

## **ANÁLISE NÃO LINEAR DE PERFIL TUBULAR QUADRADO SUBMETIDO A FORÇAS AXIAIS DE COMPRESSÃO**

**Elvys Dias Reis**

**Caroline Martins Calisto**

**Bárbara Elisa Ferreira**

**Ana Lydia Reis de Castro e Silva**

**Hermes Carvalho**

*elvysreis@yahoo.com.br*

*carolinemartinscalisto@yahoo.com.br*

*barbara.elisaf@gmail.com*

*analydiarcs@gmail.com*

*hermes@dees.ufmg.br*

*Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia*

*Av. Antônio Carlos, 6627, 31.270-901, Belo Horizonte, Brasil*

**Resumo.** Considerando a vasta utilização de elementos estruturais de aço na composição de diversas estruturas, este artigo busca avaliar o comportamento do perfil tubular quadrado quando submetido a forças axiais de compressão, através do traçado das curvas de resistência última da barra e da comparação dos valores numéricos com os das normas ABNT NBR 8800:2008, ABNT NBR 16239:2013, ANSI/AISC 360-16 e EN 1993-1-1:2005. Nas análises numéricas foi utilizado o *software* Abaqus, variando-se o comprimento da barra de maneira a se fazer uma análise completa acerca de sua estabilidade global. Alguns aspectos importantes para a análise numérica foram avaliados, como a sensibilidade da malha, a consideração do comportamento elasto-plástico do material e da não-linearidade geométrica e a coerência comportamental da barra nos casos estudados. Não foram introduzidas tensões residuais nas análises. Os resultados obtidos por meio da modelagem numérica mostraram boa concordância com os valores normativos e permitiram observar como os diversos parâmetros interferem no comportamento estrutural.

**Keywords:** Perfil tubular quadrado comprimido, Modelagem numérica, Análise não linear

**Abstract.** Considering the wide use of steel structural elements in the composition of several structures, this article aims to evaluate the behavior of the square tubular profile when subjected to axial compression forces, by tracing the ultimate resistance curves of the bar and comparing the numerical values with those obtained from the ABNT NBR 8800:2008, ABNT NBR 16239:2013, ANSI/AISC 360-16 and EN1993-1-1:2005 standards. In the numerical analysis, the Abaqus software was used, varying the bar length in order to make a complete analysis about its global stability. Some important aspects for the numerical analysis were evaluated, such as the mesh sensitivity, geometric nonlinearity, elastic-plastic behavior material and behavioral bar coherence in the cases studied. No residual stresses were introduced in the analyses. The outcomes from numerical modeling showed good agreement with the normative values and allowed to observe how the different parameters interfere in the structural behavior.

**Keywords:** Compressed square tubular profile, Numerical modeling, Nonlinear analysis

## 1 Introdução

Os elementos estruturais de aço são utilizados na composição de diversas estruturas, compondo treliças planas e espaciais, como em vigas de piso e de cobertura, em faces laterais de passarelas de pedestres, em contraventamentos de cobertura e em tirantes e pendurais. Segundo Fakury *et al.* (2016) [1], tais elementos são projetados para resistir a tensões de tração e compressão, uma vez que se comportam muito bem sob essas duas tensões. Neste artigo, contudo, será avaliado apenas o comportamento de perfis tubulares quadrados submetidos exclusivamente a forças axiais de compressão decorrentes de ações estáticas.

Alguns aspectos importantes foram considerados na análise numérica, como a sensibilidade da malha, a consideração do comportamento elasto-plástico do material e a coerência comportamental do perfil nos casos estudados. Sobre a introdução de tensões residuais, ECCS (1976) [2] apresenta um padrão de distribuição para tubos quadrados soldados com base em medições feitas na Universidade de Liège, padrão este que poderia ser aplicado neste estudo. Em contrapartida, Viridi *et al.* (1973) [3] afirma que tubos quadrados formados a frio exibem tensões residuais bastante diferentes, tanto em magnitude quanto em distribuição. Desta forma, considerando que neste trabalho não se especifica o processo de fabricação do tubo, não serão introduzidas tensões residuais na análise numérica.

No caso dos perfis submetidos à força axial de compressão, o colapso pode ocorrer devido à instabilidade da barra como um todo, suposta com curvatura inicial, à flambagem local dos elementos componentes da seção transversal da barra, à ocorrência conjunta desses dois modos de colapso ou ao escoamento da seção transversal [1]. Além disso, quando sujeitas a carregamentos elevados, barras retilíneas puramente comprimidas podem colapsar antes que a tensão de escoamento do material seja atingida, caracterizando o fenômeno da flambagem elástica. A carga que leva a estrutura a esse modo de colapso é denominada carga crítica de flambagem elástica.

É sabido, ademais, que perfis apresentam imperfeições geométricas (curvatura inicial) devido ao processo de fabricação, transporte e armazenamento. Assim, à medida que o carregamento é imposto, a curvatura cresce e então o momento fletor atuante na seção central do perfil se torna mais acentuado, o que afeta a resistência dos perfis, levando-os a perder mais rapidamente a rigidez.

De acordo com Castro e Silva (2006) [4], uma placa elástica esbelta não entra em colapso logo após a flambagem, mas pode suportar cargas significativamente maiores que sua carga crítica sem se deformar excessivamente. Nesse fenômeno, denominado resistência pós-flambagem, [1] mostram que o perfil tende a manter seu eixo longitudinal reto, enquanto os elementos comprimidos de sua seção transversal flambam segundo uma sucessão de semiondas longitudinais de comprimentos iguais. À medida em que a placa evolui na trajetória de pós-flambagem, as fibras transversais tornam-se tracionadas, opondo-se ao aumento da deformação e levando o perfil a resistir a esforços além da carga crítica de flambagem.

Com o intuito de observar os fenômenos supracitados, realizar uma análise completa acerca da estabilidade global e avaliar o comportamento do perfil tubular quadrado, TQ 70x70x3,6, quando submetido a forças axiais de compressão, modelos numéricos foram desenvolvidos no Abaqus, *software* comercial para análise via método dos elementos finitos. Para isso, foram traçadas as curvas de resistência última da barra variando-se o seu comprimento. Os resultados obtidos na análise numérica foram comparados com calculados pelas versões mais recentes das normas ABNT NBR 8800:2008 [5], ANSI/AISC 360-16 [6] e EN 1993-1-1:2005 [7].

## 2 Metodologia

Para traçar as curvas de resistência última do perfil tubular quadrado, TQ 70x70x3,6, por meio de análise numérica, é necessário obter sua força axial de flambagem elástica. Para obtê-la, foram alcançados alguns modos de flambagem do perfil, mas adotou-se o valor referente ao primeiro, que é o mais propício a acontecer.

### 2.1 Obtenção da força axial de flambagem elástica

De acordo com [5], o menor valor da força axial de flambagem elástica ( $N_e$ ) deve ser determinado com os possíveis modos de flambagem da barra, que dependem do tipo de simetria da seção transversal.

Para seções duplamente simétricas, como é o caso do perfil tubular quadrado, pode ocorrer a flambagem por flexão em relação aos eixos centrais de inércia x e y, com as forças axiais de flambagem elástica dadas, respectivamente, pela Eq. (1) e pela Eq. (2), e também pode ocorrer flambagem por torção, cuja força axial de flambagem elástica é mensurada pela Eq. (3):

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 E I_x}{(K_x L_x)^2} \tag{1}$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 E I_y}{(K_y L_y)^2} \tag{2}$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[ \frac{\pi^2 E C_w}{(K_z L_z)^2} + G J \right] \tag{3}$$

Em que  $K_x L_x$  e  $K_y L_y$  são os comprimentos de flambagem por flexão em relação aos eixos x e y, respectivamente, que leva em conta as condições de contorno da barra comprimida. Os coeficientes de flambagem por flexão podem ser obtidos a partir da Fig. 1.

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem						
Valores teóricos de $K_x$ ou $K_y$	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados	0,65	0,80	1,2	1,0	2,1	2,0
Código para condição de apoio						
	Rotação e translação impedidas Rotação livre, translação impedida Rotação impedida, translação livre Rotação e translação livres					

Figura 1. Coeficiente de flambagem por flexão de elementos isolados (ABNT NBR 8800:2008 [5]).

Na Eq. (3),  $J$  é a constante de torção,  $C_w$  é a constante de empenamento da seção transversal,  $r_0$  é o raio de giração polar da seção transversal em relação ao centro de cisalhamento e  $K_z L_z$  é o comprimento de flambagem por torção. O coeficiente de flambagem por torção,  $K_z$ , pode ser tomado igual a 1,00 quando ambas as extremidades da barra possuírem rotação em torno do eixo longitudinal impedida e empenamento livre, e igual a 2,00 quando uma das extremidades possuir rotação em torno do eixo longitudinal e empenamento livres e, na outra extremidade, rotação e empenamento livres [5].

Para obter a carga crítica de Euler ( $N_e$ ) de acordo com [6], pode-se usar as mesmas formulações apresentadas por [5]. Segundo [7], contudo, a carga crítica de Euler ( $N_e$ ) é baseada nas propriedades da seção transversal bruta, tomada como o menor valor obtido pelas seguintes equações:

$$N_e = \frac{\pi^2 E I}{L_E} \quad (4)$$

$$N_{e,T} = \frac{1}{i_c^2} \left( G I_T + \frac{\pi^2 E I_W}{L_{ET}^2} \right) \quad (5)$$

$$N_{e,TF} = \left[ \frac{1}{2\beta} (N_{cr,y} + N_{cr,T}) - \sqrt{(N_{cr,y} + N_{cr,T})^2 - 4\beta N_{cr,y} N_{cr,T}} \right] \quad (6)$$

Em que  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal,  $I$  é o momento de inércia,  $L_E$  é o comprimento de flambagem, que depende das restrições à flexão nos apoios,  $L_{ET}$  é o comprimento de flambagem, que depende das restrições à torção e ao empenamento nos apoios,  $G$  é o módulo de elasticidade transversal,  $I_T$  é a constante de torção,  $I_W$  é a constante de empenamento,  $N_{cr,y}$  é a carga crítica de flexão em torno do eixo  $y$ ,  $i_c^2$  é o raio de giração polar, calculado conforme Eq. (7), e  $\beta$  é um fator mensurado pela Eq. (8):

$$i_c^2 = y_c^2 + \frac{(I_y + I_z)}{A} \quad (7)$$

$$\beta = 1 - \left( \frac{y_c}{i_c} \right)^2 \quad (8)$$

Nas quais  $y_c$  é a distância entre o centro de torção e o centroide da seção ao longo do eixo  $y$ .

## 2.2 Modelagem numérica

Para modelagem numérica do perfil tubular quadrado TQ 70x70x3,6 submetido a forças de compressão, utilizou-se o *software* comercial Abaqus, licenciado pela Dassault Systèmes (2013) [8]. Esse programa computacional faz uso do método dos elementos finitos, procedimento numérico para determinar soluções aproximadas de problemas de valores sobre o contorno de equações diferenciais. Em outras palavras, baseia-se na aproximação das condições de equilíbrio de um corpo sob o ponto de vista Lagrangeano de forma a obter equações de equilíbrio a partir do princípio dos trabalhos virtuais.

### 2.2.1 Considerações sobre a análise numérica

Como as cargas de compressão são aplicadas lentamente e, portanto, as forças de inércia podem ser ignoradas, a análise utilizada nos modelos foi estática. É importante ressaltar que, como a análise estática geral trata de problemas lineares, como problemas de autovalores e autovetores, ela não é suficiente para os casos aqui estudados. Assim, escolhe-se a análise estática que adota a técnica do Comprimento de Arco Linear, proposta por Riks (1972) [9], para estruturas geometricamente não lineares.

Além disso, toma-se o comportamento elasto-plástico perfeito nas análises, caracterizado por uma resposta do material, inicialmente elástica e, a partir de um determinado nível de tensão, por um comportamento essencialmente plástico.

### 2.2.2 Análise de sensibilidade da malha

Em se tratando de análise numérica por meio do método dos elementos finitos, a densidade da malha adotada para o processamento influencia diretamente nos resultados a serem obtidos, bem como no custo computacional requerido para executar a análise. Malhas com número reduzido de elementos tendem a implicar baixa precisão e/ou distorção dos resultados, têm menor tempo de processamento e requerem menor memória de armazenamento da máquina, enquanto malhas mais densas tendem a levar a resultados mais próximos da realidade, têm processamento mais demorado e memória para

armazenamento necessariamente maior.

Posto isto, nota-se que os resultados tendem a convergir para determinado valor à medida em que é feito o refinamento da malha. Quando isso ocorre, os erros de precisão se tornam menores e pode-se adotar uma configuração para a malha que seja suficiente para uma boa representação do comportamento do elemento. Além disso, opta-se por adotar elementos do tipo S4 para a malha, que induzem à integração completa e a uma análise mais precisa quando comparada àquela feita por meio de elementos S4R, referente à integração reduzida.

### 2.2.3 Obtenção da carga última por análise não-linear

No Abaqus, após ser realizada a análise não linear do elemento, é possível extrair um coeficiente de proporcionalidade a ser aplicado na carga crítica de flambagem referente ao primeiro modo de flambagem ( $N_e$ ). Esse coeficiente é denominado *Load Proportionality Factor (LPF)* e sua utilização é expressa na Eq. (9):

$$N_{cr} = LPF N_e \quad (7)$$

## 3 Resultados e Discussões

A Tabela 1 apresenta as principais propriedades do perfil tubular quadrado TQ 70x70x3,6.

Tabela 1. Propriedades do perfil TQ 70x70x3,6

Parâmetro	Unidade	Valor
Largura ( $b$ )	mm	70,0
Espessura ( $t$ )	mm	3,6
Módulo de Elasticidade Longitudinal	GPa	200,0
Tensão de escoamento ( $f_y$ )	N/mm <sup>2</sup>	300,0
Coefficiente de Poisson	adimensional	0,3

As condições de contorno e o carregamento linearmente distribuído, no valor de 0,00373 N/mm, foram aplicados ao modelo mostrado na Fig. 2.

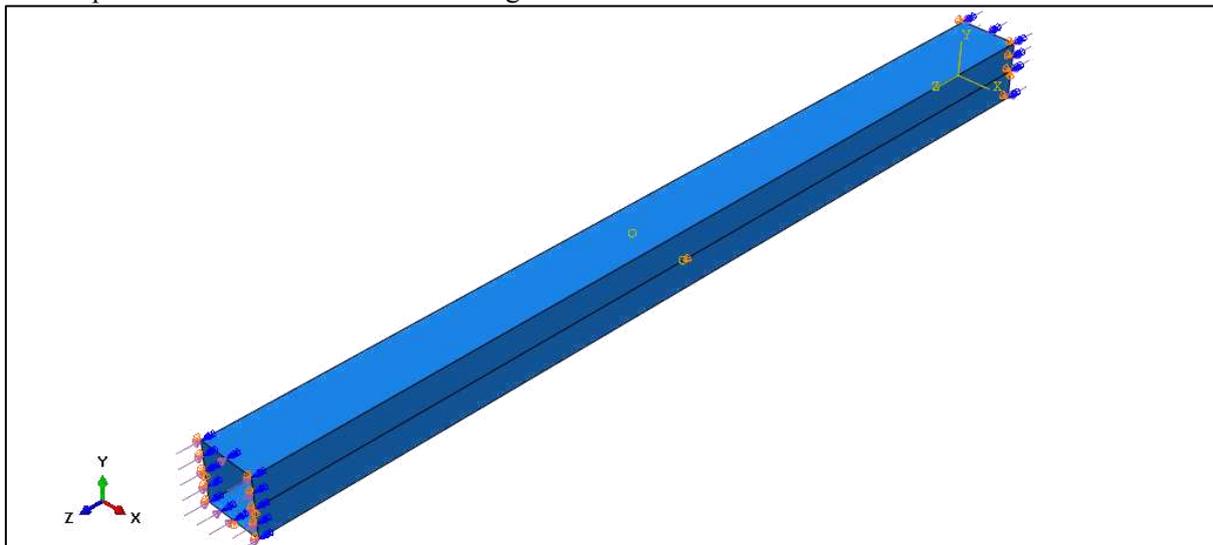


Figura 2. Condições de contorno e carregamento do perfil TQ 70x70x3,6

Estas condições de contorno foram aplicadas da seguinte maneira:

- Dx, nas duas bordas verticais das duas extremidades;

- Dy, na linha central do perfil, apenas na face horizontal inferior, e pontos centrais de todas as bordas verticais das duas extremidades;
- Dz, no ponto central do perfil em uma das faces verticais;
- Rz, em toda a seção nas duas extremidades.

Assim, variou-se o comprimento longitudinal ( $a$ ) do perfil de 0,5 metro a 10 metros, obtendo-se os resultados apresentados na Tabela 2. Nesta mesma tabela são apresentados os valores normativos de cada caso.

Tabela 2. Carga última para do perfil TQ 70x70x3,6

$a$ [mm]	$N_e$ [kN]			Abaqus	
	NBR 8800 [5]	AISC 2016 [6]	EM 1993 [7]	LPF	$N_{ult}$ [kN]
500	283	283	284	0,13	275
1.000	264	264	249	0,20	267
2.000	200	200	167	0,68	227
3.000	128	128	100	0,90	137
5.000	46	46	43	-	-
7.000	23	23	23	-	-
10.000	12	12	12	-	-

A partir dos dados da Tabela 2, plotou-se as curvas de carga última, conforme o gráfico da Fig. 3.

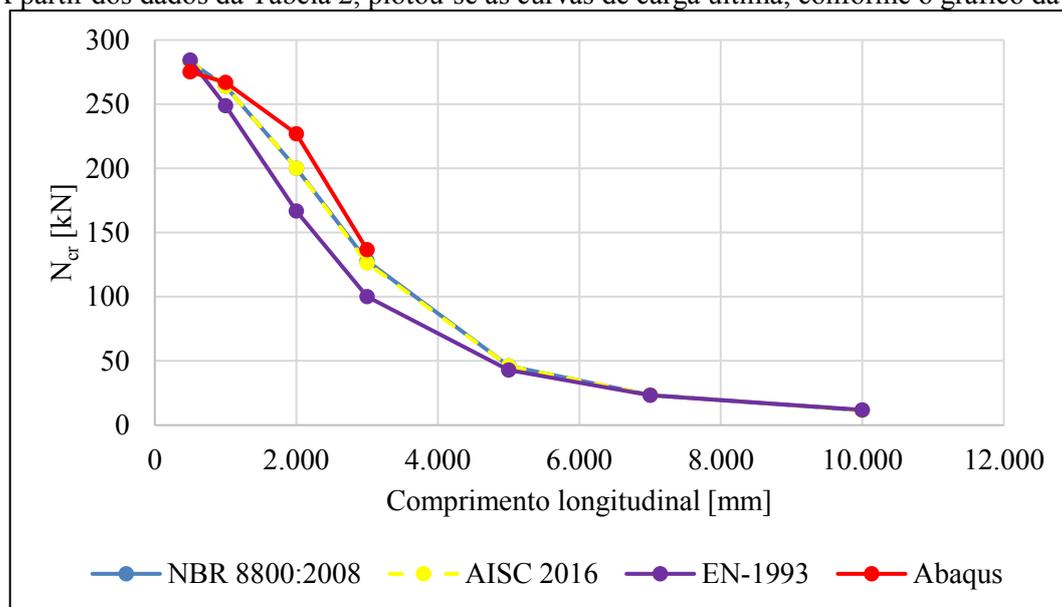


Figura 3. Curvas de carga última do perfil TQ 70x70x3,6

Pelo gráfico da Fig. 3, nota-se que os valores da modelagem numérica (curva vermelha) se aproximaram mais dos valores da AISC 2016 e da NBR 8800, que são coincidentes. Nesta mesma figura, nota-se que os valores obtidos segundo a EN-1993 são os mais conservadores entre as três normas, mas convergem para as demais quando se aumenta muito o comprimento longitudinal. O refinamento da malha pode melhorar estes resultados.

Na Fig. 4, apresenta-se a configuração deformada do perfil tubular quadrado. Nesta configuração, o Abaqus transforma deslocamentos obtidos em milímetros em deslocamentos adimensionais dividindo o maior deslocamento por ele mesmo, fazendo que os demais sejam proporcionais a este. Assim, a magnitude “U” indicada na Fig. 4 significa que o maior deslocamento da configuração deformada acontece no centro do perfil, independente de qual seja o seu comprimento.



- [6] American Institute of Civil Construction. AISC 2016, Specification for Structural Steel Buildings. 2016.
- [7] European Committee for Standardisation. Eurocode 3 – EN-1993, Design steel of structures. 1993.
- [8] Abaqus. Abaqus 6.13 Online Documentation. Dassault Systèmes. 2013.
- [9] Riks, Eduard. The application of Newton's method to the problem of elastic stability. *Journal of Applied Mechanics*, v. 39, n. 4, p. 1060-1065, 1972.