

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Fellipe Fernandes Goulart dos Santos

**Equilíbrio de Nash aplicado à estratégia da sazonalização da
garantia física dos agentes que atuam no mercado brasileiro de
energia elétrica**

Belo Horizonte

2023

Fellipe Fernandes Goulart dos Santos

**Equilíbrio de Nash aplicado à estratégia da sazonalização da
garantia física dos agentes que atuam no mercado brasileiro de
energia elétrica**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Rodney Rezende Saldanha, DSc

Coorientador: Prof. Adriano Chaves Lisboa, DSc

Coorientador: Prof. Douglas Alexandre Gomes Vieira, DSc

Belo Horizonte

2023

S237e

Santos, Felipe Fernandes Goulart dos.

Equilíbrio de Nash aplicado à estratégia da sazonalização da garantia física dos agentes que atuam no mercado brasileiro de energia elétrica [recurso eletrônico] / Felipe Fernandes Goulart dos Santos. - 2023.

1 recurso online (105 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Rodney Rezende Saldanha.

Coorientadores: Adriano Chaves Lisboa, Douglas Alexandre Gomes Vieira.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 95-105.

Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Teoria dos jogos - Teses. 3. Energia elétrica - Comercialização - Teses. 4. Equilíbrio de Nash - Teses. I. Saldanha, Rodney Rezende. II. Lisboa, Adriano Chaves. III. Vieira, Douglas Alexandre Gomes. IV. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. V. Título.

CDU: 621.3(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

"EQUILÍBRIO DE NASH APLICADO À ESTRATÉGIA DA SAZONALIZAÇÃO DA GARANTIA FÍSICA DOS AGENTES QUE ATUAM NO MERCADO BRASILEIRO DE ENERGIA ELÉTRICA"

FELLIPE FERNANDES GOULART DOS SANTOS

Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica. Aprovada em 31 de outubro de 2023. Por:

Prof. Dr. Rodney Rezende Saldanha
DEE (UFMG) - Orientador

Prof. Dr. Adriano Chaves Lisboa
Diretor Técnico - GAIA (GAIA - CEFETMG)

Prof. Dr. Douglas Alexandre Gomes Vieira
Diretor Executivo ENACOM (ENACOM (CEFETMG))

Prof. Dr. Erlon Cristian Finardi
Departamento de Engenharia Elétrica (UFSC)

Prof. Dr. Jose Wanderley Marangon Lima
PPG-EEL (UNIFEI)

Prof. Ph.D. Petr Iakovlevitch Ekel
PPGEE (UFMG)

Profa. Dr. Wadaed Uturbey da Costa
DEE (UFMG)



Documento assinado eletronicamente por **Rodney Rezende Saldanha, Membro de comissão**, em 02/11/2023, às 10:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Jose Wanderley Marangon Lima, Usuário Externo**, em 03/11/2023, às 14:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Wadaed Uturbey da Costa, Professora do Magistério Superior**, em 03/11/2023, às 15:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Douglas Alexandre Gomes Vieira, Usuário Externo**, em 03/11/2023, às 16:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Petr Iakovlevitch Ekel, Usuário Externo**, em 07/11/2023, às 17:04, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Adriano Chaves Lisboa, Usuário Externo**, em 07/11/2023, às 20:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Erlon Cristian Finardi, Usuário Externo**, em 08/11/2023, às 11:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **2757126** e o código CRC **10A5A263**.

À minha família.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer a Deus e a Nossa Senhora, por me concederem esta família maravilhosa e me darem a oportunidade de realizar este sonho.

Aos meus orientadores e mentores, Adriano, Douglas e Rodney pelos ensinamentos, perseverança e confiança, durante nossa longa jornada.

Aos meus pais, Xandico e Conceição, que sempre me apoiaram em todas as minhas decisões, quero agradecer por terem me ensinado o valor da educação e do trabalho duro. Aos meus irmãos, Fred e Rafa, meus companheiros, quero agradecer por sempre estarem ao meu lado.

À minha esposa, que é o meu amor e minha companheira de vida, quero agradecer por seu amor, apoio e compreensão nesses momentos difíceis. Aos meus filhos, Bia e Dani, que são a minha maior alegria, quero agradecer por terem me ensinado o verdadeiro significado da vida.

Aos meus amigos da CEMIG, que são sempre um estímulo para mim, quero agradecer pela amizade, carinho e paciência nesses anos de convivência.

À CEMIG GT e a ANEEL pelo suporte dado através do projeto de pesquisa e desenvolvimento.

*'Nothing last forever,
But the certainty of change.'*
Bruce Dickinson

Resumo

Equilíbrio de Nash aplicado à estratégia da sazonalização da garantia física dos agentes que atuam no mercado brasileiro de energia elétrica

O processo de sazonalização de energia consiste em definir a alocação mensal da Garantia Física (GF) das usinas participantes do Mecanismo de Realocação de Energia (MRE), que é um mecanismo que possibilita o compartilhamento dos riscos hidrológicos entre seus participantes. As GFs são definidas pelo poder concedente, através do Ministério das Minas e Energia (MME), e compõem o lastro de energia que cada usina hidrelétrica pode comercializar. De acordo com as regras de compartilhamento de risco do MRE, a energia que cada gerador irá receber, para o cálculo de sua exposição no Mercado de Curto Prazo (MCP), não depende apenas da sua decisão de sazonalização e, sim, da proporção mensal entre sua decisão e a decisão dos demais agentes participantes do mecanismo. Neste processo de alocação mensal das GFs, os agentes geradores têm a oportunidade de definir uma estratégia de sazonalização que busca minimizar os riscos de exposição ao Preço de Liquidação das Diferenças (PLD) e, portanto, buscam obter melhores resultados financeiros no MCP. Frequentemente, as alocações mensais das garantias físicas são realizadas considerando os meses em que as probabilidades dos valores de PLDs serem maiores, de modo a buscar resultados maximizados no MCP. No entanto, uma grande alocação de GF nesses meses, levará a um menor rateio da GF para os agentes que tomaram essa decisão. Portanto, o processo de sazonalização poderá ser encarado como um jogo entre os participantes do MRE, ou seja, a decisão estratégica deverá ser tomada levando em consideração a decisão dos demais agentes. Essa análise pode ser feita a partir de ferramentas matemáticas como, por exemplo, a Teoria de Jogos. Dessa forma, este estudo propõe um novo método para encontrar o Equilíbrio de Nash para calcular o impacto da decisão individual dos agentes no resultado financeiro no MCP. O método proposto apresenta como destaque ser mais rápido e robusto que os dois métodos tradicionais avaliados. Foram analisadas as decisões históricas das sazonalizações das garantias físicas das usinas do MRE comparando-as com uma decisão coletiva competitiva do Equilíbrio de Nash, mostrando que a utilização de decisões baseadas neste Equilíbrio é benéfica para o MRE. Além dessa análise coletiva, a ferramenta também foi capaz de propor estratégias de sazonalizações criando alternativas mais robustas para esses agentes. Esse ferramental desenvolvido pode ser utilizado pelos agentes de mercado para auxiliar na tomada de decisão de cada um deles, e também auxiliar o regulador na avaliação dos impactos no MRE com propostas de regulação, contribuindo para a evolução do mecanismo e de todo mercado brasileiro de energia elétrica.

Palavras-chave: Sazonalização de energia; mercado brasileiro de energia elétrica; equilíbrio de Nash; teoria dos jogos; método do gradiente.

Abstract

A Nash equilibrium assessment of the seasonalization strategy of the energy certificates in the Brazilian electricity market

The energy certificates seasonalization process consists of the monthly allocation of the physical guarantee (GF) of the hydro plants participating in the Energy Reallocation Mechanism (MRE), which is a mechanism that allows the sharing of hydrological risks among its participants. The GFs are defined by the concessioning authority, through the Ministry of Mines and Energy (MME), and make up the energy base that each hydroelectric plant can market. According to the MRE risk-sharing rules, the energy that each generator will receive, for the calculation of its exposure in the Short-Term Market (MCP), does not depend only on its seasonality decision, but on the monthly proportion between its decision and the decision of the other agents participating in the mechanism. In this process of monthly allocation of GFs, generating agents have the opportunity to define a seasonality strategy that seeks to minimize the risks of exposure to the Differences Settlement Price (PLD) and, therefore, seeking better financial results in the MCP. Frequently, monthly allocations of physical guarantees are made considering the months in which the probabilities of PLD values being higher are greater, in order to seek maximized results in the MCP. However, a large allocation of GF in these months will lead to a lower allocation of GF for the agents who made that decision. Therefore, the seasonality process can be seen as a game between MRE participants, that is, the strategic decision must be made taking into account the decision of the other agents. This analysis can be done using mathematical tools such as Game Theory. In this way, this study proposes a new method to find the Nash Equilibrium to calculate the impact of the individual decisions of agents on the financial result in the MCP. The proposed method stands out for being faster and more robust than the traditional methods evaluated. The historical decisions of the seasonalizations of the physical guarantees of the MRE plants were analyzed comparing them with a competitive collective decision of the Nash Equilibrium, showing that the use of decisions based on this Equilibrium is beneficial for the MRE. In addition to this collective analysis, the tool was also able to propose seasonality strategies creating more robust alternatives for these agents. This developed tool can be used by market agents to assist in the decision-making of each of them, and also to assist the regulator in evaluating the impacts on the MRE with regulatory proposals, contributing to the evolution of the mechanism and of the entire Brazilian electricity market.

Keywords: Seasonalization; Brazilian energy market; game theory; Nash equilibrium; gradient method.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Desenhos de mercado (fonte: adaptado de (HUNT, 2002))	31
Figura 2 – Leilões disponíveis para contratação de energia no ACR	35
Figura 3 – Histórico de projeções do PIB <i>versus</i> PIB realizado	35
Figura 4 – Projeção de evolução do consumo x recursos existentes e já contratados	36
Figura 5 – Evolução do número de consumidores, geradores e comercializadores na CCEE	38
Figura 6 – Linhas de transmissão do SIN	40
Figura 7 – Esquemático dos submercados do SIN e suas interligações energéticas	41
Figura 8 – Ilustração das funções de custo da modelagem de um sistema hidrotérmico	43
Figura 9 – Exemplo de perfil de sazonalização	49
Figura 10 – Histórico do perfil de sazonalização 2002 a 2012	49
Figura 11 – Histórico do perfil de sazonalização	52
Figura 12 – Perfil mensal de sazonalização	53
Figura 13 – Exemplo de um fator de ajuste extremo	53
Figura 14 – Exemplo de escolhas de sazonalização do agente	54
Figura 15 – Distribuição dos cenários de exposição ao mercado de curto prazo de um agente.	55
Figura 16 – Distribuição dos cenários de exposição ao mercado de curto prazo de um gerador.	56
Figura 17 – Ilustração do passo do algoritmo EGNE.	70
Figura 18 – Evolução dos métodos no espaço vetorial	70
Figura 19 – Resultado do jogo de utilização da banda de internet	72
Figura 20 – Resultado do problema de poluição do rio	74
Figura 21 – Resultado do problema de oligopólio	75
Figura 22 – Resultado do jogo no mercado de energia elétrica	77
Figura 23 – Limites de sazonalização para 2022	79
Figura 24 – Valores históricos do PLD	80
Figura 25 – Valores históricos de geração hidrelétrica do MRE	80
Figura 26 – Perfil dos contratos de venda dos agentes simulados	85
Figura 27 – Perfis de sazonalização do resultado do jogo com 11 agentes	86
Figura 28 – Comparação entre os perfis de sazonalização e o perfil de mercado	88
Figura 29 – Comparação entre os perfis de sazonalização pelo equilíbrio de Nash e pela média do MRE	89
Figura 30 – Fronteira pareto do agente SE/CO 1 resultante para cada ano avaliado	91
Figura 31 – Perfil de sazonalização para diferentes perfis de risco	92

Lista de abreviaturas e siglas

ACL	Ambiente de Contratação Livre
ACR	Ambiente de Contratação Regulada
AP	Audiência Pública
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
BRD	Método da Melhor Resposta Dinâmica, para encontrar o equilíbrio de Nash (do inglês, <i>Best Response Dynamics</i>)
CCEE	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
CP	Consulta Pública
CVaR	<i>Conditional Value at Risk</i>
CMO	Custo Marginal de Operação
EGNE	Método Aprimorado do Gradiente, para encontrar o Equilíbrio de Nash (do inglês: <i>Enhanced Gradient Nash Equilibrium</i>)
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
GCOI	Grupo Coordenador para a Operação Interligada
GF	Garantia Física
LEE	Leilão de Energia Existente
LEN	Leilão de Energia Nova
MCP	Mercado de Curto Prazo
MME	Ministério de Minas e Energia
MP	Medida provisória
MRE	Mecanismo de Realocação de Energia
NEWAVE	Modelo de Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Interligados de Longo e Médio Prazo
ONS	Operador Nacional do Sistema
PDD	Programação Dinâmica Dual

PDDE	Programação Dinâmica Dual Estocástica
PL	Projeto de Lei
PLD	Preço de Liquidação das Diferenças
RNE	Método da Relaxação, para encontrar o equilíbrio de Nash (do inglês, <i>Relaxation Nash Equilibrium</i>)
SIN	Sistema Interligado Nacional

Lista de símbolos

a	Agente de mercado
b	Contratos de compra de um agente de mercado
B	Recurso total de um agente de mercado
c	Custo de combustível de uma usina termelétrica
C	Consumo total de um agente de mercado
d	Déficit de energia
E	Energia alocada a um agente participante do MRE
g	Garantia física sazonalizada mensal de um agente participante do MRE
\hat{g}	Garantia física, para fins de lastro, sazonalizada mensal de um agente participante do MRE
\tilde{g}	Garantia física, para fins do MRE, sazonalizada mensal de um agente participante do MRE
\bar{g}	Garantia física flat (uniforme) de um agente participante do MRE
G	Garantia física total das usinas participantes do MRE de um agente de mercado
\bar{G}	Garantia física flat (uniforme) das usinas participantes do MRE de um agente de mercado
h	Geração de um agente participante do MRE
H	Geração total dos agentes participantes do MRE
i	Usina termelétrica
I	Total de usinas termelétricas
j	Usina hidrelétrica
J	Total de usinas hidrelétricas
K	Resultado energético líquido dos contratos de compra e venda de energia de um agente mercado

L	Demanda de energia do sistema
m	Mês de apuração
P	Preço do mercado de curto prazo brasileiro (PLD)
R	Resultado financeiro total de um agente mercado
\tilde{R}	Resultado financeiro da exposição de curto prazo de um agente mercado
s	Cenários projetados
S	Total de cenários projetados
t	Estágios (período de tempo)
T	Total de estágios
v	Total de contratos de venda de um agente de mercado
V	Requisitos totais de um agente de mercado
z	Submercado de alocação de recurso ou requisito de um agente de mercado
α	Nível de confiança para a definição dos piores cenários do cálculo do CVAR
η	Fator de ajuste da geração do MRE (GSF)
ζ	Fator de sazonalização do MRE
γ	vazão afluyente a uma usina hidrelétrica
λ	Fator de ponderação da função objetivo
ν	Volume armazenado de uma usina hidrelétrica
ρ	Produtividade de uma usina hidrelétrica

Sumário

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Motivação	18
1.2	Justificativa	21
1.3	Objetivo	25
1.4	Publicações	26
1.5	Estrutura do trabalho	27
2	MERCADOS DE ENERGIA	28
2.1	Evolução dos mercados de energia elétrica	28
2.2	O mercado brasileiro de energia elétrica	31
2.2.1	O mercado brasileiro e seus ambientes de contratação	32
2.2.2	A expansão do sistema de geração e os leilões do ACR	33
2.2.3	Evolução do mercado de energia brasileiro	36
2.2.4	A operação do sistema brasileiro	40
2.2.5	Mecanismo de realocação de energia e a sazonalização	45
2.3	O Processo de Sazonalização	48
2.3.1	Colocação do problema de sazonalização	57
2.4	Conclusões	58
3	TEORIA DOS JOGOS E A SAZONALIZAÇÃO	60
3.1	Uma visão geral da teoria dos jogos	61
3.1.1	Equilíbrio de Nash	64
3.1.2	Métodos para encontrar o equilíbrio de Nash	65
3.1.2.1	Método BRD	65
3.1.2.2	Método da Relaxação	65
3.1.2.3	Método EGNE	67
3.1.2.4	Exemplos de aplicação dos métodos	71
3.2	Conclusões	77
4	RESULTADOS	79
4.1	Experimentos	81
4.1.1	Avaliação sistêmica	81
4.1.2	Avaliação individualizada	83
4.1.3	Considerando um agente inteligente para representar os agentes seguidores (\underline{A})	87
4.1.4	Abordagem multiobjetiva para um dos agentes	89

5	CONCLUSÃO	94
	REFERÊNCIAS	96

1 Introdução

1.1 Motivação

O mercado brasileiro de energia elétrica passou por grandes mudanças estruturais nas últimas décadas. A última grande mudança ocorreu em 2004, quando foi criado o ambiente de contratação livre (ACL) e, conseqüentemente o mercado livre de energia (RIBEIRO, 2023). Com a possibilidade de comprar energia de diferentes fornecedores, grandes indústrias iniciaram o processo de migração para o mercado livre, evidenciando para os demais consumidores as vantagens desse mercado competitivo. Assim, a regulamentação foi evoluindo de forma a tornar esse mercado cada vez mais acessível aos consumidores de uma forma geral. Em 2015, foi apresentado um novo Projeto de Lei, o PL 1.917/2015, para tratar da modernização do setor elétrico brasileiro (CÂMARA, 2015). Esse projeto de lei ficou conhecido como "Lei da Portabilidade na Conta de Luz", pois dentre suas propostas, estão a liberalização total do mercado de energia elétrica. Além da proposta de liberalização total do mercado, o projeto também prevê a alteração da formação do preço do mercado de curto prazo e a formação do lastro para a venda de contratos. Dessa forma, o ambicioso objetivo desse projeto de lei é a criação de um novo marco legal para o mercado brasileiro de energia elétrica, tornando-o mais competitivo.

Aliada às propostas apresentadas no PL 1.917/2015, em 2017, o Ministério de Minas e Energia (MME) promoveu a Consulta Pública CP 33/2017, para viabilizar a participação da sociedade nessa evolução do mercado brasileiro de energia (Ministério de Minas e Energia - MME, 2017). Essa CP identificou diversos aprimoramentos para o atual desenho de mercado e dividiu-os em quatro grupos, de forma a agrupar temas correlatos. O primeiro grupo foi focado em medidas que orientam a reforma e criam elementos de coesão, incluindo reforços a mecanismos existentes; o segundo grupo teve como objetivo incluir medidas que pudessem trazer flexibilidade aos aspectos do setor elétrico, permitindo uma atuação mais livre dos agentes; o terceiro busca definir medidas para a alocação adequada de custos, corrigindo incentivos e melhorando a alocação de subsídios e o quarto grupo busca medidas de sustentabilidade para o setor como um todo.

A consulta ficou aberta para recebimento de contribuições por 45 dias e recebeu 215 contribuições de todos os segmentos da sociedade: geradores, consumidores, comercializadores, transmissores, associações, universidades, consultores, bancos, fundos de investimento, instituições setoriais, representantes individuais e da sociedade civil, dentre outros. Como resultado, o MME publicou uma portaria que criou um grupo de trabalho para desenvolver propostas para a Modernização do Setor Elétrico, tratando de forma integrada os principais temas para a modernização do setor elétrico brasileiro (BRASIL, 2019a). Além da criação do grupo, também foi divulgado um extenso relatório que endereçou os principais pontos levantados, incluindo

alterações profundas no projeto de lei. Dessa forma, o projeto de lei ainda se encontra em tramitação¹, mas a avaliação dos seus impactos na sociedade foi realizada com a participação de todos ([Secretaria Executiva do Ministério de Minas e Energia, 2019a](#)).

Com a modernização proposta por essa nova regulamentação, o mercado brasileiro de energia elétrica tende a se tornar mais livre e, conseqüentemente, mais competitivo. Assim, o desenvolvimento de um ferramental, que permita avaliar a interação entre os agentes e seus impactos na tomada de decisão, se torna fundamental para empresas de geração de energia, comercializadoras e para os consumidores de energia, sejam eles grandes ou pequenos.

A competição é uma das principais características nos grandes mercados ao redor do mundo, não só nos mercados de energia. As características de cada mercado, o bem transacionado, os agentes envolvidos e os regulamentos legais e infralegais a serem observados, são diferentes em cada contexto. No entanto, os agentes envolvidos em cada um desses mercados buscam oportunidades de melhorar o retorno financeiro ou reduzir o risco financeiro de posições contratuais assumidas, utilizando as ferramentas disponíveis em cada contexto.

No mercado de commodities (como o de energia), as grandes empresas participantes desse mercado e os produtores negociam suas produções através de contratos futuros meramente financeiros ou de entrega imediata ou futura da mercadoria comercializada, sempre buscando o melhor retorno financeiro ou uma redução do risco da sua própria operação. No mercado de energia elétrica não poderia ser diferente. Os agentes de mercado atuam procurando melhorar o retorno de sua carteira de contratos; melhorar a proteção contra preços de curto prazo elevados; melhorar a valorização da geração de suas usinas ou monetizar contratos realizados com outras partes.

Uma das conseqüências da maior abertura proposta para o mercado brasileiro é o aumento da competitividade. Essa competitividade, além de trazer benefícios para os consumidores, também traz a necessidade do desenvolvimento de pesquisas para a mensuração dos riscos inerentes da atividade de comercialização de energia. Assim, cada agente deve definir de forma individual suas estratégias de atuação no mercado. Nesse sentido, diversos trabalhos nacionais já foram publicados com o desenvolvimento de métodos para auxiliar a atuação de consumidores ([LIMA, 2015](#); [CAMARGO, 2015](#); [FINARDI, 2019](#)), geradores ([FERREIRA, 2012](#); [FANZERES, 2015](#)) e comercializadores de energia ([MORAIS, 2010](#)).

No entanto, nos mercados, a decisão individual de um agente interfere em todo o mercado. Assim, além da avaliação individual de cada agente, a avaliação do impacto das decisões dos agentes no mercado de forma coletiva é importante. Nesse sentido, a avaliação da forma de atuação da concorrência pode ser um grande diferencial para a tomada de decisão, nesses mercados que possuem uma competição acirrada pela busca do melhor retorno financeiro. Essa avaliação é importante, tanto para os agentes envolvidos no mercado quanto para os órgãos

¹ O projeto ainda está aguardando deliberação de recurso na Câmara dos Deputados, veja o andamento na [página do projeto](#), informação acessada em 9 de setembro de 2023.

reguladores, que buscam criar mecanismos para fazer com que a competição seja o mais justa possível.

A teoria dos jogos é uma área da matemática que se propõe a estudar a interação estratégica entre os participantes em algum processo, seja ele competitivo ou cooperativo. Como resultado desse estudo, são propostas alternativas para a tomada de decisão dos agentes. Nesse sentido, ela surge como solução para avaliar a interação entre os agentes envolvidos em cada processo de tomada de decisão apresentando o impacto da decisão de um agente no resultado dos demais agentes participantes.

Em (DIMAND; DIMAND, 1992) é relatada a história da teoria dos jogos, onde é destacado que os primeiros estudos, que buscaram avaliar como a tomada de decisão pode impactar o resultado de um jogo, remontam desde o início do estudo da teoria da probabilidade, onde os estudos eram utilizados para avaliar jogos de azar. Todavia, um dos mais importantes marcos para a teoria dos jogos foi a publicação do livro "*Theory of games and economic behavior*" (NEUMANN; MORGENSTERN, 1947), onde foram estudados aspectos de coalizões e construída as bases matemáticas da teoria dos jogos. Com isso, a utilização da teoria dos jogos passou também a ser estudada para problemas formais nas áreas de administração e economia (PETERS, 2015). (NASH, 1950) fez uma abordagem mais genérica do trabalho publicado por (NEUMANN; MORGENSTERN, 1947) provando a existência de um equilíbrio multiagente em um jogo competitivo, conhecido como equilíbrio de Nash. Esse equilíbrio, representa uma situação em que todos os jogadores estão fazendo o melhor que podem, considerando a decisão dos outros jogadores, e essa abordagem passou a ser uma das principais referências para a avaliação de jogos competitivos.

Naturalmente, a aplicação da teoria dos jogos em mercados competitivos pode trazer benefícios para os agentes e para a sociedade. No mercado brasileiro de energia elétrica existem diversos processos em que a teoria dos jogos pode ser utilizada. Como por exemplo: auxílio na definição de lance em leilões (FILHO, 2017; JUSTO, 2011), definição de preços de mercado (CAVALIERE, 2019), processo de sazonalização de Garantia Física (GF) no Mecanismo de Realocação de Energia (MRE) (SANTOS, 2022; LEONEL, 2020; LEONEL, 2019; DUSSE, 2016), avaliação do poder de mercado (BARROSO, 2000), rateio da garantia física para os agentes do MRE (FARIA, 2018), dentre outros.

Além da ampliação do mercado de energia proposto no PL 1.917/15, existe também a proposta de evolução do desenho de mercado brasileiro, no sentido de alterar a forma de despacho das usinas e, conseqüentemente, impactar na formação dos preços do curto prazo. Com essa alteração, a utilização de um ferramental capaz de avaliar o impacto da decisão dos agentes nos processos de comercialização é fundamental para auxiliar na tomada de decisão de todos. Assim, este trabalho irá apresentar um ferramental capaz de realizar essa análise, utilizando-a para avaliar o processo de sazonalização de energia.

1.2 Justificativa

No Brasil, o processo de sazonalização de energia é um processo no qual os agentes participantes do MRE devem definir a alocação mensal da GF de suas usinas. Essa alocação escolhida é utilizada para a definição do montante de energia que será utilizado para o cálculo da sua exposição mensal no Mercado de Curto Prazo (MCP). No entanto, essa energia de referência não depende apenas da decisão de sazonalização do agente, mas da proporção mensal entre a sua decisão e a soma da decisão de todos os agentes participantes do mecanismo. Isso acontece, pois o MRE é um mecanismo contábil de compartilhamento do risco hidrológico entre suas usinas hidrelétricas participantes, e são suas regras que estabelecem a dinâmica de alocação mensal de energia para cada agente, considerando a decisão de alocação de todos os agentes. Nesse sentido, a alocação de energia para os agentes participantes depende da geração verificada das usinas participantes do mecanismo, de forma que a energia a ser alocada total é limitada a essa geração. Dessa maneira, se os agentes optarem por receber muita energia em um determinado mês, todos os agentes receberão menos energia que solicitaram. Assim, a sazonalização da GF pode ser caracterizada como um jogo no qual os agentes participantes devem definir a alocação de sua energia, levando em consideração a decisão dos demais agentes.

De forma a ter uma melhor avaliação do seu resultado de curto prazo, os agentes participantes do MRE, procuram modelar a decisão dos demais agentes utilizando dados históricos, cenários que acompanham o perfil da carga projetada para o próximo ano, perfil de contratos de venda de energia ou dos preços de curto prazo projetados. No entanto, a decisão de sazonalizar é estratégica e, muitas vezes, não segue nenhum padrão pré-definido, sendo necessária uma abordagem mais sofisticada para a previsão dessa decisão, como a teoria dos jogos.

Nesse sentido, diversos estudos foram feitos avaliando a melhor forma de alocação da energia das usinas hidrelétricas ao longo do próximo ano, considerando o impacto dessa alocação no portfólio e, conseqüentemente, no resultado financeiro das empresas.

([SOKEI, 2008](#)) propôs uma ferramenta para encontrar um perfil de sazonalização da GF e dos contratos de compra de energia que minimizem o risco de um agente de geração, reduzindo assim a probabilidade da perda de receita devido às exposições no mercado de curto prazo. O modelo proposto incluiu uma medição de perda de natureza estatística e não paramétrica, onde foi empregado um algoritmo genético para a solução do problema. No trabalho apresentado, a alocação de energia no MRE foi considerada apenas em um submercado e os resultados das simulações realizadas mostraram que a consideração dos cenários adversos na otimização reduz muito o risco de prejuízos extremos.

([RIBEIRO, 2012](#)) fez uma avaliação considerando diversos cenários de preços e sazonalização do sistema, para medir o risco de uma PCH, simulando os resultados de curto prazo para essa PCH, considerando três perfis de sazonalização da energia da usina. Não foram considerados modelos de otimização para propostas de sazonalização da usina. Ainda avaliando

o resultado de uma PCH, (SIERRA, 2013) considerou a disponibilidade limitada de um número de possíveis contratos a serem realizados e também possibilidade de a PCH participar ou não do MRE (considerando a sazonalização da usina como uma variável de decisão). Foi aplicado um método de otimização estocástica para a solução do problema.

(LOREY, 2017) construiu um modelo baseado em incertezas, para definição da sazonalização de um gerador. Esse trabalho utiliza um perfil de sazonalização inicial, onde são realizadas 10.000 simulações de Monte Carlo para criar cenários de geração, preços de curto prazo e sazonalização dos demais agentes e calcular os resultados do MCP. Para realizar o ajuste/otimização do perfil de sazonalização do agente gerador em estudo, foi utilizado o algoritmo *Twiddle* (THOMA, 2014), buscando maximizar a receita de curto prazo esperada desse agente.

(PESENTE; RIOS, 2021) também propôs um modelo para a otimização da sazonalização da GF de um gerador. Nesse estudo, foi avaliado o resultado da sazonalização da UHE Itaipu, utilizando um método de busca para a otimização desse perfil, de forma a maximizar a receita de curto prazo da usina. A sazonalização da GF dos demais agentes foi considerada fixa para todos os cenários avaliados, utilizando o valor médio histórico. Foram gerados cenários de geração hidrelétrica e de PLD, onde o perfil de sazonalização da UHE Itaipu foi otimizado para a maximização da sua receita, e foi feita uma avaliação do risco nos cenários de menor resultado.

(FONSECA, 2009) propôs um modelo linear estocástico para definição da sazonalização de uma PCH, considerando a combinação dessa PCH em um portfólio com uma usina de biomassa movida a bagaço de cana, ou seja, esse tipo de usina possui um período bem específico de disponibilidade de combustível para geração de energia. A função objetivo construída levou em consideração o risco medido pela métrica CVaR (*Conditional Value at Risk*) (ROCKAFELLAR; URYASEV, 2000) e o retorno, buscando restringir o risco financeiro do agente, ou seja, foi considerada uma abordagem de dois objetivos, onde um dos objetivos foi transformado em uma restrição para o problema de otimização construído. A análise não levou em consideração a possível variação da sazonalização dos demais agentes, e o objetivo era definir uma sazonalização da GF que melhor combinasse a disponibilidade de energia das usinas.

Em (BLOOT, 2011), é proposta uma abordagem baseada na teoria do portfólio de Markowitz, onde cada mês é modelado como um ativo do portfólio e o objetivo do trabalho é definir a sazonalização da sobra de energia de uma grande empresa geradora de energia, alocando ativos (energia), em cada mês. Assim, a alocação da energia em um mês é equivalente à alocação financeira em um ativo. Com essa alocação é definida a fronteira pareto de risco e retorno do portfólio, utilizando cenários gerados por uma simulação de Monte Carlo. A sazonalização dos outros agentes foi tratada através da atribuição de perfis de alocação para a criação de cenários de alocação de energia. Foram criados cenários conservadores e agressivos, onde a alocação da sobra de energia dos demais agentes do MRE foi alocada nos meses de maior expectativa de PLD. Foi realizada uma combinação dos cenários de sazonalização criados com os cenários de geração e PLD gerados, para a construção da fronteira de alocação de energia para cada mês.

A otimização estocástica, através de algoritmos genéticos, foi utilizada para a definição da sazonalização ótima de um agente gerador em (LOREY, 2015). Nesse trabalho, foi feito um levantamento histórico da sazonalização dos demais agentes e a média desses valores foi utilizada como dado de entrada, para a definição do fator de ajuste do MRE, juntamente com a utilização de cenários de PLD e de geração hidráulica, advindas de um modelo que utiliza as técnicas de PDDE. A função objetivo do problema buscou maximizar a receita esperada do agente, sendo que foram utilizadas técnicas de avaliação do risco para determinados perfis de sazonalização proposto pelo modelo desenvolvido.

Em (RAGUENET, 2020; RAGUENET; DIENE, 2019) é proposto um sistema para o suporte à tomada de decisão de um agente gerador de energia. O modelo proposto considera, não apenas a possibilidade de sazonalização dos recursos disponíveis no MRE, mas também a possibilidade da realização de contratos de longo prazo como variável de otimização. O CVaR foi considerado como uma restrição para a limitação do risco assumido pelo agente, tendo como função objetivo a maximização do retorno esperado. A sazonalização dos demais agentes foi considerada de forma indireta, com a utilização de fator de ajuste do MRE como base para o cálculo da exposição do MCP, utilizando a incerteza do PLD para a avaliação do risco. Assim, a ferramenta foi capaz de propor estratégias de compra de energia e de sazonalização de energia, mas não levou em consideração o impacto da decisão dos demais agentes no resultado do MRE e, conseqüentemente, do agente de geração em questão.

Ainda com a utilização do CVaR como métrica de risco, em (SANTOS, 2014) foi proposto um modelo de otimização multiobjetivo (risco e retorno) para a definição da sazonalização do MRE de um agente de geração. A função objetivo construída buscou a definição da alocação mensal de energia do agente, considerando a sazonalização dos demais agentes fixa, para todos os cenários avaliados. Foram utilizados 2.000 cenários de PLD e geração hidráulica advindas do modelo NEWAVE para a avaliação das incertezas. A receita esperada e o risco medido através da métrica CVaR foram os dois objetivos avaliados. Nesse trabalho, foi construída uma fronteira pareto para auxiliar a definição da estratégia de sazonalização de uma agente de geração. Para a solução do problema, foi utilizado um método puramente multiobjetivo baseado no algoritmo elipsoidal proposto em (VIEIRA, 2010).

A medida de performance ômega (Ω) (KEATING; SHADWICK, 2002) foi utilizada em alguns trabalhos para a definição de um perfil ótimo de sazonalização considerando, não apenas o resultado esperado, mas também uma avaliação indireta de outros momentos da distribuição de retornos e, assim, avaliando também o resultado dos piores cenários. (SIMÕES; GOMES, 2011) identificou a melhor forma de sazonalização da energia de uma PCH participante do MRE, considerando a venda de um contrato fixo. A única fonte de incerteza utilizada foram os cenários de PLD gerados pelo NEWAVE. Não foi feita nenhuma consideração da sazonalização dos demais agentes, nem do fator de ajuste do MRE. Assim, os resultados indicaram a concentração da alocação de energia em períodos de maior PLD. Apenas quando é aplicada uma restrição de

VaR para o resultado, é indicada a alocação de energia em outros meses. No entanto, a maior parte da energia permanece alocada nos meses com maior expectativa de PLD.

Em (LIMA, 2012) foi proposta uma metodologia para auxiliar uma comercializadora de energia a definir a sazonalização de um contrato de compra de energia de uma PCH participante do MRE, compondo o seu portfólio com um contrato de compra de energia eólica e um contrato de venda de energia fixo. A medida ômega foi utilizada como medida de risco e foram consideradas as incertezas da geração eólica e os preços de curto prazo. No caso da comercializadora, o contrato de compra da PCH não sofre o efeito do ajuste do MRE, pois esse risco ficou com a usina, não sendo necessária a consideração da sazonalização dos demais agentes para a modelagem do problema. Os resultados de alocação de energia foram semelhantes aos encontrados em (SIMÕES; GOMES, 2011), com a decisão de maior alocação de energia nos meses de maior expectativa de PLD.

Para todas as referências citadas anteriormente, a decisão de sazonalização do sistema foi considerada como um dado de entrada para o modelo construído, seja através da utilização de um cenário pré-estabelecido (cenário agressivo, conservador, etc.) ou definição baseada em algum perfil histórico (consumo, contratos de venda, dentre outros). Ou seja, utilizando uma simulação por abordagem das incertezas onde são gerados cenários possíveis de realização da sazonalização dos demais agentes. No entanto, a definição da sazonalização dos agentes participantes do MRE é de suma importância para a definição da estratégia do próprio agente, afetando os seus resultados, uma vez que o montante de energia a ser recebido por esse agente depende diretamente da decisão dos demais agentes. Assim, o resultado financeiro de cada agente, advindo do processo de sazonalização, depende da sua estratégia de sazonalização e da estratégia de sazonalização efetuada pelos demais agentes participantes do MRE. Considerando que cada agente faz uma escolha estratégica racional, os agentes devem fazer uma avaliação da expectativa de evolução do PLD e da expectativa de geração total das usinas participantes do MRE.

Devido à dinâmica desse processo, outros estudos propuseram a utilização de teoria dos jogos para avaliar o impacto da decisão de outros agentes no resultado financeiro das suas empresas. (DUSSE, 2016) apresentou um extenso estudo considerando diversos tipos de jogos (cooperativos e não cooperativos). Para o problema da sazonalização, foi modelado um sistema considerando a visão de um agente principal interagindo de forma competitiva com todos os demais agentes em conjunto. Assim, no jogo proposto entre dois jogadores, foi encontrado o equilíbrio de Nash, considerando a interação entre esses dois jogadores. Como resultado, foram propostos perfis de sazonalização para ambos os agentes, auxiliando a tomada de decisão do agente principal e apresentando o impacto da decisão dos demais agentes em seu próprio resultado.

Em (LEONEL, 2020) foi proposto um arcabouço para analisar diferentes perfis de sazonalização para o MRE. Na proposta, foram utilizadas técnicas para encontrar o equilíbrio de Nash e ferramentas de inteligência de mercado para definir um perfil de sazonalização para

todos participantes MRE. Além disso, o trabalho criou um ferramental para identificar qual a referência foi utilizada para um agente sazonalizar sua GF em um determinado período. Com a combinação dos resultados, foi criado um modelo matemático para auxiliar na tomada de decisão de sazonalização da GF para um agente de geração, observando a maximização da receita e a minimização do risco.

De todas as abordagens apresentadas anteriormente, nenhuma delas considerou o impacto da decisão de um agente no resultado de outro agente, de forma interativa. Nos estudos apresentados em (DUSSE, 2016) e (LEONEL, 2020) os métodos e algoritmos de teoria dos jogos aplicados foram utilizados para definir um perfil de referência para os demais agentes participantes do MRE, para então otimizar a estratégia de sazonalização buscando maximizar a receita esperada do agente gerador que está sendo avaliado.

Mais recentemente um estudo foi realizado para avaliar, de forma conjunta, o efeito da decisão dos agentes no impacto financeiro do mecanismo como um todo. Para tal, (SANTOS, 2022) propôs um modelo de equilíbrio onde foram modelados quatro agentes (um representando cada submercado do SIN) de forma a destacar como a interação entre eles impacta os resultados do mecanismo. Como resultado mostrou-se que é possível melhorar o resultado financeiro do mecanismo se for realizada uma avaliação interativa da decisão desses agentes. Nessa abordagem avaliada, a função objetivo dos agentes modelados era de melhorar o retorno esperado de todos, de forma competitiva. Estendendo os achados propostos em (SANTOS, 2022), este trabalho tem como proposta realizar a análise do comportamento estratégico dos agentes do MRE de forma interativa, considerando a modelagem de diversos agentes.

1.3 Objetivo

Assim, este trabalho se propõe a desenvolver uma ferramenta capaz de analisar, de forma objetiva, a interação estratégica dos agentes no mercado brasileiro de energia elétrica, propondo uma abordagem de equilíbrio para o processo de sazonalização dos agentes do MRE. A escolha da avaliação do processo de sazonalização se deve ao fato de ser um processo de participação obrigatória para todos os agentes de geração, que devem definir a alocação da sua energia própria, no qual seu resultado irá definir a quantidade de energia que cada agente irá receber no decorrer do ano, para a liquidação das diferenças no MCP.

Primeiramente, será feita uma avaliação retrospectiva das decisões de sazonalização realizadas pelos agentes no passado. Para tal, será utilizado um modelo matemático da exposição no mercado de curto prazo para esses agentes, considerando a receita esperada com a decisão de alocação de energia como função objetivo e também a receita em risco.

Para resolver esse jogo competitivo modelado, foi proposto um novo algoritmo baseado no campo vetorial, também utilizado em (ROSEN, 1961), composto pela ponderação negativa

do gradiente da função objetivo de cada jogador. Equilíbrios de Nash são atratores nesse campo vetorial e, para chegar até um deles, o novo algoritmo utiliza passos de tamanho máximo, limitados por uma mudança na direção do campo vetorial. De forma a ter uma direção de busca mais eficiente e robusta, é utilizada uma memória de diretores dos passos anteriores. Esse novo método foi batizado de algoritmo aprimorado do gradiente para equilíbrio de Nash (EGNE do inglês *Enhanced Gradient for Nash Equilibrium*).

De forma a avaliar a robustez dessa versão aprimorada, foram realizados experimentos em problemas gerais comparando o desempenho desse novo algoritmo do gradiente, com o de algoritmos já consolidados na literatura para encontrar o equilíbrio de Nash, como o método da relaxação e o método da melhor resposta dinâmica.

Assim, o objetivo deste trabalho é apresentar um novo algoritmo para encontrar o equilíbrio de Nash, baseado no pseudo-gradiente da composição da função objetivo dos jogadores, utilizando-o para realizar uma avaliação completa do processo de sazonalização, no mercado brasileiro de energia elétrica.

1.4 Publicações

Até o momento, este trabalho já contribuiu de forma direta e indireta com a publicação de dois artigos frutos de estudos de um projeto de pesquisa e desenvolvimento e possui um artigo em submissão:

1. Mendonça, M. de O.; Pinto, P. H. A.; Dos Santos, F. F. G.; Pires, D. S. De C.; Vieira, D. A. G.; Lobato, M. V. De C.; Silva, G. R. L.; Saldanha, R. R.; Resende, G. D.; Santiago, F. P.; Horta, G. De Lins (2019). Análise comparativa entre modelos de inteligência computacional para previsão do preço futuro no mercado de energia brasileiro. XXV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica ([MENDONÇA, 2019](#));
2. Dos Santos, F. F. G.; Lobato, M. V. De C.; Vieira, D. A. G.; Lisboa, A. C.; Saldanha, R. R. (2022). A Nash Equilibrium Approach to the Brazilian Seasonalization of Energy Certificates. *Energies* ([SANTOS, 2022](#));
3. Lisboa, A. C.; Dos Santos, F. F. G.; Vieira, D. A. C.; Saldanha, R. R. (2024) An enhanced gradient algorithm for computing generalized Nash equilibrium (*em submissão*)

1.5 Estrutura do trabalho

Esse documento está construído da seguinte forma:

O capítulo 2 trará uma breve descrição da evolução do mercado brasileiro de energia elétrica, elencando os principais processos desse mercado e apresentará um modelo matemático para avaliação da exposição contratual no mercado de curto prazo, para um gerador que possui usinas hidráulicas participantes do Mecanismo de Realocação de Energia (MRE), destacando o problema estudado por esse trabalho (o processo de sazonalização do MRE). O capítulo 3 fará uma breve revisão bibliográfica da teoria dos jogos, destacando alguns métodos para solução de problemas competitivos, através do equilíbrio de Nash, e apresentará o novo método proposto por este trabalho. O capítulo 4 irá apresentar os experimentos propostos e seus resultados, destacando como a decisão de um agente pode afetar o resultado de todo o mecanismo de compartilhamento de risco. E, por fim, o capítulo 5 apresentará as conclusões e discussões sobre os experimentos realizados.

2 Mercado brasileiro de energia elétrica

2.1 Evolução dos mercados de energia elétrica

Nas últimas décadas, a busca por melhoria nas condições de suprimento e redução nos custos da energia elétrica, através do estímulo à competição, levou à abertura e reestruturação dos mercados de eletricidade em todo o mundo. No entanto, a definição de quais agentes podem atuar em cada mercado é uma decisão regulatória de cada região, através do desenho de mercado escolhido para a atuação desses agentes.

Os mercados de energia ao redor do mundo possuem desenhos específicos para o atendimento do consumo de energia de cada região, levando em consideração as especificidades técnicas (geografia local, tipo do consumo e das fontes energéticas disponíveis para geração de energia, dentre outras) e políticas que permeiam a vida cotidiana dos geradores e consumidores de energia de cada região. Para o correto funcionamento do mercado, os agentes participantes (indústrias e outros tipos de consumidores, empresas de geração, transmissão, distribuição de energia, comercializadoras, dentre outros) devem seguir a regulamentação vigente para a atuação nesse mercado de energia elétrica, a fim de atender seus requisitos (geração, transmissão, distribuição e consumo de energia), de forma confiável e com custos competitivos (HUNT, 2002).

As regras para a atuação nesse ambiente constroem o que chamamos de mercado de energia. É nesse mercado de energia que os agentes que nele participam, negociam contratos de compra e venda, definindo assim suas receitas e suas despesas relacionadas à geração e ao consumo de energia. Atualmente, as grandes linhas de pesquisa para a evolução dos desenhos de mercado estão na direção de melhorar a sinergia do sistema existente com a implantação de grandes blocos de geração renovável, advinda, principalmente, das fontes solares e eólicas, cuja disponibilidade energética para a geração de energia é muito incerta, além de causar problemas na transmissão local, como congestionamento nas horas de maior geração de energia dessas usinas (OXFORD ENERGY FORUM, 2023).

O conjunto de regras, bem como a definição de quais agentes podem atuar em cada mercado, compõe o desenho de mercado de cada região (CRAMTON, 2017). Nesse sentido, os legisladores e reguladores de cada região têm investido em pesquisas para determinar a melhor forma de evolução dos mercados de energia, buscando melhorar competitividade, atraindo novos investimentos para o sistema e reduzindo o custo da energia para os consumidores finais.

Para o bom funcionamento do mercado, inicialmente é necessário definir um desenho para esse mercado, de forma a buscar o objetivo almejado para essa interação entre os agentes (CRAMTON, 2017). No caso de mercados de energia elétrica, o principal objetivo é o

atendimento da demanda (consumo) de energia elétrica requisitada por todos os consumidores (residenciais, comerciais e industriais) que deve ser realizado de forma eficiente e confiável. Assim, um bom desenho de mercado deve ser capaz de estimular uma boa operação do sistema, utilizando os recursos existentes (eficiência de curto prazo) e gerando custos adequados para remunerar seus participantes e promover novos investimentos de forma eficiente (eficiência de longo prazo), garantindo a implantação de novas fontes energéticas e aumentando a capacidade do sistema de transmissão e distribuição.

Dessa maneira, a maioria dos desenhos de mercado da atualidade foram construídos buscando a melhoria nas condições de atendimento ao consumo e aumentando a competitividade entre os agentes de geração e comercialização de forma a, naturalmente, obter uma redução no preço da energia ofertada aos consumidores. Para tal, foi necessária a desverticalização das empresas e a criação de câmaras ou bolsas de energia, transformando a estrutura dos mercados. Nesses ambientes criados, as empresas participantes podem negociar contratos livremente com todos os agentes que neles participam, principalmente com os consumidores. Assim, é criado um ambiente de competição para o suprimento dos consumidores, que estão à procura de redução de custos de aquisição de energia elétrica (MAYER; TRÜCK, 2018).

Intrinsecamente, todo mercado de energia começou como um monopólio (muitas vezes sob responsabilidade do estado) totalmente verticalizado, ou seja, a mesma empresa (estatal ou privada) possuía o ativo de geração, transmissão e distribuição de energia para o atendimento do consumo de energia de um mercado regional. Assim, um agente de geração (estatal ou privado) desenvolve a implantação do ativo de geração, de uma ou várias linhas de transmissão, para entregar energia para uma região, atendendo toda a cadeia, desde a produção até a entrega da energia elétrica para o consumo. Para se realizar a desverticalização de um mercado, a principal alteração a ser feita é garantir o livre acesso ao sistema de transmissão e de distribuição, estimulando que novos agentes de geração se conectem à rede, para atender aos clientes com preços mais competitivos, estimulando a entrada de novos agentes de consumo.

O próximo passo para a evolução de um mercado é a criação de um mercado atacadista, onde diversos agentes interagem de forma a moldar a comercialização de energia e operação do sistema. A adoção de um mercado atacadista não significa a liberalização total do mercado, mas sim a evolução de como as negociações de energia são realizadas entre geradores, comercializadores e grandes clientes, através da compra e venda de grandes montantes de energia com preços diferenciados. Um mercado evolui da desverticalização até a sua liberalização total, quando todos os consumidores podem adquirir energia de qualquer fornecedor. Tipicamente esse processo de liberalização total tem várias etapas intermediárias, que se iniciam com a migração de grandes consumidores e evolui para a migração total.

Dessa maneira, o desenho de mercado escolhido em cada país ou região é o responsável, não só pela definição de regras de comercialização entre os agentes, como também pelo direcionamento da operação e expansão (investimentos) do sistema elétrico (geração, transmissão

e distribuição), de forma a atender à demanda dos consumidores da melhor maneira possível (RIBEIRO, 2023).

Em (CRAMTON, 2003) são elencados alguns pontos que devem ser observados para auxiliar a criação de um desenho de mercado eficiente. Esse desenho deve ser simples, mas não simples a ponto de criar falhas sistêmicas nesse desenho, pois uma vez aprovado o desenho de mercado com falhas, existe, historicamente, uma dificuldade enorme de corrigir essas falhas. Essa dificuldade é muitas vezes atribuída à ação de grandes agentes de mercado, que se beneficiam dessas falhas e atuam de forma a não permitir que elas sejam corrigidas. Além disso, o desenho de mercado deve levar em consideração as políticas vigentes na região onde ele será implementado, definindo quais as complexidades desse sistema devem ser detalhadas e delimitadas, destacando os incentivos para que os agentes participem no mercado de forma competitiva, estimulando uma operação do sistema eficiente (custos de curto prazo mais baixos) e trazendo investimentos para a modernização e expansão desse mercado.

Existem várias características básicas que um mercado de energia deve possuir, são elas (BARROSO, 2005; CRAMTON, 2017; RIBEIRO, 2023):

- Forma de despacho (centralizado ou descentralizado);
- Definição do preço (custo ou oferta);
- Periodicidade das liquidações (semi-horária, horária, diária, semanal, mensal);
- Granularidade dos preços (preço único, por zonas, por barras);
- Pagamento da liquidação (uniforme conforme preço/custo marginal ou pagamento conforme oferta);
- Definição do pagamento para a prestação dos serviços ancilares;
- Definição da elegibilidade para o acesso ao mercado livre;
- Criação de um mercado de capacidade, paralelo ao mercado de energia.

Cabe destacar que na formulação de desenhos de mercado, considerando essas características, o monopólio da transmissão e da distribuição continuam presentes. Essas atividades são caracterizadas por serem um monopólio natural, pois possuem importantes custos fixos, alta intensidade de capital, longos prazos de maturação e ativos específicos com custos irre recuperáveis (*sunk cost*). Dessa forma, os monopólios naturais devem ser regulados, de forma a evitar abuso de mercado (PIRES; FILHO, 2002).

Considerando as possíveis combinações dos itens mencionados anteriormente, é possível descrever praticamente todos os mercados de energia já criados no mundo, onde são definidos o nível de competitividade entre geradores e a forma de operar o sistema. A figura 1 a seguir

apresenta algumas combinações dessas características e apresenta quatro modelos diferentes de desenho de mercado (HUNT, 2002), onde é destacada a interação entre os agentes participantes de cada mercado: geradores, Produtores Independentes de Energia (PIE), transmissores, distribuidores, comercializadores e consumidores. Atualmente, o mercado brasileiro é caracterizado como um mercado atacadista e, através da modernização da legislação, está buscando se transformar em um mercado varejista.

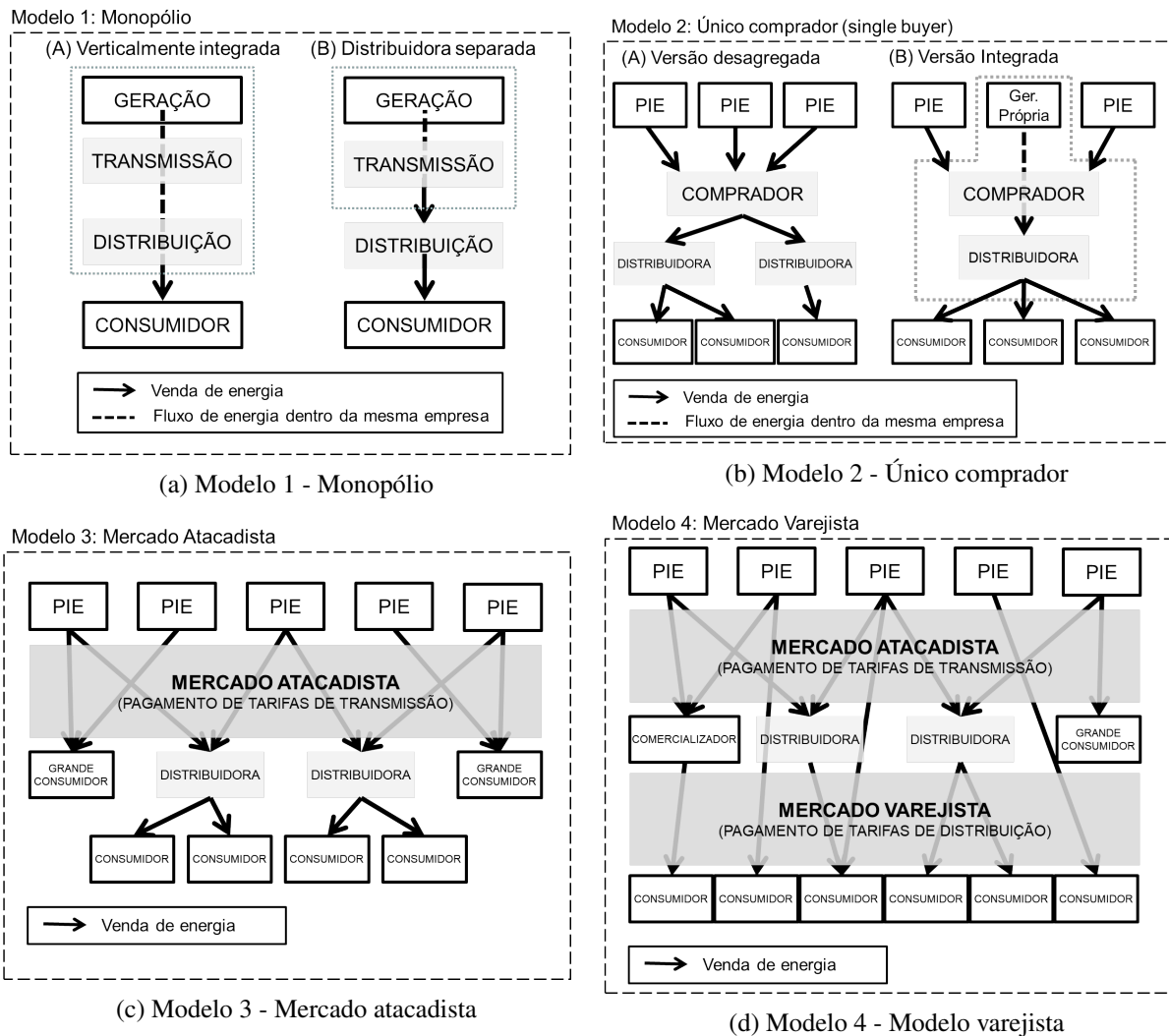


Figura 1 – Desenhos de mercado (fonte: adaptado de (HUNT, 2002))

2.2 O mercado brasileiro de energia elétrica

Nessa seção, será apresentado um breve histórico da evolução do mercado brasileiro de energia elétrica, apresentando os objetivos do seu desenho e as regras aplicadas aos agentes de mercado, destacando as regras do Mecanismo de Realocação de Energia (MRE), que são a base para o desenho dos experimentos realizados por este trabalho.

2.2.1 O mercado brasileiro e seus ambientes de contratação

De certa forma, o Brasil possui um operador independente e centralizado do sistema desde a criação da lei de Itaipu na década de 70, através da atuação do Grupo Coordenador para Operação Interligada (GCOI), que foi substituído em 1998 pelo atual operador independente, conhecido como Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) (MERCEDDES, 2015; KLIGERMANN, 2009). As atribuições do ONS foram evoluindo ao longo dos anos, e hoje, ele é responsável pela coordenação e controle da operação das instalações de geração e transmissão no Sistema Interligado Nacional (SIN) e também pelo planejamento da operação dos sistemas isolados do país.

Apesar desse início prematuro na evolução da operação centralizada de suas usinas, devido à necessidade de existir uma interação cooperativa entre todos os agentes para garantir maior confiabilidade à operação do sistema, o mercado de energia brasileiro continuou estruturado de forma verticalizada por vários anos. Dessa forma, o primeiro passo para a evolução do mercado de energia elétrica brasileiro, se deu com a privatização e desverticalização das empresas regionais brasileiras, a partir da lei das concessões em 1995 (BRASIL, 1995a).

Dando continuidade ao processo de modernização e buscando uma maior abertura no mercado brasileiro, o governo contratou consultorias para produzir um relatório de diagnóstico em que foram propostas medidas para modernização. Esse projeto foi chamado de Projeto de Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro (Re-SEB). Através das recomendações desse relatório foi criada a Administradora de Serviços do Mercado Atacadista (ASMAE) e realizada a transição da desverticalização contratual, com o estabelecimento dos contratos iniciais de compra e venda de energia, dentre outros (WALVIS, 2014). Assim, esperava-se implantar no Brasil um mercado competitivo e desverticalizado, buscando o investimento de empresas privadas para garantir investimentos suficientes para sua expansão. No entanto, em 2001 aconteceu um racionamento de energia que gerou diversas dúvidas sobre a eficácia desse desenho de mercado para a expansão física do sistema e, conseqüentemente, o futuro do mercado de energia brasileiro.

De forma a auxiliar a implantação de um novo modelo, em 2002, foi criado o Comitê de Revitalização do Modelo do Setor elétrico, cujas propostas culminaram, em 2004, no chamado "Novo Modelo do Setor Elétrico" (BRASIL, 2004b; BRASIL, 2004a). Os princípios descritos no novo arcabouço legal tinham, como principais objetivos a garantia de suprimento de energia, a promoção da modicidade tarifária e a promoção da inserção social.

Assim, atualmente o mercado de energia brasileiro possui diversos órgãos em instâncias superiores para a formulação de políticas nacionais de energia e definição de processos licitatórios, para a outorga de construção de ativos de geração e transmissão. A Empresa de Pesquisa Energética (EPE) é uma empresa pública e está vinculada diretamente ao Ministério de Minas e Energia (MME), sendo responsável por executar estudos e pesquisas destinadas a subsidiar o planejamento do setor energético, incluindo o setor de energia elétrica. O ONS realiza a operação

integrada do SIN e a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) é a entidade que atua realizando o registro e processamento dos contratos de compra e venda de energia e o recebimento da medição de geração das usinas e consumo dos agentes, de forma a executar a liquidação financeira do Mercado de Curto Prazo (MCP). Esses dois órgãos são fiscalizados pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) e devem seguir as regras e regulamentos publicados por ela.

Na reforma ocorrida em 2004, foram criados dois ambientes para a realização de contratos de compra e venda de energia: o Ambiente de Contratação Livre (ACL) e o Ambiente de Contratação Regulada (ACR) (BRASIL, 2004b). Nesses ambientes de contratação do mercado atacadista brasileiro (ACR e ACL) ocorrem as negociações dos contratos de compra e venda de energia.

O ACL é o ambiente onde os agentes de mercado negociam livremente os produtos de energia, através da atuação dos agentes de geração, comercialização e consumo. Nesse mercado, apenas consumidores considerados livres (BRASIL, 2004a) podem adquirir energia dos geradores e dos comercializadores. Os contratos definidos nesse ambiente possuem cláusulas de preços, duração e flexibilidades de entrega negociadas livremente entre as partes em negociações conhecidas como negociações de balcão (MENDONÇA, 2019).

Já o ACR é o ambiente onde as distribuidoras atuam de forma regulada pela ANEEL, para o atendimento do consumo dos clientes cativos (clientes que ainda não completaram o requisito para a migração para o ACL ou que optaram por permanecer no ACR). Assim, no mercado brasileiro, as distribuidoras, além de cuidar da operação, manutenção e expansão das redes de distribuição e das subestações, também devem comprar energia no mercado atacadista para atender seus consumidores cativos, realizando uma gestão de portfólio de contratos. Parte do suprimento de energia das distribuidoras é de recebimento compulsório (e.g. energia da UHE Itaipu e das usinas nucleares de Angra), com a tarifa a ser paga pelas distribuidoras para esses fornecedores calculada anualmente pela ANEEL. O restante da energia necessária, para atender à necessidade de consumo de cada distribuidora, deve ser adquirida através dos leilões regulados que são autorizados pelo MME e promovidos pela CCEE (BRASIL, 2004b; BRASIL, 2004a).

O mecanismo de leilões foi concebido para garantir o suprimento energético do SIN, uma vez que todos os agentes devem estar 100% contratados. Com a competição nos leilões, buscou-se também a redução dos custos com a compra de energia por parte das distribuidoras. Assim, o desenho de mercado foi elaborado de forma que o principal ator, para execução dos objetivos de garantia de suprimento e modicidade tarifária, é o leilão de energia.

2.2.2 A expansão do sistema de geração e os leilões do ACR

O Brasil é um país em desenvolvimento, onde a demanda por energia elétrica teve um crescimento expressivo nos últimos anos e existe uma expectativa que esse crescimento continue.

Um dos principais estudos realizados e publicados pela EPE é o Plano Decenal de Energia, onde anualmente são avaliadas as necessidades de investimentos em geração e transmissão para o atendimento da projeção de crescimento do mercado, para os próximos 10 anos. Cabe destacar que os resultados desse planejamento são apenas indicativos e que a expansão, de fato, desses sistemas é feita através da iniciativa privada que pode construir empreendimentos de geração, para venda de energia ao mercado livre ou participar de leilões de geração e transmissão promovidos pela ANEEL e CCEE.

Para garantir o suprimento de energia para todo o SIN através de novos investimentos, o novo modelo do setor elétrico determinou que os agentes de consumo devem ter 100% dos seus requisitos lastreados por contratos de compra (ou geração própria) (BRASIL, 2004a). No caso das distribuidoras, a forma de adquirir a energia necessária para o suprimento de energia dos seus clientes é através dos leilões do ACR. Para tal, as distribuidoras realizam suas próprias projeções de crescimento do seu mercado e contratam a energia para o suprimento dos seus clientes nesses leilões.

O leilão de energia elétrica no ACR é um processo licitatório, ou seja, uma concorrência promovida pelo poder público, com vistas a se obter energia elétrica em um prazo futuro (pré-determinado nos termos de um edital). Por meio desse mecanismo, concessionárias, permissionárias e autorizadas de serviço público de distribuição de energia elétrica do SIN obtêm a energia necessária para prover aos clientes finais e, nele, as empresas de geração competem entre si para fornecer a energia para as distribuidoras. A CCEE organiza o leilão, para que as distribuidoras obtenham a energia necessária a seus consumidores na condição mais vantajosa.

Os leilões do ACR foram, inicialmente, classificados em Leilões de Energia Existente (LEE) e Leilões de Energia Nova (LEN). No LEE, apenas a energia de empreendimentos já em operação, pode ser negociada, onde tipicamente, o fornecimento da energia comercializada se inicia no ano seguinte à realização do leilão e tem duração de 1 a 10 anos. Já no LEN, apenas a energia de novos empreendimentos pode ser negociada, o fornecimento da energia se inicia entre 3 e 6 anos após a realização do leilão, e os contratos possuem um longo prazo de duração, de 15 a 30 anos.

Assim, o desenho de mercado brasileiro procurou garantir a lastreabilidade do consumo do mercado regulado com a realização de leilões de energia existente, onde os preços devem ser mais baixos, uma vez que esses empreendimentos não apresentam custos de implantação. O primeiro LEE foi realizado em 07/12/2004 com três produtos de 8 anos de duração e negociou 17.008 MW-médios ao preço R\$ 61,07/MWh (R\$ 167,10/MWh, considerando a data base de janeiro de 2023).

Por outro lado, para garantir a expansão do sistema e o suprimento futuro de energia, a escolha foi pela realização do leilão de novos empreendimentos com longos contratos, uma vez que a implantação desses empreendimentos necessita de investimento intensivo de capital com grandes financiamentos. O primeiro LEN foi realizado em 16/12/2005 com seis produtos de 15 e

30 anos de duração e negociou 3.284 MW-médios ao preço R\$121,20\MWh (R\$ 312,24\MWh, considerando a data base de janeiro de 2023) (CCEE, 2023), mostrando que a expectativa de comprar energia mais barata de usinas existentes e viabilizar a expansão do sistema com novas usinas através de novos contratos, foi atendida.

A figura 2 apresenta um esquemático dessas possibilidades de contratação das distribuidoras. Nela observa-se que os leilões de energia nova e existente são realizados com uma grande antecedência do momento de entrega de energia, fazendo com que as distribuidoras realizem a projeção do crescimento do mercado com muitas incertezas.

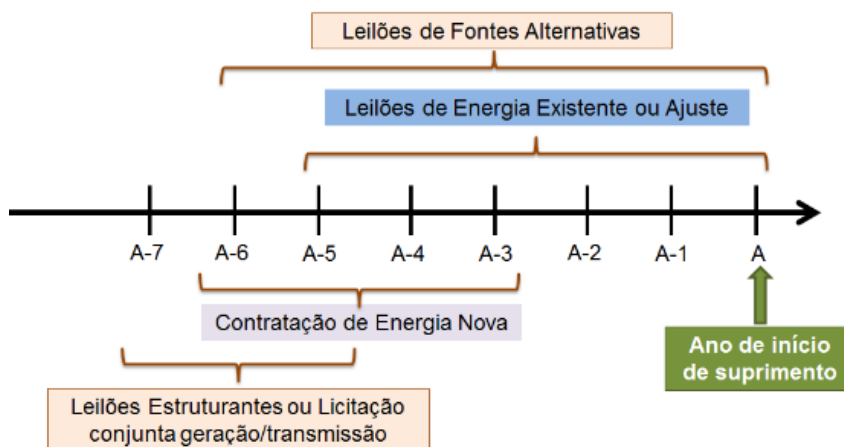


Figura 2 – Leilões disponíveis para contratação de energia no ACR
 Fonte: CCEE

Tipicamente a projeção de mercado das distribuidoras leva em consideração a projeção de PIB e, historicamente, o PIB realizado ficou abaixo das projeções feitas com essa antecedência, fazendo com que as distribuidoras de energia contratassem mais energia do que o crescimento dos seus mercados, gerando um grande excedente de energia no ACR. A figura 3 apresenta o histórico de projeções do PIB e o PIB realizado desde 2010.

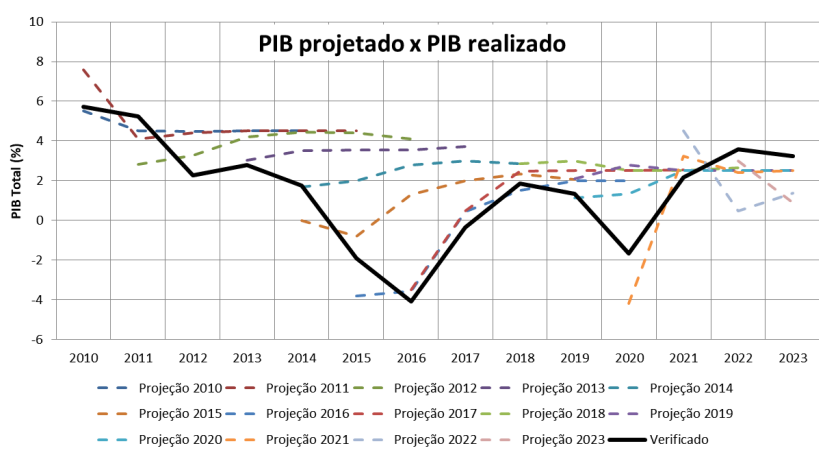


Figura 3 – Histórico de projeções do PIB versus PIB realizado
 Fonte: Banco Central do Brasil, elaboração do autor.

Ao que tudo indica, os leilões, até então promovidos, foram fundamentais para atender ao crescimento do consumo de energia no Brasil e deixar uma sobra estrutural, para o atendimento do consumo em períodos de hidrologia adversa. A figura 4, a seguir, ilustra o crescimento do consumo de energia do Brasil nos últimos anos e a projeção de crescimento para os próximos anos (Empresa de Pesquisa Energética - EPE, 2022b), contrapondo essa projeção de consumo de energia com a oferta disponível para o atendimento desse consumo, destacando as compras feitas através dos leilões de energia nova.

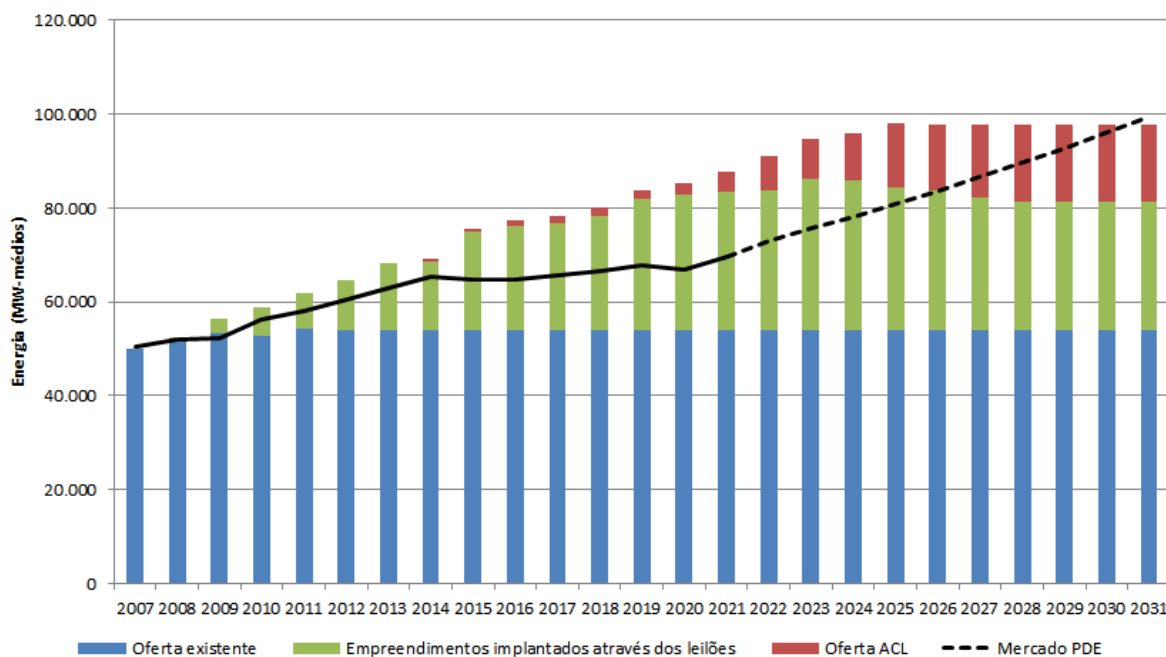


Figura 4 – Projeção de evolução do consumo x recursos existentes e já contratados

Fonte: ANEEL, ONS, EPE, elaboração do autor

2.2.3 Evolução do mercado de energia brasileiro

Com a estabilidade regulatória, o mercado de energia brasileiro evoluiu e proporcionou a entrada de diversos novos agentes e investidores permitindo que, não apenas, as distribuidoras fossem responsáveis pela expansão do sistema de geração brasileiro. A figura 4 destaca essa expansão destinada ao ACL¹. Tudo começou em 1998 com a publicação da resolução ANEEL 265/1998 que regulamentou a lei 9.074/1995 e deu início à competição do mercado brasileiro, com a criação do ACL (ANEEL, 1998; BRASIL, 1995b). Essa resolução possibilitou que a ANEEL autorizasse agentes privados a exercerem a atividade de comercialização de energia no ACL e negociassem livremente os termos dos contratos de compra e venda de energia. Assim, ficaram estabelecidas as condições para o exercício da atividade de comercialização de energia.

Ainda em 1998, a primeira comercializadora de energia do Brasil foi responsável pela intermediação das negociações para a migração do primeiro cliente cativo para o mercado livre

¹ A expansão destinada ao ACL destacada no gráfico apresenta as novas usinas que foram implantadas para esse mercado. A oferta existente atualmente atende aos consumidores do ACL e do ACR.

brasileiro em novembro de 1999. Com a clara redução de custos obtida pelos primeiros clientes livres, o ACL se expandiu rapidamente chegando a representar 15% de todo o consumo de energia do país em 2004 (ROCKMANN, 2018). Inicialmente, apenas grandes clientes com demanda mínima contratada de 10 MW poderiam comprar energia de outros fornecedores e se tornarem clientes livres (BRASIL, 1995b), caracterizando o mercado livre brasileiro como um mercado atacadista.

No entanto, conforme destacado na tabela 1, a evolução regulatória permitiu que consumidores de menor porte também acessassem o ACL. Mesmo com essa redução, o mercado ainda era caracterizado como um mercado atacadista.

Tabela 1 – Cronograma de liberalização do mercado brasileiro.

Data	Demanda mínima*	Ato legal	Observações
1995	10,0 MW	Lei 9.074/1995	Tensão superior a 69 kV (aquisição apenas de PIE)
	3,0 MW	Lei 9.074/1995	Apenas novos consumidores
1998	10,0 MW	Lei 9.074/1995	Tensão superior a 69 kV (qualquer agente de suprimento)
2000	3,0 MW	Lei 9.074/1995	Tensão superior a 69kV (consumidores existentes)
2006	0,5 MW	Lei 9.427/1995; REN ANEEL 247/2006	Consumidor especial (adquirindo energia de pequenas usinas)
2019	3,0 MW	Lei 13360/2016	Qualquer Consumidor
2021	1,5 MW	Portaria MME 465/2019	Qualquer Consumidor
2022	1,0 MW	Portaria MME 465/2019	Qualquer Consumidor
2023	0,5 MW	Portaria MME 465/2019	Qualquer Consumidor
2024	< 0,5 MW	Portaria MME 50/2022	Consumidores classificados como Grupo A (representados por um agente varejista)

* A demanda mínima considera um consumidor ou conjunto de consumidores reunidos por comunhão de interesses de fato ou de direito.

Para democratizar ainda mais o acesso ao mercado livre, a ANEEL regulamentou em 2013 a comercialização varejista (ANEEL, 2013c). A comercialização varejista é uma modalidade de comercialização em que o agente varejista é o responsável por representar consumidores e geradores de energia junto à CCEE (assumindo todas as suas obrigações), permitindo que clientes de pequeno porte participem do mercado livre brasileiro, sem se tornar um agente na CCEE. No entanto, o primeiro agente varejista só foi registrado na CCEE em 2016, sendo que grande parte dos negócios dessa modalidade começaram a se expandir apenas em 2021, com a maior abertura do mercado livre brasileiro. Atualmente, o mercado livre brasileiro permite vendas no varejo e no atacado, sendo cada vez mais livre. Esse mercado representa 36% do consumo de energia do mercado brasileiro (CCEE, 2023).

O acesso cada vez maior de consumidores livres ao ACL estimulou a competição nesse mercado, fazendo com que novos empreendedores investissem na construção de usinas especialmente dimensionadas para o atendimento desses clientes. Para realizar a conexão entre os clientes e os geradores, novas empresas de comercialização também surgiram. Os agentes de

comercialização são importantes nos mercados de energia, para prover liquidez aos produtos ofertados pelos geradores e garantir que os consumidores recebam energia da forma como precisam. Assim, os comercializadores são remunerados para adequar o produto ofertado pelos geradores às necessidades específicas de cada consumidor, assumindo os riscos associados a essa tarefa. A figura 5 ilustra esse forte crescimento de expansão no mercado brasileiro, onde o número de consumidores ultrapassou 10.000 agentes de consumo.

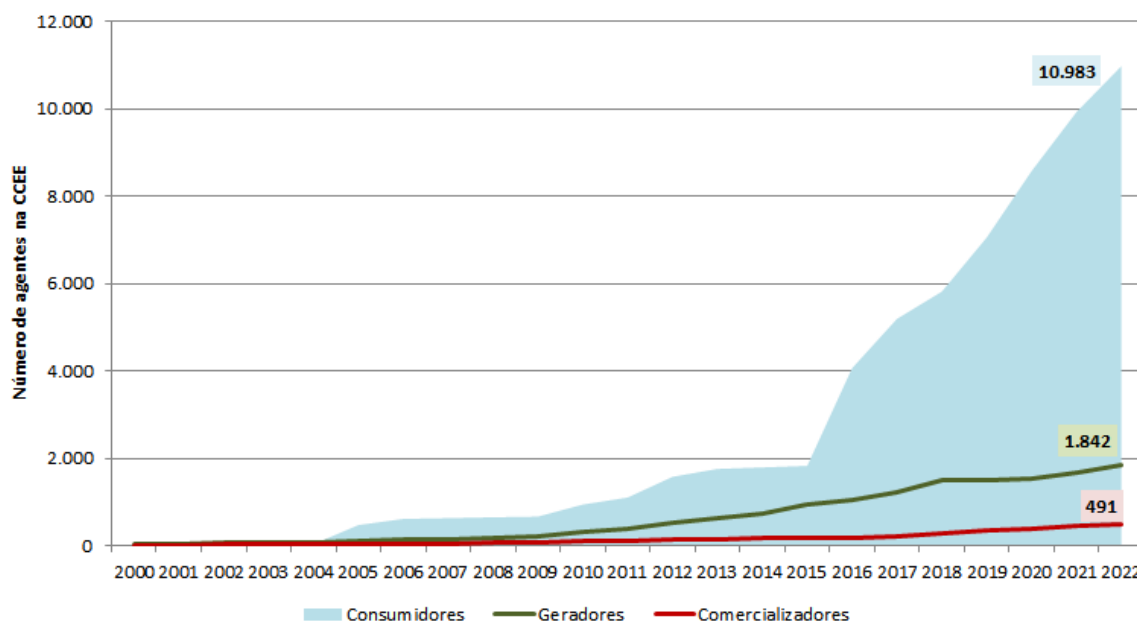


Figura 5 – Evolução do número de consumidores, geradores e comercializadores na CCEE
Fonte: Infomercado CCEE

Conforme descrito anteriormente, o desenho do mercado brasileiro de energia elétrica está em constante evolução, e tem permitido o ingresso cada vez maior de novos agentes nesse mercado, melhorando a competitividade e reduzindo os custos com a compra de energia para diversos clientes. Como destaque está a ambiciosa abertura total do mercado brasileiro, transformando-o de um mercado atacadista em um mercado varejista, onde todos os consumidores poderão escolher seus fornecedores de energia. Nesse sentido, o MME publicou as portarias (BRASIL, 2019b; BRASIL, 2022a) em que definiu prazos para abertura total do mercado para consumidores do grupo tarifário A², a partir de janeiro de 2024.

Aliada a essa abertura do mercado para novos consumidores e geradores, também existem estudos que buscam transformar a forma de operação e comercialização do mercado brasileiro, tornando-o ainda mais moderno. Essa proposta é uma alteração estrutural profunda na forma de operação do sistema, baseado em custos para um sistema com base em oferta de preços, onde os agentes de geração deverão fazer lances de preço e montante de energia e o ONS deverá agregar toda essa informação para a definição do despacho do sistema (SOZZI, 2015) e a CCEE para a

² Clientes com tensão de conexão igual ou superior a 2,3 kV ou atendidos a partir de sistema subterrâneo de distribuição

formação do preço de curto prazo. Todas as mudanças planejadas vão na direção de evolução da competitividade e à sofisticação do mercado brasileiro, culminando em um provável mercado por oferta, cujos agentes devem se preparar com a criação de ferramentais para análise do novo mercado.

Desde sua criação, a operação do mercado brasileiro é feita de forma centralizada, baseada no modelo de custos auditados, com preços zonais, cujo despacho é calculado pelo ONS utilizando modelos de otimização, desenvolvidos especificamente para o setor elétrico brasileiro (TOLMASQUIM, 2021; DINIZ, 2018; DINIZ, 2020; MACEIRAL, 2018). A escolha desse desenho para o mercado brasileiro de energia elétrica, se deve ao fato de ele ser majoritariamente composto por hidrelétricas de diversos proprietários que estão instaladas em uma mesma cascata. Assim, diversas cascatas possuem múltiplos agentes, dificultando a operação integrada dessas usinas, uma vez que cada agente tem uma prioridade sobre o uso da água de sua usina. Essa definição feita por cada agente de forma isolada poderia prejudicar a disponibilidade, e consequentemente o custo, da energia em todo o SIN.

Grande parte dos mercados de energia utilizam o despacho baseado em preços, variando a sinalização por zonas ou por barras (AHLQVIST, 2018). (AHLQVIST, 2018) também destaca que os preços por custo são mais utilizados em países onde existe predominância de usinas hidrelétricas, como no Brasil. No entanto, a nova transição energética tem trazido novos desafios para os atuais desenhos de mercado. Com a grande penetração de fontes renováveis e veículos elétricos, alguns países têm pesquisado sobre a melhor forma de se definir o preço de curto prazo nessa nova realidade (MALDONADO; SAUMWEBER, 2022; NOVIRDOUST, 2021).

No Brasil também estão sendo conduzidas pesquisas sobre desenhos de mercado, buscando avaliar a necessidade de uma nova modernização no mercado de energia brasileiro, como por exemplo (HOCHSTETLER; CHO, 2019) que indica que a operação poderia ser feita de forma individualizada por cada agente, sem incorrer em perdas para o sistema. (ENGIE, 2020) elaborou um arcabouço para a operação do sistema brasileiro baseado na oferta de preços. Além desses projetos, o Banco Mundial em parceria com o MME irá realizar um estudo sobre a formação de preços no Brasil³.

Essa seção descreveu, de forma breve, os mecanismos de contratação de energia para o mercado livre e o mercado regulado. No Brasil, o recurso atribuído para a venda de energia das usinas é conhecido como Garantia Física (GF), esse valor é calculado juntamente com a concessão ou autorização para a implantação da usina e pode ser revisto conforme legislação vigente (BRASIL, 2016; BRASIL, 1998a; BRASIL, 2022b). Dessa forma, os agentes de geração podem vender energia sem conhecer o quanto suas usinas irão produzir fisicamente. Para realizar o acoplamento, entre a geração das usinas hidrelétricas e a garantia física atribuída a elas, existe o Mecanismo de Realocação de Energia (MRE), que é um mecanismo de compartilhamento de riscos. A seguir serão apresentados alguns detalhes da operação do sistema e do mercado

³ Projeto Meta II - MME e Projeto Meta II - Formação de preços, com a liderança da CCEE

brasileiro de energia elétrica.

2.2.4 A operação do sistema brasileiro

O mercado brasileiro de energia elétrica passou por diversas modificações e, atualmente, existem estudos que buscam viabilizar uma maior abertura do mercado, além de realizar uma nova avaliação da forma de despacho e operação do sistema. No entanto, a operação do sistema continua sendo centralizada por custos auditados, ou seja, uma operação que busca minimizar o custo total de operação, em que todas as informações do SIN, necessárias para modelagem energética do sistema, está disponível aos agentes e é auditada pela ANEEL. O SIN é um sistema elétrico de potência de grande porte, muito complexo, que possui mais de 179 mil quilômetros de linhas de transmissão para interligar usinas com mais de 206 GW de potência instalada que atendeu a um consumo anual de aproximadamente 611 mil GWh em 2022 (ONS, 2023). A figura 6 apresenta a atual rede de transmissão do SIN.

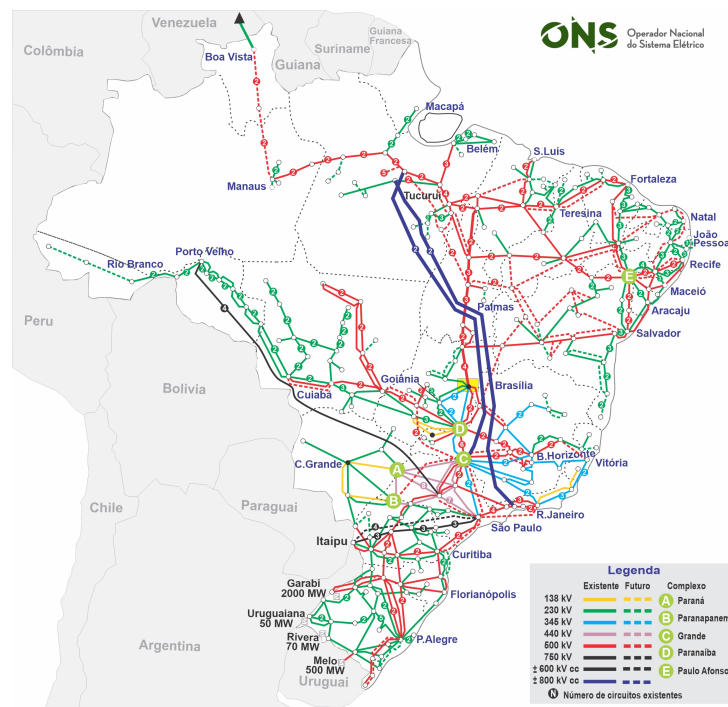


Figura 6 – Linhas de transmissão do SIN
Fonte: ONS

Apesar de toda essa malha de transmissão existente, ainda não é possível transmitir a energia para todos os centros de consumo de forma irrestrita, pois existem alguns gargalos de transmissão entre algumas regiões geográficas do país. Assim, o mercado brasileiro foi dividido em quatro zonas de preço ($z \in \mathbb{Z}$) associadas às principais regiões geográficas do país, chamadas de submercados. O submercado SE/CO (z_1) engloba todos os estados da região sudeste e centro-oeste, além do estado do Acre, o submercado Sul (z_2) engloba todos os estados da região sul do país; o submercado NE (z_3) engloba todos os estados da região nordeste e o estado do Maranhão.

O submercado Norte (z_4) engloba os demais estados conectados no SIN. A figura 7 apresenta o esquemático dos submercados para os estados brasileiros.

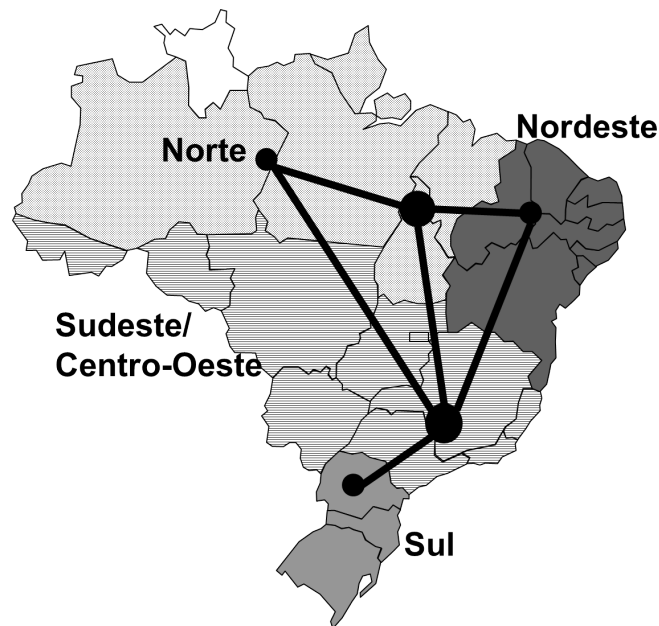


Figura 7 – Esquemático dos submercados do SIN e suas interligações energéticas
Fonte: ONS e CCEE, elaboração do autor

Nem todos os estados brasileiros participam do SIN e, conseqüentemente, do mercado atacadista brasileiro. Esse fato ocorre porque existem algumas cidades, e o estado de Roraima, que não são interligados ao SIN, de forma que o atendimento eletroenergético dessas localidades é realizado através de geradores locais de energia. Essas localidades são conhecidas como sistemas isolados e atualmente existem cerca de 250 dessas localidades atendidas por 9 distribuidoras em 8 estados do Brasil, que representam menos de 1% do consumo de energia do país ([Empresa de Pesquisa Energética - EPE, 2022a](#)). Assim elas possuem regras próprias de mercado e de operação para o atendimento aos consumidores.

Com relação às usinas hidrelétricas do SIN, elas estão posicionadas em diversas cascatas, ao longo dos principais rios brasileiros, sendo necessária uma coordenação na operação dessas usinas, de forma a garantir o melhor aproveitamento energético para o país. Uma vez que existem usinas de reservatório que possuem diferentes proprietários em uma mesma cascata, a definição da quantidade de água, a ser liberada em uma usina de montante, impacta diretamente, a capacidade de geração de toda a sua cascata.

Dentro das atribuições do ONS está a coordenação da geração dessas usinas. Para tal, ele realiza diariamente o planejamento da operação do SIN através da utilização de uma cadeia de modelos computacionais ([DINIZ, 2020](#); [MACEIRAL, 2018](#)), que calculam o custo mínimo total de operação do SIN. Essa cadeia de modelos é representada pelo modelo NEWAVE (modelo de médio/longo prazo); DECOMP (modelo de médio/curto prazo) e DESSEM (modelo de curto

prazo) (DALL'ORTO, 2017). Todos esses modelos buscam definir a operação ótima do sistema, buscando minimizar o custo total de operação no horizonte de estudo.

O modelo NEWAVE é utilizado como modelo de referência para o cálculo da política de longo prazo para a operação (tipicamente 5 anos). Para realizar esse cálculo é necessário utilizar diversas informações sobre a configuração física do sistema como, por exemplo, os dados de disponibilidade de todas as usinas hidrelétricas e termelétricas; resultado dos leilões já realizados; custo de combustível para a operação das usinas termelétricas; níveis de armazenamento das principais usinas hidrelétricas; histórico de vazões das usinas hidrelétricas; limites de transmissão de energia entre as regiões, dentre outras.

O modelo DECOMP, utilizando a política calculada pelo NEWAVE, determina a estratégia de operação de curto prazo (tipicamente 2 meses). Para tal, as usinas hidrelétricas são consideradas de forma individualizada, novas restrições operativas são acrescentadas e são utilizadas informações determinísticas das vazões para o primeiro mês, sendo considerada uma árvore de cenários de vazões para o segundo mês, acoplado na política ótima calculada pelo NEWAVE.

O modelo DESSEM, utilizando a política de curto prazo definida pelo DECOMP, determina a estratégia de operação das usinas para o próximo dia, considerando restrições operativas ainda mais detalhadas.

Além da política de operação, o NEWAVE também é capaz de gerar simulações de longo prazo, considerando a incerteza de afluência às usinas e, para cada cenário, também são calculados o Custo Marginal de Operação (CMO), a geração hidrelétrica total e outras variáveis necessárias para a operação do sistema, de forma ser possível realizar avaliações prospectivas da operação do sistema e avaliar o impacto dessas decisões operativas no portfólio de energia das empresas. Assim, o modelo NEWAVE será utilizado por este trabalho para geração de cenários em seus experimentos.

Dadas as características do sistema hidrotérmico brasileiro, essa cadeia de modelos foi desenvolvida para, em sua essência, resolver um problema de otimização estocástica, linear e de grande porte para a minimização dos custos de operação imediato e futuro do SIN. A decisão de otimização em sistemas hidrotérmicos é também conhecida como o dilema do operador (NACIF, 2020). Como o armazenamento das usinas hidrelétricas é limitado e o operador do sistema não tem o conhecimento exato de quanta água chegará no futuro, é necessário definir o melhor momento de se utilizar a água que está estocada nos reservatórios das usinas hidrelétricas, utilizando a geração dessas usinas ou, guardando água nos reservatórios e utilizando a geração termelétrica. Nesse sentido, caso se utilize água e a água futura seja insuficiente, o operador provavelmente terá que cortar carga (gerando déficit) para manter a estabilidade do sistema. Por outro lado, se a água for poupada e a quantidade de água futura for alta, o operador terá que vertê-la, pois não é possível armazená-la de forma ilimitada.

Nesse sentido, o custo total de operação, para o atendimento ao consumo varia, com a decisão de utilizar, ou não, o estoque de água nos reservatórios para gerar energia (DALL'ORTO, 2017). Esse custo total pode ser dividido em custo imediato e custo futuro, onde o custo imediato será baixo, caso seja utilizada a reserva de água armazenada ou será alto, caso seja utilizada a geração termelétrica para armazenar a água a ser utilizada no futuro. Dessa forma, o custo futuro depende dessa decisão inicial de qual fonte deverá ser utilizada para atendimento da demanda. É possível ilustrar o custo futuro e o custo imediato através de curvas que relacionam o custo e o armazenamento total do sistema ao final do presente estágio de despacho. A figura 8 a seguir ilustra essas curvas: Função de Custo Imediato (FCI), Função de Custo Futuro (FCF) e Função de Custo Total (FCT). O modelo de otimização busca encontrar o ponto onde a soma da derivada da FCI e da FCF seja zero, ou seja, o ponto que minimize o custo total da operação.

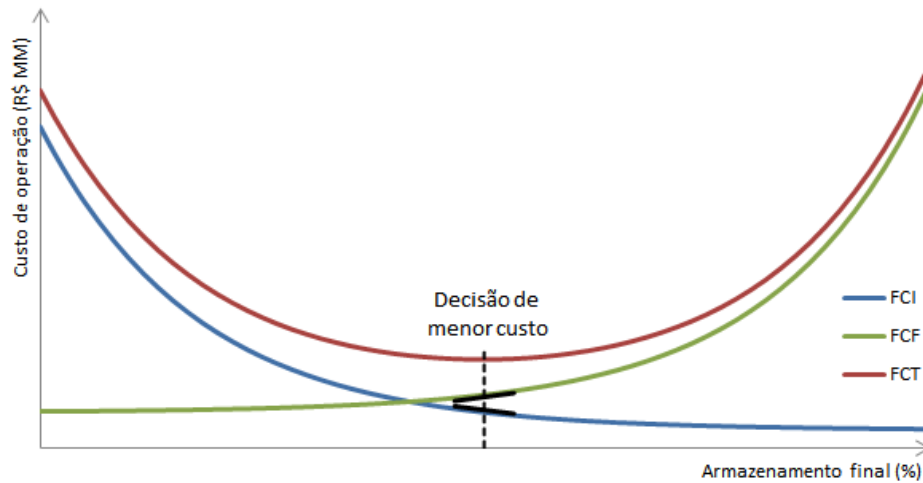


Figura 8 – Ilustração das funções de custo da modelagem de um sistema hidrotérmico

A característica hidrotérmica da oferta de energia do SIN é acompanhada da incerteza das vazões afluentes às UHEs. Essa incerteza é modelada através da criação de cenários de vazões com a utilização de modelos estatísticos que acoplam diretamente no modelo de otimização (DINIZ, 2018). A modelagem das usinas é feita considerando aproximações para alguns dos seus parâmetros. O modelo matemático construído para representar o custo total de operação possui uma função objetivo a ser minimizada. Ela é composta pelo custo imediato, que deve representar os custos das decisões tomadas no presente e pelo custo futuro, que deve representar os custos das decisões tomadas no futuro e pode ser dada por

$$F_t = \sum_{i \in I} c_i p_{i,t} + d_t + \frac{\psi_{t+1}}{1 + \beta} \quad (2.1)$$

onde, $t \in T$ é o estágio atual, $i \in I$ são as usinas termelétricas do sistema, $j \in J$ usinas hidrelétricas, c é o custo de combustível para a usina i , $p_{i,t}$ é a geração da usina i no estágio t , d_t é o déficit no estágio t , ψ_{t+1} representa a FCF e β é a taxa de desconto utilizada no modelo.

A definição do montante de geração hidráulica e a geração termelétrica é encontrada através de uma restrição de atendimento à demanda total e uma restrição de balanço hídrico,

para cada estágio. Essas restrições podem ser representadas, de forma simplificada, por

$$\sum_{i \in I} p_{i,t} + \sum_{j \in J} \rho_j q_{j,t} + d_t = L_t \quad (2.2)$$

$$\nu_{j,t+1} - \nu_{j,t} + (q_{j,t} - \gamma_{j,t}) = 0, \quad (2.3)$$

onde, e L_t é a demanda de energia do sistema para o estágio t , ρ_j é a produtividade da usina j , $q_{j,t}$ é a vazão afluente à usina j no estágio t , $\nu_{j,t}$ é o nível de armazenamento da usina j no estágio t , $\nu_{j,t+1}$ é o nível de armazenamento da usina j no estágio $t + 1$, $\gamma_{j,t}$ é a vazão afluente à usina j no estágio t .

Nessa formulação simplificada apresentada, é possível destacar as duas principais equações do problema de otimização energética que estão apresentadas nas suas restrições: a equação (2.2), que representa a restrição de atendimento à demanda e a equação (2.3), que representa a equação de balanço hídrico do sistema. Além dessas restrições, o problema de otimização também deve respeitar as restrições de caixa com os limites de geração de todas as usinas.

A modelagem matemática do SIN é muito mais complexa do que a modelagem proposta em (2.1), pois possui um número muito maior de dimensões e variáveis, além da incerteza dos cenários de afluência às usinas hidrelétricas. Um dos métodos que poderia ser utilizado para resolver o grande problema da modelagem do SIN, com diversas variáveis, seria a Programação Dinâmica Dual (PDD) (SANTOS, 2018), através da decomposição do problema geral em problemas menores para cada estágio, onde cada estágio é dependente do estágio subsequente. Essa decomposição é feita através do procedimento iterativo de recursões progressivas (*forward*) e regressivas (*backward*), em que a cada recursão é gerado um corte de *Benders* (BELTRÁN, 2022).

No entanto, a PDD não considera a estocasticidade das vazões para calcular a solução do problema. Dessa forma, a metodologia utilizada para resolver o problema de otimização construído para o SIN é a PDDE (PEREIRA; PINTO, 1991), na qual são gerados cenários para amostragem das afluências futuras. A PDDE é uma técnica mais poderosa que a PDD, pois lida com problemas que possuem incerteza nos parâmetros, no caso do setor elétrico brasileiro, as vazões. Assim, PDDE constrói iterativamente uma aproximação linear para a função de custo futuro, considerando informações do problema dual (construído nas avaliações (*forward*) e (*backward*)) e as incertezas associadas às vazões, gerando um corte de *Benders* para cada iteração (RAMOS, 2011). Dessa forma, a função de custo futuro pode ser dada por

$$\alpha_{t+1} \geq w_j + \sum_{z \in Z} \left(\pi_{\rho_{j,z}}^{t+1} \nu_z^{t+1} \right) + \sum_{z \in Z} \left(\pi_{q_{j,z}}^{t+1} q_z^{t+1} \right) \quad (2.4)$$

onde, w_j é o termo constante do j -ésimo corte de *Benders*, $\pi_{\rho_{j,z}}^{t+1}$ é o coeficiente do j -ésimo corte construído associado ao armazenamento do submercado z , $\pi_{q_{j,z}}^{t+1}$ é o coeficiente do j -ésimo corte construído associado à vazão afluente do submercado z , ν_z^{t+1} é o armazenamento do submercado z no período $t + 1$ e q_z^{t+1} é a vazão afluente do submercado z no período $t + 1$.

Assim, essencialmente, a PDDE busca resolver o problema linear, multiestágio e estocástico descrito de forma simplificada pelas equações (2.1), (2.2), (2.3) e (2.4), onde o Custo Marginal de Operação (CMO) é um subproduto dessa solução ótima, representado pela variável dual do problema linear resolvido, associado à restrição de demanda (2.2). Ele representa o custo adicional para atender a um consumo adicional de energia. O valor da água armazenada nos reservatórios é dado pelo resultado unitário da variável dual da restrição de balanço hídrico (2.3).

A CCEE, como órgão responsável pela liquidação de curto prazo no mercado brasileiro, também executa, com o apoio do ONS, a cadeia de modelos de otimização para o cálculo e publicação diária do preço de curto prazo do mercado brasileiro, chamado Preço de Liquidação das Diferenças (PLD⁴) (ANEEL, 2022a). Além de realizar o cálculo e publicação do PLD, a CCEE possui o registro do montante de todos os contratos de compra e venda de energia negociados entre todos os agentes participantes do mercado. Para realizar a liquidação de curto prazo, as informações contratuais são utilizadas em conjunto com a medição do consumo e da geração dos agentes de forma a agregar todos os recursos e requisitos de cada agente de mercado. A diferença entre recursos e requisitos é chamada de exposição no mercado de curto prazo e essa exposição (positiva ou negativa) é valorizada pelo PLD.

Com base nessas informações, o NEWAVE é capaz de criar cenários futuros de previsão de vazões e calcular o valor futuro da água nos reservatórios, definindo assim o planejamento do despacho de todas as usinas do SIN e, como consequência, calculando o Custo Marginal de Operação (CMO), que representa o custo incremental de geração disponível do sistema, para todos os cenários simulados (SOZZI, 2015).

Nesse sentido, o modelo de otimização NEWAVE é disponibilizado para os agentes participantes do mercado brasileiro de energia elétrica e as informações para a sua utilização são auditadas e confirmadas pela ANEEL. Os agentes de mercado utilizam o modelo, as informações auditadas com suas sensibilidades (e.g. visões próprias de evolução da oferta e demanda) e realizam análises de atuações estratégicas considerando os resultados das simulações realizadas nesse modelo. Assim, este trabalho irá utilizar as regras vigentes para o cálculo da liquidação do MCP aplicadas à saída de simulações realizadas com o modelo NEWAVE, para propor um modelo de auxílio à tomada de decisão para um agente de mercado.

2.2.5 Mecanismo de realocação de energia e a sazonalização

Conforme descrito na seção anterior, o despacho das usinas é feito com base no planejamento da operação definido de forma integrada pelo ONS e o preço de curto prazo é calculado pela CCEE, utilizando as mesmas informações que o ONS. Uma vez que a decisão de despacho das usinas não cabe aos proprietários, foi criado um mecanismo contábil para a definição de alocação da energia, que cada usina tem direito a comercializar e também para o compartilha-

⁴ Para mais informações sobre a metodologia e o histórico de preços consultar o site da CCEE: [Preços - CCEE](#)

mento do risco hidrológico entre essas usinas participantes do mecanismo denominado MRE (SANTOS, 2022).

O MRE foi criado em 1998, juntamente com o início da modernização do setor elétrico brasileiro (BRASIL, 1998b; BRASIL, 1998a). Ele é um mecanismo contábil, de adesão compulsória para hidrelétricas com potência instalada acima de 30 MW, que aplica as regras de mercado aprovadas pela ANEEL para a definição do montante de energia a ser destinado para cada usina participante desse mecanismo, baseado na geração de energia total do mecanismo. Dessa forma, o recurso que uma usina tem disponível para fazer frente a seus contratos de venda não é efetivamente sua geração física e, sim, um montante definido com base na geração total do mecanismo, na parcela de GF que essa usina escolheu alocar para um determinado mês e na GF total alocada no mecanismo para esse mês.

Conforme já mencionado anteriormente, a GF é o montante máximo de energia que uma usina pode utilizar para lastrear seus compromissos de venda de energia (SANTOS, 2013). Assim, caso a geração mensal de energia total do MRE seja igual à GF mensal alocada total de suas usinas, a aplicação das regras do MRE garante que todas as usinas receberão a sua GF mensal alocada. Ou seja, as usinas hidrelétricas que geraram mais energia cedem energia às usinas hidrelétricas que geraram pouca energia, fazendo assim a composição de um condomínio virtual de compartilhamento do risco de volume das hidrelétricas (CCEE, 2022). Esse compartilhamento de risco é possível pois as usinas participantes estão localizadas em diferentes regiões geográficas.

Para a definição da alocação mensal da GF, os agentes participantes do MRE devem distribuir, ao longo dos meses, esse montante de energia, atribuído a suas usinas hidrelétricas, antes do começo do próximo ano civil, em um processo chamado sazonalização. Esse é um processo de alocação estratégico para os agentes de geração que possuem hidrelétricas. Uma vez que uma usina define a alocação mensal da sua GF, a CCEE calcula o fator de ajuste do MRE, considerando a decisão de alocação de todas as usinas participantes do mecanismo. Esse fator de ajuste é aplicado à GF sazonalizada de cada usina, para definir o recurso mensal que elas terão e pode ser definido por

$$\eta_m = \frac{\sum_{a \in \mathbb{A}} h_{a,m}}{\sum_{a \in \mathbb{A}} g_{a,m}}, \quad (2.5)$$

onde, $a \in \mathbb{A}$ representa os agentes participantes do mecanismo, η_m é o fator de ajuste do MRE para o mês m , $h_{a,m}$ a geração das usinas de um agente a para o mês m e $g_{a,m}$ a garantia física sazonalizada das usinas de um agente a para o mês m . Cabe destacar que a forma de sazonalização de cada agente impacta diretamente o fator de ajuste do MRE. Assim, os recursos próprios disponíveis para um agente de mercado podem ser representados por uma equação que considera a GF sazonalizada já ajustada pelo fator de ajuste η , como

$$E_{a,m} = \sum_{z \in \mathbb{Z}} (\eta_m g_{a,z,m}), \quad (2.6)$$

onde, $E_{a,m}$ representa os recursos próprios de um agente a , $g_{a,z,m}$ representa a garantia física

sazonalizada de todas suas usinas do agente $a \in A$ em todos submercados $z \in \mathbb{Z}$ no mês m e η_m o fator de ajuste do MRE do mês $m \in \mathbb{M}$.

Além dos recursos próprios, um agente participante do mercado pode ter contratos de compra para compor seu portfólio, fazendo com que sua oferta de energia total seja dada por

$$B_{a,m} = \sum_{z \in \mathbb{Z}} (b_{a,z,m} + \eta_m g_{a,z,m}), \quad (2.7)$$

onde, $B_{a,m}$ representa a totalidade dos recursos de um agente, $b_{a,z,m}$ representa os contratos de compra desse agente nos submercados $z \in \mathbb{Z}$ do mês $m \in \mathbb{M}$.

Para a definição da exposição de curto prazo de cada agente é necessário considerar todo o requisito desse agente, que é composto por contratos de venda e consumo de energia, dado por

$$V_{a,m} = \sum_{z \in \mathbb{Z}} (v_{a,z,m} + C_{a,z,m}), \quad (2.8)$$

onde, $V_{a,z,m}$ representa a totalidade dos requisitos de um agente a , $v_{a,z,m}$ representa os contratos de venda desse agente e $C_{a,z,m}$ representa seu consumo mensal, ambos considerados no submercado $z \in \mathbb{Z}$ para o mês m . Com essa modelagem genérica, é possível modelar um agente que possua usinas participantes do MRE, contratos de compra e de venda, e também consumo de alguma planta industrial.

Assim o cálculo da exposição de curto prazo de cada agente de mercado é calculado com base nos recursos e requisitos que esse agente possui em cada um dos submercados e deve ser apresentado por

$$R_{a,m} = \sum_{z \in \mathbb{Z}} (B_{a,z,m} - V_{a,z,m}) P_{z,m}, \quad (2.9)$$

onde, $R_{a,m}$ é a receita de curto prazo de um agente a para o mês m , $P_{z,m}$ é preço de curto prazo para os submercados $z \in \mathbb{Z}$ do mês $m \in M$.

Além da receita de curto prazo, os agentes de geração possuem receitas e despesas advindas das ações tomadas para a composição do seu portfólio de contratos. Nesse sentido, (SANTOS, 2013) propôs a utilização de um método de otimização multiobjetivo (maximização do retorno esperado e minimização do risco financeiro), para a definição da contratação ótima de energia de uma empresa geradora, levando em consideração todas as parcelas da receita do gerador, ou seja, são avaliados os impactos da adição de um novo contrato no resultado do MCP, além da consideração da receita de venda (ou despesa de compra) do novo contrato sugerido pelo modelo. O montante a ser alocado em novas contratações de compra ou de venda é a variável de decisão. Para a definição da alocação ótima de contratos foram utilizadas as variáveis de saída do modelo NEWAVE com 2.000 cenários de simulação para cálculo da receita esperada e da receita em risco.

Na formulação proposta na equação (2.9), as receitas e despesas dos contratos já existentes podem ser representadas como duas constantes, que devem ser adicionadas ao resultado final

do agente. Assim, expandindo essas informações, observa-se na equação (2.10), que existem duas variáveis que são advindas da operação do sistema e são muito importantes para a definição do resultado de curto prazo dos agentes de geração, que é a geração total das usinas participantes do MRE (h) e o PLD (P), além da decisão estratégica da sazonalização da GF (g) de cada agente (a).

$$R_a = \sum_{m \in M} \sum_{z \in \mathbb{Z}} \left(b_{a,z,m} + \left(g_{a,z,m} \frac{\sum_{a \in A} h_{a,m}}{\sum_{a \in A} g_{a,m}} \right) - V_{a,z,m} \right) P_{z,m}$$

$$R_a = \sum_{m \in M} \sum_{z \in \mathbb{Z}} \left(g_{a,z,m} \frac{\sum_{a \in A} h_{a,m}}{\sum_{a \in A} g_{a,m}} P_{z,m} \right) + K_{a,m} P_{z,m}, \quad (2.10)$$

onde $K_{a,m}$ representa o montante energético líquido (em MWh) dos contratos de compra e de venda do agente a , para o mês m que será utilizado na liquidação do MCP.

2.3 O Processo de Sazonalização

O processo de sazonalização consiste em definir uma alocação mensal de um montante anual de energia (CCEE, 2022). Esse processo ocorre anualmente e todos os contratos de compra e venda de energia e a garantia física das usinas hidrelétricas participantes do MRE devem ser sazonalizados. Para os contratos de compra e venda de energia, as condições e os prazos para a realização da sazonalização são pactuados de forma bilateral, entre os agentes envolvidos na negociação de compra e venda. Já para a garantia física das usinas participantes do MRE, os prazos e critérios para esse processo são definidos através de regulamento específico, publicado pela ANEEL (ANEEL, 2022b).

Através da sazonalização da garantia física, ocorre o compartilhamento do risco entre os agentes de geração participantes do MRE, onde cada agente atua na sazonalização de sua GF com o objetivo de fazer a gestão do risco de exposição ao mercado de curto prazo para o próximo ano e para o atendimento dos contratos de venda de energia. Conforme apresentado na equação (2.7), os recursos mensais dos agentes de geração que possuem usinas participantes do MRE, são calculados considerando a escolha de alocação de GF para um determinado mês e o fator de ajuste do MRE de cada mês. Observando a equação (2.13), nota-se que esse fator depende não apenas da geração das usinas do MRE, mas também da decisão de alocação de energia que todos os agentes do mecanismo fizeram. Dessa forma, para avaliar o impacto do ajuste do MRE nos recursos, cada agente deve levar em consideração a decisão dos demais agentes participantes do mecanismo. A figura 9 mostra alguns exemplos de perfis de sazonalização que podem ser adotados pelos agentes participantes do MRE.

Ao selecionar o perfil 1, o agente estaria procurando seguir o perfil de mercado, que corresponde ao perfil de contratos de um agente gerador ou perfil de consumo de um agente consumidor. Ao seguir o perfil 2 o agente estaria procurando seguir o perfil da projeção de PLD

e ao seguir o perfil 3 o agente estaria procurando seguir o perfil da projeção da geração de suas usinas.

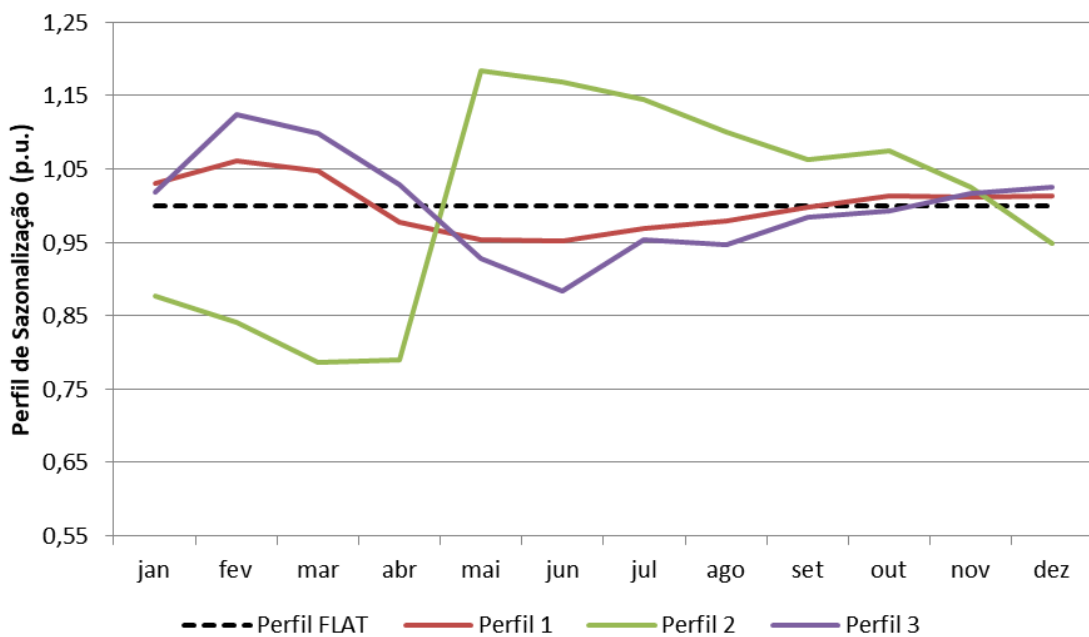


Figura 9 – Exemplo de perfil de sazonalização
 Fonte: Elaboração própria

Considerando que as opções de escolhas possuem restrições relacionadas às características físicas das usinas e que as possibilidades de alocações mensais são infinitas, os agentes não se limitam aos exemplos apresentados anteriormente.

A figura 10 mostra o histórico do perfil de sazonalização em comparação com o perfil da carga de até 2012.

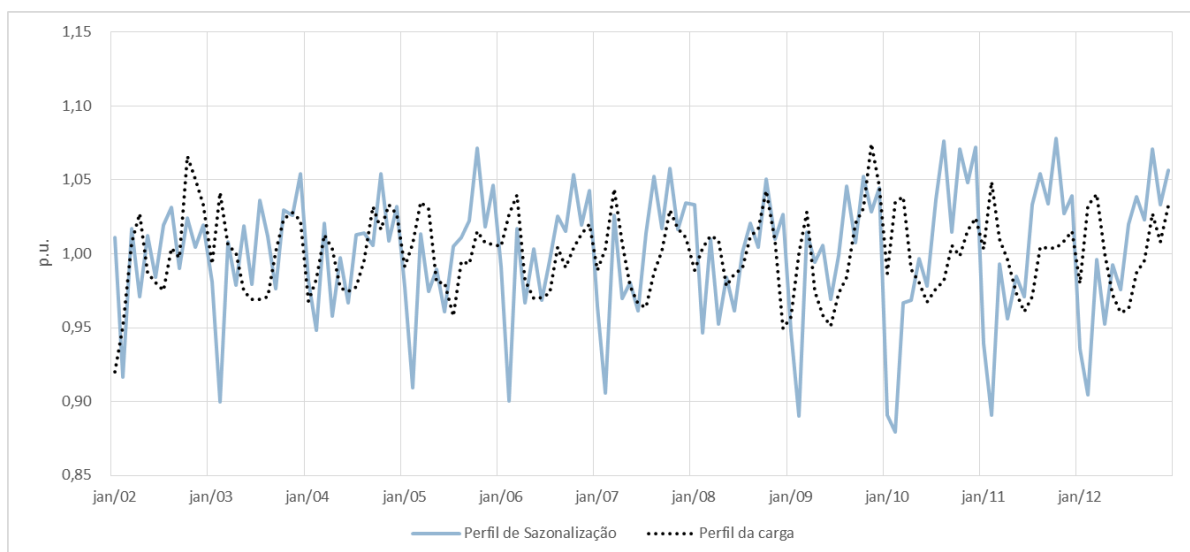


Figura 10 – Histórico do perfil de sazonalização 2002 a 2012
 Fonte: CCEE, elaboração própria

Assim como o desenho de mercado brasileiro foi evoluindo, o processo de sazonalização da GF também evoluiu ao longo dos anos. Inicialmente, os montantes mensais de garantia física das usinas participantes do MRE poderiam ser definidos livremente pelos agentes proprietários das usinas, observando os montantes contratados (ANEEL, 2000). Essas informações deveriam ser repassadas para a CCEE até 15 dias antes do início do ano subsequente. Essa regra permaneceu vigente até o processo de 2013.

Nessa primeira fase das regras de sazonalização da GF, a GF cumpria o propósito de gerar lastro para os contratos de venda dos geradores e ela também era utilizada para compor os recursos no cálculo de exposição ao PLD no MCP, de forma que a sazonalização da GF tinha uma grande correlação com o mercado verificado ao longo desses anos (coeficiente de correlação de 0,693). Com essa característica da GF, de servir ao propósito de lastro e de exposição, a decisão de como sazonalizar a GF deveria também levar em consideração o portfólio dos contratos de venda, deixando as opções de sazonalização da GF um pouco mais restritas. No Brasil, a verificação de penalidade para a falta de recursos é feita com uma janela móvel, considerando um histórico de 12 meses, e é dada por

$$\sum_{z=1}^4 \sum_{m=1}^{12} (G_{m,z} + b_{m,z}) \geq \sum_{z=1}^4 \sum_{m=1}^{12} V_{m,z}, \quad (2.11)$$

onde $G_{m,z}$ representa a soma da garantia física dos últimos 12 meses nos 4 submercados, sem a aplicação do fator ajuste do MRE, $b_{m,z}$ a soma dos contratos de compra dos últimos 12 meses nos 4 submercados, e $V_{m,z}$ representa a soma do consumo e dos contratos de venda dos últimos 12 meses nos 4 submercados. Essa formulação é genérica, e portanto, pode ser utilizada para todos os tipos de agentes. No entanto, tipicamente, um agente de geração não possui consumo associado ao seu perfil.

Em setembro de 2012, foi editada a Medida Provisória - MP 579 (posteriormente convertida na Lei 12.783/2013) que possibilitou a renovação da concessão de diversas usinas que teriam a segunda concessão vencendo nos anos seguintes à promulgação dessa MP. Essa renovação da concessão foi uma escolha do gerador que, ao renovar a concessão teria toda a energia da usina atribuída às distribuidoras, mediante o pagamento de uma tarifa reduzida (BRASIL, 2012; BRASIL, 2013). Essas usinas ficaram conhecidas como usinas cotistas. Com isso, a definição da alocação de cotas por distribuidora seria publicada apenas em janeiro de 2013. Como o processo de sazonalização é dependente do montante contratado, o prazo para a sazonalização da garantia física para 2013 foi adiado para fevereiro de 2013, e ficou definido que a sazonalização das usinas, afetadas pela MP 579, seguiria o perfil de consumo de cada distribuidora (ANEEL, 2012).

Assim, tendo conhecimento do PLD de janeiro de 2013, que casualmente foi elevado, os agentes participantes do MRE decidiram alocar uma grande parte da energia nesse mês, buscando se proteger desse elevado PLD, que já havia sido publicado (valor médio mensal de R\$ 413,97 /MWh para os submercados Sul e Sudeste/Centro-Oeste e de R\$ 409,75 /MWh para

os submercados Norte e Nordeste), deixando o risco da falta de geração para as distribuidoras, que já haviam tido a alocação mensal da garantia física previamente definida. Essa situação levou a déficits da ordem de R\$ 1 bilhão para as usinas cotistas e para UHE Itaipu, impactando diretamente às distribuidoras e seus consumidores cativos ([Secretaria Executiva do Ministério de Minas e Energia, 2019b](#)).

Com isso, estudou-se a possibilidade de anular todo o processo de sazonalização realizado. No entanto, através da abertura da Audiência Pública (AP) 018/2013 promovida pela ANEEL, foram avaliados os impactos positivos e negativos de realizar esse desfazimento. Foi recomendado que a ANEEL deveria aprimorar a regra de sazonalização de energia do MRE a partir de 2014 ([ANEEL, 2013a](#)). Esse aprimoramento foi feito através da AP 094/2013 promovida pela ANEEL ([ANEEL, 2013b](#)). Na ocasião foram avaliadas diversas opções (inclusive com a publicação de uma análise de impacto regulatório das opções propostas) para o aprimoramento desse mecanismo.

Nas análises da AP 94, destacou-se que a garantia física das usinas possui dois atributos (com duas funções distintas). O primeiro é o de garantir o lastro físico das empresas, de forma a suprir os contratos de venda (conhecida como garantia física para fins de lastro, definida como \hat{g}). O segundo é realizar o rateio da geração do MRE e, conseqüentemente, proteger a empresa nas exposições do mercado de curto prazo (conhecida como garantia física para o rateio do MRE, definida como \tilde{g}). Assim, de forma a propiciar liberdade aos agentes definiu-se que o processo de sazonalização deveria dar a opção de os agentes sazonalizarem, de forma diferente, ambos os atributos da garantia física. Como conclusão, foi publicada uma resolução para regulamentar as regras de sazonalização definidas nessa AP ([ANEEL, 2013d](#)), dando início à segunda fase das regras do processo de sazonalização da GF. Dessa maneira, a sazonalização de energia no mercado brasileiro pode ser dividida em três tipos:

- sazonalização dos contratos de compra e venda de energia;
- sazonalização da GF das usinas para fins de verificação de lastro (\hat{g});
- sazonalização da GF das usinas para fins da divisão da energia gerada no MRE (\tilde{g}), que é o tipo de sazonalização estudado neste trabalho.

Dessa forma, a verificação da penalidade na verificação do lastro contratual passou a ser feita com a garantia para fins de lastro, dada por

$$\sum_{z=1}^4 \sum_{m=1}^{12} (\hat{g}_{m,z} + b_{m,z}) \geq \sum_{z=1}^4 \sum_{m=1}^{12} V_{m,z} \quad (2.12)$$

onde, \hat{g} é a garantia física sazonalizada para fins de verificação de lastro, cujo objetivo é a verificação da disponibilidade de recursos perante a venda de contratos e consumo.

A resolução normativa 584 de 2013 ([ANEEL, 2013d](#)), que separou a GF das usinas para fins de verificação do lastro contratual e a divisão da energia para o cálculo da exposição do

MRE, alterou significativamente a forma como os agentes participantes do MRE realizaram a sazonalização da sua GF para o MRE. Uma vez que a restrição da verificação da exposição de lastro passou a ser apenas em \hat{g} , conforme apresentado na equação (2.12), a garantia física para fins do MRE (\tilde{g}) foi utilizada para realizar a proteção perante os preços e disponibilidade de energia no mercado de curto prazo. Com essa nova liberdade, o processo de sazonalização teve outra dinâmica. A figura 11 mostra como o perfil de sazonalização do MRE se modificou bastante a partir desse novo marco, deixando de seguir o perfil de consumo. A correlação entre a sazonalização da GF e o consumo passou a ser de 0,275.

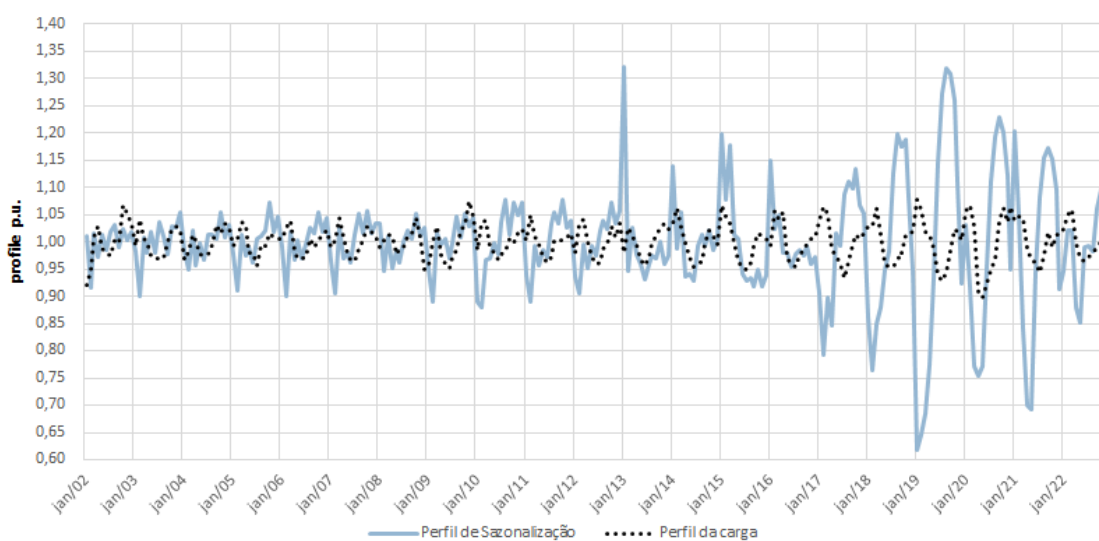


Figura 11 – Histórico do perfil de sazonalização
Fonte: CCEE, elaboração própria

Pela figura 12 é possível observar que a mudança na estratégia de alocação dos agentes aconteceu de forma progressiva e, a cada ano, os agentes alocaram mais energia entre os meses de junho a dezembro. Esse tipo de movimento de manada pode ser justificado pela percepção dos agentes de que os PLDs poderiam ser maiores no período em que as chuvas são menores, que no caso brasileiro acontece no segundo semestre do ano. Analisando as figuras 11 e 12 observa-se que o movimento de alocação foi aumentando com o passar do tempo, movimento esse que pode ser justificado pelo receio de os agentes estarem realizando estratégias muito diferentes da estratégia dos outros agentes, nos anos anteriores.

Esse movimento pode ser explicado pelo paradigma do FOMO (sigla em inglês que quer dizer *Fear Of Missing Out*), ou seja, o receio de ficar de fora de uma possível estratégia vencedora (DEMARZO, 2008). Contudo, essa estratégia de alocação de energia no segundo semestre apenas será uma boa estratégia se a relação entre o PLD e a geração hidrelétrica do período com maior alocação for muito superior ao período de menor alocação. Mesmo assim o resultado não é garantido, pois depende, como já apontado anteriormente, do comportamento dos demais agentes. A seguir, a figura 13 apresenta uma hipótese de sazonalização extrema, onde todos os agentes alocam energia de julho a dezembro de um determinado ano. Para essa hipótese,

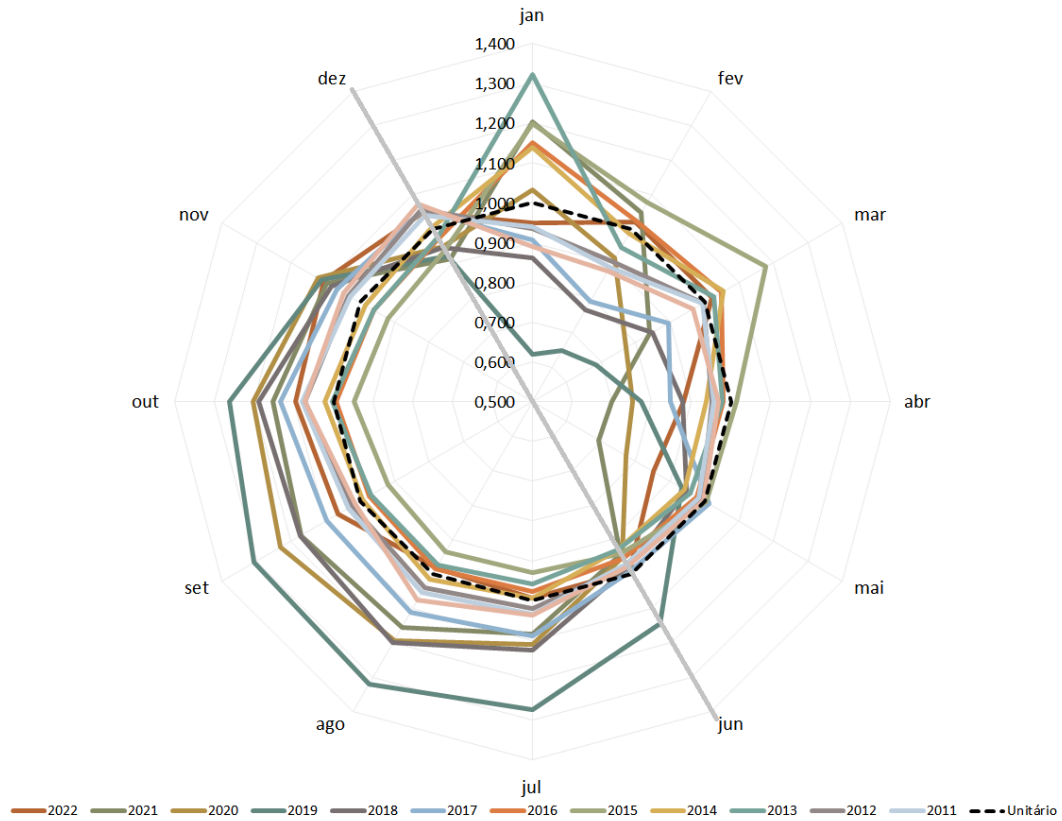


Figura 12 – Perfil mensal de sazonalização
 Fonte: CCEE, elaboração própria

considerando a equação (2.13), o fator de ajuste do MRE para os meses sem alocação de energia por parte dos agentes seria

$$\eta_m = \frac{\sum_{a \in \mathbb{A}} h_{a,m}}{\sum_{a \in \mathbb{A}} g_{a,m}} = \frac{H_m}{0} = \infty, \tag{2.13}$$

mas os agentes não receberiam nenhuma energia, uma vez que não alocaram nenhuma GF. Já para os meses de máxima alocação, o fator de ajuste do MRE seria muito baixo de forma que a estratégia não geraria ganhos mesmo para PLDs muito elevados nesse período.

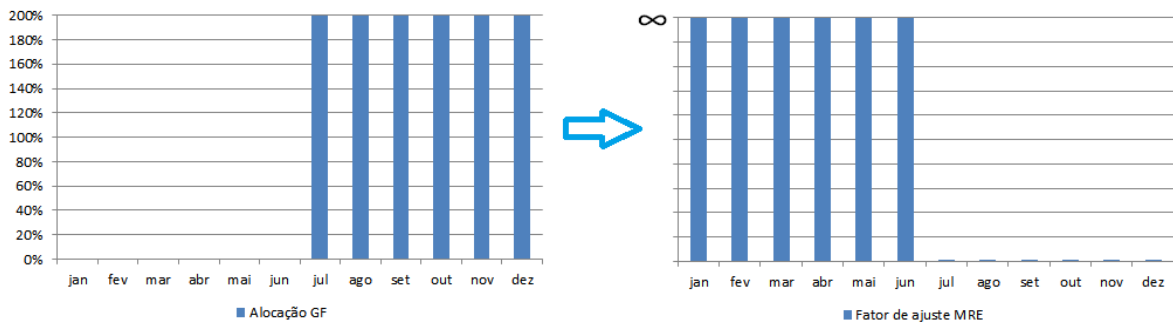


Figura 13 – Exemplo de um fator de ajuste extremo

No entanto, sem um ferramental disponível para a avaliação do resultado considerando a estratégia adotada pelos demais agentes e também para sugerir uma alternativa de alocação,

seguir essa estratégia que os demais agentes já fizeram no passado pode ser visto como uma boa escolha pelo agente decisor. Dessa maneira, sem essa avaliação, o agente é atraído para alocar mais energia onde seu resultado é maximizado, e os demais agentes utilizam a mesma estratégia, induzindo esse efeito manada. Nesse sentido, como a alocação de energia dos agentes afeta diretamente o fator de ajuste do MRE, esse fator fica reduzido no período em que os agentes alocam mais energia, reduzindo o fator de rateio dos agentes nesse período.

A alocação cada vez maior de energia no segundo semestre fez com que a ANEEL revisitasse o tema, atualizando novamente as regras da sazonalização com a instituição da Consulta Pública 45 (ANEEL, 2020). Nas evoluções regulatórias propostas pelas avaliações das contribuições dessa consulta pública, definiu-se que para os processos de sazonalização dos anos de 2022 a 2026, o novo limite de sazonalização de \tilde{g} será baseado na geração média mensal das usinas hidrelétricas participantes do MRE dos últimos cinco anos. Essa referência deverá ser utilizada para definir os limites de alocação mensal da energia, que deverá ser entre 80% e 120% da geração histórica média de cada mês para os agentes que optarem por realizar a sazonalização. Por fim, ficou definido que, a partir de janeiro de 2027, a sazonalização da garantia física para fins de MRE deverá ser feita considerando a média de geração do MRE dos últimos 5 anos, não sendo possível a atuação dos agentes (ANEEL, 2022b).

De forma a ilustrar o impacto da decisão de sazonalização da energia de um agente, foi feita uma simulação considerando um agente que possui 1.000 MW-médios de GF, não possui contratos de compra, possuindo apenas contratos de venda com uma sobra estrutural de 10% para o ano. Para essa análise, foram consideradas duas propostas de sazonalização para o agente ilustradas na figura 14. Na primeira, o agente mantém uma sobra estrutural uniforme ao longo do ano e, na segunda, o agente procura sazonalizar sua GF de forma a maximizar sua receita esperada. Em nenhum dos casos foi avaliado o impacto que a decisão de outros agentes do MRE pode causar nos resultados do agente de geração em questão.

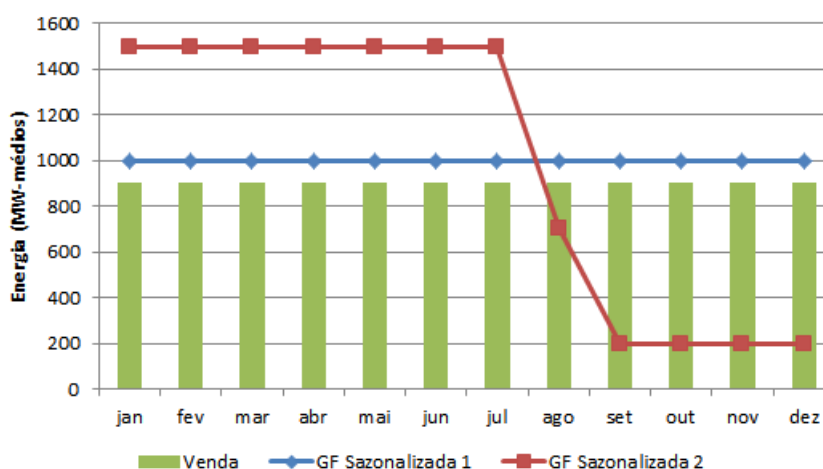


Figura 14 – Exemplo de escolhas de sazonalização do agente
Fonte: Elaboração própria

Considerando os resultados de saída do modelo NEWAVE, para avaliar as escolhas desse agente, é possível calcular a distribuição do seu resultado no MCP. Esse resultado é apresentado na figura 15, através da curva de distribuição de probabilidade de resultados, que ambas as decisões possuem. O resultado mais provável de ambas é uma exposição positiva no MCP, possuindo uma longa cauda negativa, que pode causar prejuízos severos para o gerador. No entanto, ao escolher maximizar o seu resultado esperado, a receita esperada do agente é de R\$ 190 milhões, enquanto ao escolher deixar a sobra uniforme, a receita esperada é negativa, ou seja, um prejuízo esperado de R\$ 17 milhões.

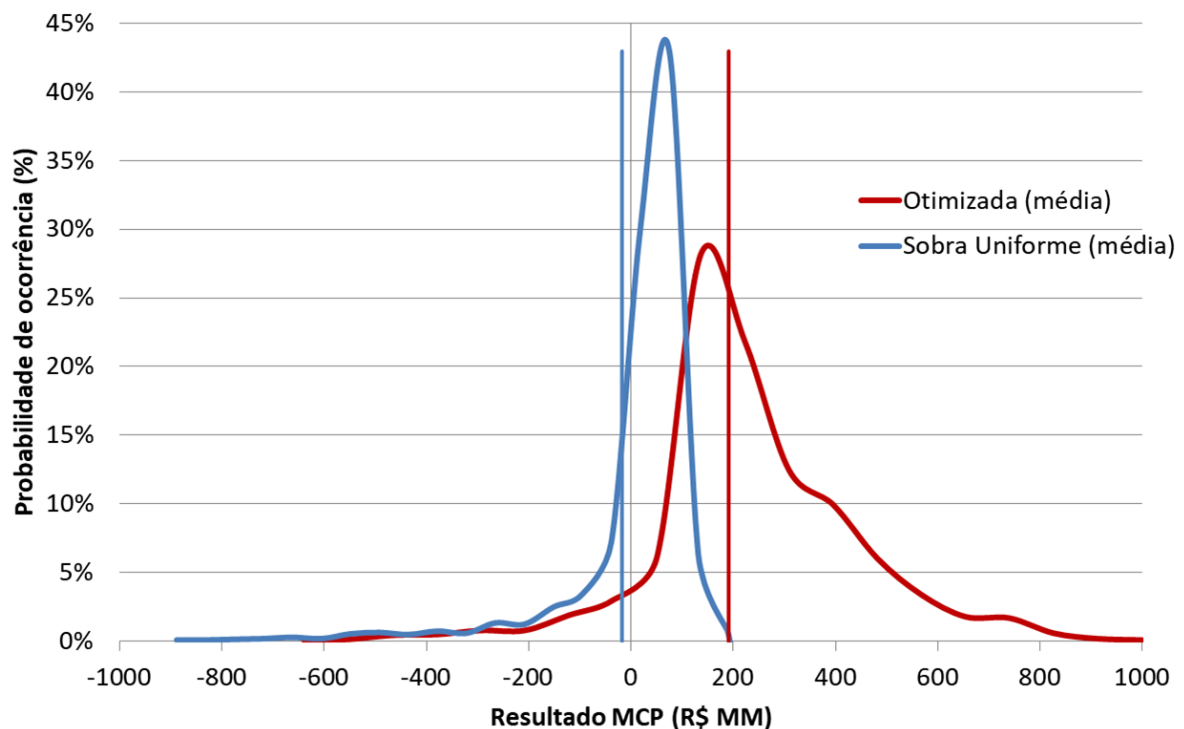


Figura 15 – Distribuição dos cenários de exposição ao mercado de curto prazo de um agente.
Fonte: Elaboração própria

A avaliação de como os demais agentes do MRE poderão alocar a energia também é importante. A figura 16 ilustra como seria o resultado esperado desse agente, se os demais agentes do MRE também decidissem otimizar, individualmente, seu resultado esperado, sazonalizando a energia da mesma forma. Nessa figura, destaca-se que a curva de distribuição de probabilidade dos resultados do agente piora consideravelmente, gerando um prejuízo esperado de R\$ 41 milhões. Assim, a utilização de um ferramental, que seja capaz de analisar os cenários de sistema (PLD e geração do MRE) e propor soluções para mitigação do risco, é fundamental para melhorar o perfil da sua distribuição de resultados, auxiliando na tomada de decisão.

Dessa maneira, o foco deste trabalho é apresentar uma ferramenta capaz de modelar o jogo da sazonalização, avaliando o impacto da decisão de escolha do perfil de GF dos agentes no resultado do mecanismo como um todo, realizando estudos retrospectivos da atuação dos agentes.

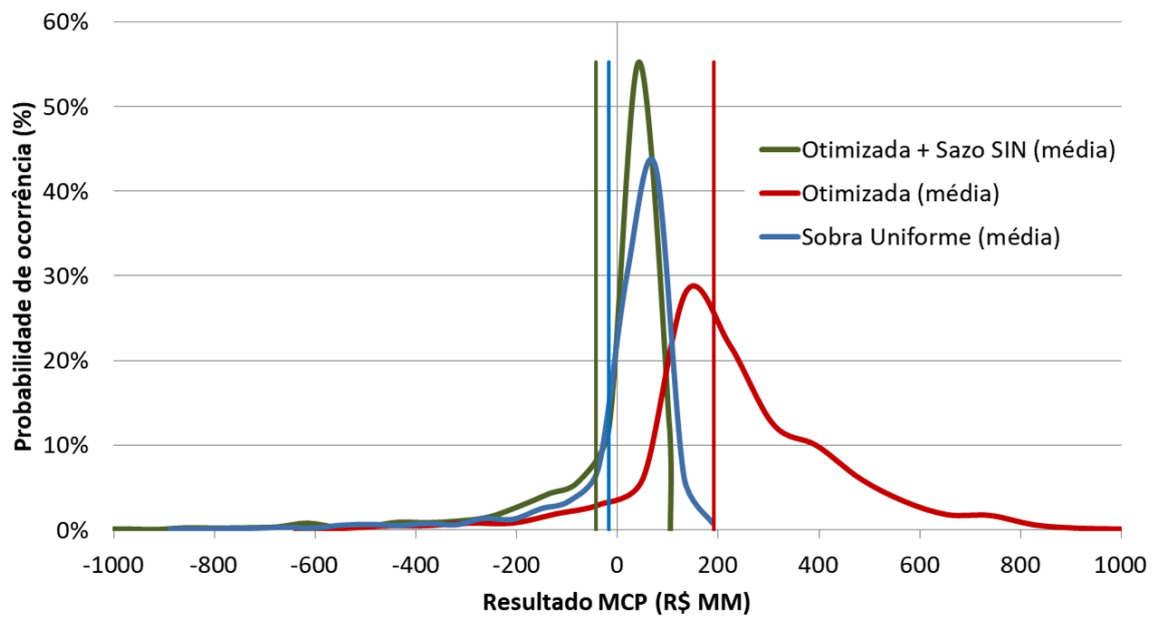


Figura 16 – Distribuição dos cenários de exposição ao mercado de curto prazo de um gerador.
Fonte: Elaboração própria

Para realizar a modelagem matemática do problema de sazonalização da garantia física para fins de MRE, os agentes foram separados em dois grupos, sendo o primeiro grupo os agentes que optaram por definir um perfil específico de sazonalização e o segundo os que optaram por não definir um perfil específico. Os agentes que optaram por não sazonalizar a sua \tilde{g} a terão automaticamente sazonalizada, considerando a média da sazonalização dos agentes que optaram por sazonalizar, ou seja, eles serão agentes seguidores do perfil médio dos demais agentes. Portanto o agente só terá informação de como sua energia será entregue ao longo do ano, após a finalização de todo processo. A motivação dessa definição foi garantir que os agentes, que não quisessem optar por sazonalizar sua garantia física para fins de MRE (não participar do jogo), recebessem mensalmente a proporção que sua garantia física total tem em relação à garantia física total MRE.

Dessa forma, para definir a garantia física para fins de MRE dos agentes que optaram por não participar do jogo, primeiro é necessário calcular o perfil médio dos agentes que optaram por sazonalizar mensalmente seus recursos. Nesse aspecto, iremos separar os agentes \mathbb{A} em agentes que optaram por sazonalizar a GF, denominados por $\overline{\mathbb{A}} \subset \mathbb{A}$ e os agentes que não optaram por sazonalizar energia em $\underline{\mathbb{A}} \subset \mathbb{A}$, de forma que a totalidade dos agentes é dada por $\mathbb{A} = \overline{\mathbb{A}} \cup \underline{\mathbb{A}}$.

A equação (2.14) apresenta o cálculo do fator mensal de sazonalização (ζ) para os $\overline{\mathbb{A}}$ agentes que sazonalizaram energia, e conseqüentemente para o mecanismo como um todo. A equação abaixo apresenta a forma de cálculo do perfil de sazonalização que representa a média da sazonalização dos agentes que optaram por sazonalizar ($\overline{\mathbb{A}}$). Esse perfil de sazonalização será aplicado na GF dos agentes que optaram por não sazonalizar ($\underline{\mathbb{A}}$).

$$\zeta_m = \frac{\sum_{a \in \bar{A}} g_{a,m}}{\sum_{m \in M} \sum_{a \in \bar{A}} g_{a,m}} \quad (2.14)$$

Com essa informação, pode-se deduzir que o montante recebido por cada agente que optou por não participar do jogo é a relação entre a sua GF uniforme (\bar{g}_a) e a GF uniforme do mecanismo (\bar{G}). Além dos agentes que não optaram por sazonalizar energia, a \tilde{g} das usinas cotistas e Itaipu também deverão seguir a média dos que optaram por sazonalizar (ANEEL, 2022b). Da equação (2.6), temos que a energia que o agente não participante do mecanismo ($a \in \underline{A}$) irá receber pode ser dada por

$$\begin{aligned} E_{a \in \underline{A}, m} &= g_{a,z,m} \times \eta_m = \bar{g}_a \times \zeta_m \times \eta_m \\ &= \bar{g}_a \times \zeta_m \times \frac{H_m}{\bar{G} \times \zeta_m} \\ E_{a \in \underline{A}, m} &= H_m \times \frac{\bar{g}_a}{\bar{G}} \end{aligned} \quad (2.15)$$

A seguir será descrita a modelagem matemática da sazonalização como um jogo entre agentes.

2.3.1 Colocação do problema de sazonalização

A equação (2.10) apresenta o resultado financeiro da liquidação da energia no MCP de um agente, considerando a alocação de recursos próprios (sazonalização) e os contratos de venda desse agente. Para este trabalho, as despesas e as receitas dos contratos de compra e venda são consideradas como uma constante, uma vez que a decisão de realizar contratos não faz parte do problema proposto. Portanto, não alteram o resultado da alocação da garantia física das usinas. Assim, considerando a equação (2.10) e a opção de alguns agentes de seguir o perfil de sazonalização dos demais agentes que optaram por sazonalizar, temos que o resultado anual de um agente pode ser dado por

$$R_a = \sum_{m \in M} \sum_{z \in \mathbb{Z}} \left(\left(g_{a,z,m} \times \frac{\sum_{a \in \bar{A}} h_{a,m}}{\sum_{a \in \bar{A}} g_{a,m} + \zeta_m \times \sum_{a \in \underline{A}} g_{a,m}} - K_{a,m} \right) \times P_{z,m} \right). \quad (2.16)$$

Nessa equação, destaca-se que o resultado anual (R_a) desse agente depende da realização do cenário de PLD ($P_{z,m}$) para todos os meses do ano, geração total do mecanismo ($\sum_{a \in \bar{A}} h_{a,m}$) e a forma como os agentes irão definir a alocação de sua energia ($g_{a,m}$) nos meses do ano.

Mercados de energia possuem incertezas inerentes que afetam a tomada de decisão dos agentes que, tipicamente, estão relacionadas com variáveis climáticas que geram a volatilidade de geração de fontes renováveis (BAO, 2021). Assim, no problema modelado, as alocações de energia para cada mês são as variáveis de decisão do modelo, sendo a geração hidráulica e

o PLD as variáveis responsáveis pela incerteza inerente da tomada de decisão desses agentes no processo de sazonalização. De forma a modelar a incerteza da evolução dessas variáveis, são utilizados 2.000 cenários gerados pelo modelo NEWAVE, fazendo com que o problema de otimização busque a maximização da receita esperada, conforme a equação

$$R_a = \sum_{s \in S} \sum_{m \in M} \sum_{z \in Z} \left(\left(g_{a,z,m} \times \frac{\sum_{a \in A} h_{a,m,s}}{\sum_{a \in \bar{A}} g_{a,m} + \zeta_m \times \sum_{a \in \underline{A}} g_{a,m}} - K_{a,m} \right) \times P_{z,m,s} \right) \times \left(\frac{1}{S} \right) \quad (2.17)$$

onde $s \in S$ são os cenários gerados pelo modelo NEWAVE.

Vale destacar que a receita esperada é tipicamente utilizada como referência de maximização do retorno, gerando um problema de otimização de apenas um objetivo. No entanto, na atuação em mercados, seja de energia ou financeiro, não é prudente a utilização de apenas o retorno esperado para a tomada de decisão, uma vez que existem riscos inerentes à sua operação. Assim, em problemas que envolvem esses tipos de incertezas, o risco de perda também deve ser avaliado e a tomada de decisão deverá considerar a relação de dois objetivos: risco e retorno. Neste trabalho a métrica de risco utilizada será o CVaR (ROCKAFELLAR; URYASEV, 2000; SANTOS, 2013) que pode ser dado por

$$\text{CVaR}(R_a) = \sum_{s \in \underline{S}} R_{a,s} \times \left(\frac{1}{S \times \alpha} \right) \quad (2.18)$$

onde \underline{S} representa os piores cenários utilizados para o cálculo do CVaR, considerando o nível de confiança α .

As restrições do problema estão relacionadas aos limites que as variáveis de alocação mensal e anual devem obedecer, sendo a região factível do problema dada por

$$\mathbb{F} = \left\{ g_a \mid \sum_{m \in M} g_{a,m} = G_a, g_a^{\min} \leq g_{a,m} \leq g_a^{\max} \right\} \quad (2.19)$$

Assim, o resultado de cada agente advindo das escolhas de todos os agentes, para um cenário de preço e de geração hidráulica, pode ser dado pela equação (2.16), onde é avaliado apenas um cenário determinístico de PLD e de geração hidráulica. A equação (2.17) considera a formulação estocástica, onde são consideradas as incertezas de PLD e da geração hidráulica com a utilização dos 2.000 cenários advindos do modelo NEWAVE. Assim, para essa formulação, pode ser considerada a avaliação da receita esperada e também do risco apresentado na equação (2.18). Para a modelagem, será considerado um jogo competitivo entre os agentes participantes do MRE, sem considerar nenhuma distorção de mercado; apenas a incerteza dos cenários de PLD e geração hidrelétrica e, quando indicada, a aversão à risco proposta.

2.4 Conclusões

O mercado brasileiro de energia elétrica está em constante evolução e está se tornando cada vez mais competitivo. Com isso, as decisões dos agentes passam a influenciar os principais

objetivos do desenho de mercado brasileiro, que são a garantia de suprimento e a modicidade de custos (expansão do sistema a um preço justo).

Este capítulo avaliou a evolução do desenho de mercado brasileiro, descrevendo, de forma sucinta, os principais mecanismos utilizados para seu desenvolvimento. Foi apresentado um modelo matemático para realizar a simulação das regras do mercado brasileiro e avaliação do portfólio de um agente de geração, considerando o resultado no MCP.

Assim, nos diversos temas apresentados anteriormente, a capacidade de avaliação do impacto da decisão de um agente, no resultado de todo o sistema, é de suma importância para um melhor desenvolvimento do mercado, promovendo também a sua sustentabilidade financeira.

Além disso, foi apresentada como é realizada a dinâmica da alocação de energia no MRE, mostrando como a decisão de um agente impacta na alocação de energia dos demais agentes, influenciando o resultado no MCP de todos os agentes participantes do MRE. O mercado de energia é um mercado competitivo, onde as ações dos agentes interferem mutuamente em seus resultados, fazendo com que a utilização da teoria dos jogos, nesse mercado, seja um diferencial importante para auxiliar os agentes na tomada de decisão.

O modelo apresentado será utilizado para avaliar a interação dos agentes de mercado no processo de sazonalização de energia do MRE, destacando como a decisão de um agente interfere no resultado de todo o mecanismo, propondo uma solução de atuação para os agentes, utilizando um novo método para encontrar o equilíbrio de Nash e tratando o processo de sazonalização como um jogo competitivo.

Das diversas aplicações possíveis, para a utilização da teoria de jogos no mercado de energia elétrica brasileiro, este trabalho optou por analisar o processo de sazonalização de energia, pois é um processo em que a decisão dos agentes claramente impacta o resultado de todo o MRE. Esse processo foi estudado por diversos autores, com a utilização de diversas abordagens, demonstrando a importância estratégica desse processo. Mas, neste trabalho foi proposta uma modelagem matemática, considerando todos os agentes envolvidos, de forma a possibilitar a utilização de métodos matemáticos para encontrar o equilíbrio de Nash desse jogo.

O próximo capítulo irá apresentar uma breve introdução sobre teoria dos jogos, explorando alguns métodos para tratar jogos competitivos e encontrar o equilíbrio de Nash.

3 Teoria dos Jogos e a Sazonalização

A teoria dos jogos é um arcabouço metodológico que permite fazer a avaliação da interação estratégica de agentes, uma vez que a forma de interação entre esses agentes tenha sido modelada matematicamente. Assim, a utilização dessa ferramenta possibilita que os decisores analisem possíveis desdobramentos de suas decisões e de possíveis decisões de seus concorrentes, melhorando seu processo decisório. Vale destacar que, apesar de a teoria dos jogos ser capaz de prover um resultado objetivo do problema modelado, seu objetivo não é fornecer esse resultado como uma única solução para o decisor e, sim, de gerar opções de atuação para auxiliar na tomada de decisão.

A sazonalização das garantias físicas é um processo do MRE que pode ser caracterizado como um jogo no qual os agentes procuram maximizar seus ganhos, assumindo novos riscos ou minimizar seus riscos, renunciando a ganhos maiores. Como foi apresentado anteriormente, a participação no processo de sazonalização é obrigatória para todos os agentes de geração participantes do MRE. No entanto, a participação no jogo da sazonalização não é obrigatória, uma vez que o agente pode optar por não tomar uma decisão e participar de forma passiva no mecanismo (ANEEL, 2022b). Assim, mesmo os agentes que não querem tomar decisões para não assumir riscos, são forçados a fazê-lo para tentar se defender dos efeitos das declarações dos demais agentes.

Desde o início do MRE, o processo de sazonalização da GF foi aplicado de forma exitosa, no entanto, alterações nas regras de sazonalização, apresentadas na seção 2.3, permitiram que os agentes realizassem comportamentos mais estratégicos. Mas, a falta de um ferramental apropriado para avaliação dos impactos das decisões dos agentes no resultado do mecanismo como um todo, levou à realização de ajustes regulatórios para restringir a atuação dos agentes que, por sua vez, levaram ao desequilíbrio no mecanismo (SANTOS, 2022).

A formulação proposta em (2.10), permite avaliar o impacto da decisão de sazonalizar no resultado do MCP de um agente. De forma a avaliar o comportamento estratégico dos demais agentes, o tomador de decisão pode utilizar basicamente duas abordagens. A primeira, propondo cenários de atuação dos seus concorrentes (conhecida por abordagem por incerteza ou simulação) e, a segunda, utilizando um modelo de equilíbrio para avaliar os resultados de uma forma geral (abordagem por teoria dos jogos) (BARROSO, 2006).

No caso da abordagem por incertezas, são gerados cenários para representar as ações dos demais agentes e o agente estratégico, que está avaliando o problema, tem suas ações definidas através da modelagem de um problema de otimização para a maximização do seu resultado. Para a abordagem por teoria dos jogos, todos os agentes têm seu problema de otimização modelado de forma que a reação e a decisão dos agentes são modeladas dinamicamente. Assim, nesse jogo

cada agente busca a melhor ação para que sua estratégia seja a melhor resposta, dada às reações dos demais agentes. Neste trabalho, será adotada a modelagem por teoria dos jogos, buscando encontrar o equilíbrio de Nash para o problema modelado.

3.1 Uma visão geral da teoria dos jogos

A tomada de decisão é um problema rotineiro que impacta a todos (como por exemplo: empresários, consumidores, governo e empresas). Líderes do governo que precisam decidir sobre a aprovação ou não de uma lei, gerentes de empresas que precisam definir o investimento em ativos e pessoas comuns, que devem decidir sobre qual o melhor caminho para ir ao trabalho. Esses tomadores de decisão podem ser definidos como agentes participantes em um problema interativo de decisão (jogo).

Para que cada agente tome sua decisão, é necessário que ele esteja ciente (tenha conhecimento prévio) de três características fundamentais para a resolução do problema: quais são as ações disponíveis; os resultados possíveis e as preferências de todos os participantes (TADELIS, 2013). As ações se resumem às possibilidades de atuação de cada agente, como por exemplo, aprovar uma lei, investir em um projeto ou negociar energia por um determinado preço. Para cada ação que um agente pode tomar, existe um resultado associado a ela, de forma que o agente deve definir preferências sobre esses possíveis resultados. O jogo deverá contemplar todas as ações, resultados e preferências de cada agente participante.

Assim, para alguns tipos de problemas (jogos) é possível construir, de forma lógica, todo o processo da tomada de decisão, modelando as ações, os resultados e as preferências de cada jogador. No entanto, para termos uma análise coerente dessa tomada de decisão, precisamos considerar que o agente decisor é racional, ou seja, sempre busca maximizar o resultado (financeiro ou não) de suas ações, buscando sua principal preferência. Nesse sentido, neste trabalho iremos considerar que a preferência dos agentes é a maximização do seu resultado financeiro.

De acordo com (LESSA, 1998), as escolhas e decisões dos agentes são frequentemente realizadas de forma coletiva, onde as ações de um agente são tomadas considerando a decisão de outros agentes. Assim, em certos problemas a decisão de um agente pode interferir no resultado de um outro agente participante do mesmo processo. Por exemplo, se todos definirem pegar o mesmo trajeto, de forma a chegar mais rápido ao trabalho, esse trajeto pode ficar congestionado e todos chegarão mais tarde. Um outro exemplo é a decisão de investimento em projetos para ampliação da produção de veículos. Se uma empresa automotiva decide aumentar sua produção, ao mesmo tempo que sua concorrente, sem uma avaliação prévia dessa possibilidade, a decisão pode gerar prejuízo para ambas as empresas.

Conforme descrito anteriormente, a história da teoria dos jogos remonta ao início do estudo da teoria da probabilidade. Posteriormente, outros estudos foram desenvolvidos, até que em meados do século 20 a teoria dos jogos começou a ser utilizada para auxiliar o entendimento

de problemas econômicos, com a publicação de (NEUMANN; MORGENSTERN, 1947), quando provaram que existe uma solução de equilíbrio para um jogo de soma zero, com dois jogadores. No entanto, em 1950 (NASH, 1950) demonstrou que esse equilíbrio pode ser encontrado de forma mais genérica, sem limitação do número de jogadores. Desde então, o equilíbrio de Nash tem sido utilizado como ponto de partida para avaliação de jogos competitivos de interação estratégica (HOLT; ROTH, 2004).

De forma geral, os jogos podem se dividir em cooperativos e não cooperativos, a depender da característica de cada problema e como os agentes deverão interagir para obter seus retornos. Os jogos cooperativos são aqueles em que os agentes participantes do problema coletivamente se unem em busca da maximização do resultado coletivo, e a forma de distribuir esse benefício entre os agentes é um outro desafio a ser abordado. Já os jogos não cooperativos são aqueles onde os agentes devem competir entre si, de forma a maximizar o retorno individual, considerando a decisão dos demais agentes (MARQUES, 2022). Para este trabalho o processo de sazonalização será tratado como um jogo não cooperativo.

Além das características associadas à forma de interação entre os agentes, também existe a classificação temporal dos jogos: eles podem ser estáticos, quando os agentes devem realizar as ações simultaneamente ou dinâmicos, onde existe uma ordem para que os agentes realizem suas ações, já conhecendo as ações tomadas pelos demais, anteriormente.

Um jogo pode ser definido de forma básica, como sendo um evento onde temos jogadores ($a \in \mathbb{A}$) que possuem um conjunto de ações ($x \in \mathbb{X}$) cujos resultados são mapeados em uma função utilidade ($f \in \mathbb{F}$). Dessa forma, o jogo (problema iterativo) pode ser escrito considerando um problema de otimização concorrente, para cada jogador, onde esse problema pode ser definido por

$$x_a^* = \arg \min_{x_a} f_a(x_a, x_{-a}) : (x_a, x_{-a}) \in \mathbb{X}_a, \forall a \in \{1, \dots, \mathbb{A}\}, \quad (3.1)$$

onde \mathbb{X}_a representa as ações possíveis do jogador a , x_a representa a decisão do agente principal e x_{-a} representa a decisão dos demais agentes. O problema de otimização concorrente onde cada agente deve definir sua estratégia de forma a se obter o equilíbrio de Nash, pode ser dado por

$$\begin{aligned} x_1^* &= \arg \min_{x_1} f_1(x_1, x_2^*, \dots, x_a^*) : (x_1, x_2^*, \dots, x_a^*) \in \mathbb{X}_1 \\ x_2^* &= \arg \min_{x_2} f_2(x_1^*, x_2, \dots, x_a^*) : (x_1^*, x_2, \dots, x_a^*) \in \mathbb{X}_2 \\ &\vdots \\ x_A^* &= \arg \min_{x_A} f_A(x_1^*, x_2^*, \dots, x_A) : (x_1^*, x_2^*, \dots, x_A) \in \mathbb{X}_A \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde x^* representa a decisão de cada agente no equilíbrio de Nash (SANTOS, 2022).

O resultado é o valor da função objetivo f_a (recompensa) que cada agente recebe dependendo da ação dos demais agentes. Em jogos não cooperativos, os objetivos e variáveis devem ser tratadas de forma individual para cada agente.

Uma vez realizada a modelagem matemática do problema, com a definição da função objetivo a ser estudada, a aplicação da teoria dos jogos pode ser feita para ajudar a solucionar diversos tipos de problemas. Alguns tipos de problemas cotidianos são utilizados para exemplificar a aplicação do equilíbrio de Nash em situações reais, como por exemplo o dilema do prisioneiro, batalha dos sexos e jogo de cara ou coroa (MARQUES, 2022).

Além do equilíbrio de Nash, uma outra abordagem muito utilizada para a modelagem de jogos competitivos é a competição de Stackelberg (SIMAAN; CRUZ, 1973). Nesse tipo de competição, é modelado um agente líder (primeiro jogador), que deve primeiramente tomar sua decisão, e o outro jogador (seguidor) faz sua escolha, já sabendo a escolha do líder (jogo líder-seguidor). Essa modelagem é utilizada em (FANG, 2015), onde é proposto um modelo matemático que busca representar a interação entre caçadores ilegais e seguranças, para melhorar a patrulha de florestas. O modelo proposto parte do pressuposto de que os caçadores possuem limitação para definir estratégias de ataque, baseando sua estratégia na atuação anterior dos defensores. Nesse sentido, os defensores otimizam sua estratégia baseada no resultado ótimo dos caçadores, sendo os defensores o agente líder da competição de Stackelberg.

Além do problema de segurança descrito anteriormente, disputas jurídicas também podem ser resolvidas utilizando a teoria dos jogos. Essas disputas podem ser modeladas na forma normal de jogos, sendo resolvidas com a identificação da estratégia dominante ou o equilíbrio de Nash (PICKER, 1994).

A teoria dos jogos também pode ser utilizada para realizar a análise de imagens. Em (BI, 2015) é proposta a utilização da teoria dos jogos, para identificar alterações em imagens de satélite, de forma a detectar mudanças temporais em uma determinada área. Uma outra aplicação da teoria dos jogos é a proposição de alternativas para melhoria no trânsito. Os cruzamentos de cada sinal na Cidade do México foram representados como um jogo não cooperativo e o equilíbrio de Nash foi utilizado para buscar a minimização da fila de carros em cada sinal (VILLALOBOS, 2008).

Em (MARQUES, 2022) é proposta uma modelagem não cooperativa para avaliar o gerenciamento de uma rede de distribuição, onde a preferência (como por exemplo prioridade de consumo e preço) de cada consumidor é modelada. Foi apresentado um jogo onde o objetivo de cada consumidor foi reduzir a sua conta de energia, considerando a utilização ou não de equipamentos de ar-condicionado. Foi apresentada uma proposta para redução da conta dos consumidores, utilizando um algoritmo baseado no método da melhor resposta dinâmica (MARQUES, 2022).

Conforme destacado por (HE, 2020), os mercados de energia têm sido cada vez mais integrados, buscando a complementaridade entre os tipos de fontes de energia. Essa integração traz novos desafios que podem ser mapeados com a ajuda da teoria dos jogos. Assim, (HE, 2020) faz uma vasta revisão bibliográfica sobre a aplicação da teoria dos jogos em diversos problemas relacionados ao mercado de energia.

A teoria dos jogos tem uma vasta gama de aplicações, e pode ser utilizada em diversos campos do conhecimento, gerando informações sobre o comportamento de agentes e organizações em sistemas complexos, auxiliando na tomada de decisão.

3.1.1 Equilíbrio de Nash

Existem diversas maneiras de definir o equilíbrio de Nash. Uma delas é: O equilíbrio de Nash é um conjunto de ações tomadas por diversos agentes participantes de um jogo para qual cada jogador escolheu a melhor ação para a estratégia dos demais jogadores, ou seja, cada jogador tomou sua decisão ótima, considerando a decisão dos demais agentes e não tem nenhum incentivo, unilateral, para mudar sua decisão (NASH, 1950; TADELIS, 2013). Essa definição pode ser descrita matematicamente pela equação (3.2) apresentada anteriormente.

Nem todos os jogos possuem o equilíbrio de Nash e alguns jogos podem possuir mais de um equilíbrio. No entanto, existem condições que garantem a existência de pelo menos um equilíbrio para determinados tipos de jogos (DEBREU, 1952; FAN, 1952; GLICKSBERG, 1951). Essas condições estão relacionadas à continuidade e quasi-convexidade de funções e conjuntos convexos, compactos e não vazios. Após garantir a existência do equilíbrio, o próximo passo é achar um ou mais desses equilíbrios existentes. Existem diversos algoritmos para encontrar o equilíbrio de Nash em jogos de bimatrizes. Um deles foi proposto por (LEMKE; HOWSON JR., 1964). Apesar desse algoritmo não ser aplicável em problemas não lineares, como o proposto por este trabalho, esse algoritmo foi a base para diversos outros algoritmos para a solução de jogos.

Anteriormente, os algoritmos disponíveis para encontrar o equilíbrio de Nash demoravam muito tempo para encontrar esse equilíbrio, em jogos com muitas variáveis e muitos jogadores. (GOVINDAN; WILSON, 2003) propuseram um novo algoritmo baseado no método global de Newton, usado para resolver sistemas de equações, tentando melhorar a eficiência dos métodos existentes. Com o mesmo intuito, (SANDHOLM, 2005) utilizou programação linear inteira mista e (PORTER, 2008) propôs dois algoritmos simples, baseados em direção de busca para encontrar o equilíbrio de Nash. Os dois trabalhos consideraram um jogo estratégico de dois jogadores para avaliar os algoritmos. (SOARES, 2014) utilizou algoritmos evolucionários, com uma abordagem multiobjetivo, em sua dissertação de mestrado, para achar os equilíbrios de Nash pareto não dominados, considerando o objetivo de cada agente como uma função a ser amostrada.

Hoje, já existem algoritmos especializados em resolver e encontrar a solução (equilíbrio) para jogos não cooperativos. Em (FERREIRA, 2013), é proposto um algoritmo baseado em um caso especializado do método Lagrangeano aumentado, usando o método de Newton e o método subgradiente para resolução de subproblemas gerados pelo algoritmo de equilíbrio, considerando a resolução de um sistema não-linear. (HEUSINGER, 2009) faz um estudo utilizando quatro diferentes métodos numéricos para calcular o equilíbrio de Nash, em diversos problemas.

Considerando os estudos já realizados anteriormente, este trabalho propõe a utilização

de um novo método para encontrar o equilíbrio de Nash, tendo como referência o algoritmo proposto por (ROSEN, 1961), que introduziu o conceito de equilíbrio de Nash normalizado. Batizado de algoritmo melhorado do Gradiente para Equilíbrio de Nash (do inglês *Enhanced Gradient Nash Equilibrium* - EGNE), o algoritmo proposto realiza uma busca linear ao longo de uma composição dos gradientes da função objetivo dos jogadores, como a direção de busca em cada iteração. Assim, não é necessário otimizar as variáveis dos jogadores a cada iteração, gerando um algoritmo mais rápido e estável, principalmente, em jogos de muitas variáveis.

3.1.2 Métodos para encontrar o equilíbrio de Nash

Conforme descrito anteriormente, existem hoje diversos algoritmos para encontrar o equilíbrio de Nash. Nessa seção serão apresentados outros 2 métodos comumente utilizados que serão comparados com o método proposto, para a solução de problemas de equilíbrio de Nash.

3.1.2.1 Método BRD

O método da melhor resposta dinâmica (do inglês, *Best Response Dynamics* - BRD) é um método intuitivo no qual cada jogador procura otimizar o seu resultado, dada a escolha dos demais agentes. Na estrutura básica desse algoritmo, a otimização ocorre por métodos de busca local na função objetivo do jogador e o processo ocorre iterativamente para cada jogador, de forma que, no final, nenhum jogador tenha incentivo para alterar a sua decisão (HEINRICH, 2023; MARQUES, 2022). Por ser um algoritmo sequencial, o resultado final do algoritmo depende da sequência em que os jogadores otimizam seu resultado e, em diversas situações, o equilíbrio de Nash pode não ser encontrado, mesmo em problemas onde exista o equilíbrio (FELDMAN, 2017).

A melhor resposta para um problema do jogador pode ser mapeada por

$$x'_a(x_{-a}) = \arg \min_{x_a \in X} f_a(x_a, x_{-a}), \quad (3.3)$$

onde x'_a representa a melhor estratégia para o jogador a , dada a escolha já realizada pelos demais jogadores (x_{-a}), onde a cada iteração um jogador busca maximizar apenas seu resultado.

Nesse sentido, o pseudocódigo do algoritmo 1, utilizado para o cálculo do equilíbrio utilizando o método BRD, é apresentado a seguir.

3.1.2.2 Método da Relaxação

O algoritmo da relaxação é um método numérico utilizado para encontrar o equilíbrio de jogos não cooperativos que, diferentemente do método BRD, busca a solução do jogo não cooperativo de forma simultânea entre os jogadores. Sua forma inicial foi proposta por (BAŞAR, 1987). No entanto, a prova de convergência para problemas com funções de recompensa não lineares, não era trivial. Assim, em (URYS'EV; RUBINSTEIN, 1994) foi proposta uma

Algoritmo 1 Método BRD**Entrada:** A

▷ Matriz de restrições

 b

▷ Coeficiente das restrições

 f

▷ Função objetivo de cada jogador

 x_0

▷ Ponto inicial factível

Saída: $x^* \in \mathbb{X}$

▷ Equilíbrio de Nash

para $k = 1$ **até** k_{\max} **faça****para** $a = 1$ **até** A **faça**▷ otimização individual para cada jogador ($a \in A$) $x_a(x_{-a}) = \arg \min_{x_a \in X} f_a(x_a, x_{-a}) : Ax = b$ ▷ atualiza ponto ótimo do jogador corrente**fim para****se** $x_k = x_{k-1}$ **então****quebra****fim se****fim para****retorna** x_k

alternativa de melhoria, utilizando a função de Nikaido-Isoda para garantir a convergência em uma gama maior de funções objetivo não-diferenciáveis e jogos restritos. A função Nikaido-Isoda representa a soma da melhoria da função objetivo dos demais jogadores, quando apenas o jogador a altera sua ação de x_a para x'_a , tendo que otimizar a função de cada jogador globalmente. Com isso, esse método utiliza uma função de melhor resposta, para construir um algoritmo que encontre o ponto de equilíbrio de Nash (DUSSE, 2016). Essa função é definida por

$$\Psi(x, x') = \sum_{a \in A} (f_a(x'_a, x_{-a}) - f_a(x_a, x_{-a})), \quad (3.4)$$

onde a representa o jogador que fará a mudança unilateral de sua ação, $-a$ representa os demais jogadores, $f_a(x'_a, x_{-a})$ é a função objetivo do jogador a , que é calculada considerando a mudança unilateral da sua ação de x_a para x'_a e a decisão dos demais jogadores mantidas em x'_{-a} e $f_a(x_a, x_{-a})$ é a função objetivo do jogador a calculada com sua decisão inicial. Através das iterações, o equilíbrio de Nash é encontrado quando a função de Nikaido-Isoda deixar de ser negativa, quando x_a^* é um ponto de equilíbrio de Nash. Assim, o problema a ser resolvido consiste em encontrar o ponto x^* , tal que

$$\min_{x, x' \in \mathbb{X}} \Psi(x, x') = 0, \quad (3.5)$$

onde \mathbb{X} representa o conjunto factível. Assim, o algoritmo da relaxação deve retornar o conjunto de ações em que os jogadores buscam maximizar unilateralmente os seus objetivos, partindo de um ponto factível x_0 que iteram entre x_a e x'_a , ponderados por um passo α_k dado por

$$\alpha_k = \arg \min_{\alpha \in (0,1]} \min_{x, x' \in X} \Psi((1 - \alpha)x_k + \alpha y, x'), \quad (3.6)$$

fazendo com que a convergência do algoritmo aconteça com menos iterações, ao custo de que cada iteração (k) seja mais lenta que uma iteração, utilizando o passo constante. Abaixo é apresentado o pseudocódigo do algoritmo 2 da relaxação utilizado para encontrar o equilíbrio de Nash.

Algoritmo 2 Método da Relaxação**Entrada:** A

▷ Matriz de restrições

 b

▷ Coeficiente das restrições

 f

▷ Função objetivo de cada jogador

 x_0

▷ Ponto inicial factível

Saída: $x^* \in \mathbb{X}$

▷ Equilíbrio de Nash

para $k = 1$ **até** k_{\max} **faça** $y \leftarrow \arg \min_{x'} \Psi(x_k, x') : Ax = b$ $d \leftarrow y - x_k$

▷ Direção de busca

se $|d| = 0$ **então****quebra**

▷ Equilíbrio de Nash encontrado

fim se $\alpha_k \leftarrow \arg \min_{\alpha_k \leftarrow 0,5} \min_{x' \in X} \Psi((1 - \alpha)x_k + \alpha y, x')$ $x_{k+1} \leftarrow x_k + \alpha_k d$ **fim para****retorna** x_k

3.1.2.3 Método EGNE

Os métodos apresentados anteriormente, buscam encontrar o equilíbrio de Nash através da avaliação da função objetivo dos jogadores, resolvendo problemas de otimização de várias variáveis por otimização. A ideia do método proposto é encontrar o equilíbrio de Nash considerando uma direção de busca para todo o problema (modelando a função objetivo de todos os jogadores), a cada iteração.

Para resolver esse jogo competitivo modelado, foi proposto um novo algoritmo baseado no campo vetorial proposto por composto . De forma a ter uma direção de busca mais eficiente e robusta, é utilizada uma memória de diretores dos passos anteriores. Esse novo método foi batizado de algoritmo aprimorado do gradiente para equilíbrio de Nash (EGNE do inglês *Enhanced Gradient for Nash Equilibrium*).

Nesse sentido, a ideia principal do método EGNE é a construção de um campo vetorial, composto pela ponderação negativa do gradiente da função objetivo de cada jogador, dado pela função

$$F(x) = -(\lambda_1 \nabla_{x_1} f_1(x), \lambda_2 \nabla_{x_2} f_2(x), \dots, \lambda_A \nabla_{x_A} f_A(x)), \lambda > 0, \quad (3.7)$$

onde x representa a variável de decisão de todos os jogadores (x_1, x_2, \dots, x_A) , ∇_{x_a} é o gradiente da função objetivo do jogador a ($f(x_a)$), ponderada por um peso λ_a para cada jogador a . Essa construção também foi proposta em (ROSEN, 1961), onde foi demonstrado que equilíbrios de Nash são atratores nesse campo vetorial construído e, para chegar até um deles, o novo algoritmo utiliza passos de tamanho máximo, limitados por uma mudança na direção do campo vetorial. Os passos de cada iteração são definidos por

$$x_{k+1} = x_k + \alpha^* d, \quad (3.8)$$

onde d é a direção de busca e α é o tamanho do passo. A diferença entre o método do gradiente tradicional e sua versão aprimorada é que o método proposto por (ROSEN, 1961) procura um passo α que minimiza a soma da norma do gradiente dos agentes $|F(x + \alpha F(X))|$, enquanto o método EGNE procura dar um passo maior, maximizando o tamanho do passo, limitado a um desvio da direção em que o gradiente aponta, e é dado por

$$\alpha^* = \arg \max_{\alpha} \alpha : d^T \hat{F}(x_k + \alpha d) \geq 1 - \tau, \tau \in (0, 2). \quad (3.9)$$

onde α irá definir a direção ($\hat{F}(x_k + \alpha d)$), de forma que o produto dos vetores ($d^T \hat{F}(x_k + \alpha d)$) seja maior ou igual a $1 - \tau$. Neste trabalho, τ foi definido, empiricamente, como 1 ($\tau = 1$), de forma que os vetores sejam perpendiculares. Caso o ponto avaliado seja um ponto de não diferenciabilidade e não exista uma direção perpendicular à direção atual, α será definido como o valor que torna o produto desses vetores o mais perpendicular possível.

O algoritmo do gradiente funciona muito bem para funções diferenciáveis. No entanto, para funções não diferenciáveis, a evolução de solução do algoritmo pode caminhar para os pontos não diferenciáveis. Cabe destacar que nesses tipos de funções, o método do gradiente tende a ser atraído por esses pontos, pois a variação de direção do gradiente tende a ser maior nesses pontos, fazendo com que o algoritmo caminhe rapidamente para uma convergência prematura. Assim, a ideia por trás do método proposto é a de utilizar, como referência, para a atualização do ponto de avaliação da função objetivo, a variação da direção do gradiente até que essa variação seja maior que 90 graus, usando uma memória das direções de busca, calculadas anteriormente para calcular a direção atual.

Assim, para definir a direção de busca e resolver o problema da não diferenciabilidade, o algoritmo EGNE utiliza uma memória de diretores $D = [d_1 \ d_2]$, que são compostos por até $n-p$ diretores e também considera as restrições do problema de otimização projetando-as no seu espaço nulo, de forma a garantir que o passo será dado em um espaço factível. Essa direção é dada por

$$d = NDw, \quad (3.10)$$

onde $N = \text{null}(A)$ é o espaço nulo das restrições do problema e w é uma variável auxiliar para resolver o problema linear, para a definição da direção, que será descrito a seguir. O vetor de diretores pode ser dado por

$$D = [N^T \hat{F}(x_k), \dots, N^T \hat{F}(x_{k-n+p+1})]. \quad (3.11)$$

A direção então é calculada considerando a interseção dos cones primal ($d = Dw, w > 0$) e dual ($D^T d > 0$), formados pela memória dos diretores, conforme proposto em (VIEIRA, 2012), com isso espera-se encontrar uma direção mais eficiente. Para se definir a direção de busca, é

necessário resolver um problema de otimização linear (w^* e s^*), descrito por

$$\min_{w,s} -s \quad (3.12)$$

sujeito a:

$$-D^T D w + \sigma s \leq 0 \quad (3.13)$$

$$\sum_{j=1}^{n_d} w_j = 1 \quad (3.14)$$

$$w \in [0, 1]^{n_d} \quad (3.15)$$

$$s \geq 0, \quad (3.16)$$

onde $\sigma \in \mathbb{R}^{n_d}$ define o peso para cada diretor, fazendo com que a direção \hat{d} se aproxime mais da função $F(x_k)$ e o resultado de (w^*, s^*) define a direção de busca, que é dada por $d = NDw^*$.

De forma a ilustrar o método EGNE proposto, considere o ponto inicial x_0 cujo gradiente indique a direção $-d_0$ e o passo α , conforme apresentado na equação (3.9), leve até o ponto x_1 , que é um ponto de não-diferenciabilidade. Nesse ponto, para calcularmos o gradiente é necessário fazer uma perturbação infinitesimal, onde o gradiente será $-d_0$ avaliado um pouco antes do ponto de não diferenciabilidade, ou $-d_1$, se avaliado logo depois.

Além de ser uma solução para resolver problemas não diferenciáveis, essa proposta também consegue lidar com problemas restritos, encontrando a região factível para o próximo passo. A ilustração da forma como é realizado esse tratamento é apresentada na figura 17, a seguir.

Uma outra forma de visualizar a evolução do método é observando como as iterações do método acontecem no campo vetorial da função construída. A figura 18a apresenta a evolução dos passos do método proposto comparando o método com a memória de diretores e sem a memória de diretores. E a figura 18b apresenta a comparação da evolução do novo método EGNE com o método do gradiente. As figuras mostram que a estratégia proposta traz um diferencial para o método, fazendo com que sejam necessários menos passos para que o equilíbrio de Nash seja encontrado.

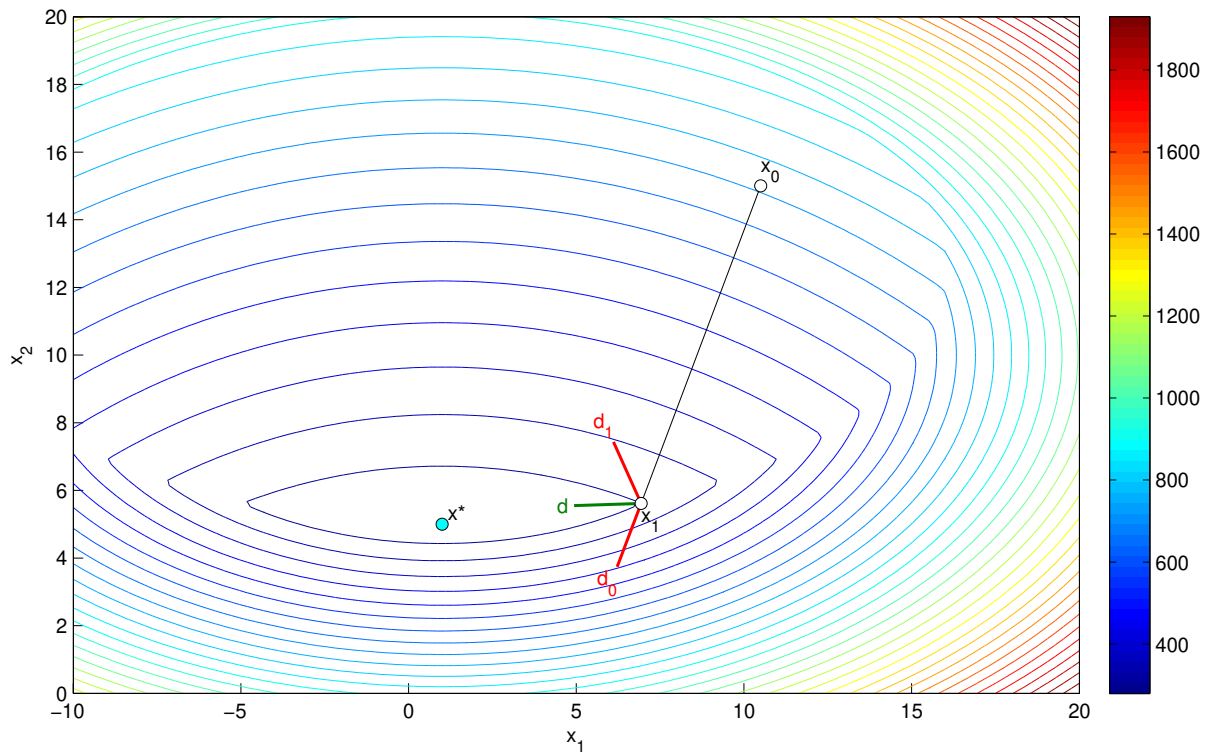


Figura 17 – Ilustração do passo do algoritmo EGNE.
 Fonte: Elaboração própria

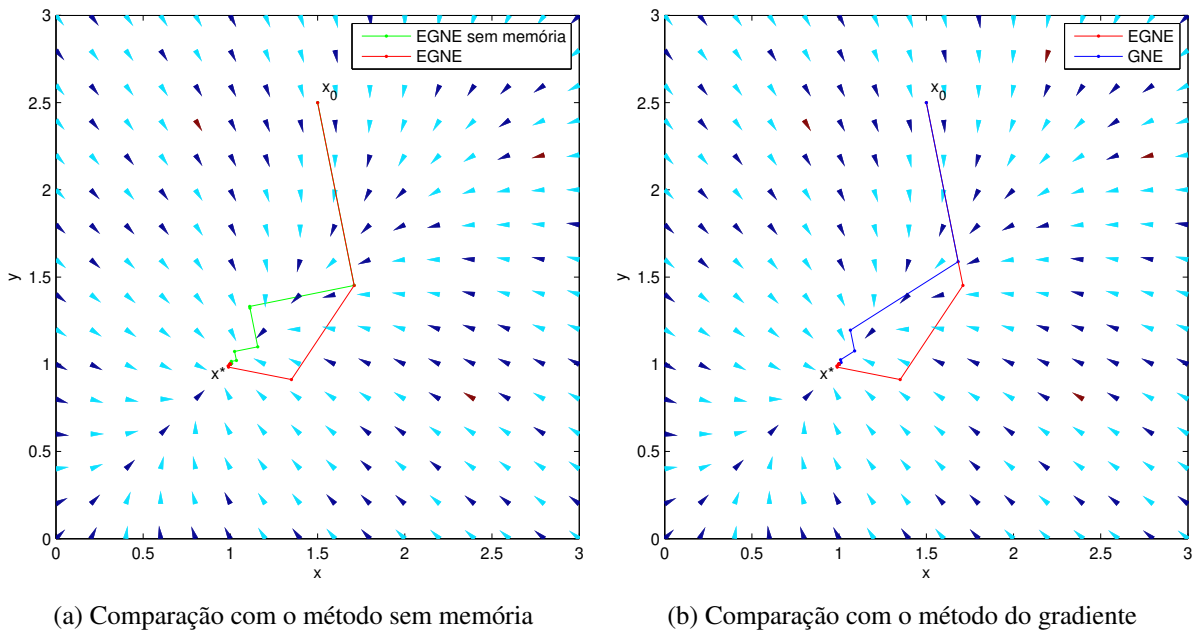


Figura 18 – Evolução dos métodos no espaço vetorial

O pseudocódigo do algoritmo 3 do método do gradiente, para encontrar o equilíbrio de Nash, é apresentado a seguir.

Algoritmo 3 Método EGNE**Entrada:**

A	▷ Matriz de restrições
b	▷ Coeficiente das restrições
f	▷ Função objetivo de cada jogador
x_0	▷ Ponto inicial factível
τ	▷ Variação na direção de busca. $\tau = 1$, temos que $\Delta d < 90$
λ	▷ Peso para ponderação das funções objetivo

Saída: $x^* \in \mathbb{X}$

$$F(x) = -(\lambda_1 \nabla_{x_1} f_1(x), \lambda_2 \nabla_{x_2} f_2(x), \dots, \lambda_A \nabla_{x_A} f_A(x))$$

$$N = \text{null}(A)$$

para $k = 1$ **até** k_{max} **faça**

$$D = [N^T \hat{F}(x_k), \dots, N^T \hat{F}(x_{k-n+p+1})] \quad \triangleright \text{Memória de diretores}$$

$$w = \arg \max_{w,s} s : -D^T D w + s \leq 0, 1^T w = 1, w \geq 0, s \geq 0$$

$$d = N D w \quad \triangleright \text{Direção de busca}$$

se $\|d\| = 0$ **então****quebra**

▷ Equilíbrio de Nash encontrado

fim se

$$\alpha_k \leftarrow \arg \max_{\alpha} \alpha : d^T \hat{F}(x_k + \alpha d) \geq 1 - \tau$$

$$x_{k+1} = x_k + \alpha^* d$$

fim para**retorna** x_k

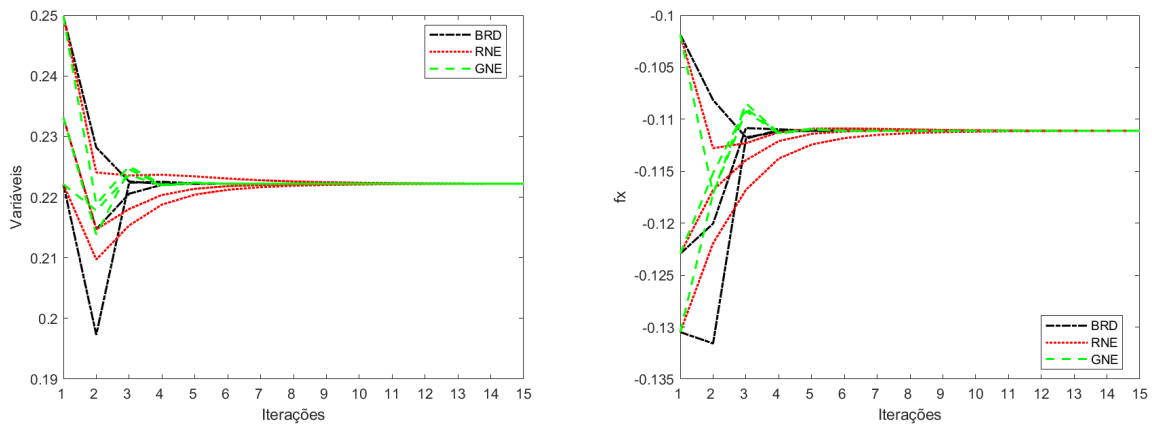
A seguir, serão apresentados alguns jogos onde serão comparadas a evolução desse e de outros algoritmos para encontrar o equilíbrio de Nash.

3.1.2.4 Exemplos de aplicação dos métodos

Uma vez apresentados os métodos, o próximo passo foi a realização de uma comparação da forma como esses métodos se comportam, para a solução de problemas reais. Para tal, foram elencados alguns problemas de jogos não cooperativos para a solução com esses algoritmos e foram comparados suas soluções, tempo e evolução de convergência. Os problemas avaliados também foram estudados em (URYAS'EV, 2000) e em (HEUSINGER, 2009). Para cada exemplo foram feitas 100 repetições com pontos de partida aleatórios, mas factíveis. Os pontos iniciais foram calculados considerando como referência o raio e o centro do círculo de Chebschev, considerando as restrições de cada problema (BOYD; VANDENBERGHE, 2004; MARSHALL; OLKIN, 1960).

Exemplo 1: O primeiro problema avaliado com os três algoritmos foi o problema de uso de internet, considerando usuários egoístas que querem utilizar toda a banda disponível para eles. A função do custo de cada jogador é dada por

$$f_a(x) = \frac{x_a}{B} - \frac{x_a}{\sum_{a=1}^A x_a}, \quad (3.17)$$



(a) Média da evolução das variáveis de cada jogador (b) Média da evolução da função objetivo de cada jogador

Figura 19 – Resultado do jogo de utilização da banda de internet

onde $a \in A$ são os agentes participantes do jogo. A decisão de uso da rede feita pelos agentes deve ser $x_a \geq 0,01$ e também deve respeitar a restrição conjunta

$$\sum_{a=1}^A x_a \leq B, \tag{3.18}$$

onde, B é o armazenamento temporário da rede (*buffer*).

Para esse problema, foram considerados 3 jogadores com a constante de armazenamento temporário $B = 1$. A tabela 2 apresenta os resultados médios obtidos para o resultado das variáveis, bem como o número médio de iterações e o tempo gasto para a convergência de cada algoritmo.

Tabela 2 – Resultado do jogo de utilização da banda de internet

Jogador	BRD	RNE	EGNE
1	0,2222	0,2222	0,2222
2	0,2222	0,2222	0,2222
3	0,2222	0,2222	0,2222
Média de iterações	100,0	100	32,8
Tempo médio (s)	5,763	18,380	1,120

Na tabela 2, é possível observar que todos os algoritmos conseguiram encontrar o equilíbrio de Nash, com destaque para o EGNE que utilizou menos iterações e, conseqüentemente, um tempo menor. A figura 19 apresenta a evolução das variáveis de decisão dos algoritmos até a 15ª iteração. Pelos resultados, observa-se que os algoritmos conseguem se aproximar do equilíbrio de Nash, com poucas iterações.

Exemplo 2: Outro problema avaliado foi o lançamento de dejetos em um rio, onde temos três empresas que utilizam a água do rio para realizar algum processo para a criação de um

produto, para futura comercialização, e jogam o rejeito dessa produção no rio. Esse rejeito é monitorado e existe uma regulação rígida sobre a quantidade de rejeito que pode ser jogada no rio pelas empresas. No jogo proposto, a função de custo dos jogadores é representada por

$$f_a(x) = \left(d_2 \sum_{a=1}^3 x_a + c_{1a} + c_{2a}x_a - d_1 \right) x_a, \quad (3.19)$$

onde, $x^a \in \mathbb{R}_+$ para $a = 1, 2, 3$ é a produção do produto das empresas, e as constantes c_1 e c_2 são custos referentes ao processo de produção, d_2 representa o fator de redução do resultado da empresa a , considerando a produção das demais empresas e d_1 é o fator de contribuição para o resultado. Além da função de custos, os agentes têm duas restrições conjuntas ($l = 1, 2$), representando o despejo de rejeitos no rio que é dada por

$$q_l(x) = \sum_{a=1}^3 u_{al} e_a x_a \leq K_l, \quad (3.20)$$

onde, u são os coeficientes de decaimento e transporte do jogador a até a localidade l e e é o coeficiente de emissão de poluição do jogador a . As constantes apresentadas na função objetivo 3.19 e na restrição conjunta 3.20 estão definidas a seguir na tabela 3.

Tabela 3 – Constantes para o problema de poluição do rio

Jogador	c_{1a}	c_{2a}	e_a	u_{a1}	u_{a2}	d_1	d_2	K_1	K_2
1	0,10	0,01	0,50	6,500	4,583	3,00	0,01	100	100
2	0,12	0,05	0,25	5,000	6,250				
3	0,15	0,01	0,75	5,500	3,750				

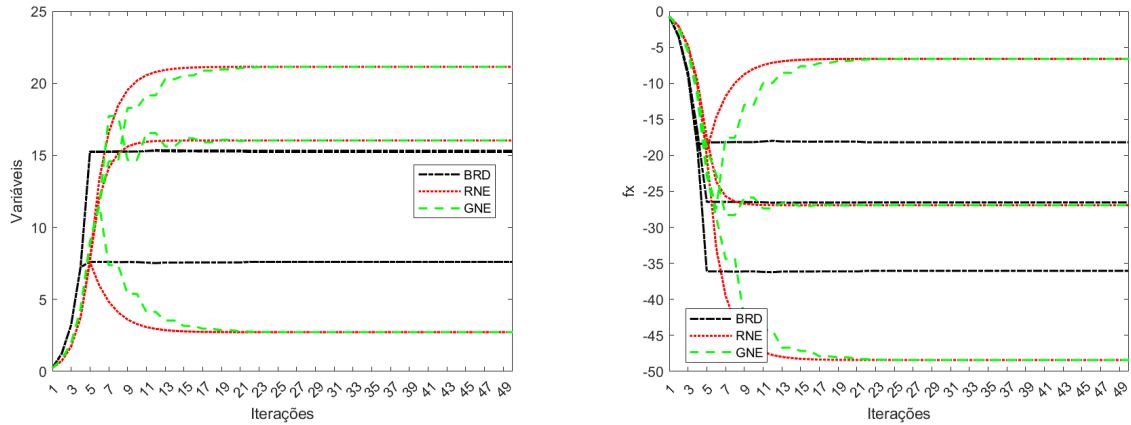
A tabela 4 apresenta os resultados médios obtidos para o resultado das variáveis, bem como o número médio de iterações e o tempo gasto para a convergência de cada algoritmo.

Tabela 4 – Resultado do jogo de poluição do rio

Jogador	BRD	RNE	EGNE
1	12,0287	21,1448	21,14488
2	12,1062	16,0279	16,02799
3	11,0967	2,7260	2,7260
Média de iterações	35,46	54,36	33,66
Tempo médio (s)	2,0878	2,7911	0,8077

Na tabela 4, podemos observar que os algoritmos RNE e EGNE conseguiram encontrar o equilíbrio de Nash, com destaque para o EGNE que utilizou menos iterações e, conseqüentemente, um tempo menor. A figura 20 apresenta a evolução dos algoritmos até a 50ª iteração. Pelos

resultados apresentados, os algoritmos da relaxação e do gradiente chegaram próximos ao equilíbrio de Nash com poucas iterações, enquanto o algoritmo BRD não foi capaz de encontrar o equilíbrio.



(a) Média da evolução das variáveis de cada jogador (b) Média da evolução da função objetivo de cada jogador

Figura 20 – Resultado do problema de poluição do rio

Exemplo 3: O terceiro problema avaliado é baseado no oligopólio de Cournot com restrições conjuntas e funções de custo não lineares. Nesse problema as empresas estudadas produzem algum tipo de bem a ser comercializado, onde o resultado é dado pela receita de produção desse bem, subtraído o custo de produção, dadas por

$$f_a(x_a, x_{a-}) = p(x_a, x_{a-})x_a - \theta_a(x_a), \quad (3.21)$$

onde x_a é a decisão de produção do jogador a e x_{a-} é a produção dos demais participantes do mercado. O preço p de mercado é dado por

$$p(x_a, x_{a-}) = 5.000^\gamma \left(\sum_{\mu=1}^A x_\mu \right)^{-\gamma}; \quad (3.22)$$

a função de custo θ_a é dada por

$$\theta_a(x_a) = (c_a x_a) + \frac{\beta_a}{\beta_a + 1} K_a^{\frac{1}{\beta_a}} \left(x_a^{\frac{\beta_a + 1}{\beta_a}} \right); \quad (3.23)$$

e a restrição conjunta de produção é dada por

$$\sum_{\mu=1}^A x_\mu \leq P. \quad (3.24)$$

Para a configuração do problema, foram considerados 5 jogadores com os parâmetros na tabela 5.

A tabela 6 apresenta os resultados médios obtidos para o resultado das variáveis, bem como o número médio de iterações e o tempo gasto para a convergência de cada algoritmo.

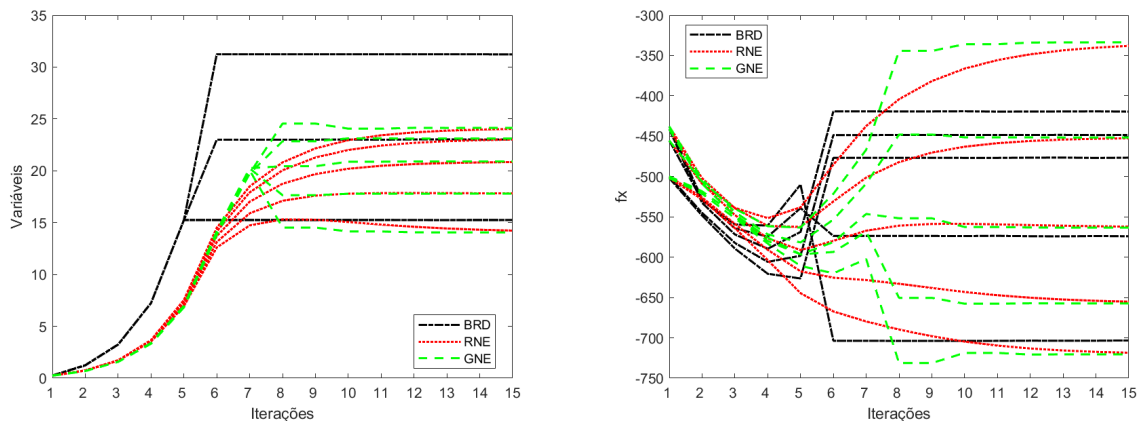
Tabela 5 – Constantes para o problema do oligopólio de Cournot

Jogador	c_a	K_a	β_a
1	10	5	1,2
2	8	5	1,1
3	6	5	1,0
4	4	5	0,9
5	2	5	0,8

Tabela 6 – Resultado do oligopólio de Cournot com 5 jogadores

Jogador	BRD	RNE	EGNE
1	31,5132	14,0501	14,0501
2	21,9754	17,7984	17,7984
3	15,5040	20,9072	20,9072
4	15,5201	23,1114	23,1114
5	15,4873	24,1329	24,1329
Média de iterações	13,950	61,620	47,750
tempo médio (s)	0,3440	2,9979	0,4456

Na tabela 6, podemos observar que os algoritmos RNE e EGNE conseguiram encontrar o equilíbrio de Nash, com destaque para o EGNE que utilizou menos iterações e, conseqüentemente, menos tempo para encontrar o equilíbrio de Nash. A figura 21 apresenta a evolução dos algoritmos até a 15ª iteração. Pelos resultados apresentados, os algoritmos da relaxação e do gradiente chegaram próximos ao equilíbrio de Nash com poucas iterações, enquanto o algoritmo BRD não foi capaz de encontrar o equilíbrio, interrompendo o algoritmo antes do equilíbrio.



(a) Média da evolução das variáveis de cada jogador (b) Média da evolução da função objetivo de cada jogador

Figura 21 – Resultado do problema de oligopólio

Exemplo 4: No próximo exemplo foi estudada a modelagem de um mercado de energia

elétrica com 3 empresas geradoras de energia elétrica, onde cada gerador possui n usinas. Nessa modelagem, não foram consideradas as restrições de linhas de transmissão e existe apenas um consumidor com a demanda linear, que deve ser atendido pela geração das usinas definida através do equilíbrio de Nash. A variável de decisão x de cada gerador a define a quantidade de energia elétrica a ser gerada em cada uma de suas usinas i , limitadas à capacidade máxima de geração de cada usina $P_{a,i}^{max}$. A função de lucro de cada gerador é dada por

$$f_a(x_a, x_{a-}) = p(x_a, x_{a-}) \times \sum_{i=1}^{n_a} x_{a,i} - \sum_{i=1}^{n_a} \theta_{a,i}(x_{a,i}) \quad (3.25)$$

e a função inversa da demanda p é dada por

$$p(x_a, x_{a-}) = 378,4 - 2 \times \sum_{a=1}^3 \sum_{i=1}^{n_a} x_{a,i} \quad (3.26)$$

e a função de custo θ da usina i é dada por

$$\theta_{a,i}(x_a, x_{a-}) = \frac{1}{2} c_{a,i} \times (x_{a,i})^2 + d_{a,i} x_{a,i} + e_{a,i} \quad (3.27)$$

A tabela 7 apresenta as constantes das funções do problema.

Tabela 7 – Constantes das funções para a modelagem do problema de mercado de energia elétrica

Empresa a	Usina i	$c_{a,i}$	$d_{a,i}$	$e_{a,i}$	$p_{a,i}^{min}$	$p_{a,i}^{max}$
1	1	0,0400	2,00	0	0	80
2	1	0,0350	1,75	0	0	80
	2	0,1250	1,00	0	0	50
3	1	0,0166	3,25	0	0	55
	2	0,0500	3,00	0	0	30
	3	0,0500	3,00	0	0	40

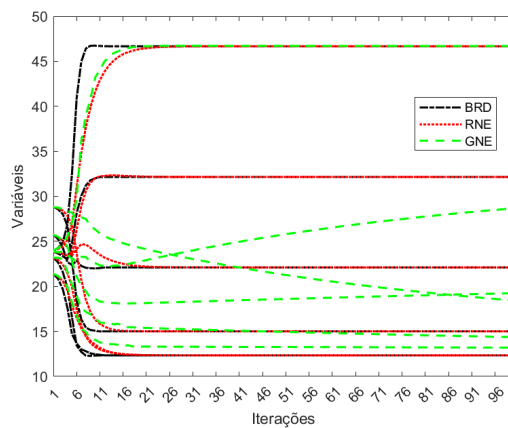
A tabela 8 apresenta os resultados médios obtidos para o resultado das variáveis, bem como o número médio de iterações e o tempo gasto para a convergência de cada algoritmo.

Na tabela 8, podemos observar que os três algoritmos conseguiram encontrar o equilíbrio de Nash. O método RNE encontrou o equilíbrio utilizando menos iterações. No entanto, mesmo utilizando mais iterações, o método GNE, na média, foi mais rápido que os demais. A figura 22 apresenta a evolução dos algoritmos até a 100ª iteração. Pelos resultados apresentados, os algoritmos BRD e da relaxação chegaram próximos ao equilíbrio de Nash, com poucas iterações, enquanto o algoritmo EGNE precisou de mais iterações para encontrar o equilíbrio, uma vez que não é possível observar essa convergência na figura 22, mas a tabela 8 apresenta o resultado do equilíbrio encontrado por ele.

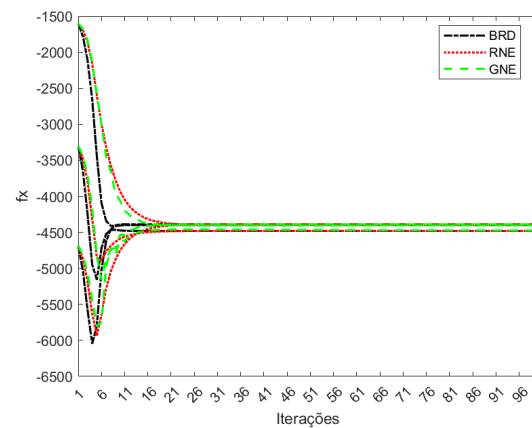
Assim, com a solução dos problemas apresentados anteriormente, a robustez do algoritmo EGNE pôde ser comprovada também de forma empírica. Na próxima seção, o mecanismo de sazonalização será descrito matematicamente e serão apresentados os resultados obtidos pelos experimentos realizados por este trabalho, utilizando o EGNE como algoritmo de solução

Tabela 8 – Resultado do problema de mercado de energia elétrica

Empresa a	Usina i	BRD	RNE	EGNE
1	1	46,6616	46,6616	46,6617
2	1	32,1540	32,1540	32,1540
	2	15,0031	15,0031	15,0033
3	1	22,1072	22,1072	22,0102
	2	12,3396	12,3396	12,3878
	3	12,3396	12,3396	12,3879
Média de iterações		300,00	120,95	248,13
Tempo médio (s)		73,42	97,28	15,17



(a) Evolução das variáveis de cada jogador



(b) Evolução da função objetivo de cada jogador

Figura 22 – Resultado do jogo no mercado de energia elétrica

3.2 Conclusões

Esta seção apresentou um breve histórico da teoria dos jogos, destacando a importância dela em diversas áreas de conhecimento, inclusive em mercados de energia. Assim, uma vez modelado um tipo de problema, utilizando a teoria dos jogos, é possível modelar o comportamento de diversos tipos de agentes e, a partir dos resultados encontrados, definir estratégias de atuação em vários tipos de problemas e áreas de conhecimento.

Existem diversos algoritmos para lidar com jogos. Para avaliar esses algoritmos foram apresentados diversos problemas, comparando a performance de dois algoritmos tradicionais (BRD e RNE) com o método EGNE, proposto por este trabalho. Os resultados apresentados mostraram que o método EGNE convergiu com a mesma precisão para encontrar o equilíbrio de Nash e de forma mais rápida, obtendo uma redução média de 80% para os exemplos avaliados.

O mercado de energia é um mercado competitivo, onde as ações dos agentes interferem mutuamente em seus resultados, fazendo com que a utilização da teoria dos jogos, nesse mercado, seja um diferencial importante para auxiliar os agentes na tomada de decisão.

O próximo capítulo irá apresentar os experimentos de avaliação de resultados da interação dos agentes, utilizando a modelagem matemática proposta para o processo de sazonalização, comparando os resultados verificados com os resultados obtidos com a obtenção do equilíbrio de Nash.

4 Resultados

Conforme descrito anteriormente, o equilíbrio de Nash pode ser obtido com a solução da equação 3.2. Considerando as formulações apresentadas nas seções anteriores, foram realizados alguns experimentos, considerando informações históricas, para avaliar os impactos da decisão de sazonalização dos agentes no resultado do MRE e dos agentes.

Neste trabalho foram utilizados os limites $g_a^{min} = 0,50$ e $g_a^{max} = 1,85$ para os anos onde o limite estabelecido para o MRE é a potência assegurada da usina, ou seja, para a primeira e segunda fase das regras de sazonalização, que se estenderam até o processo de sazonalização de 2021. A partir de 2022, a regulamentação dos limites de alocação mensal foi alterada e para esse ano ficou definida conforme apresentado na tabela 9 e na figura 23, a seguir.

Tabela 9 – Limites de sazonalização para o ano de 2022

	jan.	fev.	mar.	abr.	mai.	jun.	jul.	ago.	set.	out.	nov.	dez.
g_a^{min}	0,9120	0,9561	0,9520	0,8491	0,7893	0,7314	0,6842	0,6618	0,7231	0,7500	0,7676	0,8343
g_a^{max}	1,3680	1,4341	1,4280	1,2737	1,1839	1,0971	1,0263	0,9927	1,0847	1,1250	1,1513	1,2515

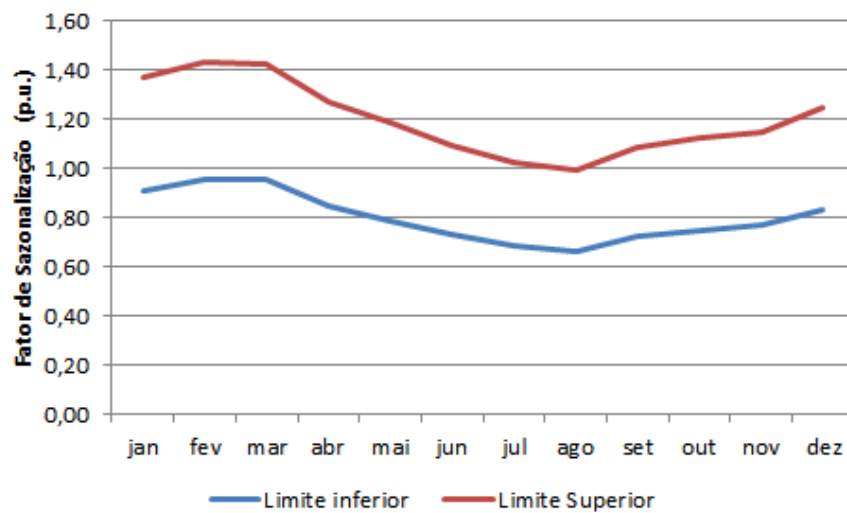


Figura 23 – Limites de sazonalização para 2022

De forma a verificar a performance da utilização do modelo para a tomada de decisão, a proposta de sazonalização feita por cada agente foi submetida aos valores verificados de PLD e geração hidráulica total verificada, comparando o resultado do agente utilizando a decisão de sazonalização histórica, verificada com a decisão de sazonalização proposta pelo resultado do equilíbrio de Nash. Deve ser observado que em ambos os cenários, os valores de PLD e geração hidráulica não eram conhecidos a priori. Essas informações são utilizadas apenas para comparar os resultados "what if" das decisões.

A figura 24 apresenta o PLD de cada submercado verificado e a figura 25 apresenta a geração hidráulica total verificada. Os valores de garantia física disponíveis por submercado estão apresentados na tabela 10, a seguir. Cabe destacar que o modelo NEWAVE considera as informações das usinas despachadas centralizadamente, conforme definido nos procedimentos de rede do ONS (ONS, 2022). Dessa forma, os valores de geração hidráulica total e de garantia física apresentados foram ajustados, de forma a considerar apenas essas usinas que estão representadas no NEWAVE, que correspondem a aproximadamente 97% de toda a energia do MRE.

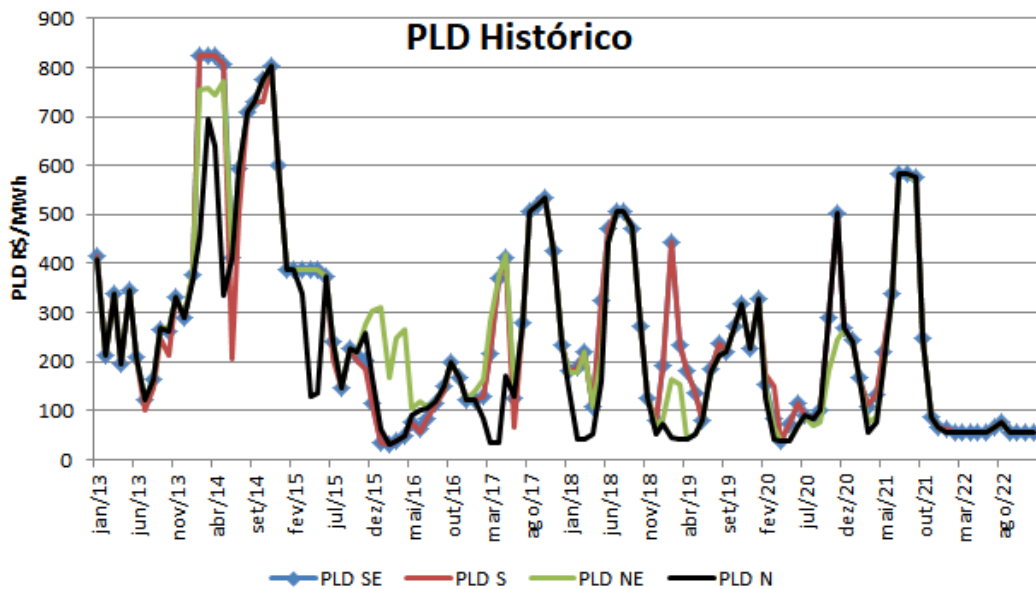


Figura 24 – Valores históricos do PLD

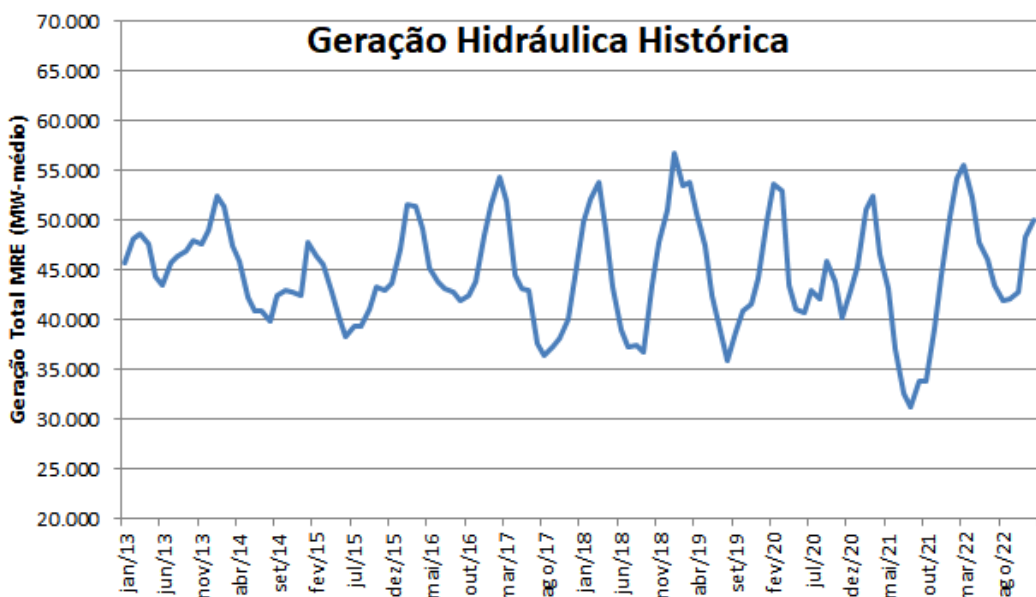


Figura 25 – Valores históricos de geração hidrelétrica do MRE

Tabela 10 – Garantia física do MRE

Valores em MW-médios	GF MRE SE/CO	GF MRE S	GF MRE NE	GF MRE N	GF MRE Total
2013	29.192	6.950	6.250	4.802	49.369
2014	30.523	7.061	6.250	4.998	48.767
2015	31.789	7.061	6.250	5.347	51.057
2016	32.794	7.061	6.250	6.771	52.502
2017	32.814	7.061	6.250	8.619	58.243
2018	32.394	7.061	5.962	9.906	56.551
2019	32.799	7.164	5.962	9.949	55.045
2020	32.926	7.186	5.962	9.949	57.952
2021	32.926	7.186	5.962	9.949	57.948
2022	32.926	7.186	5.962	9.949	57.859

4.1 Experimentos

4.1.1 Avaliação sistêmica

A primeira avaliação feita por este trabalho tem por objetivo observar o impacto geral da ação dos agentes no resultado global do mecanismo. Para tal, foi considerado um agente para representar cada submercado pois os principais direcionadores para a definição do resultado ótimo da alocação da energia são o PLD de cada submercado e a geração total do MRE. A função objetivo do problema é dada pela maximização da receita esperada de cada agente, conforme descrito pela equação 2.17.

Em (SANTOS, 2022) foi proposta uma modelagem semelhante, considerando 4 agentes (1 agente representando cada submercado), interagindo de forma competitiva para a definição da sazonalização ótima de cada agente, e avaliando o impacto dessas decisões no resultado global do MRE. Nesse estudo foi considerada uma projeção determinística da evolução do PLD e da geração hidrelétrica para a definição do perfil de sazonalização dos agentes e para a solução foi utilizado o algoritmo RNE. Com isso, foi comparado o resultado da sazonalização verificada total do MRE (a escolha feita por todos os agentes a cada ano) com a sazonalização proposta pelo resultado do jogo competitivo, onde demonstrou-se que a avaliação sistêmica do problema poderia trazer melhores resultados financeiros, para o mecanismo como um todo.

No primeiro experimento deste trabalho será realizada a modelagem da receita esperada para 2.000 cenários de PLD e de geração hidrelétrica, portanto, levando em consideração a incerteza da projeção dos cenários. Para os dados de entrada do modelo da sazonalização, serão utilizados os dados de saída de rodadas do NEWAVE para cada ano. O modelo NEWAVE de cada ano foi executado considerando os dados disponibilizados pelo ONS e pela CCEE, no programa de operação mensal da operação do mês de dezembro do ano anterior ao ano em que se deseja definir a sazonalização da energia. Esses dados ficam disponíveis para os agentes antes

do prazo final do processo de sazonalização.

De forma a verificar a robustez e a velocidade do método proposto, as tabelas 11 e 12 apresentam a comparação entre os resultados obtidos utilizando diferentes métodos para encontrar o equilíbrio de Nash. Foram feitas 15 execuções, com pontos iniciais factíveis, porém diferentes. Os resultados apresentados são referentes à média dessas execuções, onde $fx(1e^3)$ apresenta o resultado da soma da função objetivo dos jogadores encontradas com o equilíbrio de Nash, std representa o desvio padrão das execuções, it é o número médio de iterações que cada método utilizou e $tempo(s)$ é o tempo médio gasto para encontrar o equilíbrio de Nash.

Tabela 11 – Comparação da performance dos métodos para os anos 2013 a 2017

		2013	2014	2015	2016	2017
BRD	fx ($1e^3$)	-7.232,42647	-5.034,79829	20.488,51287	970,84734	2.689,71492
	std	0,00012	0,00008	0,00095	0,00000	0,00038
	it	92,00	98,13	67,47	121,67	89,07
	tempo (s)	106,39	113,48	78,02	140,70	103,00
RNE	fx ($1e^3$)	-6.652,49858	-4.680,20694	24.623,94168	1.019,58648	3.721,13214
	std	40.507,40501	184.056,00125	343.172,91494	29.072,07032	377.458,67868
	it	50,53	55,80	56,07	55,00	56,13
	tempo (s)	4,04	4,46	4,49	4,40	4,49
EGNE	fx ($1e^3$)	-7.232,42647	-5.034,79829	20.488,51377	970,84734	2.689,71502
	std	0,00022	0,00001	1,90615	0,00030	0,27529
	it	83,93	78,87	104,93	68,33	77,80
	tempo (s)	14,27	13,41	17,84	11,62	13,23

Tabela 12 – Comparação da performance dos métodos para os anos 2018 a 2022

		2018	2019	2020	2021	2022
BRD	fx ($1e^3$)	3.026,03110	-927,80590	2.353,91912	5.884,45377	11.065,23404
	std	0,00004	0,00031	0,00000	0,00000	0,00021
	it	92,20	70,67	90,27	103,87	92,60
	tempo (s)	106,62	81,72	104,38	120,11	107,08
RNE	fx ($1e^3$)	3.176,01233	969,09021	2.465,26703	6.169,76377	11.110,64951
	std	23.281,02741	63.801,29444	37.387,53184	9.118,88972	2.763,62607
	it	54,60	56,27	57,13	52,33	59,87
	tempo (s)	4,37	4,50	4,57	4,19	4,79
EGNE	fx ($1e^3$)	3.026,03110	-927,80440	2.359,11191	5.884,62847	11.065,23405
	std	0,00003	0,99136	15.626,14617	4.660,57375	0,01721
	it	67,33	82,53	35,27	44,80	107,80
	tempo (s)	11,45	14,03	6,00	7,62	18,33

Pelos resultados apresentados, os métodos BRD e EGNE conseguiram encontrar o equilíbrio de Nash em todos os anos, sendo que o EGNE se mostrou mais rápido, e o BRD conseguiu encontrar o equilíbrio com maior precisão.

A tabela 13 a seguir apresenta o ganho, para cada ano avaliado, que cada agente teria se utilizasse a solução do equilíbrio de Nash, em vez de ter utilizado a estratégia individual passada. A solução foi obtida através do método EGNE, considerando uma proposta determinística (utilizando a otimização de apenas 1 cenário para o cálculo da receita ótima) e a proposta

estocástica (utilizando todos os cenários e calculando a receita esperada ótima). A abordagem determinística também foi utilizada em (SANTOS, 2022). Pode-se observar que os resultados obtidos são muito próximos devido à pequena não linearidade do problema, com destaque para a redução no tempo de execução para encontrar o equilíbrio com o cenário determinístico, indicando essa abordagem mais adequada para aplicações que exigem resposta em tempos reduzidos.

Além dessa demonstração empírica da equivalência dos resultados da otimização (otimizar com a média dos dados de entrada é equivalente a otimizar o resultado esperado de todos os cenários de entrada), que reduz significativamente o tempo de execução, esse experimento também pode ser utilizado como referência para a definição de regulamentos relacionados ao MRE, como por exemplo explorar os impactos da definição de limites de sazonalização para todo o mecanismo ou até mesmo ser utilizado como referência, para definição da sazonalização dos agentes.

Tabela 13 – Comparação da solução sistêmica

Ganho (R\$ MM)	Determinístico			Estocástico		
	Média	Desvio padrão	Tempo	Média	Desvio padrão	Tempo (s)
2013	188,1422233	0,0000001	3,89	186,6562726	0,0000663	11,52
2014	1129,1587921	0,0001906	4,41	1142,1863611	0,0001431	11,47
2015	766,1543977	0,0008057	5,41	765,6363824	0,0000252	16,80
2016	-557,3658352	0,0000030	3,53	-559,6149344	0,0000027	8,32
2017	1418,8417188	0,0007956	4,37	1414,5166842	0,0000017	10,78
2018	-243,2364907	0,0000006	3,81	-238,9509365	0,0000004	8,88
2019	2900,9190793	0,0026012	5,33	2918,1808946	0,0021707	13,52
2020	-18,4642436	15,4123150	2,95	-12,6585224	15,1952284	11,74
2021	55,1214654	8,0002863	2,20	60,6609944	5,4539520	3,41
2022	-0,5938777	0,0000000	4,64	-0,5940656	0,0000000	17,52

Os resultados apresentados na tabela 13 indicam que o equilíbrio de Nash foi encontrado com um desvio padrão pequeno para o conjunto de dados dos anos de 2013 a 2019 e 2022. No entanto para os anos 2020 e 2021, o desvio padrão ficou elevado, considerando que o ponto inicial x_0 é alterado em cada execução. Para o mesmo ponto inicial x_0 , o equilíbrio de Nash encontrado é o mesmo para todas as execuções. Assim, podemos inferir que para esse conjunto de dados e variáveis existe mais de um equilíbrio de Nash.

4.1.2 Avaliação individualizada

Uma outra evolução dessa avaliação sistêmica seria incluir novos agentes no jogo, de forma a avaliar a interação entre agentes no mesmo submercado. Conforme dados disponibilizados em (CCEE, 2023) (referentes aos dados consolidados do ano de 2022), existem 391 agentes participantes do MRE. Cabe destacar que, muitas vezes, esses agentes são de propriedade de um mesmo grupo econômico, que busca realizar uma otimização societária para melhor gerir os resultados do grupo. Assim, foi realizado um agrupamento considerando os principais grupos

econômicos desses agentes, de forma a ter uma visão mais precisa da informação. Considerando esse agrupamento, temos que 70% da energia do mecanismo pertence a 10 grupos empresariais.

Nesse sentido, o segundo experimento apresentado por este trabalho buscou modelar, de forma separada, os principais agentes de mercado participantes do mecanismo, considerando 5 agentes no submercado Sudeste/Centro-Oeste, 3 agentes no submercado Sul, 1 agente no submercado Nordeste e 2 agentes no submercado Norte. Essa separação foi feita levando-se em consideração o principal submercado de alocação de energia de cada agente, deixando os agentes marginais seguindo o perfil do MRE, juntamente com as usinas que, por regulação, também utilizam esse perfil (ANEEL, 2022b; CCEE, 2022). A função objetivo do problema é dada pela maximização da receita esperada de cada agente, conforme descrito pela equação 2.17.

Para cada agente, considerou-se o perfil de contratos de venda obtidos nos dados disponibilizados pela CCEE, referente ao ano de 2022 (CCEE, 2023). A tabela 14 a seguir apresenta o percentual de participação no mecanismo de cada agente modelado. Os agentes SE\CO 5 e S 3 representam os demais agentes de cada submercado que não fazem parte dos maiores grupos econômicos modelados. Para esses agentes optou-se por definir que eles seguiriam o perfil dos demais agentes, não participando do jogo da sazonalização. Além desses, o agente do submercado NE também deverá seguir o perfil dos demais agentes, uma vez que toda energia desse submercado está alocada em cotas de garantia física. Assim, temos que os agentes SE\CO 5, S 3, NE $\in \underline{A}$ e suas variáveis de alocação não são decisões de otimização do modelo, ou seja, são os agentes seguidores.

Tabela 14 – Participação dos agentes na GF de seu próprio submercado.

Agente	(%) GF do submercado
SE\CO 1	20%
SE\CO 2	15%
SE\CO 3	10%
SE\CO 4	5%
SE\CO 5	50%
S 1	45%
S 2	9%
S 3	46%
NE	100%
N 1	50%
N 2	50%

Como o objetivo do experimento é verificar a interação entre os agentes, para a otimização não foi considerado o impacto de contratos de compra sazonalizados e foi considerado que todos os agentes possuem uma sobra de 10% ao longo dos anos avaliados. Os resultados obtidos com a otimização foram comparados com o resultado simulando a sazonalização pelo perfil do contrato

de venda e o perfil do PLD do ano anterior. O perfil dos contratos de venda de cada agente é apresentado na figura 26, a seguir. Esse perfil foi utilizado para todos os anos do estudo.

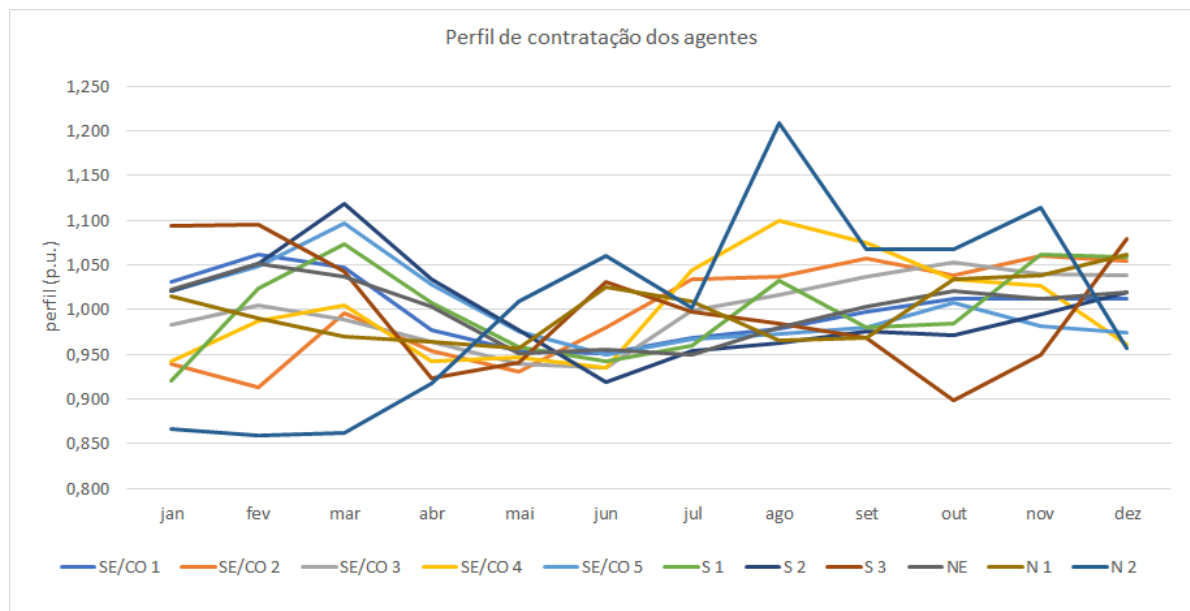


Figura 26 – Perfil dos contratos de venda dos agentes simulados

Mesmo com a grande diferença no perfil de alocação de contratos para cada agente, o resultado do jogo interativo indicou perfis semelhantes de sazonalização por submercado, mostrando que os principais direcionadores para a busca da melhoria do resultado da liquidação de curto prazo são as projeções de PLD e de geração hidráulica total do sistema. A figura 27 apresenta o resultado do perfil de sazonalização para os anos de 2017 a 2022. Nos gráficos, os perfis destacados com a linha tracejada são dos agentes que não participaram do jogo, seguindo o perfil médio resultante do MRE para cada ano.

De forma a avaliar os resultados advindos dessa proposta de sazonalização, obtida com o equilíbrio de Nash, comparou-se esse resultado com o resultado que os agentes teriam se tivessem utilizados outras propostas de sazonalização. Deve-se notar que para essa avaliação, considerou-se que todos os agentes utilizaram a mesma estratégia de sazonalização. A primeira proposta é a utilização do perfil dos seus contratos de venda. Outra comparação foi feita com a estratégia de se utilizar o perfil do PLD do ano anterior no processo de sazonalização. A tabela 15, a seguir, apresenta esse resultado.

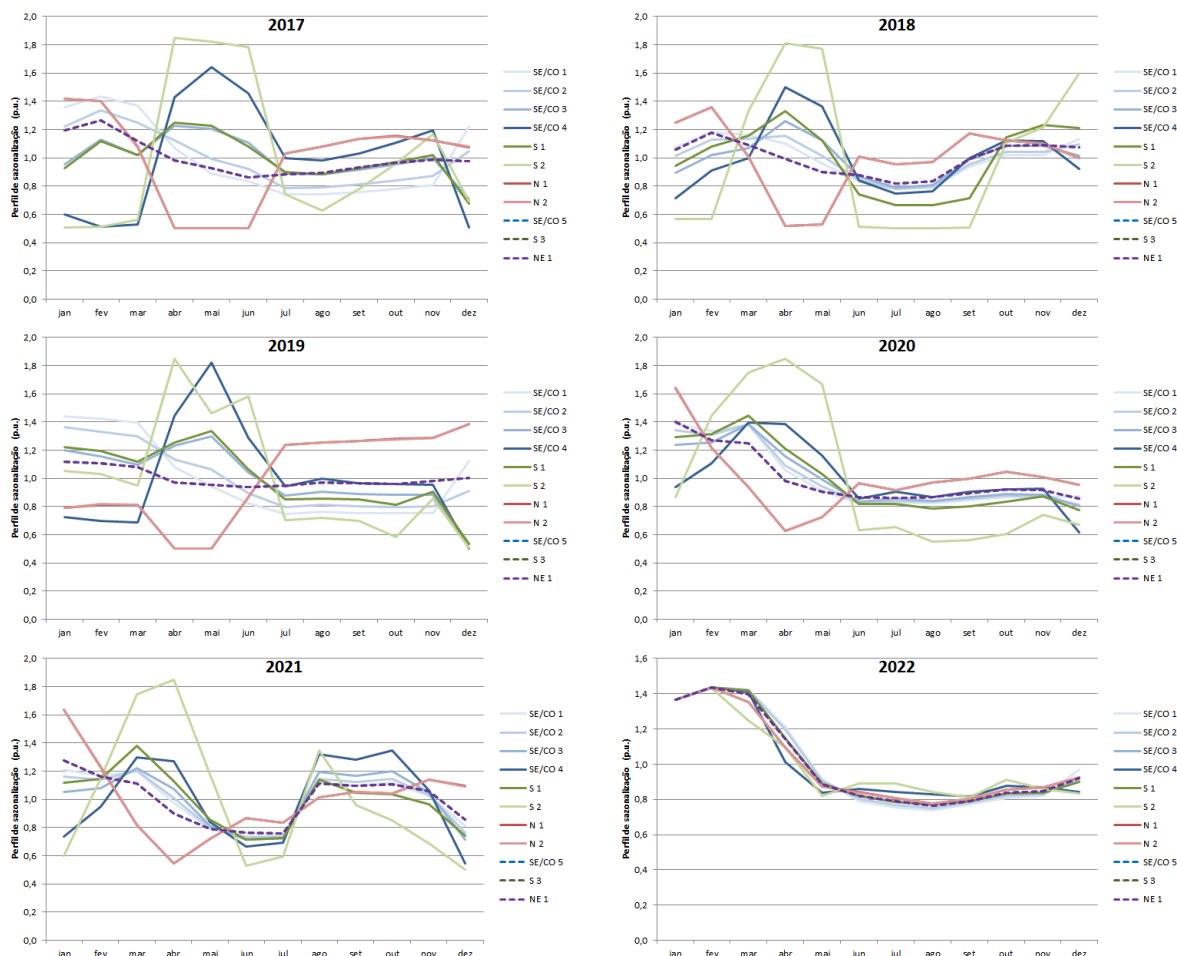


Figura 27 – Perfis de sazonalização do resultado do jogo com 11 agentes

Tabela 15 – Resultado da comparação da sazonalização proposta pelo equilíbrio de Nash com outras opções

Ganhos (+) / Perdas (-) (R\$ MM)	Perfil dos contratos de venda						Perfil baseado no PLD A-1					
	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2017	2018	2019	2020	2021	2022
SE/CO 1	-700	-102	384	-203	14	-13	-526	-157	43	-32	-65	-56
SE/CO 2	-359	-119	318	-174	-58	0	-102	-67	-87	-70	-18	-39
SE/CO 3	169	28	-14	-180	15	1	320	23	-219	-87	12	-23
SE/CO 4	376	-36	-191	-136	-7	5	471	7	-306	-122	37	-7
S 1	187	-319	-17	-148	15	-1	303	-91	-199	-126	-76	-26
S 2	96	-123	-60	-116	-2	2	110	-81	-92	-111	-22	-2
N 1	668	615	810	395	172	8	579	-343	708	-13	427	112
N 2	321	221	687	490	-102	10	580	-342	707	-14	427	112
SE/CO 5	65	210	35	90	185	-9	537	98	-858	278	-41	-111
S 3	151	22	13	-19	4	-5	83	293	-169	20	-32	-26
NE	19	99	-8	-89	74	0	-2808	-340	-216	90	-478	69
Total	992	498	1956	-89	311	-1	-453	-999	-687	-187	169	3

Além das avaliações apresentadas anteriormente, também foi feita a comparação com o perfil histórico do MRE para cada ano e submercado e por último procurou-se ilustrar como teria sido o resultado caso a regra de utilizar a sazonalização baseada na média de geração do MRE dos últimos 5 anos. A tabela 16 a seguir apresenta esse resultado.

Tabela 16 – Resultado da comparação da sazonalização proposta pelo equilíbrio de Nash com outras opções

Ganhos (+) / Perdas (-) (R\$ MM)	Perfil histórico do MRE						Perfil baseado na geração histórica					
	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2017	2018	2019	2020	2021	2022
SE/CO 1	-753	-196	317	-93	8	-13	-757	-148	462	-157	-34	-11
SE/CO 2	-272	-96	118	-116	36	-7	-275	-61	227	-164	4	-5
SE/CO 3	206	3	-82	-117	48	-2	204	27	-10	-150	27	-1
SE/CO 4	414	-3	-237	-137	55	4	413	9	-201	-153	44	4
S 1	214	-328	-119	-129	-40	-1	211	-394	3	-151	-39	0
S 2	92	-129	-75	-112	-15	3	92	-142	-51	-116	-15	3
N 1	307	382	704	190	-9	11	681	642	844	469	160	6
N 2	308	383	704	189	-9	11	681	643	844	469	160	5
SE/CO 5	-30	0	-175	126	141	-5	-40	119	188	-36	35	0
S 3	-9	50	-87	17	5	-1	-12	-18	38	-6	7	0
NE	4	-5	28	-41	17	0	-2	41	-7	-44	11	0
Total	483	60	1096	-223	237	1	1196	718	2336	-39	361	1

A figura 27 mostra que os novos limites de sazonalização definidos para 2022 (ANEEL, 2022b) diminuíram muito as opções de atuação dos agentes de mercado no processo de sazonalização. As tabelas 15 e 16 indicam que os ganhos do mecanismo também deverão ser reduzidos com a implantação dessa limitação, com destaque negativo para os agentes inseridos no submercado Norte.

Como podemos observar pelos resultados das tabelas 15 e 16, a utilização da estratégia proposta pelo equilíbrio de Nash não é positiva para todos agentes de mercado, apesar de melhorar o resultado financeiro global do mecanismo na maioria dos anos apresentados. Assim, a ferramenta foi capaz de avaliar e propor uma estratégia de equilíbrio com os dados de projeção de PLD e geração hidrelétrica para 11 agentes de mercado com 12 variáveis de otimização cada, sendo que três deles seguiram o perfil médio dos demais agentes.

A figura 28 apresenta a comparação entre o perfil de sazonalização do equilíbrio encontrado com o perfil de mercado para os maiores agentes de cada submercado, mostrando que os perfis de sazonalização encontrados não correspondem ao perfil de mercado dos agentes.

4.1.3 Considerando um agente inteligente para representar os agentes seguidores (A)

Para essa avaliação foi considerado que os agentes SE/CO 5, S 3 e NE se uniram em apenas um agente, de forma que esse agente possui, como garantia física, a soma da garantia física nos 3 submercados, além de possuir um perfil de venda de contratos consolidado dos perfis de venda de contratos dos 3 submercados e a sobra de 10% foi mantida também para esse agente. Assim, o objetivo desse experimento é a avaliar se a opção de seguir a estratégia dos demais agentes é a melhor alternativa para os agentes que não querem participar do jogo. Para medir o resultado foi feita uma comparação em que os agentes participam do jogo até encontrar o equilíbrio ou seguem o perfil médio dos demais. O resultado se encontra na tabela 17 a seguir.

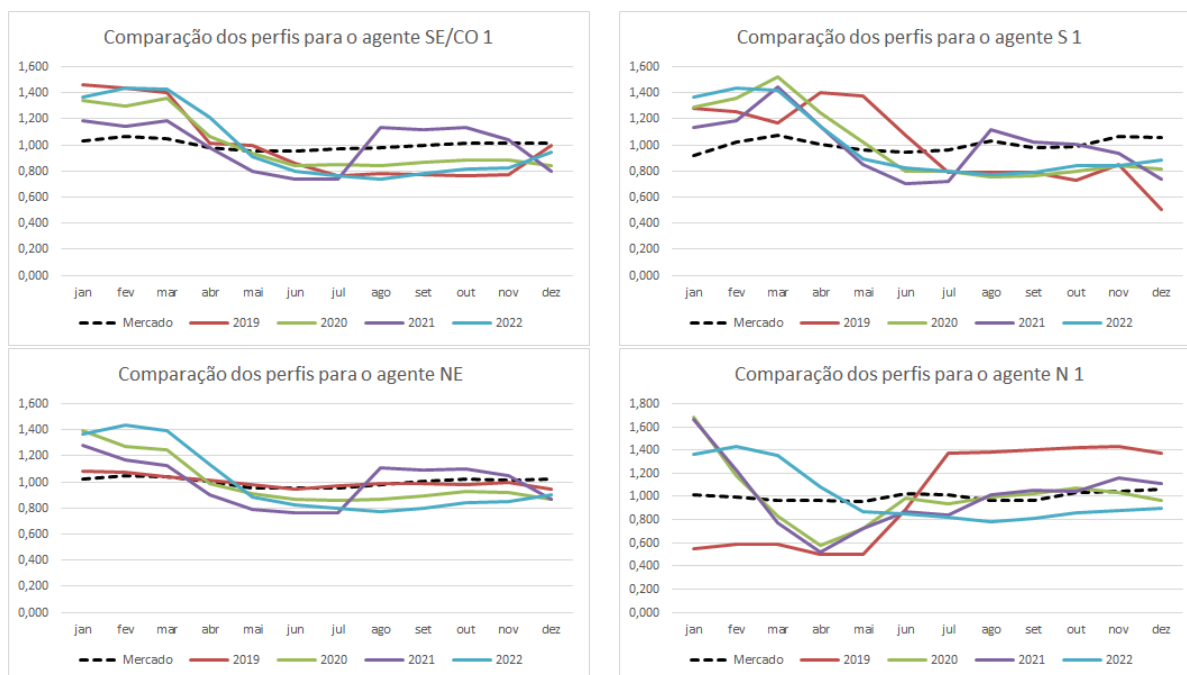


Figura 28 – Comparação entre os perfis de sazonalização e o perfil de mercado

Tabela 17 – Comparação entre a definição de um perfil de sazonalização pelo equilíbrio de Nash ou utilizar o perfil do MRE

Ganhos (+) / Perdas (-) R\$ MM	SE/CO 5	S 3	NE	Total
2013	278,92	22,94	232,28	534,14
2014	-377,89	410,87	298,36	331,34
2015	744,94	-740,22	-129,43	-124,71
2016	-547,14	71,56	-175,87	-651,44
2017	-3.324,63	725,26	287,45	-2.311,92
2018	-2.265,08	417,18	1.025,55	-822,35
2019	1.657,72	-175,44	-33,22	1.449,06
2020	-1.379,99	623,65	58,72	-697,62
2021	-554,85	-323,68	1.916,41	1.037,89
2022	-15,04	14,85	17,43	17,24

Pelos resultados, podemos observar que a utilização do perfil obtido pelo equilíbrio de Nash gerou resultados positivos para o agente resultante, na maioria dos anos. Individualmente o agente SE/CO 5 teve mais perdas do que ganhos, mas os ganhos dos demais agentes foram suficientes para compensar essas perdas, ao se observar o resultado total do MRE. Apenas no ano de 2017 as perdas elevadas para as usinas no submercado SE/CO que não foi compensada pelos ganhos das usinas nos submercados Sul e Nordeste. No entanto, conclui-se que a opção de escolha considerando a utilização do ferramental proposto é, na maioria das vezes, melhor para o conjunto de agentes que não participam do jogo, seja por opção (não possuem ferramentas para o apoio à tomada de decisão) ou por regulamentação (usinas cotistas e UHE Itaipu, as quais

tem a energia alocada para os consumidores regulados).

Para 2022, a utilização do perfil proposto pelo equilíbrio de Nash melhorou o resultado dos agentes. Assim, para o consumidor final regulado, seria interessante que as usinas que os atendem não seguissem o perfil médio dos demais agentes, mas que fosse utilizada outra premissa de alocação de energia considerando a avaliação sistêmica das alocações. A figura 29, a seguir, apresenta a diferença entre o perfil de alocação pela média do MRE e os perfis definidos para cada agente, utilizando o cálculo do equilíbrio de Nash.

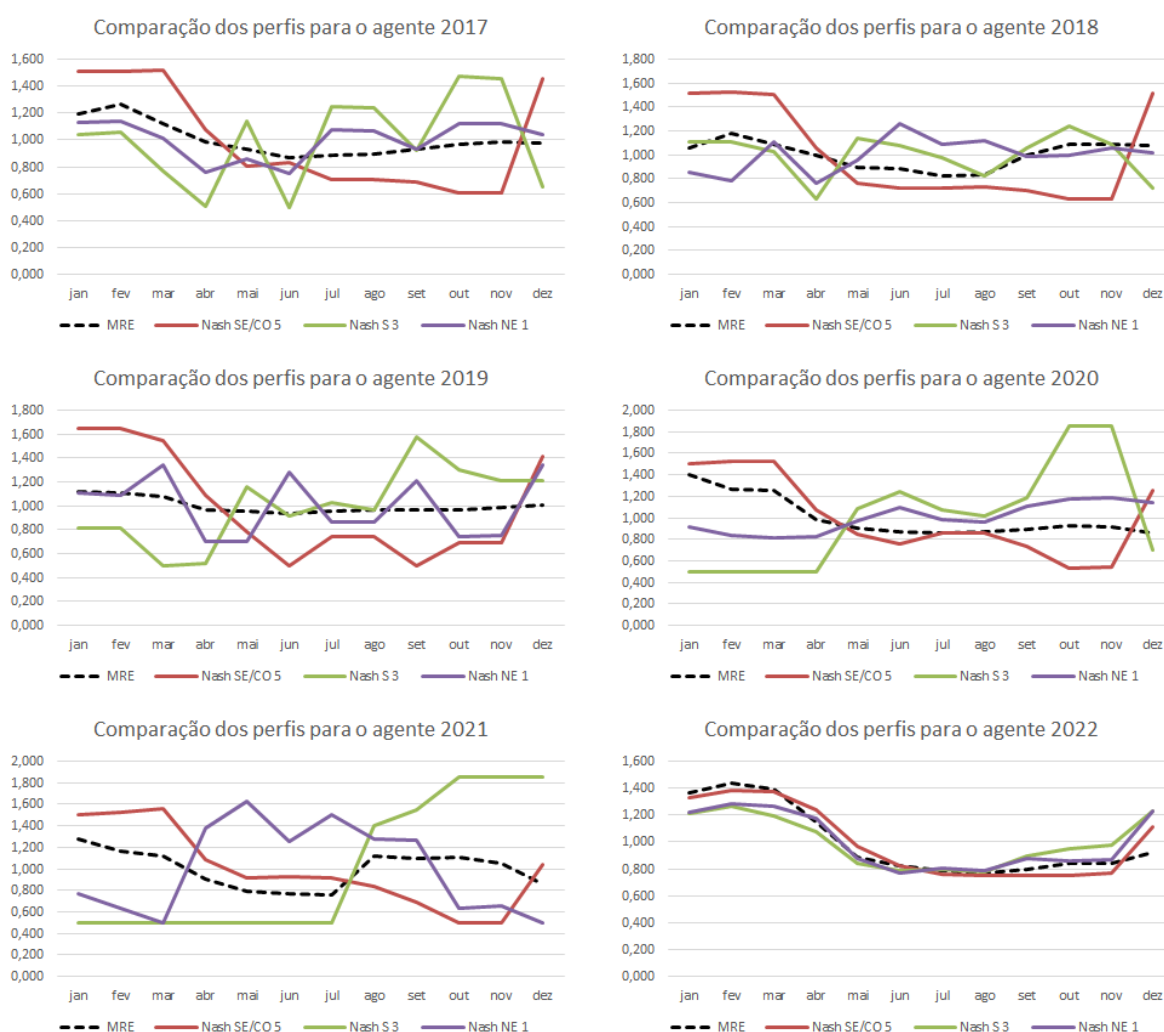


Figura 29 – Comparação entre os perfis de sazonalização pelo equilíbrio de Nash e pela média do MRE

4.1.4 Abordagem multiobjetiva para um dos agentes

Nas seções anteriores, a função objetivo dos agentes era composta por apenas um objetivo: o de maximizar a receita no MCP. No entanto, conforme visto anteriormente, a utilização apenas dessa abordagem para o auxílio à tomada de decisão pode levar a uma distribuição de probabilidade da receita com cenários de risco elevado e ainda, na hipótese da materialização do cenário de risco esse pode comprometer a saúde financeira da empresa, e de todo o setor. Assim,

nessa próxima abordagem, a avaliação do risco, através da métrica CVAR, foi incorporada como uma função objetivo adicional ao problema avaliado. O problema multi-objetivo foi tratado como um problema de um objetivo, considerando a soma ponderada dos objetivos para a construção da fronteira pareto desse jogador. Assim, foram traçados alguns pontos dessa fronteira para avaliar as opções e resultados desse jogador. A função objetivo do primeiro agente (SE/CO 1) foi modificada e passou a ser definida por

$$R_a = R_a + \lambda CVAR(R_a) \quad (4.1)$$

onde R_a é dado pela equação 2.17 e o CVAR dado pela equação 2.18. Para realizar a amostragem da fronteira pareto foi utilizado o método da ponderação dos objetivos, onde $\lambda \in [0, 1]$ define o fator de ponderação de cada um dos objetivos. Neste trabalho foram amostrados 5 pontos da fronteira pareto para cada ano. Para os demais agentes, a função objetivo considerada foi apenas a equação 2.17. Na figura 30 seguir são apresentadas as fronteiras considerando o resultado da receita esperada e do risco encontrados. Nessa figura pode-se observar que para alguns anos a fronteira pareto possui apenas pontos não dominados. Esse fato acontece pois, como o problema modelado é mutualmente dependente da decisão de todos os agentes, a inclusão da métrica de risco na função objetivo do primeiro agente transforma cada ponto em um problema diferente, gerando essa fronteira com pontos dominados.

As tabelas, a seguir, apresentam os resultados encontrados e o desvio padrão das simulações executadas para cada ano.

Tabela 18 – Resultado da avaliação multiobjetivo do agente SE/CO 1 (2017 e 2018)

Valores em R\$ MM	2017				2018			
	Receita		Risco		Receita		Risco	
	Média	Dsvpad	Média	Dsvpad	Média	Dsvpad	Média	Dsvpad
Ponto 1	-0,45460301	0,00531995	-4,75957793	0,01078471	-0,38029298	0,00000000	-2,09934565	0,00000000
Ponto 2	-0,46544100	0,00164818	-3,51669600	0,02108382	-0,38521940	0,00000000	-1,49420990	0,00000000
Ponto 3	-0,48174691	0,01013445	-3,57972745	0,15621258	-0,38670689	0,00000000	-1,47057838	0,00000000
Ponto 4	-0,47700528	0,00094928	-3,44033893	0,01931464	-0,38731068	0,00000000	-1,46306897	0,00000000
Ponto 5	-0,47429230	0,00495802	-3,40585537	0,01493258	-0,38818656	0,00000000	-1,45754772	0,00000000

Tabela 19 – Resultado da avaliação multiobjetivo do agente SE/CO 1 (2019 e 2020)

Valores em R\$ MM	2019				2020			
	Receita		Risco		Receita		Risco	
	Média	Dsvpad	Média	Dsvpad	Média	Dsvpad	Média	Dsvpad
Ponto 1	-0,01439519	0,02640176	-3,08911764	0,04344498	-0,29035128	0,00091228	-4,22896437	0,01395064
Ponto 2	-0,09757428	0,03868396	-2,16007094	0,30397157	-0,30430125	0,00002148	-2,92174528	0,00011437
Ponto 3	-0,18723706	0,01090974	-1,60709904	0,09434949	-0,31028298	0,00000000	-2,87327896	0,00000000
Ponto 4	-0,19919469	0,00294724	-1,56441498	0,01494430	-0,31017480	0,00000000	-2,84731284	0,00000000
Ponto 5	-0,21654257	0,00058404	-1,51849562	0,00178584	-0,31200580	0,00000000	-2,83428850	0,00000000

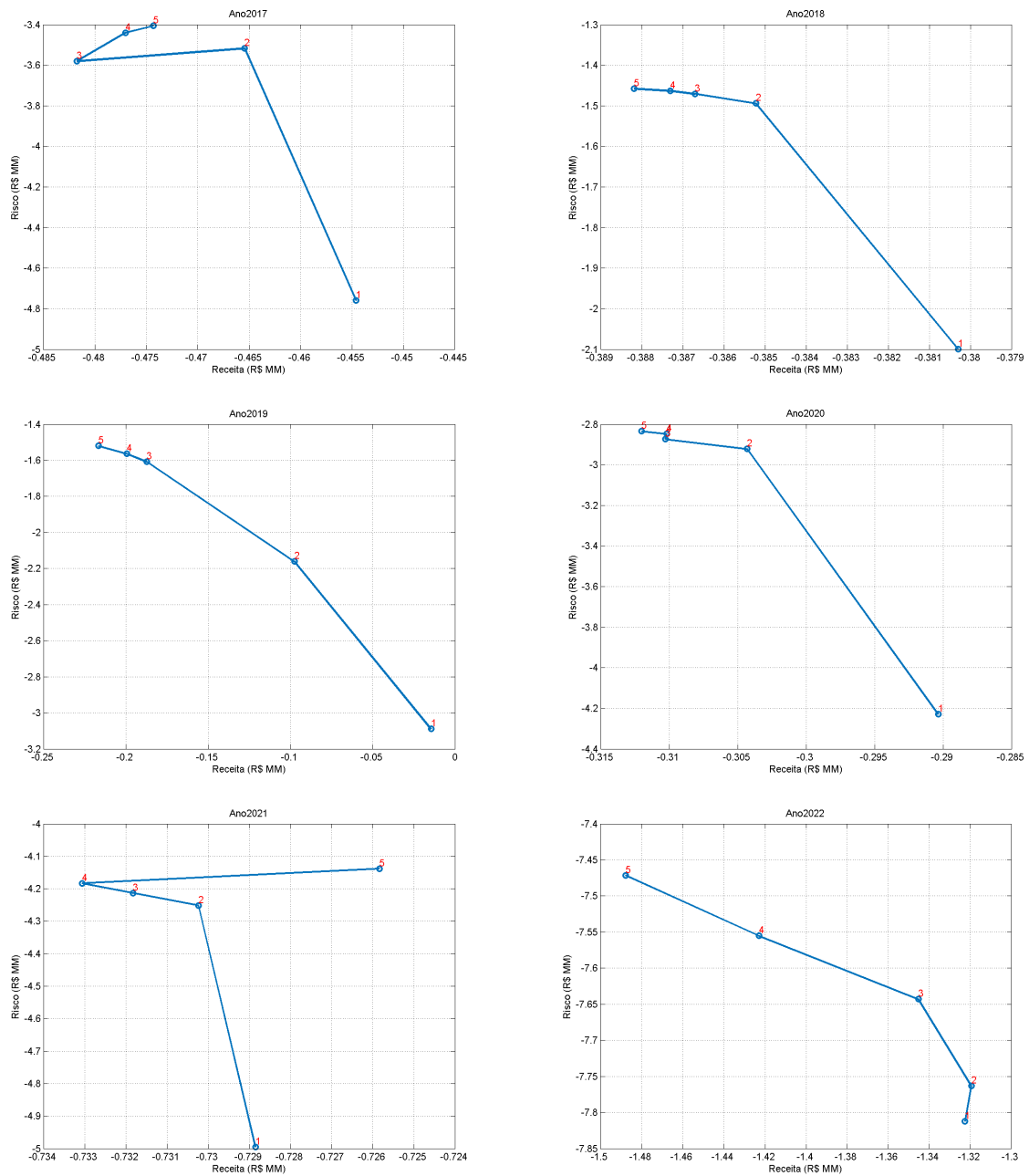


Figura 30 – Fronteira pareto do agente SE/CO 1 resultante para cada ano avaliado

Tabela 20 – Resultado da avaliação multiobjetivo do agente SE/CO 1 (2021 e 2022)

Valores em R\$ MM	2021				2022			
	Receita		Risco		Receita		Risco	
	Média	Dsvpad	Média	Dsvpad	Média	Dsvpad	Média	Dsvpad
Ponto 1	-0,72884825	0,00187013	-4,99460787	0,09058707	-1,32262407	0,00025379	-7,81236173	0,00076431
Ponto 2	-0,73022752	0,00009298	-4,25150140	0,00061275	-1,31949472	0,00118697	-7,76309966	0,02476852
Ponto 3	-0,73181961	0,00010943	-4,21331617	0,00079656	-1,34536835	0,01341597	-7,64294812	0,07015206
Ponto 4	-0,73306318	0,00011627	-4,18295043	0,00211467	-1,42300456	0,05223407	-7,55495111	0,11415052
Ponto 5	-0,72583168	0,00718110	-4,13779675	0,01878838	-1,48791802	0,04102257	-7,47140290	0,00041359

Para cada ponto da fronteira pareto foi proposto um perfil de sazonalização para a energia do agente. A figura 31 apresenta as propostas de sazonalização para cada ano e alguns pontos da

fronteira construída: ponto de maior retorno, ponto de menor risco e o ponto intermediário.

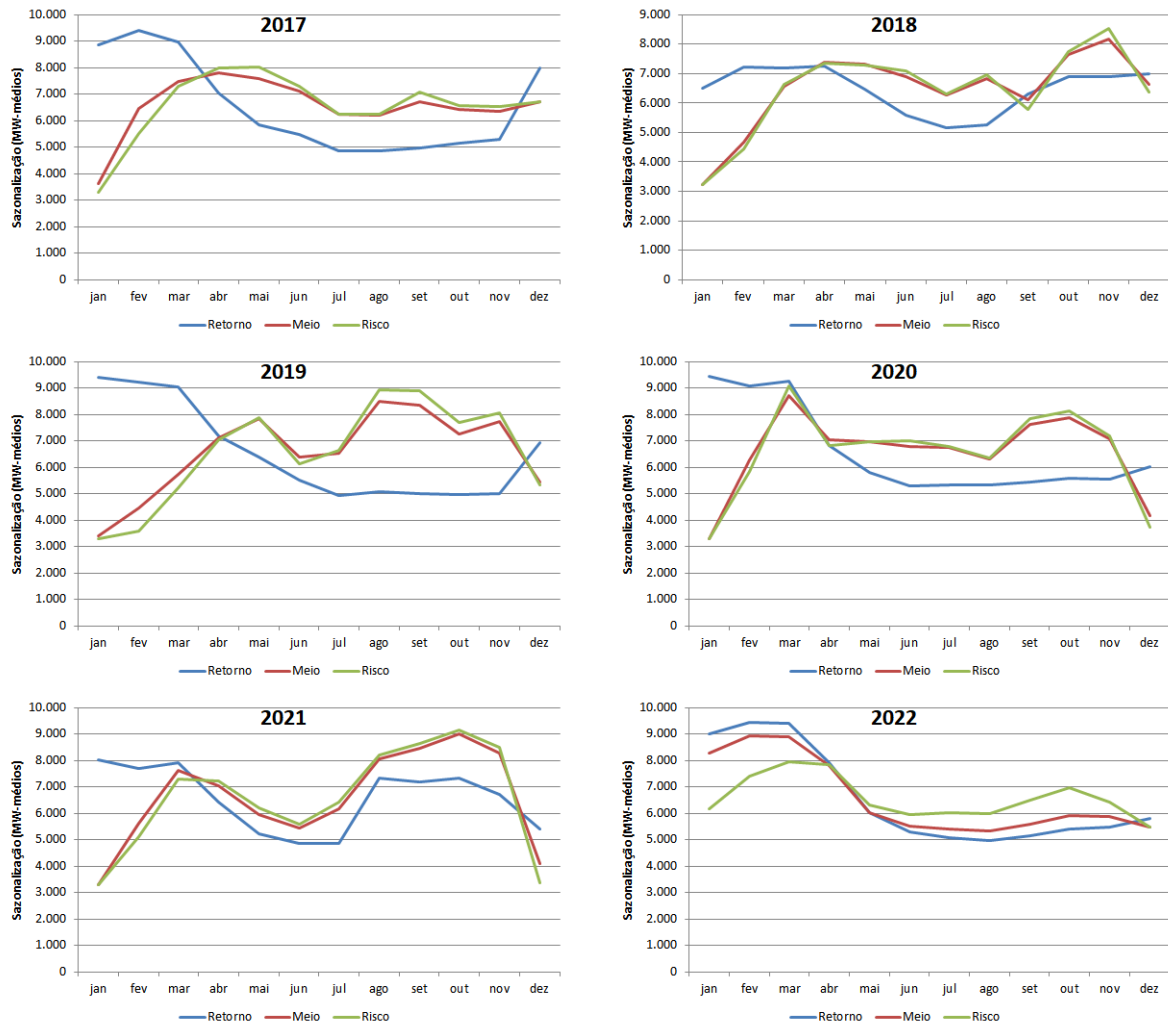


Figura 31 – Perfil de sazonalização para diferentes perfis de risco

Uma última avaliação buscou integrar o risco na função objetivo de um dos agentes. Esse experimento simula a atuação de um agente que possui o ferramental para avaliar o impacto das decisões dos agentes no mecanismo e, a partir dessa avaliação, formular sua própria curva de sazonalização considerando o risco e o retorno de sua decisão e dos demais agentes. De forma a avaliar o resultado dos perfis propostos na figura 31, a tabela abaixo compara a decisão dos pontos extremos e do ponto intermediário da fronteira com as decisões de sazonalizar pelo perfil dos contratos de venda, perfil do PLD do ano anterior (A-a), perfil verificado do MRE e o perfil histórico da geração hidrelétrica total.

Tabela 21 – Resultado da avaliação da sazonalização considerando os perfis da fronteira

Valores em R\$ MM	Perfil dos contratos de venda			Perfil do PLD A-1		
	Retorno	Meio	Risco	Retorno	Meio	Risco
2017	-823	273	434	737	1.248	1.299
2018	-398	54	64	2.138	2.040	2.060
2019	378	-597	-753	5.652	3.355	2.991
2020	59	-636	-648	326	-675	-677
2021	-61	200	320	5.297	6.300	6.521
2022	7	6	-6	1.440	1.397	1.322

Tabela 22 – Resultado da avaliação da sazonalização considerando os perfis da fronteira

Valores em R\$ MM	Perfil verificado do MRE			Perfil do histórico de geração		
	Retorno	Meio	Risco	Retorno	Meio	Risco
2017	-820	97	233	-822	373	545
2018	-566	-294	-287	-277	290	303
2019	2.270	151	-175	138	-504	-613
2020	93	-691	-715	-38	-517	-519
2021	-328	-20	94	254	687	828
2022	38	33	17	-26	-14	6

Conforme destacado nos resultados apresentados anteriormente, a utilização do mapeamento dos cenários de risco cria novas possibilidades de sazonalização para o auxílio na tomada de decisão do agente, tornando a sua escolha mais robusta e suportada por diversas simulações e avaliações do seu retorno considerando diversas possibilidades de atuação dos demais agentes. Caso o ferramental seja utilizado por todos os agentes, a decisão pelo equilíbrio de Nash é uma das melhores decisões para o mecanismo como um todo, trazendo mais segurança e clareza nas decisões de sazonalização dos agentes participantes do MRE.

5 Conclusão e trabalhos futuros

A comercialização de energia é um processo complexo que depende, não apenas das características físicas de cada mercado, mas também de como funcionam suas regras, a interação entre os agentes, a metodologia para definir o preço de energia no mercado de curto prazo, a expansão do sistema, dentre outras. No caso do mercado brasileiro, este trabalho realizou uma revisão mais minuciosa, destacando os principais pontos de atuação dos agentes nesse mercado, as nuances do processo de sazonalização do MRE.

Assim, este trabalho teve como objetivo fazer uma extensa análise do processo de sazonalização, apresentando a modelagem matemática da exposição ao MCP dos agentes participantes do MRE. Essa modelagem parte do pressuposto que os agentes participantes do MRE procuram maximizar, de forma competitiva, a sua receita no MCP, criando um jogo não cooperativo entre os diversos agentes. De forma a avaliar esse jogo, foi apresentada uma ferramenta capaz de encontrar o equilíbrio de Nash para o modelo proposto com diversos agentes, gerando um diferencial para auxiliar na tomada de decisão dos agentes e dos órgãos reguladores.

Esse ferramental demonstrou-se robusto para um problema de doze variáveis de decisão por agente, onde foram utilizados 11 agentes para representar os principais agentes participantes do MRE. Com isso, foram realizados experimentos para avaliar como a decisão de sazonalizar a GF pode interferir no resultado individual dos agentes e também de todo o mecanismo.

No primeiro experimento, onde os agentes foram consolidados por submercado, foi possível apresentar que, mesmo em um jogo competitivo, ao se realizar uma avaliação global das ações dos outros agentes é possível ter uma decisão estratégica para cada agente que, na média, melhora o resultado global do mecanismo, podendo gerar ganhos para todos participantes. Isso é possível quando os agentes conseguem perceber o impacto que, uma decisão tomada com base no FOMO, pode causar no seu resultado financeiro e de todo mecanismo.

Ao separar os agentes, considerando os grupos econômicos, o algoritmo apresentado foi capaz de encontrar o equilíbrio de Nash para 11 agentes com 12 variáveis de decisão cada, indicando novas possibilidades de sazonalização de energia para todos os agentes. Essas propostas de sazonalização apresentadas pelo modelo podem gerar ganhos para os participantes, quando o impacto das decisões de todos os agentes é observada. Cabe destacar que utilizar uma ferramenta capaz de encontrar o equilíbrio de Nash para o auxílio à tomada de decisão, não busca sempre melhorar o resultado futuro, uma vez que esse é incerto. Mas, busca trazer ao decisor alternativas de possíveis escolhas e o impacto dessas alternativas no resultado financeiro, auxiliando-o na tomada de decisão.

Ao considerar que os agentes seguidores também podem definir seu perfil de sazonalização baseado no equilíbrio de Nash, foi apresentado que esses também podem melhorar seus

resultados atuando de forma ativa, em vez de seguir o perfil dos demais agentes. Esse ponto possui um destaque especial, uma vez que os consumidores cativos são afetados pelo resultado da sazonalização de outros agentes, e não possuem uma referência de estratégia a ser seguida.

Com a grande demanda por modelagem, não apenas da receita, mas também do risco nos problemas atuais, a teoria dos jogos aplicada a problemas com mais de um objetivo é um campo promissor para o desenvolvimento e aplicação de novos modelos e técnicas de otimização. Encontrar o equilíbrio de Nash para mais de um objetivo com diversos agentes se mostrou uma tarefa complexa que merece novos estudos e avaliações de forma a apresentar resultados da fronteira apenas com pontos não dominados.

Ao inserir um outro objetivo no problema, o modelo se tornou bastante complexo demorando bastante tempo para calcular cada ponto da fronteira pareto, mas os resultados encontrados foram robustos para auxiliar ainda mais na tomada de decisão do agente que possui o ferramental para avaliar o resultado do mecanismo. Cabe destacar que o jogo estratégico, com duas funções objetivo, muda o espaço de busca e, conseqüentemente os resultados de todos os agentes, fazendo com que a fronteira criada possua pontos dominados.

Assim, todos experimentos e resultados apresentados por este trabalho foram capazes de sustentar que o método EGNE apresentado é eficiente para encontrar o equilíbrio de Nash em um jogo complexo, de muitas variáveis com muitos agentes. Os resultados obtidos pela utilização desse algoritmo podem auxiliar os agentes seguidores na tomada de decisão de como sazonalizar a energia, além de auxiliar todos os agentes de geração que podem sazonalizar sua energia. Como trabalho futuro, pode-se modelar uma abordagem mais ampla para a utilização do método, incluindo os contratos de compra e de venda entre os agentes, de forma a impactar o resultado o MCP de cada um deles.

O mercado de energia, não apenas o brasileiro, possui diversos processos competitivos onde a avaliação da decisão da concorrência é de fundamental importância para aumentar a competitividade e os ganhos nesse mercado. A modelagem realizada por este trabalho, juntamente com o novo método apresentado poderão ser utilizados, por trabalhos futuros, para mapear outros processos dos mercados de energia elétrico, no Brasil e no mundo.

Referências

AHLQVIST, V.; HOLMBERG, P.; TANGERÅS, T. Central- versus self-dispatch in electricity markets. *Research Institute of Industrial Economics (IFN) Working Paper*, v. 13, n. 1257, Dec 2018. ISSN 0102-6909. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3302569>>. Citado na página 39.

ANEEL. Resolução 265, de 13 agosto de 2018. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 1998. Citado na página 36.

ANEEL. Resolução nº 290, de 3 de agosto de 2000. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, v. 138, n. 150-E, p. 43, 2000. Citado na página 50.

ANEEL. Resolução normativa nº 514, de 30 de outubro de 2012. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, v. 149, n. 212, p. 72, 2012. Citado na página 50.

ANEEL. Audiência pública 018/2013. 2013. Disponível em: <https://antigo.aneel.gov.br/web/guest/audiencias-publicas-antigas?p_auth=cxFawmAT&p_p_id=participacaopublica_WAR_participacaopublicaportlet&p_p_lifecycle=1&p_p_state=normal&p_p_mode=view&p_p_col_id=column-2&p_p_col_pos=1&p_p_col_count=2&_participacaopublica_WAR_participacaopublicaportlet_ideParticipacaoPublica=754&_participacaopublica_WAR_participacaopublicaportlet_javax.portlet.action=visualizarParticipacaoPublica>. Citado na página 51.

ANEEL. Audiência pública 094/2013. 2013. Disponível em: <https://antigo.aneel.gov.br/web/guest/audiencias-publicas-antigas?p_auth=cxFawmAT&p_p_id=participacaopublica_WAR_participacaopublicaportlet&p_p_lifecycle=1&p_p_state=normal&p_p_mode=view&p_p_col_id=column-2&p_p_col_pos=1&p_p_col_count=2&_participacaopublica_WAR_participacaopublicaportlet_ideParticipacaoPublica=830&_participacaopublica_WAR_participacaopublicaportlet_javax.portlet.action=visualizarParticipacaoPublica>. Citado na página 51.

ANEEL. Resolução normativa nº 570, de 23 de julho de 2013. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 2013. Citado na página 37.

ANEEL. Resolução normativa nº 584, de 04 novembro de 2013. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, v. 150, n. 214, p. 84, 2013. Citado na página 51.

ANEEL. *Consulta Pública nº 45 - Obter subsídios para o aprimoramento dos critérios de sazonalização de garantia física de usinas hidrelétricas participantes do Mecanismo de Realocação de Energia – MRE*. 2020. "Acessado em 20-07-2023. Disponível em: <<https://www.gov.br/aneel/pt-br/acesso-a-informacao/participacao-social/consultas-publicas>>. Citado na página 54.

ANEEL. Resolução normativa nº 1.032, de 26 de julho de 2022. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 2022. Disponível em: <<https://www2.aneel.gov.br/cedoc/ren20221032.pdf>>. Citado na página 45.

ANEEL. Resolução normativa nº 570, de 23 de julho de 2013. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 2022. Citado 6 vezes nas páginas 48, 54, 57, 60, 84 e 87.

BAO, M.; DING, Y.; ZHOU, X.; GUO, C.; SHAO, C. Risk assessment and management of electricity markets: A review with suggestions. *CSEE Journal of Power and Energy Systems*, v. 7, n. 6, p. 1322–1333, 2021. Citado na página 57.

BARROSO, L.; CAVALCANTI, T.; GIESBERTZ, P.; PURCHALA, K. Classification of electricity market models worldwide. *International Symposium CIGRE/IEEE PES, 2005*, p. 9–16, 2005. Citado na página 30.

BARROSO, L. A. N. *Esquemas Competitivos em Sistemas Hidrotérmicos: Comportamento Estratégico de Agentes Geradores em Ambiente de Mercado*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro - Instituto de Matemática - NCE, 2000. Citado na página 20.

BARROSO, L. A. N. *Estratégias de Ofertas Ótimas Sob Incerteza e Cálculos de Equilíbrios de Nash de Agentes Geradores em Mercados de Curto Prazo de Energia Elétrica: Uma Abordagem por Programação Linear Inteira*. Tese (Doutorado) — COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 2006. Citado na página 60.

BAŞAR, T. Relaxation techniques and asynchronous algorithms for on-line computation of non-cooperative equilibria. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 11, n. 4, p. 531–549, 1987. ISSN 0165-1889. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165188987800064>>. Citado na página 65.

BELTRÁN, F.; FINARDI, E. C.; FREDO, G. M.; OLIVEIRA, W. de. Improving the performance of the stochastic dual dynamic programming algorithm using Chebyshev centers. *Optimization and Engineering*, v. 23, n. 1, p. 147–168, Mar 2022. ISSN 1573-2924. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11081-020-09558-z>>. Citado na página 44.

BI, C.; ZHANG, Q.; BAO, R.; WANG, H. SAR image restoration and change detection based on game theory. p. 55–58, 2015. Citado na página 63.

BLOOT, M. L. *Utilização do Método Otimização de Carteiras de Markowitz Com Estudo de Macro-Cenários na Estratégia de Venda de Energia*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 2011. Citado na página 22.

BOYD, S.; VANDENBERGHE, L. Convex optimization. Cambridge university press, p. 430–432, 2004. Citado na página 71.

BRASIL. Lei nº 8.987, de 13 de fevereiro de 1995. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 1995. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l8987compilada.htm>. Citado na página 32.

BRASIL. Lei nº 9.074, de 7 de julho de 1995. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 1995. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9074cons.htm>. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.

BRASIL. Decreto nº 2.655, de 2 de julho de 1998. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 1998. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/d2655.htm>. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 46.

BRASIL. Lei nº 9.648, de 27 de maio de 1998. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 1998. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9648cons.htm>. Citado na página 46.

BRASIL. Decreto 5.163 de 30 de julho de 2004. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 2004. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/decreto/d5163.HTM>. Citado 3 vezes nas páginas 32, 33 e 34.

BRASIL. Lei nº 10.848, de 15 de março de 2004. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 2004. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/lei/L10.848compilado.htm>. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 33.

BRASIL. Medida provisória nº 579, de 11 de setembro de 2012. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 2012. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2012/mpv/579.htm>. Citado na página 50.

BRASIL. Lei nº 12.783, de 11 de janeiro de 2013. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 2013. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2013/Lei/L12783.htm>. Citado na página 50.

BRASIL. Portaria nº 101, de 22 de março de 2016. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 2016. Disponível em: <<http://www2.aneel.gov.br/cedoc/prt2016101mme.pdf>>. Citado na página 39.

BRASIL. Portaria nº 187, de 4 de abril de 2019. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 2019. Disponível em: <https://www.in.gov.br/materia/-/asset_publisher/Kujrw0TZC2Mb/content/id/70268736>. Citado na página 18.

BRASIL. Portaria nº 465, de 12 de dezembro de 2019. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 2019. Disponível em: <<https://www.in.gov.br/web/dou/-/portaria-n-465-de-12-de-dezembro-de-2019.-233554889>>. Citado na página 38.

BRASIL. Portaria normativa nº 50/GM/MME, de 27 de setembro de 2022. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 2022. Disponível em: <<https://in.gov.br/web/dou/-/portaria-normativa-n-50/gm/mme-de-27-de-setembro-de-2022-432279937>>. Citado na página 38.

BRASIL. Portaria nº 709/GM/MME, de 30 de novembro de 2022. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 2022. Disponível em: <<https://www.in.gov.br/web/dou/-/portaria-n-709/gm/mme-de-30-de-novembro-de-2022-447321043>>. Citado na página 39.

CAMARGO, L. A. S.; GUARNIER, E.; RAMOS, D. S. Estratégia ótima de contratação para consumidores livres, como “trade-off” entre contratação imediata e postergação de decisão, ponderando incertezas nos preços de curto prazo e na precificação de contratos bilaterais. *XXIII SNPTEE*, n. CGR 14, 2015. Citado na página 19.

CAVALIERE, M. A.; GRANVILLE, S.; OLIVEIRA, G. C.; PEREIRA, M. V. A forward electricity contract price projection: A market equilibrium approach. *arXiv preprint arXiv:1904.04225*, 2019. Citado na página 20.

CCEE. *Regras de Comercialização - Submódulo 3.3 – Sazonalização e revisão da Sazonalização de Garantia Física*. 2022. <<https://www.ccee.org.br>>. Acessado em 12-02-2023. Citado 3 vezes nas páginas 46, 48 e 84.

CCEE. *Informações ao mercado*. São Paulo, SP: [s.n.], 2023. Acessado em 23-02-2023. Disponível em: <<http://www.ccee.org.br>>. Citado 4 vezes nas páginas 35, 37, 83 e 84.

CÂMARA. *Projeto de Lei Nº 1.917/2015. Dispõe sobre a portabilidade da conta de luz, as concessões de geração de energia elétrica e a comercialização de energia elétrica*. [S.l.], 2015. Acessado em 05-03-2022. Disponível em: <<http://www.camara.gov.br/proposicoesWeb/fichadetramitacao?idProposicao=1307190>>. Citado na página 18.

CRAMTON, P. Electricity market design: The good, the bad, and the ugly. *Proceedings of the 36th Annual Hawaii International Conference on System Sciences*, 2003., 2003. Citado na página 30.

CRAMTON, P. Electricity market design. *Oxford Review of Economic Policy*, v. 33, n. 4, p. 589–612, 2017. ISSN 0266-903X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1093/oxrep/grx041>>. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 30.

DALL'ORTO, C. E. R. C. *Análise da Redução do Horizonte de Planejamento da Operação no Modelo Computacional de Médio Prazo*. Dissertação (Mestrado) — UNIFEI - Universidade Federal de Itajubá, Itajubá/MG, 2017. Disponível em: <<https://repositorio.unifei.edu.br/jspui/handle/123456789/650>>. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 43.

DEBREU, G. A Social equilibrium existence theorem. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, v. 38, n. 10, p. 886–893, 1952. Disponível em: <<https://www.pnas.org/doi/abs/10.1073/pnas.38.10.886>>. Citado na página 64.

DEMARZO, P. M.; KANIEL, R.; KREMER, I. Relative wealth concerns and financial bubbles. *The Review of Financial Studies*, v. 21, n. 1, p. 19–50, 01 2008. ISSN 0893-9454. Disponível em: <<https://doi.org/10.1093/rfs/hhm032>>. Citado na página 52.

DIMAND, R. W.; DIMAND, M. A. The Early History of the Theory of Strategic Games from Waldegrave to Borel. *History of Political Economy*, v. 24, p. 15–27, 1992. ISSN 0018-2702. Disponível em: <<https://doi.org/10.1215/00182702-24-Supplement-15>>. Citado na página 20.

DINIZ, A. L.; COSTA, F. D. S.; MACEIRA, M. E.; SANTOS, T. N. dos; SANTOS, L. C. B. D.; CABRAL, R. N. Short/mid-term hydrothermal dispatch and spot pricing for large-scale systems-the case of Brazil. *2018 Power Systems Computation Conference (PSCC)*, p. 1–7, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 43.

DINIZ, A. L.; MACEIRA, M. E. P.; VASCONCELLOS, C. L. V.; PENNA, D. D. J. A combined SDDP/Benders decomposition approach with a risk-averse surface concept for reservoir operation in long term power generation planning. *Annals of Operations Research*, v. 292, n. 2, p. 649–681, 2020. ISSN 1572-9338. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10479-019-03419-4>>. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 41.

DUSSE, A. C. S. *Comparação entre Equilíbrio de Nash, Competição de Stackelberg e Jogos Cooperativos e sua aplicação em Sazonalização de Energia Elétrica*. Dissertação (Mestrado) — PPGEE - UFMG, Belo Horizonte, MG, 2016. Citado 4 vezes nas páginas 20, 24, 25 e 66.

Empresa de Pesquisa Energética - EPE. *Planejamento do Atendimento aos Sistemas Isolados Horizonte 2022/2026 – Ciclo 2021*. Brasil, 2022. Citado na página 41.

Empresa de Pesquisa Energética - EPE. *Plano Decenal de Expansão de Energia 2031*. Brasil, 2022. Citado na página 36.

ENGIE; PSR; ANEEL; CCEE; ONS. *Propostas de metodologias para a formação de preços por oferta no Brasil*. 2020. <<https://www.engie.com.br/inovacao/inovacao-e-pd/projetos/formacao-de-preco-por-oferta/>>. Acessado em 06-06-2023. Citado na página 39.

FAN, K. Fixed-point and minimax theorems in locally convex topological linear spaces. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, v. 38, n. 2, p. 121–126, 1952. Disponível em: <<https://www.pnas.org/doi/abs/10.1073/pnas.38.2.121>>. Citado na página 64.

FANG, F.; STONE, P.; TAMBE, M. When security games go green: Designing defender strategies to prevent poaching and illegal fishing. In: *Proceedings of the 24th International Conference on Artificial Intelligence*. Buenos Aires, Argentina: AAAI Press, 2015. p. 2589–2595. ISBN 9781577357384. Citado na página 63.

FANZERES, B.; STREET, A.; BARROSO, L. A. N. Contracting strategies for renewable generators: A hybrid stochastic and robust optimization approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 30, n. 4, p. 1825–1837, 2015. Citado na página 19.

FARIA, V. A.; de Queiroz, A. R.; LIMA, L. M.; LIMA, J. W. Cooperative game theory and last addition method in the allocation of firm energy rights. *Applied Energy*, v. 226, p. 905–915, 2018. ISSN 0306-2619. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261918309346>>. Citado na página 20.

FELDMAN, M.; SNAPPYR, Y.; TAMIR, T. The efficiency of best-response dynamics. Springer International Publishing, p. 186–198, 2017. Citado na página 65.

FERREIRA, A. B. B. *Sistema de suporte à decisão contratual ótima de UHEs no mercado de energia elétrica utilizando gerenciamento de risco*. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos, USP, 2012. Citado na página 19.

FERREIRA, E. M. da S. *Algoritmos para o problema de equilíbrio aplicados ao Problema de Equilíbrio de Nash*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Curitiba, PR, 2013. Citado na página 64.

FILHO, N. S. C. *Uma Análise Comparativa da aplicação da teoria dos jogos aos vários tipos de leilões em mercados elétricos*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Maranhão (UFMA), São Luís, MA, 2017. Citado na página 20.

FINARDI, E.; FERREIRA, T.; PEDRINI, R. Modelo de otimização das estratégias de comercialização de energia de consumidores eletrointensivos com autoprodução de energia renovável. *XXV SNPTEE*, 2019. Citado na página 19.

FONSECA, F. R. *Estratégias de Sazonalização da Garantia Física de Pchs em Portfolios Pch e Biomassa*. Dissertação (Mestrado) — Puc-Rio, 2009. Citado na página 22.

GLICKSBERG, I. L. A Further generalization of the kakutani fixed-point theorem, with applications to Nash equilibrium points. *Proceedings of the American Mathematical Society*, Santa Monica, CA, 1951. Citado na página 64.

GOVINDAN, S.; WILSON, R. A global Newton method to compute Nash equilibria. *Journal of Economic Theory*, v. 110, n. 1, p. 65–86, 2003. ISSN 0022-0531. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002205310300005X>>. Citado na página 64.

HE, J.; LI, Y.; LI, H.; TONG, H.; YUAN, Z.; YANG, X.; HUANG, W. Application of game theory in integrated energy system systems: A review. *IEEE Access*, v. 8, p. 93380–93397, 2020. Citado na página 63.

HEINRICH, T.; JANG, Y.; MUNGO, L.; PANGALLO, M.; SCOTT, A.; TARBUSH, B.; WIESE, S. Best-response dynamics, playing sequences, and convergence to equilibrium in random games. *International Journal of Game Theory*, v. 52, n. 3, p. 703–735, 2023. ISSN 1432-1270. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00182-023-00837-4>>. Citado na página 65.

HEUSINGER, A. von. *Numerical Methods for the Solution of the Generalized Nash Equilibrium Problem*. Tese (Doutorado) — Universität Würzburg, Institut für Mathematik, Würzburg, DE, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 64 e 71.

HOCHSTETLER, R. L.; CHO, J. D. Assessing competition in Brazil's electricity market if bid-based dispatch were adopted. *Revista de Economia Contemporânea*, FapUNIFESP (SciELO), v. 23, n. 2, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/198055272322>>. Citado na página 39.

HOLT, C. A.; ROTH, A. E. The Nash equilibrium: A perspective. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, v. 101, n. 12, p. 3999–4002, 2004. Disponível em: <<https://www.pnas.org/doi/abs/10.1073/pnas.0308738101>>. Citado na página 62.

HUNT, S. Making competition work in electricity. John Wiley & Sons, v. 146, 2002. Citado 3 vezes nas páginas 11, 28 e 31.

JUSTO, D. A. R. *Estratégias para leilões de energia*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, Porto Alegre, RS, 2011. Citado na página 20.

KEATING, C.; SHADWICK, W. F. A Universal performance measure. *Journal of Performance Measurement*, v. 6, 01 2002. Citado na página 23.

KLIGERMANN, A. S. *Um Sistema de Apoio à Decisão Bicritério para o Planejamento da Operação Energética*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal Fluminense (UFF), Niterói, RJ, 2009. Citado na página 32.

LEMKE, C. E.; HOWSON JR., J. T. Equilibrium points of bimatrix games. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, v. 12, n. 2, p. 413–423, 1964. Disponível em: <<https://doi.org/10.1137/0112033>>. Citado na página 64.

LEONEL, L. D. *Ferramentas de teoria dos jogos e inteligência de mercado aplicadas à estratégia de sazonalização de garantia física de usinas hidrelétricas objetivando maximização de resultados e controle de risco financeiro no Mecanismo de Realocação de Energia - MRE*. Dissertação (Mestrado) — PEA - USP, São Paulo, SP, 2020. Citado 3 vezes nas páginas 20, 24 e 25.

LEONEL, L. D.; BALAN, M. H.; CAMARGO, L. A. S.; REGO, E. E.; RAMOS, D. S.; LIMA, R. M. F. Game theory application in hydropower's firm energy monthly allocation process. *IEEE Latin America Transactions*, v. 17, n. 1, p. 85–92, Sep. 2019. Disponível em: <<https://latamt.ieee9.org/index.php/transactions/article/view/1467>>. Citado na página 20.

LESSA, C. d. A. Racionalidade estratégica e instituições. *Revista Brasileira de Ciências Sociais*, Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Ciências Sociais - ANPOCS, v. 13, n. 37, p. 129–148, Jun 1998. ISSN 0102-6909. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S0102-69091998000200008>>. Citado na página 61.

LIMA, D.; STREET, A.; MARIN, C.; VASCONCELOS, G.; VEIGA, A.; FANZERES, B.; FREIRE, L.; SAAVEDRA, R. Contratação de energia elétrica de grandes consumidores: Uma abordagem estatística e de otimização para definição da melhor estratégia de contratação. *XXIII SNPTEE*, CGR 19, 2015. Citado na página 19.

LIMA, F. da R. *Decisão de sazonalização para otimizar carteira de contratos com hidrelétricas e eólicas no Brasil*. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Administração - PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, 2012. Citado na página 24.

LOREY, L. F.; IHA, F. H.; CHAVES, I. da S.; CASTRO, C. M. B. de; DIAS, B. H.; MARCATO, A. L. M. Optimized seasonalization of assured energy in the Brazilian power system. *2017 IEEE Manchester PowerTech*, p. 1–6, 2017. Citado na página 22.

LOREY, L. F.; IHA, F. H.; HOFFMANN, L.; PEREIRA, I. F.; SILVA, I. Chaves da; DIAS, B. H.; MARCATO, A. L. M. Stochastic optimization applied to Brazilian hydroelectric seasonalization of assured energy. p. 1–6, 2015. Citado na página 23.

MACEIRAL, M.; PENNA, D.; DINIZ, A. L.; PINTO, R.; MELO, A.; VASCONCELLOS, C.; CRUZ, C. Twenty years of application of stochastic dual dynamic programming in official and agent studies in Brazil - Main features and improvements on the NEWAVE model. *2018 Power Systems Computation Conference (PSCC)*, p. 1–7, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 41.

MALDONADO, F.; SAUMWEBER, A. Why do pricing rules matter? Electricity market design with electric vehicle participants. *World Electric Vehicle Journal*, v. 13, n. 8, 2022. ISSN 2032-6653. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2032-6653/13/8/143>>. Citado na página 39.

MARQUES, L. S. *Non-Cooperative Game Models for the Management of Distributed Energy Resources on the Residential Sector*. Tese (Doutorado) — UFMG - Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica - PPGEE, Belo Horizonte, MG, 2022. Disponível em: <<https://www.ppgee.ufmg.br/defesas/1529D.PDF>>. Citado 3 vezes nas páginas 62, 63 e 65.

MARSHALL, A. W.; OLKIN, I. Multivariate Chebyshev inequalities. *The Annals of Mathematical Statistics*, Institute of Mathematical Statistics, v. 31, n. 4, p. 1001–1014, 1960. ISSN 00034851. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2237799>>. Citado na página 71.

MAYER, K.; TRÜCK, S. Electricity markets around the world. *Journal of Commodity Markets*, v. 9, p. 77–100, 2018. ISSN 2405-8513. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405851318300059>>. Citado na página 29.

MENDONÇA, M. de O.; PINTO, P. H. A.; SANTOS, F. F. G. D.; PIRES, D. S. de C.; VIEIRA, D. A. G.; LOBATO, M. V. de C.; SILVA, G. R. L.; SALDANHA, R. R.; RESENDE, G. D.; SANTIAGO, F. P.; HORTA, G. de Lins e. Análise comparativa entre modelos de inteligência computacional para previsão do preço futuro no mercado de energia brasileiro. *XXV SNPTEE*, n. 4460, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 33.

MERCEDES, S. S. P.; RICO, J.; POZZO, L. de Y. Uma revisão histórica do planejamento do setor elétrico brasileiro. *REVISTA USP*, São Paulo, SP, n. 104, p. 13–36, jan 2015. Citado na página 32.

Ministério de Minas e Energia - MME. *Consulta Pública nº 33 - Aprimoramento do marco legal do setor elétrico*. 2017. CP33. "Acessado em 20-02-2022. Disponível em: <http://antigo.mme.gov.br/web/guest/servicos/consultas-publicas?p_p_id=consultapublicammeportlet_

WAR_consultapublicammeportlet&p_p_lifecycle=0&p_p_state=normal&p_p_mode=view&p_p_col_id=column-1&p_p_col_count=1&_consultapublicammeportlet_WAR_consultapublicammeportlet_view=detalharConsulta&resourcePrimKey=517270&detalharConsulta=true&entryId=517272>. Citado na página 18.

MORAIS, C.; FONSECA, F. R.; GRANVILLE, S.; DAHER, F.; MARCATO, R.; SILVA, F. *Plataforma de Apoio a Comercialização de Energia para a Light*. Rio de Janeiro, RJ, 2010. Disponível em: <http://www.psr-inc.com/wp-content/uploads/articles/artigo_projeto_pd-plataformacomercializacao.pdf>. Citado na página 19.

NACIF, L. A. *Modelo de otimização estocástico, não linear a usinas individualizadas e com elasticidade da demanda para otimização da operação do sistema interligado nacional*. Tese (Doutorado) — UFPR - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental, Curitiba, PR, 2020. Disponível em: <<https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/71432>>. Citado na página 42.

NASH, J. F. Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, v. 36, n. 48-49, 1950. Citado 3 vezes nas páginas 20, 62 e 64.

NEUMANN, J. von; MORGENSTERN, O. *Theory of games and economic behavior*. Princeton University Press, 1947. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 62.

NOVIRDOUST, A. A.; BICHLER, M.; BOJUNG, C.; BUHL, H. U.; FRIDGEN, G.; GRETSCHKO, V.; HANNY, L.; KNÖRR, J.; MALDONADO, F.; NEUHOFF, K.; NEUMANN, C.; OTT, M.; RICHSTEIN, J. C.; RINCK, M.; SCHÖPF, M.; SCHOTT, P.; SITZMANN, A.; WAGNER, J.; WAGNER, J.; WEIBELZAHN, M. *Electricity spot market design 2030-2050*. Fraunhofer - Publica, 2021. Disponível em: <<https://repository.essex.ac.uk/30761/>>. Citado na página 39.

ONS. *Classificação de modalidade de operação de usinas*. Rio de Janeiro, RJ, 2022. Citado na página 80.

ONS. *O Sistema em números*. Rio de Janeiro, RJ: [s.n.], 2023. Acessado em 2023-06-03. Disponível em: <<http://www.ons.org.br>>. Citado na página 40.

OXFORD ENERGY FORUM. *Electricity market design during the energy transition and the energy crisis*. The Oxford Institute for Energy Studies, 2023. Acessado em 28-03-2023. Disponível em: <<https://www.oxfordenergy.org/publications/electricity-market-design-during-the-energy-transitions-and-the-energy-crisis-issue-136/>>. Citado na página 28.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Math. Program.*, v. 52, p. 359–375, 1991. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/BF01582895>>. Citado na página 44.

PESENTE, J.; RIOS, M. L. S. A case study for maximizing hydroelectric annual revenue on Brazilian power market. *2021 22nd IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, v. 1, p. 529–534, 2021. Citado na página 22.

PETERS, H. *Game Theory: A Multi-Leveled Approach*. Springer Berlin Heidelberg, 2015. (Springer Texts in Business and Economics). ISBN 9783662469507. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=xCnMCQAAQBAJ>>. Citado na página 20.

PICKER, R. C. Report, *An Introduction to Game Theory and the Law*. Coase-Sandor Institute for Law and Economics, 1994. Disponível em: <https://chicagounbound.uchicago.edu/law_and_economics/>. Citado na página 63.

PIRES, A.; FILHO, L. C. Investimentos em setores de infra-estrutura: A questão da regulação do monopólio natural e a defesa da concorrência. *Desenvolvimento em debate*, Editora Mauad - BNDES, Rio de Janeiro, RJ, 2002. Disponível em: <<http://web.bndes.gov.br/bib/jspui/handle/1408/13468>>. Citado na página 30.

PORTER, R.; NUDELMAN, E.; SHOHAM, Y. Simple search methods for finding a Nash equilibrium. *Games and Economic Behavior*, v. 63, n. 2, p. 642–662, 2008. ISSN 0899-8256. Second World Congress of the Game Theory Society. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0899825606000935>>. Citado na página 64.

RAGUENET, E.; DIENE, O. Decision support system for a portfolio of a hydroelectric company in the Brazilian market. p. 1–6, 2019. Citado na página 23.

RAGUENET, E. S. *A decision support system for long and short term contracts for hydroelectric companies in the Brazilian energy market*. Dissertação (Mestrado) — UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, Rio de Janeiro, RJ, 2020. Citado na página 23.

RAMOS, T. P. *Modelo Individualizado de Usinas Hidráulicas Baseado em Técnicas de Programação Não-Linear Integrado com o Modelo de Decisão Estratégica*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - UFJF, Juiz de Fora, MG, 2011. Citado na página 44.

RIBEIRO, L.; STREET, A.; VALLADÃO, D.; FREIRE, A. C.; BARROSO, L. Technical and economical aspects of wholesale electricity markets: An international comparison and main contributions for improvements in Brazil. *Electric Power Systems Research*, v. 220, p. 109364, 2023. ISSN 0378-7796. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779623002535>>. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 30.

RIBEIRO, R. C. *Avaliação dos riscos de liquidação de energia associados à sazonalização de garantia física de pequenas centrais hidrelétricas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Elétrica, Brasília, DF, 2012. Citado na página 21.

ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S. Optimization of conditional value-at risk. *Journal of Risk*, v. 3, p. 21–41, 2000. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:854622>>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 58.

ROCKMANN, R. *20 Anos do mercado brasileiro de energia elétrica*. São Paulo, SP: CCEE, 2018. ISBN 978-65-80021-00-0. Citado na página 37.

ROSEN, J. B. The Gradient projection method for nonlinear programming. Part II. Nonlinear constraints. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, v. 9, n. 4, p. 514–532, 1961. Disponível em: <<https://doi.org/10.1137/0109044>>. Citado 4 vezes nas páginas 25, 65, 67 e 68.

SANDHOLM, T.; GILPIN, A.; CONITZER, V. Mixed-integer programming methods for finding Nash equilibria. *Proceedings of the 20th National Conference on Artificial Intelligence - Volume 2*, AAAI Press, p. 495–501, 2005. Citado na página 64.

SANTOS, F. F. G. dos. *Gerenciamento de Riscos com o Uso de Otimização Multiobjetivo para a Análise de Portfólio de Compra e Venda de Energia*. Dissertação (Mestrado) — PPGEE - UFMG, Belo Horizonte, MG, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 46, 47 e 58.

SANTOS, F. F. G. dos; LOBATO, M. V. de C.; VIEIRA, D. A. G.; LISBOA, A. C.; SALDANHA, R. R. A Nash equilibrium approach to the Brazilian seasonalization of energy certificates. *Energies*, v. 15, n. 6, 2022. ISSN 1996-1073. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1996-1073/15/6/2156>>. Citado 8 vezes nas páginas 20, 25, 26, 46, 60, 62, 81 e 83.

SANTOS, F. F. G. dos; VIEIRA, D. A. G.; SALDANHA, R. R.; LISBOA, A. C.; LOBATO, M. V. de C. Seasonal energy trading portfolio based on multiobjective optimisation. *International Journal of Logistics Systems and Management*, v. 17, n. 2, p. 180–199, 2014. Disponível em: <<https://www.inderscienceonline.com/doi/abs/10.1504/IJLSM.2014.059116>>. Citado na página 23.

SANTOS, L. C. B. dos. *Accelerating dual dynamic programming applied to hydrothermal coordination problems*. Dissertação (Mestrado) — COPPE - UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 2018. Disponível em: <<https://pantheon.ufrj.br/handle/11422/13072>>. Citado na página 44.

Secretaria Executiva do Ministério de Minas e Energia. *Relatório do Grupo de Trabalho da Modernização do Setor Elétrico*. Brasília, DF, 2019. Acessado em 20-02-2023. Disponível em: <<https://www.gov.br/mme/pt-br/assuntos/secretarias/secretaria-executiva/modernizacao-do-setor-eletrico/arquivos/pasta-geral-publicada/relatorio-do-gt-modernizacao-do-setor-eletrico.pdf>>. Citado na página 19.

Secretaria Executiva do Ministério de Minas e Energia. *Relatório do Grupo Temático - Aprimoramento do MRE*. Brasília, DF, 2019. "Acessado em 20-02-2023. Disponível em: <<https://www.gov.br/mme/pt-br/assuntos/secretarias/secretaria-executiva/modernizacao-do-setor-eletrico/arquivos/pasta-geral-publicada/mre.pdf>>. Citado na página 51.

SIERRA, M. A. G. *Um Modelo de Otimização Estocástica para o Apoio à Decisão na Comercialização de Energia de Pequenas Centrais Hidrelétricas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, SC, 2013. Citado na página 22.

SIMAAN, M.; CRUZ, J. B. On the Stackelberg strategy in nonzero-sum games. *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 11, n. 5, p. 533–555, May 1973. ISSN 1573-2878. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/BF00935665>>. Citado na página 63.

SIMÕES, M. D. de P.; GOMES, L. L. Decisão de sazonalização de contratos de fornecimento de energia elétrica no Brasil através da otimização da medida $\hat{\Omega}$. *Revista Eletrônica de Administração*, v. 17, n. 1, p. 181–203, abr. 2011. Disponível em: <<https://seer.ufrgs.br/index.php/read/article/view/38713>>. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.

SOARES, C. A. de O. *Uma Formulação Multiobjetivo para o Cálculo de Equilíbrios de Nash não Pareto-dominados*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – PPGEE - UFMG, 2014. Citado na página 64.

SOKEI, C. T. *Modelo de sazonalização da energia assegurada de usinas hidrelétricas utilizando algoritmos genéticos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2008. Citado na página 21.

SOZZI, G. *Formação do preço da energia convencional nas transações entre agentes no mercado de curto prazo brasileiro*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica - USP, São Paulo, SP, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 45.

TADELIS, S. *Game Theory: An Introduction*. Princeton University Press, 2013. ISBN 9780691129082. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=eLkOJPwAdu8C>>. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 64.

THOMA, M. *The Twiddle Algorithm*. 2014. Disponível em: <<https://martin-thoma.com/twiddle/>>. Citado na página 22.

TOLMASQUIM, M. T.; CORREIA, T. de B.; PORTO, N. A.; KRUGER, W. Electricity market design and renewable energy auctions: The case of Brazil. *Energy Policy*, v. 158, p. 112558, 2021. ISSN 0301-4215. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301421521004286>>. Citado na página 39.

URYAS'EV, J. B. K. S. Relaxation algorithms to find Nash equilibria with economic applications. *Environmental Modeling and Assessment*, v. 5, p. 63–73, 2000. Citado na página 71.

URYAS'EV, S.; RUBINSTEIN, R. On Relaxation algorithms in computation of noncooperative equilibria. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 39, n. 6, p. 1263–1267, 1994. Citado na página 65.

VIEIRA, D. A. G.; LISBOA, A. C.; SALDANHA, R. R. An enhanced ellipsoid method for electromagnetic devices optimization and design. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 46, n. 8, p. 2843–2851, 2010. Citado na página 23.

VIEIRA, D. A. G.; TAKAHASHI, R. H. C.; SALDANHA, R. R. Multicriteria optimization with a multiobjective golden section line search. *Mathematical Programming*, v. 131, n. 1, p. 131–161, Feb 2012. ISSN 1436-4646. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10107-010-0347-9>>. Citado na página 68.

VILLALOBOS, I. A.; POZNYAK, A. S.; TAMAYO, A. M. Urban traffic control problem: a game theory approach. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 41, n. 2, p. 7154–7159, 2008. ISSN 1474-6670. 17th IFAC World Congress. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667016400960>>. Citado na página 63.

WALVIS, A. *Avaliação das reformas recentes no setor elétrico brasileiro e sua relação com o desenvolvimento do mercado livre de energia*. Dissertação (Mestrado) — Fundação Getúlio Vargas. Escola de Pós- Graduação em Economia, 2014. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10438/12046>>. Citado na página 32.