DISSERTAÇÃO DE MESTRADO Nº 847

### RECONFIGURAÇÃO EFICIENTE DE REDES PRIMÁRIAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA PARA REDUÇÃO DE PERDAS TÉCNICAS

Mateus Antunes Oliveira Leite

DATA DA DEFESA: 15/12/2014

### Universidade Federal de Minas Gerais

### Escola de Engenharia

### Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

### RECONFIGURAÇÃO EFICIENTE DE REDES PRIMÁRIAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA PARA REDUÇÃO DE PERDAS TÉCNICAS

Mateus Antunes Oliveira Leite

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. João Antônio de Vasconcelos

Belo Horizonte - MG

Dezembro de 2014

L533r	Leite, Mateus Antunes Oliveira. Reconfiguração eficiente de redes primárias de distribuição de energia elétrica para redução de perdas técnicas [manuscrito] / Mateus Antunes Oliveira Leite. – 2014. xi, 76 f., enc.: il.
	Orientador: João Antônio de Vasconcelos.
	Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.
	Apêndices: f. 65-71.
	Bibliografia: f. 72-76.
	<ol> <li>Engenharia elétrica - Teses. 2. Carga e distribuição elétrica - Teses.</li> <li>Energia elétrica - Distribuição - Teses. 4. Sistemas de energia elétrica - Teses. I. Vasconcelos, João Antônio de. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.</li> </ol>
	CDU: 621.3(043)

"Reconfiguração Eficiente de Redes Primárias de Distribuição de Energia Elétrica para Redução de Perdas Técnicas" Mateus Antunes Oliveira Leite Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica. Aprovada em 15 de dezembro de 2014. Por: Prof. Dr. João Antônio de Vasconcelos DEE (UEMG) - Orientador Prof. Dr. Lucas de Šouza Batista dee (ufmg) Prof. Dr. Cristiano Leite de Castro DÉE (UFMG) Prof. Dr. Carlos Henrique Nogueira de Resende Barbosa DCEA (UFOP)

## UF MG Universidade Federal de Minas Gerais Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

## Reconfiguração Eficiente de Redes Primárias de Distribuição de Energia Elétrica para Redução de Perdas Técnicas

Mateus Antunes Oliveira Leite

Texto da dissertação de mestrado a ser submetido à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. João Antônio de Vasconcelos

Belo Horizonte, 21 de novembro de 2014

# Dedicatória

Aos meus pais, pelo apoio incondicional. Aos meus amigos, pelo companheirismo.

# Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, ao Professor João Antônio de Vasconcelos pela orientação e pelas oportunidades de crescimento que me foram dadas.

Agradeço à toda a equipe do Laboratório de Computação Evolucionária pela amizade.

Agradeço à toda equipe do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFMG pela oportunidade de desenvolver esse trabalho.

Agradeço à FAPEMIG pelo apoio financeiro.

Agradeço à ANEEL e à CEMIG pela oportunidade de participar do "P&D317: Sistemas de distribuição de energia elétrica auto-reconfiguráveis: contingenciamento e otimização".

# Sumário

Re	esumo	0	v
Ał	ostrac	rt	vi
Li	sta de	e Figuras	vii
Li	sta de	e Tabelas	viii
Li	sta de	e Símbolos	ix
Li	sta de	e Abreviações	xi
1	Intro 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5	OduçãoO Sistema de PotênciaReconfiguração de Redes de Distribuição PrimáriaRevisão BibliográficaContribuiçõesOrganização do Texto	1 1 3 6 9 10
2	Teon 2.1 2.2 2.3 2.4 2.5 2.6	ia dos GrafosIntroduçãoDefiniçõesRepresentação ComputacionalÁrvores2.4.1Busca em Árvores2.4.2Número de Árvores GeradorasBase Cíclica2.5.1Determinação da Base Cíclica FundamentalConclusão	<b>11</b> 11 12 14 15 17 20 22 26
3	Flux 3.1 3.2 3.3 3.4	t <b>o de Potência</b> Introdução	27 27 28 34 38

4	4 Metodologia 39		
	4.1	Introdução	39
	4.2	Algoritmos Genéticos	39
	4.3	Algoritmo Proposto	41
		4.3.1 Pré-processamento dos Dados	42
		4.3.2 Representação do Indivíduo	43
		4.3.3 Avaliação	44
		4.3.4 Operadores	45
		4.3.5 Busca Local	50
	4.4	Conclusão	53
5	Resu	altados e Discussões	54
	5.1	Considerações Iniciais	54
	5.2	Resultados	57
	5.3	Comparação dos Resultados	61
	5.4	Discussão	62
6	Con	clusão	63
Ar	nexos		65
A	Dad	os dos Sistemas Utilizados para Testes	65
Re	ferêr	icias Bibliográficas	76

### Resumo

O processo de reconfiguração de sistemas primários de distribuição de energia elétrica, apresentado nesse trabalho, consiste em determinar o estado operado dos equipamentos presentes na rede de modo que o montante de perdas técnicas final seja inferior ao inicial. Restrições operativas devem ser atendidas durante todo o processo.

O problema descrito apresenta elevada complexidade advinda de sua natureza combinatória, discreta e não diferenciável. Segundo a literatura, algoritmos com custo computacional polinomial não são conhecidos. Portanto, a utilização de computação evolucionária para tal aplicação torna-se atrativa.

O presente trabalho introduz um algoritmo genético munido de uma codificação desenvolvida para abordar tal problema. Dificuldades apresentadas na literatura, como a manutenção da factibilidade topológica das redes e redução do espaço de busca são discutidas. Um eficiente algoritmo de fluxo de potência para sistemas radiais é apresentado e suas capacidades estendidas para topologias fracamente malhadas.

Por fim, a metodologia desenvolvida é comparada com três outros trabalhos apresentados na literatura. Os resultados encontrados sugerem que o método proposto está entre os melhores conhecidos para a solução do problema de reconfiguração de sistemas primários de distribuição.

## Abstract

The Reconfiguration of Primary Distribution Systems is the process of determining which equipments of a certain network will be closed and which ones will be opened to reduce the amount of power losses. Operational restrictions must be met during the entire process.

This problem presents high complexity due to its combinatorial, discrete and non differentiable nature. According to the literature, no polynomial time algorithm for this purpose is known. Therefore, the application of evolutionary computation seems reasonable.

This work introduces a specific genetic algorithm provided with an codification designed to solve the problem. Some difficulties reported in the literature as the main-tenance of feasibility and search space reduction are discussed. An efficient power flow algorithm for radial systems is presented and extended to weakly meshed networks.

Lastly, the developed methodology is compared with three others reported in the literature. The results suggest that the proposed method is among the best ones on dealing with the reconfiguration problem.

# Lista de Figuras

1.1	Exemplo de transferência de carga entre alimentadores adjacentes	4
2.1 2.2 2.3	Representação geométrica de um grafo Exemplo de lista de adjacências Exemplo de grafo numerado segundo a busca em profundidade	12 14 16
2.4 2.5	Éxemplo de grafo numerado segundo a busca em largura	18
2.5	Exemplo de base cíclica de um grafo	20
2.7	Sistema exemplo para cálculo de base cíclica	23
2.8	Obtenção de uma árvore geradora de um grafo	24
2.9	Processo de identificação dos ciclos fundamentais de um grafo	25
3.1	Sistema exemplo em sua configuração original	28
3.2	Sistema exemplo com IDs reordenados	29
3.3	Sistema exemplo com inserção de dois novos ramos	34
3.4	Analise de esparsidade da matriz $Z_{eq}$	37
4.1	Fluxograma de um algoritmo genético simples	40
4.2	Fluxograma do algoritmo genético implementado para reconfiguração	
	de redes de distribuição primária de energia elétrica	42
4.3	Exemplo de aglutinação de alimentadores	43
4.4	Indivíduo codificado pelo vetor [2 4 6 8 12]	44
4.5	Exemplo de geração de indivíduo radial aleatório	47
4.6	Configurações utilizadas para ilustrar o processo de cruzamento	48
4.7	Exemplo de cruzamento de dois indivíduos	49
4.8	Exemplo utilizado na busca local	50
5.1	Configuração original do sistema de 14 barras	55
5.2	Configuração original do sistema de 33 barras.	56
5.3	Configuração original do sistema de 136 barras.	56
5.4	Perfil de tensão do sistema de 14 barras.	58
5.5	Perfil de tensão do sistema de 33 barras.	58
5.6	Pertil de tensao do sistema de 136 barras. $\dots$ 141	59
Э./ Е О	Configuração de menor perda obtida para o sistema de 14 barras.	59
5.8 5.0	Configuração de menor perda obtida para o sistema de 136 barras	6U
5.9	Comiguração de menor perda obtida para o sistema de 33 barras	01

# Lista de Tabelas

1.1	Classificação dos níveis de tensão para sistemas de distribuição primários	3
5.1	Tamanho do espaço de busca	55
5.2	Limite Inferior de Perdas.	57
5.3	Parâmetros do algoritmo proposto	57
5.4	Resultados obtidos para a média de 30 execuções	58
5.5	Comparação do Número de Avaliações da Função Objetivo	62
A.1	Dados do sistema de 14 Barras	65
A.2	Dados do sistema de 33 barras	66
A.3	Dados do sistema de 136 barras	67
A.3 A.3	Dados do sistema de 136 barras	67 68
A.3 A.3 A.3	Dados do sistema de 136 barrasDados do sistema de 136 barrasDados do sistema de 136 barrasDados do sistema de 136 barras	67 68 69
A.3 A.3 A.3 A.3	Dados do sistema de 136 barras	67 68 69 70

## Lista de Símbolos

Vetor de correntes em todos os ramos do sistema;  $B_i$ Corrente elétrica em um vão do sistema;  $B_1$ Limite inferior de uma variável;  $B_u$ Limite superior de uma variável; Ampacidade de um vão do sistema; Bamp Matriz de ciclos de um grafo; Matriz de graus; Conjunto de arestas de um grafo; Função de aptidão de uma solução candidata; Matriz identidade; Vetor de correntes consumidas pelas cargas; Número de bits utilizado para representar uma variável de otimização; Matriz Laplaciana; М Matriz de incidências; Perda de potência ativa;  $P_0$ Mínima perda de potência para uma topologia; Número de arestas a ser removido de um grafo para se obter uma árvore;  $R_i$ Resistência de um vão do sistema; R Conjunto de topologias radiais de um grafo G;  $\Omega_i$ Função binária que indica a pertinência de um determinado vão em um grafo;  $\mathcal{T}$ Subgrafo gerador de *G*; Conjunto de vértices de um grafo;  $\overline{V}$ Vetor de tensão nos pontos elétricos do sistema;  $V_i$ Tensão na barra *i* do sistema; Tensão na subestação;  $V_R$  $V_{min}$ Limite inferior da faixa de tensão considerada adequada;  $V_{max}$ Limite superior da faixa de tensão considerada adequada; Matriz de impedâncias do sistema;

Ã

 $\overline{B}$ 

 $\widetilde{C}$ 

 $\widetilde{D}$ 

Ε

 $\mathcal{F}$ 

 $\widetilde{\mathfrak{I}}$ 

Ī

1

 $\widetilde{L}$ 

Р

R

V

 $\widetilde{Z}$ 

Matriz de adjacências;

x

# Lista de Abreviações

CEMIG	Companhia Energética de Minas Gerais;
ID	Identificador;
NA	Normalmente aberto;
NF	Normalmente fechado;
SDEE	Sistema de Distribuição de Energia Elétrica,
SEP	Sistema Elétrico de Potência;

## Introdução

### 1.1 O Sistema de Potência

Denomina-se de Sistema Elétrico de Potência (SEP) a estrutura responsável por realizar a geração, transmissão e distribuição de energia elétrica em escala nacional e regional, apresentando importância fundamental no desenvolvimento de um país (Fuchs, 1997). Frequentemente, economistas utilizam o consumo de energia elétrica e a taxa de crescimento desse valor como indicadores do desenvolvimento de uma nação, haja vista que eles podem ser relacionados diretamente com a produção industrial e poder aquisitivo da população.

Classicamente, o SEP é dividido em quatro estruturas verticais: geração, transmissão, subtransmissão e distribuição. Uma breve descrição de cada uma delas é apresentada nos parágrafos seguintes.

O sistema de geração é composto por elementos que realizam a conversão de uma fonte primária de energia presente na natureza em energia elétrica. Exemplos de fontes primárias são a luz solar, carvão vegetal, energia cinética do vento e a energia potencial da água. Sendo assim, fazem parte da matriz energética as usinas hidrelétricas, termoelétricas, nucleares, parques eólicos e solares.

Ao sistema de transmissão cabe a responsabilidade de transmitir energia entre os centros geradores e os pontos de consumo. Isso se faz necessário uma vez que as condições naturais propícias à geração de energia de maneira economicamente viável ocorrem frequentemente distantes dos centros consumidores. Para assegurar confiabilidade ao sistema, não é incomum a existência de linhas de transmissão que interconectam regiões distintas de um país, possibilitando, assim, a troca de energia em caso de condições adversas em determinadas áreas. Esse sistema apresenta o maior nível de tensão dentre toda a estrutura do SEP e é, normalmente, conectado às centrais geradoras por meio de transformadores elevadores. A conexão entre o sistema de transmissão e o de subtransmissão é realizada por meio de subestações regionais. Normalmente, esse sistema opera com tensões inferiores às da transmissão. Sua responsabilidade é o transporte da energia entre subestações regionais e subestações locais, onde a interconexão com os sistemas de distribuição é realizada.

Por fim, os sistemas de distribuição de energia elétrica (SDEE) são responsáveis por transportar a energia entre uma subestação local e o consumidor final. Como exemplo de tais consumidores citam-se residências, repartições públicas, comércio e hospitais. Desse modo, esse sistema está presente em toda a extensão dos centros urbanos e em regiões rurais. Cada um dos ramais derivados de uma subestação denomina-se alimentador. Deve-se destacar que o sistema de distribuição não é o único que alimenta diretamente os consumidores. Instituições que necessitam de quantidades elevadas de energia podem ser conectadas diretamente aos sistemas de subtransmissão ou, em alguns casos, ao sistema de transmissão.

Os sistemas brasileiros de distribuição primária operam, normalmente, com tensão nominal de 13,8 kV. Entretanto, esse valor pode variar entre diferentes concessionárias de energia e regiões do país. Essa estrutura é conectada ao sistema de distribuição secundária por meio de transformadores abaixadores, cuja tensão nominal no lado de baixa é, normalmente, de 220 V. Da mesma forma que no sistema primário, esses valores podem variar entre diferentes regiões.

Os sistemas de transmissão de energia elétrica têm sido largamente estudados e analisados. Técnicas para modelagem de fluxo de potência, cálculo de curto-circuito e de estabilidade eletromecânica, foram desenvolvidas e implementadas para monitorar, planejar e operar tal estrutura (Tinney e Hart, 1967) (Monticelli et al., 1982) (Glover et al., 2011).

Os sistemas de distribuição de energia, por sua vez, não foram objeto de grande volume de estudos, tendo em vista que os níveis de tensão e potência apresentados são muito inferiores aos do sistema de transmissão (Kersting, 2002). Entretanto, o atual crescimento da demanda em centros urbanos e o desenvolvimento de conceitos relacionados às chamadas *smart grids*, contribuem para a alteração desse cenário. Além disso, órgãos reguladores do governo impõem regulamentação sobre níveis aceitáveis de tensão, perdas e interrupções no fornecimento de energia elétrica (ANEEL, 2013) (ANEEL, 2011). A classificação dos níveis de tensão pode ser consultada na Tabela 1.1.

Classificação	Faixa de Tensão
Adequada	0,93 pu < V < 1,05 pu
Precária	0,90 pu < V < 0,93 pu
Crítica	V < 0,90 pu ou V > 1,05 pu

Tabela 1.1: Classificação dos níveis de tensão para sistemas de distribuição primários

### 1.2 Reconfiguração de Redes de Distribuição Primária

Por questões relacionadas ao custo operativo, à limitação das correntes de curtocircuito e à simplicidade da coordenação da proteção e do isolamento, os sistemas primários são usualmente operados em estrutura radial (Gönen, 1986). Isso significa que existe apenas um caminho para o fluxo de potência entre a subestação e cada consumidor final. Melhor dito, não existem ciclos no sistema e todas as suas barras encontram-se normalmente energizadas. Definições formais para esses termos são apresentadas no Capítulo 2. No presente momento, uma compreensão intuitiva de seu significado é suficiente.

Apesar de tal condição operativa, existem equipamentos de manobra normalmente abertos (NA) nas redes que possibilitam a conexão entre diferentes alimentadores ou entre trechos distintos de um mesmo alimentador. Tais equipamentos podem ser utilizados para a restauração da energia em partes do sistema que foram desconectadas devido à ocorrência de faltas, a exemplo de um curto-circuito, ou uma transferência cargas entre alimentadores.

Pela definição de topologia radial, pode-se constatar que a manobra de qualquer equipamento normalmente aberto implica na formação de um ciclo. Entretanto, a existência de chaves normalmente fechadas (NF) no sistema permite que a radialidade possa ser restaurada por meio da abertura de alguma chave desse tipo. Pode-se, portanto, concluir que as manobras realizadas durante o processo de reconfiguração ocorrem em pares: fechamento de uma chave NA seguida da abertura de uma chave NF.

Para que o conceito apresentado torne-se mais claro, a Figura 1.1 mostra o estado inicial e final da transferência de carga entre dois alimentadores adjacentes. A barra denominada 1 representa a subestação. Deve-se destacar que a topologia final e todos os estados intermediários devem atender aos limites de corrente impostos pela proteção e aos limites de tensão estipulados por órgãos reguladores.



Figura 1.1: Exemplo de transferência de carga entre alimentadores adjacentes

Pode-se resumir o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição primária de energia elétrica como sendo o processo de se determinar um conjunto de manobras que devem ser realizadas sobre a rede de modo a se satisfazer todas as restrições operativas com a finalidade de se obter uma nova estrutura operacional que seja melhor que a anterior. Deve-se, pois, definir qual será o critério utilizado para mensurar a qualidade de uma topologia.

Em Das (2006), o autor apresenta quatro objetivos distintos a serem minimizados: perda de potência ativa, desvio da tensão nominal das barras, limite superior de corrente nos ramos e desbalanceamento de carga entre os alimentadores. Abordagem similar é adotada em Barbosa et al. (2013). Diversos trabalhos na literatura utilizam somente as perdas técnicas como objetivo a ser minimizado (Baran e Wu, 1989) (Civanlar et al., 1988) (Wang e Gao, 2013). Define-se como perdas técnicas o montante de potência dissipada devido ao efeito Joule nos cabos do sistema. Normalmente, esse valor é obtido por meio de simulações computacionais que utilizam modelos matemáticos. Outro tipo de perda identificada pode ser atribuído às conexões não autorizadas no sistema de distribuição (ANEEL, 2011) (Aguero, 2012). O presente trabalho também utiliza tal abordagem.

Matematicamente, a função objetivo do problema (Montante de perdas técnicas) é dada pela Equação (1.1). Nela,  $R_i$  representa a impedância do vão *i* do sistema e  $B_i$  representa a corrente que flui através desse mesmo vão. Tal notação é utilizada para manter a consistência com aquela empregada no fluxo de potência apresentado no Capítulo 3. A função  $\Omega$  possui imagem binária e seu resultado é nulo quando o vão *i* encontra-se aberto para a topologia analisada e unitário caso contrário. Por fim, a variável  $\mathcal{T}$  representa uma topologia qualquer do sistema.

$$P(\mathcal{T}) = \sum_{\forall i} R_i |B_i(\mathcal{T})|^2 \Omega_i(\mathcal{T})$$
(1.1)

A Equação (1.1) assume implicitamente que a perda de potência por meio da admitância *shunt* da linha e por correntes de fuga são muito inferiores às perdas devido ao efeito Joule nos cabos. Portanto, tais termos não são analisados para se avaliar a qualidade de uma solução. Isso torna o processo suficientemente acurado e elimina complicações adicionais associadas à complexidade dos modelos.

Matematicamente, a formulação do problema de otimização pode ser escrita como apresentada na Equação (1.2). Nela,  $V_{min}$  e  $V_{max}$  representam, respectivamente, os limites inferior e superior de tensão tidos como adequados ao sistema.  $V_j$  representa a tensão na barra de índice *j*. Da mesma forma,  $B_{amp}$  e  $B_i$  representam a ampacidade e a corrente que flui através das linhas do sistema. Destaca-se que o valor da ampacidade depende da corrente de atuação da proteção em cada um dos vãos. Caso um determinado vão não apresente um equipamento de proteção, sua ampacidade é considerada igual à ampacidade do cabo. Por fim,  $\mathcal{T}$  e  $\mathcal{R}$  representam, respectivamente, uma topologia particular do sistema e o conjunto de todas as topologias radiais. O número de barras no sistema é designado por  $N_b$  e o número de ramos por  $N_r$ .

$$\mathcal{T} = \underset{\mathcal{T}}{\operatorname{argmin}} \sum_{\forall i} R_i |B_i(\mathcal{T})|^2 \Omega_i(\mathcal{T})$$
  
Sujeito a:  
$$V_{min} \leq V_j \leq V_{max} \quad j = 1, \dots, N_b$$
  
$$B_i \leq B_{amp_i} \quad i = 1, \dots, N_r$$
  
$$\mathcal{T} \in \mathcal{R}$$
  
(1.2)

Na Seção 2.4.2, é apresentada uma forma de se determinar exatamente quantas estruturas radiais possíveis existem para uma dada rede de distribuição de energia ( $|\mathcal{R}|$ ). Isso se mostra muito útil, uma vez que permite conhecer exatamente o tamanho do espaço de busca antes de se iniciar o processo de reconfiguração.

Segundo Swarnkar et al. (2011), o problema descrito é altamente complexo, combinatório em natureza, não diferenciável, cuja restrição de radialidade implica em dificuldades adicionais no tratamento de estruturas de médio e grande porte.

#### **1.3 Revisão Bibliográfica**

A Seção anterior contém uma breve introdução ao problema da reconfiguração de SDEEs para a redução de perdas técnicas. Entretanto, nenhuma metodologia para lidar com o problema foi discutida. Sendo assim, essa seção se destina a realizar uma revisão bibliográfica juntamente com uma análise crítica sobre as diferentes metodologias apresentadas na literatura.

Destaca-se que a presente revisão foca somente no desenvolvimento de metodologias e algoritmos de reconfiguração. Desenvolvimentos relacionados a fluxo de potência, teoria dos grafos e computação evolucionária não são apresentados nessa seção. Escolheu-se por apresentar os trabalhos relevantes a esses tópicos nos capítulos posteriores quando for pertinente.

Existem três abordagens distintas para a solução do problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia: métodos heurísticos, aplicação de computação evolucionária e abordagens mistas (Ababei e Kavasseri, 2011) (Carreno et al., 2008).

Atribui-se a Merlin e Back (1975) o primeiro trabalho relacionado à redução de perdas em SDEEs por meio da alteração topológica do sistema. Esse trabalho culminou com a proposição de diversos métodos heurísticos para a solução do problema de reconfiguração.

Em Civanlar et al. (1988), uma fórmula utilizada para aproximar a variação do valor de perdas resistivas em um sistema, dada a transferência parcial de cargas entre alimentadores adjacentes, é apresentada. Sua validade é constatada por resultados exatos obtidos por um fluxo de potência para corrente alternada que atinge elevado grau de concordância. Tal expressão é utilizada para se determinar qual deve ser o percentual de cargas alocadas em cada um dos alimentadores. Segundo os autores, o método apresenta complexidade computacional suficientemente reduzida para ser utilizado em aplicações de tempo real. Entretanto, a técnica apresentada realiza simplificações que podem levar a metodologia a localizar uma solução subótima.

Em Shirmohammadi e Hong (1989), os autores apresentam uma solução heurística que parte de uma rede completamente malhada e, iterativamente, selecionam-se arestas do sistema para serem abertas, levando, ao fim do processo, a uma estrutura radial. Para tal, utiliza-se um fluxo de potência para redes fracamente malhadas para se determinar qual aresta do sistema contém o menor valor de corrente e, consequentemente, representa uma boa candidata para a abertura. Esse método apresenta pequeno custo computacional, sendo possível aplicá-lo tanto no processo de planejamento quanto na operação dos sistemas. Entretanto, o procedimento pode eventualmente escolher arestas que resultem na perda de conectividade da rede e, portanto, deve-se realizar um processo de validação da topologia gerada a cada iteração para garantir a factibilidade da mesma. Além disso, as simplificações adotadas e a metodologia apresentada, normalmente, conduzem a uma boa solução, porém subótima.

Em Baran e Wu (1989), os autores apresentam uma metodologia heurística para a redução de perdas em sistemas de distribuição por meio de uma busca que analisa as perdas após a alteração do estado operativo de um par de chaves. Para que o custo computacional possa ser reduzido, simplificações foram realizadas sobre o sistema aproximar o valor de perdas por meio de um fluxo de potência computacionalmente eficiente, porém inexato. A metodologia proposta foi comparada com algoritmos exatos de fluxo de potência e pôde-se mostrar que a simplificação desenvolvida mostrou-se robusta mesmo frente a sistemas com elevada queda de tensão e perdas.

Em Goswami e Basu (1992), os autores exploram as deficiências presentes no algoritmo de Shirmohammadi e Hong (1989) e apresentam uma heurística que busca obter resultados superiores. Realizou-se a análise da rede um ciclo por vez, de modo que o resultado obtido esteja mais próximo do estado operativo final do sistema. Três métodos para a escolha da chave a ser manobrada a cada iteração são apresentados.Todos os métodos convergiram para a mesma solução final no caso de teste utilizado.

Diferentemente da maioria das abordagens heurísticas que partem de uma estrutura totalmente malhada ou radial e realizam operações de abertura ou alternância de chaves, em DcDermott et al. (1999), os autores propõem um método que parte de um sistema completamente aberto e realiza o fechamento da chave que resulta no menor aumento das perdas. Um fluxo de potência aproximado é utilizado para realizar tal análise. Todavia, um fluxo exato é executado ao final de cada iteração para manter a acurácia do método. Para evitar a atração para mínimos locais, os autores utilizam uma estratégia de *backtracking* que realiza uma operação de comparação entre as diferentes

alternativas topológicas ao final de cada iteração do algoritmo. Comparado a outros métodos heurísticos, o número de cálculos de fluxo de potência é bastante elevado.

Em Nara et al. (1992) o autor apresenta uma das primeiras tentativas de aplicação de computação evolutiva para a solução do problema de reconfiguração de SDEEs por meio da utilização de um algoritmo genético. O autor utiliza uma codificação binária que indica o estado operado das chaves do sistema. As operações de geração, cruzamento e mutação são realizadas como em um algoritmo genético convencional e a otimização é tratada como um problema de caixa preta. Tal abordagem por ser uma das pioneiras na aplicação de algoritmos evolucionários, apresenta diversas desvantagens como a grande gama de indivíduos infactíveis que são produzidos pelos operadores genéticos. Entretanto, esse trabalho foi utilizado como base por diversos outros que desenvolveram algoritmos cada vez mais eficientes.

O problema do grande número de soluções infactíveis geradas por uma codificação binária dos sistemas de distribuição é reconhecido por Miranda et al. (1994) e uma nova codificação que produz somente soluções com o mesmo número de arestas abertas é proposta. Entretanto, a representação ainda é realizada por meio de um vetor binário o que torna a busca ineficiente quando comparada a abordagens mais modernas.

Em Zhu (2002) o autor apresenta uma alternativa às codificações apresentadas anteriormente em que somente as arestas abertas são representadas. Essa abordagem permite a representação mais eficiente para sistemas de grande porte devido à redução do tamanho do indivíduo codificado. Tal abordagem, apesar de apresentar uma melhoria sobre seus predecessores, não utiliza conhecimento específico sobre o problema para reduzir o espaço de busca.

Em Raidl e Julstrom (2003), os autores exploram principalmente as diferentes maneiras de se codificar grafos em forma de árvore. Um novo tipo de representação denominada *Edge Set* é introduzida. O trabalho apresenta uma vasta análise sobre diferentes abordagens presentes na literatura e calcula a probabilidade de se gerar determinados tipos especiais de topologia. Todavia, a proposta utilizada para se manter a radialidade requer a execução de sucessivas buscas em profundidade no sistema.

Uma nova abordagem para a representação de árvores foi introduzida por Mendoza et al. (2006). Nesse trabalho, o autor utiliza o conceito de ciclo fundamental de uma rede para determinar os possíveis estados radiais do sistema. Essa abordagem mostra-se bastante vantajosa, uma vez que o espaço de busca é sensivelmente reduzido quando comparado ao de uma representação binária. Entretanto, os autores não apresentam uma forma sistemática de se determinar os ciclos fundamentais do sistema. Além disso, a operação de cruzamento não garante a factibilidade das soluções produzidas.

Em Carreno et al. (2008) os autores apresentam uma codificação eficiente para a representação de árvores que garante a produção de soluções radiais em todos os momentos da otimização. Também é apresentado um método de busca local que pode ser utilizado para acelerar fortemente o processo de convergência do algoritmo. Contudo, a maneira pela qual a busca é implementada pode resultar em um número bastante elevado de avaliações em sistemas de grande porte.

O trabalho apresentado por Zhu et al. (2009) utiliza uma abordagem heurística para a reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica. Sendo assim, pode-se perceber como trabalhos que utilizam tal abordagem ainda estão presentes na literatura. Entretanto, a metodologia apresentada não foi capaz de localizar o ótimo global de um sistema relativamente simples.

Em Braz e Souza (2011), os autores discutem sobre o problema da possível infactibilidade de soluções, que é um fator que acomete a maioria das representações propostas até a data da publicação deste artigo. Utilizando o conceito de operações sobre laços dos sistemas são apresentadas. Essa abordagem implica necessariamente na factibilidade das soluções sobre a aplicação de determinados operadores.

Em Wang e Gao (2013) os autores apresentam um complexo algoritmo genético que evita produzir soluções anteriormente geradas pelo processo de busca. As operações genéticas são realizadas tendo como base os ciclos fundamentais do sistema e uma maneira sistemática de determiná-los é apresentada.

### 1.4 Contribuições

O presente trabalho apresenta duas contribuições inéditas para o contexto da reconfiguração de redes de distribuição primárias de energia elétrica.

Primeiramente, a generalização para redes fracamente malhadas de um eficiente algoritmo de fluxo de potência apresentado em Lisboa et al. (2014) foi realizada. As características de armazenamento e custo computacional do algoritmo original foram preservadas, mas sua aplicação foi estendida às redes com estrutura não radial por meio do cálculo de uma matriz de impedâncias equivalente. Um artigo que presenta essa formulação encontra-se, atualmente, em produção.

Em segundo lugar, a combinação de uma eficiente metodologia para representar árvores e uma busca local baseada em conhecimento do problema de reconfiguração culmina em algoritmo genético capaz de encontrar excelentes soluções com um número bastante reduzido de avaliações de fluxos de potência. As propriedades referentes aos operadores desenvolvidos são provadas matematicamente por meio da teoria dos grafos.

### 1.5 Organização do Texto

O primeiro capítulo contém uma breve apresentação do sistema de potência e a introdução ao problema da reconfiguração de redes de distribuição primária para redução de perdas técnicas. Apresentou-se uma revisão bibliográfica contendo trabalhos relevantes sobre o assunto.

Noções sobre teoria dos grafos, ferramenta que será fundamental para a compreensão da metodologia desenvolvida, são apresentadas no segundo capítulo. A apresentação de um algoritmo para a realização do fluxo de potência em redes de distribuição é realizada no terceiro capítulo. Uma generalização do algoritmo apresentado para redes fracamente malhadas é introduzida.

No quarto capítulo, introduz-se, de maneira breve, os algoritmos genéticos e a metodologia desenvolvida nesse trabalho. As decisões tomadas na implementação do algoritmo são explicadas em detalhes.

Os resultados obtidos pela aplicação da metodologia desenvolvida estão expostos no quinto capítulo. Para tal, três redes de distribuição de energia vastamente utilizadas na literatura são analisadas. Os resultados obtidos são comparados com os reportados em diferentes trabalhos.

Por fim, o sexto capítulo contém uma breve conclusão sobre o trabalho desenvolvido.

## **Teoria dos Grafos**

### 2.1 Introdução

Os SDEEs apresentam diversos pontos elétricos (cargas, transformadores, reguladores de tensão, reatores e bancos de capacitores) conectados por meio de cabos. Essa estrutura pode ser intuitivamente modelada como um grafo. Pode-se utilizar todo o instrumental desenvolvido nesse ramo da matemática e aplicá-lo em problemas práticos.

Este capítulo se dedica a explorar os conceitos matemáticos associados a grafos que são necessários para a compreensão da metodologia desenvolvida. Uma abordagem mais extensa do assunto pode ser encontrada em Harris et al. (2008) e em Szwarcfiter (1986).

Normalmente, atribui-se a Euler o marco inicial do desenvolvimento da teoria dos grafos por meio da resolução do famoso problema das pontes de Königsberg em 1736 (Evans, 1992). Entretanto, a primeira aplicação em problemas de engenharia dessa ferramenta é atribuída a Kirchhoff (Szwarcfiter, 1986). Em seus estudos, ele desenvolveu teorias sobre um conjunto especial de grafos chamados de árvores e, além disso, desenvolveu teoria aplicável à solução de circuitos elétricos.

#### 2.2 Definições

Um grafo G(V, E) representa simultaneamente dois conjuntos. O primeiro deles, denominado de conjunto de vértices, é representado por *V*. O outro, representado por *E*, denomina-se conjunto de arestas. Esse último contém pares dos elementos de *V*. Diz-se que um grafo é orientado caso os pares pertencentes a *V* sejam ordenados. Caso contrário, diz-se que o grafo G(V, E) é não-direcionado ou não-orientado. Por simplicidade, pode-se denotar G(V, E) simplesmente por *G*.

Cada um dos elementos  $e \in E$  é representado por intermédio de um par ordenado (i, j). Diz-se que os vértices  $i \in j$  são adjacentes e compõem as extremidades da aresta e. Nesse caso, diz-se que e é incidente em  $i \in j$ . Caso esses elementos sejam iguais, a aresta é denominada laço. O grau de um vértice é definido como sendo o número de arestas que nele incidem.

E muito comum utilizar a definição matemática de grafo e sua figura geométrica de forma indistinta. Em tal representação, cada vértice é ilustrado por um ponto no plano e cada aresta por uma linha que une os vértices de suas extremidades. A Figura 2.1 apresenta um exemplo de um grafo não-orientado cujo conjunto de vértices é  $V = \{1, 2, 3, 4\}$  e o conjunto de arestas é  $A = \{(1, 2), (2, 3)\}$ .



Figura 2.1: Representação geométrica de um grafo

Uma sequência de vértices  $\{V_1, V_2, ..., V_{k-1}, V_k\}$  em que  $(V_i, V_{i+1}) \in E$  com  $1 \le i \le k-1$  denomina-se caminho. Caso todos os vértices do caminho sejam distintos, tal sequência recebe o nome de caminho simples. Se o primeiro e o último vértice de um caminho são iguais, a sequência define um ciclo. Assim, se a sequência que compõe o ciclo for um caminho simples, este é denominado de ciclo simples. Um grafo que não contém ciclos é dito acíclico. Doravante, ao se mencionar um ciclo deve-se assumir que ele é simples, a menos que seja indicado o contrário.

Um grafo é dito conexo se existir caminho entre todos seus vértices. O grafo da Figura 2.1, por exemplo, não é conexo, uma vez que não existe caminho entre o vértice 4 e qualquer outro vértice do conjunto.

### 2.3 Representação Computacional

Para que o conceito de grafo possa ser utilizado em programas de computador, sua estrutura deve ser codificada de maneira adequada. Diferentes codificações se mos-

tram vantajosas para algoritmos específicos. Essa seção apresenta as estruturas mais comumente utilizadas e realiza uma breve análise sobre suas vantagens e desvantagens.

Inicialmente, a matriz de adjacências de um grafo não-direcionado G(V, E) é definida pela Equação (2.1) (Szwarcfiter, 1986).

$$\widetilde{A}_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } \{i,j\} \in E \\ 0 & \text{se } \{i,j\} \notin E \end{cases}$$
(2.1)

Para grande parte dos grafos de interesse prático, a matriz A é esparsa (Evans, 1992). Além disso, para grafos não-orientados, ela é simétrica. Essa propriedade pode ser facilmente compreendida, uma vez que arestas de um grafo não-direcionado são pares não ordenados. Caso técnicas de matrizes esparsas sejam utilizadas, o espaço de armazenamento é O(|E|) e, devido à sua forma construtiva, pode-se recuperar a informação de vizinhança entre dois vértices quaisquer com custo computacional O(1).

Para grafos orientados, define-se a matriz de incidência como apresentada na Equação (2.2)

$$\widetilde{M}_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ -1 & \text{se } (i,j) \in E \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$
(2.2)

Da mesma forma que a matriz de adjacências, essa matriz é esparsa e permite a consulta em tempo O(1) se dois vértices são vizinhos. Sua construção pode ser feita com custo computacional O(|E|). Além disso, existe uma condição em que se pode garantir que essa matriz será diagonal inferior. Entretanto, esse conceito será explicado na Seção 2.4.1, uma vez que as noções sobre árvores e buscas em grafos precisam ser introduzidas antes da apresentação de tal propriedade.

Outra representação largamente utilizada é a lista de adjacências. Para um grafo contendo |V| vértices e |E| arestas, essa estrutura consiste em um conjunto de |V| listas encadeadas, cada uma armazenando de forma sequencial as adjacências do vértice

corrente. Essa estrutura pode ser construída em tempo O(|E|) e com custo de espaço O(|V| + |E|). A Figura 2.2 apresenta a lista de adjacências associada ao grafo da Figura 2.1.

$$1 \longrightarrow \{2\}$$
  

$$2 \longrightarrow \{1, 3\}$$
  

$$3 \longrightarrow \{2\}$$
  

$$4 \longrightarrow \{\emptyset\}$$

Figura 2.2: Exemplo de lista de adjacências

Essa representação é naturalmente utilizada em algoritmos de buscas em árvores, como será visto posteriormente. Por fim, da lista de adjacências pode-se derivar uma matriz  $\tilde{D}$  denominada matriz de graus do grafo. Ela somente apresenta elementos não nulos em sua diagonal principal e cujos valores são equivalentes ao número de elementos da lista de adjacências associada a cada um de seus vértices. Em outras palavras, ela contém o grau de cada um dos vértices do grafo. A Equação (2.3) mostra tal matriz para o gráfico da Figura 2.1.

$$\widetilde{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(2.3)

### 2.4 Árvores

As árvores apresentam importância especial para a análise de sistemas de distribuição de energia elétrica dentre todas as possíveis configurações de grafos. Tais estruturas são caracterizadas por serem acíclicas e conexas.

A definição de uma árvore composta por |V| vértices implica existência de exatamente |V| - 1 arestas. Matematicamente isso está expresso na Equação (2.4). Além disso, pode-se provar que existe um caminho único entre quaisquer dois vértices de uma árvore (Szwarcfiter, 1986).

$$|E| = |V| - 1 \tag{2.4}$$

Os vértices de uma árvore com grau unitário recebem o nome de folhas, com a exceção de um vértice em particular que é identificado como a raiz do grafo. Em uma situação abstrata, tal escolha é arbitrária. Entretanto, ao se modelar sistemas reais, tal escolha normalmente reflete as características físicas do mesmo. Em um sistema de distribuição de energia elétrica, por exemplo, o vértice raiz é normalmente escolhido para representar a subestação. As arestas de uma estrutura em árvore são usualmente denominadas de ramos. Além disso, um grafo não-conexo e acíclico é denominado floresta.

Dado um grafo, existem basicamente duas maneiras distintas de se obter uma árvore. Primeiramente, pode-se iterativamente eliminar arestas da estrutura até que ela culmine em uma estrutura em árvore. Por outro lado, pode-se começar com um grafo contendo apenas seu vértice raiz e, iterativamente, acrescentar arestas de modo a se obter, a cada iteração, uma árvore com uma aresta a mais do que na iteração anterior. Exemplos de algoritmos que realizam tal tarefa de maneira eficiente são os algoritmos de Prim (1957) e Kruskal (1956). A Seção 2.5 apresenta um algoritmo bastante simples para a obtenção de uma árvore.

#### 2.4.1 Busca em Árvores

As propriedades topológicas de grafos em forma de árvores dão origem a diferentes maneiras peculiares de percorrer os vértices de um grafo. Para o trabalho presente, dois tipos de percurso apresentam interesse especial: busca em profundidade e busca em largura.

Para implementar tais buscas de maneira elegante e computacionalmente eficiente, utilizam-se filas e pilhas. Filas são estruturas de dados em que o primeiro elemento inserido é o primeiro a ser removido (*First In, First Out -* FIFO). Por outro lado, nas pilhas, o primeiro elemento a ser inserido é o último a ser removido (*Last In, First Out -* LIFO). O leitor interessado pode consultar a referência (Ziviani, 2007) para uma discussão detalhada sobre suas implementações.

Inicialmente, apresenta-se a busca em profundidade por meio do Algoritmo 1. Para esse procedimento, pode-se utilizar uma representação do grafo em forma de lista de adjacências. Para favorecer a compreensão, a Figura 2.3 apresenta a numeração dos vértices de um sistema segundo a ordem ditada por esse algoritmo.

Em linhas gerais, a busca em profundidade é um procedimento em que a cada vértice visitado, invoca-se o processo, de forma recursiva, para visitar todos os vértices localizados a jusante desse ponto. Desse modo, cada um dos troncos do grafo é percorrido até que uma folha seja localizada, ponto em que o a recursão é interrompida.

Algoritmo 1: Busca em profundidade
<b>Dados</b> : Árvore ( $\mathcal{T}$ )
<b>Resultado</b> : Ordem de visitação vértices ( <i>L</i> )
1 $P \leftarrow$ Inicializa pilha com vértice raiz ( $\mathcal{T}$ );
$_2 L \leftarrow$ Inicializa lista vazia;
$_3$ Inicializa profundidade de todos os vértice como infinito ( $\mathcal{T}$ );
4 Inicializa profundidade do vértice raiz como zero ( $\mathcal{T}$ );
5 enquanto $P \neq \emptyset$ faça
$G \leftarrow C \leftarrow desempilha vértice (P);$
7 $L \leftarrow \text{Adiciona C à lista}(L);$
8 <b>para cada</b> $N_i \in adjac\hat{e}ncias(C)$ <b>faça</b>
se profundidade(C) + $1 \le profundidade(N_i)$ então
10 Profundidade de $N_i \leftarrow$ profundidade( $C$ ) + 1;
11 Empilha $(N_i, P);$
12 fim
13 <b>fim</b>
14 fim



Figura 2.3: Exemplo de grafo numerado segundo a busca em profundidade

Outro método de busca importante é a busca em largura. A lógica desse proce-

dimento é similar à da metodologia anterior. Entretanto, utiliza-se uma estrutura de dados em forma de fila para realizar o controle do fluxo do algoritmo. O pseudocódigo está apresentado no Algoritmo 2.

Esse procedimento percorre todos os vértices de um grafo de modo que somente se visita um vértice cuja distância até a raiz é *d* após visitar todos os vértices com distância d - 1. Esse algoritmo pode ser utilizado para localizar o menor caminho entre a raiz e qualquer vértice do grafo.

Algoritmo 2: Busca em largura
<b>Dados</b> : Árvore ( $\mathcal{T}$ )
<b>Resultado</b> : Ordem de visitação dos vértices ( <i>L</i> )
1 $P \leftarrow$ Inicializa fila com vértice raiz ( $\mathcal{T}$ );
$_2 L \leftarrow$ Inicializa lista vazia;
$_3$ Inicializa profundidade de todos os vértice como infinito ( $\mathcal{T}$ );
4 Inicializa profundidade do vértice raiz como zero ( $\mathcal{T}$ );
5 enquanto $P \neq \emptyset$ faça
$6  C \leftarrow \text{Desenfileira vértice } (P);$
7 $L \leftarrow \text{Adiciona C à lista}(L);$
8 <b>para cada</b> $N_i \in adjac\hat{e}ncias(C)$ <b>faça</b>
se profundidade(C) + $1 \le profundidade(N_i)$ então
10 Profundidade de $N_i \leftarrow$ profundidade( $C$ ) + 1;
11 Enfileira $(N_i, P);$
12 fim
13 <b>fim</b>
14 fim

Para que o procedimento torne-se mais claro, a Figura 2.4 mostra a ordem de visitação segundo a busca em largura do mesmo grafo apresentado para a busca em profundidade. A ordenação segundo a busca em largura apresenta uma propriedade que será utilizada pelo algoritmo de fluxo de potência. Caso uma árvore seja rotulada segundo essa sequência, sua matriz de incidência  $\widetilde{M}$  será diagonal inferior (Lisboa et al., 2014).

#### 2.4.2 Número de Árvores Geradoras

Existe um teorema que pode ser utilizado para calcular o número de árvores que podem ser geradas a partir da remoção de arestas de um grafo. Uma vez o número de arestas presentes em uma árvore é dado pela Equação (2.4), o número de arestas que devem ser removidas de um grafo para se obter uma árvore é determinado pela



Figura 2.4: Exemplo de grafo numerado segundo a busca em largura

Equação (2.5). Deve-se destacar que a remoção arbitrária desse número de arestas de um grafo pode resultar em uma estrutura em árvore.

$$R = |E| - |V| + 1 \tag{2.5}$$

Os ramos escolhidos para a remoção do grafo podem ser combinados de diferentes maneiras a fim de se obter árvores geradoras distintas. Entretanto, o Teorema 1, provado por Kirchhoff em 1847, apresenta uma maneira simples de realizar tal contagem. O leitor interessado pode consultar Harris et al. (2008) para obter a prova.

**Teorema 1.** O número de árvores geradoras únicas de um grafo conexo é igual a qualquer cofator de sua matriz Laplaciana correspondente.

Para que o teorema apresentado possa ser compreendido, inicialmente necessita-se introduzir a matriz Laplaciana do grafo que pode ser facilmente obtida pela Equação (2.6). Nela,  $\widetilde{D}$  representa a matriz de graus do sistema e  $\widetilde{A}$  é a matriz de adjacências do grafo. Destaca-se que todos os cofatores da matriz Laplaciana apresentam o mesmo valor.

$$L = D - A \tag{2.6}$$

Como exemplo da aplicação do teorema, o número de árvores geradoras do grafo apresentado na Figura 2.5 será calculado. O lado esquerdo dessa figura apresenta o grafo original e no lado direito estão as configurações de todas as árvores que podem ser construídas por eliminação de arestas desse grafo.



Figura 2.5: Árvores geradoras de um grafo

A matriz Laplaciana do sistema exemplo e sua derivação pode ser vista na Equação (2.7).

$$\widetilde{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.7)

Ao se calcular qualquer cofator da matriz  $\tilde{L}$  obtém-se 3 como resultado. Isso é exatamente o número de árvores geradoras do grafo analisado. Tais configurações são mostradas na Figura 2.5. Por fim, pode-se verificar que a relação apresentada na Equação (2.5) é satisfeita, uma vez que exatamente uma aresta foi eliminada em cada configuração para se obter as diferentes árvores.

### 2.5 Base Cíclica

Esta seção apresenta o conceito de base cíclica de um grafo. Isso pode parecer arbitrário nesse momento. Entretanto, a teoria apresentada é necessária para a compreensão da metodologia de reconfiguração de SDEEs desenvolvida nesse trabalho.

O conjunto mínimo de ciclos capaz de representar qualquer ciclo de um grafo por meio de combinações entre seus elementos é denominado de base cíclica (Horton, 1987). Esse conjunto, geralmente, não é único.



Figura 2.6: Exemplo de base cíclica de um grafo

Inicialmente, apresenta-se uma abordagem intuitiva para a base cíclica de um grafo. A Figura 2.6 (a) apresenta um grafo exemplo e identifica três ciclos presentes nele. Entretanto, pode-se perceber que esses não são os únicos ciclos presentes nessa estrutura. A Figura 2.6 (b) mostra em vermelho outro ciclo que não foi indicado no desenho inicial. Pode-se, intuitivamente, perceber que esse quarto ciclo representa uma combinação entre  $C_2$  e  $C_3$ .

De maneira formal, o conjunto dos ciclos de um grafo compõe um espaço vetorial cujos elementos são vetores definidos em um alfabeto binário {0,1} indicando a pertinência ou ausência de cada uma de suas arestas nos diferentes ciclos (Michail, 2006). Nesse sistema, utiliza-se 1 para indicar que uma aresta pertence ao ciclo e 0 caso contrário. Desse modo, cada ciclo do grafo é representado por um vetor coluna de |E| elementos. Caso o bit associado a uma aresta do sistema seja não nulo, diz-se que aquele ciclo contém a aresta em questão. A Relação (2.8) apresenta os ciclos do grafo da Figura 2.6, codificados na matriz de ciclos do grafo  $\widetilde{C}^T$ . Cada coluna da matriz  $\widetilde{C}^T$ está associada a uma aresta do grafo e cada linha representa um ciclo.
Define-se a combinação entre dois ciclos que apresentem pelo menos uma aresta em comum como sendo o resultado da operação lógica ou-exclusivo entre os vetores que os representam. A Relação 2.9 ilustra essa operação entre os ciclos  $C_2$  e  $C_3$  do sistema apresentado na Figura 2.6.

$C_2$	[0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0]		
							$\oplus$								
$C_3$	[0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0]		(2.9)
							=								
$C_2 \oplus C_3$	[0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0]		

Para que um conjunto de ciclos de um grafo seja uma base cíclica, ele deve satisfazer duas propriedades. Primeiramente, deve ser possível representar qualquer ciclo do grafo por meio de combinações entre os elementos da base. Essa propriedade garante que a base seja capaz de varrer todo o espaço. Em segundo lugar, é preciso que nenhum ciclo da base possa ser obtido por meio de combinações entre os demais elementos da base. Isso garante que todos os seus elementos sejam linearmente independentes. O número de ciclos presentes na base é igual ao número de arestas que devem ser removidas de um grafo para se obter uma árvore, conforme a Equação (2.5).

Dadas as definições acima, destaca-se uma propriedade importante: o espaço de ciclos do sistema não necessariamente engloba todas as arestas do grafo. A aresta de número 13, por exemplo, mostrada na Figura 2.6, não é contida por nenhum ciclo. Uma propriedade muito importante para a metodologia de reconfiguração proposta está expressa no Teorema 2.

**Teorema 2.** Seja G(V, E) um grafo conexo, C sua base cíclica e  $C_j$  um laço obtido por uma combinação linear entre os elementos de C, a remoção de uma aresta  $E_i \in C_j$  preserva a conectividade de G(V, E).

*Demonstração*. Considere, inicialmente, que a remoção da aresta  $E_i$  resulte na perda de conectividade do sistema. Sendo assim, ele pode ser decomposto em dois conjuntos conexos de vértices  $V_a \in V_b$ , cada um contendo uma das extremidades da aresta  $E_i$ , tal que  $V_a \cap V_b = \emptyset \in V_a \cup V_b = V$ . Por hipótese,  $E_i$  está contido em um ciclo, então deve existir ao menos dois caminhos simples distintos entre os seus vértices extremos. Desse modo, existe um caminho que conecta todos os vértices de  $V_a$  a todos os vértices de  $V_b$ , o que contraria a premissa que sua remoção leva à perda de conectividade do grafo. Desse modo, prova-se por contradição que a remoção de  $E_i$  mantém a conectividade da estrutura.

#### 2.5.1 Determinação da Base Cíclica Fundamental

Pelas definições e propriedades apresentadas na seção anterior, deduz-se que a base cíclica de um grafo não é única. Para a Figura 2.6, por exemplo, pode-se utilizar os ciclos  $\{C_1, C_2, C_3\}$  como base cíclica. Entretanto, o conjunto  $\{C_1, C_2, C_2 \oplus C_3\}$  também satisfaz todas as premissas necessárias.

Todavia, nem todas as bases são igualmente úteis em situações práticas. Isso motivou o surgimento de algoritmos que determinassem a chamada base cíclica mínima de um grafo (Mehlhorn e Michail, 2006). Tal abordagem assume a existência de um peso para cada aresta do sistema. O objetivo do algoritmo é localizar a base cujo somatório dos pesos das arestas seja o menor possível. Dentre os diversos algoritmos existentes, os primeiros desenvolvidos foram os algoritmos de De Pina e de Horton (Kavitha et al., 2004).

Tais algoritmos são eficientes para a determinação da base cíclica com pesos positivos arbitrários. Entretanto, esse caso geral não é necessário para a solução do problema abordado nesse trabalho, uma vez que os pesos de todas as arestas são iguais. O conjunto determinado para esse cenário é denominado base cíclica fundamental.

A abordagem apresentada é a proposta por (Wang e Gao, 2013). Para facilitar a compreensão da metodologia, o grafo apresentado na Figura 2.7 é utilizado como exemplo.

Deve-se, inicialmente, construir uma árvore geradora qualquer do grafo analisado. Pode-se utilizar os conhecidos algoritmos de Prim ou de Kruskal para tal propósito (Ziviani, 2007). Alternativamente, pode-se aplicar uma versão adaptada da metodologia apresentada em (Evans, 1992) para se obter uma árvore geradora qualquer. O



Figura 2.7: Sistema exemplo para cálculo de base cíclica

Algoritmo 3 apresenta o pseudocódigo dessa abordagem. A Figura 2.8 mostra, passoa-passo, a construção de uma árvore geradora para o grafo exemplo ao se utilizar essa metodologia.

Formalmente, o processo indicado é equivalente à execução do algoritmo de Prim (1957) com o mesmo peso para todas as arestas. Entretanto, evita-se etapas computacionalmente desnecessárias visto que pesos iguais são considerados.

Algoritmo 3: Determinação de uma árvore geradora de um grafo				
Dados: Grafo (G)				
<b>Resultado</b> : Lista de Arestas( <i>A</i> )				
$D \leftarrow$ Inicializa lista com vértice raiz (G);				
$2 V \leftarrow$ Inicializa lista com vértice raiz (G);				
$A \leftarrow$ Inicializa lista vazia;				
4 enquanto V não vazia faça				
$\tilde{C} \leftarrow \text{Remove primeiro elemento } (V);$				
$N \leftarrow \text{Recebe vizinhos } (C);$				
7 para cada $N_i \in N$ faça				
s se $N_i \notin D$ então				
Insere na lista $(N_i, D)$ ;				
Insere na lista $(N_i, V)$ ;				
11 Insere aresta na lista $(C, N_i, A)$ ;				
2 <b>fim</b>				
13 fim				
4 Remove da Lista ( <i>C</i> , <i>V</i> );				
15 fim				



Figura 2.8: Obtenção de uma árvore geradora de um grafo



Figura 2.9: Processo de identificação dos ciclos fundamentais de um grafo

Para a determinação da base cíclica fundamental, utiliza-se uma lista contendo todas as arestas abertas da árvore geradora do sistema. Identifica-se, por meio de uma busca em profundidade, o comprimento dos caminhos entre cada um dos vértices das arestas presentes nessa lista. Sendo assim, obtém-se um número de ciclos igual ao tamanho da lista. O ciclo de menor tamanho é adicionado à base cíclica e a aresta que resultou em sua determinação é adicionada à topologia analisada. Esse procedimento é repetido até que a lista de arestas abertas fique vazia. Ao fim desse processo, a base cíclica fundamental do sistema terá sido identificada. Uma vez que, a cada iteração, a lista é reduzida de um elemento, o algoritmo apresentado tem custo computacional  $O(n^2)$ , sendo n o número de arestas abertas. A Figura 2.9 mostra o procedimento executado

para o grafo exemplo. Nela, o ciclo e a aresta fechados a cada iteração estão destacados.

## 2.6 Conclusão

A teoria necessária para a compreensão da metodologia desenvolvida foi apresentada nesse capítulo.

Mostrou-se o conceito matemático e geométrico de um grafo. Em seguida, uma classe especial de grafos, denominados de árvores foi apresentada e algoritmos utilizados para realizar pesquisas nessas estruturas foram introduzidos.

Por fim, apresentou-se o conceito de base cíclica fundamental e uma maneira computacionalmente eficiente de se determinar essa entidade foi detalhada.

# Fluxo de Potência

## 3.1 Introdução

Para que se possa planejar, monitorar e operar sistemas de potência, é necessário prever seu comportamento e suas condições operativas em diversos cenários. Para tal fim, algoritmos de simulação foram desenvolvidos. Dentre eles, um dos mais clássicos é o fluxo de potência (Tinney e Hart, 1967) (Monticelli, 1983). Tal algoritmo é responsável por calcular a tensão em cada ponto elétrico do sistema dada uma configuração de cargas e de entidades geradoras.

Tais algoritmos foram desenvolvidos para a aplicação em sistemas de transmissão de energia elétrica. Dentre os métodos propostos, destaca-se o algoritmo de Newton-Raphson. Essa abordagem resulta em excelentes características de convergência e exatidão para esse tipo de rede devido à elevada relação entre reatância e resistência dos cabos e à estrutura topológica malhada.

Diferentemente de tais sistemas, a rede de distribuição primária apresenta, geralmente, cabos com pequena relação entre reatância e resistência. Além disso, por motivos de coordenação de proteção e limitação da corrente de curto-circuito, normalmente as redes são operadas em estrutura radial (Pansini, 2005). Isso implica na existência de um único caminho para a corrente entre a subestação e o consumidor final. Segundo Gonen (2007), tal estrutura é preferida pelas concessionárias de energia pois culmina com o menor custo de implantação do sistema.

Devido às características supracitadas, métodos específicos para essas redes foram desenvolvidos (Kersting, 2002). Dentre eles, destaca-se o algoritmo de varreduras, tema de discussão nesse capítulo. O texto apresentado introduz e realiza a extensão dos métodos apresentados em (Teng, 2003) e (Lisboa et al., 2014).

No presente trabalho, o fluxo de potência é utilizado para avaliar a qualidade de uma solução candidada no algoritmo genético desenvolvido.

## 3.2 Método de Varreduras

A estrutura básica do fluxo de varreduras está apresentada no Algoritmo 4. Para que ele possa ser explicado de maneira clara, o sistema da Figura 3.1 será utilizado como exemplo. Deve-se notar que o vértice de número 3, raiz do sistema, contém um laço, o que iguala o número de arestas ao número de vértices do sistema. Essa constatação é verdadeira para o caso geral, como pode ser comprovado pela Equação (2.4) no Capítulo 2. Isso será importante para os cálculos posteriores e deve ser realizado na etapa de pré-processamento dos dados.

Algoritmo 4: Método de Varreduras					
<b>Dados</b> : Topologia radial de distribuição de energia ( $\mathcal{T}$ )					
<b>Resultado</b> : Tensão em todas as barras do sistema ( $\overline{V}$ )					
1 $\mathcal{T} \leftarrow$ Ordenação das barras segunda a busca em largura( $\mathcal{T}$ );					
$\overline{V} \leftarrow$ Inicialização da tensão com 1 pu em todas as barras;					
3 enquanto Critério de convergência não for satisfeito faça					
4 $\overline{I} \leftarrow \text{consumo de corrente } (\overline{V}, \mathcal{T});$					
$\overline{B} \leftarrow Agregação de corrente (\overline{I}, \mathcal{T});$					
6 $\overline{V} \leftarrow \text{Atualiza tensão}(\overline{B}, \mathcal{T});$					
7 fim					



Figura 3.1: Sistema exemplo em sua configuração original

Antes de se iniciar o processo descrito pelo algoritmo, é bastante ilustrativo efetuar a identificação da matriz de incidência dessa rede. O resultado está apresentado na Equação (3.1).

$$\widetilde{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.1)

O primeiro passo do algoritmo de fluxo de carga é o re-rotulamento das barras do sistema por meio da execução de uma busca em largura. A Figura 3.2 apresenta o resultado de tal operação.



Figura 3.2: Sistema exemplo com IDs reordenados

A Equação (3.2) apresenta a matriz de incidência desse sistema após o processo de re-rotulação. Pode-se perceber que  $\widetilde{M}$  se tornou triangular inferior. Isso apresenta profundas implicações para o custo computacional do algoritmo.

$$\widetilde{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.2)

O próximo passo consiste na inicialização da tensão das barras do sistema com o valor nominal de operação da subestação. A utilização de grandezas no sistema *Por Unidade* elimina a necessidade de se tratar transformadores e reguladores de tensão nessa etapa.

No início da k-ésima iteração, calcula-se a corrente consumida por cada uma das cargas do sistema. Caso elas sejam modeladas como potência constante, isso pode ser feito aplicando-se a Equação (3.3). Nela,  $V_i$ ,  $S_i$  e  $I_i$  representam, respectivamente, a tensão, potência e corrente na i-ésima barra do sistema.

$$I_i = \left(\frac{S_i}{V_i}\right)^* \tag{3.3}$$

Para os demais casos, as relações de circuito triviais devem ser aplicadas.

A etapa seguinte consiste em estimar as correntes nos ramos do sistema ( $B_i$  para o i-ésimo ramo), através da soma do consumo de todas as cargas que estão localizadas a jusante desse ponto. Para que se possa apresentar uma forma sistemática de realizar tal cálculo, aplica-se a lei das correntes para cada um dos pontos elétricos do sistema. Para o caso exemplo, isso é apresentado nas Equações (3.4).

$$B_{1} - B_{2} = I_{1}$$

$$B_{2} - B_{3} - B_{4} = I_{2}$$

$$B_{3} = I_{3}$$

$$B_{4} - B_{5} = I_{4}$$

$$B_{5} - B_{6} = I_{5}$$

$$B_{6} - B_{7} - B_{8} = I_{6}$$

$$B_{7} = I_{7}$$

$$B_{8} - B_{9} = I_{8}$$

$$B_{9} = I_{9}$$
(3.4)

As Equações (3.4) podem ser colocadas na forma matricial e resultam na Equação 3.5.

Ao se analisar essa formulação, pode-se perceber que a matriz a multiplicar as correntes nos ramos corresponde à transposta da matriz de incidência do sistema. Isso não é uma coincidência e é um resultado geral aplicável a qualquer rede de distribuição (Lisboa et al., 2014). Uma vez que essa relação é obtida por meio de uma matriz triangular superior, o sistema de equações apresentado na Equação 3.5 pode ser resolvido de maneira muito eficiente por meio de algoritmos de retro-substituição.

Utilizando notação compacta, esse processo pode ser exposto como expresso na Equação (3.6). Nela, a matriz  $\widetilde{M}^{-T}$  representa a inversa da matriz apresentada em (3.5),

ou seja,  $M^T$ . Deve-se ter em mente que a inversa apresentada nessa notação nunca é realmente calculada, uma vez que se pode resolver um simples sistema de equações.

$$\overline{B} = \widetilde{M}^{-T}\overline{I} \tag{3.6}$$

O passo seguinte consiste em atualizar o valor da tensão em cada uma das barras dada a estimativa obtida para as correntes nos ramos. Visto que os componentes shunt da impedância das linhas de distribuição são desprezíveis, o modelo de circuito adotado para os cabos é o de uma resistência e uma reatância em série. Sendo assim, existe uma impedância relacionada a cada ramo dessa rede. Deve-se destacar que a impedância dos laços utilizados nas raízes é considerada nula, uma vez que sua presença é somente uma abstração matemática para simplificar a análise.

Pode-se escrever a queda de tensão em um ramo do sistema por meio da Equação (3.7). Nessa formulação, *j* representa o vértice à montante de *i* no grafo.

$$\Delta V_i = V_j - V_i = Z_i B_i \tag{3.7}$$

Entretanto, a relação anterior não pode ser aplicada diretamente para o cálculo dos novos valores de tensão, uma vez que, com exceção da tensão na subestação ( $V_R$ ), o potencial será alterado em todos os pontos da rede.

Para evitar tal dificuldade, representa-se a diferença de potencial entre a subestação e uma barra qualquer por  $\Delta V'_i$ . Essa grandeza pode ser relacionada com a queda em um ramo específico do sistema pela Equação (3.8).

$$\Delta V'_{i} - \Delta V'_{i} = \Delta V_{i} \tag{3.8}$$

Pode-se utilizar a matriz de incidência do grafo orientado para representar essa relação na forma matricial. O resultado desse processo está expresso na Equação (3.9).

$$\widetilde{M}\overline{\Delta V}' = \overline{\Delta V} \tag{3.9}$$

Visto que a matriz M é diagonal inferior, pode-se resolver esse sistema de equações de maneira bastante eficiente. Calcula-se, assim, o novo valor para a tensão em todos os pontos do sistema. Ao se combinar as Equações (3.6) e (3.7) e substituir o resultado no lado direito de (3.9), obtém-se a expressão geral do fluxo de potência. Esse resultado está mostrado na Equação (3.10). Nela,  $\overline{V}$  representa a tensão nas barras do sistema e  $\overline{V}_R$  é um vetor cujos valores são iguais à tensão na subestação a qual cada uma das barras está associada.

$$\overline{V} = \overline{V}_R - \widetilde{M}^{-1} \widetilde{Z} \widetilde{M}^{-T} \overline{I}$$
(3.10)

O último passo do algoritmo consiste em se verificar a convergência do processo. Tal verificação pode ser realizada ao se comparar a máxima variação de determinado parâmetro entre duas iterações consecutivas. Para tal, determina-se um valor  $\delta$  a exemplo da relação apresentada na Equação (3.11), em que se aplicou a máxima variação da tensão.

$$\max(\Delta V_i) \le \delta \tag{3.11}$$

Todavia, outros parâmetros como corrente ou potência podem ser utilizados.

Por fim, outro critério bastante utilizado é a limitação do número de iterações permitidas. Isso impede que nos casos de não convergência o algoritmo itere indefinidamente.

Devido ao caráter esparso da matriz  $\widetilde{M}$ , o custo de armazenamento desse algoritmo é O(|V|). De forma similar, devido à característica triangular inferior da matriz  $\widetilde{M}$ , o custo computacional para realizar uma iteração do fluxo de potência é de O(|V|).

## 3.3 Extensão para Redes Fracamente Malhadas

O método de fluxo de potência apresentado na seção anterior, não é capaz de lidar com redes que não operem em estrutura radial (Lisboa et al., 2014). Entretanto, em algumas situações particulares, os sistemas de distribuição de energia elétrica operam na presença de ciclos. Além disso, diversas abordagens para otimização topológica dessa estrutura partem de redes completamente malhadas e, a cada iteração do processo, uma chave deve ser aberta, levando a uma estrutura radial. Sendo assim, uma metodologia para a solução de fluxo de cargas em redes fracamente malhadas se faz necessária.

Para que o processo de generalização do algoritmo da seção anterior seja mais claro, a rede apresentada na Figura 3.3 será utilizada. Pode-se perceber como tal rede representa o mesmo sistema da Figura 3.2 a menos dos dois novos ramos incluídos que formam dois ciclos.



Figura 3.3: Sistema exemplo com inserção de dois novos ramos

Sabe-se, pela lei de Kirchhoff das tensões, que a soma algébrica das diferenças de potencial dos elementos contidos em um ciclo é nula. Para o caso da rede utilizada como exemplo, pode-se escrever as relações apresentadas na Equação (3.12). Foram utilizados os índices r1 e r2 para representar os ramos adicionados.

$$Z_{r1}B_{r1} + Z_3B_3 - Z_4B_4 - Z_5B_5 = 0$$
  

$$Z_{r2}B_{r2} - Z_8B_8 - Z_9B_9 = 0$$
(3.12)

Os sinais dessas relações podem ser capturados pela associação de submatrizes apresentada na Equação 3.13. Nela, os índices dos ramos adicionados são posicionados no final da associação. Cada linha representa os sentidos utilizados para a aplicação da lei de Kirchhoff das tensões para cada um dos laços presentes no sistema.

$$[\widetilde{C}^{T} \ \widetilde{\mathfrak{I}}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.13)

As Relações em (3.12) podem ser incorporadas à forma matricial apresentada na seção anterior por meio da adaptação apresentada na Equação (3.14). Nela, a associação  $[\tilde{C}^T \ \tilde{\mathfrak{I}}]$  representa as orientações escolhidas para os laços formados pela adição de novos ramos.  $\tilde{Z}_A \ e \ \tilde{Z}_B$  são matrizes diagonais que representam, respectivamente, as impedâncias do ramo da estrutura radial utilizada como base e das arestas fechadas para se formar os ciclos da rede. O vetor  $\bar{I}_{new}$  representa fontes de corrente de compensação, como descrito por Shirmohammadi et al. (1988). Deve-se destacar que o sentido adotado deve ser escolhido de forma que seja positivo para os ramos adicionados. Quando essa convenção é respeitada, pode-se utilizar a matriz identidade para representar a orientação dessas arestas. Isso tornará o desenvolvimento subsequente mais simples.

$$\begin{bmatrix} \overline{\Delta V}' \\ \overline{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{M}^{-1} & \widetilde{0} \\ \widetilde{C}^{T} & \widetilde{\mathfrak{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{Z}_{A} & \widetilde{0} \\ \widetilde{0} & \widetilde{Z}_{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{M}^{-T} & \widetilde{C} \\ \widetilde{0} & \widetilde{\mathfrak{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{I} \\ \overline{I}_{new} \end{bmatrix}$$
(3.14)

Ao se realizar as multiplicações matriciais presentes no lado direito da Equação (3.14) obtém-se a expressão apresentada na Equação (3.15).

$$\begin{bmatrix} \overline{\Delta V}' \\ \overline{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{M}^{-1} \widetilde{Z}_A \widetilde{M}^{-T} & \widetilde{M}^{-1} \widetilde{Z}_A \widetilde{C} \\ \widetilde{C}^T \widetilde{Z}_A \widetilde{M}^{-T} & \widetilde{C}^T \widetilde{Z}_A \widetilde{C} + \widetilde{Z}_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{I} \\ \overline{I}_{new} \end{bmatrix}$$
(3.15)

A Equação (3.15) apresenta o conjunto de variáveis  $\overline{I}_{new}$  que não podem ser determinadas pelos processos utilizados no algoritmo de varreduras. Entretanto, tais valores podem ser eliminados das equações por intermédio de uma redução de Kron (Kron, 1939). O resultado de tal aplicação está expresso na Equação (3.16).

$$\Delta \overline{V}' = \widetilde{M}^{-1} \left( \widetilde{Z_A} - \widetilde{Z_A} \widetilde{C} \left( \widetilde{C}^T \widetilde{Z_A} \widetilde{C} + \widetilde{Z_B} \right)^{-1} \widetilde{C}^T \widetilde{Z_A} \right) \widetilde{M}^{-T} \overline{I}$$
(3.16)

Comparando as Equações (3.16) e (3.10), pode-se escrever a Equação (3.16) de maneira mais compacta como mostrado em (3.17), por meio da definição de uma matriz de impedâncias equivalente apresentada nas Equações (3.18) e (3.19).

$$\overline{V} = \overline{V}_R - \widetilde{M}^{-1} \widetilde{Z}_{ea} \widetilde{M}^{-T} \overline{I}$$
(3.17)

$$\widetilde{Z}_{eq} = \widetilde{Z_A} - \widetilde{Z_A}\widetilde{C}\widetilde{N}^{-1}\widetilde{C}^T\widetilde{Z_A}$$
(3.18)

$$\widetilde{N} = \widetilde{C}^T \widetilde{Z_A} \widetilde{C} + \widetilde{Z_B}$$
(3.19)

A Equação 3.17 é análoga a Equação (3.10). Sendo assim, o mesmo algoritmo apresentado anteriormente pode ser utilizado para resolver o fluxo de cargas para redes fracamente malhadas realizando-se a adaptação da matriz de impedâncias utilizada.

Deve-se destacar que o processo de cálculo da impedância equivalente, apesar de apresentar a inversão de uma matriz, não apresenta custo computacional elevado uma vez que as matrizes envolvidas são diagonais ou de dimensões reduzidas. Se nenhum laço do sistema apresenta ramos em comum, a inversão é realizada sobre uma matriz diagonal. Caso contrário, pode-se aplicar a decomposição LU à matriz  $\tilde{N}$  e resolver uma série de sistemas lineares, um para cada coluna não nula da matriz  $\tilde{C}^{T}$ .

O número de zeros da matriz de impedâncias equivalentes cresce com o número de laços do sistema, como pode ser visto pela Figura 3.4, que foi obtida para uma rede aleatória de 5000 vértices.



Figura 3.4: Análise de esparsidade da matriz  $Z_{eq}$ 

Assume-se que todos os elementos da matriz  $\tilde{N}$  são não nulos e que não existe cancelamento numérico durantes as operações matemáticas, prática muito comum ao se tratar com matrizes esparsas (Davis, 2006). Ao se analisar as multiplicações realizadas na equação (3.18), o número de elementos não nulos da matriz de impedâncias equivalentes pode ser obtido como dado pela equação (3.20). Nela, |V| é o número de barras no sistema e  $\mathcal{E}_c$  representa o número de arestas que pertencem a ciclos na rede.

$$nnz(Z_{eq}) = |V| - \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_c^2 - 1$$
(3.20)

A equação (3.20) permite calcular um limite superior para o número de zeros na matriz de impedâncias equivalentes do sistema. Sendo assim, pode-se definir o impacto de uma estrutura fracamente malhada de um sistema de distribuição sobre o requerimento de armazenamento do algoritmo.

## 3.4 Conclusão

Um algoritmo de fluxo de potência para redes radiais foi apresentado. Tal metodologia mostra-se robusta frente às características construtivas e topológicas dos sistemas de distribuição primária de energia elétrica que torna inadequada a aplicação dos algoritmos clássicos de fluxo de potência.

A metodologia apresentada em (Lisboa et al., 2014) foi, pela primeira vez, estendida para redes fracamente malhadas. Destaca-se que tal generalização preservou as características referentes ao custo computacional e de memória do algoritmo original, mas permitiu sua aplicação em um caso mais geral. Essa é, pois, uma das contribuições inéditas contidas nesse trabalho.

# Metodologia

## 4.1 Introdução

O objetivo desse capítulo é apresentar o algoritmo desenvolvido para abordar o problema de reconfiguração de redes de distribuição primária de energia. Para tal, são apresentados conceitos básicos sobre computação evolutiva e, mais especificamente, sobre algoritmos genéticos.

A metodologia proposta visa solucionar o problema relativo à manutenção da topologia radial da rede em todas as etapas do algoritmo. Esse é um dos aspectos mais problemáticos na aplicação de algoritmos genéticos para problemas de reconfiguração de redes (Lavorato et al., 2012).

## 4.2 Algoritmos Genéticos

Dentre as inúmeras estratégias que fazem parte da classe dos algoritmos evolucionários, aplicados de maneira bem sucedida a problemas reais de engenharia, encontram-se os algoritmos genéticos (Holland, 1975) (Goldberg, 1989) (Deb, 2001). Tais algoritmos são meta-heurísticas baseadas em população utilizadas em processos de busca e otimização. Sua inspiração advém do conceito da evolução das espécies, em que o indivíduo mais adaptado ao meio apresenta maior probabilidade de sobreviver e de transmitir suas características para as futuras gerações.

Para que se possa tornar mais claros os conceitos fundamentadores desses algoritmos, uma versão bastante simples, descrita pelo fluxograma da Figura 4.1, será explicada. Destaca-se que a explicação fornecida nessa seção não busca cobrir de forma exaustiva o campo dos algoritmos genéticos, ela se limita a apresentar o conhecimento necessário à compreensão da metodologia desenvolvida.



Figura 4.1: Fluxograma de um algoritmo genético simples

Inicialmente, um dado número de soluções candidatas aleatórias é produzido para compor a 1ª população. Elas são utilizadas como ponto de partida para o processo evolutivo do algoritmo.

Em seguida, realiza-se o processo de avaliação. Essa etapa é responsável por atribuir um valor numérico a cada indivíduo, denominado aptidão, que é proporcional à qualidade da solução correspondente.

No bloco de teste de convergência, avalia-se uma ou mais condições de parada com o intuito de se decidir se o algoritmo será finalizado ou não. Dentre essas condições, pode-se utilizar o número de gerações desenvolvidas, a diversidade das soluções, tempo de processamento ou o número de avaliações da função objetivo.

A etapa de seleção consiste em realizar cópias das soluções presentes na população de acordo com o valor de aptidão de cada uma delas. Existem diferentes maneiras de se realizar tal processo. Entretanto, pode-se fazer isso de maneira bastante simples, por meio de um esquema denominado roleta (Goldberg, 1989). Esse operador realiza uma amostragem dentre os indivíduos pertencentes à população corrente. Para realizar esse processo, o valor da função de aptidão de cada indivíduo é utilizado para ponderar sua probabilidade de seleção. O mesmo indivíduo pode ser escolhido repetidas vezes. A seleção é realizada até que o tamanho escolhido para a população seja atingido. As soluções escolhidas dessa forma são utilizadas no processo de cruzamento.

O processo de cruzamento consiste em combinar, par a par, as soluções selecionadas para se gerar um par de novas soluções candidatas. Esse par de soluções deve ser produzido por meio da combinação das informações contidas nos pais.

O processo de mutação apresenta uma importância secundária nos algoritmos genéticos e é responsável por introduzir na população novas informações genéticas por meio de pequenas alterações aleatórias em alguns indivíduos da população.

Uma vez que os algoritmos genéticos são aplicados a uma grande gama de problemas de engenharia, utilizam-se diversas formar para representar computacionalmente uma solução candidata em formato numérico, podendo, essa ser representada por uma cadeia binária, resultando em uma partição discreta do espaço, ou pelo uso do sistema de ponto flutuante, resultado em uma partição continua do espaço. Esse abordagem permite que problemas de natureza bastante distinta sejam tratados pelo mesmo conjunto de operadores genéticos tornando, assim, a aplicação desses algoritmos bastante ampla.

No primeiro caso, utiliza-se uma cadeia de bits para representar um valor numérico limitado por um intervalo. A Equação (4.1) mostra como realizar a conversão de uma cadeia de bits para um valor numérico. Nela,  $B_u$  e  $B_l$  representam, respectivamente, os limites superior e inferior da variável e *l* representa o número de bits usados.

$$d = B_l + \frac{B_u - B_l}{2^l - 1} \sum_{k=1}^l 2^{k-1}$$
(4.1)

A codificação real, por sua vez, é aplicada de maneira direta; a variável é representada no sistema de ponto flutuante da linguagem de programação.

### 4.3 Algoritmo Proposto

O algoritmo proposto é uma versão modificada do algoritmo genético simples para trabalhar especificamente com o problema de reconfiguração de redes de distribuição primária de energia elétrica. Um fluxograma é apresentado na Figura 4.2. Nele, o processo de mutação não está presente e uma metodologia de busca local foi introduzida. As seções seguintes destinam-se a explicar de maneira detalhada cada um dos processos apresentados nesse fluxograma.



Figura 4.2: Fluxograma do algoritmo genético implementado para reconfiguração de redes de distribuição primária de energia elétrica

#### 4.3.1 Pré-processamento dos Dados

Nessa seção, são apresentadas as operações que devem ser realizadas sobre as redes fornecidas ao algoritmo para garantir que ele funcione de maneira correta.

Inicialmente, o algoritmo proposto assume que cada subestação do sistema é representada por apenas um vértice. Sendo assim, caso uma mesma subestação apresente diferentes alimentadores, esses devem ser agrupados em um único ponto elétrico como ilustrado na Figura 4.3.

Além disso, o algoritmo assume que todas as arestas da rede são chaveáveis. Isso pode parecer uma premissa não razoável em primeira análise, se sistemas reais forem considerados. Entretanto, existe uma forma direta de obter uma rede equivalente que atende a tal restrição. O leitor interessado pode consultar Barbosa (2012) para uma discussão detalhada desse procedimento. Deve-se destacar que as redes utilizadas comumente na literatura satisfazem a esses dois requisitos.

Por fim, a base cíclica do sistema deve ser determinada. Para tal, pode-se utilizar a metodologia apresentada no Capítulo 2.



Figura 4.3: Exemplo de aglutinação de alimentadores

### 4.3.2 Representação do Indivíduo

A formulação do problema considera factíveis as soluções radiais, e, portanto, a codificação empregada para a representação das soluções candidatas deve, preferencialmente, garantir tal propriedade.

Como visto no Capítulo 2, a obtenção de uma árvore geradora de um grafo pode ser realizada pela exclusão de um número de arestas determinado pela Equação (2.5). Sendo assim, a representação desenvolvida armazena na forma vetorial os IDs de tais arestas. A Figura 4.4 apresenta um exemplo de aplicação dessa representação para o vetor [2 4 6 8 12].

Deve-se, entretanto, destacar que a abertura do número de chaves indicado pela Equação (2.5) é uma condição necessária mas não suficiente para garantir a radialidade do sistema. Os operadores descritos a seguir apresentam maneiras eficientes de se garantir que essa restrição seja sempre satisfeita.

Uma vez que o número de arestas abertas deve ser igual ao número de ciclos do sistema, uma representação válida não pode conter dois IDs iguais. Isso resultaria em um sistema com um número de ciclos igual ao número de IDs repetidos.

A ordem em que os IDs aparecem na representação não é importante, uma vez que a ordem em que as arestas são removidas de um sistema não altera sua topologia final.



Figura 4.4: Indivíduo codificado pelo vetor [2 4 6 8 12]

### 4.3.3 Avaliação

Para avaliar a aptidão de uma solução candidata, o algoritmo genético utiliza os resultados de perdas obtidos pela execução do fluxo de potência. Todavia, esse processo deve considerar a violação das restrições operativas do sistema descritas na Seção 1.2. A abordagem apresentada em (Deb, 2001), descrita abaixo, é adotada.

Caso a solução candidata não viole nenhuma das restrições, sua função de aptidão  $\mathcal{F}$ , que deve ser maximizada, é dada pela Equação (4.2). Nela, P representa o total de perdas da configuração analisada e  $P_0$  a perda mínima que pode existir para tal topologia. O valor mínimo de perdas pode ser obtido pela execução do fluxo de potência desenvolvido na Seção 3.3 para a estrutura com todas as chaves fechadas.

$$\mathcal{F} = \frac{P_0}{P} \tag{4.2}$$

Em contrapartida, caso a solução analisada viole alguma das restrições operativas, sua função de aptidão é dada pela Equação (4.3). Nela,  $P_{max}$  representa a maior perda obtida para as soluções factíveis e as variáveis  $\rho_i$  e  $\rho_v$  representam, respectivamente, as penalidades devido às violações de corrente e tensão. Suas expressões são dadas pelas

Equações (4.4) e (4.5). Os índices *i* e *j* varrem, respectivamente, todas os ramos e barras do sistema.

$$\mathcal{F} = \left(\frac{P_{max}}{P_0} + \rho_i + \rho_v\right)^{-1} \tag{4.3}$$

$$\rho_i = \sum_{\forall i} \frac{\max\left(B_i - B_{amp_i}, 0\right)}{B_{amp_i}} \tag{4.4}$$

$$\rho_{v} = \sum_{\forall j} \left[ \frac{\max(V_{min} - V_{j}, 0)}{V_{min}} + \frac{\max(V_{j} - V_{max}, 0)}{V_{max}} \right]$$
(4.5)

Destaca-se que em (4.3), (4.4) e (4.5) a normalização em cada um dos termos torna a função de aptidão adimensional, permitindo a combinação de violações de tensão e corrente em uma única expressão.

Durante o processo de otimização, é muito provável que o algoritmo gere soluções que estiveram presentes em gerações passadas e cujos valores de aptidão e restrição são conhecidos. Sendo assim, pode-se evitar a análise de indivíduos repetidos caso sua representação seja armazenada em uma estrutura de dados. Antes de se avaliar qualquer solução candidata, busca-se por sua representação nessa estrutura e caso ela seja encontrada, os valores conhecidos são utilizados, evitando, assim, custo computacional desnecessário.

#### 4.3.4 Operadores

Um dos grandes desafios da aplicação dos algoritmos genéticos para o problema de reconfiguração de redes de distribuição de energia é o grande número de soluções infactíveis que podem ser gerados durante o processo (Lavorato et al., 2012).

Entretanto, aplicações mais recentes utilizam operadores especiais que garantem a radialidade da solução candidata após a aplicação de cada um dos operadores genéticos (Braz e Souza, 2011). O presente trabalho utiliza essa abordagem.

Partindo-se de uma rede com todos os equipamentos NA fechados, para que se obtenha uma rede radial, deve-se realizar a abertura de |E| - |V| + 1 de arestas, sendo uma pertencente a cada laço do sistema. Entretanto, a aplicação direta dessa lógica pode levar a sistemas não-conexos.

O presente trabalho apresenta uma maneira de realizar o monitoramento das arestas abertas e eliminar as alternativas que tornam a rede não conexa sem que haja elevado custo computacional um complexo sistema de verificação.

#### Geração da Solução Candidata

Inicialmente, assume-se que todos os equipamentos NA da rede estão fechados e que a base cíclica fundamental do sistema, representada por uma matriz de ciclos, é conhecida. O processo de obtenção dessa estrutura pode ser consultado na Seção 2.5.1.

O algoritmo iterativo proposto remove uma aresta por vez de modo a eliminar exatamente um ciclo. A base cíclica é recalculada dinamicamente por meio de simples operações vetoriais.

Inicialmente, escolhe-se de forma aleatória algum ciclo presente na base para ser desfeito. Então, sorteia-se uma das arestas que constitui esse ciclo para ser aberta. Obrigatoriamente, um laço é aberto sem resultar na desconexão do sistema, como garantido pelo Teorema 2 da Seção 2.5.

Em seguida, inicia-se o processo de adaptação da base cíclica. A linha correspondente ao laço desfeito é excluída da matriz. Localiza-se todos os demais laços que contém a aresta aberta. Caso tal laço não exista, o processo de adaptação da base cíclica termina. Caso contrário, aplica-se a operação ou-exclusivo entre o ciclo removido e todos os que contenham tal aresta. Em ambas as situações, a nova base cíclica representa somente laços da nova estrutura formada.

O processo é repetido até que a base cíclica não apresente mais nenhuma linha, o que indica a inexistência de laços no sistema e que a rede é obrigatoriamente radial. Essa simples estratégia garante a conexão do sistema, uma vez que a adaptação iterativa da

base cíclica exclui dela qualquer aresta cuja abertura resulta na perda de conexão do sistema.

Para que a compreensão desse operador torne-se mais clara, a Figura 4.5 ilustra o processo descrito.



Figura 4.5: Exemplo de geração de indivíduo radial aleatório

#### Cruzamento

O processo apresentado para a geração aleatória de indivíduos pode ser facilmente adaptado para o cruzamento entre duas ou mais soluções candidatas.

Realiza-se o mesmo procedimento utilizado para a geração alterando-se somente o modo de escolha da aresta a ser aberta em cada um dos laços. No processo de geração isso é feito de forma aleatória. No cruzamento, entretanto, essa escolha deve ser feita com base nas arestas não presentes nos indivíduos pais. Dessa forma, somente podem ser selecionadas arestas que não estão presentes em pelo menos uma das soluções pais.

Precisa-se, então, provar que tal escolha é sempre possível. O Teorema 3 garante essa propriedade.

**Teorema 3.** Seja C uma base cíclica de um grafo  $\mathcal{G} \in \mathcal{T}$  uma árvore geradora de  $\mathcal{G}$ , obtida pela remoção de um conjunto de arestas  $\mathcal{E}$ . Para qualquer ciclo  $C_i$  no espaço de ciclos determinado por  $C, C_i \cap \mathcal{E} \neq \emptyset$ 

*Demonstração*. Suponha a existência de  $C_i$ , tal que  $C_i \cap \mathcal{E} = \emptyset$ . Isso implica que o ciclo  $C_i$  está presente na estrutura  $\mathcal{T}$ . Entretanto, a premissa de que  $\mathcal{T}$  é uma árvore geradora de  $\mathcal{G}$  é contrariada. Sendo assim, prova-se, por absurdo, que  $C_i \cap \mathcal{E} \neq \emptyset$ 

O Teorema 3 garante que o processo proposto para o cruzamento sempre permitirá a produção de uma solução radial. Caso as topologias designadas como pais sejam iguais, conclui-se que a solução gerada será igual ao pai.

Para auxiliar na compreensão do operador, o processo de cruzamento das topologias da Figura 4.6 é ilustrado pela Figura 4.7. Nela, colunas em verde indicam possibilidades de escolha e colunas em roxo representam a escolha realizada.



Figura 4.6: Configurações utilizadas para ilustrar o processo de cruzamento



Figura 4.7: Exemplo de cruzamento de dois indivíduos

#### 4.3.5 Busca Local

Mesmo com o desenvolvimento de operadores especiais para o tratamento do problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica, o algoritmo de otimização pode ser aperfeiçoado pela aplicação de um processo de busca local em um número determinado de soluções candidatas a cada iteração.

O processo utilizado nesse trabalho é constituído de duas etapas distintas. Primeiramente, um único ciclo do sistema é escolhido e realiza-se uma pesquisa iterativa sobre ele de modo a localizar a aresta a ser aberta para se obter um valor mínimo de perdas. Em segundo lugar, deve-se utilizar uma metodologia apropriada para atribuir a ordem na qual os ciclos serão analisados. Todos os ciclos do sistema são considerados no processo de busca local.

Inicialmente, apresenta-se o processo de busca dentro de um único ciclo. O sistema exemplo da Figura 4.8, que representa a troca de carga entre dois alimentadores distintos, é utilizado para tornar a discussão mais clara. Por simplicidade, os ramos não contidos no ciclo não são representados. Para o caso do rearranjo de cargas dentro do mesmo alimentador, as barras da extremidade corresponderiam ao mesmo ponto elétrico.



Figura 4.8: Exemplo utilizado na busca local

O sistema apresentado na Figura 4.8 contém um caminho de T barras que conecta os dois alimentadores. Na modelagem proposta, isso representa um laço no sistema, que deve ser removido para que se obtenha uma estrutura radial. A abertura da chave genérica localizada no centro da Figura 4.8 indica a eliminação do ciclo. Intuitivamente, acredita-se que a aresta cuja abertura resultará no menor valor de perda é aquela localizada no ponto de simetria desse ciclo.

Nesse caso, realiza-se uma série de simplificações: as cargas são consideradas iguais e modeladas como corrente constante. Além disso, a impedância em todos os vãos do sistema é tratada como um mesmo valor. Obviamente, tais simplificações não correspondem a um sistema real. Entretanto, elas permitirão uma demonstração matemática do processo proposto.

Para um dos laços, constituído de n vãos, a perda de potência é dada pela Equação (4.6). Para sua obtenção, foi utilizada a fórmula da soma dos quadrados dos números naturais.

$$P(N) = RI^{2}(1+2^{2}+3^{2}+\dots+n^{2}) = RI^{2}\left(\frac{n^{3}}{3}+\frac{n^{2}}{2}+\frac{n}{6}\right)$$
(4.6)

Caso esse ciclo seja interrompido na posição genérica N, a perda total do arranjo é dada pela Equação (4.7).

$$P(N,T) = RI^{2} \left( \frac{(N-1)^{3}}{3} + \frac{(N-1)^{2}}{2} + \frac{N-1}{6} + \frac{(T-N)^{3}}{3} + \frac{(T-N)^{2}}{2} + \frac{T-N}{6} \right)$$
(4.7)

Derivando esse resultado em relação a N, obtém-se a expressão apresentada na Equação (4.8).

$$\frac{dP}{dN} = 2NT - T - T^2 \tag{4.8}$$

Pode-se perceber que a derivada segunda dessa função é sempre maior do que zero, o que indica que a função é convexa e apresenta mínimo. Igualando a Equação (4.8) a zero obtém-se o ponto de mínimo da função, mostrado na Equação (4.9).

$$N^* = \frac{T+1}{2}$$
(4.9)

Esse resultado mostra que o ponto de menor perda ocorre aproximadamente no centro da configuração, comprovando que o ponto simétrico do arranjo deve resultar nas menores perdas. O resultado obtido é uma aproximação do caso real e, portanto, utiliza-se o eixo de simetria do ciclo como ponto inicial para a realização da busca.

Desse modo, o processo de busca local é realizado como descrito a seguir. Abre-se a chave central do laço. O valor de perda é calculado e armazenado. O próximo passo é, restabelece-se o ciclo e abrir iterativamente as arestas localizadas à esquerda dessa referência. Entre cada abertura, compara-se o valor obtido de perdas com o valor anterior registrado. Caso obtenha-se uma situação de menores perdas, a busca continua e o último valor é armazenado como a referência para comparações futuras. Se um valor maior do que os anteriores for encontrado, o processo é interrompido e o menor valor localizado nessa busca é armazenado.

Um processo análogo é realizado no sentido oposto do laço. Após a segunda etapa, os valores mínimos de perda encontrados na busca em ambos os sentidos são comparados e a abertura que resultou na melhor configuração é aplicada à estrutura. Essa metodologia é descrita pelo Algoritmo 5.

Por fim, deve-se determinar a forma de ordenação dos ciclos para a realização da busca local. No presente trabalho, isso é realizado de maneira aleatória. Todavia,

utiliza-se o maior valor de queda de tensão nas barras em cada um dos ciclos como ponderador das escolhas. Desse modo, ciclos com queda de tensão mais pronunciada têm maior probabilidade de serem analisados antes de ciclos com menor valor de queda de tensão.

## 4.4 Conclusão

No presente capítulo, foi apresentado o algoritmo genético proposto para o tratamento do problema de reconfiguração de redes de distribuição primária, tendo como objetivo a minimização das perdas técnicas.

No algoritmo proposto, operadores especiais foram desenvolvidos. Dentre eles, o operador de cruzamento que mantém a radialidade do sistema e o operador de busca local que utiliza uma abordagem heurística para direcionar a busca do algoritmo.

# **Resultados e Discussões**

## 5.1 Considerações Iniciais

Para verificar a correção e eficiência da metodologia apresentada no capítulo anterior, sua aplicação em sistemas de distribuição de energia comumente utilizados na literatura é realizada. Aspectos relevantes como o perfil de tensão pré e pós reconfiguração são apresentados e discutidos. Os resultados obtidos são comparados com os reportados em três diferentes trabalhos.

O primeiro sistema contém 14 barras, compondo três alimentadores com um total de 16 arestas manobráveis. Esse sistema foi apresentado, pela primeira vez, em (Civanlar et al., 1988). Devido a sua dimensão, espera-se que algoritmos modernos de reconfiguração sejam capazes de obter o ótimo global sem grandes dificuldades.

O segundo sistema foi introduzido em (Baran e Wu, 1989) e apresenta um alimentador com o total de 33 barras e 37 arestas manobráveis. Esse sistema contém um número de árvores geradoras bastante superior ao primeiro. Contudo, ainda tem dimensão suficientemente pequena para que bons algoritmos não apresentem problemas em localizar a configuração de menor valor de perdas.

O terceiro e último sistema utilizado representa uma rede brasileira real de distribuição de energia. Os dados referentes a esse sistema podem ser encontrados no endereço eletrônico "http:www.feis.unesp.br#!departamentosengenharia-eletricapesquisase-projetoslapseedownloadsmateriais-de-cursos1193"e foi introduzido por (Carreno et al., 2008). Por conveniência, essas informações são fornecidas nos anexos, juntamente com os dados referentes às duas primeiras redes. Esse sistema apresenta um total de 136 barras e 156 arestas. Ele contém 21 ciclos fundamentais, tornando essa a maior dentre as redes utilizadas.

Para que se possa mensurar a dimensão do espaço de busca representado em cada um desses sistemas, a Tabela 5.1 contém o número de configurações radiais possíveis

Sistema	Nº de ciclos	Nº de topologias radiais
14 barras	3	190
33 barras	5	$5,08 \times 10^{4}$
136 barras	21	$2,27 \times 10^{18}$

Tabela 5.1: Tamanho do espaço de busca

para cada um deles juntamente com o número de ciclos fundamentais existentes. Para gerar esses valores, utilizou-se a metodologia apresentada na Seção 2.4.2.

Os estados iniciais dos sistemas de 14, 33 e 136 barras podem ser visto, respectivamente, nas Figuras 5.1, 5.2 e 5.3.



Figura 5.1: Configuração original do sistema de 14 barras.



Figura 5.2: Configuração original do sistema de 33 barras.



Figura 5.3: Configuração original do sistema de 136 barras.
### 5.2 Resultados

Os testes foram realizados em um computador com processador i7 de 2.20 GHz e memória RAM de 6,00 GB que executava a versão 64 bits do Windows 8.1 Enterprise. A versão utilizada do Matlab foi a 2014a.

Pode-se utilizar o fluxo de potência para redes de distribuição fracamente malhadas, desenvolvido no Capítulo 3, e obter o limite inferior das perdas de um sistema. Os resultados obtidos por essa análise podem ser encontrados na Tabela 5.2.

Sistema	Perda Mínima [kW]
14 barras	426.26
33 barras	123.29
136 barras	271.84

Tabela 5.2: Limite Inferior de Perdas.

O algoritmo de reconfiguração proposto foi executado 30 vezes para cada um dos sistemas com o tamanho da população, número de gerações e número de indivíduos em que se aplica a operação de busca local a cada iteração estão indicados na Tabela 5.3. Os parâmetros foram escolhidos de forma empírica. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 5.4. O critério de parada utilizado é o número máximo de gerações do algoritmo.

Deve-se destacar que o número de avaliações não é exatamente igual ao produto do número de gerações pelo tamanho da população, uma vez que a execução da busca local realiza um número adicional e não-determinístico de cálculos. Além disso, como descrito na Seção 4.3.3, não se realiza fluxo de potência em redes anteriormente visitadas pelo algoritmo, o que também influencia no número de avaliações realizadas.

Sistema	Tamanho da população	Nº gerações	Nº de buscas locais por iteração
14 barras	4	4	1
33 barras	6	8	2
136 barras	10	10	2

Tabela 5.3: Parâmetros do algoritmo proposto.

O perfil de tensão para cada um dos sistemas testado é apresentado. Ele permite verificar como a redução de perdas de uma rede de distribuição tende a reduzir a queda de tensão ao longo do sistema. Isso está mostrado nas Figuras 5.4, 5.5 e 5.6.

Cictoma	Perda [kW]			Avaliações			Tompo Mádio [a]
Sistema	Menor	Média	Maior	Menor	Média	Maior	Tempo Medio [S]
14 barras	466.1	466.1	466.1	12	19.2	26	0.52
33 barras	139.55	139.6	141.91	37	57.6	90	0.76
136 barras	280.19	280.9	285.6	123	419	640	8.58

Tabela 5.4: Resultados obtidos para a média de 30 execuções



Figura 5.4: Perfil de tensão do sistema de 14 barras.



Figura 5.5: Perfil de tensão do sistema de 33 barras.



Figura 5.6: Perfil de tensão do sistema de 136 barras.

Por fim, apresentam-se, nas Figuras 5.7, 5.8 e 5.9, as topologias obtidas para as configurações de menor perda em cada um dos sistemas.



Figura 5.7: Configuração de menor perda obtida para o sistema de 14 barras.



Figura 5.8: Configuração de menor perda obtida para o sistema de 136 barras.



Figura 5.9: Configuração de menor perda obtida para o sistema de 33 barras.

### 5.3 Comparação dos Resultados

Para avaliar a eficiência do algoritmo proposto, os resultados obtidos são comparados com os apresentados nos trabalhos de (Mendoza et al., 2006), (Wang e Gao, 2013) e (Carreno et al., 2008). Em todos esses trabalhos, as mesmas configurações finais dos sistemas foram obtidas. A comparação entre os algoritmos é realizada por meio da comparação do número de avaliações da função objetivo.

O número de avaliações em (Mendoza et al., 2006) e em (Carreno et al., 2008) foi calculado multiplicando-se o tamanho da população pelo menor número de gerações necessárias à obtenção do ótimo global reportado pelos autores. Sendo assim, deve-se comparar esses dados com o melhor valor obtido pelo algoritmo proposto, uma vez que não se pode garantir que os autores não reportaram um *outlier*.

Em (Wang e Gao, 2013), o número de avaliações foi calculado como sendo a média de 50 execuções para os resultados dos melhores parâmetros indicados pelos autores. Sendo assim, os valores reportados devem ser comparados com a média dos fornecidos nessa dissertação.

A Tabela 5.5 apresenta os resultados indicados anteriormente. Destaca-se que o número de fluxos apresentados inclui os utilizados durante o processo de busca local.

Algor	ritmos	14 barras	Sistemas 33 barras	136 barras
Dranacta	Melhor	12	37	123
Proposto	Média	19.2	57.6	419
(Mendoza	et al., 2006)	120	390	-
(Carreno e	et al., 2008)	17	-	600
(Wang e C	Gao, 2013)	13.8	422.4	9040

Tabela 5.5: Comparação do Número de Avaliações da Função Objetivo

### 5.4 Discussão

Uma rede radial de distribuição não pode apresentar um total de perdas inferior à configuração em que todas as chaves são fechadas. Os resultados apresentados na Tabela 5.4 e em todas as referências utilizadas são consistentes com esse critério.

Em relação ao perfil de tensão das redes, pode-se destacar dois pontos. Primeiramente, o processo de reconfiguração apresentou a tendência de tornar mais plano o perfil em todos os sistemas. Entretanto, isso não implica que em cada barra individual do sistema o nível de tensão tenha sido superior ao da configuração inicial. O perfil de tensão do sistema de 136 barras, por exemplo, apresentado na Figura 5.6, mostra que para alguns alimentadores os níveis de tensão foram reduzidos. Entretanto, porções do sistema que anteriormente apresentavam níveis de tensão próximo a 0.93 pu apresentaram valores entre 0.96 e 0.97 pu após a aplicação da metodologia.

Em segundo lugar, pode-se perceber que o algoritmo proposto aumentou as perdas em certas partes do sistema e as reduziu em outras, mas as perdas globais do sistema foram menores.

A Tabela 5.5 mostra que o algoritmo proposto apresentou número de avaliações inferior ao reportado em três artigos da literatura. Destaca-se que o algoritmo proposto em (Mendoza et al., 2006) utilizou 120 avaliações para a reconfiguração do sistema de 14 barras. Entretanto, o tamanho do espaço de busca, como apontado na Tabela 5.1, é de 190 configurações radiais. Sendo assim, tal algoritmo foi pouco melhor do que um método de busca exaustiva para esse caso.

Tendo em vista os resultados obtidos, acredita-se que o algoritmo proposto esteja dentre os mais eficientes para a solução do problema abordado.

## Conclusão

Nesse trabalho foi discutido o problema da reconfiguração de redes de distribuição primária de energia elétrica para a redução de perdas técnicas. Trabalhos relevantes para o desenvolvimento desta área de pesquisa foram apresentados e os pontos fortes e fracos de cada um deles destacados.

Para que a metodologia desenvolvida pudesse ser melhor compreendida, realizouse uma breve revisão matemática sobre teoria de grafos. Buscas em árvores e alguns teoremas importantes foram apresentados. Introduziu-se, também, o conceito de base cíclica fundamental, essencial para a metodologia desenvolvida.

Um algoritmo eficiente de fluxo de potência existente na literatura, aplicado apenas a redes radiais foi explicado em detalhes e suas capacidades foram estendidas para lidar com o caso de redes fracamente malhadas. Isso possibilitou sua utilização para determinação de um limite inferior de perdas para cada um dos sistemas testes utilizados. Além disso, fluxos de potência para redes fracamente malhadas apresentam importante aplicação em métodos heurísticos de reconfiguração de redes e algumas metodologias de restauração.

Introduziu-se uma maneira de se determinar os requerimentos de armazenamento do fluxo de potência para estruturas não radiais. Desse modo, pode-se determinar de forma precisa o custo de armazenamento necessário para o cálculo da impedância equivalente de um sistema contendo ciclos.

Visto que o arcabouço teórico necessário foi introduzido, apresentou-se conceitos sobre computação evolutiva e a metodologia aplicada com um algoritmo genético, desenvolvido nesse trabalho, foi demonstrada. Os métodos propostos de geração da população, cruzamento e de busca local foram descritos e detalhados. Vale ressaltar que os operadores formulados mantêm a radialidade das soluções candidatas em todas as etapas do processo evolutivo. Sendo assim, uma das dificuldades de se aplicar computação evolutiva ao problema da reconfiguração de redes de distribuição primária foi superada.

Finalmente, a metodologia desenvolvida foi aplicada a três sistemas largamente utilizados na literatura e os resultados obtidos foram comparados com três outros trabalhos. Os resultados obtidos foram satisfatórios e sugerem que a metodologia desenvolvida no presente trabalho está entre as melhores existentes, tanto em eficiência quanto em robustez, para o tratamento do problema estudado.

Como trabalho de continuidade, as propriedades da generalização para sistemas fracamente malhados do algoritmo de fluxo de potência serão analisadas de forma mais detalhada.

# Dados dos Sistemas Utilizados para Testes

Neste apêndice apresenta-se exatamente os valores utilizados para as simulações apresentadas no Capítulo 5. As informações estão contidas nas Tabelas A.1, A.2 e A.3.

Todos os valores apresentados encontram-se em pu. As bases de potência e tensão utilizadas nos sistemas de 14 e 33 barras foram respectivamente, 1 MVA e 12.66kV. Para o sistema de 136 barras, as bases são respectivamente 1 MVA e 13.8 kV.

Linhas cuja potência apresenta um '-' representam chaves normalmente abertas. Todos as arestas são consideradas manobráveis.

Barra A	Barra B	Р	Q	R	Х
1	2	2	1,6	0,00075	0,001
2	3	3	0,4	0,0008	0,0011
2	4	2	-0,4	0,0009	0,0018
4	5	2	1,2	0,0004	0,0004
1	6	4	2,7	0,0011	0,0011
6	7	5	1,8	0,0008	0,0011
6	8	1	0,9	0,0011	0,0011
7	9	0,6	-0,5	0,0011	0,0011
7	10	5	-1,7	0,0008	0,0011
1	11	1	0,9	0,0011	0,0011
11	12	1	-1,1	0,0009	0,0012
11	13	1	0,9	0,0008	0,0011
13	14	2	-0,8	0,0004	0,0004
3	9	-	-	0,0004	0,0004
8	12	-	-	0,0004	0,0004
5	14	-	-	0,0009	0,0012

Tabela A.1: Dados do sistema de 14 Barras

Barra A	Barra B	Р	Q	R	Х
1	2	0,1	0,06	0,000575259	0,000293245
2	3	0,09	0,04	0,003075952	0,001566676
3	4	0,12	0,08	0,002283567	0,001162997
4	5	0,06	0,03	0,002377779	0,001211039
5	6	0,06	0,02	0,005109948	0,004411152
6	7	0,2	0,1	0,001167988	0,00386085
7	8	0,2	0,1	0,004438605	0,001466848
8	9	0,06	0,02	0,00642643	0,004617047
9	10	0,06	0,02	0,00651378	0,004617047
10	11	0,045	0,03	0,001226637	0,000405551
11	12	0,06	0,035	0,002335976	0,00077242
12	13	0,06	0,035	0,009159223	0,007206337
13	14	0,12	0,08	0,003379179	0,004447963
14	15	0,06	0,01	0,003687398	0,003281847
15	16	0,06	0,02	0,004656354	0,003400393
16	17	0,06	0,02	0,008042397	0,010737754
17	18	0,09	0,04	0,004567133	0,003581331
2	19	0,09	0,04	0,001023237	0,000976443
19	20	0,09	0,04	0,009385084	0,008456683
20	21	0,09	0,04	0,002554974	0,002984859
21	22	0,09	0,04	0,004423006	0,005848052
3	23	0,09	0,05	0,002815151	0,001923562
23	24	0,42	0,2	0,005602849	0,004424254
24	25	0,42	0,2	0,005590371	0,00437434
6	26	0,06	0,025	0,001266568	0,000645139
26	27	0,06	0,025	0,001773196	0,00090282
27	28	0,06	0,02	0,006607369	0,00582559
28	29	0,12	0,07	0,005017607	0,004371221
29	30	0,2	0,6	0,003166421	0,001612847
30	31	0,15	0,07	0,006079528	0,006008401
31	32	0,21	0,1	0,001937288	0,002257986
32	33	0,06	0,04	0,002127585	0,003308052
8	21	-	-	0,012478506	0,012478506
9	15	-	-	0,012478506	0,012478506
12	22	-	-	0,012478506	0,012478506
18	33	-	-	0,003119626	0,003119626
25	29	-	-	0,003119626	0,003119626

Tabela A.2: Dados do sistema de 33 barras

Barra A	Barra B	Р	Q	R	Х
75	1	0,04778	0,019009	0,001743594	0,004025047
1	2	0,04255	0,016929	9,87E-06	2,27E-05
2	3	0,08702	0,034622	0,001172233	0,002706102
3	4	0,31131	0,123855	0,000522107	0,001205261
4	5	0,14887	0,059228	0,000817633	0,001887471
5	6	0,23867	0,094956	0,000857015	0,001978418
6	7	0,0623	0,024786	0,000600924	0,001387156
6	8	0,1246	0,049571	0,000297994	0,000297522
8	9	0,14018	0,055768	0,00273703	0,001439719
8	10	0,11681	0,046474	0,000571151	0,000570258
10	11	0,2492	0,099145	0,002090055	0,001099401
10	12	0,29145	0,115952	0,004817475	0,001652436
10	13	0,30372	0,120835	0,000620825	0,00061988
13	14	0,2154	0,085695	0,002637471	0,001387366
13	15	0,19859	0,079007	0,000297994	0,000297522
15	16	0	0	0,001542691	0,000811489
75	17	0	0	0,001743594	0,004025047
17	18	0	0	9,87E-06	2,27E-05
18	19	0,03013	0,014729	0,001172233	0,002706102
19	20	0,23097	0,11292	0,000571361	0,001318946
20	21	0,06026	0,029458	0,003732304	0,001963243
20	22	0,23097	0,11292	0,000955524	0,002205839
22	23	0,12051	0,058915	0,001592418	0,000837639
22	24	0	0	0,000128072	0,000295631
24	25	0,05698	0,027857	0,0002364	0,000545789
25	26	0,36467	0,178281	9,85E-05	0,000227421
26	27	0	0	0,000620825	0,00061988
27	28	0,12465	0,060939	0,000124186	0,000123976
28	29	0,05698	0,027857	0,000995274	0,000523524
29	30	0	0	0,002090055	0,001099401
28	31	0,08547	0,041787	0,000297994	0,000297522
31	32	0	0	0,000497637	0,000261762
32	33	0,39674	0,19396	0,002189614	0,001151754

Tabela A.3: Dados do sistema de 136 barras

Barra A	Barra B	Р	Q	R	X
33	34	0	0	0,000597143	0,000314115
31	35	0,18115	0,088563	0,00039729	0,000396713
35	36	0,24217	0,118395	0,001940769	0,001020899
36	37	0,07532	0,036821	0,001393405	0,000732934
35	38	0	0	0,000297994	0,000297522
75	39	0,00125	0,000531	0,001743594	0,004025047
39	40	0,00627	0,00266	0,000620615	0,00143263
40	41	0	0	0,015558076	0,005336484
40	42	0,11788	0,049971	9,87E-06	2,27E-05
42	43	0,06267	0,026566	0,000364472	0,00084142
43	44	0,17229	0,073034	0,004279668	0,002251208
43	45	0,45856	0,194388	0,000334909	0,000773157
45	46	0,26296	0,111473	0,000689561	0,00159184
46	47	0,23576	0,099942	0,000325089	0,00075042
47	48	0	0	0,000600924	0,001387156
48	49	0,10922	0,046298	0,001489918	0,00148766
49	50	0	0	0,001489918	0,00148766
48	51	0,07281	0,030865	0,0002364	0,000545789
51	52	0,25847	0,10957	0,000137891	0,000318368
52	53	0,06917	0,029322	0,000315217	0,000727683
53	54	0,02184	0,00926	0,000157635	0,000363842
54	55	0	0	0,000108381	0,000250158
52	56	0,02053	0,008702	0,000571361	0,001318946
56	57	0,15055	0,063819	0,001343625	0,000706784
57	58	0,22069	0,093552	0,002189614	0,001151754
58	59	0,09238	0,039163	0,002637471	0,001387366
59	60	0	0	0,001741756	0,000916194
60	61	0,22669	0,096098	0,001094781	0,000575877
47	62	0	0	0,000728943	0,001682787
75	63	0,29402	0,116974	3,94E-05	9,09E-05
63	64	0,08302	0,033028	0,001418505	0,003274627
64	65	0,08302	0,033028	0,002009557	0,004639046
65	66	0,10377	0,041285	0,001733774	0,00400231

Tabela A.3: Dados do sistema de 136 barras

Barra A	Barra B	Р	Q	R	Х
66	67	0,17641	0,070184	0,001723903	0,003979574
67	68	0,08302	0,033028	0,00089645	0,002069366
68	69	0,21792	0,086698	0,002936043	0,001544423
68	70	0,02329	0,009267	0,000305398	0,000704946
70	71	0,00508	0,002019	0,003682525	0,001937093
71	72	0,07264	0,028899	0,005374501	0,002827085
70	73	0,40599	0,161523	0,000354652	0,000818683
73	74	0	0	0,0069498	0,002383795
75	76	0	0	5,91E-05	0,000136421
76	77	0,10018	0,042468	0,003831968	0,008846041
77	78	0,14252	0,060417	0,001182105	0,002728838
78	79	0,09604	0,040713	0,001093468	0,002524207
79	80	0,30045	0,127366	0,000246272	0,000568526
80	81	0,14124	0,059873	0,003252993	0,00324811
81	82	0,27985	0,118631	0,001787912	0,001785234
82	83	0,08731	0,037013	0,002985822	0,001570626
82	84	0,24385	0,103371	0,000571151	0,000570258
84	85	0,24775	0,105025	0,002985822	0,001570626
75	86	0	0	5,91E-05	0,000136421
86	87	0,08988	0,038101	0,002196755	0,005071151
87	88	1,13728	0,482108	0,000551302	0,000716289
87	89	0,45834	0,194296	0,002305083	0,005321256
89	90	0,3852	0,16329	0,000394875	0,000135423
90	91	0	0	0,000403907	0,000932367
91	92	0,07961	0,033747	0,001743594	0,004025047
92	93	0,08731	0,037013	0,000443289	0,001023314
93	94	0	0	0,000699433	0,001614577
94	95	0,074	0,03137	0,001539593	0,001537282
95	96	0,23205	0,098369	0,00114225	0,001140569
96	97	0,14182	0,060119	0,001390569	0,001388521
94	98	0	0	0,000541798	0,001250735
98	99	0,07645	0,032408	0,000709252	0,001637314
75	100	0	0	4,93E-05	0,000113684

Tabela A.3: Dados do sistema de 136 barras

Barra A	Barra B	Р	Q	R	Х
100	101	0,05132	0,021756	0,000886578	0,002046629
101	102	0,05987	0,025381	0,000620615	0,00143263
102	103	0,00907	0,003843	0,012004201	0,004117517
102	104	0,00209	0,000887	0,002393772	0,00552594
104	105	0,01674	0,007094	0,003654694	0,008436725
105	106	1,50652	0,638634	0,002403592	0,005548677
106	107	0,31302	0,132694	0,001065848	0,001384846
107	108	0,07983	0,033842	0,001120983	0,001456469
108	109	0,05132	0,021756	0,002886316	0,001518273
109	110	0	0	0,002836536	0,001492071
108	111	0,20244	0,085815	0,00023892	0,000310386
111	112	0,06082	0,025784	0,002488185	0,001308864
112	113	0,04562	0,019338	0,004528513	0,002382063
113	114	0	0	0,002985822	0,001570626
109	115	0,15707	0,066584	0,004080603	0,002146503
115	116	0	0	0,005673073	0,002984142
110	117	0,25015	0,106041	0,005772579	0,003036494
117	118	0	0	0,002488185	0,001308864
105	119	0,06981	0,029593	0,001694339	0,003911363
119	120	0,03207	0,013596	0,000768378	0,001773735
120	121	0,06108	0,025894	0,000650179	0,001500893
75	122	0	0	5,91E-05	0,000136421
122	123	0,09462	0,04626	0,003408423	0,0078682
123	124	0,04986	0,024375	0,0002364	0,000545789
124	125	0,12316	0,060214	0,002764125	0,00094812
124	126	0,07835	0,038304	0,000108381	0,000250158
126	127	0,14548	0,071121	0,002786757	0,001465921
126	128	0,02137	0,010447	0,000512235	0,001182525
128	129	0,07479	0,036564	0,000620615	0,00143263
128	130	0,22793	0,111431	0,000728943	0,001682787
130	131	0,03561	0,017411	0,000226581	0,000523052
131	132	0,2493	0,121877	0,000482672	0,001114262
132	133	0,31672	0,154842	0,000847196	0,001955682

Tabela A.3: Dados do sistema de 136 barras

Barra A	Barra B	Р	Q	R	Х
133	134	0,33382	0,163199	0,001986557	0,001983564
134	135	0,2493	0,121877	0,002085906	0,002082756
135	136	0	0	0,001539593	0,001537282
7	73	-	-	0,000689561	0,00159184
9	24	-	-	0,001393405	0,000732934
15	84	-	-	0,000744959	0,000743856
38	136	-	-	0,000446965	0,000446282
25	51	-	-	0,0002364	0,000545789
50	97	-	-	0,000744959	0,000743856
55	99	-	-	0,000744959	0,000743856
62	121	-	-	0,000206889	0,000477526
66	80	-	-	0,000679689	0,001569103
80	132	-	-	8,86E-05	0,000204684
85	136	-	-	0,001741756	0,000916194
92	105	-	-	0,000744959	0,000743856
91	130	-	-	0,000403907	0,000932367
91	104	-	-	0,000403907	0,000932367
93	105	-	-	0,000403907	0,000932367
93	133	-	-	0,000403907	0,000932367
97	121	-	-	0,001390569	0,001388521
111	47	-	-	0,002609536	0,003390412
127	77	-	-	0,000895768	0,000471172
129	78	-	-	0,000275835	0,000636736
136	99	-	-	0,001539593	0,001537282

Tabela A.3: Dados do sistema de 136 barras

### **Referências Bibliográficas**

- Ababei, C. e Kavasseri, R. (2011). Efficient network reconfiguration using minimum cost maximum flow-based branch exchanges and random walks-based loss estimations. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 26(1):30–37.
- Aguero, J. (2012). Improving the efficiency of power distribution systems through technical and non-technical losses reduction. In *Transmission and Distribution Conference and Exposition (T D), 2012 IEEE PES,* pï¿<sup>1</sup>/<sub>2</sub>ginas 1–8.
- ANEEL (2011). Procedimentos de distribuição de energia elétrica no sistema elétrico nacional - módulo 7 cálculo de perdas na distribuição. Technical report, Agência Nacional de Energia Elétrica.
- ANEEL (2013). Procedimentos de distribuição de energia elétrica no sistema elétrico nacional módulo 8 qualidade da energia elétrica. Technical report, Agência Nacional de Energia Elétrica.
- Baran, M. e Wu, F. (1989). Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. *Power Delivery, IEEE Transactions on,* 4(2):1401–1407.
- Barbosa, C. H. N. R. (2012). Reconfiguração e restauração ótima de sistemas de distribuição primária de energia elétrica. *Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais*.
- Barbosa, C. H. N. R., Alexandre, R. F., e de Vasconcelos, J. A. (2013). A practical codification and its analysis for the generalized reconfiguration problem. *Electric Power Systems Research*, 97(0):19 33.
- Braz, H. e Souza, B. (2011). Distribution network reconfiguration using genetic algorithms with sequential encoding: Subtractive and additive approaches. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 26(2):582–593.

- Carreno, E., Romero, R., e Padilha-Feltrin, A. (2008). An efficient codification to solve distribution network reconfiguration for loss reduction problem. *Power Systems*, *IEEE Transactions on*, 23(4):1542–1551.
- Civanlar, S., Grainger, J. J., Yin, H., e Lee, S. S. H. (1988). Distribution feeder reconfiguration for loss reduction. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 3(3):1217–1223.
- Das, D. (2006). A fuzzy multiobjective approach for network reconfiguration of distribution systems. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 21(1):202–209.
- Davis, T. (2006). *Direct Methods for Sparse Linear Systems*. Fundamentals of Algorithms. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- DcDermott, T., Drezga, I., e Broadwater, R. P. (1999). A heuristic nonlinear constructive method for distribution system reconfiguration. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 14(2):478–483.
- Deb, K. (2001). *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. Wiley Interscience Series in Systems and Optimization. Wiley.
- Evans, J. (1992). *Optimization Algorithms for Networks and Graphs, Second Edition,*. Optimization Algorithms for Networks and Graphs. Taylor & Francis.
- Fuchs, R. D. (1997). Transmissão de Energia Elétrica Linhas Aéreas. Editora da Escola Federal de Engenharia de Itajubá. Volume 1.
- Glover, J., Sarma, M., e Overbye, T. (2011). *Power System Analysis and Design*. Cengage Learning.
- Goldberg, D. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Artificial Intelligence. Addison-Wesley.
- Gönen, T. (1986). *Electric power distribution system engineering*. McGraw-Hill Series in Electrical Engineering. McGraw-Hill.
- Gonen, T. (2007). *Electric Power Distribution System Engineering, Second Edition*. Electrical Engineering. Taylor & Francis.
- Goswami, S. e Basu, S. (1992). A new algorithm for the reconfiguration of distribution feeders for loss minimization. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 7(3):1484–1491.
- Harris, J., Hirst, J., e Mossinghoff, M. (2008). *Combinatorics and Graph Theory*. Springer Undergraduate Texts in Mathematics and Technology. Springer.

- Holland, J. (1975). *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence.* University of Michigan Press.
- Horton, J. D. (1987). A polynomial-time algorithm to find the shortest cycle basis of a graph. *SIAM J. Comput.*, 16(2):358–366.
- Kavitha, T., Mehlhorn, K., Michail, D., e Paluch, K. (2004). A faster algorithm for minimum cycle basis of graphs. In 31st International Colloquium on Automata, Languages and Programming, páginas 846–857. Springer.
- Kersting, W. H. (2002). Distribution System Modeling and Analysis. CRC Press LCC.
- Kron, G. (1939). Tensor analysis of networks. General Electric series. J. Wiley & Sons, inc.
- Kruskal, Joseph B., J. (1956). On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 7(1):pp. 48–50.
- Lavorato, M., Franco, J., Rider, M., e Romero, R. (2012). Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 27(1):172–180.
- Lisboa, A., Guedes, L., Vieira, D., e Saldanha, R. (2014). A fast power flow method for radial networks with linear storage and no matrix inversions. *International Journal of Electrical Power e Energy Systems*, 63(0):901 907.
- Mehlhorn, K. e Michail, D. (2006). Implementing minimum cycle basis algorithms. *ACM Journal of Experimental Algorithmics*, 11.
- Mendoza, J., Lopez, R., Morales, D., Lopez, E., Dessante, P., e Moraga, R. (2006). Minimal loss reconfiguration using genetic algorithms with restricted population and addressed operators: real application. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 21(2):948–954.
- Merlin, A. e Back, G. (1975). Search for minimum-loss operational spanning tree configuration for an urban power distribution system. *Proc. 5th Power System Conf.* (*PSCC*), páginas 1–18.
- Michail, D. (2006). Minimum cycle basis algorithms and applications. *natural-technical faculties of Saarland University*.
- Miranda, V., Ranito, J. V., e Proenca, L. (1994). Genetic algorithms in optimal multistage distribution network planning. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 9(4):1927–1933.

Monticelli, A. (1983). Fluxo de carga em redes de energia elétrica. E. Blucher.

- Monticelli, A., Santos, A., J., Pereira, M., Cunha, S., Parker, B., e Praca, J. (1982). Interactive transmission network planning using a least-effort criterion. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-101(10):3919–3925.
- Nara, K., Shiose, A., Kitagawa, M., e Ishihara, T. (1992). Implementation of genetic algorithm for distribution systems loss minimum re-configuration. *Power Systems*, *IEEE Transactions on*, 7(3):1044–1051.
- Pansini, A. (2005). Guide to Electrical Power Distribution Systems. Fairmont Press.
- Prim, R. C. (1957). Shortest connection networks and some generalizations. *Bell System Technical Journal*, 36(6):1389–1401.
- Raidl, G. e Julstrom, B. (2003). Edge sets: an effective evolutionary coding of spanning trees. *Evolutionary Computation*, *IEEE Transactions on*, 7(3):225–239.
- Shirmohammadi, D. e Hong, H. (1989). Reconfiguration of electric distribution networks for resistive line losses reduction. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 4(2):1492–1498.
- Shirmohammadi, D., Hong, H., Semlyen, A., e Luo, G. (1988). A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 3(2):753–762.
- Swarnkar, A., Gupta, N., e Niazi, K. (2011). A novel codification for meta-heuristic techniques used in distribution network reconfiguration. *Electric Power Systems Research*, 81(7):1619 – 1626.
- Szwarcfiter, J. (1986). Grafos e algoritmos computacionais. Campus.
- Teng, J.-H. (2003). A direct approach for distribution system load flow solutions. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 18(3):882–887.
- Tinney, W. F. e Hart, C. (1967). Power flow solution by newton's method. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-86(11):1449–1460.
- Wang, C. e Gao, Y. (2013). Determination of power distribution network configuration using non-revisiting genetic algorithm. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 28(4):3638–3648.

- Zhu, J. (2002). Optimal reconfiguration of electrical distribution network using the refined genetic algorithm. *Electric Power Systems Research*, 62(1):37 42.
- Zhu, J., Xiong, X., Zhang, J., Shen, G., Xu, Q., e Xue, Y. (2009). A rule based comprehensive approach for reconfiguration of electrical distribution network. *Electric Power Systems Research*, 79(2):311 315.
- Ziviani, N. (2007). *Projeto de algoritmos: com implementações em Java e C++*. Thomson Learning.