

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**Instituto De Ciências Exatas**  
**Especialização em Estatística**

Rafael Antônio dos Santos Veloso

**AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DA CARTA  $\bar{x}$  COM A UTILIZAÇÃO DA REGRA  
SUPLEMENTAR 2-2 DE KLEIN E MÉDIAS MÓVEIS POR MEIO DE SIMULAÇÃO DE  
MONTE CARLO**

Belo Horizonte  
2023

Rafael Antônio Dos Santos Veloso

**AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DA CARTA  $\bar{x}$  COM A UTILIZAÇÃO DA REGRA  
SUPLEMENTAR 2-2 DE KLEIN COM MÉDIAS MÓVEIS POR MEIO DE SIMULAÇÃO  
DE MONTE CARLO**

Monografia de especialização apresentada ao Departamento de Estatística da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Estatística.

Orientador: Prof. Dr. Roberto da Costa Quinino

Belo Horizonte  
2023

2023, Rafael Antônio dos Santos Veloso.  
Todos os direitos reservados

Veloso, Rafael Antônio dos Santos.

V443a

Avaliação de desempenho da carta  $\bar{x}$  com a utilização da regra suplementar 2-2 de KLEIN e médias por meio de simulação de Monte Carlo [recurso eletrônico] / Rafael Antônio dos Santos Veloso – 2023.

1 recurso online (21 f. il., color.): pdf.

Orientador: Roberto da Costa Quinino  
Monografia (especialização) - Universidade Federal de Minas Gerais, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Estatística.

Referências: f. 17.

1. Estatística. 2. Controle de processo. 3. Monte Carlo, Método de. 4. Quinino, Roberto da Costa. II. Universidade Federal de Minas Gerais, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Estatística. III. Título.

CDU 519.2(043)

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Irénquer Vismeg Lucas Cruz  
CRB 6/819 - Universidade Federal de Minas Gerais - ICEx



Universidade Federal de Minas Gerais  
Instituto de Ciências Exatas  
Departamento de Estatística  
P Programa de Pós-Graduação / Especialização  
Av. Pres. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha  
31270-901 – Belo Horizonte – MG

E-mail: [pgest@ufmg.br](mailto:pgest@ufmg.br)  
Tel: 3409-5923 – FAX: 3409-5924

## ATA DO 327ª. TRABALHO DE FIM DE CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTATÍSTICA DE RAFAEL ANTÔNIO DOS SANTOS VELOSO.

Aos vinte e dois dias do mês de dezembro de 2023, às 15:00 horas, com utilização de recursos de videoconferência a distância, reuniram-se os professores abaixo relacionados, formando a Comissão Examinadora homologada pela Comissão do Curso de Especialização em Estatística, para julgar a apresentação do trabalho de fim de curso do aluno **Rafael Antônio dos Santos Veloso**, intitulado: “Avaliação de desempenho da carta  $\bar{x}$  com a utilização da regra suplementar 2-2 de Klein com médias móveis por meio de simulação de Monte Carlo.”, como requisito para obtenção do Grau de Especialista em Estatística. Abrindo a sessão, o Presidente da Comissão, Roberto da Costa Quinino – Orientador, após dar conhecimento aos presentes do teor das normas regulamentares, passou a palavra ao candidato para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores com a respectiva defesa do candidato. Após a defesa, os membros da banca examinadora reuniram-se sem a presença do candidato e do público, para julgamento e expedição do resultado final. Foi atribuída a seguinte indicação: o candidato foi considerado Aprovado condicional às modificações sugeridas pela banca examinadora no prazo de 30 dias a partir da data de hoje por unanimidade. O resultado final foi comunicado publicamente ao candidato pelo Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, o Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente Ata, que será assinada por todos os membros participantes da banca examinadora. Belo Horizonte, 22 de dezembro de 2023.

Roberto da Costa  
Quinino:80871291720  
Prof. Roberto da Costa Quinino (Orientador)  
Departamento de Estatística – UFMG

Assinado de forma digital por  
Roberto da Costa  
Quinino:80871291720  
Dados: 2023.12.26 19:09:20 -03'00'

Victor Brito  
Quinino:12675892645  
Prof. Victor Brito Quinino  
Departamento de Engenharia de Produção – UFMG

Digitally signed by Victor Brito  
Quinino:12675892645  
Date: 2023.12.26 19:13:37  
-03'00'

## RESUMO

A carta de controle  $\bar{x}$  desempenha um papel crucial no controle estatístico de processos, sendo amplamente adotada na indústria devido à sua facilidade de análise e implementação. Contudo, sua eficácia é limitada em detectar grandes deslocamentos na média do processo. Este estudo propõe uma avaliação aprimorada do desempenho da carta de controle  $\bar{x}$ , incorporando a regra suplementar de Klein e médias móveis, a qual sinaliza que o processo está fora de controle somente quando duas médias consecutivas ultrapassam o limite superior de controle ou ficam abaixo do limite inferior de controle. Os resultados obtidos indicam que a aplicação da regra de Klein em conjunto com médias móveis resulta em Average Run Lengths (ARL) fora de controle menor do que o uso da carta de controle  $\bar{x}$  e da carta de controle  $\bar{x}$  com uso da regra de Klein.

**Palavras-chave:** Carta de Controle  $\bar{x}$ , Simulação de Monte Carlo, Controle Estatístico de Processo, Average Run Lengths, Médias Móveis.

## ABSTRACT

The  $\bar{x}$  control chart plays a crucial role in statistical process control, widely adopted in the industry due to its ease of analysis and implementation. However, its effectiveness is limited in detecting significant shifts in the process mean. This study proposes an enhanced evaluation of the  $\bar{x}$  control chart's performance by incorporating Klein's supplementary rule and moving averages. This supplementary rule signals that the process is out of control only when two consecutive averages exceed the upper control limit or fall below the lower control limit. The results indicate that applying Klein's rule in conjunction with moving averages leads to lower Average Run Lengths (ARL) out of control compared to using the  $\bar{x}$  control chart alone or the  $\bar{x}$  control chart with the application of Klein's rule.

**Keywords:**  $\bar{x}$  Control Chart, Monte Carlo Simulation, Statistical Process Control, Average Run Lengths, Moving Averages.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Ilustração de um gráfico de controle (Montgomery e Runger, 2021). .....	8
Figura 1.2 – LCI e LCS para $k=3$ , $\mu_0=0$ e $\sigma =1$ .....	9

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Resultados dos ARL obtidos através da simulação de Monte Carlo e médias moveis.....	11
---	----



## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>9</b>
<b>1.2 INTRODUÇÃO AO GRÁFICO DE CONTROLE POR MÉDIA MÓVEL.....</b>	<b>11</b>
<b>2. SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO.....</b>	<b>13</b>
<b>2.1 Limites de Controle.....</b>	<b>13</b>
<b>3. RESULTADOS .....</b>	<b>14</b>
<b>4. CONCLUSÃO.....</b>	<b>16</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>17</b>
<b>APÊNDICE A - PROGRAMA PARA ENCONTRAR LIMITES DE CONTROLE UTILIZANDO A REGRA MA .....</b>	<b>18</b>
<b>APÊNDICE B - PROGRAMA PARA ENCONTRAR ARL UTILIZANDO A REGRA MA.....</b>	<b>20</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A competição acirrada impulsionada pela globalização, conforme observado por Vasconcelos et al. (2008), tem aumentado a pressão sobre as empresas para constantemente aprimorarem sua produtividade. Em resposta a esse cenário desafiador, a eficiência dos processos torna-se crucial, demandando a produção mínima de produtos defeituosos para garantir a sobrevivência no mercado atual. O Controle Estatístico do Processo (CEP) emerge como uma coleção estratégica de ferramentas dedicadas à prevenção de defeitos, melhoria da qualidade e redução de custos.

Dentre as ferramentas fundamentais do CEP, destacam-se os gráficos de controle. Conforme delineado por Montgomery e Runger (2021), um gráfico de controle é uma representação gráfica de uma característica de qualidade que foi medida ou calculada a partir de uma amostra, em função do número da amostra ou do tempo.

A Figura 1.1 fornece uma ilustração visual exemplificando um gráfico de controle.



Figura 1.1 - Ilustração de um gráfico de controle (Montgomery e Runger, 2021).

A linha central (LC) do gráfico de controle representa o valor médio da característica de qualidade monitorada ( $\mu_0$ ). Os limites superior de controle (LSC) e inferior de controle (LIC) são determinados estatisticamente a partir da média dos valores da característica de qualidade, com base em uma amostra aleatória de tamanho  $n$ . Em condições normais, quando o processo está sob controle, a média amostral deve situar-se entre o LSC e o LIC.

As equações 1.1, 1.2 e 1.3 apresentam um modelo geral para calcular o LSC, a LC e o LIC, respectivamente. Estas fórmulas fornecem uma base estruturada para estabelecer os limites estatísticos no gráfico de controle, contribuindo para a detecção de variações significativas na característica de qualidade monitorada.

$$1.1: LSC = \mu_0 + k(\sigma/\sqrt{n})$$

$$1.2: LC = \mu_0$$

$$1.3: LIC = \mu_0 - k(\sigma/\sqrt{n})$$

A abordagem tradicional adota a definição de  $k=3$  (Shewhart) com o intuito de alcançar um  $ARL_0$  (Average Run Length) sob controle em 370. A título de ilustração, considerando  $n=1$ ,  $\mu_0=0$ ,  $\sigma=1$  e amostras independentes, os pontos que representam um processo fora de controle serão localizados na região sombreada, conforme evidenciado na figura 1.2:

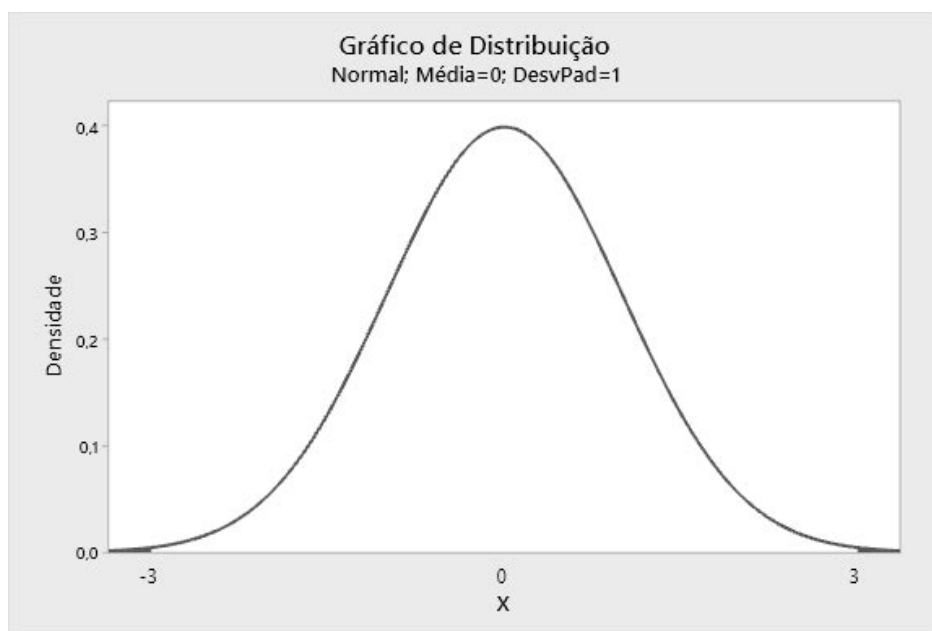


Figura 1.2 – LCI e LCS para  $k=3$ ,  $\mu_0=0$  e  $\sigma=1$ ;

Para intensificar a sensibilidade à mudança na média do processo, diversos autores propõem a aplicação de regras específicas. Klein (2000), por exemplo, apresenta duas regras distintas. Na primeira, o processo é identificado como fora de controle se dois pontos consecutivos ultrapassarem o LSC ou se dois pontos consecutivos caírem abaixo do LIC (2-2). Na segunda, o critério de descontrole é estabelecido quando dois em três pontos excedem o LSC ou caem abaixo do LIC (2-3). Considera-se que as amostras são aleatórias, independentes, possuem distribuição normal e os dados estão padronizados. Para avaliar a eficácia dos métodos, utilizou-se o comprimento médio das corridas (ARL), conforme definido por Jensen et al. (2006), representando a quantidade de pontos que o gráfico de controle terá até que um ponto esteja fora dos limites de controle.

Este estudo visa comparar, por meio de simulação de Monte Carlo, a eficiência em termos de ARL entre uma carta de controle  $\bar{x}$  tradicional, aqui referida como abordagem clássica, uma carta de controle  $\bar{x}$  que incorpora a regra 2-2 e uma carta de controle  $\bar{x}$  que incorpora a regra 2-2 e utiliza médias móveis.

Em todos os casos, os tamanhos dos subgrupos ( $n$ ) variam de um a cinco, expandindo assim o escopo do trabalho de Klein (2000), que se limitou a  $n=1$ .

## 1.2 INTRODUÇÃO AO GRÁFICO DE CONTROLE POR MÉDIA MÓVEL

Este trabalho sugere incorporar a carta de controle  $\bar{x}$  com a regra suplementar 2-2 de Klein a amostragem por média móveis. Assim, nesta seção descreveremos brevemente o critério de média móveis.

Montgomery e Runger (2021) define a média móvel de ordem  $w$  para amostras independentes  $x_1, x_2, \dots$  coletadas no intervalo  $w$  no tempo  $i$  como:

$$Mi = \frac{x_i + x_{i-1} + \dots + x_{i-w+1}}{w} \quad (1.4)$$

Neste trabalho utilizaremos  $w=2$ , isto é, usaremos para controle a média da amostra atual e a última coletada.

Os limites superior e inferior de controle são definidos por Vasileios Alevizakos et al. (2020) utilizando as equações (1.5) e (1.6) abaixo:

$$LSC = \mu_0 + L \frac{\sigma}{\sqrt{nw}} \quad (1.5)$$

e

$$LIC = \mu_0 - L \frac{\sigma}{\sqrt{nw}} \quad (1.6)$$

Para montarmos o gráfico de controle por médias móveis calculamos uma nova média móvel  $M_i$  para cada amostra  $x_i$  obtida. Estes valores são, então, plotados no Gráfico. O valor  $L$  será escolhido em função do CMC sob controle, assunto que será discutido na próxima seção.

O processo é considerado sobre controle enquanto as médias móveis plotadas estiverem dentre dos limites de controle estabelecidos pelas equações (1.5) e (1.6).

Montgomery e Runger (2012) salienta que a magnitude da mudança na média do processo e o tamanho de  $w$  são inversamente proporcionais, sendo que médias móveis de maior extensão detectariam melhor pequenas mudanças da média. No entanto, isto aumentaria a complexidade operacional do uso da carta.

## 2. SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

### 2.1 Limites de Controle

Para facilitar a análise sem perda de generalidade, optamos por trabalhar com os dados padronizados. A determinação dos limites de controle por simulação foi realizada utilizando o software R, conforme detalhado no anexo 1 que inclui os scripts. Conduzimos 100.000 simulações para cada ciclo, buscando obter os limites de controle do gráfico  $\bar{x}$  com regra suplementar 2-2 de Klein e uso médias móveis. O objetivo nesta fase foi alcançar um  $ARL_0$  próximo a 370. Com os limites de controle estabelecidos então calculamos os valores dos  $ARL_0$ . Os valores para carta de controle  $\bar{x}$  tradicional e carta de controle  $\bar{x}$  com uso da regra suplementar 2-2 de Klein foram obtidos no trabalho de Fernandes (2021).

O Apêndice A contém o código que calcula os limites de controle. Já o Apêndice B calcula o valor de  $ARL_1$  tendo fixado os limites de controle calculados anteriormente e informado o valor da média fora de controle.

### 3. RESULTADOS

A avaliação do desempenho, expresso em Average Run Length (ARL), foi conduzida por Fernandes (2021) para a carta de controle  $\bar{x}$  clássica ( $\bar{x}_{AC}$ ) e a carta de controle  $\bar{x}$  com a aplicação da regra de Klein (2-2). Essa análise abrangeu uma variação da média padronizada do processo de 0 a 3, com incrementos de 0,2. Os resultados detalhados estão devidamente registrados na Tabela 3.1.

Neste trabalho, introduzimos a avaliação da carta de controle  $\bar{x}$  com a aplicação da regra de Klein (2-2) e aplicação das médias móveis (Klein-MA).

Média	n= 1			n= 2			n= 3			n= 4			n= 5		
	$\bar{x}_{AC}$	2-2	Klein-MA	$\bar{x}_{AC}$	2-2	Klein-MA	$\bar{x}_{AC}$	2-2	Klein-MA	$\bar{x}_{AC}$	2-2	Klein-MA	$\bar{x}_{AC}$	2-2	Klein-MA
0,0	370,14	370,25	370,08	369,39	368,30	369,91	367,89	368,95	370,50	370,67	366,88	372,00	369,32	368,90	370,52
0,2	311,32	277,46	<b>250,95</b>	263,46	218,86	<b>186,19</b>	228,24	178,15	<b>146,95</b>	199,53	151,29	<b>119,42</b>	177,43	128,33	<b>99,44</b>
0,4	199,53	147,77	<b>119,30</b>	130,60	87,86	<b>64,77</b>	93,61	59,61	<b>41,99</b>	71,42	43,73	<b>30,06</b>	56,51	33,55	<b>22,74</b>
0,6	119,49	78,79	<b>57,34</b>	63,69	37,91	<b>25,94</b>	40,23	23,38	<b>15,50</b>	27,96	16,33	<b>10,60</b>	20,34	12,16	<b>7,91</b>
0,8	71,50	43,39	<b>30,04</b>	32,26	18,84	<b>12,37</b>	18,80	11,30	<b>7,26</b>	12,39	7,78	<b>5,06</b>	8,89	5,96	<b>3,91</b>
1,0	43,96	25,69	<b>17,10</b>	17,73	10,64	<b>6,87</b>	9,79	6,39	<b>4,20</b>	6,30	4,62	<b>3,13</b>	4,48	3,69	<b>2,61</b>
1,2	27,95	16,31	<b>10,61</b>	10,39	6,73	<b>4,39</b>	5,58	4,26	<b>2,92</b>	3,64	3,23	<b>2,39</b>	2,66	2,72	<b>2,17</b>
1,4	18,21	10,96	<b>7,06</b>	6,52	4,73	<b>3,19</b>	3,56	3,17	<b>2,36</b>	2,37	2,58	<b>2,12</b>	<b>1,81</b>	2,30	2,04
1,6	12,41	7,82	<b>5,04</b>	4,35	3,60	<b>2,6</b>	2,44	2,61	<b>2,13</b>	<b>1,72</b>	2,26	2,08	<b>1,39</b>	2,11	2,01
1,8	8,76	5,82	<b>3,86</b>	3,08	2,94	<b>2,26</b>	<b>1,83</b>	2,31	2,04	<b>1,38</b>	2,11	2,01	<b>1,18</b>	2,04	2,00
2,0	6,29	4,61	<b>3,13</b>	2,32	2,55	<b>2,11</b>	<b>1,48</b>	2,15	2,01	<b>1,19</b>	2,04	2,00	<b>1,07</b>	2,01	2,00
2,2	4,71	3,81	<b>2,67</b>	<b>1,83</b>	2,31	2,04	<b>1,26</b>	2,06	2,00	<b>1,09</b>	2,01	2,00	<b>1,03</b>	2,00	2,00
2,4	3,63	3,24	<b>2,39</b>	<b>1,53</b>	2,17	2,01	<b>1,14</b>	2,03	2,00	<b>1,04</b>	2,00	2,00	<b>1,01</b>	2,00	2,00
2,6	2,92	2,85	<b>2,22</b>	<b>1,33</b>	2,09	2,00	<b>1,07</b>	2,01	2,00	<b>1,01</b>	2,00	2,00	<b>1,00</b>	2,00	2,00
2,8	2,37	2,58	<b>2,12</b>	<b>1,20</b>	2,04	2,00	<b>1,03</b>	2,00	2,00	<b>1,00</b>	2,00	2,00	<b>1,00</b>	2,00	2,00
3,0	<b>2,00</b>	2,39	2,06	<b>1,12</b>	2,02	2,00	<b>1,01</b>	2,00	2,00	<b>1,00</b>	2,00	2,00	<b>1,00</b>	2,00	2,00

Tabela 3.1 – Resultados dos ARL obtidos através da simulação de Monte Carlo .

Ao examinarmos os resultados expressos na Tabela 3.1, que contempla diferentes valores de n (tamanho do subgrupo) e médias padronizadas, as seguintes tendências foram observadas:

**Para n=1:**

A abordagem de Médias Móveis apresentou o menor  $ARL_1$  para todos os casos avaliados com médias inferiores a três. Ficando evidenciado o melhor desempenho para os casos com pequenos deslocamentos, isto é, médias inferiores a um.

**Para n=2:**

A abordagem de Médias Moveis também se manteve como a mais eficaz para detectar variações na média inferiores a um. No entanto, em cenários com grandes deslocamentos (Média > 2,0), a carta de controle  $\bar{x}AC$  se destacou como a melhor opção.

**Para n=3,4,e 5:**

Os padrões observados para n=2 foram geralmente mantidos. A abordagem de Médias Moveis se mostrou superior em deslocamentos menores (Média < 1,4), enquanto a carta de controle  $\bar{x}AC$  se destacou em deslocamentos grandes (Média > 2,0).

Em contextos onde pequenas variações são críticas, a estratégia de médias móveis (Klein-MA) se mostrou altamente sensível, antecipando alterações no processo.

Para situações com grandes deslocamentos, onde a estabilidade é crucial, a escolha pela carta de controle  $\bar{x}$  ( $\bar{x}AC$ ) se revelou mais apropriada.

A regra de 2-2 de Klein, embora eficaz, posicionou-se como uma alternativa intermediária, adaptando-se a diferentes cenários.

Médias Moveis se destaca como uma ferramenta valiosa para a detecção precoce de mudanças pequenas no processo, contribuindo para uma abordagem mais proativa no CEP.



#### 4. CONCLUSÃO

A análise detalhada dos resultados revelou que a utilização da carta de controle  $\bar{x}$  com uso da regra suplementar de Klein e incorporação da abordagem de médias móveis (Klein-MA) demonstrou um desempenho superior em termos de Average Run Length (ARL) em comparação com a versão clássica da carta de controle  $\bar{x}$ AC e a carta  $\bar{x}$  com a regra 2-2 de Klein para todos os casos com pequenos deslocamentos na média, isto é, médias padronizadas inferiores a 1,2.

A decisão de adotar a abordagem Klein-MA mostra-se estrategicamente relevante, especialmente em ambientes industriais contemporâneos, nos quais pequenas variações na média do processo têm implicações significativas para a qualidade do produto final. A capacidade da estratégia Klein-MA em detectar e responder de maneira eficiente a essas variações menores destaca sua utilidade como uma ferramenta valiosa para os profissionais de controle de qualidade.

A abordagem Klein-MA é uma ferramenta eficaz para o controle de qualidade em cenários com pequenas variações na média do processo. Ela é mais rápida na detecção de mudanças no processo do que as cartas de controle  $\bar{x}$ AC clássica e  $\bar{x}$  com regra 2-2 de Klein. É recomendada sua adoção em ambientes industriais contemporâneos, e futuras pesquisas devem investigar sua aplicabilidade em avaliações de variância.

## REFERÊNCIAS

Klein, M. Two Alternatives to the Shewhart  $\bar{X}$  Control Chart. **Journal of Quality Technology**, v. 32, n. 4, p. 427-431. 2000.

Montgomery, D. C.; Runger, G. C. **Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros**. 7<sup>a</sup>. ed. Rio de Janeiro: LTC — Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda. 2021. p.513-554.

R Core Team (2020). R: **A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.Rproject.org/>.

Vasconcelos, Y. L.; Yoshitake, M.; Santos, M. A.; Fraga, M. S. **Reflexos da Globalização**: Uma Análise Das Formas De Inserção No Mercado Internacional. *Sitientibus*, n. 39, p. 95-129. 2008.

Vasileios Alevizakos, Kashinath Chatterjee, Christos Koukouvinos & Angeliki Lappa (2020): **A double moving average control chart: Discussion, Communications in Statistics - Simulation and Computation**, DOI: 10.1080/03610918.2020.1788591.

Willis A. Jensen, L. Allison Jones-Farmer, Charles W. Champ & William H. Woodall (2006) **Effects of Parameter Estimation on Control Chart Properties**: A Literature Review, *Journal of Quality Technology*, v. 38, n. 4, p. 349-364. 2006.

## APÊNDICE A - PROGRAMA PARA ENCONTRAR LIMITES DE CONTROLE UTILIZANDO A REGRA MA

```
#####
library(pracma)
clear()
tic()
corridas<-100000
u=0
n=1 #Altere se necessário
GG<-matrix(0, corridas, 1)
OtiUCL <- function(U){
L=-U
for (i in 1:corridas){
  D<-c()
  s1<-0
  s2<-0
  Ra=u

  while(s1<2 & s2<2){
    RR<-rnorm(n,u,1)
    R=(mean(RR)+mean(Ra))/2
    if (R>L & R<U){
      D<-rbind(D,1)

      s1<-0
      s2<-0
    }

    if (R>=U) {
      D<-rbind(D,1)
      s2<-0;
      s1<-s1+1;
    }

    if (R<=L) {
      D<-rbind(D,1)
      s1<-0
      s2<-s2+1
    }
    Ra=RR
  }

  GG[i,1]=sum(D)
}
}
```

```
ARLphi=(mean(GG[,1])-370.4)^2  
return(ARLphi)  
}
```

```
LI=1 #Altere o valor se necessário  
LS=2 #Altere o valor se necessário
```

```
par_optim<- optimize(OtiUCL,lower=LI,upper = LS)  
Ua=par_optim[[1]][1]  
cat('U=',Ua,"\n")  
print(par_optim$objective^0.5) #Distância de 370.4
```

```
toc()
```

```
#####
```

## APÊNDICE B - PROGRAMA PARA ENCONTRAR ARL UTILIZANDO A REGRA MA

```
#####
library(pracma)
clear()
corridas<-100000
GG<-matrix(0, corridas, 1)
U<-0.6995246
L<-(-U)
n<-6
u<-0

for(i in 1:corridas){
  D<-c()
  s1<-0
  s2<-0
  Ra=u

  while(s1<2 & s2<2){
    RR<-rnorm(n,u,1)
    R=(mean(RR)+mean(Ra))/2
    if (R>L & R<U){
      D<-rbind(D,1)

      s1<-0
      s2<-0
    }

    if (R>=U) {
      D<-rbind(D,1)
      s2<-0;
      s1<-s1+1;
    }

    if (R<=L) {
      D<-rbind(D,1)
      s1<-0
      s2<-s2+1
    }
    Ra=RR
  }

  GG[i,1]=sum(D)
}
```

```
}  
ARL<-mean(GG[,1])  
print(ARL)  
#####
```