

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos

Thiago Toussaint Marcelino Moreira

**ANÁLISE DO EMPREGO DE MEDIDAS DE INFORMAÇÃO PARA
CARACTERIZAÇÃO ESPAÇO-TEMPORAL DAS RELAÇÕES DE DEPENDÊNCIA
CHUVA-VAZÃO**

Belo Horizonte

2022

Thiago Toussaint Marcelino Moreira

**ANÁLISE DO EMPREGO DE MEDIDAS DE INFORMAÇÃO PARA
CARACTERIZAÇÃO ESPAÇO-TEMPORAL DAS RELAÇÕES DE DEPENDÊNCIA
CHUVA-VAZÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos.

Área de concentração: Recursos Hídricos

Linha de pesquisa: Modelagem de processos hidrológicos

Orientador: Francisco Eustáquio Oliveira e Silva

Belo Horizonte

2022

M838a

Moreira, Thiago Toussaint Marcelino.

Análise do emprego de medidas de informação para caracterização espaço-temporal das relações de dependência chuva-vazão [recurso eletrônico] Thiago Toussaint Marcelino Moreira. – 2022.

1 recurso online (68 f.: il., color.) : pdf.

Orientador: Francisco Eustáquio Oliveira e Silva.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 65-68.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia sanitária - Teses. 2. Recursos hídricos - Desenvolvimento - Teses. 3. Teoria da informação - Teses. 4. Entropia - Teses. 5. Hidrologia - Teses. I. Silva, Francisco Eustáquio Oliveira e. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 628(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
[ESCOLA DE ENGENHARIA]
COLEGIADO DO CURSO DE GRADUAÇÃO / PÓS-GRADUAÇÃO EM [SANEAMENTO, MEIO AMBIENTE E RECURSOS
HÍDRICOS]

FOLHA DE APROVAÇÃO

["Análise do Emprego de Medidas de Informação Para Caracterização Espaço-temporal das Relações de Dependência Chuva-vazão"]

[THIAGO TOUSSAINT MARCELINO MOREIRA]

Dissertação defendida e aprovada pela banca examinadora constituída pelos Senhores:

Prof. Francisco Eustáquio Oliveira e Silva

Prof. Wilson dos Santos Fernandes

Prof. Carlos Henrique Ribeiro Lima

Aprovada pelo Colegiado do PG SMARH

Versão Final aprovada por

Prof^ª. Priscilla Macedo Moura

Prof. Francisco Eustáquio Oliveira e Silva

Coordenadora

Orientador

Belo Horizonte, 26 de agosto de 2022.



Documento assinado eletronicamente por **Francisco Eustaquio Oliveira e Silva, Professor do Magistério Superior**, em 31/08/2022, às 13:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Carlos Henrique Ribeiro Lima, Usuário Externo**, em 31/08/2022, às 18:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Wilson dos Santos Fernandes, Professor do Magistério Superior**, em 01/09/2022, às 16:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Priscilla Macedo Moura, Coordenador(a) de curso de pós-graduação**, em 06/02/2023, às 07:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1707087** e o código CRC **6232B22A**.

AGRADECIMENTOS

A jornada para o desenvolvimento desta dissertação de mestrado foi particularmente desafiadora e muito benéfica para meu crescimento em diversos aspectos.

Agradeço primeiramente à minha família pela compreensão durante inúmeros momentos importantes e em que me fiz ausente para me dedicar ao desenvolvimento deste trabalho. Ao meu pai Vitor, meus irmãos Igor e Cristiano e, em especial, à minha mãe Fátima.

À minha esposa Gizelle, por me incentivar dia a dia e sempre me lembrar que por mais incerto que seja o momento o amanhã sempre trará clareza.

Aos colegas e amigos da SRK Consulting e à organização por enxergarem valor nesta minha jornada.

Ao meu orientador, Professor Dr. Francisco Eustáquio Oliveira e Silva, por toda a compreensão e condução do meu desenvolvimento ao longo deste trabalho. Pela paciência em todas as nossas conversas buscando sempre me apresentar o caminho correto. Por acreditar na minha capacidade.

Aos membros da banca examinadora.

RESUMO

Bacias hidrográficas, de forma simplificada, podem ser interpretadas como sistemas que transformam a chuva incidente em vazão por meio de processos interatuantes. Em última análise, as séries de vazões configuram o produto dessas interações que processam a chuva dentro do sistema. As características espaço-temporais das séries de input e dessas interações físicas controlam a relação de dependência entre chuva e vazão. A informação transferida do input ao output é condicionada por atributos físicos e pela constante alteração da paisagem. Esses fatores, associados a flutuações no tempo e no clima, resumem a complexidade em representá-la. Há tempos hidrólogos buscam caracterizá-la com vistas a sua extrapolação e a compreensão dessa relação, sua complexidade e variabilidade espaço-temporal que, em princípio, pode ocorrer por meio da caracterização da informação presente nas séries de chuva e que é efetivamente transmitida/transformada em vazão. No presente estudo essa relação de dependência foi analisada por meio da Teoria da Informação a partir de dois estudos de caso no Brasil. No primeiro buscou-se caracterizar a variação nessa relação promovida por alterações antrópicas ocorridas numa bacia hidrográfica inserida numa região de intenso desenvolvimento agrícola (MATOPIBA). No segundo, a dinâmica da dependência foi avaliada com ênfase nos extremos de variação observados no regime hidrológico numa bacia Amazônica (rio Acre), tendo em vista a importância desse bioma para manutenção da dinâmica do clima. A variação das medidas de informação permitiu evidenciar as alterações na dinâmica dos processos hidrológicos no caso da região de MATOPIBA. Na bacia do rio Acre o padrão conflitante de variação espacial exibido por essas medidas durante os períodos de cheia e seca analisados não permite reconhecer alterações nessas dinâmicas e que, a princípio, a extensão das séries e a complexidade do sistema justificam esse comportamento. O estudo levanta evidências acerca da hipótese de que a quantificação da informação contida nas séries temporais e a análise de sua transferência possa ser utilizada para identificação dos principais processos hidrológicos atuantes na bacia, configurando uma abordagem promissora auxiliar à construção e validação de estruturas conceituais adequadas à modelagem hidrológica.

Palavras-chave: Teoria de Informação, Entropia, Relação Chuva-Vazão

ABSTRACT

Watersheds, in a simplified way, can be interpreted as systems that transform incident rain into flow through interacting processes. Ultimately, the flow series configures the product of these interactions that process rainfall within the system. The spatial-temporal characteristics of the input series and these physical interactions control the dependency relationship between rainfall and flow. The information transferred from input to output is conditioned by physical attributes and the constantly landscape changing. These factors, associated with fluctuations in time and climate, summarize the complexity of representing it. For some time, hydrologists have sought to characterize it with a view to its extrapolation and understanding of this relationship, its complexity and spatial-temporal variability that, in principle, can occur through the characterization of the information present in the rain series and which is effectively transmitted/transformed into streamflow. In the present study, this dependency relationship was analyzed using Information Theory based on two case studies in Brazil. In the first one, we sought to characterize the variation in this relationship promoted by anthropic changes that occurred in a hydrographic basin inserted in a region of intense agricultural development (MATOPIBA). In the second, the dynamics of dependence was evaluated with emphasis on the extremes of variation observed in the hydrological regime in an Amazon basin (River Acre), in view of the importance of this biome for maintaining the dynamics of the climate. The variation of the information measures made it possible to highlight the changes in the dynamics of hydrological processes in the case of the MATOPIBA region. In the Acre river basin, the conflicting pattern of spatial variation exhibited by these measurements during the analyzed flood and dry periods does not allow us to recognize changes in these dynamics and that the extension of the series and the complexity of the system justify this behavior. The study shows evidence about the hypothesis that the quantification of the information contained in the time series and the analysis of its transference can be used to identify the main hydrological processes acting in the basin, configuring a promising approach to support the construction and validation of adequate conceptual structures for hydrological models.

Keywords: Information Theory, Entropy, Precipitation-Streamflow relationship

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – Representação esquemática do sistema de transmissão de informação (Fonte: adaptado de Shannon, 1948).....	19
Figura 3.2 – Representação esquemática da quantificação da aleatoriedade de uma variável aleatória	23
Figura 3.3 – Relação entre entropia e informação mútua (Fonte: Cover e Thomas, 2006)	26
Figura 4.1 – Fluxograma da metodologia adotada	32
Figura 4.2 – Áreas de estudo no Estados da Bahia e Acre	34
Figura 4.3 – Grid de precipitação (0,25° x 0,25°) para as bacias na região de MATOPIBA e do rio Acre.....	35
Figura 4.4 – Precipitação mensal média histórica para as bacias na região de MATOPIBA e do rio Acre.....	40
Figura 4.5 – Evolução do uso do solo na bacia na região do MATOPIBA entre os anos 1985 e 2020.	44
Figura 4.6 – Percentuais de uso do solo na bacia na região do MATOPIBA, anos 1985, 1995, 2005 e 2020.	44
Figura 4.7 – Série de vazões mínimas na estação 13600002.	47
Figura 4.8 – Série de vazões máximas na estação 13600002.....	47
Figura 5.1 – (i) Média deca anual de I_{max} para a bacia na região do MATOPIBA.	49
Figura 5.2 – Média deca anual de $H(P) \times H(Q)$ para bacia na região do MATOPIBA.	50
Figura 5.3 – Distribuição espacial das médias deca anuais de I_{max} na bacia na região do MATOPIBA.	51
Figura 5.4 – Distribuição espacial das médias deca anuais de I_{max} para (i) Dez-Jan-Fev e (ii) Jun-Jul-Ago na bacia na região do MATOPIBA.....	52
Figura 5.5 – Relação entre a transmissão de informação (I_{max}) e a média deca anual do coeficiente de escoamento na bacia na região do MATOPIBA para o trimestre Dez-Jan-Fev.	53
Figura 5.6 – Evolução temporal da produção de vazão observada e ajustada para cada milímetro de chuva incidente na bacia na região do MATOPIBA.....	55
Figura 5.7 – Média deca anual de SI na bacia na região do MATOPIBA.	57
Figura 5.8 – Distribuição espacial das médias deca anuais de SI para Dez-Jan-Fev na bacia na região do MATOPIBA.	57

Figura 5.9 – Média deca anual de pMI na bacia na região do MATOPIBA.	59
Figura 5.10 – Distribuição espacial das médias deca anuais de pMI para (i) Dez-Jan-Fev e (ii) Jun-Jul-Ago na bacia na região do MATOPIBA.	59
Figura 5.11 – Distribuição espacial das médias deca anuais de $lag-time$ para os períodos intra-aneais (i) Dez-Jan-Fev e (ii) Jun-Jul-Ago na bacia na região do MATOPIBA.	60
Figura 5.12 – Média deca anual de M na bacia na região do MATOPIBA.	62
Figura 5.13 – Distribuição espacial das médias deca anuais de M e isolinhas representativas de I_{max} para o período intra-anual Dez-Jan-Fev na bacia na região do MATOPIBA.	63
Figura 5.14 – Distribuição espacial das médias deca anuais da precipitação diária média e isolinhas representativas de I_{max} para o período intra-anual Dez-Jan-Fev na bacia na região do MATOPIBA.	64
Figura 5.15 – Distribuição espacial das médias deca anuais da assimetria da série diária de chuvas (P) e isolinhas representativas de I_{max} para o período intra-anual Dez-Jan-Fev na bacia na região do MATOPIBA.	65
Figura 5.16 – Distribuição espacial de I_{max} para média histórica e anos de cheia e seca na bacia do rio Acre.	67
Figura 5.17 – Distribuição espacial de M para média histórica e anos de cheia e seca na bacia do rio Acre.	68
Figura 5.18 – Distribuição espacial das médias de precipitação média diária e isolinhas representativas de I_{max} para média histórica e anos de cheia e seca na bacia do rio Acre.	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Estações fluviométricas selecionadas para as áreas de estudo nos estados da Bahia e Acre.....	36
Tabela 4.2 – Estatística descritiva das séries pluviométricas.....	38
Tabela 4.3 – Exemplo do processo de transformação binária realizado para os dados de chuva condicionados por <i>M</i> e <i>lag-time</i>	39
Tabela 5.1 – Demanda média para irrigação inferida a partir de Pousa et al. 2019..	54

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<i>ANA</i>	- Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico
<i>DAEE</i>	- Departamento de Águas e Energia Elétrica
<i>D_{KL}</i>	- Divergência <i>Kullback-Liebler</i>
<i>H</i>	- Entropia
<i>H(P)</i>	- Entropia da variável P
<i>H(P,Q)</i>	- Entropia conjunta entre as variáveis P e Q
<i>H(Q)</i>	- Entropia da variável Q
<i>H(X,Y)</i>	- Entropia conjunta entre as variáveis X e Y
<i>H(X Y)</i>	- Entropia condicional da variável X em função de Y
<i>I</i>	- Informação mútua
<i>I(Q;P)</i>	- Informação mútua entre as variáveis Q e P
<i>I(X;Y)</i>	- Informação mútua entre as variáveis X e Y
<i>I₀</i>	- Informação Mútua referente aos dados de chuva para P = 0
<i>I₁</i>	- Informação Mútua referente aos dados de chuva para P > 0
<i>I_{max}</i>	- Informação mútua máxima
<i>INMET</i>	- Instituto Nacional de Meteorologia
<i>I_s</i>	- Informação específica
<i>I_{s0}</i>	- Partição da informação específica para P = 0
<i>I_{s1}</i>	- Partição da Informação Específica para P = 1
<i>I_{sn}</i>	- Partição da informação específica para P condicionado a n
<i>M</i>	- Magnitude Limar para alturas de chuva
<i>P</i>	- Precipitação
<i>p(P)</i>	- Probabilidade marginal da variável P
<i>p(P,Q)</i>	- Probabilidade conjunta entre as variáveis P e Q
<i>p(Q)</i>	- Probabilidade marginal da variável Q
<i>p(X,Y)</i>	- Probabilidade conjunta entre as variáveis X e Y
<i>pMI</i>	- Partição da informação mútua referente a dias chuvosos
<i>Q</i>	- Vazão
<i>SI</i>	- Razão entre <i>I_{s0}</i> e <i>I_{s1}</i>
<i>t</i>	- Tempo calendário do dado observado
<i>τ</i>	- Tempo de defasagem sobre a observação de P

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	OBJETIVOS	18
2.1	Objetivo geral	18
2.2	Objetivos específicos	18
3	REVISÃO DA LITERATURA	19
3.1	Entropia.....	23
3.2	Entropia Conjunta e Entropia Condicional.....	24
3.3	Informação Mútua.....	26
4	METODOLOGIA	32
4.1	Definição da área de estudo	33
4.2	Levantamento dos dados hidrométricos.....	35
4.3	Transformação dos dados pluviométricos	36
4.4	Implementação das variáveis magnitudes limiars de chuva e lag-time	37
4.5	Determinação da Sazonalidade	39
4.6	Determinação das distribuições de frequência.....	41
4.7	Cálculo das Medidas de Informação	41
4.8	Análise da relação de dependência em função das alterações antrópicas.....	43
4.9	Análise da redundância de dados como fator limitante da capacidade informativa da série de chuvas em cenário de alterações antrópicas.....	45
4.10	Análise das alterações das medidas de informação em função de condições climáticas.....	46
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	49
5.1	Análise da relação de dependência em função das alterações antrópicas.....	49
5.2	Análise do efeito da redundância sobre a capacidade informativa dos dados de chuva para a transmissão de informação.....	62
5.3	Análise da relação de dependência em função de flutuações climáticas associadas a eventos de seca e cheia	66
6	DISCUSSÃO GERAL e CONCLUSÕES	70
	REFERÊNCIAS	74

1 INTRODUÇÃO

Fluxos hidrológicos (por exemplo, precipitação e vazão) e os sistemas de recursos hídricos são dominados por complexidades espaço-temporais que limitam a compreensão dos processos físicos subjacentes (PECHLIVANIDIS et al., 2016) e, conseqüentemente suas representações por modelos. Bacias hidrográficas, de forma simplificada, podem ser interpretadas como sistemas que transformam a chuva incidente em vazão por meio de processos interatuantes. Em última análise, as séries de vazões configuram o produto dessas interações que processam a chuva dentro do sistema.

As características espaço-temporais das séries de *input* e dessas interações físicas controlam a relação de dependência entre chuva e vazão. A informação transferida do *input* ao *output* é condicionada por atributos físicos e pela constante alteração da paisagem. Esses fatores associados a flutuações no tempo e no clima resumem a complexidade em representá-la. Há tempos hidrólogos buscam caracterizá-la com vistas a sua extrapolação e a compreensão dessa relação, sua complexidade e variabilidade espaço-temporal que, em princípio, pode ocorrer por meio da caracterização da informação presente nas séries de chuva e que é efetivamente transmitida/transformada em vazão.

Na engenharia hidrológica o desafio perpassa pelo controle e redução das incertezas inerentes a sistemas naturais, seja devido à aleatoriedade do sistema, ao conhecimento acerca dos processos dominantes, às variações temporais e espaciais na relação de dependência promovidas por modificações das características físicas e/ou condições climáticas à escala da bacia, ou mesmo sobre a efetiva capacidade das séries de *input* explicarem os *outputs*. Neste contexto, Beven (2019) observa ser comum verificar modelos excessivamente ajustados e parametrizados que produzem bons resultados na calibração para a finalidade desejada, porém, pelos motivos errados.

De acordo com Gharari et al. (2021), de modo geral, modelos são usados para caracterizar o conhecimento acerca da estrutura espaço-temporal e as propriedades dos sistemas naturais. Conforme Nearing e Gupta (2015), as representações de sistemas hidrológicos são limitadas pelo conhecimento sobre os processos governantes, impondo incertezas a elas. Dessa forma, os modelos dependem, em grande parte, da opinião e julgamento técnico de especialistas, inclusive

na etapa de calibração e avaliação da consistência e performance do modelo (GHARARI et al., 2021).

Tal como apresentado por Gong et al., (2013), diferentes estruturas conceituais podem resultar em distintos *outputs* por lidarem diferentemente com a aleatoriedade dos dados e do sistema e, principalmente, com a hierarquização dos processos e hipóteses admitidas, podendo, inclusive, elevar a incerteza epistêmica pela inadequabilidade da estrutura em descrever o sistema. Sivapalan et al., (2003) *apud*. Silva (2015) sugere que a incerteza de natureza epistêmica pode, em princípio, ser eliminada ou reduzida por meio de uma representação mais precisa dos processos físicos.

Já Gong et al. (2013) afirmam que modelos não adicionam informação aos processos representados além daquela já presente nos dados de entrada e que a única possibilidade para redução das incertezas é por meio da adição de informações, seja por meio de novos dados ou pelo que denominam de “conhecimento físico”. Esse conhecimento ao qual os autores se referem está relacionado às características físicas e à dinâmica inerente aos processos que dominam a relação de dependência à escala da bacia que, se conhecidas, mesmo que não integralmente, podem ser fornecidas na forma de informação adicional.

Igualmente importante ao conhecimento físico que, em última análise, se relaciona às incertezas epistêmicas, é a compreensão das incertezas associadas à capacidade informativa das séries de *input*. Sabe-se que a relação de dependência não é unívoca, portanto, compreender a efetiva capacidade com que os dados de entrada (chuva) podem explicar as vazões pode, em princípio, definir a máxima redução possível da incerteza total por meio de ajustes dos modelos, como destacado por Gong et al. (2013). Esta aleatoriedade pode ser interpretada como a redundância inerente aos dados de entrada que, segundo Goodwell e Kumar (2017), é representada pela sobreposição do conteúdo de informação que várias fontes fornecem a um mesmo destino.

Assim, à luz da avaliação de incertezas em sistemas hidrológicos, a seguinte questão se faz atual: Como a engenharia hidrológica poderia avançar em representações mais adequadas dos sistemas de interesse? Sobre tal aspecto discussões ainda abertas são apresentadas na literatura acerca da qualidade, performance e adequabilidade estrutural de modelos (BEVEN, 2019; GHARARI et al., 2021; NEARING; GUPTA, 2015; PACHEPSKY et al., 2016) e sobre como a Teoria da Informação pode auxiliar na avaliação e tomada de decisão acerca desses aspectos

(NEARING et al., 2020; RUDELL; DREWRY; NEARING, 2019; WEIJS; FOROOZAND; KUMAR, 2018; WEIJS; SCHOUPS; VAN DE GIESEN, 2010). Conforme sugerem Nearing et al., (2020), o teste das hipóteses admitidas deve ser centrado na quantificação da informação alternativamente à quantificação da incerteza, sendo a Teoria da Informação o fundamento dessa abordagem.

A Teoria da Informação vem se tornando ferramenta alternativa importante na área da hidrologia, pois fornece uma série de medidas relacionadas à incerteza e informação, fundamentada na Teoria da Probabilidade (WEIJS; SCHOUPS; VAN DE GIESEN, 2010). De acordo com Pechlivanadis et al., (2016), essas medidas de informações, por não serem fundamentadas em suposições sobre a natureza dos processos físicos ou as relações entre as variáveis do sistema, podem identificar onde as informações são presentes e/ou conflitantes. Neste contexto, alguns estudos fundamentados em medidas de informação, baseadas no conceito de entropia, inicialmente apresentado por Shannon (1948), vêm sendo desenvolvidos buscando avaliar a performance dos modelos (PACHEPSKY et al., 2016), a adequabilidade estrutural (RUDELL; DREWRY; NEARING, 2019) e as incertezas (GONG et al., 2013) e a efetiva capacidade informativa dos dados (GOODWELL; KUMAR, 2017; WEIJS; FOROOZAND; KUMAR, 2018).

Na última década, a aplicação da Teoria da Informação em estudos hidrológicos tem ganhado relevância em diferentes áreas (SINGH; ASCE, 2011; SINGH, 1997), como para estimativa de incertezas (GONG et al., 2014; LOPES et al., 2016), maximização de informações para redes hidrométricas (GUEDES; SOUSA; SOUSA, 2010; PÁDUA et al., 2019), qualidade de água (DELGADO et al., 2020; WANG; ZHU, 2021), sedimentometria (MARTINS; POLETO, 2017), caracterização das mudanças climáticas (PECHLIVANIDIS; GUPTA; BOSSHARD, 2018) e avaliação da performance das hipóteses admitidas em modelos (GONG et al., 2013; NEARING; GUPTA, 2015; RUDELL; DREWRY; NEARING, 2019).

Em menor número, trabalhos recentes baseados na análise das variações espaço-temporais das relações de dependência entre variáveis hidrológicas a partir de medidas de informação demonstram se tratar de uma abordagem promissora (ATIEH et al., 2017; GU et al., 2020; GUNTU; AGARWAL, 2020; MEDEIROS, 2019; RODRIGUES DA SILVA et al., 2016; THIESEN; DARSCHEID; EHRET, 2019)

Em estudo recente, Franzen et al. (2020), caracterizaram a dependência entre precipitação e vazão em uma sub-bacia do rio Colorado, nos Estados Unidos, a partir da aplicação da Teoria da Informação e observam que a caracterização da dependência chuva-vazão em função de aspectos físicos da bacia é um passo crítico para a compreensão das mudanças que processos dominantes podem apresentar.

A capacidade da Teoria da Informação e suas medidas em quantificar, no espaço e no tempo, a informação presente e circulante em um sistema hidrológico sem estabelecer nenhuma premissa acerca dos processos atuantes e dominantes parece, então, um caminho adicional adequado para a engenharia hidrológica na busca por mecanismos que permitam tecer inferências acerca das hipóteses admitidas na estrutura conceitual considerada em modelos e às limitações impostas pelas próprias séries de dados, seja por meio da caracterização, *a priori*, da dinâmica dos processos dominantes para a relação de dependência, seja por meio do uso do conhecimento adquirido através dessa caracterização para avaliação, *a posteriori*, das hipóteses admitidas e representadas pela estrutura conceitual considerada.

Sob a premissa de que a modificação de aspectos que governam a relação de dependência, como alterações das características físicas da bacia, regime de chuvas, ou mesmo flutuações climáticas, podem promover variações espaço-temporais na relação de dependência, tem-se que essas modificações irão promover variações na quantidade de informação circulante no sistema e a efetividade com que a informação contida nas séries de *inputs* reduz as incertezas inerentes aos *outputs* do sistema.

Em um primeiro momento, a quantificação da informação em sistemas hidrológicos que contêm fatores modificadores da relação de dependência parece ser capaz de evidenciar, no tempo e no espaço, características que permitam tecer inferências acerca dos efeitos que tais fatores produzem sobre a relação de dependência no tempo e no espaço.

Partindo-se da premissa de que alterações físicas à escala da bacia produzem modificações na intensidade com que a informação contida na série de chuvas é transmitida para as vazões, espera-se que, por meio da quantificação da informação, seja possível evidenciar esse efeito. Para tanto, foi selecionada uma bacia hidrográfica brasileira, localizada na região MATOPIBA, estado da Bahia, em que, historicamente, alterações no uso do solo vem ocorrendo, com

progressiva redução da cobertura vegetal e intensificação de atividades agropecuárias, na qual foram caracterizados os efeitos dessas alterações antrópicas sobre a relação de dependência.

Ainda, sob a premissa de que a quantidade de informação presente nas séries de chuva é elemento fundamental para a transmissão de informação no sistema, buscou-se avaliar o efeito que eventos considerados extremos na série de dados analisada promovem sobre a dependência chuva-vazão. Para tal, selecionou-se uma bacia localizada no estado do Acre, referenciada na literatura em função dos eventos de baixa e elevada magnitude, para a qual a intensidade na transmissão de informação foi caracterizada com foco em períodos de baixa e elevada vazão.

Em síntese, à luz de se estender o conhecimento físico sobre o sistema hidrológico, a ideia é analisar as flutuações exibidas pelas medidas de informação, em termos espaciais e temporais, com foco nas seguintes questões:

- I. Como as alterações antrópicas produzem modificações na relação de dependência e se revelam nas medidas de informação?
- II. Como a caracterização das alturas de chuva associadas à máxima transmissão de informação permite evidenciar a capacidade informativa das séries pluviométricas?
- III. Como as medidas de informação se comportam em cenários de seca e cheia extremas?

O presente documento é um requisito à obtenção do título de Mestre em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos. Ele foi organizado em 5 capítulos, além deste de natureza introdutória. No segundo capítulo (2) são apresentados os objetivos do estudo, enquanto no capítulo (3) faz-se a revisão da literatura associada aos principais aspectos relacionados à Teoria da Informação e à quantificação da informação. A metodologia sugerida é apresentada no capítulo (4). No capítulo (5) os resultados obtidos são descritos e discutidos, seguido pelo capítulo (6), onde são apresentadas as discussões acerca dos resultados obtidos e da metodologia aqui empregada. Por fim, no último capítulo (7) as conclusões.

2 OBJETIVOS

2.1 *Objetivo geral*

O objetivo desse trabalho é caracterizar e avaliar, por meio da quantificação da informação, a dependência espaço-temporal entre chuva e vazão em duas bacias hidrográficas brasileiras.

2.2 *Objetivos específicos*

- Avaliar os efeitos que alterações antrópicas produzem na relação de dependência e como elas se revelam através das medidas de informação;
- Avaliar como a redundância nos dados de chuva influencia a relação de dependência e a capacidade informativa das séries de chuva;
- Avaliar as alterações na relação de dependência promovidas por flutuações nos padrões hidrológicos associadas a eventos de secas e cheias extremas.

3 REVISÃO DA LITERATURA

A entropia como medida de informação foi originalmente desenvolvida por Claude Elwood Shannon (1948) para a área de comunicações para descrever a aleatoriedade em uma mensagem, uma vez que esta define a capacidade do canal necessária para transmitir e receber mensagens. Segundo este autor, o problema fundamental da comunicação é o de se reproduzir em um ponto exatamente ou aproximadamente uma mensagem selecionada em outro ponto, representado pela Figura 3.1.

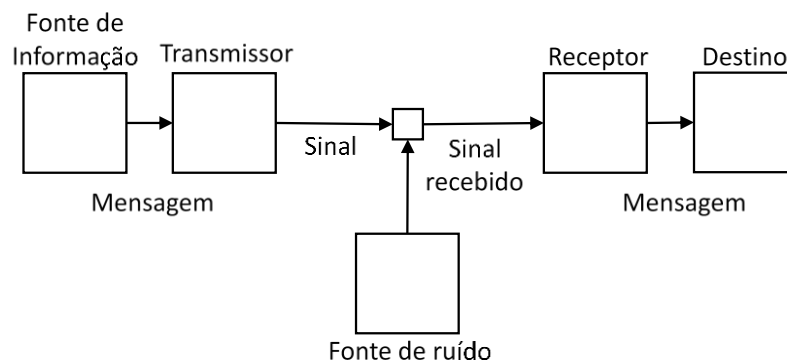


Figura 3.1 –Representação esquemática do sistema de transmissão de informação (Fonte: adaptado de Shannon, 1948)

Conforme Cover e Thomas (2006), a teoria da informação responde uma das questões fundamentais na teoria da comunicação: qual é a compressão de dados final. Essa compressão refere-se à forma mais eficiente com que se pode transmitir uma informação dada a aleatoriedade (incerteza) intrínseca a ela. Nesse contexto, a Entropia de Shannon permite quantificar essa aleatoriedade como uma medida de informação que é baseada em distribuições de probabilidades e mensura até que ponto o conhecimento de uma variável reduz a incerteza sobre outra.

Pela literatura é possível observar que a avaliação da relação entre variáveis no contexto da hidrologia ocorre usualmente a partir de métodos de correlação, como por exemplo, Mann-Kendall (ZAMANI et al., 2017), correlação de Pearson (CHANDIMALA; ZUBAIR, 2007; MACIEL, 2017) e correlação de Spearman (CASTELLARIN et al., 2017; SUNG et al., 2021). Contudo, segundo Weijs et al., (2018), uma desvantagem dessas medidas de correlação é que eles apenas medem dependências funcionais de formas lineares e monotônicas.

Essas avaliações, no entanto, assumem premissas fundamentadas no conhecimento e percepção dos profissionais envolvidos e, muitas vezes, sem que haja verificação da pertinência de tais premissas. Acerca disso, Nearing et al., (2020) destacam que há espaço para melhorias em relação às hipóteses assumidas para a descrição de sistemas hidrológicos, por meio da Teoria da Informação, ao permitir avaliar modelos e/ou hipóteses a partir da compreensão da informação contida nos dados observados.

A quantificação da incerteza por meio da entropia vem sendo reconhecida como um método efetivo para capturar relações potencialmente não lineares e multivariadas em inúmeros tipos de sistemas, uma vez que é baseado na estrutura das densidades de probabilidades em vez de medidas de correlação (GOODWELL et al., 2020; KUMAR; GUPTA, 2020). Devido suas potencialidades, a literatura relacionada à entropia e suas aplicações é extensa, como demonstram Singh e Asce (2011) em uma revisão ampla das aplicações na área da hidrologia.

Avanços significativos na Teoria da Informação foram feitos durante as últimas três décadas, que vão muito além dos desenvolvimentos originais que abriram o caminho para avanços em física estatística e tecnologias de comunicação e que levaram a inúmeras aplicações em diversos campos. Apesar de aspectos da Teoria da Informação permearem áreas do conhecimento científico há várias décadas, avanços recentes sugerem ainda se tratar dos estágios iniciais de uma revolução científica com ramificações potencialmente significativas para as ciências da Terra (KUMAR; GUPTA, 2020).

Em estudo recente desenvolvido por Gharari et al. (2021), é proposta uma abordagem preliminar que busca relacionar os processos físicos aos dados de entrada de determinado modelo. A proposta considera a hierarquização de hipóteses assumidas para representações dos processos físicos que governam as relações de dependência e a quantificação da alteração de uma medida de informação com o objetivo de se avançar sobre os limites impostos pelo conhecimento científico acerca destes processos. Contudo, como exposto pelos autores, trata-se, ainda, de uma estrutura de trabalho que, apesar de promissora, demanda investigações e estudos adicionais.

Devido à capacidade desta estrutura de trabalho em fornecer de maneira clara e objetiva métricas acerca das incertezas inerentes às relações de dependência entre chuva e vazão muitos estudos hidrológicos têm sido elaborados com a aplicação da Teoria da Informação.

Pan et al. (2012) buscaram caracterizar o efeito de escala nos padrões espaciais e temporais de vazão a partir de medidas de informação em duas bacias hidrográficas agrícolas e suas sub-bacias, localizadas em dois estados dos Estados Unidos, considerando também dados pontuais de precipitação. Segundo estes autores, as características da bacia hidrográfica, como geologia, geomorfologia, e propriedades do solo, impõem controles adicionais às vazões e atuam como filtros de informação associada à precipitação e, desta forma, esses fatores que modificam a relação de dependência precisam ser considerados.

Thiesen et al. (2019) elaboraram um estudo com o objetivo de prever eventos de precipitação a partir de dados de vazões monitoradas em uma abordagem direcionada por dados pontuais de entrada, similar à metodologia “*top-down*”, utilizando a entropia de Shannon e entropia condicional como medidas de informação para selecionar os preditores mais informativos e estabelecer o modelo preditivo mais adequado. Uma das observações realizadas pelos autores refere-se à dependência mais expressiva entre chuva e vazão associada a uma defasagem no tempo, indicando a importância da variável tempo no contexto da teoria da informação aplicada à hidrologia.

No cenário nacional, Rodrigues et al. (2016) avaliaram a variabilidade espaço-temporal da precipitação e vazão na região nordeste do Brasil usando a entropia de Shannon, também utilizando uma abordagem baseada em dados pontuais. Neste estudo os autores avaliaram as tendências de longo prazo a partir da entropia e entropia relativa para uma melhor compreensão das características associadas à precipitação e vazão e variabilidade climática. Estes autores verificaram que incerteza associada aos dados de vazões dos rios foi maior do que a incerteza associada aos dados de chuva e sugerem que tal verificação está associada aos processos físicos que governam a relação de dependência e uso da terra.

Medeiros (2019) analisou, a partir da análise de medidas de informação, as flutuabilidades das amostras diárias, mensais e anuais de ocorrência de chuva na grande metrópole Recife com relação às disponibilidades hídricas a partir de dados pluviométricos pontuais. Nesse estudo o autor atribui alterações no padrão anual de entropia dos dados à fatores climáticos e afirma que a entropia se constitui em uma medida apropriada para expressar a variabilidade de dados em torno da média, similar ao desvio padrão.

A compreensão da variabilidade espacial ainda recai, predominantemente, sobre a análise de dados pontuais de chuva, o que implica em efeitos diretos sobre a qualidade de representações dessa relação em grandes escalas. No entanto, diante da necessidade crescente em se aprimorar a acurácia e precisão de dados de precipitação para aplicação na hidrologia, trabalhos vêm sendo desenvolvidos considerando dados espacializados de chuva com o objetivo de elevar a representatividade espacial das análises.

Neste cenário, estudos recentes vêm sendo desenvolvidos a partir da aplicação da Teoria da Informação com dados espacializados. Guntu et al. (2020) investigaram a variabilidade espacial e temporal da precipitação em toda a Índia Central utilizando a teoria da informação, aplicando uma padronização da variabilidade a partir da entropia marginal e entropia marginal máxima, a partir de uma abordagem baseada em dados espacializados. Em seu estudo, estes autores avaliaram a variação e tendência temporal observando séries de dados mensais, sazonais e anuais em análise focada na quantidade de chuva incidente sobre a região.

Franzen et al. (2020) buscaram caracterizar a dependência entre precipitação e vazão em uma sub-bacia do rio Colorado, nos Estados Unidos, a partir da aplicação da teoria da informação baseada em dados espacializados de chuva. Nesse estudo os autores buscaram caracterizar a relação de dependência a partir da análise das medidas de informação em função das alturas de chuva e *lag-time* que dominam essa relação. O *lag-time*, nesse estudo, foi interpretado como o tempo decorrido uma altura de chuva e sua influência na vazão exutória da bacia. Esses mesmos autores afirmam que as relações de dependência podem se alterar no tempo em função de mudanças das características físicas da bacia e mudanças climáticas. Dessa forma, uma melhor compreensão das causas que promovem as alterações nos padrões de dependência entre chuva e vazão é essencial.

Apesar dos esforços e avanços recentes na aplicação da Teoria da Informação no campo da hidrologia não foram identificados estudos que busquem compreender como a variabilidade temporal e espacial das medidas de informações pode fornecer melhor entendimento acerca de processos físicos e alterações nas relações de dependência oriundas de alterações nas características físicas e condições climáticas das bacias sob a luz de se auxiliar decisões associadas ao uso de modelos.

Na sequência são apresentados os principais conceitos que envolvem as medidas de informação relacionadas ao presente trabalho. É válido destacar que o objetivo não é descrever integralmente todos os fundamentos associados a essas medidas, os quais estão descritos de forma pormenorizada em Cover e Thomas (2006). O objetivo é apresentá-las enfatizando-se os principais aspectos relacionados à estrutura metodológica proposta.

3.1 Entropia

Shannon (1948) define que a Entropia (H) é uma métrica que caracteriza e quantifica o grau de incerteza médio (ou falta de informação) sobre alguma quantidade, ou, em outras palavras, quantifica a incerteza de uma variável aleatória X_i que tem distribuição de probabilidade $p(x)$, onde há n resultados possíveis ($x_1 \dots x_n$), sendo n diretamente associado à distribuição de probabilidades.

Essa medida permite, portanto, mensurar a aleatoriedade (variabilidade) contida em uma série de dados, e dada essa aleatoriedade, quantificar a estrutura de codificação necessária para se transmitir a informação.

Em um cenário em que uma variável aleatória conte com uma distribuição equiprovável com cinco (5) possíveis resultados, tem-se $p(x_{i-n}) = 20\%$. Para descrever, em termos de codificação da informação, qualquer um dos resultados e transmiti-lo, faz-se necessária uma estrutura binária de 3 bits. Assim, uma codificação de 3 bits permite descrever 8 possíveis resultados, fazendo com que a otimização na compressão de dados para transmissão, em média, permita descrever a aleatoriedade do sistema com 2,32 bits, conforme ilustrado na Figura 3.2.

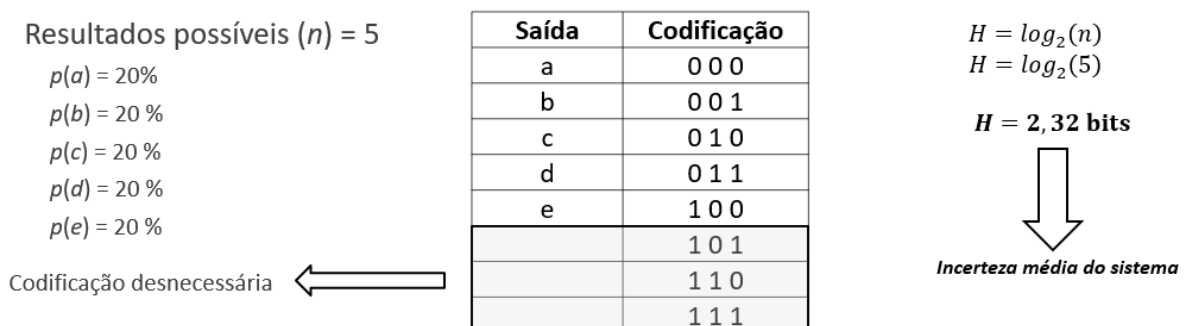


Figura 3.2 – Representação esquemática da quantificação da aleatoriedade de uma variável aleatória

No contexto da hidrologia, a quantificação da aleatoriedade dos dados de precipitação, por exemplo, explicita a capacidade desses dados em fornecer informação para o sistema natural.

Em períodos secos, por exemplo, a aleatoriedade dos dados de chuva é usualmente baixa devido à elevada frequência de dias sem chuva, o que implica em seu baixo conteúdo de informação. A exemplo, um mês com 100% de dias secos, representa apenas um único resultado possível a partir de sua distribuição de probabilidades, sendo a entropia deste sistema igual a $H = \log_2(1)$ igual a zero. A Entropia de Shannon é calculada conforme a Equação (3.1):

$$H = - \sum_i^n p(x_i) \log_2 p(x_i), \quad (3.1)$$

na qual:

H é a Entropia (bits);

$p(x)$ é a Probabilidade da variável aleatória X ;

i é o i -ésimo resultado da distribuição de probabilidade da variável aleatória X .

Podendo a entropia ser interpretada como a capacidade informativa das séries isoladamente, a relação entre ambas acerca da informação transmitida pode ser quantificada pelas medidas denominadas Entropia Conjunta e Entropia Condicional.

3.2 Entropia Conjunta e Entropia Condicional

De acordo com Cover e Thomas (2006), a Entropia Conjunta, $H(X,Y)$, conta com o mesmo conceito associado à Entropia (H), contudo, estendido para um par de variáveis aleatórias. Dessa forma, a Entropia Conjunta é uma métrica que quantifica a incerteza calculada a partir da probabilidade conjunta $p(X,Y)$ desse par de variáveis, desde que sejam dependentes.

A Entropia Condicional, $H(X|Y)$, por outro lado, é a métrica que mede a incerteza de uma variável X dado o conhecimento de outra variável, Y .

Sendo P a variável referente à precipitação e Q à vazão, a Entropia Conjunta permite quantificar a aleatoriedade do sistema a partir da observação de ambas as variáveis no mesmo tempo t ou mesmo condicionando P a uma defasagem temporal como um dos elementos que descreve sua relação de dependência com a vazão. Conforme Cover e Thomas (2006) a Entropia Conjunta é calculada segundo a Equação (3.2).

$$H(P, Q) = - \sum_i^n \sum_j^m p(P_i, Q_j) \log_2 p(P_i, Q_j), \quad (3.2)$$

na qual:

$H(P, Q)$ é a entropia conjunta (bits);

$p(P, Q)$ é a probabilidade conjunta entre as variáveis aleatórias P e Q ;

$i (j)$ é o enésimo resultado da distribuição de probabilidade da variável aleatória $P (Q)$.

A Entropia Condicional, por sua vez, permite quantificar o quão informativos os dados de precipitação são para as vazões, também no mesmo tempo t ou observando P condicionando-o a uma defasagem temporal. Conforme Cover e Thomas (2006) a Entropia Conjunta é calculada segundo a Equação (3.3).

$$H(Q|P) = - \sum_i^n \sum_j^m p(P_i, Q_j) \log_2 \frac{p(Q_j, P_i)}{p(P_i)}, \quad (3.3)$$

na qual:

$H(Q|P)$ é a entropia condicional de Q conhecido P (bits);

$p(P, Q)$ é a probabilidade conjunta entre as variáveis aleatórias P e Q ;

$p(P, Q)/p(P)$ é a probabilidade condicional de Q conhecido P ;

$i (j)$ é o enésimo resultado da distribuição de probabilidade da variável aleatória $P (Q)$.

A Entropia Condicional pode também ser calculada conforme a Equação (3.4) (COVER e THOMAS, (2006)). Observa-se que a aleatoriedade em Q condicionada pelo conhecimento de P é a diferença entre a aleatoriedade conjunta das variáveis e a aleatoriedade da variável que agrega informação à variável de interesse.

$$H(Q|P) = H(P, Q) - H(P), \quad (3.4)$$

na qual:

$H(Q|P)$ é a entropia condicional de Q conhecido P (bits);

$H(P, Q)$ é a entropia conjunta (bits);

$H(P)$ é a entropia de P (bits).

3.3 Informação Mútua

A Informação Mútua (I) é uma medida da dependência estatística entre as duas variáveis aleatórias, conforme observa Thiesen et al. (2019). De acordo com Cover e Thomas (2006), a Informação Mútua pode ser interpretada como uma medida da quantidade de informação efetivamente transmitida entre duas variáveis.

A relação entre a Informação Mútua e as medidas de entropia associadas a ela é expressa em um diagrama de Venn, apresentado na Figura 3.3. Importante notar que a Informação Mútua de duas variáveis, $I(X;Y)$, corresponde à interseção da informação em X e em Y .

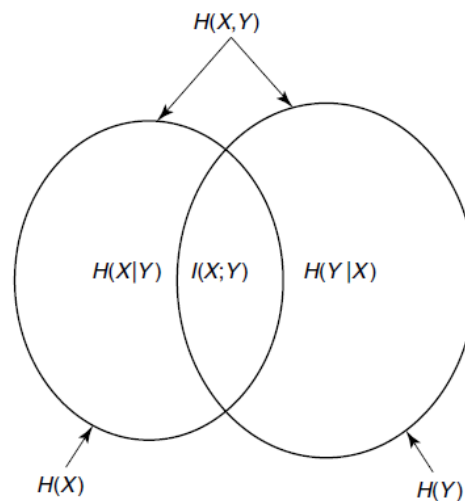


Figura 3.3 – Relação entre entropia e informação mútua (Fonte: Cover e Thomas, 2006)

Assim, no contexto do presente trabalho, essa medida reflete o quão informativos são os dados de chuva (P) para as vazões (Q) em termos de redução da incerteza inerente às vazões. Segundo Cover e Thomas (2006), a Informação Mútua $I(Q;P)$ é dada pela Equação (3.5).

$$I(Q;P) = H(Q) - H(Q|P), \quad (3.5)$$

na qual:

$I(Q;P)$ é a Informação Mútua entre as variáveis (bits);

$H(Q)$ é a entropia da variável Q (bits);

$H(Q|P)$ é a entropia condicional de Q conhecido P (bits).

Franzen et al. (2020) detalha que $I(Q;P)$ pode também ser calculada conforme a Equação (3.6).

$$I(Q;P) = - \sum p(Q,P) \log_2 \frac{p(Q,P)}{p(Q)p(P)}, \quad (3.6)$$

na qual:

$I(Q;P)$ é a Informação Mútua entre as variáveis (bits);

$p(Q,P)$ é a probabilidade conjunta entre as variáveis aleatórias Q e P ;

$p(Q,P)/p(Q)p(P)$ é a relação entre a probabilidade conjunta e as probabilidades marginais de Q e P assumindo a independência entre as variáveis, equivalente à relação entre probabilidade condicional de Q conhecido P e a probabilidade marginal de Q .

A interpretação destas equações pode ser dada pela análise dos conceitos que envolvem a Entropia de Shannon e a Entropia Condicional. Sendo a Informação Mútua $I(Q;P)$ a medida da redução da incerteza sobre a variável Q em função do conhecimento sobre da variável P , ou, em outras palavras, sendo a Entropia $H(Q)$ a medida da incerteza total sobre Q isoladamente e a Entropia Condicional $H(Q|P)$ a incerteza de Q conhecido P , a diferença entre ambas representa a efetiva quantidade de informação que P transmite para Q .

Importante notar que a Informação Mútua é limitada superiormente pela Entropia da variável que esteja contribuindo para a redução da incerteza sobre outra variável. Em um cenário em que se avalia a dependência de $Q|P$, a variável P é a que contribui para a redução da incerteza de Q . Dessa forma, a máxima redução da incerteza sobre Q está limitada pela incerteza sobre P .

A Informação Mútua conta ainda com conceitos inerentes associados à relevância dos elementos que compõe essa medida. De acordo com Franzen et al. (2020), em um contexto em que se avalia n cenários, baseados na mesma série de dados, definidos a partir de hipóteses definidas *a priori*, serão obtidos n valores de I representativos a cada cenário. Tem-se que o valor máximo de I obtido é aquele que representa o cenário em que há mais intensa relação de dependência entre as variáveis consideradas. Essa medida é denominada Informação Mútua Máxima, referenciada nesse trabalho como I_{max} , apresentada a seguir.

Informação Mútua Máxima

A relação de dependência chuva-vazão é governada por uma série de processos hidrológicos que podem contar com significativa variabilidade no tempo e no espaço, como por exemplo,

precipitação, infiltração, evaporação e evapotranspiração, escoamento direto e fatores externos como a captação de água para irrigação e/ou subsistência. Para Frazen et al. (2020) a caracterização do sistema em função desses processos pode ser realizada por meio de hipóteses definidas *a priori* a partir das quais serão quantificadas as intensidades da relação de dependência.

A exemplo, considerando um cenário em que se busca caracterizar a magnitude dominante para a relação de dependência acerca do tempo de resposta da bacia, assume-se, *a priori*, n cenários a serem testados cada qual condicionado a um tempo t defasado por τ representando a defasagem temporal entre a ocorrência de um evento de chuva e seu efeito sobre as vazões.

Dessa forma, a série original de dados de precipitação, condicionada por τ , permitirá testar n hipóteses acerca do τ dominante, sendo aquele com maior valor de Informação Mútua o cenário em que há máxima transmissão de informação entre chuva (P), defasada no tempo t por τ , e vazão (Q). Conforme Frazen et al. (2020), essa relação é dada pela Equação (3.7).

$$I_{max} = \text{máximo } I(P_{t-\tau}; Q_t), \quad (3.7)$$

na qual:

I_{max} é a Informação Mútua Máxima (bits);

$I(P_{t-\tau}; Q_t)$ é a Informação Mútua entre a variável P observada no tempo $t-\tau$ e Q observada no tempo t ;

t é o tempo calendário do dado observado;

τ é o tempo de defasagem (dias).

Informação Mútua Particionada

Em última análise, a Informação Mútua é a resultante da soma das diferenças entre as entropias condicional e da série para cada probabilidade conjunta associada à distribuição conjunta, no caso deste estudo, de um par de variáveis. Neste sentido, é possível quantificar a relevância da Informação Mútua para cada probabilidade conjunta. Por exemplo, tendo o conjunto de dados de precipitação classificados em dois subgrupos, (i) dados de chuva iguais a zero e (ii) dados de chuva maiores que zero, com distribuições de probabilidade distintas, $p(X = 0)$ e $p(X > 0)$, pode-se identificar qual partição promove maior redução da incerteza sobre as vazões.

A Informação Mútua Particionada é verificada pela medida I_n , em que n refere-se a cada variável explicativa, sendo:

- I_0 é a Informação Mútua associada aos dados de precipitação iguais a zero
- I_1 é a Informação Mútua associada aos dados de precipitação maiores que zero

Conforme Frazen et al. (2020), essas métricas podem ser calculadas conforme as Equações (3.8) e (3.9).

$$I_0 = \sum I(P; Q), \text{ para } p(P) \text{ em } P = 0, \quad (3.8)$$

$$I_1 = \sum I(P; Q), \text{ para } p(P) \text{ em } P > 0, \quad (3.9)$$

na qual:

I_0 é a Informação Mútua Máxima referente aos dados de chuva para $P = 0$ (bits);

I_1 é a Informação Mútua Máxima referente aos dados de chuva para $P > 0$ (bits).

Essas métricas indicam, portanto, qual subconjunto de dados de chuva (0 – sem chuva; 1 – chuva) são mais informativos para as vazões, em média, segundo sua classificação. Dessa forma, por exemplo, $I_1 > I_0$ sugere que dias com chuva fornecem mais informação para as vazões do que dias sem chuva. Assim, a razão I_1/I_{max} pode ser aplicada como indicador referente à representatividade da partição referente aos dias chuvosos sobre a redução máxima da incerteza sobre as vazões.

Nota-se que a classificação da variável informativa para quantificação da Informação Mútua de cada partição pode ser relevante em diversos contextos, uma vez que é função da distribuição de probabilidades da variável de interesse.

Informação Específica e Divergência *Kullback-Liebler*

Segundo Franzen et al. (2020), I_{max} define uma previsibilidade geral sobre as vazões com base no conhecimento da ocorrência de precipitação. Williams e Beer (2010) *apud* Franzen et al. (2020), sugerem que I_{max} pode ainda ser particionada por uma outra abordagem para definição dos quantis de informação específica (I_s). Esse termo é equivalente à Divergência *Kullback-Liebler*, a qual, segundo Cover e Thomas (2006), representa a distância entre duas distribuições

de probabilidade, podendo ser utilizada como métrica para mensurar a distância entre uma distribuição real de uma variável e a distribuição predita.

Conforme Cover e Thomas (2006), no contexto da Teoria da Informação, a Entropia Relativa $D_{KL}(p||q)$ é uma medida da ineficiência em se assumir que a distribuição é q quando a distribuição verdadeira é p , e pode ser calculada conforme a Equação (3.10).

$$D_{KL}(p||q) = \sum p(x) \log \frac{p(x)}{q(x)}, \quad (3.10)$$

na qual:

$D_{KL}(p||q)$ é a distância entre duas distribuições de probabilidade, sendo p a distribuição predita e q a distribuição real;

$p(x)$ é a probabilidade da distribuição predita;

$q(x)$ é a probabilidade da distribuição real.

A relação entre I_s e D_{KL} é dada pela Equação (3.11) ((FRANZEN; FARAHANI; GOODWELL, 2020)).

$$I_{sn} = \sum p(Q_t|P_t = n) \log_2 \frac{p(Q_t|P_t = n)}{p(Q_t)} = D_{KL}(p(Q_t|P_t = n)||p(Q_t)) \quad (3.11)$$

na qual:

I_{sn} = partição da Informação Específica para P condicionado a n

Dessa forma, observando a Equação (3.6) e a relação entre probabilidade conjunta e probabilidade condicional, pode-se simplificar as Equações (3.6), (3.8), (3.9) e (3.11) conforme a Equação (3.12).

$$I_{max} = p(P_0)I_{s0} + p(P_1)I_{s1} = I_0 + I_1, \quad (3.12)$$

na qual:

I_{max} é a Informação Mútua Máxima (bits);

I_{s0} é a partição da Informação Específica para $P = 0$ (bits).

I_{s1} é a partição da Informação Específica para $P = 1$ (bits);

$p(P_0)$ é a probabilidade associada a dias de chuva com alturas iguais a zero;

$p(P_1)$ é a probabilidade associada a dias de chuva com alturas maiores que zero;
 I_0 é a partição da Informação Mútua associada a dias de chuva com alturas iguais a zero (bits);
 I_1 é a partição da Informação Mútua associada a dias de chuva com alturas maiores que zero (bits).

Nota-se, portanto, que a medida I_s permite avaliar o efeito que dados de precipitação condicionados a alguma variável, como o exemplo apresentado anteriormente referente ao condicionamento dos dados de chuva a uma defasagem no tempo, geram sobre a distribuição das vazões. Assim, a medida de Informação Específica permite quantificar a partição de I_{max} mais relevante para a distribuição das vazões.

Importa notar que a Informação Mútua é, na verdade, uma medida de informação média ou esperada. Assim, por exemplo, duas fontes (I_0 e I_1) podem fornecer a mesma quantidade média de informação, ao mesmo tempo que fornecem informações sobre os diferentes resultados sobre as vazões.

Com efeito, é interessante compreender como cada configuração do conjunto de dados de chuva, por exemplo, classificados entre ‘com chuva’ e ‘sem chuva’, fornecem informação sobre as vazões isoladamente.

A razão I_{s0}/I_{s1} pode ser empregada como indicador referente à magnitude com que os subgrupos de dados chuva (0 e 1) se relacionam com a distribuição real das vazões, sendo razões inferiores a 1 indicativas de que registros de chuva com altura superior a zero produzem maior alteração nas distribuições das vazões e, conseqüentemente, implicam em uma “distância” em relação à distribuição real das vazões, segundo o conceito da Divergência de *Kullback-Liebler*.

4 METODOLOGIA

No presente item a metodologia empregada para caracterização e avaliação da variabilidade espaço-temporal das relações de dependência entre chuva e vazão para os dois estudos de caso é apresentada.

A metodologia proposta foi dividida em 2 etapas principais: (i) cálculo das medidas de informação que descrevem a relação de dependência espaço-temporal entre chuva e vazão; e (ii) análise das alterações dessas medidas em função de alterações antrópicas e dos eventos hidrológicos de baixa e elevada magnitude. O fluxograma apresentado na Figura 4.1 sintetiza a estrutura metodológica.

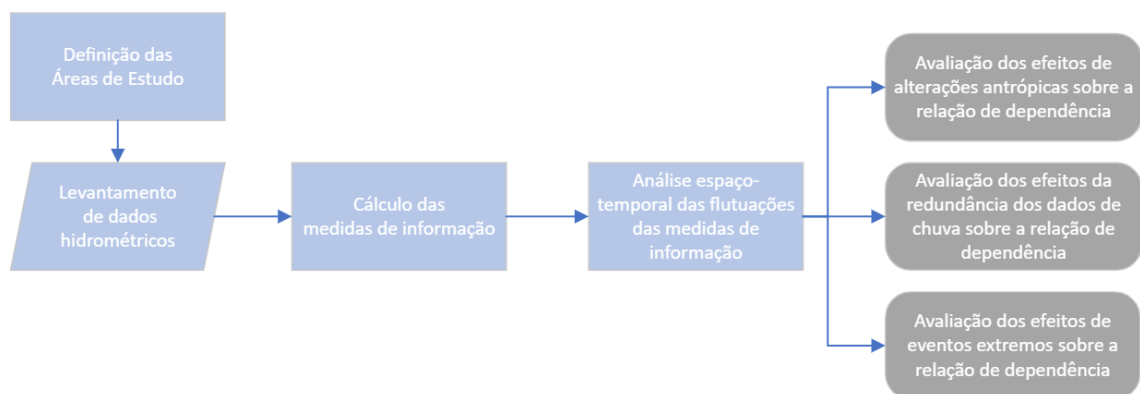


Figura 4.1 – Fluxograma da metodologia adotada

Abaixo são sumarizadas as etapas necessárias ao desenvolvimento do presente estudo:

- Definição da área de estudo;
- Levantamento e compilação de dados hidrométricos em escala diária;
- Transformação dos dados de chuva para padrão binário para evitar o efeito dos valores nulos sobre a distribuição de frequência;
- Definição das variáveis a serem inseridas na análise da relação de dependência entre chuva e vazão, a saber: (i) *lag-time* e (ii) magnitude limiar de chuva;
- Análise de dados pluviométricos para determinação dos períodos sazonais;

- Análise de frequência empírica dos dados pluviométricos e fluviométricos;
- Desenvolvimento de script, em linguagem Python, para execução de rotina de cálculo das medidas de informação para diferentes períodos sazonais, a cada ano da série de dados considerada;
- Caracterização das relações de dependência com base no conceito da Informação Mútua Máxima;
- Análise da relação de dependência em função das alterações antrópicas;
- Análise do efeito da redundância sobre a relação de dependência;
- Análise da relação de dependência em função de flutuações climáticas associadas a eventos extremos de seca e cheia.

4.1 Definição da área de estudo

Para o presente trabalho foram selecionadas duas bacias hidrográficas localizadas nos estados da Bahia devido ao intenso avanço das alterações antrópicas nas últimas décadas, e Acre devido às ocorrências de eventos hidrológicos considerados extremos e descritos na literatura, apresentadas na Figura 4.2. No estado da Bahia, foi selecionada a sub-bacia do rio Grande, afluente do rio São Francisco, enquanto no estado do Acre, foi selecionada a sub-bacia homônima, afluente do rio Purus, afluente, por sua vez, da margem direita do rio Amazonas.

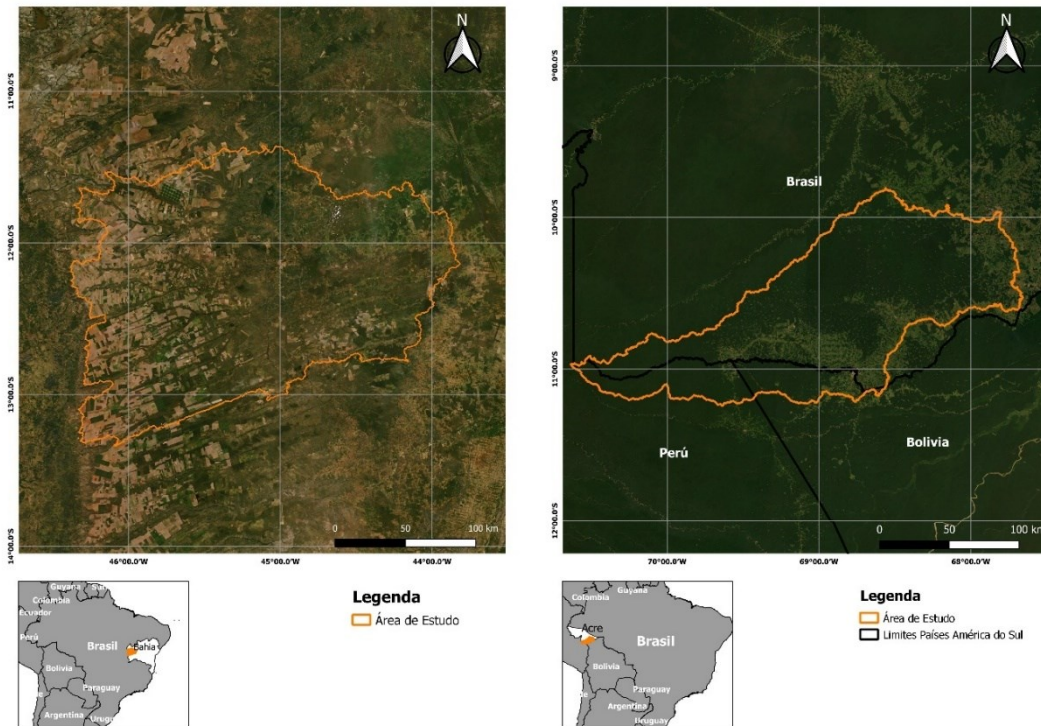


Figura 4.2 – Áreas de estudo no Estados da Bahia e Acre

A região oeste do estado da Bahia faz parte do MATOPIBA (sigla que referencia quatro estados brasileiros: Maranhão, Tocantins, Piauí e Bahia), considerada a última fronteira agrícola do Brasil. Nessa região, a bacia do rio Grande, afluente do rio São Francisco, apresenta em sua região de montante, alterações expressivas no uso do solo desde a década de 1990, com supressão da cobertura vegetal para uso agropecuário da terra, conforme apresentam Pimenta et al., (2021) e Pousa et al., (2019).

A área referente à bacia do rio Grande, com 39.600 km², foi selecionada em função de uma redução gradativa de sua cobertura vegetal em sua região de cabeceira desde a década de 1980 até o ano de 2020, conforme apresentado por Pimenta et al. (2021). De acordo com dados obtidos a partir da plataforma MapBiomias¹ é possível observar um aumento expressivo na área destinada a atividades agropecuárias. De acordo com os dados levantados, em quase 5 décadas, verifica-se um incremento da ordem de 12.000 km² na área da bacia destinada à atividade econômica, representando, ao final de 2020, aproximadamente 41% da área total da bacia. Assim, esta área foi considerada apropriada para avaliação dos efeitos que alterações antrópicas

¹ <https://mapbiomas.org/>

produzem na relação de dependência e como elas se revelam através das medidas de informação.

A área referente à bacia do rio Acre, com 23.500 km², foi selecionada com base em estudos que abordaram a variabilidade climática e eventos extremos na região amazônica, inclusive a bacia do rio Purus (KOLANSKI et al., 2021; LOPES et al., 2016; MARENGO et al., 2012; PEREIRA; SZLAFSZTEIN, 2016), sendo considerado cenário adequado para avaliação das alterações na relação de dependência promovidas por flutuações nos padrões hidroclimáticos.

4.2 Levantamento dos dados hidrométricos

Os dados pluviométricos utilizados foram obtidos do trabalho desenvolvido por Xavier et al. (2016), no qual foi desenvolvido o grid de alta resolução ($0,25^\circ \times 0,25^\circ$), apresentado na Figura 4.3, de precipitação diária para o Brasil a partir da interpolação de dados de 3.625 pluviômetros (INMET, ANA e DAEE) para o período de 1980–2015, sendo esse o período de análise considerado para o presente estudo.

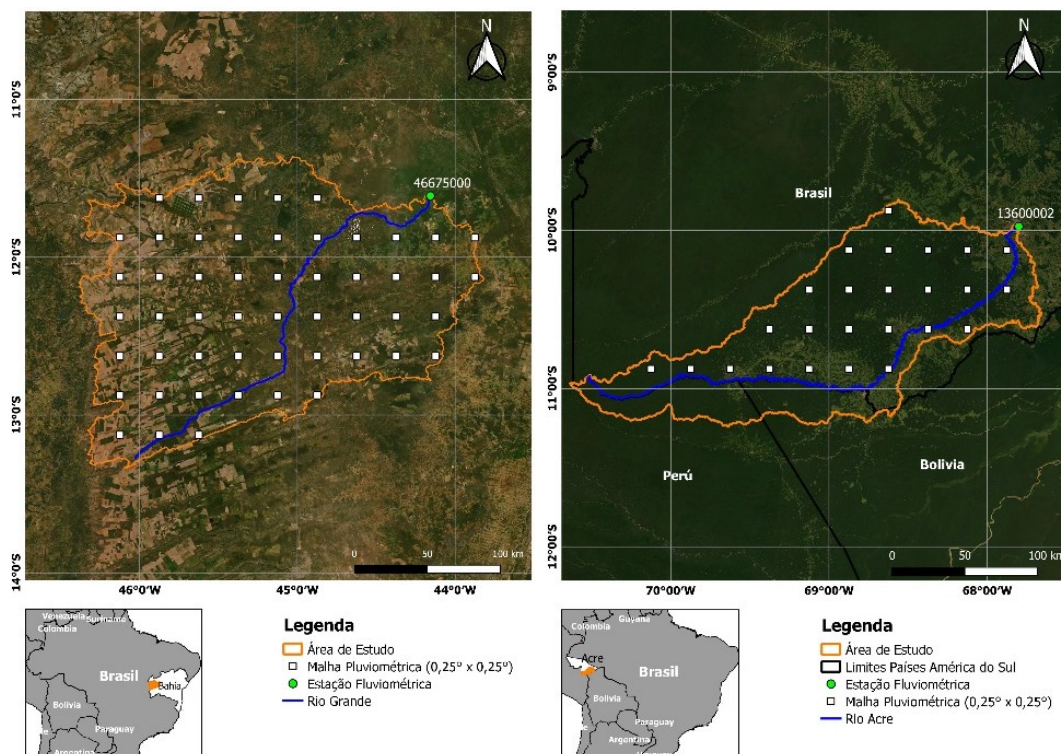


Figura 4.3 – Grid de precipitação ($0,25^\circ \times 0,25^\circ$) para as bacias na região de MATOPIBA e do rio Acre.

Os dados fluviométricos foram obtidos a partir das estações de monitoramento da ANA, através da plataforma Hidroweb. Foram levantadas 91 estações na área de estudo localizada no estado

da Bahia e 77 estações na área de estudo localizada no estado do Acre. Dentre as estações levantadas, apenas 9 na bacia selecionada na região de MATOPIBA e 3 na bacia do rio Acre contavam com disponibilidade de dados superior a 90% no período entre 1980 e 2015.

A estação 46675000, no estado da Bahia, foi selecionada por sua disponibilidade de dados e ausência de falhas no período de interesse. A estação 13600002, no estado do Acre foi selecionada pelos mesmos critérios, ainda que contasse com dados apenas até o ano de 2010, conforme apresentado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Estações fluviométricas selecionadas para as áreas de estudo nos estados da Bahia e Acre

Área de estudo	Estação	Área de Drenagem (km ²)	Período de Dados	Ano com Falhas
Bacia do rio Acre	13600002	39.600	1967 - 2010	1967 / 1968 / 1969 / 1970 / 1986 / 1995 / 1997 / 2007 / 2010
Bacia na região de MATOPIBA	46675000	23.500	1952 - 2014	1952

Consolidadas as séries de dados de vazão optou-se por excluir dos resultados, posteriormente aos cálculos das medidas de informação, todos os períodos influenciados pelos anos com falhas da estação 13600002 e limitar a análise para a bacia do rio Acre ao período entre 1980 e 2006.

4.3 Transformação dos dados pluviométricos

É comum em análises hidrológicas, principalmente de escala diária, a ocorrência de muitos dados nulos e, conseqüentemente, a obtenção de um conjunto de dados com assimetria significativa, o que interfere diretamente nas análises de eventos de precipitação, em suas respectivas probabilidades e, por conseguinte, na estimativa da entropia (GONG et al., 2014).

Uma alternativa à proposta apresentada por Gong et al. (2014) para lidar com valores nulos e aplicada por Franzen et al. (2020) é a transformação dos dados de precipitação em um conjunto de dados binários, com valor 0 atribuído a cada dia classificado como sem chuva e 1 a cada dia classificado como chuvoso. Tal artifício foca na análise da ocorrência de chuva em vez da análise das magnitudes.

Com a transformação binária do conjunto de dados de chuva tem-se, então, as séries de precipitação divididas em dois subgrupos: (i) registros de chuva e (ii) registros sem chuva. Essa transformação da série de dados pluviométricos em uma série binária permite, posteriormente, avaliar a Informação Mútua em relação as suas respectivas partições e a representatividade delas para redução da incerteza na relação de dependência.

Essa abordagem, no entanto, omite o efeito sobre a relação de dependência associada às magnitudes de chuva. Para considerar esse limite imposto pelo artifício utilizado, a transformação da série de precipitação em uma estrutura binária contou com a implementação de uma variável condicional no processo de transformação, a magnitude limiar de precipitação.

Adicionalmente, sendo as vazões função da precipitação em uma relação governada por uma defasagem no tempo inclusive, para incorporação do aspecto temporal à avaliação das relações de dependência, a transformação binária dos dados de precipitação incorporou uma segunda variável condicional para representar a variabilidade temporal, o *lag-time*.

Ressalta-se que a incorporação da Magnitude Limiar e do *lag-time* está associada à influência que parâmetros físicos impõe sobre a relação de dependência. Por exemplo, chuvas esparsas e de baixa intensidade tendem a não produzir alterações nas vazões, seja pela infiltração, seja pela evaporação/evapotranspiração, seja pelo tipo de cobertura do solo, bem como chuvas concentradas e de elevada intensidade, usualmente, tendem a reduzir o tempo de resposta da bacia.

A implementação de ambas as variáveis condicionantes ao processo de transformação binária é apresentada na sequência.

4.4 Implementação das variáveis magnitudes limiars de chuva e lag-time

A transformação binária dos dados de chuva impossibilita qualquer avaliação acerca das alturas de chuva e em como a variabilidade natural dessa magnitude influencia a relação de dependência. Para contornar esse problema, procedeu-se a incorporação de um fator denominado Magnitude Limiar (M).

Na estrutura de cálculo o fator M opera como um limiar acima do qual o dado real de precipitação diário é classificado como chuvoso (1) e, se inferior, como seco (0). Dessa forma,

M atua como uma variável condicional que influencia diretamente a distribuição binária dos dados de chuva. Com o intuito de se avaliar faixas de alturas de chuva diária que ocorrem na série foram selecionados valores que permitissem analisar toda flutuação das séries temporais.

Para definição de M , uma análise estatística exploratória dos dados pluviométricos foi realizada a fim de se estabelecer os valores a serem considerados nos cálculos das medidas de informação. A Tabela 4.2 apresenta as estatísticas verificadas para cada área de estudo.

Tabela 4.2 – Estatística descritiva das séries pluviométricas

Estatísticas	MATOIPIBA	Rio Acre
Máximo (mm)	94,00	252,13
Mínimo (mm)	0,00	0,00
Percentil 75 (mm)	2,70	6,37
Percentil 90 (mm)	9,94	13,80
Média (mm)	2,94	4,83

Foram considerados, portanto, valores de M variando entre 0,3 mm e 15 mm². Essa seleção das magnitudes limiaries considera a premissa de que limiaries elevados promoverão configuração binária que irá classificar dados de chuva potencialmente significativos para a relação de dependência como eventos sem chuva, prejudicando a avaliação da transmissão de informação em função da imposição de reduzida aleatoriedade e, conseqüentemente, limitação à capacidade de redução da incerteza sobre as vazões.

Para a definição do *lag-time* estabeleceu-se intervalos de tempo para caracterização da relação condicionando a precipitação a valores de *lag-time* de modo a representar o tempo decorrido entre um evento de chuva e seu efeito sobre as vazões. Foi realizada uma análise exploratória dos respectivos tempos de concentração das áreas de estudo segundo a formulação de Kirpich, conforme Silveira (2005). Apesar da literatura referenciar a aplicação desta formulação para área de drenagem de até 12.000 km², o propósito dessa estimativa é de fornecer uma ordem de variação a ser considerada.

Para a área de estudo localizada na região do MATOIPIBA, um tempo de concentração da ordem de 10 dias foi estimado, enquanto para a área de estudo no estado no Acre, um tempo de concentração da ordem de 18 dias foi estimado. Dessa forma, admitiu-se valores de *lag-time*

² [0,3-0,5-1,0...15mm]

que variaram entre 0 e 20 dias (incremento diário) para ambas as áreas, sob a premissa de que esses valores sejam capazes de refletir às características físicas das bacias analisadas.

Ambas as variáveis, M e *lag-time*, foram incorporadas à transformação binária da série de precipitação condicionando a variável P . A título de ilustração, a Tabela 4.3, demonstra o processo de transformação.

Tabela 4.3 – Exemplo do processo de transformação binária realizado para os dados de chuva condicionados por M e *lag-time*

$P_{original}$	$P_{M=0, \tau=0}$	$P_{M=0,3, \tau=0}$	$P_{M=3, \tau=0}$...	$P_{M=15, \tau=0}$...	$P_{M=5, \tau=5}$...	$P_{M=15, \tau=10}$...	$P_{M=15, \tau=20}$
...
6,33	1	1	1	...	0	...	*	...	*	...	*
3,46	1	1	1	...	0	...	*	...	*	...	*
2,75	1	1	0	...	0	...	*	...	*	...	*
6,29	1	1	1	...	0	...	*	...	*	...	*
4,19	1	1	1	...	0	...	*	...	*	...	*
0,61	1	1	0	...	0	...	1	...	*	...	*
7,74	1	1	1	...	0	...	0	...	*	...	*
13,05	1	1	1	...	0	...	0	...	*	...	*
0,88	1	1	0	...	0	...	1	...	*	...	*
3,89	1	1	1	...	0	...	0	...	0	...	*
3,40	1	1	1	...	0	...	0	...	0	...	*
3,59	1	1	1	...	0	...	1	...	0	...	*
...

*Valores observados em dias anteriores de acordo com *lag-time*

Dessa forma, o conjunto original de dados foi transformado em função de cada valor de M e cada subgrupo de P , condicionado por M , foi alterado em função de cada valor de *lag-time* (τ). Assim, foram geradas 357 séries binárias (21 possibilidades para M e 17 possibilidades para τ) para caracterização das medidas de informação em cada período hidrológico intra-anual.

Portanto, os diferentes subgrupos foram avaliados quanto as medidas de informação, principalmente a Informação Mútua, que irá identificar qual valor de M e *lag-time*, dentre os testados, está vinculado ao cenário que apresenta a maior transmissão de informação e melhor explique a relação de dependência. Além disso, a avaliação de M permitirá análise de quais alturas de chuva atuam como ruído no sistema, ou seja, alturas de chuva que não produzem informação para as vazões.

4.5 Determinação da Sazonalidade

Para capturar as variações das relações de dependência em escala inferior à anual, foram estabelecidos período intra-anuais considerando os regimes hidrológicos das regiões avaliadas. Para definição dos períodos intra-anuais foi avaliada a média histórica mensal em ambas as

áreas de estudos a partir de dados pluviométricos de Xavier et al., (2016). Na Figura 4.4 são apresentadas as médias históricas mensais de ambas as áreas de estudo.

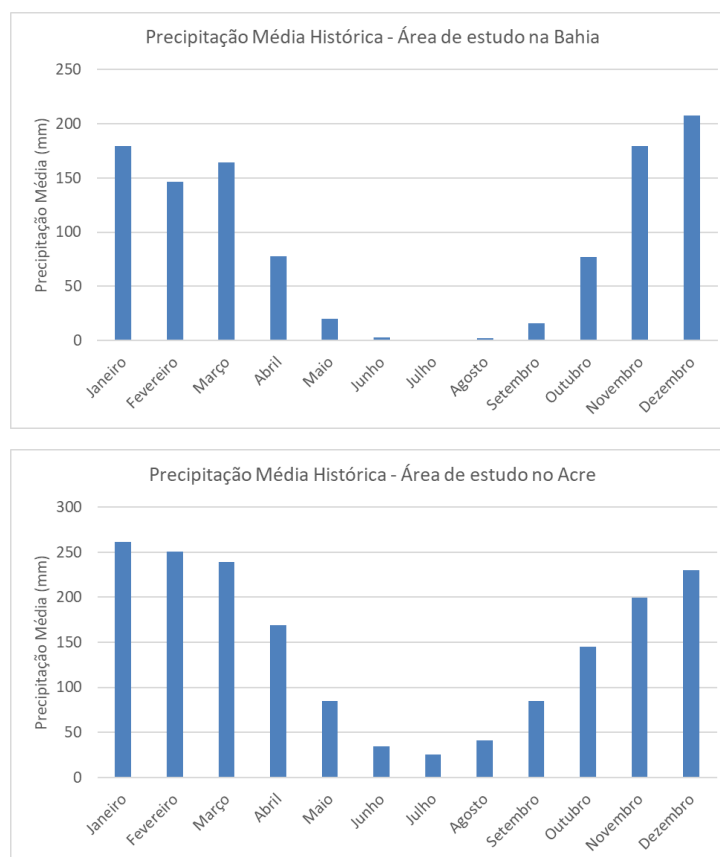


Figura 4.4 – Precipitação mensal média histórica para as bacias na região de MATOPIBA e do rio Acre.

Definiu-se, portanto, quatro períodos para os quais foram calculadas as medidas de informação considerando cada um dos cenários estabelecidos em função de M e $lag-time$, a saber: (i) dezembro a fevereiro, (ii) março a maio, (iii) junho a agosto e (iv) setembro a novembro.

Com a definição dos períodos sazonais, cada série de dados binários obtida com o processo de transformação, foi subdividida em função dos períodos sazonais (4), totalizando 1.428 subséries para as quais as medidas de informação foram calculadas.

Ressalta-se que para o presente estudo, apesar do levantamento de dados e caracterização das medidas de informação para os quatro períodos sazonais estabelecidos, a análise dos resultados foi centrada nos períodos mais chuvoso (Dez-Jan-Fev) e mais seco (Jun-Jul-Ago), nos quais espera-se os mais intensos sinais em relação à transmissão da informação entre as variáveis chuva e vazão.

4.6 Determinação das distribuições de frequência

Sendo o cálculo da Entropia baseado nas probabilidades associadas a cada variável de interesse, para os conjuntos de dados de chuva e vazão, procedeu-se com a definição de suas frequências empíricas a serem utilizadas para cálculo das medidas de informação.

As 1.428 séries binárias de precipitação geradas foram analisadas em função de cada ano hidrológico. Para cada série anual a distribuição de frequência foi definida pelo método *bin-counting*, tal qual aplicado por Franzen et al., (2020) e abordado por Gong et al., (2014).

Já as séries de vazões foram analisadas em sua configuração original. A série completa foi dividida em grupos para cada ano hidrológico e esses grupos subdivididos para cada período sazonal. A distribuição de frequência foi definida para cada um dos períodos sazonais de cada ano hidrológico com definição dos histogramas a partir da otimização da largura da classe, segundo Silverman (1986).

Dessa forma, para cada um dos cenários estabelecidos, criou-se uma matriz de probabilidades $(2,n)$, sendo n o número de classes otimizado para cada subconjunto de dados de vazão, com probabilidade conjunta $p(P_{t-\tau, M}, Q_t)$, a ser utilizada no cômputo das medidas de informação.

4.7 Cálculo das Medidas de Informação

Para cada um dos cenários estabelecidos *a priori*, em cada ponto do *grid* de precipitação definido, foram calculadas 3 principais medidas de informação, a saber: (i) Entropia de Shannon, (ii) Entropia Condicional e (iii) Informação Mútua.

Entropias de Shannon – $H(P)$ e $H(Q)$

As entropias relacionadas aos dados de chuva, $H(P_{seco,chuva})$, foram calculadas a partir da Equação (3.1). Dessa forma, tem-se as entropias marginais de P , associada às distribuições de frequência de cada uma das 1.428 subséries de dados binários de precipitação, calculadas em função da classificação dos eventos de chuva (seco e chuva), sendo $H(P_{seco\ t-\tau, M})$ e $H(P_{chuva\ t-\tau, M})$. Assim, 357 valores de entropia de P , foram calculados para cada período intra-anual em cada ano, sendo a soma de ambos os valores de entropia condicionados por M e τ , a resultante da entropia total associada à precipitação, $H(P)$.

Da mesma forma, as entropias marginais relacionadas aos dados de vazão foram calculadas de acordo com a Equação (3.1), resultando em 357 valores de $H(Q)$ calculados para cada período intra-anual em cada ano.

Entropia Condicional – $H(Q | P)$

A Entropia Condicional quantifica a incerteza de uma variável Q uma vez conhecida a variável P . Em outras palavras, conforme Alfonso et al. (2010), a entropia condicional quantifica a informação produzida por P que não está contida em Q e que é transmitida para Q , promovendo uma redução da incerteza em Q .

A entropia condicional foi calculada a partir da Equação (3.4), que é função das distribuições conjuntas de probabilidade entre chuva e vazão, conforme apresentado na seção 3.2, resultando em 357 valores de $H(Q | P_{t-\tau, M})$ calculados para cada período intra-anual em cada ano. Cada resultado obtido reflete a entropia condicional total, sendo esta a soma entre $H(Q | P_{seco\ t-\tau, M})$ e $H(Q | P_{chuva\ t-\tau, M})$.

Importante ressaltar que, conforme Cover e Thomas (2006), a redução da incerteza de Q pelo conhecimento de P não corresponde a mesma quantificação da redução da incerteza de P pelo conhecimento de Q , i.e., $H(Q | P) \neq H(P | Q)$.

Caracterizada a incerteza em Q , $H(Q)$, e a incerteza em Q dado P condicionado por M e *lag-time*, $H(Q | P)$, procedeu-se com a quantificação da efetiva redução da incerteza em Q dado P pelo cálculo da Informação Mútua.

Informação Mútua – $I(Q ; P)$

Conforme apresentado na seção 3.3, a Informação Mútua é a medida de informação que quantifica a redução da incerteza de uma variável dado o conhecimento de outra, sendo elas dependentes. A partir deste conjunto de dados Informação Mútua extraiu-se a Informação Mútua Máxima (I_{max}), conforme Equação (3.7).

Conforme apresentado por Franzen et al. (2020), a medida I_{max} revela o tempo de atraso (*lag-time*) e a menor altura de chuva (M) que promove a maior transmissão de informação entre chuva e vazão. O *lag-time* indica o tempo pretérito de observação da precipitação, em um

determinado local, que caracteriza mais intensamente a transmissão de informação para as vazões. Enquanto isso, o valor M indica a magnitude de chuva abaixo da qual a precipitação pode ser considerada como "ruído" no sistema ou não informativa para as vazões.

Após os cálculos de I_{max} , as demais medidas de informação, M e *lag-time* associados ao cenário equivalente ao I_{max} foi caracterizado como aquele que representa, para este estudo, a descrição ótima das relações de dependência em função da transmissão de informação.

Dessa forma, foram obtidos, para cada grid definido para as áreas de estudo, valores de altura de chuva e *lag-time* que, em princípio, melhor descrevem a relação de dependência, resultando em 4 valores de cada medida de informação para cada ano (1 para cada período intra-anual), que foram utilizados para a análise das flutuações no tempo e espaço.

Partição da Informação Mútua Máxima

De posse dos conjuntos de valores de I_{max} procedeu-se com o cálculo das medidas de Informação Mútua Particionada (I_0 e I_1), de acordo com as Equações (3.8) e (3.9), e da Informação Específica (I_{s0} e I_{s1}), conforme a Equação (3.11).

Essas medidas foram utilizadas para, posteriormente, calcular as razões I_0/I_{max} , referenciada neste estudo como pMI , e I_{s0}/I_{s1} , referenciada neste estudo como SI , que foram utilizadas, respectivamente, para explicitar as partições mais informativas e as que mais intensamente produzem alteração sobre as distribuições das vazões.

4.8 Análise da relação de dependência em função das alterações antrópicas

A área de estudo na região do MATOPIBA apresenta, em suas áreas de cabeceira, porção oeste, alterações gradativas na cobertura do solo que podem ser observadas, inclusive, através de imagens de satélite disponibilizadas gratuitamente, o que demonstra o grau de intensidade e a escala dessas alterações.

A partir de dados públicos de uso do solo disponibilizados através da plataforma MapBiomas foi identificada uma redução gradativa da cobertura natural do solo por atividades agropecuárias. De acordo com os dados, desde 1985 até 2020, houve uma redução de 34,5% da

área natural total e um aumento de 374% na área ocupada por atividades agropecuárias. As Figura 4.5 e Figura 4.6 ilustram essa evolução temporal.

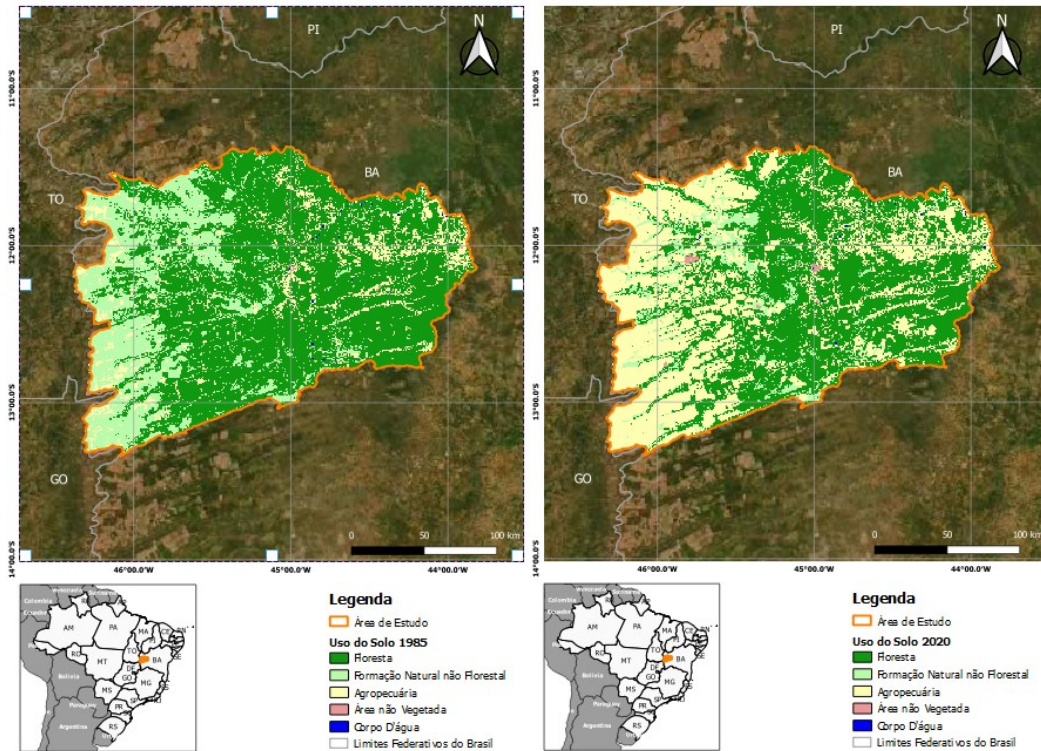


Figura 4.5 – Evolução do uso do solo na bacia na região do MATOPIBA entre os anos 1985 e 2020.

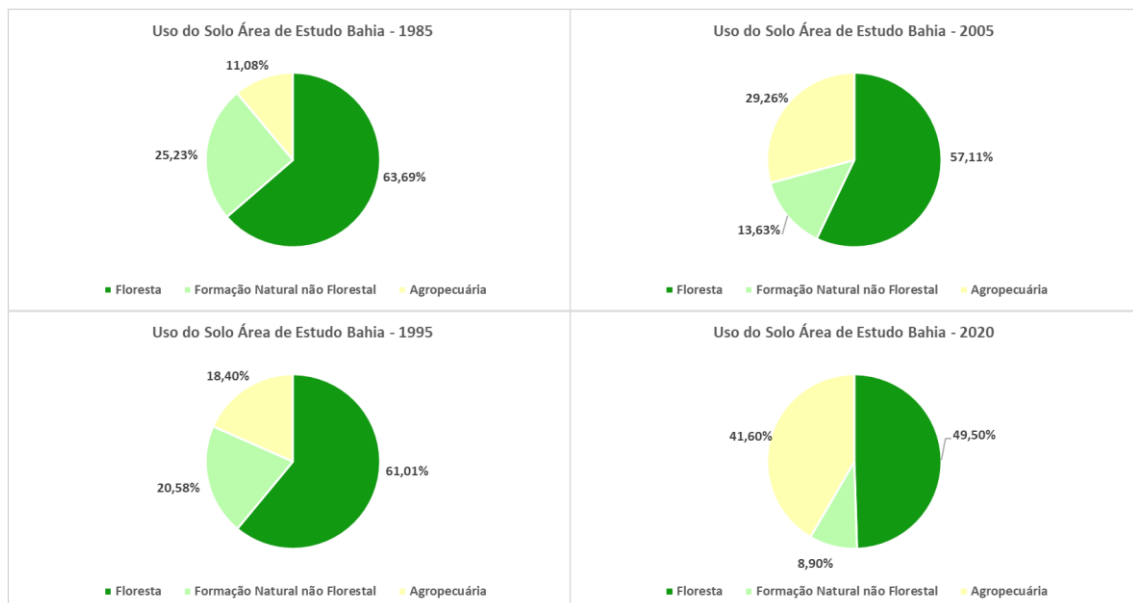


Figura 4.6 – Percentuais de uso do solo na bacia na região do MATOPIBA, anos 1985, 1995, 2005 e 2020.

É esperado que os impactos físicos ocorridos na bacia modifiquem os padrões de dependência chuva-vazão devido às alterações promovidas por essas alterações sobre os processos físicos mais relevantes à escala da bacia e tais variações possam ser capturadas a partir da quantificação da informação circulante no sistema, como o aumento da transmissão de informação, principalmente a partir da região de montante, devido à supressão vegetal que, em princípio, reduz perdas por evapotranspiração e aumento do escoamento direto.

Neste contexto, é esperado que haja redução de M e τ pelo aumento do escoamento direto em conjunto com aumento da transmissão de informação, revelada por I_{max} , principalmente nas regiões de montante. Da mesma forma, espera-se aumento de pMI , demonstrando maior relevância de eventos de chuva para a transmissão de informação, ao passo que respostas mais rápidas da bacia influenciarão a métrica SI em função de eventos classificados como chuvosos promoverem alterações mais expressivas nas distribuições das vazões.

Para verificar tal hipótese, as medidas de informação associadas a I_{max} foram analisadas temporalmente, considerando janelas temporais deca-anuais em função de cada período intra-anual. A análise espacial considerou os valores médios dessas medidas que foram interpolados para caracterização da evolução espaço-temporal da transmissão de informação e suas flutuações que, em princípio, são função das alterações antrópicas ocorridas na bacia ao longo dos anos.

4.9 Análise da redundância de dados como fator limitante da capacidade informativa da série de chuvas em cenário de alterações antrópicas

Sobre a premissa de que a série de chuvas deva conter aleatoriedade suficiente para explicar a aleatoriedade das vazões, tal como apresentado por Gong et. al., (2013), a série de chuvas utilizada foi analisada quanto sua capacidade informativa e como as alterações antrópicas a influenciam.

Espera-se que com as modificações físicas, além do aumento na intensidade da transmissão de informações pelas mudanças na dinâmica dos processos físicos, haja um ganho na capacidade informativa das séries de chuva pela redução de M à medida que as alterações antrópicas se intensificam e a dinâmica dos processos físicos se modifiquem.

Para avaliar tal hipótese, a variação espaço-temporal entre M e I_{max} foi avaliada em conjunto com a relação entre distribuição espacial da frequência de alturas pluviométricas médias e da transmissão de informação.

4.10 Análise das alterações das medidas de informação em função de condições climáticas

Estudos desenvolvidos por Marengo et al. (2012) e Lopes et al. (2016) abordaram a ocorrência de eventos extremos na região da Amazônia, porém, analisando a relação a partir de fatores e fenômenos climáticos.

Marengo et al. (2012) destacam que no ano hidrológico 1988/1989 a maior parte da Amazônia se revelou mais úmida que o normal e relacionam essa característica aos padrões de precipitação acima do normal nas porções norte, centro e oeste da Amazônia, enquanto a porção sul se revelou mais seca do que o normal no verão. Estes autores atribuíram ao fenômeno *La Niña* as cheias ocorridas em 1988/1989 e analisam a cheia registrada no ano de 1999, associada à bacia do rio Purus. Eles atribuem esse evento chuvas registradas acima do normal nos meses de Janeiro, Fevereiro e Abril do ano de 1999.

Em relação às secas registradas nos anos de 1983, 1991 e 1998, os autores atribuem o comportamento observado ao fenômeno *El Niño*, enquanto a seca do ano de 2005, a mais severa no período analisado, segundo Lopes et al. (2016), está relacionada ao um aquecimento anômalo do oceano Atlântico Norte que afetou as regiões oeste e sul da Amazônia, região na qual a área em estudo no estado do Acre está localizada.

A estação 13750000, uma das apresentadas pelo estudo citado, está localizada a jusante da área de estudo do presente trabalho, no rio Purus, distante aproximadamente 26 Km, em linha reta, da estação fluviométrica selecionada para o presente estudo, a estação 13600002.

Observando a série histórica de vazões mínimas e máximas da estação 13600002, apresentadas, na Figura 4.7 e Figura 4.8, é possível verificar que existem, no período de análise definido para este estudo, variações explícitas nas magnitudes de vazões que corroboram com os eventos extremos descritos na literatura, demonstrando que a área em estudo, apesar de ser uma sub-bacia do rio Purus, conta com eventos extremos de seca no anos de 1983, 1998 e 2005, e eventos de cheia no anos de 1988, 1997, 1999 e 2006.

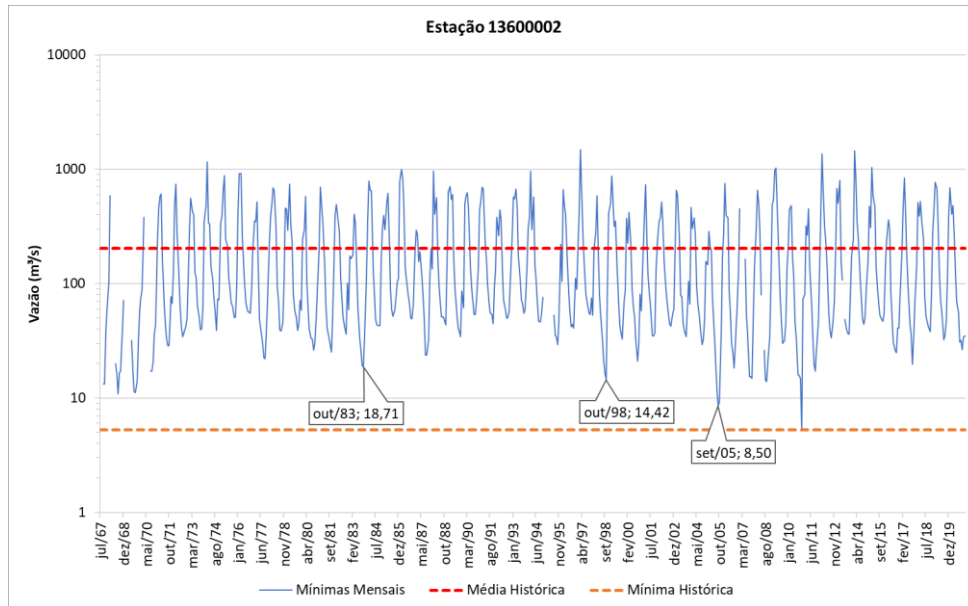


Figura 4.7 – Série de vazões mínimas na estação 13600002.

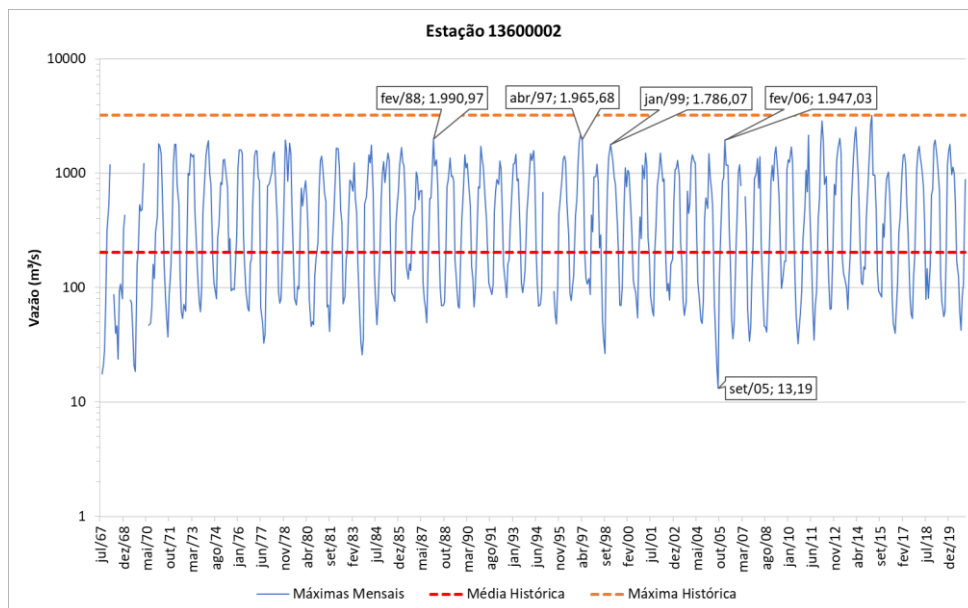


Figura 4.8 – Série de vazões máximas na estação 13600002.

Eventos de elevada e baixa magnitude, em princípio, estão associados às flutuações mais expressivas da transmissão de informação em comparação aos cenários médios representativos à bacia. Busca-se, portanto, avaliar a capacidade das medidas de informação em caracterizar eventos atípicos ao regime hidrológico e as alterações que esses eventos promovem nas relações de dependência.

Sob a premissa de que a área em estudo não sofreu alterações expressivas da paisagem durante o período analisado espera-se que a caracterização da dependência chuva-vazão em função da

transmissão de informação revele características como o aumento da transmissão da informação durante os anos de cheia e redução durante os eventos de seca, associado à respectivas variações de M , τ , pMI e SI .

Para teste dessa hipótese, as medidas de informação calculadas foram, então, analisadas em função de sua variação espacial e temporal, com foco nos anos identificados, com o objetivo de se verificar como as flutuações nas medidas de informação podem auxiliar na compreensão das relações de dependência e da variabilidade da relevância dos processos hidrológicos dominantes influenciados por eventos hidrológicos extremos.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Análise da relação de dependência em função das alterações antrópicas

Influência sobre a intensidade da transmissão da informação

A medida Informação Mútua (I) reflete a previsibilidade das vazões a partir dos dados de chuva, partindo-se da premissa de que a série temporal contém informação suficiente para reduzir a incerteza associada à estimativa das vazões.

Observando todo o período analisado, 1981 a 2014, os resultados obtidos para a medida Informação Mútua Máxima (I_{max}) que reflete a configuração em que houve a maior transmissão de informação entre chuva e vazão (ou a redução da incerteza sobre as vazões conhecida a chuva), sugerem que, no tempo, a transmissão de informação está se intensificando, conforme apresentado na Figura 5.1, ao passo que há uma redução do volume de chuvas acumuladas.

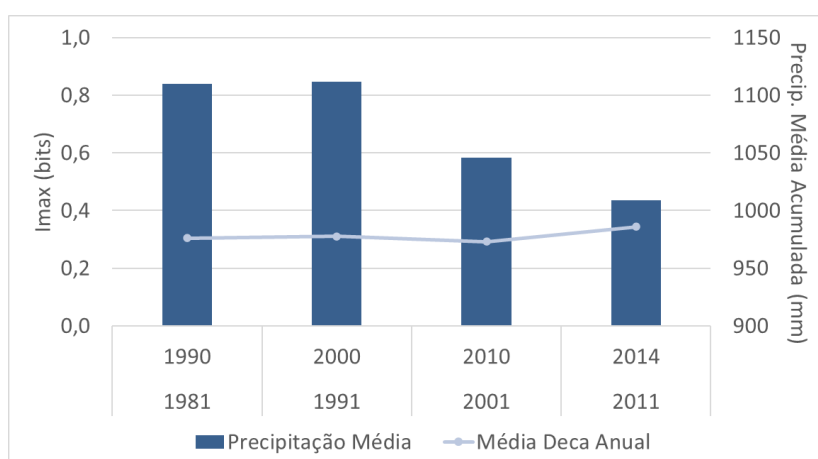


Figura 5.1 – (i) Média deca anual de I_{max} para a bacia na região do MATOPIBA.

Segundo Franzen et al. (2020) a redução da incerteza sobre as vazões é limitada pela entropia (aleatoriedade) da série de chuvas. Tal como apresentado por Gong et al., (2013), quanto maior a aleatoriedade da série de vazões maior deve ser a aleatoriedade da série de chuvas. Nota-se que o período de 2011 a 2014 é o que apresenta a maior transmissão de informação mesmo sendo o que conta com menor volume médio de chuvas acumuladas. Neste contexto, o resultado sugere que a variabilidade da série de chuvas seja mais relevante do que o volume incidente na bacia.

Contudo, ao se observar a aleatoriedade média das séries (Figura 5.2) é possível verificar que o período 2011-2014 conta com entropia em P similar aos demais períodos. Em contrapartida, a entropia em Q apresenta uma tendência de crescimento ao longo das décadas, sendo o último período analisado o que apresenta máximo valor.

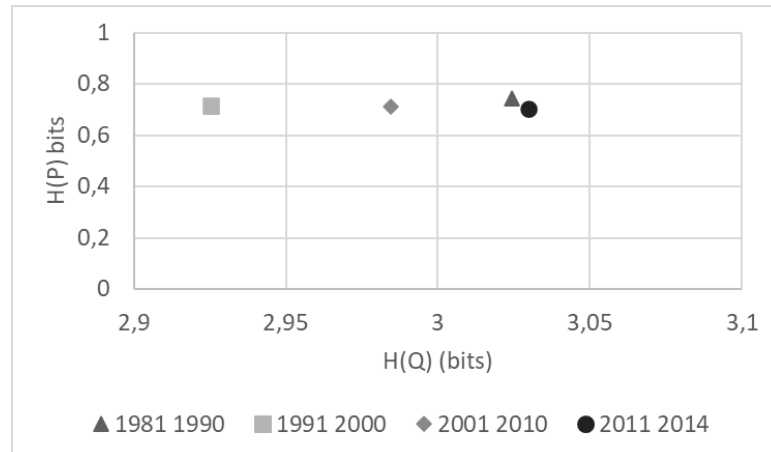


Figura 5.2 – Média deca anual de $H(P)$ x $H(Q)$ para bacia na região do MATOPIBA.

Em princípio, esse comportamento da relação entre $H(P)$ e $H(Q)$ representaria uma tendência de queda da capacidade relativa da série de chuvas em explicar as vazões. Assim, esperava-se uma transmissão de informação menos intensa ao longo das décadas, o que não se verifica (ver comportamento de I_{max} na Figura 5.1). Infere-se, portanto, que as alterações antrópicas possivelmente configuram importante elemento do sistema, intensificando a transmissão da informação, possivelmente devido ao aumento do escoamento direto e a redução da evapotranspiração, uma vez que sua principal característica é a remoção da cobertura vegetal.

Essa relação sugere, ainda, que a série de chuvas não passa a conter mais informação ao longo dos períodos analisados, mas, sim, que os eventos de chuva, isoladamente, têm sua capacidade relativa em informar sobre as vazões intensificada possivelmente pelo aumento do escoamento direto e a redução das perdas. Tem-se, então, que as alterações antrópicas, pela modificação da dinâmica dos processos físicos dominantes para a relação de dependência, elevam, indiretamente, a capacidade informativa da série de chuva de modo que a intensidade com que esses processos físicos “filtram” a informação circulante no sistema (infiltração e perdas) diminua, proporcionando aumento na transmissão da informação.

Analisando o comportamento médio dos resultados dos períodos intra-anuais no espaço, verifica-se que o trimestre mais chuvoso (Dez-Jan-Fev) é o que apresenta variabilidade temporal mais expressiva, conforme apresentado pela Figura 5.3.

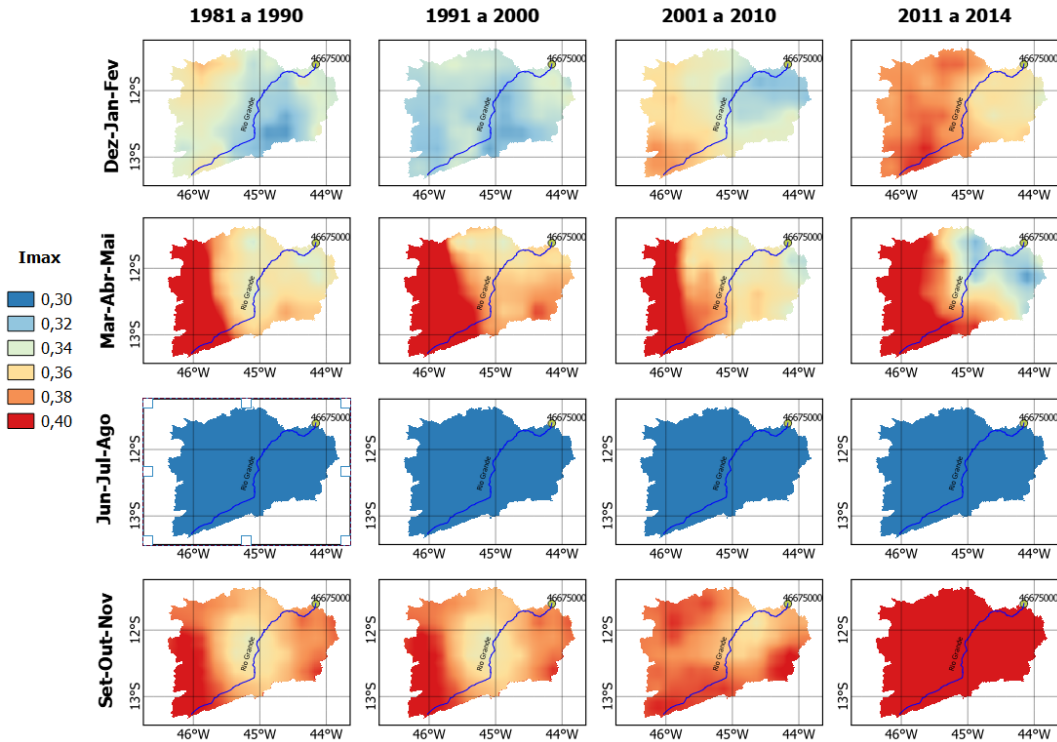


Figura 5.3 – Distribuição espacial das médias deca anuais de I_{max} na bacia na região do MATOPIBA.

Contudo, por um efeito de escala, verificou-se que o trimestre mais seco (Jun-Jul-Ago) também apresenta variabilidade significativa, apesar de magnitude reduzida em comparação com os demais períodos, conforme verifica-se pela Figura 5.4. Deste modo, optou-se, para fins de apresentação, considerar ajuste de escala e análise focada nos dois períodos sazonais principais, seca e chuva, sendo, portanto, apresentados os resultados das medidas de informação apenas para estes períodos.

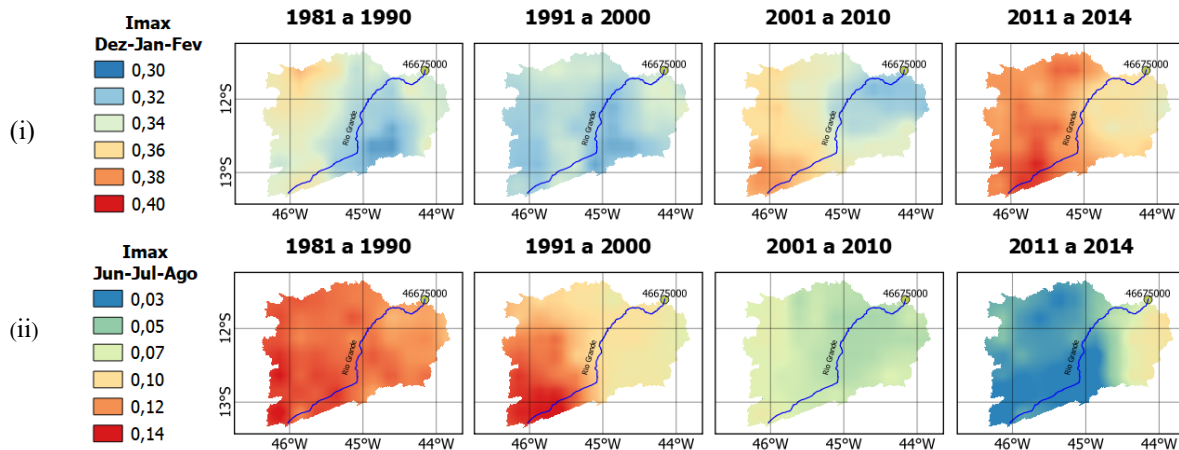


Figura 5.4 – Distribuição espacial das médias deca anuais de I_{max} para (i) Dez-Jan-Fev e (ii) Jun-Jul-Ago na bacia na região do MATOPIBA.

Nota-se que a área de montante da bacia reflete as mais intensas variações temporais, sugerindo que as alterações antrópicas promovem alterações significativas na relação de dependência com efeitos que se estendem à escala da bacia. Destaca-se que ambos os trimestres contam com comportamento oposto quanto a transmissão da informação, havendo aumento temporal de I_{max} no trimestre mais chuvoso e redução no mais seco.

Há que se destacar o período mais seco da região, o trimestre de Junho a Agosto. Além de se revelar o trimestre menos informativo para a relação de dependência, verifica-se que há redução da quantidade de informação sendo transmitida no tempo, mais intensamente na região de montante. A área em estudo tem como principal alteração do uso do solo a supressão da vegetação natural para uso agropecuário e, conseqüentemente, a crescente demanda de água para irrigação (PIMENTA et al., 2021; POUSA et al., 2019). Sendo este o período mais seco parece razoável pontuar que é também o mais suscetível aos efeitos que fatores externos, como a captação de água para irrigação, podem causar na relação de dependência e na transmissão de informação. Nesse contexto, admite-se que essa captação possa ser analisada como uma extração de informação do sistema, tal como a evapotranspiração. Considerando que a transmissão de informação no trimestre mais seco se reduz gradativamente, infere-se que essa redução se deva à extração dessa informação do sistema. A identificação dessa particularidade se mostra relevante, pois evidencia um comportamento hidrológico que usualmente não é explícito, sugerindo que este seja um período em que as premissas admitidas para representação do sistema devam receber especial atenção.

Parece promissor que o conhecimento acerca da relação entre pluviometria e efetiva transmissão de informação para as vazões possa, de forma explícita e quantitativa, auxiliar a representação do sistema partindo-se da premissa de que a variabilidade sazonal na intensidade com que a transmissão de informação ocorre reflete a dinâmica dos processos físicos dominantes à escala da bacia. Explicitar tais características do sistema, em princípio, expõe, *a priori*, a necessidade de considerações temporais na admissão de hipóteses e estruturação conceitual para extrapolações, ou, *a posteriori*, permite a avaliação da adequabilidade estrutural de modelos, tal como sugere Beven (2019) e demonstram Pachepsky et al., (2016) e Gharari et al., (2021).

Influência sobre o escoamento direto

Buscando avaliar a pertinência acerca da premissa relacionada ao aumento do escoamento direto e a extração da informação foram avaliadas, em termos médios, a razão entre vazões observadas e volumes precipitados na área da bacia. Observando os resultados referentes ao trimestre mais chuvoso da região, apresentados na Figura 5.5, é possível notar que a transmissão de informação e coeficientes de escoamento direto contam com baixa variabilidade.

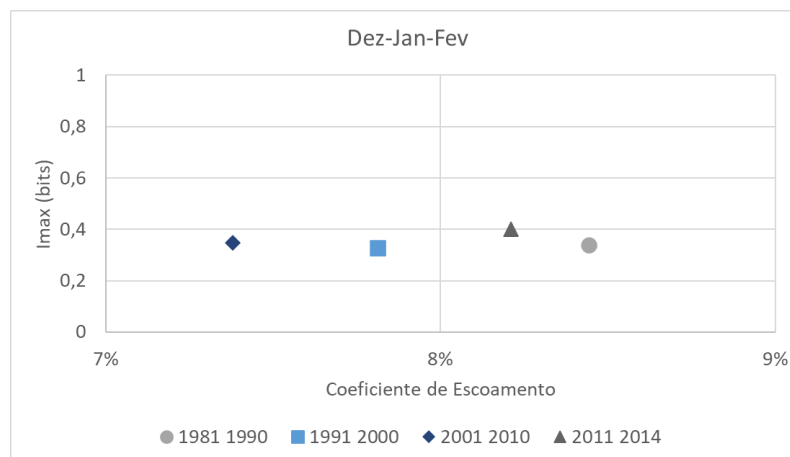


Figura 5.5 – Relação entre a transmissão de informação (I_{max}) e a média deca anual do coeficiente de escoamento na bacia na região do MATOPIBA para o trimestre Dez-Jan-Fev.

Considerando o fato de que, no tempo, há uma notória redução do volume acumulado de chuvas e, em princípio, essa redução ser função da menor frequência e/ou menores magnitudes dos eventos de chuva durante os períodos, a similaridade dos coeficientes de escoamento direto sugere que eventos de chuva de menor magnitude, que antes não eram transformados em vazão, seja pela infiltração, seja por outras perdas como evapotranspiração, agora contribuem mais

intensamente para formação das vazões. Tal característica corrobora com o aspecto associado à capacidade informativa da série de chuvas, mencionado anteriormente.

Há que se destacar que no trimestre Mar-Abr-Mai é observada ligeira redução do coeficiente de escoamento direto, com 16% para o período de 1981 a 1990 e 14% para o período entre 2011 e 2014. Por outro lado, no trimestre Set-Out-Nov, em média, se verifica redução um pouco mais expressiva, com 12% para o período de 1981 a 1990 e 7% para o período entre 2011 e 2014. Tais características configuram indícios de que a captação hídrica seja um ruído especialmente relevante para a relação de dependência.

Ainda neste contexto, foram também avaliadas, em termos médios, as vazões produzidas pela bacia para cada unidade de chuva precipitada, buscando compreender a produção da bacia em função das chuvas incidentes. Observando o período mais chuvoso verifica-se que, em média, para o período entre 1981 e 1990, a bacia escoou $0,43 \text{ m}^3/\text{s}.\text{mm}^{-1}$, enquanto para o período entre 2011 e 2014, a bacia escoou $0,42 \text{ m}^3/\text{s}.\text{mm}^{-1}$. Já para os trimestres Mar-Abr-Mai e Set-Out-Nov são verificadas reduções no tempo, sendo a mais significativa observada neste último, em que para o período entre 1981 a 1990, a bacia escoou $0,60 \text{ m}^3/\text{s}.\text{mm}^{-1}$, enquanto para o período entre 2011 a 2014 tem-se $0,37 \text{ m}^3/\text{s}.\text{mm}^{-1}$. Esse comportamento reforça a hipótese relacionada à extração da informação do sistema promovida pela captação hídrica.

Para verificá-la, uma análise baseada no estudo de Pousa et al., (2019) foi realizada buscando, de forma exploratória e qualitativa, compreender os efeitos produzidos pela captação hídrica no escoamento efetivo da bacia. Nesse estudo os autores avaliaram o aumento da demanda de água para irrigação no estado da Bahia em virtude do desenvolvimento de atividades agrícolas e seus impactos sobre as vazões. Os autores observaram que a partir do ano de 1993 há uma redução significativa das vazões e atribuem essa redução à crescente captação de águas superficiais na região. Estes autores estimaram as vazões de captação, apresentadas na Tabela 5.1, que possivelmente ocorrem na região e estas foram inseridas, por inferência, ao contexto do presente estudo.

Tabela 5.1 – Demanda média para irrigação inferida a partir de Pousa et al. 2019

	1991 a 2000	2001 a 2010	2011 a 2014
Vazão demandada (m^3/s)	12,5	25,0	42,5

Avaliando, comparativamente, as vazões produzidas pela bacia a partir da série original de dados, para cada unidade de chuva precipitada, e a mesma relação a partir da série de vazões ajustada pela incorporação das estimativas da literatura verifica-se, pela Figura 5.6, que a captação hídrica na bacia, aparentemente, produz redução significativa dos volumes efetivamente escoados e, conseqüentemente, na estimativa da informação transmitida.

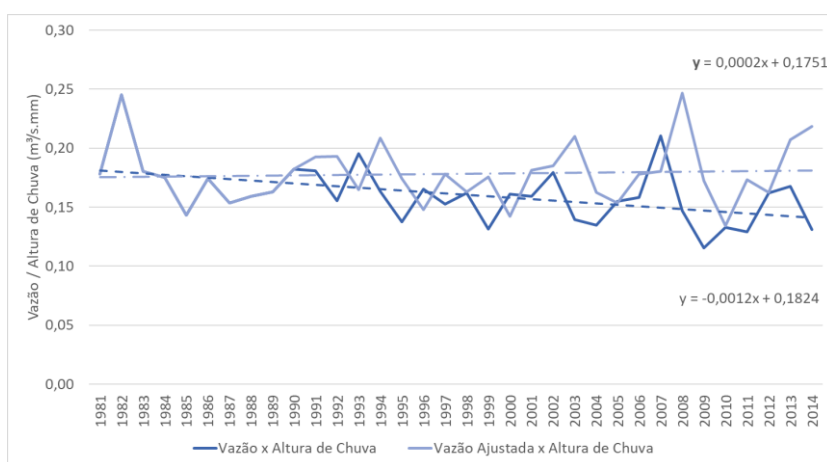


Figura 5.6 – Evolução temporal da produção de vazão observada e ajustada para cada milímetro de chuva incidente na bacia na região do MATOPIBA.

Segundo os dados observados, há uma redução, no tempo, dos volumes escoados pela bacia, sugerindo, em primeira análise, redução do escoamento total. Contudo, ao se incorporar as estimativas das captações às vazões verifica-se uma aparente manutenção dos volumes escoados para cada milímetro de chuva incidente. Considerando a redução dos volumes de chuva acumulados na bacia e a relação entre frequência e magnitude mencionada anteriormente, estes resultados reforçam a hipótese associada ao aumento do escoamento direto, e essa se reflete nas variações intra-anuais na intensidade da transmissão da informação ao longo do tempo.

Mesmo se tratando de uma análise exploratória e que demanda avaliação adicional pormenorizada, se observam evidências de que o emprego de medidas de informação para caracterização da relação de dependência é suficientemente sensível para revelar alterações em processos hidrológicos que aparentam não ser relevantes, como o aumento do escoamento direto e a extração de informação do sistema pelas atividades de captação hídrica.

A avaliação dos resultados intra-anuais levanta, ainda, uma hipótese relacionada à limitação da capacidade informativa dos dados de chuva além da própria aleatoriedade. Retomando a premissa acerca da redução da precipitação acumulada, o aumento da intensidade na transmissão da informação, em princípio, se relaciona diretamente com a capacidade dos eventos de chuva, isoladamente, informarem sobre as vazões. Esse aspecto será detalhado mais à frente, contudo, a análise apresentada até o momento direciona para o aumento da capacidade informativa intrínseca dos eventos de chuva em função do aumento do escoamento direto e redução das perdas por evapotranspiração e infiltração, no sentido em que à medida que a alteração antrópica se intensifica a informação dos eventos de menor magnitude não é integralmente “filtrada” pelo sistema.

Influência sobre a relevância de dias chuvosos e secos para distribuição das vazões

A medida Informação Específica (SI) reflete o quão informativo é, para a alteração da distribuição das vazões, a ocorrência de eventos secos e chuvosos. A medida SI , por se tratar de uma razão entre a magnitude da alteração que dias secos e chuvosos causam sobre a distribuição das vazões, tem que valores de $SI < 1$ sugerem que dias chuvosos promovem maior alteração na distribuição das vazões do que dias secos, permitindo estender a compreensão sobre a relação de dependência, segundo Franzen et al. (2020), a partir da pergunta: “A distribuição das vazões é mais intensamente alterada quando os eventos de chuva são classificados como dias de chuva ou como dias secos?”

A partir dos resultados de SI apresentados na Figura 5.7, verifica-se, de modo geral, uma redução no tempo, sugerindo que à medida que as alterações antrópicas se intensificam os dias chuvosos se tornam mais relevantes e produzem alterações mais expressivas sobre as vazões.

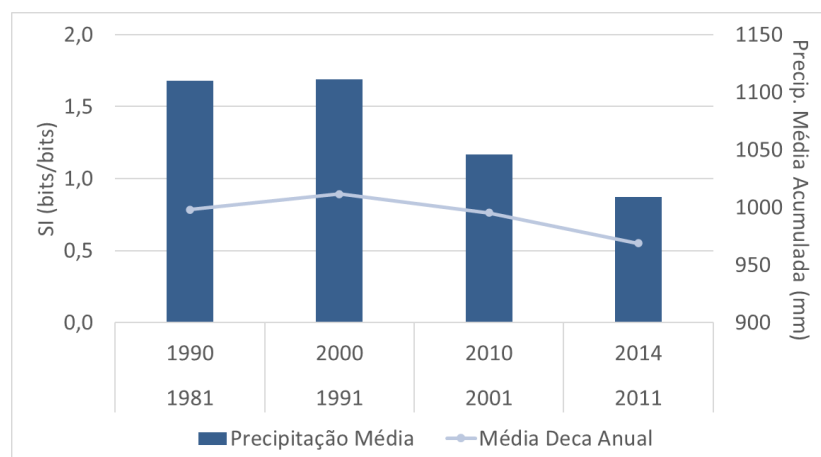


Figura 5.7 – Média deca anual de *SI* na bacia na região do MATOPIBA.

Importante notar que os valores médios de *SI* são inferiores a 1 em todo o período analisado. Tal característica, em conjunto com a redução temporal da medida e do volume médio de chuvas acumuladas, em princípio, é influenciada pelo aumento do escoamento direto ocasionado pelas alterações antrópicas, no sentido em que mesmo com a ocorrência de chuvas menos expressivas, devido à redução dos volumes acumulados, a distribuição das vazões é significativamente alterada, ou seja, um menor volume precipitado é capaz de produzir respostas mais intensas da bacia sobre as vazões. Esse comportamento decorre da alteração das interrelações entre os processos físicos atuantes. Assim, a variabilidade temporal observada, em princípio, sugere a necessidade de avaliações em janelas temporais para a representação da dependência entre chuva e vazão, por exemplo via modelagem hidrológica, sob a hipótese de garantir a estacionariedade dessa relação.

Entre os períodos intra-anuais, destacam-se os trimestres mais seco e mais chuvoso. No trimestre mais seco a medida *SI*, para todo o período, é inferior a 0,1 bit/bit em média, não havendo variação observável para representação em escala adequada, evidenciando a elevada frequência de dias secos e a importância da observação de quaisquer eventos chuvosos para a compreensão das vazões.

Já para o trimestre mais chuvoso, com *SI* médio superior a 1, verifica-se redução desta medida no tempo é limitada espacialmente, como pode ser observado pela Figura 5.8.

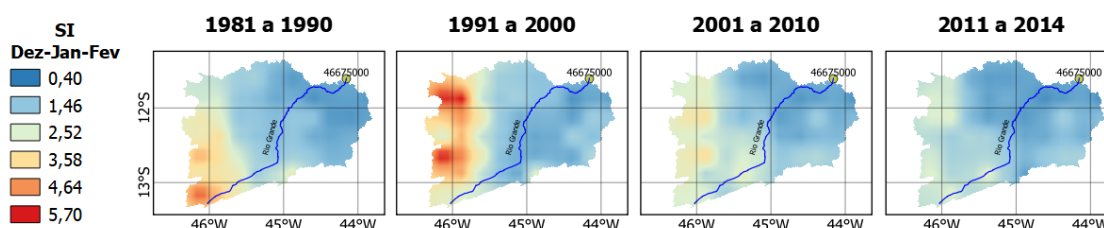


Figura 5.8 – Distribuição espacial das médias deca anuais de *SI* para Dez-Jan-Fev na bacia na região do MATOPIBA.

Espacialmente, é possível verificar que a área de montante é a que apresenta maior variabilidade, com redução temporal expressiva, sugerindo que as alterações antrópicas sejam responsáveis pela intensidade com que o sistema processa a informação.

Processos físicos relacionados às abstrações hidrológicas, como infiltração, atuam como filtros da informação circulante no sistema, atenuando, por exemplo, a transmissão de informação

oriunda de eventos chuvosos de elevada magnitude. Esses processos (filtros) perdem relevância à medida que a alteração antrópica se intensifica, ou seja, eventos de reduzida magnitude passam a responder mais intensamente ao processo de transformação chuva-vazão e, conseqüentemente, produzem alterações mais expressivas nas vazões.

Apesar de ser o trimestre mais chuvoso, a medida SI indica que os eventos que mais intensamente alteram a distribuição das vazões são os secos. Isso se deve à elevada frequência de dias chuvosos que, de certa forma, promovem manutenção na distribuição das vazões, sendo a ocorrência de um único dia seco mais informativa para caracterização da aleatoriedade das vazões. Essa característica pode ser útil em extrapolações da dinâmica hidrológica no sentido em que, para o período, ajustes fundamentados na observação de eventos classificados como secos podem reduzir os requisitos de calibração dos parâmetros, uma vez que estes são os eventos que produzem as mais expressivas alterações nas distribuições das vazões.

Os resultados observados para os períodos mais chuvoso e mais seco levantam, ainda, aspecto importante acerca da redundância dos dados que, sob a forma de elevada frequência de eventos de chuva de magnitude similar, de certo modo, promove a manutenção na distribuição das vazões que, em princípio, justificaria a adoção de representações em termos médios, por exemplo.

Influência das alterações antrópicas sobre a relevância de dias chuvosos para a transmissão da informação

Outra medida de informação importante para compreensão da relação de dependência é a Informação Mútua Máxima Particionada (pMI). Tal medida reflete a relevância dos eventos de chuva para a quantidade de informação efetivamente transmitida (I_{max}).

De acordo com os dados apresentados na Figura 5.9, se observa redução do valor de pMI no tempo, sugerindo que dias chuvosos perdem relevância à medida que as alterações antrópicas na bacia se intensificam. Essa redução na relevância de dias chuvosos para a redução da incerteza sobre as vazões, em princípio, está associada à hipótese de que as alterações ocorridas na bacia intensificam o escoamento direto e reduzem as perdas por evapotranspiração e/ou infiltração.

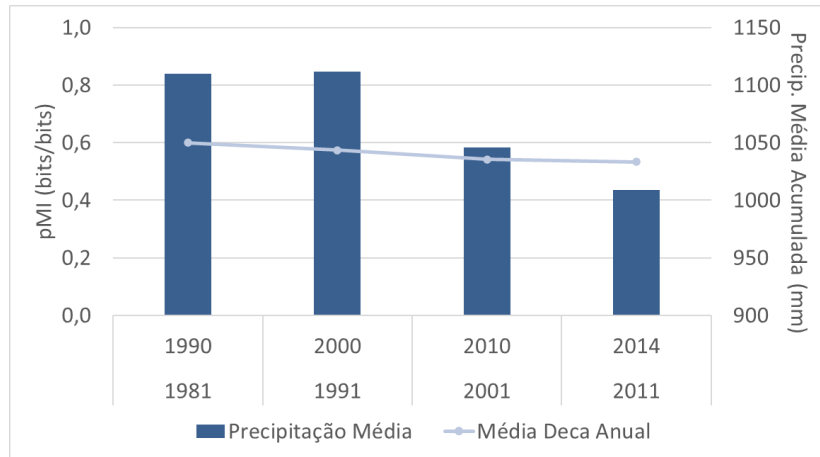


Figura 5.9 – Média deca anual de *pMI* na bacia na região do MATOPIBA.

Tal comportamento ocorre à medida que a relação de dependência inerente a esses processos é alterada e a informação contida em eventos de menor magnitude, classificados como secos, antes não informativos para as vazões, agora o são.

Os resultados obtidos com a análise dos períodos intra-anuais revelam que, em termos médios, há variabilidade significativa associada ao trimestre mais chuvoso (Figura 5.10-i), sendo observado aumento mais expressivo de *pMI* na região de montante. Já o trimestre mais seco conta com redução de *pMI*, conforme apresentado pela Figura 5.10-ii, também mais expressiva na região de montante.

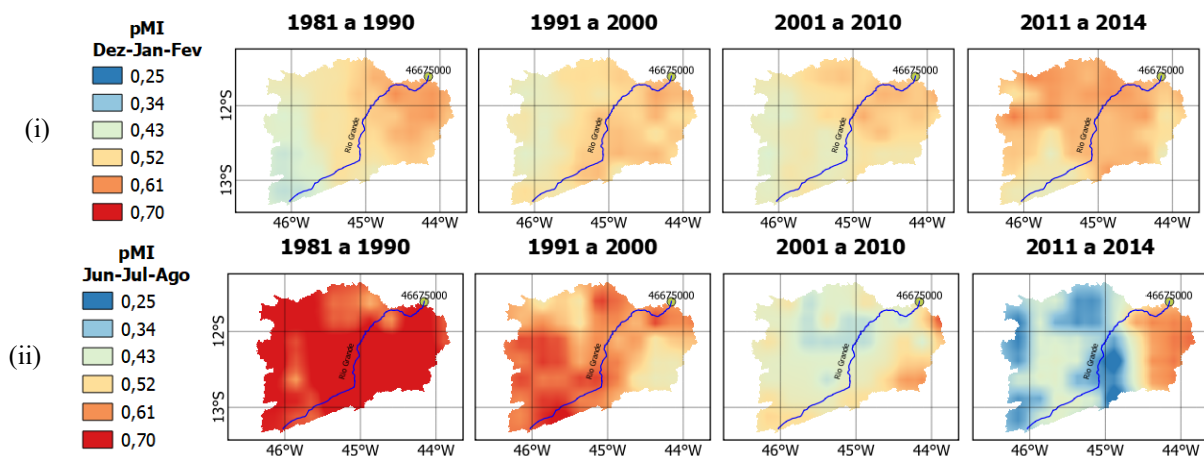


Figura 5.10 – Distribuição espacial das médias deca anuais de *pMI* para (i) Dez-Jan-Fev e (ii) Jun-Jul-Ago na bacia na região do MATOPIBA.

Em princípio, esse comportamento reflete o efeito da remoção da cobertura vegetal, o aumento da infiltração, sendo um relevante “filtro” de informação durante o período seco e que é potencializado pela extração de informação do sistema pelas captações hídricas.

Inferre-se que eventos de chuva de magnitude reduzida no período seco não são suficientemente intensos para que haja transmissão da informação para as vazões, mesmo com a intensificação do escoamento direto. Por outro lado, durante o período mais chuvoso, o aumento do escoamento direto à montante intensifica a relevância dos dias chuvosos indicando um aumento gradativo de sua importância espacial para representação das vazões.

Influência sobre o lag-time

Sabe-se que as vazões são função das precipitações defasadas no tempo e, para o contexto deste estudo, reflete o tempo que o sistema leva para processar a informação inserida no sistema pelas chuvas até o ponto exutório. Para o contexto em análise, é esperado que alterações no tempo de transmissão da informação também ocorram. Esta hipótese foi avaliada por meio da variável condicional *lag-time* (τ), que, em última análise, estima o tempo médio entre a ocorrência de um evento de chuva e seu efeito sobre as vazões.

De modo geral, os resultados demonstram redução no tempo, com τ médio de 8,5 dias para o período de 1981 a 1990 e, para 2011 a 2014, de 7,38 dias. No entanto, apenas o trimestre mais seco da região conta redução de τ , como pode ser visualizado pela Figura 5.11-ii, enquanto os resultados observados no período chuvoso (Figura 5.11-i) não explicitam, de forma clara, a redução esperada decorrentes das alterações antrópicas.

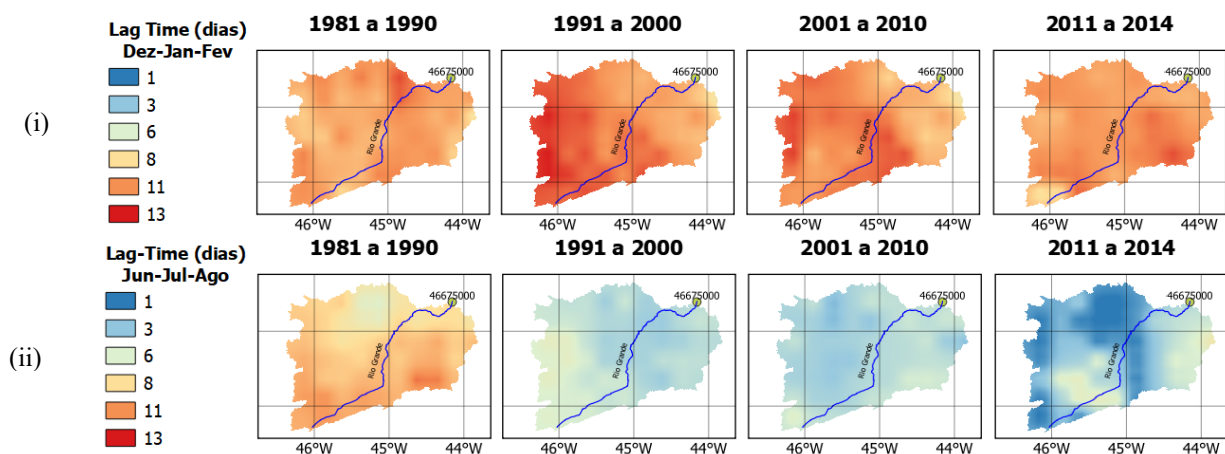


Figura 5.11 – Distribuição espacial das médias deca anuais de *lag-time* para os períodos intra-anuais (i) Dez-Jan-Fev e (ii) Jun-Jul-Ago na bacia na região do MATOPIBA.

De forma geral, esperava-se uma redução gradativa do *lag-time* à medida que o *grid* de chuva considerado se aproxima da seção exutória (sentido oeste-leste), independente do período. Esse padrão é observado em ambos os trimestres, contudo, no caso Dez-Jan-Fev no qual, em termos médios, um número maior de eventos pluvio-fluviométricos é esperado (i.e., chuvas que produzem escoamento direto), a redução observada no *lag-time* parece pouco relevante frente ao nível de alteração da cobertura vegetal. A similaridade entre a década de 80 e o último período analisado também é intrigante. No caso do trimestre menos chuvoso, o padrão exibido se assemelha ao esperado, no entanto, a magnitude da alteração parece exacerbada. Diante desse comportamento, fica patente a necessidade de estudos futuros que contem com uma análise pormenorizada para que conclusões assertivas possam ser elaboradas.

Numa análise preliminar, infere-se que a topografia seja preponderante sobre a concentração do escoamento e, assim, que a redução apresentada no período mais chuvoso seja razoável. Já para o trimestre mais seco, conjectura-se que os raros eventos significativos de chuva se limitem a porções menores da bacia e que as médias, decanais para os três primeiros períodos, revelem a maior propensão de certas áreas a sua ocorrência. A variação brusca seria plausível pela sobreposição dessas áreas às características físicas da rede de drenagem, como canais encaixados para níveis contidos na seção de margens plenas e declividades elevadas. Deve-se sublinhar que a discretização temporal dos dados analisados é diária.

Ainda, considerando que o *lag-time* opera, no cálculo da entropia, como variável condicional que força a observação de eventos passados de chuva no tempo $t-\tau$ em relação à vazão no tempo t , tem-se que o valor de τ associado a l_{max} reflete o número médio de dias a serem observados para que se identifique, na série, um evento de chuva informativo para as vazões. Neste sentido, maiores valores de τ refletem elevada frequência de eventos de chuva de magnitude similar consecutivos que são redundantes em termos de informação para as vazões, uma vez que a entropia é função da probabilidade associada ao evento e a magnitude similar destes contam com a mesma probabilidade e, portanto, a mesma entropia.

A partir do raciocínio apresentado acima é possível ilustrar também o aspecto relacionado à redundância e a limitação imposta à representação da relação de dependência em função de uma característica intrínseca à série de dados de chuva. A redundância parece configurar um dos elementos que compõe a incerteza total em sistemas hidrológicos. A análise detalhada da redundância é apresentada a seguir em conjunto com a análise da Magnitude Limar.

5.2 Análise do efeito da redundância sobre a capacidade informativa dos dados de chuva para a transmissão de informação

É possível verificar à escala da bacia uma redução nos valores de M no tempo, com altura de chuva média associada à I_{max} , o qual passou de 1,81 mm para o período de 1981 a 1990 para 1,44 mm, no período de 2011 a 2014, conforme apresentado pela Figura 5.12.

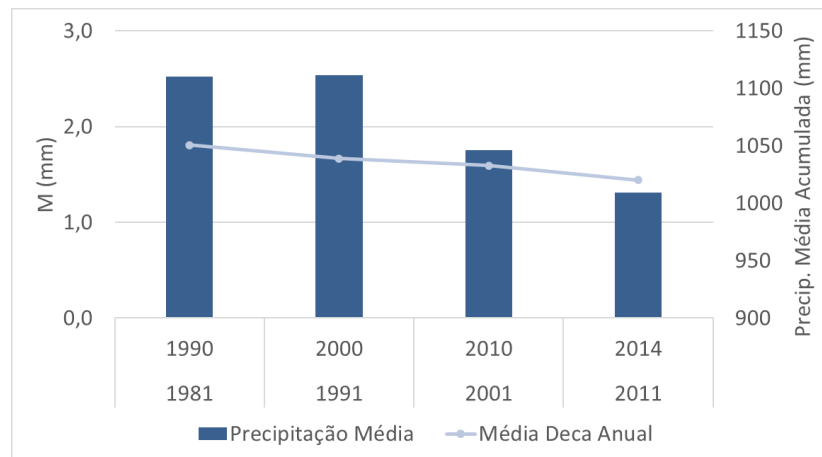


Figura 5.12 – Média deca anual de M na bacia na região do MATOPIBA.

Essa redução sugere que eventos de chuva que antes não eram informativos devido aos “filtros” do sistema (abstrações hidrológicas) tornaram-se intensos o suficiente para que passassem a transmitir informação às vazões.

Há de se destacar que, em termos intra-anuais, apenas o trimestre mais chuvoso da região apresentou variação expressiva de M , apresentado na Figura 5.13 em conjunto com I_{max} representado por isolinhas, demonstrando o aumento na transmissão de informação junto à redução da magnitude limiar.

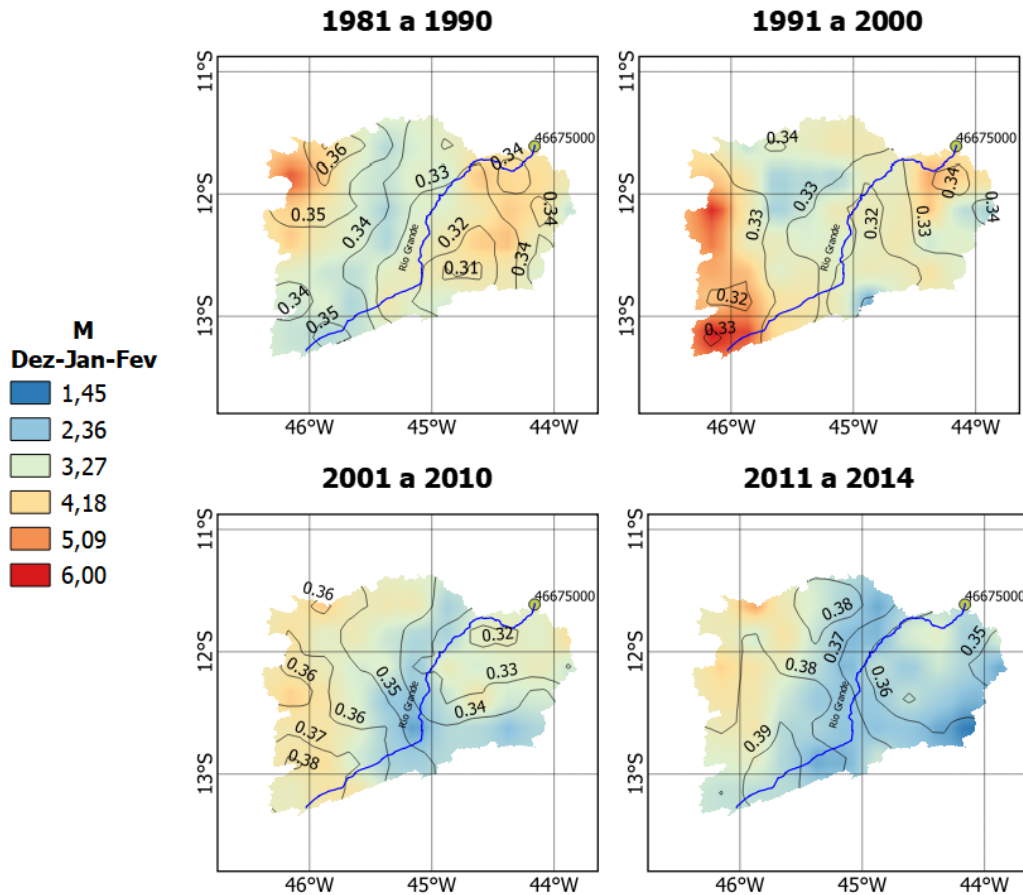


Figura 5.13 – Distribuição espacial das médias deca anuais de M e isolinhas representativas de I_{max} para o período intra-anual Dez-Jan-Fev na bacia na região do MATOPIBA.

Para o presente trabalho a redundância é definida pela ocorrência de eventos de chuva de magnitude similar que, por estarem associados à mesma probabilidade, não agregam informação para se explicar a aleatoriedade das vazões. Sob a hipótese de que as alterações antrópicas na bacia produzem efeito sobre a capacidade informativa dos eventos chuvas em função de suas magnitudes, o efeito da redundância dos dados foi avaliado.

Observando a relação entre M e I_{max} para o período entre 1981 e 1990, no qual, em princípio, o efeito das alterações antrópicas é mínimo, percebem-se regiões da bacia que contam com valores de M similares, porém, intensidade na transmissão da informação distintas.

Avaliando a relação entre precipitação média diária (não binária) e I_{max} , apresentada na Figura 5.14, o mesmo período apresenta, na porção média da bacia, os menores valores de precipitação em conjunto com os menores valores de I_{max} .

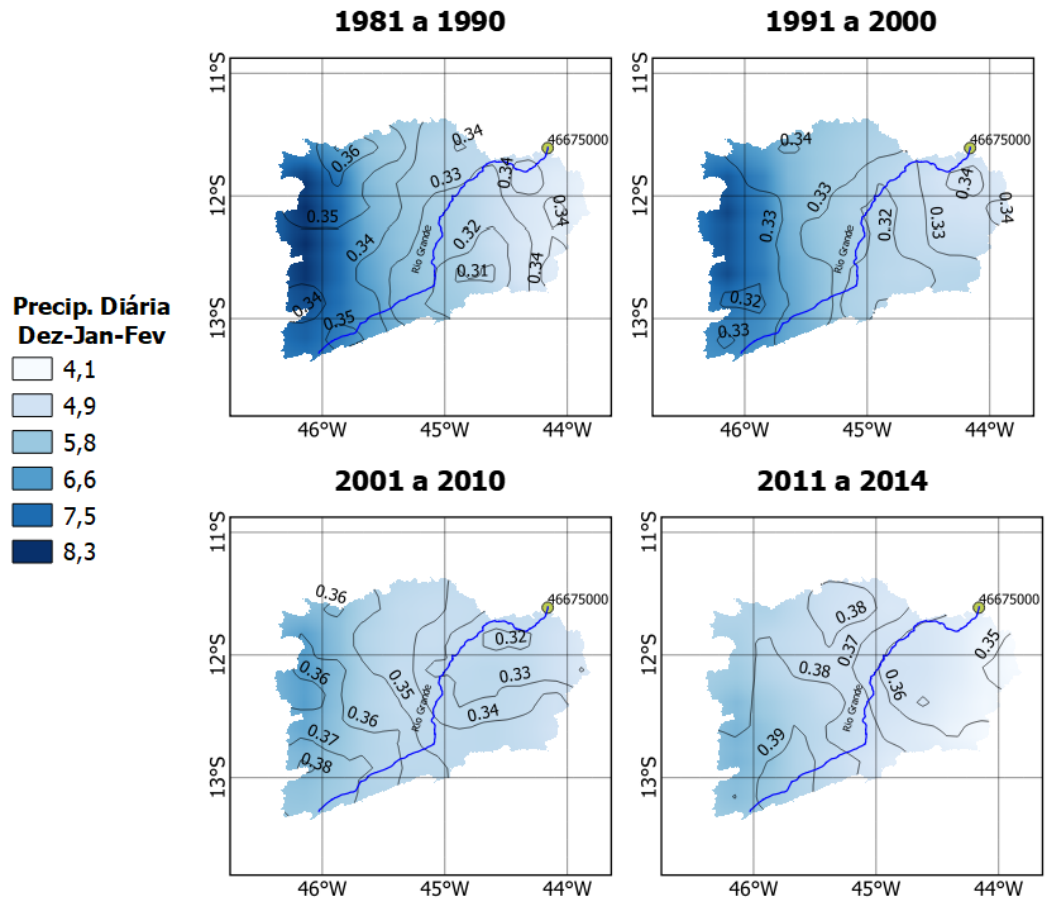


Figura 5.14 – Distribuição espacial das médias deca anuais da precipitação diária média e isolinhas representativas de I_{max} para o período intra-anual Dez-Jan-Fev na bacia na região do MATOPIBA.

Esse comportamento sugere um possível efeito limitante para a transmissão da informação em função da redundância dos dados gerada pela elevada frequência de dias de magnitude similar. Sendo a entropia calculada a partir da frequência relativa, a assimetria da série foi tratada como indicador qualitativo da redundância e é apresentada, em conjunto com I_{max} , na Figura 5.15.

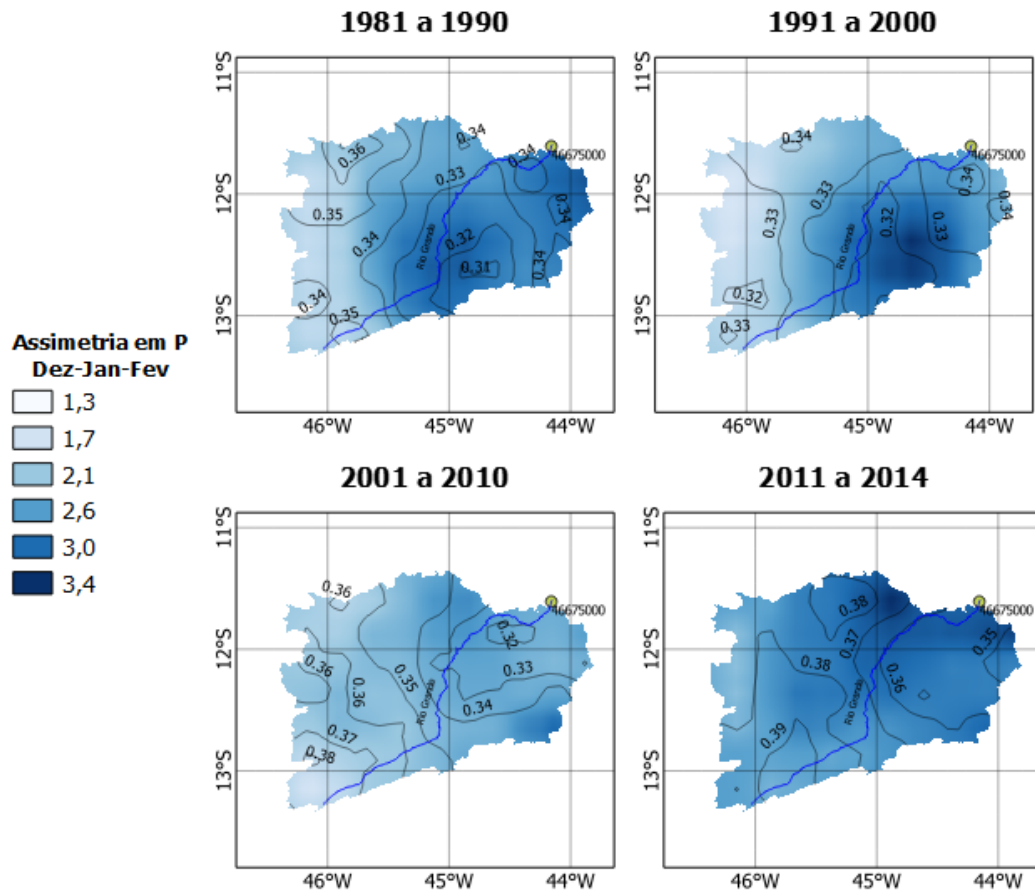


Figura 5.15 – Distribuição espacial das médias deca anuais da assimetria da série diária de chuvas (P) e isolinhas representativas de I_{max} para o período intra-anual Dez-Jan-Fev na bacia na região do MATOPIBA.

Para o período entre 1981 e 1990, é possível observar que a região com menor transmissão de informação é aquela em que se verifica maior assimetria na série de chuvas. Essa característica sugere se tratar de uma região em que houve elevada quantidade de eventos com alturas de chuva similares e de menor magnitude e, por estarem associados às mesmas probabilidades, não incrementam à capacidade informativa da série.

A análise da evolução temporal e espacial dessa relação sugere haver influência dos efeitos promovidos pelas alterações antrópicas. Para o período entre 1981 e 1990 a região menos informativa e com maior frequência de eventos chuvosos de menor magnitude e ocorre na porção média da bacia, ao sul.

Contudo, ao se observar os resultados obtidos para o período 2011-2014, verifica-se maior frequência de eventos chuvosos de menor magnitude, ainda na porção média da bacia, porém a norte. Essa característica, em conjunto com a redução significativa de M , permite inferir que,

apesar da elevada frequência de eventos de menor magnitude, a limitação imposta pela redundância dos dados à transmissão da informação verificada para o período entre 1981 e 1990 não se mostra tão intensa no período 2011-2014, onde alteração antrópica, por elevar a capacidade informativa de eventos chuvosos de baixa magnitude devido ao aumento do escoamento direto, atenua essa limitação.

Com efeito, a relação entre frequência e magnitude dos eventos associada à dinâmica dos processos hidrológicos dominantes, aparentemente, controla a transmissão da informação e parece ser útil na identificação de regiões na bacia mais ou menos informativas por meio da compreensão da capacidade informativa das séries de chuva a partir de janelas temporais delimitadas.

Destaca-se, ainda, a consistência nos resultados de I_{max} calculados a partir das séries de chuvas binárias com a distribuição espacial das médias de chuva diária, demonstrando que a transformação binária aqui empregada (proposta por Franzen et al. (2020)) parece ser eficaz na caracterização da relação de dependência e compreensão dos efeitos produzidos por fatores modificadores dessa relação.

Assim, há evidências de que alterações antrópicas, mesmo que espacialmente limitadas, são capazes de influenciar significativamente a relação chuva-vazão na escala da bacia, modificando, no tempo e espaço, a dinâmica dos processos físicos dominantes e a capacidade informativa das séries de *input*.

5.3 Análise da relação de dependência em função de flutuações climáticas associadas a eventos de seca e cheia

A análise temporal das medidas de informação evidenciou comportamento conflitante de entre cenários representativos aos períodos de seca e cheia. Analisando as flutuações com foco nos anos em que eventos de seca (2005) e cheia (1989 e 1999) foram observados, de acordo com os resultados de I_{max} , padrões distintos destes anos em comparação à média histórica da área, conforme Figura 5.16, sugerindo alterações na intensidade com que as chuvas informam sobre as vazões, o que, em princípio, é consistente com a hipótese admitida acerca de períodos hidrológicos atípicos.

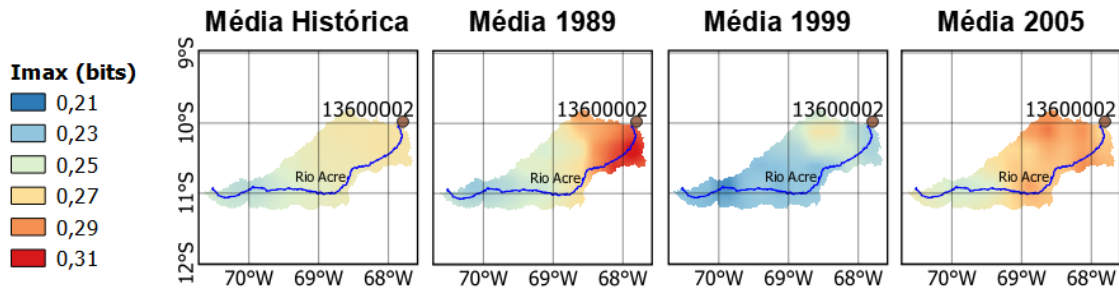


Figura 5.16 – Distribuição espacial de I_{max} para média histórica e anos de cheia e seca na bacia do rio Acre.

Destacam-se os anos de 1999 e 2005, que apresentam cenários distintos em relação à transmissão de informação na bacia, o que era esperado para cenários representativos à comportamentos hidrológicos opostos. Porém, é notável que a transmissão da informação se revelou menos intensa no ano de 1999, ano de cheia.

Contudo, observando os resultados dos anos de 1989 e 1999, ambos anos de cheia, verifica-se diferenças significativas na intensidade da transmissão de informação. Infere-se, portanto, que as flutuações observadas estejam relacionadas à variabilidade natural e à complexidade intrínseca ao sistema pela dinâmica dos processos físicos atuantes na escala da bacia. Há que se considerar, ainda, que a avaliação das medidas de informação em janelas temporais anuais pode não ser suficientemente sensível para capturar possíveis efeitos de eventos pontuais temporalmente, apesar de extremos para o período de análise. O mesmo é verificado por meio da análise das medidas de informação em função dos períodos sazonais, também conflitantes.

Conjectura-se que essas características estejam relacionadas às magnitudes dos eventos de chuva. Por se tratar de uma região de características particulares em relação ao escoamento da chuva incidente, infere-se que em períodos de cheia, o sistema em questão requer a ocorrência de eventos de chuva de elevada magnitude para que a transmissão de informação seja efetiva e em intensidade suficiente para ser capturada pelas medidas de informação.

Observando os resultados de M característicos aos anos de 1989, 1999 e 2005 (Figura 5.17), em termos médios, a bacia apresenta máxima transmissão de informação associada a eventos de chuva de magnitude igual a 2,83 mm, 3,7 mm e 3,3 mm, respectivamente. Para esses os anos, avaliando a frequência de eventos diários de chuva inferiores aos respectivos valores médios de M e que, em princípio, não são informativos, tem-se 52% para a série de 1989, 61% para a série de 1999 e 64% para a série de 2005.

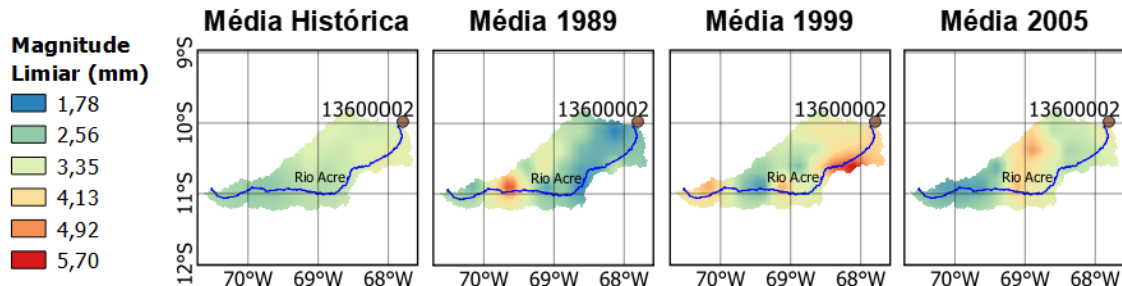


Figura 5.17 – Distribuição espacial de M para média histórica e anos de cheia e seca na bacia do rio Acre.

Em relação aos anos de cheia, infere-se que o maior número de dias com eventos de chuva informativos seja o motivo da intensidade característica na transmissão da informação observada, porém, para o ano seco, não foram identificadas evidências que expliquem o comportamento dos resultados, sendo clara a necessidade de análises adicionais pormenorizadas e que incorporem outras variáveis que venham a melhor representar a complexidade do sistema.

Como mencionado, os eventos de seca e cheia são reflexo de alterações nos padrões climáticos na região amazônica. Neste contexto, avaliou-se a relação entre o padrão médio de precipitação e a transmissão da informação por I_{max} na bacia, apresentada na Figura 5.18

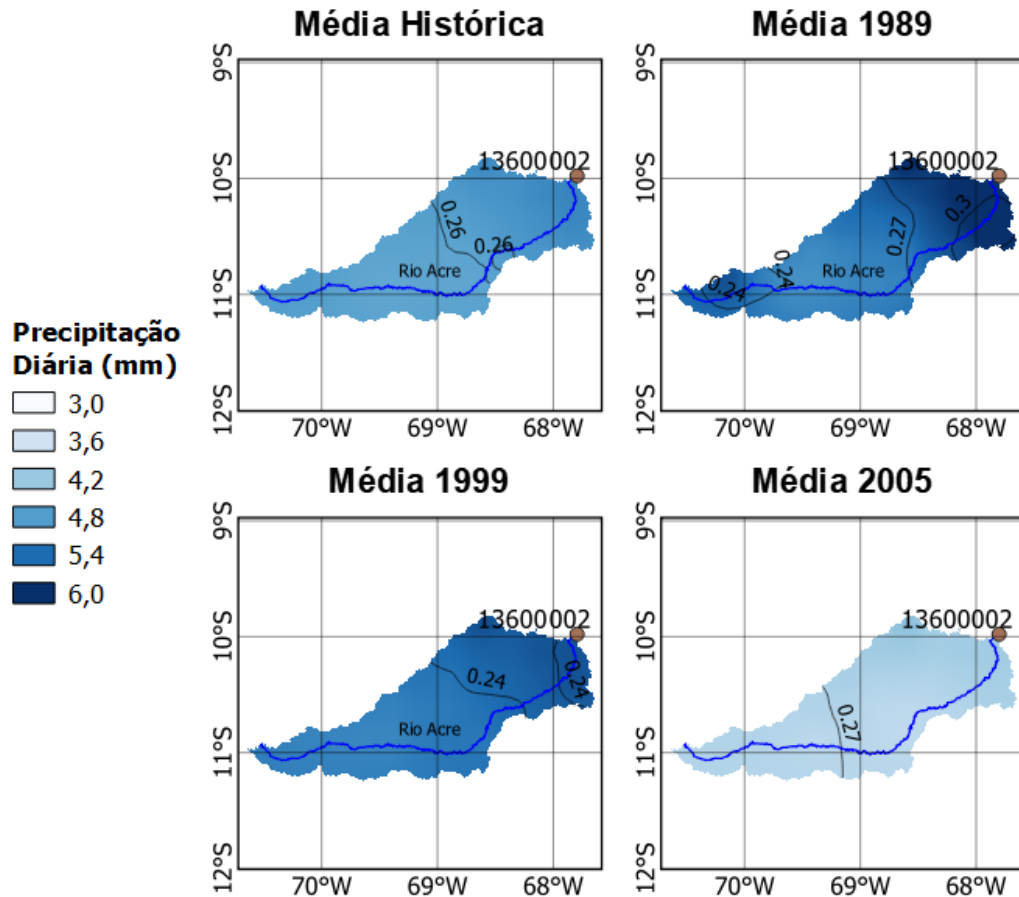


Figura 5.18 – Distribuição espacial das médias de precipitação média diária e isolinhas representativas de I_{max} para média histórica e anos de cheia e seca na bacia do rio Acre.

De acordo com os resultados, é possível observar que o ano de 1989 conta com maior intensidade na transmissão da informação em regiões de maiores alturas pluviométricas médias diárias, enquanto para os anos de 1999 e 2005 há distribuição homogênea, refletindo em valores de I_{max} similares para toda a bacia. Inference-se que, apesar da variabilidade observada entre anos de cheia e entre anos de seca e chia, a medida I_{max} parece refletir a intensidade com que as condições climáticas atípicas atuaram na bacia e, conseqüentemente, na transmissão da informação. Investigações adicionais com ajustes na escala temporal de análise e em interseção com o trabalho desenvolvido por Marengo et al. (2012) buscando esclarecer possíveis efeitos sobre a relação de dependência, inclusive espacialmente, parece ser caminho promissor para se testar essa hipótese.

Desta forma, entende-se que modelos, em princípio, devem ser cuidadosos na representação em termos médios, bem como em sua estruturação e admissão de hipóteses, uma vez que se espera que a variabilidade temporal observada, quando refinada para janelas temporais mais restritas, provavelmente, se revelará ainda mais intensa.

6 DISCUSSÃO GERAL E CONCLUSÕES

Os resultados obtidos e descritos neste trabalho demonstram que a quantificação da informação presente e circulante em um sistema hidrológico, sem assumir nenhuma premissa acerca do comportamento físico, permite explicitar aspectos espaço-temporais relevantes associados à dinâmica da relação chuva-vazão.

A compreensão acerca da intensidade com que as informações presentes nas séries de chuva são transmitidas para as vazões através dos processos físicos que as filtram é particularmente importante, pois revela flutuações na dinâmica dos processos dominantes que podem auxiliar na conceitualização de sua representação física.

Para bacia na região do MATOPIBA, a qual passou por alterações expressivas de uso e ocupação do solo em sua parte alta, fica claro que a magnitude das modificações físicas tem potencial significativo para impactar a dinâmica dos processos físicos dominantes à escala da bacia.

A análise da magnitude limiar e *lag-time* permitiu explicitar efeitos relevantes sobre essa dinâmica. De modo geral, a redução dos valores característicos destas variáveis ao longo do tempo sugere alterações significativas em processos físicos como o escoamento direto e perdas por evapotranspiração, por exemplo, ao caracterizar uma diminuição no tempo de resposta da bacia e aumento na transmissão geral da informação pelo aumento da capacidade informativa das séries de chuva em função da redução de M . Esta última, em especial, permitiu levantar evidências de como o sistema processa e interpreta dados similares de maneira distinta no tempo e no espaço à medida que a interação de seus processos é modificada por fatores externos.

Ainda, o particionamento da informação transmitida (pMI) demonstrou ser importante na compreensão da composição da informação circulante no sistema ao quantificar a relevância de suas fontes (dias secos ou chuvosos) como forma de identificar a qualidade das séries de *input* em termos de capacidade informativa e de predição das vazões. Essa medida demonstrou efeitos significativos promovidos pelas alterações antrópicas sobre alguns dos processos físicos relevantes à bacia, como o escoamento direto, ao quantificar o aumento da representatividade dos dias chuvosos e secos entre os períodos intra-anuais para a compreensão da aleatoriedade das vazões em conjunto com a redução das magnitudes limiaries características, principalmente em regiões em que os impactos da supressão da vegetação foram mais intensos.

A medida de informação específica (*SI*), por sua vez, se mostrou relevante ao explicitar os efeitos que as modificações na dinâmica dos processos físicos causam sobre a variabilidade das vazões. Foi possível verificar que apenas a região mais intensamente impactada pelas alterações no uso do solo na bacia passaram a promover flutuações mais expressivas sobre as distribuições das vazões o que, em princípio, está associado ao aumento do escoamento direto nessa região da bacia.

Destaca-se a sensibilidade das medidas de informação em identificar características implícitas à relação de dependência causadas por fatores externos, como a extração da informação do sistema. Tal verificação, em princípio, parece reforçar a capacidade que a quantificação da informação, mesmo em termos médios e em uma escala temporal ampla, possui como ferramenta alternativa e eficaz para a engenharia hidrológica na busca por formas de se reduzir a incertezas de representações por modelos.

Contudo, há que se ponderar a aplicação das medidas de informação em função da escala temporal e espacial. No presente trabalho foi possível verificar que a análise temporal isolada pode levar a conclusões genéricas e inadequadas acerca da efetiva dinâmica dos processos que governam a relação de dependência e suas variações. Analogamente ocorre no contexto espacial, sendo evidente a necessidade de interpretação conjunta dos resultados na busca pela compreensão, à escala da bacia, das características do sistema que possam aprimorar a conceitualização e validação de modelos.

Ainda, nota-se que as medidas de informação não se revelaram suficientemente claras na caracterização de sistemas complexos como o da bacia do rio Acre, na região amazônica. Apesar de ser evidente a necessidade de investigações adicionais, conjectura-se que a análise de períodos com ênfase em extremos das séries pluvio-fluviométricas seja capaz de orientar os hidrólogos na conceitualização física de cenários não observados (extrapolação).

Este estudo foi idealizado para análise das quantidades de informação presente e circulante no sistema. Neste contexto, foi possível levantar indícios de que além da aleatoriedade intrínseca às séries de dados de chuva (*input*), que limitam o fluxo de informação, possivelmente, características associadas à frequência e magnitude das chuvas, sob a forma de redundância de dados, são também fonte adicional de incerteza e elemento limitante à capacidade informativa que os dados de chuva possuem para explicar as vazões. Apesar das evidências observadas,

principalmente em relação aos efeitos que as alterações antrópicas parecem produzir sobre a capacidade informativa das séries por meio da redução das magnitudes limiaries, investigações adicionais são necessárias. No entanto, uma vez que a relação de dependência não é unívoca, parece plausível que a compreensão desta relação, em conjunto com a transmissão de informação, possa configurar fonte adicional de informação para o auxílio à validação de saídas de modelos.

Por fim, ressalta-se a importância na definição parcimoniosa dos histogramas de frequência para cálculo da entropia e quantificação da informação. Observou-se, ao longo do processo de cálculo das medidas de informação, que estas são significativamente sensíveis ao grau de refinamento do histograma, tal como apresentado por Gong et al., (2014). Em um primeiro momento, a seleção de histograma de classe fixa arbitrária tal como apresentado por Franzen et al. (2020), promoveu perda significativa da informação contida nas séries de chuva, aspecto que, em última análise, se relaciona diretamente à hipótese levantada associada à redundância de dados. Tal perda foi verificada, posteriormente a partir dos testes realizados para cálculo das medidas de informação considerando a otimização da largura de classe, onde se observou aumento na intensidade da transmissão por I_{max} . Neste sentido, sendo a fonte de informação a mesma, o aumento da transmissão está associado à perda da informação pela baixa discretização dos histogramas de vazão quando da adoção da largura fixa para as classes.

O uso da Teoria da Informação e o emprego de medidas de informação para caracterização das relações de dependência chuva-vazão por meio da quantificação da informação presente e circulante se mostra promissora em estender a compreensão de alguns dos processos que governam essa relação e em auxiliar, quantitativamente, a caracterização dos efeitos de alterações sobre característica do sistema hidrológico, suas dinâmicas, complexidades e variabilidades, uma vez que alterações nas relações de dependências chuva-vazão, se não admitidas na estrutura conceitual de modelos, podem se propagar e elevar a incerteza associada aos resultados.

Os resultados obtidos permitiram evidenciar características importantes da relação de dependência e variações no tempo e no espaço que, em princípio, podem influenciar significativamente a predição de vazões e a calibração de parâmetros em modelos hidrológicos.

Com a estrutura de trabalho aplicada e a caracterização, de forma quantitativa, de alguns aspectos da relação fica clara a importância de se melhor compreender quais são os processos dominantes em cada sistema hidrológico e como essa preeminência se caracteriza no tempo e no espaço, principalmente quando há finalidade em se representar esses sistemas através de modelos fundamentados em uma definição conceitual, estabelecida *a priori*, acerca desses processos. Contudo, faz-se necessária a aplicação desta técnica em outros contextos similares a fim de se validar as verificações realizadas.

REFERÊNCIAS

- ALFONSO, L.; LOBBRECHT, A.; PRICE, R. **Information theory–based approach for location of monitoring water level gauges in polders**. *Water Resources Research - WATER RESOUR RES*, v. 46, 1 mar. 2010.
- ATIEH, M. et al. **Investigating the Spatial and Temporal Variability of Precipitation using Entropy Theory**. *Journal of Water Management Modeling*, 1 jan. 2017.
- BEVEN, K. **How to make advances in hydrological modelling**. *Hydrology Research*, v. 50, n. 6, p. 1481–1494, 23 out. 2019.
- CASTELLARIN, A. et al. **Prediction of streamflow regimes over large geographical areas: interpolated flow-duration curves for the Danube region and Europe**. 2017.
- CHANDIMALA, J.; ZUBAIR, L. **Predictability of stream flow and rainfall based on ENSO for water resources management in Sri Lanka**. *Journal of Hydrology*, v. 335, n. 3–4, p. 303–312, mar. 2007.
- COVER, T. M.; THOMAS, J. A. **ELEMENTS OF INFORMATION THEORY**. p. 774, 2006.
- FRANZEN, S. E.; FARAHANI, M. A.; GOODWELL, A. E. **Information Flows: Characterizing Precipitation-Streamflow Dependencies in the Colorado Headwaters With an Information Theory Approach**. *Water Resources Research*, v. 56, n. 10, p. e2019WR026133, 2020.
- GHARARI, S. et al. **Understanding the Information Content in the Hierarchy of Model Development Decisions: Learning From Data**. *Water Resources Research*, v. 57, n. 6, p. e2020WR027948, 2021.
- GONG, W. et al. **Estimating epistemic and aleatory uncertainties during hydrologic modeling: An information theoretic approach**. *Water Resources Research*, v. 49, n. 4, p. 2253–2273, 2013.
- GONG, W. et al. **Estimating information entropy for hydrological data: One-dimensional case**. *Water Resources Research*, v. 50, n. 6, p. 5003–5018, 2014.
- GOODWELL, A. E. et al. **Debates—Does Information Theory Provide a New Paradigm for Earth Science? Causality, Interaction, and Feedback**. *Water Resources Research*, v. 56, n. 2, p. e2019WR024940, 2020.
- GOODWELL, A. E.; KUMAR, P. **Temporal information partitioning: Characterizing synergy, uniqueness, and redundancy in interacting environmental variables**. *Water Resources Research*, v. 53, n. 7, p. 5920–5942, 2017.
- GU, H. et al. **Entropy-Based Research on Precipitation Variability in the Source Region of China’s Yellow River**. *Water*, v. 12, n. 9, p. 2486, set. 2020.
- GUEDES, R. V. DE S.; SOUSA, S. S.; SOUSA, F. S. **Uso da entropia e da análise de agrupamento na avaliação da disponibilidade potencial de recursos hídricos do Nordeste**

do Brasil. Ambiente e Agua - An Interdisciplinary Journal of Applied Science, v. 5, n. 2, p. 175–187, 30 ago. 2010.

GUNTU, R. K.; AGARWAL, A. **Investigation of Precipitation Variability and Extremes Using Information Theory.** Environmental Sciences Proceedings, v. 4, n. 1, p. 14, 13 nov. 2020.

KOLANSKI, M. M. DE P. et al. **ANÁLISE DOS IMPACTOS DE EVENTOS DE SECAS SOBRE AS POPULAÇÕES RIBEIRINHAS NA BACIA DO RIO PURUS.** 2021.

KUMAR, P.; GUPTA, H. V. **Debates—Does Information Theory Provide a New Paradigm for Earth Science?** Water Resources Research, v. 56, n. 2, p. e2019WR026398, 2020.

LOPES, A. V. et al. **Trend and uncertainty in spatial-temporal patterns of hydrological droughts in the Amazon basin.** Geophysical Research Letters, v. 43, n. 7, p. 3307–3316, 2016.

MACIEL, S. **Análise da relação chuva-vazão na bacia hidrográfica do Rio Paranaíba, Brasil.** [s.l.] Universidade Federal de Uberlândia, 2 fev. 2017.

MARENGO, J. A. et al. **Extreme climatic events in the Amazon basin.** Theoretical and Applied Climatology, v. 107, n. 1, p. 73–85, 1 jan. 2012.

MARTINS, P. D.; POLETO, C. **Principle of maximum entropy in the estimation of suspended sediment concentration.** RBRH, v. 22, 27 mar. 2017.

MEDEIROS, R. **Entropia pluviométrica na grande metrópolis Recife-PE, Brasil.** Journal of Environmental Analysis and Progress, v. 4, p. 031, 22 jan. 2019.

NEARING, G. S. et al. **Does Information Theory Provide a New Paradigm for Earth Science? Hypothesis Testing.** Water Resources Research, v. 56, n. 2, p. e2019WR024918, 2020.

NEARING, G. S.; GUPTA, H. V. **The quantity and quality of information in hydrologic models.** Water Resources Research, v. 51, n. 1, p. 524–538, 2015.

PACHEPSKY, Y. A. et al. **Evaluating Hydrological Model Performance using Information Theory-based Metrics.** Hydrology and Earth System Sciences Discussions, p. 1–24, 15 fev. 2016.

PÁDUA, L. H. R. DE et al. **Analysis of the fluviometric network of Rio das Velhas using Entropy.** RBRH, v. 24, 17 out. 2019.

PECHLIVANIDIS, I. G. et al. **Robust informational entropy-based descriptors of flow in catchment hydrology.** Hydrological Sciences Journal, v. 61, n. 1, p. 1–18, 2 jan. 2016.

PECHLIVANIDIS, I. G.; GUPTA, H.; BOSSHARD, T. **An Information Theory Approach to Identifying a Representative Subset of Hydro-Climatic Simulations for Impact Modeling Studies.** Water Resources Research, v. 54, n. 8, p. 5422–5435, 2018.

PEREIRA, D. M.; SZLAFSZTEIN, C. F. **AMEAÇAS E DESASTRES NATURAIS NA AMAZÔNIA SUL OCIDENTAL: ANÁLISE DA BACIA DO RIO PURUS**. *Raega - O Espaço Geográfico em Análise*, v. 35, n. 0, p. 68–94, 3 abr. 2016.

PIMENTA, F. M. et al. **Historical Changes in Land Use and Suitability for Future Agriculture Expansion in Western Bahia, Brazil**. *Remote Sensing*, v. 13, n. 6, p. 1088, jan. 2021.

POUSA, R. et al. **Climate Change and Intense Irrigation Growth in Western Bahia, Brazil: The Urgent Need for Hydroclimatic Monitoring**. *Water*, v. 11, n. 5, p. 933, maio 2019.

RODRIGUES DA SILVA, V. DE P. et al. **Shannon information entropy for assessing space-time variability of rainfall and streamflow in semiarid region**. *Science of The Total Environment*, v. 544, p. 330–338, 15 fev. 2016.

RUDELLE, B. L.; DREWRY, D. T.; NEARING, G. S. **Information Theory for Model Diagnostics: Structural Error is Indicated by Trade-Off Between Functional and Predictive Performance**. *Water Resources Research*, v. 55, n. 8, p. 6534–6554, 2019.

SHANNON, C. E. **A mathematical theory of communication**. *The Bell System Technical Journal*, v. 27, n. 3, p. 379–423, jul. 1948.

SILVA, F. E. O. E. **Assimilação Do Padrão De Variabilidade Das Variáveis De Estado De Um Modelo Chuva-vazão Em Esquemas De Simulação / Previsão Hidrológica**. Tese (Doutorado em Recursos Hídricos)—Belo Horizonte, Minas Gerais.: Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia., 2015.

SILVEIRA, A. **Desempenho de Fórmulas de Tempo de Concentração em Bacias Urbanas e Rurais**. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 10, n. 1, p. 5–29, 2005.

SINGH, V.; ASCE, F. **Hydrologic Synthesis Using Entropy Theory: Review**. *Journal of Hydrologic Engineering*, v. 16, 1 maio 2011.

SINGH, V. P. **The Use of Entropy in Hydrology and Water Resources**. *Hydrological Processes*, v. 11, n. 6, p. 587–626, 1997.

SIVAPALAN, M. et al. **IAHS Decade on Predictions in Ungauged Basins (PUB), 2003–2012: Shaping an exciting future for the hydrological sciences**. *Hydrological Sciences Journal-journal Des Sciences Hydrologiques - HYDROLOG SCI J*, v. 48, 17 nov. 2003.

SUNG, J. H. et al. **Effects of Hydro-Meteorological Factors on Streamflow Withdrawal for Irrigation in Yeongsan River Basin**. *Sustainability*, v. 13, n. 9, p. 4969, jan. 2021.

THIESEN, S.; DARSCHEID, P.; EHRET, U. **Identifying rainfall-runoff events in discharge time series: a data-driven method based on information theory**. *Hydrology and Earth System Sciences*, v. 23, n. 2, p. 1015–1034, 19 fev. 2019.

WEIJS, S. V.; FOROOZAND, H.; KUMAR, A. **Dependency and Redundancy: How Information Theory Untangles Three Variable Interactions in Environmental Data**. *Water Resources Research*, v. 54, n. 10, p. 7143–7148, 2018.

WEIJS, S. V.; SCHOUPS, G.; VAN DE GIESEN, N. **Why hydrological predictions should be evaluated using information theory**. *Hydrology and Earth System Sciences*, v. 14, n. 12, p. 2545–2558, 13 dez. 2010.

WILLIAMS, P.; BEER, R. **Nonnegative Decomposition of Multivariate Information**. preprint, v. 1004, 14 abr. 2010.

XAVIER, A. C.; KING, C. W.; SCANLON, B. R. **Daily gridded meteorological variables in Brazil (1980–2013)**. *International Journal of Climatology*, v. 36, n. 6, p. 2644–2659, 2016.

ZAMANI, R. et al. **Streamflow trend analysis by considering autocorrelation structure, long-term persistence, and Hurst coefficient in a semi-arid region of Iran**. *Theoretical and Applied Climatology*, v. 129, 1 jul. 2017.