (Miettinen, 2012).

Na Figura 5.1 é ilustrado o mapeamento do espaço das variáveis e o espaço dos objetivos, onde, para fins de ilustração, ambos os espaços são bidimensionais. A Figura 5.1(a) ilustra o espaço bidimensional das variáveis $\bar{x} = [x_1, x_2]$, em tal espaço é definida a região factível Ω_x onde as variáveis devem ser otimizadas. Dentro da região factível Ω_x , são observados quatro pontos ou soluções, sendo codificadas por quatro combinações diferentes de x_1 e x_2 .

Cada combinação de x_1 e x_2 dá origem a um ponto no espaço de objetivos $\bar{f} = [f_1, f_2]$ conforme a Figura 5.1(b). Desse modo, também é estabelecida uma região factível Ω_F , que corresponde ao mapeamento de Ω_x sobre o espaço dos objetivos. De forma sucinta, o processo de otimização visa encontrar um conjunto de soluções (combinações de x_1 e x_2) que permitam obter os melhores valores de f_1 e f_2 dentro de Ω_F (Coello et al., 2009).

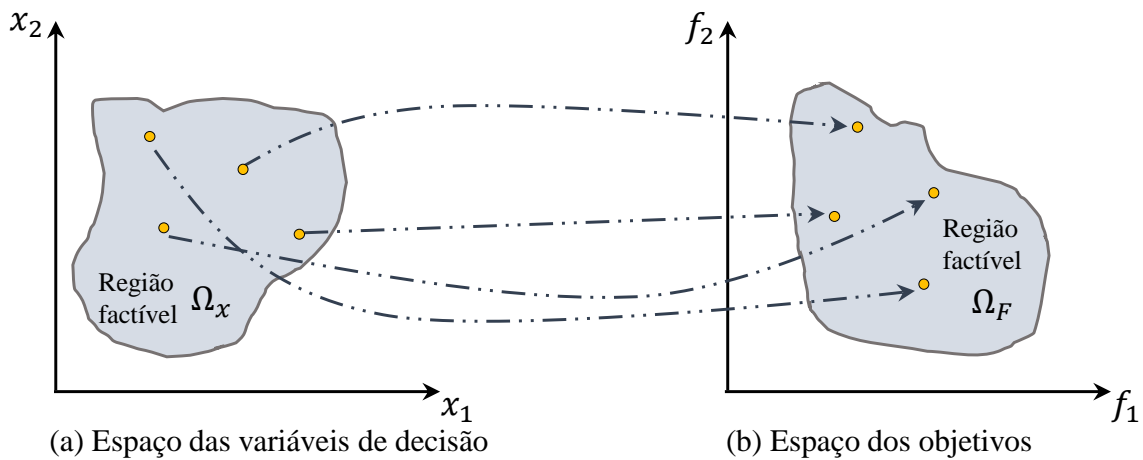


Figura 5.1: Mapeamento do espaço factível ao espaço dos objetivos.

5.1 Relação de Dominância e Fronteira Pareto-ótima

Em problemas de otimização multiobjetivo faz-se necessário adotar uma estratégia de comparação entre soluções para distinguir a qualidade de uma solução com respeito às outras. A estratégia de comparação mais comum é a Pareto-Dominância (Miettinen, 2012), onde os valores objetivos das soluções comparadas determinam a qualidade entre si.

Para um problema de minimização onde $\bar{f} = [f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), \dots, f_m(\bar{x})]$, a comparação da Pareto-Dominância, dentre duas soluções, estabelece que: uma solução \bar{x}_1 **domina** uma solução \bar{x}_2 , se para **todos** os objetivos, existe pelo menos um objetivo cujo valor é menor para \bar{x}_1 e para os demais objetivos seus valores são iguais ou menores. Assim, a dominância de uma solução \bar{x}_1 sobre uma solução \bar{x}_2 é formulada na Equação 5.2 (Coello et al., 2009), onde \leq é o símbolo de dominância.

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, m\} : f_i(\bar{x}_1) \leq f_i(\bar{x}_2) \wedge \exists j \in \{1, 2, \dots, m\} : f_j(\bar{x}_1) < f_j(\bar{x}_2) \rightarrow \bar{x}_1 \leq \bar{x}_2 \quad (5.2)$$

A Figura 5.2 exibe três casos de relações de dominância entre duas soluções \bar{x}_1 e \bar{x}_2 , considerando um problema para a minimização de dois objetivos ($m = 2$). Na Figura 5.2(a) é ilustrada a situação em que \bar{x}_1 domina \bar{x}_2 ($\bar{x}_1 \leq \bar{x}_2$), pois \bar{x}_1 é melhor que \bar{x}_2 em todos os objetivos, $f_1(\bar{x}_1) < f_1(\bar{x}_2)$ e $f_2(\bar{x}_1) < f_2(\bar{x}_2)$. Logo, na Figura 5.2(b), também $\bar{x}_1 \leq \bar{x}_2$, pois \bar{x}_1 é melhor em f_2 e igual em f_1 , isto é, $f_1(\bar{x}_1) = f_1(\bar{x}_2)$ e $f_2(\bar{x}_1) < f_2(\bar{x}_2)$. Por fim, a Figura 5.2(c) mostra a situação em que as duas soluções são não-dominadas entre si ($\bar{x}_1 \not\leq \bar{x}_2$ ou $\bar{x}_2 \not\leq \bar{x}_1$), pois cada uma é melhor em relação a um objetivo, isto é, $f_1(\bar{x}_2) < f_1(\bar{x}_1)$ e $f_2(\bar{x}_1) < f_2(\bar{x}_2)$. Nesse caso, as soluções \bar{x}_1 e \bar{x}_2 são incomparáveis (não é possível determinar qual solução é melhor que outra) (Zitzler et al., 2003).

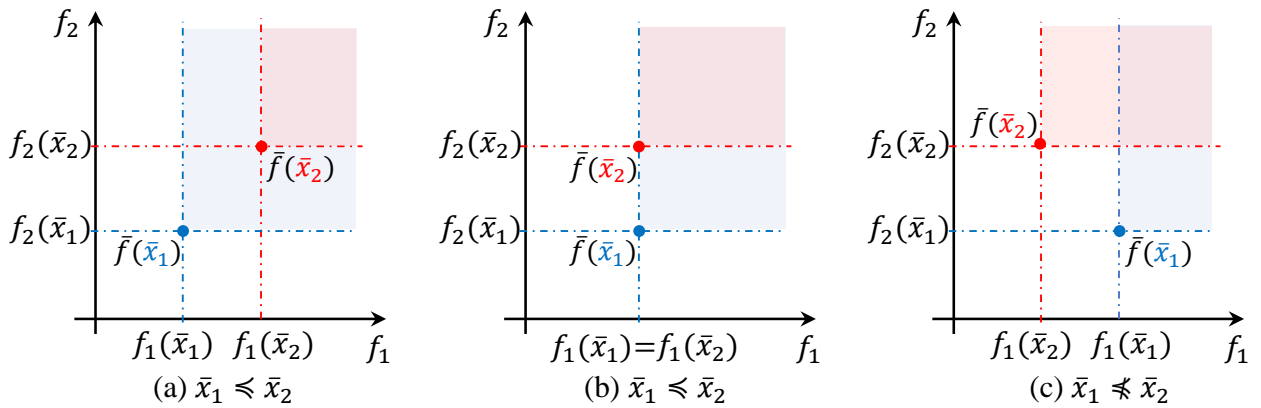


Figura 5.2: Relações de dominância, considerando um problema para a minimização de dois objetivos.

A partir da definição de dominância é possível classificar as soluções eficientes ou conjunto Pareto-ótimo P^* , tais soluções são todas aquelas em que (Miettinen, 2012):

$$P^* := \{ \bar{x} \in \Omega_x \mid \nexists \bar{x}' \in \Omega_x : \bar{x}' \leq \bar{x} \} \quad (5.3)$$

A leitura da Equação 5.3 é a seguinte: uma solução $\bar{x} \in \Omega_x$ é denominada solução Pareto-ótima, se não existe nenhuma outra solução \bar{x}' (em Ω_x), que a domine. A definição de P^* dá origem à fronteira Pareto-ótima FP^* , no espaço dos objetivos.

$$FP^* := \{ \bar{f}(\bar{x}) \mid \bar{x} \in P^* \} \quad (5.4)$$

Na Figura 5.3 é ilustrado o conjunto P^* no espaço das variáveis e o correspondente mapeamento do conjunto FP^* apresentado no espaço dos objetivos.

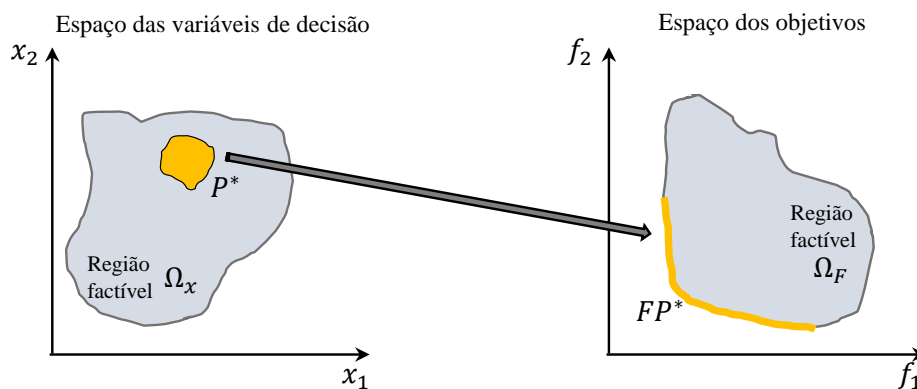


Figura 5.3: Mapeamento dos conjuntos P^* e FP^* . Adaptada de (Miettinen, 2012).

Na grande maioria dos problemas práticos, é impossível encontrar uma expressão analítica que determine P^* e FP^* . Posto isso, os algoritmos de otimização com muitos objetivos buscam um número representativo de soluções que se aproximem a P^* , e por sua vez, a FP^* . Portanto, denota-se \tilde{P}^* ao conjunto de soluções obtidas por meio do algoritmo e, \tilde{FP}^* à fronteira Pareto-ótima aproximada. Caso o algoritmo de otimização convirja após finitas iterações, assume-se que $\tilde{P}^* \subset P^*$ e $\tilde{FP}^* \subset FP^*$ (Sabioni, 2017).

Na Figura 5.4 são ilustrados o conjunto \tilde{P}^* e a fronteira \tilde{FP}^* . Nessa ilustração, é observado que algumas soluções de \tilde{P}^* encontram-se na região de P^* , sendo assim, o algoritmo de otimização obteve algumas soluções Pareto-ótimas. Em consequência, uma parte de \tilde{FP}^* é mapeada sobre FP^* . Por outro lado, existem soluções de \tilde{P}^* fora da região de P^* , isso origina que o mapeamento da fronteira aproximada \tilde{FP}^* difira, em parte, da fronteira Pareto-ótima FP^* . Lembrando que, se P^* e FP^* são impossíveis de definir analiticamente, assume-se que, $\tilde{P}^* \subset P^*$ e $\tilde{FP}^* \subset FP^*$ (Sabioni, 2017).

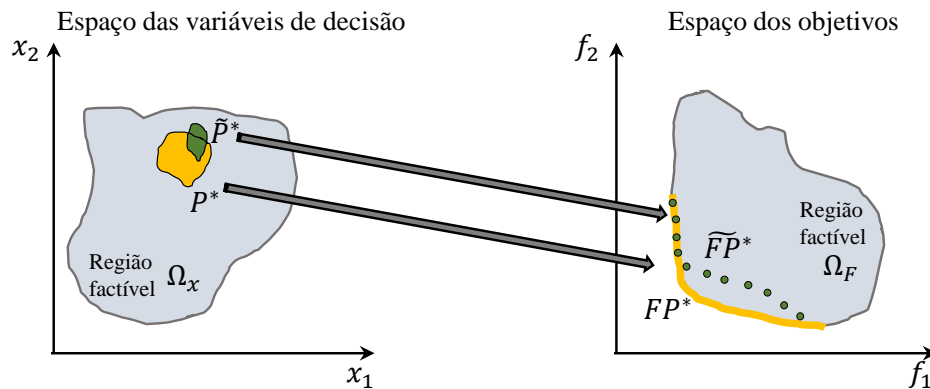


Figura 5.4: Ilustração do mapeamento dos conjuntos \tilde{P}^* e \tilde{FP}^*

5.2 Convergência e Diversidade

A qualidade da fronteira Pareto-ótima aproximada \tilde{FP}^* pode ser avaliada conforme duas características: a convergência e a diversidade, tomando como referência a fronteira Pareto-ótima FP^* . A convergência consiste em que todas as soluções devem, idealmente, estar sobre a fronteira FP^* . Por sua vez, a diversidade consiste em que as soluções devem mapear uniformemente a extensão de FP^* (Zitzler et al., 2003). Para ilustrar a convergência e diversidade de uma fronteira Pareto-ótima aproximada \tilde{FP}^* , são apresentados três casos na Figura 5.5.

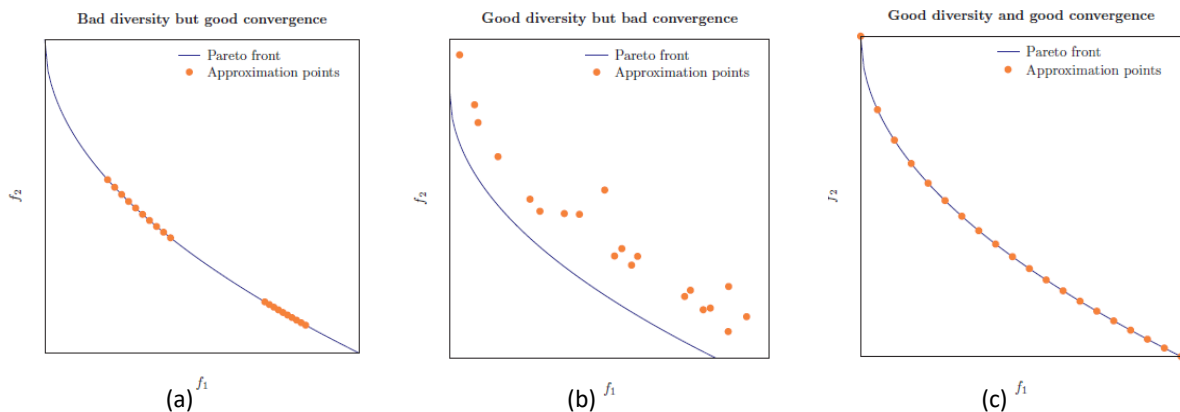


Figura 5.5: Características de convergência e diversidade. Retirada de (Mendes, 2014).

Na Figura 5.5(a), as soluções encontram-se sobre a fronteira Pareto-ótima, porém, elas não estão uniformemente distribuídas na fronteira, sendo assim, o conjunto de soluções tem *boa* convergência e *má* diversidade. Da mesma forma, na Figura 5.5(b), tem-se um conjunto de soluções com *boa* diversidade, pois as soluções estão espalhadas na extensão da fronteira Pareto, porém, com *má* convergência. Finalmente, o caso da Figura 5.5(c) é o mais favorável, pois existe *boa* diversidade e *boa* convergência.

5.3 Pontos Ideal, Nadir e Máximo

Os pontos ou vetores ideal, nadir e máximo, são definidos no espaço dos objetivos com o propósito de guiar o processo de otimização. É importante mencionar que, normalmente, tais pontos não são soluções possíveis.

O ponto **ideal**, $\bar{z}^I \in \mathbb{R}^m$, corresponde ao vetor formado pelos valores ótimos de cada objetivo, considerando as soluções do conjunto Pareto-ótimo P^* . Para um problema de minimização, o ponto ideal corresponde aos valores mínimos dos objetivos da fronteira FP^* . Assim, o ponto ideal pode ser entendido como o limite inferior da fronteira Pareto-ótima (Branke et al., 2008). A definição formal é a seguinte (Coello et al., 2009),

$$\bar{z}^I := \left\{ \min_{\bar{x} \in P^*} f_1(\bar{x}), \min_{\bar{x} \in P^*} f_2(\bar{x}), \dots, \min_{\bar{x} \in P^*} f_m(\bar{x}) \right\} \quad (5.5)$$

De maneira oposta, o limite superior da fronteira Pareto-ótima FP^* é o ponto **Nadir**. Esse ponto é definido pelos valores máximos de cada objetivo, considerando as soluções do conjunto Pareto-ótimo P^* (Branke et al., 2008). Sua definição é dada a seguir.

$$\bar{z}^N := \left\{ \max_{\bar{x} \in P^*} f_1(\bar{x}), \max_{\bar{x} \in P^*} f_2(\bar{x}), \dots, \max_{\bar{x} \in P^*} f_m(\bar{x}) \right\} \quad (5.6)$$

Por fim, o ponto **máximo**, $\bar{z}^M \in \mathbb{R}^m$, é determinado pelos valores máximos de cada objetivo, considerando todas as soluções factíveis Ω_x . Dessa forma, este ponto corresponde aos valores máximos em Ω_F . A definição do ponto **máximo** é a apresentada na Equação 5.7 a seguir.

$$\bar{z}^M := \left\{ \max_{\bar{x} \in \Omega_x} f_1(\bar{x}), \max_{\bar{x} \in \Omega_x} f_2(\bar{x}), \dots, \max_{\bar{x} \in \Omega_x} f_m(\bar{x}) \right\} \quad (5.7)$$

Na Figura 5.6 são representados os pontos ideal, nadir e máximo no espaço dos objetivos.

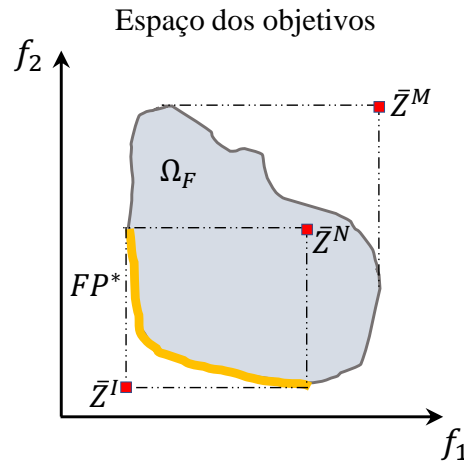


Figura 5.6: Representação do ponto Ideal, Nadir e Máximo no espaço dos objetivos. Adaptada de (Coello et al., 2009)

5.4 Pontos ou Vetores de Referência

Algoritmos de otimização com muitos objetivos usam vetores de referência para guiar a busca de soluções visando aprimorar tanto a diversidade quanto a convergência do conjunto de soluções (Deb and Sundar, 2006), (Das and Dennis, 2000). Para isso, os pontos de referência são estrategicamente distribuídos no espaço dos objetivos. Normalmente, quando não existem relações de preferência entre os objetivos, ou seja, quando todos os objetivos são igualmente importantes, recomenda-se definir pontos de referência distribuídos uniformemente no espaço dos objetivos.

Em (Das and Dennis, 2000) é proposta a criação de pontos de referência uniformemente distribuídos, para isso se estabelece que a soma dos elementos de cada vetor ou ponto seja igual à unidade, considerando que o espaço de objetivos é normalizado $[0,1]$. Definindo $\beta = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m\}$ a **estrutura** dos pontos e $p > 0$ o número de partições entre os objetivos, são determinadas as seguintes possibilidades para cada uma das componentes β_j ,

$$\beta_1 = [0, \delta, 2\delta, \dots, 1]$$

$$\beta_j = \left[0, \delta, 2\delta, \dots, \left(p - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\beta_i}{\delta} \right) \delta \right] \quad \text{para } j = \{2, \dots, m-1\}$$

$$\beta_m = 1 - \sum_{i=1}^{m-1} \beta_i$$

sendo $\delta = 1/p$ e m o número de objetivos.

A Figura 5.7 mostra um espaço biobjetivo normalizado com 4 pontos de referência gerados por 3 partições. Alguns algoritmos evolutivos de otimização visam que, para cada vetor de referência, exista pelo menos uma solução próxima à projeção do ponto (Deb and Jain, 2014), como no caso da Figura 5.7. Por outro lado, outros algoritmos visam que a solução *caminhe* sobre a projeção do ponto em direção à origem (Zhang and Li, 2007); desta forma, os pontos de referência auxiliam na manutenção da convergência e diversidade das soluções.

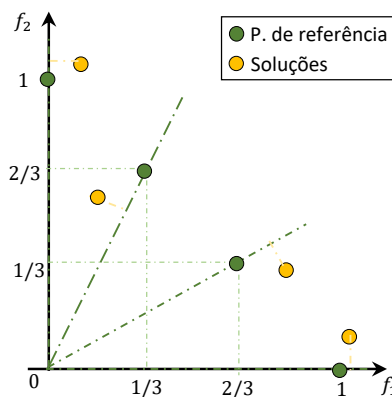


Figura 5.7: Pontos de referência para $m = 2$, $\delta = 1/3$ e $p = 3$.

A proposta apresentada em (Deb and Jain, 2014) utiliza pontos de referência apenas para manter a diversidade da fronteira Pareto aproximada \widetilde{FP}^* . Porém, não é possível garantir que exista pelo menos uma solução próxima a cada ponto de referência, pois depende das características próprias do problema que determinam a forma da fronteira Pareto-ótima \widetilde{FP} , bem como de técnicas de otimização eficientes.

5.5 Algoritmo NSGA-III

O algoritmo de otimização NSGA-III (*Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm III*), desenvolvido para abordar problemas com muitos objetivos, apresenta dois destaques importantes: i) aprimoramento da convergência por meio da classificação de soluções por fronteiras de dominância e, ii) aprimoramento da diversidade das soluções usando pontos de referência sobre o espaço dos objetivos. Dessa maneira, espera-se que a fronteira Pareto aproximada \widetilde{FP}^* , obtida pelo NSGA-III, seja a mais próxima e distribuída sobre FP^* (Deb and Jain, 2014).

O NSGA-III é um algoritmo evolucionário em que uma solução $\bar{s} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ é interpretada como um indivíduo, enquanto um conjunto de soluções (indivíduos) formam uma **população**. O processo evolutivo consiste em aprimorar, ao longo das gerações, a aptidão da **população** corrente. Em outras palavras, o algoritmo de otimização evolui quando, a partir de um conjunto de soluções, são obtidas novas soluções que apresentam melhorias nas restrições e objetivos do problema.

No Pseudocódigo 3 é apresentado o algoritmo NSGA-III. Este requer como entrada: i) os pontos de referência Z_{ref} , ii) o número máximo de gerações (iterações) N_{gen} e, iii) número de soluções, isto é, o tamanho da população N_{pop} . Ao final do processo evolutivo, é obtida a população P_t , então $\tilde{P}^* := P_t$.

As seguintes subseções detalham os passos do algoritmo NSGA-III. Adicionalmente, com o intuito de ampliar o entendimento do algoritmo, é ilustrado e descrito o funcionamento de cada passo do NSGA-III para um problema com $n=2$ variáveis de decisão e, $m=2$ objetivos de minimização.

Algoritmo 3: Pseudocódigo do Algoritmo NSGA-III.

Dados: Pontos de referência Z_{ref} ;

Tamanho da população N_{pop} ;

Número de gerações N_{gen} ;

Resultado: População P_t ;

1. $t \leftarrow 0$; ▷ contador de gerações
 2. $P_t \leftarrow \text{inicializaPopulação}(N_{pop})$; ▷ gera soluções iniciais
 3. $[f_p, c_p] \leftarrow \text{avaliaPopulação}(P_t)$; ▷ computa objetivos f_p e restrições c_p
 4. **repita**
 5. $Q_t \leftarrow \text{recombinação\&mutação}(P_t)$; ▷ gera a população Q_t
 6. $[f_q, c_q] \leftarrow \text{avaliaPopulação}(Q_t)$
 7. $R_t \leftarrow P_t \cup Q_t$; ▷ junta populações
 8. $f_r \leftarrow f_p \cup f_q$; $c_r \leftarrow c_p \cup c_q$; ▷ junta valores dos objetivos e violações
 9. $F \leftarrow \text{classificação}(R_t, f_r, c_r)$; ▷ fronteiras de não-dominância
 10. $P_{t+1} \leftarrow \text{seleção}(R_t, f_r, F, Z_{ref}, N_{pop})$; ▷ seleção das soluções
 11. $t \leftarrow t + 1$;
 12. **até** $t = N_{gen}$;
 13. **retorna** P_t ;
-

5.5.1 Inicialização da População - Passo 2 do NSGA-III

Neste passo são criadas N_{pop} soluções/indivíduos para formar a população P_t , sendo $t = 1$ a geração inicial. A criação das soluções pode ser aleatória, bem como através de heurísticas do problema abordado. A criação aleatória permite a exploração imprevisível do espaço das variáveis, enquanto a criação usando heurísticas permite a exploração guiada conforme as características do problema. A Figura 5.8 ilustra $N_{pop} = 7$ soluções iniciais ($\bar{s}_1, \bar{s}_2, \dots, \bar{s}_7$) no espaço das variáveis de decisão, em que $n=2$ é número de variáveis e $m=2$ é o número de objetivos.

5.5.2 Avaliação da População P_t - Passo 3 do NSGA-III

A avaliação da população P_t consiste em calcular os valores dos objetivos \bar{f} e das restrições do problema $\bar{R} = \{\bar{g} \cup \bar{h}\}$ para cada solução dessa população.

Na Figura 5.8, onde $P_t = \{\bar{s}_1, \bar{s}_2, \dots, \bar{s}_7\}$, é ilustrado o mapeamento das soluções no espaço dos objetivos. Considere-se que o cálculo das restrições determinaram que \bar{s}_3 e \bar{s}_7 são inactiváveis, ou seja, $\bar{s}_3 \wedge \bar{s}_7 \notin \Omega_x \because \exists i \in \{1, 2, \dots, n_g\} : g_i(\bar{s}_j) > 0 \vee \exists i \in \{1, 2, \dots, n_h\} : h_i(\bar{s}_j) \neq 0$ para $j = \{3, 7\}$. Por outro lado, considere-se que 5 soluções respeitaram todas as restrições e, portanto, são factíveis: $\{\bar{s}_1, \bar{s}_2, \bar{s}_4, \bar{s}_5, \bar{s}_6\} \in \Omega_x \because \forall i \in \{1, 2, \dots, n_g\} : g_i(\bar{s}_j) \leq 0 \wedge \forall i \in \{1, 2, \dots, n_h\} : h_i(\bar{s}_j) = 0$ para $j = \{1, 2, 4, 5, 6\}$.

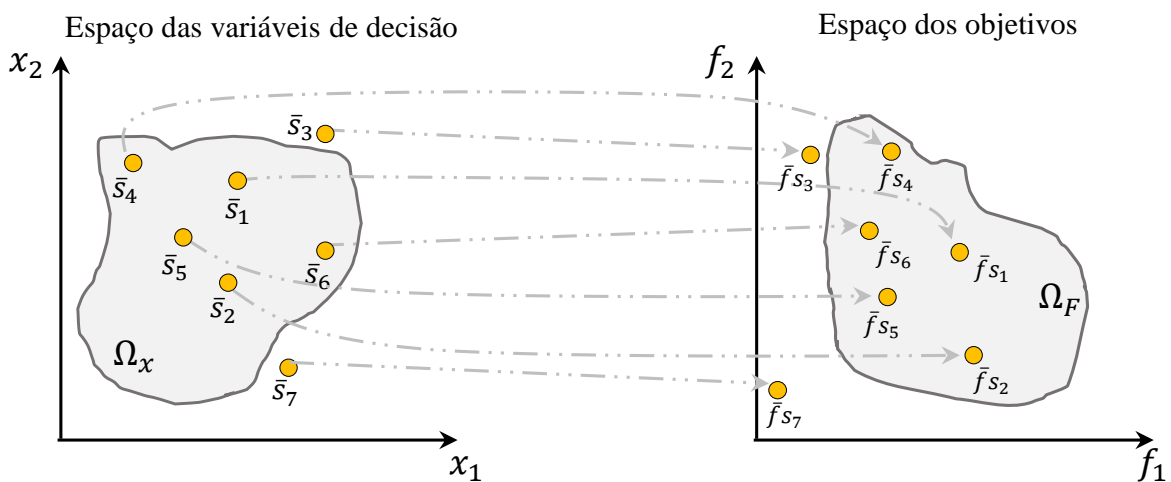


Figura 5.8: Avaliação e mapeamento da população P_t no espaço biobjetivo.

5.5.3 Recombinação e Mutação da População -Passo 5 do NSGA-III

Este passo consiste em criar N_{pop} soluções para formar a população de filhos Q_t . Tais soluções são criadas com base nas características *genéticas* das soluções da população de pais P_t (Deb and Jain, 2014). Para a criação das soluções filhas são usados operadores de recombinação e mutação.

A seguir, são apresentados um operador de recombinação e um operador de mutação aplicáveis a soluções com codificação real, tendo em vista que as variáveis de otimização dos problemas a serem tratados pelo NSGA-III nesta tese são contínuas.

Cruzamento Binário Simulado (SBX)

O Cruzamento Binário Simulado (SBX) é um operador de combinação de soluções para a exploração probabilística no espaço de busca (Deb et al., 1995). O processo de cruzamento consiste em produzir duas novas soluções *filhas* (\bar{s}^{f1} e \bar{s}^{f2}) através da combinação *genética* de dois pais, \bar{s}^{p1} e $\bar{s}^{p2} \in P_t$. Para isso, cada i -ésima variável x_i dos pais é exposta ao cruzamento da seguinte forma (Deb et al., 2007):

$$x_i^{f1} = 0.5 \left[(1 + \beta_q) x_i^{p1} + (1 - \beta_q) x_i^{p2} \right] \quad (5.8a)$$

$$x_i^{f2} = 0.5 \left[(1 - \beta_q) x_i^{p1} + (1 + \beta_q) x_i^{p2} \right] \quad (5.8b)$$

onde o parâmetro β_q é obtido da função de distribuição de probabilidade polinomial $\mathcal{P}(\beta)$ exposta na Equação 5.9 a seguir,

$$\mathcal{P}(\beta) = \begin{cases} 0.5(\eta_c + 1)\beta^{\eta_c} & \text{se } \beta \leq 1 \\ \frac{0.5(\eta_c + 1)}{\beta^{\eta_c+2}} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5.9)$$

onde $\eta_c > 0$ é definido como o índice de distribuição enquanto β é o fator de propagação.

A Figura 5.9 ilustra a densidade probabilística para $\eta_c = 2$ e $\eta_c = 5$. As variáveis dos pais definem o centro da distribuição, neste caso, $x_i^{p1} = 2$ e $x_i^{p2} = 5$. Pode ser verificado que, à medida que η_c aumenta, há maior probabilidade de criar soluções próximas aos pais (cruzamento de contração), o qual permite a busca **local**. Da mesma forma, à medida que η_c diminui, incrementa-se a probabilidade de obter soluções distantes dos

pais (cruzamento de expansão), permitindo a **exploração** do espaço das variáveis (Deb and Goyal, 1996).

Para calcular o parâmetro β_q , inicialmente é gerado um número aleatório $\mu \in [0,1]$, então, a partir da função $\mathcal{P}(\beta)$, determina-se β_q de forma que a área sob a curva de probabilidade no intervalo $[0, \beta_q]$ seja igual a μ , como segue:

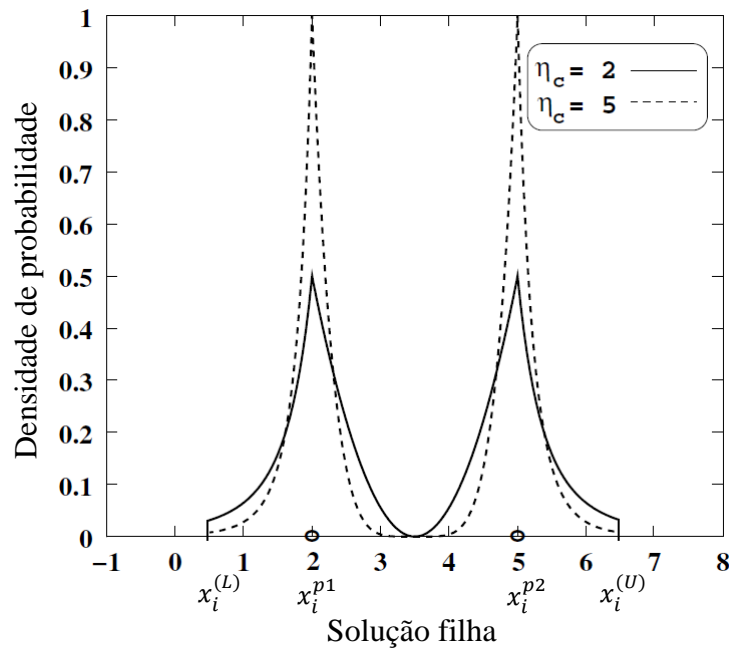


Figura 5.9: Densidade probabilística na dependência de η_c para a criação de uma solução filha. Adaptada de (Deb et al., 2007).

$$\beta_q = \begin{cases} (2\mu)^{1/(\eta_c+1)} & \text{se } \mu \leq 0.5 \\ 2(1-\mu)^{-1/(\eta_c+1)} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5.10)$$

As variáveis criadas x_i^{f1} e x_i^{f2} devem respeitar os limites inferior e superior da i -ésima variável, isto é, $x_i^{(L)} \leq x_i^f \leq x_i^{(U)}$, respectivamente. O Algoritmo 4 apresenta o procedimento de cruzamento SBX em que a criação da i -ésima variável é realizada dentro dos limites $x_i^{(U)}$ e $x_i^{(L)}$, pois fora desses limites a probabilidade de criação é zero (veja a Figura 5.9) (Deb and Agrawal, 1999). No Algoritmo 4 observa-se que não haverá cruzamento se o número aleatório k for maior que a probabilidade de cruzamento P_c , nesse caso, a variável dos filhos é copiada (*herdada*) diretamente dos pais.

Algoritmo 4: Cruzamento Binário Simulado (SBX).

Dados: População de pais P_t ;
Índice de distribuição η_c ;
Probabilidade de cruzamento P_c ;

Resultado: População de filhos Q_t ;

1. $Q_t \leftarrow \emptyset$;
2. **repita**
3. $\bar{s}^{p1}, \bar{s}^{p2} \leftarrow$ escolha duas soluções pais (de P_t);
4. $\bar{s}^{f1} \leftarrow \emptyset, \bar{s}^{f2} \leftarrow \emptyset$: inicialize duas soluções filha;
5. **para** $i = 1, \dots, n$ **faça**
6. $k \leftarrow \text{random}[0, 1]$;
7. **se** $k \leq P_c$ **então**
8. $y_1 = \min(x_i^{p1}, x_i^{p2})$ e $y_2 = \max(x_i^{p1}, x_i^{p2})$;
9. $\beta = 1 + 2(y_1 - x_i^L)/(y_2 - y_1)$;
10. $\alpha = 2 - \beta^{-(\eta_c+1)}$;
11. $\mu \leftarrow \alpha * \text{random}[0, 1]$;
12. **se** $\mu \leq 1$ **então**
13. $\beta_q = \mu^{1/(\eta_c+1)}$
14. **senão**
15. $\beta_q = (2 - \mu)^{-1/(\eta_c+1)}$
16. $x_i^{f1} = 0.5 [(1 + \beta_q)x_i^{p1} + (1 - \beta_q)x_i^{p2}]$;
17. $\beta = 1 + 2(x_i^U - y_2)/(y_2 - y_1)$;
18. Compute novamente α, μ, β_q ;
19. $x_i^{f2} = 0.5 [(1 - \beta_q)x_i^{p1} + (1 + \beta_q)x_i^{p2}]$;
20. **senão**
21. $x_i^{f1} \leftarrow x_i^{p1}$ e $x_i^{f2} \leftarrow x_i^{p2}$;
22. $Q_t \leftarrow Q_t \cup \bar{s}^{f1} \cup \bar{s}^{f2}$;
23. **até** $|Q_t| = N_{pop}$;

Mutação Polinomial

Após o cruzamento SBX, o processo de mutação é aplicado sobre cada solução de Q_t . Neste procedimento, a i -ésima variável x_i , de uma solução filha $\bar{s} \in Q_t$, é submetida a uma perturbação (δ_l ou δ_r) para obter a variável mutada x'_i , de acordo com a Equação 5.11 (Deb and Deb, 2014).

$$x'_i = \begin{cases} x_i + \delta_l (x_i - x_i^{(L)}) & \text{se } \mu \leq 0.5 \\ x_i + \delta_r (x_i^{(U)} - x_i) & \text{se } \mu > 0.5 \end{cases} \quad (5.11)$$

sendo μ um número aleatório $\in [0, 1]$. Por outro lado, as perturbações δ_l e δ_r , derivadas de uma distribuição probabilística polinomial, são dadas por (Deb and Goyal, 1996):

$$\begin{aligned} \delta_l &= (2\mu)^{1/(\eta_m+1)} - 1 \\ \delta_r &= 1 - [2(1 - \mu)]^{1/(\eta_m+1)} \end{aligned} \quad (5.12)$$

A variável mutada x'_i não extrapola seus limites $[x_i^{(L)}, x_i^{(U)}]$, uma vez que $-1 \leq \delta_l \leq 0$ e $0 < \delta_r \leq 1$. Vale destacar que à medida que o índice de distribuição η_m aumenta, a variável x'_i é mais próxima de x_i . Por fim, o Algoritmo 5 apresenta o procedimento de mutação polinomial, o qual é executado com uma probabilidade de mutação P_m .

Algoritmo 5: Mutação polinomial.

Dados: População de filhos Q_t ;

Índice de distribuição η_m ;

Probabilidade de mutação P_m ;

Resultado: População de filhos Q_t ;

1. **para cada** $\bar{s} \in Q_t$ **faça**
 2. **para** $i = 1, 2, \dots, n$ **faça**
 3. $k \leftarrow \text{random}[0, 1]$;
 4. **se** $k \leq P_m$ **então**
 5. $\mu \leftarrow \text{random}[0, 1]$;
 6. **se** $\mu \leq 0.5$ **então**
 7. $\delta_l = (2\mu)^{1/(\eta_m+1)} - 1$;
 8. $x'_i = x_i + \delta_l (x_i - x_i^{(L)})$;
 9. **senão**
 10. $\delta_r = 1 - [2(1 - \mu)]^{1/(\eta_m+1)}$;
 11. $x'_i = x_i + \delta_r (x_i^{(U)} - x_i)$;
 12. **fim**
 13. **fim**
 14. **fim**
 15. **fim**
-

5.5.4 Avaliação da População Q_t - Passo 6 do NSGA-III

Neste passo, as funções objetivo e as restrições do problema são calculadas para cada solução da população de filhos Q_t . A Figura 5.10 ilustra o mapeamento da população $Q_t = \{\bar{s}_8, \dots, \bar{s}_{14}\}$, tanto no espaço das variáveis quanto no espaço dos objetivos. Segundo a Figura 5.10, existem 4 soluções de Q_t que são infactíveis: $\{\bar{s}_8, \bar{s}_{11}, \bar{s}_{13}, \bar{s}_{14}\} \notin \Omega_x$ e, 3 soluções factíveis: $\{\bar{s}_9, \bar{s}_{10}, \bar{s}_{12}\} \in \Omega_x$.

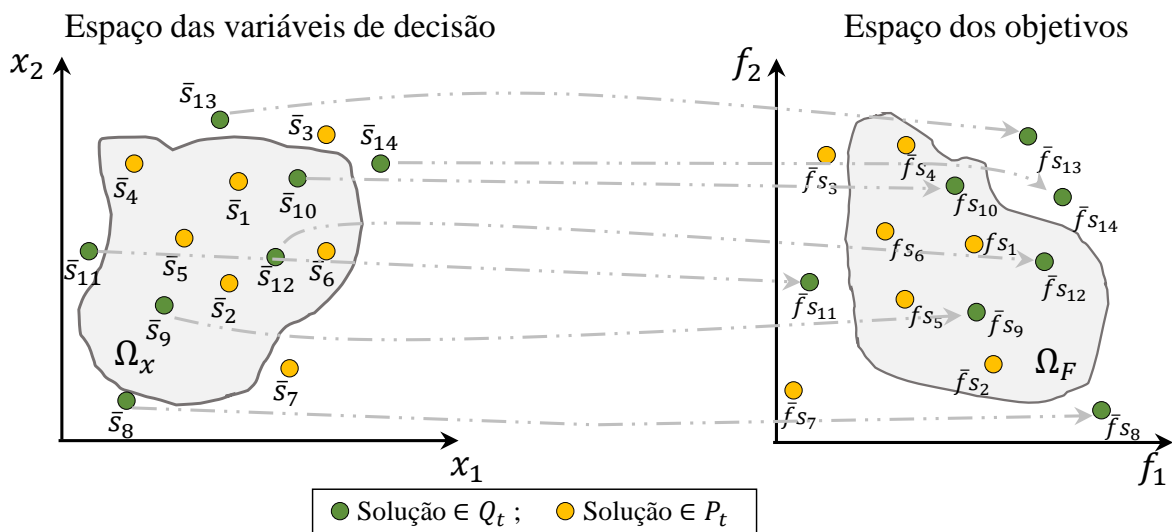


Figura 5.10: Mapeamento da população de pais P_t e de filhos Q_t no espaço das variáveis de decisão e dos objetivos.

5.5.5 Classificação das Soluções por Fronteiras de Não-Dominância

-Passo 9 do NSGA-III

Para a classificação por fronteiras de não-dominância, inicialmente as populações P_t e Q_t são unificadas na população $R_t = \{P_t \cup Q_t\}$. Então, cada solução de R_t é classificada em apenas uma fronteira, com base na comparação, em restrições e objetivos, com as demais soluções de R_t .

A classificação por fronteiras consiste em: as soluções classificadas na primeira fronteira F_1 , são não-dominadas por nenhuma outra de R_t . A segunda fronteira F_2 , é composta por soluções que são dominadas por pelo menos uma solução de F_1 e que, por sua vez, dominam pelo menos uma solução da fronteira F_3 , e assim por diante. As soluções de uma mesma fronteira são não-dominadas entre si, ou seja, dentre elas não existe nenhuma solução melhor do que outra. Por outro lado, ao comparar duas

soluções de diferentes fronteiras, a melhor solução corresponde àquela com menor fronteira. Finalmente, cabe mencionar que podem existir tantas fronteiras como o número de soluções de R_t , ou seja, podem existir até $2N_{pop}$ fronteiras.

O Algoritmo 6 apresenta a classificação por fronteiras de não-dominância. Os dados de entrada são a população R_t com seus respectivos valores de objetivos f_r e restrições c_r . Nos passos 8 a 10 do Algoritmo 6, a dominância entre duas soluções, \bar{p} e \bar{q} , é determinada pela comparação da violação das restrições, isto é, $c(\bar{p})$ e $c(\bar{q})$. A violação das restrições, para uma solução $\bar{s} \in R_t$, é calculada da seguinte maneira:

$$c(\bar{s}) = \sum_{i=1}^{n_g} \max(0, g_i(\bar{s})) + \sum_{j=1}^{n_h} |h_j(\bar{s})| \quad (5.13)$$

No passo 10, quando as soluções comparadas são inactíveis $c(\bar{p}) > 0$ e $c(\bar{q}) > 0$, a dominância é atribuída à solução que menos viola as restrições, isto é, se $c(\bar{p}) > c(\bar{q}) \rightarrow \bar{q} \leq \bar{p}$ (Jain and Deb, 2014). Já no passo 11, é realizada a comparação entre duas soluções factíveis ($c(\bar{p}) = 0$ e $c(\bar{q}) = 0$), em tal caso, a dominância é dada pela comparação dos valores objetivos, conforme a Equação 5.2.

A classificação por fronteiras de não-dominância permite distinguir a qualidade das soluções em relação à convergência. Assim, é possível afirmar que as soluções (factíveis) da primeira fronteira são as mais próximas da fronteira Pareto-ótima FP^* . Não obstante, este procedimento não oferece mecanismos para a manutenção da diversidade.

A Figura 5.11 ilustra o mapeamento da população $R_t = \{P_t \cup Q_t\}$ do exemplo considerado. Nota-se que existem 6 soluções inactíveis $\{\bar{s}_3, \bar{s}_7, \bar{s}_8, \bar{s}_{11}, \bar{s}_{13}, \bar{s}_{14}\} \notin \Omega_F$ (tais soluções são dominadas por qualquer solução factível $\{\bar{s}_1, \bar{s}_2, \bar{s}_4, \bar{s}_5, \bar{s}_6, \bar{s}_9, \bar{s}_{10}, \bar{s}_{12}\}$).

Algoritmo 6: Classificação em fronteiras não-dominadas. Adaptado de (Deb et al., 2002) e (Jain and Deb, 2014).

Dados: População R_t ;

Valores dos objetivos \bar{f}_r ;

Valores das restrições \bar{c}_r ;

Resultado: Classificação das soluções por fronteiras F ;

1. $\bar{n} \leftarrow [0, \dots, 0]$; ▷ vetor com a contagem de dominados, tamanho $2N_{pop}$
 2. $S \leftarrow [\emptyset, \dots, \emptyset]$; ▷ vetor de conjuntos dominados, tamanho $2N_{pop}$
 3. $i \leftarrow 0$;
 4. **para cada** $\bar{p} \in R_t$ **faça**
 5. $i \leftarrow i + 1$;
 6. **para cada** $\bar{q} \in R_t \wedge \bar{q} \neq \bar{p}$ **faça**
 7. $c(\bar{p})$ e $c(\bar{q})$; ▷ computação das violações
 8. **se** $c(\bar{p}) = 0 \wedge c(\bar{q}) > 0$ **então** $\bar{p} \leq \bar{q}$; ▷ dominância avaliando violações
 9. **senão se** $c(\bar{p}) > 0 \wedge c(\bar{q}) = 0$ **então** $\bar{q} \leq \bar{p}$;
 10. **senão se** $c(\bar{p}) > 0 \wedge c(\bar{q}) > 0$ **então** Escolher solução com menor violação;
 11. **senão** ▷ dominância avaliando objetivos
 12. **se** Equação 5.2 é verdadeira (sendo, $\bar{p} = \bar{x}_1$ e $\bar{q} = \bar{x}_2$) **então** $\bar{p} \leq \bar{q}$;
 13. **senão se** Equação 5.2 é verdadeira (sendo, $\bar{q} = \bar{x}_1$ e $\bar{p} = \bar{x}_2$) **então** $\bar{q} \leq \bar{p}$;
 14. **se** $\bar{p} \leq \bar{q}$ **então** $S_i \leftarrow S_i \cup \bar{q}$;
 15. **senão se** $\bar{q} \leq \bar{p}$ **então** $\bar{n}_i \leftarrow \bar{n}_i + 1$;
 16. **se** $\bar{n}_i = 0$ **então**
 17. $p_{rank} \leftarrow 1$;
 18. $F_1 \leftarrow F_1 \cup \bar{p}$; ▷ \bar{p} é da primeira fronteira
 19. $i \leftarrow 1$;
 20. **enquanto** $F_i \neq \emptyset$ **faça** ▷ da segunda fronteira em adiante
 21. $Q \leftarrow \emptyset$; ▷ conjunto auxiliar
 22. **para cada** $\bar{p} \in F_i$ **faça**
 23. **para cada** $\bar{q} \in S(\bar{p})$ **faça** ▷ $S(\bar{p})$ conjunto de dominados por \bar{p}
 24. $\bar{n}_{(k:\bar{q})} \leftarrow \bar{n}_{(k:\bar{q})} - 1$; ▷ atualiza o k -ésimo contador correspondente a \bar{q}
 25. **se** $\bar{n}_{(k:\bar{q})} = 0$ **então**
 26. $q_{rank} \leftarrow i + 1$;
 27. $Q \leftarrow Q \cup \bar{q}$;
 28. $i \leftarrow i + 1$;
 29. $F_i \leftarrow Q$; ▷ acrescenta i -ésima fronteira em F
-

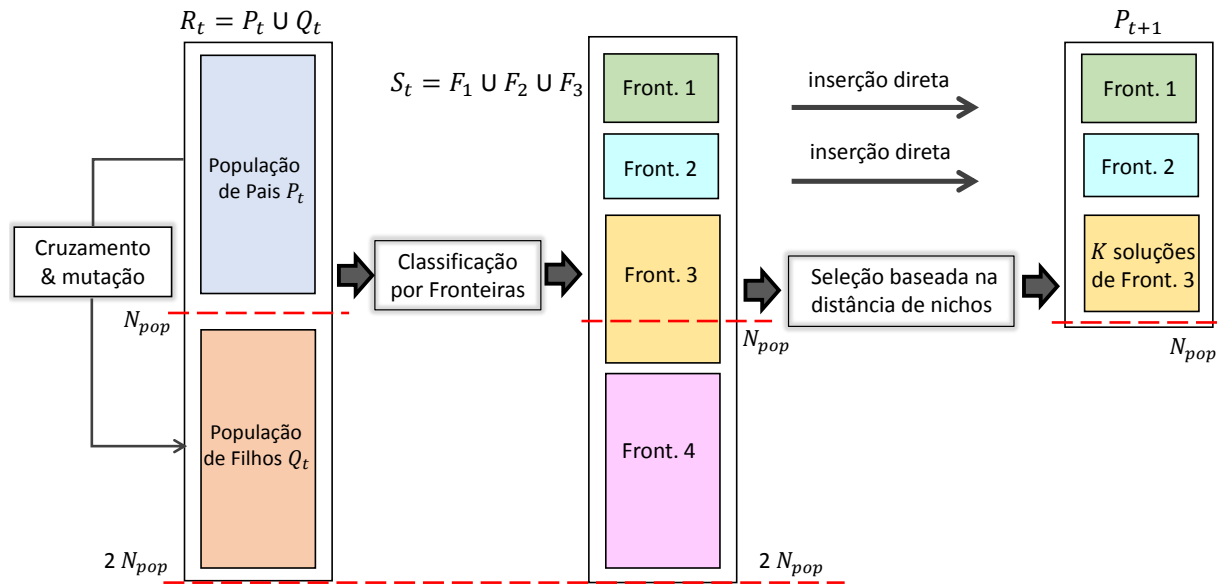


Figura 5.12: Seleção da população P_{t+1} do NSGA-III.

Certamente, o processo de seleção prioriza a dominância Pareto para selecionar as soluções de P_{t+1} . No entanto, a diversidade das soluções em P_{t+1} é aprimorada quando é utilizado o critério de associação de soluções por nichos, como é apresentado nesta subseção. Contudo, é importante destacar também, que, em problemas com muitos objetivos, é comum que grande parte das soluções sejam não-dominadas desde o início do processo evolutivo. Assim, o mecanismo de seleção por nichos do NSGA-III garante versatilidade para manutenção da pressão seletiva e escolha de *boas* soluções no processo evolutivo.

O Algoritmo 7 apresenta o procedimento de seleção do NSGA-III, onde os seguintes passos são realizados para selecionar as K soluções faltantes:

- i. Normalização: os objetivos das soluções de S_t são normalizados;
- ii. Associação: cada solução de S_t é associada ao ponto de referência cuja distância de projeção, ortogonal à linha de referência, é a menor possível;
- iii. Seleção por Nichos: um nicho é basicamente um ponto de referência e suas soluções associadas. A partir dessa definição, o procedimento de seleção consiste em identificar as K soluções mais próximas aos pontos de referência dos nichos com menor número de soluções associadas. As K soluções selecionadas devem pertencer à última fronteira que integra S_t (F_3 para o caso da Figura 5.12).

Algoritmo 7: Seleção de soluções por meio da associação por nichos do Algoritmo NSGA-III. Adaptado de (Deb and Jain, 2014)

Dados: Fronteiras não-dominadas F ;

Pontos de referência Z_{ref} ;

População P ;

Valores dos objetivos \bar{f} ;

Tamanho da população N_{pop} ;

Resultado: População selecionada P_{t+1} ;

1. $S_t \leftarrow \emptyset$; ▷ conjunto auxiliar
 2. $i \leftarrow 1$;
 3. **repita**
 4. $S_t \leftarrow S_t \cup F_i$ ▷ Preenche S_t com as soluções de F_i
 5. $i \leftarrow i + 1$;
 6. **até** $|S_t| \geq N_{pop}$ ▷ * $|S_t|$ cardinalidade de conjunto S_t
 7. $F_l \leftarrow F_{i-1}$; ▷ última fronteira a ser incluída
 8. **se** $|S_t| = N_{pop}$ **então**
 9. $P_{t+1} \leftarrow S_t$;
 10. **senão**
 11. $P_{t+1} \leftarrow S_t / F_l$;
 12. $K \leftarrow N_{pop} - |P_{t+1}|$; ▷ número de soluções que faltam em P_{t+1}
 13. $\bar{f}^n \leftarrow \text{normalização}(\bar{f} \in S_t)$; ▷ normaliza objetivos de S_t
 14. $[\bar{\pi}, \bar{d}] \leftarrow \text{associação}(\bar{f}^n, Z_{ref})$; ▷ índice π e menor distância $dist$ de..
▷ ..cada solução $\in S_t$ associada a um vetor de Z_{ref}
 15. $\bar{\rho} \leftarrow [0, \dots, 0]$; ▷ contador de nichos, tamanho N_{pf}
 16. **para cada** $\bar{x} \in P_{t+1}$ **faça**
 17. $\bar{\rho}_{(\pi(\bar{x}))} \leftarrow \bar{\rho}_{(\pi(\bar{x}))} + 1$;
 18. **fim**
 19. $P_{t+1} \leftarrow \text{nichos}(K, \bar{\rho}, \bar{\pi}, \bar{d}, Z_{ref}, F_l, P_{t+1})$; ▷ seleciona K soluções de F_l ;
 20. **fim**
 21. **retorna** P_{t+1} ;
-

Normalização - Passo 13 da Seleção

São normalizadas as funções objetivo, de todas as soluções de S_t , no intervalo $[0,1]$. O processo de normalização é apresentado no Algoritmo 8, onde no passo 5 é calculado

o ponto **ideal** para S_t e, em seguida, no passo 6, é calculada a melhor aproximação conhecida para a estimação do ponto **nadir**. A normalização é usada para escalonar as grandezas dos objetivos, sendo assim, todos os objetivos são igualmente importantes.

Algoritmo 8: Normalização dos objetivos de S_t .

Dados: Valores dos objetivos \bar{f} ;

População S_t ;

Resultado: Valores dos objetivos normalizados \bar{f}^n ;

1. $Z^{min} \leftarrow [\infty, \dots, \infty]$; ▷ tamanho m objetivos
 2. $Z^{max} \leftarrow [-\infty, \dots, -\infty]$; ▷ tamanho m
 3. **para** $j = 1, \dots, m$ **faça** ▷ para cada objetivo
 4. **para** $\bar{s} \in S_t$ **faça**
 5. **se** $\bar{f}_j(\bar{s}) < Z_j^{min}$ **então** $Z_j^{min} = \bar{f}_j(\bar{s})$;
 6. **se** $\bar{f}_j(\bar{s}) > Z_j^{max}$ **então** $Z_j^{max} = \bar{f}_j(\bar{s})$;
 7. **fim**
 8. **fim**
 9. **para cada** $s \in S_t$ **faça**
 10. **para** $j = 1, 2, \dots, m$ **faça**
 11. $\bar{f}_j^n(s) = \frac{\bar{f}_j(s) - Z_j^{min}}{Z_j^{max} - Z_j^{min}}$;
 12. **fim**
 13. **fim**
-

Associação - Passo 14 da Seleção

Cada solução de S_t é associada ao ponto de referência mais próximo. Mais especificamente, a associação é dada pela menor distância ortogonal entre uma solução e as linhas de referência (linhas que unem cada um dos pontos de referência com o ponto de origem do espaço normalizado). No Algoritmo 9 é apresentado o procedimento de associação, onde, para cada solução de S_t , é salva a distância d e o índice π do ponto de referência mais próximo.

A associação permite conhecer qual é o ponto de referência mais próximo de cada solução. Em seguida, o vetor contador de nichos $\bar{\rho}$ é preenchido no passo 17 da seleção, em que $\pi(\bar{x})$ representa o índice do ponto associado à solução \bar{x} .

Algoritmo 9: Associação de S_t aos pontos de referência.

Adaptado de (Deb and Jain, 2014)

Dados: Objetivos normalizados $\bar{f}^n \in S_t$;

Pontos de referência Z_{ref} ;

Resultado: Índices $\bar{\pi}$;

Distâncias \bar{d} ;

1. $\bar{d} \leftarrow [\infty, \dots, \infty]$; ▷ inicialização, tamanho $|S_t|$
 2. **para** $i = 1, 2, \dots, |S_t|$ **faça**
 3. $\bar{s} \leftarrow \bar{f}_i^n$; ▷ vetor dos objetivos da solução i
 4. **para** $j = 1, 2, \dots, N_{pf}$ **faça**
 5. $\bar{w} \leftarrow Z_j^{ref}$;
 6. $d^\perp(\bar{s}, \bar{w}) = \left\| \bar{s} - \bar{w} \bar{s}^T \bar{s} / \|\bar{w}\|^2 \right\|$; ▷ dist ortogonal
 7. **se** $\bar{d}_i > d^\perp(\bar{s}, \bar{w})$ **então**
 8. $\bar{d}_i = d^\perp(\bar{s}, \bar{w})$;
 9. $\bar{\pi}_i = j$;
-

Seguindo com o exemplo ilustrativo, $S_t = \{F_1 \cup F_2 \cup F_3\} := \{\bar{s}_2, \bar{s}_5, \bar{s}_6, \bar{s}_4, \bar{s}_9, \bar{s}_1, \bar{s}_{10}, \bar{s}_{12}\}$, uma vez que $|S_t| > N_{pop} = 7$ então, $P_{t+1} = S_t/F_3 = \{\bar{s}_2, \bar{s}_5, \bar{s}_6, \bar{s}_4, \bar{s}_9\}$. A Figura 5.13 ilustra a distância ortogonal entre cada solução de S_t e seu ponto de referência mais próximo no espaço dos objetivos normalizados. Do procedimento de associação das soluções de S_t , obtém-se que $\pi = \{5, 2, 1, 2, 4, 3, 2, 4\}$ (considerando 5 pontos de referência conforme a Figura 5.13). Logo, o contador de nichos para P_{t+1} é $\bar{\rho} = \{1, 2, 0, 1, 1\}$.

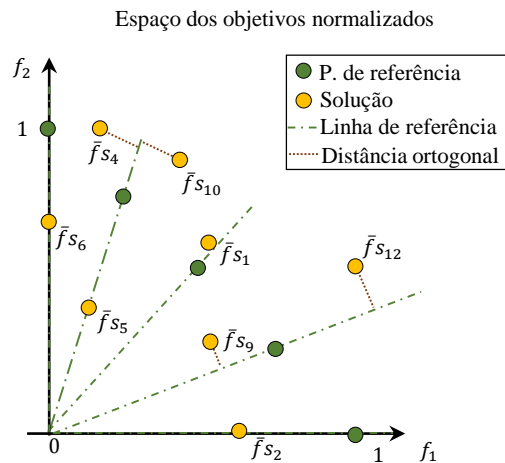


Figura 5.13: Associação de S_t com os pontos de referência.

Seleção por Nichos - Passo 19 da Seleção

Para selecionar as K soluções faltantes na população P_{t+1} , deve-se encontrar o nicho ou os nichos com o menor número de soluções associadas, isto é, \bar{J}_{min} . Caso exista empate, um j -ésimo nicho de \bar{J}_{min} é escolhido aleatoriamente. Em seguida, são determinadas as soluções \bar{I}_j pertencentes à fronteira corrente F_l e associadas ao j -ésimo nicho previamente escolhido.

Se $\bar{I}_j \neq \emptyset$ então verifica-se quantas soluções de S_t estão associadas ao j -ésimo nicho, isto é, $\bar{\rho}_j$. Caso $\bar{\rho}_j = 0$, então a solução em \bar{I}_j com menor distância é selecionada e inserida em P_{t+1} . No caso em que $\bar{\rho}_j > 0$, escolha-se randomicamente uma solução de \bar{I}_j para ser inserida em P_{t+1} . Finalmente, é atualizado o contador de nichos e a solução selecionada é descartada da fronteira F_l . Este procedimento é repetido até que P_{t+1} tenha tamanho N_{pop} , conforme apresentado no Algoritmo 10.

Algoritmo 10: Seleção por Nichos. Adaptado de (Deb and Jain, 2014)

Dados: Número de soluções a escolher K ;

Contador de nichos Z_{ref} ; População P_{t+1} ; Fronteira F_l ;

Distâncias \bar{d} ; Índices $\bar{\pi}$; Pontos de referência Z_{ref} ;

Resultado: População P_{t+1} ;

1. $k \leftarrow 1$;
 2. **enquanto** $k \leq K$ **faça**
 3. $\bar{J}_{min} = \left\{ i : \min_{i \in Z_{ref}} \bar{\rho}_i \right\}$;
 4. $j = random(\bar{J}_{min})$;
 5. $\bar{I}_j = \{ \bar{s} : \bar{\pi}_{(\bar{s})} = j, \bar{s} \in F_l \}$;
 6. **se** $\bar{I}_j \neq \emptyset$ **então**
 7. **se** $\bar{\rho}_j = 0$ **então**
 8. $P_{t+1} = P_{t+1} \cup \{ \bar{s} : \min_{i \in \bar{I}_j} d_{(\bar{s})} \}$;
 9. **senão**
 10. $P_{t+1} = P_{t+1} \cup random(\bar{I}_j)$;
 11. $\bar{\rho}_j \leftarrow \bar{\rho}_j + 1$;
 12. $F_l = F_l \setminus s$;
 13. $k \leftarrow k + 1$;
 14. **senão**
 15. $Z_{ref} = Z_{ref} / Z_j$;
-

Para o exemplo da Figura 5.13, as fronteiras F_1 e F_2 são inseridas diretamente em P_{t+1} e torna-se necessário selecionar 2 soluções de $F_3 = \{s_1, s_{10}, s_{12}\}$ para que P_{t+1} seja de tamanho N_{pop} . De acordo com o Algoritmo 10, a solução \bar{s}_1 é selecionada porque possui o menor número de soluções, $\bar{\rho}_3 = 0$. Por outro lado, a última solução a ser selecionada é \bar{s}_{12} , pois o contador de nicho $\bar{\rho}_4 = 1$ é menor que o contador de \bar{s}_{10} , isto é, $\bar{\rho}_2 = 2$. Em consequência, $P_{t+1} = \{\bar{s}_2, \bar{s}_5, \bar{s}_6, \bar{s}_4, \bar{s}_9, \bar{s}_1, \bar{s}_{12}\}$ é a população que continua no processo de otimização do NSGA-III.

Normalmente, as soluções de P_{t+1} têm maior aptidão que as soluções de P_t , assim, espera-se que as populações evoluam ao longo das gerações (Takahashi et al., 2003). Finalmente, através dos processos de recombinação, classificação e seleção, busca-se que a primeira fronteira (Pareto aproximada \widehat{FP}^*), em cada geração do NSGA-III, seja a mais próxima e espalhada sobre FP^* (Farah Maia, 2020).

5.6 Considerações Finais

Este capítulo apresentou a formulação, conceitos e as principais características dos problemas de otimização para muitos objetivos.

O algoritmo de otimização NSGA-III, usado para resolver o problema do despacho ótimo com muitos objetivos, foi apresentado em detalhes. Tal algoritmo realiza a classificação das soluções através de fronteiras de não-dominância para o aprimoramento da convergência das soluções. O procedimento de classificação privilegia a factibilidade das soluções, o que introduz uma forte pressão seletiva fazendo com que as soluções factíveis ganhem grande evidência, o qual pode causar perda precoce da diversidade das soluções no processo de otimização.

Por outro lado, o NSGA-III realiza a manutenção da diversidade de soluções com base na contagem de nichos, para a qual são utilizados pontos de referência espalhados no espaço dos objetivos.

Metodologia de Otimização Para o Despacho de Potência com Muitos Objetivos

Este capítulo apresenta o problema do despacho de potência ótimo com muitos objetivos, bem como a metodologia proposta para resolvê-lo.

6.1 Problema do Despacho Ótimo com Muitos Objetivos

6.1.1 Variáveis de Decisão e Variáveis Dependentes

As variáveis de decisão são as tensões das barras de referência V_r e, a geração das potências ativa P_g e reativa Q_g das barras PV. Dessa maneira, uma solução $\bar{x} \in \mathbb{R}^{(2N_{PV}+N_{V\theta})}$ do NSGA-III é representada da seguinte forma:

$$\bar{x} = [V_{r,1}, \dots, V_{r,N_{V\theta}}, P_{g,1}, \dots, P_{g,N_{PV}}, Q_{g,1}, \dots, Q_{g,N_{PV}}] \quad (6.1)$$

onde $N_{V\theta}$ é o número de barras de referência e N_{PV} é o número de barras PV.

As variáveis dependentes são agrupadas no vetor \bar{u} representado da seguinte forma:

$$\bar{u} = [P_{r,1}, \dots, P_{r,N_{V\theta}}, Q_{r,1}, \dots, Q_{r,N_{V\theta}}, V_1, \dots, V_{N_{PQ}+N_{PV}}, \theta_1, \dots, \theta_{N_{PQ}+N_{PV}}, n_{km,1}, \dots, n_{km,N_t}, b_1^{sh}, \dots, b_{N_s}^{sh}, \phi_{km,1}, \dots, \phi_{km,N_{t\phi}}, b_{km,1}, \dots, b_{km,N_{cs}}] \quad (6.2)$$

onde P_r e Q_r são o despacho de potências ativa e reativa da barra de referência; N_{PV} é o número de barras PV; N_t é o número de transformadores com tap controlável; N_s é o número de susceptâncias controláveis; $N_{t\phi}$ é o número de transformadores com potência ativa controlada; N_{cs} é o número de compensadores série com potência ativa controlada (as variáveis n_{km} , b^{sh} , ϕ_{km} e b_{km} dos equipamentos controláveis foram apresentadas na Subseção 3.3).

6.1.2 Funções Objetivo

Minimização do custo de despacho de potência (PDE):

Os custos do despacho de potência são calculados por meio da Equação 6.3, conforme apresentado na Subseção 4.3. Vale ressaltar que o segundo termo da Equação 6.3 representa o custo de oportunidade OC , onde os valores de Pr_i^0 e Plc_i^0 são determinados a partir da resolução do Problema 4.12.

$$\min: PDE = \sum_{i \in N_g} Ep_i(P_{g,i}) + |(Pr_i^0 + Plc_i^0) - (Pr_i + Plc_i)| \quad (6.3)$$

Minimização das perdas técnicas do sistema (P_{loss}):

As perdas técnicas do sistema são dadas pela soma das perdas em transformadores e linhas de transmissão, conforme a Equação 6.4. Os parâmetros desta equação são detalhados na Subseção 4.4.

$$\min: P_{loss} = \sum_{(k,m) \in \Lambda} g_{km} \left[\left(\frac{V_k}{n_{km}} \right)^2 + V_m^2 - \frac{2}{n_{km}} V_k V_m \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) \right] \quad (6.4)$$

Maximização do fator de potência em transformadores da RBF (FP_{rbf}):

A Equação 6.5 apresenta a maximização do fator potência FP_{rbf} (Subseção 4.5) e sua transformação na forma de minimização. As duas formulações são equivalentes, pois minimizar o valor negativo de FP_{rbf} representa a maximização do FP_{rbf} . Tal transformação é necessária para aplicar o procedimento de classificação do algoritmo NSGA-III (apresentado na Subseção 5.5.5).

$$\max: FP_{rbf} \Leftrightarrow \min: -FP_{rbf} \quad (6.5)$$

$$\text{onde: } FP_{rbf} = \min\{fp_k\}, \quad \forall k \in N_f$$

Maximização da margem de estabilidade de tensão ($VCPI_m$):

Conforme explicado na Subseção 4.6.1, o indicador de estabilidade do sistema $VCPI_m$ corresponde ao índice VCPI da barra crítica, ou seja, com a menor MET. Portanto, a minimização de $VCPI_m$ leva à maximização da MET do sistema, de modo que a Equação 6.6 é formulada.

$$\min: VCPI_m \Leftrightarrow \max: MET \quad (6.6)$$

$$\text{onde: } VCPI_m = \max \{VCPI_k\}, \quad \forall k \in N_{PQ}$$

Vale destacar que o indicador $VCPI_m$ representa uma **estimativa** da MET com baixo custo computacional. Isso é particularmente relevante no processo de otimização, em que milhares soluções precisam ser avaliadas e comparadas entre si.

6.1.3 Restrições**Balanco de potência:**

Conforme apresentado na Subseção 3.2.4, os balanços nodais de potência ativa e reativa são formulados pelas Equações 6.7(a) e 6.7(b), respectivamente.

$$V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) - P_k^{ger} + P_k^{load} = 0, \quad \forall k \in N \quad (6.7a)$$

$$V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) - Q_k^{ger} + Q_k^{load} = 0, \quad \forall k \in N \quad (6.7b)$$

Curva de capacidade:

As restrições 6.8(a) e 6.8(b) modelam os limites da geração de potência dos geradores. Na Subseção 4.1 é definida a capacidade máxima de geração de potência ativa em função da geração de potência reativa $P_g^{Max}(Q_g)$.

$$P_{min,i} \leq P_{g,i} \leq P_{g,i}^{Max}(Q_{g,i}), \quad \forall i \in N_g \quad (6.8a)$$

$$Q_{g,i}^{min} \leq Q_{g,i} \leq Q_{g,i}^{max}, \quad \forall i \in N_g \quad (6.8b)$$

Capacidade das linhas de transmissão e transformadores:

O fluxo de potência aparente S_f , através de linhas e transformadores, é representado pelo conjunto de restrições 6.9, onde S_f^{max} é o fluxo aparente máximo. De acordo com a Equação 6.10, o fluxo S_f corresponde ao maior fluxo em ambos os sentidos S_{km} e S_{mk} .

$$S_{f,i} \leq S_{f,i}^{max}, \quad \forall i \in \Lambda \quad (6.9)$$

$$S_f = \max \{S_{km}, S_{mk}\} \quad (6.10)$$

$$\text{onde : } S_{km} = \sqrt{P_{km}^2 + Q_{km}^2} \quad \text{e} \quad S_{mk} = \sqrt{P_{mk}^2 + Q_{mk}^2}$$

Na Subseção 3.1.7 são apresentados os fluxos de potência ativa (P_{km} e P_{mk}) e reativa (Q_{km} e Q_{mk}) para o cálculo de S_{km} e S_{mk} .

Nível de tensão:

A restrição 6.11 visa manter os níveis de tensão entre um nível mínimo V^{min} e um nível máximo V^{max} .

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max}, \quad \forall i \in N \quad (6.11)$$

Controle de tensão nodal:

As restrições 6.12 e 6.13 modelam as funções de controle de tensão apresentadas nas Subseções 3.3.1 e 3.3.2, respectivamente. Conforme apresentado na Subseção 3.3.5, N_{ct} é o número de barras com tensão controlada pelos taps dos transformadores e, N_{ch} é o número de barras com tensão controlada por susceptâncias *shunt*.

$$V_i^{esp} = V_i, \quad i = \{1, \dots, N_{ct}\} \quad (6.12)$$

$$V_{min,i}^{esp} \leq V_i \leq V_{max,i}^{esp}, \quad i = \{1, \dots, N_{ch}\} \quad (6.13)$$

O ajuste de tap n_{km} deve ser determinado entre um limite mínimo n_{km}^{min} e um limite máximo n_{km}^{max} , conforme a restrição 6.14, onde N_t é o número de transformadores com

tap controlável. Por outro lado, os limites da susceptância *shunt* b^{sh} são modelados pela restrição 6.15, onde N_s é o número de susceptâncias controláveis.

$$n_{km,i}^{min} \leq n_{km,i} \leq n_{km,i}^{max}, \quad i = \{1, \dots, N_t\} \quad (6.14)$$

$$b_{min,i}^{sh} \leq b_i^{sh} \leq b_{max,i}^{sh}, \quad i = \{1, \dots, N_s\} \quad (6.15)$$

Controle de potência ativa:

As restrições 6.16 e 6.17 modelam as funções de controle de potência ativa apresentadas nas Subseções 3.3.3 e 3.3.4, respectivamente. $N_{t\phi}$ é o número de transformadores com potência ativa controlada e N_{cs} é o número de compensadores série com potência ativa controlada.

$$P_{km,i}(\phi_{km,i}) = P_{km,i}^{esp}, \quad i = \{1, \dots, N_{t\phi}\} \quad (6.16)$$

$$P_{km,i}(b_{km,i}) = P_{km,i}^{esp}, \quad i = \{1, \dots, N_{cs}\} \quad (6.17)$$

O defasamento angular do transformador ϕ_{km} é ajustado entre um limite mínimo ϕ_{km}^{min} e um limite máximo ϕ_{km}^{max} , conforme a restrição 6.18. Por sua vez, a restrição 6.19 apresenta os limites mínimo b_{km}^{min} e máximo b_{km}^{max} da susceptância do compensador b_{km} .

$$\phi_{km,i}^{min} \leq \phi_{km,i} \leq \phi_{km,i}^{max}, \quad i = \{1, \dots, N_{t\phi}\} \quad (6.18)$$

$$b_{km,i}^{min} \leq b_{km,i} \leq b_{km,i}^{max}, \quad i = \{1, \dots, N_{cs}\} \quad (6.19)$$

6.2 Metodologia de Otimização Para o Despacho Simultâneo de Potências Ativa e Reativa Considerando Muitos Objetivos

Antes da execução da metodologia de otimização com muitos objetivos, é realizada a análise do mínimo custo do despacho de potência ativa. Essa análise busca determinar o despacho de potência ativa \bar{P}_g^0 e os custos marginais $\bar{\lambda}^0$ para obter o custo mínimo

da energia ativa no mercado Etp^0 (Problema 4.12). A partir desta informação são calculados o lucro Pr^0 e o custo das perdas técnicas Plc^0 de cada gerador. Para resolver o Problema 4.12 é aplicado o algoritmo ALM com o método de região de confiança (Conn et al., 2000). Em seguida, a metodologia de otimização para muitos objetivos é aplicada conforme descrito a seguir.

A Figura 6.1 apresenta o fluxograma da metodologia de otimização baseada no algoritmo NSGA-III. Inicialmente, são geradas N_{pop} soluções para formar a população P_t da primeira iteração, $t = 1$. O próximo passo é avaliar cada solução $\bar{x} \in P_t$. O procedimento de avaliação consiste em calcular o fluxo de potência no sistema (a partir das variáveis de geração de potência de uma solução \bar{x}) e, a seguir, determinar os valores das funções objetivo e das restrições do problema.

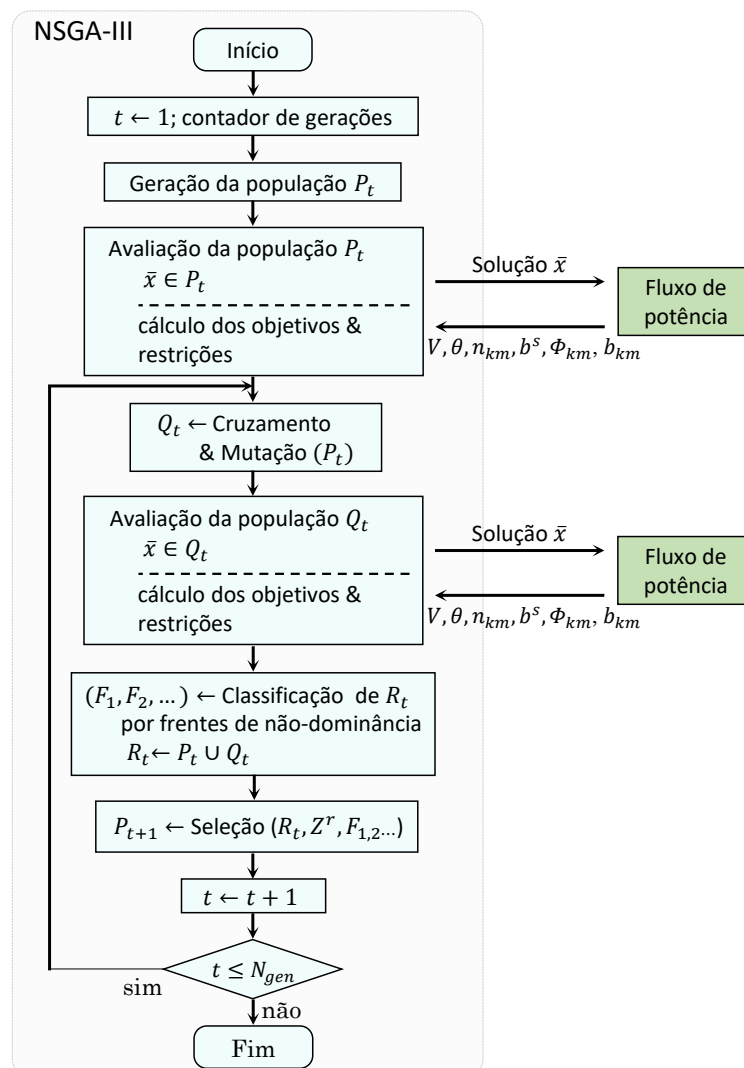


Figura 6.1: Metodologia de otimização para o despacho simultâneo de potências ativa e reativa considerado muitos objetivos.

O fluxo de potência é calculado por meio do método Newton-Raphson (NR), o qual visa resolver as restrições 6.7, bem como as restrições 6.12 a 6.19. Uma vez finalizado o algoritmo de fluxo de potência, obtém-se a magnitude V e ângulo de tensão θ para cada barra, além do ajuste dos equipamentos controláveis n_{km} , ϕ_{km} , b^{sh} e b_{km} . Com essas informações, calculam-se as variáveis dependentes \bar{u} , funções objetivo e restrições.

Cabe salientar que o ajuste dos equipamentos controláveis, por meio do algoritmo de fluxo de potência, deve levar a uma sub-otimalidade do problema, já que os controles não são ajustados de modo a otimizar os objetivos estabelecidos.

Os mecanismos de cruzamento e mutação permitem criar novos despachos/soluções $\bar{x} \in Q_t$ que devem ser avaliados posteriormente. Os mecanismos de classificação e seleção são executados para determinar as melhores soluções de R_t que vão formar a população na seguinte iteração, $P_{t=2}$. Os mecanismos de recombinação, classificação e seleção são repetidos até alcançar o máximo de iterações N_{gen} , conforme explicado na Subseção 5.5. É importante ressaltar que a metodologia de otimização é computacionalmente custosa, pois, ao todo, são realizadas $N_{pop} \cdot N_{gen}$ execuções do algoritmo de fluxo de potência. Algumas particularidades desta metodologia são apresentadas nas subseções a seguir.

Otimização mono-objetivo do problema de despacho simultâneo de potências ativa e reativa

Cada função objetivo do problema é otimizada empregando um Algoritmo Genético (GA). A formulação geral de um problema de otimização mono-objetivo é apresentada no problema de otimização 6.20, onde apenas existe uma única função objetivo f .

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimize: } f(\bar{x}, \bar{u}) \\
 &\text{sujeito a: } g_i(\bar{x}, \bar{u}) \leq 0, \quad i = \{1, 2, \dots, n_g\} \\
 &\quad h_j(\bar{x}, \bar{u}) = 0, \quad j = \{1, 2, \dots, n_h\} \\
 &\quad x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}, \quad i = \{1, 2, \dots, n\}
 \end{aligned} \tag{6.20}$$

onde,

- O objetivo $f(\bar{x}, \bar{u})$ é dado por: P_{loss} ou $VCPI_m$ ou FP_{rbf} ou PDE ;
- As variáveis de decisão/controlado \bar{x} são representadas pela expressão 6.1;

- As variáveis dependentes \bar{u} são representadas pela expressão 6.2;
- O conjunto $\bar{g}(\bar{x}, \bar{u})$ é modelado pelas restrições 6.10, 6.11, 6.13, 6.14, 6.15, 6.18 e 6.19;
- O conjunto $\bar{h}(\bar{x}, \bar{u})$ é modelado pelas restrições 6.7, 6.12, 6.16 e, 6.17;
- Os limites $x^{(L)}$ e $x^{(U)}$ são modelados pelas restrições 6.8 e, 6.11.

Vale ressaltar que todas restrições do problema com muitos objetivos são consideradas no problema mono-objetivo. Nesse último, uma única função objetivo (P_{loss} ou $VCPI_m$ ou FP_{rbf} ou PDE) é atribuída a f .

A Figura 6.2 apresenta o fluxograma geral do algoritmo genético. Inicialmente, são geradas N_{pop} soluções/indivíduos para formar a população inicial. Cada indivíduo é avaliado e recebe um valor de aptidão com base nos valores dos objetivos e restrições obtidos.

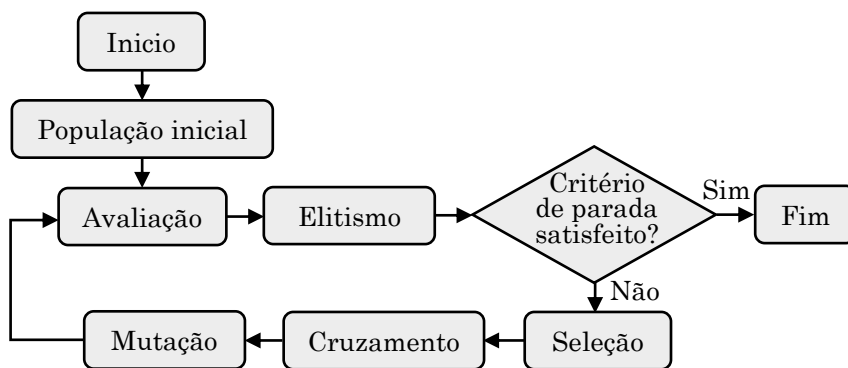


Figura 6.2: Fluxograma do Algoritmo Genético clássico. Retirada de (Granados, 2018).

O mecanismo de elitismo consiste em preservar a melhor solução da iteração atual para ser incluída na seguinte iteração. Para isso, a solução com o melhor valor de aptidão é selecionada e salva. Após realizar o elitismo é verificado o critério de parada do algoritmo. Caso tal critério não seja satisfeito, os processos de seleção, cruzamento e mutação são realizados formando uma nova população. Essa nova população de filhos é avaliada e o processo de otimização é repetido até atender o critério de parada.

O algoritmo genético para a otimização mono-objetivo utiliza os mecanismos de criação de soluções, avaliação, cruzamento e mutação apresentados no capítulo anterior e neste capítulo. Já o critério de parada é o número máximo de iterações N_{gen} , igual ao algoritmo NSGA-III.

Por fim, é importante ressaltar que cada otimização mono-objetivo dá origem a uma solução ótima para cada um dos objetivos do problema com muitos objetivos, de modo que se obtém um conjunto de quatro soluções mono-objetivo. Posteriormente, esse conjunto de soluções é introduzido na população inicial ($P_{t=1}$) do algoritmo NSGA-III. Essa estratégia é interessante por dois motivos: i) os pontos extremos de Pareto são introduzidos para guiar a busca pela fronteira Pareto, e, ii) manter a diversidade, pois o cálculo do ponto ideal é acurado.

Geração das soluções iniciais

À medida que o sistema elétrico cresce em dimensão, torna-se trabalhoso encontrar despachos viáveis. Neste caso, é vantajoso criar despachos (soluções de $P_{t=1}$) a partir do despacho atual do sistema, comumente chamado de caso base (P_g^{bas} e Q_g^{bas}). Assim, são propostas três estratégias para criar um novo despacho: i) perturbação aleatória percentual do caso base, ii) perturbação nominal do caso base e, iii) geração aleatória.

i) Perturbação aleatória percentual: Dados P_g^{bas} e Q_g^{bas} , o novo despacho P_g e Q_g é originado dentro da região sombreada na Figura 6.3(a). P_g está localizado dentro do intervalo $[\max(P_{min}, 75\%P_g^{bas}), \min(P_{max}, 125\%P_g^{bas})]$, enquanto Q_g está localizado dentro do intervalo $[\max(Q_g^{min}, 70\%Q_g^{bas}), \min(130\%Q_g^{bas}, Q_g^{max})]$. Uma vez conhecida a tensão do gerador, calcula-se o limite $P_g^{Max}(Q_g)$. A Figura 6.3(b) ilustra um novo despacho (ponto vermelho) em que $P_g > P_g^{Max}$, o que significa que a solução é infactível.

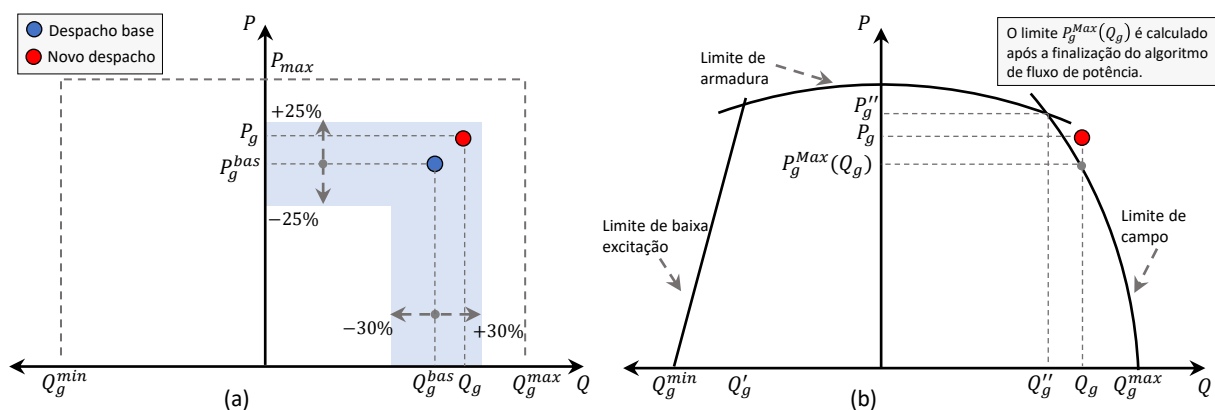


Figura 6.3: (a) Novo despacho (P_g, Q_g) originado por uma perturbação aleatória do despacho base (P_g^{bas}, Q_g^{bas}). (b) Avaliação do limite P_g^{Max} para o novo despacho.

ii) Perturbação nominal: Um par de geradores é perturbado usando uma constante v . Para isso, são selecionados um i -ésimo e j -ésimo gerador com despachos base $P_{g,i}^{bas}$

e $P_{g,j}^{bas}$, respectivamente. Um novo despacho é dado por $P_{g,i} = P_{g,i}^{bas} + v$, enquanto outro novo despacho é $P_{g,j} = P_{g,j}^{bas} - v$. Esta estratégia de perturbação é também aplicada ao despacho de potência reativa $Q_{g,i}$ e $Q_{g,j}$. Dessa forma, espera-se que a potência injetada pelo caso base seja mantida pelo novo despacho.

iii) Geração aleatória: Os despachos são criados estocasticamente entre os limites da potência reativa $[Q_g^{min}, Q_g^{max}]$ e os limites de potência ativa $[P_{min}, P_{max}]$.

Modificação do algoritmo de fluxo de potência

Na Seção 3.2.4 foi apresentado o algoritmo de fluxo de potência convencional, em que para uma barra PV são especificadas a potência ativa gerada P_g e a tensão V . Por outro lado, para realizar o despacho simultâneo de potência ativa e reativa, propõe-se simular a barra PV como uma barra de injeção de potência ativa e reativa. Esta proposta consiste em especificar as potências do gerador P_g e Q_g e, calcular suas variáveis de tensão V e θ . Dessa forma, para cada barra PV, duas equações (6.7(a) e 6.7(b)) e duas incógnitas (V e θ) são adicionadas no problema de fluxo de potência modificado.

A Tabela 6.1 resume as variáveis da barra PV para o fluxo de potência convencional e o modificado, além das atribuições no método NR. Por fim, vale destacar que o sistema linear do fluxo modificado tem dimensão $2N_{PQ} + 2N_{PV}$, isto é, N_{PV} equações mais do que no fluxo convencional.

Tabela 6.1: Variáveis de uma barra PV no problema de fluxo de potência.

Fluxo	Barra PV				Atribuição no NR	
	Tensão V	θ	Geração P_g	Q_g	Nº equa.	Nº incóg.
Convencional	✓	-	✓	-	1	1
Modificado	-	-	✓	✓	2	2

✓ variável conhecida; - variável desconhecida.

Tratamento dos limites dos equipamentos controláveis

O algoritmo de fluxo de potência trata os limites dos equipamentos controladores (restrições 6.14, 6.15, 6.18 e 6.19), inspecionando-os a cada iteração do algoritmo. Ou seja, a cada atualização das incógnitas, verificam-se os limites mínimo e máximo de cada equipamento, caso algum limite tenha sido violado, a variável do equipamento

é ajustada para o limite mais próximo e, então, a função de controle e a variável são desconsideradas pelo algoritmo.

É importante destacar que o procedimento descrito acima não garante que as funções de controle (restrições 6.12, 6.13, 6.16 e 6.17) sejam atendidas. Além disso, os ajustes de taps e susceptâncias *shunt* são considerados de forma contínua, ou seja, são variáveis dependentes de tipo real.

6.3 Considerações Finais

Este capítulo apresenta a formulação do problema de despacho simultâneo de potências ativa e reativa com muitos objetivos, assim como a metodologia para sua resolução. A metodologia, por meio dos procedimentos de cruzamento e mutação, explora estocasticamente o espaço das variáveis para formar uma solução candidata, que é avaliada com base nos resultados obtidos pelo algoritmo de fluxo de potência. Portanto, o sucesso da metodologia de otimização está sujeito à busca determinística realizada pelo algoritmo de fluxo de potência.

Duas estratégias são incorporadas para a geração das soluções iniciais explorando o espaço das variáveis em torno da solução do caso base. As estratégias visam a obtenção de soluções que convirjam no algoritmo de fluxo de potência. Isso se torna relevante em grandes sistemas de potência susceptíveis à convergência.

Por fim, é proposta uma modificação do algoritmo de fluxo de potência convencional para simular o despacho simultâneo das potências ativa e reativa. Tal modificação permite especificar o despacho de potência reativa, porém eleva o custo computacional do algoritmo.

Resultados

Este capítulo apresenta os resultados da metodologia para o despacho simultâneo de potências ativa e reativa em três sistemas elétricos: sistemas IEEE de 30 e 57 barras e, um sistema brasileiro de 10351 barras. Os resultados exibidos em valores de p.u. (sistema por unidade) possuem potência base de 100 MVA. A codificação da metodologia foi desenvolvida em *Java Development Kit* (JDK 11.03) e executada em um computador com a seguinte configuração: Intel(R) Core(TM) i7-4771 CPU @ 3,50 GHz, 8 GB - RAM.

7.1 Sistema IEEE-30 Barras

Este sistema possui 6 geradores, sendo cinco barras PV (geradores 2, 5, 8, 11 e 13) e uma barra de referência (gerador 1). Os dados elétricos dos geradores são apresentados na Tabela 7.1. O preço *PLD* é 12.000 [\$/puh].

Tabela 7.1: Dados dos geradores do sistema IEEE-30 barras.

Ger.	S_g [pu]	X_s [pu]	R_a [pu]	$\cos \phi$	Q_g^{min} [pu]	Q_g^{max} [pu]	P_{min} [pu]	P_{max} [pu]	a [\$/pu ² h]	b [\$/puh]	ρ [\$/puh]	P_g^{cot} [pu]
1	2,0	0,825	0,07	0,9	-1,21	1,54	0	2,0	10	1.000	18.000	1,8
2	1,8	0,925	0,08	0,9	-1,21	1,36	0	1,8	10	1.000	16.500	0,6
5	1,4	1,098	0,09	0,9	-0,91	1,06	0	1,4	10	1.000	16.500	0,2
8	1,4	1,098	0,09	0,9	-0,91	1,06	0	1,4	10	1.000	16.500	0,2
11	1,4	1,098	0,09	0,9	-0,91	1,06	0	1,4	10	1.000	10.000	0,2
13	1,4	1,098	0,09	0,9	-0,91	1,06	0	1,4	10	1.000	10.000	0,2

Parcialmente retirados de (Almeida and Senna, 2011).

Os dados elétricos do sistema são obtidos em (Electrical and Computer Engineering, 2022). Neste teste, considera-se que o fluxo máximo da linha de transmissão 6-7 é de 0,3 pu, enquanto para a linha 12-14 é de 0,12 pu (Almeida and Senna, 2011). Por outro lado, as Tabelas 7.2 e 7.3 apresentam os controles de tensão e potência propostos nesta pesquisa para o sistema IEEE 30 barras.

Por definição, o sistema IEEE-30 não possui transformadores da RBF. Assim, para fins de avaliação da função FP_{rbf} , assume-se que o transformador 28-27 é um transformador RBF, onde o fator de potência é calculado no lado de baixa tensão (barra 27).

Tabela 7.2: Controles de tensão propostos para o sistema IEEE-30 barras.

Equipamento	Variável de controle	Limites da variável [pu]		Barra de conexão	Barra Tensão controlada	Tensão Especificada [pu]	Faixa de tensão Especificada [pu]	
		mín.	máx.				mín.	máx.
Banco de capacitores	b_{24}^{sh}	0	0,2	24	24	–	0,98	1,02
Transformador tap	n_{4-12}	0,9	1,1	4-12	4	1,02	–	–

Tabela 7.3: Controle de potência ativa proposto para o sistema IEEE-30 barras.

Equipamento	Variável de controle	Limites da variável [°]		Barra de conexão De	Barra de conexão Para	Potência Especificada [pu] De-Para
		mín.	máx.			
Transformador defasador	ϕ_{6-9}	-20	20	6	9	0,3

7.1.1 Custo Mínimo do Despacho de Potência Ativa para o Sistema IEEE-30 barras

O custo mínimo do despacho de potência ativa é obtido pela resolução do Problema 4.12, no qual o despacho de potência reativa é desconsiderado. Os resultados são resumidos na Tabela 7.4, onde o despacho P_g^0 é próximo do despacho contratado P_g^{cot} para os geradores 2, 8, 11 e 13 (consultar Tabela 7.1). O custo total do despacho de potência ativa é de $Etp^0 = \sum Ep = 52.067$ \$/h (Granados et al., 2023).

Tabela 7.4: Custos do despacho de potência dos geradores do sistema IEEE 30-barras para o custo mínimo de potência ativa.

Variável	Gerador					
	1	2	5	8	11	13
Despacho P_g^0	1,365	0,599	0,348	0,200	0,200	0,200
Custo marginal λ^0	6.000	6.549	12.000	4.776	4.850	5.028
Custo da geração $C(P_g^0)$	1.374	601	349	200	200	200
Custos perdas técnicas Plc^0	2.348	475	180	59	36	36
Lucro Pr^0	6.817	3.328	3.827	755	767	805
Custo de mercado $Ep(P_g^0)$	29.791	9.900	5.076	3.300	2.000	2.000

P_g^0 em p.u.; λ^0 em \$/pu.h; $C(P_g^0)$, Plc^0 , Pr^0 e $Ep(P_g^0)$ em \$/h.

O gerador 5 possui o maior custo marginal $\lambda_5^0 = 12.000$ [\$/pu.h], indicando que o custo Etp^0 é mais sensível a mudanças do despacho de potência na barra 5. Examinando o sistema IEEE-30, é observado que a maior carga (0,942 pu) está conectada à barra 5. Em razão disso, é esperado que o despacho do gerador 5 origine importantes alterações nos demais geradores do sistema e no custo total do despacho de potência ativa.

Vale ressaltar que o despacho do gerador 1 é inferior à potência contratada ($P_{g,1}^0 < P_{g,1}^{cot}$), enquanto o despacho do gerador 5 é priorizado ($P_{g,5}^0 > P_{g,5}^{cot}$). Isso pode ser explicado pelo alto preço de contratação do gerador 1 e pelas restrições de fluxo de potência nas linhas de transmissão que incentivam o despacho local do gerador 5. Nesse sentido, é pertinente mencionar que a restrição na linha 6-7 está ativa (ou seja, o fluxo é ligeiramente inferior a 0,3 pu) (Rao, 2009), o que, devido às condições KKT, faz com que a barra 7 tenha maior custo marginal, $\lambda_7^0 = 15.055$ [\$/pu.h]. A Figura 7.1(b) apresenta o custo marginal de cada barramento do sistema, enquanto a Figura 7.1(a) mostra o correspondente ângulo de tensão.

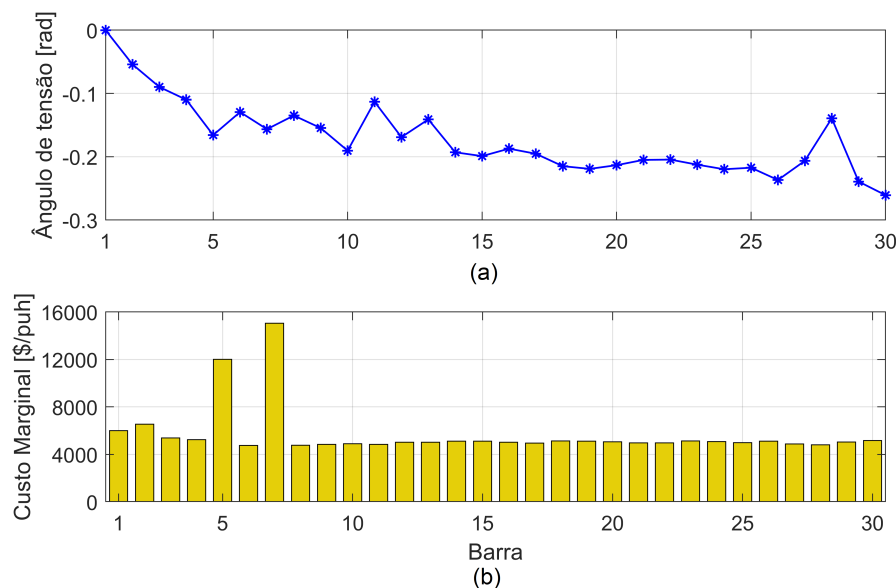


Figura 7.1: Resultados do Cenário 0 para o sistema IEEE-30 barras. (a) Ângulo de tensão θ^0 , (b) Custo marginal λ de cada barra.

Por fim, é possível aumentar o despacho dos geradores 11 e 13, onde o incremento do despacho seria precificado ao preço PLD . Além disso, o preço PLD também é aplicado caso outros geradores reduzam seus despachos devido ao maior despacho dos geradores 11 e 13. Portanto, priorizar o despacho dos geradores com menor preço de contratação não leva necessariamente à minimização do custo total do despacho de potência ativa Etp^0 .

7.1.2 Otimização Mono-Objetivo para o Sistema IEEE-30 Barras

Um algoritmo genético (GA) foi aplicado para encontrar as quatro soluções mono-objetivo do problema original. A configuração do algoritmo GA, que utiliza os mecanismos de mutação polinomial e cruzamento SBX, é apresentada na Tabela 7.5. Na literatura, normalmente são definidas altas probabilidades de cruzamento que permitem a geração de soluções filhas, nesse sentido, adota-se $P_c = 95\%$. Assim, considerando uma função de probabilidade uniforme, existe uma probabilidade de 5% de que as soluções filhas *herdem características genéticas* das soluções pais. Por outro lado, a Tabela 7.6 mostra a configuração do método NR para o cálculo do fluxo de potência dos sistemas de teste. O tempo médio de execução da otimização mono-objetivo é de 4,1 minutos.

Tabela 7.5: Parâmetros dos algoritmos GA e NSGA-III para os sistemas IEEE.

Parâmetro	Sistema Elétrico			
	IEEE 30-barras		IEEE 57-barras	
	GA	NSGA-III	GA	NSGA-III
Tamanho da população (N_{pop})	100	100	100	120
Max. de gerações (N_{gen})	100	100	100	100
Probabilidade de cruzamento (P_c)	0,95	0,95	0,92	0,92
Índice de distribuição (η_c)	10	10	5	5
Probabilidade de mutação (P_m)	0,07	0,07	0,05	0,05
Índice de distribuição (η_m)	10	10	5	5

Tabela 7.6: Ajuste do método NR para o cálculo do fluxo de potência.

Variável	Sistema Elétrico			
	sistemas IEEE		brasileiro 10351-barras	
	Inicial	Passo máx.	Inicial	Passo máx.
θ	0	0,07	bs	0,07
V	1	0,07	bs	0,03
n_{km}	bs	0,05	–	–
b^{sh}	bs	0,04	–	–
ϕ_{km}	bs	0,087	–	–

bs : solução base; – : não aplica.

Os valores das variáveis de decisão das soluções mono-objetivo são apresentados na Tabela 7.7, onde também são informados os valores de $P_{g,1}$ e $Q_{g,1}$. A Tabela 7.7 destaca em negrito os valores ótimos de cada função objetivo, além de apresentar a avaliação da solução mono-objetivo nas demais funções. A Figura 7.2 mostra os perfis de tensão do sistema, onde a tensão controlada na barra 4 é 1,02 pu enquanto na barra 24 é de 1 pu.

Tabela 7.7: Soluções mono-objetivo para o sistema IEEE-30 barras.

Variável	Solução mono-objetivo			
	P_{loss}	$VCPI_m$	FP_{rbf}	PDE
$V_{g,1}$	1,0241	1,0224	1,0430	1,0499
$P_{g,1}$	0,1040	0,8317	0,5385	1,3920
$Q_{g,1}$	-0,0456	-0,5989	-0,2353	0,0236
$P_{g,2}$	0,3582	0,5047	0	0,6039
$Q_{g,2}$	0,0921	0,5198	1,0803	-0,0201
$P_{g,5}$	1,0556	0,7446	0,9627	0,3303
$Q_{g,5}$	0,1691	0,3297	-0,2331	0,3913
$P_{g,8}$	0,6419	0,7945	1,3777	0,1780
$Q_{g,8}$	0,2709	0,7731	-0,1478	0,3440
$P_{g,11}$	0,2495	0,0003	0,0014	0,2018
$Q_{g,11}$	0,0423	0,0384	0,0767	0,0750
$P_{g,13}$	0,4417	0,0043	0	0,2035
$Q_{g,13}$	0,2630	-0,1965	0,3067	0,0822
P_{loss}	0,0168	0,0461	0,0465	0,0755
$VCPI_m$	0,03299	0,03154	0,03273	0,03283
FP_{rbf}	0,8428	0,9501	0,9875	0,9117
PDE	83.880	75.744	92.080	52.137

V_g, P_g, Q_g e P_{loss} em p.u.; PDE em \$/h.

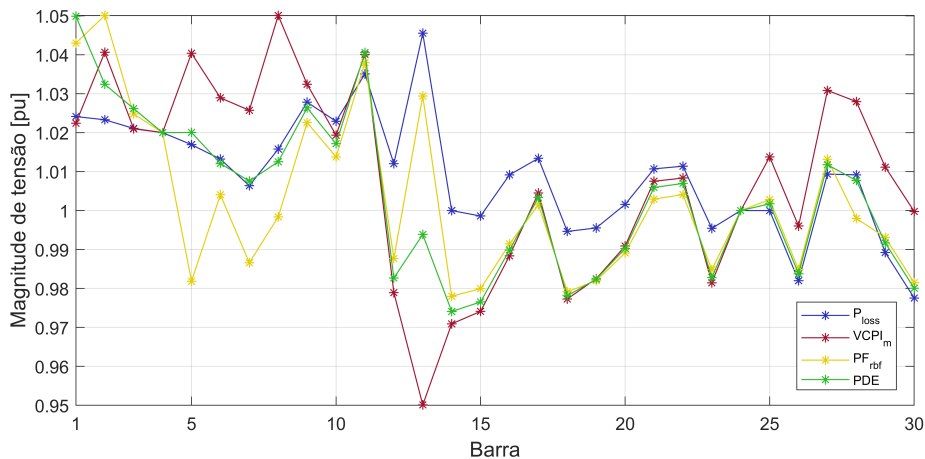


Figura 7.2: Perfil de tensão das soluções mono-objetivo para o sistema IEEE-30 barras.

O índice global de estabilidade $VCPI_m$ das quatro soluções mono-objetivo é calculado na barra 30 do sistema. No caso da solução $VCPI_m$ (com $VCPI_m = 0,03154$), observa-se uma melhora de tensão na barra 30 em relação às demais soluções, conforme mostra a Figura 7.2. Esta solução propõe um despacho considerável de potência reativa do gerador 8 ($Q_{g,8} = 0,7731$ pu) e um despacho moderado do gerador 11. Adicionalmente, com o intuito de investigar a relação entre o gerador 8 e a barra 30, é

inspecionado o valor absoluto da inversa da matriz de admitância do sistema, o qual indica que o gerador 8 possui a menor distância elétrica à barra 30 (Poudel et al., 2018). Esses resultados sugerem que o gerador 8 desempenha um papel importante na melhoria da estabilidade de tensão por meio de um considerável despacho de reativo.

A solução FP_{rbf} possui um fator de potência de 0,9875 no transformador 28-27, onde $P_{28-27} = 22,56$ MW, $P_{27-28} = -22,56$ MW, $Q_{28-27} = 5,60$ MVar e, $Q_{27-28} = -3,59$ MVar. O valor positivo do fluxo P_{km} indica que o fluxo sai da barra k e, o sinal negativo (-) indica que o fluxo entra na barra k . Nesta solução, os geradores 2 e 13 operam como compensadores síncronos, enquanto os geradores 5 e 8 têm despachos de potência ativa significativos (0,9627 pu e 1,3777 pu, respectivamente). Por esse motivo, os geradores 5 e 8 possuem altos custos de mercado e de oportunidade, conforme relatado na Tabela 7.8. O custo total do despacho de potência ativa é de 66.713 \$/h, que é fortemente influenciado pelo preço PLD , uma vez que o despacho P_g está distante da potência contratada P_g^{cot} .

Tabela 7.8: Custos do despacho de potência das soluções mono-objetivo para os geradores do sistema IEEE-30 barras.

Ger.	Solução P_{loss}		Solução $VCPI_m$		Solução FP_{rbf}		Solução PDE	
	Ep	OC	Ep	OC	Ep	OC	Ep	OC
1	22.224	8.630	26.590	3.744	24.831	6.074	29.952	0,90
2	8.812	1.643	9.471	363	7.200	2.407	9.947	1,02
5	13.567	9.239	9.835	5.090	12.452	8.089	4.863	0,90
8	8.602	2.306	10.434	3.837	17.433	7.240	3.201	75,45
11	2.593	208	2.400	803	2.397	795	2.022	9,54
13	4.901	1.155	2.392	785	2.400	762	2.042	22,18
Total	60.699	23.181	61.122	14.622	66.713	25.367	52.027	110

valores em \$/h

Conforme mostrado na Tabela 7.8, o custo do despacho da solução PDE é de 52.137 \$/h, que é ligeiramente superior ao custo mínimo da potência ativa $Etp^0 = 52.067$ \$/h. Como esperado, a solução PDE apresenta um despacho de potência ativa (consultar Tabela 7.7) próximo ao despacho P_g^0 (ver Tabela 7.4). Desta forma, os custos da potência ativa Ep são semelhantes aos relatados na Tabela 7.4. Por sua vez, o custo de oportunidade total é de 110 \$/h, onde 75,45 \$/h correspondem ao gerador 8.

O ajuste dos controles de equipamentos é mostrado na Tabela 7.9. A solução FP_{rbf} ajusta o tap n_{4-12} próximo ao limite máximo; por outro lado, o banco de capacitores injeta 14,81 MVar ($0,1481 * (1^2) = 0,1481$ pu) enquanto os geradores 1, 5 e 8 operam

sub-excitados. Por fim, vale mencionar que a potência ativa no transformador 6-9 é controlada em 30 MW para todas as soluções.

Tabela 7.9: Ajuste dos equipamentos controladores das soluções mono-objetivo para o sistema IEEE 30-barras.

Variável	Solução mono-objetivo			
	P_{loss}	$VCPI_m$	FP_{rbf}	PDE
n_{4-12}	1,0404	0,9897	1,0995	1,0572
b_{24}^{sh} [pu]	0,0779	0,1026	0,1481	0,1448
ϕ_{6-9} [°]	6,98	-0,48	-0,97	4,80

7.1.3 Otimização de Muitos Objetivos para o Sistema IEEE-30 Barras

A Tabela 7.5 mostra as configurações do algoritmo NSGA-III, que obteve um tempo de execução de 5,2 minutos. É importante ressaltar que as soluções mono-objetivo, descritas na Tabela 7.7, foram inseridas na população inicial ($P_{t=1}$) do NSGA-III. A Figura 7.3 apresenta a fronteira Pareto-aproximada (\widetilde{FP}^*) composta por 100 soluções eficientes, onde cada solução é representada por uma linha que intercepta os quatro eixos paralelos. Nessa figura, os objetivos são normalizados (no intervalo [0,1]) usando os valores mínimos e máximos obtidos para cada função objetivo, os quais são informados na Figura 7.3. Nessa figura são destacadas três soluções para os seguintes casos:

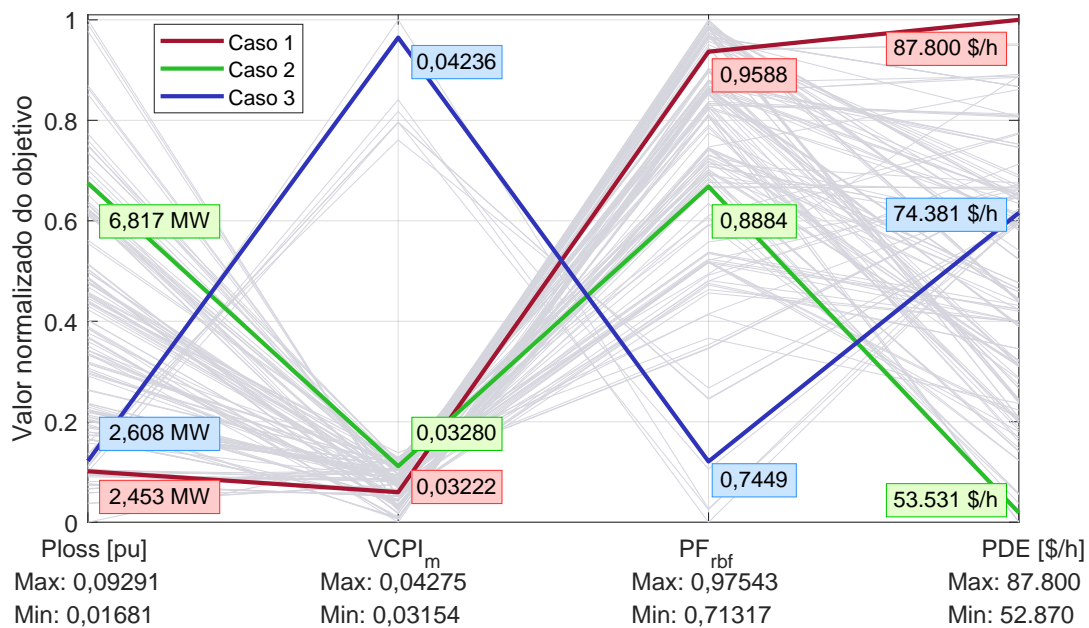


Figura 7.3: Fronteira Pareto-aproximada \widetilde{FP}^* para o sistema IEEE-30 barras. Objetivos normalizados usando os valores mínimos e máximos alcançados para cada objetivo.

- Caso 1: Solução com fator de potência $FP_{rbf} > 0,95$ e menores perdas técnicas P_{loss} .
- Caso 2: Solução com custo $PDE \leq 54.670$ \$/h (5% acima de $Etp^0 = 52.067$ \$/h) e menor índice global de estabilidade $VCPI_m$.
- Caso 3: Solução de compromisso usando um peso de preferência 0,25 para cada objetivo. O tomador de decisão emprega o método Bellman-Zadeh (Bellman and Zadeh, 1970).

Um método não-paramétrico é aplicado para avaliar o conflito entre os objetivos da fronteira Pareto-aproximada da Figura 7.3 (Freitas et al., 2013). Esta medida de conflito por ranqueamento não-paramétrico (ranqueamento das soluções em cada objetivo) é útil quando não pode ser inferido um valor de importância de cada objetivo, mas se quer entender a relação entre eles (Freitas et al., 2013). A Tabela 7.10 apresenta o conflito usando o ranqueamento não-paramétrico entre cada par de objetivos. Os valores são expressos em porcentagem, quanto maior for o valor, maior o conflito entre o par de objetivos. Assim, o conflito entre PDE e $VCPI_m$ é de 76,95 %, enquanto o conflito entre FP_{rbf} e P_{loss} é de 76,20 %. O maior conflito de 95,61% é obtido entre os objetivos P_{loss} e PDE .

Tabela 7.10: Conflito entre os objetivos da fronteira Pareto-aproximada da Figura 7.3 para o sistema IEEE 30-barras.

	P_{loss}	$VCPI_m$	FP_{rbf}	PDE
P_{loss}	–	73,02	76,20	95,61
$VCPI_m$	73,02	–	60,01	76,95
FP_{rbf}	76,20	60,01	–	73,19
PDE	95,61	76,95	73,19	–

valores em %.

Em relação à Figura 7.3, é observado um mapeamento homogêneo do objetivo PDE no intervalo de 52.870 \$/h a 87.800 \$/h. Desta forma, infere-se que a solução com menor custo de despacho, presente na fronteira Pareto-aproximada, obtém um custo de 52.870 \$/h, que é superior ao custo obtido pela solução mono-objetivo PDE (52.137 \$/h). Isso indica que a solução mono-objetivo PDE foi eventualmente descartada no processo de seleção do algoritmo NGS-III, pois existem outras soluções que maximizam a diversidade da fronteira. Do mesmo modo, a solução mono-objetivo FP_{rbf} também foi descartada no processo de seleção.

Outra característica da fronteira de Pareto-aproximada é que o valor $VCPI_m$ de todas as soluções é calculado na barra 30. Isso sugere que a barra 30 possui a menor MET

do sistema IEEE-30, embora existam soluções da fronteira que podem melhorar sua estabilidade de tensão.

No que diz respeito às soluções de compromisso, as variáveis de decisão são apresentadas na Tabela 7.11, onde também são informados os valores de $P_{g,1}$ e $Q_{g,1}$. Por sua vez, os perfis de tensão dessas soluções são mostrados na Figura 7.4.

Tabela 7.11: Soluções de compromisso para o sistema IEEE-30 barras.

Variável	Solução de compromisso		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
$V_{g,1}$	1,04356	1,04999	1,02987
$P_{g,1}$	0,18157	1,33293	0,23428
$Q_{g,1}$	0,01832	-0,07930	-0,09062
$P_{g,2}$	0,72564	0,60237	0,61700
$Q_{g,2}$	0,25256	0,17815	0,11497
$P_{g,5}$	1,08275	0,37814	0,69931
$Q_{g,5}$	0,15532	0,34448	0,31684
$P_{g,8}$	0,85525	0,19205	0,41763
$Q_{g,8}$	0,28308	0,34670	0,49088
$P_{g,11}$	0,01330	0,20606	0,32496
$Q_{g,11}$	0,01631	0,06054	0,00054
$P_{g,13}$	0,0	0,19060	0,56686
$Q_{g,13}$	0,13812	0,11072	-0,03801
P_{loss}	0,02452	0,06817	0,02607
$VCPI_m$	0,032218	0,032797	0,042358
FP_{rbf}	0,9588	0,8884	0,7448
PDE	87.800	53.531	74.381

V_g, P_g, Q_g e P_{loss} em p.u.; PDE em \$/h.

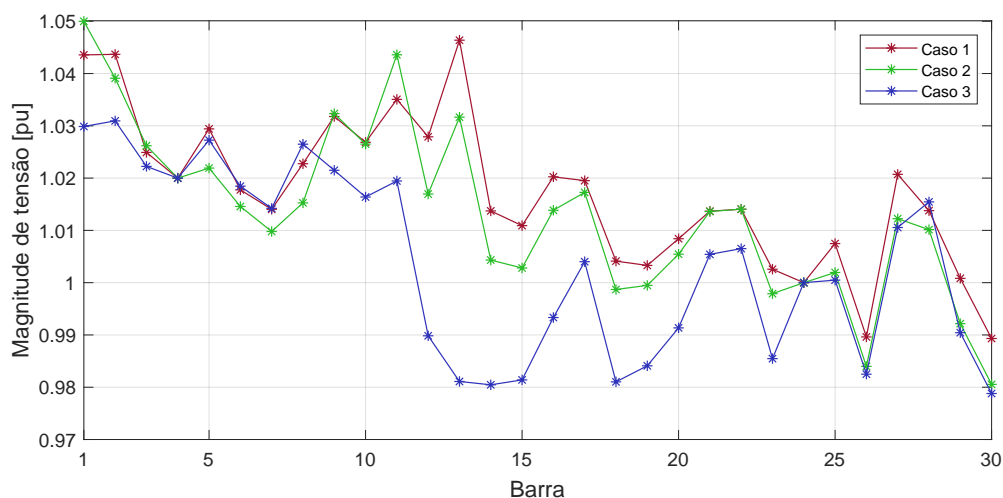


Figura 7.4: Perfil de tensão das soluções de compromisso para o sistema IEEE-30 barras.

No Caso 1, o fator de potência $FP_{rbf} = 0,9588$ é obtido a partir dos fluxos de potência, $P_{27-28} = -20,49$ MW e $Q_{27-28} = -6,07$ MVar. Nesse caso, os geradores 2, 5 e 8 excedem consideravelmente o despacho P_g^0 (ver Tabela 7.4), resultando em um custo de potência ativa de 63.926 \$/h e um custo oportunidade de 23.874 \$/h, conforme mostrado na Tabela 7.12. Por outra parte, as perdas técnicas do sistema são 2,452 MW enquanto o índice global $VCPI_m$ é de 0,032218, esses resultados demonstram características interessantes da solução do Caso 1.

A solução para o Caso 2 propõe um despacho de potência ativa próximo de P_g^0 , obtendo assim um custo de despacho de 53.531 \$/h, sendo próximo do custo mínimo $Etp^0 = 52.067$ \$/h. Vale destacar que os geradores 1, 2, e 5 possuem custos de oportunidade de 472 \$/h, 523 \$/h e 137 \$/h, conforme mostrado na Tabela 7.12. Por sua vez, as perdas técnicas são de 6,817 MW e o fator de potência é de 0,8884, em que os fluxos do transformador 28-27 são: $P_{27-28} = -14,70$ MW e $Q_{27-28} = -7,59$ MVar.

Com relação à solução do Caso 3, obtém-se um índice global de estabilidade $VCPI_m = 0,042358$ que, em comparação com as outras soluções de compromisso, indica uma piora do MET. Nesse sentido, o perfil de tensão mostra um patamar menor nas barras 12 a 30 em comparação com as outras soluções. Por outro lado, as perdas técnicas são 2,607 MW, enquanto o fator de potência é de 0,744, onde $P_{27-28} = -10,72$ MW e $Q_{27-28} = -9,60$ MVar. Por fim, o custo do despacho de potência é de 74.381 \$/h, onde 58.216 \$/h correspondem ao custo da potência ativa e, 16.165 \$/h ao custo de oportunidade, conforme a Tabela 7.12.

O ajuste do banco de capacitores e transformadores controláveis das soluções de compromisso é mostrado na Tabela 7.13.

Tabela 7.12: Custos do despacho de potência das soluções de compromisso para os geradores do sistema IEEE-30 barras.

Ger.	Caso 1		Caso 2		Caso 3	
	Ep	OC	Ep	OC	Ep	OC
1	22.689	8.219	29.598	472	23.006	7.919
2	11.407	937	9.928	21	10.104	109
5	13.893	9.574	5.437	523	9.292	4.512
8	11.163	3.564	3.264	137	5.912	1.347
11	2.374	754	2.073	26	3.500	536
13	2.400	826	2.019	33	6.402	1.742
Total	63.926	23.874	52.319	1.212	58.216	16.165

valores em \$/h

Tabela 7.13: Ajuste dos equipamentos controladores das soluções de compromisso para o sistema IEEE 30-barras.

Variável	Solução de compromisso		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
n_{4-12}	0,9776	0,9959	1,0028
b_{24}^{sh} [pu]	0,0109	0,0475	0,1430
ϕ_{6-9} [°]	0,008	5,044	9,291

7.2 Sistema IEEE-57 Barras

O sistema IEEE-57 possui 7 geradores (nas barras 1, 2, 3, 6, 8, 9, 12), 80 ramos (linhas de transmissão e transformadores) e, 3 bancos de capacitores. Os dados elétricos das linhas de transmissão, transformadores e barramentos são obtidos de (Electrical and Computer Engineering, 2022). Os dados dos geradores são apresentados na Tabela 7.14 (Granados et al., 2023). O preço PLD considerado é de 70 [\$/MWh].

Tabela 7.14: Dados dos geradores do sistema IEEE-57 barras.

Ger.	S_g [pu]	X_s [pu]	R_a [pu]	$\cos(\cdot)$ ϕ_d	ϕ_g	Q_g^{min} [pu]	Q_g^{max} [pu]	P_{min} [pu]	P_{max} [pu]	a [\$/MW ² h]	b [\$/MWh]	ρ [\$/MWh]	P_g^{cot} [MW]
1	5,76	1,70	0,0040	0,98	0,95	-1,4	2,0	0	5,758	0,0776	20	100	370
2	1,0	1,77	0,0025	0,98	0,95	-0,17	0,5	0	1,0	0,01	40	120	70
3	1,4	1,27	0,0025	0,98	0,95	-0,1	0,6	0	1,4	0,25	40	120	92
6	1,0	1,77	0,0025	0,98	0,95	-0,08	0,25	0	1,0	0,01	40	120	70
8	5,5	1,70	0,0040	0,98	0,95	-1,4	2,0	0	5,5	0,022	20	100	370
9	1,0	1,77	0,0025	0,98	0,95	-0,03	0,09	0	1,0	0,01	40	120	70
12	4,1	1,70	0,0040	0,98	0,95	-1,5	1,55	0	4,1	0,032	20	100	270

Ângulo de fator de potência atrasado ϕ_g e adiantado ϕ_d .

Neste sistema, os transformadores 15-45, 14-46 e 13-49 são considerados transformadores RBF (N_f). A função FP_{rbf} considera os fatores de potência calculados no lado das barras 45, 46 e 49. Por outro lado, as Tabelas 7.15 e 7.16 apresentam os controles de tensão e potência ativa propostos.

Tabela 7.15: Controle de potência ativa proposto para o sistema IEEE-57 barras.

Equipamento	Variável de controle	Limites da variável (°)		Barra de conexão De	Barra de conexão Para	Potência Especificada [pu]
		mín.	máx.			
Transformador defasador	ϕ_{10-51}	-10	10	10	51	0,3
Transformador defasador	ϕ_{24-26}	-10	10	24	26	0,13

Tabela 7.16: Controles de tensão propostos para o sistema IEEE-57 barras.

Equipamento	Variável de controle	Limites da variável [pu]		Barra de conexão	Barra Tensão controlada	Tensão Especificada [pu]	Faixa de tensão Especificada [pu]	
		mín.	máx.				mín.	máx.
Banco de capacitores	b_{25}^{sh}	0	0,059	25	25	–	0,98	1,02
Banco de capacitores	b_{53}^{sh}	0	0,063	53	54	–	0,98	1,02
Transformador tap	n_{7-29}	0,9	1,1	7-29	29	1,01	–	–
Transformador tap	n_{34-32}	0,9	1,1	34-32	32	1	–	–

7.2.1 Custo Mínimo do Despacho de Potência Ativa para o Sistema IEEE-57 barras

Os resultados da análise econômica para o mínimo custo da potência ativa são resumidos na Tabela 7.17 (Granados et al., 2023). O custo total do despacho de potência ativa é de $Etp^0 = \sum Ep = 135.278$ \$/h. Vale destacar que o gerador 2 é o único em que o despacho $P_{g,2}^0$ é inferior ao despacho contratado $P_{g,2}^{cot}$, pelo que o referido gerador obtém os menores custos de perdas técnicas e de lucro, com valores de 2,8 \$/h e 303 \$/h, respectivamente.

Quanto ao custo marginal, não há grandes diferenças entre os geradores, o que indica um merecimento/custo equilibrado do despacho de potência ativa dos geradores. Vale ressaltar que o maior custo marginal $\lambda_{12}^0 = 5.444$ [\$/pu.h] está associado ao gerador 12, o qual possui a maior carga do sistema de 3,77 pu.

Tabela 7.17: Custos dos geradores do sistema IEEE 57-barras para o mínimo custo da potência ativa.

Variável	Gerador							
	1	2	3	6	8	9	12	
Despacho P_g^0	3,7	0,307	0,92	0,7	3,7	0,7	2,7	
Custo marginal λ^0	4.987	5.000	5.151	5.221	5.163	5.331	5.444	
Custo da geração $C(P_g^0)$	12.710	1.235	2.898	2.824	8.921	2.824	6.576	
Custos perdas técnicas Plc^0	547,6	2,8	25,4	14,7	547,6	14,7	291,6	
Lucro Pr^0	5.743	303	1.842	831	10.184	907	8.124	
Custo de mercado $Ep(P_g^0)$	37.000	6.438	11.040	8.400	37.000	8.400	27.000	

P_g^0 em p.u.; λ^0 em \$/pu.h; $C(P_g^0)$, Plc^0 , Pr^0 e $Ep(P_g^0)$ em \$/h.

7.2.2 Otimização Mono-Objetivo para o Sistema IEEE-57 Barras

A Tabela 7.5 apresenta a configuração do algoritmo GA para o sistema IEEE-57 barras. O tempo médio de execução da otimização mono-objetivo é de 5,8 minutos. Os valores das variáveis de decisão das soluções mono-objetivo são informadas na Tabela 7.18. Nessa tabela, os valores ótimos de cada função objetivo são destacados em negrito, além de apresentar a avaliação da solução mono-objetivo nas demais funções.

Tabela 7.18: Soluções mono-objetivo para o sistema IEEE-57 barras.

Variável	Solução mono-objetivo			
	P_{loss}	$VCPI_m$	FP_{rbf}	PDE
$V_{g,1}$	1,01921	1,05664	1,05127	1,05564
$P_{g,1}$	2,05635	3,59278	1,19496	3,70632
$Q_{g,1}$	0,65578	1,36756	1,86232	1,33458
$P_{g,2}$	0,05267	0,41508	0,00014	0,37762
$Q_{g,2}$	0,42913	0,47794	0,24841	0,41852
$P_{g,3}$	1,25619	0,65520	0,02670	0,90756
$Q_{g,3}$	0,34996	0,58402	0,59911	0,6
$P_{g,6}$	0,98784	0,06317	0,99986	0,61442
$Q_{g,6}$	0,15550	0,04641	0,01632	0,20252
$P_{g,8}$	3,20132	5,41324	5,46678	3,71594
$Q_{g,8}$	0,39632	0,97302	0,60352	1,09697
$P_{g,9}$	0,99835	0,94447	0,99982	0,74872
$Q_{g,9}$	0,05748	0,07819	0,01879	0,07339
$P_{g,12}$	4,07324	1,73684	4,08201	2,67820
$Q_{g,12}$	0,46763	-0,1614	-0,26144	-0,69316
P_{loss}	0,11797	0,31280	0,26230	0,24078
$VCPI_m$	0,058988	0,054391	0,096091	0,054787
FP_{rbf}	0,7691	0,7348	0,8370	0,7270
PDE	151.355	150.388	161.968	135.864

V_g, P_g, Q_g e P_{loss} em p.u.; PDE em \$/h.

Os valores FP_{rbf} correspondem ao fator de potência no transformador 13-49 para todas as soluções mono-objetivo. Por outro lado, os valores $VCPI_m$ estão associados à barra 51 para as soluções P_{loss} , $VCPI_m$ e PDE , enquanto para a solução FP_{rbf} , o índice global de estabilidade está associado à barra 26.

Os perfis de tensão das soluções são mostrados na Figura 7.5, onde as tensões das barras 25, 29, 32 e 54 estão controladas nos valores especificados (consultar a Tabela 7.16). Isso pode ser a causa da similaridade dos perfis de tensão, além da configuração do algoritmo de fluxo de potência mostrada na Tabela 7.6. O limite de tensão mínimo é de 0,94 pu enquanto o limite máximo é 1,06 pu.

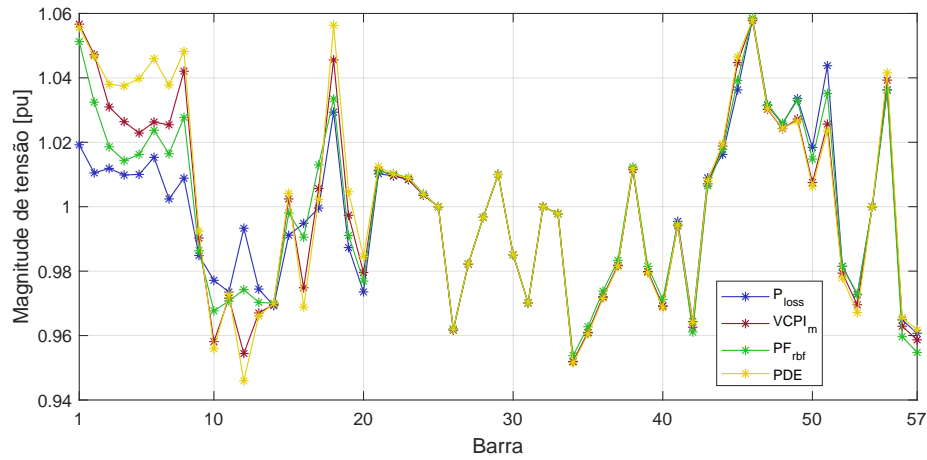


Figura 7.5: Perfil de tensão das soluções mono-objetivo para o sistema IEEE-57 barras.

A solução P_{loss} obtém perdas técnicas por 11,79 MW. Esta solução propõe um considerável despacho de potência ativa dos geradores 1, 8, e 12, enquanto o perfil de tensão mostra que as tensões nos geradores 1, 2, 3, 6, 8 e 9 são menores que as tensões obtidas pelas outras soluções. O fator de potência $FP_{rbf} = 0,7691$ é obtido dos fluxos $P_{49-13} = -34,70$ MW e $Q_{49-13} = -28,83$ MVar. No que se refere ao custo do despacho, a solução P_{loss} obtém um custo de potência ativa de 143.644 \$/h e um custo de oportunidade de 7.711 \$/h, conforme apresenta a Tabela 7.19.

A solução $VCPI_m$ obteve um índice global de estabilidade de 0,054391, enquanto as perdas técnicas são 31,28 MW. Esse montante de perdas técnicas torna desfavorável a implementação desta solução, embora apresente melhorias na segurança de tensão. Vale destacar que a solução $VCPI_m$ propõe um despacho reduzido do gerador 6 ($P_{g,6} = 0,06317$ pu e $Q_{g,6} = 0,04641$ pu) e um despacho significativo do gerador 8 ($P_{g,8} = 5,41324$ pu e $Q_{g,8} = 0,94447$ pu). Por outro lado, o fator de potência $FP_{rbf} = 0,7348$ é obtido a partir dos fluxos de potência no transformador 13-49, que são: $P_{49-13} = -30,153$ MW e $Q_{49-13} = -27,833$ MVar.

Por sua vez, a solução FP_{rbf} obteve um fator de potência de 0,837, sendo calculado a partir dos fluxos $P_{49-13} = -40,210$ MW e $Q_{49-13} = -26,283$ MVar. O custo do despacho de potência é de 161.968 \$/h, que é 19,7 % (26.690 \$/h) superior ao custo mínimo do despacho de potência ativa $Etp^0 = 135.278$ \$/h. O custo do despacho de cada gerador é mostrado na Tabela 7.19. O custo de oportunidade total da solução FP_{rbf} é de 8.589 \$/h, onde 4.252 \$/h correspondem ao gerador 8. Conforme já citado, o índice global $VCPI_m = 0,096091$ está associado à barra 26.

O custo do despacho de potência da solução PDE é de 135.864 \$/h, o qual é 586 \$/h maior que o custo mínimo da potência ativa Etp^0 . Os custos individuais dos geradores

são apresentados na Tabela 7.19, onde os custos da potência ativa Ep são próximos aos apresentados na Tabela 7.17. O maior custo de oportunidade é obtido para o gerador 6 ($OC_6 = 102,17$ \$/h), em que $P_{g,6} = 0,61442$ pu e $Q_{g,6} = 0,20252$ pu. Por outra parte, o fator de potência $FP_{rbf} = 0,727$ é obtido a partir dos fluxos de potência no transformador 13-49, que são: $P_{49-13} = -29,32$ MW e $Q_{49-13} = -27,69$ MVar.

Tabela 7.19: Custos do despacho de potência das soluções mono-objetivo para os geradores do sistema IEEE-57 barras.

Ger.	Solução P_{loss}		Solução $VCPI_m$		Solução FP_{rbf}		Solução PDE	
	Ep	OC	Ep	OC	Ep	OC	Ep	OC
1	32.069	1.608	36.678	35	29.485	3.098	37.044	10,13
2	5.163	248	6.975	112	4.900	304	6.788	73,04
3	13.393	170	9.716	317	6.574	1.773	10.978	3,20
6	10.415	342	5.216	768	10.499	355	7.972	102,17
8	35.504	1.334	48.993	4.252	49.367	4.388	37.112	36,89
9	10.488	388	10.111	318	10.499	390	8.741	63,89
12	36.612	3.619	24.110	2.787	36.674	3.662	26.934	5,68
Total	143.644	7.711	141.799	8.589	147.998	13.970	135.569	295

valores em \$/h

Por fim, o ajuste dos equipamentos controladores é informado na Tabela 7.20. Vale mencionar que os seis equipamentos influenciam no valor do $VCPI_m$, uma vez que modificam a matriz de admitância do sistema Y_b utilizada no cálculo dos índices $VCPI$. Adicionalmente, vale destacar que o transformador 24-26 possui uma defasagem de $\phi_{24-26} = 5,69^\circ$ e um tap fixo de $n_{24-26} = 1,043$ para a solução FP_{rbf} ; nessa configuração, o transformador controla o fluxo de potência ativa em 13 MW, modificando simultaneamente seu fluxo de reativo (ver Seção 3.1.4). Dessa forma, o ângulo de defasagem do transformador 24-26 afetou consideravelmente a estabilidade tanto na barra 24 quanto na barra 26, sendo esta última a barra com menor margem de estabilidade de tensão.

Tabela 7.20: Ajuste dos equipamentos controladores das soluções mono-objetivo para o sistema IEEE 57-barras.

Variável	Solução mono-objetivo			
	P_{loss}	$VCPI_m$	FP_{rbf}	PDE
b_{25}^{sh} [pu]	0,0590	0,0589	0,0588	0,0584
b_{53}^{sh} [pu]	0,0608	0,0364	0,0625	0,0174
n_{7-29}	0,9861	1,0087	1,0001	1,0198
n_{34-32}	0,9070	0,9071	0,9092	0,9065
ϕ_{10-51} [°]	-0,9398	0,7342	-2,9892	1,2078
ϕ_{24-26} [°]	-0,8980	2,1245	5,6967	-1,7595

7.2.3 Otimização de Muitos Objetivos para o Sistema IEEE-57 Barras

A Tabela 7.5 apresenta as configurações do algoritmo NSGA-III para o sistema IEEE-57 barras. O tempo médio de execução é de 8,8 minutos. Conforme descrito na metodologia, as soluções mono-objetivo descritas na Tabela 7.18 são inseridas na população inicial ($P_{t=1}$) do NSGA-III.

A Figura 7.6 apresenta a fronteira Pareto-aproximada (\widetilde{FP}^*) composta por 120 soluções eficientes. Por outro lado, a Tabela 7.21 apresenta o conflito entre os objetivos usando o ranqueamento não-paramétrico (Freitas et al., 2013). Os valores são expressos em porcentagem, quanto maior for o valor, maior o conflito entre o par de objetivos. Assim, o conflito entre $VCPI_m$ e FP_{rbf} é de 96,72 %, enquanto o conflito entre PDE e $VCPI_m$ é de 38,35 %, conforme mostra a Tabela 7.21.

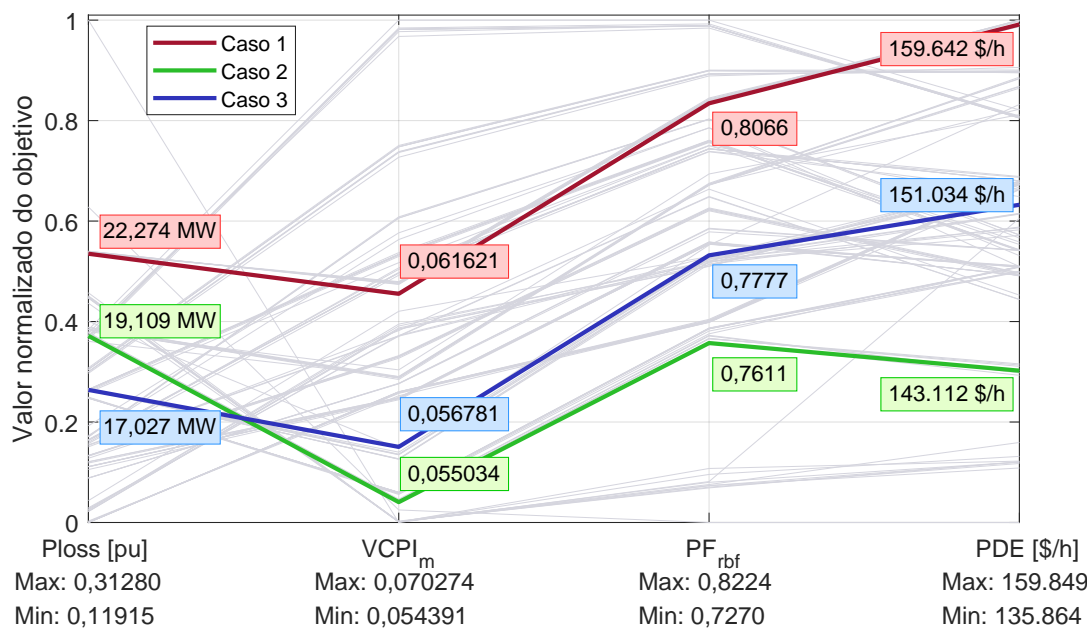


Figura 7.6: Fronteira Pareto-aproximada \widetilde{FP}^* para o sistema IEEE-57 barras. Objetivos normalizados usando os valores mínimos e máximos obtidos para cada objetivo.

Tabela 7.21: Conflito entre os objetivos da fronteira Pareto-aproximada da Figura 7.6 para o sistema IEEE 57-barras.

	P_{loss}	$VCPI_m$	FP_{rbf}	PDE
P_{loss}	–	74,82	72,94	53,67
$VCPI_m$	74,82	–	96,72	38,35
FP_{rbf}	72,94	96,72	–	87,69
PDE	53,67	38,35	87,69	–

valores em %.

Com base nos resultados de conflito, a Figura 7.6 destaca três soluções para os seguintes casos:

- Caso 1: Solução com fator de potência $FP_{rbf} > 0,8$ e menor índice de estabilidade $VCPI_m$.
- Caso 2: Solução com custo $PDE \leq 144.747$ \$/h (7% acima de $Etp^0 = 135.278$ \$/h) e menores perdas técnicas P_{loss} .
- Caso 3: Solução de compromisso com os seguintes pesos de preferência: P_{loss} : 0,2, $VCPI_m$: 0,3, FP_{rbf} : 0,3 e, PDE : 0,2. O tomador de decisão emprega o método Bellman-Zadeh (Bellman and Zadeh, 1970).

De acordo com a Figura 7.6, o valor mínimo das perdas técnicas é de 0,11915 pu, que é ligeiramente superior às perdas da solução mono-objetivo $P_{loss} = 0,11797$ pu. Isso indica que essa solução mono-objetivo foi eventualmente descartada no processo de seleção do NSGA-III, pois existem outras soluções que maximizam a diversidade da fronteira. Do mesmo modo, a solução mono-objetivo FP_{rbf} também foi descartada no processo de seleção. Vale ressaltar que a fronteira Pareto-aproximada é obtida a partir de uma execução do algoritmo NSGA-III, onde seus resultados estão sujeitos aos eventos estocásticos em vários passos desse algoritmo.

As variáveis de decisão das soluções de compromisso são reportadas na Tabela 7.22, onde se incluem os valores de $P_{g,1}$ e $Q_{g,1}$ do gerador 1 - barra $V\theta$ do sistema. Por sua vez, o perfil de tensão de cada solução é mostrado na Figura 7.7, onde as tensões nas barras 25, 29, 32 e 54 são controladas nos valores especificados (consultar a Tabela 7.16). A semelhança entre os perfis de tensão conduz a perdas técnicas próximas entre as soluções dos Casos 2 (19,11 MW) e Caso 3 (17,03 MW).

O critério de seleção para o Caso 1 avalia dois objetivos (FP_{rbf} e $VCPI_m$) fortemente conflitantes (96,72 %). Portanto, ao priorizar melhorias no fator de potência ($FP_{rbf} > 0,8$) é obtida uma deterioração do índice global de estabilidade $VCPI_m = 0,061621$, que está associado ao barramento 51. Por outro lado, a solução para o Caso 1 possui um custo de despacho de 159.642 \$/h, sendo um dos despachos mais custosos da fronteira. Por fim, as perdas técnicas são de 22,274 MW. Cabe mencionar que a solução propõe que o gerador 12 opere sub-excitado enquanto o gerador 1 possui o maior despacho de reativo $Q_{g,1} = 1,5308$ pu, conforme mostrado na Tabela 7.22.

Tabela 7.22: Soluções de compromisso para o sistema IEEE-57 barras.

Variável	Solução de compromisso		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
$V_{g,1}$	1,04551	1,04294	1,03947
$P_{g,1}$	0,76674	2,56884	1,51181
$Q_{g,1}$	1,53086	1,18469	1,27415
$P_{g,2}$	0,81823	0,33082	0,76533
$Q_{g,2}$	0,40667	0,40502	0,30293
$P_{g,3}$	0,88353	1,02571	1,10735
$Q_{g,3}$	0,59533	0,58765	0,59179
$P_{g,6}$	0,59176	0,70549	0,77296
$Q_{g,6}$	0,14145	0,22281	0,16500
$P_{g,8}$	5,39479	4,10910	4,16725
$Q_{g,8}$	1,07058	1,06460	1,07151
$P_{g,9}$	0,41030	0,75878	0,50726
$Q_{g,9}$	0,06239	0,08811	0,08164
$P_{g,12}$	3,86535	3,20032	3,84628
$Q_{g,12}$	-0,82108	-0,69800	-0,72467
P_{loss}	0,22274	0,19109	0,17027
$VCPI_m$	0,061621	0,055034	0,056781
FP_{rbf}	0,8066	0,7611	0,7777
PDE	159.642	143.112	151.034

V_g, P_g, Q_g e P_{loss} em p.u.; PDE em \$/h.

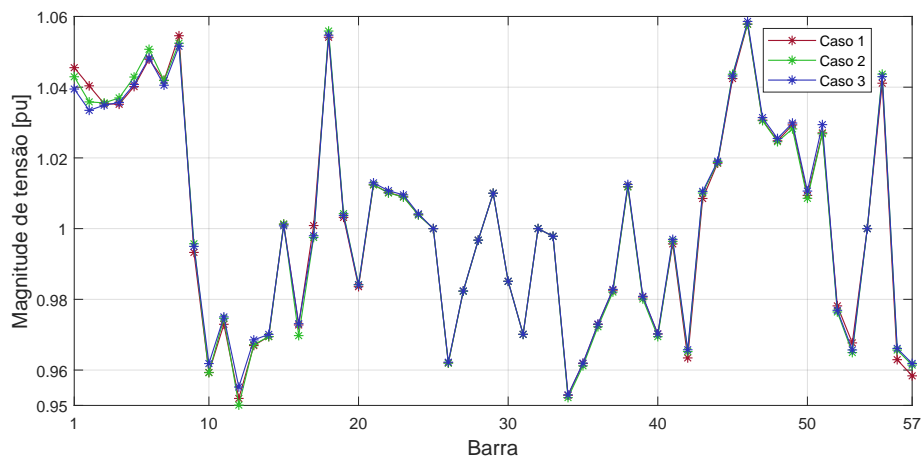


Figura 7.7: Perfil de tensão das soluções de compromisso para o sistema IEEE-57 barras.

Com relação à solução do Caso 2, o custo do despacho de potência é de 143.112 \$/h, o que representa 5,5 % a mais que o custo mínimo de despacho $Etp^0 = 135.278$ \$/h. O custo do despacho de potência ativa é de 139.556 \$/h enquanto o custo de oportunidade é 3.556 \$/h, de acordo com a Tabela 7.23. Embora o gerador 12 opere sub-excitado, seu

custo marginal $\lambda_{12}^0 = 5.444$ [\$/pu.h] e as perdas técnicas do gerador levam a um custo de oportunidade de $OC_{12} = 1.431$ \$/h. Por outro lado, o índice global $VCPI_m = 0,055034$ está associado à barra 51, que possui tensão de 1,0268 pu. As perdas técnicas do Caso 2 possuem valor de 19,11 MW. Por fim, o fator de potência no transformador 13-49 é de 0,7611, sendo $P_{49-13} = -32,098$ MW e, $Q_{49-13} = -27,354$ MVar.

Tabela 7.23: Custos do despacho de potência das soluções de compromisso para os geradores do sistema IEEE-57 barras.

Ger.	Caso 1		Caso 2		Caso 3	
	Ep	OC	Ep	OC	Ep	OC
1	28.200	4.121	33.607	882	30.435	2.516
2	9.228	502	6.554	27	8.857	449
3	10.858	26	11.780	90	12.352	135
6	7.859	130	8.438	7	8.911	86
8	48.864	4.189	39.864	1.042	40.271	1.192
9	6.952	379	8.811	77	7.436	252
12	35.157	3.177	30.502	1.431	35.024	3.118
Total	147.118	12.524	139.556	3.556	143.286	7.748

valores em \$/h

No que se refere ao Caso 3, a solução selecionada apresenta perdas técnicas por 17,02 MW e um fator de potência de 0,777, onde $P_{49-13} = -33,68$ MW e, $Q_{49-13} = -27,22$ MVar. O índice $VCPI_m = 0,056781$ está associado ao barramento 51, que possui uma tensão de 1,029 pu, conforme mostra a Figura 7.7. Por outro lado, os custos do despacho de potência ativa e os custos de oportunidade são 143.286 \$/h e 7.748 \$/h, respectivamente.

Por fim, o ajuste dos equipamentos controladores é informado na Tabela 7.24. O banco de capacitores da barra 53 é pouco utilizado nos Casos 2 e 3, enquanto no Caso 1, o referido banco de capacitores injeta 2,05 MVar ($\approx 0,0219 \cdot (0,9676^2)$).

Tabela 7.24: Ajuste dos equipamentos controladores das soluções de compromisso para o sistema IEEE 57-barras.

Variável	Solução de compromisso		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
b_{25}^{sh} [pu]	0,0586	0,0585	0,0579
b_{53}^{sh} [pu]	0,0219	0,0001	0,0060
n_{7-29}	1,0249	1,0235	1,0225
n_{34-32}	0,9081	0,9073	0,9080
ϕ_{10-51} [°]	-1,3765	0,1124	-0,4614
ϕ_{24-26} [°]	3,1122	-0,1157	0,0674

7.3 Sistema Brasileiro - 10351 Barras

A metodologia de otimização é aplicada a um sistema elétrico brasileiro de 10351 barras usado para estudos de planejamento e expansão em um horizonte de tempo médio. Nesse contexto, esse sistema apresenta projeções de obras a serem realizadas, por exemplo, montagem de linhas de transmissão, transformadores, geradores, dentre outras. Além disso, o sistema é utilizado para avaliar possíveis despachos de energia de acordo com a projeção da demanda de carga e o planejamento da geração de energia. Todas as informações do sistema foram disponibilizadas pela Companhia Energética de Minas Gerais (CEMIG-D).

O sistema formado por 10351 barras abrange parte do Sistema Interligado Nacional do Brasil. No entanto, a companhia CEMIG tem interesse no subsistema localizado na região sudeste do Brasil, que compreende 566 linhas de transmissão, 101 bancos de capacitores/reatores e 397 transformadores de potência, incluindo 73 transformadores RBF. Além disso, 695 barramentos devem ser monitorados, sendo 72 barras PV e 623 barras PQ. Portanto, são consideradas $2N_{PV} = 144$ variáveis de decisão para o subsistema administrado pela companhia CEMIG.

Os resultados apresentam o despacho projetado pela companhia para o ano de 2025. Esse despacho é chamado de Solução Base, a qual é inviável visto que as simulações atuais projetam transformadores sobrecarregados e tensões fora dos limites aceitáveis.

É importante mencionar que a metodologia considera um modelo centralizado do sistema (um único conjunto de elementos) visando determinar o fluxo de potência ótimo em uma única área (sudeste) do sistema. Além disso, não existe restrições nem troca de informações entre a área externa e a área/subsistema de estudo.

7.3.1 Custo Mínimo do Despacho de Potência Ativa para o Sistema Brasileiro - 10351 Barras

O despacho P_g^0 obtido para o custo mínimo da potência ativa é mostrado na Figura 7.8. Nessa figura, também são apresentados o despacho base (atual) P_g^{bas} e o despacho contratado P_g^{cot} para os 72 geradores considerados. Em geral, o despacho P_g^0 difere ligeiramente do despacho base ($P_g^0 \approx P_g^{bas}$); porém, o despacho P_g^0 é mais próximo do despacho contratado principalmente para os geradores 1, 2, 3 e 5.

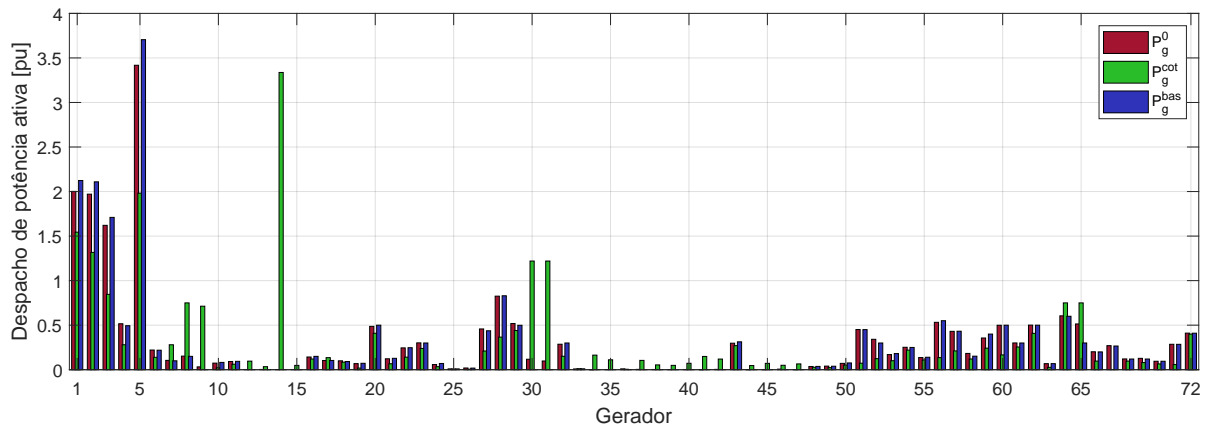


Figura 7.8: Despacho P_g^0 , despacho contratado P_g^{cot} e despacho base P_g^{bas} para o custo mínimo do despacho de potência ativa - sistema brasileiro.

De acordo com a Figura 7.8, altos custos de oportunidade são esperados para os geradores 1-5, 8, 9, 14, 30 e 31 quando o despacho P_g (no Cenário 1) estiver próximo de P_g^{cot} (simultaneamente, afastado de P_g^0). Assim, minimizar o custo de oportunidade pode levar a contrariar o planejamento de despacho do sistema.

Os custos marginais dos geradores são mostrados na Figura 7.9(a), onde os maiores custos estão associados aos geradores 30 e 31, com valores de 951.110 \$/puh e 692.818 \$/puh, respectivamente. Esses resultados são influenciados pelos preços contratados para os geradores 30 e 31 (ambos com $\rho = 451$ \$/MWh), que possuem preços mais elevados do que os demais geradores, conforme mostrado na Figura 7.9(b).

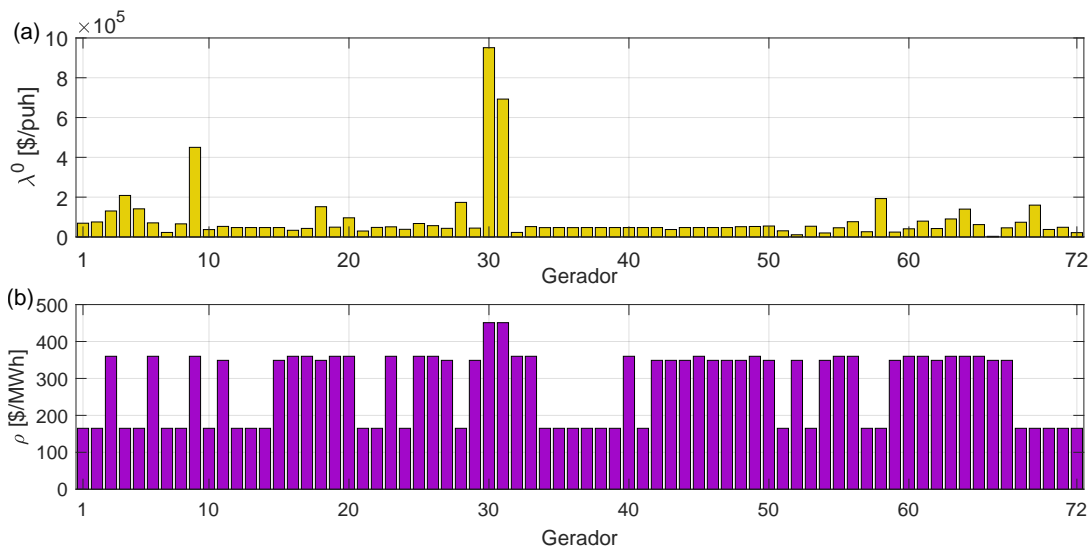


Figura 7.9: (a) Custo marginal λ^0 dos geradores - (b) Preço de contratação ρ dos geradores - sistema brasileiro.

O custo mínimo do despacho de potência ativa é de $Etp^0 = 477.188$ \$/h, considerando um preço PLD de 120 \$/MWh. A Figura 7.10 apresenta o custo do despacho para cada gerador, sendo que o maior custo está associado ao despacho do gerador 5, $Ep(P_{g,5}^0) = 49.252$ \$/h. Vale destacar que o gerador 14 obtém a maior diferença entre o despacho e o contratado ($P_{g,14}^0 = 0$ e $P_{g,14}^{cot} = 3,337$ pu); portanto, o custo do despacho (40.054 \$/h) se origina pela aplicação do preço PLD .

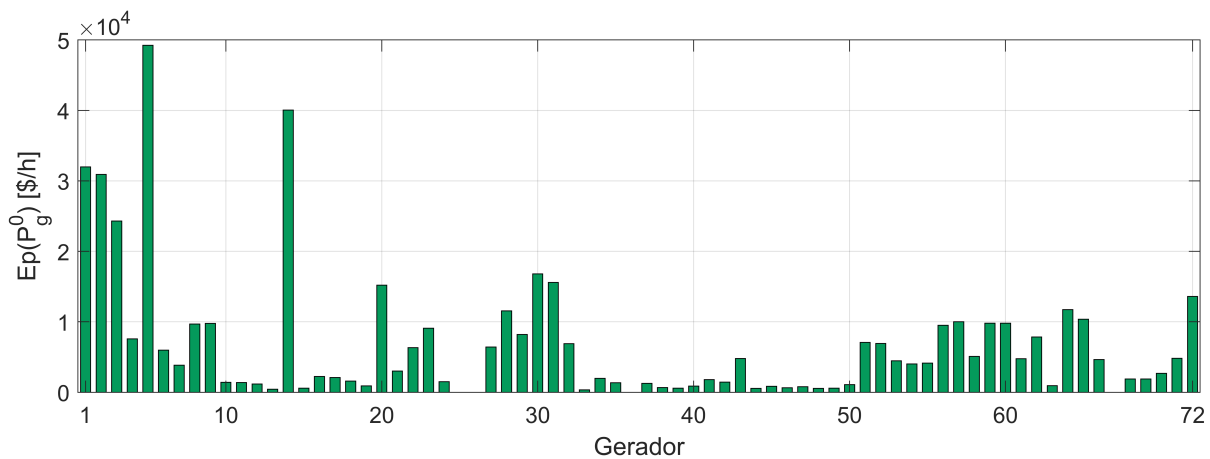


Figura 7.10: Custo mínimo do despacho de potência ativa dos geradores - sistema brasileiro.

7.3.2 Otimização Mono-Objetivo para o Sistema Brasileiro - 10351 Barras

A configuração do algoritmo GA é mostrada na Tabela 7.25, onde os índices de distribuição para o cruzamento (η_c) e mutação (η_m) são menores em comparação aos dados para os sistemas IEEE (ver Tabela 7.5). Dessa forma, espera-se uma exploração *satisfatória* do espaço de busca ao longo das 90 gerações do algoritmo GA. O tempo médio de execução da otimização mono-objetivo é de 7 horas.

Neste teste, o processo de cruzamento e mutação é aplicado a 5 geradores escolhidos aleatoriamente entre os 72 geradores da companhia CEMIG. Esse critério foi adotado com base na análise prévia da condição numérica da matriz Jacobiana do sistema brasileiro 10351-barras, a qual apresentou uma condição numérica desfavorável para sua inversão (função **cond**= $2,42 \cdot 10^8$ do MATLAB, ver explicação no Apêndice A). Tal condição numérica sugere alta sensibilidade para a convergência do algoritmo de fluxo de potência. Diante disso, a exploração de novos despachos (através do cruzamento e mutação de soluções) é limitada a 5 geradores com o propósito de limitar o número de *perturbações* no sistema.

Tabela 7.25: Parâmetros dos algoritmos GA e NSGA-III para o sistema brasileiro.

Parâmetro	Algoritmo	
	GA	NSGA-III
Tamanho da população (N_{pop})	240	240
Max. de gerações (N_{gen})	90	110
Probabilidade de cruzamento (P_c)	0,92	0,92
Índice de distribuição (η_c)	2,5	1,5
Probabilidade de mutação (P_m)	0,05	0,05
Índice de distribuição (η_m)	2,0	2,0

A Tabela 7.26 apresenta os valores otimizados em cada objetivo, além da condição atual (solução Base) do sistema. Em comparação com a solução Base, todas as soluções mono-objetivo apresentaram melhorias do fator de potência; no entanto, o valor especificado pela regulamentação brasileira ($FP_{rbf} > 0,95$) não foi alcançado (ONS, 2021).

Tabela 7.26: Valores objetivo das soluções mono-objetivo para o sistema brasileiro - 103501 barras

Objetivo	Solução Base	Solução mono-objetivo			
		P_{loss}	$VCPI_m$	FP_{rbf}	PDE
P_{loss}	470,85	438,06	460,77	443,56	475,55
$VCPI_m$	0,168460	0,166563	0,163857	0,167442	0,185512
FP_{rbf}	0,06979	0,55685	0,15365	0,67025	0,21788
PDE	659.044	3.598.768	1.577.154	3.891.911	639.220

P_{loss} em MW; PDE em \$/h.

A solução P_{loss} minimiza as perdas técnicas em 7% (32,8 MW) em relação à solução Base; no entanto, a solução P_{loss} tem um custoso despacho de potência de 3.598.768 \$/h. Por outro lado, ao comparar a solução PDE com a solução Base, observa-se uma redução de 3% (19.824 \$/h) no custo de despacho da solução PDE ; porém, esta solução apresenta maiores perdas técnicas (475,55 MW) e pior estabilidade ($VCPI_m = 0,18551$). Por fim, o valor otimizado do fator de potência nos transformadores da RBF é de 0,67025, tendo um custo do despacho de 3.891.911 \$/h. Esses resultados justificam o desenvolvimento de uma metodologia para a otimização simultânea de muitos objetivos.

A Tabela 7.27 resume as características do despacho, custos e estabilidade das soluções mono-objetivo referentes à Tabela 7.26. É importante ressaltar que o maior

despacho de potência ativa (1911 MW), que corresponde à solução PDE , possui o menor custo de despacho de potência (639.220 \$/h). Pelo contrário, a solução FP_{rbf} tem o menor despacho de potência ativa (1286 MW) com um custo de despacho de 3.981.911 \$/h. Por outro lado, o índice global de estabilidade $VCPI_m$ está associado à barra 76, o que indica que a referida barra é *crítica* no sistema. A minimização de $VCPI_m$ mostra redução do desvio absoluto de tensão $TVD = \sum_{i \in N_{PQ}} |V_i - V_i^{ref}|$, onde $V_i^{ref} = 1$ pu. Por fim, verifica-se que estratégia de despacho altera significativamente o fator de potência dos transformadores RBF. As características das soluções mono-objetivo são detalhadas a seguir.

Tabela 7.27: Características das soluções mono-objetivo para o sistema brasileiro 10351-barras.

Característica	Objetivo			
	P_{loss}	$VCPI_m$	FP_{rbf}	PDE
Despacho total P_g [MW]	1372	1442	1286	1911
Despacho total Q_g [MVar]	55	63	129	66
Absorção total Q_g [MVar]	249	130	154	107
Custo desp. ativo E_p [\$/h]	465.710	411.408	681.818	456.460
Custo oportunidade OC [\$/h]	3.133.057	1.165.745	3.215.662	182.760
Transfo RBF (assoc. a FP_{rbf})	(32-33-34)	13	44	(32-33-34)
Desvio abs. de tensão TVD	12,31	12,28	12,87	13,15
$\mu(TVD)$	0,0197	0,0197	0,0206	0,0212
$\sigma(TVD)$	0,0155	0,0163	0,0158	0,0147
Barra (assoc. a $VCPI_m$)	76	76	76	76

$\mu(TVD)$: média de TVD ; $\sigma(TVD)$: desvio padrão de TVD .

A Figura 7.11 apresenta as variáveis de decisão da solução P_{loss} . O despacho total de potências ativa e reativa, para os 72 geradores considerados, é de 1372 MW e 55 MVar, respectivamente. Os geradores 1, 2, 3, 4, 5 e, 29 operam absorvendo uma quantidade significativa de potência reativa com valores de 33,8 MVar, 43,4 MVar, 18,3 MVar, 37 MVar, 39,3 MVar e 25 MVar, respectivamente. Por sua vez, os maiores despachos de potência ativa correspondem aos geradores 5 (198,8 MW), 31 (134,6 MW) e 9 (131 MW).

Os custos do despacho de potência ativa são mostrados na Figura 7.12(a), onde os geradores 31, 9 e 14 apresentam os maiores custos, sendo de 56.535 \$/h, 49.943 \$/h e 40.044 \$/h, respectivamente. Por outro lado, os maiores custos de oportunidade estão associados aos geradores 31 (892.673 \$/h), 9 (585.024 \$/h) e, 30 (454.798 \$/h), conforme mostrado na Figura 7.12(b).

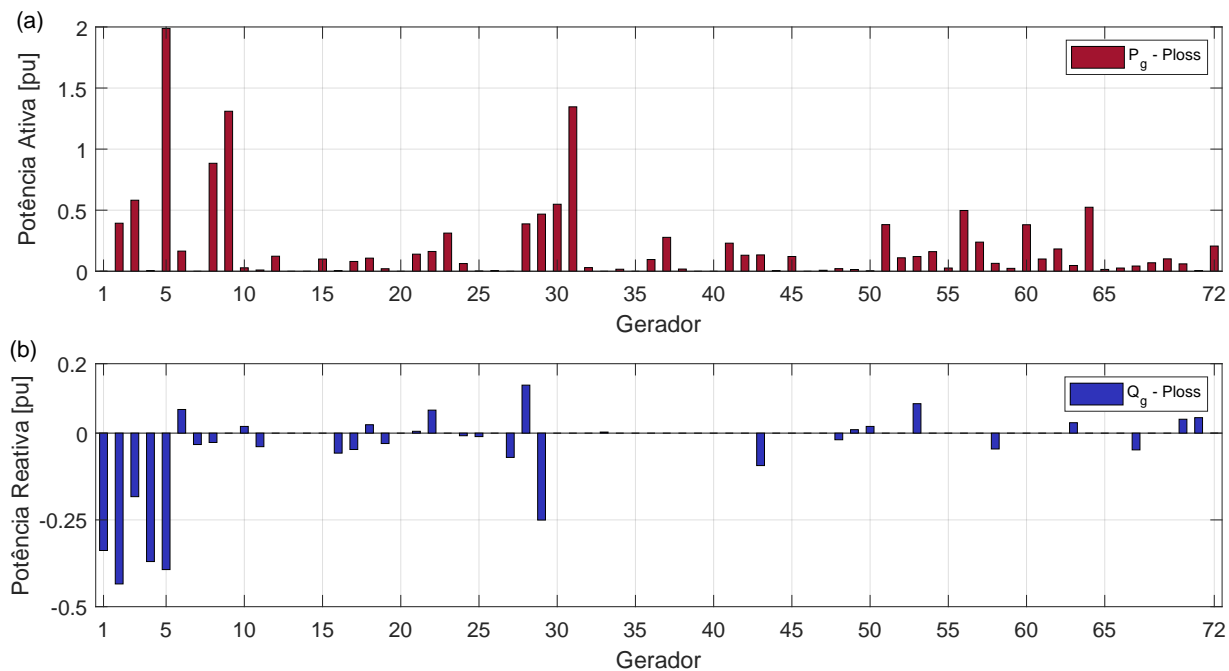


Figura 7.11: Variáveis de decisão da solução mono-objetivo P_{loss} para o sistema brasileiro. (a) despacho de potência ativa, (b) despacho de potência reativa.

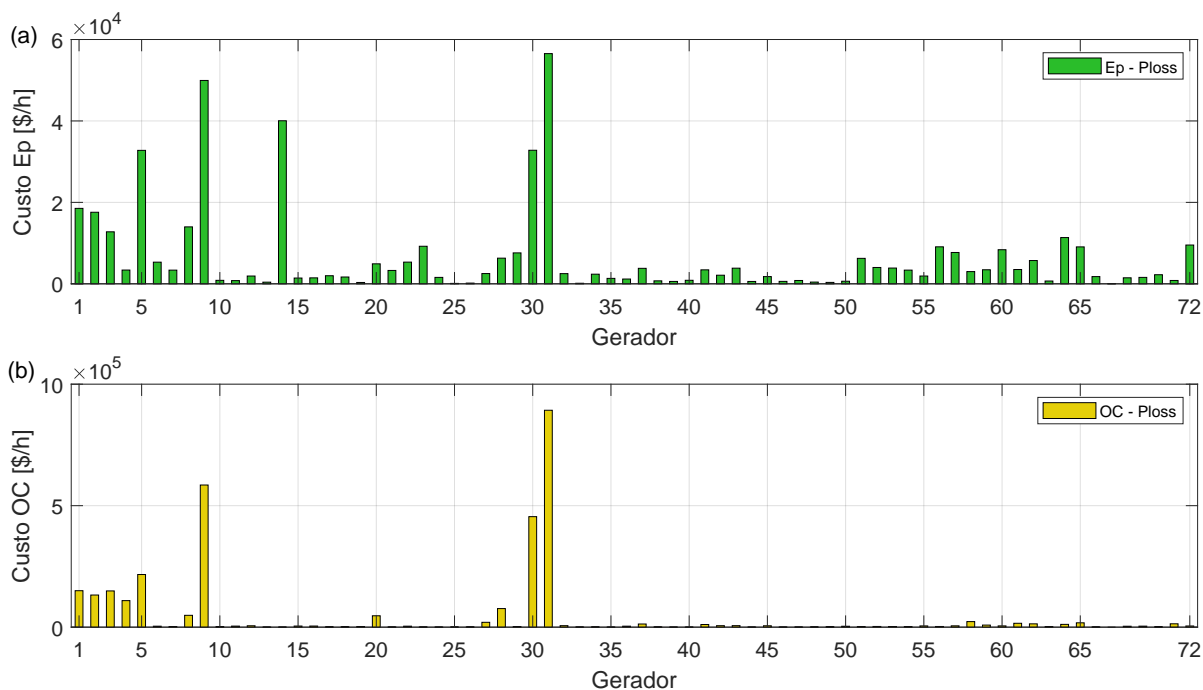


Figura 7.12: Custos de despacho da solução mono-objetivo P_{loss} para o sistema brasileiro. (a) custo do despacho de potência ativa, (b) custo de oportunidade.

A solução P_{loss} possui um índice global de estabilidade $VCPI_m = 0,166563$ associado ao barramento 76, que possui tensão de 1,036 pu. Um segmento do perfil de tensão é

mostrado na Figura 7.13, onde os barramentos com geração são marcados sobre o eixo das abscissas.

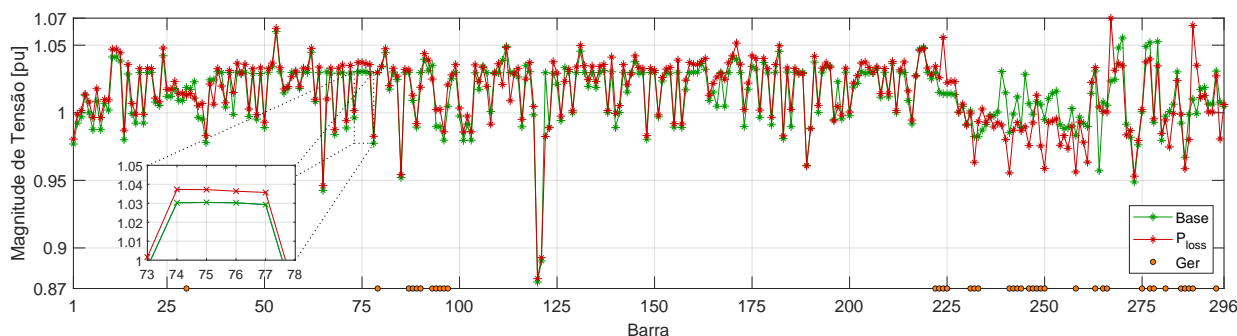


Figura 7.13: Perfil de tensão da solução mono-objetivo P_{loss} para o sistema brasileiro.

Os fatores de potência dos 73 transformadores da Rede Básica de Fronteira são apresentados na Figura 7.14. Os transformadores 32, 33 e 34, que fazem parte de uma subestação do sistema, possuem os menores fatores de potência de 0,5568.

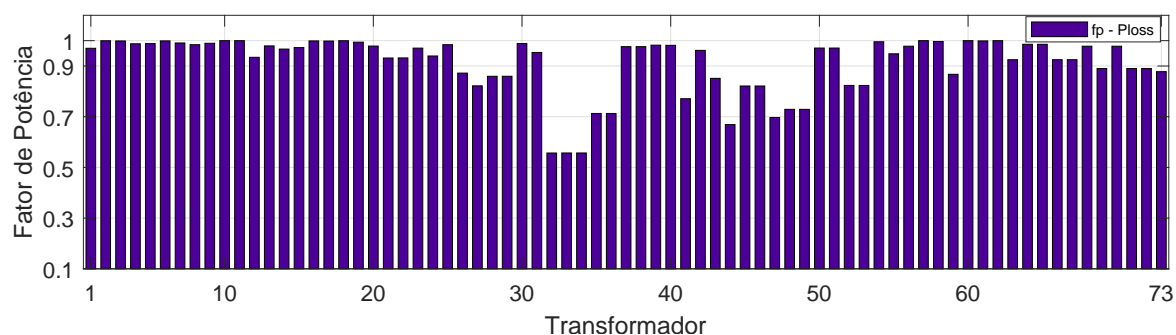


Figura 7.14: Fator de potência dos transformadores RBF da solução mono-objetivo P_{loss} para o sistema brasileiro.

A Figura 7.15 apresenta as variáveis de decisão da solução mono-objetivo $VCPI_m$. O despacho total de potência ativa e potência reativa é de 1442 MW e 63 MVar, respectivamente. Os maiores despachos de potência ativa correspondem aos geradores 2 (218,16 MW), 1 (190,54 MW) e 3 (145,87 MW). Por outro lado, os geradores 3, 4 e 5 absorvem 13,7 MVar, 31,81 MVar e 22,99 MVar, respectivamente.

Os custos do despacho de potência da solução $VCPI_m$ são exibidos na Figura 7.16. O custo total do despacho de potência ativa é 411.408 \$/h, onde os geradores 14 (40.168 \$/h), 2 (32.106 \$/h) e 1 (29.812 \$/h) possuem os maiores custos de potência ativa. O custo total de oportunidade é de 1.165.745 \$/h, em que os geradores 5 e 31 possuem custos de 428.453 \$/h e 197.127 \$/h, respectivamente.

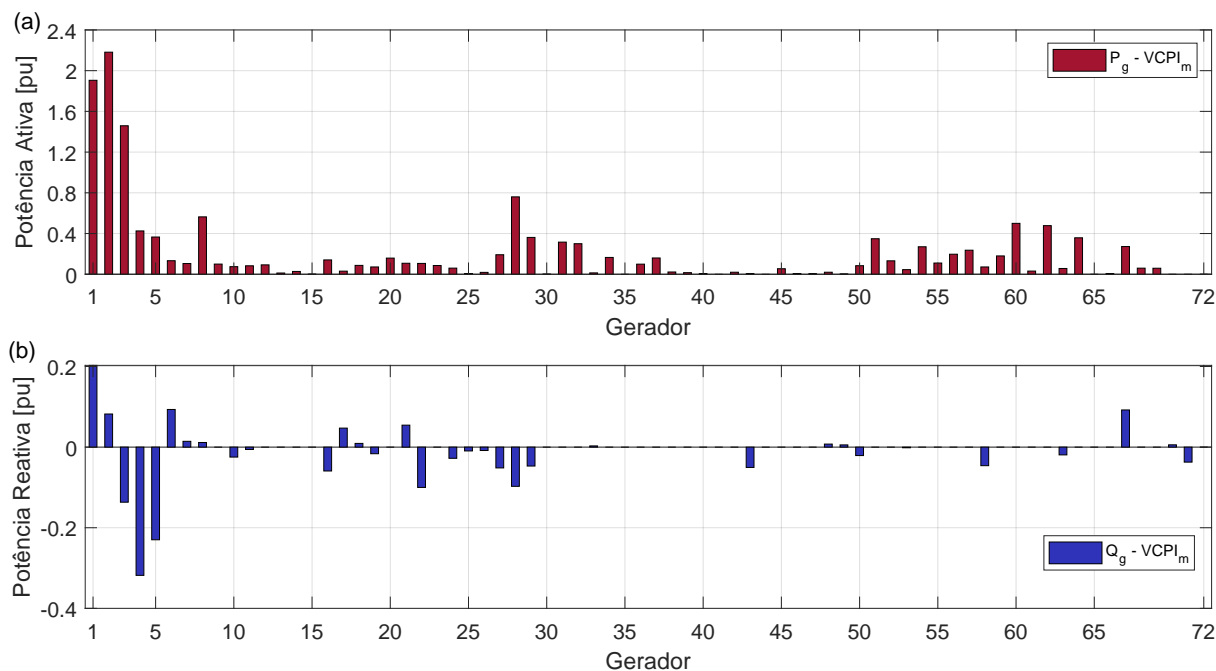


Figura 7.15: Variáveis de decisão da solução mono-objetivo $VCPI_m$ para o sistema brasileiro. (a) despacho de potência ativa, (b) despacho de potência reativa.

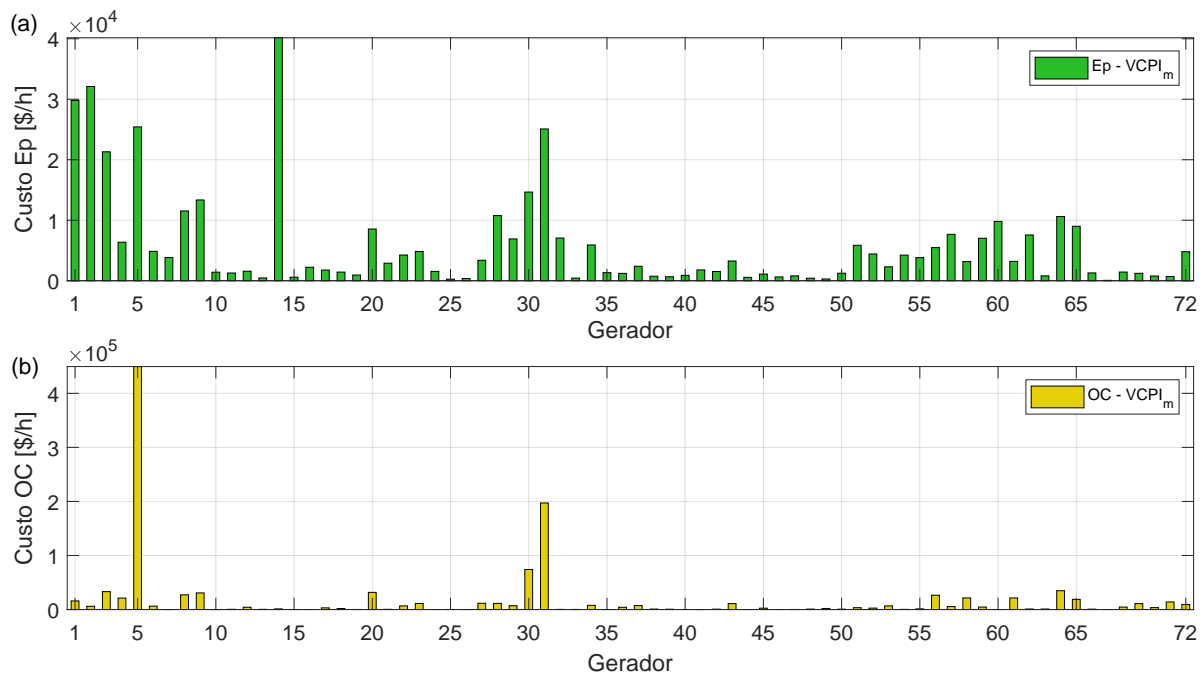


Figura 7.16: Custos de despacho da solução mono-objetivo $VCPI_m$ para o sistema brasileiro. (a) custo do despacho de potência ativa, (b) custo de oportunidade.

Em relação ao fator de potência, a solução $VCPI_m$ possui um valor $FP_{rbf} = 0,1536$ associado ao transformador 13, conforme mostra a Figura 7.17. Por fim, o índice global $VCPI_m = 0,16385$ está associado à barra 76, a qual possui tensão de 1,045 pu, conforme mostra a Figura 7.18. O desvio absoluto de tensão é de 12,28, com um valor médio de 0,0197 e, desvio padrão de 0,0163.

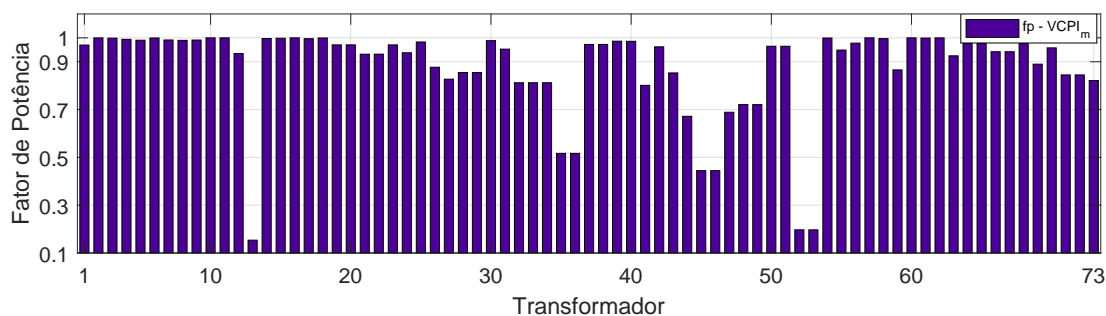


Figura 7.17: Fator de potência dos transformadores RBF da solução mono-objetivo $VCPI_m$ para o sistema brasileiro.

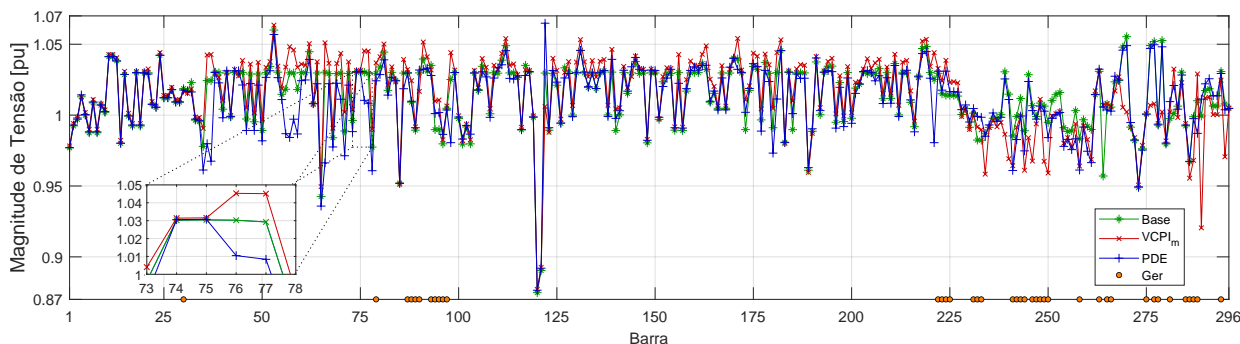


Figura 7.18: Perfil de tensão da solução mono-objetivo $VCPI_m$ para o sistema brasileiro.

No que se refere à solução FP_{rbf} , as variáveis de decisão para os 72 geradores são mostradas na Figura 7.19. O despacho total de potência ativa e potência reativa é de 1286 MW e 129 MVar, respectivamente. Os maiores despachos de potência ativa correspondem aos geradores 5 (181,48 MW), 30 (155,85 MW) e, 9 (87,2 MW). Um despacho significativo de potência reativa é observado no gerador 3 (59,1 MVar), enquanto o gerador 2 absorve 57 MVar. Esta solução obtém perdas técnicas no valor de 443,56 MW.

Os custos do despacho de potência da solução FP_{rbf} são mostrados na Figura 7.20. O custo total do despacho da potência ativa é de 681.818 \$/h, em que os geradores 30 (62.084 \$/h), 9 (47.691 \$/h) e, 14 (43.057 \$/h) possuem os maiores custos, conforme

mostrado na Figura 7.20(a). Por outro lado, vale destacar que o custo oportunidade do gerador 30 é de 1.296.777 \$/h, de acordo com a Figura 7.20(b).

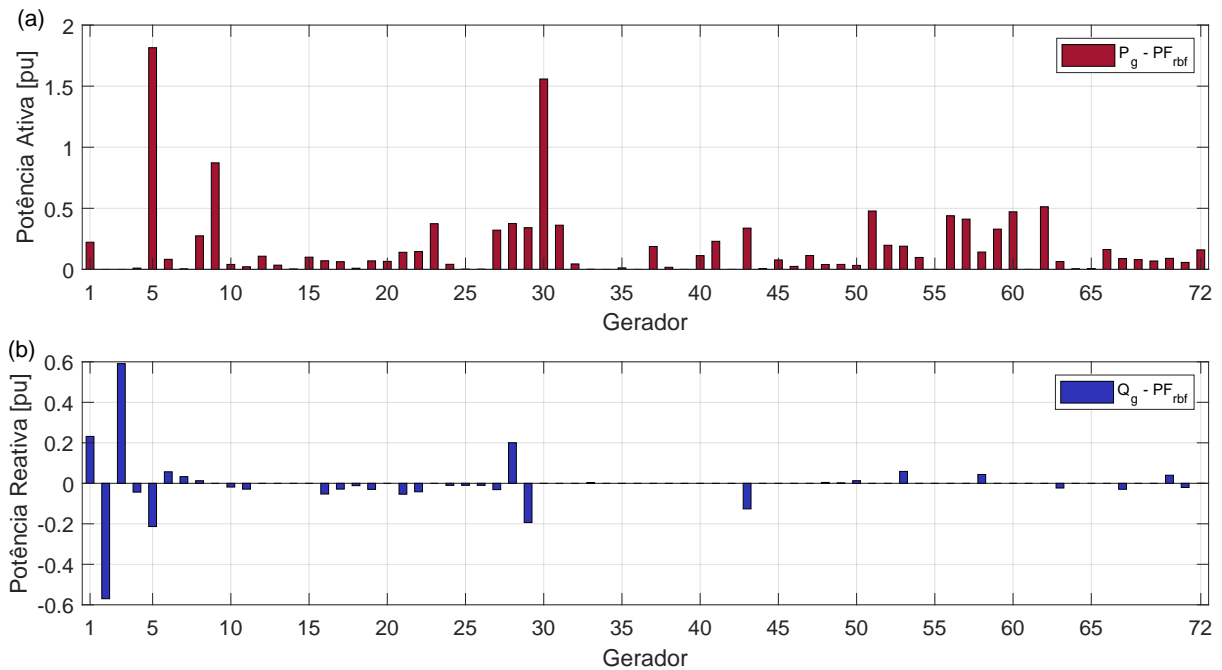


Figura 7.19: Variáveis de decisão da solução mono-objetivo FP_{rbf} para o sistema brasileiro. (a) despacho de potência ativa, (b) despacho de potência reativa.

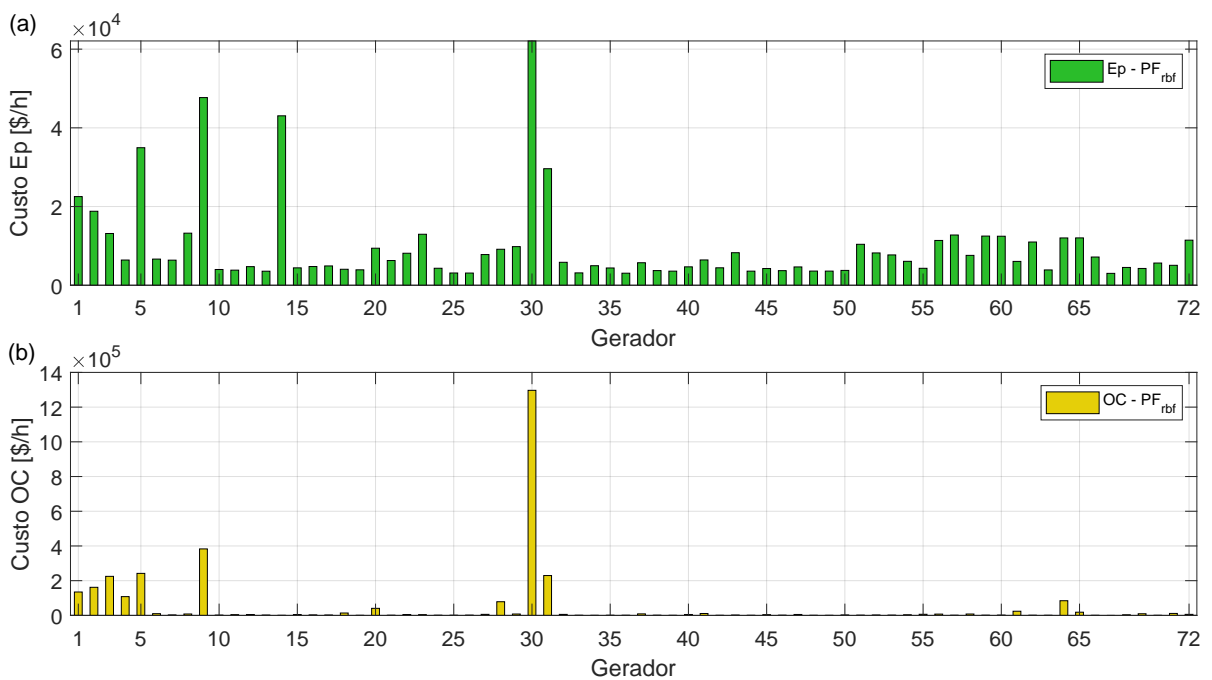


Figura 7.20: Custos de despacho da solução mono-objetivo FP_{rbf} para o sistema brasileiro. (a) custo do despacho de potência ativa, (b) custo de oportunidade.

A Figura 7.21 mostra os fatores de potência dos transformadores RBF para a solução FP_{rbf} . O transformador 44 possui o menor fator de potência com valor de 0,670. Por outro lado, o índice global $VCPI_m = 0,16744$ está associado ao barramento 76, o qual possui tensão de 1,0385 pu, conforme mostra a Figura 7.22. O desvio absoluto de tensão é de 12,869 para a otimização do objetivo FP_{rbf} .

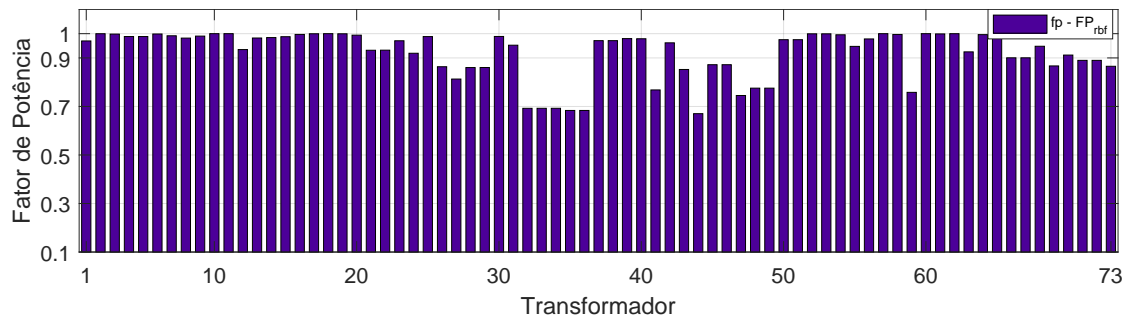


Figura 7.21: Fator de potência dos transformadores RBF da solução mono-objetivo FP_{rbf} para o sistema brasileiro.

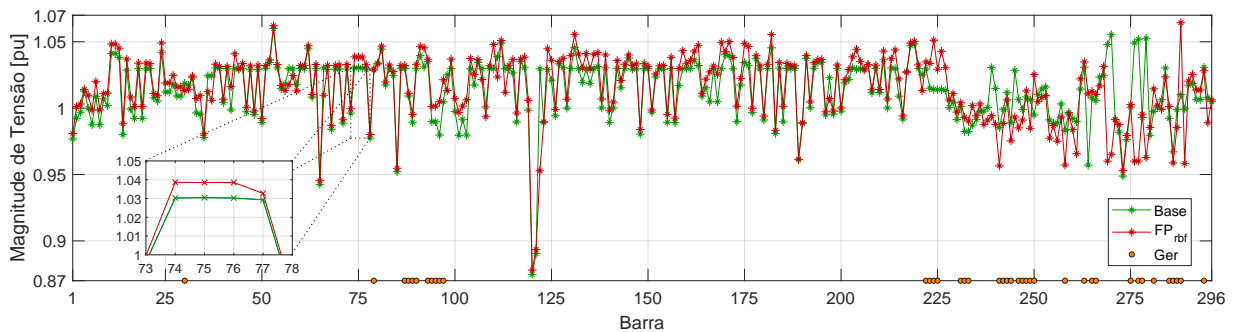


Figura 7.22: Perfil de tensão da solução mono-objetivo FP_{rbf} para o sistema brasileiro.

Finalmente, as variáveis de decisão da solução PDE são mostradas na Figura 7.23. O despacho total de potência ativa é de 1911 MW, onde os maiores despachos correspondem aos geradores 5 (342,92 MW), 2 (211,1 MW) e, 1 (200,6 MW). A Figura 7.23(b) mostra o despacho de potência reativa da solução PDE , em que os geradores 1 e 2 absorvem 54,3 MVar e 28 MVar, respectivamente.

Os custos do despacho de potência ativa são exibidos na Figura 7.24(a), onde os geradores 5 (50.069 \$/h) e 14 (40.060 \$/h) possuem os maiores custos. Cabe mencionar que o gerador 14 despacha 0,36 MW de modo que seu custo (40.060 \$/h) é devido à aplicação do preço PLD . O custo total do despacho de potência ativa é 456.460 \$/h, enquanto o custo de oportunidade total é de 182.760 \$/h. Conforme mostrado na

Figura 7.24(b), os geradores 61, 20 e, 31 possuem os maiores custos de oportunidade com valores de 17.583 \$/h, 13.610 \$/h, e 13.563 \$/h, respectivamente.

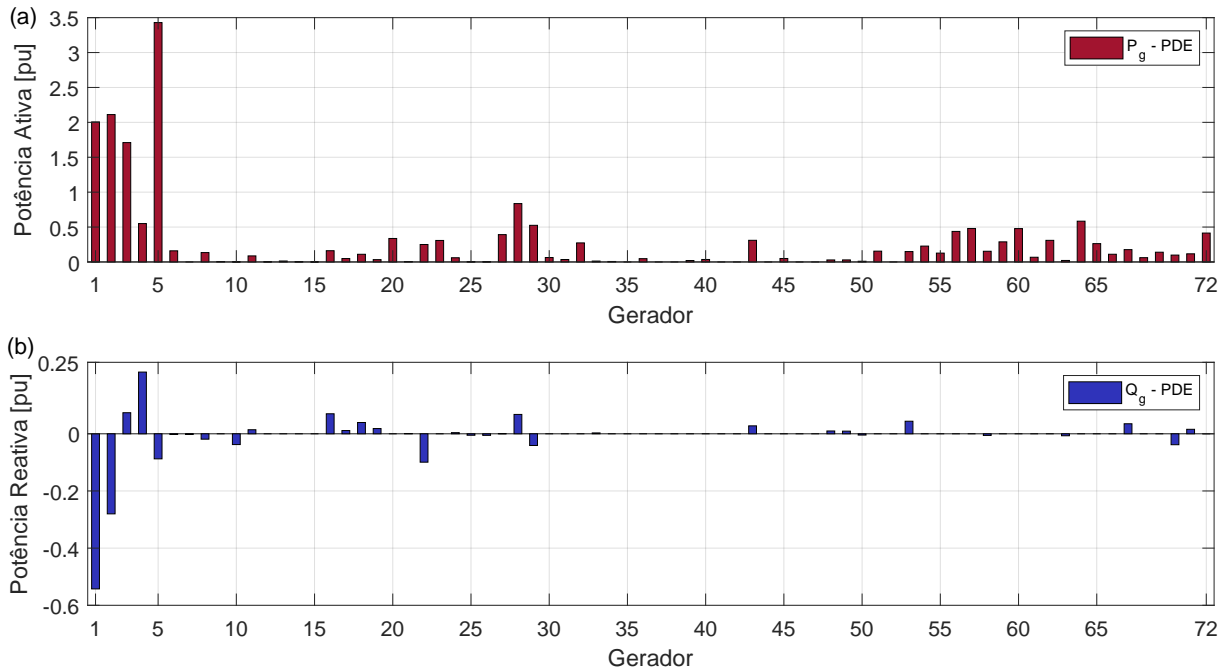


Figura 7.23: Variáveis de decisão da solução mono-objetivo *PDE* para o sistema brasileiro. (a) despacho de potência ativa, (b) despacho de potência reativa.

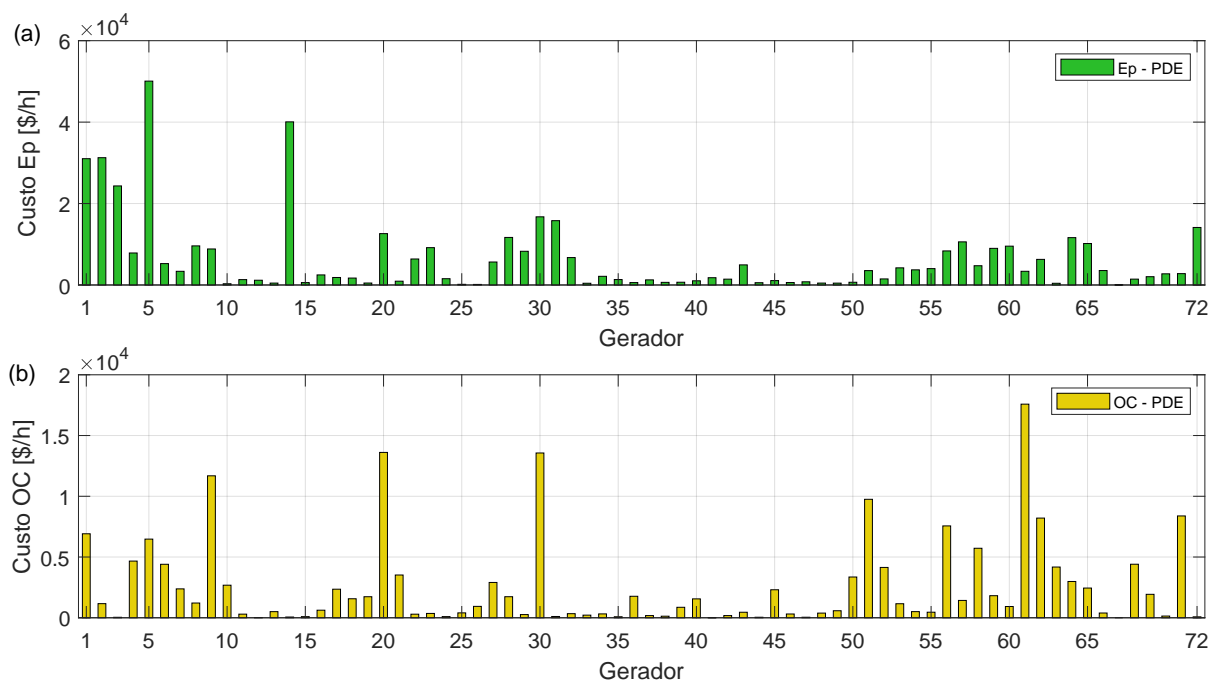


Figura 7.24: Custos de despacho da solução mono-objetivo *PDE* para o sistema brasileiro. (a) custo do despacho de potência ativa, (b) custo de oportunidade.

O índice global de estabilidade $VCPI_m = 0,185512$ está associado à barra 76, a qual possui uma tensão de 1,01 pu (ver Figura 7.18). Por sua vez, o fator de potência da solução mono-objetivo PDE é de 0,2178, sendo associado aos transformadores 32, 33 e 34. Por fim, as perdas técnicas obtêm o valor de 475,55 MW.

7.3.3 Otimização de Muitos Objetivos para o Sistema Brasileiro - 10351 Barras

A Tabela 7.25 apresenta as configurações do algoritmo NSGA-III para o sistema brasileiro 10351 barras. O tempo médio de execução da metodologia de otimização de muitos objetivos é de 10 horas. Conforme descrito na metodologia, as soluções mono-objetivo descritas na Seção 7.3.2 são inseridas na população inicial do NSGA-III. A Figura 7.25 apresenta a fronteira Pareto-aproximada (\widetilde{FP}^*) composta por 240 soluções eficientes em que se destacam três soluções para os casos a seguir:

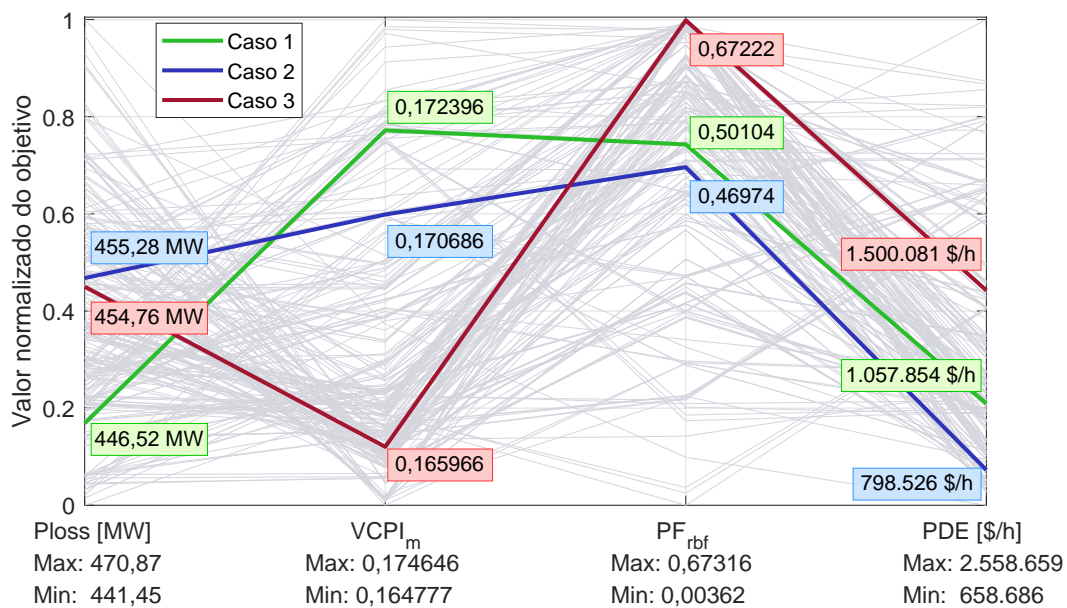


Figura 7.25: Fronteira Pareto-aproximada \widetilde{FP}^* para o sistema brasileiro 10351-barras. Objetivos normalizados usando os valores mínimos e máximos para cada objetivo.

- Caso 1: Solução com perdas $P_{loss} \leq 447$ MW (5% menor do valor base - 470 MW), fator de potência $FP_{rbf} \geq 0,5$ e, menor custo de despacho PDE .
- Caso 2: Solução de compromisso usando os seguintes pesos de preferência para os objetivos: P_{loss} : 0,2, $VCPI_m$: 0,2, FP_{rbf} : 0,2 e PDE : 0,4.
- Caso 3: Solução de compromisso usando os seguintes pesos de preferência para os objetivos: P_{loss} : 0,2, $VCPI_m$: 0,25, FP_{rbf} : 0,3 e PDE : 0,25.

A Tabela 7.28 apresenta o conflito usando o ranqueamento não-paramétrico entre cada par de objetivos. Assim, o conflito entre P_{loss} e PDE é de 92,19 %, enquanto o conflito entre FP_{rbf} e P_{loss} é de 79,62 %.

Tabela 7.28: Conflito entre os objetivos da fronteira Pareto-aproximada da Figura 7.25 para o sistema brasileiro 10351-barras.

	P_{loss}	$VCPI_m$	FP_{rbf}	PDE
P_{loss}	–	77,30	79,62	92,19
$VCPI_m$	77,30	–	69,08	68,34
FP_{rbf}	79,62	69,08	–	67,83
PDE	92,19	68,34	67,83	–

valores em %.

A Figura 7.26 apresenta as variáveis de decisão para o Caso 1. É observado que os geradores 14, 32, 38, 39, 44 e, 68 não realizam despacho de potência, enquanto os maiores despachos de potência ativa correspondem aos geradores 5 (336,7 MW), 3 (177,9 MW) e, 2 (72,3 MW). O despacho total de potência ativa e reativa é de 1507 MW e 121 MVar, respectivamente. O gerador 1 opera como compensador síncrono despachando 52,2 MVar; portanto, devido à aplicação do preço PLD , o referido gerador obtém um custo de mercado de $Ep_1 = 18.528$ \$/h enquanto o custo oportunidade é de 149.875 \$/h, conforme mostra a Figura 7.27.

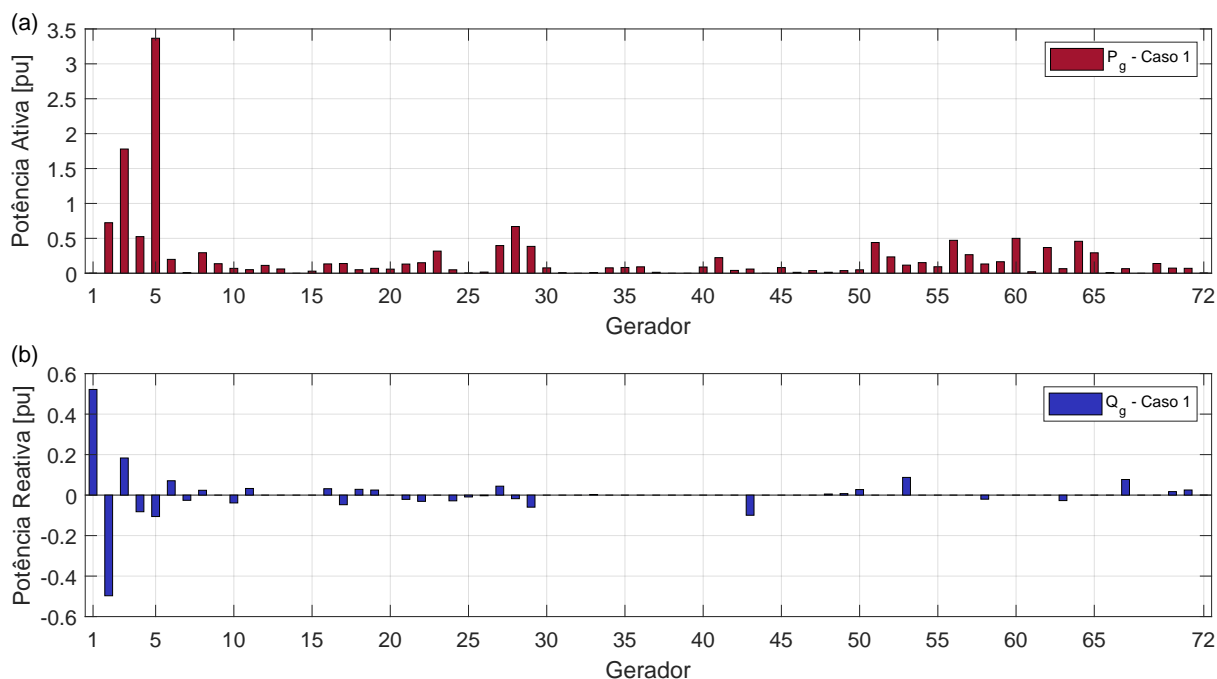


Figura 7.26: Variáveis de decisão do Caso 1 para o sistema brasileiro. (a) despacho de potência ativa, (b) despacho de potência reativa.

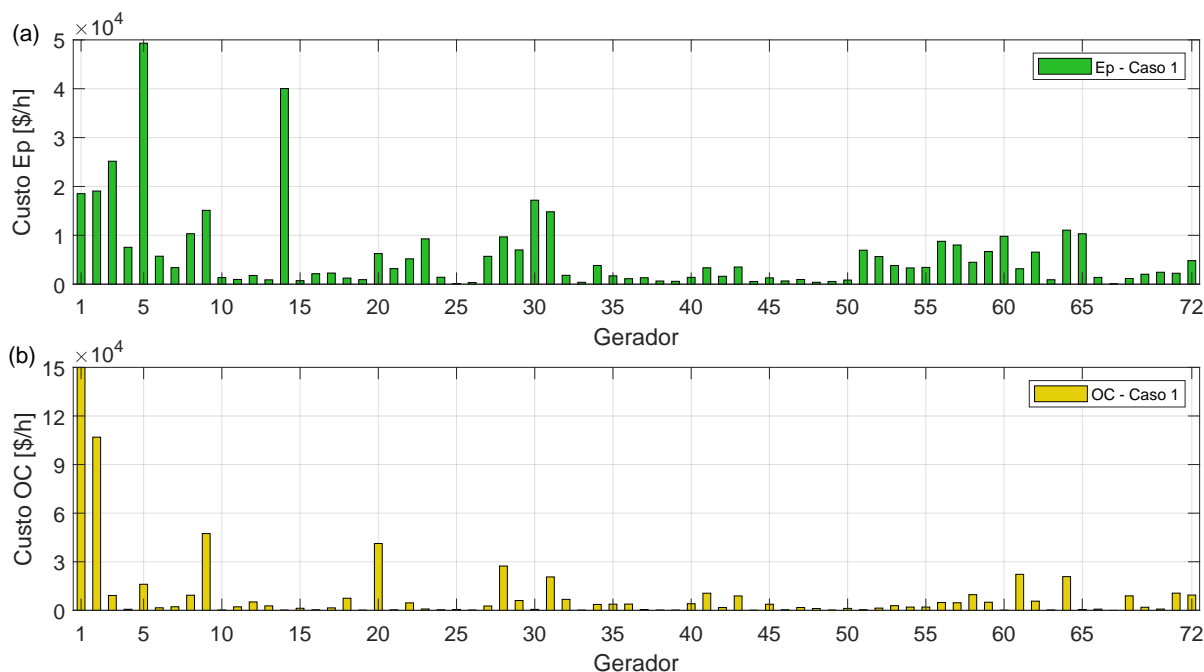


Figura 7.27: Custos de despacho do Caso 1 para o sistema brasileiro. (a) custo do despacho de potência ativa, (b) custo de oportunidade.

De acordo com a Figura 7.27(a), os geradores 5 (49.321 \$/h), 14 (40.044 \$/h) e 3 (25.163 \$/h) apresentam os maiores custos do despacho de potência ativa. Já os custos de oportunidade mais expressivos correspondem aos geradores 1 (149.875 \$/h), 2 (106.928 \$/h) e 9 (47.399 \$/h), conforme apresenta a Figura 7.27(b). Os custos totais do despacho de potência ativa e de oportunidade são 420.373 \$/h e 637.481 \$/h, respectivamente. Por outro lado, as perdas técnicas do Caso 1 somam 446,52 MW.

A Figura 7.28 apresenta os fatores de potência nos transformadores RBF, onde o fator $FP_{rbf} = 0,501$ está associado aos transformadores 32, 33 e 34. Por outro lado, o índice global $VCPI_m = 0,17239$ está associado ao barramento 76, a qual possui tensão de 1,018 pu.

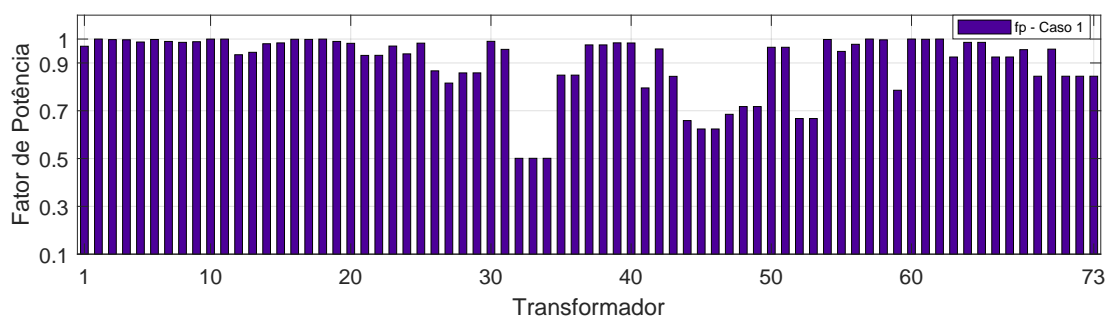


Figura 7.28: Fator de potência dos transformadores RBF do Caso 1 para o sistema brasileiro.

O desvio absoluto de tensão das soluções de compromisso é mostrado na Tabela 7.29. O desvio absoluto do Caso 1 é de 11,988, com valor médio de 0,0192 e desvio padrão de 0,0155.

Tabela 7.29: Desvio absoluto de tensão das soluções de compromisso para o sistema brasileiro 10351-barras.

	Solução de compromisso		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
TVD	11,9880	11,8373	11,5452
$\mu(TVD)$	0,0192	0,0190	0,0185
$\sigma(TVD)$	0,0155	0,0150	0,0151

$\mu(TVD)$: média de TVD ; $\sigma(TVD)$: desvio padrão de TVD .

Em relação à solução do Caso 2, suas variáveis de decisão são mostradas na Figura 7.29. O maior despacho de potência é para o gerador 5 (337,7 MW), seguido dos geradores 3 (148,5 MW), 2 (141,9 MW) e 1 (135,2 MW). De acordo com a Figura 7.29(b), os geradores 4 e 5 fornecem 78,5 MVar, enquanto os geradores 2 e 29 absorvem esse mesmo montante de reativo.

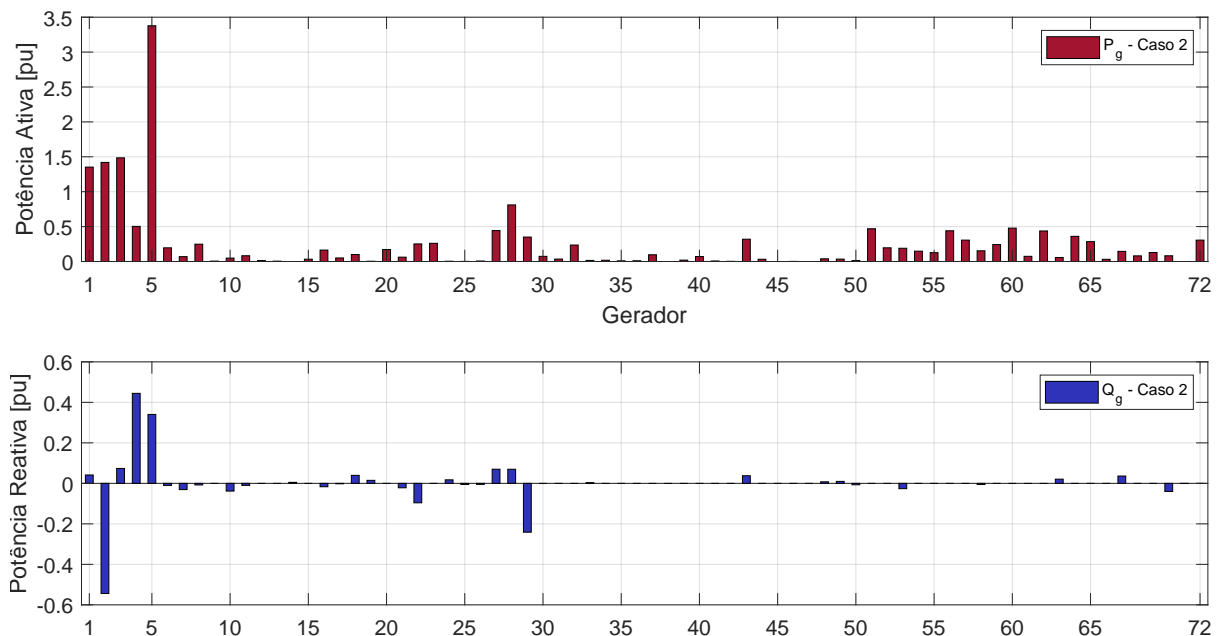


Figura 7.29: Variáveis de decisão do Caso 2 para o sistema brasileiro. (a) despacho de potência ativa, (b) despacho de potência reativa.

Os custos do despacho de potência do Caso 2 são exibidos na Figura 7.30. Conforme a Figura 7.30(a), os maiores custos de potência ativa correspondem aos gerador 5

(49.450 \$/h) e 14 (40.044 \$/h), é importante mencionar que o gerador 14 opera como compensador síncrono e obtém seu custo devido à aplicação do preço *PLD*. Os maiores custos de oportunidade correspondem aos geradores 1 (55.407 \$/h), 2 (52.939 \$/h), e 64 (34.496 \$/h) conforme mostrado na Figura 7.30(b). Por outro lado, a solução do Caso 2 obteve perdas técnicas no valor de 455,28 MW.

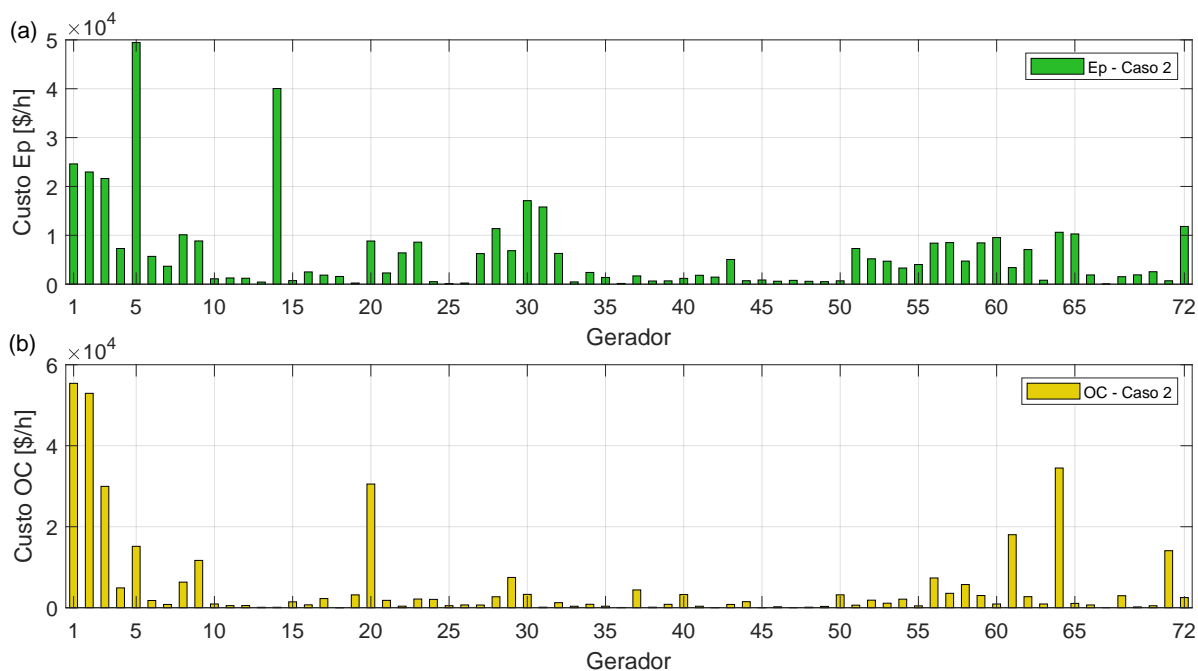


Figura 7.30: Custos de despacho do Caso 2 para o sistema brasileiro. (a) custo do despacho de potência ativa, (b) custo de oportunidade.

A Figura 7.31 mostra os fatores de potência dos transformadores RBF para o Caso 2. O fator $FP_{rbf} = 0,4697$ está associado aos transformadores 45 e 46. Por fim, o índice global $VCPI_m = 0,170686$ está associado à barra 76, que possui tensão de 1,023 pu. Um segmento do perfil de tensão é mostrado na Figura 7.32, onde os barramentos com geradores são marcados sobre o eixo das abscissas.

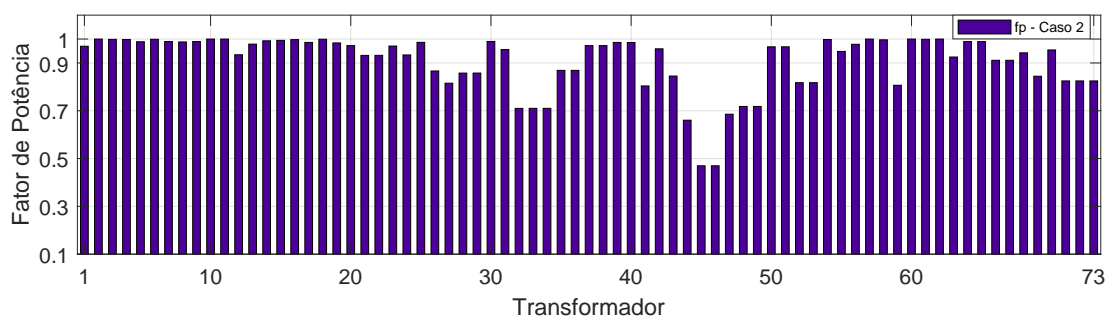


Figura 7.31: Fator de potência dos transformadores RBF do Caso 2 para o sistema brasileiro.

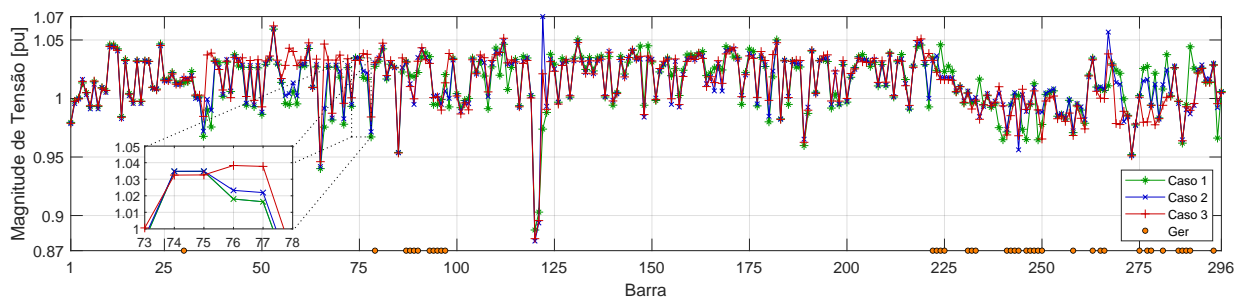


Figura 7.32: Perfis de tensão das soluções de compromisso para o sistema brasileiro.

No que se refere à solução 3, as variáveis de decisão são mostradas na Figura 7.33. O despacho total de potência ativa é de 1647 MW, onde o maior despacho corresponde ao gerador 5 ($P_{g,5} = 342,9$ MW). O total de potência reativa absorvida é de 71 MVar, enquanto o despacho total é de 67 MVar, em que 38 MVar são despachados pelo gerador 4.

Embora os geradores mencionados acima estejam desativados, as suas condições de contratação estabelecem uma remuneração dada pela aplicação do preço *PLD*. Nesse sentido, obtêm-se os custos de potência ativa apresentados na Figura 7.34(a). Quanto aos custos de oportunidade, o valor total do Caso 3 é de 1.044.006 \$/h, onde 314.493 \$/h correspondem ao gerador 9.

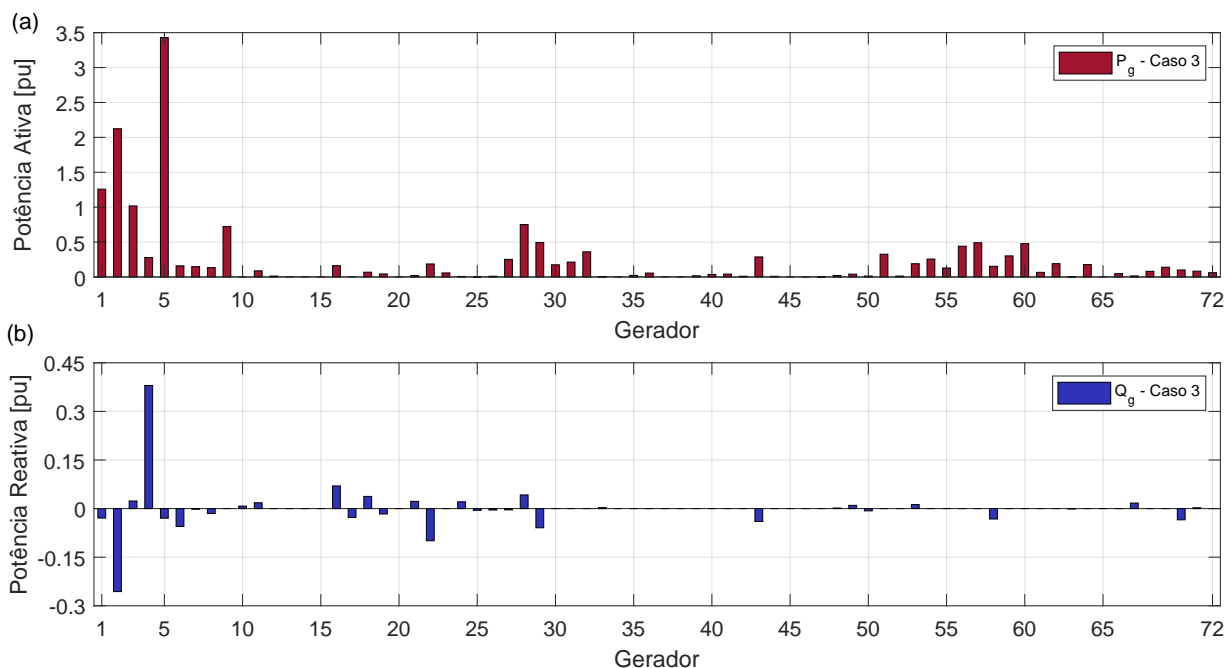


Figura 7.33: Variáveis de decisão do Caso 3 para o sistema brasileiro. (a) despacho de potência ativa, (b) despacho de potência reativa.

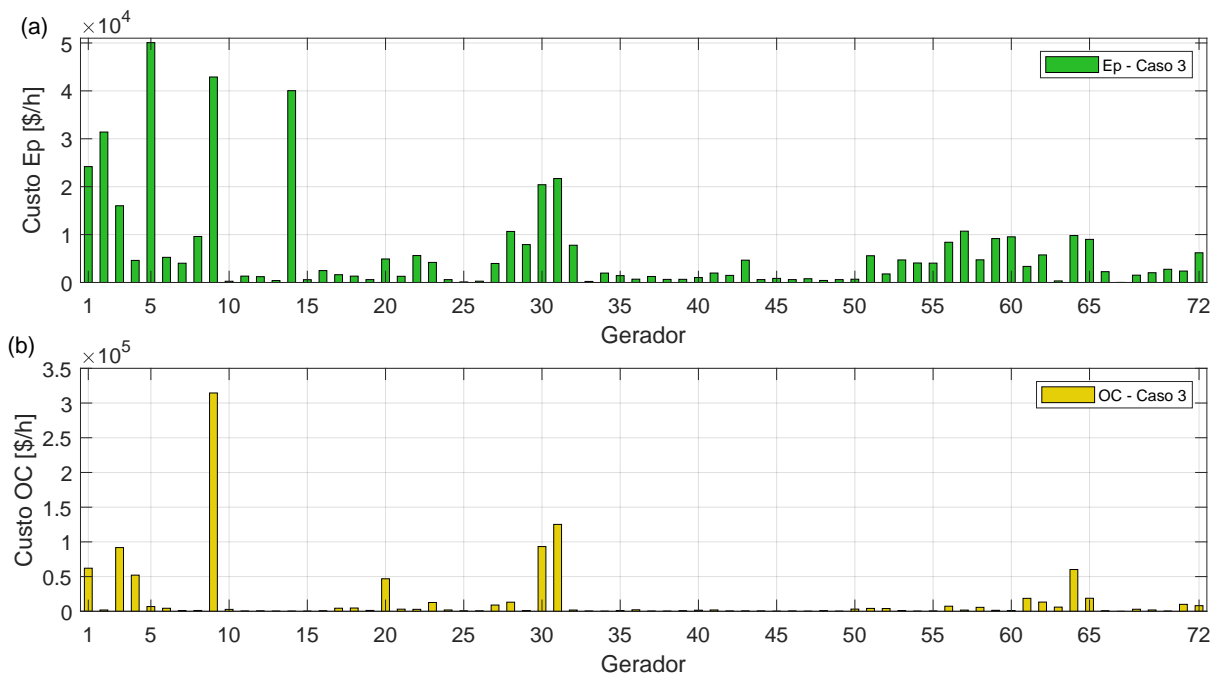


Figura 7.34: Custos de despacho do Caso 3 para o sistema brasileiro. (a) custo do despacho de potência ativa, (b) custo de oportunidade.

Por outro lado, os fatores de potência dos transformadores RBF são exibidos na Figura 7.35, onde o menor fator $FP_{rbf} = 0,6722$ está associado ao transformador 44.

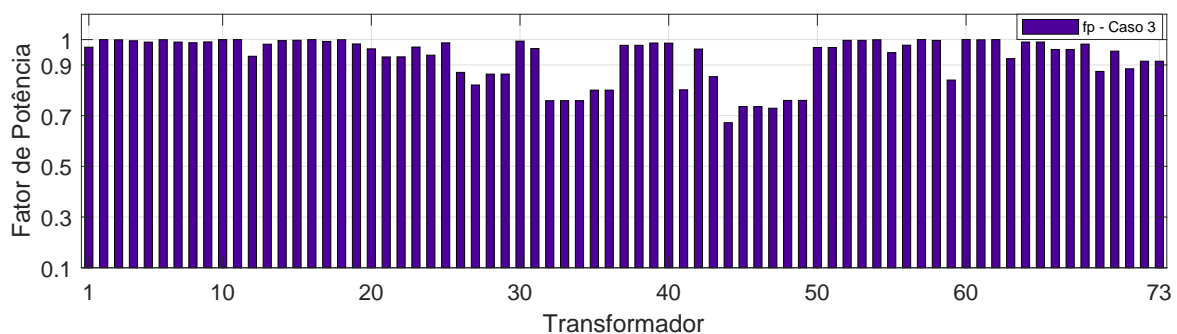


Figura 7.35: Fator de potência dos transformadores RBF do Caso 3 para o sistema brasileiro.

Por fim, o índice global $VCPI_m = 0,165966$ está associado ao barramento 76, o qual possui tensão de 1,038 pu (ver Figura 7.32). Conforme apresentado na Tabela 7.29, o desvio absoluto de tensão do Caso 3 é de 11,545. Dessa forma, vale ressaltar que nos testes realizados, quanto menor o $VCPI_m$, menor é o desvio absoluto de tensão, o que indica melhorias no perfil de tensão do sistema.

7.4 Considerações Finais

Este capítulo apresentou os resultados da metodologia de otimização aplicada a três sistemas elétricos de potência. Para cada sistema, foi apresentada uma fronteira Pareto-aproximada caracterizada pela *boa* convergência e diversidade das soluções obtidas. Dessa forma, a metodologia proposta mostrou-se capaz de encontrar diversos despachos de potência ativa e reativa que permitem estabelecer melhorias em perdas técnicas, estabilidade de tensão, custos de energia e qualidade do serviço. A análise de conflito, bem como os casos analisados, ressaltam a importância da otimização de muitos objetivos em sistemas de potência.

Quanto aos controles de tensão e potência ativa, demonstraram eficiência no ajuste das variáveis de controle e controladas. No caso do sistema IEEE-57, os controles propostos apresentaram forte interferência na estabilidade de tensão do sistema.

Conclusões

Este trabalho propõe uma metodologia para o despacho ótimo de potência em sistemas elétricos, onde são considerados quatro objetivos: minimização do custo econômico do despacho de potência; minimização das perdas técnicas no sistema elétrico; maximização da margem de estabilidade de tensão; e maximização do fator de potência em transformadores da RBF. A formulação do problema leva em consideração o marco regulatório do setor elétrico brasileiro, no que diz respeito aos custos do despacho de energia e a operação da rede básica de fronteira.

Para resolver o problema de muitos objetivos, é proposta uma metodologia de otimização que utiliza o algoritmo NSGA-III. Cabe ressaltar que a metodologia incorpora um método eficiente para resolução de sistemas lineares, o que permitiu calcular o fluxo de potência em grandes sistemas de potência e viabilizou a aplicação desta metodologia. Outra característica do algoritmo de fluxo de potência é a inclusão de controles de tensão e potência ativa efetuados por diversos equipamentos do sistema elétrico.

Esta metodologia demonstrou a capacidade de encontrar despachos de potência ótimos que permitem melhorias em cada um dos objetivos concorrentes por meio de um conjunto de despachos eficientes com boa convergência e diversidade. Tais características foram constatadas em três sistemas elétricos: sistema IEEE 30-barras, sistema IEEE 57-barras e, um sistema brasileiro de 10351 barras.

A proposta de exploração simultânea do despacho de potências ativa e reativa mostrou-se aderente e apropriada para a determinação do despacho de potência ativa e reativa do gerador síncrono. Essa proposta é especialmente relevante para a análise de estabilidade de tensão e dos custos de despacho de potência, pois estão diretamente relacionadas ao despacho de potência reativa.

A proposta para calcular os custos do despacho de potência consideram o custo de mercado da potência ativa e os custos de oportunidade associados ao despacho de potência reativa. Este último custo é dado pelo desvio no lucro do gerador ao avaliar

duas condições de despacho: i) despacho apenas de potência ativa, em que são obtidos seus custos marginais, e ii) despacho simultâneo de potências ativa e reativa. Embora os resultados mostrem que o custo de oportunidade é suscetível a custos marginais altos, a avaliação e análise do custo de oportunidade é consistente com a atual regulamentação da comercialização de energia no Brasil. Portanto, essa análise pode ser usada para projetar procedimentos para a compensação do despacho de potência reativa com base nos atuais contratos de potência ativa.

8.1 Propostas de Continuidade

Os seguintes tópicos são sugeridos com o propósito de ampliar e aperfeiçoar o presente trabalho:

- Caracterizar diversas fontes de energia que permitam modelar tipos diferentes de geradores. Tal caracterização permitiria individualizar e entender melhor o comportamento de um sistema elétrico onde operam e interagem diversas fontes de energia.
- Aplicar um algoritmo de fluxo de potência continuado para o cálculo da MET. Tal algoritmo permitirá determinar com exatidão a margem de tensão do sistema (em MW) de cada solução obtida pela metodologia de otimização;
- Aplicar testes estatísticos e métricas que permitam determinar o desempenho da metodologia de otimização. Se possível comparar os resultados com outras métricas presentes na literatura, aplicadas a sistemas elétricos;
- Utilização de algoritmos de otimização assistidos por metamodelos para tratar problemas com muitos objetivos, custosos computacionalmente e de alta dimensionalidade. Os metamodelos permitem a construção de modelos de simulação aproximados com menor custo computacional. A construção desses modelos pode ser realizada ao longo do processo de otimização.

Referências Bibliográficas

- Abido, M. (2002). Optimal power flow using particle swarm optimization. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 24(7):563 – 571.
- Abido, M. (2006). Multiobjective evolutionary algorithms for electric power dispatch problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 10(3):315–329.
- Aghaei, J., Gitizadeh, M., and Kaji, M. (2012). Placement and operation strategy of facts devices using optimal continuous power flow. *Scientia Iranica*, 19(6):1683 – 1690.
- Ahmadi, H. and Foroud, A. A. (2013). A stochastic framework for reactive power procurement market, based on nodal price model. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 49:104 – 113.
- Ahmadi, H. and Foroud, A. A. (2014). Joint energy and reactive power market considering coupled active and reactive reserve market ensuring system security. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 39(6):4789–4804.
- Ajjarapu, V. and Christy, C. (1992). The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 7(1):416–423.
- Almeida, K. C. and Senna, F. S. (2011). Optimal active-reactive power dispatch under competition via bilevel programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, 26(4):2345–2354.
- ANEEL (2004). Resolução normativa n° 67, de 8 de junho de 2004: Estabelece critérios para a composição da rede básica do sistema interligado nacional, e dá outras providências. *Agência Nacional de Energia Elétrica*.
- ANEEL (2017). Prodist: Módulo 7 - cálculo de perdas na distribuição. *Agência Nacional de Energia Elétrica*. Disponível Em: <http://www.aneel.gov.br/prodist>.

- ANEEL (2019). Nota técnica n° 132/2019-srg/aneel: Instauração de tomada de subsídios para fomentar abertura de discussão sobre o tema serviços ancilares aplicáveis ao no sistema interligado nacional. *Agência Nacional de Energia Elétrica*.
- Araujo, E. X. S., Cerbantes, M. C., and Mantovani, J. R. S. (2020). Optimal power flow with renewable generation: A modified nsga-ii-based probabilistic solution approach. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, pages 979–989.
- Balamourougan, V., Sidhu, T. S., and Sachdev, M. S. (2004). Technique for online prediction of voltage collapse. *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 151(4):453–460.
- Banshwar, A., Sharma, N. K., Sood, Y. R., and Shrivastava, R. (2018). An international experience of technical and economic aspects of ancillary services in deregulated power industry: Lessons for emerging bric electricity markets. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 90:774 – 801.
- Basu, M. (2016). Multi-objective optimal reactive power dispatch using multi-objective differential evolution. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 82:213 – 224.
- Bellman, R. E. and Zadeh, L. A. (1970). Decision-making in a fuzzy environment. *Management Science*, 17(4):B–141–B–164.
- Bertsekas, D. P., Hager, W., and Mangasarian, O. (1998). *Nonlinear programming*. Athena Scientific Belmont, MA.
- Branke, J., Branke, J., Deb, K., Miettinen, K., and Slowiński, R. (2008). *Multiobjective optimization: Interactive and evolutionary approaches*, volume 5252. Springer Science & Business Media.
- CCEE (2022a). Regras de comercialização: Contratos. *Câmara de Comercialização de Energia Elétrica, Versão 2023.2.0*.
- CCEE (2022b). Submódulo 3.2 - contratos do ambiente regulado. *Câmara de Comercialização de Energia Elétrica, Versão 6.0*.
- CCEE (2022c). Submódulo 3.5 - receita de venda de ccears. *Câmara de Comercialização de Energia Elétrica, Versão 7.0*.

- Cheng, R., Jin, Y., Olhofer, M., and Sendhoff, B. (2016). A reference vector guided evolutionary algorithm for many-objective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 20(5):773–791.
- Coello, C. C., Dhaenens, C., and Jourdan, L. (2009). *Advances in multi-objective nature inspired computing*, volume 272. Springer.
- Condega, S. Y. C. (2013). Metodologia para determinação da margem de estabilidade de tensão sob a perspectiva da expansão e da operação de sistemas de potência. *Universidade Federal de Minas Gerais*.
- Conn, A., Gould, N., and Toint, P. (2000). *Trust Region Methods*. MPS-SIAM Series on Optimization. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Crow, M. L. (2010). *Computational methods for electric power systems*. Crc Press.
- Cuthill, E. and McKee, J. (1969). Reducing the bandwidth of sparse symmetric matrices. In *Proceedings of the 1969 24th National Conference, ACM -69*, pages 157–172, New York, NY, USA. Association for Computing Machinery.
- Das, I. and Dennis, J. (2000). Normal-boundary intersection: A new method for generating the pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems. *SIAM Journal on Optimization*, 8.
- de Almeida, K. C. (2012). Técnicas de suavização aplicadas a um problema de fluxo de potência ótimo de dois níveis. *Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática, CBA 2012*.
- de Mattos Affonso, C. (2004). Planejamento de curto prazo da operação incluindo critérios de estabilidade de tensão. *Universidade Estadual de Campinas*.
- de Sousa, C. E. (2018). Índices de estabilidade de tensão-uma análise comparativa. *Universidade Federal de Minas Gerais*.
- de Vasconcelos, J., Adriano, R., Vieira, D., Souza, G., and Azevedo, H. (2002). Nsga with elitism applied to solve multiobjective optimization problems. *Journal of Microwaves and Optoelectronics*, 2(6):59–69.
- de Vasconcelos, J. A., Granados, J. F., da Costa, W. U., Ribeiro, M. F., and Valdão, R. L. (2019). Relatório técnico do p&d-d0591: Metodologia de análise de mercado para análise de custos da produção de reativo. *PPGEE da UFMG em parceria com a CEMIG-D*.

- Deb, K., Agrawal, R. B., et al. (1995). Simulated binary crossover for continuous search space. *Complex systems*, 9(2):115–148.
- Deb, K. and Agrawal, S. (1999). A niched-penalty approach for constraint handling in genetic algorithms. In *Artificial Neural Nets and Genetic Algorithms*, pages 235–243. Springer Vienna.
- Deb, K. and Deb, D. (2014). Analysing mutation schemes for real-parameter genetic algorithms. *International Journal of Artificial Intelligence and Soft Computing*, 4(1):1–28.
- Deb, K. and Goyal, M. (1996). A combined genetic adaptive search (geneas) for engineering design.
- Deb, K. and Jain, H. (2014). An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part i: Solving problems with box constraints. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 18(4):577–601.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., and Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2):182–197.
- Deb, K., Sindhya, K., and Okabe, T. (2007). Self-adaptive simulated binary crossover for real-parameter optimization. pages 1187–1194.
- Deb, K. and Sundar, J. (2006). Reference point based multi-objective optimization using evolutionary algorithms. In *Proceedings of the 8th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation, GECCO 06*, pages 635–642, New York, NY, USA. Association for Computing Machinery.
- Dias, A. H. F. and de Vasconcelos, J. A. (2002). Multiobjective genetic algorithms applied to solve optimization problems. *IEEE Transactions on Magnetics*, 38(2):1133–1136.
- Dinesh, S. and A.K.Singh, D. (2014). Voltage stability analysis of radial distribution networks.
- El-Samahy, I., Bhattacharya, K., Canizares, C., Anjos, M. F., and Pan, J. (2008). A procurement market model for reactive power services considering system security. *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(1):137–149.
- Electrical and Computer Engineering (2022). Power systems test case archive - university of washington. <http://labs.ece.uw.edu/pstca/>.

- Eremia, M. and Nilsson, S. (2016). *Series Capacitive Compensation*, chapter 6, pages 339–407. John Wiley & Sons, Ltd.
- Farah Maia, A. A. (2020). Algoritmos de estimativa de distribuição para problemas de otimização com muitos objetivos. *Tese de doutorado em Engenharia Elétrica, Programa de Pos-Graduação em Engenharia Elétrica-UFMG*.
- Freitas, A. R., Fleming, P. J., and Guimarães, F. G. (2013). A non-parametric harmony-based objective reduction method for many-objective optimization. In *2013 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pages 651–656.
- George, J. A. (1971). Computer implementation of the finite element method. Technical report, School of Humanities and Sciences-STANFORD UNIVERSITY.
- Gil, A., Segura, J., and Temme, N. M. (2007). *Numerical methods for special functions*. SIAM.
- Gopal, V. and Biegler, L. T. (1999). Smoothing methods for complementarity problems in process engineering. *AIChE Journal*, 45(7):1535–1547.
- Grainger, J. J., Stevenson, W. D., Stevenson, W. D., et al. (2003). *Power system analysis*. McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering.
- Granados, J. F., Uturbey, W., Valadão, R. L., and Vasconcelos, J. A. (2023). Many-objective optimization of real and reactive power dispatch problems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 146:108725.
- Granados, J. F. L. (2018). Modelagem de carga em sistemas de distribuição de energia elétrica. *Dissertação em Engenharia Elétrica, Programa de Pos-Graduação em Engenharia Elétrica-UFMG*.
- Granville, S. (1994). Optimal reactive dispatch through interior point methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(1):136–146.
- Iba, K. (1994). Reactive power optimization by genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(2):685–692.
- INEE (2006). Contribuição do inee à audiência pública nº 010/2006 para alterar a resolução normativa nº 265/03 da aneel sobre os serviços ancilares. *Instituto Nacional de Eficiência Energética*. Disponível Em: <http://www2.aneel.gov.br>.

- Ishibuchi, H. and Murata, T. (1998). A multi-objective genetic local search algorithm and its application to flowshop scheduling. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, 28(3):392–403.
- Ishibuchi, H., Tsukamoto, N., and Nojima, Y. (2008). Evolutionary many-objective optimization: A short review. In *2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (IEEE World Congress on Computational Intelligence)*, pages 2419–2426.
- Jain, H. and Deb, K. (2014). An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point based nondominated sorting approach, part ii: Handling constraints and extending to an adaptive approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 18(4):602–622.
- Jaszkiewicz, A. (2002). On the performance of multiple-objective genetic local search on the 0/1 knapsack problem - a comparative experiment. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(4):402–412.
- Jay, D. and Swarup, K. (2021). A comprehensive survey on reactive power ancillary service markets. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 144:110967.
- Jeyadevi, S., Baskar, S., Babulal, C., and Iruthayarajan, M. W. (2011). Solving multiobjective optimal reactive power dispatch using modified nsga-ii. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 33(2):219 – 228.
- Kessel, P. and Glavitsch, H. (1986). Estimating the voltage stability of a power system. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 1(3):346–354.
- Kirschen, D. and Van Meeteren, H. (1988). Mw/voltage control in a linear programming based optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, 3(2):481–489.
- Knight, P. A., Ruiz, D., and Uçar, B. (2014). A symmetry preserving algorithm for matrix scaling. *SIAM journal on Matrix Analysis and Applications*, 35(3):931–955.
- Kotsan, S. (2004). Efficient pricing of a bundled product of both real and reactive power. In *IEEE PES Power Systems Conference and Exposition, 2004.*, pages 108–123 vol.1.
- Kundur, P. (1994). *Power System Stability and control*. McGraw-Hill Inc., California, EUA.
- Kundur, P., Paserba, J., Ajarapu, V., Andersson, G., Bose, A., Canizares, C., Hatziargyriou, N., Hill, D., Stankovic, A., Taylor, C., Van Cutsem, T., and Vittal, V. (2004). Definition and classification of power system stability iee/cigre joint task force on stability terms and definitions. *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(3):1387–1401.

- Lamont, J. and Fu, J. (1999). Cost analysis of reactive power support. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(3):890–898.
- Lee, K. Y., Park, Y. M., and Ortiz, J. L. (1985). A united approach to optimal real and reactive power dispatch. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-104(5):1147–1153.
- Li, K., Deb, K., Zhang, Q., and Kwong, S. (2015). An evolutionary many-objective optimization algorithm based on dominance and decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 19(5):694–716.
- Li, S., Chiang, H., and Liu, S. (2006). Analysis of composite load models on load margin of voltage stability. In *2006 International Conference on Power System Technology*, pages 1–7.
- Liu, J., Li, P., Wang, G., Zha, Y., Peng, J., and Xu, G. (2020). A multitasking electric power dispatch approach with multi-objective multifactorial optimization algorithm. *IEEE Access*, 8:155902–155911.
- Malange, F. C. V. (2008). Proposta de parametrização para o fluxo de carga continuado visando redução de perdas na transmissão e o aumento da margem estática de estabilidade de tensão. *Universidade Estadual Paulista (UNESP)*.
- Mendes, F. G. S. (2014). Preference-guided evolutionary algorithms for optimization with many objectives. *Universidade Federal de Minas Gerais*.
- Miettinen, K. (2012). *Nonlinear multiobjective optimization*, volume 12. Springer Science & Business Media.
- Modarresi, J., Gholipour, E., and Khodabakhshian, A. (2016). A comprehensive review of the voltage stability indices. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 63:1 – 12.
- Monticelli, A. and Garcia, A. (2011). *Introdução A Sistemas De Energia Eletrica*. UNICAMP.
- Monticelli, A. J. (1983). *Fluxo de carga em redes de energia elétrica*. E. Blucher.
- Moreira, S. M. (1994). *Algoritmos de Região de Confiança para Ot imização com Restrições de Igualdade*. PhD thesis, UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO.
- Niknam, T., Narimani, M. R., Aghaei, J., and Azizipanah-Abarghooee, R. (2012). Improved particle swarm optimisation for multi-objective optimal power flow considering the cost, loss, emission and voltage stability index. *IET Generation, Transmission Distribution*, 6(6):515–527.

- Niu, M., Xu, N. Z., Dong, H. N., Ge, Y. Y., Liu, Y. T., and Ngin, H. T. (2021). Adaptive range composite differential evolution for fast optimal reactive power dispatch. *IEEE Access*, 9:20117–20126.
- ONS (2018). Submódulo 23.3: Diretrizes e critérios para estudos elétricos. *Operador Nacional do Sistema Elétrico*.
- ONS (2019a). Submódulo 14.1: Administração dos serviços ancilares: visão geral. *Operador Nacional do Sistema Elétrico*.
- ONS (2019b). Submódulo 14.2: Arranjos comerciais para os serviços ancilares.
- ONS (2020a). Submódulo 2.14: Requisitos mínimos para o sistema de medição para faturamento. *Operador Nacional do Sistema Elétrico*.
- ONS (2020b). Submódulo 6.1: Planejamento e programação da operação elétrica: visão geral. *Operador Nacional do Sistema Elétrico*.
- ONS (2021). Submódulo 2.10: Requisitos técnicos mínimos para a conexão às instalações de transmissão. *Operador Nacional do Sistema Elétrico*.
- Pinguelli Rosa, L., Fidelis da Silva, N., Giannini Pereira, M., and Dias Losekann, L. (2013). Chapter 15 - the evolution of brazilian electricity market. In Sioshansi, F. P., editor, *Evolution of Global Electricity Markets*, pages 435–459. Academic Press, Boston.
- Poudel, S., Ni, Z., and Sun, W. (2018). Electrical distance approach for searching vulnerable branches during contingencies. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 9(4):3373–3382.
- Prasad, A., Manmohan, A., Karthikeyan, S. P., and Kothari, D. P. (2017). Assessment on various node voltage stability indices - a review. In *2017 International Conference On Smart Technologies For Smart Nation (SmartTechCon)*, pages 395–400.
- Ramamoorty, M. and Toma, L. (2016). *Phase Shifting Transformer: Mechanical and Static Devices*, chapter 7, pages 409–458. John Wiley & Sons, Ltd.
- Rao, S. S. (2009). *Engineering optimization: theory and practice*. John Wiley & Sons.
- Reddy, S. S., Abhyankar, A., and Bijwe, P. (2011). Reactive power price clearing using multi-objective optimization. *Energy*, 36(5):3579 – 3589.

- Rueda, S. M. V. and Almeida, K. C. (2001). Optimal power flow solutions under variable load conditions: reactive power cost modeling. In *PICA 2001. International Conference on Power Industry Computer Applications (Cat. No.01CH37195)*, pages 300–305.
- Saad, Y. (2003). *Iterative methods for sparse linear systems*. SIAM.
- Saadat, H. (1999). *Power System Analysis*. Number v. 1 in McGraw-Hill series in electrical and computer engineering. WCB/McGraw-Hill.
- Sabioni, C. (2017). Desenvolvimento de metodos para solução de problemas de otimização multiobjetivo com incertezas. *Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica, Programa de Pos-Graduação em Engenharia Elétrica)-UFMG, Belo Horizonte*.
- Saddique, M. S., Bhatti, A. R., Haroon, S. S., Sattar, M. K., Amin, S., Sajjad, I. A., ul Haq, S. S., Awan, A. B., and Rasheed, N. (2020). Solution to optimal reactive power dispatch in transmission system using meta-heuristic techniques - status and technological review. *Electric Power Systems Research*, 178:106031.
- Sen, K. K. and Sen, M. L. (2009). *Introduction to FACTS controllers: theory, modeling, and applications*, volume 54. John Wiley & Sons.
- Senna, F. S. (2009). Despacho Ótimo de potência reativa baseado em custo de oportunidade via otimização em dois níveis. *Universidade Federal de Santa Catarina*.
- Shaw, B., Mukherjee, V., and Ghoshal, S. (2014). Solution of reactive power dispatch of power systems by an opposition-based gravitational search algorithm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 55:29–40.
- Takahashi, R. H. C., Vasconcelos, J. A., Ramirez, J. A., and Krahenbuhl, L. (2003). A multiobjective methodology for evaluating genetic operators. *IEEE Transactions on Magnetics*, 39(3):1321–1324.
- Taylor, C., Balu, N., and Maratukulam, D. (1994). *Power System Voltage Stability*. EPRI power system engineering series. McGraw-Hill.
- Tejada-Arango, D. A., Wogrin, S., Siddiqui, A. S., and Centeno, E. (2019). Opportunity cost including short-term energy storage in hydrothermal dispatch models using a linked representative periods approach. *Energy*, 188:116079.
- Tófoli, M. F., Soler, E. M., Balbo, A. R., Baptista, E. C., and Nepomuceno, L. (2018). Interior/exterior-point methods with inertia correction strategy for solving optimal

- reactive power flow problems with discrete variables. *Annals of Operations Research*, pages 243–263.
- Varadarajan, M. and Swarup, K. (2008). Differential evolution approach for optimal reactive power dispatch. *Applied Soft Computing*, 8(4):1549 – 1561. Soft Computing for Dynamic Data Mining.
- Varadarajan, M. and Swarup, K. S. (2008). Solving multi-objective optimal power flow using differential evolution. *IET Generation, Transmission Distribution*, 2(5):720–730.
- Vilela, A. O. R. (2014). Margem de estabilidade de tensão no planejamento dos sistemas elétricos: análise do impacto do despacho da geração.
- Wolgast, T., Ferenz, S., and Nieße, A. (2022). Reactive power markets: A review. *IEEE Access*, 10:28397–28410.
- Zhang, Q. and Li, H. (2007). Moea/d: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 11(6):712–731.
- Zhang, Q. and Li, H. (2007). Moea/d: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 11(6):712–731.
- Zhang, W. and Liu, Y. (2008). Multi-objective reactive power and voltage control based on fuzzy optimization strategy and fuzzy adaptive particle swarm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 30(9):525 – 532.
- Zhong, J. and Bhattacharya, K. (2002). Toward a competitive market for reactive power. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(4):1206–1215.
- Zhu, J. (2009). *Optimization of power system operation*. IEEE Press Editorial Board.
- Zitzler, E., Thiele, L., Laumanns, M., Fonseca, C. M., and da Fonseca, V. G. (2003). Performance assessment of multiobjective optimizers: an analysis and review. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 7(2):117–132.

Método de Solução de Sistemas Lineares

O Algoritmo 11 apresenta um procedimento para a resolução de um sistema linear da forma: $\tilde{A}\bar{x} = \bar{b}$. O sistema é resolvido pelo Método dos Resíduos Mínimos Generalizados (GMRES). Não obstante, antes da execução do GMRES é necessário que o sistema linear seja submetido aos seguintes processos: i) Ordenamento, ii) Escalonamento e, iii) Fatoração. Tais processos são implementados com a finalidade de aprimorar a convergência do GMRES.

Vale ressaltar que a Algoritmo 11 é indicado para sistemas em que o número de incógnitas é igual ao número de equações. Além disso, a matriz \tilde{A} não deve conter valores nulos em sua diagonal. Os passos do Algoritmo 11 são brevemente explicados nas seguintes seções.

Algoritmo 11: Procedimento para a resolução de sistemas lineares.

Dados: Matriz \tilde{A} e vetor \bar{b} ;

Resultado: Vetor \bar{x} ;

1. $\bar{w} \leftarrow$ Ordenamento RCM (\tilde{A});
sistema ordenado: $\tilde{A}_w \bar{x}_w = \bar{b}_w$;
onde: $\tilde{A}_w = \tilde{A}'_{(:,\bar{w})} \rightarrow \tilde{A}' = \tilde{A}_{(\bar{w},:)}, \bar{x}_w = \bar{x}_{(\bar{w})}, \bar{b}_w = \bar{b}_{(\bar{w})}$;
 2. $\tilde{D}, \tilde{E} \leftarrow$ Escalonamento usando norma- ∞ (\tilde{A}_w);
sistema escalonado: $A_s x_s = b_s$;
onde: $\tilde{A}_s = \tilde{D}\tilde{A}_w\tilde{E}, \bar{b}_s = \tilde{D}\bar{b}_w, \bar{x}_s = \tilde{E}^{-1}\bar{x}_w$;
 3. $\tilde{L}, \tilde{U} \leftarrow$ Fatoração LU (\tilde{A}_s);
 $\tilde{M}^{-1} \leftarrow \tilde{L}\tilde{U}^{-1}$;
 4. $x_s \leftarrow$ GMRES ($\tilde{M}^{-1}, \tilde{A}_s, \bar{b}_s$);
 $\bar{x}_w = \tilde{E}\bar{x}_s$;
 $\bar{x}_{(\bar{w})} = \bar{x}_w$;
-

A.1 Permutação - Método Cuthill McKee Reverso (RCM)

O algoritmo RCM permite reduzir a largura de banda da matriz \tilde{A} através de um vetor de permutação \bar{w} . Esse vetor contém a ordem em que as linhas e colunas de \tilde{A} devem ser permutadas para obter a matriz $\tilde{A}_{\bar{w}}$, que normalmente possui menor largura de banda que \tilde{A} .

O algoritmo RCM é conceitualizado na área de teoria dos grafos, mas sua aplicação também bem-sucedida para a manipulação de matrizes (Saad, 2003), (Cuthill and McKee, 1969), (George, 1971). A aplicação do algoritmo RCM é estendida sob a interpretação de que cada linha de \tilde{A} é um vértice do grafo de \tilde{A} , de modo que os vértices adjacentes correspondem a colunas onde existem elementos.

Inicialmente, os vértices adjacentes de todas as linhas são determinados $Adj(\tilde{A})$. Em seguida, o vetor de permutação é inicializado no vértice com o menor número de adjacências. Os próximos passos do RCM são exibidos no Algoritmo 12.

Algoritmo 12: Método Cuthill-McKee Reverso. Adaptado de (Saad, 2003)

Dados: Adjacências do grafo Adj ;

Vértice com menor adjacência v ;

Número de vértices n ;

Resultado: Vetor de permutação \bar{w} ;

1. $i \leftarrow 0$;
 2. $\bar{w} = \{v\}$;
 3. Marcar v como visitado;
 4. **enquanto** $|\bar{w}| < n$ **faça**
 5. $i = i + 1$;
 6. $h = \bar{w}_{(i)}$;
 7. $\bar{Q} = \emptyset$;
 8. **para cada** vértice $q \in Adj(h)$ **sem visitar faça**
 9. Encontrar o grau de q ;
 10. Marcar q como visitado;
 11. Agregar q a \bar{Q} ;
 - fim**
 12. Ordenar \bar{Q} em ordem crescente de acordo com o grau dos vértices;
 13. Agregar ao final do vetor: $\bar{w} = \{\bar{w}, \bar{Q}\}$;
 - fim**
 14. Inverter a ordenação de \bar{w} ;
-

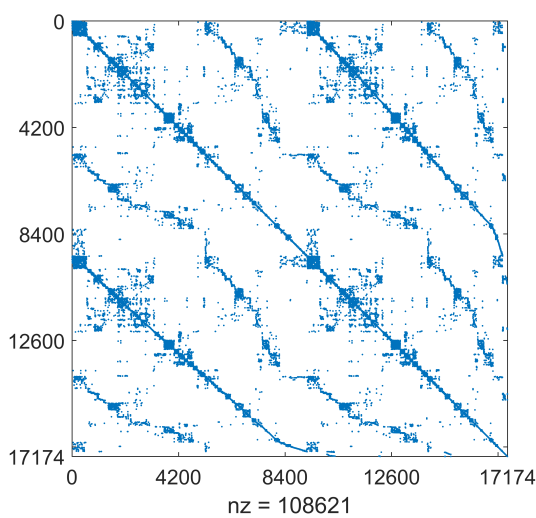
O vetor $\bar{w} \in \mathbb{Z}_+^n$ é usado para permutar as linhas e colunas da matriz $\tilde{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Essa sequência de permutações é expressa da seguinte forma,

$$\begin{aligned} \tilde{A}' &= \tilde{A}_{(\bar{w}(i),:)} & \text{para } i = \{1, 2, \dots, n\} \\ \tilde{A}_{w(\cdot, j)} &= \tilde{A}'_{(:, \bar{w}(j))} & \text{para } j = \{1, 2, \dots, n\} \end{aligned}$$

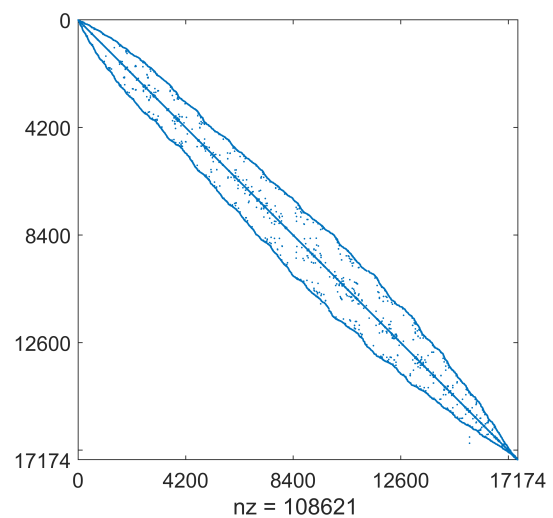
Da mesma forma, o vetor \bar{b} é permutado para obter \bar{b}_w da seguinte forma,

$$\bar{b}_{w(i)} = \bar{b}_{(\bar{w}(i))} \quad \text{para } i = \{1, 2, \dots, n\}$$

Os efeitos da permutação de \tilde{A} são visíveis na Figura A.1. A Figura A.1(a) mostra a distribuição dos elementos de uma matriz $\tilde{A} \in \mathbb{R}^{17174 \times 17174}$, enquanto a Figura A.1(b) apresenta a distribuição da matriz permutada \tilde{A}_w . A largura de banda de \tilde{A} é de 17043, enquanto a largura de banda de \tilde{A}_w é de 1692. Vale ressaltar que nenhum elemento é modificado ou criado, mantendo-se a quantidade de 108621 elementos em ambas as matrizes do exemplo.



(a) Distribuição dos elementos da matriz \tilde{A} , largura de banda: 17043



(b) Distribuição dos elementos da matriz \tilde{A}_w , largura de banda: 1692

Figura A.1: Exemplo da distribuição dos elementos de uma matriz antes e depois de aplicar o algoritmo RCM.

A.2 Escalonamento pela Norma- ∞

O escalonamento consiste em determinar duas matrizes diagonais positivas \tilde{D} e \tilde{E} , tal que a norma- ∞ de cada linha e coluna de \tilde{A}_s seja igual a 1 (Knight et al., 2014). Este processo é detalhado no Algoritmo 13. A partir das matrizes \tilde{D} e \tilde{E} , obtém-se o sistema escalonado: $\tilde{A}_s \tilde{x}_s = \tilde{b}_s$, onde $\tilde{A}_s = \tilde{D} \tilde{A}_w \tilde{E}$, $\tilde{b}_s = \tilde{D} \tilde{b}_w$ e, $\tilde{x}_s = \tilde{E}^{-1} \tilde{x}_w$.

Algoritmo 13: Escalonamento de filas e colunas usando norma- ∞ .

Adaptado de (Knight et al., 2014)

Dados: Matriz permutada \tilde{A}_w ;

Número máximo de iterações $Iter^{max}$;

Tolerância para convergência ε ;

Número de colunas n e linhas m , de \tilde{A}_w ;

Resultado: Matrizes diagonais \tilde{D} , \tilde{E} ;

Matriz escalonada \tilde{A}_s ;

1. $\tilde{A}_s \leftarrow \tilde{A}_w$;
 2. $\tilde{D} \leftarrow \tilde{I}_m$; ▷ Identidade de tamanho m
 3. $\tilde{E} \leftarrow \tilde{I}_n$; ▷ Identidade de tamanho n
 4. $k \leftarrow 0$;
 5. **faça**
 6. $\tilde{R}_{(i,i)} \leftarrow \sqrt{\|\tilde{A}_s(i,*)\|_\infty}$ $i=\{1,2,\dots,m\}$;
 7. $\tilde{C}_{(j,j)} \leftarrow \sqrt{\|\tilde{A}_s(*,j)\|_\infty}$ $j=\{1,2,\dots,n\}$;
 8. $\tilde{A}_s \leftarrow \tilde{R}^{-1} \tilde{A}_s \tilde{C}^{-1}$;
 9. $\tilde{D} \leftarrow \tilde{D} \tilde{R}^{-1}$;
 10. $\tilde{E} \leftarrow \tilde{E} \tilde{C}^{-1}$;
 11. $e_R = \max \left\{ 1 - \|\tilde{A}_s(i,*)\|_\infty \right\}$ $i=\{1,2,\dots,m\}$;
 12. $e_C = \max \left\{ 1 - \|\tilde{A}_s(*,j)\|_\infty \right\}$ $j=\{1,2,\dots,n\}$;
 13. **Se** $k > Iter^{max}$ **retorna**;
 14. $k = k + 1$;
- enquanto** $\varepsilon < |e_R|$ **ou** $\varepsilon < |e_C|$;
-

No passo 6 do Algoritmo 13, é computada a raiz quadrada da norma- ∞ da i -ésima linha de \tilde{A}_s , o resultado é alocado na i -ésima posição da diagonal principal de \tilde{R} . Igualmente, no passo 7, é calculada a raiz quadrada da norma- ∞ da j -ésima coluna de \tilde{A}_s , o resultado é alocado na j -ésima posição da diagonal principal de \tilde{C} .

O escalonamento origina que todos elementos de \tilde{A}_s tenham valores no intervalo $[-1,1]$. Normalmente, \tilde{A}_s é melhor condicionada que \tilde{A}_w . Além disso, os métodos de fatoração se apresentam mais estáveis sobre \tilde{A}_s (Knight et al., 2014).

A condição numérica para a inversão de uma matriz pode ser estimada por meio da função **cond** nativa do software MATLAB. Se o resultado de **cond** for próximo de 1, a matriz é bem condicionada, ou seja, possui baixa sensibilidade ao cálculo da inversa. À medida que o resultado de **cond** incrementa, a condição numérica da matriz piora, tornando-se mal condicionada e, portanto, sensível ao cálculo inverso.

A Figura A.2(a) apresenta a distribuição dos elementos de uma matriz \tilde{A}_w com condição numérica **cond**= $2.3 \cdot 10^8$. Por outro lado, a Figura A.2(b) apresenta a distribuição dos elementos de \tilde{A}_s com condição numérica de **cond**= $2.6 \cdot 10^6$. A redução de **cond** indica que o processo de escalonamento conduz a melhorias na condição numérica de \tilde{A}_s . Nota-se que a quantidade (nz) e distribuição dos elementos é mantida.

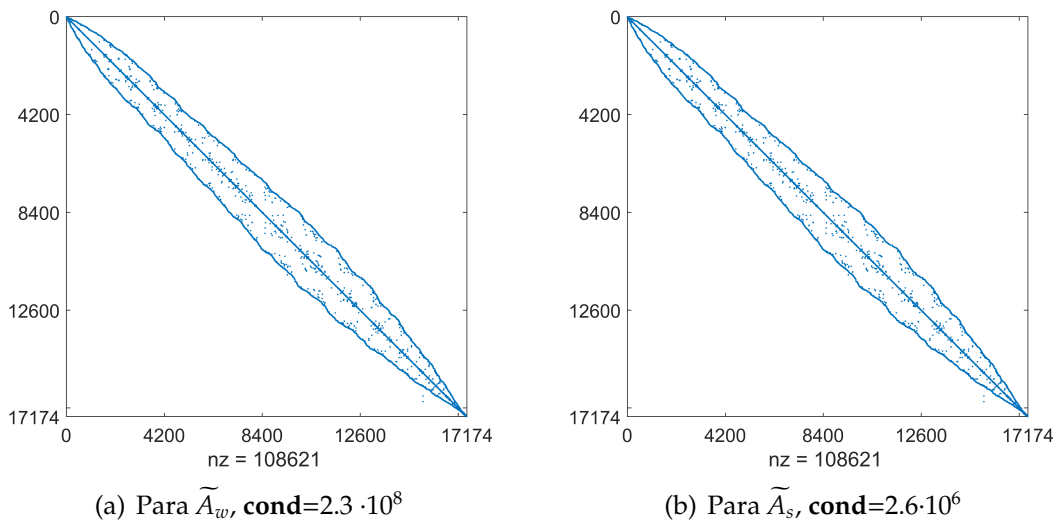


Figura A.2: Distribuição e condição numérica, antes e depois do escalonamento.

A.3 Fatoração LU

A matriz \tilde{A}_s é decomposta em duas matrizes: uma triangular inferior \tilde{L} e, outra triangular superior \tilde{U} , de modo que, $\tilde{A}_s = \tilde{L}\tilde{U}$. O processo de fatoração requer que todos os elementos da diagonal principal de \tilde{A}_s sejam não nulos. O Algoritmo 14 apresenta a fatoração LU.

Algoritmo 14: Fatoração LU. Adaptado de (Saad, 2003)**Dados:** Matriz \tilde{A}_s ;Número de filas N ;**Resultado:** Matriz triangular inferior \tilde{L} e superior \tilde{U} ;

1. $\tilde{L} \leftarrow \tilde{I}_n$; ▷ Identidade de tamanho N
2. **para** $k = 1, \dots, N - 1$ **faça**
3. **para** $i = k + 1, \dots, N$ **faça**
4. $\tilde{L}_{(i,k)} = \tilde{A}_{s(i,k)} / \tilde{A}_{s(k,k)}$;
5. **para** $j = k + 1, \dots, N$ **faça**
6. $\tilde{A}_{s(i,j)} = \tilde{A}_{s(i,j)} - \tilde{L}_{(i,k)} \tilde{A}_{s(k,j)}$;
- fim**
- fim**
- fim**
7. $\tilde{U} \leftarrow \text{triUp}(\tilde{A}_s)$; ▷ Matriz triangular superior

No passo 1 do Algoritmo 14, a matriz \tilde{L} é inicializada com a matriz identidade \tilde{I}_n . Os elementos da diagonal \tilde{L} não se alteram, ou seja, permanecem iguais a 1. Em seguida, a fatoração é derivada do método de eliminação de Gauss, conforme os passos 4 e 6.

No passo 7, a matriz \tilde{U} é extraída da matriz triangular superior de \tilde{A}_s . Perceba-se que os elementos de \tilde{U} são originados no passo 6.

A Figura A.2 apresenta a fatoração LU obtida para a matriz exemplo \tilde{A}_s . A Figura A.3(a) exibe a distribuição dos elementos de \tilde{L} , enquanto a matriz \tilde{U} é mostrada na Figura A.3(b). O número total de elementos em \tilde{L} e \tilde{U} é de 454457. Esse valor é muito maior que o número de elementos de \tilde{A}_s (108621). Vale destacar que os elementos das matrizes não extrapolam a largura de banda de \tilde{A}_s (ou seja, a largura de banda é preservada).

Por fim, a fatoração é tipicamente utilizada para inversão de matrizes, contudo, neste caso, sua aplicação visa acelerar a convergência do GMRES através da construção aprimorada do espaço de Krylow.

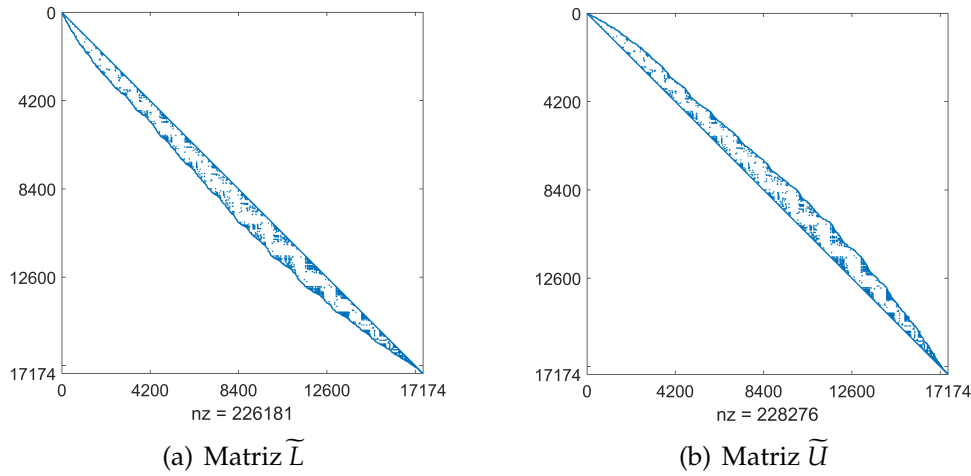


Figura A.3: Fatoração LU de \tilde{A}_s

A.4 Método dos Resíduos Mínimos Generalizados - GMRES

O GMRES objetiva a minimização da norma do resíduo $\bar{r} = \bar{b}_s - \tilde{A}_s \bar{x}_s$, em um subespaço ou conjunto de vetores, da seguinte forma:

$$K_m(\tilde{A}_s, \bar{r}_0) = \text{span} \{ \bar{r}_0, \tilde{A}_s \bar{r}_0, \tilde{A}_s^2 \bar{r}_0, \dots, \tilde{A}_s^{m-1} \bar{r}_0 \}$$

sendo, $\bar{r}_0 = \bar{b}_s - \tilde{A}_s \bar{x}_0$ o vetor do resíduo inicial e, K_m o subespaço na m -ésima iteração. O espaço de Krylov K é entendido como o espaço de busca ou de aproximações candidatas.

A condição de Petrov-Galerkin estabelece que o resíduo deve ser ortogonal ao conjunto de restrições $\mathcal{L} = \tilde{A}_s K$. Sendo assim, o GMRES soluciona um problema do tipo:

$$\text{encontre } \bar{x}_s \in K; \text{ tal que: } \bar{b}_s - \tilde{A}_s \bar{x}_s \perp \mathcal{L}$$

Para que o subespaço K seja ortogonal é usado o procedimento de Gram-Schmidt, também conhecido como processo de Arnoldi. A base ortonormal (para construir K) é formada pelos vetores v , onde o primeiro vetor é dado por, $\bar{v}_1 = \bar{r}_0 / \|\bar{r}_0\|$.

A convergência do GMRES é fortemente influenciada pela construção do subespaço de Krylov K . Para aprimorá-lo, é aplicado o pré-condicionador $\tilde{M} = \tilde{L}\tilde{U}$ da seguinte forma:

$$K_m = \text{span} \{ \bar{r}_0, \tilde{M}^{-1} \tilde{A}_s \bar{r}_0, \dots, (\tilde{M}^{-1} \tilde{A}_s)^{m-1} \bar{r}_0 \}$$

Neste trabalho, o pré-condicionador é aplicado do lado esquerdo do sistema linear, de forma que o sistema assume a seguinte forma: $\widetilde{M}^{-1}\widetilde{A}_s\bar{x}_s = \widetilde{M}^{-1}\bar{b}_s$. O Algoritmo 15 apresenta o GMRES com pré-condicionamento à esquerda e restauração do processo iterativo. A restauração é recomendada devido ao alto custo computacional do processo de ortogonalização, que aumenta consideravelmente ao longo das iterações. Por tal motivo, o algoritmo GMRES é restaurado a cada m iterações (Crow, 2010).

A teoria sobre o GMRES define que a matriz \widetilde{H} é do tipo Hessenberg dada por: $\widetilde{H} = \widetilde{V}^T\widetilde{M}^{-1}\widetilde{A}_s\widetilde{V}$. No entanto, no Algoritmo 15, essa matriz torna-se uma matriz triangular superior por meio de rotações sobre \widetilde{H} , bem como do vetor \bar{s} (Saad, 2003). Isto é realizado para substituir a resolução do problema de mínimos quadrados, sendo apenas necessário a resolução trivial de \bar{y} no sistema triangular do passo 22. A estratégia de rotação é apresentada como uma implementação eficiente do GMRES (Crow, 2010).

A solução \bar{x}_s é atualizada quando o erro, após da rotação, seja menor a uma tolerância $\varepsilon_s \leq \varepsilon$. Essa condição é alcançada quando a norma de \bar{w} é próxima de zero, isto indica que na j -ésima iteração, o espaço de krylov K_j é invariante no espaço $\widetilde{M}^{-1}\widetilde{A}_s$.

Algoritmo 15: GMRES com pré-condicionamento à esquerda e restauração. Adaptado de (Crow, 2010)

Dados: Matriz \widetilde{A}_s ;
 Vetor de constantes \bar{b}_s ;
 Solução inicial \bar{x}_s ;
 Pré-condicionador $\widetilde{M} = \widetilde{L}\widetilde{U}$;
 Número de restaurações k_{rest} ;
 Número para restauração m ;
 Tolerância para convergência ε ;

Resultado: Solução \bar{x}_s ;

1. $k \leftarrow 0$; ▷ inicialização
2. $e_1 \leftarrow [1, 0, \dots, 0]^T$;
3. $\bar{r} \leftarrow \widetilde{M}^{-1}(\bar{b}_s - \widetilde{A}_s\bar{x}_s)$;
4. **se** $k \leq k_{max}$ e $\|\bar{r}\| > \varepsilon$ **então**
5. $\bar{s} = [0, 0, \dots, 0]$;
6. $j \leftarrow 1$;
7. $\bar{v}_j = \bar{r} / \|\bar{r}\|$;
8. $\bar{s}_j = \|\bar{r}\| e_1$;
9. $k = k + 1$; ▷ fim inicialização

fim

-
-
9. enquanto $j = 1, \dots, m$ faça
 11. $\bar{w} = \tilde{M}^{-1} \tilde{A}_s \bar{v}_j$; ▷ ortogonalização
 12. para $i = 1, \dots, j$ faça
 13. $\tilde{H}_{(i,j)} = \bar{w}^T \bar{v}_{(i)}$;
 14. $\bar{w} = \bar{w} - \tilde{H}_{(i,j)} \bar{v}_{(i)}$;
 - fim
 15. $\tilde{H}_{(j+1,j)} = \|\bar{w}\|$;
 16. $\bar{v}_{j+1} = \bar{w} / \|\bar{w}\|$; ▷ fim ortogonalização
 17. $\begin{bmatrix} \tilde{H}_{(i,j)} \\ \tilde{H}_{(i+1,j)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{cs}_{(i)} & \overline{sn}_{(i)} \\ -\overline{sn}_{(i)} & \overline{cs}_{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{H}_{(i,j)} \\ \tilde{H}_{(i+1,j)} \end{bmatrix}$ para $i = \{1, \dots, j-1\}$; ▷ rotação
 18. $\overline{cs}_{(i)} = \frac{\tilde{H}_{(j,i)}}{\sqrt{\tilde{H}_{(j+1,i)}^2 + \tilde{H}_{(j,i)}^2}}$;
 - $\overline{sn}_{(i)} = \frac{\tilde{H}_{(j+1,i)}}{\sqrt{\tilde{H}_{(j+1,i)}^2 + \tilde{H}_{(j,i)}^2}}$;
 19. $\bar{s}_{(j)} = \overline{cs}_{(j)} \bar{s}_{(j)}$;
 - $\bar{s}_{(j+1)} = -\overline{sn}_{(j)} \bar{s}_{(j)}$;
 - $\varepsilon_s = |\bar{s}_{(j+1)}|$;
 20. $\tilde{H}_{(j,j)} = \overline{cs}_{(j)} \tilde{H}_{(j,j)} + \overline{sn}_{(j)} \tilde{H}_{(j+1,j)}$;
 - $\tilde{H}_{(j+1,j)} = 0$; ▷ fim rotação
 21. se $\varepsilon_s \leq \varepsilon$ então ▷ teste aproximação
 22. encontre \bar{y} para $\tilde{H} \bar{y} = \bar{s}$;
 23. $\bar{x}_s = \bar{x}_s - \tilde{V} \bar{y}$;
 24. $\bar{r} = \bar{b}_s - \tilde{A}_s \bar{x}_s$;
 25. se $\|\bar{r}\| \leq \varepsilon$ então
 26. **Convergiu, finalizar algoritmo;**
 - fim
 - fim
 27. $j = j + 1$;
 28. se $j = m$ & $\varepsilon_s > \varepsilon$ então ▷ restauração
 29. encontre \bar{y} para $\tilde{H} \bar{y} = \bar{s}$;
 30. $\bar{x}_s = \bar{x}_s - \tilde{V} \bar{y}$;
 31. $\bar{r} = \bar{b}_s - \tilde{A}_s \bar{x}_s$;
 32. voltar ao passo 4;
 - fim
 33. fim

A.5 Solução do Sistema Linear

A solução \bar{x}_s é escalonada da seguinte maneira:

$$\bar{x}_w = \tilde{E} \bar{x}_s$$

onde \tilde{E} é uma matriz diagonal obtida no processo de escalonamento. Finalmente, os elementos de \bar{x}_w são ordenados usando o vetor de permutação \bar{w} . Dessa forma, a solução \bar{x} do sistema linear $\tilde{A} \bar{x} = \bar{b}$ é obtida a seguir:

$$\bar{x}_{(\bar{w})} = \bar{x}_w$$