

A relevância do fator eficiência em fundos de investimento: uma análise no mercado de capitais brasileiro

Resumo

A gestão do risco na seleção de ativos de investimento representa um desafio constante para os agentes do mercado de capitais. Estimar os diversos fatores que influenciam o desempenho dos ativos de investimento não corresponde a uma tarefa simples para investidores. Esse artigo tem como objetivo incorporar um fator de risco aos modelos tradicionais de precificação de ativos na análise de fundos brasileiros de investimento em ações. O fator deriva da eficiência dos fundos estimada a partir da técnica de programação linear *Data Envelopment Analysis* (DEA). A proposta se constituiu a partir do estudo de Rubio, Maroney e Hassan (2018), que estimam o novo fator na indústria americana com os modelos *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) e de quatro fatores de Carhart (1997). Em contrapartida, neste estudo foram considerados inicialmente 1.526 fundos brasileiros de investimento, das categorias ações livre, índice ativo e dividendos, no período de janeiro de 2000 a janeiro de 2018. O fator proveniente da eficiência foi incorporado ao CAPM, modelos de três, quatro e cinco fatores. Os resultados indicaram que o fator de eficiência do DEA foi estatisticamente significativo ao ser incluído em todos os modelos estimados, no entanto, não melhora a capacidade explicativa dos modelos e não compõem uma estratégia viável de investimento para o contexto de mercado de capitais brasileiro. Nesse caso, os testes de estimativa por regressões *cross-section* indicaram ainda estratégias de investimento com maior potencial e viabilidade àquelas pautadas nos fatores de risco proveniente do valor, momento das ações e lucratividade das empresas de capital aberto do Brasil.

Palavras-chave: Eficiência. Fundos de Investimento. DEA. Precificação.

Abstract

Risk management in the selection of investment assets represents a constant challenge for capital market agents. Estimating the various factors that influence the performance of investment assets does not correspond to a simple task for investors. This article aims to incorporate a risk factor into the traditional models of asset pricing in the analysis of Brazilian stock investment funds. The factor derives from the efficiency of funds estimated from the linear programming technique *Data Envelopment Analysis* (DEA). The proposal was based on the study of Rubio, Maroney and Hassan (2018), who estimates the new factor in the American industry with the *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) and four factors of Carhart (1997). On the other hand, in this study 1,526 Brazilian investment funds were initially considered, from the free stock, active index and dividends categories, from January 2000 to March 2018. The efficiency factor was incorporated into the CAPM, three, four and five factors. The results indicated that the efficiency factor was statistically significant when included in all the estimated models. However, it does not improve the explanatory capacity of the models and does not compose a viable investment strategy for the Brazilian capital market context. In this case, the *cross-section* regression estimation tests also indicated investment strategies with greater potential and viability to those based on risk factors derived from the value, timing of stocks and profitability of publicly traded companies in Brazil.

Keywords: Efficiency. Investment Funds. DEA. Pricing Process.

INTRODUÇÃO

O artigo avalia a relação entre a eficiência de fundos de investimento em ações e o risco desses ativos no processo de precificação por meio da aplicação de modelos multifatoriais. O objetivo central do estudo consiste em investigar se existem relações entre o grau de eficiência dos fundos brasileiros de investimento e o retorno que os mesmos podem proporcionar aos investidores da modalidade do mercado de capitais.

A proposta equivale à incorporação da eficiência, mensurada a partir do score de eficiência do Data Envelopment Analysis (DEA), como um novo fator de risco do processo de precificação de fundos de investimento. Esse estudo se inspira na pesquisa de Rubio, Maroney e Hassan (2018) que investigaram a adição do fator de risco aos modelos de precificação *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) de Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966) e quatro fatores de Carhart (1997), para mais, testa-se ainda o referido fator de risco proveniente da eficiência para realidade de mercado brasileira e para outros modelos tradicionais.

A precificação dos ativos do mercado de capitais, assim como a determinação de fatores relevantes envolvidos no processo consiste em desafios recorrentes de diferentes pesquisadores (Barber, Huang & Odean, 2016; Berk & Van Binsbergen, 2016; Goldstein, Jiang, & Ng, 2017; Fulkerson & Riley, 2019). Os modelos de precificação dão suporte ao processo de tomada de decisão de investimento (Elton & Gruber, 1997).

Na literatura tem se identificado uma crescente demanda por informação sobre avaliação de ativos, assim pode se verificar um número crescente de pesquisas dedicadas a investigação desses fatores de riscos influentes na precificação dos ativos de investimento. Diante disso as pesquisas têm explorado as implementações de diversas estratégias de investimento em apoio ao processo decisório (Lyrio, Prates, Lima & Lunkes, 2015; Kaupa & Sassi; 2017; Fonseca, Fernandes, Cunha & Iquiapaza, 2018).

O mercado de capitais brasileiro também tem sido avaliado em termos de eficiência. As práticas dos gestores, seleção de portfólios, proporção de capital investido, riscos incorridos em operações de mercado e os ganhos de investimentos têm sido contrastados com base na eficiência gerada pelos ativos de investimento com base em técnicas alternativas como o DEA. Técnica da investigação operacional aplicada com frequência em estudos no campo de finanças (Amess & Girma, 2009; Lamb & Tee, 2012; Basso & Funari, 2017; Fonseca, Fernandes, Cunha & Iquiapaza, 2018).

O DEA assume uma estrutura de produção na qual se utilizam insumos para gerar produtos – neste caso os insumos são definidos como portadores de risco/custos, enquanto os produtos são portadores de riqueza/benefícios (Charnes, Cooper & Rhodes, 1978). Sob a normalidade dos retornos, apenas as medidas de média e a variância seriam suficientes para mensurar a riqueza e o risco dos investimentos. No entanto, se as distribuições não são normais, o que acontece frequentemente, então momentos os momentos superiores da distribuição devem ser considerados (Glawischnig & Sommersguter-Reichmann, 2010).

A vantagem da aplicação de DEA na análise de ativos de investimento consiste na possibilidade da consideração de múltiplos atributos em distintas dimensões de análises. Inclusive a métrica de eficiência tem sido considerada uma ferramenta moderna de mensuração de desempenho, ela fornece informações relevantes para os gestores em termos do desempenho sustentável de carteiras de investimento (Basso & Funari, 2017; Emrouznejad & Yang, 2018; Zhou et al., 2018; Yang et al., 2019).

Dentre os ativos disponíveis no mercado de capitais brasileiro destaca-se o crescimento significativo do investimento em fundos, que de acordo com informações de 2018, administra um patrimônio de R\$ 6,80 trilhões, equivalente a 64% do Produto

Interno Bruto (ANBIMA, IBGE). Assim, percebe-se a importância dessa análise aplicada a essa indústria.

O artigo apresenta essa seção de introdução, com aspectos principais de desenvolvimento. Nas três seções seguintes são apresentadas, respectivamente, as principais vertentes teóricas acerca da precificação de ativos e os principais estudos da eficiência de fundos. Na seção que segue são apresentados os procedimentos metodológicos adotados seguidos da análise dos resultados e considerações finais encontradas na pesquisa.

REFERENCIAL TEÓRICO

O mercado brasileiro de fundos de investimento em ações

No Brasil o mercado brasileiro de investimento em fundos é regulamentado pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM), mais especificamente regido pela instrução de nº 555 publicada em dezembro de 2014. A instrução tem como finalidade a regulamentação do mercado de fundos no Brasil e dispõe de aspectos desde a constituição à divulgação de informações relativas aos fundos de investimento.

A ANBIMA consiste em uma associação auxiliar ao mercado financeiro e de capitais brasileiro, tem como finalidade um fortalecimento do setor. A organização atua de forma a representar as instituições que atuam no mercado de capitais com propósito de promover informações, representar interesses, autorregular práticas e até mesmo promover a educação para investidores.

O mercado de fundos no Brasil pode ser compreendido dentre as tipologias de fundos de investimento, fundos estruturados e fundos de *off shore*. Os fundos de investimento são fundos de renda fixa, ações, multimercados, cambial, previdência e *exchange traded funds* – fundo de índice.

Os fundos estruturados consistem em fundos de investimento em direitos creditórios, de investimento em participações e imobiliários. E fundos *off shore* que são mais específicos, cujo gestor é brasileiro, mas se constitui de investimentos no exterior. De acordo com a ANBIMA os valores monetários mais expressivos geralmente estão alocados nas modalidades de fundos de renda fixa, multimercado, previdência e ações.

O desafio da informação e da precificação de ativos

As informações acerca dos ativos financeiros fundamentam o processo de avaliação e a tomada de decisões de investimento (Lyrio, Prates, Lima & Lunkes, 2015). O alinhamento apropriado de instrumentos com a capacidade de incorporação de múltiplos critérios na avaliação de ações ou ativos de investimento proporciona suporte aos investidores na estimativa de carteiras ótimas e capazes de superar a carteira de mercado (Lyrio, Prates, Lima & Lunkes, 2015, Rubio, Maroney & Hassan, 2018) ou outros indicadores de referência.

O estudo de Barber, Huang e Odean (2016) aponta que investidores sofisticados tentam considerar fatores tanto precificáveis quanto os não sistêmicos, na tentativa de explicar as variações dos ativos. Contudo, na avaliação de desempenho de fundos americanos há maior atenção dada ao beta de mercado em detrimento a fatores como tamanho, valor e momento (Barber, Huang e Odean, 2016). O beta do modelo CAPM, dentre seis modelos de precificação testados pelos referidos autores, resultou no melhor estimador capaz de explicar as variações de retornos dos fundos (Barber, Huang & Odean, 2016).

Entretanto, para Berk e Van Binsbergen (2016) o CAPM consiste em um modelo mais restritivo para a decisão de alocação de capital. O modelo apresenta falhas para descrever variações *cross-section* da expectativa de retorno dos ativos. Assim, a literatura apresenta um importante desenvolvimento de modelos alternativos, com fatores adicionais (Berk & Van Binsbergen, 2016).

Os títulos corporativos que desempenham papel fundamental no financiamento das atividades empresariais, também podem estar presentes nas carteiras de fundos de investimento e representar oportunidades de investimento quando o comportamento do mercado pode refletir falta de liquidez (Goldstein, Jiang, & Ng, 2017). Dessa forma, o desempenho ruim de fundos que investem em essa classe de títulos pode estar relacionado com a liquidez agregada da negociação desses papéis, impulsionado em sua maioria por negociações de fundos orientados ao varejo (Goldstein, Jiang, & Ng, 2017).

Diante do exposto, dessa ampla discussão acerca da complexidade do processo de avaliação de ativos, nota-se que o investimento no mercado de capitais requer cuidado. De fato, o mercado de ações pode proporcionar retornos superiores aos investidores capazes de otimizar a relação entre retorno e risco na seleção de carteiras (Kaupa & Sassi, 2017). Mas precificar os ativos de forma assertiva consiste em um desafio aos investidores na seleção de ações (Kaupa & Sassi, 2017). Quando alguns valores mobiliários são mal precificados, fatores adicionais devem ser considerados para incorporar o risco residual (Elton & Gruber, 1997).

Os modelos de precificação de ativos

Markowitz (1999) relata que em uma reunião com Tobin, este teria recusado a ideia de seu artigo de 1958 ser “o primeiro modelo de precificação de ativos de capital”. O modelo CAPM e outros modelos de precificação de ativos de capital foi resultado das contribuições de William Sharpe (1964), John Lintner (1965), Jan Mossin (1966) e outros autores.

No modelo de Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966) o retorno de um ativo resulta da relação linear do mesmo e do seu prêmio de risco, ou seja, um modelo de precificação de fator único, o CAPM. O modelo foi desenvolvido a partir de Markowitz (1952), com base em premissas como investidores com expectativas homogêneas, comportamento racional em busca da maximização da função utilidade (retorno esperado e risco), aversão a riscos e mercado em equilíbrio (Sharpe, 1964; Lintner, 1965; Mossin, 1966).

Os modelos de precificação de ativos foram sendo aperfeiçoados por diversos estudos, alguns deles desenvolvidos a partir das críticas existentes no artigo de Ross (1976) ao processo introdutório de avaliação de ativos que fundamenta o modelo CAPM. Como alternativa o estudo de Ross apresenta o modelo de *Arbitrage Pricing Theory* (APT) pautado em uma crítica à estimativa do beta de mercado, que se torna intestável em termos empíricos, diante da dificuldade em termos práticos de se obter os retornos de uma carteira teórica tida como carteira de mercado (Ross, 1976).

O APT consiste em um modelo multifatorial cujos fatores de exposição ao risco que afetam o desempenho do ativo – ou permitem sua avaliação/precificação, são fatores econômicos (Ross, 1976). Dada à sensibilidade da precificação, os efeitos de alguns fatores econômicos sobre o desempenho dos ativos de mercado tendem a serem maiores do que os efeitos de outros (Chen, Roll & Ross, 1986).

Para Chen, Roll e Ross (1986) os fatores relevantes na precificação de ativos consistiam na produção industrial, inflação, estrutura a termo da taxa de juros e risco de crédito. Esses fatores compostos por variáveis do tipo macroeconômicas explicariam os

retornos dos ativos no modelo, tal tipo de variáveis exerce impacto fundamental sobre o desempenho dos ativos e mercado de capitais (Chen, Roll & Ross, 1986). Dessa forma, quando os retornos são gerados por um modelo multifatorial, o problema do portfólio pode ser visto como a escolha entre portfólios em espaço multidimensional com uma dimensão para o retorno esperado e uma dimensão adicional para cada beta do modelo (Elton & Gruber, 1997).

Diversos outros modelos surgiram a partir do desenvolvimento do CAPM e sua comprovação empírica do mercado como fator determinante da precificação de ativos, e da proposta do APT da importância de outros fatores. Dentre essas propostas estão os modelos de três, quatro e cinco fatores. Na medida em que o beta do CAPM, representante do risco de mercado – risco sistêmico, consistia no determinante dos retornos dos ativos, os novos modelos foram incorporando fatores de risco que permitiriam explicar melhor a precificação dos mesmos (Fama & French, 1993; Carhart, 1997; Fama & French, 2015).

No modelo de três fatores a avaliação consiste em considerar como fatores de risco influentes do desempenho dos ativos, o mercado, um fator tamanho e outro fator relacionado ao valor das empresas (Fama & French, 1993). Para os autores o prêmio de tamanho resulta de uma relação do tamanho das empresas, menores versus maiores, mensurado a partir do patrimônio líquido. O prêmio de risco mensurado a partir valor resulta de uma relação entre valores patrimoniais e de mercado das empresas, maiores versus menores, (Fama & French, 1993).

O modelo de quatro fatores de Carhart (1997) consiste no modelo de três fatores acrescido ao fator momento, embasado nos estudos de Jegadeesh e Titman (1993). O fator momento resulta de uma relação de persistência de resultados de empresas no curto prazo de tempo, gestores devem comprar ações de empresas ditas vencedoras e vender as ações de empresas perdedoras no passado (Jegadeesh & Titman, 1993; Carhart, 1997).

Dentre os modelos de precificação mais comuns na literatura do tema há ainda o modelo de cinco fatores de Fama e French (2015). Um modelo mais recente que acrescenta ao modelo de três fatores os fatores de risco ligados aos aspectos de lucratividade e investimento das empresas. Ele surge como proposta de um modelo com melhor desempenho do que o do modelo de três fatores no que tange a precificação de ativos. Entretanto, tem baixa capacidade de capturar o elevado retorno de ações de empresas pequenas e que investem muito (Fama & French, 2015). Como esses modelos foram utilizados no estudo, eles são descritos detalhadamente na seção de metodologia.

Nos modelos fatoriais, cada beta é interpretado como a quantidade de exposição do ativo ao fator de risco, e valor esperado do fator é interpretado como o preço de tal exposição ao risco. Assim, no modelo de precificação significa dizer: "para cada unidade de exposição β ao fator de risco, você deve fornecer aos investidores o prêmio de retorno esperado" (Cochrane, 1995, p. 78).

Rubio, Maroney e Hassan (2018) acrescentam um fator proveniente do score de eficiência DEA (*data envelopment analysis*) dos fundos de investimentos ao modelo de precificação de ativos de quatro fatores de Carhart (1997). Os autores, seguindo a ponderação de Elton & Gruber (1997) e tendências recentes, defendem a perspectiva de novas técnicas na estimativa do desempenho de ativos e propõem a inclusão da eficiência no modelo de quatro fatores como novo fator de risco. Utilizando uma amostra de fundos de Estados Unidos, os resultados indicaram que os *scores* de eficiência mensurados a partir do DEA podem ser considerados um fator de risco adicional, que permite reduzir o erro de precificação dos modelos anteriores (Rubio, Maroney & Hassan, 2018).

Bittencourt e Araújo Júnior (2019) reforçam a perspectiva de incompletude do modelo CAPM identificada desde o estudo de Ross (1976) e os estudos de precificação de ativos desenvolvidos acerca do tema. Segundo os autores há muito que se avaliar

quanto à capacidade explicativa dos modelos com relação ao risco sistêmico no Brasil, tendo em vista que existem parcelas de risco associadas a alguns papéis de mercado que não são capturadas em modelagens com alfas de Jensen estatisticamente significativos. A medida reflete excesso de retorno de um ativo e implica que ainda existem fatores de risco não incorporados na regressão e que ainda podem ajudar a explicar a variação dos retornos (Bittencourt & Araújo Júnior, 2019).

A aplicabilidade dos modelos de precificação na análise de carteiras

Esta seção apresenta alguns exemplos de aplicação, mais recentes, encontrados na literatura, contudo, sem a finalidade de ser uma revisão exaustiva. O estudo de Jordão e Moura (2011) analisa o desempenho de fundos brasileiros entre janeiro de 2000 e fevereiro de 2009, na perspectiva de fatores de risco e modelos de precificação. Os autores utilizaram o CAPM, CAPM acrescido do *market timing* – *timing* de mercado ou medida de estratégia de negociação de ativos, e os modelos de três e de quatro fatores. Os resultados indicaram que os retornos anormais não estiveram correlacionados com o mercado. Fundos com betas de mercado próximos de zero tenderam a maior habilidade na mitigação do risco de mercado. E poucos coeficientes do *market timing* foram positivos e significativos – indicando pouca habilidade dos gestores no que tange às oscilações de mercado (Jordão & Moura, 2011).

Os modelos de precificação também são utilizados como forma de seleção de carteiras de investimento pautada no desempenho (Elton & Gruber, 1997, Caldeira, Moura & Santos, 2013). No estudo são utilizados os modelos de três e quatro fatores para estimar portfólios ótimos a partir de dados diários de 61 ações da B3 – Bolsa de valores brasileira, no período de 01/01/2000 a 31/12/2010. Os resultados apontaram que, os modelos consistem em alternativas viáveis para a redução de custos computacionais com estimativas de matrizes de covariâncias de carteiras com grande número de ativos e entregam carteiras menos arriscadas e com melhor desempenho ajustado a risco em comparação ao referencial (Caldeira, Moura & Santos, 2013).

A persistência da performance de fundos também pode ser avaliada através dos modelos de precificação (Berggrun, Mongrut, Umaña & Varga, 2014). Os autores avaliam a persistência do desempenho de fundos de brasileiros de investimento em ações de 2000 a 2012 com o modelo de quatro fatores. De acordo com os resultados, o desempenho histórico permite oportunidades de lucro aos investidores. A seleção de fundos, em termos do modelo aplicado, conduziu praticamente, aos mesmos resultados com relação aos riscos (Berggrun, Mongrut, Umaña & Varga, 2014).

Yi e Cho (2015) investigaram a performance de fundos de hedge do setor de tecnologia de mercados emergentes através da aplicação de um modelo de precificação multifatorial diferenciado. O modelo foi composto por dois fatores ligados a aspectos patrimoniais, dois de emissão de títulos, três de tendências de variações em fundos de hedge, um fator de tecnologia e outro de risco de liquidez. Um segundo modelo também foi estimado no estudo com dois fatores de mercados emergentes, três ligados à classe dos ativos, um ao dólar, outro a depósitos, a preço do ouro e novamente, de tecnologia. Os fundos de hedge em tecnologia de mercados emergentes superaram os demais, exceto em períodos de recessão econômica (Yi & Cho, 2015).

A persistência do desempenho de fundos brasileiro foi abordada em Nerasti e Lucinda (2016). Os modelos CAPM, três e quatro fatores foram estimados com propósito de investigar a persistência de performance superior de 1.741 fundos brasileiros de investimento em ações – exceto setoriais, no período de janeiro de 2001 a dezembro de 2014. A expectativa de retorno foi relacionada aos fatores de risco não diversificável dos

modelos e os resultados indicaram que os diferenciais de retorno não se mantiveram. Os alfas dos fundos não apresentaram persistência no tempo e boa parte do excesso de retorno foi explicada pelo fator momento (Nerasti & Lucinda, 2016).

Na seleção de investimentos Agarwal, Green e Ren (2018) apontam que o alfa do modelo CAPM tem um melhor poder explicativo acerca do retorno de fundos de hedge do que o alfa de modelos mais sofisticados. Os autores utilizaram dados coletados de quatro bases distintas e poucas evidências foram encontradas de persistência do desempenho dos fundos diante dos fatores de risco de mercado e dos modelos mais sofisticados de precificação de ativos (Agarwal, Green & Ren, 2018).

O estudo de Bittencourt e Araújo Júnior (2019) avalia a aplicabilidade do modelo de precificação de ativos de Fama e French (2015) no contexto do mercado de capitais brasileiro. Os autores apontam que os modelos CAPM e de três fatores não explicam uma boa parcela da variação de retornos dos ativos, o que fundamenta a incorporação de fatores. No contexto brasileiro, com uso da taxa poupança como referência de taxa livre de risco, os resultados indicaram significância estatística dos fatores tamanho, valor e lucratividade no uso do modelo de cinco fatores. Assim como com a inclusão de fatores além do de mercado, já não há significância estatística do Alfa de Jensen na estimativa de modelos multifatoriais (Bittencourt & Araújo Júnior, 2018).

A partir dos resultados de Rubio, Maroney e Hassan (2018) pode se considerar que os *scores* de eficiência mensurados a partir do DEA sejam indicadores predecessores dos retornos futuros dos fundos. Assim como para Bittencourt e Araújo Júnior (2019) há de se considerar a aderência dos fatores de risco tamanho, valor e rentabilidade e o poder do modelo de cinco fatores de Fama e French (2015) na precificação de ativos brasileiros, bem como a importância de trabalhos dessa temática.

DEA e a Eficiência de fundos de investimento

Os modelos de DEA emergiram na pesquisa operacional a partir da década de setenta (Charnes, Cooper & Rhodes, 1978; Banker, Charnes & Cooper, 1984), mas a aplicação nos estudos da eficiência de fundos de investimento somente na década de noventa. Diversas pesquisas acerca da eficiência de fundos de investimento estão sendo desenvolvidas no campo de finanças. A literatura atesta a aplicabilidade do DEA na avaliação do desempenho de fundos. Murthi, Cho e Desai (1997) empregaram a técnica na análise da eficiência de fundos estadunidenses. Os autores comparam os *scores* de eficiência a indicadores tradicionais de finanças – Índice de Sharpe e Alfa de Jensen. Encontraram que o *score* de eficiência atribui flexibilidade à análise, diante do *benchmark* e imposição de forma funcional, tal como permite incorporação de custos de transação (Murthi, Cho & Desai, 1997).

Segundo Basso e Funari (2017) a eficiência de fundos europeus de investimento em ações, mensurada na perspectiva do DEA, tende a ser superior para fundos maiores. Embora, não haja uma relação linear comprovada entre a eficiência e o tamanho dos fundos (Basso & Funari, 2017). As autoras defendem a aplicação da técnica para a avaliação de fundos e atentam para os retornos de escala existentes a partir da relação de produção entre insumos e produtos avaliada com o DEA, para a relação existente entre a variabilidade das variáveis no processo produtivo.

A avaliação do desempenho de portfólios de investimento por DEA poder ir além da simples identificação do *benchmark*. Dificilmente estudos existentes na atual literatura acerca do tema fornecem maior suporte para gestores em termos de um desempenho sustentável (Zhou, Xiao, Jin & Liu, 2018). Estes autores propuseram uma fronteira de média-variância reequilibrada com base no DEA. Assim, os resultados indicaram

estratégias de investimentos em fundos chineses com taxas mais elevadas de índices de Sharpe e Sortino.

Para Emrouznejad e Yang (2018) a metodologia pode ser definida como uma ferramenta moderna de mensuração de desempenho de unidades tomadoras de decisão. Uma quantidade significativa de estudos tem sido publicada com avanço teóricos consideráveis na discussão acerca da eficiência (Emrouznejad e Yang, 2018). Os autores destacam ainda a aplicabilidade da técnica em cenários reais e diversificados da ascensão de estudos identificada.

Fonseca, Fernandes, Cunha e Iquiapaza (2018) avaliaram o desempenho de fundos de investimento brasileiros em ações com DEA e com o modelo de Carhart (1997). Os autores estimaram a eficiência dos fundos, avaliaram a influência dos fatores de risco do modelo sobre os retornos reais e investigaram relações entre os scores, os alfas do modelo e os retornos reais dos fundos. Os resultados indicaram perda da eficiência ao longo do tempo, influências em média significativas, dos fatores de mercado e momento sobre os retornos reais dos fundos, correlações positivas entre scores, alfas e retornos reais, no entanto, mais forte entre os alfas e os retornos reais, reforçando a aplicabilidade do modelo de quatro fatores na análise de fundos de investimento. Além disso, poucos fundos da amostra foram eficientes e refletiam alfa positivo simultaneamente na análise (Fonseca, Fernandes, Cunha & Iquiapaza, 2018).

A eficiência dos gestores dos fundos também pode ser avaliada por meio do DEA, o desempenho das carteiras reflete resultados obtidos a partir da tomada de decisão de investimento dos gestores na alocação de recursos (Andreu, Serrano & Vicente, 2019). Os autores propõem um índice de avaliação de gestores espanhóis. As vantagens consistem na comparabilidade característica da técnica, uma vez que os gestores se tornam as unidades de comparação com as melhores práticas. Os resultados indicaram que gestores localmente situados tendem a maior eficiência do que os gestores globalmente comparados na pesquisa (Andreu, Serrano & Vicente, 2019).

Segundo Rubio, Maroney & Hassan (2018) espera-se que diferentes ativos tenham propriedades estatísticas diferentes, como distribuições de retorno assimétricas com caudas grossas, o que torna relevante a inclusão de pelo menos o terceiro momento ao caracterizar a relação entre risco e retorno; sendo assim fundamental verificar a normalidade dos retornos e se for o caso incluir essa característica na determinação dos escores de eficiência.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa teve como objetivo incorporar a eficiência de fundos brasileiros de investimento em ações aos modelos tradicionais de precificação de ativos de investimento, o modelo CAPM, modelos de três, quatro e cinco fatores. A estimativa da eficiência, incluída nos modelos de precificação, bem como a validação desses modelos refletem uma pesquisa de abordagem e caráter quantitativa, descritiva e *ex-post-facto*.

3.1 Coleta de dados

No estudo foram consideradas as categorias de fundos de maior representatividade e mobilidade de ativos no mercado de capitais brasileiro. Os dados utilizados referem-se aos fundos brasileiros de investimento em ações nas categorias Livre, Índice Ativo e Dividendos, extraídos da plataforma SI-Anbima, em frequência mensal no período entre 01/01/2000 e 31/01/2018. Inicialmente foram coletados dados de 1.526 fundos que tinham no mínimo três anos de observação, sendo seguido da exclusão daqueles que não

apresentavam dados suficientes para a estimação dos *scores* de eficiência e modelos resultando em uma amostra final composta de 640 fundos. A partir da variação no valor da cota foi calculado o retorno simples de cada ativo. O último mês de cada fundo com atividades encerradas foi eliminado e janelas móveis de 36 meses foram utilizadas para estimar os *inputs-outputs* do modelo DEA para todos os fundos que não apresentaram dados faltantes para as variáveis de retorno mensal do fundo e patrimônio líquido no período.

No teste do *score* de eficiência dos fundos como uma variável precificada no mercado brasileiro, foi necessário estimar os fatores de risco dos modelos. Especificamente, foram coletados os dados de preço das ações, quantidade de ações *outstanding*, patrimônio líquido, ativo total, despesa com juros e lucro operacional (*earnings before interest and taxes* – EBIT) da base de dados Economática® para o período de análise. Em seguida, os fatores *Small minus Big* (SMB), *High minus Low* (HML), *Momentum* (WML), *Conservative minus Aggressive* (CMA) e *Robust minus Weak* (RMW) foram obtidos seguindo a abordagem de Fama e French (1993, 2015) e Carhart (1997) para a construção do modelo de três, quatro e cinco fatores. O tratamento das variáveis foi realizado no *software* R.

3.2 Estimação do modelo DEA

A eficiência dos fundos foi mensurada com DEA tanto com o modelo CCR de retornos de escala constante de Charnes, Cooper e Rhodes (1978) quanto com o modelo VRS de retornos de escala variável de Banker, Charnes e Cooper (1984). O retorno de escala consiste nas oscilações de produtos ocasionadas por variações de insumos no processo produtivo das unidades avaliadas que compõem um grupo de comparação, denominadas unidades tomadoras de decisão. Banker, Cooper, Seiford, Thrall e Zhu (2004) atentam para essa especificidade dos modelos e ressaltam a importância do teste e observação do retorno de escala na estimação da eficiência com DEA.

Nesse artigo, a definição do retorno de escala mais adequado mediante a aderência dos dados foi testada com o teste de distribuição de Kolmogorov-Smirnov (Banker, Cooper, Seiford, Thrall & Zhu, 2004; Bogetoft & Otto, 2010). Os resultados indicaram uma rejeição da hipótese nula de probabilidade de uma mesma função de distribuição acumulada entre as eficiências, o que equivaleria em dizer que elas se aproximam e há uma tendência ao retorno constante de escala, melhor adequação ao modelo CCR. Diante da rejeição, utilizou-se o modelo DEA com retornos variáveis de escala (VRS), de Banker, Charnes e Cooper (1984), descrito nas equações de 1 a 5.

$$\text{Máx } e_p^{BCC} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_p x_{ip} \leq x_{i0} \quad i = 1,2,3, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_p y_{jp} \geq e_p^{BCC} y_{j0} \quad j = 1,2,3, \dots, s \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_p = 1 \quad (4)$$

$$\lambda_p \geq 0 \quad \forall p \quad (5)$$

Em que: e_p^{BCC} representa o *score* de eficiência do fundo/unidade tomadora de decisão p ; λ_p : peso da capacidade de produção do fundo no contexto do grupo comparado; x_{ip} : insumos i consumidos por cada fundo p avaliado; e y_{jp} : produtos j gerados pelo fundo p . Sendo n , m e s os respectivos limites de variação de unidades, insumos e produtos comparados na amostra.

3.3 Insumos e produtos do DEA

Antes da estimação dos insumos e produtos que estão relacionados aos momentos parciais, o teste de Jarque Bera (1980) para verificar a normalidade nos retornos dos fundos foi realizado. Adicionalmente, também foi incluído o procedimento de *bootstrapping* dos retornos dos fundos similar ao adotado por Rubio, Maroney e Hassan (2018), no qual são estimados o beta do modelo CAPM com uma janela móvel de três anos de dados e, em seguida, simulando 5000 retornos com distribuição normal para o fundo (em que o retorno de mercado é $r_m \sim N(\mu, \sigma_m^2)$ e o termo de erro do modelo por $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$) e os valores da estatística χ^2 foram obtidos a partir da amostra específica.

Os insumos e produtos utilizados para estimar a eficiência que compôs o fator de precificação desse estudo foram, com fins de comparação, os mesmos utilizados por Rubio, Maroney e Hassan (2018), com base em Glawischnig & Sommersguter-Reichmann, 2010. As variáveis foram computadas considerando a relação risco (insumos) e retorno (produtos) das séries de retornos dos fundos. Como insumos foram considerados os momentos parciais inferiores dos retornos (*Lower Partial Moments - LPM*) e o período de máxima queda (*Maximum Drawdown Period - MDP*), e os produtos foram representados por momentos parciais superiores (*Upper Partial Moments - UPM*).

O retorno médio foi utilizado como parâmetro de diferenciação das estratégias de investimento e os LPMs e UPMs, calculado com relação a um retorno mínimo de referência, representam, respectivamente, desvantagens e vantagens de um investimento. Esses momentos foram estimados conforme as equações 6 e 7.

$$LPM_{p,m} = \frac{1}{\tilde{T}} \sum_{t=1}^{\tilde{T}} (r_{min} - \underline{r}_{t,p})^m \quad m = 0, \dots, 4 \quad (6)$$

$$UPM_{p,m} = \frac{1}{\hat{T}} \sum_{t=1}^{\hat{T}} (\bar{r}_{t,p} - r_{min})^m \quad m = 0, \dots, 4 \quad (7)$$

Em que r_{min} : parâmetro de comparação dos retornos ou taxa de referência estimada pelo retorno médio de todos os fundos na janela; $\underline{r}_{t,p}$: retorno mensal do fundo p abaixo da referência; \tilde{T} : número de retornos do fundo p abaixo da referência; $\bar{r}_{t,p}$: retorno mensal do fundo p acima da referência; e \hat{T} : número de retornos do fundo p acima

da referência. O MDP foi obtido como o número máximo de meses em que o fundo esteve abaixo do patrimônio líquido médio.

O limiar para manter os insumos e produtos no DEA foi ainda à correlação entre cada grupo, correlações altas levaram a não inclusão da variável no modelo (Glawischnig & Sommersguter-Reichmann, 2010; Rubio, Maroney & Hassan, 2018). Os autores estimaram a correlação entre os grupos de insumos e os de produtos. E identificaram que a partir de uma alta correlação entre pares de insumos ou pares de produtos, com base em Glawischnig & Sommersguter-Reichmann (2010), não havia necessidade da inclusão do par de alta correlação no modelo, fazendo-se a opção por uma dentre cada par de variáveis do grupo de insumos ou de produtos. E a taxa de retorno mínimo aceitável, segundo os mesmos autores, foi de 0%.

3.4 Análise em série temporal dos modelos estimados

A partir dos scores de eficiência estimados, aqui denotados por e_p^{BCC} , pode-se obter o fator de eficiência, que reflete a distância do fundo da fronteira de eficiência. Buscou-se, então, analisar se os modelos tradicionais de apreçamento de ativos na literatura (CAPM, três, quatro e cinco fatores) acrescidos do fator proposto são capazes de explicar a variação dos retornos de fundos brasileiros, pois em caso dos investidores considerarem a eficiência do fundo como relevante, então o mesmo deve ser uma dimensão válida no apreçamento do ativo (Rubio, Maroney & Hassan, 2018). O fator e os modelos analisados são apresentados nas Equações 8 a 12.

$$p^{BCC} = 1 - e_p^{BCC} \quad (8)$$

$$r_{p,t} - r_{ft} = \hat{\alpha}_t + \hat{b}_{1,t}(r_{mt} - r_{ft}) + \hat{p}_{2,t}P_t^{BCC} \quad (9)$$

$$r_{p,t} - r_{ft} = \hat{\alpha}_t + \hat{b}_{1,t}(r_{mt} - r_{ft}) + \hat{s}_{3,t}SMB_t + \hat{h}_{4,t}HML_t + \hat{p}_{2,t}P_t^{BCC} \quad (10)$$

$$r_{p,t} - r_{ft} = \hat{\alpha}_t + \hat{b}_{1,t}(r_{mt} - r_{ft}) + \hat{s}_{3,t}SMB_t + \hat{h}_{4,t}HML_t + \hat{w}_{5,t}WML_t + \hat{p}_{2,t}P_t^{BCC} \quad (11)$$

$$r_{p,t} - r_{ft} = \hat{\alpha}_t + \hat{b}_{1,t}(r_{mt} - r_{ft}) + \hat{s}_{6,t}SMB5_t + \hat{h}_{7,t}HML5_t + \hat{\pi}_{8,t}RMW_t + \hat{c}_{9,t}CMA_t + \hat{p}_{2,t}P_t^{BCC} \quad (12)$$

Em que P_p^{BCC} : fator de risco mensurado; e_p^{BCC} : *score* de eficiência do fundo p ; r_{pt} : retorno mensal do fundo p no mês t ; r_{ft} : taxa de retorno mensal do ativo livre de risco no mês t , utilizando como *proxy* a taxa do Certificado de Depósito Interbancário (CDI); α_t : intercepto do modelo, excesso de retorno do fundo p no mês t ; $b_{1,t}$: beta/sensibilidade de mercado, medida de risco sistêmico e não-diversificável do fundo no mês t ; r_{mt} : retorno do mercado, utilizando como *proxy* o índice Bovepsa (Ibovespa); $p_{2,t}$: beta que captura o efeito do fator de eficiência do fundo no mês t ; $s_{3,6,t}$: beta que captura o efeito do fator de risco tamanho do fundo no mês t , *Small Minus Big* (SMB): diferença na média de retornos de empresas de baixa e alta capitalização de mercado; $h_{4,7,t}$: beta relacionado ao fator de risco valor do fundo no mês t , *High Minus Low* (HML): diferença do retorno médio de empresas com alta e baixa relação no índice *book-to-market* (B/M); $w_{5,t}$: beta que captura a sensibilidade do ativo ao fator de risco momento do fundo no mês t , *Winners Minus Losers* (WML): obtido pela diferença no retorno médio de portfólios formados por empresas com maior e menor retorno acumulado no curto prazo; $\pi_{8,t}$: beta referente ao fator de lucratividade do fundo no mês t , *Robust Minus Weak* (RMW):

diferença na média de retornos de portfólios de empresas mais e menos lucrativas,; $c_{9,t}$: beta referente ao fator de risco de investimento do fundo no mês t , *Conservative Minus Aggressive* (CMA): dado pela diferença no retorno de portfólios de empresas com baixo e alto investimento.

Em síntese, os fatores de risco dos modelos tradicionais buscam imitar portfólios com base no tamanho, relação B/M, desempenho no curto prazo, lucratividade e investimento. Essas regressões foram estimadas usando uma janela móvel de três anos de dados, sendo necessário não haver observações faltantes de retorno mensal do fundo e do fator P^{BCC} no período. Com isso a primeira data disponível com dos coeficientes estimados foi dezembro de 2005.

3.4 Análise do prêmio de risco dos *scores* de eficiência dos fundos

A capacidade das sensibilidades estimadas no primeiro estágio (série temporal) em prever retornos dos fundos em $t+1$ também foi investigada como forma de teste de especificação dos modelos. Segundo Rubio, Maroney e Hassan (2018), com base nessa análise é possível refletir o potencial uso dos modelos como estratégia viável de investimento. Além disso, o procedimento de regressões em dois estágios de Fama-MacBeth (1973) é amplamente empregado na literatura de apreçamento de ativos visando identificar se há um prêmio pelo risco associado aos modelos estudados. Portanto, em seguida foram realizadas regressões *cross-section* a partir das Equações 13 a 16, durante o período de janeiro de 2006 a janeiro de 2018.

$$r_{p,t+1} - r_{ft+1} = \hat{\alpha}_{t+1} + \hat{\lambda}_{1,t+1}\hat{b}_t + \hat{\lambda}_{2,t+1}\hat{p}_t \quad (13)$$

$$r_{p,t+1} - r_{ft+1} = \hat{\alpha}_{t+1} + \hat{\lambda}_{1,t+1}\hat{b}_t + \hat{\lambda}_{3,t+1}\hat{s}_t + \hat{\lambda}_{4,t+1}\hat{h}_t + \hat{\lambda}_{2,t+1}\hat{p}_t \quad (14)$$

$$r_{p,t+1} - r_{ft+1} = \hat{\alpha}_{t+1} + \hat{\lambda}_{1,t+1}\hat{b}_t + \hat{\lambda}_{3,t+1}\hat{s}_t + \hat{\lambda}_{4,t+1}\hat{h}_t + \hat{\lambda}_{5,t+1}\hat{w}_t + \hat{\lambda}_{2,t+1}\hat{p}_t \quad (15)$$

$$r_{p,t+1} - r_{ft+1} = \hat{\alpha}_{t+1} + \hat{\lambda}_{1,t+1}\hat{b}_t + \hat{\lambda}_{6,t+1}\hat{s}_t + \hat{\lambda}_{7,t+1}\hat{h}_t + \hat{\lambda}_{8,t+1}\hat{\pi}_t + \hat{\lambda}_{9,t+1}\hat{c}_t + \hat{\lambda}_{2,t+1}\hat{p}_t \quad (16)$$

Em que: $\hat{\alpha}_{t+1}$ representa o termo de intercepto e captura o grau de *mispricing* dos retornos futuros enquanto que $\hat{\lambda}_{1,t+1}$ a $\hat{\lambda}_{7,t+1}$ compreendem os prêmios pelo risco de mercado até o prêmio de risco CMA. Logo após as estimações mês a mês, a média e o erro padrão de cada coeficiente ao longo do tempo foram calculados para obter a estatística t, as quais, por sua vez, foram corrigidas por Newey-West (1987).

4 ANÁLISE DE RESULTADOS

A normalidade dos retornos dos fundos foi analisada com o teste Jarque Bera (JB) e *bootstrapping* dos mesmos. Os resultados apontaram que em ambos os testes não se pode rejeitar a distribuição normal dos retornos da maioria dos fundos, conforme a tabela 1. No teste JB padrão, a 5% de significância estatística pode ser considerada a rejeição da normalidade de 222 fundos de investimento que equivalem a 34,69% dos fundos que permaneceram na amostra final. Em relação ao nível de 1% de significância, os resultados praticamente se mantiveram e a normalidade de retorno é rejeitada em 205 fundos que equivalem a 32,03% da amostra.

Tabela 1 – Estatística descritiva dos testes de normalidade dos retornos

	Painel A: Resultados Jarque Bera χ^2		Painel B: Resultados Bootstrap χ^2	
	5% de significância	1% de significância	5% de significância	1% de significância
Quantidade de fundos	222	205	96	58
Rejeição, % da amostra	34,69%	32,03%	15,00%	9,06%

Nota: Estatística de χ^2 em ambos os testes. O procedimento de *bootstrapping* adotado foi similar ao empregado por Rubio, Maroney e Hassan (2018), utilizando o beta do modelo CAPM estimado para cada fundo em janela móvel de três anos para simular os retornos sob o pressuposto de normalidade e 5000 replicações para definir o intervalo de confiança para os valores χ^2 . A amostra final foi representada por um total de 640 fundos.

O procedimento de *bootstrapping* (BT) confirmou a normalidade do retorno da maioria dos fundos. Especificamente, a 5% de significância estatística indicou a rejeição de retornos normais de somente 96 fundos, 15% da amostra final, e a 1% de significância 58 fundos, que representam 9,06% do total. Nesse caso, a normalidade dos retornos da maioria dos fundos não corroborou os resultados dos testes de Rubio, Maroney e Hassan (2018).

Na Tabela 2 são apresentadas as estatísticas descritivas do patrimônio líquido (PL), retornos mensais dos fundos e de candidatos a insumos e produtos da estimação da eficiência com DEA. O PL da maioria dos fundos, em termos de distribuição e com base na mediana foi de R\$ 37,67 milhões. Distante da média tendo em vista a natureza de alta variabilidade da medida, de fato não há uma homogeneidade de tamanho dos fundos de investimento em ações que operam no mercado brasileiro. Os retornos mensais foram em média e mediana próximos, respectivamente, de 0,84% e 0,69% ao mês e desvio-padrão de 6,46% ao mês.

Tabela 2 - Estatística descritiva das variáveis

Variável	Mínimo	Máximo	Mediana	Média	Desvio padrão
PL (em R\$ milhões)	0,00*	3.452,61	37,34	130,19	274,22
Retorno mensal (%)	-90,48	247,68	0,69	0,84	6,46
MDP	5,00	35,00	19,00	19,00	4,00
LPM0 (%)	0,00	88,89	44,44	44,17	10,14
LPM1 (%)	0,00	16,33	1,79	1,88	0,99
LPM2 (%)	0,00	6,45	0,11	0,16	0,28
LPM3 (%)	0,00	4,65	0,01	0,03	0,14
UPM1 (%)	0,05	16,96	2,22	2,51	1,06
UPM2 (%)	0,00	25,97	0,14	0,22	0,68
UPM3 (%)	0,00	53,52	0,01	0,07	1,37

Nota: Estatística descritiva do patrimônio líquido (PL), *fundos menores com PL de R\$ 6.780,00, retornos mensais), período de máxima queda (*Maximum Drawdown Period* – MDP), momentos parciais inferiores dos retornos (*Lower Partial Moments* - LPM e momentos parciais superiores (*Upper Partial Moments* - UPM).

Os períodos de máxima queda (MDP) foram em média e mediana iguais, sendo que os fundos tiveram queda no mínimo cinco vezes e o desvio dessa queda foi em torno de quatro vezes. Na medida em que os momentos parciais inferiores dos retornos (LPM) aumentam de zero a um, dois e três nota-se redução das estatísticas descritivas das

variáveis. No caso dos momentos parciais superiores dos retornos (UPM) as reduções também ocorrem, com exceção do máximo e desvio padrão do UPM3.

Como os critérios de seleção de insumos e produtos consistiram na matriz de correlação entre as variáveis (Glawischnig & Sommersguter-Reichmann, 2010; Rubio, Maroney & Hassan, 2018). De acordo com a matriz descrita na Tabela 3 foi identificada forte correlação dos LPM3 e LPM4, bem como UPM3 e UPM4, as correlações foram, respectivamente, de 0,97 e 0,99. Assim como encontrado na literatura, tais insumos de quarto momento não foram utilizados na mensuração da eficiência, dos fundos de investimento brasileiros no período.

Tabela 3 - Matriz de correlação dos candidatos a insumos e produtos do DEA

	MDP	LPM0 (%)	LPM1 (%)	LPM2 (%)	LPM3 (%)	LPM4 (%)	UPM1 (%)	UPM2 (%)	UPM3 (%)	UPM4 (%)
MDP	1,00									
LPM0 (%)	-0,02	1,00								
LPM1 (%)	0,02	0,54	1,00							
LPM2 (%)	0,02	0,24	0,84	1,00						
LPM3 (%)	0,02	0,12	0,62	0,92	1,00					
LPM4 (%)	0,01	0,08	0,47	0,81	0,97	1,00				
UPM1 (%)	0,10	-0,16	0,46	0,49	0,37	0,27	1,00			
UPM2 (%)	0,02	0,02	0,14	0,21	0,21	0,18	0,43	1,00		
UPM3 (%)	0,01	0,01	0,06	0,10	0,11	0,10	0,34	0,97	1,00	
UPM4 (%)	0,01	0,01	0,04	0,06	0,07	0,06	0,30	0,93	0,99	1,00

Nota: Matriz de correlação de Pearson de variáveis candidatas a insumos e produtos na estimativa dos *scores* de eficiência com *data envelopment analysis* (DEA).

Na Tabela 4 são apresentadas as estatísticas descritivas dos fatores de risco utilizados nos modelos de precificação dos fundos brasileiros de investimento. Os fatores de risco p^{BCC} por fundos foram próximos em média e mediana, indicaram que a maioria dos fundos operou abaixo da fronteira.

Tabela 4 - Estatísticas descritivas dos scores de eficiência e demais fatores de risco

	Mediana	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Amplitude
p^{BCC}	0,40	0,38	0,15	0,00	0,75	0,75
$(r_{mt} - r_{ft})$	-0,45%	-0,04%	6,46%	-25,97%	15,81%	0,42
SMB	-0,02%	0,36%	4,07%	-9,26%	16,53%	0,26
HML	-0,40%	0,19%	5,50%	-12,56%	19,35%	0,32
WML4	0,96%	0,79%	5,07%	-16,32%	10,33%	0,27
SMB5	-0,09%	0,30%	4,30%	-9,62%	18,11%	0,28
HML5	-0,40%	0,19%	5,50%	-12,56%	19,35%	0,32
RMW5	1,13%	0,92%	4,04%	-12,30%	13,14%	0,25
CMA5	0,37%	0,21%	4,30%	-20,21%	13,06%	0,33

Nota: Estatística descritiva dos scores de eficiência dos fundos (e_p^{BCC}) e dos fatores de risco utilizados para estimação dos modelos CAPM, três, quatro e cinco fatores.

A literatura aponta a relação encontrada, sendo esperado que a maioria dos fundos de investimento de fato opere mesmo com esse desempenho abaixo do desempenho dos *benchmarks*, que são fundos com os melhores desempenhos da amostra, que compõem a

fronteira (Glawischnig & Sommersguter-Reichmann, 2010; Basso & Funari, 2017; Rubio, Maroney & Hassan 2018). No contexto de mercado brasileiro Fonseca, Fernandes, Cunha e Iquiapaza (2018) apontam essa queda da eficiência dos fundos de ações do mercado brasileiro para período entre 2002 e 2016.

Os fatores WML4, RMW5 e CMA5 apresentaram mediana positiva, sendo que se observada a média somente o risco de mercado refletiu uma variação negativa no período. O maior desvio-padrão identificado também foi o do risco de mercado, por conseguinte, o risco de mercado teve a maior amplitude de variação quando comparado com a dos demais riscos.

A Tabela 5 apresenta as correlações entre os fatores de risco provenientes da eficiência e os utilizados nos modelos de precificação de ativos tradicionais CAPM, de três, quatro e cinco fatores. No caso dos fatores estimados para os modelos CAPM, três e quatro fatores observaram-se correlações negativas do fator de eficiência dos fundos com os fatores de mercado, tamanho e valor. Assim como do fator momento com os mesmos fatores de risco, mercado, tamanho e valor. Sendo que os fatores de eficiência e o de momento tiveram correlação de 0,07, positiva e fraca.

No caso dos fatores estimados para o modelo de cinco fatores, além da correlação negativa entre o fator de eficiência e os fatores de mercado, tamanho e valor, houve correlação negativa com o fator de investimentos. Sendo que a correlação entre os fatores de eficiência dos fundos de investimento brasileiros e a lucratividade das empresas foi de 0,03, positiva e fraca, ou seja, há uma variação conjunta, embora pequena, entre eficiência dos fundos e lucratividade das empresas.

Tabela 5 - Matriz de correlação dos fatores de risco

Painel A: Scores e fatores utilizados nos modelos CAPM, três e quatro fatores						
	P^{BCC}	$(r_{mt} - r_{ft})$	SMB	HML	WML	
P^{BCC}	1,00					
$(r_{mt} - r_{ft})$	-0,03	1,00				
SMB	-0,09	0,16	1,00			
HML	-0,04	0,52	0,33	1,00		
WML	0,07	-0,45	-0,36	-0,66	1,00	
Painel B: Scores e fatores utilizados no modelo de cinco fatores						
	P^{BCC}	$(r_{mt} - r_{ft})$	SMB5	HML5	RMW5	CMA5
P^{BCC}	1,00					
$(r_{mt} - r_{ft})$	-0,03	1,00				
SMB5	-0,10	0,14	1,00			
HML5	-0,04	0,52	0,33	1,00		
RMW5	0,03	-0,51	-0,33	-0,62	1,00	
CMA5	-0,02	0,02	0,20	0,45	-0,25	1,00

Nota: Matriz de correlação de Pearson do fator de risco proveniente da eficiência dos fundos (P^{BCC}) e daqueles necessários para a estimação dos modelos CAPM, três, quatro e cinco fatores. Em decorrência do fator P^{BCC} ser específico do fundo, a matriz de correlação é baseada na amostra empilhada.

Os resultados dos modelos de precificação estimados para com os fundos brasileiros de investimento em ações foram descritos na Tabela 6. A adição do fator de eficiência ao modelo CAPM não ocasionou melhoria do poder explicativo do modelo, visto que o R^2 permanece igual. No entanto o intercepto/alfa de Jensen do modelo CAPM

ganhou significância estatística na inclusão do fator de eficiência. A não alteração do poder explicativo do modelo corroborou com os apontamentos de Berggrun, Mongrut, Umaña e Varga (2014) e a significância estatística do alfa com a restritividade desse modelo, mas confirma a forte influência do mercado sobre os retornos dos ativos apontados por Berk e Van Binsbergen (2016) e Bittencourt e Araújo Júnior (2019).

A inclusão do fator de eficiência ao modelo de três fatores de Fama e French (1992,1993) foi estatisticamente significativo a partir de 5% de significância, mas igualmente não acarretou melhoria do poder explicativo, bem como foi observada a significância do intercepto, identificada com o CAPM. Esses modelos refletiram ainda que os retornos dos fundos de investimento brasileiros sofrem influência significativa e positiva do fator tamanho, mas negativa do fator valor das empresas. Sendo que com a inclusão da eficiência esses sinais se mantiveram. E a significância do alfa, reforça a incompletude do modelo (Bittencourt & Araújo Júnior, 2019).

Tabela 6 - Resultados dos modelos de precificação estimados para o contexto brasileiro

	α	$(r_{mt} - r_{ft})$	SMB	HML	WML	SMB5	HML5	RMW5	CMA5	p^{BCC}	R^2
CAPM	0,00	0,81									0,79
	0,89	47,34***									
CAPM	-0,00	0,81								0,02	0,79
+ p^{BCC}	-6,10***	47,94***								6,62***	
3 Fatores	0,00	0,82	0,14	-0,04							0,82
	-1,15	56,66***	15,63***	-5,75***							
3 Fatores	-0,01	0,82	0,15	-0,041						0,03	0,82
+ p^{BCC}	-4,89***	58,69***	16,57***	-5,62***						2,59**	
4 Fatores	0,00	0,83	0,16	-0,004	0,067						0,82
	-4,45***	62,66***	20,68***	-0,57	7,324***						
4 Fatores	0,00	0,83	0,17	-0,01	0,065					0,03	0,83
+ p^{BCC}	-4,42***	64,45***	21,32***	-1,16	7,515***					2,46**	
5 Fatores	0,000	0,82				0,12	-0,04	-0,01	0,03		0,83
	-2,00**	66,99***				12,79***	-5,13***	-0,47	2,86***		
5 Fatores	-0,01	0,83				0,12	-0,04	-0,01	0,03	0,03	0,83
+ p^{BCC}	-4,54***	69,77***				14,78***	-4,73***	-0,26	2,73***	2,13**	

Nota: Estimativa de coeficientes médios (linha superior) e estatística t (linha inferior) baseada no erro padrão desses coeficientes usando o ajuste por Newey-West (1987). R^2 apresentado é o ajustado. *** Indica que a variável é estatisticamente significativa a 1%; ** Indica que a variável é a 5%; * Indica que é a 10%.

No modelo de Carhart (1997) tanto sem quanto com a inclusão do fator de eficiência houve significância estatística do alfa, mercado, tamanho e momento. O fator de valor não foi significativo. Na medida em que o fator de eficiência, assim como identificado no modelo de três fatores, mostrou significância a 5%, aumentou marginalmente o seu poder explicativo para 83%. De maneira geral, os resultados

corroboraram com Berggrun, Mongrut, Umaña e Varga (2014), Nerasti & Lucinda (2016) e de Fonseca, Fernandes, Cunha e Iquiapaza (2018), no que tange a influência dos fatores de Carhart (1997) sobre os retornos dos fundos de investimento em ações do mercado brasileiro.

No modelo de Fama e French (2015) o alfa, mercado, tamanho, valor e investimento foram significativos tanto quanto ou sem a inclusão do fator de eficiência, somente a lucratividade não foi significativa nos modelos. O que corrobora em parte com Bittencourt e Araújo Júnior (2019), uma vez que os autores não identificaram efeitos do alfa, mercado e investimento. A inclusão do fator de eficiência, assim como identificado nos modelos anteriores, mostrou significância a 5%, mas não alterou o seu poder explicativo.

Na Tabela 7 são apresentados os resultados das regressões cross-section estimadas como teste de especificação dos modelos, procurando analisar a sua capacidade preditiva dos retornos no período t+1. Os resultados corroboraram com os de Rubio, Maroney e Hassan (2018) no sentido de um leve aumento no R², além disso o fator de eficiência não se mostrou significativo nos modelos testados. No modelo de três fatores houve significância estatística do fator de valor, o que persistiu mediante a inclusão do fator de eficiência. No modelo de quatro fatores houve significância estatística do fator momento, sendo que com a inclusão do fator de eficiência, o fator de valor refletiu significância. E no modelo de cinco fatores, os fatores de risco valor e lucratividade foram estatisticamente significativos tanto sem quanto com a presença do fator proveniente da eficiência dos fundos de investimento em ações do mercado.

Tabela 7 - Resultados das regressões cross-section em t+1

	α_{t+1}	$\hat{b}_{1,t}$	$\hat{s}_{3,t}$	$\hat{h}_{4,t}$	$\hat{w}_{5,t}$	$\hat{s}_{6,t}$	$\hat{h}_{7,t}$	$\hat{\pi}_{8,t}$	$\hat{c}_{9,t}$	$\hat{p}_{2,t}$	R ²
CAPM	-0,001	0,000									0,147
	-0,203	0,026									
CAPM	-0,002	0,001								0,004	0,189
+ p^{BCC}	-0,418	0,156								0,447	
3 Fatores	-0,000	-0,002	0,006	0,012							0,277
	-0,065	-0,250	1,309	1,686*							
3 Fatores	-0,002	0,001	0,005	0,013						-0,005	0,312
+ p^{BCC}	-0,492	0,093	1,050	1,864*						-0,500	
4 Fatores	0,001	-0,003	0,004	0,008	0,012						0,317
	0,218	-0,428	0,929	1,505	2,110**						
4 Fatores	-0,001	-0,001	0,005	0,010	0,013					-0,012	0,338
+ p^{BCC}	-0,174	-0,177	1,125	1,696*	2,525**					-1,419	
5 Fatores	0,002	-0,003				0,001	0,011	0,010	-0,002		0,350
	0,506	-0,427				0,182	1,727*	1,675*	-0,301		
5 Fatores	0,000	-0,001				0,000	0,012	0,010	-0,009	0,001	0,375
+ p^{BCC}	0,049	-0,096				0,080	1,918*	1,724*	-1,510	0,132	

Nota: Estimativa de coeficientes médios (linha superior) e estatística t (linha inferior) baseada no erro padrão desses coeficientes usando o ajuste por Newey-West (1987). R² apresentado é o ajustado. *** Indica que a variável é estatisticamente significativa a 1%; ** Indica que a variável é a 5%; * Indica que é a 10%.

Diante do exposto, o fator de eficiência foi estatisticamente significativo em todas as estimativas com sua inclusão nos modelos de precificação tradicionais, CAPM, três, quatro e cinco fatores. No entanto, os testes de especificação dos modelos para previsão de retornos em $t+1$ indicaram que dentre o conjunto de fatores, somente os fatores valor, momento e lucratividade persistem nos modelos de três, quatro e cinco fatores refletindo o potencial e viabilidade de uso dos modelos como estratégias viáveis de investimento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo teve como objetivo avaliar a aderência do fator de risco proveniente da eficiência de fundos de investimento aos modelos tradicionais de precificação de ativos CAPM, três, quatro e cinco fatores. A pesquisa foi inspirada na incorporação do fator proposta por Rubio, Maroney e Hassan (2018) aos modelos CAPM e de quatro fatores com fundos de investimento americanos. Assim como na aplicação e análise do modelo de cinco fatores para o contexto brasileiro de Bittencourt & Araújo Júnior (2019).

Para mensuração da eficiência dos fundos com DEA foram estimados momentos parciais de retornos, superiores e inferiores, que respectivamente, compuseram o conjunto de insumos e produtos da técnica. Os momentos de quarta ordem não foram incluídos no conjunto em função de alta correlação com os de terceira ordem. Além disso, os *scores* de eficiência indicaram que a maioria dos fundos de investimento em ações do Brasil opera abaixo da fronteira de eficiência, composta pelos fundos de *score* um e eficiência máxima, considerados *benchmarks*. Ambos os resultados corroboraram com os de Glawischnig e Sommersguter-Reichmann (2010), de Rubio, Maroney e Hassan (2018) e de Fonseca, Fernandes, Cunha e Iquiapaza (2018).

O fator de risco proveniente da eficiência dos fundos brasileiros foi estatisticamente significativo em todos os modelos de precificação em que fora incluído. O fator resulta justamente da distância dos fundos da fronteira de eficiência do DEA, logo, uma menor eficiência acarreta maior risco para os fundos e exerce maior influência sobre os retornos dos fundos de investimento.

Entretanto, a inclusão do fator de eficiência não acarretou melhorias do poder explicativo dos modelos tradicionais de precificação de ativos para o contexto brasileiro. Mesmo que os contextos de mercado e amostra tenham sido distintos, o resultado corroborou com os efeitos encontrados por Rubio, Maroney e Hassan (2018).

Dentre os modelos tradicionais, a aderência do modelo de Carhart (1997) para a avaliação de fundos de investimento em ações do mercado brasileiro foi atestada nos resultados do estudo. Esses resultados confirmam achados de estudos anteriores que recomendam o modelo de quatro fatores para avaliação de fundos de investimento em ações do Brasil, dada a aderência do fator momento para a avaliação das carteiras de investimento (Berggrun, Mongrut, Umaña & Varga, 2014; Nerasti & Lucinda, 2016; Fonseca, Fernandes, Cunha & Iquiapaza, 2018).

A aplicação do modelo de cinco fatores sem a inclusão do fator de eficiência atestou em parte os apontamentos de Bittencourt & Araújo Júnior (2019), tendo em vista que nesse estudo foram significativos os fatores de mercado, tamanho, valor e investimento. Em contrapartida para os autores foram significativos tamanho, valor e rentabilidade na aplicação do modelo de cinco fatores no mercado brasileiro. As melhores estratégias de investimento atestadas pelas regressões *cross-section* consistiram nas pautadas em valor, momento e lucratividade dos fundos.

Contudo, esse estudo se limita aos momentos dos retornos estimados como insumos e produtos do DEA ao se estimar a eficiência, embora ainda haja muito que se

explorar com relação à outras variáveis influentes da métrica do desempenho de fundos de investimento em ações do mercado de capitais brasileiro. Assim como apontam Bittencourt & Araújo Júnior (2019), diversas métricas de risco ainda podem ser incorporadas aos modelos de precificação. Com relação aos escores de eficiência, poderiam ser analisadas outras maneiras de explorar as diferenças dessa medida, tal como a formação de carteiras para extrair os fatores.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

- Agarwal, V., Green, T. C., & Ren, H. (2018). Alpha or beta in the eye of the beholder: What drives hedge fund flows?. *Journal of Financial Economics*, 127(3), 417-434.
- Amess, K., & Girma, S. (2009). Do stock markets value efficiency?. *Scottish Journal of Political Economy*, 56(3), 321-331.
- Andreu, L., Serrano, M., & Vicente, L. (2019). Efficiency of mutual fund managers: A slacks-based manager efficiency index. *European Journal of Operational Research*, 273(3), 1180-1193.
- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30(9), 1078-1092.
- Banker, R. D., Cooper, W. W., Seiford, L. M., Thrall, R. M., & Zhu, J. (2004). Returns to scale in different DEA models. *European Journal of Operational Research*, 154(2), 345-362.
- Barber, B. M., Huang, X., & Odean, T. (2016). Which factors matter to investors? Evidence from mutual fund flows. *The Review of Financial Studies*, 29(10), 2600-2642.
- Basso, A., Funari, S. (2017). The role of fund size in the performance of mutual funds assessed with DEA models. *The European Journal of Finance*, 23(6), 457-473.
- Berggrun, L., Mongrut, S., Umaña, B., & Varga, G. (2014). Persistence in equity fund performance in Brazil. *Emerging Markets Finance and Trade*, 50(2), 16-33.
- Berk, J. B., & Van Binsbergen, J. H. (2016). Assessing asset pricing models using revealed preference. *Journal of Financial Economics*, 119(1), 1-23.
- Bittencourt, W. R., & de Araújo Júnior, J. B. (2019). Modelo de avaliação de rentabilidade de ativos – cinco fatores. *Revista Universo Contábil*, 14(1).
- Bogetoft, P., & Otto, L. (2010). *Benchmarking with Dea, Sfa, and R* (Vol. 157). Springer Science & Business Media.

- Caldeira, J. F., Moura, G. V., & Santos, A. A. (2013). Seleção de carteiras utilizando o modelo Fama-French-Carhart. *Revista Brasileira de Economia*, 67(1), 45-65.
- Carhart, M. M. (1997). On persistence in mutual fund performance. *The Journal of Finance*, 52(1), 57-82.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444.
- Chen, N. F., Roll, R., & Ross, S. A. (1986). Economic forces and the stock market. *Journal of Business*, 383-403.
- Cochrane, J. H. (2005). *Asset Pricing* (Revised Edition). Princeton University Press.
- Elton, E. J., & Gruber, M. J. (1997). Modern portfolio theory, 1950 to date. *Journal of Banking & Finance*, 21(11-12), 1743-1759.
- Emrouznejad, A., & Yang, G. L. (2018). A survey and analysis of the first 40 years of scholarly literature in DEA: 1978–2016. *Socio-Economic Planning Sciences*, 61, 4-8.
- Fama, E. F., & French, K. R. (2015). A five-factor asset pricing model. *Journal of financial economics*, 116(1), 1-22.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of financial economics*, 33(1), 3-56.
- Fama, E. F., & MacBeth, J. D. (1973). Risk, return, and equilibrium: Empirical tests. *Journal of political economy*, 81(3), 607-636.
- Fonseca, S. E., Fernandes, A. R., Cunha, C. L., & Iquiapaza, R. A. (2018). Investment Funds: Performance using Carhart Model and Data Envelopment Analysis. *Revista de Administração Contemporânea*, 22(3), 355-379.
- Fulkerson, J. A., & Riley, T. B. (2019). Portfolio concentration and mutual fund performance. *Journal of Empirical Finance*.
- Glawischnig, M., & Sommersguter-Reichmann, M. (2010). Assessing the performance of alternative investments using non-parametric efficiency measurement approaches: Is it convincing?. *Journal of Banking & Finance*, 34(2), 295-303.
- Goldstein, I., Jiang, H., & Ng, D. T. (2017). Investor flows and fragility in corporate bond funds. *Journal of Financial Economics*, 126(3), 592-613.
- Jarque, C. M., & Bera, A. K. (1980). Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters*, 6(3), 255–259.
- Jegadeesh, N., & Titman, S. (1993). Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. *The Journal of finance*, 48(1), 65-91.

- Jordão, G. A., & De Moura, M. L. (2011). Performance analysis of Brazilian hedge funds. *Journal of Multinational Financial Management*, 21(3), 165-176.
- Kaupa, P. H., & Sassi, R. J. (2017). Rough sets: technical computer intelligence applied to financial market. *International Journal of Business Innovation and Research*, 13(1), 130-145.
- Lamb, J. D., & Tee, K. H. (2012). Data envelopment analysis models of investment funds. *European Journal of Operational Research*, 216(3), 687-696.
- Lintner, J. (1969). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets: A reply. *The review of economics and statistics*, 222-224.
- Lyrio, M. V. L., Prates, W., de Lima, M. V. A., & Lunkes, R. J. (2015). Análise da implementação de uma estratégia de investimento em ações baseada em um instrumento de apoio à decisão. *Contaduría y Administración*, 60(1), 113-143.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Markowitz, H. M. (1999). The early history of portfolio theory: 1600–1960. *Financial Analysts Journal*, 55(4), 5-16.
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 768-783.
- Murthi, B. P. S., Choi, Y. K., & Desai, P. (1997). Efficiency of mutual funds and portfolio performance measurement: A non-parametric approach. *European Journal of Operational Research*, 98(2), 408-418.
- Nerasti, J. N., & Lucinda, C. R. (2016). Persistence in mutual fund performance in Brazil. *Revista Brasileira de Finanças*, 14(2), 269-298.
- Newey, W. K., & West, K. D. (1987). A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. *Econometrica*, 55(3), 703-708.
- ROSS, Stephen A. (1976). The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*, 13, 341-360.
- Rubio, J. F., Maroney, N., & Hassan, M. K. (2018). Can efficiency of returns be considered as a pricing factor?. *Computational Economics*, 52(1), 25-54.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The journal of finance*, 19(3), 425-442.
- Tobin, J. (1958). Liquidity preference as behavior towards risk. *The review of economic studies*, 25(2), 65-86.

Yang, G. L., Fukuyama, H., & Chen, K. (2019). Investigating the regional sustainable performance of the Chinese real estate industry: A slack-based DEA approach. *Omega*, 84, 141-159.

Yi, J., & Cho, K. (2015). Performance of Technology Sector Hedge Funds in Emerging Markets. *Emerging Markets Finance and Trade*, 51(5), 985-1000.

Zhou, Z., Xiao, H., Jin, Q., & Liu, W. (2018). DEA frontier improvement and portfolio rebalancing: An application of China mutual funds on considering sustainability information disclosure. *European Journal of Operational Research*, 269(1), 111-131.