

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

Gabriel Alves Mendonça

**DESENVOLVIMENTO DE NOVA METODOLOGIA PARA ANÁLISE DE
DESEMPENHO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS: uma contribuição ao método
Maxwell-Fourier**

Belo Horizonte
2021

Gabriel Alves Mendonça

**DESENVOLVIMENTO DE NOVA METODOLOGIA PARA ANÁLISE
DE DESEMPENHO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS: uma
contribuição ao método Maxwell-Fourier**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Braz de Jesus Cardoso Filho

Coorientador: Thales Alexandre Carvalho
Maia

Belo Horizonte

2021

M539d

Mendonça, Gabriel Alves.

Desenvolvimento de nova metodologia para análise de desempenho de máquinas elétricas [recurso eletrônico]: uma contribuição ao método Maxwell-Fourier / Gabriel Alves Mendonça. - 2021.
1 recurso online (193 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Braz de Jesus Cardoso Filho.

Coorientador: Thales Alexandre Carvalho Maia.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais,
Escola de Engenharia.

Apêndice: f. 168-193.

Bibliografia: f. 152-167.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Fourier, Análise de – Teses.
3. Máquinas elétricas – Teses. 4. Maxwell, Equações de – Teses.
I. Cardoso Filho, Braz de Jesus. II. Maia, Thales Alexandre Carvalho.
III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia.
IV. Título.

CDU: 621.3(043)

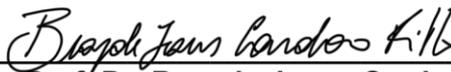
"Desenvolvimento de Nova Metodologia Para Análise de Desempenho de Máquinas Elétricas: Uma Contribuição Ao Método Maxwell-fourier"

Gabriel Alves Mendonça

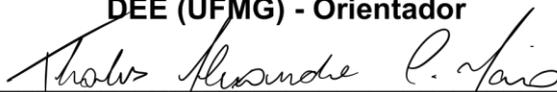
Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 17 de maio de 2021.

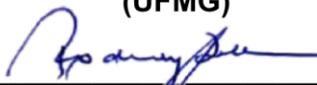
Por:



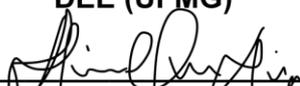
Prof. Dr. Braz de Jesus Cardoso Filho
DEE (UFMG) - Orientador



Prof. Dr. Thales Alexandre Carvalho Maia
(UFMG)



Prof. Dr. Rodney Rezende Saldanha
DEE (UFMG)



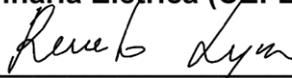
Prof. Dr. Sidelmo Magalhães Silva
DEE (UFMG)



Prof. Dr. Nelson Sadowski
Engenharia Elétrica (UFSC)



Profa. Dra. Úrsula do Carmo Resende
Engenharia Elétrica (CEFET-MG)



Dr. Renato de Oliveira da Costa Lyra
Motor Design (Aerotech, Inc.)

*Dedico esse trabalho à minha família, à
minha esposa Diva e aos meus filhos
Isabel e Eduardo.*

AGRADECIMENTOS

Inicialmente, gostaria de agradecer aos meus familiares pelo apoio ao longo desta conquista.

À minha esposa Diva, que me encorajou a seguir nessa jornada, oferecendo sempre muito amor, carinho e compreensão.

Aos meus filhos, Isabel e Eduardo, por me mostrarem o verdadeiro valor da nossa vida.

Aos meus pais, Maria Aparecida e Fernando, por estarem sempre ao meu lado, garantindo apoio em cada batalha.

À minha irmã Denise, por me mostrar como podemos encarar as maiores dificuldades com muita fibra.

Ao professor Braz de Jesus Cardoso Filho, por me possibilitar trabalhar com um tema tão enriquecedor. Pela disponibilidade de me orientar nesta tese de doutorado, oferecendo ensinamentos que vão além do conteúdo técnico.

Ao professor Thales Alexandre Carvalho Maia, coorientador, pelo amparo, paciência, contribuição e, principalmente, amizade.

Às amigas conquistadas no Tesla Engenharia de Potência, as quais foram primordiais para o conhecimento fundamentado durante o doutorado.

“Aqueles que não conseguem lembrar o passado estão condenados a repeti-lo.”

(SANTAYANA, 1905)

RESUMO

Os avanços na direção da transição energética, visando a migração da matriz energética baseada em combustíveis fósseis para uma matriz focada em fontes renováveis, tem proporcionado um ambiente favorável para o desenvolvimento tecnológico. Esse cenário traz uma janela de oportunidades para expansão da eletrificação ao longo de setores como transporte, indústria e edificações. Deste modo, é patente a necessidade de aprimorar os procedimentos de projeto das máquinas elétricas convencionais visando atender requisitos mais severos de eficiência. Além disso, o avanço dos acionamentos elétricos em novas aplicações requer mais atenção no desenvolvimento de materiais e novas topologias que permitam um equilíbrio entre os requisitos de custo e desempenho. Isso traz implicações para a ferramenta matemática adotada para análise e projeto destas máquinas elétricas. Nesta tese é discutida a utilização do método Maxwell-Fourier. Baseado na solução formal das equações de Maxwell, esse método é adequado para caracterizar o desempenho eletromagnético de uma ampla variedade de topologias de máquinas elétricas. Primeiramente, essa ferramenta é utilizada para análise de uma máquina síncrona de alta rotação. Para caracterizar as oscilações de torque, é proposto um modelo capaz de representar a saturação na luva de retenção, elemento usado para fixar e proteger os ímãs permanentes. A caracterização desse fenômeno pode auxiliar no desenvolvimento de estratégias de controle do gerador, assim como em futuros projetos que desejem explorá-lo. Na sequência, o método Maxwell-Fourier é aplicado no projeto de um gerador veicular para frenagem regenerativa. No caso, é estabelecido um procedimento de projeto visando a caracterização da máquina em termos eletromagnéticos e construtivos. Assim, a solução proposta oferece ao projetista maior sensibilidade sobre os efeitos dos parâmetros da máquina no desempenho dessa. Também, esse procedimento visa reduzir o espaço de busca do problema a ser abordado em etapas posteriores de projeto, nas quais são utilizados métodos numéricos com custo computacional é elevado.

Palavras-chave: modelo semianalítico; método Maxwell-Fourier; desempenho eletromagnético; máquina elétrica.

ABSTRACT

The advancements toward the energy transition, in which the energy sector is switching from a fossil fuel-based energy matrix towards a renewable solution, is establishing a favorable environment for technological development. This scenario brings forth a window of opportunity for the electrification of the transport, industry and building sectors. Therefore, it is clear the need to improve the design procedures of conventional electrical machines in order to meet more stringent efficiency requirements. Furthermore, the advancement of the electric drives into new applications requires further attention in the development of materials and new topologies that allow for a balance of cost and performance requirements. This increases the demands for the mathematical tool adopted to analyze and design such electrical machines. In this thesis, the use of the Maxwell-Fourier method is discussed. Based on the formal solution of Maxwell's equations, this method is suitable to characterize the electromagnetic performance of a wide range of electrical machine topologies. Firstly, this tool is used to analyze a high-speed synchronous machine. To characterize the torque oscillations, it is proposed a model capable of representing saturation in the retaining sleeve, an element used to ensure magnet mechanical integrity. The characterization of this phenomenon can help in the development of generator control strategies, as well as in future projects that wish to explore it. Then, the Maxwell-Fourier method is applied to design a vehicle regenerative braking generator. In this case, a design procedure is established to characterize the machine in electromagnetic and constructive terms. Thus, the proposed solution offers the designer greater sensitivity for evaluating the effects of the machine's parameters on its performance. Also, the procedure aims to reduce the search space of the problem to be addressed in later design stages, in which numerical methods are used with increased computational cost.

Keywords: semi-analytical model; Maxwell-Fourier method; electromagnetic performance; electrical machine.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Emissão anual de gás carbono relativa à energia por setor energético considerando o cenário de referência e redução no cenário visando neutralidade climática (REmap) (IRENA, 2019).	21
Figura 1.2 – Importância do setor de transporte na emissão global de gás carbônico: (a) consumo de petróleo por setor em 2018 (IEA, 2020a) e (b) emissão de gás carbônico por setor em 2019 (IEA, 2020b).....	22
Figura 2.1 – Classificação de máquinas a ímãs permanentes conforme mecanismo de produção de torque.....	34
Figura 2.2 – Máquinas de relutância: (a) motor de relutância chaveado; e (b) motor síncrono de relutância de uso geral (JAHNS, 2017).	35
Figura 2.3 - Rede de relutância de uma máquina síncrona a ímãs permanentes: (a) rede completa; e (b) detalhes das relutâncias no entreferro (KÖLZER, 2017).	41
Figura 2.4 – Configurações de rotor para MSIP: (a) ímãs de superfície; (b) ímãs inseridos na superfície; (c) ímãs com ímãs internos; e (d) ímãs no interior do rotor com orientação circunferencial (<i>spoke-type</i>) (GIERAS, 2009).	42
Figura 2.5 - Configurações de rotor sólido para máquina de indução de alta rotação: (a) rotor sólido; (b) rotor com revestimento de cobre; (c) rotor com canais axiais; e (d) rotor com gaiola de esquilo (GERADA <i>et al.</i> , 2014).	43
Figura 3.1 - Seção transversal da MSIP adotada como base para método analítico.....	50
Figura 3.2 - Perfil de magnetização do ímã permanente: (a) radial; e (b) paralelo.	57
Figura 3.3 – Forma de onda das componentes: (a) radial ($B_{rem,r}$); e (b) tangencial ($B_{rem,\varphi}$).	58
Figura 3.4 – Configurações para estator: (a) sem ranhura, e (b) com ranhura.	60
Figura 3.5 - Distribuição espacial das espiras de uma fase.	62
Figura 3.6 - Sistemas de Coordenadas do Estator e Rotor.	66
Figura 3.7 - Enrolamento equivalente para cálculo das correntes parasitas.	68
Figura 3.8 – Transformação Schwarz-Christoffel: (a) plano Z ; e (b) plano W (GIBBS, 1958).....	73
Figura 3.9 – Efeito das ranhuras pela transformação de Schwarz-Christoffel.	73
Figura 3.10 - Planos complexos: (a) plano S ; (b) plano Z , (c) plano W , (d), plano T , e (e) plano K	74
Figura 3.11 - Efeito das ranhuras pelo método do subdomínio.	77
Figura 3.12 – Densidade de corrente para ranhura com duas bobinas no método do subdomínio.....	78
Figura 3.13 - Método do subdomínio para sapata do dente das ranhuras.	81
Figura 3.14 - Contorno definido por espira genérica no estator (HOLM, 2003).	87
Figura 4.1 – Sistema micro-CAES de alta rotação: (a) modelo tridimensional; e (b) protótipo construído.	94
Figura 4.2 – Gerador síncrono a ímã permanente: (a) seção transversal; e (b) estator do protótipo fabricado (MAIA, 2016).....	95
Figura 4.3 – Seção transversal da geometria adotada para análise da MSIP.	98
Figura 4.4 - Resultado da simulação numérica de densidade e linhas de fluxo magnético.	99
Figura 4.5 – Diagrama do método iterativo para avaliação da saturação: (a) fluxograma geral; e (b) fluxograma para cálculo do perfil da permeabilidade relativa.	100
Figura 4.6 – Perfil da permeabilidade relativa para MSIP a vazio e com rotor fixo em duas posições.....	102
Figura 4.7 - Perfil da permeabilidade relativa para MSIP com carga, $I_s = 10 A_{pico}$, e com rotor fixo em duas posições.....	102
Figura 4.8 – Redefinição dos parâmetros do enrolamento auxiliar para caracterizar efeito pelicular.	103
Figura 4.9 – Eixos de referência para os enrolamentos auxiliares.	104
Figura 4.10 – Efeito das correntes parasitas na densidade de fluxo no entreferro considerando luva com permeabilidade não homogênea e correntes de estator com frequências: (a) $f = 1,167$ kHz; (b) $f = 7$ kHz; e $f = 14$ kHz.	105

Figura 4.11 – Tensão a vazio para simulação da MSIP com diferentes aproximações para a luva: (a) permeabilidade não homogênea e condutiva ($\mu r = f\varphi$ e $\rho c = cte.$); (b) permeabilidade não homogênea ($\mu r = f\varphi$ e $\rho c \rightarrow \infty$); (c) permeabilidade homogênea ($\mu r = 1$); e (d) permeabilidade homogênea ($\mu r = 300$).....	106
Figura 4.12 – Torque de retenção para máquina operando a vazio com diferentes aproximações para a luva.	107
Figura 4.13 – Tensão da máquina com efeito de armadura e tensão interna calculada pelo método Maxwell-Fourier.	108
Figura 4.14 -Torque eletromagnético para simulação da MSIP com diferentes aproximações para a luva: (a) permeabilidade não homogênea e condutiva ($\mu r = f\varphi$ e $\rho c = cte.$); (b) permeabilidade não homogênea ($\mu r = f\varphi$ e $\rho c \rightarrow \infty$); (c) permeabilidade homogênea ($\mu r = 1$); e (d) permeabilidade homogênea ($\mu r = 300$).....	109
Figura 5.1 – Modelo tridimensional da máquina <i>in-wheel</i>	114
Figura 5.2 – Distribuição de fluxo nos dentes do estator para excitação de campo apenas: (a) posição para armadura com enlace de fluxo positivo; (b) posição para armadura com enlace de fluxo negativo; e (c) enlace de fluxo em função da posição do rotor para MFC trifásica.	115
Figura 5.3 – Seção transversal da geometria base utilizada no projeto: (a) estator com enrolamentos de campo e armadura; e (b) rotor.....	116
Figura 5.4 - Visão esquemática simplificada do acionamento elétrico.	117
Figura 5.5 – Diagrama fasorial: (a) modelo simplificado; e (b) modelo caracterizando efeito de desmagnetização.....	122
Figura 5.6 – Circuito equivalente proposto para caracterizar a desmagnetização.....	122
Figura 5.7 – Indutâncias próprias das fases do circuito de armadura.	123
Figura 5.8 – Indutâncias mútuas entre as fases do circuito de armadura.	123
Figura 5.9 – Indutâncias mútuas entre circuito de campo e as fases do circuito de armadura.....	124
Figura 5.10 – Indutância própria do circuito de campo.	124
Figura 5.11 – Densidade de fluxo para diferentes topologias da MFC: (a) 12s-5r; (b) 36s-15r; e (c) 24s-10r.....	126
Figura 5.12 – Densidade de fluxo em função da posição do rotor: (a) valor máximo no dente; e (b) valor máximo na coroa.	131
Figura 5.13 - Potência gerada e perdas em função da razão <i>ragrex</i>	132
Figura 5.14 - Influência da abertura da ranhura sobre potência máxima de saída.	133
Figura 5.15 - Influência da abertura da ranhura sobre indutância mútua entre armadura e campo. ...	133
Figura 5.16 - Influência da abertura da ranhura na capacidade do gerador de fornecer uma potência fixa.....	135
Figura 5.17 - Influência da abertura da ranhura sobre as perdas para gerador fornecendo potência fixa.	136
Figura 5.18 - Eficiência do gerador ao longo da faixa de velocidades de ciclo urbano.....	138
Figura 5.19 – Densidade de fluxo na geometria da máquina obtida pelo processo de otimização. ...	139
Figura 5.20 – Gerador de fluxo chaveado para aplicação veicular: (a) seção transversal; e (b) protótipo fabricado.	140
Figura 5.21 – Bancada de testes da máquina <i>in-wheel</i> : (a) montagem parcial; e (b) visão frontal com a roda montada.....	141
Figura 5.22 - Tensão de fase a vazio com corrente de campo $I_f = 2,4$ A.....	142
Figura 5.23 - Tensão de fase a vazio com corrente de campo $I_f = 4,8$ A.....	142
Figura 5.24 - Comparação do resultado para tensão de fase a vazio para diferentes configurações do circuito de campo.....	143
Figura 5.25 - Tensão de linha com carga com corrente de campo $I_f = 2,4$ A.	143
Figura 5.26 - Tensão de linha com carga com corrente de campo $I_f = 4,8$ A.	144
Figura 5.27 - Comparação do resultado para tensão de linha com carga para diferentes configurações do circuito de campo.	144

Figura A.1 – Seção transversal da geometria simplificada.	169
Figura A.2 – Componente radial do campo produzido pelos ímãs.	173
Figura A.3 – Componente tangencial do campo produzido pelos ímãs.	173
Figura A.4 – Componente radial do campo produzido pela corrente da fase A.	174
Figura A.5 – Componente tangencial do campo produzido pela corrente da fase A	174
Figura B.1 – Seção transversal da geometria base para formulação proposta.	175
Figura B.2 - Região da luva redefinida para cálculo das correntes parasitas.	183
Figura C.1 - Potência instantânea com indutância calculada pelo método Maxwell-Fourier e com indutância simplificada.	185
Figura C.2 – Tensão induzida e corrente de carga com indutância calculada pelo método Maxwell-Fourier e com indutância simplificada.	186
Figura C.3 – Circuito equivalente da máquina de relutância.	192
Figura C.4 – Diagrama fasorial da máquina de relutância.	192
Figura C.5 – Corrente de carga calculada pelo modelo dinâmica e pelo circuito equivalente.	193

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Relação dos índices harmônicos espaciais para solução não-nula da equação 3.125. ...	84
Tabela 4.1 – Parâmetros geométricos da MSIP.	95
Tabela 4.2 – Parâmetros eletromagnéticos do ímã e da luva.	96
Tabela 4.3 – Parâmetros elétricos nominais do Gerador.	97
Tabela 4.4 – Resultado de convergência para o método dos elementos finitos e o método Maxwell-Fourier – máquina síncrona a ímã permanentes.....	101
Tabela 5.1 – Limites geométricos para a máquina.	117
Tabela 5.2 – Parâmetros construtivos adotados como variáveis do projeto.	118
Tabela 5.3 – Resultado de convergência para o método dos elementos finitos e o método Maxwell-Fourier – máquina de fluxo chaveado.	125
Tabela 5.4 – Comparação da potência convertida entre topologias distintas.	127
Tabela 5.5 – Teste para avaliação do efeito da saturação sobre a tensão induzida.....	130
Tabela 5.6 – Parâmetros e espaço de busca para a rotina de otimização.....	136
Tabela 5.7 – Parâmetros construtivos da máquinas iniciais e obtidos pela rotina de otimização.	137
Tabela 5.8 – Parâmetros construtivos do protótipo fabricado.	140
Tabela B.1 - Relação dos índices harmônicos espaciais para solução não-nula da equação B.11. ...	180
Tabela B.2 - Relação dos índices harmônicos espaciais para solução não-nula da equação B.12. ...	180
Tabela C.1 - Relações entre ordens harmônicas da corrente e de indutância.....	189

LISTA DE ABREVIATURAS

EMPA	-	Erro Médio Percentual Absoluto
FEMM	-	<i>Finite Element Method Magnetics</i>
FMM	-	Força Magnetomotriz
MEF	-	Método dos Elementos Finitos
MFC	-	Máquina de Fluxo Chaveado
MMF	-	Método Maxwell-Fourier
MSIP	-	Máquina Síncrona a Ímãs Permanentes
PCHIP	-	<i>Piecewise Cubic Hermit Interpolating Polynomial</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas

A	Potencial vetor magnético	Wb/m
B	Densidade de fluxo magnético	T
b_p	Razão entre abertura angular do ímã e passo polar	
b_r	Razão entre abertura angular da ranhura e o passo da ranhura do rotor	
b_{sa}	Razão entre abertura angular da ranhura e o passo da ranhura da armadura	
b_{sf}	Razão entre abertura angular da ranhura e o passo da ranhura do campo	
C	Constante de integração	
D	Constante de integração	
D	Densidade de fluxo elétrico	C/m^2
E	Constante de integração	
E	Intensidade de campo elétrico	V/m
F	Constante de integração	
F	Vetor força	N
H	Intensidade de campo magnético	A/m
h	Espessura	m
Q_r	Número de ranhuras (polos) do rotor	
Q_s	Número de ranhuras do estator	
J	Densidade de corrente	A/m^2
K	Densidade superficial de corrente	A/m
N	Número de espiras	
a	Vetor unitário	
e	Força eletromotriz	V
i	Corrente elétrica	A
k	Ordem harmônica espacial	
k_w	Fator de enrolamento	
L	Indutância	H
l	Comprimento axial	m
m	Ordem harmônica espacial	
m	Número de fases	
n	Vetor normal	
n	Distribuição espacial de espiras	rad^{-1}
n	Ordem harmônica temporal	
p	Número de par de polos	
q	Número de ranhuras por polo por fase	
R	Resistência elétrica	Ω
r	Raio	m
r	Variável raio das coordenadas cilíndricas	m
v	Tensão elétrica	V

Letras Gregas

β	Abertura angular	rad
δ	Profundidade pelicular	m
ϵ	Permissividade	F/m
θ	Posição angular do rotor	rad
ϑ	Ângulo de fase	rad
λ	Enlace de fluxo	Wb. espira
λ	Permeância	H
μ	Permeabilidade magnética	H/m
ρ	Resistividade	Ω m
σ	Condutividade elétrica	S/m
φ	Fluxo magnético	Wb
φ	Variável angular das coordenadas cilíndricas	rad
Φ_i	Posição angular da i – ésima ranhura	rad
ω	Frequência angular	rad/s

Subscritos

0	Relativo ao vácuo
a, b, c	Fases a , b e c do estator
a	Armadura
ag	Entreferro
c	Enrolamento (cilindro) amortecedor
(c)	Coefficientes de Fourier da função cosseno
d, q	Eixos direto e em quadratura
f	Campo
k	Ordem harmônica espacial
m	Ordem harmônica espacial (permeabilidade variável)
m	Relativo ao ímã permanente
m	Relativo à grandeza mecânica
n	Ordem harmônica temporal
$part$	Particular
r	Componente radial
r	Grandeza relativa
r	Rotor
rec	Recuo
rem	Relativo à remanência do ímã permanente
s	Estator
(s)	Coefficientes de Fourier da função seno
se	Superfície externa da ranhura
sl	Luva de retenção
so	Abertura da ranhura
$skin$	Relativo ao efeito pelicular
v	Número da região de interesse

w	Relativo ao enrolamento
wc	Raio médio do enrolamento (topologia sem ranhura)
z	Componente axial
φ	Componente tangencial

Sobrescritos

(v)	Número da região de interesse
'	Derivada

Notação

\mathbf{B}	Grandeza vetorial
\hat{B}	Coefficiente de Fourier
\underline{B}	Grandeza complexa, fasor
i	(minúscula) valor instantâneo
I	(maiúscula) amplitude de função senoidal
$\Re\{\underline{B}\}$	Parcela real de uma grandeza complexa
$\Im\{\underline{B}\}$	Parcela imaginária de uma grandeza complexa

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Contextualização e Relevância	20
1.2	Motivação	23
1.3	Objetivos e Contribuições.....	26
1.4	Organização do Texto	28
2	MÁQUINAS ELÉTRICAS PARA APLICAÇÕES ESPECIAIS	31
2.1	Considerações Setoriais para Transição Energética.....	31
2.2	Tendências para topologias de Máquinas Elétricas	33
2.2.1	Máquinas A Ímã Permanente	33
2.2.2	Máquinas de Relutância.....	34
2.3	Desafios em Projetos Baseados na Aplicação	35
2.4	Sobre Modelos de máquinas Elétricas	38
2.4.1	Método dos Elementos Finitos	39
2.4.2	Circuito Magnético Equivalente.....	40
2.4.3	Método Maxwell-Fourier.....	41
2.5	Conclusões.....	46
3	MÉTODO MAXWELL-FOURIER	48
3.1	Aproximações e Formulação Matemática Básica.....	49
3.2	Fontes de Campo Magnético	56
3.2.1	Ímã Permanente.....	56
3.2.2	Correntes de Estator	59
3.2.3	Correntes Parasitas na Luva de Retenção.....	65
3.3	Sistema de Equações Lineares.....	70
3.4	Efeito das Ranhuras	72
3.5	Modelo para Permeabilidade Não Homogênea.....	82
3.6	Grandezas Derivadas.....	85
3.7	Metodologia de Cálculo, Softwares Utilizados E REcurso Computacional.....	89
3.8	Conclusões.....	90
4	MODELO ANALÍTICO APLICADO A UM PROTÓTIPO DE MSIP DE ALTA ROTAÇÃO	92
4.1	Descrição do Problema e Caracterização do Protótipo	93
4.2	Aproximações e fundamentação do Método Maxwell-Fourier para A MSIP.....	97
4.3	Análise Operacional da MSIP.....	105
4.4	Conclusões.....	110

5 PROJETO DE MÁQUINA ELÉTRICA PARA APLICAÇÃO EM VEÍCULO MICRO-HÍBRIDO	112
5.1 Descrição do Problema e da Topologia Abordada	112
5.2 Premissas do Projeto e Desempenho Desejado	117
5.3 Indutâncias e Cálculo de Potência	119
5.4 Considerações sobre a Topologia	125
5.5 Limitações Estruturais e Materiais.....	127
5.6 Sensibilidade Geométrica E Rotina de Otimização	131
5.7 Validação do Modelo	139
5.8 Conclusões.....	145
6 CONCLUSÃO E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE	147
6.1 Propostas de Continuidade	148
6.2 Lista de Publicações.....	149
REFERÊNCIAS.....	152
APÊNDICE A – Exemplo de aplicação do método Maxwell-Fourier	169
APÊNDICE B – Formulação Genérica para Permeabilidade Não Homogênea.....	175
APÊNDICE C – Circuito equivalente em regime permanente para MFC	185

1 INTRODUÇÃO

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta o escopo desta tese de doutorado. Aspectos que fundamentam o problema são discutidos através da contextualização, motivação e relevância do tema. A partir destes, são estruturados os objetivos e as principais contribuições. Por fim, um breve resumo da organização deste texto é apresentado.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E RELEVÂNCIA

A utilização da energia elétrica foi impulsionada pela relativa facilidade para produzi-la a partir de fontes primárias, transportá-la e convertê-la em outras formas de energia. Para tal, máquinas elétricas são primordiais, sendo usadas em quase todas as formas de geração de energia elétrica. No lado do consumo, mais da metade da energia elétrica produzida no mundo é consumida por motores elétricos em setores como industrial, edificações, agricultura e transporte (IEA, 2016).

Além disso, considerando cenários futuros, que avaliam a transição para um consumo de energia menos dependente de combustíveis fósseis, a parcela da eletricidade na demanda total por energia pode passar dos atuais 20% para até 50% em 2050. Conforme ilustrado na Figura 1.1, em relação ao cenário de referência, que avalia os compromissos governamentais, a redução das emissões de gases de efeito estufa relativas ao setor de energia deverá ser impulsionada em parte pela eletrificação de setores como transporte e indústria, assim como o avanço de energias renováveis e melhorias em eficiência energética (IRENA, 2019). Esse contexto de desenvolvimento sustentável consiste em um caminho estratégico para alcançar a neutralidade climática, objetivo ratificado pelo Brasil por meio da Contribuição Nacional Determinada (BRASIL, 2020a).

Nesse cenário, é esperado um aumento significativo no número de motores elétricos instalados, no qual metade se dá apenas no setor industrial. A participação de motores elétricos sobre essa demanda elétrica já é expressiva, representando aproximadamente 50% em 2014, e com possibilidade de alcançar 60% em 2040 devido a uma maior eletrificação nos setores de construção e transporte (IEA, 2016). Esse crescimento é justificado pela expansão da renda e subsequente demanda por

produtos industrializados nos países em desenvolvimento. Efeito similar pode ser atribuído ao setor residencial (EPE, 2016).

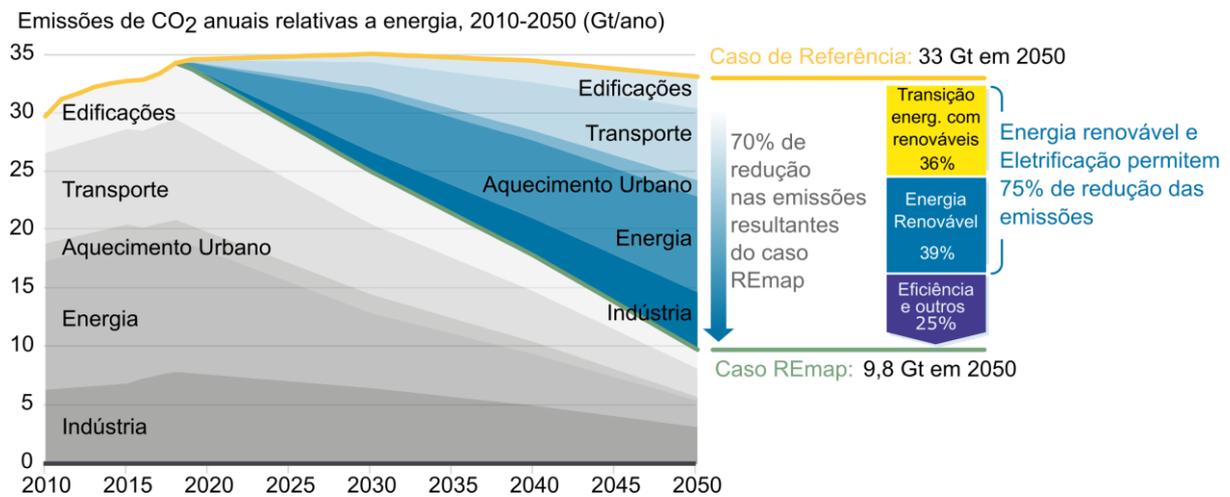


Figura 1.1 - Emissão anual de gás carbono relativa à energia por setor energético considerando o cenário de referência e redução no cenário visando neutralidade climática (REmap) (IRENA, 2019).

No Brasil, além da expansão da demanda por equipamentos elétricos, existe um enorme potencial para conservação e uso racional de energia. Conforme discutido em relatório publicado pelo *American Council for an Energy-Efficient Economy* (ACEEE), o Brasil consta em vigésimo lugar dentre 25 países avaliados (CASTRO-ALVAREZ *et al.*, 2018). Nesse relatório são avaliadas as ações em eficiência energética para as seguintes métricas: programas de governo, edificações, indústria e transporte. Para nosso caso, o setor com maior possibilidade de melhoria é o industrial, que obteve apenas 2 pontos dos 25 possíveis. O relatório aponta também que existe uma falta de padrões obrigatórios para instalações elétricas em prédios e residências, sendo que as exigências existentes são aplicadas a poucos equipamentos eletroeletrônicos (CASTRO-ALVAREZ *et al.*, 2018; CEBDS, 2016).

Por sua vez, o setor de transportes também possui uma grande parcela de incentivo para reduzir a dependência de combustíveis fósseis. Conforme ilustrado na Figura 1.2 (a), esse setor responde por mais da metade do consumo de derivados de petróleo, aproximadamente 65% quando contabilizados transporte rodoviário, aeroviário, ferroviário e hidroviário (IEA, 2020a). Deste modo, é responsável por 24% da emissão de CO₂, valor comparável à emissão pelo setor industrial (Figura 1.2 (b)).

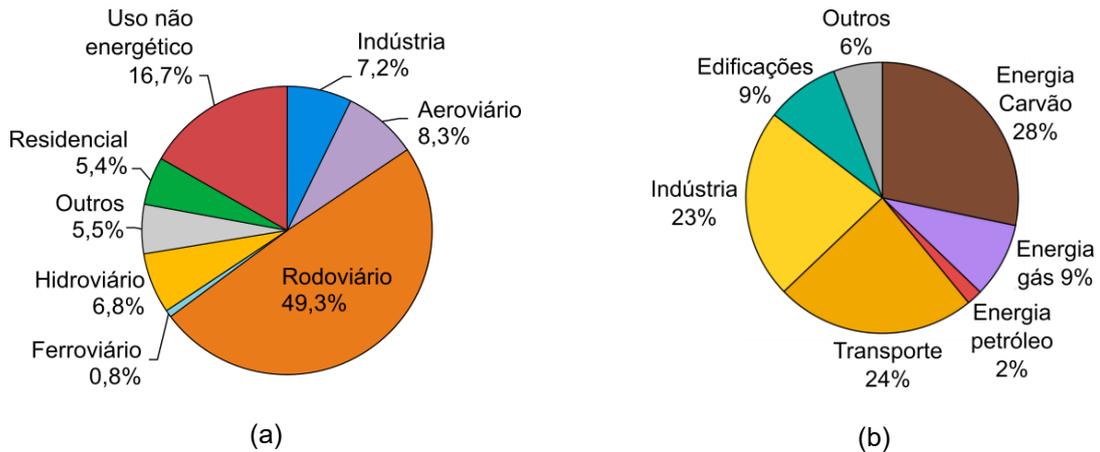


Figura 1.2 – Importância do setor de transporte na emissão global de gás carbônico: (a) consumo de petróleo por setor em 2018 (IEA, 2020a) e (b) emissão de gás carbônico por setor em 2019 (IEA, 2020b).

Além dessa expressiva contribuição para emissão de gases de efeito estufa, existem os impactos nocivos relativos à emissão de poluentes atmosféricos, tais como óxidos de nitrogênio e matéria particulada. Os poluentes atmosféricos emitidos por veículos terrestres podem causar irritação nos olhos, danos aos pulmões, agravar problemas cardiovasculares, e até câncer (EEA, 2016). Em comparação com setores de geração de energia e industrial, a exposição a poluentes emitidos pelo setor de transporte é maior, pois ocorre em áreas urbanas (EEA, 2016; IEA, 2019).

A maior parcela da redução da emissão de gases de efeito estufa no setor de transporte requer uma transição para uso de eletricidade, biocombustíveis e outros combustíveis não-fósseis, tal como hidrogênio (IEA, 2020b). A expansão de veículos elétricos a bateria tem sido expressiva nos últimos anos, com crescimento anual geralmente acima de 60%. Avaliando os efeitos de políticas e regulamentações elaboradas por governos, assim como projeções da indústria, esse crescimento elevaria a fatia de mercado de veículos elétricos para 7% em 2030 (IEA, 2020c).

Por outro lado, os desafios para a crescente adoção do veículo elétrico são significativos, sendo necessário suplantando barreiras de custo, infraestrutura e consciência sobre o uso da tecnologia (DA SILVA, 2019). A própria composição da matriz energética tem expressiva influência sobre a emissão de gases de efeito estufa por veículos elétricos, que ocorre quando é observado o ciclo completo a partir da análise do poço à roda (ou *well-to-wheel*) (WOO; CHOI; AHN, 2017). Deste modo, é esperado que a eletricidade venha a superar a demanda por petróleo somente em 2060 e, enquanto a mobilidade elétrica ganha maturidade, veículos híbridos e

biocombustíveis se apresentam como importantes elementos de transição (IEA, 2020b).

1.2 MOTIVAÇÃO

O motor elétrico é um dos componentes chave em sistemas de conversão eletromecânica, consistindo também em um elemento crucial nesse panorama de aumento da demanda por energia elétrica. Por um lado, existe uma demanda para atender maiores requisitos em termos de eficiência para aplicações tradicionais. Também, máquinas elétricas vêm angariando espaços, tanto em novas aplicações como substituindo acionamentos que tradicionalmente adotavam outras fontes como forças motrizes.

Desde a invenção da máquina elétrica, há mais de 100 anos, houveram melhoras relativas à eficiência, custo e confiabilidade. Mais recentemente, com a evolução nas ferramentas de análise, fundamentada em métodos numéricos, e avanços da pesquisa de materiais, foi possível aprimorar o desenvolvimento de sistemas de acionamento para aplicações específicas. Deste modo, setores como de geração, automobilístico e industrial, são beneficiados com máquinas de alta performance e que atendem a especificidades de projeto de maneira mais eficiente. Dentre esses requisitos, alguns podem ser elencados (LIU, 2018):

- Elevada eficiência energética. Um dos critérios mais importantes, pois tem impacto não apenas para o usuário do equipamento, mas para o sistema elétrico como um todo. Por isso, deve atender a critérios estabelecidos por regulamentações (GAVRILA *et al.*, 2017), como a ABNT NBR 17094-1:2018;
- Melhor relação entre desempenho e custo. Esse fator é muito importante para a definição da topologia a ser adotada. A avaliação do custo deve ser realizada ao longo do ciclo de vida do equipamento como um todo, devendo ser observados aspectos como construção e manutenção;
- Operação em baixas rotações, com velocidades inferiores a 200 rpm. Maiores desafios incluem fornecer torque elevado, atender a restrições de espaço em um acionamento direto, tais como observados em projetos

para motores elétricos instalados nos cubos das rodas de um veículo (CHAU, 2016);

- Operação em altas rotações, acima de 20.000 rpm. Nessa faixa de operação, etapas de projeto e fabricação são críticas e trazem grandes desafios (POTTIE *et al.*, 2020);
- Elevada densidade de torque e/ou densidade de potência. O compromisso com o tamanho da máquina pode implicar no aparecimento de fenômenos comumente ignorados em máquinas convencionais, como oscilações de torque devido a distorções nos campos magnéticos (ZHANG; HARAN, 2016);
- Operação em extensa faixa de velocidades. Além de atender para os requisitos de torque e potência, deve ser observada a capacidade de controle visando estender a velocidade de operação para além da nominal (SHAO *et al.*, 2020);

A busca por eficiência consiste em um critério muito importante e se configura como justificativa para desenvolvimentos recentes em sistemas de acionamento. No cenário brasileiro, a substituição de motores antigos por mais eficientes representa aproximadamente 40% do potencial de conservação de energia (CEBDS, 2016). Assim, mesmo em um mercado tradicionalmente dominado por motores de indução trifásicos, como o setor industrial, fabricantes buscam topologias utilizando ímãs permanentes para atender requisitos de eficiência mais rigorosos (GAVRILA *et al.*, 2017).

Nos setores residencial e comercial, níveis mínimos de eficiência energética e programas que visam conscientizar o consumo (como o Programa Brasileiro de Etiquetagem) estão em constante revisão, onde critérios mais rigorosos são estabelecidos. Esses índices de eficiência estão direcionando o mercado para uso de motores a ímã permanente, pois, além de maior eficiência, trazem benefícios como menos ruído e capacidade de operar em velocidades superiores (GOETZLER; SUTHERLAND; REIS, 2013). Além disso, buscando alternativas mais econômicas e que evitem problemas de oscilação de preço e indisponibilidade de ímãs de terras

raras, o motor síncrono de relutância e o motor de relutância chaveado podem ser adotados (MORIMOTO; TAKEDA; MURAKAMI, 2004).

Os requisitos para utilização de motores elétricos em carros elétricos e híbridos são focados principalmente em desempenho, robustez e espaço (CHAU, 2016). O desenvolvimento recente vem avançando com topologias de motores elétricos distintas, visando atender aplicações e diferentes tecnologias de veículos elétricos. Para aplicação em tração de veículos elétricos a bateria, a maior parte dos carros comercialmente disponíveis adotam máquinas a ímã permanente, usando principalmente ímãs de terras raras (AGAMLOH; VON JOUANNE; YOKOCHI, 2020). Fabricantes e fornecedores tentam, por outro lado, desenvolver alternativas sem ou com uso reduzido de ímãs de terras raras, tal como motor síncrono de relutância assistido por ímãs permanentes (KARAMUK, 2019).

Outros exemplos de desenvolvimentos em máquinas elétricas são observados no setor de aviação (ALI; SULAIMAN; KOSAKA, 2020), de energia (GERADA *et al.*, 2014), entre outros. Além da ampliação do uso de máquina a ímã permanente, novas topologias estão emergindo com possibilidade de atender requisitos específicos para aplicações especiais (LIU, 2018). Contudo, essa maior exigência em relação às máquinas elétricas, o avanço do uso de acionamentos com eletrônica de potência e topologias que características especiais trazem maiores desafios para as ferramentas para análise e projeto. Os desafios incluem a necessidade de uma avaliação mais acurada do desempenho eletromagnético, além de uma maior integração com os modelos térmicos e mecânico.

Neste contexto, esta tese de doutorado propõe a utilização de um método semianalítico para análise e projeto de máquinas elétricas visando aplicações especiais. O método Maxwell-Fourier, baseado na solução formal das equações de campo magnético, oferece soluções com custo computacional reduzido e excelente grau de exatidão, sendo aplicável a uma ampla gama de topologias de máquinas elétricas.

Essa ferramenta fornece um bom discernimento sobre os fenômenos eletromagnéticos envolvidos, além de excelente flexibilidade paramétrica. Com isso, é justificado o interesse para o seu uso em etapas iniciais do projeto de máquinas elétricas. Igualmente, seu baixo custo computacional e capacidade para análise do

desempenho dinâmico da máquina permitem a sua adoção em *softwares* de simulação de sistemas dinâmicos, visando avaliar de estratégias de controle e projetar o *hardware* do acionamento elétrico.

1.3 OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES

O objetivo geral desta tese de doutorado consiste na proposição de modelos fundamentados no método Maxwell-Fourier com capacidade para caracterizar o desempenho eletromagnético de máquinas elétricas para aplicações especiais. A partir deste objetivo central, os objetivos específicos podem ser delineados:

- Desenvolver uma formulação para avaliar parâmetros eletromagnéticos não ideais associados à luva de retenção, um elemento usado para fixar ímãs permanentes e protegê-los contra esforços observados em máquinas de alta rotação;
- Adotar o método Maxwell-Fourier como etapa inicial do projeto de gerador para aplicação automotiva, ilustrando as vantagens desse método para oferecer maior clareza quanto aos fenômenos avaliados, assim como reduzir o espaço de busca do problema para etapas posteriores de projeto.

Como contribuições desta tese de doutorado, as seguintes podem ser relacionadas à análise de máquinas de alta rotação:

- Representação do fenômeno de saturação magnética da luva de retenção a partir de método iterativo. Essa abordagem permite a avaliação do efeito dessa não linearidade de forma independente da condição de carga da máquina elétrica;
- Contabilização dos efeitos das correntes parasitas induzidas na luva de retenção sobre o desempenho da máquina. O modelo proposto inclui o efeito pelicular, importante para a faixa de frequência das grandezas avaliadas;
- Desenvolvimento de metodologia com capacidade para a avaliação do desempenho dinâmico da máquina. Com isso, é possível adotar essa

ferramenta como base para propostas de estratégias de controle, além do *hardware* que permita realizar esse controle.

A adoção do método Maxwell-Fourier para a análise da máquina síncrona com ímãs de superfície foi justificada a princípio pela sua capacidade de fornecer soluções em forma fechada. O interesse consistia em aplicar esse modelo ao protótipo desenvolvido por Maia (2016) visando otimizar o acionamento. Isto é, conceber uma estratégia de controle que minimize as perdas e o torque pulsante.

Porém, ao longo desse desenvolvimento, foi observada uma lacuna no método Maxwell-Fourier. Esse método é uma excelente ferramenta com capacidade para o cálculo de distribuição de fluxo magnético, mas requer algumas aproximações principalmente em relação às propriedades dos materiais e à geométrica do problema. Existe um interesse na literatura em reduzir as restrições impostas pelas aproximações, aumentando a capacidade do método. Nessa etapa, a contribuição foi obtida nesse sentido, permitindo incorporar no método os efeitos da saturação e das correntes induzidas na luva de retenção.

Para o objetivo de adoção do método Maxwell-Fourier na etapa inicial do projeto de máquinas elétricas, as seguintes contribuições podem ser delineadas:

- Determinação de um circuito elétrico equivalente por fase para cálculo de potência média de saída de uma máquina com dupla saliência. O modelo desenvolvido é capaz de caracterizar o efeito de desmagnetização na máquina devido à variação temporal das indutâncias do circuito de armadura;
- Verificação do espaço de busca de modelos de otimização conforme a análise de sensibilidade dos parâmetros construtivos da máquina. Essa análise oferece maior clareza em relação aos efeitos dos parâmetros da máquina sobre o seu desempenho eletromagnético.

A topologia adotada, uma máquina de fluxo chaveado, foi escolhida para a aplicação pela estrutura robusta e capacidade de utilização com um sistema de acionamento de baixo custo. Visando recuperar energia na frenagem de um veículo de passeio, a eletricidade gerada pela máquina *in-wheel* é armazenada na bateria

através de um retificador a diodos. Para a operação a velocidade variável, a tensão de saída é ajustada a partir do controle do circuito de campo da máquina.

Nesse caso, o método Maxwell-Fourier, pelo baixo custo computacional, permitiu uma extensa análise de sensibilidade dos parâmetros geométricos sobre o desempenho da máquina. A literatura acerca do projeto dessa topologia possui algumas lacunas, e geralmente são utilizadas diretrizes relativas a outras topologias de máquinas elétricas. Esta tese buscou analisar algumas dessas diretrizes de projeto dentro do contexto da máquina de fluxo chaveado. Também, com o conhecimento adquirido sobre o comportamento da máquina, foi proposto um circuito elétrico equivalente por fase. Com o gerador alimentando uma carga passiva, esse circuito equivalente permite a caracterização da máquina em regime permanente. Isso trouxe um significativo ganho de tempo no processamento das rotinas de otimização.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Este texto foi organizado em seis capítulos.

O capítulo 2 apresenta um resumo acerca de máquinas elétricas para aplicações especiais. São apresentadas algumas tendências para novas topologias visando um cenário de transição energética. Em seguida, são discutidos os desafios em termos de projeto de máquinas visando seu uso em aplicações específicas. Por fim, é feita uma revisão das principais metodologias para análise eletromagnética destes equipamentos. A partir destas, é feita uma breve apresentação do método Maxwell-Fourier, elucidando pontos relevantes e a motivação para a utilização deste método como base neste trabalho.

O método Maxwell-Fourier é discutido no capítulo 3. São apresentadas as aproximações fundamentais, a partir das quais são derivados modelos para aplicação desde estágios preliminares de projetos de máquinas elétricas até análises de desempenho completas. Por fim, neste capítulo é discutida uma primeira contribuição alcançada nesta tese. Uma formulação para definir regiões com propriedades magnéticas não-homogêneas, que variam em função da posição angular. Esta formulação é utilizada para acomodar efeitos de saturação em uma região de máquina síncrona a ímã permanente.

Um estudo de caso sobre uma máquina síncrona a ímãs permanentes é apresentado no capítulo 4. O método Maxwell-Fourier é derivado visando contemplar propriedades eletromagnéticas avaliadas experimentalmente, e que diferem de valores nominais dos materiais adotados. Especial atenção é dada para o efeito de saturação na luva de retenção, material utilizado para garantir integridade física aos ímãs quando montados na superfície do rotor. Em seguida, são apresentados os efeitos desse componente sobre o desempenho da máquina, tanto em relação a força eletromotriz quanto ao torque desenvolvido.

No capítulo 5, o método Maxwell-Fourier é adotado na etapa de projeto de uma máquina de fluxo chaveado. São discutidos aspectos que devem ser observados para realizar um projeto factível, tais como limitações dos materiais e da geometria. Para tal, a utilização do método Maxwell-Fourier oferece grande intuição na análise do problema. O modelo desenvolvido para cálculo da potência é adotado em rotina de otimização, cujo objetivo é minimizar as perdas. Esse modelo é, em seguida, validado com medições de tensão realizadas em um protótipo construído, tanto para condição a vazio quanto sob carga.

Finalmente, no capítulo 6, são apresentadas as conclusões finais e propostas de continuidade dessa tese de doutorado.

**2 MÁQUINAS ELÉTRICAS PARA
APLICAÇÕES ESPECIAIS**

2 MÁQUINAS ELÉTRICAS PARA APLICAÇÕES ESPECIAIS

Este capítulo busca introduzir o tema relativo a máquinas elétricas para aplicações especiais. As principais tendências e desafios, topologias e ferramentas para análise são tratadas. Não há, contudo, um objetivo de esgotar o conhecimento no tema, mas apenas um interesse em fundamentar esta tese de doutorado.

2.1 CONSIDERAÇÕES SETORIAIS PARA TRANSIÇÃO ENERGÉTICA

Grande parte do avanço tecnológico observado recentemente em máquinas elétricas está relacionado com um interesse em aumentar a eficiência energética. Esses equipamentos representam uma parcela significativa do consumo de energia elétrica no mundo, cuja demanda foi de aproximadamente 23.000 TWh em 2018 (IEA, 2019). Por conseguinte, avanços em termos de eficiência implicam em redução do custo operativo do sistema elétrico e das emissões de gases de efeito estufa (CEBDS, 2016).

Para máquinas elétricas de uso geral, entre as quais o motor de indução trifásico é a topologia mais usual, a redução das perdas parte geralmente de melhorias nos materiais e processos de fabricação utilizados. Também são possíveis ganhos a partir do novas das técnicas de projeto, isto é, com a adoção de métodos numéricos e ferramentas avançadas de otimização (CEPOI; JAŞCĂU; SZABÓ, 2017). Com isso, alguns fabricantes oferecem motores de indução de uso geral que atendem a índices de eficiência mais rigorosos, como a classe IE4 estabelecida pela IEC 60034-30-1:2014 para motores operando com velocidade constante. No Brasil, a qualificação de motores quanto sua eficiência é realizada por índices de rendimento (IR), estabelecidos pela norma ABNT NBR 17094-1:2018 ou pelos próprios fabricantes em observação a normas internacionais (WEG, 2020).

Outro setor que vem recebendo atenção é o de edificações, incluindo construções residenciais, comerciais e públicas, respondendo por aproximadamente 50% do consumo de energia elétrica. O potencial para conservação de energia nesse setor é grande, sendo que a maior parcela das ações é relativa à área de iluminação (CEBDS, 2016). Porém, existem ganhos com o desenvolvimento de eletrodomésticos mais eficientes, motivando o aumento da abrangência da Lei de Eficiência Energética

e atualização constante dos índices de eficiência. Atualmente, foi publicado um aperfeiçoamento do Programa Brasileiro de Etiquetagem, com critérios mais rigorosos para classificar equipamentos de ar-condicionado quanto à sua eficiência (BRASIL, 2020b). É importante salientar que além dos critérios em termos de eficiência e tamanho, a substituição dos tradicionais motores monofásicos, de indução ou universal, deve considerar requisitos como ruído e custo (MORIMOTO; TAKEDA; MURAKAMI, 2004; GOETZLER; SUTHERLAND; REIS, 2013).

No setor de transporte, a viabilidade para adoção de veículos elétricos a bateria, cuja tração opera exclusivamente a partir de eletricidade, em larga escala requer melhorias em termos de custo, operacionalidade e infraestrutura. Nesse caso, veículos elétricos híbridos, que agregam propulsão elétrica a veículos com motores a combustão interna, se apresentam como solução interessante, melhorando a eficiência de veículos convencionais e compensando as desvantagens inerentes à uma tecnologia elétrica incipiente (CARDOSO; FAEL; ESPÍRITO-SANTO, 2020). As topologias potenciais para aplicação veicular são diversas, sendo a escolha dependente do grau de hibridização, arquitetura do sistema de tração e desempenho desejado para o veículo (KARAMUK, 2019).

No Brasil, existem programas de incentivo ao desenvolvimento sustentável dentro do âmbito de transportes. Dentre esses, é possível citar a Lei nº 13.576 (BRASIL, 2017), que cria a Política Nacional de Biocombustíveis (RenovaBio), visando incentivar o mercado de biocombustíveis e atender as metas de redução de emissão de gases de efeito estufa. Para a cadeia de produção veicular, o programa Rota 2030, instituído pela Lei nº 13.755 (BRASIL, 2018), traz incentivos para empresas que promovem ganhos em eficiência energética. O Programa de Controle da Poluição do Ar por Veículos Automotivos (Proconve), criado pelo Conselho Nacional do Meio Ambiente (Conama) (CNT, 2020), define padrões para emissão de poluentes por veículos automotores. Esses programas exigem um maior nível de desenvolvimento tecnológico nacional.

Além dos segmentos discutidos, o desenvolvimento de máquinas elétricas vem propiciando ganhos ao longo de outros setores. No setor de energia, novas tecnologias para acionamentos elétricos vêm auxiliando na mudança do paradigma, saindo de sistemas centralizados em direção a geração distribuída (GERADA *et al.*, 2014). Do mesmo modo, a miniaturização de sistemas de conversão obtida pela

operação em alta rotação abre possibilidade para utilização em instrumentos médicos e odontológicos (CAMARGO *et al.*, 2012).

2.2 TENDÊNCIAS PARA TOPOLOGIAS DE MÁQUINAS ELÉTRICAS

As exigências correntes, principalmente em termos de eficiência energética, trazem oportunidades para o desenvolvimento de máquinas elétricas. Uma busca na literatura mostra, porém, a proeminência de algumas topologias, conforme discutido a seguir.

2.2.1 MÁQUINAS A ÍMÃ PERMANENTE

Máquinas a ímãs permanentes podem ser construídas adotando diferentes soluções topológicas. Dentre os diferentes tipos de projetos, duas famílias se destacam: máquinas síncronas a ímã permanente (MSIP) e a máquina de corrente contínua de ímãs permanentes (BLDC, *Brushless Direct Current*). A diferença básica entre as configurações está na força eletromotriz produzida, MSIP opera como uma máquina síncrona com distribuição de fluxo de entreferro senoidal. Por outro lado, mais semelhante a motores de corrente contínua, o motor de corrente contínua de ímãs permanentes é projetado para produzir uma distribuição trapezoidal do fluxo de entreferro (CHAU, 2015).

Motores a ímã permanente permitem um grau de liberdade no projeto tanto do rotor (Figura 2.1) quanto do estator, onde diferentes configurações dos ímãs permanentes e dos enrolamentos permitem a obtenção de diferentes características de torque, requisitos do sistema de controle e custo (MORIMOTO, 2007).

Máquinas com ímã permanente na superfície possuem um entreferro efetivo maior, o que reduz o desempenho eletromagnético. Porém, utilizando ímãs de alta energia, é possível realizar projetos com elevada densidade de torque e alto fator de potência. A utilização de ímãs com geometria circular simplifica a fabricação e montagem do conjunto, além de ser menos susceptível a falhas por escoamento. Possuem também vantagens como elevada eficiência, além de níveis de vibração e ruído reduzidos (BARTOLO *et al.*, 2013; ZHANG; HARAN, 2016).

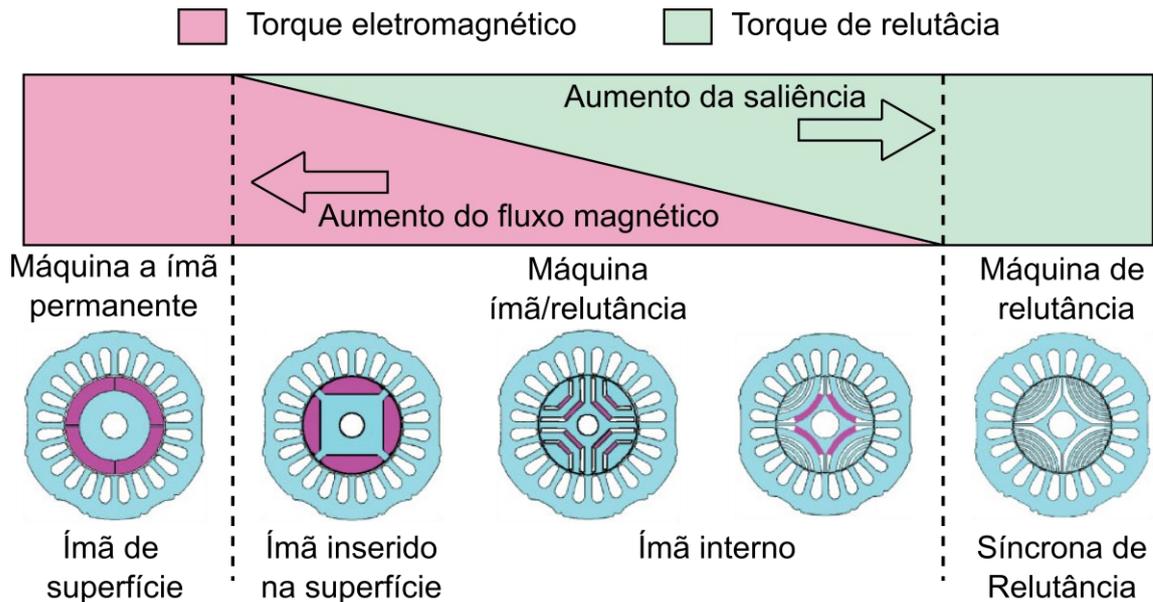


Figura 2.1 – Classificação de máquinas a ímãs permanentes conforme mecanismo de produção de torque.

Máquinas com ímãs no interior do rotor, por outro lado, permitem a utilização do torque de relutância em conjunto com o torque eletromagnético e subsequente redução do volume de ímã permanente. O entreferro efetivo menor auxilia na operação em velocidades acima da nominal, utilizando o enfraquecimento de campo. Além disso, existe um grau de liberdade para a estrutura mecânica, cabendo ao projetista adequar as características do torque desenvolvido conforme os requisitos da aplicação (AGAMLOH; VON JOUANNE; YOKOCHI, 2020; MORIMOTO, 2007).

2.2.2 MÁQUINAS DE RELUTÂNCIA

Apesar das vantagens quanto ao uso de ímãs permanentes de terras raras, principalmente em termos de densidade de torque, existe um elevado custo e oscilação de preço causada por uma oferta limitada (mais de 90% da demanda mundial é atendida pela China), fabricantes estão buscando alternativas que adotem ímãs com menor energia ou até mesmo que eliminem por completo a necessidade de ímãs permanentes (KANO *et al.*, 2016). Nesse cenário, motores de relutância, como motor de relutância chaveado (Figura 2.2 (a)) ou síncrono de relutância (Figura 2.2 (b)), ganham visibilidade pela estrutura simples e robusta (JAHNS, 2017).

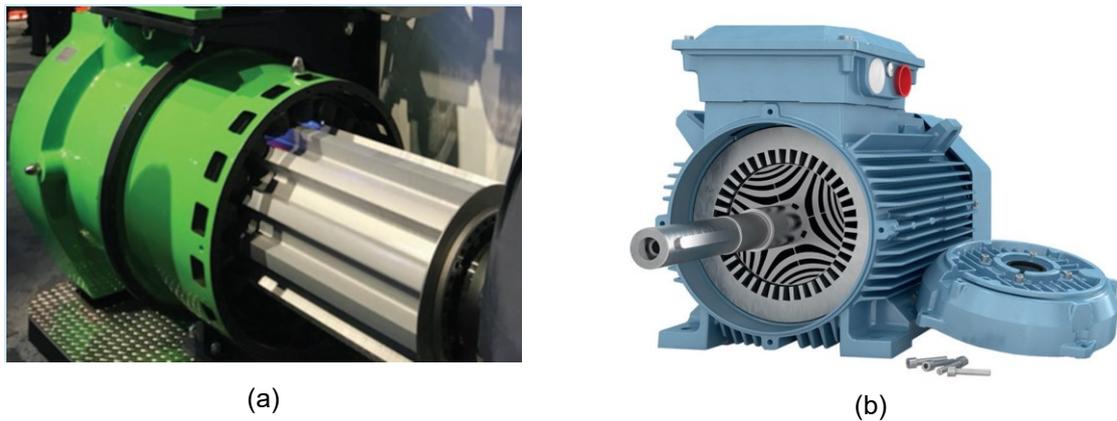


Figura 2.2 – Máquinas de relutância: (a) motor de relutância chaveado; e (b) motor síncrono de relutância de uso geral (JAHNS, 2017).

O rotor composto apenas por material passivo torna o projeto barato e com manutenção reduzida. Com um projeto adequado, os motores síncronos de relutância apresentam um desempenho superior a motores de indução com uma manutenção mais simples e barata que motores a ímã (ABB, 2019). Ainda, existe a possibilidade de utilizar topologias síncronas de relutância assistidas por ímãs permanentes. Esses ímãs podem ser de baixa energia, como ferrite, pois o torque desenvolvido é complementar ao torque de relutância (KANO *et al.*, 2016; MORIMOTO; TAKEDA; MURAKAMI, 2004).

2.3 DESAFIOS EM PROJETOS BASEADOS NA APLICAÇÃO

O campo de projeto e análise de máquinas elétricas visando atender requisitos cada vez mais rigorosos motivam atenção tanto da academia, explorando novos paradigmas, quanto da indústria, viabilizando esses esforços em produtos. Além da busca por um sistema de acionamento mais eficiente, critérios como densidade de torque motivam a adoção de topologias diferentes das mais convencionais, isto é: máquinas de corrente contínua, de indução ou síncrona. Esses aspectos acabam oferecendo um campo fértil para o desenvolvimento de novas ferramentas, capazes de caracterizar o desempenho eletromagnético de máquinas elétricas e otimizando sua operação conforme a aplicação desejada.

Para máquinas elétricas de alto rendimento, além da utilização de um maior critério na seleção dos materiais, a adoção de modelos computacionais juntamente com ferramentas de otimização permite ao projetista ajustar parâmetros que modelos analíticos convencionais não são capazes de representar. Métodos analíticos, usados

em projetos de máquinas tradicionais, são baseados em aproximações e dados empíricos para obter o desempenho desejado com menor custo. Assim, carecem da flexibilidade para avaliar diferentes topologias, balanceando os diversos parâmetros elétricos, mecânicos e térmicos para um projeto ótimo para determinada aplicação (BRAMERDORFER *et al.*, 2018).

Essa necessidade de avaliar uma máquina elétrica sob os aspectos elétrico, mecânico e térmico requer modelos adequados, pois os parâmetros de projetos estão restritos a fatores físicos subjacentes, tais como propriedades dos materiais, perdas, capacidade de arrefecimento, entre outros (ZHANG; HARAN, 2016).

O projeto de máquinas elétricas que atenda a especificidades de uma aplicação, tanto em termos de desempenho quanto de eficiência, estabelece uma série de desafios novos para o modelo eletromagnético. As topologias que suprem esses requisitos, geralmente utilizando ímãs permanentes, não permitem simplificações no cálculo de campo, onde os fluxos de dispersão não podem ser dissociados do caminho de magnetização principal (PYRHONEN, 2013). Além disso, a geometria dessas máquinas resulta em uma distribuição de campo ao longo do entreferro cujo perfil implica em torques pulsantes, e que podem ocorrer mesmo sem excitação externa.

A literatura mostra como esses desafios refletiram na aplicação de modelos mais detalhados. Alguns trabalhos no Brasil podem ser citados.

Geisel (2007) propõe a aplicação de motor de corrente contínua de ímãs permanentes operando em alta rotação aplicada a um compressor hermético. O modelo analítico desenvolvido permite uma análise rápida, avaliando os efeitos de dimensões globais sobre o desempenho da máquina. Porém, esse modelo não permite caracterizar a oscilação de torque, sendo realizada por métodos numéricos.

Pompermaier (2009) aborda um atuador linear para aplicação em compressores herméticos. Para a topologia estudada, um motor linear tubular a ímã permanente, é discutida a importância em avaliar os fluxos de dispersão e espraiamento devido a um maior entreferro efetivo. Além disso, a força desenvolvida possui uma significativa dependência com a posição do linor. Foi necessário, então, a adoção de um modelo híbrido, um modelo analítico associado ao método dos elementos finitos.

Camargo *et al.* (2012) avaliam duas topologias para utilização em um dispositivo de assistência ventricular implantável. Por questões de confiabilidade, eficiência e dimensões reduzidas, a topologia escolhida foi do motor de corrente contínua de ímãs permanentes. Também, visando eliminar qualquer força pela interação entre os ímãs e a estrutura do núcleo (torque de retenção), a configuração sem núcleo (*coreless*) é utilizada. Além disso, para evitar contaminação, foi projetado um mancal magnético para o acionamento. Assim, visando evitar condições que causem instabilidade na operação do mancal, para a análise de desempenho do motor são avaliadas forças axiais desenvolvidas.

Neumann (2016) apresenta um projeto de um gerador a ímãs permanentes de fluxo radial com duplo rotor para aproveitamento da energia das ondas. As características operativas, com movimento rotórico oscilatório e de baixa velocidade, e construtivas requerem um modelo mais preciso para o cálculo de distribuição de campo. Um ponto importante avaliado, pois pode inviabilizar o projeto da máquina, é o torque de retenção (*cogging torque*). É discutido que modelo adotado deve ter capacidade para representar esse efeito.

Kölzer (2017) aplica uma metodologia para projeto ótimo de máquinas síncronas com ímãs permanentes a diferentes topologias para pequenos aerogeradores. Nesse trabalho, também é ressaltada a necessidade de reduzir o torque pulsante como objetivo de projeto. Também, mostra que modelos acoplados a algoritmo de otimização determinístico, baseado em gradientes, oferece uma solução ótima com tempo reduzido.

Rocha (2019) desenvolve um modelo orientado à otimização, sendo adotado no projeto de um motor de corrente contínua de ímãs permanentes para aplicação industrial. A caracterização do desempenho eletromagnético é fundamentada em equações analíticas e em redes de relutâncias. Esse procedimento oferece resultados rápidos, mas é incapaz de representar o comportamento não ideal da máquina, tais como torque pulsantes e desvios no perfil da força eletromotriz.

Rodrigues (2019) apresenta um modelo numérico para projeto e otimização de um moto-gerador de pistão livre para aplicação veicular. Para derivação dos resultados do gerador tubular a ímã permanente com polos salientes, é discutida a necessidade de um modelo com capacidade para caracterizar um ambiente

multidisciplinar, balanceando precisão dos resultados com custo computacional. Também, o surgimento de máquinas de alta precisão impõe maior exigência sobre o método para cálculo das distribuições de campo magnético no interior da máquina.

Estes trabalhos mostram alguns exemplos de projetos de máquinas elétricas dentro do contexto nacional. Conforme discutido pelos autores, a metodologia para caracterizar a distribuição de campo deve ser capaz de representar fenômenos como torque pulsante e fluxos de dispersão. Isso é crítico em topologias como as que adotam ímãs permanentes ou que usam relutância variável como forma de produção de torque. Também, dentro do contexto de projetos focados em alto desempenho e elevada eficiência, é interessante buscar ferramentas com custo computacional reduzido visando sua adoção em rotinas de otimização.

2.4 SOBRE MODELOS DE MÁQUINAS ELÉTRICAS

Projetos convencionais de máquinas elétricas possibilitam orientações gerais que simplificam em grande escala a abordagem analítica adotada para sua análise. A partir de alternativas técnicas de projeto, tais como adoção de enrolamentos distribuídos, inclinação de barras do rotor (*skew*), entreferro uniforme e com dimensão desprezível em relação às dimensões da máquina etc., é possível analisar a máquina elétrica apenas pela componente espacial harmônica fundamental das grandezas eletromagnéticas (UMANS, 2014). Essas características permitem diminuir os esforços despendidos nas etapas de projeto e operação.

Conforme foi discutido, algumas das topologias de máquinas elétricas, cuja aplicação vem crescendo recentemente, apresentam características que restringem a utilização dessas aproximações no modelo. Primeiramente, a característica construtiva, como um entreferro efetivo maior ou rotor com ímãs permanentes em seu interior, tornam a distribuição de campo mais complexa. Também, além das especificações principais, tais como torque médio e tensão induzida, é importante avaliar parâmetros adicionais, incluindo oscilação de torque.

Considerando a fase de projeto, as ferramentas devem ser integradas em um ambiente multidisciplinar, avaliando restrições térmicas e mecânicas juntamente com o projeto eletromagnético. O modelo deve ter flexibilidade para permitir uma

comparação entre diferentes soluções topológicas. Por fim, a qualidade do modelo eletromagnético deve ser balanceada com o custo computacional.

Esses requisitos para o modelo dependem da topologia e da aplicação desejada, apresentando aspectos conflitantes. Por isso, o desenvolvimento de novas ferramentas constitui um terreno fértil para a pesquisa.

2.4.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos consiste em uma ferramenta já estabelecida para análise e projeto de dispositivos eletromagnéticos (CUPERTINO *et al.*, 2018; GIERAS, 2009; LU; FERRARI; PELLEGRINO, 2017; UZHEGOV *et al.*, 2016). Esse método possui grande flexibilidade, pois resolve integralmente as equações que descrevem o problema eletromagnético, considerando tanto geometrias reais quanto propriedades eletromagnéticas não lineares e anisotrópicas. Também, *softwares* com ambientes multifísicos fornecem a simultaneidade necessária para projetos de máquinas, incluindo avaliação de requisitos térmicos e mecânicos juntamente com o desempenho eletromagnético.

Um desafio para a aplicação do método dos elementos finitos está relacionado ao elevado custo computacional. Porém, é possível reduzir esse esforço com aproximações adequadas, tais como: redução do modelo observando simetrias e desprezando efeitos de extremidade; simplificação da formulação matemática, utilizando modelo estático; e, otimizando a densidade da malha (VELAZQUEZ; SMITH, 2016; CUPERTINO *et al.*, 2018). Essas e outras estratégias oferecem bons resultados quando associadas a métodos analíticos que considerem os efeitos dessas aproximações no resultado (OUAMARA; DUBAS, 2019). Por outro lado, com o avanço em termos de capacidade computacional disponível, técnicas como processamento paralelo oferecem mais rapidez para o método dos elementos finitos (LI *et al.*, 2019).

Em alguns casos, é possível adotar soluções analíticas para reduzir o custo computacional, dando mais agilidade ao processo de definição da topologia da máquina e redução do universo de busca adotado em etapas posteriores, nas quais o método dos elementos finitos é recomendado (UZHEGOV *et al.*, 2016).

2.4.2 CIRCUITO MAGNÉTICO EQUIVALENTE

Um primeiro exemplo de solução analítica é o circuito magnético equivalente, cuja análise é baseada na representação de dispositivos eletromagnéticos em um circuito similar a um circuito elétrico (UMANS, 2014). Desenvolvido a partir de elementos que representam o comportamento magnético a parâmetros concentrados, esse é tradicionalmente adotado no estudo de máquinas elétricas convencionais (FIENNES, 1973). Neste caso, a característica de alta permeabilidade magnética do núcleo da máquina e a presença de um entreferro com comprimento pequeno permitem caracterizar o comportamento da máquina pelo caminho magnético principal, representado por um circuito magnético equivalente simples.

Máquinas elétricas a ímã permanente ou de relutância apresentam fluxos de dispersão que não podem ser desprezados. Nesse caso, os caminhos ou tubos de fluxo, onde o comportamento magnético é conhecido, são utilizados como elementos base para definição da rede de relutância (KÖLZER, 2017). Assim, estruturas mais complexas podem ser avaliadas, além da possibilidade da introdução de características não lineares, tais como saturação do material ferromagnético (BENLAMINE *et al.*, 2017; DANG *et al.*, 2017; RASMUSSEN; RITCHIE, 1997). Um exemplo de configuração de rede de relutância aplicada a MSIP é apresentado na Figura 2.3.

O circuito magnético equivalente é um método simples pois os tubos de fluxos, os blocos de construção desse método, são definidos a partir de configurações de fluxo predeterminadas (NEVES, 2017). Porém, a utilização desses elementos requer o conhecimento da distribuição de campo da máquina, sendo variável conforme a posição do rotor (ISHAQ *et al.*, 2018). O modelo apresenta, então, uma menor flexibilidade para etapas de projeto e otimização. Tal como para o método dos elementos finitos, o circuito magnético equivalente requer a discretização da geometria da máquina, sendo o resultado do modelo, assim como o seu custo computacional, sensíveis à quantidade de elementos utilizados (RASMUSSEN; RITCHIE, 1997; RODRIGUES, 2019). Deste modo, para aplicação em projetos de máquinas, o método apresenta menor flexibilidade para avaliar diferentes topologias, ou para variações grandes dos parâmetros geométricos (TIEGNA; AMARA; BARAKAT, 2013).

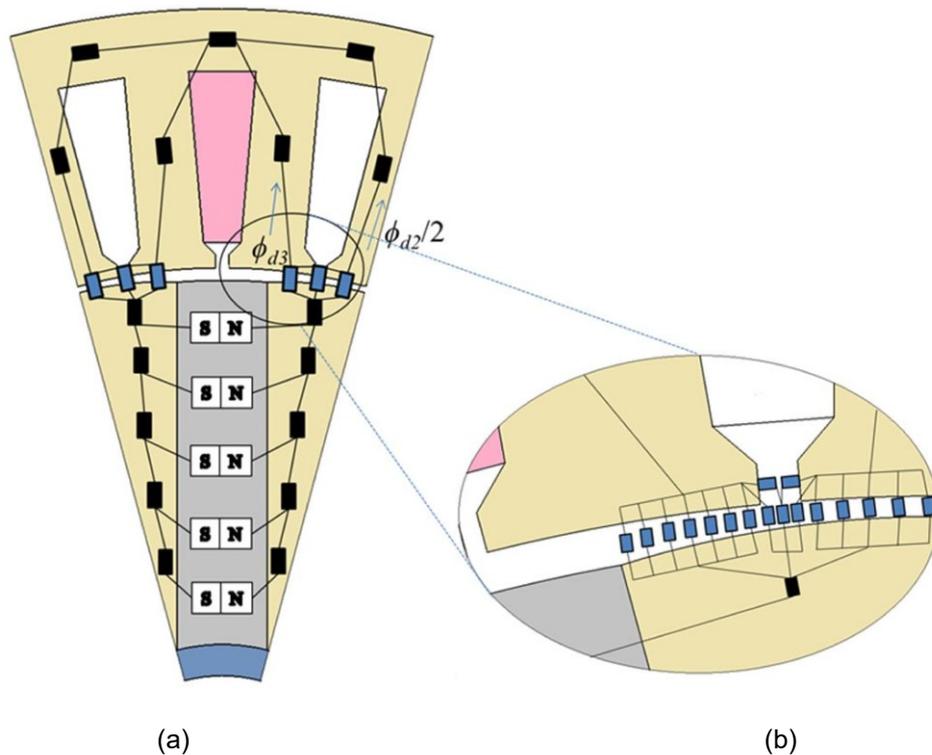


Figura 2.3 - Rede de relutância de uma máquina síncrona a ímãs permanentes: (a) rede completa; e (b) detalhes das relutâncias no entreferro (KÖLZER, 2017).

2.4.3 MÉTODO MAXWELL-FOURIER

O método Maxwell-Fourier, por sua vez, consiste na solução formal das equações de Maxwell em regiões de interesse da máquina elétrica. A solução desse modelo matemático, expressa na forma de série de Fourier, é obtida pelo método de separação de variáveis (BOYCE; DIPRIMA, 2006). Esse método é amplamente adotado pela flexibilidade e baixo custo computacional, sendo capaz de caracterizar o desempenho eletromagnético de diferentes topologias de máquinas elétricas. Além disso, permite explorar efeitos da configuração elétrica e parâmetros construtivos sobre fenômenos necessários para avaliar máquinas elétricas para aplicações especiais, como oscilação no torque desenvolvido (WILLERICH; HERZOG, 2015; YU; LIANG; LIU, 2017).

Em geral, a literatura foca na utilização do método Maxwell-Fourier para máquinas síncronas a ímãs permanentes, principalmente as máquinas com ímãs superficiais (Figura 2.4 (a)) ou inseridos na superfície do rotor (Figura 2.4 (b)). Isso ocorre em razão dessas máquinas apresentarem uma estrutura adequada para esse método. A definição do modelo matemático em coordenadas polares exige uma

simplificação na geometria, definindo os domínios com formatos anular ou em arco (DEVILLERS *et al.*, 2016). As máquinas com ímãs internos com orientação radial (Figura 2.4 (c)) ou com ímãs enterrados com orientação circumferencial, ou *spoke-type* (Figura 2.4 (d)) são descritas pelo método Maxwell-Fourier a partir de aproximações. Por exemplo, o rotor com ímãs internos pode ser modelado a partir de um rotor equivalente com ímã superficial (LEE; NAM, 2018; SHIN *et al.*, 2017). Por sua vez, ímãs enterrados são representados a partir de uma discretização da sua estrutura ao longo do comprimento radial, formando uma série de arcos sobrepostos (POURAHMADI-NAKHLI; RAHIDEH; MARDANEH, 2018).

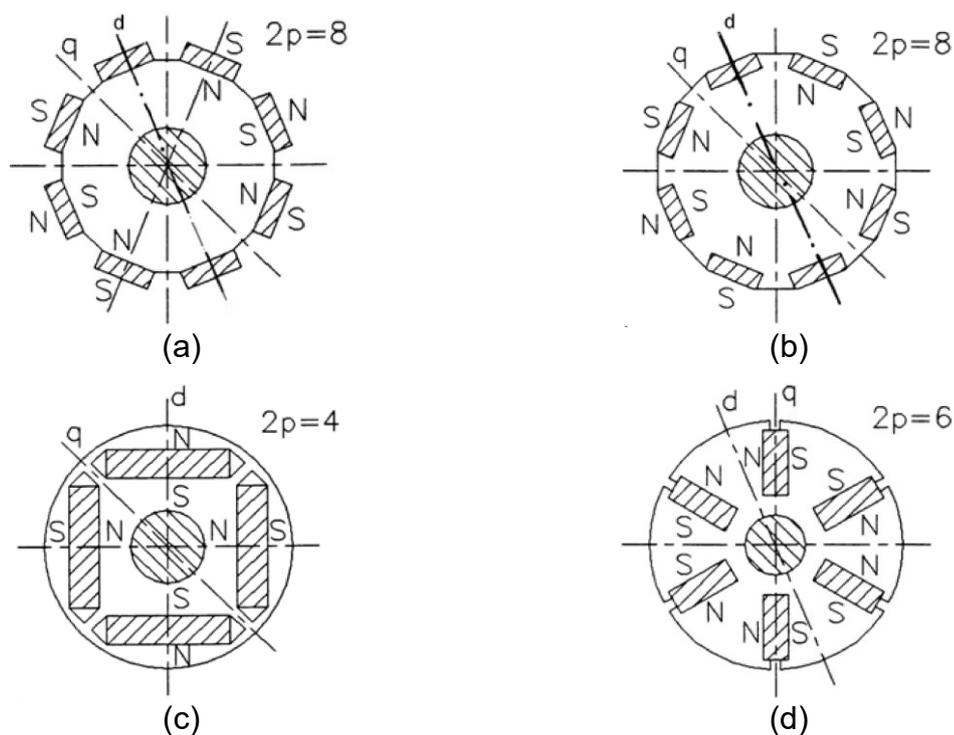


Figura 2.4 – Configurações de rotor para MSIP: (a) ímãs de superfície; (b) ímãs inseridos na superfície; (c) ímãs com ímãs internos; e (d) ímãs no interior do rotor com orientação circumferencial (*spoke-type*) (GIERAS, 2009).

Por outro lado, alguns trabalhos foram publicados explorando esse método em outras topologias, como motores de indução e motores de relutância. Para máquinas de indução convencionais, cujo rotor é tipo gaiola de esquilo com núcleo laminado, o método Maxwell-Fourier pode ser utilizado para análise de falhas, como identificação de barras quebradas (ROUBACHE; BOUGHRARA; IBTIOUEN, 2016). Em aplicações de alta rotação, motores com rotor sólido são mais adequados pela estrutura robusta. Em sua configuração mais simples, o rotor com material ferromagnético homogêneo (Figura 2.5 (a)) possui baixa eficiência pela elevada resistividade de núcleo (GERADA

et al., 2014). Para tal, o método Maxwell-Fourier pode ser usado para avaliar o desempenho em regime permanente, porém desprezando efeitos de saturação e histerese no núcleo do rotor (BOUGHRARA; DUBAS; IBTIOUEN, 2014). Uma alternativa para melhorar o desempenho dessa máquina consiste em revestir o rotor com uma camada de cobre, que atua como uma gaiola de esquilo (Figura 2.5 (b)). Essa camada pode ser modelada como um circuito auxiliar, sem a necessidade de calcular correntes induzidas no rotor (VELAZQUEZ; SMITH, 2016), ou considerando as correntes induzidas no cobre e no núcleo (RAISANEN *et al.*, 2013). Outras configurações também são adotadas, tais como o rotor com ranhuras axiais e o rotor sólido com gaiola de esquilo, conforme ilustrado nas Figura 2.5 (c) e (d), respectivamente.

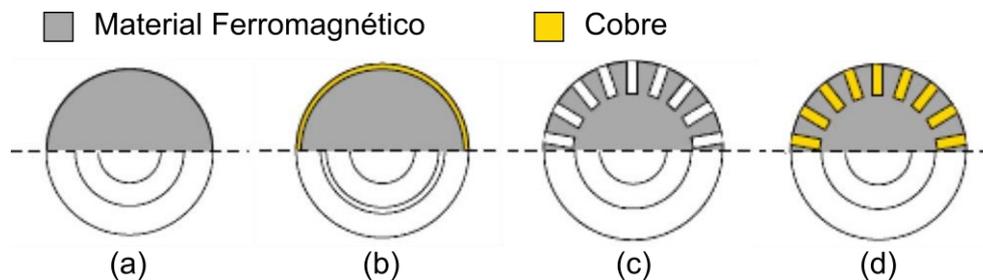


Figura 2.5 - Configurações de rotor sólido para máquina de indução de alta rotação: (a) rotor sólido; (b) rotor com revestimento de cobre; (c) rotor com canais axiais; e (d) rotor com gaiola de esquilo (GERADA *et al.*, 2014).

As máquinas de relutância, como por exemplo máquinas de relutância chaveada e de fluxo chaveado, possuem saliência tanto no estator como no rotor. Para uma ampla quantidade de estruturas que são propostas tentando alcançar os diferentes requisitos conforme cada aplicação, o método Maxwell-Fourier pode ser adotado para análise da distribuição de campo e grandezas elétricas derivadas (BOUGHRARA; LUBIN; IBTIOUEN, 2013a). Por essa vasta aplicabilidade em diferentes topologias de máquinas elétricas, a literatura em torno dessa metodologia aplicada às máquinas elétricas é extensa, com trabalhos publicadas há mais de 30 anos (BOULES, 1985), com interesse em novos desenvolvimentos até a atualidade.

A partir de simplificações adequadas, é possível o desenvolvimento soluções em forma fechada para distribuição de campo magnético. Apesar de não representar adequadamente propriedades de materiais e efeitos de geometrias complexas, essa abordagem oferece uma grande intuição em relação ao fenômeno físico (ACKERMANN; SOTTEK, 1995; ZHU; HOWE; CHAN, 2002). A descrição de

grandezas elétricas da máquina, tais como as indutâncias e as tensões induzidas, a partir de parâmetros da geometria e dos materiais permite uma análise paramétrica do seu desempenho eletromagnético (BIANCHI; BOLOGNANI; LUISE, 2005; POLINDER; HOEIJMAKERS, 2000).

A devida avaliação dos efeitos das ranhuras é um dos propulsores para o desenvolvimento do método Maxwell-Fourier. Os primeiros modelos desenvolvidos avaliam o efeito da abertura da ranhura sobre a relutância magnética média, calculada pelo fator de Carter. A avaliação da perda de indução magnética parte do mapeamento conforme, uma transformação complexa que relaciona a distribuição de campo em uma geometria complexa a partir do resultado calculado em uma geometria elementar (CALIXTO, 2008; GIBBS, 1958). Porém, por não caracterizar o modo como a ranhura afeta a distribuição de campo no entreferro, não é possível avaliar questões como oscilação de torque ou perdas por correntes parasitas (DUBAS; ESPANET, 2009).

Dentre os desenvolvimentos que visam representar esse efeito, é possível destacar alguns. Definindo uma permeância relativa do entreferro, definida por uma série de Fourier, o enlace de fluxo pode ser calculado considerando o efeito da ranhura (ZHU; HOWE, 1993b), inclusive em máquinas de saliência no rotor e estator (GAUSSENS *et al.*, 2012). Para caracterizar esse efeito sobre a oscilação de torque, porém, é necessário o cálculo das duas componentes da densidade de fluxo, isto é, a radial e a tangencial. Para tal, a solução em duas dimensões é derivada a partir da notação complexa do mapeamento conforme (ZARKO; BAN; LIPO, 2008). O método do subdomínio realiza solução integral do problema analítico nas regiões das ranhuras, com resultados mais precisos para o cálculo de distribuição de campo em relação a outras metodologias (HANNON *et al.*, 2019; RAMAKRISHNAN *et al.*, 2017).

Outro aspecto importante ressaltado em alguns trabalhos está na capacidade dos modelos representarem adequadamente as propriedades eletromagnéticas de materiais. A aproximação considerando o material ferromagnético com permeabilidade infinita reduz a dimensão do problema, restringindo o modelo matemático às regiões com baixa permeabilidade, isto é, entreferro, ímã permanente e enrolamentos. Para máquinas sem ranhuras, o modelo pode ser facilmente estendido visando caracterizar núcleos compostos por compósito de pó de ferro, denominado *Soft Magnetic Composit*. Esses materiais apresentam baixas perdas,

porém com permeabilidade inferior em relação ao aço elétrico (CHEBAK; VIAROUGE; CROS, 2015; RAHIDEH; KORAKIANITIS, 2013).

Reavaliando as condições de contorno para a região da ranhura, é possível aplicar o método do subdomínio para cálculo da distribuição de campo nos dentes (ROUBACHE *et al.*, 2018). Em uma abordagem alternativa, os efeitos das ranhuras para núcleos com permeabilidade finitas são caracterizados por uma variação angular da permeabilidade relativa, definida por uma série de Fourier complexa (SPRANGERS *et al.*, 2016). Essas metodologias permitem uma avaliação global do efeito de saturação conforme o nível de magnetização dos dentes e da coroa do núcleo (DJELLOUL-KHEDDA *et al.*, 2017). Considerar a permeabilidade finita dos dentes no cálculo de campo, seja pela característica do material ou por saturação, altera o perfil do torque pulsante e da tensão induzida, além de permitir uma avaliação mais detalhada das perdas no núcleo. Para avaliação do efeito de saturação local, a região do núcleo pode ser discretizada e o modelo matemático é definido para cada subdomínio (ROUBACHE *et al.*, 2019).

Em máquinas a ímã permanente para aplicações de alta rotação, é comum a adoção de ímãs na superfície e a utilização de uma luva de retenção. Essa luva, fabricada utilizando materiais condutores ou não condutores, cumpre a função de garantir integridade mecânica aos ímãs contra a carga inercial centrífuga. Apesar de ser comum a aproximação desse componente, considerando suas propriedades iguais às do ar, alguns trabalhos mostram um impacto sobre o desempenho da máquina, alterando as perdas no rotor (ZHANG *et al.*, 2019; ZHOU *et al.*, 2006) e o perfil do torque desenvolvido (HANNON; SERGEANT; DUPRE, 2018; PATEL; KAPIL, 2016).

Conforme pode-se constatar, a literatura em torno de modelos analíticos para avaliação de máquinas de alta rotação é extensa (HANNON *et al.*, 2019; TIEGNA; AMARA; BARAKAT, 2013). Os métodos desenvolvidos constituem uma ferramenta poderosa na análise do desempenho da máquina. Em estágios iniciais de projeto, fornece, a partir de soluções em forma fechada, uma maior clareza em efeitos globais da geometria. Em etapas posteriores, com resultados cuja precisão aproxima aos obtidos pelo método dos elementos finitos, permite um maior discernimento sobre as causas de fenômenos importantes a um custo computacional reduzido. Por fim, além do tempo de simulação reduzido, os métodos desenvolvidos diminuem o tempo de

pré- e pós-processamento das análises, dando maior flexibilidade em relação ao método dos elementos finitos.

2.5 CONCLUSÕES

Neste capítulo foi realizada uma breve revisão sobre máquinas elétricas mais eficientes e desenvolvidas com foco na aplicação. Para tal, foram apresentadas algumas das principais aplicações, ilustrando alguns dos desafios, os requisitos e topologias que podem supri-los. Isso ilustra o grande interesse acadêmico no desenvolvimento de novas topologias, além do aprimoramento das metodologias de projetos para máquinas elétricas.

As topologias que vem ganhando destaque nesse cenário, tais como máquinas a ímã permanente e de relutância, trazem uma maior exigência em relação ao modelo matemático utilizado para caracterizar seu desempenho eletromagnético. Para tal, o método dos elementos finitos constitui uma ferramenta consolidada, com capacidade para representar geometrias complexas e propriedades não-lineares. Contudo, soluções analíticas, incluindo circuito magnético equivalente e método Maxwell-Fourier, fornecem bons resultados a um custo computacional reduzido. Além disso, essas soluções analíticas oferecem uma maior intuição em relação ao problema.

3 MÉTODO MAXWELL-FOURIER

3 MÉTODO MAXWELL-FOURIER

Em projetos de máquinas convencionais, como máquinas síncronas e de indução, a busca por um melhor desempenho eletromagnético geralmente implica na redução da dimensão do entreferro. Com isso, além de um projeto adequado dos núcleos de estator e de rotor, o problema de análise dessas máquinas pode lançar mão de simplificações. Por exemplo, o material ferromagnético, atuando como um caminho preferencial aos fluxos magnéticos, e um entreferro muito pequeno permitem desprezar caminhos de dispersão (HOLM, 2003). Assim, um problema de cálculo de campo tridimensional pode ser reduzido a um circuito magnético equivalente que caracteriza a máquina apenas em uma dimensão (UMANS, 2014).

O aumento das aplicações que adotam acionamentos elétricos, juntamente com uma maior atenção em termos da eficiência do sistema, trazem novos desafios ao projeto de máquinas elétricas, e que requer um maior rigor em termos de modelo eletromagnético. A ferramenta adotada como tema de desenvolvimento desse trabalho é o método Maxwell-Fourier, sendo obtido pela solução formal das equações de Maxwell. Esse sistema de equações diferenciais parciais, resolvido pelo método de separação de variáveis, é expresso por uma série de Fourier, por isso o nome do método.

O método de Maxwell-Fourier consiste em uma excelente ferramenta, sendo possível de ser adotado em diferentes topologias de máquinas. Visando oferecer uma fundamentação mais clara sobre a formulação do problema, este capítulo apresenta as principais aproximações e metodologias aplicadas ao estudo de máquinas elétricas para aplicações especiais.

Por fim, é apresentada uma formulação nova, desenvolvida neste trabalho (MENDONÇA; MAIA; CARDOSO FILHO, 2018; MENDONÇA; MAIA; CARDOSO FILHO, 2020), capaz de avaliar efeitos de variações espaciais nas propriedades eletromagnéticas de um material. É mostrado também que essa metodologia pode ser incorporada dentro do método Maxwell-Fourier sem perda de capacidade deste, permitindo agregar o modelo proposto dentro de todo desenvolvimento discutido ao longo deste capítulo.

3.1 APROXIMAÇÕES E FORMULAÇÃO MATEMÁTICA BÁSICA

A definição da formulação matemática utilizada para o cálculo da distribuição de campo magnético requer que algumas aproximações sejam estabelecidas. Grande parte dessas aproximações são relativas à geometria da máquina e permitem a simplificação do problema. De todo modo, essas podem ser reavaliadas caso o objetivo da análise exija maior detalhamento.

- **Os efeitos de extremidade (*end effects*) são desprezados.** Portanto, não existe componente axial do fluxo magnético, resumindo a análise a duas dimensões;
- **As frequências e as dimensões envolvidas permitem assumir soluções de campo quase-estáticas.** Neste caso, as correntes de deslocamento são desprezíveis diante da corrente livre; dimensões do problema são muito menores que o comprimento de onda do campo (MACEDO, 1988);
- **Materiais ferromagnéticos possuem permeabilidade infinita.** A formulação fica, então, restrita a regiões com permeabilidade finita e próxima à do ar;
- **Ímã permanente com desmagnetização linear,** definida a partir da reta de recuo. Em ímãs de alta energia, essa aproximação tem boa validade, porém devem ser observados os limites de temperatura e de desmagnetização do ímã;
- **Correntes parasitas no ímã não afetam a distribuição de fluxo magnético,** podendo ser consideradas apenas para termos de cálculo das perdas nesses componentes;
- **A geometria da máquina elétrica é composta por cilindros concêntricos,** conforme ilustrada na Figura 3.1, favorecendo o uso de coordenadas cilíndricas. A princípio, as ranhuras são desprezadas da formulação;

- **Princípio da superposição.** Considerando o sistema linear, é possível utilizar o princípio da superposição e calcular os campos magnéticos de diferentes fontes, combinando-os em uma etapa posterior;
- **Simetria na componente tangencial das grandezas eletromagnéticas.** Isto é, qualquer grandeza definida em função da posição angular, φ , obedece a relação $f(\varphi) = -f\left(\varphi + \frac{\pi}{p}\right)$, onde p é número de pares de polos.

Esse conjunto de aproximações trazem fortes restrições quanto a geometria do problema, principalmente em termos de simetria das regiões. Sendo periódica ao longo do comprimento circunferencial, o modelo é capaz de representar apenas problemas definidos por regiões anulares concêntricas, tal como apresentado na Figura 3.1.

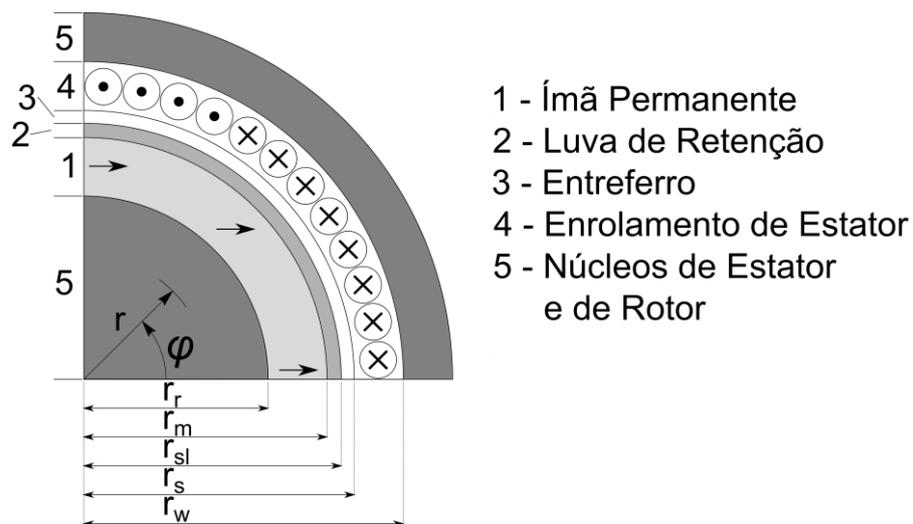


Figura 3.1 - Seção transversal da MSIP adotada como base para método analítico.

A geometria ilustrada na Figura 3.1 caracteriza uma máquina síncrona a ímãs permanentes (MSIP), cujos ímãs são montados na superfície do rotor. Essa topologia possui grande interesse em acionamentos de alta rotação, onde existe um risco maior de falhas mecânicas. No caso, a simplicidade geométrica reduz problemas de concentração de carga e possível falha por escoamento (MAIA, 2016). Além disso, é comum a adoção de uma luva de retenção visando evitar falha do ímã pelo elevado carregamento inercial centrífugo (CUPERTINO *et al.*, 2018; LI *et al.*, 2016).

A princípio, dentro do interesse de fundamentar o método Maxwell-Fourier, a geometria ilustrada na Figura 3.1 não reflete nenhum projeto específico. Essa

máquina elétrica é constituída dos materiais ferromagnéticos do rotor e estator, o ímã permanente fixado na superfície do rotor com uma luva retenção. Do ponto de vista do modelo, a estrutura do estator mais simples é a sem ranhuras (*slotless*).

Primeiramente, pode-se revisar a formulação quase-estática das equações de Maxwell, e como essas equações podem ser arrançadas para o problema em questão. Utilizando a forma diferencial das equações de campo, têm-se a lei circuital de Ampere, descrita por

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}, \quad (3.1)$$

que estabelece a criação do campo magnético, \mathbf{H} , a partir de uma distribuição de densidade de corrente elétrica, \mathbf{J} . A lei de Faraday estabelece que uma indução magnética, \mathbf{B} , variando no tempo origina um campo elétrico induzido, \mathbf{E} , isto é

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3.2)$$

onde o sinal negativo vem da lei de Lenz. Deste modo, considerando que uma densidade de fluxo magnético e sua variação possuem uma direção uniforme em um ponto, o rotacional do campo elétrico induzido tem a mesma direção e sentido oposto. Em um contexto de circuito elétrico, a força eletromotriz resultante gera uma corrente cujo fluxo magnético se opõe à variação do fluxo magnético que lhe deu origem.

A lei de Gauss do magnetismo implica na ausência de fontes ou sorvedouros de campo magnético, sendo escrita como

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (3.3)$$

Além disso, têm-se as equações constitutivas que estabelecem as relações entre as grandezas eletromagnéticas de acordo com as propriedades do meio, sendo estas

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad (3.4)$$

que é a lei de Ohm, e

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + \mathbf{B}_{rem}, \quad (3.5)$$

onde as propriedades constitutivas do meio são a condutividade elétrica, σ , e a permeabilidade magnética, μ . A magnetização remanescente do material, descrita pelo vetor \mathbf{B}_{rem} é definida de acordo com o perfil de magnetização dos ímãs

permanentes e configuração destes na construção da máquina elétrica. Para ímãs permanentes em geral, conhecida a relutância do circuito magnético e limitando o efeito da desmagnetização provocada pela reação de armadura, é possível definir uma reta de operação conforme a equação 3.5. Para ímãs de terras raras, com elevada coercividade, essa reta de recuo é essencialmente tangente à curva de desmagnetização. Porém, deve ser observado o risco de desmagnetização pela elevação da temperatura, uma vez que, além da redução da magnetização remanescente, há uma alteração no ponto do joelho da curva $B(H)$.

Além disso, para um material sem magnetização remanescente, a equação 3.5 pode ser adotada considerando $B_{rem} = 0$. Caso tenha alguma propriedade magnética, sua permeabilidade pode ser expressa em termos da permeabilidade relativa, isto é, um valor relativo ao do vácuo, $\mu = \mu_r \mu_0$.

Associando um potencial ao campo magnético, é possível manipular as equações 3.1 a 3.5 para obter uma equação diferencial de Poisson. Existem trabalhos que utilizam um potencial escalar magnético (BOULES, 1985; QIAN *et al.*, 2014; ZHU *et al.*, 1993a; ZHU *et al.*, 2010). Porém, o uso do potencial escalar magnético requer um campo não rotacional, condição atendida pelo campo magnético apenas em regiões onde não há corrente (HOLM, 2003; MACEDO, 1988; POLINDER, 1998).

O potencial vetor magnético não impõe restrições em termos de densidade de corrente, sendo particularmente importante em problemas que avaliam correntes parasitas (HANNON *et al.*, 2019). Também, a utilização de um potencial vetor, permite a determinação dos enlaces de fluxo de forma direta (HOLM, 2003). Assim, como a divergência de um rotacional é identicamente nula, podemos definir o potencial vetor magnético, \mathbf{A} , a partir de

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} \mathbf{a}_r - \frac{\partial A_z}{\partial r} \mathbf{a}_\varphi, \quad (3.6)$$

onde \mathbf{a}_r e \mathbf{a}_φ são vetores unitários na direção radial e tangencial, respectivamente.

Por fim, escolhendo um potencial vetor solenoidal, que atende a condição de Coulomb ($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$), a forma genérica da equação de Poisson pode ser obtida como

$$-\nabla^2 \mathbf{A} = \mu \mathbf{J} + \nabla \times \mathbf{B}_{rem}. \quad (3.7)$$

A equação 3.7 é central no método Maxwell-Fourier, pois possibilita o cálculo do campo magnético em qualquer região da máquina elétrica. Ela deve ser resolvida em cada região de interesse de acordo com as propriedades e fontes existentes no meio.

Em regiões onde não existem fontes de campo magnético e o material pode ser considerado como um isolante ideal, tal como o entreferro, a equação 3.7 é simplificada para

$$\nabla^2 \mathbf{A} = 0. \quad (3.8)$$

Para caracterizar as regiões nas quais os efeitos relativos as correntes parasitas não podem ser desprezadas, as correntes induzidas, que podem ser descritas a partir do termo $\mu \mathbf{J}$ na equação 3.7, são calculadas pela equação 3.9 em conjunto com a equação constitutiva 3.4.

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}. \quad (3.9)$$

Desde modo, desprezando fontes de campo externas, a equação diferencial que descreve o problema de distribuição de campo em regiões com correntes parasitas pode ser escrita como

$$-\nabla^2 \mathbf{A} + \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = 0. \quad (3.10)$$

Para as regiões com fonte de campo, como as correntes do circuito de armadura, a equação 3.7 pode reescrita como

$$-\nabla^2 \mathbf{A} = \mu \mathbf{J}_s, \quad (3.11)$$

onde \mathbf{J}_s é a densidade de corrente aplicada. Para a região dos ímãs permanentes, pode ser descrita por

$$-\nabla^2 \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{B}_{rem}. \quad (3.12)$$

A forma de definir esses termos de fonte de campo, isto é, \mathbf{J}_s e \mathbf{B}_{rem} , será discutida nas seções seguintes. Essa definição é fundamental para a obtenção da solução completa do problema de distribuição de campo. Porém, essa solução tem como ponto de partida a equação homogênea, escrita em coordenadas cilíndricas como

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial r} = 0. \quad (3.13)$$

Essa equação diferencial, denominada equação de Laplace, é resolvida pelo método de separação de variáveis (BOYCE; DIPRIMA, 2006; POLINDER, 1998), no qual o potencial vetor magnético é definido como o produto de duas funções independentes. Assim,

$$A_z = R(r)\Phi(\varphi). \quad (3.14)$$

Substituindo essa expressão na equação de Laplace e reorganizando os termos, são obtidas duas equações diferenciais. A solução é escrita genericamente como

$$A_z(r, \varphi) = [c_1 r^\xi + c_2 r^{-\xi}][d_1 \cdot \text{sen}(\xi\varphi) + d_2 \cdot \text{cos}(\xi\varphi)], \quad (3.15)$$

e exprime um problema de autovalores que, pela simetria do problema em φ , tem solução para valores inteiros do autovalor ξ . Assim, com $\xi = k \cdot p$, onde p é o número de pares de polos e k é um número inteiro positivo, a equação 3.15 pode ser reescrita como

$$A_z(r, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} [c_{1,k} r^{kp} + c_{2,k} r^{-kp}][d_{1,k} \cdot \text{sen}(kp\varphi) + d_{2,k} \cdot \text{cos}(kp\varphi)], \quad (3.16)$$

onde as constantes $c_{1,k}$, $c_{2,k}$, $d_{1,k}$ e $d_{2,k}$ são determinadas a partir das condições de contorno.

Em regiões onde existem fontes de campo magnético, como ímãs permanentes ou correntes elétricas, a equação de Poisson é resolvida primeiramente para a equação homogênea associada, a equação de Laplace. Antes de definir a solução geral, é possível lançar mão de alguns artifícios matemáticos visando deixar a formulação mais inteligível:

- São definidos sistemas de coordenadas distintos para os campos do estator, φ_s , e do rotor, φ_r . Assim, é possível orientar esses sistemas de coordenadas a partir dos eixos de magnetização de cada fonte e simplificar a solução dada pela equação 3.16, eliminando o termo $\text{cos}(kp\varphi)$;

- A identificação do resultado para o potencial vetor magnético em cada região de interesse é feita a partir do sobrescrito (v), onde $v = 1, 2, 3$ e 4 , conforme ilustrado na Figura 3.1;
- É feita uma normalização da variável r em função dos raios externo e interno da região de interesse, que são identificados genericamente como r_v e r_{v-1} , respectivamente. Esse artifício simplifica a obtenção de soluções em forma fechada e melhora o condicionamento numérico do sistema de equações lineares.

A partir dessas considerações, pode-se reescrever a solução para a equação de Laplace genericamente como

$$A_z^{(v)}(r, \varphi_s) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \hat{A}_{(s)z,k}^{(v)}(r) \text{sen}(kp\varphi_s), \quad (3.17)$$

onde $\hat{A}_{(s)z,k}^{(v)}$ é o coeficiente de Fourier da função seno, dado por

$$\hat{A}_{(s)z,k}^{(v)}(r) = \left(C_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_v} \right)^{kp} + D_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_{v-1}} \right)^{-kp} \right). \quad (3.18)$$

As constantes de integração, $C_k^{(v)}$ e $D_k^{(v)}$, são determinadas para cada região pelas condições de contorno

$$H_\varphi^{(v+1)}(r_v, \varphi_s) - H_\varphi^{(v)}(r_v, \varphi_s) = K_z^{(v)}(\varphi_s), \quad (3.19)$$

$$B_r^{(v+1)}(r_v, \varphi_s) - B_r^{(v)}(r_v, \varphi_s) = 0. \quad (3.20)$$

As equações 3.19 e 3.21 são definidas na fronteira entre as regiões v e $v + 1$, localizada no raio $r = r_v$. Essa é uma relação genérica em termos de v , onde $v = 1, 2, 3$ e 4 para ímã, luva de retenção, entreferro e enrolamento do estator, respectivamente (Figura 3.1). Também, para a equação 3.19, o sentido positivo da densidade superficial de corrente, $K_z^{(v)}$, é definido para valores positivos do eixo z , ou “saindo do plano da página” (representado pelo símbolo \odot). Essa definição é consistente com a adotada no *software* para cálculo de campo pelo método dos elementos finitos, FEMM (MEEKER, 2020).

Por fim, a solução particular da equação de Poisson é obtida assumindo que sua forma é definida como uma série de Fourier, ou

$$A_{part,z}^{(v)}(r, \varphi_s) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \hat{A}_{(s)part,z,k}^{(v)}(r) \text{sen}(kp\varphi_s). \quad (3.21)$$

A determinação do coeficiente de Fourier da solução particular depende das características da fonte de campo magnético, tais como perfil de magnetização dos ímãs permanentes, e será discutida a seguir. Com isso, a solução da equação não homogênea é obtida pela soma da solução geral da equação homogênea associada, equação 3.18, com a solução particular, equação 3.21. O coeficiente da função seno pode ser reescrito como

$$\hat{A}_{(s)z,k}^{(v)}(r) = \left(C_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_v} \right)^{kp} + D_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_{v-1}} \right)^{-kp} + \hat{A}_{(s)part,k}^{(v)}(r) \right). \quad (3.22)$$

A formulação desenvolvida até aqui pode ser considerada como a base para o método Maxwell-Fourier. A partir dessa, dependendo do objetivo da análise e da topologia da máquina elétrica, as aproximações são alteradas.

3.2 FONTES DE CAMPO MAGNÉTICO

3.2.1 ÍMÃ PERMANENTE

A contribuição dos ímãs permanentes para a magnetização da máquina elétrica pode ser representada de duas formas básicas diferentes, diretamente pela equação de Poisson ou através de correntes elétricas (HANNON *et al.*, 2019).

Com a definição adequada da densidade superficial de corrente, é possível obter bons resultados para a distribuição de campo sem necessidade da solução formal da equação de Poisson (BOULES, 1985). Esse método pode ser utilizado para representar o efeito de construir ímãs de superfície com estrutura excêntrica (ZHOU *et al.*, 2015). Mais recentemente, a capacidade dessa metodologia foi estendida, permitindo a avaliação de estruturas de ímãs mais realistas, tais como segmentação dos polos magnéticos em barras (BOUTORA; TAKORABET; IBTIOUEN, 2016).

Por outro lado, a solução formal da equação de Poisson é mais largamente adotada, e vem sendo desenvolvida para representar uma ampla gama de perfis de magnetização (DUBAS; ESPANET, 2009; ZHU *et al.*, 1993a). Esses diferentes

padrões, como magnetização radial, paralela ou *Halbach*, são descritos a partir do vetor magnetização remanescente, definido em coordenadas cilíndricas como

$$\mathbf{B}_{rem} = B_{rem,r}\mathbf{a}_r + B_{rem,\varphi}\mathbf{a}_\varphi. \quad (3.23)$$

onde $B_{rem,r}$ e $B_{rem,\varphi}$ são as componentes radial e tangencial do vetor de magnetização. Considerando que a magnetização residual varia apenas em função da direção circunferencial, as componentes radial e tangencial da magnetização remanescente podem ser expressas em termos de séries de Fourier, dadas por

$$B_{rem,r} = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \hat{B}_{rem,r,k} \cos(kp\varphi_r), \quad (3.24)$$

$$B_{rem,\varphi} = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \hat{B}_{rem,\varphi,k} \sin(kp\varphi_r). \quad (3.25)$$

Os coeficientes das séries de Fourier são obtidos conforme o padrão de magnetização do ímã, sendo os padrões de magnetização radial e paralelo ilustrados na Figura 3.2. As formas de onda das componentes radial e tangencial desses vetores de magnetização em função da posição angular do rotor são apresentadas na Figura 3.3.

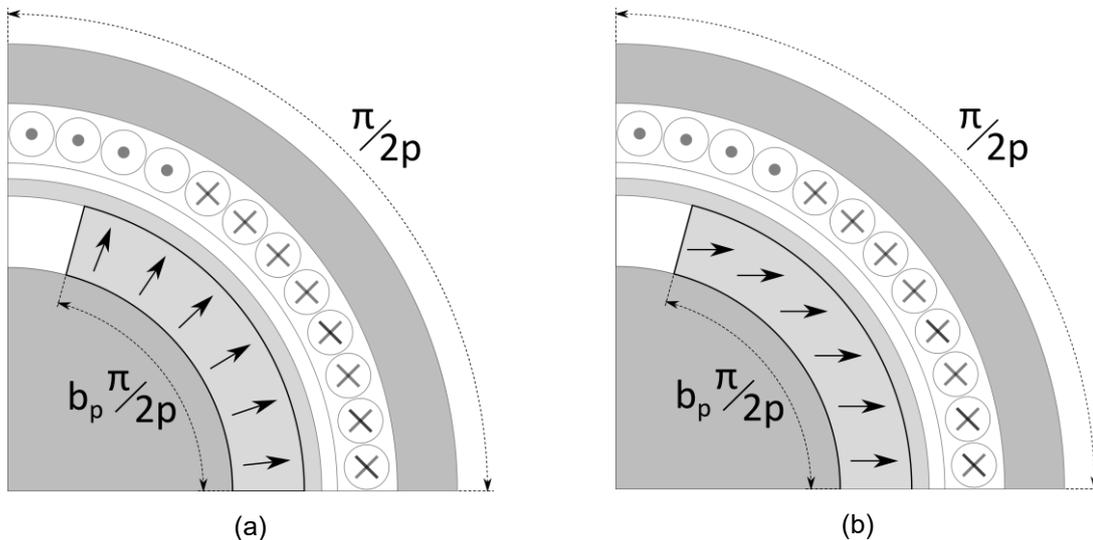


Figura 3.2 - Perfil de magnetização do ímã permanente: (a) radial; e (b) paralelo.

Como pode ser observado, para a magnetização radial apenas a componente radial é não nula, Figura 3.3 (a). Por questão de generalização, o perfil de magnetização é definido em função do número de pares de polo, p , a razão entre a abertura angular do ímã permanente e o passo polar, b_p , e a magnetização

remanescente do ímã permanente, B_{rem} . As formas de onda para o perfil de magnetização paralelo possuem as componentes radial (Figura 3.3 (a)) e tangencial (Figura 3.3 (b)). Também, caso o ímã com perfil de magnetização paralelo compreenda inteiramente um passo polar, com $b_p = 1$, as formas de onda para as componentes radial e tangencial teriam apenas a componente espacial fundamental.

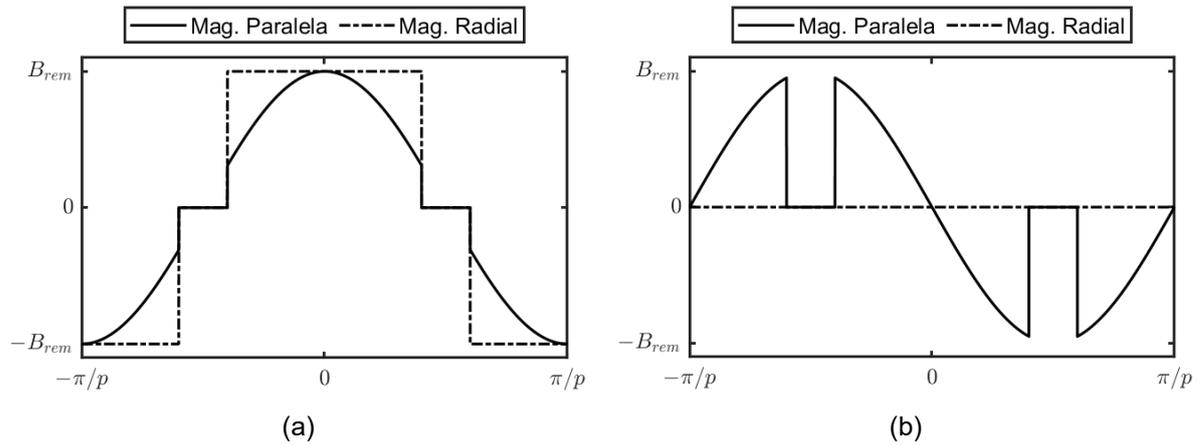


Figura 3.3 – Forma de onda das componentes: (a) radial ($B_{rem,r}$); e (b) tangencial ($B_{rem,\varphi}$).

As relações para os coeficientes são, então, obtidas por (RAHIDEH; KORAKIANITIS, 2013; DUBAS; ESPANET, 2009):

- Magnetização radial:

$$\hat{B}_{rem,r,k} = B_{rem} b_p K_{mo}(kp), \quad (3.26)$$

$$\hat{B}_{rem,\varphi,k} = 0. \quad (3.27)$$

- Magnetização paralela:

$$\hat{B}_{rem,r,k} = B_{rem} b_p [K_{mo}(kp + 1) + K_{mo}(kp - 1)], \quad (3.28)$$

$$\hat{B}_{rem,\varphi,k} = B_{rem} b_p [K_{mo}(kp + 1) - K_{mo}(kp - 1)], \quad (3.29)$$

onde

$$K_{mo}(x) = \frac{\text{sen}\left(x \cdot b_p \cdot \frac{\pi}{p}\right)}{\left(x \cdot b_p \cdot \frac{\pi}{p}\right)}. \quad (3.30)$$

A partir destas definições, a equação de Poisson na região pode ser definida como

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial r} = -\frac{B_{rem,\varphi}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_{rem,r}}{\partial \varphi}. \quad (3.31)$$

A solução, obtida de forma genérica, é dada por

$$A_z^{(1)}(r, \varphi_r) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \left(C_k^{(1)} \left(\frac{r}{r_m} \right)^{kp} + D_k^{(1)} \left(\frac{r}{r_r} \right)^{-kp} + \hat{A}_{(s)part,k}^{(1)}(r) \right) \text{sen}(kp\varphi_r), \quad (3.32)$$

onde

$$\hat{A}_{(s)part,k}^{(1)}(r) = \begin{cases} r \frac{\hat{B}_{rem,\varphi,k} + kp\hat{B}_{rem,r,k}}{(kp)^2 - 1} & kp \neq 1 \\ -r \cdot \ln(r) \frac{\hat{B}_{rem,\varphi,k} + \hat{B}_{rem,r,k}}{2} & kp = 1 \end{cases}. \quad (3.33)$$

Vale ressaltar que a realização do padrão radial é mais complexa, sendo necessária utilização de materiais magnéticos anisotrópicos. Uma alternativa para a obtenção dessa magnetização radial foi proposta a partir da segmentação dos ímãs (POLINDER, 1998). Por outro lado, magnetização paralela é mais facilmente obtida adotando ímãs de alta coercividade com propriedades isotrópicas (RAHIDEH; KORAKIANITIS, 2013).

Por fim, além dos perfis de magnetização radial e paralelo, discutidos nessa seção, outros padrões de magnetização podem ser caracterizados a partir do vetor magnetização remanescente, conforme detalhado em (RAHIDEH; KORAKIANITIS, 2013).

3.2.2 CORRENTES DE ESTATOR

Para o cálculo dos campos magnéticos produzidos pelas correntes do estator é importante, primeiramente, definir a distribuição espacial dos enrolamentos. Tal como realizado para os ímãs permanentes, essa distribuição será caracterizada a partir de uma série de Fourier.

De modo geral, existem duas configurações distintas para o estator, sendo estas com e sem ranhuras. A configuração com ranhuras é mais utilizada tanto na literatura quanto comercialmente, podendo também ser construída tanto com

enrolamentos distribuídos como concentrados (GERADA *et al.*, 2014). Por outro lado, a configuração sem ranhuras é apresentada como tendência, principalmente para aplicações em alta rotação. Tal pode ser justificada por vantagens como eliminação do torque de retenção, menor sensibilidade a efeitos de desmagnetização e menores perdas no rotor. Contudo, essa topologia possui desvantagens como a construção complexa do enrolamento de armadura, a exigência de maior volume de ímã pelo entreferro efetivamente maior, entre outras (GIERAS, 2009).

A avaliação dos campos produzidos pelas correntes do estator em máquinas elétricas sem ranhuras parte da definição da densidade de corrente elétrica. Conforme ilustrado na Figura 3.4 (a), onde são apresentados apenas os condutores da fase a , os enrolamentos do estator são acomodados na região do entreferro, o que acaba por degradar o acoplamento magnético entre rotor e estator. No caso de máquinas com ranhuras, os enrolamentos podem ser caracterizados a partir de uma densidade superficial de corrente na superfície interna do estator, disposta sobre as aberturas das ranhuras, conforme apresentado na Figura 3.4 (b) (BIANCHI; BOLOGNANI; LUISE, 2005).

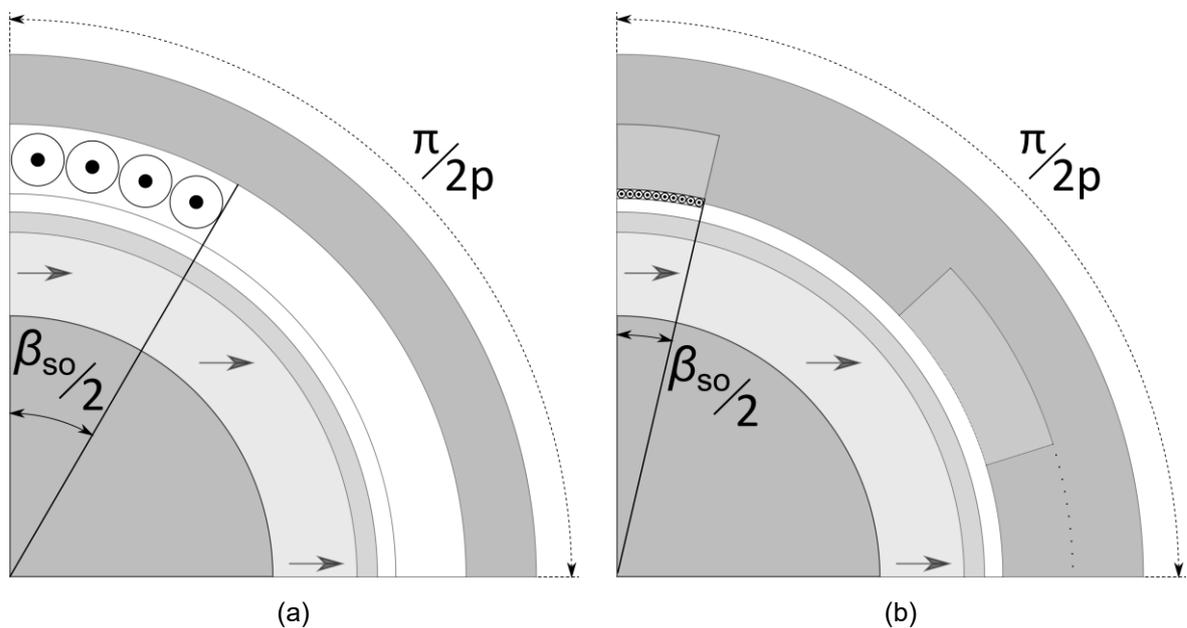


Figura 3.4 – Configurações para estator: (a) sem ranhura, e (b) com ranhura.

Para caracterizar os enrolamentos, os seguintes parâmetros devem ser observados, sendo estes: o número de fases (m); o número de par de polos (p); o número de ranhuras por polo por fase (q), a abertura da ranhura (β_{so}); o ângulo do encurtamento de passo (β_{passo}), usado em enrolamentos com passo encurtado e deve

ser múltiplo do passo da ranhura ($2\pi/2mpq$); e, o número total de condutores por enrolamento (N). Esses parâmetros descrevem melhor uma máquina com ranhuras, mas o conceito pode ser estendido para máquinas sem ranhuras.

De modo similar ao realizado para a análise dos campos produzidos pelo ímã permanente, a densidade de corrente também deve ser representada a partir de uma série de Fourier. Para tal, e visando facilitar o cálculo dos coeficientes desta série, alguns autores os determinam a partir dos fatores de enrolamento, geralmente utilizados para relacionar a força magnetomotriz (FMM) de uma bobina distribuída e a FMM produzida por uma bobina concentrada (UMANS, 2014; SLEMON, 1992).

Analisando o sistema por fase, a distribuição espacial de espiras (número condutores por radiano) da fase a é definida por (HOLM, 2003):

$$n_{s,a}(\varphi_s) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{N_{s,k}}{2} \sin(kp\varphi_s), \quad (3.34)$$

onde k é a ordem harmônica espacial e $N_{s,k}$ é o número efetivo de espiras dessa ordem harmônica. Esse número efetivo de espiras está relacionado ao número real de espiras por:

$$N_{s,k} = \frac{4}{\pi} k_{w,k} N \cdot \begin{cases} \sin\left(\frac{1}{2}k\pi\right) & \text{para uma função seno,} \\ 1 & \text{para uma função cosseno.} \end{cases} \quad (3.35)$$

O fator de enrolamento, $k_{w,k}$, é obtido a partir de quatro contribuições:

- Fator de passo ($k_{w,pitch,k}$): para máquinas com bobina de passo encurtado, quando a abertura angular de uma bobina é reduzida de $\left(\frac{\pi}{p}\right)$ para $\left(\frac{\pi}{p} - \beta_{pitch}\right)$;
- Fator de distribuição ($k_{w,dist,k}$): para uma máquina de m fases, cujos enrolamentos estão distribuídos ao longo de q ranhuras;
- Fator de abertura da ranhura ($k_{w,slot,k}$): avalia o efeito de uma abertura de ranhura não desprezível, definida pelo ângulo β_{so} . Em máquinas sem ranhuras, esse fator representa a abertura angular da região onde a bobina está distribuída;

- Fator de *skewing* ($k_{w,skew,k}$): quando existe inclinação relativa entre ranhuras e ímãs ao longo do comprimento axial, definida pelo ângulo β_{skew} .

Estes fatores podem ser calculados, em função da ordem harmônica espacial, pelas relações:

$$k_{w,pitch,k} = \cos\left(\frac{1}{2}kp\beta_{pitch}\right), \quad (3.36) \quad k_{w,dist,k} = \frac{\sin\left(\frac{k\pi}{2m}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{k\pi}{2mq}\right)}, \quad (3.37)$$

$$k_{w,slot,k} = \frac{\sin\left(\frac{1}{2}kp\beta_{so}\right)}{\frac{1}{2}kp\beta_{so}}, \quad (3.38) \quad k_{w,skew,k} = \frac{\sin\left(\frac{1}{2}kp\beta_{skew}\right)}{\frac{1}{2}kp\beta_{skew}}. \quad (3.39)$$

A Figura 3.5 ilustra a forma de onda da distribuição espacial de espiras para uma máquina trifásica com seis ranhuras, uma ranhura por polo por fase.



Figura 3.5 - Distribuição espacial das espiras de uma fase.

Em uma máquina sem ranhuras, com as bobinas distribuídas em uma região cilíndrica com espessura h_w e raio médio r_{wc} , essa distribuição espacial de espiras pode utilizada para definir a densidade de corrente. Para a fase a com valor instantâneo de corrente $i_{s,a}(t)$, a densidade de corrente é calculada por

$$J_{s,a}(\varphi_s, t) = \frac{n_{s,a}(\varphi_s)i_{s,a}(t)}{h_w r_{wc}}, \quad (3.40)$$

onde

$$h_w = r_w - r_s, \quad (3.41)$$

$$r_{wc} = \frac{r_w + r_s}{2}. \quad (3.42)$$

Usando essa definição, as distribuições espaciais harmônicas das densidades de corrente para as três fases podem ser definidas, isto é

$$J_{s,a}(\varphi_s, t) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \hat{J}_{(s)a,k} \text{sen}(kp\varphi_s) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{N_{s,k} i_{s,a}(t)}{2h_w r_{wc}} \text{sen}(kp\varphi_s), \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} J_{s,b}(\varphi_s, t) &= \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \hat{J}_{(s)b,k} \text{sen}\left(kp\left(\varphi_s - \frac{2\pi}{3p}\right)\right) \\ &= \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{N_{s,k} i_{s,b}(t)}{2h_w r_{wc}} \text{sen}\left(kp\left(\varphi_s - \frac{2\pi}{3p}\right)\right), \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} J_{s,c}(\varphi_s, t) &= \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \hat{J}_{(s)c,k} \text{sen}\left(kp\left(\varphi_s + \frac{2\pi}{3p}\right)\right) \\ &= \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{N_{s,k} i_{s,c}(t)}{2h_w r_{wc}} \text{sen}\left(kp\left(\varphi_s + \frac{2\pi}{3p}\right)\right), \end{aligned} \quad (3.45)$$

onde, para a definição da distribuição espacial da espira a partir da função seno, o termo $N_{s,k}$ deve ser calculado conforme a equação 3.35.

Novamente, a partir destas definições, a equação de Poisson na região dos enrolamentos pode ser definida como

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial r} = -\mu_0 J_{s,a}. \quad (3.46)$$

A solução, obtida de forma genérica, é dada por

$$A_{z,a}^{(4)}(r, \varphi_s) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \left(C_k^{(4)} \left(\frac{r}{r_s}\right)^{kp} + D_k^{(4)} \left(\frac{r}{r_w}\right)^{-kp} + \hat{A}_{(s)part,a,k}^{(4)}(r) \right) \text{sen}(kp\varphi_s), \quad (3.47)$$

onde

$$\hat{A}_{(s)part,a,k}^{(4)}(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 r^2 \hat{J}_{(s)a,k}}{(kp)^2 - 4} & kp \neq 2 \\ -\frac{1}{4} \mu_0 r^2 \ln(r) \hat{J}_{(s)a,k} & kp = 2 \end{cases}. \quad (3.48)$$

A solução particular obtida para a fase a é calculada a partir da distribuição espacial harmônica da densidade de corrente, caracterizada aqui pelo coeficiente da

função seno de ordem k da série de Fourier, ou $\hat{J}_{(s),a,k}$. Esse raciocínio pode ser estendido para as outras fases. Como a máquina não apresenta saliências, a solução particular do potencial vetor magnético associados à fase b dado por

$$A_{z,b}^{(4)}(r, \varphi_s) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(C_k^{(4)} \left(\frac{r}{r_s} \right)^{kp} + D_k^{(4)} \left(\frac{r}{r_w} \right)^{-kp} + \hat{A}_{part,b,k}^{(4)}(r) \right) \text{sen} \left(kp \left(\varphi_s - \frac{2\pi}{3p} \right) \right), \quad (3.49)$$

onde

$$\hat{A}_{(s)part,b,k}^{(4)}(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 r^2 \hat{J}_{(s),b,k}}{(kp)^2 - 4} & kp \neq 2 \\ -\frac{1}{4} \mu_0 r^2 \ln(r) \hat{J}_{(s),b,k} & kp = 2 \end{cases}. \quad (3.50)$$

E, para a fase c :

$$A_{z,c}^{(4)}(r, \varphi_s) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(C_k^{(4)} \left(\frac{r}{r_s} \right)^{kp} + D_k^{(4)} \left(\frac{r}{r_w} \right)^{-kp} + \hat{A}_{part,c,k}^{(4)}(r) \right) \text{sen} \left(kp \left(\varphi_s + \frac{2\pi}{3p} \right) \right), \quad (3.51)$$

onde

$$\hat{A}_{(s)part,c,k}^{(4)}(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 r^2 \hat{J}_{(s),c,k}}{(kp)^2 - 4} & kp \neq 2 \\ -\frac{1}{4} \mu_0 r^2 \ln(r) \hat{J}_{(s),c,k} & kp = 2 \end{cases}. \quad (3.52)$$

Em máquinas com enrolamentos alojados em ranhuras, a formulação mais simples, e que despreza o efeito das ranhuras sobre a distribuição de campo magnético, contabiliza as correntes a partir da condição de fronteira. Utilizando a definição para a distribuição espacial de espiras, equações 3.35 a 3.39, a densidade superficial de corrente é dada por

$$K_{s,a}(\varphi_s, t) = n_{s,a}(\varphi) \frac{i_{s,a}(t)}{r_s}. \quad (3.53)$$

Como não há mais região definida para as espiras, o problema fica limitado às regiões $v = 1$ a 3. Neste caso, o cálculo do campo a partir das correntes do estator é

obtido pela condição de fronteira da componente tangencial da intensidade do campo magnético, equação 3.19.

A formulação utilizando os fatores de enrolamentos é adotada para enrolamentos distribuídos. Em (ZHU; HOWE; CHAN, 2002), os autores apresentam um modelo mais genérico, sendo capaz de caracterizar tanto enrolamentos distribuídos quanto concentrados.

3.2.3 CORRENTES PARASITAS NA LUVA DE RETENÇÃO

Por fim, é discutida a contribuição das correntes parasitas que são induzidas em uma luva de retenção condutível. Essa luva de retenção tem como função primária garantir a integridade mecânica dos ímãs de superfície, posto que os esforços inerciais são significativos. A adoção de materiais condutivos é discutida pela possibilidade de realizar uma blindagem, reduzindo as perdas nos ímãs. Essas correntes induzidas afetam, porém, o perfil do torque oscilatório da máquina e devem ser consideradas para a avaliação da distribuição de campo.

Em uma primeira aproximação, onde são desprezados os efeitos das ranhuras, as correntes induzidas na luva de retenção são analisadas como reação ao campo magnético gerado pelas correntes de estator. Assim, é necessário relacionar os sistemas de coordenadas definidos para rotor e estator. Considerando a máquina elétrica em regime permanente com velocidade angular constante, ω_m , e uma posição inicial arbitrária para o eixo de magnetização do rotor, θ_0 , tem-se

$$\varphi_s = \varphi_r + \theta = \varphi_r + \omega_m t + \theta_0. \quad (3.54)$$

A definição desses sistemas de coordenadas, assim como a relação entre a definição dos eixos de referência e a relação entre eles, é ilustrada na Figura 3.6.

A equação de Poisson na região da luva de retenção pode ser obtida a partir da equação 3.10 como

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial r} = \mu \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t}. \quad (3.55)$$

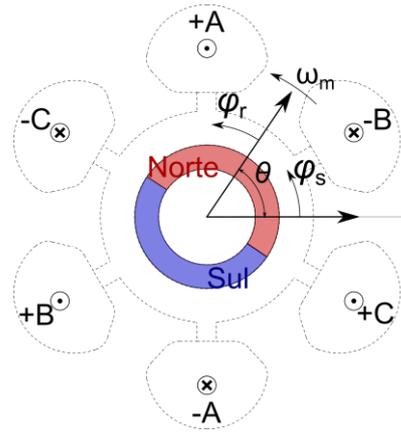


Figura 3.6 - Sistemas de Coordenadas do Estator e Rotor.

A solução da equação 3.55 requer a caracterização do potencial vetor magnético em função do tempo. Além disso, é necessário definir os termos fonte na notação exponencial complexa, de modo a possibilitar a manipulação da equação diferencial e transformá-la em uma equação de Helmholtz (HOLM; POLINDER; FERREIRA, 2007; HANNON *et al.*, 2019). Primeiramente, as densidades superficiais de corrente das três fases são redefinidas deslocando a simetria dos enrolamentos, isto é

$$K_{s,a}(\varphi_s, t) = \frac{1}{r_s} \sum_k \sum_n \hat{n}_{s,k} \hat{i}_{s,n} \cos(kp\varphi_s) \cos(n\omega_s t), \quad (3.56)$$

$$K_{s,b}(\varphi_s, t) = \frac{1}{r_s} \sum_k \sum_n \hat{n}_{s,k} \hat{i}_{s,n} \cos\left(k\left(p\varphi_s - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \cos\left(n\left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3}\right)\right), \quad (3.57)$$

$$K_{s,c}(\varphi_s, t) = \frac{1}{r_s} \sum_k \sum_n \hat{n}_{s,k} \hat{i}_{s,n} \cos\left(k\left(p\varphi_s + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \cos\left(n\left(\omega_s t + \frac{2\pi}{3}\right)\right), \quad (3.58)$$

onde $\hat{n}_{s,k}$ é a amplitude do enrolamento equivalente de k -ésima ordem harmônica espacial, $\hat{i}_{s,n}$ é a componente harmônica temporal de ordem n da corrente de estator e ω_s é a frequência fundamental da corrente.

Utilizando algumas relações trigonométricas simples, é possível definir esse conjunto trifásico, equilibrado e em regime permanente a partir de uma relação exponencial complexa, dada na referência do rotor por (CHEBAK; VIAROUGE; CROS, 2015).

$$K_s(\varphi_r, t) = \frac{3}{4r_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{n}_{s,k} \hat{i}_{s,n} e^{j(kp\varphi_r + (k+n)\omega_s t)},$$

$$se (k+n) = 3x \text{ e } k \neq 3y,$$

$$(x, y) \in \mathbb{Z}. \quad (3.59)$$

A solução da equação diferencial não homogênea pressupõe novamente um potencial vetor magnético com a mesma forma da fonte do campo, onde

$$\underline{A}_z(r, \varphi_r, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{A}_{z,k,n}(r) \left(\frac{3}{4r_s} \hat{n}_{s,k} \hat{i}_{s,n} \right) e^{j(kp\varphi_r + (k+n)\omega_s t)}. \quad (3.60)$$

Substituindo essa solução particular na equação diferencial, tem-se

$$\frac{\partial^2 \underline{A}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \underline{A}_z}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \underline{A}_z}{\partial r} = \underline{\tau}_{k,n}^2 \underline{A}_z, \quad (3.61)$$

onde

$$\underline{\tau}_{k,n}^2 = j\mu\sigma(k+n)\omega_s. \quad (3.62)$$

Utilizando novamente o método de separação de variáveis, a solução é dada por (HOLM; POLINDER; FERREIRA, 2007)

$$\hat{A}_{z,k,n}^{(2)}(r) = \begin{cases} \left(\underline{C}_k^{(2)} I_k(\underline{\tau}_{k,n} r) + \underline{D}_k^{(2)} K_k(\underline{\tau}_{k,n} r) \right) & se k \neq -n \\ \left(\underline{C}_k^{(2)} \left(\frac{r}{r_{sl}} \right)^{|k|p} + \underline{D}_k^{(2)} \left(\frac{r}{r_m} \right)^{-|k|p} \right) & se k = -n \end{cases}. \quad (3.63)$$

onde $I_k(\underline{\tau}_{k,n} r)$ e $K_k(\underline{\tau}_{k,n} r)$ são funções modificadas de Bessel de primeira e segunda ordem, respectivamente. As constantes complexas $\underline{C}_k^{(2)}$ e $\underline{D}_k^{(2)}$ são obtidas também a partir das condições de fronteira.

Para essa formulação, as soluções nas demais regiões do sistema devem ser redefinidas utilizando a notação exponencial complexa (CHEBAK; VIAROUGE; CROS, 2015). Assim, desprezando a magnetização pelo ímã permanente, a solução válida para a região do ímã e entreferro é dada pela equação 3.60, com o coeficiente da série de Fourier dado por

$$\hat{A}_{z,k}^{(v)}(r) = \left(\underline{C}_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_v} \right)^{|k|p} + \underline{D}_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_{v-1}} \right)^{-|k|p} \right). \quad (3.64)$$

Uma segunda abordagem para cálculo do campo gerado pela corrente parasita na luva de retenção é discutida em (POLINDER, 1999). Neste caso, uma bandagem de fibra foi adotada para retenção do ímã e um cilindro de cobre usado com a função de blindagem eletromagnética. Para essa luva de cobre, com espessura, δ_c , de 0,5 mm, o efeito pelicular é significativo apenas para frequências superiores 18 kHz. Isso permite simplificar o cálculo dessas correntes induzidas, assim como o efeito dessas sobre a distribuição de campo da máquina elétrica.

Deste modo, ao invés de obter as correntes parasitas a partir da solução da equação de Helmholtz, as correntes induzidas na luva de retenção são caracterizadas a partir de enrolamentos equivalentes senoidalmente distribuídos, conectados em série e definidos para cada ordem harmônica espacial. Os campos magnéticos produzidos pelas correntes parasitas são obtidos pela definição de uma densidade superficial de corrente localizada no seu raio médio, r_c , conforme ilustrado na Figura 3.7.

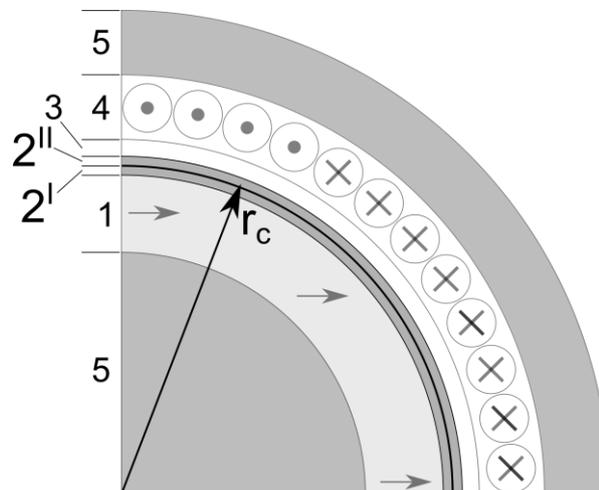


Figura 3.7 - Enrolamento equivalente para cálculo das correntes parasitas.

A densidade superficial de corrente é definida a partir de dois enrolamentos ortogonais em série, um alinhado cujo campo gerado está com o eixo de magnetização do rotor e outro em quadratura, conforme

$$K_c(\varphi_r) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{N_{c,k}}{2r_c} \left(i_{c,d,k} \text{sen}(pk\varphi_r) + i_{c,q,k} \text{sen} \left(pk \left(\varphi_r - \frac{\pi}{2pk} \right) \right) \right). \quad (3.65)$$

Esta relação é obtida por uma distribuição espacial de espiras, cuja componente de ordem espacial k , $N_{c,k}$, pode ser definida de forma arbitrária. Para validade do cálculo, pode ser atribuído qualquer valor para $N_{c,k}$ desde que os produtos $N_{c,k}i_{c,d,k}$ e $N_{c,k}i_{c,q,k}$ permaneçam constantes. As correntes de eixo direto e em quadratura são calculadas por meio das leis de Faraday e Ohm com a aproximação de que a densidade de corrente na luva é invariável ao longo da posição radial. Com isso, a densidade de corrente é calculada por

$$K_c(\varphi_r) = -\frac{\delta_c}{\rho_c} \frac{\partial A_z}{\partial t}, \quad (3.66)$$

onde ρ_c é a resistividade do material da luva. Uma alternativa para o cálculo das correntes parte da equação que descreve um circuito equivalente desses enrolamentos auxiliares, isto é:

$$0 = R_{c,k}i_{c,d,k} + \frac{d\lambda_{c,d,pm,k}}{dt} + \frac{d\lambda_{c,d,js,k}}{dt} + \frac{d\lambda_{c,d,k}}{dt}, \quad (3.67)$$

$$0 = R_{c,k}i_{c,q,k} + \frac{d\lambda_{c,q,pm,k}}{dt} + \frac{d\lambda_{c,q,js,k}}{dt} + \frac{d\lambda_{c,q,k}}{dt}, \quad (3.68)$$

onde $\lambda_{c,d,pm,k}$ é a k -ésima ordem harmônica especial do fluxo produzido pelos ímãs permanentes que enlaça o enrolamento equivalente de eixo direto, $\lambda_{c,d,js,k}$ é enlace de fluxo devido às correntes de estator, e $\lambda_{c,d,k}$ é o enlace de fluxo devido à corrente do próprio enrolamento de eixo direto. Relação análoga é obtida para o enrolamento equivalente da luva de eixo em quadratura, com $\lambda_{c,q,pm,k}$, $\lambda_{c,q,js,k}$ e $\lambda_{c,q,k}$ sendo as parcelas do enlace de fluxo devido ao ímã, às correntes de estator e à própria corrente do enrolamento equivalente em quadratura, respectivamente. A resistência desses enrolamentos equivalentes, $R_{c,k}$, é calculada para a ordem harmônica espacial

$$R_{c,k} = \frac{\pi l_s \rho_c N_{c,k}^2}{4\delta_c r_c}. \quad (3.69)$$

As equações dinâmicas que definem os circuitos equivalentes podem ser resolvidas por métodos de integração numérica, como o método Runge-Kutta. Deste modo, as equações 3.67 e 3.68 são reescritas na forma $i'_c = f(i_c, t)$, que requer a

definição da indutância própria de cada enrolamento. No caso em que os efeitos das ranhuras são desprezados, essa indutância é invariável com a posição angular do rotor, sendo, assim, constante. Por outro lado, quando existem variações do caminho de relutância durante a operação da máquina, essa indutância deve ser calculada para cada instante e o efeito dessa variação contabilizado na equação dinâmica.

Enfim, a partir da densidade superficial de corrente, o cálculo do potencial vetor magnético em cada região de interesse segue procedimento análogo ao determinado para as correntes de estator.

3.3 SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES

O cálculo dos potenciais vetores magnéticos, derivado na seção anterior para fontes de campo magnético distintas, determina as distribuições de campo magnético nas regiões de interesse a menos das constantes $C_k^{(v)}$ e $D_k^{(v)}$. A solução definitiva do problema requer a formulação de um conjunto de equações lineares a partir das condições de contorno. Assim, a partir da definição do potencial vetor magnético, equação 3.6, as componentes, radial e tangencial, da densidade de fluxo magnético são obtidas como

$$B_r^{(v)}(r, \varphi_s) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \hat{B}_{(c)r,k}^{(v)}(r) \cos(kp\varphi_s), \quad (3.70)$$

onde

$$\hat{B}_{(c)r,k}^{(v)}(r) = \frac{kp}{r} \left[\left(C_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_v} \right)^{kp} + D_k^{(1)} \left(\frac{r}{r_{v-1}} \right)^{-kp} + \hat{A}_{(s)part,k}^{(v)}(r) \right) \right]. \quad (3.71)$$

Para a componente tangencial, tem-se

$$B_\varphi^{(v)}(r, \varphi_s) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \hat{B}_{(s)\varphi,k}^{(v)}(r) \sen(kp\varphi_s), \quad (3.72)$$

onde

$$\hat{B}_{(s)\varphi,k}^{(v)}(r) = - \left[\frac{kp}{r} \left(C_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_v} \right)^{kp} - D_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_{v-1}} \right)^{-kp} \right) + \frac{\partial \left(\hat{A}_{(s)part,k}^{(v)}(r) \right)}{\partial r} \right]. \quad (3.73)$$

Essas equações são organizadas a partir das condições de contorno, definidas pelas equações 3.19 e 3.20 para fronteira entre regiões de interesse. Considerando a ortogonalidade de funções trigonométricas com frequências distintas, não existe acoplamento entre ordens harmônicas espaciais distintas. Deste modo, as equações de contorno resultam em um sistema de equações lineares para cada ordem harmônica. Assim, é possível reescrever as condições de contorno a partir dos coeficientes de k -ésima ordem harmônica espacial, dadas por

$$\frac{\hat{B}_{(s)\varphi,k}^{(v+1)}(r_v)}{\mu^{(v+1)}} - \frac{\hat{B}_{(s)\varphi,k}^{(v)}(r_v)}{\mu^{(v)}} = \hat{K}_{(s)s,k}^{(v)} \quad (3.74)$$

$$\hat{B}_{(c)r,k}^{(v+1)}(r_v) - \hat{B}_{(c)r,k}^{(v)}(r_v) = 0. \quad (3.75)$$

Existem formas de simplificar o problema, permitindo a redução da ordem de grandeza do sistema de equações. Por exemplo, para a definição da formulação matemática até esse ponto, os efeitos das ranhuras foram desprezados. Além disso, a escolha de sistemas de coordenadas alinhados com as fontes de campo magnético permite escrever o potencial vetor em termos da função seno. No Apêndice A é apresentada a formulação e solução do sistema de equações lineares desenvolvido para um problema simplificado. A geometria da máquina síncrona a ímã permanentes é adotada como referência, sendo avaliadas as distribuições de campo para o ímã e para as correntes de armadura.

Desprezar a desmagnetização dos ímãs permanentes e definir as permeabilidades magnéticas como iguais à do ar permite reduzir o número de regiões onde o potencial vetor magnético precisa ser definido. Isso pode ser observado pela equação 3.66, a partir da qual definindo $\mu^{(v+1)} = \mu^{(v)}$ para uma fronteira sem densidade superficial de corrente, têm-se

$$\hat{B}_{(s)\varphi,k}^{(v+1)}(r_v) = \hat{B}_{(s)\varphi,k}^{(v)}(r_v). \quad (3.76)$$

Essas aproximações devem, porém, ser realizadas com cuidado, pois reduzem a capacidade do modelo em representar os efeitos da geometria e dos parâmetros dos materiais sobre o desempenho eletromagnético da máquina. Por outro lado, é possível extrair soluções em forma fechada, dando uma excelente intuição em relação a alguns parâmetros geométricos principais, e como esses afetam o comportamento da máquina elétrica.

3.4 EFEITO DAS RANHURAS

Conforme extensamente discutido na literatura, os desenvolvimentos de novas topologias de máquinas elétricas trazem novos desafios para o projeto desses equipamentos. Existe, deste modo, a necessidade de avaliar fenômenos comumente desprezados. Por exemplo, as ranhuras têm efeito de alterar o caminho de relutância magnética, gerando torques pulsantes que podem ser problemáticos. Assim, o objetivo agora consiste em fundamentar alguns métodos que permitem caracterizar este efeito com maior precisão.

Conforme discutido em (RAMAKRISHNAN *et al.*, 2017), existem diversas metodologias para avaliar tal efeito, cada uma com sua vantagem. Contudo, dentre essas metodologias, a transformação conforme e o método do subdomínio apresentam boa precisão a um custo computacional reduzido.

A transformação conforme é uma ferramenta matemática que utiliza funções complexas para caracterizar propriedades físicas em geometrias complicadas a partir de uma geometria elementar. Gibbs (1958) descreve que o próprio coeficiente de Carter foi a primeira aplicação da transformação conforme em um problema de engenharia. O propósito da transformação conforme é determinar a distribuição de campos entre duas fronteiras equipotenciais, onde as fronteiras apresentam formatos que não permitam resolver equações diferenciais analiticamente. Assim, essa ferramenta permite essa fronteira complexa em outro plano com fronteiras mais amigáveis (ZARKO; BAN; LIPO, 2006; ZHU *et al.*, 1993a). As transformações conforme são funções que mapeiam um ponto em um plano, definido como um número complexo, em um outro plano, também complexo.

Na análise de máquinas elétricas, a transformação conforme de Schwarz-Christoffel (GIBBS, 1958) é adotada para mapear o interior de um polígono fechado definido em um plano cartesiano, plano Z ilustrado na Figura 3.8 (a), abrindo esse polígono ao longo do semiplano superior de outro plano cartesiano, plano W ilustrado na Figura 3.8 (b).

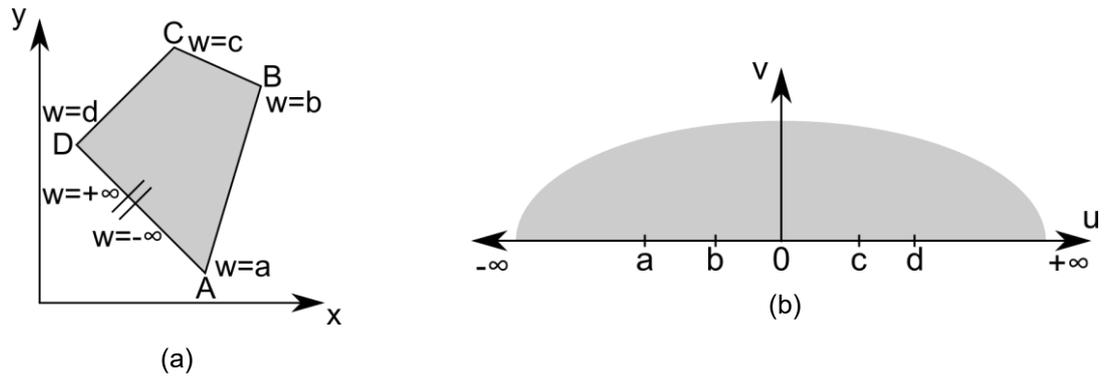


Figura 3.8 – Transformação Schwarz-Christoffel: (a) plano Z ; e (b) plano W (GIBBS, 1958).

Para utilização dessa transformação conforme no âmbito de máquinas elétricas, a geometria da ranhura é simplificada, sendo definida por lados paralelos que se estendem infinitamente (ZHU; HOWE, 1993b). O potencial vetor magnético é calculado no plano definido pela ranhura e o plano uniforme do núcleo do rotor, conforme ilustrado na Figura 3.9. A geometria da ranhura é simplificada considerando que as laterais da abertura da ranhura possuem ângulo constante e se estendem infinitamente. Essa aproximação é justificada uma vez que o aço, cuja permeabilidade é considerada infinita, faz com que o campo decaia rapidamente ao longo da lateral da ranhura à medida que se afasta do raio interno do estator.

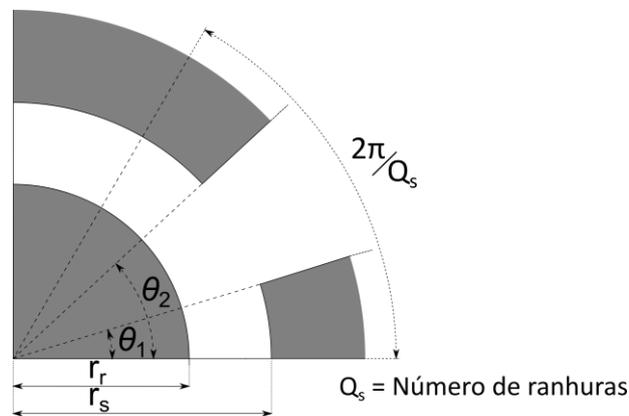


Figura 3.9 – Efeito das ranhuras pela transformação de Schwarz-Christoffel.

A partir da transformação de Schwarz-Christoffel, a distribuição de campo calculada em uma geometria de ranhura pode ser mapeada na geometria ilustrada na Figura 3.10. Para tal, são necessários 5 planos cartesianos e as funções de transformação conforme entre esses planos (ZARKO; BAN; LIPO, 2006).

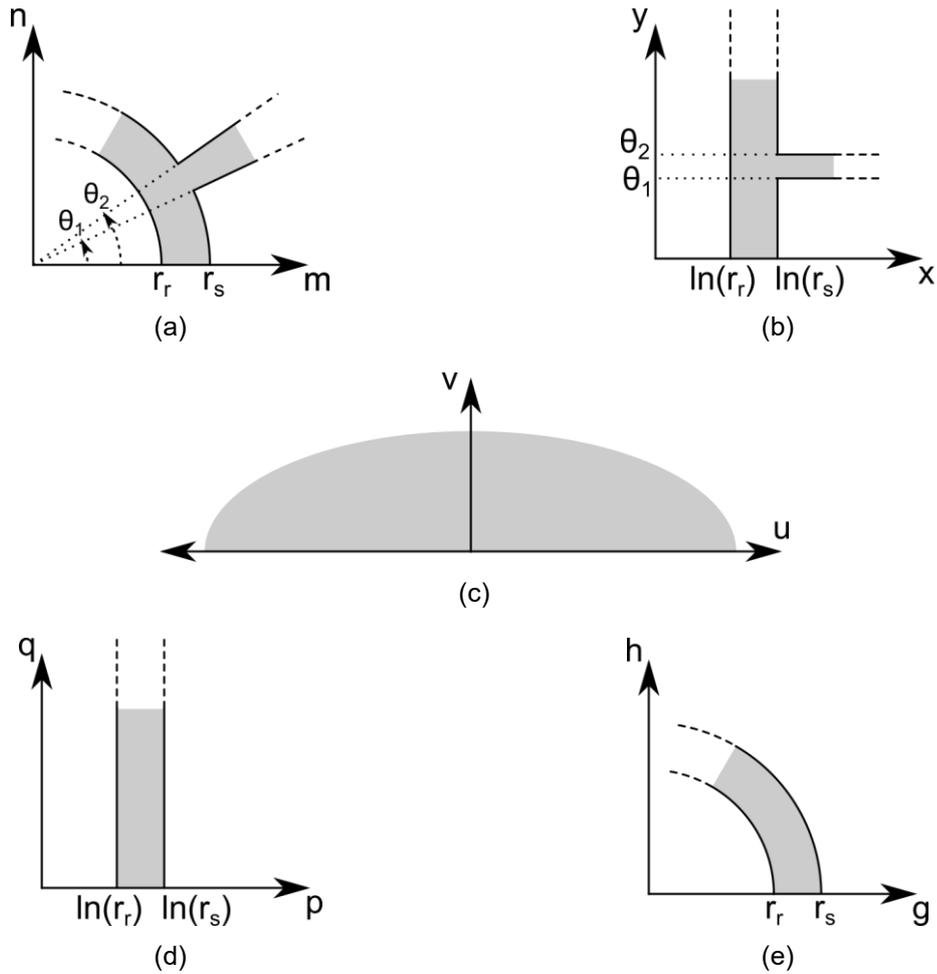


Figura 3.10 - Planos complexos: (a) plano S; (b) plano Z, (c) plano W, (d), plano T, e (e) plano K.

As funções utilizadas para transformar a geometria da máquina entre esses planos complexos são definidas por

- Plano S para o plano Z:

$$s = e^z. \tag{3.77}$$

- Plano W para o plano Z:

$$z = j \frac{g'}{\pi} \left[\ln \left(\frac{1+p}{1-p} \right) - \ln \left(\frac{b+p}{b-p} \right) - 2j \frac{b-1}{\sqrt{b}} \ln \left(\frac{1 - j \left(\frac{p}{\sqrt{b}} \right)}{1 + j \left(\frac{p}{\sqrt{b}} \right)} \right) \right] + C, \tag{3.78}$$

onde

$$s = e^z, \tag{3.79}$$

$$g' = \ln\left(\frac{r_s}{r_r}\right), \quad (3.80)$$

$$b'_o = \theta_2 - \theta_1, \quad (3.81)$$

$$b = \frac{1}{a} = \left[\frac{b'_o}{2g'} + \sqrt{\left(\frac{b'_o}{2g'}\right)^2 + 1} \right]^2, \quad (3.82)$$

$$p = \sqrt{\frac{w-b}{w-a}}, \quad (3.83)$$

$$C = \ln(r_s) + j\theta_2. \quad (3.84)$$

- Plano W para o plano T :

$$t = j\frac{g'}{\pi} \ln(w) + \ln(r_s) + j\frac{\theta_s}{2}. \quad (3.85)$$

- Plano T para o plano K :

$$k = e^t. \quad (3.86)$$

A densidade do fluxo magnético na geometria com ranhura, plano S , é calculada a partir da densidade de fluxo magnético obtida em uma geometria uniforme, plano K , e uma permeância relativa complexa, $\underline{\lambda}$. Essa relação pode ser descrita como

$$\underline{B}_S = B_{S,r} + jB_{S,\varphi} = (B_{K,r} + jB_{K,\varphi})\underline{\lambda}^* = \underline{B}_K \left(\frac{\partial k}{\partial s}\right)^*, \quad (3.87)$$

onde

$$\underline{\lambda} = (\lambda_a + j\lambda_b) = \frac{\partial k}{\partial s} = \frac{\partial k}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial w} \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{k}{s} \frac{(w-1)}{(w-a)^{\frac{1}{2}}(w-b)^{\frac{1}{2}}}, \quad (3.88)$$

Para o cálculo do campo magnético em um ponto no plano S , esse ponto precisa ser mapeado no plano W e K . Assim, esse método não permite solução em forma fechada, pois a relação dada pela transformação conforme não é linear. Mapear o plano W a partir do plano Z pela equação 3.78 requer um método iterativo. Por fim, após a determinação da permeância relativa complexa para a geometria de uma

ranhura, o resultado é estendido para todas as Q_s ranhuras a partir de série de Fourier, definida por

$$\lambda_a = \hat{\lambda}_0 + \sum_{n=1}^{N_\lambda} \hat{\lambda}_{a,n} \cos(nQ_s \varphi), \quad (3.89)$$

$$\lambda_b = \sum_{n=1}^{N_\lambda} \hat{\lambda}_{b,n} \operatorname{sen}(nQ_s \varphi). \quad (3.90)$$

Existem outros aspectos que devem ser bem avaliados quando esse método é adotado. O método iterativo para mapear o plano W a partir do plano Z é não suave, requerendo algoritmos específicos. Também, a transformação conforme, em seu processo de mapear uma geometria com ranhura em outra geometria uniforme, acaba por distorcer superfícies nesse meio (RAMAKRISHNAN *et al.*, 2017). Esse resultado pode implicar em erros para regiões com permeabilidade relativa diferente da do ar. Por fim, a geometria da ranhura é significativamente simplificada, não permitindo avaliar efeitos da sapata do dente.

O método do subdomínio, por sua vez, determina o potencial vetor magnético nas regiões das ranhuras diretamente a partir da equação de Laplace e condições de fronteira apropriadamente definidas. Tal como ilustrado na Figura 3.11, a definição das sub-regiões é também possível apenas a partir de simplificações na geometria. Os lados dessas devem ter ou raio constante ou ângulo constante.

Deste modo, a equação de Laplace é resolvida obedecendo algumas condições de contorno adicionais, dadas por (DUBAS; ESPANET, 2009)

$$H_\varphi^{(4i)}(r_{se}, \varphi_s) = 0 \quad \varphi_s \in \left[\Phi_i - \frac{\beta_{so}}{2}, \Phi_i + \frac{\beta_{so}}{2} \right], \quad (3.91)$$

$$B_r^{(4i)}\left(r, \Phi_i \pm \frac{\beta_{so}}{2}\right) = 0 \quad r \in [r_s, r_{se}], \quad (3.92)$$

onde β_{so} é a abertura angular da ranhura, Φ_i a posição angular da i -ésima ranhura e r_{se} é o raio externo da ranhura.

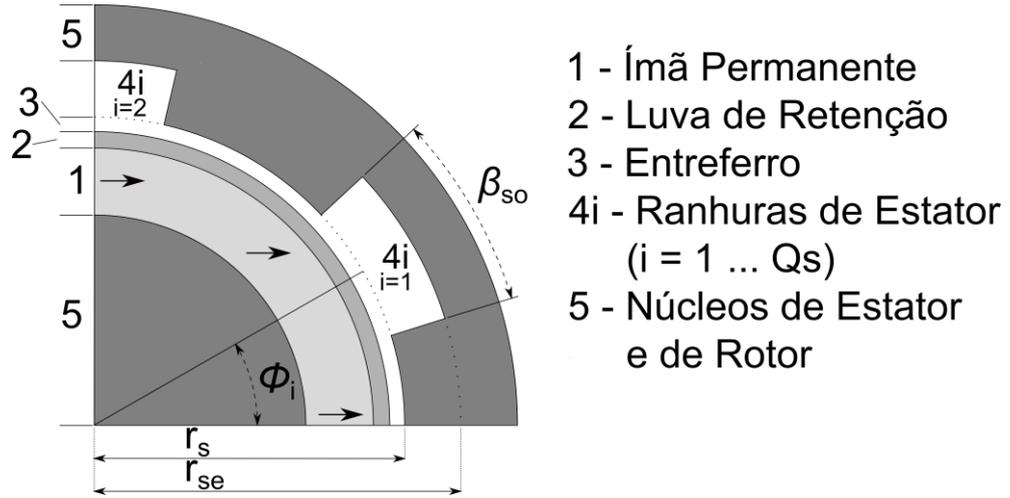


Figura 3.11 - Efeito das ranhuras pelo método do subdomínio.

O resultado para o potencial vetor magnético válido para cada sub-região $v = 4i$, tal que $i = 1, 2, 3, \dots, Q_s$ e Q_s é o número total de ranhuras, é obtido como (WU *et al.*, 2011)

$$A_z^{(4i)}(r, \varphi_s) = \hat{A}_{i,0}^{(4i)} + \sum_n \hat{A}_{i,n}^{(4i)} \cos \left(E_n \left(\varphi_s - \Phi_i + \frac{\beta_{so}}{2} \right) \right), \quad (3.93)$$

$$\hat{A}_{i,0}^{(4i)} = \frac{1}{4} \mu_0 J_{i,0} (2r_{se}^2 \ln(r) - r^2) + Q_{4i}, \quad (3.94)$$

$$\hat{A}_{i,n}^{(4i)} = \left(G_4 \left(\frac{r}{r_{se}} \right)^{E_n} + \left(\frac{r}{r_s} \right)^{-E_n} \right) D_n^{(4i)} + \mu_0 \frac{J_{i,n}}{(E_n^2 - 4)} \left[r^2 - \frac{2}{E_n} r_{se}^2 \left(\frac{r}{r_{se}} \right)^{E_n} \right], \quad (3.95)$$

$$G_4 = \left(\frac{r_s}{r_{se}} \right)^{E_n}, \quad (3.96)$$

$$E_n = \frac{n\pi}{\beta_{so}}. \quad (3.97)$$

A corrente da armadura é caracterizada como uma densidade de corrente, $J_{i,0}$, distribuída uniformemente na ranhura. Também, ranhuras onde são alojadas bobinas de enrolamentos diferentes são caracterizadas pelos parâmetros $J_{i,0}$ e $J_{i,n}$ (WU *et al.*, 2011). Para a configuração ilustrada na Figura 3.12, os parâmetros são calculados para a i -ésima ranhura conforme (WU *et al.*, 2012)

$$J_{i,0} = (J_{i,1} + J_{i,2}) \frac{d}{\beta_{so}}, \quad (3.98)$$

$$J_{i,n} = \frac{2}{n\pi} (J_{i,1} + J_{i,2} \cos(n\pi)) \operatorname{sen} \left(n\pi \frac{d}{\beta_{so}} \right). \quad (3.99)$$

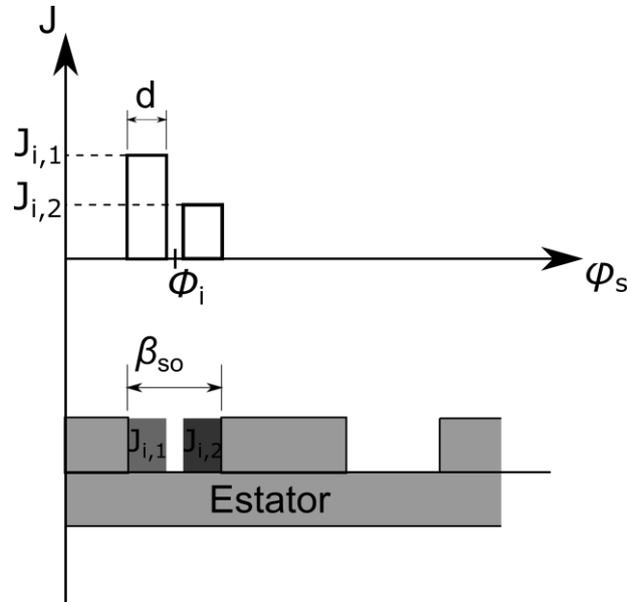


Figura 3.12 – Densidade de corrente para ranhura com duas bobinas no método do subdomínio.

A configuração das bobinas lado a lado, conforme ilustrada na Figura 3.12, é usada nesse trabalho. Porém, conforme discutido em (WU *et al.*, 2011), a formulação é genérica e pode ser alterada visando caracterizar enrolamentos distribuídos. Neste tipo de enrolamento, as bobinas são dispostas em camadas, sendo montadas uma na parte inferior e outra na parte superior da ranhura.

Um ponto forte dessa metodologia é a capacidade de incluir o efeito das ranhuras de forma integrada com o cálculo de campo, diferente da transformação conforme que contabiliza esse efeito em uma etapa posterior. Deste modo, além de não distorcer superfícies de regiões de interesse, efeitos de dispersão são modelados corretamente. Uma desvantagem vem da não possibilidade de definir uma simetria para o rotor, onde o sistema de coordenadas permitia simplificar os termos do potencial vetor magnético (eliminado o termo $\cos(kp\varphi)$ da equação 3.16). Assim, para as regiões cuja solução deriva da equação de Laplace, como o entreferro, tem-se

$$A_z^{(v)}(r, \varphi_s) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[\left(C_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_v} \right)^{kp} + D_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_{v-1}} \right)^{-kp} \right) \text{sen}(kp\varphi_s) + \left(E_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_v} \right)^{kp} + F_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_{v-1}} \right)^{-kp} \right) \text{cos}(kp\varphi_s) \right]. \quad (3.100)$$

As constantes $D_n^{(4i)}$, dadas na equação 3.95 para cada sub-região $4i$, são calculadas conforme as condições de continuidade para as componentes normal e tangencial do campo na fronteira com o entreferro, região 3, definidas como (DUBAS; ESPANET, 2009; WU *et al.*, 2011).

$$B_\varphi^{(3)} = \begin{cases} B_\varphi^{(4i)} & \varphi_s \in \left[\Phi_i - \frac{\beta_{so}}{2}, \Phi_i + \frac{\beta_{so}}{2} \right], \\ 0 & \text{restante} \end{cases} \quad (3.101)$$

onde

$$A_z^{(3)} = A_z^{(4i)} \quad \varphi_s \in \left[\Phi_i - \frac{\beta_{so}}{2}, \Phi_i + \frac{\beta_{so}}{2} \right]. \quad (3.102)$$

As condições de contorno são definidas por funções com intervalos distintos, sendo uma contínua ao longo de toda a superfície e outra definida apenas nas regiões das ranhuras. Para resolver essas condições de contorno, as funções devem ser definidas em um mesmo intervalo, sendo, então, necessária a expansão por série de Fourier. Para a equação 3.101, a função do lado direito é expandida ao longo do intervalo $[0, 2\pi]$, isto é

$$\begin{aligned} B_\varphi^{(4i)}(r_s, \varphi_s) &= B_{\varphi,0}^{(4i)} + \sum_n B_{\varphi,n}^{(4i)} \text{cos} \left(E_n \left(\varphi_s - \Phi_i + \frac{\beta_{so}}{2} \right) \right) \\ &= \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[\hat{A}_k^{(4S)} \text{sen}(k\varphi_s) + \hat{B}_k^{(4S)} \text{cos}(k\varphi_s) \right], \end{aligned} \quad (3.103)$$

onde

$$B_{\varphi,0}^{(4i)} = -\frac{1}{2} \mu_0 J_{i,0} \left(\frac{r_{se}^2 - r_s^2}{r_s} \right) \quad (3.104)$$

$$B_{\alpha,n}^{(3i)} = -\frac{E_n}{r_s} (G_4^2 - 1) D_n^{(4i)} - \frac{2\mu_0}{r_s} \frac{J_{i,n}}{(E_n^2 - 4)} (r_s^2 - r_{se}^2 G_4). \quad (3.105)$$

Deste modo, tem-se

$$\hat{A}_k^{(4S)} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \sum_i B_\varphi^{(4i)} \text{sen}(k\varphi_s) d\varphi = \sum_i \sum_n B_{\alpha,n}^{(4i)} \xi_i + \sum_i B_{\alpha,0}^{(4i)} \xi_{i0}, \quad (3.106)$$

$$\hat{B}_k^{(4S)} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \sum_i B_\varphi^{(4i)} \text{cos}(k\varphi_s) d\varphi = \sum_i \sum_n B_{\alpha,n}^{(4i)} \eta_i + \sum_i B_{\alpha,0}^{(4i)} \eta_{i0}, \quad (3.107)$$

onde

$$\xi_i(n, k) = \frac{k \left(\text{cos}(n\pi) \text{cos} \left(k\Phi_i + k \frac{\beta_{so}}{2} \right) - \text{cos} \left(k\Phi_i - k \frac{\beta_{so}}{2} \right) \right)}{\pi((E_n)^2 - (k)^2)}, \quad (3.108)$$

$$\eta_i(n, k) = - \frac{k \left(\text{cos}(n\pi) \text{sen} \left(k\Phi_i + k \frac{\beta_{so}}{2} \right) - \text{sen} \left(k\Phi_i - k \frac{\beta_{so}}{2} \right) \right)}{\pi((E_n)^2 - (k)^2)}, \quad (3.109)$$

$$\eta_{i0}(k) = \frac{2}{k\pi} \text{cos}(k\Phi_i) \text{sen} \left(k \frac{\beta_{so}}{2} \right), \quad (3.110)$$

$$\eta_{i0}(k) = \frac{2}{k\pi} \text{cos}(k\Phi_i) \text{sen} \left(k \frac{\beta_{so}}{2} \right). \quad (3.111)$$

De forma análoga, a condição de contorno descrita pela equação 3.102 é avaliada a partir da expansão do potencial vetor magnético do entreferro ao longo do intervalo das ranhuras. Na fronteira entre entreferro e estator, este é escrito como

$$\begin{aligned} A_z^{(3)}(r_s, \varphi) &= \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[(C_k^{(3)} + D_k^{(3)} G_3) \text{sen}(k\varphi_s) + (E_k^{(3)} + F_k^{(3)} G_3) \text{cos}(k\varphi_s) \right] \\ &= \hat{A}_{i,0}^{(3i)} + \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \hat{A}_{i,n}^{(3i)} \text{cos} \left(E_n \left(\varphi_s - \Phi_i + \frac{\beta_{so}}{2} \right) \right), \end{aligned} \quad (3.112)$$

onde

$$G_3 = \left(\frac{r_{sl}}{r_s} \right)^k. \quad (3.113)$$

Assim,

$$\hat{A}_{i,0}^{(3i)} = \frac{1}{\beta_{so}} \int_{\Phi_i - \beta_{so}/2}^{\Phi_i + \beta_{so}/2} A_z^{(3)} d\varphi, \quad (3.114)$$

$$\hat{A}_{i,n}^{(3i)} = \frac{2}{\beta_{so}} \int_{\Phi_i - \beta_{so}/2}^{\Phi_i + \beta_{so}/2} A_z^{(3)} \cos \left(E_n \left(\varphi_s - \Phi_i + \frac{\beta_{so}}{2} \right) \right) d\varphi. \quad (3.115)$$

Cujo resultado é dado por

$$\hat{A}_{i,0}^{(3i)} = \sum_k \left[\left(C_k^{(3)} + D_k^{(3)} G_3 \right) \tau_{i0} + \left(E_k^{(3)} + F_k^{(3)} G_3 \right) \sigma_{i0} \right], \quad (3.116)$$

$$\hat{A}_{i,n}^{(3i)} = \sum_k \left[\left(C_k^{(3)} + D_k^{(3)} G_3 \right) \tau_i + \left(E_k^{(3)} + F_k^{(3)} G_3 \right) \sigma_i \right], \quad (3.117)$$

onde

$$\tau_{i0}(k) = \frac{\pi}{\beta_{so}} \xi_{i0}(k), \quad (3.118) \quad \sigma_{i0}(k) = \frac{\pi}{\beta_{so}} \eta_{i0}(k), \quad (3.119)$$

$$\tau_i(n, k) = \frac{2\pi}{\beta_{so}} \xi_i(n, k), \quad (3.120) \quad \sigma_i(n, k) = \frac{2\pi}{\beta_{so}} \eta_i(n, k). \quad (3.121)$$

Além das vantagens já discutidas, essa metodologia permite representar geometrias mais complexas, incluindo o dente da ranhura. Para tal, basta definir apropriadamente mais sub-regiões, como ilustrado na Figura 3.13. É possível também caracterizar enrolamentos em camada dupla, ou até mesmo definir um subdomínio com ímã permanente em parte da ranhura e densidade de corrente em outra (BOUGHRARA; LUBIN; IBTIOUEN, 2013a).

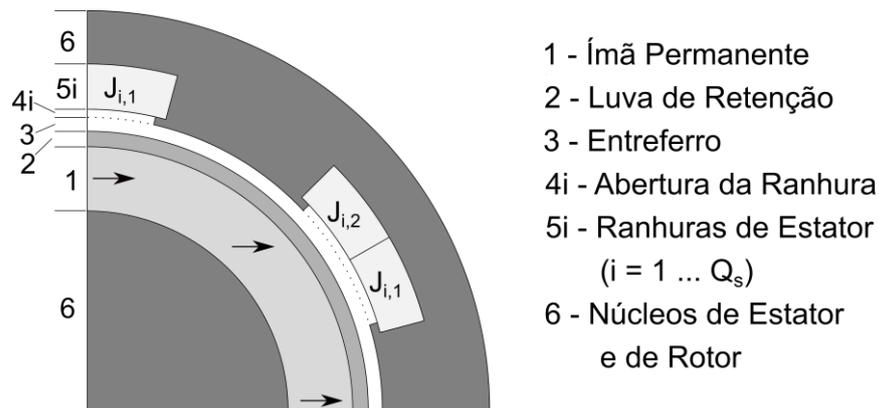


Figura 3.13 - Método do subdomínio para sapata do dente das ranhuras.

A definição do subdomínio da ranhura exige a simplificação da geometria, na qual as fronteiras devem ser definidas com simetria polar (ângulo constante ou raio

constante). Porém, a solução obtida formalmente da equação diferencial possui excelentes resultados quando comparados com soluções numéricas.

3.5 MODELO PARA PERMEABILIDADE NÃO HOMOGENEA

Além de uma extensa revisão bibliográfica, o presente trabalho desenvolveu uma nova metodologia analítica para cálculo de campo onde a região de interesse apresenta a permeabilidade relativa variando com a posição angular (MENDONÇA; MAIA; CARDOSO FILHO, 2018; MENDONÇA; MAIA; CARDOSO FILHO, 2020). Com a formulação proposta, é possível representar efeitos de saturação ao longo do comprimento tangencial de uma região da máquina elétrica.

Dentro do contexto do método Maxwell-Fourier, a formulação proposta adota a mesma formulação, sendo a alteração realizada a partir das condições de contorno. Na região onde a permeabilidade magnética varia ao longo do comprimento do arco, é desprezada a variação da permeabilidade em função da posição radial, sendo considerada apenas a variação ao longo do comprimento tangencial. Também, são desprezadas as fontes de campo magnético, sendo a equação diferencial para o potencial vetor magnético aproximada por

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu(\varphi)} \nabla \times \mathbf{A} \right) \approx -\frac{1}{\mu(\varphi)} \nabla^2 \mathbf{A} = 0, \quad (3.122)$$

onde $\mu(\varphi)$ é a permeabilidade magnética, definida em função da componente tangencial. Com isso, as soluções para o potencial vetor magnético são obtidas conforme descrito pelo método Maxwell-Fourier. As condições de contorno para a componente tangencial podem ser reavaliadas em termos da densidade de fluxo magnético como

$$\frac{B_{\varphi}^{(v+1)}}{\mu_r(\varphi)} = B_{\varphi}^{(v)}, \quad (3.123)$$

$$\frac{B_{\varphi}^{(v+1)}}{\mu_r(\varphi)} = \frac{B_{\varphi}^{(v)} - B_{rem,\varphi}}{\mu_{rrec}}, \quad (3.124)$$

onde $\mu_r(\varphi)$ é a permeabilidade relativa. Desprezando densidades superficiais de corrente, a equação 3.123 é adota para interface com um meio cuja permeabilidade é igual à do ar, μ_0 , e a equação 3.124 para interface com uma região com magnetização

remanescente e permeabilidade relativa de recuo, definidos por B_{rem} e μ_{rrec} , respectivamente.

Em uma primeira aproximação, os efeitos das ranhuras são desprezados e a formulação é definida para o sistema de coordenadas orientado. A formulação geral, onde são contabilizados os efeitos da ranhura e de correntes parasitas, é apresentada no Apêndice A.

A variável angular do sistema de coordenadas do rotor, φ_r , é orientado com o eixo magnético do ímã permanente. Nesse sistema, a permeabilidade relativa é descrita a partir de uma série de Fourier conforme

$$\mu_r(\varphi_r) = \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} \hat{\mu}_{r,m} \cos(2mp\varphi_r). \quad (3.125)$$

Também, a componente tangencial da densidade de fluxo magnético, obtida a partir do potencial vetor magnético, dada pela equação 3.6, pode ser escrita em termos gerais por

$$B_{\varphi}^{(v)}(r, \varphi_r) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \hat{B}_{\varphi,k}^{(v)}(r) \text{sen}(kp\varphi_r). \quad (3.126)$$

Assim, reescrevendo a equação 3.123, tem-se

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \hat{B}_{\varphi,k}^{(v+1)}(r_v) \text{sen}(kp\varphi_r) \\ &= \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} \hat{\mu}_{r,m} \cos(2mp\varphi_r) \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \hat{B}_{\varphi,k}^{(v)}(r_v) \text{sen}(np\varphi_r). \end{aligned} \quad (3.127)$$

Por questão de generalidade, os índices das séries de Fourier foram definidos por variáveis distintas. Como regra geral, os coeficientes de Fourier da solução podem ser determinados estendendo a função definida no contorno ao longo do período dessa solução (BOYCE; DIPRIMA, 2006). Assim, restringindo a solução na região $(v + 1)$ à condição de contorno em r_v , isto é

$$B_{\varphi}^{(v+1)}(r_v, \varphi) = f(\varphi). \quad (3.128)$$

Os coeficientes $\hat{B}_{\varphi,k}^{(v+1)}$ podem ser calculados por

$$\hat{B}_{\varphi,k}^{(v+1)}(r_v) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi) \text{sen}(kp\varphi_r) d\varphi. \quad (3.129)$$

Esse procedimento é, então, utilizado para o cálculo das constantes $\hat{B}_{\varphi,k}^{(v+1)}$ a partir da equação 3.127, que pode ser reorganizada para

$$\begin{aligned} & \hat{B}_{\varphi,k}^{(v+1)}(r_v) \\ &= \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\hat{\mu}_{r,m} \hat{B}_{\varphi,n}^{(v)}(r_v)}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos(2mp\varphi_r) \text{sen}(np\varphi_r) \text{sen}(kp\varphi_r) d\varphi. \end{aligned} \quad (3.130)$$

A integral no termo à direita da equação 3.130 é resolvida para condições específicas dos índices m , n e k . Reorganizando as relações trigonométricas, os resultados estão sumarizados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Relação dos índices harmônicos espaciais para solução não-nula da equação 3.125.

Condição	Relação dos índices	Resultado da integral
1	$k - n - 2m = 0$	$\pi/2$
2	$k - n + 2m = 0$	$\pi/2$
3	$k + n - 2m = 0$	$-\pi/2$

O mesmo procedimento pode ser estendido para a condição de contorno descrita pela equação 3.124, sendo assim rearranjada para

$$\begin{aligned} & \hat{B}_{\varphi,k}^{(v+1)}(r_v) \\ &= \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\hat{\mu}_{r,m} \hat{B}_{\varphi,i}^{(v)}(r_v)}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos(2mp\varphi_r) \text{sen}(ip\varphi_r) \text{sen}(kp\varphi_r) d\varphi \\ &- \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} \sum_{l=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\hat{\mu}_{r,m} \hat{B}_{rem,\varphi,l}}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos(2mp\varphi_r) \text{sen}(lp\varphi_r) \text{sen}(kp\varphi_r) d\varphi. \end{aligned} \quad (3.131)$$

A relação dos índices harmônicos espaciais, também redefinidos na equação 3.131 por questão de generalidade, também pode ser derivada a partir dos resultados apresentados na Tabela 3.1, bastando substituir n por i ou l . Deste modo, as equações de fronteira entre regiões, onde uma possui uma permeabilidade que varia na direção circunferencial, podem ser definidas genericamente como

$$\hat{B}_{\varphi,k}^{(v+1)}(r_v) = \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{\hat{\mu}_{r,m}}{2} \left(\hat{B}_{\varphi,k-2m}^{(v)}(r_v) + \hat{B}_{\varphi,k+2m}^{(v)}(r_v) - \hat{B}_{\varphi,2m-k}^{(v)}(r_v) \right), \quad (3.132)$$

$$\begin{aligned} \hat{B}_{\varphi,k}^{(v+1)}(r_v) = & \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{\hat{\mu}_{r,m}}{2} \left(\hat{B}_{\varphi,k-2m}^{(v)}(r_v) + \hat{B}_{\varphi,k+2m}^{(v)}(r_v) - \hat{B}_{\varphi,2m-k}^{(v)}(r_v) \right) \\ & - \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{\hat{\mu}_{r,m}}{2} \left(\hat{B}_{rem,\varphi,k-2m} + \hat{B}_{rem,\varphi,k+2m} - \hat{B}_{rem,\varphi,2m-k} \right). \end{aligned} \quad (3.133)$$

As equações são gerais, válidas para qualquer perfil harmônico espacial da permeabilidade relativa. No caso em que esta permeabilidade é constante, com $m = 0$, as relações se reduzem às condições de contorno conforme discutido na Seção 3.3. Outro ponto relevante está no aparecimento da relação entre índices harmônicos de ordens distintas. Assim, mesmo em máquinas com fontes que produzem campos senoidais puros, a distribuição espacial do campo magnético no entreferro poderá ter um perfil harmônico espacial distinto.

3.6 GRANDEZAS DERIVADAS

Após o cálculo dos campos magnéticos nas regiões de interesse, a máquina é geralmente caracterizada em termos do torque produzido e a força eletromotriz gerada.

O torque produzido é obtido a partir da teoria de Maxwell, que permite calcular a força total em um corpo submetido a um campo eletromagnético. Para tal, o tensor das tensões de Maxwell é avaliado em uma superfície que compreende o corpo em questão. De forma genérica, força total é dada por (GIERAS, 2009):

$$\mathbf{F} = \iint \left[\frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) - \frac{1}{2\mu_0} |\mathbf{B}|^2 \mathbf{n} \right] dS, \quad (3.134)$$

onde \mathbf{n} é o vetor normal à superfície S e \mathbf{B} é o vetor densidade de fluxo na superfície. A força eletromagnética calculada pela equação 3.134 possui duas componentes, uma radial e uma tangencial à superfície de integração. Essa superfície é convenientemente definida como uma superfície cilíndrica localizada no raio médio do entreferro. Assim, a componente tangencial é utilizada para o cálculo do torque eletromagnético desenvolvido, sendo calculado por (ZARKO; BAN; LIPO, 2008):

$$T = \frac{1}{\mu_0} l_s r^2 \int_0^{2\pi} B_r^{(3)}(r, \varphi) B_\varphi^{(3)}(r, \varphi) d\varphi, \quad (3.135)$$

onde l_s é o comprimento axial da máquina e r é o raio da superfície de integração.

Assim, de forma genérica, a partir da definição do potencial vetor magnético, dado pela equação 3.100, o torque pode ser calculado por uma superfície definida no ponto médio do entreferro a partir da densidade de fluxo, isto é

$$B_r^{(3)}(r, \varphi_s) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[\frac{k}{r} \left(C_k^{(3)} \left(\frac{r}{r_s} \right)^k + D_k^{(3)} \left(\frac{r}{r_{sl}} \right)^{-k} \right) \cos(k\varphi_s) - \frac{k}{r} \left(E_k^{(3)} \left(\frac{r}{r_s} \right)^k + F_k^{(3)} \left(\frac{r}{r_{sl}} \right)^{-k} \right) \sin(k\varphi_s) \right], \quad (3.136)$$

$$B_\varphi^{(3)}(r, \varphi) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[-\frac{k}{r} \left(C_k^{(3)} \left(\frac{r}{r_s} \right)^k - D_k^{(3)} \left(\frac{r}{r_{sl}} \right)^{-k} \right) \sin(k\varphi_s) - \frac{k}{r} \left(E_k^{(3)} \left(\frac{r}{r_s} \right)^k - F_k^{(3)} \left(\frac{r}{r_{sl}} \right)^{-k} \right) \cos(k\varphi_s) \right]. \quad (3.137)$$

Assim, o torque é calculado por

$$T = \frac{\pi l_s}{\mu_0} \sum_k k^2 \left[-\left(C_k^{(3)} \left(\frac{r_{ag}}{r_s} \right)^k + D_k^{(3)} \left(\frac{r_{ag}}{r_{sl}} \right)^{-k} \right) \left(C_k^{(3)} \left(\frac{r_{ag}}{r_s} \right)^k - D_k^{(3)} \left(\frac{r_{ag}}{r_{sl}} \right)^{-k} \right) + \left(E_k^{(3)} \left(\frac{r_{ag}}{r_s} \right)^k + F_k^{(3)} \left(\frac{r_{ag}}{r_{sl}} \right)^{-k} \right) \left(E_k^{(3)} \left(\frac{r_{ag}}{r_s} \right)^k - F_k^{(3)} \left(\frac{r_{ag}}{r_{sl}} \right)^{-k} \right) \right]. \quad (3.138)$$

Para tal, as constantes $C_k^{(3)}$, $D_k^{(3)}$, $E_k^{(3)}$ e $F_k^{(3)}$ são determinadas pelo sistema de equações lineares estabelecido para as fontes de interesse. Pelo princípio da superposição, as contribuições de cada fonte podem ser avaliadas individualmente e somadas.

Para o cálculo da força eletromotriz, é necessário primeiro calcular os enlaces de fluxo. Utilizando a definição do potencial vetor magnético, equação 3.6, o fluxo que enlaça uma espira genérica no estator pode ser simplificada a partir do teorema de Stokes, conforme

$$\Phi = \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \iint_S \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}. \quad (3.139)$$

A espira a passo pleno em questão define uma superfície aberta S com contorno C , conforme ilustrado na Figura 3.14.

Considerando que existe apenas componente do potencial vetor magnético na direção axial, A_z , e pela simetria das grandezas eletromagnéticas, $A_z(r, \varphi) = -A_z\left(r, \varphi + \frac{\pi}{p}\right)$, a integral ao longo do contorno de uma espira pode ser simplificada para

$$\Phi = \oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = 2l_s A_z(r, \varphi). \quad (3.140)$$

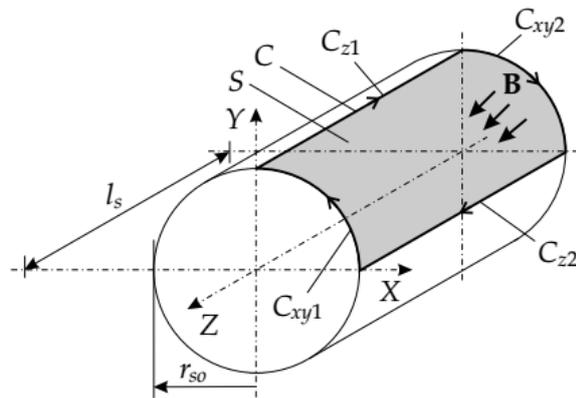


Figura 3.14 - Contorno definido por espira genérica no estator (HOLM, 2003).

Utilizando o fluxo em uma espira, o enlace de fluxo é calculado a partir da distribuição espacial do enrolamento, como, por exemplo, para a fase a tem-se

$$\lambda_{s,a}(r, \theta) = \int_0^{\pi} n_{s,a}(\varphi_s) \Phi(r, \varphi_s) d\varphi_s = 2l_s \int_0^{\pi} n_{s,a}(\varphi_s) A_z(r, \varphi_s) d\varphi_s. \quad (3.141)$$

Com essa relação, e estendendo o procedimento para as demais fases, é possível relacionar um conjunto de equações para enlaces de fluxo nas três fases de uma máquina trifásica pelo campo produzido pelo ímã permanente, isto é

$$\lambda_{s,a}(r, \theta) = \pi l_s \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{N_{s,k}}{2} \left(C_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_s} \right)^k + D_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_{sl}} \right)^{-k} \right) \cos(kp\theta), \quad (3.142)$$

$$\lambda_{s,b}(r, \theta) = \pi l_s \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{N_{s,k}}{2} \left(C_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_s} \right)^k + D_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_{sl}} \right)^{-k} \right) \cos \left(kp \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right), \quad (3.143)$$

$$\lambda_{s,b}(r, \theta) = \pi l_s \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{N_{s,k}}{2} \left(C_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_s} \right)^k + D_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_{sl}} \right)^{-k} \right) \cos \left(kp \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right). \quad (3.144)$$

O cálculo do enlace de fluxo em máquinas com ranhura é obtido a partir dos campos na superfície interna do estator, definindo $r = r_s$. Por outro lado, em máquinas sem ranhuras, o campo varia ao longo da posição radial da região dos enrolamentos. Neste caso, é comum determinar o enlace de fluxo pelos campos no raio médio dos enrolamentos do estator, isto é

$$r = \frac{r_w + r_s}{2}. \quad (3.145)$$

Novamente, as constantes $C_k^{(v)}$, $D_k^{(v)}$, $E_k^{(v)}$ e $F_k^{(v)}$ são obtidas para a máquina sem carga, considerando apenas o ímã permanente. Para avaliação dos enlaces de fluxo pelos campos produzidos pelas correntes de estator, a configuração da máquina deve ser levada em consideração. Para máquinas sem ranhuras, o resultado pode ser obtido em (BORISAVLJEVIC, 2013), e para máquina com ranhuras representada pela densidade superficial de corrente, o resultado é discutido em (POLINDER, 1998).

Quando o efeito da ranhura é considerado por meio do método do subdomínio, o enlace de fluxo pode ser avaliado a partir da integral do potencial vetor magnético ao longo da área ocupada pelas espiras na ranhura. O enlace de fluxo em um dos lados da bobina é calculado por (WU *et al.*, 2011)

$$\lambda_i = \int_{\Phi_i - \frac{\beta_{so}}{2}}^{\Phi_i + \frac{\beta_{so}}{2}} A_z^{(4i)} d\varphi_s r dr, \quad (3.146)$$

$$\lambda_i = l_s \left(\frac{N}{S_{sl}} \right) Z_{f0} \beta_{so}, \quad (3.147)$$

onde S_{sl} é a área da ranhura e Z_{f0} é escrito como

$$Z_{f0} = Q_{4i} \left(\frac{r_{se}^2 - r_s^2}{2} \right) + \frac{\mu_0 J_{i,0}}{16} (4r_{se}^4 \ln(r_{se}) - 4r_{se}^2 r_s^2 \ln(r_s) - 3r_{se}^4 + 2r_{se}^2 r_s^2 + r_s^4). \quad (3.148)$$

O enlace de fluxo total em cada enrolamento é obtido pela soma dos enlaces de fluxos associados a cada lado do enrolamento correspondente. O termo Q_{4i} , na equação 3.148, é calculado a partir das condições de contorno.

3.7 METODOLOGIA DE CÁLCULO, SOFTWARES UTILIZADOS E RECURSO COMPUTACIONAL

A solução para o cálculo de distribuição de campo magnético pelo método Maxwell-Fourier é obtida a partir do sistema de equações lineares, conforme apresentado na Seção 3.3. Para problemas mais simples, nos quais as propriedades dos materiais são aproximadas e a geometria simplificada, é possível obter soluções em forma fechada (POLINDER, 1998; ZHU; HOWE; CHAN, 2002). Porém, em geral, a solução das constantes de integração é obtida numericamente. Por essa razão, o método Maxwell-Fourier também é denominado como método semianalítico (HANNON *et al.*, 2019). A formulação e solução dos modelos tratados nesta tese de doutorado são realizados no *software* MATLAB (MATLAB, 2020).

A validação dos resultados é obtida por métodos numéricos. Para tal, é utilizado o método dos elementos finitos, ferramenta já consagrada na análise de problemas eletromagnéticos envolvendo geometrias complexas e propriedades não lineares de materiais. Dentre os *softwares* disponíveis para a análise desse tipo de problema, o *FEMM – Finite Element Method Magnetics* é escolhido pela capacidade de cálculo e por ser uma ferramenta livre (MEEKER, 2020).

O FEMM fornece a solução para problemas eletromagnéticos em regime permanente. Para problemas que envolvem campos magnéticos variando no tempo, o cálculo do potencial vetor é obtido para uma componente harmônica a partir da transformada fasorial.

A discretização da região do problema é feita de forma automática pelo FEMM. Para as geometrias tratadas nesta tese de doutorado, a qualidade da malha na região do entreferro apresenta uma grande correlação com a qualidade do resultado, avaliada por testes de convergência de malha. Além disso, com a geometria do

entreferro definida por segmentos de arcos, a qualidade da malha está relacionada com a discretização desses segmentos de arcos (parâmetro *maxseg*, em graus). Esse parâmetro indica o ângulo máximo dos segmentos de reta usados para discretizar o arco, para o qual, a escolha de um valor menor que um grau fornece um excelente resultado.

O recurso computacional adotado para a realização das simulações consiste em um *notebook* Samsung série 5 NP550P5C-AD1, com processador Intel® Core™ i7-3630QM @ 2,4 GHz. Memória RAM de 8 GB DDR3 @ 1600 MHz. Sistema operacional Windows de 64 bits.

3.8 CONCLUSÕES.

Neste capítulo foram delineadas as principais metodologias para cálculo das distribuições espaciais de campos magnéticos em máquinas elétricas. A partir dessas distribuições, é possível obter grandezas como torque e enlace de fluxo. O método de Maxwell-Fourier, baseado na solução formal das equações de Maxwell, apresenta um excelente compromisso entre exatidão do resultado e custo computacional. Constitui assim, uma ferramenta para análise e projeto de máquinas elétricas não convencionais.

O método Maxwell-Fourier vem sendo desenvolvido e ainda possui grande interesse acadêmico. Com as aproximações em termos da geometria da máquina e das propriedades, é possível definir a forma adequada para utilizar o método de acordo com o interesse da análise.

Foi apresentada também uma nova formulação, proposta dentro desta tese de doutorado. A metodologia desenvolvida permite estender a capacidade do método Maxwell-Fourier, caracterizando a saturação magnética em uma região de interesse. A metodologia utilizada para a adoção desta nova formulação será descrita no próximo capítulo, no qual essa é usada para análise de um protótipo de máquina de alta rotação.

4 MODELO ANALÍTICO APLICADO A UM PROTÓTIPO DE MSIP DE ALTA ROTAÇÃO

4 MODELO ANALÍTICO APLICADO A UM PROTÓTIPO DE MSIP DE ALTA ROTAÇÃO

A definição do ponto referencial para alta rotação está sujeita a discussões, aparecendo divergências entre autores na literatura. Dentre os aspectos discutidos, é observado que não apenas a velocidade de rotação, mas também a faixa de potência implicam em cuidados com relação ao projeto, fabricação e operação dessas máquinas. Uma forma de conjugar esses dois parâmetros é a partir da velocidade tangencial, sendo a alta rotação definida para velocidades a partir de 100 m/s. De modo similar, uma figura de mérito alternativa busca também traduzir esse conceito, a partir da qual máquinas com $\text{rpm}\sqrt{kW}$ acima de 1×10^5 são consideradas de alta rotação (GERADA *et al.*, 2014).

Máquinas de alta rotação, em comparação com projetos convencionais, permitem a obtenção de elevadas densidades de potência e de torque. Além disso, a solução de um acionamento com acoplamento direto, eliminando a caixa de transmissão, traz ganhos em termos de eficiência e confiabilidade ao sistema (CUPERTINO *et al.*, 2018; UZHEGOV *et al.*, 2017). Com isso, é significativo o interesse em máquinas de alta rotação para aplicações como equipamentos médicos, sistemas de geração e armazenamento de energia (HOLM; POLINDER; FERREIRA, 2007; MAIA *et al.*, 2016) e máquinas para usinagem de precisão (TENCONI; VASCHETTO; VIGLIANI, 2014).

Nessa faixa de operação, existe uma predominância de algumas topologias de máquinas elétricas. As máquinas síncronas a ímã permanente são adotadas quando existe uma prioridade quanto ao desempenho eletromagnético, pois oferecem maior densidade de potência e eficiência (UZHEGOV *et al.*, 2017). As desvantagens dessa topologia são relativas ao custo dos ímãs de terras raras, pela elevada flutuação, e maior cuidado exigido para o projeto térmico, visando evitar desmagnetização. Máquinas de indução possuem uma estrutura robusta, principalmente quando da utilização do rotor sólido, requerem menos manutenção e tem capacidade superior para operar com potência constante em ampla faixa de velocidade através do enfraquecimento de campo (GERADA *et al.*, 2011). Por fim, máquinas de relutância variável são consideradas quando custo e robustez são críticos (GILSON *et al.*, 2016).

Para máquinas de alta rotação, as etapas de projeto e fabricação são críticas. Para atingir as condições nominais de operação de forma segura, é necessário avaliar fenômenos comumente desprezados em máquinas padrão, operando com frequência de 50 ou 60 Hz. Existe um aumento considerável das perdas de origem elétrica, tanto por efeito Joule nos condutores quanto por correntes parasitas no núcleo e nos ímãs permanentes, que são proporcionais à frequência de operação (ZHANG *et al.*, 2020). Além disso, é crucial avaliar a dinâmica do rotor, caracterizando os modos de ressonância e identificando as fontes de oscilação de torque (SHEN; QIN; WANG, 2018).

O método Maxwell-Fourier constitui em uma excelente ferramenta para análise de máquinas elétricas, sendo ainda foco de desenvolvimento (FAIZ; HASSANZADEH; KIYOUUMARSI, 2019; JABBARI; DUBAS, 2020). Este capítulo apresenta a adoção do método Maxwell-Fourier para análise de uma máquina síncrona a ímã permanente de alta rotação. Para tal, a formulação desenvolvida nesta tese é aplicada para avaliar o efeito da luva de retenção sobre o desempenho eletromagnético da máquina. A luva de retenção, utilizada para proteger o ímã contra cargas de ruptura, apresentou desvio na propriedade magnética durante a fabricação do protótipo, causando um aumento da permeabilidade relativa e subsequente saturação (MAIA, 2016). Esse desvio altera o acoplamento magnético entre rotor e estator, mudando o perfil das tensões induzidas e do torque pulsante da máquina.

4.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA E CARACTERIZAÇÃO DO PROTÓTIPO

A exatidão do método Maxwell-Fourier depende das aproximações adotadas, principalmente em termos das propriedades dos materiais e geometria da máquina. Muitas dessas aproximações podem ser escolhidas conforme o interesse do problema, mas existem algumas que são necessárias por um limite do método, ou uma incapacidade de representar certos aspectos da máquina elétrica. Por essa razão, muito do desenvolvimento recente relativo ao método Maxwell-Fourier é realizado no sentido de reduzir essas restrições.

A formulação desenvolvida neste trabalho é proposta nesse sentido, cuja elaboração é fundamentada na análise de um gerador síncrono a ímã permanente de alta rotação. Essa máquina faz parte de um projeto de sistema de armazenamento de

energia a ar comprimido de pequena escala (micro-CAES, na sigla em inglês). O sistema foi construído a partir de um conjunto turbocompressor automotivo convencional, onde premissas como custo reduzido e elevada densidade de potência foram determinantes. O gerador de alta rotação, o compressor e a turbina são montados no mesmo eixo, tal como ilustrado no modelo tridimensional ilustrativo na Figura 4.1 (a). O protótipo construído é ilustrado na Figura 4.1 (b).



Figura 4.1 – Sistema micro-CAES de alta rotação: (a) modelo tridimensional; e (b) protótipo construído.

Primeiramente, a utilização de uma máquina síncrona a ímãs permanentes constitui a melhor solução em termos de densidade de potência e eficiência. Essa topologia oferece, também, uma maior liberdade geométrica para a fabricação dos rotores (MORIMOTO, 2007; ZWYSSIG *et al.*, 2005). Visando fabricação e montagem mais simples, além de maior robustez frente ao elevado carregamento inercial centrífugo, foram adotados ímãs de geometria circular montados na superfície do rotor.

Utilizando um mancal lubrificado a óleo e um eixo de rotor mais fino, foram adotados ímãs de Neodímio-Ferro-Boro (NdFeB) – Classe N48H. Esses são mais sensíveis à elevação de temperatura, mas apresentam elevada coercividade. Apesar do eixo mais fino dispensar a utilização de uma luva de retenção, as propriedades desse elemento atuando como enrolamento amortecedor foram avaliadas como sendo decisivas. Deste modo, foi adotada a luva de retenção de aço inoxidável AISI 310.

Por fim, em relação ao estator, o número de ranhuras e tipo de enrolamento adotado foram definidos visando maximizar o enlace de fluxo e facilitar o processo de fabricação das lâminas. Assim, foi construído um estator com seis ranhuras com enrolamentos a passo pleno. A geometria final da máquina é ilustrada na Figura 4.2 (a) e os principais dados da máquina apresentados na Tabela 4.1. O resultado da montagem é apresentado na Figura 4.2 (b). Mais detalhes sobre critérios de projeto e práticas de montagem são discutidos em (POTTIE *et al.*, 2020).

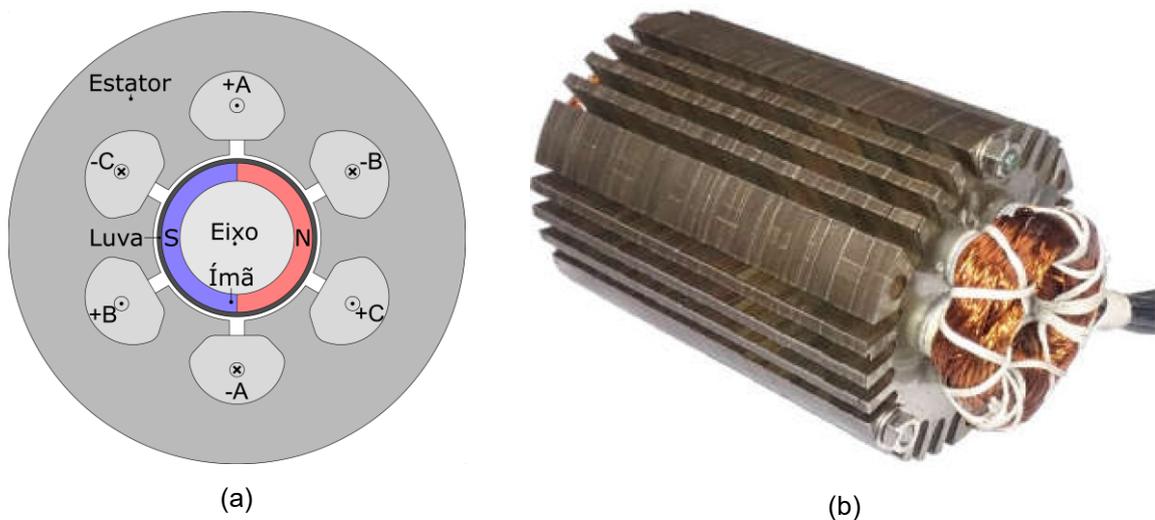


Figura 4.2 – Gerador síncrono a ímã permanente: (a) seção transversal; e (b) estator do protótipo fabricado (MAIA, 2016).

Tabela 4.1 – Parâmetros geométricos da MSIP.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Raio externo estator	r_{ext}	30,0 mm
Raio interno do estator	r_s	11,0 mm
Raio externo da luva	r_{sl}	10,475 mm
Raio externo do ímã	r_m	9,8935 mm
Raio externo do eixo	r_r	7,5 mm
Comprimento axial do estator	l_s	100,0 mm
Abertura angular da ranhura	β_{so}	10,4316°
Número de espiras estator	N	16

Os resultados de ensaios de laboratório para o gerador síncrono acionado por ar comprimido são detalhados em (MAIA *et al.*, 2017). Foram realizados ensaios de

densidade de fluxo, por medição direta e indireta com bobinas exploradoras, ensaios de tensão induzida e de geração. Com isso, foram verificadas variações dos parâmetros magnéticos da MSIP, desvios em relação às características nominais do ímã permanente e da luva de retenção.

Durante a fabricação, a obtenção das peças com tolerâncias satisfatórias envolveu processos abrasivos, onde o ímã permanente e a luva foram retificados. No caso do ímã, foi observado uma grande redução na densidade de fluxo remanescente, com um desvio de aproximadamente 23 % em relação ao valor fornecido pelo fabricante. No caso da luva de retenção, o processo da retífica alterou suas características austeníticas, causando a alteração da permeabilidade magnética relativa. Efeito similar é obtido quando do trabalho a frio em aços inoxidáveis austeníticos, oriundo da transformação martensítica induzida por deformação (YON *et al.*, 2012).

Com essa alteração na permeabilidade, há o aumento do fluxo de dispersão entre os polos do rotor, causando saturação magnética da luva. Alguns trabalhos utilizam luvas com um grau de permeabilidade, obtidas tanto por trabalho a frio (YON *et al.*, 2012) ou por uma luva construída com liga *Permalloy* (ZHU *et al.*, 2020), com propósito de elevar a tensão induzida e torque médio com mesmo volume de ímã permanente.

Os parâmetros eletromagnéticos do ímã e da luva, tanto os valores fornecidos por fabricante quanto os valores reavaliados durante os ensaios, são apresentados na Tabela 4.2. As características elétricas nominais são indicadas na Tabela 4.3.

Tabela 4.2 – Parâmetros eletromagnéticos do ímã e da luva.

Parâmetro	Símbolo	Dados de Fabricante	Valor Medido
Permeabilidade relativa de recuo do ímã	μ_{rrec}	1,049	1,049
Densidade de fluxo remanescente do ímã	B_{rem}	1,37 T – 1,43 T	1,08 T
Resistividade do ímã	ρ_m	1,40 $\mu\Omega \cdot m$	1,40 $\mu\Omega \cdot m$
Permeabilidade relativa da luva	μ_r	1	~ 300
Resistividade da luva	ρ_c	0,78 $\mu\Omega \cdot m$	0,78 $\mu\Omega \cdot m$

Tabela 4.3 – Parâmetros elétricos nominais do Gerador.

Parâmetro	Valor
Tensão	220 V
Corrente	9,2 A
Velocidade	70.000 rpm
Potência	3,5 kW

4.2 APROXIMAÇÕES E FUNDAMENTAÇÃO DO MÉTODO MAXWELL-FOURIER PARA A MSIP

A máquina estudada apresenta algumas especificidades, e a partir dessas, são definidas as aproximações para o método Maxwell-Fourier. Vale salientar que, por se tratar de uma máquina já projetada, o modelo tem como foco sua análise sob o ponto de vista do acionamento elétrico. O objetivo desejado é, assim, um modelo que permita a definição de estratégias operativas, tais como a definição de estratégias de controle e do *hardware* que realize esse controle. Para acionamentos de alta rotação, principalmente operando acima de velocidades críticas, é de suma importância caracterizar as fontes de oscilação de torque, visando evitar falhas catastróficas (BORISAVLJEVIC, 2013).

As aproximações adotadas são:

- As permeabilidades magnéticas dos núcleos de estator e de rotor são consideradas como infinitas. No caso, não são calculados os campos magnéticos nessa região, o que simplifica o problema, mas dificulta uma análise mais detalhada sobre as perdas nesses núcleos. Existem, porém, formas de estimar essas perdas, conforme discutido em (POLINDER, 1998);
- Os efeitos das ranhuras são caracterizados pelo método do subdomínio. Esse método apresenta resultados com maior exatidão, conforme discutido em (RAMAKRISHNAN *et al.*, 2017). Além disso, considerando que as permeabilidades magnéticas de alguns materiais não podem ser aproximadas como iguais à do ar, haveria um erro devido a distorção

causada pela transformação entre os planos complexos (RAMAKRISHNAN *et al.*, 2017);

- A condutividade do ímã permanente é desprezada, considerando que é baixa o suficiente de modo que as correntes induzidas não afetam o desempenho eletromagnético da máquina. Perdas podem ser calculadas em uma etapa *a posteriori* (ONER *et al.*, 2016);
- A condutividade da luva de retenção não pode ser desprezada, posto que as correntes induzidas nesse meio afetam o perfil de oscilação de torque na máquina (HANNON; SERGEANT; DUPRE, 2017). Porém, para a formulação proposta para avaliar a saturação nessa região, essas correntes induzidas são calculadas com um enrolamento auxiliar definido por uma densidade superficial de corrente (POLINDER, 1999).

Com essas aproximações, a geometria adotada com base para a definição do método Maxwell-Fourier é ilustrada na Figura 4.3. Para a representação da ranhura, é desprezada a geometria da sapata do dente. Essa simplificação não altera significativamente o resultado comparando com o modelo mais completo (BOUGHRARA *et al.*, 2013).

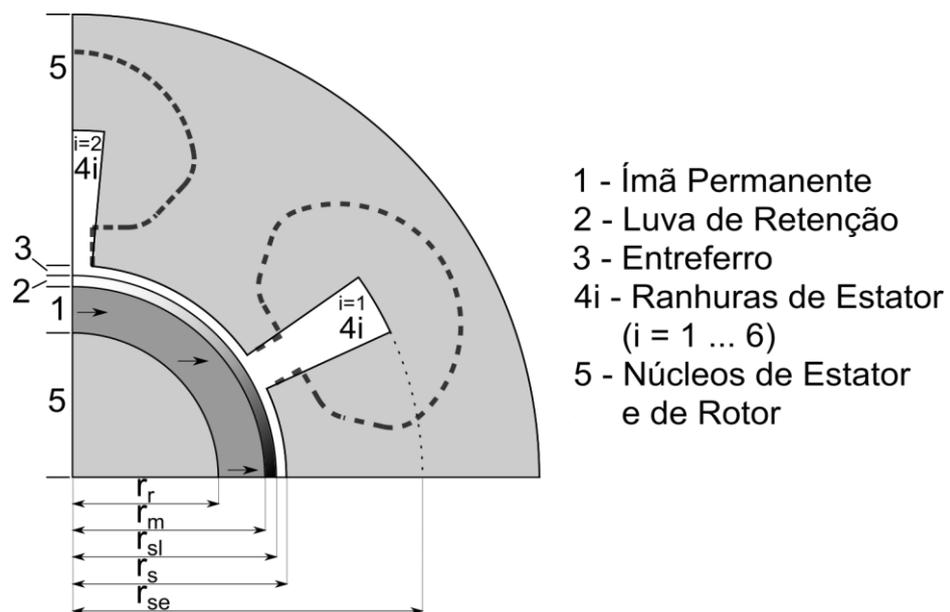


Figura 4.3 – Seção transversal da geometria adotada para análise da MSIP.

A saturação magnética na luva de retenção ocorre pelo fluxo de dispersão entre os polos do rotor, conforme ilustrado na Figura 4.4. Essa distribuição de fluxo é obtida a partir da simulação da máquina a vazio com o *software* FEMM.

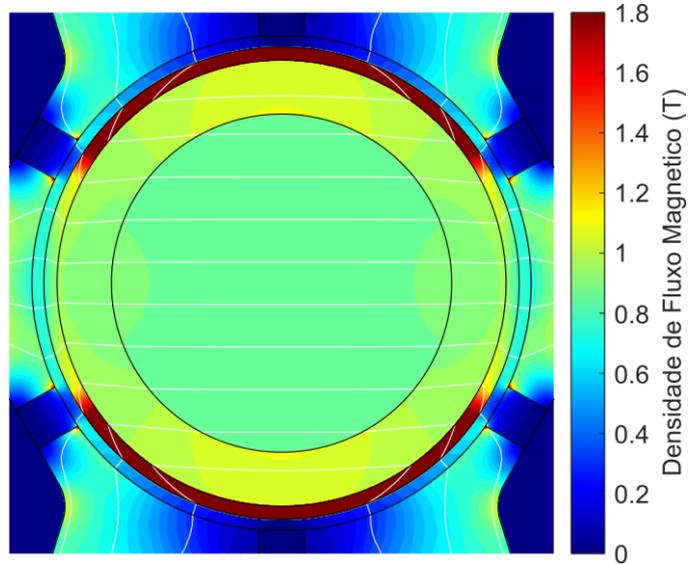


Figura 4.4 - Resultado da simulação numérica de densidade e linhas de fluxo magnético.

A formulação proposta nesta tese de doutorado é adotada para representar essa variação espacial da permeabilidade magnética ao longo da componente tangencial da luva. Considerando os efeitos das ranhuras, a definição dessa permeabilidade relativa por uma série de Fourier é dada por

$$\mu_r(\varphi_s) = \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} [\hat{\mu}_{(c)r,m} \cos(2pm\varphi_s) + \hat{\mu}_{(s)r,m} \sen(2pm\varphi_s)], \quad (4.1)$$

onde $\mu_r(\varphi_s)$ é a permeabilidade não homogênea, definida em função do ângulo mecânico φ_s . Os coeficientes da série são definidos para a função cosseno, $\hat{\mu}_{(c)r,m}$, e para a função seno, $\hat{\mu}_{(s)r,m}$, em termos da componente harmônica espacial, m . A formulação discutida na Seção 3.5 é estendida para acomodar os efeitos das ranhuras, e o desenvolvimento matemático para tal apresentado no Apêndice A.

A saturação é avaliada por método iterativo, cujo diagrama geral é ilustrado na Figura 4.5 (a). Iniciando com um perfil não saturado para a permeabilidade relativa, $\mu_{r,teste}$, a densidade de fluxo magnético é calculada no raio médio da luva, r_{slm} , utilizando o método Maxwell-Fourier. Com o valor absoluto dessa densidade de fluxo, $|\mathbf{B}(r_{slm}, \varphi_s)|$, e a curva de magnetização do material, o perfil da permeabilidade relativa ao longo do comprimento circunferencial é obtido, tal como ilustrado na Figura 4.5 (b).

Esse novo perfil da permeabilidade relativa, $\mu_{r,novo}$, é comparado com perfil anterior a partir do erro médio percentual absoluto (EMPA), calculado conforme a seguinte relação

$$EMPA = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{\mu_{r,teste,i} - \mu_{r,novo,i}}{\mu_{r,novo,i}} \right|}{n}, \quad (4.2)$$

onde $\mu_{r,i}$ é a i -ésima amostra do perfil da permeabilidade na iteração atual, $\mu_{r,teste,i}$ é a i -ésima amostra do perfil da permeabilidade para teste, e n é número de amostras da distribuição espacial de $\mu_r(\varphi)$. A convergência é avaliada, para a qual ξ é especificado como o máximo erro permitido.

Para o cálculo do novo perfil da permeabilidade relativa, $\mu_{r,novo}$, a curva de magnetização do material da luva é utilizada para cálculo da nova densidade de fluxo magnético, $|B_{novo}|$ na Figura 4.5 (b). Para essa operação, é utilizada uma interpolação cúbica de Hermite (*Piecewise Cubic Hermit Interpolating Polynomial - PCHIP*). Apesar desse método difere de outras abordagens propostas na literatura (DJELLOUL-KHEDDA *et al.*, 2017; ROUBACHE *et al.*, 2019), os resultados obtidos apresentam grande concordâncias com aqueles obtidos pelo método dos elementos finitos.

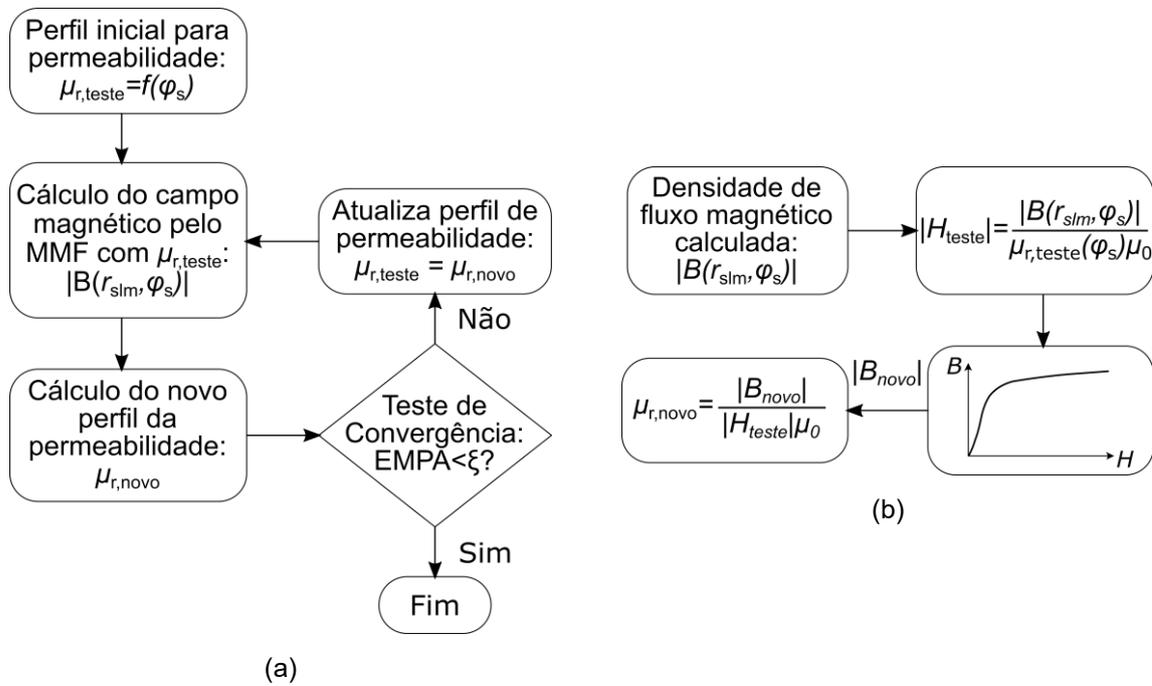


Figura 4.5 – Diagrama do método iterativo para avaliação da saturação: (a) fluxograma geral; e (b) fluxograma para cálculo do perfil da permeabilidade relativa.

A qualidade da malha adotada para solução pelo método dos elementos finitos foi avaliada a partir de um teste de convergência. Para tal, foram observados resultados de torque e enlaces de fluxo no circuito da armadura. A Tabela 4.4 apresenta o resultado desse refinamento, com a quantidade de elementos, tempo de simulação e valores para o enlace de fluxo no circuito de armadura da máquina elétrica simulada. Por sua vez, a qualidade do método Maxwell-Fourier depende do espectro harmônico espacial analisado, definindo a quantidade de variáveis e o tamanho do sistema de equações lineares. Considerando até o 80º harmônico espacial nas regiões anulares (entreferro, ímã e luva) e até o 20º harmônico espacial nas ranhuras, o sistema de equações lineares é definido para 560 variáveis, as constantes de integração tais como as apresentadas na equação 3.13.

Tabela 4.4 – Resultado de convergência para o método dos elementos finitos e o método Maxwell-Fourier – máquina síncrona a ímã permanentes.

Método	Elementos	Tempo de simulação	Enlace de Fluxo (mWb · espira)		
			λ_a	λ_b	λ_c
Elementos finitos	36768	5,6 s	26,0	-9,1	-16,9
Maxwell-Fourier	560	0,9 s	26,1	-9,6	-16,4

Vale ressaltar que, para o método dos elementos finitos, é possível refinar o modelo observando a condição de simetria da máquina elétrica. Com isso, o problema pode ser reduzido, sendo caracterizada apenas a geometria compreendendo um passo polar. Essa simplificação não foi adotada neste trabalho, sendo simulada realizada para a geometria completa da máquina elétrica.

Para validar o modelo proposto para a cálculo da saturação na luva, a máquina é simulada com o rotor fixo em duas posições, com $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 15^\circ$. São avaliadas também duas condições de carregamento, com a máquina a vazio e com carga. Na condição com carga, as correntes de estator são impostas de modo a produzir um campo magnético com amplitude constante e ortogonal ao eixo magnético do ímã permanente. A Figura 4.6 apresenta o resultado para a máquina a vazio enquanto a Figura 4.7 ilustra o resultado para a máquina com carga, no qual as correntes de estator possuem um valor de pico de $10 A_{\text{pico}}$. Os resultados obtidos pelo método

Maxwell-Fourier (MMF) apresentam excelente concordância com aqueles obtidos pelo método dos elementos finitos (MEF).

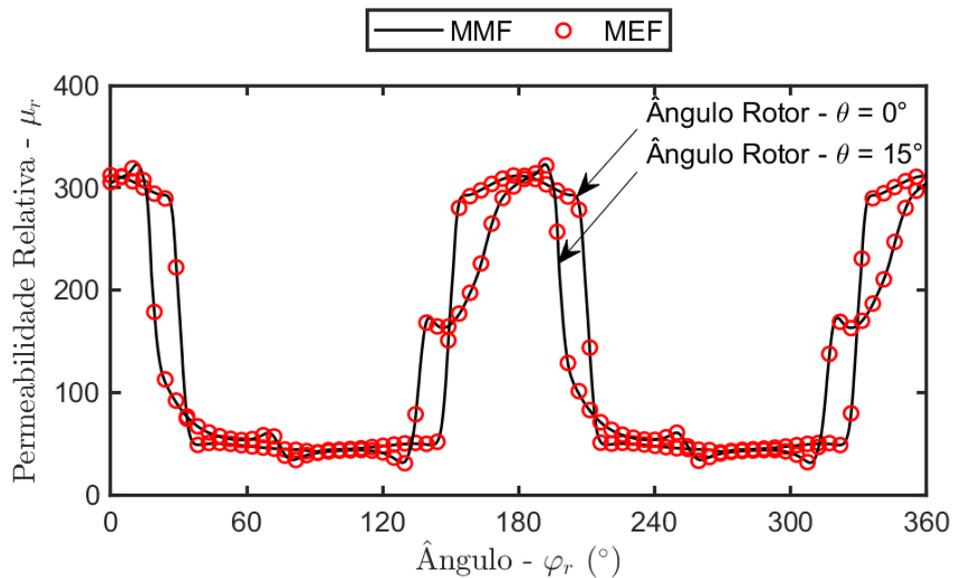


Figura 4.6 – Perfil da permeabilidade relativa para MSIP a vazio e com rotor fixo em duas posições.

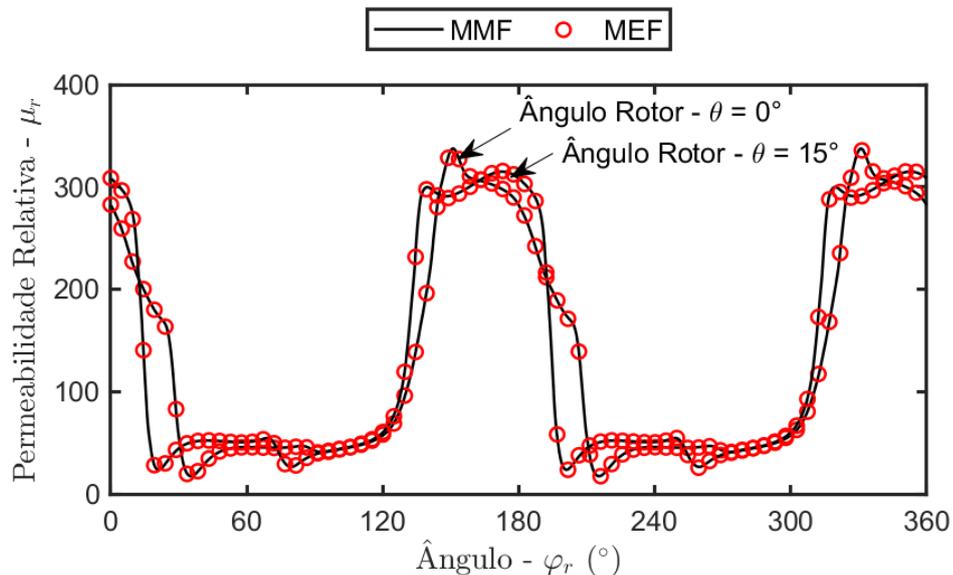


Figura 4.7 - Perfil da permeabilidade relativa para MSIP com carga, $|I_s| = 10 A_{\text{pico}}$, e com rotor fixo em duas posições.

Os efeitos das correntes parasitas na luva de retenção são considerados a partir de uma densidade superficial de corrente definida no interior da luva. Desenvolvida em (POLINDER, 1998), essas correntes induzidas são calculadas a partir de circuitos equivalentes, cujos parâmetros são obtidos pelas características eletromagnéticas da luva. Porém, no presente trabalho, essa metodologia é reavaliada de modo a aproximar o efeito pelicular. Para tal, os parâmetros geométricos usados

para caracterizar a densidade superficial de corrente, o raio r_c e a espessura δ_c , modificados para acomodar a distribuição de corrente não uniforme na luva. Tal como ilustrado na Figura 4.8, esses parâmetros são calculados conforme a profundidade pelicular, isto é

$$\delta_c = \delta_{skin} = \sqrt{\frac{2\rho_c}{\omega_c \mu_r \mu_0}}, \quad (4.3)$$

$$r_c = r_{sl} - \frac{\delta_c}{2}. \quad (4.4)$$

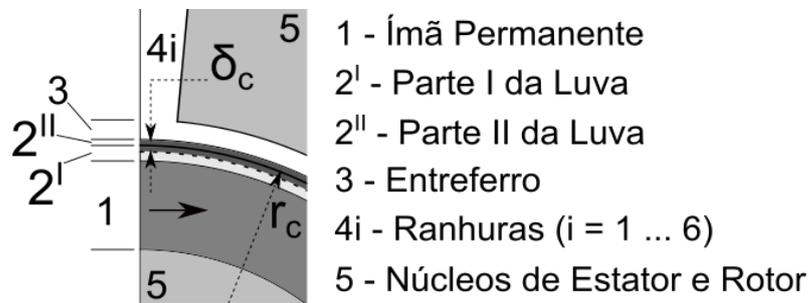


Figura 4.8 – Redefinição dos parâmetros do enrolamento auxiliar para caracterizar efeito pelicular.

Para a aproximação proposta, a correção dos parâmetros da luva pelas equações 4.3 e 4.4 é feita com um valor constante para a permeabilidade relativa da luva, μ_r , e apenas uma frequência, ω_c . O conteúdo harmônico dessas correntes induzidas tem relação com efeito pelicular, onde a oscilação do campo magnético, produzido tanto pelo ímã quanto pelas correntes de estator, são relacionados com o número de ranhuras. Na máquina em questão, $\omega_c = 6n \cdot \omega_{e,1}$, onde $n = [1,2,3, \dots]$ e $\omega_{e,1}$ é a frequência fundamental elétrica (POLINDER, 1998).

As equações desses circuitos equivalentes são calculadas para cada ordem harmônica espacial, k , por

$$\frac{di_{c,d,k}}{dt} = -\frac{1}{L_{c,d,k}} \left(R_{c,k} + \frac{dL_{c,d,k}}{dt} \right) i_{cd,k} - \frac{1}{L_{cd,k}} \left(\frac{d\lambda_{c,d,pm,k}}{dt} + \frac{d\lambda_{c,d,js,k}}{dt} \right), \quad (4.5)$$

$$\frac{di_{c,q,k}}{dt} = -\frac{1}{L_{c,q,k}} \left(R_{c,k} + \frac{dL_{c,q,k}}{dt} \right) i_{cq,k} - \frac{1}{L_{c,q,k}} \left(\frac{d\lambda_{c,q,pm,k}}{dt} + \frac{d\lambda_{c,q,js,k}}{dt} \right), \quad (4.6)$$

onde o campo magnético gerado pelo ímã e pelas correntes de estator enlaçam as espiras dos enrolamentos auxiliares, de eixo direto e em quadratura, conforme a referência indicada na Figura 4.9. Essas componentes, $\lambda_{c,d,pm,k}$ e $\lambda_{c,d,js,k}$ para o eixo

direto, $\lambda_{c,q,pm,k}$ e $\lambda_{c,q,js,k}$ para o eixo em quadratura, são calculadas no raio r_c em cada instante de tempo e devem ser transformadas para o sistema de coordenadas do rotor. As indutâncias próprias de cada enrolamento, $L_{c,d,k}$ e $L_{c,q,k}$, assim como para os enlaces de fluxo, devem ser calculadas em cada instante de tempo, pois o caminho de relutância muda com a saturação da luva. A resistência é calculada com os parâmetros da luva por

$$R_{c,k} = \frac{\pi l_s \rho_c N_{c,k}^2}{4 \delta_c r_c}. \quad (4.7)$$

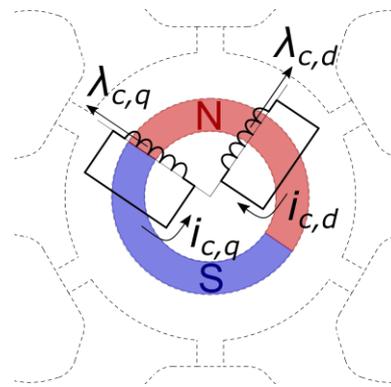


Figura 4.9 – Eixos de referência para os enrolamentos auxiliares.

A validação dessa metodologia é realizada considerando a limitação do *software* FEMM. Problemas nos quais o campo magnético varia no tempo são analisados a partir de uma transformação fasorial, onde a equação para o potencial vetor é resolvida para uma frequência harmônica em regime permanente (MEEKER, 2020). Deste modo, a máquina é simulada com rotor em condição estática e sem a contribuição do ímã permanente. As correntes de estator são impostas, sendo definidas em regime trifásico equilibrado e com valor de pico de $10 A_{\text{pico}}$. Os resultados para a densidade de fluxo no entreferro, $B_r^{(3)}$, são obtidos para três frequências, sendo ilustrados na Figura 4.10.

A máquina operando com velocidade nominal produz um campo elétrico com frequência fundamental de 1,167 kHz (Figura 4.10 (a)). Nessa condição, a frequência fundamental das correntes induzidas na luva é 7 kHz (Figura 4.10 (b)). Além desses dois valores de frequência, o método é avaliado também para uma componente harmônica mais elevada, 14 kHz (Figura 4.10 (c)). Além disso, ilustrados também os resultados para a densidade de fluxo caso os efeitos das correntes parasitas fossem limitados pela resistência da região ($\rho_c \rightarrow \infty$).

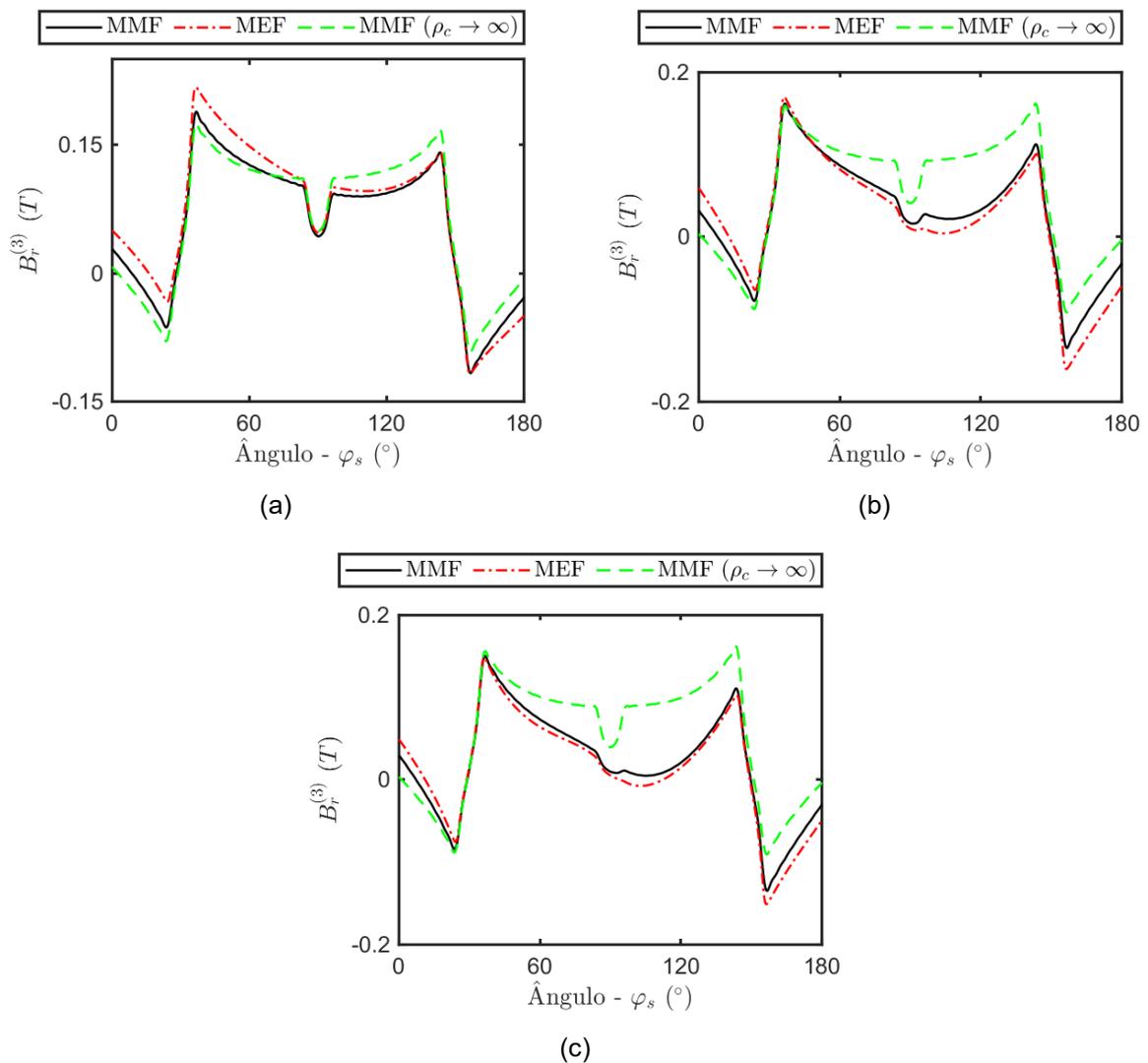


Figura 4.10 – Efeito das correntes parasitas na densidade de fluxo no entreferro considerando luva com permeabilidade não homogênea e correntes de estator com frequências: (a) $f = 1,167$ kHz; (b) $f = 7$ kHz; e $f = 14$ kHz.

Esses resultados mostram a validade do modelo proposto, onde a luva é caracterizada pela permeabilidade não homogênea e as correntes induzidas são avaliadas considerando o efeito pelicular.

4.3 ANÁLISE OPERACIONAL DA MSIP

O interesse desse ferramental matemático é avaliar os fenômenos que afetam o desempenho eletromagnético da máquina síncrona a ímã permanente. Deste modo, a análise da máquina é realizada em duas condições operativas. Primeiramente, com a máquina a vazio, a força eletromotriz é ilustrada na Figura 4.11 comparando

diferentes aproximações para a luva de retenção. Em seguir, é discutida a máquina em condição de carga.

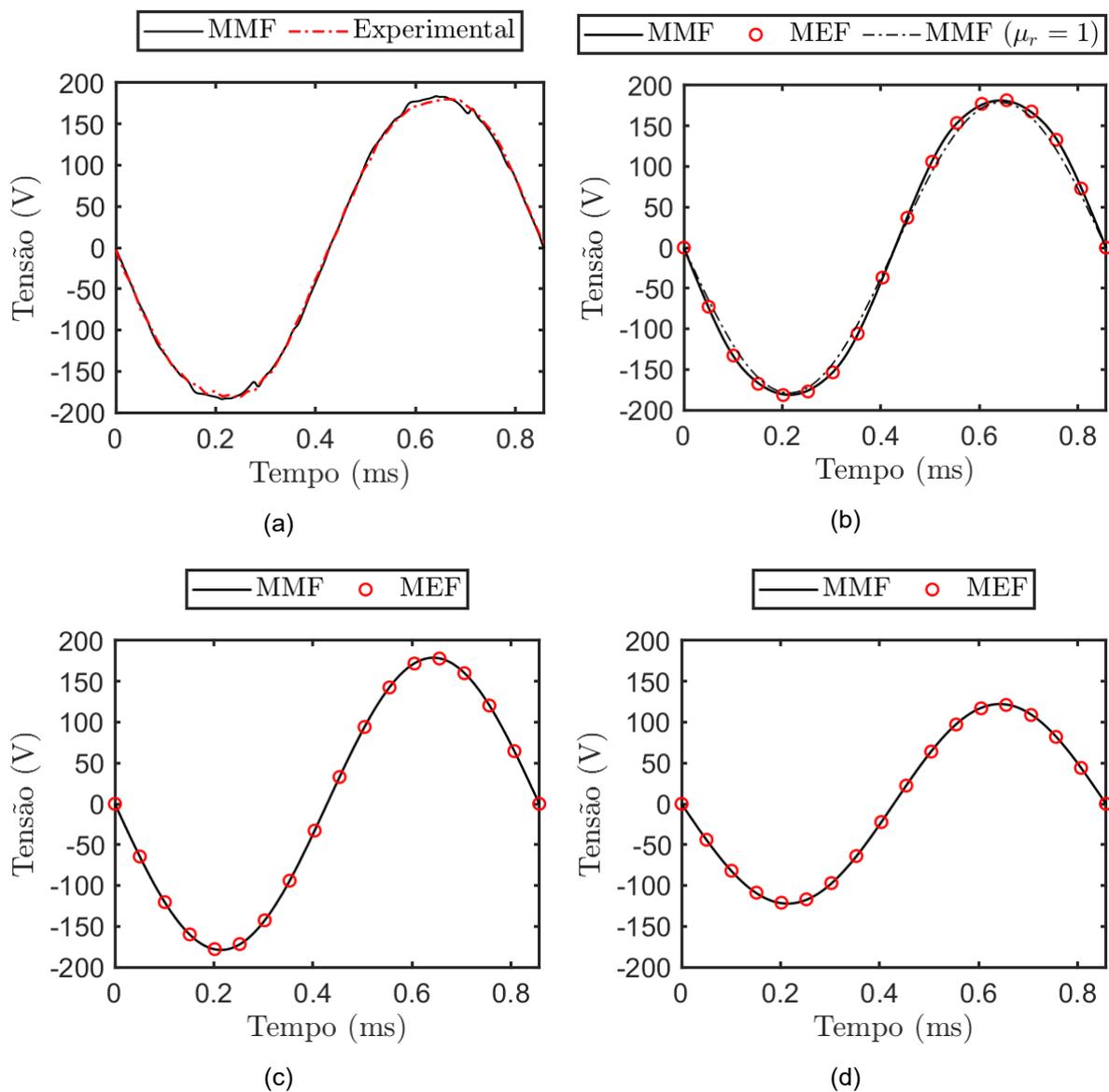


Figura 4.11 – Tensão a vazio para simulação da MSIP com diferentes aproximações para a luva: (a) permeabilidade não homogênea e condutiva ($\mu_r = f(\varphi)$ e $\rho_c = cte.$); (b) permeabilidade não homogênea ($\mu_r = f(\varphi)$ e $\rho_c \rightarrow \infty$); (c) permeabilidade homogênea ($\mu_r = 1$); e (d) permeabilidade homogênea ($\mu_r = 300$).

Os resultados são comparados com os obtidos pelo método dos elementos finitos para as condições nos quais as correntes parasitas na luva são desprezadas. A partir desses, é possível observar que a máquina que contabiliza o efeito da saturação na luva apresenta um ganho marginal na amplitude da tensão induzida, com um ganho de 5 % na componente fundamental. Comparando com a máquina com a luva cuja permeabilidade é constante e igual à do ar, uma diferença maior é

observada na forma de onda da tensão. A saturação da luva implicou em um aumento de 600 % na terceira ordem harmônica.

O modelo completo, considerando as correntes induzidas na luva, é comparado com resultado experimental da MSIP operando a vazio. O resultado, ilustrado na Figura 4.11 (a), mostra uma boa concordância entre a tensão a vazio medida e a simulada.

Outro efeito ocasionado pela saturação da luva foi observado no torque de retenção. Conforme ilustrado na Figura 4.12, o resultado para o modelo desprezando as correntes parasitas ficou próximo do obtido pelo método dos elementos finitos, com uma diferença de 10 % em relação à amplitude. A máquina sem o efeito da saturação na luva, com a permeabilidade constante, não apresenta torque de retenção.

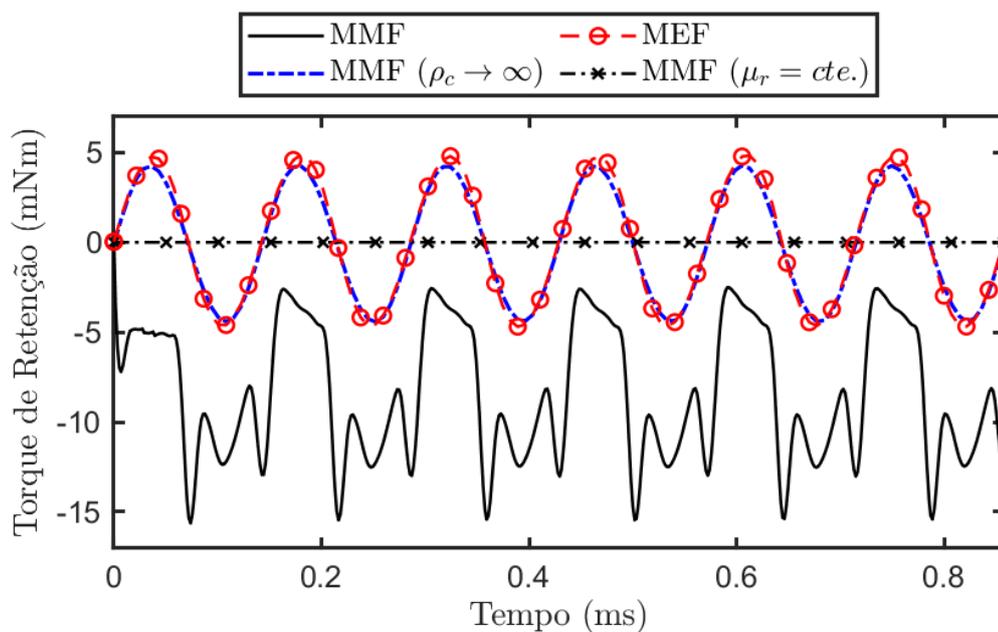


Figura 4.12 – Torque de retenção para máquina operando a vazio com diferentes aproximações para a luva.

Por sua vez, o resultado considerando os efeitos das correntes parasitas mostra que, além de alterar o perfil da oscilação de torque, a máquina apresenta um torque médio negativo e um sensível aumento na amplitude da oscilação. Isso mostra que as correntes induzidas produzem um torque frenante na máquina. Além disso, a oscilação de torque possui uma amplitude de $0,013 \text{ N} \cdot \text{m}_{\text{pk-pk}}$ no pior caso, que é cerca de 3 % do torque nominal. E, apesar de ser um torque relativamente baixo, essa oscilação pode causar instabilidade no sistema. A máquina opera entre o segundo e

o terceiro modos de vibração, onde qualquer oscilação durante a aceleração da máquina pode ter consequências catastróficas.

Para a máquina em condição de carga, a simulação é realizada com correntes de armadura impostas. As correntes senoidais trifásicas são calculadas de modo a gerar um campo magnético com amplitude constante e em quadratura com o campo produzido pelo ímã. A Figura 4.13 ilustra a tensão da máquina com corrente de pico de $10 A_{\text{pico}}$. Nessa figura é ilustrada também a tensão interna, sendo desprezada a reação de armadura. Com isso, é possível observar o efeito dos campos de armadura sobre o perfil de saturação da luva, e como isso altera a relutância e aumenta a distorção da tensão interna da máquina.

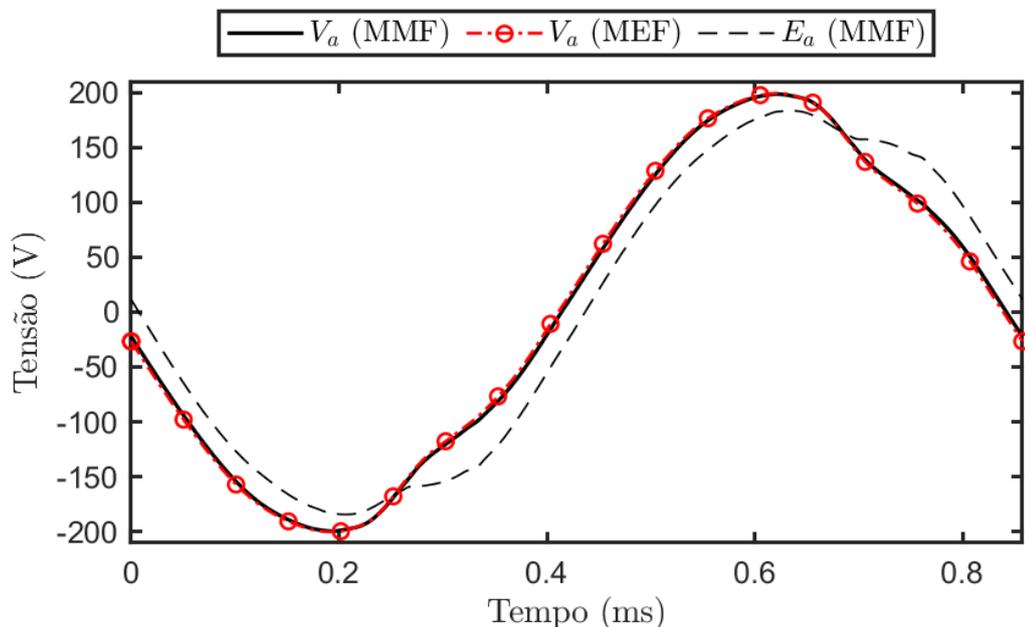


Figura 4.13 – Tensão da máquina com efeito de armadura e tensão interna calculada pelo método Maxwell-Fourier.

O torque produzido pela máquina é ilustrado na Figura 4.14, que apresenta os resultados para as diferentes aproximações e comparando com aqueles obtidos pelo método dos elementos finitos. Com isso, é possível notar um resultado interessante para a proposta de adotar uma luva de retenção permeável. Considerando apenas o aumento da permeabilidade relativa, a dispersão magnética entre os polos do rotor reduz significativamente o torque da máquina, tal como para a força eletromotriz.

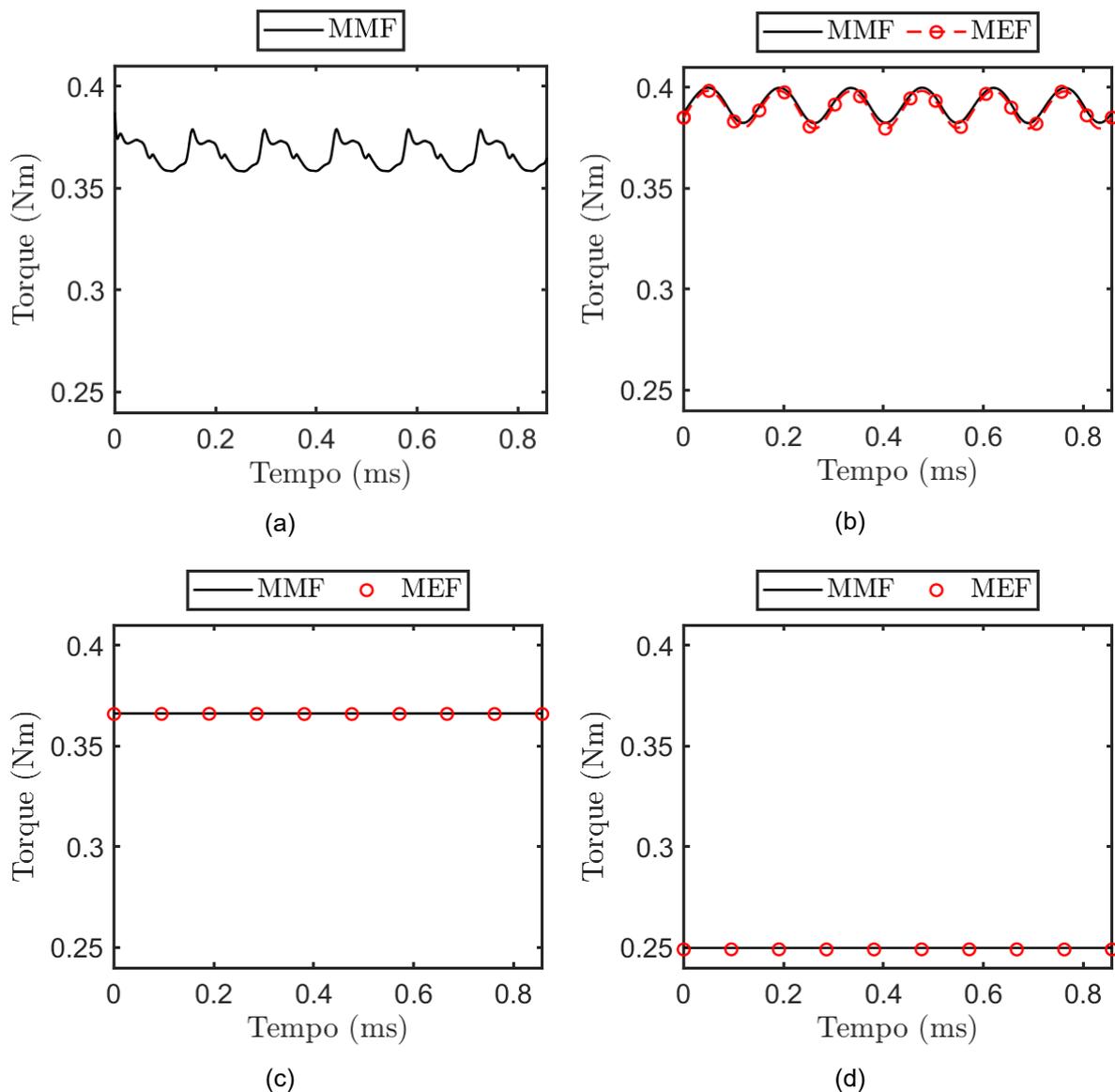


Figura 4.14 -Torque eletromagnético para simulação da MSIP com diferentes aproximações para a luva: (a) permeabilidade não homogênea e condutiva ($\mu_r = f(\varphi)$ e $\rho_c = cte.$); (b) permeabilidade não homogênea ($\mu_r = f(\varphi)$ e $\rho_c \rightarrow \infty$); (c) permeabilidade homogênea ($\mu_r = 1$); e (d) permeabilidade homogênea ($\mu_r = 300$).

Por outro lado, a saturação que ocorre nessa região cria um caminho magnético preferencial. Com o aumento da permeabilidade do caminho magnético principal, há um aumento no torque médio da máquina, de cerca de 7%. Isso vem com um custo, que é a oscilação no torque, com valor de pico que chega a 5% do torque nominal da máquina. Na simulação considerando os efeitos das correntes parasitas, existe uma redução no torque médio e uma alteração no perfil do torque pulsante. Também, com um aumento sensível na amplitude dessa oscilação, aproximadamente 15%, mostra que a luva não atua como um enrolamento amortecedor para o torque pulsante.

4.4 CONCLUSÕES

Neste capítulo, o método de Maxwell-Fourier é aprimorado para o cálculo do campo magnético em uma máquina síncrona a ímãs permanentes de alta rotação. O modelo desenvolvido incorpora o fenômeno de saturação observado na luva de retenção por meio de uma permeabilidade relativa variável no espaço. Partindo do pressuposto de que a saturação afeta a permeabilidade relativa ao longo do comprimento circunferencial da região, uma série de Fourier é usada para expressar essa relação, e seus coeficientes são calculados de acordo com a condição de operação da máquina usando um método iterativo.

A luva de retenção é composta de material condutor, e a reação das correntes induzidas afeta o desempenho da máquina. Esse comportamento é contemplado com o uso de uma densidade de corrente superficial dentro da região da luva, definida como enrolamentos equivalentes distribuídos senoidalmente. O modelo é adequado para a formulação de permeabilidade não homogênea proposta e considera o efeito pelicular.

Os resultados do método proposto mostram boa concordância com aqueles obtidos pelo método dos elementos finitos. A permeabilidade variável no espaço da luva, calculada através do método iterativo, apresenta um perfil de saturação semelhante aos resultados pelo método dos elementos finitos. Para a luva de retenção condutiva, os efeitos das correntes parasitas, incluindo o efeito pelicular, é avaliado considerando a saturação na luva.

Apesar das aproximações, tais como a correção do efeito pelicular apenas para uma frequência e o cálculo da profundidade pelicular considerando a permeabilidade relativa homogênea, o resultado apresenta boa relação com o obtido pelo método dos elementos finitos.

**5 PROJETO DE MÁQUINA ELÉTRICA
PARA APLICAÇÃO EM VEÍCULO MICRO-HÍBRIDO**

5 PROJETO DE MÁQUINA ELÉTRICA PARA APLICAÇÃO EM VEÍCULO MICRO-HÍBRIDO

A análise de máquinas elétricas utilizando o método de Maxwell-Fourier traz uma excelente intuição em relação aos fenômenos eletromagnéticos envolvidos. Para máquinas de alta rotação, isso é particularmente importante pois é necessário caracterizar as oscilações de torque e perdas elétricas com maior acuidade.

Além disso, o método possui grande flexibilidade, com a capacidade para detalhar as características operativas de uma ampla gama de topologias de máquinas elétricas. Para etapas iniciais de projeto, uma ferramenta que garanta boa exatidão dos resultados a um custo computacional reduzido facilita significativamente o trabalho de manipular a expressiva quantidade de informações existentes. O método dos elementos finitos, ainda insubstituível pela capacidade de lidar com quaisquer geometrias e propriedades não lineares de materiais, pode ser usado em etapa posterior, visando o refinamento do projeto.

Este capítulo utiliza um projeto de uma máquina elétrica para aplicação veicular como base para ilustrar a capacidade do método Maxwell-Fourier. Para tal, o método é explorado visando caracterizar o comportamento da máquina, descrevendo os aspectos que devem ser levados em consideração para um projeto factível.

5.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA E DA TOPOLOGIA ABORDADA

O setor de transporte rodoviários é responsável por 32 % dos poluentes, valor esse comparável à emissão produzida pela indústria. Um agravante em relação aos veículos ocorre pela localidade, com a emissão gerada dentro dos centros urbanos. Porém, apesar do interesse em relação ao desenvolvimento de veículos elétricos a bateria, essa tecnologia ainda requer um maior amadurecimento para viabilizar sua ampla adoção.

Em um cenário de curto e médio prazo, tecnologias intermediárias permitem aproveitar a cadeia de valores de veículos a combustão interna. A própria indústria automotiva desenvolve tecnologias que visam reduzir a emissão de gases de efeito estufa e aumentar a economia de combustível (EPA, 2021). Essas melhorias, quando associadas a utilização de biocombustíveis, representam uma forte alternativa para

reduzir impactos ambientais do setor de transporte. Além disso, a adoção em escala de veículos elétricos a bateria ainda precisar suplantará uma série de desafios, como infraestrutura, custo e regulatório (DA SILVA, 2019).

O desenvolvimento de motores a combustão interna passa pela agregação de dispositivos eletroeletrônicos com funções auxiliares. Essa integração, estabelecendo um conceito de *More Electric Engine*, permite a melhora na operação de componentes tais como o turbo compressor ou o motor de combustão propriamente dito. Nesses casos, acionamentos elétricos são instalados para complementar o funcionamento, atuando em pontos operacionais específicos. Existem também máquinas elétricas projetadas para extrair energia excedente que seria, de outra forma, perdida. Energia cinética na frenagem e energia térmica em gases de exaustão são aproveitados, então, para alimentar a crescente demanda elétrica nesses veículos (BARTOLO *et al.*, 2013; GERADA *et al.*, 2014).

O desenvolvimento no trabalho em questão tem como foco a recuperação da energia cinética durante frenagem. O projeto do sistema de acionamento é fundamentado nas seguintes premissas:

- Atuar em conjunto com o freio, melhorando o desempenho e durabilidade desse sistema;
- Fornecer 300 W (150 W por roda traseira) durante frenagens e com veículo em velocidades acima de 35 km/h;
- Instalação do gerador elétrico buscando o mínimo de interferência mecânica sobre a estrutura do veículo;
- Construtivamente robusto e operacionalmente simples.

Considerando essas premissas, foi adotada a solução de máquina elétrica *in-wheel*, cuja montagem é no interior da roda. Essa configuração dispensa a utilização do diferencial, transmissões mecânicas e eixos de transmissão, realizando um projeto mais robusto e compacto. Os desafios relativos à solução incluem a limitação de espaço dentro da roda, requerendo projetos com maior densidade de torque e maior eficiência. Também, o aumento da massa não suspensa exige um maior critério para projeto do sistema de suspensão para não prejudicar a dirigibilidade (MARTINEZ-

OCAÑA *et al.*, 2019). A Figura 5.1 ilustra uma visão em três dimensões do projeto do gerador instalado no interior da roda.



Figura 5.1 – Modelo tridimensional da máquina *in-wheel*.

A necessidade de reduzir o volume dos motores *in-wheel* implica na demanda por geradores com elevadas densidades de torque. Dentre as diferentes topologias de máquinas elétricas, as máquinas síncronas a ímãs permanentes contendo ímãs de alta energia garantem esse quesito, oferecendo também elevado fator de potência e eficiência além de baixos níveis de vibração e ruído. Deste modo, com bom desempenho ao longo de ampla faixa de velocidade, motores a ímã permanente são largamente usados para tração elétrica (PELLEGRINO *et al.*, 2012).

Porém, mantendo em mente a ideia de um projeto simples, barato e robusto, topologias que utilizem menos ou nenhum ímã permanente são desejáveis. Máquinas que utilizam variação da relutância para geração de torque são construtivamente mais simples, pois o rotor é uma estrutura passiva que consiste apenas de um núcleo ferromagnético. Dentre dessa família, máquina de fluxo chaveado (MFC) constitui boa alternativa para aplicação veicular pelo baixo custo e estrutura simples (AHMAD *et al.*, 2019).

O princípio de operação da MFC pode ser explicado a partir do esquema simplificado ilustrado na Figura 5.2. Em tal esquema, constituído por uma bobina de armadura e parte de uma bobina de campo, é possível observar a variação da direção

do fluxo que enlaça a armadura a partir da alteração da posição do rotor (GAUSSENS *et al.*, 2012). Deste modo, o movimento do rotor induz um fluxo alternado no enrolamento da armadura, cuja forma de onda gerada possui baixo conteúdo harmônico (Figura 5.2 (c)).

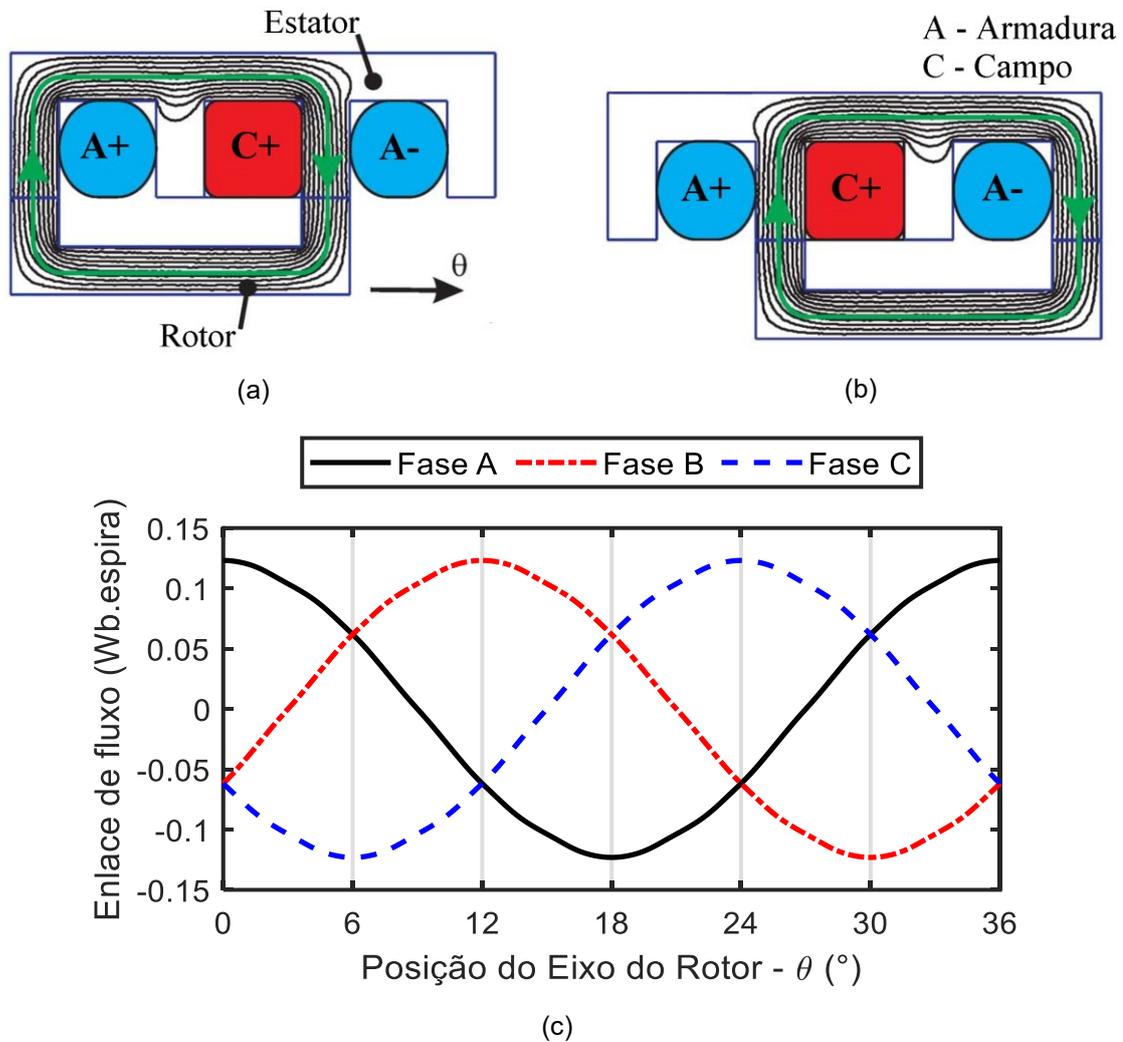


Figura 5.2 – Distribuição de fluxo nos dentes do estator para excitação de campo apenas: (a) posição para armadura com enlace de fluxo positivo; (b) posição para armadura com enlace de fluxo negativo; e (c) enlace de fluxo em função da posição do rotor para MFC trifásica.

Na literatura, existe um esforço contínuo em desenvolver topologias que atendam a requisitos específicos conforme a aplicação desejada. A excitação do campo magnético pode ser realizada por ímãs permanentes, por um circuito de campo ou híbrida, mesclando essas duas soluções. Porém, apesar de permitir projetos com maior densidade de torque e eficiência, utilizar ímãs permanentes exige maiores cuidados em termos térmicos e estruturais (NIKAM; RALLABANDI; FERNANDES, 2012). Além disso, a topologia com circuito de campo permite um controle simples

para a operação ao longo de uma ampla faixa de velocidade. Por sua vez, a armadura com configuração trifásica oferece maior densidade de torque e menos vibração em comparação com a configuração monofásica (ZHOU; ZHU, 2014).

As possibilidades para realizar a máquina de fluxo chaveado são diversas, sendo foco de estudo e desenvolvimento até a presente data. A literatura oferece uma vasta discussão acerca do desempenho eletromagnético obtido por diferentes configurações dos enrolamentos, combinações de número de ranhuras de estator e polos de rotor, formas de excitação, entre outras (LASSIM *et al.*, 2019; SULAIMAN; KHAN; KOSAKA, 2016; ZHOU; ZHU, 2014; ZHU; CAI, 2019). A topologia utilizada como base para as análises desenvolvidas nesse trabalho é ilustrada na Figura 5.3, com doze ranhuras de estator, $Q_s = 12$, e cinco ranhuras de rotor, $Q_r = 5$.

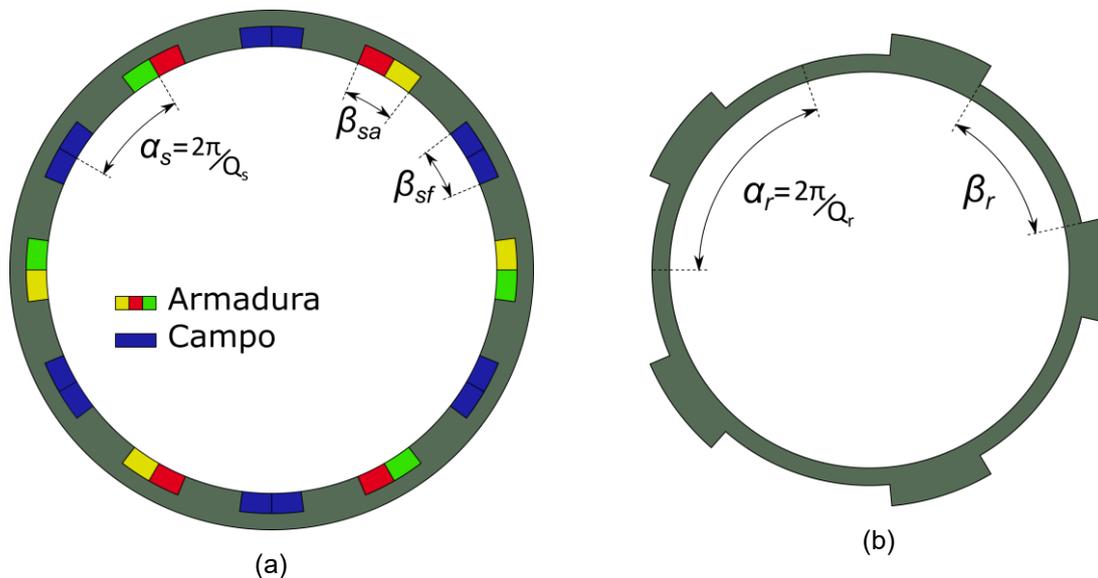


Figura 5.3 – Seção transversal da geometria base utilizada no projeto: (a) estator com enrolamentos de campo e armadura; e (b) rotor.

A energia gerada é compatibilizada para conexão com eletrônica do veículo a partir de um retificador trifásico a diodos. O ajuste da tensão de saída, necessário devido à variação da velocidade do veículo, é realizado a partir do controle de fluxo da máquina. Para tal, um conversor elevador de tensão ajusta a tensão de saída do retificador para alimentar o circuito de campo do gerador. A Figura 5.4 ilustra um esquema simplificado do sistema de acionamento.

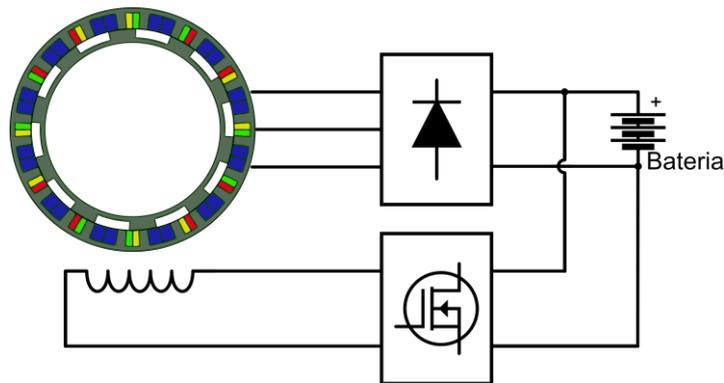


Figura 5.4 - Visão esquemática simplificada do acionamento elétrico.

5.2 PREMISSAS DO PROJETO E DESEMPENHO DESEJADO

O gerador de fluxo chaveado deve ser instalado sobre o tambor do freio, estando também restrito ao espaço interno da roda traseira. Essas restrições definem o diâmetro interno, o diâmetro externo e o comprimento axial da máquina. O comprimento do entreferro deve ser o menor possível, idealmente. Porém, devido às incertezas quanto ao processo de corte das chapas do núcleo da máquina, é adotado um valor conservador, ainda que coerente com o observado na literatura (AHMAD *et al.*, 2019; NGUYEN; JIANG; YANG, 2016). Essas dimensões são, então, definidas de acordo com os limites citados, conforme indicado na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Limites geométricos para a máquina.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Raio externo	r_{ex}	155	mm
Raio interno	r_{in}	111	mm
Comprimento axial	l_s	51	mm
Comprimento do entreferro	l_{ag}	0,5	mm

Além do desempenho eletromagnético desejado para a máquina, conforme discutido na seção anterior, é essencial minimizar as perdas elétricas. Nessa etapa inicial do projeto, para a qual foi adotada a formulação analítica, as perdas magnéticas são desprezadas. Essa aproximação é justificada pois, na faixa de rotação do projeto, as perdas por efeito Joule constituem um ponto crítico, mesmo em topologias com enrolamento concentrado (DING *et al.*, 2017; OMAR *et al.*, 2017; KHAN; SULAIMAN;

AHMAD, 2017). Mesmo considerando rotações maiores, o que seria um fator agravante pela dependência das perdas no núcleo com a frequência, há uma compensação pela redução na corrente de campo e no nível de magnetização do núcleo. Além disso, caso seja necessária a avaliação das perdas no material ferromagnético, algumas formulações do método Maxwell-Fourier permitem o cálculo da distribuição de campo no núcleo, porém com um grau de complexidade maior.

As demais variáveis no projeto incluem o raio do entreferro e os parâmetros das ranhuras de campo, armadura e rotor. Essas estão indicados na Tabela 5.2. Com esses parâmetros, é possível aplicar o método de Maxwell-Fourier. Conforme será discutido, a partir dessa formulação semianalítica são obtidas as indutâncias próprias e mútuas da máquina. O funcionamento do gerador, dentro do contexto do projeto, é derivado a partir dessas indutâncias. Porém, antes de prosseguir, é importante ressaltar alguns pontos de atenção.

Tabela 5.2 – Parâmetros construtivos adotados como variáveis do projeto.

Parâmetro	Símbolo	Valor Inicial	Unidade
Raio médio do entreferro	r_{ag}	130	mm
Abertura angular da ranhura da armadura	β_{sa}	$0,5 \cdot \alpha_s$	rad
Raio externo da ranhura da armadura	r_{sa}	142,25	mm
Abertura angular da ranhura do campo	β_{sf}	$0,5 \cdot \alpha_s$	rad
Raio externo da ranhura do campo	r_{sf}	142,25	mm
Abertura angular da ranhura do rotor	β_r	$0,65 \cdot \alpha_r$	rad
Raio interno da ranhura do rotor	r_{ri}	117,75	mm
Número de espiras por bobina de campo	N_s	15	-
Número de espiras por bobina de armadura	N_f	840	-

As variáveis α_s e α_r são os passos angulares de ranhura da armadura e do rotor, conforme ilustrado na Figura 5.3. As aberturas angulares das ranhuras do estator, incluindo armadura e campo, e rotor são expressas em função do passo angular por questões de generalidade. Esse artifício visa facilitar comparação entre topologias com números diferentes de ranhuras de estator e de rotor.

Em máquinas convencionais, o torque desenvolvido é proporcional ao produto da força magnetomotriz por polo com o fluxo magnético por polo. A definição dessa relação, denominada tensão cisalhante magnética, é útil para uma definição inicial do volume da máquina (LIPO, 2017). Para tal, considerando limites em termos de magnetização e densidade de corrente, o torque nominal pode ser relacionado ao volume do rotor. Por outro lado, restringindo o diâmetro externo da máquina e o comprimento axial, o aumento do diâmetro do rotor implica na redução da área da ranhura e, por conseguinte, o carregamento elétrico. Com isso, existe uma relação entre raio externo da máquina e o raio do entreferro que produz um máximo de torque. Em máquinas de fluxo chaveado, essa razão é definida sem uma discussão acerca dos critérios utilizados, sendo geralmente é adotado valores entre 0,6 e 0,7 (AHMAD *et al.*, 2019; SULAIMAN; KHAN; KOSAKA, 2016).

Por fim, o procedimento de projeto deve observar os níveis máximos de magnetização em partes distintas do núcleo da máquina. Para estabelecer esses limites, uma rotina numérica é adotada para definir os valores de referência para magnetização máxima nos dentes e coroa do núcleo, limitando o efeito da saturação sobre a degradação do desempenho eletromagnético. A literatura acerca do projeto de MFC define parâmetros e procedimentos visando aplicação do método dos elementos finitos. Deste modo, não há uma discussão sobre os limites e restrições que devem ser observados quando da aplicação de métodos analíticos ou semianalíticos.

Neste contexto, o presente trabalho objetiva resultados que permitam um maior discernimento em relação ao desempenho eletromagnético da máquina.

5.3 INDUTÂNCIAS E CÁLCULO DE POTÊNCIA

O acionamento proposto para a aplicação foi elaborado com a premissa de simplicidade e custo. Para tal, a energia elétrica produzida pelo gerador é convertida da forma alternada para a contínua através de um retificador não controlado, a diodos. Não existe um controle de corrente visando otimizar a conversão de energia, como controle por orientação de campo adotado em (BALYOVSKI *et al.*, 2014) em uma MFC. A determinação da potência elétrica gerada exige, para tanto, o cálculo das equações que descrevem os circuitos de campo e armadura, isto é

$$v_{abc} = -R_s i_{abc} - \frac{d\lambda_{abc}}{dt}, \quad (5.1)$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt}. \quad (5.2)$$

Os modelos descritos na literatura são desenvolvidos para a máquina operando como motor e acionado por um inversor de frequência, permitindo um controle de corrente. Nesse caso, o comportamento seria similar a uma máquina síncrona de polos salientes (YANG; ZHANG; JIANG, 2016). Por outro lado, a avaliação dessa topologia operando como gerador alimentando um circuito passivo mostrou a necessidade de desenvolver um novo modelo.

O desenvolvimento matemático, incluindo as premissas adotadas, é apresentado no Apêndice C. A vantagem desse modelo está no fato de permitir avaliar a potência média de saída com excelente exatidão quando comparado com o modelo completo. Consiste em um modelo simples, um circuito por fase alimentando uma carga linear, mas representa plenamente os efeitos das saliências do estator e rotor da MFC sobre a potência média gerada. Em uma primeira análise, desprezando as perdas internas do gerador, tem-se

$$\begin{aligned} E_{a,nl} + j\omega L_{a,2} e^{j2\vartheta_{i,1}} I_{a,1} e^{-j\vartheta_{i,1}} + j\omega L_{a,4} I_{a,5} e^{-j\vartheta_{i,5}} \\ = (r_l + j\omega L_l) I_{a,1} e^{-j\vartheta_{i,1}} + j\omega L_{a,0} I_{a,1} e^{-j\vartheta_{i,1}}, \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$j5\omega L_{s,4} I_{a,1} e^{-j\vartheta_{i,1}} = (R_c + j5\omega L_c) I_{a,5} e^{-j\vartheta_{i,5}} + j5\omega L_{s,0} I_{a,5} e^{-j\vartheta_{i,5}}. \quad (5.4)$$

Essa estrutura saliente implica no aparecimento de indutâncias que variam no tempo. Na análise por fase proposta, a indutância efetiva possui um valor médio, $L_{a,0}$, que origina da componente espacial fundamental do fluxo no entreferro. Os termos harmônicos dessa indutância que têm maior efeito sobre o desempenho da máquina são os de segunda e quarta ordem, $L_{a,2}$ e $L_{a,4}$, respectivamente.

Primeiramente, a componente harmônica de quarta ordem da indutância própria da armadura gera uma corrente de quinta ordem harmônica, $I_{a,5}$. Essa corrente de quinta ordem harmônica, calculada conforme a equação 5.4, tem um efeito de desmagnetizar o circuito da armadura. Isso pode ser ressaltado a partir do resultado obtido após uma reavaliação no termo presente na equação 5.3, isto é

$$j\omega L_{a,4} I_{a,5} e^{-j\vartheta_{i,5}} = -(R_{eq,4} + j\omega L_{eq,4}) I_{a,1} e^{-j\vartheta_{i,1}}, \quad (5.5)$$

onde

$$R_{eq,4} = \frac{5\omega^2 L_{s,4}^2 R_c}{(R_c^2 + 25\omega^2 (L_{s,0} + L_c)^2)}, \quad (5.6)$$

$$L_{eq,4} = -\frac{25\omega^2 L_{s,4}^2 (L_{s,0} + L_c)}{(R_c^2 + 25\omega^2 (L_{s,0} + L_c)^2)}. \quad (5.7)$$

Um efeito de desmagnetização similar ocorre devido à componente de segunda ordem harmônica da indutância própria de armadura. Uma análise mais detalhada sobre o termo em questão mostra que esse pode ser descrito a partir um circuito equivalente, isto é

$$j\omega L_{a,2} e^{j2\vartheta_{i,1}} I_{a,1} e^{-j\vartheta_{i,1}} = -\frac{(R_{eq,2,r1} + j\omega L_{eq,2,r1})(j\omega L_{eq,2,r2})}{(R_{eq,2,r1} + j\omega L_{eq,2,r1}) + (j\omega L_{eq,2,r2})} I_{a,1} e^{-j\vartheta_{i,1}}, \quad (5.8)$$

onde

$$R_{eq,2,r1} = \frac{(R_c + R_{eq,4}) L_{s,2}}{2(L_{s,0} + L_c + L_{eq,4} - L_{s,2})}, \quad (5.9)$$

$$L_{eq,2,r1} = \frac{L_{s,2}}{2}, \quad (5.10)$$

$$L_{eq,2,r2} = -L_{s,2}. \quad (5.11)$$

Esse resultado mostra que o termo à esquerda da igualdade na equação 5.8 pode ser descrito como um ramo RL em paralelo com uma indutância negativa. Importante observar esses dois ramos equivalentes, relativos à segunda e quarta ordem harmônica da indutância, dependem dos parâmetros da carga. O efeito desses sobre a máquina consiste na redução da tensão gerada interna, simplificada aqui considerando apenas a componente fundamental, $E_{a,n1}$. Essa desmagnetização que reduz a potência convertida da forma mecânica para elétrica. Comparando com uma máquina síncrona a polos lisos, esse efeito pode ser representado em um diagrama fasorial conforme ilustrado na Figura 5.5.

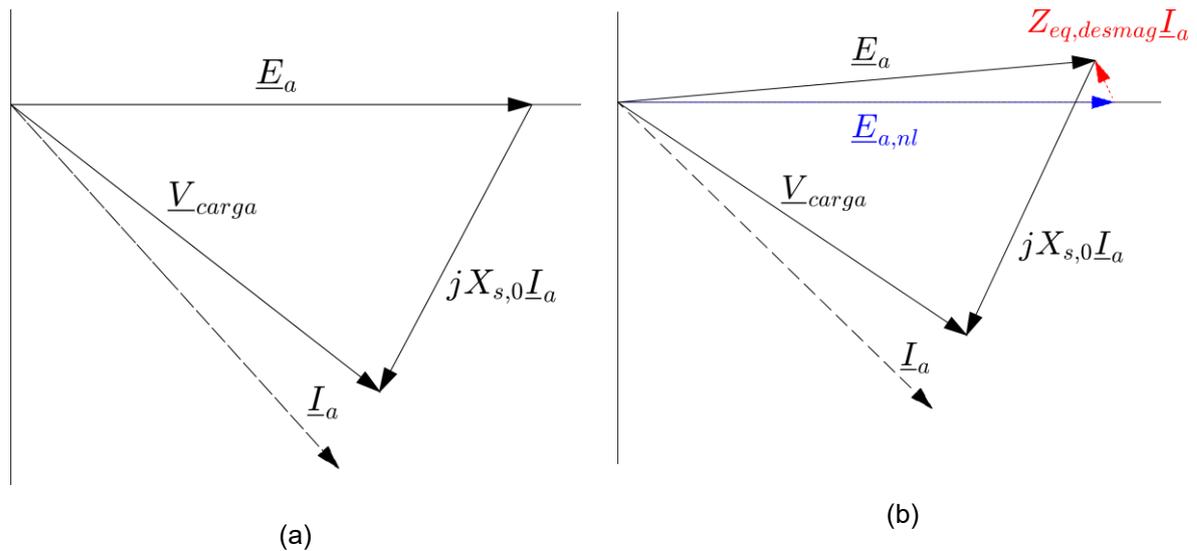


Figura 5.5 – Diagrama fasorial: (a) modelo simplificado; e (b) modelo caracterizando efeito de desmagnetização.

onde $\underline{E}_{a,nl}$ é a tensão interna a vazio e $Z_{eq,desmag}$ caracteriza o efeito total da desmagnetização, sendo a soma dos termos das equações 5.5 e 5.8. Esse comportamento pode ser simplificado em um circuito equivalente conforme ilustrado na Figura 5.6. Com esse circuito equivalente, a potência convertida pela MFC pode ser calculada a partir dos fasores da tensão interna e da corrente, isto é

$$P_{conv} = \frac{3}{2} \Re\{E_a I_a^*\}. \tag{5.12}$$

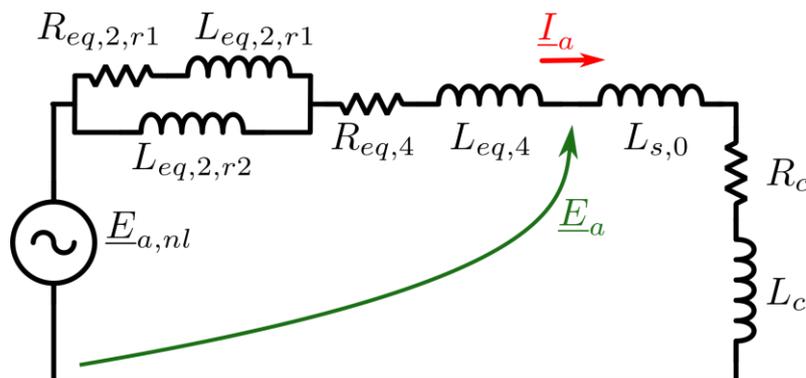


Figura 5.6 – Circuito equivalente proposto para caracterizar a desmagnetização.

O cálculo da potência elétrica gerada requer a determinação dessas componentes harmônicas das indutâncias. Deste modo, a adoção do método Maxwell-Fourier permite a avaliação do desempenho eletromagnético da máquina com custo computacional reduzido e um bom grau de exatidão.

As figuras a seguir ilustram as indutâncias obtidas pelo método Maxwell-Fourier em comparação com o método dos elementos finitos, sendo estas: indutâncias próprias do circuito de armadura (Figura 5.7); indutâncias mútuas entre fases da armadura (Figura 5.8); indutâncias mútuas entre circuito de campo e fases da armadura (Figura 5.9); e indutância própria do circuito de campo (Figura 5.10). Os valores de indutância foram obtidos a partir da condição inicial do projeto, conforme indicado nas Tabela 5.1 e Tabela 5.2. Também, essas foram obtidas com as bobinas em série.

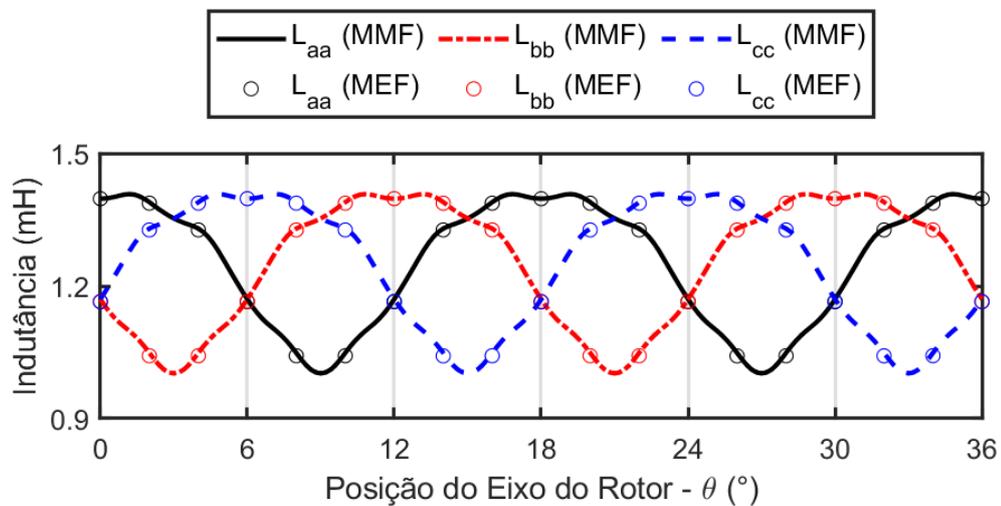


Figura 5.7 – Indutâncias próprias das fases do circuito de armadura.

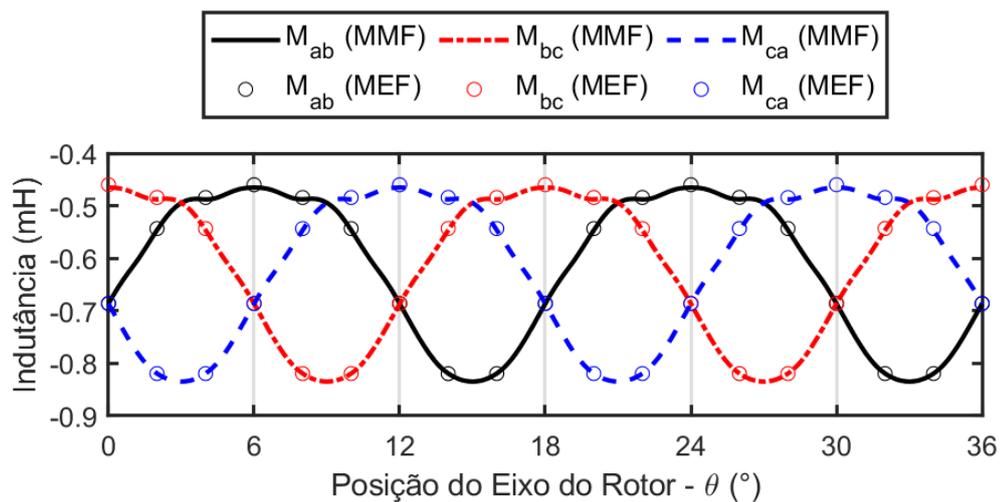


Figura 5.8 – Indutâncias mútuas entre as fases do circuito de armadura.

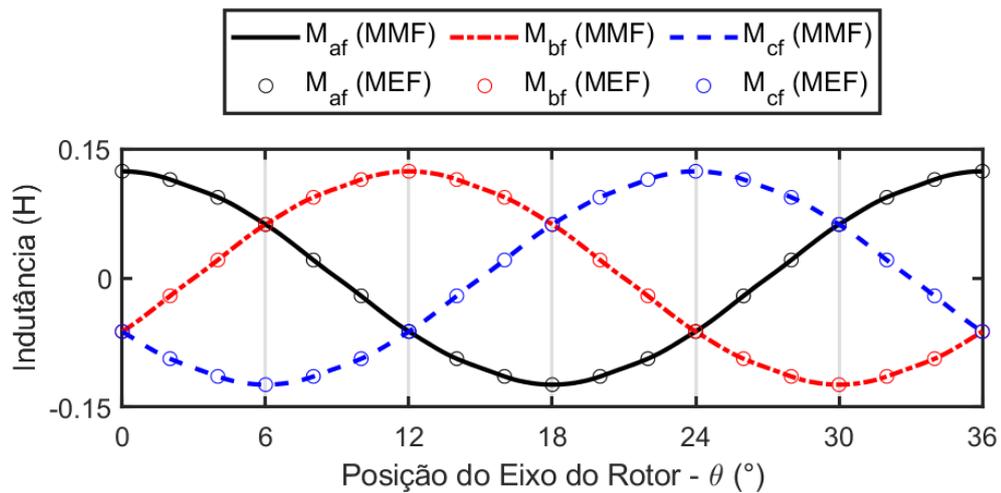


Figura 5.9 – Indutâncias mútuas entre circuito de campo e as fases do circuito de armadura.

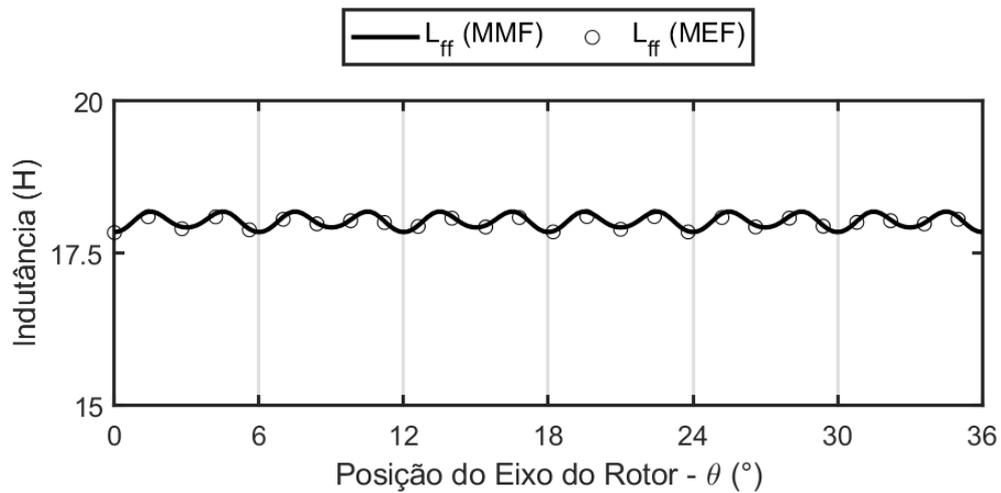


Figura 5.10 – Indutância própria do circuito de campo.

O resultado mostra que o método Maxwell-Fourier realiza o cálculo de campo no entreferro com excelente precisão. Para o cálculo da potência, utilizando o circuito equivalente, é suficiente a decomposição das componentes harmônicas de interesse dessas indutâncias.

A qualidade da malha adotada para o método dos elementos finitos foi refinada observando resultados obtidos para enlace de fluxo nos circuitos de campo e armadura. A Tabela 5.3 apresenta esses resultados para o rotor com uma posição angular fixa considerando apenas a magnetização pelo circuito de campo. Pela característica construtiva da máquina, com dupla saliência, a análise pelo método Maxwell-Fourier considera um espectro harmônico espacial até a 200ª ordem nas regiões anulares e até a 25ª ordem nas regiões das ranhuras, tanto do rotor quanto

do estator. Deste modo, para a máquina de fluxo chaveado com 24 ranhuras de estator e 10 de rotor, é necessária a solução de 1650 variáveis.

Tabela 5.3 – Resultado de convergência para o método dos elementos finitos e o método Maxwell-Fourier – máquina de fluxo chaveado.

Método	Elementos	Tempo de simulação	Enlace de Fluxo (Wb · espira)			
			λ_a	λ_b	λ_c	λ_f
Elementos finitos	139842	18 s	0,037	-0,019	-0,019	5,35
Maxwell-Fourier	1650	0,2 s	0,037	-0,019	-0,019	5,35

O cálculo pelo método dos elementos finitos não foi otimizado considerando as condições de simetria da máquina elétrica. Por sua vez, o método Maxwell-Fourier foi implementado em uma linguagem de programação de alto nível, utilizando o *software* Matlab. Deste modo, os tempos de simulação de ambos os métodos podem ser otimizados.

5.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE A TOPOLOGIA

Construtivamente, existem diversas formas de realizar um projeto de máquina de fluxo chaveado. O presente trabalho utilizou como base a topologia com 24 ranhuras de estator e 10 ranhuras de rotor (24s-10r). Porém, máquinas com menor número de ranhuras, podem apresentar um desempenho eletromagnético melhor devido a uma menor dispersão do fluxo magnético. Zhou (2014) obteve 30 % a mais de torque na configuração 12s-5r em relação à MFC com 24s-10r.

Em relação a essas variações, nas quais é utilizada uma estrutura base para obtenção de topologias distintas a partir de múltiplos da relação entre as ranhuras de estator e de rotor, é importante observar alguns pontos. Primeiramente, reduzir o número de polos requer um aumento das espessuras requeridas para as coroas de estator e rotor. Isto é, mantendo a magnetização constante, a espessura da coroa necessária para evitar saturação magnética é maior para máquinas com menor número de polos. Por outro lado, aumentar o número de polos eleva as perdas no núcleo e no inversor de frequência, pois essas parcelas das perdas são proporcionais à frequência de operação.

No projeto em questão, devido às restrições quanto aos diâmetros externo e interno, a o aumento da espessura das coroas do rotor e estator implica na redução da profundidade da ranhura. Assim, máquina com um menor número de polos, na configuração 12s-5r, o seu desempenho é degradado por essa limitação. Uma configuração 36s-15r também é testada, tentando avaliar se a possibilidade de uma ranhura com maior área reflete em um desempenho melhor. A Figura 5.11 ilustra um exemplo no qual a densidade de corrente de campo é mantida constante e a posição do rotor é tal que o enlace de fluxo na fase A é máximo para as três configurações.

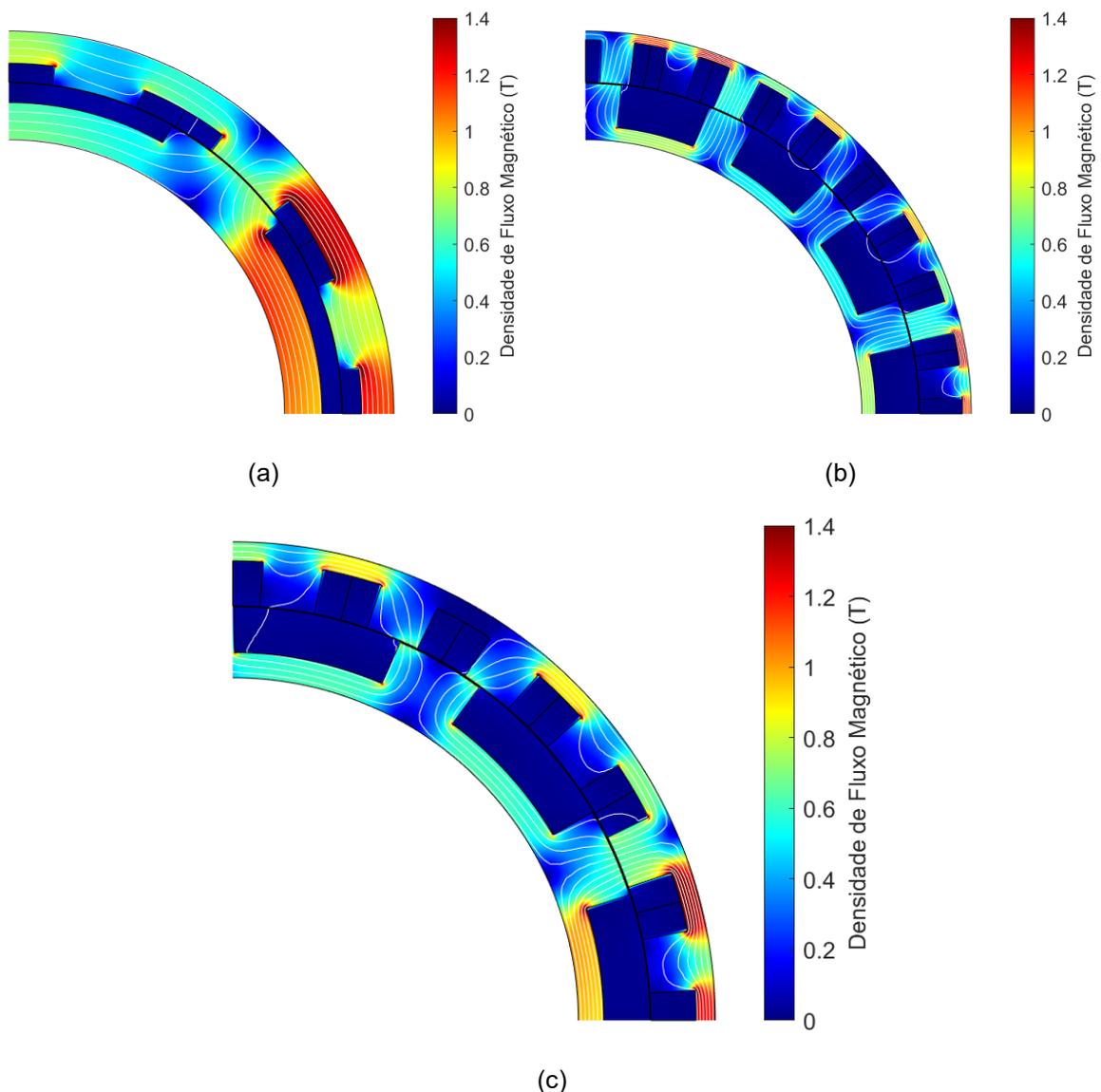


Figura 5.11 – Densidade de fluxo para diferentes topologias da MFC: (a) 12s-5r; (b) 36s-15r; e (c) 24s-10r.

Utilizando valores iniciais de projeto e a metodologia de cálculo de potência discutido na Seção 5.3, os valores de potência convertida, P_{conv} , obtidos das três

topologias são apresentados na Tabela 5.4. Além da maior capacidade de conversão de energia, a seleção da configuração trifásica com 24 ranhuras de estator e 10 ranhuras de rotor é justificada por algumas vantagens adicionais (SULAIMAN; KHAN; KOSAKA, 2016). A adoção de um número par de ranhuras de rotor evita cargas radiais sobre o eixo do acionamento, denominadas forças magnéticas desbalanceadas (UMF, na sigla em inglês). Reduz, também, a frequência de operação do inversor de frequência, gerando menos perdas por comutação (SULAIMAN; KOSAKA; MATSUI, 2012). Considerando as restrições geométricas para o projeto em questão, essa configuração apresenta uma boa relação entre frequência de operação e indução magnética magnético, maximizando a potência de saída em comparação com as alternativas avaliadas.

Tabela 5.4 – Comparação da potência convertida entre topologias distintas.

Topologia	Potência convertida	Perdas no cobre
12s-5r	81 W	62 W
24s-10r	165 W	76 W
36s-15r	148 W	70 W

5.5 LIMITAÇÕES ESTRUTURAIS E MATERIAIS

O método Maxwell-Fourier facilita a avaliação do desempenho eletromagnético da máquina, porém o projeto da máquina a partir dessa ferramenta deve ser realizado com atenção a certos limites. A liberdade oferecida para parâmetros geométricos deve, por exemplo, evitar estruturas mecânicas frágeis, observar se procedimentos construtivos são exequíveis, limites térmicos, entre outros pontos. Nesse sentido, alguns aspectos são discutidos visando um procedimento capaz de resultados mais robustos, deixando a etapa de otimização via métodos numéricos menos onerosa.

Para a seleção do condutor dos enrolamentos de campo e armadura, é necessário o conhecimento do fator de preenchimento da ranhura, k_{Cu} . Essa relação entre a área da ranhura e a área ocupada pelos condutores depende do tipo de condutor, tipo de enrolamento etc. Para máquinas com condutores circulares bobinados aleatoriamente, esse valor fica situado entre 0,3 e 0,5 (LIPO, 2017). Em

máquinas de fluxo chaveado, o valor de 0,4 é comumente usado na literatura (AMARA *et al.*, 2005; ZHOU; ZHU, 2014). Com isso, visando estimar as perdas por efeito Joule, a resistência dos enrolamentos é calculada conforme a área de cobre estimada pelo fator de preenchimento desejado. Por exemplo, para a bobina de armadura, têm-se

$$R_{coil} = l_{turn} \frac{\rho_{Cu}}{k_{Cu} \left(\frac{A_{slot}}{2} \right)} N_{coil}^2, \quad (5.13)$$

$$l_{turn} = 2l_s + 2l_{end}, \quad (5.14)$$

$$l_{end} = l_{circ} + 2l_{axis}. \quad (5.15)$$

onde, L_{circ} é o comprimento circunferencial médio e L_{axis} o comprimento axial da cabeça de bobina, calculados por

$$l_{circ} = \frac{1}{2} [2\alpha_s + (2\alpha_s - \beta_{sa})] r_{wind}, \quad (5.16)$$

$$l_{axis} = \frac{\beta_{sa}}{2} r_{wind}. \quad (5.17)$$

Para o cálculo da resistência do enrolamento de campo, essa equação é utilizada com valor apropriado para a abertura angular da ranhura de campo, substituindo β_{sa} por β_{sf} . Caso a ranhura da máquina seja construída com sapata do dente, essas aberturas angulares devem ser relativas às regiões onde os enrolamentos são alojados. A máquina de fluxo chaveado com enrolamento sobreposto apresenta significativas perdas por efeito Joule, sendo necessário estimar com maior critério os parâmetros quem tenham efeito sobre essas perdas.

O carregamento elétrico máximo é determinado pelo tipo de isolamento dos condutores, assim como o tipo de arrefecimento da máquina. Máquinas de fluxo chaveado possuem os enrolamentos localizados na armadura, facilitando o gerenciamento térmico da máquina. Com isso, por exemplo utilizando refrigeração a água, densidades de corrente alcançando valores na ordem de 30 A/mm² são adotadas na literatura (SULAIMAN; KHAN; KOSAKA, 2016; OMAR *et al.*, 2017; AHMAD *et al.*, 2019). Conforme indicado em (AMARA *et al.*, 2005), é necessário algum tipo de resfriamento especial em máquinas com densidade de corrente acima de 10 A/mm². No presente trabalho, esse valor de 10 A/mm² é adotado como limite.

Mantendo o número de espiras, é possível reduzir essas perdas nos enrolamentos selecionando condutores com seção maior, o que requer uma área de ranhura maior. Porém, existe um custo ao explorar esse grau de liberdade da geometria para minimizar as perdas nos condutores. Reduzir o volume do material ferromagnético pode levar à saturação, deteriorando o desempenho eletromagnético.

Para máquinas convencionais, existem valores de magnetização de referência, obtidos empiricamente, que auxiliam na definição de parâmetros geométricos iniciais da máquina, tais como largura do dente e coroa do núcleo (PYRHONEN, 2013). Para máquinas de fluxo chaveado, foi observado na literatura um predomínio na adoção de métodos numéricos para propostas de projeto (AHMAD *et al.*, 2019; KHAN; SULAIMAN; AHMAD, 2017; SULAIMAN; KHAN; KOSAKA, 2016). Como esse modelo contempla saturação do material ferromagnético, otimização da geometria do núcleo é realizada sem a necessidade de um maior cuidado pelo projetista. Porém, para a proposta do presente trabalho, é preciso delinear as restrições referentes ao aço elétrico, analisando os efeitos da saturação de diferentes partes do núcleo da máquina sobre o desempenho da máquina.

Para avaliar o efeito da saturação, foram realizadas simulações utilizando o *software* FEMM (MEEKER, 2020). Magnetizando apenas o circuito de campo, e desprezando a reação de armadura, uma máquina com a configuração 24s-10r foi avaliada com a posição angular do rotor variando ao longo de um ciclo elétrico. Além disso, a geometria da máquina foi alterada para evitar saturação em porções do núcleo que não estavam sujeitos a teste. Baseado nos parâmetros apresentados na Tabela 5.2, o raio interno do rotor foi alterado para 80 mm e o raio médio do entreferro para 120 mm. As coroas de rotor e estator foram alteradas para 20 mm e, quando sob teste, para 6 mm.

O efeito saturação foi avaliado em termos do enlace de fluxo e da tensão induzida. A Tabela 5.5 mostra o nível de magnetização das diferentes partes da máquina sobre teste. No caso, foram registrados os valores com os quais a redução do valor fundamental da força eletromotriz fica limitada a 5 % em comparação com o resultado não saturado. Essa mesma condição de magnetização, simulada com aço elétrico ideal, forneceu os valores de referência para o trabalho em questão.

A partir desses resultados, são definidos valores de referência com uma margem de segurança, sendo estabelecidos os limites para as densidades de fluxo em 1,8 T na coroa e 1,5 T nos dentes. Esses valores de referência são, então, utilizados com o resultado obtido pelo método Maxwell-Fourier para cada posição do rotor. Como o método adotado nesse trabalho realiza o cálculo de campo apenas no entreferro, o nível de magnetização do estator é estimado a partir de um circuito magnético equivalente (ABBASZADEH; ALAM, 2016).

Tabela 5.5 – Teste para avaliação do efeito da saturação sobre a tensão induzida.

Teste	Densidade de fluxo				Valor para Modelo Linear
	Coroa do Rotor	Dente do Rotor	Coroa do Estator	Dente do Estator	
Coroa do Rotor	1,60 T	0,77 T	0,57 T	1,02 T	1,97 T
Coroa do Estator	0,45 T	0,65 T	1,62 T	0,88 T	1,95 T
Dente do Estator	0,88 T	1,16 T	0,94 T	1,61 T	1,73 T

O fluxo do dente é obtido pelo cálculo da densidade de fluxo do entreferro média ao longo do comprimento de um passo do dente, entre os pontos médios das ranhuras adjacentes ao dente sob análise. Com os fluxos magnéticos calculados para cada dente, φ_d , o sistema de equação linear pode ser derivado para os fluxos de coroa, φ_c . Para um estator de doze ranhuras, o sistema de equação é escrito como

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{c1} \\ \varphi_{c2} \\ \vdots \\ \varphi_{c11} \\ \varphi_{c12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{d1} \\ \varphi_{d2} \\ \vdots \\ \varphi_{d11} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.18)$$

A Figura 5.12 ilustra os valores estimados, isto é, o valor máximo obtido nos dentes do estator e o valor máximo ao longo da coroa do estator, em comparação com o resultado obtido pelo método dos elementos finitos. Durante os testes, foi observado

que a saturação dos dentes do estator limita o desenho da máquina antes dos dentes do rotor. Também, pela característica da distribuição do fluxo magnético, a coroa do rotor pode ser dimensionada com referência à espessura da coroa do estator, onde uma espessura definida 95% à da coroa do estator resulta em uma densidade de fluxo similar. Deste modo, somente é analisada a distribuição de campo no estator.

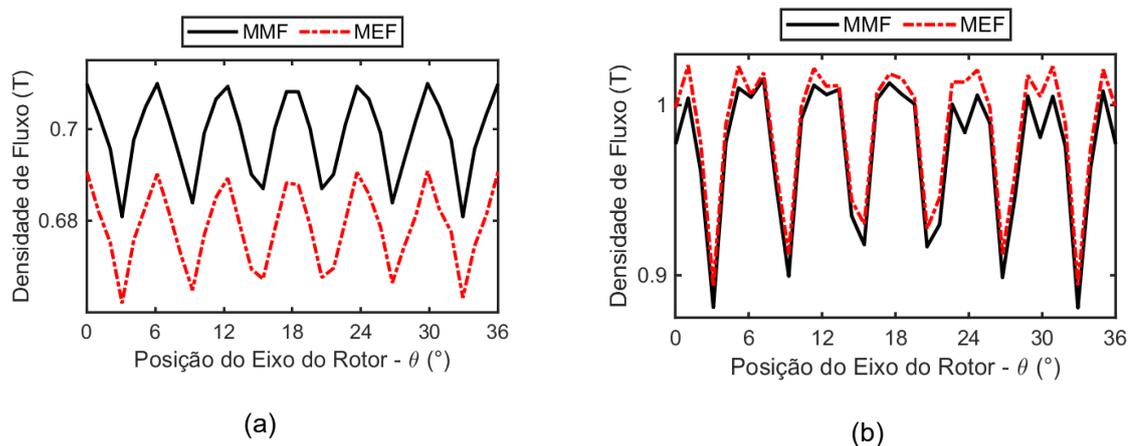


Figura 5.12 – Densidade de fluxo em função da posição do rotor: (a) valor máximo no dente; e (b) valor máximo na coroa.

A definição desses limites, tanto em termos de fator de preenchimento quanto dimensionamento do núcleo para evitar saturação, permitem ao projeto utilizar o grau de liberdade na geometria com uma fundamentação quanto aos limites físicos da máquina. Assim, a otimização da MFC usando o método semianalítico é conduzida de forma mais criteriosa, verificando não apenas o desempenho eletromagnético.

5.6 SENSIBILIDADE GEOMÉTRICA E ROTINA DE OTIMIZAÇÃO

Com os parâmetros geométricos definidos, e após serem estabelecidos alguns limites, é possível avaliar a sensibilidade da potência gerada pela MFC em função de parâmetros construtivos. O primeiro parâmetro analisado é a relação entre o raio do entreferro e o raio externo da máquina. Esse parâmetro é importante pois, definido um limite para o raio externo, essa razão tem grande efeito sobre o torque desenvolvido pela máquina.

Com o raio do entreferro variando de 90 mm a 130 mm, as componentes harmônicas das indutâncias são calculadas pelo método Maxwell-Fourier para cálculo da potência de saída. Além disso, é obtido o valor máximo de densidade de fluxo nos dentes e coroa do estator conforme a aproximação discutida na seção anterior. Com

os valores de referência obtidos na seção anterior, dois parâmetros da máquina são reavaliados. Primeiramente, a corrente de campo é recalculada para que a máquina opere no ponto de referência de densidade de fluxo magnético no dente. Em seguida, a espessura da coroa é modificada observando a densidade de fluxo calculada e o valor de referência. Com isso, a espessura da coroa é otimizada para a corrente de campo.

Com a corrente de campo recalculada e geometria da máquina estabelecida, é obtido o valor máximo de potência de saída na máquina, $P_{saída}$. São calculadas também as perdas por efeito Joule no circuito de campo e armadura, P_{perdas} . A Figura 5.13 ilustra o resultado, mostrando que, com o limite estabelecido para o raio externo, reduzir o raio do entreferro permite aumentar a potência de saída. Esse efeito ocorre, principalmente, pelo aumento da área das ranhuras de armadura e subsequente redução das perdas. Porém, a partir de um ponto, esse ganho acaba não compensando a redução de potência pela limitação na corrente de campo para a máquina não saturar.

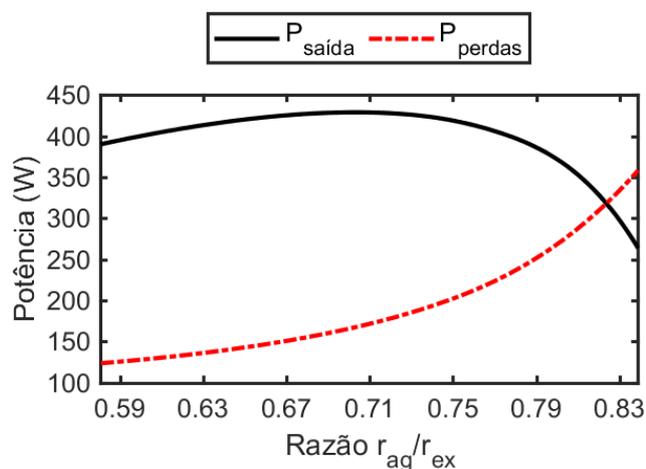


Figura 5.13 - Potência gerada e perdas em função da razão r_{ag}/r_{ex} .

Um efeito similar ocorre quando são avaliados os parâmetros das ranhuras. São apresentados os resultados para a razão entre a abertura e o passo ranhura, isto é: $b_{sa} = \beta_{sa}/\alpha_s$; $b_{sf} = \beta_{sf}/\alpha_s$; e $b_r = \beta_r/\alpha_r$. Considerando as ranhuras de estator, de campo e armadura, é possível observar que potências maiores são obtidas com a redução das perdas. Isso é mais proeminente no circuito de campo, que possui muitas espiras para aumentar a magnetização da máquina e compensar a baixa velocidade

operativa. Conforme ilustrado na Figura 5.14, o máximo de potência é obtido para maiores ranhuras de campo e menores ranhuras de armadura.

Se forem desprezadas as perdas e mantendo a corrente de campo constante, valores maiores de potência são obtidos reduzindo as ranhuras de campo e armadura. Nessa condição, o aumento da potência é justificado pelo maior acoplamento entre os circuitos de campo e armadura, conforme ilustrado na Figura 5.15.

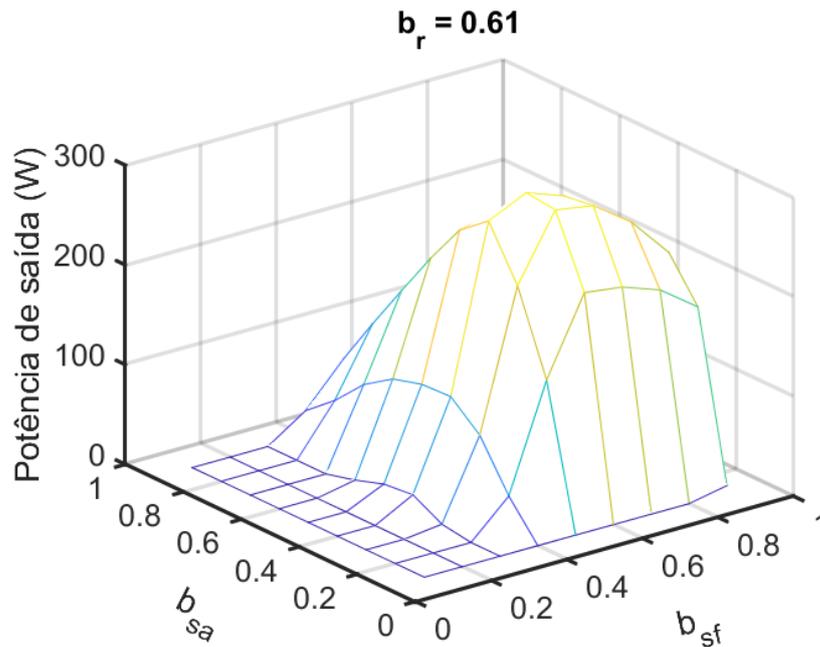


Figura 5.14 - Influência da abertura da ranhura sobre potência máxima de saída.

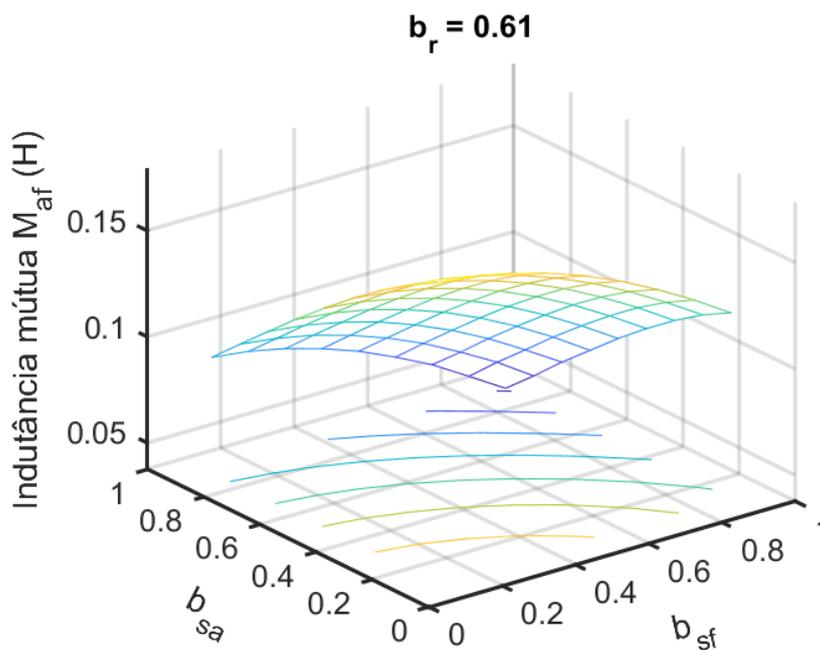


Figura 5.15 - Influência da abertura da ranhura sobre indutância mútua entre armadura e campo.

Levando em consideração esses aspectos, a otimização do gerador é realizada com foco na redução das perdas. Assim, definida a potência de saída desejada, os parâmetros são avaliados na pior condição da operação, na velocidade mínima do carro de 35 km/h. É importante considerar também que o circuito campo é alimentado a partir do circuito de armadura.

Esse problema não linear é resolvido utilizando uma rotina numérica. Primeiramente, estabelecida a tensão no barramento, V_{cc} , o valor de pico da tensão de fase pode ser calculado por

$$V_{pico} = \frac{\pi V_{cc}}{3\sqrt{3}} \quad (5.19)$$

A potência desejada é definida e utilizada para calcular uma carga resistiva equivalente, isto é

$$R_{saída} = \frac{3 V_{pico}^2}{2 P_{saída}} \quad (5.20)$$

A carga que o circuito de campo oferece ao gerador é caracterizada de forma similar, definida por

$$R_{campo} = \frac{3 V_{pico}^2}{2 P_{campo}} \quad (5.21)$$

No caso, esse sistema de equações é não linear, posto que a potência consumida pelo circuito de campo, P_{campo} , depende da corrente do circuito de campo. Além disso, a tensão sobre a carga, V_{pico} , pode ser definida a partir do circuito equivalente por fase da máquina elétrica (Figura 5.6), sendo descrito conforme

$$V_{pico} + (Z_{s,0} + Z_{s,2} + Z_{s,4})I_a = \underline{E}_{a,nl} \quad (5.22)$$

onde os termos $Z_{s,2}$ e $Z_{s,4}$ refletem os efeitos de desmagnetização ocasionados pelas componentes harmônicas espaciais de segunda e quarta, respectivamente. A impedância $Z_{s,0}$ é definida pela indutância síncrona, $L_{s,0}$, e a resistência do circuito de armadura. Com a tensão de saída fixa e carga definida pelas resistências $R_{saída}$ e R_{campo} em paralelo, a corrente de armadura pode ser calculada por

$$I_a = \frac{V_{pico}}{R_{saída} // R_{campo}}. \quad (5.21)$$

Definindo a tensão de saída como referência, o ângulo de fase da tensão induzida $\underline{E}_{a,nl}$ pode ser calculado pelas impedâncias do circuito e a amplitude calculada por

$$|\underline{E}_{a,nl}| = \omega_1 M_{af,1} I_f. \quad (5.23)$$

onde ω_1 é a frequência elétrica e $M_{af,1}$ é a componente fundamental da indutância mútua entre campo e fase a da armadura. Assim, o ponto de operação é obtido a partir de um método numérico que minimize a função do tipo $F(x) = 0$, isto é

$$F(x) = \left[V_{pico} + \left(Z_{s,0} + Z_{s,2}(x) + Z_{s,4}(x) \right) I_a(x) - \underline{E}_{a,nl}(x) \right]^2 = 0. \quad (5.24)$$

onde x é a corrente de campo e os termos que são calculados em função dessa corrente de campo são explicitados. Além disso, essa função objetivo é implementada levando em consideração limites em termos de saturação do material ferromagnético e de densidade de corrente. A partir dessa metodologia, os resultados para a potência de saída e as perdas por efeito Joule em função da abertura das ranhuras de armadura são apresentados nas Figura 5.16 e Figura 5.17, respectivamente.

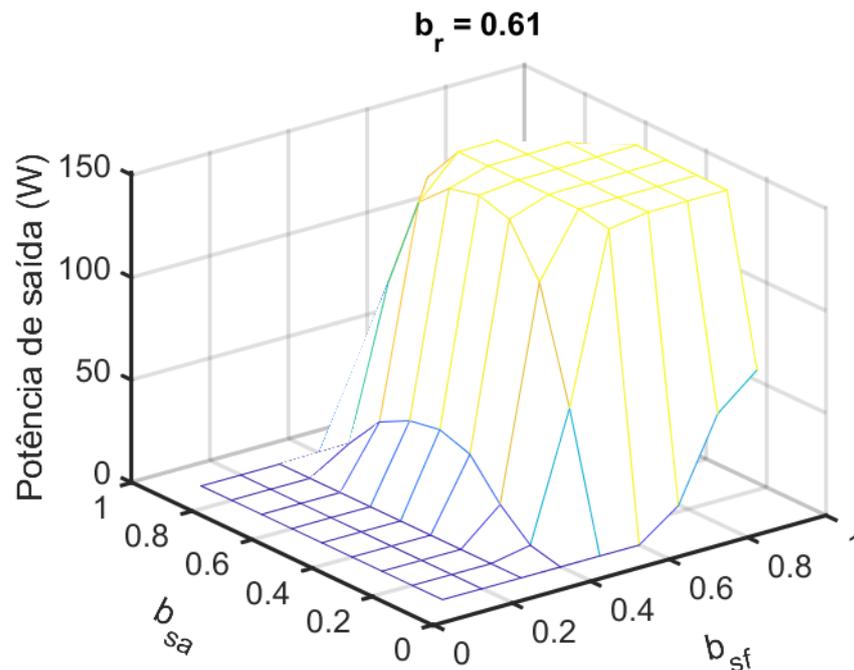


Figura 5.16 - Influência da abertura da ranhura na capacidade do gerador de fornecer uma potência fixa.

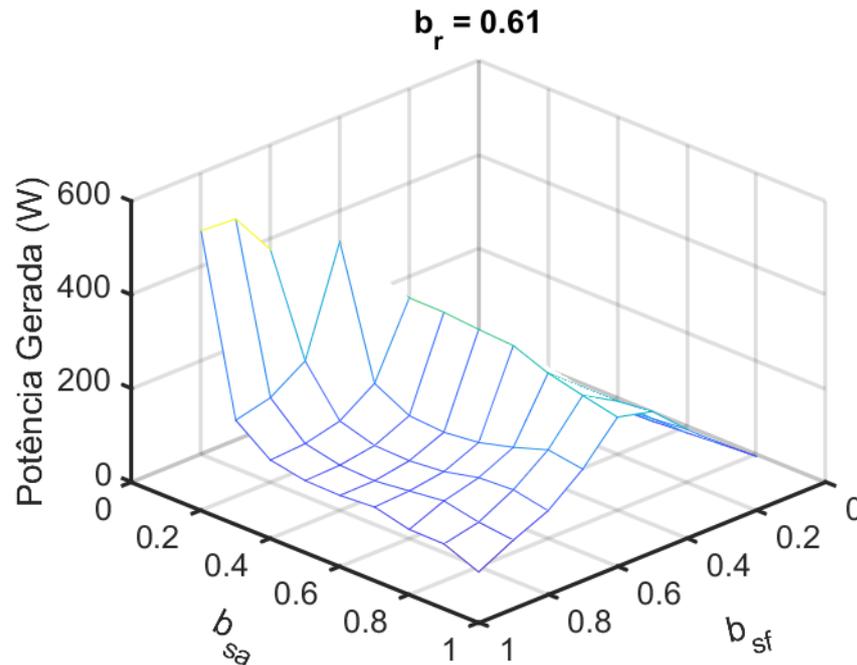


Figura 5.17 - Influência da abertura da ranhura sobre as perdas para gerador fornecendo potência fixa.

Primeiramente, considerando esses resultados em função das aberturas das ranhuras da armadura, existe uma faixa de valores para a qual a máquina consegue produzir a potência requerida de 150 W. Isso permite reduzir o espaço de busca da rotina de otimização que minimize as perdas. Assim, a otimização da máquina elétrica foi obtida com algoritmos genéticos, adotando a rotina oferecida pelo *software Matlab* (MATLAB, 2020), com os parâmetros e espaço de busca definidos na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Parâmetros e espaço de busca para a rotina de otimização.

Parâmetro	Símbolo	Valor Inicial	Limites	Unidade
Raio médio do entreferro	r_{ag}	130	[128 135]	mm
Abertura angular da ranhura da armadura	β_{sa}	$0,5 \cdot \alpha_s$	[0,1 0,5]	rad
Abertura angular da ranhura do campo	β_{sf}	$0,5 \cdot \alpha_s$	[0,5 0,9]	rad
Abertura angular da ranhura do rotor	β_r	$0,65 \cdot \alpha_r$	[0,5 0,7]	rad
Número de espiras por bobina de campo	N_s	15	[5 20]	-

O objetivo do projeto em minimizar as perdas implicou na redução da densidade de corrente, que fica abaixo de 5 A/mm^2 na região de menor perdas. Outro ponto

observado é que, considerando as estimativas das perdas de forma ideal, o número de espiras do circuito de campo não afeta a potência de saída ou as perdas por efeito Joule do gerador. A tensão induzida não muda, posto que a força magnetomotriz é mantida constante. Também, a resistência desse circuito, sendo proporcional ao quadrado do número de espiras, é balanceada pela corrente no cálculo das perdas.

Por sua vez, o número de espiras de armadura tem efeito sobre a redução das perdas da máquina e deve ser levada em consideração em rotinas de otimização que visem esse objetivo. Com os critérios definidos ao longo deste capítulo, a otimização do gerador visando minimizar as perdas por efeito Joule resultou nos parâmetros listados na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Parâmetros construtivos da máquinas iniciais e obtidos pela rotina de otimização.

Parâmetro	Símbolo	Valor Inicial	Valor Final	Unidade
Raio médio do entreferro	r_{ag}	130	128,2	mm
Abertura angular da ranhura da armadura	β_{sa}	$0,5 \cdot \alpha_s$	$0,4687 \cdot \alpha_s$	rad
Raio externo da ranhura da armadura	r_{sa}	142,25	148,90	mm
Abertura angular da ranhura do campo	β_{sf}	$0,5 \cdot \alpha_s$	$0,8883 \cdot \alpha_s$	rad
Raio externo da ranhura do campo	r_{sf}	142,25	148,90	mm
Abertura angular da ranhura do rotor	β_r	$0,65 \cdot \alpha_r$	$0,5699 \cdot \alpha_r$	rad
Raio interno da ranhura do rotor	r_{ri}	117,75	116,80	mm
Número de espiras por bobina de campo	N_s	15	14	-
Número de espiras por bobina de armadura	N_f	840	840	-

A Figura 5.18 mostra a eficiência do gerador otimizado para o veículo operando de 35 km/h a 90 km/h. Essa eficiência foi calculada sem considerar as perdas nos núcleos de rotor e estator. Na condição analisada, com o veículo na velocidade mínima para operação da frenagem regenerativa, essa aproximação é justificada posto que as perdas no cobre são mais significativas.

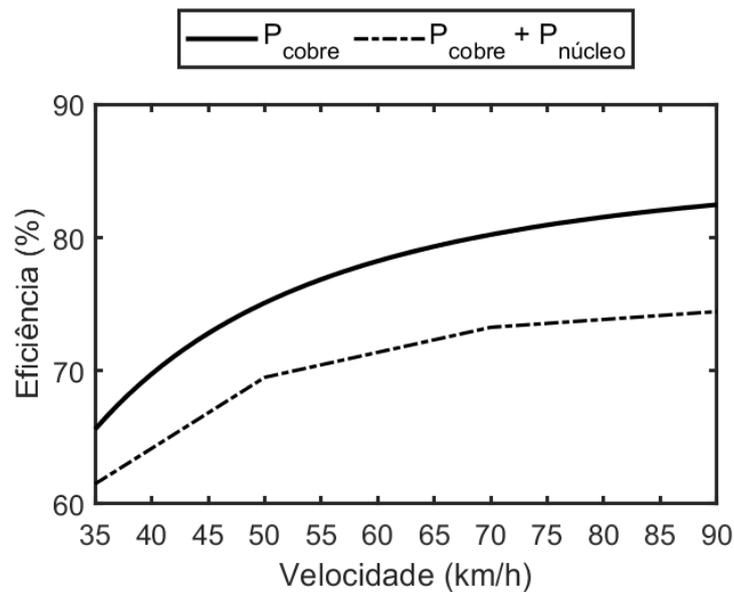


Figura 5.18 - Eficiência do gerador ao longo da faixa de velocidades de ciclo urbano.

A operação desse gerador em baixa eficiência pode ser justificada por dois motivos principais. Primeiramente, a baixa faixa de velocidade operativa, definida pela aplicação, exige uma elevada magnetização pelo circuito de campo. No caso, a faixa de corrente escolhida em etapas preliminares de projeto implicou em um número elevado de espiras. Isso eleva consideravelmente as perdas por efeito Joule. Também, a limitação geométrica em termos do raio interno do rotor limita a potência gerada. A razão entre o raio médio do entreferro e o raio externo da máquina obtida, $r_{ag}/r_{ex} = 0,83$, ficou fora do ponto ideal, conforme ilustrado na Figura 5.13.

Essas perdas no núcleo devem ser consideradas em etapas posteriores do projeto, utilizando metodologias como a descrita em (MEEKER, 2017). A título de informação, as perdas nos núcleos de rotor e estator foram calculadas em quatro pontos utilizando essa metodologia, sendo essas perdas utilizadas para recalculer a eficiência da máquina. Conforme ilustrado na Figura 5.18, em baixas velocidades as perdas no cobre são dominantes. Com o veículo a 35 km/h, têm-se $P_{\text{cobre}} = 80$ W e $P_{\text{núcleo}} = 15$ W. Porém, em velocidades maiores, as perdas no núcleo ganham uma maior relevância. Com o carro a 90 km/h, têm-se $P_{\text{cobre}} = 32$ W e $P_{\text{núcleo}} = 19$ W.

Por fim, a Figura 5.19 ilustra o resultado para a distribuição de campo ao longo da máquina otimizada. A densidade de fluxo na coroa do estator e rotor ficou na faixa de 1,50 T, sendo um nível de magnetização que não deteriora o desempenho eletromagnético do gerador. A densidade de fluxo no dente ficou limitada a 1,25 T,

ilustrando que existe a possibilidade para otimizar a geometria da ranhura a partir de método dos elementos finitos.

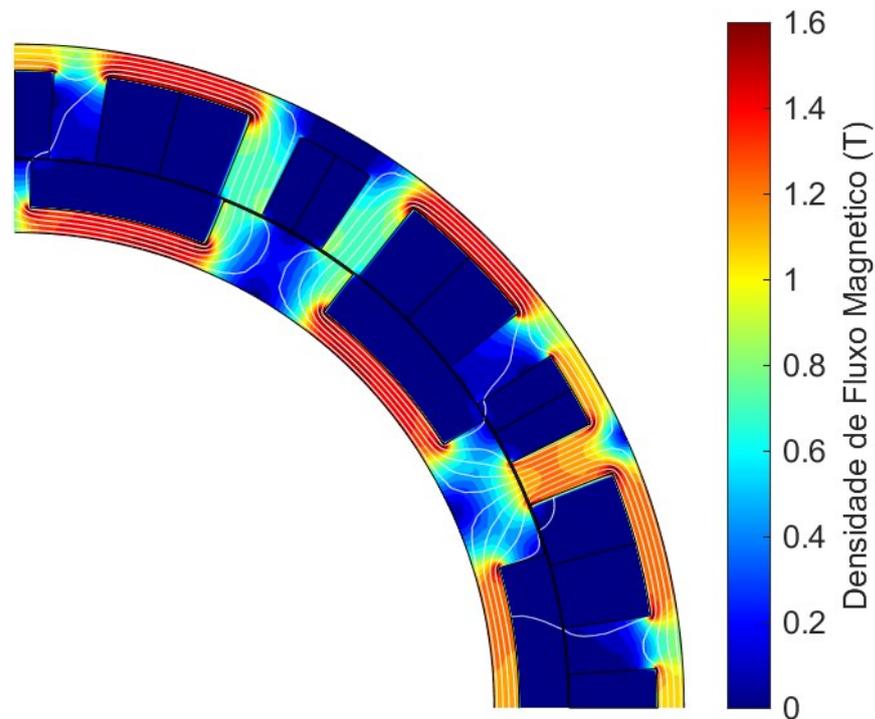


Figura 5.19 – Densidade de fluxo na geometria da máquina obtida pelo processo de otimização.

5.7 VALIDAÇÃO DO MODELO

O modelo para descrever o comportamento da máquina foi validado a partir de medições em um protótipo. Uma versão preliminar da máquina foi montada com os parâmetros indicados na Tabela 5.8.

Nessa fase preliminar, uma alternativa de projeto para o protótipo da MFC foi feita visando reduzir as perdas por efeito Joule. Foi proposto um aumento na área da região dos enrolamentos, mas mantendo a abertura angular da ranhura sob o ponto de vista magnético. Para isso, a ranhura foi construída com uma sapata do dente com espessura de 2 mm, conforme ilustrado na Figura 5.20 (a). O protótipo montado é apresentado na Figura 5.20 (b).

A bancada de testes dessa máquina *in-wheel* é ilustrada na Figura 5.21. A Figura 5.21 (a) evidencia a fixação do estator da máquina no eixo traseiro do veículo e o acionamento usado para girar a roda. A visão frontal dessa roda, já montada na condição para realização do teste, é apresentada na Figura 5.21 (b). Esse sistema foi montado visando primeiramente validar o modelo desenvolvido pelo método Maxwell-

Fourier, mas será adotada para outros desenvolvimentos dentro do contexto de hibridização veicular.

Tabela 5.8 – Parâmetros construtivos do protótipo fabricado.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Raio médio do entreferro	r_{ag}	134	mm
Comprimento do entreferro	l_{ag}	0,7	mm
Abertura angular da ranhura da armadura	β_{sa}	$0,4546 \cdot \alpha_s$	rad
Raio externo da ranhura da armadura	r_{sa}	148,85	mm
Abertura angular da ranhura do campo	β_{sf}	$0,8 \cdot \alpha_s$	rad
Raio externo da ranhura do campo	r_{sf}	148,85	mm
Abertura angular da ranhura do rotor	β_r	$0,65 \cdot \alpha_r$	rad
Raio interno da ranhura do rotor	r_{ri}	119,15	mm
Raio interno da ranhura da armadura	r_{st}	136,35	mm
Número de espiras por bobina de campo	N_s	15	-
Número de espiras por bobina de armadura	N_f	840	-

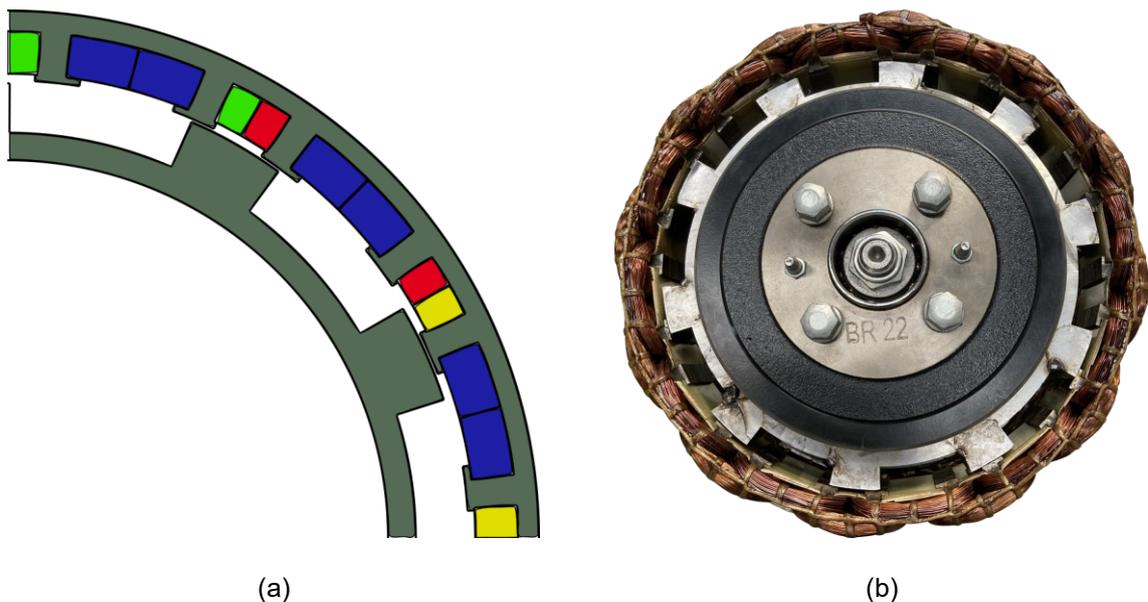


Figura 5.20 – Gerador de fluxo chaveado para aplicação veicular: (a) seção transversal; e (b) protótipo fabricado.

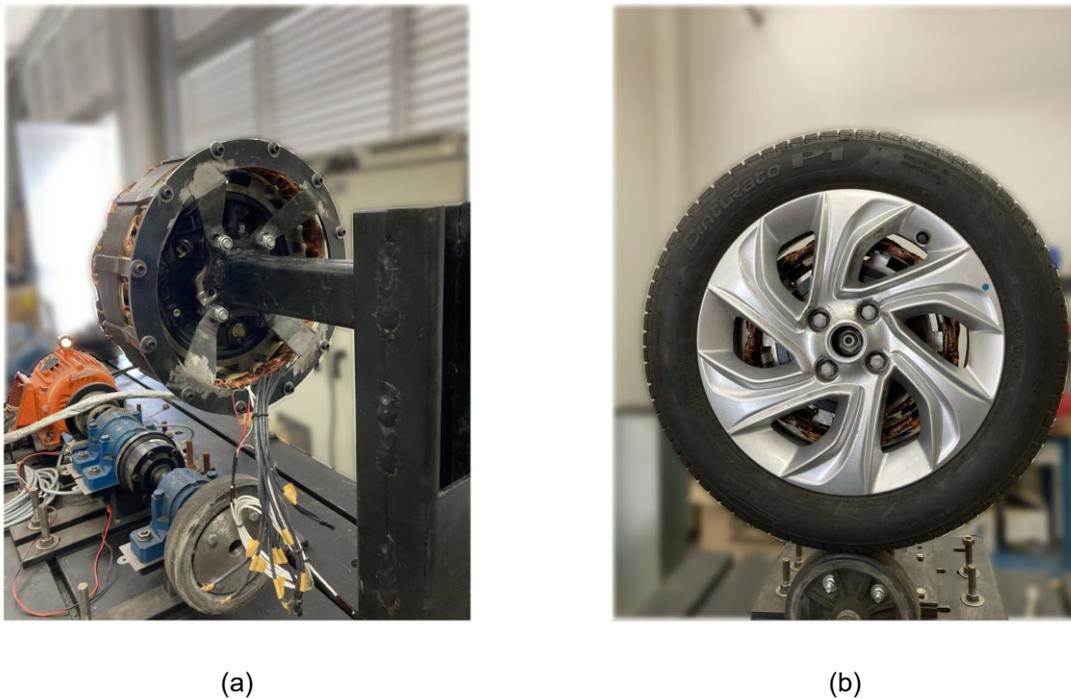


Figura 5.21 – Bancada de testes da máquina *in-wheel*: (a) montagem parcial; e (b) visão frontal com a roda montada.

Para a alimentação do circuito de campo, visando manter a tensão de operação do sistema em níveis inferiores a 48 V , evitando assim uma alteração na certificação do veículo, o enrolamento desse circuito foi conectado em paralelo. Na configuração em série, a tensão de operação desse circuito poderia alcançar valores superiores a 200 V. Porém, pela característica construtiva da máquina, onde cada bobina de campo observa um caminho de relutância diferente, o efeito de conectar as bobinas em paralelo não pode ser descrito simplesmente como uma divisão da indutância total em série.

Um ponto agravante em termos de modelo vem da não possibilidade de derivar uma indutância equivalente para bobinas em paralelo na condição observada nessa máquina. As indutâncias são acopladas entre si e variam no tempo de forma desigual. Também, o acoplamento com o circuito de armadura implica em tensões induzidas distintas. Com isso, o modelo para representar essa máquina requer uma avaliação individual das bobinas de campo, um circuito elétrico equivalente com quinze variáveis, doze para o circuito de campo e três para as fases da armadura.

Com o modelo reavaliado, a simulação é comparada com medições a vazio e com carga. Com o gerador acionado a 500 rpm e o circuito de campo alimentado por

fonte independente, as Figura 5.22 e Figura 5.23 ilustram o resultado para o campo com 2,4 A e 4,8 A, respectivamente.

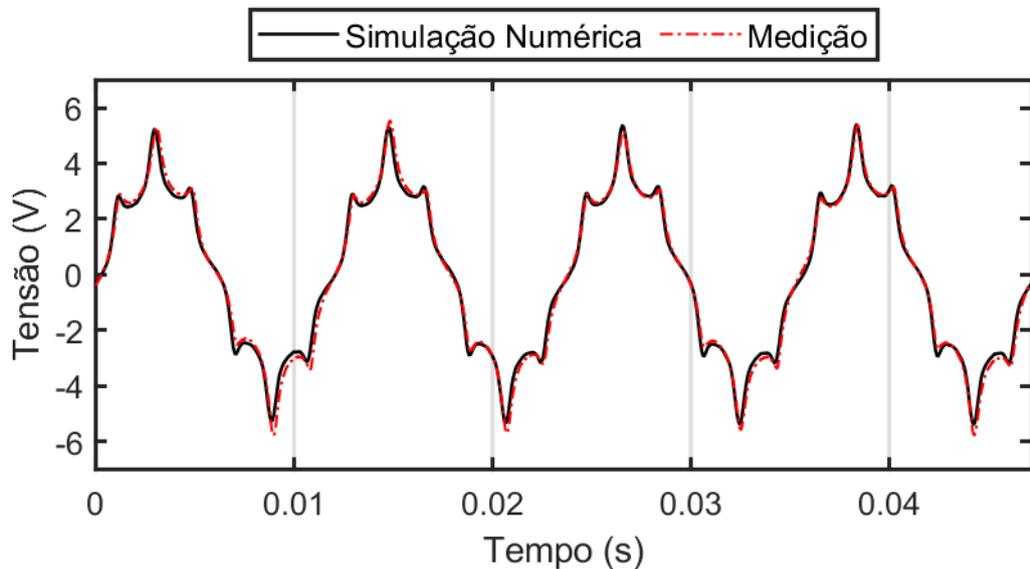


Figura 5.22 - Tensão de fase a vazio com corrente de campo $I_f = 2,4$ A.

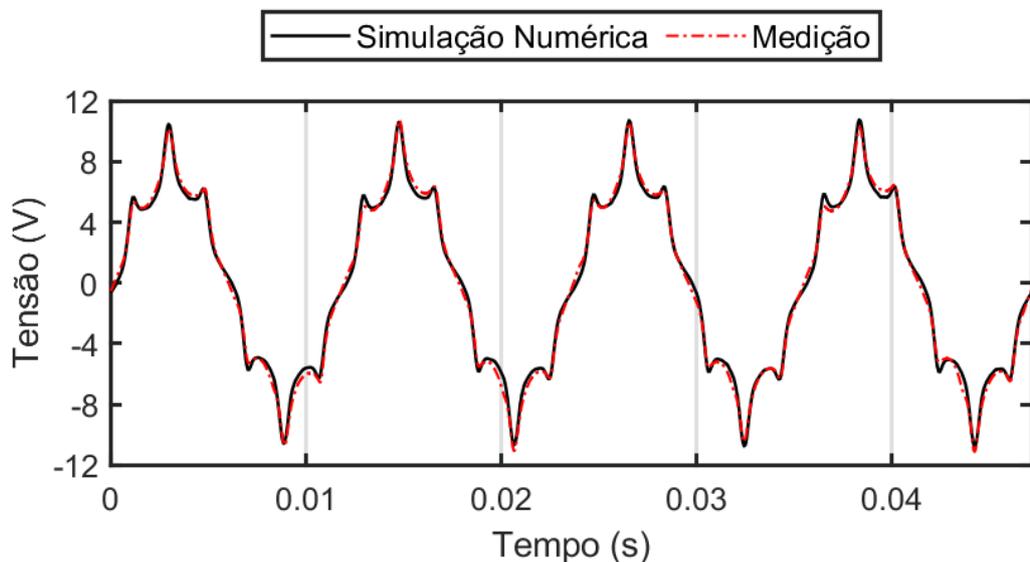


Figura 5.23 - Tensão de fase a vazio com corrente de campo $I_f = 4,8$ A.

A medição da tensão sobre uma das fases foi realizada com o sistema em regime permanente. Na simulação, por sua vez, a dinâmica do circuito de campo foi representada. Para a alimentação do circuito de campo em paralelo e operando com 4,8 A, uma tensão 15,1 V é necessária. Comparativamente, o valor utilizado na bancada de teste foi de 13,4 V para fornecer a corrente de campo de 4,8 A, diferença causada por um desvio de 12,5 % na resistência estimada. Caso o circuito estivesse em série, seria necessário 181 V. Porém, a máquina teria um ganho na fundamental

da tensão a vazio de quase 100 % caso o mesmo circuito de campo estivesse em série, conforme ilustrado na Figura 5.24.

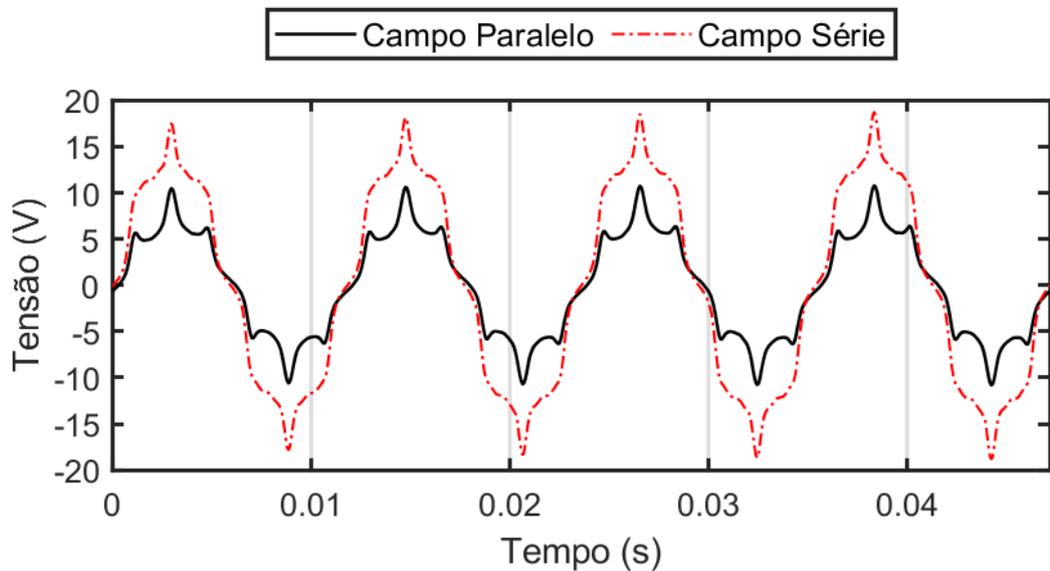


Figura 5.24 - Comparação do resultado para tensão de fase a vazio para diferentes configurações do circuito de campo.

Para comparação dos resultados com carga, o gerador foi conectado a um circuito resistivo, resistores de $3,3 \Omega$, trifásico ligado em delta. Foram comparados os resultados para o circuito de campo em condições similares para o resultado a vazio. Porém, a medição de tensão foi realizada entre fases. As Figura 5.25 e Figura 5.26 fornecem os resultados para o circuito de campo com 2,4 A e 4,8 A, respectivamente.

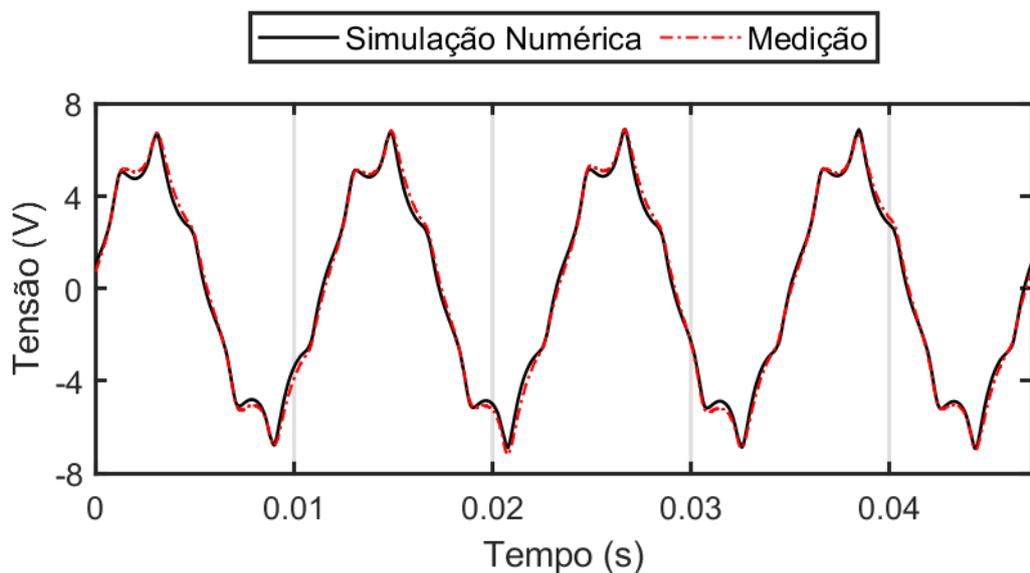


Figura 5.25 - Tensão de linha com carga com corrente de campo $I_f = 2,4 \text{ A}$.

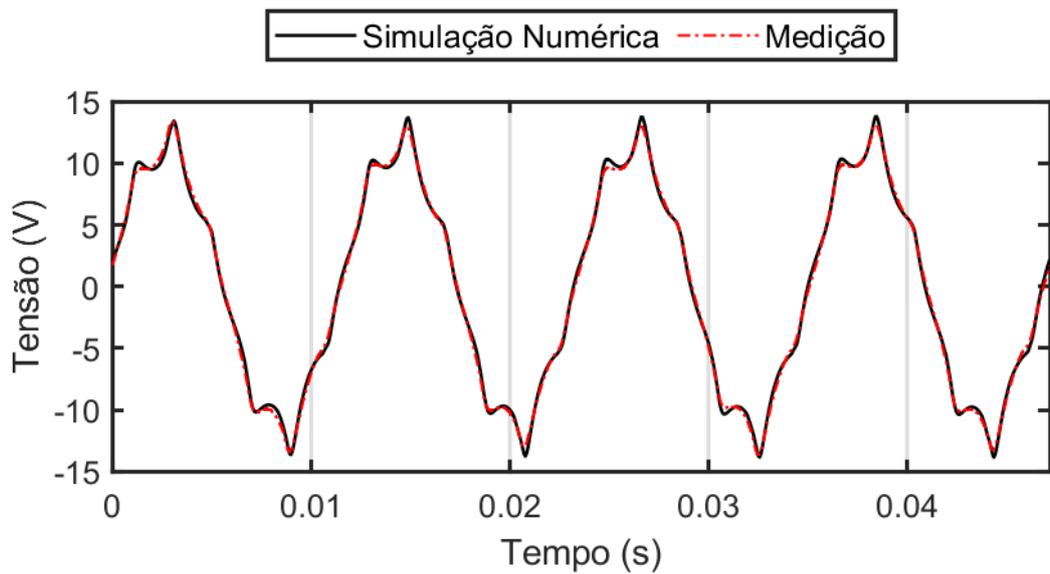


Figura 5.26 - Tensão de linha com carga com corrente de campo $I_f = 4,8$ A.

No teste com 4,8 A, é necessária uma tensão de 15,1 V para o circuito de campo magnetizar a máquina. Caso o circuito estivesse em série, seria necessária uma tensão de 181 V também. Porém, isso traria um ganho de 82,5 % para a fundamental da tensão sobre a carga, conforme ilustrado na Figura 5.27. Assim, com o circuito de campo consumindo a mesma potência, a potência de convertida elevaria de 60 W para aproximadamente 200 W.

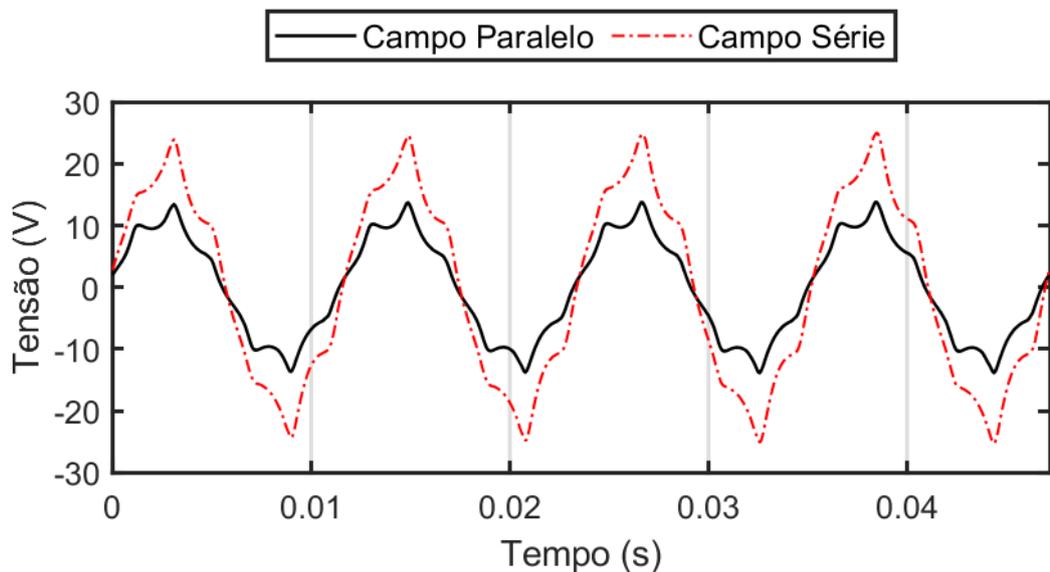


Figura 5.27 - Comparação do resultado para tensão de linha com carga para diferentes configurações do circuito de campo.

5.8 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram desenvolvidos métodos e procedimentos para uma análise preliminar de máquinas de fluxo chaveado. Utilizando o método de Maxwell-Fourier como base dessa análise, é possível calcular a distribuição de campo numa estrutura com dupla saliência de forma eficaz. Essa distribuição de campo no entreferro é utilizada para estimar o nível de magnetização no ferro da máquina. Com esses resultados, é possível estimar a potência elétrica gerada, utilizando o circuito equivalente desenvolvido nesse trabalho, prevendo também se o ponto operacional irá saturar o material do núcleo a ponto de deteriorar o desempenho elétrico do gerador.

Também, são estabelecidos critérios que visam um projeto factível, observando limites construtivos da máquina e dos materiais utilizados. Assim, o resultado obtido permite um nível de discernimento elevado, auxiliando em etapas posteriores do projeto. Isto é, o refinamento da geometria a partir de métodos numéricos pode ser realizado com maior conhecimento sobre os fenômenos que afetam o desempenho desejado.

6 CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

6 CONCLUSÃO E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

No cenário de transição energética, na qual a matriz energética baseada em combustíveis fósseis migraria para uma matriz focada em fontes renováveis, máquinas elétricas são cruciais e é esperada expansão de sua aplicação ao longo de diversos segmentos. O interesse em acionamentos que atendam demandas de desempenho específicas da aplicação com eficiência elevada traz novos desafios para a ferramenta adotada para análise e projeto. A adoção de métodos numéricos, com predominância do método dos elementos finitos, é crucial pela capacidade de caracterizar propriedades não lineares e um excelente grau de representação da geometria, sem necessidade de aproximações. Ainda, existe um grande interesse no desenvolvimento de ferramentas que ofereçam maior entendimento sobre os fenômenos que afetam o desempenho eletromagnético, e que tenham custo computacional reduzido.

O método Maxwell-Fourier é classificado como método semianalítico, posto que é baseado na solução formal das equações de Maxwell. Conforme as aproximações adotadas, é possível a obtenção de soluções em forma fechada, dando excelente intuição quanto aos efeitos globais dos parâmetros geométricos. Por outro lado, à medida que o modelo é desenvolvido para uma caracterização mais fidedigna do problema, a solução do sistema de equações lineares é obtida numericamente. Tal como discutido, existe uma extensa literatura acerca desse método, com particular interesse em expandir sua capacidade para uma melhor representação das propriedades dos materiais e da geometria da máquina.

Como ferramenta de análise, o método foi aplicado para avaliar um protótipo de uma máquina síncrona a ímãs permanentes de alta rotação. No protótipo em questão, desenvolvido na UFMG, o processo de fabricação do rotor implicou em alterações nas propriedades ferromagnéticas dos materiais, especialmente a luva. Neste contexto, foi desenvolvida uma nova formulação matemática que, fundamentada no método Maxwell-Fourier, permitiu analisar os efeitos dos parâmetros eletromagnéticos da luva sobre o desempenho da máquina.

A saturação ao longo do comprimento da luva, causada pelo fluxo de dispersão entre os polos do rotor, cria um caminho magnético preferencial, elevando tanto a tensão induzida quanto o torque eletromagnético. Por outro lado, é observado um

aumento do torque pulsante, que é crítico em máquinas de alta rotação. Também, para a condição com carga, a reação de armadura altera o perfil de saturação na luva, causando uma distorção na tensão induzida da máquina.

Além de um maior entendimento da máquina, com um custo computacional reduzido, o método Maxwell-Fourier pode ser útil no desenvolvimento de estratégias de controle da máquina de alta rotação. Incorporando-o em ambientes de simulação no domínio do tempo, é possível definir um controle que vise, por exemplo, amortecer ativamente o torque pulsante.

Em uma segunda aplicação do método, foi realizado o projeto de uma máquina de fluxo chaveado. Adotada como solução instalada no interior da roda de um veículo, essa tem função de aproveitar energia cinética durante frenagem. Com isso, o projeto precisa observar algumas restrições em termos de geometria. Para tal, o método Maxwell-Fourier foi particularmente útil pelo baixo custo computacional e excelente capacidade para caracterizar o desempenho eletromagnético da máquina. Também, foi desenvolvido um circuito elétrico equivalente, que contabiliza os efeitos de desmagnetização causados pelas indutâncias variando no tempo.

A literatura acerca dessa topologia de máquina elétrica possui algumas lacunas, onde alguns parâmetros de projeto são fornecidos sem discussão adequada. Isso motivou o presente trabalho a realizar a avaliação e demonstração de aspectos críticos para o projeto, tais como nível de magnetização no núcleo, melhor relação entre raio do entreferro e raio externo da máquina e efeito das aberturas das ranhuras. O resultado obtido foi uma rotina de projeto consistente, capaz de definir os parâmetros construtivos que visem o desempenho desejado e observa as limitações dos materiais e geométricas.

6.1 PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

O desenvolvimento realizado ao longo desta tese de doutorado mostrou uma possibilidade muito frutífera para projetos futuros, sendo estes elencados a seguir.

- O método Maxwell-Fourier, na forma como foi trabalhada nesta tese, não avalia a distribuição de campo nos materiais ferromagnéticos. Para avançar na caracterização da máquina síncrona de alta rotação, porém, é previsto um certo nível de saturação nesse meio. Assim, é necessário

avaliar uma alternativa para contabilizar esse efeito. Existem métodos baseados no método Maxwell-Fourier, mas também há a possibilidade de modelos híbridos, adotando uma rede de relutância para representar o núcleo da máquina.

- Utilizar o método Maxwell-Fourier para o desenvolvimento de uma estratégia de controle que atue amortecendo o torque pulsante. Avaliações preliminares mostram que a injeção de correntes harmônicas com amplitude e fase adequadas podem realizar esse objetivo.
- Implementar uma rotina de análise com interface mais amigável. Implementar o método Maxwell-Fourier com flexibilidade para análise de diferentes topologias e com parâmetros construtivos diversos. Essa ferramenta seria extremamente útil em etapa inicial de projetos de máquina e, se desenvolvida juntamente com solução via método dos elementos finitos, comporia uma solução completa de projeto.
- Desenvolver um ferramental de análise de máquinas mais abrangente, considerando tanto aspectos térmicos quanto mecânicos. Com a distribuição de campo no material ferromagnético, as perdas de origem elétrica podem ser caracterizadas. Essa análise térmica em conjunto com análise do desempenho eletromagnético torna o projeto mais consistente, evitando interações quando são adotadas etapas separadas para as análises.

6.2 LISTA DE PUBLICAÇÕES

Ao longo do período de desenvolvimento desta tese foram publicados dois artigos em periódicos científicos. Estes são listados a seguir:

- **MENDONÇA, G. A.**; MAIA, T. A. C.; CARDOSO FILHO, B. J. Magnetic Field Analytical Solution for Non-homogeneous Permeability in Retaining Sleeve of a High-Speed Permanent-Magnet Machine. *Mathematical and Computational Applications*, v. 23, n. 4, p. 72, 2018.
- **MENDONÇA, G. A.**; MAIA, T. A. C.; CARDOSO FILHO, B. J. Improved Semi-Analytical Magnetic Field Solution for High-Speed Permanent-

Magnet Machines with Permeable Retaining Sleeve Including Diffusion Effect. *Progress In Electromagnetics Research*, v. 88, p. 97-118, 2020.

Além disso, foram publicados dois artigos em periódicos, cujos temas não estão relacionados diretamente com esta tese de doutorado. Estes são listados a seguir:

- FERREIRA, V. N.; **MENDONÇA, G. A.**; ROCHA, A. V.; RESENDE, R. S.; CARDOSO FILHO, B. J. Mission critical analysis and design of IGBT-based power converters applied to mine hoist systems. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 53, n. 5, p. 5096-5104, 2017.
- POTTIE, D. L.; **MENDONÇA, G. A.**; FARIA, O. A.; FARIA, M. T. C.; CARDOSO FILHO, B. J.; MAIA, T. A. Some aspects of the electromechanical design of high-speed microturbines for power generation. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, v. 63, p. 621-644, 2020.

REFERÊNCIAS

REFERÊNCIAS

ABB. *Low voltage IE5 Synchronous reluctance motors*. ABB Motors and Generators. [S.I.]. 2019.

ABBASZADEH, K.; ALAM, F. R. On-Load Field Component Separation in Surface-Mounted Permanent-Magnet Motors Using an Improved Conformal Mapping Method. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 52, p. 1–12, fev. 2016.

ACKERMANN, B.; SOTTEK, R. Analytical modeling of the cogging torque in permanent magnet motors. *Electrical Engineering*, v. 78, p. 117–125, mar. 1995.

AGAMLOH, E.; VON JOUANNE, A.; YOKOCHI, A. An Overview of Electric Machine Trends in Modern Electric Vehicles. *Machines*, v. 8, p. 20, abr. 2020.

AHMAD, N. et al. Outer rotor wound field flux switching machine for In-wheel direct drive application. *IET Electric Power Applications*, v. 13, p. 757–765, abr. 2019.

ALI, H.; SULAIMAN, E.; KOSAKA, T. Design and performance analysis of various high torque segmented rotor HE-FSM topologies for aircraft applications. *IET Electric Power Applications*, v. 14, p. 297–304, jan. 2020.

ALMEIDA, C. E. *Identificação e Manejo de Ressonâncias em Parques Eólicos: Aplicação dos Conversores TUPF*. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2019.

AMARA, Y. et al. Design and comparison of different flux-switch synchronous machines for an aircraft oil breather application. *European Transactions on Electrical Power*, v. 15, p. 497–511, 2005.

BALYOVSKI, T. L. et al. *Control of DC-excited flux switching machines for traction applications*. 2014 Ninth International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER). [S.I.]: IEEE. mar. 2014.

BARTOLO, J. B. et al. *High speed electrical generators, application, materials and design*. 2013 IEEE Workshop on Electrical Machines Design, Control and Diagnosis (WEMDCD). [S.I.]: IEEE. mar. 2013.

BENLAMINE, R. et al. *Nonlinear Adaptive Magnetic Equivalent Circuit of a Radial-Flux Interior Permanent-Magnet Machine Using Air-Gap Sliding-Line Technic*. 2017 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC). [S.I.]: IEEE. dez. 2017.

BIANCHI, N.; BOLOGNANI, S.; LUISE, F. Analysis and Design of a PM Brushless Motor for High-Speed Operations. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 20, p. 629–637, set. 2005.

BORISAVLJEVIC, A. *Limits, Modeling and Design of High-Speed Permanent Magnet Machines*. [S.I.]: Springer Berlin Heidelberg, 2013.

BOUGHRARA, K. et al.

BOUGHRARA, K.; DUBAS, F.; IBTIOUEN, R. 2-D Analytical Prediction of Eddy Currents, Circuit Model Parameters, and Steady-State Performances in Solid Rotor Induction Motors. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 50, p. 1–14, dez. 2014.

BOUGHRARA, K.; LUBIN, T.; IBTIOUEN, R. General Subdomain Model for Predicting Magnetic Field in Internal and External Rotor Multiphase Flux-Switching Machines Topologies. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 49, p. 5310–5325, out. 2013a.

BOULES, N. Prediction of No-Load Flux Density Distribution in Permanent Magnet Machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. IA-21, p. 633–643, maio 1985.

BOUTORA, Y.; TAKORABET, N.; IBTIOUEN, R. ANALYTICAL MODEL ON REAL GEOMETRIES OF MAGNET BARS OF SURFACE PERMANENT MAGNET SLOTLESS MACHINE. *Progress In Electromagnetics Research B*, v. 66, p. 31–47, 2016.

BOYCE, W.; DIPRIMA, R. *Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno*. 8^a. ed. Hoboken: LTC, 2006. ISBN 9780471433385.

BRAMERDORFER, G. et al. Modern Electrical Machine Design Optimization: Techniques, Trends, and Best Practices. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 65, p. 7672–7684, out. 2018.

BRASIL. *Secretaria-Geral. Lei N° 13.579, de 26 de dezembro de 2017. Dispõe sobre a Política Nacional de Biocombustíveis (RenovaBio) e dá outras providências*. [S.I.]. 2017.

BRASIL. *Secretaria-Geral. Lei N° 13.755, de 10 de dezembro de 2018. Estabelece requisitos obrigatórios para a comercialização de veículos no Brasil*. [S.I.]. 2018.

BRASIL. *Ministério das Relações Exteriores. Nota À Imprensa N° 157/2020. Apresentação da Contribuição Nacionalmente Determinada do Brasil perante o Acordo de Paris*. [S.I.]. 2020a.

BRASIL. *Ministério da Economia. Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia - INMETRO. Portaria N° 234, de 29 de junho de 2020. Aperfeiçoamento parcial dos Requisitos de Avaliação da Conformidade para Condicionadores de Ar*. [S.I.]. 2020b.

CALIXTO, W. P. *Aplicação do Mapeamento Conforme no Cálculo do Fator de Carter*. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Goiás. Goiânia. 2008.

CAMARGO, F. A. et al. *Effects of the motor on the stability of a single axis controlled magnetic bearing*. ABCM Symposium Series in Mechatronics - Vol. 5. [S.I.]: [s.n.]. 2012.

CARDOSO, D. S.; FAEL, P. O.; ESPÍRITO-SANTO, A. A review of micro and mild hybrid systems. *Energy Reports*, v. 6, p. 385–390, fev. 2020.

CASTRO-ALVAREZ, F. et al. *The 2018 International Energy Efficiency Scorecard*. American Council for an Energy-Efficient Economy - (ACEEE). [S.I.]. 2018.

CEBDS. *Consumo Eficiente de Energia Elétrica: Uma Agenda para o Brasil*. CEBDS. Rio de Janeiro. 2016.

CEPOI, R. D.; JAŞCĂU, F. F.; SZABÓ, L. Current Trends in Energy Efficient Electrical Machines. *Journal of Electrical and Electronics Engineering (JEEE)*, v. 10, p. 13–18, out. 2017.

CHAU, K. T. *Electric Vehicle Machines and Drives*. [S.I.]: John Wiley & Sons, 2015. ISBN 111875252X.

CHAU, K. T. *Overview of Electric Vehicle Machines - From Tesla to Tesla, and Beyond*. 2016 International Conference of Asian Union of Magnetics Societies (ICAUMS). [S.I.]: IEEE. ago. 2016.

CHEBAK, A.; VIAROUGE, P.; CROS, J. Improved Analytical Model for Predicting the Magnetic Field Distribution in High-Speed Slotless Permanent-Magnet Machines. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 51, p. 1–4, mar. 2015.

CNT. *Caderno CNT de perguntas e respostas sobre a fase P-8 do programa de controle da poluição do ar por veículos automotores - Proconve*. CNT. Brasília. 2020.

CUPERTINO, F. et al. Design Procedure for High-Speed PM Motors Aided by Optimization Algorithms. *Machines*, v. 6, 2018. ISSN ISSN: 2075-1702.

DA SILVA, J. F. F. G. *Challenges for the electric mobility transition : lessons from Norway and perspectives for Brazil*. Dissertação (Mestrado) - Escola Brasileira de Administração Pública e de Empresas, Centro de Formação Acadêmica e Pesquisa. Rio de Janeiro. 2019.

DANG, L. et al. Design Optimization with Flux Weakening of High-Speed PMSM for Electrical Vehicle Considering the Driving Cycle. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 64, p. 9834–9843, dez. 2017.

DEVILLERS, E. et al. *A review of subdomain modeling techniques in electrical machines: Performances and applications*. 2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM). [S.l.]: [s.n.]. set. 2016. p. 86-92.

DING, W. et al. Design Consideration and Evaluation of a 12/8 High-Torque Modular-Stator Hybrid Excitation Switched Reluctance Machine for EV Applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 64, p. 9221–9232, dez. 2017.

DJELLOUL-KHEDDA, Z. et al. Nonlinear Analytical Prediction of Magnetic Field and Electromagnetic Performances in Switched Reluctance Machines. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 53, p. 1–11, jul. 2017.

DUBAS, F.; ESPANET, C. Analytical Solution of the Magnetic Field in Permanent-Magnet Motors Taking Into Account Slotting Effect: No-Load Vector Potential and Flux Density Calculation. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 45, p. 2097–2109, maio 2009.

EEA. *Explaining road transport emissions: a non technical guide*. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2016.

EPA. *The 2020 EPA Automotive Trends Report*. United States Environmental Protection (EPA). [S.l.]. 2021.

EPE. *Nota técnica DEA 13/15: "Demanda de Energia 2050"*. Rio de Janeiro. 2016.

FAIZ, J.; HASSANZADEH, M.; KIYOUMARSI, A. Analytical calculation of magnetic field in surface-mounted permanent-magnet machines with air-gap eccentricity. *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, v. 38, p. 893–914, mar. 2019.

FIENNES, J. New approach to general theory of electrical machines using magnetic equivalent circuits. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, v. 120, p. 94, 1973.

GAUSSENS, B. et al. Analytical Approach for Air-Gap Modeling of Field-Excited Flux-Switching Machine: No-Load Operation. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 48, p. 2505–2517, set. 2012.

GAVRILA, H. et al. New Trends in Energy Efficient Electrical Machines. *Procedia Engineering*, v. 181, p. 568–574, 2017.

GEISEL, T. *Estudo e Projeto de Motores de Alta Velocidade para Aplicação em Compressores Herméticos*. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 2007.

GERADA, D. et al. *Electrical machines for high speed applications with a wide constant-power region requirement*. 2011 International Conference on Electrical Machines and Systems. [S.l.]: IEEE. ago. 2011.

GERADA, D. et al. High-Speed Electrical Machines: Technologies, Trends, and Developments. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 61, p. 2946–2959, jun. 2014.

GIBBS, W. J. *Conformal Transformations in Electrical Engineering*. [S.l.]: Chapman and Hall, 1958. ISBN 978-0412060304.

GIERAS, J. F. *Permanent Magnet Motor Technology: Design and Applications*, Third Edition. 3ª. ed. [S.l.]: CRC PR INC, 2009. ISBN 1420064401. Disponível em: <https://www.ebook.de/de/product/8877450/jacek_f_gieras_permanent_magnet_motor_technology_design_and_applications_third_edition.html>.

GILSON, A. et al. *Comparison of high-speed PM machine topologies for electrically-assisted turbocharger applications*. Chiba: IEEE. 2016. p. 1–5.

GOETZLER, W.; SUTHERLAND, T.; REIS, C. *Energy Savings Potential and Opportunities for High-Efficiency Electric Motors in Residential and Commercial Equipment*. [S.l.]. 2013.

HANNON, B. et al. Two-Dimensional Fourier-Based Modeling of Electric Machines—An Overview. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 55, p. 1–17, out. 2019.

HANNON, B.; SERGEANT, P.; DUPRE, L. Study of the Effect of a Shielding Cylinder on the Torque in a Permanent-Magnet Synchronous Machine Considering Two Torque-Producing Mechanisms. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 53, p. 1–8, out. 2017.

HANNON, B.; SERGEANT, P.; DUPRE, L. Evaluation of the Torque in High-Speed PMSMs With a Shielding Cylinder and BLDC Control. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 54, p. 1–8, out. 2018.

HOLM, S. R. *Modelling and optimization of a permanent magnet machine in a flywheel*. Delft University of Technology. Delft. 2003.

HOLM, S. R.; POLINDER, H.; FERREIRA, J. A. Analytical Modeling of a Permanent-Magnet Synchronous Machine in a Flywheel. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 43, p. 1955–1967, maio 2007.

IEA. *World Energy Outlook 2016*. International Energy Agency (IEA). Paris. 2016.

IEA. *World Energy Outlook 2019*. International Energy Agency (IEA). Paris. 2019.

IEA. *Key World Energy Statistics 2020*. International Energy Agency (IEA). Paris. 2020a.

IEA. *Energy Technology Perspectives 2020*. International Energy Agency (IEA). Paris. 2020b.

IEA. *Global EV Outlook 2020*. International Energy Agency (IEA). Paris. 2020c.

IRENA. *Global Energy Transformation: A roadmap to 2050 (2019 edition)*. International Renewable Energy Agency. Abu Dhabi. 2019.

ISHAQ, S. et al. *Analytical modeling of low cost single phase wound field flux switching machine*. 2018 1st International Conference on Power, Energy and Smart Grid (ICPESG). [S.I.]: IEEE. abr. 2018.

JABBARI, A.; DUBAS, F. An improved model for performances calculation in spoke-type permanent-magnet machines considering magnetization orientation and finite soft-magnetic material permeability. *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, v. 39, p. 1299–1314, nov. 2020.

JAHNS, T. Getting Rare-Earth Magnets Out of EV Traction Machines: A review of the many approaches being pursued to minimize or eliminate rare-earth magnets from future EV drivetrains. *IEEE Electrification Magazine*, v. 5, p. 6–18, mar. 2017.

KANO, Y. et al. Recent technical trends in permanent magnet synchronous motors. *IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, v. 11, p. 804–811, ago. 2016.

KARAMUK, M. *Review of Electric Vehicle Powertrain Technologies with OEM Perspective*. 2019 International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics (ACEMP) & 2019 International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM). [S.I.]: IEEE. ago. 2019.

KHAN, F.; SULAIMAN, E.; AHMAD, Z. A novel wound field flux switching machine with salient pole rotor and nonoverlapping windings. *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*, v. 25, p. 950–964, 2017.

KÖLZER, J. F. *Projeto Ótimo Multidisciplinar de Geradores Síncronos com Ímãs Permanentes de Ferrite para Microgeração Eólica*. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 2017.

LASSIM, N. et al. *Investigation of Various Design Slot Pole of Field Excitation Flux Switching Machines with Segmental Rotor*. 2019 IEEE 10th Control and System Graduate Research Colloquium (ICSGRC). [S.I.]: IEEE. ago. 2019.

LEE, M.; NAM, K. *Subdomain Approach for IPMSM via an Equivalent SPMSM Model*. 2018 21st International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS). [S.I.]: IEEE. out. 2018.

LI, S. et al. High-Speed Electric Machines: Challenges and Design Considerations. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, v. 2, p. 2–13, mar. 2016.

LI, S. et al. Modeling, Design Optimization, and Applications of Switched Reluctance Machines—A Review. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 55, p. 2660–2681, maio 2019.

LIPO, T. A. *Introduction to AC Machine Design*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2017. ISBN 1119352169.

LIU, C. Emerging Electric Machines and Drives — An Overview. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 33, p. 2270–2280, dez. 2018.

LU, C.; FERRARI, S.; PELLEGRINO, G. Two Design Procedures for PM Synchronous Machines for Electric Powertrains. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, v. 3, p. 98–107, mar. 2017.

MACEDO, A. *Eletromagnetismo*. Rio de Janeiro: Guanabara, 1988. ISBN 9788527701006.

MAIA, T. A. C. *Desenvolvimento de um gerador síncrono a ímãs permanentes de alta rotação acionado por uma microturbina*. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2016.

MAIA, T. A. C. et al. Experimental performance of a low cost micro-CAES generation system. *Applied Energy*, v. 182, p. 358–364, nov. 2016.

MAIA, T. A. C. et al. Test and simulation of an electric generator driven by a micro-turbine. *Electric Power Systems Research*, v. 147, p. 224–232, jun. 2017.

MARTINEZ-OCAÑA, I. et al. Transverse flux machines as an alternative to radial flux machines in an in-wheel motor. *The Journal of Engineering*, v. 2019, p. 3624–3628, maio 2019.

MATLAB. *version 9.9.0 (R2020b)*. Natick: The MathWorks Inc., 2020.

MEEKER, D. Rotating Losses in a Surface Mount Permanent Magnet Motor, 2017. Disponível em: <<http://www.femm.info/wiki/SPMLoss>>.

MEEKER, D. *Finite Element Method Magnetics v4.2: User's Manual*. [S.l.]. 2020.

MENDONÇA, G. A.; MAIA, T. A. C.; CARDOSO FILHO, B. D. J. IMPROVED SEMI-ANALYTICAL MAGNETIC FIELD SOLUTION FOR HIGH-SPEED PERMANENT-MAGNET MACHINES WITH PERMEABLE RETAINING SLEEVE INCLUDING DIFFUSION EFFECT. *Progress In Electromagnetics Research B*, v. 88, p. 97–118, 2020.

MENDONÇA, G.; MAIA, T.; CARDOSO FILHO, B. Magnetic Field Analytical Solution for Non-homogeneous Permeability in Retaining Sleeve of a High-Speed Permanent-Magnet Machine. *Mathematical and Computational Applications*, v. 23, p. 72, nov. 2018.

MORIMOTO, S. Trend of permanent magnet synchronous machines. *IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, v. 2, p. 101–108, mar. 2007.

MORIMOTO, S.; TAKEDA, Y.; MURAKAMI, H. Electric Motors for Home Applications – Development of Environment-Friendly Electric Motors. *EPE Journal*, v. 14, p. 24–30, fev. 2004.

NEUMANN, V. A. *Conversor de Energia Elétrica a Partir de Movimento Mecânico Oscilatório*. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2016.

NEVES, T. C. D. S. *Desenvolvimento de uma Metodologia Analítica de Cálculo de Relutâncias Magnéticas para Análise de Dispositivos Eletromagnéticos*. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 2017.

NGUYEN, H. Q.; JIANG, J.-Y.; YANG, S.-M. *Design of a 12-slot 7-pole wound-field flux switching motor for traction applications*. 2016 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT). [S.l.]: IEEE. mar. 2016.

NIKAM, S. P.; RALLABANDI, V.; FERNANDES, B. G. A High-Torque-Density Permanent-Magnet Free Motor for in-Wheel Electric Vehicle Application. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 48, p. 2287–2295, nov. 2012.

OMAR, M. F. et al. Magnetic Flux Analysis of a New Field-Excitation Flux Switching Motor Using Segmental Rotor. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 53, p. 1–4, nov. 2017.

ONER, Y. et al. Analytical On-Load Subdomain Field Model of Permanent-Magnet Vernier Machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 63, p. 4105–4117, jul. 2016.

OUAMARA, D.; DUBAS, F. Permanent-Magnet Eddy-Current Losses: A Global Revision of Calculation and Analysis. *Mathematical and Computational Applications*, v. 24, p. 67, jul. 2019.

PATEL, A. N.; KAPIL, A. *Effect of magnet retaining sleeve thickness on cogging torque of radial flux permanent magnet brushless DC motor*. 2016 International Conference on Emerging Trends in Engineering, Technology and Science (ICETETS). [S.I.]: IEEE. fev. 2016.

PELLEGRINO, G. et al. Comparison of Induction and PM Synchronous Motor Drives for EV Application Including Design Examples. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 48, p. 2322–2332, nov. 2012.

POLINDER, H. *On the losses in a high-speed permanent-magnet generator with rectifier: with special attention to the effect of a damper cylinder*. S.I. Delft: s.n. EburonP&L distr, 1998. ISBN 905651041X.

POLINDER, H. *Modelling a PM machine with shielding cylinder*. 9th International Conference on Electrical Machines and Drives. [S.I.]: IEE. 1999.

POLINDER, H.; HOEIJMAKERS, M. J. *Effect of a shielding cylinder on the rotor losses in a rectifier-loaded PM machine*. Conference Record of the 2000 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Fifth IAS Annual Meeting and World Conference on Industrial Applications of Electrical Energy (Cat. No.00CH37129). [S.I.]: IEEE. 2000.

POMPERMAIER, C. *Estudo e Otimização de um Atuador Linear com Ímã Permanente e Alta Frequência de Ressonância Aplicado a Sistemas de Refrigeração*. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 2009.

POTTIE, D. L. F. et al. Some aspects of the electromechanical design of high-speed microturbines for power generation. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, v. 63, p. 621-644, 2020.

POURAHMADI-NAKHLI, M.; RAHIDEH, A.; MARDANEH, M. Analytical 2-D Model of Slotted Brushless Machines With Cubic Spoke-Type Permanent Magnets. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 33, p. 373–382, mar. 2018.

PYRHONEN, V. H. *Design Rotating Electrical Mac.* 2^a. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013. ISBN 1118581571.

QIAN, H. et al. Analytical Solution for Cogging Torque in Surface-Mounted Permanent-Magnet Motors With Magnet Imperfections and Rotor Eccentricity. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 50, p. 1–15, ago. 2014.

RAHIDEH, A.; KORAKIANITIS, T. Analytical calculation of open-circuit magnetic field distribution of slotless brushless PM machines. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 44, p. 99–114, jan. 2013.

RAISANEN, V. et al. Rapid Computation of Harmonic Eddy-Current Losses in High-Speed Solid-Rotor Induction Machines. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 28, p. 782–790, set. 2013.

RAMAKRISHNAN, K. et al. Comparative analysis of various methods for modelling surface permanent magnet machines. *IET Electric Power Applications*, v. 11, p. 540–547, abr. 2017.

RAMAKRISHNAN, K. et al. Improved method for field analysis of surface permanent magnet machines using Schwarz-Christoffel transformation. *IET Electric Power Applications*, v. 11, p. 1067-1075, 2017. ISSN ISSN: 1751-8660.

RASMUSSEN, C. B.; RITCHIE, E. *A magnetic equivalent circuit approach for predicting PM motor performance.* IAS '97. Conference Record of the 1997 IEEE Industry Applications Conference Thirty-Second IAS Annual Meeting. [S.l.]: [s.n.]. out. 1997. p. 10-17 vol.1.

ROCHA, M. D. L. F. *Projeto ótimo de motores CC sem escovas de ímãs permanentes de ferrite com núcleo de SMC.* Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 2019.

RODRIGUES, R. V. *Estudo e Otimização de um Atuador Linear com Ímã Permanente e Alta Frequência de Ressonância Aplicado a Sistemas de Refrigeração*. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia. 2019.

ROUBACHE, L. et al. New Subdomain Technique for Electromagnetic Performances Calculation in Radial-Flux Electrical Machines Considering Finite Soft-Magnetic Material Permeability. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 54, p. 1–15, abr. 2018.

ROUBACHE, L. et al. Elementary subdomain technique for magnetic field calculation in rotating electrical machines with local saturation effect. *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, v. 38, p. 24–45, jan. 2019.

ROUBACHE, L.; BOUGHRARA, K.; IBTIOUEN, R. ANALYTICAL ELECTROMAGNETIC ANALYSIS OF MULTI-PHASES CAGE ROTOR INDUCTION MOTORS IN HEALTHY, BROKEN BARS AND OPEN PHASES CONDITIONS. *Progress In Electromagnetics Research B*, v. 70, p. 113–130, 2016.

SHAO, L. et al. Design Approaches and Control Strategies for Energy-Efficient Electric Machines for Electric Vehicles—A Review. *IEEE Access*, v. 8, p. 116900–116913, 2020.

SHEN, J.; QIN, X.; WANG, Y. High-speed permanent magnet electrical machines — applications, key issues and challenges. *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, v. 2, p. 23–33, mar. 2018.

SHIN, K.-H. et al. Analytical prediction for electromagnetic performance of interior permanent magnet machines based on subdomain model. *AIP Advances*, v. 7, p. 056669, mar. 2017.

SLEMON, G. *Electric machines and drives*. Reading: Addison-Wesley Pub. Co, 1992. ISBN ISBN: 0201578859.

SPRANGERS, R. L. J. et al. Magnetic Saturation in Semi-Analytical Harmonic Modeling for Electric Machine Analysis. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 52, p. 1–10, fev. 2016.

SULAIMAN, E. B.; KHAN, F.; KOSAKA, T. FIELD-EXCITED FLUX SWITCHING MOTOR DESIGN, OPTIMIZATION AND ANALYSIS FOR FUTURE HYBRID ELECTRIC VEHICLE USING FINITE ELEMENT ANALYSIS. *Progress In Electromagnetics Research B*, v. 71, p. 153–166, 2016.

SULAIMAN, E. B.; KOSAKA, T.; MATSUI, N. *Design study and experimental analysis of wound field flux switching motor for HEV applications*. Marseille: IEEE. 2012. p. 1269–1275.

TENCONI, A.; VASCHETTO, S.; VIGLIANI, A. Electrical Machines for High-Speed Applications: Design Considerations and Tradeoffs. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 61, p. 3022–3029, jun. 2014.

TIANG, T. L.; ISHAK, D.; JAMIL, M. K. M. *Complete subdomain model for surface-mounted permanent magnet machines*. 2014 IEEE Conference on Energy Conversion (CENCON). [S.I.]: IEEE. out. 2014.

TIEGNA, H.; AMARA, Y.; BARAKAT, G. Overview of analytical models of permanent magnet electrical machines for analysis and design purposes. *Mathematics and Computers in Simulation*, v. 90, p. 162-177, 2013. ISSN ISSN: 0378-4754. ELECTRIMACS 2011- PART I.

UMANS, S. D. *Máquinas Elétricas de Fitzgerald e Kingsley*. 7ª. ed. [S.I.]: McGraw Hill, 2014. ISBN ISBN: 8580553733.

UZHEGOV, N. et al. Multidisciplinary Design Process of a 6-Slot 2-Pole High-Speed Permanent-Magnet Synchronous Machine. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 63, p. 784–795, fev. 2016.

UZHEGOV, N. et al. Comparison of High-Speed Electrical Motors for a Turbo Circulator Application. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 53, p. 4308–4317, set. 2017.

VELAZQUEZ, R. V.; SMITH, A. C. *Electromagnetic modelling of high speed induction motors*. 8th IET International Conference on Power Electronics, Machines and Drives (PEMD 2016). [S.I.]: [s.n.]. abr. 2016. p. 1-6.

WEG. *Regulamentações Globais de Eficiência para Motores Elétricos de Baixa Tensão*. WEG Motores. [S.I.]. 2020.

WILLERICH, S.; HERZOG, H.-G. *Prediction of the magnetic field in the air-gap of synchronous machines on a preliminary design level — Machine modelling and field calculation*. 2015 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC). [S.I.]: IEEE. maio 2015.

WOO, J.; CHOI, H.; AHN, J. Well-to-wheel analysis of greenhouse gas emissions for electric vehicles based on electricity generation mix: A global perspective. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, v. 51, p. 340–350, mar. 2017.

WU, L. J. et al. Analytical Prediction of Electromagnetic Performance of Surface-Mounted PM Machines Based on Subdomain Model Accounting for Tooth-Tips. *IET Electric Power Applications*, v. 5, p. 597, 2011.

WU, L. J. et al. Analytical Model for Predicting Magnet Loss of Surface-Mounted Permanent Magnet Machines Accounting for Slotting Effect and Load. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 48, p. 107–117, jan. 2012.

YANG, S.-M.; ZHANG, J.-H.; JIANG, J.-Y. Modeling Torque Characteristics and Maximum Torque Control of a Three-Phase, DC-Excited Flux-Switching Machine. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 52, p. 1–4, jul. 2016.

YON, J. M. et al. Analysis of Semipermeable Containment Sleeve Technology for High-Speed Permanent Magnet Machines. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 27, p. 646–653, set. 2012.

YU, Y.; LIANG, D.; LIU, X. Optimal Design of the Rotor Structure of a HSPMSM Based on Analytic Calculation of Eddy Current Losses. *Energies*, v. 10, p. 551, abr. 2017.

ZARKO, D.; BAN, D.; LIPO, T. A. Analytical calculation of magnetic field distribution in the slotted air gap of a surface permanent-magnet motor using complex relative air-gap permeance. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 42, p. 1828-1837, jul. 2006. ISSN ISSN: 0018-9464.

ZARKO, D.; BAN, D.; LIPO, T. A. Analytical Solution for Cogging Torque in Surface Permanent-Magnet Motors Using Conformal Mapping. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 44, p. 52–65, jan. 2008.

ZHANG, C. et al. *Performance Characteristics of High Speed Permanent Magnet Machine with Different Rotor Retaining Sleeve*. 2019 22nd International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS). [S.l.]: IEEE. ago. 2019.

ZHANG, C. et al. Loss Calculation and Thermal Analysis for High-Speed Permanent Magnet Synchronous Machines. *IEEE Access*, p. 1–1, 2020.

ZHANG, X.; HARAN, K. S. *High-specific-power electric machines for electrified transportation applications-technology options*. 2016 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE). [S.l.]: IEEE. set. 2016.

ZHOU, F. et al. Study of Retaining Sleeve and Conductive Shield and Their Influence on Rotor Loss in High-Speed PM BLDC Motors. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 42, p. 3398–3400, out. 2006.

ZHOU, Y. et al. Improved Method for Calculating Magnetic Field of Surface-Mounted Permanent Magnet Machines Accounting for Slots and Eccentric Magnet Pole. *Journal of Electrical Engineering and Technology*, v. 10, p. 1025–1034, maio 2015.

ZHOU, Y. J.; ZHU, Z. Q. Comparison of Wound-Field Switched-Flux Machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 50, p. 3314–3324, set. 2014.

ZHU, Z. et al. Rotor Eddy Current Loss Reduction With Permeable Retaining Sleeve for Permanent Magnet Synchronous Machine. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 35, p. 1088–1097, jun. 2020.

ZHU, Z. Q. et al. Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet DC motors. I. Open-circuit field. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 29, p. 124-135, jan. 1993a. ISSN ISSN: 0018-9464.

ZHU, Z. Q. et al. Analytical Modeling and Finite-Element Computation of Radial Vibration Force in Fractional-Slot Permanent-Magnet Brushless Machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 46, p. 1908–1918, set. 2010.

ZHU, Z. Q. et al. Investigation of Nonoverlapping Stator Wound-Field Synchronous Machines. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 30, p. 1420–1427, dez. 2015.

ZHU, Z. Q.; CAI, S. *Overview of Hybrid Excited Machines for Electric Vehicles*. 2019 Fourteenth International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER). [S.I.]: IEEE. maio 2019.

ZHU, Z. Q.; HOWE, D. Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet DC motors. III. Effect of stator slotting. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 29, p. 143–151, jan. 1993b.

ZHU, Z. Q.; HOWE, D.; CHAN, C. C. Improved analytical model for predicting the magnetic field distribution in brushless permanent-magnet machines. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 38, p. 229–238, 2002.

ZWYSSIG, C. et al. *Design of a 100 W, 500000 rpm permanent-magnet generator for mesoscale gas turbines*. Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2005 Industry Applications Conference, 2005. [S.I.]: IEEE. 2005.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Exemplo de aplicação do método Maxwell-Fourier

O método Maxwell-Fourier permite a caracterização do desempenho eletromagnético da máquina elétrica a partir da solução das equações de Maxwell. Para tal, é calculado a distribuição de campo magnético ao longo das regiões da máquina onde a permeabilidade magnética é próxima à do ar. Visando ilustrar melhor esse procedimento, este Apêndice traz o cálculo de uma máquina síncrona a ímãs permanentes.

A geometria avaliada é ilustrada na Figura A.1, sendo essa definida de forma simplificada em relação a uma topologia real. A MSIP com ímã de superfície possui magnetização paralela, é desprezado qualquer efeito da luva de retenção sobre o desempenho eletromagnético e os enrolamentos de armadura é caracterizado como uma densidade superficial de corrente na superfície interna do estator.

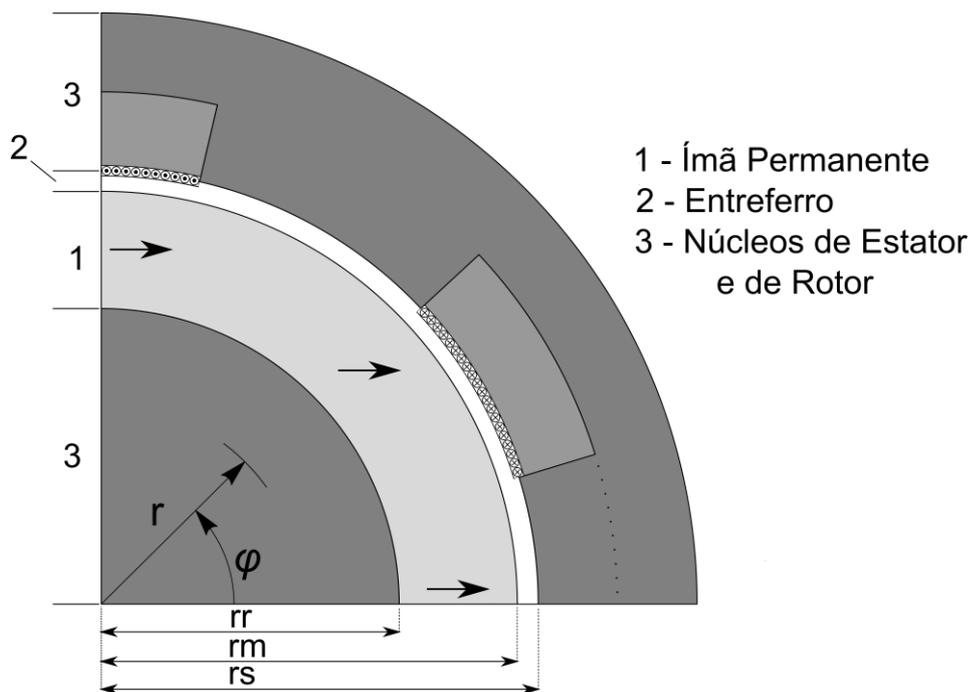


Figura A.1 – Seção transversal da geometria simplificada.

Deste modo, considerando os núcleos do estator e rotor com permeabilidade infinita, o cálculo de campo é desenvolvido apenas nas regiões do ímã e entreferro, tal como descrito por (A.1) para região do ímã e por (A.2) para a região do entreferro.

$$-\nabla^2 \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{B}_{rem}, \quad (\text{A.1})$$

$$-\nabla^2 \mathbf{A} = 0. \quad (\text{A.2})$$

Considerando a simetria do problema em relação à componente tangencial, e pela aproximação na qual a saturação do material ferromagnético é desprezada, solução para o potencial vetor magnético nessas regiões é obtida para as fontes de campo magnético de forma individual. A solução final é dada pela soma das contribuições do campo produzido pelo ímã e pelas correntes de armadura.

No problema simplificado em questão, a máquina elétrica com um par de polos, e ímãs permanentes de superfície com magnetização paralelo e abrangendo um passo polar, o vetor magnetização remanescente é irrotacional. A solução para o potencial vetor magnético é, por conseguinte, similar nas regiões dos ímãs e do entreferro, dada por

$$A_z^{(v)}(r, \varphi_r) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} r_v \left(C_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_v} \right)^{-k} + D_k^{(1)} \left(\frac{r}{r_v} \right)^k \right) \text{sen}(k\varphi_r), \quad (\text{A.3})$$

onde r_v é o raio externo da região v , tal que $v = 1$ e 2 para os ímãs e entreferro, respectivamente. A equação A.3 é baseada no resultado proposto em (HOLM; POLINDER; FERREIRA, 2007), diferindo da formulação apresentada no Capítulo 3. Essa alteração visa facilitar a obtenção de soluções em forma fechada, enquanto a adotada no restante desta tese auxilia na organização do sistema de equações lineares para solução numérica. A partir do potencial vetor magnético, as componentes radial e tangencial da densidade de fluxo magnético em cada região são obtidas a partir de (3.6), isto é

$$B_r^{(v)}(r, \varphi_r) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} k \left(C_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_v} \right)^{-k-1} + D_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_v} \right)^{k-1} \right) \cos(k\varphi_r), \quad (\text{A.4})$$

$$B_\varphi^{(v)}(r, \varphi_r) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} k \left(C_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_v} \right)^{-k-1} - D_k^{(v)} \left(\frac{r}{r_v} \right)^{k-1} \right) \text{sen}(k\varphi_r). \quad (\text{A.5})$$

Essa solução descreve a distribuição de campo tanto na região do ímã quanto para no entreferro a menos das constantes $C_k^{(v)}$ e $D_k^{(v)}$. A contribuição de cada campo, avaliada de forma independente, é obtida a partir das condições de contorno, conforme (3.14) e (3.15). Assim, para o campo produzido pelos ímãs permanentes, têm-se

$$\frac{B_{\varphi}^{(1)}(r_m, \varphi_r) - B_{rem, \varphi}}{\mu_{rec} \mu_0} = \frac{B_{\varphi}^{(2)}(r_m, \varphi_r)}{\mu_0}, \quad (\text{A.6})$$

$$B_r^{(1)}(r_m, \varphi_r) = B_r^{(2)}(r_m, \varphi_r). \quad (\text{A.7})$$

A componente tangencial do vetor de magnetização, dado em sua forma genérica pelas equações 3.20, 3.22 e 3.24, pode ser simplificada para o problema em questão conforme

$$B_{rem, \varphi} = -B_{rem} \text{sen}(\varphi_r). \quad (\text{A.8})$$

Nessa condição particular, não existem componentes harmônicas espaciais e as equações A.6 e A.7 para a fronteira entre o ímã e o entreferro são descritas apenas para a componente fundamental. Além disso, considerando a aproximação de que os núcleos de estator e rotor possuem permeabilidade infinita, é possível simplificar esse sistema de equações pois o fluxo magnético é perpendicular à superfície dessas regiões, isto é

$$\frac{B_{\varphi}^{(1)}(r_r, \varphi_r) - B_{rem, \varphi}}{\mu_{rec} \mu_0} = 0, \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{B_{\varphi}^{(2)}(r_s, \varphi_r)}{\mu_0} = 0. \quad (\text{A.10})$$

Com isso, as equações A.6 e A.7 podem ser simplificadas para

$$\frac{\left(\left(1 - \left(\frac{r_r}{r_m} \right)^{-2} \right) C_1^{(1)} - B_{rem} \right) + B_{rem}}{\mu_{rec}} = \left(\left(\frac{r_m}{r_s} \right)^{-2} - 1 \right) C_1^{(2)}, \quad (\text{A.10})$$

$$\left(1 + \left(\frac{r_r}{r_m} \right)^{-2} \right) C_1^{(1)} + B_{rem} = \left(\left(\frac{r_m}{r_s} \right)^{-2} + 1 \right) C_1^{(2)}. \quad (\text{A.11})$$

O sistema de equações lineares, dado por

$$\begin{bmatrix} \left(1 + \left(\frac{r_m}{r_r} \right)^2 \right) & - \left(1 + \left(\frac{r_s}{r_m} \right)^2 \right) \\ \left(1 - \left(\frac{r_m}{r_r} \right)^2 \right) & \mu_{rrec} \left(1 - \left(\frac{r_s}{r_m} \right)^2 \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1^{(1)} \\ C_1^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B_{rem} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.12})$$

pode ser resolvido analiticamente. Para o entreferro, o campo magnético é descrito por

$$B_r^{(2)}(r, \varphi_r) = \frac{B_{rem} \left(1 - \left(\frac{r_m}{r_r}\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{r}{r_s}\right)^{-2}\right)}{(1 + \mu_{rec}) \left(1 - \left(\frac{r_s}{r_r}\right)^2\right) + (1 - \mu_{rec}) \left(\left(\frac{r_s}{r_m}\right)^2 - \left(\frac{r_m}{r_r}\right)^2\right)} \cos(\varphi_r), \quad (\text{A.13})$$

$$B_\varphi^{(2)}(r, \varphi_r) = \frac{-B_{rem} \left(1 - \left(\frac{r_m}{r_r}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{r}{r_s}\right)^{-2}\right)}{(1 + \mu_{rec}) \left(1 - \left(\frac{r_s}{r_r}\right)^2\right) + (1 - \mu_{rec}) \left(\left(\frac{r_s}{r_m}\right)^2 - \left(\frac{r_m}{r_r}\right)^2\right)} \text{sen}(\varphi_r). \quad (\text{A.14})$$

Solução similar pode ser obtida para a distribuição de campo pelas correntes de estator. No caso, a máquina é aproximada para uma geometria sem ranhuras e os enrolamentos de armadura são representados por uma distribuição superficial de corrente ao longo da superfície interna do estator. Seu efeito é contabilizado a partir da condição de contorno para a componente tangencial, isto é

$$\frac{\hat{B}_{\varphi,k}^{(2)}(r_s, \varphi_s)}{\mu_0} = -\hat{K}_{s,k}(\varphi_s), \quad (\text{A.15})$$

onde $\hat{K}_{s,k}(\varphi_s)$ é o coeficiente de Fourier da densidade superficial de corrente, definida a partir da equação 3.48. No caso, como existem componentes harmônicas espaciais, o sistema de equações lineares é definido para cada ordem harmônica considerando a ortogonalidade em componentes de frequência espacial distintas, resultando em

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \left(1 + \left(\frac{r_r}{r_m}\right)^{-2k}\right) & -\left(\left(\frac{r_m}{r_s}\right)^{-k-1} + \left(\frac{r_m}{r_s}\right)^{k-1}\right) \\ \left(1 - \left(\frac{r_r}{r_m}\right)^{-2k}\right) & -\mu_{rrec} \left(\left(\frac{r_m}{r_s}\right)^{-k-1} - \left(\frac{r_m}{r_s}\right)^{k-1}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_k^{(1)} \\ C_k^{(2)} \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} \frac{\mu_0}{k} \left(\frac{r_m}{r_s}\right)^{k-1} \hat{K}_{s,k}(\varphi_s) \\ -\frac{\mu_0 \mu_{rrec}}{k} \left(\frac{r_m}{r_s}\right)^{k-1} \hat{K}_{s,k}(\varphi_s) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Esse sistema de equações pode ser resolvido analiticamente, a partir do qual o campo magnético na região do entreferro é obtido como

$$B_r^{(2)}(r, \varphi_r) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \hat{B}_{r,k}^{(2)} \cos(k\varphi_r), \quad (\text{A.17})$$

$$B_{\varphi}^{(2)}(r, \varphi_r) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \hat{B}_{\varphi,k}^{(2)} \text{sen}(k\varphi_r), \quad (\text{A.18})$$

onde

$$\hat{B}_{r,k}^{(2)} = \frac{\mu_0 \hat{K}_{sa,k}(\varphi_s) \left(\frac{r}{r_s}\right)^{k-1} \left((\mu_{rec} + 1) \left(1 + \left(\frac{r_r}{r}\right)^{2k}\right) + (\mu_{rec} - 1) \left(\left(\frac{r_r}{r_m}\right)^{2k} + \left(\frac{r_m}{r}\right)^{2k}\right) \right)}{\left((\mu_{rec} + 1) \left(1 - \left(\frac{r_r}{r_s}\right)^{2k}\right) + (\mu_{rec} - 1) \left(\left(\frac{r_r}{r_m}\right)^{2k} - \left(\frac{r_m}{r_s}\right)^{2k}\right) \right)}, \quad (\text{A.19})$$

$$\hat{B}_{\varphi,k}^{(2)} = - \frac{\mu_0 \hat{K}_{sa,k}(\varphi_s) \left(\frac{r}{r_s}\right)^{k-1} \left((\mu_{rec} + 1) \left(1 - \left(\frac{r_r}{r}\right)^{2k}\right) + (\mu_{rec} - 1) \left(\left(\frac{r_r}{r_m}\right)^{2k} - \left(\frac{r_m}{r}\right)^{2k}\right) \right)}{\left((\mu_{rec} + 1) \left(1 - \left(\frac{r_r}{r_s}\right)^{2k}\right) + (\mu_{rec} - 1) \left(\left(\frac{r_r}{r_m}\right)^{2k} - \left(\frac{r_m}{r_s}\right)^{2k}\right) \right)}. \quad (\text{A.20})$$

Esses resultados são validados com os obtidos pelo método dos elementos finitos. As figuras a seguir ilustram as componentes radial e tangencial para as distribuições de campo produzidas pelos ímãs e pela corrente da fase A, com valor de pico de 10 A. Essas distribuições são avaliadas no raio médio do entreferro.

Esse conjunto de resultados permite derivar grandezas como tensão induzida, indutâncias e torque. A solução em forma fechada oferece uma excelente intuição em relação ao efeito dos parâmetros geométricos da máquina sobre o desempenho, sendo uma ferramenta poderosa para avaliar a máquina elétrica nas fases iniciais de projeto.

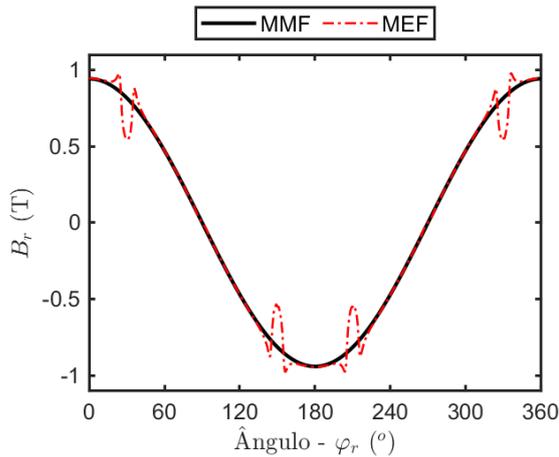


Figura A.2 – Componente radial do campo produzido pelos ímãs.

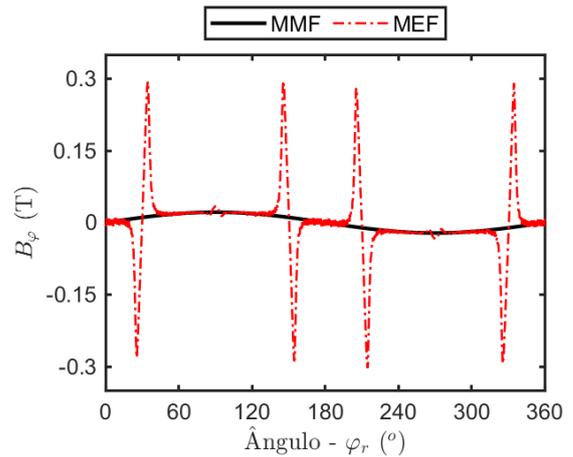


Figura A.3 – Componente tangencial do campo produzido pelos ímãs.

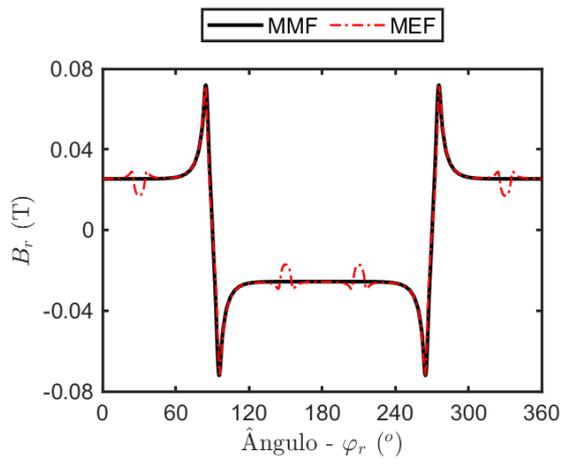


Figura A.4 – Componente radial do campo produzido pela corrente da fase A.

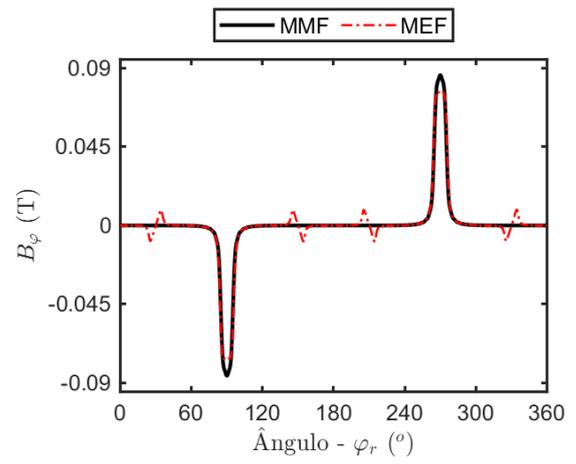


Figura A.5 – Componente tangencial do campo produzido pela corrente da fase A

APÊNDICE B – Formulação Genérica para Permeabilidade Não Homogênea

O método proposto, apresentado nesse Apêndice em sua formulação genérica, é fundamentado na formulação Maxwell-Fourier. Para tal, são adotadas as seguintes aproximações:

- Material ferromagnético do estator e rotor possui permeabilidade magnética infinita;
- Efeitos de extremidade, tais como fluxos de dispersão na cabeça da bobina, são desprezados;
- São desprezadas as sapatas dos dentes, sendo as ranhuras modeladas com uma geometria simplificada;
- As correntes induzidas na luva de retenção são consideradas a partir de um enrolamento auxiliar, sendo desprezadas do modelo magnético;
- São adotados ímãs permanentes de elevada energia, permitindo aproximar a desmagnetização por função linear.

A geometria utilizada para o desenvolvimento é ilustrada na Figura B.1.

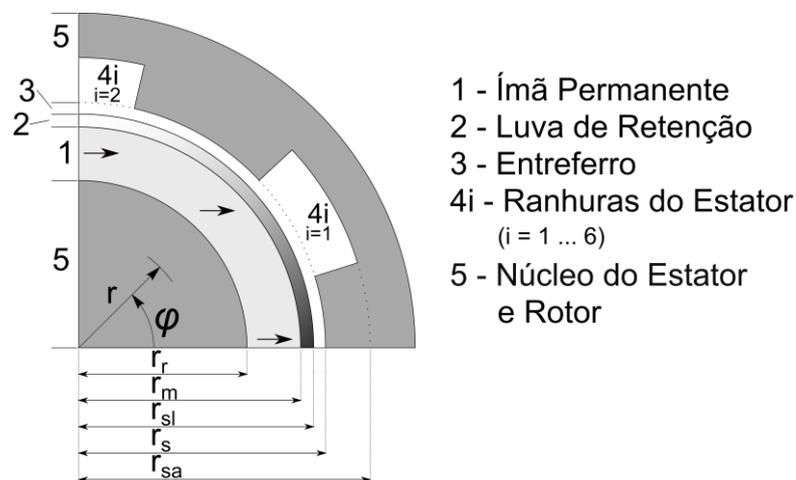


Figura B.1 – Seção transversal da geometria base para formulação proposta.

O efeito da ranhura é avaliado pelo método do subdomínio, tal como desenvolvido em (DUBAS; ESPANET, 2009; WU *et al.*, 2011) e aprimorado em (TIANG; ISHAK; JAMIL, 2014). Em MSIP com ímãs de superfície, a representação simplificada da ranhura fornece resultados similares em termos de desempenho

eletromagnético quando comparados com o modelo mais completo, que modela a sapata do dente (BOUGHRARA *et al.*, 2013).

Todas as grandezas magnéticas são calculadas em coordenada cilíndrica cuja referência é fixa no eixo magnético da fase α da armadura, φ_s . Por sua vez, as grandezas eletromagnéticas relativas ao circuito do rotor são calculadas em um sistema de coordenadas síncrono, φ_r , sendo medido a partir do eixo magnético do ímã permanente. Esse sistema de coordenadas está relacionado com o sistema do estator a partir da posição angular do rotor, θ , isto é

$$\varphi_s = \varphi_r + \theta. \quad (\text{B.1})$$

A saturação na região da luva de retenção advém de um fluxo de dispersão que aparece entre os polos do rotor. Como consequência, a permeabilidade varia ao longo do comprimento circunferencial da luva. Considerando que a luva é fina o suficiente, a variação da permeabilidade magnética é desprezada ao longo do comprimento radial. A variação circunferencial é harmônica nessa direção, apresentando um período de π/p , onde p é o número de par de polos. Observando essas características, e considerando as assimetrias trazidas pelo método dos subdomínios para cálculo dos efeitos das ranhuras, a permeabilidade relativa é descrita a partir de uma série de Fourier, conforme

$$\mu_r(\varphi_s) = \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} [\hat{\mu}_{(c)r,m} \cos(2pm\varphi_s) + \hat{\mu}_{(s)r,m} \text{sen}(2pm\varphi_s)], \quad (\text{B.2})$$

onde $\mu_r(\varphi_s)$ é a permeabilidade não homogênea, definida em função do ângulo mecânico φ_s . Os coeficientes da série são definidos para a função cosseno, $\hat{\mu}_{(c)r,m}$, e para a função seno, $\hat{\mu}_{(s)r,m}$, em termos da componente harmônica espacial, m . Esses coeficientes são obtidos conforme o nível de magnetização da máquina, requerendo métodos iterativos para avaliar a não linearidade do material magnético.

Para solução da equação diferencial que descreve a distribuição de campo nessa região, a variação da permeabilidade é considerada como pequena o suficiente. Desprezando fontes de campo magnético nessa região e adotando o calibre de Coulomb ($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$), a equação para o potencial vetor magnético é aproximada por

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu(\varphi_s)} \nabla \times \mathbf{A} \right) \approx -\frac{1}{\mu(\varphi_s)} \nabla^2 \mathbf{A} = 0. \quad (\text{B.3})$$

Os efeitos das correntes parasitas são contabilizados a partir do método proposto por Polinder (1998), que define uma densidade superficial de corrente no interior dessa região. Nas demais regiões de interesse, o resultado para a distribuição de campo é obtido pela pelo método Maxwell-Fourier.

O método proposto neste trabalho, por sua vez, contabiliza o efeito da saturação a partir de uma reavaliação das condições de contorno. Assim, dada a condição de continuidade para a componente tangencial da intensidade de campo magnético, definida genericamente por

$$H_\varphi^{(v+1)}(r_v, \varphi_s) - H_\varphi^{(v)}(r_v, \varphi_s) = K_z^{(v)}(\varphi_s), \quad (\text{B.4})$$

onde $H_\varphi^{(v)}$ e $H_\varphi^{(v+1)}$ são as componentes tangenciais da intensidade do campo magnético nas regiões v e $v + 1$, cuja fronteira está na superfície definida no raio r_v . Para o problema em duas dimensões, é definida apenas cuja componente axial da densidade corrente superficial, $K_z^{(v)}$.

Em uma primeira aproximação, essa equação é resolvida desprezando a densidade de corrente. Assim, as fronteiras com o entreferro e o ímã permanente são avaliadas a partir da densidade de fluxo magnético, sendo a equação A.4 reavaliada como

$$\frac{B_\varphi^{(2)}(r_{sl}, \varphi_s)}{\mu_r(\varphi_s)\mu_0} = \frac{B_\varphi^{(3)}(r_{sl}, \varphi_s)}{\mu_0}, \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{B_\varphi^{(2)}(r_m, \varphi_s)}{\mu_r(\varphi_s)\mu_0} = \frac{B_\varphi^{(1)}(r_m, \varphi_s) - B_{rem,\varphi}}{\mu_{rec}\mu_0}, \quad (\text{B.6})$$

onde μ_{rec} é a permeabilidade de recuo relativa que caracteriza a desmagnetização do ímã permanente e $B_{rem,\varphi}$ é a componente tangencial do perfil magnetização, definido genericamente por

$$B_{rem,\varphi} = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} [\hat{B}_{(s)rem,\varphi,k} \text{sen}(kp\varphi_s) + \hat{B}_{(c)rem,\varphi,k} \text{cos}(kp\varphi_s)], \quad (\text{B.7})$$

onde os coeficientes da série de Fourier para as funções seno e cosseno são $\hat{B}_{(s)rem,\varphi,k}^{(2)}$ e $\hat{B}_{(c)rem,\varphi,k}^{(2)}$, respectivamente. Com a permeabilidade relativa definida conforme a equação B.2, a condição de contorno descrita pela equação B.5 é reescrita como

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1,2,3,\dots}^{\infty} \left[\hat{B}_{(s)\varphi,k}^{(2)}(r_{sl}) \text{sen}(kp\varphi_s) + \hat{B}_{(c)\varphi,k}^{(2)}(r_{sl}) \text{cos}(kp\varphi_s) \right] \\ &= \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} \left[\hat{\mu}_{(c)r,m} \text{cos}(2mp\varphi_s) \right. \\ & \quad \left. + \hat{\mu}_{(s)r,m} \text{sen}(2mp\varphi_s) \right] \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} \left[\hat{B}_{(s)\varphi,k}^{(3)}(r_{sl}) \text{sen}(np\varphi_s) \right. \\ & \quad \left. + \hat{B}_{(c)\varphi,k}^{(3)}(r_{sl}) \text{cos}(np\varphi_s) \right], \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

onde os índices harmônicos das séries de Fourier são definidos com variáveis distintas, isto é, k , m e n , por questões de generalidade. As constantes de Fourier nessas séries são avaliadas observando a ortogonalidade das funções trigonométricas, isto é

$$\hat{B}_{(s)\varphi,k}^{(2)}(r_{sl}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi_s) \text{sen}(kp\varphi_s) d\varphi, \quad (\text{B.9})$$

$$\hat{B}_{(c)\varphi,k}^{(2)}(r_{sl}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi_s) \text{cos}(kp\varphi_s) d\varphi, \quad (\text{B.10})$$

onde $f(\varphi_s)$ é o termo no lado direito da igualdade na equação B.8. Rearranjando as equações B.9 e B.10 resulta nas seguintes relações

$$\begin{aligned}
& \hat{B}_{(s)\varphi,k}^{(2)}(r_{sl}) \\
&= \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\hat{\mu}_{(c)r,m} \hat{B}_{(s)\varphi,n}^{(3)}(r_{sl})}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos(2mp\varphi_s) \text{sen}(np\varphi_s) \text{sen}(kp\varphi_s) d\varphi \\
&+ \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\hat{\mu}_{(c)r,m} \hat{B}_{(c)\varphi,n}^{(3)}(r_{sl})}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos(2mp\varphi_s) \cos(np\varphi_s) \text{sen}(kp\varphi_s) d\varphi \\
&+ \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\hat{\mu}_{(s)r,m} \hat{B}_{(s)\varphi,n}^{(3)}(r_{sl})}{\pi} \int_0^{2\pi} \text{sen}(2mp\varphi_s) \text{sen}(np\varphi_s) \text{sen}(kp\varphi_s) d\varphi \\
&+ \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\hat{\mu}_{(s)r,m} \hat{B}_{(c)\varphi,n}^{(3)}(r_{sl})}{\pi} \int_0^{2\pi} \text{sen}(2mp\varphi_s) \cos(np\varphi_s) \text{sen}(kp\varphi_s) d\varphi,
\end{aligned} \tag{B.11}$$

$$\begin{aligned}
& \hat{B}_{(c)\varphi,k}^{(2)}(r_{sl}) \\
&= \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\hat{\mu}_{(c)r,m} \hat{B}_{(s)\varphi,n}^{(3)}(r_{sl})}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos(2mp\varphi_s) \text{sen}(np\varphi_s) \cos(kp\varphi_s) d\varphi \\
&+ \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\hat{\mu}_{(c)r,m} \hat{B}_{(c)\varphi,n}^{(3)}(r_{sl})}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos(2mp\varphi_s) \cos(np\varphi_s) \cos(kp\varphi_s) d\varphi \\
&+ \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\hat{\mu}_{(s)r,m} \hat{B}_{(s)\varphi,n}^{(3)}(r_{sl})}{\pi} \int_0^{2\pi} \text{sen}(2mp\varphi_s) \text{sen}(np\varphi_s) \cos(kp\varphi_s) d\varphi \\
&+ \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\hat{\mu}_{(s)r,m} \hat{B}_{(c)\varphi,n}^{(3)}(r_{sl})}{\pi} \int_0^{2\pi} \text{sen}(2mp\varphi_s) \cos(np\varphi_s) \cos(kp\varphi_s) d\varphi.
\end{aligned} \tag{B.12}$$

Nesse caso, os índices harmônicos k são definidos como índices de referência. Os lados direitos das equações B.11 e B.12 podem ser resolvidos considerando relações específicas entre esses índices harmônicos. Em resumo, a Tabela B.1 apresenta os resultados obtidos pela equação B.11 enquanto a Tabela B.2 apresenta os resultados para a equação B.12.

Tabela B.1 - Relação dos índices harmônicos espaciais para solução não-nula da equação B.11.

Integral	Relação dos Índices	Resultado
$\int_0^{2\pi} \cos(2mp\varphi_s) \operatorname{sen}(np\varphi_s) \operatorname{sen}(kp\varphi_s) d\varphi$	$n = k - 2m$	$\pi/2$
	$n = k + 2m$	$\pi/2$
	$n = 2m - k$	$-\pi/2$
$\int_0^{2\pi} \cos(2mp\varphi_s) \cos(np\varphi_s) \operatorname{sen}(kp\varphi_s) d\varphi$	$\forall k, n, m$	0
$\int_0^{2\pi} \operatorname{sen}(2mp\varphi_s) \operatorname{sen}(np\varphi_s) \operatorname{sen}(kp\varphi_s) d\varphi$	$\forall k, n, m$	0
$\int_0^{2\pi} \operatorname{sen}(2mp\varphi_s) \cos(np\varphi_s) \operatorname{sen}(kp\varphi_s) d\varphi$	$n = k - 2m$	$\pi/2$
	$n = k + 2m$	$-\pi/2$
	$n = 2m - k$	$\pi/2$

Tabela B.2 - Relação dos índices harmônicos espaciais para solução não-nula da equação B.12.

Integral	Relação dos Índices	Resultado
$\int_0^{2\pi} \cos(2mp\varphi_s) \operatorname{sen}(np\varphi_s) \cos(kp\varphi_s) d\varphi$	$\forall k, n, m$	0
$\int_0^{2\pi} \cos(2mp\varphi_s) \cos(np\varphi_s) \cos(kp\varphi_s) d\varphi$	$n = k - 2m$	$\pi/2$
	$n = k + 2m$	$\pi/2$
	$n = 2m - k$	$\pi/2$
$\int_0^{2\pi} \operatorname{sen}(2mp\varphi_s) \operatorname{sen}(np\varphi_s) \cos(kp\varphi_s) d\varphi$	$n = k - 2m$	$-\pi/2$
	$n = k + 2m$	$\pi/2$
	$n = 2m - k$	$\pi/2$
$\int_0^{2\pi} \operatorname{sen}(2mp\varphi_s) \cos(np\varphi_s) \cos(kp\varphi_s) d\varphi$	$\forall k, n, m$	0

É importante notar que, a partir dos resultados apresentados em resumo nas Tabelas B.1 e B.2, para problemas onde o material da luva de retenção não satura, o modelo proposto seria simplificado. Apresentando uma permeabilidade magnética

homogênea ao longo da região, a equação B.2 seria descrita por um índice apenas, isto é $m = 0$. Os índices harmônicos espaciais que descrevem a distribuição de campo seriam definidos para harmônicos de mesma ordem, ou $n = k$.

Adicionalmente, dada a série de Fourier que descreve a permeabilidade variável, as equações resultantes devem avaliar todos os índices definidos. As equações B.11 e B.12 são resolvidas então para

$$\begin{aligned} \hat{B}_{(s)\varphi,k}^{(2)}(r_{sl}) = & \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} \left[\frac{\hat{\mu}_{(c)r,m}}{2} \left(\hat{B}_{(s)\varphi,k-2m}^{(3)}(r_{sl}) + \hat{B}_{(s)\varphi,k+2m}^{(3)}(r_{sl}) \right. \right. \\ & \left. \left. - \hat{B}_{(s)\varphi,2m-k}^{(3)}(r_{sl}) \right) \right. \\ & \left. + \frac{\hat{\mu}_{(s)r,m}}{2} \left(\hat{B}_{(c)\varphi,k-2m}^{(3)}(r_{sl}) - \hat{B}_{(c)\varphi,k+2m}^{(3)}(r_{sl}) \right. \right. \\ & \left. \left. + \hat{B}_{(c)\varphi,2m-k}^{(3)}(r_{sl}) \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

$$\begin{aligned} \hat{B}_{(c)\varphi,k}^{(2)}(r_{sl}) = & \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} \left[\frac{\hat{\mu}_{(c)r,m}}{2} \left(\hat{B}_{(c)\varphi,k-2m}^{(3)}(r_{sl}) + \hat{B}_{(c)\varphi,k+2m}^{(3)}(r_{sl}) \right. \right. \\ & \left. \left. + \hat{B}_{(c)\varphi,2m-k}^{(3)}(r_{sl}) \right) \right. \\ & \left. + \frac{\hat{\mu}_{(s)r,m}}{2} \left(-\hat{B}_{(s)\varphi,k-2m}^{(3)}(r_{sl}) + \hat{B}_{(s)\varphi,k+2m}^{(3)}(r_{sl}) \right. \right. \\ & \left. \left. + \hat{B}_{(s)\varphi,2m-k}^{(3)}(r_{sl}) \right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

O mesmo raciocínio é utilizado para resolver a condição de contorno entre a luva de retenção e o ímã permanente, definida pela equação B.6, isto é

$$\begin{aligned} \hat{B}_{(s)\varphi,k}^{(2)}(r_m) = & \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} \left[\frac{\hat{\mu}_{(c)r,m}}{2\mu_{rec}} \left(\hat{B}_{(s)\varphi,k-2m}^{(1)}(r_m) + \hat{B}_{(s)\varphi,k+2m}^{(1)}(r_m) \right. \right. \\ & \left. \left. - \hat{B}_{(s)\varphi,2m-k}^{(1)}(r_m) - \hat{B}_{(s)rem,\varphi,k-2m} - \hat{B}_{(s)rem,\varphi,k+2m} \right. \right. \\ & \left. \left. + \hat{B}_{(s)rem,\varphi,2m-k} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\hat{\mu}_{(s)r,m}}{2\mu_{rec}} \left(\hat{B}_{(c)\varphi,k-2m}^{(1)}(r_m) - \hat{B}_{(c)\varphi,k+2m}^{(1)}(r_m) + \hat{B}_{(c)\varphi,2m-k}^{(1)}(r_m) \right. \right. \\ & \left. \left. - \hat{B}_{(c)rem,\varphi,k-2m} + \hat{B}_{(c)rem,\varphi,k+2m} - \hat{B}_{(c)rem,\varphi,2m-k} \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

$$\begin{aligned}
\hat{B}_{(c)\varphi,k}^{(2)}(r_m) = & \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} \left[\frac{\hat{\mu}_{(c)r,m}}{2\mu_{rec}} \left(\hat{B}_{(c)\varphi,k-2m}^{(1)}(r_m) + \hat{B}_{(c)\varphi,k+2m}^{(1)}(r_m) \right. \right. \\
& + \hat{B}_{(c)\varphi,2m-k}^{(1)}(r_m) - \hat{B}_{(c)rem,\varphi,k-2m} - \hat{B}_{(c)rem,\varphi,k+2m} \\
& \left. \left. - \hat{B}_{(c)rem,\varphi,2m-k} \right) \right. \\
& + \frac{\hat{\mu}_{(s)r,m}}{2\mu_{rec}} \left(-\hat{B}_{(s)\varphi,k-2m}^{(1)}(r_m) + \hat{B}_{(s)\varphi,k+2m}^{(1)}(r_m) + \hat{B}_{(s)\varphi,2m-k}^{(1)}(r_m) \right. \\
& \left. \left. + \hat{B}_{(s)rem,\varphi,k-2m} - \hat{B}_{(s)rem,\varphi,k+2m} - \hat{B}_{(s)rem,\varphi,2m-k} \right) \right]. \tag{B.16}
\end{aligned}$$

A partir dos resultados, é possível verificar que os coeficientes de Fourier que definem a densidade de fluxo magnético na região saturada, $\hat{B}_{(s)\varphi,k}^{(2)}$ e $\hat{B}_{(c)\varphi,k}^{(2)}$, são relacionados a coeficientes de Fourier com índices harmônicos de ordem diferente dos campos magnéticos calculados nas regiões vizinhas. Também, existe uma dependência mútua entre coeficientes das funções seno e cosseno. Por exemplo, os coeficientes da função cosseno de ordem harmônica k , $\hat{B}_{(c)\varphi,k}^{(2)}$, são expressos em termos dos coeficientes da função cosseno $\hat{B}_{(c)\varphi,k-2m}^{(3)}$, $\hat{B}_{(c)\varphi,k+2m}^{(3)}$ e $\hat{B}_{(c)\varphi,2m-k}^{(3)}$, e os termos da função seno $\hat{B}_{(s)\varphi,k-2m}^{(3)}$, $\hat{B}_{(s)\varphi,k+2m}^{(3)}$ e $\hat{B}_{(s)\varphi,2m-k}^{(3)}$. Esses coeficientes da densidade de fluxo no entreferro possuem ordem harmônica $(k - 2m)$, $(k + 2m)$ e $(2m - k)$. O índice harmônico m é a ordem harmônica especial da série de Fourier que caracteriza o perfil da permeabilidade magnética na luva de retenção.

Considerando que a solução desse sistema de equações é obtida truncando a série harmônica espacial, os somatórios para cálculo das ordens $(k - 2m)$, $(k + 2m)$ e $(2m - k)$ devem também ser truncados. Isto é, para a solução da série de Fourier limitada até a ordem harmônica espacial K_{max} , os índices $(k - 2m)$, $(k + 2m)$ e $(2m - k)$ também devem ser limitados ao intervalo $[1, K_{max}]$.

Por fim, em problemas que requerem a avaliação dos efeitos das correntes parasitas sobre o desempenho, o método desenvolvido em (POLINDER, 1998) pode ser usado com a metodologia propostas para a permeabilidade variável. Para tal, um enrolamento auxiliar é definido como uma densidade superficial de corrente no interior da região condutiva conforme

$$K_c(\varphi_r) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{N_{c,k}}{2r_c} (i_{c,d,k} \text{sen}(k\varphi_r) - i_{c,q,k} \text{cos}(k\varphi_r)), \quad (\text{B.17})$$

onde $N_{c,k}$ é o número de espiras da k -ésima harmônica espacial. Esse valor pode ser definido arbitrariamente, desde que as forças magnetomotrizes de eixo direto e quadratura, $N_{c,k}i_{c,d,k}$ e $N_{c,k}i_{c,q,k}$, respectivamente, sejam mantidas constantes. A região da luva de retenção (LR) é dividida em duas sub-regiões e a densidade de corrente definida na interface entre essas, localizada no raio r_c (Figura B.2).

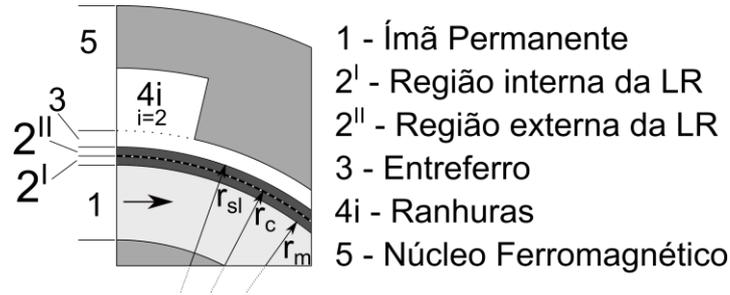


Figura B.2 - Região da luva redefinida para cálculo das correntes parasitas.

A condição de continuidade da componente tangencial da intensidade na fronteira entre as sub-regiões da luva de retenção é dada por

$$\frac{B_{\varphi}^{(2I)}(r_c, \varphi_s)}{\mu_r(\varphi_s)\mu_0} - \frac{B_{\varphi}^{(2II)}(r_c, \varphi_s)}{\mu_r(\varphi_s)\mu_0} = -K_c(\varphi_s), \quad (\text{B.18})$$

onde deve ser observado que as grandezas são transformadas para o sistema de coordenadas definido fixo no estator, φ_s . Esse sistema é resolvido de maneira análoga ao feito anteriormente, com as condições de contorno reavaliadas como

$$\begin{aligned} & \hat{B}_{(s)\varphi,k}^{(2I)}(r_c) - \hat{B}_{(s)\varphi,k}^{(2II)}(r_c) \\ &= - \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} \left[\frac{\hat{\mu}_{(c)}r,m\mu_0}{2} (\hat{K}_{(s)c,dq,k-2m} + \hat{K}_{(s)c,dq,k+2m} \right. \\ & \quad \left. - \hat{K}_{(s)c,dq,2m-k}) \right. \\ & \quad \left. + \frac{\hat{\mu}_{(s)}r,m\mu_0}{2} (\hat{K}_{(c)c,dq,k-2m} - \hat{K}_{(c)c,dq,k+2m} + \hat{K}_{(c)c,dq,2m-k}) \right], \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

$$\begin{aligned}
& \hat{B}_{(c)\varphi,k}^{(2I)}(r_c) - \hat{B}_{(c)\varphi,k}^{(2II)}(r_c) \\
&= - \sum_{m=0,1,2,3,\dots}^{\infty} \left[\frac{\hat{\mu}_{(c)r,m}\mu_0}{2} (\hat{K}_{(c)c,dq,k-2m} + \hat{K}_{(c)c,dq,k+2m} \right. \\
&\quad \left. + \hat{K}_{(c)c,dq,2m-k}) \right. \\
&\quad \left. + \frac{\hat{\mu}_{(s)r,m}\mu_0}{2} (-\hat{K}_{(s)c,dq,k-2m} + \hat{K}_{(s)c,dq,k+2m} + \hat{K}_{(s)c,dq,2m-k}) \right], \tag{B.20}
\end{aligned}$$

onde $\hat{K}_{(c)c,dq,k}$ é a componente de ordem harmônica espacial k da função cosseno da série de Fourier. Os subscritos dq são relativos às correntes de eixo direto e do eixo em quadratura, conforme equação B.17. A notação é simplificada aqui, e as equações B.19 e B.20 devem ser resolvidas para cada uma das componentes individualmente.

APÊNDICE C – Circuito equivalente em regime permanente para MFC

A derivação do circuito equivalente partiu da análise de sensibilidade da potência média de saída em relação às componentes harmônicas das indutâncias. Para tal, a potência gerada para a máquina alimentando uma carga resistiva é obtida utilizando método numérico, método Runge-Kutta, na equação que descreve o circuito de armadura, isto é

$$v_{abc} = -R_s i_{abc} - \frac{d\lambda_{abc}}{dt} + e_{abc}. \quad (C.1)$$

Nesse caso, a dinâmica de campo é desprezada e a força eletromotriz calculada com uma corrente de campo imposta. A sensibilidade é analisada calculando as componentes harmônicas dessas indutâncias, variando a amplitude da harmônica sob análise e recompondo o perfil da indutância no domínio do tempo. O resultado indica que a potência média de saída é sensível apenas à fundamental da força eletromotriz. Para as indutâncias próprias e mútuas da armadura, o modelo deve contemplar o valor médio, assim como a segunda e quarta componente harmônica. A Figura C.1 ilustra a potência calculada para o modelo completo em relação ao modelo simplificado.

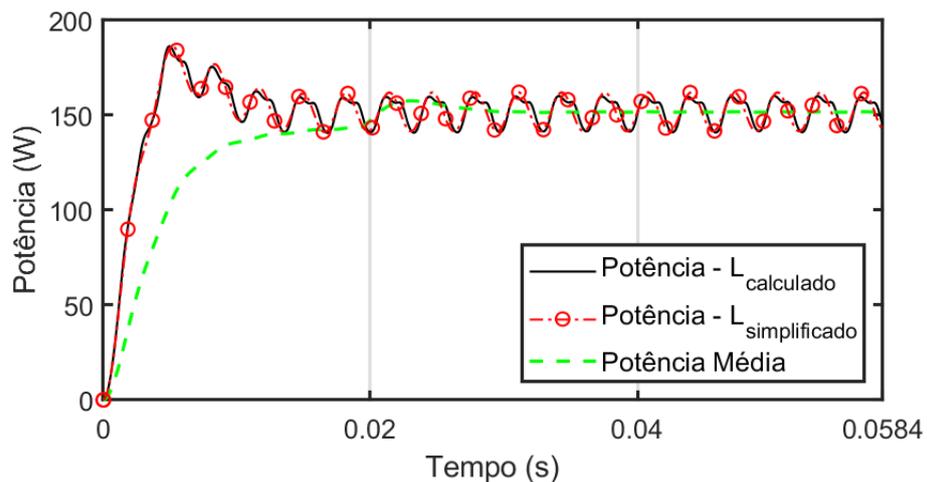


Figura C.1 - Potência instantânea com indutância calculada pelo método Maxwell-Fourier e com indutância simplificada.

O resultado para a tensão induzida na armadura e a corrente, calculada utilizando o método numérico para análise do circuito, é apresentado na Figura C.2. Esses resultados mostram quais componentes harmônicas das indutâncias da

máquina aprestam um efeito mais significativo sobre seu desempenho eletromagnético.

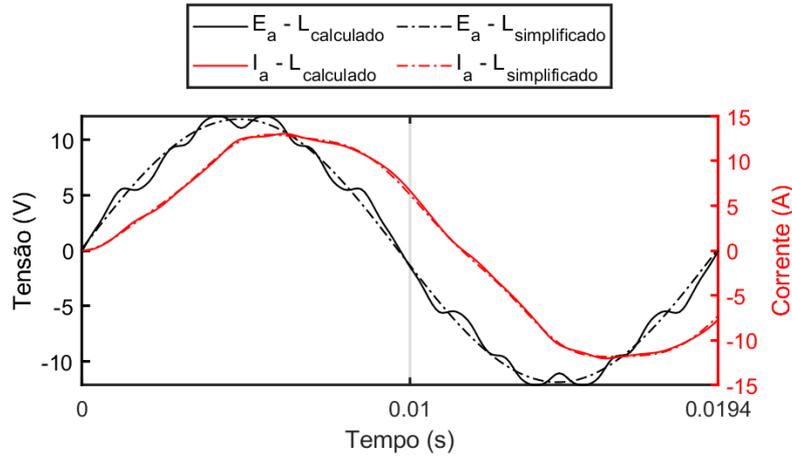


Figura C.2 – Tensão induzida e corrente de carga com indutância calculada pelo método Maxwell-Fourier e com indutância simplificada.

Definidas as componentes de interesse, foram analisadas as amplitudes e fases dessas componentes em relação às componentes da fase a. Com isso, as indutâncias podem ser descritas pelas relações.

- Indutâncias mútuas entre campo e armadura, descritas por

$$M_{af} = M_{af,1} \cos(\omega t) H, \quad (C.2)$$

$$M_{af} = M_{af,1} \cos(\omega t - 120^\circ) H, \quad (C.3)$$

$$M_{af} = M_{af,1} \cos(\omega t + 120^\circ) H. \quad (C.4)$$

- Indutâncias próprias das fases da armadura, descritas por

$$L_{aa} = L_{aa,0} + L_{aa,2} \cos(2\omega t) - L_{aa,4} \cos(4\omega t) H, \quad (C.5)$$

$$L_{bb} = L_{aa,0} + L_{aa,2} \cos(2\omega t + 120) - L_{aa,4} \cos(2\omega t - 120) H, \quad (C.6)$$

$$L_{cc} = L_{aa,0} + L_{aa,2} \cos(2\omega t - 120) - L_{aa,4} \cos(2\omega t + 120) H. \quad (C.7)$$

- Indutâncias mútuas entre as fases da armadura, descritas por

$$M_{ab} = -\frac{L_{aa,0}}{2} + L_{aa,2} \cos(2\omega t - 120^\circ) - L_{aa,4} \cos(4\omega t + 120^\circ) H, \quad (C.8)$$

$$M_{ac} = -\frac{L_{aa,0}}{2} + L_{aa,2} \cos(2\omega t + 120^\circ) - L_{aa,4} \cos(4\omega t - 120^\circ) H, \quad (C.9)$$

$$M_{bc} = -\frac{L_{aa,0}}{2} + L_{aa,2} \cos(2\omega t) - L_{aa,4} \cos(2\omega t) H. \quad (C.10)$$

Foi observado também que, apesar da tensão induzida sem componentes harmônicas, uma corrente de 5ª ordem harmônica é gerada. Assim, o circuito é analisado com as seguintes correntes

$$i_a = \hat{I}_{a,1} \operatorname{sen}(\omega t - \vartheta_{i,1}) + \hat{I}_{a,5} \operatorname{sen}(5\omega t - \vartheta_{i,5}), \quad (C.11)$$

$$i_b = \hat{I}_{a,1} \operatorname{sen}(\omega t - \vartheta_{i,1} - 120^\circ) + \hat{I}_{a,5} \operatorname{sen}(5\omega t - \vartheta_{i,5} + 120^\circ), \quad (C.12)$$

$$i_c = \hat{I}_{a,1} \operatorname{sen}(\omega t - \vartheta_{i,1} + 120^\circ) + \hat{I}_{a,5} \operatorname{sen}(5\omega t - \vartheta_{i,5} - 120^\circ). \quad (C.13)$$

O ângulo de fase das correntes é definido positivo para corrente atrasada em relação à força eletromotriz. Assim, considerando o sistema trifásico equilibrado, essas relações são usadas para o cálculo da máquina em regime permanente, com a relação para fase *a* dada por

$$R_c i_a + L_c \frac{di_a}{dt} + \frac{d\lambda_{aa}}{dt} + \frac{d\lambda_{ab}}{dt} + \frac{d\lambda_{ac}}{dt} = -\frac{dM_{af}}{dt} i_f. \quad (C.14)$$

Substituindo os termos para a reação de armadura pelas relações obtidas para as indutâncias e correntes, têm-se

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_{aa}}{dt} = & (-2\omega L_{aa,2} \operatorname{sen}(2\omega t) + 4\omega L_{aa,4} \operatorname{sen}(4\omega t)) i_a \\ & + (L_{aa,0} \cos(0\omega t) + L_{aa,2} \cos(2\omega t) - L_{aa,4} \cos(4\omega t)) \frac{di_a}{dt}, \end{aligned} \quad (C.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_{ab}}{dt} = & (-2\omega L_{aa,2} \operatorname{sen}(2\omega t - 120^\circ) + 4\omega L_{aa,4} \operatorname{sen}(4\omega t + 120^\circ)) i_b \\ & + (L_{aa,0} \cos(0\omega t - 120^\circ) + L_{aa,2} \cos(2\omega t - 120^\circ) \\ & - L_{aa,4} \cos(4\omega t + 120^\circ)) \frac{di_b}{dt}, \end{aligned} \quad (C.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_{ac}}{dt} = & (-2\omega L_{aa,2} \operatorname{sen}(2\omega t + 120^\circ) + 4\omega L_{aa,4} \operatorname{sen}(4\omega t - 120^\circ)) i_c \\ & + (L_{aa,0} \cos(0\omega t + 120^\circ) + L_{aa,2} \cos(2\omega t + 120^\circ) \\ & - L_{aa,4} \cos(4\omega t - 120^\circ)) \frac{di_c}{dt}. \end{aligned} \quad (C.17)$$

Após organizar os termos, a seguinte regra trigonométrica pode ser aplicada para simplificar a equação. Assim, para um conjunto de corrente trifásica com frequência $Y\omega$ e ângulo de fase $\vartheta_{i,y}$ e um conjunto de indutâncias com frequência $X\omega$ e sequência de fase positiva

$$\begin{aligned} & (\text{sen}(X\omega t) \text{sen}(Y\omega t - \vartheta_{i,y}) + \text{sen}(X\omega t - 120^\circ) \text{sen}(Y\omega t - \vartheta_{i,y} - 120^\circ) \\ & \quad + \text{sen}(X\omega t + 120^\circ) \text{sen}(Y\omega t - \vartheta_{i,y} + 120^\circ)) \\ & = \frac{3}{2} \cos((X - Y)\omega t + \vartheta_{i,y}). \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

Para um conjunto de indutâncias com sequência de fase negativa

$$\begin{aligned} & (\text{sen}(X\omega t) \text{sen}(Y\omega t - \vartheta_{i,y}) + \text{sen}(X\omega t + 120^\circ) \text{sen}(Y\omega t - \vartheta_{i,y} - 120^\circ) \\ & \quad + \text{sen}(X\omega t - 120^\circ) \text{sen}(Y\omega t - \vartheta_{i,y} + 120^\circ)) \\ & = -\frac{3}{2} \cos((X + Y)\omega t - \vartheta_{i,y}). \end{aligned} \quad (\text{C.19})$$

Para um conjunto trifásico de corrente de sequência negativa, têm-se primeiro para indutâncias de sequência positiva

$$\begin{aligned} & (\text{sen}(X\omega t) \text{sen}(Y\omega t - \vartheta_{i,y}) + \text{sen}(X\omega t - 120^\circ) \text{sen}(Y\omega t - \vartheta_{i,y} + 120^\circ) \\ & \quad + \text{sen}(X\omega t + 120^\circ) \text{sen}(Y\omega t - \vartheta_{i,y} - 120^\circ)) \\ & = -\frac{3}{2} \cos((X + Y)\omega t - \vartheta_{i,y}). \end{aligned} \quad (\text{C.20})$$

Para indutância de sequência negativa, isto é

$$\begin{aligned} & (\text{sen}(X\omega t) \text{sen}(Y\omega t - \vartheta_{i,y}) + \text{sen}(X\omega t + 120^\circ) \text{sen}(Y\omega t - \vartheta_{i,y} + 120^\circ) \\ & \quad + \text{sen}(X\omega t - 120^\circ) \text{sen}(Y\omega t - \vartheta_{i,y} - 120^\circ)) \\ & = \frac{3}{2} \cos((X - Y)\omega t + \vartheta_{i,y}). \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

Análise similar é realizada com os termos em cosseno. Toda essa análise pode ser resumida em um quadro (Tabela C.1).

Tabela C.1 - Relações entre ordens harmônicas da corrente e de indutância

	Corrente de seq. pos. $(i_{s,1}, i_{s,7}, i_{s,13}, \dots)$	Corrente de seq. neg. $(i_{s,5}, i_{s,11}, \dots)$
Indutância de seq. pos. $(L_{aa,0}, L_{aa,2})$	$\frac{3}{2} \cos((X - Y)\omega t + \vartheta_{i,y})$	$(-)^* \frac{3}{2} \cos((X + Y)\omega t - \vartheta_{i,y})$
Indutância de seq. neg. $(L_{aa,4})$	$(-)^* \frac{3}{2} \cos((X + Y)\omega t - \vartheta_{i,y})$	$\frac{3}{2} \cos((X - Y)\omega t + \vartheta_{i,y})$

$(-)^*$ Para parcela em termos dos *senos* ($dL_{aa}/dt i_a$).

$X \rightarrow$ Frequência da indutância.

$Y \rightarrow$ Frequência da corrente.

Assim, os termos da equação B.15 podem ser simplificados. Por exemplo, para a segunda ordem harmônica da indutância a relação é simplificada conforme

$$\begin{aligned} & -2\omega L_{aa,2}(\text{sen}(2\omega t)i_a + \text{sen}(2\omega t - 120^\circ)i_b + \text{sen}(2\omega t + 120^\circ)i_c) \\ & = -3\omega L_{aa,2}i_{a,1} \cos(\omega t + \vartheta_{i,1}) + 3\omega L_{aa,2}i_{a,5} \cos(7\omega t - \vartheta_{i,5}). \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

Aqui já é possível ver uma corrente de 7ª ordem harmônica obtida pela relação entre uma corrente de 5ª ordem e uma indutância de 2ª ordem. Realizando esse procedimento aos demais termos, é possível obter

$$\begin{aligned} & R_c i_{a,1} \text{sen}(\omega t - \vartheta_{i,1}) + R_c i_{a,5} \text{sen}(5\omega t - \vartheta_{i,5}) \\ & + \frac{3}{2} \omega (L_{aa,0} + L_c) i_{a,1} \cos(\omega t - \vartheta_{i,1}) \\ & + \frac{15}{2} \omega (L_{aa,0} + L_c) i_{a,5} \cos(5\omega t - \vartheta_{i,5}) \\ & - \frac{3}{2} \omega L_{aa,2} i_{a,1} \cos(\omega t + \vartheta_{i,1}) - \frac{15}{2} \omega L_{aa,4} i_{a,1} \cos(5\omega t - \vartheta_{i,1}) \\ & - \frac{3}{2} \omega L_{aa,4} i_{a,5} \cos(\omega t - \vartheta_{i,5}) + \frac{21}{2} \omega L_{aa,2} i_{a,5} \cos(7\omega t - \vartheta_{i,5}) \\ & = \omega M_{af,1} i_f \text{sen}(\omega t). \end{aligned} \quad (\text{C.23})$$

Esse sistema pode ser resolvido de duas formas. Primeiramente, decompondo os termos em seno e cosseno usando as transformações trigonométricas

$$\text{sen}(A \pm B) = \text{sen}(A)\cos(B) \pm \text{sen}(B)\cos(A), \quad (\text{C.24})$$

$$\cos(A \pm B) = \text{sen}(A)\cos(B) \mp \text{sen}(B)\cos(A). \quad (\text{C.25})$$

Além disso, por questão de ortogonalidade, os termos são separados conforme são definidos em função do seno ou cosseno, e em frequências diferentes. Como só existe um termo de 7ª ordem harmônica, esse será desprezado.

$$\begin{bmatrix} R_c & \omega(L_{s,0} + L_c + L_{s,2}) & 0 & -\omega L_{s,4} \\ \omega(L_{a,0} + L_c - L_{s,2}) & -R_c & -\omega L_{s,4} & 0 \\ 0 & -5\omega L_{s,4} & R_c & 5\omega(L_{s,0} + L_c) \\ -5\omega L_{s,4} & 0 & 5\omega(L_{s,0} + L_c) & -R_c \end{bmatrix} \quad (\text{C.26})$$

$$\begin{bmatrix} i_{a,1} \cos(\vartheta_{i,1}) \\ i_{a,1} \text{sen}(\vartheta_{i,1}) \\ i_{a,5} \cos(\vartheta_{i,5}) \\ i_{a,5} \text{sen}(\vartheta_{i,5}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega M_{af,1} i_f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

onde

$$L_{s,0} = \frac{3}{2} L_{aa,0}, \quad (\text{C.27})$$

$$L_{s,2} = \frac{3}{2} L_{aa,2}, \quad (\text{C.28})$$

$$L_{s,4} = \frac{3}{2} L_{aa,4}. \quad (\text{C.29})$$

Essas indutâncias síncronas são similares à obtida em um circuito equivalente de uma máquina convencional, sendo as indutâncias efetivas vistas pelo circuito por fase para máquina funcionando em regime permanente e em condição equilibrada.

Outra forma de resolver o circuito é utilizando a notação fasorial. Assim, para a frequência fundamental, tem-se

$$\begin{aligned} (R_c + j\omega L_c)I_{a,1}e^{-j\vartheta_{i,1}} + j\omega L_{s,0}I_{a,1}e^{-j\vartheta_{i,1}} - j\omega L_{s,2}e^{j2\vartheta_{i,1}}I_{a,1}e^{-j\vartheta_{i,1}} \\ - j\omega L_{s,4}I_{a,5}e^{-j\vartheta_{i,5}} = E_{a,nl}. \end{aligned} \quad (\text{C.30})$$

Para a 5ª ordem harmônica:

$$(R_c + j5\omega L_c)I_{a,5}e^{-j\vartheta_{i,5}} + j5\omega L_{s,0}I_{a,5}e^{-j\vartheta_{i,5}} = j5\omega L_{s,4}I_{a,1}e^{-j\vartheta_{i,1}}. \quad (\text{C.31})$$

Na equação C.30, o termo relativo à segunda ordem harmônica da indutância tem um ângulo de fase definido pela fase da corrente. Esse termo, juntamente com o

termo de quarta ordem harmônica, tem um efeito de desmagnetizar a máquina e depende da corrente de armadura.

Após uma análise do comportamento dessa indutância em função da resposta em frequência, metodologia utilizada para obtenção da impedância equivalente de conversores de frequência (ALMEIDA, 2019), foi possível definir esse termo em função de dois ramos em paralelo, isto é

$$Y_{eq}(j\omega) = -\frac{1}{j\omega L_{s,2} e^{j2\vartheta_i}} = \frac{r_1}{j\omega - p_1} + \frac{r_2}{j\omega - p_2}. \quad (C.32)$$

As raízes e os polos da função expandida podem, por sua vez, serem definidos em termos dos componentes do circuito equivalente, isto é

$$Y_{eq}(j\omega) = \frac{1}{j\omega \frac{L_{s,2}}{2} + \left(\frac{R_c L_{s,2}}{2(L_{s,0} + L_c - L_{s,2})} \right)} - \frac{1}{j\omega L_{s,2}}. \quad (C.33)$$

Consiste, por tanto, de um ramo RL em paralelo com uma indutância negativa. Esse termo, juntamente com a parcela de desmagnetização causada pela corrente de quinta ordem harmônica, é simplificado para a seguinte notação

$$\begin{aligned} E_{a,ni} - Z_{eq,2} I_{a,1} e^{-j\vartheta_{i,1}} - Z_{eq,4} I_{a,1} e^{-j\vartheta_{i,1}} \\ = (R_c + j\omega L_c) I_{a,1} e^{-j\vartheta_{i,1}} + j\omega L_{s,0} I_{a,1} e^{-j\vartheta_{i,1}}. \end{aligned} \quad (C.34)$$

Nessa equação, o termo de desmagnetização causado pela componente da indutância de segunda ordem é dado por

$$Z_{eq,2} = \frac{(R_{eq,2,r1} + j\omega L_{eq,2,r1})(j\omega L_{eq,2,r2})}{(R_{eq,2,r1} + j\omega L_{eq,2,r1}) + (j\omega L_{eq,2,r2})}, \quad (C.35)$$

onde

$$R_{eq,2,r1} = \frac{(R_c + R_{eq,4}) L_{s,2}}{2(L_{s,0} + L_c + L_{eq,4} - L_{s,2})}, \quad (C.36)$$

$$L_{eq,2,r1} = \frac{L_{s,2}}{2}, \quad (C.37)$$

$$L_{eq,2,r2} = -L_{s,2}. \quad (C.38)$$

Por sua vez, o termo de desmagnetização causado pela componente da indutância de quarta ordem é descrito por

$$Z_{eq,4} = R_{eq,4} + j\omega L_{eq,4}, \tag{C.39}$$

onde

$$R_{eq,4} = \frac{5\omega^2 L_{s,4}^2 R_c}{(R_c^2 + 25\omega^2 (L_{s,0} + L_c)^2)}, \tag{C.40}$$

$$L_{eq,4} = -\frac{25\omega^2 L_{s,4}^2 (L_{s,0} + L_c)}{(R_c^2 + 25\omega^2 (L_{s,0} + L_c)^2)}. \tag{C.41}$$

Esses termos equivalentes compõe o circuito elétrico por fase da máquina, conforme ilustrado na Figura C.3.

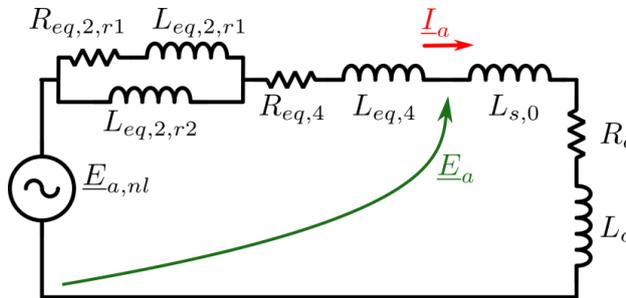


Figura C.3 – Circuito equivalente da máquina de relutância.

O diagrama fasorial dessa máquina é ilustrado na Figura C.4, que enfatiza o efeito de desmagnetização sobre a tensão interna da máquina.

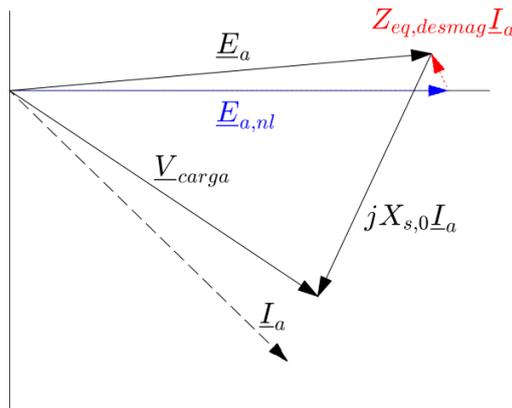


Figura C.4 – Diagrama fasorial da máquina de relutância.

Desprezando as perdas na máquina, a potência gerada pode ser calculada com os fasores da tensão interna e da corrente de armadura por

$$P_{gen} = \frac{3}{2} \Re\{\underline{E}_a \underline{I}_a^*\}. \quad (C.42)$$

A corrente do gerador calculada a partir do circuito equivalente é comparada com a corrente obtida pelo modelo com indutância simplificada, conforme ilustrado na Figura C.5. O resultado mostra que, a menos da dinâmica inicial para magnetizar o circuito magnético, o circuito equivalente descreve com excelente exatidão o comportamento da MFC.

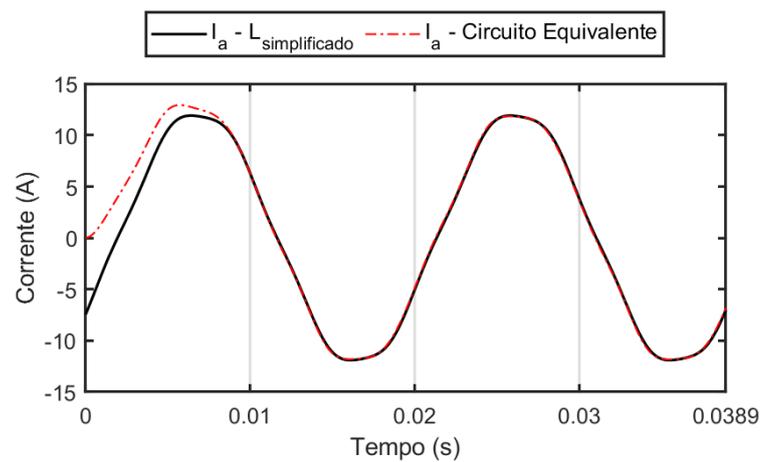


Figura C.5 – Corrente de carga calculada pelo modelo dinâmica e pelo circuito equivalente.