

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
Faculdade de Educação  
Programa de Pós-Graduação em Educação e Docência

ANA LUIZA BARBOSA REGO

**POSSIBILIDADES PEDAGÓGICAS DO USO DA FOTOGRAFIA: uma proposta para  
ensinar Geometria no Ensino Fundamental II**

Belo Horizonte

2023

ANA LUIZA BARBOSA REGO

**POSSIBILIDADES PEDAGÓGICAS DO USO DA FOTOGRAFIA: uma proposta para ensinar Geometria no Ensino Fundamental II**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Educação e Docência/ Mestrado Profissional da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Educação e Docência.

Linha de Pesquisa: Educação Matemática

Orientador: Diogo Alves de Faria Reis

Belo Horizonte

2023

R343p  
T

Rego, Ana Luiza Barbosa, 1996-

Possibilidades pedagógicas do uso da fotografia [manuscrito] : uma proposta para ensinar geometria no ensino fundamental II / Ana Luiza Barbosa Rego. - Belo Horizonte, 2023.

146 f. : enc, il., color.

Dissertação -- (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

Orientador: Diogo Alves de Faria Reis.

Bibliografia: f. 93-94.

Apêndices: f. 95-146.

1. Educação -- Teses. 2. Matemática (Ensino fundamental) -- Estudo e ensino -- Teses. 3. Matemática (Ensino fundamental) -- Métodos de ensino -- Teses. 4. Matemática -- Estudo e ensino -- Meios auxiliares -- Teses. 5. Geometria -- Estudo e ensino (Ensino fundamental) -- Teses. 6. Fotografia -- Estudo e ensino (Ensino fundamental) -- Teses. 7. Ensino visual -- Teses. 8. Educação matemática -- Teses.

I. Título. II. Reis, Diogo Alves de Faria. III. Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

CDD- 516.007

**Catálogo da fonte: Biblioteca da FaE/UFMG (Setor de referência)**

Bibliotecário: Ivanir Fernandes Leandro CRB: MG-002576/O



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA/MP**



## **ATA DA DEFESA DA DISSERTAÇÃO DA ALUNA ANA LUÍZA BARBOSA RÊGO**

Realizou -se, no dia 30 de janeiro de 2023, às 09:00 horas, por videoconferência, a 385<sup>a</sup> defesa de dissertação, intitulada *Possibilidades pedagógicas do uso da Fotografia: uma proposta para ensinar Geometria no Ensino Fundamental II*, apresentada por ANA LUÍZA BARBOSA RÊGO, número de registro 2020664121, graduada no curso de MATEMÁTICA, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA, à seguinte Comissão Examinadora: Prof. Diogo Alves de Faria Reis - Orientador (Universidade Federal de Minas Gerais), Prof(a). Denise Alves de Araujo (Universidade Federal de Minas Gerais), Prof(a). Samira Zaidan (Universidade Federal de Minas Gerais).

A Comissão considerou a dissertação:

**Aprovada**

Reprovada

Aprovada com indicação de correções

A Banca sugeriu e o candidato acatou a mudança do título da dissertação para:

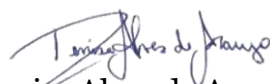
---

---

Finalizados os trabalhos, lavrei a presente ata que, lida e aprovada, vai assinada por mim e pelos membros da Comissão.

Belo Horizonte, 30 de janeiro de 2023.

Prof(a). Diogo Alves de Faria Reis ( Doutor )



Prof(a). Denise Alves de Araujo ( Doutora )



Prof(a). Samira Zaidan ( Doutora )

## AGRADECIMENTOS

Quando entrei no mestrado me imaginei escrevendo os agradecimentos, o texto era lindo. Hoje, me foge à mente. O meu primeiro pensamento nesse momento, vai para minha mãe. Então, começaremos por aí.

Minha mãe é a razão do meu, na maioria das vezes, sucesso acadêmico. Dona Helaine abriu mão de tudo, de si, para que minha irmã e eu tivéssemos as oportunidades que ela não teve. Não consegui nos colocar em escola particular, mas sempre dizia: “não precisa fazer nada em casa, só estudar”. Pois bem, estudei. Me formei professora, me descobri pesquisadora. Tudo isso com a mão de minha mãe me sustentando. Se tive forças para chegar aqui, é porque ela me doou metade do que tinha.

Minha irmã cresceu para ser minha parceira. Gabriela é a parte irreverente da minha vida, é quem eu procuro quando preciso me desligar da pesquisa, do trabalho. E isso renova minhas forças para começar de novo. Todo novo capítulo reestruturado vem depois do sorriso com ela.

Meu pai, que sempre fez questão de não deixar faltar nada. Trabalhou tanto, amenizando o fardo para nós. Tudo que ele fez por mim, todas as concessões, todas as caronas, toda confiança em mim, me fez mais forte.

Meu marido, Wansub, mudou de país para investir no sonho do mestrado comigo. Não teve dúvidas ao se mudar para o Brasil para que eu pudesse me tornar mestre. Não houve um dia em que duvidasse que eu o concluiria. Não reclamou, não protestou, não quis voltar. Mesmo quando eu estava concentrada demais na dissertação. Mesmo quando eu o acordava cedo, sem querer, para sair a campo.

Minha tia Lili e meu tio Léo, sempre se orgulharam de mim, como pais. Sempre estiveram dispostos a me ajudar, sempre se preocuparam. Sempre me amaram.

Vovó, que não me viu formar na faculdade, não me viu entrar no mestrado. Não me viu casar, não vai conhecer meus filhos, mas é por ela, também, que eu quis ser mestre.

Anna Maria, minha melhor amiga. Minha maior fã, assim como sou dela. O oposto de tudo que sou e, mesmo assim, a parte mais bonita de mim. Minha colega de profissão, meu ombro para chorar.

Vitória, Letícia, Alan, Frederico, Laís, Marcela, Pedro, Brenda, Ana Clara. Todos que seguraram minhas mãos, de forma figurativa ou não. Todos que me fizeram ver que não estava sozinha.

Meu orientador, Diogo. Ele, que me apresentou o mundo da docência. Me ensinou a ser professora, me ensinou a ser pesquisadora, me ensinou a me entender profissionalmente. Observar a paixão dele ao ensinar me fez querer ser assim. Quando o conheci era apenas uma menina na graduação. Bem tímida, bem séria, bem quieta. Diogo me empurrou, quase que literalmente, confiando que por trás da minha fachada eu saberia o que fazer. E soube, na maioria das vezes. Quando não sabia, ele estava lá pra orientar e puxar a orelha. Meu mentor de profissão, meu orientador de pesquisa. Nossa relação não mudou ao longo dos anos e ele seguiu me mostrando o caminho, me vendo através da fachada e sabendo o que eu poderia me tornar.

Para cada uma dessas pessoas citadas, fica o meu agradecimento. Fica o meu sorriso, depois de mostrar a vocês tantas lágrimas. Cada página dessa dissertação foi escrita por vocês também. Cada página foi escrita pensando em vocês.

A banca, Samira, Denise, Ana Rafaela e Warley, obrigada por se dedicarem ao meu trabalho, pelo cuidado na leitura, nas considerações, nas palavras comigo. Obrigada pelos conselhos e por se importarem. Obrigada pelo profissionalismo, pela clareza e delicadeza.

A mim, também. Obrigada por não desistir. Obrigada por ir atrás do que quer.

*“Quem não gosta de esperar não pode ser fotógrafo” Sebastião Salgado*

*E nem professor...*



## RESUMO

A Fotoeducação Matemática promove o desenvolvimento da curiosidade matemática e pode despertar a criatividade do estudante no campo matemático por meio da fotografia. Utilizando de valores cognitivos, estéticos e criativos, atividades cuidadosamente planejadas com foco na educação matemática e apoiadas pela fotografia podem desenvolver o processo de visualização e reconhecimento de objetos matemáticos. Tal contexto justifica a apresentação dessa pesquisa de mestrado no Programa de Mestrado Profissional PROMESTRE UFMG, que busca compreender e analisar o uso da fotografia como ferramenta didática para ensinar geometria no Ensino Fundamental II, investigando como o desenvolvimento de uma sequência didática que aborda conceitos geométricos por meio da fotografia, para turmas do 8º ano do Ensino Fundamental, pode contribuir para o aprendizado de geometria desses estudantes. A sequência didática foi elaborada na perspectiva da Fotoeducação Matemática, à luz de Malgorzata Makiewicz, além das diretrizes da BNCC (2018) para o ensino de Geometria. Nesse sentido, a sequência didática foi formulada de maneira a explorar as temáticas de figuras geométricas planas e espaciais e proporção. A sequência foi aplicada de forma presencial, por meio de oito encontros de cinquenta minutos cada, em uma turma com cerca de vinte e cinco alunos. Após a aplicação de resultados, foi feita uma análise de natureza qualitativa e descritiva das discussões levantadas durante as aulas. Como resultado, percebemos que os encontros impactaram de forma positiva o interesse dos estudantes pela Matemática. Conceitos de figuras geométricas e seus elementos foram, em sua maioria, apreendidos e aplicados de forma correta. Por fim, espera-se que esse trabalho e seus resultados também sirvam de estímulo e auxílio para outros professores que desejem trabalhar conceitos geométricos à luz da fotografia.

Palavras-chave: Fotoeducação Matemática, Fotografia, Geometria, Ensino Fundamental, Educação Matemática.

## **ABSTRACT**

Mathematics Photoeducation promotes the development of mathematics curiosity and can awaken student's creativity in the mathematical field through photography. Using cognitive, aesthetic and creative values, carefully planned activities focused on mathematics education and supported by photography can develop the process of visualization and recognition of mathematical objects. This context justifies the presentation of this master's research in the Professional Master's Program PROMESTRE UFMG, which seeks to understand and analyze the use of photography as a didactic tool to teach geometry in Elementary School II, investigating how the development of a didactic sequence that addresses geometric concepts by photography, for 8th grade elementary school classes, can contribute to the geometry learning of these students. The didactic sequence was elaborated from the perspective of Mathematical Photoeducation, in the light of Malgorzata Makiewicz, in addition to the guidelines of the BNCC (2018) for the teaching of Geometry. In this sense, the didactic sequence was formulated in order to explore the themes of flat and spatial geometric figures and proportion. The sequence was applied face-to-face, through eight meetings of fifty minutes each, in a class of about twenty-five students. After applying the results, a qualitative and descriptive analysis of the discussions raised during the classes was carried out. As a result, we realized that the meetings had a positive impact on students' interest in Mathematics. Concepts of geometric figures and their elements were mostly learned and applied correctly. Finally, it is hoped that this work and its results will also serve as a stimulus and help for other teachers who wish to work on geometric concepts in the light of photography.

**Keywords:** Mathematical Photoeducation, Photography, Geometry, Middle school, Mathematical Education.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Linhas horizontais.....	32
Figura 2 - Linhas verticais.....	32
Figura 3 - Linhas diagonais.....	33
Figura 4 - Proporção áurea.....	34
Figura 5 - Triângulos.....	35
Figura 6 - Triângulo áureo.....	36
Figura 7 - Processo de interiorização.....	43
Figura 8 - Fotografia do estudo de caso.....	45
Figura 9 - Processo de exteriorização.....	47
Figura 10 - Registro do estudante 1, realizado no ano de 2022.....	57
Figura 11 - Registro do estudante 2, realizado no ano de 2022.....	57
Figura 12 - Registro do estudante 3, realizado no ano de 2022.....	58
Figura 13 - Capa do livro, elaborado por Ygor Travagini em 2022.....	61
Figura 14 - Capa e verso do livro elaborado por Ygor Travagini em 2022.....	62
Figura 15 - Páginas da primeira atividade proposta do livro elaborado por Ygor Travagini em 2022.....	62
Figura 16 - Mural de fotos do livro elaborado por Ygor Travagini em 2022.....	63
Figura 17 - Visão geral da apresentação do livro elaborado por Ygor Travagini em 2022.....	63
Figura 18 - Tomadas de um hotel em Campos do Jordão.....	64
Figura 19 - Garimpo na Serra Pelada, por Sebastião Salgado.....	65
Figura 20 - Fotografia de Walter Firmo.....	66
Figura 21 - Fotografia para capa do álbum “Abbey Road”, penúltimo da carreira dos Beatles.....	68
Figura 22 - Respostas do Grupo 1.....	68
Figura 23 - Respostas do Grupo 2.....	69
Figura 24 - “ <i>Kissing the War Goodbye</i> ”: Marinheiro comemora a vitória dos EUA na 2ª Guerra Mundial com beijo forçado em enfermeira.....	70
Figura 25 - Respostas do grupo 3.....	70
Figura 26 - Respostas do grupo 1.....	71
Figura 27 - Homem pula da janela do World Trade Center em chamas na esperança de se salvar dos gases tóxicos.....	71
Figura 28 - Respostas do Grupo 1.....	72
Figura 29 - Respostas do Grupo 3.....	72
Figura 30 - Corredores no momento final da competição.....	74
Figura 31 - Respostas do grupo 4.....	74
Figura 32 - Respostas do grupo 5.....	75
Figura 33 - Corredor com uma pessoa ao fundo.....	75
Figura 34 - Respostas do grupo 1.....	75
Figura 35 - Respostas do grupo 4.....	76
Figura 36 - Ringue de Luta.....	77
Figura 37 - Respostas do Grupo 5.....	77
Figura 38 - Transparências com a espiral de Fibonacci e a Regra dos Terços.....	79
Figura 39 - Análise das fotos, atividade 4 – Grupo 1.....	80
Figura 40 - Molduras com quadriláteros fotografada pelos alunos do grupo 1 (2022).....	81
Figura 41 - Banco visto de cima fotografado pelos alunos do grupo 2 (2022).....	82
Figura 42 - Telefone público fotografado pelos alunos do grupo 3 (2022).....	82

Figura 43 - Corredores da escola fotografados pelos alunos do grupo 4 (2022).....	83
Figura 44 - Rosas fotografadas pelos alunos do grupo 4 (2022).....	83
Figura 45 - Pombo no telhado fotografado pelos alunos do grupo 5 (2022).....	84
Figura 46 - Moldura com árvores fotografado pelos alunos do grupo 2 (2022). ....	84
Figura 47 - Três árvores fotografadas pelos alunos do grupo 3 (2022).....	85
Figura 48 - Descrições das imagens 40, 41 e 42 realizadas pelo grupo 1 (2022).....	86
Figura 49 - Descrições das imagens 43, 44 e 45 realizadas pelo grupo 2 (2022).....	86
Figura 50 - Rosas fotografadas pelos alunos do grupo 1 (2022).....	88
Figura 51 - Portão da escola fotografado pelos alunos do grupo 2 (2022).....	88
Figura 52 - Corredor fotografado pelos alunos do grupo 4 (2022). ....	88
Figura 53 - Flores fotografadas pelos alunos do grupo 5 (2022). ....	89
Figura 54 - Árvores fotografadas pelos alunos do grupo 1 .....	89
Figura 55 - Corredor fotografado pelos alunos do grupo 2.....	89
Figura 56 - Respostas do grupo 3.....	91
Figura 57 - Respostas do grupo 5.....	91

### **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1 - Atividades do professor e alunos durante o processo de interiorização em Fotoeducação Matemática baseadas no exemplo de simetria de reflexão do lago.....	46
Quadro 2 - Atividades do professor e alunos durante o processo de exteriorização em Fotoeducação Matemática baseadas no exemplo de simetria de reflexão do lago.....	48
Quadro 3 - Impressões de alunos sobre a primeira image Yosman e Fong (2015).m apresentada. ....	65
Quadro 4 - Impressões de alunos sobre a segunda imagem apresentada .....	65
Quadro 5 - Impressões de alunos sobre a terceira imagem apresentada. ....	66

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PCN	Parâmetros Nacionais Curriculares

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>APRESENTAÇÃO.....</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>18</b>
<b>3</b>	<b>ENSINO DE GEOMETRIA.....</b>	<b>20</b>
<b>4</b>	<b>FOTOGRAFIA.....</b>	<b>26</b>
4.1	Surgimento e utilidades .....	26
4.2	Alguns elementos básicos da fotografia .....	31
4.2.1	Linhas .....	31
4.2.2	Divisão do quadro.....	33
4.2.3	Triângulos.....	35
4.3	Geometria e Fotografia .....	36
<b>5</b>	<b>FOTOGRAFIA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA .....</b>	<b>39</b>
5.1	Fotografia e Educação .....	39
5.2	A Fotoeducação Matemática.....	41
<b>6</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>51</b>
6.1	A escola.....	58
6.2	Os sujeitos.....	59
6.3	Recurso educativo.....	60
<b>7</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>64</b>
7.1	Interiorização .....	64
7.1.1	Momento 0.....	64
7.1.2	Momento 1.....	67
7.1.3	Momento 2.....	73
7.1.4	Momento 4 (Interiorização).....	78
7.2	Exteriorização .....	81
7.2.1	Momento 3.....	81
7.2.2	Momento 4 (Exteriorização).....	86
7.2.3	Momento 5.....	87
7.2.4	Momento 6.....	90
<b>8</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>93</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>96</b>
	APÊNDICE I - O olhar do estudante – Lista de atividades.....	98
	APÊNDICE II - O olhar do professor – Guia de atividades.....	115
	APÊNDICE III - TCLE - Termo de consentimento livre e esclarecido – Alunos e pais .....	145
	APÊNDICE IV - TCLE - Termo de consentimento livre e esclarecido.....	148

## 1 APRESENTAÇÃO

Minha relação com a Matemática e a Geometria começa na escola. Minha vida escolar se dá integralmente em escolas públicas e, desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, fui uma aluna de notas altas em todas as disciplinas. Por ter facilidade com os números, realizava minhas tarefas rapidamente e prosseguia em ajudar os colegas de classe. Foi essa prática que despertou em mim a ideia da docência. Na época, ainda não me era certo o que lecionaria, mas sabia que gostava de ensinar e que encontrava satisfação em contribuir para a aprendizagem de meus colegas. A Matemática surgiu como uma possibilidade no Ensino Médio. Era uma de minhas disciplinas preferidas, lecionada por uma professora que se dedicou à descoberta da profissão. Com sua orientação, descobri um pouco mais sobre a disciplina e isso foi determinante em minha escolha profissional.

Como estudante do Ensino Básico, experimentei o ensino de Matemática como algo desconectado da minha realidade, uma junção de definições e algoritmos a serem reproduzidos ao longo dos anos. No entanto, me perguntava se poderia ser algo além e, por isso, optei em me tornar professora. Prestei o ENEM e fui aprovada na Universidade Federal de Minas Gerais.

Ao ingressar na Universidade, lidei com muitas dificuldades de aprendizagem. Quando antes me destacava pelo desempenho escolar, agora era reprovada em disciplinas. Na graduação esperava ter contato com métodos de ensinar Matemática que fossem capazes de estabelecer uma relação direta entre o conteúdo e o discente, suas necessidades e expectativas. Porém, poucas foram as matérias em que realmente me senti orientada a respeito disso já que a maioria do programa da licenciatura continha conteúdos puramente matemáticos em aulas expositivas. Mesmo assim, prosseguí com o curso e iniciei meu primeiro contato com a docência.

A primeira experiência de contato com a sala de aula, não como estudante, mas também não ainda como docente, mostrou-se frustrante. Acompanhei através do PIBID<sup>1</sup>, por um ano e meio, professor e alunos apáticos e sem interesse pelos conteúdos e métodos de ensino em uma escola da Rede Estadual de Ensino de Minas Gerais. Os alunos se perguntavam o porquê de estudar Matemática e se mostravam desgostosos com a disciplina. Ainda nessa experiência, presenciei o processo de “esquecimento” da Geometria por “falta de tempo” e algumas implicações dessa

---

<sup>1</sup> Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência. MEC – FaE UFMG.

prática para o ensino, como a dificuldade dos alunos para relacionar figuras planas e espaciais ou a confusão em relação às fórmulas ditas como verdades matemáticas.

Percebi em alguns o pensamento de que a Matemática é uma disciplina difícil e sem propósito e, por isto, comecei a me questionar como seria possível despertar o interesse pela matéria e como investir em metodologias que deixassem claro aos discentes qual a utilidade da matemática em sua vida.

Ao ingressar no estágio obrigatório, deparei-me com outro tipo de prática. Convivi com alunos mais envolvidos e professor comprometido com sua profissão, que me serviram de motivação. Na mesma escola, tive a oportunidade de ministrar um curso envolvendo Matemática, Arte e Fotografia para alunos dos 7º e 8º ano do Ensino Fundamental, juntamente com meus colegas de PIBID.

A proposta era relacionar a Arte e a Matemática de uma forma leve e agradável. Por isso, procuramos ministrar as aulas por meio da experimentação, de forma mais dinâmica, coletiva e participativa. O professor orientador nos sugeriu os temas – dobraduras, cardioides, perspectiva e fotografia - nos forneceu fontes para pesquisa e, como eu já me interessava por fotografia no âmbito pessoal, escolhi lecionar as aulas sobre o tema. Em meu planejamento, pretendia estabelecer a relação entre Fotografia e Matemática, por meio de regras, compostas de conceitos geométricos, que contribuem para a beleza de uma imagem, esperando que, ao final das aulas, os alunos soubessem aplicar o conteúdo em suas próprias fotos, usando a Geometria em seu favor. Não nos aprofundamos em nenhum dos temas propostos, mas as aulas aconteceram sem muitos percalços e as fotografias produzidas foram belíssimas. Desde o planejamento até a prática, o assunto despertou meu interesse.

Toda essa experiência me permitiu pensar além da Matemática, da aula tradicional e dos livros didáticos. Percebi como artefatos simples podem despertar um novo comportamento nos alunos, que demonstraram animação e felicidade, não só em tirar suas fotos, mas de perceber que elas se enquadravam corretamente no que foi pedido. Ouvi várias vezes frases como: “Olha o que eu consegui fazer!” e “Eu sou muito bom nisso!” e presenciar esse tipo de reação é, no mínimo, reconfortante.

Cerca de um ano depois, fui a responsável por uma turma. Por conta disso, pude compreender melhor minhas responsabilidades como docente, pois tive que descobrir o que eu esperava de mim e que tipo de educadora queria ser.



Essa descoberta tem-se colocado a prova desde que assumi o cargo como professora regente. Dessa vez, sou eu a pessoa responsável por alunos apáticos e desinteressados, com grandes dificuldades de aprendizado e concentração. Percebo uma necessidade urgente de algo que os dê motivação e os conecte com o ambiente de aprendizado. Tem sido um desafio diário procurar meios de apresentar o conteúdo escolar.

Atualmente leciono em duas escolas da rede privada, mas por três anos fiz parte do corpo docente da Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais. Em ambos os casos, procurei lecionar a Matemática por meio de ferramentas didáticas que possibilitassem uma interação maior entre os estudantes e a matéria, porém entendi que minhas tentativas não eram suficientes, já que são múltiplos os fatores que interferem pra se obter bons resultados na aprendizagem. Em minha mente, continuava a memória da prática realizada na graduação e pensava em como a Fotografia poderia ser mais explorada. Cheguei a aplicar, em minhas aulas, atividades com a mesma proposta da disciplina mencionada e também recebi uma resposta positiva.

Por conta disso, interpretei como um desafio para minha prática docente encontrar meios de tornar a aula mais atrativa. O Mestrado, mais especificamente, o profissional, se apresentou como uma ferramenta para encontrar esses meios.

Conheci o PROMESTRE ainda na Universidade, e me encontrei na proposta de não só pesquisar, mas de produzir um produto didático que seja aplicável à realidade escolar. Decidi me inscrever na pós-graduação para que pudesse estudar um assunto que me despertava interesse desde a graduação. Dessa forma, poderia explorar as potencialidades da Fotografia como uma ferramenta para ensinar Geometria. A intenção é aprofundar no tema e assim, aperfeiçoar não só minha prática docente, mas a de outros professores que fossem alcançados pelo meu produto.

## 2 INTRODUÇÃO

Devido a sua relevância, nos últimos anos, a Geometria tem ganhado espaço no que tange à sua abordagem no ambiente escolar. A exemplo, temos a homologação, em 2018, da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento normativo escolar que reforça, além de outros conteúdos, o ensino de Geometria contextualizada em todo o Ensino Fundamental e Médio. Também podemos citar os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1998) e o Programa Nacional do Livro Didático (1985) como ferramentas de incentivo ao ensino de Geometria.

Durante meu percurso como discente na escola básica, senti falta de projetos e ações que desenvolvessem conhecimentos e reflexões na área da Geometria. Desde então, sempre me vi questionando a forma com que o conteúdo era apresentado à comunidade estudantil.

Como educadora e professora do Ensino Básico, continuo me questionando e acredito que a escola tem um papel fundamental em desenvolver o pensamento geométrico dos estudantes, de maneira a contribuir para a formação de um cidadão participante na sociedade. Sendo assim, faz-se necessário produzir meios para o ensino significativo e participativo e por este motivo escolhemos pesquisar a Geometria.

Considerando a amplitude da área voltada ao estudo da Geometria, foi necessário delimitar o tema de pesquisa e, a partir disso, escolhemos realizar a prática no Ensino Fundamental II, mais especificamente decidimos estudar figuras geométricas planas e a proporção. Por motivos de interesse e experiência pessoal e por acreditar que a visualização, interpretação e produção de imagens podem contribuir para o ensino de conceitos geométricos, optamos por utilizar da fotografia como ferramenta didática no estudo da Geometria. Também pela importância que exerce em nossa sociedade, tal ferramenta se faz presente na pesquisa. Afinal, hoje em dia existe grande facilidade de acesso e manuseio de câmeras fotográficas, o que nos permite viver em um mundo extremamente tecnológico onde a produção de fotografias é ação diária na vida das pessoas pela facilidade de divulgação. Além disso, autores como Michael Freeman (2015) e Malgorzata Makiewicz (2014) afirmam haver uma conexão direta entre a matemática e a produção fotográfica, nos permitindo pensar sobre como é possível levar essa conexão para a Escola.

Dessa forma, o objetivo dessa pesquisa de mestrado é **compreender e analisar o uso da fotografia como ferramenta didática para ensinar Geometria no Ensino Fundamental II.**

Como objetivos específicos lista-se:

- Elaborar atividades para práticas pedagógicas que utilizem da fotografia como instrumento didático para ensinar Geometria no Ensino Fundamental;
- Investigar como os estudantes relacionam conceitos geométricos com a prática da fotografia;
- Avaliar a assimilação de conceitos geométricos através de metodologias não tradicionais.

Para atingir os objetivos, utilizamos como estratégia metodológica a aplicação de uma sequência didática sobre Fotografia e Geometria, onde a prática foi separada em um momento introdutório e outros seis momentos em grupo. Essa sequência didática foi elaborada logo após uma pesquisa teórica sobre o tema, avaliada e ministrada em aulas semanais de 50 minutos, desenvolvida juntamente a 25 estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. A turma participante frequenta uma escola da Rede Municipal de Belo Horizonte e tem como regente um professor de Matemática que aceitou participar da pesquisa, cedendo suas aulas para nossas práticas e auxiliando na aplicação quando necessário.

Após realizada a sequência didática, os resultados obtidos foram analisados à luz dos referenciais teóricos, principalmente a partir da ideia de Makiewicz (2014) sobre a Fotoeducação Matemática e as etapas de interiorização e exteriorização ao ler, interpretar e produzir uma fotografia.

Sendo assim, esta dissertação de Mestrado estrutura-se da seguinte maneira: inicialmente, apresentamos a motivação pessoal para esta pesquisa, seguida do referencial teórico que sustenta a elaboração das atividades. Depois, apresentamos os objetivos da pesquisa e a metodologia utilizada nas práticas pedagógicas. Em seguida, apontamos o recurso didático produzido. Por fim, apresentamos nossas considerações finais sobre a pesquisa.

### 3 ENSINO DE GEOMETRIA

É possível deduzir que o surgimento da Geometria se deu devido à necessidade humana de medir e delimitar terras, de construir moradias e até mesmo de efetuar cálculos relacionados à astronomia e produção de calendários. Assim como aponta Nunes (2010, p. 97), “na história da humanidade, a Geometria parece ter surgido das simples observações provenientes da capacidade humana de reconhecer objetos do mundo físico ao comparar formas e tamanhos”.

Universalizada por Euclides, e mais tarde denominada Geometria Euclidiana em homenagem a ele, a Geometria ensinada nas escolas, na forma lógico dedutiva, pode ser interpretada como uma ciência que estuda formas, dimensões e suas propriedades. A história do ensino da Geometria nas escolas brasileiras, porém, tem sido um pouco conturbada, como discutido a seguir.

De acordo com Lobo e Bayer (2004), até o fim de 1920, o ensino de Matemática em geral era baseado em livros franceses, sem adaptações de metodologias para a realidade das escolas brasileiras. Já em 1931, o ministro da educação Francisco Campos propôs a modernização do ensino nas escolas na denominada “Reforma Francisco Campos”, onde a Matemática era vista como o conjunto da Aritmética, Álgebra e Geometria sem estabelecer limites entre as três áreas, mas sim como um conjunto consolidado e inseparável.

Ainda segundo os autores, em 1942, tomou frente a Reforma Gustavo Capanema, que contrariava a concepção da Matemática como um conjunto e propunha um ensino onde Aritmética, Álgebra e Geometria seriam apresentadas separadamente. Foi no final da década de 50, com o Movimento Matemática Moderna, que o ensino de Geometria sofreu um impacto maior, já que a abordagem trouxe ênfase na Teoria dos Conjuntos e na Álgebra Vetorial, deixando de lado a Geometria Euclidiana.

Por conta disso, em um período duradouro, o ensino de Geometria foi feito por meio de definições, propriedades e fórmulas desligadas de quaisquer aplicações, acarretando, assim, num tratamento axiomático, dedutivo e feito às pressas.

Porém, em 1998, com a elaboração dos Parâmetros Nacionais Curriculares (PCN) pelo Ministério da Educação, originou-se uma proposta para um ensino baseado nas exigências da sociedade para os estudantes. Assim, os PCNs retomaram o ensino de Geometria por meio de construções, enfatizando a importância das noções geométricas não só pela necessidade social, mas pelas contribuições a outras áreas de conhecimento.

O documento afirma que parte importante do currículo de Matemática é composta por conceitos geométricos, já que é por meio deles que o estudante pode desenvolver uma compreensão do mundo em que vive e representá-lo. Além disso, ensinar noções geométricas contribui para “aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa” (BRASIL, 1998, p. 51)

Dentro dos objetivos para o ensino de Matemática dos terceiro e quarto ciclos<sup>2</sup> do Ensino Fundamental previstos pelo PCN, podemos destacar alguns:

estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;

resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução. (BRASIL, 1998, p. 65)

interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano;

produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança;

ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais (BRASIL, 1998, p. 82).

Diante disso, os PCNs recomendam o trabalho com espaço e forma por meio de atividades exploratórias, promovendo a investigação do espaço através da observação e manipulação. Existe ainda uma ênfase nos conceitos de grandezas e medidas. O documento apresenta, também, conteúdos conceituais e procedimentais que devem ser abordados durante o ensino de Geometria para o terceiro ciclo:

Interpretação, a partir de situações-problema (leitura de plantas, croquis, mapas), da posição de pontos e de seus deslocamentos no plano, pelo estudo das representações em um sistema de coordenadas cartesianas.

Distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria.

Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não-regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros; círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos

---

<sup>2</sup> De acordo com o PCN – MEC - BRASIL (1998), cada ciclo corresponde a dois anos do Ensino Fundamental.

polígonos; eixos de simetria de um polígono; paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados.

Composição e decomposição de figuras planas.

Identificação de diferentes planificações de alguns poliedros.

Transformação de uma figura no plano por meio de reflexões, translações e rotações e identificação de medidas que permanecem invariantes nessas transformações (medidas dos lados, dos ângulos, da superfície).

Ampliação e redução de figuras planas segundo uma razão e identificação dos elementos que não se alteram (medidas de ângulos) e dos que se modificam (medidas dos lados, do perímetro e da área).

Quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, da relação desse número com o polígono da base e identificação de algumas propriedades, que caracterizam cada um desses sólidos, em função desses números

Construção da noção de ângulo associada à ideia de mudança de direção e pelo seu reconhecimento em figuras planas.

Verificação de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$  (BRASIL, 1998, p. 72).

E para o quarto ciclo:

Representação e interpretação do deslocamento de um ponto num plano cartesiano por um segmento de reta orientado.

Secções de figuras tridimensionais por um plano e análise das figuras obtidas.

Análise em poliedros da posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas, perpendiculares).

Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas.

Divisão de segmentos em partes proporcionais e construção de retas paralelas e retas perpendiculares com régua e compasso.

Identificação de ângulos congruentes, complementares e suplementares em feixes de retas paralelas cortadas por retas transversais.

Estabelecimento da razão aproximada entre a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro.

Determinação da soma dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer.

Verificação da validade da soma dos ângulos internos de um polígono convexo para os polígonos não-convexos.

Resolução de situações-problema que envolvam a obtenção da mediatriz de um segmento, da bissetriz de um ângulo, de retas paralelas e perpendiculares e de alguns ângulos notáveis, fazendo uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor.

Desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composições destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície).

Verificar propriedades de triângulos e quadriláteros pelo reconhecimento dos casos de congruência de triângulos.

Identificação e construção das alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo utilizando régua e compasso.

Desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro).

Verificações experimentais e aplicações do teorema de Tales.

Verificações experimentais, aplicações e demonstração do teorema de Pitágoras (BRASIL, 1998, p. 88).

Tendo em consideração essa nova perspectiva e o histórico do ensino de Geometria ao longo dos anos, podemos nos questionar a importância desse conteúdo na sociedade em geral. No nosso cotidiano, lidamos com formas geométricas, noções de paralelismo e perpendicularismo, problemas que envolvem medições e tantas outras situações que compreendem conceitos geométricos. Os entes geométricos e suas propriedades fazem parte da rotina do sujeito, seja no desenvolvimento de construções, plantações, tecnologias e até mesmo na arte.

Sendo o estudante um sujeito social que tem o dever de corresponder às expectativas da comunidade, os conhecimentos geométricos ensinados nas escolas se mostram de grande valor. Lorenzato, em seu artigo “Por que não ensinar Geometria?” (1995, p. 5), afirma que o estudo da geometria na escola se justifica pelo desenvolvimento do “pensar geométrico” ou “raciocínio visual” que facilita a resolução de situações de vida que são geometrizadas. Além disso, é possível utilizar da Geometria como ferramenta de compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento, possibilitando uma “leitura interpretativa do mundo”

O autor ainda acrescenta que pesquisas existentes na área da Psicologia reforçam a importância da aprendizagem geométrica para o desenvolvimento da criança, visto que muitas situações escolares necessitam do aprimoramento da percepção espacial. Além disso, a Geometria pode ser um “facilitador de processos mentais” pois é concebida por meio de construção do

conhecimento e “valoriza o descobrir, o conjecturar e o experimentar” (LORENZATO, 1995, p. 6), atuando também como um instrumento de apoio a outras disciplinas.

Para Lorenzato, o ensino de Geometria nas escolas deve se iniciar ainda na educação infantil, baseando-se na intuição e interação das crianças com o espaço em que vivem e seu próprio corpo. É importante realizar experiências com múltiplos instrumentos, oferecendo aos estudantes a possibilidade de visualizar, comparar e desenhar. Obedecendo uma certa ordem hierárquica, os conteúdos mais simples e gerais devem ser ensinados primeiro, para que futuramente possam ser incorporados no ensino de conteúdos mais avançados. O autor ainda defende que de 5ª a 8ª série (atualmente correspondentes aos 6º e 9º anos) é necessário criar oportunidades para que os docentes realizem explorações de modo sistemático, com deduções lógicas e discussões de processos e resultados.

Em concordância, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) prevê que “o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas” (BRASIL, 2017, p. 272). O documento, que determina as habilidades fundamentais de todo estudante do ensino básico, as apresenta separadas por ano escolar e por meio de códigos, como por exemplo:

(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.

(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação à lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles (BRASIL, 2017, p. 303).

A BNCC também faz sugestões de como os conteúdos geométricos devem ser estudados durante os anos finais do Ensino Fundamental: o foco deve ser em atividades que proporcionam transformações e ampliações/reduções de figuras planas, bem como a identificação de elementos para a construção do conceito de congruência e semelhança de modo a dar subsídio para demonstrações simples. De acordo com a Base, podemos destacar também a aproximação da Álgebra com a Geometria através da Geometria Analítica, com atividades que envolvem o estudo do plano cartesiano e coordenadas. A partir daí, a Geometria pode ser vista como algo além de aplicação de fórmulas de área e volume.



Com abordagens diferenciadas, um texto mais analítico e propositivo, outro mais diretivo e focado em descritores, as referências curriculares da Educação Básica no país mostram a importância do ensino de Geometria, colocando para a escola a tarefa de incluí-la na formação oferecida.

De acordo com Nunes (2010, p. 112), diversos estudos e pesquisas vêm sendo feitas com o intuito de dar uma nova vida ao ensino de Geometria. Muitos professores e pesquisadores têm desenvolvido práticas pedagógicas que buscam facilitar o processo de ensino - aprendizagem deste tema, se aproveitando de ferramentas didáticas modernas. Surgem, então, “novas tendências didático-pedagógicas como a Geometria Experimental - tida como a geometria baseada na experimentação e na ação humana - e a Geometria Dinâmica, entendida como o estudo da geometria através do movimento de figuras geométricas” (NUNES, 2010, p. 112).

Neste sentido, fica possível também o uso de materiais manipulativos que permitam a visualização e a representação de objetos geométricos, oportunizando o raciocínio sobre esses objetos num nível menos abstrato. Os PCNs enfatizam que, o conhecimento menos abstrato, por meio da experimentação, permite a construção de uma aprendizagem mais significativa por meio da observação, construções de figuras e a manipulação de objetos. Dessa forma, “o estudo do espaço e das formas privilegiará a observação e a compreensão de relações e a utilização de noções geométricas para resolver problemas em detrimento da simples memorização de fatos” (BRASIL, 1997, p. 68)

Assim, se faz importante não somente ensinar Geometria, mas ensiná-la de modo a proporcionar uma relação harmoniosa entre o conteúdo, a realidade e a abstração. É necessário, ainda, que seu ensino seja vinculado a um contexto de familiaridade e fácil compreensão, para que o estudante possa atribuir uma nova conotação e estabelecer laços com o conteúdo, deixando de lado a Geometria como algo intimidador.

## 4 FOTOGRAFIA

### 4.1 Surgimento e utilidades

Assim como tudo que nos cerca, a fotografia também está sujeita a diversos significados e interpretações (SALLES, 2004). Pensando na origem etimológica da palavra, podemos concluir que fotografar é escrever com a luz. Partindo para uma definição formal, dada por dicionários, percebemos que ela não se mostra divergente do significado anterior, já que de acordo com Bueno (2007, p. 367), a fotografia é um “processo ou arte de fixar numa chapa sensível, por meio da luz, a imagem dos objetos colocados diante de uma câmara escura dotada de um dispositivo óptico.”

Porém, é possível nos distanciarmos desse conceito de fotografia apenas como um processo químico, nos baseando em definições de artistas como o pintor belga Dubois, que vê além da “sensibilidade de haletos de prata à luz”. O pintor afirma que a fotografia não é apenas uma imagem (que ele define como resultado de uma técnica realizada) mas um “ato icônico” que não acontece fora das circunstâncias que o criaram, e que inclui não somente o ato de produção, mas também como é recebido e contemplado.

O artista ainda acrescenta que:

A imagem fotográfica não é apenas uma impressão luminosa, é igualmente uma impressão trabalhada por um gesto radical que a faz por inteiro de uma só vez, o gesto do corte, do cut, que faz seus golpes recaírem ao mesmo tempo sobre o fio da duração e sobre o contínuo da extensão. Temporalmente de fato a imagem-ato fotográfica interrompe, detém, fixa, imobiliza, destaca, separa a duração, captando dela um único instante. Espacialmente, da mesma maneira, fraciona, levanta, isola, capta, recorta uma porção de extensão. A foto aparece dessa maneira, no sentido forte, como uma fatia, uma fatia única e singular do espaço-tempo, literalmente cortada ao vivo (DUBOIS, 1993, p. 161).

Seja como for, a maneira em que vemos o retrato depende não só de nossa interpretação, mas também da intenção do fotógrafo. De acordo com Kossoy, toda fotografia tem sua origem a partir do desejo de um indivíduo que se viu motivado a congelar em imagem um aspecto dado do real, em determinado lugar e época (2001, p. 36). Além disso, existe também a atenção ao espectador, tratando-o como sujeito ativo da imagem.

Assim, podemos encará-la de maneiras diferentes, de acordo com suas várias faces. Há quem defenda que a imagem fotográfica é apenas um resultado de um processo e há quem a veja como uma expressão artística. O que esquecemos de considerar é que ela pode ser os dois. A fotografia por si só é um registro do real, por meio de uma gravura feita com a luz. Entretanto,

quando adicionamos a ela um conceito, algo que a dê sentido, que envolva os sentimentos do fotógrafo e daquele que a vê, incluindo composições e mensagens, ela ganha significados.

Analisando a fotografia como um meio de comunicação, a forma como o fotógrafo expressa sua mensagem é chamada de linguagem fotográfica: uma linguagem não verbal usada para transmitir informação de maneira compreensível. Dentro dessa linguagem visual, existem elementos e variáveis visuais que formam os significados e podem ser utilizados pelo fotógrafo para se expressar.

Apesar de não possuir semântica e sintaxe formal, Carvalho (2016), afirma que existe uma linguagem na fotografia a partir dos elementos visuais que conseguimos ler, independente das condições de produção. Assim, “os signos fotográficos podem ser entendidos independentemente da sua origem, o que deixa a fotografia, assim como a pintura, escultura e outras imagens técnicas, com uma abrangência maior do que a linguagem escrita” (CARVALHO, 2016).

O autor ainda define que os elementos da linguagem fotográfica são: “o quadro fotográfico e suas bordas; a qualidade do foco como determinado pela abertura das lentes; a velocidade do obturador e seu efeito na relação entre tempo e movimento; e o meio usado para criar a imagem agregada” (CARVALHO, 2016). Todos os elementos têm papel fundamental na construção do discurso visual.

Para Aumont, o discurso visual resultado da produção fotográfica também depende da direção interpretativa tomada no ato de fotografar, já que, historicamente, existiram dois direcionamentos na invenção da fotografia: o de Niepce-Daguerre, abordando a “escrita da luz” como meio de fixar imagens; e o de Fox Talbot abordando os “*photogenic drawings*”, essencialmente a mesma invenção, porém com uso social divergente:

O primeiro serviu de imediato para fazer retratos, paisagens, reforçou e depois substituiu a pintura em sua função representativa; o segundo tipo, aliás bem menos desenvolvido, deu origem a práticas mais originais como a do fotograma, do rayograma de Man Ray (em 1989, fotógrafos realizam de novas maneiras “esculturas luminosas” com esse mesmo princípio da exposição direta de papel sensível à luz, sem interposição de uma óptica) (AUMONT, 1993, p. 165).

Independente da interpretação, a origem da fotografia é a mesma. Em meados do século XIX, a sociedade presenciou o começo da Revolução Industrial e com ela o desenvolvimento maior das ciências, das tecnologias e de invenções como a fotografia, além da própria expressão artística. Porém, o surgimento da produção fotográfica remete à Antiguidade, pois os dois fundamentos

principais que deram origem a este tipo de arte foram explorados por muito tempo antes de atuarem em conjunto.

O primeiro passo foi dado com a descoberta do princípio da câmara escura, uma caixa ou quarto escuro que não permite entrada alguma de luz, a não ser por um pequeno orifício por onde a luz passa depois de apontada e refletida no objeto de interesse, projetando-se para dentro da caixa e gerando uma imagem na face oposta à do orifício. Apesar de não se saber exatamente a origem deste experimento, registros indicam que o aparato foi amplamente utilizado durante a Renascença.

A grande questão, então, era a de fixar e imprimir as imagens projetadas na câmara escura. É onde se faz necessária a participação do outro pilar fundamental do processo fotográfico: a fotossensibilidade. Pilar reconhecido desde a era dos alquimistas, mas presente desde muito antes, visto que todos os materiais existentes são fotossensíveis, diferenciando-se apenas em grau. Durante o estudo deste tipo de material, por volta de 1604, deu-se um enfoque à prata, visto que o seu processo de escurecimento em frente à luz era capaz de formar uma imagem instável. Os primeiros experimentos realizados com a prata, na tentativa de alcançar a imagem fotográfica, foram completamente falhos já que o material continuava fotossensível e, por isso, a imagem se desestabilizava ao longo do tempo.

Foi Niépce, inventor francês, quem deu o primeiro passo em direção à estabilização da imagem, em 1826. Utilizando chapas metálicas e um composto chamado betume de judéia, o inventor conseguiu registrar a primeira fotografia da história, mesmo que hoje em dia ela seja considerada apenas um borrão. Faltava ainda alcançar a nitidez, fixação e a capacidade de reprodução das imagens.

Através da junção de sais de prata e iodo, formando um haleto de prata, Daguerre resolveu o problema da nitidez. Além disso, Daguerre também solucionou o problema da fixação, utilizando um banho de cloreto de sódio. Talbot, então, conseguiu fixar uma imagem nítida no papel, criando o que chamamos hoje de “negativo”. Por ser impressa no papel, a imagem poderia ser reproduzida.

A partir disso, podemos, de acordo com Kossoy (2001, p. 38), apontar três elementos construtivos fundamentais para a produção fotográfica: o assunto, o fragmento do mundo exterior escolhido; o fotógrafo, autor do retrato; e a tecnologia, constituída de todos os equipamentos e técnicas empregadas. Ainda é possível definir as coordenadas da situação que se deu o registro: o

espaço, local geográfico; e o tempo, época ou data. Assim, o produto final é dado pela fotografia, a imagem registrada e fixada.

A própria imagem também possui elementos importantes que devem ser caracterizados, segundo Aumont:

A superfície da imagem, e sua organização, o que se chama tradicionalmente de composição, isto é, as relações geométricas mais ou menos regulares entre as diferentes partes dessa superfície;

A gama de valores, ligada à maior ou menor luminosidade de cada região da imagem;

A gama de cores e suas relações de contraste;

Os elementos gráficos simples, especialmente importantes em toda imagem abstrata;

A matéria da própria imagem, na medida em que proporciona a percepção, por exemplo, sob as espécies da “pincelada” na pintura ou do grão da película fotográfica (AUMONT, 1993, p. 136).

Muito esforço foi necessário para chegar no que temos hoje em dia. A partir das descobertas de três cientistas, muitos outros se empenharam para aperfeiçoar e popularizar as técnicas já existentes. É por meio desse esforço que é possível usufruirmos de uma tecnologia tão avançada como a câmera fotográfica.

Antes disso, a pintura tinha um espaço só dela, com suas funções sociais e, com a criação do retrato, aos poucos esse espaço foi cedido e coube à fotografia o papel de reproduzir a realidade. Ainda restava à pintura o título de expressão artística, mas este lugar também foi cedido, em certas partes, conquistando o reconhecimento de vários artistas. Assim, podemos concluir que a fotografia ganhou seu lugar em meio à arte, podendo ser interpretada como tal, já que é capaz não só reproduzir, mas também expressar manifestações culturais, de despertar sentimentos e questionamentos sobre os efeitos que provoca em cada um de nós, atribuindo a si mesma um valor simbólico de “mediação entre o espectador e a realidade” (AUMONT, 1993, p. 78).

Além desse valor simbólico, toda fotografia tem uma história por trás. Kossoy (2001), aponta que uma fotografia já existente possui uma trajetória dividida em pelo menos três estágios:

Em primeiro lugar houve uma intenção para que ela existisse; esta pode ter partido do próprio fotógrafo que se viu motivado a registrar determinado tema do real ou de um terceiro que o incumbiu para a tarefa. Em decorrência desta intenção teve lugar o segundo estágio: o ato do registro que deu origem à materialização da fotografia. Finalmente, o terceiro estágio: os caminhos percorridos por esta fotografia, as vicissitudes por que passou, as mãos que a dedicaram, os olhos que a viram, as emoções que despertou, os porta-retratos que a emolduraram, os álbuns que a guardaram, os porões e sótãos que a enterraram, as mãos que a salvaram (KOSSOY, 2001, p. 45).

Independente disso, existe ainda a história da invenção fotográfica e os percursos históricos no desenvolvimento de tal tecnologia. Dubois (1993, p. 26) salienta que ao longo desses percursos, o retrato foi interpretado e disseminado de três formas diferentes: como espelho do real, numa abordagem mimética à realidade; como transformação do real, onde a imagem não é considerada um espelho neutro, mas um meio de desconstruir e codificar a realidade; e como um traço do real, atribuindo um sentido da fotografia como inseparável do seu referencial, porém com um sentido que pode ser adquirido.

Assim, ao longo do tempo, a invenção assume diversos valores sociais. Inicialmente seu objetivo era o de reportar e registrar a realidade, se fazendo presente em meios de comunicação e informação como jornais e revistas. Mais tarde, quando já popularizada, como meio de guardar recordações familiares e sociais em geral e também como expressão artística.

Hoje em dia, a fotografia pode ser interpretada de todas maneiras possíveis. Desde jornais até galerias de arte, ela ganha seu espaço na sociedade e não consegue se mostrar ausente. Com tantas tecnologias e redes sociais, algumas especificamente para publicação de fotos, a disseminação desenfreada e até banalização do retrato é comum. Ainda podemos pensar na invenção como um “intrigante documento visual cujo conteúdo é a um só tempo revelador de informações e detonador de emoções” (KOSSOY, 2001, p. 28).

No entanto, o retrato ainda não é considerado por muitos como um documento no sentido tradicional, já que, apesar de vivermos no que o autor chama de “civilização da imagem”, ainda existe um certo cercamento da definição de documento delimitado pela tradição escrita.

Apesar desta tradição escrita e verbal da transmissão do conhecimento, a fotografia possibilitou um conhecimento mais amplo do mundo e de outras realidades, não só por sua existência em si, mas pela sua multiplicação e popularização.

## 4.2 Alguns elementos básicos da fotografia

O ato de fotografar envolve diversos processos, pensamentos e ações que levam ao resultado. Dentre estes processos, está a composição fotográfica. Definida como a organização do quadro fotográfico, a composição é a base de uma fotografia. É por meio dela que o fotógrafo comunica sua interpretação de determinado evento.

Para que tal organização seja bem-feita e a comunicação bem-sucedida, existem algumas orientações que podem ser seguidas. Michael Freeman, renomado fotógrafo e escritor internacional, publicou diversos livros com instruções para uma boa fotografia. Dentre eles, “O olho do fotógrafo”, de 2012, trata do quadro da imagem e de elementos gráficos que compõem o retrato; e “Curso de fotografia – Composição”, de 2015, fala da geometria da composição e do trabalho com cores e luzes.

### 4.2.1 Linhas

Como parte dos elementos gráficos de uma fotografia, podemos destacar as linhas. Independente da orientação, as linhas podem aparecer de maneira bem óbvia, por meio de padrões e repetições, ou de maneira menos óbvia, utilizando do contraste de luzes, sombra, texturas e outros elementos. Em geral, elas representam um movimento ao longo do comprimento, mas também estabelecem uma localização estática.

As linhas horizontais são as mais confortáveis de se olhar, já que o quadro de visão humano é horizontal: os olhos são posicionados um ao lado do outro. Sendo o horizonte uma referência familiar a todos, a linha horizontal se torna a base da composição. Normalmente, são usadas quando o fotógrafo deseja expressar “estabilidade, peso, calma e repouso” (FREEMAN, 2012, p. 72).

Figura 1 - Linhas horizontais.



Fonte: Freeman (2012, p. 73).

Figura 2 - Linhas verticais.



Fonte: Freeman (2012, p. 75).



Com as linhas verticais, o sentimento é de velocidade e movimento, de modo que confrontam o espectador. Elas são ditas a “segunda componente primária do quadro” por conta do alinhamento natural que tem com as bordas da foto. Para acomodar bem uma linha vertical, é aconselhável posicionar o quadro da fotografia no sentido vertical. Já para uma sequência de linhas verticais, o ideal é o posicionamento na horizontal.

Já as linhas diagonais são estruturas mais livres. Sem a necessidade de se alinharem com as bordas, podem ser posicionadas em várias direções, indicando o caminho que os olhos devem seguir. Por este motivo, podemos dizer que as linhas diagonais são mais dinâmicas, ativas e representam uma certa tensão. Em geral, efeitos de perspectiva causam a impressão de linhas diagonais.

Figura 3 - Linhas diagonais.



Fonte: Freeman (2012, p. 77).

#### 4.2.2 Divisão do quadro

Freeman (2012, p. 26) afirma que qualquer imagem cria uma divisão no quadro da foto e por este motivo existem infinitas possibilidades de divisões. No entanto, é mais interessante que

tais divisões sejam realizadas obedecendo certa relação umas com as outras já que, em sua essência, tratam de uma situação de proporção.

Um desses casos de proporção é a Razão Áurea, conhecida antigamente como uma divisão harmoniosa: “a razão entre a seção menor e a maior é a mesma que entre a seção maior que o quadro inteiro” (FREEMAN, 2012, p. 26). Geralmente a análise de uma fotografia pela Razão Áurea é posterior ao ato, já que quase nunca o fotógrafo vai realmente construir a divisão do quadro com exatidão.

Figura 4 -Proporção áurea.



Fonte: Freeman (2015, p. 40).

Também é possível utilizar a série de Fibonacci<sup>3</sup> para construir uma proporção, ou ainda a razão dos lados do quadro fotográfico. Independente disso, o uso da proporção é intuitivo e é recomendado “educar” os olhos a se acostumarem.

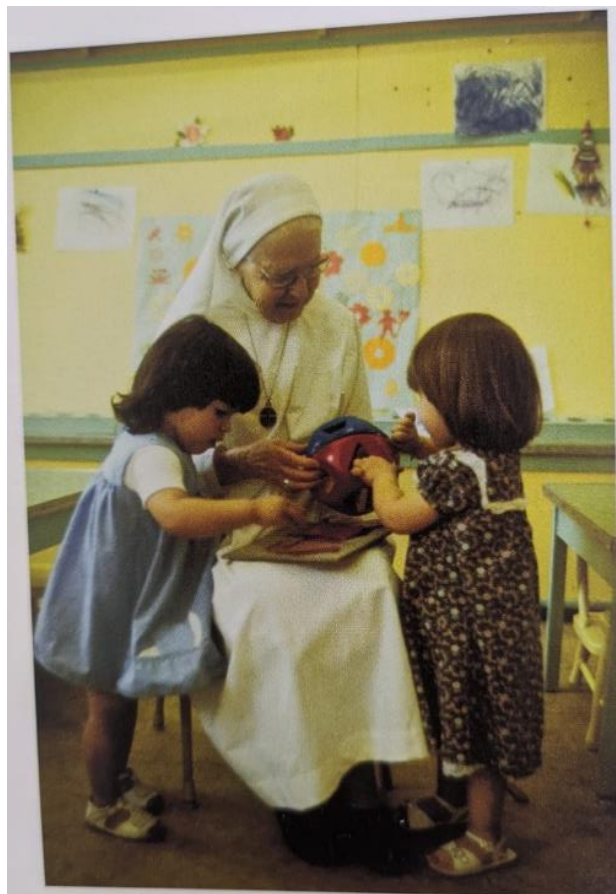
---

<sup>3</sup> Explicada nas próximas páginas.

### 4.2.3 Triângulos

Freeman afirma que “em uma composição fotográfica, os triângulos são as formas mais úteis por uma série de razões” (2012, p. 84). Por serem formas geométricas básicas, são muito simples de construir ou implicar já que são necessários apenas três pontos não colineares. Na fotografia, são considerados estáticos pela existência de uma base e dinâmicos por conta dos vértices e diagonais.

Figura 5 – Triângulos.



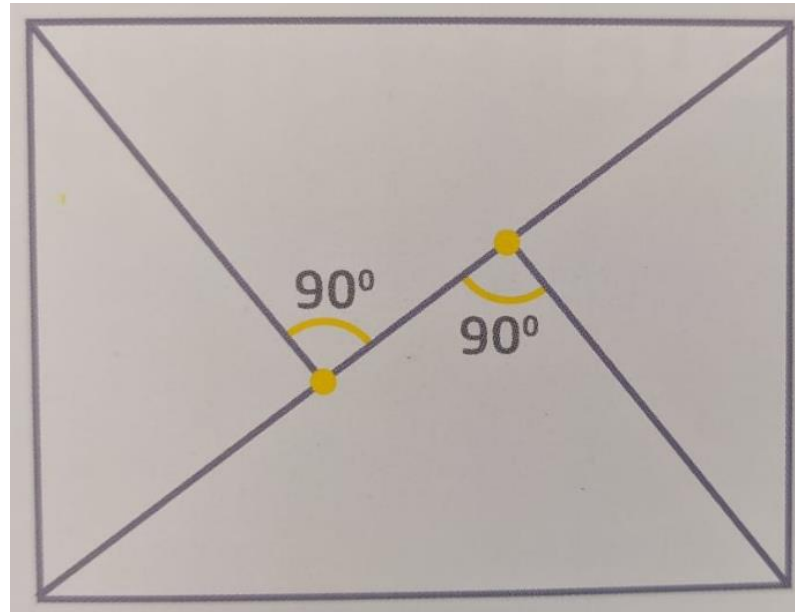
Fonte: Freeman (2012, p. 86).

O autor afirma que podemos utilizar de uma estrutura triangular quando queremos trazer ordem à nossa imagem, como numa forma de arranjo dos objetos de maneira a transmitir a mensagem com clareza.

Há, ainda, a possibilidade de usar o triângulo áureo:

A teoria por trás dele divide o quadro em dois triângulos retângulos ao longo da diagonal do quadro. Esses dois triângulos são subdivididos novamente por linhas saídas dos outros cantos, com cada uma cruzando a linha diagonal original em ângulos retos. Seus pontos de interesse encontram-se exatamente onde as linhas se cruzam (FREEMAN, 2015, p. 55).

Figura 6 – Triângulo áureo.



Fonte: Freeman (2015, p. 55).

### 4.3 GEOMETRIA E FOTOGRAFIA

A fotografia apresenta muitas potencialidades pedagógicas para o ensino de Geometria, principalmente quando se trata da composição da imagem. Freeman afirma que a base para uma boa fotografia é a composição e que ela “é a síntese do técnico e do criativo. É nela que a Geometria e o talento artístico colidem e, na explosão resultante, geram algo maravilhoso” (2015, p. 13). O fotógrafo ainda acrescenta que, pela fotografia, a Matemática deixa de ser tão intimidadora.

Em seu livro “Curso de Fotografia – Composição”, Freeman apresenta um capítulo intitulado “Geometria” (2015, p. 37-59) onde explora o uso de linhas horizontais, verticais, diagonais e curvas de modo a conduzir o olhar e atrair atenção para o objeto de interesse e permitir um movimento no quadro da imagem. Segundo Freeman, as linhas “são uma ferramenta importante no seu arsenal de composição” (2015, p. 42).

No mesmo capítulo, é discutido o posicionamento do objeto e como a Regra dos Terços - denominada assim devido à divisão do quadro da foto, que é feita traçando nele três linhas horizontais e três verticais, sempre distribuídas em intervalos iguais resultando em 9 retângulos

semelhantes - e a Espiral Áurea podem auxiliar na hora do click. Sobre a Regra dos terços, Freeman afirma que:

O posicionamento do horizonte no terço inferior, em geral, acaba passando uma sensação mais natural, já que confere à imagem uma sensação de estar bem assentada no chão. No entanto, não pense que você jamais deve posicionar o horizonte no terço superior. Caso o elemento mais significativo da sua paisagem se encontre abaixo do horizonte, então faz sentido que ele domine a imagem (FREEMAN, 2015, p. 39).

Em relação à Razão Áurea, é apontado que:

Se você dividir o seu quadro de acordo com a Razão Áurea, similar ao modo como você dividiria o quadro usando a regra dos terços, com duas com duas seções de comprimento a separadas por uma seção de comprimento b de cada lado, e se você posicionar os elementos-chave da imagem sobre as linhas divisórias ou onde elas se cruzam, terá uma fotografia que obedece ao princípio que humanos acham naturalmente atraente (FREEMAN, 2015, p. 40).

O autor ainda acrescenta que, da Razão Áurea, podemos construir e utilizar a Espiral Áurea, e a define como:

Ela se baseia nos números da sequência de Fibonacci, mas provavelmente é mais fácil de compreendê-la se você pensar nela como uma série de quartos de círculo emendados que foram desenhados dentro de quadrados cada vez menores que, por sua vez, foram desenhados dentro de retângulos que obedecem à Razão Áurea. O centro da espiral é onde o assunto da sua fotografia deve estar e, se você permitir que a espiral dite o restante da sua composição, descobrirá que encontrou uma imagem poderosa (FREEMAN, 2015, p. 41).

O autor ainda apresenta o uso da simetria como recurso de equilíbrio e o uso de triângulos, e triângulos áureos, no enquadramento da imagem. Para ele, quando existem diversos elementos na cena, é importante ordená-los em um formato bem definido, e um dos meios de fazer isso é pelo uso dos triângulos. Por serem dinâmicos e estáveis, passam uma ideia de solidez à composição enquanto “a convergência de suas arestas dá uma sensação natural de movimento” (FREEMAN, 2015, p. 54).

Em “O olho do fotógrafo – composição e design para fotografias digitais incríveis”, obra de Freeman (2012), mais conceitos geométricos são explorados. Desde o formato do quadro, sua divisão e proporção de lados adequada a cada tipo de fotografia até a ideia de perspectiva e profundidade para produzir algo belo, abordando o uso de pontos como zonas de posicionamento e as figuras geométricas como elementos de apoio no enquadramento.

Aumont define enquadrar como “fazer deslizar sobre o mundo uma pirâmide visual imaginária” (1993, p. 154). Para ele,

Todo enquadramento estabelece uma relação entre um olho fictício - o do pintor, da câmara, da máquina fotográfica - e um conjunto organizado de objetos no cenário: o enquadramento é pois, nos termos de Arnheim, uma questão de centramento/descentramento permanente, de criação de centros visuais, de equilíbrio entre diversos centros, sob a direção de um “centro absoluto”, o cume da pirâmide. A questão do enquadramento também ter a ver com a da composição. Isso fica claro na fotografia, que por muito tempo procurou ser uma prática artística em torno da ideal junção de um enquadramento documentário (por construção) e de uma composição geometricamente interessante (AUMONT, 1993, p. 154).

O autor também estabelece o conceito de perspectiva como “uma transformação geométrica, que consiste em projetar o espaço tridimensional sobre um espaço bidimensional segundo certas regras, e de modo a transmitir, na projeção, uma boa informação sobre o espaço projetado” (AUMONT, 1993, p. 213).

Fica claro, pelo entendimento de autores do ramo fotográfico, que existe uma conexão direta entre a produção fotográfica e conceitos geométricos presentes no ensino básico. A partir disso, são grandes as possibilidades para o uso da fotografia no contexto de investigação geométrica.

## 5 FOTOGRAFIA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

### 5.1 Fotografia e Educação

Desde seu nascimento, a sociedade vem enfrentando uma evolução constante. O surgimento e aprimoramento das tecnologias, não necessariamente as digitais, provocou e ainda provoca profundas mudanças sociais. Esse modelo de interação atual tem influências diretas na escola contemporânea, pois o perfil do indivíduo social e seu papel na sociedade se encontram em constante desenvolvimento e o estudante, como sujeito social, vê-se no meio dessas transformações.

A respeito disso, Dantas (2000, p. 1) afirma que a educação se apresenta como ferramenta para lidar com o mundo moderno e por esta razão se encontra no centro dessa problemática. Ela constrói “um espaço que pode reproduzir e controlar as demandas sociais, através de estratégias adequadas a dupla relação do fazer pedagógico, o ensinar – aprender”

O novo perfil de educando possui necessidades diferentes, já que a sociedade se encontra transformada. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 5) vivemos numa era marcada pela competição e pela excelência, onde progressos científicos e avanços tecnológicos definem exigências novas para os jovens que ingressarão no mundo do trabalho. Desse modo, tais jovens necessitam não só de conteúdo, mas de meios de ressignificá-lo, de aprimorá-lo, de organizá-lo e interpretá-lo. Exigem ser mais autônomos, sujeitos e agentes de seu processo de aprendizagem.

Por isso, todos os envolvidos no processo pedagógico devem se questionar sobre o papel real da educação na formação do sujeito. Sendo a escola um componente essencial de comunicação do homem com sua comunidade, responsável pela formação de cidadãos, é sua obrigação se adaptar a este perfil de alunos e suas necessidades.

É indispensável que a metodologia de ensino se renove e atualize, de modo a atender as necessidades de um mundo moderno e se mostrar coerente com a realidade contemporânea. Para Dantas (2000, p. 5), a educação deve ser um campo que amplia e aprofunda as práticas-reflexões dos homens, levando em consideração os desejos, anseios, emoções, e cristalizadas por mecanismos diversos. Faz-se necessário, então, um ensino que se distancie da ciência desligada dos fatos e descontextualizada da vida do aluno e se mostre um ambiente fértil à produção de conhecimentos mais significativos.

Neste sentido, é possível estabelecer uma conexão entre o ensino e ferramentas didáticas que proporcionem a produção de saberes contextualizados. De acordo com a autora, dentre estas ferramentas, podemos destacar a fotografia já que ela possibilita a reflexão sobre a educação na medida em que estabelece relações entre as leituras que surgem.

Ainda é possível salientar que

Uma abordagem que privilegie a complexidade do real pela fotografia, numa perspectiva de entender uma estética de educação, para além dos espaços reservados a esse fim, é relevante, na medida em que, pretende-se refletir sobre o paradigma vigente, apontando para um campo imagético que revela/esconde a natureza complexa do que é tecido em conjunto. Nessa investida não há uma hierarquia entre real/imaginário, razão/emoção, natureza/cultura, mas antes um entrelaçamento que estrutura uma ética - estética do pensamento, denunciador de uma educação feita nas entrelinhas do saber - aprender (DANTAS, 2000, p. 4).

Sendo assim, existe na fotografia a oportunidade de ser utilizada como instrumento pedagógico. Seu papel como mediadora das relações entre o sujeito e seu espaço e a capacidade de atuação como um meio de leitura do mundo moderno estabelece conexões com a educação como um espaço de criação.

Mesmo sem o advento da fotografia, o ser humano sempre viveu em um mundo composto por imagens representativas. Temos como exemplo a arte rupestre nas cavernas antigas, os hieróglifos em pergaminhos egípcios, as pinturas renascentistas e tantas outras situações sociais onde a imagem se mostrou presente ao longo dos anos. A mudança real foi nos instrumentos usados para gravar tais imagens.

Atualmente, várias tecnologias se desenvolveram de modo a facilitar a produção e disseminação de imagens, incluindo aparelhos celulares com câmeras fotográficas de grande qualidade e inúmeros aplicativos e redes sociais encarregados da publicação exclusiva de retratos.

Adolescentes e jovens de todo o mundo se mostram cada vez mais conectados, em todas as redes sociais. Frequentemente com seus celulares o dia inteiro, eles registram tudo o que vêm pela frente, ansiosos para postar e compartilhar com os amigos virtuais. Assim, são produzidas e compartilhadas cada vez mais imagens todos os dias, geralmente apenas pelo fazer, sem espaço algum para a reflexão do ato.

Esses jovens que estão na mídia social a todo tempo, são aqueles que passam horas de suas vidas em salas de aula. Será que, então, a escola não poderia oferecer a eles um espaço para reflexão e se utilizar desse meio para o fazer pedagógico?



## 5.2 A Fotoeducação Matemática

Pensando na utilidade e possibilidades da Fotografia para o fazer pedagógico, nos deparamos com o conceito da Fotoeducação Matemática (*Mathematical Photoeducation*) por Makiewicz. A autora define a Fotoeducação Matemática como “um conjunto de atividades cuidadosamente consideradas e planejadas para o professor e estudantes, focando na educação matemática e apoiadas pela fotografia” (MAKIEWICZ, 2014, p. 65, tradução nossa) com o objetivo de “apoiar o desenvolvimento da atividade matemática e despertar a criatividade científica do estudante no campo da matemática” (MAKIEWICZ, 2014, p. 59, tradução nossa). Tais atividades utilizam de compreensões cognitivas, estéticas e criativas em práticas que incentivam a leitura, interpretação e comentários de fotografias tiradas por terceiros, possibilitando o reconhecimento de correlações, conceitos e símbolos, bem como a produção de fotografias pelos próprios alunos de modo a construir modelos, formular e resolver problemas. Para Makiewicz, a Fotoeducação relaciona todas as ações realizadas por professores e alunos ao estudar matemática com base na fotografia, gerando hipóteses que se apoiam no conhecimento atual e na visualização fotográfica.

Neste sentido, a construção da Fotoeducação Matemática foi realizada referenciando duas áreas importantes da atividade estudantil: a leitura visual de materiais já criados e a criação de novos materiais visuais pelos alunos. Em alusão direta às teorias fotográficas, esta abordagem recorda duas perspectivas clássicas da fotografia sociológica: “decodificação com a ajuda de categorias ou modelos, que consiste na imposição de um framework conceitual e conexões com fotografias, bem como uma atividade artística independente tomada com a intenção de atribuir significados.” (SZTOMPKA 2012, p. 28 *apud* MAKIEWICZ, 2014, p. 65, tradução nossa). A autora ainda aponta que “a essência da Fotoeducação não consiste em enfeitar livros-texto, atividades ou livros com imagens coloridas, mesmo que esse seja um aspecto ainda importante, especialmente pelos chamados esteticistas. A introdução da fotografia no ensino de matemática tem um propósito maior” (2014, p. 61, tradução nossa).

Essa introdução da fotografia na didática escolar permite uma expressão artística independente por meio de situações didáticas favoráveis à descoberta de conceitos. Tirar fotos de objetos apresentados reforça o desenvolvimento do processo de visualização e imaginação de objetos matemáticos (MAKIEWICZ, 2014, p. 38, tradução nossa) já que a atividade fotográfica vai desde a observação até a problematização e comunicação por meio de fotos, títulos e descrições.

Aprender matemática vem de experiências em níveis intelectual, físico e social. Por este motivo, podemos afirmar que:

A natureza abstrata da matemática constitui um desafio para objetivos cognitivos ambiciosos. Nossos sentidos nos permitem experimentar as propriedades do real, objetos concretos, ao invés da ideia de uma função, uma equação, ou uma transformação geométrica. O triângulo é invisível, mesmo que estejamos familiarizados com ele e possamos indicar objetos triangulares. O cubo não tem cor, e mesmo assim quando pegamos um dado experimentamos uma representação concreta, um atributo que é, por exemplo, a massa. Não tocamos ângulos, linhas retas e segmentos de retas, mas chegamos perto desta ideia com a ajuda de sombras projetadas na parede de uma caverna com a luz do fogo [...] (Platão, 1958). A fotografia oferece o meio perfeito para facilitar a transferência entre o mundo de ideias e o mundo de objetos concretos. Essa transferência é um processo de duas etapas, processando do que é visível para o que é concebível (interiorização) e do que é concebido para o que é visto (exteriorização). A fotografia captura perfeitamente representações visuais, ou imagens, criadas em nossas mentes (MAKIEWICZ, 2014, p. 61, tradução nossa).

A criatividade proporcionada pela Fotoeducação Matemática pode ser extremamente importante para o desenvolvimento do conhecimento matemático. O uso de fotos viabiliza oportunidades de “aplicar uma variedade de filtros que permitem a diferenciação de coisas que importam e coisas insignificantes da vida diária” (MAKIEWICZ, 2014, p. 65, tradução nossa). A natureza abstrata da matemática escolar exige dos estudantes criatividade para absorver sua essência.

Assim, essa abordagem se fundamenta na sensibilidade artística e expressão cognitiva do estudante. Sendo realizada em um ambiente fora da sala de aula, permite transicionar entre matemática e arte utilizando da curiosidade do discente em observar e explorar fenômenos naturais e artificiais.

Também se fundamenta no conceito cognitivo da natureza humana, onde o desenvolvimento do estudante acontece por meio de dois processos: assimilação e acomodação<sup>4</sup>. Makiewicz afirma que as estruturas cognitivas do discente se alteram à medida que recebe novas informações obtidas por meio da interpretação do ambiente que o cerca. Através da interiorização e exteriorização, os estudantes “transcendem a informação recebida de fontes externas e atingem níveis altos de generalização ao se distanciarem gradualmente dos objetos específicos que os cercam” (MAKIEWICZ, 2014, p. 61, tradução nossa).

---

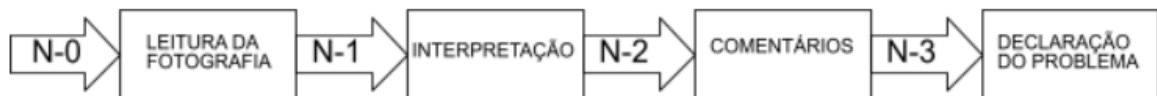
<sup>4</sup> Muito antes, Jean Piaget já havia apresentado os conceitos de assimilação e acomodação relacionados à educação.

A respeito da interiorização, é defendido que o professor deve atuar organizando o campo de percepção e direcionando a interpretação. Ao estudante, cabe ser guiado à um nível de abstração onde ele consegue diferenciar e nomear objetos matemático presentes em uma fotografia.

O sucesso da Fotoeducação é associado, primeira e principalmente, com a sensibilidade visual do estudante, bem como a habilidade de ler imagens fotográficas. No entanto, o elemento de interiorização que os estudantes acham mais desafiador é o reconhecimento e formulação de problemas. A dificuldade encontrada aqui é associada com a criação de uma situação semiótica que provoca um sistema holístico de visualização (LEWANDOWSKA - TOMASZCZYK 2009, p. 22). Portanto, o professor, apesar da tentação natural de oferecer assistência, deve permitir que a criança inicie uma atividade sem assistência (MAKIEWICZ, 2014, p. 66, tradução nossa).

Com base nisso, podemos apresentar um modelo para o desenvolvimento de atividades em Fotoeducação Matemática de forma a destacar a aplicação da fotografia no processo de interiorização.

Figura 7 - Processo de interiorização.



Fonte: Makiewicz (2014, p. 63, tradução nossa).

A Fotoeducação Matemática começa na etapa N-0, antes mesmo de se iniciar a leitura de imagens fotográficas. Esta etapa é reservada para a organização da situação didática, para conhecimento das inclinações estudantis, seus interesses e preferências, permitindo que o olho veja sem a mente interpretar, numa visualização inicial.

Vale e Barbosa (2020, p. 180, tradução nossa) afirmam que a visualização tem papel importante na aprendizagem matemática, podendo se tornar uma ferramenta cognitiva no desenvolvimento de conceitos e procedimentos matemáticos já que possibilita o pensamento visual e criativo na resolução de problemas. Segundo Arcavi (2003, p. 217, tradução nossa) a visualização é “a habilidade, o processo e o produto da criação, interpretação, uso e reflexão de fotos, imagens, diagramas (...) com o objetivo de retratar e comunicar informações”.

Dentro da visualização, é possível o estudante desenvolver o “olhar matemático”, definido como a capacidade de usar a matemática como uma lente para “ver e interpretar as coisas e elementos que nos cercam” (VALE; BARBOSA, 2020, p. 181, tradução nossa), ou, em casos

específicos, o “olhar geométrico”, cunhado por Charles Godfrey em 1910 para definir a habilidade de ver propriedades geométricas se destacarem em uma figura.

As autoras defendem que ter o “olhar matemático” estimula o uso do mundo real como instrumento para a exploração de conceitos matemáticos, descobrindo as relações existentes entre a matemática e a natureza. Por conta disso, é uma competência que os estudantes devem adquirir educando seu olhar, já que olhos destreinados permeiam a invisibilidade dos conceitos que os cercam. Sendo assim, dizer que os alunos devem desenvolver o “olhar matemático” é dizer que eles devem aprender a olhar elementos do dia a dia sob uma nova perspectiva.

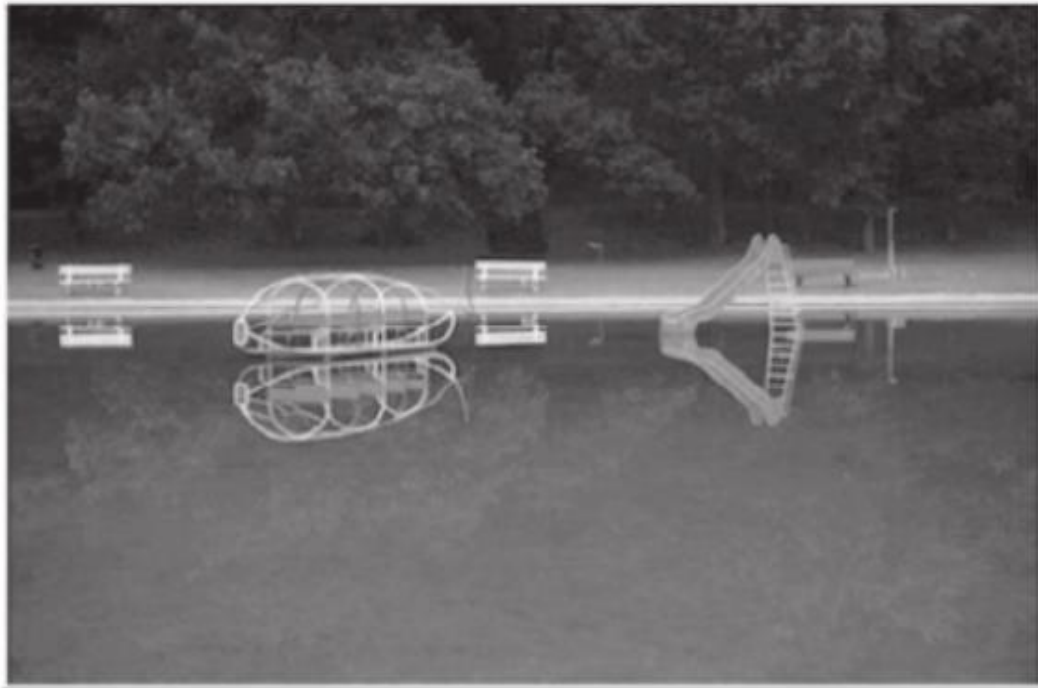
Portanto, o olhar matemático pode ser considerado uma habilidade necessária para o desenvolvimento da etapa I da leitura fotográfica (N-1) onde os estudantes começam a escanear as particularidades das imagens e perceber os entes matemáticos presentes nas fotografias. Para o professor, fica o papel de direcionar sem interferir na atividade estudantil, o que leva diretamente para a etapa de interpretação da imagem (N-2).

Nesta etapa, através da orientação do professor por meio de questionamentos que estimulam a percepção através do raciocínio, é possível partir do reconhecimento de entes matemáticos numa interpretação realista e literal da fotografia para uma interpretação formal que considera a história por trás e seus significados:

A interpretação da fotografia, no contexto da aplicação didática, deve ser entendida no sentido amplo como análise do conteúdo por meio da representação formal dos objetos matemáticos, enquanto os comentários devem ser pensados como a captura dos relacionamentos e correlações entre conceitos e a tentativa de experimentar a linguagem única da fotografia (MAKIEWICZ, 2014, p. 62, tradução nossa).

Assim, chegamos à etapa N-3, responsável por formular comentários a respeito das fotografias considerando as referências externas e conceitos ainda não apresentados. Nesta etapa, a imaginação e criatividade são estimulados de forma a nomear objetos e relacioná-los com legendas e descrições, iniciando uma discussão. Tal discussão leva à formulação do problema, última etapa no processo de interiorização, onde a intervenção do professor atinge seu nível mais alto por estimular o estudante a identificar e formular problemas, superar suas dificuldades em construir significados e finalizar as considerações com bons sentimentos.

Figura 8 – Fotografia do estudo de caso.



Fonte: Makiewicz (2014, p. 65).

Ainda sobre o processo de interiorização, Makiewicz oferece um exemplo de seu estudo de caso baseado em uma entrevista com um estudante da segunda série da educação básica, apresentado no Quadro 1 a seguir. No exemplo, a fonte de discussão é uma fotografia premiada na segunda edição do concurso Matemática em Foco (*Mathematics in Focus*) que age como estímulo constante.

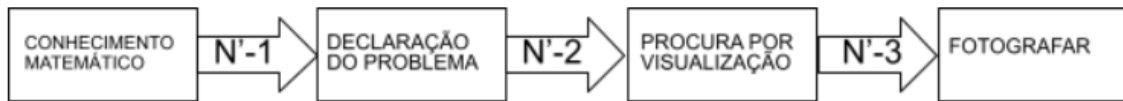
Quadro 1 - Atividades do professor e alunos durante o processo de interiorização em Fotoeducação Matemática baseadas no exemplo de simetria de reflexão do lago.

Atividades do professor	Atividades dos alunos
<p>(N-1) Apresenta a fotografia. Organiza a leitura da fotografia. <i>O que você vê na fotografia?</i></p>	<p>Se interessa, escaneando as propriedades dominantes da fotografia, nomeia objetos com seus nomes corretos. <i>O banco e a água assumem estruturas para as crianças. Eu vejo a borda do lago.</i></p>
<p>(N-2) Organiza o campo de percepção e direciona a interpretação em direção ao conhecimento. <i>O que você vê na fotografia te lembra alguma figura geométrica?</i></p>	<p>Nomeia os elementos individuais com a ajuda de nomes de ideias abstratas. <i>Sim, eu posso ver retângulos, triângulos e um setor circular, e também outra figura que não sei o nome - parece um peixe.</i></p>
<p>(N-3) Faz perguntas direcionadoras. <i>Você vê algo interessante nesta fotografia? Alguma regularidade?</i> <i>O que podemos dizer sobre as dimensões dos retângulos - bancos e escorregador?</i> <i>Como chamamos aquela figura e seu reflexo?</i> <i>Tudo bem, e na linguagem matemática dizemos que aquelas duas figuras são...?</i> <i>Você poderia formular alguma pergunta matemática relacionada a esta fotografia? Pode pensar em alguma?</i></p>	<p>Responder às perguntas e indicar problemas. <i>Os retângulos na parte de baixo são reflexos dos retângulos da parte de cima. O setor circular, a borda do lago parece dividir a imagem em duas partes que são bem parecidas. Na verdade, elas são idênticas.</i> <i>O objeto real e seu reflexo tem o mesmo comprimento. A medida permanece a mesma depois da reflexão</i> <i>Um espelho?</i> <i>Simétricas</i> <i>Quantos bancos tem ali? Quantos degraus tem na escada e quantos degraus tem no reflexo?</i></p>

Fonte: Makiewicz (2014, p. 65, tradução nossa).

Já a respeito processo de exteriorização, podemos apresentar o seguinte modelo de procedimentos durante o processo:

Figura 9 - Processo de exteriorização.



Fonte: Makiewicz (2014, p. 64, tradução nossa).

Makiewicz aponta que “a primeira intervenção do professor (N°-1) é organizar a discussão sobre objetos matemáticos recentemente introduzidos e suas propriedades” (2014, p. 64, tradução nossa). A autora ainda acrescenta que o professor deve ter como objetivo direcionar os estudantes na formulação dos problemas. Já na etapa N°-2, é necessário organizar uma saída escolar ou algo que extrapole as barreiras físicas da sala de aula, para que a exploração independente aconteça. Em N°-3, a atuação do professor é apenas supervisionar o processo de exploração e aprendizagem, encorajando soluções criativas e divergentes umas das outras.

Sendo assim, o processo de exteriorização foca muito mais na produção de fotografias e exploração dos resultados de acordo com conceitos matemáticos. É chegada a hora dos estudantes pegarem suas câmeras e colocarem em prática o que foi discutido.

Para tanto, é recomendado que as atividades ocorram fora da sala de aula. Vale e Barbosa defendem que a educação pode acontecer em diversos locais, inclusive fora da sala de aula. Um ambiente externo pode estimular positivamente as expectativas e motivações estudantis e, conseqüentemente, construir relações afetivas e conexões que apoiam o processo de abstração matemática. “Nesse sentido, consideramos que ver através de fotografias ou imagens a conexão entre matemática descoberta dentro e fora da sala de aula, e não as ver como entidades separadas, pode ser uma boa estratégia de aprendizagem” (VALE; BARBOSA, 2020, p. 179).

Em seu estudo de caso, Makiewicz apresenta no Quadro 2 a seguir, um exemplo do processo de exteriorização que acontece influenciado pelos conhecimentos sobre simetria adquiridos na escola.

Quadro 2 - Atividades do professor e alunos durante o processo de exteriorização em Fotoeducação Matemática baseadas no exemplo de simetria de reflexão do lago.

Atividades do professor	Atividades dos alunos
<p>(N'-1)</p> <p>Cria uma situação problema e direciona os estudantes à formulação de problemas baseados na visualização de noções previamente discutidas.</p> <p><i>O que discutimos recentemente na aula?</i> <i>O que é simétrico à nossa volta?</i></p> <p><i>Vocês se lembram do nome da transformação que discutimos quando fizemos a impressão de uma mancha de tinta em um pedaço de papel?</i> <i>Vocês se lembram do nome da transformação que discutimos quando cortamos buracos em um papel dobrado?</i> <i>Vocês se lembram dos exemplos de figuras centralmente simétricas?</i> <i>Pode me dar um exemplo de letras maiúsculas do alfabeto que tem eixo de simetria?</i> <i>E uma letra maiúscula que tem um centro de simetria?</i> <i>Que tipos de simetria vocês estão familiarizados? - devem pensar em simetria plana.</i></p>	<p>Se interessa, recuperando na memória nomes de objetos matemáticos familiares e suas propriedades.</p> <p><i>Simetria</i> <i>O quadro, as janelas, lâmpadas, um anel, uma bola, o monumento em frente à escola, uma pipa, uma borboleta.</i> <i>Simetria axial.</i></p> <p><i>Simetria de reflexão.</i></p> <p><i>Uma pipa, uma bola, uma bolinha de gude, um guarda-chuva.</i></p> <p><i>M, W, U, H, K</i></p> <p><i>I, X, Z</i> <i>Eu conheço a simetria axial, a simetria central, e também a simetria refletida no lago.</i></p>
<p>(N'-2)</p> <p>Organiza a atividade estudantil.</p> <p><i>Hoje é nossa última aula de matemática antes do feriado. Eu gostaria que vocês tirassem fotos que ilustram simetrias durante suas viagens. As fotografias mais interessantes serão apresentadas em uma exibição na escola durante o próximo ano escolar. Por favor, lembrem-se de adicionar título e descrições às suas fotos.</i> <i>Por favor, tirem um momento para pensar o que você pode fotografar e como irá tirar a foto.</i></p>	<p>Procura por associações fotográficas, apresenta ideias e tira fotos.</p>
<p>(N'-3)</p> <p>Apoiar a ingenuidade do estudante, encorajar a resolverem um dado problema de várias maneiras diferentes e a abordar a tarefa de maneira original.</p> <p><i>Deixe-me adivinhar: sua fotografia apresenta simetria central - uma esfera é realmente uma simetria perfeita e sua fotografia mostra a simetria no reflexo na água.</i></p>	<p>Aperfeiçoa suas ideias e tira fotografias com sucesso. Identifica o problema.</p> <p>O estudante tira fotos e dá títulos e descrições.</p>



Portanto, podemos concluir que a Fotoeducação Matemática permite a matematização por meio da interiorização e exteriorização. A atividade da Fotoeducação não permite o uso de receitas feitas previamente e modelos a serem seguidos, ao invés disso foca em esforços criativos baseados nos interesses pessoais e no ambiente ao redor. Permite também todos os tipos de trabalho: individual, em grupos e projetos coletivos, removendo barreiras de modo a familiarizar o discente com o pensamento matemático sensibilizado pela arte.

Considerando que a criatividade e o pensamento visual e estético não são conceitos exclusivos de manifestações artísticas, pelo contrário, se mostram presente em áreas como a Matemática e a Geometria - onde a imaginação abre as portas para o nascer do pensamento matemático abstrato - faz-se necessária uma abordagem da Geometria que permita ao aluno liberdade e desenvolvimento da imaginação, além da oportunidade de produzir, se expressar e comunicar suas ideias. Seria possível, então, estabelecer um trabalho de construção de conceitos geométricos, seguindo o direcionamento artístico produzido pela fotografia como uma ferramenta didática e tomando precauções para que os registros sejam feitos e a formalização e constituição da axiomática formal seja construída.

É importante ressaltar que tais tarefas devem ser elaboradas de acordo com o conteúdo previsto. Tendo em vista as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) sobre o estudo de Geometria nos anos do ensino fundamental, os conceitos geométricos trabalhados por meio da teoria fotográfica podem ser guiados. Dentre estes conteúdos, podemos destacar alguns com potencialidade para o exercício da investigação por meio da fotografia:

- Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico;
- Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais;
- Simetria de reflexão e Simetrias de translação, rotação e reflexão;
- Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos;
- Ângulos: noção, usos e medida;
- Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos;
- Polígonos regulares.

Com todos estes conteúdos, no ensino de Matemática atual, não é muito difícil encontrar imagens fotográficas, como ferramentas didáticas, nos livros texto ou em atividades em sala de aula. No entanto, o uso dessas imagens, normalmente, é para a leitura e interpretação, de modo a retirar dados relevantes para o problema/questão a ser resolvido.

Oportunamente, podemos elaborar práticas capazes de transpor este uso, enfatizando a relação entre a utilidade, prática e conhecimento matemático e geométrico, áreas onde se faz importante o uso da criatividade e da abstração, assim como na fotografia. É possível ir além e introduzir a prática fotográfica como recurso didático. Desta maneira, os alunos teriam contato com atividades que não só destacam a relação da Geometria com o mundo em que vivem, como permitem que sejam ativos, fazendo uso da prática fotográfica e produzindo seu próprio material. É claro que apresentar regras para a composição de fotografias não faz do aluno um fotógrafo, mas apresenta possibilidades para estabelecer uma relação mais estreita com a Geometria, já que “para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos” (PCN, 1998, p. 23).

## 6 METODOLOGIA

No ano de 2020, quando se iniciou essa pesquisa, aconteceu o até então surto do novo coronavírus, ou Covid-19<sup>5</sup>, mais tarde classificado como pandemia pelo seu alcance global. Por conta disso, o isolamento social foi instaurado e as aulas nas escolas brasileiras foram suspensas por tempo indeterminado, a partir de 18 de março de 2020. Com o passar dos meses, a situação foi se agravando, impossibilitando o retorno das aulas presenciais e, por consequência, a realização das práticas pedagógicas planejadas para este estudo. Por este motivo, nosso planejamento sofreu alterações e atrasos, já que as atividades aconteceriam quando fosse considerado seguro a todos.

A fim de assegurar que os objetivos sejam alcançados, foi desenvolvida uma pesquisa qualitativa com foco no processo de elaboração e aplicação de atividades, nas características relativas a essa prática e seus possíveis percalços e ressalvas.

Inicialmente foi desenvolvida uma pesquisa teórica sobre o ensino de Geometria, além de uma pesquisa sobre “fotografia” e suas contribuições pedagógicas aos conceitos geométricos exigidos no currículo obrigatório do Ensino Fundamental II. Deste modo, foi possível subsidiar o processo de elaboração de atividades para práticas pedagógicas que utilizam da Fotografia como instrumento didático no ensino de Geometria no Ensino Fundamental.

Assim, a fase de pesquisa teórica se encerrou com a elaboração de atividades para práticas pedagógicas que correspondem às intenções já citadas. Para elaborar e aplicar tais atividades, optamos por uma pesquisa realizada em um contexto escolar diferente do que estamos inseridos atualmente. Tal abordagem foi escolhida por proporcionar uma reflexão sobre a minha prática docente em um outro ambiente e possibilitar uma conversa com outro professor. Além disso, atualmente atuo como professora em escola da rede particular de ensino, o que torna a pesquisa sobre a própria prática difícil de ser realizada pela burocracia que envolve tais práticas pedagógicas. Ademais, o professor escolhido como participante é um estudante de Mestrado. Sendo assim, conhecemos suas preocupações com a aprendizagem de geometria de seus alunos e consideramos uma boa oportunidade para colocar em prática nossas atividades.

Durante as práticas pedagógicas utilizamos de alguns instrumentos para a coleta de dados, possibilitando a avaliação. São eles: observações de aula em caderno de campo, feitas

---

<sup>5</sup> Doença infecciosa causada pelo vírus SARS-Cov-2. Tem como principais sintomas febre, tosse seca e cansaço. Responsável pela morte de mais de 6 milhões de pessoas no mundo.

posteriormente às práticas para que nossas percepções sobre o desdobramento das atividades fossem registradas; gravações de áudio realizadas durante a prática, possibilitando a transcrição dos comentários dos estudantes; e materiais produzidos pelos alunos, principalmente as fotografias e folhas de resposta, para que pudéssemos avaliar a evolução e assimilação do conteúdo.

No total, as atividades foram pensadas em sete momentos envolvendo os processos de interiorização e exteriorização de acordo com Makiewicz (2014). Com exceção do momento 0, que é uma apresentação, cada um dos outros momentos possui perguntas norteadoras elaboradas com base nas etapas dos processos de leitura e produção fotográfica. Em uma primeira etapa, abordamos o processo de interiorização com atividades de leitura e análise de fotografias realizadas dentro de sala com o auxílio de projetor e apresentação de slides. Já na segunda etapa, trabalhamos o processo de exteriorização com práticas fora de sala onde foram produzidas fotos com base nas discussões da etapa 1. Cronologicamente, as etapas se intercalam visto que a prática acontece logo após a discussão de determinados conceitos e volta a acontecer após outras discussões. Por conta disso, enumeramos os momentos da seguinte forma:

- **Momento 0 - Leitura da fotografia:** É um momento introdutório onde o objetivo é discutir os elementos de fotografias que possibilitam uma interpretação e um entendimento da mensagem a ser passada. Nessa atividade, conversamos sobre a iluminação, a exposição, as proporções, linhas e tantos outros objetos perceptíveis ao leitor de modo que a leitura de uma fotografia se torne mais natural aos estudantes e que possam compreender, até certo ponto, como um fotógrafo pensa. São apresentadas fotos para discussão de seus elementos e apontado o uso da Geometria na compreensão da imagem. Dessa forma, é possível concluir a etapa N-0 e preparar os estudantes para as próximas atividades.
- **Momento 1 – Onde está a Geometria:** Com o objetivo de proporcionar o reconhecimento e investigação das propriedades das figuras geométricas planas, como orientam os PCN's, por meio da análise de fotografias. O momento 1 se inicia separando os alunos em grupos e projetando em sala fotografias para análise de acordo com as perguntas norteadoras:
  - N-1: Qual o seu olhar sobre a fotografia?

- N-2: O que você vê na fotografia se assemelha a alguma figura geométrica?
- N-3: Você vê algo de interessante? Alguma regularidade? Alguma proporcionalidade? Alguma figura geométrica plana ou espacial? Elabore um parágrafo relatando suas observações. Em seguida, formule uma pergunta relacionada a matemática sobre essa fotografia.

Dessa forma, é possível guiar o estudante através das etapas de interiorização, como aponta Makiewicz (2014), sem interferir em seu processo criativo.

- **Momento 2 - Composição e enquadramento geométrico:** Tem por objetivo explorar figuras geométricas e suas características através da análise de fotografias. Esse momento se assemelha ao anterior, porém dessa vez não queremos as figuras geométricas visíveis ao primeiro olhar, presentes nas construções e estruturas na foto, mas sim aquelas consideradas escondidas, pensadas no enquadramento e composição da figura. Por este motivo, mostramos o uso de três figuras como vértices de um triângulo, ou o uso de molduras que se assemelham a quadriláteros e até o uso de linhas paralelas para indicar o olhar. Cada uma das fotografias presentes nesse momento é discutida em sala e analisada de acordo com as perguntas organizadas ainda no processo de interiorização:
  - N-1: Qual a sua percepção sobre as fotografias e a forma como foram pensadas?
  - N-2: Você consegue visualizar alguma outra figura geométrica nas fotos apresentadas?
  - N-3: Quais são as figuras geométricas destacadas nas fotos desta atividade? Aponte o número de lados, vértices e ângulos de cada uma. Quais informações são necessárias para calcular a área e o perímetro dessas figuras?
- **Momento 3 - Clique geométrico:** O momento 3 introduz o processo da exteriorização ao permitir o reconhecimento de figuras geométricas em situações de realidade, no ambiente escolar. De acordo com o que foi discutido nos outros momentos, os estudantes produzem suas fotografias tendo em mente

a visualização das figuras geométricas em imagens fotográficas. Previamente é retomado em sala tais conceitos, através de uma pergunta da etapa N°-1: O que discutimos nas últimas aulas? Quais conceitos geométricos trabalhamos dentro da fotografia? Podem me dar exemplos de como usamos a geometria na composição de uma foto?

Logo após, prosseguimos para a etapa N°-2, da produção: Produza fotografias do espaço escolar que possuam figuras geométricas facilmente reconhecíveis e na composição e enquadramento da foto. Lembre-se de adicionar descrição e título às fotografias. Por fim, conversamos sobre as fotografias e as técnicas utilizadas, finalizando a exteriorização na etapa N°-3: Vamos discutir, com os retratos em mãos, as técnicas que você usou para produzi-los.

- **Momento 4 - Kit fotográfico:** Nos distanciando um pouco das figuras geométricas, objetivamos agora investigar o conceito de proporcionalidade apresentado por meio de regras fotográficas. Para isso, é necessário introduzir a Regra dos Terços e a Espiral Áurea, enfatizando a divisão do quadro fotográfico em partes proporcionais. Dessa forma, é pedido que os alunos construam em transparências desenhos das duas regras para que possam sobrepô-las a fotografias impressas e analisar a aplicação de uma ou de outra. Após uma discussão oral, eles devem retomar a discussão sobre figuras geométricas e acrescentar à conversa o debate sobre as regras recém estudadas:
  - N-1: Qual o seu olhar sobre a fotografia?
  - N-2: O que você vê na fotografia te lembra alguma figura geométrica?
  - N-3: Você vê algo de interessante? Alguma regularidade? Alguma proporcionalidade? Alguma figura geométrica plana ou espacial? Formule alguma pergunta relacionada a matemática sobre essa fotografia. Quais das fotos obedecem a regra dos terços? Quais delas obedecem a espiral áurea? Existe alguma que se encaixa nas duas?
- **Momento 5 - Clique geométrico, o retorno:** Assim como o outro momento de exteriorização, o foco aqui é a produção fotográfica com base no que foi apresentado anteriormente. Assim, objetivamos reconhecer a proporcionalidade em situações de realidade, no ambiente escolar. Utilizamos as mesmas perguntas norteadoras:

- N'-1: O que discutimos nas últimas aulas? Quais conceitos geométricos trabalhamos dentro da fotografia? Podem me dar exemplos de como usamos a geometria no enquadramento de uma foto?
  - N'-2: Eu gostaria que você produzisse fotografias do espaço escolar que utilizem regra dos terços ou espiral áurea. Lembrem-se de adicionar descrição e título às fotografias.
  - N'-3: Vamos discutir, com os retratos em mãos, as ferramentas que você usou para produzi-los.
- **Momento 6 - Fotografando a altura:** Aproveitando do conceito de proporcionalidade, a intenção é resolver problemas de medidas e proporção relacionados a situações cotidianas utilizando da fotografia como ferramenta. Dessa forma, propomos que os estudantes se fotografem ao lado de um objeto que gostariam de medir, para que possam aproveitar das medidas na foto e de sua altura real ao calcular a altura real do objeto. A exploração se dá por meio das etapas da interiorização:
    - N-1: O que você vê na fotografia?
    - N-2: O que você vê na fotografia te lembra algo relacionado a proporção?
    - N-3: Você vê algo de interessante? Como você acha que é possível calcular a altura real dos objetos das fotos? Qual a sua altura real?

Assim, os momentos se encerram e podem ser levados à prática.

Em uma fase inicial de nossa pesquisa, algumas atividades dos primeiros momentos foram realizadas em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental no Centro Pedagógico da UFMG, nos horários destinados ao GTD<sup>6</sup>, com duração de uma hora e trinta minutos. Dessa forma, realizamos um exercício preparatório à pesquisa que funcionou para que pudéssemos vivenciar e analisar nossa prática, bem como a viabilidade do material elaborado. As atividades foram trabalhadas ao longo de duas aulas, nos dias 14/02 e 21/02, pois logo após este período os horários seriam tomados por suas ementas originais.

---

<sup>6</sup> Grupo de Trabalho Diferenciado: disciplina criada pelo Centro Pedagógico que inicialmente possibilitava o acompanhamento específico para cada aluno, respeitando seu tempo. Atualmente também proporciona o estudo e reflexão de temas interdisciplinares de forma coletiva e interativa. Os estudantes se matriculam no GTD de seu interesse, depois de conhecer as propostas de cada um.

Sendo as atividades separadas em sete momentos, conseguimos aplicar, nessa experiência, quatro deles, por limitação de tempo. A princípio, o momento zero foi apresentado aos estudantes como uma explicação oral, sem recursos visuais, do que consideramos elementos importantes na leitura de uma fotografia. Logo após, partimos para a análise das imagens selecionadas e pudemos perceber pelas respostas dos discentes que a explicação anterior não ficou clara. Ao perguntarmos “O que você vê na fotografia?” recebemos respostas que falavam muito mais das opiniões pessoais do que dos elementos discutidos momentos antes. Notamos que após um direcionamento com perguntas do tipo “Vocês veem linhas?” “Como está a iluminação?” “Existe algum movimento indicado?” as respostas se tornaram mais voltadas para conceitos matemáticos. Por este motivo, na segunda vez que realizamos a prática, optamos por reelaborar o momento e incluir exemplos visuais para cada um dos elementos que apresentamos. O momento 1 ocorreu sem muitos problemas. As fotografias foram exibidas no quadro e os estudantes nos responderam, oralmente, com figuras geométricas básicas destacadas nas imagens, além de apontarem linhas e molduras. Na aula seguinte, começamos com o momento 2, explicando como as figuras geométricas não só se apresentavam com uma disposição clara e de fácil percepção, mas também com posicionamentos de objetos que não necessariamente se conectavam entre si. Apresentamos o primeiro exemplo e foi demonstrado como a existência de três objetos principais em um quadro de imagem pode ser usada para a criação de um triângulo. O mesmo aconteceu para as outras imagens, onde explicamos a escolha do fotógrafo e discutimos outros componentes da foto. Depois, o momento foi reservado à fotografia: usando seus celulares e uma câmera, os alunos andaram pela sala e efetuaram registros seguindo as discussões que tivemos. Ao analisar algumas fotos produzidas, pudemos perceber que ainda há uma dificuldade de se desprender das figuras geométricas óbvias aos olhos e se aventurar pelo uso imaginário.



Figura 10 – Registro do estudante 1, realizado no ano de 2022.



Fonte: elaboração própria.

Figura 11 - Registro do estudante 2, realizado no ano de 2022.



Fonte: elaboração própria.

Figura 12 - Registro do estudante 3, realizado no ano de 2022.



Fonte: elaboração própria.

É possível notar que os estudantes procuraram objetos que já se assemelhavam a figura geométricas conhecidas, se limitando ao que consideravam mais fácil. Nesse caso, analisamos que poderíamos ter nos aprofundado mais nas discussões sobre o enquadramento e o uso de figuras “invisíveis”, para que não houvesse tanta dificuldade ao pôr em prática.

A partir dessa experiência, conseguimos avaliar e repensar nosso material, já que encontramos resultados não tão satisfatórios na produção de fotografias. Entendemos que alguns momentos deveriam ser reelaborados de maneira a ficar mais claro os objetivos. Feito isso, iniciamos a pesquisa. Ela se deu em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental na Escola Municipal E. L., localizada em Santa Luzia, onde o professor nos cedeu suas aulas destinadas à geometria. Para o desenvolvimento da atividade, foram estabelecidos oito momentos de cinquenta minutos cada.

## 6.1 A escola

A Escola Municipal Edwar Lima pertence à rede municipal de Santa Luzia/MG, região metropolitana de Belo Horizonte. Atende, no turno da manhã, as turmas do 5º aos 9º anos do Ensino Fundamental e, no turno da tarde, turmas da Educação Infantil ao 4º ano do Ensino Fundamental.

No turno da noite, a Escola conta com algumas turmas da EJA. Todas as 21 salas são ocupadas nos turnos manhã e tarde, contabilizando 42 turmas do Ensino Fundamental.

Possui um bom espaço físico, contando com salas de aula, sala de recurso, biblioteca, quadra, cantina, sala dos professores, sala da direção, sala da supervisão, sala de reunião com pais, secretaria e banheiros. Todas as salas de aula são equipadas com um quadro branco, uma lousa e um projetor, sendo que uma das salas conta com uma lousa interativa. Não existe sala de informática, pois os computadores foram furtados logo quando foi criada e atualmente não existem mais salas disponíveis para tal.

A Escola Municipal Edwar Lima localiza-se no bairro Palmital, uma região de extrema vulnerabilidade social. Nos entornos da escola, percebe-se ainda ruas não asfaltadas, que retratam a condição socioeconômica da região. Os professores afirmam que há falta de compromisso com as atividades propostas extraclasse e a falta de interesse pelos temas propostos em sala de aula. Além disso, os alunos não apresentam um perfil de estudantes que realizam as tarefas fora da escola e que dedicam um tempo para a realização das atividades. O grupo docente acredita que a falta de compromisso dos alunos também é consequência de suas responsabilidades com tarefas domésticas, já que são de família numerosa e necessitam cuidar dos irmãos mais novos ou trabalham para ajudar no sustento da família.

## **6.2 Os sujeitos**

A turma selecionada para conduzir as atividades da pesquisa foi do oitavo ano do Ensino Fundamental. Destaca-se, segundo o professor regente, pela participação e interação em sala de aula, sempre disposta a desenvolver as atividades propostas pelos professores. É uma turma frequente e, considerando o espaço físico da sala, cheia (25 alunos). Estes estudantes demonstram interesse nas práticas desenvolvidas pelos professores.

Devido à pandemia e as condições de vulnerabilidade social, esta turma, assim como as demais da escola, apresenta uma grande defasagem na aprendizagem, segundo o professor regente. Muitos tem dificuldade ao realizar operações básicas ou ao interpretar problemas matemáticos. Apesar disso, apresenta quase em sua totalidade, alunos alfabetizados. É comum dentro da escola, encontrar alunos que não consolidaram as habilidades propostas de acordo com o seu ano escolar. Além disso, uma avaliação superficial nos permite perceber que os alunos apresentam poucas habilidades de letramento.

Desde o início do ano letivo, são trabalhadas atividades de intervenção que tentam resgatar habilidades que já deveriam ter sido consolidadas. As temáticas trabalhadas pelo professor até a data do fim da pesquisa de campo foram referentes ao 7º ano do Ensino Fundamental.

O professor regente é concursado pelo município de Santa Luzia e pelo estado de Minas Gerais, atuando como docente de Matemática em dois turnos. É graduado pela UFMG em licenciatura em Matemática e mestrando pela Faculdade de Educação da UFMG, com entrada em 2021. Em seu mestrado, estuda o letramento financeiro e se dispôs a participar de nossa pesquisa não só por reconhecer a importância do trabalho, mas também para acompanhar de perto a aplicação de atividades na pós-graduação.

### **6.3 Recurso educativo**

Dada a importância de desenvolver os conceitos presentes nas atividades, já que “os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, por que, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo que vive” (PCN, 1998, p. 51), faz-se necessário um material didático que possa intervir e contribuir em práticas docentes no ensino de Geometria, auxiliando no planejamento de aulas e até na formação de professores.

Por isso, depois de avaliadas e, se necessário, reestruturadas, as práticas resultantes desta pesquisa estão reunidas em um produto: um livreto em formato de álbum de fotos contendo um conjunto de roteiros de atividades sobre os conceitos geométricos presentes na Fotografia e um guia para o professor.

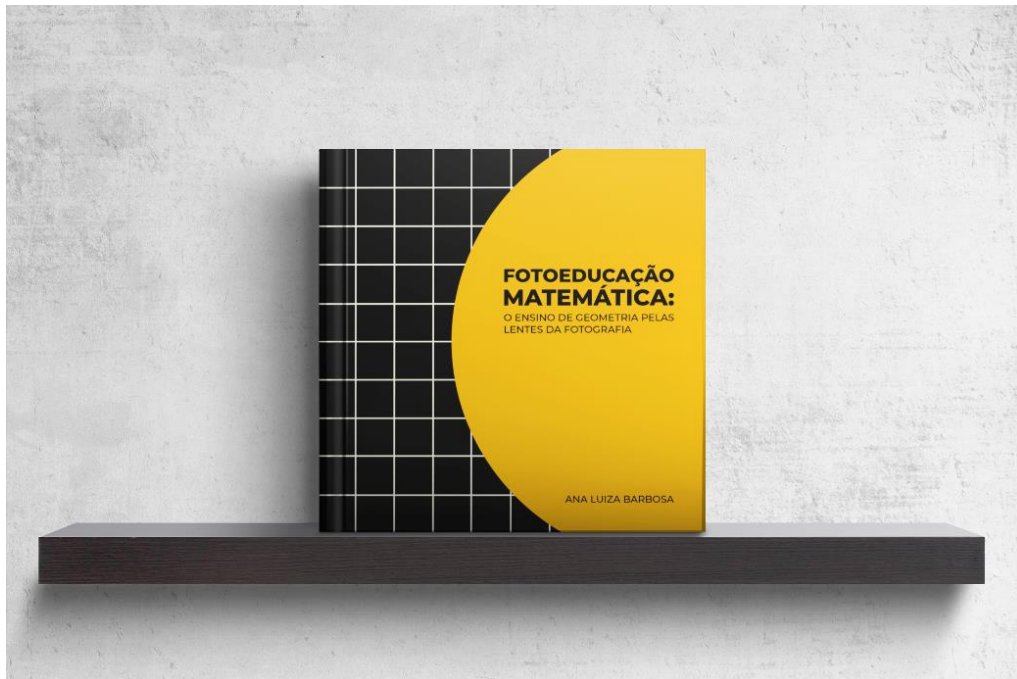
Nesses roteiros, identificados pelo conceito matemático a ser trabalhado, estão contidos o passo a passo de cada atividade elaborada, começando na introdução do problema/questão a ser resolvido e guiando a prática a ser realizada. No guia para o professor, estão contidas descrições e explicações sobre a realização das atividades. Também estão presentes observações sobre o andamento da aula, pontos onde se deve ter atenção e exemplos de produções de alunos.

Tal livreto foi disponibilizado em uma plataforma virtual, site ou blog. Ainda neste ambiente virtual, foi criado um arquivo/coleção da produção estudantil, a ser atualizado por professores que optarem em realizar as práticas. Assim, o público pode acessar o livreto, em

formato pdf, e o arquivo da produção dos estudantes numa mesma plataforma, como numa exibição de galeria.

Para a criação desse produto foi estabelecida uma parceria com estudantes do curso de Design da Universidade Federal de Minas Gerais. Como parte de uma disciplina de seu currículo, os estudantes do curso têm a oportunidade de escolherem uma dissertação do PROMESTRE UFMG para desenvolverem a parte gráfica do produto educativo em conjunto com os autores da pesquisa. No final do semestre eles deveriam entregar um modelo como avaliação final da disciplina. Sendo assim, dois graduandos escolheram nosso tema e trabalharam por um semestre desenvolvendo o protótipo do livreto. A elaboração da arte aconteceu após várias reuniões para discussão do objetivo do recurso educativo, de maneira em que a parte do design se alinhasse com a parte pedagógica. Ao final, os resultados foram realizados com base na nossa produção até o fim do semestre letivo.

Figura 13 – Capa do livro, elaborado por Ygor Travagini em 2022.



Fonte: elaboração própria.

Figura 14 - Capa e verso do livro elaborado por Ygor Travagini em 2022.



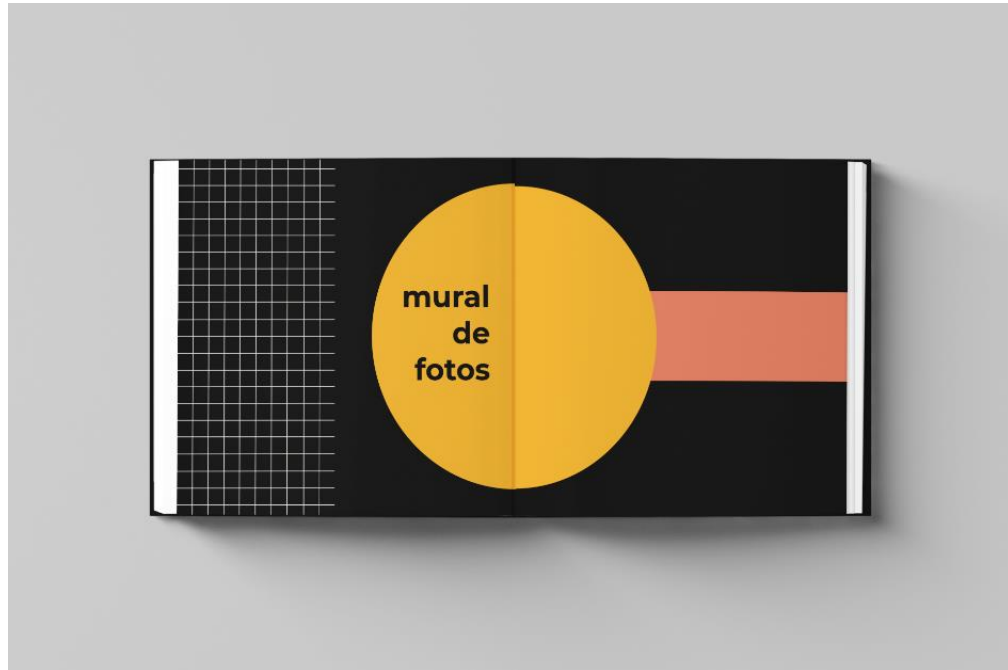
Fonte: elaboração própria.

Figura 15 – Páginas da primeira atividade proposta do livro elaborado por Ygor Travagini em 2022.



Fonte: elaboração própria.

Figura 16 – Mural de fotos do livro elaborado por Ygor Travagini em 2022.



Fonte: elaboração própria.

Figura 17 – Visão geral da apresentação do livro elaborado por Ygor Travagini em 2022.



Fonte: elaboração própria.

## 7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A análise dos resultados obtidos por meio das práticas realizadas será organizada através dos dois processos da Fotoeducação Matemática, segundo Makiewicz (2014): interiorização e exteriorização. Dessa forma, podemos examinar como se deu a leitura e produção de fotografias de maneira independente bem como os possíveis impactos causados direta ou indiretamente. Também organizamos nossa análise com base nos momentos, para que pudéssemos comentar separadamente cada aula e experiência. Por fim, trazemos uma leitura não só das respostas obtidas, mas também da produção estudantil resultada das práticas fora de sala.

### 7.1 INTERIORIZAÇÃO

#### 7.1.1 Momento 0

No momento zero utilizamos o recurso da apresentação de slides para exemplificar os fundamentos da leitura de fotografias. Foram apresentados vários pontos a se considerar quando se vê uma foto e, logo após, praticamos. Os estudantes se mostraram participativos, fazendo comentários sobre as imagens. Dessa, forma, quando partimos para a discussão e leitura de fotos recebemos observações detalhadas sobre as características presentes, bem como diferentes interpretações. Como exemplo, ao serem perguntados o que viam na foto, o que causava fascínio ou incômodo:

Figura 18 - Tomadas de um hotel em Campos do Jordão.



Fonte: Tripadvisor (2022).



Quadro 3 – Impressões de alunos sobre a primeira imagem apresentada.

**Aluno 1:** *“Essa foto me incomoda porque tem uma sombra no canto”*

**Aluno 2:** *“O que me incomoda é o jeito que ele tirou a foto”*

**Aluno 3:** *“É porque a linha está torta”*

Fonte: elaboração própria.

Figura 19 - Garimpo na Serra Pelada, por Sebastião Salgado.



Fonte: G1 (2021).

Quadro 4 – Impressões de alunos sobre a segunda imagem apresentada

**Aluno 4:** *“Eu achei que eram pessoas escravizadas”*

**Aluno 5:** *“Tem o movimento das pessoas lá no morro”*

Fonte: elaboração própria

Figura 20 - Fotografia de Walter Firmo.



Fonte: Imã Foto Galeria (2018)

Quadro 5 – Impressões de alunos sobre a terceira imagem apresentada.

**Aluno 6:** *“Tem um triângulo no algodão doce”*

**Aluno 7:** *“Eu não vejo isso não”*

**Aluno 8:** *“O negócio que ele tá carregando forma uma linha diagonal”*

Fonte: elaboração própria

Este primeiro contato com a fotografia transmitiu certa agitação e animação por parte dos estudantes. Alguns comentários sobre as fotos fugiam totalmente da proposta, que era procurar elementos que possibilitam ler a imagem, mas também foram incentivados já que a leitura de fotografias é algo pessoal e subjetivo. Um exemplo disso é o comentário do aluno 4 na Figura 19: “Eu achei que eram pessoas escravizadas”. Nesse caso, acontece uma primeira interpretação decorrente da observação, mas não ocorre a busca dos elementos previamente discutidos, como o uso de linhas para dar movimento ou a perspectiva. Contudo, é possível perceber um sentimento de humanidade que também merece acolhimento.

É possível também notar o surgimento de alguns conceitos matemáticos, como a menção às linhas e triângulos, mesmo que não apresentados como tal, como o aluno 3 na Figura 18: “é porque a linha está torta”. Isso acontece devido à etapa N-0 do processo de internalização, onde os estudantes fazem uma visualização inicial sem intenções de interpretação, mas apenas para que conheçamos suas inclinações. Através desse momento, acreditamos que foi possível iniciar o

desenvolvimento do “olhar matemático” pois a matemática foi usada, mesmo que inconscientemente, como uma lente para visualizar elementos do meio que os cerca. Dessa forma, a matemática que antes era invisível ao olho não treinado, começa a aparecer de forma a identificarem elementos ricos (VALE; BARBOSA, 2020, p. 181). Além disso, interpretamos que foi possível incentivar a observação de figuras geométricas sob diferentes pontos de vista assim como preveem os PCNs (1998, p. 65), já que os comentários dos estudantes apontam que já é possível identificar algumas figuras.

### 7.1.2 Momento 1

A atividade se iniciou ao separarmos os estudantes em cinco grupos e projetarmos as perguntas norteadoras, para que guiassem os estudantes em sua escrita. Para que eles pudessem ter sempre as perguntas em vista, elas foram escritas no quadro enquanto as fotografias foram projetadas. Retomamos, rapidamente, o conceito de figuras geométricas. A princípio a atividade teria seis fotos selecionadas, mas por limitação de tempo somente pudemos discutir as três primeiras (Figura 21, Figura 24, Figura 27). Assim, as observações dos grupos se deram da seguinte forma:

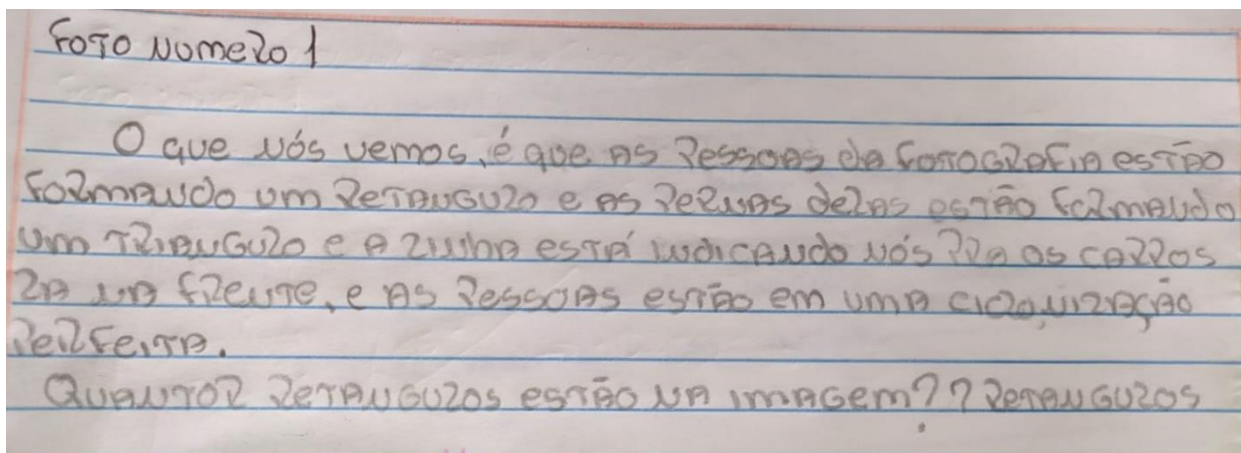
- N-1: O que te chama atenção nessa foto?
- N-2: Algo que você vê na fotografia se assemelha a alguma figura geométrica?
- N-3: Você vê algo de interessante? Alguma regularidade? Alguma proporcionalidade? Alguma figura geométrica plana ou espacial? Elabore um parágrafo relatando suas observações. Em seguida, formule uma pergunta relacionada a matemática sobre essa fotografia.

Figura 21 - Fotografia para capa do álbum “Abbey Road”, penúltimo da carreira dos Beatles.



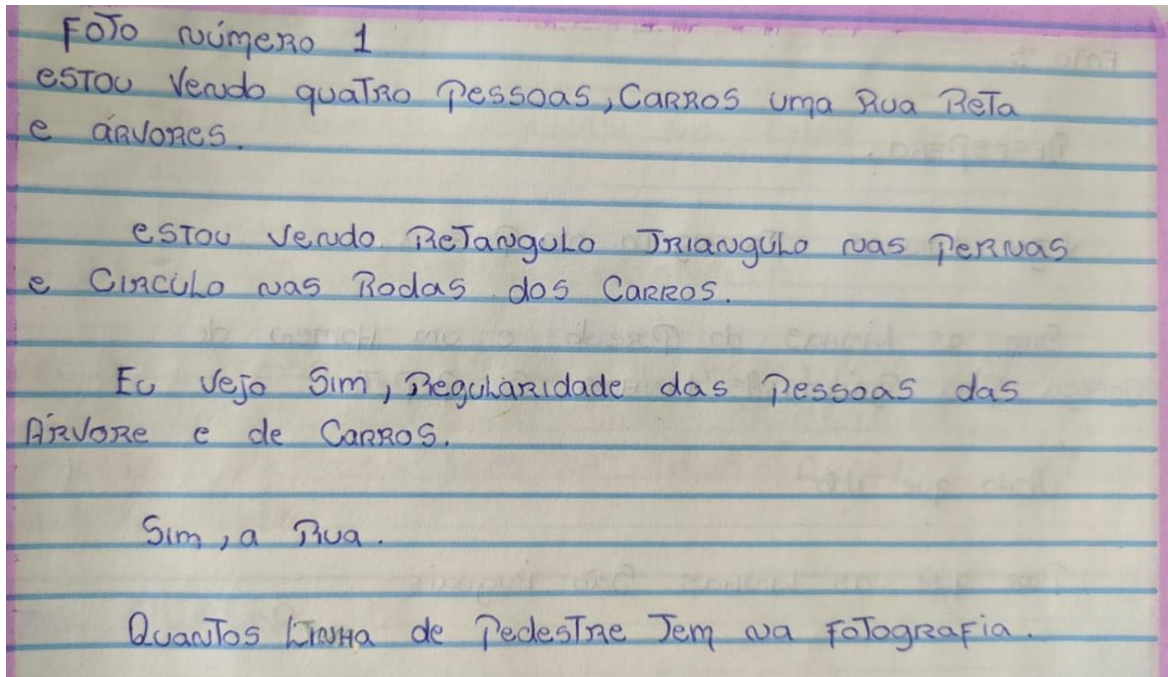
Fonte: Wikipedia (2021).

Figura 22 – Respostas do Grupo 1.



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 23 - Respostas do Grupo 2



Fonte: elaboração dos alunos.

É possível perceber que, em uma leitura primária, os grupos não somente se atentaram aos elementos visíveis da foto, como também em elementos escondidos que fazem parte da composição e enquadramento, já que os alunos do grupo 1 (Figura 22) mencionam que “as pessoas da fotografia estão formando um retângulo”. Existe, então, certa facilidade de identificar figuras geométricas planas e linhas que mostram um movimento.

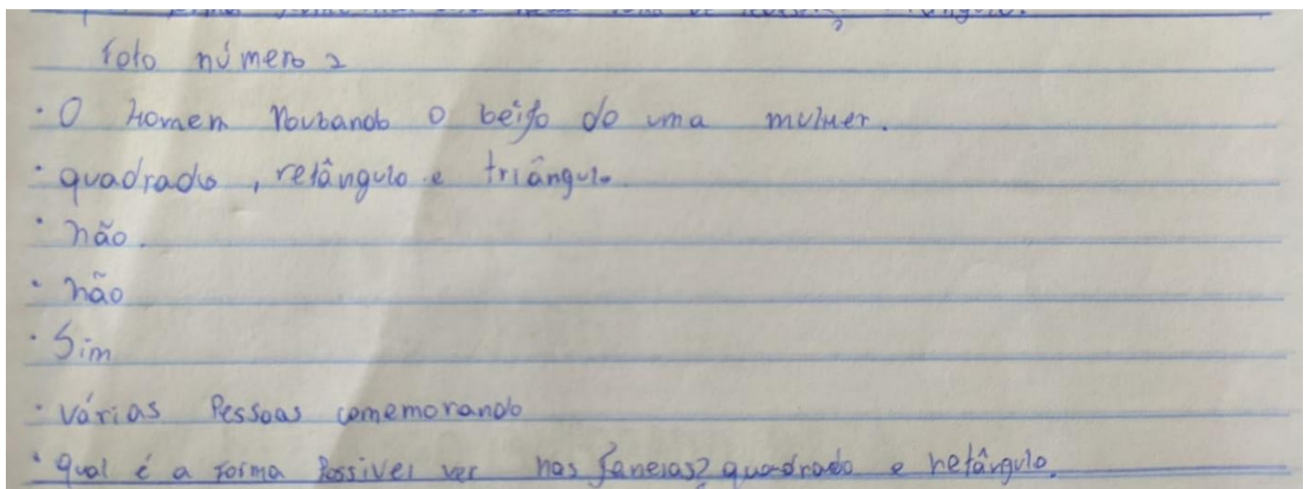
Mesmo que sem mencionado, o conceito de profundidade foi identificado onde é dito que “as linhas nos indicam para os carros mais à frente” (grupo 1, Figura 22). Quanto às questões formuladas, os estudantes decidiram por não aprofundarem em conceitos matemáticos, escolhendo perguntas relacionadas à contagem de objetos. O grupo 2 pergunta: “quantas linhas de pedestre têm na foto?” (Figura 23). Não consideramos, no entanto, que isso seja um problema, já que, de acordo com Vale e Barbosa (2020, p. 179), a observação é uma oportunidade para os estudantes formularem problemas, mobilizando conhecimento matemático pessoal para aquela situação. Sendo assim, mesmo que os problemas formulados não dissessem sobre a geometria na composição da imagem, ainda utilizaram de um conhecimento relacionado à atividade de observação e leitura.

Figura 24 – “Kissing the War Goodbye”: Marinheiro comemora a vitória dos EUA na 2ª Guerra Mundial com beijo forçado em enfermeira.



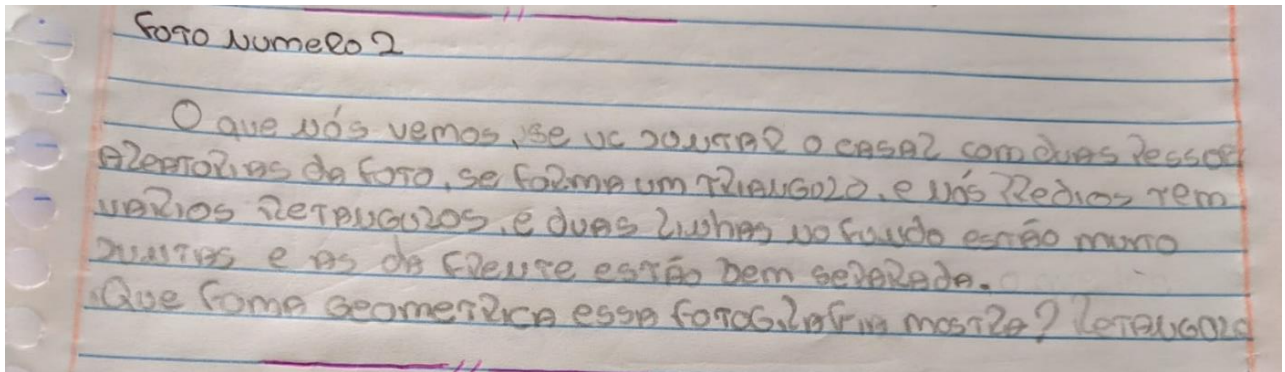
Fonte: Jorgensen (1945).

Figura 25 – Respostas do grupo 3.



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 26 – Respostas do grupo 1.



Fonte: elaboração dos alunos.

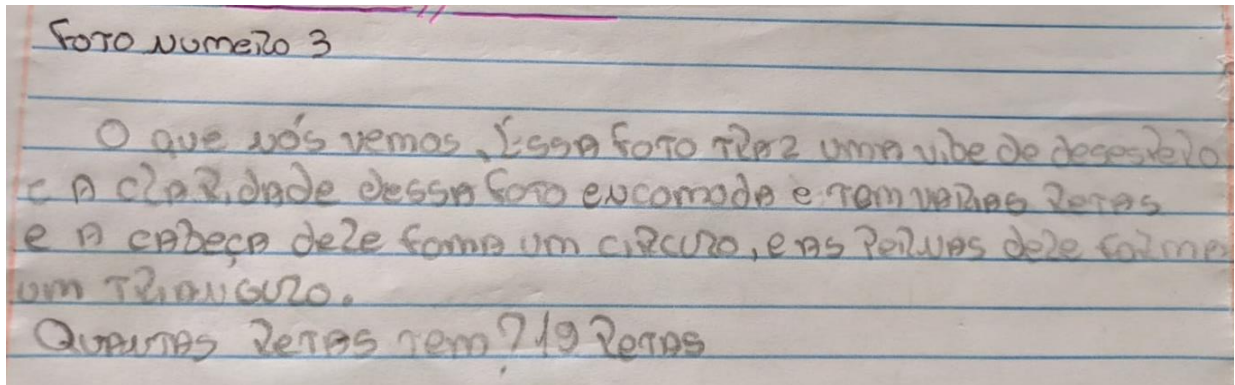
Novamente, são percebidas figuras geométricas explícitas na imagem. No entanto, apenas o grupo 1 conseguiu perceber o triângulo imaginário formado pelas duas pessoas da frente e as duas pessoas de trás: “se você juntar o casal com duas pessoas aleatórias da foto se forma um triângulo” (grupo 1, Figura 28).

Figura 27 - Homem pula da janela do World Trade Center em chamas na esperança de se salvar dos gases tóxicos.



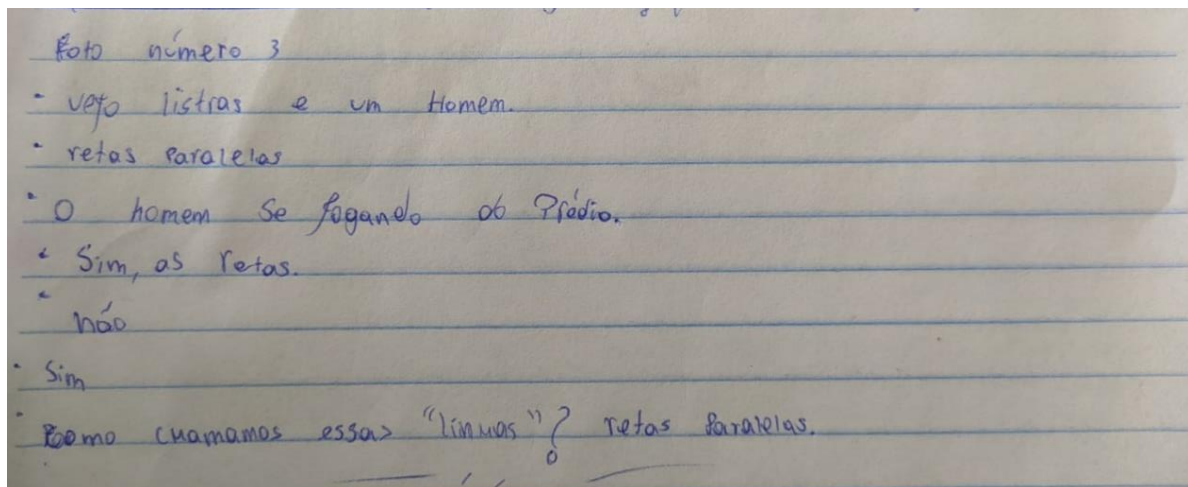
FONTE: Superprof (2023).

Figura 28 - Respostas do Grupo 1.



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 29 – Respostas do Grupo 3.



Fonte: elaboração dos alunos.

Além de apontarem as formas geométricas formadas pelo corpo em movimento<sup>7</sup>, também se atentaram às linhas que não só dão movimento à foto, mas também se encontram paralelas umas às outras. O grupo 3 (Figura 29) conseguiu, ao formular sua pergunta matemática, abordar o conceito de retas paralelas e a ideia de linhas advinda da fotografia: “como chamamos essas linhas?”

Podemos notar que as respostas da primeira pergunta são compatíveis com a etapa N-1 de interiorização: os estudantes, em sua maioria, apresentam elementos básicos que foram reconhecidos depois de escanearem a imagem sem muita profundidade em conceitos matemáticos.

<sup>7</sup> Após análise, consideramos a imagem inapropriada para uso, por se tratar de uma tragédia. Sendo assim, a removemos da versão final das atividades.



Respostas como na Figura 23, onde são mencionados retângulos, triângulos e círculos nos mostram que figuras geométricas planas são facilmente percebidas numa primeira leitura e são nomeadas características visuais gerais tanto quanto elementos matemáticos: “estou vendo retângulo, triângulo nas pernas e círculo nas rodas dos carros” (grupo 2). Por conta disso, a prática prossegue com uma pergunta mais direcionada, indicando que eles se atentem não apenas para as pessoas, as flores e os carros, mas para uma interpretação mais formal. É quando percebemos comentários que correlacionam conceitos matemáticos e fotográficos, como “as pessoas da fotografia formam um retângulo”. Dessa maneira, é capturado o “relacionamento e as correlações entre conceitos e a tentativa de experimentar a linguagem única da fotografia” (MAKIEWICZ, 2014, p. 62).

Por fim, a última questão permite que nomeiem objetos e formulem comentários e perguntas de acordo com sua interpretação. É uma pergunta que permite o uso de criatividade, mas é notável que os discentes se prenderam mais ao que foi estudado nas questões anteriores, se limitando a perguntar sobre quantidades ou nomes de figuras geométricas. Esse resultado se assemelha ao exemplo apresentado por Makiewicz. Quando questionados o porquê de escolherem tais perguntas, os alunos disseram apenas que assim era mais fácil.

Interpretamos que a preferência por questões ditas mais fáceis demonstra uma certa dificuldade de “transicionar de conceitos matemáticos concretos para abstratos” (MAKIEWICZ, 2014, p. 63), mesmo que a proposta da Fotoeducação Matemática seja a de facilitar essa transição. Por conta disso, entendemos que é necessário reforçar o desenvolvimento do “pensar geométrico”, defendido por Lorenzato (1995, p. 5) como uma leitura do mundo que facilita a resolução de problemas cotidianos que envolvem geometria.

### 7.1.3 Momento 2

Mais uma vez, a prática se iniciou ao separarmos os mesmos grupos da aula anterior, escrevermos as questões no quadro e projetamos as fotografias. Primeiramente exibimos as fotos sem nenhuma edição, apenas para que eles entendessem o que se passa. Discutimos brevemente os conceitos de vértices, lados, ângulos, perímetro e área. Logo após, mostramos as composições geométricas e deixamos que respondessem às perguntas. Novamente, o tempo não foi suficiente para que discutíssemos todas as cinco imagens, nos limitando a apenas três (Figura 20, Figura 33, Figura 36).

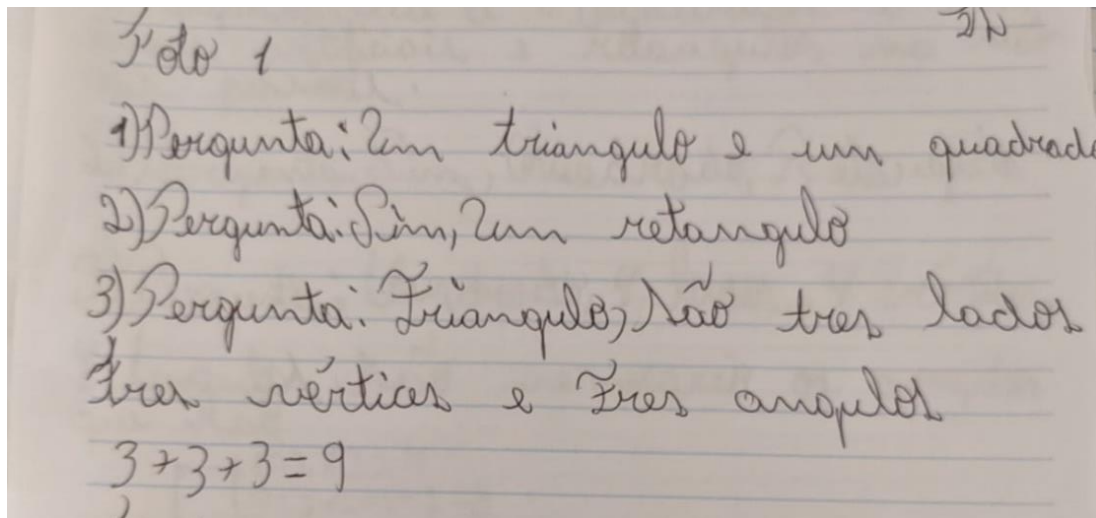
- N-1: Qual a sua opinião sobre as fotografias e a forma como foram tiradas?
- N-2: Você consegue visualizar alguma outra figura geométrica nas fotos apresentadas?
- N-3: Quais são as figuras geométricas destacadas nas fotos desta atividade? Aponte o número de lados, vértices e ângulos de cada uma. Quais informações são necessárias para calcular a área e o perímetro dessas figuras?

Figura 30 -Corredores no momento final da competição.



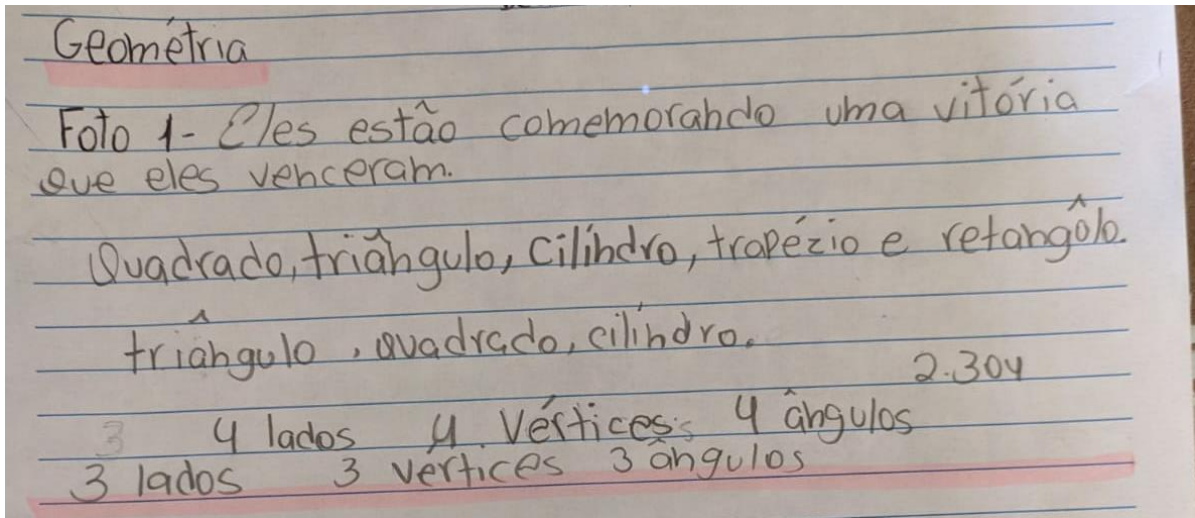
Fonte: Yosman e Fong (p. 42, 2015).

Figura 31 – Respostas do grupo 4.



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 32 - Respostas do grupo 5.



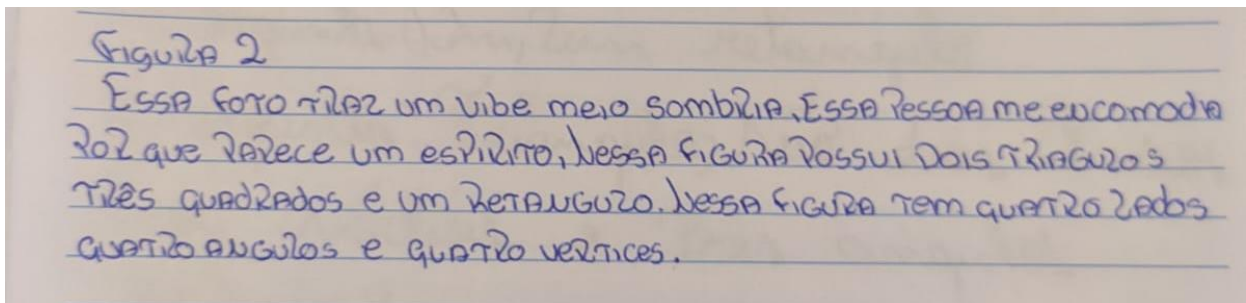
Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 33 – Corredor com uma pessoa ao fundo.



Fonte: Yosman e Fong (p. 43, 2015).

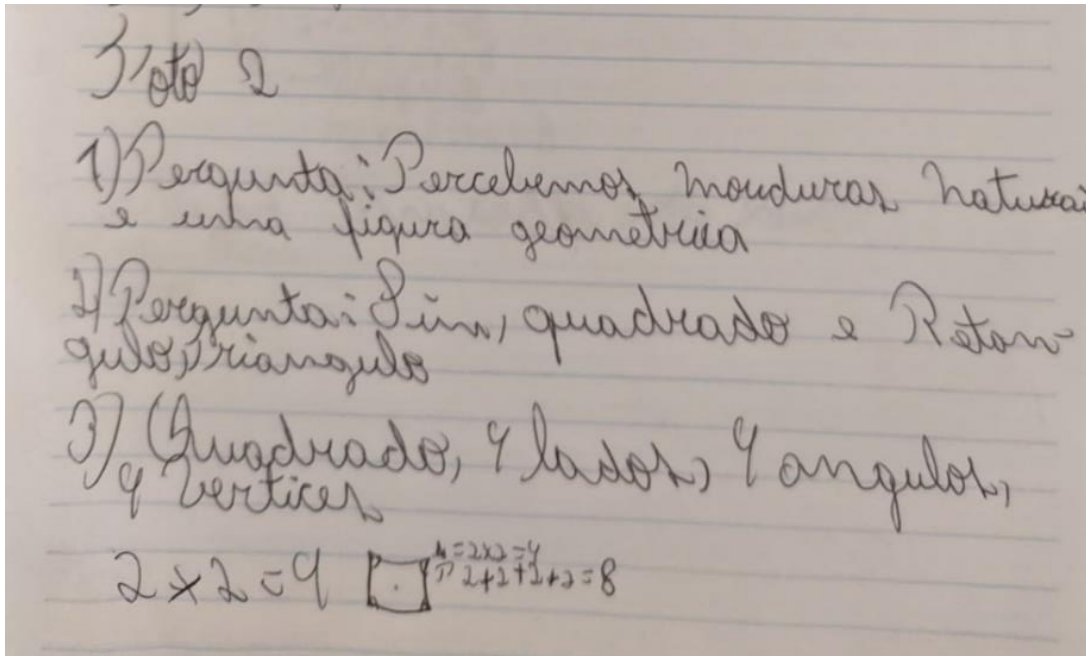
Figura 34 – Respostas do grupo 1.



Fonte: elaboração dos alunos.

Nessa atividade, foram identificadas figuras estampadas na fotografia. Todos os grupos mencionaram o retângulo na camisa dos atletas, mas apenas um identificou uma figura espacial: o cilindro na mão deles. Os conceitos de ângulo, vértice e lado foram bem apreendidos, mas houve certa confusão a respeito do perímetro: “ $3+3+3 = 9$ ” (grupo 4, Figura 31). O grupo confundiu o número de lados com a medida dos lados e somou.

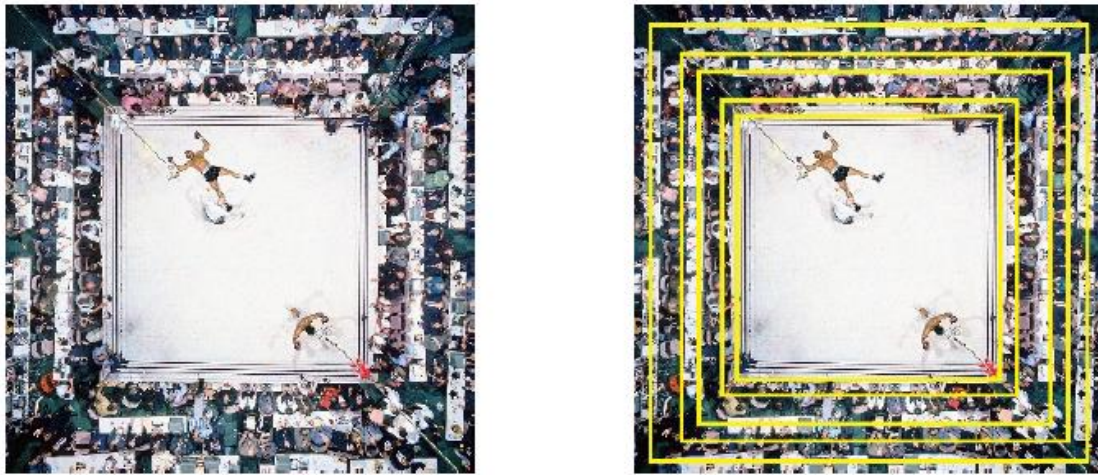
Figura 35 – Respostas do grupo 4.



Fonte: elaboração dos alunos.

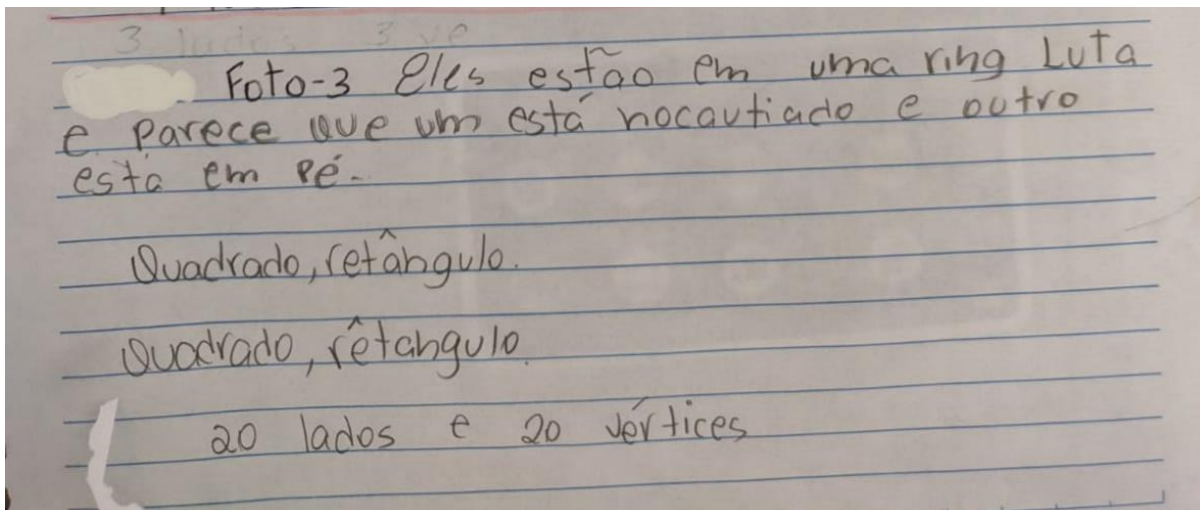
Além de apontarem as figuras visíveis, os estudantes destacaram o uso dessas figuras como molduras naturais do objeto principal. Novamente, houve muita confusão a respeito do cálculo do perímetro: “ $2 \times 2 = 4$ ” (grupo 4, Figura 35). Os estudantes assumiram a medida dos lados, mesmo sem mencionadas. Porém, o cálculo foi realizado corretamente.

Figura 36 - Ringue de Luta.



Fonte: Yosman e Fong (p.46, 2015).

Figura 37 - Respostas do Grupo 5.



Fonte: elaboração dos alunos.

As respostas para esta questão foram todas muito semelhantes: os quadrados e retângulos são os protagonistas dessa fotografia. Verbalmente, foi apontado o posicionamento dos lutadores em uma linha diagonal.

Assim como no momento 1, as questões norteadoras se basearam nas três primeiras etapas da interiorização. No entanto, mesmo que na primeira pergunta não houvesse um direcionamento matemático, algumas das respostas já apresentavam conceitos estudados ao invés de elementos habituais da cena. Acreditamos que isso se deu por conta da orientação do momento 1. Ao realizarem essa primeira atividade, os estudantes já sabiam o que seria perguntado e

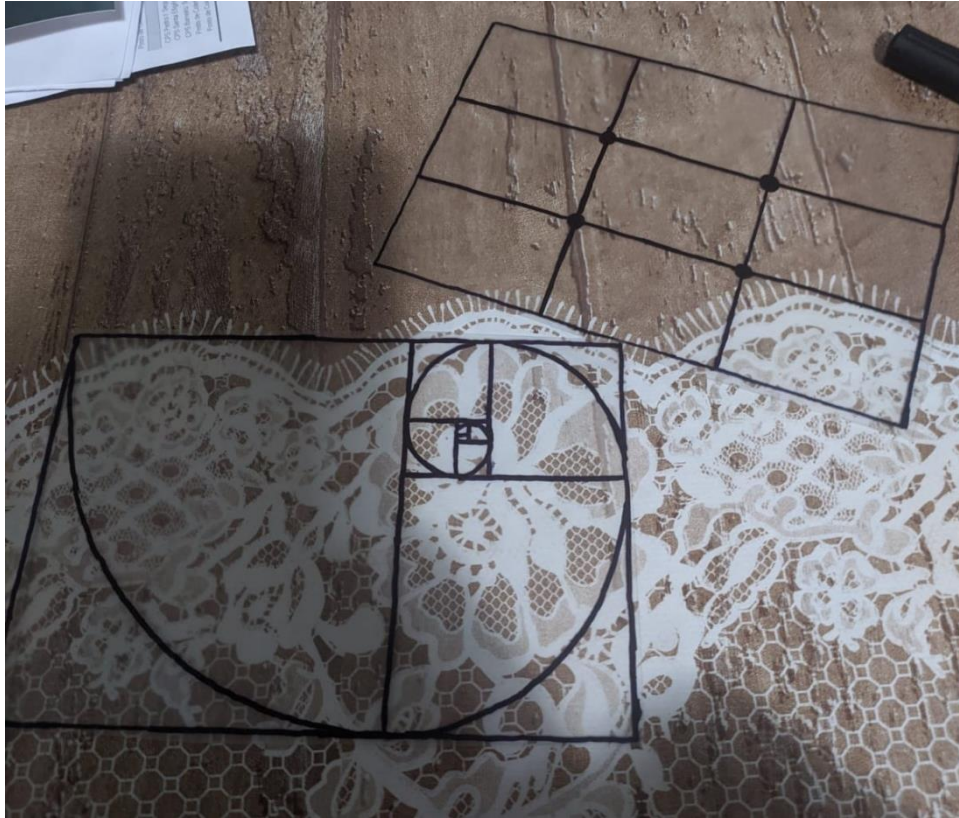
anteciparam sua resposta, como podemos ver na Figura 35 onde é dito “percebemos molduras naturais”. Isso acontece porque, segundo Makiewicz (2014, p. 64), possibilitamos a construção independente de tarefas baseadas em seus interesses e, dessa forma, removemos barreiras e familiarizamos o estudante com o pensamento matemático, além de promover o entendimento da matemática como uma ferramenta de moldar a percepção geométrica e a imaginação.

Sendo assim, as etapas N-1 e N-2 se misturam para esses grupos. Logo na primeira pergunta eles estavam inconscientemente condicionados a procurarem elementos que não eram tão visíveis numa primeira leitura. Além disso, na etapa N-3, a pergunta é muito mais limitadora do que abstrata, contendo resposta certa e errada. A intenção era trabalhar os conceitos de área e perímetro de figuras planas, permitindo que elaborassem comentários a respeito. Porém, percebemos que tais concepções ainda não haviam sido apreendidas em sua totalidade. Houve confusão a respeito das definições de área e perímetro, bem como a maneira de calcular. Coube, então, uma intervenção oral para que pudéssemos reforçar conceitos e permitir a realização da prática. Por meio da observação e discussão foi possível estabelecer uma aprendizagem mais significativa, assim como preveem os PCNs (1997, p. 68). Também desenvolvemos a habilidade “(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos” prevista na BNCC (BRASIL, 2017, p. 315).

#### 7.1.4 Momento 4 (Interiorização)

Na segunda parte da aula, referente ao processo de interiorização, foi explicado o uso da regra dos terços e da espiral áurea, por meio da projeção de imagens das duas regras. Logo após, os estudantes se reuniram para desenhar, em transparências, as imagens correspondentes à regra dos terços e à espiral. Por ser uma parte mais manual, não aconteceram discussões ou perguntas conceituais. Consideramos a construção como parte da etapa N-0, por permitir a organização da situação didática antes mesmo de qualquer leitura. Ao fim, deveríamos analisar fotografias sobrepondo as transparências e verificando qual das duas regras se encaixava melhor. No entanto, o tempo acabou e continuamos em um outro encontro.

Figura 38 - Transparências com a espiral de Fibonacci e a Regra dos Terços



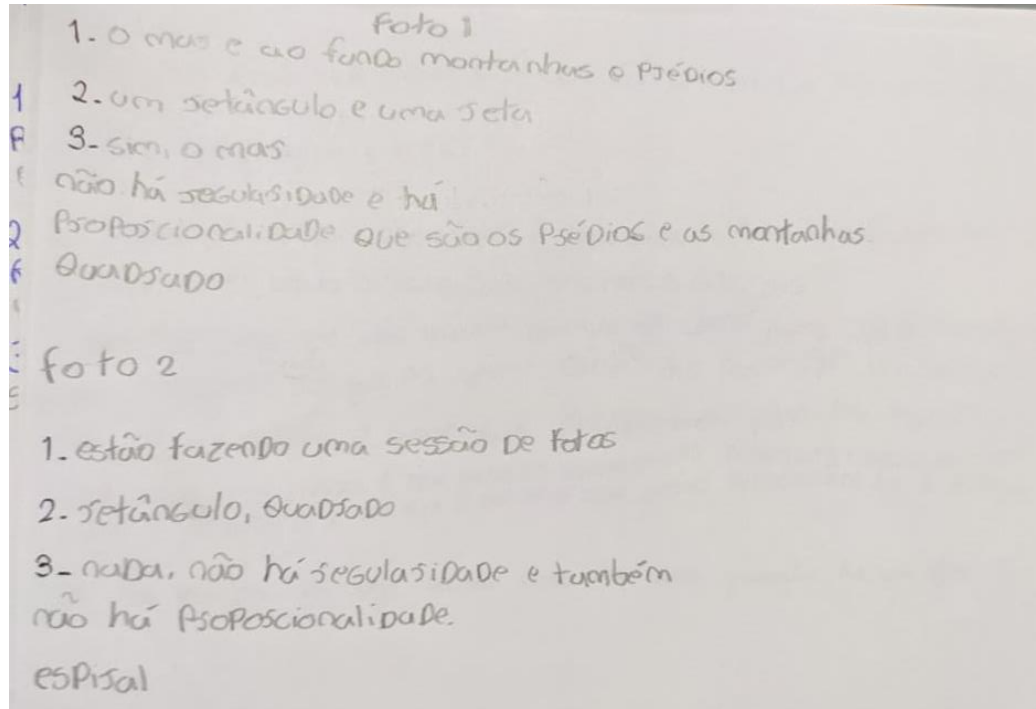
Fonte: elaboração própria.

No encontro seguinte foram entregues fotografias reveladas, juntamente com as transparências desenhadas, para análise. Os estudantes pareciam muito confusos sobre o que fazer, sem saber como cada uma das regras funcionava. Percebemos, então, um erro na apresentação dos conceitos: trouxemos imagens das regras para explicação, mas não trouxemos exemplos de como usá-las. Por isso, foi necessário mostrar algumas fotos e explicar novamente o uso da regra dos terços e da espiral áurea, sobrepondo as transparências. Com algumas perguntas direcionadas, foi possível uma exploração.

- N-1: Qual o seu olhar sobre a fotografia?
- N-2: O que você vê na fotografia te lembra alguma figura geométrica?
- N-3: Você vê algo de interessante? Alguma regularidade? Alguma proporcionalidade? Alguma figura geométrica plana ou espacial? Formule alguma pergunta relacionada a matemática sobre essa fotografia.
- Produza, com seu grupo, a regra dos terços e a espiral áurea nas transparências que foram entregues. Sobreponha o desenho nas fotografias que analisamos.

Quais delas obedecem a regra dos terços? Quais delas obedecem a espiral áurea?  
Existe alguma que se encaixa nas duas?

Figura 39 - Análise das fotos, atividade 4 – Grupo 1



Fonte: elaboração dos alunos.

Os grupos entregaram respostas bem semelhantes, todos se limitando à visualização das formas geométricas, sem muita discussão de outros conceitos. No entanto, demonstraram compreensão do uso das regras de fotografia.

Dessa forma, interpretamos que a etapa N-1 foi realizada, mas que as etapas N-2 e N-3 poderiam ser mais bem exploradas. Esperávamos que essa atividade pudesse proporcionar discussões mais profundas sobre as imagens e seus elementos. Uma discussão oral em sala poderia ter contribuído para que a leitura das fotografias extrapolasse uma primeira visualização de figuras geométricas, já que para tais etapas é necessária a orientação do professor por meio de questionamentos. No entanto, a visualização aconteceu, ainda que de maneira rasa, já que Vale e Barbosa apontam que visualizar é “a habilidade, o processo e produto da criação, interpretação, uso e reflexão de imagens (...) com o propósito de comunicar informação e desenvolver ideias previamente desconhecidas” (2020, p. 180, tradução nossa).



## 7.2 Exteriorização

### 7.2.1 Momento 3

A aula começou com uma breve retomada dos conceitos estudados, seguida por um passeio nas dependências da escola para que os estudantes pudessem tirar fotografias. Cada grupo teve 10 minutos para produzir suas fotos, no celular ou na câmera fotográfica levada pela pesquisadora. Nesse tempo, o professor regente realizou outras atividades com os alunos que ficaram em sala. Poucos discentes tinham celulares e a maioria demonstrou grande curiosidade em usar a câmera semi-profissional. Por este motivo, a maioria das fotos foi armazenada na câmera e não precisou ser recolhida por e-mail. Durante a prática, os estudantes discutiam entre si o melhor enquadramento e objeto principal e tiveram a liberdade para escolher o que fotografar. Aqui temos algumas de suas produções.

Figura 40 - Molduras com quadriláteros fotografada pelos alunos do grupo 1 (2022).



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 41 – Banco visto de cima fotografado pelos alunos do grupo 2 (2022).



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 42 – Telefone público fotografado pelos alunos do grupo 3 (2022).



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 43 – Corredores da escola fotografados pelos alunos do grupo 4 (2022).



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 44 – Rosas fotografadas pelos alunos do grupo 4 (2022).



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 45 – Pombo no telhado fotografado pelos alunos do grupo 5 (2022).



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 46 – Moldura com árvores fotografado pelos alunos do grupo 2 (2022).



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 47 – Três árvores fotografadas pelos alunos do grupo 3 (2022).



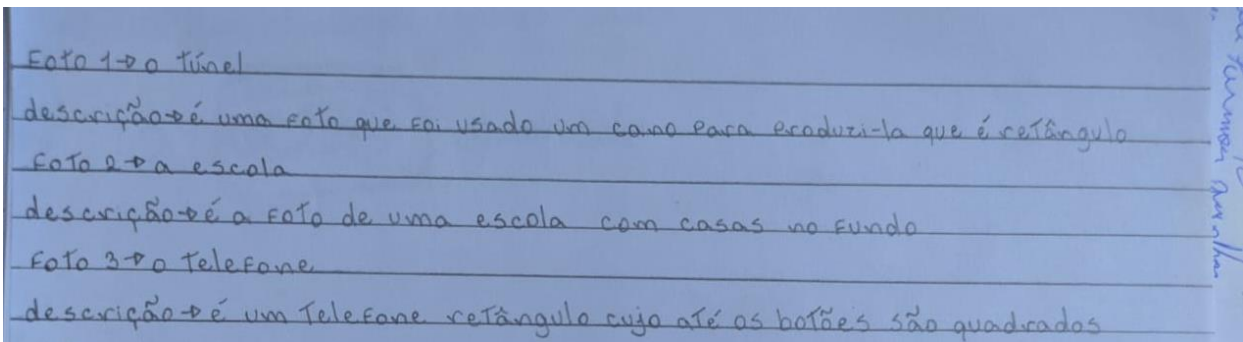
Fonte: elaboração dos alunos.

Seguindo as etapas de exteriorização, a breve discussão inicial ocorreu bem e finalizou N°-1 sem observações, levando à etapa N°-2, para enfim chegarmos a N°-3. A exploração e produção em grupos levantou discussões sobre o melhor enquadramento, permitindo que os alunos manifestassem seus conhecimentos adquiridos na fase de interiorização. Entre os colegas de grupo, a máquina passava de mão em mão para que todos pudessem analisar as possibilidades e sugerir fotos de acordo com a proposta de fotografar figuras geométricas. As soluções encontradas foram criativas e divertidas: utilizaram da estrutura da escola para criar molduras, de linhas para direcionar o olhar e também de trios de elementos para trazer o triângulo, como na foto 46. Observamos que nessa atividade foi possível colocar em prática as discussões passadas e permitir a exploração do ambiente. As produções, por apresentarem elementos geométricos, comprovam que “tirar fotografias cria uma conexão afetiva entre situações cotidianas e conceitos matemáticos e engaja o estudante na tarefa” (VALE; BARBOSA, 2020, p. 180) além de “reforçar o desenvolvimento do processo de ver e imaginar objetos matemáticos” (MAKIEWICZ, 2012, p. 38).

### 7.2.2 Momento 4 (Exteriorização)

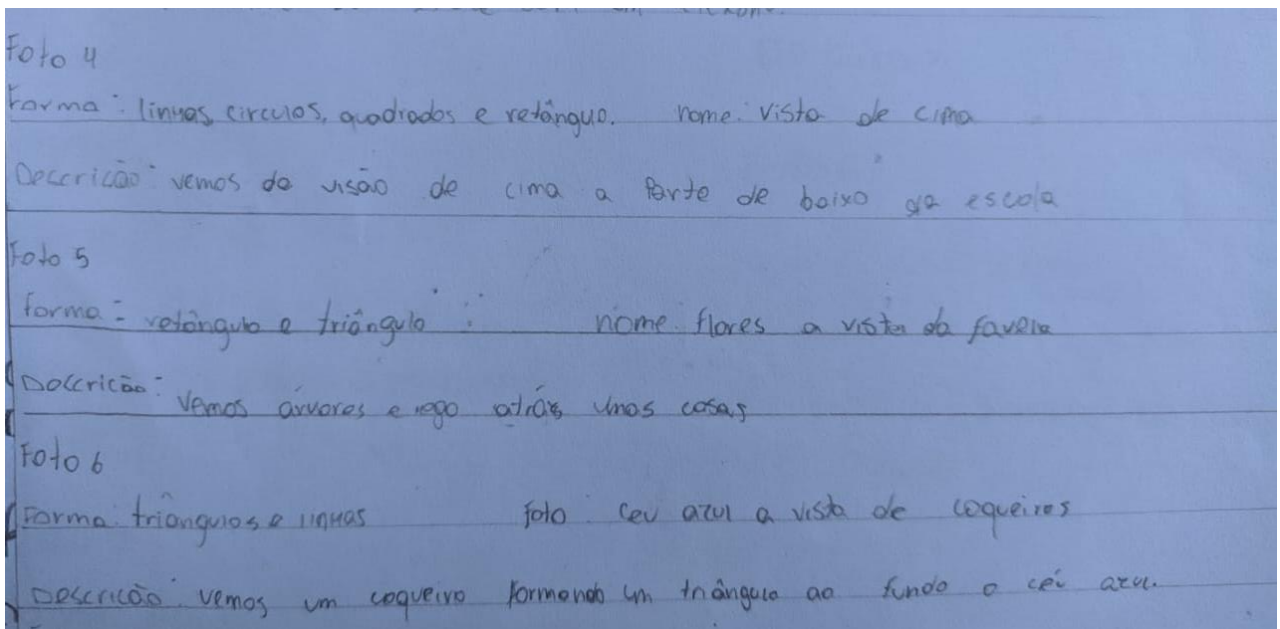
Esta atividade estava programada para uma aula de 50 minutos, mas foi necessário utilizar duas aulas. Na primeira, trouxemos algumas imagens produzidas por eles para que pudessem analisar em conjunto. As fotografias apresentadas foram as mesmas que anexamos no momento 3. Foi pedido para que dessem um título e uma descrição para cada uma e também que discutissem com a turma os elementos presentes, ainda como parte da etapa N°-3 da exteriorização (aula passada).

Figura 48 – Descrições das imagens 40, 41 e 42 realizadas pelo grupo 1 (2022).



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 49 – Descrições das imagens 43, 44 e 45 realizadas pelo grupo 2 (2022).



Fonte: elaboração dos alunos.

A Figura 40 levantou uma discussão interessante. Alguns estudantes afirmaram que a moldura era formada por um quadrado e, nessa oportunidade, foram questionados o porquê afirmavam ser um quadrado, quais características da figura permitiam essa suposição. Outros disseram, então, que era um retângulo e foram questionados da mesma forma. Após ponderarem, decidiram de que não podiam afirmar qual quadrilátero era aquele, sem saber a medida dos lados e dos ângulos. Tal discussão permitiu que abordássemos as características de quadriláteros através da visualização proporcionada pela fotografia, como defendem Vale e Barbosa.

Além de nomear e escrever, alguns grupos optaram por também anotar as formas que encontraram na fotografia. Foi unânime a interpretação de um triângulo na sexta foto, que utiliza de três coqueiros em sua composição. O mesmo aconteceu para a sétima. Também foram apontados o uso de linhas e de molduras em outras fotos. Em geral, todos procuravam primeiramente por figuras geométricas planas mais fáceis de se achar e, depois, procuravam os elementos da leitura de uma fotografia.

Dessa forma, foi possível não só externar os conceitos por meio da fotografia, mas por meio de suas análises e opiniões em uma discussão em sala de aula. Os estudantes se expressaram através de sua produção e de sua interpretação, o que “originou a declaração do problema (...) e perseguiu uma visualização fotográfica enriquecida pela ordenação, classificação e nomeação” (MAKIEWICZ, 2014, p. 62, tradução nossa). Logo, consideramos que essa prática de nomeação das imagens causou uma visualização mais apurada.

### 7.2.3 Momento 5

Começamos com a retomada dos conceitos da aula anterior, para que pudéssemos produzir fotografias utilizando a Regra dos Terços e a Espiral Áurea. Assim como a outra aula prática, cada grupo teve 10 minutos para andar pelas dependências da escola e fotografar o que quisesse. Também foi utilizada a câmera semi-profissional da pesquisadora.

Figura 50 – Rosas fotografadas pelos alunos do grupo 1 (2022).



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 51 – Portão da escola fotografado pelos alunos do grupo 2 (2022).



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 52 – Corredor fotografado pelos alunos do grupo 4 (2022).



Fonte: elaboração dos alunos.



Figura 53 – Flores fotografadas pelos alunos do grupo 5 (2022).



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 54 – Árvores fotografadas pelos alunos do grupo 1



Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 55 – Corredor fotografado pelos alunos do grupo 2.



Fonte: elaboração dos alunos.

Assim como na primeira prática de exteriorização, as etapas N<sup>o</sup>-1 e N<sup>o</sup>-2 se deram sem problemas. Durante a etapa N<sup>o</sup>-3 foi observado que os estudantes já estavam mais treinados, sabiam o que queriam fotografar e já não discutiam tanto entre si para produzir as fotografias. No entanto, ainda se atentavam muito em fotografar figuras geométricas, esquecendo das regras dos terços e Fibonacci. Por conta disso, optamos por uma supervisão com intervenções, de modo a incentivar soluções criativas. Consideramos que as produções cumpriram o objetivo de explorar as regras e proporcionar a visualização da escola também através da geometria, os motivando a um estudo por meio das relações com a imagem.

#### 7.2.4 Momento 6

A prática da atividade 6 foi o último encontro dessa pesquisa. Começamos observando as fotografias produzidas na aula anterior. Novamente, ainda como parte de N<sup>o</sup>-3, foi pedido para que nomeassem e descrevessem cada uma delas, dessa vez citando também qual das duas regras se adequava melhor em cada situação. Essa conversa levou a um debate sobre linhas verticais e horizontais e qual dos dois tipos comportava a regra dos terços. Também houve divergências quanto às regras e suas fotografias correspondentes, bem como a existência ou não de uma resposta correta ou de uma interpretação mais abrangente.

Figura 56 – Respostas do grupo 3.

Foto 1; título: Rosa descrição: uma rosa ao ar livre forma: espiral	
Foto 2 título: plantas descrição: plantas da escola forma: regra dos 3 Terços	Foto 3 título: molduras descrição: bordem da escola forma: espiral
Foto 4 título: portão da escola descrição: fotografia da escola de dimensão fora forma: Regra dos Terços	Foto 5 título: Corredor descrição: Palcos em forma:
Foto 6 título: Corredor descrição: Palcos em forma: Regra dos Terços	

Fonte: elaboração dos alunos.

Figura 57 – Respostas do grupo 5.

Foto 4: METADE PLATAÇÃO (FLORES) E METADE JIOS (VIAGEM DOS POSTES) ESSA FOTO TEM FORMAS GEOMETRICAS TEM PLANIAS E JIOS DO POSTE TAMBEM TEM CASAS REGRA ESPIRAL
Foto 5: CORREDOR ESSA FOTO TEM PAREDES RUE TEM FORMAS GEOMETRICA, TAMBEM PE DE PALMEIRA REGRA DOS TERÇOS
Foto 6: PALMEIRAS ESSA FOTO CONTEM BASTANTE PALMEIRAS E ALGUMAS PLANIAS REGRA DOS TERÇOS

Fonte: elaboração dos alunos.

Durante a discussão das fotografias, os estudantes foram questionados: “Em qual das regras você pensou enquanto tirava fotos?”. A maioria afirmou escolher a Regra dos Terços por ser de visualização mais fácil. De qualquer forma, foi possível desenvolver as orientações dos PCNs pois o entendimento da Regra dos Terços passa por “divisão de segmentos em partes proporcionais e construção de retas paralelas e retas perpendiculares com régua e compasso” (BRASIL, 1998, p. 88). Nesse caso, a exteriorização se completa com a exploração dos resultados e reflexão sobre a própria produção.

Estava previsto para essa aula, a atividade “Fotografando a altura”, porém optamos por não realizar ao percebermos que os conceitos de proporcionalidade ainda não tinham sido apresentados.

Dessa forma, concluímos a aplicação das atividades planejadas. A prática apresentada nessa dissertação foi formulada com base no conceito de Fotoeducação Matemática, bem como em suas etapas nos processos de interiorização e exteriorização. Sendo assim, as questões obedecem cada uma das propostas de cada etapa para que pudéssemos atingir os objetivos.

Dada a importância do ensino de Geometria nas escolas, mais especificamente no Ensino Fundamental, procuramos abordar o estudo de figuras planas e espaciais, orientação de linhas e retas, cálculo de proporção e desenho geométrico.

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nessa dissertação buscamos **compreender e analisar o uso da fotografia como ferramenta didática para ensinar Geometria no Ensino Fundamental II**. Utilizar de uma invenção que passeia pelo campo da tecnologia e da arte nos fez pensar em como poderíamos nos adaptar para criar práticas pedagógicas que envolvessem esse tema. Assim, nosso primeiro desafio foi encontrar uma teoria que nos proporcionasse o aporte necessário.

Em nossa busca, nos deparamos com o conceito de “Fotoeducação Matemática” por Malgorzata Makiewicz. A autora define a Fotoeducação como um conjunto de atividades matemáticas apoiadas na fotografia. Por meio delas, é possível “apoiar o desenvolvimento da atividade matemática e despertar a criatividade científica do estudante no campo da matemática” (MAKIEWICZ, 2014, p. 59, tradução nossa). A construção dessas atividades é realizada baseada nos processos de interiorização e exteriorização: a visualização, leitura e interpretação de fotografias seguidas da produção de fotos e análise delas. Ainda é possível subdividir a interiorização em etapas que vão desde o primeiro contato com a imagem até sua compreensão. Também podemos fazer o mesmo com a exteriorização ao entender as etapas de expressão fotográfica.

Dessa forma se deu nossa pesquisa teórica de modo a embasar a elaboração das atividades para práticas pedagógicas que utilizem da fotografia como instrumento didático para ensinar Geometria no Ensino Fundamental, de acordo com os objetivos específicos:

- Elaborar atividades para práticas pedagógicas que utilizem da fotografia como instrumento didático para ensinar Geometria no Ensino Fundamental;
- Investigar como os estudantes relacionam conceitos geométricos com a prática da fotografia;
- Avaliar a assimilação de conceitos geométricos através de metodologias não tradicionais.

Durante a elaboração das práticas, optamos por separar nossas atividades entre os processos de interiorização e exteriorização. Por isso, pensamos em cada questão de modo em que se encaixassem em cada etapa de cada um dos processos trazidos por Makiewicz (2014). Em relação à interiorização, toda questão que foi classificada como N-0 se refere a um momento anterior à realização da atividade propriamente dita, visto que é uma etapa de preparação da situação. As questões N-1 introduzem a leitura da fotografia, permitindo que os estudantes

investiguem as informações. Logo após, as questões N-2 contam com o direcionamento do professor para uma interpretação mais precisa da imagem e, na etapa N-3, os comentários são formalizados para que o problema seja formulado.

Para a exteriorização, as questões N'-1 tem como objetivo proporcionar uma discussão sobre o que já foi discutido e nem sempre necessitam de uma formalização. As questões N'-2 se reservam à uma saída escolar para que os estudantes possam explorar, com câmeras em mãos. Por último, as questões N'-3 afirmam o papel do professor como supervisor do processo de exploração e aprendizagem.

Terminada a construção das atividades, seguimos para a realização e análise de resultados afim de alcançar os outros objetivos específicos: investigar como os estudantes relacionam conceitos geométricos com a prática da fotografia; e avaliar a assimilação de conceitos geométricos através de metodologias não tradicionais.

Fica claro para nós que a visualização e interpretação de figuras planas explícitas na imagem se dá de forma espontânea. As definições de quadrado, retângulo, triângulo, entre outras, aparecem com facilidade, mesmo que nem sempre corretas. Os alunos são capazes de relacionar figuras geométricas a imagens ou enquanto praticam a fotografia já que a todo momento mencionam uma nova forma e discutem seus conceitos. Também é possível perceber que após algumas aulas, identificar figuras e nomeá-las se torna mais natural. Os estudantes parecem ter se acostumado a procurar, os olhos treinados pelos conceitos discutidos nas aulas anteriores.

Dessa forma, notamos que a identificação de figuras geométricas e suas características foi facilitada pela atividade envolvendo fotografias. Ademais, pensar a geometria, por Lorenzato (1995) se faz presente nas produções estudantis a partir do momento em que os estudantes entendem o ambiente ao redor e o interpretam posicional e geometricamente. A percepção geométrica não acontece apenas pela visualização de figuras geométricas identificadas em objetos cotidianos, mas também pela compreensão do espaço e pela escolha consciente de como posicionar, ou não, os elementos da fotografia.

Considera-se que os objetivos foram atingidos pois, em nossas análises observamos que a fotografia funcionou, em maior parte do tempo, como um instrumento para a abordagem de conteúdos geométricos e também como um fator de interesse para que as aulas tivessem mais participação. Desde a formulação das questões até o estudo dos resultados, a fotografia atuou como um filtro que tornou a visualização geométrica mais fácil de acessar. Os estudantes expressaram

interesse e animação em produzir, além de revelarem, por meio de suas respostas, que entendiam a geometria que embasava a teoria. Em geral, a produção estudantil nos mostra que os conceitos básicos foram apreendidos e discussões importantes foram levantadas.

Dessa forma, conseguimos também trabalhar com as diretrizes dos PCNs, que recomendam o trabalho com espaço e forma por meio de atividades exploratórias, promovendo a investigação do espaço através da observação e manipulação. Também, o desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro) (BRASIL, 1998, p. 88).

Concluimos que a pesquisa desenvolvida revelou que a fotografia pode atuar como uma ferramenta de ensino de geometria no Ensino Fundamental. Mais do que isso, fornecemos subsídios para que futuros estudos no campo da Educação Matemática, compreendam que a Fotoeducação Matemática funciona como um instrumento de ensino de figuras geométricas planas.

Entendemos que conseguimos ampliar nosso conhecimento sobre o uso da fotografia por meio das nossas atividades, e que o resultado foi importante para compreender a assimiliação da geometria por meio de práticas não tradicionais. Nossa contribuição se dá por meio de nossas práticas pedagógicas, agora reformuladas e anexadas no final dessa pesquisa. Também acreditamos que, devido a escassez de materiais sobre o tema, podemos colaborar com a produção na área de Fotoeducação Matemática no Brasil.

Esperamos que outros professores possam utilizar de nosso trabalho em suas aulas, bem como adaptar e melhorar nossas atividades de acordo com as necessidades de seus estudantes.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARCAVI, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, v. 52, n.3, p. 215-241. 2003.

AUMONT, J. *A Imagem*. Campinas, SP: Papirus, 1993

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Matemática*. Brasília: MECSEF, 1998.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Consulta Pública. Brasília, 2017

BUENO, S. *Silveira Bueno: Minidicionário da Língua Portuguesa*. 2ª Edição. São Paulo: FTD, 2007.

CARVALHO, A. *Uma pequena reflexão sobre a linguagem fotográfica e porque é importante estudá-la*. **Médium**, 2016. Disponível em: <<https://medium.com/@ndrc/uma-pequena-reflex%C3%A3o-sobre-linguagem-fotogr%C3%A1fica-e-porque-%C3%A9-importante-estud%C3%A1-la-5359ef1a2b6e>>. Acesso em: 25 de out. de 2020.

DANTAS, E. *Educação - Fotografia: Impressões e sentidos*. UFRN, 2000.

DUBOIS, P. *O Ato Fotográfico e outros Ensaios*. 2ª Edição – 1998. Campinas, SP: Papirus, 1993.

FREEMAN, M. *Curso de Fotografia – Composição*. Porto Alegre: Bookman, 2015.

FREEMAN, M. *O olho do fotógrafo: composição e design para fotografias digitais incríveis*. Porto Alegre: Bookman, 2012.

G1 (org.). **Sesc Bauru recebe mostra fotográfica 'Gold – Mina de Ouro Serra Pelada' de Sebastião Salgado**. 2021. Disponível em: <https://g1.globo.com/sp/bauru-marilia/noticia/2021/06/09/sesc-bauru-recebe-mostra-fotografica-gold-m>. Acesso em: 08 jan. 2023.

IMÃ FOTO GALERIA (org.). **Walter Firmo**. 2018. Disponível em: <http://imafotogaleria.com.br/blog/artistas/walter-firmo/#>. Acesso em: 08 jan. 2023

JORGENSEN, Victor. **Kissing the War Goodbye**. 1945. Disponível em: [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/8/87/Kissing\\_the\\_War\\_Goodbye.jpg/1024px-Kissing\\_the\\_War\\_Goodbye.jpg?20190610054918](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/8/87/Kissing_the_War_Goodbye.jpg/1024px-Kissing_the_War_Goodbye.jpg?20190610054918). Acesso em: 08 jan. 2023.

SALLES, F. *Breve história da fotografia*. 2004. Disponível em: [http://mnemocine.com.br/download/manual\\_introd\\_cap1\\_hist.pdf](http://mnemocine.com.br/download/manual_introd_cap1_hist.pdf). Acesso em: 08 jan. 2023.

LORENZATO, S. *Por que não ensinar geometria?* In: A Educação Matemática em Revista. Blumenau: SBEM, ano III, n. 4, 1995, p.3-13



LOBO, J, BAYER, A. O ensino de geometria no ensino fundamental. Actascentiae. Canoas, vol. 6, n. 1, p.19-26, 2004.

MAKIEWICZ, M. Photography in elementary education. Constructing the meaning of the concept of symmetry in the process of interiorization and exteriorization". Problemy Wczesnej Edukacji 1 (24):59-73. 2014

MAKIEWICZ, M. Mathematical cognition in metaphors expressed through photography. Chem didact ecol metrol. 2012;17(1-2):27- 39. DOI: 10.2478/cdem-2013-0002

MAKIEWICZ, M. Photography for the Mathematical Culture of the Student. Research Report. International Journal of Pedagogy, Innovation and New Technologies. SSN: 2392-0092, Vol. 1, No. 1, p. 61 -76. 2014

NUNES, C. *O processo de ensino-aprendizagem-avaliação de geometria através da resolução de problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática*. Universidade Estadual Paulista UNESP. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Campus de Rio Claro: SP. 2010

KOSSOY, B. *Fotografia & História*. 2ª edição. São Paulo: Ateliê Editorial, 2001.

SUPERPROF (org.). **13. O homem caindo, de Richard Drew**. 2023. Disponível em: <https://www.superprof.com.br/blog/wp-content/uploads/2018/04/falling-man-drew-1128x635.jpeg.webp>. Acesso em: 08 jan. 2023.

TRIPADVISOR (org.). **Confiance Hotel & Lazer**. 2023. Disponível em: <https://dynamic-media-cdn.tripadvisor.com/media/photo-o/0b/77/b7/de/tomadas-antigas-em-mal.jpg?w=1000&h=1&s=1>. Acesso em: 08 jan. 2023

VALE, I & BARBOSA, A. Photography: a resource to capture outdoor math. Instituto Politécnico de Viana do Castelo & CIEC, Universidade do Minho, Portugal. Research on Outdoor STEM Education in the digiTal Age. Proceedings of the ROSETA Online Conference in June 2020 (pp. 179-186).

WIKIPEDIA (org.). **Abbey Road**. 2021. Disponível em: [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/4/42/Beatles\\_-\\_Abbey\\_Road.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/4/42/Beatles_-_Abbey_Road.jpg). Acesso em: 08 jan. 2023.

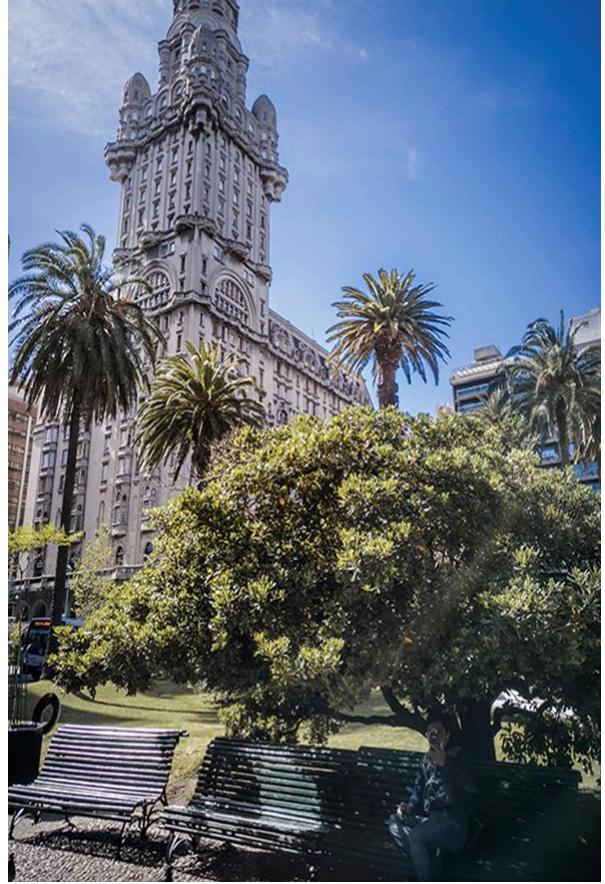
YOSMAN, Ahmad Firdaus; FONG, Wan Heng. Geometry and Photography: a connection. **Menemui Matematik - Discovering Mathematics**, Malásia, v. 2, n. 37, p. 39-48, 30 dez. 2015. Disponível em: [https://einspem.upm.edu.my/dismath/paper/2015/MMv37\\_2\\_39\\_48.pdf](https://einspem.upm.edu.my/dismath/paper/2015/MMv37_2_39_48.pdf). Acesso em: 08 jan. 2023

## APÊNDICE I - O OLHAR DO ESTUDANTE – LISTA DE ATIVIDADES

### 1. Leitura da fotografia



Analise as imagens a seguir:







## 2. Onde está a Geometria?

Analise as imagens a seguir e discuta com seus colegas de grupo as seguintes questões:

- N-1: O que te chama atenção nessa foto?
- N-2: Algo que você vê na fotografia se assemelha a alguma figura geométrica?
- N-3: Você vê algo de interessante? Alguma regularidade? Alguma proporcionalidade? Alguma figura geométrica plana ou espacial? Elabore um parágrafo relatando suas observações. Em seguida, formule uma pergunta relacionada a matemática sobre essa fotografia.



Fotografia para capa do álbum “Abbey Road”, penúltimo da carreira dos Beattles. .Fonte: <https://www.revistabula.com/398-as-10-fotografias-mais-famosas-da-historia/>



“The Kiss”: Marinheiro comemora a vitória dos EUA na 2ª Guerra Mundial com beijo forçado em enfermeira. Fonte: <https://www.revistabula.com/398-as-10-fotografias-mais-famosas-da-historia/>



Jovem chinês se põe no caminho de tanques de guerra em um protesto silencioso contra corrupção. FONTE: <https://www.revistabula.com/398-as-10-fotografias-mais-famosas-da-historia/>



Mulher indígena resiste ao desalojamento forçado da polícia. Fonte: <https://www.superprof.com.br/blog/as-fotos-mais-marcantes/>

### 3. Composição e enquadramento geométrico

Observe as fotografias a seguir:



Fonte: Geometry and Photography: A connection. Ahmad Yosman and Wan Fong.





Trabalhadores almoçando em meio as construções do Rockefeller Center. Fonte:  
<https://www.superprof.com.br/blog/as-fotos-mais-marcantes/>



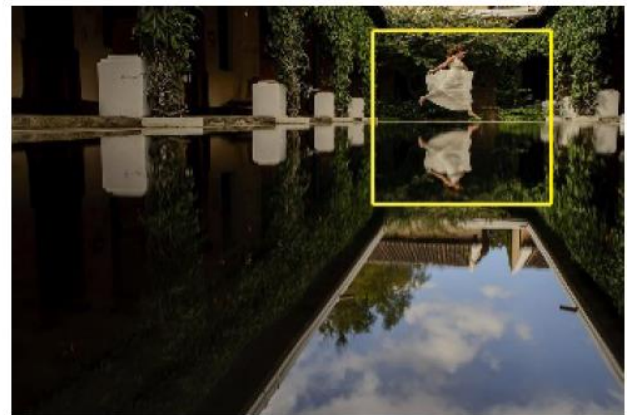
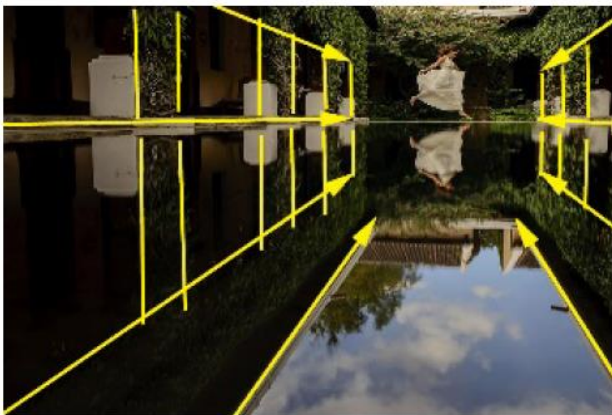
Fonte: Geometry and Photography: A connection. Ahmad Yosman and Wan Fong.



Fonte: Geometry and Photography: A connection. Ahmad Yosman and Wan Fong.



Fonte: Geometry and Photography: A connection. Ahmad Yosman and Wan Fong.



Fonte: Geometry and Photography: A connection. Ahmad Yosman and Wan Fong.



Fonte: Geometry and Photography: A connection. Ahmad Yosman and Wan Fong.

- N-1: Qual a sua opinião sobre as fotografias e a forma como foram tiradas?
- N-2: Você consegue visualizar alguma outra figura geométrica nas fotos apresentadas?
- N-3: Quais são as figuras geométricas destacadas nas fotos desta atividade? Aponte o número de lados, vértices e ângulos de cada uma. Quais informações são necessárias para calcular a área e o perímetro dessas figuras?

#### 4. Clique geométrico

N'-1: O que discutimos nas últimas aulas? Quais conceitos geométricos trabalhamos dentro da fotografia? Podem me dar exemplos de como usamos a geometria na composição de uma foto?

Nº-2: Produza fotografias do espaço escolar que possuam figuras geométricas explicitamente e também na composição e enquadramento da foto. Lembre-se- se de adicionar descrição e título às fotografias.

Nº-3: Vamos discutir, com os retratos em mãos, as técnicas que você usou para produzi-los.

## 5. Kit fotográfico

Observe as fotos a seguir e faça o que se pede:



Fonte: <https://www.photopro.com.br/tutoriais-gratis/regra-dos-tercosfotografia/#:~:text=A%20regra%20dos%20ter%C3%A7os%20%C3%A9,nossos%20olhos%20t%C3%AAm%20maior%20aten%C3%A7%C3%A3o.>



Fonte: <https://www.photopro.com.br/tutoriais-gratis/regra-dos-tercosfotografia/#:~:text=A%20regra%20dos%20ter%C3%A7os%20%C3%A9,nossos%20olhos%20t%C3%AAm%20maior%20aten%C3%A7%C3%A3o.>



Fonte: <https://www.photopro.com.br/tutoriais-gratis/regra-dos-tercosfotografia/#:~:text=A%20regra%20dos%20ter%C3%A7os%20%C3%A9,nossos%20olhos%20t%C3%AAm%20maior%20aten%C3%A7%C3%A3o.>



Fonte: <https://iphotochannel.com.br/por-que-a-proporcao-aurea-e-melhor-do-que-a-regra-dos-tercos/>



Fonte: <https://iphotochannel.com.br/por-que-a-proporcao-aurea-e-melhor-do-que-a-regra-dos-tercos/>



Fonte: <https://iphotochannel.com.br/por-que-a-proporcao-aurea-e-melhor-do-que-a-regra-dos-tercos/>

Analise as imagens a seguir e discuta com seus colegas de grupo as seguintes questões:

- N-1: Qual o seu olhar sobre a fotografia?
- N-2: O que você vê na fotografia te lembra alguma figura geométrica?
- N-3: Você vê algo de interessante? Alguma regularidade? Alguma proporcionalidade? Alguma figura geométrica plana ou espacial? Formule alguma pergunta relacionada a matemática sobre essa fotografia.

Produza, com seu grupo, a regra dos terços e a espiral áurea nas transparências que foram entregues. Sobreponha o desenho nas fotografias que analisamos. Quais delas obedecem a regra dos terços? Quais delas obedecem a espiral áurea? Existe alguma que se encaixa nas duas?

## 6. Clique geométrico - o retorno

- N'-1: O que discutimos nas últimas aulas? Quais conceitos geométricos trabalhamos dentro da fotografia? Podem me dar exemplos de como usamos a geometria no enquadramento de uma foto?

- N'-2: Eu gostaria que você produzisse fotografias do espaço escolar que utilizem a regra dos terços ou a espiral áurea. Lembre-se- se de adicionar descrição e título às fotografias.
- N'-3: Vamos discutir, com os retratos em mãos, as ferramentas que você usou para produzi-los.

## 7. Fotografando a altura

Considere a foto que lhe foi entregue e a sua altura na vida real, em cm. Analise as imagens e discuta com seus colegas de grupo as seguintes questões:

- N-1: O que você vê na fotografia?
- N-2: O que você vê na fotografia te lembra algo relacionado a proporção?
- N-3: Você vê algo de interessante? Como você acha que é possível calcular a altura real dos objetos das fotos? Qual a sua altura real?

## 8. Construindo uma câmera<sup>8</sup>

- MATERIAIS
  - 1 prego e 1 martelo - para fazer um furo na lata;
  - 1 lata de refrigerante vazia;
  - 1 lixa;
  - revelador fotográfico;
  - interruptor fotográfico;
  - fixador fotográfico;
  - fita adesiva preta
- COMO FAZER A PINHOLE:

---

<sup>8</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=Xt3Cdq0qOns>



1. Cole o papel cartão dentro da lata para que não entre absolutamente luz nenhuma. Se estiver usando tinta, pinte todo seu interior. Não se esqueça de que a tampa também deve ficar preta!
2. Faça um furo na parte lateral da lata usando o prego. Com a lixa, tire as rebarbas de alumínio que ficaram.
3. Faça um pequeno quadrado com o alumínio da lata de refrigerante e cole do lado de fora da sua máquina fotográfica. Não se esqueça de fazer um furinho, bem pequenininho, no meio desse quadrado.
4. Cole o quadrado de alumínio na lata. Não se esqueça de alinhar os furos! Em seguida, do lado de fora, tampe o furo com a fita adesiva.
5. Coloque o papel fotográfico dentro da lata.

- DICAS

- O papel fotográfico preto e branco, o que usamos para tirar fotos na pinhole, é encontrado em lojas especializadas. Normalmente, encontramos o papel nos tamanhos 9cm x 14cm ou 10cm x 15cm.
- O papel deve ser manuseado em um quarto escuro, que não tenha nenhuma entrada de luz. Caso contrário, o papel estragará. Para iluminar o quarto, use apenas uma lâmpada vermelha de 15W, já que a luz vermelha não estraga esse tipo de papel.
- No quarto escuro, prenda o papel fotográfico na região interna da lata oposta ao furo. Como ensinamos no [Cinema na caixa](#). Tampe muito bem a lata.
- Fotografar com a máquina fotográfica pinhole é uma experiência e tanto. Não desanime se as primeiras fotos não forem do seu agrado. O tempo em que o furinho fica aberto para tirar a foto varia de 10 segundos, se o dia estiver bem claro, a 60 segundos em dias nublados.

- Depois de várias fotos, você conseguirá calibrar sua pinhole. Além do tempo de exposição, o resultado da foto também vai depender do papel que você usar.
- Depois de tirar a foto, você só poderá abrir sua pinhole em uma sala escura, iluminada apenas com luz vermelha. Mas o papel ainda não traz a foto. Ela precisa ser revelada. Se você abrir sua máquina fotográfica em um lugar claro, sua foto estragará.

Dado o roteiro que você recebeu, produza, com a ajuda dos colegas de grupo e professor, a câmera pinhole e fotografe um objeto de seu interesse, levando em consideração todas as discussões que tivemos em aula.

- N°-1: O que discutimos nas últimas aulas? Quais conceitos geométricos trabalhamos dentro da construção de uma câmera fotográfica? Podem me dar exemplos de como usamos a geometria?
- N°-2: Eu gostaria que você produzisse fotografias do espaço escolar que possuam figuras geométricas explicitamente e também na composição e enquadramento da foto. Lembrem- se de adicionar descrição e título às fotografias e utilizem a pinhole!
- N°-3: Vamos discutir, com os retratos em mãos, as ferramentas que você usou para produzi-los.

## **APÊNDICE II - O OLHAR DO PROFESSOR – GUIA DE ATIVIDADES**

Olá Professor (a)! Este é um guia com tudo que você precisa saber antes e durante a aplicação das atividades. Aqui você vai encontrar explicações descritivas e gráficas de como analisar as fotografias, mas lembre-se de que não existe interpretação errada e você pode ir muito além do que apontamos.

Você também pode notar que as questões estão classificadas com siglas. Isso acontece porque adotamos a metodologia de Malgorzata Mackiewicz sobre os processos de interiorização e exteriorização durante o uso da fotografia como ferramenta didática. Sendo assim, toda questão que for classificada como N-0 se refere a um momento anterior à realização da atividade propriamente dita, visto que é uma etapa de preparação da situação. As questões N-1 introduzem a leitura da fotografia, permitindo que os estudantes investiguem as informações. Logo após, as questões N-2 contam com o direcionamento do professor para uma interpretação mais precisa da imagem e, na etapa N-3, os comentários são formalizados para que o problema seja formulado. Já as questões N'-1 tem como objetivo proporcionar uma discussão sobre o que já foi discutido e nem sempre necessitam de uma formalização. As questões N'-2 se reservam à uma saída escolar para que os estudantes possam explorar, com câmeras em mãos. Por último, as questões N'-3 afirmam o papel do professor como supervisor do processo de exploração e aprendizagem.

Sem mais delongas, vamos às atividades!

## 1. Leitura da fotografia

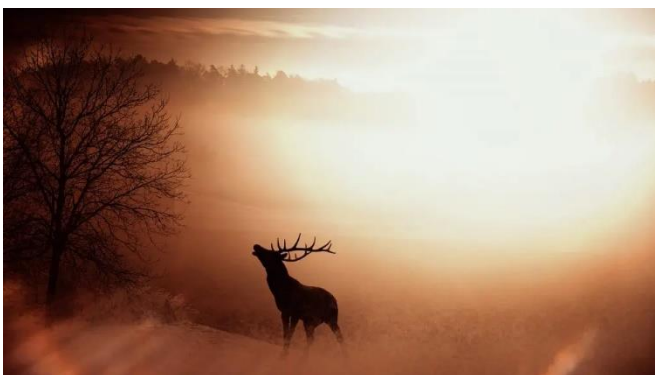
Como ler uma fotografia?

Não existe interpretação certa ou errada para uma fotografia, mas sim diversos pontos de vista para uma mesma imagem. Para alcançar pelo menos um deles, você pode começar imaginando o objetivo daquela foto. Pense no significado pretendido pelo fotógrafo, na mensagem que ele quer passar.

Depois, examine a iluminação, a exposição da foto, como o jogo de luzes estabelece o clima, como as sombras estão delineando os objetos, criando movimento ou posição estática. Perceba as linhas no quadro da imagem, a proporção e tamanho dos objetos, as molduras naturais no enquadramento e as figuras ocultas. Vamos analisar alguns exemplos a seguir.



Para identificar o objetivo dessas fotos, temos que procurar o elemento principal. No exemplo da fotografia onde é mostrada apenas uma flor, fica claro o que se quer mostrar. Já na segunda foto, vemos uma mulher dentro do mar com montanhas atrás. Mesmo que pensemos que o objetivo é mostrar a mulher, é possível considerar que os outros objetos da foto também podem ser os principais. É normal que o objetivo de uma foto nem sempre seja óbvio e isso não nos impede de tirarmos nossas conclusões



As duas fotografias acima utilizam da iluminação de maneira diferente para determinarem o clima, a mensagem a ser passada. Enquanto uma é bem escura e mostra pouco, dando uma ideia de solidão e tristeza, a outra tem uma exposição bem maior à luz, dando um ar de renovação, esperança e felicidade.



Enquanto nas três primeiras fotos há o uso de linhas imaginárias criadas por elementos do meio, como a sombra das janelas, a sombra das árvores e o assentamento de areia na praia, na última foto vemos o uso de linhas literais (ou retas paralelas, se vamos ser formais) para indicar o mesmo que nas outras fotos: movimento. O posicionamento da câmera e do objeto principal é propositalmente escolhido para que as linhas guiem o nosso olhar para o que realmente importa.



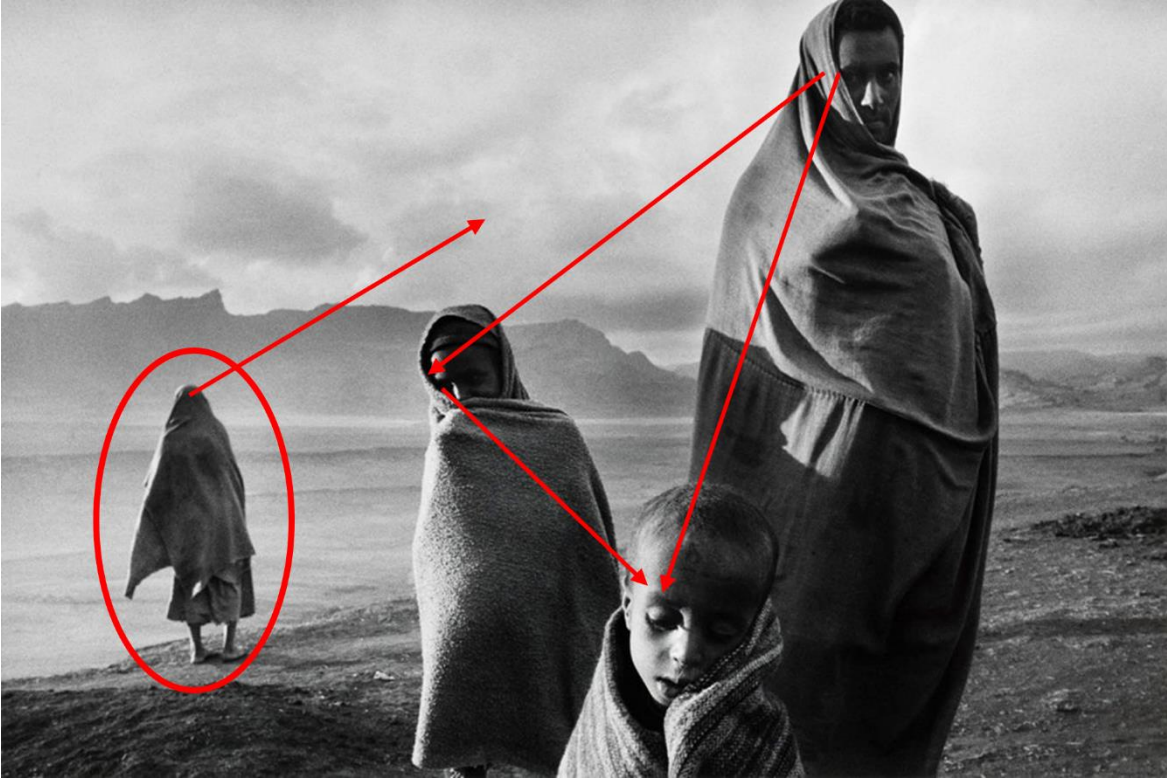
A ideia de proporção permeia vários conceitos da fotografia, e nos exemplos acima está um deles. Em ambas as fotos foi usado um truque para que algo grande, se comparado ao ser humano, coubesse na palma da mão.



As molduras, conhecidas por enfeitarem pinturas e fotos, podem ser trazidas para a fotografia se criadas a partir de elementos do ambiente que se está fotografando.

Vamos à atividade 0, que deve ser discutida verbalmente, sem formalização:

Analise as imagens a seguir:



Fotografia de Sebastião Salgado para “Êxodos” (2000), onde retrata migrantes, refugiados e exilados ao redor do mundo. Fonte:  
<https://www.metropoles.com/entretenimento/exposicao/exodos-mostra-de-sebastiao-salgado-discute-tema-profundamente-atual?amp>

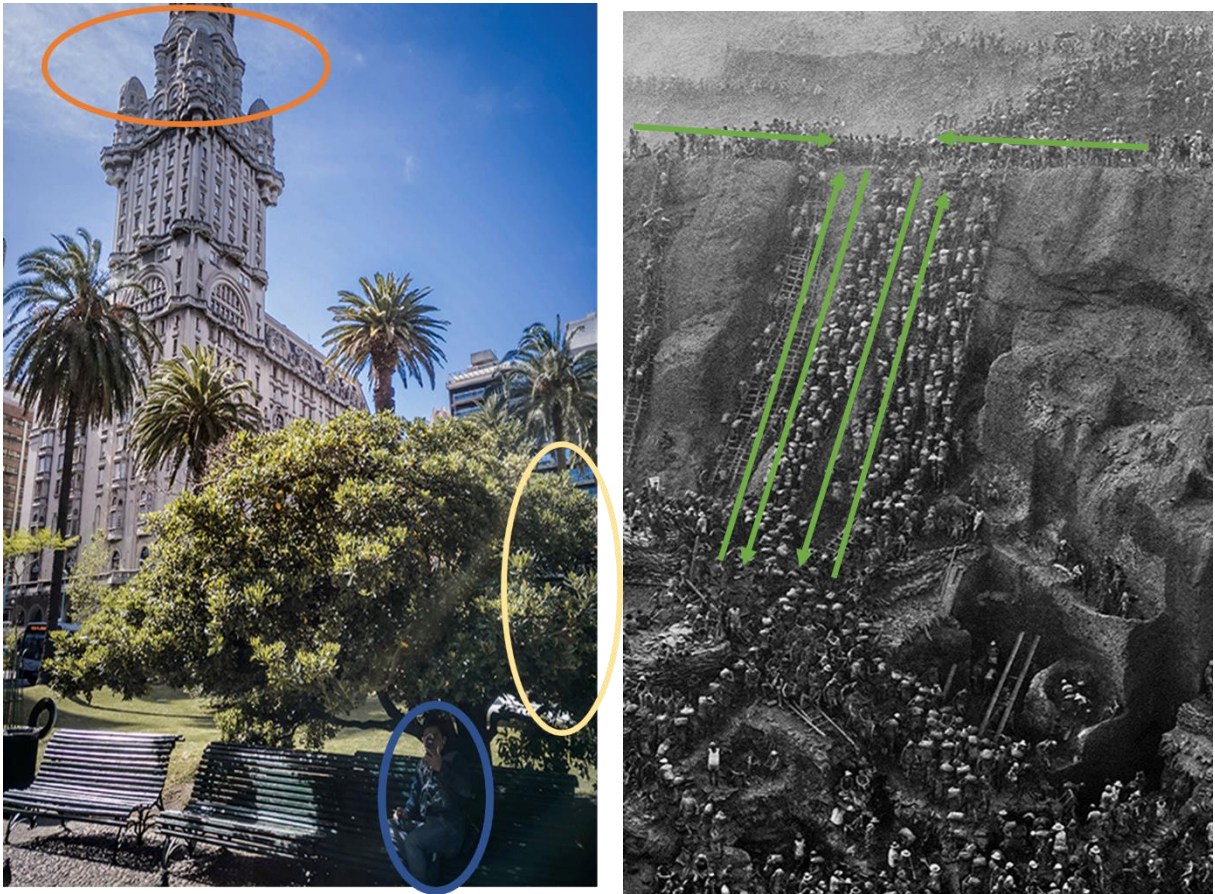
Na imagem, vemos três pessoas no enquadramento principal e por esse motivo podemos formar um triângulo com esses elementos. Mais atrás, uma pessoa está virada de costas e seu olhar nos guia, por meio de uma linha, para onde devemos nos voltar: o adulto carregando uma criança.



Tomadas de um hotel em Campos do Jordão Fonte: [https://www.tripadvisor.es/Hotel\\_Review-g303607-d4511422-Reviews-Confiance\\_Hotel\\_Lazer-Campos\\_Do\\_Jordao\\_State\\_of\\_Sao\\_Paulo.html](https://www.tripadvisor.es/Hotel_Review-g303607-d4511422-Reviews-Confiance_Hotel_Lazer-Campos_Do_Jordao_State_of_Sao_Paulo.html)

Já nessa segunda foto há algo muito incomodo para quem a vê. O fotógrafo não se preocupou em manter as linhas da parede paralelas e, por conta do ângulo em que a câmera foi posicionada, as figuras encontram-se levemente distorcidas.

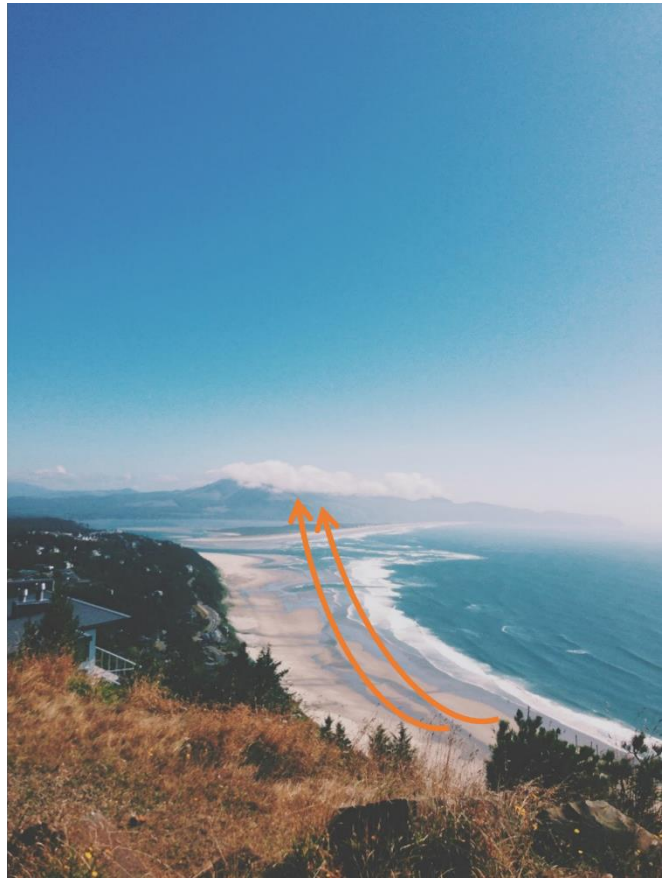




À esquerda: Atração turística. Fonte: <https://bityli.com/MKkbJ>

À direita: Garimpo na Serra Pelada, por Sebastião Salgado. Fonte: <https://g1.globo.com/sp/bauru-marilia/noticia/2021/06/09/sesc-bauru-recebe-mostra-fotografica-gold-mina-de-ouro-serra-pelada-de-sebastiao-salgado.ghtml>

Na foto à esquerda, há muita informação. As únicas linhas presentes são aquelas na construção atrás e elas nos guiam para o que foi cortado da foto: o topo. Sendo assim, esse não poderia ser nosso objetivo. Também não pode ser a árvore, visto que está também está cortada. A pessoa no banco tão pouco poderia ser o objetivo, já que se encontra num lugar com pouca iluminação. Em contraposição, a foto da direita mostra-se muito objetiva. Foi tirada de certa distância, para que os trabalhadores aglomerados quase se transformassem em formigas trabalhando. Parece que se move, mesmo sendo estática, porque captura o fluxo de pessoas subindo e descendo por meio de linhas que guiam nosso olhar.



Fonte: <https://pxhere.com/en/photo/1081676>

Fonte: <https://www.bluecarrental.is/blog/what-shoes-to-wear-in-iceland/>

Fonte: <https://unsplash.com/s/photos/mountain>

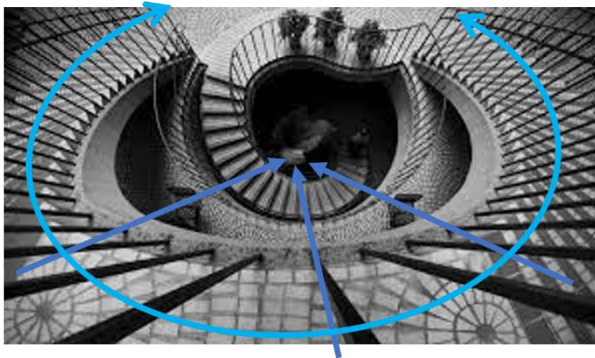


A menina afegã. Steve McCurry. 1984

Fonte: <https://wsimag.com/pt/arte/19360-retratos-marcantes-por-steve-mccurry>



À esquerda: <https://bityli.com/iNeTPu> . À direita: Fotografia de Walter Firmo. Fonte: <http://imafotogaleria.com.br/blog/artistas/walter-firmo/>



Henri Cartier Bresson. Fonte: <https://actuphoto.com/31916-exposition-henri-cartier-bresson-photographe-par-robot-delpire.html>

Thomas Hawk. Fonte: <https://1001bestphotographytips.blogspot.com/2014/01/using-lines-to-improve-photography.html>

Walter Firmo. Fonte: <https://ims.com.br/titular-colecao/walter-firmo/>

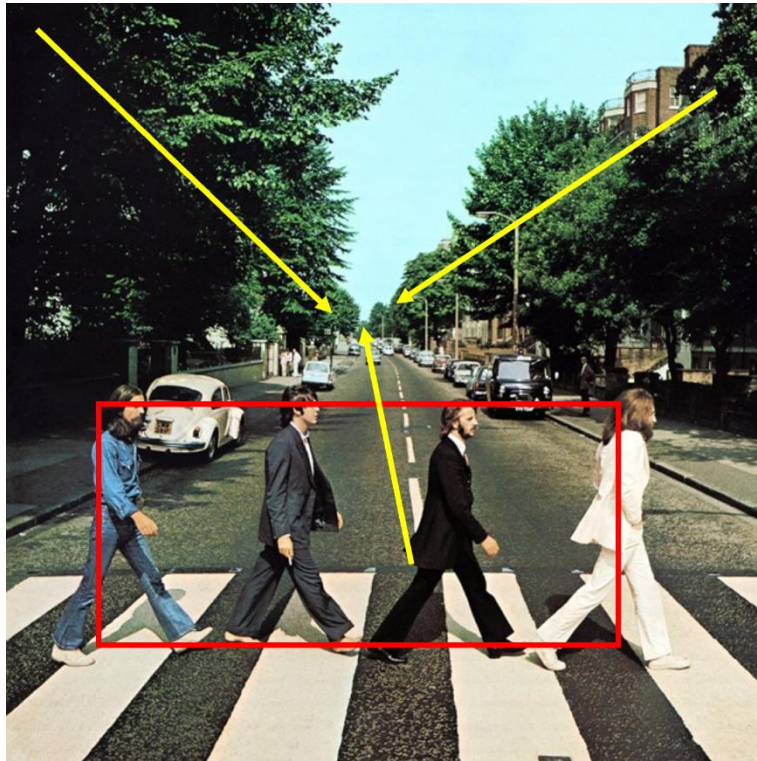
## 1. Onde está a Geometria?

Objetivo: Proporcionar o reconhecimento e investigação das propriedades figuras geométricas simples por meio da análise de fotografias.

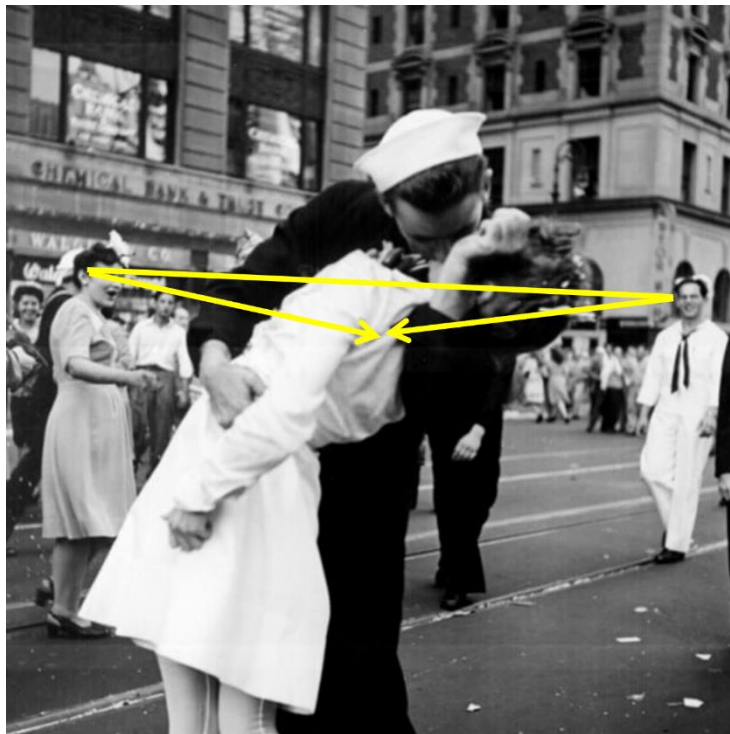
- Separar os alunos em grupos de até 4 pessoas;
- Distribuir, para cada grupo, um kit com fotografias impressas e recortadas;
- Instigar os grupos a discutir e analisar as fotografias com o questionamento “o que há de geometria nesta foto?”;
- Cada grupo deve produzir um texto ou lista contendo as conclusões da discussão;
- Compartilhar e debater os resultados com a turma.

Analise as imagens a seguir e discuta com seus colegas de grupo as seguintes questões:

- N-1: Qual o seu olhar sobre a fotografia?
- N-2: O que você vê na fotografia se assemelha a alguma figura geométrica?
- N-3: Você vê algo de interessante? Alguma regularidade? Alguma proporcionalidade? Alguma figura geométrica plana ou espacial? Elabore um parágrafo relatando suas observações. Em seguida, formule uma pergunta relacionada a matemática sobre essa fotografia.



Fotografia para capa do álbum “Abbey Road”, penúltimo da carreira dos Beattles. Fonte: <https://www.revistabula.com/398-as-10-fotografias-mais-famosas-da-historia/>



“The Kiss”: Marinheiro comemora a vitória dos EUA na 2ª Guerra Mundial com beijo forçado em enfermeira. Fonte: <https://www.revistabula.com/398-as-10-fotografias-mais-famosas-da-historia/>



Jovem chinês se põe no caminho de tanques de guerra em um protesto silencioso contra corrupção. Fonte: <https://www.revistabula.com/398-as-10-fotografias-mais-famosas-da-historia/>



Mulher indígena resiste ao desalojamento forçado da polícia. Fonte: <https://www.superprof.com.br/blog/as-fotos-mais-marcantes/>



Homem pula da janela do World Trade Center em chamas na esperança de se salvar dos gases tóxicos. Fonte: <https://www.superprof.com.br/blog/as-fotos-mais-marcantes/>



Trabalhadores almoçando em meio as construções do Rockefeller Center. Fonte: <https://www.superprof.com.br/blog/as-fotos-mais-marcantes/>

## 2. Composição e enquadramento geométrico

Objetivo: Explorar figuras geométricas e suas características através da análise de fotografias.

- Apresentar para a turma fotografias impressas e recortadas que se utilizam de entes geométricos para a composição e enquadramento do objeto principal;
- Explicar a utilização da geometria no enquadramento da produção fotográfica;
- Apresentar os conceitos de perímetro, área, lados, vértices e ângulos das figuras apontadas pelos alunos na análise da atividade 1 e nas figuras utilizadas pelos fotógrafos na composição das fotos;
- Apontar os conceitos de paralelismo e perpendicularismo de retas de acordo com as fotografias apresentadas nesta atividade.

Observe as fotografias a seguir:



Fonte: Geometry and Photography: A connection. Ahmad Yosman and Wan Fong.

O uso de triângulos é muito famoso na fotografia, visto que é uma forma simples de arranjar os objetos que a compõem. Basta ter três elementos principais não colineares e conseguimos utilizar do triângulo para implicar ordem e clareza.





Fonte: Geometry and Photography: A connection. Ahmad Yosman and Wan Fong.



Fonte: Geometry and Photography: A connection. Ahmad Yosman and Wan Fong.

Em ambos os casos, vemos um quadrilátero sendo usado múltiplas vezes, quase que dando um zoom no objeto principal da foto. Essa técnica mistura o uso de molduras naturais com o cuidado do posicionamento da câmera para nos direcionar.



Fonte: Geometry and Photography: A connection. Ahmad Yosman and Wan Fong.



Fonte: Geometry and Photography: A connection. Ahmad Yosman and Wan Fong.



Fonte: Geometry and Photography: A connection. Ahmad Yosman and Wan Fong.

- N-1: Qual a sua percepção sobre as fotografias e a forma como foram pensadas?
- N-2: Você consegue visualizar alguma outra figura geométrica nas fotos apresentadas?

- N-3: Quais são as figuras geométricas destacadas nas fotos desta atividade? Aponte o número de lados, vértices e ângulos de cada uma. Quais informações são necessárias para calcular a área e o perímetro dessas figuras?

### 3. Clique geométrico

Objetivo: Reconhecer figuras geométricas em situações de realidade, no ambiente escolar.

- Pedir, com antecedência, que pelo menos um aluno de cada grupo tenha consigo no dia da aula um celular com câmera ou uma câmera fotográfica;
- Tendo em vista as discussões anteriores, orientar aos alunos que andem pelas dependências da escola, em grupos, e fotografem a geometria presente no prédio escolar tão quanto produzam retratos utilizando-se da geometria para a composição e enquadramento;
- Recolher, em um pen drive ou por e-mail (pedir pra mandar na hora), as produções estudantis e imprimi-las para discussão e exposição na próxima aula.
- N'-1: O que discutimos nas últimas aulas? Quais conceitos geométricos trabalhamos dentro da fotografia? Podem me dar exemplos de como usamos a geometria na composição de uma foto?
- N'-2: Produza fotografias do espaço escolar que utilizem regra dos terços ou espiral áurea. Lembre-se de adicionar descrição e título às fotografias.
- N'-3: Vamos discutir, com os retratos em mãos, as técnicas que você usou para produzi-los.

#### 4. Kit fotográfico

Objetivo: Investigar o conceito de proporcionalidade apresentado por meio de regras fotográficas.

- Orientar cada grupo a produzir um kit que contém 2 cartões de transparência cortados na mesma dimensão das fotos a serem entregues, para que possam ser sobrepostos. As transparências devem conter a regra dos terços e a espiral áurea;
- Materiais necessários:
  - transparência (acetato);
  - caneta para cd;
  - tesoura;
  - régua;
- Demonstrar o uso da regra dos terços e espiral de Fibonacci;
- Discutir os conceitos geométricos e matemáticos;
- Permitir que os alunos experimentem e discutam a aplicação das regras fotográficas, sobrepondo o kit construído com as fotografias entregues;
- Debater os resultados com a turma.

A *espiral áurea* tem origem histórica na Grécia Antiga. Foi Pitágoras<sup>9</sup> que, por acreditar que a ideia de beleza estava associada a uma proporção específica, deu o primeiro passo em direção ao famoso *número de ouro* e à *proporção áurea*, a proporção mais agradável entre duas medidas. Se referindo a ela como a “divisão de um segmento em média e extrema razão” os gregos atribuíam a esta razão propriedades mágicas e se baseavam nela para construir seus templos e obras. Quando Phidias<sup>10</sup> esculpiu o Parthenon<sup>11</sup>, no século V, baseado na *proporção áurea*, o *número de ouro* foi identificado pela letra grega  $\Phi$  (phi) e começou a ser estudado.

O *número de ouro* pertence ao conjunto dos números irracionais<sup>12</sup> e pode ser obtido através da razão áurea por uma dedução algébrica ou geométrica.

Considerando um segmento de reta AB e um ponto D pertencente a este segmento, dizemos que o ponto D divide AB na razão áurea quando  $\frac{AB}{AD} = \frac{AD}{DB}$ . De acordo com Queiroz (2007, p.6), para obter o número  $\Phi$ , devemos:

---

<sup>9</sup> Filósofo e matemático grego

<sup>10</sup> Pintor, escultor e arquiteto grego.

<sup>11</sup> Templo grego construído em homenagem à deusa Atena.

<sup>12</sup> Números decimais, infinitos e não periódicos.

Considerar  $m(AB) = 1$  unidade,  $m(AD) = x$  e  $m(DB) = 1 - x$

Obtemos então a divisão de um segmento em média e extrema razão:

$$\frac{m(AB)}{m(AD)} = \frac{m(AD)}{m(DB)}$$

ou seja:

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x}$$

Aplicamos a propriedade fundamental das proporções: O produto dos meios é igual ao produto dos extremos, obtendo uma equação de segundo grau:

$$x^2 = 1 - x \rightarrow x^2 + x - 1 = 0$$

Resolvemos a equação e encontramos duas raízes:

$$x' = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \text{ e } x'' = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

Desprezamos a raiz negativa e calculamos a razão  $\Phi = \frac{1}{x}$  para obter:

$$\phi = \frac{1}{\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}}$$

Portanto,

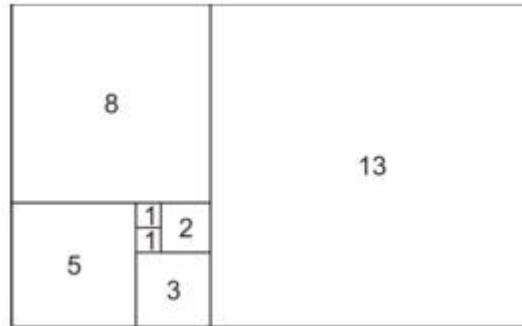
$$\phi = \frac{2}{-1 + \sqrt{5}} = \frac{2}{-1 + 2,236 \dots} = 1,618 \dots$$

(QUEIROZ, 2007, p.6)

Por ser um número tão particular, tudo que obedece a esta proporção é considerado esteticamente bonito ou tudo que é esteticamente bonito obedece a esta proporção. Não se sabe ao certo como os dois conceitos se relacionam, mas sabe-se que é por isso que Pitágoras o usou para construir o pentagrama, símbolo dos pitagóricos e também, por isso, outras figuras geométricas herdaram essa propriedade, como o retângulo áureo.

Exercendo grande influência na arquitetura, o *retângulo áureo* é aquele que apresenta a medida de seus lados em razão áurea. Ou seja, a razão entre seus lados é igual a  $\Phi$ . Ele ainda possui uma propriedade na qual, quando dividido entre um quadrado e um retângulo, o retângulo criado também apresenta a razão áurea e isso pode ser repetido indefinidamente. Além disso, os

quadrados obtidos apresentam as medidas de seus lados como uma progressão da Sequência de Fibonacci<sup>13</sup>, a partir do segundo número.



Para, então, obtermos a *espiral áurea*, basta que tracemos, em cada um dos quadrados obtidos do *retângulo áureo*,  $\frac{1}{4}$  de círculo com raio correspondente ao lado do quadrado em que está sendo traçado o círculo, conectando dois vértices opostos.

Não só o *número de ouro*, mas também a *espiral áurea*, podem ser encontrados na natureza. Em uma de suas obras mais famosas chamada “O homem Virtruviano”, Leonardo Da Vinci afirma que o corpo humano obedece à divina proporção. Em outra obra, intitulada “Monalisa”, ele utiliza da *razão sagrada* (denominação que dá ao *número de ouro*). Além disso, podemos observar o *número de ouro* no crescimento das árvores, nas pétalas de flores e dentro das colmeias. Talvez seja por isso que a noção de beleza esteja tão ligada a um número e vice-versa.

Assim, os ideais de beleza e estética se fizeram presente nas construções artísticas gregas e, como muitas outras coisas, a influência da Grécia Antiga se mostrou forte durante o passar dos anos. As correntes artísticas pelo mundo levaram o legado grego à frente e, mesmo que com a constante mutação da arte, o uso da *razão áurea* se faz presente nos dias de hoje.

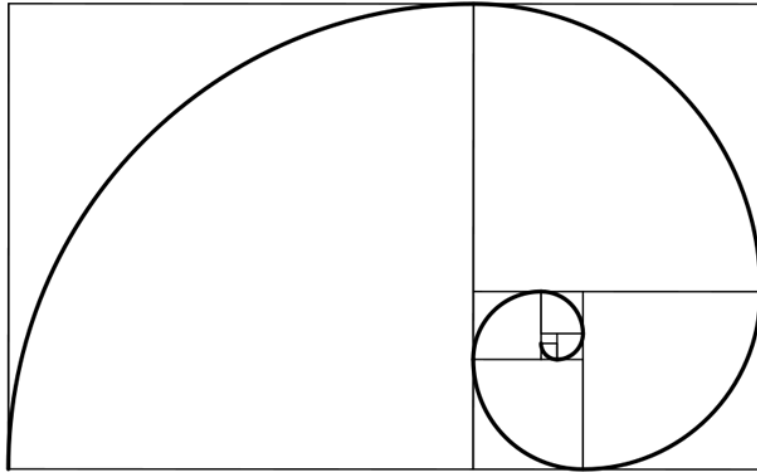
Pintores como Da Vinci e Antônio Peticov empregam o número de ouro em suas obras e, sendo a fotografia um movimento advindo da pintura, nela também podemos perceber o uso de regras matemáticas.

Conhecidas por qualquer pessoa que se aventure pela arte de fotografar, a regra dos terços e a *espiral áurea* são usadas, assim como em outros tipos de arte, para garantir a harmonia e beleza na composição de uma foto.

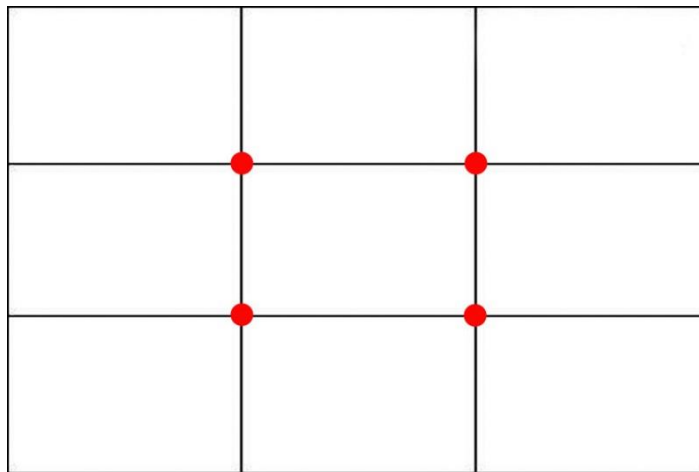
---

<sup>13</sup> Sequência de números inteiros onde cada termo corresponde à soma dos dois anteriores.

A *espiral áurea* é usada da seguinte forma: pensando na tela da câmera como um *retângulo áureo*, imaginamos nela a espiral e posicionamos o que vai ser fotografado no começo da espiral. Podemos ainda nos abster de pensar na espiral e utilizar apenas a divisão que a deu origem. Assim, o objeto da foto pode ser colocado no quadrado obtido da divisão do retângulo áureo.

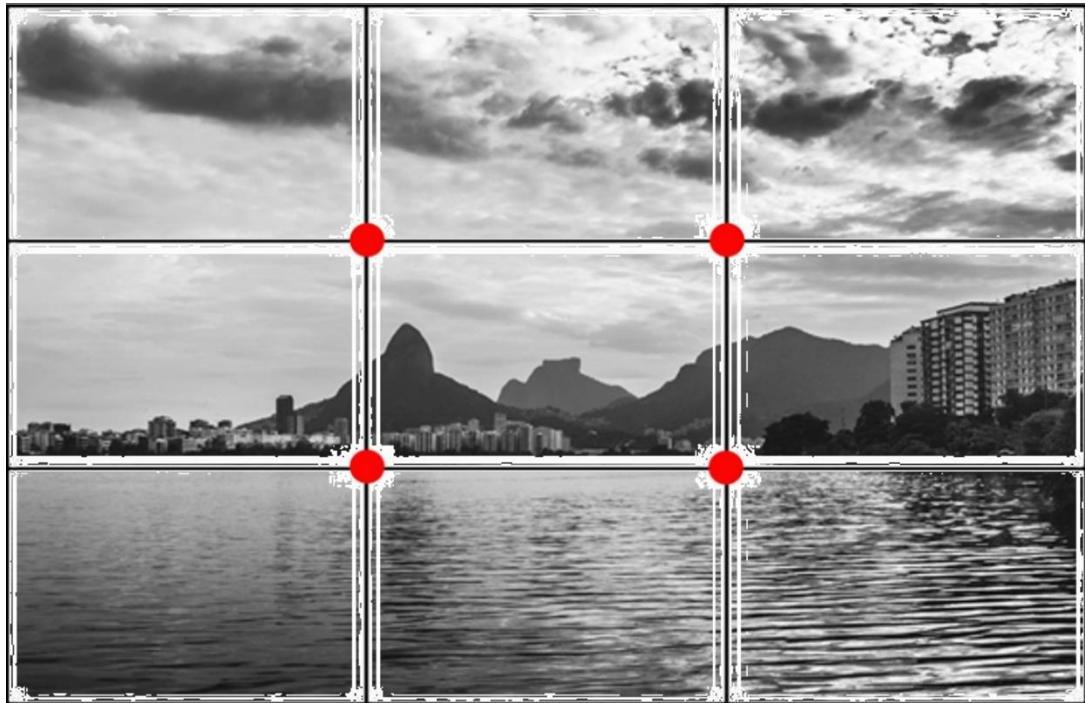


A regra dos terços, é uma simplificação da espiral áurea. É denominada assim por conta da divisão do quadro da foto, que é feita traçando nele três linhas horizontais e três verticais, sempre distribuídas em intervalos iguais resultando em 9 retângulos semelhantes. Obtemos assim quatro cruzamentos entre as linhas, chamados de pontos de ouro. Para conseguir uma foto agradável à vista humana nessa perspectiva, devemos então, posicionar o objeto de interesse em um desses pontos de ouro e, além disso, observar a linha do horizonte, que nunca deve estar torta ou no terço do meio.

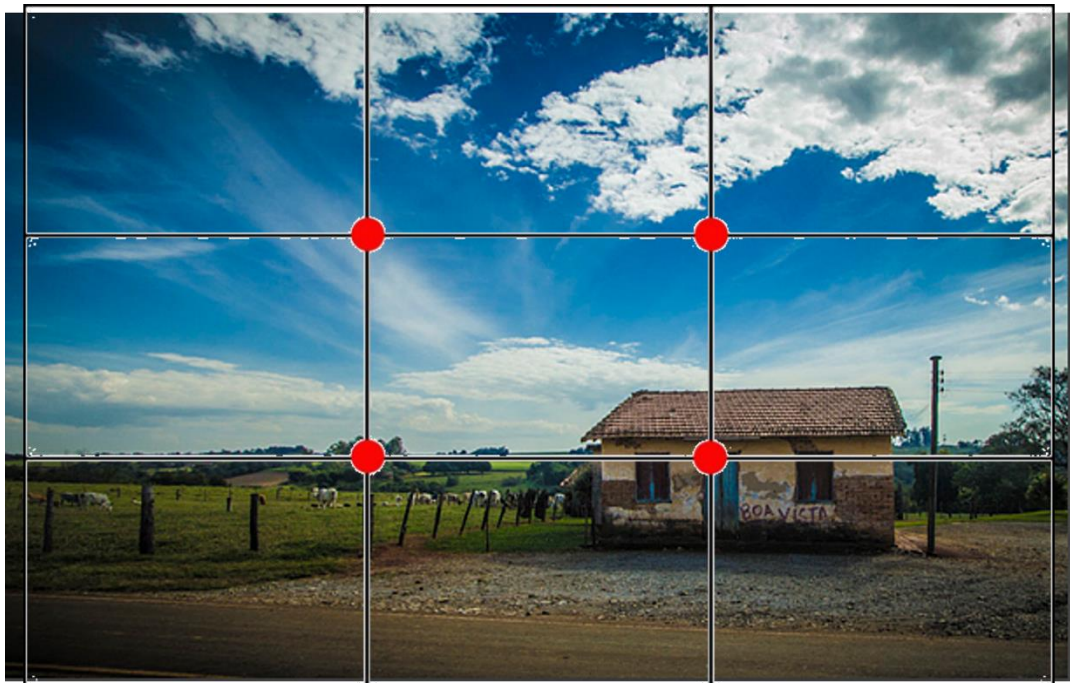


Fonte: Fotografia. Ana Luiza Barbosa. In: Bases Teóricas Transdisciplinares Para A Formação do Professor de Matemática. Org. Samira Zaidan.

Observe as fotos a seguir e faça o que se pede:

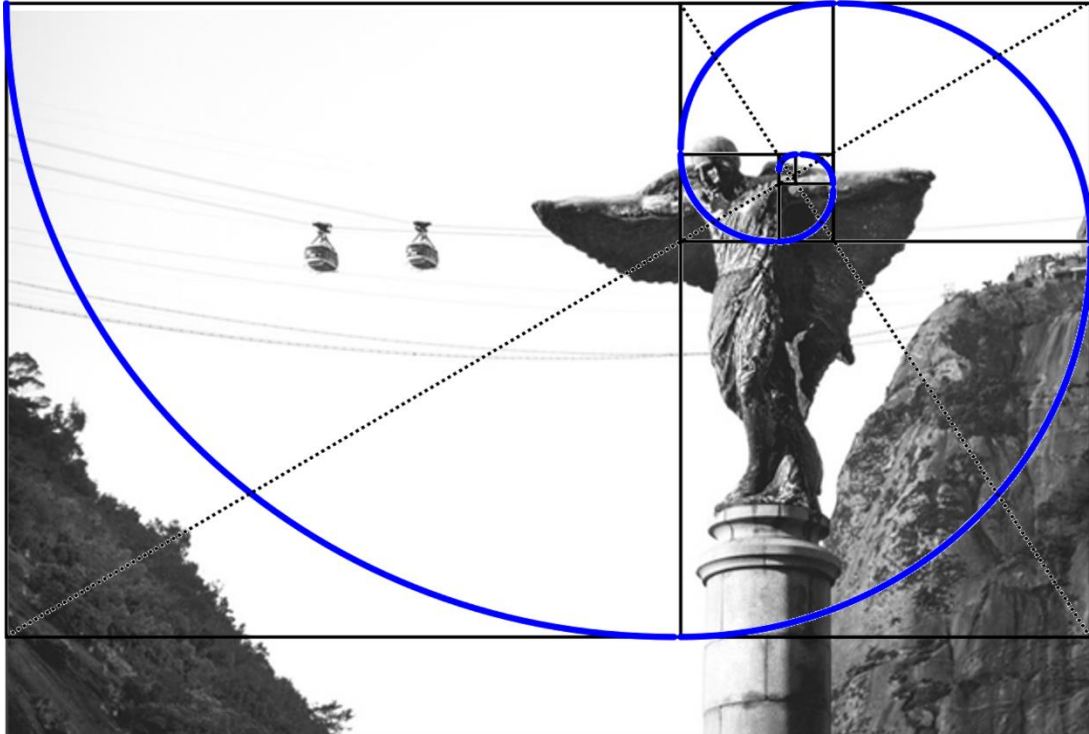


Fonte: <https://www.photopro.com.br/tutoriais-gratis/regra-dos-tercos-fotografia/#:~:text=A%20regra%20dos%20ter%C3%A7os%20%C3%A9,nossos%20olhos%20%C3%AAm%20maior%20aten%C3%A7%C3%A3o.>





Fonte: <https://www.photopro.com.br/tutoriais-gratis/regra-dos-tercos-fotografia/#:~:text=A%20regra%20dos%20ter%C3%A7os%20%C3%A9,nossos%20olhos%20%C3%AAm%20maior%20aten%C3%A7%C3%A3o.>



Fonte: <https://www.photopro.com.br/tutoriais-gratis/regra-dos-tercos-fotografia/#:~:text=A%20regra%20dos%20ter%C3%A7os%20%C3%A9,nossos%20olhos%20%C3%AAm%20maior%20aten%C3%A7%C3%A3o.>



FONTE: <https://iphotochannel.com.br/por-que-a-proporcao-aurea-e-melhor-do-que-a-regra-dos-tercos/>



FONTE: <https://iphotochannel.com.br/por-que-a-proporcao-aurea-e-melhor-do-que-a-regra-dos-tercos/>



FONTE: <https://iphotochannel.com.br/por-que-a-proporcao-aurea-e-melhor-do-que-a-regra-dos-tercos/>

Analise as imagens e discuta com seus colegas de grupo as seguintes questões:

- N-1: Qual o seu olhar sobre a fotografia?
- N-2: O que você vê na fotografia te lembra alguma figura geométrica?
- N-3: Você vê algo de interessante? Alguma regularidade? Alguma proporcionalidade? Alguma figura geométrica plana ou espacial? Formule alguma pergunta relacionada a matemática sobre essa fotografia.

Produza, com seu grupo, a regra dos terços e a espiral áurea nas transparências que foram entregues. Sobreponha o desenho nas fotografias que analisamos. Quais delas obedecem a regra dos terços? Quais delas obedecem a espiral áurea? Existe alguma que se encaixa nas duas?

## 5. Clique geométrico - o retorno

Objetivo: Reconhecer a proporcionalidade em situações de realidade, no ambiente escolar.

- Percorrer com os alunos as dependências da escola para que produzam suas fotografias baseados nas discussões sobre a regra dos terços e a espiral de Fibonacci;

- Recolher, em um pen drive ou por e-mail, as produções estudantis e imprimi-las para discussão e exposição na próxima aula;
- N°-1: O que discutimos nas últimas aulas? Quais conceitos geométricos trabalhamos dentro da fotografia? Podem me dar exemplos de como usamos a geometria no enquadramento de uma foto?
- N°-2: Eu gostaria que você produzisse fotografias do espaço escolar que possuam figuras geométricas explicitamente e também na composição e enquadramento da foto. Lembrem-se de adicionar descrição e título às fotografias.
- N°-3: Vamos discutir, com os retratos em mãos, as ferramentas que você usou para produzi-los.

## 6. Fotografando a altura

Objetivo: Resolver problemas de medidas relacionados a situações cotidianas utilizando da fotografia como ferramenta.

- Para esta atividade, será necessário que na aula anterior cada aluno tenha escolhido um objeto da escola que queira medir e tire uma foto em pé do lado do objeto. Também é necessário que todos saibam suas alturas. Dessa forma, as fotografias podem ser impressas de modo a serem usadas na aula;
- Entregar para cada aluno em seu respectivo grupo sua fotografia, produzida na aula anterior, impressa;
- Cada aluno deve medir, no retrato, sua altura em centímetros e a altura do objeto que pretende medir;
- Utilizando do conceito de proporção, orientar os alunos a calcular a altura do objeto por meio de regra de três.

Considere a foto que lhe foi entregue e a sua altura na vida real, em cm.

Analise as imagens e discuta com seus colegas de grupo as seguintes questões:

- N-1: O que você vê na fotografia?

- N-2: O que você vê na fotografia te lembra algo relacionado a proporção?
- N-3: Você vê algo de interessante? Como você acha que é possível calcular a altura real dos objetos das fotos? Qual a sua altura real?

Caso os estudantes precisem de mais orientação, utilize este roteiro:

- a) Anote sua altura real, em cm
- b) Anote sua altura na foto

Meça sua altura, em cm, na foto que lhe foi entregue. Anote em seu caderno

- b) Meça a altura do objeto do seu lado na foto e anote em seu caderno.
- c) Levando em conta a ideia de proporção e os dados já anotados, é possível calcular a altura real do objeto ao seu lado? Como?

## 7. Construindo uma câmera

Objetivo: Compreender as condições para a existência de triângulos semelhantes.

Pedir, com antecedência, que os estudantes levem os materiais necessários;

Para a produção desta aula, entregar para cada grupo o seguinte roteiro:

- MATERIAIS:
  - 1 lata de alumínio ou 1 caixa que não entre luz;
  - 1 folha de papel fotográfico;
  - 1 pedaço de papel cartão preto ou tinta preta;
  - 1 prego e 1 martelo - para fazer um furo na lata;
  - 1 lata de refrigerante vazia;
  - 1 lixa;
  - revelador fotográfico;
  - interruptor fotográfico;
  - fixador fotográfico;
  - fita adesiva preta

COMO FAZER A PINHOLE:

1. Cole o papel cartão dentro da lata para que não entre absolutamente luz nenhuma. Se estiver usando tinta, pinte todo seu interior. Não se esqueça de que a tampa também deve ficar preta!
2. Faça um furo na parte lateral da lata usando o prego. Com a lixa, tire as rebarbas de alumínio que ficaram.
3. Faça um pequeno quadrado com o alumínio da lata de refrigerante e cole do lado de fora da sua máquina fotográfica. Não se esqueça de fazer um furinho, bem pequenininho, no meio desse quadrado.
4. Cole o quadrado de alumínio na lata. Não se esqueça de alinhar os furos! Em seguida, do lado de fora, tampe o furo com a fita adesiva.
5. Coloque o papel fotográfico dentro da lata.

#### DICAS

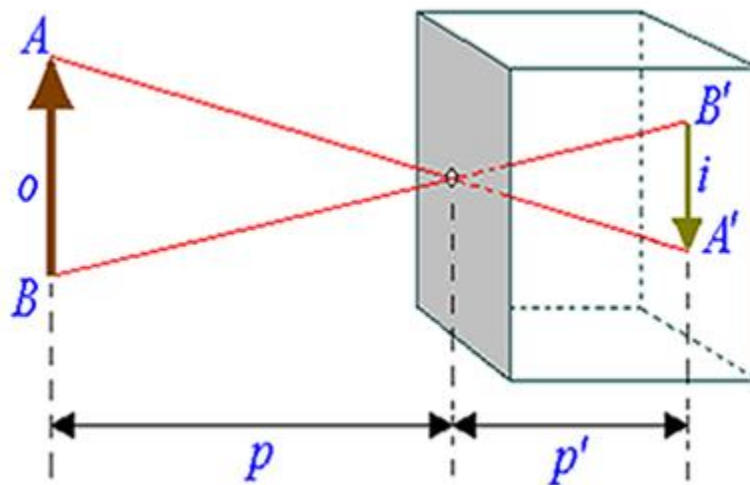
- O papel fotográfico preto e branco, o que usamos para tirar fotos na pinhole, é encontrado em lojas especializadas. Normalmente, encontramos o papel nos tamanhos 9cm x 14cm ou 10cm x 15cm.
- O papel deve ser manuseado em um quarto escuro, que não tenha nenhuma entrada de luz. Caso contrário, o papel estragará. Para iluminar o quarto, use apenas uma lâmpada vermelha de 15W, já que a luz vermelha não estraga esse tipo de papel.
- No quarto escuro, prenda o papel fotográfico na região interna da lata oposta ao furo. Como ensinamos no [Cinema na caixa](#). Tampe muito bem a lata.
- Fotografar com a máquina fotográfica pinhole é uma experiência e tanto. Não desanime se as primeiras fotos não forem do seu agrado. O tempo em que o furinho fica aberto para tirar a foto varia de 10 segundos, se o dia estiver bem claro, a 60 segundos em dias nublados.
- Depois de várias fotos, você conseguirá calibrar sua pinhole. Além do tempo de exposição, o resultado da foto também vai depender do papel que você usar.
- Depois de tirar a foto, você só poderá abrir sua pinhole em uma sala escura, iluminada apenas com luz vermelha. Mas o papel ainda não traz a foto. Ela precisa ser revelada. Se você abrir sua máquina fotográfica em um lugar claro, sua foto estragará.

- Após a produção, elaborar os conceitos de semelhança de triângulos envolvidos no processo fotográfico da câmera pinhole.

A fim de comprovar que é válido o princípio da propagação retilínea da luz temos a **câmara escura de orifício**, que é basicamente constituída de uma caixa de paredes opacas e pretas internamente, totalmente fechada, com exceção de um pequeno orifício feito em uma das paredes, por onde penetra a luz.

Vejam os o esquema da figura abaixo, nela temos um objeto  $AB$ , luminoso ou iluminado, que é colocado à frente da parede que possui o orifício. Os raios de luz que partem do objeto e passam pelo orifício projetam, na parede oposta à do orifício, uma figura  $A'B'$ , semelhante ao objeto, mas invertida. Essa figura é chamada de *imagem* do objeto  $AB$ .

O fato de a imagem ter forma semelhante à do objeto e ser invertida evidencia a propagação retilínea da luz.



A imagem projetada na parede da câmara pode ser vista por um observador externo se essa parede for, por exemplo, feita de papel vegetal. A imagem pode ser registrada internamente, com a colocação de um filme ou papel fotográfico na região em que ela se forma. Por isso, a câmara escura de orifício é, às vezes, chamada câmara fotográfica rudimentar.

Historicamente podemos dizer que a captação e o registro de imagens foram possíveis após a criação da **câmara escura de orifício**.

Acontece que nas máquinas fotográficas atuais, assim como em nossos olhos, as imagens que se formam têm as mesmas características daquelas obtidas com a *câmara escura*: todas estão de cabeça para baixo e têm o lado direito e o esquerdo invertidos, quando observadas por trás do anteparo.

De acordo com a figura acima, os triângulos ABO e A'B'O' são semelhantes, podemos relacionar as alturas AB e A'B' do objeto e da imagem às distâncias p (do objeto à câmara) e p' (da imagem até a parede com orifício). Assim, temos:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{p'}{p}^{14}$$

Dado o roteiro que você recebeu, produza, com a ajuda dos colegas de grupo e professor, a câmara pinhole e fotografe um objeto de seu interesse, levando em consideração todas as discussões que tivemos em aula.

- N'-1: O que discutimos nas últimas aulas? Quais conceitos geométricos trabalhamos dentro da construção de uma câmara fotográfica? Podem me dar exemplos de como usamos a geometria?
- N'-2: Eu gostaria que você produzisse fotografias do espaço escolar que possuam figuras geométricas explicitamente e também na composição e enquadramento da foto. Lembrem-se de adicionar descrição e título às fotografias e utilizem a pinhole!
- N'-3: Vamos discutir, com os retratos em mãos, as ferramentas que você usou para produzi-los

---

<sup>14</sup> Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/fisica/camara-escura-orificio.htm>



**APÊNDICE III - TCLE - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO –  
ALUNOS E PAIS**

Prezado(a)

Estudante \_\_\_\_\_

Senhores Pais,

Eu, Diogo Alves de Faria Reis, e o(a) mestrando(a) Ana Luiza Barbosa Rego, da Faculdade de Educação da UFMG, do Programa Mestrado Profissional Educação e Docência, temos o prazer de convidá-la(o) a participar da pesquisa: “Possibilidades pedagógicas do uso da Fotografia: uma proposta para ensinar Geometria no Ensino Fundamental II”.

O objetivo dessa pesquisa é compreender e analisar o uso da fotografia como ferramenta didática para ensinar Geometria no Ensino Fundamental II, bem como elaborar atividades para práticas pedagógicas que utilizem da fotografia como instrumento didático no ensino de Geometria no Ensino Fundamental; explorar conteúdos de Geometria previstos no currículo escolar obrigatório do Ensino Fundamental por meio da fotografia.

Nossas ações serão: observações e/ou participações de aulas, junto com o professor ou professora, de modo planejado em conjunto com a direção e os professores da Escola; poderemos filmar ou gravar em áudio estas aulas; faremos também registros por escrito; em momentos específicos, pediremos a opinião dos alunos sobre a própria aula, verificando suas aprendizagens e/ou dificuldades e/ou sugestões, podendo ser oralmente ou por escrito; se preciso, pediremos para que ele(ela) responda a um questionário e, havendo aceitação, ocupará no máximo um tempo de vinte minutos.

Pretendemos respeitar a organização da Escola e das aulas do(a) Professor(a), de modo que nossa presença seja adequada e não prejudique o desenvolvimento das aulas. Poderemos propor formas inovadoras de ensino, utilizando tecnologias e materiais didáticos que sejam interessantes para os estudantes, para que se interessem mais pela matemática, mas o plano de aula será organizado junto com o(a) professor(a), sempre dentro da programação e das demandas da Escola.

Sabemos que o projeto poderá oferecer algum incômodo, como por exemplo a inibição do aluno na aula, mas faremos as explicações a eles e estaremos atentos para que todos fiquem à vontade, de se expressar livremente, ou para que possa mesmo não participar.

Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os nomes dos alunos nem dos professores serão citados, os dados coletados serão confidenciais e utilizados

unicamente para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgadas em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e nas dissertações dos pós-graduandos.

As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelos pesquisadores pelo prazo de cinco (05) anos e destruídos em seguida, ficando sob a responsabilidade da pesquisadora principal. A identidade dos alunos ficará preservada por meio do uso de um nome fictício e, em caso de uso da imagem, haverá uma autorização específica para cada aluno. Nenhuma pessoa terá despesa com a pesquisa e nem receberá remuneração.

Esclarecemos, ainda, que a qualquer momento vocês ou seu filho ou filha poderá pedir esclarecimentos sobre as atividades da pesquisa ou mesmo se recusar a continuar participando.

Desde já, agradecemos a sua colaboração.

Caso você concorde em participar da pesquisa, pedimos que preencha o termo abaixo e assine esse documento, que terá duas vias, uma para você e outra para a pesquisadora responsável.

Diogo Alves de Faria Reis e Ana Luiza Barbosa Rego

Eu, \_Pai,                      mãe                      ou                      responsável                      pelo(a)  
aluno(a) \_\_\_\_\_, RG \_\_\_\_\_, declaro

que fui consultado(a) pelas responsáveis pelo projeto de pesquisa, Diogo Alves de Faria Reis, (31) 992053500 e Ana Luiza Barbosa Rego, (31) 997276164, e respondi positivamente à sua demanda de realizar a coleta de dados de sua pesquisa com a participação de meu(s) filho(as). Terei liberdade para manifestar minha adesão ou não ao projeto durante a pesquisa, sem qualquer prejuízo.

Entendi as informações fornecidas pelas pesquisadoras e sinto-me esclarecido(a).

Assim sendo, concordo em participar da pesquisa, com meu consentimento livre e esclarecido.

---

Cidade, dia, mês e ano

---

Assinatura do(a) estudante

---

Assinatura do Pai ou Mãe ou outro responsável

Para qualquer dúvida

Comitê de Ética em Pesquisa – COEP da UFMG, vinculado à Pró-Reitoria de Pesquisa – PRPq,  
Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha - Belo Horizonte - MG - CEP 31270-901- Unidade  
Administrativa II - 2º Andar - Sala: 2005. Telefone: (031) 3409-4592 - E-mail: coep@prpq.ufmg.br

## APÊNDICE IV - TCLE - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a)

Professor(a)

---

Eu, Diogo Alves de Faria Reis e o(a) mestrando(a) Ana Luiza Barbosa Rego, da Faculdade de Educação da UFMG, do Mestrado Profissional Educação e Docência, temos o prazer de convidá-la(o) a participar da pesquisa: “Possibilidades pedagógicas do uso da Fotografia: uma proposta para ensinar Geometria no Ensino Fundamental II”

O objetivo dessa pesquisa é compreender e analisar o uso da fotografia como ferramenta didática para ensinar Geometria no Ensino Fundamental II, bem como elaborar atividades para práticas pedagógicas que utilizem da fotografia como instrumento didático no ensino de Geometria no Ensino Fundamental; e explorar conteúdos de Geometria previstos no currículo escolar obrigatório do Ensino Fundamental por meio da fotografia.

Estamos te convidando como professor(a) que se preocupa com o aprendizado dos alunos e tenta sempre trazer novos elementos às aulas.

Embora saibamos que o projeto poderá oferecer algum incômodo, como por exemplo a ocupação de seu tempo, estaremos atentos à realização de um compartilhamento, de modo que ao discutir sobre as dificuldades do ensino possamos também te auxiliar a melhoramento da prática, em reuniões em horários marcados por você de modo a propiciar situações em que todos se sintam à vontade para se expressarem.

Diante das normas do Comitê de Ética da Pesquisa da UFMG, informamos que os dados coletados no questionário serão confidenciais e utilizados unicamente para fins dessa pesquisa, podendo ser divulgadas em congressos, simpósios, seminários, revistas, livros e na dissertação de Mestrado de Ana Luiza Barbosa. As informações e dados obtidos serão gravados e arquivados pelas pesquisadoras pelo prazo de cinco anos. Sua identidade ficará preservada por meio do uso de um nome fictício e você não terá nenhum custo com a pesquisa. Esclarecemos, ainda, que a qualquer momento você poderá pedir esclarecimentos sobre ela e até mesmo se recusar a continuar participando. Desde já, agradecemos a sua colaboração.

Caso você concorde em participar da pesquisa, pedimos que preencha o termo abaixo e assine esse documento.

---

Diogo Alves de Faria Reis

---

Ana Luiza Barbosa Rego

Eu, \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_, RG \_\_\_\_\_, declaro que fui consultado(a) pelas responsáveis pelo projeto de pesquisa, Diogo Alves de Faria Reis, (31) 992053500 e Ana Luiza Barbosa Rego, (31) 997276164, e respondi positivamente à sua demanda de realizar a coleta de dados de sua pesquisa conforme acima explicado. Terei liberdade para manifestar minha adesão ou não ao projeto, sem qualquer prejuízo. Entendi as informações fornecidas pelas pesquisadoras e sinto-me esclarecido(a) para participar. Assim sendo, concordo em participar da pesquisa, com meu consentimento livre e esclarecido.

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2022.

---

Assinatura do(a) professor(a)

A pesquisadora me informou que o projeto foi encaminhado para o Comitê de Ética em Pesquisa – COEP da UFMG, vinculado à Pró-Reitoria de Pesquisa – PRPq, e que em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, poderei consultar na Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha - Belo Horizonte - MG - CEP 31270-901 Unidade Administrativa II - 2º Andar - Sala: 2005. Telefone: (031) 3409-4592 - E-mail: coep@prpq.ufmg.br