



## MODELAGEM MATEMÁTICA DO CRESCIMENTO DA MASSA DE PÃO COM DIFERENTES TIPOS DE FERMENTOS BIOLÓGICOS

Beatriz Gueler Dalvi<sup>1</sup>, Débora Fernanda Gaudencio Reinoso<sup>1</sup>, Gustavo dos Santos Oliveira<sup>1</sup>, Tatiane Brito Perim da Silva<sup>1</sup>, Andréa Oliveira Souza da Costa<sup>2</sup>

1 Curso de Engenharia Química, Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), Alegre, ES, Brasil.

2 Departamento de Engenharia Química, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte, MG, Brasil.  
([andreaosc@yahoo.com.br](mailto:andreaosc@yahoo.com.br))

Recebido em: 03/10/2016 – Aprovado em: 21/11/2016 – Publicado em: 05/12/2016  
DOI: 10.18677/EnciBio\_2016B\_154

### RESUMO

Na literatura são encontrados diversos estudos sobre o processo produtivo do pão, principalmente com relação às suas características físicas. Algumas condições de produção podem alterar estas características, como a qualidade do trigo, do fermento, entre outras. O objetivo deste trabalho foi analisar a variação de volume da massa, na etapa de levedação do pão, por meio da ação de dois tipos de fermentos biológicos (fresco e seco) empregando modelagem matemática. Os resultados obtidos indicam que o processo pode ser modelado matematicamente empregando-se o modelo de Verhulst conforme sugerido pela literatura. Os resultados obtidos apontam valores distintos para os coeficientes empíricos deste modelo ( $k=85,562 \text{ cm}^3$  e  $\alpha=0,0836 \text{ min}^{-1}$  para as amostras com fermento fresco e  $k=88,481 \text{ cm}^3$  e  $\alpha=0,0328 \text{ min}^{-1}$  com fermento seco).

**PALAVRAS-CHAVE:** Fermento biológico fresco, fermento biológico seco, modelagem matemática.

### MATHEMATICAL MODELING OF THE MASS BREAD GROWTH USING DIFFERENT BIOLOGICAL YEASTS

#### ABSTRACT

Because of the great importance of bread as food product, several studies are found on the subject, especially related to their physical characteristics. Some production conditions can change these characteristics, the quality of wheat, yeast, and others. The object of this study has been to analyze the mass of the volume grown of the bread through the action of two types of biological yeast (fresh and dry). For this, experimental and mathematical modeling routines were employed. The results indicate that the process can be described mathematically using the Verhulst model suggested in the literature.

**KEYWORDS:** Fresh yeast, dry yeast, mathematical modeling.

## INTRODUÇÃO

O pão é um produto alimentício de significativa importância do ponto de vista nutricional, principalmente quando é considerado o conteúdo de carboidrato e proteína. Além disso, este alimento é fonte de nutrientes de fácil acesso à população brasileira, devido ao baixo custo. Embora exista uma grande variedade de tipos de pães, este termo se refere a produtos fermentados que contenham trigo (HAGER et al., 2012). Segundo dados da Associação Brasileira da Indústria de Panificação e Confeitaria (ABIP, 2014), o consumo *per capita* do pão francês é de aproximadamente 56 gramas por dia, o que equivale ao consumo de pelo menos um pão por dia.

Um dos ingredientes mais importantes da massa de pão é o fermento. O fermento biológico fresco é característico por apresentar a massa prensada, de cor creme claro, homogênea, pastosa, de consistência firme, cheiro e sabor próprios. A umidade máxima permitida é de 75% p/p e de cinzas de 5% p/p. Já o fermento biológico seco e o seco instantâneo devem apresentar característica de pó, escamas, grânulos ou cilindros de tamanhos variáveis, com cor entre branco e castanho claro, além de cheiro e sabor próprio. A umidade máxima deste tipo de fermento deve ser 12% p/p (BRASIL, 1997). A massa do pão é um sistema multifásico e multicomponente. Para construir sua estrutura (aparência, textura, sabor e estabilidade), os ingredientes são misturados e amassados e, em seguida, a massa fermentada é assada.

Durante a mistura, os ingredientes são transformados em um material viscoelástico, devido à formação de uma rede tridimensional de proteínas uniformemente dispersas nos grânulos de amido. Além disso, a mistura inclui bolhas de ar na massa, consideradas como núcleos iniciais de bolhas de gás que se desenvolvem durante as fases subsequentes. Durante a fermentação, o metabolismo das leveduras transforma quimicamente açúcares simples assimiláveis em dióxido de carbono e álcool etílico, de acordo com a reação apresentada na Equação (1) (GAN et al., 1995).



O dióxido de carbono, que em parte se dissolve na fase aquosa da massa, migra para os núcleos iniciais de bolha de ar formada, enquanto o pão é amassado causando o crescimento. Ressalta-se que o crescimento destas bolhas depende do tamanho da célula e da composição da massa (GAN et al., 1995).

O principal objetivo deste trabalho foi propor um modelo matemático simplificado, que seja capaz de descrever o processo de crescimento do pão, antes do mesmo ser levado ao processo de cozimento. Além disso, objetivou-se testar se o modelo proposto é capaz de descrever o processo quando dois tipos de fermento são empregados. A estratégia proposta para a realização deste estudo consistiu ainda no ajuste dos parâmetros empíricos do modelo empregando dados experimentais coletados pelos autores. Mais além, foi proposta uma estratégia de validação dos resultados obtidos, que envolveu o emprego de dados experimentais que não foram empregados na busca dos parâmetros do modelo, o que torna tal validação mais robusta. O modelo resultante é capaz de prever o processo dinâmico de crescimento do pão sem que um significativo número de informações experimentais seja conhecido ou que necessite de significativo recurso computacional para ser resolvido.

## MATERIAL E MÉTODOS

### Ingredientes e materiais utilizados no preparo das amostras

As amostras de massa de pão foram preparadas seguindo-se as formulações apresentadas na Tabela 1. Foram empregadas as mesmas marcas comerciais de farinha de trigo (Vilma), sal refinado iodado (Globo), açúcar refinado (Paineiras) e margarina (Qualy) nas duas formulações. A única diferença entre as formulações foi os tipos de fermento empregados (ambos de marca comercial Fleischmann): fermento biológico fresco (FFresco) e fermento biológico seco (FSeco). Para todas as pesagens, foi utilizada uma balança analítica MARTE modelo BL3200H.

**TABELA 1** - Formulação utilizada para elaboração das amostras

Ingredientes	Formulação	
	Amostra FFresco	Amostra FSeco
Farinha de trigo (g)	400	400
Açúcar (g)	26	26
Margarina (g)	24	24
Sal (g)	10	10
Água (mL)	208	208
Fermento biológico seco (g)	-----	6
Fermento biológico fresco (g)	18	-----

Fonte: Autores

### Metodologia para o preparo das amostras

O procedimento adotado para o preparo das amostras foi baseado em VENQUIARUTO (2011) e consistiu das seguintes etapas:

- Mistura do fermento com o açúcar e a água;
- aquecer a mistura a uma temperatura de 35 °C;
- após 15 minutos, acrescentar duas colheres de sopa de farinha de trigo e o sal e, aos poucos, adicionar o restante da farinha, sempre em constante agitação;
- misturar os ingredientes até a obtenção de uma massa consistente para ser sovada (misturada e amassada);
- polvilhar uma superfície plana com farinha, onde a massa será colocada e sovada;
- ao apresentar uma superfície lisa, a massa foi dividida entre as provetas de 100 mL para que a análise do crescimento fosse realizada.

Foram realizadas quatro réplicas para cada amostra (Amostra FFresco e Amostra FSeco). Cada réplica foi conduzida com 20 cm<sup>3</sup> de volume inicial de massa de pão em cada uma das provetas. A coleta de dados foi realizada durante um período de 70 minutos para as amostras FFresco e 95 minutos para as amostras FSeco. O volume das amostras foi registrado com um tempo de amostragem de cinco minutos, até que a taxa de crescimento fosse desprezível. O procedimento foi realizado a uma temperatura ambiente de 28 °C. A temperatura foi medida durante a realização dos experimentos e não apresentou variações significativas.

## Modelagem matemática

Na literatura são encontrados diversos estudos sobre o processo produtivo do pão, principalmente com relação às suas características físicas, como o aspecto e a crocância da crosta, a elasticidade e o volume da massa, o sabor proporcionado pelos componentes (BUDDRICK et al., 2015). Também são encontrados em literatura aberta estudos que avaliam aspectos relevantes ao armazenamento na prateleira do supermercado (PASCALL et al., 2008) bem como estudos que avaliam o impacto de diferentes formulações na qualidade final do pão (FURLÁN et al., 2016).

PEREIRA et al. (2014) determinaram as características do volume e textura no pão francês, produzidos a partir da mistura de farinha de trigo branca e farinha de trigo integral. As modificações na formulação do pão francês apresentam vantagens nutricionais devido ao aumento no teor das fibras com pouca alteração no aspecto. SANTOS et al. (2012) analisaram as características químicas, microbiológicas e sensoriais dos pães com diferentes porcentagens de farinha de caroço de jaca. De acordo com estes autores, a farinha de jaca apresentou um ótimo potencial de substituição parcial da farinha de trigo para elaboração de pães.

JEFFERSON et al. (2007) modelaram matematicamente a formação da crosta durante o processo de cozimento do pão. De acordo com estes autores, a crosta é a parte mais externa do pão onde a densidade de pão final é significativamente maior do que no miolo (interior do pão). O modelo matemático proposto por estes pesquisadores baseia-se em um mecanismo de colapso, observado em decorrência das pressões elevadas que se formam no interior do pão devido à expansão térmica de bolhas formadas na evaporação da água. Tal processo permite que o vapor no interior das bolhas escape para a vizinhança. O modelo matemático proposto por estes pesquisadores é caracterizado por um conjunto de equações diferenciais parciais que descrevem a transferência de calor no interior do pão, juntamente com um conjunto de equações diferenciais ordinárias que descrevem as fronteiras em movimento (relativo a bolha colapso e à umidade vaporização) e a expansão da massa interna.

NICOLAS et al. (2014) modelaram matematicamente os diferentes estados pelos quais passa a massa de pão durante o cozimento (entre eles: perda de massa, produção de CO<sub>2</sub>, alteração na temperatura, inchamento). Para isto, tais autores empregaram um sistema de equações diferenciais parciais que foi resolvido empregando-se métodos numéricos (diferenças finitas). Dados de literatura e experimentais foram empregados no ajuste do modelo e na análise do desempenho do modelo.

PAPASIDERO et al. (2015) também modelaram matematicamente os diferentes estados pelos quais passa a massa de pão durante o seu cozimento. Mais uma vez, o modelo matemático resultante consiste em um sistema de equações diferenciais parciais que foi resolvido empregando-se métodos numéricos.

Neste ponto vale ressaltar que o fermento é essencial para a obtenção de uma massa elástica e consistente. A levedura mais frequentemente utilizada em panificação é fresca, prensada e produzida a partir da espécie *Saccharomyces cerevisiae*. As leveduras de padaria, conhecidas como fermento biológico, são produzidas em diversas formas, tais como: creme, encapsulada, congelada, comprimida, grânulos ou instantânea. A aplicação é dada de acordo com as necessidades específicas de produção como o clima, a tecnologia de processamento, o transporte e também o armazenamento.

Neste trabalho, a modelagem matemática do processo de crescimento da

massa foi conduzida com o auxílio dos programas comerciais MathCAD 14.0 e MATLAB R2009. O modelo proposto neste trabalho deriva do modelo de Verhulst (Equação 2) (STAIL et al., 2013), originalmente utilizado para descrever o crescimento populacional.

$$x = \frac{k}{1 + \frac{k-x_0}{x_0} e^{-\alpha t}} \quad (2)$$

onde  $x_0$  é a população inicial (volume inicial de massa neste caso),  $\alpha$  é o coeficiente de crescimento e  $k$  é uma constante arbitrária que determina a capacidade máxima que a massa pode assumir.

Na etapa de ajuste do modelo (segundo momento mencionado no item 3), a estimação dos parâmetros foi realizada empregando-se os dados experimentais. Os valores dos parâmetros foram estimados empregando a técnica de minimização dos resíduos quadrados (utilizando-se o método de Gauss-Newton como método de otimização), tendo como função objetivo a Equação (3).

$$\min f(k, \alpha) = \sum_{i=1}^N \left( x_i - \frac{k}{1 + \frac{k-x_0}{x_0} e^{-\alpha t_i}} \right)^2 \quad (3)$$

onde  $f$  é a função objetivo a ser minimizada,  $x_i$  é o volume da massa a cada amostragem  $i$ ;  $t_i$  é o tempo de amostragem  $i$ .

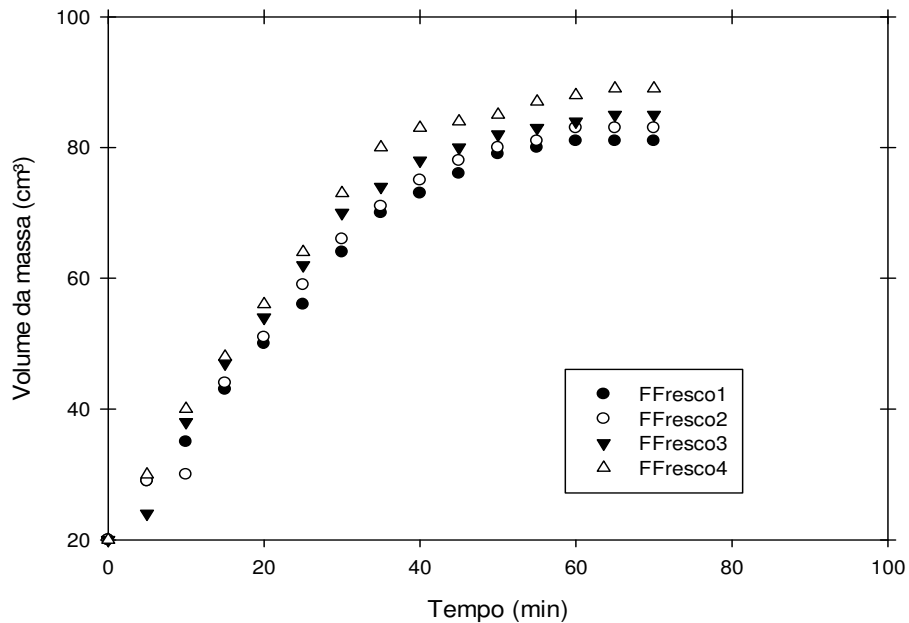
## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Figura 1 pode-se observar o aspecto físico final das amostras nas quais foi utilizado o fermento fresco. Ressalta-se que todas as amostras, tanto as FFresco quanto as FSeco (Tabela 1), apresentaram a mesma aparência ao final do experimento, sendo possível visualizar as bolhas de gás formadas na massa.

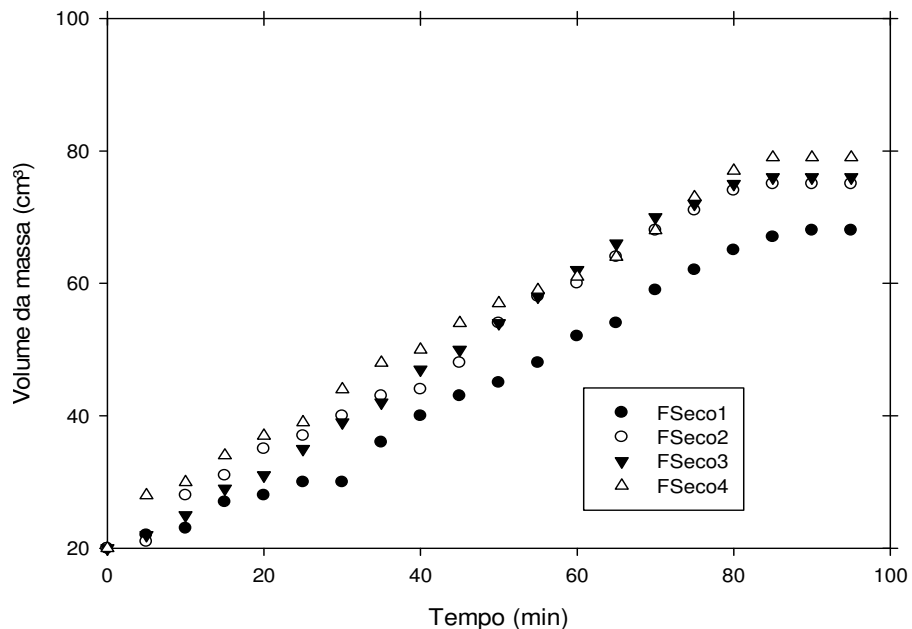


**FIGURA 1** - Formação de bolhas de gás na massa  
Fonte: Autores

Os dados experimentais obtidos neste trabalho, para ambas as amostras, são apresentados nas Figuras 2 e 3. As informações apresentadas nas Figuras 2 e 3 indicam que é possível verificar uma boa reprodutibilidade dos dados coletados. Além disso, observa-se que a adoção de diferentes fermentos afeta o comportamento do processo.



**FIGURA 2** - Dados experimentais das amostras FFresco  
Fonte: Autores



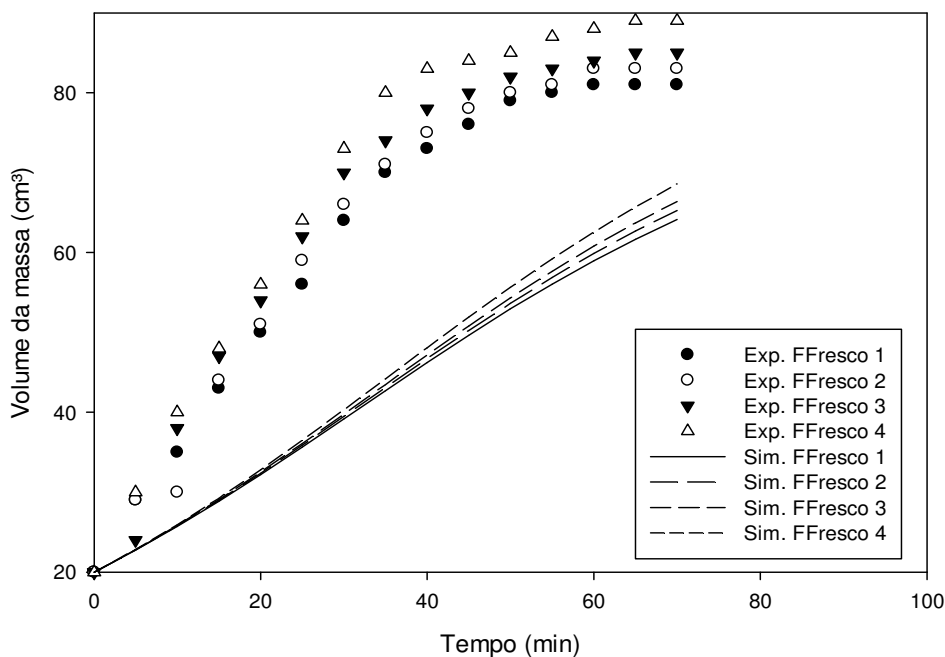
**FIGURA 3** - Dados experimentais das amostras FSeco  
Fonte: Autores

Nas Figuras 2 e 3 observa-se que, na fase primária, a taxa de crescimento específico aumenta lentamente a partir do volume inicial de  $20\text{cm}^3$  durante um certo período de tempo, conhecido como tempo de latência (*lag time*). Após esse período,

há uma fase de aumento rápido da taxa de crescimento. Finalmente, há uma redução da taxa de crescimento, até que um valor constante fosse obtido. Segundo ROMANO et al. (2007), tal comportamento é descrito com precisão por uma curva em forma sigmoidal. A análise das Figuras 2 e 3 indica que para o FFresco, a partir de cerca de 40 minutos, ocorreu diminuição significativa no crescimento do volume da massa e para o Fseco esta diminuição ocorreu a partir de cerca de 80 minutos.

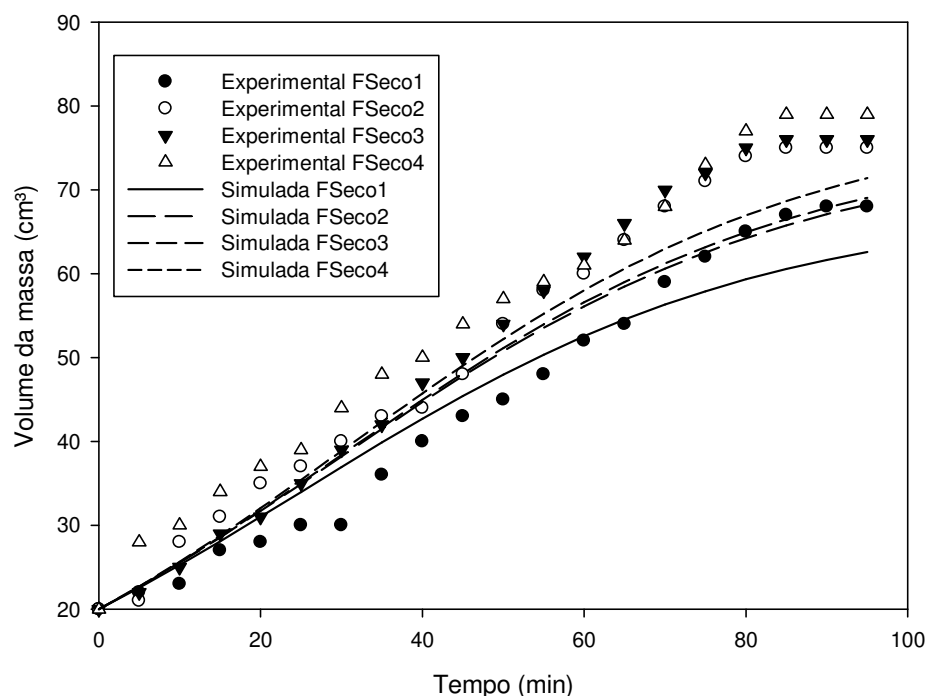
Em um primeiro momento, foi considerado o valor do coeficiente de crescimento ( $\alpha=0,035 \text{ min}^{-1}$ ) publicado por STAIL et al. (2013). Os valores adotados para k em cada teste foram iguais ao valor máximo atingido por cada amostra ao final do experimento. Assim, os dados experimentais foram comparados com as curvas simuladas e os resultados são apresentados nas Figuras 4 e 5.

Ao realizarem a modelagem matemática do crescimento da massa de pão, STAIL et al. (2013) não informaram o tipo de fermento biológico utilizado. Porém, de acordo com os resultados apresentados nas Figuras 4 e 5, pode-se observar que as curvas simuladas se aproximaram mais dos dados experimentais quando o fermento biológico seco foi empregado. Esta análise sinaliza que o tipo de fermento utilizado por STAIL et al. (2013) deve ser um fermento seco ou algum outro fermento muito similar ao seco. Tal afirmativa é baseada no fato do valor do parâmetro  $\alpha$  ser obtido empiricamente. Sendo assim, é esperado que tal valor se aplique somente quando o processo se aproxime das condições nas quais o parâmetro  $\alpha$  teve seu valor estimado.



**FIGURA 4** – Curvas simuladas e dados experimentais das amostras FFresco utilizando  $\alpha=0,035 \text{ min}^{-1}$  estimado por STAIL et al. (2013).

Fonte: Autores



**FIGURA 5** – Curvas simuladas e dados experimentais das amostras FSeco utilizando  $\alpha=0,035 \text{ min}^{-1}$  estimado por STAIL et al. (2013).

Fonte: Autores

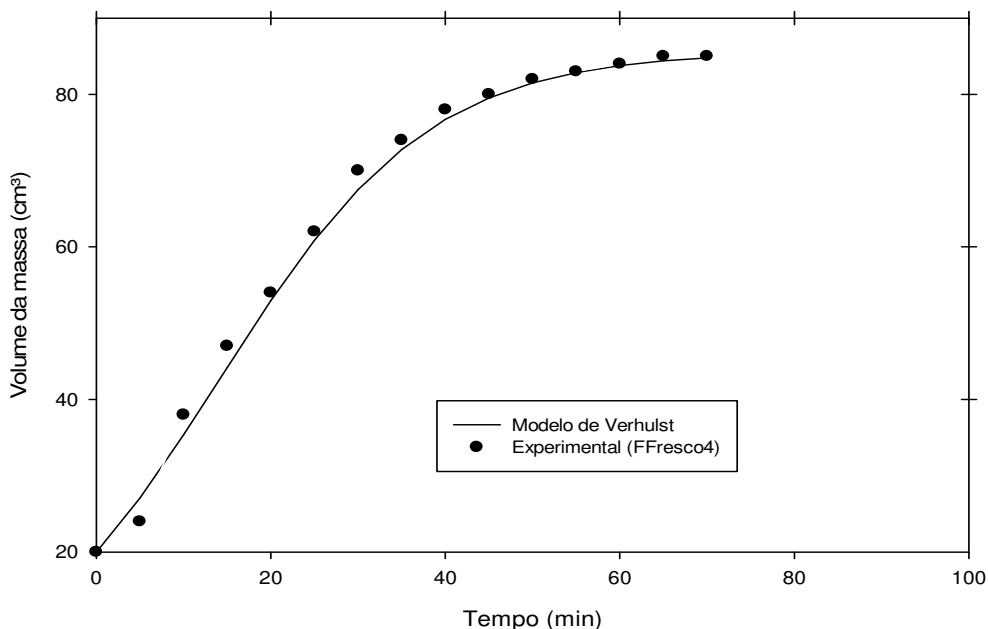
Em um segundo momento, empregando-se ainda o modelo de Verhulst, os parâmetros  $\alpha$  e  $k$  foram estimados para cada tipo de fermento (Equação 3). Neste caso, para cada tipo de fermento, três corridas foram empregadas na montagem da rotina e na resolução do problema de otimização não linear proposto.

Como mencionado anteriormente, o método de otimização empregado na estimação dos parâmetros foi o método de Gauss-Newton. O emprego de três corridas para a estimação dos dois parâmetros do modelo ( $\alpha$  e  $k$ ) resultou que, para o caso de emprego de fermento fresco (FFresco), foram utilizados 45 pontos experimentais na montagem da função objetivo (Equação 3,  $N = 45$ ). Para o caso do emprego do fermento seco (FSeco) foram utilizado 60 pontos experimentais (Equação 3,  $N = 60$ ). Durante o processo de otimização (estimação dos parâmetros), diferentes condições iniciais foram testadas e verificou-se que os resultados obtidos eram sempre os mesmos. Tal resultado sinaliza a não existência de mínimos locais. O critério de convergência adotado para a função objetivo foi de  $1 \times 10^{-6}$ . Assim, a escolha de um eficiente método de otimização não linear, o significativo grau de liberdade verificado na estimação dos parâmetros, o rigoroso critério de convergência empregado e a verificação que o emprego de diferentes condições iniciais não afetam os valores estimados para os parâmetros indicam que os valores estimados  $\alpha$  e  $k$  são matematicamente aceitáveis. A conformidade dos valores estimados é ainda confirmada durante o processo de validação descrito a seguir.

A quarta repetição do experimento foi empregada na validação dos resultados obtidos. Como mencionado anteriormente, esta estratégia de validação se mostra mais robusta e exigente, uma vez que a simulação do processo é comparada com dados experimentais que não foram empregados no ajuste dos parâmetros.

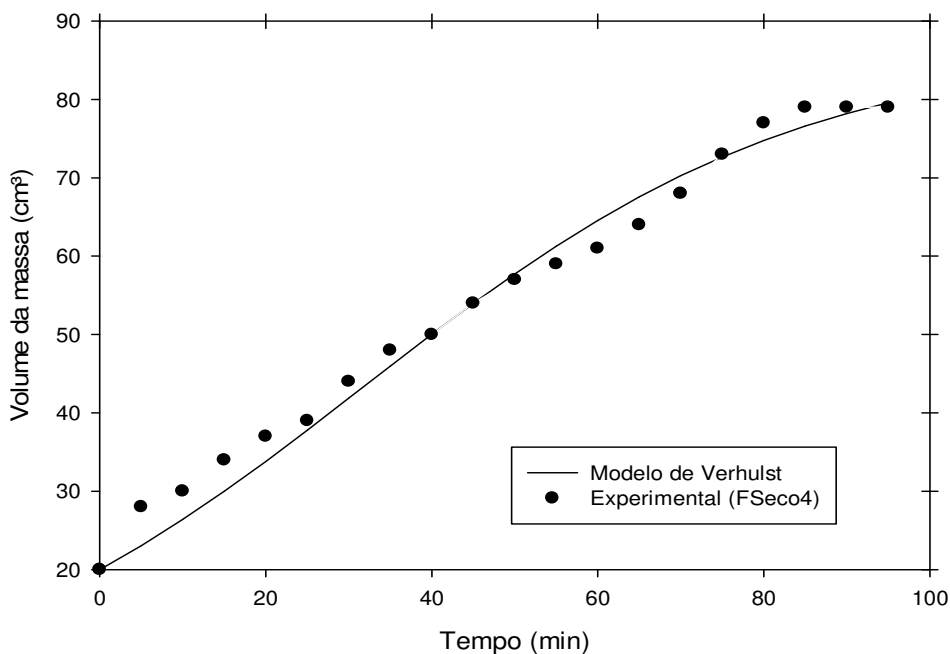


Nas Figuras 6 e 7 são apresentados os resultados de validação obtidos quando os parâmetros estimados neste trabalho são empregados na simulação do processo empregando-se a Equação 2. Nestas figuras são comparados os dados experimentais (não empregados na estimação dos parâmetros) e a simulação. Os valores dos parâmetros estimados estão apresentados na Tabela 2.



**FIGURA 6** - Curva simulada e dados experimentais da amostra FFresco utilizando  $\alpha$  e  $k$  estimados neste trabalho (Tabela 2).

Fonte: Autores



**FIGURA 7** - Curva simulada e dados experimentais da amostra FSeco utilizando  $\alpha$  e  $k$  estimados neste trabalho (Tabela 2).

Fonte: Autores

Nota-se, a partir da análise das Figuras 6 e 7, que o modelo de Verhulst, considerando k como sendo mais um parâmetro do modelo, adaptou-se bem aos dados experimentais, tanto das amostras que utilizaram fermento fresco, quanto das com fermento seco. Além disso, o valor estimado para  $\alpha$  para amostra com fermento biológico seco se aproximou do valor apresentado por STAIL et al. (2013).

**TABELA 2** - Valores dos parâmetros estimados

Amostras	k (cm <sup>3</sup> )	$\alpha$ (min <sup>-1</sup> )
FFresco	85,562	0,0836
FSeco	88,481	0,0328

Fonte: Autores

## CONCLUSÃO

Considerando-se os resultados obtidos neste trabalho, observou-se que o modelo de Verhulst, adotado para descrever a variação de volume da massa de pão, se adequou bem aos dados experimentais, tanto das amostras que utilizaram fermento fresco (FFresco), quanto as com fermento seco (FSeco). Os valores encontrados para os parâmetros do modelo foram:  $k=85,562$  cm<sup>3</sup> e  $\alpha=0,0836$  min<sup>-1</sup> para as amostras FFresco e  $k=88,481$  cm<sup>3</sup> e  $\alpha=0,0328$  min<sup>-1</sup> para as amostras FSeco. Tais parâmetros empíricos representam o coeficiente de crescimento ( $\alpha$ ) e o crescimento máximo da massa (k).

A principal vantagem deste modelo é que todo o processo é descrito por meio de apenas uma medida experimental, o volume. Além disso, por descrever as diferentes fases de crescimento do pão durante a fermentação e determinar os limites de cada fase, este modelo também pode ser uma forma viável de permitir uma exploração racional e inteligente deste processo. O modelo matemático poderá então ser empregado na proposta de rotinas experimentais que maximizem o rendimento do processo, minimizando o tempo empregado em cada ensaio. Assim, será possível prever o comportamento do processo antes de sua efetiva realização em testes de bancada.

Finalmente destaca-se que o processo de validação dos resultados obtidos envolveu a comparação de dados experimentais com a simulação do processo, como usualmente é descrito em literatura aberta. Todavia, buscando uma validação mais rigorosa, os dados comparados à simulação não foram empregados na estimação dos parâmetros do modelo. Tal prática, embora acarrete uma validação mais realista, ainda não é amplamente empregada na literatura (a validação é usualmente realizada empregando dados experimentais utilizados na estimação dos parâmetros).

## REFERÊNCIAS

ABIP 2014. **Associação Brasileira da Indústria de Panificação e Confeitaria** Disponível em <[http://www.abip.org.br/noticias\\_internas.asp](http://www.abip.org.br/noticias_internas.asp) x?cod=164>. Acesso em 21 de junho de 2015.

BRASIL. Ministério da Agricultura e do Abastecimento. **Portaria n. 372, de 04 de setembro de 1997**. Aprova o regulamento técnico de identidade e qualidade de

margarina. Disponível em: <[http://www.kraki.com.br/l\\_7\\_marg.htm](http://www.kraki.com.br/l_7_marg.htm)>. Acesso em: 17 dez. 2010.

BUDDRICK, O., JONES, O. A. H., HUGHES, J. G., KONG, I., DARRYL, M. Small The effect of fermentation and addition of vegetable oil on resistant starch formation in wholegrain breads **Food Chemistry** 180 (2015) 181–185 Disponível em <<http://dx.doi.org/10.1016/j.foodchem.2015.02.044>>

FURLÁN, L. T. R., PADILLA, A. P., CAMPDERRÓS, M. E. Improvement of gluten-free bread properties by the incorporation of bovine plasma proteins and different saccharides into the matrix **Food Chemistry** 170 (2015) 257–264 Disponível em <<http://dx.doi.org/10.1016/j.foodchem.2014.08.033>>

GAN, Z., ELLIS, P. R., SCHOFIELD, J. D. Mini review: gas cell stabisation and gas retention in wheat bread dough. **Journal of Cereal Science**, v. 21, p. 215–230, 1995. Disponível em <[doi:10.1006/jcrs.1995.0025](https://doi.org/10.1006/jcrs.1995.0025)>

HAGER, A. S., WOLTER, A., CZERNY, M., BEZ, J., ZANNINI, E., ARENDTEMAIL, E. K., CZERNY, M. Investigation of product quality, sensory profile and ultrastructure of breads made from a range of commercial gluten-free flours compared to their wheat counterparts. **Europe Food Research and Technology**, v. 235, p. 333-344, 2012. Disponível em <[DOI: 10.1007/s00217-012-1763-2](https://doi.org/10.1007/s00217-012-1763-2)>

JEFFERSON, D. R. LACEY, A. A., SADD, P. A. Crust density in bread baking: Mathematical modelling and numerical solutions. **Applied Mathematical Modelling**, v. 31, p. 209–225, 2007. Disponível em <[doi:10.1016/j.apm.2005.08.017](https://doi.org/10.1016/j.apm.2005.08.017)>

NICOLAS, V., SALAGNAC, P., GLOUANNEC, P., PLOTEAU, J. P., JURY, V., L. BOILLEREAUX. Modelling heat and mass transfer in deformable porous media: Application to bread baking. **Journal of Food Engineering**, v. 130, p. 23–35, 2014. Disponível em <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2014.01.014>>

PAPASIDERO, D., MANENTI, F., PIERUCCI, S. Bread baking modeling: Coupling heat transfer and weight loss by the introduction of an explicit vaporization term. **Journal of Food Engineering**, v. 147, p. 79–88, 2015. Disponível em <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2014.09.031>>

PASCALL, M. A., FERNANDEZ, U., GAVARA, R., ALLAFI, A. Mathematical modeling, non-destructive analysis and a gas chromatographic method for headspace oxygen measurement of modified atmosphere packaged soy bread. **Journal of Food Engineering**, v. 86, p. 501–507, 2008. Disponível em <[doi:10.1016/j.jfoodeng.2007.11.001](https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2007.11.001)>

PEREIRA, S. D., NAKAGAWA, A., GONÇALVES, J. E. Adição da Farinha de Trigo Integral na Composição do Pão Francês Como Uma Estratégia Alimentar. **Enciclopédia Biosfera**, v.10, n.19; p. 52-59, 2014

ROMANO, A. TORALDO, G., CAVELLA, S., MASI, P. Description of leavening of bread dough with mathematical modelling, **J. Food Eng.**, v. 83, p. 142-148, 2007. Disponível em <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2007.02.014>>

SANTOS, D. B., MACHADO, M. S., ARÁUJO, A. F., Desenvolvimento de Pão Francês com a Adição de Farinha de Caroço de Jaca (*Artocarpus Integrifolia L.*). **Enciclopédia Biosfera**, v.8, n.15; p. 597-602, 2012

STAIL, B., NOGARA, D., JULHANE, O., SCHULZ, A. T. Fermentação do pão: estudo a partir de um experimento matemático. In: VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 2013, Canoas. **Anais do VI CIEM**, 2013.

VENQUIARUTO, L. D., DALLAGO, R. M., VANZETO, J., DEL PINO, J. C. Saberes populares fazendo-se saberes escolares: Um estudo envolvendo a produção artesanal do pão, **Química Nova na Escola**, v. 33, n. 3, 2011.