

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**Departamento de Engenharia de Minas**  
**Curso de Especialização em Engenharia de Recursos Minerais**

Júlia Teixeira Ferreira

**ESTUDO DE VARIABILIDADE POR SIMULAÇÃO GEOESTATÍSTICA  
EM PILHA DE ESTOQUE DE MINÉRIO**

Belo Horizonte

2023

Júlia Teixeira Ferreira

**ESTUDO DE VARIABILIDADE POR SIMULAÇÃO GEOESTATÍSTICA  
EM PILHA DE ESTOQUE DE MINÉRIO**

Monografia apresentada ao Curso de  
Especialização em Engenharia de  
Recursos Minerais da Universidade  
Federal de Minas Gerais, turma 2021-  
2022.

Orientador: Prof. Pedro Campos

Belo Horizonte

2023



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**

UFMG

**CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENGENHARIA DE RECURSOS MINERAIS**

## **ATA DA DEFESA DE MONOGRAFIA DA ALUNA JULIA TEIXEIRA FERREIRA**

Realizou-se, no dia 4 de setembro de 2023, às 16:00 horas, na plataforma MS TEAMS da Universidade Federal de Minas Gerais, a defesa da Monografia intitulada "**Estudo de Variabilidade por Simulação Geoestatística em Pilhas de Estoque de Minério**", apresentada por JULIA TEIXEIRA FERREIRA, número de registro 2021698828, graduada em GEOLOGIA, como requisito parcial para a obtenção do certificado de Especialista em ENGENHARIA DE RECURSOS MINERAIS, à seguinte Comissão Examinadora: Professor Pedro Henrique Alves Campos- Orientador, Professor Alizeibek Saleimen Nader (Universidade Federal de Minas Gerais), Victor Miguel Silva (Vale S.A).

A comissão considerou a defesa da Monografia:

Aprovada

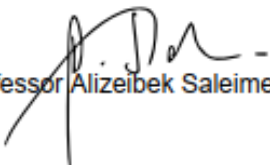
Reprovada

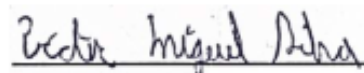
Nota: **90**

Finalizando os trabalhos, lavrei a presente ata que, lida e aprovada, vai assinada por mim e pelos membros da Comissão.

Belo Horizonte, 4 de setembro de 2023.

  
Professor Pedro Henrique Alves Campos (Doutor)

  
Professor Alizeibek Saleimen Nader (Doutor)

  
Victor Miguel Silva (Doutor)

## **AGRADECIMENTO**

- Ao professor Pedro Campos, meu orientador, pelo compartilhamento de seus conhecimentos, sempre de forma gentil e disponível.
- Aos membros da banca examinadora, Victor e Bek, pelo tempo disponibilizado para leitura e avaliação do trabalho.
- A Geovariaces pela disponibilização do software Isatis, principalmente nas pessoas de Gabriel e Jéssica;
- A Nexa Resources pela disponibilização dos dados, nas pessoas de Débora e Fernando Villanova.

## RESUMO

Pilhas de estoque de minério são amplamente utilizadas, seja como método de homogeneização, seja como estocagem não homogeneizada, ambas para suprimento da alimentação da planta de processamento. O processo de homogeneização tende a a distribuição uniforme da qualidade, porém é um processo com o custo elevado e atrelado à disponibilidade de espaço físico. Dessa forma a opção não homogeneizada é comumente utilizada nas empresas mineiras. Por sua vez, a planta de beneficiamento trabalha com parâmetros operacionais onde a previsão de variabilidade da qualidade do material a ser beneficiado é um aspecto significativo para determinação desses parâmetros. A metodologia proposta combina simulação geoestatística por bandas rotativas para determinar a variabilidade dos teores de uma dada variável *in situ* e posteriormente, por mudança do suporte, relacionar com a variabilidade do volume que compõe a pilha e outros volumes operacionais do ciclo da lavra em diferentes suportes. O trabalho tem foco teórico, considerando todos os suportes homogeneizados e simplifica as variáveis operacionais do processo.

**PALAVRAS-CHAVE:** simulação geoestatística; bandas rotativas; pilha de minério; incerteza; variabilidade; mudança de suporte.

## **ABSTRACT**

Ore piles are widely used as a homogenized or no-homogenized method to supply feed processing plant. The homogenization process tends to obtain a uniform distribution of quality, but it is an expensive process and linked to the availability of physical space, making the no-homogenized option commonly used in the mine industry. On the other hand, the processing plant works with operational parameters where the definition of ore variability to be processed is a significant aspect for determining these parameters. The proposed methodology combines geostatistical simulation by turning bands to determine the variability of grades of a given variable in situ and then, by upscaling to relate it to the variability of volumes that make up the pile, considering the mining operational volume in each mining cycle on different supports. This work has a theoretical focus, considering all homogeneized supports and simplifies all operational variables of the process.

**KEYWORDS:** geostatistical simulation; turn bands; ore pile; uncertainty; variability; changing of supports.

## SUMÁRIO

|                         |    |
|-------------------------|----|
| INTRODUÇÃO .....        | 7  |
| MATERIAL E MÉTODOS..... | 8  |
| RESULTADOS.....         | 9  |
| DISCUSSÕES .....        | 14 |
| CONCLUSÃO .....         | 17 |
| REFERÊNCIAS.....        | 18 |

## INTRODUÇÃO

O crescimento contínuo da indústria metalúrgica, com exigências severas em termos da qualidade de minério, demanda cada vez mais o conhecimento da variabilidade dessas variáveis para a otimização da unidade de beneficiamento assim como a disponibilidade de massa para alimentação constante. Uma forma de garantir essa disponibilidade é por meio de pilhas de estoque. O processo de homogeneização tende a obter a distribuição uniforme da qualidade, porém é um processo com o custo elevado e atrelado à disponibilidade de espaço físico. A problemática aparece quando os parâmetros operacionais das usinas são balizados de acordo com as informações de qualidade e variabilidade do minério estocado. Métodos geoestatísticos podem auxiliar no conhecimento da média da variabilidade das pilhas quando associa as informações *in situ* com a massa estocada.

Técnicas geoestatísticas abrangem métodos diversos de krigagem para a construção de modelos estimados por meio de interpolação dos dados originais. Apesar da variância de krigagem comumente ser usada para a quantificação da incerteza da estimativa, sabe-se de suas limitações (Journel & Rossi, 1989 e Journel & Huijbregts, 1978). Dessa forma, o método de simulação se apresenta como o processo mais adequado e elegante para reproduzir a variabilidade por meio de  $n$  realizações da variável regionalizada, resultando em múltiplos modelos igualmente prováveis.

Os processos de krigagem tem como resultado modelos de blocos com melhores estimativas locais, buscando a menor variância de krigagem possível, o que resulta em efeitos de suavização com altos teores subestimados e baixos teores superestimados. No modelo simulado, cada realização reproduz a variabilidade espacial e o histograma dos dados, não ocorrendo o efeito da suavização. Como característica de comparação das duas técnicas, na simulação ganha-se em precisão global em detrimento da local como na krigagem (Olea, 1999 apud Yamamoto, 2013).

O conjunto de realizações na simulação geoestatística fornece uma medida de incerteza sobre a distribuição no espaço da variável de interesse. Essa distribuição é o espaço de incerteza. A discrepância entre as realizações e o modelo estatístico adotado são as flutuações ergóticas (Marques, 2010).

Dentre as várias metodologias de simulação existentes, será discutida a de bandas rotativas, que foi empregada para a análise dos dados propostos no trabalho. Essa metodologia foi utilizada em processos geoestatísticos pela primeira vez por Matheron (Matheron, 1973).



Ela consiste em gerar uma simulação 3D resultante de várias simulações 1-D ao longo de linhas que podem ser rotacionadas no espaço tridimensional (Rossi & Deutsch, 2014). Esse método pode ser realizado de forma não condicional (reproduzindo o modelo de covariância) e de maneira condicional (reproduzindo tanto o modelo de covariância quanto reproduzindo os dados amostrais nas suas localizações). Para essa última, são necessárias as etapas de reprodução da covariância dos dados amostrados pelos valores obtidos em cada nó de grid e a etapa de condicionar os dados obtidos aos dados reais.

O princípio do método consiste em adicionar um grande número de simulações independentes na linha de varredura do plano. Sendo assim, o valor a ser simulado no local  $u$  ( $x,y$ ) em um plano é a soma dos valores obtidos da projeção do ponto  $u$  até a linha simulada em uma dimensão, como mostrado na equação 1 (Chilès & Delfiner, 1999).

$$Z^*(u) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_1^N Z_{1,n}(u_{1,n}) \quad (1)$$

Onde:

$Z^*(u)$ : valor simulado em um ponto  $x$

$N$ : Numero de linhas que dividem o plano

$Z_{1,n}$ : valor simulado no local  $u_{1,n}$

$u_{1,n}$ : local da projeção  $u_1$  na  $n$  – ésima linha que divide o plano

Suportado pelas metodologias acima introduzidas, o trabalho tem como objetivo demonstrar a incerteza dos teores de zinco do minério associada a diferentes suportes. Incluindo uma pilha teórica.

## MATERIAL E MÉTODOS

Para atingir os objetivos propostos nesse trabalho, foi adotada a seguinte metodologia:

- 1) Preparação e análise exploratória do banco de dados;
- 2) Construção dos modelos simulados;
- 3) Associação dos modelos simulados com a formação da pilha.

As informações utilizadas são provenientes da Mina Arex pertencente ao Projeto Aripuanã. Localizada na cidade homônima ao projeto, no extremo Noroeste do Mato Grosso, Brasil. Trata-se de uma mineralização tipo VHMS (*volcanic hosted massive sulfide*) de natureza polimetálica (Zn, Cu, Pb, Au, Pt) no contexto geológico do Cráton Amazônico

(Leite, 2005).

Apesar da natureza polimetálica da mineralização, foi considerada apenas a variável Zn do corpo Arex. A pilha tem construção teórica sendo compostas pelos *stopes* lavrados até a data de 08/06/2022. Para o trabalho, foi considerado que toda a massa desses *stopes* foram estocadas em uma mesma pilha de homogeneização, sem separação das massas em *blends* de qualidade pré-definidos.

## RESULTADOS

A base de dados é constituída por 737 canais e 619 furos de sondagem gerando um total de 14.867 amostras. A malha é irregular e varia entre 150mx150m até 3mx3m. São amostras realizadas de acordo com as melhores práticas garantindo a qualidade e controle auditáveis pelos códigos regulamentares. Os dados utilizados são as amostras delimitadas pelo sólido geologicamente interpretado como o corpo Arex. Na figura 1 observa-se a distribuição espacial das amostras. Apesar de semelhantes os suportes originais, as amostras foram regularizadas no suporte de 1m, reduzindo o quantitativo a 8.042 amostras.

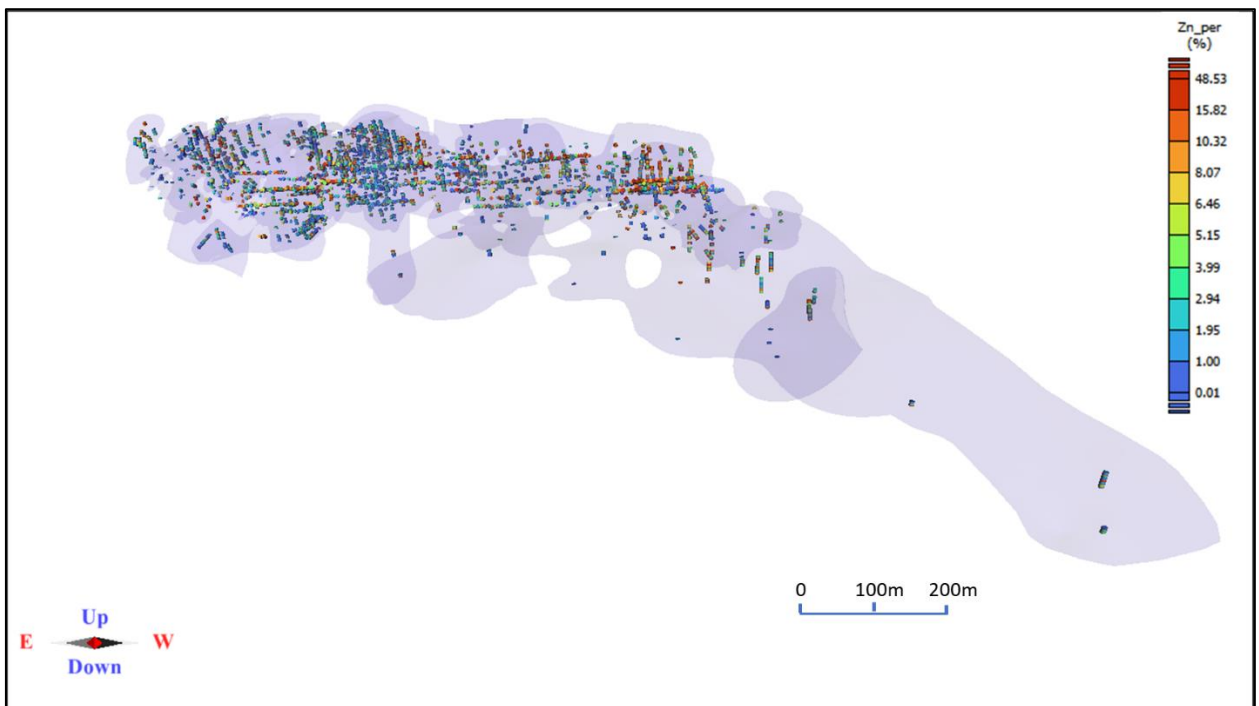


Figura 1 - Distribuição espacial das amostras, com legenda de cores de teor de Zn, contidas no corpo Arex (sombreado). Seção E-W.

Por se tratar de uma campanha amostragem *clusterizada*, principalmente com adensamento dos canais e sondagem de curto prazo nas galerias desenvolvidas, faz-se necessário o desagrupamento dos dados. Foi utilizado um grid 70mx70m para esse processo.

Na figura 2 observa-se histogramas de frequência dos dados originais e desagrupados assim como a estatística descritiva.

O teor médio de zinco das amostras desagrupadas (4,79%) é menor do que as amostras originais (5,50%). Significa que, como usual em empreendimento mineiro, as amostras estão concentradas em regiões de mais altos teores.

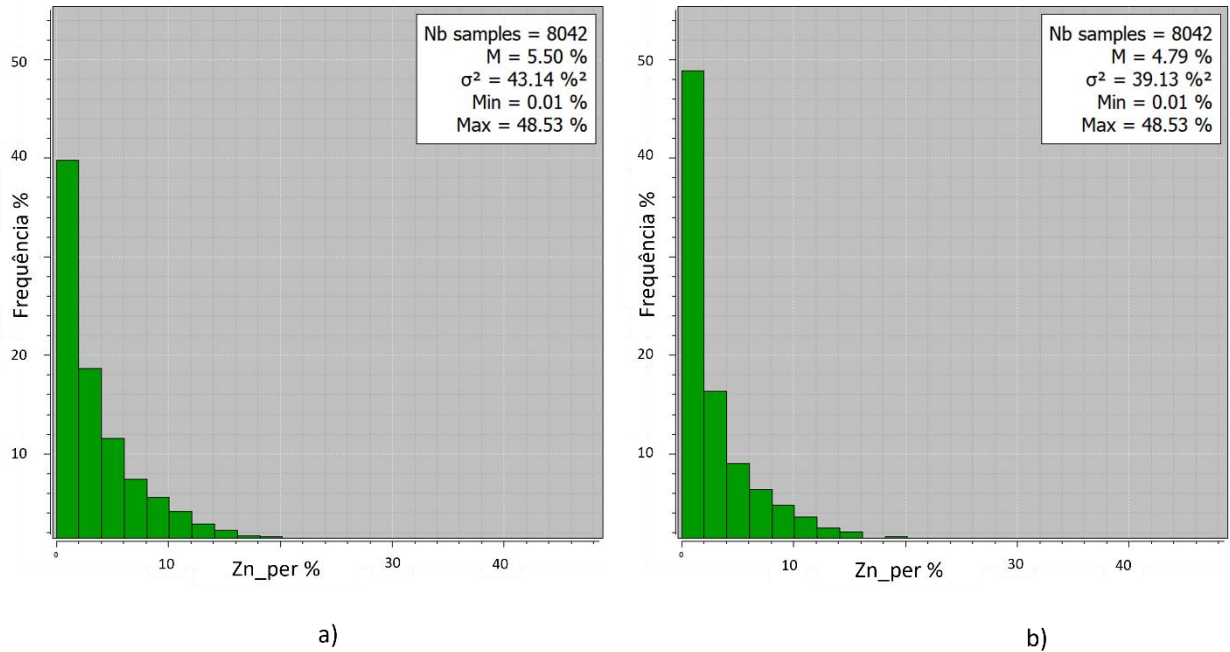


Figura 2 - Histograma dos dados originais a) e dados desagrupados b).

Na simulação por bandas rotativas pressupõem-se que as funções de interesse são randômicas multigaussianas. Dessa forma é necessário transformar os dados originais para o espaço gaussiano, visto que raramente na natureza os dados estão originalmente nessa distribuição. A transformação dos dados garante uma distribuição normal com média próxima a zero e variância próxima a um (figura 3).

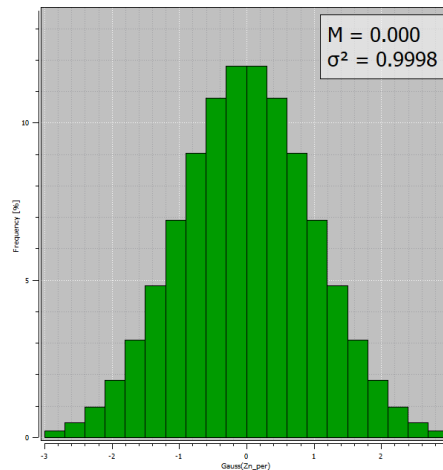


Figura 3 - Histograma dos dados transformado para o espaço Gaussiano.

Além da transformação dos dados para o espaço gaussiano, é necessário verificar a multinormalidade, já que esse é mais um pressuposto da simulação por bandas rotativas. Porém, somente é possível verificar o nível bivariado e assim assumir o formalismo multigaussiano. Realiza-se o teste considerando a relação madograma/variograma, valor que se deve associar a constante 0,564 (Matheron, 1982) que é verificado na tabela 1.

| Number of pairs | Distance | Gaussian of Zn_per_V00 | Madograma | Variograma | Razão Madograma/Variograma |
|-----------------|----------|------------------------|-----------|------------|----------------------------|
| 3523            | 2.0 m    | 0.5990                 | 0.3342    | 0.6135     | 0.5447                     |
| 14734           | 7.3 m    | 1.1300                 | 0.3748    | 0.6669     | 0.5620                     |
| 23789           | 14.2 m   | 0.7410                 | 0.4123    | 0.7602     | 0.5424                     |
| 34504           | 21.2 m   | 0.8310                 | 0.4823    | 0.8663     | 0.5567                     |
| 34387           | 27.9 m   | 0.8830                 | 0.4805    | 0.8669     | 0.5543                     |
| 31704           | 35.0 m   | 0.8860                 | 0.5042    | 0.9043     | 0.5576                     |
| 29612           | 42.0 m   | 0.9150                 | 0.5185    | 0.9347     | 0.5547                     |
| 33240           | 49.1 m   | 1.0530                 | 0.5218    | 0.9443     | 0.5526                     |
| 31605           | 55.9 m   | 1.0060                 | 0.5272    | 0.9436     | 0.5587                     |
| 28677           | 63.0 m   | 0.9900                 | 0.5333    | 0.9636     | 0.5534                     |
| 27406           | 69.9 m   | 0.9090                 | 0.5402    | 0.9790     | 0.5518                     |
| 35625           | 78.1 m   | 1.0300                 | 0.5448    | 0.9843     | 0.5535                     |
| 66765           | 90.5 m   | 0.9170                 | 0.5509    | 0.9816     | 0.5612                     |
| 81424           | 105.1 m  | 0.9600                 | 0.5547    | 0.9991     | 0.5552                     |
| 83873           | 120.1 m  | 1.0210                 | 0.5547    | 0.9991     | 0.5552                     |
| 78935           | 134.7 m  | 0.8480                 | 0.5547    | 0.9991     | 0.5552                     |

Tabela 1 - Verificação do teste de bigaussianidade

Para definição da continuidade espacial dos dados, modela-se o variograma para a determinação do comportamento espacial do fenômeno (figura4).

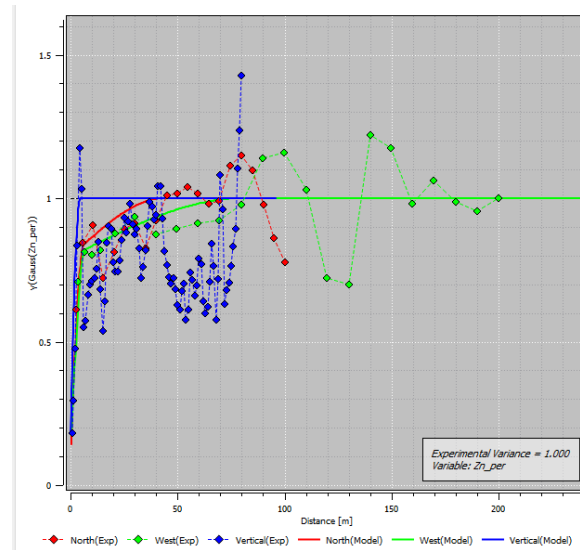


Figura 4 - Variograma experimental (pontos) e modelado (linha continua) nas direções principais.

Os múltiplos cenários foram realizados em um grid de alta resolução, com células de tamanho de 2,5mX 2,5mX2,5m. Recorreu-se ao algoritmo de bandas rotativas no processo de simulação. Foram realizados 120 cenários que foram suficientes para mapear a incerteza associada ao fenômeno. De acordo com a metodologia proposta por Costa (1997, apud Marques, 2010) e Bonato (2000, apud Marques, 2010) a determinação da quantidade de realizações necessárias está associada com as flutuações na média das médias e na variância das médias dos cenários (figura 5). Estes parâmetros oscilam de acordo com o aumento das realizações até chegarem a um patamar onde as variações não são muito significativas, nesse ponto teremos o número de realizações ideal. Já é amplamente citado na literatura que as oscilações são pouco significativas após 100 realizações.

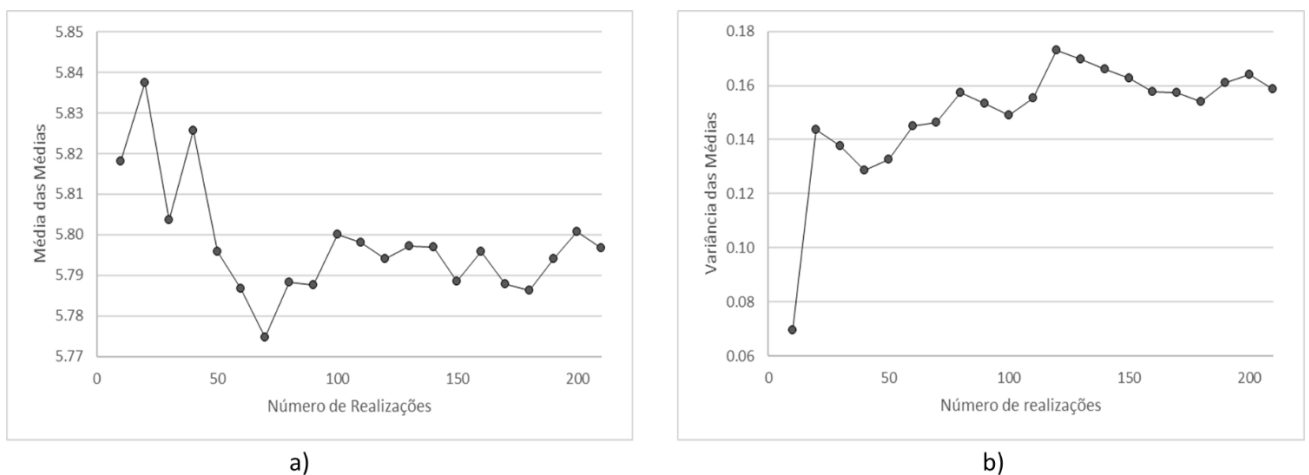


Figura 5 - a) Gráfico média das médias por numero de realizações e b) Gráfico variância das médias por número de simulação

Após as simulações, a validação se faz necessária para verificar a reprodução do variograma e histograma.

A figura 06-a) mostra a comparação entre histogramas acumulados dos dados simulados e dos dados amostrais normalizados. É observado que os dados simulados estão reproduzindo os dados amostrais. Essa mesma reprodução é observada na figura 7, com a construção do histograma retornando ao espaço original.

As comparações dos variogramas experimentais dos dados simulados do espaço normal e o modelo de continuidade espacial baseado nos dados normalizados são mostrados na figura 6-b), 6-c) e 6-d), evidenciando que os variogramas experimentais honram o modelo dos dados normalizados, validando assim o processo de simulação por bandas rotativas dos dados propostos.

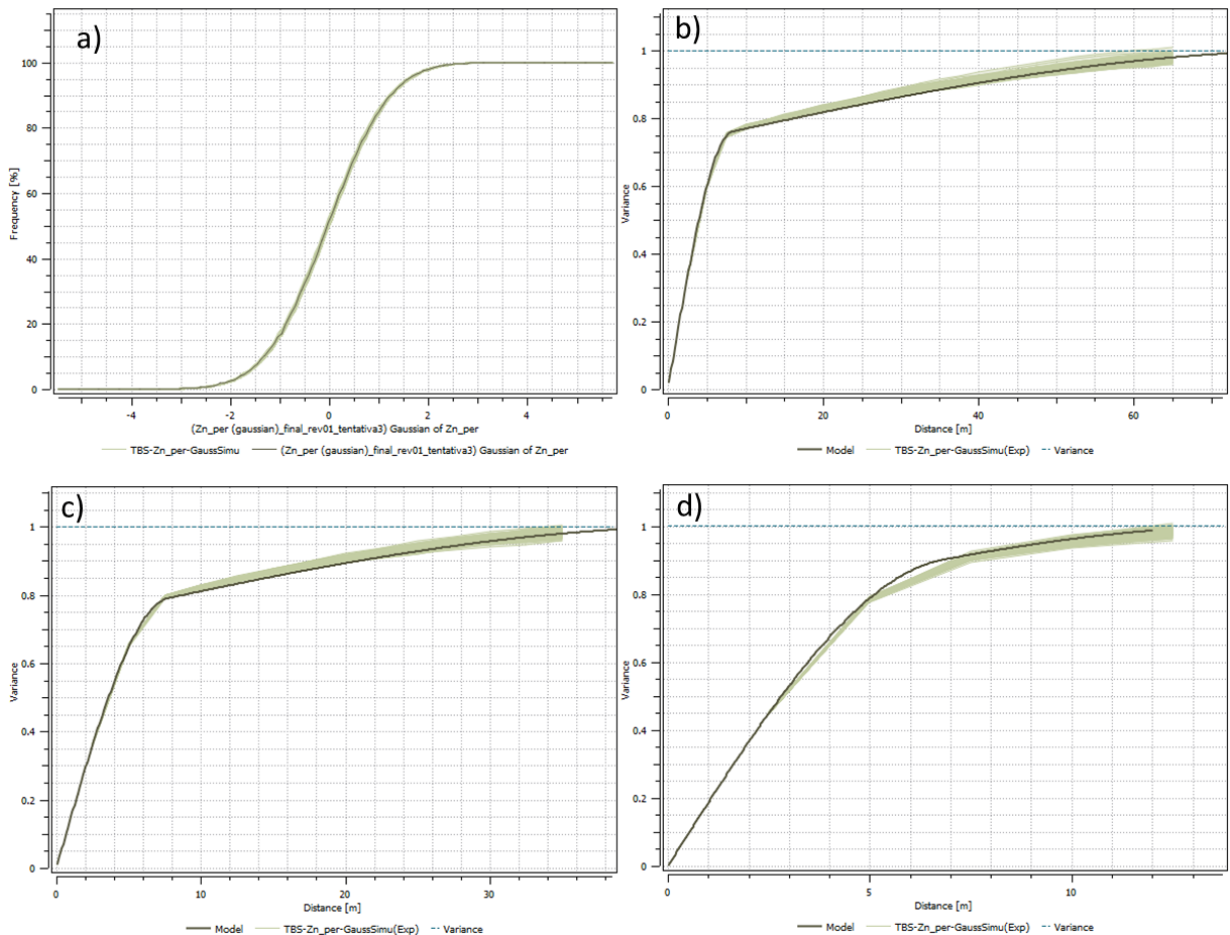


Figura 6 - Comparação entre histogramas acumulados dos dados simulados e dos dados amostrais normalizados a), Variograma modelado e variações ergóticas para a máxima direção b), Variograma modelado e variações ergóticas para a direção intermediária c), Variograma modelado e variações ergóticas para mínima direção d).

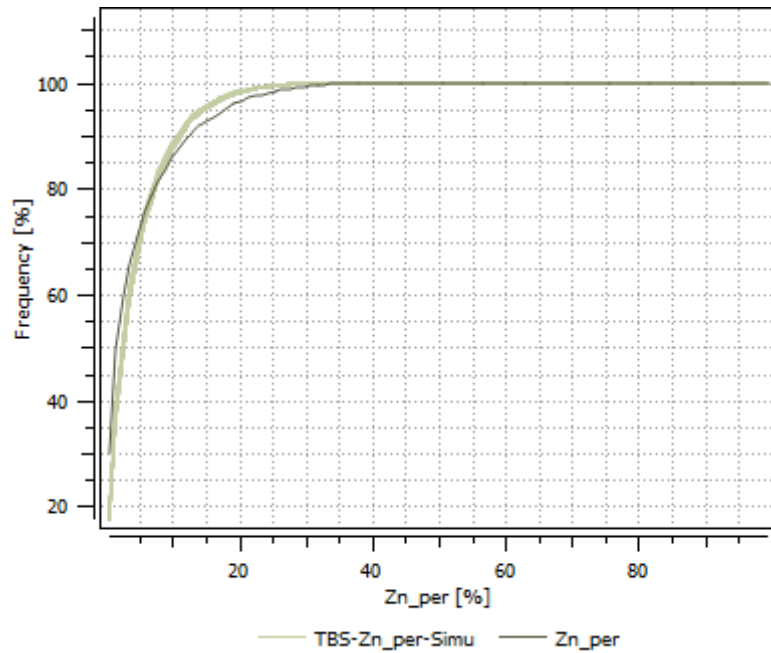


Figura 7 - Comparação entre histogramas acumulados dos dados simulados e dos dados amostrais no espaço original.

## DISCUSSÕES

Após a simulação considerando todos os blocos do espaço amostral, restringiu-se os blocos aos *stopes* lavrado que compõem a pilha, ou seja, a zona de interesse. O gráfico abaixo representa as séries com a banda de incerteza associada a cada bloco nas diversas simulações. São apresentados os maiores e menores teores de Zn para cada bloco obtidos a partir das 120 realizações (figura 8).

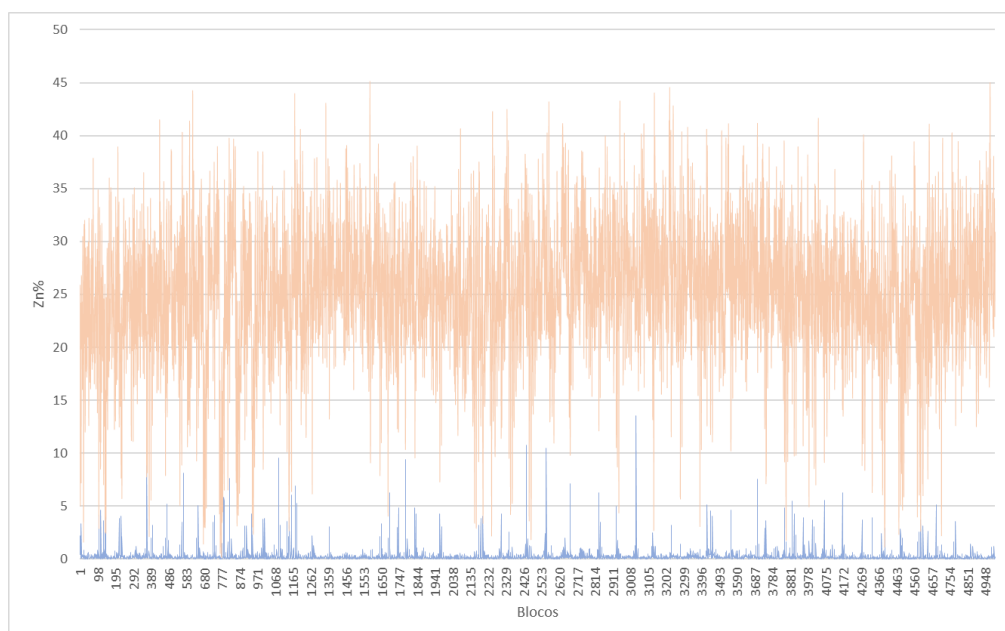


Figura 8 - Mínimos (linha azul) e máximos (linha laranja) de cada bloco simulado nos múltiplos cenários.

Observa-se que as flutuações dos teores são significativas com altos coeficientes de variação como visto na figura 9, com média próxima a 90%. Essa grande variação tem influência das regiões com menos informações de amostragem, principalmente na região mais profundas do corpo Arex, porém essa variável não será considerada nesse trabalho.

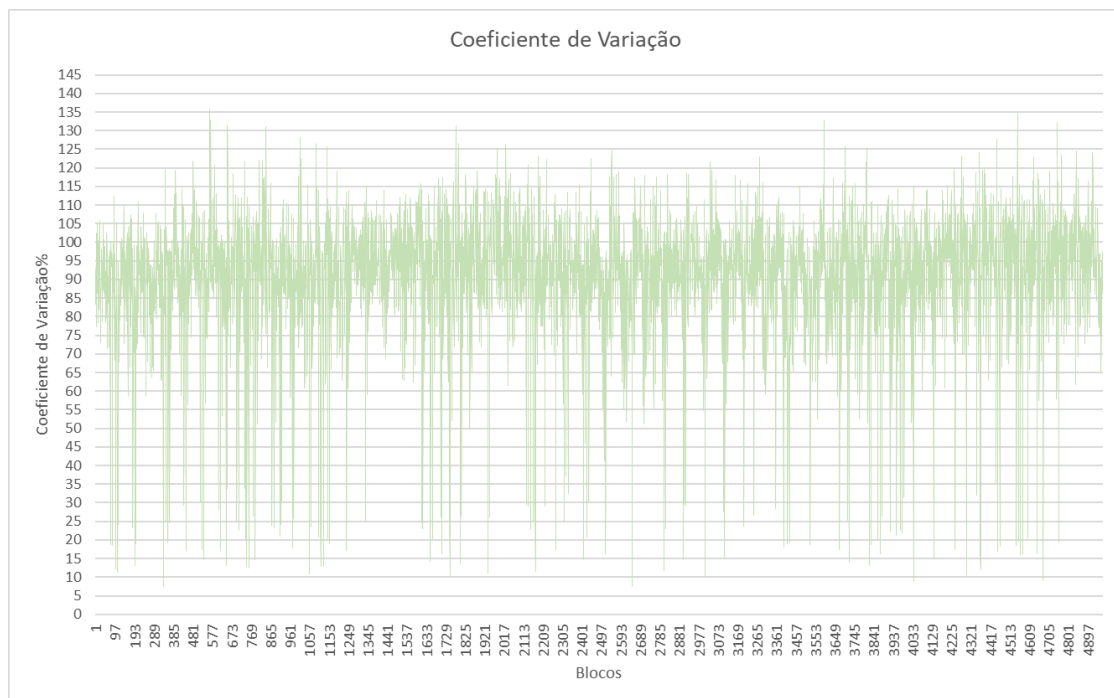


Figura 9 – Coeficiente de variação por bloco.

Alimentar a usina com esse material tornaria os processos de beneficiamento difíceis de serem controlados de forma adequada. Assim sendo, para análise da redução da variabilidade, será considerado alguns suportes operacionais para comparação. Nesse sentido, pode-se similarizar o suporte dos blocos originalmente simulados (2,5mx2,5mx2,5m) como o volume transportado em cada carregamento de um caminhão pertencente a frota da mina.

O próximo suporte a ser considerado será em relação aos *stopes*. Na lavra da mina subterrânea Arex os desmontes são realizados da seguinte forma: são detonados três leques por desmonte e esses leques estão distantes 3m entre si. O volume desmontado tem como composição os blocos simulados, porém agora estão posicionados espacialmente de forma aleatória. Vamos chamar o volume desmontado de Unidade de Desmonte (U.D.) que tem dimensões 9mx25mx6m (figura 10).



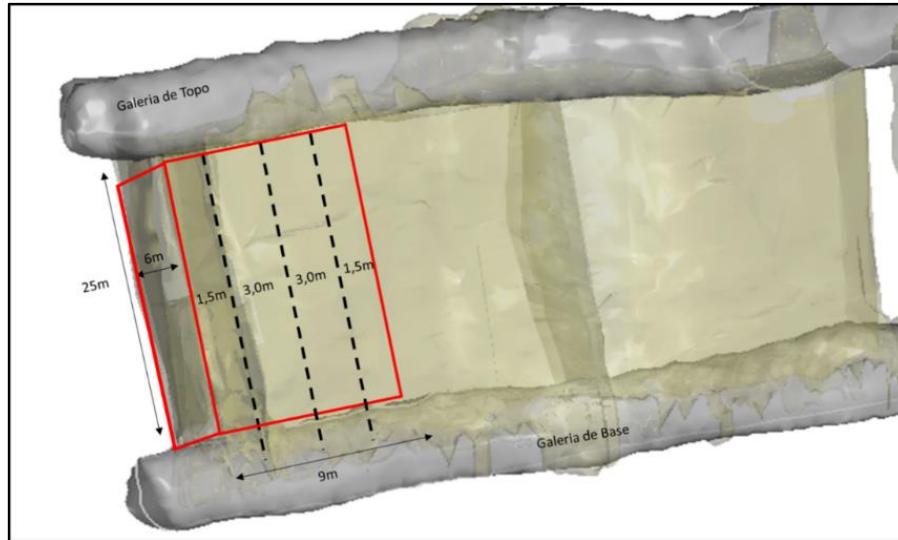


Figura 10 - Visada de uma unidade de desmonte (U.D.) e seus limites em vermelho com dimensões. Seções de leques de detonação representados pelas linhas tracejadas em preto.

O próximo, e último, incremento do volume é o suporte da toda pilha estocada, que de acordo com os *stopes* lavrados, totaliza aproximadamente 260.000m<sup>3</sup>.

Dessa forma utiliza-se os novos suportes para a realização da mudança de suporte. Nesse processo é relacionado as características estatísticas das simulações prévias para os novos volumes de forma a ainda ser estatisticamente representativo da população.

Para comparação, abaixo é mostrado os histogramas acumulados nos suportes: figura 11-a) nos blocos de 2,5mx2,5mx2,5m, figura 11-b) usando a U.D. como suporte e 11-c) considerando toda a pilha. Observa-se a diminuição da variabilidade com o aumento do suporte como já esperado devido a relação volume-variância. A curva na figura 11-a) está mais suavizada em relação a curva 11-b) e 11c) respectivamente devido a menor a quantidade de blocos gerada com o aumento do suporte.

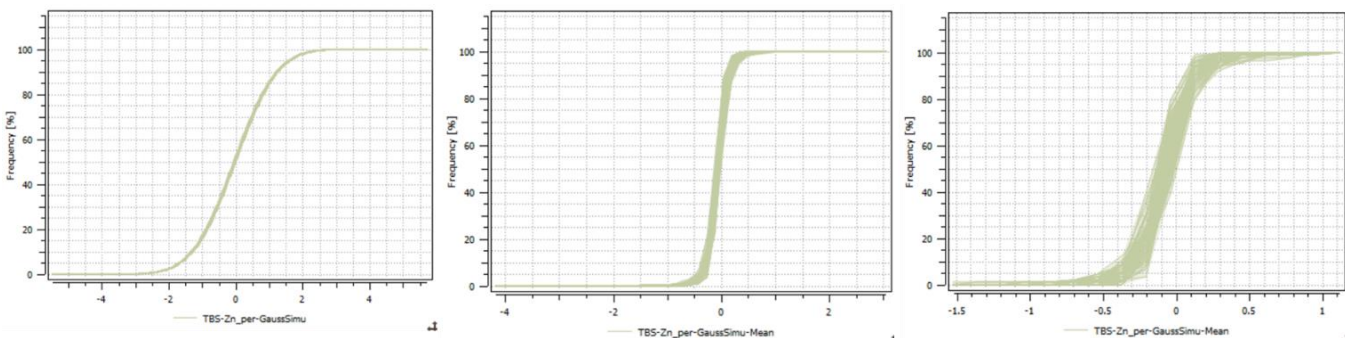


Figura 9 - Histograma acumulados de cada realização com suporte nos blocos a) 2,5mx2,5mx2,5m, b) U.D. 's e c) Pilha Total.

Ao realizar a plotagem dos desvios padrão de cada suporte (figura 12), nota-se uma

redução significativa entre o bloco 2,5m e a U.D.. Aumentando o suporte para a Pilha Total a redução é contínua, porém de forma mais suave.

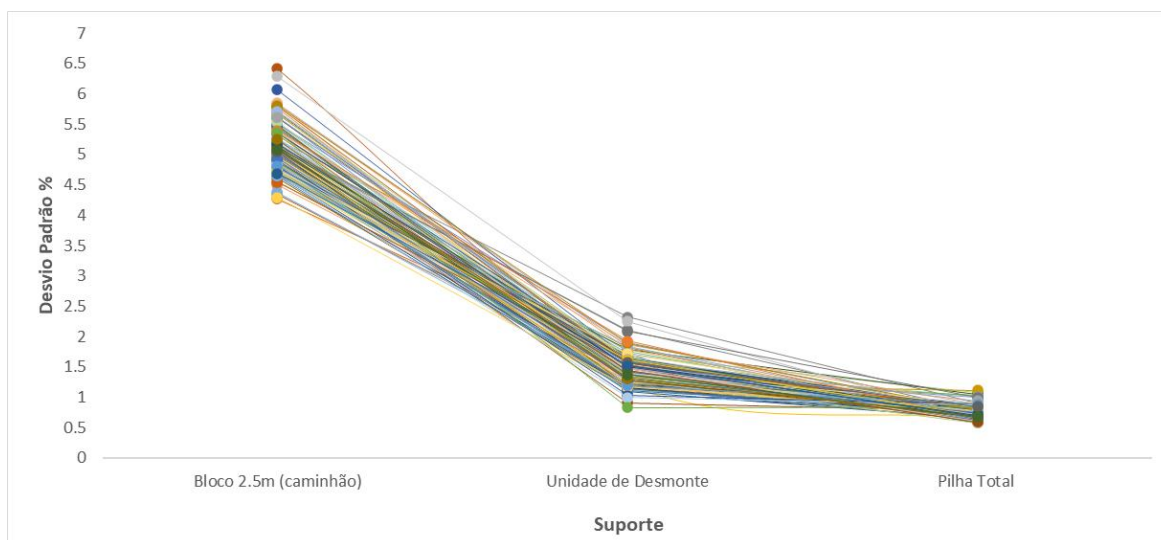


Figura 10 - Gráfico de redução de variabilidade em função do incremento do suporte.

Abaixo na tabela 2, o resumo das médias dos valores máximos, mínimos, médias, variâncias e desvios padrão nos diferentes suportes.

|                       | Média dos Valores Mínimos (%) | Média dos Valores Máximos (%) | Média das Médias (%) | Média das Variâncias (% <sup>2</sup> ) | Média dos Desvios Padrão (%) |
|-----------------------|-------------------------------|-------------------------------|----------------------|--|------------------------------|
| Bloco 2.5m (caminhão) | 0.28                          | 25.05                         | 5.41                 | 24.64                                  | 4.80                         |
| Unidade de desmonte   | 2.30                          | 9.76                          | 5.07                 | 2.15                                   | 1.44                         |
| Pilha Total           | 3.45                          | 6.72                          | 4.81                 | 0.58                                   | 0.62                         |

Tabela 2 - Média dos elementos estatísticos considerando cada realização e em cada suporte.

Dessa forma, a relação esperada volume e variância dos suportes é corroborada com os dados apresentados, onde o aumento do volume do bloco, ou seja, quanto maior o suporte resulta na diminuição da variância de dispersão (figura 12). É importante salientar que a relação volume-variância é válida considerando os volumes homogeneizados.

## CONCLUSÃO

A utilização de modelo equiprováveis por meio de simulação por bandas rotativas permite a avaliação das flutuações de uma variável em diferentes cenários. A vantagem de se incorporar essa metodologia é o conhecimento da faixa de variação do teor médio e variância, que pode por meio de mudança de suporte ser aplicado em diferentes volumes. Essa

informação permite maior previsibilidade e melhor determinação dos parâmetros operacionais na planta de beneficiamento, gerando otimização de recursos e consequentemente de custos.

Considerando o objetivo teórico do trabalho, com a premissa de total homogeneização nos diferentes suportes e a simplificação de variáveis operacionais assim como a cobertura de amostragem que influenciam nesse resultado, observa-se a correlação entre volume e variância. Considerando as dimensões dos elementos operacionais (caminhão, U.D. e Pilha Total), pode-se fazer a relação de volume-variância apresentado da figura 12, onde a variância diminui respectivamente em relação ao aumento do volume do suporte.

## REFERÊNCIAS

- CHILÉS, J. P. & DELFINER, P.** Geoestatics: Modeling Uncertain. John Wiley & Sons Ltd, New York, 695p. 1999.
- LEITE, J.A.D. et al:** Caracterização do Depósito Polimetálico (Zn,Pb,Ag, Cu-Au) de Aripuanã, Mato Grosso. Adimb,2005.
- JOURNEL, A. G. & ROSSI, M. E.** When do we need a trend model in kriging? Mathematical Geology. [S.L], p. 715-739.1989
- JOURNEL, A. G. & HUIJBREGTS, C. J.** Mining Geoestatics. London & New York Academic Press, 1978. 600 p.
- MARQUES, D. M.** Desenvolvimento de um algoritmo para simular a variabilidade do minério em pilhas de homogeneização. 2010. 110 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ppgem, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. Disponível em:<https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/25943>. Acesso em: 25 jun. 2022.
- MATHERON, G.** The Intrinsic Random Functions and Their Applications. Advances In Applied Probability, N°5, p. 439-468. 1973. Disponível em: <https://www.cambridge.org/core/search?filters%5BauthorTerms%5D=G.%20Matheron&eventCode=SE-AU>. Acesso em: 05 jan. 2023.
- ROSSI, M. E. & DEUTSCH, C.V.:** Mineral Resource Estimation. London: Springer, 2014.
- YAMAMOTO, J. K. LANDIM, Paulo M Barbora.** Geoestatística: Conceitos e Aplicações. São Paulo: Oficina de Textos, 2015.