

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**Escola de Engenharia**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

Tcharles Vinícius Bernardes de Faria

**NOVAS TÉCNICAS PARA A SÍNTESE DE ANTENAS DUPLO-REFLETORAS  
CIRCULARMENTE SIMÉTRICAS COM O CONTROLE DE ILUMINAÇÃO  
NA ABERTURA**

Belo Horizonte  
2023

Tcharles Vinícius Bernardes de Faria

**NOVAS TÉCNICAS PARA A SÍNTESE DE ANTENAS DUPLO-REFLETORAS  
CIRCULARMENTE SIMÉTRICAS COM O CONTROLE DE ILUMINAÇÃO NA  
ABERTURA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Fernando José da Silva  
Moreira

Belo Horizonte  
2023

F224n	<p>Faria, Tcharles Vinícius Bernardes de.          Novas técnicas para a síntese de antenas duplo-refletores circularmente simétricas com o controle de iluminação na abertura [recurso eletrônico] / Tcharles Vinícius Bernardes de Faria. - 2023.          1 recurso online (232 f. : il., color.) : pdf.</p> <p>Orientador: Fernando José da Silva Moreira.</p> <p>Tese (doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.</p> <p>Apêndices: f. 225-232</p> <p>Bibliografia: f. 219-224.          Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.</p> <p>1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Antenas refletoras - Teses.          3. Óptica geométrica - Teses. 4. Seções cônicas - Teses. I. Moreira, Fernando José da Silva. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 621.3(043)</p>
-------	---



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**FOLHA DE APROVAÇÃO**

**"NOVAS TÉCNICAS PARA A SÍNTESE DE ANTENAS DUPLO-REFLETORAS  
CIRCULARMENTE SIMÉTRICAS COM O CONTROLE DE ILUMINAÇÃO NA  
ABERTURA"**

**TCHARLES VINÍCIUS BERNARDES DE FARIA**

Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica. Aprovada em 24 de agosto de 2023. Por:

Prof. Dr. Fernando José da Silva Moreira  
DELT (UFMG) - Orientador

Prof. Dr. Cássio Gonçalves do Rego  
DELT (UFMG)

Prof. Dr. Jhonattan Cordoba Ramirez  
DELT (UFMG)

Profa. Dra. Úrsula do Carmo Resende  
Departamento de Engenharia Elétrica (CEFET-MG)

Prof. Dr. José Ricardo Bergmann  
Departamento de Engenharia Elétrica (PUC-Rio)



Documento assinado eletronicamente por **Fernando Jose da Silva Moreira, Professor do Magistério Superior**, em 24/08/2023, às 17:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).





Documento assinado eletronicamente por **Jhonattan Cordoba Ramirez, Professor do Magistério Superior**, em 24/08/2023, às 18:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Cassio Goncalves do Rego, Professor do Magistério Superior**, em 25/08/2023, às 09:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **José Ricardo Bergmann, Usuário Externo**, em 25/08/2023, às 09:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Ursula do Carmo Resende, Usuária Externa**, em 25/08/2023, às 09:25, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufmg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **2562252** e o código CRC **B3DD3931**.

---

*À minha mãe, Roseli Bernardes, meu exemplo de coragem, força, determinação e persistência.*

# Agradecimentos

É desafiador e, ao mesmo tempo, curioso fazer parte do processo de desenvolvimento científico de uma pesquisa. O início e o durante é marcado por muita leitura, dúvidas e anseios. E o fim? Não existe fim, o que existe é a continuação, o aprimoramento e, principalmente, o progresso de novas ideias para a pesquisa científica. Ao longo de todo o percurso, existem pessoas que contribuem para que tudo aconteça. Neste sentido, tenho muito a agradecer àqueles que contribuíram e sonharam junto comigo esta etapa tão importante.

Agradeço a Deus, fonte de toda energia soberana, que me guia em tudo que faço.

Ao meu orientador, Professor Fernando J. S. Moreira, minha eterna gratidão. Os seus ensinamentos e orientação foram de fundamental importância para o meu desenvolvimento pessoal e acadêmico. Muito obrigado pela compreensão, paciência e resiliência comigo no período em que fracturei o úmero e passei pela cirurgia. Aprender com você sobre antenas refletoras e o dom de ensinar fica como legado.

Meus sinceros agradecimentos aos meus pais, Roseli e Osias, que nunca mediram esforços para construção desse longo caminho. Obrigado por sempre estarem presentes em todos os momentos e escolhas.

À minha irmã, Caroline Faria, agradeço pelo carinho e apoio de sempre. Você é uma inspiração de coragem e liberdade.

Aos professores que passaram pela minha vivência acadêmica, desde a antiga Escola Estadual Maria Gorete (do município de Bambuí) até a Universidade Federal de Minas Gerais. Minhas homenagens aos mestres.

Ao Professor Cássio Gonçalves do Rego pelos conselhos, contribuições e ensinamentos nas disciplinas de Caracterização de Canais de Rádio e Métodos Assintóticos para Altas Frequências e no âmbito do GAPTEM.

À Professora Rosemary Pereira Costa quem me iniciou à pesquisa durante a graduação em Física do IFMG Campus Bambuí.

Aos meus amigos Elias, Poly, Tammy e Tâmyla meus agradecimentos pela amizade e pelos momentos de descontração proporcionados. Apesar de residirmos em cidades diferentes, vocês sempre estão presentes.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, minha gratidão por proporcionar excelência em ensino, pesquisa e extensão nas áreas de engenharia elétrica e suas principais aplicações.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro para o desenvolvimento desta tese.

*"A educação de qualidade e acessível para todos os cidadãos é a verdadeira arma para o progresso de uma sociedade mais justa e igualitária."*

Tcharles Vinícius Bernardes de Faria

# Resumo

Para sistemas de comunicação sem fio com alto desempenho, o uso de antenas duplo-refletoras modeladas pode ser uma opção atrativa. A modelagem de refletores permite a redistribuição desejada de iluminação na abertura, provendo um diagrama de radiação mais eficiente. Nas últimas décadas, as técnicas para sintetizar refletores circularmente simétricos foram exaustivamente investigadas. Baseiam-se nos princípios da Óptica Geométrica (GO) e na avaliação numérica de equações diferenciais ou no emprego de seções cônicas, porém com fase uniforme na abertura. Assim, o desenvolvimento de formulações para a síntese de antenas refletoras com o controle simultâneo de amplitude e fase na abertura torna-se uma nova classe de problemas a serem investigados. Neste contexto, a presente tese apresenta novas técnicas para sintetizar antenas duplo-refletoras circularmente simétricas baseadas nas configurações de eixo deslocado e naquelas que possuem cobertura omnidirecional. Para tal, foram desenvolvidos algoritmos iterativos fundamentados nos princípios da GO, utilizando a concatenação contínua de seções cônicas para representar as duas geratrizes modeladas. Diferentemente dos trabalhos disponíveis na literatura, aqui a geratriz do refletor principal modelado é sempre descrita por elipses, provendo o controle de amplitude e fase do campo na abertura. Relata-se que as geometrias sintetizadas foram analisadas pelo Método dos Momentos (MoM), validando as novas técnicas. Inicialmente, as antenas foram modeladas com fase uniforme na abertura, ilustrando com sucesso a funcionalidade dos procedimentos. Para cada caso, um estudo de convergência numérica foi realizado para avaliar a acurácia dos algoritmos de síntese propostos. Como esperado, verificou-se que as taxas de erro diminuem quando o número de cônicas aumenta. Em seguida, foram propostas novas formulações para a síntese das distribuições de fase não uniforme na abertura a fim de prover, segundo os princípios da GO, diagramas de topo plano, isoflux e cossecante-ao-quadrado. Para validar as fases não uniformes, o campo elétrico na região de campo distante foi obtido empregando o Método da Abertura. Conseqüentemente, foi possível sintetizar as presentes antenas com as fases não uniformes, demonstrando que as mesmas produziram as especificações desejadas de iluminação na abertura.

**Palavras-chave:** Antenas duplo-refletoras circularmente simétricas; Fase não uniforme; Óptica geométrica; Refletores modelados; Seções cônicas.

# Abstract

For high-performance wireless communication systems, the use of shaped dual-reflector antennas can be an attractive option. Reflector shaping allows for the desired redistribution of illumination at the aperture, providing a more efficient radiation pattern. In the last decades, the techniques to synthesize circularly symmetric reflectors have been exhaustively investigated. They are based on the principles of Geometrical Optics (GO) and on the numerical evaluation of differential equations or on the use of conic sections, but with a uniform phase in the aperture. Thus, the development of formulations for the synthesis of reflector antennas with simultaneous control of amplitude and phase at aperture becomes a new class of problems to be investigated. In this context, this thesis presents new techniques to synthesize circularly symmetric dual-reflector antennas based on axis-displaced configurations and those that have omnidirectional coverage. For such, iterative algorithms were developed based on the principles GO, using the continuous concatenation of conic sections to represent two shaped generatrices. Differently from the works available in the literature, here the shaped main-reflector generatrix is always described by ellipses, providing simultaneous control of amplitude and phase of the aperture's GO field. It is reported that the shaped geometries were analyzed by Method of Moments (MoM), validating the new techniques. Initially, the antennas were shaped with uniform phase over the aperture, successfully illustrating the functionality of the procedures. For each case, a numerical convergence study was carried to evaluate the accuracy of the proposed shaping algorithms. As expected, it was found that error rates decrease when the number of conics increases. Next, new formulations were proposed for the synthesis of non-uniform phase distributions at the aperture in order to provide, according to the GO principles, flat-top, isoflux and cosecant-squared patterns. To validate the non-uniform phase, the electric field in the far-field was obtained using the Aperture Method (Ap-M). Consequently, it was possible to synthesize the present antennas with non-uniform phases, demonstrating that they produced the desired specifications at the aperture.

**Keywords:** Circularly symmetrical dual-reflector antennas; Non-uniform phase; Geometrical optics; Shaped reflectors; Conic sections.

# Lista de Figuras

Figura 1.1 – Traçado de raios em uma antena refletora parabólica alimentada pelo foco. . . . .	35
Figura 1.2 – Configuração duplo-refletora ADC. . . . .	36
Figura 1.3 – Configuração duplo-refletora ADG. . . . .	36
Figura 1.4 – Configuração duplo-refletora ADE. . . . .	37
Figura 1.5 – Configuração duplo-refletora ADH. . . . .	37
Figura 1.6 – Configuração duplo-refletora OADC. . . . .	38
Figura 1.7 – Configuração duplo-refletora OADG. . . . .	38
Figura 1.8 – Configuração duplo-refletora OADE. . . . .	39
Figura 1.9 – Configuração duplo-refletora OADH. . . . .	39
Figura 1.10 – Exemplo de um diagrama de radiação para uma cobertura omnidirecional. . . . .	40
Figura 1.11 – Configuração duplo-refletora modelada por seções cônicas com o refletor principal gerado por seções de parábolas. . . . .	45
Figura 1.12 – Transformação do campo irradiado pelo alimentador em uma distribuição arbitrária de amplitude e de fase prescritas sobre uma abertura específica de uma configuração duplo-refletora simétrica de eixo deslocado, conforme a GO. . . . .	47
Figura 1.13 – Transformação do campo irradiado pelo alimentador em uma distribuição arbitrária de amplitude e de fase prescritas sobre uma abertura específica de uma configuração duplo-refletora omnidirecional, conforme a GO. . . . .	48
Figura 2.1 – Parametrização das geratrizes de uma configuração clássica ADC. . . . .	55
Figura 2.2 – Parametrização das geratrizes de uma configuração clássica ADG. . . . .	55
Figura 2.3 – Parametrização das geratrizes de uma configuração clássica ADE. . . . .	56
Figura 2.4 – Parametrização das geratrizes de uma configuração clássica ADH. . . . .	56
Figura 2.5 – Antena duplo-refletora modelada pela concatenação contínua de seções cônicas locais para uma configuração ADC, sendo a geratriz do refletor principal representada por elipses. . . . .	59
Figura 2.6 – Disposição geométrica do percurso óptico total desde o centro de fase do alimentador até o foco na abertura, para cada iteração. . . . .	61
Figura 2.7 – Princípio de conservação da energia da GO aplicado no feixe de raios limitado por $S_n$ e $M_n$ para uma configuração duplo-refletora circularmente simétrica de eixo deslocado. . . . .	63
Figura 2.8 – Parametrização geométrica do par de seções cônicas $S_n$ e $M_n$ . . . . .	64
Figura 2.9 – Percurso óptico total do raio desde o centro de fase do alimentador (origem $O$ ) até o foco $T_n$ na abertura em uma configuração duplo-refletora simétrica de eixo deslocado. . . . .	70



Figura 2.10—Antena duplo-refletora modelada pela concatenação contínua de seções cônicas locais para uma configuração ADG, sendo a geratriz do refletor principal representada por elipses. . . . .	75
Figura 2.11—Antena duplo-refletora modelada pela concatenação contínua de seções cônicas locais para uma configuração ADE, sendo a geratriz do refletor principal representada por elipses. . . . .	76
Figura 2.12—Antena duplo-refletora modelada pela concatenação contínua de seções cônicas locais para uma configuração ADH, sendo a geratriz do refletor principal representada por elipses. . . . .	77
Figura 2.13—Etapas do procedimento de síntese das configurações duplo-refletoras circularmente simétricas de eixo deslocado. . . . .	81
Figura 2.14—Diagrama de radiação (circularmente simétrico) do alimentador RCF com $\theta_F/2$ para $p = 83$ . . . . .	84
Figura 2.15—Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal das configurações ADC clássica (linhas tracejadas) e modelada (linhas sólidas) do estudo de caso A.1. . . . .	85
Figura 2.16—Diagramas de radiação no plano $\phi = 0^\circ$ das configurações ADC clássica (linhas tracejadas) e sintetizada (linhas sólidas) para o estudo de caso A.1, juntamente com o diagrama de radiação da antena modelada de (Moreira; Bergmann, 2011). . . . .	86
Figura 2.17—Diagramas de radiação no plano diagonal $\phi = 45^\circ$ das configurações ADC clássica (linhas tracejadas) e sintetizada (linhas sólidas) para o estudo de caso A.1, juntamente com o diagrama de radiação da antena modelada de (Moreira; Bergmann, 2011). . . . .	87
Figura 2.18—Diagramas de radiação no plano $\phi = 90^\circ$ das configurações ADC clássica (linhas tracejadas) e sintetizada (linhas sólidas) para o estudo de caso A.1, juntamente com o diagrama de radiação da antena modelada de (Moreira; Bergmann, 2011). . . . .	88
Figura 2.19—Taxa de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$ e $E_{RMS_{main}}$ ) em função de $N$ para as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados referentes ao estudo de caso A.1. . . . .	89
Figura 2.20—Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal das configurações ADE clássica (linhas tracejadas) e modelada (linhas sólidas) do estudo de caso A.2. . . . .	91
Figura 2.21—Diagramas de radiação no plano $\phi = 0^\circ$ das configurações ADE clássica (linhas tracejadas) e sintetizada (linhas sólidas) para o estudo de caso A.2, juntamente com o diagrama de radiação da antena modelada de (Moreira; Bergmann, 2011). . . . .	92

Figura 2.22–Diagramas de radiação no plano diagonal $\phi = 45^\circ$ das configurações ADE clássica (linhas tracejadas) e sintetizada (linhas sólidas) para o estudo de caso A.2, juntamente com o diagrama de radiação da antena modelada de (Moreira; Bergmann, 2011). . . . .	93
Figura 2.23–Diagramas de radiação no plano $\phi = 90^\circ$ das configurações ADE clássica (linhas tracejadas) e sintetizada (linhas sólidas) para o estudo de caso A.2, juntamente com o diagrama de radiação da antena modelada de (Moreira; Bergmann, 2011). . . . .	93
Figura 2.24–Taxa de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$ e $E_{RMS_{main}}$ ) em função de $N$ para as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados referentes ao estudo de caso A.2. . . . .	94
Figura 3.1 – Exemplificação de uma antena duplo-refletora baseada circularmente simétrica baseada na ADC modelada pela concatenação contínua de seções cônicas com uma abertura planar. . . . .	99
Figura 3.2 – Exemplificação de uma antena duplo-refletora circularmente simétrica baseada na ADE modelada pela concatenação contínua de seções cônicas com uma abertura planar. . . . .	100
Figura 3.3 – Esquema geométrico do satélite em relação a Terra ilustrando as características de um diagrama de radiação isoflux (sem escala). . . . .	104
Figura 3.4 – Diagrama de radiação isoflux com a diretividade ideal em $-\theta_0 \leq \theta \leq \theta_0$ , considerando-se $H = 800$ Km, $\alpha_{min} = 15^\circ$ e $\theta_0 = 59,12^\circ$ . . . . .	107
Figura 3.5 – Comparação entre o modelo ideal isoflux e a aproximação da função secante dada por (3.29) para $H = 800$ Km, $\alpha_{min} = 15^\circ$ e $\theta_0 = 59,12^\circ$ . . . . .	108
Figura 3.6 – Geometria do ponto de observação arbitrário. . . . .	111
Figura 3.7 – Geometria do ponto de observação para a região de campo distante. . . . .	112
Figura 3.8 – Distribuição de fase não uniforme (em linha sólida na cor azul) prescrita em $T_n$ para a antena ADC modelada do estudo de caso B.1, juntamente com as fases produzidas (em linha pontilhada na cor vermelha) em $T_n$ após a síntese da GO. . . . .	116
Figura 3.9 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADC modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.1. . . . .	117
Figura 3.10–Diagramas de radiação no plano $\phi = 0^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.1. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ , dentro do limite $\pm 3$ dB. . . . .	118

Figura 3.11–Diagramas de radiação no plano diagonal $\phi = 45^\circ$ obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.1. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ , dentro do limite $\pm 3$ dB. . . . .	119
Figura 3.12–Diagramas de radiação no plano $\phi = 90^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.1. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ , dentro do limite $\pm 3$ dB. . . . .	120
Figura 3.13–Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADE modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.2. . . . .	122
Figura 3.14–Diagramas de radiação no plano $\phi = 0^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.2. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ , dentro do limite $\pm 3$ dB. . . . .	123
Figura 3.15–Diagramas de radiação no plano diagonal $\phi = 45^\circ$ obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.2. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ , dentro do limite $\pm 3$ dB. . . . .	124
Figura 3.16–Diagramas de radiação no plano $\phi = 90^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.2. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ , dentro do limite $\pm 3$ dB. . . . .	125
Figura 3.17–Distribuição de fase não uniforme (em linha sólida na cor azul) prescrita em $T_n$ para a antena ADC modelada do estudo de caso B.3, juntamente com as fases produzidas (em linha pontilhada na cor vermelha) em $T_n$ após a síntese da GO. . . . .	127
Figura 3.18–Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADC modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.3. . . . .	128

Figura 3.19–Diagramas de radiação no plano $\phi = 0^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.3. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , dentro do limite $\pm 3$ dB. . . . .	129
Figura 3.20–Diagramas de radiação no plano diagonal $\phi = 45^\circ$ obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.3. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , dentro do limite $\pm 3$ dB. . . . .	130
Figura 3.21–Diagramas de radiação no plano $\phi = 90^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.3. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , dentro do limite $\pm 3$ dB. . . . .	131
Figura 3.22–Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADE modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.4. . . . .	132
Figura 3.23–Diagramas de radiação no plano $\phi = 0^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.4. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , dentro do limite $\pm 3$ dB. . . . .	133
Figura 3.24–Diagramas de radiação no plano diagonal $\phi = 45^\circ$ obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.4. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , dentro do limite $\pm 3$ dB. . . . .	134
Figura 3.25–Diagramas de radiação no plano $\phi = 90^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.4. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , dentro do limite $\pm 3$ dB. . . . .	135
Figura 3.26–Distribuição de fase não uniforme (em linha sólida na cor azul) prescrita em $T_n$ para a antena ADC modelada do estudo de caso B.5, juntamente com as fases produzidas (em linha pontilhada na cor vermelha) em $T_n$ após a síntese da GO. . . . .	136

Figura 3.27–Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADC modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.5. . . . .	137
Figura 3.28–Diagramas de radiação no plano $\phi = 0^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.5. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em $-47,33^\circ \leq \theta \leq 47,33^\circ$ . . . . .	138
Figura 3.29–Diagramas de radiação no plano diagonal $\phi = 45^\circ$ obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.5. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em $-47,33^\circ \leq \theta \leq 47,33^\circ$ . . . . .	139
Figura 3.30–Diagramas de radiação no plano $\phi = 90^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.5. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em $-47,33^\circ \leq \theta \leq 47,33^\circ$ . . . . .	140
Figura 3.31–Distribuição de fase não uniforme (em linha sólida na cor azul) prescrita em $T_n$ para a antena ADC modelada do estudo de caso B.6, juntamente com as fases produzidas (em linha pontilhada na cor vermelha) em $T_n$ após a síntese da GO. . . . .	142
Figura 3.32–Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADC modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.6. . . . .	143
Figura 3.33–Diagramas de radiação no plano $\phi = 0^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.6. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em $-53,75^\circ \leq \theta \leq 53,75^\circ$ . . . . .	144
Figura 3.34–Diagramas de radiação no plano diagonal $\phi = 45^\circ$ obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.6. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em $-53,75^\circ \leq \theta \leq 53,75^\circ$ . . . . .	145

Figura 3.35–Diagramas de radiação no plano $\phi = 90^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.6. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em $-53,75^\circ \leq \theta \leq 53,75^\circ$ . . . . .	146
Figura 3.36–Distribuição de fase não uniforme (em linha sólida na cor azul) prescrita em $T_n$ para a antena ADC modelada do estudo de caso B.7, juntamente com as fases produzidas (em linha pontilhada na cor vermelha) em $T_n$ após a síntese da GO. . . . .	147
Figura 3.37–Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADE modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.7. . . . .	148
Figura 3.38–Diagramas de radiação no plano $\phi = 0^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.7. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO $-49,32^\circ \leq \theta \leq 49,32^\circ$ . . . . .	149
Figura 3.39–Diagramas de radiação no plano diagonal $\phi = 45^\circ$ obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.7. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em $-49,32^\circ \leq \theta \leq 49,32^\circ$ . . . . .	150
Figura 3.40–Diagramas de radiação no plano $\phi = 90^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.7. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em $-49,32^\circ \leq \theta \leq 49,32^\circ$ . . . . .	151
Figura 3.41–Distribuição de fase não uniforme (em linha sólida na cor azul) prescrita em $T_n$ para a antena ADC modelada do estudo de caso B.8, juntamente com as fases produzidas (em linha pontilhada na cor vermelha) em $T_n$ após a síntese da GO. . . . .	152
Figura 3.42–Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADE modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.8. . . . .	153
Figura 3.43–Diagramas de radiação no plano $\phi = 0^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.8. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO $-59,12^\circ \leq \theta \leq 59,12^\circ$ . . . . .	154

Figura 3.44–Diagramas de radiação no plano diagonal $\phi = 45^\circ$ obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.8. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO $-59,12^\circ \leq \theta \leq 59,12^\circ$ . . . . .	155
Figura 3.45–Diagramas de radiação no plano $\phi = 90^\circ$ obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.8. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO $-59,12^\circ \leq \theta \leq 59,12^\circ$ . . . . .	156
Figura 4.1 – Parametrização geométrica de uma configuração OADC clássica. . . . .	158
Figura 4.2 – Parametrização geométrica de uma configuração OADG clássica. . . . .	158
Figura 4.3 – Parametrização geométrica de uma configuração OADE clássica. . . . .	159
Figura 4.4 – Parametrização geométrica de uma configuração OADH clássica. . . . .	159
Figura 4.5 – Antena duplo-refletora para cobertura omnidirecional baseada em uma configuração OADC, com as geratrizes refletoras modeladas pela concatenação contínua de seções cônicas, sendo a geratriz do refletor principal representada por elipses. . . . .	162
Figura 4.6 – Princípio de conservação da energia da GO aplicado no feixe de raios delimitado pelo par de seções cônicas $S_n$ e $M_n$ para uma configuração duplo-refletora circularmente simétrica com cobertura omnidirecional. . . . .	164
Figura 4.7 – Parâmetros geométricos que descrevem o par de seções cônicas $S_n$ e $M_n$ do procedimento de síntese das antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional. . . . .	166
Figura 4.8 – Percurso óptico total do raio desde o centro de fase do alimentador (origem $O$ ) até o foco $T_n$ na abertura em uma configuração duplo-refletora simétrica para cobertura omnidirecional. . . . .	170
Figura 4.9 – Antena duplo-refletora para cobertura omnidirecional baseada em uma configuração OADE, com as geratrizes refletoras modeladas pela concatenação contínua de seções cônicas, sendo a geratriz do refletor principal representada por elipses. . . . .	175
Figura 4.10–Corneta coaxial. . . . .	176
Figura 4.11–Diagrama de radiação de uma corneta coaxial TEM com $R_i = 0,45\lambda$ e $R_e = 0,9\lambda$ . . . . .	177
Figura 4.12–Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal das configurações OADC clássica (linhas tracejadas) e modelada (linhas sólidas) do estudo de caso C.1. . . . .	181



Figura 4.13–Diagramas de radiação obtidos pelo MoM das configurações OADC clássica (linha tracejada na cor azul) e sintetizada (linha sólida na cor preta) para o estudo de caso C.1, juntamente com o diagrama de radiação (linha tracejada na cor vermelha) da antena modelada de (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007). . . . .	182
Figura 4.14–Taxas de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$ e $E_{RMS_{main}}$ ) em função de $N$ para as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados referentes ao estudo de caso C.1. . . . .	183
Figura 4.15–Comportamento da equação (4.46): Caso particular da densidade de potência atenuada na abertura cilíndrica utilizando $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = 3$ , $\beta_2 = 1$ , $\chi_1 = 0$ , $\chi_2 = 0,5$ , $z_L = 0$ , $z_1 = 3$ , $z_2 = 6$ e $z_U = 10$ . . . . .	185
Figura 4.16–Densidades de potência na abertura cilíndrica da antena OADC clássica (em linha tracejada na cor azul) e da solução de (4.46) utilizando $\alpha_1 = \alpha_2 = 3$ , $\beta_1 = \beta_2 = 1$ , $\chi_1 = 0$ , $\chi_2 = 0,29$ , $z_L = 0$ , $z_1 = -2,5\lambda$ , $z_2 = -7,5\lambda$ e $z_U = -10\lambda$ . . . . .	186
Figura 4.17–Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal das configurações OADC clássica (linhas tracejadas) e modelada (linhas sólidas) do estudo de caso C.2. . . . .	187
Figura 4.18–Diagramas de radiação obtidos pelo MoM das configurações OADC clássica (linha tracejada na cor azul) e sintetizada (linha sólida na cor preta) para o estudo de caso C.2, juntamente com o diagrama de radiação (linha tracejada na cor vermelha) da antena modelada de (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007). . . . .	188
Figura 4.19–Taxas de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$ e $E_{RMS_{main}}$ ) em função de $N$ para as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados referentes ao estudo de caso C.2. . . . .	189
Figura 4.20–Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal das configurações OADC clássica (linhas tracejadas) e modelada (linhas sólidas) do estudo de caso C.3. . . . .	190
Figura 4.21–Diagramas de radiação obtidos pelo MoM das configurações OADE clássica (linha tracejada na cor azul) e sintetizada (linha sólida na cor preta) para o estudo de caso C.3, juntamente com o diagrama de radiação (linha tracejada na cor vermelha) da antena modelada de (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007). . . . .	191
Figura 4.22–Taxas de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$ e $E_{RMS_{main}}$ ) em função de $N$ para as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados referentes ao estudo de caso C.3. . . . .	192



Figura 5.1 – Exemplo de um diagrama de radiação com perfil cossecante-ao-quadrado no plano de elevação gerado por uma configuração duplo-refletora omnidirecional modelada. . . . .	195
Figura 5.2 – Abertura cilíndrica normalizada. . . . .	198
Figura 5.3 – Exemplificação de uma configuração duplo-refletora omnidirecional OADC modelada pela concatenação contínua de seções cônicas com uma abertura cilíndrica, onde $\ell_n$ varia a cada iteração $n$ . . . . .	199
Figura 5.4 – Exemplificação de uma configuração duplo-refletora omnidirecional OADE modelada pela concatenação contínua de seções cônicas com uma abertura cilíndrica, onde $\ell_n$ varia a cada iteração $n$ . . . . .	200
Figura 5.5 – Distribuição de fase não uniforme (em linha sólida na cor azul) na abertura cilíndrica para a antena OADC modelada do estudo de caso D.1, juntamente com as fases obtidas (em linha pontilhada na cor vermelha) na abertura cilíndrica após a síntese da GO. . . . .	207
Figura 5.6 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena OADC modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso D.1 . . . . .	208
Figura 5.7 – Diagramas de radiação obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena OADC modelada do estudo de caso D.1. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com perfil cossecante-ao-quadrado em $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ , dentro do limite $\pm 3$ dB. Observe que as diretividades retratadas nestes diagramas estão normalizadas. . . . .	209
Figura 5.8 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena OADE modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso D.2. . . . .	212
Figura 5.9 – Diagramas de radiação obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena OADE modelada do estudo de caso D.2. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com perfil cossecante-ao-quadrado em $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ , dentro do limite $\pm 3$ dB. Observe que as diretividades retratadas nestes diagramas estão normalizadas. . . . .	213
Figura B.1 – Relação angular que associa as direções de incidência e reflexão para o par de seções cônicas de uma configuração duplo-refletora circularmente simétrica de eixo deslocado. . . . .	229
Figura B.2 – Relação angular que associa as direções de incidência e reflexão para o par de seções cônicas de uma configuração duplo-refletora para cobertura omnidirecional. . . . .	231

# Lista de Símbolos

$-\theta_0 \leq \theta \leq \theta_0$	Setor angular que define os desejados feixes de topo plano e isoflux
$2c$	Distância inter-focal da cônica geratriz do sub-refletor clássico
$2C_n$	Distância inter-focal da seção elíptica do refletor principal modelado
$2c_n$	Distância inter-focal da seção cônica do sub-refletor modelado
$\alpha$	Ângulo de elevação do satélite em relação a um ponto específico na Terra dentro do setor angular de cobertura
$\beta$	Ângulo de inclinação do eixo da cônica do sub-refletor clássico em relação ao eixo $Z$
$\beta_n$	Ângulo de inclinação do eixo da seção cônica do sub-refletor modelado
$\Delta\psi_n$	Variação da fase na abertura
$\ell_0$	Percurso óptico total para o primeiro raio
$\ell_n$	Percurso óptico total desde o centro de fase do alimentador até o foco $T_n$ na abertura
$\epsilon_n$	Excentricidade da seção elíptica do refletor principal modelado
$\gamma_n$	Ângulo de inclinação do eixo da seção elíptica do refletor principal modelado
$\hat{e}_A$	Polarização (arbitrária) do campo na abertura
$\hat{n}_A$	Vetor normal unitário à abertura
$\hat{r}_F, \hat{\theta}_F, \hat{\phi}_F$	Direções esféricas unitárias de propagação do campo do alimentador
$\lambda$	Comprimento de onda
$\omega$	Frequência angular
$\overline{PS}$	Prolongamento do raio desde o foco $P_n$ até um ponto no sub-refletor modelado
$\psi_n$	Distribuição de fase prescrita na abertura
$\rho_A$	Raio da abertura cilíndrica
$\rho_{P_n}$	Coordenada $\rho$ de $P_n$
$\rho_{T_n}$	Coordenada $\rho$ do foco $T_n$
$\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$	Setor angular que define o desejado feixe cossecante

- $\theta_E$  Ângulo de borda do sub-refletor
- $\theta_F$  Ângulo entre o raio emitido pelo alimentador e o eixo de simetria
- $\theta_M$  Ângulo entre o raio refletido pela seção cônica do sub-refletor modelado e o eixo de simetria
- $\theta_T$  Ângulo entre o raio refletido pela seção elíptica do refletor principal modelado e o eixo de simetria
- $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$  Campo elétrico radiado na região de campo distante
- $\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)$  Campo elétrico na abertura
- $\vec{E}_F(\vec{r}_F, \omega)$  Campo elétrico irradiado pelo alimentador
- $\vec{H}_A(\vec{r}_A, \omega)$  Campo magnético na abertura
- $\vec{H}_F(\vec{r}_F, \omega)$  Campo magnético irradiado pelo alimentador
- $\vec{J}_A(\vec{r}_A, \omega)$  Densidade superficial de corrente elétrica equivalente à abertura
- $\vec{M}_A(\vec{r}_A, \omega)$  Densidade superficial de corrente magnética equivalente à abertura
- $\vec{r}$  Vetor que localiza o ponto de observação
- $\vec{r}'$  Vetor que localiza a fonte
- $\xi$  Fator de normalização dos focos sobre a abertura
- $A$  Menor valor da diretividade ideal normalizada
- $A_0(z_{A_0}, \rho_{A_0})$  Primeiro ponto da abertura
- $A_n$  *Semi latus rectum* da seção elíptica do refletor principal modelado
- $a_n$  *Semi latus rectum* da seção elíptica do refletor principal modelado
- $A_N(z_{A_N}, \rho_{A_N})$  Último ponto da abertura
- $B_n, D_n$  Coeficientes da equação polar da seção elíptica do refletor principal modelado
- $b_n, d_n$  Coeficientes da equação polar da seção cônica do sub-refletor modelado
- $D(\theta)$  Diretividade da antena
- $D(\theta_0)$  Diretividade ideal máxima
- $D_B$  Diâmetro de bloqueio
- $D_M$  Diâmetro do refletor principal

$D_S$	Diâmetro do sub-refletor
$dS_A$	Infinitesimal de área da abertura
$e$	Excentricidade da cônica geratriz do sub-refletor clássico
$e_n$	Excentricidade da seção cônica do sub-refletor modelado
$E_\phi(\vec{r}, \omega)$	Componente $\phi$ do campo elétrico radiado na região de campo distante
$E_\theta(\vec{r}, \omega)$	Componente $\theta$ do campo elétrico radiado na região de campo distante
$E_{RMS_{main}}$	Erro RMS da geratriz do refletor principal modelado
$E_{RMS_{sub}}$	Erro RMS da geratriz do sub-refletor modelado
$F$	Distância focal da parábola geratriz do refletor principal clássico
$F_{\theta_F}(\theta_F, \phi_F)$	Componente $\theta_F$ do campo do alimentador
$F_{norm}(\theta)$	Campo normalizado
$F_{tap}$	Fator de atenuação na borda do sub-refletor
$G(\theta_F)$	Densidade de potência (circularmente simétrica) irradiada pelo alimentador
$G(\vec{r}, \vec{r}', \omega)$	Função de Green no espaço livre
$g(\xi)$	Potência requerida na abertura normalizada
$G_A(o)$	Densidade de potência prescrita na abertura
$H$	Altura da órbita do satélite
$h(u)$	Potência desejada na abertura
$I_n$	Distribuição de amplitude prescrita na abertura
$J_0(p)$	Função de Bessel de primeira espécie de ordem 0
$J_1(p)$	Função de Bessel de primeira espécie de ordem 1
$k$	Constante usual de propagação no espaço livre
$L_0$	Percurso óptico total constante
$L_F$	Fator de normalização que assegura a lei de conservação de energia
$M_n$	Seção elíptica que descreve a geratriz do refletor principal modelado
$N$	Número de seções cônicas utilizado no procedimento de síntese óptica

$O$	Origem do sistema duplo-refletor circularmente simétrico
$p$	Exponente do alimentador modelo cosseno elevado
$P_n$	Foco comum ao par de seções cônicas que descreve as duas geratrizes refletoras modeladas
$P_{\phi_F}(\theta_F, \phi_F)$	Componente $\phi_F$ do campo do alimentador
$P_{T_n}$	Distribuição de potência especificada sobre a abertura
$Q$	Vértice do sub-refletor
$R(\theta)$	Distância entre um ponto na superfície terrestre e o satélite
$R_E$	Raio da Terra
$R_e$	Raio externo da abertura coaxial
$r_F$	Distância entre a origem $O$ e um ponto no sub-refletor modelado
$r_F, \theta_F, \phi_F$	Sistema de coordenadas esféricas do alimentador
$R_i$	Raio interno da abertura coaxial
$r_M$	Distância entre o foco $P_n$ e um ponto no refletor principal modelado
$r_T$	Distância entre um ponto do refletor principal modelado e o foco correspondente na abertura
$r_{F_n}^{ref}$	Distância entre a origem $O$ e um ponto no sub-refletor modelado de referência
$S_A$	Área da abertura
$S_n$	Seção cônica que descreve a geratriz do sub-refletor modelado
$T_n$	Foco da seção elíptica definido sobre a abertura
$u$	Fator de normalização do setor angular que define a região de cobertura
$U(\theta)$	Intensidade de radiação
$V_S$	Distância entre a origem $O$ e o vértice do sub-refletor
$W_A$	Largura da abertura cilíndrica
$x^0$	Aproximação inicial
$Z$	Eixo de simetria do sistema duplo-refletor circularmente simétrico
$Z_0$	Impedância intrínseca no vácuo

- $z_B$  Coordenada  $z$  da borda interna associada ao refletor principal
- $z_{M_n}^{ref}$  Coordenada  $z$  do refletor principal modelado de referência
- $z_{P_n}$  Coordenada  $z$  de  $P_n$
- $z_{T_n}$  Coordenada  $z$  do foco  $T_n$

# Lista de abreviaturas e siglas

ADC	Axially-Displaced Cassegrain
ADE	Axially-Displaced Ellipse
ADG	Axially-Displaced Gregorian
ADH	Axially-Displaced Hyperbola
ApM	Método da Abertura
BORs	Bodies of Revolution
Co-Pol	Polarização Principal
Cx-Pol	Polarização Cruzada
EFIE	Electric Field Integration Equation
GEO	Geostationary Earth Orbit
GO	Geometrical Optics
GTD	Geometrical Theory of Diffraction
LEO	Low Earth Orbit
LMDS	Local Multipoint Distribution System
LOS	Line of Sight
MA	Monge Ampère
MATLAB	MATrix LABoratory
MEO	Middle Earth Orbit
MoM	Method of Moments
NLOS	Non Line of Sight
OADC	Omnidirectional Axis-Displaced Cassegrain
OADE	Omnidirectional Axis-Displaced Ellipse
OADG	Omnidirectional Axis-Displaced Gregorian

OADH	Omnidirectional Axis-Displaced Hyperbola
ODEs	Ordinary Differential Equations
PO	Physical Optics
RCF	Raised Cosine Feed
RMS	Root Mean Square
TEM	Transverso-Eletromagnética



# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>33</b>
<b>1.1</b>	<b>Contexto do Problema e Motivação</b>	<b>33</b>
<b>1.2</b>	<b>Principais Técnicas de Síntese Existentes na Literatura</b>	<b>41</b>
1.2.1	Concatenação Consecutiva de Seções Cônicas Locais	43
1.2.2	Síntese de Antenas para Diagramas de Radiação com Feixe Modelado	46
<b>1.3</b>	<b>Objetivos e Principais Contribuições</b>	<b>46</b>
1.3.1	Definição do Problema	46
1.3.2	Objetivos da Tese	49
1.3.3	Contribuições	50
<b>1.4</b>	<b>Publicações</b>	<b>51</b>
<b>1.5</b>	<b>Organização do Texto</b>	<b>52</b>
<b>2</b>	<b>SÍNTESE DE ANTENAS DUPLO-REFLETORAS CIRCULARMENTE SIMÉTRICAS DE EIXO DESLOCADO: TÉCNICA E EXEMPLOS COM FASE UNIFORME NA ABERTURA</b>	<b>54</b>
<b>2.1</b>	<b>Introdução</b>	<b>54</b>
<b>2.2</b>	<b>Formulação da Técnica de Síntese da GO</b>	<b>57</b>
<b>2.3</b>	<b>Método de Síntese Estendido para as Configurações ADG, ADE e ADH</b>	<b>74</b>
<b>2.4</b>	<b>Modelo para o Alimentador</b>	<b>78</b>
<b>2.5</b>	<b>Processo de Solução Numérica para a Técnica de Síntese</b>	<b>79</b>
<b>2.6</b>	<b>Resultados de Síntese da GO para um Campo na Abertura com Fase Uniforme e Amplitude Prescrita</b>	<b>82</b>
2.6.1	Estudo de Caso A.1: Antena ADC Modelada com uma Distribuição de Iluminação Uniforme na Abertura	83
2.6.2	Estudo de Caso A.2: Antena ADE Modelada com uma Distribuição de Amplitude Atenuada na Abertura	89
<b>2.7</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>94</b>
<b>3</b>	<b>ANTENAS DUPLO-REFLETORAS CIRCULARMENTE SIMÉTRICAS DE EIXO DESLOCADO MODELADAS COM FASE NÃO UNIFORME NA ABERTURA</b>	<b>96</b>
<b>3.1</b>	<b>Introdução</b>	<b>96</b>
<b>3.2</b>	<b>Procedimento de Síntese das Distribuições de Fase Não Uniforme na Abertura do Refletor Principal</b>	<b>97</b>

3.2.1	Síntese da Distribuição de Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação com o Feixe de Topo Plano . . . . .	102
3.2.2	Síntese da Distribuição de Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação com o Feixe Isoflux . . . . .	103
<b>3.3</b>	<b>Campo Elétrico Radiado pelo Método da Abertura . . . . .</b>	<b>109</b>
<b>3.4</b>	<b>Resultados de Síntese da GO para um Campo na Abertura com Fase Não Uniforme . . . . .</b>	<b>114</b>
3.4.1	Estudo de Caso B.1: Antena ADC Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação com Topo Plano em $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ . . . . .	115
3.4.2	Estudo de Caso B.2: Antena ADE Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação com Topo Plano em $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ . . . . .	121
3.4.3	Estudo de Caso B.3: Antena ADC Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação com Topo Plano em $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ . . . . .	126
3.4.4	Estudo de Caso B.4: Antena ADE Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação com Topo Plano em $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ . . . . .	130
3.4.5	Estudo de Caso B.5: Antena ADC Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação Isoflux em $-47,33^\circ \leq \theta \leq 47,33^\circ$ . . . . .	135
3.4.6	Estudo de Caso B.6: Antena ADC Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação Isoflux em $-53,75^\circ \leq \theta \leq 53,75^\circ$ . . . . .	141
3.4.7	Estudo de Caso B.7: Antena ADE Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação Isoflux em $-49,32^\circ \leq \theta \leq 49,32^\circ$ . . . . .	145
3.4.8	Estudo de Caso B.8: Antena ADE Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação Isoflux em $-59,12^\circ \leq \theta \leq 59,12^\circ$ . . . . .	149
<b>3.5</b>	<b>Considerações Finais . . . . .</b>	<b>153</b>
<b>4</b>	<b>SÍNTESE DE ANTENAS DUPLO-REFLETORAS PARA COBERTURA OMNIDIRECIONAL: TÉCNICA E EXEMPLOS COM FASE UNIFORME NA ABERTURA . . . . .</b>	<b>157</b>
4.1	Introdução . . . . .	157
4.2	Formulação da Técnica de Síntese da GO . . . . .	161
4.3	Método de Síntese Estendido para uma Antena Duplo-Refletora OADE . . . . .	174

<b>4.4</b>	<b>Alimentador</b> . . . . .	<b>174</b>
<b>4.5</b>	<b>Resultados de Síntese da GO para um Campo na Abertura Cilíndrica com Fase Uniforme e uma Distribuição de Amplitude Prescrita</b> . . . . .	<b>177</b>
4.5.1	Estudo de Caso C.1: Antena OADC Modelada com uma Iluminação Uniforme na Abertura . . . . .	179
4.5.2	Estudo de Caso C.2: Antena OADC Modelada com uma Distribuição de Amplitude Atenuada na Abertura . . . . .	184
4.5.3	Estudo de Caso C.3: Antena OADE Modelada com uma Iluminação Uniforme na Abertura . . . . .	189
<b>4.6</b>	<b>Considerações Finais</b> . . . . .	<b>193</b>
<b>5</b>	<b>ANTENAS DUPLO-REFLETORAS PARA COBERTURA OMNI-DIRECIONAL MODELADAS COM FASE NÃO UNIFORME NA ABERTURA</b> . . . . .	<b>194</b>
<b>5.1</b>	<b>Introdução</b> . . . . .	<b>194</b>
<b>5.2</b>	<b>Procedimento para a Síntese da Distribuição de Fase Não Uniforme na Abertura Cilíndrica para Prover um Diagrama de Radiação Cossecante-ao-Quadrado</b> . . . . .	<b>195</b>
<b>5.3</b>	<b>Campo Elétrico Radiado segundo o Método da Abertura</b> . . . . .	<b>201</b>
<b>5.4</b>	<b>Resultados de Síntese da GO para um Campo na Abertura Cilíndrica com Fase Não Uniforme</b> . . . . .	<b>205</b>
5.4.1	Estudo de Caso D.1: Antena OADC Modelada Com Fase Não Uniforme na Abertura Cilíndrica para Gerar um Diagrama de Radiação com Perfil Cossecante-ao-Quadrado em $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ . . . . .	206
5.4.2	Estudo de Caso D.2: Antena OADE Modelada Com Fase Não Uniforme na Abertura Cilíndrica para Gerar um Diagrama de Radiação com Perfil Cossecante-ao-Quadrado em $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ . . . . .	211
<b>5.5</b>	<b>Considerações Finais</b> . . . . .	<b>214</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE DA PESQUISA</b>	<b>215</b>
<b>6.1</b>	<b>Conclusões</b> . . . . .	<b>215</b>
<b>6.2</b>	<b>Propostas de Continuidade da Pesquisa</b> . . . . .	<b>217</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>219</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>225</b>
	<b>APÊNDICE A – NOTAÇÃO EM COORDENADAS COMPLEXAS</b>	<b>226</b>
<b>A.1</b>	<b>Introdução</b> . . . . .	<b>226</b>
<b>A.2</b>	<b>Demonstrações Matemáticas</b> . . . . .	<b>226</b>

	<b>APÊNDICE B – RELAÇÕES ANGULARES UTILIZADAS PARA O PAR DE SEÇÕES CÔNICAS NAS ANTENAS DUPLO-REFLETORAS CIRCULARMENTE SI- MÉTRICAS DE EIXO DESLOCADO . . . . .</b>	<b>228</b>
<b>B.1</b>	<b>Introdução . . . . .</b>	<b>228</b>
<b>B.2</b>	<b>Equação que Associa as Direções de Incidência (<math>\theta_F</math>) e Reflexão (<math>\theta_M</math>) da Seção Cônica (<math>S_n</math>) do Sub-Refletor . . . . .</b>	<b>228</b>
<b>B.3</b>	<b>Equação que Associa as Direções de Incidência (<math>\theta_M</math>) e Reflexão (<math>\theta_T</math>) da Seção Elíptica (<math>M_n</math>) do Refletor Principal . . . . .</b>	<b>230</b>

# 1 Introdução

## 1.1 Contexto do Problema e Motivação

As ondas eletromagnéticas continuam sendo o principal mecanismo para transmitir informações a longas distâncias, seja em rádio frequência ou comunicações ópticas. Neste contexto, enfatiza-se que, em 1888, o físico alemão Heinrich Rudolf Hertz demonstrou experimentalmente a existência da propagação de ondas eletromagnéticas, previstas por Maxwell anos antes (Hertz, 1893). Em 1901, Guglielmo Marconi (1874 – 1937) alcançou a primeira transmissão de sinais de rádio a longas distâncias e, desde então novos serviços de comunicação têm sido introduzidos em toda a sociedade (Rappaport, 2002; Teixeira; Moreira; Pereira-Filho, 2005).

Atualmente, as ondas eletromagnéticas permeiam as tecnologias modernas na área dos sistemas de computação e telecomunicações, especificamente nas comunicações sem fio (do inglês *wireless*). Ao longo das últimas décadas, verificou-se que as tecnologias *wireless* têm causado transformações inovadoras na mobilidade urbana, nas quais exigem-se novos conceitos de diagramas de radiação, ocasionando grandes progressos na teoria de síntese e análise de antenas.

Antenas são dispositivos projetados para receber e transmitir sinais em rádio frequência, apresentando diversas possibilidades de geometrias e aplicações, sendo suas propriedades eletromagnéticas regidas pelas equações de Maxwell (Balanis, 2016). Em determinados serviços de comunicação, é necessário o uso de antenas que ofereçam alto desempenho (particularmente, alta eficiência de potência) e proporcionem coberturas específicas. Por exemplo, em enlaces de micro-ondas na troposfera, geralmente, são utilizadas antenas com altas diretividade para vencer a atenuação espacial. Já em alguns tipos de serviços para comunicação via satélite, são embarcadas geometrias refletoras com feixes modelados para a cobertura mais uniforme em regiões específicas sobre o globo terrestre. O foco do presente trabalho é justamente a síntese e análise de um determinado tipo de antena refletora: aquele que possui dois refletores circularmente simétricos.

Diferentes geometrias de antenas refletoras podem ser utilizadas em um amplo número de aplicações, como em sistemas de comunicação via satélite, radioastronomia, enlaces de micro-ondas na troposfera terrestre, radares, *backhauls* e *fronthauls* em serviços de comunicação pessoal entre outras áreas (Imbriale, 1991; Stutzman; Thiele, 2012; Filgueiras et al., 2019). O principal atrativo de tais antenas reside nas propriedades de colimação da energia eletromagnética fornecida pelas superfícies refletoras, proporcionando alto ganho, quando assim for desejado, e até mesmo gerando feixes modelados para determinadas

coberturas. Em geral, dependendo das características elétricas da fonte de alimentação, estas geometrias possuem banda de operação larga quando comparadas a outras antenas mais comuns, como dipolos e antenas impressas. Isso é devido às propriedades ópticas dos refletores, quando suficientemente grandes em relação ao comprimento de onda.

Considera-se que os primeiros sistemas refletores eram compostos basicamente por uma fonte primária (alimentador) e um refletor parabólico (Cutler, 1947). Nesse caso, a superfície refletora é gerada pela rotação de uma geratriz parabólica em torno do próprio eixo de simetria (Balanis, 2016). Essa superfície é um parabolóide, de tal forma que os raios emanados por uma fonte pontual de onda esférica colocada no foco do refletor são refletidos paralelos ao eixo desta superfície, caracterizando uma frente de onda plana na abertura (ou seja, sem considerar a difração na borda do parabolóide), como ilustrado na Figura 1.1. Isto impõe intrinsecamente um campo na abertura do refletor (parabolóide) com uma distribuição de fase uniforme (Silver, 1984).

Antenas com um único refletor foram exaustivamente investigadas e exploradas nas décadas passadas (Cutler, 1947; Silver, 1984; Rusch, 1984). Porém, mostram-se limitadas quando especificações mais rigorosas são requeridas, como por exemplo, o controle simultâneo de amplitude e fase do campo na abertura. Em determinadas aplicações de comunicação sem fio, onde requer um diagrama de radiação com alto ganho ou até mesmo uma cobertura específica, antenas com dois refletores (duplo-refletores) podem ser empregadas. Tais geometrias possuem diversas vantagens sobre as configurações de um único refletor, como maior controle do campo eletromagnético sobre a abertura. De interesse para o presente trabalho, cita-se que a utilização de duplo-refletores propicia dois graus de liberdade no projeto destas antenas, permitindo o controle simultâneo da amplitude e fase do campo na abertura do refletor principal.

As antenas duplo-refletores mais comuns são aquelas que possuem simetria circular, foco deste trabalho. Nestas configurações, as superfícies refletoras são corpos de revolução (do inglês *bodies of revolution* – BORs), sendo geradas pela rotação das curvas geratrizes ao redor de um eixo de simetria comum. Quando estas geratrizes forem geradas por uma única seção cônica (por exemplo, uma parábola, hipérbole ou elipse), tais configurações são denominadas clássicas e caso contrário são modeladas. Exemplos clássicos de geometrias duplo-refletores são as configurações Cassegrain (sub-refletor hiperbólico e refletor principal parabólico) e Gregoriana (sub-refletor elíptico e refletor principal parabólico) (Hannan, 1961). Há geometrias *offset* de antenas duplo-refletores, onde o bloqueio da abertura do refletor principal é eliminado (Rudge; Adatia, 1978). As técnicas de síntese óptica apresentadas nesta tese são direcionadas exclusivamente à modelagem de duplo-refletores circularmente simétricos, como aqueles ilustrados nas Figuras 1.2 – 1.9.

No que se refere às geometrias clássicas, existem quatro possíveis configurações duplo-refletores circularmente simétricas (ver Figuras 1.2 – 1.5): a *Axially-Displaced*

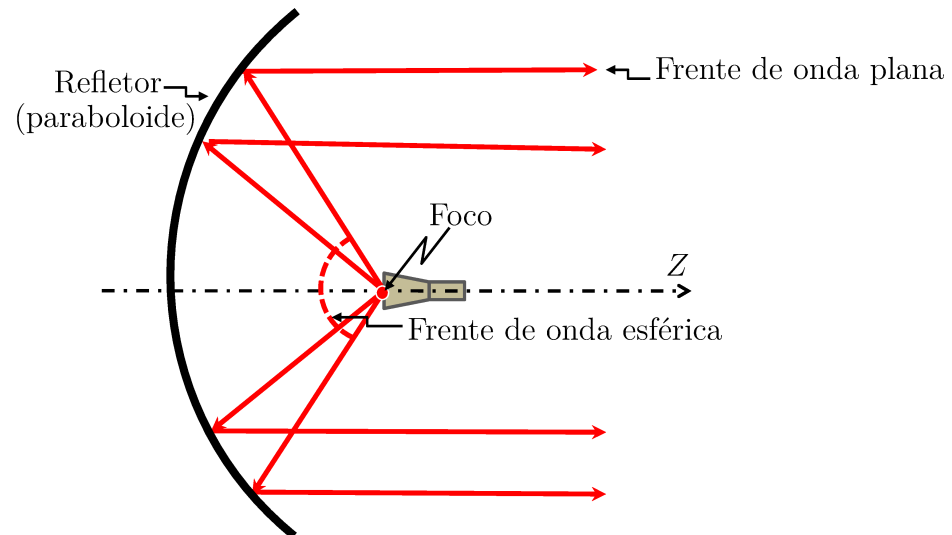


Figura 1.1 – Traçado de raios em uma antena refletora parabólica alimentada pelo foco.

Fonte: Figura adaptada de (Balanis, 2016).

*Cassegrain* (ADC), a *Axially-Displaced Gregorian* (ADG), a *Axially-Displaced Ellipse* (ADE) e a *Axially-Displaced Hyperbola* (ADH) (Moreira, 1997; Moreira; Prata Jr., 2001). Além disso, é interessante relatar que as configurações clássicas Cassegrain e Gregoriana são os casos particulares das ADC e ADG, respectivamente (Moreira; Prata Jr., 2001). A modelagem das geratrizes refletoras dessas antenas possibilita obter uma alta eficiência de radiação (Galindo, 1964).

As configurações ADC, ADG, ADE e ADH podem ser adequadamente adaptadas para propiciarem uma cobertura omnidirecional, como ilustrado nas Figuras 1.6 – 1.9. Para isso, basta inclinar o eixo da parábola geratriz do refletor principal para que os raios refletidos por esse refletor sejam redistribuídos ao redor do eixo de simetria (Moreira; Bergmann, 2005), caracterizando um diagrama de radiação omnidirecional (Figura 1.10). Antenas duplo-refletoras omnidirecionais foram empregadas, por exemplo, na distribuição de serviços *Local Multipoint Distribution System* (LMDS) em ondas milimétricas na Europa (Besso et al., 1997). Também, podem ser aplicadas em estações rádio base para a transmissão de sinais de TV ou de dados em telefonia celular (Pino; Acuna, 2000). Além disso, merece ser destacado que os sistemas duplo-refletores para cobertura omnidirecional, citados na literatura aberta desde 1985 (Norris; Waddoup, 1985), possuem geometrias mais compactas quando comparadas com as antenas omnidirecionais de um único refletor (Pino; Acuna, 2000).

As configurações duplo-refletoras para cobertura omnidirecional (ver Figuras 1.6 – 1.9) foram denominadas da seguinte maneira (Moreira; Bergmann, 2005; Moreira; Berg-

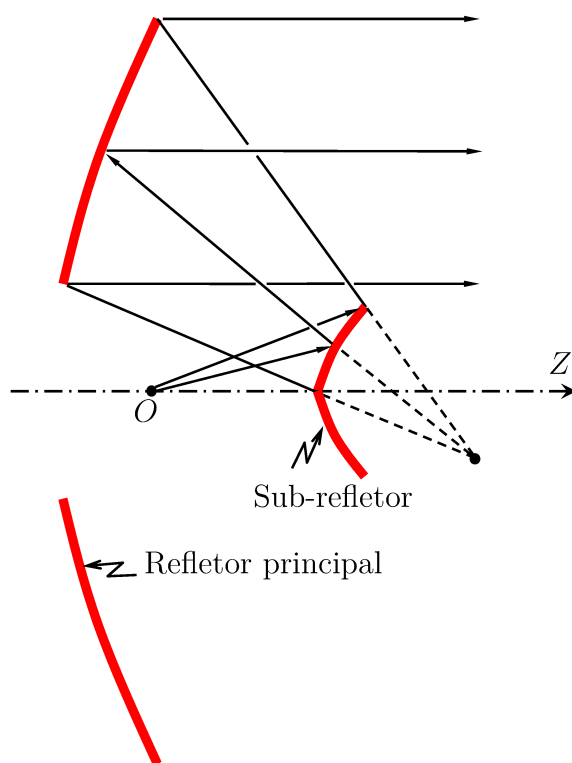


Figura 1.2 – Configuração duplo-refletora ADC.

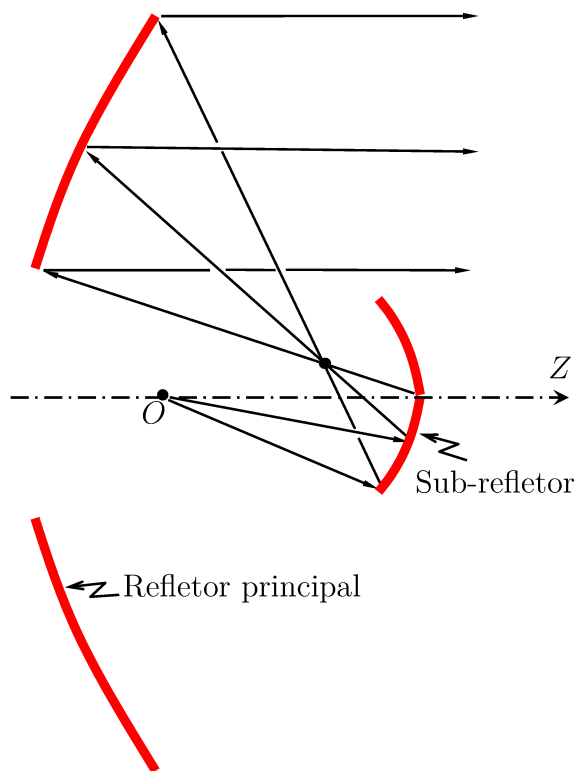


Figura 1.3 – Configuração duplo-refletora ADG.



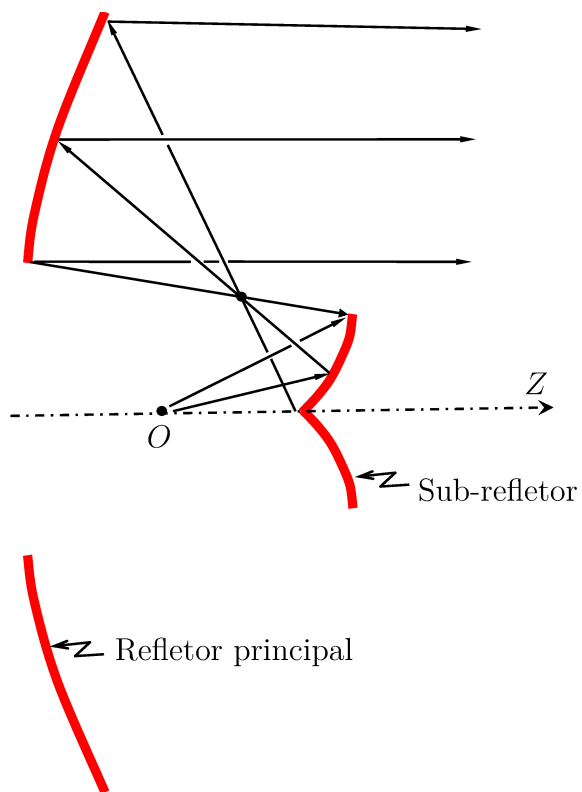


Figura 1.4 – Configuração duplo-refletora ADE.

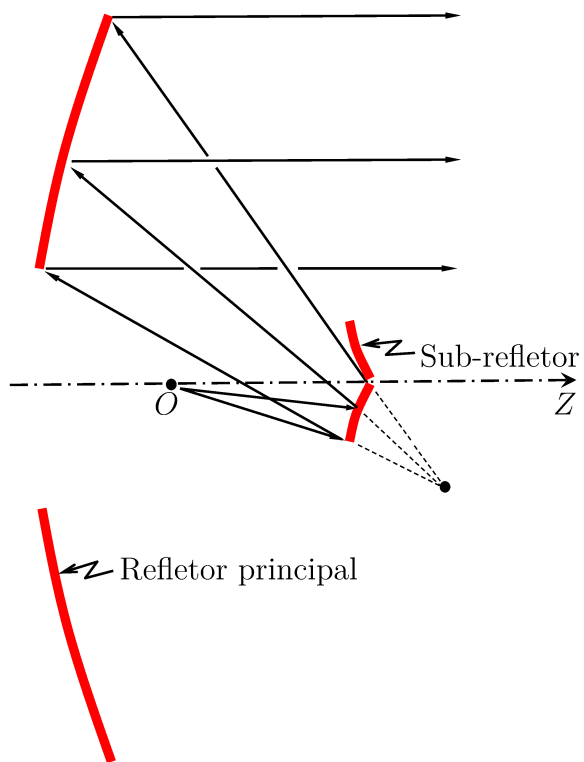


Figura 1.5 – Configuração duplo-refletora ADH.

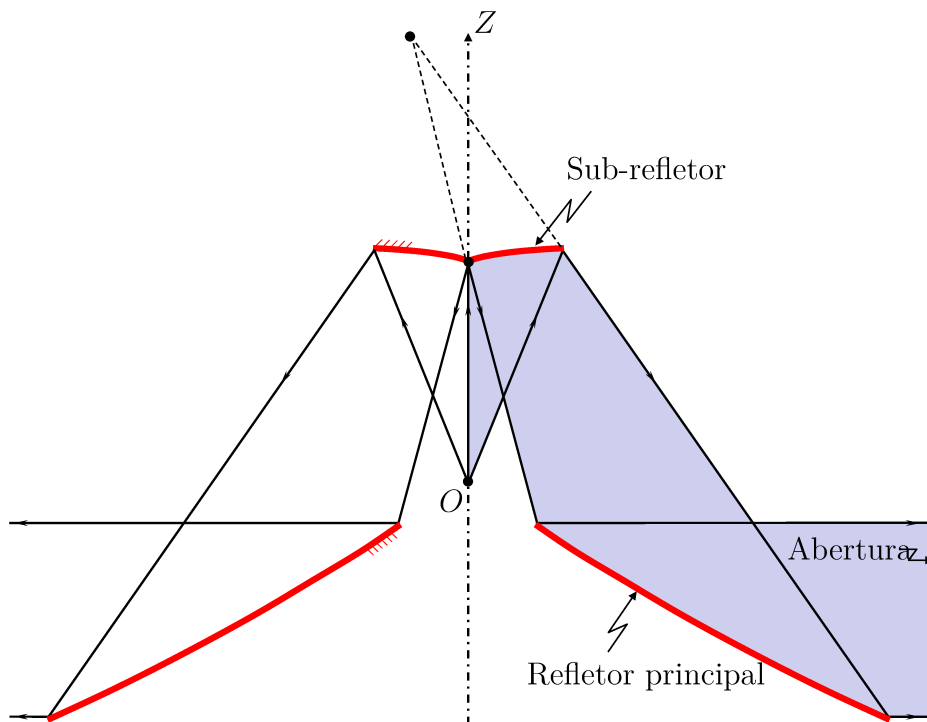


Figura 1.6 – Configuração duplo-refletora OADC.

Fonte: Figura adaptada de (Moreira; Bergmann, 2005).

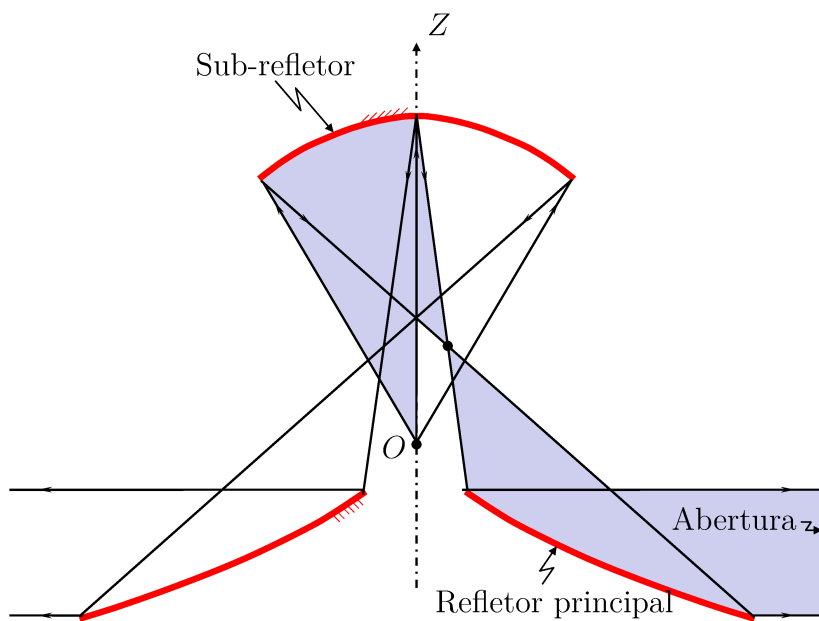


Figura 1.7 – Configuração duplo-refletora OADG.

Fonte: Figura adaptada de (Moreira; Bergmann, 2005).

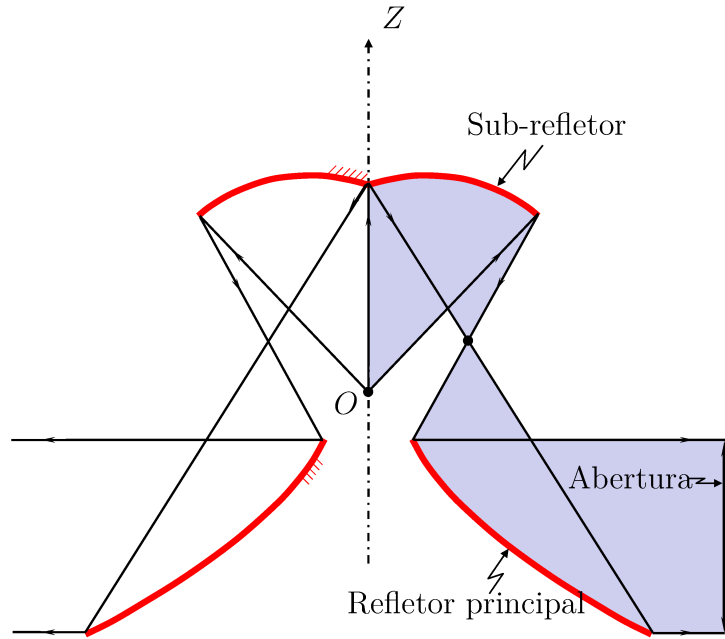


Figura 1.8 – Configuração duplo-refletora OADE.

Fonte: Figura adaptada de (Moreira; Bergmann, 2005).

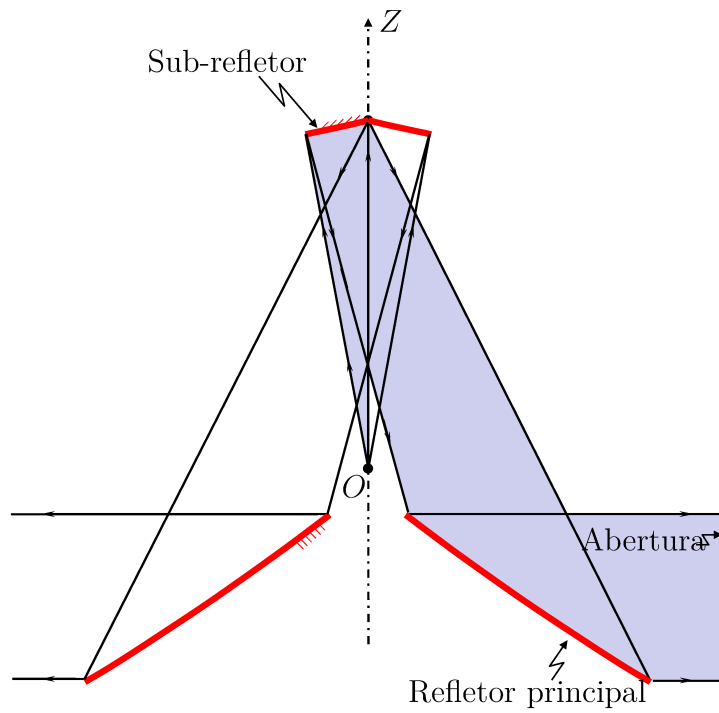


Figura 1.9 – Configuração duplo-refletora OADH.

Fonte: Figura adaptada de (Moreira; Bergmann, 2005).

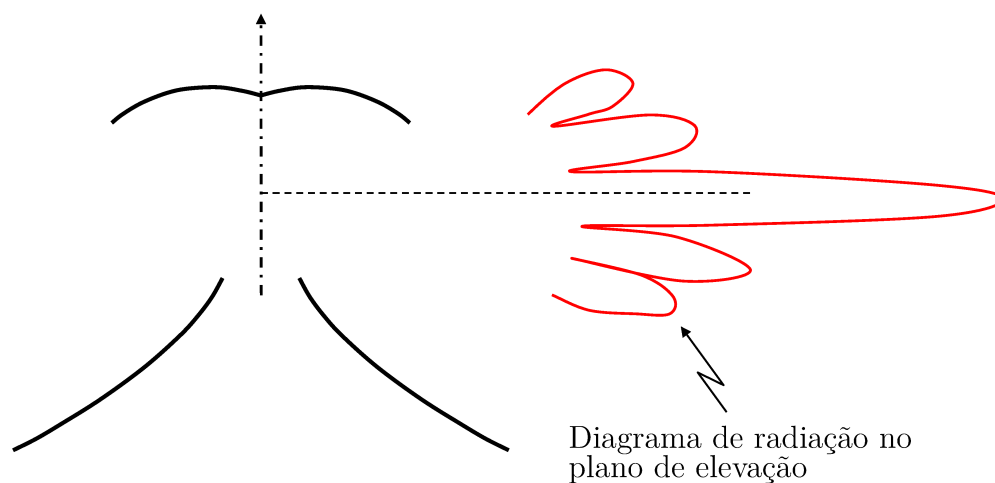


Figura 1.10 – Exemplo de um diagrama de radiação para uma cobertura omnidirecional.

mann, 2006): *Omnidirectional Axis-Displaced Cassegrain* (OADC), *Omnidirectional Axis-Displaced Gregorian* (OADG), *Omnidirectional Axis-Displaced Ellipse* (OADE) e *Omnidirectional Axis-Displaced Hyperbola* (OADH). Na medida em que se discute o oferecimento de serviços de comunicação pessoal em ondas milimétricas (tecnicamente, de 30 a 300 GHz), problemas de atenuação impostos ao sinal na propagação em visada direta (*line-of-sight* – LOS) e, principalmente, quando houver obstáculos (*non-line-of-sight* – NLOS) fazem com que as configurações ilustradas nas Figuras 1.6 – 1.9 tornem-se mais atraentes na transmissão destes sinais.

Nos últimos anos, o progresso da Tecnologia da Informação e Comunicação impulsionou uma larga expansão das comunicações sem fio (Schiller, 2004; Yilmaz; Akan, 2016). A ascensão dos sistemas de tecnologia *wireless*, aliada à mobilidade, conectividade e interatividade, contribuiu fortemente para a necessidade de eficiência e alta velocidade no processo de transferência de dados nos centros urbanos com grande capacidade de informações, como imagens e vídeos em alta definição, coexistência do sinal, baixa latência de comunicação com os navegadores e monitoramento de dados (Rappaport; Murdock; Gutierrez, 2011; Penchel, 2014; Rappaport et al., 2015). A fim de suprir esses requisitos, diversos pesquisadores têm sugerido o uso de antenas duplo-refletoras com as superfícies modeladas para a transmissão desses sinais (Pino; Acuna, 2000; Bergmann; Moreira, 2009a; Moreira; Bergmann, 2011; Penchel et al., 2017; Penchel et al., 2019).

A utilização de refletores modelados permite a redistribuição do campo eletromagnético sobre a abertura da antena e, conseqüentemente, possibilita a obtenção de um diagrama de radiação mais eficiente para a cobertura desejada. Em algumas situações práticas, a modelagem das superfícies reduz os níveis de lóbulos secundários e interferências nas adjacências da antena (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007; Kim; Lee, 2009; Penchel et

al., 2018). Portanto, as configurações de antenas cujas superfícies refletoras são modeladas superam as suas respectivas geometrias clássicas quanto ao desempenho eletromagnético.

Modelar uma única superfície refletora não permite que as distribuições de amplitude e fase na abertura sejam controladas simultaneamente. Isto só é possível com a utilização de, pelo menos, dois refletores (sub-refletor e refletor principal), onde a modelagem do sub-refletor juntamente com a do refletor principal, fornece o controle completo do campo eletromagnético na abertura da antena. O controle simultâneo da amplitude e fase do campo na abertura do refletor principal objetiva, no final, a modelagem do próprio feixe radiado pela antena, assegurando maior flexibilidade de projeto. A síntese/modelagem de antenas refletoras é uma área de pesquisa com grande relevância tecnológica e científica, contribuindo significativamente para o progresso do campo teórico das antenas e suas principais aplicações.

## 1.2 Principais Técnicas de Síntese Existentes na Literatura

Pela literatura especializada, constata-se que, ao longo das décadas, diversos trabalhos apresentaram procedimentos numéricos aplicáveis à modelagem das superfícies de antenas refletoras, tanto as circularmente simétricas como as de configuração *offset*, podendo ser compostas por um único refletor ou duplo-refletores. Em linhas gerais, os métodos de síntese baseiam-se nos princípios básicos da Óptica Geométrica (do inglês *Geometrical Optics* – GO), de tal maneira que uma distribuição de campo eletromagnético irradiada por uma fonte pontual esférica seja transformada em uma distribuição de iluminação desejada sobre a abertura da antena.

No início da década de 1960, Kimber apresentou uma técnica de síntese fundamentada nos conceitos da GO com o intuito de adquirir melhorias significativas na eficiência de abertura (Kimber, 1962). Posteriormente, formulações alternativas para tal problema foram introduzidas por Galindo (Galindo, 1964). Galindo propôs um método para a modelagem de antenas duplo-refletores axialmente simétricas (Cassegrain e Gregoriana), com uma distribuição arbitrária de iluminação em amplitude e fase sobre a abertura do refletor principal (Galindo, 1964). Os princípios ópticos estabelecidos para desenvolver o formalismo foram os seguintes: Lei de Snell nas duas superfícies refletoras (sub-refletor e refletor principal), conservação de energia ao longo das trajetórias do raio e o teorema de Mallus. Com a imposição desses conceitos da GO, Galindo formulou um par de equações diferenciais ordinárias (*ordinary differential equations* – ODEs) de primeira ordem, as quais foram avaliadas numericamente a fim de se obter os refletores modelados (ou seja, um conjunto de pontos que descrevem as curvas geratrizes modeladas). Para ilustrar o procedimento, projetou-se configurações do tipo Cassegrain e Gregorian considerando-se uma distribuição de campo uniforme na abertura da antena. Desde então, novas técnicas

têm sido aprimoradas e propostas para diversas configurações de antenas refletoras.

Dando continuidade aos estudos de Galindo (Galindo, 1964), alguns trabalhos apresentaram modificações na formulação para alterar adequadamente a geometria das superfícies do sub-refletor e/ou do refletor principal em configurações circularmente simétricas (Williams, 1965; Collins, 1973; Fang; Zhao; Lin, 1996). Nesses casos, foram consideradas distribuições de amplitude atenuadas na borda da abertura, objetivando altas eficiências de iluminação e, ao mesmo tempo, uma redução dos lóbulos secundários nos respectivos diagramas de radiação das antenas modeladas. A abordagem estabelecida por Collins (Collins, 1973) foi utilizada com sucesso, sendo o desempenho eletromagnético do sub-refletor modelado analisado pelo método baseado na teoria geométrica da difração (do inglês *Geometrical Theory of Diffraction* – GTD) (Narasimhan; Ramanujam; Raghavan, 1981). Nos demais casos, os resultados obtidos foram validados pela aproximação da Óptica Física (do inglês *Physical Optics* – PO) com o objetivo de avaliar a precisão da técnica de modelagem, dado que esta é baseada nos princípios da GO.

Os procedimentos de modelagem com equações diferenciais possuem certa complexidade numérica, elevando o custo computacional da síntese de refletores. Com a possibilidade de diminuir o custo computacional, Lee desenvolveu uma nova metodologia, também aplicada a sistemas duplo-refletores com simetria circular (Lee, 1988). Tal método é semelhante ao de Galindo (Galindo, 1964), porém, as geratrizes dos refletores foram localmente discretizadas em pequenas seções retas e, assim, foi possível converter as equações diferenciais em um sistema algébrico, de solução mais simples. Em contrapartida, as geratrizes têm que ser seccionadas em um número grande de segmentos para aumentar a precisão do método.

Posteriormente, ainda para antenas duplo-refletoras circularmente simétricas, Moreira e Prata propuseram um ferramental para a síntese desses refletores, objetivando uma distribuição de amplitude arbitrária, porém, com fase uniforme, sobre a abertura do refletor principal (Moreira, 1997). Uma ODE foi obtida pela imposição direta do Princípio de Fermat e da definição do caminho óptico (constante) desde o foco primário do sistema duplo-refletor até a abertura, impondo fase constante. O controle de amplitude foi alcançado através dos conceitos de conservação da energia. Essa formulação foi estendida com sucesso para a modelagem de duplo-refletores circularmente simétricos objetivando um diagrama de radiação omnidirecional (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007).

Embora não sejam de interesse para os objetivos do presente trabalho, também, são mencionados nesta revisão bibliográfica estudos desenvolvidos a partir da década de 1970 para a síntese de geometrias *offset* de único refletor e duplo-refletores. Boa parte do formalismo necessário para a síntese/modelagem das antenas refletoras *offset* foi desenvolvido por Westcott e associados, os quais obtiveram o processo de modelagem destas configurações através da solução numérica de equações diferenciais parciais não-lineares

do tipo Monge-Ampère (MA), propostas através de conceitos da GO e com o auxílio de coordenadas estereográficas complexas (Westcott; Norris, 1975; Brickell; Marder; Westcott, 1977; Brickell; Westcott, 1978; Galindo; Mittra; Cha, 1979; Westcott; Stevens; Brickell, 1981; Westcott; Graham; Wolton, 1986; Galindo; Imbriale; Mittra, 1987). Diversos trabalhos demonstraram ser possível atender a coberturas específicas, segundo os princípios da GO, através do controle da distribuição de campo eletromagnético na abertura, garantindo antenas embarcadas em sistemas de comunicação por satélite mais eficientes.

A síntese de configurações duplo-refletoras para cobertura omnidirecional foi tratada ao longo dos últimos anos, em grande parte através da solução numérica de ODEs (Norris; Waddoup, 1985; Orefice; Pirinoli, 1993; Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007; Bergmann; Moreira, 2009a; Bergmann; Moreira, 2009b). O processo de modelagem das superfícies refletoras garante o controle do diagrama de radiação omnidirecional dessas antenas no plano de elevação (plano vertical), conforme os fundamentos da GO (Penchel; Bergmann; Moreira, 2013). Trabalhos com configurações omnidirecionais de único refletor também foram estudadas (Bergmann; Hasselmann; Branco, 2000), mas os diâmetros destes refletores são consideravelmente maiores, fazendo com que geometrias duplo-refletoras sejam as preferidas para a obtenção de configurações mais compactas.

Pelos estudos citados nesta seção, é possível constatar que vários métodos foram explorados, investigados e adaptados para a modelagem de refletores, os quais objetivaram melhorar a eficiência de abertura e reduzir o nível de lóbulos secundários. As antenas projetadas propiciaram sistemas de telecomunicações mais eficientes, além de minimizar as interferências em regiões adjacentes. No entanto, existem possíveis dificuldades associadas às abordagens supracitadas, que estão relacionadas à avaliação numérica de equações diferenciais, tornando o processo de síntese mais complexo. Para evitar tais dificuldades, vêm sendo desenvolvidas nos últimos anos, técnicas baseadas na concatenação consecutiva de seções cônicas locais na representação das geratrizes de refletores circularmente simétricos (veja a Figura 1.11), ou superfícies de quádricas confocais para refletores *offset* (Oliker, 2006; Kim; Lee, 2005; Kim; Lee, 2009; Moreira; Bergmann, 2010; Moreira; Bergmann, 2011; Faria; Moreira, 2015; Penchel; Bergmann; Moreira, 2016; Penchel et al., 2018).

Como o presente trabalho trata da síntese de geometrias duplo-refletoras circularmente simétricas utilizando a técnica de concatenação contínua de seções cônicas, na próxima seção é feita uma breve discussão do método correspondente, dando-se destaque às principais vantagens e limitações.

### 1.2.1 Concatenação Consecutiva de Seções Cônicas Locais

Uma nova metodologia utilizada na representação das geratrizes de refletores circularmente simétricos e modelados foi desenvolvida em (Kim; Lee, 2005; Kim; Lee, 2009). O procedimento baseia-se na concatenação contínua de seções cônicas locais para

a composição das geratrizes dos refletores. De acordo com a GO, o processo garante um campo na abertura do refletor principal com fase uniforme e uma distribuição de amplitude especificada *a priori*, como ilustrado na Figura 1.11. Os autores formularam o problema através das equações das cônicas em coordenadas retangulares e desenvolveram um sistema algébrico de equações não-lineares, o qual forneceu bons resultados, mas por meio de um conjunto extenso de equações (Kim; Lee, 2009).

A técnica proposta por Kim e Lee (Kim; Lee, 2009) foi aperfeiçoada com a utilização de coordenadas polares na descrição das cônicas (Moreira; Bergmann, 2010; Moreira; Bergmann, 2011). Com essa abordagem, obteve-se uma formulação muito mais simples do que aquela desenvolvida por Kim e Lee, onde o processo de modelagem é desenvolvido através da solução de um sistema de duas equações lineares, necessário para a determinação dos parâmetros de cada par de cônicas (uma para o sub-refletor, que pode ser uma elipse ou hipérbole, e uma parábola para o refletor principal). Comparações contra métodos baseados em ODEs estabeleceram que o algoritmo é mais robusto e capaz de prover a mesma acurácia com cerca de 1.000 vezes menos pontos do que técnicas fundamentadas na solução numérica de ODEs (Moreira; Bergmann, 2011).

Como consequência do formalismo apresentado em (Moreira; Bergmann, 2011), recentemente alguns autores propuseram novos estudos para modelar simultaneamente o sub-refletor e o refletor principal de configurações omnidirecionais (Penchel et al., 2017; Penchel et al., 2018; Penchel et al., 2019). Sintetizaram-se antenas com campo sobre a abertura (aqui, a abertura do refletor principal não é mais plana, e sim cônica) com fase uniforme e uma distribuição de amplitude prescrita.

Os procedimentos citados nesta seção demonstraram o sucesso da adoção de seções cônicas locais na modelagem óptica das geratrizes de antenas duplo-refletoras circularmente simétricas, com o intuito de se alcançar, segundo os princípios da GO, uma iluminação de abertura com distribuição de amplitude prescrita e fase uniforme. Isso, porque, na literatura discutida na presente seção até o momento, as cônicas que descrevem a geratriz do refletor principal são todas parábolas com eixos paralelos entre si, de tal forma que todos raios refletidos pelo refletor correspondente chegam paralelos entre si na abertura, conforme ilustrado na Figura 1.11. A aplicação dessa metodologia possibilitou o alcance de sistemas com altas eficiências de radiação, quando comparados com geometrias clássicas (ou seja, não modeladas) (Moreira; Bergmann, 2010; Moreira; Bergmann, 2011; Penchel et al., 2018).

O principal objetivo do presente trabalho é justamente obter o controle simultâneo da amplitude e da fase na abertura dessas antenas. Isto será alcançado substituindo-se parábolas por seções de elipses na descrição local da geratriz do refletor principal modelado. Através do controle simultâneo da amplitude e fase do campo na abertura da antena duplo-refletora, espera-se que o diagrama de radiação possa ser modelado para coberturas



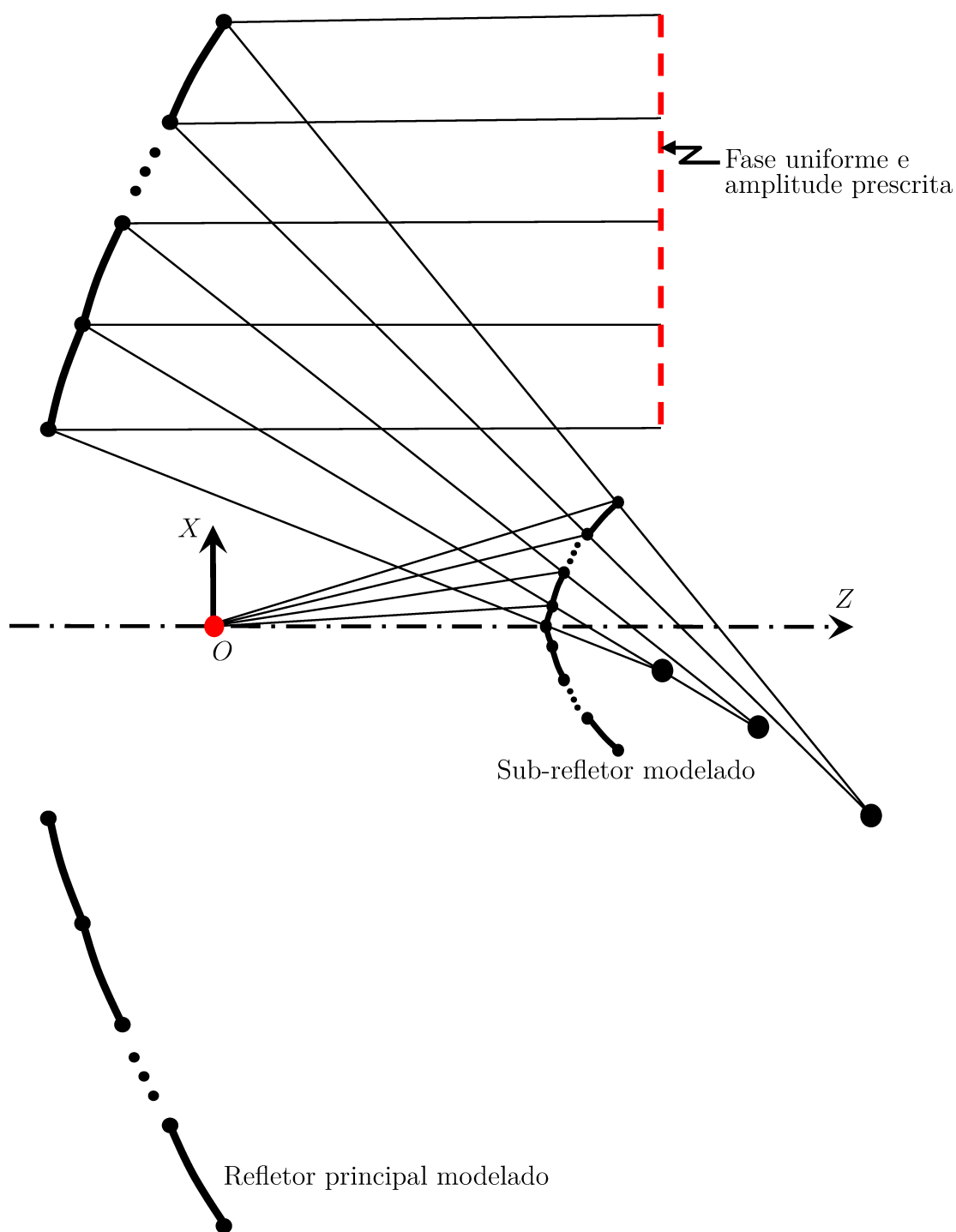


Figura 1.11 – Configuração duplo-refletora modelada por seções cônicas com o refletor principal gerado por seções de parábolas.

Fonte: Figura adaptada de (Moreira; Bergmann, 2011).

mais específicas, como, por exemplo, a que apresenta diagramas com o topo plano e isoflux na cobertura terrestre de satélites de órbita baixa (Biswas, 2013).

A utilização de cônicas elípticas na representação da geratriz do refletor principal já foi utilizada por este autor (Faria; Moreira, 2015), porém, para a modelagem apenas de tal superfície (com sub-refletor clássico, isto é, não modelado). Nesta situação onde apenas um refletor é modelado, a síntese é realizada através da redistribuição da densidade de potência radiada diretamente em campo distante, não ocorrendo o controle do campo na abertura do refletor. Os resultados em (Faria; Moreira, 2015) foram validados com a análise eletromagnética de onda completa fornecida pelo Método dos Momentos (do inglês *Method of Moments* – MoM). A modelagem apenas do refletor principal através de cônicas também foi discutida em (Penchel; Bergmann; Moreira, 2013), onde, mais uma vez, a superioridade da metodologia foi comprovada através de estudos de convergência numérica e comparações contra técnicas baseadas em ODEs.

### 1.2.2 Síntese de Antenas para Diagramas de Radiação com Feixe Modelado

Conforme mencionado anteriormente, uma possibilidade para se obter um diagrama de radiação com o feixe modelado em uma determinada região de cobertura é controlar simultaneamente amplitude e fase do campo da GO na abertura da antena. Ao longo das décadas, foram desenvolvidas técnicas para a síntese do campo (em amplitude e fase) na abertura com o objetivo de gerar diagramas de radiação de topo plano, isoflux para órbita terrestre e perfil cossecante ao quadrado (Chakraborty; Das; Sanyal, 1981; Chakraborty; Das; Sanyal, 1982; Elliot; Stern, 1988; Biswas, 2013).

Dentre tais estudos descritos, destaca-se o trabalho de (Biswas, 2013). O autor aprimorou as pesquisas de (Chakraborty; Das; Sanyal, 1981; Chakraborty; Das; Sanyal, 1982), no qual apresentou novas formulações para determinar as distribuições de fase não uniforme, aplicadas ao projeto de um conjunto de antenas impressas. Através do controle de campo na abertura, o referido autor apresentou uma formulação de síntese de fase não uniforme, baseada na solução numérica de ODEs. As distribuições não uniformes de fase foram determinadas para produzirem diagramas com o topo-plano, isoflux e cossecante ao quadrado. Com este trabalho (Biswas, 2013), percebeu-se um potencial inovador para aprimorar e aplicar as equações de fase não uniforme no processo de síntese óptica das presentes antenas duplo-refletoras circularmente simétricas com o intuito de prover os desejados diagramas de radiação com feixe modelado.

## 1.3 Objetivos e Principais Contribuições

### 1.3.1 Definição do Problema

O problema de síntese da GO abordado nesta tese consiste em determinar as duas geratrizes refletoras modeladas, de modo que uma frente de onda esférica e transversal-

eletromagnética (TEM) irradiada por um determinado tipo de alimentador, representada matematicamente por:

$$\vec{E}_F(\vec{r}_F, \omega) = [F_{\theta_F}(\theta_F, \phi_F)\hat{\theta}_F + P_{\phi_F}(\theta_F, \phi_F)\hat{\phi}_F] \frac{e^{-jkr_F}}{r_F}, \quad (1.1)$$

$$\vec{H}_F(\vec{r}_F, \omega) = \frac{1}{Z_0} \hat{r}_F \times \vec{E}_F(\vec{r}_F, \omega), \quad (1.2)$$

seja transformada em uma distribuição desejada de iluminação em amplitude e fase como:

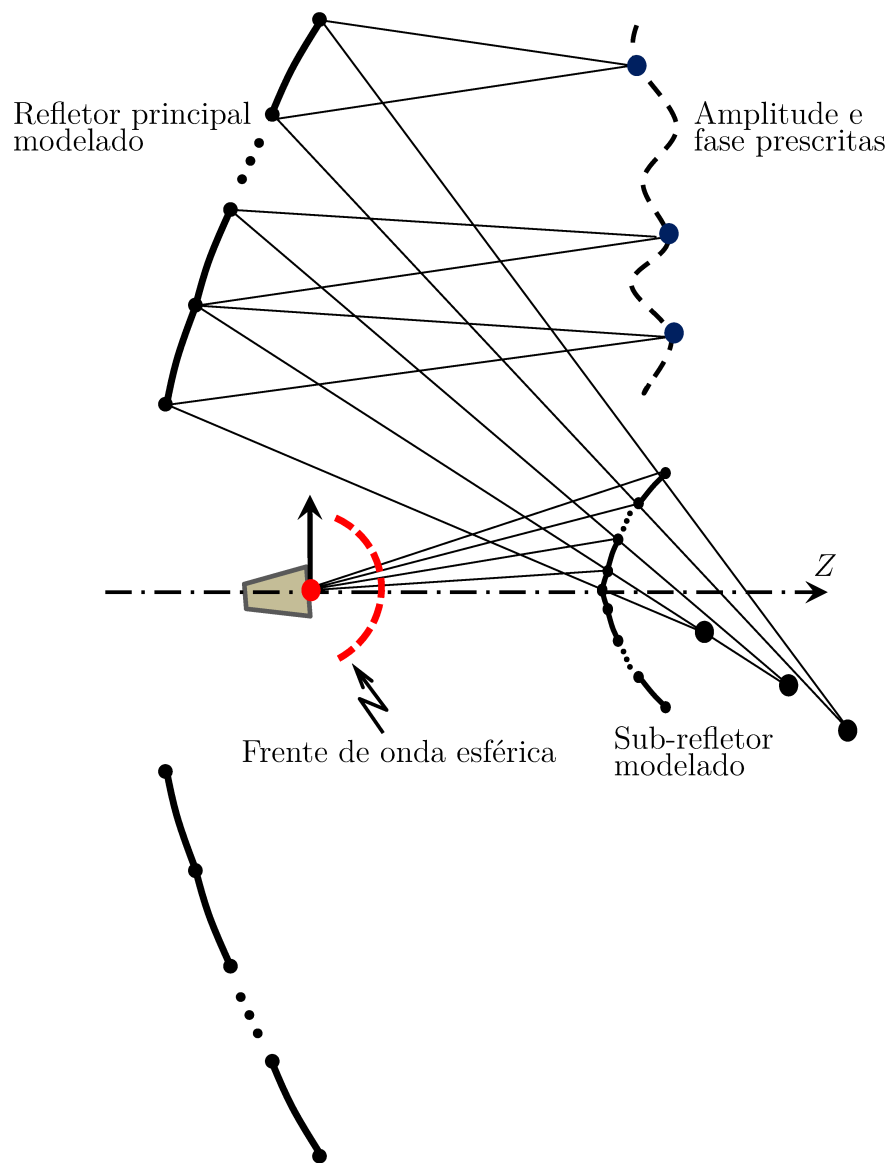


Figura 1.12 – Transformação do campo irradiado pelo alimentador em uma distribuição arbitrária de amplitude e de fase prescritas sobre uma abertura específica de uma configuração duplo-refletora simétrica de eixo deslocado, conforme a GO.

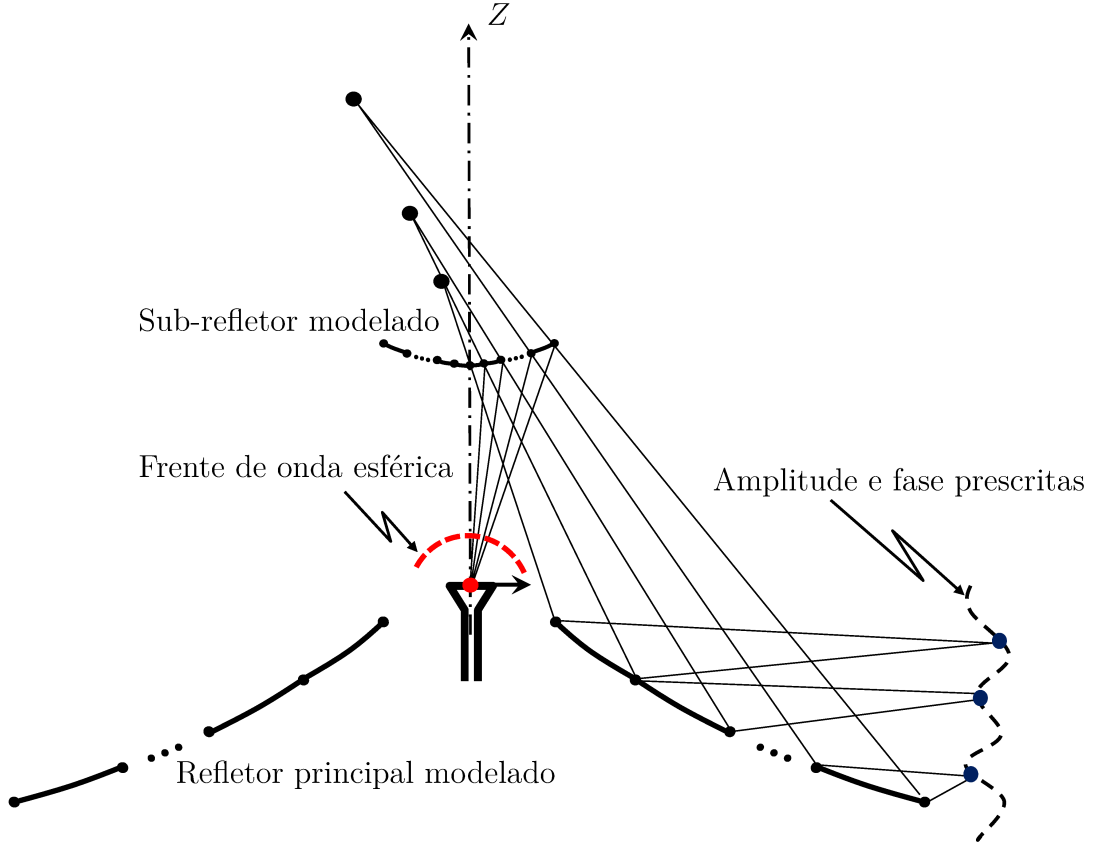


Figura 1.13 – Transformação do campo irradiado pelo alimentador em uma distribuição arbitrária de amplitude e de fase prescritas sobre uma abertura específica de uma configuração duplo-refletora omnidirecional, conforme a GO.

$$\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega) = I_n e^{j\psi_n} \hat{e}_A, \quad (1.3)$$

$$\vec{H}_A(\vec{r}_A, \omega) = \frac{1}{Z_0} \hat{n}_A \times \vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega), \quad (1.4)$$

ambas prescritas sobre uma abertura específica (ver Figuras 1.12 e 1.13).

Nas equações (1.1) e (1.2),  $\vec{E}_F(\vec{r}_F, \omega)$  e  $\vec{H}_F(\vec{r}_F, \omega)$  são os campos elétrico e magnético irradiados pelo alimentador, respectivamente,  $\omega$  é a frequência angular,  $F_{\theta_F}(\theta_F, \phi_F)$  e  $P_{\phi_F}(\theta_F, \phi_F)$  caracterizam o diagrama de radiação (circularmente simétrico) do alimentador,  $r_F, \theta_F, \phi_F$  referem-se ao sistema de coordenadas esféricas,  $\hat{r}_F, \hat{\theta}_F, \hat{\phi}_F$  são as direções esféricas (unitárias) correspondentes,  $Z_0 = \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$  a impedância intrínseca do meio e  $k = 2\pi/\lambda$  é a constante usual de propagação no espaço livre, em que  $\lambda$  é o comprimento de onda.

Já em (1.3) e (1.4),  $\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)$  e  $\vec{H}_A(\vec{r}_A, \omega)$  representam os campos elétrico e magnético sobre a abertura,  $I_n$  e  $\psi_n$  são as distribuições de amplitude e fase prescritas

na abertura, respectivamente,  $\hat{e}_A$  é a polarização do campo e  $\hat{n}_A$  define o vetor normal unitário à abertura.

### 1.3.2 Objetivos da Tese

Para solucionar o problema descrito anteriormente, o presente trabalho apresenta o desenvolvimento de novas ferramentas teórica e numérica para a síntese óptica de antenas duplo-refletoras circularmente simétricas, tais como as geometrias de eixo deslocado (Figuras 1.2 – 1.5) e as configurações para cobertura omnidirecional (Figuras 1.6 – 1.9). Em princípio, as antenas com duplo-refletores a serem modeladas possuem viabilidade de aplicação em sistemas de comunicação via satélite e nas próximas gerações de telefonia celular operando em ondas milimétricas, quando for do interesse que produzam um diagrama de radiação com o feixe modelado em uma desejada região de cobertura.

Motivado pelos fatores elencados na Seção 1.2.1, os procedimentos propostos são fundamentados nos princípios da GO, bem como na concatenação contínua de seções cônicas para descrever localmente as geratrizes dos refletores (sub-refletor e refletor principal) modelados (Figuras 1.12 e 1.13). Em todos os casos a serem investigados, a geratriz do sub-refletor pode ser representada por seções de hipérbolas ou elipses, dependendo da configuração duplo-refletora a ser sintetizada. Já para o refletor principal, sua geratriz será localmente apresentada por elipses, de forma a garantir o controle tanto da amplitude como da fase do campo na abertura.

Nesta pesquisa, inicialmente as quatro configurações de antenas duplo-refletoras circularmente simétricas são consideradas, fundamentadas nas geometrias ADC, ADG, ADE e ADH (Figuras 1.2 – 1.5) (Moreira; Bergmann, 2011). A seguir, o processo de síntese é estendido para geometrias omnidirecionais, onde a investigação será restrita apenas às configurações OADC e OADE (Figuras 1.6 e 1.8), por serem mais compactas que as demais.

Com o intuito de ilustrar a eficácia das novas técnicas numéricas de síntese desenvolvidas, ao longo deste documento são apresentados diversos estudos de caso considerando-se diferentes distribuições de iluminação (em amplitude e fase) prescritas sobre a abertura do refletor principal. É importante mencionar que todos os diagramas de radiação das respectivas antenas modeladas foram simulados pela análise eletromagnética rigorosa de onda completa com base na solução numérica da equação integral de campo elétrico (do inglês, *Electric Field Integral Equation* – EFIE) utilizando o MoM (Moreira, 1997), para validar os algoritmos de síntese da GO desenvolvidos.

### 1.3.3 Contribuições

Inseridas no contexto das seções anteriores, a presente tese apresenta contribuições originais no desenvolvimento de novas técnicas aplicadas à síntese de antenas duplo-refletoras circularmente simétricas para obter o domínio completo de iluminação em amplitude e fase sobre a abertura do refletor principal. Com isso, esta pesquisa é constituída de acréscimos aos estudos iniciais do autor ([Faria; Moreira, 2015](#)), entre os quais:

1. Continuar utilizando seções cônicas na síntese de antenas duplo-refletoras circularmente simétricas, agora para os dois refletores (sub-refletor e refletor principal);
2. Desenvolvimento de novas formulações para a síntese óptica das antenas duplo-refletoras simétricas de eixo deslocado, tais como as geometrias ADC, ADG, ADE e ADH;
3. Um procedimento inédito para a síntese óptica das antenas duplo-refletoras com cobertura omnidirecional, baseadas nas configurações OADC e OADE;
4. Investigação da convergência numérica das técnicas de síntese desenvolvidas para todos os estudos de caso com fase uniforme prescrita na abertura do refletor principal.

Em relação a outros trabalhos na literatura como, por exemplo, aqueles que foram evidenciados na Seção 1.2, é possível mencionar as seguintes contribuições:

1. Especificamente aos estudos de ([Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007](#); [Kim; Lee, 2009](#); [Moreira; Bergmann, 2010](#); [Moreira; Bergmann, 2011](#); [Penchel et al., 2018](#); [Penchel et al., 2019](#)), no presente trabalho as formulações desenvolvidas permitem obter o controle simultâneo de amplitude e fase do campo na abertura, objetivando-se prover diagramas de radiação com feixe modelado em desejadas coberturas;
2. Em relação aos estudos citados na Seção 1.2, nas técnicas apresentadas nesta tese utilizaram-se seções cônicas (particularmente, elipses e hipérbolas) para evitar a avaliação numérica de ODEs;
3. Adaptação das formulações que determinam as distribuições de fase não uniforme propostas em ([Biswas, 2013](#)) para as aberturas das presentes antenas duplo-refletoras a serem modeladas. Além disso, ao contrário do que foi descrito em ([Biswas, 2013](#)), tais formulações fornecem analiticamente as distribuições de fase não uniforme. As distribuições de fase foram prescritas com o intuito de produzirem diagramas de radiação de topo plano, isoflux e cossecante-ao-quadrado;
4. Aplicação das distribuições de fase não uniforme de ([Biswas, 2013](#)) no processo de síntese das antenas OADC e OADE com o objetivo de proverem diagramas de radiação do tipo cossecante-ao-quadrado;

5. Ao contrário de (Biswas, 2013), no presente estudo as equações referentes as distribuições de fase não uniforme foram determinadas via soluções analíticas;
6. Validação das distribuições de fase não uniforme prescritas sobre a abertura do refletor principal. Tais validações foram realizadas através do cálculo do campo elétrico distante radiado, no domínio da frequência, pelo Método da Abertura (Ap-M).

## 1.4 Publicações

Algumas publicações em periódicos internacionais e eventos científicos envolvendo as áreas correlacionadas e abordadas neste trabalho foram geradas. Estas publicações são as seguintes:

- Faria, T. V. B.; Moreira, F. J. S. New technique for shaping axisymmetric dual-reflector antennas using conic sections to control aperture illumination. *IET Microwaves, Antennas and Propagation*, v. 14, n. 12, p. 1310-1315, October 2020.
- Carvalho, R. N. B.; Faria, T. V. B.; Moreira, F. J. S.; Rego, C. G. GO aperture and radiated fields of classical omnidirectional axis-displaced dual-reflector antennas. *AEÜ - International Journal of Electronics and Communications*, v. 99, p. 40-47, February 2019.
- Faria, T. V. B.; Moreira, F. J. S. A new technique for shaping axis-symmetric dual-reflector antennas using conic sections. In: *2019 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC 2019)*, 2019.
- Marques, A. Z. F.; Faria, T. V. B.; Moreira, F. J. S. Modelagem de antenas duplo-refletoras axialmente simétricas através da concatenação de seções cônicas para controle de amplitude e fase na abertura. In: *XXXVII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais (SBrT 2019)*, 2019.

Além das publicações relacionadas acima, pretende-se desenvolver outros dois artigos a serem submetidos aos periódicos da área de conhecimento que a presente tese engloba. O primeiro trabalho será elaborado a partir das formulações de síntese das fases não uniformes e dos resultados descritos no Capítulo 3. O outro artigo conterá a formulação de modelagem das antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional apresentada no Capítulo 4, bem como os resultados de síntese e análise relatados no Capítulo 5.

## 1.5 Organização do Texto

No presente trabalho novos procedimentos para a síntese óptica de antenas duplo-refletoras circularmente simétricas são desenvolvidos. Com o intuito de ilustrar a funcionalidade e a eficácia das técnicas propostas, diversos estudos de caso são apresentados ao longo dos capítulos deste documento.

No Capítulo 2 (Síntese de Antenas Duplo-Refletoras Circularmente Simétricas de Eixo Deslocado: Técnica e Exemplos com Fase Uniforme na Abertura) é apresentada a técnica para a síntese óptica das antenas duplo-refletoras circularmente simétricas de eixo deslocado, baseadas nas geometrias ADC, ADG, ADE e ADH. Como mencionado anteriormente, a principal contribuição do formalismo descrito no Capítulo 2 em relação a outros trabalhos na literatura é o controle total da iluminação na abertura em amplitude e fase. Para ilustrar a funcionalidade do procedimento de síntese, configurações ADC e ADE foram modeladas com fase uniforme prescrita na abertura do refletor principal para gerar diagramas de radiação com alto ganho em  $\theta = 0^\circ$ . Os estudos de caso foram devidamente comparados aos resultados de (Moreira; Bergmann, 2011), avaliando a nova abordagem desenvolvida. Além disso, foram propostos estudos de convergência numérica a fim de avaliar a precisão da técnica desenvolvida para os projetos com fase uniforme na abertura.

No Capítulo 3 (Antenas Duplo-Refletoras Circularmente Simétricas de Eixo Deslocado Modeladas com Fase Não Uniforme na Abertura) são propostos diversos estudos de caso, onde as duas geratrizes refletoras das configurações ADC e ADE foram modeladas com um campo prescrito na abertura de fase não uniforme e amplitude constante. As distribuições de fase não uniforme proveram diagramas de radiação com topo plano e isoflux para satélites de baixa órbita terrestre. Menciona-se que as distribuições de fase não uniforme foram adaptadas de (Biswas, 2013), considerando-se o bloqueio na abertura ocasionado pelo sub-refletor. As formulações obtidas para a determinação das fases foram avaliadas analiticamente. A fim de validar as novas distribuições de fase não uniforme, foi desenvolvida uma formulação para o cálculo do campo elétrico distante radiado, no domínio da frequência, empregando o Ap-M. Com isso, foi possível apresentar diversos estudos de caso com fase não uniforme na abertura para gerar os diagramas de radiação circularmente simétricos de topo plano e isoflux.

O Capítulo 4 (Síntese de Antenas Duplo-Refletoras para Cobertura Omnidirecional: Técnica e Exemplos com Fase Uniforme na Abertura) apresenta formulações inéditas para a síntese das configurações OADC e OADE, obtendo o controle simultâneo de amplitude e fase do campo na abertura. Estas antenas são alimentadas por uma corneta coaxial TEM com polarização vertical. Desenvolveram-se alguns estudos de caso com fase uniforme, avaliando o procedimento de síntese através de comparações com os respectivos projetos apresentados em (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007). Neste capítulo, também, foram estabelecidos estudos de convergência numérica para as antenas omnidirecionais



modeladas com um campo na abertura cilíndrica de fase uniforme e amplitude prescrita. Tais geometrias produziram diagramas de radiação com altas diretividades em  $\theta = 90^\circ$ .

Em seguida o Capítulo 5 (Antenas Duplo-Refletoras para Cobertura Omnidirecional Modeladas com Fase Não Uniforme na Abertura) retrata diversos estudos de caso, onde as geometrias OADC e OADE foram sintetizadas com uma distribuição de fase não uniforme prescrita na abertura cilíndrica com o objetivo de prover, segundo os princípios da GO, um diagrama de radiação com perfil cossecante no plano de elevação. Para tal, a formulação descrita em (Biswas, 2013) que determina a fase não uniforme foi modificada para as presentes antenas duplo-refletoras omnidirecionais. Como no Capítulo 3, desenvolveu-se uma formulação para obter os desejados diagramas de radiação empregando o Ap-M. Com isso, foi possível verificar que a distribuição de fase não uniforme sintetizada produz o diagrama de radiação cossecante ao quadrado. Além disso, foram propostas comparações entre os diagramas determinados pelo Ap-M e via MoM em relação ao modelo ideal cossecante-ao-quadrado da GO.

Finalmente, no Capítulo 6 (Conclusões e Propostas de Continuidade da Pesquisa) são apresentadas as conclusões e as principais contribuições desta tese, enfatizando as novas técnicas de síntese que empregam a concatenação consecutiva de seções cônicas na síntese óptica das antenas duplo-refletoras circularmente simétricas, tais como as configurações de eixo deslocado e as geometrias para cobertura omnidirecional. Além disso, são sumarizadas algumas propostas de continuidade desta pesquisa.

## 2 Síntese de Antenas Duplo-Refletoras Circularmente Simétricas de Eixo Deslocado: Técnica e Exemplos com Fase Uniforme na Abertura

### 2.1 Introdução

Neste capítulo, inicialmente, é descrito o ferramental teórico para a síntese óptica das antenas duplo-refletoras circularmente simétricas de eixo deslocado. A formulação desenvolvida é generalizada para as quatro geometrias ADC, ADG, ADE e ADH, conforme estão ilustradas nas Figuras 1.2 – 1.5.

Pelos fatores mencionados na Seção 1.2.1, a técnica numérica apresentada neste capítulo baseia-se nos princípios básicos que regem a GO e na concatenação consecutiva de seções cônicas locais, especificamente de hipérbolas e elipses, para representar as geratrizes modeladas do sub-refletor e do refletor principal. Para a formulação do procedimento, adota-se o uso das propriedades ópticas das cônicas, as quais estão estritamente relacionadas com a posição de seus focos. O método desenvolvido é muito semelhante àquele proposto em (Moreira; Bergmann, 2011). Entretanto, no presente trabalho utiliza-se seções elípticas para constituir localmente a geratriz do refletor principal modelado, garantindo, também, o controle da distribuição de fase sobre a abertura da antena.

Neste estudo, a modelagem simultânea dos dois refletores visa obter dois graus de liberdade necessários para o controle tanto da amplitude como da fase sobre a abertura do refletor principal de tais configurações. Nos presentes casos, ao final do processo de síntese, busca-se alcançar um diagrama de radiação circularmente simétrico com o feixe modelado, conforme as especificações de iluminação desejadas sobre a abertura conhecida *a priori*.

O processo de modelagem inicia-se com a definição de cinco parâmetros geométricos referentes aos refletores clássicos correspondentes a estas antenas. Pelas Figuras 2.1 – 2.4, observa-se que para as quatro geometrias (ADC, ADG, ADE e ADH) os parâmetros são os seguintes (Moreira, 1997; Moreira; Prata Jr., 2001): o diâmetro ( $D_M$ ) do refletor principal, o ângulo de borda ( $\theta_E$ ) do sub-refletor, o diâmetro ( $D_B$ ) de bloqueio, o percurso (constante) total ( $L_0$ ) do raio desde o foco primário (origem  $O$ ) até a abertura da antena (inicialmente assumida em  $z = 0$ ) e o diâmetro ( $D_S$ ) do sub-refletor.

Aplicando os valores numéricos de  $D_M$ ,  $\theta_E$ ,  $D_B$ ,  $L_0$  e  $D_S$  nas equações de projeto

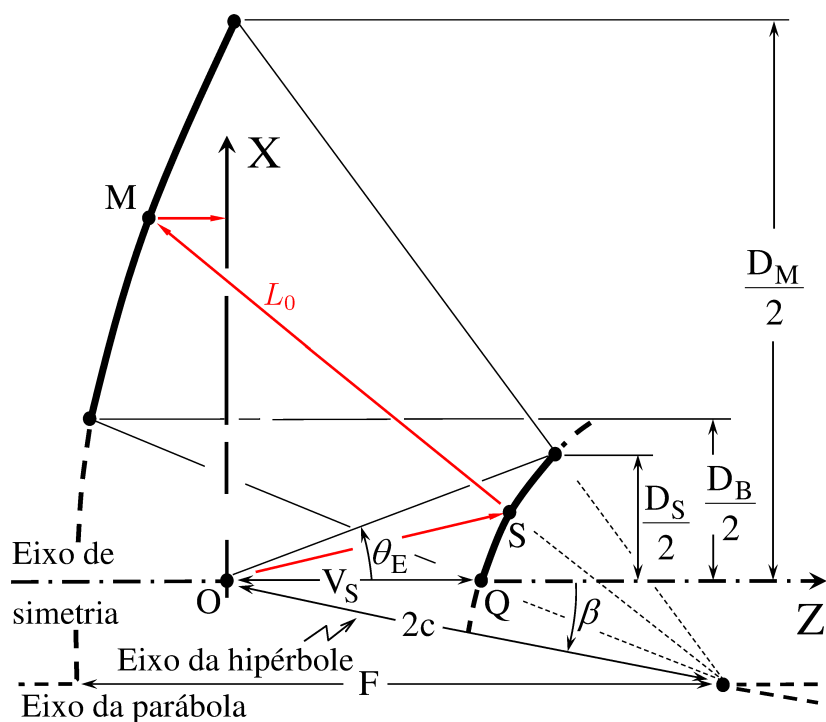


Figura 2.1 – Parametrização das geratrizes de uma configuração clássica ADC.

Fonte: Figura adaptada de (Moreira; Prata Jr., 2001).

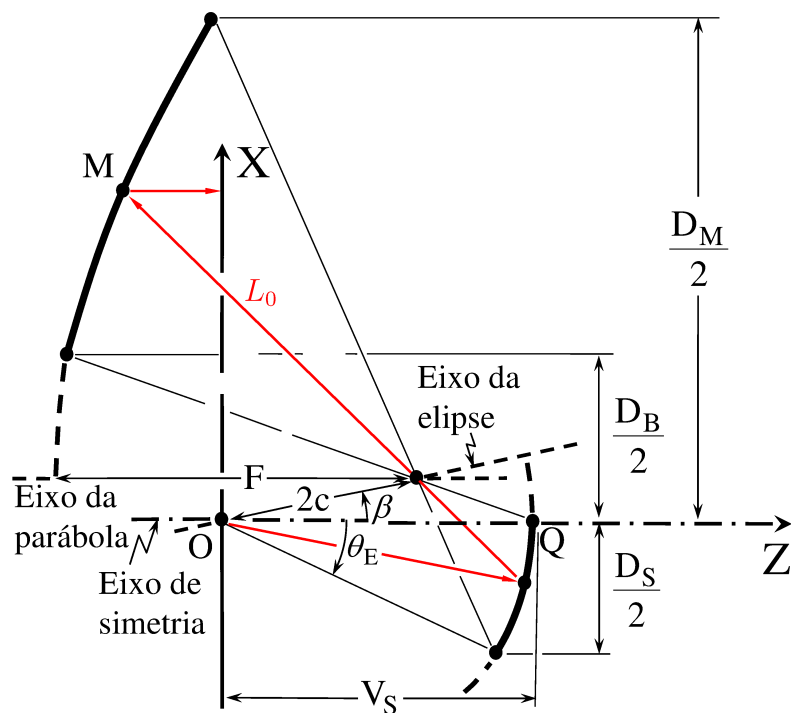


Figura 2.2 – Parametrização das geratrizes de uma configuração clássica ADG.

Fonte: Figura adaptada de (Moreira; Prata Jr., 2001).

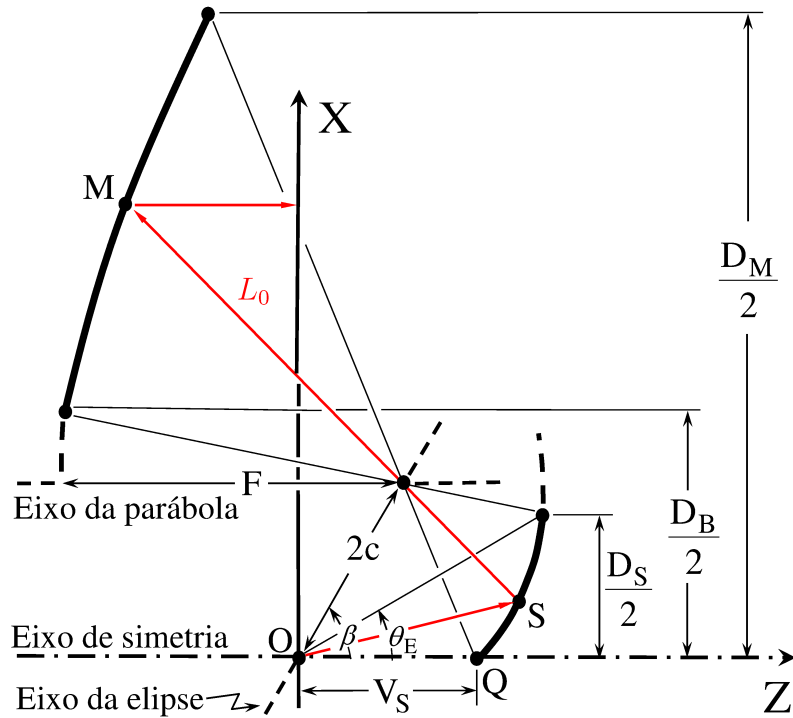


Figura 2.3 – Parametrização das geratrizes de uma configuração clássica ADE.

Fonte: Figura adaptada de (Moreira; Prata Jr., 2001).

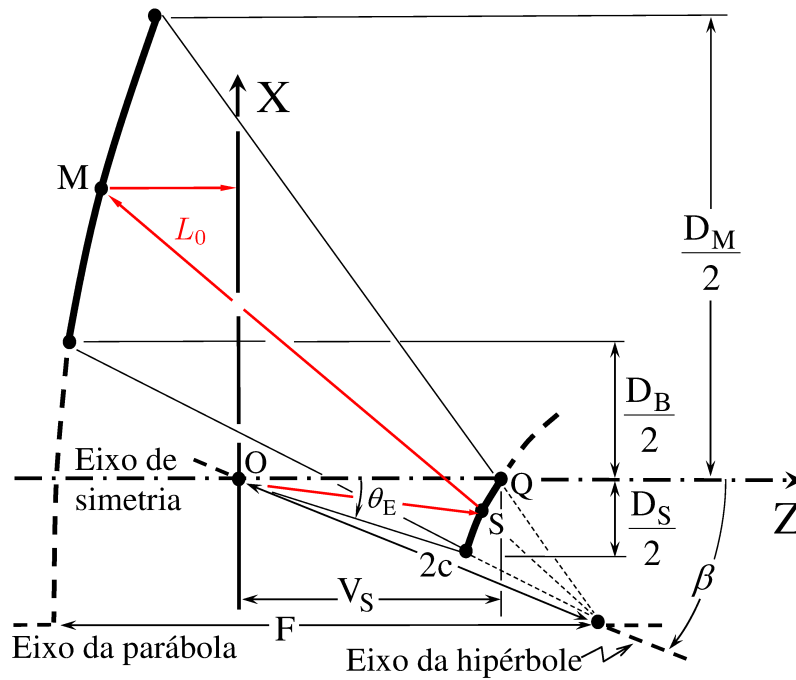


Figura 2.4 – Parametrização das geratrizes de uma configuração clássica ADH.

Fonte: Figura adaptada de (Moreira; Prata Jr., 2001).

propostas em (Moreira; Prata Jr., 2001), é possível determinar as características gerais das duas seções cônicas que representam as geratrizes clássicas dos refletores iniciais: a excentricidade ( $e$ ) e a distância inter-focal ( $2c$ ) da cônica que gera o sub-refletor, a distância focal ( $F$ ) da parábola geratriz do refletor principal, o ângulo ( $\beta$ ) de inclinação do eixo da cônica do sub-refletor relativo ao eixo de simetria ( $Z$ ), além da distância ( $V_S$ ) entre  $O$  e o vértice  $Q$  do sub-refletor (veja nas Figuras 2.1 – 2.4).

A partir dos parâmetros  $e$ ,  $2c$ ,  $F$  e  $\beta$  que caracterizam as duas seções cônicas e da distância  $V_S$ , obtêm-se as geratrizes dos refletores clássicos de qualquer uma das quatro configurações duplo-refletoras circularmente simétricas de eixo deslocado. É importante mencionar que as geratrizes das antenas clássicas apresentadas nas Figuras 2.1 – 2.4 serão substituídas pelas superfícies correspondentes devidamente modeladas, de tal modo que se alcance o diagrama de radiação desejado, conforme as especificações de campo sobre a abertura do refletor principal. Para isto, o novo procedimento de síntese aplicável às antenas ADC, ADG, ADE e ADH é proposto no presente capítulo, além de estudos de casos com distribuições de fase uniforme para ilustrar a funcionalidade do método.

Na Seção 2.2 é apresentada a formulação, a qual é particularizada para uma ADC. Em seguida (Seção 2.3), o método é estendido para as outras três possíveis antenas duplo-refletoras circularmente simétricas: ADG, ADE e ADH. O modelo para o alimentador (fonte) empregado no processo de modelagem das geometrias investigadas é caracterizado na Seção 2.4. Na Seção 2.5 são indicadas as etapas para a solução numérica do método de síntese.

Com o objetivo de ilustrar a funcionalidade da presente técnica, na Seção 2.6 são apresentadas algumas antenas modeladas considerando-se um campo na abertura do refletor principal de fase uniforme juntamente com uma distribuição de amplitude prescrita. Os resultados obtidos são devidamente comparados aos estudos de caso correspondentes de (Moreira; Bergmann, 2011), com o objetivo específico de validar a presente formulação de síntese. Além disso, para cada antena modelada com fase uniforme na abertura foram determinados os cálculos das taxas de erro em função do número de cônicas empregado no procedimento de modelagem, mensurando a acurácia da técnica de síntese da GO desenvolvida. Por fim, na Seção 2.7 as considerações finais deste capítulo são sumarizadas, enfatizando as principais características das formulações e a aplicação das mesmas na modelagem das referidas antenas.

## 2.2 Formulação da Técnica de Síntese da GO

As configurações duplo-refletoras modeladas no presente trabalho são compostas por duas superfícies (sub-refletor e refletor principal) axialmente simétricas (BORs) com o eixo de simetria comum às duas geratrizes, como ilustrado na Figura 2.5. Nos procedimentos

apresentados ao longo deste estudo, definiu-se como eixo de simetria do sistema duplo-refletor circularmente simétrico o eixo  $Z$ .

A característica fundamental das presentes antenas é o deslocamento dos eixos das respectivas cônicas geratrizes em relação a  $Z$  permitindo, assim, a diminuição do espalhamento eletromagnético do refletor principal sobre o sub-refletor. Note que o método formulado nesta seção é particularizado para uma configuração baseada na ADC. Entretanto, na Seção 2.3 a técnica será facilmente estendida para os demais tipos de antenas com dois refletores simétricos: ADG, ADE e ADH.

A ideia básica desta abordagem de síntese é representar as curvas geratrizes dos dois refletores por meio de seções cônicas locais concatenadas consecutivamente entre si, para proverem, segundo os princípios da GO, uma distribuição desejada de iluminação, em amplitude e fase sobre a abertura específica do refletor principal, conforme ilustrado na Figura 2.5. O controle completo do campo eletromagnético na abertura é de grande importância na síntese de antenas duplo-refletoras, pois permite a obtenção de diagramas de radiação com o feixe modelado, garantindo maior flexibilidade no projeto. Observando que, para o presente procedimento, dadas as configurações circularmente simétricas, os respectivos diagramas de radiação modelados também possuirão simetria circular.

Cada seção cônica  $S_n$ , com  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ , que descreve a curva geratriz do sub-refletor modelado tem dois focos: um deles está sempre na origem ( $O$ ) do sistema de coordenadas da antena duplo-refletora (que coincide com o centro de fase do alimentador) e o outro localiza-se no ponto  $P_n$ . Com  $n$  variando de 1 até  $N$ , o ponto  $P_n$ , logo após a sua rotação ao redor do eixo  $Z$ , define uma cáustica anular referente àquela porção ( $S_n$ ) da superfície sub-refletora. Para a geometria ADC, ilustrada na Figura 2.5, o foco  $P_n$  é virtual, mas em outras configurações ele pode ser real. Já os focos da  $n$ -ésima elipse  $M_n$  que representa localmente a geratriz do refletor principal modelado, para  $n = 1, \dots, N$ , estão localizados nos pontos  $P_n$  (que coincide com um dos focos da seção cônica  $S_n$ ) e em  $T_n$  (pré-especificado sobre a abertura de tal refletor), como mostra a Figura 2.5. Ressalta-se que a presente técnica de modelagem baseia-se em um número ( $N$ ) finito de iterações, e simulações fornecidas pelo MoM (Moreira, 1997) validarão este procedimento de síntese.

O aspecto principal deste procedimento de síntese é definir a abertura do refletor principal em um conjunto discreto de pontos ( $T_n$ , com  $n = 1, 2, \dots, N$ ), distribuídos no semiplano  $\phi = 0$ , como ilustrado na Figura 2.5 (Faria; Moreira, 2020). Para  $n$  variando de 1 até  $N$ , a localização do foco  $T_n$  sobre a abertura é dada por:

$$z_{T_n} \hat{z} + \rho_{T_n} \hat{\rho}, \quad (2.1)$$

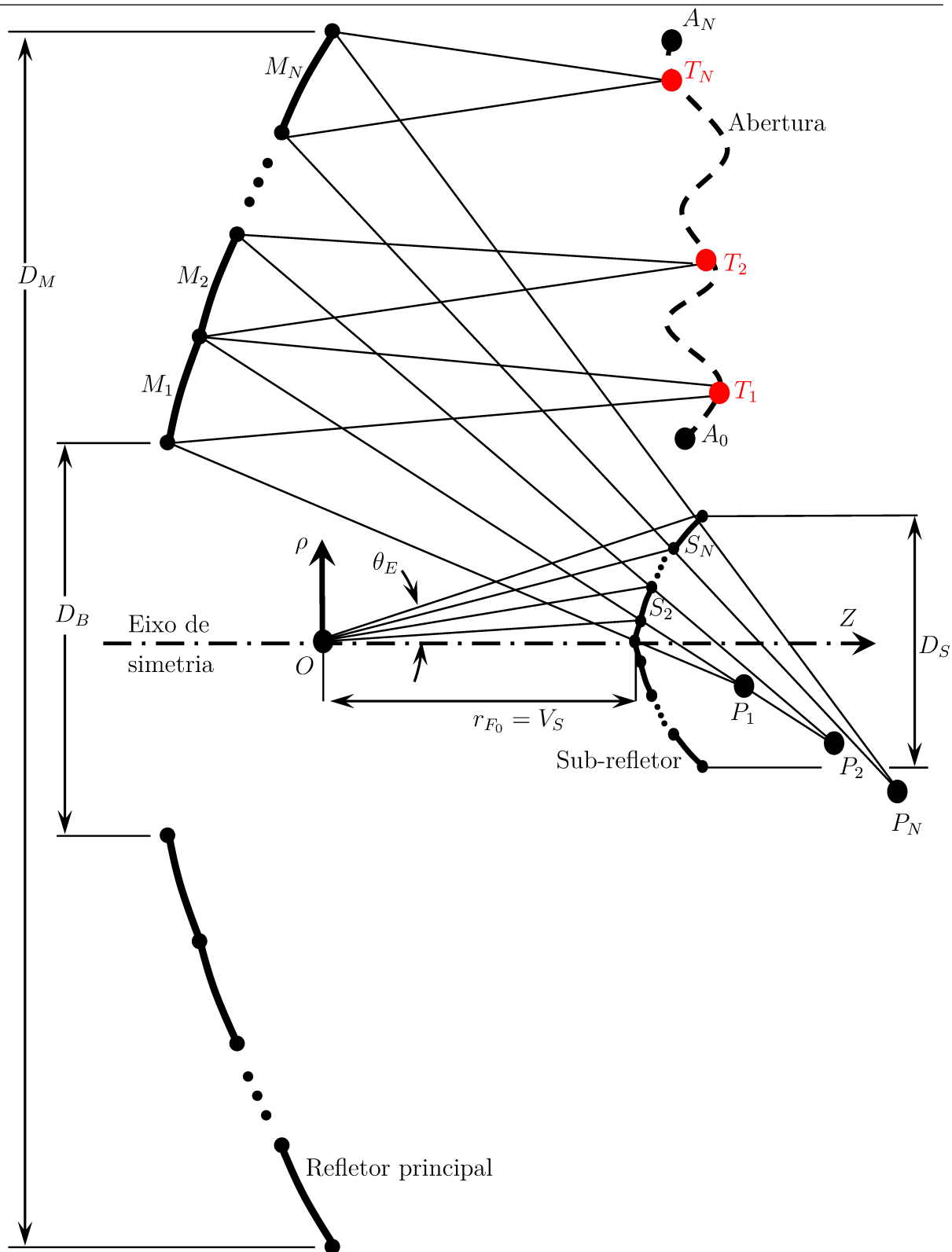


Figura 2.5 – Antena duplo-refletores modelada pela concatenação contínua de seções cônicas locais para uma configuração ADC, sendo a geratriz do refletor principal representada por elipses.

onde  $z_{T_n}$  e  $\rho_{T_n}$  são as coordenadas cilíndricas de  $T_n$ . Evidencia-se que a localização de  $T_n$  conhecida *a priori* é arbitrária (ver na Figura 2.5), a qual permite que seja estabelecida qualquer distribuição de campo em amplitude e fase sobre tal abertura. Em princípio, para uma antena baseada na ADC (Figura 2.5), a abertura do refletor principal inicia-se no ponto  $A_0(z_{A_0}, \rho_{A_0})$  e termina em  $A_N(z_{A_N}, \rho_{A_N})$ , com  $\rho_{A_0} = D_B/2$  e  $\rho_{A_N} = D_M/2$ , lembrando que os diâmetros  $D_B$  e  $D_M$  são dados de entrada do presente algoritmo iterativo.

A partir da especificação dos focos sobre a abertura do refletor principal, a distribuição de fase desaja é prescrita. Consequentemente, para  $n = 1$  até  $N$ , o percurso óptico total ( $\ell_n$ ) de cada raio, desde o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) até  $T_n$  na abertura, é calculado. Na Figura 2.6 está exemplificada a disposição geométrica de  $\ell_n$  para cada raio. Observe que para o presente caso, a variação de fase  $\Delta\psi_n$  é obtida pela diferença entre os percursos  $\ell_n$  e  $\ell_0$ :

$$\Delta\psi_n = -k \Delta\ell_n \quad (2.2a)$$

$$= -k (\ell_n - \ell_0), \quad (2.2b)$$

onde  $\ell_0$  é o percurso total do primeiro raio (ver Figura 2.6), sendo o seu valor definido *a priori*. Manipulando a equação (2.2b), é possível encontrar:

$$\ell_n = \ell_0 - \frac{\Delta\psi_n}{k}, \quad (2.3)$$

onde:

$$\Delta\psi_n = \psi_n - \psi_0, \quad (2.4)$$

sendo  $\psi_n$  a fase prescrita no ponto  $T_n$  da abertura e  $\psi_0 = -k\ell_0$ .

Através da equação (2.3) é possível determinar  $\ell_n$  para cada iteração  $n$  a partir da distribuição de fase  $\psi_n$  conhecida *a priori*. Portanto, ao final do processo,  $\psi_n$  deve corresponder à fase  $-k\ell_n$  sobre a abertura. O controle de amplitude é simultaneamente estabelecido pela especificação da densidade de potência desajada sobre a abertura. Desta forma, com a modelagem das duas geratrizes, é possível obter o domínio completo da distribuição de campo sobre a abertura do refletor principal.

A fonte pontual (alimentador), com o centro de fase fixado no foco primário (origem  $O$ ) do sistema duplo-refletor, irradia uma densidade de potência  $G_F(\theta_F)$  circularmente simétrica, onde  $\theta_F$  é o ângulo entre o raio (proveniente da fonte) e o eixo de simetria ( $Z$ ). Do ponto de vista da GO, os raios emanados do alimentador sofrem a primeira reflexão pela seção cônica ( $S_n$ ) do sub-refletor, e incidem sobre a  $n$ -ésima seção de elipse ( $M_n$ ) que define localmente o refletor principal. Logo após a segunda reflexão ocorrida em  $M_n$ ,



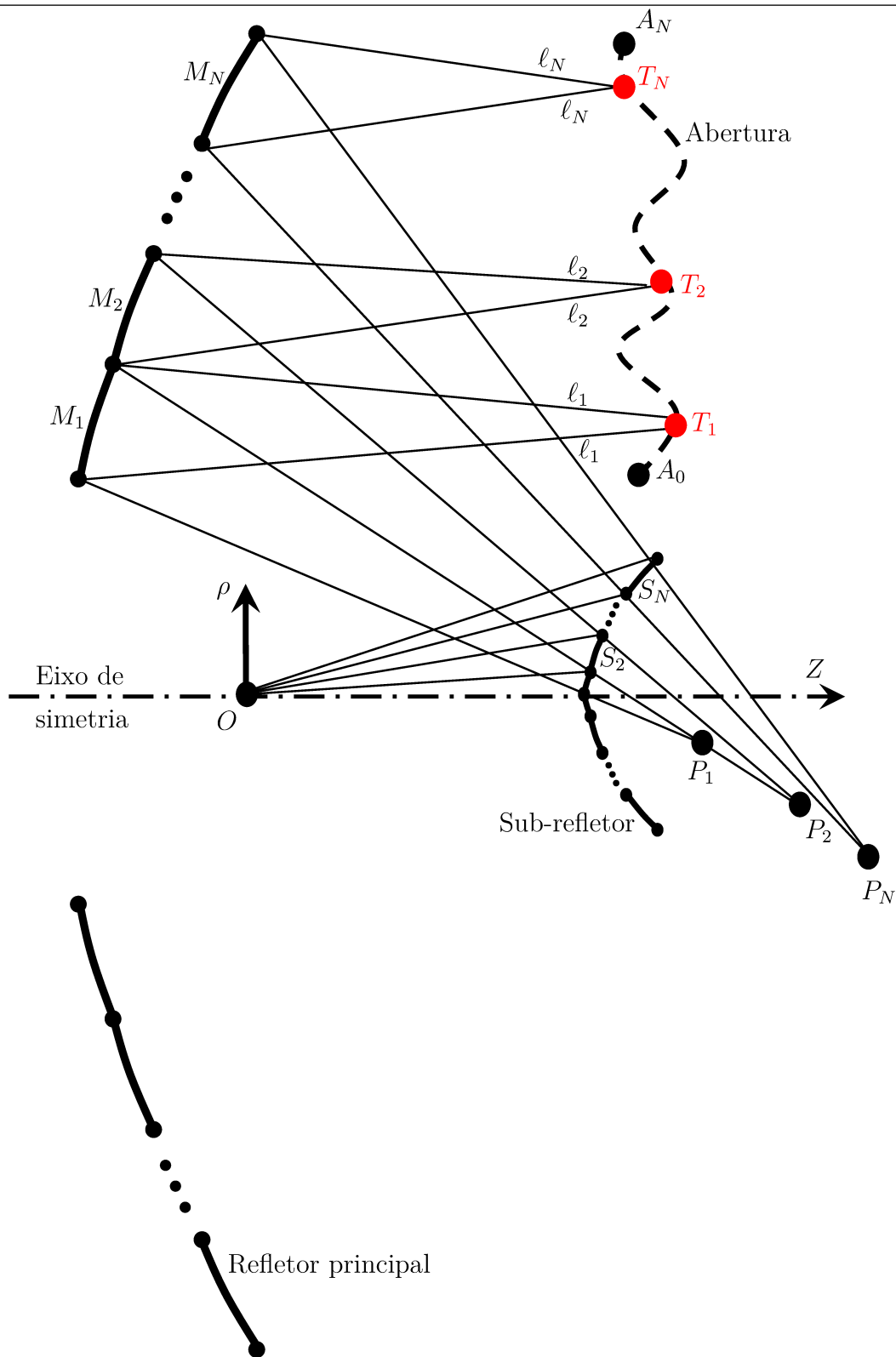


Figura 2.6 – Disposição geométrica do percurso óptico total desde o centro de fase do alimentador até o foco na abertura, para cada iteração.

os raios atingem o foco  $T_n$  sobre a abertura, como ilustrado pela Figura 2.5, com uma distribuição de iluminação desejada (em densidade de potência e fase sobre a abertura).

De acordo com as propriedades da GO, a energia contida no feixe de raios, delimitado em  $\theta_{F_{n-1}} \leq \theta_F \leq \theta_{F_n}$ , incidente na  $n$ -ésima seção cônica  $S_n$  do sub-refletor é conservada imediatamente após a segunda reflexão ocorrida na seção elíptica  $M_n$  do refletor principal, sendo tal princípio exemplificado na Figura 2.7. Para o presente caso, o princípio de conservação da energia na forma integral é expresso por (Faria; Moreira, 2020):

$$\int_{\theta_{F_{n-1}}}^{\theta_{F_n}} G_F(\theta_F) r_F^2 \sin \theta_F d\theta_F = L_F P_{T_n}, \quad (2.5)$$

onde  $G_F(\theta_F)$  é a densidade de potência (circularmente simétrica) irradiada pelo alimentador,  $r_F$  é a distância entre  $O$  e um ponto no sub-refletor,  $P_{T_n}$  é a distribuição de potência desejada em  $T_n$  e

$$L_F = \left( \sum_{n=1}^N P_{T_n} \right)^{-1} \int_0^{\theta_E} G_F(\theta_F) r_F^2 \sin \theta_F d\theta_F. \quad (2.6)$$

O fator de normalização  $L_F$  representado matematicamente em (2.6) garante que toda potência contida entre  $\theta_{F_{n-1}}$  e  $\theta_{F_n}$  interceptada pela seção cônica  $S_n$  seja conservada imediatamente ao chegar no foco  $T_n$  correspondente sobre a abertura. A densidade de potência  $G_F(\theta_F)$  é dada por:

$$G_F(\theta_F) = \frac{|\vec{E}_F(\vec{r}_F, \omega)|^2}{2Z_0}, \quad (2.7)$$

sendo  $\vec{E}_F(\vec{r}_F, \omega)$  o campo elétrico do alimentador na notação fasorial.

Observa-se que, a partir das equações descritas por (2.5) e (2.6), é possível obter  $\theta_{F_n}$  para  $n = 1, \dots, N$ , onde  $\theta_{F_{n-1}}$  é conhecido da iteração anterior. O algoritmo iterativo inicia-se com  $n = 1$  para  $\theta_{F_{n-1}} = \theta_{F_0} = 0$  e termina em  $n = N$  com  $\theta_{F_N} = \theta_E$ , sendo o ângulo de borda ( $\theta_E$ ) um dado de entrada do presente procedimento de síntese. Teoricamente, a precisão do algoritmo de síntese aumenta à medida que o número de cônicas  $N \rightarrow \infty$  (Moreira; Bergmann, 2011).

Com o objetivo de se definir exclusivamente o par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$  que descrevem localmente as geratrizes dos sub-refletor e refletor principal, respectivamente, é necessário determinar, a cada iteração  $n$ , os seis parâmetros que caracterizam tais cônicas. A seção cônica  $S_n$  do sub-refletor delimitada em  $\theta_{F_{n-1}} \leq \theta_F \leq \theta_{F_n}$  possui os seguintes parâmetros: a distância interfocal  $2c_n$  (ou seja, a distância entre  $O$  e  $P_n$ ), a excentricidade  $e_n$  e o ângulo de inclinação  $\beta_n$  do eixo da cônica relativo a  $Z$ . A seção

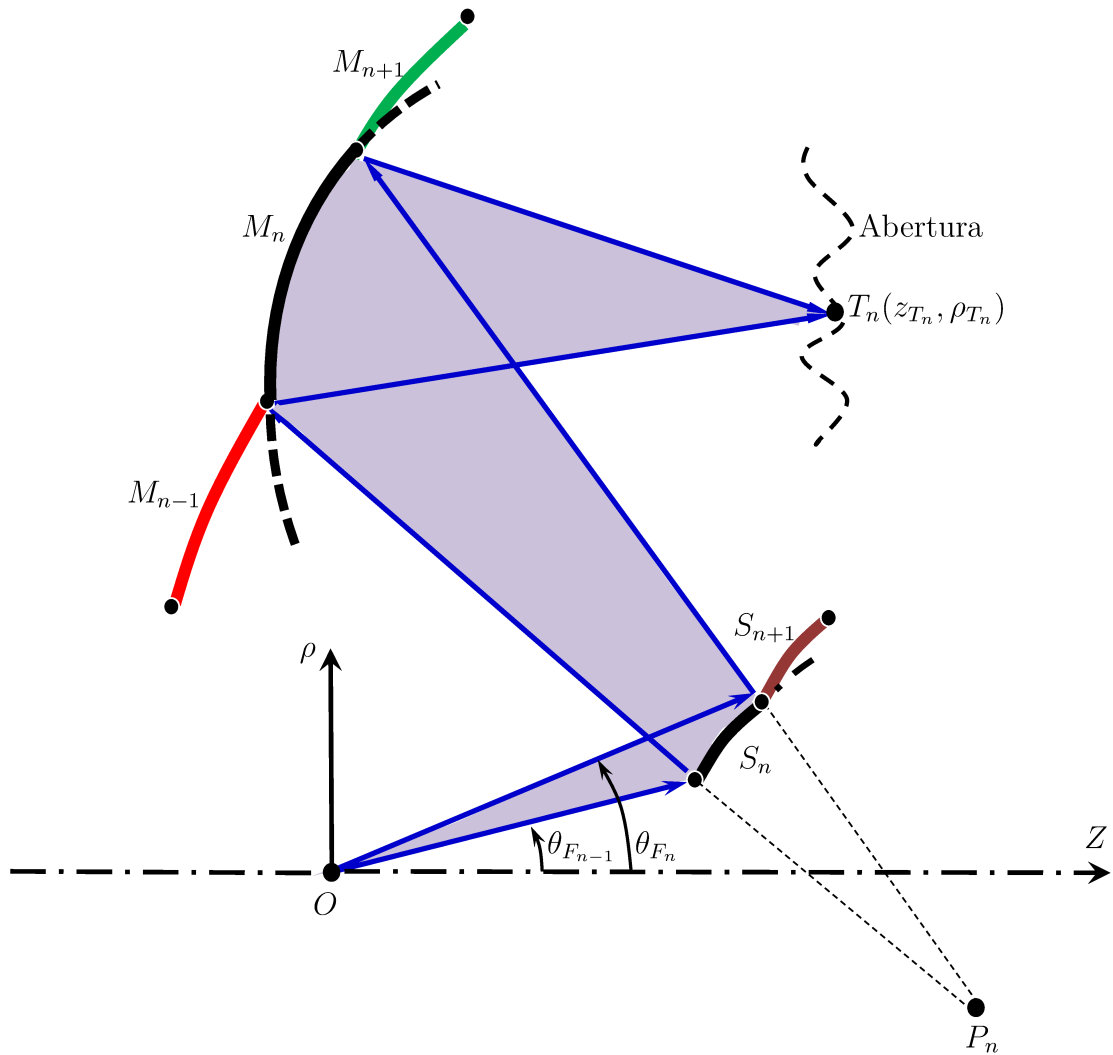


Figura 2.7 – Princípio de conservação da energia da GO aplicado no feixe de raios limitado por  $S_n$  e  $M_n$  para uma configuração duplo-refletores circularmente simétrica de eixo deslocado.

elíptica  $M_n$  correspondente ao refletor principal, delimitada em  $\theta_{M_{n-1}} \leq \theta_M \leq \theta_{M_n}$  (onde  $\theta_M$  é o ângulo entre o raio refletido por  $S_n$  e o eixo de simetria  $Z$ ), é parametrizada por sua distância focal  $2C_n$  (entre  $P_n$  e  $T_n$ ), a excentricidade  $\epsilon_n$  (com  $0 < \epsilon_n < 1$ , para uma elipse) e o ângulo de inclinação  $\gamma_n$  do eixo da cônica em relação a  $Z$ . Estes parâmetros estão esquematicamente ilustrados na Figura 2.8. Conseqüentemente, seis equações são necessárias para solucionar o presente problema de modelagem para cada par  $S_n$  e  $M_n$ .

Para a cônica  $S_n$  do sub-refletor seccionada entre  $\theta_{F_{n-1}}$  e  $\theta_{F_n}$  (ver Figura 2.8), tem-se a seguinte equação polar:

$$r_F(\theta_F) = \frac{c_n(e_n - 1/e_n)}{e_n \cos(\beta_n - \theta_F) - 1}, \quad (2.8)$$

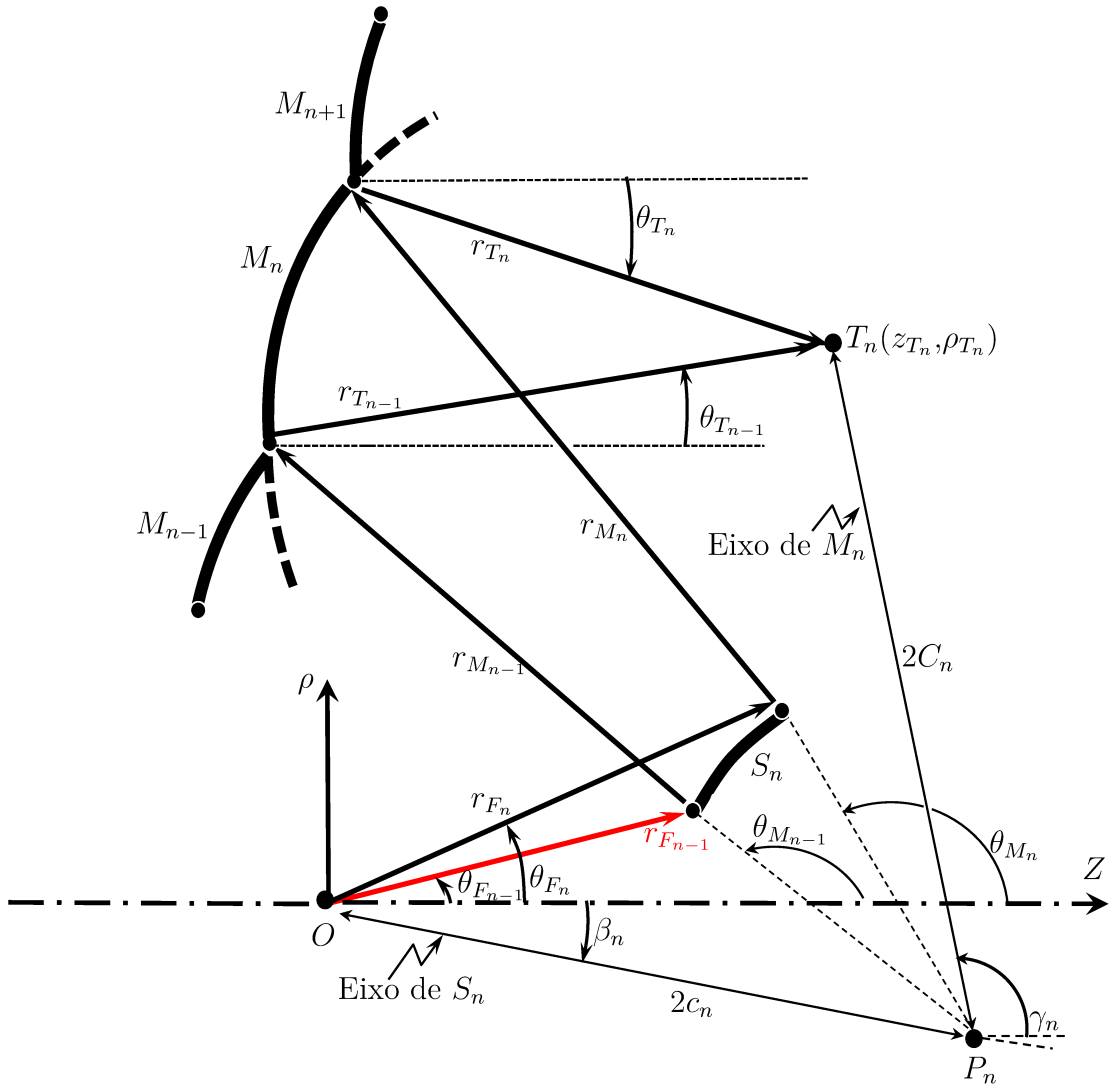


Figura 2.8 – Parametrização geométrica do par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$ .

Fonte: Figura adaptada de (Faria; Moreira, 2020).

onde  $r_F(\theta_F)$  é a distância (ao longo da direção de incidência  $\theta_F$ ) entre o centro de fase do alimentador ( $O$ ) e o ponto correspondente na geratriz sub-refletora. Aplicando uma identidade trigonométrica adequada, o termo  $\cos(\beta_n - \theta_F)$  de (2.8) é expandido como  $\cos \beta_n \cos \theta_F + \sin \beta_n \sin \theta_F$ . Consequentemente, a equação polar expressa em (2.8), é reescrita como:

$$r_F(\theta_F) = \frac{c_n(e_n - 1/e_n)}{e_n \cos \beta_n \cos \theta_F + e_n \sin \beta_n \sin \theta_F - 1} \quad (2.9)$$

para  $\theta_{F_{n-1}} \leq \theta_F \leq \theta_{F_n}$ . Com o intuito de simplificar a notação matemática deste procedimento, é conveniente que (2.9) seja estabelecida da seguinte maneira:

$$r_F(\theta_F) = \frac{a_n}{b_n \cos \theta_F + d_n \sen \theta_F - 1}, \quad (2.10)$$

onde:

$$a_n = c_n \left( e_n - \frac{1}{e_n} \right), \quad (2.11a)$$

$$b_n = e_n \cos \beta_n, \quad (2.11b)$$

$$d_n = e_n \sen \beta_n. \quad (2.11c)$$

Com  $n$  variando de 1 até  $N$ ,  $a_n$  é o *semi-latus rectum*,  $b_n$  e  $d_n$  são os coeficientes da equação polar (2.10) que descreve a seção cônica ( $S_n$ ) do sub-refletor modelado. A relação dada por (2.10) é geral e válida para qualquer cônica de eixo deslocado (ou seja, com  $\beta_n \neq 0$ ) como, por exemplo, uma elipse ( $0 < e_n < 1$ ) ou uma hipérbole ( $|e_n| > 1$ ).

Dando continuidade à formulação da presente técnica, a equação polar que descreve a seção elíptica  $M_n$  do refletor principal fornece a distância  $r_M(\theta_M)$  entre o foco  $P_n$  e um ponto na geratriz de tal refletor, como ilustrado na Figura 2.8. De modo análogo à equação polar de  $S_n$ , para  $M_n$  tem-se que:

$$r_M(\theta_M) = \frac{A_n}{B_n \cos \theta_M + D_n \sen \theta_M - 1}, \quad (2.12)$$

onde  $\theta_M$  é o ângulo entre o raio refletido por  $S_n$  e o eixo de simetria  $Z$  (ver Figura 2.8) e para  $\theta_{M_{n-1}} \leq \theta_M \leq \theta_{M_n}$  define-se:

$$A_n = C_n \left( \epsilon_n - \frac{1}{\epsilon_n} \right), \quad (2.13a)$$

$$B_n = \epsilon_n \cos \gamma_n, \quad (2.13b)$$

$$D_n = \epsilon_n \sen \gamma_n, \quad (2.13c)$$

sendo  $A_n$  o *semi-latus rectum*,  $B_n$  e  $D_n$  são os coeficientes da relação (2.12) de  $M_n$ .

Alguns autores demonstraram que grandes simplificações podem ser alcançadas com a utilização de coordenadas estereográficas complexas nos problemas que abordam a síntese de antenas refletoras (Westcott; Norris, 1975; Brickell; Marder; Westcott, 1977; Brickell; Westcott, 1978; Westcott; Stevens; Brickell, 1981; Westcott, 1983; Westcott; Graham; Wolton, 1986; Penchel, 2014; Penchel; Bergmann; Moreira, 2016). Detalhes de tal notação estão apresentados no Apêndice A do presente documento. Desta forma, aplicando as relações (A.4) e (A.5) nas equações (2.10) e (2.12) que descrevem o par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$ , respectivamente, obtêm-se:

$$r_F(\eta_F) = \frac{a_n(\eta_F^2 + 1)}{b_n(\eta_F^2 - 1) + 2\eta_F d_n - (\eta_F^2 + 1)}, \quad (2.14)$$

$$r_M(\eta_M) = \frac{A_n(\eta_M^2 + 1)}{B_n(\eta_M^2 - 1) + 2\eta_M D_n - (\eta_M^2 + 1)}, \quad (2.15)$$

onde, para  $\theta_{F_{n-1}} \leq \theta_F \leq \theta_{F_n}$  e  $\theta_{M_{n-1}} \leq \theta_M \leq \theta_{M_n}$ :

$$\eta_F = \cot\left(\frac{\theta_F}{2}\right), \quad (2.16)$$

$$\eta_M = \cot\left(\frac{\theta_M}{2}\right). \quad (2.17)$$

Outras duas equações importantes deste procedimento iterativo de síntese são obtidas pelas relações angulares entre  $\theta_F$ ,  $\theta_M$  e  $\theta_T$  considerando-se o par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$ , sendo  $\theta_T$  o ângulo entre o raio refletido pela elipse  $M_n$  e o eixo de simetria  $Z$ . Através do Apêndice B, pode-se observar que (B.3) relaciona as direções de incidência ( $\theta_F$ ) e reflexão ( $\theta_M$ ) para a seção cônica  $S_n$  da geratriz sub-refletora. Ao se aplicar as identidades trigonométricas pertinentes (Abramowitz; Stegun, 1964), a equação (B.3) é reescrita como:

$$\left[ \frac{\sen \beta_n - (1/\eta_F)(1 + \cos \beta_n)}{(1 + \cos \beta_n) + (1/\eta_F) \sen \beta_n} \right] = \left( \frac{e_n - 1}{e_n + 1} \right) \left[ \frac{(1 + \cos \beta_n) + (1/\eta_M) \sen \beta_n}{\sen \beta_n - (1/\eta_M)(1 + \cos \beta_n)} \right], \quad (2.18)$$

onde  $\eta_F$  e  $\eta_M$  são dadas por (2.16) e (2.17), respectivamente. Fazendo-se as devidas manipulações algébricas em (2.18), é possível obter:

$$\eta_M = \cot\left(\frac{\theta_M}{2}\right) = \left[ \frac{e_n \cos \beta_n - e_n \sen \beta_n \eta_F + 1}{e_n \cos \beta_n \eta_F + e_n \sen \beta_n - \eta_F} \right]. \quad (2.19)$$

Consequentemente, é fácil demonstrar que:

$$\eta_M = \cot\left(\frac{\theta_M}{2}\right) = \left[ \frac{b_n - d_n \eta_F + 1}{d_n + \eta_F (b_n - 1)} \right], \quad (2.20)$$

onde  $b_n$  e  $d_n$  são definidos por (2.11b) e (2.11c), respectivamente. Para as direções  $\theta_{M_{n-1}}$  e  $\theta_{M_n}$ , associadas a  $\theta_{F_{n-1}}$  e  $\theta_{F_n}$  correspondentes à seção cônica  $S_n$  (Figura 2.8), reescreve-se (2.20) como:

$$\eta_{M_{n-1}} = \left[ \frac{b_n - d_n \eta_{F_{n-1}} + 1}{d_n + \eta_{F_{n-1}}(b_n - 1)} \right], \quad (2.21)$$

$$\eta_{M_n} = \left[ \frac{b_n - d_n \eta_{F_n} + 1}{d_n + \eta_{F_n}(b_n - 1)} \right]. \quad (2.22)$$

Para as iterações  $n - 1$  e  $n$ , as equações (2.21) e (2.22) possibilitam determinar as direções dos raios refletidos pelo sub-refletor descrito pela seção cônica  $S_n$  (ver Figura 2.8), onde  $\theta_{F_n}$  é calculado pela conservação de energia em (2.5).

A outra relação angular é obtida a partir de (B.7). Portanto, ao se isolar o termo  $\eta_M = \cot(\theta_M/2)$  de tal equação, encontra-se:

$$\eta_M = \cot\left(\frac{\theta_M}{2}\right) = \frac{1 + \Delta \eta_{\gamma_n}}{\Delta - \eta_{\gamma_n}}, \quad (2.23)$$

onde:

$$\Delta = \left( \frac{\eta_T - \eta_{\gamma_n}}{\eta_{\gamma_n} \eta_T + 1} \right) \left( \frac{\epsilon_n + 1}{\epsilon_n - 1} \right), \quad (2.24)$$

sendo  $\eta_T = \cot(\theta_T/2)$  e  $\eta_{\gamma_n} = \cot(\gamma_n/2)$ . Igualando (2.23) a (2.19), tem-se:

$$\left\{ \tan\left(\frac{\beta_n}{2}\right) \left[ \left(\frac{e_n + 1}{e_n - 1}\right) \tan\left(\frac{\beta_n - \theta_F}{2}\right) \right] - 1 \right\} \left[ \tan\left(\frac{\gamma_n}{2}\right) + \left(\frac{\epsilon_n + 1}{\epsilon_n - 1}\right) \tan\left(\frac{\gamma_n - \theta_T}{2}\right) \right] = \left\{ \tan\left(\frac{\gamma_n}{2}\right) \left[ \left(\frac{\epsilon_n + 1}{\epsilon_n - 1}\right) \tan\left(\frac{\gamma_n - \theta_T}{2}\right) \right] - 1 \right\} \left[ \tan\left(\frac{\beta_n}{2}\right) + \left(\frac{e_n + 1}{e_n - 1}\right) \tan\left(\frac{\beta_n - \theta_F}{2}\right) \right]. \quad (2.25)$$

Empregando-se a identidade trigonométrica apropriada, é possível expandir as funções tangentes e, conseqüentemente, isolar o termo  $1/\eta_T = \tan(\theta_T/2)$  de (2.25). Desta forma, é obtida a seguinte equação:

$$\frac{1}{\eta_T} = \left[ -e_n \sin\left(\beta_n - \frac{\theta_F}{2}\right) + e_n \epsilon_n \sin\left(\beta_n - \gamma_n - \frac{\theta_F}{2}\right) + \epsilon_n \sin\left(\gamma_n - \frac{\theta_F}{2}\right) + \sin\frac{\theta_F}{2} \right] \div \left\{ -e_n \left[ \cos\left(\beta_n - \frac{\theta_F}{2}\right) + \epsilon_n \cos\left(\beta_n - \gamma_n - \frac{\theta_F}{2}\right) \right] + \epsilon_n \cos\left(\beta_n - \frac{\theta_F}{2}\right) + \cos\frac{\theta_F}{2} \right\} \quad (2.26)$$

com:

$$e_n \sin\left(\beta_n - \frac{\theta_F}{2}\right) = e_n \left( \sin \beta_n \cos \frac{\theta_F}{2} - \cos \beta_n \sin \frac{\theta_F}{2} \right), \quad (2.27)$$

$$e_n \cos\left(\beta_n - \frac{\theta_F}{2}\right) = e_n \left( \cos \beta_n \cos \frac{\theta_F}{2} + \sin \beta_n \sin \frac{\theta_F}{2} \right), \quad (2.28)$$

$$e_n \epsilon_n \sin\left(\beta_n - \gamma_n - \frac{\theta_F}{2}\right) = \cos \frac{\theta_F}{2} (e_n \sin \beta_n \epsilon_n \cos \gamma_n - e_n \cos \beta_n \epsilon_n \sin \gamma_n) - \sin \frac{\theta_F}{2} (e_n \cos \beta_n \epsilon_n \cos \gamma_n + e_n \sin \beta_n \epsilon_n \sin \gamma_n), \quad (2.29)$$

$$e_n \epsilon_n \cos\left(\beta_n - \gamma_n - \frac{\theta_F}{2}\right) = \cos \frac{\theta_F}{2} (e_n \cos \beta_n \epsilon_n \cos \gamma_n + e_n \sin \beta_n \epsilon_n \sin \gamma_n) + \sin \frac{\theta_F}{2} (e_n \sin \beta_n \epsilon_n \cos \gamma_n - e_n \cos \beta_n \epsilon_n \sin \gamma_n), \quad (2.30)$$

onde o ângulo  $\gamma_n$  é exemplificado na Figura 2.8. Substituindo as funções expandidas de (2.27)–(2.30) em (2.26), finalmente mostra-se que (Faria; Moreira, 2020):

$$\eta_T = \cot\left(\frac{\theta_T}{2}\right) = \frac{\eta_F + g_1 + \eta_F g_2 - g_3 - \eta_F g_4}{\eta_F g_1 - g_2 + \eta_F g_3 - g_4 + 1}, \quad (2.31)$$

onde:

$$g_1 = D_n - d_n, \quad (2.32a)$$

$$g_2 = B_n - b_n, \quad (2.32b)$$

$$g_3 = d_n B_n - b_n D_n, \quad (2.32c)$$

$$g_4 = d_n B_n + d_n D_n. \quad (2.32d)$$

Aplicando a equação (2.31) aos extremos  $(n-1)$  e  $(n)$  da elipse  $M_n$ , isto é, às direções correspondentes  $\eta_{T_{n-1}}$  e  $\eta_{T_n}$ , obtém-se, respectivamente:

$$\eta_{T_{n-1}} = \cot\left(\frac{\theta_{T_{n-1}}}{2}\right) = \frac{\eta_{F_{n-1}} + g_1 + \eta_{F_{n-1}} g_2 - g_3 - \eta_{F_{n-1}} g_4}{\eta_{F_{n-1}} g_1 - g_2 + \eta_{F_{n-1}} g_3 - g_4 + 1}, \quad (2.33)$$

$$\eta_{T_n} = \cot\left(\frac{\theta_{T_n}}{2}\right) = \frac{\eta_{F_n} + g_1 + \eta_{F_n} g_2 - g_3 - \eta_{F_n} g_4}{\eta_{F_n} g_1 - g_2 + \eta_{F_n} g_3 - g_4 + 1}. \quad (2.34)$$

As equações (2.33) e (2.34) permitem determinar as direções dos raios, para as iterações



$(n-1)$  e  $(n)$ , refletidos pela seção elíptica  $M_n$  do refletor principal em direção ao foco correspondente  $T_n$  na abertura. Observe que para a antena baseada na configuração ADC, a projeção do raio refletido pelo sub-refletor irá passar pelo foco  $P_n$ , uma vez que neste caso  $S_n$  é uma seção de hipérbole (ver Figuras 2.5 – 2.8).

A primeira equação do procedimento de síntese é determinada pelas propriedades das seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$ , a cada iteração  $n$ . Pela Figura 2.9, observa-se que o percurso óptico  $\ell_n$  desde  $O$  até o foco  $T_n$  na abertura do refletor principal é definido como:

$$\ell_n = \overline{OS} + \overline{SM} + \overline{MT}, \quad (2.35a)$$

$$= r_F(\eta_F) + \overline{SM} + r_T(\eta_T), \quad (2.35b)$$

$$= [r_F(\eta_F) \pm \overline{PS}(\eta_M)] + [r_M(\eta_M) + r_T(\eta_T)], \quad (2.35c)$$

onde  $r_F(\eta_F)$  e  $r_M(\theta_M)$  são fornecidas por (2.14) e (2.15) para  $\theta_{F_{n-1}} \leq \theta_F \leq \theta_{F_n}$  e  $\theta_{M_{n-1}} \leq \theta_M \leq \theta_{M_n}$ , respectivamente. Note que em (2.35c), a distância  $r_T(\eta_T)$  entre o ponto  $M$  na geratriz do refletor principal e o foco correspondente  $T_n$  na abertura é dada por:

$$r_T(\eta_T) = \frac{A_n(\eta_T^2 + 1)}{(\eta_T^2 + 1) - B_n(\eta_T^2 - 1) - 2D_n\eta_T} \quad (2.36)$$

em  $\theta_{T_{n-1}} \leq \theta_T \leq \theta_{T_n}$  e o prolongamento  $\overline{PS}(\eta_M)$  do raio desde o  $P_n$  até o ponto  $S$  na geratriz do sub-refletor de (2.35c) é:

$$\overline{PS}(\eta_M) = \frac{a_n(\eta_M^2 + 1)}{(\eta_M^2 + 1) - b_n(\eta_M^2 - 1) - 2d_n\eta_M} \quad (2.37)$$

considerando-se  $\theta_{M_{n-1}} \leq \theta_M \leq \theta_{M_n}$ . Das propriedades das cônicas, os percursos de um foco ao outro para uma mesma cônica são constantes e dados por (Moreira, 1997):

$$r_F(\eta_F) \pm \overline{PS}(\eta_M) = \frac{2c_n}{e_n}, \quad (2.38)$$

$$r_M(\eta_M) + r_T(\eta_T) = \frac{2C_n}{\epsilon_n}. \quad (2.39)$$

Em (2.38) o sinal positivo (+) indica que a cônica é uma elipse e negativo (-) uma hipérbole. Substituindo (2.38) e (2.39) na equação (2.35c), encontra-se:

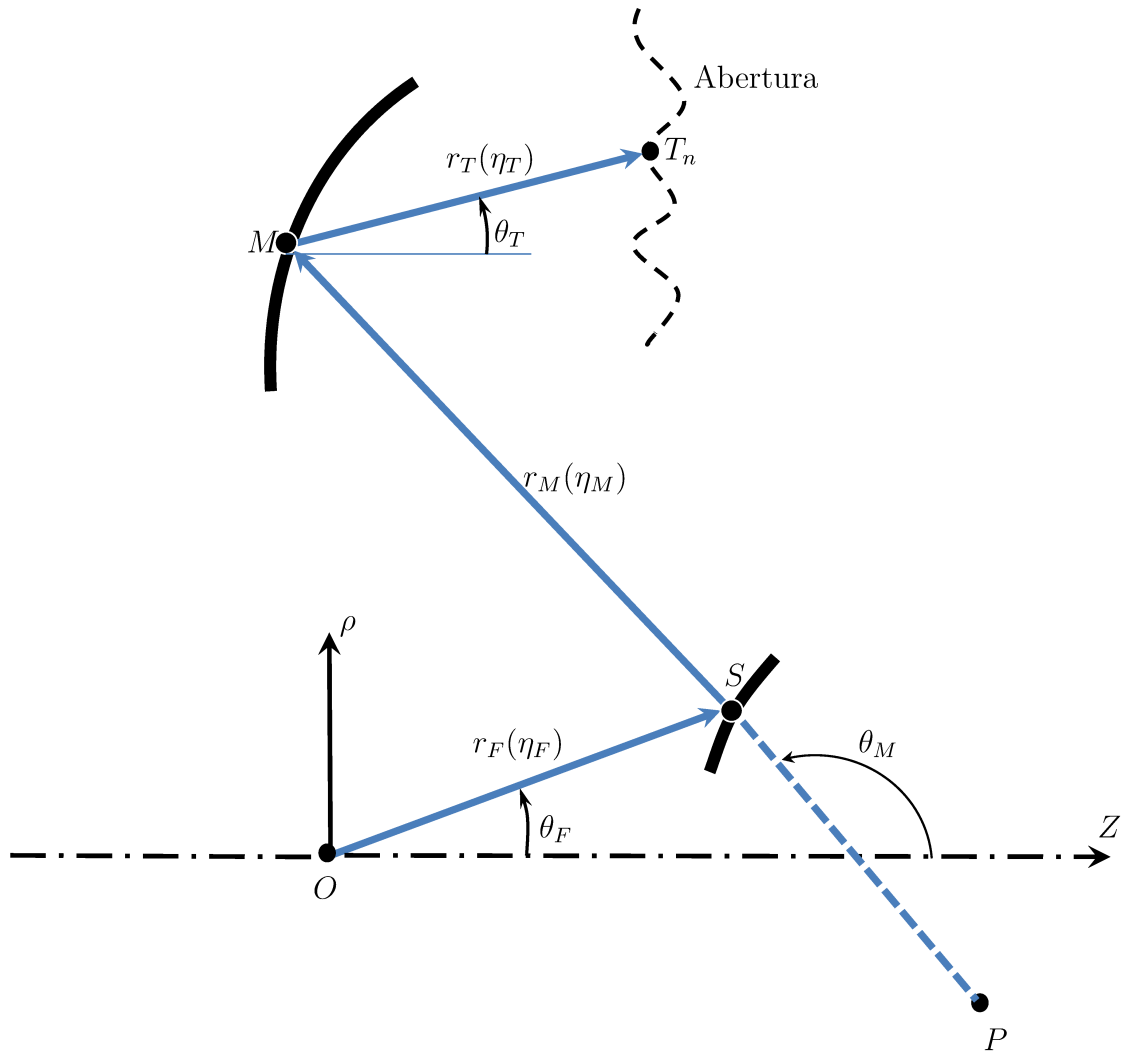


Figura 2.9 – Percurso óptico total do raio desde o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) até o foco  $T_n$  na abertura em uma configuração duplo-refletores simétrica de eixo deslocado.

$$\ell_n = \frac{2c_n}{e_n} + \frac{2C_n}{\epsilon_n} \quad (2.40)$$

para o par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$ . A equação caracterizada por (2.40) representa o teorema de Malus, onde  $\ell_n$  é conhecido *a priori* e depende da fase desejada em  $T_n$ .

A distância  $2C_n$  entre os focos  $P_n$  e  $T_n$  fornece a segunda equação da presente técnica. Com o auxílio da Figura 2.8:

$$2C_n = \sqrt{(z_{P_n} - z_{T_n})^2 + (\rho_{P_n} - \rho_{T_n})^2}, \quad (2.41)$$

onde as coordenadas cilíndricas  $z_{T_n}$  e  $\rho_{T_n}$  de  $T_n$  são conhecidas. Já as coordenadas  $z_{P_n}$  e  $\rho_{P_n}$  que definem  $P_n$  são dadas por:

$$z_{P_n} = 2c_n \cos \beta_n, \quad (2.42a)$$

$$\rho_{P_n} = 2c_n \sin \beta_n. \quad (2.42b)$$

Conforme ilustrado na Figura 2.8,  $\theta_{F_{n-1}}$  e  $r_{F_{n-1}}$  são conhecidos da iteração anterior. Consequentemente, a terceira equação do presente método iterativo de síntese das referidas antenas duplo-refletoras é fornecida da relação (2.14) de  $S_n$  para  $r_F(\eta_F) = r_{F_{n-1}}$  e  $\eta_F = \eta_{F_{n-1}}$ . Logo, (2.14) é adaptada como:

$$r_{F_{n-1}} = \frac{a_n(\eta_{F_{n-1}}^2 + 1)}{b_n(\eta_{F_{n-1}}^2 - 1) + 2\eta_{F_{n-1}}d_n - (\eta_{F_{n-1}}^2 + 1)}, \quad (2.43)$$

onde

$$\eta_{F_{n-1}} = \cot \left( \frac{\theta_{F_{n-1}}}{2} \right). \quad (2.44)$$

É importante enfatizar que para a primeira iteração ( $n = 1$ ), o processo de síntese óptica tem a condição inicial imposta em  $r_{F_{n-1}} = r_{F_0} = V_S$  correspondendo à direção de incidência  $\theta_{F_{n-1}} = \theta_{F_0} = 0$ , onde a distância  $V_S$  entre a origem  $O$  e o vértice do sub-refletor é conhecida *a priori*. Para a configuração baseada na ADC, este primeiro raio é refletido pelo extremo ( $n - 1$ ) da seção cônica  $S_1$  do sub-refletor, atingindo o primeiro ponto (extremo  $n - 1$  da seção elíptica  $M_1$ ) no refletor principal até chegar no foco  $T_1$  na abertura (ver Figura 2.5).

A quarta relação matemática da iteração  $n$  é derivada das propriedades básicas de trigonometria envolvendo o ângulo ( $\gamma_n$ ) de inclinação do eixo de  $M_n$ . Através da Figura 2.5, obtêm-se:

$$\cos \gamma_n = \frac{z_{T_n} - z_{P_n}}{2C_n}, \quad (2.45)$$

$$\sin \gamma_n = \frac{\rho_{T_n} - \rho_{P_n}}{2C_n}, \quad (2.46)$$

onde  $z_{P_n}$  e  $\rho_{P_n}$  são descritas em (2.42a) e (2.42b), respectivamente, e  $2C_n$  por (2.41). Então, das equações (2.13b), (2.13c), (2.45) e (2.46), pode-se definir a quarta relação matemática:

$$\frac{D_n}{B_n} = \tan \gamma_n = \frac{\rho_{T_n} - \rho_{P_n}}{z_{T_n} - z_{P_n}}. \quad (2.47)$$

Para solucionar o problema de síntese de antenas duplo-refletoras abordado neste capítulo, ainda restam duas equações a serem estabelecidas. Tais expressões matemáticas são determinadas aplicando as relações trigonométricas adequadas à Figura 2.8 com o objetivo de se obter as relações entre as coordenadas  $x_M$  e  $x_{T_n}$  do refletor principal e do foco  $T_n$  na abertura, respectivamente. Considerando-se as iterações  $n - 1$  e  $n$  para o processo iterativo de modelagem, têm-se que:

$$\text{sen } \theta_{T_{n-1}} = \frac{\rho_{T_n} - \rho_{M_{n-1}}}{r_{T_{n-1}}}, \quad (2.48a)$$

$$\rho_{M_{n-1}} = \rho_{T_n} - r_{T_{n-1}} \text{sen } \theta_{T_{n-1}}, \quad (2.48b)$$

e

$$-\text{sen } \theta_{T_n} = \frac{\rho_{M_n} - \rho_{T_n}}{r_{T_n}}, \quad (2.49a)$$

$$\rho_{M_n} = \rho_{T_n} - r_{T_n} \text{sen } \theta_{T_n}, \quad (2.49b)$$

onde  $\text{sen } \theta_{T_{n-1}}$  e  $\text{sen } \theta_{T_n}$  são descritos por (2.33) e (2.34), uma vez que é utilizada a notação relatada em (A.4) e (A.5). As coordenadas  $\rho_{M_{n-1}}$  e  $\rho_{M_n}$  do refletor principal são:

$$\rho_{M_{n-1}} = r_{M_{n-1}} \text{sen } \theta_{M_{n-1}} + \rho_{P_n} \quad (2.50a)$$

$$\rho_{M_n} = r_{M_n} \text{sen } \theta_{M_n} + \rho_{P_n}, \quad (2.50b)$$

sendo  $\text{sen } \theta_{M_{n-1}}$  e  $\text{sen } \theta_{M_n}$  especificados em (2.21) e (2.22), e  $x_{P_n}$  definida em (2.42b). Igualando as equações (2.48b) e (2.50a) e utilizando as propriedades ópticas confocais expressas matematicamente na definição de (2.40), obtém-se a seguinte relação:

$$\rho_{T_n} = r_{M_{n-1}} (\text{sen } \theta_{M_{n-1}} - \text{sen } \theta_{T_{n-1}}) + \frac{2C_n}{\epsilon_n} \text{sen } \theta_{T_{n-1}} + \rho_{P_n}. \quad (2.51)$$

De maneira semelhante, para a iteração  $n$ , tem-se:

$$\rho_{T_n} = r_{M_n} (\text{sen } \theta_{M_n} - \text{sen } \theta_{T_n}) + \frac{2C_n}{\epsilon_n} \text{sen } \theta_{T_n} + \rho_{P_n}. \quad (2.52)$$

Observe que (2.43), (2.51) e (2.52) foram determinadas em termos dos parâmetros ( $2c_n$ ,  $e_n$  e  $\beta_n$ ) da seção cônica  $S_n$  do sub-refletor. Logo, são três equações e três incógnitas para o presente problema. Assim, é conveniente reorganizar tais expressões como:

$$r_{F_{n-1}}[b_n(\eta_{F_{n-1}}^2 - 1) + 2\eta_{F_{n-1}}d_n - (\eta_{F_{n-1}}^2 + 1)] - a_n(\eta_{F_{n-1}}^2 + 1) = 0, \quad (2.53a)$$

$$r_{M_{n-1}}(\sen \theta_{M_{n-1}} - \sen \theta_{T_{n-1}}) + \frac{2C_n}{\epsilon_n} + \rho_{P_n} - \rho_{T_n} = 0, \quad (2.53b)$$

$$r_{M_n}(\sen \theta_{M_n} - \sen \theta_{T_n}) + \frac{2C_n}{\epsilon_n} + \rho_{P_n} - \rho_{T_n} = 0, \quad (2.53c)$$

onde  $r_{M_{n-1}}$  e  $r_{M_n}$  são dados por (2.15) com  $\theta_{M_{n-1}}$  e  $\theta_{M_n}$  obtidos a partir das equações (2.21) e (2.22), respectivamente.

O sistema de equações não-lineares (2.53a) – (2.53c) é utilizado para determinar numericamente os parâmetros  $2c_n$ ,  $e_n$  e  $\beta_n$  a cada iteração  $n$ , sendo que  $\rho_{T_n}$ ,  $z_{T_n}$ ,  $\theta_{F_n}$ ,  $\ell_n$  e  $r_{F_0} = V_S$  são conhecidos *a priori*. Posteriormente, os parâmetros da seção elíptica  $M_n$  do refletor principal são obtidos como se segue. Com  $n$  variando de 1 até  $N$ , os valores de  $2c_n$ ,  $e_n$  e  $\beta_n$  são substituídos em (2.11a) – (2.11c) para determinar  $a_n$ ,  $b_n$  e  $d_n$ . Consequentemente,  $2C_n$  e  $\epsilon_n$  são calculados a partir das equações (2.41) e (2.40), respectivamente. Finalmente, o ângulo  $\gamma_n$  é computado pela equação (2.47). Com  $2C_n$ ,  $\epsilon_n$  e  $\gamma_n$  conhecidos,  $A_n$ ,  $B_n$  e  $D_n$  são imediatamente calculados de (2.13a) – (2.13c).

Com os parâmetros  $2c_n$ ,  $e_n$ ,  $\beta_n$ ,  $2C_n$ ,  $\epsilon_n$  e  $\gamma_n$  referentes ao par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$  determinados numericamente em cada iteração  $n$ , as geratrizes dos sub-refletor e refletor principal modelados são concomitantemente obtidas de acordo com as equações detalhadas a seguir. O ponto na superfície sub-refletora é localizado em  $\theta_F = \theta_{F_n}$  pelo seguinte vetor:

$$r_{F_n} \cos \theta_{F_n} \hat{z} + r_{F_n} \sen \theta_{F_n} \hat{\rho}, \quad (2.54)$$

onde  $r_{F_n}$  é calculado com o auxílio de (2.14) de tal modo que  $\eta_F = \eta_{F_n} = \cot(\theta_{F_n}/2)$ . Logo, o ponto correspondente na geratriz do refletor principal é representado matematicamente por:

$$(r_{M_n} \cos \theta_{M_n} + z_{P_n}) \hat{z} + (r_{M_n} \sen \theta_{M_n} + \rho_{P_n}) \hat{\rho}, \quad (2.55)$$

sendo  $r_{M_n}$  definido em (2.15) para  $\eta_M = \eta_{M_n}$ . As iterações são repetidas até o último ponto da síntese, ou seja, quando  $n \rightarrow N$  para  $\theta_{F_N} = \theta_E$ .

## 2.3 Método de Síntese Estendido para as Configurações ADG, ADE e ADH

A formulação de modelagem descrita na Seção 2.2 foi particularizada para uma antena baseada na geometria ADC. No entanto, o procedimento pode ser facilmente adaptado para outras configurações duplo-refletoras circularmente simétricas: ADG, ADE e ADH. Neste caso, a presente seção discute e introduz as modificações simples e necessárias para o método de modelagem das geratrizes de geometrias fundamentadas nas ADG, ADE e ADH (ver Figuras 2.10 – 2.12). Com a mesma lógica do caso anterior que emprega a concatenação contínua de seções cônicas na representação local das geratrizes refletoras modeladas, o procedimento iterativo é o mesmo para os quatro tipos de antenas (ADC, ADG, ADE e ADH), exceto por algumas pequenas modificações provenientes das reflexões dos raios até a abertura do refletor principal.

Considerando-se as geometrias ADG, ADE e ADH, as direções dos raios que incidem no sub-refletor com ângulo  $\theta_{F_n}$  são obtidas pela lei de conservação da energia ao longo do feixe de raios, que neste caso é equacionada pela integral (2.5). Pelas Figuras 2.10 – 2.12, é possível constatar que o algoritmo iterativo de síntese também se inicia em  $n = 1$  com  $\theta_{F_{n-1}} = \theta_{F_0} = 0$  e termina quando  $n = N$  para  $\theta_{F_N} = \theta_E$ , onde o ângulo de borda  $\theta_E$  é um dado de entrada.

Observe que para a antena baseada na configuração ADG (Figura 2.10), com  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ , todos os focos  $P_n$  são reais e, conseqüentemente, a geratriz do sub-refletor é descrita por uma combinação sequencial de seções elípticas ( $S_n$ ). Conforme apresentado na Figura 2.10, a abertura do refletor principal tem início no ponto  $A_0(z_{A_0}, \rho_{A_0})$  e termina em  $A_N(z_{A_N}, \rho_{A_N})$ , sendo que agora as coordenadas  $\rho$  são negativas, com  $\rho_{A_0} = -D_B/2$  e  $\rho_{A_N} = -D_M/2$ . Os diâmetros  $D_B$  e  $D_M$  são parâmetros de entrada do presente algoritmo.

Na geometria ADE ilustrada na Figura 2.11, os focos  $P_n$  são reais e, assim,  $S_n$  é uma elipse seccionada em  $\theta_{F_{n-1}} \leq \theta_F \leq \theta_{F_n}$ . Ainda pela Figura 2.11, é possível verificar que o foco  $P_n$  provê a inversão da distribuição de iluminação que é refletida na abertura ( $T_n$ ) do refletor principal. Desta forma, os focos  $T_n$  são estabelecidos previamente em ordem inversa, ou seja, de cima para baixo de acordo com a orientação mostrada na Figura 2.11. Para este caso, a abertura inicia-se em  $A_0(z_{A_0}, \rho_{A_0})$  e termina em  $A_N(z_{A_N}, \rho_{A_N})$ , com  $\rho_{A_0} = D_M/2$  e  $\rho_{A_N} = D_B/2$ .

Por fim, para uma antena ADH (Figura 2.12), todos os focos  $P_n$  são virtuais, indicando que a geratriz do sub-refletor é localmente composta por seções de hipérbolas ( $S_n$ ). Ao contrário da configuração ADC, na ADH a iluminação fornecida pela fonte (alimentador) direcionada até a abertura também é invertida como na antena ADE, porém aqui com as coordenadas  $\rho$  negativas, conforme ilustra a Figura 2.12.

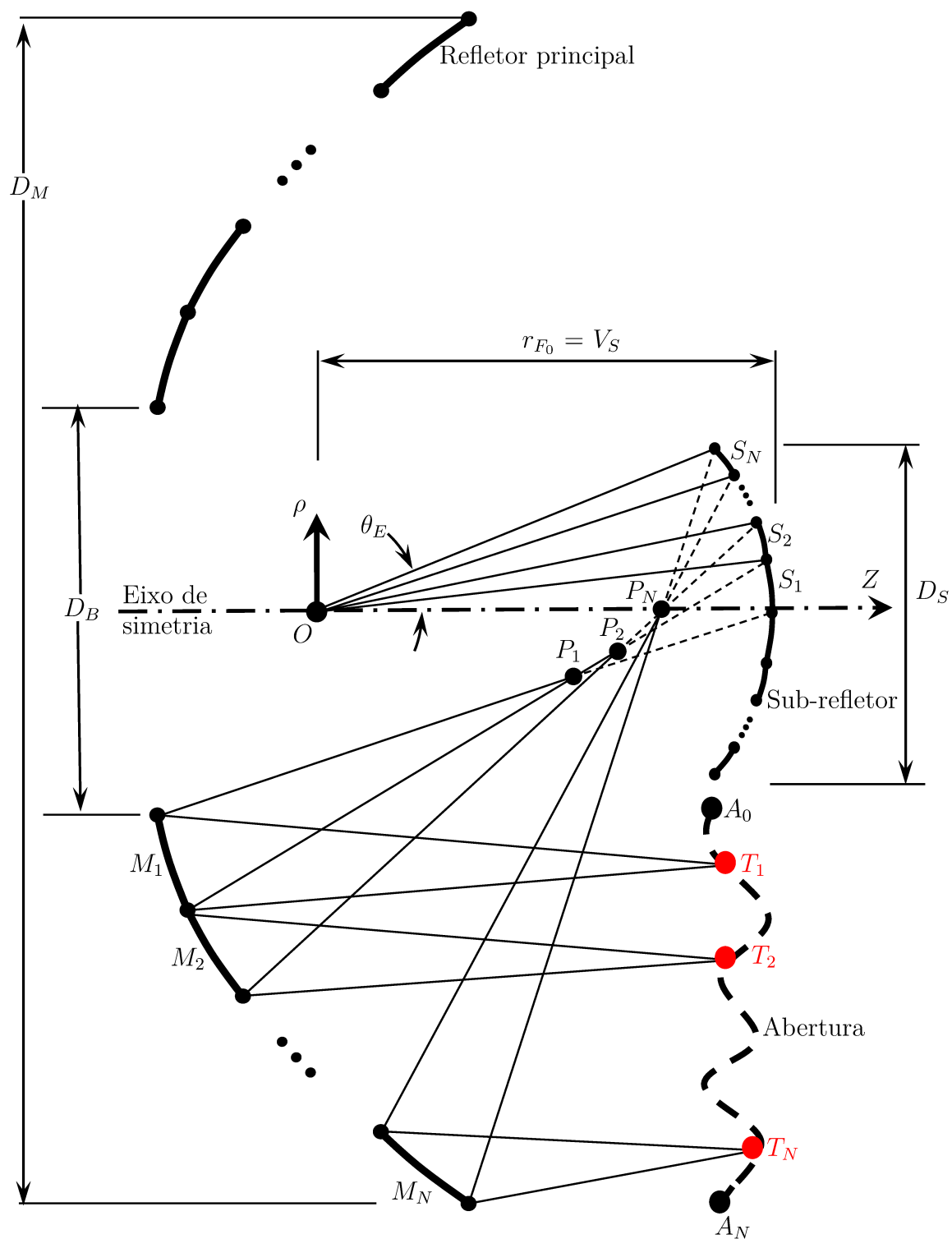


Figura 2.10 – Antena duplo-refletora modelada pela concatenação contínua de seções cônicas locais para uma configuração ADG, sendo a geratriz do refletor principal representada por elipses.

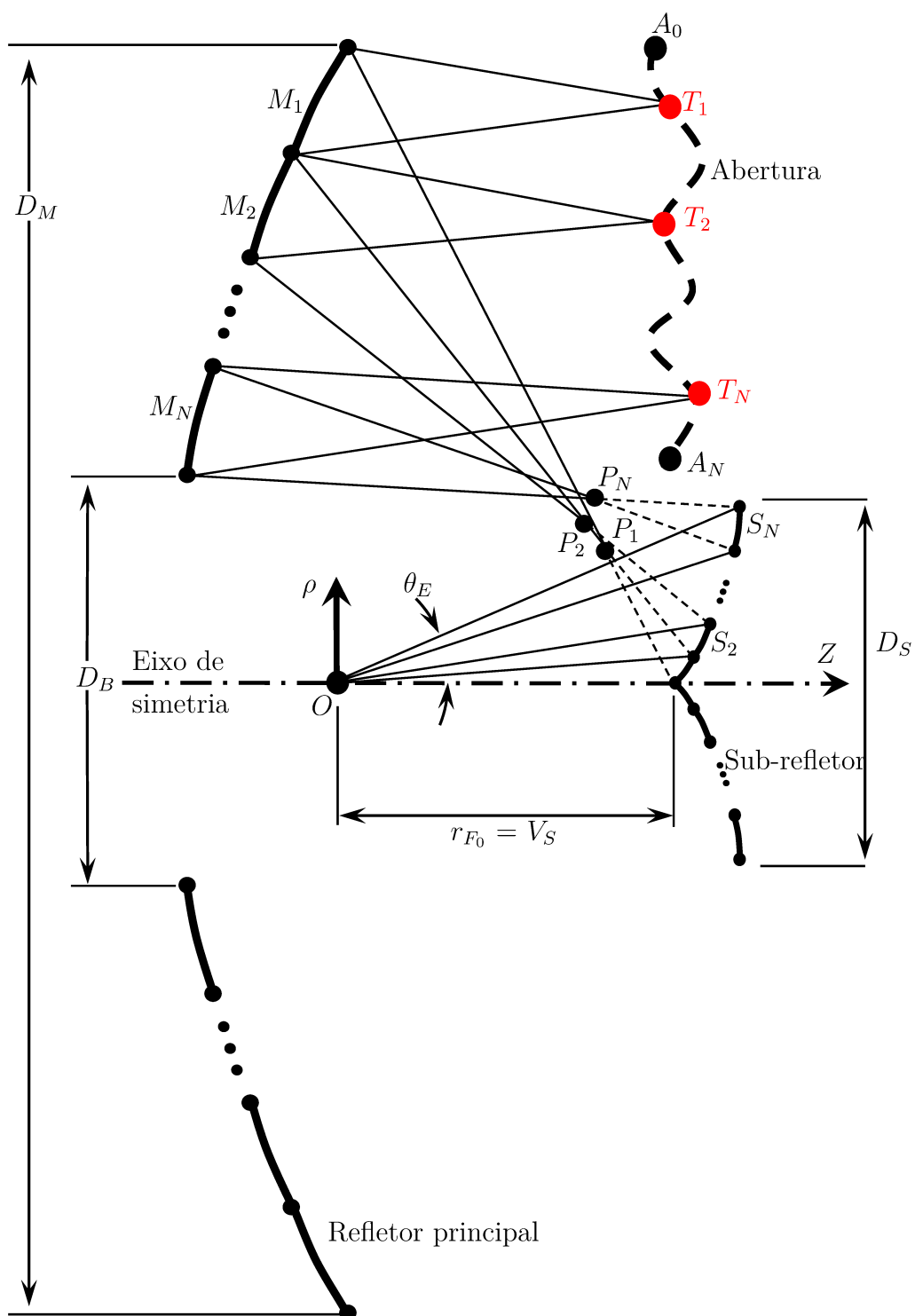


Figura 2.11 – Antena duplo-refletora modelada pela concatenação contínua de seções cônicas locais para uma configuração ADE, sendo a geratriz do refletor principal representada por elipses.



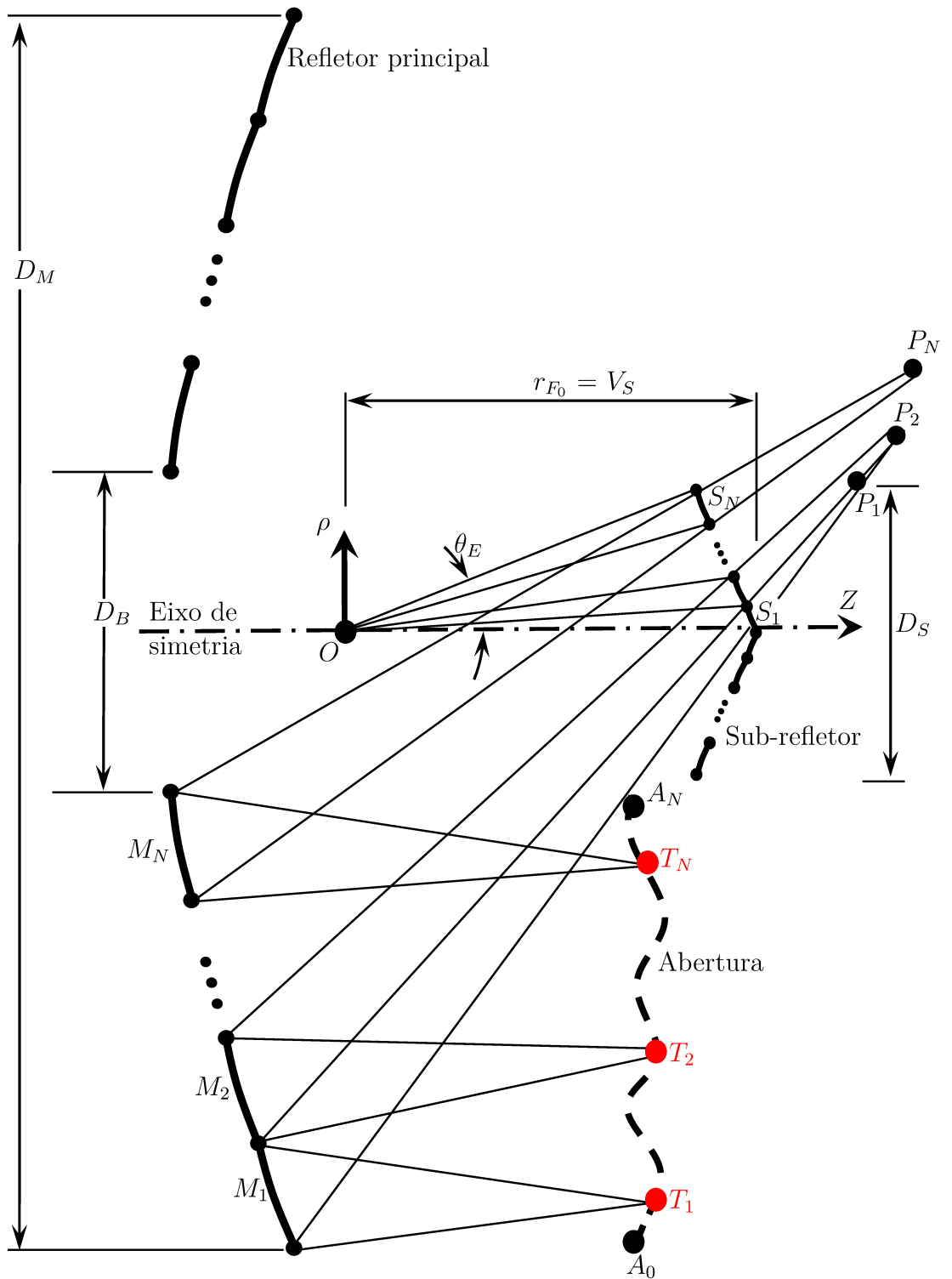


Figura 2.12 – Antena duplo-refletores modelada pela concatenação contínua de seções cônicas locais para uma configuração ADH, sendo a geratriz do refletor principal representada por elipses.

Para estas três geometrias duplo-refletoras circularmente simétricas (ADG, ADE e ADH), o restante do processo de modelagem continua o mesmo da Seção 2.2 e as iterações são repetidas até  $n = N$  (ou seja,  $\theta_{F_N} = \theta_E$ ).

Na próxima seção é caracterizado o modelo de alimentador utilizado no presente procedimento iterativo, que é fundamental para o cálculo de  $\theta_{F_n}$ .

## 2.4 Modelo para o Alimentador

Para o procedimento de síntese desenvolvido neste capítulo, considerou-se o modelo cosseno-elevado (do inglês, *Raised-Cosine Feed* – RCF) para o alimentador, conforme explicado com maiores detalhes em (Silver, 1984; Johns; Prata Jr., 1994). Esse modelo de alimentador permite representar de forma bastante satisfatória o diagrama de radiação circularmente simétrico de diversas antenas baseadas em cornetas, que em situações práticas são empregadas como alimentadores de antenas refletoras. Além disso, a representação matemática do modelo RCF é extremamente simples, dada em função do ângulo  $\theta_F$  e de um expoente  $p$ . Deste modo, as integrais (2.5) e (2.6) são avaliadas analiticamente.

Para o alimentador baseado no modelo RCF polarizado linearmente em  $\hat{x}$ ,  $F_{\theta_F}(\theta_F, \phi_F)$  e  $P_{\phi_F}(\theta_F, \phi_F)$  de (1.1) são expressos matematicamente como:

$$F_{\theta_F}(\theta_F, \phi_F) = \begin{cases} \cos^p \theta_F \cos \phi_F, & 0 < \theta_F \leq \pi/2 \\ 0, & \pi/2 < \theta_F \leq \pi \end{cases} \quad (2.56)$$

$$P_{\phi_F}(\theta_F, \phi_F) = \begin{cases} -\cos^p \theta_F \sen \phi_F, & 0 < \theta_F \leq \pi/2 \\ 0, & \pi/2 < \theta_F \leq \pi \end{cases} \quad (2.57)$$

onde o expoente  $p$  controla o diagrama de radiação circularmente simétrico desse modelo de alimentador. Contudo, é possível utilizar um modelo alternativo de RCF para o alimentador de antenas refletoras. Em tal modelo RCF alternativo, as equações (2.56) e (2.57) são substituídas por (Kildal, 2015):

$$F_{\theta_F}(\theta_F, \phi_F) = \cos^p(\theta_F/2) \cos \phi_F, \quad 0 < \theta_F \leq \pi \quad (2.58)$$

$$P_{\phi_F}(\theta_F, \phi_F) = -\cos^p(\theta_F/2) \sen \phi_F, \quad 0 < \theta_F \leq \pi. \quad (2.59)$$

Substituindo as equações (2.58) e (2.59) em (1.1), obtém-se:

$$\vec{E}_F(\vec{r}_F, \omega) = [\cos^p(\theta_F/2) \cos \phi_F \hat{\theta}_F - \cos^p(\theta_F/2) \sen \phi_F \hat{\phi}_F] \frac{e^{-jkr_F}}{r_F}. \quad (2.60)$$

Através de (2.60) é possível estabelecer uma relação entre o parâmetros  $p$  e o fator de atenuação  $F_{tap}$  (em dB) na borda do sub-refletor como:

$$F_{tap} = 20p \log_{10}[\cos(\theta_E/2)]. \quad (2.61)$$

A partir de (2.60), observa-se que tal equação não possui nenhuma função matemática especial. Isto faz com que o princípio de conservação da energia expresso em (2.5) seja avaliado analiticamente para se obter  $\theta_{F_n}$ . Desta forma, com a definição de (2.60) é possível determinar  $G_F(\theta_F)$  de (2.7) como:

$$G_F(\theta_F) = \frac{\cos^{2p}(\theta_F/2)}{2Z_0 r_F^2} \quad (2.62)$$

Fazendo as devidas substituições e manipulações algébricas, a equação (2.5) torna-se:

$$\theta_{F_n} = 2 \cos^{-1} \left\{ [\cos^{2p+2}(\theta_{F_{n-1}}/2) - 2Z_0(p+1)L_F P_{T_n}]^{p+1} \right\}, \quad (2.63)$$

onde  $\theta_{F_{n-1}}$  é conhecido da iteração anterior. A distribuição de potência ( $P_{T_n}$ ) desejada em  $T_n$  depende exclusivamente da especificação da densidade de potência sobre a abertura e o fator de normalização  $L_F$  dado por (2.6) pode ser calculado como:

$$L_F = \left( \sum_{n=1}^N P_{T_n} \right)^{-1} \frac{1 - \cos^{2p+2}(\theta_E/2)}{Z_0(p+1)}. \quad (2.64)$$

## 2.5 Processo de Solução Numérica para a Técnica de Síntese

Na Figura 2.13 são descritas de forma resumida todas as etapas requeridas para solucionar numericamente a nova técnica de síntese da GO das configurações duplo-refletoras ADC, ADG, ADE e ADH, instroduzida nas Seções 2.2 e 2.3. Observe que, inicialmente, a definição da geometria a ser modelada, bem como as suas especificações iniciais de projeto ( $D_M$ ,  $D_B$ ,  $D_S$ ,  $\theta_E$  e  $L_0$ ) devem ser indicadas. Além disso, é importante relatar que a distância ( $V_S$ ) entre o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) e o vértice ( $Q$ ) do sub-refletor é determinada a partir da formulação de síntese apresentada em (Moreira; Prata Jr., 2001). Em seguida, para cada iteração  $n$ , o foco  $T_n$  sobre a abertura do refletor principal com as suas respectivas coordenadas  $z_{T_n}$  e  $\rho_{T_n}$  são conhecidas. Para os estudos de caso abordados no presente capítulo, define-se (2.1) como:

$$z_{T_n} \hat{z} + \left( \frac{\rho_{A_n} + \rho_{A_{n-1}}}{2} \right) \hat{\rho}, \quad (2.65)$$

onde  $z_{T_n}$  é constante e  $\rho_{A_n}$  é uniformemente variada de  $\rho_{A_0}$  a  $\rho_{A_N}$ , tal que  $\Delta\rho_A = \rho_{A_n} - \rho_{A_{n-1}}$ .

Além disso, as distribuições de densidade de potência e fase são prescritas em  $T_n$  (abertura), sendo que os valores de  $\ell_n$  são obtidos diretamente da equação (2.3) a partir da distribuição de fase especificada. Logo, em seguida, o cômputo de  $\theta_{F_n}$  deve ser realizado. Para isso, a distribuição de potência sobre a abertura ( $P_{T_n}$ ) é definida *a priori* como (Faria; Moreira, 2020):

$$P_{T_n} = \int_{\rho_{A_{n-1}}}^{\rho_{A_n}} G_A(\rho) \rho \, d\rho, \quad (2.66)$$

com o foco  $T_n$  situando entre os pontos da abertura com coordenadas  $\rho_{A_{n-1}}$  e  $\rho_{A_n}$ , enquanto  $G_A(\rho)$  é a densidade de potência prescrita na abertura. Note que o fator de normalização  $L_F$  é imposto para que o princípio de conservação da energia da GO aplicado no feixe de raios seja assegurado.

Para cada passo da iteração  $n$ , o sistema de equações não lineares expresso em (2.53a) – (2.53c) é solucionado numericamente com o objetivo de se obter os parâmetros ( $2c_n$ ,  $e_n$  e  $\beta_n$ ) da seção cônica  $S_n$  da geratriz sub-refletora. Para tal, o procedimento iterativo de modelagem óptica das presentes antenas duplo-refletoras foi implementado no *software* MATLAB, sendo necessário utilizar a função *fsolve*. Trata-se de uma função existente no *toolbox* de otimização no ambiente MATLAB para solucionar numericamente um sistema de equações não lineares com múltiplas variáveis, sendo que tal função já foi testada e avaliada eficientemente (Mathworks, 2016). Maiores detalhes da função *fsolve*, tais como as fundamentações teórica e matemática do método empregado e as características da implementação computacional podem ser amplamente encontradas em (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963; Coleman; Li, 1996). Um dos maiores benefícios de se utilizar este recurso é a capacidade de se determinar uma solução eficiente para o problema (Mathworks, 2016).

A cada iteração  $n$ , as raízes das equações (2.53a) – (2.53c) são determinadas numericamente até que o critério de convergência  $10^{-8}$  seja alcançado. Como em qualquer outra abordagem numérica para resolver um sistema de equações, o comando *fsolve* requer que uma aproximação inicial  $x^{(0)}$  seja definida antes de iniciar o processo iterativo para o cálculo de tais raízes. Para o presente caso, utilizou-se como primeira estimativa do algoritmo iterativo:

$$x^{(0)} = x_1, x_2, x_3, \quad (2.67)$$

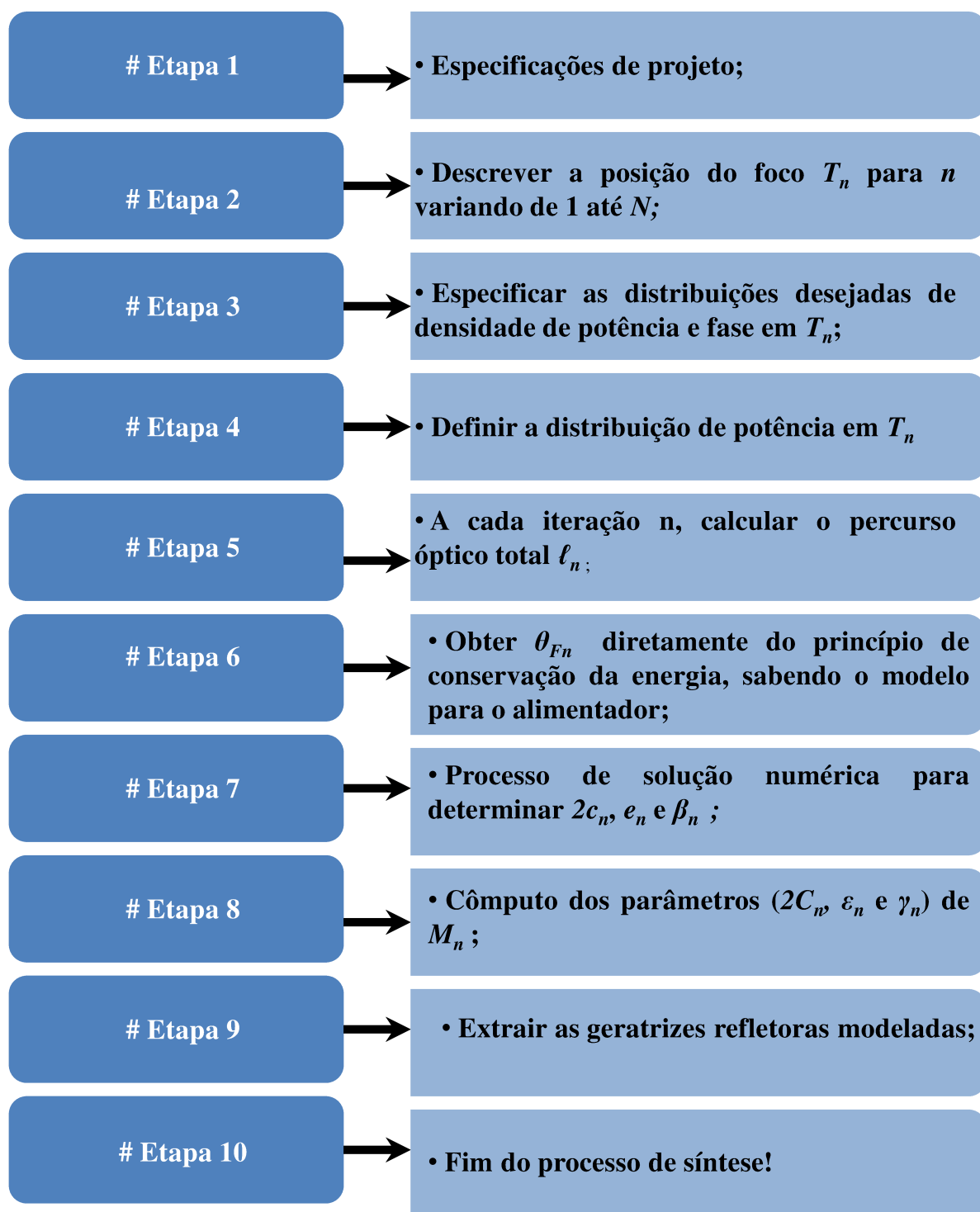


Figura 2.13 – Etapas do procedimento de síntese das configurações duplo-refletoras circularmente simétricas de eixo deslocado.

onde  $x_1 = 2c$ ,  $x_2 = e$  e  $x_3 = \beta$ . Os parâmetros  $2c$ ,  $e$  e  $\beta$  caracterizam a cônica geratriz do sub-refletor clássico (ou seja, não modelado) descrito por  $D_M$ ,  $D_B$ ,  $D_S$ ,  $\theta_E$  e  $L_0$  (Moreira; Prata Jr., 2001). Esta escolha inicial deve-se ao fator de que a síntese é feita a partir

de uma configuração clássica correspondente. Pela formulação da Seção 2.2, enfatiza-se que as variáveis das equações (2.53a) – (2.53c) são indicadas em termos de  $2c_n$ ,  $e_n$  e  $\beta_n$ , uma vez que  $z_{T_n}$ ,  $\rho_{T_n}$ ,  $\ell_n$ ,  $\theta_{F_n}$  e  $r_{F_0} = V_S$  são conhecidos *a priori*. Com a obtenção de  $2c_n$ ,  $e_n$  e  $\beta_n$ , posteriormente os parâmetros ( $2C_n$ ,  $\epsilon_n$  e  $\gamma_n$ ) da seção elíptica  $M_n$  do refletor principal são calculados. Finalmente, as geratrizes dos sub-refletor e refletor principal simultaneamente modelados são extraídas e análises conduzidas pelo MoM devem ser realizadas para a obtenção dos diagramas de radiação correspondentes e a verificação do sucesso (ou insucesso) da síntese.

## 2.6 Resultados de Síntese da GO para um Campo na Abertura com Fase Uniforme e Amplitude Prescrita

Com o objetivo de ilustrar a técnica de síntese da GO descrita nas Seções 2.2 e 2.3, projetos de antenas duplo-refletoras simétricas baseadas nas geometrias ADC e ADE são investigados na presente seção. De acordo com os princípios da GO, as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal foram devidamente modeladas com um campo na abertura de fase uniforme (ou seja, com  $z_{T_n}$  e  $\ell_n$  constantes) e uma distribuição de amplitude prescrita, produzindo diagramas de radiação com alto ganho em  $\theta = 0^\circ$ . Os resultados obtidos foram comparados com os respectivos estudos de caso apresentados em (Moreira; Bergmann, 2011), verificando a funcionalidade do procedimento de síntese desenvolvido.

Os diagramas de radiação das antenas sintetizadas foram obtidos através da análise rigorosa de onda completa (sub-refletor + refletor principal) baseada na solução numérica de uma equação integral de campo elétrico (do inglês, *Electric Field Integral Equation* – EFIE) no domínio da frequência, a qual é avaliada numericamente utilizando o MoM. O MoM é um procedimento tradicional de análise eletromagnética, o qual tem sido empregado com a finalidade de obter as características de radiação de antenas refletoras com simetria circular (Moreira, 1997). A análise rigorosa baseada no MoM fornece os diagramas de radiação das presentes antenas com os ganhos referentes as polarizações principal (Co-Pol) e cruzada (Cx-Pol), segundo a terceira definição de Ludwig (Ludwig, 1973). Maiores detalhes da formulação do MoM podem ser encontrados em (Harrington, 1993; Moreira, 1997; Moreira; Lee; Prata Jr., 1997). Para os estudos de caso apresentados neste capítulo, as análises do MoM foram conduzidas com uma discretização de 15 seg/ $\lambda$  (15 segmentos a cada comprimento de onda).

Na presente técnica de síntese considerando-se uma distribuição de fase uniforme na abertura, uma característica muito importante a ser avaliada é a convergência numérica. Tal estudo fundamenta-se no cálculo do erro RMS (do inglês, *Root Mean Square*) em função do número ( $N$ ) de seções cônicas utilizadas no processo de modelagem simultânea

do sub-refletor e do refletor principal. Na maioria dos casos, o erro RMS é quantificado pela diferença entre as soluções exata e numérica. No entanto, como este procedimento é baseado em uma solução numérica, o erro RMS é determinado utilizando-se como solução de referência uma antena sintetizada com um número ( $N$ ) suficientemente grande de pontos. Estudos preliminares desenvolvidos permitiram verificar que uma configuração duplo-refletora sintetizada a partir de  $N = 10^4$  pares de seções cônicas é ideal para ser empregada como referência na quantificação do erro RMS para o sub-refletor e o refletor principal. Apenas os pontos (que definem as geratrizes) fornecidos pelo procedimento de síntese a cada etapa  $n$  devem ser considerados no cômputo do erro.

Considerando-se a geratriz do sub-refletor modelado, o erro RMS é definido através das distâncias  $r_{F_n}$  como:

$$E_{RMS_{sub}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (r_{F_n}^{ref} - r_{F_n})^2}, \quad (2.68)$$

onde  $E_{RMS_{sub}}$  é o erro RMS em função de  $N$  da geratriz do sub-refletor modelado. Para  $n$  variando de 1 a  $N$ , note que  $r_{F_n}^{ref}$  é a distância entre  $O$  até um ponto do sub-refletor sintetizado de referência e  $r_{F_n}$  é obtida a partir de (2.14) com  $\theta_F = \theta_{F_n}$ . Já para a geratriz do refletor principal, tem-se que:

$$E_{RMS_{main}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (z_{M_n}^{ref} - z_{M_n})^2}, \quad (2.69)$$

sendo que  $E_{RMS_{main}}$  caracteriza o erro RMS em função de  $N$  da geratriz do refletor principal modelado. Em (2.69),  $z_{M_n}^{ref}$  é a coordenada  $z$  do refletor principal modelado de referência.

### 2.6.1 Estudo de Caso A.1: Antena ADC Modelada com uma Distribuição de Iluminação Uniforme na Abertura

Seguindo o estudo de caso previamente investigado em (Kim; Lee, 2009; Moreira; Bergmann, 2011), neste primeiro exemplo uma antena duplo-refletora circularmente simétrica baseada numa configuração ADC foi modelada com uma iluminação uniforme sobre a abertura do refletor principal (ou seja, amplitude e fase constantes). O processo de síntese partiu de uma geometria ADC clássica com  $D_M = 100\lambda$ ,  $D_B = D_S = 10\lambda$ ,  $\theta_E = 30^\circ$  e  $L_0 = 50\lambda$ , assumindo-se uma abertura em  $z_A = 0$ . Aplicando estes parâmetros nas equações de projeto apresentadas em (Moreira; Prata Jr., 2001), encontra-se a distância entre o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) e o vértice do sub-refletor como  $V_S = 6,81\lambda$ , bem como os parâmetros que caracterizam a seção cônica da geratriz do sub-refletor

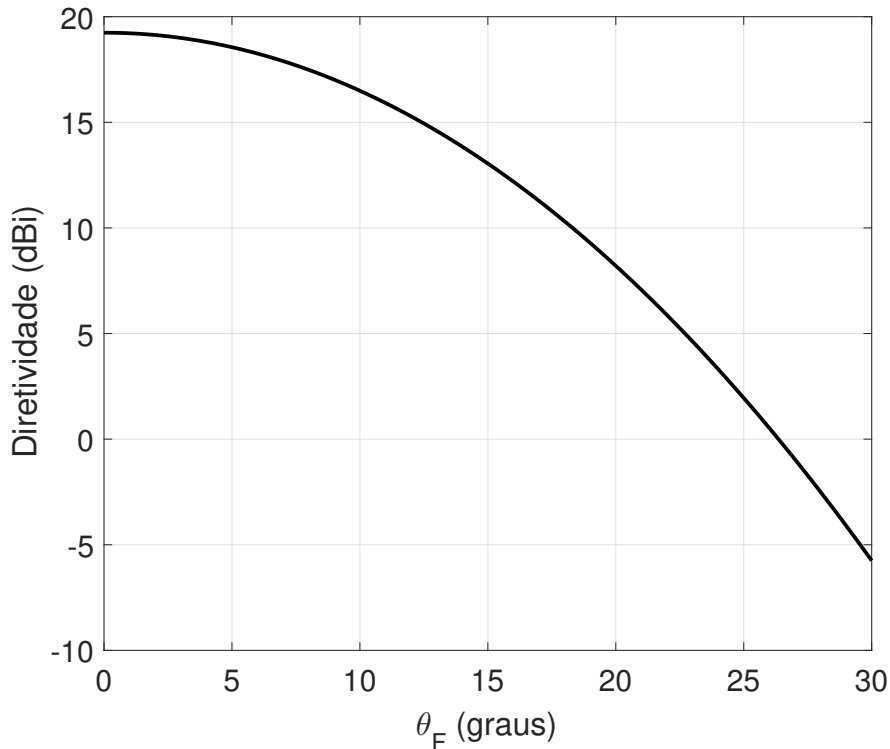


Figura 2.14 – Diagrama de radiação (circularmente simétrico) do alimentador RCF com  $\theta_F/2$  para  $p = 83$ .

clássico:  $2c = 9,0988\lambda$ ,  $e = 2,0098$  (para uma hipérbole) e  $\beta = -2,8727^\circ$ . Para este caso, a aproximação inicial de (2.67) para a função *fsolve* é  $x^{(0)} = 2c, e, \beta$ , onde  $2c = 9,0988\lambda$ ,  $e = 2,0098$  e  $\beta = -2,8727^\circ$ .

A abertura do refletor principal foi definida de  $\rho_{A_0} = D_B/2$  a  $\rho_{A_N} = D_M/2$  e, conseqüentemente, para  $n$  variando de 1 até  $N$ , especificou-se o foco  $T_n$  com o auxílio de (2.65). O procedimento descrito na Seção 2.2 deste capítulo foi empregado com  $G_A(\rho)$  constante e  $l_0 = L_0$  com  $\Delta\psi_n = 0^\circ$ , onde  $\psi_0 = 180^\circ$ . Assim, através da equação (2.3) é fácil demonstrar que  $l_n = l_0$ . Além disso, o modelo de alimentador RCF utilizado foi aquele representado por (2.62) com  $p = 83$  para fornecer uma atenuação  $F_{tap} = -25$  dB na borda do sub-refletor, sabendo-se que  $\theta_E = 30^\circ$  para o presente caso. Para  $p = 83$ , o diagrama de radiação (circularmente simétrico) do alimentador RCF está ilustrado na Figura 2.14. Os processos de síntese e análise da presente antena ADC foram conduzidos com uma frequência de operação de 5 GHz, correspondendo a  $D_M = 6$  m,  $D_B = D_S = 0,6$  m,  $L_0 = 3$  m e  $V_S = 0,409$  m. O algoritmo teve início com  $\theta_{F_0} = 0$  e  $r_{F_0} = V_S$  terminou quando a última iteração ( $n = N$ ) foi alcançada em  $\theta_{F_N} = \theta_E$ .

Para este primeiro estudo de caso, na Figura 2.15 são apresentadas as geratrizes dos sub-refletor e refletor principal modelados da configuração ADC, juntamente com a antena clássica inicial. Pela Figura 2.15, é possível observar as principais semelhanças e diferenças entre as geometrias clássica e sintetizada. O desvio máximo da antena modelada



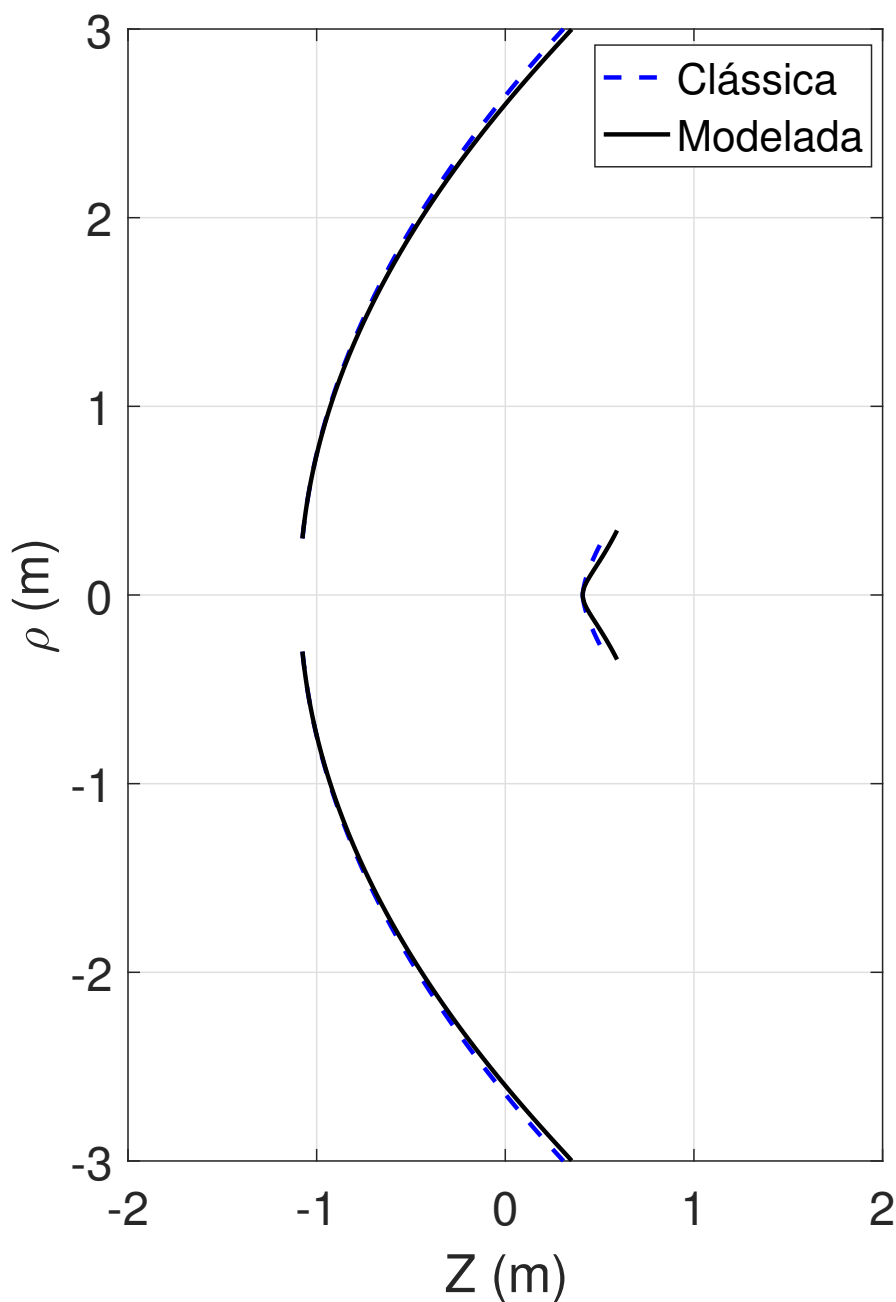


Figura 2.15 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal das configurações ADC clássica (linhas tracejadas) e modelada (linhas sólidas) do estudo de caso A.1.

em relação a clássica foi de 7 cm ( $\approx 1,16\lambda$ ) e 4 cm ( $\approx 0,7\lambda$ ) para o sub-refletor e refletor principal, respectivamente. Ainda pela Figura 2.15, uma característica importante a se mencionar é que as curvas geratrizes que representam os dois refletores são suaves e contínuas, representando bons resultados de síntese para a análise do MoM (ver Figuras 2.16 – 2.18).

Os diagramas de radiação das geometrias clássica e modelada (com  $N = 1.000$

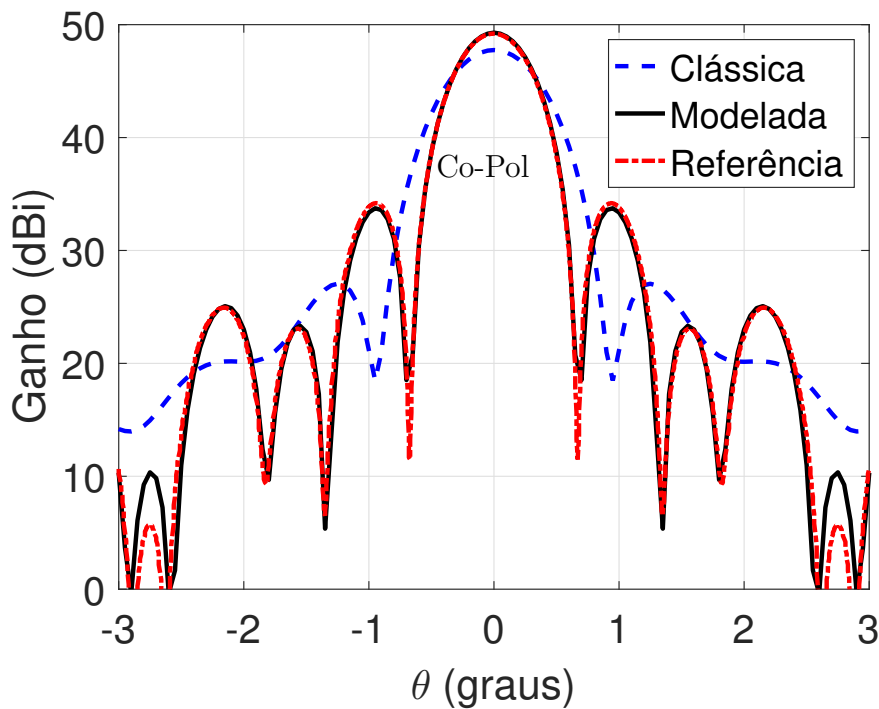


Figura 2.16 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 0^\circ$  das configurações ADC clássica (linhas tracejadas) e sintetizada (linhas sólidas) para o estudo de caso A.1, juntamente com o diagrama de radiação da antenna modelada de (Moreira; Bergmann, 2011).

pares de seções cônicas) com os respectivos ganhos de Co-Pol e Cx-Pol determinados pelo MoM nos planos  $\phi = 0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$  são apresentados nas Figuras 2.16, 2.17 e 2.18, respectivamente. Com o objetivo de estabelecer uma comparação, em tais figuras também são ilustrados os diagramas de radiação via MoM referentes ao estudo de caso investigado em (Moreira; Bergmann, 2011). É importante mencionar que para a análise do MoM, o orifício central do refletor principal foi preenchido com um disco metálico com diâmetro  $D_B$ . Pelos resultados de análise do MoM descritos nas Figuras 2.16 – 2.18, é possível observar excelente concordância entre os diagramas da presente antenna ADC modelada e do estudo investigado na literatura. Esta comparação ilustra com sucesso a funcionalidade da formulação apresentada na Seção 2.2 para a síntese de uma configuração ADC com fase uniforme na abertura.

As simulações fornecidas pelo MoM indicaram que a presente antenna ADC modelada com uma distribuição de iluminação uniforme em amplitude e fase, ambas prescritas na abertura específica do refletor principal, proveu um ganho máximo de Co-Pol igual a 49,27 dBi na direção em  $\theta = 0$ , o que representa uma eficiência de 84,27%. Já para a configuração clássica inicial, o ganho máximo (em  $\theta = 0$ ) de Co-Pol foi de 47,64 dBi, produzindo uma eficiência de aproximadamente 61,05%. Como esperado, a geometria sintetizada superou a antenna clássica correspondente quanto ao ganho de Co-Pol (ver Figuras 2.16 – 2.18), garantindo um aumento considerável da eficiência de iluminação na abertura. Isto só foi

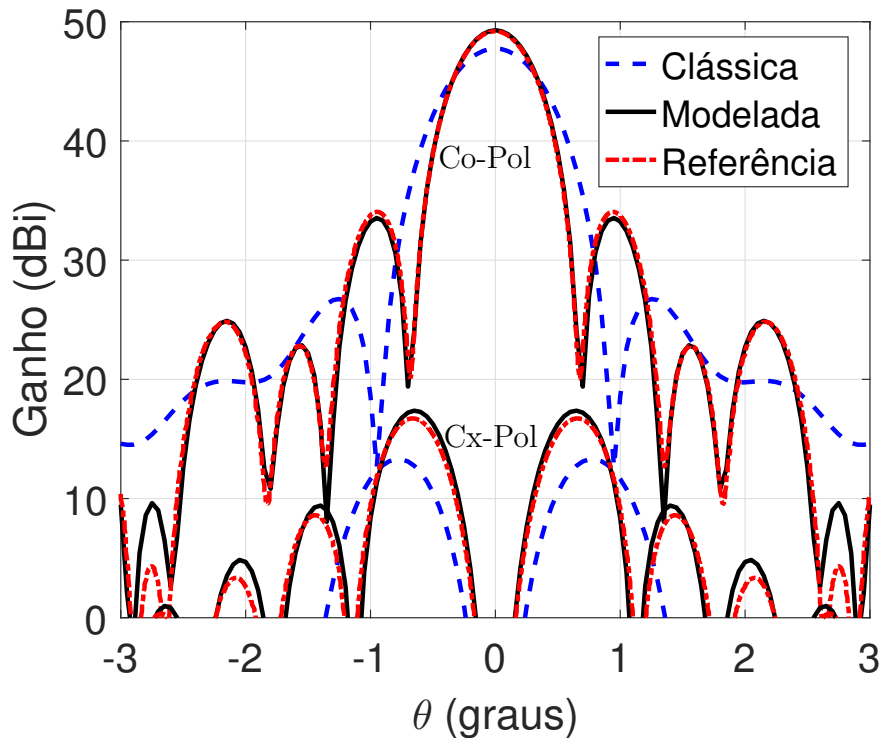


Figura 2.17 – Diagramas de radiação no plano diagonal  $\phi = 45^\circ$  das configurações ADC clássica (linhas tracejadas) e sintetizada (linhas sólidas) para o estudo de caso A.1, juntamente com o diagrama de radiação da antenna modelada de (Moreira; Bergmann, 2011).

possível com a uniformidade em amplitude e fase do campo prescrito na abertura no processo de modelagem. No entanto, para o plano  $\phi = 45^\circ$  (Figura 2.17), o ganho de Cx-Pol da ADC sintetizada foi cerca de 5 dB mais alto quando comparado com o da antenna inicial. Além disso, através das Figuras 2.16 – 2.18, pode-se notar um aumento considerável do nível dos lóbulos secundários, ou seja, 7 dB em relação à configuração clássica.

Com o objetivo de investigar o comportamento do algoritmo, a convergência numérica da solução para o presente estudo de caso foi avaliada. Para tal, os erros RMS em função dos valores de  $N$  adotados foram calculados através das equações expressas em (2.68) e (2.68), considerando-se as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados. Em ambos os processos de quantificação de  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ , uma antenna modelada com  $N = 491.520$  foi empregada como solução de referência, sendo o valor de  $N$  variado entre 30 e 491.520 pares de seções cônicas. Assim, é importante mencionar que em cada cômputo de  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ , o valor de  $N$  é estabelecido como o dobro do anterior até atingir 491.520 pontos. A Figura 2.19 apresenta os erros RMS obtidos em relação aos valores de  $N$  para este primeiro exemplo.

Observando o gráfico da Figura 2.19, é possível evidenciar que a convergência numérica deste método de síntese baseado na concatenação consecutiva de seções cônicas é

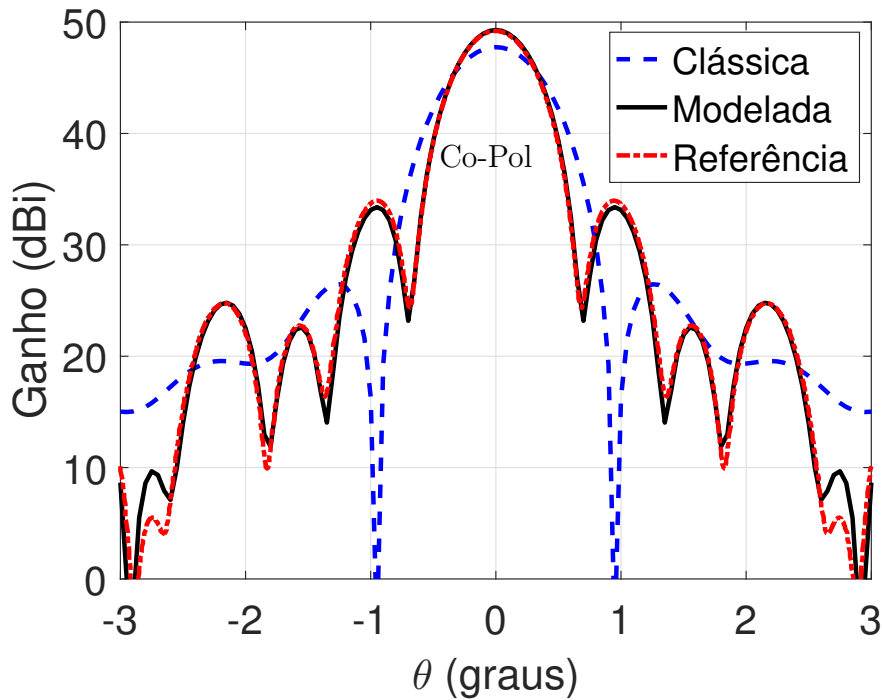


Figura 2.18 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 90^\circ$  das configurações ADC clássica (linhas tracejadas) e sintetizada (linhas sólidas) para o estudo de caso A.1, juntamente com o diagrama de radiação da antena modelada de (Moreira; Bergmann, 2011).

mais eficiente e precisa à medida que  $N$  aumenta. Uma característica muito importante a se mensurar para este procedimento é que quando  $N \rightarrow \infty$ , o princípio de conservação de energia da GO dado por (2.5) é atendido com sucesso, uma vez que o valor de  $\Delta\rho_A$  é muito pequeno e os pontos sobre a abertura se aproximam uns dos outros e, conseqüentemente, os valores de  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$  tendem a serem menores.

A partir do gráfico de convergência numérica apresentado na Figura 2.19, percebe-se que a taxa de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$ ) para a geratriz do sub-refletor é aparentemente menor do que a do refletor principal. Tal comportamento já foi verificado em (Penchel et al., 2018), também para a abordagem que utiliza a concatenação consecutiva de seções cônicas locais, porém, com parábolas na composição da geratriz do refletor principal modelado. No caso em que  $N = 30$  [ $\log_{10}(30) = 1,4771$ ], obtiveram-se as seguintes taxas de erro para os dois refletores sintetizados:  $E_{RMS_{sub}} = 0,0986\lambda$  e  $E_{RMS_{main}} = 0,4766\lambda$ . Para  $N = 245.760$  [ $\log_{10}(1/245.760) = -5,3905$ ],  $E_{RMS_{sub}} = 9,721 \times 10^{-6}\lambda$  e  $E_{RMS_{main}} = 3,4655 \times 10^{-5}\lambda$ . As taxas máximas de erros RSMS em função dos valores de  $N$  considerando-se as duas geratrizes modeladas não foram muito baixas, conforme esperado. Acredita-se que isto ocorreu pelo fato de ter se empregado uma função para avaliar numericamente a solução do problema de síntese, uma vez que foi fornecido um sistema de equações não lineares para determinar os parâmetros da seção cônica  $S_n$ . Em contrapartida, o presente método investigado pode ser facilmente aplicado à síntese das antenas duplo-refletoras

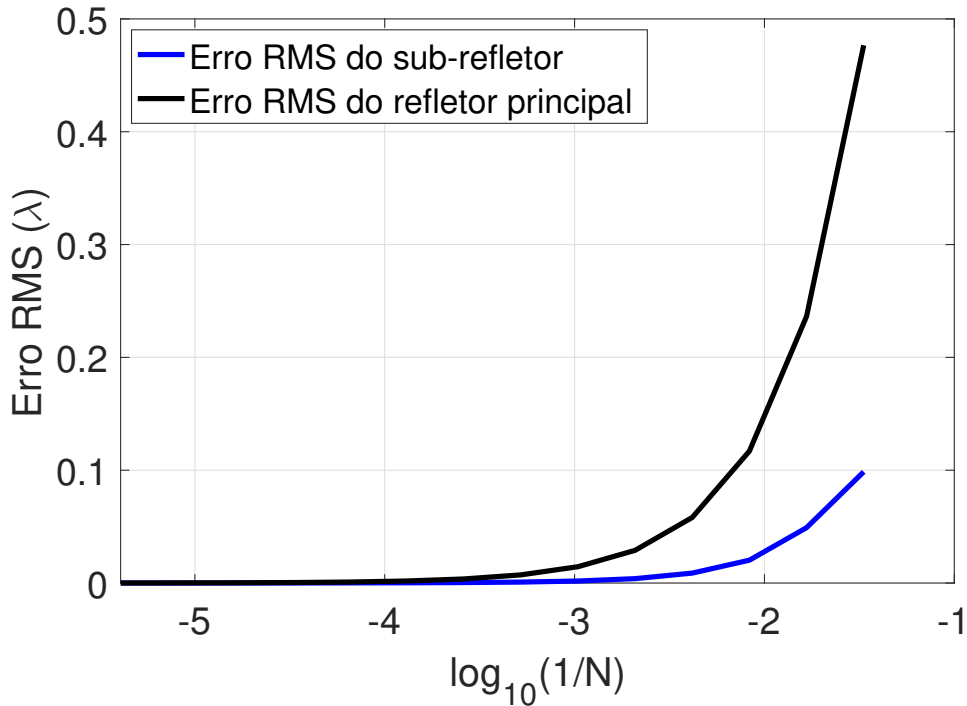


Figura 2.19 – Taxa de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ ) em função de  $N$  para as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados referentes ao estudo de caso A.1.

circularmente simétricas com uma distribuição de fase não uniforme na abertura, provendo diagramas de radiação com o feixe modelado na região de cobertura desejada, assunto que será estudado no próximo capítulo desta tese.

### 2.6.2 Estudo de Caso A.2: Antena ADE Modelada com uma Distribuição de Amplitude Atenuada na Abertura

Neste segundo estudo de caso, assim como em (Chang; Im, 1995; Moreira; Bergmann, 2011), as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal de uma geometria ADE foram devidamente modeladas com um campo na abertura de fase uniforme e uma distribuição de amplitude atenuada. Com isso, espera-se obter um diagrama de radiação circularmente simétrico com baixo nível dos lóbulos secundários para Co-Pol e alta eficiência de iluminação, quando comparado com as características de radiação da antena clássica ADE correspondente.

A síntese partiu de uma configuração clássica ADE com  $D_M = 20\lambda$ ,  $D_B = D_S = 3,23\lambda$ ,  $\theta_E = 45^\circ$  e  $L_0 = 10,32\lambda$  (com  $z_A = 0$ ). Tais parâmetros geométricos proveram uma antena ADE clássica com  $V_S = 1,17\lambda$ , bem como as características gerais da elipse geratriz do sub-refletor clássico:  $2c = 1,9652\lambda$ ,  $e = 0,705$  e  $\beta = 55,3692^\circ$  (Moreira; Prata Jr., 2001).

Com  $n$  variando de 1 até  $N$ , a partir de (2.65) é possível especificar *a priori* a

posição de todos os focos  $T_n$ , uniformemente distribuídos sobre a abertura do refletor principal entre  $\rho_{A_0} = D_M/2$  e  $\rho_{A_N} = D_B/2$  (ver Figura 2.11). Observe que  $z_{T_n}$  constante e  $\ell_n = \ell_0 = L_0$  a cada iteração  $n$  garantem uma distribuição de fase uniforme na abertura em  $D_M/2 \leq \rho_A \leq D_B/2$ . Além disso, adotou-se o modelo de alimentador RCF definido por (2.62) com  $p = 23,5$ , provendo uma atenuação de  $F_{tap} = -16,1$  dB na borda do sub-refletor para  $\theta_E = 45^\circ$ .

Para o presente exemplo numérico, a distribuição de densidade de potência  $[G_A(\rho)]$  atenuada na abertura ( $D_M/2 \leq \rho_A \leq D_B/2$ ) é descrita como:

$$G_A(\rho) = 1 - (1 - E_M^2) \left( \frac{2\rho_A - D_B}{D_M - D_B} \right)^2, \quad (2.70)$$

onde  $E_M = 0,6$  controla a atenuação na borda do refletor principal. Teoricamente, quando  $N$  tende ao infinito o valor de  $\Delta\rho_A$  torna-se muito pequeno. Com isso,  $G_A(\rho)$  da equação (2.70) é prescrita em  $T_n$ , atendendo o princípio de conservação da energia de (2.5).

É importante mencionar que os procedimentos numéricos de síntese óptica e análise do MoM foram simulados com uma frequência de operação de 14,7 GHz. Esta frequência definiu uma antena ADE clássica com  $D_M = 40,64$  cm,  $D_B = D_S = 6,6$  cm,  $L_0 = 21,08$  cm e  $V_S = 2,39$  cm. A Figura 2.20 ilustra (em linhas tracejadas) as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal de tal geometria ADE clássica.

O método de síntese óptica teve início em  $n = 1$  para  $\theta_{F_{n-1}} = \theta_{F_0} = 0$  correspondendo a  $r_{F_0} = V_S = 1,1\lambda$  e as iterações são repetidas até  $n$  alcançar  $N$  com  $\theta_{F_N} = \theta_E = 45^\circ$ . As geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados estão apresentadas (em linhas sólidas) na Figura 2.20, juntamente com a respectiva geometria ADE clássica. Através da Figura 2.20 é possível perceber que as principais semelhanças e diferenças entre as geratrizes clássicas e sintetizadas de tal configuração duplo-refletora ADE. Para este estudo de caso (Figura 2.20), o desvio máximo foi de aproximadamente 3 mm para ambos os refletores clássicos e modelados. Observe, também, que as curvas geratrizes que descrevem o sub-refletor e refletor principal modelados são suaves, sendo possível obter bons resultados da análise eletromagnética do MoM (ver Figuras 2.21 – 2.23).

Como no estudo de caso A.1, as análises eletromagnéticas dos refletores sintetizados foram conduzidas pelo MoM. Mais uma vez, o orifício central no meio do refletor principal foi preenchido com um disco metálico planar de diâmetro  $D_B$ . Nos planos  $\phi = 0^\circ, 45^\circ$  e  $90^\circ$ , os diagramas de radiação com as respectivas polarizações da presente antena modelada (com  $N = 1.000$  pares de cônicas) estão apresentados (em linhas sólidas) nas Figuras 2.21 – 2.23, juntamente com os diagramas da configuração ADE clássica (em linhas tracejadas).

Pelas Figuras 2.21 – 2.23, pode-se observar que os resultados obtidos corroboram os

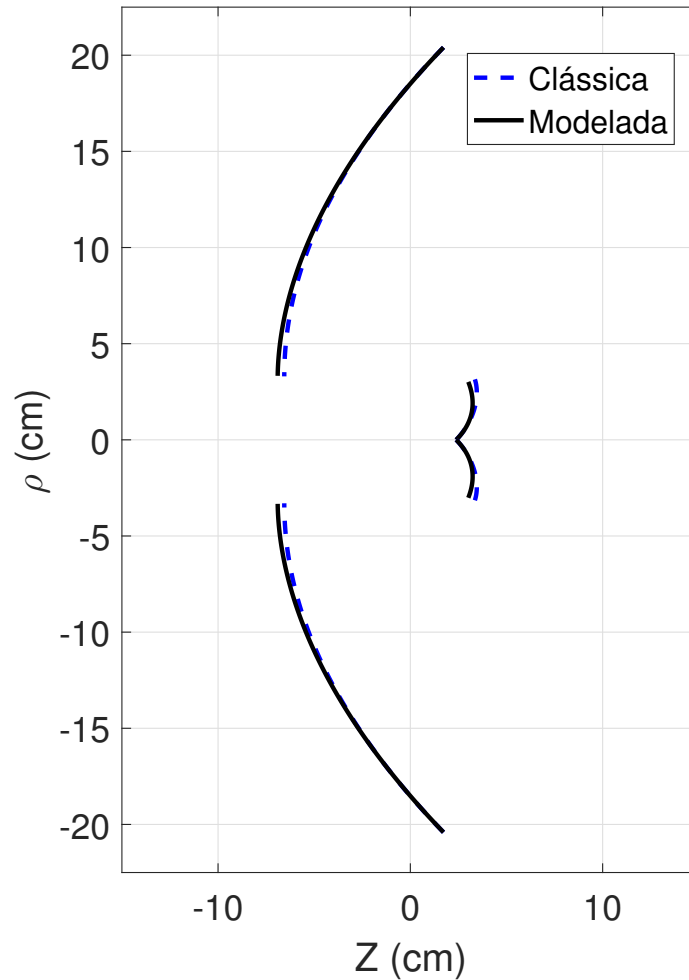


Figura 2.20 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal das configurações ADE clássica (linhas tracejadas) e modelada (linhas sólidas) do estudo de caso A.2.

estudos de (Moreira; Bergmann, 2011), comprovando com sucesso a funcionalidade, bem como a aplicabilidade do método de síntese óptica para uma ADE com fase uniforme na abertura. As simulações do MoM indicam que o ganho máximo (em  $\theta = 0$ ) de Co-Pol da antenna sintetizada é de 34,7 dBi, resultando em uma eficiência de iluminação igual a 74,75%. Já para a geometria clássica, o nível máximo (em  $\theta = 0$ ) de Co-Pol é de 34,4 Bi, com uma eficiência de iluminação de 69,76%. Quanto a Cx-Pol, a síntese proveu um aumento de aproximadamente 1,5 dB em relação a ADE clássica. Como esperado, a distribuição de densidade de potência descrita pela equação (2.70) produziu níveis baixos de lóbulo lateral, quando comparados com o diagrama de radiação da antenna clássica (ver Figuras 2.21 – 2.23).

Seguindo a mesma metodologia adotada no estudo de caso A.1, as taxas  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$  foram calculados para a presente investigação. No entanto, utilizou-se uma antenna sintetizada com  $N = 15.360$  pontos como solução de referência para determinar  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$  a partir das equações (2.68) e (2.69), respectivamente. Os valores de

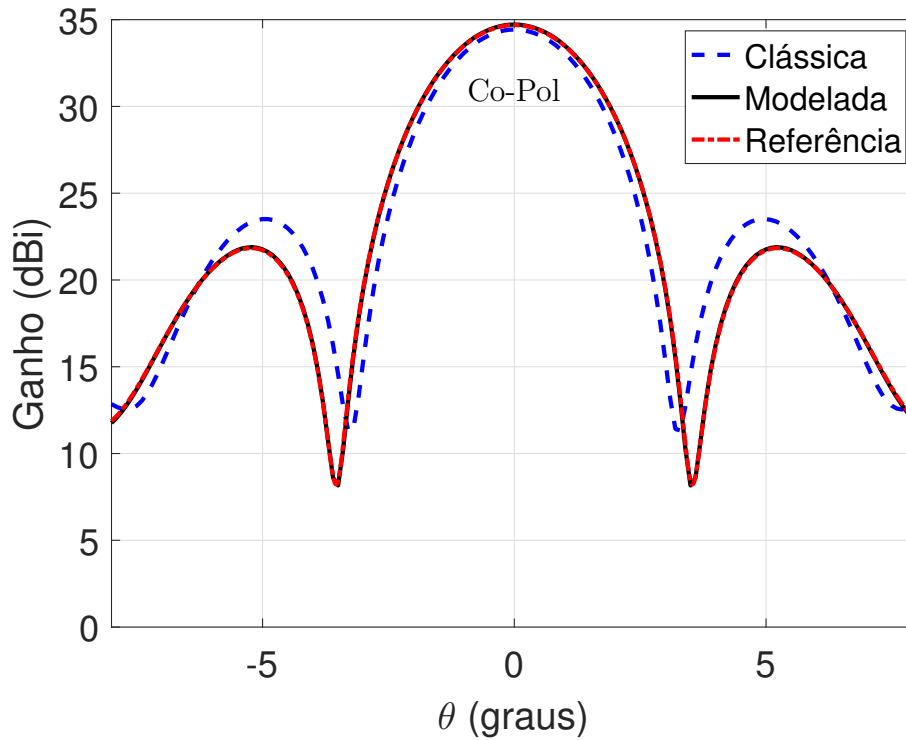


Figura 2.21 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 0^\circ$  das configurações ADE clássica (linhas tracejadas) e sintetizada (linhas sólidas) para o estudo de caso A.2, juntamente com o diagrama de radiação da antenna modelada de (Moreira; Bergmann, 2011).

$N$  foram estabelecidos entre 30 e 15.360, com o próximo valor de  $N$  sendo o dobro do anterior. A Figura 2.24 apresenta as taxas de erros RMS em função de  $N$  para as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados da geometria ADE. Mais uma vez, os resultados mostraram que  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$  diminuem quando o valor de  $N$  aumenta (ver Figura 2.24). Considerando-se  $N = 30$  [ $\log_{10}(1/30) = -1,4771$ ], as equações (2.68) e (2.69) forneceram o seguinte:  $E_{RMS_{sub}} = 0,0071 \lambda$  e  $E_{RMS_{main}} = 0,2117 \lambda$ . Para  $N = 7.680$  [ $\log_{10}(1/7.680) = -3,8854$ ],  $E_{RMS_{sub}} = 1,4 \times 10^{-5} \lambda$  e  $E_{RMS_{main}} = 9,5794 \times 10^{-4} \lambda$ .

Ainda pela Figura 2.24, nota-se que para a geratriz do sub-refletor sintetizado, a taxa de erro RMS é menor do que a do refletor principal. Este comportamento já foi observado no estudo anterior. Através desta investigação de convergência numérica, pode-se verificar que as dimensões da antenna duplo-refletores influenciam na taxa de erro RMS. Para o presente caso, a geometria ADE foi mais compacta em relação a ADC do exemplo A.1 e, conseqüentemente,  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$  são menores em relação ao comprimento de onda ( $\lambda$ ), ou seja, a convergência numérica para esta síntese é melhor do que a da Figura 2.19.



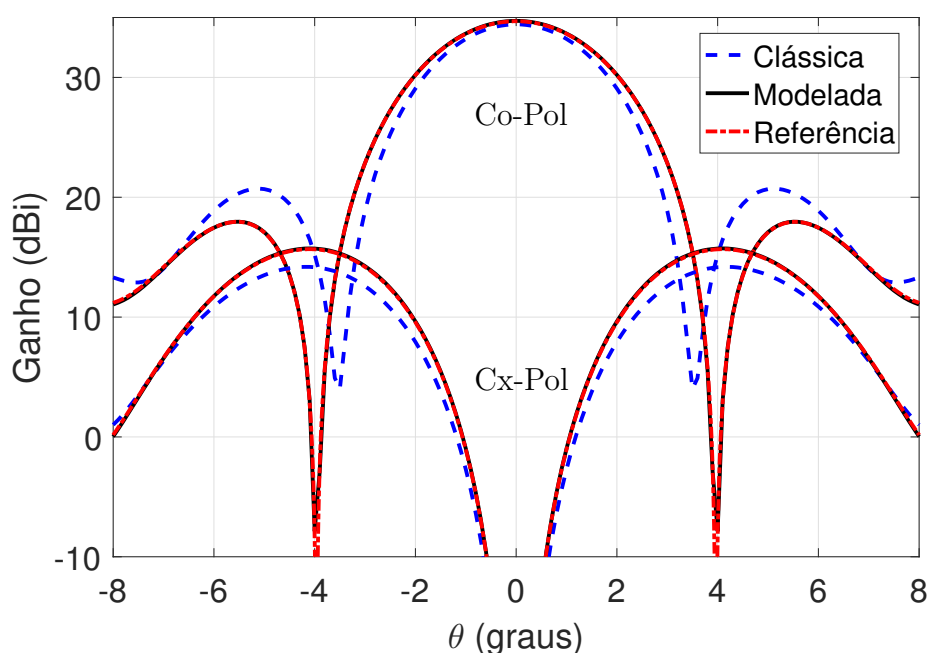


Figura 2.22 – Diagramas de radiação no plano diagonal  $\phi = 45^\circ$  das configurações ADE clássica (linhas tracejadas) e sintetizada (linhas sólidas) para o estudo de caso A.2, juntamente com o diagrama de radiação da antenna modelada de (Moreira; Bergmann, 2011).

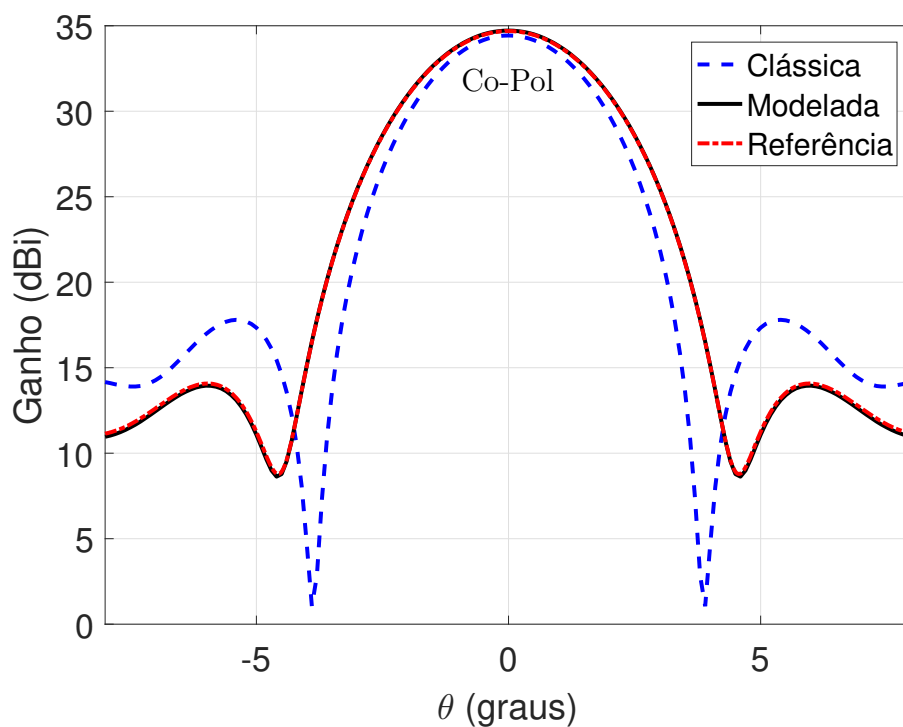


Figura 2.23 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 90^\circ$  das configurações ADE clássica (linhas tracejadas) e sintetizada (linhas sólidas) para o estudo de caso A.2, juntamente com o diagrama de radiação da antenna modelada de (Moreira; Bergmann, 2011).

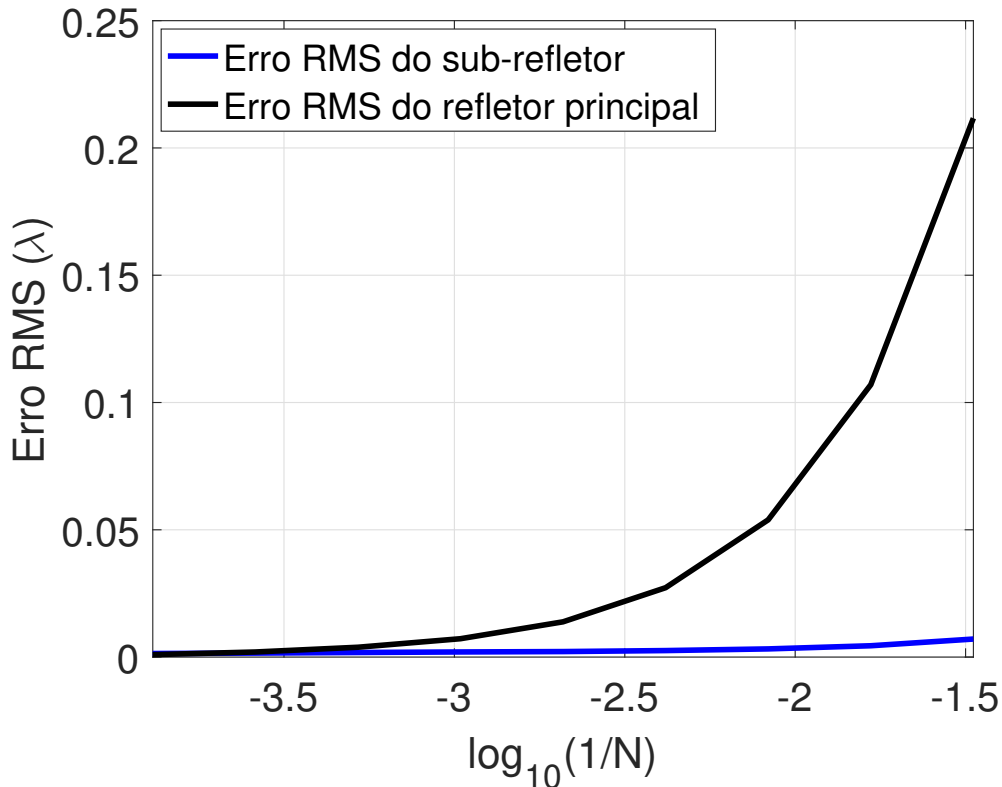


Figura 2.24 – Taxa de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ ) em função de  $N$  para as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados referentes ao estudo de caso A.2.

## 2.7 Considerações Finais

Neste capítulo foi descrito um novo procedimento da GO para a síntese óptica de antenas duplo-refletores circularmente simétricas de eixo deslocado. As formulações foram derivadas para as quatro geometrias desta classe de antenas: ADC, ADG, ADE e ADH. As geratrizes do sub-refletor e do refletor principal foram modeladas pela concatenação consecutiva de seções cônicas, com o objetivo de controlar amplitude e fase na abertura do refletor principal.

Com o intuito de demonstrar a técnica, configurações ADC e ADE com distribuições de fase uniforme na abertura foram sintetizadas. Assim, foi possível estabelecer comparações com os estudos de caso apresentados em (Moreira; Bergmann, 2011). Os diagramas de radiação fornecidos pelo MoM indicaram alto ganho em  $\theta = 0^\circ$ , quando comparados com os diagramas das respectivas antenas iniciais (ou seja, clássicas). Conseqüente, altas eficiências de radiação foram alcançadas para estas antenas modeladas. Os resultados comparados com os casos ilustrados na literatura apresentaram excelente concordância entre os diagramas de radiação.

Como esperado, as taxas de erro RMS para as geratrizes modeladas do sub-refletor

e do refletor principal diminuem quando o valor de  $N$  aumenta. Acredita-se que as taxas de  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$  obtidas não foram menores devido à formulação desenvolvida na Seção 2.2 ser composta por um sistema de equações não lineares, sendo que tais equações foram avaliadas numericamente pela função *fsolve* do MatLab. Apesar dessa verificação, considera-se boa a acurácia da presente técnica de síntese com fase uniforme prescrita na abertura. Conforme mencionado, a principal característica do procedimento é obter o controle simultâneo de amplitude e fase na abertura. No próximo capítulo, são apresentados diversos exemplos de síntese com fase não uniforme, utilizando a técnica descrita nas Seções 2.2 e 2.3.

## 3 Antenas Duplo-Refletoras Circularmente Simétricas de Eixo Deslocado Modeladas com Fase Não Uniforme na Abertura

### 3.1 Introdução

Retomando os conceitos fundamentais abordados anteriormente na Seção 2.2, a característica principal associada ao novo procedimento de síntese é obter o controle de iluminação (em amplitude e fase) na abertura, a fim de fornecer o desejado diagrama de radiação com o feixe modelado para coberturas específicas. Note que, como as presentes antenas possuem simetria circular, os seus respectivos diagramas também são circularmente simétricos. Neste capítulo são apresentados diversos estudos de caso, onde as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal das geometrias ADC e ADE foram modeladas considerando-se uma distribuição de fase não uniforme na abertura, adequada para produzir, segundo a GO, um diagrama de radiação com topo plano (cobertura uniforme em um determinado setor angular) ou isoflux (cobertura mais uniforme na superfície terrestre).

Inicialmente, na Seção 3.2 são introduzidas as formulações para o processo de obtenção das fases não uniformes sobre a abertura do refletor principal. Este procedimento baseia-se nas definições descritas em (Biswas, 2013), porém, com algumas modificações. É interessante relatar que tais adaptações foram necessárias devido à região de bloqueio ( $-D_B \leq \rho_A \leq D_B$ ) na abertura do refletor principal, causada pela superfície do sub-refletor. Lembrando que as distribuições de fase não uniforme são derivadas para os diagramas de topo plano e isoflux em qualquer região de cobertura. Diferente do trabalho supracitado, nesta tese as equações utilizadas para calcular as fases são avaliadas analiticamente, contribuindo com maior precisão para os desejados diagramas. Posteriormente, na Seção 3.3 o Ap-M é empregado com o objetivo de desenvolver uma formulação no domínio da frequência para definir o campo elétrico na região de campo distante. Com isso, é possível validar as distribuições de fase efetuadas a partir do método apresentado na Seção 3.2.

A seguir, na Seção 3.4 são apresentados alguns estudos de caso para avaliar a aplicabilidade do algoritmo de síntese das antenas duplo-refletoras baseadas nas configurações ADC e ADE com as distribuições de fase não uniforme prescritas na abertura do refletor principal. Nestes casos, as fases não uniformes a serem especificadas sobre  $T_n$  são aquelas dadas pelas soluções das equações propostas na Seção 3.2 com o objetivo de proverem, conforme os princípios da GO, os diagramas de radiação com topo plano e isoflux. O

objetivo é verificar se os resultados de síntese da GO fornecem os desejados diagramas. Como nos exemplos mostrados na Seção 2.6 desta tese, tais diagramas são determinados pela análise eletromagnética rigorosa de onda completa utilizando o MoM. Além disso, os diagramas obtidos são comparados com aqueles fornecidos pelo Ap-M, cuja formulação é desenvolvida na Seção 3.3. Outro fator importante e se relatar é que para estes estudos com fase não uniforme não é necessário efetuar os cálculos de  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ , uma vez que a convergência numérica da presente técnica já foi avaliada e discutida na Seção 2.6. Finalmente, para ressaltar as principais contribuições deste capítulo, na Seção 3.5 são feitas as considerações finais.

## 3.2 Procedimento de Síntese das Distribuições de Fase Não Uniforme na Abertura do Refletor Principal

O objetivo do procedimento é obter uma distribuição de fase não uniforme na abertura, adequada para produzir, segundo os princípios da GO, diagramas de radiação de topo plano e isoflux. Estes diagramas de radiação circularmente simétricos podem ser definidos pela função objetivo  $F_{norm}(\theta)$ , a qual descreve o campo normalizado em  $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ .

Para os presentes casos, a distribuição de fase,  $\psi_n$ , é determinada em cada foco  $T_n$  sobre a abertura do refletor principal. Enfatiza-se que tal abertura continua sendo planar, ou seja, com  $z_{T_n} = z_A = \text{cte.}$ , assim como nos estudos de caso apresentados na Seção 2.6. Entretanto, observe que, agora, a cada iteração  $n$ , o percurso óptico total ( $\ell_n$ ) do raio, desde a origem  $O$  até o foco  $T_n$  na abertura, varia de acordo com a especificação de  $\psi_n$ .

No presente método são utilizados fatores de normalização  $\xi$  e  $u$  para representar os pontos sobre a abertura, bem como o setor angular que define a região desejada de cobertura para o diagrama de radiação com feixe modelado. De acordo com (Biswas, 2013), esta normalização é empregada com o intuito de realizar um tratamento analítico no formalismo que determina as fases. Para a abertura do refletor principal destacada na Figura 3.1, tem-se que:

$$\xi = \frac{\rho_{T_n}}{(D_M/2)}, \quad (3.1)$$

onde  $\rho_{T_n}$  é a coordenada de  $T_n$  distribuída uniformemente sobre a abertura (ou seja, com  $\Delta\rho_T$  constante) e o diâmetro  $D_M$  é um parâmetro de entrada do algoritmo de síntese da Seção 2.2. Como verificado pelos estudos de convergência numérica exibidos na Seção 2.6, quando o valor de  $N$  aumenta, as taxas de  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$  diminuem. Isto indica que os incrementos  $\Delta\rho_A$  e  $\Delta\rho_T$  são, aproximadamente, iguais. Consequentemente, para a

antena baseada na geometria ADC da Figura 3.1,  $\rho_{T_1} \approx D_B/2$  e  $\rho_{T_N} \approx D_M/2$ . Contudo, para a configuração ADE,  $T_n$  é posicionado de forma reversa, ou seja, de cima para baixo de acordo com a orientação mostrada na Figura 3.2. Ao contrário da antena ADC,  $\rho_{T_1} \approx D_M/2$  e  $\rho_{T_N} \approx D_B/2$ . Esta é a única diferença existente para o cálculo das fases nas aberturas das configurações ADC e ADE. Já para o setor angular  $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$  na região de campo distante da abertura, define-se:

$$u = \text{sen } \theta, \quad (3.2)$$

para  $-1 \leq u \leq 1$ , em que  $\theta$  é o ângulo que define a direção do observador na região de cobertura.

De acordo com (Biswas, 2013), a primeira etapa do procedimento para computar as fases não uniformes é avaliar a potência requerida  $g(\xi)$  na abertura como:

$$g(\xi) = \int_{-1}^{\xi} |\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)|^2 d\eta \div \int_{-1}^1 |\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)|^2 d\eta, \quad (3.3)$$

sendo  $|\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)|^2$  proporcional à densidade de potência prescrita na abertura e  $\eta$  a variável de integração. Contudo, para a abertura do refletor principal das presentes geometrias, deve-se levar em consideração a região de bloqueio ( $-D_B/2 \leq \rho_A \leq D_B/2$ ) ocasionada pela superfície sub-refletora, conforme ilustrado nas Figuras 3.1 e 3.2. Como em (Biswas, 2013), considera-se uma distribuição de amplitude unitária em toda abertura. Consequentemente:

$$|\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)|^2 = \begin{cases} 1, & -1 < \xi < -\xi_B \\ 0, & -\xi_B < \xi < \xi_B \\ 1, & \xi_B < \xi < 1 \end{cases} \quad (3.4)$$

onde

$$\xi_B = \frac{D_B}{D_M}. \quad (3.5)$$

Como destacado na Seção 2.2 desta tese, os diâmetros  $D_B$  e  $D_M$  são dados de entrada do algoritmo de síntese das presentes antenas.

Dada a simetria circular do problema, é necessário avaliar analiticamente  $g(\xi)$ , dada pela expressão (3.3), somente em  $\xi_B < \xi < 1$ , uma vez que a modelagem das presentes antenas é realizada sobre o eixo  $+\rho$  da abertura (ver Figuras 3.1 e 3.2). Logo, para uma abertura com distribuição de amplitude unitária e manipulando as duas integrais de (3.3) é possível obter:

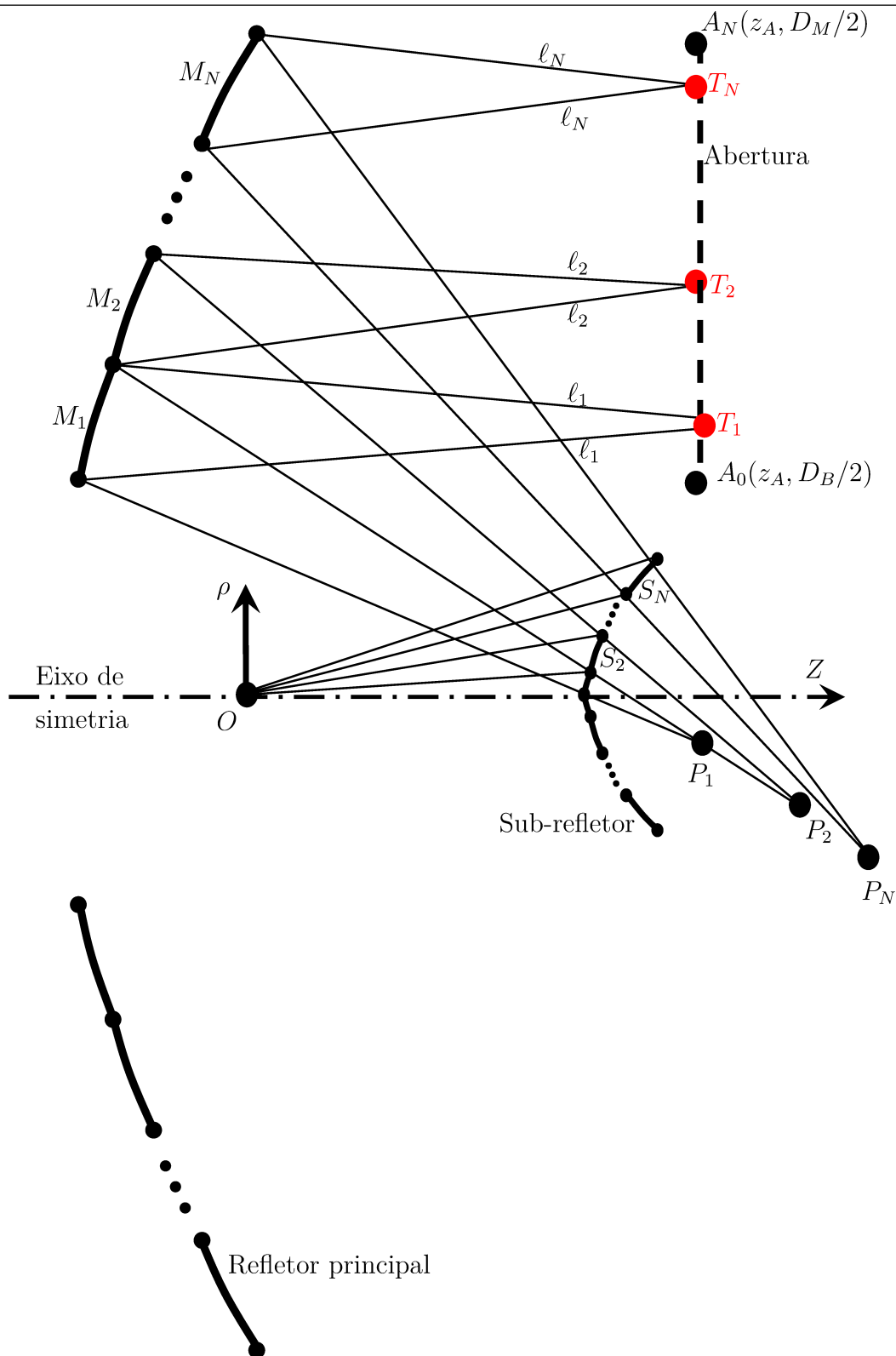


Figura 3.1 – Exemplificação de uma antena duplo-refletora baseada circularmente simétrica baseada na ADC modelada pela concatenação contínua de seções cônicas com uma abertura planar.

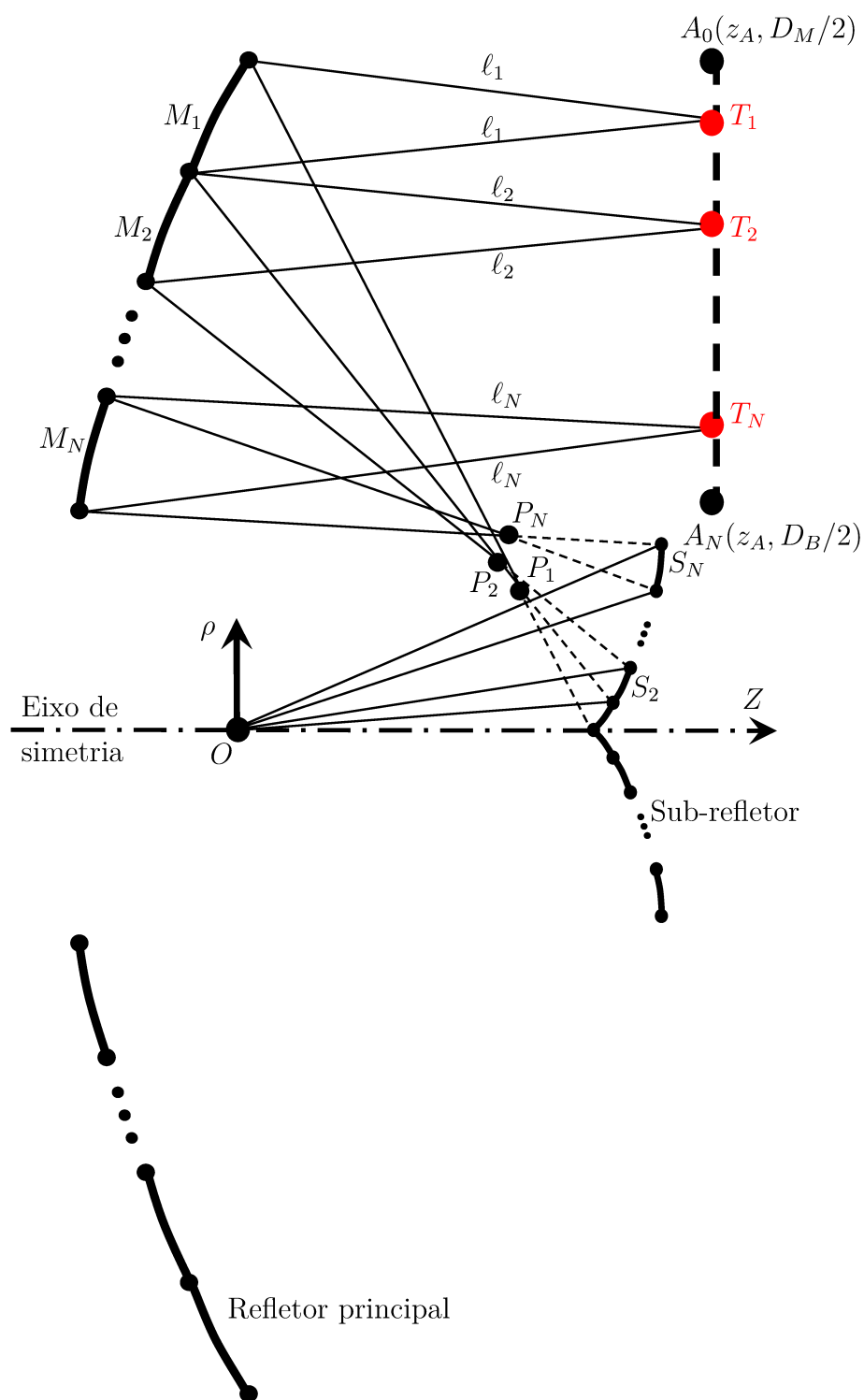


Figura 3.2 – Exemplificação de uma antena duplo-refletora circularmente simétrica baseada na ADE modelada pela concatenação contínua de seções cônicas com uma abertura planar.



$$\int_{-1}^{\xi} |\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)|^2 d\eta = \int_{-1}^{-\xi_B} d\eta + \int_{\xi_B}^{\xi} d\eta = 1 - 2\xi_B + \xi, \quad (3.6)$$

$$\int_{-1}^1 |\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)|^2 d\eta = 2(1 - \xi_B). \quad (3.7)$$

Aplicando os resultados obtidos através de (3.6) e (3.7) em (3.3), tem-se que:

$$g(\xi) = \frac{1 - 2\xi_B + \xi}{2(1 - \xi_B)}, \quad (3.8)$$

com  $\xi_B < \xi < 1$ .

Dando continuidade ao método para o cálculo das fases, a segunda etapa é utilizar o campo normalizado  $F_{norm}(\theta)$  a fim de avaliar a potência desejada  $h(u)$  sobre a abertura normalizada. Desta forma, a equação que define  $h(u)$  é descrita como (Biswas, 2013):

$$h(u) = \int_{-1}^u |F_{norm}(\tau)|^2 d\tau \div \int_{-1}^1 |F_{norm}(\tau)|^2 d\tau, \quad (3.9)$$

onde  $u$  pode ser obtido a partir de (3.2), tal que  $-1 \leq u \leq 1$ . Já a terceira etapa é igualar  $h(u)$  de (3.9) a  $g(\xi)$  dada por (3.8), uma vez que a potência prescrita deve produzir a potência desejada sobre a abertura normalizada, isto é:

$$h(u) = g(\xi). \quad (3.10)$$

Pela equação (3.10) é possível obter uma expressão matemática para  $u(\xi)$ . Em outras palavras, determinar uma equação de  $u$  em função de  $\xi$  (Biswas, 2013).

Finalmente, a quarta etapa é empregar a expressão matemática de  $u(\xi)$  na seguinte equação diferencial ordinária:

$$\frac{d\psi(\xi)}{d\xi} = -k \frac{D_M}{2} u(\xi). \quad (3.11)$$

A solução da equação (3.11) fornece a distribuição de fase não uniforme  $\psi(\xi)$  sobre a abertura do refletor principal, considerando-se o bloqueio em tal abertura.

### 3.2.1 Síntese da Distribuição de Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação com o Feixe de Topo Plano

Conforme abordado na Seção 1.1, os serviços de comunicação sem fio necessitam de antenas que produzam diagramas de radiação com alto ganho em desejadas coberturas, como diagramas com o feixe de topo plano (ou setoriais). Antenas com diagramas de topo plano ou setorial fornecem alto ganho em um determinado setor de varredura, permitindo que a qualidade do sinal seja igual em todo o setor. As antenas a serem sintetizadas com a fase não uniforme podem fornecer este tipo de diagrama com simetria circular. Elas abrangem as aplicações para tecnologias *wireless* de longo e curto alcance, particularmente os sistemas de comunicação para satélites.

Um diagrama de radiação de topo plano (ou setorial) é definido sobre o setor angular  $-u_0 \leq u \leq u_0$ , onde:

$$u_0 = \text{sen } \theta_0, \quad (3.12)$$

sendo  $\theta_0$  o ângulo que caracteriza a região de cobertura. A amplitude do campo normalizado em  $-u_0 \leq u \leq u_0$  é igual a 1 e nula fora deste setor. Assim, pode-se definir que a função objetivo da GO que descreve o campo normalizado com feixe de topo plano é (Biswas, 2013):

$$F_{norm}(u) = \begin{cases} 0, & -1 \leq u < -u_0 \\ 1, & -u_0 \leq u \leq u_0 \\ 0, & u_0 < u \leq 1 \end{cases} \quad (3.13)$$

com  $u$  e  $u_0$  dados por (3.2) e (3.12), respectivamente.

Utilizando o campo normalizado  $F_{norm}(\theta)$  que neste caso para o diagrama de topo plano é descrito por (3.13), as integrais de (3.9) são resolvidas analiticamente. Com isso, a potência ideal desejada  $h(u)$  é representada matematicamente como:

$$h(u) = \int_{u_a}^u |F_{norm}(\tau)|^2 d\tau \div \int_{u_a}^{u_b} |F_{norm}(\tau)|^2 d\tau, \quad (3.14a)$$

$$= \int_{-u_0}^u d\tau \div \int_{-u_0}^{u_0} d\tau = \frac{u + u_0}{2u_0}. \quad (3.14b)$$

O próximo passo é encontrar uma expressão matemática para  $u(\xi)$ . Para tal, é necessário igualar as equações (3.14b) e (3.8) como:

$$\frac{u + u_0}{2u_0} = \frac{1 - 2\xi_B + \xi}{2(1 - \xi_B)}. \quad (3.15)$$

Manipulando algebricamente a equação (3.15), é possível obter  $u(\xi)$  da seguinte maneira:

$$u(\xi) = u_0[2g(\xi) - 1]. \quad (3.16)$$

A última etapa deste procedimento é aplicar  $u(\xi)$  de (3.16) na equação diferencial ordinária (3.11):

$$\frac{d\psi(\xi)}{d\xi} = -k \frac{D_M}{2} u_0[2g(\xi) - 1]. \quad (3.17)$$

Avaliando analiticamente (3.17), obtém-se:

$$\psi_n(\xi) = -ku_0\rho_{T_n} \left( \frac{\rho_{T_n} - D_B}{D_M - D_B} \right). \quad (3.18)$$

A distribuição contínua de fase não uniforme sobre a abertura normalizada do refletor principal é fornecida pela equação (3.18) com o objetivo de se produzir um diagrama de radiação de topo plano em um setor especificado *a priori*. A partir de (3.18), observa-se que os parâmetros  $D_B$  e  $D_M$  de entrada do algoritmo de síntese das antenas são muito importantes nas características do diagrama de radiação a ser obtido.

### 3.2.2 Síntese da Distribuição de Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação com o Feixe Isoflux

Antenas duplo-refletoras circularmente simétricas, como as configurações ADC e ADE, embarcadas em sistemas de comunicação para satélite podem ser adequadamente sintetizadas com fase não uniforme na abertura para proverem um diagrama de radiação com o feixe isoflux (ou cobertura terrestre). Em princípio, este tipo de diagrama de radiação fornece uma cobertura uniforme em um setor específico sobre a superfície terrestre, compensando a atenuação espacial associada a tal cobertura (Meng, 2009; Biswas, 2013). Na Figura 3.3 é retratado um esquema geométrico para o diagrama de radiação isoflux, ilustrando os principais parâmetros requeridos.

Pela Figura 3.3, é possível observar que, dentro do setor que define a cobertura, a distância entre um ponto na superfície terrestre e o satélite é denotada por  $R(\theta)$ . Ainda através da Figura 3.3, é possível notar que cada ponto na Terra terá uma distância  $R(\theta)$  diferente associada ao satélite, indicando uma dependência em relação ao ângulo  $\theta$ . Aplicando a lei dos cossenos na Figura 3.3, pode-se determinar  $R(\theta)$  como:

$$R(\theta) = \sqrt{R_E^2 + (R_E + H)^2 - 2R_E(R_E + H) \cos \beta_E} \quad (3.19)$$

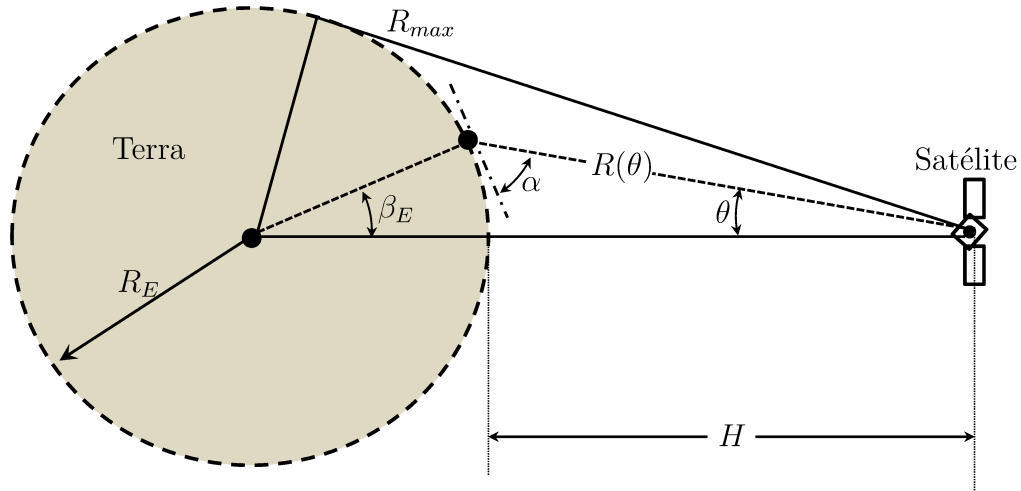


Figura 3.3 – Esquema geométrico do satélite em relação a Terra ilustrando as características de um diagrama de radiação isoflux (sem escala).

Fonte: Figura adaptada de (Biswas, 2013).

o que se reduz a

$$R(\theta) = H\sqrt{1 + 4[(R_E/H)^2 + R_E/H] \text{sen}^2(\beta_E/2)}, \quad (3.20)$$

onde  $R_E = 6.378$  Km é o raio da Terra,  $H$  é a altura da órbita do satélite e  $\beta_E$  é obtido com o auxílio da Figura 3.3 como:

$$\beta_E = \frac{\pi}{2} - \theta - \alpha, \quad (3.21)$$

sendo  $\alpha$  o ângulo de elevação do satélite a um ponto específico na superfície da Terra dentro da cobertura (Meng, 2009; Biswas, 2013). Para este caso, o valor máximo de  $\theta$  é calculado a partir da definição *a priori* de  $\alpha_{min}$  com o auxílio da seguinte equação:

$$\theta_0 = \text{sen}^{-1} \left[ \frac{R_E \cos \alpha_{min}}{R_E + H} \right], \quad (3.22)$$

em que o ângulo  $\theta_0$  caracteriza o valor máximo de  $\theta$  na cobertura isoflux (Biswas, 2013). Ainda pela Figura 3.3, é possível verificar que as distâncias máxima e mínima são dadas por  $R_{max} = R(\theta_0)$  e  $R(0^\circ) = H$ .

Uma outra informação importante a se considerar é que, com base na localização da órbita terrestre, os satélites, em geral, podem ser agrupados em três categorias distintas (Forouzan, 2007): órbita terrestre geostacionária (do inglês *geostationary Earth orbit* – GEO), média órbita terrestre (do inglês *middle-Earth-orbit* – MEO) e baixa órbita terrestre (do inglês *low-Earth-orbit* – LEO). Conforme descrito em (Forouzan, 2007), os satélites GEO se mantêm fixos em relação a Terra a uma altitude de  $H = 35.786$  Km do nível do mar e sob a linha do Equador. Já para MEO, os satélites estão localizados em altitudes entre 5.000 a 15.000 Km. Uma baixa órbita terrestre (LEO) é aquela que está localizada abaixo da GEO, com altitudes entre 500 e 2.000 Km. Como os satélites LEO são alternativas para fornecerem amplas áreas de cobertura sobre o globo terrestre, neste capítulo os estudos de caso apresentados para diagramas de radiação isoflux são destinados a tal aplicabilidade.

Com os parâmetros do satélite em relação à Terra definidos para o diagrama com feixe isoflux, uma outra importante característica que pode ser obtida é a instensidade de radiação  $U(\theta)$ . Então, sua relação com a densidade de potência  $S(\theta)$  pode ser expressa como (Biswas, 2013):

$$S(\theta) = R^2(\theta)U(\theta). \quad (3.23)$$

A fim de determinar a densidade de potência em todos os pontos da Terra, deve-se ter  $S(\theta) = S(0^\circ)$  para todos os valores de  $\theta < \theta_0$  (Biswas, 2013). Se a atenuação atmosférica é negligenciada, tem-se que (Meng, 2009; Biswas, 2013):

$$\frac{U(\theta)}{R^2(\theta)} = \frac{U(\theta = 0^\circ)}{R^2(\theta = 0^\circ)}. \quad (3.24)$$

Através de (3.24), pode-se dizer que o diagrama desejado de cobertura terrestre da antena satisfaz (Meng, 2009; Biswas, 2013):

$$U(\theta) \propto \frac{R^2(\theta)}{H^2}, \quad (3.25)$$

sabendo-se que  $R(\theta)$  é obtido a partir de (3.20) e  $H$  é conhecido. Portanto, a diretividade  $D(\theta)$  da antena para o presente diagrama de radiação isoflux é expressa matematicamente por:

$$D(\theta) = 4\pi U(\theta) \div \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} U(\theta) \sin \theta d\theta d\phi, \quad (3.26)$$

onde  $\theta_0$  é calculado com o auxílio de (3.22). Ao substituir (3.25) em (3.26) e fazendo-se as

devidas manipulações algébricas, é possível encontrar a diretividade ideal como (Biswas, 2013):

$$D(\theta) = 2R^2(\theta) \div \int_0^{\theta_0} R^2(\theta) \sin \theta d\theta. \quad (3.27)$$

A partir da especificação dos valores da altura orbital do satélite  $H$  e do ângulo  $\alpha_{min}$ , a equação (3.27) pode ser avaliada numericamente com o objetivo de determinar o diagrama de radiação isoflux com a diretividade ideal. Por exemplo, ao empregar  $H = 800$  Km e  $\alpha_{min} = 15^\circ$  em (3.22), obtem-se  $\theta_0 = 59,1^\circ$ . Conseqüentemente, para este exemplo, a diretividade ideal foi calculada numericamente com o auxílio de (3.27), sendo apresentada na Figura 3.4. Além disso, o diagrama de radiação isoflux ideal pode ser normalizado como (Biswas, 2013):

$$S_{ideal}(\theta) = \begin{cases} 0, & -90^\circ \leq \theta \leq -\theta_0 \\ \sqrt{D(\theta)/D(\theta_0)}, & -\theta_0 < \theta \leq \theta_0 \\ 0, & \theta_0 < \theta \leq 90^\circ \end{cases} \quad (3.28)$$

em que  $D(\theta_0)$  é o valor máximo da diretividade ideal.

Dando continuidade ao procedimento de síntese para a obtenção da distribuição de fase não uniforme que produz, segundo os princípios da GO, o diagrama isoflux, de acordo com os estudos de (Biswas, 2013), uma função secante simula aproximadamente um diagrama de radiação do tipo isoflux e, conseqüentemente, tem-se que:

$$F_{norm}(u) = \begin{cases} 0, & -1 \leq u < -u_0 \\ A \sec(\alpha_S u), & -u_0 \leq u \leq u_0 \\ 0, & u_0 < u \leq 1 \end{cases} \quad (3.29)$$

onde  $u_0 = \sin \theta_0$ ,  $A$  é o menor valor da equação (3.28) e o ângulo  $\alpha_S$  é dado por:

$$\alpha_S = \frac{1}{u_0} \sec^{-1}(1/A) = \frac{1}{u_0} \cos^{-1}(A). \quad (3.30)$$

O modelo retratado pela equação (3.29) permite uma descrição mais simplificada para a obtenção da fase que produz esse tipo de diagrama. Para  $H = 800$  Km,  $\alpha_{min} = 15^\circ$  e  $\theta_0 = 59,12^\circ$ , a Figura 3.5 mostra a comparação entre o modelo ideal isoflux e a aproximação dada pela função secante de (3.29). Pela Figura 3.5, pode-se observar que a secante fornecida pela equação (3.29) consegue simular aproximadamente uma distribuição isoflux, desde que  $\alpha_S$  seja definido a partir de (3.30).

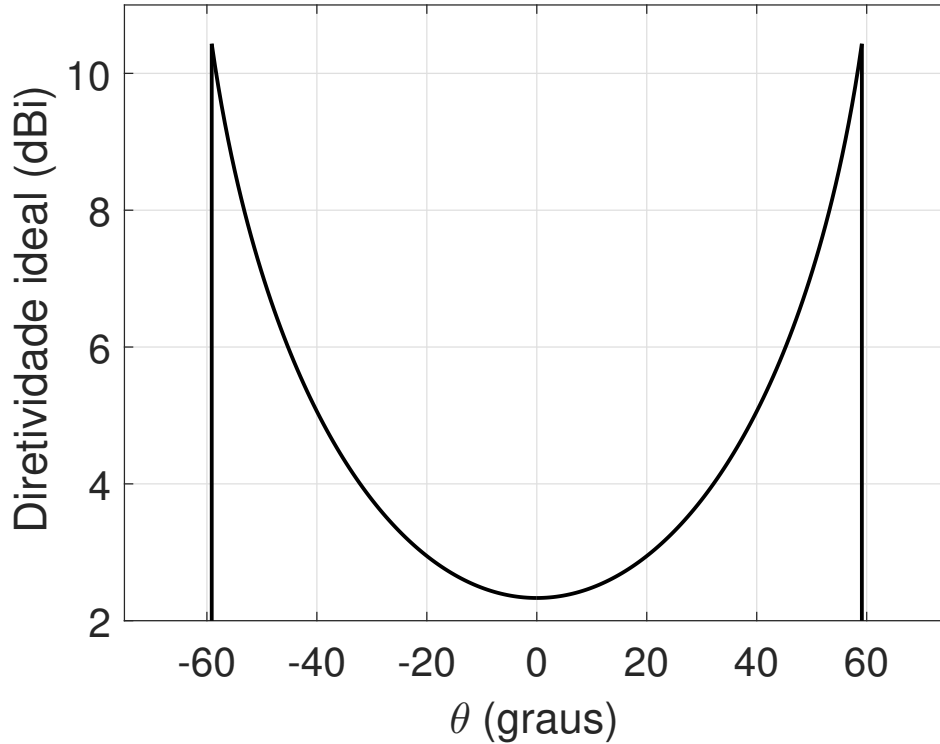


Figura 3.4 – Diagrama de radiação isoflux com a diretividade ideal em  $-\theta_0 \leq \theta \leq \theta_0$ , considerando-se  $H = 800$  Km,  $\alpha_{min} = 15^\circ$  e  $\theta_0 = 59,12^\circ$ .

Após a aplicação do campo normalizado expresso em (3.29), a equação (3.9) torna-se:

$$h(u) = \int_{u_a}^u |F_{norm}(\tau)|^2 d\tau \div \int_{u_a}^{u_b} |F_{norm}(\tau)|^2 d\tau = \int_{-u_0}^u \sec^2(\alpha_S \tau) d\tau \div \int_{-u_0}^{u_0} \sec^2(\alpha_S \tau) d\tau. \quad (3.31)$$

Manipulando (3.31), mostra-se que:

$$h(u) = \frac{\tan(\alpha_S u) + \tan(\alpha_S u_0)}{2 \tan(\alpha_S u_0)}, \quad (3.32)$$

para  $-u_0 \leq u \leq u_0$ . Utilizando a igualdade estabelecida por (3.10), a expressão (3.32) é reescrita como:

$$\frac{\tan(\alpha_S u) + \tan(\alpha_S u_0)}{2 \tan(\alpha_S u_0)} = g(\xi) \quad (3.33)$$

e isolando o termo  $u(\xi)$ , é possível obter:

$$u(\xi) = \frac{1}{\alpha_S} \tan^{-1}[(2g(\xi) - 1) \tan(\alpha_S u_0)], \quad (3.34)$$

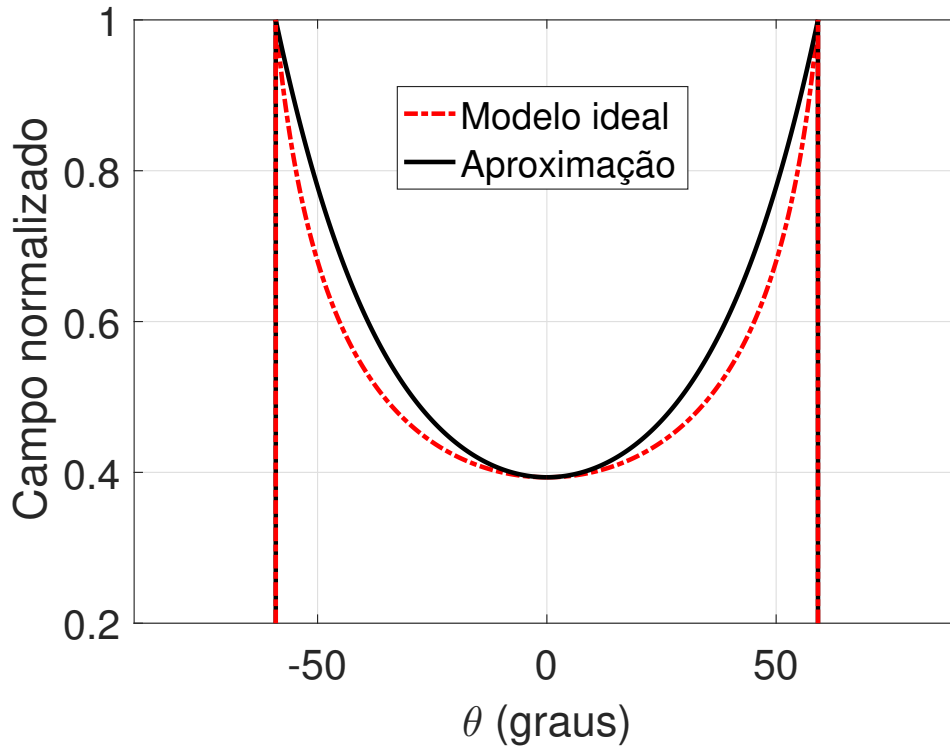


Figura 3.5 – Comparação entre o modelo ideal isoflux e a aproximação da função secante dada por (3.29) para  $H = 800$  Km,  $\alpha_{min} = 15^\circ$  e  $\theta_0 = 59,12^\circ$ .

sendo  $g(\xi)$  representado por (3.8), considerando-se uma distribuição de amplitude uniforme sobre a abertura bloqueada. Logo, ao substituir (3.8) em (3.34), encontra-se:

$$u(\xi) = \frac{1}{\alpha_S} \tan^{-1} \left[ \left( \frac{\xi - \xi_B}{1 - \xi_B} \right) \tan(\alpha_S u_0) \right], \quad (3.35)$$

para  $\xi_B < \xi < 1$ . Com isso, ao substituir (3.35) em (3.11) é possível obter a solução analítica de tal equação diferencial como:

$$\psi(\xi) = -\frac{k}{\alpha_S} \frac{D_M}{2} (t_1 - t_2), \quad (3.36)$$

onde:

$$t_1 = (\xi - \xi_B) \tan^{-1} \left[ \left( \frac{\xi - \xi_B}{1 - \xi_B} \right) \tan(\alpha_S u_0) \right], \quad (3.37)$$

$$t_2 = \left[ \frac{1 - \xi_B}{2 \tan(\alpha_S u_0)} \right] \ln[(1 - \xi_B)^2 + \tan^2(\alpha_S u_0)(\xi - \xi_B)^2], \quad (3.38)$$

sendo  $\xi$  e  $\xi_B$  dados por (3.1) e (3.5), respectivamente. Para  $n$  variando de 1 até  $N$ , a



equação (3.36) fornece a distribuição de fase não uniforme sobre o foco  $T_n$  na abertura do refletor principal com o objetivo de produzir um diagrama de radiação isoflux.

### 3.3 Campo Elétrico Radiado pelo Método da Abertura

Nesta seção é apresentado o formalismo desenvolvido para calcular o campo elétrico, no domínio da frequência, radiado pelas presentes antenas duplo-refletoras na região de campo distante empregando o Ap-M. Inicialmente, o princípio da equivalência é utilizado com o objetivo de determinar as densidades superficiais de correntes elétrica  $\vec{J}_A(\vec{r}_A, \omega)$  e magnética  $\vec{M}_A(\vec{r}_A, \omega)$  na abertura. Em seguida, tais correntes são integradas na abertura do refletor principal ( $D_B/2 \leq \rho_A \leq D_M/2$ ), obtendo-se, assim, o campo elétrico radiado na região de campo distante. Com isso, será possível validar e verificar se as distribuições de fase não uniforme definidas por (3.18) e (3.36) produzem dos desejados diagramas de radiação com o feixe modelado, antes de sintetizar os refletores circularmente simétricos.

As expressões que caracterizam os campos elétrico  $\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)$  e magnético  $\vec{H}_A(\vec{r}_A, \omega)$  prescritos sobre a abertura foram definidas em (1.3) e (1.4), respectivamente. Como a distribuição de amplitude é uniforme sobre a abertura (ou seja,  $I_n = 1$ ) e  $\hat{e}_A = \hat{x}$ , as equações (1.3) e (1.4) podem ser reescritas como:

$$\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega) = e^{j\psi(\xi)} \hat{x}, \quad (3.39)$$

$$\vec{H}_A(\vec{r}_A, \omega) = \frac{e^{j\psi(\xi)}}{Z_0} \hat{y}, \quad (3.40)$$

onde  $\psi(\xi)$  é a distribuição de fase não uniforme prescrita sobre a abertura.

De acordo com o princípio da equivalência, a densidade superficial de corrente elétrica equivalente na abertura,  $\vec{J}_A(\vec{r}_A, \omega)$ , pode ser determinada através de:

$$\vec{J}_A(\vec{r}_A, \omega) = \hat{n}_A \times \vec{H}_A(\vec{r}_A, \omega), \quad (3.41)$$

onde  $\vec{H}_A(\vec{r}_A, \omega)$  é o campo magnético na abertura dado por (3.40) e o vetor unitário normal à abertura é descrito como:

$$\hat{n}_A = \hat{z}. \quad (3.42)$$

Substituindo (3.40) e (3.42) em (3.41), tem-se que:

$$\vec{J}_A(\vec{r}_A, \omega) = -\frac{e^{j\psi(\xi)}}{Z_0} \hat{x}. \quad (3.43)$$

A densidade superficial de corrente magnética equivalente à abertura,  $\vec{M}_A(\vec{r}_A, \omega)$ , pode ser obtida como:

$$\vec{M}_A(\vec{r}_A, \omega) = -\hat{n}_A \times \vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega) = -e^{j\psi(\xi)} \hat{y}. \quad (3.44)$$

A partir da definição de  $\vec{J}_A(\vec{r}_A, \omega)$  e  $\vec{M}_A(\vec{r}_A, \omega)$  em (3.43) e (3.44), pode-se determinar o campo elétrico radiado por elas por meio da integral de radiação (Balanis, 2016):

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, \omega) = & -\frac{j}{\omega\epsilon_0} \int_{S_A} [\vec{J}_A(\vec{r}', \omega) \cdot \nabla] \nabla G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) + k^2 \vec{J}_A(\vec{r}', \omega) G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) \\ & - j\omega\epsilon_0 \vec{M}_A(\vec{r}', \omega) \times \nabla G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) dS_A, \end{aligned} \quad (3.45)$$

sendo  $S_A$  a área da abertura e  $G(\vec{r}, \vec{r}', \omega)$  a função de Green do espaço livre, a qual é expressa matematicamente por:

$$G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \frac{\exp(-jk|\vec{r} - \vec{r}'|)}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (3.46)$$

em que  $\vec{r}$  e  $\vec{r}'$  são os vetores que localizam o ponto de observação e a fonte, respectivamente, como ilustrado na Figura 3.6. Contudo, na região de campo distante (ver Figura 3.7)  $|\vec{r}| \gg |\vec{r}'|_{max}$  e, conseqüentemente, a função de Green do espaço livre dada por (3.46) torna-se:

$$G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) \approx \frac{\exp[-jk(r - \vec{r}' \cdot \hat{r})]}{4\pi r}. \quad (3.47)$$

Com a função de Green do espaço livre,  $G(\vec{r}, \vec{r}', \omega)$ , definida na região de campo distante, é possível substituir (3.47) em (3.45) e eliminando os termos de ordem  $1/r^2$ , encontra-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, \omega) \approx & -j \frac{kZ_0}{4\pi} \frac{\exp(-jkr)}{r} \int_{S_A} \left\{ \vec{J}_A(\vec{r}', \omega) - [\vec{J}_A(\vec{r}', \omega) \cdot \hat{r}] \hat{r} + \frac{1}{Z_0} \vec{M}_A(\vec{r}', \omega) \times \hat{r} \right\} \\ & \times \exp(jk\vec{r}' \cdot \hat{r}) dS_A \end{aligned} \quad (3.48)$$

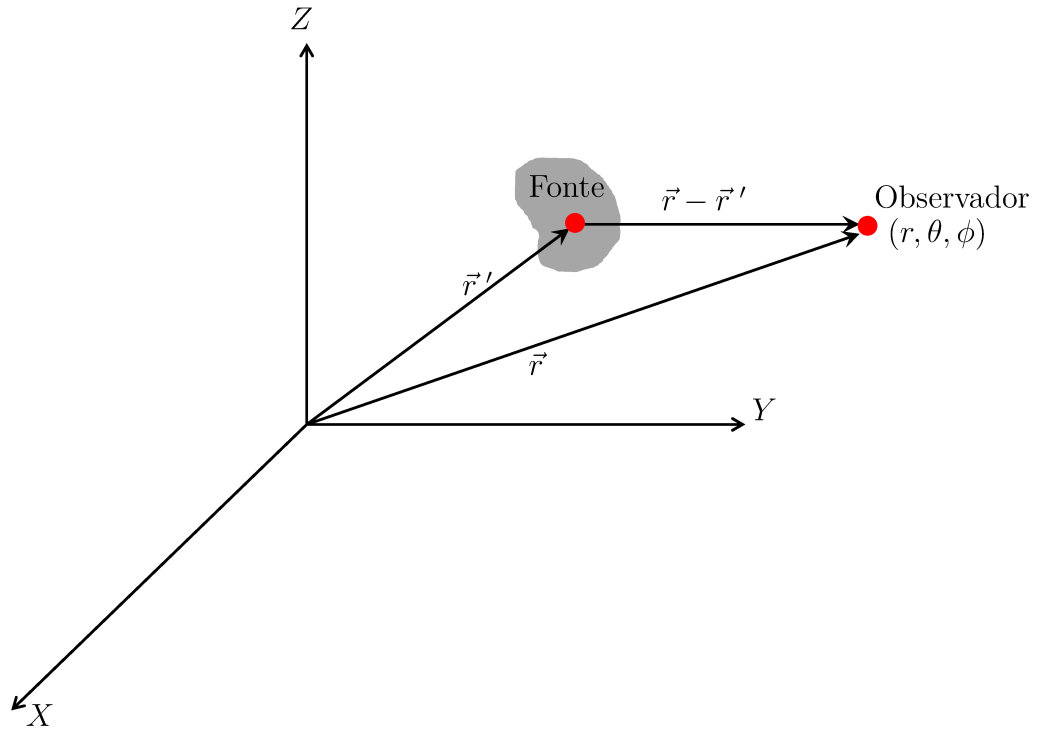


Figura 3.6 – Geometria do ponto de observação arbitrário.

Fonte: Figura adaptada de (Carvalho, 2018).

que é utilizada para obter o campo elétrico radiado na região de campo distante da abertura. Aplicando a conversão da base vetorial esférica para a cartesiana, mostra-se que:

$$\vec{r}' \cdot \hat{r} = (x'\hat{x} + y'\hat{y}) \cdot [\text{sen } \theta (\cos \phi \hat{x} + \text{sen } \phi \hat{y}) + \cos \theta \hat{z}]. \quad (3.49)$$

Como a abertura do refletor principal especificada em  $z = 0$ , é possível manipular o resultado de (3.49) obtendo:

$$\vec{r}' \cdot \hat{r} = \rho' \text{sen } \theta \cos(\phi - \phi'), \quad (3.50)$$

onde  $\rho' \in [D_B/2, D_M/2]$  e  $\phi' \in [0, 2\pi]$  são as variáveis de integração para o presente caso. Assim, o infinitesimal,  $dS_A$ , de área sobre a abertura é dado por:

$$dS_A = \rho' d\rho' d\phi'. \quad (3.51)$$

Portanto, substituindo (3.50) e (3.51) em (3.48), obtém-se:

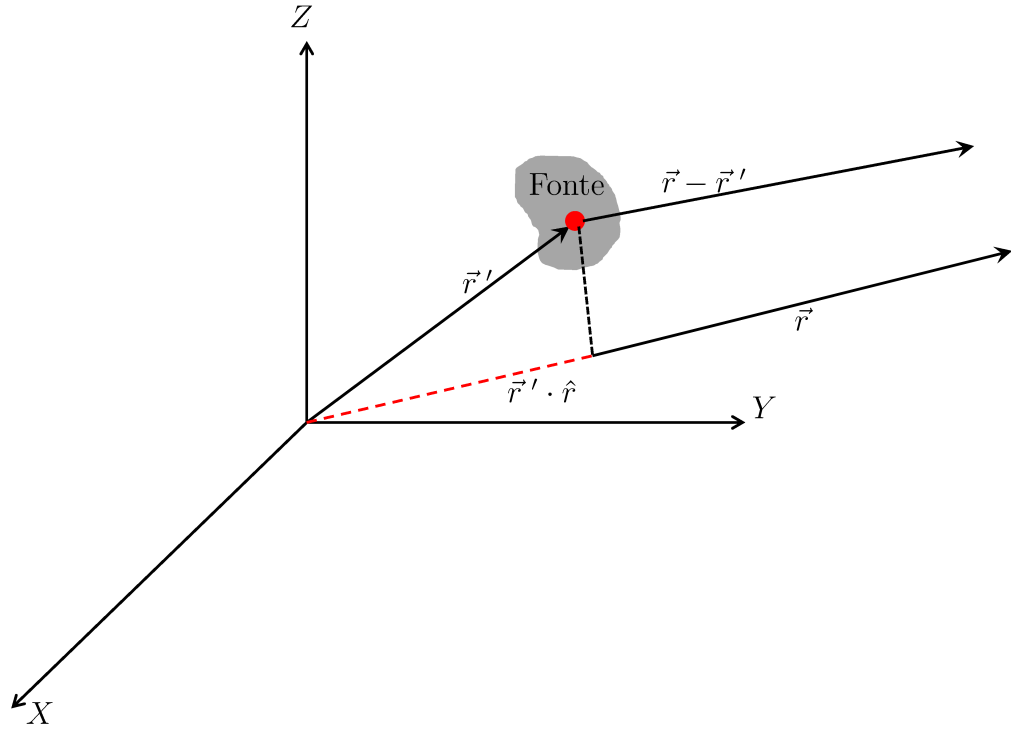


Figura 3.7 – Geometria do ponto de observação para a região de campo distante.

Fonte: Figura adaptada de (Carvalho, 2018).

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) \approx -j \frac{k Z_0 \exp(-jkr)}{4\pi r} \int_0^{2\pi} \int_{D_{B/2}}^{D_{M/2}} \left\{ \vec{J}_A(\vec{r}', \omega) - [\vec{J}_A(\vec{r}', \omega) \cdot \hat{r}] \hat{r} + \frac{1}{Z_0} \vec{M}_A(\vec{r}', \omega) \times \hat{r} \right\} \exp[jk\rho' \sin \theta \cos(\phi - \phi')] \rho' d\rho' d\phi'. \quad (3.52)$$

Pelas densidades superficiais de correntes elétrica e magnética equivalentes à abertura,  $\vec{J}_A(\vec{r}_A, \omega)$  e  $\vec{M}_A(\vec{r}_A, \omega)$ , determinadas por (3.43) e (3.44), respectivamente, mostra-se que:

$$\vec{J}_A(\vec{r}', \omega) - [\vec{J}_A(\vec{r}', \omega) \cdot \hat{r}] \hat{r} + \frac{1}{Z_0} \vec{M}_A(\vec{r}', \omega) \times \hat{r} = \frac{1}{Z_0} (1 + \cos \theta) (\cos \phi \hat{\theta} - \sin \phi \hat{\phi}) \times \exp[j\psi(\xi)]. \quad (3.53)$$

Observe que  $\vec{J}_A(\vec{r}_A, \omega)$  e  $\vec{M}_A(\vec{r}_A, \omega)$  não são constantes, pois as distribuições de fase não uniforme sobre a abertura,  $\psi(\xi)$ , obtidas a partir de (3.18) e (3.36) variam em função de  $\rho'$ . Por meio da substituição de (3.53) em (3.52), é possível determinar as componentes  $E_\theta(\vec{r}, \omega)$  e  $E_\phi(\vec{r}, \omega)$  do campo elétrico radiado na região de campo distante via Ap-M com a solução das seguintes expressões:

$$E_{\theta}(\vec{r}, \omega) \approx \frac{jk \exp(-jkr)}{4\pi r} (1 + \cos \theta) (\cos \phi) \times \int_0^{2\pi} \int_{D_B/2}^{D_M/2} \exp[j\psi(\xi)] \exp[jk\rho' \sin \theta \cos(\phi - \phi')] \rho' d\rho' d\phi' \quad (3.54)$$

$$E_{\phi}(\vec{r}, \omega) \approx \frac{jk \exp(-jkr)}{4\pi r} (1 + \cos \theta) (-\sin \phi) \times \int_0^{2\pi} \int_{D_B/2}^{D_M/2} \exp[j\psi(\xi)] \exp[jk\rho' \sin \theta \cos(\phi - \phi')] \rho' d\rho' d\phi'. \quad (3.55)$$

Por meio da seguinte identidade (Abramowitz; Stegun, 1964):

$$\exp[jk\rho' \sin \theta \cos(\phi - \phi')] = J_0(k\rho' \sin \theta) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} j^m J_m(k\rho' \sin \theta) \cos[m(\phi - \phi')], \quad (3.56)$$

obtém-se:

$$\int_0^{2\pi} \exp[jk\rho' \sin \theta \cos(\phi - \phi')] d\phi' = 2\pi J_0(k\rho' \sin \theta), \quad (3.57)$$

onde  $J_0(p)$  é a função de Bessel de ordem 0. Substituindo o resultado de (3.57) em (3.54) e (3.55), é possível obter as equações que determinam as componentes  $E_{\theta}(\vec{r}, \omega)$  e  $E_{\phi}(\vec{r}, \omega)$  do campo elétrico radiado na região de campo distante como:

$$E_{\theta}(\vec{r}, \omega) \approx \frac{jk \exp(-jkr)}{2 r} (1 + \cos \theta) (\cos \phi) \int_{D_B/2}^{D_M/2} J_0(k\rho' \sin \theta) \exp[j\psi(\xi)] \rho' d\rho', \quad (3.58)$$

$$E_{\phi}(\vec{r}, \omega) \approx \frac{jk \exp(-jkr)}{2 r} (1 + \cos \theta) (-\sin \phi) \int_{D_B/2}^{D_M/2} J_0(k\rho' \sin \theta) \exp[j\psi(\xi)] \rho' d\rho'. \quad (3.59)$$

É importante enfatizar que a solução das equações (3.58) e (3.59) fornecem as componentes  $E_{\theta}(\vec{r}, \omega)$  e  $E_{\phi}(\vec{r}, \omega)$  do campo elétrico radiado na região de campo distante à abertura do refletor principal. O objetivo é que tal campo produza, segundo os princípios da GO, os desejados diagramas de radiação com o topo plano e isoflux, uma vez que as fases não uniformes são dadas pelas expressões (3.18) e (3.36), com  $\xi$  variando em  $\rho'$ .

## 3.4 Resultados de Síntese da GO para um Campo na Abertura com Fase Não Uniforme

Com o objetivo de ilustrar o procedimento de síntese descrito nas Seções 2.2 e 2.3 deste trabalho, diversos estudos de caso com fase não uniforme na abertura são apresentados na presente seção. Para estes estudos, antenas duplo-refletoras circularmente simétricas baseadas nas configurações ADC e ADE foram modeladas com distribuições de fase não uniformes prescritas sobre os focos na abertura do refletor principal para produzirem os desejados diagramas de radiação com o feixe modelado em coberturas específicas. De acordo com os princípios da GO, as fases não uniformes são obtidas através das soluções das equações (3.18) e (3.36), respectivamente, com o intuito de proverem diagramas de radiação (também, com simetria circular) de topo plano e isoflux.

Observe que a partir da especificação das fases não uniformes em  $T_n$ , deve-se calcular o percurso óptico total ( $\ell_n$ ) de cada raio desde o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) até o foco na abertura com o auxílio da equação (2.3), uma vez que  $\ell_0$  é conhecido *a priori*. Conforme ilustrado anteriormente na Figura 2.13, o algoritmo de modelagem das presentes antenas duplo-refletoras inicia-se com as especificações iniciais de projeto, ou seja, os parâmetros  $D_M$ ,  $D_B$ ,  $D_S$ ,  $\theta_E$  e  $L_0$  são definidos. Tais parâmetros já foram investigados em (Moreira; Prata Jr., 2001) e estão ilustrados nas Figuras 2.1 e 2.3, considerando-se as configurações geométricas ADC e ADE, respectivamente.

Um fator importante a se mencionar é que para todos os estudos de caso investigados nesta seção, empregou-se o modelo de alimentador RCF, o qual é representado por um diagrama de radiação circularmente simétrico estabelecido pela equação (2.62). A escolha do valor atribuído ao expoente  $p$  de (2.62) é de extrema importância, pois o mesmo controla o diagrama de radiação deste modelo de alimentador RCF e pode influenciar nos resultados de análise rigorosa fundamentada no MoM. Para os casos apresentados a seguir, o valor do expoente  $p$  juntamente com o ângulo de borda  $\theta_E$  (parâmetro de entrada do algoritmo de síntese) deve fornecer  $F_{tap} = -15$  dB, conforme a equação (2.61). Como nos estudos de caso A.1 e A.2 apresentados na Seção 2.6, as análises do MoM foram simuladas com 15 seg/ $\lambda$  (15 segmentos a cada comprimento de onda), com o objetivo específico de obter os diagramas de radiação das antenas modeladas com os seus respectivos ganhos de Co-Pol e Cx-Pol nos três planos  $\phi = 0^\circ$ ;  $45^\circ$  e  $90^\circ$ , validando o método de síntese desenvolvido.

Além da análise de onda completa (sub-refletor e refletor principal) fornecida pelo MoM, neste trabalho é empregado o Ap-M descrito na Seção 3.3 para validar as soluções das equações (3.18) e (3.36), que determinam as fases não uniformes a serem prescritas em  $T_n$ , segundo os princípios da GO. Para estabelecer uma comparação mais consistente entre os dois métodos de análise eletromagnética (MoM e Ap-M) utilizados, é necessário que as antenas a serem sintetizadas possuam dimensões elétricas elevadas (ou seja, com

$D_M$  acima de  $100\lambda$ ). Com isso, espera-se que os fenômenos, como os efeitos difrativos que ocorrem nas bordas dos dois refletores (sub-refletor e refletor principal) modelados sejam menos significativos, uma vez que não são levados em consideração pela técnica de síntese proposta no Capítulo 2.

### 3.4.1 Estudo de Caso B.1: Antena ADC Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação com Topo Plano em $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$

Neste exemplo, as duas geratrizes refletoras de uma antena ADC foram simultaneamente modeladas com uma iluminação não uniforme, especificada em  $T_n$ , sobre a abertura do refletor principal ( $D_B/2 \leq \rho_A \leq D_M/2$ ). Para o presente estudo de caso, considerou-se um campo na abertura com uma amplitude unitária (ou seja,  $I_n = 1$ ) e a distribuição de fase,  $\psi_n$ , dada pela solução da equação (3.18). Tal especificação de campo com fase não uniforme em  $T_n$  deve prover, ao final, um diagrama de radiação circularmente simétrico de topo plano em  $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ . Para isso, foi definido  $\theta_0 = 15^\circ$  para a obtenção de  $u_0 = 0,2588$  com o auxílio de (3.12).

O algoritmo de síntese da GO inicia-se a partir da definição dos seguintes parâmetros geométricos:  $D_M = 120\lambda$ ,  $D_B = D_S = 12\lambda$ ,  $\theta_E = 30^\circ$  e  $L_0 = 60\lambda$ . Esta parametrização resulta em uma configuração ADC clássica, onde  $2c = 10,91\lambda$ ;  $e = 2$ ;  $\beta = -2,87^\circ$ ; e  $F = 32,73\lambda$  que descrevem localmente a hipérbole e a parábola das geratrizes dos sub-refletor e refletor principal de tal antena, além da distância entre o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) e o vértice do sub-refletor dada por  $V_S = 8,19\lambda$  (Moreira; Prata Jr., 2001). Estes parâmetros estão ilustrados na Figura 2.1. Observe que, neste estudo, as dimensões elétricas da antena são suficientemente grandes em relação a  $\lambda$  com o intuito de gerar maior efetividade do desejado diagrama de radiação de topo plano em  $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ . Por isso, os valores de  $D_M$ ,  $D_B$ ,  $D_S$  e  $L_0$  aqui descritos possuem um aumento significativo de 20% em relação aos parâmetros apresentados no estudo de caso A.1. O modelo RCF para o alimentador foi adotado com  $p = 50$ , fornecendo  $F_{tap} = -15$  dB para  $\theta_E = 30^\circ$ . Além disso, a coordenada  $\rho_{T_n}$  foi uniformemente distribuída e  $z_{T_n} = z_A = 40\lambda$ .

Com os valores de  $u_0$ ,  $\rho_{T_n}$ ,  $D_B$  e  $D_M$  definidos, é possível calcular as fases através da equação (3.18) para o caso do diagrama de radiação com topo plano, particularmente em  $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ . Na Figura 3.8 é apresentada a distribuição de fase  $\psi_n$  (em linha sólida na cor azul) prescrita em  $T_n$  para a modelagem das geratrizes refletoras da presente configuração ADC. Uma etapa muito importante para o procedimento de síntese da antena é calcular, a cada iteração  $n$ , o percurso óptico total ( $\ell_n$ ) do raio desde  $O$  até o foco  $T_n$  na abertura do refletor principal. A partir das fases especificadas, obtém-se  $\ell_n$  com o auxílio da equação (2.3), sabendo-se que  $\ell_0 = L_0 + z_A = 100\lambda$ . Através da Figura 3.8, é interessante observar que as fases não uniformes descrevem uma distribuição contínua e

descrescente em  $T_n$ .

Obedecendo a sequência descrita na Figura 2.13, o algoritmo iterativo de modelagem da presente antena ADC tem início com  $\theta_{F_0} = 0^\circ$  e  $r_{F_0} = V_S$  e termina quando  $n = N$  em que  $\theta_{F_N} = \theta_E$ , conforme exemplificado na Figura 2.5. A síntese da GO foi conduzida com  $N = 10^3$  pares de seções cônicas para a modelagem simultânea das duas geratrizes refletoras, bem como a distribuição de fase não uniforme (em linha sólida na cor azul) apresentada na Figura 3.8. As geratrizes do sub-refletor e do refletor principal da antena ADC modelada são mostradas na Figura 3.9. Relata-se que os diâmetros do sub-refletor e do refletor principal sintetizados são  $12,63\lambda$  e  $120\lambda$ , respectivamente. A partir desta informação, consta-se que houve um aumento de  $0,63\lambda$  do sub-refletor modelado em relação ao clássico. Ou seja, nesta situação, existe um acréscimo de  $0,315\lambda$  ao bloqueio oferecido pela superfície do sub-refletor modelado.

Antes de realizar a análise rigorosa pelo MoM da geometria ADC apresentada na Figura 3.9, é necessário verificar se a presente síntese da GO foi conduzida com êxito. Para isso, o percurso óptico total ( $\ell_n$ ) de cada raio foi determinado pela equação (2.35b) com os dados obtidos pela modelagem. Conseqüentemente, foi possível calcular as fases ( $-k\ell_n$ ) obtidas na abertura depois da síntese, conforme observado pela Figura 3.8 (curva representada em linha tracejada na cor vermelha). Para este estudo de caso, a síntese

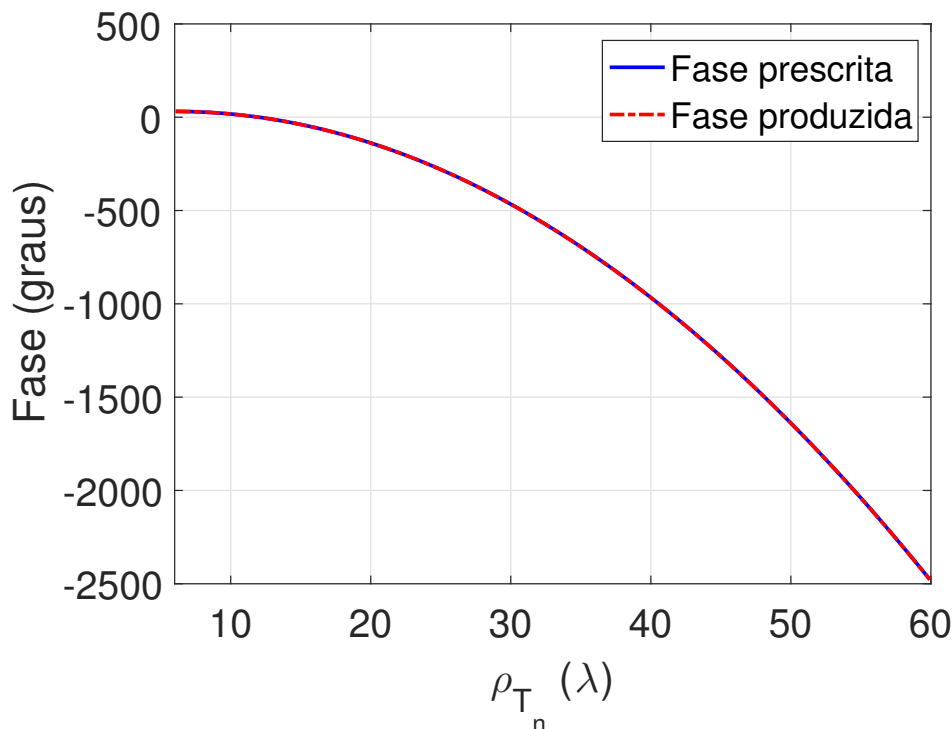


Figura 3.8 – Distribuição de fase não uniforme (em linha sólida na cor azul) prescrita em  $T_n$  para a antena ADC modelada do estudo de caso B.1, juntamente com as fases produzidas (em linha pontilhada na cor vermelha) em  $T_n$  após a síntese da GO.



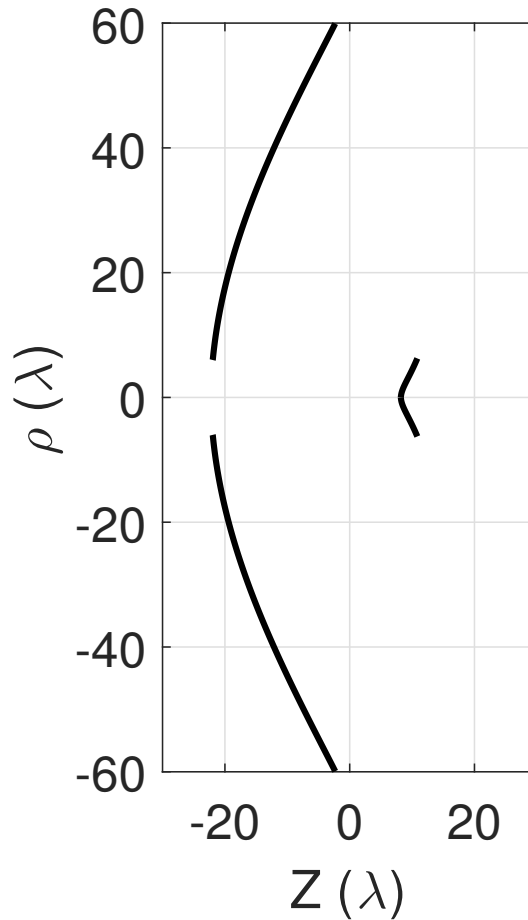


Figura 3.9 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADC modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.1.

foi bem sucedida, pois as distribuições de fases prescrita e obtida são aproximadamente iguais, como mostrado na Figura 3.8. Isto significa que a antena investigada conseguiu prover, segundo os princípios da GO, as especificações desejadas de iluminação com fase não uniforme sobre a abertura do refletor principal ( $D_B/2 \leq \rho_A \leq D_M/2$ ).

As simulações de onda completa baseada no MoM forneceram os diagramas de radiação, na região de campo distante, nos três planos  $\phi = 0^\circ$ ;  $45^\circ$  e  $90^\circ$  para a ADC sintetizada da Figura 3.8. As Figuras 3.10 – 3.12 apresentam os ganhos atribuídos a Co-Pol e Cx-Pol destes diagramas obtidos via MoM para os três planos  $\phi$  de análise. Além disso, em tais figuras, também estão ilustrados os diagramas de radiação determinados pelo Ap-M para  $\phi = 0^\circ$ ;  $45^\circ$  e  $90^\circ$ . Entretanto, os ganhos referentes a Cx-Pol calculados através do Ap-M não foram retratados nas Figuras 3.10 – 3.12, pois apresentaram valores muito baixos, idealmente nulos. Juntamente com as características de radiação fornecidas pelo MoM e Ap-M, definiu-se o modelo ideal da GO (em linhas tracejadas na cor preta), dentro do limite de  $\pm 3$  dB, para o diagrama de radiação com topo plano, especificamente em  $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$  (ver Figuras 3.10 – 3.12).

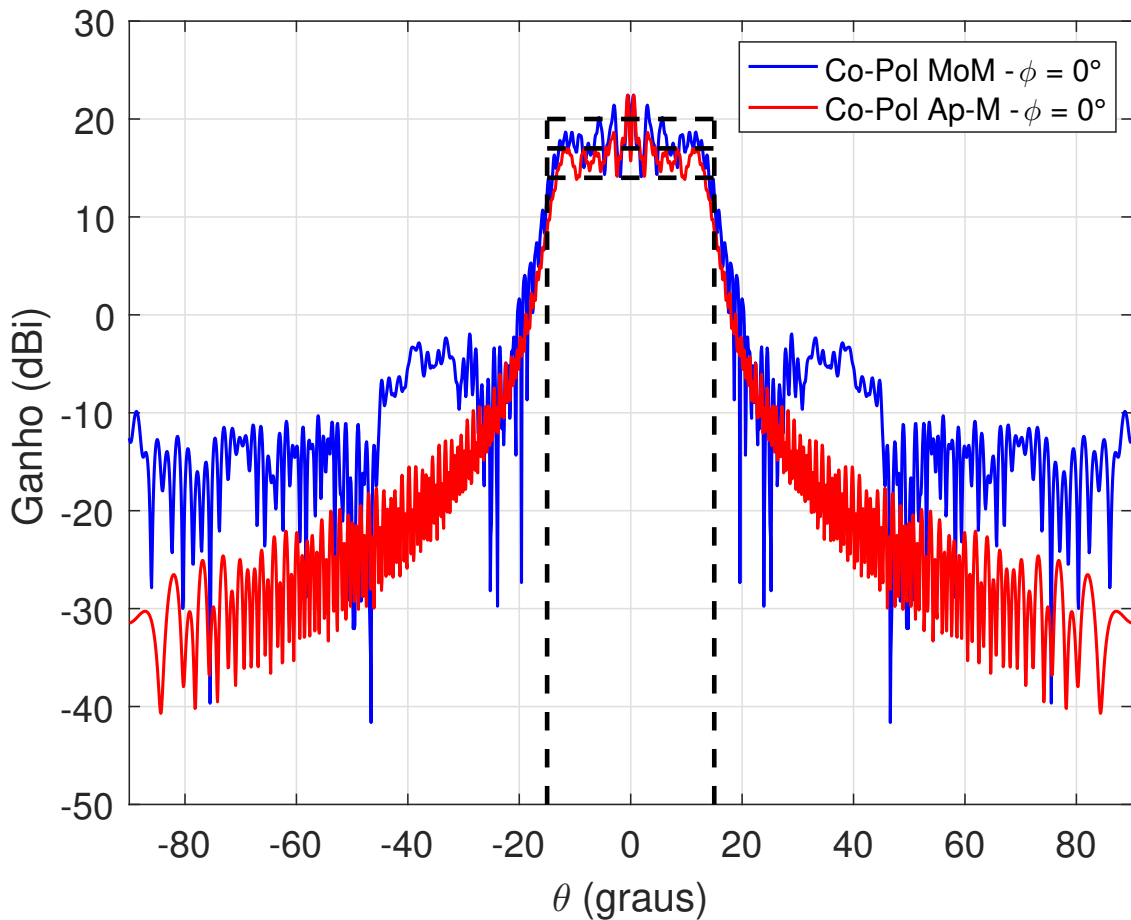


Figura 3.10 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 0^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.1. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em  $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ , dentro do limite  $\pm 3$  dB.

Analisando o comportamento dos diagramas de radiação mostrados nas Figuras 3.10 – 3.12, especificamente os ganhos de Co-Pol determinados pelo ApM, observa-se que apresentaram uma boa convergência com o modelo ideal da GO de topo plano em  $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ . No entanto, o Ap-M forneceu um ganho máximo de Co-Pol igual a 22,44 dBi na direção  $\theta = 0,54^\circ$ , ultrapassando cerca de 2,44 dB em relação ao diagrama de radiação desejado (em linhas tracejadas na cor preta dentro do limite  $\pm 3$  dB), considerando-se os três planos  $\phi$  de análise. Ainda de acordo com os resultados exibidos nas Figuras 3.10 – 3.12, é possível perceber que os ganhos de Co-Pol obtidos pelos MoM e Ap-M apresentaram um comportamento semelhante, porém, com algumas diferenças, como esperado.

É importante mencionar que o Ap-M introduzido na Seção 3.3 do presente capítulo é extremamente simples, do ponto de vista matemático e computacional. A partir da especificação do campo eletromagnético na abertura do refletor principal, é possível

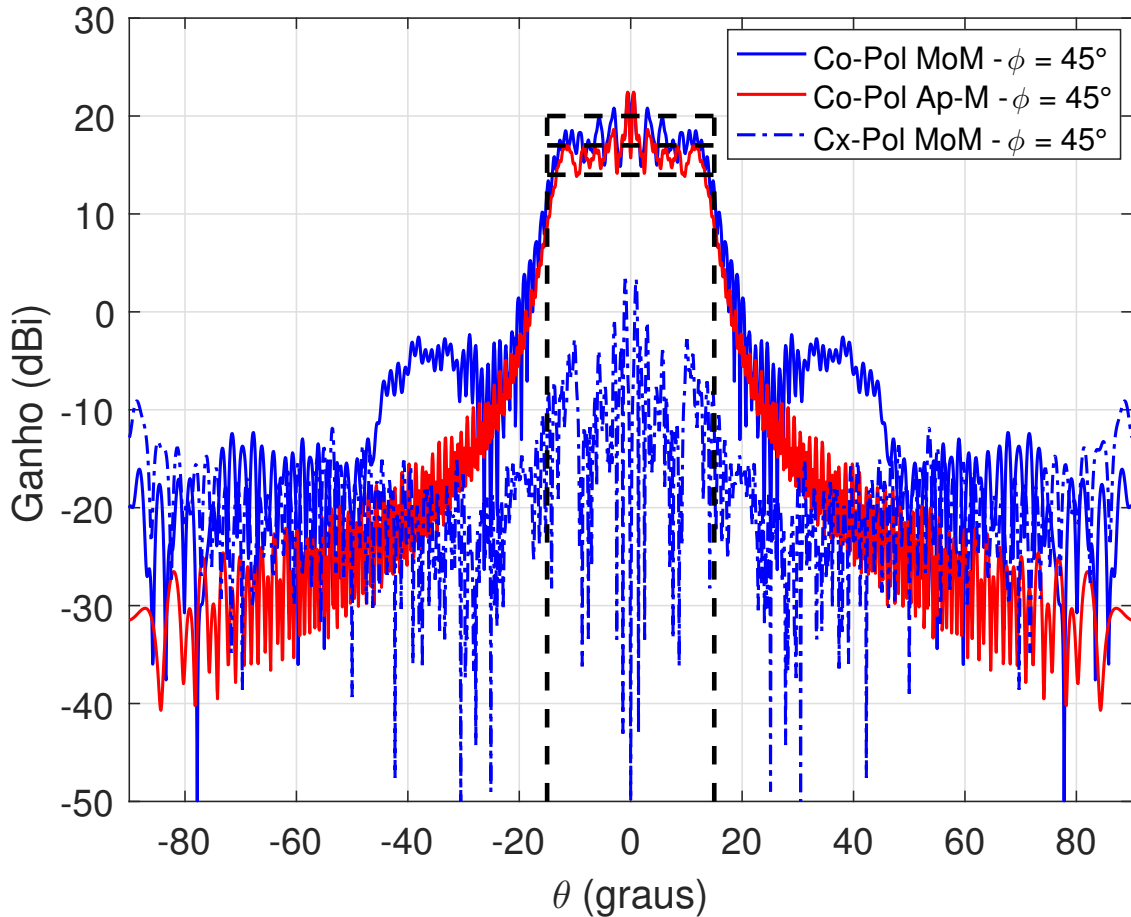


Figura 3.11 – Diagramas de radiação no plano diagonal  $\phi = 45^\circ$  obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.1. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em  $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ , dentro do limite  $\pm 3$  dB.

determinar o campo elétrico distante radiado por tal abertura. Em contrapartida, o Ap-M realiza uma análise simples, ou seja, não leva em consideração o acoplamento mútuo entre o sub-refletor e o refletor principal. Apesar disso, o Ap-M conseguiu validar a distribuição de fase não uniforme prescrita em  $T_n$  para fornecer o desejado diagrama de radiação, supostamente de topo plano no setor angular de  $-15^\circ$  a  $15^\circ$ .

Considerando-se o diagrama de radiação no plano  $\phi = 0^\circ$  apresentado na Figura 3.10, a análise rigorosa do MoM proveu o máximo de radiação na direção  $\theta = 0,5^\circ$  correspondente a Co-Pol igual a 22,34 dBi e Cx-Pol nula em todo o setor angular ( $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ). Para o plano diagonal  $\phi = 45^\circ$  (ver Figura 3.11), o MoM forneceu ganhos máximos de Co-Pol igual a 22,39 dBi e Cx-Pol igual a 3,36 dBi. Além disso, pela Figura 3.12, verificou-se que para o plano  $\phi = 90^\circ$ , análise do MoM indicou um ganho máximo de Co-Pol igual a 22,34 dBi e Cx-Pol nula em  $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ .

O principal desafio em obter um diagrama de radiação de topo plano é encontrar o

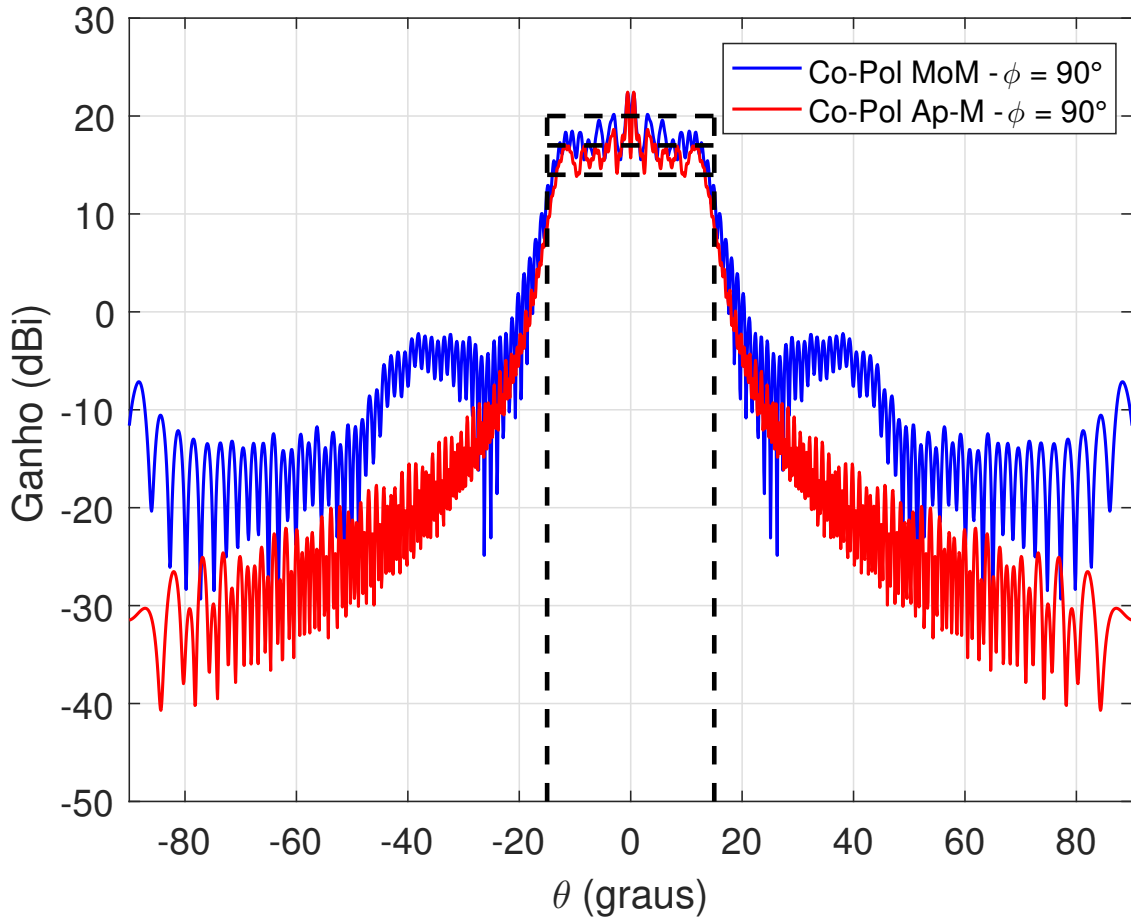


Figura 3.12 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 90^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.1. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em  $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ , dentro do limite  $\pm 3$  dB.

feixe modelado de alto ganho com pequenas oscilações (tipicamente, ondulações abaixo de 3 dB) dentro do setor angular definido *a priori*. Pelas Figuras 3.10 – 3.12, é possível visualizar algumas oscilações indesejadas em  $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$  dos ganhos de Co-Pol calculados pelo MoM em relação ao diagrama desejado da GO. Estas diferenças estão atribuídas a diversos fatores, entre eles destacam-se: erros numéricos da síntese, uma vez que as geratrizes refletoras modeladas são obtidas por um conjunto finito ( $N$ ) de pontos; efeitos difrativos nas bordas dos refletores que não foram considerados pela técnica de síntese da GO; discretização da abertura (planar) do refletor principal através de um conjunto de pontos; bloqueio da abertura causado pela superfície do sub-refletor; e definição de amplitude uniforme em  $T_n$ . Acredita-se que uma antena com as dimensões elétricas muito maiores, os efeitos difrativos seriam menos significantes. Porém, para aplicações atuais, não é interessante projetar antenas com grandes dimensões. Além disso, um modelo ideal de amplitude não uniforme talvez seja mais eficiente. No entanto, o procedimento de síntese

da fase não uniforme não seria simples igual aquele proposto na Seção 3.2. Embora os diagramas da análise rigorosa do MoM também apresentem oscilações, a síntese com fase não uniforme da presente configuração ADC atendeu às especificações desejadas de iluminação em amplitude e fase sobre a abertura do refletor principal, demonstrando com sucesso o uso da técnica desenvolvida no Capítulo 2.

### 3.4.2 Estudo de Caso B.2: Antena ADE Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação com Topo Plano em $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$

No presente estudo de caso, as duas geratrizes refletoras de uma antena baseada na configuração ADE foram sintetizadas com uma distribuição de fase não uniforme prescrita em  $T_n$  para produzirem o desejado diagrama de radiação circularmente simétrico de topo plano em  $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ . Para tal, foram mantidas as mesmas dimensões elétricas da geometria ADC investigada no estudo de caso B.1, alterando-se, apenas, o ângulo de borda  $\theta_E$ . Ou seja, a síntese da GO partiu de uma geometria ADE clássica com os seguintes parâmetros geométricos iniciais:  $D_M = 120\lambda$ ,  $D_B = D_S = 12\lambda$ ,  $\theta_E = 45^\circ$  e  $L_0 = 60\lambda$ . Ao substituir estes parâmetros ( $D_M$ ,  $D_B$ ,  $D_S$ ,  $\theta_E$  e  $L_0$ ) nas equações de projeto desenvolvidas em (Moreira; Prata Jr., 2001), obtem-se uma ADE clássica com a distância entre  $O$  até o vértice do sub-refletor  $V_S = 4,24\lambda$ , e as duas seções cônicas (elipse e parábola) que descrevem as geratrizes refletoras com  $2c = 7,35\lambda$ ;  $e = 0,72$ ;  $\beta = 54,73^\circ$ ; e  $F = 27\lambda$ .

Nesta investigação da síntese de uma ADE, a abertura planar do refletor principal com  $z_A = 40\lambda$  é definida por um conjunto finito ( $N$ ) de pontos discretos, uniformemente distribuídos desde  $\rho_{A_0} = D_M/2$  a  $\rho_{A_N} = D_B/2$ , como ilustrado na Figura 3.2. Conseqüentemente, a posição dos focos sobre tal abertura é dada por (2.65), com  $z_{T_n} = z_A = 40\lambda$ . Para obter a distribuição de fase não uniforme em  $T_n$ , utilizaram-se os parâmetros  $\theta_0 = 15^\circ$ ,  $D_M = 120\lambda$  e  $D_B = 12\lambda$  iguais aos do caso B.1 em (3.18). Porém,  $\rho_{T_n}$  é variado entre  $D_M/2$  e  $D_B/2$ . Com isso, as fases não uniformes calculadas foram as mesmas da Figura 3.8 (curva representada pela linha sólida na cor azul). A partir da distribuição de fase  $\psi_n$  especificada em  $T_n$ , calcula-se o percurso óptico total ( $\ell_n$ ) de raio com o auxílio da equação (2.3), onde  $\ell_0 = L_0 + z_A = 100\lambda$  para o presente estudo. Assim como na síntese da antena ADC,  $\psi_n$  é determinada diretamente pela solução de (3.18), novamente, com  $u_0 = 0,2588$ ;  $D_M = 120\lambda$ ; e  $D_B = 12\lambda$ .

Seguindo as instruções descritas anteriormente no Capítulo 2 deste trabalho, a cada iteração  $n$ , o ângulo  $\theta_{F_n}$  é obtido pelo princípio de conservação da energia aplicado ao par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$  pela equação (2.63). Mais uma vez, adotou-se como alimentador o modelo RCF com densidade de potência,  $G_F(\theta_F)$ , (circularmente simétrica) representada por (2.62). Entretanto, o valor do expoente  $p = 22$  para prover  $F_{tap} = -15$  dB na borda do sub-refletor com  $\theta_E = 45^\circ$ , satisfazendo (2.61). A distribuição de potência

( $P_{T_n}$ ) prescrita sobre os focos na abertura é computada pela solução analítica da integral (2.66) com  $G_A(\rho)$  constante. O algoritmo iterativo de síntese inicia-se com  $\theta_{F_0} = 0^\circ$  e  $r_{F_0} = V_S$  e termina quando ( $n = N$ )  $\theta_{F_N}$  for igual ao ângulo de borda  $\theta_E$ . A síntese da ADE foi conduzida com  $N = 10^3$  pares de seções cônicas para as geratrizes que representam o sub-refletor e o refletor principal modelados (Figura 3.13).

A Figura 3.13 ilustra as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal da antena ADE modelada com as fases não uniformes da Figura 3.8. Embora a síntese numérica forneça um conjunto finito ( $N$ ) de pontos para descrever as duas geratrizes refletoras modeladas, aparentemente as curvas são suaves (ver a Figura 3.13), fator este que contribui para que a interpolação cúbica destes pontos seja bem sucedida para a análise rigorosa do MoM. Além disso, relata-se que os diâmetros associados aos sub-refletor e refletor principal modelados são  $11,15\lambda$  e  $120\lambda$ , respectivamente. Tal informação indica que o sub-refletor sintetizado é menor geometricamente do que o clássico, com uma diferença de  $0,85\lambda$ .

É interessante mencionar que antes de empregar a análise via MoM da antena ADE

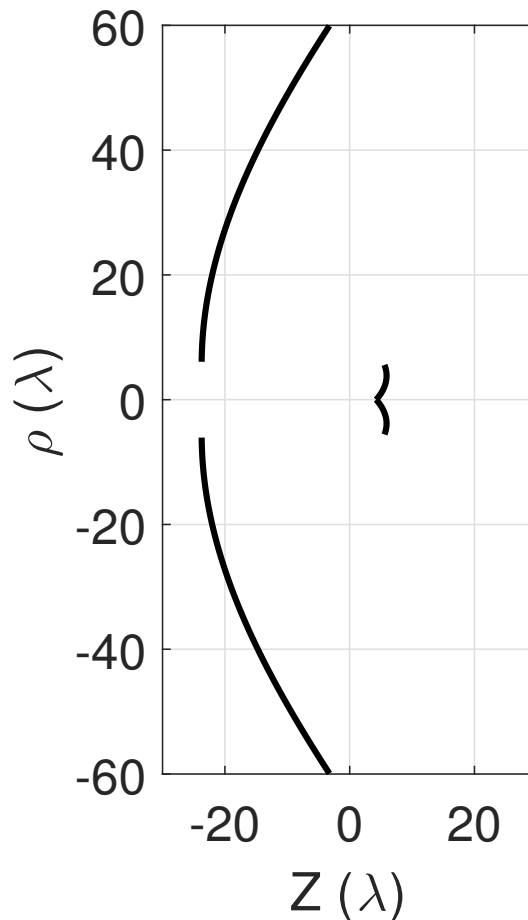


Figura 3.13 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADE modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.2.

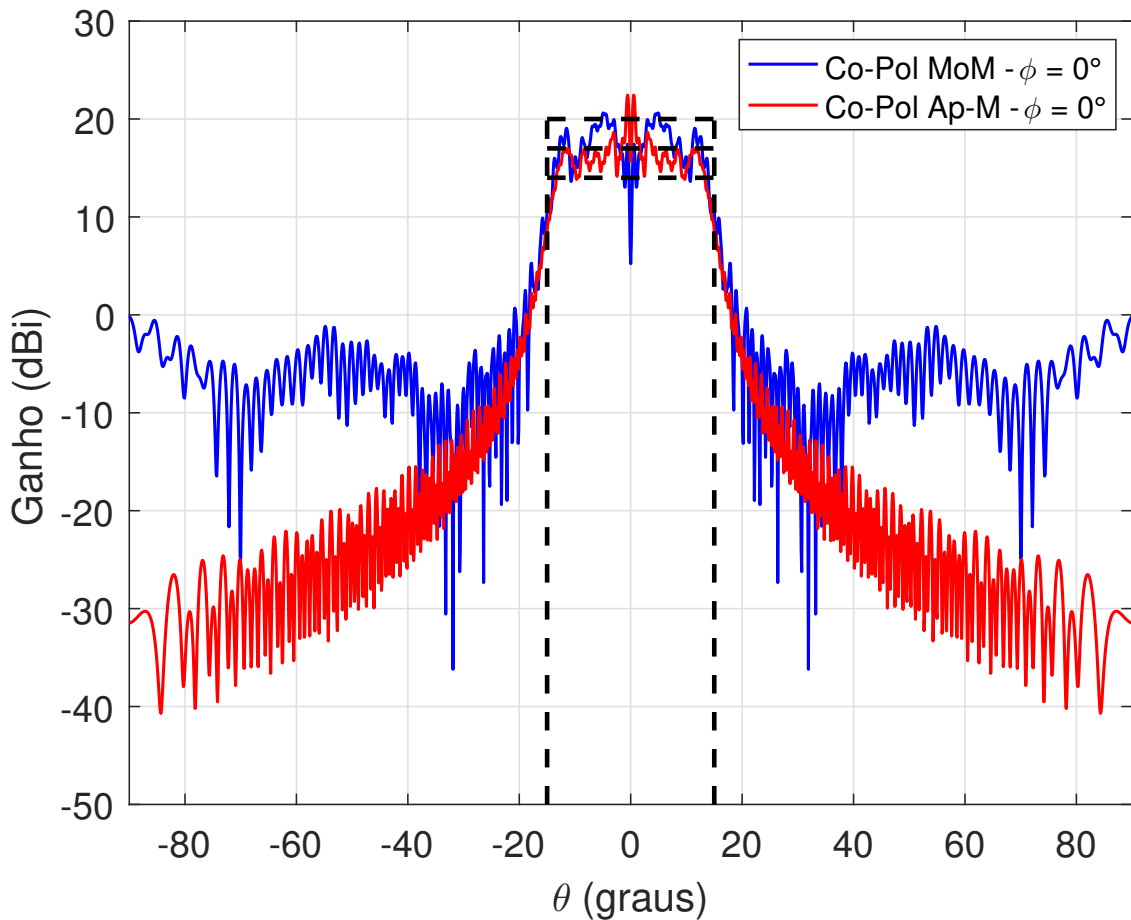


Figura 3.14 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 0^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.2. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em  $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ , dentro do limite  $\pm 3$  dB.

apresentada na Figura 3.13, foi realizado o mesmo teste anterior para verificar se a síntese ocorreu com sucesso. Como as fases são iguais, as constatações feitas através da Figura 3.8 também se aplicam a síntese da ADE. Ao final, a presente antena ADE modelada produziu a distribuição de fase não uniforme prescrita em  $T_n$ , segundo a GO. Com isso, verificou-se que a síntese foi realizada com sucesso.

A análise rigorosa via MoM da antena ADE sintetizada (ver Figura 3.13) forneceu os diagramas de radiação com os respectivos ganhos de Co-Pol e Cx-Pol nos planos  $\phi = 0^\circ$ ;  $45^\circ$ ; e  $90^\circ$ , como ilustrado nas Figuras 3.14, 3.15 e 3.16, respectivamente. Além disso, os ganhos de Co-Pol determinados pelo Ap-M também são apresentados nas Figuras 3.14 – 3.16 para  $\phi = 0^\circ$ ;  $45^\circ$ ; e  $90^\circ$ , respectivamente. Note que os ganhos de Co-Pol obtidos pelo Ap-M são iguais aqueles da antena ADC do estudo de caso B.1, pois utilizou-se a mesma distribuição de fase não uniforme considerando-se  $\theta_0 = 15^\circ$ ,  $D_B = 12\lambda$  e  $D_M = 120\lambda$  para as duas geometrias (ADC e ADE), objetivando prover o diagrama de radiação de

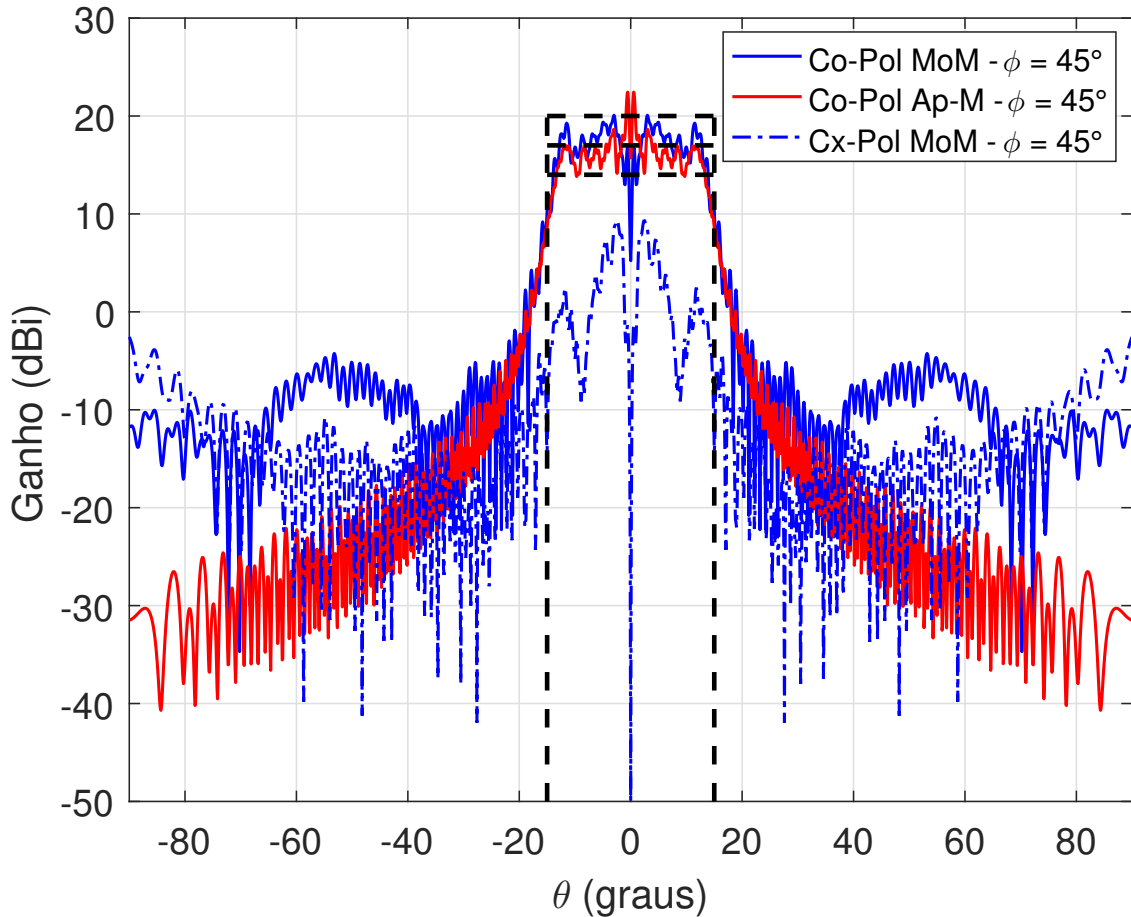


Figura 3.15 – Diagramas de radiação no plano diagonal  $\phi = 45^\circ$  obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.2. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em  $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ , dentro do limite  $\pm 3$  dB.

topo plano em  $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ . Juntamente com os diagramas de radiação determinados através do MoM e pelo Ap-M, estão ilustrados (em linhas tracejadas na cor preta) o modelo ideal da GO de topo plano dentro do limite  $\pm 3$  dB no setor angular entre  $-15^\circ$  e  $15^\circ$ , conforme mostrado nas Figuras 3.14 – 3.16.

Investigando o comportamento dos diagramas de radiação das Figuras 3.14 – 3.16, especificamente os ganhos da Co-Pol determinados pelos dois métodos de análise (MoM e Ap-M), é possível notar que ocorreram algumas divergências entre estes ganhos em relação aos três planos  $\phi$  de análise. Assim como nas discussões apresentadas para a síntese da antena ADC do estudo de caso B.1, as diferenças observadas podem ser atribuídas aos fatores já mencionados, enfatizando que o Ap-M apresentado na Seção 3.3 deste capítulo não realiza a análise de onda completa. Contudo, para as análises do MoM, é fácil perceber que as oscilações do ganho de Co-Pol dentro do setor angular ( $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ ) definido *a priori* são mais proeminentes do que no caso da ADC. Para os diagramas das Figuras



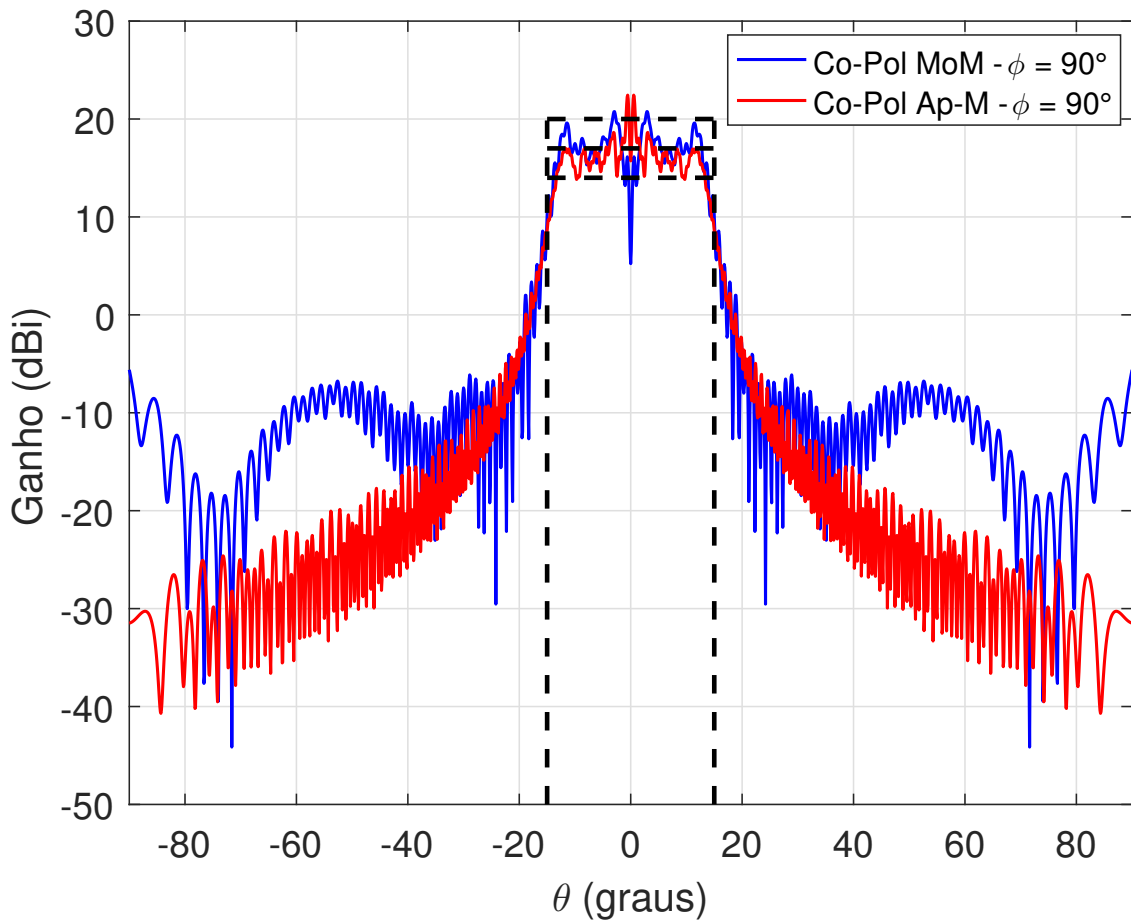


Figura 3.16 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 90^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.2. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em  $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ , dentro do limite  $\pm 3$  dB.

3.14 – 3.16, o MoM proveu uma oscilação indesejada de 5,23 dB para o ganho de Co-Pol na direção  $\theta = 0^\circ$ , além do máximo de Cx-Pol igual a 9,95 dBi no plano diagonal  $\phi = 45^\circ$ . Acredita-se que os efeitos difractivos que ocorrem nas bordas dos dois refletores tornaram-se mais significativos para a antena ADE sintetizada, pois a mesma possui um sistema mais compacto do que as demais configurações duplo-refletoras circularmente simétricas de eixo deslocado.

É importante mencionar que para a síntese da geometria ADE, os resultados de análise apresentados nas Figuras 3.14 – 3.16 indicam uma limitação no algoritmo para modelar antenas ADE com a distribuição de fase não uniforme fornecida pela solução de (3.18) para gerar um diagrama de radiação com cobertura uniforme (topo plano) em um setor angular mais estreito, ou seja, no caso em  $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ . Tais limitações podem ser decorrentes da escolha das dimensões elétricas da antena, uma vez que os efeitos difractivos nas bordas dos sub-refletor e refletor principal ficaram mais evidentes e, conseqüentemente,

ocasionou as oscilações indesejadas nos diagramas de radiação resultantes, obtidos pelo MoM. Nos próximos estudos de caso com fase não uniforme para diagramas de radiação de topo plano, o setor angular será maior com o intuito de comprovar tal limitação da técnica de síntese. Apesar destas oscilações indesejadas obtidas pela análise do MoM, o método desenvolvido no Capítulo 2 foi bem sucedido na modelagem de uma configuração ADE com fase não uniforme na abertura. Com isso, foi possível ilustrar a versatilidade do algoritmo de síntese óptica.

### 3.4.3 Estudo de Caso B.3: Antena ADC Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação com Topo Plano em $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$

Para este novo exemplo com as fases não uniformes da Figura 3.17 prescritas em  $T_n$ , as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal da antena ADC investigada no estudo de caso B.1 ( $D_M = 120\lambda$ ,  $D_B = D_S = 12\lambda$ ,  $\theta_E = 30^\circ$  e  $L_0 = 60\lambda$ ) foram sintetizados com o intuito de produzirem, segundo a GO, um diagrama de radiação de topo plano no setor angular definido em  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ . É importante relatar que a distribuição de fase  $\psi_n$  foi determinada pela solução da equação (3.18), utilizando-se  $\theta_0 = 20^\circ$  ( $u_0 = 0,3420$ ),  $D_B = 12\lambda$  e  $D_M = 120\lambda$ , além da especificação dos focos sobre a abertura.

A posição dos focos sobre a abertura (planar) do refletor principal ( $D_B/2 \leq \rho_A \leq D_M/2$ ) foi descrita *a priori* através de (2.65). Na Figura 3.17 está representada (pela curva em linha sólida na cor azul) a distribuição de fase não uniforme prescrita em  $T_n$  para a síntese da presente antena ADC. Com as fases definidas (ver Figura 3.17), foi possível obter os percursos ópticos totais dos raios desde o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) até o foco  $T_n$  correspondente sobre a abertura do refletor principal com o auxílio da equação (2.3), sabendo-se que  $\ell_0 = L_0 + z_A = 100\lambda$  para este estudo de caso.

Obedecendo a sequência do processo de solução numérica apresentada na Figura 2.13, o algoritmo de síntese é conduzido com  $N = 10^3$  pares de seções cônicas para a modelagem simultânea das duas geratrizes refletores da presente geometria ADC. Novamente, empregou-se o alimentador RCF com o expoente  $p = 50$ , provendo  $F_{tap} = -15$  dB com  $\theta_E = 30^\circ$ , conforme a equação (2.61). Conforme mencionado anteriormente, o procedimento de síntese inicia-se ( $n = 1$ ) em  $\theta_{F_0} = 0^\circ$  e  $r_{F_0} = V_S$  e termina na última iteração ( $n = N$ ) quando  $\theta_{F_N} = \theta_E$ , como ilustrado na Figura 2.5. Com isso, foi possível obter os resultados da síntese numérica (veja a Figura 3.18).

Na Figura 3.18 são apresentadas as geratrizes refletoras da antena ADC modelada com a distribuição de fase não uniforme (curva em linha sólida na cor azul) mostrada na Figura 3.17. Ainda pela Figura 3.18, é possível verificar que os diâmetros do sub-refletor e do refletor principal modelados para a presente antena ADC são  $12,51\lambda$  e

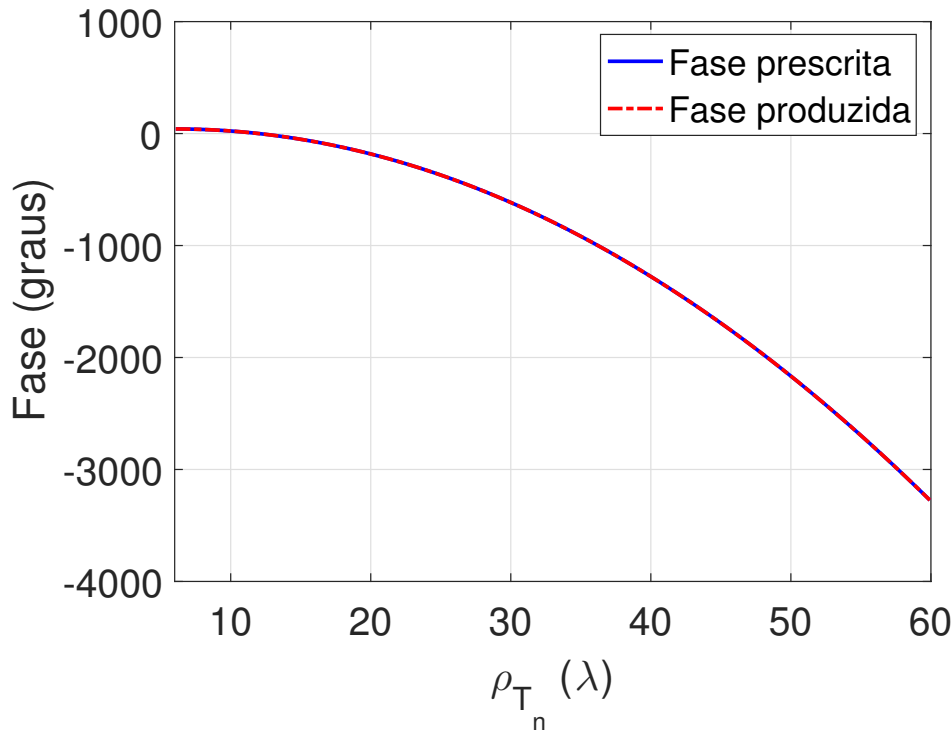


Figura 3.17 – Distribuição de fase não uniforme (em linha sólida na cor azul) prescrita em  $T_n$  para a antena ADC modelada do estudo de caso B.3, juntamente com as fases produzidas (em linha pontilhada na cor vermelha) em  $T_n$  após a síntese da GO.

$120\lambda$ , respectivamente. Além disso, nota-se que as curvas geratrizes dos sub-refletor e refletor principal apresentaram variações suaves, característica esta que é de fundamental importância para o sucesso da análise rigorosa do MoM.

Antes de realizar a análise baseada no MoM (Moreira, 1997) da presente geometria ADC modelada (veja na Figura 3.18), é importante demonstrar que a síntese da GO foi bem sucedida. Pela Figura 3.17, é possível verificar que tal antena produziu a mesma distribuição de fase  $\psi_n$  definida *a priori* em  $T_n$  na abertura do refletor principal, conforme os princípios que regem a GO. Logo, espera-se que os diagramas de radiação (Figuras 3.19 – 3.21) obtidos pelo Ap-M e, também, via MoM atendam, portanto, às especificações desejadas.

Os diagramas de radiação, supostamente de topo plano em  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , nos planos  $\phi = 0^\circ; 45^\circ$  e  $90^\circ$ , referentes aos ganhos de Co-Pol e Cx-Pol obtidos pelo MoM são mostrados nas Figuras 3.19, 3.20 e 3.21, respectivamente. Em tais figuras também estão ilustrados os ganhos associados a Co-Pol determinados através do Ap-M para os três planos  $\phi = 0^\circ; 45^\circ$  e  $90^\circ$ . Além disso, de acordo com os princípios da GO, em linhas tracejadas na cor preta está retratado o diagrama de radiação ideal de topo plano em  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , como ilustrado nas Figuras 3.19 – 3.21.

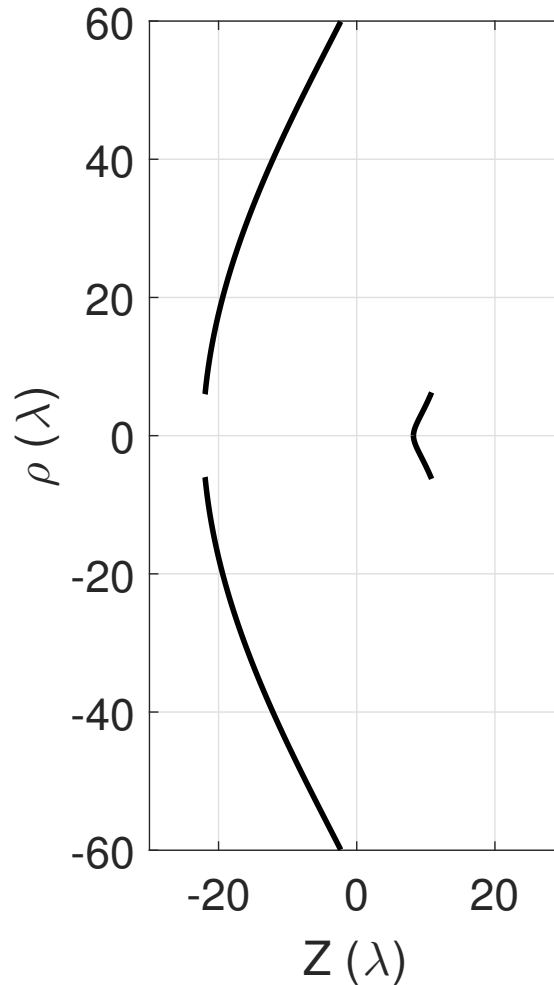


Figura 3.18 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADC modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.3.

Ao analisar os diagramas de radiação das Figuras 3.19 – 3.21 para o presente estudo de caso, observa-se que os ganhos de Co-Pol fornecidos pelo Ap-M convergem com o modelo ideal da GO no setor angular entre  $-20^\circ$  e  $20^\circ$ . Porém, na direção  $\theta = 0^\circ$  o ganho da Co-Pol ultrapassa 3,88 dB (nos planos  $\phi = 0^\circ$ ;  $45^\circ$  e  $90^\circ$ ) em relação ao diagrama ideal da GO. Apesar desta diferença, os resultados obtidos pelo Ap-M foram bastante satisfatórios e, conseqüentemente, a distribuição de fase não uniforme prescrita em  $T_n$  (observe a Figura 3.17) conseguiu prover o desejado diagrama de radiação circularmente simétrico de topo plano em  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , conforme os princípios da GO.

Pelas Figuras 3.19 – 3.21, é possível notar uma boa concordância entre os diagramas de radiação, especificamente os ganhos de Co-Pol, determinados pelo MoM e Ap-M, considerando-se os três planos  $\phi$  de análise. As discrepâncias observadas entre os dois métodos de análise eletromagnética estão associadas aos fatores já mencionados nos estudos de caso B.1 e B.2 deste capítulo. Considerando-se as análises fornecidas pelo MoM, para o

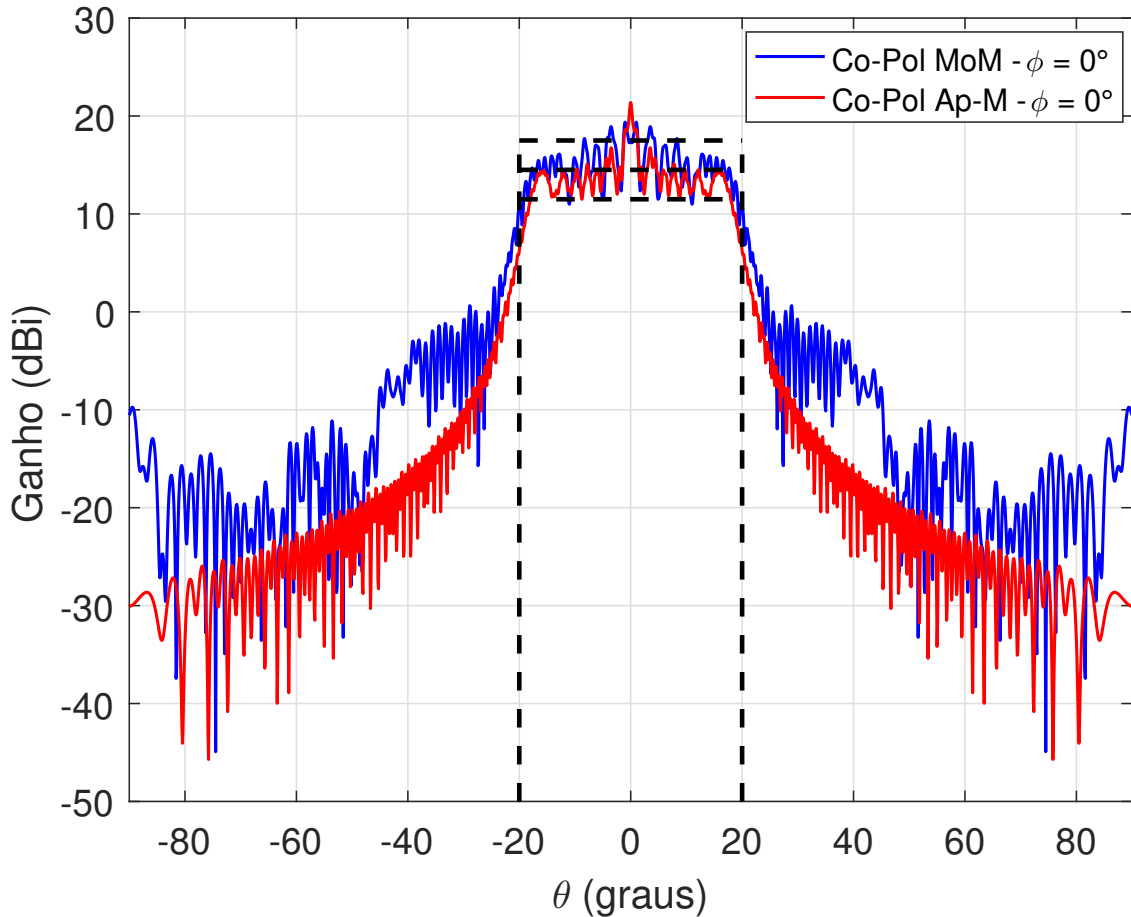


Figura 3.19 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 0^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.3. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , dentro do limite  $\pm 3$  dB.

plano  $\phi = 0^\circ$  (ver Figura 3.19), o máximo de radiação Co-Pol igual a 19,38 dBi ocorreu na direção  $\theta = 1^\circ$ , indicando um aumento de 1,88 dB em relação ao diagrama ideal da GO. De acordo com a Figura 3.20, no plano diagonal  $\phi = 45^\circ$  a Cx-Pol variou em todo o setor de análise, com o máximo de -0,76 dBi na direção  $\theta = 1^\circ$  e o máximo de Co-Pol igual a 18,7 dBi, ou seja, aumento de 1,2 dB quando comparado com o modelo ideal da GO. Na Figura 3.21, o máximo de radiação de 18,51 dBi também ocorreu na direção  $\theta = 1^\circ$ . A partir destas análises, é possível constatar que nos três planos  $\phi$  os ganhos de Co-Pol não chegaram a ultrapassar 2 dB do diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ . Esta diferença está associada as características citadas nos casos B.1 e B.2, destacando os efeitos difrativos que ocorrem nas bordas dos dois refletores modelados, uma vez que o procedimento de síntese da GO descrito anteriormente na Seção 2.2 não leva em consideração tal fenômeno.

Como nos estudos de caso B.1 e B.2 investigados neste capítulo, outra vez a técnica

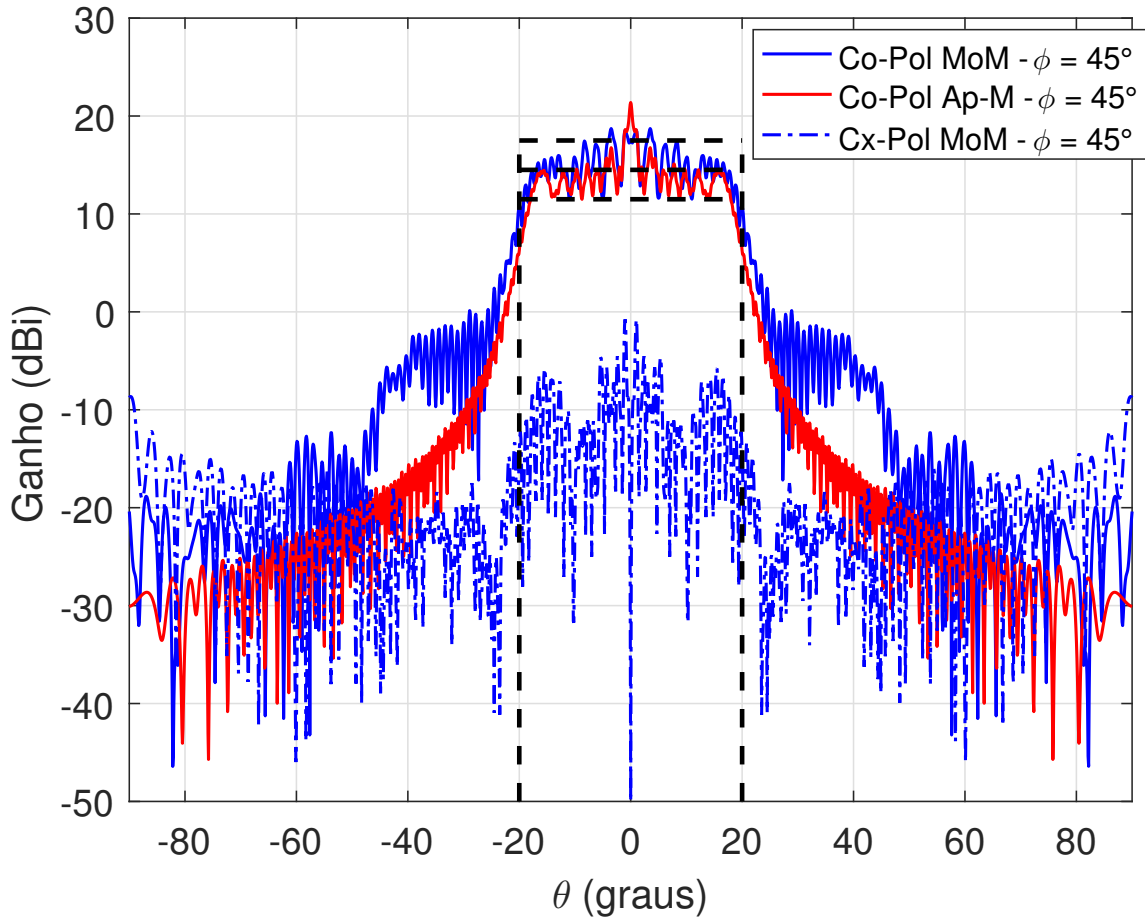


Figura 3.20 – Diagramas de radiação no plano diagonal  $\phi = 45^\circ$  obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.3. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , dentro do limite  $\pm 3$  dB.

de síntese apresentada na Seção 2.2 foi efetiva para um campo da abertura com fase não uniforme. Ainda, relata-se que a solução da equação (3.18) conseguiu, mais uma vez, fornecer um diagrama de radiação com topo plano, como verificado pelos resultados das Figuras 3.19 – 3.21 via MoM e também pelo Ap-M introduzido na Seção 3.3 deste capítulo.

#### 3.4.4 Estudo de Caso B.4: Antena ADE Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação com Topo Plano em $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$

Seguindo a mesma ideia do exemplo numérico B.2, a configuração ADE, com  $D_M = 120\lambda$ ,  $D_B = D_S = 12\lambda$ ,  $\theta_E = 45^\circ$  e  $L_0 = 60\lambda$ , foi sintetizada para gerar um diagrama de radiação de topo plano em  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , segundo a GO. Para tal, utilizou-se a distribuição de fase não uniforme contínua especificada em  $T_n$  da Figura 3.17. Observe

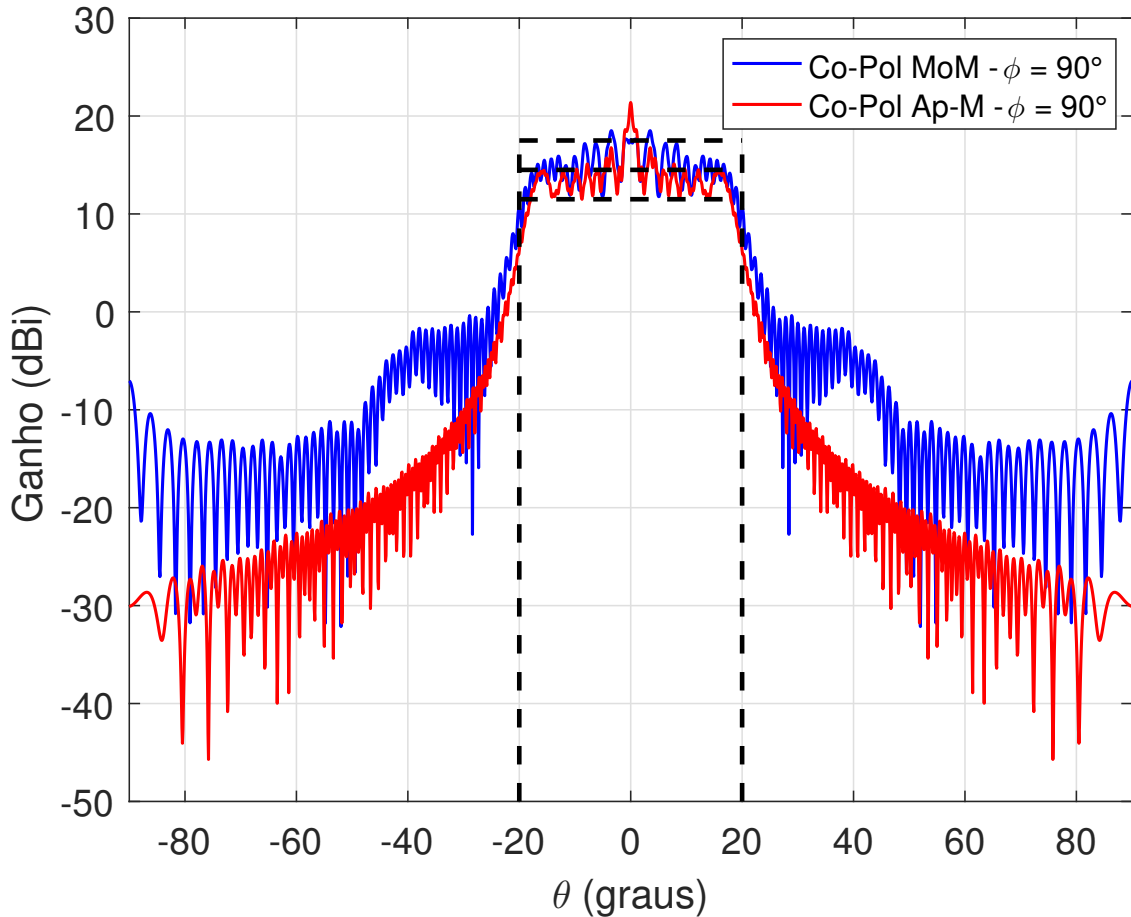


Figura 3.21 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 90^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.3. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , dentro do limite  $\pm 3$  dB.

que as dimensões elétricas  $D_B = 12\lambda$  e  $D_M = 120\lambda$ , bem como  $\theta_0 = 20^\circ$  ( $u_0 = 0,3420$ ) permaneceram iguais ao do estudo de caso B.3 para produzir o desejado diagrama de radiação. Entretanto, de acordo com a Figura 3.2, os focos sobre a abertura (planar) do refletor principal foram uniformemente definidos *a priori* entre  $D_M/2$  e  $D_B/2$ , utilizando (2.65) com  $z_{T_n} = z_A = 40\lambda$ . A partir das fases não uniformes prescritas em  $T_n$ , foi possível obter  $\ell_n$  através de (2.3), onde  $\ell_0 = L_0 + z_A = 100\lambda$ .

Como nos estudos de caso B.1, B.2 e B.3, o procedimento de síntese da antena baseada na geometria ADE foi conduzido com  $N = 10^3$  pares de seções cônicas para a modelagem simultânea das duas geratrizes refletoras. Mais uma vez, utilizou-se o modelo de alimentador RCF representado por (2.62) com o expoente  $p = 22$  para estabelecer  $F_{tap} = -15$  dB na borda do sub-refletor com  $\theta_E = 45^\circ$ , de acordo com a equação (2.61). A cada iteração  $n$ , o ângulo  $\theta_{F_n}$  foi determinado através de (2.63), sabendo-se que o processo iterativo inicia-se em  $\theta_{F_0} = 0^\circ$  e  $r_{F_0} = V_S$  e termina quando  $\theta_{F_N} = \theta_E$ . É importante

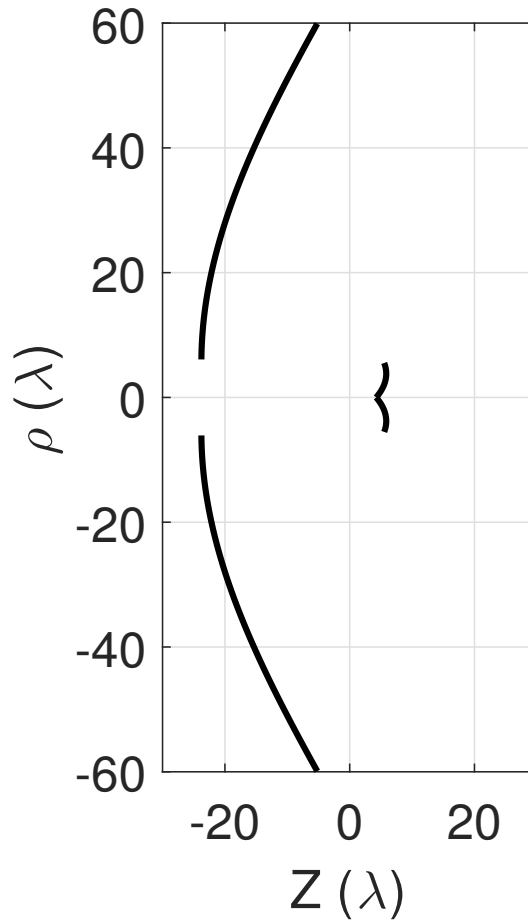


Figura 3.22 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADE modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.4.

enfatizar que assim como nos estudos de caso B.1, B.2 e B.3, nesta nova investigação  $G_A(\rho)$  é constante em todos os focos sobre a abertura do refletor principal. Com isso, na Figura 3.22 são apresentadas (em linhas sólidas na cor preta) as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal da presente antena ADE sintetizada.

A partir dos resultados numéricos de síntese apresentados na Figura 3.22, verificou-se que os diâmetros dos sub-refletor e refletor principal modelados são  $11,05\lambda$  e  $120\lambda$ , respectivamente. Ainda de acordo com a Figura 3.22, é possível observar que as curvas que descrevem localmente as duas geratrizes refletoras sintetizadas são suaves, embora sejam representadas por um conjunto finito de pontos obtidos pela síntese numérica. Além disso, enfatiza-se que a antena ADE modelada com as fases não uniformes (curva em linha sólida na cor azul) da Figura 3.17 proveu a mesma distribuição  $\psi_n$ , segundo a GO. Esta verificação pode ser visualizada na Figura 3.17, pois foram empregadas nesta síntese as mesmas dimensões elétricas  $D_B = 12\lambda$  e  $D_M = 120\lambda$ , bem como  $\theta_0 = 20^\circ$  ( $u_0 = 0,3420$ ) do estudo de caso B.3.



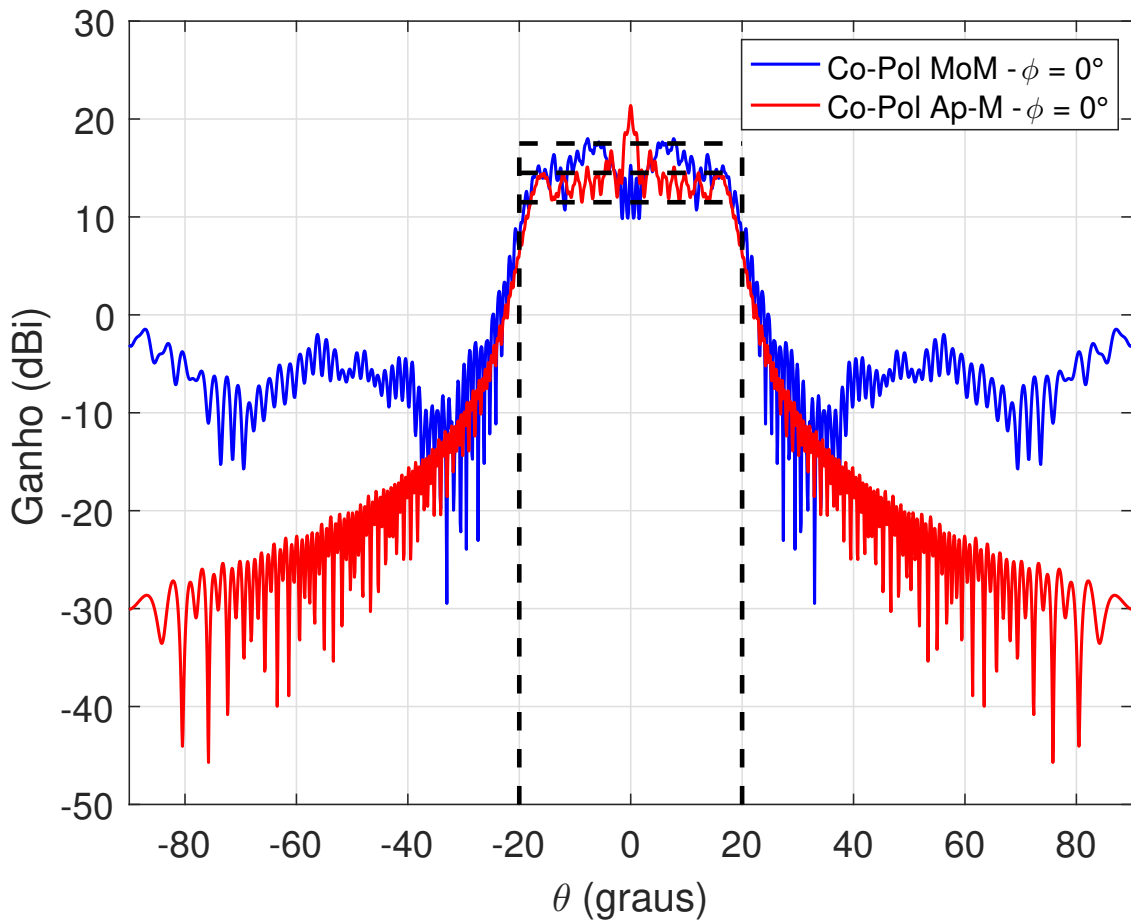


Figura 3.23 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 0^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.4. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , dentro do limite  $\pm 3$  dB.

Em seguida, a análise rigorosa baseada no MoM das geratrizes refletoras da presente geometria ADE sintetizada é apresentada nas Figuras 3.23 – 3.25, que ilustram os diagramas de radiação, nos planos  $\phi = 0^\circ$ ;  $45^\circ$  e  $90^\circ$ , com os respectivos ganhos de Co-Pol e Cx-Pol. Observe que as linhas tracejadas na cor preta representam o diagrama esperado da GO, na região de campo distante, de topo plano em  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , dentro do limite  $\pm 3$  dB. Nas Figuras 3.23 – 3.25 também estão ilustrados os ganhos de Co-Pol obtidos pelo Ap-M, para os três planos  $\phi$ . É importante enfatizar que como as especificações das fases não uniformes em  $T_n$  foram aquelas calculadas para o estudo de caso B.3 (ver Figura 3.17), os ganhos determinados através do Ap-M, bem como o modelo ideal da GO são os mesmos das Figuras 3.19 – 3.21.

Pelos diagramas apresentados nas Figuras 3.23 – 3.25, percebe-se que os ganhos de Co-Pol determinados pelos dois métodos de análise (MoM e Ap-M) possuem um comportamento semelhante. Entretanto, algumas divergências mais significativas podem

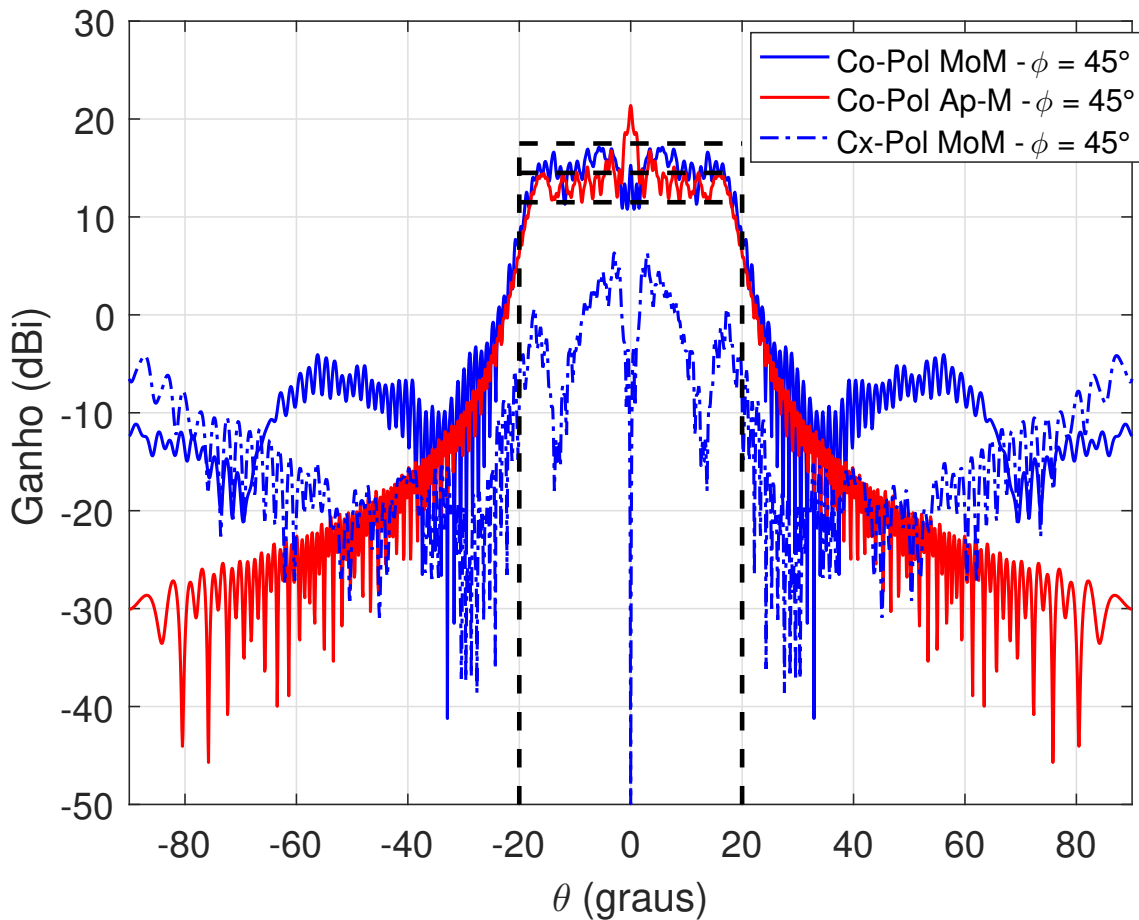


Figura 3.24 – Diagramas de radiação no plano diagonal  $\phi = 45^\circ$  obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.4. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , dentro do limite  $\pm 3$  dB.

ser observadas, especificamente na direção em  $\theta = 0^\circ$ . Estas divergências podem ser atribuídas aos fatores já evidenciados anteriormente nos estudos de caso B.1, B.2 e B.3 da presente seção. Observando os diagramas obtidos pelo MoM, é possível constatar que os ganhos de Co-Pol corroboram o modelo ideal da GO, na região de campo distante, de topo plano em  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$  para os planos  $\phi = 0^\circ$ ;  $45^\circ$  e  $90^\circ$  (ver Figuras 3.23 – 3.25). Com o aumento do ângulo  $\theta_0$ , foi possível obter resultados melhores do que aqueles dos estudos B.1 e B.2, uma vez que as antenas sintetizadas possuem as mesmas dimensões elétricas. Além disso, relata-se que no plano  $\phi = 0^\circ$  (Figura 3.23), a análise rigorosa do MoM proveu o máximo de Co-Pol igual a 18 dBi e Cx-Pol nula em  $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ . Já para  $\phi = 45^\circ$  (Figura 3.24), os máximos de Co-Pol e Cx-Pol foram de 16,93 dBi e 6,33 dBi, respectivamente. Conforme a Figura 3.25, o máximo de Co-Pol foi igual a 18 dBi. Mais uma vez, foi possível verificar que a síntese da presente antena ADE atendeu às especificações desejadas de iluminação em amplitude e fase na abertura ( $T_n$ ), provendo o diagrama de radiação de topo plano em

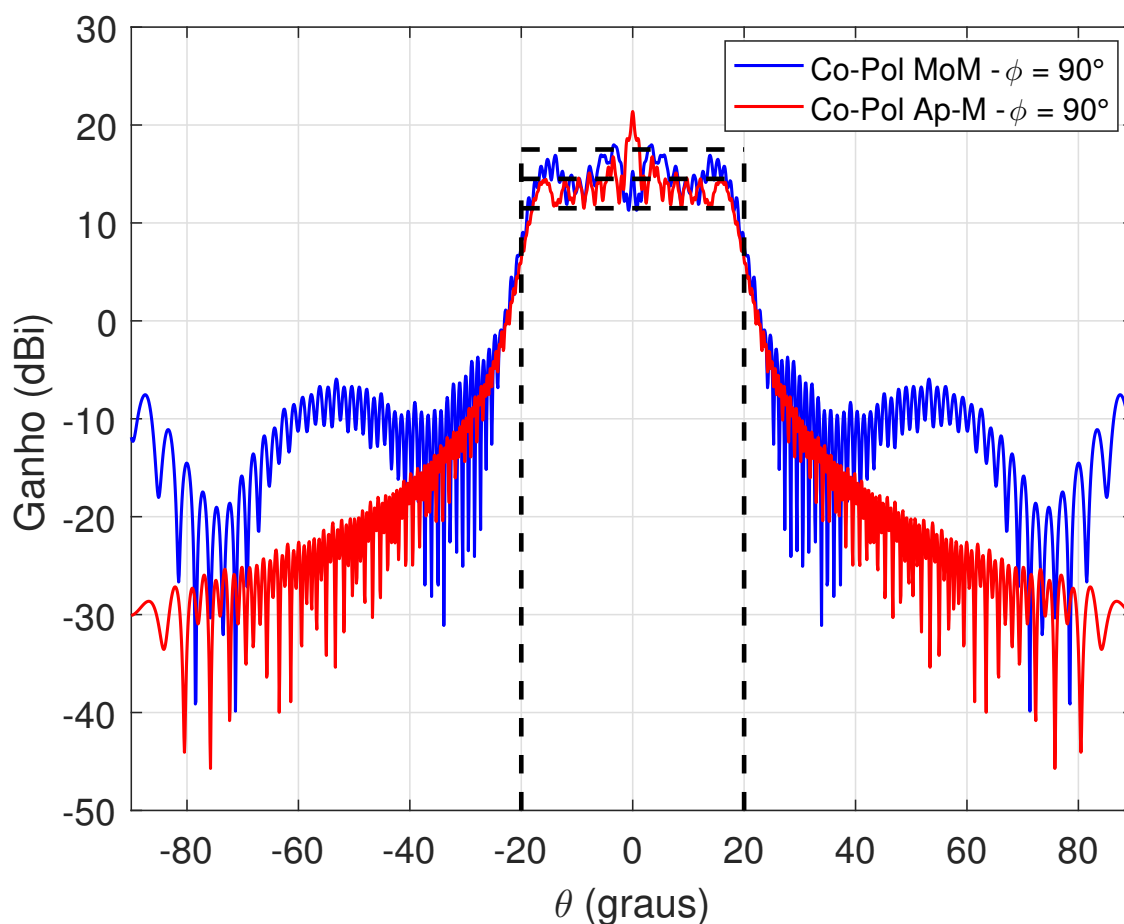


Figura 3.25 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 90^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.4. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com o topo plano em  $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ , dentro do limite  $\pm 3$  dB.

$-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ .

### 3.4.5 Estudo de Caso B.5: Antena ADC Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação Isoflux em $-47,33^\circ \leq \theta \leq 47,33^\circ$

Neste quinto estudo de caso com fase não uniforme na abertura, sintetizaram-se as geratrizes dos sub-refletor e refletor principal de uma antena ADC embarcada em um sistema de comunicação via satélite LEO. Espera-se, ao final da síntese, que a presente configuração duplo-refletores produza as desejadas especificações de campo com fase não uniforme na abertura e, conseqüentemente, um diagrama de radiação com o feixe isoflux em  $-47,33^\circ \leq \theta \leq 47,33^\circ$ , conforme os princípios da GO. Devido à complexidade deste tipo de diagrama de radiação, optou-se em utilizar uma antena ADC com as dimensões

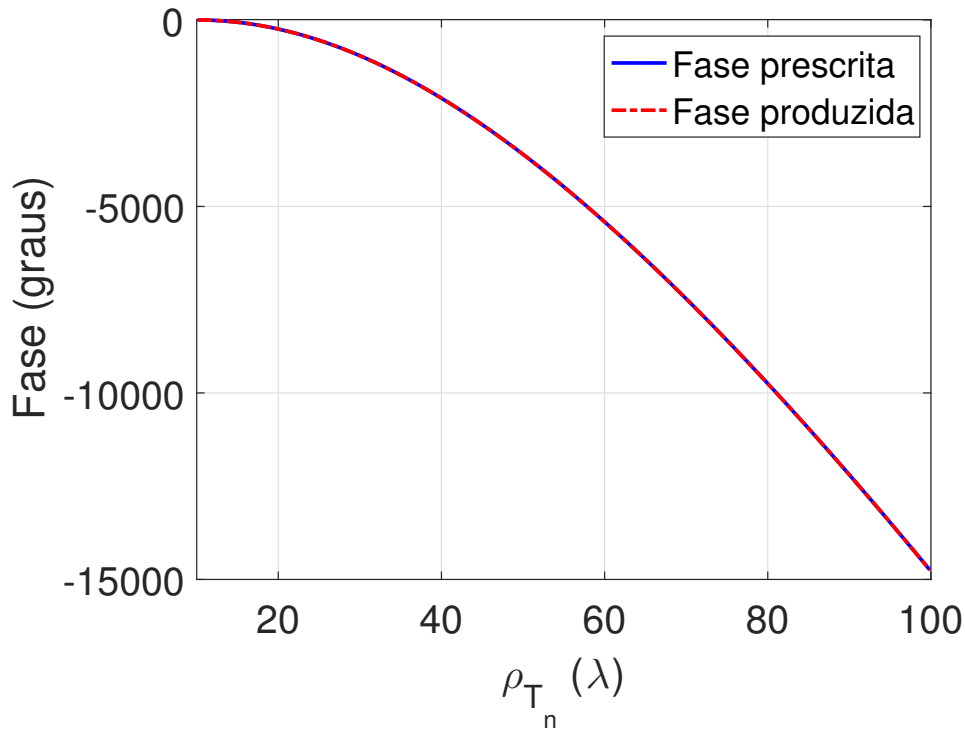


Figura 3.26 – Distribuição de fase não uniforme (em linha sólida na cor azul) prescrita em  $T_n$  para a antena ADC modelada do estudo de caso B.5, juntamente com as fases produzidas (em linha pontilhada na cor vermelha) em  $T_n$  após a síntese da GO.

elétricas superiores daquelas investigadas nos casos anteriores, ou seja, com  $D_B > 12\lambda$  e  $D_M > 120\lambda$ .

O processo de modelagem óptica das duas geratrizes refletoras é iniciado com a definição da geometria ADC clássica com  $D_M = 200\lambda$ ,  $D_B = D_S = 20\lambda$ ,  $\theta_E = 30^\circ$  e  $L_0 = 100\lambda$ . Tal antena inicial (ou seja, clássica) é obtida através da formulação apresentada em (Moreira; Prata Jr., 2001), sendo  $2c = 18,19\lambda$ ;  $e = 2$ ;  $\beta = -2,87^\circ$ ; e  $F = 54,56\lambda$  que caracterizam as duas cônicas (hipérbole e parábola) que descrevem as respectivas geratrizes do sub-refletor e do refletor principal, bem como a distância entre  $O$  ao vértice do sub-refletor  $V_S = 13,66\lambda$ . Como nos estudos de caso B.1 e B.3, para a síntese da presente configuração ADC, adotou-se o alimentador modelo RCF alternativo com o expoente  $p = 50$  para fornecer  $F_{tap} = -15$  dB. Além disso, os focos sobre a abertura planar do refletor principal foram especificados utilizando (2.65) com  $z_{T_n} = z_A = 50\lambda$ .

A fim de gerar o desejado diagrama de radiação com o feixe isoflux em  $-47,33^\circ \leq \theta \leq 47,33^\circ$ , foi empregado uma altura orbital  $H = 2.000$  Km, bem como  $\alpha_{min} = 15^\circ$ . De acordo com (Forouzan, 2007), esta é uma altura típica para um sistema de telefonia para satélite. Substituindo  $H = 2.000$  Km e  $\alpha_{min} = 15^\circ$  na equação (3.22), obtem-se  $\theta_0 = 47,33^\circ$ . Este valor do ângulo  $\theta_0$  indica o setor angular ( $-47,33^\circ \leq \theta \leq 47,33^\circ$ ) da cobertura circularmente simétrica. Antes de determinar a distribuição de fase  $\psi_n$  a ser

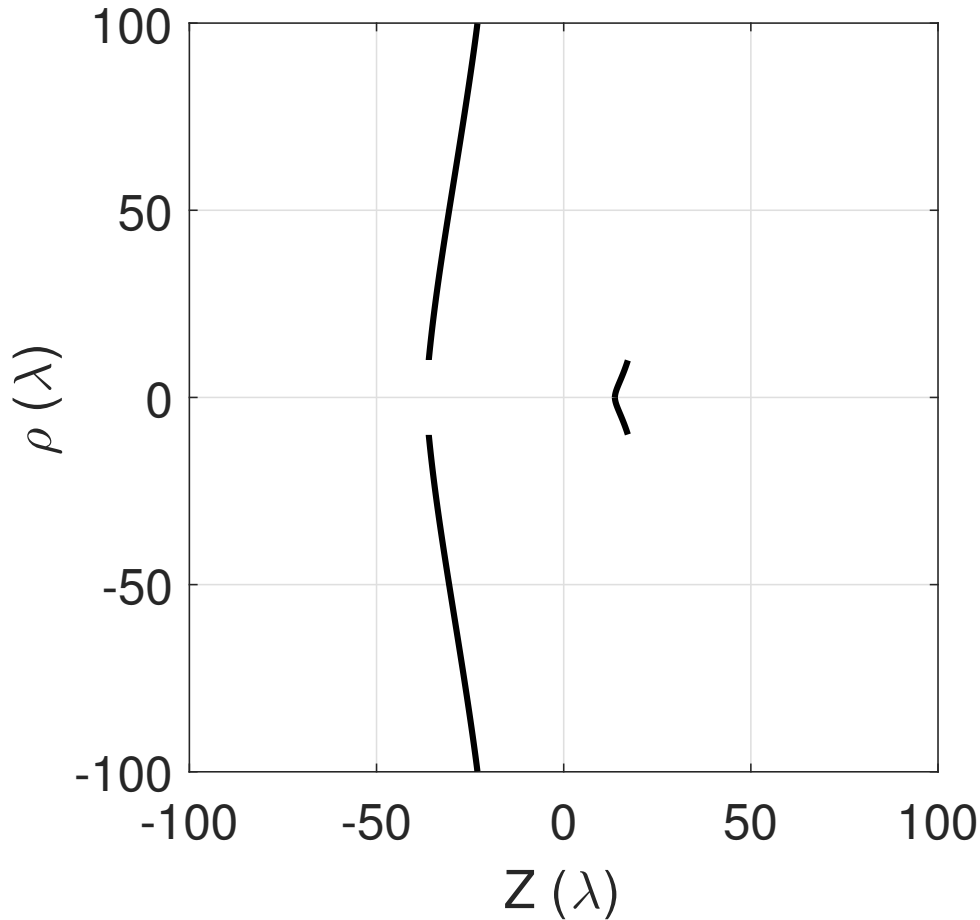


Figura 3.27 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADC modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.5.

prescrita em  $T_n$ , deve-se calcular  $A$  para determinar o ângulo  $\alpha_S$  através de (3.30) (Biswas, 2013). Para encontrar o valor de  $A$ , é necessário obter o ponto de mínimo da equação (3.28), neste caso para  $-47,33^\circ \leq \theta \leq 47,33^\circ$ . Conseqüentemente, com (3.37) e (3.38) determinados, a solução de (3.36) fornece a distribuição de fase não uniforme especificada em  $T_n$  para o presente estudo de caso, conforme ilustrada na Figura 3.26 (curva em linha sólida na cor azul).

De acordo com as orientações relatadas anteriormente na Seção 2.2 deste trabalho, a partir das fases não uniformes obtidas sobre os focos da abertura do refletor principal, nas quais são representadas pela curva de linha sólida na cor azul da Figura 3.26, calcula-se o percurso óptico total ( $\ell_n$ ) do raio através de (2.3), a cada iteração  $n$ , considerando-se  $\ell_0 = L_0 + z_{T_n} = 150\lambda$  para o presente estudo de caso. Utilizando os parâmetros descritos acima e a formulação de síntese da GO desenvolvida na Seção 2.2 para uma antena baseada na ADC, foi possível modelar as duas geratrizes refletoras de tal geometria. Os resultados da síntese numérica foram obtidos com  $N = 10^3$  pares de seções cônicas e estão ilustrados na Figura 3.27.

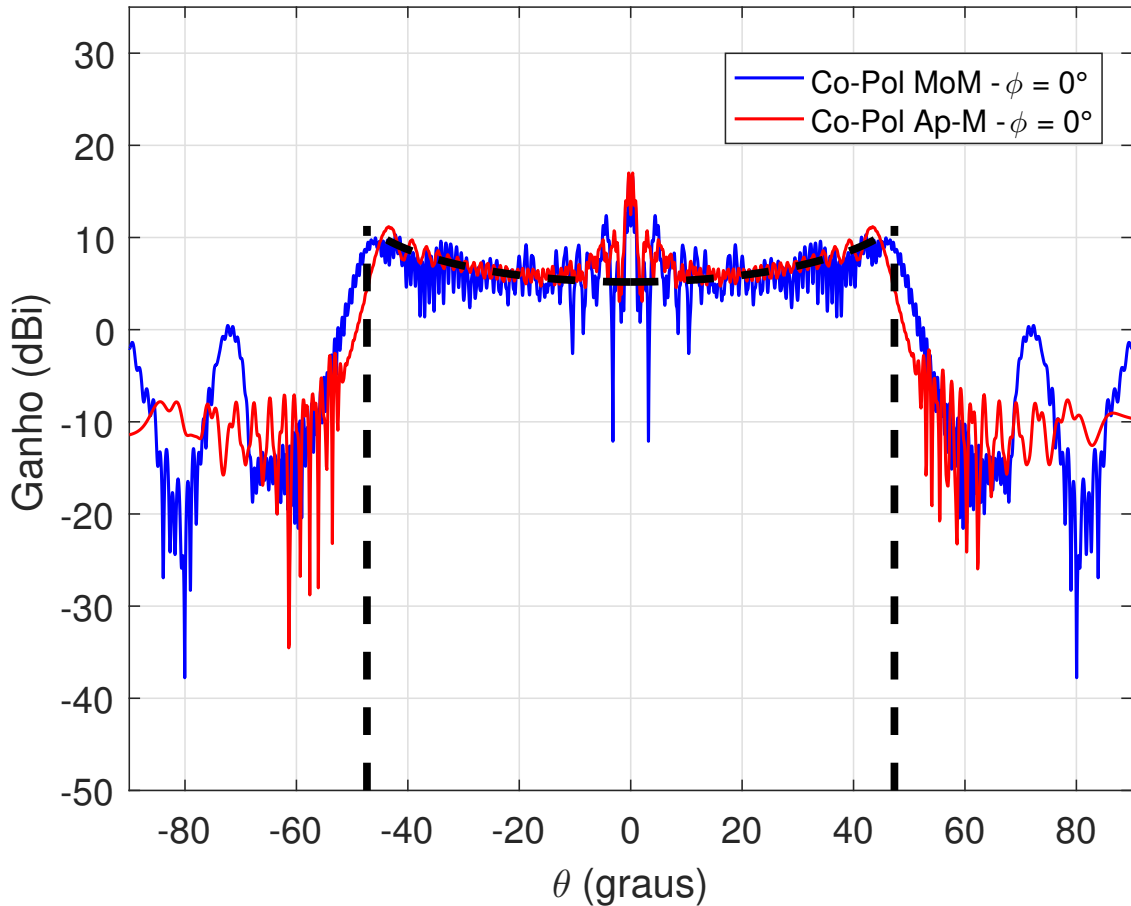


Figura 3.28 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 0^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.5. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em  $-47,33^\circ \leq \theta \leq 47,33^\circ$ .

Através da Figura 3.27, verifica-se que os diâmetros do sub-refletor e do refletor principal modelados são de  $19,78\lambda$  e  $200\lambda$ , respectivamente. Com estas informações, pode-se constatar que o diâmetro do sub-refletor sintetizado é  $0,22\lambda$  menor em relação ao do clássico. Já o diâmetro do refletor principal sintetizado não sofreu variações. Como nos casos anteriores, a geometria ADC modelada (ver Figura 3.27) apresentou poucas variações nas suas dimensões elétricas em relação a antena clássica, o que aparentemente é uma vantagem significativa deste tipo de sistema duplo-refletor circularmente simétrico.

De forma análoga aos estudos de caso B.1, B.2, B.3 e B.4 para diagramas de radiação de topo plano, após a síntese óptica da presente antena ADC, o percurso óptico total de cada raio, desde o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) até o foco correspondente ( $T_n$ ) na abertura do refletor principal, foi calculado através da equação (2.35b). Com isso, foi possível obter a distribuição de fase não uniforme ( $-k\ell_n$ ) produzida na abertura do refletor principal da configuração ADC modelada da Figura 3.27. Pela Figura 3.26, observa-se que a antena deste estudo conseguiu prover as especificações desejadas das fases não uniformes

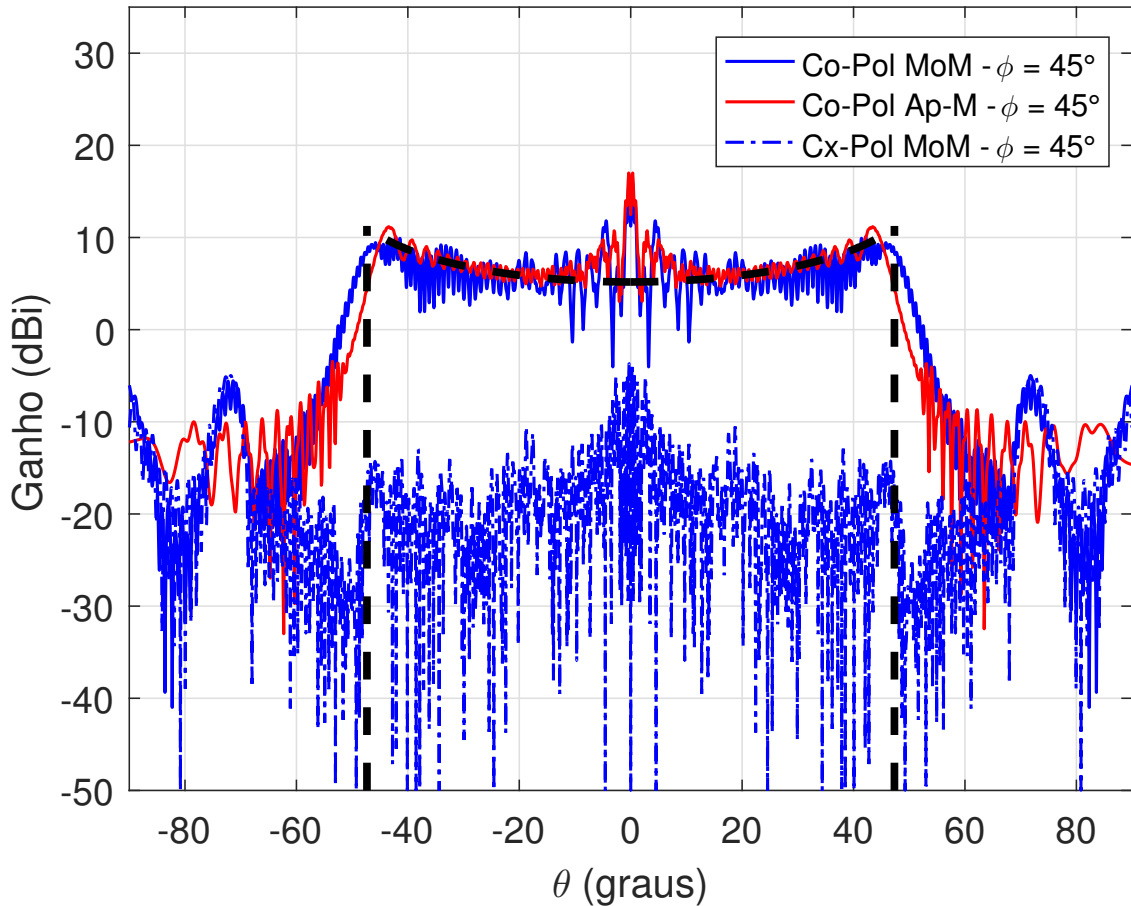


Figura 3.29 – Diagramas de radiação no plano diagonal  $\phi = 45^\circ$  obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.5. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em  $-47,33^\circ \leq \theta \leq 47,33^\circ$ .

prescritas em  $T_n$ , conforme os princípios da GO.

A análise rigorosa de onda completa via MoM (Moreira, 1997) da antena ADC sintetizada é apresentada nas Figuras 3.28, 3.29 e 3.30, onde são ilustrados os diagramas de radiação nos planos  $\phi = 0^\circ$ ;  $45^\circ$  e  $90^\circ$ , com os respectivos ganhos de Co-Pol e Cx-Pol. Além disso, nestas figuras são mostrados os ganhos de Co-Pol determinados pelo Ap-M para os três planos  $\phi$  de análise. Novamente, os ganhos associados a Cx-Pol não foram apresentados nas Figuras 3.28 – 3.30 devido terem sido muito baixos, idealmente nulos. Observe que nas Figuras 3.28 – 3.30 também é ilustrado em linhas tracejadas na cor preta o diagrama de radiação isoflux ideal em  $-47,33^\circ \leq \theta \leq 47,33^\circ$ .

A partir dos resultados de análise pelo Ap-M ilustrados nas Figuras 3.28 – 3.30, pode-se notar que, para os três planos  $\phi$ , os ganhos de Co-Pol apresentaram boa concordância em relação ao diagrama de radiação isoflux ideal em  $-47,33^\circ \leq \theta \leq 47,33^\circ$  para  $H = 2.000$  Km e  $\alpha_{min} = 15^\circ$ . Neste caso, a distribuição de fase  $\psi_n$  conseguiu prover, segundo

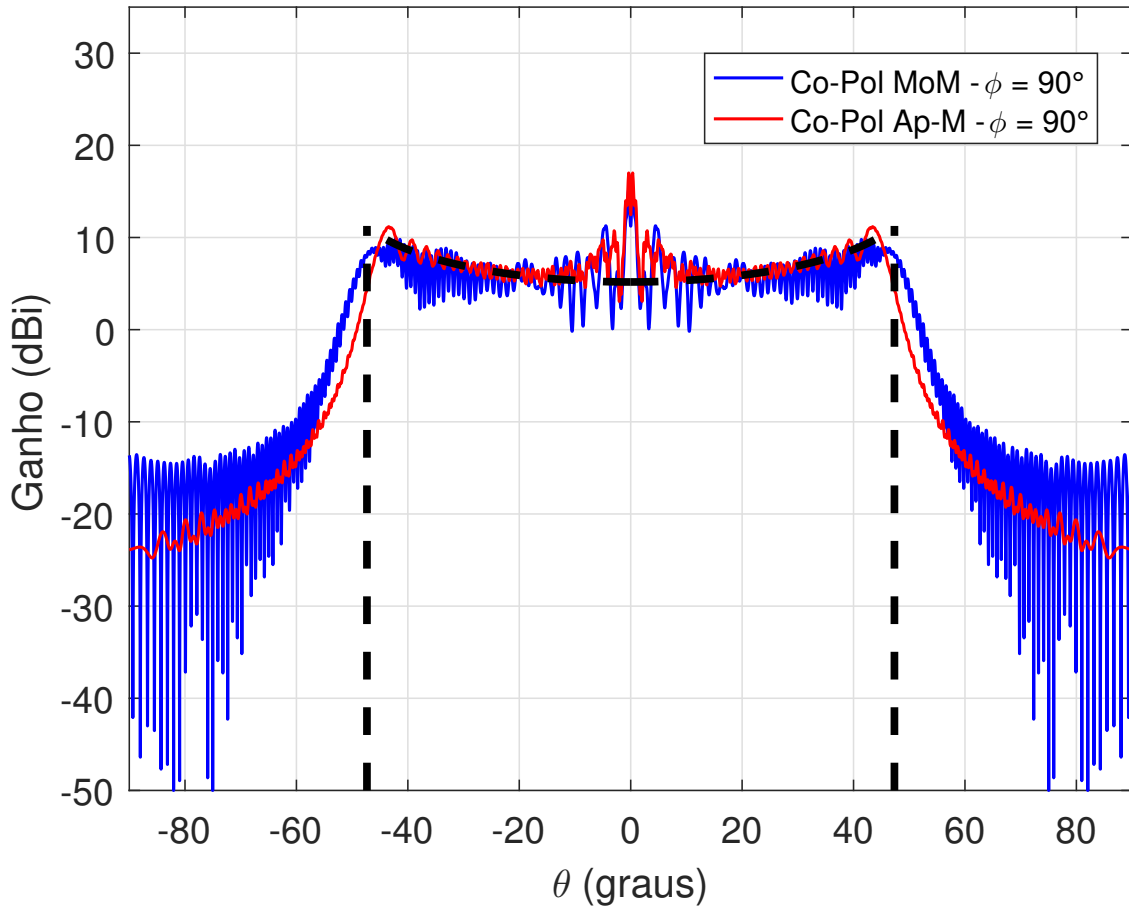


Figura 3.30 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 90^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.5. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em  $-47,33^\circ \leq \theta \leq 47,33^\circ$ .

os princípios da GO, um diagrama aproximadamente isoflux. As discrepâncias observadas pelos diagramas determinados pelo Ap-M em relação ao modelo isoflux ideal ocorreram especificamente em  $-8,1^\circ \leq \theta \leq 8,1^\circ$ . Sabe-se que as fases não uniformes prescritas em  $T_n$ , fornecidas pela solução de (3.36), como mostrada na Figura 3.26, foi sintetizada empregando diversas aproximações, especificamente a função secante da equação (3.29), conforme discutido em (Biswas, 2013). Acredita-se que se uma distribuição de campo mais adequada, como, por exemplo, uma com amplitude e fase não uniformes seria o mais adequado. Em contrapartida, o método de síntese para obter tal campo prescrito em  $T_n$  seria mais complexo do que aquele descrito na Seção 3.2 do presente capítulo. Para os três planos de análise (ver Figuras 3.28 – 3.30), o Ap-M proveu um máximo de radiação de Co-Pol igual a 17 dBi e na direção  $\theta = 0^\circ$  um nulo de 12,5 dB.

Ainda em conformidade com as Figuras 3.28 – 3.30, observa-se que os ganhos de Co-Pol, para os planos  $\phi = 0^\circ; 45^\circ$  e  $90^\circ$ , determinados pela análise rigorosa do MoM, também conseguiram apresentar boa convergência com o diagrama isoflux em



$-47,33^\circ \leq \theta \leq 47,33^\circ$ . Isto indica que a nova técnica proposta na Seção 2.2 deste trabalho foi conduzida com êxito na síntese da antena ADC com fase não uniforme na abertura do refletor principal. Além disso, é importante mencionar que existem algumas discrepâncias dos resultados do MoM em relação ao diagrama de radiação isoflux ideal, especificamente em  $-10,5^\circ \leq \theta \leq 10,5^\circ$ . Estas diferenças podem ser atribuídas a diversos fatores, dentre eles os seguintes: erros numéricos da síntese, pois o procedimento da Seção 2.2 fornece um conjunto finito de pontos que descrevem as duas geratrizes modeladas; aproximações empregadas para a síntese do campo prescrito na abertura; a discretização da abertura do refletor principal em um conjunto finito ( $N$ ) de pontos uniformemente distribuídos; bem como o bloqueio da abertura proporcionado pelo sub-refletor.

As diferenças evidenciadas nas Figuras 3.28 – 3.30 entre os ganhos de Co-Pol obtidos pelos dois métodos de análise (MoM e Ap-M) devem-se ao fato de que o MoM considerou os mecanismos de acoplamento eletromagnético entre as duas superfícies refletoras modeladas. Embora tenham ocorrido estas diferenças, fica evidente que o algoritmo utilizado para a síntese da presente antena ADC com a distribuição de fase não uniforme da Figura 3.26 foi bem sucedido.

### 3.4.6 Estudo de Caso B.6: Antena ADC Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação Isoflux em $-53,75^\circ \leq \theta \leq 53,75^\circ$

Este estudo de caso consiste na modelagem óptica das duas geratrizes refletoras da antena ADC com  $D_M = 200\lambda$ ,  $D_B = D_S = 20\lambda$ ,  $\theta_E = 30^\circ$  e  $L_0 = 100\lambda$ . Porém, agora com uma altura orbital  $H = 1.500$  Km e  $\alpha_{min} = 5,0179^\circ$ , fornecendo um ângulo de cobertura  $\theta_0 = 53,57^\circ$ , indicando o desejado diagrama de radiação com feixe isoflux em  $-53,75^\circ \leq \theta \leq 53,75^\circ$ . Com isso, determinou-se através de (3.36) a distribuição de fase não uniforme definida *a priori* em  $T_n$  (ver Figura 3.31) a fim de gerar o diagrama isoflux em  $-53,75^\circ \leq \theta \leq 53,75^\circ$ . Conseqüentemente, os percursos ópticos totais desde o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) até o foco  $T_n$  na abertura do refletor principal foram calculados com o auxílio da equação (2.3), novamente para  $\ell_0 = L_0 + z_A = 150\lambda$ .

Assim como nos casos anteriores, o procedimento de síntese descrito na Seção 2.2 da presente tese foi conduzido com  $N = 10^3$  pares de seções cônicas para a modelagem simultânea das geratrizes do sub-refletor e do refletor principal da antena ADC investigada, além de ser empregado alimentador RCF representado por (2.62) com  $p = 50$ . O algoritmo iterativo de síntese tem início em  $\theta_{F_0} = 0^\circ$  com  $r_{F_0} = V_S$  e termina quando  $\theta_{F_N} = \theta_E$  (Faria; Moreira, 2020). Na Figura 3.32 é apresentada a geometria duplo-refletora ADC com as suas respectivas geratrizes (sub-refletor e refletor principal) modelados com a distribuição de fase não uniforme da Figura 3.31 (curva representada em linha sólida na cor azul).

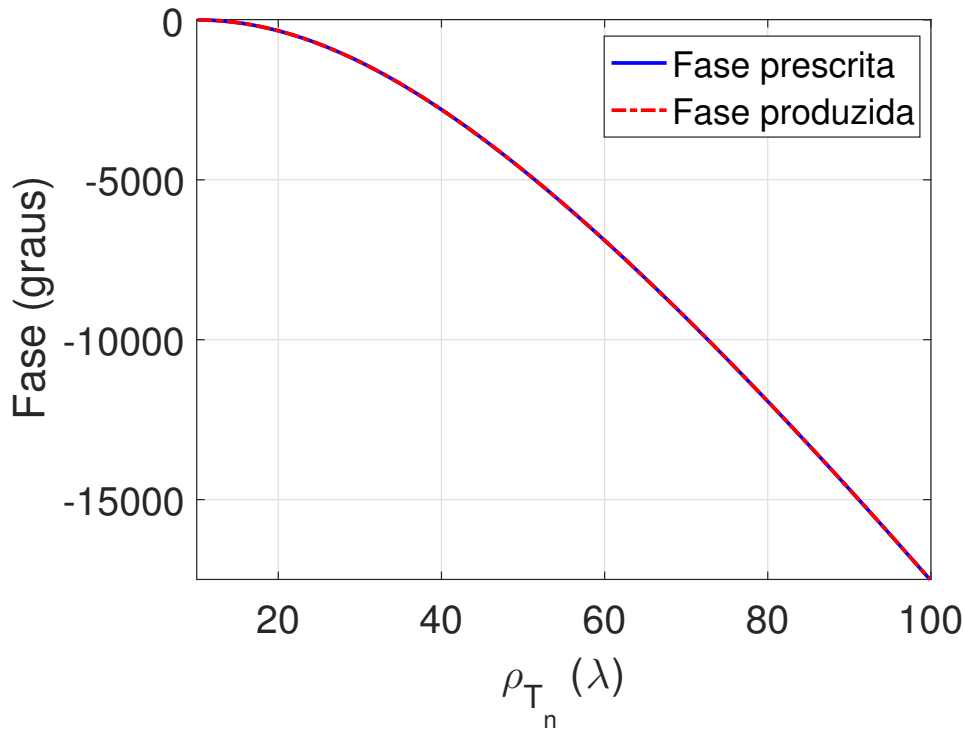


Figura 3.31 – Distribuição de fase não uniforme (em linha sólida na cor azul) prescrita em  $T_n$  para a antena ADC modelada do estudo de caso B.6, juntamente com as fases produzidas (em linha pontilhada na cor vermelha) em  $T_n$  após a síntese da GO.

Analisando a Figura 3.32, verificou-se que os diâmetros correspondentes aos sub-refletor e refletor principal sintetizados são, respectivamente,  $19,5\lambda$  e  $200\lambda$ . Conforme mencionado nos casos anteriores com fase não uniforme na abertura, ocorreram poucas variações das dimensões elétricas da geometria ADC modelada em relação a antena clássica inicial. Um outro fator relevante a ser mencionado é que a partir da Figura 3.31, pode-se perceber que a presente configuração ADC sintetizada proveu, segundo os princípios da GO, a distribuição de fase não uniforme prescrita em  $T_n$ .

Para os planos  $\phi = 0^\circ$ ;  $45^\circ$  e  $90^\circ$ , os diagramas de radiação resultantes da presente antena foram obtidos pela análise rigorosa de onda completa baseada no MoM e estão ilustrados nas Figuras 3.33, 3.34 e 3.35, respectivamente. Os ganhos de Co-Pol calculados através da Ap-M são apresentados também nas Figuras 3.33, 3.34 e 3.35 para os três planos  $\phi$  de análise. Nestas figuras é possível visualizar o diagrama de radiação isoflux em  $-53,75^\circ \leq \theta \leq 53,75^\circ$ , de acordo com os princípios da GO.

Investigando o comportamento dos resultados de análises apresentados nas Figuras 3.33 – 3.35, é possível verificar uma boa concordância entre dos diagramas de radiação gerados pelo Ap-M e o desejado pela GO no setor angular definido em  $-53,75^\circ \leq \theta \leq 53,75^\circ$ . Contudo, algumas diferenças podem ser notadas, principalmente em  $-7,56^\circ \leq \theta \leq 7,56^\circ$ . Tais discrepâncias evidenciadas pelo Ap-M podem ser associadas aos fatores

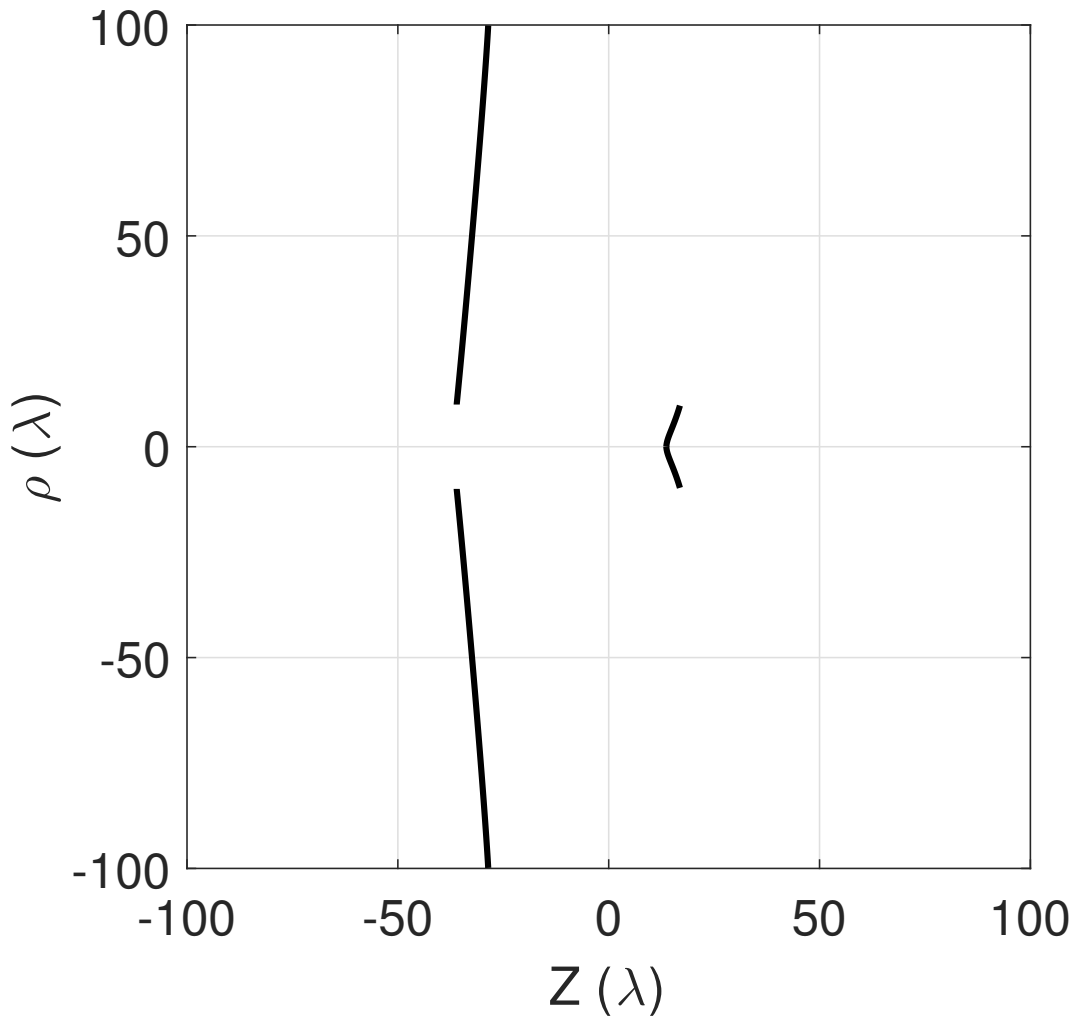


Figura 3.32 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADC modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.6.

relatados no estudo de caso B.5. Considerando-se os planos  $\phi = 0^\circ$ ;  $45^\circ$  e  $90^\circ$  (ver Figuras 3.33 – 3.35), o Ap-M forneceu um ganho máximo de Co-Pol igual a 16,12 dBi. Ainda é importante enfatizar que, assim como no exemplo anterior, os efeitos difrativos não incluídos na análise do Ap-M foram menos evidentes, uma vez que as dimensões elétricas da abertura são suficientemente grandes em relação a  $\lambda$ . A fase  $\psi_n$  sintetizada gerou um diagrama de radiação isoflux em  $-53,75^\circ \leq \theta \leq 53,75^\circ$ , como ilustrado nas Figuras 3.33 – 3.35.

Pelas Figuras 3.33 – 3.35, é possível observar que os ganhos de Co-Pol obtidos pelo MoM, nos planos  $\phi = 0^\circ$ ;  $45^\circ$  e  $90^\circ$ , apresentaram resultados muito próximos ao diagrama de radiação isoflux em  $-53,75^\circ \leq \theta \leq 53,75^\circ$ . Entretanto, em  $-9,16^\circ \leq \theta \leq 9,16^\circ$  nota-se algumas divergências entre tais resultados, provavelmente ocasionadas pelos fatores mencionados no estudo de caso B.5. Para o plano  $\phi = 0^\circ$  (ver Figura 3.33), o MoM forneceu

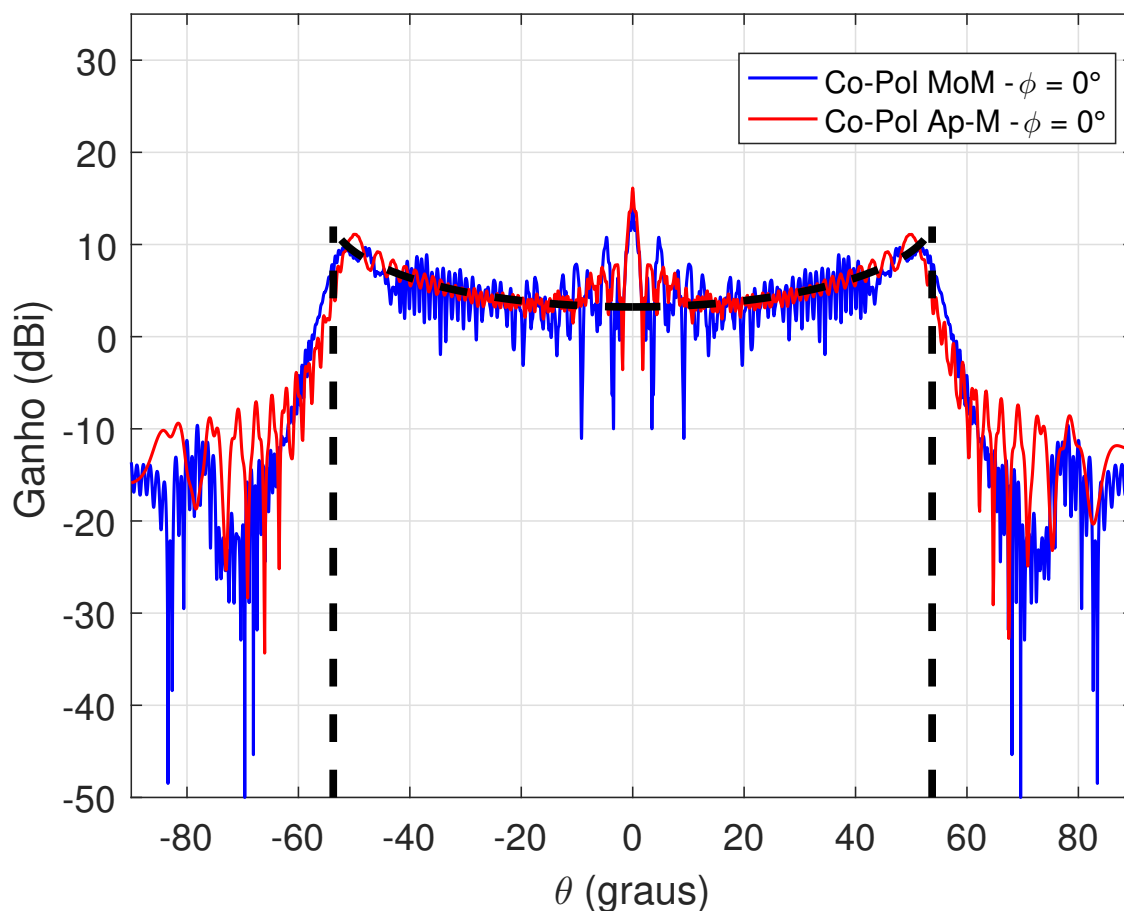


Figura 3.33 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 0^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.6. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em  $-53,75^\circ \leq \theta \leq 53,75^\circ$ .

um ganho máximo de Co-Pol igual a 14,35 dBi e Cx-Pol nula em todo o setor de análise (ou seja,  $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ).

Através do diagrama ilustrado na Figura 3.34 para o plano diagonal  $\phi = 45^\circ$ , verificou-se que o MoM apresentou ganhos máximos de Co-Pol e Cx-Pol iguais a 14,35 dBi e -5,28 dBi, respectivamente. Já para  $\phi = 90^\circ$  (ver Figura 3.35), a análise do MoM indicou um ganho máximo de Co-Pol igual a 14,35 dBi e Cx-Pol nula em  $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ . Além destas investigações, constata-se que ocorreu boa convergência entre os ganhos de Co-Pol determinados pelo MoM e também via Ap-M.

Pelos resultados obtidos neste estudo de caso, foi possível, mais uma vez, ilustrar com sucesso a aplicabilidade do método de síntese do Capítulo 2 com o controle simultâneo de amplitude e fase na abertura.

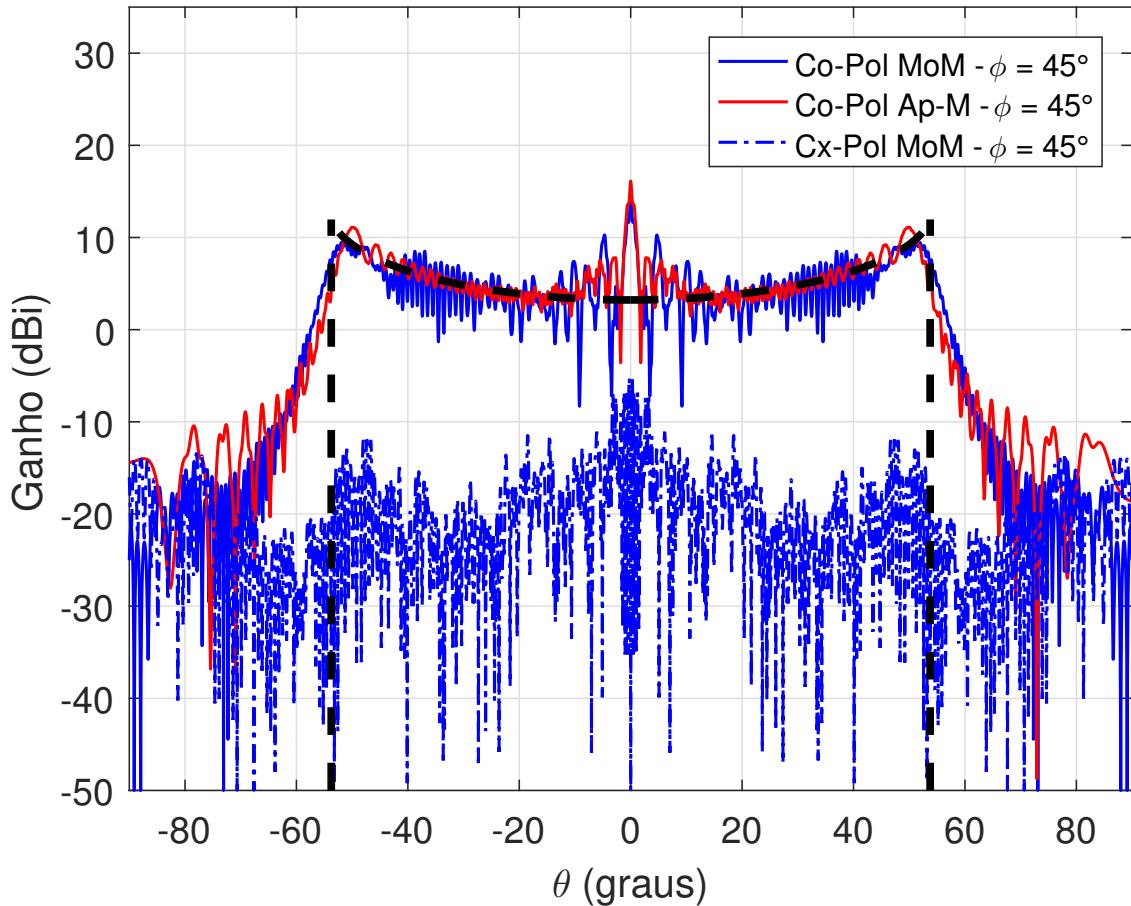


Figura 3.34 – Diagramas de radiação no plano diagonal  $\phi = 45^\circ$  obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.6. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em  $-53,75^\circ \leq \theta \leq 53,75^\circ$ .

### 3.4.7 Estudo de Caso B.7: Antena ADE Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação Isoflux em $-49,32^\circ \leq \theta \leq 49,32^\circ$

Na sequência é apresentada a síntese óptica de uma antena duplo-refletora circularmente simétrica baseada na configuração ADE embarcada em um satélite LEO com a distribuição de fase não uniforme prescrita em  $T_n$  ilustrada na Figura 3.36. Para o presente estudo de caso, o procedimento de modelagem é iniciado a partir da definição da geometria ADE clássica com os seguintes parâmetros:  $D_M = 200\lambda$ ,  $D_B = D_S = 20\lambda$ ,  $\theta_E = 45^\circ$  e  $L_0 = 120\lambda$ . De acordo com (Moreira; Prata Jr., 2001), tais parâmetros fornecem uma antena ADE clássica com a distância entre o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) até o vértice do sub-refletor  $V_S = 7,9\lambda$  e as características gerais das duas seções cônicas (elipse e parábola) que descrevem as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal com  $2c = 11,7\lambda$ ;

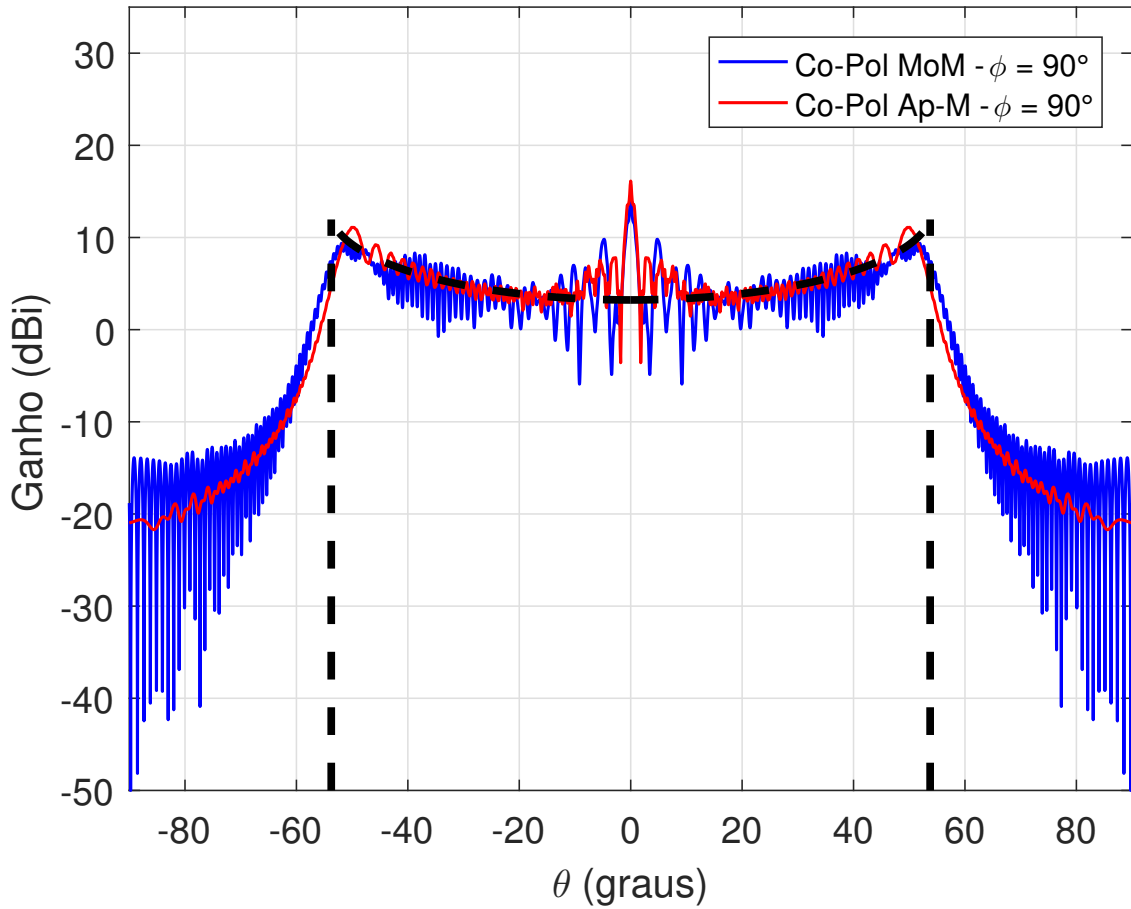


Figura 3.35 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 90^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.6. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em  $-53,75^\circ \leq \theta \leq 53,75^\circ$ .

$e = 0,65$ ;  $\beta = 58,73^\circ$  e  $F = 54\lambda$ . Para a ADE, estes parâmetros estão esquematicamente ilustrados na Figura 2.3 do Capítulo 2 deste trabalho. Assim como nos casos anteriores, o algoritmo de síntese seguiu as etapas estabelecidas na Figura 2.13, sabendo que o processo iterativo inicia-se em  $\theta_{F_0} = 0^\circ$  com  $r_{F_0} = V_S$  e termina quando  $\theta_{F_N} = \theta_E$ .

Observe que como nos casos anteriores apresentados neste trabalho, utilizou-se o mesmo modelo de alimentador RCF descrito por (2.62) com o expoente  $p = 22$  a fim de prover  $F_{tap} = -15$  dB considerando o ângulo de borda  $\theta_E = 45^\circ$ . Note que as dimensões elétricas  $D_M = 200\lambda$  e  $D_B = D_S = 20\lambda$  foram mantidas para obter resultados com efeitos difrativos nas bordas dos refletores modelados menos significativos, uma vez que o método de síntese da GO não considera tal fenômeno da difração. Além destas informações, ressalta-se que devido à iluminação que chega à abertura do refletor principal ser reversa, os pontos sobre tal abertura foram definidos *a priori* entre  $D_M/2$  e  $D_B/2$  adotando a posição dada por (2.65), onde  $z_{T_n} = z_A = 50\lambda$ .

A presente antena ADE é embarcada em satélite LEO com uma altura orbital

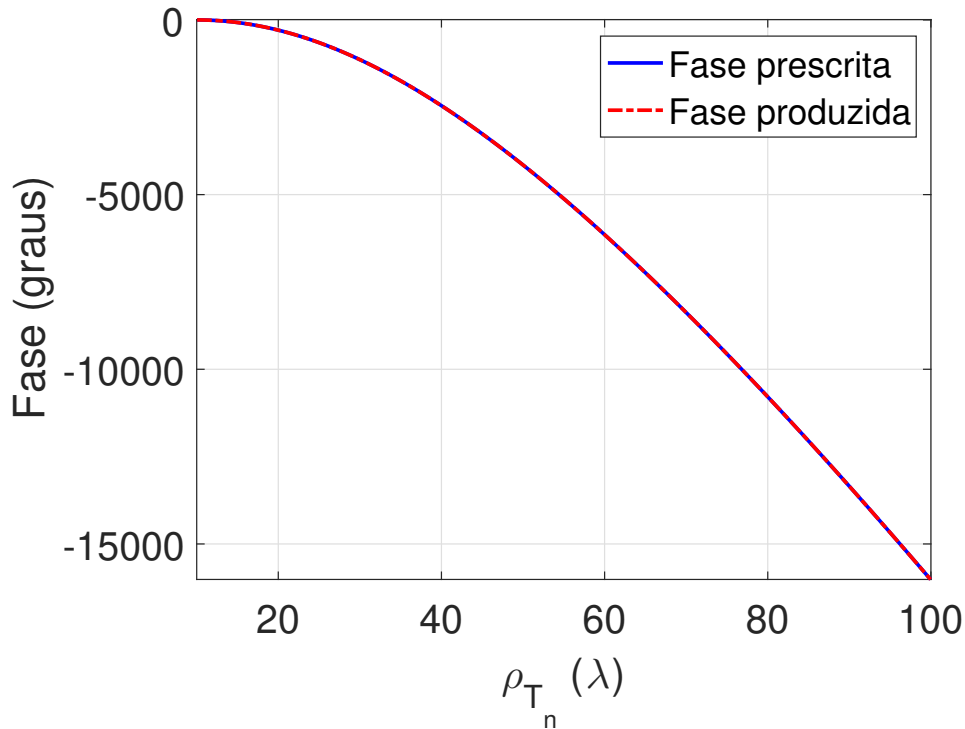


Figura 3.36 – Distribuição de fase não uniforme (em linha sólida na cor azul) prescrita em  $T_n$  para a antena ADC modelada do estudo de caso B.7, juntamente com as fases produzidas (em linha pontilhada na cor vermelha) em  $T_n$  após a síntese da GO.

$H = 2.000$  Km e  $\alpha_{min} = 5,0179^\circ$ . Substituindo  $H = 2.000$  Km e  $\alpha_{min} = 5,0179^\circ$  em (3.22), é possível obter  $\theta_0 = 49,32^\circ$ , o qual indica que o feixe isoflux deve ocorrer em  $-49,32^\circ \leq \theta \leq 49,32^\circ$ . Ao seguir as orientações relacionadas na Seção 3.2, determina-se a distribuição de fase não uniforme prescrita em  $T_n$  através da equação (3.36).

Com esta síntese, espera-se que a geometria ADE modelada consiga produzir a especificação de fase  $\psi_n$  em  $T_n$  (ver Figura 3.36) e, portanto, um diagrama de radiação circularmente simétrico isoflux em  $-49,32^\circ \leq \theta \leq 49,32^\circ$ . Na Figura 3.36 está apresentada a distribuição de fase não uniforme em  $T_n$ , representada pela curva de linha sólida na cor azul. Já na Figura 3.37 são mostradas as geratrizes refletoras (sub-refletor e refletor principal) da antena ADE sintetizada com fase não uniforme. Os resultados de síntese (ver Figura 3.37) indicaram que os diâmetros dos sub-refletor e refletor principal da ADE modelada são  $21,26\lambda$  e  $200\lambda$ , respectivamente.

A partir dos resultados obtidos da análise rigorosa de onda completa baseada no MoM, para os planos  $\phi = 0^\circ$ ;  $45^\circ$  e  $90^\circ$ , é possível visualizar dos diagramas de radiação com os respectivos ganhos de Co-Pol e Cx-Pol nas Figuras 3.38 – 3.40 para a presente antena ADE modelada. Juntamente com o diagrama de radiação isoflux em  $-49,32^\circ \leq \theta \leq 49,32^\circ$  representado pelas linhas tracejadas na cor preta, são apresentados os ganhos de Co-Pol obtidos pelo Ap-M para os três planos  $\phi$  de análise. Outra vez, os ganhos associados a

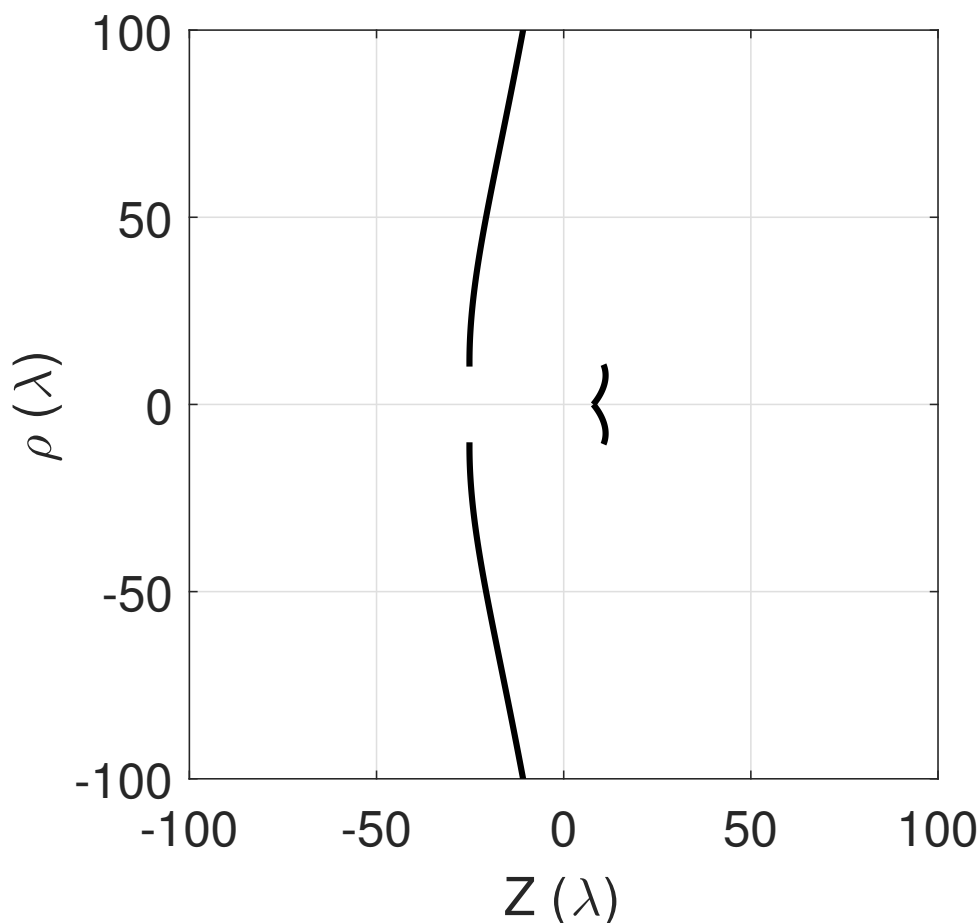


Figura 3.37 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADE modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.7.

Cx-Pol não foram ilustrados em tais figuras devido terem sido idealmente nulos para o presente estudo de caso.

De modo geral, pode-se observar que os ganhos de Co-Pol calculados pelo Ap-M apresentaram um comportamento semelhante ao diagrama ideal da GO, porém, com algumas oscilações indesejadas ocasionadas pelos fatores mencionados nos estudos de caso B.1 – B.6. Com estes resultados, é possível intuir que a síntese do campo na abertura com as fases não uniformes da Figura 3.36 (curva de linha sólida na cor azul) é adequada para produzir um diagrama com feixe isoflux em  $-49,32^\circ \leq \theta \leq 49,32^\circ$ .

Além das investigações mencionadas no parágrafo anterior, verificou-se que os diagramas de radiação determinados pelos dois métodos de análise (MoM e Ap-M) apresentam um comportamento semelhante ao modelo ideal da GO com a distribuição isoflux em  $-49,32^\circ \leq \theta \leq 49,32^\circ$ , como mostrado nas Figuras 3.38 – 3.40. Novamente, a análise conduzida pelo MoM foi mais satisfatória do que aquela do Ap-M, pois o último procedimento não realiza uma análise rigorosa de onda completa incluindo o sub-refletor e o



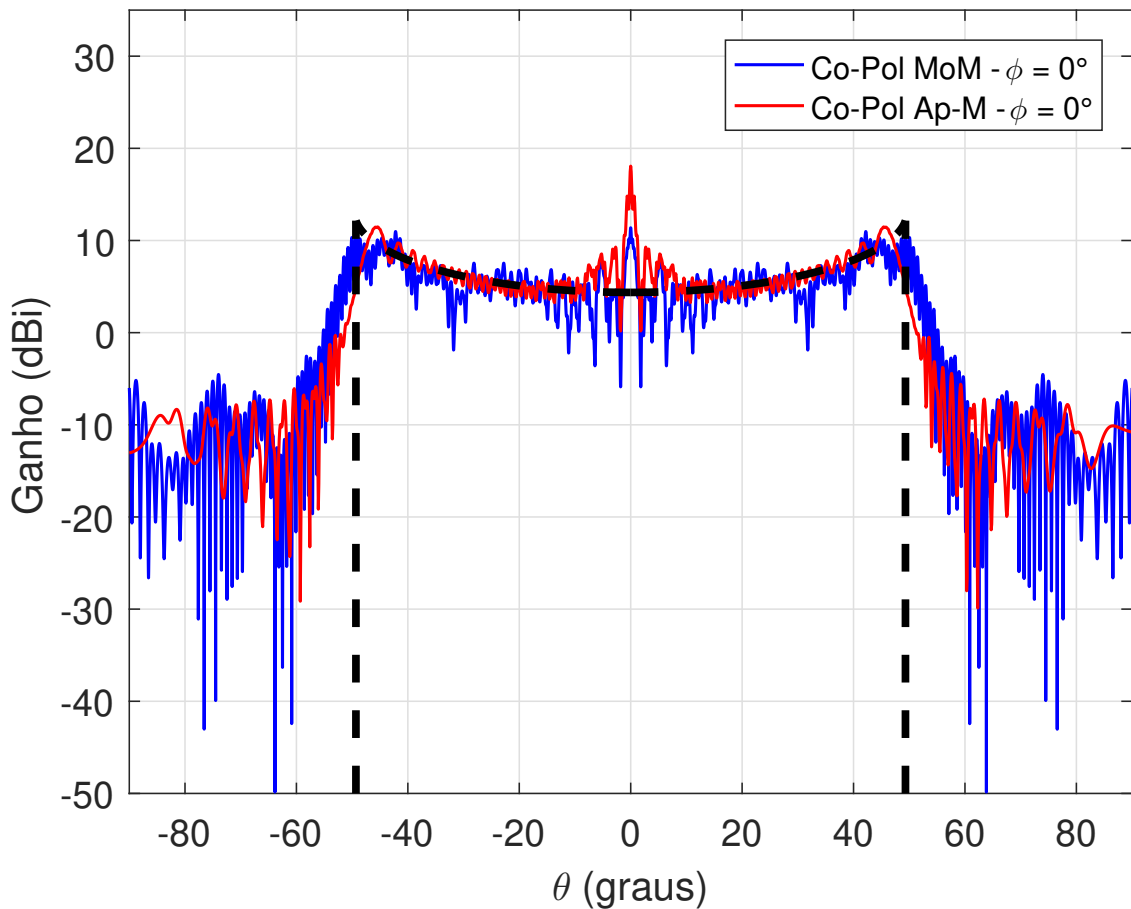


Figura 3.38 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 0^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.7. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO  $-49,32^\circ \leq \theta \leq 49,32^\circ$ .

refletor principal. Contudo, observa-se que especificamente na direção central (ou seja, em  $\theta = 0^\circ$ ) o Ap-M proveu um ganho máximo de Co-Pol igual a 18 dBi, uma diferença de aproximadamente 6 dBi em relação ao MoM. Embora tenham ocorrido estas divergências, os resultados obtidos foram bastante satisfatórios para a modelagem da antena ADE, sendo que no procedimento para determinar as fases não uniformes foram utilizadas algumas aproximações, além da adaptação de incluir o bloqueio na formulação de (Biswas, 2013).

### 3.4.8 Estudo de Caso B.8: Antena ADE Modelada com Fase Não Uniforme na Abertura para Gerar um Diagrama de Radiação Isoflux em $-59,12^\circ \leq \theta \leq 59,12^\circ$

Neste último exemplo do presente capítulo, uma ADE com  $D_M = 200\lambda$ ,  $D_B = D_S = 20\lambda$ ,  $\theta_E = 45^\circ$  e  $L_0 = 120\lambda$  foi sintetizada para prover, novamente, um diagrama

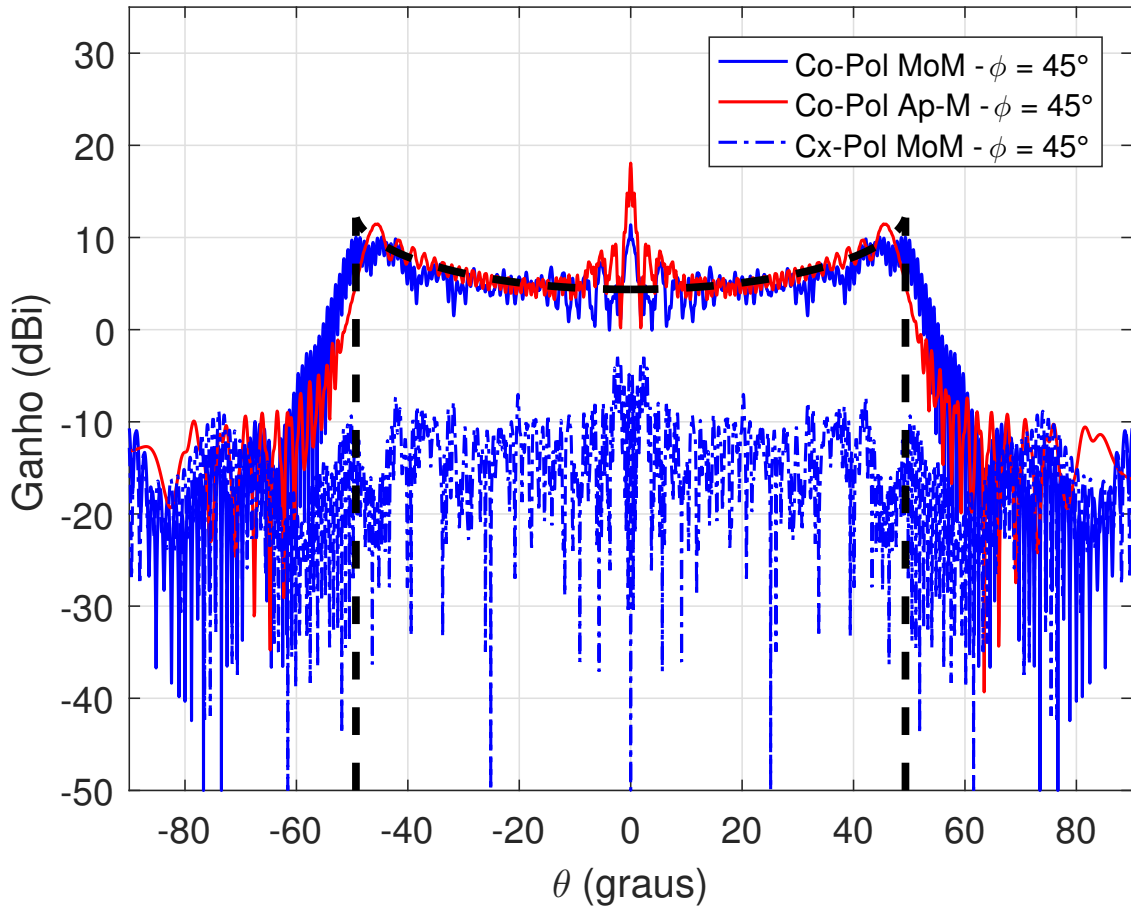


Figura 3.39 – Diagramas de radiação no plano diagonal  $\phi = 45^\circ$  obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.7. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em  $-49,32^\circ \leq \theta \leq 49,32^\circ$ .

de radiação com feixe isoflux, mas no setor angular em  $-59,12^\circ \leq \theta \leq 59,12^\circ$ . Para tal, foi assumida uma órbita LEO com  $H = 800$  Km e um ângulo  $\alpha_{min} = 15^\circ$ . Estes dados forneceram um ângulo  $\theta_0$  de  $59,12^\circ$ , conforme a equação (3.22). Isto significa que o desejado feixe isoflux deve ocorrer em  $-59,12^\circ \leq \theta \leq 59,12^\circ$ . Para este caso, a distribuição de fase não uniforme prescrita em  $T_n$  obtida a partir da equação (3.36) é apresentada na Figura 3.41 através da curva de linha sólida na cor azul.

Em conformidade com os estudos de caso B.1 – B.7 investigados neste capítulo, o processo de síntese óptica da configuração ADE foi realizado com  $N = 10^3$  pares de seções cônicas para a modelagem simultânea das duas das geratrizes de tal antena, além do emprego do modelo de alimentador RCF expresso por (2.62), onde o expoente  $p$  é igual a 22. Pela Figura 3.41, observa-se uma característica de extrema importância resultante da síntese: a antena ADE proveu a distribuição de fase não uniforme, inicialmente prescrita em  $T_n$ . Assim, espera-se que tal geometria gere o desejado diagrama de radiação. Na

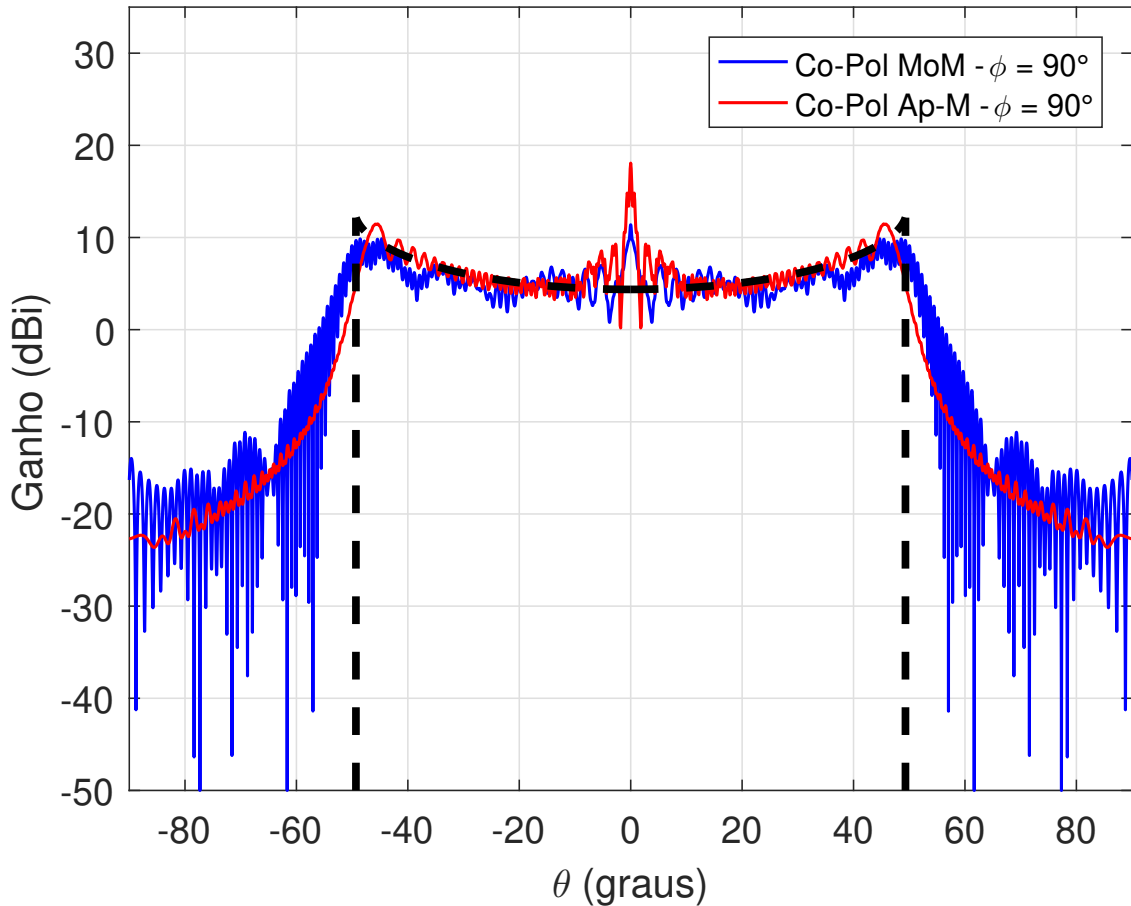


Figura 3.40 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 90^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADC modelada do estudo de caso B.7. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO em  $-49,32^\circ \leq \theta \leq 49,32^\circ$ .

Figura 3.42 podem ser visualizadas as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados. Com estes resultados, pode-se verificar que os diâmetros do sub-refletor e do refletor principal sintetizados são  $21,59\lambda$  e  $200\lambda$ . Isto é, houve uma pequena variação de 1,59 do sub-refletor modelado em relação ao clássico.

Para os planos  $\phi = 0^\circ; 45^\circ$  e  $90^\circ$ , a análise eletromagnética do Ap-M descrito na Seção 3.3 está apresentada nas Figuras 3.43, 3.44 e 3.45, respectivamente. Os diagramas de radiação com os ganhos de Co-Pol e Cx-Pol para a antena ADE modelada neste estudo de caso são ilustrados nestas figuras, também considerando os três planos  $\phi$ . Juntamente com tais diagramas, está descrito em linhas tracejadas na cor preta a distribuição ideal da GO com o feixe isoflux em  $-59,12^\circ \leq \theta \leq 59,12^\circ$ , fornecida conforme o procedimento mostrado na Seção 3.2.

Analisando o comportamento dos diagramas de radiação apresentados nas Figuras 3.43 – 3.45, foi possível constatar que os ganhos de Co-Pol calculados pelo Ap-M para os planos  $\phi = 0^\circ; 45^\circ$  e  $90^\circ$  convergiram aproximadamente com o desejado feixe isoflux

ideal da GO em  $-59,12^\circ \leq \theta \leq 59,12^\circ$ . As principais divergências entre tais diagramas ocorreram em  $-6,21^\circ \leq \theta \leq 6,21^\circ$ , provavelmente ocasionadas pelo bloqueio na abertura. Considerando-se os três planos  $\phi$  de análise, o Ap-M proveu um ganho máximo de Co-Pol = 14,81 dBi. Mais uma vez, foi demonstrado com sucesso que o método de síntese apresentado na Seção 3.2 é eficiente para produzir, sob os princípios da GO, o desejado diagrama de radiação circularmente simétrico com feixe isoflux.

Ainda de acordo com os resultados de análise expostos nas Figuras 3.43 – 3.45, os ganhos de Co-Pol obtidos pelo MoM para os três planos  $\phi$  apresentaram uma boa convergência em relação ao diagrama de radiação com feixe isoflux. Comparando as análises fornecidas pelo MoM e também via Ap-M, observa-se que os ganhos associados à Co-Pol possuem um comportamento parecido com o feixe isoflux em  $-59,12^\circ \leq \theta \leq 59,12^\circ$ . Entretanto, é importante relatar que ocorrem algumas discrepâncias entre estes métodos, especificamente nas direções próximas de  $\theta = 0^\circ$ , geradas pelos fatores já mencionados nos estudos de caso deste capítulo. Com os resultados apresentados nesta investigação, foi possível verificar que a síntese da antena ADE com fase não uniforme foi realizada com sucesso.

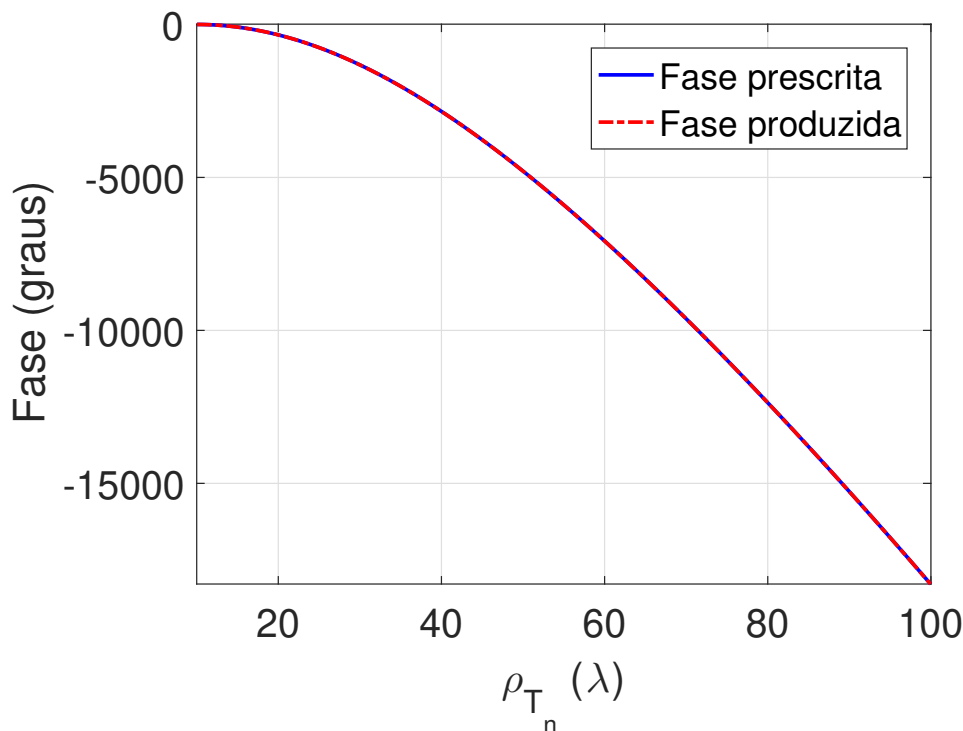


Figura 3.41 – Distribuição de fase não uniforme (em linha sólida na cor azul) prescrita em  $T_n$  para a antena ADC modelada do estudo de caso B.8, juntamente com as fases produzidas (em linha pontilhada na cor vermelha) em  $T_n$  após a síntese da GO.

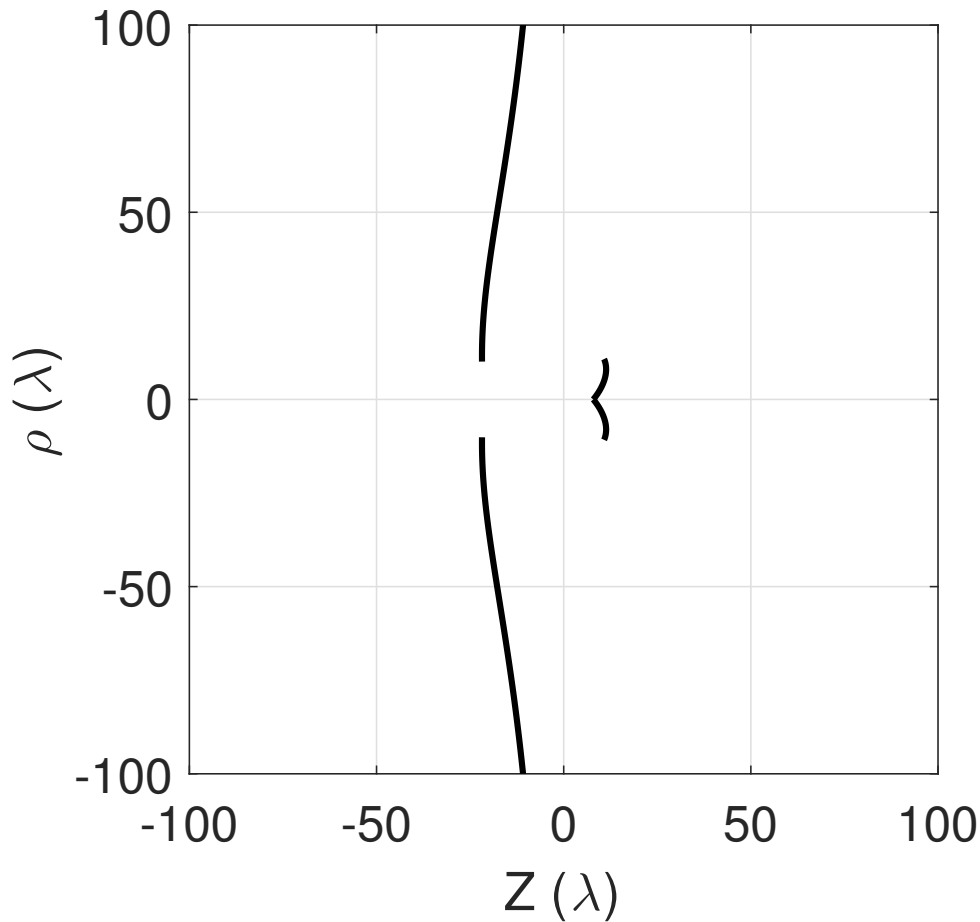


Figura 3.42 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena ADE modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso B.8.

### 3.5 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados diversos estudos de caso para a síntese óptica de antenas duplo-refletoras circularmente simétricas baseadas nas configurações ADC e ADE. O procedimento de modelagem de tais geometrias foi conduzido com uma distribuição de fase não uniforme prescrita em  $T_n$ . De acordo com os princípios da GO, as fases não uniformes foram obtidas a partir das equações (3.18) e (3.36) com o objetivo de proverem diagramas de radiação com simetria circular de topo plano e isoflux em  $-\theta_0 \leq \theta \leq \theta_0$ . O método desenvolvido para a síntese das fases não uniformes na Seção 3.2 possui uma formulação simples, a qual é fundamentada na técnica descrita em (Biswas, 2013).

Pelos diagramas de radiação determinados pelo Ap-M apresentados anteriormente na Seção 3.4, foi possível verificar que as distribuições das fases não uniformes calculadas a partir de (3.18) e (3.36) conseguiram produzir, aproximadamente, os desejados diagramas de radiação de topo plano e isoflux para satélites LEO. As divergências observadas entre os diagramas obtidos pelo Ap-M e os modelos ideais da GO foram ocasionadas, provavelmente,

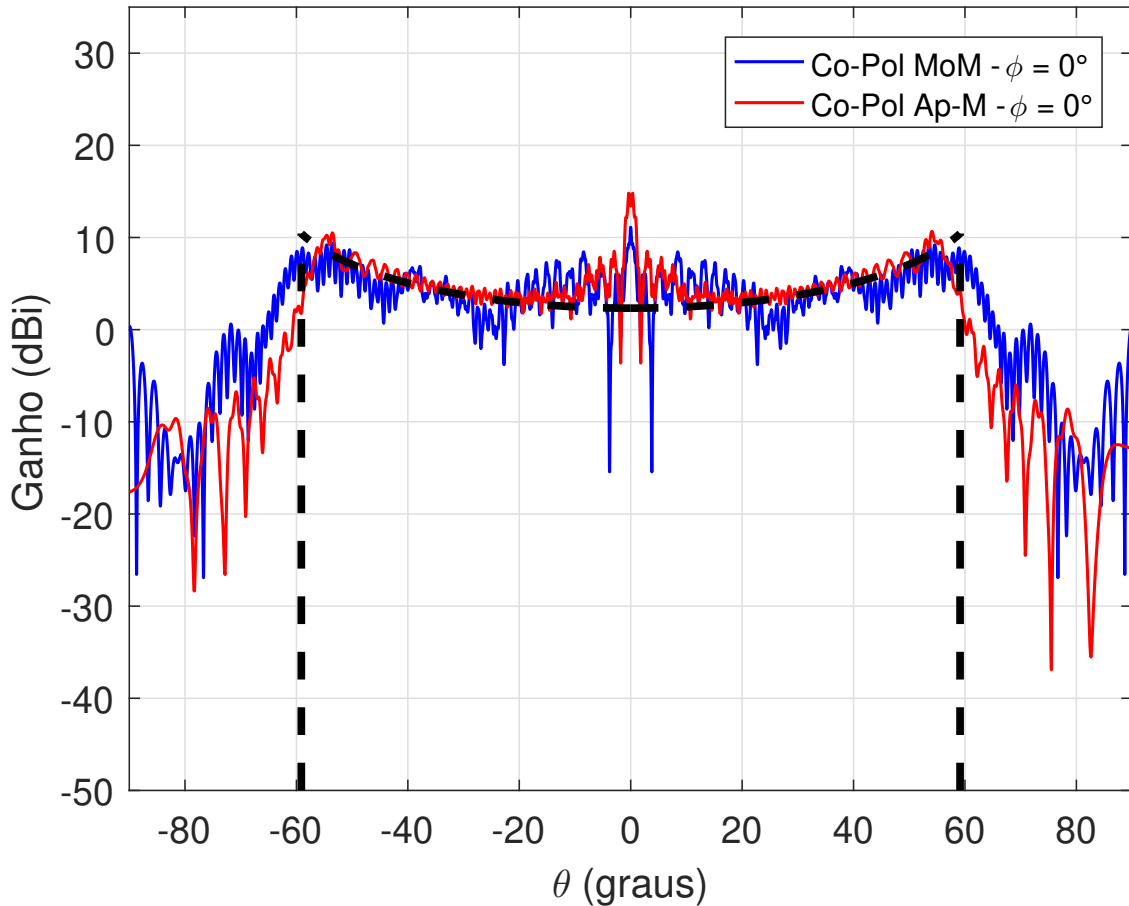


Figura 3.43 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 0^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.8. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO  $-59,12^\circ \leq \theta \leq 59,12^\circ$ .

pela inclusão da região de bloqueio na abertura ( $-D_B \leq 2\rho_A \leq D_B$ ) nas formulações. Ou seja, nesta região de bloqueio o campo é nulo. Além disso, conforme ressaltado nos estudos de (Biswas, 2013), foram utilizadas algumas aproximações para determinar tais fases não uniformes e, com isso, acredita-se que um método robusto será mais eficiente para gerar os desejados diagramas de radiação de topo plano e isoflux. Apesar destas divergências, o procedimento de síntese proposto na Seção 3.2 mostrou-se bastante eficiente.

Além das considerações feitas nos parágrafos anteriores, pôde-se constatar que as antenas ADC e ADE modeladas conseguiram prover as especificações desejadas das fases não uniformes prescritas em  $T_n$  (abertura do refletor principal), conforme ilustrado nas Figuras 3.8, 3.17, 3.26, 3.31, 3.36 e 3.41. Com isso, as análises de onda completa baseadas no MoM forneceram também os diagramas de radiação de topo plano e isoflux. Relata-se que as principais diferenças entre os diagramas do MoM e as distribuições ideais da GO podem ser atribuídas a alguns fatores, entre eles: os erros numéricos de síntese; fenômenos de difração nas bordas dos refletores modelados, pois a GO não leva em consideração tais

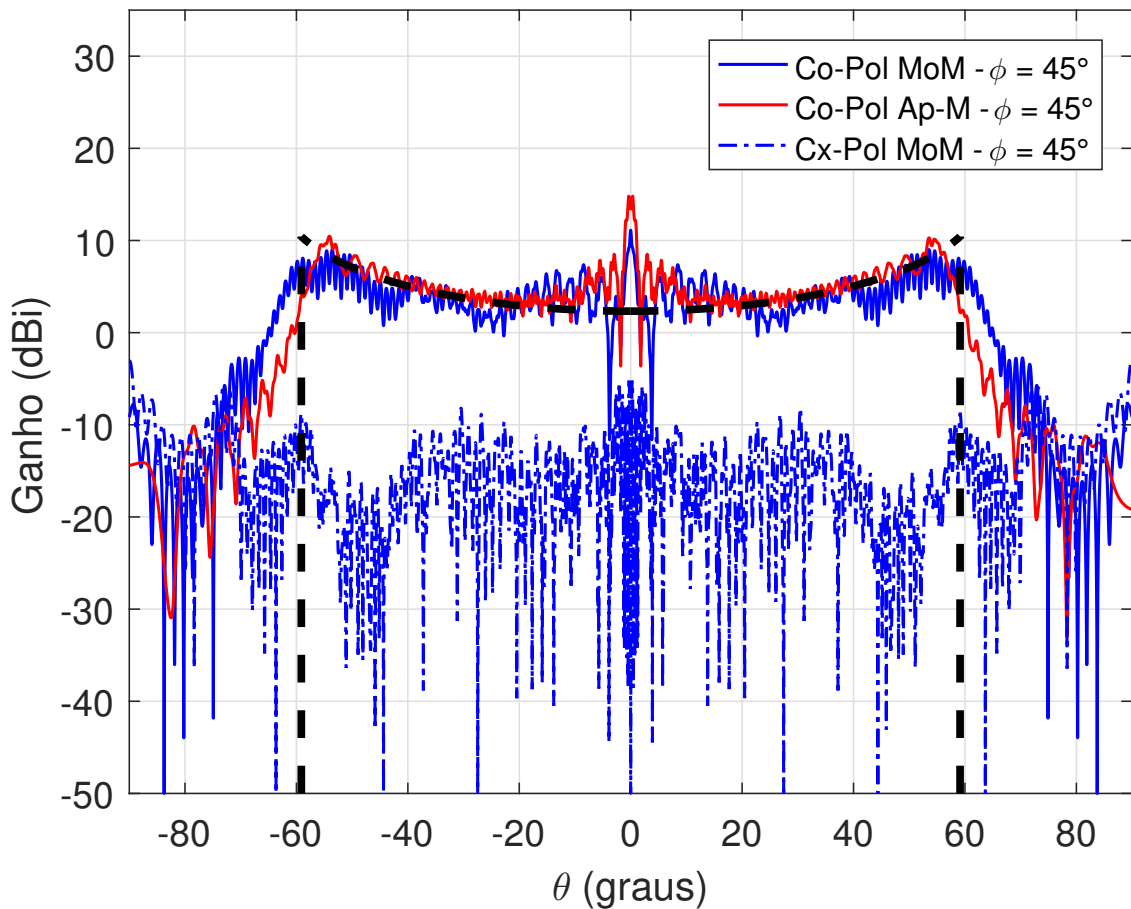


Figura 3.44 – Diagramas de radiação no plano diagonal  $\phi = 45^\circ$  obtidos via MoM (linhas sólidas e tracejadas, ambas na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.8. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO  $-59,12^\circ \leq \theta \leq 59,12^\circ$ .

efeitos; o bloqueio na abertura e a discretização da abertura em um número finito ( $N$ ) de pontos uniformemente distribuídos.

Em princípio, os ganhos de Co-Pol obtidos pelos dois métodos de análise (MoM e Ap-M) tiveram um comportamento parecido, porém, com algumas oscilações indesejadas em determinadas regiões angulares. Os casos dos diagramas de radiação isoflux já foram investigados em (Júnior, 2022) para uma antena ADC utilizando a formulação de síntese óptica, inicialmente, apresentada anteriormente no Capítulo 2. Apesar disto, o presente trabalho é pioneiro no desenvolvimento de uma técnica que utiliza seções cônicas para a modelagem das geratrizes de antenas duplo-refletoras circularmente simétricas baseadas nas geometrias ADC, ADG, ADE e ADH com o controle simultâneo de amplitude e fase do campo na abertura. Além disso, neste capítulo foram apresentados diversos estudos de caso para os diagramas de radiação de topo plano e também isoflux para as geometrias ADC e ADE, contribuindo para a área de antenas e suas aplicações.

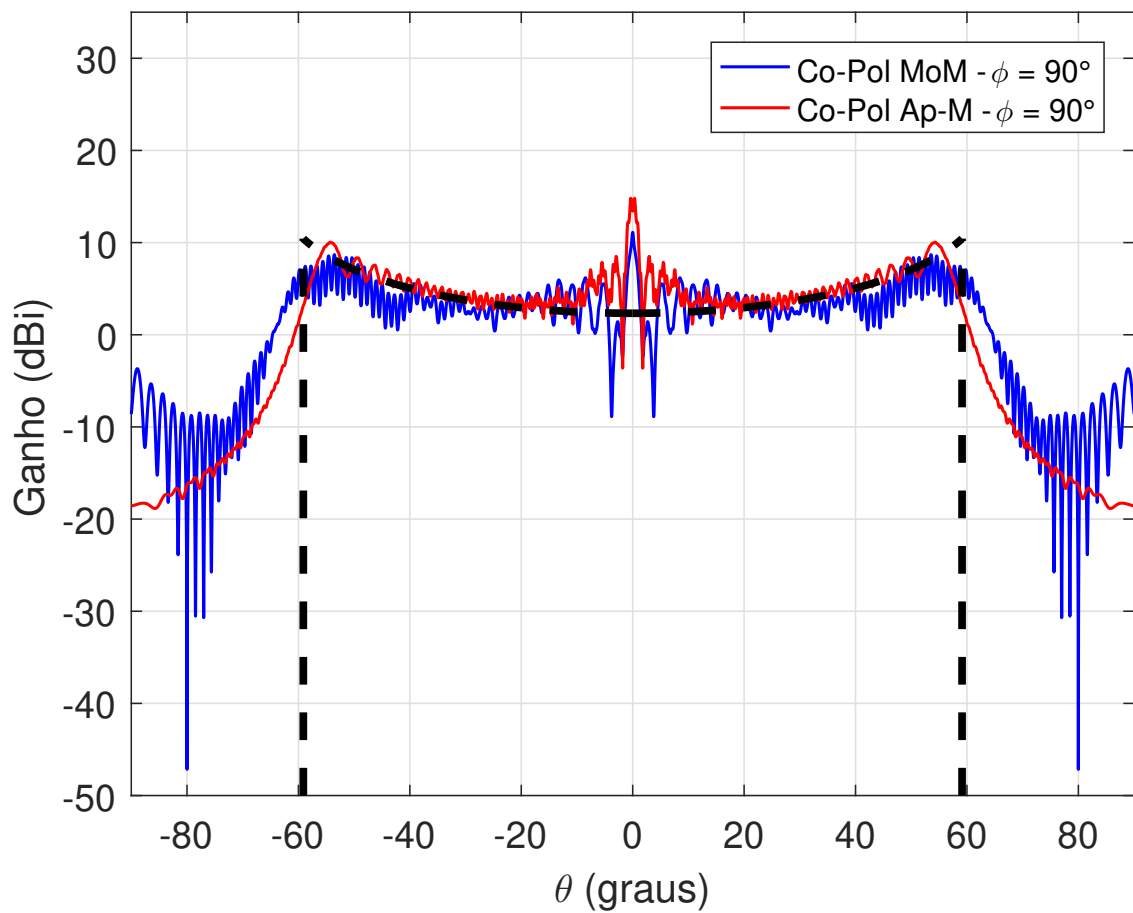


Figura 3.45 – Diagramas de radiação no plano  $\phi = 90^\circ$  obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena ADE modelada do estudo de caso B.8. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação isoflux ideal da GO  $-59,12^\circ \leq \theta \leq 59,12^\circ$ .



# 4 Síntese de Antenas Duplo-Refletoras para Cobertura Omnidirecional: Técnica e Exemplos com Fase Uniforme na Abertura

## 4.1 Introdução

No presente capítulo são introduzidas novas formulações para a síntese óptica das antenas duplo-refletoras circularmente simétricas para cobertura omnidirecional e, conseqüentemente, alguns estudos de caso com um campo na abertura de fase uniforme e uma distribuição de amplitude prescrita, provendo diagramas de radiação com alta diretividade na direção  $\theta = 90^\circ$  no plano de elevação. É importante mencionar que a técnica de síntese descrita no presente capítulo é particularizada para  $\gamma = 90^\circ$  com uma abertura cilíndrica de raio  $\rho_A$ . Neste caso, o ângulo  $\gamma$  define a direção do feixe principal em relação ao eixo de simetria do sistema duplo-refletor circularmente simétrico (Moreira; Bergmann, 2006). Observe que para as quatro possibilidades de configurações duplo-refletoras para cobertura omnidirecional (OADC, OADG, OADE e OADH), as Figuras 4.1 – 4.4 ilustram esse tipo de abertura.

Diferentemente do procedimento apresentado em (Faria; Moreira, 2015), aqui as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal são simultaneamente modeladas para proverem o controle das distribuições de amplitude e fase do campo na abertura cilíndrica, conforme os princípios da GO. Utilizando a mesma metodologia apresentada anteriormente nas Seções 2.2 e 2.3, as duas geratrizes refletoras são sintetizadas através da concatenação consecutiva de seções cônicas, especificamente de hipérbolas e elipses. A geratriz do sub-refletor modelado é gerada por um conjunto sequencial de seções cônicas, que podem ser hipérbolas ou elipses, dependendo estritamente da geometria duplo-refletora omnidirecional investigada. Já a do refletor principal modelado é sempre definida por seções de elipses com o objetivo de garantir o domínio completo de iluminação na abertura cilíndrica. Juntamente com as características de radiação do alimentador polarizado verticalmente em  $\hat{z}$ , a modelagem óptica de ambas as geratrizes refletoras possibilita obter maiores opções dos desejados diagramas de radiação, otimizando as regiões de cobertura e reduzindo as interferências nas adjacências da antena.

Assim como na formulação descrita na Seção 2.2, o algoritmo de síntese tem início com a escolha da configuração duplo-refletora com simetria circular a ser modelada. Note que, neste caso, a antena inicial (ou seja, clássica) possui os seguintes parâmetros de projeto: a largura ( $W_A$ ) da abertura cilíndrica, o diâmetro projetado ( $D_M$ ) do refletor principal,

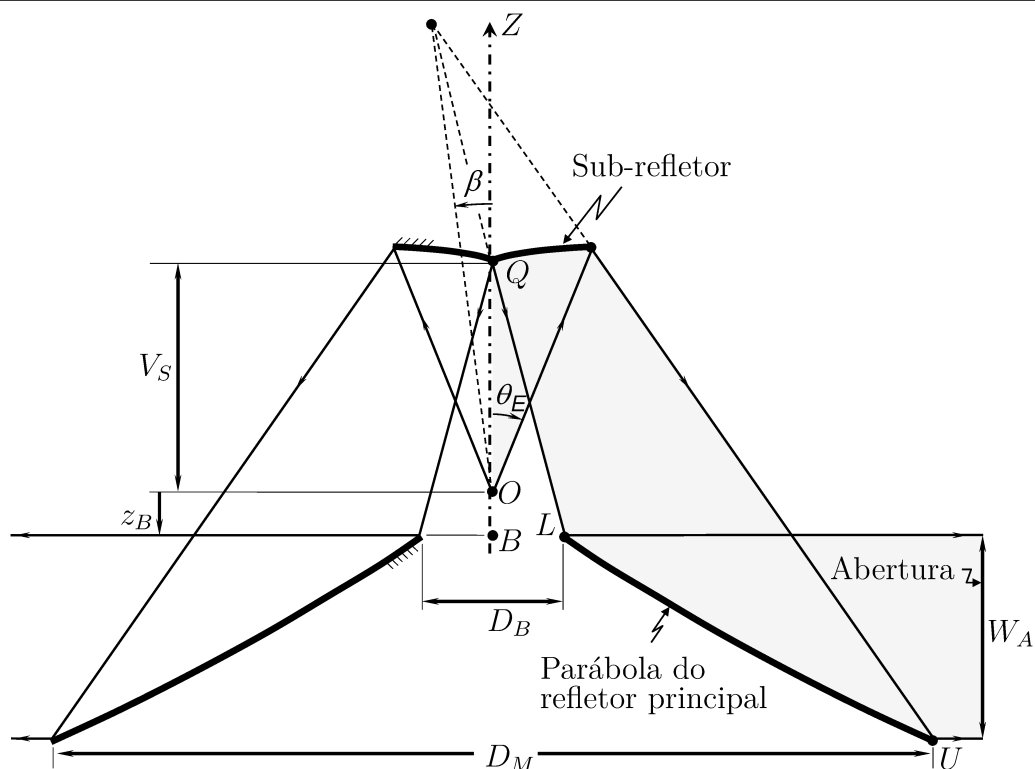


Figura 4.1 – Parametrização geométrica de uma configuração OADC clássica.

Fonte: Figura adaptada de (Moreira; Bergmann, 2005).

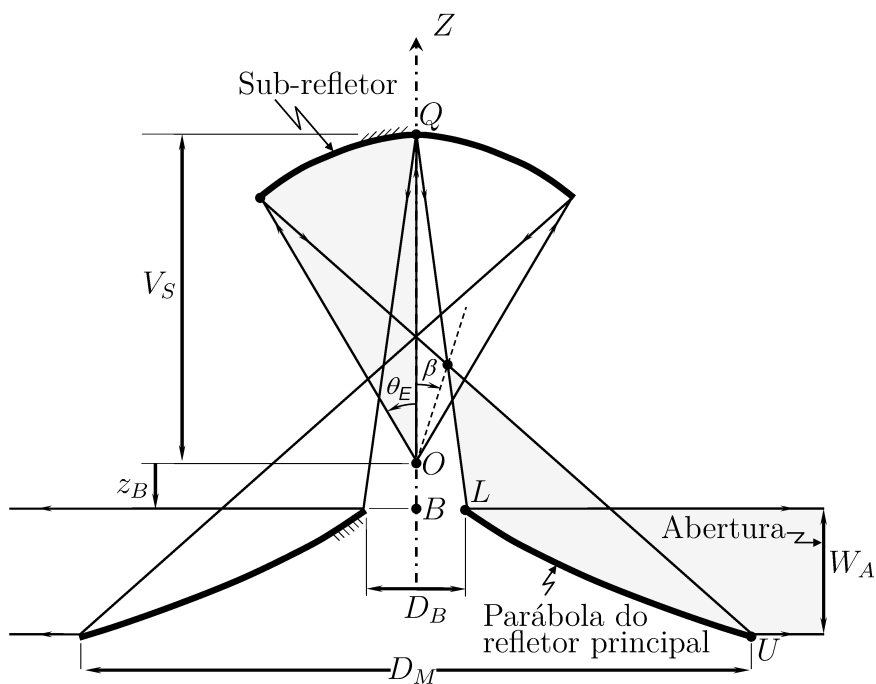


Figura 4.2 – Parametrização geométrica de uma configuração OADG clássica.

Fonte: Figura adaptada de (Moreira; Bergmann, 2005).

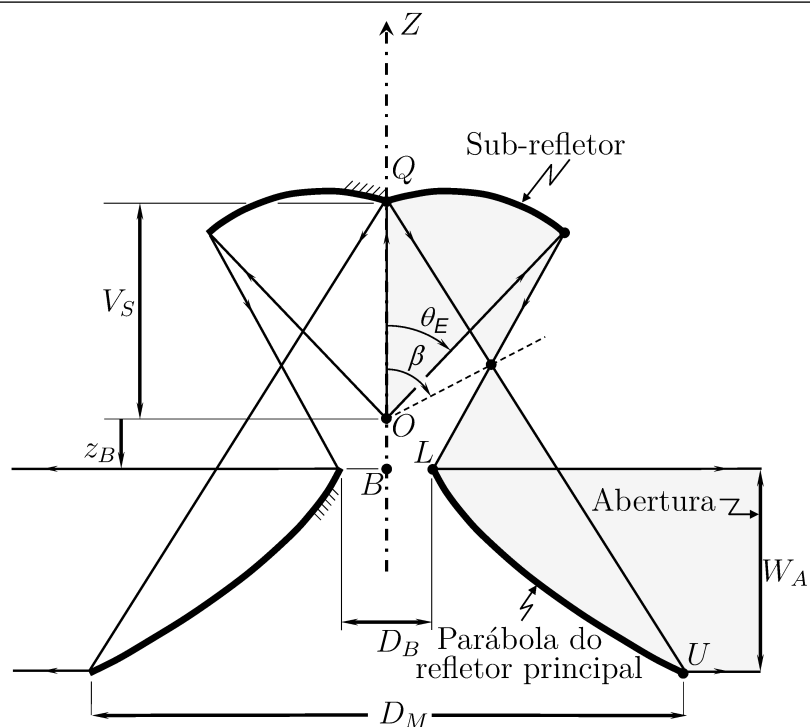


Figura 4.3 – Parametrização geométrica de uma configuração OADE clássica.

Fonte: Figura adaptada de (Moreira; Bergmann, 2005).

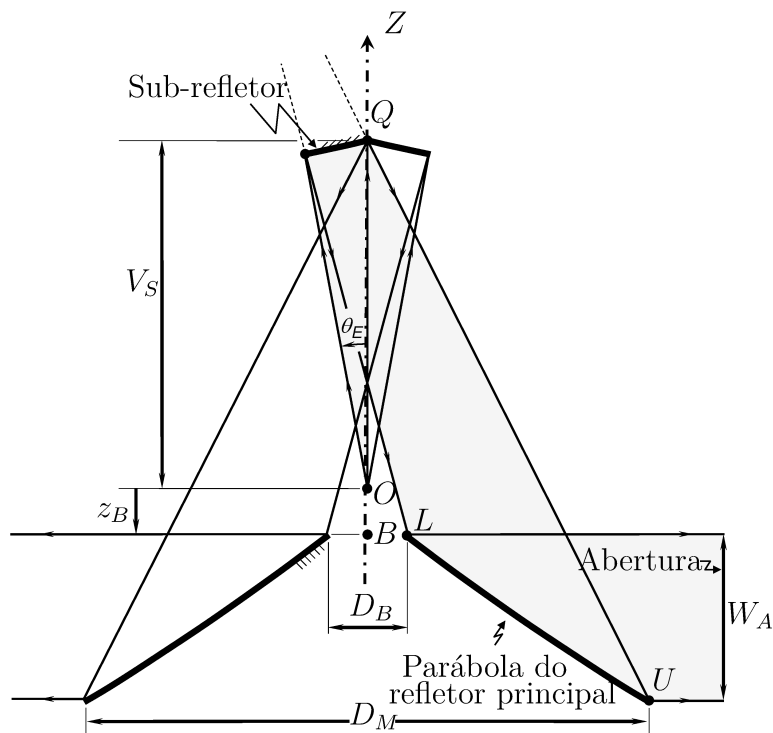


Figura 4.4 – Parametrização geométrica de uma configuração OADH clássica.

Fonte: Figura adaptada de (Moreira; Bergmann, 2005).

a distância ( $V_S$ ) entre o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) e o vértice ( $Q$ ) do sub-refletor, o diâmetro ( $D_B$ ) da abertura central que permite o acesso do alimentador ao foco do sistema duplo-refletor circularmente simétrico e a coordenada ( $z_B$ ) da borda interna associada ao refletor principal. Considerando as antenas de dois refletores para cobertura omnidirecional clássicas baseadas nas configurações OADC, OADG, OADE e OADG, nas Figuras 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4 estão ilustrados tais parâmetros, respectivamente. Aplicando os valores numéricos de  $W_A$ ,  $D_M$ ,  $V_S$ ,  $D_B$  e  $z_B$  nas equações de síntese desenvolvidas em (Moreira; Bergmann, 2005) para  $\gamma = 90^\circ$ , é possível determinar as características gerais ( $2c$ ,  $e$ ,  $\beta$  e  $F$ ) que descrevem o par de seções cônicas das geratrizes refletoras clássicas, bem como o diâmetro ( $D_S$ ) do sub-refletor e o ângulo de borda ( $\theta_E$ ). Estes parâmetros já foram amplamente estudados e, por isso, não serão investigados no presente trabalho.

Seguindo o mesmo princípio adotado no Capítulo 2, na Seção 4.2 a formulação de síntese é particularizada para uma antena baseada na geometria OADC (ver Figura 4.1) para o controle de amplitude e fase do campo na abertura cilíndrica. Posteriormente, a Seção 4.3 descreve as principais adaptações necessárias para a modelagem óptica das duas geratrizes refletoras de uma configuração OADE (ver Figura 4.3). Ao final do processo de síntese, espera-se que tais antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional consigam prover, segundo os princípios da GO, as especificações de iluminação prescrita na abertura cilíndrica e, portanto, o desejado diagrama de radiação no plano de elevação. Já na Seção 4.4 é apresentado o alimentador utilizado no processo de síntese das geometrias OADC e OADE.

Com o objetivo de ilustrar a funcionalidade da nova formulação, na Seção 4.5 são apresentados diversos estudos de caso, onde as duas geratrizes refletoras das antenas OADC e OADE foram simultaneamente modeladas considerando um campo na abertura cilíndrica de fase uniforme juntamente com uma distribuição de amplitude prescrita. Os resultados obtidos foram comparados com os casos estudados em (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007). Para isso, foram empregadas as mesmas configurações OADC e OADE da literatura, bem como as respectivas especificações de campo (com fase uniforme e amplitude prescrita) na abertura cilíndrica. Novamente, empregou-se a análise de onda completa do MoM para determinar os diagramas de radiação das antenas modeladas, validando a nova técnica de síntese. Além disso, foram desenvolvidos estudos de convergência numérica com o intuito de avaliar o comportamento do algoritmo de síntese. Como nos estudos de caso mostrados na Seção 2.6, para cada geratriz refletora modelada foi obtida a taxa de erro RMS em função do número ( $N$ ) de pares de seções cônicas utilizado na síntese. Por fim, na Seção 4.6 são descritas as considerações finais do presente capítulo.

## 4.2 Formulação da Técnica de Síntese da GO

As presentes antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional são compostas basicamente por um alimentador polarizado verticalmente em  $\hat{z}$  e com o centro de fase localizado na origem ( $O$ ), e duas superfícies refletoras (sub-refletor e refletor principal) circularmente simétricas (ou seja, BORs) (Moreira; Bergmann, 2005; Moreira; Bergmann, 2006). Tais superfícies refletoras são geradas pela rotação das respectivas curvas geratrizes em torno do eixo de simetria ( $Z$ ) do sistema duplo-refletor com simetria circular. Observe que, assim como nas configurações duplo-refletoras de eixo deslocado investigadas anteriormente nos Capítulos 2 e 3, existe a facilidade de lidar apenas com as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal no método de síntese da GO, uma vez que tais refletores possuem simetria circular. A formulação de modelagem apresentada é derivada para uma antena duplo-refletora com cobertura omnidirecional baseada na configuração OADC. Porém, na próxima seção a formulação é facilmente adaptada à uma geometria OADE. As demais configurações duplo-refletoras para cobertura omnidirecional (OADG e OADH) não serão abordadas neste trabalho.

Pela Figura 4.5, pode-se observar que a ideia principal da presente técnica de síntese da GO é representar localmente as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados através da concatenação consecutiva de seções cônicas (particularmente, hipérbolas e elipses) com o intuito de fornecer o controle simultâneo das distribuições de amplitude e fase do campo na abertura cilíndrica da antena. Diferente dos estudos de caso investigados anteriormente (ver Capítulos 2 e 3), neste capítulo as antenas de dois refletores circularmente simétricos estudadas proporcionam, segundo os princípios da GO, um diagrama de radiação no plano de elevação para cobertura omnidirecional. O controle do campo (em amplitude e fase) na abertura possibilita obter maior flexibilidade de projeto, tendo diagramas de radiação com o feixe modelado nas desejadas regiões de cobertura em  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ .

Conforme mencionado na Seção 2.2, a geratriz do sub-refletor modelado é descrita localmente por um conjunto de seções cônicas ( $S_n$ , com  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ ). Cada seção cônica  $S_n$  tem dois focos: um deles está sempre localizado na origem ( $O$ ) e coincide com o centro de fase do alimentador. O outro está no ponto  $P_n$ , como mostrado na Figura 4.5. Após a rotação em torno do eixo  $Z$ , o ponto  $P_n$  define uma cáustica anular referente a seção cônica  $S_n$  do sub-refletor. Além disso, é importante enfatizar que a seção elíptica ( $M_n$ ) que representa a geratriz do refletor principal sintetizado também possui dois focos, sendo um localizado em  $P_n$  (que coincide com um dos focos da cônica  $S_n$ ) e o outro sobre o ponto  $T_n$  especificado *a priori* na abertura cilíndrica, conforme ilustrado na Figura 4.5. Como nos estudos de casos apresentados nas Seções 2.6 e 3.4, as simulações de onda completa baseadas no MoM são empregadas para obterem os desejados diagramas de radiação das respectivas antenas omnidirecionais modeladas, validando este procedimento

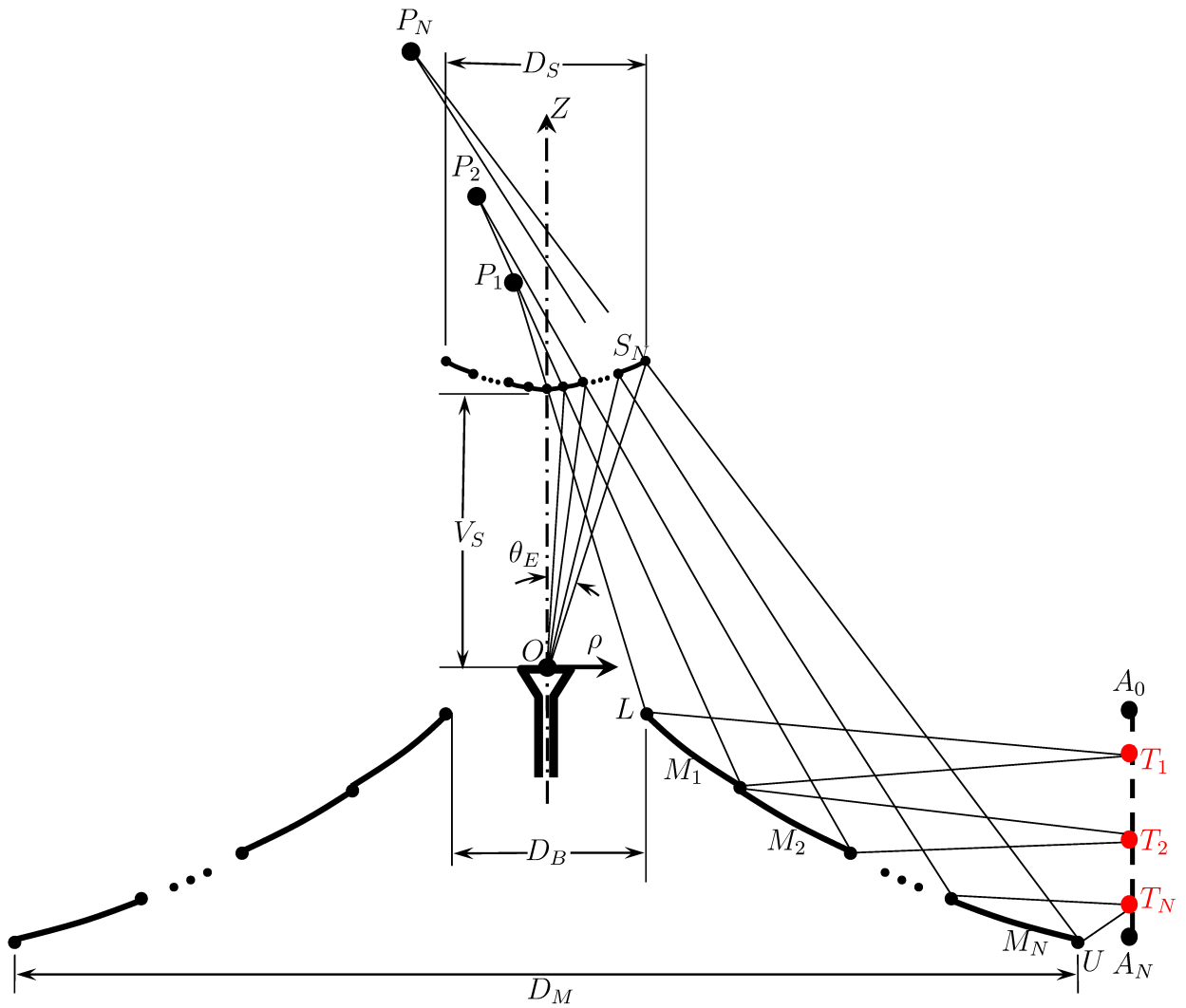


Figura 4.5 – Antena duplo-refletora para cobertura omnidirecional baseada em uma configuração OADC, com as geratrizes refletoras modeladas pela concatenação contínua de seções cônicas, sendo a geratriz do refletor principal representada por elipses.

de síntese. No entanto, agora o MoM levará em consideração a estrutura completa do alimentador na análise eletromagnética.

No presente procedimento de síntese, a abertura cilíndrica da geometria duplo-refletora para cobertura omnidirecional deve ser definida *a priori* através de um conjunto de pontos discretos, uniformemente distribuídos no semiplano  $\phi = 0$ , como ilustrado na Figura 4.5. A partir desses pontos, a posição do foco  $T_n$  é dada por:

$$\rho_{T_n} \hat{\rho} + z_{T_n} \hat{z}, \quad (4.1)$$

onde  $\rho_{T_n}$  e  $z_{T_n}$  são as coordenadas cilíndricas de  $T_n$  sobre tal abertura (ver Figura 4.5). Em princípio, qualquer distribuição de campo (em amplitude e fase) pode ser prescrita

sobre o foco  $T_n$  (na abertura cilíndrica) com o intuito de prover, segundo os princípios da GO, o desejado diagrama de radiação no plano de elevação. Teoricamente, quando  $N \rightarrow \infty$ , o algoritmo de modelagem atinge uma melhor precisão numérica.

Considerando a antena OADC ilustrada na Figura 4.5, a abertura cilíndrica com raio  $\rho_A$  tem início no ponto  $A_0(\rho_{A_0}, z_{A_0})$  e termina em  $A_N(\rho_{A_N}, z_{A_N})$ , sendo  $\rho_{A_0} = \rho_{A_N} = \rho_A$ ,  $z_{A_0} = z_L$  e  $z_{A_N} = z_U$ , observando que o raio  $\rho_A$  e as coordenadas  $z_L$  e  $z_U$  são dados de entrada do algoritmo de síntese. Neste caso, as coordenadas cilíndricas  $\rho_{T_n}$  e  $z_{T_n}$  são dadas por:

$$\rho_{T_n} \hat{\rho} + \left( \frac{z_{A_n} + z_{A_{n-1}}}{2} \right) \hat{z}, \quad (4.2)$$

com  $\rho_{T_n} = \rho_A$  e  $z_{A_n}$  variada de  $z_{A_0}$  a  $z_{A_N}$ , uma vez que  $\Delta z_A = z_{A_n} - z_{A_{n-1}}$ .

O alimentador com o centro de fase na origem ( $O$ ) irradia uma densidade de potência  $G_F(\theta_F)$ , onde  $\theta_F$  é o ângulo entre o raio proveniente de  $O$  e o eixo de simetria (eixo  $Z$ ). De acordo com os princípios da GO, os raios emanados do alimentador sofrem reflexões pelo par de seções cônicas ( $S_n$  e  $M_n$ ), atingindo o foco  $T_n$  correspondente à abertura cilíndrica, conforme ilustrado na Figura 4.5. O problema de síntese é determinar simultaneamente as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal de tal modo que o campo irradiado pelo alimentador seja transformado em uma distribuição de iluminação em amplitude e fase, ambas prescritas em  $T_n$ . Para isso, o princípio de conservação da energia é imposto sobre o feixe de raios delimitado por  $S_n$  e  $M_n$  (ver Figura 4.6) com o objetivo de obter o ângulo  $\theta_{F_n}$ , importante parâmetro para este procedimento. Assim, a potência contida no feixe de raios em  $\theta_{F_{n-1}} \leq \theta_F \leq \theta_{F_n}$  deve ser igual a potência que chega em  $T_n$ , imediatamente após as reflexões. Para o presente caso, a lei de conservação da energia é representado por:

$$\int_{\theta_{F_{n-1}}}^{\theta_{F_n}} G_F(\theta_F) r_F^2 \sin \theta_F d\theta_F = L_F P_{T_n}, \quad (4.3)$$

onde  $G_F(\theta_F)$  é a densidade de potência irradiada pelo alimentador,  $r_F$  é a distância entre  $O$  e um ponto no sub-refletor,  $P_{T_n}$  é a distribuição de potência especificada em  $T_n$  e o fator de normalização ( $L_F$ ) é:

$$L_F = \left( \sum_{n=1}^N P_{T_n} \right)^{-1} \int_0^{\theta_E} G_F(\theta_F) r_F^2 \sin \theta_F d\theta_F, \quad (4.4)$$

com o ângulo de borda  $\theta_E$  calculado *a priori* conforme o método de síntese clássica descrito em (Moreira; Bergmann, 2005). Note que o controle da amplitude do campo sobre a abertura cilíndrica é feito a partir da densidade de potência definida para a especificação

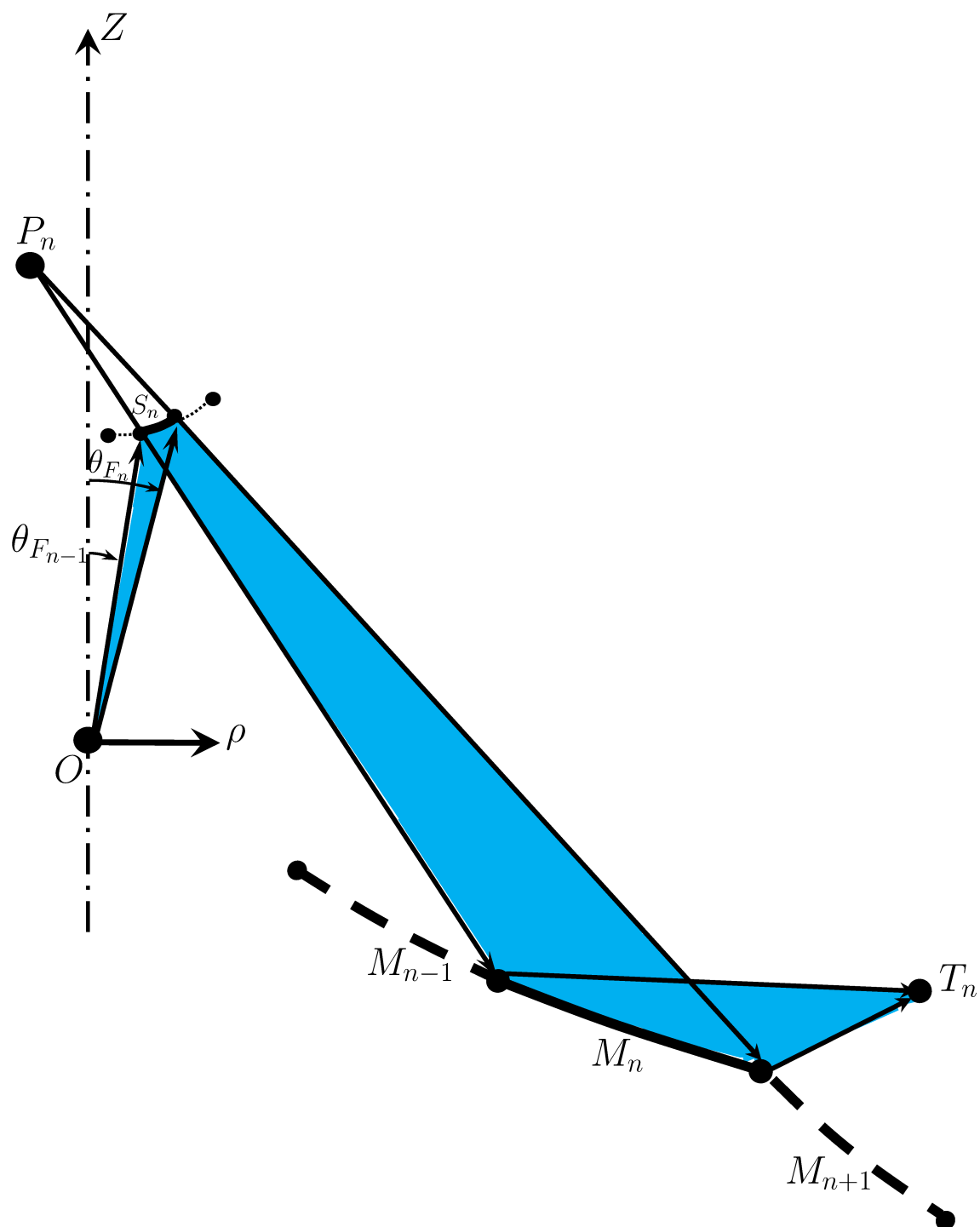


Figura 4.6 – Princípio de conservação da energia da GO aplicado no feixe de raios delimitado pelo par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$  para uma configuração duplo-refletora circularmente simétrica com cobertura omnidirecional.



da potência  $P_{T_n}$ . Portanto, a partir das equações (4.3) e (4.4) é possível determinar o ângulo  $\theta_{F_n}$  através de um procedimento iterativo, tal que inicialmente  $\theta_{F_0} = 0^\circ$  e para a última iteração ( $n = N$ )  $\theta_{F_N} = \theta_E$ .

Com a especificação da distribuição de fase ( $\psi_n$ ) sobre a abertura cilíndrica, calcule-se, a cada iteração  $n$ , o percurso óptico total ( $\ell_n$ ) desde o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) até o foco  $T_n$ . Neste caso, a variação de fase  $\Delta\psi_n$  é fornecida pela diferença entre os percursos  $\ell_n$  e  $\ell_0$ :

$$\Delta\psi_n = -k \Delta\ell_n \quad (4.5a)$$

$$= -k (\ell_n - \ell_0), \quad (4.5b)$$

onde  $\ell_0$  é o percurso total do primeiro raio, sendo o seu valor definido *a priori*. A partir da equação (4.5b), mostra-se que:

$$\ell_n = \ell_0 - \frac{\Delta\psi_n}{k}, \quad (4.6)$$

onde:

$$\Delta\psi_n = \psi_n - \psi_0, \quad (4.7)$$

sendo  $\psi_0 = -k\ell_0$ . Observe que se a distribuição de fase  $\psi_n$  sobre a abertura cilíndrica for constante,  $\ell_n = \ell_0$  para cada iteração  $n$ . Espera-se que a antena de dois refletores para cobertura omnidirecional modelada com a distribuição de fase  $\psi_n$  produza, sob os princípios da GO, a fase proporcional a  $-k\ell_n$  prescrita em  $T_n$ . É importante relatar que a partir das equações (4.3) e (4.6), tem-se o controle simultâneo de amplitude e fase do campo em  $T_n$  (abertura cilíndrica).

A principal etapa deste procedimento de síntese é definir, a cada iteração  $n$ , o par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$  que representam localmente as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados, respectivamente. Para isto, é necessário obter os seis parâmetros geométricos que caracterizam as cônicas  $S_n$  e  $M_n$  (Faria; Moreira, 2020). Assim como descrito anteriormente no método apresentado na Seção 2.2, cada  $S_n$  em  $\theta_{F_{n-1}} \leq \theta_F \leq \theta_{F_n}$  é fornecida pelos seguintes parâmetros (ver Figura 4.7): a distância interfocal ( $2c_n$ ) entre o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) e  $P_n$ , a excentricidade ( $e_n$ ) e o ângulo ( $\beta_n$ ) de inclinação do eixo de  $S_n$  em relação ao eixo  $Z$ . Já a elipse  $M_n$  seccionada em  $\theta_{M_{n-1}} \leq \theta_M \leq \theta_{M_n}$  é descrita pela distância ( $2C_n$ ) entre os focos  $P_n$  e  $T_n$ , a excentricidade ( $\epsilon_n$ ) e o ângulo ( $\gamma_n$ ) de inclinação do eixo de  $M_n$ , conforme ilustrado na Figura 4.7. Ainda pela Figura 4.7, observa-se que  $\theta_M$  é o ângulo entre o raio refletido pela seção cônica  $S_n$  e o eixo de simetria do sistema duplo-refletor circularmente simétrico.

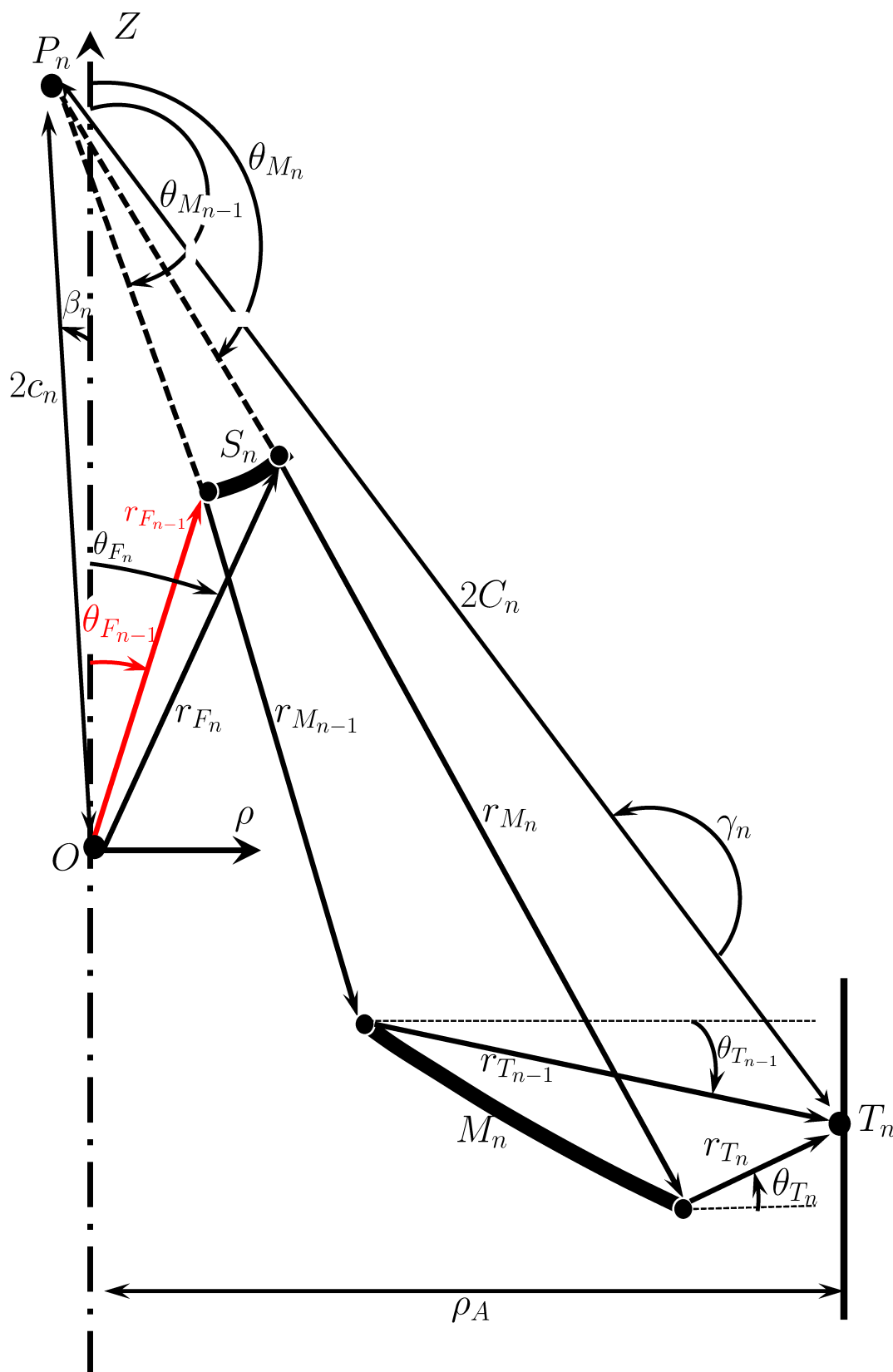


Figura 4.7 – Parâmetros geométricos que descrevem o par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$  do procedimento de síntese das antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional.

Portanto, são requeridas seis equações para solucionar este problema de síntese para cada par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$ , com  $n$  variando de 1 a  $N$ .

Pela equação polar de uma cônica, especificamente uma elipse ou hipérbole, é possível obter a seguinte relação para  $S_n$ :

$$r_F(\eta_F) = \frac{a_n(\eta_F^2 + 1)}{b_n(\eta_F^2 - 1) + 2\eta_F d_n - (\eta_F^2 + 1)}, \quad (4.8)$$

onde  $r_F(\eta_F)$  é a distância (ao longo da direção de incidência  $\theta_F$ , conforme mostrado na Figura 4.7) desde o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) a um ponto na superfície do sub-refletor e  $\eta_F$  é dado por (2.16). Para a seção cônica  $S_n$  da Figura 4.7 em  $\theta_{F_{n-1}} \leq \theta_F \leq \theta_{F_n}$ , define-se que:

$$a_n = c_n \left( e_n - \frac{1}{e_n} \right), \quad (4.9a)$$

$$b_n = e_n \cos \beta_n, \quad (4.9b)$$

$$d_n = e_n \sen \beta_n, \quad (4.9c)$$

sendo  $a_n$  o *semi-latus rectum*,  $b_n$  e  $d_n$  os coeficientes da equação polar (4.8)..

Para a seção de elipse ( $M_n$ ) que define a geratriz do refletor principal sintetizado, tem-se a seguinte equação:

$$r_M(\eta_M) = \frac{A_n(\eta_M^2 + 1)}{B_n(\eta_M^2 - 1) + 2\eta_M D_n - (\eta_M^2 + 1)}, \quad (4.10)$$

onde  $r_M(\eta_M)$  é a distância (ao longo da direção  $\theta_M$ , como ilustrado na Figura 4.7) entre o foco  $P_n$  e um ponto na superfície do refletor principal e  $\eta_M$  é dado pela equação (2.17). Para  $\theta_{M_{n-1}} \leq \theta_M \leq \theta_{M_n}$ , é possível determinar o *semi-latus rectum*  $A_n$  e os coeficientes  $B_n$  e  $D_n$  através de:

$$A_n = C_n \left( \epsilon_n - \frac{1}{\epsilon_n} \right), \quad (4.11a)$$

$$B_n = \epsilon_n \cos \gamma_n, \quad (4.11b)$$

$$D_n = \epsilon_n \sen \gamma_n, \quad (4.11c)$$

com o ângulo  $\gamma_n$  ilustrado na Figura 4.7.

Dando continuidade ao método de síntese, é fundamental obter as equações que fornecem as relações angulares entre  $\theta_F$ ,  $\theta_M$  e  $\theta_T$ , as quais mapeiam os raios desde o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) ao foco ( $T_n$ ) correspondente na abertura cilíndrica (ou

seja,  $\theta_F \rightarrow \theta_M$  e  $\theta_M \rightarrow \theta_T$ ). Conforme retratado discutido no Apêndice B, para as seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$ , as relações necessárias são:

$$\tan\left(\frac{\beta_n - \theta_F}{2}\right) = \left(\frac{e_n - 1}{e_n + 1}\right) \cot\left(\frac{\beta_n - \theta_M}{2}\right), \quad (4.12)$$

$$\tan\left(\frac{\gamma_n - \theta_T}{2}\right) = \left(\frac{\epsilon_n - 1}{\epsilon_n + 1}\right) \cot\left(\frac{\gamma_n - \theta_M}{2}\right), \quad (4.13)$$

para  $\theta_{F_{n-1}} \leq \theta_F \leq \theta_{F_n}$  e  $\theta_{M_{n-1}} \leq \theta_M \leq \theta_{M_n}$ . Em (4.12) e (4.13),  $e_n$  e  $\epsilon_n$  são as excentricidades das seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$ , respectivamente, e os ângulos  $\beta_n$  e  $\gamma_n$  estão ilustrados na Figura 4.7. Conseqüentemente, através das relações angulares dadas por (4.12) e (4.13), obtêm-se:

$$\eta_{M_{n-1}} = \cot\left(\frac{\theta_{M_{n-1}}}{2}\right) = \frac{b_n - d_n \eta_{F_{n-1}} + 1}{d_n + \eta_{F_{n-1}}(b_n - 1)}, \quad (4.14)$$

$$\eta_{M_n} = \cot\left(\frac{\theta_{M_n}}{2}\right) = \frac{b_n - d_n \eta_{F_n} + 1}{d_n + \eta_{F_n}(b_n - 1)}, \quad (4.15)$$

$$\eta_{T_{n-1}} = \cot\left(\frac{\theta_{T_{n-1}}}{2}\right) = \frac{\eta_{F_{n-1}} + g_1 + \eta_{F_{n-1}}g_2 - g_3 - \eta_{F_{n-1}}g_4}{\eta_{F_{n-1}}g_1 - g_2 + \eta_{F_{n-1}}g_3 - g_4 + 1}, \quad (4.16)$$

$$\eta_{T_n} = \cot\left(\frac{\theta_{T_n}}{2}\right) = \frac{\eta_{F_n} + g_1 + \eta_{F_n}g_2 - g_3 - \eta_{F_n}g_4}{\eta_{F_n}g_1 - g_2 + \eta_{F_n}g_3 - g_4 + 1}, \quad (4.17)$$

onde  $\eta_F$  é representado por (2.16) para  $\theta_{F_{n-1}} \leq \theta_F \leq \theta_{F_n}$ , lembrando que, a cada iteração  $n$ , o ângulo  $\theta_{F_n}$  é calculado pelo princípio de conservação da energia de (4.3). Os coeficientes  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_3$  e  $g_4$  de (4.16) e (4.17) são definidos como:

$$g_1 = D_n - d_n, \quad (4.18a)$$

$$g_2 = B_n - b_n, \quad (4.18b)$$

$$g_3 = d_n B_n - b_n D_n, \quad (4.18c)$$

$$g_4 = d_n B_n + d_n D_n, \quad (4.18d)$$

onde  $b_n$ ,  $d_n$ ,  $B_n$  e  $D_n$  são descritos por (4.9b), (4.9c), (4.11b) e (4.11c), respectivamente.

Observe que o processo algébrico para encontrar (4.14) – (4.17) foi desenvolvido na Seção 2.2 e não será desnecessariamente repetido aqui.

Seguindo a formulação apresentada anteriormente na Seção 2.2, a primeira equação desta técnica de síntese das configurações com dois refletores para cobertura omnidirecional é definida pelo percurso óptico total ( $\ell_n$ ) dos raios provenientes da origem  $O$  até o foco  $T_n$  na abertura considerando as seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$ . Com o auxílio da Figura 4.8 e utilizando as propriedades das cônicas confocais,  $\ell_n$  pode ser estabelecido como:

$$\ell_n = [r_F(\eta_F) \pm \overline{PS}(\eta_M)] + [r_M(\eta_M) + r_T(\eta_T)], \quad (4.19a)$$

$$\ell_n = \frac{2c_n}{e_n} + \frac{2C_n}{\epsilon_n}, \quad (4.19b)$$

para o par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$ . Note que (4.19b) representa o teorema de Malus, sendo  $\ell_n$  conhecido *a priori* pela especificação da distribuição de fase  $\psi_n$  em  $T_n$ .

A segunda equação é fornecida pela distância ( $2C_n$ ) entre os focos  $P_n$  e  $T_n$  da seção elíptica  $M_n$ . Com isso, através da Figura 4.7, tem-se:

$$2C_n = \sqrt{(\rho_{P_n} - \rho_{T_n})^2 + (z_{P_n} - z_{T_n})^2}, \quad (4.20)$$

com  $\rho_{T_n}$  e  $z_{T_n}$  pré-definidas através de (4.2) e as coordenadas cilíndricas do foco  $P_n$  são dadas por:

$$\rho_{P_n} = 2c_n \operatorname{sen} \beta_n, \quad (4.21a)$$

$$z_{P_n} = 2c_n \operatorname{cos} \beta_n. \quad (4.21b)$$

De forma análoga à formulação de modelagem óptica das antenas duplo-refletoras circularmente simétricas de eixo deslocado (ver Seção 2.2),  $\theta_{F_{n-1}}$  e  $r_{F_{n-1}}$  são provenientes da iteração anterior. Assim, a terceira equação da presente técnica de síntese é obtida a partir da relação (4.8) de  $S_n$  substituindo  $r_F(\eta_F)$  por  $r_{F_{n-1}}$  e  $\eta_F$  por  $\eta_{F_{n-1}}$ . Consequentemente, (4.8) é reescrita como:

$$r_{F_{n-1}} = \frac{a_n(\eta_{F_{n-1}}^2 + 1)}{b_n(\eta_{F_{n-1}}^2 - 1) + 2\eta_{F_{n-1}}d_n - (\eta_{F_{n-1}}^2 + 1)}, \quad (4.22)$$

onde  $a_n$ ,  $b_n$  e  $d_n$  são definidos por (4.9a) – (4.9c) e

$$\eta_{F_{n-1}} = \cot\left(\frac{\theta_{F_{n-1}}}{2}\right). \quad (4.23)$$

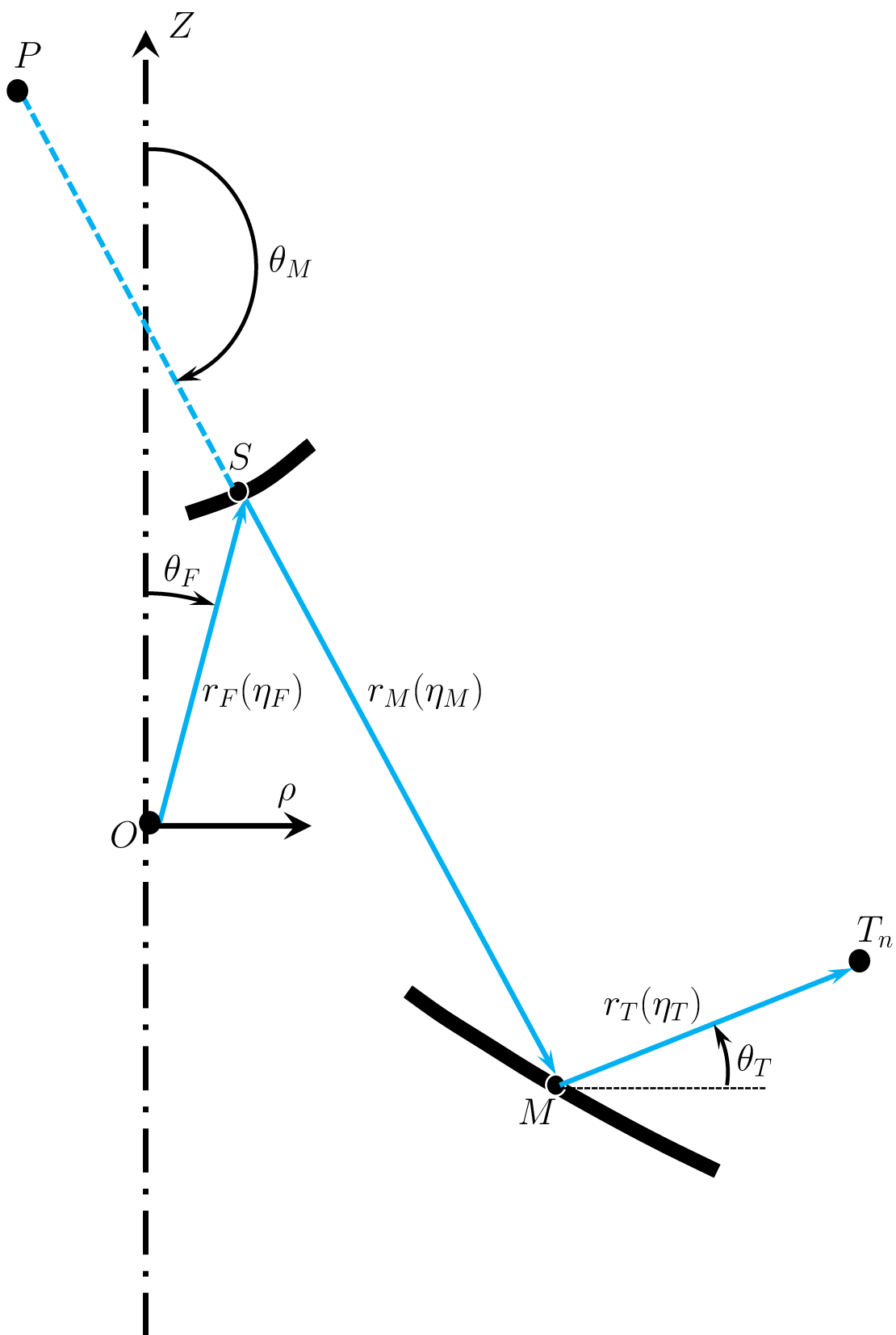


Figura 4.8 – Percurso óptico total do raio desde o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) até o foco  $T_n$  na abertura em uma configuração duplo-refletora simétrica para cobertura omnidirecional.

É necessário relatar que para a primeira iteração (ou seja,  $n = 1$ ), o presente algoritmo de síntese tem a condição inicial fixada em  $\theta_{F_{n-1}} = \theta_{F_0} = 0^\circ$  e  $r_{F_{n-1}} = r_{F_0} = V_S$ , observando que a distância  $V_S$  é um dado de entrada. Para a antena duplo-refletora baseada na geometria OADC, o primeiro raio que parte do alimentador (origem  $O$ ) é refletido pelo extremo  $(n - 1)$  da seção cônica  $S_1$  da geratriz do sub-refletor, o qual atinge o outro extremo  $(n - 1)$  da elipse  $M_1$  chegando no foco  $T_1$  sobre a abertura cilíndrica, como ilustrado na Figura 4.5.

A quarta equação deste método de síntese é determinada pela da razão entre  $D_n$  e  $B_n$ , parâmetros da seção elíptica  $M_n$  que representa a geratriz do refletor principal modelado. Através de (4.11b) e (4.11c), é possível escrever:

$$\frac{D_n}{B_n} = \frac{\epsilon_n \operatorname{sen} \gamma_n}{\epsilon_n \operatorname{cos} \gamma_n} = \tan \gamma_n. \quad (4.24)$$

Aplicando as noções básicas de trigonometria na Figura 4.7, pode-se obter as seguintes relações que descrevem o ângulo  $\gamma_n$ :

$$\operatorname{sen} \gamma_n = \frac{\rho_{T_n} - \rho_{P_n}}{2C_n}, \quad (4.25)$$

$$\operatorname{cos} \gamma_n = \frac{z_{T_n} - z_{P_n}}{2C_n}, \quad (4.26)$$

onde a distância focal  $2C_n$  e as coordenadas cilíndricas  $\rho_{P_n}$  e  $z_{P_n}$  são dadas por (4.20), (4.21a) e (4.21b), respectivamente. Portanto, ao utilizar as equações (4.25) e (4.26), é possível mostrar que:

$$\tan \gamma_n = \frac{\rho_{T_n} - \rho_{P_n}}{z_{T_n} - z_{P_n}}. \quad (4.27)$$

As duas últimas equações para calcular os parâmetros ( $2c_n$ ,  $e_n$ ,  $\beta_n$ ,  $2C_n$ ,  $\epsilon_n$  e  $\gamma_n$ ) que definem exclusivamente o par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$  para cada iteração  $n$  são resultantes da relação entre as coordenadas  $z_M$  do refletor principal e  $z_T$  do foco  $T_n$  sobre a abertura cilíndrica da antena, considerando as duas extremidades  $(n - 1)$  e  $(n)$ . Para tal, ao aplicar as relações básicas de trigonometria na Figura 4.7, obtêm-se:

$$z_{M_{n-1}} = r_{M_{n-1}} \operatorname{cos} \theta_{M_{n-1}} + z_{P_n}, \quad (4.28)$$

$$z_{M_n} = r_{M_n} \cos \theta_{M_n} + z_{P_n}, \quad (4.29)$$

com as distâncias  $r_{M_{n-1}}$  e  $r_{M_n}$  fornecidas por (4.10) para  $\theta_{M_{n-1}} \leq \theta_M \leq \theta_{M_n}$ . Além disso, é importante enfatizar que  $\cos \theta_{M_{n-1}}$  e  $\cos \theta_{M_n}$  são dados pela transformação (A.4) apresentada no Apêndice A. Logo:

$$\cos \theta_{M_{n-1}} = \frac{\eta_{M_{n-1}}^2 - 1}{\eta_{M_{n-1}}^2 + 1}, \quad (4.30)$$

$$\cos \theta_{M_n} = \frac{\eta_{M_n}^2 - 1}{\eta_{M_n}^2 + 1}, \quad (4.31)$$

sendo  $\eta_{M_{n-1}}$  e  $\eta_{M_n}$  definidos pelas relações angulares (4.14) e (4.15), respectivamente. Ainda pela Figura 2.8 para as iterações  $n - 1$  e  $n$ , têm-se que:

$$z_{M_{n-1}} = z_{T_n} - r_{T_{n-1}} \sen \theta_{T_{n-1}}, \quad (4.32)$$

$$z_{M_n} = z_{T_n} - r_{T_n} \sen \theta_{T_n}, \quad (4.33)$$

onde

$$\sen \theta_{T_{n-1}} = \frac{2\eta_{T_{n-1}}}{\eta_{T_{n-1}}^2 + 1}, \quad (4.34)$$

$$\sen \theta_{T_n} = \frac{2\eta_{T_n}}{\eta_{T_n}^2 + 1}, \quad (4.35)$$

com  $\eta_{T_{n-1}}$  e  $\eta_{T_n}$  dados pelas relações angulares (4.16) e (4.17), respectivamente. Igualando as equações (4.28) a (4.32) e (4.29) a (4.33), obtêm-se:

$$z_{T_n} = r_{M_{n-1}} (\cos \theta_{M_{n-1}} + \sen \theta_{T_{n-1}}) - \frac{2C_n}{\epsilon_n} \sen \theta_{T_{n-1}} + z_{P_n}, \quad (4.36)$$

$$z_{T_n} = r_{M_n} (\cos \theta_{M_n} + \sen \theta_{T_n}) - \frac{2C_n}{\epsilon_n} \sen \theta_{T_n} + z_{P_n}. \quad (4.37)$$

As equações (4.36) e (4.37) relacionam entre si as coordenadas  $z_M$  do refletor principal e  $z_T$  do foco  $T_n$  na abertura cilíndrica para as iterações  $n - 1$  e  $n$ .



Note que, assim como na formulação de síntese apresentada anteriormente no Capítulo 2, as seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$  compartilham o mesmo foco  $P_n$  (ver Figura 4.7) e, conseqüentemente, os parâmetros  $2C_n$ ,  $\epsilon_n$  e  $\gamma_n$  definidos pelas equações (4.20), (4.19b) e (4.27), respectivamente, dependem exclusivamente de  $2c_n$ ,  $e_n$  e  $\beta_n$ . Com isso, (4.22), (4.36) e (4.37) constituem o seguinte sistema de equações:

$$r_{F_{n-1}}[b_n(\eta_{F_{n-1}}^2 - 1) + 2\eta_{F_{n-1}}d_n - (\eta_{F_{n-1}}^2 + 1)] - a_n(\eta_{F_{n-1}}^2 + 1) = 0, \quad (4.38a)$$

$$r_{M_{n-1}}(\cos \theta_{M_{n-1}} + \sen \theta_{T_{n-1}}) - \frac{2C_n}{\epsilon_n} \sen \theta_{T_{n-1}} + z_{P_n} - z_{T_n} = 0, \quad (4.38b)$$

$$r_{M_n}(\cos \theta_{M_n} + \sen \theta_{T_n}) - \frac{2C_n}{\epsilon_n} \sen \theta_{T_n} + z_{P_n} - z_{T_n} = 0, \quad (4.38c)$$

onde  $r_{M_{n-1}}$  e  $r_{M_n}$  são definidos por (4.10) para  $\theta_{M_{n-1}} \leq \theta_M \leq \theta_{M_n}$ ,  $\cos \theta_{M_{n-1}}$ , e  $\cos \theta_{M_n}$ ,  $\sen \theta_{T_{n-1}}$  e  $\sen \theta_{T_n}$  estão representados em (4.30), (4.31), (4.34) e (4.35), respectivamente.

O sistema composto pelas equações (4.38a) – (4.38c) deve ser solucionado numericamente com o objetivo de obter os parâmetros ( $2c_n$ ,  $e_n$  e  $\beta_n$ ) da seção cônica  $S_n$  a cada iteração  $n$ , enfatizando que  $r_{F_0} = V_S$ ,  $\rho_{T_n}$ ,  $z_{T_n}$ ,  $\ell_n$  e  $\theta_{F_n}$  são conhecidos *a priori*. Conseqüentemente, para cada  $n$ ,  $a_n$ ,  $b_n$  e  $d_n$  são determinados através de (4.9a) – (4.9c). Logo, os valores de  $2c_n$ ,  $e_n$  e  $\beta_n$  são substituídos nas equações (4.20), (4.19b) e (4.27) para calcular os parâmetros ( $2C_n$ ,  $\epsilon_n$  e  $\gamma_n$ ) da seção elíptica  $M_n$ . A partir de  $2C_n$ ,  $\epsilon_n$  e  $\gamma_n$ ,  $A_n$ ,  $B_n$  e  $D_n$  são obtidos de (4.11a) – (4.11c).

Com os parâmetros que caracterizam o par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$  obtidos, as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal sintetizados são simultaneamente definidas com as equações apresentadas a seguir. O sub-refletor é representado pelo seguinte vetor:

$$r_F \sen \theta_F \hat{\rho} + r_F \cos \theta_F \hat{z}, \quad (4.39)$$

sendo  $r_F$  calculado pela equação (4.8) para  $\theta_{F_{n-1}} \leq \theta_F \leq \theta_{F_n}$ . Já o ponto correspondente na geratriz do refletor principal é dado por:

$$(r_M \sen \theta_M + \rho_P) \hat{\rho} + (r_M \cos \theta_M + z_P) \hat{z}, \quad (4.40)$$

onde  $r_M$  é fornecido pela equação (4.10) para  $\theta_{M_{n-1}} \leq \theta_M \leq \theta_{M_n}$ . As iterações do algoritmo de síntese são repetidas até a última iteração (ou seja,  $n = N$ ) com  $\theta_{F_N} = \theta_E$ , lembrando que o ângulo de borda ( $\theta_E$ ) do sub-refletor é calculado *a priori* através do procedimento desenvolvido em (Moreira; Bergmann, 2005).

## 4.3 Método de Síntese Estendido para uma Antena Duplo-Refletora OADE

A formulação de síntese óptica apresentada anteriormente na Seção 4.2 pode ser facilmente modificada para uma antena duplo-refletora circularmente simétrica baseada na configuração OADE ilustrada na Figura 4.9. Adotando a mesma metodologia que emprega a concatenação contínua de seções cônicas para descrever localmente as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados, o algoritmo iterativo da OADC é o mesmo para a geometria OADE, porém, com algumas adaptações necessárias devido às reflexões dos raios provenientes do alimentador com o centro de fase na origem ( $O$ ) até a abertura cilíndrica de raio  $\rho_A$ .

De acordo com a Figura 4.9, observa-se que, para a primeira iteração ( $n = 1$ ),  $\theta_{F_{n-1}} = \theta_{F_0} = 0^\circ$  e  $r_{F_{n-1}} = r_{F_0} = V_S$ , sendo  $V_S$  um dado de entrada do presente algoritmo. Consequentemente, a lei de conservação da energia representada matematicamente por (4.3) é utilizada para obter o ângulo  $\theta_{F_n}$  para  $n = 1, 2, \dots, N$ . O procedimento iterativo inicia-se em  $\theta_{F_0} = 0^\circ$  e termina quando  $\theta_{F_N} = \theta_E$ .

Ainda pela Figura 4.9, é possível verificar que a distribuição de iluminação fornecida pelo alimentador chega na abertura cilíndrica de maneira reversa. A abertura cilíndrica da presente antena OADE tem início no ponto  $A_0(\rho_{A_0}, z_{A_0})$  e termina em  $A_N(\rho_{A_N}, z_{A_N})$  (ver Figura 4.9). Diferentemente da configuração OADC, neste caso, as coordenadas  $z_{A_0} = z_U$  e  $z_{A_N} = z_L$ . Esta é a principal diferença associada entre as geometrias duplo-refletoras OADC e OADE.

Para a síntese da OADE com o controle simultâneo das distribuições de amplitude e fase do campo na abertura cilíndrica, o restante da técnica deve ser igual ao que está relatado na Seção 4.2. O processo iterativo de modelagem das duas geratrizes refletoras é repetido até a última iteração (ou seja, quando  $n = N$ ), em que  $\theta_{F_N} = \theta_E$ .

## 4.4 Alimentador

As antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional devem ser alimentadas por uma fonte com o centro de fase localizado na origem ( $O$ ) do sistema de coordenadas e fornecer um diagrama de radiação circularmente simétrico com polarização vertical. Assim como nos estudos de (Orefice; Pirinoli, 1993; Pino; Acuna, 2000; Bergmann; Hasselmann; Branco, 2000; Moreira; Bergmann, 2005; Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007; Moreira; Bergmann, 2010; Faria; Moreira, 2015; Penchel et al., 2018), o presente procedimento de síntese das geometrias OADC e OADE será baseado em um alimentador representado por uma corneta coaxial excitada pelo modo TEM para uma cobertura uniforme azimutal com polarização vertical. É importante mencionar que devido às características elétricas

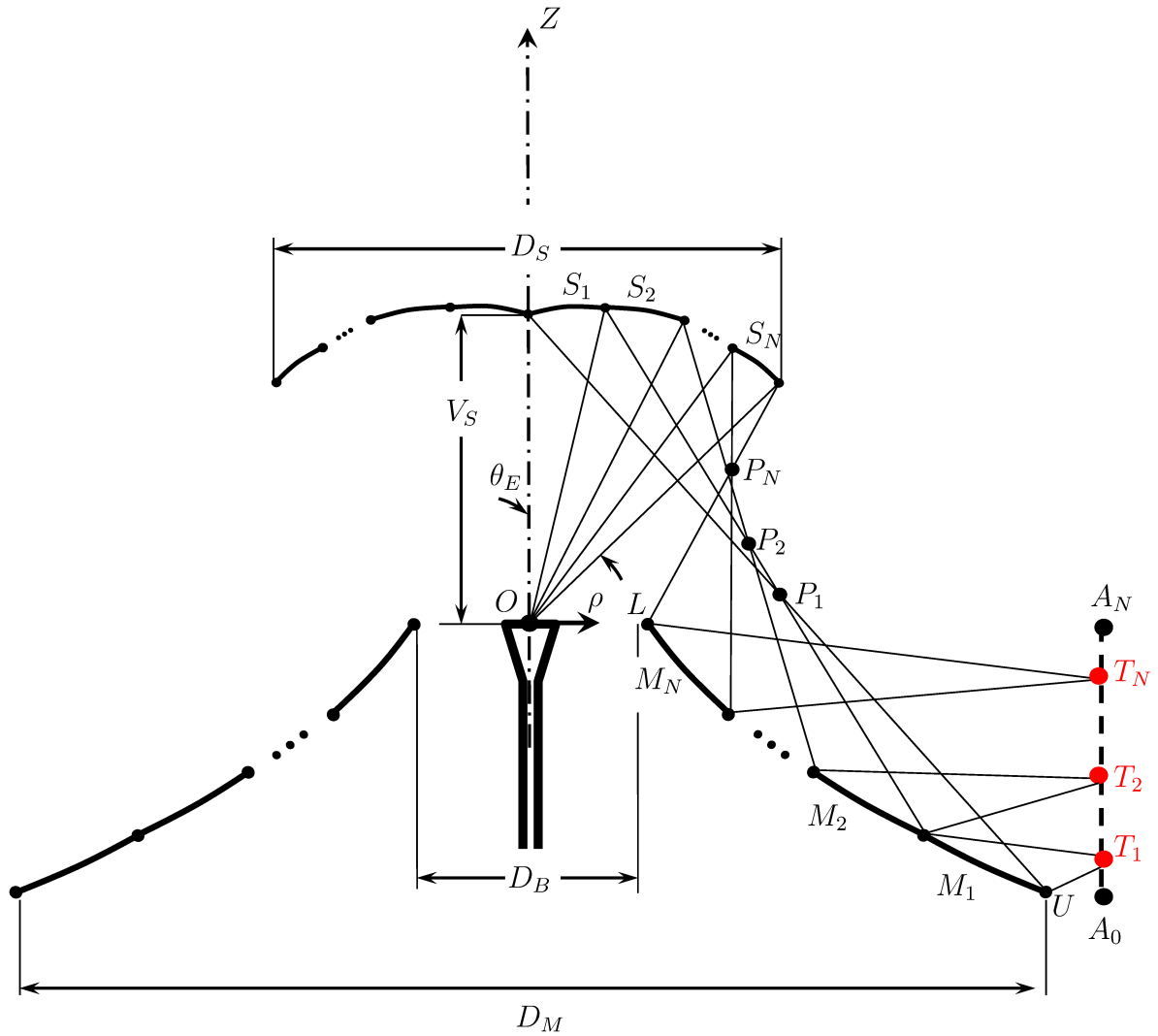


Figura 4.9 – Antena duplo-refletora para cobertura omnidirecional baseada em uma configuração OADE, com as geratrizes refletoras modeladas pela concatenação contínua de seções cônicas, sendo a geratriz do refletor principal representada por elipses.

da corneta coaxial, as configurações duplo-refletoras com cobertura omnidirecional são capazes de transmitir sinais de banda larga, característica de fundamental importância para atender às principais demandas dos sistemas de comunicação sem fio.

Neste caso, assumindo uma distribuição de fase uniforme sobre a abertura da corneta coaxial em um plano condutor elétrico perfeito, o princípio da equivalência pode ser empregado para estabelecer a seguinte aproximação (Harrington, 1961):

$$F_{\theta_F}(\theta_F) = \frac{[J_0(kR_i \sin \theta_F) - J_0(kR_e \sin \theta_F)]}{\sin \theta_F}, \quad \theta_F \leq \pi/2 \quad (4.41)$$

$$P_{\phi_F}(\theta_F, \phi_F) = 0, \quad (4.42)$$

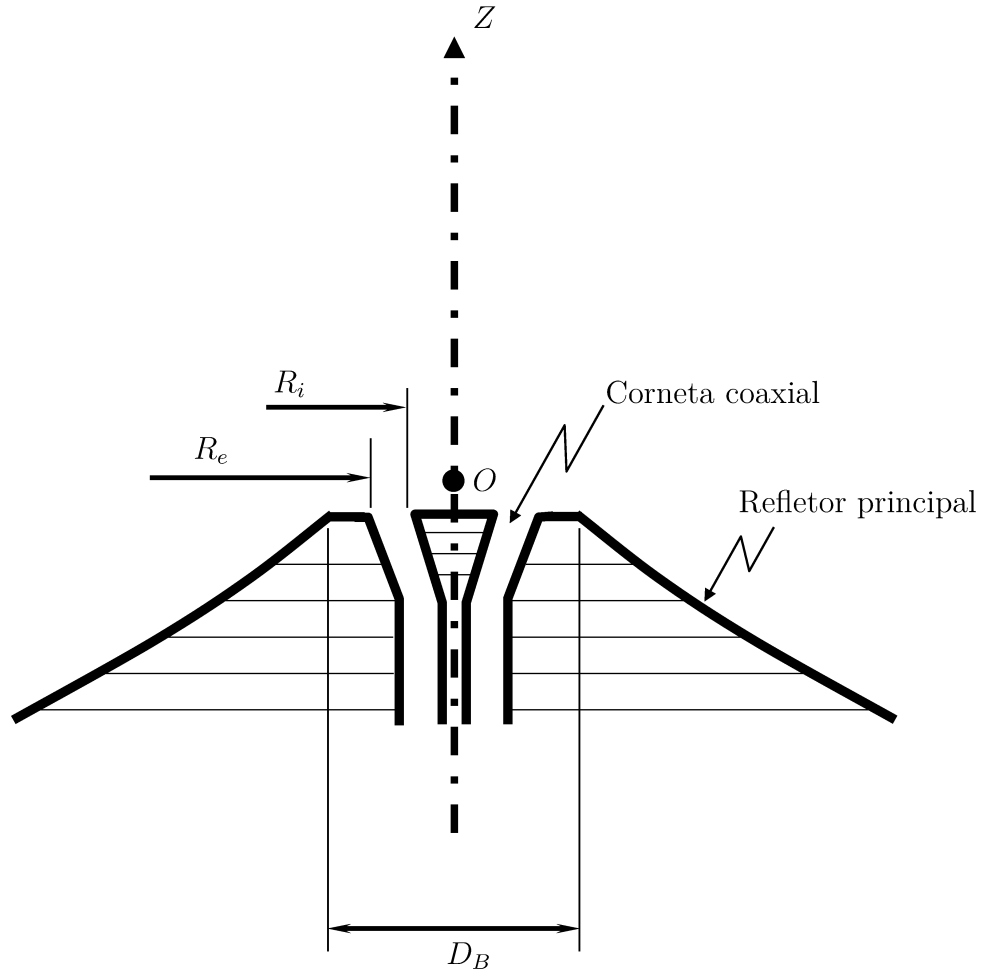


Figura 4.10 – Corneta coaxial.

Fonte: Figura adaptada de (Moreira; Bergmann, 2005).

onde  $F_{\theta_F}(\theta_F)$  e  $P_{\phi_F}(\theta_F, \phi_F)$  caracterizam o diagrama de radiação de tal alimentador, e  $J_0(p)$  é a função de Bessel de primeira espécie de ordem 0 e  $R_i$  e  $R_e$  são os raios interno e externo da abertura da corneta coaxial, respectivamente, como ilustrado na Figura 4.10. Logo, ao fazer a substituição de (4.41) e (4.42) em (1.1), obtém-se:

$$\vec{E}_F(\vec{r}_F, \omega) = \left[ \frac{J_0(kR_i \text{sen } \theta_F) - J_0(kR_e \text{sen } \theta_F)}{\text{sen } \theta_F} \right] \frac{e^{-jkr_F}}{r_F} \hat{\theta}_F, \quad (4.43)$$

para  $\theta_F \leq \pi/2$ .

Note que a equação (4.43) fornece o campo elétrico na notação fasorial, irradiado pelo alimentador representado por uma corneta coaxial TEM. Em todos os estudos de caso apresentados neste trabalho para a síntese das antenas duplo-refletoras para cobertura

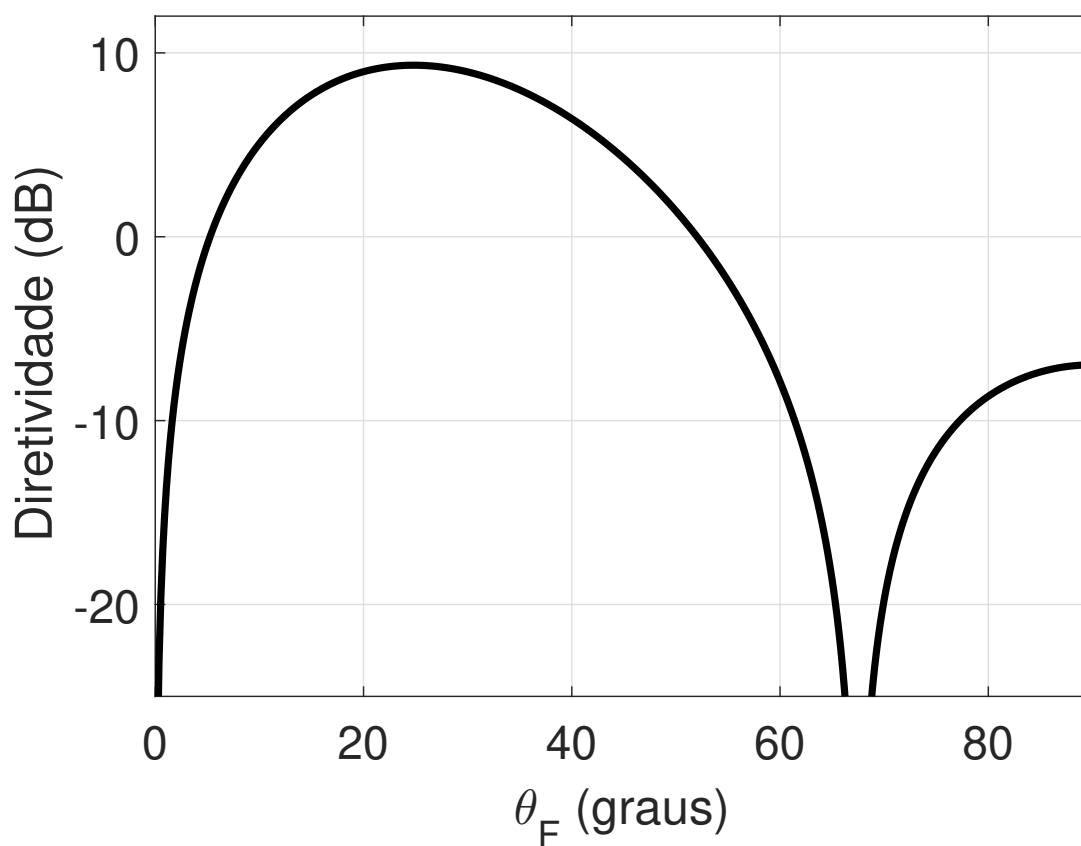


Figura 4.11 – Diagrama de radiação de uma corneta coaxial TEM com  $R_i = 0,45\lambda$  e  $R_e = 0,9\lambda$ .

omnidirecional adotou-se a corneta coaxial TEM com  $R_i = 0,45\lambda$  e  $R_e = 0,9\lambda$ . A Figura 4.11 mostra o diagrama de radiação correspondente.

#### 4.5 Resultados de Síntese da GO para um Campo na Abertura Cilíndrica com Fase Uniforme e uma Distribuição de Amplitude Prescrita

Com o intuito de demonstrar a funcionalidade da nova técnica de síntese da GO descrita nas Seções 4.2 e 4.3, alguns estudos de caso são apresentados para as antenas duplo-refletoras circularmente simétricas baseadas nas configurações OADC e OADE. As geratrizes do sub-refletor e do refletor principal de tais geometrias foram simultaneamente modeladas com um campo na abertura cilíndrica ( $T_n$ ) de fase uniforme (ou seja,  $\rho_{T_n}$  e  $\ell_n$  constantes) juntamente com uma distribuição de amplitude prescrita, provendo diagramas de radiação com alta diretividade na direção  $\theta = 90^\circ$  e até mesmo a diminuição do nível de lóbulos secundários. Os resultados obtidos foram devidamente comparados com os estudos investigados em (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007), avaliando a formulação de síntese

desenvolvida no presente capítulo.

Assim como nos casos A.1 e A.2 apresentados anteriormente na Seção 2.6, os diagramas de radiação providos pelas presentes antenas OADC e OADE modeladas foram determinados pela análise de onda completa baseada no MoM com uma discretização de  $15 \text{ seg}/\lambda$  (isto é, 15 segmentos a cada comprimento de onda) (Moreira; Lee; Prata Jr., 1997). Nestes estudos, a análise do MoM considerou a estrutura completa da corneta coaxial TEM com  $R_i = 0,45\lambda$  e  $R_e = 0,9\lambda$ , bem como todos os mecanismos de acoplamento eletromagnético entre tal alimentador e as duas superfícies refletoras modeladas, permitindo validar o procedimento de síntese da GO proposto.

Adotando a mesma metodologia das investigações com fase uniforme do Capítulo 2 (ver Seção 2.6), aqui foram desenvolvidos os estudos de convergência numérica com o objetivo específico de avaliar o comportamento do método de síntese que emprega seções cônicas na modelagem das duas geratrizes refletoras das geometrias OADC e OADE. Para isso, através das equações (2.68) e (2.69) foram calculadas as taxas de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ ) em função do número ( $N$ ) de cônicas. No processo de obtenção das taxas  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ , utilizou-se uma antena de referência, na qual as duas geratrizes foram modeladas com um valor de  $N$  muito elevado.

Para o procedimento de síntese, inicialmente, deve-se definir a configuração duplo-refletora omnidirecional clássica, indicando as especificações de projeto (ou seja, os valores numéricos de  $W_A$ ,  $D_M$ ,  $V_S$ ,  $D_B$  e  $z_B$ ). Com tais parâmetros, é possível obter o diâmetro ( $D_S$ ) do sub-refletor, o ângulo de borda ( $\theta_E$ ) e as características gerais ( $2c$ ,  $e$ ,  $\beta$  e  $F$ ) que descrevem as seções cônicas que representam as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal clássicos de acordo com a formulação de (Moreira; Bergmann, 2005) considerando o ângulo  $\gamma = 90^\circ$ . Além disso, outro parâmetro de fundamental importância é o percurso óptico total ( $L_0$ ) constante desde o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) até a abertura cilíndrica, dado por:

$$L_0 = \frac{2c}{e} + 2F - 2c \operatorname{sen} \beta + \rho_A, \quad (4.44)$$

onde  $2c$ ,  $e$ ,  $\beta$  e  $F$  são os parâmetros das seções cônicas que descrevem as geratrizes dos refletores clássicos e  $\rho_A$  é o raio da abertura cilíndrica. É interessante relatar que nos presentes casos de estudo, a distribuição de fase uniforme sobre a abertura cilíndrica estabelece que para cada iteração  $n$ , o percurso óptico total ( $\ell_n$ ) permanece constante, sendo  $\ell_n = \ell_0 = L_0$ .

Seguindo as etapas do processo apresentado na Figura 2.13, para o cálculo do ângulo  $\theta_{F_n}$  utilizando o princípio de conservação da energia representado por (4.3), a cada iteração  $n$ , é necessário especificar a distribuição de potência ( $P_{T_n}$ ) sobre o foco  $T_n$  na abertura

cilíndrica. Para tal, tem-se então que:

$$P_{T_n} = \int_{z_{A_{n-1}}}^{z_{A_n}} G_A(z) \rho_A dz, \quad (4.45)$$

com o foco  $T_n$  conhecido *a priori* através de (4.2) e  $G_A(z)$  é a densidade de potência sobre a abertura. Note que a partir de (4.2), a coordenada  $z_{T_n}$  é distribuída uniformemente entre  $z_{A_{n-1}}$  e  $z_{A_n}$ .

A cada iteração  $n$ , o sistema constituído pelas equações (4.38a) – (4.38c) deve ser solucionado numericamente a fim de se obter os parâmetros ( $2c_n$ ,  $e_n$  e  $\beta_n$ ) da seção cônica  $S_n$  que descreve localmente a geratriz do sub-refletor modelado, com  $r_{F_0} = V_S$ ,  $\rho_{T_n}$ ,  $z_{T_n}$ ,  $\ell_n$  e  $\theta_{F_n}$  conhecidos. O princípio adotado para o procedimento numérico é o mesmo enfatizado na Seção 2.5. Mais uma vez, a algoritmo de síntese foi implementado no MATLAB e a função *fsolve* foi empregada para avaliar numericamente (4.38a) – (4.38c). Observe que  $x^{(0)}$  continua sendo definido por (2.67), onde  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  são fornecidos pelos parâmetros  $2c$ ,  $e$  e  $\beta$  da cônica geratriz do sub-refletor clássico. A justificativa de se empregar a função *fsolve*, bem como a escolha da aproximação inicial  $x^{(0)}$  de (2.67) é a mesma tratada anteriormente na Seção 2.5. A partir dos valores numéricos de  $2c_n$ ,  $e_n$  e  $\beta_n$ , para cada iteração  $n$ , os parâmetros ( $2C_n$ ,  $\epsilon_n$  e  $\gamma_n$ ) da seção elíptica  $M_n$  são facilmente determinados com o auxílio das equações (4.20), (4.19b) e (4.27), respectivamente. Portanto, é possível extrair as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados com o controle simultâneo das distribuições de amplitude e fase do campo na abertura cilíndrica e, conseqüentemente, obter os respectivos diagramas de radiação através da análise de onda completa conduzida pelo MoM.

#### 4.5.1 Estudo de Caso C.1: Antena OADC Modelada com uma Iluminação Uniforme na Abertura

De acordo com o estudo de caso previamente investigado em (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007; Moreira; Bergmann, 2010), no primeiro exemplo deste capítulo, as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal de uma configuração OADC foram devidamente modeladas com uma iluminação uniforme prescrita na abertura cilíndrica, ou seja, com as distribuições de amplitude e fase constantes em  $T_n$ . Com isso, espera-se obter uma antena OADC sintetizada com alta diretividade e, conseqüentemente, um aumento significativo na eficiência, quando comparada com a geometria OADC clássica inicial correspondente.

O procedimento de síntese da GO tem início com a definição da antena OADC clássica com as seguintes especificações de projeto:  $W_A = 10\lambda$ ,  $D_M = 23\lambda$ ,  $V_S = 10,5\lambda$ ,  $D_B = 2\lambda$  e  $z_B = 0\lambda$ . Substituindo tais valores na formulação apresentada em (Moreira;

Bergmann, 2005), é possível obter os parâmetros que descrevem as duas seções cônicas das geratrizes clássicas correspondentes com  $2c = 111,1\lambda$ ,  $e = 0,8414$ ,  $\beta = 174,04^\circ$  e  $F = -50,24\lambda$ . Além disso, tem-se que  $D_S = 23\lambda$  e  $\theta_E = 56,16^\circ$ . Logo,  $x_1 = 2c = 111,1\lambda$ ,  $x_2 = e = 0,8414$  e  $x_3 = \beta = 174,04^\circ$  da aproximação inicial de (2.67). A distância focal ( $F$ ) negativa está associada a parábola geratriz do refletor principal clássico com curvatura reversa e, assim, a geratriz do sub-refletor clássico é definida por uma seção de elipse. Ao utilizar os valores numéricos de  $2c$ ,  $e$ ,  $\beta$  e  $F$  na equação (4.44), encontra-se  $L_0 - \rho_A = 20,0475\lambda$ . Na Figura 4.12 está apresentada em linhas tracejadas na cor azul as duas geratrizes refletoras da presente configuração OADC clássica.

Os focos  $T_n$  sobre a abertura cilíndrica de raio  $\rho_A = 300\lambda$  da geometria OADC foram distribuídos uniformemente de  $z_{A_0} = z_L = z_B$  a  $z_{A_N} = z_U$ , empregando (4.2). Como a iluminação sobre a abertura é uniforme, a técnica de síntese descrita na Seção 4.2 foi conduzida com  $G_A(z) = cte.$  e  $\ell_0 = L_0 + \rho_A = 320,0475\lambda$ . Logo, através da equação (4.6), a cada iteração  $n$ , o percurso óptico total  $\ell_n = \ell_0 = 320,0475\lambda$ . Conforme relatado anteriormente na Seção 4.4, o alimentador utilizado é a corneta coaxial TEM com  $R_i = 0,45\lambda$  e  $R_e = 0,9\lambda$ . Para determinar o ângulo  $\theta_{F_n}$ , a distribuição de potência  $P_{T_n}$  foi calculada através da equação (4.45) com  $G_A(z)$  constante. O presente algoritmo de modelagem das geratrizes refletoras da OADC investigada teve início em  $\theta_{F_0} = 0^\circ$  com  $r_{F_0} = V_S = 10,5\lambda$  e terminou em  $\theta_{F_N} = \theta_E = 56,16^\circ$ .

Para este estudo de caso, a Figura 4.12 apresenta em linhas sólidas na cor preta as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal da configuração OADC modelada com uma distribuição de iluminação uniforme prescrita sobre a abertura. Com o auxílio da Figura 4.12, é possível observar as principais diferenças e semelhanças associadas às antenas OADC clássica e sintetizada. Portanto, através dos resultados de síntese obtidos, verificou-se que os diâmetros do sub-refletor e do refletor principal modelados são  $22,33\lambda$  e  $21,76\lambda$ , respectivamente. Outro fator importante a se destacar é que a largura da abertura cilíndrica da OADC sintetizada permaneceu com  $W_A = 10\lambda$ . Como esperado, houve uma pequena variação das dimensões elétricas que definem os diâmetros  $D_S$  e  $D_M$  da OADC modelada em relação à geometria clássica correspondente, a qual é uma vantagem significativa da síntese simultânea das duas geratrizes refletoras. No entanto, tal característica não ocorre quando a modelagem óptica apenas do refletor principal é desenvolvida, como nos estudos de (Bergmann; Moreira, 2009a; Penchel et al., 2011; Faria; Moreira, 2015), resultando em antenas com variações mais significativas associadas às dimensões elétricas  $D_M$  e  $W_A$ . O desvio máximo da configuração modelada em relação à clássica foi de  $0,6\lambda$  e  $0,27\lambda$  para o sub-refletor e o refletor principal, respectivamente. Ainda pelos resultados mostrados na Figura 4.12, é interessante notar que as curvas que descrevem as duas geratrizes refletoras modeladas são contínuas e suaves, o que contribui para obter bons resultados da análise do MoM.



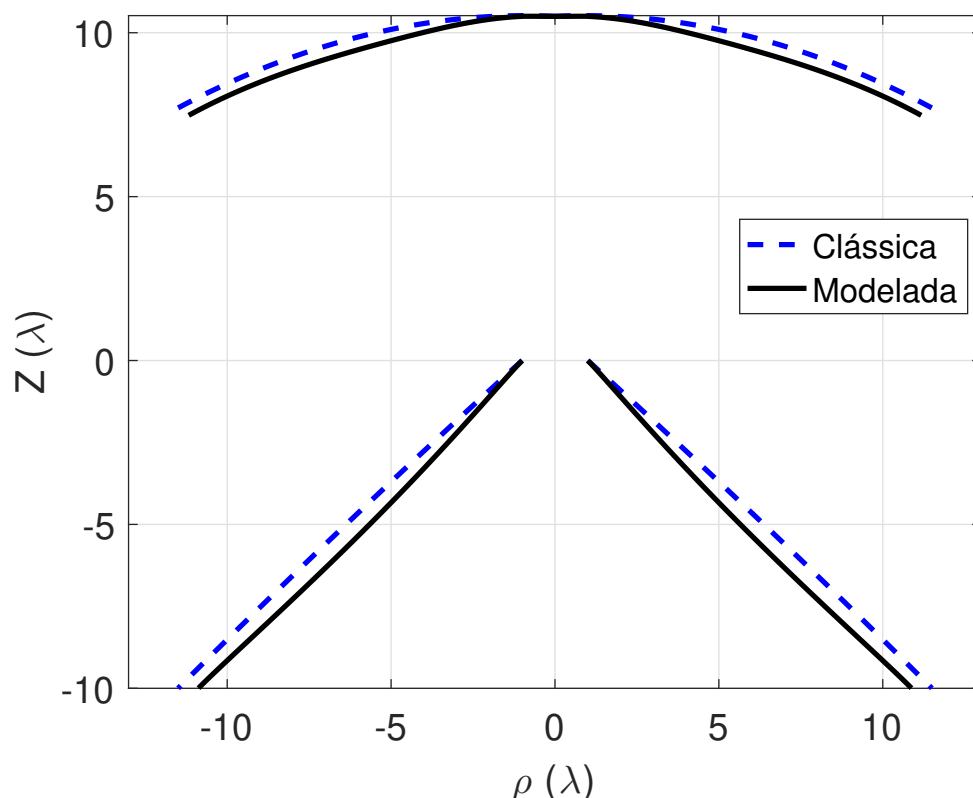


Figura 4.12 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal das configurações OADC clássica (linhas tracejadas) e modelada (linhas sólidas) do estudo de caso C.1.

As simulações conduzidas pela análise rigorosa de onda completa (corneta coaxial TEM com  $R_i = 0,45\lambda$  e  $R_e = 0,9\lambda$ , sub-refletor e refletor principal) do MoM forneceram os diagramas de radiação na região de campo distante das antenas duplo-refletoras OADC clássica (em linha pontilhada na cor azul) e sintetizada (em linha sólida na cor preta) para o presente estudo de caso. Na Figura 4.13 são apresentados tais diagramas para  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ . Além disso, é importante mencionar que, para obter o diagrama de radiação representado pela linha sólida na cor preta mostrado na Figura 4.13, o procedimento de síntese da OADC modelada da Figura 4.12 foi conduzido com  $N = 1.000$  pares de seções cônicas.

A fim de desenvolver um estudo comparativo, a Figura 4.13 também ilustra o diagrama de radiação (em linha tracejada na cor vermelha) obtido pelo MoM do caso estudado em (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007). Através dos resultados da análise do MoM mostrados na Figura 4.13, observa-se que os diagramas de radiação da presente OADC modelada e da investigação apresentada na referência são praticamente iguais. Tal comparação demonstra com sucesso a aplicação da formulação da Seção 4.2 à síntese de uma antena OADC com uma distribuição de iluminação uniforme em amplitude e fase, ambas prescritas na abertura cilíndrica.

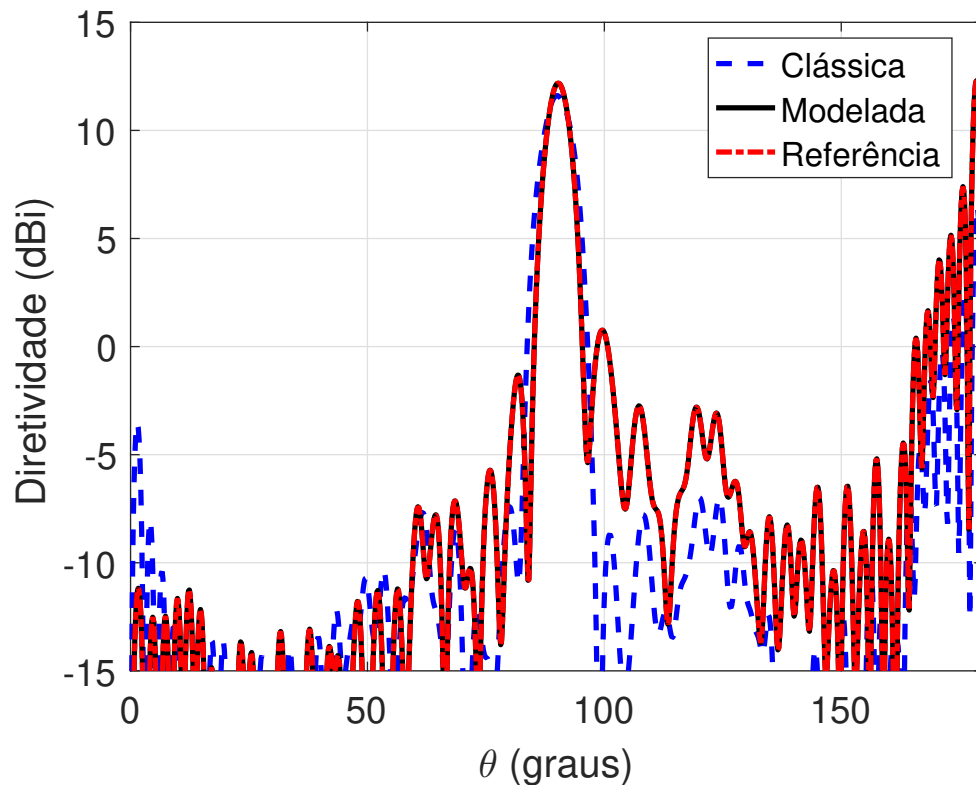


Figura 4.13 – Diagramas de radiação obtidos pelo MoM das configurações OADC clássica (linha tracejada na cor azul) e sintetizada (linha sólida na cor preta) para o estudo de caso C.1, juntamente com o diagrama de radiação (linha tracejada na cor vermelha) da antenna modelada de (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007).

Analisando os resultados de análise do MoM ilustrados na Figura 4.13, verificou-se que a configuração OADC modelada proveu um diagrama de radiação com máxima diretividade na direção  $\theta = 90^\circ$  de 12,83 dBi, o que equivale a uma eficiência de 88,8%. Já para o diagrama de radiação da antenna OADC inicial (ou seja, clássica), o MoM forneceu uma diretividade máxima de 11,8 dBi em  $\theta = 90^\circ$ , a qual estabelece uma eficiência de 76,3%. Como esperado, a OADC sintetizada possui uma diretividade superior quando comparada com a da clássica e, conseqüentemente, é mais eficiente, requisito fundamental para algumas aplicações. Isto aconteceu devido à uniformidade das distribuições de amplitude e fase do campo prescrito em  $T_n$  sobre a abertura cilíndrica da presente geometria. No entanto, ainda pela Figura 4.13, é possível perceber um aumento considerável do nível dos lóbulos laterais em relação à configuração clássica, provavelmente ocasionado pelo aumento da iluminação na borda do refletor principal.

Com o objetivo específico de estudar o comportamento do algoritmo de síntese com fase uniforme na abertura cilíndrica, a convergência numérica da solução para este estudo de caso foi avaliada. Para isso, as taxas de  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$  em função dos valores de  $N$  utilizados na modelagem simultânea das duas geratrizes refletoras foram determinadas

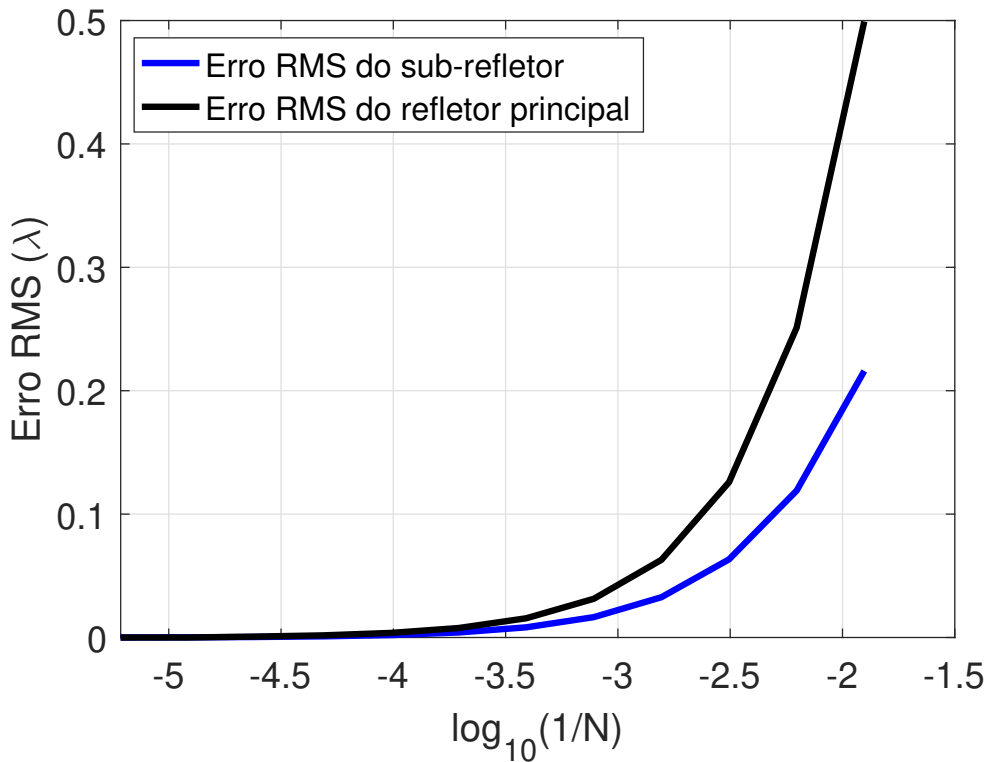


Figura 4.14 – Taxas de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ ) em função de  $N$  para as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados referentes ao estudo de caso C.1.

com o auxílio das equações (2.68) e (2.69), respectivamente. No processo de obtenção do erro RMS, uma OADC sintetizada com  $N = 163.840$  pares de seções cônicas foi adotada como solução de referência. Seguindo o mesmo princípio empregado nos casos A.1 e A.2 da Seção 2.6, o número  $N$  foi estabelecido como o dobro do anterior até atingir o valor da solução de referência. Neste caso, em particular, o valor de  $N$  foi variado entre 80 e 163.840 pares de seções cônicas. Na Figura 4.14 estão apresentados os erros RMS ( $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ ) calculados para cada valor de  $N$  referentes ao presente estudo de caso C.1.

Através dos resultados mostrados na Figura 4.14, é possível observar que as taxas de erro RMS em função de  $N$  para as geratrizes do sub-refletor (em linha sólida na cor azul) e do refletor principal (em linha sólida na cor preta) modelados apresentam um comportamento semelhante aos estudos das Figuras 2.19 e 2.24 (ver Seção 2.6). Ou seja, quando maior o valor de  $N$  utilizado no procedimento de síntese, menores são as taxas de  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ . No caso em que  $N = 80$  pares de seções cônicas, ou seja,  $[\log_{10}(1/80) = -1,9031]$ , foram obtidos  $E_{RMS_{sub}} = 0,2160\lambda$  e  $E_{RMS_{main}} = 0,4992\lambda$ . Já para  $N = 81.920$   $[\log_{10}(1/81.920) = -4,9134]$ , o erros RMS determinados foram os seguintes:  $E_{RMS_{sub}} = 1,3272 \times 10^{-4}\lambda$  e  $E_{RMS_{main}} = 0$ .

Ainda pela Figura 4.14, nota-se que para a geratriz do sub-refletor modelado da presente OADC, os valores associados ao erro RMS são menores do que os do refletor

principal sintetizado, característica já observada nos estudos de caso A.1 e A.2 (ver Figura 2.19 e 2.24) e no trabalho (Penchel et al., 2018). Como esperado, as taxas de  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$  obtidas não foram tão pequenas, uma vez que foi necessário avaliar numericamente a solução do problema de síntese da GO. Contudo, os resultados apresentados foram satisfatórios.

#### 4.5.2 Estudo de Caso C.2: Antena OADC Modelada com uma Distribuição de Amplitude Atenuada na Abertura

O resultado da análise rigorosa fornecida pelo MoM na Figura 4.13 indica um aumento da diretividade na direção  $\theta = 90^\circ$ , o qual foi proporcionado pela síntese óptica da antena OADC com uma distribuição de iluminação uniforme na abertura cilíndrica. Além disso, é possível verificar um aumento significativo do nível dos lóbulos secundários do diagrama de radiação da geometria modelada quando comparado com o da configuração clássica correspondente (ver Figura 4.13).

Já que o aumento do nível dos lóbulos secundários é indesejável em algumas aplicações, no presente estudo de caso considera-se a síntese da antena duplo-refletora baseada na configuração OADC com  $W_A = 10\lambda$ ,  $D_M = 23\lambda$ ,  $V_S = 10,5\lambda$ ,  $D_B = 2\lambda$  e  $z_B = 0\lambda$  para um campo na abertura cilíndrica ( $T_n$ ) de fase uniforme (ou seja, com  $\rho_{T_n}$  e  $\ell_n$  constantes) e uma distribuição de amplitude atenuada, a fim de reduzir, segundo os princípios da GO, o nível de lóbulos secundários do diagrama de radiação. Assim como no estudo C.1,  $L_0 - \rho_A = 20,0475\lambda$  e o procedimento de modelagem descrito na Seção 4.2 foi conduzido com a aproximação inicial  $x^{(0)}$  do estudo de caso C.1.

Neste caso, a distribuição de densidade de potência atenuada na abertura cilíndrica da presente antena é especificada em função da coordenada  $z$  associada ao ponto correspondente em tal abertura como (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007):

$$G_A(z) = \begin{cases} (\Delta_1)^{\alpha_1} [1 + (\alpha_1/\beta_1)(1 - \Delta_1)]^{\beta_1}, & z_L < z < z_1 \\ 1, & z_1 < z < z_2 \\ (\Delta_2)^{\alpha_2} [1 + (\alpha_2/\beta_2)(1 - \Delta_2)]^{\beta_2}, & z_2 < z < z_U \end{cases} \quad (4.46)$$

sendo as coordenadas  $z_L$  e  $z_U$  conhecidas *a priori*. Conforme relatado na Seção 4.2, a abertura da configuração OADC é definida de  $z_L$  a  $z_U$  (ver Figura 4.5), lembrando que  $z_L = z_B$  e  $z_U = -W_A$ . Em (4.46),  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  são estabelecidos, respectivamente, por:

$$\Delta_1 = \chi_1 + (1 - \chi_1) \frac{(z_L - z)}{(z_L - z_1)}, \quad (4.47)$$

$$\Delta_2 = \chi_2 + (1 - \chi_2) \frac{(z_U - z)}{(z_U - z_2)}, \quad (4.48)$$

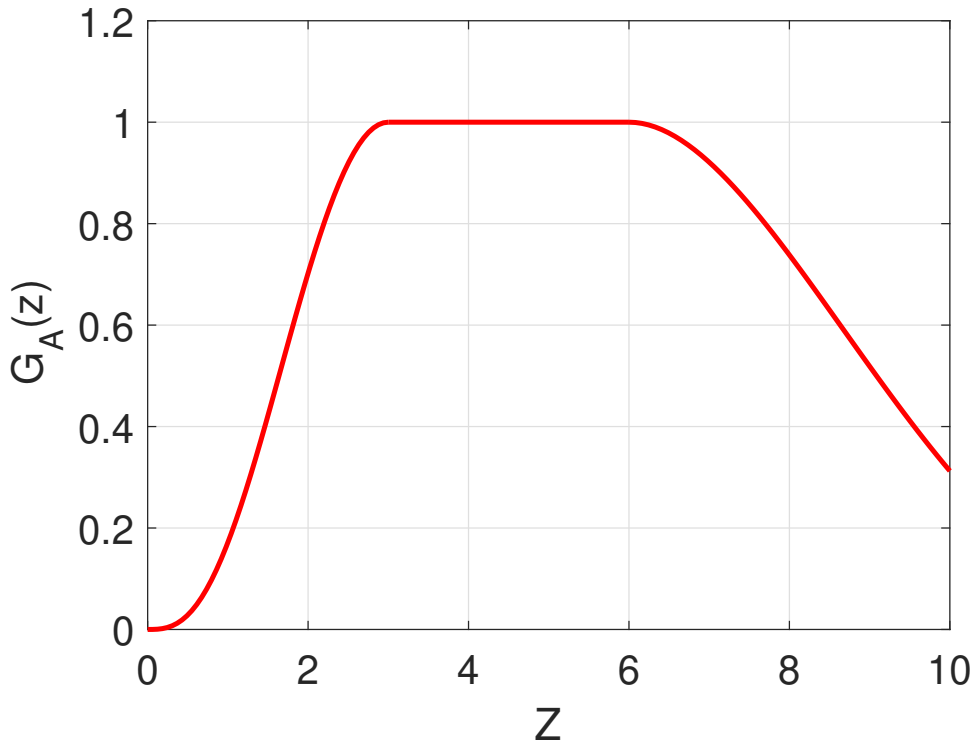


Figura 4.15 – Comportamento da equação (4.46): Caso particular da densidade de potência atenuada na abertura cilíndrica utilizando  $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = 3$ ,  $\beta_2 = 1$ ,  $\chi_1 = 0$ ,  $\chi_2 = 0,5$ ,  $z_L = 0$ ,  $z_1 = 3$ ,  $z_2 = 6$  e  $z_U = 10$ .

onde os parâmetros  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\chi_i$  e  $z_i$  (com  $i = 1, 2$ ) controlam a distribuição de densidade de potência  $G_A(z)$  nas bordas da abertura cilíndrica (ou seja, em  $z_L$  e  $z_U$ ). A Figura 4.15 ilustra o comportamento de (4.46) para um caso particular em que foi empregado  $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = 3$ ,  $\beta_2 = 1$ ,  $\chi_1 = 0$ ,  $\chi_2 = 0,5$ ,  $z_L = 0$ ,  $z_1 = 3$ ,  $z_2 = 6$  e  $z_U = 10$  (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007).

A distribuição de densidade de potência  $G_A(z)$  representada pela equação (4.46) possui algumas características interessantes. Dentre elas, é possível destacar que sua primeira derivada é 0 em  $z_1 < z < z_2$ , reduzindo os efeitos difrativos nas bordas das superfícies refletoras modeladas. Além disso,  $\chi_1 = 0$  impõe  $G_A(z_L) = 0$ , a qual é a escolha correta para a síntese óptica da antena duplo-refletora baseada na configuração OADC. É importante observar que a imposição de  $\chi_1 = 0$  faz com que a dispersão da energia no vértice do sub-refletor é direcionada para o centro do refletor principal, fornecendo, segundo os princípios da GO, uma densidade de potência nula em  $z_L = z_B$  (primeiro ponto da abertura cilíndrica).

A modelagem das geratrizes do sub-refletor e do refletor principal da OADC foi conduzida conforme o procedimento descrito na Seção 4.2 com o alimentador representado por uma corneta coaxial TEM com  $R_i = 0,45\lambda$  e  $R_e = 0,9\lambda$  (ver Seção 4.4) e a densidade

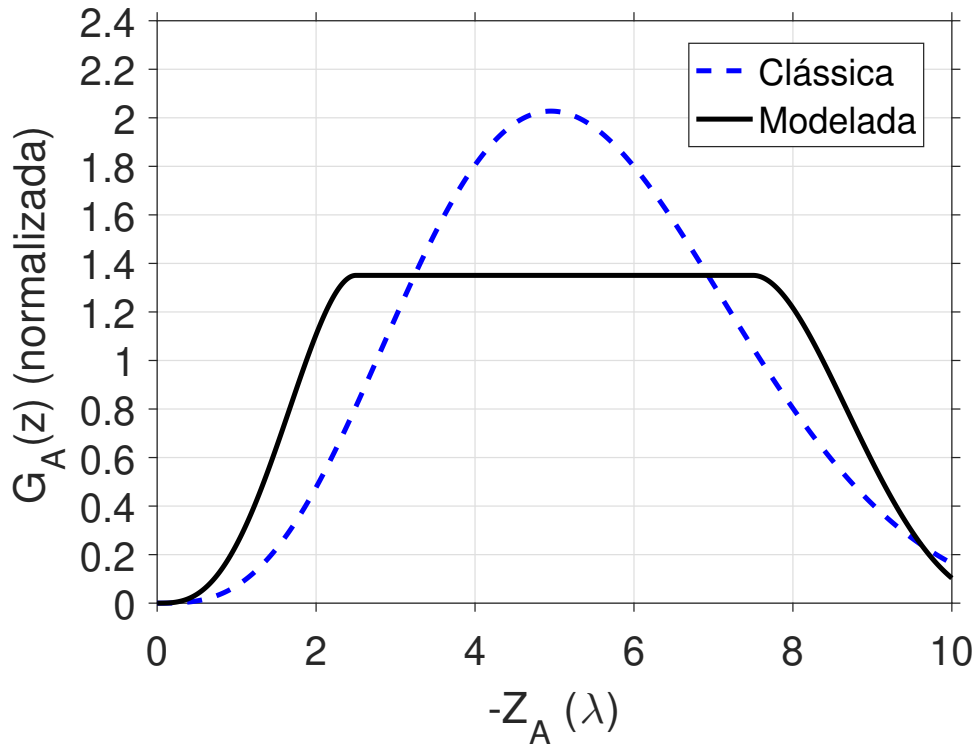


Figura 4.16 – Densidades de potência na abertura cilíndrica da antena OADC clássica (em linha tracejada na cor azul) e da solução de (4.46) utilizando  $\alpha_1 = \alpha_2 = 3$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ ,  $\chi_1 = 0$ ,  $\chi_2 = 0,29$ ,  $z_L = 0$ ,  $z_1 = -2,5\lambda$ ,  $z_2 = -7,5\lambda$  e  $z_U = -10\lambda$ .

de potência  $G_A(z)$  na abertura cilíndrica dada pela equação (4.46). Para o presente estudo de caso, foram definidos  $\alpha_1 = \alpha_2 = 3$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ ,  $\chi_1 = 0$ ,  $z_1 = -2,5\lambda$  e  $z_2 = -7,5\lambda$  (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007). Para estabelecer uma comparação, na Figura 4.16 estão representadas as densidades de potência na abertura cilíndrica referentes à antena OADC clássica inicial (em linha tracejada na cor azul) e à solução da equação (4.46) (em linha sólida na cor preta) empregada para a síntese.

É importante relatar que os focos  $T_n$  sobre a abertura cilíndrica de raio  $\rho_A = 300\lambda$  foram uniformemente definidos de  $z_{A_0} = z_L = z_B$  a  $z_{A_N} = z_U = -W_A$ , onde  $z_B = 0\lambda$  e  $W_A = 10\lambda$ , através de (4.2). Como a distribuição de fase prescrita em  $T_n$  é uniforme, a cada iteração  $n$ ,  $\ell_n = \ell_0 = L_0 + \rho_A = 320,0475\lambda$ . Na Figura 4.17 são apresentadas (em linhas sólidas na cor preta) as geratrizes modeladas do sub-refletor e do refletor principal. Em tal figura, ainda é possível observar as principais diferenças e semelhanças associadas às presentes antenas clássica e sintetizada.

Pelos resultados de síntese mostrados na Figura 4.17, verificou-se que os diâmetros ( $D_S$  e  $D_M$ ) do sub-refletor e do refletor principal sintetizados são  $22,77\lambda$  e  $22,6\lambda$ , respectivamente. Assim como na investigação C.1, não houve variações significativas nas dimensões elétricas de  $D_S$  e  $D_M$ . Além disso, a abertura cilíndrica da antena OADC modelada

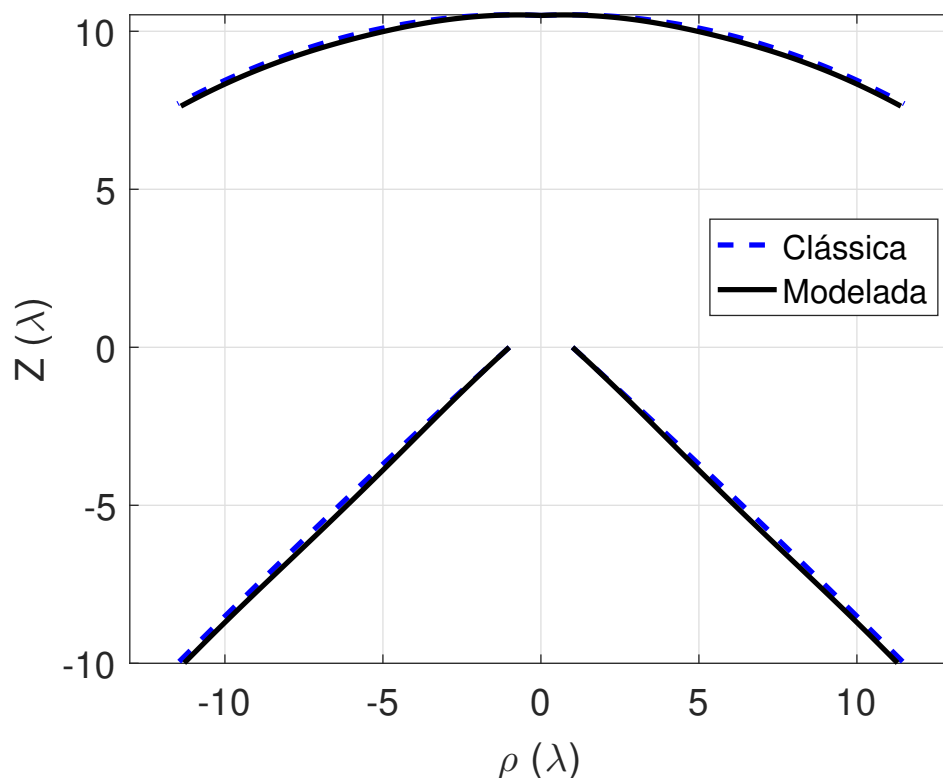


Figura 4.17 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal das configurações OADC clássica (linhas tracejadas) e modelada (linhas sólidas) do estudo de caso C.2.

permaneceu com  $W_A = 10\lambda$ . Ainda pela Figura 4.17, é possível mencionar que os desvios máximos das geratrizes que descrevem os sub-refletor e refletor principal sintetizados são de  $0,1040\lambda$  e  $0,0880\lambda$ , respectivamente, em relação aos refletores da OADC clássica. Além destas observações, constata-se que as curvas geratrizes dos dois refletores são suaves (ver Figura 4.17).

Para a antena duplo-refletora OADC modelada da Figura 4.17 com  $N = 999$  pares de seções cônicas, a Figura 4.18 apresenta o diagrama de radiação (em linha sólida na cor preta) para  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ . Em tal figura, também estão ilustrados os diagramas da OADC clássica (em linha tracejada na cor azul) e do estudo de caso (em linha tracejada na cor vermelha) desenvolvido em (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007). Fazendo uma análise comparativa nos resultados mostrados na Figura 4.18, pode-se constatar que o diagrama de radiação da presente geometria OADC sintetizada com a distribuição de densidade de potência obtida pela equação (4.46) apresentou excelente concordância com o do caso investigado na literatura, indicando bons resultados de síntese e análise. Ainda pela Figura 4.18, verificou-se que a análise de onda completa do MoM proveu uma diretividade máxima de 12,35 dBi na direção  $\theta = 90^\circ$ , proporcionando uma eficiência de 86,6%. Embora a distribuição de amplitude prescrita sobre a abertura cilíndrica não tenha sido uniforme, a antena modelada apresentou alta eficiência de radiação.

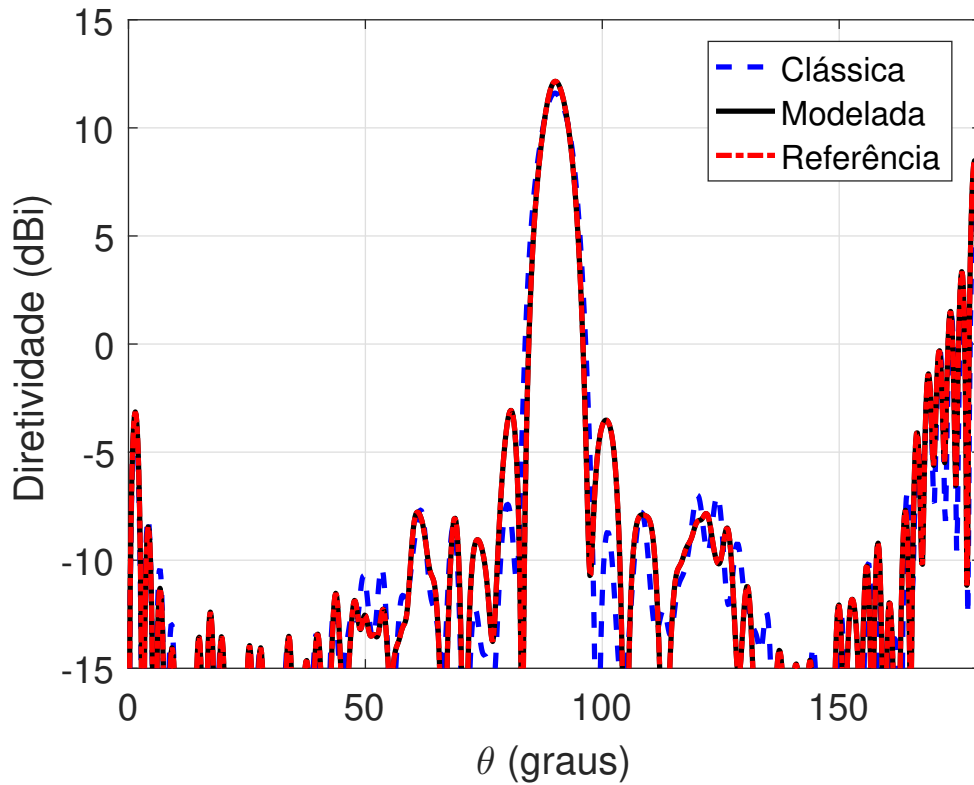


Figura 4.18 – Diagramas de radiação obtidos pelo MoM das configurações OADC clássica (linha tracejada na cor azul) e sintetizada (linha sólida na cor preta) para o estudo de caso C.2, juntamente com o diagrama de radiação (linha tracejada na cor vermelha) da antenna modelada de (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007).

Além das observações relatadas no parágrafo anterior, é interessante mencionar que a presente síntese permitiu uma redução considerável do nível dos lóbulos secundários em  $99,54^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  e ainda foi possível obter alta eficiência. Ou seja, a modelagem óptica das geratrizes do sub-refletor e do refletor principal da OADC com a distribuição de  $G_A(z)$  da Figura 4.16 conseguiu cumprir as especificações desejadas.

Utilizando a mesma metodologia adotada no estudo de caso C.1, os erros RMS ( $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ ) foram obtidos através das equações (2.68) e (2.69) para a presente investigação. Neste caso, empregou-se uma antenna OADC sintetizada com  $N = 98.304$  pares de seções cônicas como solução de referência. Note que os valores de  $N$  foram alterados de 24 a 98.304 pares de seções cônicas para a modelagem de ambas as geratrizes refletoras, sendo  $N$  o dobro do anterior até atingir o valor de referência. A Figura 4.19 apresenta as taxas de  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$  em função dos valores de  $N$ . Ainda pelos resultados de convergência numérica apresentados na Figura 4.19, foi possível verificar que para  $N = 24$  [ $\log_{10}(1/24) = -1,3892$ ],  $E_{RMS_{sub}} = 0,1581\lambda$  e  $E_{RMS_{main}} = 0,6051\lambda$ . Enquanto que para  $N=49.152$  [ $\log_{10}(1/49.152) = -4,6915$ ], foram calculadas as seguintes taxas de erro RMS:  $E_{RMS_{sub}} = 5,5044 \times 10^{-4}\lambda$  e  $E_{RMS_{main}} = 1,5259 \times 10^{-4}\lambda$ .



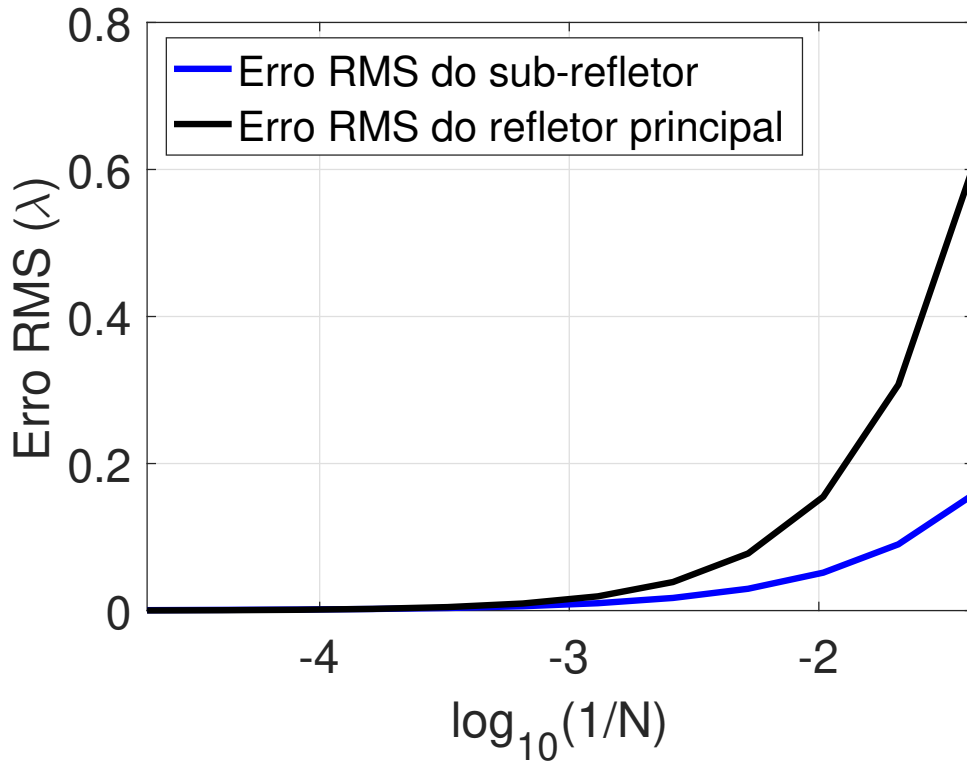


Figura 4.19 – Taxas de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ ) em função de  $N$  para as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados referentes ao estudo de caso C.2.

#### 4.5.3 Estudo de Caso C.3: Antena OADE Modelada com uma Iluminação Uniforme na Abertura

Para ilustrar a versatilidade da técnica descrita nas Seções 4.2 e 4.3, neste outro exemplo, as duas geratrizes refletoras de uma geometria OADE foram modeladas com uma distribuição de iluminação uniforme em amplitude e fase (ou seja, densidade de potencia e  $\ell_n$  constantes) na abertura cilíndrica, como no caso estudado em (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007). Com isso, espera-se obter uma antena que apresente um diagrama de radiação com alta diretividade e, conseqüentemente, alta eficiência, requisito fundamental em algumas aplicações.

O processo de síntese óptica é iniciado através da escolha da OADE clássica com as seguintes especificações de projeto:  $W_A = 10\lambda$ ,  $D_M = 24\lambda$ ,  $V_S = 8\lambda$ ,  $D_B = 2\lambda$  e  $z_B = 0\lambda$ . Utilizando tais valores na formulação apresentada em (Moreira; Bergmann, 2005), obtém-se:  $2c = 4,45\lambda$ ,  $e = 0,2964$ ,  $\beta = 61,03^\circ$  e  $F = 3,25\lambda$ , bem como o diâmetro do sub-refletor  $D_S = 16,29\lambda$  e o ângulo de borda  $\theta_E = 56,84^\circ$ . Portanto, a aproximação inicial necessária para a função  $f_{solve}$  é  $x^{(0)}$  com  $x_1 = 2c = 4,45\lambda$ ,  $x_2 = e = 0,2964$  e  $x_3 = \beta = 61,03^\circ$ . Substituindo  $2c = 4,45\lambda$ ,  $e = 0,2964$ ,  $\beta = 61,03^\circ$  e  $F = 3,25\lambda$  na equação (4.44), é possível determinar que  $L_0 - \rho_A = 17,63\lambda$ . Assim como nos outros estudos investigados

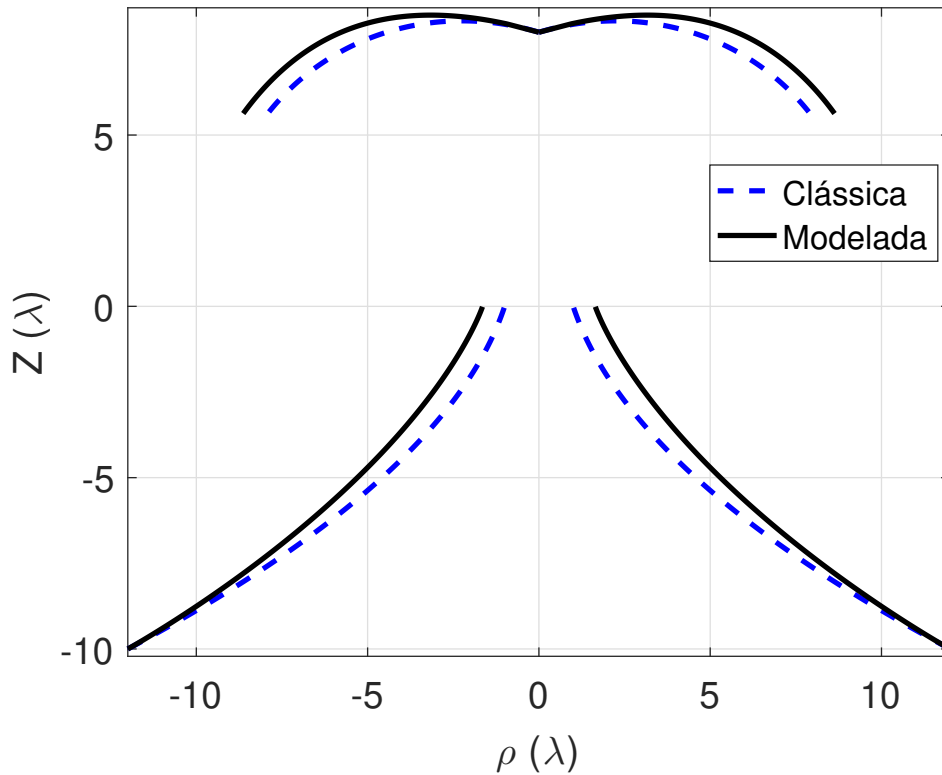


Figura 4.20 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal das configurações OADC clássica (linhas tracejadas) e modelada (linhas sólidas) do estudo de caso C.3.

no presente trabalho, o primeiro percurso óptico total é  $\ell_0 = L_0 + \rho_A = 317,63\lambda$ . A antena OADE clássica que inicia a síntese está ilustrada na Figura 4.20 com as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal representadas em linhas tracejadas na cor azul.

O procedimento de síntese da antena duplo-refletora OADE é o mesmo adotado para os estudos de caso C.1 e C.2, porém, agora os focos sobre a abertura cilíndrica é uniformemente especificados de  $z_U = -W_A$  a  $z_L = z_B$  (ver a Figura 4.9), lembrando que  $z_B = 0\lambda$  e  $W_A = 10\lambda$ . Consequentemente, o foco  $T_n$  descrito em tal abertura é conhecido *a priori* a partir de (4.2), onde  $\rho_{T_n} = \rho_A = 300\lambda$ . Como as distribuições de amplitude e fase na abertura cilíndrica ( $T_n$ ) são uniformes, a cada iteração  $n$ ,  $G_A(z) = \text{cte.}$  e  $\ell_n = \ell_0$ , sendo  $\ell_0 = L_0 + \rho_A = 317,6333\lambda$ . Note que o presente algoritmo iniciou-sefoi iniciado em  $\theta_{F_0} = 0^\circ$  com  $r_{F_0} = V_S = 8\lambda$  e terminado em  $\theta_{F_N} = \theta_E = 56,84^\circ$ . Para este estudo de caso, as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal da configuração OADE modelada estão representadas em linhas sólidas na cor preta da Figura 4.20.

Analisando os resultados da síntese mostrados na Figura 4.20, verificou-se que os diâmetros do sub-refletor e do refletor principal são  $17,26\lambda$  e  $24\lambda$ , respectivamente. Assim como nos casos C.1 e C.2, a dimensão elétrica ( $W_A$ ) da abertura cilíndrica permaneceu com  $10\lambda$ . Entretanto, pela Figura 4.20, pode-se observar que o diâmetro  $D_B$  sofreu uma

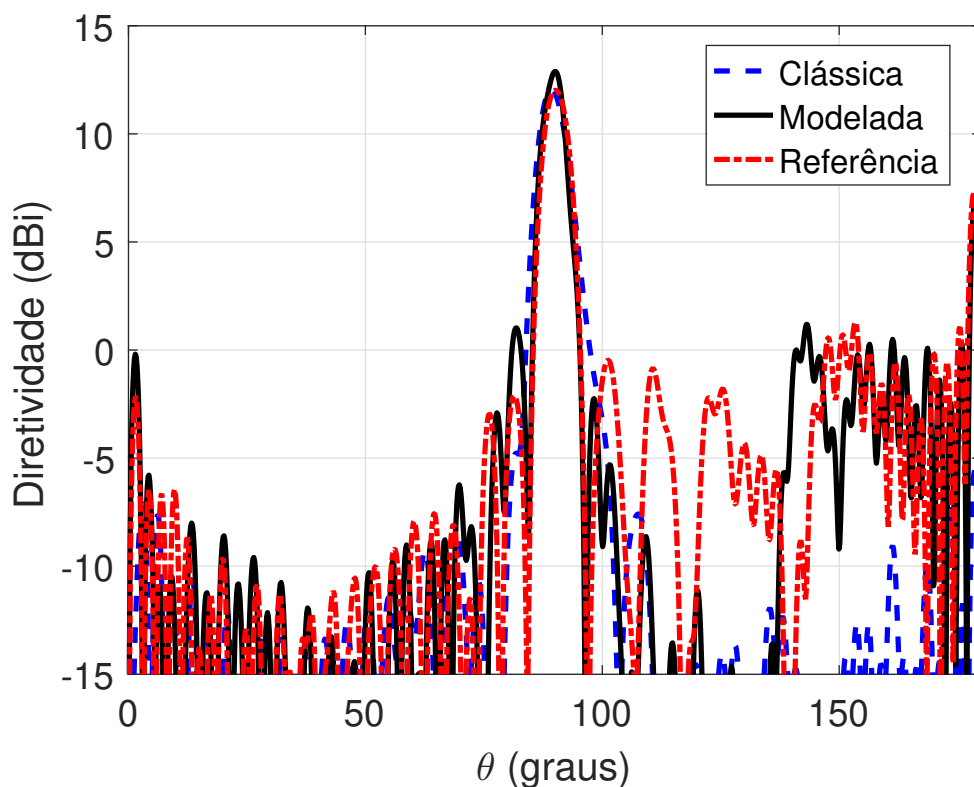


Figura 4.21 – Diagramas de radiação obtidos pelo MoM das configurações OADE clássica (linha tracejada na cor azul) e sintetizada (linha sólida na cor preta) para o estudo de caso C.3, juntamente com o diagrama de radiação (linha tracejada na cor vermelha) da antenna modelada de (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007).

alteração no seu valor em relação ao da clássica, uma vez que a iluminação proveniente da corneta coaxial TEM com o centro de fase na origem ( $O$ ) chega à abertura cilíndrica de modo reverso (ou seja, de  $z_U$  a  $z_L$ ), conforme ilustrado na Figura 4.9. Neste caso,  $D_B = 3,29\lambda$  para a OADE sintetizada. Novamente, as curvas que descrevem as geratrizes modeladas do sub-refletor e do refletor principal são suaves. Com isso, espera-se obter bons resultados da análise rigorosa de onda completa do MoM.

Na seqüência, a Figura 4.21 apresenta em linha sólida na cor preta o diagrama de radiação via MoM em  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  da presente OADE modelada com  $N = 1.000$  pares de seções cônicas. Em tal figura, também estão ilustrados os diagramas do MoM da OADE clássica (em linha tracejada na cor azul) e do estudo de caso (em linha tracejada na cor vermelha) da referência.

Ao analisar a Figura 4.21, observa-se que os diagramas de radiação do MoM referentes a antenna OADE sintetizada ilustrada na Figura 4.20 e da investigação de (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007) apresentaram o mesmo comportamento, mas com algumas divergências, como esperado. É interessante mencionar que tais diferenças estão associadas aos efeitos difrativos na borda do refletor principal com o diâmetro  $D_M$  um

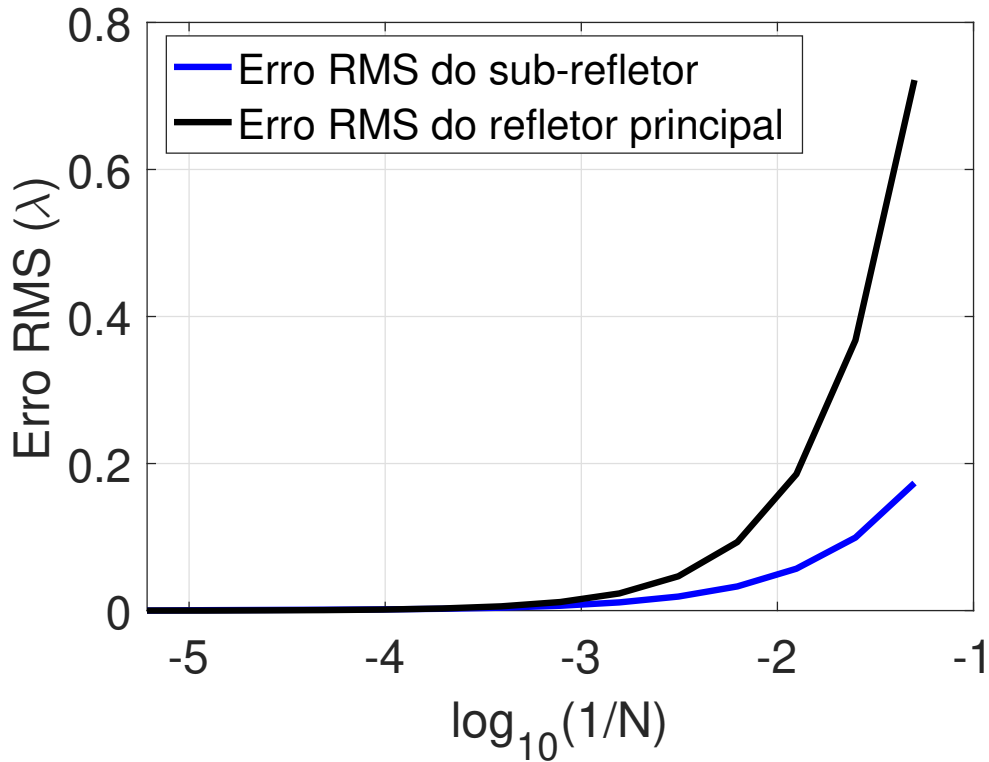


Figura 4.22 – Taxas de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ ) em função de  $N$  para as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados referentes ao estudo de caso C.3.

pouco menor. Diferente da referência utilizada para a comparação, aqui o valor de  $D_M$  não foi aumentado até o algoritmo da síntese da GO atingir  $D_B = 2\lambda$ . Considerando a OADE modelada, o MoM simulou uma diretividade máxima de 12,89 dBi na direção  $\theta = 90^\circ$ , correspondendo a uma eficiência de 97%. Já para a geometria clássica, a diretividade máxima foi de 12,19 dBi, a qual forneceu uma eficiência de 83,4%. Ainda pela Figura 4.21, é possível perceber um aumento do nível dos lóbulos laterais em alguns setores. Isto ocorreu devido à distribuição de iluminação prescrita na abertura cilíndrica ser uniforme em amplitude e fase.

A Figura 4.22 retrata o estudo de convergência numérica com a obtenção das taxas de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ ) em função dos valores de  $N$  utilizados. Para este caso, utilizou-se uma configuração OADE sintetizada com  $N = 163.840$  pares de seções cônicas como solução de referência para o cálculo de  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$  utilizando as equações (2.68) e (2.69). Ainda é importante mencionar que o valor de  $N$  foi fornecido como o dobro do anterior até atingir 164.840 pares de cônicas. Através da Figura 4.22, constata-se o mesmo comportamento dos casos anteriores. Para  $N = 20$  pares de seções cônicas, ou seja,  $[\log_{10}(1/20) = -1,3010]$ , foram determinadas as seguintes taxas de erros RMS:  $E_{RMS_{sub}} = 0,1735\lambda$  e  $E_{RMS_{main}} = 0,7216\lambda$ . Enquanto que para  $N = 81.920$   $[\log_{10}(1/81.920) = -4,9134]$ ,  $E_{RMS_{sub}} = 5,4345 \times 10^{-4}\lambda$  e  $E_{RMS_{main}} = 0$ .

## 4.6 Considerações Finais

Neste capítulo apresentou-se uma nova formulação para a síntese das antenas duplo-refletoras circularmente simétricas para cobertura omnidirecional. Como na técnica descrita no Capítulo 2, o presente procedimento baseia-se nos princípios da GO e na concatenação contínua de seções cônicas para representar localmente as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados. Conforme os princípios da GO, espera-se que as antenas sintetizadas produzam as especificações desejadas de amplitude e fase na abertura cilíndrica e, conseqüentemente, os diagramas de radiação no plano de elevação.

Com o objetivo de demonstrar a funcionalidade da técnica de síntese, foram apresentados alguns estudos de caso com um campo na abertura cilíndrica de fase uniforme e uma distribuição de amplitude prescrita para prover diagramas de radiação com alta diretividade na direção  $\theta = 90^\circ$ . Os resultados obtidos foram devidamente comparados com os casos investigados em (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007) ilustrando com sucesso o novo método de síntese da GO. De acordo com os resultados apresentados, as configurações OADC e OADE modeladas com fase uniforme sobre a abertura cilíndrica proveram, segundo os princípios da GO, altas eficiências de radiação, quando comparadas com as antenas clássicas correspondentes. Além disso, foram apresentados estudos de convergência numérica para avaliar o comportamento do algoritmo. Os resultados de convergência indicaram que as taxas de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ ) diminuem quanto o valor de  $N$  aumenta.

No próximo capítulo são apresentados novos estudos de caso, onde a distribuição de fase sobre a abertura cilíndrica deixa de ser uniforme.

# 5 Antenas Duplo-Refletoras para Cobertura Omnidirecional Modeladas com Fase Não Uniforme na Abertura

## 5.1 Introdução

Os estudos de caso explorados no Capítulo 4 permitiram demonstrar com eficácia a funcionalidade do procedimento para a síntese óptica das antenas-duplo-refletoras para cobertura omnidirecional baseadas nas configurações OADC e OADE com uma distribuição de fase uniforme na abertura cilíndrica, as quais proveram diagramas de radiação com alta diretividade em  $\theta = 90^\circ$ . Como a distribuição de fase definida em  $T_n$  (na abertura cilíndrica) é uniforme, a cada iteração  $n$ , o percurso óptico total ( $\ell_n$ ) também é constante, ou seja,  $\ell_n = \ell_0$ . Além disso, avaliou-se a convergência numérica do algoritmo de síntese através da obtenção das taxas de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ ) em função do número ( $N$ ) de seções cônicas para cada geratriz refletora modelada. Com isso, foi possível observar que  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$  diminuem à medida que  $N$  aumenta, como esperado. No presente capítulo são apresentados alguns estudos de caso com uma distribuição de fase não uniforme sobre a abertura cilíndrica das presentes antenas com dois refletores para cobertura omnidirecional, com o intuito de fornecerem os desejados diagramas de radiação com perfil cossecante-ao-quadrado no plano de elevação, conforme ilustrado na Figura 5.1.

Para tal, a seguir na Seção 5.2 é descrito o formalismo matemático para determinar a distribuição de fase não uniforme na abertura cilíndrica das geometrias OADC e OADE. Em princípio, espera-se que as fases não uniformes produzam, sob os princípios da GO, um diagrama de radiação com perfil cossecante-ao-quadrado, como aquele ilustrado na Figura 5.1. Assim como no método proposto na Seção 3.2 para os diagramas de topo plano e isoflux, o processo de síntese para obter a desejada distribuição de fase não uniforme sobre a abertura baseia-se na técnica apresentada em (Biswas, 2013), porém, com algumas adaptações necessárias devido à geometria da abertura cilíndrica das presentes configurações com dois refletores. É importante enfatizar que novamente o procedimento para calcular a fase não uniforme é fundamentado em uma formulação analítica, o que não foi apresentado em tal referência.

A fim de verificar se tal distribuição de fase não uniforme produz o desejado diagrama de radiação do tipo cossecante-ao-quadrado, na Seção 5.3 é proposta uma formulação empregando o Ap-M para determinar o campo elétrico radiado na região de campo distante. Este ferramental é semelhante ao que foi apresentado na Seção 3.3

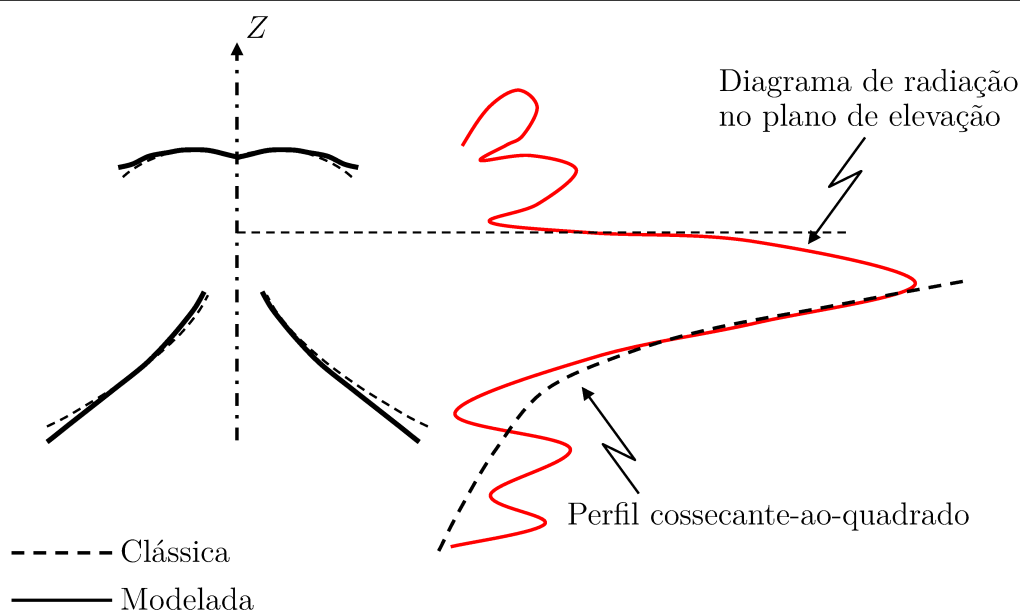


Figura 5.1 – Exemplo de um diagrama de radiação com perfil cossecante-ao-quadrado no plano de elevação gerado por uma configuração duplo-refletora omnidirecional modelada.

da presente tese, mas com algumas mudanças ocasionadas pela geometria das antenas duplo-refletoras omnidirecionais.

Posteriormente, na Seção 5.4 são apresentados alguns estudos de caso, onde os dois refletores das configurações OADC e OADE foram devidamente modelados com a distribuição de fase não uniforme sobre a abertura a fim de fornecerem os desejados diagramas de radiação com perfil cossecante-ao-quadrado. Utilizando a mesma metodologia adotada nos resultados da Seção 3.4, são conduzidas as comparações entre os diagramas de radiação determinados via Ap-M e através da análise de onda completa do MoM para possibilitar uma discussão mais aprofundada acerca dos resultados obtidos. Para finalizar este capítulo, a Seção 5.5 apresenta as considerações finais, enfatizando as principais contribuições dos resultados da síntese com fase não uniforme e, conseqüentemente, as análises fornecidas pelo Ap-M e via MoM.

## 5.2 Procedimento para a Síntese da Distribuição de Fase Não Uniforme na Abertura Cilíndrica para Prover um Diagrama de Radiação Cossecante-ao-Quadrado

O interesse por sistemas de comunicação sem fio que ofereçam conexões de banda larga com alta velocidade aumenta a cada dia. Um exemplo desse tipo de tecnologia *wireless* é o WiMax, o qual é baseado no conceito móvel-celular, onde certa região (definida como

uma célula) é coberta por uma estação rádio-base (Bergmann; Moreira, 2008). Para cumprir tal finalidade, é interessante empregar uma antena com cobertura omnidirecional para gerar um diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado no plano de elevação, conforme ilustrado na Figura 5.1.

Os estudos que abordam o diagrama de radiação do tipo cossecante-ao-quadrado não é algo novo, como verificado em (Besso et al., 1997; Bergmann; Moreira, 2008; Bergmann; Moreira, 2009a; Bergmann; Moreira, 2009b; Penchel et al., 2011). No entanto, a modelagem óptica dois dois refletores (sub-refletor e refletor principal) das geometrias omnidirecionais com fase não uniforme na abertura para prover tal diagrama de radiação é uma investigação inovadora para a área de antenas e suas principais aplicações.

É importante mencionar que nos trabalhos supracitados como, por exemplo, em (Bergmann; Moreira, 2008; Bergmann; Moreira, 2009a; Bergmann; Moreira, 2009b; Penchel et al., 2011), foram apresentados métodos para a síntese apenas do refletor principal (ou seja, sendo mantido o sub-refletor clássico) das antenas com dois refletores para cobertura omnidirecional. A partir desses estudos, foi possível verificar que a dimensão elétrica do refletor principal modelado teve um aumento considerável em relação à configuração clássica inicial. Provavelmente, isso ocorreu pela modelagem somente da geratriz do refletor principal com o controle de amplitude do campo na região de campo distante. A modelagem de ambos os refletores (sub-refletor e refletor) com uma distribuição de fase não uniforme especificada sobre a abertura visa obter uma antena mais compacta, isto é, com pouca variação nas dimensões elétricas dos seus refletores, além de um diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado mais eficiente para a região de cobertura desejada.

De acordo com o procedimento descrito em (Biswas, 2013), a distribuição de campo normalizado  $F_{norm}(\theta)$  que simula o diagrama de radiação com feixe cossecante-ao-quadrado em  $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$  é representada por:

$$F_{norm}(\theta) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \theta < \theta_1 \\ \csc \theta, & \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2 \\ 0, & \theta_2 < \theta \leq \pi \end{cases} \quad (5.1)$$

onde  $\theta_1$  e  $\theta_2$  definem o setor angular desejado para a cobertura cossecante. Assim como na formulação da Seção 3.2, o campo normalizado  $F_{norm}(\theta)$  dado por (5.1) é colocado em função de  $u$  para facilitar o processo de obtenção da fase não uniforme. Para isso, a equação (5.1) pode ser reescrita como:

$$F_{norm}(u) = \begin{cases} 0, & -1 \leq u < u_1 \\ 1/u, & u_1 \leq u \leq u_2 \\ 0, & u_1 < u \leq 1 \end{cases} \quad (5.2)$$



em que:

$$u_1 = \text{sen} \left( \theta_1 - \frac{3\pi}{2} \right) = \cos \theta_1, \quad (5.3a)$$

$$u_2 = \text{sen} \left( \theta_2 - \frac{3\pi}{2} \right) = \cos \theta_2, \quad (5.3b)$$

para as presentes antenas duplo-refletoras com cobertura omnidirecional.

A primeira etapa deste método para a síntese da distribuição de fase não uniforme na abertura cilíndrica é avaliar a potência requerida:

$$g(\xi) = \int_{-1}^{\xi} |\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)|^2 d\eta \div \int_{-1}^1 |\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)|^2 d\eta, \quad (5.4)$$

sendo  $\xi$  a coordenada normalizada sobre a abertura,  $|\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)|^2$  a densidade de potência prescrita e  $\eta$  a variável de integração. De modo análogo aos casos anteriores do apresentados no Capítulo 3,  $|\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)|^2 = 1$  em toda a abertura. Consequentemente, a integral dada por (5.4) é facilmente solucionada como:

$$g(\xi) = \frac{1 + \xi}{2} \quad (5.5)$$

para  $-1 \leq \xi \leq 1$ .

Com a finalidade de assegurar o resultado representado pela equação (5.5) de (Biswas, 2013), é necessário utilizar uma coordenada auxiliar  $z'_A$  para determinar  $\xi$ . Através da Figura 5.2, é possível observar que, para o presente caso, a abertura cilíndrica é definida em  $-W_A/2 \leq z'_A \leq W_A/2$ , onde  $z'_A$  é a coordenada  $z$  da abertura transladada em relação ao centro da abertura cilíndrica (ver Figura 5.2). Note que  $z'_{A_0} = -W_A/2$  e  $z'_{A_N} = W_A/2$  de modo que o centro de tal abertura deve estar exatamente localizada em  $z'_{A_{N/2}} = 0$ , conforme ilustrado na Figura 5.2. Com isso, define-se que:

$$\xi = \frac{z'_{T_n}}{(W_A/2)}, \quad (5.6)$$

onde

$$z'_{T_n} = \frac{z'_{A_n} + z'_{T_{n-1}}}{2}, \quad (5.7)$$

sendo  $z'_{T_n}$  a coordenada  $z$  transladada do foco  $T_n$ . Quando  $N \rightarrow \infty$ , uma precisão maior

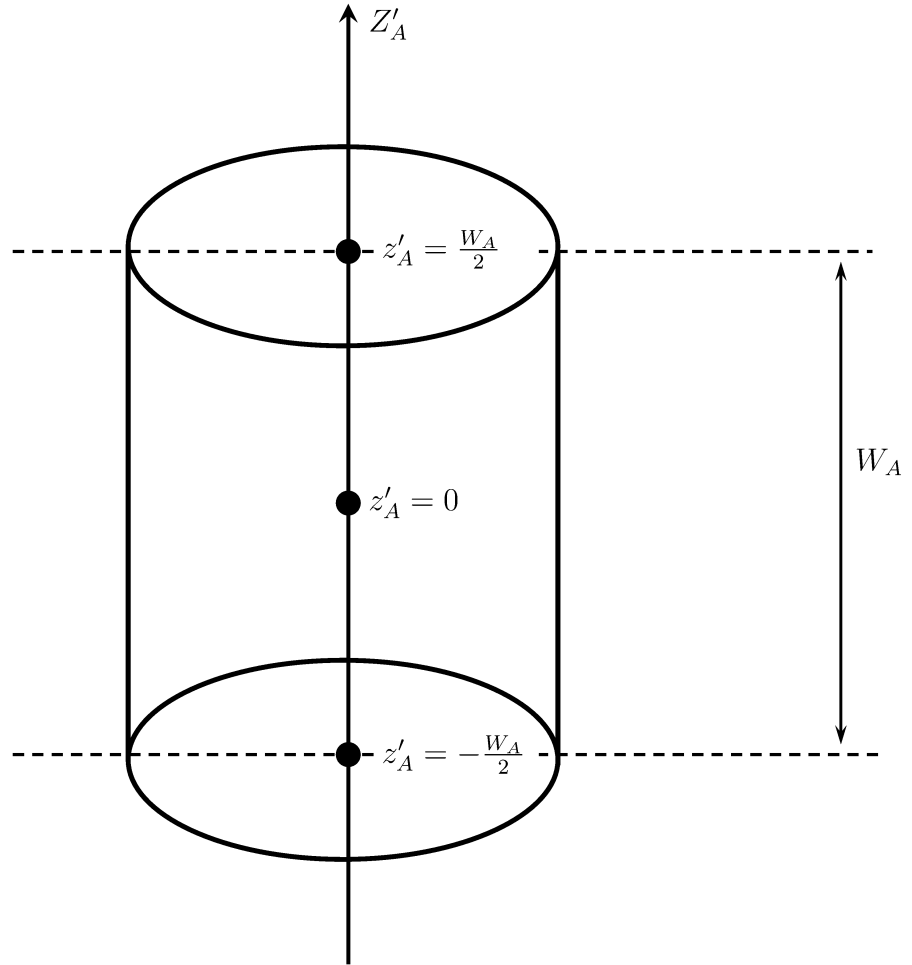


Figura 5.2 – Abertura cilíndrica normalizada.

é alcançada, pois as coordenadas  $z'_{A_n}$  e  $z'_{T_n}$  definidas sobre a abertura cilíndrica tendem a serem aproximadamente iguais. Para a síntese das geratrizes refletoras é importante retornar à coordenada  $z_{A_n}$  original da abertura. Então, basta empregar  $z_{A_n} = z'_{A_n} - (W_A/2)$  e, conseqüentemente, calcular  $z_{T_n}$ .

A segunda etapa é determinar a distribuição de potência desejada  $h(u)$  sobre a abertura cilíndrica. Para tal, é necessário solucionar a seguinte integral:

$$h(u) = \int_{-1}^u |F_{norm}(\tau)|^2 d\tau \div \int_{-1}^1 |F_{norm}(\tau)|^2 d\tau, \quad (5.8)$$

onde  $\tau$  é a variável de integração. Utilizando o campo normalizado  $F_{norm}(u)$  representado pela equação (5.2) que fornece o feixe cossecante-ao-quadrado, (5.8) torna-se:

$$h(u) = \int_{u_a}^u |F_{norm}(\tau)|^2 d\tau \div \int_{u_a}^{u_b} |F_{norm}(\tau)|^2 d\tau = \int_{u_1}^u (1/\tau)^2 d\tau \div \int_{u_1}^{u_2} (1/\tau)^2 d\tau. \quad (5.9)$$

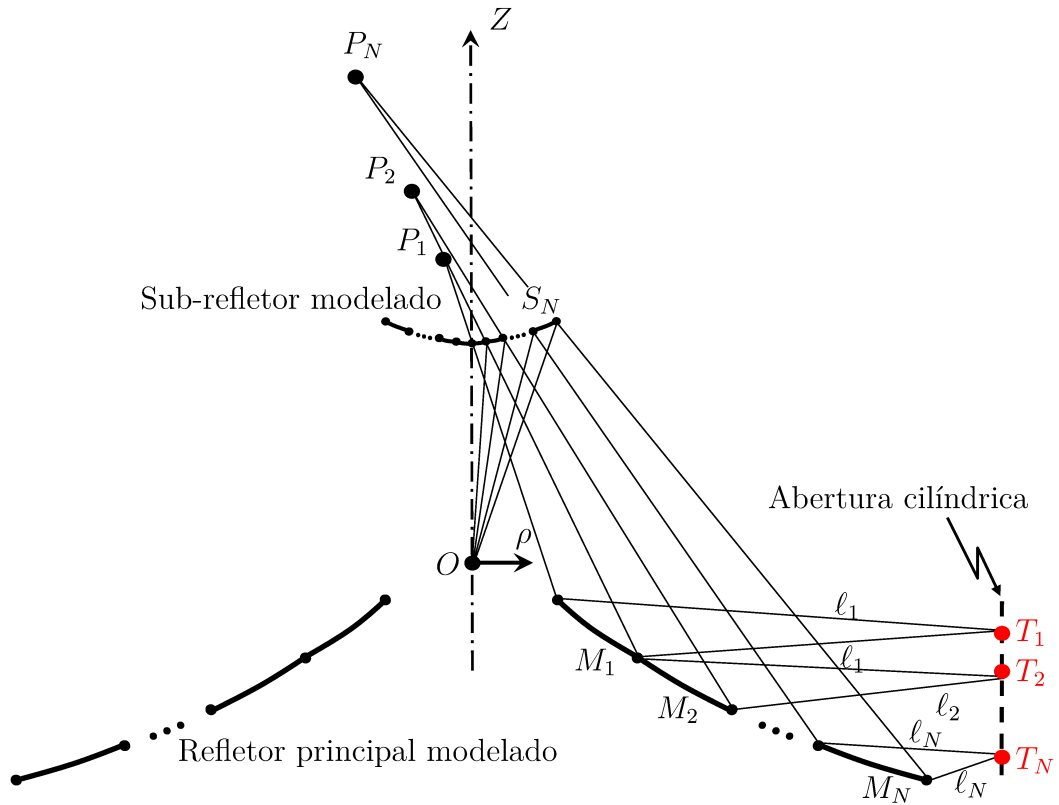


Figura 5.3 – Exemplificação de uma configuração duplo-refletora omnidirecional OADC modelada pela concatenação contínua de seções cônicas com uma abertura cilíndrica, onde  $\ell_n$  varia a cada iteração  $n$ .

Manipulando (5.9), é fácil demonstrar que:

$$h(u) = \left(\frac{u_2}{u}\right) \left(\frac{u - u_1}{u_2 - u_1}\right), \quad (5.10)$$

com  $u_1$  e  $u_2$  obtidos a partir de (5.3a) e (5.3b), respectivamente.

Através dos resultados apresentados nas equações (5.5) e (5.10) para  $g(\xi)$  e  $h(u)$ , respectivamente, é possível determinar  $u(\xi)$ . Aplicando o conceito de conservação da energia  $g(\xi) = h(u)$ , tem-se que:

$$\left(\frac{u_2}{u}\right) \left(\frac{u - u_1}{u_2 - u_1}\right) = \frac{1 + \xi}{2}. \quad (5.11)$$

Avaliando a equação (5.11), é possível determinar a função  $u(\xi)$ :

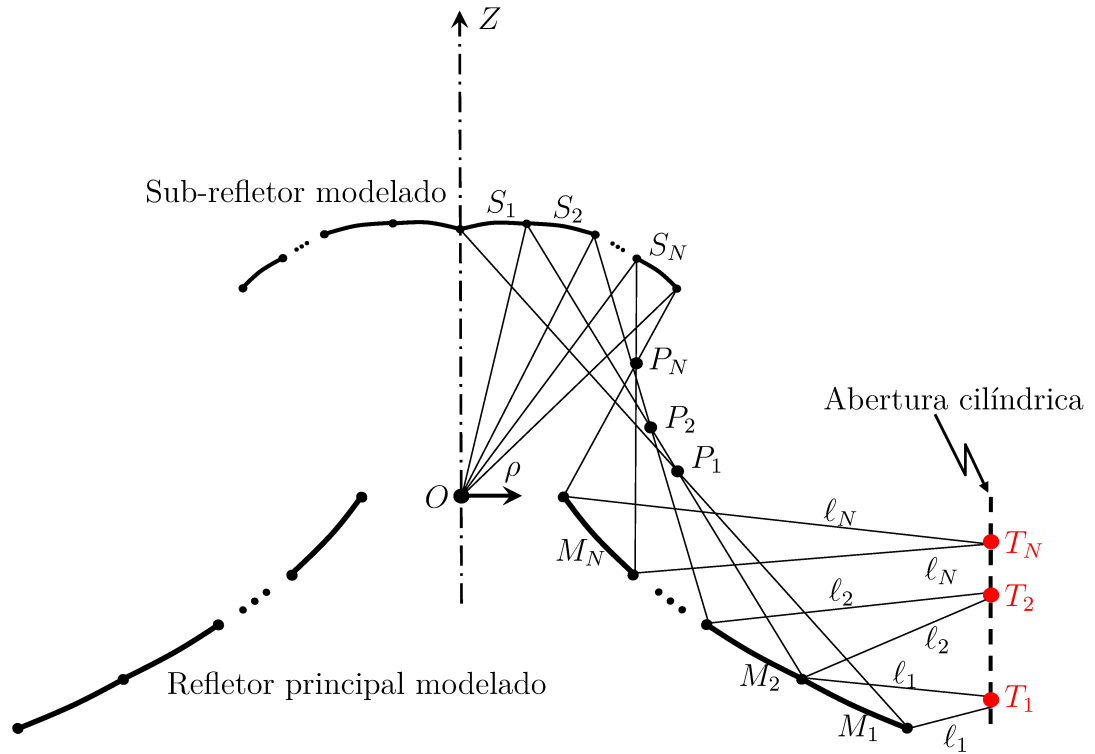


Figura 5.4 – Exemplificação de uma configuração duplo-refletora omnidirecional OADE modelada pela concatenação contínua de seções cônicas com uma abertura cilíndrica, onde  $\ell_n$  varia a cada iteração  $n$ .

$$u(\xi) = \frac{2u_1u_2}{u_2 + u_1 - \xi(u_2 - u_1)}. \quad (5.12)$$

Para a abertura cilíndrica ilustrada na Figura 5.2, a equação diferencial ordinária dada por (3.11) é reescrita como:

$$\frac{d\psi(\xi)}{d\xi} = -k \frac{W_A}{2} u(\xi), \quad (5.13)$$

onde  $k = 2\pi/\lambda$  é a constante usual de propagação no espaço livre. Com isso, a última etapa deste procedimento é obter a solução da equação (5.13). Substituindo (5.12) em (5.13) e desenvolvendo os cálculos pertinentes, encontra-se:

$$\psi(\xi) = \left( \frac{kW_A u_1 u_2}{u_2 - u_1} \right) \ln[u_2 + u_1 - \xi(u_2 - u_1)], \quad (5.14)$$

em que  $u_1$  e  $u_2$  são dados através de (5.3a) e (5.3b), respectivamente, e para o presente caso  $\xi$  é calculado com o auxílio de (5.6) para cada foco  $T_n$  sobre a abertura cilíndrica.

A equação (5.14) fornece a distribuição de fase não uniforme sobre a abertura cilíndrica ( $-W_A/2 \leq z'_A \leq W_A/2$ ) de raio  $\rho_A$  das antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional baseadas nas configurações OADC e OADE. Tal distribuição de fase não uniforme deve prover um diagrama de radiação com perfil cossecante-ao-quadrado em  $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ , conforme os princípios da GO. É importante reiterar que nos estudos de caso apresentados a seguir, diferentemente daqueles que foram mostrados no Capítulo 4, o percurso óptico total ( $\ell_n$ ) desde a origem  $O$  até o foco  $T_n$  na abertura não é mais constante, ou seja, a cada iteração  $n$ ,  $\ell_n$  varia de acordo com a fase não uniforme obtida de (5.14). Considerando as antenas OADC e OADE, as Figuras 5.3 e 5.4 ilustram esquematicamente a configuração geométrica de  $\ell_n$  para cada iteração  $n$ .

### 5.3 Campo Elétrico Radiado segundo o Método da Abertura

A partir dos campos elétrico e magnético,  $\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)$  e  $\vec{H}_A(\vec{r}_A, \omega)$ , especificados sobre a abertura, é possível determinar o campo elétrico radiado na região de campo distante empregando o Ap-M. Esta ferramenta permite verificar se a distribuição de fase não uniforme obtida pela equação (5.14) consegue fornecer um diagrama de radiação com perfil cossecante-ao-quadrado em  $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ .

Do ponto de vista computacional o Ap-M é extremamente simples, conforme visto anteriormente no Capítulo 3. Por outro lado, o mesmo não leva em consideração o acoplamento eletromagnético entre os elementos (alimentador, sub-refletor e refletor principal) da antena, bem como os efeitos difrativos que ocorrem nas bordas das superfícies refletoras. Por estes fatores, é interessante utilizar antenas cujas dimensões elétricas sejam suficientemente grandes em relação ao comprimento de onda. Como investigado na Seção 3.4, a utilização do Ap-M é muito importante para validar as formulações de síntese das fases não uniformes, além de apresentar resultados úteis para serem comparados com os diagramas de radiação determinados pelo MoM.

Para a presente análise, as equações (1.3) e (1.4) que descrevem os campos elétrico e magnético na abertura são reescritas como:

$$\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega) = e^{j\psi(\xi)} \hat{z}, \quad (5.15)$$

$$\vec{H}_A(\vec{r}_A, \omega) = -\frac{e^{j\psi(\xi)}}{Z_0} \hat{\phi}, \quad (5.16)$$

onde  $Z_0$  é a impedância intrínseca do meio. Para as equações (5.15) e (5.16), a amplitude é unitária e  $\psi(\xi)$  é a distribuição de fase não uniforme. Neste caso,  $\psi(\xi)$  é obtida com o auxílio de (5.14) para gerar o diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado em  $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ . Além disso, o vetor unitário normal à abertura cilíndrica é dado por:

$$\hat{n}_A = \hat{\rho}. \quad (5.17)$$

É importante considerar que nesta análise empregando o Ap-M, os raios refletidos pelas duas superfícies refletoras não devem chegar muito inclinados em  $T_n$  (abertura cilíndrica) para que a aproximação fornecida pela equação (5.15) seja razoável. Por isto, é interessante que tal abertura esteja suficientemente afastada do refletor principal.

Utilizando  $\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)$  e  $\vec{H}_A(\vec{r}_A, \omega)$  dados por (5.15) e (5.16), respectivamente, além do vetor unitário normal expresso em (5.17), determinam-se as densidades superficiais de correntes elétrica e magnética equivalentes na abertura cilíndrica através do princípio da equivalência. Para isso, ao substituir (5.15), (5.16) e (5.17) em (3.41) e (3.44), têm-se as seguintes equações de  $\vec{J}_A(\vec{r}_A, \omega)$  e  $\vec{M}_A(\vec{r}_A, \omega)$ :

$$\vec{J}_A(\vec{r}_A, \omega) = -\frac{e^{j\psi(\xi)}}{Z_0} \hat{z}, \quad (5.18)$$

$$\vec{M}_A(\vec{r}_A, \omega) = e^{j\psi(\xi)} \hat{\phi}. \quad (5.19)$$

Com a definição das densidades superficiais de correntes elétrica e magnética em (5.18) e (5.19), é possível calcular o campo elétrico radiado por elas através da seguinte integral de radiação:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, \omega) = & -\frac{j}{\omega\epsilon_0} \int_{S_A} \left[ \vec{J}_A(\vec{r}', \omega) \cdot \nabla \right] \nabla G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) + k^2 \vec{J}_A(\vec{r}', \omega) G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) \\ & - j\omega\epsilon_0 \vec{M}_A(\vec{r}', \omega) \times \nabla G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) dS_A, \end{aligned} \quad (5.20)$$

em que  $S_A$  é a área da abertura e a função de Green do espaço livre  $G(\vec{r}, \vec{r}', \omega)$  é dada pela equação (3.46). Porém, na região de campo distante tem-se que  $|\vec{r}| \gg |\vec{r}'|_{max}$  e, assim,  $G(\vec{r}, \vec{r}', \omega)$  é dado por (3.47). Conseqüentemente, a integral de radiação para determinar  $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$  representada em (5.20) se reduz à

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, \omega) \approx & -j \frac{kZ_0 \exp(-jkr)}{4\pi r} \int_{S_A} \left\{ \vec{J}_A(\vec{r}', \omega) - [\vec{J}_A(\vec{r}', \omega) \cdot \hat{r}] \hat{r} + \frac{1}{Z_0} \vec{M}_A(\vec{r}', \omega) \times \hat{r} \right\} \\ & \times \exp(jk\vec{r}' \cdot \hat{r}) dS_A, \end{aligned} \quad (5.21)$$

para a região de campo distante. Já o infinitesimal de área da abertura é determinado através de:

$$dS_A = \rho_A dz' d\phi' \quad (5.22)$$

sendo  $\rho_A$  o raio da abertura cilíndrica.

Na abertura cilíndrica, o produto escalar  $\vec{r}' \cdot \hat{r}$  de (5.21) é avaliado como:

$$\vec{r}' \cdot \hat{r} = \rho_A \sin \theta \cos(\phi - \phi') + z' \cos \theta \quad (5.23)$$

para  $-W_A/2 \leq z' \leq W_A/2$ . Fazendo as substituições de (5.22) e (5.23) em (5.21), tem-se que:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, \omega) \approx & -j \frac{kZ_0 \exp(-jkr)}{4\pi r} \int_0^{2\pi} \int_{-W_A/2}^{W_A/2} \left\{ \vec{J}_A(\vec{r}', \omega) - [\vec{J}_A(\vec{r}', \omega) \cdot \hat{r}] \hat{r} + \frac{1}{Z_0} \vec{M}_A(\vec{r}', \omega) \times \hat{r} \right\} \\ & \exp jk[\rho_A \sin \theta \cos(\phi - \phi') + z' \cos \theta] \rho_A dz' d\phi', \end{aligned} \quad (5.24)$$

onde:

$$\vec{J}_A(\vec{r}', \omega) - [\vec{J}_A(\vec{r}', \omega) \cdot \hat{r}] \hat{r} = \frac{\exp[j\psi(\xi)]}{Z_0} \sin \theta \hat{\theta} \quad (5.25)$$

$$\frac{1}{Z_0} \vec{M}_A(\vec{r}', \omega) \times \hat{r} = \frac{\exp[j\psi(\xi)]}{Z_0} [-\cos(\phi - \phi') \hat{\theta} + \cos \theta \sin(\phi - \phi') \hat{\phi}]. \quad (5.26)$$

Através dos resultados mostrados em (5.25) e (5.26), é possível obter:

$$\begin{aligned} \vec{J}_A(\vec{r}', \omega) - [\vec{J}_A(\vec{r}', \omega) \cdot \hat{r}] \hat{r} + \frac{1}{Z_0} \vec{M}_A(\vec{r}', \omega) \times \hat{r} = & \left\{ [\sin \theta + \cos(\phi - \phi')] \hat{\theta} - \cos \theta \sin(\phi - \phi') \hat{\phi} \right\} \\ & \times \frac{\exp[j\psi(\xi)]}{Z_0}. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Ao substituir (5.27) na equação (5.24), obtém-se a equação que determina o campo elétrico na região de campo distante:

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) \approx -\frac{jk\rho_A \exp(-jkr)}{4\pi r} \int_0^{2\pi} \int_{-W_A/2}^{W_A/2} \left\{ [\sin\theta + \cos(\phi - \phi')] \hat{\theta} - \cos\theta \sin(\phi - \phi') \hat{\phi} \right\} \exp[jk[\rho_A \sin\theta \cos(\phi - \phi') + z' \cos\theta]] \exp[j\psi(\xi)] dz' d\phi'. \quad (5.28)$$

Analisando as integrais da equação (5.28), nota-se que para  $\phi'$  três casos devem ser avaliados. Aplicando as identidades apropriadas (Abramowitz; Stegun, 1964), encontram-se os seguintes resultados:

$$\int_0^{2\pi} \exp[jk\rho_A \sin\theta \cos(\phi - \phi')] d\phi' = 2\pi J_0(k\rho_A \sin\theta) \quad (5.29)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos(\phi - \phi') \exp[jk\rho_A \sin\theta \cos(\phi - \phi')] d\phi' = j2\pi J_1(k\rho_A \sin\theta), \quad (5.30)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(\phi - \phi') \exp[jk\rho_A \sin\theta \cos(\phi - \phi')] d\phi' = 0, \quad (5.31)$$

onde  $J_0(p)$  e  $J_1(p)$  são as funções de Bessel de primeira espécie de ordem 0 e 1, respectivamente. Pelo resultado apresentado em (5.31), nota-se que a componente azimutal de campo elétrico na região de campo distante é nula, ou seja,  $E_\phi(\vec{r}, \omega) = 0$ . Portanto, substituindo (5.29) – (5.31) na expressão do campo elétrico radiado na região de campo distante dada por (5.28), obtém-se:

$$E_\theta(\vec{r}, \omega) \approx -\frac{jk\rho_A \exp(-jkr)}{2r} [\sin\theta J_0(k\rho_A \sin\theta) + jJ_1(k\rho_A \sin\theta)] \times \int_{-W_A/2}^{W_A/2} \exp[jkz' \cos\theta] \exp[j\psi(\xi)] dz'. \quad (5.32)$$

onde  $\psi(\xi)$  é a distribuição de fase não uniforme dada pela equação (5.14).

A equação apresentada em (5.32) fornece a componente  $E_\theta(\vec{r}, \omega)$  do campo elétrico radiado na região de campo distante. Para isso, a integral em relação a  $z'$  (na abertura cilíndrica) deve ser avaliada. Observe que para o presente caso, qualquer distribuição de fase pode ser empregada, desde que a mesma varie conforme a abertura cilíndrica e a distribuição de amplitude na abertura seja uniforme.



## 5.4 Resultados de Síntese da GO para um Campo na Abertura Cilíndrica com Fase Não Uniforme

Na presente seção são apresentados novos estudos de caso utilizando a formulação de síntese óptica descrita no Capítulo 4 aplicada às antenas duplo-refletoras com cobertura omnidirecional considerando a distribuição de fase não uniforme  $\psi(\xi)$  fornecida com o auxílio da equação (5.14). O objetivo é avaliar se os resultados obtidos são satisfatórios e validá-los através da análise de onda completa (alimentador, sub-refletor e refletor principal) baseada no MoM. Além disso, é importante mencionar que o ferramental desenvolvido anteriormente na Seção 5.3 é empregado para verificar se a distribuição de fase não uniforme dada por (5.14) produz o desejado diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado no plano de elevação da antena.

Para os casos investigados, as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal das configurações OADC e OADE foram simultaneamente modeladas com as fases não uniformes prescritas sobre a abertura cilíndrica. Tais antenas devem prover as especificações de iluminação com fase não uniforme  $(-k\ell_n)$  prescrita em  $T_n$  e, conseqüentemente, um diagrama de radiação com perfil cossecante-ao-quadrado em  $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$  no plano de elevação. O percurso óptico total  $(\ell_n)$  é determinado a partir da especificação de  $\psi(\xi)$  em  $T_n$  sobre a abertura cilíndrica. Observe que  $\ell_n$  varia a cada iteração  $n$ , diferentemente dos casos estudados no capítulo anterior.

Enfatiza-se que para o processo de síntese óptica dos refletores, o algoritmo tem início com a escolha da configuração duplo-refletora omnidirecional clássica (OADC ou OADE) a ser modelada com os seus respectivos parâmetros:  $W_A$ ,  $D_M$ ,  $V_S$ ,  $D_B$  e  $z_B$ . Considerando-se o ângulo  $\gamma = 90^\circ$  e substituindo os valores de  $W_A$ ,  $D_M$ ,  $V_S$ ,  $D_B$  e  $z_B$  nas equações de projeto descritas em (Moreira; Bergmann, 2005), é possível encontrar  $2c$ ,  $\beta$ ,  $e$  e  $F$  que caracterizam as cônicas que representam as duas geratrizes clássicas, bem como  $\theta_E$  e  $D_S$ . Estes parâmetros estão esquematicamente ilustrados nas Figuras 4.1 e 4.3 para as geometrias OADC e OADE, respectivamente.

O procedimento de síntese das presentes geometrias foi conduzido com o alimentador representado por uma corneta coaxial TEM com  $R_i = 0,45\lambda$  e  $R_e = 0,9\lambda$ , adotado nos casos C.1 – C.3 estudados no Capítulo 4. Outra vez, as análises rigorosas do MoM foram simuladas com uma segmentação de 15 seg/ $\lambda$  (15 segmentos a cada comprimento de onda) a fim de gerar os diagramas de radiação na região de campo distante.

Uma característica importante a se destacar é que as antenas duplo-refletoras estudadas na presente seção possuem dimensões elétricas superiores àquelas que foram sintetizadas com fase uniforme na abertura cilíndrica. Isto foi feito com o objetivo de diminuir os efeitos de difrativos nas bordas das superfícies refletoras (sub-refletor e refletor principal), bem como apresentar resultados do Ap-M mais eficientes e precisos, permitindo

boa concordância com o modelo ideal da GO. Neste aspecto, comparações entre os dois métodos de análise (Ap-M e MoM) são propostas com o intuito de possibilitar uma discussão mais eficiente dos resultados obtidos.

### 5.4.1 Estudo de Caso D.1: Antena OADC Modelada Com Fase Não Uniforme na Abertura Cilíndrica para Gerar um Diagrama de Radiação com Perfil Cossecante-ao-Quadrado em $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$

Neste novo estudo de caso foi imposto ao algoritmo modelar simultaneamente as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal de uma antena baseada na configuração OADC com uma distribuição de fase não uniforme prescrita sobre a abertura cilíndrica ( $-W_A/2 \leq z'_A \leq W_A/2$ ). De acordo com os princípios da GO, a presente geometria OADC sintetizada com as fases não uniformes deve prover um diagrama de radiação com perfil cossecante-ao-quadrado em  $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$  no plano de elevação. Para isso, a distribuição de fase não uniforme,  $\psi(\xi)$ , é fornecida pela equação (5.14) utilizando os ângulos  $\theta_1 = 92^\circ$  e  $\theta_2 = 135^\circ$ , obtendo-se  $u_1 = 0,0349$  e  $u_2 = 0,7071$  através de (5.3a) e (5.3b), respectivamente.

O procedimento iterativo de síntese óptica inicia-se a partir da definição da geometria OADC clássica com os seguintes parâmetros de projeto:  $W_A = 30\lambda$ ,  $D_M = 69\lambda$ ,  $V_S = 31,5\lambda$ ,  $D_B = 6\lambda$  e  $z_B = 0\lambda$ . Ao substituir tais parâmetros nas equações de síntese apresentadas em (Moreira; Bergmann, 2005), é possível determinar a antena OADC clássica, onde os parâmetros que descrevem as seções cônicas das duas geratrizes são  $2c = 333,3\lambda$ ,  $e = 0,8414$ ,  $\beta = 174,04^\circ$  e  $F = -150,71\lambda$ , bem como o diâmetro do sub-refletor  $D_S = 69\lambda$  e o ângulo de borda  $\theta_E = 56,16^\circ$ . Além disso, a trajetória total dos raios desde o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) até a abertura cilíndrica de raio  $\rho_A = 600\lambda$  é constante, ou seja,  $L_0 = 660,14\lambda$ . É importante enfatizar que a presente OADC possui as dimensões elétricas superiores (especificamente o triplo) daquelas da antena que foi investigada no estudo de caso C.1, com o objetivo específico de obter resultados mais precisos para o desejado diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado.

Com os valores de  $W_A$ ,  $u_1$ ,  $u_2$  e  $\xi$  definidos, a distribuição de fase não uniforme  $\psi(\xi)$  foi determinada com o auxílio da equação (5.14) para modelar a geometria OADC, lembrando que  $\xi$  é determinado pela equação (5.6). Como a presente antena é fundamentada em uma OADC, a abertura cilíndrica de raio  $\rho_A = 600\lambda$  varia entre  $z_{A_0} = z_L$  e  $z_{A_N} = z_U$ , onde  $z_L = z_B$  e  $z_U = -W_A$ . Portanto, as coordenadas  $z_{T_n}$  foram especificadas *a priori*, exatamente no meio de  $z_{A_{n-1}}$  e  $z_{A_n}$ . Já as coordenadas  $\rho_{T_n}$  são iguais ao raio da abertura cilíndrica (ou seja,  $\rho_{T_n} = \rho_A$ ).

A Figura 5.5 apresenta (em linha sólida na cor azul) as fases não uniformes prescritas sobre a abertura cilíndrica ( $-W_A/2 \leq z'_A \leq W_A/2$ ) calculadas através da equação (5.14),

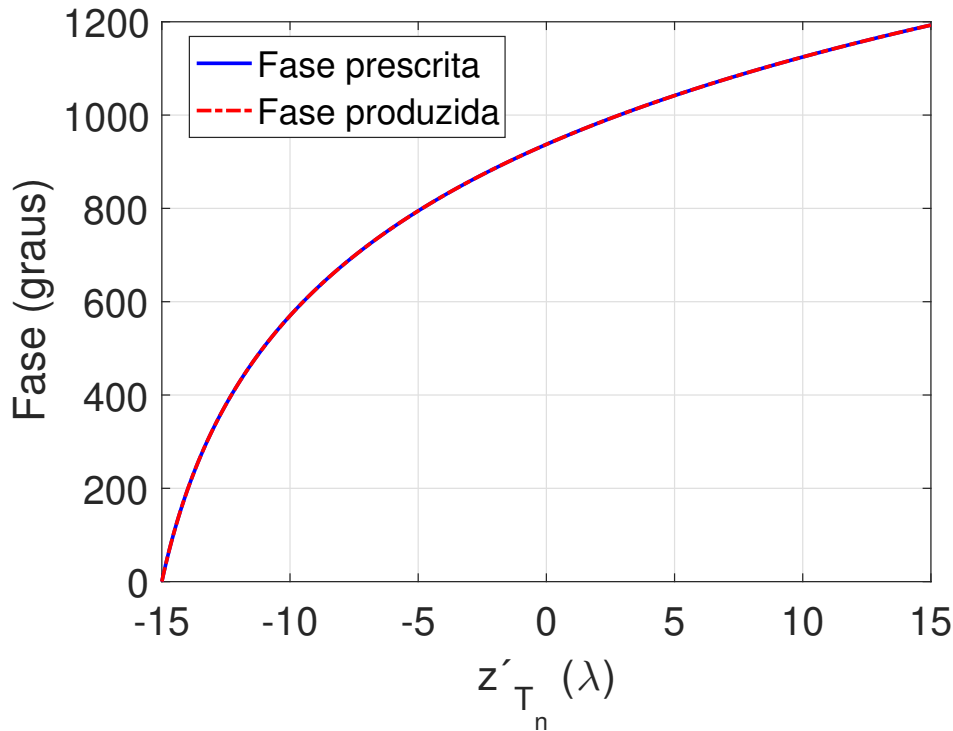


Figura 5.5 – Distribuição de fase não uniforme (em linha sólida na cor azul) na abertura cilíndrica para a antena OADC modelada do estudo de caso D.1, juntamente com as fases obtidas (em linha pontilhada na cor vermelha) na abertura cilíndrica após a síntese da GO.

sabendo que  $\theta_1 = 92^\circ$  e  $\theta_2 = 135^\circ$ . Analisando a Figura 5.5, é possível observar que  $\psi(\xi)$  é uma distribuição contínua, assim como nos estudos de caso B.1 – B.8 investigados no Capítulo 3. Porém, neste caso a abertura é cilíndrica. Com a especificação da distribuição de fase não uniforme, a cada iteração  $n$ , o percurso óptico total ( $\ell_n$ ) foi determinado através de (2.3), adotando  $\ell_0 = L_0$  para o primeiro raio ( $n = 0$ ) desde o centro de fase do alimentador (origem  $O$ ) até o foco  $T_1$  na abertura cilíndrica (ver Figura 5.3).

Seguindo a sequência do método de síntese da GO descrito na Seção 4.2, o algoritmo iterativo tem início em  $n = 0$  e  $\theta_{F_0} = 0^\circ$  com  $r_{F_0} = V_S$  e termina quando  $n = N$  e  $\theta_{F_N} = \theta_E$ , sendo o ângulo de borda do sub-refletor ( $\theta_E$ ) calculado *a priori*. O ângulo  $\theta_{F_n}$  é obtido pela imposição direta do princípio de conservação da energia dado por (4.3), sendo o alimentador uma corneta coaxial. A modelagem simultânea das duas geratrizes refletoras da presente antena OADC foi conduzida com  $N = 636$  pares de seções cônicas. A escolha de  $N = 636$  pares de seções cônicas denota uma segmentação de  $15 \text{ seg}/\lambda$  (15 segmentos a cada comprimento de onda) para cada geratriz refletora modelada. Para este estudo de caso, as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal sintetizados estão ilustradas na Figura 5.6 em linhas sólidas na cor preta.

A partir da antena OADC modelada da Figura 5.6 é interessante relatar que os diâmetros do sub-refletor e do refletor principal sintetizados são  $65,13\lambda$  e  $55,22\lambda$ ,

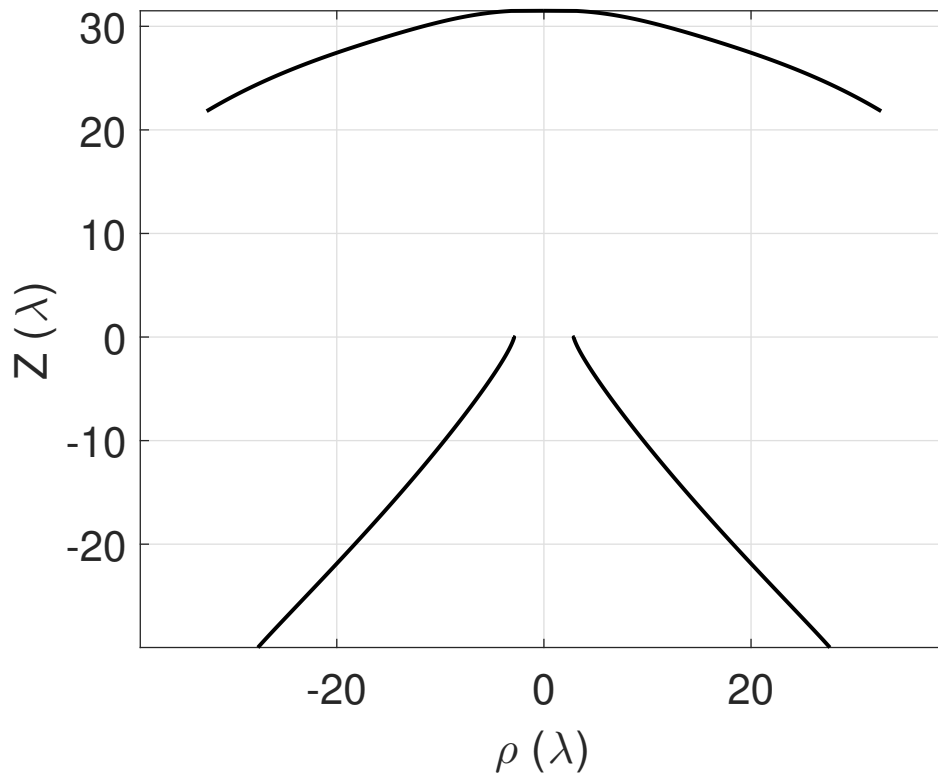


Figura 5.6 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena OADC modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso D.1

respectivamente, e a dimensão elétrica da abertura cilíndrica permanece igual à  $30\lambda$ . A variação ocorrida nos diâmetros  $D_S$  e  $D_M$  indica uma configuração OADC modelada mais compacta geometricamente do que a antena clássica correspondente. Isto ocorreu devido à síntese ser realizada com uma distribuição de fase não uniforme prescrita sobre a abertura cilíndrica, principal característica da técnica de síntese descrita na Seção 4.2. Ainda observando a Figura 5.6, é possível relatar que as curvas que representam as respectivas geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados são suaves, o que contribui para uma análise do MoM mais eficiente.

Antes de aplicar a análise rigorosa de onda completa (alimentador, sub-refletor e refletor principal) baseada no MoM na OADC sintetizada da Figura 5.6, é de fundamental importância verificar se tal antena atendeu as especificações de iluminação com fase não uniforme prescrita na abertura cilíndrica. Adotando a mesma metodologia dos exemplos anteriores com fase não uniforme B.1 – B.8 (ver Seção 3.4), as trajetórias dos raios desde a origem  $O$  até os focos sobre a abertura foram determinadas utilizando as coordenadas que caracterizam as geratrizes refletoras modeladas e, com isso, foi possível obter a fase  $(-k\ell_n)$ . Portanto, através da Figura 5.5, constata-se que a configuração duplo-refletora OADC sintetizada nesta seção proveu, sob os princípios da GO, as especificações desejadas de fase não uniforme na abertura cilíndrica  $(-W_A/2 \leq z'_A \leq W_A/2)$  com o intuito de gerar

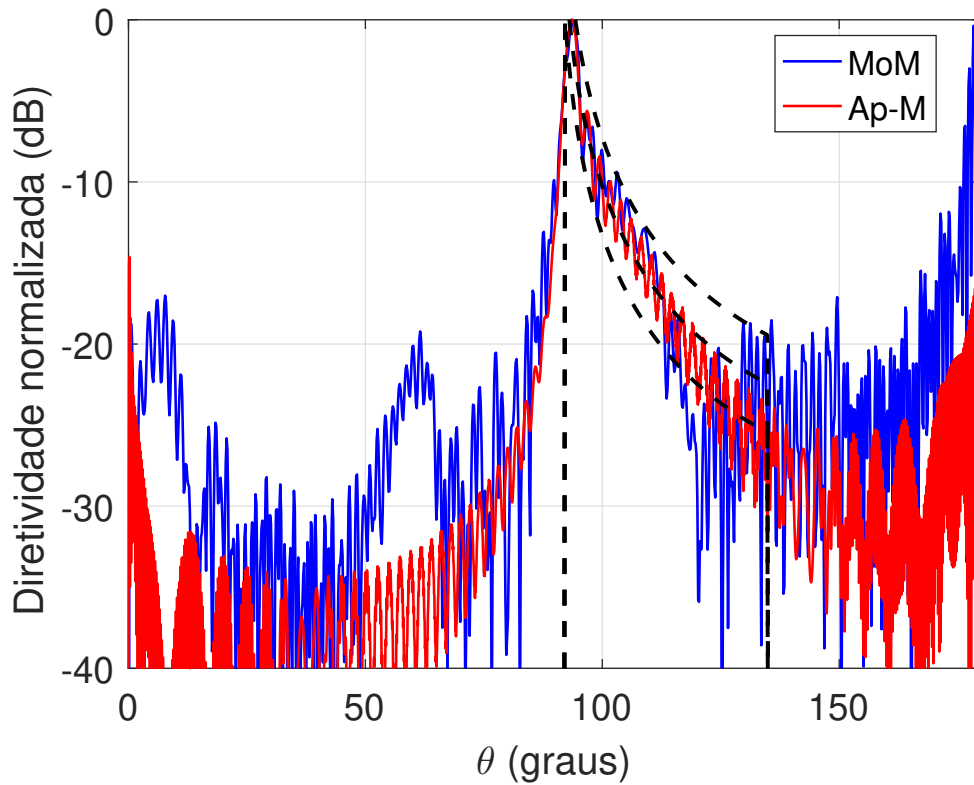


Figura 5.7 – Diagramas de radiação obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena OADC modelada do estudo de caso D.1. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com perfil cossecante-ao-quadrado em  $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ , dentro do limite  $\pm 3$  dB. Observe que as diretividades retratadas nestes diagramas estão normalizadas.

o desejado diagrama de radiação cossecante em  $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$  (ver Figura 5.7).

A análise rigorosa do MoM foi utilizada para fornecer o diagrama de radiação em  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ . Pela Figura 5.7, pode-se observar a diretividade em  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  da geometria OADC modelada com fase não uniforme na abertura. Nesta figura também está representado o diagrama de radiação obtido pelo Ap-M da Seção 5.3, juntamente com a distribuição ideal da GO (em linhas tracejadas na cor preta) para o perfil cossecante-ao-quadrado em  $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$  dentro do limite  $\pm 3$  dB. É importante mencionar que para a análise utilizando o Ap-M, a abertura cilíndrica foi adotada com os mesmos valores de raio ( $\rho_A = 600\lambda$ ) e largura ( $W_A = 30\lambda$ ) da síntese da presente antena OADC para avaliar se a distribuição  $\psi(\xi)$  dada pela equação (5.14) conseguiu produzir o diagrama esperado, além de estabelecer comparações com a análise de onda completa do MoM.

Ao analisar a Figura 5.7, é possível notar que no setor angular desejado ( $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ ), o diagrama de radiação obtido pelo Ap-M converge com o modelo ideal da GO dentro do limite  $\pm 3$  dB. Isto é, a distribuição de fase não uniforme calculada através da equação (5.14) produz, sob os princípios da GO, o desejado diagrama de radiação com perfil

cossecante-ao-quadrado na região de cobertura em  $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$  considerando a presente abertura cilíndrica de  $W_A = 30\lambda$  e  $\rho_A = 600\lambda$ . A abertura foi suficientemente afastada do refletor principal com o intuito da ferramenta baseada no Ap-M ser válida para o presente caso, uma vez que a distribuição de fase aplicada não é uniforme. Como já mencionado na Seção 3.4, o Ap-M possui uma formulação extremamente simples, onde não considera os mecanismos de acoplamento eletromagnético entre os elementos da antena e não inclui o alimentador no cálculo do campo na região de campo distante. Consequentemente, a ferramenta baseada no Ap-M não realiza uma análise de onda completa. Contudo, o Ap-M mostrou-se eficiente para validar a formulação de síntese da distribuição de fase não uniforme na abertura.

Ainda pela Figura 5.7, verifica-se uma boa concordância entre o diagrama gerado pelo MoM e aquele desejado nas proximidades em  $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ . No entanto, em  $117^\circ \leq \theta \leq 129^\circ$  o diagrama de radiação do MoM começa a divergir da distribuição ideal da GO dentro do limite de  $\pm 3$  dB, pois tornam-se mais evidentes os efeitos de difração, o transbordamento e a contribuição direta da radiação da corneta coaxial (alimentador). Ainda pela Figura 5.7, nota-se que em  $170^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  há um aumento da radiação com oscilações maiores, provavelmente ocasionadas pelo fenômeno da difração nas bordas dos refletores modelados, uma vez que o procedimento de síntese da GO apresentado na Seção 4.2 não leva em consideração tal efeito. Ainda é importante mencionar alguns fatores que podem ter contribuído diretamente para as oscilações indesejadas e as diferenças entre o MoM e o diagrama ideal: erros numéricos gerados pela síntese, pois as geratrizes refletoras modeladas são descritas por um conjunto ( $N$ ) finito de pontos, aproximações empregadas na formulação apresentada na Seção 5.2 para determinar a distribuição de não uniforme  $\psi(\xi)$ , especificação de amplitude uniforme em toda abertura (especificamente,  $I_n = 1$ ) e discretização da abertura cilíndrica em um conjunto de pontos uniformemente distribuídos.

Considerando o MoM e o Ap-M, os máximos de radiação coincidiram na direção  $\theta = 93,6^\circ$ . Como esperado, fora do setor angular desejado ( $0^\circ \leq \theta < 92^\circ$  e  $135^\circ < \theta \leq 180^\circ$ ), existem divergências entre as análises do MoM e do Ap-M. Tais diferenças podem estar associadas a diversos fatores, entre eles pode-se destacar que a análise rigorosa baseada no MoM considerou a estrutura completa do alimentador (corneta coaxial), bem como todos os mecanismos de acoplamento eletromagnético entre os elementos (corneta coaxial, sub-refletor e refletor principal) da antena duplo-refletora OADC modelada.

Apesar da técnica numérica de síntese apresentada na Seção 4.2 ser constituída por um conjunto de equações não lineares e das aproximações adotadas no procedimento da obtenção da distribuição de fase não uniforme prescrita em  $-W_A/2 \leq z'_A \leq W_A/2$  (vide Seção 5.2), os resultados de modelagem e análise aqui descritos foram bastante satisfatórios para o caso do diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado. Isto indica que os novos procedimentos desenvolvidos nas Seções 4.2 e 5.2 são eficientes.

### 5.4.2 Estudo de Caso D.2: Antena OADE Modelada Com Fase Não Uniforme na Abertura Cilíndrica para Gerar um Diagrama de Radiação com Perfil Cossecante-ao-Quadrado em $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$

Neste estudo de caso, as duas geratrizes refletoras de uma configuração OADE foram devidamente sintetizadas com uma iluminação de fase não uniforme prescrita sobre a abertura cilíndrica para prover o desejado diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado em  $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$  (ver Figura 5.7 o modelo esperado da GO em linhas tracejadas na cor preta). Para tal, considerou-se uma antena OADE clássica com  $W_A = 30\lambda$ ,  $D_M = 72\lambda$ ,  $V_S = 24\lambda$ ,  $D_B = 6\lambda$  e  $z_B = 0\lambda$ . Note que estas dimensões elétricas são maiores do que aquelas da geometria OADE investigada no estudo de caso C.3 (ver Seção 4.5). Isto foi feito com o objetivo de gerar um diagrama de radiação mais próximo do modelo ideal da GO. Com tais parâmetros definidos, foi possível obter uma OADE clássica com  $2c = 13,34\lambda$ ,  $e = 0,2964$ ,  $\beta = 61,03^\circ$  e  $F = 9,73\lambda$  caracterizando duas seções cônicas que descrevem as geratrizes refletoras (Moreira; Bergmann, 2005). Além disso, o sub-refletor de tal geometria clássica tem um diâmetro  $D_S = 48,9\lambda$ , o ângulo de borda  $\theta_E = 56,84^\circ$  e  $L_0 = 652,9\lambda$  para uma abertura cilíndrica de raio  $\rho_A = 600\lambda$ .

Para o procedimento de síntese da presente configuração OADE com fase não uniforme, utilizou-se  $N = 636$  pares de seções cônicas na modelagem óptica das geratrizes do sub-refletor e do refletor principal, seguindo a mesma justificativa do caso D.1, pois as antenas investigadas possuem uma abertura cilíndrica com  $W_A = 30\lambda$ . Assim como nos outros estudos de caso abordados nesta tese, o algoritmo iterativo foi iniciado em  $\theta_{F_0} = 0^\circ$  com  $r_{F_0} = V_S$  para o primeiro raio ( $n = 0$ ) e terminado quando  $\theta_{F_N} = \theta_E$ . Ainda é importante relatar que, de acordo com a Figura 5.4, a abertura cilíndrica da antena OADE é definida de maneira reversa a da OADC, uma vez que varia entre  $z_U$  e  $z_L$ , onde  $z_U = -W_A$  e  $z_L = z_B$ . Com isso, a coordenada  $z_{T_n}$  é obtida através de (4.2) e  $\rho_{T_n}$  é constante igual ao raio da abertura cilíndrica ( $\rho_A$ ).

Como o objetivo da modelagem da OADE é fornecer um diagrama de radiação com perfil cossecante-ao-quadrado entre  $92^\circ$  e  $135^\circ$ , a distribuição de fase não uniforme empregada é a mesma que está mostrada na Figura 5.5, a qual é representada pela curva de linha sólida na cor azul, lembrando que  $W_A = 30\lambda$ ,  $u_1 = 0,0349$  e  $u_2 = 0,7071$  para os dois estudos de caso. A partir da especificação da distribuição de fase  $\psi(\xi)$ , calcula-se, a cada iteração  $n$ , o percurso óptico total ( $\ell_n$ ) com  $\ell_0 = L_0$  (assumindo-se a abertura cilíndrica de raio  $\rho_A = 600\lambda$ ). A Figura 5.8 apresenta as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados (em linhas sólidas na cor preta) para a antena OADE sintetizada.

Pelos resultados de síntese mostrados na Figura 5.8, pode-se verificar que os diâmetros do sub-refletor e do refletor principal modelados são  $50,34\lambda$  e  $72\lambda$ , respectivamente. Estes dados indicam que para a antena sintetizada houve apenas uma pequena variação do



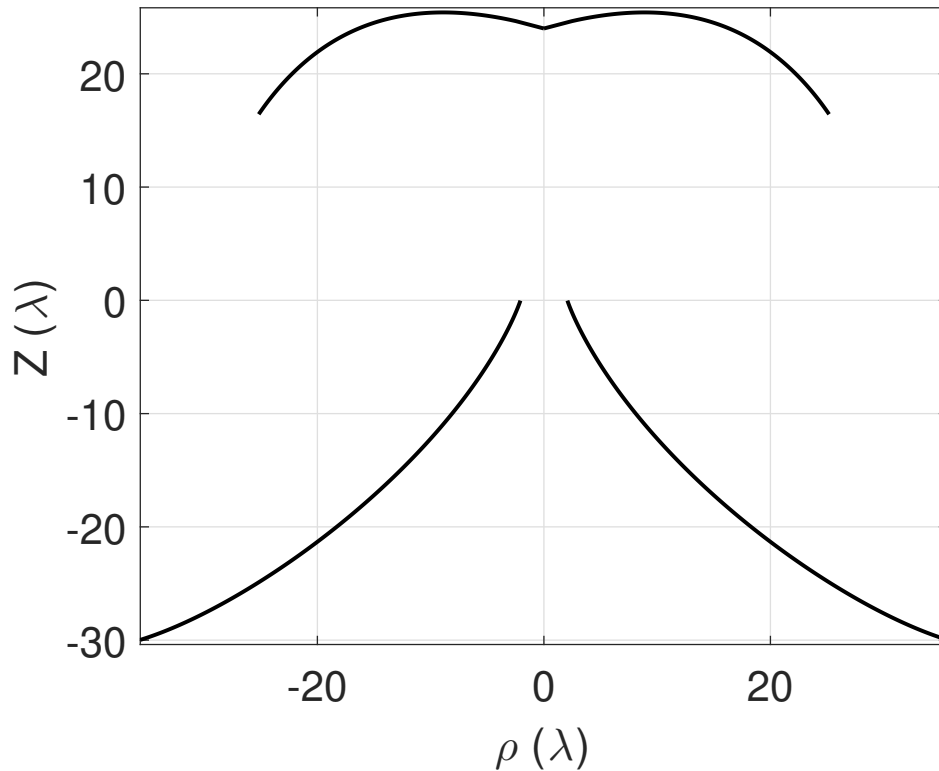


Figura 5.8 – Geratrizes dos sub-refletor e refletor principal (em linhas sólidas na cor preta) da antena OADE modelada com fase não uniforme na abertura referente ao estudo de caso D.2.

diâmetro ( $D_S$ ) do sub-refletor em relação à geometria clássica correspondente. Mais uma vez, é possível notar que as curvas que definem as duas geratrizes refletoras modeladas são suaves, conforme ilustrado na Figura 5.8, característica que contribui para uma análise do MoM mais precisa. Outro fator importante a se mencionar é que foi realizado o mesmo teste para verificar se a presente antena OADE modelada forneceu a distribuição de fase não uniforme prescrita na abertura cilíndrica. Para este estudo caso, aplicam-se as mesmas considerações relatadas no estudo de caso anterior e a síntese da OADE foi conduzida com sucesso.

A análise rigorosa de onda completa baseada no MoM foi empregada à antena OADE modelada da Figura 5.8 e gerou o diagrama de radiação em  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  ilustrado na Figura 5.9. Além disso, a diretividade obtida pelo Ap-M em  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  também está apresentada na Figura 5.9. Observe que a diretividade determinada pelo Ap-M é igual a da antena OADC do estudo de caso D.1, pois utilizou-se a mesma distribuição de fase não uniforme a fim de prover o mesmo diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado em  $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ . Juntamente com os diagramas do MoM (em linha sólida na cor azul) e via Ap-M (em linha sólida na cor vermelha), está representado em linhas tracejadas na cor preta o modelo ideal da GO com feixe cossecante-ao-quadrado, dentro do limite  $\pm 3$  dB.



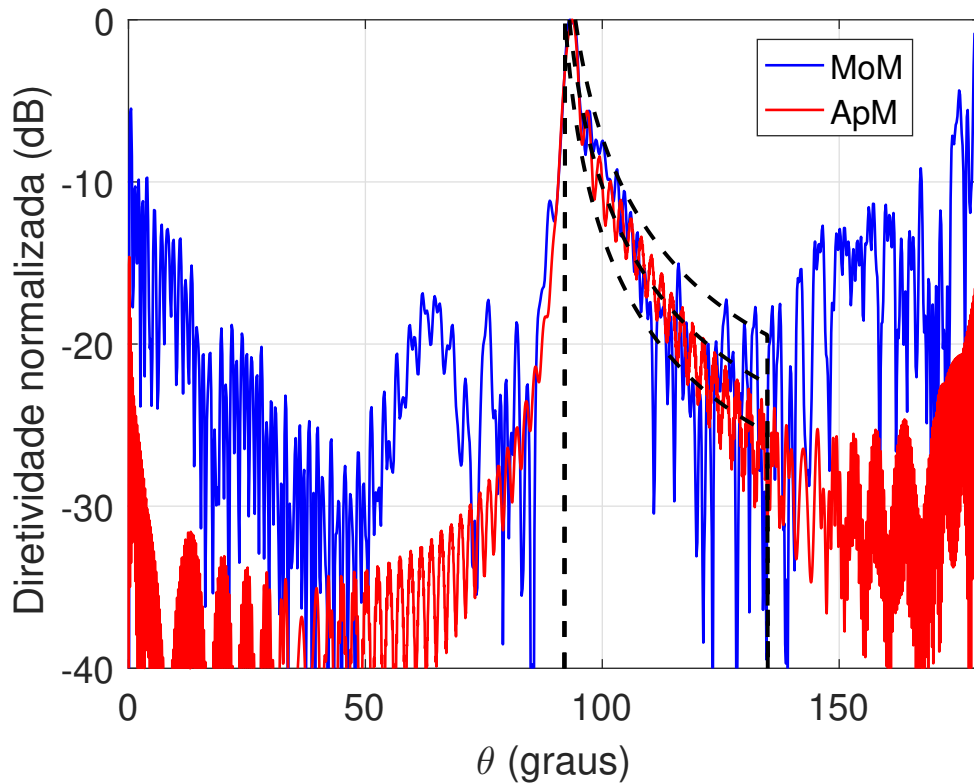


Figura 5.9 – Diagramas de radiação obtidos via MoM (linha sólida na cor azul) e Ap-M (linha sólida na cor vermelha) para a antena OADE modelada do estudo de caso D.2. Em linhas tracejadas na cor preta está representado o diagrama de radiação ideal da GO com perfil cossecante-ao-quadrado em  $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ , dentro do limite  $\pm 3$  dB. Observe que as diretividades retratadas nestes diagramas estão normalizadas.

Ao investigar o comportamento dos diagramas de radiação mostrados na Figura 5.9, constata-se que existe uma boa concordância entre o Ap-M e a distribuição ideal da GO. Outra vez, foi possível demonstrar com sucesso que a fase não uniforme calculada pela equação (5.14) produz de forma aproximada o diagrama de radiação com feixe cossecante-ao-quadrado em  $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ . Ainda considerando o Ap-M, pode-se verificar que o máximo de radiação ocorre na direção  $\theta = 93,6^\circ$ . É importante mencionar que dentro da desejada região de cobertura, o diagrama de radiação do Ap-M ultrapassa aproximadamente 5 dB do limite esperado ( $\pm 3$  dB). As divergências observadas podem ser atribuídas aos fatores já discutidos anteriormente no estudo de caso D.1.

Fazendo uma análise comparativa entre o diagrama de radiação obtido pelo MoM e o modelo ideal com perfil cossecante-ao-quadrado em  $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ , observa-se algumas oscilações indesejadas ocorridas na direção  $111^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ . Podem-se considerar que tais divergências estão associadas aos fatores elencados no estudo de caso D.1 como, por exemplo, os erros numéricos de síntese, as aproximações utilizadas no procedimento para o cálculo da distribuição de fase  $\psi(\xi)$  (ver Seção 5.2), especificação de amplitude constante

em toda a abertura cilíndrica, além dos efeitos difrativos que não são levados em conta pela técnica de síntese da GO. Ainda observando a Figura 5.9, é importante mencionar que os diagramas de radiação determinados pelo MoM (em linha sólida na cor azul) e pelo Ap-M (em linha sólida na cor vermelha) possuem boa concordância, porém, com algumas divergências, como esperado. As principais diferenças entre tais diagramas devem especificamente à análise rigorosa de onda completa do MoM, a qual considera todos os efeitos de acoplamento eletromagnético entre os elementos da antena. Além disso, relata-se que o MoM proveu um máximo de radiação na direção  $\theta = 93,6^\circ$ , concordando com o Ap-M. Apesar de ter tido as diferenças enfatizadas, a modelagem da antena duplo-refletora OADE com uma distribuição de fase não uniforme na abertura cilíndrica foi realizada com êxito.

## 5.5 Considerações Finais

Neste capítulo foi proposta uma nova formulação para determinar a distribuição de fase não uniforme sobre a abertura cilíndrica das antenas duplo-refletoras omnidirecionais com o intuito de gerar um diagrama de radiação com perfil cossecante-ao-quadrado em  $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ , conforme os princípios da GO. A formulação desenvolvida baseia-se na técnica apresentada em (Biswas, 2013), mas com algumas adaptações necessárias para a abertura cilíndrica das geometrias duplo-refletoras circularmente simétricas estudadas no presente capítulo. Como abordado no Capítulo 3, foi apresentado um formalismo utilizando o Ap-M para o cálculo do campo elétrico na região de campo distante a fim de verificar se  $\psi(\xi)$  produz o desejado diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado.

Utilizando a técnica descrita no Capítulo 4 e a distribuição de fase não uniforme obtida com o auxílio de (5.14), foi possível sintetizar as geometrias duplo-refletoras OADC e OADE com o intuito de obter o desejado diagrama de radiação do tipo cossecante-ao-quadrado. Embora observadas algumas divergências do diagrama via MoM com o modelo ideal da GO, as antenas modeladas conseguiram prover o diagrama de radiação cossecante em  $92^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ . Acredita-se que um campo na abertura com distribuições não uniformes de amplitude e fase sejam capazes de fornecerem com maior precisão o desejado modelo cossecante-ao-quadrado. Entretanto, as formulações propostas nas Seções 5.2 e 5.3 para determinar as fases e o campo radiado na região de campo distante, respectivamente, não serão tão simples, uma vez que a distribuição de amplitude não será uniforme.

# 6 Conclusões e Propostas de Continuidade da Pesquisa

## 6.1 Conclusões

Esta tese apresentou novas técnicas aplicáveis à síntese óptica de antenas duplo-refletoras circularmente simétricas, tais como as configurações de eixo deslocado e as geometrias para cobertura omnidirecional. As formulações de síntese baseiam-se nos princípios da GO e na concatenação consecutiva de seções cônicas (especificamente hipérbolas e elipses) para representar localmente as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados. Diferentemente dos estudos relatados em (Kim; Lee, 2009; Moreira; Bergmann, 2010; Moreira; Bergmann, 2011; Penchel et al., 2018), no presente trabalho foram empregadas seções de elipses para descrever a geratriz do refletor principal modelado com o objetivo específico de controlar simultaneamente as distribuições de amplitude e fase do campo na abertura. Assim, ao realizar-se a síntese das requeridas antenas de dois refletores, qualquer distribuição de iluminação (em amplitude e fase) pode ser prescrita sobre a abertura.

É importante mencionar que o controle de amplitude do campo sobre a abertura foi assegurado pela imposição direta do princípio de conservação da energia ao longo do feixe de raios, delimitado pelo par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$ . Com isso, foi possível especificar a densidade de potência  $G_A(\rho)$  na abertura do refletor principal, obtendo o controle da amplitude desejada. Já a distribuição de fase na abertura foi estabelecida pelo cálculo, a cada iteração  $n$ , do percurso óptico total ( $\ell_n$ ) do raio que parte do alimentador (origem  $O$ ) até o foco  $T_n$ . Ao final do processo de modelagem das duas geratrizes refletoras, espera-se que a antena produza, segundo os princípios da GO, as especificações desejadas de iluminação prescrita na abertura e, conseqüentemente, forneça o diagrama de radiação esperado.

Os diagramas de radiação de todas as geometrias duplo-refletoras circularmente simétricas modeladas na presente tese foram determinados através da análise de onda completa do MoM, validando de forma satisfatória as técnicas de síntese da GO desenvolvidas. A partir dos estudos propostos em (Moreira, 1997; Moreira; Prata Jr., 2001; Moreira; Bergmann, 2005; Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007; Moreira; Bergmann, 2011; Faria; Moreira, 2015; Faria; Moreira, 2020; Carvalho et al., 2019), foi possível observar que a ferramenta do MoM já foi empregada com sucesso na análise eletromagnética de antenas duplo-refletoras com simetria circular. Para as análises do diagrama de radiação das presentes antenas modeladas, os  $N$  pontos que descrevem as geratrizes do sub-refletor

e do refletor foram fornecidos ao *software* do MoM com uma segmentação de  $15 \text{ seg}/\lambda$  (15 segmentos a cada comprimento de onda) a fim de obter uma análise mais precisa.

Inicialmente, no Capítulo 2, foi introduzida a técnica para a modelagem das antenas duplo-refletoras circularmente simétricas de eixo deslocado baseadas nas configurações ADC, ADG, ADE e ADH. Com o intuito de demonstrar a funcionalidade da ferramenta, foram apresentados dois estudos de caso, onde as geometrias ADC e ADE foram sintetizadas com um campo na abertura de fase uniforme juntamente com uma distribuição de amplitude prescrita, provendo diagramas de radiação com alto ganho na direção  $\theta = 0^\circ$ . Os resultados obtidos foram devidamente comparados com os casos investigados em (Moreira; Bergmann, 2011), ilustrando com sucesso a aplicação da formulação de síntese para um campo de fase uniforme na abertura. Os resultados forneceram antenas duplo-refletoras ADC e ADE com altas eficiências de radiação, quando comparadas com as suas respectivas configurações clássicas. Além disso, realizou-se um estudo de convergência numérica da técnica. Tais resultados indicaram que as taxas de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ ) para cada geratriz refletora modelada diminuem quando o número de seções cônicas ( $N$ ) aumenta. Esta constatação corroborou os estudos de (Moreira; Bergmann, 2011; Penchel et al., 2018) para a metodologia que utiliza seções cônicas, porém, com parábolas para descrever o refletor principal sintetizado. No entanto, almejava-se que os valores de  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$  para os estudos de caso apresentados fossem menores, propiciando maior robustez ao método de modelagem desenvolvido. Acredita-se que isso não foi possível devido à formulação descrita na Seção 2.2 não ser composta por um conjunto de equações totalmente lineares. Em contrapartida, o procedimento pode ser facilmente empregado para a síntese das presentes antenas com fase não uniforme na abertura.

No Capítulo 3 apresentaram-se diversos estudos de caso, onde as antenas ADC e ADE foram modeladas com fases não uniformes a fim de proverem, segundo os princípios da GO, diagramas de radiação com o feixe modelado em  $-\theta_0 \leq \theta \leq \theta_0$ , tais como o de topo plano e o isoflux. Para tal, foram desenvolvidas novas formulações para a síntese do campo na abertura com fase não uniforme. Este processo baseia-se nos estudos de (Biswas, 2013), mas com algumas modificações: foi incluído o bloqueio na abertura (ou seja,  $-D_B \leq \rho \leq D_B$ ) em tais formulações para obter resultados mais precisos.

De acordo com os resultados propostos nos estudos de caso B.1 –B.8, foi possível verificar que o algoritmo de síntese mostrou-se bastante eficiente empregando as distribuições de fase não uniforme calculadas pelas equações (3.18) e (3.36). As geometrias ADC e ADE modeladas em todas as investigações produziram as especificações desejadas de iluminação com fase não uniforme prescrita em  $T_n$ , conforme os princípios da GO. Portanto, conseguiram prover os diagramas de radiação de topo plano e isoflux em  $-\theta_0 \leq \theta \leq \theta_0$ , como mostrado nas análises do MoM e Ap-M. A utilização do Ap-M foi de fundamental importância para validar as formulações desenvolvidas na Seção 3.2. Além

disso, estabeleceram-se comparações entre os diagramas de radiação determinados via MoM e também Ap-M. Embora apresentaram-se algumas discrepâncias em certas regiões, os resultados foram bastante satisfatórios, somente com a fase não uniforme na abertura do refletor principal.

O Capítulo 4 abordou a síntese óptica das antenas duplo-refletoras OADC e OADE para o controle de amplitude e fase na abertura cilíndrica. Adotando a mesma metodologia do Capítulo 2, apresentaram-se alguns estudos de caso em que as geometrias OADC e OADE foram sintetizadas com fase uniforme sobre a abertura cilíndrica, as quais proveram diagramas de radiação com alta diretividade em  $\theta = 90^\circ$ . Os resultados apresentados foram comparados com os estudos de caso previamente mostrados em (Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007), demonstrando com êxito a aplicação do algoritmo de síntese com fase uniforme sobre a abertura. Além disso, com o auxílio das equações (2.68) e (2.69), mais uma vez foi possível obter os erros RMS para as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados. Novamente, os estudos de convergência indicaram que as taxas de  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$  diminuem quando  $N$  aumenta.

No Capítulo 5 apresentou-se uma nova formulação para o cálculo da distribuição de fase não uniforme adequada para produzir, conforme os princípios da GO, um diagrama de radiação com perfil cossecante-ao-quadrado no plano de elevação. De acordo com os resultados fornecidos pelo Ap-M, foi possível avaliar que as fases não uniformes conseguiram obter o desejado diagrama de radiação cossecante em  $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ . Com isso, o procedimento do Capítulo 4 foi empregado para sintetizar as antenas OADC e OADE com tal distribuição de fase não uniforme. Estas configurações para cobertura omnidirecional proveram as especificações desejadas de iluminação prescrita na abertura cilíndrica, bem como os desejados diagramas de radiação do tipo cossecante-ao-quadrado no plano de elevação.

## 6.2 Propostas de Continuidade da Pesquisa

A presente tese demonstrou que o uso de seções cônicas (especificamente de hipérbolas e elipses) na síntese das antenas duplo-refletoras circularmente simétricas é uma estratégia eficiente, a qual produz resultados bastante satisfatórios. A partir de todos os estudos com distribuições de fases uniforme e não uniforme desenvolvidos nos Capítulos 2 – 5 foi possível comprovar tal afirmação. Inserida neste contexto, a primeira proposta de continuidade da pesquisa é aprimorar as técnicas de síntese propostas nos Capítulos 2 e 4 para formulações mais robustas. Isto é, obter um conjunto de equações totalmente lineares para determinar os parâmetros  $(2c_n, e_n, \beta_n, 2C_n, \epsilon_n$  e  $\gamma_n)$  que descrevem o par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$ . Com isso, espera-se atingir melhorias significativas na convergência numérica dos algoritmos de síntese, obtendo menores taxas de erro RMS ( $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$ ) menores do que aquelas apresentadas nos capítulos supracitados para um

campo na abertura com fase uniforme. Além disso, pretende-se estabelecer comparações com outras técnicas de síntese como, por exemplo, as que empregam ODEs (Galindo, 1964; Moreira; Prata Jr.; Bergmann, 2007) e também seções cônicas (Kim; Lee, 2009; Moreira; Bergmann, 2010; Moreira; Bergmann, 2011), a fim de avaliar a convergência numérica dos algoritmos para a síntese com fase uniforme das geometrias duplo-refletoras investigadas nos Capítulos 2 e 4. Para desenvolver tal estudo, é necessário determinar  $E_{RMS_{sub}}$  e  $E_{RMS_{main}}$  para as geratrizes do sub-refletor e do refletor principal modelados em função de  $N$  utilizando as equações (2.68) e (2.69), respectivamente.

Uma outra proposta para trabalhos futuros é adaptar a formulação de síntese das antenas duplo-refletoras omnidirecionais apresentada no Capítulo 4 para as duas opções de mapeamento definidas em (Moreira; Bergmann, 2006). Nessa situação o ângulo  $\gamma$  é arbitrário, impondo uma abertura cônica, o que difere dos casos estudados nos Capítulos 4 e 5 em que a abertura é cilíndrica (isto é,  $\gamma = 90^\circ$ ). Tendo uma formulação genérica, é possível propor estudos de caso para  $\gamma = 102^\circ$ , permitindo a possibilidade de comparar com os resultados de (Penchel et al., 2018).

Em relação aos estudos desenvolvidos nos Capítulos 3 e 5, pretende-se dar continuidade às investigações de (Biswas, 2013) com o desenvolvimento de novos procedimentos para a síntese do campo na abertura com distribuições não uniformes de amplitude e fase. Tais distribuições devem ser adequadas para proverem os diagramas de radiação de topo plano, isoflux e cossecante-ao-quadrado, conforme os princípios da GO. Com a distribuição de amplitude ( $I_n$ ) variando ao longo da abertura, as ferramentas relatadas nas Seções 3.2 e 5.2 para o cálculo de  $\psi(\xi)$  não serão tão simples. Porém, é esperado que os desejados diagramas de radiação concordem com as aproximações ideais da GO com menos oscilações. Outro fator a se considerar é que o formalismo para determinar o campo elétrico radiado na região de campo distante empregando o Ap-M deve ser alterado, pois a distribuição de amplitude na abertura não será mais constante.

## Referências

- Abramowitz, M.; Stegun, I. *Handbook of Mathematical Functions*. : United States Department Commerce, 1964.
- Balanis, C. *Antennas Theory: Analysis and Design*. 4. ed. New York: John Wiley & Sons, 2016.
- Bergmann, J. R.; Hasselmann, F. J. V.; Branco, M. G. C. A single-reflector design for omnidirectional coverage. *Microwave and Optical Technology Letters*, v. 24, n. 6, p. 426–429, March 2000.
- Bergmann, J. R.; Moreira, F. J. S. Antena duplo-refletora omnidirecional ADE modelada para cobertura uniforme. In: *13o. Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica & 8o. Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo (MOMAG 2008)*. 2008. p. 593–596.
- Bergmann, J. R.; Moreira, F. J. S. Bandwidth behavior of omnidirectional dual-reflector antennas synthesized for uniform coverage. *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Eletromagnetic Applications*, v. 8, n. 1, p. 1S–8S, June 2009.
- Bergmann, J. R.; Moreira, F. J. S. Omnidirectional ADE antenna with GO shaped main reflector for arbitrary far-field pattern in the elevation plane. *IET Microwaves, Antennas and Propagation*, v. 3, n. 5, p. 1028–1035, October 2009.
- Besso, L.; Billis, R.; Brachat, R.; Vallauri, R. A millimetric wave omnidirectional antenna with cossecant square elevation. In: *10th International Conference on Antennas and Propagation - ICAP*. 1997. p. 448–451.
- Biswas, M. *An aperture synthesis technique for cylindrical printed lens/transmitarray antennas with shaped beams*. Dissertação (Mestrado) — Ottawa-Carleton Institute for Electrical and Computer Engineering, Faculty of Engineering, University of Ottawa, Ottawa, Canadá, 2013.
- Brickell, F.; Marder, L.; Westcott, B. S. The geometrical optics design of reflectors using complex coordinates. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, v. 10, n. 2, p. 245–260, February 1977.
- Brickell, F.; Westcott, B. S. Phase and power density distributions on plane apertures of reflector antennas. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, v. 11, n. 4, p. 777–789, 1978.
- Carvalho, R. N. B. *Análise no domínio do tempo de antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil, Belo Horizonte, Brasil, 2018.
- Carvalho, R. N. B.; Faria, T. V. B.; Moreira, F. J. S.; Rego, C. G. GO aperture and radiated fields of classical omnidirectional axis-displaced dual-reflector antennas. *AEÜ–International Journal of Electronics and Communications*, v. 99, p. 40–47, February 2019.

- Chakraborty, A.; Das, B.; Sanyal, G. Determination of phase functions for a desired one-dimensional pattern. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 29, n. 3, p. 502–506, 1981.
- Chakraborty, A.; Das, B.; Sanyal, G. Beam shaping using nonlinear phase distribution in a uniformly spaced array. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 30, n. 5, p. 1031–1034, 1982.
- Chang, Y. C.; Im, M. J. Synthesis and analysis of shaped ADE reflectors by ray tracing. In: *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*. 1995.
- Coleman, T. F.; Li, Y. An interior trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds. *SIAM Journal on Optimization*, v. 6, n. 2, p. 418–445, May 1996.
- Collins, G. W. Shaping of subreflectors in Cassegrainian antennas for maximum aperture efficiency. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 21, n. 3, p. 309–313, May 1973.
- Cutler, C. C. Parabolic-antenna design for microwaves. *Proceedings of the IRE*, v. 35, n. 11, p. 1284–1294, November 1947.
- Elliot, R. S.; Stern, G. L. Shaped patterns from a continuous planar aperture distribution. *IEE Proceedings H - Microwaves, Antennas and Propagation*, v. 135, n. 6, p. 366–370, December 1988.
- Fang, J.; Zhao, Y.; Lin, W. Design of a dual-reflector antennas with nonuniform amplitude and phase distributions. *Microwave and Optical Technology Letters*, v. 12, n. 1, p. 45–47, May 1996.
- Faria, T. V. B.; Moreira, F. J. S. Main reflector synthesis of omnidirectional reflector antennas using elliptical sections. In: *SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference 2015 (IMOC 2015)*. 2015.
- Faria, T. V. B.; Moreira, F. J. S. New technique for shaping axisymmetric dual-reflector antennas using conic sections to control aperture illumination. *IET Microwaves, Antennas and Propagation*, v. 14, n. 12, p. 1310–1315, October 2020.
- Filgueiras, H. R.; Borges, R. M.; Melo, M. C.; Bradao, T. H.; Sodre, A. C. Dual-band wireless fronthaul using a FSS-based focal point/Cassegrain antenna assisted by an optical midhaul. *IEEE Access*, v. 7, p. 112578–112587, August 2019.
- Forouzan, B. A. *Data Communications and Networking*. 4. ed. : McGraw-Hill, 2007.
- Galindo, V. Design of dual reflector antennas with arbitrary phase and amplitude distributions. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 12, n. 4, p. 403–408, July 1964.
- Galindo, V.; Imbriale, W. A.; Mittra, R. On the theory of the synthesis of single and dual offset shaped reflector antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 35, n. 8, p. 887–896, August 1987.
- Galindo, V.; Mittra, R.; Cha, A. G. Aperture amplitude and phase control of offset dual reflectors. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 27, n. 2, p. 154–164, March 1979.



- Hannan, P. W. Microwave antennas derived from the Cassegrain telescope. *IRT Transactions on Antennas and Propagation*, v. 9, n. 2, p. 140–153, March 1961.
- Harrington, R. F. *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*. : McGraw-Hill Book Co., New York, 1961.
- Harrington, R. F. *Field Computation by Moment Method*. New York: IEEE Press, 1993.
- Hertz, H. R. *Electric Waves*. London: Macmillan & Co., 1893.
- Imbriale, W. A. Evolution of the large deep space network antennas. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, v. 33, n. 6, p. 7–19, December 1991.
- Johns, S. L.; Prata Jr., A. An improvement raised-cosine feed model of reflector antennas applications. In: *IEEE AP-S International Symposium*. 1994. p. 970–973.
- Júnior, H. A. *Síntese de antena duplo-refletora com diagrama de radiação isoflux*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil, Belo Horizonte, Brasil, 2022.
- Kildal, P.-S. *Foundations of Antenna Engineering: A Unified Approach for Line-of-Sight and Multipath*. : Kildal Antenn AB, Gothenburg, Sweden, 2015.
- Kim, Y.; Lee, T. Shaped circularly symmetric dual reflector antennas combining local conventional dual reflector systems. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 57, n. 1, p. 47–56, January 2009.
- Kim, Y.; Lee, T. H. A new shaping method for circularly symmetric dual reflector antennas. In: *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*. 2005. p. 470–473.
- Kimber, B. Y. On two reflector antennas. *Radio Engineering Electronics Physics*, v. 6, p. 914–921, June 1962.
- Lee, C. S. A simple method of dual-reflector geometrical optics synthesis. *Microwave and Optical Technology Letters*, v. 1, n. 10, p. 367–371, December 1988.
- Levenberg, K. A method for the solution of certain problems in least-squares. *Quarterly Applied Mathematics*, v. 2, n. 2, p. 164–168, 1944.
- Ludwig, C. A. The definition of cross polarization. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 21, n. 1, p. 116–119, January 1973.
- Marquardt, D. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal Applied Mathematics*, v. 11, p. 431–441, 1963.
- Mathworks. *Global Optimization Toolbox User's Guide*. : Natick, Massachusetts: The Math Works. Inc. Disponível em: <http://www.mathworks.com/products/matlab/>, 2016.
- Meng, X. *A synthesis technique for radial line slot array antennas with isoflux radiation patterns*. Dissertação (Mestrado) — Ottawa-Carleton Institute for Electrical and Computer Engineering, Faculty of Engineering, University of Ottawa, Ottawa, Canadá, 2009.

- Moreira, F. J. S. *Design and rigorous analysis of generalized axially-symmetric dual-reflector antennas*. Tese (Doutorado) — Departament of Electrical Engineering–Electrophysics, University of Southern California, Los Angeles, EUA, EUA, August 1997.
- Moreira, F. J. S.; Bergmann, J. R. Classical axis-displaced dual-reflector antennas for omnidirectional coverage. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 53, n. 9, p. 2799–2808, September 2005.
- Moreira, F. J. S.; Bergmann, J. R. Axis-displaced dual-reflector antennas for omnidirectional coverage with arbitrary main-beam direction in the elevation plane. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 54, n. 10, p. 2854–2861, October 2006.
- Moreira, F. J. S.; Bergmann, J. R. Omnidirectional dual-reflector shaping by concatenating conic sections. In: *4th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP) 2010*. 2010.
- Moreira, F. J. S.; Bergmann, J. R. Shaping axis-symmetric dual-reflector antennas by combining conic sections. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 59, n. 3, p. 1042–1046, March 2011.
- Moreira, F. J. S.; Lee, S. H.; Prata Jr., A. *Rigorous analysis of circularly-symmetric dual-reflector antenna systems*. : Final Report, USC, Dept. Electrical Engineering, Los Angeles, CA, 1997.
- Moreira, F. J. S.; Prata Jr., A. Generalized classical axially symmetric dual-reflector antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 49, n. 04, p. 547–554, April 2001.
- Moreira, F. J. S.; Prata Jr., A.; Bergmann, J. R. GO shaping of omnidirectional dual-reflector antennas for a prescribed equi-phase aperture field distribution. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 55, n. 1, p. 99–106, January 2007.
- Narasimhan, M. S.; Ramanujam, P.; Raghavan, K. GTD analysis of the radiation patterns of a shaped subreflector. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 29, n. 5, p. 792–795, September 1981.
- Norris, A. P.; Waddoup, W. D. A millimetric wave omnidirectional antenna with prescribed elevation plane. In: *4th International Conference on Antennas and Propagation - ICAP*. 1985. p. 141–145.
- Oliker, V. A rigorous method for synthesis of offset shaped reflector antennas. *Computing Letters*, v. 2, p. 1–23, May 2006.
- Orefice, M.; Pirinoli, P. Dual reflector antenna with narrow broad-side beam for omnidirectional coverage. *Electronics Letters*, v. 29, n. 25, p. 2158–2159, December 1993.
- Penchel, R. A. *Síntese de antenas refletoras utilizando seções cônicas e superfícies quádricas confocais*. Tese (Doutorado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, Dezembro 2014.

- Penchel, R. A.; Bergmann, J. R.; Moreira, F. J. S. Main-reflector shaping of omnidirectional dual reflectors using local conic sections. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 61, n. 8, p. 4379–4383, August 2013.
- Penchel, R. A.; Bergmann, J. R.; Moreira, F. J. S. Shaping single offset reflector antennas using local axis-displaced confocal quadrics. *International Journal of Antennas and Propagation*, v. 2016, p. 9 pages, December 2016.
- Penchel, R. A.; Zang, S. R.; Bergmann, J. R.; Moreira, F. J. S. Synthesis and rigorous analysis of omnidirectional dual-reflector antennas with shaped main reflector described by local conic sections. In: *7th Loughborough Antennas & Propagation Conference (LAPC 2011)*. 2011.
- Penchel, R. A.; Zang, S. R.; Bergmann, J. R.; Moreira, F. J. S. Omnidirectional dual-reflector antennas for high directivity over wideband in millimeter waves. In: *11th European Conference on Antennas and Propagation (EuCaP 2017)*. 2017. p. 2104–2108.
- Penchel, R. A.; Zang, S. R.; Bergmann, J. R.; Moreira, F. J. S. GO shaping of omnidirectional dual-reflector antennas with arbitrary main-beam direction in elevation plane by connecting conic sections. *International Journal of Antennas and Propagation*, v. 2018, p. 1–9, 2018.
- Penchel, R. A.; Zang, S. R.; Bergmann, J. R.; Moreira, F. J. S. Design of wideband omnidirectional dual-reflector antennas in mm-waves. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, v. 18, n. 5, p. 906–910, May 2019.
- Pino, A. G.; Acuna, M. A. An omnidirectional dual-shaped reflector antenna. *Microwave and Optical Technology Letters*, v. 27, n. 5, p. 371–374, December 2000.
- Rappaport, T. S. *Wireless Communications-Principles and Practice*. 2. ed. : Prectice-Hall, 2002.
- Rappaport, T. S.; MacCartney, G. R.; Samimi, M. K.; Sun, S. Wideband millimeter-wave propagation measurements and channel models for future wireless communication system design. *IEEE Transactions on Communications*, v. 63, n. 9, p. 3029–3055, September 2015.
- Rappaport, T. S.; Murdock, J. N.; Gutierrez, F. State of the art in 60-GHz integrated circuits and systems for wireless communications. *Proceedings of the IEEE*, v. 99, n. 8, p. 1390–1436, August 2011.
- Rudge, A. W.; Adatia, N. A. Offset parabolic-reflector antennas: a review. *Proceedings of the IEEE*, v. 66, n. 12, p. 1592–1618, December 1978.
- Rusch, W. V. T. The current state of the reflector antenna art. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 32, n. 4, p. 313–329, April 1984.
- Schiller, J. *Mobile Communication*. 2. ed. : Pearson, 2004.
- Silver, S. *Microwave Antenna Theory and Design*. : IEE Electromagnetic Wave Series Vol. 19, Peter Peregrinus (on behalf of the IEE), 1984.
- Stutzman, W. L.; Thiele, G. A. *Antennas Theory and Design*. 3. ed. : John Wiley & Sons, 2012.

- Teixeira, F. L.; Moreira, F. J. S.; Pereira-Filho, O. M. Electromagnetic wave propagation. In: Chang, K. *Encyclopedia of RF and Microwave Engineering*. New York: Wiley-Interscience, 2005. v. 2, p. 1280–1295.
- Westcott, B. S. *Shaped Reflector Antenna Design*. New York: Research Studies, 1983.
- Westcott, B. S.; Graham, R. K.; Wolton, I. C. Synthesis of dual-offset reflectors for arbitrary aperture shapes using continuous domain deformation. *IEE Proceedings H - Microwaves, Optics and Antennas*, v. 133, n. 1, p. 57–64, February 1986.
- Westcott, B. S.; Norris, A. P. Reflector synthesis for generalized far-fields. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, v. 8, n. 4, p. 521–532, April 1975.
- Westcott, B. S.; Stevens, F. A.; Brickell, F. GO synthesis of offset dual reflector. *IEE Proceedings H - Microwaves, Optics and Antennas*, v. 128, n. 1, p. 11–18, February 1981.
- Williams, W. F. High efficiency antenna reflector. *Microwave Journal*, v. 8, n. 7, p. 79–82, July 1965.
- Yilmaz, T.; Akan, O. B. State-of-the-art and research challenges for consumer wireless communication at the 60 GHz. *IEEE Transactions on Consumer and Electronics*, v. 62, n. 3, p. 216–225, August 2016.

# Apêndices

# APÊNDICE A – Notação em Coordenadas Complexas

## A.1 Introdução

Neste apêndice são introduzidas algumas demonstrações matemáticas da notação em coordenadas estereográficas complexas. Tais equações são fundamentais para o desenvolvimento das formulações de síntese da GO das antenas duplo-refletoras circularmente simétricas apresentadas nos Capítulos 2 e 4.

## A.2 Demonstrações Matemáticas

Conforme demonstrado por alguns autores, tais como (Brickell; Marder; Westcott, 1977; Galindo; Mittra; Cha, 1979; Westcott, 1983; Penchel; Bergmann; Moreira, 2013; Penchel; Bergmann; Moreira, 2016), grandes simplificações algébricas podem ser realizadas com a utilização de coordenadas complexas nos problemas que abordam a modelagem de superfícies refletoras *offset* e circularmente simétricas.

Em linhas gerais, pode-se representar matematicamente a coordenada complexa ( $\eta$ ) associada as respectivas coordenadas esféricas usuais como (Westcott, 1983):

$$\eta = \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{j\phi}, \quad (\text{A.1})$$

onde  $\theta$  e  $\phi$  são as coordenadas esféricas usuais, representando a direção de incidência ou reflexão de um raio sobre a superfície de um refletor.

De modo análogo, é conveniente expressar o complexo conjugado da coordenada complexa  $\eta$  associada às coordenadas esféricas usuais de (A.1) como:

$$\bar{\eta} = \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-j\phi}. \quad (\text{A.2})$$

Fazendo-se a multiplicação entre (A.1) e (A.2), é possível mostrar que:

$$1 = |\eta|^2 \left[ \frac{\text{sen}(\theta/2)}{\text{cos}(\theta/2)} \right]^2. \quad (\text{A.3})$$

Manipulando a equação (A.3), obtêm-se as seguintes relações:

$$\cos \theta = \frac{|\eta|^2 - 1}{|\eta|^2 + 1}, \quad (\text{A.4})$$

$$\text{sen } \theta = \frac{2|\eta|}{|\eta|^2 + 1}. \quad (\text{A.5})$$

Estas expressões associam a coordenada complexa ( $\eta$ ) com a esférica ( $\theta$ ). É importante enfatizar que as antenas refletoras investigadas neste estudo possuem simetria circular e, assim, o presente problema é particularizado no plano  $\phi = 0$ . Como consequência desta característica, a equação descrita em (A.1) é reescrita da seguinte maneira:

$$\eta = \cot \left( \frac{\theta}{2} \right). \quad (\text{A.6})$$

Maiores detalhes desta formulação de coordenadas estereográficas complexas é apresentado em (Westcott, 1983).

# APÊNDICE B – Relações Angulares Utilizadas para o Par de Seções Cônicas nas Antenas Duplo-Refletoras Circularmente Simétricas de Eixo Deslocado

## B.1 Introdução

O processo para a obtenção das relações matemáticas entre as direções de incidência e reflexão considerando-se o par de seções cônicas  $S_n$  e  $M_n$  é apresentado neste apêndice. Tais equações são formuladas em termos dos parâmetros de  $S_n$  e  $M_n$ , conforme a Figura B.1.

## B.2 Equação que Associa as Direções de Incidência ( $\theta_F$ ) e Reflexão ( $\theta_M$ ) da Seção Cônica ( $S_n$ ) do Sub-Refletor

Para a formulação do novo procedimento de síntese proposto no presente trabalho, é necessário obter uma expressão matemática que associa a direção de incidência ( $\theta_F$ ) dos raios do alimentador (origem  $O$ ) à direção de reflexão ( $\theta_M$ ) pela seção cônica ( $S_n$ ) que descreve a geatriz do sub-refletor modelado para  $n = 1, \dots, N$ .

Pelas propriedades das cônicas confocais, mostra-se que (Moreira, 1997; Moreira; Prata Jr., 2001):

$$\tan\left(\frac{\theta_F - \beta_n}{2}\right) = \left(\frac{1 - e_n}{1 + e_n}\right) \tan\left(\frac{\zeta}{2}\right), \quad (\text{B.1})$$

em que  $\beta_n$  é o ângulo de inclinação do eixo da cônica relativo ao eixo  $Z$  e  $e$  é a excentricidade referente à seção cônica  $S_n$ . De acordo com a Figura B.1, observe que o ângulo  $\zeta$  é definido a seguir como:

$$\zeta = \pi - \theta_M + \beta_n. \quad (\text{B.2})$$

Substituindo (B.2) em (B.1), obtém-se:



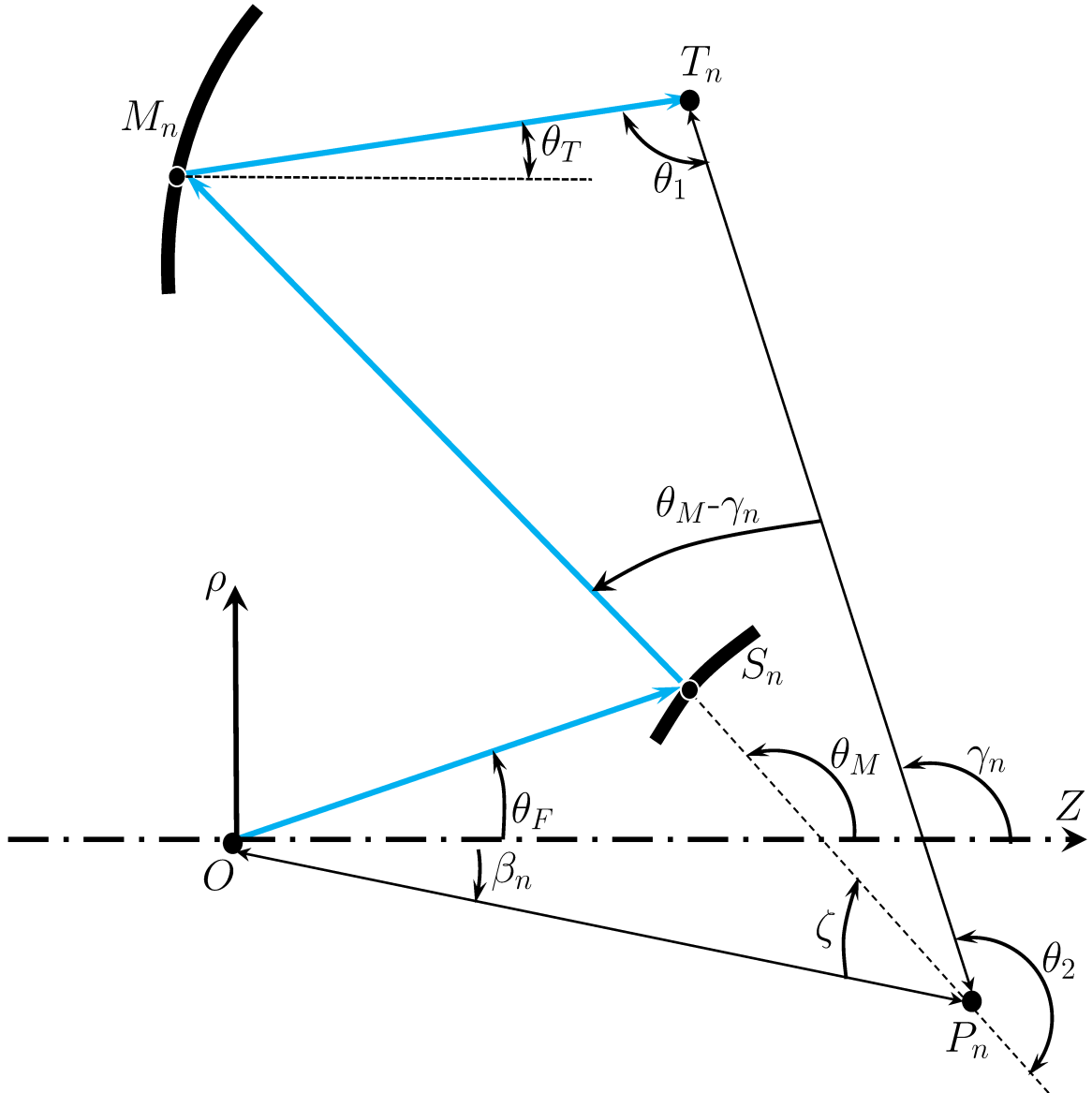


Figura B.1 – Relação angular que associa as direções de incidência e reflexão para o par de seções cônicas de uma configuração duplo-refletora circularmente simétrica de eixo deslocado.

$$\tan\left(\frac{\beta_n - \theta_F}{2}\right) = \left(\frac{e_n - 1}{e_n + 1}\right) \cot\left(\frac{\beta_n - \theta_M}{2}\right). \quad (\text{B.3})$$

Para  $\theta_{F_{n-1}} \leq \theta_F \leq \theta_{F_n}$  e  $\theta_{M_{n-1}} \leq \theta_M \leq \theta_{M_n}$ , a equação (B.3) representa a relação entre as direções de incidência ( $\theta_F$ ) e reflexão ( $\theta_M$ ) dos raios considerando-se a seção cônica  $S_n$  do sub-refletor modelado, conforme ilustrado na Figura B.1. Conseqüentemente, é possível utilizar (B.3) nas formulações de síntese do presente trabalho para expressar  $\theta_M$  em termos dos coeficientes  $b_n$  e  $d_n$  da equação polar da cônica  $S_n$ .

### B.3 Equação que Associa as Direções de Incidência ( $\theta_M$ ) e Reflexão ( $\theta_T$ ) da Seção Elíptica ( $M_n$ ) do Refletor Principal

A expressão matemática descrita em (B.1) pode ser adaptada para a seção de elipse ( $M_n$ ) que define localmente a geratriz do refletor principal modelado. Neste caso, (B.1) é reescrita como:

$$\tan\left(\frac{\theta_1}{2}\right) = \left(\frac{1 - \epsilon_n}{1 + \epsilon_n}\right) \tan\left(\frac{\theta_2}{2}\right), \quad (\text{B.4})$$

em que  $\theta_1$  representa o ângulo entre o eixo de  $M_n$  e o segmento do ponto no refletor principal ao foco  $T_n$  na abertura,  $\theta_2$  representa o ângulo entre o eixo de  $M_n$  e o segmento entre  $P_n$  e  $T_n$  (ver Figura B.1) e  $\epsilon_n$  é a excentricidade da  $n$ -ésima seção de elipse para a qual  $0 < \epsilon_n < 1$ .

Através da Figura B.1, pode-se extrair que os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são equacionados por:

$$\pi = \theta_1 + \theta_T + (\pi - \gamma_n) \quad (\text{B.5a})$$

$$\theta_1 = \gamma_n - \theta_T, \quad (\text{B.5b})$$

onde  $\theta_T$  é a direção dos raios refletidos pela seção de elipse  $M_n$  e  $\gamma_n$  é o ângulo de inclinação do eixo de tal cônica em relação ao eixo de simetria (eixo  $Z$ ) do sistema duplo-refletor, como mostrado na Figura B.1. Além disso, observe que:

$$\pi - \theta_2 = \theta_M - \gamma_n \quad (\text{B.6a})$$

$$\theta_2 = \pi + \gamma_n - \theta_M. \quad (\text{B.6b})$$

Substituindo (B.5b) e (B.6b) em (B.4) e desenvolvendo as devidas manipulações algébricas, é possível encontrar:

$$\tan\left(\frac{\gamma_n - \theta_T}{2}\right) = \left(\frac{\epsilon_n - 1}{\epsilon_n + 1}\right) \cot\left(\frac{\gamma_n - \theta_M}{2}\right). \quad (\text{B.7})$$

Consequentemente:

$$\frac{1}{\eta(\gamma_n - \theta_T)} = \left(\frac{\epsilon_n - 1}{\epsilon_n + 1}\right) \eta(\gamma_n - \theta_M) \quad (\text{B.8})$$

tal que  $\theta_{T_{n-1}} \leq \theta_T \leq \theta_{T_n}$  e  $\theta_{M_{n-1}} \leq \theta_M \leq \theta_{M_n}$ . A expressão (B.8) associa matematicamente

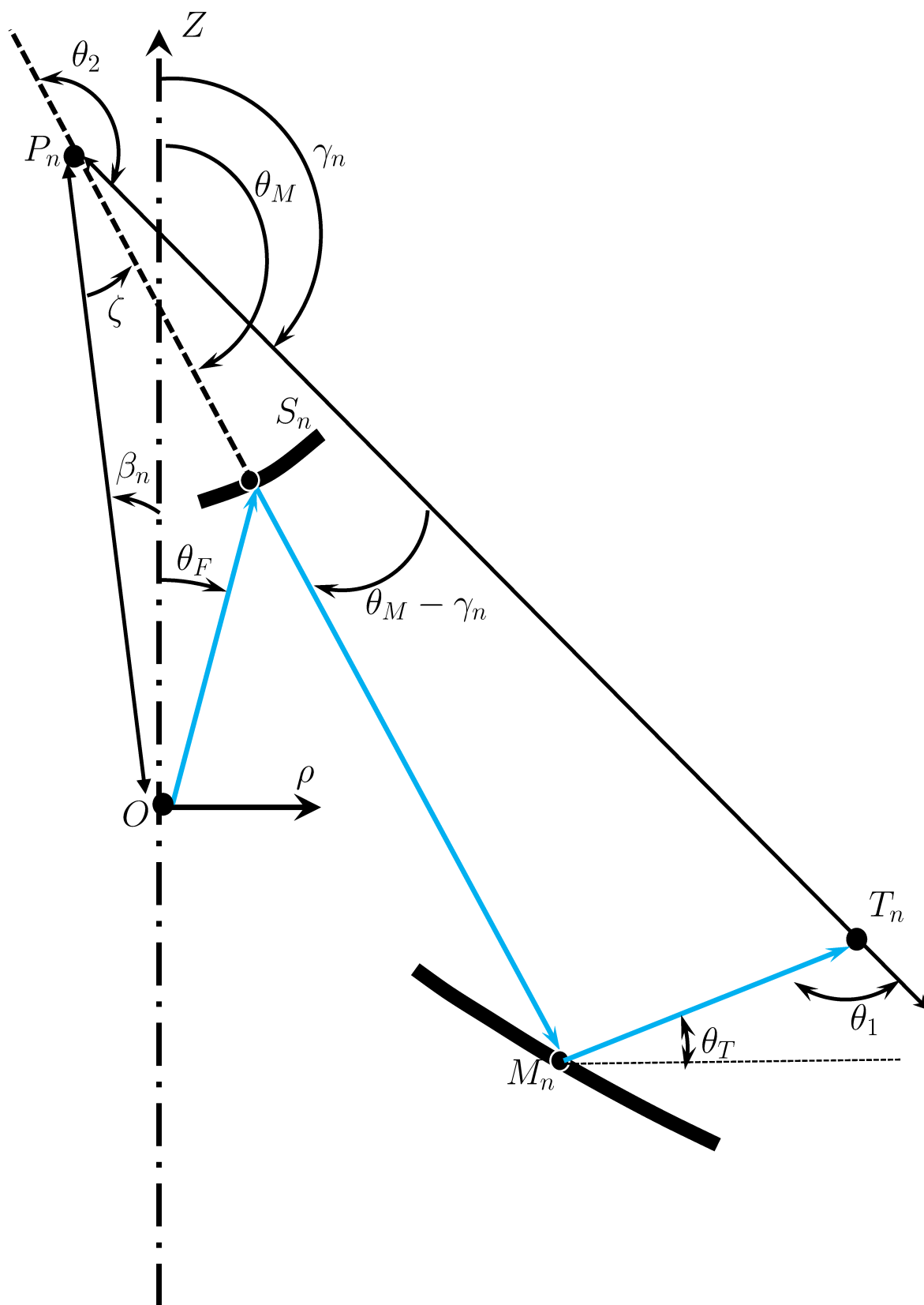


Figura B.2 – Relação angular que associa as direções de incidência e reflexão para o par de seções cônicas de uma configuração duplo-refletora para cobertura omnidirecional.

o mapeamento  $\theta_M \rightarrow \theta_T$  do raio incidente em  $M_n$  e refletido por tal seção elíptica ao foco  $T_n$  na abertura do refletor principal.

Além das demonstrações desenvolvidas neste Apêndice B, é importante mencionar que as equações (B.3) e (B.7) também podem ser empregadas à técnica de síntese das antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional. Isto acontece, pois pela Figura B.2 pode-se extrair as mesmas relações (B.2), (B.5b) e (B.6b).