

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**Escola de Engenharia**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

Rafael Santin

**ROTEAMENTO E LOCALIZAÇÃO DE ESTAÇÕES DE RECARGA EM TAREFAS  
DE COBERTURA DE ÁREA COM MÚLTIPLOS VEÍCULOS AÉREOS NÃO  
TRIPULADOS**

Belo Horizonte  
2021

Rafael Santin

**ROTEAMENTO E LOCALIZAÇÃO DE ESTAÇÕES DE RECARGA EM TAREFAS  
DE COBERTURA DE ÁREA COM MÚLTIPLOS VEÍCULOS AÉREOS NÃO  
TRIPULADOS**

**Versão final**

Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Luciano Cunha de Araújo Pimenta

Belo Horizonte  
2021

S235r

Santin, Rafael.

Roteamento e localização de estações de recarga em tarefas de cobertura de área com múltiplos veículos aéreos não tripulados [recurso eletrônico] / Rafael Santin. - 2021.

1 recurso online (117 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Luciano Cunha de Araújo Pimenta.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Apêndices: f. 105 -117.

Bibliografia: f.89 -102.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Aeronave não tripulada – Teses. 3. Otimização multiobjetivo – Teses. 4. Programação Heurística – Teses. I. Pimenta, Luciano Cunha de Araújo. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621.3(043)

# "Roteamento e Localização de Estações de Recarga Em Tarefas de Cobertura de Área Com Múltiplos Veículos Aéreos Não Tripulados"

Rafael Santin

Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 26 de novembro de 2021.

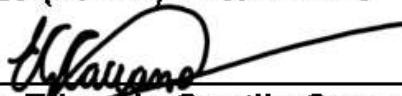
Por:

Luciano Cunha de  
Araujo  
Pimenta:04239826640

Assinado de forma digital por  
Luciano Cunha de Araujo  
Pimenta:04239826640  
Dados: 2021.11.26 14:56:28 -03'00'

---

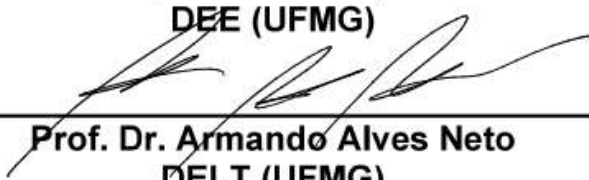
**Prof. Dr. Luciano Cunha de Araújo Pimenta  
DELT (UFMG) - Orientador**



---


**Prof. Dr. Eduardo Gontijo Carrano  
DEE (UFMG)**

---



**Prof. Dr. Armando Alves Neto  
DELT (UFMG)**

---



**Prof. Dr. Adriano Chaves Lisboa  
(Gaia Soluções em Engenharia)**

Documento assinado digitalmente

**gov.br**

Lucia Valeria Ramos de Arruda

Data: 30/11/2021 11:27:18-0300

Verifique em <https://verificador.itl.br>

Pro

fe Arruda

Departamento de Pós Graduação e Pesquisa (UTFPR)



---

**Profa. Dra. Luciana Pereira de Assis  
Departamento de Computação (UFVJM)**



*Dedico este trabalho à minha esposa Carla.*

# Agradecimentos

A Deus pela oportunidade de viver ao lado de pessoas maravilhosas e por tudo que me foi proporcionado para a realização deste trabalho.

Ao meu querido pai, Wilson, simplesmente por ter sido o meu pai, companheiro, um grande amigo. Serei eternamente grato por tudo que fez por mim enquanto estive ao meu lado.

A minha querida mãe, Maria, pelo amor e suporte irrestrito e ao seu companheiro, Carlos, pelo incentivo.

A minha irmã Aline e ao Fernando pelo constante carinho e apoio.

A minha esposa Carla pela paciência e tolerância, meu porto seguro, sempre me encorajando nos momentos difíceis e me mantendo motivado para a conclusão desta jornada.

Aos professores Luciano e Luciana, pelas excelentes orientações, pelo incentivo e resiliência, e sobretudo, por confiarem no meu trabalho.

Aos meus sogros Carlos e Maria Josefina, pelas palavras de otimismo e orações.

Aos meus amigos Alessandro Vivas, Anderson Grandi, Antonio Wilson, Thiago Silva, Tiago Cunha, Rafael Colares, Renê Veloso, Thiago Vitti, Thiago Geraldi e Rafael M. Cardoso. Obrigado pelas discussões e momentos de descontração. Vocês foram fundamentais para deixar esse período mais alegre.

As famílias Santin e Pavan por contribuírem para a minha formação pessoal.

Aos membros da banca, agradeço por suas importantes contribuições e sugestões.

*“Nothing in life is to be feared,  
it is only to be understood.  
Now is the time to understand more,  
so that we may fear less.”  
(Marie Skłodowska Curie)*

# Resumo

Esta tese aborda o problema de cobertura de área usando um conjunto de veículos aéreos não tripulados (VANTs). A cobertura completa de área é fundamental no monitoramento ambiental, vigilância, busca e salvamento entre diversas outras aplicações que exigem a captura de informações de todos os espaços da área monitorada. Além disso, em muitos casos, a cobertura deve ser realizada com urgência no menor tempo possível, demandando o roteamento adequado dos veículos para a minimização do tempo total de cobertura frente às características dos VANTs utilizados. Os veículos comercialmente mais comuns possuem capacidade de voo bastante limitada e necessitam de recargas regulares de suas baterias, o que justifica uma abordagem que trate, em conjunto ao problema de cobertura, o problema da localização das estações de recarga. A minimização da quantidade de tais estações é um critério importante para muitas aplicações devido aos altos custos associados às suas implantações, porém é verificado que ambos os objetivos podem assumir comportamento conflitantes de forma que a redução do número das estações de recarga impacte negativamente no tempo de cobertura. Nesse sentido, a contribuição deste trabalho consiste no desenvolvimento de uma abordagem multiobjetivo para o problema de cobertura completa de área com múltiplos VANTs heterogêneos para a minimização do tempo total da operação de cobertura e localização do número mínimo de estações de recarga. Devido à complexidade computacional desse problema, são apresentadas heurísticas matemáticas caracterizadas por integrarem um método exato à metaheurística multiobjetivo de busca em vizinhança variável (MOVNS) com o intuito de explorar a sinergia entre os dois métodos para o encontro de boas soluções. Experimentos computacionais avaliaram as diferentes estratégias segundo as métricas tempo de execução, hipervolume para a resolução de diversas instâncias de teste. Os resultados mostraram que os métodos propostos são capazes de obter boas soluções em instâncias difíceis de serem resolvidas pela abordagem exata.

**Palavras-chave:** cobertura de área; problema de roteamento de múltiplo VANTs; otimização multiobjetivo; heurísticas matemáticas; localização de estações de recarga.

# Abstract

This work addresses the area coverage problem using a group of unmanned aerial vehicles (UAVs). The complete area coverage is fundamental for some applications, such as environmental monitoring, surveillance, search, and rescue, among many others, which cannot leave any space uncovered. Some applications also need urgency to finish the coverage mission, requiring proper path planning to minimize the coverage time facing each UAV particularity. However, standard UAVs are limited in flight time and their frequent recharges can negatively impact the mission time. Thus, it is also relevant to plan their batteries recharges, setting the recharging moment, the most appropriate places for installing the recharging stations, and the number of adequate stations to minimize the number of these facilities. Minimizing the number of such stations is relevant due to the installation costs. However, both objectives can be conflicting, so that reducing the number of recharge stations can increase coverage time. In this sense, the present work proposes solutions for the multi-objective complete area coverage problem with multiple heterogeneous UAVs to minimize the total time of the coverage operation and locate the minimum number of recharging stations. Due to the computational complexity of this problem, matheuristics characterized by integrating the exact method with multi-objective variable neighborhood search (MOVNS) are designed to exploit the synergy between the two methods to find good solutions. Computational experiments evaluated the different strategies according to runtime and hypervolume, metrics for solving several instances. The results showed that the proposed methods could obtain good solutions for intractable instances by the exact method. **Keywords:** area coverage; multi-UAVs routing problem; multiobjective optimization; matheuristics; charging location.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Exemplos de VANTs disponíveis no mercado. . . . .	15
Figura 2 – Exemplo do planejamento para a cobertura completa de área usando dois VANTs. Os locais disponíveis para a instalação de estações de recarga são representados por A–H, a base dos VANTs é posicionada no vértice (I) e os vértices alvo são identificados por números 1–8. A área em verde representa uma área de preservação ambiental e a região em amarelo mostra o seu entorno já desmatado. O presente mapa foi obtido do website TerraBrasilis, usando a máscara de desmatamento (ASSIS et al., 2019). . . . .	19
Figura 3 – Exemplo da cobertura de área contendo obstáculo. A área é decomposta em células que internamente são totalmente cobertas pelo movimento de zigue-zague do robô. . . . .	40
Figura 4 – Impacto das direções de varredura no número de curvas. Em (a) a cobertura da área exigiu cinco curvas. Já em (b) foram necessárias 2 curvas. A direção de varredura ótima é paralela à menor altura do polígono que representa a área de cobertura. . . . .	41
Figura 5 – A largura do campo de visão da câmera ( $L$ ) é definida em relação aos seguintes parâmetros: largura do plano da imagem, distância do ponto focal e altitude em que é realizada a cobertura. . . . .	42
Figura 6 – Representação da área para o problema de cobertura. Em (a) os pontos de interseção entre as linhas de cobertura e as fronteiras da área definem os vértices alvo do grafo. Em (b) é mostrado o grafo resultante, que representa todas as conexões entre os vértices alvos e a base, formando um grafo completo. . . . .	42
Figura 7 – Exemplo do grafo obtido do método de decomposição de área e as rotas para a cobertura. (a) Os locais disponíveis para a instalação de estações de recarga são representados por (a–h), a base é posicionada no vértice (i) e os vértices alvo são identificados por números (1–8). (b) exemplo da solução de cobertura aplicado no monitoramento de área de preservação. O mapa de desflorestamento obtido do website TerraBrasilis (ASSIS et al., 2019). . . . .	44
Figura 8 – Esquema do processo de inicialização. . . . .	51
Figura 9 – Exemplo de instância utilizada para ilustrar o processo de inicialização do MOVNS. . . . .	52
Figura 10 – Os conjuntos $L(x_1)$ e $L(x_2)$ são divididos nos seus respectivos subconjuntos $L(x_1^1)$ , $L(x_1^2)$ , $L(x_2^1)$ e $L(x_2^2)$ . . . . .	57

Figura 11 – Exemplo da união das sub-rotas na construção da rotas $x_1$ e $x_2$ . . . . .	58
Figura 12 – Ilustrações das ações executadas pelas funções de vizinhança. . . . .	59
Figura 13 – Exemplo das conexões avaliadas pela heurística para o Swap de linhas de cobertura. . . . .	67
Figura 14 – Exemplo de rotas geradas pela mudança das direções das linhas de cobertura. . . . .	69
Figura 15 – Exemplo de instâncias do tipo C e D. . . . .	72
Figura 16 – Resultado para a instância do tipo D com 20 vértices alvo e 3 VANTs. . . . .	77
Figura 17 – Exemplo da relação de dominância dos pontos $y_A$ a $y_E$ pertencentes ao espaço de objetivos $\mathcal{Y}$ . . . . .	99
Figura 18 – Pontos no espaço de parâmetros $\mathcal{X}$ são mapeados no espaço de objetivos $\mathcal{Y}$ pela função $f(x)$ . Os pontos $x_A$ a $x_E$ são pontos factíveis em $\mathcal{F}_x$ considerando as restrições do problema. A região $\mathcal{F}_y$ corresponde às imagens da função $f(x)$ restrita ao domínio $\mathcal{F}_x$ . Embora o ponto $y_F$ que ocorre como imagem do ponto $x_F$ domine os demais pontos destacados no espaço de objetivos $\mathcal{Y}$ , $x_F$ não pertence ao conjunto de pontos factíveis ( $x_F \notin \mathcal{F}_x$ ). . . . .	100
Figura 19 – Os pontos preenchidos são imagens de soluções Pareto-ótimas para a função $f(x)$ e os pontos não preenchidos são imagens correspondentes de soluções localmente Pareto-ótimas. . . . .	101

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Sumário dos principais trabalhos apresentados neste capítulo. . . . .	38
Tabela 2 – Definições dos conjuntos, parâmetros e variáveis utilizadas na formulação matemática. . . . .	45
Tabela 3 – Diferenças entre as abordagens propostas. . . . .	61
Tabela 4 – Parâmetros dos VANTs e das câmeras utilizadas nos experimentos. . .	73
Tabela 5 – Resultados para instâncias da classe congruentes referentes ao tempo de execução e hipervolume. . . . .	75
Tabela 6 – Resultados para instâncias da classe diferentes referentes ao tempo de execução e hipervolume. . . . .	75
Tabela 7 – Diferenças entre as médias estimadas do desempenho entre os algoritmos nas linhas e colunas para o tempo de execução e hipervolume. Somente resultados estatisticamente significantes ( $\alpha = 95\%$ ) foram calculados. Para os casos sem resultados significativos foram atribuídos ns. Os casos com tempo de execução negativos indicam a superioridade para os algoritmos nas linhas. Para o hipervolume, os valores negativos indicam superioridade para os algoritmos nas colunas. . . . .	76



# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
1.1	Motivação	17
1.2	Objetivos	19
1.3	Metodologia	20
1.4	Contribuições	21
1.5	Organização	22
<b>2</b>	<b>TRABALHOS RELACIONADOS</b>	<b>24</b>
2.1	Planejamento de caminho para cobertura	24
2.2	Roteamento de VANTs com restrições de combustível	28
2.3	Localização de estações de reabastecimento	30
2.4	Heurísticas matemáticas para roteamento de VANTs	35
2.5	Conclusão	37
<b>3</b>	<b>PROBLEMA DE COBERTURA DE ÁREA COM POSSIBILIDADE DE RECARGA</b>	<b>39</b>
3.1	Decomposição da área	39
3.2	Definição do problema	42
3.3	Formulação matemática	45
<b>4</b>	<b>ESTRATÉGIAS DE SOLUÇÕES</b>	<b>49</b>
4.1	Representação da solução	50
4.2	Busca em vizinhança variável multiobjetivo (MOVNS)	50
4.2.1	Inicialização	51
4.2.1.1	Clusterização	52
4.2.1.2	Roteamento	55
4.2.2	Método de Descida em Vizinhança Variável	58
4.2.3	Perturbação	60
4.3	Heurísticas matemáticas baseadas no MOVNS	60
4.3.1	Método exato para o roteamento (EMR)	61
4.3.2	Outras abordagens	63
<b>5</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS</b>	<b>71</b>
5.1	Instâncias	71
5.2	Métricas de desempenho	72
5.3	Planejamento dos experimentos	73

5.4	Resultados . . . . .	74
5.5	Discussão . . . . .	77
6	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS . . . . .</b>	<b>79</b>
6.1	Conclusões . . . . .	79
6.2	Trabalhos futuros . . . . .	81
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>82</b>
	<b>APÊNDICES . . . . .</b>	<b>96</b>
	<b>APÊNDICE A – FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO E ABORDAGENS PARA A SOLUÇÃO. . . . .</b>	<b>97</b>
A.1	Problema de otimização multiobjetivo . . . . .	97
A.2	Abordagens para a solução de problemas de otimização multiobjetivo	100
A.2.1	Métodos clássicos . . . . .	102
A.2.1.1	Método da soma ponderada - $P_\lambda$ . . . . .	102
A.2.1.2	Método $\epsilon$ -Restrito - $P_\epsilon$ . . . . .	102
A.2.2	Metaheurísticas . . . . .	103
A.2.3	heurísticas matemáticas . . . . .	106

# 1 Introdução

Os veículos aéreos não tripulados (VANTs) são opções eficientes no sensoriamento remoto por serem ágeis e capazes de obter rapidamente informações do ambiente. Além disso, podem desempenhar tarefas em modo autônomo e executar atividades complexas a um custo operacional baixo. Por esses motivos, é justificável a adoção de VANTs em diversas atividades de monitoramento.

Embora os notáveis benefícios desse veículos, é importante destacar que existem diversos tipos de VANTs com diferentes capacidades que devem ser consideradas no planejamento das operações. A Figura 1 mostra alguns exemplos desse tipo de veículo. Os VANTs de asa fixa são rápidos e possuem grande capacidade de voo, sendo mais adequados para aplicações de cobertura de grandes distâncias, como monitoramento de linhas de transmissão de energia, estradas e oleodutos. Esse modelo requer tempo adicional para a sua preparação e lançamento, que normalmente é realizado manualmente pelo operador (AVELLAR et al., 2015). Alguns modelos de asa fixa são elétricos e possuem capacidade de permanecer até quatro horas em voo, como o VANT mostrado na Figura 1a (BLUEBIRD, 2020a). Já alguns modelos de asa fixa com motores a combustão possuem capacidade de voar por 24 horas, como é o caso do VANT BlueBird (2020b) mostrado na Figura 1b. Entretanto, os modelos de asa fixa são caracterizados por não realizarem a decolagem e aterrissagem vertical (*vertical take-off and landing* - VTOL).

Os multi-rottores são populares devido à sua facilidade de manobra, capacidade de pairar e VTOL. Porém, apresentam baixa capacidade de voo, sendo os quadricópteros os multi-rottores mais comuns movidos a bateria com tempo de voo em cerca de 20 a 30 minutos. Alguns modelos mais avançados são caracterizados por permanecer em atividade por até 75 minutos, como é o caso do VANT mostrado na Figura 1c (FLYING PRODUCTION, LTD., 2020). Os helicópteros possuem capacidade VTOL como os quadricópteros e são mais eficientes, apresentando maior tempo de voo e maior capacidade de carga útil. Os helicópteros a combustão podem sobrevoar por até 4,8 horas, como o modelo mostrado na Figura 1d (DPI, 2020).

Os modelos híbridos podem ser caracterizados por combinarem as características de veículos de asa fixa e rotativa, como as aeronaves do tipo tilt-rotor, que movimentam os rotores para alcançar a capacidade VTOL dos VANTs de asa rotativa ou o aumento do tempo de voo como os veículos de asa fixa (SANTOS et al., 2017). A Figura 1e mostra uma alternativa de VANT híbrido elétrico com capacidade de voo de 2,5 horas (BLUEBIRD, 2020c). Nesse caso, o veículo possui rotores dedicados para realizar o procedimento de pouso e decolagem vertical. A Figura 1f mostra outro exemplo de VANT híbrido que

combina as tecnologias dos dirigíveis, aviões de asa fixa e helicópteros, atingindo capacidade de voo de 5 dias na versão a combustão.



(a) Asa fixa elétrico - SpyLite.

Fonte: (SpyLite, 2021)



(b) Asa fixa a combustão - ThunderB.

Fonte: (ThunderB, 2021)



(c) Multi-rotor elétrico - Thor.

Fonte: (Thor, 2021)



(d) Helicóptero a combustão - DP-5X WASP.

Fonte: (DP-5X-WASP, 2021)



(e) Híbrido - WanderB.

Fonte: (WanderB, 2021)



(f) Híbrido - Airlander10.

Fonte: (Airlander10, 2021)

Figura 1 – Exemplos de VANTs disponíveis no mercado.

A capacidade de voo desses veículos é fator limitante das distâncias sobrevoadas, impactando na extensão das operações de monitoramento. Assim, faz-se necessário o planejamento adequado da rota para garantir a cobertura da área e satisfazer o objetivo da missão, considerando as informações do ambiente e as restrições do veículo. Algumas soluções na literatura procuram mitigar o problema do alcance do VANT com o aumento do número de veículos. Nesse caso, o planejador define as rotas dividindo a área de cobertura com base na capacidades dos veículos e, em alguns casos, na capacidade operacional para a configuração e lançamento por operadores humanos (AVELLAR et al., 2015). Já outros trabalhos exploraram a possibilidade de reabastecimento durante a operação de cobertura, permitindo estender a área coberta ao disponibilizar estações especializadas para a recarga fora da base (LI et al., 2018; LI et al., 2019; RIBEIRO et al., 2021).

O planejamento de cobertura é geralmente caracterizado como centralizado, requerendo o conhecimento prévio do ambiente (mapa) e as informações dos veículos. A visão global do sistema favorece o desenvolvimento do planejamento ótimo, que é orientado a buscar as rotas que satisfaçam os objetivos da missão em questão. A cobertura ótima de área com VANTs é tratada por diversos trabalhos na literatura como um problema de roteamento de veículos, considerando clientes como os pontos a serem visitados na área e o depósito como a estação base dos veículos. O deslocamento entre pares de pontos de cobertura ou entre esses pontos e a base do veículo possui custo definido, sendo o objetivo determinar as rotas que passem por todos os pontos de cobertura com custo mínimo. A extensão da área de cobertura impacta na quantidade de pontos a serem cobertos, o que pode tornar difícil a definição das rotas para grandes extensões de área, visto que esse é um problema conhecido da classe de complexidade NP-difícil.

Embora o problema de cobertura ótima exija a visita de determinados pontos da área, essa abordagem não garante que todos os espaços sejam cobertos. A cobertura de toda a superfície da área é conhecida como o problema de cobertura completa de área, sendo essencial em tarefas como operações de busca e salvamento, agricultura de precisão, vigilância e desminagem, ou seja, em todas as aplicações que exijam a varredura de toda a superfície da área pelo sensor acoplado ao veículo. Nessas aplicações, além do tempo ser um fator crítico, a cobertura parcial poderia propiciar resultados desastrosos.

Assim, este trabalho propõe uma metodologia multiobjetivo para solucionar o problema de roteamento e localização de estações de recarga em tarefas de cobertura completa de áreas com múltiplos VANTs heterogêneos, tendo como objetivos a minimização do tempo para a cobertura completa da área e a localização da quantidade mínima de estações de recarregamento de baterias para satisfazer a operação de cobertura. Como não é conhecida solução eficiente em tempo polinomial, são apresentadas e avaliadas quatro heurísticas matemáticas que combinam a meta-heurística de busca variável em vizinhança multiobjetivo (MOVNS) e a solução de um modelo de programação matemática para a



resolução do problema de roteamento de VANTs.

O presente capítulo está organizado da seguinte maneira: a Seção 1.1 apresenta a motivação deste trabalho; os objetivos alcançados nesta tese são discutidos na Seção 1.2; a metodologia adotada é apresentada na Seção 1.3; as contribuições são destacadas na Seção 1.4; por fim, a organização do trabalho é apresentada na Seção 1.5.

## 1.1 Motivação

A maioria dos VANTs são caracterizados por serem leves, ágeis e permitirem a rápida obtenção de informações da área monitorada. Essa mobilidade beneficia o desenvolvimento de aplicações em que o tempo seja crítico para a percepção de eventos no ambiente e tomada de decisões.

Diversos trabalhos apontam a relevância do uso de VANTs no monitoramento ambiental mediante, principalmente, aos desastres naturais ocorridos recentemente, como tsunamis, furacões e erupções vulcânicas (DUNBABIN; MARQUES, 2012). Nessas situações, o emprego de VANTs permite a captura de grandes quantidades de dados, especialmente precisos e temporalmente dispersos, que são fundamentais para a compreensão de eventos ambientais.

Em Ondráček, Vanek e Pechoucek (2015), os autores trataram da cobertura para o monitoramento de infraestruturas alongadas, como tubulações de gás e petróleo instaladas em áreas ambientais sensíveis. Os autores destacaram que muitas infraestruturas carecem de sistemas efetivos de monitoramento e mostraram o caso de dutos na África equatorial que apresentam falhas diariamente, provocando a perda de centenas de milhares de barris por ano e graves impactos ambientais.

Nessa mesma linha, Li et al. (2008) propuseram um sistema de monitoramento de linhas de transmissão de energia usando VANTs com o objetivo de diminuir os custos relativos às operações de inspeção e manutenção dessas linhas. Os custos de tais serviço são altos e normalmente são realizados por patrulhas terrestres que demandam muito tempo e trabalho intensivo.

Assunção, Gandour e Rocha (2013) destacaram os benefícios do monitoramento remoto para a redução do desmatamento da Amazônia, ressaltando que o uso de imagens de satélites para identificar mudanças na cobertura florestal apresenta impacto significativo no combate ao desmatamento. Entretanto, os autores apontam que o sistema em vigência possui limitações técnicas, como aquisição de imagens com resoluções insuficientes para identificar perdas florestais em áreas contíguas menores que 25 hectares. Essa limitação é explorada pelos criminosos, tanto que foi identificado um aumento da devastação de pequenas áreas como uma possível mudança na estratégia de desmate para escapar do

sistema que detecção (ASSUNÇÃO et al., 2017; ROSA; JR; EWERS, 2012; GODAR et al., 2014).

Por esse motivo, ASSUNÇÃO e GANDOUR (2019) enfatizaram a necessidade de melhorias no planejamento de ações de comando e controle ambiental para fornecer às autoridades governamentais informações precisas para a detecção e controle do desmatamento de pequenas áreas florestais. O planejamento dessas operações deve garantir a cobertura completa de toda a área no menor tempo possível, pois a celeridade é fundamental para as equipes de combate atuarem com efetividade nas áreas em devastação. Nesse caso, o método de decomposição celular usado em Avellar et al. (2015) é mais apropriado por garantir uma cobertura completa da área, considerando que a representação utilizada é caracterizada por reduzir tanto o gasto de energia do VANT, quanto o número de pontos para representar a área de cobertura.

A grande demanda no uso de VANTs para aplicações de monitoramento justifica o investimento no desenvolvimento de tecnologias para monitoramento de área no menor tempo e que garantam a efetividade da missão. Além disso, a capacidade limitada de voo dos VANTs comercialmente mais comuns demanda visitas frequentes às estações de recarga. Assim, devido aos altos custos associados à instalação das estações de recarga, também é desejável a redução na quantidade dessas estruturas com o objetivo de minimizar os custos totais do sistema de monitoramento.

Embora diversos trabalhos tratem do problema de cobertura com VANT, poucos tratam deste problema de cobertura completa de área com VANTs heterogêneo para o roteamento e localização dos postos de recarregamento como um problema multiobjetivo. Estudos que relacionam ambos objetivos para tal problema ainda não foram observados na literatura.

A Figura 2 ilustra um exemplo de solução para o monitoramento de uma área de proteção (INPE, 2020). A decomposição de área é responsável por definir as linhas de cobertura (conectando os vértices (1-2), (3,4), (5,6) e (7,8)) que devem ser sobrevoadas pelos VANTs. Assim, considerando um conjunto de VANTs e um conjunto de locais candidatos à instalação de estações de recarga (vértices (A-H)), a motivação deste trabalho é desenvolver uma metodologia para encontrar as rotas que permitam o término da cobertura de toda a área no menor tempo e o número adequado de estações de carregamento. O exemplo mostra o caminho planejado, atribuindo as linhas tracejadas ao VANT-1 e as linhas contínuas ao VANT-2. No caso, ambos os veículos visitaram a estação (F - única instalada na área em questão) para recarregarem suas baterias.

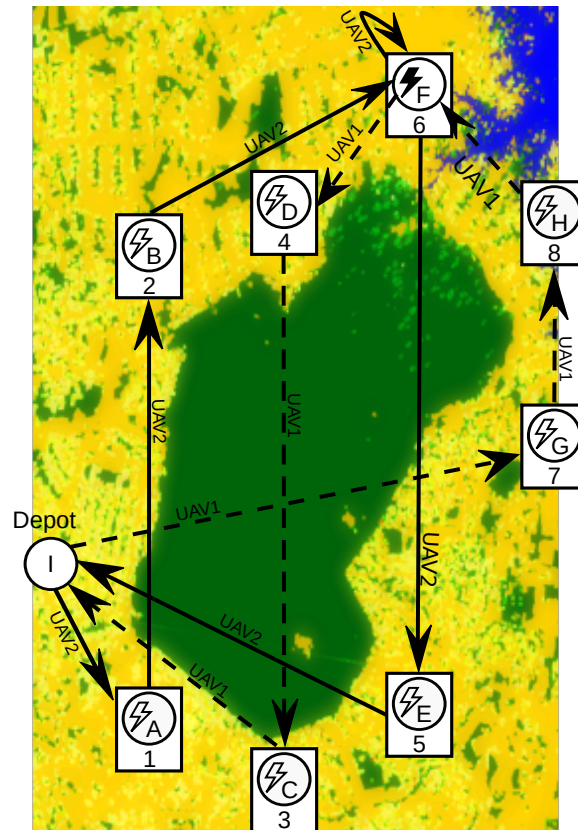


Figura 2 – Exemplo do planejamento para a cobertura completa de área usando dois VANTs. Os locais disponíveis para a instalação de estações de recarga são representados por A–H, a base dos VANTs é posicionada no vértice (I) e os vértices alvo são identificados por números 1–8. A área em verde representa uma área de preservação ambiental e a região em amarelo mostra o seu entorno já desmatado. O presente mapa foi obtido do website TerraBrasilis, usando a máscara de desmatamento (ASSIS et al., 2019).

## 1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é propor uma abordagem capaz de definir rotas para cobertura completa de áreas com VANTs e concomitantemente localizar os pontos para a instalação das estações de recarga, com os objetivos de minimizar o tempo total da missão, ou seja, minimizar o tempo da maior rota e definir a quantidade mínima de estações de recarga, mantendo a viabilidade da cobertura para todos os veículos.

Observe que ambos os objetivos de minimização deste trabalho (o menor tempo de voo e o número de estações de recarga) são conflitantes. Isso ocorre pelo fato do tempo requerido para o VANT sobrevoar locais alvo na área de cobertura impactar no tempo de permanência em recarga em alguma estação. Assim, o fechamento de estações de recarga na rota do VANT, exige um maior deslocamento para o recarregamento de sua bateria em alguma outra estação já aberta, acarretando no aumento do tempo para o término da missão de cobertura.



O método proposto retorna um conjunto de soluções não dominadas, algumas contendo rotas que demandam maior tempo para conclusão da missão, porém com menor quantidade de estações de recarga e, no sentido contrário, rotas com menor tempo total de cobertura, porém que demandam maior quantidade de locais para recarga. Assim, é tarefa do tomador de decisões avaliar qual é a melhor solução a ser adotada na prática.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Elaborar o modelo de programação matemática para o problema de cobertura de área considerando as capacidades dos VANTs e a possibilidade de recarregamento em estações apropriadas fora da base.
- Implementar heurísticas matemáticas para a resolução do problema de cobertura de área multiobjetivo combinando a meta-heurística de busca local e um método exato.
- Comparar e avaliar os algoritmos elaborados em diferentes instâncias de testes que representam áreas de coberturas de diferentes tamanhos, além de combinar com variados tipos e números de VANTs.

### 1.3 Metodologia

O planejamento de caminhos para o problema de cobertura abordado neste trabalho requer o mapa da área, que é discretizado pelo método de decomposição de área. Assim, o espaço livre da área é dividido em um conjunto de células não sobrepostas, obtendo a representação de todo o espaço ao uni-las. As dimensões das células devem ser devidamente ajustadas em relação ao tamanho da área capturada pelo sensor (*footprint*) utilizado.

Nesse caso, foi empregada a decomposição celular denominada de Bustrofédon, como em [Avellar et al. \(2015\)](#) que é caracterizada por dividir a área em células e cobrir o interior de cada célula pelo simples movimento de zigue-zague. Devido à redução de obstáculos nas altitudes de operação dos VANTs, toda a área é considerada como uma célula que deve ser coberta pelas linhas Bustrofédon. A direção e a quantidade das linhas são definidas pelo método de decomposição. A direção de cobertura é considerada ótima quando implica no menor número de linhas de cobertura. A quantidade total de linhas para contemplar toda área é calculada em função do tamanho, altitude de voo e da largura do campo de captura do sensor utilizado. A abordagem proposta representa cada linha de cobertura como um par de vértices alvo em suas extremidades, que são utilizados como referência para o posicionamento das estações de recarga, uma vez que os veículos devem visitar todos os alvos.

As particularidades inerentes a cada tipo de VANT (asa fixa ou rotativa), como o tempo de recarga, altitude de voo, restrições de curvatura, impactos do método de pouso

e decolagem (autônomo ou manual) e características de câmeras são abstraídas do método proposto. Os parâmetros de baixo nível são previamente traduzidos para as entradas do método de planejamento, que são tempo de voo, velocidade e a relação entre tempo de recarga e tempo de voo de cada VANT disponível.

Uma possível estratégia para obter a solução deste problema multiobjetivo consiste em reduzi-lo a uma sequência de problemas mono-objetivos que podem ser modelados e teoricamente resolvidos por um programa comercial. Entretanto, o custo computacional desta estratégia é proibitivo em virtude da complexidade do problema.

Por esse motivo, é proposto o desenvolvimento e avaliação de diferentes heurísticas matemáticas para a resolução do problema de roteamento de VANTs. Os algoritmos implementados são diferenciados devido à interação entre a metaheurística de busca variável em vizinhança multiobjetivo (MOVNS) e a solução do modelo de programação matemática, também chamado neste trabalho de modelo MILP (Mixed Integer Linear Programming). O primeiro algoritmo proposto utiliza o MOVNS para dividir a área de cobertura entre os VANTs disponíveis e soluciona o modelo MILP para determinar as rotas. Nessa solução todas as modificações realizadas pelo MOVNS solucionam o modelo MILP para encontrar as novas rotas, resultando em elevada taxa de chamadas ao método de roteamento. As demais estratégias foram desenvolvidas para diminuir as chamadas ao método exato, aplicando-o seletivamente em diferentes etapas do algoritmo para a melhoria da solução. A última das heurísticas matemáticas implementada solucionam o MILP apenas na construção da solução inicial. Para avaliar os efeitos das diferentes estratégias desenvolvidas, foram analisados os desempenhos dos métodos em relação ao tempo para obter o conjunto de soluções e a qualidade das soluções retornadas correspondente à métrica de hipervolume.

## 1.4 Contribuições

As principais contribuições desta tese são:

- Apresentar uma modelagem multiobjetivo para o roteamento de missões de cobertura completa de área com múltiplos VANTs heterogêneos, considerando simultaneamente o tempo para completar a missão e o número de estações de recarga para a otimização das rotas de cobertura.
- Localizar as estações de recarga que podem ser compartilhadas entre os veículos.
- Propôr um conjunto de instâncias que simula diferentes cenários para avaliar os algoritmos propostos.

- Desenvolver, avaliar e comparar diferentes heurísticas matemáticas que retornam o conjunto de soluções não dominadas para a minimização do maior tempo de operação de cobertura e o menor número de estações de recarga.

O conteúdo principal deste trabalho foi publicado na revista *Sensors* ([SANTIN et al., 2021](#)).

## 1.5 Organização

O presente trabalho está estruturado da seguinte forma:

**Capítulo 2** apresenta os principais trabalhos relacionados aos problemas de planejamento de caminhos para a cobertura de áreas com VANTs. O foco deste capítulo é apresentar uma revisão sobre trabalhos da literatura que tratem de questões de roteamento de múltiplos VANTs, problemas de otimização considerando as restrições de combustível dos veículos, cobertura completa de área e localização de estações de recarga. Este levantamento possibilita a avaliação das abordagens encontradas sobre as principais questões envolvidas neste trabalho e permite destacar a interseção entre as principais questões observadas na literatura.

**Capítulo 3** apresenta o método de decomposição responsável por gerar as linhas de cobertura que garantam a varredura de toda a superfície da área ao serem sobrevoadas pelos VANTs. Este método é caracterizado por segmentar a área em células que representam sem sobreposição toda a superfície da área. A cobertura no interior das células é realizado por movimento de zigue-zague, avançando na direção de varredura que minimize a quantidade de curvas realizadas pelos VANTs. Por fim, é apresentada a formulação do problema de cobertura de área com possibilidade de recarga usando VANTs heterogêneos, a formulação matemática do referido problema para minimizar o tempo total da operação de cobertura e o número de instalações de estações de recarga, considerando as capacidades de cada veículo.

**Capítulo 4** apresenta novas estratégias para a solução do problema abordado. Primeiramente, é apresentada uma heurística matemática baseada no MOVNS que divide o problema em sub-problemas menores mais fáceis de resolver e soluciona o modelo MILP para determinar as rotas dos sub-problemas (*clusters*). Como o algoritmo inicialmente apresentado requer alta taxa de chamadas ao método exato para planejar as rotas em cada alteração realizada pelas funções de vizinhança, outras heurísticas matemáticas foram propostas com o intuito de reduzir a quantidade de chamadas ao método exato e acelerar o retorno das soluções.

**Capítulo 5** apresenta os resultados obtidos pelos algoritmos apresentados para solucionar o problema proposto, após simulação em um conjunto de 22 instâncias elaboradas para este trabalho. A avaliação da qualidade das soluções são apresentadas segundo o tempo computacional para retornar as soluções e a métrica de hipervolume. Um planejamento experimental é apresentado com a finalidade de verificar as possíveis diferenças entre o desempenho do métodos propostos e estimar a magnitude destas diferenças.

**Capítulo 6** apresenta uma avaliação geral do que foi desenvolvido ao longo do texto em relação ao problema tratado e as técnicas utilizadas para solucioná-lo. Por fim, são apresentados alguns pontos que podem ser abordados em trabalhos futuros.

## 2 Trabalhos relacionados

Este capítulo apresenta os principais trabalhos relacionados ao problema de roteamento de VANTs multiobjetivo para a cobertura completa de área e localização de postos de reabastecimento. Assim, é possível descrever o contexto do problema proposto e destacar as contribuições deste trabalho.

O presente capítulo está organizado da seguinte maneira: a Seção 2.1 apresenta uma revisão dos trabalhos relacionados ao problema de planejamento de caminhos para a cobertura de área usando VANTs; a Seção 2.2 destaca as soluções para o roteamento de VANTs que tratam das restrições de combustível e do consumo dos veículos; a Seção 2.3 apresenta um panorama dos problema de localização de depósitos e os trabalhos que trataram da localização de estações fixas e móveis para o reabastecimento e a Seção 2.4 aborda os trabalhos que empregaram heurística matemática para a solução de roteamento de VANTs.

### 2.1 Planejamento de caminho para cobertura

O planejamento de caminhos para cobertura (*Coverage Path Planning - CPP*) busca definir a rota que passe pelo menos uma vez por todos os pontos definidos para a operação de cobertura. A agilidade e o baixo custo operacional dos VANTs são as principais características que impulsionam o crescente uso desses veículos em operações de cobertura. Como destacado no Capítulo 1, existem vários tipos de VANTs com diferentes capacidades e restrições, que devem ser consideradas no planejamento da cobertura para mitigar a execução de movimentos não produtivos, como o sobrevoo de pontos já cobertos (CHOSET, 2001; GALCERAN; CARRERAS, 2013).

O planejamento de caminhos deve adotar uma estratégia de movimentação para sobrevoar todos os pontos do ambiente e respeitar as características dos veículos. Ao considerar as regiões da área como os nós de um grafo, este tipo de problema para um VANT pode ser transformado no problema do caixeiro viajante (*TSP*). Já para múltiplo VANTs pode ser tratado como um problema de roteamento de veículos (*VRP*). Caso as regiões representem arestas e sejam utilizados múltiplos VANTs o problema de cobertura pode ser tratado como um problema de roteamento em arcos capacitado (*CARP*).

Otto et al. (2018) apresentaram uma revisão dos trabalhos que trataram da otimização das operações de cobertura usando VANTs. A maioria dos trabalhos explorados pelos autores buscou minimizar a distância sobrevoada (DILLE; SINGH, 2013; OH et al., 2014; XU; VIRIYASUTHEE; REKLEITIS, 2014; TORRES et al., 2016), tempo necessário

para completar a cobertura (MOON; SHIM, 2009; BARRIENTOS et al., 2011; AVELLAR et al., 2015; NEDJATI et al., 2016) ou consumo de energia (FRANCO; BUTTAZZO, 2015; WANG; SUN; LI, 2016).

O CPP é abordado em diversos outros estudos voltados às aplicações de robôs em missões de monitoramento/vigilância, que exigem a cobertura de determinados pontos (alvos) no ambiente. Em casos particulares, essas missões de monitoramento devem persistir por muito tempo, seguindo um caminho que maximize a frequência de visita de cada ponto. A persistência é normalmente resolvida pela implementação de controladores de velocidade para a manutenção dos robôs na atividade de monitoramento do ambiente (SMITH; SCHWAGER; RUS, 2012). Os autores formularam um modelo de programação linear (LP) que fornece solução para o controle de velocidade em ambientes dinâmicos. A trajetória do robô é planejada a priori e os controladores propostos ajustam a velocidade para lidar com diferentes níveis de atenção em diferentes partes do ambiente, mantendo o limite da frequência de cobertura.

O trabalho de [Cassandras, Lin e Ding \(2013\)](#) apresentou um controlador ótimo para um sistema multiagente em monitoramento persistente, sendo o foco do trabalho o controle de movimentos de múltiplos agentes para minimizar as incertezas sobre o espaço da missão. Uma formulação determinística para esse problema é apresentada em ([PALACIOS-GASOS et al., 2016](#)). Os autores propuseram um algoritmo baseado no *branch-and-bound* que quantifica a qualidade da cobertura em horizonte de previsão finito.

Um modelo de programação linear inteira mista (mixed-integer linear programming - MILP) para encontrar a trajetória que minimize o tempo de cobertura em conjunto pré-atribuído de pontos (waypoints), considerando restrições para evitar colisões do veículo é apresentado em [Richards e How \(2002\)](#). A solução foi estendida em [Richards et al. \(2002\)](#) ao combinarem a atribuição de tarefas ao planejamento de trajetórias para uma frota de VANTs. O objetivo da solução proposta consiste na minimização do tempo da missão, considerando uma frota heterogênea de veículos, diferentes tipos de waypoints e as restrições de tempo e espaço. Já [Goncalves et al. \(2013\)](#) e [Keller et al. \(2017\)](#) focaram no problema de prevenção de colisões em caminhos que se interceptam. O trabalho de [Goncalves et al. \(2013\)](#) foi ampliado em [Rezende, Gonçalves e Pimenta \(2020\)](#) ao considerarem a separação espacial mínima, restrições de aceleração e incertezas nas velocidades e nos posicionamentos dos veículos.

[Dille e Singh \(2013\)](#) propuseram um método heurístico para o planejamento de trajetórias em operações de cobertura de rotas com base na malha rodoviária, considerando veículos com restrições de movimento como VANTs de asa fixa. Nesse caso, o monitoramento de rodovias por movimento de varredura exaustivo (zigue-zague) não é considerado o meio mais apropriado. Os autores converteram o grafo da malha rodoviária que é baseado em arestas para outra representação baseada em nós (as estradas são consideradas nós do

grafo) e então construíram a solução baseada no problema do caixeiro viajante (TSP). Nesse caso, o objetivo é garantir a cobertura completa das rodovias ao visitar todos os nós.

Já [Oh et al. \(2014\)](#) trataram do patrulhamento de rodovias com múltiplos VANTs de asa fixa como um problema de roteamento em arcos. Propuseram uma formulação MILP e um algoritmo de aproximação baseado no problema do carteiro chinês em caminhos de Dubins modificado (modified dubins chinese postman problems - mDCPP) como estratégias para a minimização do tempo de voo.

[Campbell et al. \(2018\)](#) exploraram a capacidade do VANT cortar caminhos e não sobrevoar completamente todas as extensões dos arcos. Esses veículos são capazes de se deslocarem diretamente entre pontos do plano, sem a necessidade de percorrer o sistema viário desenvolvido para os veículos terrestres. Os autores segmentaram as curvas que devem ser sobrevoadas e adicionaram pontos intermediários entre os pontos que definem os arcos requeridos. Cada segmento gerado é considerado um arco requerido, permitindo ao veículo entrar e sair de qualquer ponto da curva. A solução apresentada considera apenas um veículo de capacidade ilimitada, sendo resolvido iterativamente o carteiro rural (RPP) pela modificação do *branch-and-cut* proposta em [Corberán, Plana e Sanchis \(2007\)](#).

[Chow \(2016\)](#) consideraram a periodicidade no monitoramento do tráfego em cidades usando VANTs. Os autores apresentaram uma solução em tempo real para o problema de roteamento periódico em arcos capacitado e derivaram uma estratégia dinâmica com base em dados das condições do tráfego. A solução é derivada de um algoritmo de programação dinâmica aproximado inspirado na simulação dos mínimos quadrados de Monte Carlo.

[Guerriero et al. \(2014\)](#) apresentaram uma abordagem multiobjetivo para o problema de roteamento dinâmico usando VANTs, combinando o problema de agendamento de tarefas com o problema de planejamento de movimento em um modelo de otimização multicritério. Os autores consideraram a minimização da distância percorrida, a maximização dos clientes visitados e a minimização do número de VANTs como objetivos para garantir a cobertura espacial e temporal de alvos específicos no ambiente.

Um caso particular do CPP é o problema de cobertura completa, que exige a decomposição da região em células, as quais devem ser visitadas por completo pelo agente de cobertura. Diversas estratégias de decomposição celular foram apresentadas em [Galceran e Carreras \(2013\)](#), sendo a maioria classificada como decomposição celular aproximada ou exata, como previamente definido em [Choset \(2001\)](#), que distinguiu os tipos de decomposição por seu nível de representação da área de cobertura.

A decomposição aproximada é usada em métodos baseados em grades de ocupação, representando a área como um conjunto de células uniformes. A representação em grades é apenas uma aproximação da forma real da área. A cobertura nesse caso é realizada ao visitar todas as células, porém a completude da operação de cobertura (a área realmente

coberta) depende da resolução da grade. Embora simples, a representação baseada em grades de ocupação não é escalável, devido ao crescimento exponencial na alocação de memória (THRUN, 1998) e exige localização precisa para manter a coerência da operação de cobertura em relação ao mapa da grade, o que a torna mais desafiadora para a representação de grandes áreas (THRUN, 2003; CASTELLANOS; TARDOS; SCHMIDT, 1997).

A decomposição celular exata (CHOSSET, 2000) divide o espaço livre em células não sobrepostas que se encaixam exatamente à geometria da área de cobertura quando unidas. A cobertura completa combina a navegação entre as células e o movimento de vaivém (zigue-zague) internamente em cada célula. Uma técnica para determinar a sequência de cobertura consiste na representação da área decomposta por um grafo, aplicando um método de busca para determinar a ordem de cobertura das células.

Alguns trabalhos exploraram a direção do movimento em zigue-zague para otimizar a trajetória do robô, como a busca da direção de varredura que minimiza as curvas do VANT abordado em Li et al. (2011). Os autores provaram que a diminuição do número de curvas aumenta a eficiência da trajetória em termos de comprimento, duração e consumo de combustível. O problema da direção de varredura também foi explorado em (MAZA; OLLERO, 2007) considerando as operações com múltiplos VANTs.

Em Avellar et al. (2015) foi proposta uma solução baseada no problema de roteamento de veículos (VRP) para a minimização do tempo total da operação de cobertura completa de área, utilizando múltiplos VANTs de asa fixa. O método de decomposição celular exata foi aplicado para definir o conjunto de linhas de cobertura. Os autores apresentaram uma formulação MILP para o roteamento dos VANTs e consideraram questões práticas inerentes ao modelo de asa fixa, como o tempo necessário para prepará-los e lançá-los manualmente (tempo de preparação). Nesse caso, foi observado que esse tempo de preparação tem um efeito relevante sobre o número de VANTs planejados para a missão, especialmente, quando o número de operadores humanos é menor que o número de veículos a serem lançados.

Abordagem similar utilizando multi-rotores é apresentada em Nedjati et al. (2016). Entretanto, diferente do proposto em Avellar et al. (2015), os autores utilizaram a decomposição celular aproximada e uma formulação MILP para definir as rotas na grade representante da área. Essa modelagem da área com grades também foi explorada por Li et al. (2018), Li et al. (2019), Acevedo et al. (2020) para a cobertura de área, porém cada trabalho tratou de problemas diferentes.

Em Li et al. (2018) e Li et al. (2019) os autores buscaram determinar os caminhos abertos (sem ciclos) para cada VANT e o local para a instalação da estação de recarga, minimizando o consumo de energia e o tempo de cobertura de células consideradas prioritárias. Já Acevedo et al. (2020) não consideraram a recarga do VANT fora da base e



propuseram um método distribuído para a divisão *on-line* da área de cobertura entre os VANTs. Para cada veículo é atribuída uma célula cujo tamanho é ajustado conforme evolui o compartilhamento das informações entre os veículos vizinhos. Todos os VANTs realizam um caminho fechado planejado dentro de suas células para maximizar os períodos de troca de comunicações entre os veículos. Conforme as informações são atualizadas, as dimensões das células são ajustadas para otimizar a trajetória interna e maximizar a frequência de cobertura considerando as capacidades dos veículos.

## 2.2 Roteamento de VANTs com restrições de combustível

A restrição de combustível foi tratada em alguns trabalhos como o problema de roteamento de VANTs com restrições de combustível (fuel constrained UAV routing problem - FCURP). [Sundar e Rathinam \(2012\)](#) apresentaram uma formulação MILP e uma solução heurística baseada em busca local para o FCURP. O trabalho proposto busca o caminho que visite todos os alvos e os nós referentes às estações de recarga, quando requerido com o objetivo de satisfazer a restrição de combustível e minimizar a demanda pelo recarregamento. Os autores utilizaram um programa comercial para a solução da formulação MILP, sendo capaz de retornar soluções para instância com até 30 vértices (25 vértices alvos e cinco depósitos). A heurística foi capaz de retornar soluções com média dos custos a 7,67% da solução ótima.

Um algoritmo aproximado para o FCURP foi apresentado em [Sundar e Rathinam \(2014\)](#). Já em [Levy, Sundar e Rathinam \(2014\)](#) foi apresentada solução baseada em busca local para o FCURP usando VANTs heterogêneos (diferentes capacidades de combustível). Os autores de [Mitchell et al. \(2015\)](#) estenderam a formulação MILP proposta em ([SUNDAR; RATHINAM, 2012](#)) para vários veículos heterogêneos, fornecendo soluções ao problema de cobertura persistente com múltiplos robôs (multi-robot persistent coverage problem - MRPCP). Novas formulações MILP foram apresentadas em [Sundar, Venkatachalam e Rathinam \(2017\)](#). Nesse trabalho, os autores analisaram quatro novas formulações, sendo duas baseadas em arcos e duas baseadas em nós para o FCURP com múltiplos VANTS (fuel-constrained, multiple vehicle routing problem - FCMVRP). Como resultado concluíram que as formulações baseadas em arcos superaram as formulações baseadas em nós em relação ao tempo computacional para o encontro da solução ótima.

Outra formulação MILP para um problema semelhante com restrições de combustível foi proposta em [Ribeiro et al. \(2019\)](#). Nesse trabalho, os autores minimizaram os custos para a inspeção de locais críticos ao considerarem as instalações das estações de fornecimento de baterias. Já as questões referentes às incertezas no consumo de combustível para o FCMVRP foram investigadas em [Venkatachalam, Sundar e Rathinam \(2018\)](#), que modelaram o consumo de combustível dos VANTs usando programação estocástica em

duas etapas. Primeiramente é minimizado as distâncias das viagens para todos os veículos e, na segunda etapa, minimiza os custos adicionais associados ao recarregamento, quando a capacidade do veículo for insuficiente para completar a rota definida na primeira etapa.

O consumo de energia para a cobertura usando VANTs (efficient coverage path planning - EECPP) é abordado no trabalho de [Modares et al. \(2017\)](#). Os autores propuseram solução para a minimização do consumo de energia em operações de cobertura com múltiplos VANTs, considerando a energia demandada nas acelerações e curvas. Primeiramente, apresentaram uma formulação MIQCP (mixed integer quadratic constrained) e devido a sua complexidade propuseram uma heurística matemática que resolve um modelo MILP para a divisão da área entre os VANTs e posteriormente aplica uma heurística para a resolução do TSP para cada veículo.

[Dai et al. \(2018\)](#) apresentaram outra heurística matemática para o balanceamento da energia consumida entre diferentes VANTs em aplicações de cobertura de área. Os autores trataram da minimização da energia máxima necessária aos VANTs para visitarem os vértices alvos espalhados na área, respeitando um tempo limite para todos os veículos completarem as suas rotas. A solução apresentada é dividida em duas etapas, sendo a primeira responsável por empregar a solução do modelo MILP para obtenção da força mínima que o VANT requer no deslocamento entre pares de vértices. A segunda etapa emprega um algoritmo genético para o planejamento das rotas de cada veículo, considerando as informações das forças calculadas na primeira etapa e o tempo global para o fim da cobertura.

Além da minimização do consumo total de combustível para o planejamento de missões com VANTs, [Ramirez Atencia, Del Ser e Camacho \(2019\)](#) trataram da minimização de outros seis objetivos que podem ser conflitantes, como o custo total da missão, o tempo global, o número de VANTs, o tempo total de voo, a distância total sobrevoada e o risco da missão. Nesse trabalho, os autores apresentam um algoritmo evolutivo multiobjetivo (multiobjective evolutionary algorithm - MOEA) para o problema de satisfação das restrições (constraint satisfaction problem - CSP). Não abordaram a questão do roteamento de VANTs, mas a atribuição de tarefas em grupos com até 10 veículos, considerando ambientes com até 16 tarefas diferentes, como patrulha, mapeamento, monitoramento, captura de foto, entre outras, que são fornecidas e possuem seus custos já definidos.

O trabalho de [Dorling et al. \(2017\)](#) derivou uma aproximação linear para o consumo de energia especificamente para o problema de entregas de mercadorias utilizando VANTs e propuseram uma formulação MILP para minimizar o tempo de entrega, considerando o peso da bateria, a capacidade de carga e a reutilização do veículo. Cada VANT parte de uma base e pode realizar múltiplas rotas e visitar múltiplos clientes por rota. Os veículos podem retornar múltiplas vezes à base para coletar mais pacotes ou trocar a bateria. Para resolverem instâncias maiores os autores apresentam um algoritmo baseando na heurística

de recozimento simulado (simulated annealing - SA), retornando resultados consistentes próximos aos retornados pelo modelo MILP em testes para instâncias menores.

## 2.3 Localização de estações de reabastecimento

A localização em roteamento trata simultaneamente a questão de localização de instalações e o planejamento de rotas, visto que a separação destes dois problemas pode levar à obtenção de soluções sub-ótimas. O objetivo é determinar os vértices que serão os depósitos e quais clientes cada um deverá servir de modo que as rotas planejadas minimizem os custos totais, geralmente, associados à abertura de novos depósitos, visita aos clientes e à utilização de novos veículos. As suposições típicas desse tipo de problema consistem em considerar que as demandas não superem as limitações dos veículos, a frota seja constituída de veículos homogêneos, cada rota comece e termine no mesmo depósito e que cada serviço seja atribuído a um veículo.

Levy e Bodin (1989) foram alguns dos primeiros autores a investigarem o problema de localização de depósitos, denominado de LAR (*Location Allocation Routing*). O procedimento proposto realiza, primeiramente, a localização enquanto o número mínimo de depósitos é buscado. Em seguida, são alocadas aresta/arcos às partições associadas aos depósitos. No final, é realizado o roteamento nas partições ao encontrar o ciclo Euleriano, minimizando o tempo de deslocamento sem serviços.

A localização de grupos de depósitos é abordada por Ghiani e Laporte (1999). Os autores mostraram que o referido problema pode ser transformado no RPP caso não haja limites para o número de depósitos, sendo resolvido por um método *branch-and-cut*. Já Ghiani e Laporte (2001) discutem a estratégia RAL (*Routing Allocation Localization*), que consiste na ideia de primeiro rotear e alocar os arcos/aresta e posteriormente localizar os depósito em cada rota. Nesse caso, os autores constataram maior eficiência da técnica RAL em relação à solução LAR.

Hashemi Doulabi e Seifi (2013) apresentaram formulação MILP para o problema de localização e um modelo com foco na definição do limite inferior, relaxando o modelo MILP para o caso de múltiplos depósitos. Os autores desenvolveram uma formulação agregada que diminui a quantidade de variáveis para reduzir o tempo da resolução em relação ao modelo original. O modelo relaxado não apresenta soluções válidas para o problema, mas fornece um limite inferior válido. Nesse caso, o problema abordado busca definir a localização e o número de depósitos que devem ser abertos, além de atribuir a cada depósito um número de rotas, considerando os objetivos de minimizar os custos do transporte inerentes à implantação e ao uso dos depósitos. Uma solução heurística é proposta aplicando a técnica de recozimento simulado. Esse procedimento iterativo combina o roteamento em arcos e uma heurística para localização e alocação. Primeiramente, a heurística de roteamento

realiza a inserção de pequenas sub-rotas em outras rotas e verifica a redução do custo ao proceder tal movimento, respeitando os limites do veículo. Na sequência, a heurística de localização e alocação busca melhorar o valor da função objetivo ao alterar os depósitos selecionados e as rotas atribuídas. Por fim, a fase de geração da vizinhança realiza a decomposição dos grupos da solução atual em pequenos grupos. Essa divisão permite que a heurística de roteamento insira e combine pequenos grupos para a busca de melhores soluções.

Lopes et al. (2014) apresentaram dois métodos construtivos para a localização em arcos, o EAM (extended augment-merge) e o EM (extended merge), além de heurísticas baseadas na busca local, ambas com movimentos intra e inter rotas. As heurísticas propostas são integradas a três metaheurísticas: a busca tabu com busca em vizinhança variável, (Tabu Search-Variable Neighborhood Search - TS-VNS), sendo a busca tabu utilizada na fase de localização e a busca em vizinhança variável para o roteamento; busca gulosa aleatorizada e adaptativa (GRASP) que emprega a randomização dos métodos EAM e EM (GRASP-EAM e GRASP-EM), além de alguns conceitos de GRASP baseados em Prins (2004); e a busca tabu com GRASP (TS-GRASP), aplicando a busca tabu para a fase de localização e o GRASP para o roteamento. Os autores propuseram um conjunto de 30 instâncias, variando o número de potenciais depósitos de três a 10, a quantidade de nós de 11 a 140 e arestas requeridas de 22 a 190. Consideraram apenas veículos homogêneos e a quantidade de veículos é definida pelo número de rotas. Os resultados obtidos nas instâncias propostas mostraram que o método construtivo EM obteve o melhor desempenho em relação ao método EAM. Os resultados das metaheurísticas mostraram que o método TS-GRASP obteve melhor limite inferior e tempo de computacional competitivo em relação aos outros métodos.

Além da localização e alocação de depósitos, Chen et al. (2017) trataram da partição de grandes regiões em distritos. Esse problema foi modelado e resolvido por um algoritmo *branch-and-cut*. Para a resolução de instâncias maiores propuseram um método heurístico de três fases. A primeira fase é responsável pelo agrupamento em setores, particionando as arestas do grafo para respeitar as limitações dos veículos. A cada inserção de arco no grupo é analisado o custo da rota modificada. Nesse caso, transformam o problema do caixeiro rural direto (DRPP) no problema de roteamento de veículos (VRP) e então executam um algoritmo *branch-and-bound* para o VRP. A segunda fase é responsável pelas atribuições dos potenciais depósitos a cada grupo. Por fim, a terceira fase define a localização dos depósitos e seus respectivos setores de serviços, sendo aplicado o algoritmo *branch-and-cut* para a otimização das rotas em cada grupo e atualização do custo total. A análise experimental comparou um método exato em relação à heurística proposta utilizando grafos gerados aleatoriamente para simular mapas rodoviários. O procedimento adotado na geração do grafo foi baseado nos métodos de Belenguer et al. (2006). As instâncias testadas possuem de 12 a 20 vértices e de 23 a 61 arcos, sendo consideradas

instâncias de proporções pequenas a médias. Os resultados mostraram que a solução heurística obteve, no pior caso, um gap médio de 10% . Por outro lado, a solução heurística obteve melhor desempenho em relação ao tempo de processamento.

Assim, a capacidade de combustível dos veículos sendo um fator crítico para determinadas aplicações, faz-se necessária a inclusão de interrupções para o reabastecimento no planejamento das rotas. Na literatura, diversos trabalhos investigaram estratégias de roteamento utilizando múltiplos depósitos para o reabastecimento dos veículos em operações de logísticas (AMBERG; DOMSCHKE; VOSS, 2000; HO et al., 2008; KANSOU; YASSINE, 2010; MUYLDERMANS; PANG, 2014; LIU; JIANG; GENG, 2014; KRUSHINSKY; Van Woensel, 2015). Por esse motivo, o problema de localização de pontos de reabastecimento é bastante explorado em soluções para veículos elétricos, visto que necessitam de recargas regulares.

Chung e Kwon (2015) apresentaram um modelo de otimização para o planejamento de novas instalações de estações de recarga ao longo do tempo, identificando locais predefinidos que maximizam o fluxo total de cobertura. Já Liu et al. (2019) propuseram uma classificação dos locais de recarga, considerando o processo de avaliação multicritério integrado ao método multiobjetivo.

O trabalho de Riemann, Wang e Busch (2015) abordou a localização das instalações de carregamento sem fio para a eletrificação de rodovias. Para isso, o veículo elétrico deve ser devidamente equipado para o recarregamento enquanto trafega pelas vias eletrificadas, também conhecidas como vias de recarga. Os autores formularam um modelo matemático para localizar o número de vias de recarga que maximizem o fluxo do tráfego. Em Chen et al. (2017) foi explorada a implantação da infra-estrutura ideal de recarga, que combina as estações estáticas de recarregamento e as vias de recarga sem fio.

O planejamento do recarregamento para a locação de veículos autônomos foi combinado com o problema de escalonamento em (YU, 2019). Os atrasos nas viagens provocados pelo recarregamento dos veículos em sistemas de locação de veículos elétricos foi explorado em Ammous et al. (2019). Nesse trabalho, os autores apresentaram um esquema de roteamento que considera filas nas estações de carregamento com o objetivo de minimizar o tempo total esperado para a viagem, considerando as necessidades dos clientes e o tempo da rota.

No caso do carregamento de baterias de VANTs, uma nova tecnologia foi proposta em (ANGRISANI et al., 2014; ANGRISANI et al., 2015), permitindo que os modelos com capacidade VTOL pousem, recarreguem e retornem às suas operações de forma autônoma. Outra alternativa mais avançada é a tecnologia para a troca de baterias, realizando a substituição da bateria (AIROBOTICS, 2021). Nesse caso, não é necessária a permanência na estação para o carregamento completo da bateria, o que normalmente exige um longo tempo de espera. Essas tecnologias de recarregamento são consideradas

em diversos trabalhos para a persistência da operação, visto que os VANTs ,geralmente, são bastantes limitados, o que exige o regular recarregamento de suas bateria.

Nesse sentido, as restrições ambientais, capacidade limitada de combustível e o problema de localização de estações de recarga para o monitoramento persistente de área com múltiplos VANTs foram abordadas em [Li et al. \(2018\)](#), [Li et al. \(2019\)](#). Esse trabalhos combinaram o problema de roteamento em arcos capacitado (*CARP*) e o problema de roteamento em estoque (*Inventory Routing Problem - IRP*). As demandas de monitoramento foram atribuídas aos arcos e as frequências de monitoramento foram consideradas como custo de armazenamento de estoque. A metodologia propôs o planejamento do trajeto para cada VANT e o local adequado à instalação da estação de recarga, minimizando o consumo de energia e o tempo de cobertura de células prioritárias. Uma formulação MILP é apresentada e testada para instâncias contendo de cinco a nove vértices, seis a 32 arestas, para dois ou três VANTs. Uma solução heurística baseada em busca local foi implementada e testada para a resolução de instâncias consideradas maiores, contendo de 10 a 15 vértices, 36 a 50 arestas e grupos de quatro ou cinco VANTs.

As estratégias para a implantação de estações de recarga também foram exploradas em serviço de entrega de pacotes com VANTs ([HONG; KUBY; MURRAY, 2018](#); [Huang; Savkin, 2020](#); [COKYASAR, 2021](#)). Como são menos suscetíveis ao tráfego viário e aos obstáculos do ambiente, os VANTs podem agilizar a entrega de mercadorias em relação ao sistema de entrega tradicional. Em [Hong, Kuby e Murray \(2018\)](#) foram apresentadas soluções para a localização de um número limitado de estações de recarga e a maximização da demanda de cobertura do cliente. [Huang e Savkin \(2020\)](#) trataram da minimização do número de estações de recarga mantendo a quantidade de clientes servidos e a conectividade entre as estações e o depósito.

Em [Cokycasar \(2021\)](#) foi apresentado um modelo de programação mista não linear (mixed integer nonlinear programming - MINLP) para a minimização do investimento e custo operacional em entregas, seja por meio de VANTs, caminhões ou ambos (atendendo pedidos diferentes). As estações de recarregamento são localizadas exclusivamente para o serviço de entrega por VANTs, com o objetivo de minimizar a quantidade de estações, considerando os custos das fila de reabastecimento e número limitado de baterias disponíveis para a troca. A metodologia proposta considerou que seja entregue apenas um pacote por rota, devido às limitações de carga dos VANTS. Para isso, o veículo deve partir do armazém com o pacote e usar a infraestrutura de reabastecimento, caso necessário, para chegar ao cliente. O retorno ao armazém é realizado percorrendo o caminho inverso.

Outras soluções para o roteamento de veículos combinando veículos terrestres (caminhões) e VANTs para a entrega de encomendas (vehicle routing problem with drones - VRPD) são investigadas no trabalho de [Schermer, Moeini e Wendt \(2019\)](#). Os caminhões são associados a um conjunto de VANTs, sendo o objetivo do trabalho definir as rotas



viáveis, que minimizem o tempo total de atendimento a todos os clientes. O VANT visita um cliente por rota e deve retornar ao caminhão que foi associado inicialmente. As limitações de voo dos VANTs são consideradas e o carregamento de suas baterias são realizadas apenas nos caminhões. O tempo da recarga ou substituição da bateria não é contabilizado. Os autores apresentaram uma formulação MILP para a solução de instâncias pequenas e heurística matemática para instâncias maiores, aplicando o método heurístico no roteamento e um método exato para alocação dos VANTs. Já em [Schermer, Moeini e Wendt \(2020\)](#) foram apresentadas novas formulações MILP e uma modificação do *branch-and-cut* para a resolução do VRPD.

Algumas variações do problema de roteamento de veículos que empregam VANTs em colaboração com veículos terrestres, como o VRPD, também são classificadas como problema em dois níveis (two-echelon vehicle problem - 2E-VRP). Em aplicações de entrega de mercadorias os veículos terrestres partem da base (depósito) com diversos VANTs. Os locais de alguns clientes são selecionados para o desacoplamento e acoplamento dos VANTs aos veículos terrestres, sendo denominados de satélites. O 2E-VRP considera que as rotas de primeiro nível são as rotas dos veículos terrestres que iniciam na base (depósito) e as rotas de segundo nível são as rotas dos VANTs que partem dos satélites. A interação entre os VANTs e os veículos terrestres ocorre devido às restrições de sincronização entre os veículos nos satélites.

Os principais trabalhos referentes ao 2E-VRP são discutidos na revisão de [Li et al. \(2021\)](#). A maioria das soluções relacionadas ao 2E-VRP abordou o problema de entrega de mercadorias usando VANTs no último trecho, atendendo a apenas um cliente por rota devido à sua capacidade limitada. Entretanto, alguns autores exploraram a possibilidade do VANT também visitar diversos vértices (clientes) numa mesma rota ([LUO; LIU; SHI, 2017](#); [GONZALEZ-R et al., 2020](#); [LIU et al., 2020](#)).

O trabalho de [Luo, Liu e Shi \(2017\)](#) apresentou uma formulação binária para o 2E-VRP e duas heurísticas construtivas para a resolução de instâncias com números maiores de vértices. Nesse caso, consideraram que o VANT seja o único veículo responsável por visitar os alvos. Já o veículo terrestre percorre apenas arestas específicas da rede viária, atuando como base móvel para os serviços de lançamento e carregamento da bateria do VANT. Os autores consideraram que o veículo terrestre tenha capacidade ilimitada para visitar os pontos de pouso/decolagem necessários ao serviço de atendimento ao VANT. O tempo para o carregamento da bateria não é considerado. Já o trabalho de [Gonzalez-R et al. \(2020\)](#) apresentou um modelo MILP que permite ao veículo terrestre também visitar os vértices alvo (clientes). Em [Liu et al. \(2020\)](#) foi proposta uma nova formulação que trata da questão de múltiplas entregas com VANTs e considera o efeito do peso do pacote no consumo de energia do veículo. O modelo foi avaliado usando um método baseado no algoritmo *branch-and-cut* e para instâncias maiores os autores propuseram um algoritmo

baseado no SA.

O uso dos veículos terrestres como estações de reabastecimento móveis foi abordado em [Ribeiro et al. \(2021\)](#). Os autores apresentam uma formulação MILP e uma heurística construtiva integrada ao algoritmo genético para o planejamento dos caminhos e as sincronizações necessárias com as estações de recargas para garantir o reabastecimento dos VANTs. O objetivo é minimizar o tempo da rota e o número de estações móveis de reabastecimento. A heurística foi testada em diferentes cenários com 15 VANTs, 100 vértices alvos e seis bases móveis que podem se deslocar para até 10 vértices dentre 20 vértices candidatos.

Embora algumas dessas estratégias de cooperação entre veículos terrestres e aéreos possam ser aplicadas no contexto de monitoramento e vigilância, não é simples aplicá-las para a resolução do problema de cobertura de área tratado neste trabalho. Os veículos terrestres são mais suscetíveis a colisões em obstáculos e requerem a existência de vias estruturadas para transitarem, o que nem sempre está disponível nas áreas que se deseja aplicar o monitoramento. Além disso, os veículos terrestres devem realizar o reabastecimento em determinado momento, o que, também, exigiria a localização e instalação de postos de abastecimento em certas vias, questão ainda não tratada pelos trabalhos observados.

## 2.4 Heurísticas matemáticas para roteamento de VANTs

As seções anteriores apresentaram diversos trabalhos relacionados ao problema de roteamento de VANTs, sendo a maioria das soluções classificadas como método exato ou heurístico. A abordagem exata é caracterizada por garantir o encontro da solução ótima e provar a sua otimalidade, porém o forte crescimento do tempo de execução ao aumentar o tamanho das instâncias de entrada restringe a aplicação desse método às instâncias consideradas de pequenas e médias proporções. Para a resolução de instâncias maiores consideradas mais difíceis é justificável o desenvolvimento de heurísticas capazes de obter rapidamente soluções de boa qualidade em detrimento da garantia do encontro de soluções ótimas.

Segundo a revisão proposta por [Rojas Vilorio et al. \(2021\)](#) as soluções heurísticas foram as mais exploradas nos trabalhos que trataram de roteamento de VANTs. Nessa revisão, os autores categorizaram os principais trabalhos relacionados ao roteamento de VANTs, considerando as funções objetivo, aplicações, tipos de soluções e restrições utilizadas. Em 79 referências analisadas foram propostas 54 soluções heurísticas, 29 metaheurísticas e 48 soluções por método exato. Entretanto, os autores não abordaram as heurísticas matemáticas que combinam método exato e heurístico para o roteamento de VANTs. A Subseção [A.2.3](#) no Apêndice apresenta mais detalhes sobre as heurísticas matemáticas.



A presente subseção discute alguns dos trabalhos que adotaram heurísticas matemáticas em problemas de roteamento de VANTs. A maioria dos trabalhos avaliados propôs heurísticas de melhoria, sendo aplicada um método exato uma vez em determinada etapa do problema, procurando o aprimoramento das soluções encontradas pelo método heurístico. Nos trabalhos analisados todos empregaram a resolução de modelo MILP, seja na fase inicial, com o objetivo de produzir boas soluções de partida para o método heurístico, ou na fase final, melhorando a solução encontrada pela heurística.

O trabalho de (MODARES et al., 2017) abordou a minimização do consumo máximo em operações de cobertura com múltiplos VANTs, resolvendo a formulação MILP proposta para a divisão da área entre os veículos e na sequência usaram a heurística LKH (Lin-Kernighan) para a definição das rotas dos veículos. O algoritmo foi testado numa grade com 3000 células, variando o número de VANTs de cinco a 20. A heurística matemática proposta retornou rotas com menores consumo de energia e computacionalmente mais rápidas em relação aos trabalhos previamente propostos.

Nessa mesma linha, Dai et al. (2018) propuseram heurística matemática para o balanceamento do consumo de energia entre os VANTs. A solução é realizada em duas etapas, sendo na primeira resolvido o MILP que busca a força mínima no deslocamento do veículo entre pares de vértices. A segunda etapa aplica um algoritmo genético para o planejamento das rotas dos VANTs, considerando as forças calculadas na primeira etapa e o tempo global para o fim da cobertura. A performance do algoritmo proposto em termos da qualidade de cobertura e do caminho calculado foi avaliada em área de  $250 \times 250$  m, para grupos de dois, cinco e sete VANTs.

Schermer, Moeini e Wendt (2019) trataram do problema de roteamento que combina o uso de VANTs e veículos terrestres. A heurística matemática apresentada usa método heurístico para gerar as rotas iniciais e a busca local para a melhoria dessas rotas com o objetivo de minimizar o comprimento da maior. Após a definição dos conjuntos de rotas viáveis, o modelo MILP é solucionado para a alocação dos VANTs a cada veículo terrestre. O algoritmo foi testado para instâncias de 10 a 100 vértices, variando de um a três veículos terrestres com um ou dois VANTs cada. Os resultados experimentais indicaram que o uso de VANTs reduziu significativamente o tempo para completar a missão e a heurística matemática proposta retornou rapidamente resultados consistentes próximos das soluções ótimas.

Diferente do trabalho anterior, Dell'Amico, Montemanni e Novellani (2020) não consideraram a sincronização entre os veículos terrestres (caminhões) e os VANTs. Nesse trabalho, os autores trataram do uso de VANTs em paralelo aos caminhões para o problema de entrega de encomendas. Os caminhões partem de um depósito para atender a um determinado grupo de clientes e retornam ao depósito, enquanto os VANTs podem partir do depósito atender a um cliente e retornar ao depósito para então realizar outro atendimento

caso necessário. O objetivo é minimizar o tempo para completar o serviço de entrega, considerando o atendimento de todos os clientes. Os autores apresentam solução heurística baseada no algoritmo LKH e uma heurística matemática que integra uma abordagem exata ao método heurístico. O roteamento dos caminhões é realizado pela heurística LKH e a solução do modelo MILP ajusta a rota do caminhão ao inserir os serviço de entrega com VANT. Este processo iterativo é reiniciado para atualizar as rotas modificadas pelo método exato. Foram testadas 360 instâncias combinando de 10 a 229 clientes, um a cinco VANTs e um caminhão. Os resultados mostraram que a heurística matemática retornou rapidamente resultados de alta qualidade para instâncias de proporções consideradas pequenas e médias. Já para instâncias maiores foi constatado aumento significativo do tempo de execução em relação à heurística, porém retornou resultados competitivos em tempo razoável relativo ao estado da arte.

A minimização do tempo do trajeto mais longo para o monitoramento de vértices alvo (waypoints) com VANTs de asa fixa (planadores), considerando as restrições dinâmicas desse tipo de veículo foi abordado no trabalho de [Coutinho e Battarra \(2019\)](#). Os autores apresentaram heurística matemática que aplica a busca local iterativa para encontrar as trajetórias viáveis para o planador e a resolução do MILP para encontrar a melhor combinação de rotas. A heurística matemática proposta foi testada em 75 instâncias combinando de 10 a 50 waypoints e no máximo 10 planadores, obtendo resultados em média a 1,28 % da solução ótima.

O problema de roteamento de VANTs para o monitoramento de fronteiras foi abordado por [Ozkan e Kaya \(2021\)](#) para minimizar a quantidade de veículos e a distância percorrida. Os autores apresentaram heurística matemática que aplica um algoritmo genético (GA) para definir a divisão da fronteira em  $m$  VANTs e posteriormente usam o modelo MILP para buscar as  $m$  rotas para cada veículo. Como buscam minimizar a quantidade de VANTs, o valor de  $m$  é decrementado e a solução do modelo MILP é novamente realizada, esse processo é repetido enquanto não for encontrada solução viável. Os experimentos foram realizados em uma grade com 152 pontos, que discretizam a área de cobertura, variando o número de VANTs entre um e quatro.

## 2.5 Conclusão

A Tabela 1 apresenta um sumário das principais referências relacionadas a este trabalho. As referências que trataram do problema de planejamento de caminhos para cobertura são referenciadas pelo identificador (1), o problema de roteamento com restrições de combustível por (2) e o o problema de localização de estações de reabastecimento por (3). A coluna Objetivo descreve as funções objetivos empregadas nos trabalhos. A cobertura de área foi classificada como: cobertura completa, aproximada ou parcial (visita alguns

pontos na área) ou caso o trabalho não tenha tratado da cobertura de área é marcado com N/A. Os veículos empregados nos trabalhos foram identificados como VANTs de asa fixa e multi-rotore. Aqueles que permitem tipos diferentes de VANTs foram identificados apenas por VANTs. Além disso alguns trabalhos combinaram multi-rotore e veículos terrestres. Por fim, a última coluna destaca os métodos empregados para a solução dos respectivos problemas.

A última linha da tabela destaca a contribuição deste trabalho. Embora os trabalhos observados nas seções anteriores tratem da otimização de rotas com múltiplos VANTs para a cobertura de área e outros tenham focado na localização das estações de recarga para ampliar o alcance dos veículos, nenhum dos trabalhos apresentados considerou essas restrições conjuntamente em uma abordagem multiobjetivo para cobertura completa com VANTs heterogêneos usando heurística matemática.

Tabela 1 – Sumário dos principais trabalhos apresentados neste capítulo.

Autor	Problema	Objetivo	Cobertura de área	Tipo de veículo	Método
(DILLE; SINGH, 2013)	1	Min-max(tempo de voo)	parcial	asa fixa	Heurística
Guerriero et al. (2014)	1	Min (tempo rota, nº de Vants) Max (Satisfação cobertura)	parcial	multi-rotor	MILP
Avellar et al. (2015)	1	Min-Max (tempo de voo)	completa	asa fixa	MILP
Nedjati et al. (2016)	1	Min-Max (tempo de voo)	aproximada	multi-rotor	MILP
Oh et al. (2014)	1	Min (tempo de voo)	parcial	asa fixa	MILP
Campbell et al. (2018)	1	Min (custo da rota)	parcial	multi-rotor	Branch&cut
Chow (2016)	1	Min(custo da rota)	parcial	multi-rotor	Mínimos Quadrados
Maza e Ollero (2007)	1	Min(nº de curvas)	completa	VANTs	Divisão e Conquista
Li et al. (2011)	1	Min(nº de curvas)	completa	VANTs	Algoritmo Guloso
Li et al. (2018)	1,2,3	Min(energia,tempo de voo)	aproximada	VANTs	MILP
Acevedo et al. (2020)	1	Max(frequência de visitas)	aproximada	VANTs	Divisão e Conquista
Sundar e Rathinam (2012)	2	Min(custo carregamento)	N/A	VANTs	MILP e Busca Local
Sundar e Rathinam (2014)	2	Min(custo carregamento)	N/A	VANTs	Algoritmo Aproximado
Levy, Sundar e Rathinam (2014)	2	Min(custo combustível)	N/A	VANTs	VNS
Mitchell et al. (2015)	2	Min-Max(tempo de voo)	N/A	multi-rotor	MILP e Heurística
Sundar, Venkatachalam e Rathinam (2017)	2	Min(custo combustível)	N/A	VANTs	MILP
Ribeiro et al. (2019)	2	Min(custo de inspeção)	N/A	multi-rotor	MILP
Venkatachalam, Sundar e Rathinam (2018)	2	Min(distância, custo carregamento)	N/A	multi-rotor	Monte Carlo e Busca Tabú
Modares et al. (2017)	2	Min(consumo energia)	N/A	multi-rotor	MIQCP, Heurística Matemática
Dai et al. (2018)	1,2	Min(consumo energia)	parcial	multi-rotor	heurística matemática
Ramirez Atencia, Del Ser e Camacho (2019)	2	Min(custo combustível, custo missão, tempo total, nº de VANTs, tempo de voo e distância)	parcial	multi-rotor	MOEA
Dorling et al. (2017)	2	Min(tempo de entrega)	N/A	multi-rotor	MILP e Recozimento Simulado
Hong, Kuby e Murray (2018)	3	Max(nº de clientes)	N/A	multi-rotor	MILP e Recozimento Simulado
Huang e Savkin (2020)	3	Min(nº de estações de recarga)	N/A	multi-rotor	Heurística
Cokyasar (2021)	3	Min(investimento, custo operacional)	N/A	multi-rotor	MINLP
Schermer, Moeini e Wendt (2019)	3	Min(tempo de voo)	N/A	multi-rotor+ terrestre	MILP e Heurística Matemática
Schermer, Moeini e Wendt (2020)	3	Min(tempo de voo)	N/A	multi-rotor+ terrestre	MILP
Luo, Liu e Shi (2017)	3	Min(tempo de voo)	N/A	multi-rotor+terrestre	MILP e Heurística
Gonzalez-R et al. (2020)	3	Min(tempo de voo)	N/A	multi-rotor+terrestre	MILP e IG
Liu et al. (2020)	2,3	Min(custo do VANT, custo do caminhão)	N/A	multi-rotor+terrestre	MILP e Recozimento Simulado-Busca Tabú
Ribeiro et al. (2021)	2,3	Min(tempo de voo, nº de estações de recarga)	N/A	multi-rotor+terrestre	MILP e heurística
Coutinho e Battarra (2019)	2	Min-Max(tempo de voo)	parcial	asa-fixa	MILP e heurística matemática
Ozkan e Kaya (2021)	2	Min(distância, nº de VANTs)	parcial	multi-rotor	Heurística matemática
Este trabalho	1,2,3	Min-Max(tempo de voo) Min(nº de estações de recarga)	completa	VANTs	MILP e heurística matemática

## 3 Problema de cobertura de área com possibilidade de recarga

O planejamento de rotas para cobertura de área utilizando VANTs deve considerar a capacidade de deslocamento dos veículos para garantir que a operação de cobertura seja finalizada. Nesse sentido, alguns trabalhos destacados no Capítulo 2 limitaram a distância da rota de cobertura à capacidade máxima de voo com uma carga de bateria, considerando a necessidade de retornarem novamente à base (FAIED; MOSTAFA; GIRARD, 2010; AVELLAR et al., 2015; NEDJATI et al., 2016). Ao não considerarem a recarga fora da base, a exploração da área de cobertura torna-se limitada à capacidade de voo do VANT. Uma possível solução para mitigar essa limitação e permitir que o VANT sobrevoe áreas maiores é considerar o carregamento de baterias fora da base (SUNDAR; RATHINAM, 2012; SUNDAR; RATHINAM, 2014; MITCHELL et al., 2015; LI et al., 2019; RIBEIRO et al., 2021). Entretanto, os trabalhos analisados não trataram do problema de cobertura completa multiobjetivo para o planejamento de rotas de múltiplos VANTs heterogêneos e concomitantemente a localização da quantidade mínima de estações de recarga, considerando as limitações da cobertura completa de área.

Assim, o presente capítulo apresenta na Seção 3.1 o método de decomposição celular utilizado no trabalho, a Seção 3.2 apresenta a definição formal do problema e a Seção 3.3 apresenta uma formulação para o problema de roteamento que busca minimizar o tempo da operação de cobertura de área e identificar os locais mais adequados para a abertura de estações de recarga, considerando as restrições dos veículos.

### 3.1 Decomposição da área

A cobertura completa da área é aplicada em situações como detecção de minas terrestre, vigilância, busca e salvamento e monitoramento, onde nenhum ponto da área fique descoberto (GALCERAN; CARRERAS, 2013; CHOSET, 2001). Esse tipo de cobertura requer a adoção de métodos de decomposição de área que forneçam as estruturas adequadas para garantir que todo o espaço livre seja representado, como é realizado na decomposição exata (CHOSET; PIGNON, 1997) ou aproximada (GABRIELY; RIMON, 2001). O método aproximado utiliza grades de ocupação para representar o ambiente, decompondo-o em células. A completude da cobertura depende da resolução da grade, com custo de memória exponencial para o tamanho da área, sendo recomendada para a cobertura de ambientes internos (THRUN, 1998). Realizada a decomposição celular da área, o problema de cobertura pode ser tratado como um problema de roteamento de veículos, buscando

as rotas entre os depósitos e os clientes para um conjunto de veículos. A conversão do problema de cobertura para o de roteamento considera os alvos como clientes e os pontos de pouso e decolagem como os depósitos. As diversas soluções apresentadas nessa linha variam em relação aos objetivos a serem otimizados e às restrições dos VANTs, sejam devidas as suas capacidades operacionais ou a ordem de visitas aos vértices necessárias à cobertura.

Uma vez conhecido o mapa da área, o próximo passo para o planejamento da cobertura completa é aplicar o método de decomposição celular, construindo a representação do ambiente. Nesse caso, realizamos a decomposição baseada no trabalho de [Avellar et al. \(2015\)](#), que emprega a decomposição de Boustrophédon para representar a área de cobertura como um grafo.

Essa decomposição, segundo [Choset \(2005\)](#), divide o espaço livre de obstáculos em células. Para isso, uma linha de varredura é deslizada na área, identificando os pontos críticos que implicam na mudança de conectividade da linha. Esses pontos definem os limites das células no espaço livre. Após a decomposição da área, o interior da célula é coberto pelo simples movimento de zigue-zague. A [Figura 3](#) mostra como é realizada a decomposição Boustrophédon e a direção de varredura para cobrir o interior da célula.

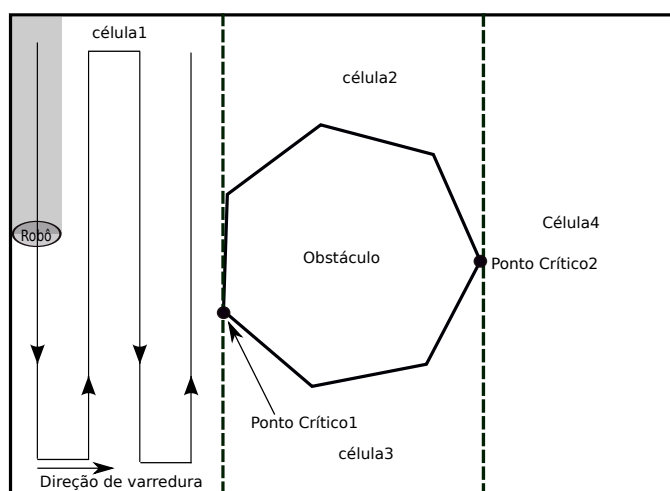


Figura 3 – Exemplo da cobertura de área contendo obstáculo. A área é decomposta em células que internamente são totalmente cobertas pelo movimento de zigue-zague do robô.

A decomposição resultante contém as células que são cobertas pelo movimento de zigue-zague, sendo esse movimento orientado pela direção de varredura. Segundo [Huang \(2001\)](#) a direção de varredura determina o número de curvas, que é o principal fator na diferença de custo para a cobertura da área. Essas curvas implicam em um consumo significativo de tempo, pois exigem que o robô desacelere, efetue a curva e então acelere. A direção ótima de varredura, responsável por minimizar o número de curvas, deve ser

paralela à menor altura do polígono representante da área (HUANG, 2001). Essa diferença é mostrada na Figura 4.

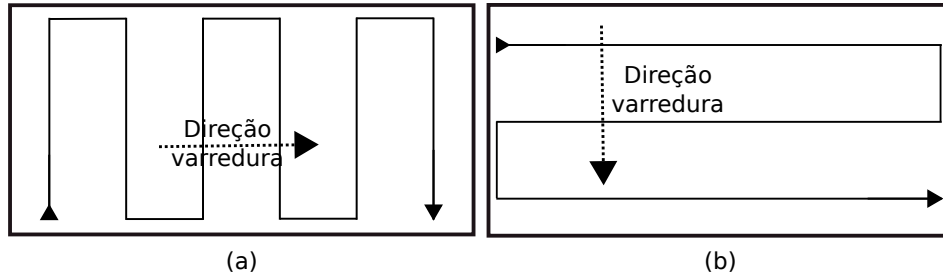


Figura 4 – Impacto das direções de varredura no número de curvas. Em (a) a cobertura da área exigiu cinco curvas. Já em (b) foram necessárias 2 curvas. A direção de varredura ótima é paralela à menor altura do polígono que representa a área de cobertura.

Definida a direção de varredura, o próximo passo é distribuir as linhas de cobertura sobre a área, que são perpendiculares à direção de varredura. O número de linhas é definido em função da largura do campo de visão da câmera ( $L$ ), que é dado em metros pela Equação 3.1. Nesse caso, assumimos que o sensor de imagem tenha largura de ( $l$ ) mm e seja orientado paralelamente ao solo. As lentes da câmera possuem distância focal de ( $f$ ) mm e a altura do voo de cobertura é realizado em ( $H$ ) metros.

$$L = H \frac{l}{f} \quad (3.1)$$

A Figura 5 mostra a relação entre a largura do campo de captura da câmera e os seus parâmetros. Assim, é possível calcular o número de linhas pela Equação 3.2, onde  $w_{area}$  representa a largura da área em metros.

$$N_l = \left\lceil \frac{w_{area}}{L} \right\rceil \quad (3.2)$$

Os limites das linhas de coberturas são os pontos de interseção com a fronteira do mapa, sendo tais pontos denominados de alvos. Os demais pontos distribuídos na área são as estações de recarga, sendo um desses a base dos veículos. Todos os alvos e estações de recarga são considerados vértices ( $V$ ) do grafo  $G = (V, E)$ . Neste trabalho, cada vértice é numerado, iniciando a numeração pela base dos veículos, seguidamente são numerados as estações de recarga e posteriormente os vértices alvo. A numeração dos alvos deve garantir que as linhas de cobertura sejam representadas por vértices sequencialmente numerados, mantendo a numeração par em um dos lados da área e a numeração ímpar para os vértices do lado oposto. O conjunto de arestas do grafo, ( $E$ ), é constituído por todas as linhas que conectam os vértices, formando um grafo completo. A Figura 6 exemplifica como é realizada a representação da área de cobertura pelo grafo.

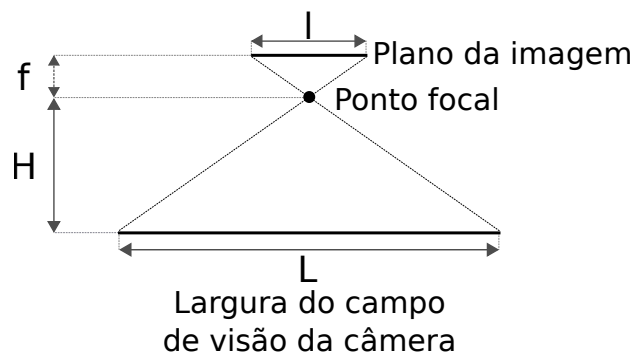


Figura 5 – A largura do campo de visão da câmera ( $L$ ) é definida em relação aos seguintes parâmetros: largura do plano da imagem, distância do ponto focal e altitude em que é realizada a cobertura.

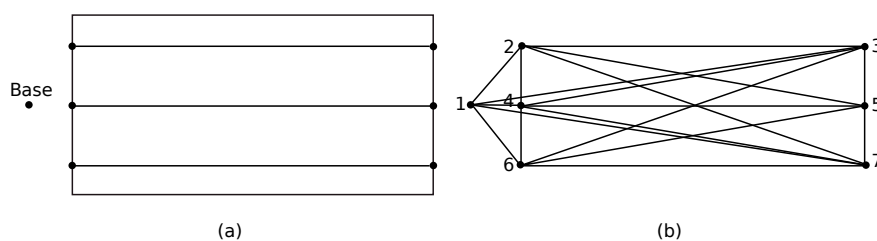


Figura 6 – Representação da área para o problema de cobertura. Em (a) os pontos de interseção entre as linhas de cobertura e as fronteiras da área definem os vértices alvo do grafo. Em (b) é mostrado o grafo resultante, que representa todas as conexões entre os vértices alvos e a base, formando um grafo completo.

Na próxima seção é apresentado como o grafo que representa a área de cobertura pode ser utilizado em um problema de otimização com a finalidade de minimizar o tempo total para a cobertura da área com VANTs heterogêneos e localização dos pontos adequados para abertura da quantidade mínima de estações de recarga.

## 3.2 Definição do problema

A distância entre duas linhas de cobertura consecutivas é calculada em função da largura de cobertura da câmera, determinada pela altitude de voo do VANT, a largura do sensor de imagem, a distância focal da câmera e a porcentagem de sobreposição lateral, conforme o método apresentado na seção 3.1. Esses parâmetros influenciam a qualidade dos dados capturados e impactam na reconstrução das imagens resultantes no monitoramento de florestas (SEIFERT et al., 2019), por exemplo.

A cobertura da área é realizada por um grupo de VANTs equipados com câmeras apontando para baixo. Cada veículo voa em diferentes altitudes para evitar colisões. O impacto da mudança de altitudes na captura da imagem do solo foi compensada pelo ajuste do foco da câmera para manter as mesmas dimensões das imagens capturadas. Os



VANTs têm capacidade limitada e devem alcançar pelo menos uma estação de recarga ao longo das rotas. A capacidade de recarga das estações não é limitada e os VANTs devem cobrir pelo menos uma linha de cobertura.

O grafo  $G = (V, E)$  é obtido da decomposição de área, sendo  $V = T \cup D$  o conjunto de vértices,  $(E)$  consiste no conjunto de arestas e  $(N)$  o número total de vértices. O conjunto  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$  define os vértices presentes nas extremidades das linhas de cobertura e  $D = \{d_0, d_1, d_2, \dots, d_n\}$  é constituído pela estação base ( $d_0$ ) e os locais candidatos à abertura de estações de carregamento  $\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ . A estação ( $d_0$ ) denota o ponto de partida e término das rotas dos veículos. Todas as arestas  $(i, j) \in E$  possuem um valor positivo associado invariante no tempo, representando a distância Euclidiana entre  $(i)$  e  $(j)$  dado por  $(d_{i,j})$ .

As linhas de cobertura em  $L_{all} \subseteq E$  são arestas requeridas e devem ser cobertas uma única vez por algum dos VANTs disponíveis. O alcance do VANT ( $k$ ) é dado por  $(F_k)$ , representando o tempo de voo a uma velocidade constante  $v_k$ . O tempo de voo é reduzido à medida que o VANT sobrevoa as arestas e o tempo consumido em cada aresta é dado por  $t_{i,j}^k = d_{i,j} / v_k$ . O tempo para a recarga completa do veículo é proporcional ao tempo de voo, sendo  $(q_k)$  a constante de proporcionalidade que representa a taxa entre o tempo de recarga e tempo de voo.

Embora o método que define as linhas de cobertura já considere a altitude do VANT, outros parâmetros de baixo nível dos veículos são refletidos no modelo proposto pelos parâmetros de entrada, como o tempo de voo dos VANTs ( $F_k$ ), a velocidade ( $v_k$ ), a relação entre os tempos de recarga e voo ( $q_k$ ) e os custos para atravessar as arestas ( $t_{i,j}^k$ ). O impacto da diferença de altitude entre vértices ou custos adicionais para a execução de curvas por determinados modelos de veículos podem ser embutidos no parâmetro ( $t_{i,j}^k$ ). Por exemplo, podemos considerar o comprimento do caminho real que deve ser realizado por um VANT de asa fixa para contabilizar as restrições de curvatura em vez de usar a distância Euclidiana entre os nós. Outras particularidades sobre a recarga em certos modelos de veículos podem ser mapeadas utilizando a relação ( $q_k$ ).

Este trabalho tem como objetivos a minimização do tempo da maior rota entre os VANTs e a localização de estações adequadas ao recarregamento, considerando um grupo heterogêneo de veículos. Embora o método proposto funcione para diferentes modelos de VANT, seja com motores elétricos ou à combustão, consideraremos no restante desta tese os termos mais comuns à aplicação de veículos elétricos que recarregam as baterias em estações de recarga disponíveis na área de cobertura.

A Figura 7a ilustra um exemplo de grafo completo  $G = (V, E)$  resultante da decomposição de área, contendo arestas que conectam diferentes pares de vértices do conjunto  $V$ . As linhas de cobertura em  $(L_{all})$  conectam os vértices representados por quadrados enumerados por números ímpares em um lado da área e números pares no outro.



As estações de recarga são os vértices representados por círculos, sendo identificadas na figura por letras (a–h) e a base dos VANTs (i). A Figura 7b mostra as rotas para dois VANTs heterogêneos que necessitam de recarga para completar a missão de cobertura. A rota representada pelas arestas tracejadas foi atribuída ao VANT-1 e a rota definida pelas linhas cheias foi atribuída ao VANT-2. Devido ao custo associado à instalação de novas estações de recarga neste local, foi dada maior ênfase à minimização de abertura de estações de recarga em detrimento do tempo para completar a rota mais longa. Nesse caso, a solução que compartilha a estação de recarga no vértice (e) foi considerada a melhor solução.

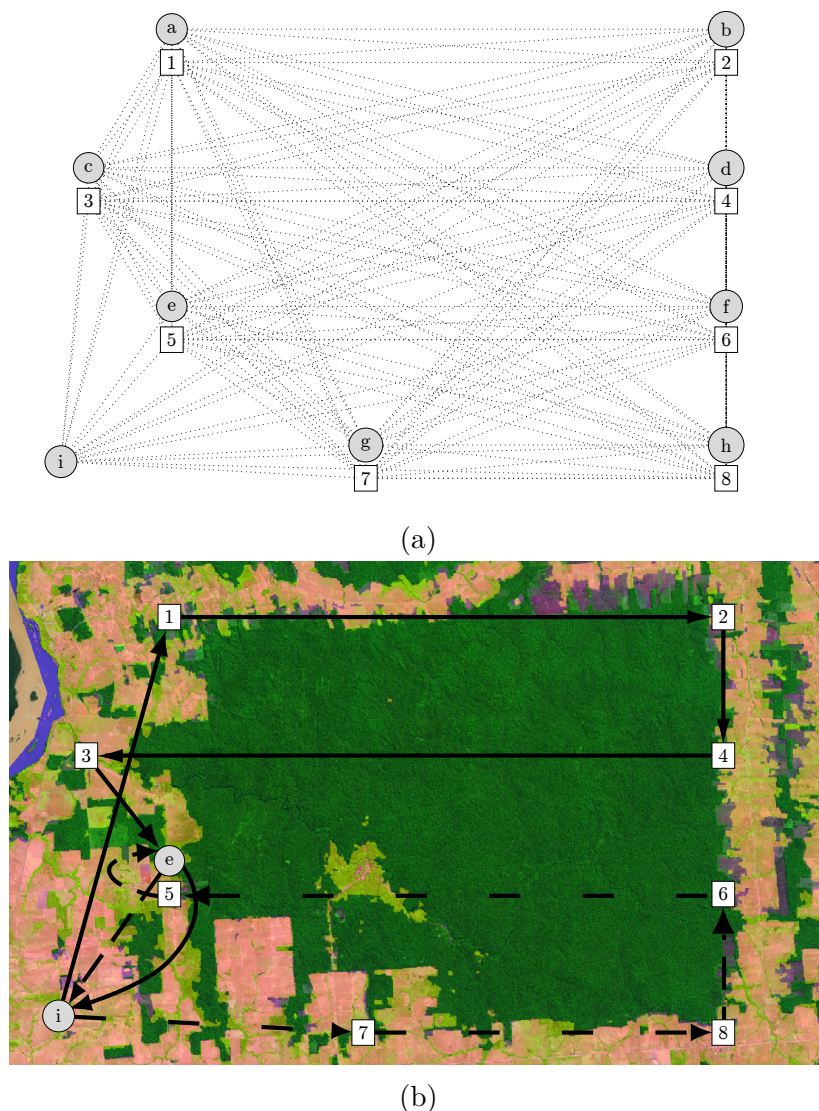


Figura 7 – Exemplo do grafo obtido do método de decomposição de área e as rotas para a cobertura. (a) Os locais disponíveis para a instalação de estações de recarga são representados por (a–h), a base é posicionada no vértice (i) e os vértices alvo são identificados por números (1–8). (b) exemplo da solução de cobertura aplicado no monitoramento de área de preservação. O mapa de desflorestamento obtido do website TerraBrasilis ([ASSIS et al., 2019](#)).

### 3.3 Formulação matemática

A formulação matemática apresentada nesta seção foi inspirada em três trabalhos da literatura (AVELLAR et al., 2015; SUNDAR; VENKATACHALAM; RATHINAM, 2017; MITCHELL et al., 2015). As restrições que garantem a cobertura completa de área foram baseadas em Avellar et al. (2015). A formulação baseada em arcos para o problema de roteamento de VANTs com restrição de combustível foi inspirada em Sundar, Venkatachalam e Rathinam (2017) e as restrições para o roteamento de veículos heterogêneos em Mitchell et al. (2015). Entretanto, a formulação proposta não só combinou diferentes formulações, mas propôs a minimização do tempo da maior rota e a localização da quantidade mínima de estações de recarga requeridas. A Tabela 2 apresenta as notações utilizadas no modelo.

Tabela 2 – Definições dos conjuntos, parâmetros e variáveis utilizadas na formulação matemática.

Conjunto	Definição
$V$	Conjunto de vértices
$T$	Conjunto de vértices alvos
$D$	Conjunto de vértices candidatos à abertura de estações de recarga
$E$	Conjunto de arestas
$L_{all}$	Conjunto de linhas de cobertura
$K$	Conjunto de VANTs
$S_u^k$	Subconjunto de vértices visitados pelo VANT $k$
$S_v^k$	Subconjunto de vértices não visitados pelo VANT $k$
$A$	Conjunto das arestas percorridas pelo VANT $k$
Parâmetro	Definição
$q_k$	Razão entre o tempo para recarregar a bateria e capacidade de voo do veículo ( $k$ )
$t_{i,j}^k$	Tempo para atravessar a aresta $(i, j) \in E$ pelo VANT ( $k$ )
$F_k$	Tempo de voo do VANT $k$
$v_k$	Velocidade de cobertura do VANT $k$
$t_j^k$	Tempo de voo mínimo para o veículo alcançar alguma estação de recarga ou a base
$s_i^k$	Tempo de voo mínimo para o VANT $k$ chegar ao vértice ( $i$ ), considerando a estação de recarga mais próxima do vértice ( $i$ )
Variável	Definição
$x_{i,j}^k$	$\begin{cases} 1, & \text{se o VANT } k \text{ atravessar a aresta } (i, j) \in E \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
$y_d$	$\begin{cases} 1, & \text{se a estação for aberta no vértice candidato } d \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
$z_{i,j}^k$	Tempo de total de voo partindo de alguma estação e chegando ao vértice $j$ passando por $i$
$P_{max}$	Límite superior para o tempo de conclusão da maior rota

A minimização da rota mais longa, objetivo ( $f_1$ ), é crucial para aplicações de monitoramento, operações de busca e salvamento, entre outras, que exigem a conclusão da missão no menor tempo possível. Já a minimização do número de estações de recarga, objetivo ( $f_2$ ), é importante para a redução dos custos financeiros associados à instalação, manutenção e operação dessas estações. A minimização do número de estações de recarga é essencial para alguns tipos de VANTs, como os de asa-fixa, que podem exigir um operador humano dedicado ao lançamento e resgate dos veículos.

A variável de decisão  $x_{i,j}^k = \{0, 1\}$  assume valor 1 se o  $k$ -ésimo VANT, do grupo de VANTs ( $K$ ), voar do vértice ( $i$ ) para ( $j$ ). A variável  $y_d = \{0, 1\}$  recebe valor 1 para indicar a abertura da estação de recarga ( $d$ ) e  $z_{i,j}^k \in \mathbb{R}$  é uma variável de fluxo utilizada para

denotar o tempo total do voo realizado pelo VANT ( $k$ ). A contagem do tempo é iniciada em qualquer vértice do conjunto ( $D$ ), definindo o momento em que o veículo chega em ( $j$ ) após passar pelo vértice ( $i$ ). Já  $P_{max} \in \mathbb{R}$  representa o maior tempo para a conclusão da rota entre os VANTs. O problema de cobertura pode ser formulado como o modelo MILP apresentado a seguir:

$$\min f_1 = P_{max} \quad (3.3)$$

$$\min f_2 = \sum_{d \in D} y_d \quad (3.4)$$

Subject to:

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} (1 + q_k) x_{i,j}^k t_{i,j}^k \leq P_{max}, \quad \forall k \in K, \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,j}^k = \sum_{l \in V} x_{j,l}^k, \quad \forall j \in V, k \in K, \quad (3.6)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in V} x_{i,j}^k = 1, \quad \forall j \in T, \quad (3.7)$$

$$\sum_{i \in V} x_{d_0,i}^k = 1, \quad \forall k \in K, \quad (3.8)$$

$$y_d \leq \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} x_{d,i}^k \leq N y_d, \quad \forall d \in D \setminus \{d_0\}, \quad (3.9)$$

$$x(\delta^+(S_u^k)) \geq y_d, \quad \forall k \in K, d \in S_u^k \cap D, S_u^k \subset V \setminus \{d_0\}, \quad (3.10)$$

$$\sum_{j \in V} z_{i,j}^k - \sum_{j \in V} z_{j,i}^k = \sum_{j \in V} t_{i,j}^k x_{i,j}^k, \quad \forall i \in T, k \in K, \quad (3.11)$$

$$z_{d,i}^k = t_{d,i}^k x_{d,i}^k, \quad \forall i \in V, d \in D, k \in K, \quad (3.12)$$

$$z_{i,d}^k \leq F_k x_{i,d}^k, \quad \forall i \in V, d \in D, k \in K, \quad (3.13)$$

$$z_{i,j}^k \leq (F_k - r_j^k) x_{i,j}^k, \quad \forall k \in K, j \in T, (i, j) \in E, \quad (3.14)$$

$$z_{i,j}^k \geq (s_i^k + t_{i,j}^k) x_{i,j}^k, \quad \forall k \in K, i \in T, (i, j) \in E, \quad (3.15)$$

$$\sum_{k \in K} x_{i,i+1}^k + \sum_{k \in K} x_{i+1,i}^k = 1, \quad \forall i \in T \setminus \{2, 4, 6, \dots\}, \quad (3.16)$$

$$x_{i,j}^k \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K, (i, j) \in E, \quad (3.17)$$

$$y_d \in \{0, 1\}, \quad \forall d \in D \setminus \{d_0\}. \quad (3.18)$$

O objetivo em (3.3) é minimizar o tempo mais longo entre os VANTs, representado por ( $P_{max}$ ). Esse é um problema de min-max, sendo ( $P_{max}$ ) o limite superior para o tempo do VANT na cobertura da aresta ( $x_{i,j}^k t_{i,j}^k$ ), que é somado ao tempo de recarga ( $q_k x_{i,j}^k t_{i,j}^k$ ), como mostrado em (3.5). A razão de tempo para o VANT ( $k$ ) recarregar a sua bateria dado o tempo consumido ao travessar a aresta é representado por ( $q_k$ ). Já a função objetivo em (3.4) busca minimizar a soma total das estações de recargas representadas por ( $y_d$ ).

A restrição em (3.6) controla o fluxo entre os vértices, de modo que o grau de entrada de um determinado vértice seja igual ao grau de saída. A restrição (3.7) garante que o grau de entrada de cada vértice alvo tenha valor (1). Para garantir que os VANTs

realizem a cobertura é utilizada a restrição (3.8), obrigando que todos os veículos saiam da base ( $d_0$ ).

A (3.9) força a abertura das estações de recarga ( $y_d = 1$ ), se algum VANT partir de algum vértice ( $d \in D$ ), ou seja ( $x_{d_i}^k = 1$ ). Caso contrário, o vértice candidato não é utilizado para instalação de estação de recarga ( $y_d = 0$ ). Caso a estação seja aberta, o vértice ( $d$ ) pode ser conectado a pelo menos um e no máximo a todos os ( $N$ ) vértices do grafo.

A restrição (3.10) evita subciclos ao visitar estações de recarga, mantendo a solução conectada. Para qualquer VANT  $k \in K$  os subconjuntos  $S_u^k$  e  $S_v^k \subset V$ ,  $\delta^+(S_u^k) = \{(i, j) \in E : i \in S_u^k, j \in S_v^k, S_u^k \cap S_v^k = \emptyset\}$  e  $x(A) = \sum_{(i,j) \in A} x_{i,j}^k, \forall A \subseteq E$ . O subconjunto de vértices ( $S_u^k$ ) representa qualquer subciclo sem a base  $d_0$  e a restrição (3.10) garante a saída do veículo  $k$  de um vértice em ( $S_u^k$ ) para qualquer vértice em outros subconjuntos representados por  $S_v^k$ . O alto número de restrições pode tornar ineficiente o esforço computacional para adicionar todas as restrições necessárias para a construção do modelo MILP. Nesse caso, uma resolução possível consiste na relaxação dessas restrições da formulação e sempre que uma solução inteira viável for encontrada é verificada se ela é violada. A violação é identificada caso a solução apresente mais de um componente fortemente conectado para qualquer VANT, significando a ocorrência de subciclos na rota do veículo. Todas as restrições violadas são então adicionadas ao modelo e a otimização do problema original é retomada.

A restrição (3.11) define as variáveis de fluxo ( $z_{i,j}^k$ ), determinando o tempo em que o VANT ( $k$ ) visita um vértice ( $j$ ) partindo do alvo ( $i$ ). Esta restrição garante a ordem das visitas, evitando subciclos entre vértices-alvo.

A restrição (3.12) define o valor de fluxo após o veículo deixar as estações de recarga, atribuindo o tempo de visita ao vértice ( $i$ ). Como a contagem do tempo de visita inicia-se nas estações de recarga em ( $D$ ), o valor do fluxo é definido pelo tempo que o VANT gasta para atravessar a aresta dada por ( $t_{d,i}^k$ ). A restrição (3.13) limita o valor de fluxo para a chegada à estação de recarga, partindo de qualquer vértice. Nesse caso, garante que o VANT não ultrapasse o seu tempo máximo de voo ( $F_k$ ) até chegar em alguma estação.

Já para as visitas aos vértices ( $i, j \in T$ ) o valor de ( $z_{i,j}^k$ ) não deve ser maior que  $F_k - t_j$  para garantir que a carga de bateria (tempo de voo) restante seja suficiente para visitar pelo menos uma estação de recarga em ( $D$ ) após a visita de ( $j$ ), onde ( $t_j$ ) é a quantidade mínima de bateria requerida para o veículo alcançar a estação de reabastecimento ou a base após a passagem por ( $j$ ). Para melhorar os limites superiores e inferiores de ( $z_{i,j}^k$ ) as restrições (3.14) e (3.15) foram utilizadas com o objetivo de melhorar o tempo computacional para a solução do modelo proposto (SUNDAR; VENKATACHALAM; RATHINAM, 2017).

A restrição (3.14) limita superiormente ( $z_{i,j}^k$ ) para que o VANT tenha pelo menos

a carga mínima de bateria em  $(j)$ , garantindo que a estação de recarga mais próxima em  $(D)$  possa ser acessada, sendo representado por  $(t_j^k = \min_{d \in D} r_{jd})$ . Já a restrição (3.15) limita inferiormente o valor do fluxo ao tempo mínimo de voo necessário para que o veículo alcance o vértice  $(j)$  partindo do vértice  $(i)$ . O tempo mínimo para chegar ao vértice  $(i)$ , considerando a estação de recarga mais próxima do vértice  $(i)$  é dado por  $(s_i^k = \min_{d \in D} t_{di})$ .

A restrição (3.16) força a cobertura das linhas de cobertura, definindo a ordem de visitas aos vértices com base na sua numeração. Embora o sentido da varredura da linha de cobertura garanta que um dos vértices alvo seja visitado por um dos VANTs a restrição (3.7) se mantém necessária para garantir que o vértice na outra extremidade da linha de cobertura mantenha a restrição de que os vértices alvo sejam visitados apenas uma vez. Além disso, a combinação dessas restrições gera limitantes duais mais fortes para os casos de valores fracionários.

Finalmente, as restrições (3.17) e (3.18) impõem as variáveis de decisão  $(x_{i,j}^k)$  e  $(y_d^k)$  como restrições binárias.

## 4 Estratégias de soluções

O custo computacional associado à resolução de problemas práticos de cobertura de área usando a formulação MILP apresentada no Capítulo 3 é proibitivo. Assim, é justificável a adoção de heurísticas que sejam capazes de fornecer soluções satisfatórias de forma eficiente. Nesse sentido, este capítulo apresenta quatro heurísticas matemáticas baseadas na metaheurística de busca em vizinhança variável multiobjetivo (MOVNS, do inglês *Multiobjective Variable Neighborhood Search*) (GEIGER, 2008), uma vez que métodos semelhantes foram demonstrados eficazes na resolução de problemas de roteamento de veículos (ASSIS et al., 2013; HIDALGO-PANIAGUA; VEGA-RODRÍGUEZ; FERRUZ, 2016).

As heurísticas matemáticas desenvolvidas dividem o problema original em subproblemas menores (clusters), que são mais fáceis de resolver, e soluciona o modelo MILP proposto para encontrar as rotas nos clusters ou para buscar uma melhoria da solução encontrada. O objetivo é promover a distribuição adequada das linhas de cobertura, VANTs e estações de recarga entre os clusters, considerando os objetivos propostos neste trabalho.

O MOVNS implementado opera na estruturação dos clusters (clusterização), explorando o espaço de busca por meio de mudanças sistemáticas entre esses grupos. As mudanças são realizadas pelas funções de vizinhança propostas, que geram diferentes rotas ao modificarem a distribuição de linhas de cobertura, modelos de VANTs e abertura das estações de recarga.

As diferenças entre as heurísticas matemáticas têm efeito sobre a qualidade e tempo para o retorno da solução. Na primeira abordagem, as funções de vizinhança realizam movimentos simples como a troca de linhas de cobertura e de modelos de VANTs entre as rotas ou o fechamento de estações de recarga. O modelo MILP é solucionado para a obtenção das rotas em cada cluster modificado. Por isso, foram propostas outras abordagens para investigar os impactos de diferentes funções de vizinhança com o escopo de desenvolver e aplicar heurísticas para o roteamento e assim reduzir o número de chamadas do método exato.

Em termos práticos, reduz-se o uso do método exato na segunda e terceira estratégias. Já na quarta esse método é utilizado apenas uma vez. As próximas seções apresentam os detalhes dessas propostas. Primeiramente, a Seção 4.1 define a codificação empregada para representar as soluções. A Seção 4.2 detalha a metaheurística de busca em vizinhança variável multiobjetivo (MOVNS) que compõem a solução proposta para o problema de cobertura de área. Por fim, a Seção 4.3 apresenta outras heurísticas matemáticas que integram de diferentes formas a solução do modelo MILP ao MOVNS.

## 4.1 Representação da solução

Uma solução candidata é representada pelo conjunto de rotas  $\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$  para uma frota de  $(k)$  VANTs, sendo cada rota  $x_i = \langle v_1, v_2, \dots, v_{|x_i|} \rangle$  uma sequência de vértices. O conjunto de soluções não dominadas é representado por  $\text{Front} = \{\mathcal{X}_0, \mathcal{X}_1, \dots, \mathcal{X}_{|\text{Front}|}\}$ . As informações necessárias para calcular a rota  $(x_i)$  são codificadas em uma estrutura de dados denominadas de cluster. O cluster  $(i)$  é composto pelo subconjunto de linhas de cobertura  $L(x_i) = \{l_1, l_2, \dots, l_m\}$ , o identificador do modelo do VANT associado à rota  $(x_i)$  codificado por  $m(x_i)$  e o conjunto de estações de recarga disponíveis no cluster é representado por  $\mathcal{S}(x_i)$ .

Os vértices candidatos à instalação das estações de recarga são representados por  $d_1, \dots, d_{|D|}$  e a estação base (depósito) dos VANTs é identificada por  $d_0$ . Todas as estações de recarga utilizadas na solução  $\mathcal{X}$  são representadas em  $\mathcal{S}_{all} = \bigcup_{i=1}^k \mathcal{S}(x_i)$  e o conjunto de arestas (linhas de cobertura) oriundas da decomposição de área é representada por  $L_{all} = \bigcup_{i=1}^k L(x_i)$ .

## 4.2 Busca em vizinhança variável multiobjetivo (MOVNS)

O MOVNS retorna o conjunto de soluções não dominadas explorando sistematicamente a mudança de vizinhança, sendo empregado o método de descida em vizinhança variável (VND, do inglês variable neighborhood descent) como busca local com a perturbação para escapar de mínimos locais (HANSEN et al., 2019). A estrutura geral do MOVNS é mostrada no Algoritmo 1.

---

### Algoritmo 1: Busca em Vizinhança Variável Multiobjetivo (MOVNS)

---

```

Input:  $i_{max}$ 
Output:  $\text{Front}$ 
1  $\mathcal{X} \leftarrow \text{InitialSolution}();$ 
2  $\text{Front} \leftarrow \mathcal{X};$ 
3  $I_{\mathcal{X}} \leftarrow 0;$ 
4 while  $\exists \mathcal{X} \in \text{Front} : I_{\mathcal{X}} = 0$  do
5    $i \leftarrow 1;$ 
6    $I_{\mathcal{X}} \leftarrow 1;$ 
7   while  $i \leq i_{max}$  do
8      $\mathcal{X}' \leftarrow \text{Perturb}(\mathcal{X});$ 
9      $\mathcal{S} \leftarrow \text{VND}(\mathcal{X}');$ 
10     $\text{inserted} \leftarrow \text{Update}(\text{Front}, \mathcal{S}, I);$ 
11    if  $\text{inserted}$  then
12      break ;
13    end
14    else
15       $i \leftarrow i + 1;$ 
16    end
17  end
18 end

```

---



O MOVNS recebe como entrada número máximo de iterações  $i_{max}$  e retorna as soluções não dominadas no conjunto *Front*. Após a inicialização (linha 1), o VNS é executado para qualquer solução não dominada  $\mathcal{X}$  em *Front* que ainda não tenha sido investigada  $I_{\mathcal{X}} = 0$  (lines 4–18). A cada iteração a solução é perturbada e o VND é aplicado. A perturbação opera de maneira aleatória nos processos de mudança de linhas de cobertura entre as rotas e na abertura de estações de recarga (linha 8). Após a perturbação o VND é executado para buscar soluções melhores, que são armazenadas em ( $\mathcal{S}$ ) (linha 9). Todas as soluções em  $\mathcal{S}$  são avaliadas e o conjunto *Front* é atualizado, respeitando a relação de dominância de Pareto (linha 10). Para qualquer solução retornada pelo VND, a relação de dominância é avaliada considerando o maior tempo de voo entre as rotas  $f_1(\mathcal{X})$  e o número de estações de reabastecimentos utilizadas  $f_2(\mathcal{X})$ . Nesse caso, é considerado que  $\mathcal{X}$  domina outra solução  $\mathcal{X}'$  se  $\exists i \in \{1, 2\}$  tal que  $f_i(\mathcal{X}) < f_i(\mathcal{X}')$  e  $f_i(\mathcal{X}) \leq f_i(\mathcal{X}'), \forall i \in \{1, 2\}$ . Além disso, a função (Update) atualiza o vetor  $I$  para cada nova solução adicionada em *Front*. Caso o conjunto *Front* seja atualizado, o laço mais interno é quebrado (linha 12), e o VNS é reiniciado para qualquer outra solução ainda não investigada em *Front*.

### 4.2.1 Inicialização

O processo de inicialização divide o problema original em subproblemas menores, denominados de clusters, e aplica um formalismo exato para encontrar as rotas. A Figura 8 apresenta o esquema do método de inicialização. Primeiramente, o procedimento de clusterização realiza as atribuições dos VANTs, linhas de cobertura e estações de recarga para os clusters. Posteriormente, um método exato é aplicado para buscar as rotas em cada cluster. Neste caso, a solução da formulação matemática para cada cluster é realizada em dois estágios, sendo o primeiro responsável por gerar soluções parciais para sub-divisões do cluster (sub-rotas), que são utilizadas para a construção de solução de partida para o roteamento no segundo estágio.

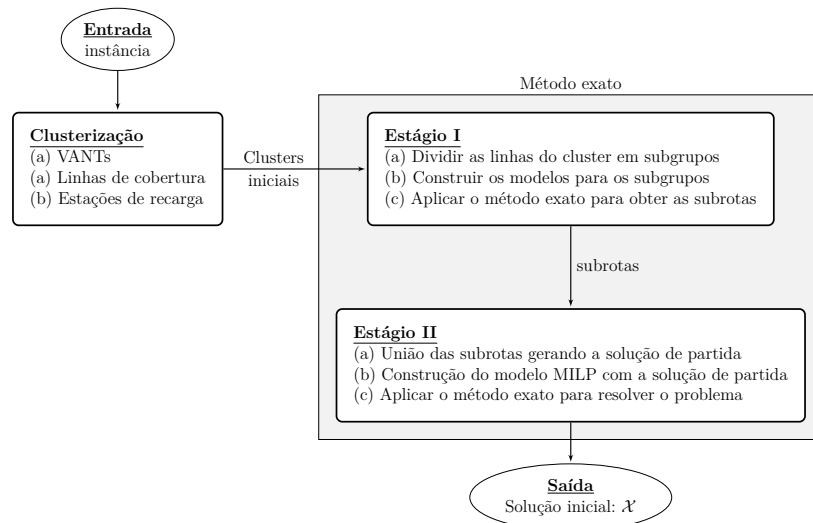


Figura 8 – Esquema do processo de inicialização.



## 4.2.1.1 Clusterização

O primeiro passo da inicialização associa cada VANT a um cluster e na sequência as linhas de cobertura são distribuídas entre os veículos, considerando as capacidades dos VANTs associados, as distâncias entre as linhas e seus comprimentos. Por fim, é definido um conjunto de estações de recarga que o VANT poderá visitar. A Figura 9 é utilizada na ilustração do funcionamento dos métodos propostos para a geração da solução inicial. Nesse exemplo, as linhas possuem diferentes tamanhos com 2,5 km (I, J, K, L), 5 km (A, B, C, D) e 10 km (E, F, G, H). A distância entre cada linha é de 0,5 km e foram considerados dois VANTs para realizar a cobertura dessa área. O veículo no cluster  $x_1$  tem a razão  $q(m(x_1)) = 1$ , ou seja, esse veículo demanda um tempo de recarga equivalente aos seu tempo de voo ( $F_1$ ). Já o outro VANT tem  $q(m(x_2)) = 2$ , exigindo o dobro do tempo de voo ( $F_2$ ) para o recarregamento completo da bateria.

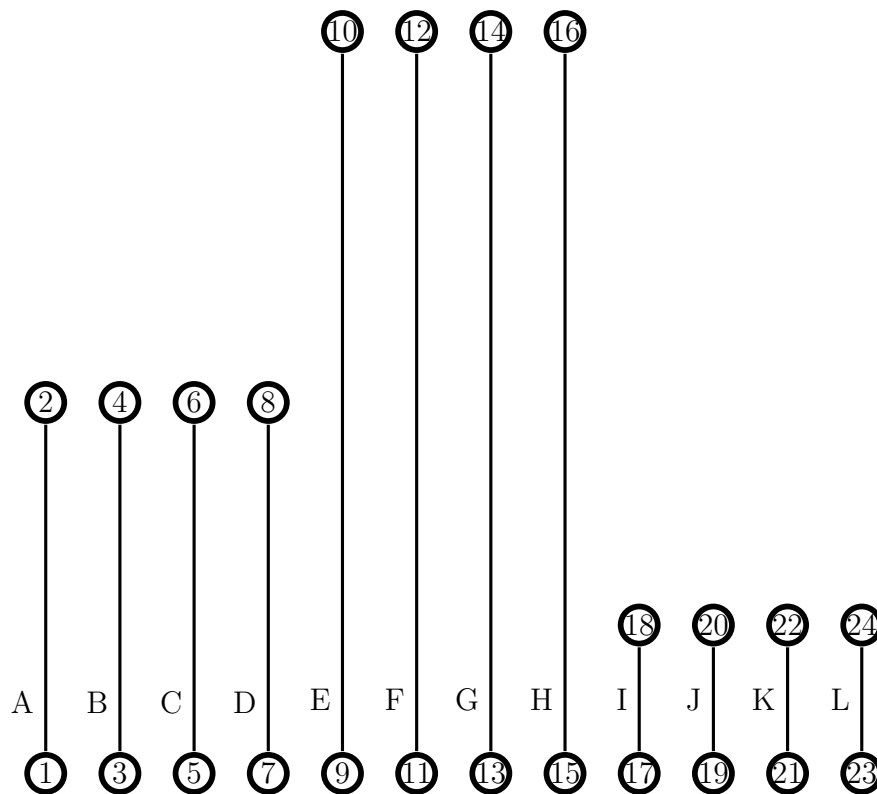


Figura 9 – Exemplo de instância utilizada para ilustrar o processo de inicialização do MOVNS.

O procedimento de distribuição de linhas de cobertura entre os VANTs é apresentado no Algoritmo 2. O exemplo ilustrado na Figura 9 é utilizado como entrada para descrever o seu funcionamento. Inicialmente, o somatório do comprimento de todas as linhas de cobertura é dividido entre os VANTs com base no desempenho de cada veículo (linhas 1–7). A fração do comprimento total é definida para cada VANT em  $r_{x_i}$ , com o objetivo de estabelecer uma relação entre os limites de cobertura dos veículos. Essa variável não é limitada pela capacidade de voo do veículo ( $F_x$ ), sendo apenas utilizada para balancear a

distribuição das linhas de cobertura em relação aos tamanhos das linhas e o desempenho de cada veículo.

O valor de  $r_{x_i}$  para cada veículo é baseado na razão  $q(m(x_i))$ , atribuindo maior parcela da área de cobertura ao veículo com menor razão  $q$ . Nesse caso, os desempenhos dos veículos foram comparados baseando-se na razão  $q$  do melhor modelo (linha 3). A quantidade estimada de cobertura para cada veículo é calculada pela divisão do somatório total dos comprimentos das linhas de cobertura e a taxa de desempenho do veículo correspondente entre os demais  $p_{x_i} \div p_{all}$  (linha 7). No exemplo, o somatório dos comprimentos de todas as linhas de cobertura  $L_{all} = 70$  km e  $q_{min} = 1$ , o que resulta em  $r_{x_1} = 0.67 \times 70 = 46.9$  km e  $r_{x_2} = 0.33 \times 70 = 23.1$  km.

---

**Algoritmo 2:** Distribuição das linhas de cobertura.

---

```

Input:  $\mathcal{X}, L_{all}$ 
1  $q_{min} \leftarrow \min_{x_i \in \mathcal{X}} \{q(m(x_i))\}$ 
2 foreach  $x_i \in \mathcal{X}$  do
3    $p_{x_i} \leftarrow \frac{q_{min}}{q(m(x_i))};$ 
4    $p_{all} \leftarrow p_{all} + p_{x_i};$ 
5 end
6  $total\_length \leftarrow RowLengthsSum(L_{all});$ 
7 foreach  $x_i \in \mathcal{X}$  do  $r_{x_i} \leftarrow total\_length \times \frac{p_{x_i}}{p_{all}};$ 
8 sort  $L_{all}$  by the row length in descending order ;
9 sort  $\mathcal{X}$  by  $r_{x_i}$  in descending order ;
10 for  $l_i \in L_{all} : i \leftarrow 1$  to  $|\mathcal{X}|$  do
11    $L(x_i) \leftarrow l_i;$ 
12    $r_{x_i} \leftarrow r_{x_i} - RowLength(l_i);$ 
13    $L_{all} \leftarrow L_{all} \setminus \{l_i\};$ 
14 end
15 foreach  $x_i \in \mathcal{X}$  do
16    $l \leftarrow GetCoverageRow(L(x_i));$ 
17   foreach  $l_u \in L_{all}$  do  $\gamma_{l,l_u} \leftarrow Distance(l,l_u);$ 
18   sort  $L_{all}$  by  $\gamma_{l,l_u}$  in ascending order;
19   for  $l_u \in L_{all} : u \leftarrow 1$  to  $|L_{all}|$  do
20     if  $RowLength(l_u) \leq r_{x_i}$  then
21        $L(x_i) \leftarrow L(x_i) \cup l_u;$ 
22        $r_{x_i} \leftarrow r_{x_i} - RowLength(l_u);$ 
23        $L_{all} \leftarrow L_{all} \setminus \{l_u\};$ 
24     end
25   end
26 end
27 while  $\exists l_u \in L_{all}$  do
28   Let  $x_i$  be the route with the UAV with the highest  $r$ ;
29    $L(x_i) \leftarrow L(x_i) \cup l_u;$ 
30    $r_{x_i} \leftarrow r_{x_i} - RowLength(l_u);$ 
31    $L_{all} \leftarrow L_{all} \setminus \{l_u\};$ 
32 end
33 return( $\mathcal{X}$ )

```

---

Os identificadores das linhas de cobertura são organizados em ordem decrescente com base no comprimento das linhas (linha 8), resultando na sequência  $\langle E, F, G, H, A, B, C, D, I, J, K, L \rangle$ . A estimativa do comprimento total de cobertura as-

sociada a cada veículo é usada para o ordenamento dos clusters (linha 9). Essa etapa mantém a ordem em  $\mathcal{X} = \langle x_1, x_2 \rangle$  apresentada no exemplo. As primeiras  $k$  maiores linhas de cobertura são distribuídas entre os clusters, considerando os comprimentos das linhas e a capacidade dos veículos (linha 11). As primeiras linhas atribuídas na exemplificação são  $L(x_1) = \{E\}$  e  $L(x_2) = \{F\}$ . Posteriormente,  $r_{x_i}$  é atualizado (linha 12) para  $r_{x_1} = 46.9 - 10 = 36.9$  km e  $r_{x_2} = 23.1 - 10 = 13.1$  km. A linha  $l_i$  é removida do grupo  $L_{all}$  (linha 13), resultando em  $L_{all} = \langle G, H, A, B, C, D, I, J, K, L \rangle$ .

O próximo passo do Algoritmo 2 (linhas 15–26) distribui as linhas de cobertura entre os clusters enquanto a soma do comprimento total não exceder o valor corrente de  $r_{x_i}$ . A proximidade entre as linhas de cobertura é medida pela distância entre  $l$  e as demais linhas  $l_u \in L_{all}$ , considerando a soma das distâncias entre os seus vértices (linha 17). A distância entre qualquer dupla de linhas  $(l, l_u)$  é dada pela soma dos menores comprimentos de arestas que conectam as extremidades de  $l$  e  $l_u$ . No exemplo, a proximidade entre as linhas (E,I) é dada pela soma dos comprimentos das arestas (9,17) e (10,18). A proximidade entre linhas é representada por  $\gamma_{l, l_u}$  (linha 18) que é empregada no ordenamento dos indexadores das linhas de cobertura. A Figura 10, ilustra essa etapa, a linha  $E$  é atribuída ao cluster  $x_1$  e a sequência  $\langle G, H, D, C, B, A, I, J, K, L \rangle$  é retornada. Posteriormente, a linha  $l_u$  é atribuída ao conjunto  $L(x_i)$ , seguindo a ordem de distância entre linhas em  $L_{all}$ . Essa operação permanece enquanto o comprimento da linha a ser inserida não superar o valor de  $r_{x_i}$  corrente (linhas 19–25). A distribuição das linhas entre os dois clusters do exemplo resulta em  $L(x_1) = \{B, C, D, E, G, H\}$  e  $L(x_2) = \{F, I, J, K, L\}$ . A linha  $A$  permanece em  $L_{all}$  devido ao seu comprimento de 5 km ser maior que as estimativas de cobertura para ambos os veículos  $r_{x_1} = 1.9$  e  $r_{x_2} = 3.1$  km. Por fim, as linhas restantes em  $L_{all}$  são distribuídas para os clusters com maior estimativa de cobertura  $r$ . No exemplo, como  $r_{x_2}$  possui o maior valor, a linha de cobertura  $A$  é atribuída ao conjunto  $L(x_2)$ . Ao final, o algoritmo de atribuição de linhas de cobertura retorna os clusters com  $L(x_1) = \{B, C, D, E, G, H\}$  e  $L(x_2) = \{A, F, I, J, K, L\}$ .

A etapa de clusterização é finalizada pela atribuição das estações de recarga com base na localização dos vértices alvo. O procedimento de abertura de estações de recarga utiliza as localização desses vértices como referência para o posicionamento dessas estações. O conjunto de estações de recarga disponíveis ao veículo em um dado cluster é representado por  $\mathcal{S}(x_i)$ . O procedimento de abertura dispõe de uma estação de recarga nas extremidades das linhas de cobertura, resultando em novos conjuntos de vértices associados a cada cluster que são implicitamente identificados no exemplo por  $\mathcal{S}(x_1) = \{3', 4', 5', 6', 7', 8', 9', 10', 13', 14', 15', 16'\}$  e  $\mathcal{S}(x_2) = \{1', 2', 11', 12', 17', 18', 19', 20', 21', 22', 23', 24'\}$ .

#### 4.2.1.2 Roteamento

A rota de cada cluster é calculada por uma abordagem em duas etapas com o intuito de acelerar o processo de otimização ao construir a solução de partida para o cálculo da rota do cluster. O primeiro estágio divide o conjunto de linhas  $L(x_i)$  em  $(x_i)$  em subconjuntos menores  $L(x_i^1), L(x_i^2), \dots, L(x_i^v)$ , que são limitados por um número máximo de linhas de cobertura para cada sub-rota. Posteriormente, é construído o modelo MILP para cada subconjunto e em seguida resolvido para o cálculo das sub-rotas. O estágio II é responsável por interligar essas sub-rotas e gerar uma rota preliminar que é inserida como solução de partida na construção do modelo MILP no estágio II, sendo inicializadas as variáveis de decisão responsáveis por indicar os vértices utilizados  $(x_{i,j})$  e a abertura de estações de recarga  $(y_d)$ . A solução de partida não é necessariamente ótima, mas pode oferecer um bom ponto de partida para a segunda etapa, reduzindo o tempo de computação.

Após a definição do conjunto  $L(x_i)$  em cada cluster pelo Algoritmo 2 e dado o máximo número de linhas para os subclusters  $l_{max}$  (parâmetro definido pelo usuário), o primeiro passo do procedimento de distribuição de linhas é determinar o número de sub-conjuntos  $(n_i)$  relativos a cada  $L(x_i)$ , com o intuito de balancear a quantidade de linhas entre os subclusters. O exemplo ilustrado na Figura 10 considera  $l_{max} = 5$ , dividindo as linhas do conjunto  $L(x_1)$  entre dois subconjuntos ( $L(x_1^1)$  e  $L(x_1^2)$ ), que receberam três linhas cada ( $w_1^1 = w_1^2 = 3$ ). O conjunto  $L(x_2)$  é dividido em  $L(x_2^1)$  e  $L(x_2^2)$  ambos com três linhas de cobertura ( $w_2^1 = w_2^2 = 3$ ). O método de divisão determina  $(n_u)$ , o número de subgrupos de linhas de cobertura em cada cluster, mantendo o balanceamento da quantidade de linhas entre os subgrupos. Para o cluster  $x_1$  mostrado na Figura 10, o procedimento evita a criação de dois subgrupos desbalanceados  $w_1^1 = 5$  e  $w_1^2 = 1$  ou a adição de novos subgrupos como  $w_1^1 = 2$ ,  $w_1^2 = 2$  e  $w_1^3 = 2$ .

O número dos subconjuntos  $(n_i)$  e as suas respectivas quantidades de linhas  $(w_i^u)$  são informações determinadas na inicialização do Algoritmo 3 (linha 1). Em seguida, o conjunto  $L(x_i)$  é dividido em  $(n_i)$  subconjuntos e a cada um é atribuído no máximo  $(w_i^u)$  linhas, considerando as posições dos vértices e a proximidade entre eles (linhas 2–17). Os identificadores em  $L(x_i')$  são ordenados pela linha da esquerda para a direita (linha 5). A Figura 10b mostra a ordem em  $L(x_2)$  retornando a sequência  $\langle A, F, I, J, K, L \rangle$ . Em seguida, a primeira linha da sequência é atribuída ao subconjunto atual  $L(x_i^u)$  (linha 7), resultando em  $L(x_2^1) = \{A\}$ .

As distâncias entre a linha  $(l)$  e as demais linhas de  $L(x_i')$  são calculadas (linha 9) usando o mesmo método de cálculo de distância descrita no Algoritmo 2. As linhas em  $L(x_i')$  são organizadas crescentemente (linha 10) pela medida de proximidade  $(d_r)$ . Ao continuar o processo de subdivisão dos clusters no exemplo da Figura 10b, o método de ordenação retorna a sequência  $\langle F, I, J, K, L \rangle$ . A linha de cobertura  $F$  é considerada

**Algoritmo 3:** Divisão em subclusters.

---

**Input:**  $\mathcal{X}, l_{max}$

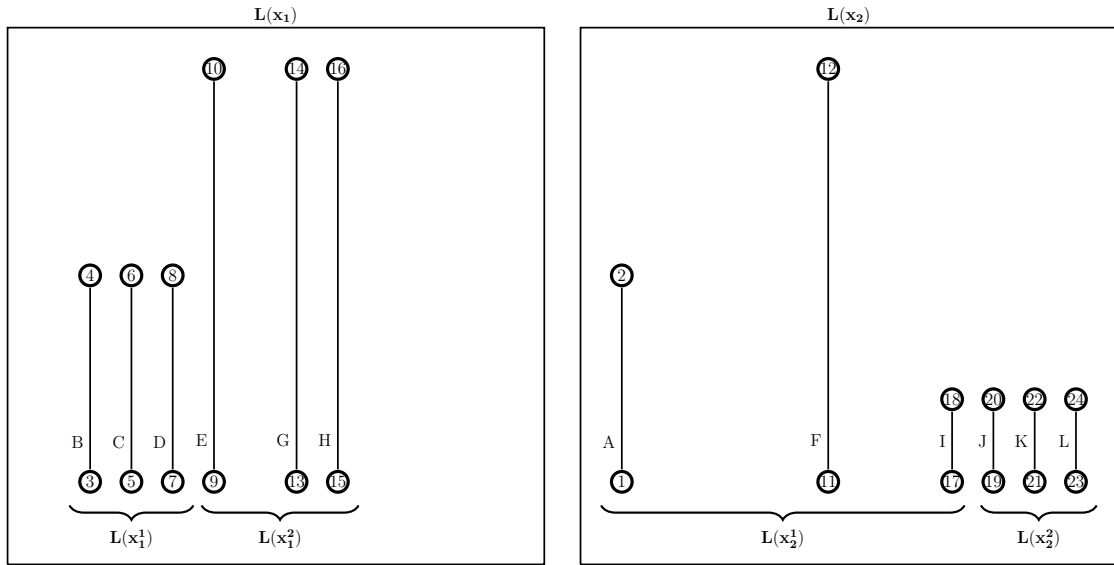
- 1 Given  $l_{max}$  defines, for each cluster, their subcluster number  $n_i$  and their number of coverage rows  $w_u^i$  ;
- 2 **foreach**  $x_i \in \mathcal{X}$  **do**
- 3      $x'_i \leftarrow x_i$ ;
- 4     **for**  $u \leftarrow 1$  **to**  $n_i$  **do**
- 5         sort  $L(x'_i)$  by the row position from the leftmost to the right ;
- 6          $l \leftarrow \text{GetFirstRow}(L(x'_i))$  ;
- 7          $L(x_i^u) \leftarrow L(x'_i) \cup l$  ;
- 8          $L(x'_i) \leftarrow L(x'_i) \setminus l$ ;
- 9         **foreach**  $r \in L(x'_i)$  **do**  $d_r \leftarrow \text{Distance}(l, r)$ ;
- 10         sort  $L(x'_i)$  by  $d_r$  in ascending order;
- 11         **while**  $|L(x_i^u)| \leq w_u^i$  **do**
- 12              $l \leftarrow \text{GetFirstRow}(L(x'_i))$  ;
- 13              $L(x_i^u) \leftarrow L(x_i^u) \cup l$  ;
- 14              $L(x'_i) \leftarrow L(x'_i) \setminus l$ ;
- 15         **end**
- 16     **end**
- 17 **end**
- 18 **return**( $\mathcal{X}$ );

---

mais próxima de  $A$ ,  $d_F < d_I$  (isto é,  $\text{Distance}(A, F) < \text{Distance}(A, I)$ ). As linhas mais próximas são atribuídas ao subconjunto  $L(x_i^u)$  e removidas do conjunto  $L(x'_i)$  (linhas 11-15). Após a execução do laço mais interno (*while*), a atribuição do subconjunto resulta no subconjunto  $L(x_2^1) = \{A, F, I\}$  e em seguida o processo continua para o subconjunto  $L(x_2^2)$ . Ao final do procedimento,  $L(x_1)$  é dividido em  $L(x_1^1) = \{B, C, D\}$  e  $L(x_1^2) = \{E, G, H\}$ , como mostrado na Figura 10a. Já as linhas em  $L(x_2)$  são divididas em  $L(x_2^1) = \{A, F, I\}$  e  $L(x_2^2) = \{J, K, L\}$ , como ilustrado na Figura 10b.

Dada a definição dos subconjuntos de linhas de cobertura, o passo seguinte é obter as rotas ao resolver o modelo MILP. As formulações matemáticas utilizadas tanto no estágio I quanto no estágio II são similares ao modelo apresentado na Seção 3.3 do Capítulo 3, mas apresentando pequenas modificações para tratar de um problema mono-objetivo com um VANT. Nesse caso, a formalização exata é empregada somente para a minimização do tempo da maior rota, passando a quantidade de estações de recarga (objetivo  $f_2$ ) como restrição do novo modelo.

As sub-rotas inerentes ao cluster, que foram obtidas no estágio I, são interconectadas pelo Algoritmo 4, retornando uma rota viável para cada VANT. Essa rota é usada como solução inicial no estágio II. Inicialmente (linha 3), é selecionado o cluster ( $i$ ) contendo a primeira linha de cobertura visitada e posicionada mais à esquerda (menor valor no eixo  $x$ ). A Figura 11a mostra a verificação de qual linha de cobertura está mais à esquerda entre  $B$  e  $E$ , considerando que são as primeiras linhas de cobertura visitadas pelo VANT



(a) Linhas de cobertura atribuídas aos subconjuntos  $L(x_1^1)$  e  $L(x_1^2)$ . (b) Linhas de cobertura atribuídas aos subconjuntos  $L(x_2^1)$  e  $L(x_2^2)$ .

Figura 10 – Os conjuntos  $L(x_1)$  e  $L(x_2)$  são divididos nos seus respectivos subconjuntos  $L(x_1^1)$ ,  $L(x_1^2)$ ,  $L(x_2^1)$  e  $L(x_2^2)$ .

em  $(x_1^1)$  e  $(x_2^2)$ . A rota  $(x_i)$  é inicializada com a sub-rote previamente selecionada (linha 4). A Figura ilustra a atribuição de  $(x_1)$  à sub-rote  $(x_1^1)$ , que é representada pela sequência de vértices  $x_1 = \langle 3, 4, 6, 5, 7, 8 \rangle$ .

---

**Algoritmo 4:** União das subrotas para construção da solução de partida.

---

```

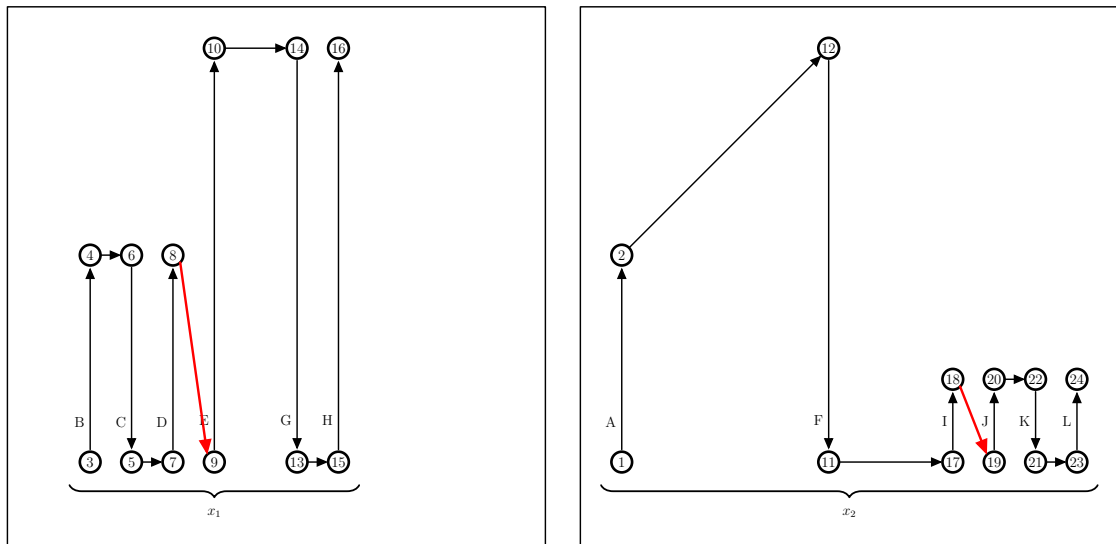
Input:  $\mathcal{X}$ 
1 feasible  $\leftarrow$  true;
2 for  $i \leftarrow 1$  to  $|\mathcal{X}|$  do
3   Let  $c$  be the subroute with leftmost input vertex among the subroutes in  $x_i^u$ ;
4    $x_i \leftarrow c$ ;
5    $x_i^u \leftarrow \emptyset$ ;
6   while  $\exists x_i^u \neq \emptyset$  do
7     select subroute  $x_i^u$  that the input vertex is nearest to the output in  $x_i$ ;
8     feasible  $\leftarrow$  LinkSubRouteOnRoute( $x_i^u, x_i$ );
9      $x_i^u \leftarrow \emptyset$ ;
10    if not feasible then
11       $x_i \leftarrow \emptyset$ ;
12      break ;
13    end
14  end
15 end
16 return( $\mathcal{X}$ );

```

---

As sub-rotas do cluster são selecionadas e unidas à rota em construção (linhas 6–14). A seleção da sub-rote  $(x_i^u)$  considera a distância entre o último vértice visitado em  $(x_i)$  e os primeiros vértices visitados nas demais sub-rotas (linha 7). Esse passo é responsável por

comparar, como ilustrado na Figura 11b, a distância do vértice 8 (último vértice visitado em  $x_1$ ) e o vértice 9 (primeiro visitado em  $x_1^u$ ). A capacidade de voo do VANT na saída de ( $x_i$ ) deve ser suficiente para alcançar o primeiro vértice em ( $x_i^u$ ) ao ligá-los diretamente (linhas vermelhas na Figura 11). Caso não seja possível inserir essa nova aresta, o método inicializa a busca por um novo caminho, considerando o reabastecimento nas estações de recarga disponíveis. A função `LinkSubRouteOnRoute` avalia a capacidade do veículo e retorna o caminho apropriado que conecte a sub-rotas ( $x_i^u$ ) à rota ( $x_i$ ). A impossibilidade de se estabelecer essa conexão, devido a energia disponível no veículo, inviabiliza a construção da rota preliminar para o referido cluster, continuando o processo de conexão aos demais (linhas 10–13). O cluster sem a rota preliminar construirá o modelo MILP no segundo estágio sem a solução de partida.



(a) solução inicial para  $x_1$  unindo as sub-rotas  $x_1^1 = \langle 3, 4, 6, 5, 7, 8 \rangle$  e  $x_1^2 = \langle 9, 10, 14, 13, 15, 16 \rangle$ . (b) Solução para  $x_2$  unindo as sub-rotas  $x_2^1 = \langle 1, 2, 12, 11, 17, 18 \rangle$  e  $x_2^2 = \langle 19, 20, 22, 21, 23, 24 \rangle$ .

Figura 11 – Exemplo da união das sub-rotas na construção da rotas  $x_1$  e  $x_2$ .

### 4.2.2 Método de Descida em Vizinhança Variável

O método de descida em vizinhança variável (variable neighborhood descent - VND) é o método que alterna iterativamente as funções desenvolvidas para modificar a solução atual. Essas funções são denominadas funções de vizinhança e a solução gerada por uma vizinhança é chamada de vizinho. A função de vizinhança é usada para mapear a solução atual para outra solução viável (vizinho). O vizinho é aceito como solução corrente caso satisfaça as regras de atualização (MARAVILHA et al., 2018).

Neste trabalho, foram implementadas quatro funções de vizinhança, que são ilustradas na Figura 12. Todas essas funções escolhem os identificadores (linhas de cobertura, VANTs ou estações de recarga) usando um gerador de índices aleatórios com probabilidade

uniforme. A função *Shift* move uma linha de cobertura de  $l \in L(x_i)$  para outro conjunto de linhas  $L(x_j)$ . A Figura 12a mostra a transferência da linha de cobertura 6 em  $L(x_2)$  para  $L(x_3)$ . A função *Swap* realiza a troca de linhas entre duas rotas, realocando  $l_1 \in L(x_i)$  para  $L(x_j)$  e  $l_2 \in L(x_j)$  para  $L(x_i)$ . A figura 12b mostra a troca das linhas 2 e 4 entre os clusters. A linha 2 em  $L(x_2)$  é transferida para  $L(x_1)$  e a linha 4 em  $L(x_1)$  é transferida para  $L(x_2)$ .

A função *UAV Swap* foi projetada para a troca dos modelos de VANTs entre duas rotas, transferindo o veículo do modelo  $m(x_i)$  associado à rota  $(x_i)$  para a rota  $(x_j)$  com outro modelo  $m(x_j)$ , que por sua vez é transferido para a cobertura da rota  $(x_i)$ . A Figura 12c mostra a troca do VANT do modelo 3 da rota  $(x_1)$  com o veículo do modelo 1 da rota  $(x_2)$ . Por fim, o método *Recharging Station Shutdown* é responsável por remover uma determinada estação de recarga das rotas que a contenha. A Figura 12d mostra a remoção da estação de recarga 3 das rotas  $(x_1)$  e  $(x_2)$ .

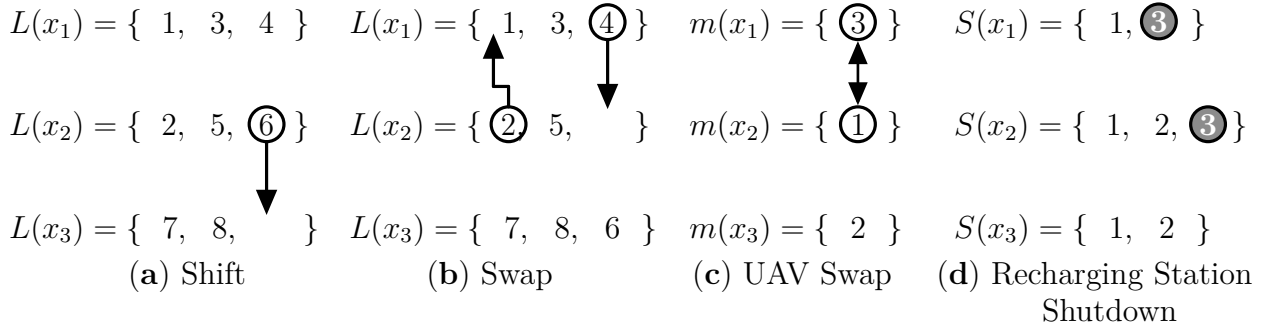


Figura 12 – Ilustrações das ações executadas pelas funções de vizinhança.

A estrutura geral do VND é mostrada no Algoritmo 5. Inicialmente, o conjunto de rotas na solução de entrada  $\mathcal{X}$  é definido como a melhor solução atual  $\mathcal{X}'$  (linha 1). As funções de vizinhança em  $\mathcal{N}$  são identificadas por  $n_1, n_2, n_3$ , e  $n_4$ , que são respectivamente as funções Shift, Swap, UAV Swap, e Recharging Station Shutdown (linha 2).

As funções de vizinhanças são aplicadas iterativamente e caso a função  $(n_i)$  obtenha qualquer melhoria em relação ao tempo da missão de cobertura é retornada a melhor solução  $\mathcal{X}''$  junto com a marca que houve melhoria, atribuindo *true* para a flag *improved*. A melhor solução atual é atualizada (linha 7), o índice  $(i)$  que controla a sequência da função de vizinhança é reiniciado (linha 8) e a iteração do VND é interrompida (linha 9), aplicando novamente a função Shift. Caso contrário, se a função  $(n_i)$  não obtiver melhoria (*improved = false*), o índice  $(i)$  é incrementado (linha 11) continuando a ordem de aplicação das funções de vizinhança. A iteração do VND termina quando as funções de vizinhança não mais retornarem melhorias.



**Algoritmo 5:** Estrutura do VND.

---

```

Input:  $\mathcal{X}$ 
1  $\mathcal{X}' \leftarrow \mathcal{X}$ ;
2 Let  $\mathcal{N} = \{n_1, n_2, n_3, n_4\}$  be the set of neighborhood functions;
3  $i \leftarrow 1$ ;
4 while  $i \leq |\mathcal{N}|$  do
5    $\{\mathcal{X}'', improved\} \leftarrow n_i(\mathcal{X}')$ ;
6   if (improved) then
7      $\mathcal{X}' \leftarrow \mathcal{X}''$ ;
8      $i \leftarrow 1$ ;
9     continue ;
10  end
11   $i \leftarrow i + 1$ ;
12 end
13 return( $\mathcal{X}'$ );

```

---

### 4.2.3 Perturbação

A perturbação desenvolvida explora as mudanças de linha de cobertura entre as rotas e a inclusão de novas localizações candidatas à instalação de estação de recarga. Essas operações são utilizadas aleatoriamente, sendo possível aplicar uma ou ambas as funções em qualquer ordem.

A perturbação aplicada nos conjuntos de linhas de cobertura é baseada na função Shift representada na Figura 12a. Nesse caso, qualquer linha de cobertura é escolhida e transferida para qualquer outra rota. Já o outro método de perturbação atua no processo de localização de estações de recarga, explorando locais candidatos à instalação de novas estações. Ao contrário da Figura 12d, a presente operação de perturbação escolhe aleatoriamente um vértice candidato e na sequência verifica a viabilidade da abertura da estação de recarga nesse local. A estação de recarga é aberta caso ofereça melhoria no tempo de pelo menos uma das rotas, aumentando o número total de estações utilizadas.

## 4.3 Heurísticas matemáticas baseadas no MOVNS

As heurísticas matemáticas propostas combinam o MOVNS e os métodos de programação matemática (MILP) para encontrar boas soluções em tempo adequado. Além da utilização do método exato proposto na geração da solução inicial, como apresentado na subseção 4.2.1, o mesmo método é integrado ao VND das três estratégias iniciais apresentadas na presente seção.

As diferentes implementações impactam nos desempenhos das heurísticas matemáticas em relação à qualidade das fronteiras geradas e no tempo computacional para retorná-las. Nesse caso, o uso do método exato assume papel diferente em cada estratégia.

Primeiramente, foi proposto o EMR (exact method for routing) caracterizado pela solução do modelo MILP para calcular as rotas após cada mudança realizada nos clusters. Já as demais estratégias foram propostas para diminuir a intensidade de chamadas ao método exato, como o EMAS (exact method applied selectively), que emprega seletivamente a resolução pelo método exato. Já o EMNF (exact method as neighborhood function) busca o emprego de um método exato como um operador intra-rota para o aprimoramento da solução corrente, sendo implementado como uma função de vizinhança no MOVNS. Por fim, o WEM (VND without exact method) é caracterizado por não utilizar um método exato no VND. As principais diferenças entre essas abordagens são resumidas na Tabela 3.

Tabela 3 – Diferenças entre as abordagens propostas.

Aplicações do método exato	Abordagens			
	EMR <sup>1</sup>	EMAS <sup>2</sup>	EMNF <sup>3</sup>	WEM <sup>4</sup>
todas chamada de roteamento	X			
melhor solução da heurística		X		
intra-rota como função de vizinhança			X	
não aplicado				X

<sup>1</sup> Exact Method for Routing. <sup>2</sup> Exact Method Applied Selectively. <sup>3</sup> Exact Method as Neighborhood Function. <sup>4</sup> Without Exact Method.

### 4.3.1 Método exato para o roteamento (EMR)

O EMR (exact method for routing) soluciona o formalismo exato para obter as rotas dos clusters modificados pelas funções de vizinhança. Nesse caso, após qualquer modificação nos clusters, como uma nova organização da área de cobertura realizado pela troca de linhas, troca de tipos de VANTs ou o fechamento de estações de recarga, solucionando o modelo MILP para determinar as rotas do cluster modificado. Os detalhes da integração do MILP em cada função de vizinhança são apresentados a seguir.

A operação de troca de linhas de cobertura é realizada pela função Shift, sendo descrita no Algoritmo 6. Inicialmente, a rota de maior duração ( $x_i$ ) em  $\mathcal{X}$  é selecionada (linha 1) e o conjunto temporário de linhas  $\mathcal{X}'$  é inicializado (linha 2). Enquanto não houver melhoria na solução e para qualquer outra rota  $x_j \in \mathcal{X}$  ainda não aumentada pelas linhas de ( $x_i$ ), o novo conjunto sem a linha ( $l$ ) em  $L(x_i)$  é atribuído ao conjunto  $L(x'_i)$  (linha 5). A linha removida é inserida no conjunto  $L(x'_j)$  (linha 6). Os novos conjuntos são passados como parâmetros para solução do MILP (linhas 7–8). A nova solução  $\mathcal{X}'$  e o valor *true* são retornados, caso haja melhoria (linhas 9–11).

A função Shift realiza as mudanças entre as rotas e retorna ao encontrar a primeira solução melhorada. O objetivo dessa função é a minimização da rota mais longa comparando  $f(x'_j)$  e  $f(x_i)$  para avaliar se a rota aumentada possui menor tempo de cobertura em relação à rota de maior tempo (linha 9). A mesma avaliação é realizada pelas funções Swap e UAV Swap. Já a operação de fechamento da estação de recarga avalia o número de estações disponíveis na solução.

**Algoritmo 6:** Operador Shift implementado para o EMR.

---

```

Input:  $\mathcal{X}$ 
1  $x_i \leftarrow \arg \max f(x_i) \ x_i \in \mathcal{X}$ ;
2  $\mathcal{X}' \leftarrow \mathcal{X}$ ;
3 foreach  $x_j \in \mathcal{X} \wedge (x_i \neq x_j)$  do
4   foreach  $l \in L(x_i)$  do
5      $L(x'_i) \leftarrow L(x_i) \setminus l$ ;
6      $L(x'_j) \leftarrow L(x_j) \cup l$ ;
7     MILP( $x'_i$ );
8     MILP( $x'_j$ );
9     if  $f(x'_j) < f(x_i)$  then
10      | return( $\mathcal{X}', true$ );
11    end
12  end
13 end
14 return( $\mathcal{X}, false$ );

```

---

Como o problema tratado neste trabalho é multiobjetivo, as funções de vizinhança projetadas para a minimização do tempo da rota mais longa, também, podem interferir no outro objetivo ao ampliar o reduzir a quantidade de vértices candidatos à instalação das estações de recarga. Uma rota com poucas estações de recargar pode exigir um maior deslocamento do veículo para a recarga da bateria, impactando no aumento do tempo da operação de cobertura. Assim, um maior número de vértices candidatos à instalação de estações pode viabilizar a abertura em locais melhores, diminuindo o deslocamento para o recarregamento e o tempo para a conclusão da cobertura. Nesse caso, as funções de vizinhança só atualizam a solução corrente se o tempo da rota for melhorado e insere numa estrutura de dados as soluções não dominadas. A função de atualização no MOVNS avalia todas as soluções não dominadas encontradas pelas funções de vizinhança (ver linha 8 em Algoritmo 1).

A função Swap é estruturalmente similar à função Shift, diferenciando-se por trocar linhas de cobertura entre quaisquer dois clusters ( $x'_i$ ) e ( $x'_j$ ). Na função Swap a avaliação da rota tem o objetivo de verificar se os custos das rotas modificadas são menores que a rota de maior custo  $\max\{f(x'_i), f(x'_j)\} < f(x_i)$ .

A função UAV Swap troca os VANTs entre duas rotas com diferentes modelos, como descrito no Algoritmo 7. As rotas com diferentes tipos de VANTs  $m(x_i) \neq m(x_j)$  (linha 3) têm seus VANTs trocados (linhas 4–5). O MILP é então resolvido para obter as novas rotas, considerando a capacidade dos veículos (linhas 6–7). A solução  $\mathcal{X}'$  e o valor *true* são retornados caso o maior tempo entre as rotas seja inferior ao da solução corrente  $\mathcal{X}$  (linhas 8–10). Ao contrário das outras funções de vizinhança apresentadas (Shift e Swap), a mudança de VANTs não é restrita à melhoria da rota de maior custo, pois espera-se que essa rota seja atribuída aos VANTs de melhor desempenho.

---

**Algoritmo 7:** Trocas de VANTs pelo método UAV-SWAP para o EMR.

---

```

Input:  $\mathcal{X}$ 
1  $\mathcal{X}' \leftarrow \mathcal{X}$ ;
2 foreach  $x_i \in \mathcal{X}$  do
3   foreach  $x_j \in \mathcal{X} \wedge (m(x_i) \neq m(x_j))$  do
4      $m(x'_i) \leftarrow m(x_j)$ ;
5      $m(x'_j) \leftarrow m(x_i)$ ;
6     MILP( $x'_i$ );
7     MILP( $x'_j$ );
8     if  $\max\{f(x'_i), f(x'_j)\} < \max\{f(x_i), f(x_j)\}$  then
9       | return( $\mathcal{X}', true$ );
10    end
11  end
12 end
13 return( $\mathcal{X}, false$ );

```

---

A operação de fechamento das estações de recarga é realizada pela função (Recharging Station Shutdown) como mostra o Algoritmo 8. Primeiramente, a função possui como entrada a solução atual  $\mathcal{X}$  e o conjunto de todas as estações de recarga abertas em  $\mathcal{S}_{all}$ . A possibilidade de fechamento das estações de recarga é verificada iterativamente (linhas 4–14). Todas as rotas em  $\mathcal{X}$  que contenham a estação ( $s$ ) são recalculadas sem a possibilidade de recarregamento na estação determinada (linhas 6–9). A função MILP (linha 8) atribui a representação de infinito aos custos das rotas inviáveis cujos VANTs não possuem capacidade suficiente para sobrevoá-las. Caso todas as rotas em  $\mathcal{X}'$  sejam viáveis, o conjunto de estações de recarga  $\mathcal{S}'_{all}$  é atualizado (linha 11), retornando tanto a nova solução  $\mathcal{X}'$  quanto a sinalização (*true*) para o sucesso na operação de fechamento (linha 12). Caso contrário, a solução de entrada  $\mathcal{X}$  é devolvida com o valor (*false*) para a variável (*improved*) no VND (linha 15).

### 4.3.2 Outras abordagens

As seções anteriores descreveram os algoritmos das funções de vizinhança para o EMR, que é caracterizado pelas chamadas do método exato em qualquer mudança nos clusters. Com o objetivo de reduzir a quantidade dessas chamadas e verificar o impacto das modificações propostas na qualidade das fronteiras retornadas, foram desenvolvidas outras três heurísticas matemáticas. A estratégia do EMR de primeiro clusterizar, usando heurísticas, e em seguida rotear, usando um método exato (cluster first-route second), foi alterada para a estratégia de melhoria, que é conhecida por aplicar a solução pelo método exato em determinados passos do algoritmo para buscar o aprimoramento da solução encontrada pela heurística. Segundo o conceito apresentado na Seção A.2.3 do Capítulo A essa estratégia é classificada como heurística de melhoria (improvement heuristic) (ARCHETTI; SPERANZA, 2014). Assim, foram desenvolvidas novas heurísticas para a

---

**Algoritmo 8:** Fechamento de Estações de Recarga pelo método Recharging Station Shutdown para o EMR.

---

**Input:**  $\mathcal{X}$

```

1 Let  $\mathcal{S}_{all}$  be the set of all recharging station in  $\mathcal{X}$ ;
2  $\mathcal{X}' \leftarrow \mathcal{X}$ ;
3  $\mathcal{S}'_{all} \leftarrow \mathcal{S}_{all}$ ;
4 foreach  $s \in \mathcal{S}_{all}$  do
5    $\mathcal{S}'_{all} \leftarrow \mathcal{S}_{all} \setminus s$ ;
6   foreach  $(x_i \in \mathcal{X}) \wedge (s \in \mathcal{S}(x_i))$  do
7      $\mathcal{S}(x'_i) \leftarrow \mathcal{S}(x_i) \setminus s$ ;
8     MILP( $x'_i$ );
9   end
10  if IsAllRoutesFeasible( $\mathcal{X}'$ ) then
11     $\mathcal{S}_{all} \leftarrow \mathcal{S}'_{all}$ ;
12    return( $\mathcal{X}'$ , true)
13  end
14 end
15 return( $\mathcal{X}$ , false)

```

---

definição das rotas dos clusters, sendo solucionado o modelo MILP nas rotas retornadas pela heurística, com base nessa estratégia.

A primeira alternativa denominada de EMAS soluciona o modelo MILP seletivamente (exact method applied selectively - EMAS), com o intuito de reduzir o seu uso. Nesse caso, primeiramente, as heurísticas operam na modificação e avaliação das rotas, selecionando a de menor custo para o possível aprimoramento pelo método exato.

Nesse caso, as funções Shift e Swap mudam as linhas de cobertura entre os clusters e usam uma heurística para avaliar as novas modificações nas rotas já existentes. A função Swap do EMAS é descrita no Algoritmo 9. Após a troca das linhas entre os clusters (linhas 8–11), uma heurística é utilizada na avaliação das inserções nas respectivas rotas associadas aos clusters (linhas 12–13). Caso a solução retornada pela heurística seja melhor que a solução atual, o modelo MILP é solucionado para as rotas modificadas, retornando a solução  $\mathcal{X}'$  e o indicativo que uma solução melhor foi encontrada (linhas 14–17). Caso contrário, a solução heurística de menor custo é atribuída à  $\mathcal{X}''$  (linhas 19–24). Completadas as trocas de linhas entre os clusters e não encontrada uma solução melhor, o modelo MILP é solucionado para a melhoria do resultado encontrado pela heurística de roteamento (linhas 28–29). A nova solução  $\mathcal{X}''$  é avaliada novamente e retornada, caso tenha menor custo em relação à solução corrente (linhas 30–32). O algoritmo da função Shift do EMAS é similar ao Swap, diferindo apenas na troca de linhas de cobertura (linhas 10–11).

O método ComputeRouteHeuristic (linhas 12–13) é responsável por modificar e avaliar as novas rotas após as trocas de linhas de cobertura entre clusters. Esse método heurístico também é utilizado no EMNF e no WEM. Em linhas gerais, essa heurística

**Algoritmo 9:** Swap realizado no EMAS.

---

```

Input:  $\mathcal{X}$ 
1  $\mathcal{X}' \leftarrow \mathcal{X}$ ;
2  $\mathcal{X}'' \leftarrow \mathcal{X}'$ ;
3  $x_i \leftarrow \arg \max f(x_i), x_i \in \mathcal{X}$ ;
4  $max_{cost} \leftarrow \infty$ ;
5 foreach  $x_j \in \mathcal{X} \wedge (x_i \neq x_j)$  do
6   foreach  $l_1 \in L(x_i)$  do
7     foreach  $l_2 \in L(x_j)$  do
8        $L(x'_i) \leftarrow L(x_i) \setminus l_1$ ;
9        $L(x'_j) \leftarrow L(x_j) \cup l_1$ ;
10       $L(x'_j) \leftarrow L(x'_j) \setminus l_2$ ;
11       $L(x'_i) \leftarrow L(x'_i) \cup l_2$ ;
12      ComputeRouteHeuristic( $x'_i$ );
13      ComputeRouteHeuristic( $x'_j$ );
14      if  $\max\{f(x'_i), f(x'_j)\} < f(x_i)$  then
15        MILP( $x'_i$ );
16        MILP( $x'_j$ );
17        return( $\mathcal{X}', true$ );
18      end
19      if  $\max\{f(x'_i), f(x'_j)\} < max_{cost}$  then
20         $\mathcal{X}'' \leftarrow \mathcal{X}'$ ;
21         $x''_i \leftarrow x'_i$ ;
22         $x''_j \leftarrow x'_j$ ;
23         $max_{cost} \leftarrow \max\{f(x'_i), f(x'_j)\}$ ;
24      end
25    end
26  end
27 end
28 MILP( $x''_i$ );
29 MILP( $x''_j$ );
30 if  $\max\{f(x''_i), f(x''_j)\} < f(x_i)$  then
31   return( $\mathcal{X}'', true$ );
32 end
33 return( $\mathcal{X}, false$ );

```

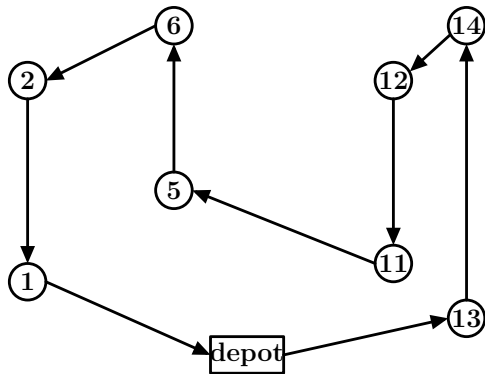
---

realiza as operações de inserção ou remoção de linhas de cobertura numa dada rota, adequando a estrutura da rota já existente para efetivar a operação requerida. Após a realização das modificações necessárias, a nova rota é avaliada e a sua viabilidade para a capacidade do VANT associado é atestada.

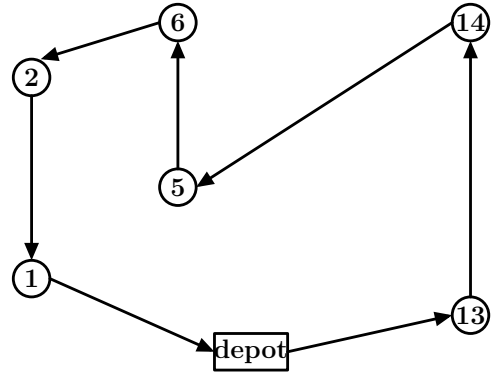
A operação de remoção de linhas de cobertura da rota elimina os vértices e todas as arestas associadas a uma linha de cobertura e acrescenta um novo trajeto para viabilizar a conexão entre os vértices predecessores e sucessores, mantendo o grafo representante da rota conexo. O novo trajeto adicionado à rota deve mantê-la viável, assegurando que o

VANT tenha capacidade suficiente para chegar à estação de recarga ou a base (depot), que sejam subsequentes ao vértice sucessor da linha removida. A Figura 13b ilustra um exemplo da remoção da linha de cobertura (11, 12), que remove da rota os vértices e as arestas (14, 12), (12, 11), e (11, 5). Um algoritmo de busca de caminhos é usado para ligar os vértices (14-5), assegurando que o VANT tenha energia suficiente para alcançar a próxima estação de recarga ou base, que sejam posteriores ao vértice (5).

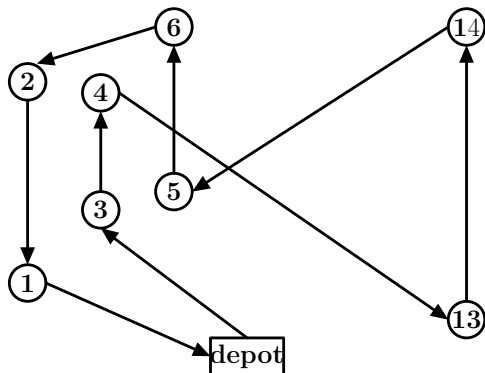
A inserção, por outro lado, adiciona os vértices da nova linha de cobertura e avalia diferentes formas de conexões entre a linha inserida e as demais linhas presentes na rota. O procedimento de inserção avalia cada conexão viável em sua etapa inicial, como mostrado nas Figuras 13c–f. Nesse caso, as direções originais das linhas de cobertura são mantidas, alterando apenas a direção da linha inserida para adequá-la à rota, como mostra a Figura 13b. A rota mostrada na Figura 13c conecta a primeira linha de cobertura da Figura 13b, removendo a aresta que conecta a base (depot) ao vértice (13) e inserindo os vértices (3) e (4). A nova direção da linha de cobertura é definida pelo vértice mais próximo da base (vértice 3) e um trajeto viável conectando os vértices (4) e (13) é avaliado. Esse processo continua para as demais possibilidades de conexões, como mostrado na Figura 13d–f. A linha de cobertura (4, 3) é a primeira a ser visitada na Figura 13c, segunda na Figura 13d e assim por diante. Após a avaliação da ordem de inserção da nova linha, a rota de menor custo é selecionada.



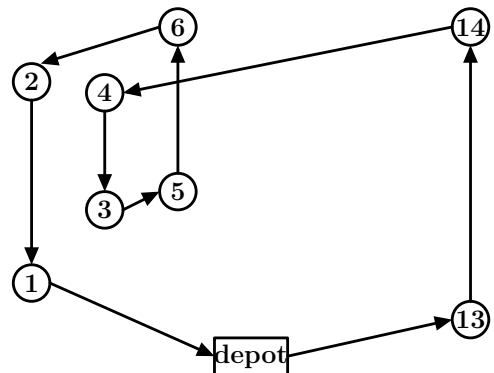
(a) Rota original



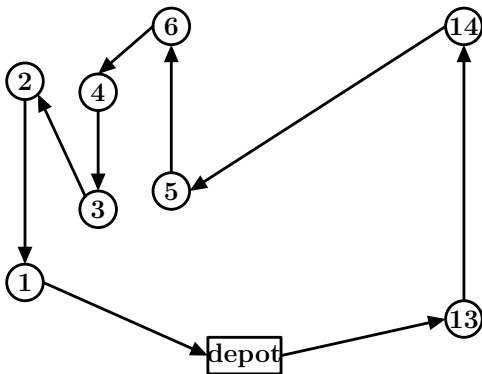
(b) Remoção da linha de cobertura (12, 11)



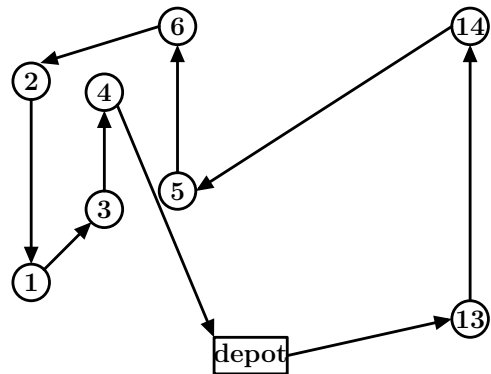
(c) Inserção da linha (3, 4) entre o depósito e a linha (13, 14)



(d) Inserção da linha (4, 3) entre (13, 14) e (5, 6)



(e) Inserção da linha (4, 3) entre (5, 6) e (2, 1)



(f) Inserção das linhas (3, 4) entre (1, 2) e o depósito

Figura 13 – Exemplo das conexões avaliadas pela heurística para o Swap de linhas de cobertura.

O procedimento de intercambiamento de conexões entre a linha inserida e aquelas já existentes na rota verifica a capacidade de voo do veículo. Caso o VANT não tenha condições de sobrevoar essas conexões diretamente, faz-se necessário considerar o recarregamento da bateria do veículo nas estações de recarga disponíveis na rota. Para isso, aplicamos um método de busca de caminhos que recebe como entrada um subgrafo completo, representante das conexões entre os novos vértices e todas as estações de recarga abertas



na rota, e busque o trajeto responsável por conectar os novos vértices à rota, passando pelas devidas estações de recarga. Além disso, o método de busca implementado retorna o trajeto que realize o recarregamento mais próximo do vértice de chegada, para que o VANT continue a cobertura da rota com a maior carga de bateria possível. Por fim, a viabilidade do trajeto encontrado é avaliada ao verificar a possibilidade do veículo atingir alguma estação de recarga ou a sua própria base, que seja subsequente ao novo trajeto inserido. Essa etapa é necessária, pois o método de busca garante que o VANT tenha capacidade de sobrevoar o trajeto retornado, mas não garante que o veículo seja capaz de cobrir o segmento seguinte à conexão recém inserida.

A primeira etapa do procedimento de inserção busca a preservação da estrutura original da rota, sem alterar as direções das linhas de cobertura já existentes. Por esse motivo, é caracterizada por retornar novas rotas de custos aproximados à rota original ao operar em regiões mais homogêneas, sem muitas discrepâncias entre os comprimentos e alinhamentos de linhas de cobertura próximas.

Entretanto, o planejamento das rotas não é restrito apenas às instâncias homogêneas, sendo implementada outra etapa no procedimento de inserção para explorar diferentes direções entre a linha inserida e as demais linhas da rota. A cada rota gerada, na primeira etapa da inserção, outras combinações são avaliadas ao alterar as direções das linhas de cobertura. A Figura 14a mostra um exemplo de inserção da nova linha (10,9), mantendo as direções das outras linhas (gerada na primeira etapa). Em seguida o mesmo processo de interconexão é realizado combinando a inversão dos segmentos (A,B), como ilustrado na Figura 14b–d. Caso a nova linha seja inserida no início ou no final do percurso, apenas um segmento é construído, ou seja, o segmento (A), que resulta em duas rotas avaliadas em direções alternadas representadas por (A) e (iA).

Entre todas as rotas geradas pelo procedimento de inserção, somente a melhor é retornada. Na impossibilidade da inserção de determinada linha de cobertura, ou seja, nenhuma das tentativas de conexões avaliadas forem viáveis para o VANT, a heurística continuará para próxima troca de linha de cobertura realizada pela função de vizinhança (Shift ou Swap).

A função de troca de VANT (UAV Swap) empregada no EMAS é descrita pelo Algoritmo 10. Nesse caso, após a troca de modelo do VANT (linhas 4–5), os custos das arestas do grafo (tempo de voo) são atualizados com base no desempenho do veículo. A viabilidade da rota é determinada pela capacidade do veículo em cobrir sua nova rota (linhas 6–7). Caso haja melhoria a nova solução é retornada (linhas 8–10).

O fechamento das estações de recarga (Recharging Station Shutdown) no EMAS é ilustrado no Algoritmo 11. Cada iteração verifica a viabilidade da remoção de uma estação em todas as rotas que ela esteja disponível, mas diferentemente do método apresentado para o EMR, no EMAS é verificada a possibilidade de desviar a recarga para a estação

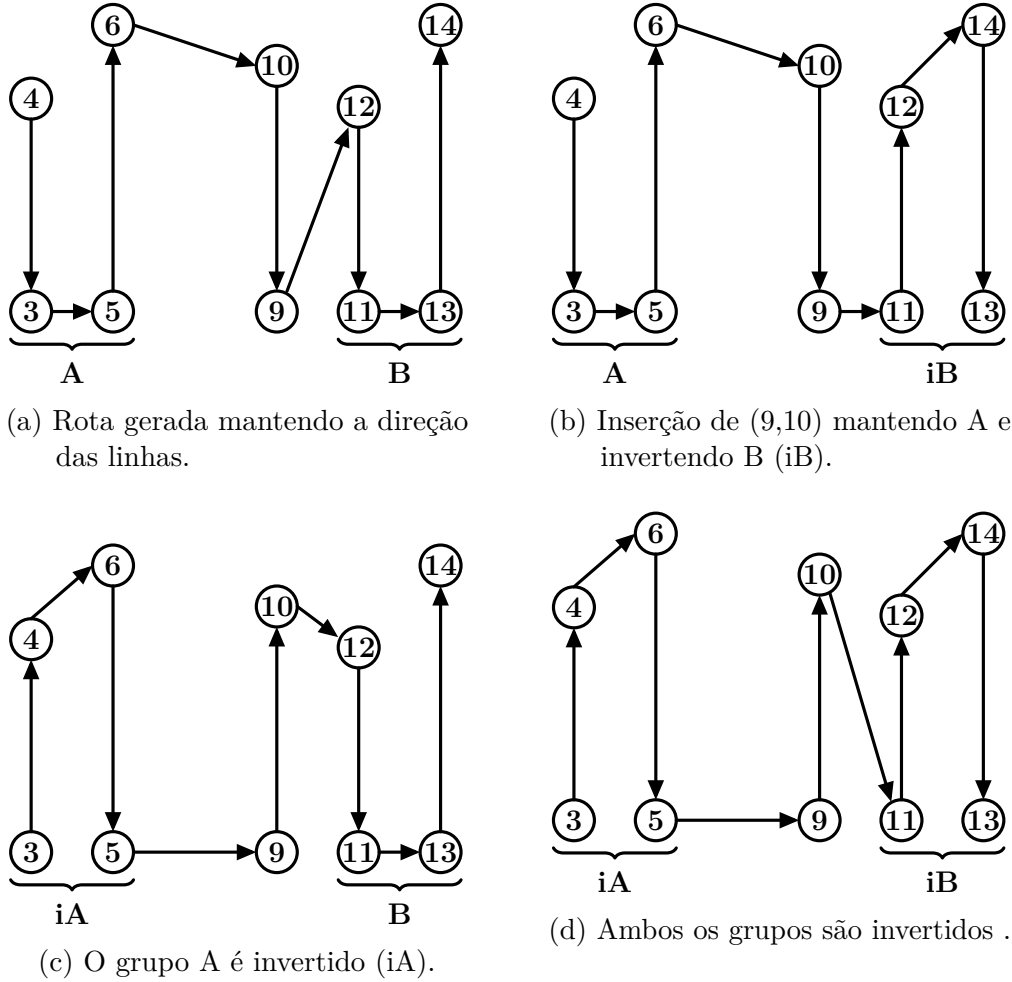


Figura 14 – Exemplo de rotas geradas pela mudança das direções das linhas de cobertura.

---

**Algoritmo 10:** UAV Swap implementado no EMAS, EMNF, e WEM.

---

**Input:**  $\mathcal{X}$

- 1  $\mathcal{X}' \leftarrow \mathcal{X}$ ;
- 2 **foreach**  $x_i \in \mathcal{X}$  **do**
- 3 **foreach**  $x_j \in \mathcal{X} \wedge (x_i \neq x_j)$  **do**
- 4  $m(x'_i) \leftarrow m(x_j)$ ;
- 5  $m(x'_j) \leftarrow m(x_i)$ ;
- 6 RouteCostUpdate( $x'_i$ );
- 7 RouteCostUpdate( $x'_j$ );
- 8 **if**  $\max\{f(x'_i), f(x'_j)\} < \max\{f(x_i), f(x_j)\}$  **then**
- 9 | **return**( $\mathcal{X}', true$ );
- 10 **end**
- 11 **end**
- 12 **end**
- 13 **return**( $\mathcal{X}, false$ );

---

de reabastecimento mais próxima à estação sujeita ao fechamento (linha 8). A estação é fechada, caso todos os veículos tenham a capacidade de realizar o desvio proposto (linhas 10–16). O modelo MILP é solucionado apenas para a melhoria das rotas modificadas

(linhas 11–13).

---

**Algoritmo 11:** Recharging Station Shutdown implementado para o EMAS.

---

```

Input:  $\mathcal{X}$ 
1 Let  $\mathcal{S}_{all}$  be the set of all recharging stations in  $\mathcal{X}$ ;
2  $\mathcal{X}' \leftarrow \mathcal{X}$ ;
3  $\mathcal{S}'_{all} \leftarrow \mathcal{S}_{all}$ ;
4 foreach  $s \in \mathcal{S}_{all}$  do
5    $\mathcal{S}'_{all} \leftarrow \mathcal{S}_{all} \setminus s$ ;
6   foreach  $(x_i \in \mathcal{X}) \wedge (s \in \mathcal{S}(x_i))$  do
7      $\mathcal{S}(x'_i) \leftarrow \mathcal{S}(x_i) \setminus s$ ;
8     RechargingStationShutDown( $x'_i$ );
9   end
10  if IsAllRoutesFeasible( $\mathcal{X}'$ ) then
11    foreach  $(x'_i \in \mathcal{X}') \wedge (s \in \mathcal{S}(x'_i))$  do
12      MILP( $x'_i$ );
13    end
14     $\mathcal{S}_{all} \leftarrow \mathcal{S}'_{all}$ ;
15    return( $\mathcal{X}'$ , true);
16  end
17 end
18 return( $\mathcal{X}$ , false);

```

---

As diferentes funções de vizinhança desenvolvidas para o EMAS também são usadas no EMNF e WEM. A diferença é que o EMAS soluciona o modelo MILP na maioria das funções de vizinhança para melhorar as rotas selecionadas. Já no EMNF, a solução da formulação matemática é realizada no VND como uma função de vizinhança, atuando como um operador intra-rota para o aprimoramento de todas as rotas da solução corrente. O WEM não soluciona o MILP em nenhuma parte de sua estrutura de vizinhança, solucionando o modelo MILP apenas para a construção da solução inicial.

## 5 Resultados experimentais

Este capítulo apresenta os resultados experimentais das heurísticas matemáticas apresentadas no Capítulo 4. Primeiramente na Seção 5.1 são apresentadas as instâncias utilizadas para avaliar os algoritmos propostos. As métricas de desempenho utilizadas para comparar os algoritmos são apresentadas na Seção 5.2. A Seção 5.3 descreve o planejamento experimental empregado para verificar a existência de diferença estatística entre os algoritmos e caso haja estimar a magnitude dessas diferenças. Por fim, a Seção 5.4 apresenta os resultados obtidos.

As heurísticas matemáticas e a solução do modelo MILP foram implementados usando C++ e compilados com o GCC 4.8.5. O MILP foi resolvido com o Gurobi versão 8.1.1 (OPTIMIZATION, 2020), usando os seus valores predefinidos. Todos os experimentos foram realizados em um computador Intel(R) Core(TM) i7 2.8GHz com 8GB de memória principal.

### 5.1 Instâncias

Os algoritmos propostos foram avaliados utilizando uma configuração experimental contendo 22 instâncias de teste. A quantidade de vértices alvo ( $T$ ) nas instâncias variam de 20 a 60 e replicam essa mesma quantidade para as estações de recarga. Além desses dois tipos de vértices, tem-se a estação base que é o vértice de início e término da rota. Assim, o número de vértices por instância é dado por  $|V| = 2 \times |T| + 1$ .

Os VANTs foram agrupados em time com três ou seis VANTs para instâncias de até 50 vértices-alvo. Já para as instâncias com 60 vértices alvo foram adicionados times com até nove veículos, resultando em frotas com três, seis e nove VANTs.

Além da combinação entre o número de vértices e quantidade de VANTs, foram elaborados testes variando o alinhamento e extensão das linhas de cobertura como ilustrado na Figura 15. As duas classes de problemas analisados foram denominadas de C (Congruentes) e D (Diferentes). A instância do tipo C tem vértices alvo alinhados verticalmente no plano, enquanto que a instância do tipo D apresenta o posicionamento não alinhado dos vértices no eixo y relacionado ao comprimento das linhas de cobertura.

Independentemente da classe do problema (C ou D), a extensão máxima da linha de cobertura foi definida aleatoriamente entre uma faixa de valores limitada pelo alcance do VANT de menor capacidade, para garantir a viabilidade da instância e forçar a necessidade do recarregamento em todos os casos. O limite superior para a extensão de cobertura garante que o VANT sobrevoe qualquer linha de cobertura sem a necessidade

do recarregamento de sua bateria. Já o menor tamanho de uma linha de cobertura foi definido como metade do limite superior. Assim, foram geradas instâncias com área de cobertura variando entre  $66,5 \text{ km}^2$  (20 vértices-alvo) a  $203,1 \text{ km}^2$  (60 vértices-alvo) em instâncias do tipo C e  $58,5 \text{ km}^2$  (20 vértices-alvo) a  $151 \text{ km}^2$  (60 vértices-alvo) do tipo D.

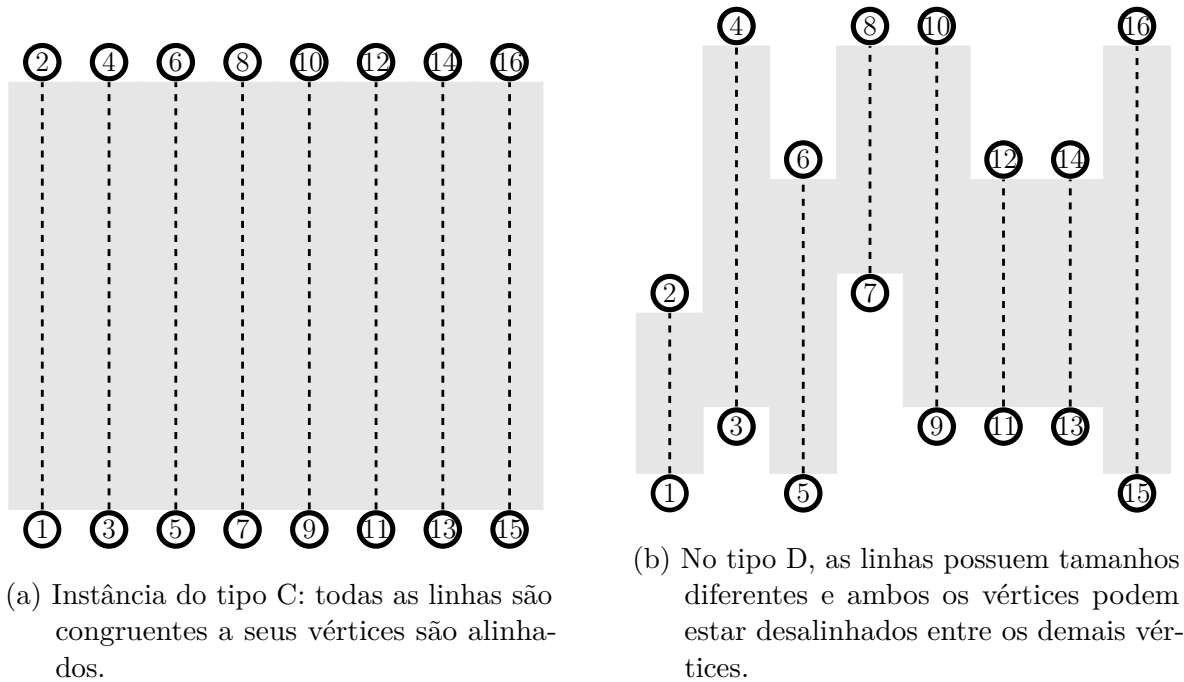


Figura 15 – Exemplo de instâncias do tipo C e D.

As instâncias foram geradas com base em três modelos de VANTs. O modelo 1 é capaz de voar por  $F_1 = 1800\text{s}$  com velocidade constante  $v_1 = 16\text{m/s}$  e tempo de recarga com relação de tempo ao voo com  $q_1 = 2$ . O veículo do modelo 2 pode voar por  $F_2 = 1320\text{s}$  com velocidade de  $v_2 = 15\text{m/s}$  e  $q_2 = 2,73$ . Os UAVs do modelo 3 têm o menor desempenho de cobertura, voando por  $F_3 = 1200\text{s}$  com  $v_3 = 15\text{m/s}$  e  $q_3 = 3$ . Os times de VANTs em todas as instâncias possuem a mesma quantidade de veículos por modelo. Por exemplo, um time com seis VANTs será composto por dois veículos do mesmo modelo. A Tabela 4 mostra os parâmetros de cada modelo de VANT e de suas câmeras, sendo (vel) a velocidade empregada na operação, (q) a razão entre o tempo de abastecimento e tempo de voo, (F) a capacidade de voo do VANT, (h) é altura do voo, (l) é a largura do sensor de imagem e (f) é a distância focal.

## 5.2 Métricas de desempenho

As instâncias geradas foram resolvidas utilizando as abordagens EMR, EMAS, EMNF e WEM propostas no Capítulo 4. Inicialmente o parâmetro  $i_{max}$  (ver Algoritmo 1, linha 7) para cada algoritmo foi ajustado incrementalmente, observando a qualidade das

Tabela 4 – Parâmetros dos VANTs e das câmeras utilizadas nos experimentos.

Parâmetros	Modelos		
	1	2	3
vel(m/s)	16	15	15
q	2	2,73	3
F(s)	1800	1320	1200
h(m)	200	200	200
l(mm)	7	7	7
f(mm)	2,8	2,8	2,8

soluções. Após a realização destes testes preliminares, a constante  $i_{max}$  foi ajustada para  $i_{max} = 50$  nos quatro algoritmos.

O desempenho de cada heurística matemática foi avaliado usando as métricas de hipervolume para comparar a qualidade das soluções obtidas e o tempo computacional necessário para o método retornar a fronteira.

O hipervolume estima a proximidade das soluções em relação à fronteira Pareto ótima. O hipervolume é obtido considerando a soma dos hipercubos formados pelas soluções não dominadas retornadas pelo algoritmo. O volume da região entre os pontos das soluções na fronteira e um ponto de referência. Embora a fronteira Pareto-ótima não seja conhecida para o problema tratado neste trabalho, o hipervolume auxilia na comparação da qualidade de uma solução em relação à outra, visto que uma maior área do hipervolume indica melhores soluções (DEB, 2001). Neste trabalho, o hipervolume foi normalizado para o intervalo (0,1) de maneira independente para cada problema, sendo representado em porcentagem.

### 5.3 Planejamento dos experimentos

Neste trabalho, foram empregados testes estatísticos para verificar a existência de diferenças significativas entre os quatro algoritmos propostos  $A = \{EMR, EMAS, EMNF, WEM\}$  testados em 22 instâncias, para as duas métricas descritas na seção 5.2. Na sequência, a magnitude das diferenças foi estimada para os casos positivos.

A variável analisada ( $y$ ) representa o desempenho do melhor modelo estimado ao final da execução do algoritmo para uma das métricas. Os dados utilizados nessa comparação incluíram as fronteiras obtidas em 15 execuções independentes de cada algoritmo sobre cada instância.

Para cada métrica, foi adotado o experimento em blocos completamente aleatorizados (randomized complete block design - RCBD), considerando os algoritmos como os níveis do fator experimental e as instâncias como fatores de blocagem (MONTGOMERY,

1991). Ao tratar as instâncias como blocos, foi possível modelar e remover os efeitos entre diferentes instâncias no desempenho do algoritmo e obter uma diferença geral de desempenho em todas as instâncias de teste consideradas. As observações podem ser representadas como:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \epsilon_{ij} \quad (5.1)$$

onde  $y_{ij}$  é a performance do algoritmo  $i$ , em uma das métricas, para a instância  $j$ ,  $\mu$  é a performance média global da métrica,  $\tau_i$  é o efeito do algoritmo,  $\beta_j$  é o efeito do bloco e  $\epsilon_{ij}$  é um ruído aleatório experimental. Interpreta-se, dessa forma, que caso haja uma diferença de performance entre algum algoritmo, essa diferença será capturada pelo  $\tau_i$ , formulando-se, portanto, as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \tau_i = 0, \forall i \in A \\ H_1 : \exists \tau_i \neq 0, \end{cases} \quad (5.2)$$

A hipótese nula ( $H_0$ ) de ausência de diferenças entre os algoritmos avaliados em todos os problemas foi considerada em relação à hipótese alternativa bilateral ( $H_1$ ). O nível de significância considerado nesta análise experimental foi 95% ( $\alpha = 0,05$ ).

Para evitar suposições de que os dados apresentam uma distribuição normal, foi utilizado o teste de Friedman, que é uma alternativa aos casos em que não seja possível supor a normalidade dos dados (MONTGOMERY; RUNGER, 2003; DEMŠAR, 2006). Nesse caso, a rejeição da hipótese nula implica a existência de diferença significativa entre os algoritmos para a métrica avaliada.

Após o teste de Friedman indicar significância, o teste a posteriori de Nemenyi foi aplicado para identificar as diferenças entre os algoritmos (NEMENYI, 1963). Então, para os pares de algoritmos indicados como significativamente diferentes, a magnitude do tamanho do efeito foi calculada pelo estimador de Hodges–Lehman (HODGES; LEHMANN, 1963).

## 5.4 Resultados

Os resultados obtidos na comparação experimental foram resumidos nas Tabelas 5 e 6, informando o tempo de execução e hipervolume para cada problema. A Tabela 7 resume os resultados da análise estatística apresentando a magnitude das diferenças estatisticamente significativas.

Como observado na Tabela 5, o WEM superou as outras abordagens em relação ao tempo de execução. Já a abordagem EMR foi a mais lenta. A análise na Tabela 7 corrobora essa observação, com o WEM fornecendo uma redução de  $8,96 \times 10^4$  em comparação

Tabela 5 – Resultados para instâncias da classe congruentes referentes ao tempo de execução e hipervolume.

#Targets	VANTs	Tempo de Execução (sec.)				Hipervolume (S)			
		EMR	EMAS	EMNF	WEM	EMR	EMAS	EMNF	WEM
20	3	5.07e+02	4.16e+01	4.94e+01	1.56e+01	1.0	0.98	0.98	0.74
	6	4.59e+01	7.07e+00	1.37e+01	2.14e+00	0.84	0.64	0.54	0.66
30	3	1.11e+04	3.90e+02	7.58e+02	1.10e+02	0.96	0.98	0.99	0.77
	6	4.31e+03	1.62e+02	2.15e+02	5.03e+01	0.99	0.94	0.91	0.88
40	3	3.69e+04	1.66e+03	2.71e+03	6.87e+02	0.97	0.96	0.99	0.91
	6	2.17e+04	2.47e+02	4.73e+02	8.74e+01	0.98	0.80	0.84	0.67
50	3	1.80e+05	3.83e+03	1.23e+04	1.29e+03	0.91	0.94	0.96	0.88
	6	1.22e+05	4.90e+02	2.59e+03	1.38e+02	0.96	0.90	0.94	0.86
60	3	2.46e+05	8.52e+03	2.04e+04	3.41e+03	0.93	0.96	0.97	0.87
	6	3.21e+05	1.14e+03	5.90e+03	2.37e+02	0.91	0.84	0.89	0.71
	9	7.04e+04	2.94e+02	1.40e+03	7.73e+01	0.95	0.69	0.78	0.48

Tabela 6 – Resultados para instâncias da classe diferentes referentes ao tempo de execução e hipervolume.

#Targets	#VANTs	Tempo de Execução (sec.)				Hipervolume (S)			
		EMR	EMAS	EMNF	WEM	EMR	EMAS	EMNF	WEM
20	3	4.70e+02	9.21e+01	1.01e+02	4.21e+01	0.88	0.90	0.89	0.79
	6	4.90e+01	2.38e+01	2.09e+01	9.51e+00	0.86	0.78	0.78	0.83
30	3	1.20e+04	9.76e+02	1.35e+03	2.55e+02	0.87	0.85	0.86	0.60
	6	1.88e+04	1.47e+02	3.01e+02	6.26e+01	0.99	0.85	0.86	0.77
40	3	8.25e+04	4.04e+03	9.58e+03	1.22e+03	0.87	0.91	0.93	0.84
	6	2.74e+04	6.08e+02	1.55e+03	1.69e+02	0.99	0.87	0.90	0.79
50	3	9.65e+05	7.47e+03	3.06e+04	2.78e+03	0.88	0.92	0.94	0.84
	6	2.38e+05	1.31e+03	5.51e+03	5.17e+02	0.93	0.86	0.89	0.75
60	3	1.64e+06	2.23e+04	8.41e+04	7.92e+03	0.96	0.87	0.97	0.68
	6	2.45e+05	1.80e+03	4.18e+03	7.65e+02	0.92	0.85	0.88	0.68
	9	3.24e+05	8.22e+02	4.33e+03	3.23e+02	0.96	0.78	0.88	0.66

ao EMR,  $1,88 \times 10^2$  em relação ao EMAS e  $1,2 \times 10^3$  em comparação ao EMNF. Os resultados não indicaram diferença estatisticamente significativa entre EMAS e EMNF para esta métrica.

Para o hipervolume todos os algoritmos apresentaram resultados consistentes na maioria das instâncias, como mostram as Tabelas 5 e 6. O WEM retornou soluções pouco piores em relação aos outros três métodos. A análise estatística mostrada na Tabela 7 confirma tal observação, mostrando que somente o WEM teve diferenças estatisticamente significativas entre EMR, EMAS e EMNF. O EMR foi 17% superior, EMAS foi 10% e EMNF retornou soluções cerca de 12% melhores que o WEM. Devido aos resultados estatísticos para o hipervolume, não podemos concluir que exista diferença entre o EMR, EMAS e EMNF. Isso significa que o EMAS e o EMNF foram capazes de retornar pontos em suas fronteira mais próximos dos retornados pelo EMR.



Tabela 7 – Diferenças entre as médias estimadas do desempenho entre os algoritmos nas linhas e colunas para o tempo de execução e hipervolume. Somente resultados estatisticamente significantes ( $\alpha = 95\%$ ) foram calculados. Para os casos sem resultados significativos foram atribuídos ns. Os casos com tempo de execução negativos indicam a superioridade para os algoritmos nas linhas. Para o hipervolume, os valores negativos indicam superioridade para os algoritmos nas colunas.

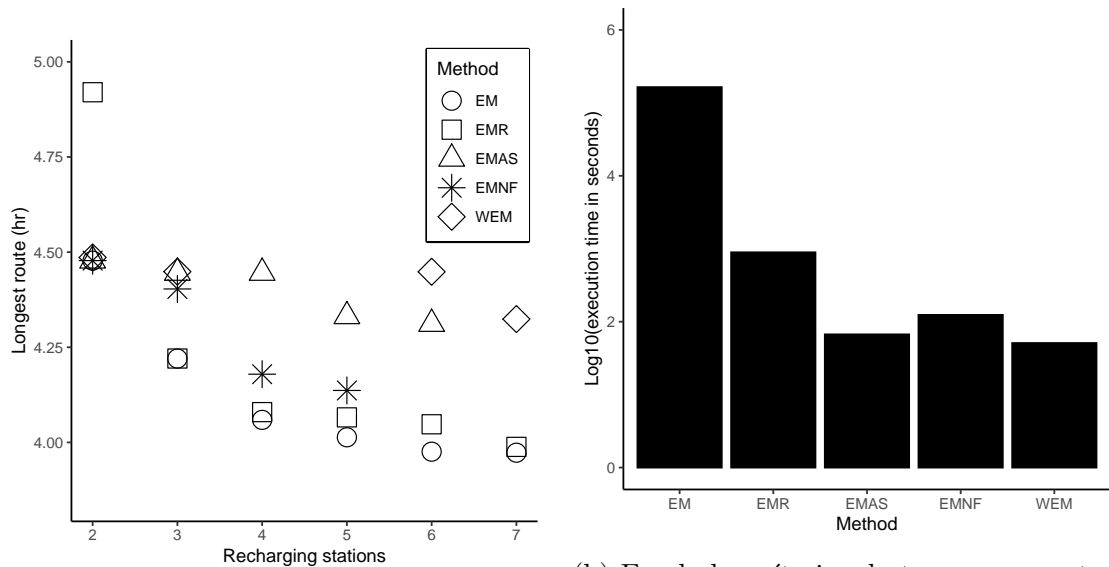
	Tempo de execução			Hipervolume		
	EMR	EMAS	EMNF	EMR	EMAS	EMNF
EMAS	$-88 \times 10^3$	-	-	ns	-	-
EMNF	$-81 \times 10^3$	ns	-	ns	ns	-
WEM	$-90 \times 10^3$	-188	$-10^3$	-0,17	-0,10	-0,12

Como o custo para gerar as fronteiras Pareto-ótimas para todas as instâncias utilizadas neste trabalho é proibitivo, escolhemos uma das menores instâncias, tipo D com 20 vértices-alvo e três VANTs, para ilustrar o desempenho da abordagem exata em relação às heurísticas matemáticas propostas (Figura 16). As fronteiras retornadas pelos métodos, incluindo a solução pelo método exato que é referenciado como EM, são mostradas na Figura 16a. As fronteiras do EMR, EMAS, EMNF e WEM correspondem a uma solução selecionadas aleatoriamente dentre as 15 obtidas.

Uma metodologia tradicional usado para gerar as fronteiras Pareto-ótimas é transformar o problema multiobjetivo em vários problemas mono-objetivos, onde as soluções ótimas desses problemas representam as soluções da fronteira Pareto, como é mostrado no Apêndice A. Neste trabalho, foi utilizada a estratégia do problema  $\epsilon$ -restrito ( $P_\epsilon$ ) para gerar os pontos ótimos pertencentes ao conjunto de soluções eficientes (EICHFELDER, 2008). O  $P_\epsilon$  baseia-se na escalarização, que minimiza um dos objetivos enquanto as restrições limitam os demais objetivos.

Primeiramente foi resolvido o problema de minimização mono-objetivo para cada um dos objetivos do trabalho, obtendo os pontos extremos da fronteira. Nesse caso, a minimização do número de estações, retornou uma solução com duas estações de recarga e a rota mais longa coberta em 4,5h. Para a minimização da rota mais longa foram abertas sete estações para o recarregamento e o custo da rota mais longa foi de 3,98h.

Os outros pontos na fronteira foram calculados pela abordagem  $\epsilon$ -restrito, minimizando a rota mais longa, enquanto o número de estações de recarga foi adicionado como restrição e limitado por uma variável inteira, variando o seu valor de 3 a 6. A Figura 16b mostra o tempo necessário para retornar as soluções de cada método em escala logarítmica. Nesse exemplo, a solução do método exato (EM) retornou a fronteira Pareto-ótima em 46h, EMR em 15m, EMAs em 67s, EMNF em 124s o WEM retornou a fronteira em 51s.



(a) Fronteira de Pareto ótima e as fronteiras retornadas pelas abordagens propostas.

(b) Escala logarítmica do tempo para retornar as fronteiras.

Figura 16 – Resultado para a instância do tipo D com 20 vértices alvo e 3 VANTs.

## 5.5 Discussão

Devido ao alto custo computacional do método exato para obter as fronteiras Pareto-ótimas para as instâncias geradas, implementamos primeiramente a metaheurística EMR caracterizada como (*cluster first-route second*). O EMR combina o MOVNS com uma formulação MILP para gerar a fronteira aproximada. Esse método divide a área de cobertura original entre os VANTs disponíveis para a cobertura e soluciona o modelo MILP para determinar as rotas. Os resultados mostrados nas Tabelas 5 e 6 indicam que o EMR foi o melhor em termos da qualidade das soluções para a maioria dos casos. Entretanto, foi o método mais lento.

A diminuição do número de chamadas do método exato no EMAS, EMNF e WEM foi obtida através do desenvolvimento de um método heurístico alternativo para obter as rotas e avaliar as mudanças operadas pelas funções de vizinhança. A estratégia adotada no EMNF e EMAS para mitigar essa discrepância entre o tempo de execução e a qualidade das fronteiras retornadas foi o uso do método exato para a melhoria de algumas soluções. O EMAS soluciona nas suas funções de vizinhança o modelo MILP apenas para a melhor solução retornada pela heurística de roteamento. Ao contrário do EMAS, o EMNF soluciona o modelo MILP no VND como função de vizinhança, que passa a atuar como um operador intra-rota com o intuito de buscar melhorias da solução corrente.

Os testes estatísticos mostraram que o EMAS e EMNF foram mais rápidos que o EMR e superiores ao WEM considerando o hipervolume. Já a abordagem WEM foi a mais rápida, como esperado, dado a abordagem exata não é utilizada em seu VND. A análise estatística indicou uma degradação significativa em relação à métrica de hipervolume ao

avaliar as fronteiras retornadas pelo WEM em comparação ao EMR, EMAS e EMNF.

Embora os resultados mostrados nas Tabelas 5 e 6 mostrem que o EMAS retornou a maioria de suas fronteiras num tempo menor que o EMNF, não foram observadas na Tabela 7 diferenças estatisticamente significativas entre esses dois métodos para as duas métrica avaliadas.

## 6 Conclusões e trabalhos futuros

O presente capítulo apresenta as conclusões do trabalho proposto e possíveis desdobramentos desta tese. Inicialmente, justifica-se a exploração do problema de cobertura de áreas usando múltiplos VANTs. Posteriormente, discorre-se também acerca dos métodos implementados para solucionar o problema e os resultados obtidos. Por fim, são apresentadas sugestões de trabalhos futuros.

### 6.1 Conclusões

O tempo necessário para um conjunto de VANTs cobrir completamente uma determinada área é fundamental em sistemas de monitoramento remoto que requerem a rápida detecção de atividades no ambiente, como o início de focos de incêndios, desmatamentos, entre outras ações suspeitas que ocorrem em áreas de proteção ambiental. Nesse caso, o monitoramento deve garantir a cobertura completa de toda a área no menor tempo possível, pois a celeridade na detecção de tais atividades é fundamental para a efetividade das equipes de combate atuarem nas áreas em questão. Nesse sentido, o emprego de técnicas de otimização no planejamento das rotas para a cobertura completa de área é justificado pela sua importância, custos associados à instalação e operação, além das restrições impostas pelos tipos de VANTs utilizados.

Entretanto, a complexidade desse problema inviabiliza a aplicação dos métodos disponíveis atualmente para o planejamento da cobertura completa em áreas que demandem tempo superior à capacidade de voo dos VANTs, o que exigiria o recarregamento dos veículos durante a operação de cobertura. Assim, é justificável o desenvolvimento de novas abordagens para o planejamento adequado das rotas dos VANTs, que considerem além do tempo total da cobertura a possibilidade de recarregamento de suas baterias em estações especializadas instaladas no interior da área a ser coberta.

O Capítulo 2 apresenta os trabalhos relacionados ao tema desta tese, destacando os trabalhos que trataram de questões de planejamento de cobertura, roteamento considerando as restrições de combustível dos veículos, localização de estações de recarga e o planejamento das rotas de VANTs usando heurísticas matemáticas. Este levantamento possibilitou a avaliação das abordagens encontradas sobre as principais questões envolvidas neste trabalho e permitiu destacar a interseção entre as principais questões observadas da literatura.

No Capítulo 3 foi apresentado o método de decomposição de área responsável por definir as linhas de cobertura que devem ser sobrevoadas pelos VANTs. Esse método é

caracterizado por segmentar a área em células que representam sem sobreposição toda a superfície da área. A cobertura no interior das células é realizado por movimento de zigue-zague, avançando na direção de varredura que minimize a quantidade de curvas realizadas pelos VANTs. Por fim, são apresentadas a formulação do problema de cobertura de área com possibilidade de recarga usando VANTs heterogêneos e a formulação matemática do referido problema. Os objetivos são minimizar o tempo total da operação de cobertura e o número de instalações de estações de recarga, considerando as capacidades de cada veículo.

Devido à inviabilidade em se obter a fronteira Pareto-Ótima com os métodos tradicionais para as instâncias utilizadas, este trabalho apresentou no Capítulo 4 novas estratégias para a solução do problema abordado. Foram propostas quatro heurísticas matemáticas baseadas no MOVNS que dividem o problema original em sub-problemas menores mais fáceis de resolver e soluciona o modelo MILP para encontrar as rotas nos sub-problemas (clusters) ou melhorar as soluções encontradas pelo MOVNS.

As diferentes heurísticas matemáticas foram projetadas para verificar o efeito das modificações propostas sobre a qualidade e o tempo para retornar a solução. No primeiro método apresentado, denominado de EMR, as funções de vizinhança exploram a distribuição de linhas de cobertura entre os clusters e a troca de modelos de VANTs, além do fechamento de estações de recarga. O modelo MILP proposto é solucionado para definir as rotas em cada cluster modificado. Este método embora tenha retornado as fronteiras de boa qualidade para as instância propostas é caracterizado pelo uso intensivo do método exato, tornando-o bastante oneroso do ponto de vista computacional. Assim, outros métodos chamados de EMAS, EMNF e WEM foram apresentados com o intuito de investigar os efeitos de modificações em suas funções de vizinhança, que passaram a adotar heurística para a composição das rotas com a finalidade de mitigar a grande quantidade de chamadas ao método exato. Na prática, a demanda por soluções do modelo MILP foi bastante reduzida no EMAS e EMNF. Já o WEM realiza a chamada ao método exato apenas uma vez para a construção da solução inicial.

Os métodos propostos foram avaliados e comparados no Capítulo 5 usando duas métricas de desempenho (tempo de execução e hipervolume) para um conjunto de 22 instâncias de teste. O EMR, caracterizado por primeiramente clusterizar e rotear em seguida (cluster first-route second), retornou os melhores resultados considerando a qualidade das soluções encontradas. No entanto, teve o pior desempenho em tempo de execução. As outras abordagens, EMAS, EMNF e WEM, reduziram significativamente a intensidade de chamadas do método exato usando a heurística para o roteamento.

Os resultados da análise estatística não indicaram nenhuma degradação significativa do EMAS e EMNF em relação ao EMR para a qualidade das soluções. Por outro lado o WEM, uma abordagem caracterizada por realizar apenas uma chamada ao método exato,

obteve desempenho superior em termos de tempo de execução. Entretanto, os resultados mostraram perdas na qualidade das soluções retornadas pelo WEM em relação ao EMR, EMAS e EMNF.

Assim, as estratégias EMNF e EMAS são recomendadas para as aplicações que possuem alta prioridade na redução do tempo da operação de cobertura e número de estações de recarga, porém com maior tolerância ao tempo de planejamento da missão de cobertura. Já para os caso em que a prioridade é o tempo de planejamento, com o objetivo de agilizar o início da missão, a estratégia recomendada é a WEM.

## 6.2 Trabalhos futuros

A metodologia proposta considerou a localização discreta de estações de recarga, determinando os locais de abertura das estações dentro de um conjunto pré-definido de possíveis locais. Por outro lado, caso a área de cobertura não ofereça restrições referentes aos locais de instalação das estações de recarga, a localização contínua seria mais adequada, o que possivelmente poderia encontrar melhores locais para a instalação das estruturas de recarregamento.

Uma das suposições deste trabalho consiste em assumir que as estações de recarga tenham capacidade ilimitada e estejam sempre aptas a atenderem veículos em paralelo. Porém, múltiplas recargas concomitantes ainda não são permitidas pelas tecnologias de reabastecimento disponíveis na atualidade. Nesse caso, uma possível solução seria planejar o momento da recarga, considerando o limite do número de VANTs atendidos pelas estações de recarga. As estações poderiam ser modeladas como um sistema de filas, como proposto em ([AMMOUS et al., 2019](#)).

Outra questão relevante para aplicações práticas é a adoção de alguma estratégia para evitar colisões na presença de rotas que se interceptam. Para isso, uma possível solução seria a implementação de algum planejador de velocidade, como apresentado em ([GONCALVES et al., 2013](#); [REZENDE](#); [GONÇALVES](#); [PIMENTA, 2020](#)).

Além disso, melhorias poderiam ser obtidas ao flexibilizar a restrição de que todos os veículos tenham capacidade de cobrir as linhas de cobertura. Uma possível resolução para esse problema seria segmentar as linhas de cobertura e permitir a interrupção da cobertura para o recarregamento. Essa estratégia inclusive possibilitaria que mais de um VANT cobrisse segmentos diferentes da mesma linha. Entretanto, a quebra da continuidade do monitoramento poderia gerar outros problemas como dificultar o pós-processamento das informações capturadas pelos veículos.

## Referências

- ABSI, N. et al. A two-phase iterative heuristic approach for the production routing problem. *Transportation Science*, v. 49, n. 4, p. 784–795, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/trsc.2014.0523>>. Citado na página 106.
- ACEVEDO, J. J. et al. An efficient distributed area division method for cooperative monitoring applications with multiple uavs. *Sensors (Switzerland)*, v. 20, n. 12, p. 1–18, 2020. ISSN 14248220. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 38.
- Airlander10. 2021. <<https://www.hybridairvehicles.com/our-aircraft/airlander-10/>>. Acessado: 10-05-2021. Citado na página 15.
- AIROBOTICS. *Airobotics Battery Swapping Platform Keeps Drones Flying Around the Clock*. 2021. <<https://www.airoboticsdrones.com>>. Accessed: 2021-02-22. Citado na página 32.
- AMBERG, A.; DOMSCHKE, W.; VOSS, S. Multiple center capacitated arc routing problems: A tabu search algorithm using capacitated trees. *European Journal of Operational Research*, v. 124, n. 2, p. 360–376, 2000. ISSN 03772217. Citado na página 32.
- AMMOUS, M. et al. Optimal Cloud-Based Routing with In-Route Charging of Mobility-on-Demand Electric Vehicles. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, IEEE, v. 20, n. 7, p. 2510–2522, 2019. ISSN 15249050. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 81.
- ANGRISANI, L. et al. A contactless induction system for battery recharging of autonomous vehicles. *2014 IEEE International Workshop on Metrology for Aerospace, MetroAeroSpace 2014 - Proceedings*, p. 494–499, 2014. Citado na página 32.
- ANGRISANI, L. et al. Autonomous recharge of drones through an induction based power transfer system. In: *2015 IEEE International Workshop on Measurements & Networking (M&N)*. IEEE, 2015. v. 1, p. 1–6. ISBN 978-1-4799-1860-7. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/7322968/>>. Citado na página 32.
- ARCHETTI, C.; BIANCHESSI, N.; SPERANZA, M. G. A column generation approach for the split delivery vehicle routing problem. *Networks*, v. 58, n. 4, p. 241–254, 2011. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/net.20467>>. Citado na página 108.
- ARCHETTI, C.; DOERNER, K. F.; TRICOIRE, F. A heuristic algorithm for the free newspaper delivery problem. *European Journal of Operational Research*, v. 230, n. 2, p. 245–257, 2013. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221713003536>>. Citado na página 107.
- ARCHETTI, C.; SPERANZA, M. G. A survey on matheuristics for routing problems. *EURO Journal on Computational Optimization*, v. 2, n. 4, p. 223–246, 2014. ISSN 21924414. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 106.



- ASSIS, L. F. F. G. et al. Terrabrazilis: A spatial data analytics infrastructure for large-scale thematic mapping. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, MDPI AG, v. 8, n. 11, p. 513, Nov 2019. ISSN 2220-9964. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3390/ijgi8110513>>. Citado 3 vezes nas páginas 9, 19 e 44.
- ASSIS, L. P. et al. Multiobjective vehicle routing problem with fixed delivery and optional collections. *Optimization Letters*, v. 7, n. 7, p. 1419–1431, 2013. ISSN 18624472. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 105.
- ASSUNÇÃO, J. et al. Property-level assessment of change in forest clearing patterns: The need for tailoring policy in the amazon. *Land Use Policy*, Elsevier, v. 66, p. 18–27, 2017. Citado na página 18.
- ASSUNÇÃO, J.; GANDOUR, C.; ROCHA, R. Deterring deforestation in the brazilian amazon: environmental monitoring and law enforcement. *Climate Policy Initiative*, v. 1, p. 36, 2013. Citado na página 17.
- ASSUNÇÃO, J.; GANDOUR, C. *Combating Illegal Deforestation: Strengthening Command and Control Is Fundamental*. Rio de Janeiro, 2019. Citado na página 18.
- AVELLAR, G. S. C. et al. Multi-UAV routing for area coverage and remote sensing with minimum time. *Sensors (Switzerland)*, v. 15, n. 11, p. 27783–27803, 2015. ISSN 14248220. Citado 10 vezes nas páginas 14, 16, 18, 20, 25, 27, 38, 39, 40 e 45.
- BARNHART, C. et al. Branch-and-price: Column generation for solving huge integer programs. *Operations Research*, v. 46, n. 3, p. 316–329, 1998. Disponível em: <<https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.46.3.316>>. Citado na página 108.
- BARRIENTOS, A. et al. Aerial remote sensing in agriculture: A practical approach to area coverage and path planning for fleets of mini aerial robots. *Journal of Field Robotics*, v. 28, n. 5, p. 667–689, sep 2011. ISSN 15564959. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1002/rob.20403>>. Citado na página 25.
- BELENGUER, J. M. et al. Lower and upper bounds for the mixed capacitated arc routing problem. *Computers and Operations Research*, v. 33, n. 12, p. 3363–3383, 2006. ISSN 03050548. Citado na página 31.
- BLOT, A.; JOURDAN, L.; KESSACI, M.-É. Automatic design of multi-objective local search algorithms. p. 227–234, 2017. Citado na página 105.
- BLUEBIRD. *SpyLite Mini UAV – System Main Specification*. 2020. <<http://www.bluebird-uav.com/spylite/>>. Accessed: 2020-12-19. Citado na página 14.
- BLUEBIRD. *ThunderB Small Tactical UAV – System Main Specifications*. 2020. <<http://www.bluebird-uav.com/thunderb-2/>>. Accessed: 2020-12-19. Citado na página 14.
- BLUEBIRD. *WanderB VTOL – System Main Specification*. 2020. <<http://www.bluebird-uav.com/wanderbvtol/>>. Accessed: 2020-12-19. Citado na página 14.
- BRAMEL, J.; SIMCHI-LEVI, D. A location based heuristic for general routing problems. *Operations Research*, v. 43, n. 4, p. 649–660, 1995. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/opre.43.4.649>>. Citado na página 106.



- CAMPBELL, A. M.; SAVELSBERGH, M. W. P. A decomposition approach for the inventory-routing problem. *Transportation Science*, v. 38, n. 4, p. 488–502, 2004. Disponível em: <<https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/trsc.1030.0054>>. Citado na página 106.
- CAMPBELL, J. F. et al. Drone arc routing problems. *Networks*, v. 72, n. 4, p. 543–559, 2018. ISSN 10970037. Disponível em: <[www.starship.xyz](http://www.starship.xyz)>. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 38.
- CASSANDRAS, C. G.; LIN, X.; DING, X. An optimal control approach to the multi-agent persistent monitoring problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 58, n. 4, p. 947–961, 2013. ISSN 00189286. Citado na página 25.
- CASTELLANOS, J.; TARDOS, J.; SCHMIDT, G. Building a global map of the environment of a mobile robot: the importance of correlations. In: *Robotics and Automation, 1997. Proceedings., 1997 IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 1997. v. 2, p. 1053–1059 vol.2. Citado na página 27.
- CHEN, L. et al. Designing service sectors for daily maintenance operations in a road network. *International Journal of Production Research*, Taylor & Francis, v. 55, n. 8, p. 2251–2265, 2017. ISSN 1366588X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/00207543.2016.1233363>>. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 32.
- CHOSSET, H. Coverage of Known Spaces: The Boustrophedon Cellular Decomposition. p. 247–253, 2000. Citado na página 27.
- CHOSSET, H. Coverage for robotics—A survey of recent results. *Annals of mathematics and artificial intelligence*, p. 113–126, 2001. ISSN 1573-7470. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1023/A:1016639210559>>. Citado 3 vezes nas páginas 24, 26 e 39.
- CHOSSET, H.; PIGNON, P. Coverage Path Planning : The Boustrophedon Cellular Decomposition. In: \_\_\_\_\_. *Autonomous Robots*. London: Springer London, 1997. v. 9, n. 3, p. 247–253. ISBN 978-1-4471-1275-4. Citado na página 39.
- CHOSSET, H. M. *Principles of robot motion: theory, algorithms, and implementation*. [S.l.]: MIT press, 2005. Citado na página 40.
- CHOW, J. Y. Dynamic UAV-based traffic monitoring under uncertainty as a stochastic arc-inventory routing policy. *International Journal of Transportation Science and Technology*, Tongji University and Tongji University Press, v. 5, n. 3, p. 167–185, 2016. ISSN 20460430. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2046043016300235>>. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 38.
- CHUNG, S. H.; KWON, C. Multi-period planning for electric car charging station locations: A case of Korean expressways. *European Journal of Operational Research*, Elsevier Ltd., v. 242, n. 2, p. 677–687, 2015. ISSN 03772217. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2014.10.029>>. Citado na página 32.
- COKYASAR, T. Optimization of battery swapping infrastructure for e-commerce drone delivery. *Computer Communications*, v. 168, p. 146–154, 2021. ISSN 0140-3664. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140366420320211>>. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 38.

CORBERÁN, A.; PLANA, I.; SANCHIS, J. M. A branch and cut algorithm for the windy general routing problem and special cases. *Networks*, v. 49, n. 4, p. 245–257, jul 2007. ISSN 00283045. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1002/net.20176>>. Citado na página 26.

CORDEAU, J.-F. et al. Benders decomposition for simultaneous aircraft routing and crew scheduling. *Transportation Science*, v. 35, p. 375–388, 11 2001. Citado na página 109.

COUTINHO, W. P.; BATTARRA, M. Drone routing and trajectory optimisation. In: *LI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Limeira, São Paulo: Galoá, 2019. p. 207–216. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.

DAI, R. et al. Quality-aware UAV coverage and path planning in geometrically complex environments. *Ad Hoc Networks*, Elsevier B.V., v. 73, p. 95–105, 2018. ISSN 15708705. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.adhoc.2018.02.008>>. Citado 3 vezes nas páginas 29, 36 e 38.

DANNA, E.; PAPE, C. L. Branch-and-price heuristics: A case study on the vehicle routing problem with time windows. In: \_\_\_\_\_. *Column Generation*. Boston, MA: Springer US, 2005. p. 99–129. ISBN 978-0-387-25486-9. Disponível em: <[https://doi.org/10.1007/0-387-25486-2\\_4](https://doi.org/10.1007/0-387-25486-2_4)>. Citado na página 108.

DEB, K. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithm*. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 73 e 104.

DEB, K. Multi-objective optimisation using evolutionary algorithms: An introduction. In: \_\_\_\_\_. *Multi-objective Evolutionary Optimisation for Product Design and Manufacturing*. London: Springer London, 2011. p. 3–34. ISBN 978-0-85729-652-8. Disponível em: <[https://doi.org/10.1007/978-0-85729-652-8\\_1](https://doi.org/10.1007/978-0-85729-652-8_1)>. Citado na página 104.

DEB, K. et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE transactions on evolutionary computation*, IEEE, v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002. Citado na página 104.

DELL'AMICO, M.; MONTEMANNI, R.; NOVELLANI, S. Matheuristic algorithms for the parallel drone scheduling traveling salesman problem. *Annals of Operations Research*, Springer US, v. 289, n. 2, p. 211–226, 2020. ISSN 15729338. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10479-020-03562-3>>. Citado na página 36.

DEMŠAR, J. Statistical comparisons of classifiers over multiple data sets. *Journal of Machine learning research*, v. 7, n. Jan, p. 1–30, 2006. Citado na página 74.

DILLE, M.; SINGH, S. Efficient Aerial Coverage Search in Road Networks. *AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference*, v. 15213, p. 1–20, 2013. ISSN 1898-4002. Disponível em: <<http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2013-5094>>. Citado 3 vezes nas páginas 24, 25 e 38.

DORLING, K. et al. Vehicle Routing Problems for Drone Delivery. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, v. 47, n. 1, p. 70–85, jan 2017. ISSN 2168-2216. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/7513397/>>. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 38.

- DP-5X-WASP. 2021. <<https://www.aeroexpo.online/pt/prod/dragonfly-pictures/product-181533-26561.html>>. Acessado: 10-05-2021. Citado na página 15.
- DPI. *DP-5X Wasp - Long-Range Tactical Multi-Mission UAS*. 2020. <<https://www.dragonflypictures.com/products/dp-5x-wasp/>>. Accessed: 2020-12-19. Citado na página 14.
- DUNBABIN, M.; MARQUES, L. Robots for environmental monitoring: Significant advancements and applications. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, v. 19, n. 1, p. 24–39, 2012. ISSN 10709932. Citado na página 17.
- EBERHART, R.; KENNEDY, J. A new optimizer using particle swarm theory. In: *IEEE. MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*. [S.l.], 1995. p. 39–43. Citado na página 104.
- EICHFELDER, G. Scalarization approaches. In: \_\_\_\_\_. *Adaptive Scalarization Methods in Multiobjective Optimization*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008. cap. 2, p. 21–66. ISBN 978-3-540-79159-1. Disponível em: <[https://doi.org/10.1007/978-3-540-79159-1\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-540-79159-1_2)>. Citado na página 76.
- FAIED, M.; MOSTAFA, A.; GIRARD, A. Vehicle Routing Problem Instances : Application to Multi-UAV Mission Planning. *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, n. August, p. 1–11, 2010. Citado na página 39.
- FEDERGRUEN, A.; ZIPKIN, P. A combined vehicle routing and inventory allocation problem. *Operations Research*, v. 32, n. 5, p. 1019–1037, 1984. Disponível em: <<https://EconPapers.repec.org/RePEc:inm:oropre:v:32:y:1984:i:5:p:1019-1037>>. Citado na página 106.
- FISHER, M. L.; JAIKUMAR, R. A generalized assignment heuristic for vehicle routing. *Networks*, v. 11, n. 2, p. 109–124, 1981. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/net.3230110205>>. Citado na página 106.
- FLISBERG, P.; LIDÉN, B.; RÖNNQVIST, M. A hybrid method based on linear programming and tabu search for routing of logging trucks. *Computers & Operations Research*, v. 36, n. 4, p. 1122–1144, 2009. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054807002778>>. Citado na página 107.
- FLYING PRODUCTION, LTD. *Thor - Multi-Rotor VTOL Mini-UAS Platform Specification*. 2020. <<https://www.flying-production.com/thor>>. Accessed: 2020-12-19. Citado na página 14.
- FRANCO, C. D.; BUTTAZZO, G. Energy-Aware Coverage Path Planning of UAVs. *2015 IEEE International Conference on Autonomous Robot Systems and Competitions*, p. 111–117, 2015. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=7101619>>. Citado na página 25.
- GABRIELY, Y.; RIMON, E. Spanning-tree based coverage of continuous areas by a mobile robot. In: *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 31, n. 1-4, p. 77–98. ISBN 1050-4729 VO - 2. ISSN 10122443. Citado na página 39.

- GALCERAN, E.; CARRERAS, M. A survey on coverage path planning for robotics. *Robotics and Autonomous Systems*, Elsevier B.V., v. 61, n. 12, p. 1258–1276, 2013. ISSN 09218890. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.robot.2013.09.004>>. Citado 3 vezes nas páginas 24, 26 e 39.
- GEIGER, M. J. Randomised Variable Neighbourhood Search for Multi Objective Optimisation. p. 1–8, 2008. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/0809.0271>>. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 105.
- GENDREAU, M.; POTVIN, J.-Y. et al. *Handbook of metaheuristics*. [S.l.]: Springer, 2010. v. 2. Citado na página 104.
- GHIANI, G.; LAPORTE, G. Eulerian location problems. *Networks*, v. 34, n. 4, p. 291–302, 1999. ISSN 00283045. Citado na página 30.
- GHIANI, G.; LAPORTE, G. Location-arc routing problems. *Opserach*, v. 38, n. 2, p. 151–159, 2001. Citado na página 30.
- GLOVER, F.; MCMILLAN, C. The general employee scheduling problem. an integration of ms and ai. *Computers & Operations Research*, v. 13, n. 5, p. 563–573, 1986. ISSN 0305-0548. Applications of Integer Programming. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/030505488690050X>>. Citado na página 104.
- GODAR, J. et al. Actor-specific contributions to the deforestation slowdown in the brazilian amazon. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, National Acad Sciences, v. 111, n. 43, p. 15591–15596, 2014. Citado na página 18.
- GONCALVES, V. M. et al. Coordination of multiple fixed-wing UAVs traversing intersecting periodic paths. *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, p. 849–854, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 81.
- GONZALEZ-R, P. L. et al. Truck-drone team logistics: A heuristic approach to multi-drop route planning. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Elsevier, v. 114, n. March, p. 657–680, 2020. ISSN 0968090X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.trc.2020.02.030>>. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 38.
- GUERRERO, W. J. et al. Hybrid heuristic for the inventory location-routing problem with deterministic demand. *International Journal of Production Economics*, v. 146, p. 359–370, 2013. Citado na página 106.
- GUERRIERO, F. et al. A multi-objective approach for unmanned aerial vehicle routing problem with soft time windows constraints. *Applied Mathematical Modelling*, Elsevier Inc., v. 38, n. 3, p. 839–852, 2014. ISSN 0307904X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2013.07.002>>. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 38.
- HALVORSEN-WEARE, E.; FAGERHOLT, K. Routing and scheduling in a liquefied natural gas shipping problem with inventory and berth constraints. *Annals of Operations Research - Annals OR*, v. 203, p. 1–20, 03 2010. Citado na página 107.
- HANSEN, P.; MLADENOVIĆ, N. Variable neighborhood search: Principles and applications. *European Journal of Operational Research*, v. 130, n. 3, p. 449–467, 2001. ISSN 03772217. Citado na página 104.

- HANSEN, P. et al. Variable neighborhood search. In: \_\_\_\_\_. *Handbook of Metaheuristics*. Cham: Springer International Publishing, 2019. p. 57–97. ISBN 978-3-319-91086-4. Disponível em: <[https://doi.org/10.1007/978-3-319-91086-4\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-319-91086-4_3)>. Citado na página 50.
- Hashemi Doulabi, S. H.; SEIFI, A. Lower and upper bounds for location-arc routing problems with vehicle capacity constraints. *European Journal of Operational Research*, Elsevier B.V., v. 224, n. 1, p. 189–208, 2013. ISSN 03772217. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2012.06.015>>. Citado na página 30.
- HIDALGO-PANIAGUA, A.; VEGA-RODRÍGUEZ, M. A.; FERRUZ, J. Applying the MOVNS (multi-objective variable neighborhood search) algorithm to solve the path planning problem in mobile robotics. *Expert Systems with Applications*, v. 58, p. 20–35, 2016. ISSN 09574174. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 105.
- HO, W. et al. A hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 21, n. 4, p. 548–557, 2008. Citado na página 32.
- HODGES, J. L.; LEHMANN, E. L. Estimates of location based on rank tests. *The Annals of Mathematical Statistics*, p. 598–611, 1963. Citado na página 74.
- HONG, I.; KUBY, M.; MURRAY, A. T. A range-restricted recharging station coverage model for drone delivery service planning. *Transportation Research Part C*, Elsevier, v. 90, n. February, p. 198–212, 2018. ISSN 0968-090X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.trc.2018.02.017>>. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 38.
- HORN, J. Multicriterion decision making. *Handbook of Evolutionary Computation*, Oxford University Press, v. 1, p. F19–1, 1997. Citado na página 101.
- Huang, H.; Savkin, A. V. A method of optimized deployment of charging stations for drone delivery. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, v. 6, n. 2, p. 510–518, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 38.
- HUANG, W. Optimal line-sweep-based decompositions for coverage algorithms. *Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.01CH37164)*, v. 1, p. 27–32, 2001. ISSN 1050-4729. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.
- HUSSAIN, K. et al. Metaheuristic research: a comprehensive survey. *Artificial Intelligence Review*, v. 52, 12 2019. Citado na página 103.
- INPE. *Deforestation Map (PRODES) from Amazon*. 2020. <<http://terrabrasilis.dpi.inpe.br/app/map/deforestation>>. Citado na página 18.
- JIN, M.; LIU, K.; EKSIÖGLU, B. A column generation approach for the split delivery vehicle routing problem. *Oper. Res. Lett.*, Elsevier Science Publishers B. V., NLD, v. 36, n. 2, p. 265–270, mar. 2008. ISSN 0167-6377. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.orl.2007.05.012>>. Citado na página 109.
- JOZEFOWIEZ, N.; SEMET, F.; TALBI, E.-G. An evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with route balancing. *European Journal of Operational Research*, v. 195, n. 3, p. 761–769, 2009. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221707011009>>. Citado na página 104.



- KANSOU, A.; YASSINE, A. New upper bounds for the multi-depot capacitated arc routing problem. *Int. J. Metaheuristics*, v. 1, n. 1, p. 81–95, 2010. ISSN 1755-2176. Citado na página 32.
- KELLER, J. et al. Coordinated path planning for fixed-wing UAS conducting persistent surveillance missions. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, v. 14, n. 1, p. 17–24, 2017. ISSN 15455955. Citado na página 25.
- KRUSHINSKY, D.; Van Woensel, T. An approach to the asymmetric multi-depot capacitated arc routing problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier Ltd., v. 244, n. 1, p. 100–109, 2015. ISSN 03772217. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2015.01.005>>. Citado na página 32.
- LEVY, D.; SUNDAR, K.; RATHINAM, S. Heuristics for routing heterogeneous unmanned vehicles with fuel constraints. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2014, 2014. ISSN 15635147. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 38.
- LEVY, L.; BODIN, L. The Arc Oriented Location Routing Problem. *Infor*, v. 27, n. 1, p. 74–94, 1989. ISSN 0315-5986. Citado na página 30.
- LI, B. et al. Multi-Robot Mission Planning with Static Energy Replenishment. *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, Journal of Intelligent & Robotic Systems, v. 95, n. 2, p. 745–759, 2019. ISSN 15730409. Citado 4 vezes nas páginas 16, 27, 33 e 39.
- LI, H. et al. Ground-vehicle and unmanned-aerial-vehicle routing problems from two-echelon scheme perspective: A review. *European Journal of Operational Research*, Elsevier B.V., v. 294, n. 3, p. 1078–1095, 2021. ISSN 03772217. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.02.022>>. Citado na página 34.
- LI, M. et al. Unmanned aerial vehicle scheduling problem for traffic monitoring. *Computers and Industrial Engineering*, v. 122, n. May, p. 15–23, 2018. ISSN 03608352. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.05.039>>. Citado 4 vezes nas páginas 16, 27, 33 e 38.
- LI, Y. et al. Coverage path planning for UAVs based on enhanced exact cellular decomposition method. *Mechatronics*, Elsevier Ltd, v. 21, n. 5, p. 876–885, 2011. ISSN 09574158. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.mechatronics.2010.10.009>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 38.
- LI, Z. et al. Knowledge-based power line detection for UAV surveillance and inspection systems. *2008 23rd International Conference Image and Vision Computing New Zealand, IVCNZ*, p. 1–6, 2008. ISSN 2151-2191. Citado na página 17.
- LIEFOOGHE, A. et al. On dominance-based multiobjective local search: Design, implementation and experimental analysis on scheduling and traveling salesman problems. *Journal of Heuristics*, v. 18, p. 317–352, 04 2012. Citado na página 105.
- LIU, H. C. et al. An Integrated Multi-Criteria Decision Making Approach to Location Planning of Electric Vehicle Charging Stations. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, v. 20, n. 1, p. 362–373, 2019. ISSN 15249050. Citado na página 32.

- LIU, Q. et al. Multi-objective metaheuristics for discrete optimization problems: A review of the state-of-the-art. *Applied Soft Computing Journal*, Elsevier B.V., v. 93, p. 106382, 2020. ISSN 15684946. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106382>>. Citado na página 104.
- LIU, T.; JIANG, Z.; GENG, N. A genetic local search algorithm for the multi-depot heterogeneous fleet capacitated arc routing problem. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, v. 26, n. 4, p. 540–564, 2014. ISSN 19366590. Citado na página 32.
- LIU, Y. et al. Two-Echelon Routing Problem for Parcel Delivery by Cooperated Truck and Drone. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, n. September 2016, p. 1–16, 2020. ISSN 2168-2216. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 38.
- LOPES, R. B. et al. Location-arc routing problem: Heuristic approaches and test instances. *Computers and Operations Research*, Elsevier, v. 43, p. 309–317, 2014. ISSN 03050548. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2013.10.003>>. Citado na página 31.
- LUO, Z.; LIU, Z.; SHI, J. A Two-Echelon Cooperated Routing Problem for a Ground Vehicle and Its Carried Unmanned Aerial Vehicle. *Sensors (Basel, Switzerland)*, v. 17, n. 5, 2017. ISSN 14248220. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 38.
- MARAVILHA, A. L. et al. Scheduling maneuvers for the restoration of electric power distribution networks: Formulation and heuristics. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 163, n. June, p. 301–309, 2018. ISSN 03787796. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.epsr.2018.06.020>>. Citado na página 58.
- MARAŠ, V. et al. Routing of barge container ships by mixed-integer programming heuristics. *Applied Soft Computing*, v. 13, n. 8, p. 3515–3528, 2013. Citado na página 107.
- MAZA, I.; OLLERO, A. Multiple UAV cooperative searching operation using polygon area decomposition and efficient coverage algorithms. In: \_\_\_\_\_. *Distributed Autonomous Robotic Systems 6*. Tokyo: Springer Japan, 2007. p. 221–230. ISBN 978-4-431-35873-2. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/978-4-431-35873-222>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 38.
- MITCHELL, D. et al. Multi-robot long-term persistent coverage with fuel constrained robots. In: *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1093–1099. Citado 4 vezes nas páginas 28, 38, 39 e 45.
- MLADENović, N.; HANSEN, P. Variable neighborhood search. *Computers & Operations Research*, v. 24, n. 11, p. 1097–1100, 1997. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054897000312>>. Citado na página 105.
- MODARES, J. et al. UB-ANC planner: Energy efficient coverage path planning with multiple drones. *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, IEEE, p. 6182–6189, 2017. ISSN 10504729. Citado 3 vezes nas páginas 29, 36 e 38.
- MONTGOMERY, D. C. *Design and analysis of experiments*. [S.l.]: John Wiley, 1991. Citado na página 74.

- MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. *Applied statistics and probability for engineers*. [S.l.]: John Wiley, 2003. Citado na página 74.
- MOON, S.-w.; SHIM, D. H.-c. Study on Path Planning Algorithms for Unmanned Agricultural Helicopters in Complex Environment Crop-dusting Definition. *Aerospace*, v. 10, n. 2, p. 1–11, 2009. Citado na página 25.
- MUYLDERMANS, L.; PANG, G. Variants of the Capacitated Arc Routing Problem. *Arc Routing: Problems, Methods, and Applications*, p. 223–253, 2014. Citado na página 32.
- NANAS, N.; ROECK, A. D. Multimodal dynamic optimization: From evolutionary algorithms to artificial immune systems. In: CASTRO, L. N. de; ZUBEN, F. J. V.; KNIDEL, H. (Ed.). *Artificial Immune Systems*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2007. p. 13–24. ISBN 978-3-540-73922-7. Citado na página 104.
- NEBRO, A. et al. Smpso: A new pso-based metaheuristic for multi-objective optimization. In: *2009 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Multi-Criteria Decision-Making(MCDM)*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 66–73. Citado na página 104.
- NEDJATI, A. et al. Complete Coverage Path Planning for a Multi-UAV Response System in Post-Earthquake Assessment. *Robotics*, 2016. ISSN 2218-6581. Citado 4 vezes nas páginas 25, 27, 38 e 39.
- NEMENYI, P. Distribution-free multiple comparisons (doctoral dissertation, princeton university, 1963). *Dissertation Abstracts International*, v. 25, n. 2, p. 1233, 1963. Citado na página 74.
- OH, H. et al. Coordinated road-network search route planning by a team of UAVs. *International Journal of Systems Science*, v. 45, n. 5, p. 825–840, 2014. ISSN 00207721. Citado 3 vezes nas páginas 24, 26 e 38.
- ONDRÁČEK, J.; VANEK, O.; PECHOUCEK, M. Solving Infrastructure Monitoring Problems with Multiple Heterogeneous Unmanned Aerial Vehicles. In: *Aamas*. [s.n.], 2015. p. 1597–1605. ISBN 978-1-4503-3413-6. ISSN 15582914. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2773355>>. Citado na página 17.
- OPTIMIZATION, L. G. *Gurobi Optimizer Reference Manual*. 2020. Disponível em: <<http://www.gurobi.com>>. Citado na página 71.
- OTTO, A. et al. Optimization approaches for civil applications of unmanned aerial vehicles (UAVs) or aerial drones: A survey. *Networks*, v. 72, n. 4, p. 411–458, 2018. ISSN 10970037. Citado na página 24.
- OZKAN, O.; KAYA, M. UAV routing with genetic algorithm based matheuristic for border security missions. *An International Journal of Optimization and Control: Theories and Applications (IJOCTA)*, v. 11, n. 2, p. 128–138, 2021. ISSN 2146-0957. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.
- PACHECO, J.; MARTÍ, R. Tabu search for a multi-objective routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, Taylor & Francis, v. 57, n. 1, p. 29–37, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601917>>. Citado na página 104.



- PALACIOS-GASOS, J. M. et al. Multi-robot persistent coverage using branch and bound. *Proceedings of the American Control Conference*, v. 2016-July, p. 5697–5702, 2016. ISSN 07431619. Citado na página 25.
- PAQUETE, L.; CHIARANDINI, M.; STÜTZLE, T. Pareto Local Optimum Sets in the Biobjective Traveling Salesman Problem: An Experimental Study. p. 177–199, 2004. Citado na página 105.
- PRINS, C. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, v. 31, n. 12, p. 1985–2002, 2004. ISSN 03050548. Citado na página 31.
- Ramirez Atencia, C.; Del Ser, J.; CAMACHO, D. Weighted strategies to guide a multi-objective evolutionary algorithm for multi-UAV mission planning. *Swarm and Evolutionary Computation*, Elsevier B.V., v. 44, n. August 2017, p. 480–495, 2019. ISSN 22106502. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.swevo.2018.06.005>>. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 38.
- REI, W.; GENDREAU, M.; SORIANO, P. A hybrid monte carlo local branching algorithm for the single vehicle routing problem with stochastic demands. *Transportation Science*, v. 44, n. 1, p. 136–146, 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/trsc.1090.0295>>. Citado na página 107.
- REZENDE, A. M.; GONÇALVES, V. M.; PIMENTA, L. C. A. Safe coordination of robots in cyclic paths. *ISA Transactions*, 2020. ISSN 0019-0578. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019057820303931>>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 81.
- RIBEIRO, R. G. et al. Unmanned-Aerial-Vehicle Routing Problem With Mobile Charging Stations for Assisting Search and Rescue Missions in Postdisaster Scenarios. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, p. 1–15, 2021. ISSN 2168-2216. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/9462603/>>. Citado 4 vezes nas páginas 16, 35, 38 e 39.
- RIBEIRO, R. G. et al. Unmanned Aerial Vehicle Location Routing Problem With Charging Stations for Belt Conveyor Inspection System in the Mining Industry. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, p. 1–10, 2019. ISSN 1524-9050. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 38.
- RICHARDS, A. et al. Coordination and control of multiple UAVs. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, August, 2002. Citado na página 25.
- RICHARDS, A.; HOW, J. P. Aircraft trajectory planning with collision avoidance using mixed integer linear programming. *Proceedings of the American Control Conference*, v. 3, p. 1936–1941, 2002. ISSN 07431619. Citado na página 25.
- RIEMANN, R.; WANG, D. Z.; BUSCH, F. Optimal location of wireless charging facilities for electric vehicles: Flow capturing location model with stochastic user equilibrium. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Elsevier Ltd, v. 58, n. Part A, p. 1–12, 2015. ISSN 0968090X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.trc.2015.06.022>>. Citado na página 32.

RODRÍGUEZ-MOLINA, A. et al. Multi-objective meta-heuristic optimization in intelligent control: A survey on the controller tuning problem. *Applied Soft Computing Journal*, Elsevier B.V., v. 93, p. 106342, 2020. ISSN 15684946. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106342>>. Citado na página 103.

Rojas Vilorio, D. et al. Unmanned aerial vehicles/drones in vehicle routing problems: a literature review. *International Transactions in Operational Research*, v. 28, n. 4, p. 1626–1657, 2021. ISSN 14753995. Citado na página 35.

ROSA, I. M.; JR, C. S.; EWERS, R. M. Changes in size of deforested patches in the brazilian amazon. *Conservation Biology*, Wiley Online Library, v. 26, n. 5, p. 932–937, 2012. Citado na página 18.

SANTIN, R. et al. Matheuristics for multi-uav routing and recharge station location for complete area coverage. *Sensors*, v. 21, n. 5, 2021. ISSN 1424-8220. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1424-8220/21/5/1705>>. Citado na página 22.

SANTOS, M. A. et al. A discrete robust adaptive control of a tilt-rotor UAV for an enlarged flight envelope. In: *2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC)*. IEEE, 2017. v. 2018-Janua, p. 5208–5214. ISBN 978-1-5090-2873-3. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/8264431/>>. Citado na página 14.

SCHERMER, D.; MOEINI, M.; WENDT, O. A matheuristic for the vehicle routing problem with drones and its variants. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, v. 106, n. September, p. 166–204, 2019. ISSN 0968090X. Citado 3 vezes nas páginas 33, 36 e 38.

SCHERMER, D.; MOEINI, M.; WENDT, O. A branch-and-cut approach and alternative formulations for the traveling salesman problem with drone. *Networks*, Wiley-Liss Inc., v. 76, n. 2, p. 164–186, sep 2020. ISSN 10970037. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 38.

SCHMID, V. et al. Hybridization of very large neighborhood search for ready-mixed concrete delivery problems. *Computers & Operations Research*, v. 37, n. 3, p. 559–574, 2010. ISSN 0305-0548. Hybrid Metaheuristics. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054808001330>>. Citado na página 107.

SEIFERT, E. et al. Influence of Drone Altitude, Image Overlap, and Optical Sensor Resolution on Multi-View Reconstruction of Forest Images. *Remote Sensing*, v. 11, n. 10, p. 1252, may 2019. ISSN 2072-4292. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2072-4292/11/10/1252>>. Citado na página 42.

SHERALI, H. D.; AL-YAKOOB, S. M.; HASSAN, M. M. Fleet management models and algorithms for an oil-tanker routing and scheduling problem. *IIE Transactions*, Taylor & Francis, v. 31, n. 5, p. 395–406, 1999. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/07408179908969843>>. Citado na página 109.

SMITH, S. L.; SCHWAGER, M.; RUS, D. Persistent robotic tasks: Monitoring and sweeping in changing environments. *IEEE Transactions on Robotics*, v. 28, n. 2, p. 410–426, 2012. ISSN 15523098. Citado na página 25.

SpyLite. 2021. <<https://www.airforce-technology.com/projects/spylite-mini-uav-system/>>. Acessado: 02-05-2021. Citado na página 15.

- SUNDAR, K.; RATHINAM, S. Route planning algorithms for unmanned aerial vehicles with refueling constraints. *Proceedings of the American Control Conference*, IEEE, p. 3266–3271, 2012. ISSN 07431619. Citado 3 vezes nas páginas 28, 38 e 39.
- SUNDAR, K.; RATHINAM, S. Algorithms for routing an unmanned aerial vehicle in the presence of refueling depots. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, v. 11, n. 1, p. 287–294, 2014. ISSN 15455955. Citado 3 vezes nas páginas 28, 38 e 39.
- SUNDAR, K.; VENKATACHALAM, S.; RATHINAM, S. Analysis of Mixed-Integer Linear Programming Formulations for a Fuel-Constrained Multiple Vehicle Routing Problem. *Unmanned Systems*, v. 5, n. 4, p. 197–207, 2017. ISSN 23013869. Citado 4 vezes nas páginas 28, 38, 45 e 47.
- TAKAHASHI, R. *Otimização Escalar e Vetorial*. 1. ed. Belo Horizonte, 2007. Volume 3: Otimização Vetorial. Citado 5 vezes nas páginas 97, 98, 100, 102 e 103.
- Thor. 2021. <<https://www.flying-production.com/thor>>. Acessado: 10-05-2021. Citado na página 15.
- THRUN, S. Artificial Intelligence Learning metric-topological maps for indoor mobile robot navigation '. *Artificial Intelligence*, v. 99, p. 21–71, 1998. ISSN 0004-3702. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 39.
- THRUN, S. Robotic mapping: A survey. In: \_\_\_\_\_. *Exploring Artificial Intelligence in the New Millennium*. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2003. p. 1–35. ISBN 1558608117. Citado na página 27.
- ThunderB. 2021. <<https://www.airforce-technology.com/projects/thunderb-small-tactical-unmanned-aerial-vehicle-uav/>>. Acessado: 02-05-2021. Citado na página 15.
- TORRES, M. et al. Coverage path planning with unmanned aerial vehicles for 3D terrain reconstruction. *Expert Systems with Applications*, v. 55, p. 441–451, 2016. ISSN 09574174. Citado na página 24.
- VENKATACHALAM, S.; SUNDAR, K.; RATHINAM, S. A two-stage approach for routing multiple unmanned aerial vehicles with stochastic fuel consumption. *Sensors (Switzerland)*, v. 18, n. 11, p. 1–19, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 38.
- WanderB. 2021. <<https://www.airforce-technology.com/projects/wanderb-vtol-mini-uav-israel/>>. Acessado: 02-05-2021. Citado na página 15.
- WANG, K.; SHAO, Y.; ZHOU, W. Matheuristic for a two-echelon capacitated vehicle routing problem with environmental considerations in city logistics service. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, v. 57, p. 262–276, 2017. ISSN 1361-9209. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1361920917300822>>. Citado 2 vezes nas páginas 107 e 108.
- WANG, X.; SUN, T.; LI, D. Energy-optimal coverage path planning on topographic map for environment survey with unmanned aerial vehicles. *Electronics Letters*, v. 52, n. 9, p. 699–701, 2016. ISSN 0013-5194. Disponível em: <<http://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/el.2015.4551>>. Citado na página 25.

WILCK, J.; CAVALIER, T. A column generation procedure for the split delivery vehicle routing problem using a route-based formulation. *International Journal of Operations Research and Information Systems*, v. 5, p. 44–63, 10 2014. Citado na página 108.

XU, A.; VIRIYASUTHEE, C.; REKLEITIS, I. Efficient complete coverage of a known arbitrary environment with applications to aerial operations. *Autonomous Robots*, v. 36, n. 4, p. 365–381, 2014. ISSN 09295593. Citado na página 24.

YILDIRIM, U. M.; ÇATAY, B. A parallel matheuristic for solving the vehicle routing problems. In: \_\_\_\_\_. *Computer-based Modelling and Optimization in Transportation*. Cham: Springer International Publishing, 2014. p. 477–489. ISBN 978-3-319-04630-3. Disponível em: <[https://doi.org/10.1007/978-3-319-04630-3\\_35](https://doi.org/10.1007/978-3-319-04630-3_35)>. Citado na página 107.

YU, J. J. Two-stage request scheduling for autonomous vehicle logistic system. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, IEEE, v. 20, n. 5, p. 1917–1929, 2019. ISSN 15249050. Citado na página 32.

YU, Y.; CHEN, H.; CHU, F. A new model and hybrid approach for large scale inventory routing problems. *European Journal of Operational Research*, v. 189, n. 3, p. 1022–1040, 2008. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037722170700673X>>. Citado na página 107.

ZITZLER, E. *Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: methods and applications*. Tese (Doutorado) — ETH Zurich, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 102 e 103.

# Apêndices

# APÊNDICE A – Formulação de problemas de otimização multiobjetivo e abordagens para a solução.

Este capítulo aborda os principais conceitos e definições utilizados neste trabalho, com a intenção de proporcionar um melhor entendimento do tema tratado. A Seção A.1 apresenta a formulação dos problemas de otimização multiobjetivo e as questões principais relacionadas a esses problemas. A Seção A.2 aborda os métodos para solucionar problemas multiobjetivo, como métodos clássicos, meta-heurísticas e heurísticas matemáticas, que serviram de base para a elaboração da metodologia proposta na presente tese.

## A.1 Problema de otimização multiobjetivo

O problema de otimização multiobjetivo busca selecionar dentre as soluções factíveis no espaço de parâmetros aquelas que construam os melhores resultados para o vetor de objetivos. A formulação geral do problema de otimização multiobjetivo é dada pela Equação A.1 (TAKAHASHI, 2007).

$$\begin{aligned} & \min f(x) \\ & \text{sujeito a } x \in \mathcal{F}_x, \text{ sendo:} \\ & \mathcal{F}_x \begin{cases} g(x) \leq 0 \\ h(x) = 0 \\ x \in \mathcal{X} \end{cases} \end{aligned} \tag{A.1}$$

O vetor de objetivos mapeia os  $n$  parâmetros da solução em um ponto no espaço  $m$  dimensional dos objetivos, sendo  $f(\cdot) : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m$ . O conjunto de soluções factíveis  $\mathcal{F}_x$  define dentre os vetores de parâmetros  $x \in \mathbb{R}^n$ , no espaço de parâmetros  $\mathcal{X}$ , aqueles que satisfazem as  $q$  funções de desigualdades  $g(\cdot) : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^q$  e  $p$  funções de igualdades  $h(\cdot) : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^p$ . A imagem de  $f(x)$  para  $x \in \mathcal{F}_x$  é representada por  $\mathcal{F}_y$  no espaço dos objetivos  $\mathcal{Y}$ . As melhores soluções para o problema formulado na Expressão A.1 são aquelas que minimizam o vetor  $f(x)$  (sem perder a generalidade, visto que problemas de maximização podem ser escritos como minimização, basta multiplicar  $f(x)$  por  $-1$ ).

A operação de minimização em problemas multiobjetivo é definida sobre os elementos de  $\mathcal{Y}$  que são dotados de uma ordem parcial, dado que nem sempre é possível afirmar

que  $f(x_1) \leq f(x_2)$  ou  $f(x_2) \leq f(x_1)$ , no caso de vetores  $x_1$  e  $x_2$  no espaço de soluções. Diferentes soluções podem produzir resultados conflitantes, uma vez que a melhora em determinado objetivo promove a piora em algum outro objetivo, impossibilitando a escolha de uma solução que minimize ao mesmo tempo todos os objetivos. Assim, o problema de otimização multiobjetivo busca avaliar o ordenamento das soluções considerando os seus objetivos.

As melhores soluções não são ordenáveis, o que impossibilita a classificação de que uma solução seja melhor que outra. Essas soluções são chamadas de soluções Pareto, ou soluções multiobjetivo e constituem o conjunto de soluções não dominadas ou conjunto Pareto-ótimo, sendo denotado por  $\mathcal{X}^*$ . O conceito de dominância que utilizaremos na classificação das soluções e o conjunto ao qual pertencem é apresentado na Definição 1 (TAKAHASHI, 2007).

**Definição 1 (Dominância)** *A relação de dominância entre dois pontos no espaço de parâmetros é definida pela avaliação das imagens de ambos os pontos no espaço de objetivos. Assim, é dito que o ponto  $x_1 \in \mathcal{X}$  domina o ponto  $x_2 \in \mathcal{X}$  se  $f(x_1) \leq f(x_2)$  e  $f(x_1) \neq f(x_2)$ . Da mesma maneira, se  $x_1$  domina  $x_2$  significa que  $f(x_1) \in \mathcal{Y}$  domina  $f(x_2) \in \mathcal{Y}$ .*

Em outras palavras, considerando os mesmos dois pontos  $x_1$  e  $x_2$  no espaço de parâmetros  $\mathcal{X}$ , o ponto  $x_1$  domina  $x_2$ , caso  $x_1$  não seja pior que  $x_2$  ao avaliar todos os objetivos ( $f(x_1) \leq f(x_2)$ ) e  $x_1$  seja estritamente melhor que  $x_2$  em pelo menos um dos objetivos. O conjunto de soluções será composto apenas por soluções não dominadas por qualquer outra solução, conhecidas como soluções Pareto-ótimas (Definição 2). O conjunto de soluções Pareto-ótimas é denominado de conjunto Pareto-ótimo (Definição 3). A solução de um problema de otimização multiobjetivo é um conjunto Pareto-ótimo representado por  $\mathcal{Y}^* \subset \mathcal{Y}$  (TAKAHASHI, 2007).

**Definição 2 (Solução Pareto-ótima)**  *$x^* \in \mathcal{F}_x$  é uma solução Pareto-ótima se não existe qualquer outra solução  $x \in \mathcal{F}_x$  tal que  $f(x) \leq f(x^*)$  e  $f(x) \neq f(x^*)$ , ou seja, se  $x^*$  não é dominada por nenhum outro ponto factível.*

**Definição 3 (Conjunto Pareto-ótimo)** *O conjunto  $\mathcal{X}^* \subset \mathcal{X}$  é um conjunto Pareto-ótimo se é composto por todas as soluções Pareto-ótimas. O conjunto-imagem  $\mathcal{Y}^* \subset \mathcal{Y}$  associado ao conjunto de Pareto-ótimo é denominado fronteira de Pareto-ótimo.*

A Figura 17 ilustra o conceito de dominância para a minimização de duas funções objetivo. Os pontos de  $y_A$  a  $y_E$  são pertencentes ao espaço de objetivos. A região de dominância de cada ponto é representada pelos cones de dominância paralelos aos eixos

do espaço  $\mathcal{Y}$  posicionados em cada um desses pontos. Os pontos no interior de qualquer cone é dominado pelo ponto localizado no seu vértice, sendo que: (i) entre  $y_A$ ,  $y_C$  e  $y_E$  não há relação de dominância; (ii)  $y_A$  domina  $y_B$  e  $y_D$ ; (iii)  $y_B$  domina  $y_D$ ; (iv)  $y_C$  domina  $y_D$ ; (v)  $y_D$  e  $y_E$  não dominam nenhum outro ponto.

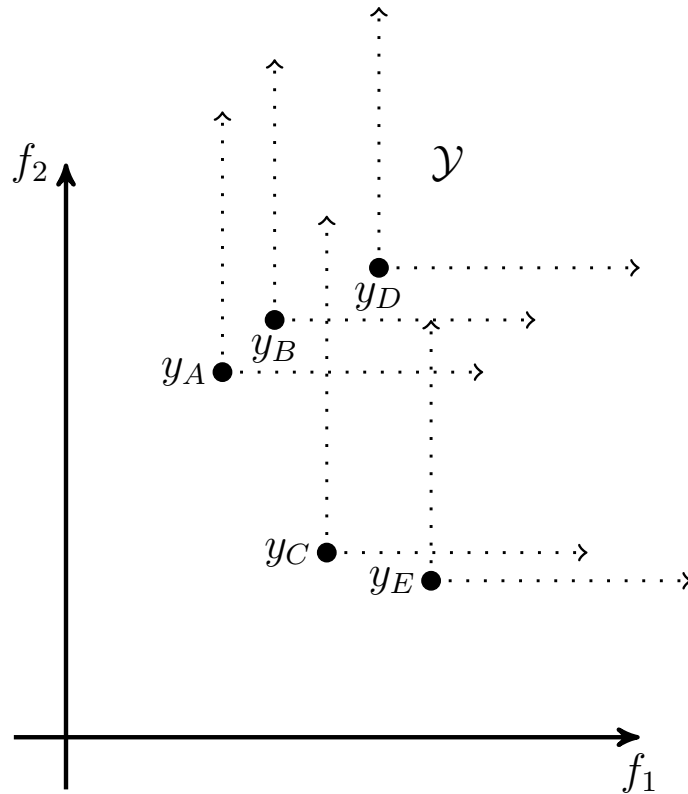


Figura 17 – Exemplo da relação de dominância dos pontos  $y_A$  a  $y_E$  pertencentes ao espaço de objetivos  $\mathcal{Y}$ .

A Figura 18 ilustra um exemplo do mapeamento das soluções de  $\mathcal{X}$  em  $\mathcal{Y}$  feito pela função  $f(x)$ . Dentre as soluções factíveis destacadas em  $\mathcal{F}_x$ , somente,  $x_A$ ,  $x_C$  e  $x_E$  são soluções Pareto-ótimas ( $x^* \in \mathcal{F}_x$ ) por não possuírem relação de dominância. As imagens desses pontos, representados por  $y_A$ ,  $y_C$  e  $y_E$  são encontradas na fronteira do conjunto  $\mathcal{F}_y$ . Assim, o conjunto de soluções  $\{x_A, x_C, x_E\}$  de  $\mathcal{X}^*$  são pontos do conjunto Pareto-ótimo e suas imagens constituem pontos da fronteira Pareto-ótima  $\mathcal{Y}^*$  no espaço de objetivos  $\mathcal{Y}$ .

O conflito entre diversos objetivos para diferentes soluções impossibilita determinar como ótima uma solução avaliando apenas um objetivo. Assim, o objetivo ideal da otimização multiobjetivo é buscar tanto o conjunto de soluções pertencentes à fronteira Pareto-ótima, quanto encontrar soluções diversificadas o suficiente para representar todo o intervalo da fronteira Pareto-ótima.

Entretanto, a complexidade de alguns problemas de otimização não permite garantir que os pontos Pareto-ótimos sejam encontrados. Nesse caso, a definição da globalidade das soluções é impraticável, sendo necessária a adoção de estratégias para o encontro dos múltiplos pontos não dominados o mais próximo possível da fronteira Pareto-ótima. Esse



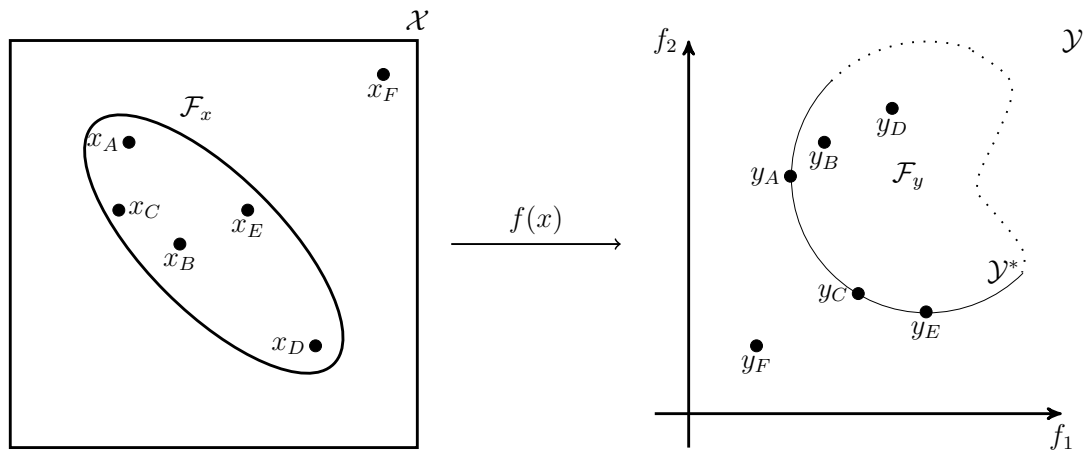


Figura 18 – Pontos no espaço de parâmetros  $\mathcal{X}$  são mapeados no espaço de objetivos  $\mathcal{Y}$  pela função  $f(x)$ . Os pontos  $x_A$  a  $x_E$  são pontos factíveis em  $\mathcal{F}_x$  considerando as restrições do problema. A região  $\mathcal{F}_y$  corresponde às imagens da função  $f(x)$  restrita ao domínio  $\mathcal{F}_x$ . Embora o ponto  $y_F$  que ocorre como imagem do ponto  $x_F$  domine os demais pontos destacados no espaço de objetivos  $\mathcal{Y}$ ,  $x_F$  não pertence ao conjunto de pontos factíveis ( $x_F \notin \mathcal{F}_x$ ).

conjunto composto por soluções localmente Pareto-ótimas é considerado uma aproximação da fronteira Pareto-ótima (Definição 4) (TAKAHASHI, 2007). A Figura 19 mostra no segmento tracejado um exemplo de fronteira Pareto-ótima e no segmento contínuo uma fronteira aproximada com soluções localmente Pareto-ótimas.

**Definição 4 (Solução Localmente Pareto-ótima)** Uma solução factível  $x \in \mathcal{F}_x$  é localmente Pareto-ótima para uma dada vizinhança, caso não exista outra solução  $x' \in \mathcal{F}_x$  tal que  $\|x' - x\| \leq \delta$  para  $\delta > 0$ , de modo que  $f(x') \leq f(x)$  e  $f(x') \neq f(x)$ . Em outras palavras, uma solução é localmente Pareto-ótima caso não seja dominada por nenhum outro ponto pertencente aquela vizinhança.

## A.2 Abordagens para a solução de problemas de otimização multi-objetivo

A existência de objetivos conflitantes impossibilita a identificação da solução que melhor satisfaça todos os objetivos ao mesmo tempo. Qualquer melhoria observada na direção de algum objetivo impacta negativamente em outro. Assim, as soluções Pareto-ótimas para determinado problema de otimização multiobjetivo são aquelas sem relação de dominância entre nenhuma outra solução avaliada, ou seja, não é possível determinar um ordenamento entre estas soluções considerando os objetivos propostos. Embora o conjunto Pareto-ótimo seja constituído por diversas soluções, tais problemas necessitam que na

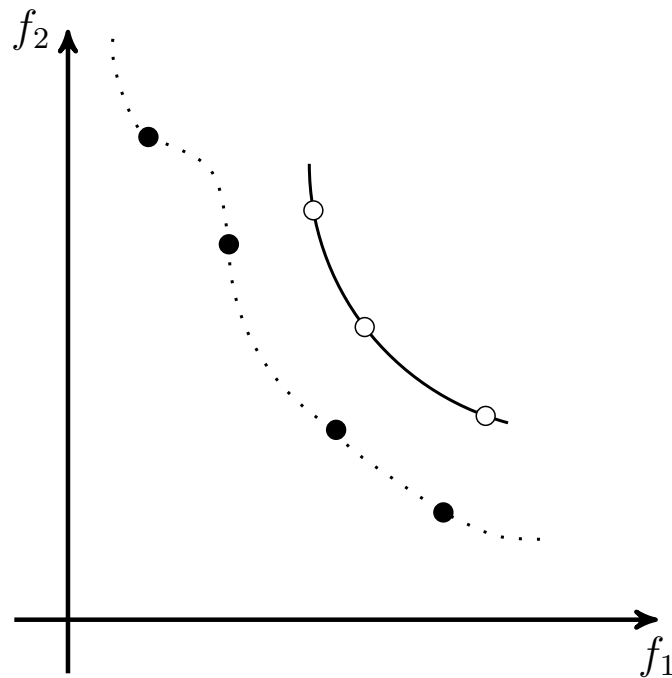


Figura 19 – Os pontos preenchidos são imagens de soluções Pareto-ótimas para a função  $f(x)$  e os pontos não preenchidos são imagens correspondentes de soluções localmente Pareto-ótimas.

prática apenas uma das soluções seja escolhida. Assim, é papel do tomador de decisões definir e avaliar os critérios para a escolha da solução final.

Neste sentido, [HORN \(1997\)](#) destaca que problemas multiobjetivo em geral envolvem as tarefas de busca de soluções e tomada de decisão. A busca de soluções é atividade de otimização para a definição das soluções Pareto-ótimas. Já a tomada de decisões está relacionada ao problema de selecionar uma solução adequada do conjunto Pareto-ótimo, sendo tarefa de um tomador de decisão humano ponderar as vantagens e desvantagens entre as soluções eficientes.

O decisor pode interagir no processo de otimização em diferentes momentos, caracterizando o método de solução. Segundo ([HORN, 1997](#)), os métodos são classificados como:

- Método a priori: o processo de decisão é realizado antes da busca. Os objetivos do problema multiobjetivo são agregados em um único objetivo que inclui implicitamente as informações de preferências do tomador de decisão.
- Métodos a posteriori: a busca é realizada antes da tomada de decisão: O processo de otimização é realizado sem qualquer informação de preferência. O resultado da busca é o conjunto de soluções que são avaliadas pelo tomador de decisão para a escolha da solução final.

- Método iterativo: o tomador de decisão pode configurar as preferências durante o processo de otimização. Após cada passo da otimização o tomador de decisão guia a busca para regiões com soluções de seu interesse.

Na literatura existem diversos métodos para a busca de soluções do conjunto Pareto-ótimo em problemas de otimização multiobjetivo, sendo geralmente classificados como métodos clássicos ou heurísticos.

### A.2.1 Métodos clássicos

Os métodos clássicos para a solução de problema de otimização multiobjetivo agregam os diversos objetivos em uma única função objetivo parametrizada. A geração de soluções é realizada pela resolução de uma sequência de problemas mono-objetivo obtidos da variação sistemática dos parâmetros da função. O processo de otimização é executado diversas vezes para a obtenção de soluções que se aproximem das soluções Pareto-ótimas.

#### A.2.1.1 Método da soma ponderada - $P_\lambda$

Um método clássico simples e muito utilizado para a solução de problemas multi-objetivo é o método da soma ponderada. Nesse caso, os múltiplos objetivos originais são combinados linearmente para formar um problema de objetivo único, como é mostrado na Formulação [A.2](#).

$$\begin{aligned} \min f(x) &= \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(x) \\ \text{sujeito à } x &\in \mathcal{F}_x \end{aligned} \tag{A.2}$$

Os pesos de cada objetivo são representados por  $(\lambda_i)$  e a soma dos pesos é normalizada de forma que  $\sum \lambda_i = 1$ . A resolução desse problema para diversas combinações de pesos gera um conjunto de soluções. A principal desvantagem desse método de solução é que não se aplica em problemas não convexos, nos quais é impossível gerar todas as soluções Pareto-ótimas ([ZITZLER, 1999](#); [TAKAHASHI, 2007](#)).

#### A.2.1.2 Método $\epsilon$ -Restrito - $P_\epsilon$

Um método clássico alternativo que permite gerar soluções das partes não convexas da fronteira Pareto-ótima é denominado de  $\epsilon$ -Restrito. Este método é caracterizado por escolher apenas um dos objetivos como função objetivo do problema mono-objetivo e inserir os objetivos restantes como restrições.

$$\begin{aligned}
 & \min f_i(x) \\
 & \text{sujeito à :} \\
 & f_j(x) \leq \epsilon_j, (1 \leq j \leq k, i \neq j) \\
 & x \in \mathcal{F}_x
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

As soluções Pareto-ótimas são geradas variando os parâmetros  $\epsilon_i$  que representam o limite superior dos objetivos ( $f_i$ ). A definição dos valores de  $(\epsilon)$  é uma das dificuldades do método, sendo que as soluções são dependentes dos valores escolhidos. Nesse caso, os valores de  $(\epsilon)$  podem levar a geração de pontos não eficientes, tornando o problema formulado infactível (ZITZLER, 1999; TAKAHASHI, 2007).

## A.2.2 Metaheurísticas

A complexidade dos métodos clássicos, geralmente, limita o escopo de suas aplicações para instâncias consideradas fáceis (pequenas proporções), justificando o desenvolvimento de técnicas alternativas para a rápida geração de soluções de boa qualidade em casos com instâncias maiores. A metaheurística é uma dessas técnicas amplamente utilizada na resolução de problemas práticos de otimização, que ocorrem em diversas aplicações do mundo real, como em roteamento, localização, agrupamento, escalonamento e muitas outras atividades relacionadas às questões econômicas, industriais e científicas.

A metaheurística é uma estrutura algorítmica genérica que é adaptada para o desenvolvimento de problemas de otimização. As funções principais de seu procedimento de busca são a diversificação (exploração) e a intensificação (exploração), que devem ser propriamente balanceados para a obtenção de processo de busca eficiente.

Existem diversas metaheurísticas para a solução de problemas de otimização combinatória na literatura que podem ser classificadas em metaheurística baseada em trajetória e metaheurística baseada em população. A metaheurística baseada em trajetória é caracterizada por explorar o espaço de soluções por meio de mudanças sistemáticas aplicadas em cada passo sobre a solução corrente, definindo uma trajetória no espaço de soluções a medida que as iterações ocorrem. Já a estratégia baseada em busca populacional opera sobre um conjunto de boas soluções que são combinadas para a produção de soluções melhores (HUSSAIN et al., 2019). A maioria dos trabalhos utilizaram as metaheurísticas para a resolução de problemas mono-objetivo, mas a inclusão de um mecanismo de busca multiobjetivo permite estender essa técnica para a resolução de problemas multiobjetivo. Entretanto, é importante ressaltar que as metaheurísticas de otimização multiobjetivo não garantem a obtenção da fronteira Pareto-ótima, mas retornam uma fronteira aproximada (RODRÍGUEZ-MOLINA et al., 2020).

As metaheurísticas baseada em população geralmente empregam o princípios da

evolução biológica, simulando diversos fenômenos biológicos que se diferenciam pelo tipo das estruturas utilizadas nas suas representações. Os três principais paradigmas dessa classe são baseadas em metáforas: métodos evolucionários (DEB, 2001; DEB et al., 2002; JOZEFOWIEZ; SEMET; TALBI, 2009), enxames (EBERHART; KENNEDY, 1995; NEBRO et al., 2009) e sistemas imunológicos (NANAS; ROECK, 2007). Esses algoritmos possuem diversos parâmetros que devem ser ajustados adequadamente para a obtenção de resultados satisfatórios. O ajuste desses parâmetros não é tarefa fácil e pode tornar complexa a aplicação de tais metaheurísticas. Já aquelas abordagens classificadas como baseadas em trajetória são a busca tabú (Tabu Search - TS) (GLOVER; MCMILLAN, 1986; PACHECO; MARTÍ, 2006), busca em vizinhança variável (Variable Neighborhood Search - VNS) (HANSEN; MLADENOVIĆ, 2001), recozimento simulado (Simulated Annealing - SA), procedimento de busca guloso, aleatório e adaptativo (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure - GRASP), busca local iterativa (Iterated Local Search - ILS) (GENDREAU; POTVIN et al., 2010).

A facilidade em operar populações de soluções candidatas que evoluem na direção do conjunto Pareto-ótimo é uma das grandes vantagens dos algoritmos evolucionários para solucionar problemas multiobjetivo. Esse tipo de algoritmo inicia com uma população aleatória e as gerações subsequentes são geradas pela aplicação sucessiva dos operadores de seleção, cruzamento, mutação e elitismo. A aplicação pára quando um ou mais critérios pré-especificados de término são cumpridos (DEB, 2011).

O algoritmo Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II) é considerado um dos algoritmos evolutivos mais utilizados para a busca de múltiplas soluções em problemas de otimização multiobjetivo, sendo caracterizado por aplicar o princípio de elitismo, mecanismo de preservação de diversidade e o foco em soluções não dominadas. A complexidade do NSGA-II para  $M$  objetivos e população de tamanho  $N$  é  $\mathcal{O}(MN^2)$ , sendo considerado rápido e capaz de retornar boas soluções. A avaliação das soluções é baseada na relação de dominância, dividindo a população em subconjuntos de soluções não dominadas de modo que as soluções pertencentes a um determinado subgrupo sejam dominadas apenas pelas soluções dos subconjuntos precedentes. A diversidade entre as soluções não dominadas é preservada pela distância de multidão, que mede a densidade das soluções com base nas soluções vizinhas e evita aglomerações (DEB et al., 2002; DEB, 2011). As operações baseadas em populações como ingrediente geral favorece a intensa aplicação desses algoritmos evolucionários na resolução de problemas multiobjetivo. Entretanto, possuem algumas limitações referente a taxa de convergência lenta e a entrada em mínimos locais (LIU et al., 2020).

Para superar essas limitações alguns trabalhos aliaram a diversificação e intensificação da busca local para a desenvolvimento de heurísticas simples e efetivas. Conhecidos como algoritmos de busca local multiobjetivo (multi-objective local search - MOLS) (BLOT;

JOURDAN; KESSACI, 2017) em sua maioria, também empregam o conceito de dominância de Pareto para comparar as soluções, sendo denominados nesse caso de PLS (Pareto local search) (PAQUETE; CHIARANDINI; STÜTZLE, 2004). O conceito de dominância usado em diversos métodos PLS e em alguns evolucionários foi generalizado na busca local multiobjetivo baseada em dominância (dominance-based multiobjective local search - DMLS) proposta em Liefoghe et al. (2012).

Outra metaheurística para a solução de problemas multiobjetivo é conhecida como busca em vizinhança variável multiobjetivo (Multiobjective Variable Neighborhood Search - MOVNS) proposta em Geiger (2008), sendo derivada da metaheurística de busca em vizinhança variável (VNS) apresentada em Mladenović e Hansen (1997). A principal ideia é utilizar o VNS que é caracterizado por realizar mudanças sistemáticas na sua estrutura de vizinhança tanto na fase de descida (encontro do ótimo local) quanto na fase de perturbação (escape do ótimo local) para melhorar as chances de identificação das soluções Pareto-ótimas. O MOVNS é muito empregado em diversas aplicações e tem apresentado bons resultados em aplicações de roteamento de veículos (HIDALGO-PANIAGUA; VEGA-RODRÍGUEZ; FERRUZ, 2016; ASSIS et al., 2013). Por esse motivo, o método apresentado neste trabalho foi baseado no MOVNS.

O Algoritmo 12 descreve a estrutura básicas do MOVNS apresentada originalmente em Geiger (2008). Inicialmente uma solução aleatória ( $s$ ) é gerada e adicionada ao conjunto de soluções ( $F$ ), que representa a fronteira Pareto aproximada. Enquanto existir qualquer solução não dominada em ( $F$ ), que não tenha a vizinhança já investigada (linha 3), uma solução é selecionada (linha 4) e uma função de vizinhança é selecionada aleatoriamente (linha 5). Soluções vizinhas são geradas (linha 6) e caso alguma solução ( $s'$ ) satisfaça a relação de dominância (Definição 1), a fronteira ( $F$ ) é atualizada. Caso ( $s$ ) não tenha sido dominada por nenhuma solução  $s' \in \mathcal{N}(s)$ , a solução ( $s$ ) é marcada como investigada (linhas 8–10) e o MOVNS recomeça para qualquer outra solução não dominada e ainda não investigada em ( $F$ ).

---

**Algoritmo 12:** Estrutura do MOVNS apresentado em Geiger (2008)

---

```

1  $s \leftarrow \text{InitialSolution}();$ 
2  $F \leftarrow s;$ 
3 while  $\exists s \in F \mid s \text{ not investigated}$  do
4     | Select  $s \in F \mid s$  not investigated;
5     | Select a neighborhood function in  $\mathcal{N}$ ;
6     | Generate  $\mathcal{N}(s)$  ;
7     | Update  $F$  with all  $s' \in \mathcal{N}(s)$ ;
8     | if  $s \in F$  then
9         | | Mark  $s$  as investigated;
10    | end
11 end

```

---

### A.2.3 heurísticas matemáticas

Os métodos exatos, como aqueles apresentados na Subseção A.2.1, buscam garantir o encontro da solução ótima e provar a sua otimalidade, sendo geralmente impraticáveis para a resolução de instâncias consideradas grandes. Nesse caso, como apresentado na Subseção A.2.2, o uso de heurísticas é aceitável com o intuito de obter rapidamente soluções de boa qualidade em detrimento da garantia de obtenção de soluções ótimas.

Entretanto, o surgimento de computadores cada vez mais poderosos e os avanços dos métodos de solução exata permitiram que muitos problemas sejam solucionados satisfatoriamente em tempo razoável. Tais melhorias tem estimulado o desenvolvimento de métodos híbridos que combinam heurísticas e um método exato para a resolução do problema. Na atualidade, a utilização de métodos exatos para a resolução de modelos de programação matemática em um arcabouço heurístico é denominada de heurística matemática (ARCHETTI; SPERANZA, 2014).

Archetti e Speranza (2014) apresentaram uma revisão detalhada dos principais trabalhos que usaram heurísticas matemáticas para o problema de roteamento e propuseram a classificação das heurísticas matemáticas em três abordagens: a decomposição, heurísticas de melhoria e a abordagem baseada nos algoritmos branch-and-price/geração de colunas.

As heurísticas matemáticas classificadas como método de decomposição dividem o problema original em subproblemas menores e mais simples e posteriormente resolvem individualmente cada subproblema para obtenção da solução original. Embora um método exato seja aplicado na resolução de um ou mais subproblemas, nem sempre é possível obter solução ótima no tempo desejado.

As abordagens envolvendo problemas de roteamentos, como roteamento de veículos (Vehicle Routing Problem - VRP), roteamento e localização de instalações (Locate Routing Problem - LRP), roteamento de estoque (Inventory Routing Problem - IRP) e roteamento de produção (Production Routing Problem - PRP), possuem duas questões em comum: a divisão em grupos (clusterização) que é responsável pela atribuição do conjunto de clientes aos veículos e a ordenação das visitas aos clientes.

Embora existam muitas formas para a decomposição de problema de roteamento de veículos, a abordagem mais utilizada é primeiramente agrupar os clientes e em seguida definir as rotas para cada grupo. As heurísticas matemáticas baseadas nessa abordagem geralmente empregam um método de programação linear para definirem os grupos de clientes e o método heurístico para gerar as rotas dentro de cada grupo (FISHER; JAIKUMAR, 1981; BRAMEL; SIMCHI-LEVI, 1995; GUERRERO et al., 2013). Outros trabalhos abordaram a resolução iterativa usando os resultados no fim da segunda etapa para aprimorar a primeira etapa (método exato) da próxima iteração (FEDERGRUEN; ZIPKIN, 1984; CAMPBELL; SAVELSBERGH, 2004; ABSI et al., 2015).



Além da abordagem de dividir e rotear, outras formas de decomposição são exploradas na literatura, como a decomposição, que emprega critérios baseados na natureza específica do problema para segmentar a sua solução (YU; CHEN; CHU, 2008; FLISBERG; LIDÉN; RÖNNQVIST, 2009; HALVORSEN-WEARE; FAGERHOLT, 2010).

Outra classe de heurísticas matemáticas é caracterizada por solucionar o modelo MILP em determinados passos da heurística para a melhoria da solução encontrada. Por esse motivo, tais heurísticas matemáticas são classificadas como heurísticas de melhorias. Essa estratégia é bastante versátil e permite diferentes combinações entre a heurística e a solução exata. Uma possibilidade consiste em solucionar o modelo MILP posteriormente à heurística, com o objetivo de melhorar a solução retornada pela heurística. Além disso, outras técnicas solucionam o modelo matemático para gerar a solução inicial ou promover a sua integração ao método heurístico para o aprimoramento da fase de busca.

Uma das técnicas de melhoria solucionam o modelo MILP apenas uma vez. Nesse caso, o formalismo exato pode ser solucionado no início para geração de boas soluções iniciais, no final do método com o objetivo de melhorar a solução retornada pela heurística, ou em ambos os momentos (ARCHETTI; DOERNER; TRICOIRE, 2013).

O algoritmo 13 mostra um exemplo de heurística matemática de melhoria, que combina o método de busca local e um método exato (WANG; SHAO; ZHOU, 2017). A solução do modelo matemático é realizada a posteriori para buscar por melhorias nas soluções retornadas pelo algoritmo de busca em vizinhança variável (VNS - Variable Neighborhood Search). Ao término do VNS (linhas 5–21), seja por atingir o número de iterações máximo ( $k_{max}$ ) entre duas melhorias ou o tempo limite ( $t_{max}$ ), a melhor solução corrente é melhorada resolvendo um modelo de programação linear para o conjunto de rotas em  $R$  (linha 22).

Uma possibilidade é empregar um método exato para a otimização local. Nesse caso, o objetivo é empregar um algoritmo exato para a exploração do espaço de soluções, agindo como um dos operadores do método de busca. Entretanto, diferentemente da abordagem que utiliza a solução exata apenas uma vez, essa abordagem o emprega na exploração de vizinhança ou como mecanismo de intensificação. A principal diferença entre essas duas abordagens consiste no número de chamadas ao método exato. Quando utilizado como operador de vizinhança é utilizado em todas as iterações (REI; GENDREAU; SORIANO, 2010; MARAŠ et al., 2013). Já ao atuar como ferramenta de intensificação, um método exato é aplicado seletivamente em determinados passos do algoritmo (SCHMID et al., 2010; YILDIRIM; ÇATAY, 2014).

Outra classe de heurística matemática é baseada nos algoritmos branch-and-price e geração de colunas para a resolução de formulações do problema de particionamento de conjuntos com variáveis binárias ou inteiras, que são associadas a cada possibilidade de rotas (colunas). Devido à grande quantidade de colunas o procedimento branch-and-price



---

**Algoritmo 13:** Exemplo de heurística matemática de melhoria Wang, Shao e Zhou (2017).

---

**Input:**  $s, k_{max}, t_{max}$   
**Output:**  $s^*$

```

1  $s^* \leftarrow s$ ;
2  $h \leftarrow 1$ ;
3  $k \leftarrow 1$ ;
4  $t \leftarrow 0$ ;
5 while  $k \leq k_{max} \wedge t < t_{max}$  do
6    $s' \leftarrow \text{RandNeighbor}(s, h)$ ;
7    $s'' \leftarrow \text{LocalSearch}(s')$ ;
8    $R \leftarrow \text{Update}(s'')$ ; // update the route set R with the second-level
   routes of  $s''$ 
9   if  $f(s'') \leq (1 + \tau)f(s^*)$  then
10    |  $s \leftarrow s''$ ;
11  end
12  if  $f(s'') \leq f(s^*)$  then
13    |  $s^* \leftarrow s''$ ;
14    |  $k \leftarrow 1$ ;
15  end
16  else
17    |  $k \leftarrow k + 1$ ;
18  end
19   $h \leftarrow h \% h_{shaking} + 1$ ;
20   $t \leftarrow \text{CpuTime}()$ ;
21 end
22  $s^* \leftarrow \text{MathModel}(R)$ ; // solve the math model over the set R

```

---

não inclui as colunas na relaxação do problema linear. Assim, verificam a otimalidade da solução (*pricing*) para identificar as colunas que devam ser inseridas na base. Caso tais colunas sejam encontradas, o programa linear é otimizado novamente. A ramificação (*branching*) ocorre quando nenhuma coluna é encontrada para entrar na base e a solução não satisfaça as condições de integralidade (BARNHART et al., 1998). As heurísticas matemáticas geralmente modificam um algoritmo exato para acelerar a convergência e não garantem o encontro da solução ótima.

As abordagens dessa classe de heurística matemática (branch-and-price e geração de colunas) são divididas em abordagens heurísticas do problema mestre restrito, abordagem usando heurísticas para a ramificação e abordagem baseada na relaxação. A abordagem do problema mestre restrito é a mais utilizada e geralmente é incorporada nos casos em que parte da formulação do problema é resolvida por um subconjunto de colunas geradas pela solução na fase de *pricing*, permitindo a geração rápida de soluções viáveis (DANNA; PAPE, 2005; ARCHETTI; BIANCHESI; SPERANZA, 2011; WILCK; CAVALIER, 2014).

A abordagem usando heurísticas para a ramificação procura acelerar a convergên-

cia do método. Nesse caso, as ramificações são realizadas por métodos heurísticos que promovem a poda de um grande número de nós (descarte de subproblemas não factíveis), o que possibilita acelerar o encontro de solução de boa qualidade (CORDEAU et al., 2001).

Já a abordagem baseada na relaxação é caracterizada pela geração da solução viável com base em informações oriundas da solução do problema relaxado. O método de geração de colunas é aplicado para gerar a solução relaxada, posteriormente um método heurístico é aplicado para encontrar uma solução viável para o problema (SHERALI; AL-YAKOOB; HASSAN, 1999; JIN; LIU; EKSIUGLU, 2008).