

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**Escola de Engenharia**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

Leandro Daros Oliveira

**ANÁLISE COMPARATIVA DE APLICAÇÕES DE SISTEMAS DE  
INFERÊNCIA NEBULOSA NA NAVEGAÇÃO DE ROBÔS MÓVEIS EM  
AMBIENTES DESCONHECIDOS**

Belo Horizonte

2023

Leandro Daros Oliveira

**ANÁLISE COMPARATIVA DE APLICAÇÕES DE SISTEMAS DE  
INFERÊNCIA NEBULOSA NA NAVEGAÇÃO DE ROBÔS MÓVEIS EM  
AMBIENTES DESCONHECIDOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Armando Alves Neto

Belo Horizonte

2023

O48a Oliveira, Leandro Daros.  
Análise comparativa de aplicações de sistemas de inferência nebulosa na navegação de robôs móveis em ambientes desconhecidos [recurso eletrônico] / Leandro Daros Oliveira. – 2023.  
1 recurso online (135 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Armando Alves Neto.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 131-135.  
Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Robôs - Teses. 3. Robótica - Teses. 4. Inferência (Lógica) - Teses. 5. Algoritmos (Simulação por computador) - Teses. 6. Caminhada - Teses. I. Alves Neto, Armando. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621.3(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

## FOLHA DE APROVAÇÃO

### "ANÁLISE COMPARATIVA DE APLICAÇÕES DE SISTEMAS DE INFERÊNCIA NEBULOSA NA NAVEGAÇÃO DE ROBÔS MÓVEIS EM AMBIENTES DESCONHECIDOS"

**LEANDRO DAROS OLIVEIRA**

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica. Aprovada em 12 de dezembro de 2023. Por:

Prof. Dr. Armando Alves Neto  
DELT (UFMG) - Orientador

Prof. Dr. Leonardo Amaral Mozelli  
DELT (UFMG)

Prof. Dr. Víctor Costa da Silva Campos  
DELT (UFMG)



Documento assinado eletronicamente por **Armando Alves Neto, Professor do Magistério Superior**, em 12/12/2023, às 16:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leonardo Amaral Mozelli, Professor do Magistério Superior**, em 12/12/2023, às 17:19, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Victor Costa da Silva Campos, Professor do Magistério Superior**, em 12/12/2023, às 19:26, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufmg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **2891656** e o código CRC **91044F5D**.

*Aos meus amores, Anna e Lavínia.*

## AGRADECIMENTOS

Enfim, mais um ciclo se encerra. Resumindo esse período da minha vida em uma habilidade desenvolvida: resiliência!

Eu não me imaginava cursando um mestrado quando ingressei na graduação em Engenharia Elétrica na UFMG lá em 2012, vindo de uma formação técnica em Eletrotécnica pelo CEFET-MG, que tem uma abordagem mais prática e voltada à indústria. Ao longo da graduação, pelas experiências relacionadas à pesquisa, ao ensino e à extensão proporcionadas pelo Programa de Educação Tutorial da Engenharia Elétrica – PETEE UFMG, e após um intercâmbio de 1 ano na ESIEE Paris pelo programa BRAFITEC, retornei ao Brasil com uma visão de mundo diferente, com meus propósitos relacionados à minha formação acadêmica realinhados, e então tive a oportunidade de ser monitor da disciplina de Introdução aos Sistemas Lógicos no COLTEC-UFMG, o que despertou de vez o meu interesse pela área da educação. Foi então que veio a oportunidade de um estágio na MicroFarad para trabalhar com o ensino de Robótica para alunos da 1ª série do Ensino Médio no Colégio Santo Agostinho - Unidade de Belo Horizonte, e a posterior efetivação como Professor do Ensino Médio pelo mesmo colégio em 2020, solidificando de vez o meu início de carreira como Professor.

Foi aí que cursar um mestrado acabou não só se tornando um sonho, mas essencial para a minha profissão, ainda mais na minha área de atuação: a Robótica. Só que no meio disso tudo veio a pandemia do COVID-19, um momento assustador e desafiador, e que me fez repensar a minha vida como um todo.

Foi então que em 2021, ainda durante a pandemia, com as aulas acontecendo de forma remota, que enfim o sonho se tornou realidade: ingressei no mestrado em Engenharia Elétrica do PPGEE-UFMG na linha de pesquisa que admiro e que me encanta tanto: a Robótica. Tantas coisas aconteceram nesses pouco mais de 2 anos e meio: grande parte do período em aulas remotas, com a dificuldade e, muitas vezes, impossibilidade de ir ao laboratório na UFMG, além de mudanças na minha carga horária do trabalho, o início de atuação como professor na qualificação profissional em Robótica na Escola Profissionalizante Santo Agostinho, e posterior início de atuação como professor no curso técnico em Eletromecânica na mesma escola, passando a trabalhar muitos dos dias nos três turnos. Além disso tudo, de conciliar minha vida pessoal, casamento, trabalho e estudos, em abril de 2023 a maior alegria da minha vida e da vida da minha esposa chegou a esse mundo para nos mudar para sempre: a Lavínia!

Mas apesar de todos os desafios, após incontáveis madrugadas dedicadas a superar esses obstáculos, e buscando conciliar as diversas responsabilidades que a vida me trouxe, esse momento de conclusão de mais um ciclo chegou.

Gostaria, antes e acima de tudo, agradecer à Deus por ter me permitido ingressar no mestrado, por ter me guiado, capacitado, fortalecido e me dado sabedoria durante todo o processo. Sem Ele, nada seria possível!

À minha amada esposa Anna, gostaria de agradecer por sua infinita paciência (as vezes não tão infinita assim, principalmente quando eu falava que era a última madrugada que passaria fazendo o trabalho do mestrado, mas não era), incentivo e apoio constante. À minha sogra Flávia, reconheço o apoio valioso nos primeiros meses de vida da Lavínia, o que permitiu que eu me dedicasse aos estudos com mais tranquilidade. Ao meu sogro Marcelo, por nos "emprestar" sua esposa por dois meses, e por todo o apoio de sempre em todas as esferas de nossa vida. Aos meus pais, Vera e Edilson, e aos meus familiares e amigos, obrigado por estarem sempre presente na minha vida, me apoiando quando necessário. Ao meu orientador Armando, expresse minha sincera gratidão por toda a orientação, ajuda e paciência ao longo do caminho. Aos professores e colegas do PPGEE–UFMG, meu profundo agradecimento. Cada um de vocês, de alguma forma, direta ou indiretamente, contribuíram para a minha formação acadêmica. Esta conquista é resultado do apoio e colaboração de uma comunidade incrível. Muito obrigado a todos.

E por fim, à Lavínia... minha amada filha, um dia eu espero que você possa ler este trabalho e se orgulhar do seu pai, ciente de que tudo isso foi em busca de poder te proporcionar um futuro melhor!

Este trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) por meio do Programa de Excelência Acadêmica (PROEX).

*"Sabemos que todas as coisas cooperam para o bem daqueles que amam a Deus, daqueles que são chamados segundo o seu propósito." - Romanos 8:28.*



## RESUMO

A tarefa de navegação de um robô móvel em um caminho livre de colisões é um problema central da robótica móvel, e quando se trata de uma navegação em ambientes desconhecidos, essa tarefa pode se tornar desafiadora tanto do ponto de vista de garantir a sua conclusão quanto do ponto de vista de implementação da solução, de modo que diversos estudos sobre o tema vêm sendo realizados nas últimas décadas. Este trabalho busca investigar a aplicação de Sistemas de Inferência Nebulosa (FIS) na solução da tarefa de navegação de um Robô Móvel Movido a Duas Rodas (TWMR) não-holonômico em ambientes desconhecidos, dividindo esta tarefa em dois comportamentos: I) ir até o objetivo; e II) evitar obstáculos. Foi realizada uma análise comparativa de três métodos de navegação de robôs móveis que utilizam FIS: I) Campo Potencial Artificial Nebuloso (FAPF) em que se utiliza um sistema de inferência nebulosa para ponderar o valor da força de atração e da força de repulsão do método dos campos potenciais artificiais; II) Múltiplo Sistema de Inferência Nebulosa (MFIS) em que se utiliza dois controladores FIS para cada comportamento, buscando controlar diretamente as velocidades das rodas esquerda e direita do robô; e III) Sistema de Inferência Neuro-Nebuloso Adaptativo (ANFIS) no qual um algoritmo híbrido é utilizado para ajustar e atualizar os parâmetros antecedentes e consequentes de um FIS baseado nos métodos do gradiente descendente e dos mínimos quadrados médios, buscando determinar a velocidade angular do robô no comportamento de evitar obstáculos. Para validar e comparar os métodos foram utilizados seis cenários, nos quais o nível de dificuldade da tarefa aumenta de um cenário para outro: I) um ambiente com uma passagem estreita; II) um ambiente com um caminho estreito; III) um ambiente com um obstáculo gerando um problema de mínimo local; IV) um ambiente desordenado; V) um ambiente denso e desordenado; e VI) um ambiente com um obstáculo gerando um problema de mínimo local seguido de uma passagem estreita e de um caminho estreito. Os resultados da simulação foram apresentados utilizando o *software* MATLAB integrado ao CoppeliaSim e o método clássico do Campo Potencial Artificial (APF) foi utilizado como base para a comparação. As análises estatísticas foram realizadas utilizando o *software* Jamovi. O método FAPF apresentou um bom desempenho relacionado à distância percorrida, entretanto, apresentou um baixo desempenho relacionado ao tempo de execução da tarefa. O método MFIS apresentou um bom desempenho relacionado ao tempo de execução da tarefa, entretanto, apresentou em determinados casos um baixo desempenho com relação à distância percorrida. Já o método ANFIS apresentou um bom desempenho tanto com relação à distância percorrida quanto ao tempo de execução da tarefa.

**Palavras-chave:** campo potencial artificial nebuloso; múltiplo sistema de inferência nebulosa; sistema de inferência neuro-nebuloso adaptativo; evitar obstáculos; navegação de robôs móveis.

## ABSTRACT

The navigation task of a mobile robot on a collision-free path is a central problem in mobile robotics, and when it comes to navigating in unknown environments, this task can become challenging both in terms of ensuring its completion and in terms of implementing the solution, so that several studies on the subject have been carried out in the past few decades. This work seeks to investigate the application of fuzzy inference systems (FIS) in solving the navigation task of a non-holonomic Two-Wheeled Mobile Robot (TWMR) in unknown environments, dividing this task into two behaviors: I) go to goal; and II) obstacle avoidance. A comparative analysis of three mobile robot navigation methods that uses FIS was carried out: I) Fuzzy Artificial Potential Field (FAPF) in which a fuzzy inference system is used to weigh the value of the attractive force and repulsive force of the artificial potential field method; II) Multiple Fuzzy Inference System (MFIS) in which two FIS controllers are used for each behavior, seeking to directly control the robot's left and right wheel velocities; and III) Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) in which a hybrid algorithm is used to tune and update the premise and consequent parameters of a FIS based on the gradient descent method and the least mean squares method, seeking to determine the robot angular velocity in the obstacle avoidance behavior. To validate and compare the methods, six scenarios were used, in which the difficulty level of the task increases from one scenario to another: I) an environment with a narrow gap; II) an environment with a narrow path; III) an environment with an obstacle generating a local minima problem; IV) a cluttered environment; V) a dense cluttered environment; and VI) an environment with an obstacle generating a local minima problem followed by a narrow gap and a narrow path. The simulation results were presented using MATLAB software integrated with CoppeliaSim and the classical Artificial Potential Field (APF) method was used as a basis for comparison. Statistical analyses were performed using Jamovi software. The FAPF method presented a good performance related to the traveled distance, however, it presented a low performance related to the task execution time. The MFIS method presented good performance related to task execution time, however, in certain cases it presented low performance in relation to the traveled distance. The ANFIS method presented good performance both in terms of traveled distance and task execution time.

**Keywords:** fuzzy artificial potential field; multiple fuzzy inference system; adaptive neuro-fuzzy inference system; obstacle avoidance; mobile robot navigation.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Macrossistemas de um robô móvel. . . . .	23
Figura 2 – Navegação de um robô móvel em um ambiente com obstáculos. . . . .	23
Figura 3 – Parâmetros de um robô móvel não-holonômico com acionamento diferencial. . . . .	24
Figura 4 – Sistemas de coordenadas de um robô móvel não-holonômico com acionamento diferencial. . . . .	24
Figura 5 – Função de pertinência do tipo triangular. . . . .	33
Figura 6 – Função de pertinência do tipo trapezoidal. . . . .	34
Figura 7 – Função de pertinência do tipo <i>generalized bell function</i> . . . . .	34
Figura 8 – Processos de defuzzificação. . . . .	36
Figura 9 – Processo de inferência nebulosa no modelo Mamdani. . . . .	37
Figura 10 – Processo de inferência nebulosa no modelo Sugeno. . . . .	37
Figura 11 – Diagrama do método ANFIS. . . . .	39
Figura 12 – Diagrama do método APF. . . . .	43
Figura 13 – Robô, objetivo e obstáculo em um ambiente. . . . .	44
Figura 14 – Funções de pertinência da função de ponderação do método FAPF. . . . .	45
Figura 15 – Diagrama do método FAPF. . . . .	46
Figura 16 – Funções de pertinência do comportamento ir até o objetivo do método MFIS. . . . .	47
Figura 17 – Funções de pertinência do comportamento evitar obstáculos do método MFIS. . . . .	50
Figura 18 – Diagrama do método MFIS. . . . .	52
Figura 19 – Casos utilizados para criação de um conjunto de dados para treinamento do controlador ANFIS. . . . .	53
Figura 20 – Funções de pertinência do comportamento evitar obstáculos do método ANFIS. . . . .	54
Figura 21 – Diagrama do método ANFIS. . . . .	57
Figura 22 – Modelo do robô Pioneer 3DX com 6 sensores ultrassônicos. . . . .	59
Figura 23 – Ambientes utilizados para a análise individual e análise comparativa dos métodos. . . . .	60
Figura 24 – Ambientes utilizados para a análise comparativa dos métodos. . . . .	61
Figura 25 – Comparação do método FAPF <i>vs.</i> método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente denso e desordenado. . . . .	62
Figura 26 – Gráfico de caixas da comparação do método FAPF <i>vs.</i> método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente denso e desordenado. . . . .	64

Figura 27 – Comparação do método FAPF <i>vs.</i> método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito. . . . .	65
Figura 28 – Gráfico de caixas da comparação do método FAPF <i>vs.</i> método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito. . . . .	67
Figura 29 – Comparação do método MFIS <i>vs.</i> método MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013) em um ambiente denso e desordenado. . . . .	69
Figura 30 – Gráfico de caixas da comparação do método MFIS <i>vs.</i> método MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013) em um ambiente denso e desordenado. . . . .	70
Figura 31 – Comparação do método MFIS <i>vs.</i> método MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito. . . . .	72
Figura 32 – Gráfico de caixas da comparação do método MFIS <i>vs.</i> método MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito. . . . .	73
Figura 33 – Comparação do método ANFIS <i>vs.</i> método ANFIS Haider <i>et al.</i> (2022) em um ambiente denso e desordenado. . . . .	75
Figura 34 – Gráfico de caixas da comparação do método ANFIS <i>vs.</i> método ANFIS Haider <i>et al.</i> (2022) em um ambiente denso e desordenado. . . . .	76
Figura 35 – Comparação do método ANFIS <i>vs.</i> método ANFIS Haider <i>et al.</i> (2022) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito. . . . .	78
Figura 36 – Gráfico de caixas da comparação do método ANFIS <i>vs.</i> método ANFIS Haider <i>et al.</i> (2022) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito. . . . .	79
Figura 37 – Ambiente com passagem estreita. . . . .	82
Figura 38 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente com passagem estreita (robô alinhado com o objetivo). . . . .	83
Figura 39 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente com passagem estreita (robô desalinhado com o objetivo). . . . .	86
Figura 40 – Ambiente com caminho estreito. . . . .	88
Figura 41 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente com caminho estreito (robô alinhado com o objetivo). . . . .	89
Figura 42 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente com caminho estreito (robô desalinhado com o objetivo). . . . .	92
Figura 43 – Ambiente com mínimo local. . . . .	95
Figura 44 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente com mínimo local (robô mais largo que o obstáculo). . . . .	96
Figura 45 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente com mínimo local (obstáculo mais largo que o robô). . . . .	98
Figura 46 – Ambiente desordenado. . . . .	101

Figura 47 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente desordenado (eixo x do robô paralelo ao eixo x do obstáculo). . . . .	102
Figura 48 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente desordenado (eixo x do robô perpendicular ao eixo x do obstáculo). . . . .	105
Figura 49 – Ambiente denso e desordenado. . . . .	107
Figura 50 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente denso e desordenado. . . . .	108
Figura 51 – Ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito. . . . .	110
Figura 52 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito. . . . .	111

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de entrada $\alpha$ . . . . .	45
Tabela 2 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de entrada $\theta_{o,g}$ . . . . .	45
Tabela 3 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de saída $w$ . . . . .	46
Tabela 4 – Regras do método FAPF. . . . .	46
Tabela 5 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de entrada $\rho_{goal}$ (comportamento ir até o objetivo). . . . .	48
Tabela 6 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de entrada $\theta_{g,r}$ (com- portamento ir até o objetivo). . . . .	48
Tabela 7 – Parâmetros das funções de pertinência das variáveis de saída $\omega_{left}$ e $\omega_{right}$ (comportamento ir até o objetivo). . . . .	48
Tabela 8 – Regras nebulosas do comportamento ir até o objetivo do método MFIS.	49
Tabela 9 – Parâmetros das funções de pertinência das variáveis de entrada <b>L</b> : Dis- tância Esquerda, <b>F</b> : Distância Frontal e <b>R</b> : Distância Direita (compor- tamento evitar obstáculos). . . . .	49
Tabela 10 – Parâmetros das funções de pertinência das variáveis de saída $\omega_{left}$ e $\omega_{right}$ (comportamento evitar obstáculos). . . . .	50
Tabela 11 – Regras nebulosas do comportamento evitar obstáculos do método MFIS.	51
Tabela 12 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de entrada <b>L</b> : Dis- tância Esquerda. . . . .	55
Tabela 13 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de entrada <b>F</b> : Dis- tância Frontal. . . . .	56
Tabela 14 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de entrada <b>R</b> : Dis- tância Direita. . . . .	56
Tabela 15 – Parâmetros consequentes do método ANFIS após processo de treina- mento. . . . .	56
Tabela 16 – Comparação do método FAPF <i>vs.</i> método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente denso e desordenado. . . . .	63
Tabela 17 – Análise estatística da comparação do método FAPF <i>vs.</i> método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente denso e desordenado. . . . .	63
Tabela 18 – Comparação do método FAPF <i>vs.</i> método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito. . . . .	66
Tabela 19 – Análise estatística da comparação do método FAPF <i>vs.</i> método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente com mínimo local, passagem es- treita e caminho estreito. . . . .	66
Tabela 20 – Comparação do método MFIS <i>vs.</i> método MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013) em um ambiente denso e desordenado. . . . .	68

Tabela 21 – Análise estatística da comparação do método MFIS <i>vs.</i> método MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013) em um ambiente denso e desordenado. . . . .	71
Tabela 22 – Comparação do método MFIS <i>vs.</i> método MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito. . . . .	71
Tabela 23 – Análise estatística da comparação do método MFIS <i>vs.</i> método MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito. . . . .	74
Tabela 24 – Comparação do método ANFIS <i>vs.</i> método ANFIS Haider <i>et al.</i> (2022) em um ambiente denso e desordenado. . . . .	75
Tabela 25 – Análise estatística da comparação do método ANFIS <i>vs.</i> método ANFIS Haider <i>et al.</i> (2022) em um ambiente denso e desordenado. . . . .	77
Tabela 26 – Comparação do método ANFIS <i>vs.</i> método ANFIS Haider <i>et al.</i> (2022) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito. . . . .	78
Tabela 27 – Análise estatística da comparação do método ANFIS <i>vs.</i> método ANFIS Haider <i>et al.</i> (2022) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito. . . . .	80
Tabela 28 – Ambiente com passagem estreita (robô alinhado com o objetivo). . . . .	81
Tabela 29 – Ambiente com passagem estreita (robô desalinhado com o objetivo). . . . .	81
Tabela 30 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente com passagem estreita (robô alinhado com o objetivo). . . . .	84
Tabela 31 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente com passagem estreita (robô desalinhado com o objetivo). . . . .	87
Tabela 32 – Ambiente com caminho estreito (robô alinhado com o objetivo). . . . .	90
Tabela 33 – Ambiente com caminho estreito (robô desalinhado com o objetivo). . . . .	90
Tabela 34 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente com caminho estreito (robô alinhado com o objetivo). . . . .	91
Tabela 35 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente com caminho estreito (robô desalinhado com o objetivo). . . . .	93
Tabela 36 – Ambiente com mínimo local (robô mais largo que o obstáculo). . . . .	94
Tabela 37 – Ambiente com mínimo local (obstáculo mais largo que o robô). . . . .	94
Tabela 38 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente com mínimo local (robô mais largo que o obstáculo). . . . .	97
Tabela 39 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente com mínimo local (obstáculo mais largo que o robô). . . . .	99
Tabela 40 – Ambiente desordenado (eixo x do robô paralelo ao eixo x do obstáculo). . . . .	100
Tabela 41 – Ambiente desordenado (eixo x do robô perpendicular ao eixo x do obstáculo). . . . .	100
Tabela 42 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente desordenado (eixo x do robô paralelo ao eixo x do obstáculo). . . . .	103

Tabela 43 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente desordenado (eixo x do robô perpendicular ao eixo x do obstáculo). . . . .	106
Tabela 44 – Ambiente denso e desordenado. . . . .	107
Tabela 45 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente denso e desordenado. . . . .	109
Tabela 46 – Ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito. . .	110
Tabela 47 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito. . . . .	112



## LISTA DE ALGORITMOS

Algoritmo 1 – Geração do conjunto de dados. . . . .	55
---	----

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANFIS	Sistema de Inferência Neuro-Nebuloso Adaptativo <i>(Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System)</i>
APF	Campo Potencial Artificial <i>(Artificial Potential Field)</i>
FAPF	Campo Potencial Artificial Nebuloso <i>(Fuzzy Artificial Potential Field)</i>
FIS	Sistema de Inferência Nebulosa <i>(Fuzzy Inference System)</i>
S&T	Parar e Girar <i>(Stop and Turn)</i>
TWM	Girar Enquanto Se Move <i>(Turn While Moving)</i>
TWMR	Robô Móvel Movido a Duas Rodas <i>(Two-Wheeled Mobile Robot)</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\omega_{left}$	Velocidade angular do motor esquerdo
$\omega_{right}$	Velocidade angular do motor direito
$v$	Velocidade linear do robô
$\omega$	Velocidade angular do robô
$r$	Raio da roda do robô
$L$	Distância entre as rodas do robô
$q$	Posição (x,y) do robô
$q_{goal}$	Posição (x,y) do objetivo
$q_{obstacle}$	Posição (x,y) do obstáculo
$\rho_{goal}$	Distância euclidiana entre o robô e o objetivo
$\rho_{obstacle}$	Distância euclidiana entre o robô e o obstáculo
$\rho$	Distância entre o robô e um obstáculo
$\min(d2o)$	Mínima distância entre o robô e um obstáculo
$\rho_0$	Distância de influência de um obstáculo
$\alpha$	razão entre a distância do robô ao obstáculo mais próximo e a distância do robô ao objetivo
$\theta$	Orientação do robô
$\theta_{goal}$	Orientação do objetivo
$\theta_{obstacle}$	Orientação do obstáculo
$\theta_{o,g}$	diferença entre o ângulo do robô ao obstáculo mais próximo e o ângulo de o robô até o objetivo
$\theta_{g,r}$	Ângulo relativo entre o objetivo e o robô
$U(q)$	Campo potencial artificial
$U_{att}(q)$	Campo potencial atrativo

$U_{rep}(q)$	Campo potencial repulsivo
$K_{att}(q)$	Ganho atrativo
$K_{rep}(q)$	Ganho repulsivo
$F_{res}(q)$	Força resultante
$F_{res_x}(q)$	Componente x da Força resultante
$F_{res_y}(q)$	Componente y da Força resultante
$F_{att}(q)$	Força atrativa
$F_{rep}(q)$	Força repulsiva
$\nabla$	Operador gradiente
$(\vec{\cdot})$	Vetor
$min(\cdot)$	Valor mínimo
$max(\cdot)$	Valor máximo
$\dot{x}$	Velocidade na componente x
$\dot{y}$	Velocidade na componente y
$k_r, k_t$	Ganhos do controle de posição
$w$	Função de ponderação do método FAPF
$L_{left}$	Valor de distância do sensor mais à esquerda do robô
$L_{left}$	Valor de distância do sensor menos à esquerda do robô
$F_{left}$	Valor de distância do sensor frontal à esquerda do robô
$F_{right}$	Valor de distância do sensor frontal à direita do robô
$R_{right}$	Valor de distância do sensor menos à direita do robô
$R_{rright}$	Valor de distância do sensor mais à direita do robô
<b>L</b>	Menor valor de distância entre os sensores à esquerda do robô
<b>F</b>	Menor valor de distância entre os sensores frontais do robô
<b>R</b>	Menor valor de distância entre os sensores à direita do robô

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>22</b>
1.1	Formulação do Problema	22
1.1.1	Tarefa de navegação em ambientes desconhecidos	22
1.1.2	Robô móvel não-holonômico com acionamento diferencial	23
1.2	Objetivos	25
1.2.1	Objetivo geral	25
1.2.2	Objetivos específicos	25
1.3	Publicação Relacionada	26
1.4	Organização do Texto	26
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>27</b>
<b>3</b>	<b>SISTEMAS DE INFERÊNCIA NEBULOSA</b>	<b>32</b>
3.1	Lógica Nebulosa	32
3.1.1	Conjuntos nebulosos	32
3.1.2	Funções de pertinência	33
3.1.3	Variáveis linguísticas	35
3.1.4	Regras nebulosas	35
3.1.5	Raciocínio nebuloso	35
3.1.6	Processos de defuzzificação	35
3.2	Sistema de Inferência Nebulosa Mamdani	36
3.3	Sistema de Inferência Nebulosa Sugeno	36
3.4	Sistema de Inferência Neuro-Nebuloso Adaptativo	38
<b>4</b>	<b>MÉTODOS DE NAVEGAÇÃO DE ROBÔS MÓVEIS</b>	<b>41</b>
4.1	Campo Potencial Artificial Nebuloso (FAPF)	41
4.2	Múltiplo Sistema de Inferência Nebulosa (MFIS)	46
4.3	Sistema de Inferência Neuro-Nebuloso Adaptativo (ANFIS)	51
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>58</b>
5.1	Metodologia de Validação	58
5.1.1	Configurações e parâmetros da simulação	58
5.1.2	Configurações e parâmetros do robô	58
5.1.3	Configurações e parâmetros dos ambientes	59
5.1.4	Configurações e parâmetros das análises estatísticas	60
5.2	Análise do Método FAPF	62
5.3	Análise do Método MFIS	68
5.4	Análise do Método ANFIS	74
5.5	Análise Comparativa dos Métodos	81
5.5.1	Ambiente com passagem estreita	81

5.5.2	Ambiente com caminho estreito . . . . .	85
5.5.3	Ambiente com mínimo local . . . . .	94
5.5.4	Ambiente desordenado . . . . .	100
5.5.5	Ambiente denso e desordenado . . . . .	104
5.5.6	Ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito .	107
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>113</b>
6.1	Síntese dos Resultados . . . . .	113
6.2	Discussão dos Resultados . . . . .	114
6.3	Trabalhos Futuros . . . . .	115
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>116</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os robôs móveis vêm ganhando cada vez mais relevância no mercado, com suas vendas aumentando 48% em 2022, possuindo aplicações nos mais variados setores como medicina, hospitalidade, agricultura e limpeza profissional, mas com grande destaque para o setor de transporte e logística, no qual aplicações em ambientes internos com tráfego público aumentaram 78% ([INTERNATIONAL FEDERATION OF ROBOTICS – IFR, 2023](#)).

Aplicações como as do setor de transporte e logística, no qual o robô precisa realizar suas tarefas na presença de pessoas é algo desafiador e complexo de ser resolvido, visto que a informação da posição destas pessoas não está disponível previamente para o robô, tornando o ambiente, ao menos parcialmente, desconhecido. Assim, não é possível utilizar métodos que tem apenas como princípio o mapeamento do ambiente e o planejamento prévio do caminho de forma a encontrar um trajeto livre de colisões, o que força o robô a utilizar um método que também seja capaz de evitar colisões em tempo real.

Neste contexto, métodos de navegação de robôs móveis baseados em lógica nebulosa e em algoritmos de aprendizado de máquina se destacam e ganham relevância por sua capacidade de lidar com incertezas, tornando-se essenciais para tais aplicações.

### 1.1 Formulação do Problema

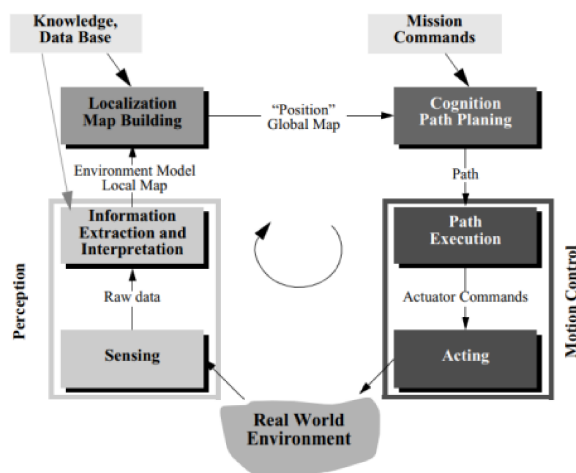
#### 1.1.1 Tarefa de navegação em ambientes desconhecidos

Segundo [Siegwart, Nourbakhsh e Scaramuzza \(2011\)](#), uma maneira de organizar ações/decisões em um robô móvel é dividindo-o em quatro macrossistemas: percepção, localização, cognição e controle de movimento, como pode ser observado na Figura 1. Destes, o responsável por realizar a navegação de um robô móvel em um ambiente é o macrossistema de cognição.

Neste trabalho, esta tarefa de navegação do robô móvel foi dividida em dois comportamentos: I) ir até o objetivo, considerada como uma tarefa deliberativa no qual a posição  $(x, y)$  do objetivo ( $q_{goal}$ ) e a posição  $(x, y)$  atual do robô ( $q$ ) e sua orientação ( $\theta$ ) são conhecidas; e II) evitar obstáculos, considerada como uma tarefa reativa, na qual o robô utiliza sensores de distância para perceber o ambiente ao seu redor e evitar colisões com obstáculos. Ambas as tarefas são complementares e sem uma não há garantia de que a outra será realizada com sucesso.

Neste trabalho, quando se trata de uma navegação em um ambiente desconhecido,

Figura 1 – Macrossistemas de um robô móvel.

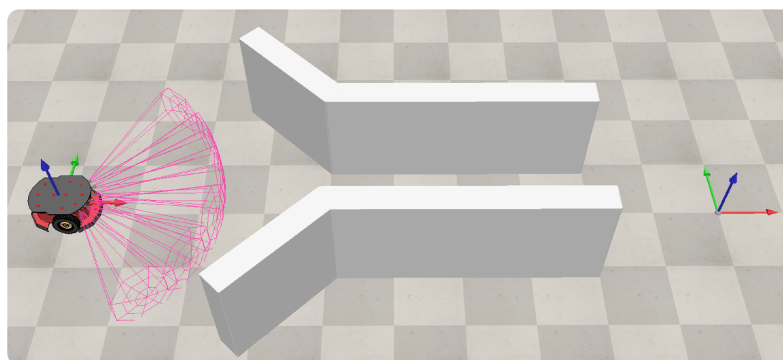


Fonte: Siegwart, Nourbakhsh e Scaramuzza (2011).

considera-se que o ambiente em si pode ser, à priori, conhecido, entretanto há obstáculos (que serão considerados estáticos) os quais suas formas e posições são desconhecidas, de modo que não se pode mapear previamente a posição destes obstáculos para então determinar um caminho livre de colisões, necessitando de uma abordagem, ao menos parcialmente, reativa.

Um exemplo de navegação de um robô móvel em um ambiente com obstáculos pode ser observada na Figura 2.

Figura 2 – Navegação de um robô móvel em um ambiente com obstáculos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

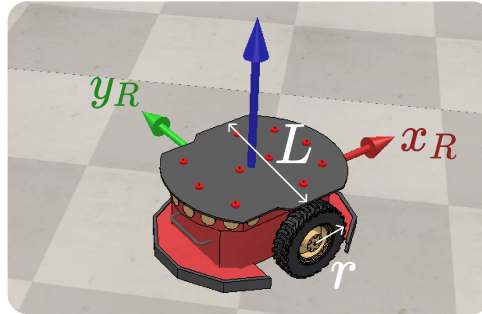
### 1.1.2 Robô móvel não-holonômico com acionamento diferencial

Neste trabalho, o robô móvel foi modelado como um robô móvel movido a duas rodas (TWMR), o qual está sujeito a uma restrição não-holonômica e o acionamento destas duas rodas ativas é feito de forma diferencial.



A Figura 3 mostra os parâmetros físicos do robô que são relevantes para seu modelo cinemático: a distância entre as duas rodas ativas do robô ( $L$ ); e o raio da roda do robô ( $r$ ).

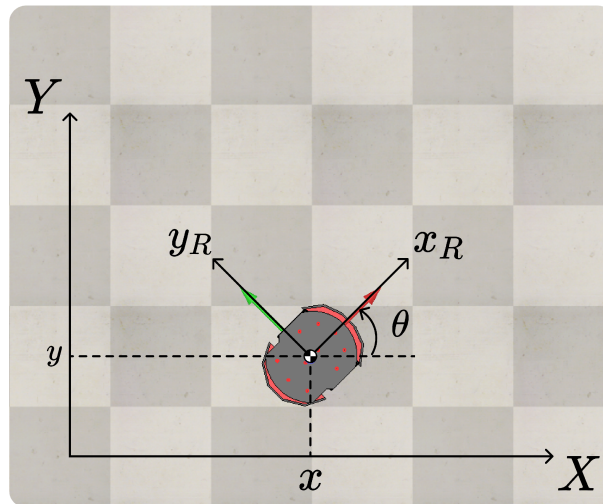
Figura 3 – Parâmetros de um robô móvel não-holonômico com acionamento diferencial.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Para realizar a modelagem deste robô, foi utilizado um sistema de coordenadas global ( $X, Y$ ), que serve como referência para determinar a posição ( $x, y$ ) do robô ( $q$ ) e sua orientação ( $\theta$ ), como pode ser observado na Figura 4.

Figura 4 – Sistemas de coordenadas de um robô móvel não-holonômico com acionamento diferencial.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Assim, é possível obter a seguinte relação entre as velocidades linear ( $v$ ) e angular ( $\omega$ ) do robô e as velocidades angulares da roda esquerda ( $\omega_{left}$ ) e da roda direita ( $\omega_{right}$ ) a partir da Equação 1.1.

$$\begin{cases} v = \frac{r}{2} \cdot (\omega_{right} + \omega_{left}) \\ \omega = \frac{r}{L} \cdot (\omega_{right} - \omega_{left}) \end{cases} \quad (1.1)$$

Deste modo, o modelo cinemático do robô móvel não-holonômico com acionamento diferencial pode ser determinado através da Equação 1.2, em que  $\dot{x}$  é a componente  $x$  da velocidade linear do robô,  $\dot{y}$  é a componente  $y$  da velocidade linear do robô, e  $\dot{\theta}$  é a velocidade angular do robô, todas elas no sistema de coordenadas global  $(X, Y)$ .

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} \cdot \cos(\theta) & \frac{r}{2} \cdot \cos(\theta) \\ \frac{r}{2} \cdot \sin(\theta) & \frac{r}{2} \cdot \sin(\theta) \\ \frac{r}{L} & -\frac{r}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{right} \\ \omega_{left} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

A restrição não-holonômica não restringe as possíveis configurações que o robô pode atingir, mas impede a velocidade instantânea ou aceleração em certas direções.

No caso deste TWMR, o robô se move apenas na direção normal ao eixo das rodas motrizes, sendo a restrição imposta diretamente pelas próprias rodas, e podendo ser descrita matematicamente através da Equação 1.3.

$$\dot{x} \cdot \sin(\theta) - \dot{y} \cdot \cos(\theta) = 0 \quad (1.3)$$

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é analisar a aplicação de Sistemas de Inferência Nebulosa (FIS) na navegação de robôs móveis não-holonômicos em ambientes desconhecidos.

Buscando solucionar esse problema de navegação do robô móvel em um ambiente desconhecido, três métodos que utilizam FIS serão analisados e comparados: Campo Potencial Artificial Nebuloso (FAPF), Múltiplo Sistema de Inferência Nebulosa (MFIS), e Sistema de Inferência Neuro-Nebuloso Adaptativo (ANFIS).

### 1.2.2 Objetivos específicos

- Analisar individualmente cada um dos três métodos propostos comparando-os com a versão de referência encontrada na literatura, destacando as melhorias e diferenças obtidas.
- Analisar e comparar estes três métodos propostos utilizando três critérios: I) distância total percorrida pelo robô, II) tempo de execução da tarefa de navegação, e III) mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto, utilizando ambientes variados e com complexidade variada, buscando definir o melhor método para cada aplicação específica e o melhor método geral.

### 1.3 Publicação Relacionada

Este trabalho, antes de sua conclusão, gerou uma publicação no *XV Brazilian Symposium on Robotics – SBR 2023 & XX IEEE Latin American Robotics Symposium – LARS 2023* com o título: "*Comparative Analysis of Fuzzy Inference Systems Applications on Mobile Robot Navigation in Unknown Environments*" (OLIVEIRA; NETO, 2023).

### 1.4 Organização do Texto

No Capítulo 2 será apresentada uma revisão da literatura contendo o estado da arte da navegação de robôs móveis e aplicações de sistemas de inferência nebulosa na navegação de robôs móveis.

No Capítulo 3 será apresentado conceitos teóricos e a formulação matemática que formam a base dos Sistemas de Inferência Nebulosa (FIS).

No Capítulo 4 serão apresentados detalhadamente três métodos que utilizam FIS para a navegação de robôs móveis em ambientes desconhecidos: Campo Potencial Artificial Nebuloso (FAPF), Múltiplo Sistema de Inferência Nebulosa (MFIS) e Sistema de Inferência Neuro-Nebuloso Adaptativo (ANFIS).

No capítulo 5 será apresentado uma análise individual dos métodos FAPF, MFIS e ANFIS, assim como uma análise comparativa entre estes métodos, utilizando como base para a comparação o método clássico do Campo Potencial Artificial (APF).

Por fim, no Capítulo 6 será realizada uma síntese e uma discussão dos resultados, e serão indicadas possíveis melhorias para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

A navegação de um robô móvel em um ambiente por um caminho livre de colisões é um dos principais problemas da Robótica Móvel, e diversas técnicas foram desenvolvidas ao longo das últimas décadas para resolvê-lo.

Métodos como *road maps* e *voronoi diagram* (CHOSET et al., 2000), e *cell decomposition* (BARRAQUAND; LATOMBE, 1991), (JACOBS; CANNY, 1993), (BATAVIA; NOURBAKHSH, 2000), utilizam um paradigma deliberativo que tem como princípio a necessidade de se conhecer o ambiente previamente, de modo a realizar um planejamento de um caminho livre de colisões para que o robô possa executá-lo. No contexto deste trabalho, no qual o ambiente é desconhecido, uma abordagem que tenha uma percepção do ambiente em tempo real se torna necessária.

Métodos como *bug algorithms* (LUMELSKY; STEPANOV, 1987), (LUMELSKY; SKEWIS, 1990), (KAMON; RIVLIN; RIMON, 1996), e *bubble band* (QUINLAN; KHATIB, 1993), (KHATIB et al., 1997), utilizam um paradigma reativo, o que faz com que a execução da tarefa de ir até o objetivo muitas das vezes não resulte de um caminho ótimo.

Já métodos como *artificial potential field* (KOREN; BORENSTEIN, 1991), (KHATIB; CHATILA, 1995), (FEDER; SLOTINE, 1997), (MONTANO; ASENSIO, 1997), (VALAVANIS et al., 2000), (LEE et al., 2017), e *vector field histogram* (BORENSTEIN; KOREN, 1988), (BORENSTEIN; KOREN, 1991), (ULRICH; BORENSTEIN, 1998), (ULRICH; BORENSTEIN, 2000), que podem utilizar um paradigma híbrido, se mostram um pouco mais adequados para solucionar problemas de navegação em ambientes desconhecidos buscando um caminho ótimo.

Entretanto, tais métodos apresentam outros problemas, como por exemplo no caso do método clássico do Campo Potencial Artificial (APF) em que há o problema de mínimos locais (no qual o robô não consegue chegar até o objetivo final, ficando preso em um ponto no qual a resultante de forças de atração e repulsão é nula, mas que ainda não é o objetivo final).

Deste modo, pesquisadores têm explorado abordagens alternativas para superar desafios associados a ambientes desconhecidos, ambientes desordenados, altos custos computacionais e a necessidade de múltiplos controladores.

O método clássico do APF tem como base o trabalho de Khatib (1985), no qual ele apresentou uma abordagem em tempo real para evitar obstáculos aplicada tanto à robôs manipuladores quanto à robôs móveis, baseada no conceito dos campos potenciais artificiais, demonstrando a performance da solução em um ambiente com obstáculos dinâmicos. Em seu próprio trabalho, ele aponta as limitações e os problemas dessa abordagem,

principalmente relacionada a problemas de mínimo local.

Duas décadas antes, [Zadeh \(1965\)](#) já estava apresentando sua teoria sobre conjuntos nebulosos e funções de pertinência, que mais tarde serviria como base para outros trabalhos.

Quase uma década depois, o próprio [Zadeh \(1973\)](#) apresentou seu trabalho no qual utilizou variáveis linguísticas e algoritmos nebulosos buscando uma abordagem aproximada, mas eficaz, de descrever o comportamento de sistemas complexos ou mal definidos que dificultam uma análise matemática precisa.

Dois anos depois, [Mamdani e Assilian \(1975\)](#) apresentaram em seu trabalho um experimento também utilizando variáveis linguísticas e lógica nebulosa em um controlador para uma máquina a vapor de uma planta industrial, de modo a converter regras de controle heurísticas declaradas por um operador humano em uma estratégia de controle automático.

Uma década depois, no mesmo ano da publicação do trabalho de [Khatib \(1985\)](#) sobre o método clássico do APF, [Takagi e Sugeno \(1985\)](#) apresentaram uma ferramenta matemática para construir um modelo nebuloso de um sistema onde implicações e raciocínios nebulosos são usados, descrevendo os parâmetros antecedentes em um subespaço nebuloso de entradas e os parâmetros consequentes em uma relação linear de entrada-saída.

Estava então estabelecida a base para o método clássico do APF com a teoria formulada por [Khatib \(1985\)](#) e a base para os sistemas de inferência nebulosa formuladas por [Zadeh \(1965\)](#), [Zadeh \(1973\)](#), [Mamdani e Assilian \(1975\)](#) e [Takagi e Sugeno \(1985\)](#).

Visto os problemas encontrados no método APF, principalmente buscando solucionar o problema dos mínimos locais, diversos pesquisadores têm buscado otimizar o método clássico dos campos potenciais integrando soluções que utilizem lógica nebulosa e sistemas de inferência nebulosa.

[Song e Liu \(2012\)](#) propuseram um novo método para superar as deficiências do método do campo potencial artificial, ou seja, o problema dos mínimos locais, o planejamento do caminho em tempo real e a segurança e acessibilidade em um ambiente dinâmico, usando a abordagem do vetor de velocidade para modificar a função de força do campo potencial e integração com o método de controle nebuloso para ajustar os fatores do campo potencial de repulsão em tempo real.

[Park et al. \(2016\)](#) apresentaram um método avançado de campo potencial nebuloso para evitar obstáculos de robôs móveis, aprimorando o campo potencial convencional, no qual o método de campo potencial lida principalmente com as forças repulsivas que cercam os obstáculos, enquanto a lógica de controle nebulosa se concentra em regras nebulosas que lidam com variáveis linguísticas e descrevem o conhecimento de especialistas.

Abdalla, Abed e Ahmed (2017) propuseram um algoritmo de planejamento de caminho para um robô móvel usando um campo potencial artificial nebuloso otimizado por enxame de partículas (PSO-APF) para melhorar o desempenho do algoritmo clássico de campo potencial artificial, especialmente os mínimos locais, e para produzir um caminho mais eficiente e um planejamento eficaz da navegação de um robô móvel em um ambiente complexo e desconhecido.

THE MATHWORKS INC. (2019) apresentou como ajustar um sistema de inferência nebulosa usando uma função de custo personalizada para aprender a navegação do robô em um ambiente de simulação, tendo como objetivo atingir um alvo específico evitando obstáculos.

Diversos pesquisadores também voltaram o seu trabalho buscando soluções que utilizassem apenas sistemas de inferência nebulosa (FIS) para solucionar o problema da navegação do robô, de modo a utilizar o FIS para refletir a natureza de conceitos e pensamentos humanos, que tendem a ser mais abstratos e imprecisos.

Zhu e Yang (2004) propuseram um novo sistema de controle lógico nebuloso para navegação reativa de um robô móvel baseado em comportamento em ambientes dinâmicos, combinando múltiplos sensores para detectar os obstáculos próximos ao robô, a localização do alvo e a velocidade atual do robô e projetando um sistema de lógica nebulosa com 48 regras nebulosas para três comportamentos: busca de alvo, evitação de obstáculos e seguimento de barreiras, de modo que o problema da indecisão simétrica é resolvido por diversas regras de giro obrigatório, enquanto o problema do ciclo morto é resolvido por uma estratégia de memória de estado.

Lakhmissi e Boumehraz (2013) apresentaram uma estratégia de controle reativo de um robô móvel autônomo que deve se mover com segurança em um ambiente denso e desconhecido para atingir um objetivo desejado, estruturando a tarefa de navegação através de abordagens baseadas em comportamento usando lógica nebulosa.

Faisal et al. (2013) utilizaram uma técnica de navegação online para um robô móvel com rodas em um ambiente dinâmico e desconhecido usando técnicas de lógica nebulosa visando a aplicação em armazéns, utilizando dois controladores FIS para cada comportamento, buscando controlar diretamente as velocidades das rodas esquerda e direita do robô, mostrando através de resultados experimentais a eficácia do algoritmo proposto.

Ainda na década de 90, Jang (1993) apresentou a arquitetura e o procedimento de aprendizagem para um sistema de inferência nebulosa implementado no âmbito de redes adaptativas, no qual utilizou-se um procedimento de aprendizagem híbrido em que o ANFIS proposto pode construir um mapeamento de entrada-saída baseado tanto no conhecimento humano (na forma de regras nebulosas se-então) quanto em pares de dados de entrada-saída estipulados.

Estava então formada a base para uma nova revolução nas soluções que utilizavam métodos baseados em FIS. A falta de adaptabilidade dos FIS em lidar com ambientes externos e dinâmicos agora passariam a ter incorporado conceitos de aprendizado de máquina e redes neurais. Deste modo, os esforços dos pesquisadores estiveram voltados nas últimas décadas para aplicações de sistemas de inferência neuro-nebuloso adaptativo (ANFIS) para a solução do problema de navegação.

Mohanty *et al.* em 2013 (MOHANTY; PARHI, 2013) e em 2014 (MOHANTY; PARHI, 2014a), (MOHANTY; PARHI, 2014b), apresentaram uma nova técnica híbrida inteligente baseada na combinação de sistema de inferência nebulosa e rede neural artificial para resolver problemas de planejamento de caminho de robôs móveis autônomos, desenvolvendo um controlador nebuloso adaptativo com quatro parâmetros de entrada (distância do obstáculo frontal, distância do obstáculo esquerdo, distância do obstáculo direito e ângulo de direção em relação ao alvo), dois parâmetros de saída (velocidades da roda esquerda e da roda direita) e cinco parâmetros cada, que atua como um único sistema de inferência nebulosa do tipo Takagi-Sugeno.

Mohanty e Parhi (2015) discutiram uma nova técnica de navegação híbrida para múltiplos robôs móveis em um ambiente clusterizado desconhecido, baseando-se no algoritmo de busca cuckoo para treinar os parâmetros antecedentes e no método de estimativa de mínimos quadrados para treinar os parâmetros consequentes do sistema de inferência neuro-nebuloso adaptativo.

Pandey *et al.* (2016) apresentaram um controlador ANFIS para navegação de robôs móveis e prevenção de obstáculos em ambientes estáticos desconhecidos, de modo que as entradas do controlador ANFIS são as distâncias de obstáculos obtidas dos sensores, e a saída do controlador é um ângulo de direção do robô.

Pandey, Pandey e Parhi (2017) apresentaram uma revisão teórica de técnicas de navegação inteligente, que são capazes de navegar autonomamente em um robô móvel em ambientes estáticos e dinâmicos.

Pandey *et al.* (2019) apresentaram o projeto e a implementação da técnica de controle de sensor-atuador baseado em uma arquitetura de sistema de inferência neuro-nebuloso adaptativo múltiplo (MANFIS) para navegação de robôs móveis em diferentes ambientes bidimensionais com presença de obstáculos estáticos e em movimento, utilizando três sensores infravermelho montados na parte frontal, esquerda e direita do robô, servindo como entradas na arquitetura MANFIS para gerar comandos de controle de velocidade apropriados para os motores direito e esquerdo do robô.

Gharajeh e Jond (2020) propuseram um método híbrido baseado em GPS-ANFIS para navegação livre de colisões de robôs móveis autônomos, de modo que o controlador baseado no GPS mantém a direção de navegação do robô em direção ao alvo estático ou

dinâmico, utilizando as coordenadas recebidas dos dois módulos GPS nas bordas do eixo longitudinal do robô em conjunto com as coordenadas do alvo para desviá-lo do caminho atual fazendo um determinado ângulo em direção ao alvo.

Gharajeh e Jond (2022) propuseram uma técnica eficiente de planejamento de caminho para a navegação autônoma e livre de colisões de robôs móveis com rodas e com hardware simples baseado em um sistema de inferência neuro-nebuloso adaptativo (ANFIS), utilizando um módulo do Sistema de Posicionamento Global (GPS) para estimar a posição instantânea do robô, três sensores ultrassônicos para fornecer as distâncias utilizadas como entradas para o bloco de função utilitária que calcula um ângulo de direção para evitar obstáculos, modelando o comportamento do robô para evitar obstáculos com seis cenários de enfrentamento de um obstáculo.

Haider et al. (2022a) propuseram um método que compreende um único controlador adaptativo baseado em um sistema de inferência neuro-nebuloso adaptativo (ANFIS) com apenas 16 regras, usando além dos dados dos sensores de distância, o ângulo de direção como entradas (que são fuzzificadas em variáveis linguísticas) de um sistema de inferência nebulosa (FIS) projetado e treinado usando o conjunto de dados gerados para otimizar o desempenho do ANFIS.

Haider et al. (2022b) propuseram um sistema de inferência neuro-nebuloso adaptativo (ANFIS) e um sistema de posicionamento global (GPS) para automatizar a navegação de um robô móvel enquanto evita obstáculos em ambientes desconhecidos e densamente desordenados, de modo que o planejamento e direção global do caminho dos robôs móveis são controlados usando a fusão dos dados de um GPS com dados de sensores de direção para atingir as coordenadas do objetivo.



### 3 SISTEMAS DE INFERÊNCIA NEBULOSA

Sistemas de Inferência Nebulosa (FIS) são um *framework* popular de computação baseado em teoria de conjuntos nebulosos, regras nebulosas se-então e raciocínio nebuloso, com aplicações bem sucedidas em diversas áreas, desde a classificação de dados até a robótica e o controle automático. Neste capítulo será apresentado conceitos teóricos e a formulação matemática que formam a base dos Sistemas de Inferência Nebulosa (FIS), começando pelos fundamentos da Lógica Nebulosa, depois apresentando dois modelos de FIS: Mamdani e Sugeno, e por fim, apresentando o Sistema de Inferência Neuro-Nebuloso Adaptativo (ANFIS). Uma fundamentação teórica e formulação matemática detalhada sobre estes conceitos podem ser encontradas em [Jang, Sun e Mizutani \(1997\)](#).

#### 3.1 Lógica Nebulosa

Para compreender os fundamentos da lógica nebulosa, é necessário definir o que são conjuntos nebulosos, funções de pertinência, variáveis linguísticas, regras nebulosas, raciocínio nebuloso e processo de defuzzificação. A seguir cada um desses termos serão definidos.

##### 3.1.1 Conjuntos nebulosos

Um conjunto clássico é um conjunto com limite nítido (*crisp boundary*), como por exemplo o conjunto A de números reais maiores ou iguais a 30, que pode ser representado pela Equação 3.1.

$$A = \{x \mid x \geq 30\} \quad (3.1)$$

Neste tipo de conjunto há um limite claro e sem ambiguidade, mas ele possui uma natureza dicotômica, de modo que o número 29,999 não pertencerá ao conjunto A de exemplo. Esta transição brusca entre pertencimento ou não pertencimento a um conjunto faz com que este tipo de conjunto clássico não seja capaz de refletir a natureza de conceitos e pensamentos humanos, que tendem a ser abstratos e imprecisos, de modo que conjuntos nebulosos passam a ser uma boa alternativa para este tipo de representação.

Em um conjunto nebuloso, não há um limite nítido, de modo que a transição entre pertencer ou não pertencer a um conjunto se dá gradualmente através das funções de pertinência, e pode ser representado pela Equação 3.2, em que  $X$  é uma coleção de objetos denotados por  $x$ , e  $\mu_A(x)$  é chamado de função de pertinência para o conjunto

nebuloso  $A$ .  $X$  é referido como universo de discurso e pode ser discreto ordenado, discreto não-ordenado, ou contínuo.

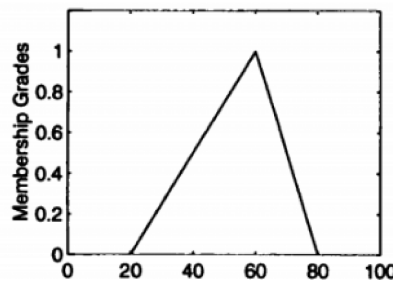
$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\} \quad (3.2)$$

### 3.1.2 Funções de pertinência

Funções de pertinência são capazes de mapear cada elemento do universo de discurso ( $X$ ) a um valor de pertencimento entre 0 e 1. Existem diversos tipos de funções de pertinência, mas neste trabalho serão utilizados apenas cinco tipos: triangular, trapezoidal, *generalized bell functions*, *s-shaped* e *z-shaped*.

Uma função de pertinência do tipo triangular por ser observada na Figura 5. A Equação 3.3 representa matematicamente esta função de pertinência, cujos parâmetros  $\{a, b, c\}$  com  $a < b < c$  determinam a coordenada  $x$  dos três cantos do triângulo.

Figura 5 – Função de pertinência do tipo triangular.



Fonte: Jang, Sun e Mizutani (1997).

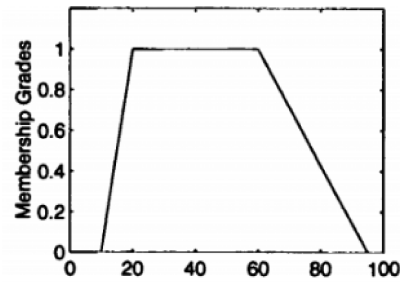
$$f(x, a, b, c) = \max \left( \min \left( \frac{x - a}{b - a}, \frac{c - x}{c - b} \right), 0 \right) \quad (3.3)$$

Uma função de pertinência do tipo trapezoidal por ser observada na Figura 6. A Equação 3.4 representa matematicamente esta função de pertinência, cujos parâmetros  $\{a, b, c, d\}$  com  $a < b \leq c < d$  determinam a coordenada  $x$  dos quatro cantos do trapézio.

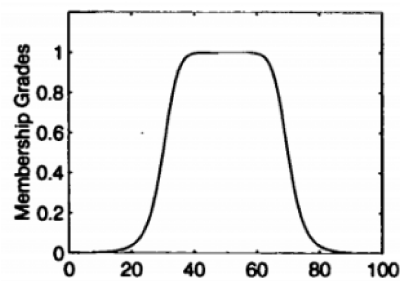
$$f(x, a, b, c, d) = \max \left( \min \left( \frac{x - a}{b - a}, 1, \frac{d - x}{d - c} \right), 0 \right) \quad (3.4)$$

Uma função de pertinência do tipo *generalized bell functions* por ser observada na Figura 7. A Equação 3.5 representa matematicamente esta função de pertinência, cujos parâmetros  $\{a, c\}$  são responsáveis por controlar a largura e  $b$  é responsável por controlar a inclinação nos pontos de cruzamento.

Figura 6 – Função de pertinência do tipo trapezoidal.



Fonte: Jang, Sun e Mizutani (1997).

Figura 7 – Função de pertinência do tipo *generalized bell function*.

Fonte: Jang, Sun e Mizutani (1997).

$$f(x, a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}} \quad (3.5)$$

A Equação 3.6 representa matematicamente a função de pertinência *s-shaped*, cujos parâmetros  $\{a, b\}$  são responsáveis por definir o pé e o ombro, respectivamente, da função de pertinência.

$$f(x; a, b) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ 2 \cdot \left( \frac{x-b}{b-a} \right)^2, & a < x \leq \left( \frac{a+b}{2} \right) \\ 1 - 2 \cdot \left( \frac{x-b}{b-a} \right)^2, & \left( \frac{a+b}{2} \right) < x < b \\ 1, & x \geq b \end{cases} \quad (3.6)$$

A Equação 3.7 representa matematicamente a função de pertinência *z-shaped*, cujos parâmetros  $\{a, b\}$  são responsáveis por definir o ombro e pé, respectivamente, da função de pertinência.

$$f(x; a, b) = \begin{cases} 1, & x \leq a \\ 1 - 2 \cdot \left(\frac{x-b}{b-a}\right)^2, & a < x \leq \left(\frac{a+b}{2}\right) \\ 2 \cdot \left(\frac{x-b}{b-a}\right)^2, & \left(\frac{a+b}{2}\right) < x < b \\ 0, & x \geq b \end{cases} \quad (3.7)$$

### 3.1.3 Variáveis linguísticas

Assim como uma variável pode assumir diversos valores, uma variável linguística pode assumir diversos valores linguísticos, sendo uma ferramenta eficiente para modelagem quantitativa de palavras e frases em uma linguagem natural ou artificial. Um exemplo é representar a distância entre o robô e um obstáculo como perto, média e longe.

### 3.1.4 Regras nebulosas

As regras nebulosas são um conjunto de regras se-então como pode ser observada na Equação 3.8.  $A$  e  $B$  são valores linguísticos definidos por conjuntos nebulosos com universo de discurso  $X$  e  $Y$ , respectivamente.  $x \in A$  é chamado de premissa ou antecedente e  $y \in B$  é chamado de consequente ou conclusão.

$$\text{Se } x \in A \text{ então } y \in B \quad (3.8)$$

### 3.1.5 Raciocínio nebuloso

O raciocínio nebuloso é um procedimento de inferência que resultará em conclusões tendo como premissas regras se-então e fatos baseado no método de inferência de lógica booleana chamado *modus ponens* generalizado, como pode ser observado na Equação 3.9.

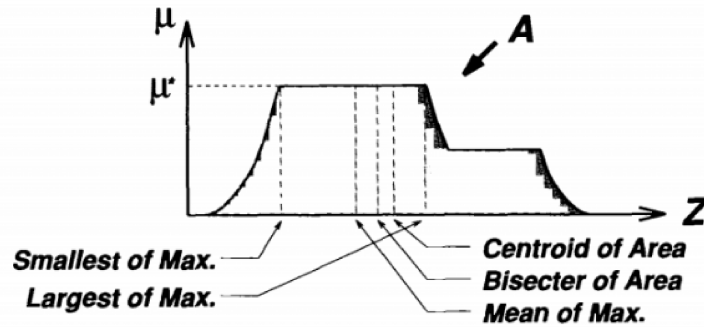
$$\begin{array}{l} \text{premissa 1 (fato)} : x \in A' \\ \text{premissa 2 (regra)} : \text{se } x \in A \text{ então } y \in B \\ \hline \text{consequência (conclusão)} : y \in B' \end{array} \quad (3.9)$$

### 3.1.6 Processos de defuzzificação

Um sistema de inferência nebulosa pode ter tanto entradas nebulosas como entradas nítidas (*crisp inputs*), mas na maioria das vezes possui uma saída nebulosa. Entretanto, principalmente em aplicações na qual o FIS será utilizado como um controlador, a saída deve ser um valor nítido (*crisp value*), de modo que é necessário um processo de

defuzzificação. A Figura 8 representa os variados processos de defuzzificação existentes. Neste trabalho, o processo utilizado será o Centróide de Área ( $Z_{COA}$ ), cuja formulação matemática pode ser observada na Equação 3.10.

Figura 8 – Processos de defuzzificação.



Fonte: Jang, Sun e Mizutani (1997).

$$Z_{COA} = \frac{\int_z \mu_A(z) \cdot z \cdot dz}{\int_z \mu_A(z) \cdot dz} \quad (3.10)$$

### 3.2 Sistema de Inferência Nebulosa Mamdani

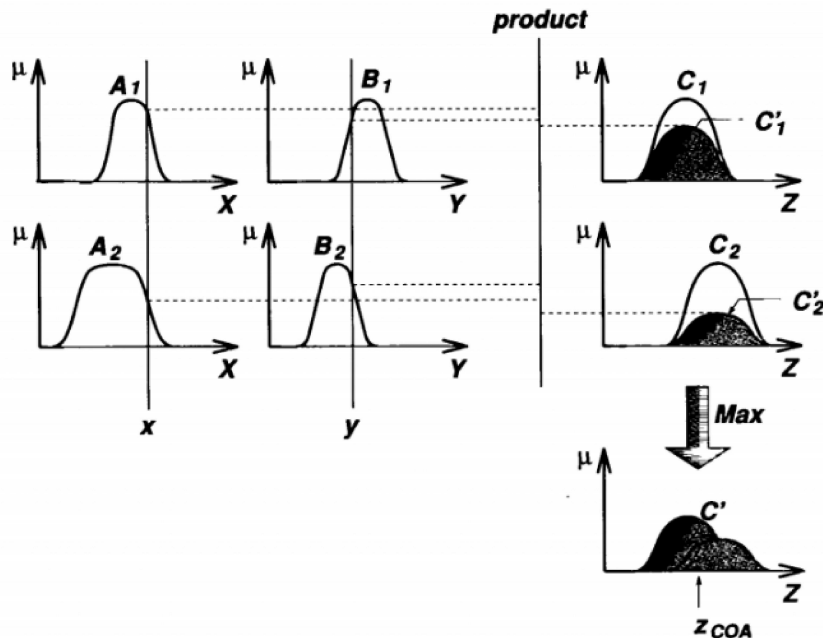
Um sistema de inferência do tipo Mamdani pode ser ilustrado através da Figura 9, no qual as entradas são valores nítidos ( $x$  e  $y$ ) mapeados através de funções de pertinências em conjuntos nebulosos ( $A$  e  $B$ ), a saída inferida de cada regra é um conjunto nebuloso escalonado por sua força de tiro via produto algébrico. Utiliza como operadores de T-norma e T-conorma os operadores max e produto algébrico, respectivamente, e a composição max-product foi utilizada em vez da composição max-min utilizada originalmente. Para obtenção de um valor nítido na saída ( $z$ ) foi utilizado o processo de defuzzificação do centróide de área para o conjunto nebuloso  $C$ , como pode ser observado na Equação 3.11.

$$Se\ x\ é\ A\ e\ y\ é\ B\ então\ z\ é\ C \quad (3.11)$$

### 3.3 Sistema de Inferência Nebulosa Sugeno

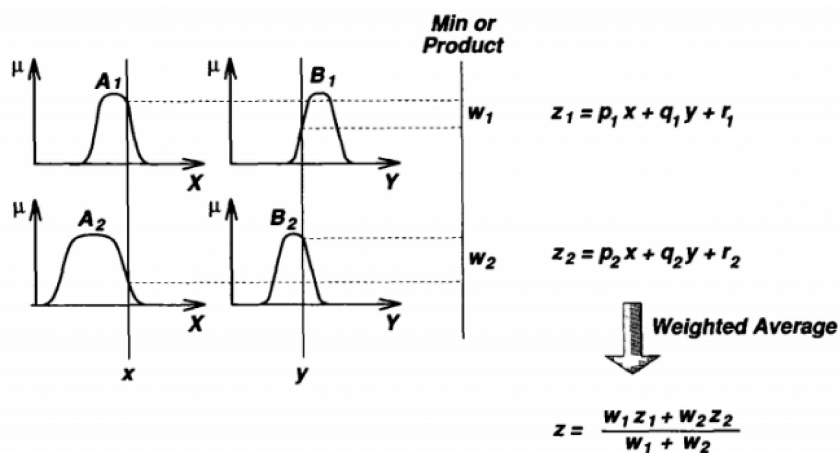
Um sistema de inferência do tipo Sugeno pode ser ilustrado através da Figura 10, no qual  $A$  e  $B$  são conjuntos nebulosos chamados de antecedentes, e  $z = f(x, y)$  é uma função nítida, geralmente polinomial das entradas  $x$  e  $y$ , chamada de conseqüente, como pode ser observado na Equação 3.12.

Figura 9 – Processo de inferência nebulosa no modelo Mamdani.



Fonte: Jang, Sun e Mizutani (1997).

Figura 10 – Processo de inferência nebulosa no modelo Sugeno.



Fonte: Jang, Sun e Mizutani (1997).

$$\text{Se } x \text{ é } A \text{ e } y \text{ é } B \text{ então } z = f(x, y) \quad (3.12)$$

### 3.4 Sistema de Inferência Neuro-Nebuloso Adaptativo

O Sistema de Inferência Neuro-Nebuloso Adaptativo (ANFIS) utiliza uma rede neural artificial adaptativa para atualizar os parâmetros do FIS, de modo a combinar a capacidade de representação dos sistemas nebulosos com a habilidade de aprendizado a partir de experiências e de um conhecimento prévio do aprendizado de máquina. Essa rede é uma estrutura que possui vários nós conectados, de modo que todos ou parte desses nós podem ter seus parâmetros modificados. Um algoritmo híbrido é utilizado para ajustar e atualizar os parâmetros antecedentes e consequentes do FIS, baseado no método do gradiente descendente e no método dos mínimos quadrados médios.

A rede de um ANFIS pode ser observada na Figura 11.

Há um total de 6 camadas (numeradas de 0 à 5). Os cálculos realizados em cada camada podem ser observados nas equações abaixo:

Na Camada 0 (Entrada), os valores das distâncias esquerda, frontal e direita são representados por  $L_1^0, F_2^0, R_3^0$ . Essa camada é responsável por receber a leitura da distância entre o robô e os obstáculos, e passar para a Camada 1.

Na Camada 1 (Fuzzificação), os valores recebidos da Camada 0 são agora transformados em valores nebulosos através das funções de pertinência e seu respectivo grau de pertinência. Nessa camada, os parâmetros antecedentes que compõem as funções de pertinência são parâmetros adaptativos.

As funções de pertinência são do tipo *generalized bell functions*, e podem ser observadas na Equação 3.5. Os cálculos realizados nessa camada podem ser observados nas Equações 3.13, 3.14 e 3.15.

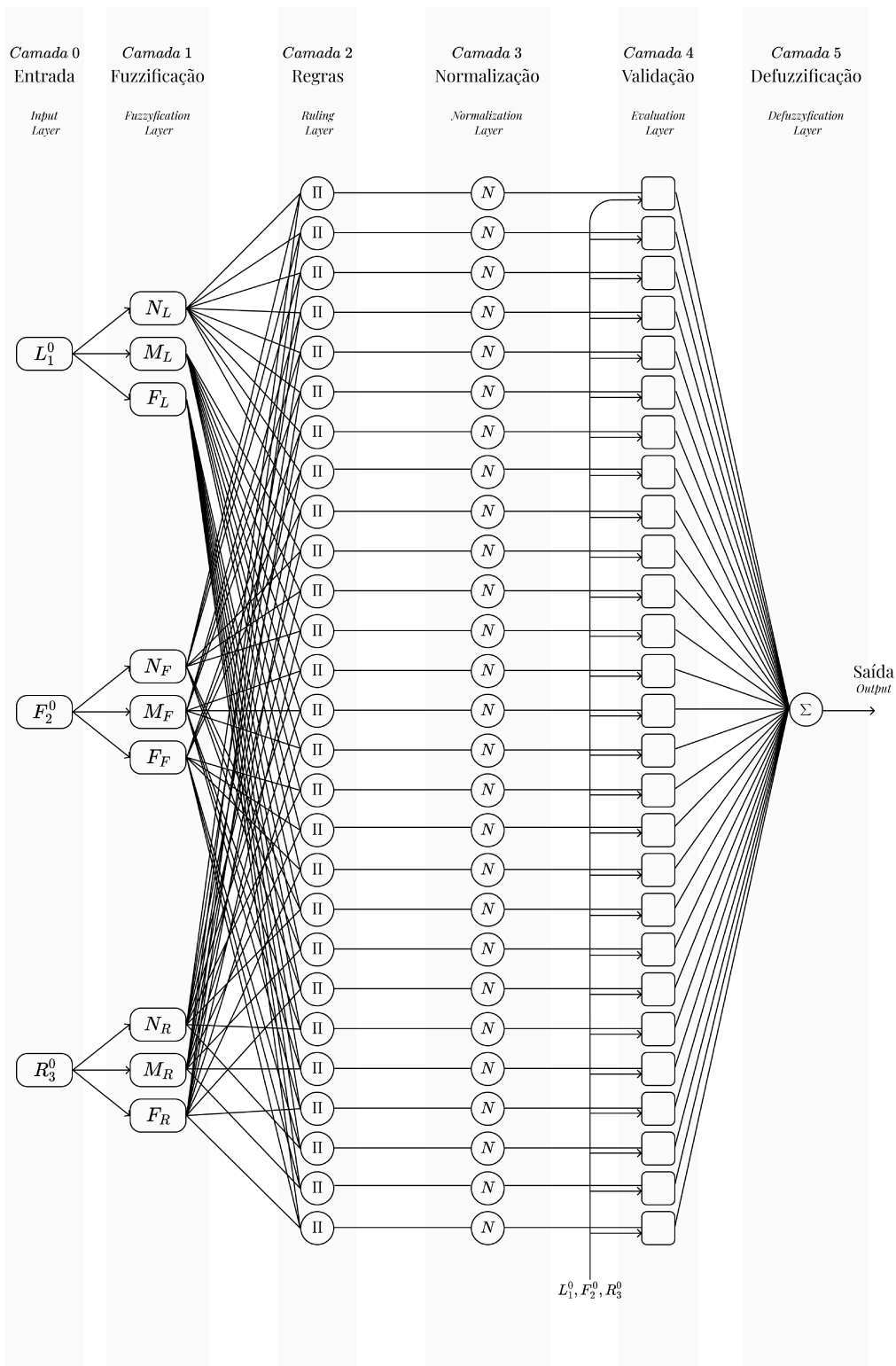
$$O_j^1 = \mu_{L_j}(L_1^0) = \frac{1}{1 + \left| \frac{L_1^0 - c_j}{a_j} \right|^{2b_j}} \text{ para } j = 1, 2, 3 \quad (3.13)$$

$$O_j^1 = \mu_{F_{j-3}}(F_2^0) = \frac{1}{1 + \left| \frac{F_2^0 - c_j}{a_j} \right|^{2b_j}} \text{ para } j = 4, 5, 6 \quad (3.14)$$

$$O_j^1 = \mu_{R_{j-6}}(R_3^0) = \frac{1}{1 + \left| \frac{R_3^0 - c_j}{a_j} \right|^{2b_j}} \text{ para } j = 7, 8, 9 \quad (3.15)$$

Na Camada 2 (Regras), a entrada são os parâmetros antecedentes recebidos da Camada 1, e as saídas são o produto AND desses parâmetros, responsável por calcular

Figura 11 – Diagrama do método ANFIS.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).



a força de cada nó. Nessa camada, os nós são fixos. Os cálculos realizados podem ser observados na Equação 3.16, sendo  $j \in \{1, 2, 3, \dots, 27\}$  e  $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ .

$$O_j^2 = w_j = \mu_{La}(L_1^0)\mu_{Fb}(F_2^0)\mu_{Rc}(R_3^0) \quad (3.16)$$

Na Camada 3 (Normalização), cada nó é normalizado de acordo com a razão da força da  $j$ -ésima regra e a força do somatório de regras. Nessa camada, os nós também são fixos. Os cálculos realizados podem ser observados na Equação 3.17.

$$O_j^3 = \bar{w}_j = \frac{w_j}{\sum w_j} \quad (3.17)$$

Na Camada 4 (Validação), uma relação entre as entradas e a saída será estabelecido. Como resultado dessa camada, serão gerados os parâmetros consequentes, que serão fundamentais para definir a saída. Os nós dessa camada são adaptativos. Os cálculos realizados podem ser observados na Equação 3.18.

$$O_j^4 = \bar{w}_j d_j = \bar{w}_j (p_j L_1^0 + q_j F_2^0 + r_j R_3^0 + s_j) \quad (3.18)$$

Na Camada 5 (Defuzzificação), uma soma de todos as camadas anteriores irá gerar a saída. Os cálculos realizados podem ser observados na Equação 3.19.

$$O_j^5 = \bar{w}_j d_j = \frac{\sum w_j d_j}{\sum w_j} \quad (3.19)$$

## 4 MÉTODOS DE NAVEGAÇÃO DE ROBÔS MÓVEIS

Neste capítulo serão apresentados detalhadamente três métodos que utilizam FIS para a navegação de robôs móveis em ambientes desconhecidos: Campo Potencial Artificial Nebuloso (FAPF), Múltiplo Sistema de Inferência Nebulosa (MFIS) e Sistema de Inferência Neuro-Nebuloso Adaptativo (ANFIS).

### 4.1 Campo Potencial Artificial Nebuloso (FAPF)

O método do Campo Potencial Artificial Nebuloso (FAPF) utiliza um Sistema de Inferência Nebulosa (FIS) para ponderar o valor da força atrativa e da força repulsiva do método do Campo Potencial Artificial (APF), portanto é necessário primeiramente entender como o método APF funciona.

O método clássico do APF, introduzido por [Khatib \(1985\)](#), oferece uma abordagem interessante para guiar robôs em direção a um objetivo, evitando colisões com obstáculos enquanto o robô se desloca. Essa metodologia provou ser eficaz em diversas aplicações robóticas.

O conceito fundamental por trás do método APF é a criação de um campo potencial resultante ( $U_{res}(q)$ ) composto por um campo potencial atrativo ( $U_{att}(q)$ ) que atrai o robô em direção ao objetivo e um campo potencial repulsivo ( $U_{rep}(q)$ ) que o repele dos obstáculos no seu entorno, como pode ser observado na Equação 4.1. Para os cálculos a seguir, considera-se que  $q$ ,  $q_{goal}$  e  $q_{obstacle}$  são as posições  $(x, y)$  do robô, do objetivo e dos obstáculos, respectivamente, e estas posições são conhecidas em tempo real.

$$U(q) = U_{att}(q) + U_{rep}(q) \quad (4.1)$$

O campo potencial atrativo ( $U_{att}(q)$ ) pode ser ponderado por um ganho atrativo ( $K_{att}$ ) varia com o quadrado da distância euclidiana entre o robô e o objetivo ( $\rho_{goal}$ ) e pode ser calculado a partir das Equações 4.2 e 4.3.

$$U_{att}(q) = \frac{1}{2} \cdot k_{att} \cdot \rho_{goal}^2(q) \quad (4.2)$$

$$\rho_{goal}(q) = \|q - q_{goal}\| \quad (4.3)$$

Já o campo potencial repulsivo ( $U_{rep}(q)$ ) pode ser ponderado por um ganho repulsivo ( $K_{rep}$ ) leva em consideração a menor distância entre o robô e o obstáculo ( $\rho$ ) e a

distância de influência do obstáculo ( $\rho_0$ ) (a partir da qual o robô considera que não há obstáculos em seu entorno) e pode ser calculado a partir da Equação 4.4.

$$U_{rep}(q) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot k_{rep} \cdot \left(\frac{1}{\rho(q)} - \frac{1}{\rho_0}\right)^2 & , \rho(q) \leq \rho_0 \\ 0 & , \rho(q) > \rho_0 \end{cases} \quad (4.4)$$

O cálculo das forças atrativa e repulsiva a partir do respectivo campo potencial são dados através do operador gradiente ( $\nabla$ ), como pode ser observado nas Equações 4.5 e 4.6, respectivamente.

$$F_{att}(q) = -\nabla U_{att}(q) = -k_{att} \cdot (q - q_{goal}) \quad (4.5)$$

$$F_{rep}(q) = -\nabla U_{rep}(q) = \begin{cases} k_{rep} \cdot \left(\frac{1}{\rho(q)} - \frac{1}{\rho_0}\right) \cdot \left(\frac{1}{\rho^2(q)} \cdot \left(\frac{q - q_{obstacle}}{\rho(q)}\right)\right) & , \rho(q) \leq \rho_0 \\ 0 & , \rho(q) > \rho_0 \end{cases} \quad (4.6)$$

Então, a força resultante é dada pelo somatório das forças atrativa e repulsiva, como pode ser observado na Equação 4.7, possuindo uma componente em x e outra em y, como pode ser observado na Equação 4.8.

$$F_{res}(q) = F_{att}(q) - F_{rep}(q) \quad (4.7)$$

$$F_{res}(q) = F_{res_x}(q) + F_{res_y}(q) \quad (4.8)$$

Para aplicar a força resultante obtida através do método APF às velocidades das rodas de um robô, a estratégia proposta por Luca e Oriolo (1994) pode ser empregada. A sua abordagem fornece uma forma sistemática de traduzir as forças geradas pelo método APF em velocidades apropriadas para as rodas esquerda e direita, permitindo ao robô navegar em direção ao objetivo e manter-se afastado de obstáculos.

Primeiramente, considera-se que as componentes x e y da força resultante serão utilizadas diretamente como referência de velocidade nos eixos x e y, como pode ser observado na Equação 4.9.

$$\begin{cases} \dot{x} = F_{res_x} \\ \dot{y} = F_{res_y} \end{cases} \quad (4.9)$$

Então, pela cinemática inversa do robô móvel movido a duas rodas (TWMR), é possível calcular o valor das velocidades linear ( $v$ ) e angular ( $\omega$ ) do robô através da Equação 4.10.

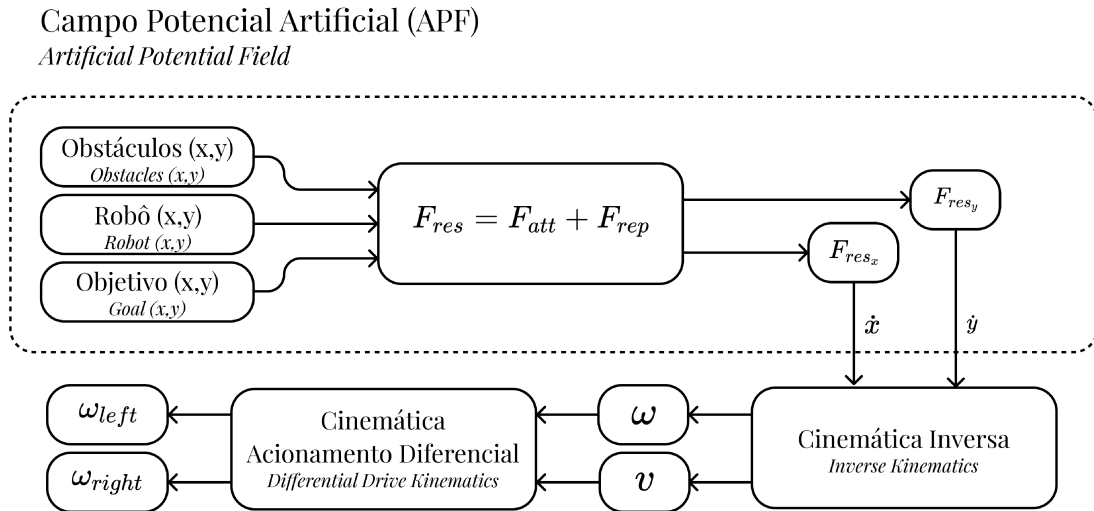
$$\begin{cases} v = k_r.(\dot{x}.\cos(\theta) + \dot{y}.\sin(\theta)) \\ \omega = k_l.(\text{atan2}(\dot{y}, \dot{x}) - \theta) \end{cases} \quad (4.10)$$

Deste modo, considerando um TWMR não-holonômico com raio das rodas ( $r$ ) e distância entre as rodas ativas ( $L$ ) conhecidos, pela cinemática de um acionamento diferencial, é possível calcular as velocidades angulares das rodas esquerda ( $\omega_{left}$ ) e direita ( $\omega_{right}$ ) através da Equação 4.11.

$$\begin{cases} \omega_{left} = \frac{v}{r} - \left(\frac{\omega.L}{2.r}\right) \\ \omega_{right} = \frac{v}{r} + \left(\frac{\omega.L}{2.r}\right) \end{cases} \quad (4.11)$$

Um diagrama que apresenta como funciona o método APF pode ser observado na Figura 12.

Figura 12 – Diagrama do método APF.

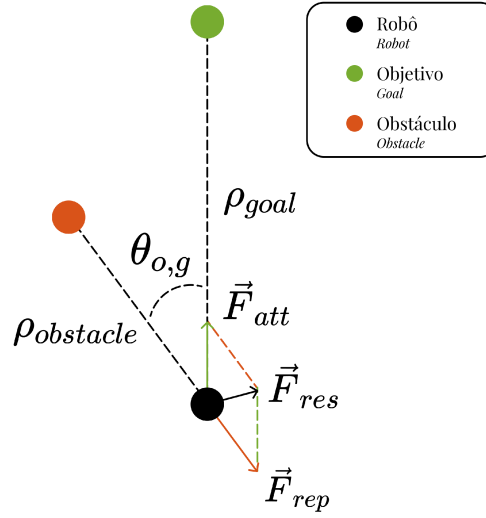


Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Uma modificação deste método clássico do APF que utiliza FIS foi baseado em [THE MATHWORKS INC. \(2019\)](#) e utiliza um sistema de inferência nebulosa para ponderar o valor da força atrativa e da força repulsiva do método do campo potencial artificial buscando melhorar o método APF e resolver o problema de mínimos locais. O FAPF utiliza duas variáveis de entrada: a razão entre a distância do robô ao obstáculo mais próximo e a distância do robô ao objetivo ( $\alpha$ ); e a diferença do ângulo entre o robô e o obstáculo mais próximo e do ângulo entre o robô e o objetivo ( $\theta_{o,g}$ ). O FAPF utiliza o valor de ponderação ( $w$ ) como variável de saída.

Uma representação do problema utilizado como base para aplicação do método FAPF pode ser observado na Figura 13.

Figura 13 – Robô, objetivo e obstáculo em um ambiente.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

A formulação matemática da função de ponderação é mostrada nas Equações 4.12, 4.13, 4.14, 4.15 e 4.16:

$$\vec{F}_{res} = (1 - w)\vec{F}_{att} + w\vec{F}_{rep} \quad (4.12)$$

$$0 \leq w \leq 1 \quad (4.13)$$

$$w = f(\alpha, \theta_{o,g}) \quad (4.14)$$

$$\alpha = \frac{\rho_{obstacle}}{\rho_{goal}} \quad (4.15)$$

$$\theta_{o,g} = \theta_{obstacle} - \theta_{goal} \quad (4.16)$$

Para aplicação do método FAPF, foram utilizados os seguintes parâmetros  $K_{att} = 0.2$ ,  $K_{rep} = 0.2$  e  $\rho_0 = 0.5$  m.

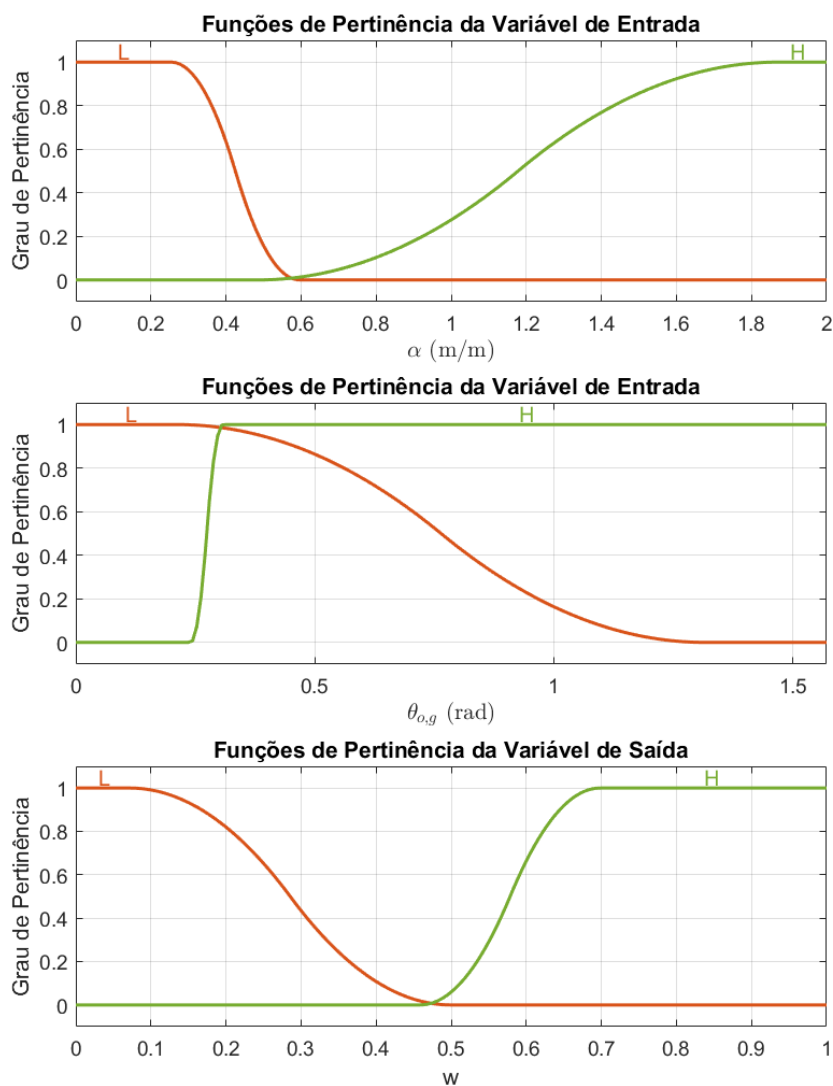
As funções de pertinência da função de ponderação são mostradas na Figura 14.

Nela, foram utilizadas funções *s-shaped* e *z-shaped* que podem ser calculadas de acordo com as Equações 3.6 e 3.7, respectivamente, e possuem os parâmetros listados nas Tabelas 1, 2 e 3.

As regras utilizadas podem ser observadas na Tabela 4.

Um diagrama que apresenta como funciona o método FAPF é mostrado na Figura 15.

Figura 14 – Funções de pertinência da função de ponderação do método FAPF.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 1 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de entrada  $\alpha$ .

Função de Pertinência	Tipo	a	b
L: Baixo ( <i>Low</i> )	<i>z-shaped</i>	0.253974	0.595923
H: Alto ( <i>High</i> )	<i>s-shaped</i>	0.485571	1.87076

Tabela 2 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de entrada  $\theta_{o,g}$ .

Função de Pertinência	Tipo	a	b
L: Baixo ( <i>Low</i> )	<i>z-shaped</i>	0.212245	1.31588
H: Alto ( <i>High</i> )	<i>s-shaped</i>	0.240176	0.307614

Tabela 3 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de saída  $w$ .

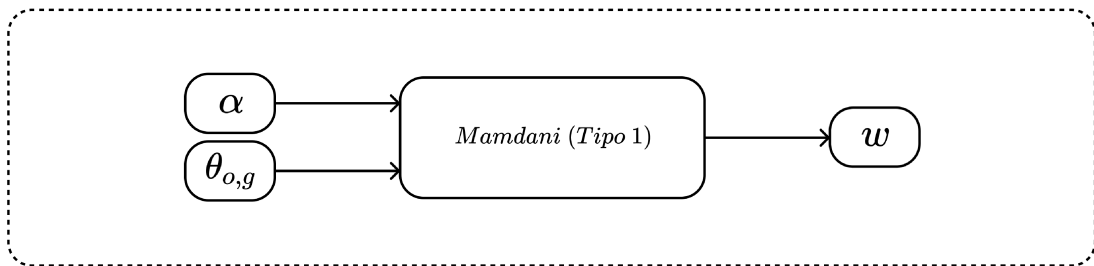
Função de Pertinência	Tipo	a	b
<b>L: Baixo (<i>Low</i>)</b>	<i>z-shaped</i>	0.0717302	0.4994
<b>H: Alto (<i>High</i>)</b>	<i>s-shaped</i>	0.458633	0.698254

Tabela 4 – Regras do método FAPF.

Regra	Se		Então
	$\alpha$	$\theta_{o,g}$	$w$
1	L	L	H
2	L	H	L
3	H	L	L
4	H	H	L

Figura 15 – Diagrama do método FAPF.

Campo Potencial Artificial Nebuloso (FAPF)  
*Fuzzy Artificial Potential Field*



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

## 4.2 Múltiplo Sistema de Inferência Nebulosa (MFIS)

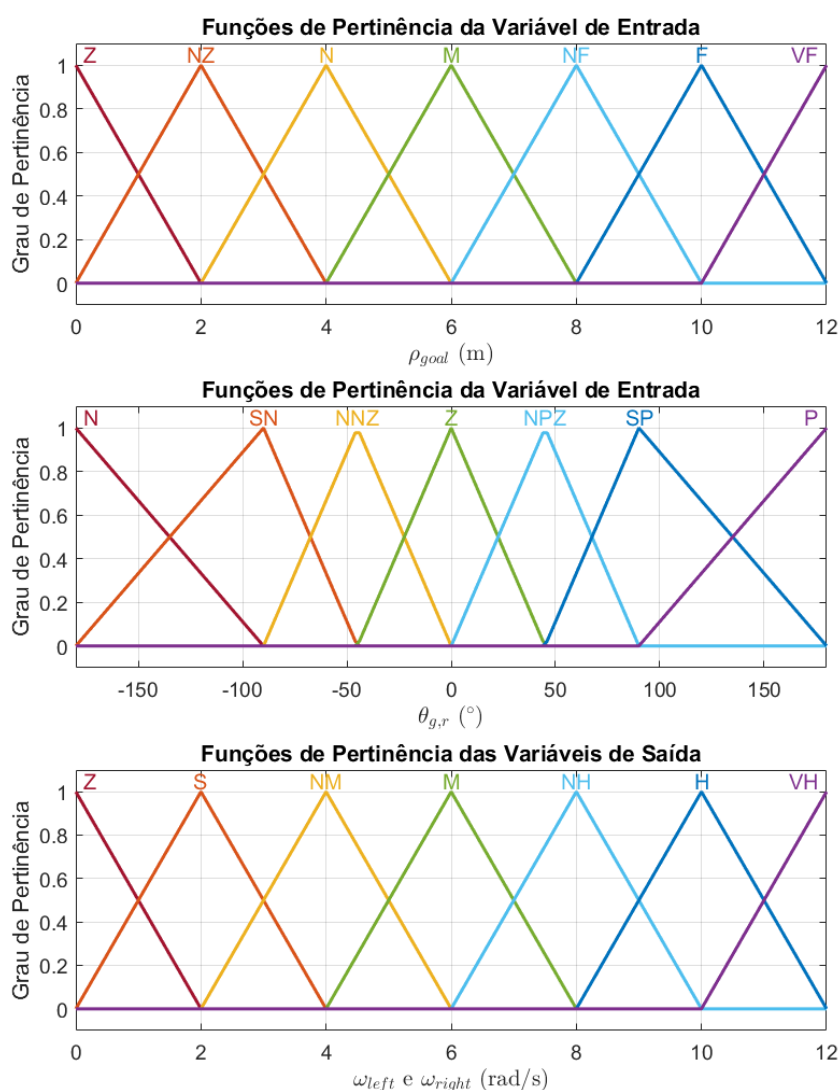
O método MFIS possui as vantagens trazidas pelo FIS, sendo capaz de fazer inferências independentemente das incertezas dos dados de entrada, buscando depender cada vez menos da modelagem do robô e seus parâmetros, como os métodos APF e FAPF dependem (já que eles dependem da cinemática inversa do robô).

Neste método foi projetado um FIS para dividir o problema em dois comportamentos, um controlador responsável por levar o robô até o objetivo quando não há obstáculos usando a distância do robô ao objetivo e o ângulo entre o robô e o objetivo; e um controlador responsável por evitar colisões com obstáculos utilizando a medição de sensores de distância: esquerdo, frontal e direito, criando dois controladores nebulosos para controlar a velocidade de cada roda. Se a distância entre o robô e um obstáculo for menor que  $0.7\text{ m}$  o comportamento selecionado será o de evitar obstáculos, caso contrário, o comportamento selecionado será o de ir até o objetivo.

A metodologia utilizada é detalhada por Faisal et al. (2013). A principal mudança proposta neste trabalho está relacionada aos valores das funções de pertinência das variáveis de entradas e saídas dos comportamento de evitar obstáculos.

Para o comportamento ir até o objetivo, as funções de pertinência das variáveis de entrada: erro de distância ( $\rho_{goal}$ ) e erro de ângulo entre o robô e o objetivo ( $\theta_{g,r}$ ), e os valores das funções de pertinência das variáveis de saída: as velocidades da roda esquerda ( $\omega_{left}$ ) e da roda direita ( $\omega_{right}$ ) são mostrados na Figura 16.

Figura 16 – Funções de pertinência do comportamento ir até o objetivo do método MFIS.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Nela, foram utilizadas funções triangulares que podem ser calculadas de acordo com a Equação 3.3 e possuem os parâmetros listados nas Tabelas 5, 6 e 7.



Tabela 5 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de entrada  $\rho_{goal}$  (comportamento ir até o objetivo).

Função de Pertinência	a	b	c
<b>Z: Zero</b> ( <i>Zero</i> )	-0.1	0	2
<b>NZ: Próximo de Zero</b> ( <i>Near Zero</i> )	0	2	4
<b>N: Perto</b> ( <i>Near</i> )	2	4	6
<b>M: Médio</b> ( <i>Medium</i> )	4	6	8
<b>NF: Próximo de Longe</b> ( <i>Near Far</i> )	6	8	10
<b>F: Longe</b> ( <i>Far</i> )	8	10	12
<b>VF: Muito Longe</b> ( <i>Very Far</i> )	10	12	12.1

Tabela 6 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de entrada  $\theta_{g,r}$  (comportamento ir até o objetivo).

Função de Pertinência	a	b	c
<b>N: Negativo</b> ( <i>Negative</i> )	-181	-180	-90
<b>SN: Pouco Negativo</b> ( <i>Small Negative</i> )	-180	-90	-45
<b>NNZ: Negativo Próximo de Zero</b> ( <i>Near Negative Zero</i> )	-90	-45	0
<b>Z: Zero</b> ( <i>Zero</i> )	-45	0	45
<b>NPZ: Positivo Próximo de Zero</b> ( <i>Near Positive Zero</i> )	0	45	90
<b>SP: Pouco Positivo</b> ( <i>Small Positive</i> )	45	90	180
<b>P: Muito Positivo</b> ( <i>Positive</i> )	90	180	181

Tabela 7 – Parâmetros das funções de pertinência das variáveis de saída  $\omega_{left}$  e  $\omega_{right}$  (comportamento ir até o objetivo).

Função de Pertinência	a	b	c
<b>Z: Zero</b> ( <i>Zero</i> )	-0.1	0	2
<b>S: Pequeno</b> ( <i>Small</i> )	0	2	4
<b>NM: Pouco Médio</b> ( <i>Near Medium</i> )	2	4	6
<b>M: Médio</b> ( <i>Medium</i> )	4	6	8
<b>NH: Pouco Alto</b> ( <i>Near High</i> )	6	8	10
<b>H: Alto</b> ( <i>High</i> )	8	10	12
<b>VH: Muito Alto</b> ( <i>Very High</i> )	10	12	12.1

As regras nebulosas do comportamento ir até o objetivo do método MFIS podem ser observadas na Tabela 8.

Tabela 8 – Regras nebulosas do comportamento ir até o objetivo do método MFIS.

Distância	Ângulo						
	<i>N</i>	<i>SN</i>	<i>NNZ</i>	<i>Z</i>	<i>NPZ</i>	<i>SP</i>	<i>P</i>
<i>Z</i>	<i>Z<sub>L</sub></i>	<i>Z<sub>L</sub></i>	<i>Z<sub>L</sub></i>	<i>Z<sub>L</sub></i>	<i>NM<sub>L</sub></i>	<i>NM<sub>L</sub></i>	<i>M<sub>L</sub></i>
	<i>M<sub>R</sub></i>	<i>NM<sub>R</sub></i>	<i>NM<sub>R</sub></i>	<i>Z<sub>R</sub></i>	<i>Z<sub>R</sub></i>	<i>Z<sub>R</sub></i>	<i>Z<sub>R</sub></i>
<i>NZ</i>	<i>S<sub>L</sub></i>	<i>S<sub>L</sub></i>	<i>Z<sub>L</sub></i>	<i>S<sub>L</sub></i>	<i>M<sub>L</sub></i>	<i>NH<sub>L</sub></i>	<i>H<sub>L</sub></i>
	<i>H<sub>R</sub></i>	<i>NH<sub>R</sub></i>	<i>M<sub>R</sub></i>	<i>S<sub>R</sub></i>	<i>Z<sub>R</sub></i>	<i>S<sub>R</sub></i>	<i>S<sub>R</sub></i>
<i>N</i>	<i>S<sub>L</sub></i>	<i>S<sub>L</sub></i>	<i>S<sub>L</sub></i>	<i>NM<sub>L</sub></i>	<i>NH<sub>L</sub></i>	<i>H<sub>L</sub></i>	<i>VH<sub>L</sub></i>
	<i>VH<sub>R</sub></i>	<i>H<sub>R</sub></i>	<i>NH<sub>R</sub></i>	<i>NM<sub>R</sub></i>	<i>S<sub>R</sub></i>	<i>S<sub>R</sub></i>	<i>S<sub>R</sub></i>
<i>M</i>	<i>S<sub>L</sub></i>	<i>S<sub>L</sub></i>	<i>S<sub>L</sub></i>	<i>M<sub>L</sub></i>	<i>NH<sub>L</sub></i>	<i>H<sub>L</sub></i>	<i>VH<sub>L</sub></i>
	<i>VH<sub>R</sub></i>	<i>H<sub>R</sub></i>	<i>H<sub>R</sub></i>	<i>M<sub>R</sub></i>	<i>S<sub>R</sub></i>	<i>S<sub>R</sub></i>	<i>S<sub>R</sub></i>
<i>NF</i>	<i>S<sub>L</sub></i>	<i>S<sub>L</sub></i>	<i>NM<sub>L</sub></i>	<i>NH<sub>L</sub></i>	<i>NH<sub>L</sub></i>	<i>H<sub>L</sub></i>	<i>VH<sub>L</sub></i>
	<i>VH<sub>R</sub></i>	<i>H<sub>R</sub></i>	<i>NH<sub>R</sub></i>	<i>NH<sub>R</sub></i>	<i>NM<sub>R</sub></i>	<i>S<sub>R</sub></i>	<i>S<sub>R</sub></i>
<i>F</i>	<i>S<sub>L</sub></i>	<i>S<sub>L</sub></i>	<i>M<sub>L</sub></i>	<i>H<sub>L</sub></i>	<i>NH<sub>L</sub></i>	<i>H<sub>L</sub></i>	<i>VH<sub>L</sub></i>
	<i>VH<sub>R</sub></i>	<i>H<sub>R</sub></i>	<i>NH<sub>R</sub></i>	<i>H<sub>R</sub></i>	<i>M<sub>R</sub></i>	<i>S<sub>R</sub></i>	<i>S<sub>R</sub></i>
<i>VF</i>	<i>S<sub>L</sub></i>	<i>S<sub>L</sub></i>	<i>NM<sub>L</sub></i>	<i>VH<sub>L</sub></i>	<i>NH<sub>L</sub></i>	<i>H<sub>L</sub></i>	<i>VH<sub>L</sub></i>
	<i>VH<sub>R</sub></i>	<i>H<sub>R</sub></i>	<i>NH<sub>R</sub></i>	<i>VH<sub>R</sub></i>	<i>NM<sub>R</sub></i>	<i>S<sub>R</sub></i>	<i>S<sub>R</sub></i>

Para o comportamento de evitar obstáculos, as funções de pertinência das variáveis de entrada: os três sensores de distância esquerdo (**L**), frontal (**F**) e direito (**R**), e os valores das funções de pertinência das variáveis de saída: as velocidades da roda esquerda  $\omega_{left}$  e da roda direita  $\omega_{right}$  são mostrados na Figura 17.

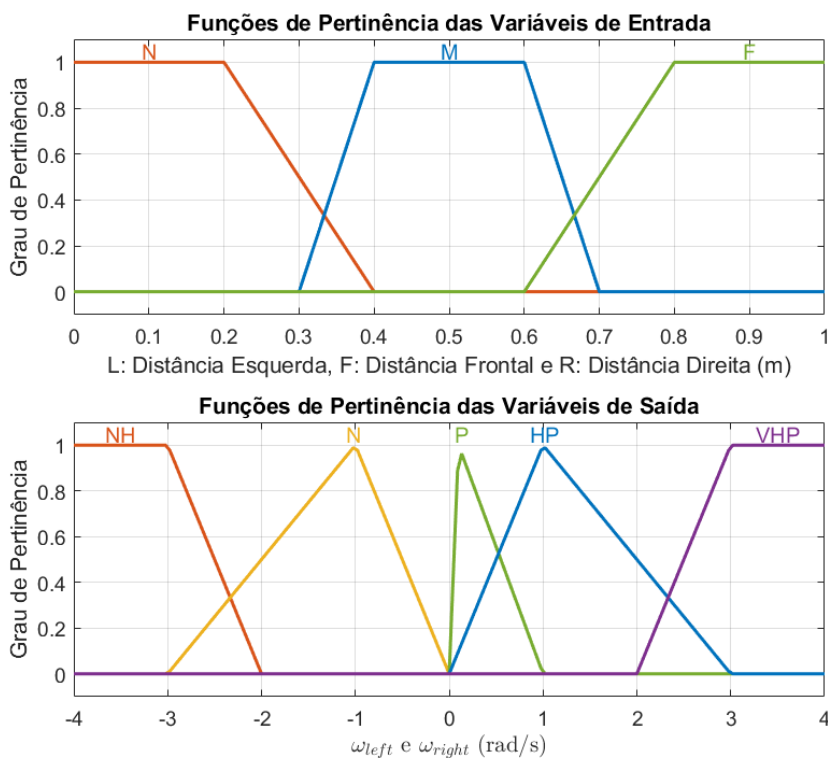
Nela, para as funções de pertinência de entrada foram utilizadas funções trapezoidais que podem ser calculadas de acordo com a Equação 3.4 e possuem os parâmetros listados na Tabela 9.

Tabela 9 – Parâmetros das funções de pertinência das variáveis de entrada **L**: Distância Esquerda, **F**: Distância Frontal e **R**: Distância Direita (comportamento evitar obstáculos).

Função de Pertinência	a	b	c	d
<b>N: Perto (Near)</b>	-0.1	0	0.2	0.4
<b>M: Médio (Medium)</b>	0.3	0.4	0.6	0.7
<b>F: Longe (Far)</b>	0.6	0.8	1	1.1

Já para as funções de pertinência de saída foram utilizadas funções trapezoidais e triangulares, que podem ser calculadas, respectivamente, de acordo com as Equações 3.4 e 3.3 e possuem os parâmetros listados na Tabela 10.

Figura 17 – Funções de pertinência do comportamento evitar obstáculos do método MFIS.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 10 – Parâmetros das funções de pertinência das variáveis de saída  $\omega_{left}$  e  $\omega_{right}$  (comportamento evitar obstáculos).

Função de Pertinência	Tipo	a	b	c	d
NH: Muito Negativo ( <i>Negative High</i> )	Trapezoidal	-4.1	-4	-3	-2
N: Negativo ( <i>Negative</i> )	Triangular	-3	-1	0	–
P: Positivo ( <i>Positive</i> )	Triangular	0	0.1	1	–
HP: Muito Positivo ( <i>High Positive</i> )	Triangular	0	1	3	–
VHP: Extremamente Positivo ( <i>Very High Positive</i> )	Trapezoidal	2	3	4	4.1

As regras nebulosas do comportamento evitar obstáculos do método MFIS podem ser observadas na Tabela 11.

Tabela 11 – Regras nebulosas do comportamento evitar obstáculos do método MFIS.

Regra	Se			Então	
	<i>L</i>	<i>F</i>	<i>R</i>	$\omega_{left}$	$\omega_{right}$
1	N	N	N	NH	NH
2	N	N	M	N	NH
3	N	N	F	N	NH
4	N	M	N	NH	NH
5	N	M	M	N	NH
6	N	M	F	N	NH
7	N	F	N	NH	NH
8	N	F	M	N	NH
9	N	F	F	N	NH
10	M	N	N	NH	N
11	M	N	M	NH	NH
12	M	N	F	VHP	P
13	M	M	N	P	VHP
14	M	M	M	VHP	P
15	M	M	F	VHP	P
16	M	F	N	NH	N
17	M	F	M	VHP	P
18	M	F	F	VHP	P
19	F	N	N	NH	N
20	F	N	M	P	VHP
21	F	N	F	NH	NH
22	F	M	N	NH	N
23	F	M	M	P	VHP
24	F	M	F	VHP	P
25	F	F	N	NH	N
26	F	F	M	P	VHP
27	F	F	F	HP	HP

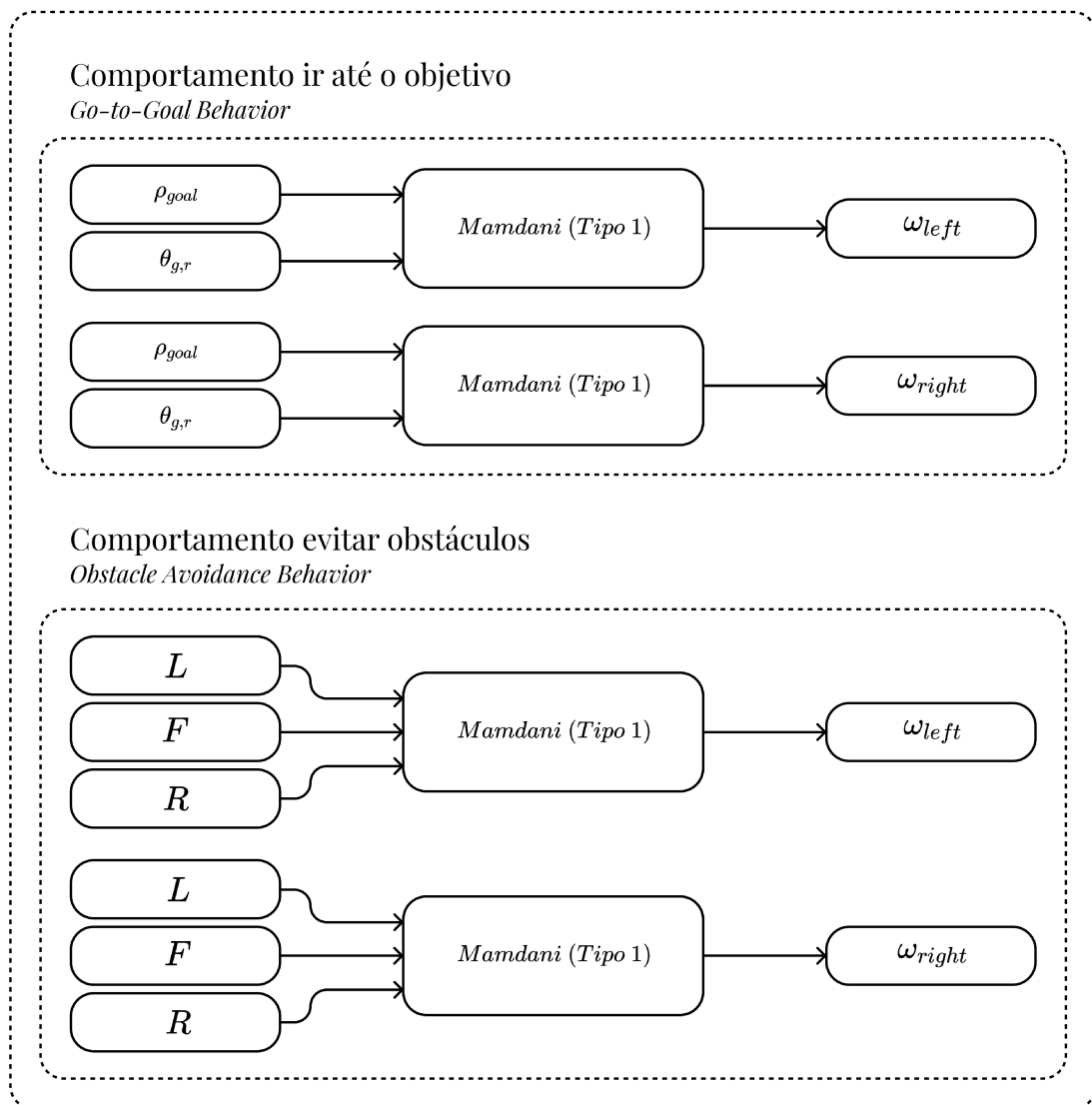
Um diagrama que apresenta como funciona o método MFIS é mostrado na Figura 18.

### 4.3 Sistema de Inferência Neuro-Nebuloso Adaptativo (ANFIS)

O método ANFIS possui as vantagens trazidas pelo FIS, sendo capaz de fazer inferências independentemente das incertezas dos dados de entrada, mas agora com as vantagens trazidas pelas redes neurais, sendo capaz de representar o sistema de forma mais precisa devido a sua habilidade de aprendizado, buscando depender cada vez menos da modelagem do robô e seus parâmetros, como o método APF depende, ou do conhecimento

Figura 18 – Diagrama do método MFIS.

Múltiplo Sistema de Inferência Nebulosa  
*Multiple Fuzzy Inference System*



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

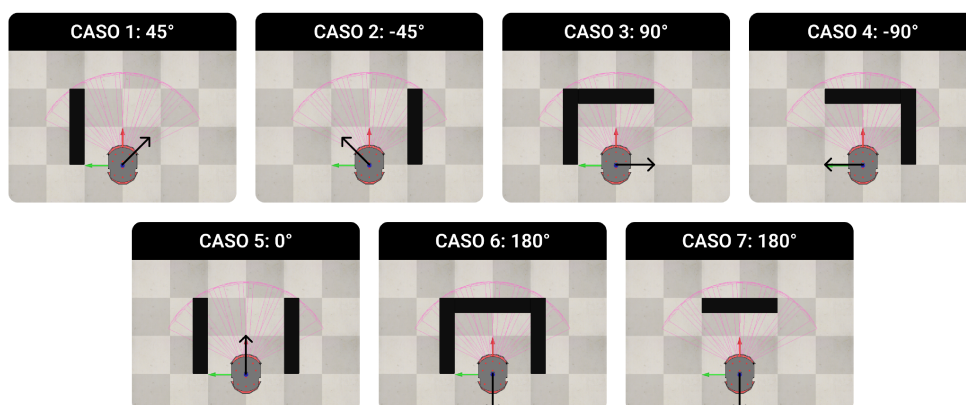
prévio de um projetista na escolha das funções de pertinência e regras, como o método FAPF e MFIS dependem.

Este método utiliza um sistema de inferência neuro-nebuloso adaptativo que foi treinado com um conjunto de dados gerado a partir de sete possíveis situações previamente determinadas, que podem ser observadas na Figura 19. A metodologia utilizada é detalhada por (HAIDER et al., 2022b).

Uma mudança proposta neste trabalho está relacionada a um dos casos utilizados para gerar o conjunto de dados de treinamento do ANFIS, em que o ângulo de saída da condição quando o sensor frontal está detectando obstáculos enquanto os outros dois sensores não estão, foi escolhido como  $180^\circ$  em vez de  $90^\circ$ . O Algoritmo 1 mostra como os dados do conjunto de treinamento foram gerados, sendo 75% das amostras utilizadas para o treinamento do modelo ANFIS e 25 % das amostras utilizadas para teste e validação do treinamento.

Buscando melhorar a performance do método ANFIS proposto por Haider et al. (2022b), uma alteração no comportamento de evitar obstáculos também foi proposta: em vez do robô parar completamente e realizar a correção de orientação (S&T: Parar e Girar - *Stop and Turn*) de acordo com o ângulo gerado como saída do modelo ANFIS, o robô utilizará esse valor de ângulo agora como referência de velocidade angular e realizará a correção enquanto continua se movendo (TWM: Girar Enquanto Se Move - *Turn While Moving*). Para o comportamento de ir até o objetivo, utiliza-se uma velocidade linear constante de  $v = 0,5 \text{ m/s}$ .

Figura 19 – Casos utilizados para criação de um conjunto de dados para treinamento do controlador ANFIS.

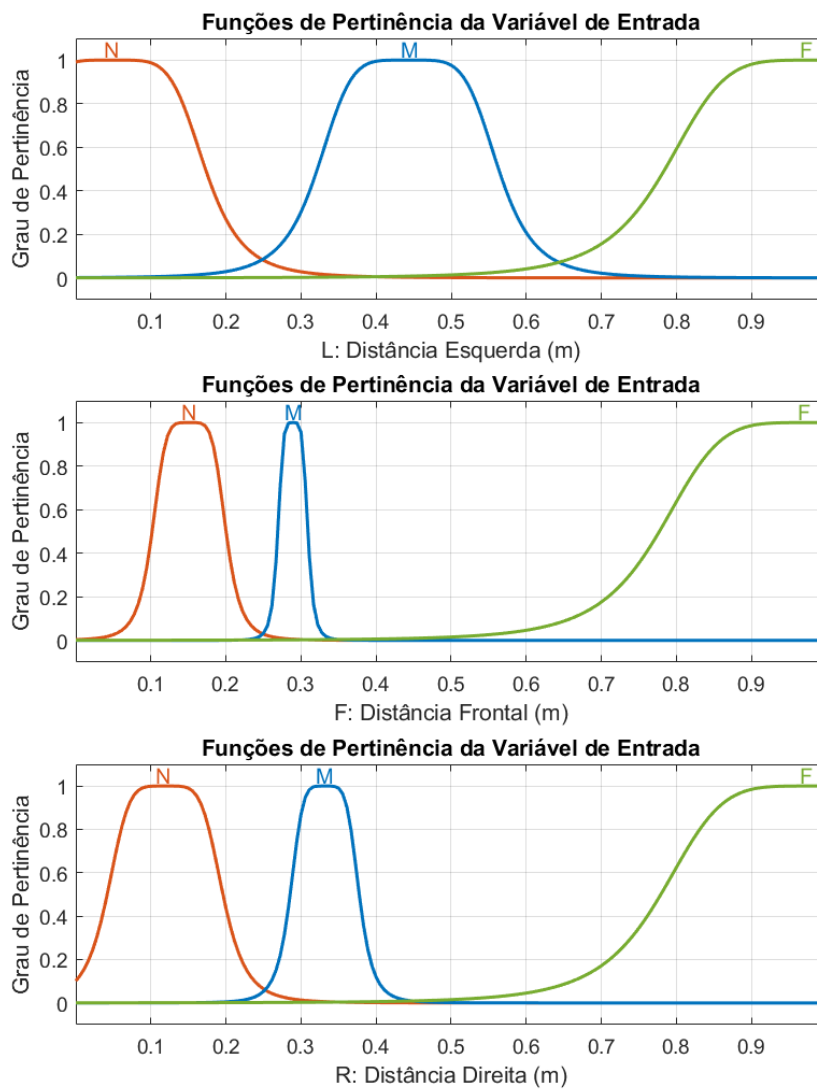


Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

As funções de pertinência das variáveis de entrada: os três sensores de distância esquerdo, frontal e direito, gerados pelo algoritmo ANFIS, após o treinamento, para o comportamento de evitar obstáculos são mostrados na Figura 20.

Nela, as funções de pertinência são do tipo *generalized bell functions*, as quais sua

Figura 20 – Funções de pertinência do comportamento evitar obstáculos do método ANFIS.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

**Algoritmo 1:** Geração do conjunto de dados.

---

```

1 amostras ← 10000
2 limiar ← 0.25
3 dados[amostras, 4] ← 0
4 i ← 1
5 enquanto i ≤ amostras faça
6   dados[i, 1] ← rand()
7   dados[i, 2] ← rand()
8   dados[i, 3] ← rand()
9   se dados[i, 1] ≤ limiar & dados[i, 2] > limiar & dados[i, 3] > limiar então
10    | dados[i, 4] ← 45
11   senão se dados[i, 1] > limiar & dados[i, 2] ≤ limiar & dados[i, 3] > limiar
12    | dados[i, 4] ← 180
13   senão se dados[i, 1] > limiar & dados[i, 2] > limiar & dados[i, 3] ≤ limiar
14    | dados[i, 4] ← -45
15   senão se dados[i, 1] ≤ limiar & dados[i, 2] ≤ limiar & dados[i, 3] > limiar
16    | dados[i, 4] ← 90
17   senão se dados[i, 1] > limiar & dados[i, 2] ≤ limiar & dados[i, 3] ≤ limiar
18    | dados[i, 4] ← -90
19   senão se dados[i, 1] ≤ limiar & dados[i, 2] ≤ limiar & dados[i, 3] ≤ limiar
20    | dados[i, 4] ← 180
21   fim
22   i ← i + 1
23 fim

```

---

formulação matemática podem ser observadas na Equação 3.5, e possuem os parâmetros listados nas Tabelas 12, 13 e 14.

Tabela 12 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de entrada **L**: Distância Esquerda.

Função de Pertinência	a	b	c
<b>N: Perto</b> ( <i>Near</i> )	0.124444	2.5119	0.0482258
<b>M: Médio</b> ( <i>Medium</i> )	0.120627	2.51177	0.442387
<b>F: Longe</b> ( <i>Far</i> )	0.211449	2.50025	0.996138

Os parâmetros consequentes do método ANFIS após processo de treinamento podem ser observados na Tabela 15.

Um diagrama de blocos que apresenta como funciona o método ANFIS é mostrado na Figura 21.



Tabela 13 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de entrada **F**: Distância Frontal.

Função de Pertinência	a	b	c
<b>N: Perto (<i>Near</i>)</b>	0.0492244	2.5244	0.15103
<b>M: Médio (<i>Medium</i>)</b>	0.0200105	2.52355	0.289201
<b>F: Longe (<i>Far</i>)</b>	0.213794	2.50115	0.991091

Tabela 14 – Parâmetros das funções de pertinência da variável de entrada **R**: Distância Direita.

Função de Pertinência	a	b	c
<b>N: Perto (<i>Near</i>)</b>	0.0771014	2.51979	0.118945
<b>M: Médio (<i>Medium</i>)</b>	0.0460192	2.52077	0.331538
<b>F: Longe (<i>Far</i>)</b>	0.213957	2.50054	0.993141

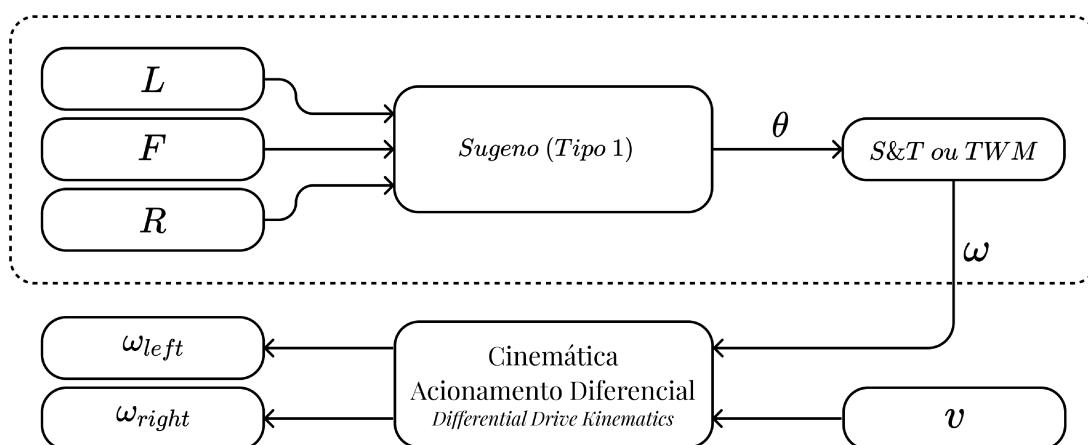
Tabela 15 – Parâmetros consequentes do método ANFIS após processo de treinamento.

Regra	Se			Então (Parâmetros Consequentes)			
	$L_1$	$F_1$	$R_1$	$p_j$	$q_j$	$r_j$	$s_j$
1	N	N	N	262.695	-15.8202	1.6012	170.57
2	N	N	M	-130.015	-34.5501	60.1789	79.8193
3	N	N	F	-54.3962	6.56304	6.60739	87.6963
4	N	M	N	24.2941	-45.6917	102.376	-11.9093
5	N	M	M	43.8822	-0.0980448	-54.6761	60.9949
6	N	M	F	43.4515	-7.02485	3.46598	40.6287
7	N	F	N	31.4011	11.5223	-28.2512	-8.12232
8	N	F	M	32.572	4.60632	-33.2135	53.5588
9	N	F	F	40.2391	2.94388	-3.39082	43.0925
10	M	N	N	83.4073	-19.6763	-124.209	-122.924
11	M	N	M	-29.6023	-59.2271	-86.3995	248.987
12	M	N	F	-41.6528	-13.1366	-12.8141	217.17
13	M	M	N	17.9335	-2.60362	-16.689	-50.5204
14	M	M	M	2.93138	-29.4752	7.00891	-5.13672
15	M	M	F	-4.71239	-94.8244	3.17706	19.2693
16	M	F	N	18.144	-3.99324	-17.7787	-50.012
17	M	F	M	17.2503	7.70163	-27.793	-4.14199
18	M	F	F	16.595	10.5154	-3.95088	-13.8411
19	F	N	N	-6.72045	-21.0371	-94.8935	-77.4618
20	F	N	M	-13.1181	10.7582	-111.689	243.818
21	F	N	F	-8.64447	-13.276	-4.2578	198.326
22	F	M	N	2.7691	63.8373	-18.5507	-63.5568
23	F	M	M	25.0913	-175.236	12.433	20.9502
24	F	M	F	-0.746329	-184.938	1.63995	48.6348
25	F	F	N	-0.211731	-2.88884	-15.4046	-41.6799
26	F	F	M	2.40837	8.86682	-22.982	0.136601
27	F	F	F	4.29904	8.21882	-2.00754	-8.71192

Figura 21 – Diagrama do método ANFIS.

Sistema de Inferência Neuro–Nebuloso Adaptativo

*Adaptive Neuro–Fuzzy Inference System*



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

## 5 RESULTADOS

Neste capítulo será apresentado a metodologia de validação dos resultados, desde a configuração e parâmetros da simulação, do robô, dos ambientes e das análises estatísticas, seguido de uma análise individual dos métodos FAPF, MFIS e ANFIS, comparando-os com os respectivos modelos de referência encontrados na bibliografia, assim como uma análise comparativa entre estes métodos com as alterações propostas, utilizando como base para a comparação o método clássico do APF.

### 5.1 Metodologia de Validação

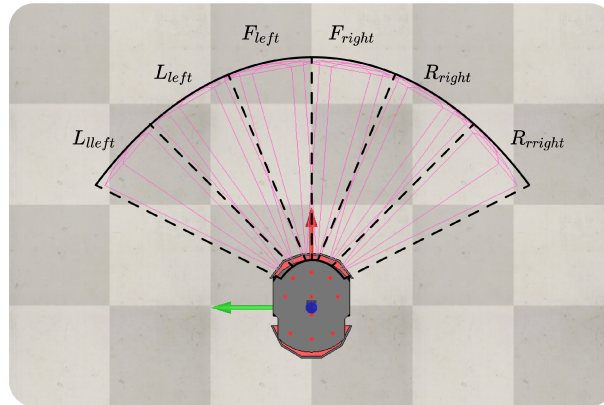
#### 5.1.1 Configurações e parâmetros da simulação

A simulação dos métodos implementados foi realizada em um Intel® Core™ i5-4300U CPU @ 1.90GHz - 2.50 GHz com 4.00 GB de RAM, utilizando o software de cálculo matemático MATLAB 2023a ([THE MATHWORKS INC., 2023b](#)) com o Fuzzy Logic Toolbox ([THE MATHWORKS INC., 2023a](#)), integrado ao software de simulação dinâmica CoppeliaSim ([COPPELIA ROBOTICS LTD., 2023](#)) que permite utilizar o Robot Operating System (ROS) e uma variedade de robôs e sensores. O tempo máximo para executar uma simulação foi delimitado como 300 s, de modo que se dentro deste tempo o robô não atingir o objetivo, a simulação é finalizada.

#### 5.1.2 Configurações e parâmetros do robô

O robô utilizado foi um robô móvel não-holonômico com duas rodas ativas e acionamento diferencial Pioneer-3DX ([ADEPT TECHNOLOGY INC., 2011](#)), com o raio da roda medindo  $r = 0.0975 \text{ m}$  e a distância entre as rodas medindo  $L = 0.381 \text{ m}$ , configurado para uma velocidade linear máxima de  $v_R = 1 \text{ m/s}$  e uma velocidade angular máxima de  $\omega_R = \frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$ . Foram utilizados no máximo seis sensores ultrassônicos dentre os dezesseis disponíveis no robô: dois no lado esquerdo ( $L_{left}$  e  $L_{left}$ ), dois na parte frontal ( $F_{left}$  e  $F_{right}$ ), e dois no lado direito ( $R_{right}$  e  $R_{rright}$ ), cada sensor configurado para um alcance mínimo de  $0.05 \text{ m}$  e máximo de  $1.0 \text{ m}$ , e com um ângulo de detecção de  $20^\circ$  como pode ser observado na Figura 22. Destaca-se que os sensores de distância, em uma realidade prática, apresentarão ruídos e interferências na medição, de modo que para representá-los conservadoramente no contexto da simulação, foi adicionado à leitura um valor aleatório com amplitude de 5% do alcance máximo do sensor.

Figura 22 – Modelo do robô Pioneer 3DX com 6 sensores ultrassônicos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tanto para o método APF quanto para o método FAPF, os 6 sensores ultrassônicos serão considerados.

Já para o método MFIS, será considerada a menor distância medida entre  $L_{lleft}$  e  $L_{lright}$  para utilização como medida de distância esquerda ( $\mathbf{L}$ ), a menor distância medida entre  $F_{lleft}$  e  $F_{lright}$  para utilização como medida de distância frontal ( $\mathbf{F}$ ) e a menor distância medida entre  $R_{lright}$  e  $R_{lleft}$  para utilização como medida de distância direita ( $\mathbf{R}$ ).

E para o método ANFIS será considerada apenas a distância  $L_{lleft}$  para utilização como medida de distância esquerda ( $\mathbf{L}$ ), a menor distância medida entre  $F_{lleft}$  e  $F_{lright}$  para utilização como medida de distância frontal ( $\mathbf{F}$ ) e apenas a distância  $R_{lright}$  para utilização como medida de distância direita ( $\mathbf{R}$ ).

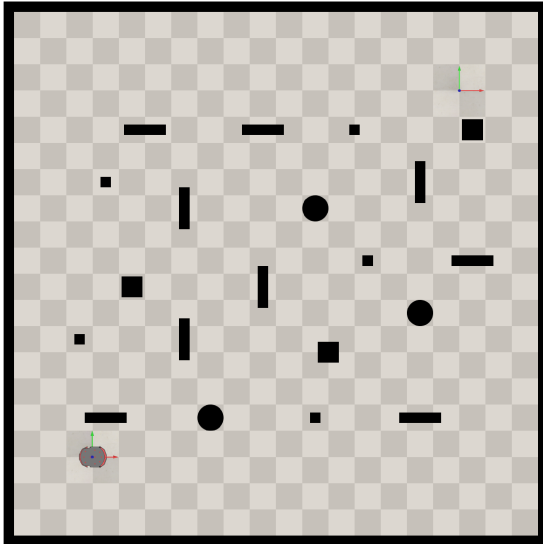
É importante ressaltar que uma estimativa exata da posição (x,y) de um obstáculo (que é necessária para os métodos APF e FAPF) utilizando um sensor ultrassônico não é possível na prática, pois o sensor ultrassônico retorna apenas a distância entre o robô e o obstáculo, mas não o ângulo entre eles. Portanto, para conseguir uma estimativa exata, seria necessário um outro tipo de sensor, por exemplo, um sensor laser, que retornaria tanto a distância entre o robô e o obstáculo quanto o ângulo entre eles.

### 5.1.3 Configurações e parâmetros dos ambientes

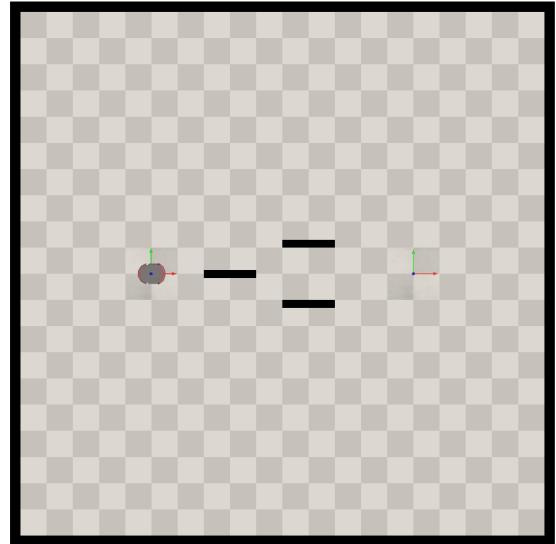
Uma análise individual de cada um dos três métodos propostos comparando-os com a versão de referência encontrada na literatura foi realizada, buscando destacar as melhorias e diferenças obtidas, para uma posterior análise comparativa entre os métodos. Para a realização desta etapa de análise individual, os dois cenários mais complexos foram utilizados: I) ambiente denso e desordenado, como pode ser observado na Figura 23a; e

II) ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito, como pode ser observado na Figura 23b.

Figura 23 – Ambientes utilizados para a análise individual e análise comparativa dos métodos.



(a) Ambiente denso e desordenado.



(b) Ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

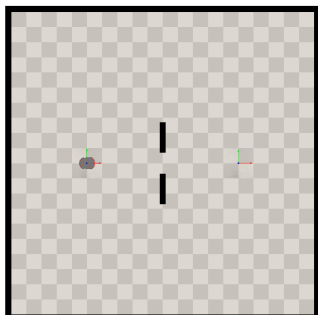
Já para validar a eficácia na execução da tarefa de navegação do robô móvel, levando o robô até o objetivo enquanto evita colisões com obstáculos, e realizar uma análise comparativa entre os três métodos, foram utilizados seis cenários, nos quais o nível de dificuldade da tarefa aumenta de um cenário para outro: I) ambiente com passagem estreita, como pode ser observado nas Figuras 24a e 24b; II) ambiente com caminho estreito, como pode ser observado nas Figuras 24c e 24d; III) ambiente com mínimo local, como pode ser observado nas Figuras 24e e 24f; IV) ambiente desordenado, como pode ser observado nas Figuras 24g e 24h; V) ambiente denso e desordenado, como pode ser observado na Figura 23a; e VI) ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito, como pode ser observado na Figura 23b.

Os cenários foram inspirados e adaptados da metodologia apresentada em Mazen, Faied e Krishnan (2022).

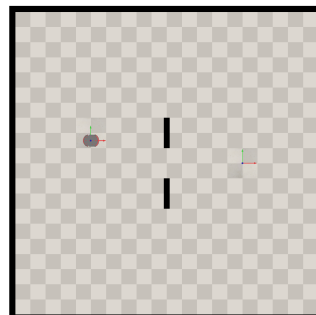
#### 5.1.4 Configurações e parâmetros das análises estatísticas

As análises estatísticas foram realizadas utilizando o *software* Jamovi (THE JAMOVİ PROJECT., 2023). A análise estatística descritiva utiliza as informações de mediana, mínimo, máximo, 1º quartil e 3º quartil para composição do gráfico de caixas. Para o teste de normalidade foi utilizado o teste de Shapiro-Wilk. Já os testes de hipóteses

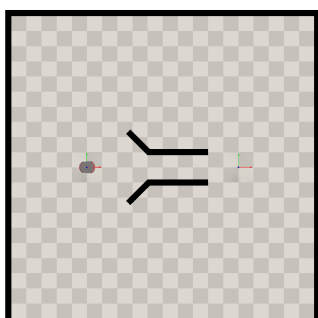
Figura 24 – Ambientes utilizados para a análise comparativa dos métodos.



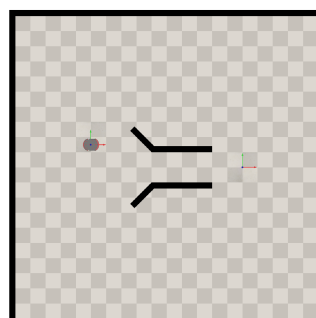
(a) Ambiente com passagem estreita (robô alinhado com o objetivo).



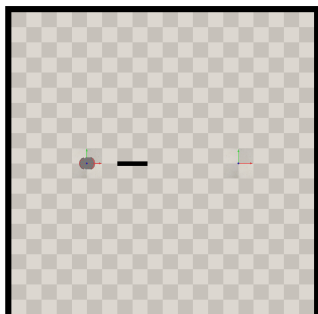
(b) Ambiente com passagem estreita (robô desalinhado com o objetivo).



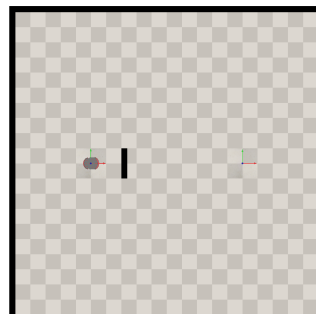
(c) Ambiente com caminho estreito (robô alinhado com o objetivo).



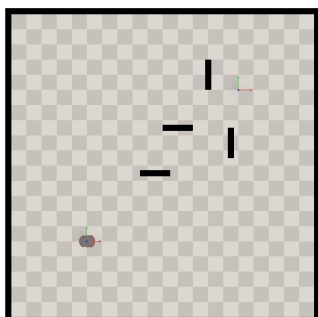
(d) Ambiente com caminho estreito (robô desalinhado com o objetivo).



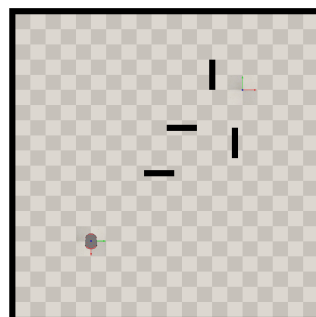
(e) Ambiente com mínimo local (robô mais largo que o obstáculo).



(f) Ambiente com mínimo local (obstáculo mais largo que o robô).



(g) Ambiente desordenado (eixo x do robô paralelo ao eixo x do obstáculo).



(h) Ambiente desordenado (eixo x do robô perpendicular ao eixo x do obstáculo).

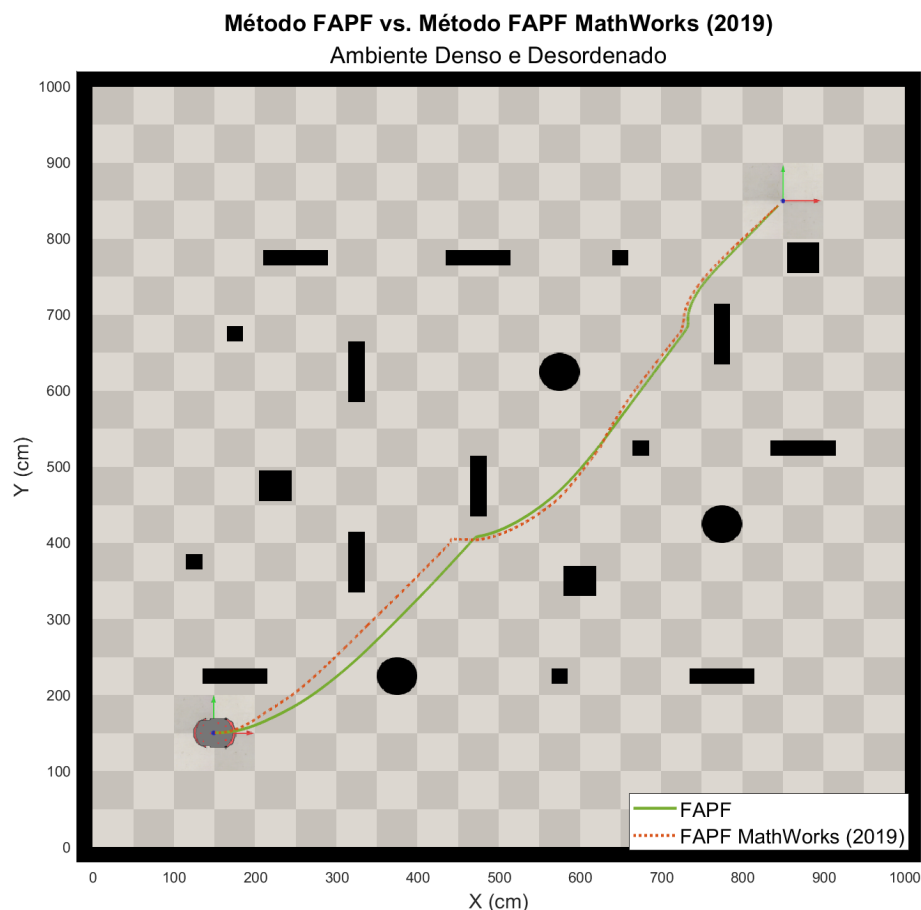
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

utilizados foram o teste não paramétrico de *Kruskal-Wallis* e o teste *post-hoc* de comparações múltiplas de *Dwass-Steel-Critchlow-Fligner* para determinar se há uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos analisados. Para realização desta análise foram utilizadas 15 amostras de cada método em cada ambiente. Uma fundamentação teórica e formulação matemática detalhada sobre estas análises estatísticas podem ser encontradas em [Corder e Foreman \(2014\)](#).

## 5.2 Análise do Método FAPF

A Figura 25 e a respectiva Tabela 16 apresentam uma comparação do método FAPF *vs.* método FAPF [THE MATHWORKS INC. \(2019\)](#) em um ambiente denso e desordenado.

Figura 25 – Comparação do método FAPF *vs.* método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente denso e desordenado.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

A Figura 26 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 17 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação do método FAPF *vs.* método FAPF [THE](#)

Tabela 16 – Comparação do método FAPF *vs.* método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente denso e desordenado.

Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	min(d2o) (m)
<b>FAPF</b>	<b>10.30</b>	<b>169.00</b>	0.12
<b>FAPF MathWorks (2019)</b>	10.50	220.00	<b>0.19</b>

MATHWORKS INC. (2019) em um ambiente denso e desordenado.

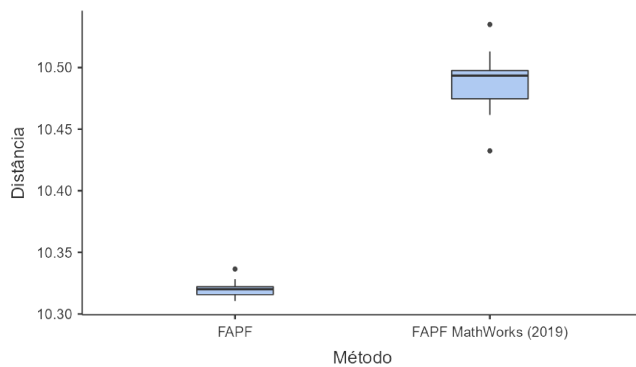
Tabela 17 – Análise estatística da comparação do método FAPF *vs.* método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente denso e desordenado.

Estatística Descritiva				
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)
N	FAPF	15	15	15
	FAPF MathWorks (2019)	15	15	15
Mediana	FAPF	10.3	169	0.117
	FAPF MathWorks (2019)	10.5	220	0.193
Mínimo	FAPF	10.3	168	0.111
	FAPF MathWorks (2019)	10.4	218	0.185
Máximo	FAPF	10.3	170	0.121
	FAPF MathWorks (2019)	10.5	222	0.199
W de Shapiro-Wilk	FAPF	0.917	0.972	0.960
	FAPF MathWorks (2019)	0.970	0.956	0.968
p Shapiro-Wilk	FAPF	0.175	0.882	0.684
	FAPF MathWorks (2019)	0.855	0.630	0.830
25° percentil	FAPF	10.3	169	0.115
	FAPF MathWorks (2019)	10.5	220	0.192
75° percentil	FAPF	10.3	170	0.118
	FAPF MathWorks (2019)	10.5	220	0.195
Kruskal-Wallis				
	$\chi^2$	gl	p	
Distância	21.8	1	< .001	
Tempo	21.8	1	< .001	
min(d2o)	21.9	1	< .001	

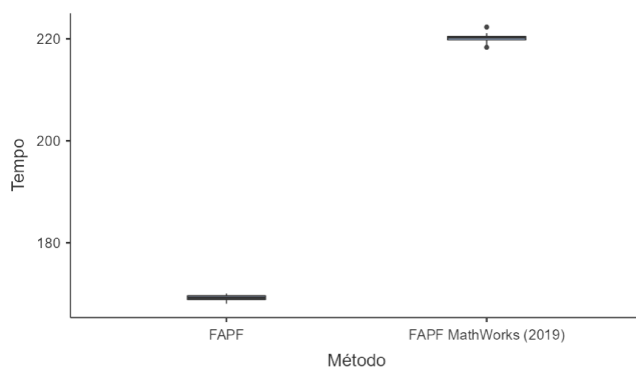
A partir da Tabela 17 é possível observar que nos três critérios analisados o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados, de modo que, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 26, observa-se que em relação à distância total percorrida pelo robô e ao tempo de execução da tarefa de navegação o método FAPF proposto apresenta um melhor desempenho (percorreu a menor



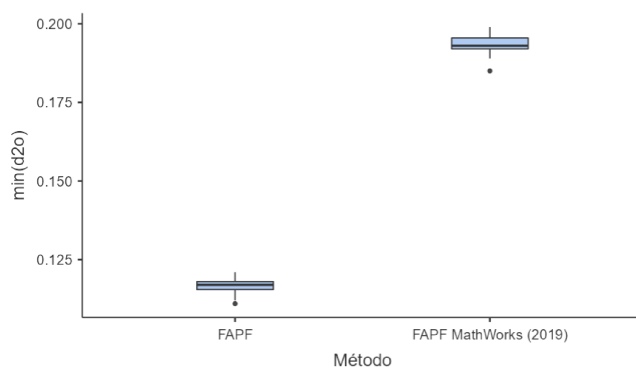
Figura 26 – Gráfico de caixas da comparação do método FAPF *vs.* método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente denso e desordenado.



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



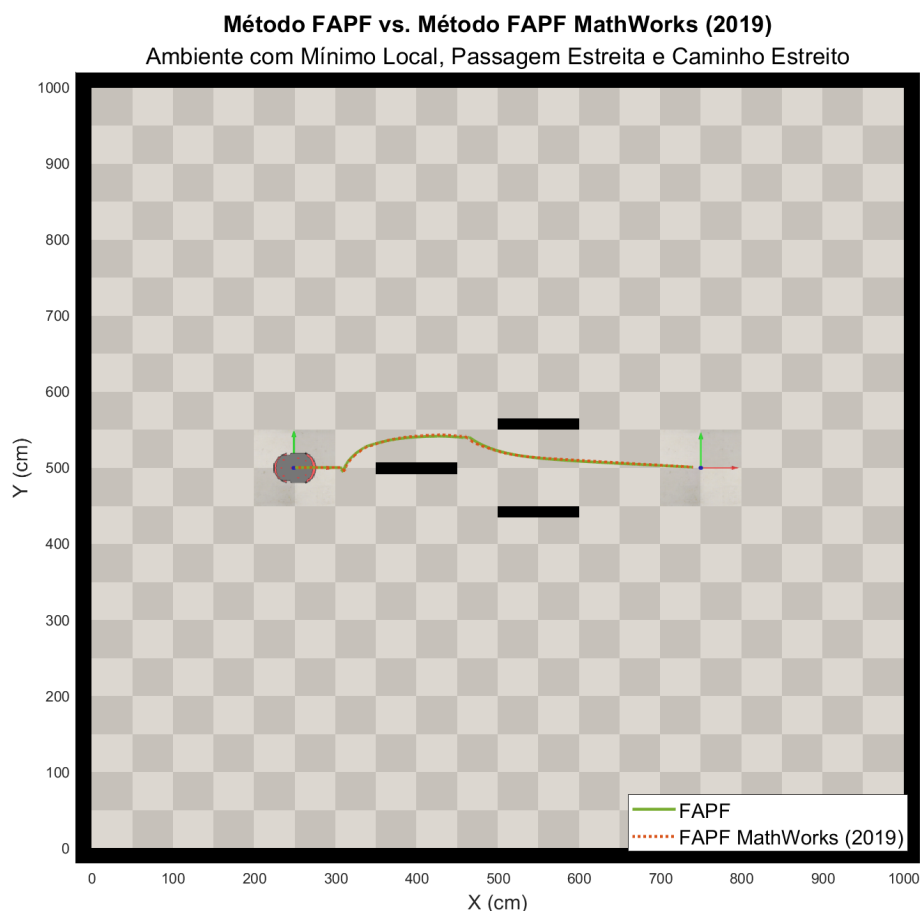
(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

distância no menor tempo). Já em relação à mínima distância entre o robô e um obstáculo ( $\min(d_{2o})$ ) apresentada durante o trajeto, o método FAPF [THE MATHWORKS INC. \(2019\)](#) apresenta um melhor desempenho (se manteve mais afastado dos obstáculos durante o trajeto). Desta forma, é possível concluir que para o ambiente denso e desordenado, o método FAPF proposto apresenta um melhor desempenho geral (baseado nos critérios de distância e tempo, que juntos se mostram mais relevantes para a tarefa de navegação proposta, visto que apenas executá-la se mantendo mais afastado dos obstáculos durante o trajeto não significa executá-la com um melhor desempenho geral).

Continuando a comparação entre estes dois métodos, a Figura 27 e a respectiva Tabela 18 apresentam uma nova comparação do método FAPF *vs.* método FAPF [THE MATHWORKS INC. \(2019\)](#), agora em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

Figura 27 – Comparação do método FAPF *vs.* método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

A Figura 28 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 19 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação do método FAPF *vs.* método FAPF

Tabela 18 – Comparação do método FAPF *vs.* método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	min(d2o) (m)
<b>FAPF</b>	<b>5.30</b>	<b>142.00</b>	0.18
<b>FAPF MathWorks (2019)</b>	5.41	181.00	<b>0.19</b>

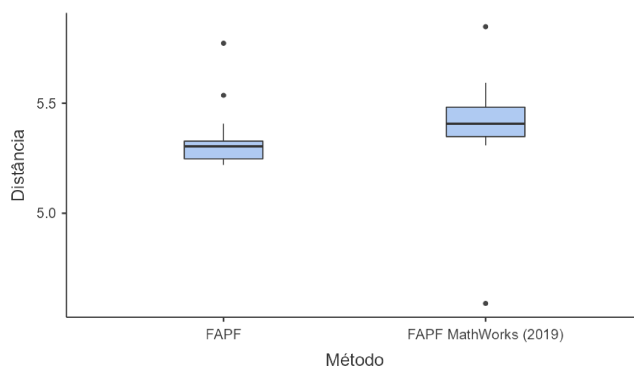
[THE MATHWORKS INC. \(2019\)](#) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

Tabela 19 – Análise estatística da comparação do método FAPF *vs.* método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

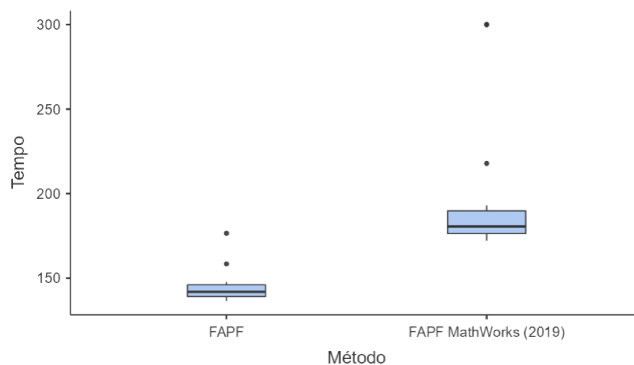
Estatística Descritiva				
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)
N	FAPF	15	15	15
	FAPF MathWorks (2019)	15	15	15
Mediana	FAPF	5.30	142	0.180
	FAPF MathWorks (2019)	5.41	181	0.188
Mínimo	FAPF	5.22	136	0.176
	FAPF MathWorks (2019)	4.59	172	0.180
Máximo	FAPF	5.77	177	0.184
	FAPF MathWorks (2019)	5.85	300	0.202
W de Shapiro-Wilk	FAPF	0.710	0.717	0.961
	FAPF MathWorks (2019)	0.754	0.600	0.934
p Shapiro-Wilk	FAPF	< .001	< .001	0.712
	FAPF MathWorks (2019)	0.001	< .001	0.313
25° percentil	FAPF	5.25	139	0.179
	FAPF MathWorks (2019)	5.35	176	0.186
75° percentil	FAPF	5.33	146	0.181
	FAPF MathWorks (2019)	5.48	190	0.192
Kruskal-Wallis				
	$\chi^2$	gl	p	
Distância	5.89	1	0.015	
Tempo	19.88	1	< .001	
min(d2o)	15.52	1	< .001	

A partir da Tabela 19 é possível observar que nos três critérios analisados o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados, de modo que, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 28, observa-se que

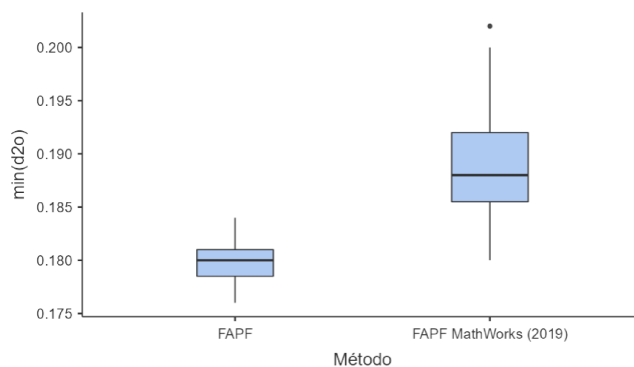
Figura 28 – Gráfico de caixas da comparação do método FAPF *vs.* método FAPF MathWorks (2019) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

em relação à distância total percorrida pelo robô e ao tempo de execução da tarefa de navegação o método FAPF proposto apresenta um melhor desempenho (percorreu a menor distância no menor tempo). Já em relação à mínima distância entre o robô e um obstáculo ( $\min(d_{2o})$ ) apresentada durante o trajeto, o método FAPF [THE MATHWORKS INC. \(2019\)](#) apresenta um melhor desempenho (se manteve mais afastado dos obstáculos durante o trajeto). Desta forma, é possível concluir que para o ambiente denso e desordenado, o método FAPF proposto apresenta um melhor desempenho geral (baseado nos critérios de distância e tempo, que juntos se mostram mais relevantes para a tarefa de navegação proposta, visto que apenas executá-la se mantendo mais afastado dos obstáculos durante o trajeto não significa executá-la com um melhor desempenho geral).

Visto então que o método FAPF proposto apresentou um melhor desempenho geral considerando os dois ambientes apresentados, ele será utilizado como referência para a posterior análise comparativa.

### 5.3 Análise do Método MFIS

A Figura 29 e a respectiva Tabela 20 apresentam uma comparação do desempenho do método MFIS *vs.* método MFIS [Faisal et al. \(2013\)](#) em um ambiente denso e desordenado.

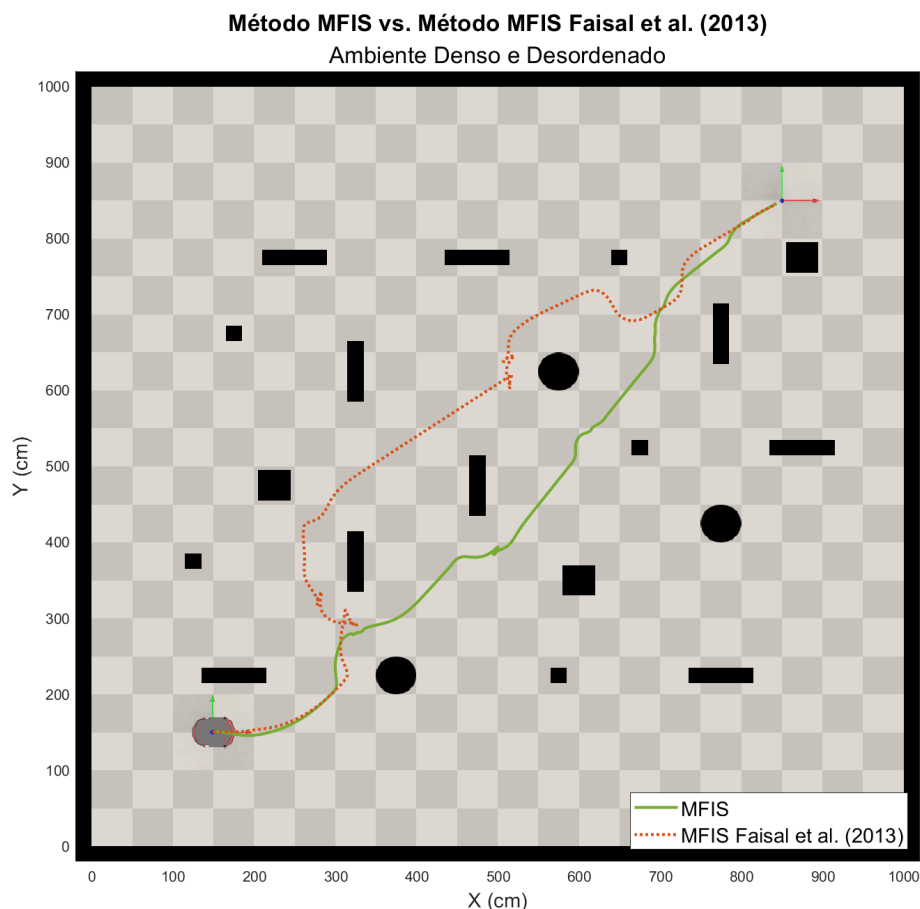
Tabela 20 – Comparação do método MFIS *vs.* método MFIS [Faisal et al. \(2013\)](#) em um ambiente denso e desordenado.

Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	$\min(d_{2o})$ (m)
MFIS	<b>10.90</b>	45.80	<b>0.24</b>
MFIS <a href="#">Faisal et al. (2013)</a>	13.60	<b>40.00</b>	0.07

A Figura 30 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 21 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação do método MFIS *vs.* método MFIS [Faisal et al. \(2013\)](#) em um ambiente denso e desordenado.

A partir da Tabela 21 é possível observar que nos três critérios analisados o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados, de modo que, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 30, observa-se que em relação à distância total percorrida pelo robô e à mínima distância entre o robô e um obstáculo ( $\min(d_{2o})$ ) apresentada durante o trajeto, o método MFIS proposto apresenta um melhor desempenho (percorreu a menor distância e se manteve mais afastado dos obstáculos durante o trajeto). Já em relação ao tempo de execução da tarefa de navegação, o método MFIS [Faisal et al. \(2013\)](#) apresenta um melhor desempenho (percorreu o trajeto no menor tempo). Desta forma, é possível concluir que para o ambiente denso e desor-

Figura 29 – Comparação do método MFIS *vs.* método MFIS Faisal *et al.* (2013) em um ambiente denso e desordenado.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

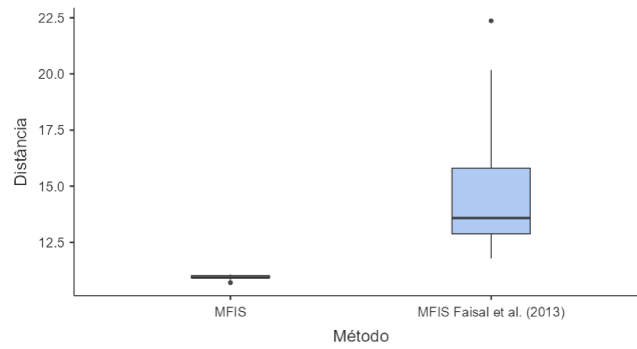
denado, o método MFIS proposto apresenta um melhor desempenho geral (baseado nos critérios de distância e  $\min(d2o)$ , que juntos se mostram mais relevantes para a tarefa de navegação proposta, visto que apenas executá-la no menor tempo não significa executá-la com um melhor desempenho geral).

Continuando a comparação entre estes dois métodos, a Figura 31 e a respectiva Tabela 22 apresentam uma nova comparação do método MFIS *vs.* método MFIS Faisal *et al.* (2013), agora em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

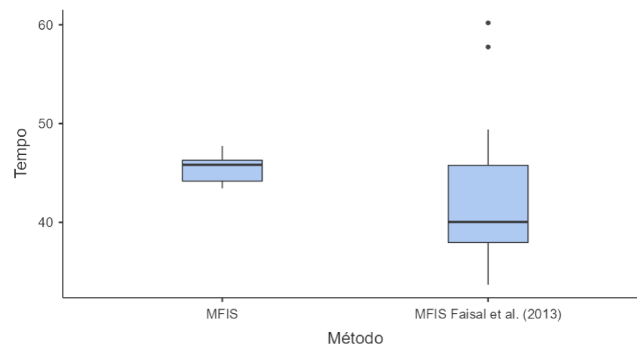
A Figura 32 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 23 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação do método MFIS *vs.* método MFIS Faisal *et al.* (2013) em um ambiente denso e desordenado.

A partir da Tabela 23 é possível observar que apenas nos critérios tempo e  $\min(d2o)$  o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para estes dois critérios analisados, mas não há

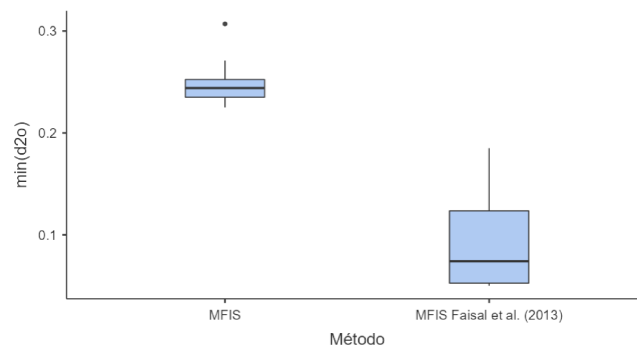
Figura 30 – Gráfico de caixas da comparação do método MFIS *vs.* método MFIS Faisal *et al.* (2013) em um ambiente denso e desordenado.



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 21 – Análise estatística da comparação do método MFIS *vs.* método MFIS Faisal *et al.* (2013) em um ambiente denso e desordenado.

Estatística Descritiva				
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)
N	MFIS	15	15	15
	MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013)	15	15	15
Mediana	MFIS	10.9	45.8	0.244
	MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013)	13.6	40.0	0.0740
Mínimo	MFIS	10.7	43.4	0.225
	MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013)	11.8	33.7	0.0500
Máximo	MFIS	11.1	47.7	0.307
	MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013)	22.4	60.2	0.185
W de Shapiro-Wilk	MFIS	0.905	0.929	0.822
	MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013)	0.834	0.874	0.834
p Shapiro-Wilk	MFIS	0.113	0.261	0.007
	MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013)	0.010	0.039	0.010
25º percentil	MFIS	10.9	44.2	0.235
	MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013)	12.9	38.0	0.0525
75º percentil	MFIS	11.0	46.3	0.252
	MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013)	15.8	45.8	0.124

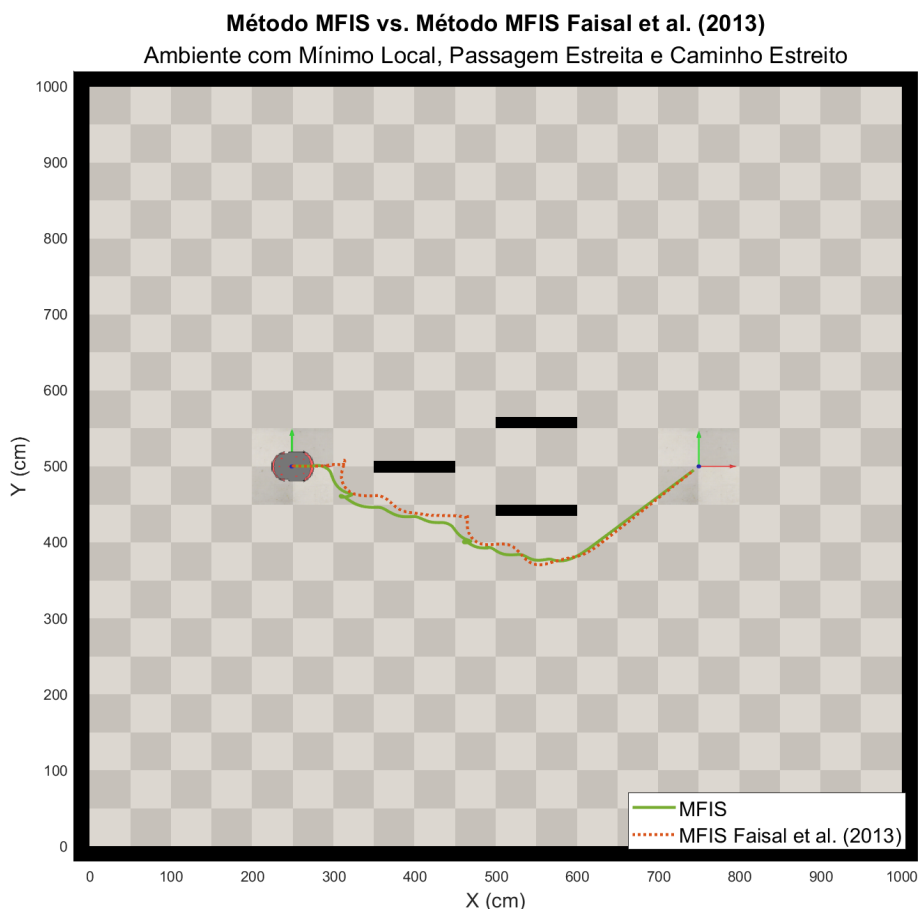
Kruskal-Wallis			
	$\chi^2$	gl	p
Distância	21.77	1	< .001
Tempo	4.39	1	0.036
min(d2o)	21.80	1	< .001

Tabela 22 – Comparação do método MFIS *vs.* método MFIS Faisal *et al.* (2013) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	min(d2o) (m)
MFIS	<b>6.30</b>	32.60	<b>0.20</b>
MFIS Faisal <i>et al.</i> (2013)	6.32	<b>25.90</b>	0.19



Figura 31 – Comparação do método MFIS *vs.* método MFIS Faisal *et al.* (2013) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

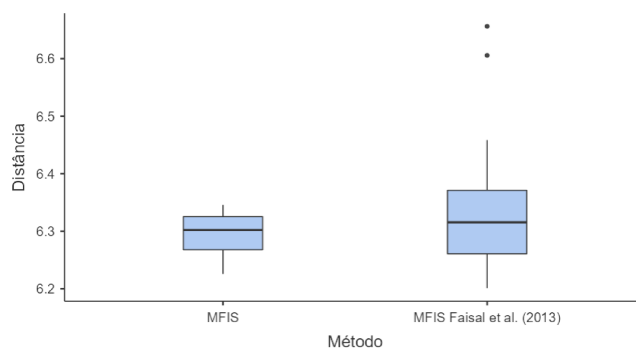


Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

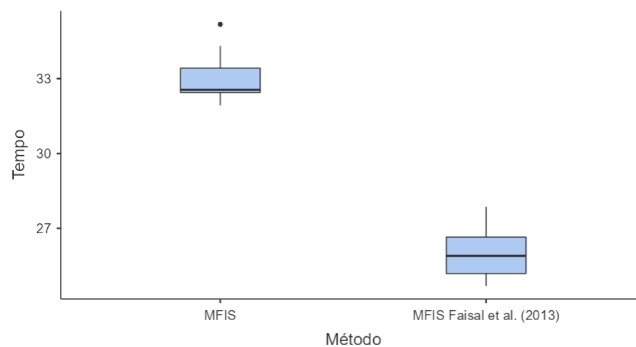
diferença estatisticamente significativa para o critério de distância, de modo que, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 32, observa-se que em relação à mínima distância entre o robô e um obstáculo ( $\min(d_{2o})$ ) apresentada durante o trajeto, o método MFIS proposto apresenta um melhor desempenho (se manteve mais afastado dos obstáculos durante o trajeto). Já em relação ao tempo de execução da tarefa de navegação, o método MFIS Faisal *et al.* (2013) apresenta um melhor desempenho (percorreu o trajeto no menor tempo). Desta forma, é possível concluir que para o ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito, o método MFIS proposto apresenta uma performance mais segura (se mantêm mais afastado dos obstáculos) enquanto o método MFIS Faisal *et al.* (2013) apresenta uma performance mais rápida (realiza a tarefa em menos tempo).

Visto que o método MFIS proposto apresentou um melhor desempenho geral no ambiente denso e desordenado (conseguiu concluir a tarefa percorrendo a menor distância possível e mantendo-se o mais afastado possível dos obstáculos), e houve um empate

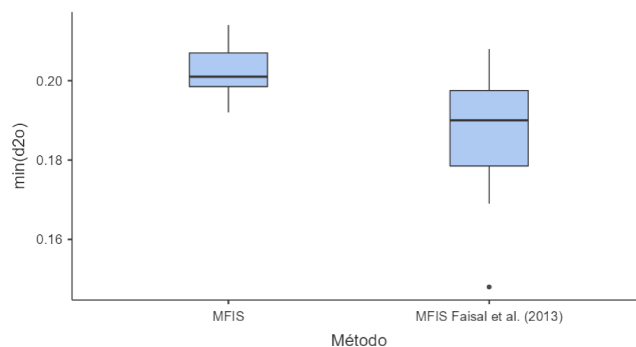
Figura 32 – Gráfico de caixas da comparação do método MFIS *vs.* método MFIS Faisal *et al.* (2013) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 23 – Análise estatística da comparação do método MFIS *vs.* método MFIS Faisal *et al.* (2013) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

Estatística Descritiva				
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)
N	MFIS	15	15	15
	MFIS Faisal et al. (2013)	15	15	15
Mediana	MFIS	6.30	32.6	0.201
	MFIS Faisal et al. (2013)	6.32	25.9	0.190
Mínimo	MFIS	6.23	31.9	0.192
	MFIS Faisal et al. (2013)	6.20	24.7	0.148
Máximo	MFIS	6.35	35.2	0.214
	MFIS Faisal et al. (2013)	6.66	27.9	0.208
W de Shapiro-Wilk	MFIS	0.932	0.836	0.970
	MFIS Faisal et al. (2013)	0.843	0.951	0.942
p Shapiro-Wilk	MFIS	0.289	0.011	0.852
	MFIS Faisal et al. (2013)	0.014	0.541	0.403
25º percentil	MFIS	6.27	32.4	0.198
	MFIS Faisal et al. (2013)	6.26	25.2	0.179
75º percentil	MFIS	6.33	33.4	0.207
	MFIS Faisal et al. (2013)	6.37	26.6	0.197

Kruskal-Wallis			
	$\chi^2$	gl	p
Distância	0.228	1	0.633
Tempo	21.774	1	< .001
min(d2o)	8.835	1	0.003

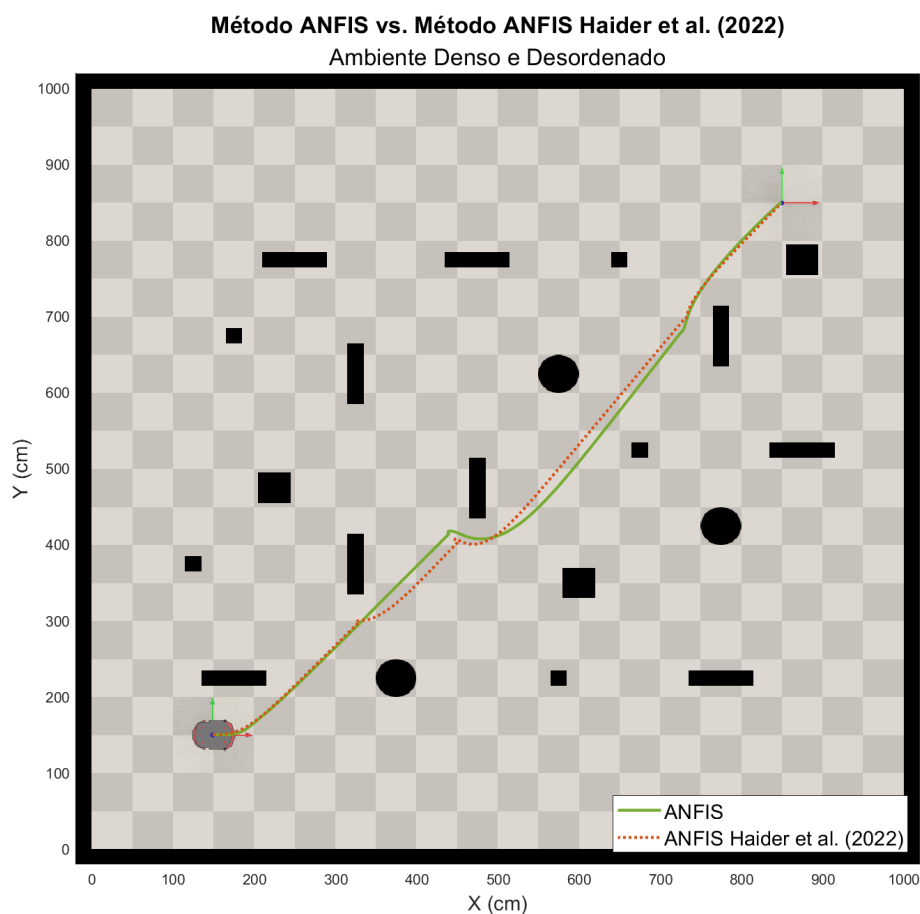
técnico no outro ambiente (apresentou um melhor desempenho em um critério e pior no outro), já que ambos os métodos não foram capazes de percorrer o caminho ótimo (passar pela passagem estreita e pelo caminho estreito), ele será utilizado como referência para a posterior análise comparativa.

#### 5.4 Análise do Método ANFIS

A Figura 33 e a respectiva Tabela 24 apresentam uma comparação do desempenho do método ANFIS *vs.* método ANFIS Haider *et al.* (2022b) em um ambiente denso e desordenado.

A Figura 34 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 25 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação do método ANFIS *vs.* método ANFIS

Figura 33 – Comparação do método ANFIS *vs.* método ANFIS Haider *et al.* (2022) em um ambiente denso e desordenado.



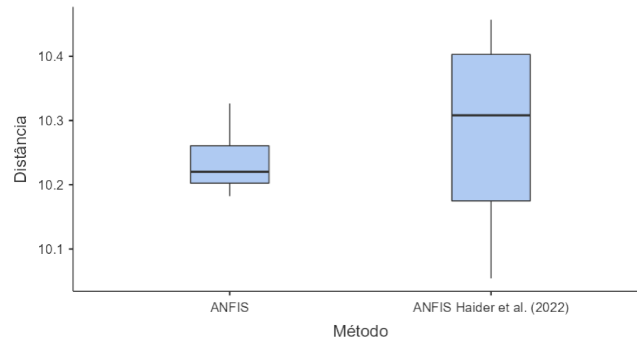
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 24 – Comparação do método ANFIS *vs.* método ANFIS Haider *et al.* (2022) em um ambiente denso e desordenado.

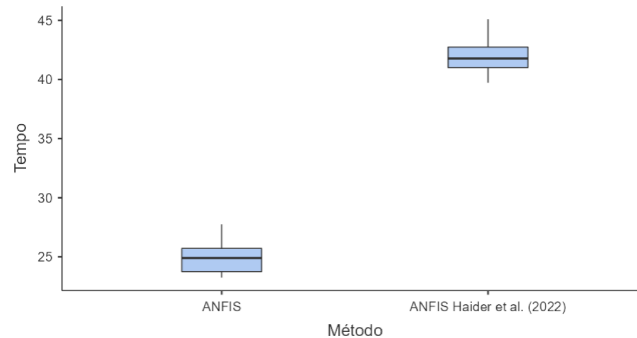
Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	min(d2o) (m)
ANFIS	<b>10.20</b>	<b>24.90</b>	0.11
ANFIS Haider <i>et al.</i> (2022)	10.30	41.80	<b>0.14</b>

Haider et al. (2022b) em um ambiente denso e desordenado.

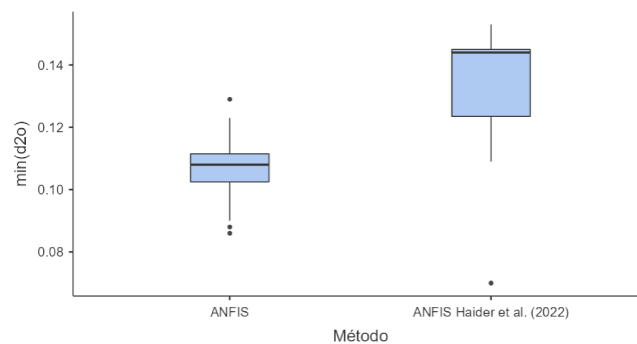
Figura 34 – Gráfico de caixas da comparação do método ANFIS *vs.* método ANFIS Haider et al. (2022) em um ambiente denso e desordenado.



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

A partir da Tabela 25 é possível observar que apenas nos critérios tempo e  $\min(d2o)$  o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para estes dois critérios analisados, mas não há diferença estatisticamente significativa para o critério distância, de modo que, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 34, observa-se que em relação ao tempo de execução da tarefa, o método ANFIS proposto apresenta um

Tabela 25 – Análise estatística da comparação do método ANFIS *vs.* método ANFIS Haider *et al.* (2022) em um ambiente denso e desordenado.

Estatística Descritiva				
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)
N	ANFIS	15	15	15
	ANFIS Haider et al. (2022)	15	15	15
Mediana	ANFIS	10.2	24.9	0.108
	ANFIS Haider et al. (2022)	10.3	41.8	0.144
Mínimo	ANFIS	10.2	23.2	0.0860
	ANFIS Haider et al. (2022)	10.1	39.7	0.0700
Máximo	ANFIS	10.3	27.7	0.129
	ANFIS Haider et al. (2022)	10.5	45.1	0.153
W de Shapiro-Wilk	ANFIS	0.904	0.926	0.941
	ANFIS Haider et al. (2022)	0.928	0.962	0.758
p Shapiro-Wilk	ANFIS	0.111	0.237	0.396
	ANFIS Haider et al. (2022)	0.251	0.730	0.001
25º percentil	ANFIS	10.2	23.7	0.102
	ANFIS Haider et al. (2022)	10.2	41.0	0.124
75º percentil	ANFIS	10.3	25.7	0.112
	ANFIS Haider et al. (2022)	10.4	42.7	0.145

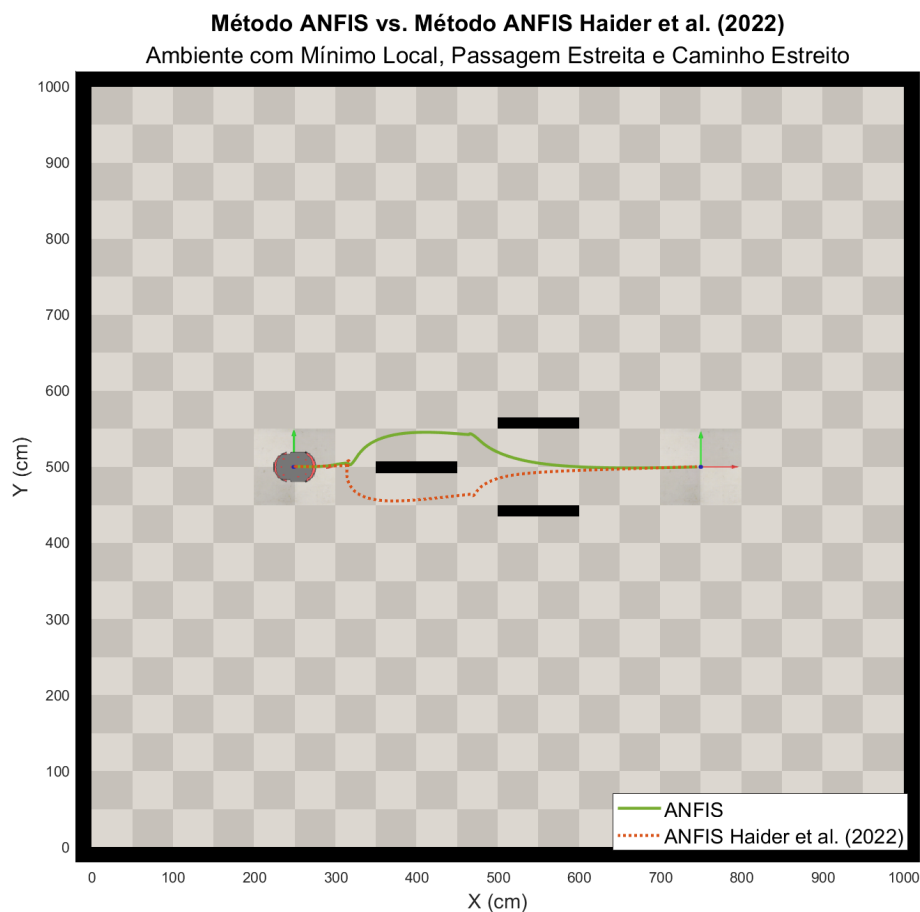
Kruskal-Wallis			
	$\chi^2$	gl	p
Distância	0.413	1	0.520
Tempo	21.774	1	< .001
min(d2o)	12.764	1	< .001

melhor desempenho (percorreu trajeto no menor tempo). Já em relação à mínima distância entre o robô e um obstáculo (min(d2o)) apresentada durante o trajeto, o método ANFIS Haider *et al.* (2022b) apresenta um melhor desempenho (se manteve mais afastado dos obstáculos durante o trajeto). Desta forma, é possível concluir que para o ambiente denso e desordenado, o método ANFIS proposto apresenta uma performance mais rápida (percorreu o trajeto no menor tempo) enquanto o método ANFIS Haider *et al.* (2022b) apresenta uma performance mais segura (se mantêm mais afastado dos obstáculos).

Continuando a comparação entre estes dois métodos, a Figura 35 e a respectiva Tabela 26 apresentam uma nova comparação método ANFIS *vs.* método ANFIS Haider *et al.* (2022b), agora em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

A Figura 36 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 27 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação do método ANFIS *vs.* método ANFIS

Figura 35 – Comparação do método ANFIS *vs.* método ANFIS Haider *et al.* (2022) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.



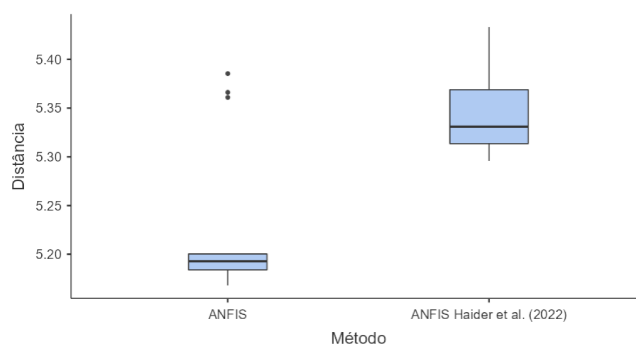
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 26 – Comparação do método ANFIS *vs.* método ANFIS Haider *et al.* (2022) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

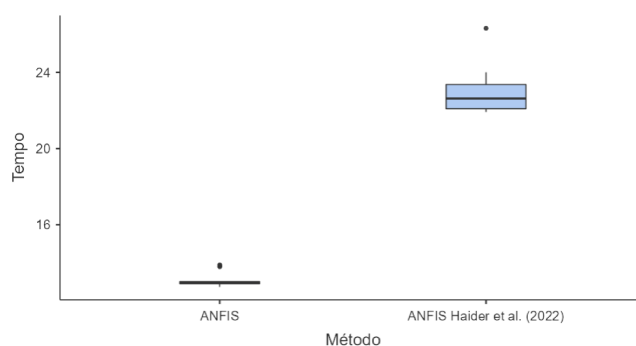
Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	min(d2o) (m)
ANFIS	<b>5.19</b>	<b>13.00</b>	0.12
ANFIS Haider <i>et al.</i> (2022)	5.33	22.60	<b>0.16</b>

Haider et al. (2022b) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

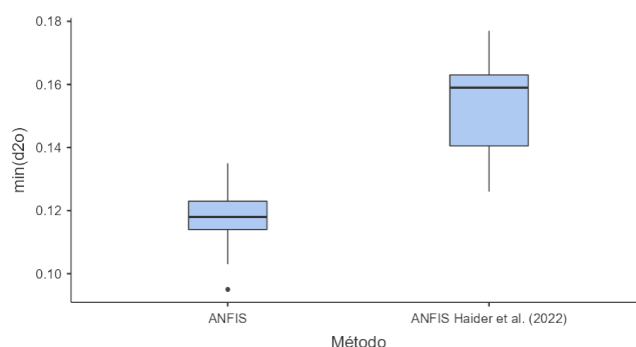
Figura 36 – Gráfico de caixas da comparação do método ANFIS *vs.* método ANFIS Haider et al. (2022) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

A partir da Tabela 27 é possível observar que nos três critérios analisados o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados, de modo que, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 36, observa-se que em relação à distância total percorrida pelo robô e ao tempo de execução da tarefa



Tabela 27 – Análise estatística da comparação do método ANFIS *vs.* método ANFIS Haider *et al.* (2022) em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

Estatística Descritiva				
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)
N	ANFIS	15	15	15
	ANFIS Haider et al. (2022)	15	15	15
Mediana	ANFIS	5.19	13.0	0.118
	ANFIS Haider et al. (2022)	5.33	22.6	0.159
Mínimo	ANFIS	5.17	12.7	0.0950
	ANFIS Haider et al. (2022)	5.30	21.9	0.126
Máximo	ANFIS	5.39	13.9	0.135
	ANFIS Haider et al. (2022)	5.43	26.3	0.177
W de Shapiro-Wilk	ANFIS	0.629	0.687	0.967
	ANFIS Haider et al. (2022)	0.924	0.805	0.924
p Shapiro-Wilk	ANFIS	< .001	< .001	0.812
	ANFIS Haider et al. (2022)	0.220	0.004	0.222
25º percentil	ANFIS	5.18	12.9	0.114
	ANFIS Haider et al. (2022)	5.31	22.1	0.141
75º percentil	ANFIS	5.20	13.0	0.123
	ANFIS Haider et al. (2022)	5.37	23.4	0.163

Kruskal-Wallis			
	$\chi^2$	gl	p
Distância	10.60	1	0.001
Tempo	21.77	1	< .001
min(d2o)	20.28	1	< .001

de navegação o método ANFIS proposto apresenta um melhor desempenho (percorreu a menor distância no menor tempo). Já em relação à mínima distância entre o robô e um obstáculo (min(d2o)) apresentada durante o trajeto, o método ANFIS Haider *et al.* (2022b) apresenta um melhor desempenho (se manteve mais afastado dos obstáculos durante o trajeto). Desta forma, é possível concluir que para o ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito, o método ANFIS proposto apresenta um melhor desempenho geral (baseado nos critérios de distância e tempo, que juntos se mostram mais relevantes para a tarefa de navegação proposta, visto que apenas executá-la se mantendo mais afastado dos obstáculos durante o trajeto não significa executá-la com um melhor desempenho geral).

Visto que o método ANFIS proposto apresentou um melhor desempenho geral no ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito (conseguiu concluir a

tarefa percorrendo a menor distância no menor tempo), e houve um empate técnico no outro ambiente (apresentou um melhor desempenho em um critério e pior no outro), ele será utilizado como referência para a posterior análise comparativa.

## 5.5 Análise Comparativa dos Métodos

Nesta seção será apresentada uma análise comparativa entre os três métodos propostos e analisados anteriormente: FAPF, MFIS e ANFIS, e será utilizando como base para a comparação o método clássico dos Campos Potenciais Artificiais (APF), visto que atualmente é um método ainda bastante utilizado e suas limitações são bem conhecidas.

### 5.5.1 Ambiente com passagem estreita

A Figura 37a e a respectiva Tabela 28 apresentam o desempenho dos quatro métodos em um ambiente relativamente simples, com apenas uma passagem estreita, e com o robô começando alinhado com o objetivo.

Já a Figura 37b e a respectiva Tabela 29 apresentam o desempenho dos quatro métodos nesse mesmo ambiente com passagem estreita, mas agora com o robô começando desalinhado com o objetivo, buscando certificar a robustez e a não dependência com a condição inicial dos métodos.

Tabela 28 – Ambiente com passagem estreita (robô alinhado com o objetivo).

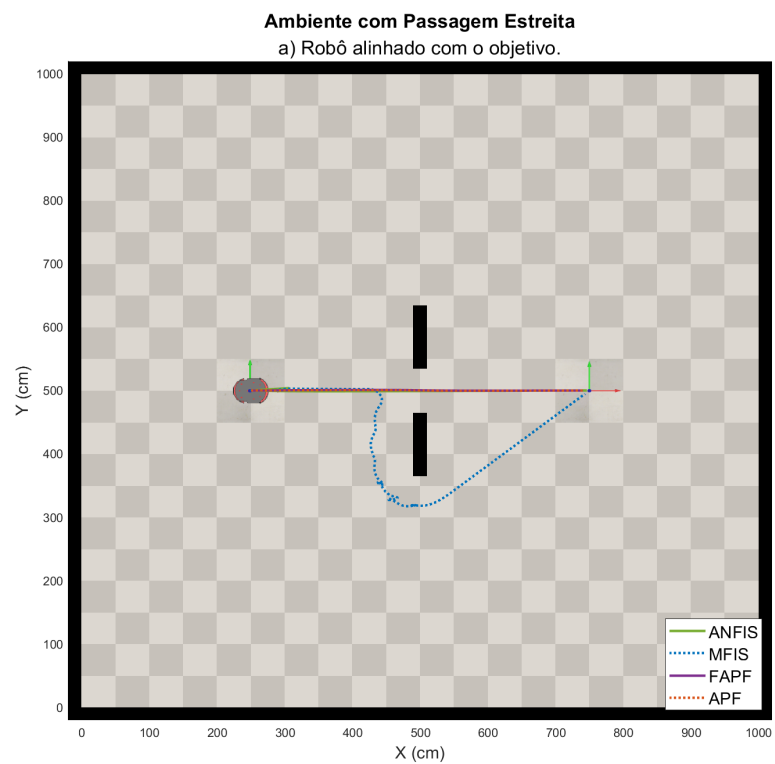
Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	min(d2o) (m)
ANFIS	4.92	<b>10.20</b>	0.16
MFIS	7.87	36.70	0.20
FAPF	<b>4.90</b>	106.00	0.24
APF	<b>4.90</b>	99.10	<b>0.25</b>

Tabela 29 – Ambiente com passagem estreita (robô desalinhado com o objetivo).

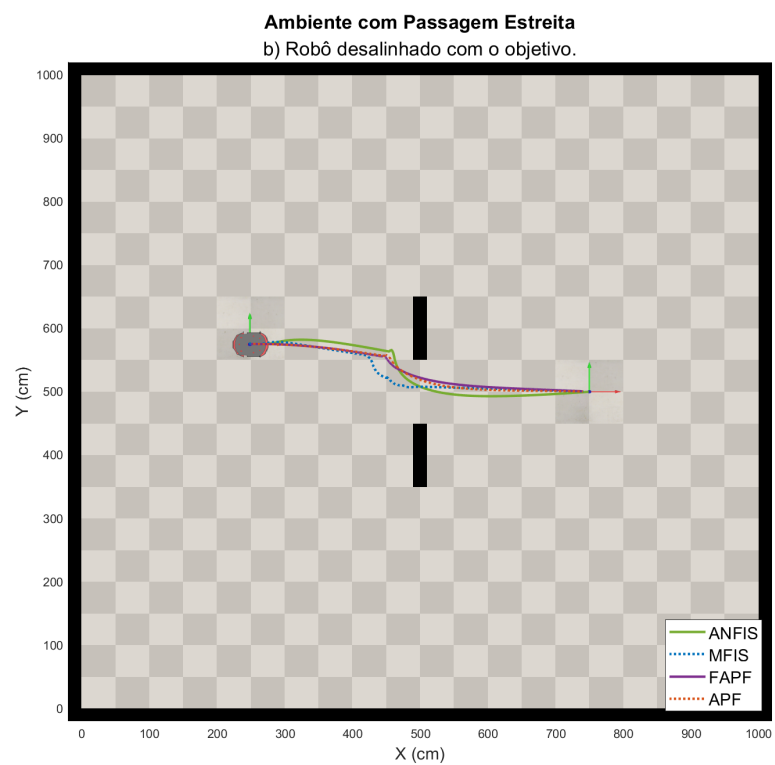
Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	min(d2o) (m)
ANFIS	5.27	<b>12.40</b>	0.14
MFIS	5.29	25.80	<b>0.29</b>
FAPF	5.18	127.00	0.19
APF	<b>5.14</b>	105.00	0.17

A Figura 38 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 30 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação dos métodos no ambiente com passagem estreita (robô alinhado com o objetivo).

Figura 37 – Ambiente com passagem estreita.



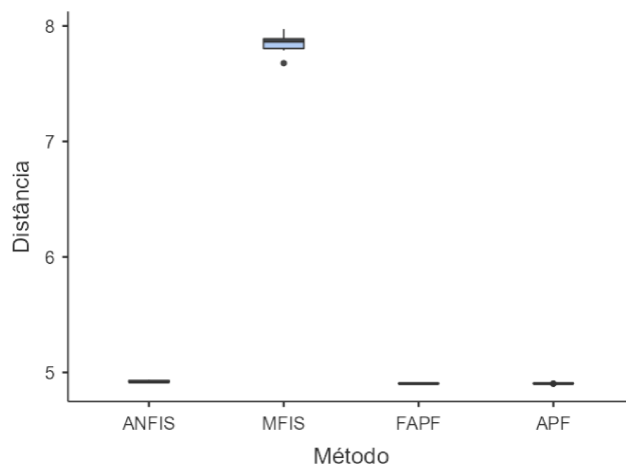
(a) Robô alinhado com o objetivo.



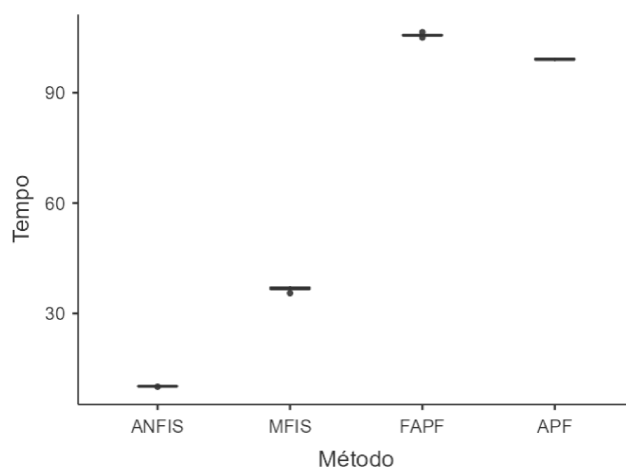
(b) Robô desalinhado com o objetivo.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

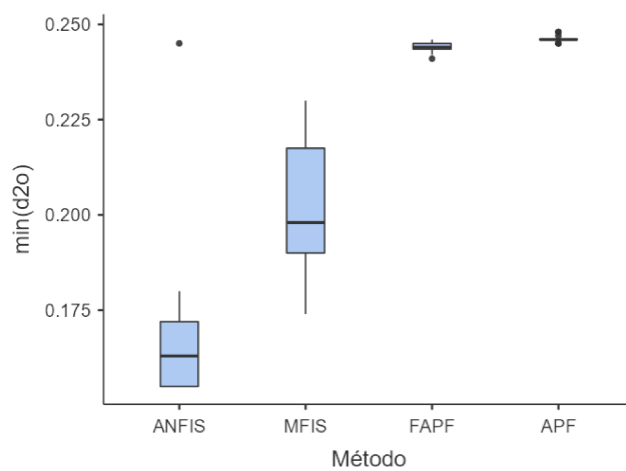
Figura 38 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente com passagem estreita (robô alinhado com o objetivo).



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 30 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente com passagem estreita (robô alinhado com o objetivo).

Estatística Descritiva				
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)
N	ANFIS	15	15	15
	MFIS	15	15	15
	FAPF	15	15	15
	APF	15	15	15
Mediana	ANFIS	4.92	10.2	0.163
	MFIS	7.87	36.7	0.198
	FAPF	4.90	106	0.244
	APF	4.90	99.1	0.246
Mínimo	ANFIS	4.91	10.1	0.155
	MFIS	7.68	35.5	0.174
	FAPF	4.90	105	0.241
	APF	4.90	98.6	0.245
Máximo	ANFIS	4.93	10.2	0.245
	MFIS	7.97	37.5	0.230
	FAPF	4.91	106	0.246
	APF	4.91	99.5	0.248
W de Shapiro-Wilk	ANFIS	0.838	0.842	0.609
	MFIS	0.960	0.936	0.933
	FAPF	0.944	0.958	0.907
	APF	0.942	0.950	0.785
p Shapiro-Wilk	ANFIS	0.012	0.013	< .001
	MFIS	0.689	0.336	0.298
	FAPF	0.430	0.651	0.121
	APF	0.402	0.524	0.002
25º percentil	ANFIS	4.91	10.2	0.155
	MFIS	7.81	36.6	0.190
	FAPF	4.90	106	0.244
	APF	4.90	99.0	0.246
75º percentil	ANFIS	4.93	10.2	0.172
	MFIS	7.89	37.1	0.218
	FAPF	4.90	106	0.245
	APF	4.90	99.3	0.246

Kruskal-Wallis			
	$\chi^2$	gl	p
Distância	55.3	3	< .001
Tempo	52.9	3	< .001
min(d2o)	44.8	3	< .001

Comparações múltiplas - Distância				Comparações múltiplas - Tempo				Comparações múltiplas - min(d2o)			
		W	p			W	p			W	p
ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	5.69	< .001
ANFIS	FAPF	-6.60	< .001	ANFIS	FAPF	6.60	< .001	ANFIS	FAPF	5.95	< .001
ANFIS	APF	-6.60	< .001	ANFIS	APF	6.60	< .001	ANFIS	APF	6.64	< .001
MFIS	FAPF	-6.60	< .001	MFIS	FAPF	6.60	< .001	MFIS	FAPF	6.63	< .001
MFIS	APF	-6.60	< .001	MFIS	APF	6.60	< .001	MFIS	APF	6.70	< .001
FAPF	APF	1.26	0.809	FAPF	APF	-6.60	< .001	FAPF	APF	5.97	< .001

A partir da Tabela 30 é possível observar que nos três critérios analisados o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados, e que observando as comparações múltiplas, apenas o critério de distância entre os métodos APF e FAPF não possuem diferença estatisticamente significativa. Deste modo, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 38, observa-se que, visto que apenas o método MFIS não foi capaz de passar pela passagem estreita, realizando um caminho não-ótimo, dentre os três métodos que foram capazes de passar pela passagem estreita, o método ANFIS foi o que conseguiu realizar a tarefa mais rápido, enquanto os métodos APF e FAPF conseguiram realizar a tarefa com a menor distância, e o método APF conseguiu realizar a tarefa mais afastado dos obstáculos.

A Figura 39 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 31 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação dos métodos no ambiente com passagem estreita (robô desalinhado com o objetivo).

A partir da Tabela 31 é possível observar que nos três critérios analisados o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados, e que observando as comparações múltiplas, apenas o critério de distância entre os métodos ANFIS e MFIS não possuem diferença estatisticamente significativa. Deste modo, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 39, observa-se que, visto que agora todos os métodos foram capazes de passar pela passagem estreita, o método ANFIS foi o que conseguiu realizar a tarefa mais rápido, enquanto o método APF conseguiu realizar a tarefa com a menor distância e mais afastado dos obstáculos.

### 5.5.2 Ambiente com caminho estreito

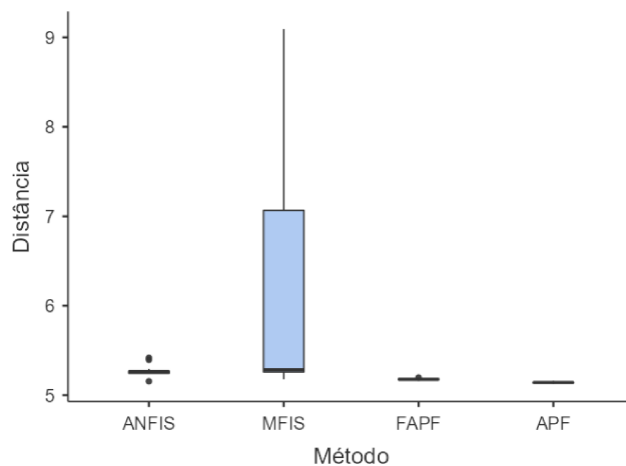
A Figura 40a e a respectiva Tabela 32 apresentam o desempenho dos quatro métodos em um ambiente um pouco mais complexo que o anterior, com apenas uma caminho estreito, e com o robô começando alinhado com o objetivo.

Já a Figura 40b e a respectiva Tabela 33 apresentam o desempenho dos quatro métodos nesse mesmo ambiente com caminho estreito, mas agora com o robô começando desalinhado com o objetivo, buscando certificar a robustez e a não dependência com a condição inicial dos métodos.

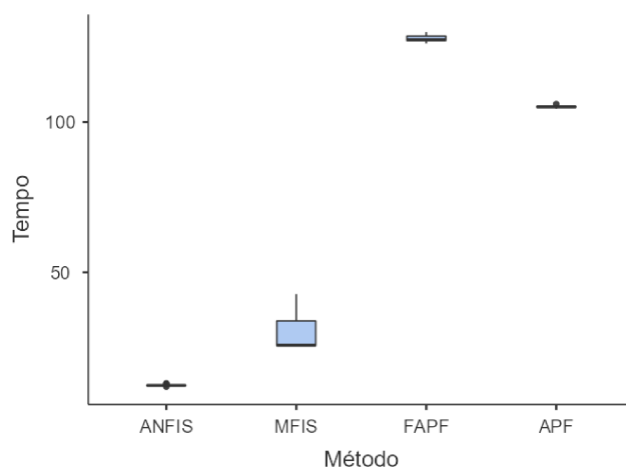
A Figura 41 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 34 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação dos métodos no ambiente com caminho estreito (robô alinhado com o objetivo).

A partir da Tabela 34 é possível observar que nos três critérios analisados o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente

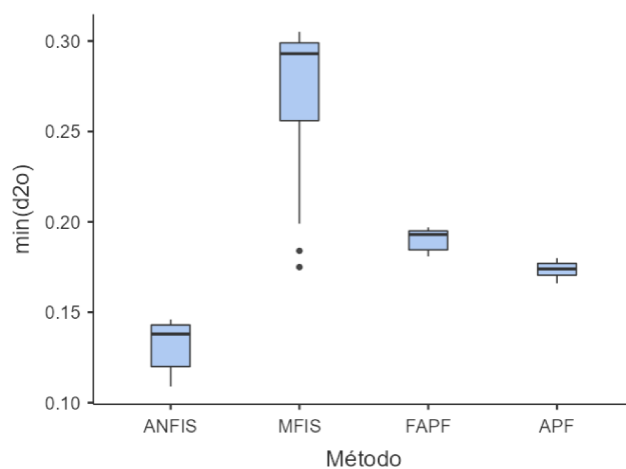
Figura 39 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente com passagem estreita (robô desalinhado com o objetivo).



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 31 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente com passagem estreita (robô desalinhado com o objetivo).

Estatística Descritiva				
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)
N	ANFIS	15	15	15
	MFIS	15	15	15
	FAPF	15	15	15
	APF	15	15	15
Mediana	ANFIS	5.27	12.4	0.138
	MFIS	5.29	25.8	0.293
	FAPF	5.18	127	0.193
	APF	5.14	105	0.174
Mínimo	ANFIS	5.16	12.0	0.109
	MFIS	5.18	25.4	0.175
	FAPF	5.17	126	0.181
	APF	5.13	104	0.166
Máximo	ANFIS	5.42	13.1	0.146
	MFIS	9.09	42.7	0.305
	FAPF	5.20	130	0.197
	APF	5.16	106	0.180
W de Shapiro-Wilk	ANFIS	0.797	0.803	0.813
	MFIS	0.589	0.590	0.702
	FAPF	0.936	0.941	0.843
	APF	0.942	0.943	0.955
p Shapiro-Wilk	ANFIS	0.003	0.004	0.005
	MFIS	< .001	< .001	< .001
	FAPF	0.337	0.393	0.014
	APF	0.410	0.420	0.609
25º percentil	ANFIS	5.24	12.4	0.120
	MFIS	5.26	25.7	0.256
	FAPF	5.17	127	0.185
	APF	5.14	105	0.171
75º percentil	ANFIS	5.27	12.5	0.143
	MFIS	7.07	33.8	0.299
	FAPF	5.18	129	0.195
	APF	5.15	105	0.177

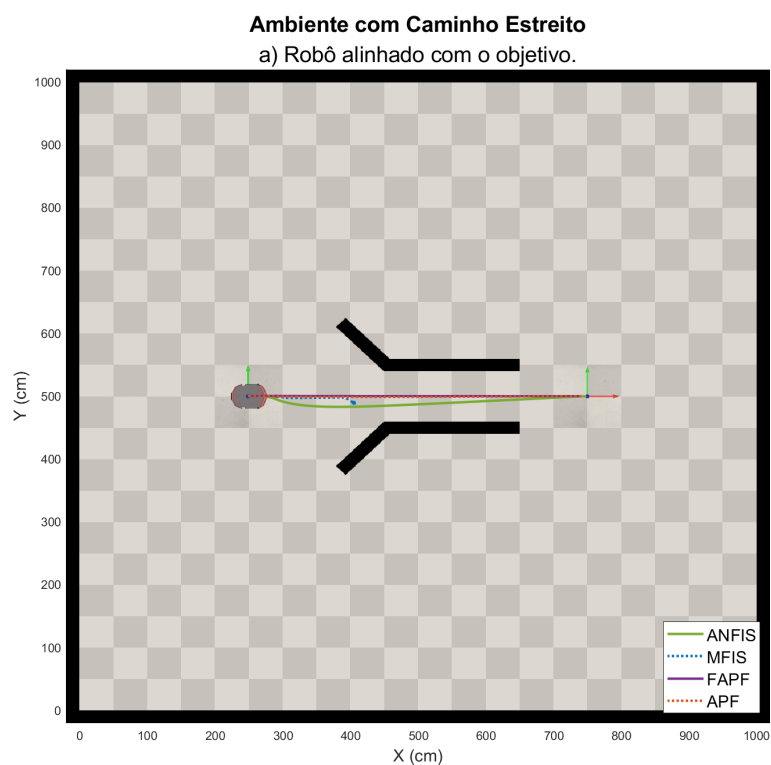
Kruskal-Wallis			
	$\chi^2$	gl	p
Distância	46.5	3	< .001
Tempo	55.3	3	< .001
min(d2o)	51.9	3	< .001

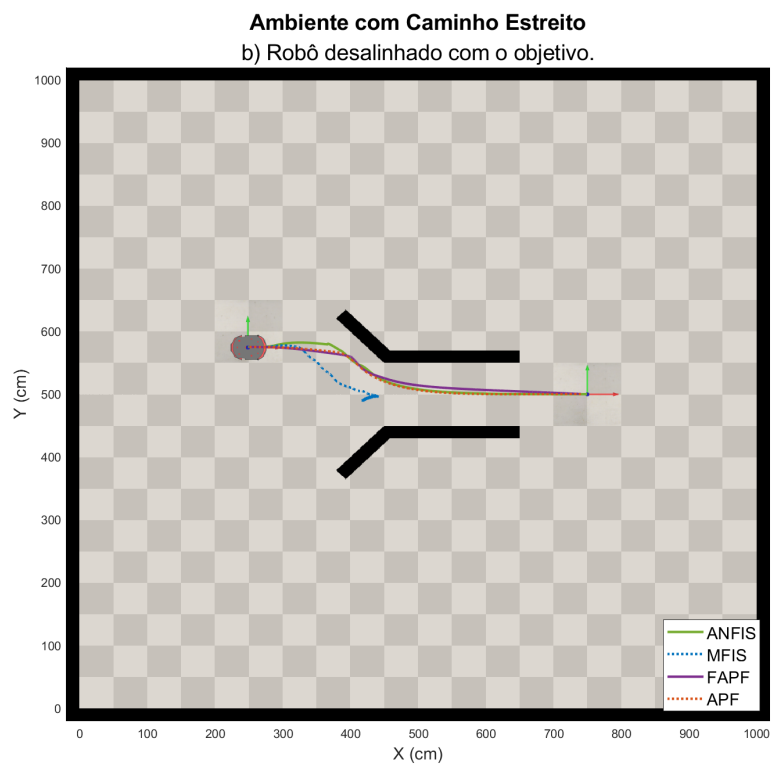
Comparações múltiplas - Distância				Comparações múltiplas - Tempo				Comparações múltiplas - min(d2o)			
		W	p			W	p			W	p
ANFIS	MFIS	1.67	0.638	ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.60	< .001
ANFIS	FAPF	-5.72	< .001	ANFIS	FAPF	6.60	< .001	ANFIS	FAPF	6.61	< .001
ANFIS	APF	-6.42	< .001	ANFIS	APF	6.60	< .001	ANFIS	APF	6.61	< .001
MFIS	FAPF	-6.19	< .001	MFIS	FAPF	6.60	< .001	MFIS	FAPF	-5.02	0.002
MFIS	APF	-6.60	< .001	MFIS	APF	6.60	< .001	MFIS	APF	-6.25	< .001
FAPF	APF	-6.60	< .001	FAPF	APF	-6.60	< .001	FAPF	APF	-6.61	< .001



Figura 40 – Ambiente com caminho estreito.



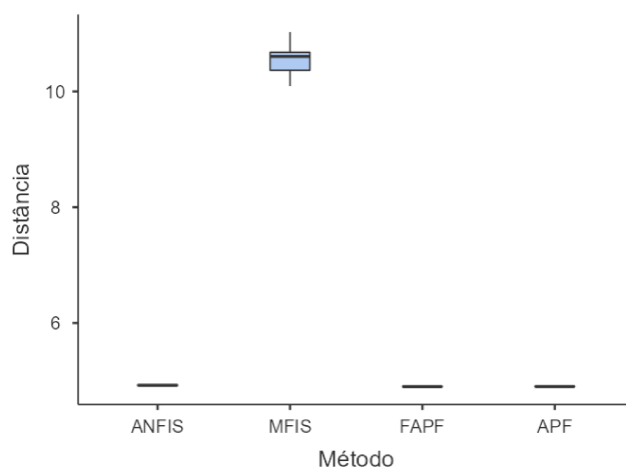
(a) Robô alinhado com o objetivo.



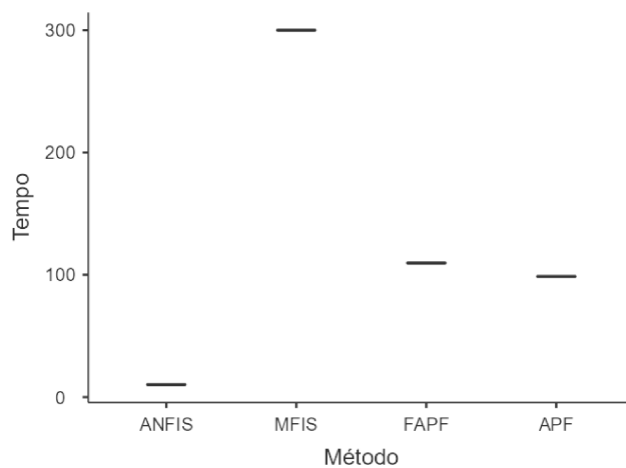
(b) Robô desalinhado com o objetivo.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

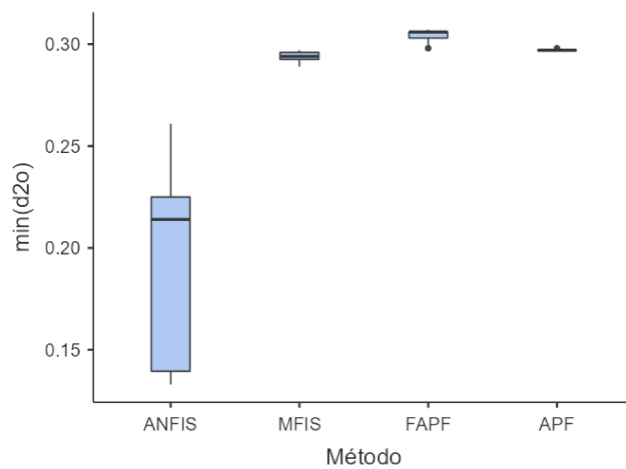
Figura 41 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente com caminho estreito (robô alinhado com o objetivo).



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 32 – Ambiente com caminho estreito (robô alinhado com o objetivo).

Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	min(d2o) (m)
<b>ANFIS</b>	4.92	<b>10.20</b>	0.21
<b>MFIS</b>	<i>Mínimo Local!</i>	<i>Excedeu!</i>	–
<b>FAPF</b>	<b>4.90</b>	110.00	<b>0.31</b>
<b>APF</b>	<b>4.90</b>	98.70	0.30

Tabela 33 – Ambiente com caminho estreito (robô desalinhado com o objetivo).

Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	min(d2o) (m)
<b>ANFIS</b>	5.15	<b>14.40</b>	0.12
<b>MFIS</b>	<i>Mínimo Local!</i>	<i>Excedeu!</i>	–
<b>FAPF</b>	5.10	122.00	0.14
<b>APF</b>	5.09	103.00	<b>0.18</b>

significativa entre os métodos para os três critérios analisados, e que observando as comparações múltiplas, apenas o critério de distância entre os métodos APF e FAPF não possuem diferença estatisticamente significativa. Deste modo, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 41, observa-se que, visto que apenas o método MFIS não foi capaz de passar pelo caminho estreito, realizando um caminho não-ótimo, dentre os três métodos que foram capazes de passar pelo caminho estreito, o método ANFIS foi o que conseguiu realizar a tarefa mais rápido, enquanto os métodos APF e FAPF conseguiram realizar a tarefa com a menor distância, e o método APF conseguiu realizar a tarefa mais afastado dos obstáculos.

A Figura 42 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 35 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação dos métodos no ambiente com caminho estreito (robô desalinhado com o objetivo).

A partir da Tabela 35 é possível observar que nos três critérios analisados o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados, e que observando as comparações múltiplas, novamente há a indicação de uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados. Deste modo, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 42, observa-se que, visto que apenas o método MFIS não foi capaz de passar pelo caminho estreito, realizando um caminho não-ótimo, dentre os três métodos que foram capazes de passar pelo caminho estreito, o método ANFIS foi o que conseguiu realizar a tarefa mais rápido, enquanto o método APF conseguiu realizar a tarefa com a menor distância e mais afastado dos obstáculos.

Tabela 34 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente com caminho estreito (robô alinhado com o objetivo).

Estatística Descritiva				
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)
N	ANFIS	15	15	15
	MFIS	15	15	15
	FAPF	15	15	15
	APF	15	15	15
Mediana	ANFIS	4.92	10.2	0.214
	MFIS	10.6	300	0.294
	FAPF	4.90	110	0.306
	APF	4.90	98.7	0.297
Mínimo	ANFIS	4.91	10.1	0.133
	MFIS	10.1	300	0.289
	FAPF	4.90	109	0.298
	APF	4.90	98.3	0.297
Máximo	ANFIS	4.94	10.4	0.261
	MFIS	11.0	300	0.297
	FAPF	4.91	110	0.307
	APF	4.91	99.0	0.298
W de Shapiro-Wilk	ANFIS	0.869	0.835	0.785
	MFIS	0.951	0.944	0.920
	FAPF	0.924	0.881	0.675
	APF	0.910	0.985	0.284
p Shapiro-Wilk	ANFIS	0.033	0.011	0.002
	MFIS	0.538	0.431	0.195
	FAPF	0.224	0.048	< .001
	APF	0.136	0.994	< .001
25º percentil	ANFIS	4.92	10.2	0.139
	MFIS	10.4	300	0.293
	FAPF	4.90	110	0.303
	APF	4.90	98.5	0.297
75º percentil	ANFIS	4.93	10.3	0.225
	MFIS	10.7	300	0.296
	FAPF	4.90	110	0.306
	APF	4.91	98.8	0.297

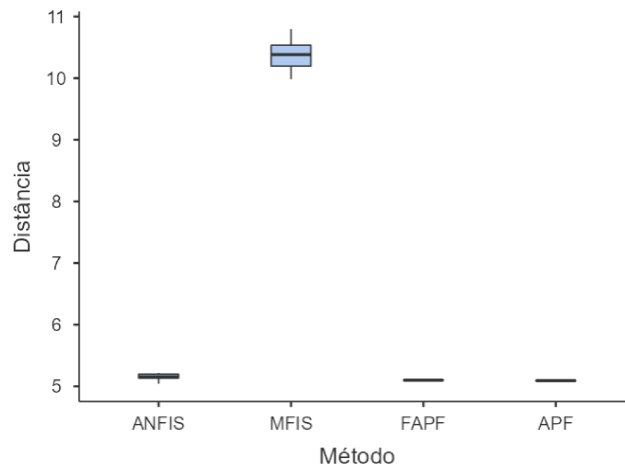
  

Kruskal-Wallis			
	$\chi^2$	gl	p
Distância	51.4	3	< .001
Tempo	55.3	3	< .001
min(d2o)	55.8	3	< .001

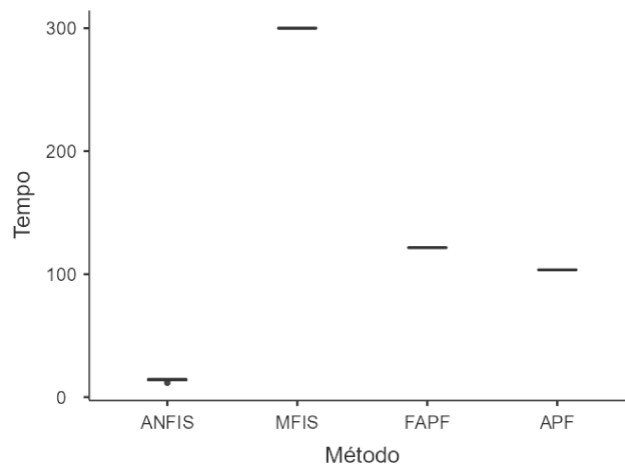
  

Comparações múltiplas - Distância				Comparações múltiplas - Tempo				Comparações múltiplas - min(d2o)			
		W	p			W	p			W	p
ANFIS	MFIS	6.61	< .001	ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.64	< .001
ANFIS	FAPF	-6.61	< .001	ANFIS	FAPF	6.60	< .001	ANFIS	FAPF	6.72	< .001
ANFIS	APF	-6.61	< .001	ANFIS	APF	6.60	< .001	ANFIS	APF	6.99	< .001
MFIS	FAPF	-6.60	< .001	MFIS	FAPF	-6.60	< .001	MFIS	FAPF	6.71	< .001
MFIS	APF	-6.60	< .001	MFIS	APF	-6.60	< .001	MFIS	APF	6.64	< .001
FAPF	APF	3.55	0.058	FAPF	APF	-6.60	< .001	FAPF	APF	-7.04	< .001

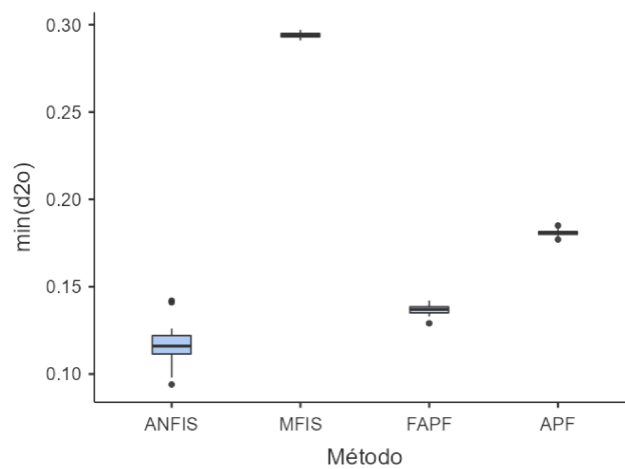
Figura 42 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente com caminho estreito (robô desalinhado com o objetivo).



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 35 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente com caminho estreito (robô desalinhado com o objetivo).

Estatística Descritiva				
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)
N	ANFIS	15	15	15
	MFIS	15	15	15
	FAPF	15	15	15
	APF	15	15	15
Mediana	ANFIS	5.15	14.4	0.116
	MFIS	10.4	300	0.294
	FAPF	5.10	122	0.137
	APF	5.09	103	0.181
Mínimo	ANFIS	5.04	11.7	0.0940
	MFIS	9.99	300	0.291
	FAPF	5.10	121	0.129
	APF	5.09	103	0.177
Máximo	ANFIS	5.22	15.1	0.142
	MFIS	10.8	300	0.297
	FAPF	5.10	122	0.142
	APF	5.10	104	0.185
W de Shapiro-Wilk	ANFIS	0.901	0.874	0.947
	MFIS	0.946	0.826	0.950
	FAPF	0.965	0.961	0.936
	APF	0.960	0.931	0.957
p Shapiro-Wilk	ANFIS	0.099	0.039	0.473
	MFIS	0.459	0.008	0.528
	FAPF	0.780	0.711	0.340
	APF	0.700	0.286	0.643
25º percentil	ANFIS	5.13	13.6	0.111
	MFIS	10.2	300	0.293
	FAPF	5.10	121	0.135
	APF	5.09	103	0.180
75º percentil	ANFIS	5.20	14.6	0.122
	MFIS	10.5	300	0.295
	FAPF	5.10	122	0.138
	APF	5.09	104	0.181

Kruskal-Wallis			
	$\chi^2$	gl	p
Distância	51.2	3	< .001
Tempo	55.3	3	< .001
min(d2o)	53.0	3	< .001

Comparações múltiplas - Distância				Comparações múltiplas - Tempo				Comparações múltiplas - min(d2o)			
		W	p			W	p			W	p
ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.62	< .001
ANFIS	FAPF	-5.72	< .001	ANFIS	FAPF	6.60	< .001	ANFIS	FAPF	4.94	0.003
ANFIS	APF	-5.72	< .001	ANFIS	APF	6.60	< .001	ANFIS	APF	6.62	< .001
MFIS	FAPF	-6.60	< .001	MFIS	FAPF	-6.60	< .001	MFIS	FAPF	-6.64	< .001
MFIS	APF	-6.60	< .001	MFIS	APF	-6.60	< .001	MFIS	APF	-6.64	< .001
FAPF	APF	-6.60	< .001	FAPF	APF	-6.60	< .001	FAPF	APF	6.63	< .001

### 5.5.3 Ambiente com mínimo local

A Figura 43a e a respectiva Tabela 36 apresentam o desempenho dos quatro métodos em um ambiente mais complexo que os anteriores, com um obstáculo gerando um problema de mínimo local, e com o robô sendo mais largo que o obstáculo.

Já a Figura 43b e a respectiva Tabela 37 apresentam o desempenho dos quatro métodos em um ambiente mais complexo que os anteriores, com um obstáculo gerando um problema de mínimo local, mas agora com o obstáculo sendo mais largo que o robô, buscando verificar a robustez e a não dependência com o tamanho dos obstáculos.

Tabela 36 – Ambiente com mínimo local (robô mais largo que o obstáculo).

Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	min(d2o) (m)
<b>ANFIS</b>	<b>5.07</b>	<b>11.70</b>	0.11
<b>MFIS</b>	5.56	27.40	<b>0.21</b>
<b>FAPF</b>	5.27	129.00	0.19
<b>APF</b>	8.27	224.00	0.14

Tabela 37 – Ambiente com mínimo local (obstáculo mais largo que o robô).

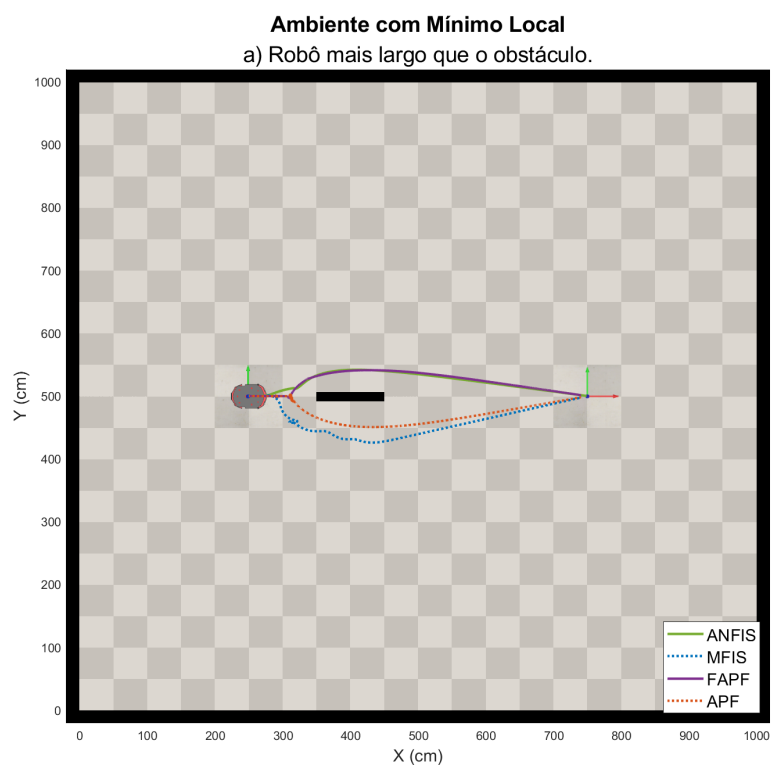
Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	min(d2o) (m)
<b>ANFIS</b>	<b>5.99</b>	<b>16.30</b>	0.12
<b>MFIS</b>	6.16	30.40	<b>0.20</b>
<b>FAPF</b>	<i>Mínimo Local!</i>	<i>Excedeu!</i>	–
<b>APF</b>	<i>Mínimo Local!</i>	<i>Excedeu!</i>	–

A Figura 44 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 38 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação dos métodos no ambiente com mínimo local (robô mais largo que o obstáculo).

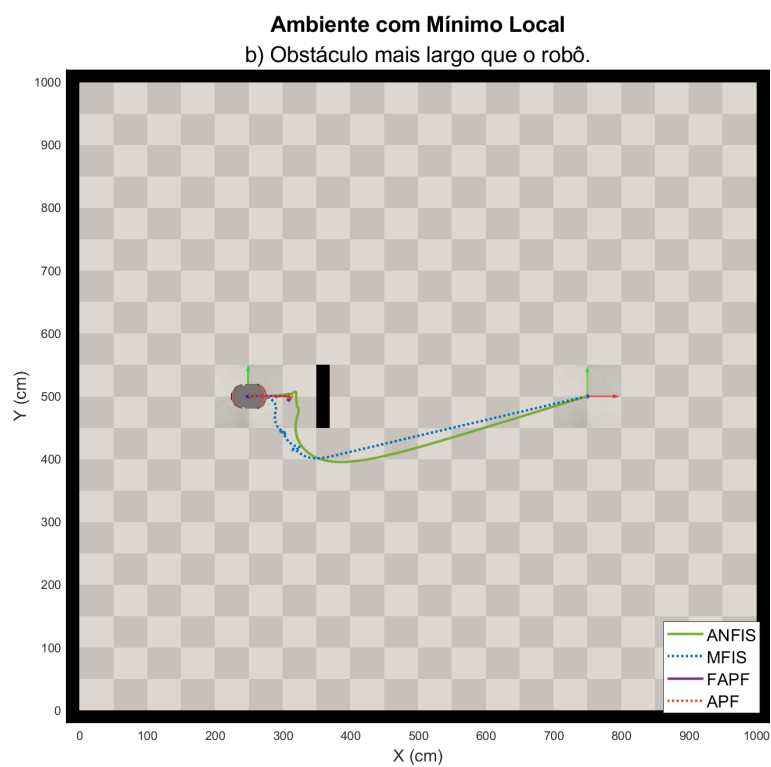
A partir da Tabela 38 é possível observar que nos três critérios analisados o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados, e que observando as comparações múltiplas, novamente há a indicação de uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados. Deste modo, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 44, observa-se que, o método ANFIS foi o que conseguiu realizar a tarefa com a menor distância e mais rápido, enquanto o método MFIS conseguiu realizar a tarefa mais afastado dos obstáculos, e neste ambiente o método FAPF apresentou um melhor desempenho que o método APF.

A Figura 45 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 39 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação dos métodos no ambiente com mínimo local (obstáculo mais largo que o robô).

Figura 43 – Ambiente com mínimo local.



(a) Robô mais largo que o obstáculo.

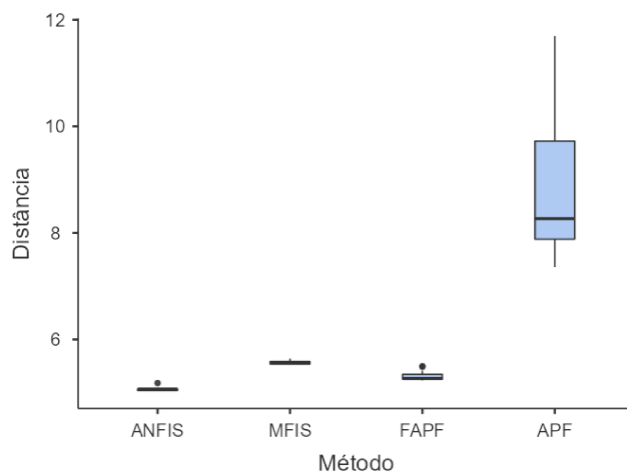


(b) Obstáculo mais largo que o robô.

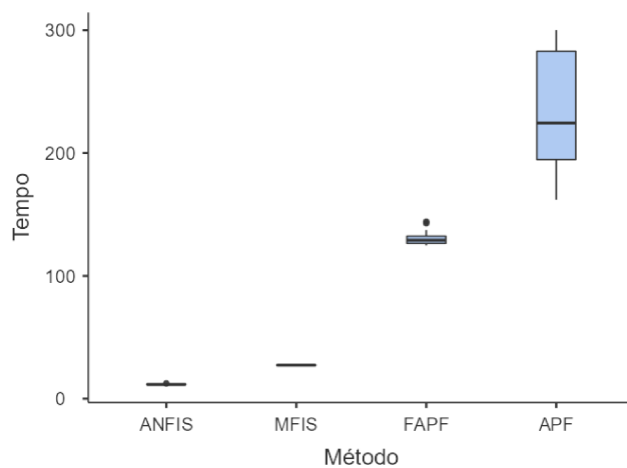
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).



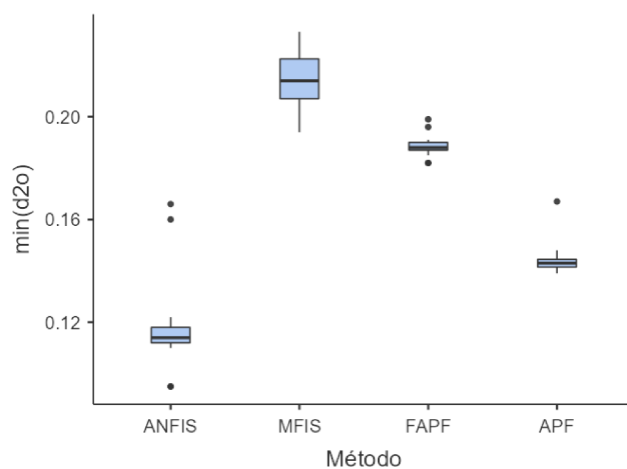
Figura 44 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente com mínimo local (robô mais largo que o obstáculo).



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 38 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente com mínimo local (robô mais largo que o obstáculo).

Estatística Descritiva				
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)
N	ANFIS	15	15	15
	MFIS	15	15	15
	FAPF	15	15	15
	APF	15	15	15
Mediana	ANFIS	5.07	11.7	0.114
	MFIS	5.56	27.4	0.214
	FAPF	5.27	129	0.188
	APF	8.27	224	0.143
Mínimo	ANFIS	5.04	11.4	0.0950
	MFIS	5.53	27.1	0.194
	FAPF	5.23	125	0.182
	APF	7.36	162	0.139
Máximo	ANFIS	5.18	12.5	0.166
	MFIS	5.64	27.5	0.233
	FAPF	5.50	144	0.199
	APF	11.7	300	0.167
W de Shapiro-Wilk	ANFIS	0.739	0.820	0.757
	MFIS	0.919	0.899	0.975
	FAPF	0.752	0.815	0.916
	APF	0.907	0.884	0.641
p Shapiro-Wilk	ANFIS	< .001	0.007	0.001
	MFIS	0.184	0.093	0.927
	FAPF	< .001	0.006	0.166
	APF	0.120	0.055	< .001
25º percentil	ANFIS	5.04	11.5	0.112
	MFIS	5.54	27.2	0.207
	FAPF	5.26	126	0.187
	APF	7.88	195	0.142
75º percentil	ANFIS	5.07	11.8	0.118
	MFIS	5.59	27.5	0.223
	FAPF	5.35	132	0.190
	APF	9.72	283	0.144

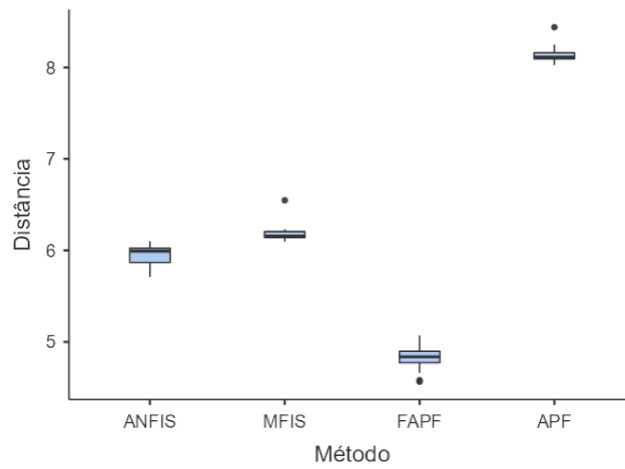
  

Kruskal-Wallis			
	$\chi^2$	gl	p
Distância	55.3	3	< .001
Tempo	55.3	3	< .001
min(d2o)	52.8	3	< .001

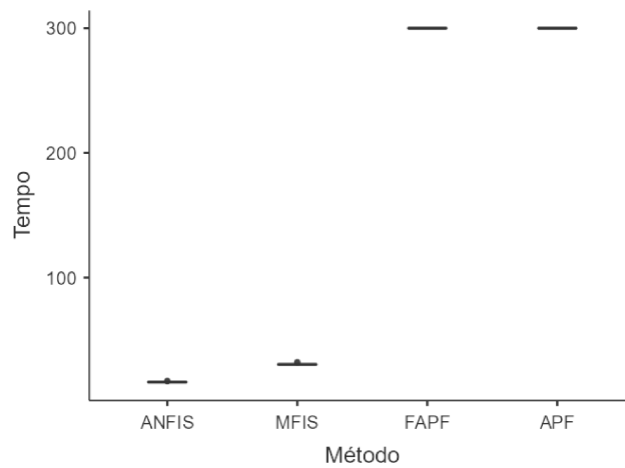
  

Comparações múltiplas - Distância				Comparações múltiplas - Tempo				Comparações múltiplas - min(d2o)			
		W	p			W	p			W	p
ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.61	< .001
ANFIS	FAPF	6.60	< .001	ANFIS	FAPF	6.60	< .001	ANFIS	FAPF	6.61	< .001
ANFIS	APF	6.60	< .001	ANFIS	APF	6.60	< .001	ANFIS	APF	4.97	0.003
MFIS	FAPF	-6.60	< .001	MFIS	FAPF	6.60	< .001	MFIS	FAPF	-6.49	< .001
MFIS	APF	6.60	< .001	MFIS	APF	6.60	< .001	MFIS	APF	-6.61	< .001
FAPF	APF	6.60	< .001	FAPF	APF	6.60	< .001	FAPF	APF	-6.61	< .001

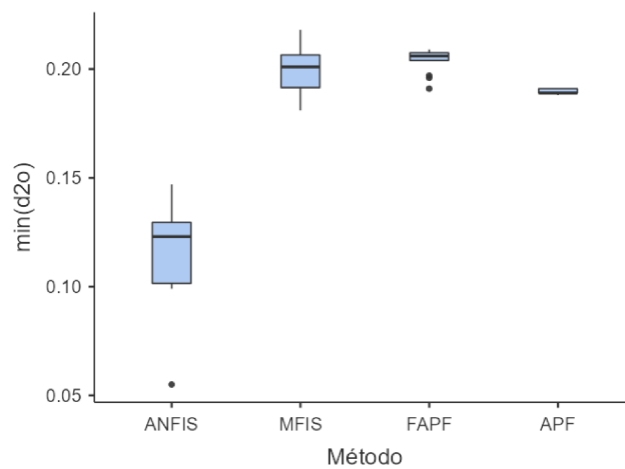
Figura 45 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente com mínimo local (obstáculo mais largo que o robô).



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 39 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente com mínimo local (obstáculo mais largo que o robô).

Estatística Descritiva				
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)
N	ANFIS	15	15	15
	MFIS	15	15	15
	FAPF	15	15	15
	APF	15	15	15
Mediana	ANFIS	5.99	16.3	0.123
	MFIS	6.16	30.4	0.201
	FAPF	4.84	300	0.206
	APF	8.11	300	0.189
Mínimo	ANFIS	5.71	15.7	0.0550
	MFIS	6.09	29.9	0.181
	FAPF	4.56	300	0.191
	APF	8.02	300	0.188
Máximo	ANFIS	6.10	17.1	0.147
	MFIS	6.55	32.1	0.218
	FAPF	5.07	300	0.209
	APF	8.44	300	0.191
W de Shapiro-Wilk	ANFIS	0.897	0.938	0.904
	MFIS	0.642	0.780	0.961
	FAPF	0.958	0.917	0.804
	APF	0.834	0.884	0.839
p Shapiro-Wilk	ANFIS	0.086	0.361	0.111
	MFIS	< .001	0.002	0.710
	FAPF	0.659	0.171	0.004
	APF	0.010	0.054	0.012
25º percentil	ANFIS	5.87	16.1	0.102
	MFIS	6.14	30.2	0.192
	FAPF	4.77	300	0.204
	APF	8.09	300	0.189
75º percentil	ANFIS	6.02	16.5	0.130
	MFIS	6.21	30.6	0.207
	FAPF	4.90	300	0.208
	APF	8.16	300	0.191

Kruskal-Wallis			
	$\chi^2$	gl	p
Distância	55.2	3	< .001
Tempo	50.4	3	< .001
min(d2o)	45.5	3	< .001

Comparações múltiplas - Distância				Comparações múltiplas - Tempo				Comparações múltiplas - min(d2o)			
		W	p			W	p			W	p
ANFIS	MFIS	6.54	< .001	ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.60	< .001
ANFIS	FAPF	-6.60	< .001	ANFIS	FAPF	6.60	< .001	ANFIS	FAPF	6.61	< .001
ANFIS	APF	6.60	< .001	ANFIS	APF	6.60	< .001	ANFIS	APF	6.64	< .001
MFIS	FAPF	-6.60	< .001	MFIS	FAPF	6.60	< .001	MFIS	FAPF	2.30	0.366
MFIS	APF	6.60	< .001	MFIS	APF	6.60	< .001	MFIS	APF	-4.17	0.017
FAPF	APF	6.60	< .001	FAPF	APF	-2.26	0.381	FAPF	APF	-6.51	< .001

A partir da Tabela 39 é possível observar que nos três critérios analisados o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados, e que observando as comparações múltiplas, novamente há a indicação de uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados, visto que os métodos APF e FAPF não foram capazes de passar pelo ambiente com mínimo local. Deste modo, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 45, observa-se que, dentre os dois métodos que foram capazes de passar pelo ambiente com mínimo local, o método ANFIS foi o que conseguiu realizar a tarefa com a menor distância e mais rápido, enquanto o método MFIS conseguiu realizar a tarefa mais afastado dos obstáculos.

#### 5.5.4 Ambiente desordenado

A Figura 46a e a respectiva Tabela 40 apresentam o desempenho dos quatro métodos em um ambiente desordenado, e com o eixo  $x$  do robô paralelo ao eixo  $x$  do obstáculo, de modo que, dependendo da escolha de caminho que o robô fizer, ele pode se deparar os desafios dos ambientes anteriores ou não.

Já a Figura 46b e a respectiva Tabela 41 apresentam o desempenho dos quatro métodos nesse mesmo ambiente desordenado, mas agora com o eixo  $x$  do robô perpendicular ao eixo  $x$  do obstáculo, buscando certificar a robustez e a não dependência com a condição inicial dos métodos.

Tabela 40 – Ambiente desordenado (eixo  $x$  do robô paralelo ao eixo  $x$  do obstáculo).

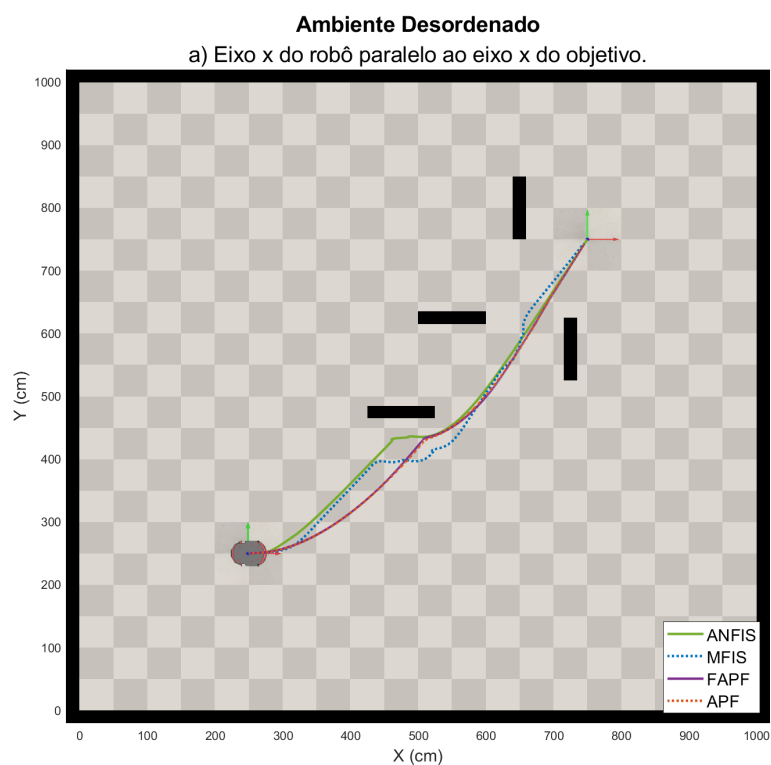
Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	min(d2o) (m)
ANFIS	<b>7.32</b>	<b>18.30</b>	0.11
MFIS	7.50	30.50	<b>0.38</b>
FAPF	7.41	129.00	0.15
APF	7.37	112.00	0.16

Tabela 41 – Ambiente desordenado (eixo  $x$  do robô perpendicular ao eixo  $x$  do obstáculo).

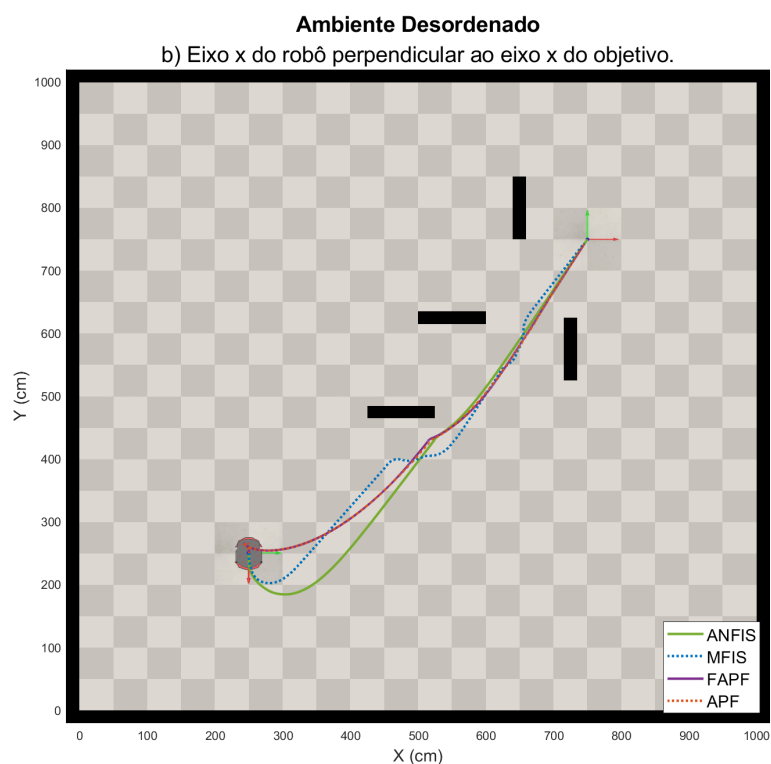
Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	min(d2o) (m)
ANFIS	8.19	<b>17.30</b>	0.13
MFIS	8.09	30.60	<b>0.38</b>
FAPF	7.70	133.00	0.15
APF	<b>7.66</b>	116.00	0.16

A Figura 47 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 42 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação dos métodos no ambiente desordenado (eixo  $x$  do robô paralelo ao eixo  $x$  do obstáculo).

Figura 46 – Ambiente desordenado.



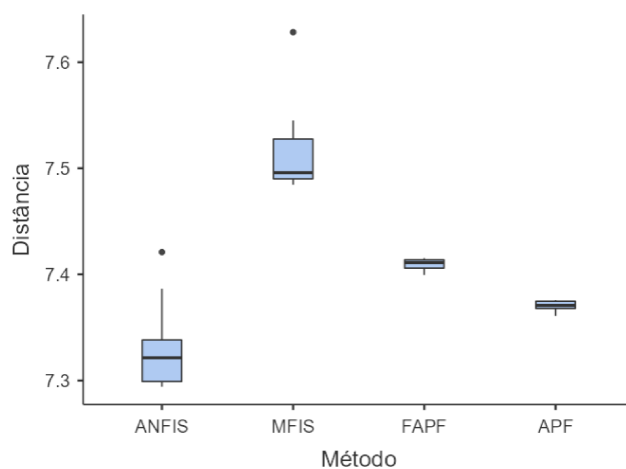
(a) Eixo x do robô paralelo ao eixo x do obstáculo.



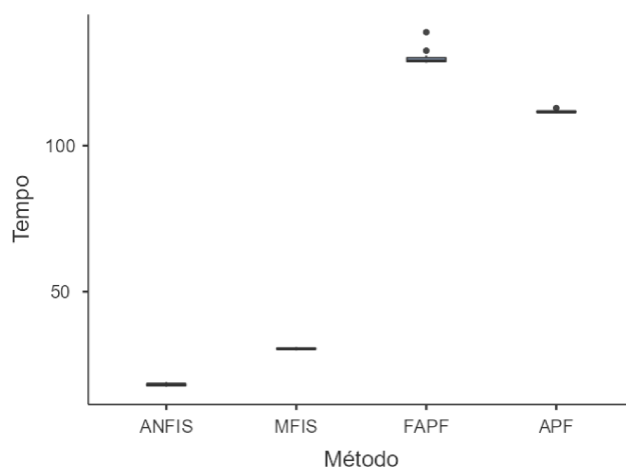
(b) Eixo x do robô perpendicular ao eixo x do obstáculo.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

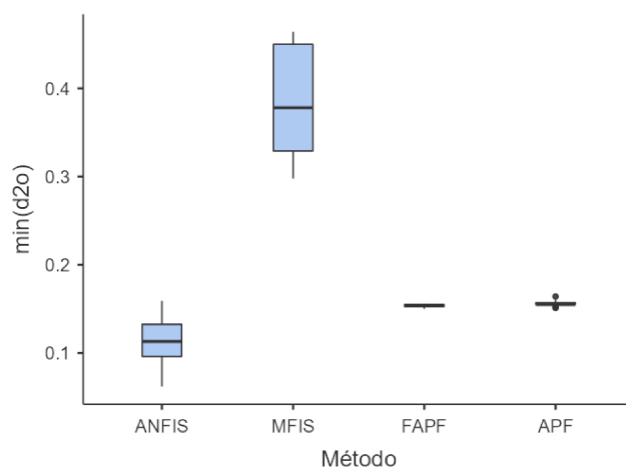
Figura 47 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente desordenado (eixo x do robô paralelo ao eixo x do obstáculo).



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 42 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente desordenado (eixo x do robô paralelo ao eixo x do obstáculo).

Estatística Descritiva				
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)
N	ANFIS	15	15	15
	MFIS	15	15	15
	FAPF	15	15	15
	APF	15	15	15
Mediana	ANFIS	7.32	18.3	0.113
	MFIS	7.50	30.5	0.378
	FAPF	7.41	129	0.154
	APF	7.37	112	0.155
Mínimo	ANFIS	7.29	17.5	0.0620
	MFIS	7.48	29.9	0.298
	FAPF	7.40	128	0.150
	APF	7.36	111	0.151
Máximo	ANFIS	7.42	19.1	0.159
	MFIS	7.63	31.1	0.464
	FAPF	7.42	139	0.156
	APF	7.38	113	0.164
W de Shapiro-Wilk	ANFIS	0.844	0.957	0.975
	MFIS	0.706	0.965	0.900
	FAPF	0.909	0.612	0.932
	APF	0.914	0.877	0.902
p Shapiro-Wilk	ANFIS	0.014	0.638	0.927
	MFIS	< .001	0.783	0.094
	FAPF	0.131	< .001	0.295
	APF	0.155	0.043	0.103
25º percentil	ANFIS	7.30	17.8	0.0960
	MFIS	7.49	30.3	0.329
	FAPF	7.41	129	0.152
	APF	7.37	111	0.155
75º percentil	ANFIS	7.34	18.5	0.133
	MFIS	7.53	30.7	0.450
	FAPF	7.41	130	0.155
	APF	7.37	112	0.157

Kruskal-Wallis			
	$\chi^2$	gl	p
Distância	49.2	3	< .001
Tempo	55.3	3	< .001
min(d2o)	47.7	3	< .001

Comparações múltiplas - Distância				Comparações múltiplas - Tempo				Comparações múltiplas - min(d2o)			
		W	p			W	p			W	p
ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.60	< .001
ANFIS	FAPF	5.72	< .001	ANFIS	FAPF	6.60	< .001	ANFIS	FAPF	5.73	< .001
ANFIS	APF	3.96	0.026	ANFIS	APF	6.60	< .001	ANFIS	APF	5.86	< .001
MFIS	FAPF	-6.60	< .001	MFIS	FAPF	6.60	< .001	MFIS	FAPF	-6.61	< .001
MFIS	APF	-6.60	< .001	MFIS	APF	6.60	< .001	MFIS	APF	-6.63	< .001
FAPF	APF	-6.60	< .001	FAPF	APF	-6.60	< .001	FAPF	APF	3.47	0.067



A partir da Tabela 42 é possível observar que nos três critérios analisados o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados, e que observando as comparações múltiplas, apenas o critério de  $\min(d2o)$  entre os métodos APF e FAPF não possuem diferença estatisticamente significativa. Deste modo, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 47, observa-se que, o método ANFIS foi o que conseguiu realizar a tarefa com a menor distância e mais rápido, enquanto o método MFIS conseguiu realizar a tarefa mais afastado dos obstáculos, e neste ambiente o método APF apresentou um melhor desempenho que o método FAPF.

A Figura 48 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 43 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação dos métodos no ambiente desordenado (eixo x do robô perpendicular ao eixo x do obstáculo).

A partir da Tabela 43 é possível observar que nos três critérios analisados o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados, e que observando as comparações múltiplas, apenas o critério de  $\min(d2o)$  entre os métodos ANFIS, APF e FAPF não possuem diferença estatisticamente significativa. Deste modo, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 47, observa-se que o método ANFIS foi o que conseguiu realizar a tarefa mais rápido, enquanto o método APF foi o que conseguiu realizar a tarefa com a menor distância, e o método MFIS conseguiu realizar a tarefa mais afastado dos obstáculos.

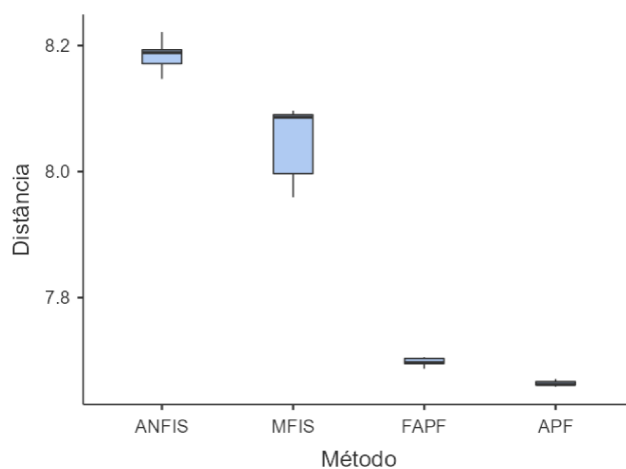
### 5.5.5 Ambiente denso e desordenado

A Figura 49 e a respectiva Tabela 44 apresentam o desempenho dos quatro métodos em um ambiente denso e desordenado, e com o eixo x do robô paralelo ao eixo x do obstáculo, mais complexo que o ambiente anterior.

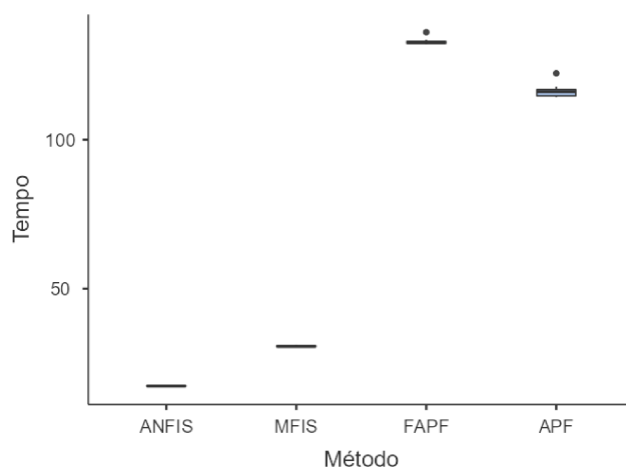
A Figura 50 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 45 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação dos métodos no ambiente denso e desordenado.

A partir da Tabela 45 é possível observar que nos três critérios analisados o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados, e que observando as comparações múltiplas, apenas o critério de  $\min(d2o)$  entre os métodos APF e FAPF não possuem diferença estatisticamente significativa. Deste modo, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 50, observa-se que o método ANFIS foi o que conseguiu realizar a tarefa com a menor distância e mais rápido, enquanto o método MFIS conseguiu realizar a tarefa mais afastado dos obstáculos.

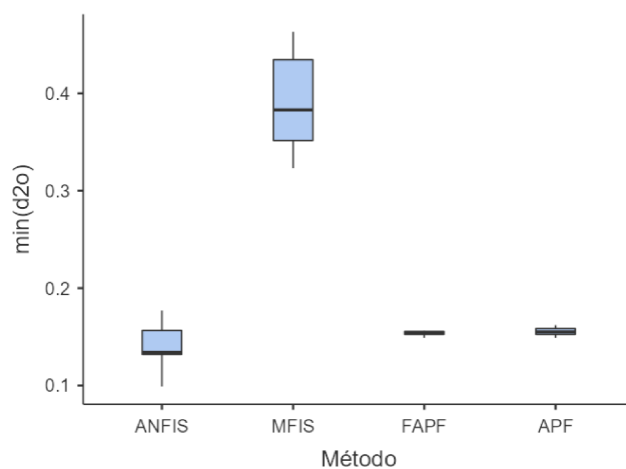
Figura 48 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente desordenado (eixo x do robô perpendicular ao eixo x do obstáculo).



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 43 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente desordenado (eixo x do robô perpendicular ao eixo x do obstáculo).

Estatística Descritiva				
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)
N	ANFIS	15	15	15
	MFIS	15	15	15
	FAPF	15	15	15
	APF	15	15	15
Mediana	ANFIS	8.19	17.3	0.134
	MFIS	8.09	30.6	0.383
	FAPF	7.70	133	0.154
	APF	7.66	116	0.155
Mínimo	ANFIS	8.15	17.1	0.0990
	MFIS	7.96	30.2	0.323
	FAPF	7.69	132	0.149
	APF	7.66	114	0.149
Máximo	ANFIS	8.22	17.5	0.177
	MFIS	8.10	31.2	0.463
	FAPF	7.71	136	0.156
	APF	7.67	122	0.162
W de Shapiro-Wilk	ANFIS	0.932	0.951	0.930
	MFIS	0.779	0.972	0.925
	FAPF	0.919	0.684	0.900
	APF	0.947	0.797	0.936
p Shapiro-Wilk	ANFIS	0.293	0.538	0.274
	MFIS	0.002	0.888	0.231
	FAPF	0.189	< .001	0.095
	APF	0.483	0.003	0.329
25° percentil	ANFIS	8.17	17.2	0.132
	MFIS	8.00	30.5	0.351
	FAPF	7.70	132	0.152
	APF	7.66	115	0.152
75° percentil	ANFIS	8.19	17.4	0.157
	MFIS	8.09	30.9	0.435
	FAPF	7.70	133	0.156
	APF	7.67	117	0.159

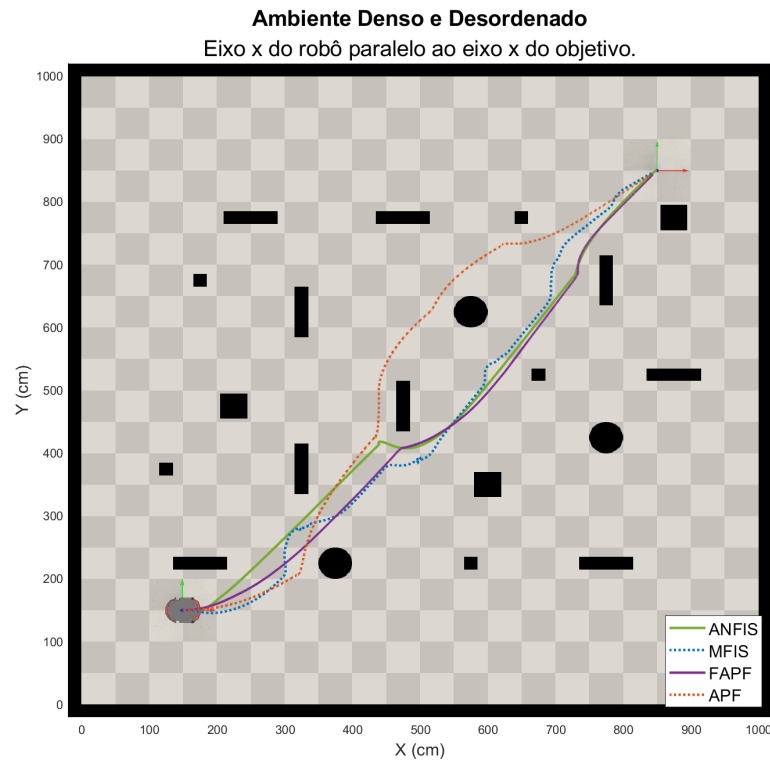
  

Kruskal-Wallis			
	$\chi^2$	gl	p
Distância	55.3	3	< .001
Tempo	55.3	3	< .001
min(d2o)	36.9	3	< .001

Comparações múltiplas - Distância				Comparações múltiplas - Tempo				Comparações múltiplas - min(d2o)			
		W	p			W	p			W	p
ANFIS	MFIS	-6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.60	< .001
ANFIS	FAPF	-6.60	< .001	ANFIS	FAPF	6.60	< .001	ANFIS	FAPF	3.00	0.147
ANFIS	APF	-6.60	< .001	ANFIS	APF	6.60	< .001	ANFIS	APF	3.02	0.141
MFIS	FAPF	-6.60	< .001	MFIS	FAPF	6.60	< .001	MFIS	FAPF	-6.61	< .001
MFIS	APF	-6.60	< .001	MFIS	APF	6.60	< .001	MFIS	APF	-6.60	< .001
FAPF	APF	-6.60	< .001	FAPF	APF	-6.60	< .001	FAPF	APF	1.36	0.773

Figura 49 – Ambiente denso e desordenado.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 44 – Ambiente denso e desordenado.

Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	min(d2o) (m)
<b>ANFIS</b>	<b>10.20</b>	<b>24.90</b>	0.11
MFIS	10.90	45.80	<b>0.24</b>
<b>FAPF</b>	10.30	169.00	0.12
<b>APF</b>	10.90	135.00	0.12

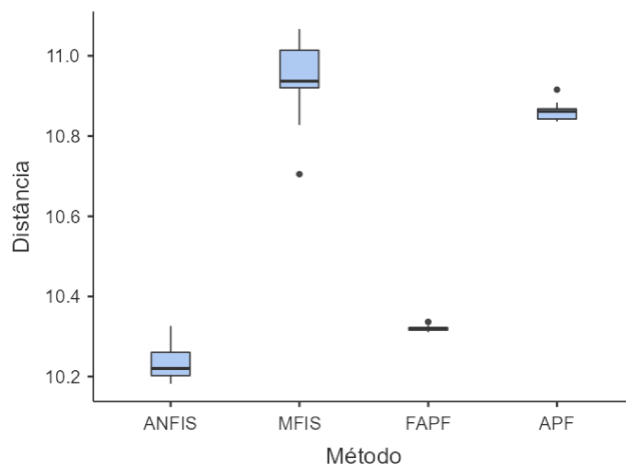
### 5.5.6 Ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito

A Figura 51 e a respectiva Tabela 46 apresentam o desempenho dos quatro métodos em um ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito, e com o robô mais largo que o obstáculo, sendo o ambiente mais complexo dentre os ambientes analisados.

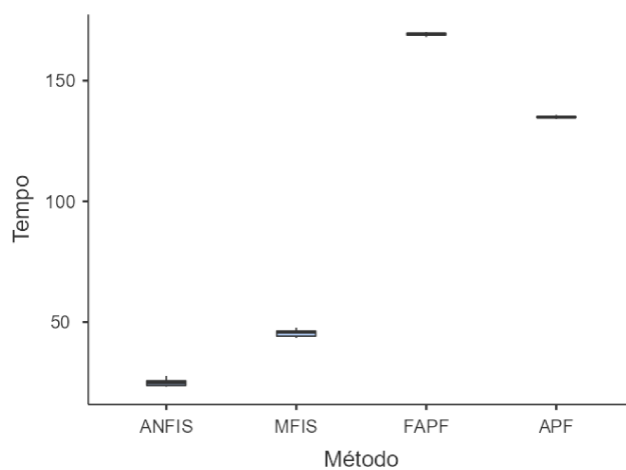
A Figura 52 apresenta os gráficos de caixas e a respectiva Tabela 47 apresenta os valores das análises estatísticas da comparação dos métodos no ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

A partir da Tabela 47 é possível observar que nos três critérios analisados o valor  $p$  de *Kruskal-Wallis* é menor que 0,05, indicando que há uma diferença estatisticamente

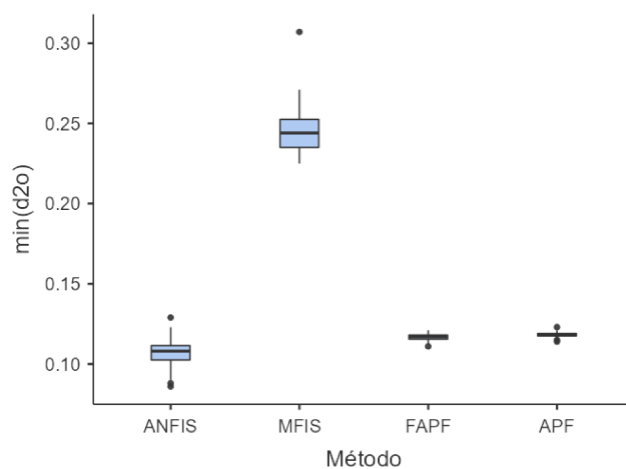
Figura 50 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente denso e desordenado.



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 45 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente denso e desordenado.

Estatística Descritiva											
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)							
N	ANFIS	15	15	15							
	MFIS	15	15	15							
	FAPF	15	15	15							
	APF	15	15	15							
Mediana	ANFIS	10.2	24.9	0.108							
	MFIS	10.9	45.8	0.244							
	FAPF	10.3	169	0.117							
	APF	10.9	135	0.118							
Mínimo	ANFIS	10.2	23.2	0.0860							
	MFIS	10.7	43.4	0.225							
	FAPF	10.3	168	0.111							
	APF	10.8	134	0.114							
Máximo	ANFIS	10.3	27.7	0.129							
	MFIS	11.1	47.7	0.307							
	FAPF	10.3	170	0.121							
	APF	10.9	136	0.123							
W de Shapiro-Wilk	ANFIS	0.904	0.926	0.941							
	MFIS	0.905	0.929	0.822							
	FAPF	0.917	0.972	0.960							
	APF	0.888	0.983	0.947							
p Shapiro-Wilk	ANFIS	0.111	0.237	0.396							
	MFIS	0.113	0.261	0.007							
	FAPF	0.175	0.882	0.684							
	APF	0.063	0.984	0.482							
25º percentil	ANFIS	10.2	23.7	0.102							
	MFIS	10.9	44.2	0.235							
	FAPF	10.3	169	0.115							
	APF	10.8	135	0.117							
75º percentil	ANFIS	10.3	25.7	0.112							
	MFIS	11.0	46.3	0.252							
	FAPF	10.3	170	0.118							
	APF	10.9	135	0.119							

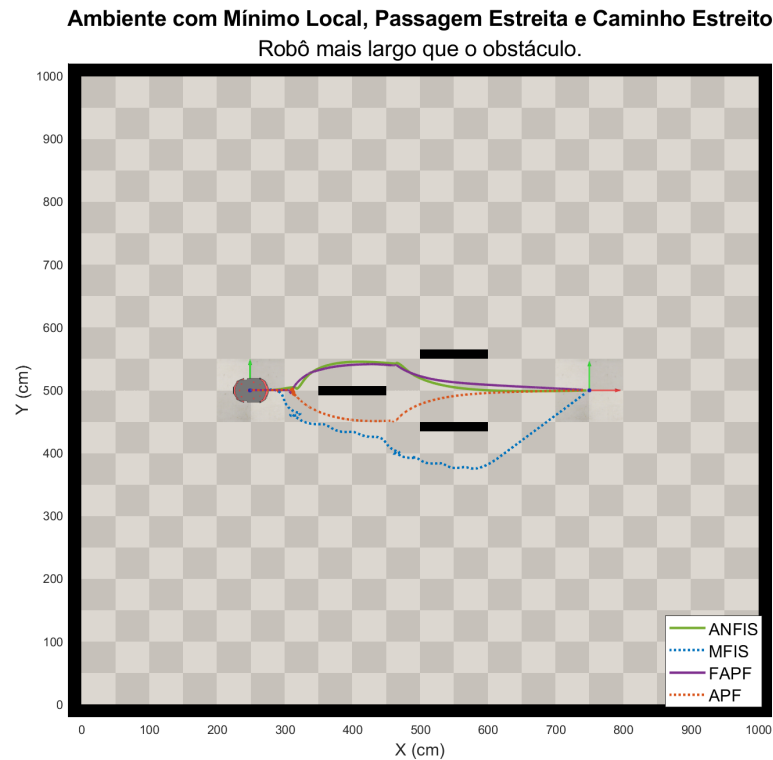
  

Kruskal-Wallis			
	$\chi^2$	gl	p
Distância	51.4	3	< .001
Tempo	55.3	3	< .001
min(d2o)	40.4	3	< .001

Comparações múltiplas - Distância				Comparações múltiplas - Tempo				Comparações múltiplas - min(d2o)			
		W	p			W	p			W	p
ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.60	< .001
ANFIS	FAPF	5.84	< .001	ANFIS	FAPF	6.60	< .001	ANFIS	FAPF	3.91	0.029
ANFIS	APF	6.60	< .001	ANFIS	APF	6.60	< .001	ANFIS	APF	4.15	0.017
MFIS	FAPF	-6.60	< .001	MFIS	FAPF	6.60	< .001	MFIS	FAPF	-6.61	< .001
MFIS	APF	-4.72	0.005	MFIS	APF	6.60	< .001	MFIS	APF	-6.63	< .001
FAPF	APF	6.60	< .001	FAPF	APF	-6.60	< .001	FAPF	APF	2.56	0.270

Figura 51 – Ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.



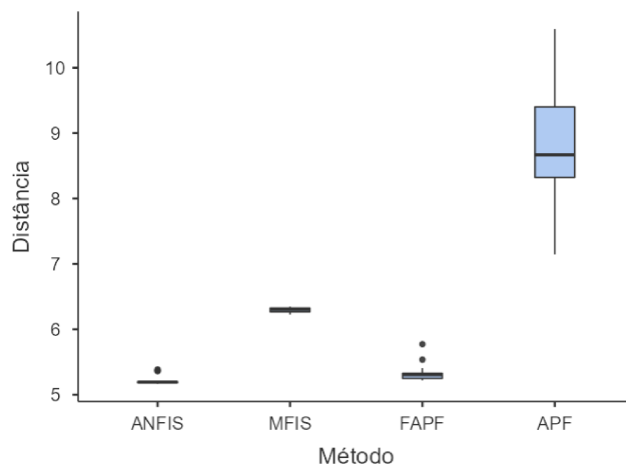
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 46 – Ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

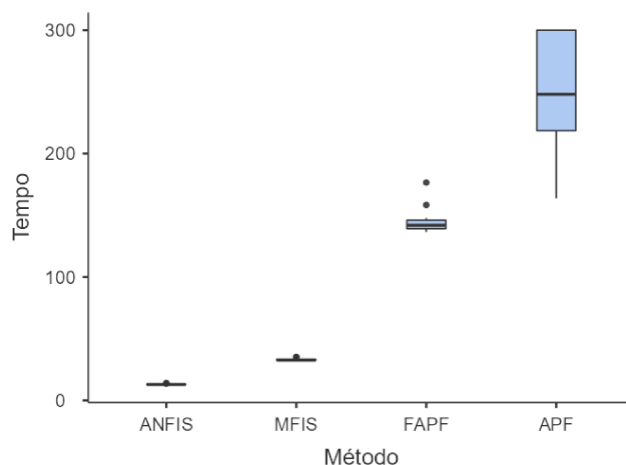
Método de Navegação	Distância (m)	Tempo (s)	min(d2o) (m)
<b>ANFIS</b>	<b>5.19</b>	<b>13.00</b>	0.12
<b>MFIS</b>	6.30	32.60	<b>0.20</b>
<b>FAPF</b>	5.30	142.00	0.18
<b>APF</b>	8.67	248.00	0.14

significativa entre os métodos para os três critérios analisados, e que observando as comparações múltiplas, novamente há a indicação de uma diferença estatisticamente significativa entre os métodos para os três critérios analisados. Deste modo, a partir dos valores das medianas e dos gráficos de caixas apresentados na Figura 52, visto que apenas o método MFIS não foi capaz de passar pela passagem estreita seguido do caminho estreito, realizando um caminho não-ótimo, dentre os três métodos que foram capazes de passar pela passagem estreita seguido do caminho estreito, observa-se que o método ANFIS foi o que conseguiu realizar a tarefa com a menor distância e mais rápido, enquanto o método FAPF conseguiu realizar a tarefa mais afastado dos obstáculos.

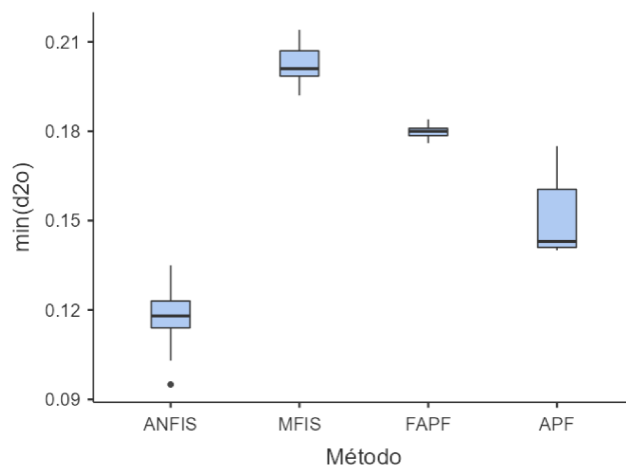
Figura 52 – Gráfico de caixas da comparação dos métodos no ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.



(a) Distância total percorrida pelo robô.



(b) Tempo de execução da tarefa de navegação.



(c) Mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).



Tabela 47 – Análise estatística da comparação dos métodos no ambiente com mínimo local, passagem estreita e caminho estreito.

Estatística Descritiva				
	Método	Distância	Tempo	min(d2o)
N	ANFIS	15	15	15
	MFIS	15	15	15
	FAPF	15	15	15
	APF	15	15	15
Mediana	ANFIS	5.19	13.0	0.118
	MFIS	6.30	32.6	0.201
	FAPF	5.30	142	0.180
	APF	8.67	248	0.143
Mínimo	ANFIS	5.17	12.7	0.0950
	MFIS	6.23	31.9	0.192
	FAPF	5.22	136	0.176
	APF	7.15	164	0.140
Máximo	ANFIS	5.39	13.9	0.135
	MFIS	6.35	35.2	0.214
	FAPF	5.77	177	0.184
	APF	10.6	300	0.175
W de Shapiro-Wilk	ANFIS	0.629	0.687	0.967
	MFIS	0.932	0.836	0.970
	FAPF	0.710	0.717	0.961
	APF	0.975	0.882	0.714
p Shapiro-Wilk	ANFIS	< .001	< .001	0.812
	MFIS	0.289	0.011	0.852
	FAPF	< .001	< .001	0.712
	APF	0.923	0.050	< .001
25º percentil	ANFIS	5.18	12.9	0.114
	MFIS	6.27	32.4	0.198
	FAPF	5.25	139	0.179
	APF	8.32	219	0.141
75º percentil	ANFIS	5.20	13.0	0.123
	MFIS	6.33	33.4	0.207
	FAPF	5.33	146	0.181
	APF	9.40	300	0.160

Kruskal-Wallis			
	$\chi^2$	gl	p
Distância	52.4	3	< .001
Tempo	55.2	3	< .001
min(d2o)	55.4	3	< .001

Comparações múltiplas - Distância				Comparações múltiplas - Tempo				Comparações múltiplas - min(d2o)			
		W	p			W	p			W	p
ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.60	< .001	ANFIS	MFIS	6.60	< .001
ANFIS	FAPF	4.49	0.008	ANFIS	FAPF	6.60	< .001	ANFIS	FAPF	6.61	< .001
ANFIS	APF	6.60	< .001	ANFIS	APF	6.60	< .001	ANFIS	APF	6.61	< .001
MFIS	FAPF	-6.60	< .001	MFIS	FAPF	6.60	< .001	MFIS	FAPF	-6.61	< .001
MFIS	APF	6.60	< .001	MFIS	APF	6.60	< .001	MFIS	APF	-6.61	< .001
FAPF	APF	6.60	< .001	FAPF	APF	6.54	< .001	FAPF	APF	-6.62	< .001

## 6 CONCLUSÃO

### 6.1 Síntese dos Resultados

Este trabalho apresentou uma análise detalhada da aplicação de Sistemas de Inferência Nebulosa (FIS) na navegação de robôs móveis em ambientes desconhecidos.

Para isso, o problema de navegação foi dividido em dois comportamentos: I) ir até o objetivo, que foi considerada como uma tarefa deliberativa na qual a posição  $(x,y)$  do objetivo e a posição  $(x,y)$  e orientação atual do robô são conhecidas; e II) evitar obstáculos, que foi considerada como uma tarefa reativa, na qual o robô precisou utilizar sensores de distância para perceber o ambiente ao seu redor e evitar colisões com obstáculos, visto que o ambiente é desconhecido e portanto não se pôde mapear previamente a posição dos obstáculos para então determinar um caminho livre de colisões.

Três métodos de navegação de robôs móveis que utilizam sistemas de inferência nebulosa foram analisados individualmente: I) Campo Potencial Artificial Nebuloso (FAPF) em que se utilizou um sistema de inferência nebulosa para ponderar o valor da força atrativa e da força repulsiva do método dos campos potenciais artificiais; II) Múltiplo Sistema de Inferência Nebulosa (MFIS) em que se utilizou dois controladores FIS para cada comportamento, buscando controlar diretamente as velocidades das rodas esquerda e direita do robô; e III) Sistema de Inferência Neuro-Nebuloso Adaptativo (ANFIS) no qual um algoritmo híbrido foi utilizado para ajustar e atualizar os parâmetros antecedentes e consequentes de um FIS baseado nos métodos do gradiente descendente e dos mínimos quadrados médios, baseado em um conjunto de dados criados a partir de sete casos que o robô pode se deparar em um ambiente com obstáculos, buscando determinar a velocidade angular do robô no comportamento de evitar obstáculos, que foi utilizada para o robô realizar a correção de orientação enquanto continua se movendo.

Nesta análise individual, foi possível observar que os métodos propostos apresentaram um desempenho geral melhor que os métodos de referência para os dois ambientes utilizados.

A partir do resultado dessa análise individual, uma análise comparativa entre os três métodos foi realizada, utilizando o método clássico do Campo Potencial Artificial (APF) como base de comparação, visto sua simplicidade de implementação, o fato de ainda ser bastante utilizado atualmente e por ter seus problemas e limitações bem definidos e conhecidos.

Para validar e comparar os métodos foram utilizados seis cenários, nos quais o nível de dificuldade da tarefa aumentaram de um cenário para outro: I) um ambiente com

uma passagem estreita; II) um ambiente com um caminho estreito; III) um ambiente com um obstáculo gerando um problema de mínimo local; IV) um ambiente desordenado; V) um ambiente denso e desordenado; e VI) um ambiente com um obstáculo gerando um problema de mínimo local seguido de uma passagem estreita e de um caminho estreito.

O total de 690 simulações foram realizadas (considerando 15 simulações para cada método analisado em cada ambiente) utilizando o software MATLAB, com o Fuzzy Logic Toolbox, integrado ao software CoppeliaSim. Os resultados das análises foram apresentados em figuras com respectivas tabelas detalhando três critérios analisados: I) distância total percorrida pelo robô; II) tempo de execução da tarefa de navegação; e III) mínima distância entre o robô e um obstáculo durante o trajeto.

Como resultado geral baseado no desempenho dos métodos considerando todos os 10 ambientes, foi possível observar que ao utilizar um FIS no método FAPF, foi possível, em ambientes mais complexos, obter uma performance ligeiramente melhor que o método APF, entretanto, em determinados casos, também não foi possível evitar o problema de mínimo local. De todo modo, o método FAPF apresentou um bom desempenho relacionado à distância percorrida, mas em compensação apresentou um baixo desempenho relacionado ao tempo de execução da tarefa.

Com relação ao método MFIS, este apresentou um bom desempenho relacionado ao tempo de execução da tarefa, entretanto, em determinados casos apresentou um baixo desempenho com relação à distância percorrida, percorrendo um caminho não-ótimo. De todos os métodos, foi o que conseguiu na maior parte dos ambientes executar as tarefas mais distante dos obstáculos.

Já o método ANFIS foi o único método capaz de executar todas as tarefas propostas em todos os ambientes apresentados. Além disso, ele apresentou um bom desempenho com relação à distância percorrida, sempre estando bem próximo do menor valor de distância percorrida, quando não era o próprio método com menor valor. E em todos os cenários, foi o método que conseguiu apresentar o menor tempo de execução da tarefa, com diferença significativa para os demais métodos, apesar de sempre ser o método que passou mais próximo dos obstáculos durante o trajeto.

## 6.2 Discussão dos Resultados

A partir da análise comparativa realizada, foi possível observar que para ambientes muito simples, o método APF supera estatisticamente o método FAPF em desempenho geral, entretanto, para ambientes mais complexos a situação chega a mudar, com o método FAPF superando estatisticamente o método APF. Mas de modo geral, os métodos apresentam um bom resultado referente a distância total percorrida pelo robô, mas apresentam um resultado ruim referente ao tempo de execução da tarefa de navegação.

Ao utilizar o método MFIS, foi possível observar que o desempenho do robô na execução das tarefas é melhor estatisticamente se comparado com os métodos APF e FAPF, entretanto, em determinados ambientes ele não foi capaz de executar a tarefa de navegação proposta e percorreu um caminho não-ótimo.

Por fim, ao utilizar o método ANFIS, além de melhorar estatisticamente de forma significativa a performance do robô na execução das tarefas propostas, foi possível solucionar o problema de mínimos locais (apresentado pelos métodos APF e FAPF), da dependência da modelagem do robô (cinemática inversa nos métodos APF e FAPF) e do conhecimento prévio do projetista (para determinação da quantidade e ajuste dos parâmetros das funções de pertinência no método MFIS), sendo necessário apenas um conjunto de dados adequado para o treinamento do robô, de modo a representar bem a situação e o ambiente, mostrando-se o método com grande potencial de utilização em contexto prático quando o ambiente é desconhecido e complexo.

### 6.3 Trabalhos Futuros

No âmbito de trabalhos futuros, um primeiro passo é implementar estes métodos em um robô real para validar as análises realizadas e verificar principalmente a capacidade do método ANFIS de realizar a tarefa de navegação nos ambientes propostos mantendo o desempenho apresentado nas simulações.

Outra direção interessante a ser explorada no contexto da navegação de robôs móveis e da prevenção de obstáculos é a integração de técnicas de aprendizagem por reforço com o sistema de inferência nebulosa. Esta combinação visa melhorar as capacidades do sistema, permitindo que o robô aprenda e adapte as suas regras nebulosas através de tentativa e erro em um ambiente simulado antes de implementá-las no mundo real.

Ao incorporar a aprendizagem por reforço, o sistema de inferência nebulosa pode evoluir e melhorar seu desempenho sem a necessidade de um conjunto de dados de treinamento pré-existente. Através deste processo iterativo, o robô pode aprender a associar entradas sensoriais específicas com ações apropriadas, treinando efetivamente o sistema de inferência nebulosa para tomar decisões mais informadas em cenários do mundo real.

## REFERÊNCIAS

- ABDALLA, T. Y.; ABED, A. A.; AHMED, A. A. Mobile robot navigation using pso-optimized fuzzy artificial potential field with fuzzy control. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, v. 32, n. 6, p. 3893–3908, 2017. DOI: [10.3233/IFS-162205](https://doi.org/10.3233/IFS-162205). Citado na página 29.
- ADEPT TECHNOLOGY INC. *Pioneer 3DX*. 2011. <<https://www.generationrobots.com/media/Pioneer3DX-P3DX-RevA.pdf>>. Acessado em: 10/07/2023. Citado na página 58.
- BARRAQUAND, J.; LATOMBE, J.-C. Robot motion planning: a distributed representation approach. *The International Journal of Robotics Research*, v. 10, n. 6, p. 628–649, 1991. DOI: [10.1177/027836499101000604](https://doi.org/10.1177/027836499101000604). Citado na página 27.
- BATAVIA, P.; NOURBAKHSI, I. Path planning for the eye personal robot. In: *Proceedings. 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2000)*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 1, p. 15–20. DOI: [10.1109/IROS.2000.894575](https://doi.org/10.1109/IROS.2000.894575). Citado na página 27.
- BORENSTEIN, J.; KOREN, Y. High-speed obstacle avoidance for mobile robots. In: *Proceedings IEEE International Symposium on Intelligent Control 1988*. [S.l.: s.n.], 1988. p. 382–384. DOI: [10.1109/ISIC.1988.65461](https://doi.org/10.1109/ISIC.1988.65461). Citado na página 27.
- BORENSTEIN, J.; KOREN, Y. The vector field histogram-fast obstacle avoidance for mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 7, n. 3, p. 278–288, 1991. DOI: [10.1109/70.88137](https://doi.org/10.1109/70.88137). Citado na página 27.
- CHOSSET, H. et al. Sensor-based exploration: incremental construction of the hierarchical generalized voronoi graph. *The International Journal of Robotics Research*, v. 19, n. 2, p. 126–148, 2000. DOI: [10.1177/02783640022066789](https://doi.org/10.1177/02783640022066789). Citado na página 27.
- COPPELIA ROBOTICS LTD. *CoppeliaSim Edu Version: 4.5.1*. Coppelia Robotics Ltd., 2023. Disponível em: <<https://www.coppeliarobotics.com/>>. Citado na página 58.
- CORDER, G.; FOREMAN, D. *Nonparametric Statistics: A Step-by-Step Approach*. 2. ed. [S.l.]: Wiley, 2014. 267 p. ISBN 978-1-118-84031-3. Citado na página 62.
- FAISAL, M. et al. Fuzzy logic navigation and obstacle avoidance by a mobile robot in an unknown dynamic environment. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, v. 10, n. 1, p. 1–7, 2013. DOI: [10.5772/54427](https://doi.org/10.5772/54427). Citado 5 vezes nas páginas 29, 47, 68, 69 e 72.
- FEDER, H.; SLOTINE, J.-J. Real-time path planning using harmonic potentials in dynamic environments. In: *Proceedings of International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 1997. v. 1, p. 874–881. DOI: [10.1109/ROBOT.1997.620144](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1997.620144). Citado na página 27.

GHARAJEH, M. S.; JOND, H. B. Hybrid global positioning system-adaptive neuro-fuzzy inference system based autonomous mobile robot navigation. *Robotics and Autonomous Systems*, v. 134, 2020. DOI: [10.1016/j.robot.2020.103669](https://doi.org/10.1016/j.robot.2020.103669). Citado na página 30.

GHARAJEH, M. S.; JOND, H. B. An intelligent approach for autonomous mobile robots path planning based on adaptive neuro-fuzzy inference system. *Ain Shams Engineering Journal*, v. 13, n. 1, 2022. DOI: [10.1016/j.asej.2021.05.005](https://doi.org/10.1016/j.asej.2021.05.005). Citado na página 31.

HAIDER, M. H. et al. Autonomous mobile robot navigation using adaptive neuro fuzzy inference system. In: *2022 International Conference on Innovations and Development of Information Technologies and Robotics (IDITR)*. [S.l.: s.n.], 2022. p. 93–99. DOI: [10.1109/IDITR54676.2022.9796495](https://doi.org/10.1109/IDITR54676.2022.9796495). Citado na página 31.

HAIDER, M. H. et al. Robust mobile robot navigation in cluttered environments based on hybrid adaptive neuro-fuzzy inference and sensor fusion. *Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences*, v. 34, n. 10, Part B, p. 9060–9070, 2022. DOI: [10.1016/j.jksuci.2022.08.031](https://doi.org/10.1016/j.jksuci.2022.08.031). Citado 7 vezes nas páginas 31, 53, 74, 76, 77, 79 e 80.

INTERNATIONAL FEDERATION OF ROBOTICS – IFR. *Escassez de pessoal impulsiona robôs de serviço – vendas aumentam 48%*. 2023. <<https://ifr.org/ifr-press-releases/news/staff-shortage-boosts-service-robots-sales-up-48>>. Acessado em: 10/11/2023. Citado na página 22.

JACOBS, P.; CANNY, J. Planning smooth paths for mobile robots. In: \_\_\_\_\_. *Nonholonomic Motion Planning*. Boston, MA: Springer US, 1993. p. 271–342. ISBN 978-1-4615-3176-0. DOI: [10.1007/978-1-4615-3176-0\\_8](https://doi.org/10.1007/978-1-4615-3176-0_8). Citado na página 27.

JANG, J.-S. Anfis: adaptive-network-based fuzzy inference system. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, v. 23, n. 3, p. 665–685, 1993. DOI: [10.1109/21.256541](https://doi.org/10.1109/21.256541). Citado na página 29.

JANG, J.-S. R.; SUN, C.-T.; MIZUTANI, E. *Neuro-fuzzy and soft computing: a computational approach to learning and machine intelligence*. 2. ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1997. 614 p. ISBN 978-0-132-61066-7. Citado 5 vezes nas páginas 32, 33, 34, 36 e 37.

KAMON, I.; RIVLIN, E.; RIMON, E. A new range-sensor based globally convergent navigation algorithm for mobile robots. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 1996. v. 1, p. 429–435. DOI: [10.1109/ROBOT.1996.503814](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1996.503814). Citado na página 27.

KHATIB, M.; CHATILA, R. An extended potential field approach for mobile robot sensor-based motions. In: *Proceedings of the International Conference on Intelligent Autonomous Systems (IAS'4)*. [S.l.: s.n.], 1995. p. 490–496. Citado na página 27.

KHATIB, M. et al. Dynamic path modification for car-like nonholonomic mobile robots. In: *Proceedings of International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 1997. v. 4, p. 2920–2925. DOI: [10.1109/ROBOT.1997.606730](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1997.606730). Citado na página 27.

KHATIB, O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. In: *Proceedings of the 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation*.

[S.l.: s.n.], 1985. v. 2, p. 500–505. DOI: [10.1109/ROBOT.1985.1087247](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1985.1087247). Citado 3 vezes nas páginas 27, 28 e 41.

KOREN, Y.; BORENSTEIN, J. Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation. In: *Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 1991. v. 2, n. 1991, p. 1398–1404. DOI: [10.1109/ROBOT.1991.131810](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1991.131810). Citado na página 27.

LAKHMISSI, C.; BOUMEHRAZ, M. Fuzzy behavior based navigation approach for mobile robot in unknown environment. *Journal of Electrical Engineering*, v. 13, p. 284–291, 2013. Citado na página 29.

LEE, D. et al. An improved artificial potential field method with a new point of attractive force for a mobile robot. In: *2017 2nd International Conference on Robotics and Automation Engineering (ICRAE)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 63–67. DOI: [10.1109/ICRAE.2017.8291354](https://doi.org/10.1109/ICRAE.2017.8291354). Citado na página 27.

LUCA, A. D.; ORIOLO, G. Local incremental planning for nonholonomic mobile robots. In: *Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 1994. v. 1, p. 104–110. DOI: [10.1109/ROBOT.1994.351003](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1994.351003). Citado na página 42.

LUMELSKY, V.; SKEWIS, T. Incorporating range sensing in the robot navigation function. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, v. 20, n. 5, p. 1058–1069, 1990. DOI: [10.1109/21.59969](https://doi.org/10.1109/21.59969). Citado na página 27.

LUMELSKY, V. J.; STEPANOV, A. A. Path-planning strategies for a point mobile automaton moving amidst unknown obstacles of arbitrary shape. *Algorithmica*, v. 1, n. 5, p. 403–430, 1987. DOI: [10.1007/BF01840369](https://doi.org/10.1007/BF01840369). Citado na página 27.

MAMDANI, E.; ASSILIAN, S. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International Journal of Man-Machine Studies*, v. 7, n. 1, p. 1–13, 1975. DOI: [10.1016/S0020-7373\(75\)80002-2](https://doi.org/10.1016/S0020-7373(75)80002-2). Citado na página 28.

MAZEN, A.; FAIED, M.; KRISHNAN, M. Tuning of robot navigation performance using factorial design. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, v. 105, n. 50, p. 1–14, 2022. DOI: [10.1007/s10846-022-01659-4](https://doi.org/10.1007/s10846-022-01659-4). Citado na página 60.

MOHANTY, P. K.; PARHI, D. R. A new intelligent approach for mobile robot navigation. In: *Pattern Recognition and Machine Intelligence*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 243–249. DOI: [10.1007/978-3-642-45062-4\\_33](https://doi.org/10.1007/978-3-642-45062-4_33). Citado na página 30.

MOHANTY, P. K.; PARHI, D. R. A new intelligent motion planning for mobile robot navigation using multiple adaptive neuro-fuzzy inference system. *Applied Mathematics & Information Sciences*, v. 8, p. 2527–2535, 2014. DOI: [10.12785/AMIS/080551](https://doi.org/10.12785/AMIS/080551). Citado na página 30.

MOHANTY, P. K.; PARHI, D. R. Path planning strategy for mobile robot navigation using manfis controller. In: *Proceedings of the International Conference on Frontiers of Intelligent Computing: Theory and Applications (FICTA) 2013*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 353–361. DOI: [10.1007/978-3-319-02931-3\\_40](https://doi.org/10.1007/978-3-319-02931-3_40). Citado na página 30.

- MOHANTY, P. K.; PARHI, D. R. A new hybrid optimization algorithm for multiple mobile robots navigation based on the cs-anfis approach. *Memetic Computing*, v. 7, p. 255–273, 2015. DOI: [10.1007/s12293-015-0160-3](https://doi.org/10.1007/s12293-015-0160-3). Citado na página 30.
- MONTANO, L.; ASENSIO, J. Real-time robot navigation in unstructured environments using a 3d laser rangefinder. In: *Proceedings of the 1997 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robot and Systems. Innovative Robotics for Real-World Applications. IROS '97*. [S.l.: s.n.], 1997. v. 2, p. 526–532. DOI: [10.1109/IROS.1997.655062](https://doi.org/10.1109/IROS.1997.655062). Citado na página 27.
- OLIVEIRA, L. D.; NETO, A. A. Comparative analysis of fuzzy inference systems applications on mobile robot navigation in unknown environments. In: *2023 Latin American Robotics Symposium (LARS), 2023 Brazilian Symposium on Robotics (SBR), and 2023 Workshop on Robotics in Education (WRE)*. [S.l.: s.n.], 2023. p. 325–330. DOI: [10.1109/LARS/SBR/WRE59448.2023.10333047](https://doi.org/10.1109/LARS/SBR/WRE59448.2023.10333047). Citado na página 26.
- PANDEY, A. et al. Autonomous mobile robot navigation between static and dynamic obstacles using multiple anfis architecture. *World Journal of Engineering*, v. 16, n. 2, p. 275–286, 2019. DOI: [10.1108/WJE-03-2018-0092](https://doi.org/10.1108/WJE-03-2018-0092). Citado na página 30.
- PANDEY, A. et al. Mobile robot navigation in unknown static environments using anfis controller. *Perspectives in Science*, v. 8, p. 421–423, 2016. DOI: [10.1016/j.pisc.2016.04.094](https://doi.org/10.1016/j.pisc.2016.04.094). Citado na página 30.
- PANDEY, A.; PANDEY, S.; PARHI, D. Mobile robot navigation and obstacle avoidance techniques: A review. *International Robotics & Automation Journal*, v. 2, n. 3, p. 1–12, 2017. DOI: [10.15406/iratj.2017.02.00023](https://doi.org/10.15406/iratj.2017.02.00023). Citado na página 30.
- PARK, J.-W. et al. Advanced fuzzy potential field method for mobile robot obstacle avoidance. *Computational Intelligence and Neuroscience*, v. 2016, 2016. DOI: [10.1155/2016/6047906](https://doi.org/10.1155/2016/6047906). Citado na página 28.
- QUINLAN, S.; KHATIB, O. Elastic bands: connecting path planning and control. In: *1993 Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 1993. v. 2, p. 802–807. DOI: [10.1109/ROBOT.1993.291936](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1993.291936). Citado na página 27.
- SIEGWART, R.; NOURBAKHSH, I. R.; SCARAMUZZA, D. *Introduction to autonomous mobile robots*. 2. ed. London, England: MIT Press, 2011. 472 p. ISBN 978-0-262-01535-6. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.
- SONG, Q.; LIU, L. Mobile robot path planning based on dynamic fuzzy artificial potential field method. *Journal of Information and Computational Science*, v. 9, p. 5233–5240, 2012. Citado na página 28.
- TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-15, n. 1, p. 116–132, 1985. DOI: [10.1109/TSMC.1985.6313399](https://doi.org/10.1109/TSMC.1985.6313399). Citado na página 28.
- THE JAMOVI PROJECT. *Jamovi Version: 2.3*. The Jamovi Project., 2023. Disponível em: <https://www.jamovi.org>. Citado na página 60.



THE MATHWORKS INC. *Tune fuzzy robot obstacle avoidance system using custom cost function*. 2019. <<https://www.mathworks.com/help/fuzzy/tune-fuzzy-systems-using-custom-cost-function.html>>. Acessado em: 10/07/2023. Citado 7 vezes nas páginas 29, 43, 62, 63, 65, 66 e 68.

THE MATHWORKS INC. *Fuzzy Logic Toolbox Version 3.1 (R2023a)*. The MathWorks Inc., 2023. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/products/fuzzy-logic.html>>. Citado na página 58.

THE MATHWORKS INC. *MATLAB Version: 9.14.0.2286388 (R2023a)*. The MathWorks Inc., 2023. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/products/matlab.html>>. Citado na página 58.

ULRICH, I.; BORENSTEIN, J. Vfh+: reliable obstacle avoidance for fast mobile robots. In: *Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 1998. v. 2, p. 1572–1577. DOI: [10.1109/ROBOT.1998.677362](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1998.677362). Citado na página 27.

ULRICH, I.; BORENSTEIN, J. Vfh\*: local obstacle avoidance with look-ahead verification. In: *Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 3, p. 2505–2511. DOI: [10.1109/ROBOT.2000.846405](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2000.846405). Citado na página 27.

VALAVANIS, K. et al. Mobile robot navigation in 2-d dynamic environments using an electrostatic potential field. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans*, v. 30, n. 2, p. 187–196, 2000. DOI: [10.1109/3468.833100](https://doi.org/10.1109/3468.833100). Citado na página 27.

ZADEH, L. Fuzzy sets. *Information and Control*, v. 8, n. 3, p. 338–353, 1965. DOI: [10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X). Citado na página 28.

ZADEH, L. A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-3, n. 1, p. 28–44, 1973. DOI: [10.1109/TSMC.1973.5408575](https://doi.org/10.1109/TSMC.1973.5408575). Citado na página 28.

ZHU, A.; YANG, S. A fuzzy logic approach to reactive navigation of behavior-based mobile robots. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 5, p. 5045–5050. DOI: [10.1109/ROBOT.2004.1302517](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2004.1302517). Citado na página 29.