

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia de Estruturas
Curso de Especialização em Estruturas

Laiara Tâmara Souza Corgosinho

ESTUDO COMPARATIVO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE VIGAS
UTILIZANDO SIMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITO

Belo Horizonte

2023

Laiara Tâmara Souza Corgosinho

**ESTUDO COMPARATIVO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE VIGAS
UTILIZANDO SIMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITO**

Monografia de Pós-graduação apresentada ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de “Especialista em Estruturas”.

Orientador: Sebastião Salvador Real Pereira

Belo Horizonte

2023



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

ATA DE DEFESA DE MONOGRAFIA / TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO (TCC)

Aos seis dias do mês de dezembro de 2023, às 09h, a estudante **Laiara Tâmara Souza Corgosinho**, matrícula 2020674380, defendeu o Trabalho intitulado “**Estudo Comparativo do Comportamento Estrutural de Vigas Utilizando Simulação de Elementos Finito**”.

Participaram da banca examinadora os abaixo indicados, que, por nada mais terem a declarar, assinam eletronicamente a presente ata.

Nota: (80)

Orientador(a): Prof. Sebastião Salvador Real Pereira

Nota: (80)

Examinador(a): Prof. Pedro Vianna Pessoa de Mendonça



Documento assinado eletronicamente por **Sebastião Salvador Real Pereira**, Professor do Magistério Superior, em 07/12/2023, às 08:38, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Pedro Vianna Pessoa de Mendonça**, Professor do Magistério Superior, em 11/12/2023, às 16:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **2862364** e o código CRC **FCE7EDE8**.

Este documento deve ser editado apenas pelo Orientador e deve ser assinado eletronicamente por todos os membros da banca.

AGRADECIMENTOS

Aos meus estimados professores, que generosamente compartilharam seu vasto conhecimento e sabedoria ao longo deste curso, agradeço imensamente por serem pilares fundamentais em meu desenvolvimento acadêmico e profissional. Suas orientações, desafios e incentivos foram essenciais para moldar meu percurso e me preparar para os desafios.

Ao professor Sebastião pelo apoio, orientação e auxílio durante a elaboração desse trabalho. Suas sugestões e recomendações foram inestimáveis e ampliaram muito minha compreensão e visão sobre o tema abordado.

Aos meus amigos, especialmente aqueles que trilharam o curso de especialização ao meu lado, minha gratidão pelo companheirismo, afeto, amizade e apoio mútuo que compartilhamos nesta jornada.

À minha família, pais e irmãs, pelo estímulo constante, compreensão incondicional e apoio incansável que sempre me proporcionaram. Seu exemplo de dedicação e amor inabaláveis iluminou meu caminho, fortalecendo minha determinação e me incentivando a alcançar meus objetivos.

RESUMO

Em edificações de concreto armado, as vigas são geralmente posicionadas de modo que sua face superior esteja alinhada à face superior das lajes, trazendo benefícios como economia de materiais, melhor distribuição de cargas e estética aprimorada. Isso implica em deslocar o eixo central da viga para baixo em relação ao eixo central das lajes. No entanto, nos escritórios de engenharia, é comum modelar as vigas em softwares de elementos finitos sem considerar esse deslocamento, tratando o eixo da viga alinhado ao eixo da laje. Nesse contexto, este trabalho apresenta um estudo sobre a influência desse deslocamento do eixo de ligação das vigas com as lajes na determinação dos esforços e deslocamentos de lajes e vigas maciças de concreto armado, utilizando dois programas de elementos finitos para verificar sua eficácia e comparar possíveis divergências. Além disso, é realizada uma comparação dos resultados obtidos com um cálculo manual simplificado. Antes da análise, é apresentada uma revisão bibliográfica que aborda definições, características dos materiais, critérios normativos e métodos simplificados para determinação dos esforços. Por fim, são apresentadas conclusões sobre a melhor abordagem para modelar uma estrutura, a fim de obter resultados mais precisos e realizar um dimensionamento eficaz, realista e econômico.

Palavras-chave: lajes; concreto armado; deslocamento; dimensionamento; simplificação.

ABSTRACT

In reinforced concrete buildings, beams are typically positioned so that their top face aligns with the top face of the slabs, bringing benefits such as material savings, improved load distribution, and enhanced aesthetics. This implies displacing the central axis of the beam downwards in relation to the central axis of the slabs. However, it is common in engineering offices to model beams in finite element software without considering this displacement, treating the beam axis aligned with the slab axis. In this context, this study presents an investigation into the influence of this displacement of the beam-to-slab connection axis on the determination of forces and displacements in reinforced concrete solid slabs and beams. Two finite element programs are used to assess their effectiveness and compare potential discrepancies. Additionally, a comparison is made between the results obtained and a simplified manual calculation. Before the analysis, a literature review is provided that covers definitions, material characteristics, normative criteria, and simplified methods for force determination. Finally, conclusions are drawn regarding the optimal approach for modeling a structure to obtain more accurate results and carry out effective, realistic, and cost-efficient dimensioning.

Keywords: slabs; reinforced concrete; displacement; dimensioning; simplification.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. DIAGRAMA TENSÃO X DEFORMAÇÃO DO CONCRETO SUJEITO À COMPRESSÃO. FONTE: ABNT NBR 6118 (2014).	16
FIGURA 2. DIAGRAMA TENSÃO X DEFORMAÇÃO DO CONCRETO SUJEITO À TRAÇÃO. FONTE: ABNT NBR 6118 (2014).	17
FIGURA 3. DETERMINAÇÃO DO MÓDULOS DE ELASTICIDADE.	18
FIGURA 4. CARACTERÍSTICAS DAS BARRAS DE ARMADURA PASSIVA. FONTE: ABNT NBR 7480 (2007).	20
FIGURA 5. TIPOS DE AÇOS UTILIZADOS EM BARRAS. FONTE: ABNT NBR 7480, 2007.	20
FIGURA 6. ESPECIFICAÇÕES TÉCNICAS DE CORDOALHAS NUAS PARA PROTENSÃO DE 3 E 7 FIOS. FONTE: ARCELORMITTAL (2021).	21
FIGURA 7. DIAGRAMA TENSÃO X DEFORMAÇÃO PARA AÇOS DE ARMADURAS PASSIVAS. FONTE: ABNT NBR 6118 (2014).	22
FIGURA 8. DIAGRAMA TENSÃO X DEFORMAÇÃO PARA AÇOS DE ARMADURAS ATIVAS. FONTE: ABNT NBR 6118 (2014).	22
FIGURA 9. PLANTA DE FORMA E CORTE DE DUAS LAJES MACIÇAS APOIADAS SOBRE VIGAS. FONTE: BASTOS, 2019.	23
FIGURA 10. ESQUEMAS DE DIMENSIONAMENTO DE LAJES ARMADAS EM UMA DIREÇÃO.	24
FIGURA 11. VIGAS DE CONCRETO APOIADAS SOBRE PILARES.	25
FIGURA 12. FECHAS DE VIGAS PARA VARIADOS TIPOS DE APOIOS E CARREGAMENTOS.	26
FIGURA 13. MOMENTOS E REAÇÕES DE VIGAS ENGASTADAS COM DIFERENTES TIPOS DE CARREGAMENTOS.	27
FIGURA 14. REAÇÕES, MOMENTOS E FLECHAS DE VIGAS PARA VARIADOS TIPOS DE APOIOS E CARREGAMENTOS.	28
FIGURA 15. VIGAS DE CONCRETO APOIADAS SOBRE PILARES.	29
FIGURA 16. CLASSES DE AGRESSIVIDADE AMBIENTAL.	30
FIGURA 17. CARACTERÍSTICAS DO CONCRETO PARA DIFERENTES CAA.	30
FIGURA 18. COBRIMENTOS MÍNIMOS PARA ESTRUTURAS DE CONCRETO.	31
FIGURA 19. VALORES DE Γ_F .	32
FIGURA 20. VALORES DE Γ_{F2} .	33
FIGURA 21. VALORES DO COEFICIENTE ADICIONAL Γ_{F2} PARA PILARES E PILARES PAREDE.	36
FIGURA 22. VALORES DO COEFICIENTE ADICIONAL Γ_{F2} PARA LAJES EM BALANÇO.	37
FIGURA 23. VALORES ADMISSÍVEIS DE W_K .	39

FIGURA 24. PESO ESPECÍFICO APARENTE DOS MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO – PARTE 1.....	40
FIGURA 25. PESO ESPECÍFICO APARENTE DOS MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO – PARTE 2.....	41
FIGURA 26. CROQUI DE FORMA DO MODELO DE LAJE E VIGAS ADOTADO.....	44
FIGURA 27. OS 4 MODELOS DE VIGAS E LAJES REALIZADOS NO SAP2000.....	45
FIGURA 28. MODELO 1 DO SAP2000.....	45
FIGURA 29. MODELO 2 DO SAP2000.....	45
FIGURA 30. MODELO 3 DO SAP2000.....	46
FIGURA 31. MODELO 4 DO SAP2000.....	46
FIGURA 32. VISTA 3D DOS 4 MODELOS DE VIGAS E LAJES REALIZADOS NO ROBOT.....	47
FIGURA 33. VISTA 3D DOS 4 MODELOS DE VIGAS E LAJES REALIZADOS NO ROBOT.....	47
FIGURA 34. EIXOS LOCAIS DAS PLACAS PARA MODELOS NO SAP2000.....	48
FIGURA 35. EIXOS LOCAIS DAS BARRAS PARA MODELOS NO SAP2000.....	49
FIGURA 36. FORÇA AXIAL F11 ATUANTE NAS LAJES PARA MODELOS NO SAP2000.....	49
FIGURA 37. FORÇA AXIAL F22 ATUANTE NAS LAJES PARA MODELOS NO SAP2000.....	49
FIGURA 38. MOMENTO FLETOR M11 NAS LAJES PARA MODELOS NO SAP2000.....	50
FIGURA 39. MOMENTO FLETOR M22 NAS LAJES PARA MODELOS NO SAP2000.....	50
FIGURA 40. ESFORÇO CORTANTE V13 NAS LAJES PARA MODELOS NO SAP2000.....	51
FIGURA 41. ESFORÇO CORTANTE V23 NAS LAJES PARA MODELOS NO SAP2000.....	51
FIGURA 42. DESLOCAMENTOS NAS LAJES NA DIREÇÃO Z PARA MODELOS NO SAP2000.....	52
FIGURA 43. ESFORÇOS SOLICITANTES V2 E M3 NAS VIGAS DA LAJE DO MODELO TIPO 1 DO SAP2000.....	53
FIGURA 44. ESFORÇOS SOLICITANTES V3 E M2 NAS VIGAS DA LAJE DO MODELO TIPO 1 DO SAP2000.....	53
FIGURA 45. ESFORÇOS SOLICITANTES AXIAIS E TORCIONAIS NAS VIGAS DA LAJE DO MODELO TIPO 1 DO SAP2000.....	54
FIGURA 46. ESFORÇOS SOLICITANTES V2 E M3 NAS VIGAS DA LAJE DO MODELO TIPO 2 DO SAP2000.....	54
FIGURA 47. ESFORÇOS SOLICITANTES V3 E M2 NAS VIGAS DA LAJE DO MODELO TIPO 2 DO SAP2000.....	55
FIGURA 48. ESFORÇOS SOLICITANTES AXIAIS E TORCIONAIS NAS VIGAS DA LAJE DO MODELO TIPO 2 DO SAP2000.....	55
FIGURA 49. FORÇAS AXIAIS NAS VIGAS PARA MODELOS 1 A 4 NO SAP2000.....	56
FIGURA 50. MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS PARA MODELOS 1 A 4 NO SAP2000.....	56

FIGURA 51. TENSÕES S11 NO FUNDO DAS VIGAS DOS MODELOS 3 E 4 NO SAP2000.	57
FIGURA 52. TENSÕES S11 NO TOPO DAS VIGAS DOS MODELOS 3 E 4 NO SAP2000.....	58
FIGURA 53. DIAGRAMA DE TENSÃO NA VIGA DO MODELO 4 DO SAP2000.	58
FIGURA 54. ESFORÇOS CORTANTE NAS VIGAS PARA MODELOS NO SAP2000.....	60
FIGURA 55. DESLOCAMENTOS NAS VIGAS NA DIREÇÃO Z PARA MODELOS NO SAP2000.....	61
FIGURA 56. EIXOS LOCAIS DAS PLACAS PARA MODELOS NO ROBOT.	62
FIGURA 57. EIXOS LOCAIS DAS BARRAS PARA MODELOS NO ROBOT.....	62
FIGURA 58. FORÇA AXIAL NXX NAS LAJES PARA MODELOS NO ROBOT.	63
FIGURA 59. FORÇA AXIAL NYX NAS LAJES PARA MODELOS NO ROBOT.	63
FIGURA 60. MOMENTO FLETOR MXX NAS LAJES PARA MODELOS NO ROBOT.	63
FIGURA 61. MOMENTO FLETOR MYX NAS LAJES PARA MODELOS NO ROBOT.	64
FIGURA 62. ESFORÇO CORTANTE QXX NAS LAJES PARA MODELOS NO ROBOT.	64
FIGURA 63. ESFORÇO CORTANTE QYX NAS LAJES PARA MODELOS NO ROBOT.	65
FIGURA 64. DESLOCAMENTOS NAS LAJES NA DIREÇÃO Z PARA MODELOS NO ROBOT.	65
FIGURA 65. FORÇAS AXIAIS NAS VIGAS DOS MODELOS 1 E 2 DO ROBOT.	66
FIGURA 66. FORÇAS AXIAIS NXX E NYX NAS VIGAS DO MODELO 3 DO ROBOT.	66
FIGURA 67. MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS DOS MODELOS 1 E 2 DO ROBOT.	67
FIGURA 68. MOMENTOS FLETORES MXX E MYX NAS VIGAS DO MODELO 3 DO ROBOT.....	67
FIGURA 69. ESFORÇOS CORTANTES NAS VIGAS DOS MODELOS 1 E 2 DO ROBOT.....	68
FIGURA 70. ESFORÇOS CORTANTES QXX E QYX NAS VIGAS DO MODELO 3 DO ROBOT.	68
FIGURA 71. DESLOCAMENTOS NAS VIGAS NA DIREÇÃO Z PARA MODELOS NO ROBOT.	69
FIGURA 72. COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS ENCONTRADOS NAS LAJES DOS MODELOS.....	71
FIGURA 73. COMPARAÇÃO DAS CORTANTES ENCONTRADAS NAS LAJES DOS MODELOS.	72
FIGURA 74. COMPARAÇÃO DAS FLECHAS ENCONTRADAS NAS LAJES DOS MODELOS.....	72
FIGURA 75. COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS ENCONTRADOS NAS VIGAS DOS MODELOS.	72
FIGURA 76. COMPARAÇÃO DAS CORTANTES ENCONTRADAS NAS VIGAS DOS MODELOS.....	73
FIGURA 77. COMPARAÇÃO DAS FLECHAS ENCONTRADAS NAS VIGAS DOS MODELOS.	73
FIGURA 78. RESULTADOS DE CORTANTE NAS PLACAS DO MODELO 3 DO SAP2000.	75
FIGURA 79. RESULTADOS DE CORTANTE NAS PLACAS DO MODELO 3 DO ROBOT SEM SUAVIZAÇÃO.....	76
FIGURA 80. RESULTADOS DE CORTANTE NAS PLACAS DO MODELO 3 DO ROBOT COM SUAVIZAÇÃO GLOBAL.	76

LISTA DE TABELAS

TABELA 1. DEFORMAÇÕES ESPECIFICAS CONFORME CLASSE DO CONCRETO. FONTE: ADAPTADO DA NBR 6118 (2014).	17
TABELA 2. LIMITES DE DESLOCAMENTOS. FONTE: ADAPTADO DA NBR 6120 (2019).	38
TABELA 3. VALORES MÍNIMOS DE CARREGAMENTOS VERTICAIS. FONTE: ADAPTADO DA NBR 6120 (2019).	42
TABELA 4. RESULTADOS OBTIDOS MANUALMENTE E PELOS MODELOS DE CÁLCULO.	71
TABELA 5. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS COM CÁLCULO MANUAL (PORCENTAGEM).....	74

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

CAA.	classes de agressividade ambiental
E_{ci} .	módulo de elasticidade inicial do concreto
E_{cs} .	módulo de elasticidade secante
ELS.	Estados-Limites de Serviço
ELU.	Estados-Limites Últimos
f_{ck} .	resistência característica à compressão do concreto
$f_{ct,m}$.	resistência média a tração do concreto
f_{ctk} .	resistência característica à tração direta do concreto
$F_{g,k}$.	ações características permanentes
f_{ptd} .	tensão de ruptura de cálculo
f_{ptk} .	tensão de ruptura característica
f_{pyd} .	tensão de escoamento de cálculo do aço de armadura ativa
f_{pyk} .	tensão de escoamento característico do aço de armadura ativa
$F_{q,k}$.	ações características variáveis
f_{yd} .	tensão de escoamento de cálculo do material
f_{yk} .	resistência característica de escoamento, tensão de escoamento característica do material
G_c .	módulo de elasticidade transversal
MPa.	megapascal
NBR.	Norma Brasileira
ν .	coeficiente de Poisson
w_k .	controle da abertura de fissuras
α_E .	Parâmetro em função da natureza do agregado que influencia o módulo de elasticidade
α_s .	coeficiente de dilatação térmica
γ_n .	coeficiente adicional de cargas
γ_s .	massa específica do aço
ϵ_{c2} .	deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico
ϵ_{cu} .	deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
2. OBJETIVOS	14
2.1. OBJETIVO GERAL	14
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	14
3. REVISÃO DA LITERATURA.....	15
3.1. CONCRETO ESTRUTURAL	15
3.1.1. Definições.....	15
3.1.2. Propriedades.....	15
3.2. ARMADURAS PASSIVAS E ATIVAS	19
3.2.1. Definições.....	19
3.2.2. Bitolas e tipos de aço.....	19
3.2.3. Propriedades das armaduras.....	21
3.3. LAJES.....	22
3.3.1. Definições.....	22
3.3.2. Determinação dos esforços.....	23
3.4. VIGAS	25
3.4.1. Definições.....	25
3.4.2. Determinação dos esforços.....	25
3.5. PILARES	28
3.5.1. Definições.....	28
3.6. CRITÉRIOS DE DURABILIDADE	29
3.7. SEGURANÇA E DESEMPENHO ESTRUTURAL	31
3.8. RESISTÊNCIAS DOS MATERIAIS	35
3.9. DIMENSÕES-LIMITES.....	36
3.10. DESLOCAMENTOS-LIMITES	37
3.11. CONTROLE DA FISSURAÇÃO	38
3.12. CARREGAMENTOS	39
4. ESTUDO PRÁTICO.....	43
4.1. MODELO DE CÁLCULO	43

4.1.1. <i>Dados de entrada</i>	43
4.1.2. <i>Resultados</i>	48
4.1.2.1. Resultados do SAP2000	48
4.1.2.2. Resultados do ROBOT	62
4.2. ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	69
4.2.1. <i>Cálculo manual da estrutura</i>	70
4.2.2. <i>Comparação dos resultados</i>	71
5. CONCLUSÃO	77
6. REFERÊNCIAS	79
ANEXO A – TABELA DE REAÇÕES DE APOIO EM LAJES RETANGULARES, TEPEDINO	81
ANEXO B – TABELA DE MOMENTOS FLETORES PARA LAJES RETANGULARES, REGIME RÍGIDO-PLÁSTICO, TEPEDINO	82
ANEXO C – TABELA DE FLECHA ELÁSTICA PARA LAJES RETANGULARES, TEPEDINO	83
ANEXO D – TABELA DE MOMENTOS FLETORES, REGIME ELÁSTICO, TEPEDINO – PARTE 1	84
ANEXO E – TABELA DE MOMENTOS FLETORES, REGIME ELÁSTICO, TEPEDINO – PARTE 2	85

1. INTRODUÇÃO

A elaboração de um projeto estrutural requer conhecimento e cuidado por parte do Engenheiro, devido às complexidades e particularidades envolvidas. É importante considerar o comportamento da estrutura durante e após a execução, garantindo assim que atenda aos requisitos básicos de estabilidade, conforto e durabilidade. O dimensionamento das peças desempenha um papel crucial nesse processo, assegurando que não ocorram rupturas provocadas pelas solicitações, que as deformações estejam dentro de limites aceitáveis para o uso normal e que a fissuração não comprometa a durabilidade da estrutura.

O projeto estrutural pode ser dividido em quatro etapas: concepção estrutural, análise estrutural, dimensionamento e detalhamento, e emissão de plantas. A concepção visa definir os materiais a serem utilizados e realizar o pré-dimensionamento dos elementos estruturais. A análise estrutural consiste na análise dos deslocamentos e esforços solicitantes da estrutura. O dimensionamento e detalhamento determinam as armaduras necessárias para suportar as solicitações calculadas na etapa de análise estrutural. Por fim, a emissão de plantas contém as especificações para a execução da estrutura da obra (KIMURA, 2007, apud MARQUES, 2017).

A análise estrutural é de grande relevância para o conhecimento do comportamento e da estabilidade global da estrutura e atualmente são realizadas principalmente com o uso de *softwares* baseados em método de elementos finitos. Dessa forma, modelar corretamente as estruturas, levando em consideração as características de cada elemento, o tipo de ligação, o tipo de apoio e as especificidades de cada edificação é essencial para elaboração de um bom projeto. Além disso, é fundamental analisar criticamente os resultados obtidos, a fim de identificar possíveis erros de modelo e realizar ajustes para obter resultados mais satisfatórios.

Nesse contexto, o presente trabalho propõe demonstrar a influência do tipo de modelagem em *softwares* de elementos finitos nos resultados de um dimensionamento estrutural. Para isso, é apresentado um estudo comparativo da influência do deslocamento do eixo central das vigas, com relação ao eixo das lajes, no cálculo estrutural para obtenção dos esforços solicitantes nas lajes e nas vigas. É realizada também uma comparação com os cálculos simplificados manuais a fim de obter mais dados para análise. Essa comparação tem o objetivo de determinar quais são os modelos de cálculo mais eficazes, eficientes, corretos e mais próximos da realidade estrutural.

2. OBJETIVOS

2.1. Objetivo geral

O objetivo principal deste trabalho é realizar um estudo comparativo do comportamento estrutural de vigas e lajes, quando são considerados os deslocamentos de eixo das vigas, por meio da utilização de *softwares* de simulação de elementos finitos. Será feita uma análise comparativa de três tipos diferentes de modelagem de vigas em dois programas de simulação distintos. Serão avaliados os esforços e deslocamentos nas vigas e nas lajes, comparando os resultados obtidos com os cálculos manuais baseados na teoria e normas específicas.

O objetivo dessa comparação é avaliar as possíveis modelagens utilizadas e comparar com os métodos tradicionais de cálculo. Isso permitirá identificar qual método de modelagem proporciona resultados mais coerentes e consistentes. Com base nos resultados obtidos, será possível determinar a melhor abordagem de modelagem para a obtenção de resultados mais confiáveis e adequados à realidade estrutural. Ademais, será analisada a precisão e a eficácia dos softwares de simulação comparando resultados de ambos.

2.2. Objetivos específicos

- Realizar uma revisão bibliográfica sobre estruturas de concreto armado, com ênfase em lajes e vigas. Essa revisão abordará as especificações dos materiais de construção de acordo com a NBR 6118:2014, bem como as particularidades relacionadas às lajes e vigas. Além disso, serão estudados os carregamentos previstos na NBR 6120:2019, que são aplicados em estruturas de concreto armado;
- Desenvolver uma metodologia detalhada para o estudo comparativo dos modelos adotados. Serão apresentadas as características dos modelos-padrão, incluindo suas dimensões, cargas adotadas e as particularidades de cada um. Além disso, serão realizados cálculos manuais dos esforços solicitantes e das flechas, a fim de obter dados adicionais para a comparação dos resultados;
- Apresentar os resultados do dimensionamento estrutural para todos os modelos analisados, comparar os resultados dos esforços solicitantes e flechas calculadas entre os modelos e os cálculos manuais e por fim analisar e concluir sobre a eficiência dos modelos.

3. REVISÃO DA LITERATURA

3.1. Concreto estrutural

3.1.1. Definições

O concreto estrutural, de acordo com a NBR 6118:2014, é definido como o espectro que compreende as utilizações do concreto como material estrutural. Entre esses espectros existem os elementos de concreto simples, concreto armado e concreto protendido. Os elementos de concreto simples compreendem aqueles que não possuem armadura, ou contém quantidades inferiores a mínima exigida. Elementos de concreto armado são aqueles que apresentam em sua composição armaduras de aço e possuem comportamento estrutural que depende da aderência entre o concreto e essa armadura. Nesses elementos as barras de aço não são alongadas antes de se obter a aderência com o concreto. Quando se aplica um alongamento inicial na barra aço antes da materialização da aderência com o intuito de reduzir ou impedir as fissurações e deslocamentos estruturais em condições de serviço e melhorar o aproveitamento das armaduras em condições de estado-último, tem-se o chamado concreto protendido. Nesse trabalho será estudado somente as estruturas em concreto armado.

3.1.2. Propriedades

A NBR 6118 informa que se não for conhecida a massa específica do concreto pode-se adotar para o concreto simples 2400kg/m^3 e para o concreto armado 2500kg/m^3 . Para fins de análise estrutural, pode-se admitir o coeficiente de dilatação térmica do concreto como sendo igual a $10^{-5}/^\circ\text{C}$.

Com relação a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}), quando não for informada a idade, os valores de resistência devem ser referenciados ao material com 28 dias de idade. Para a resistência característica à tração direta do concreto (f_{ctk}), a NBR 6118:2014 estabelece que, na falta de ensaios, pode-se avaliar o valor médio ou característico por meio das equações apresentadas abaixo.

$$f_{ctk,inf} = 0,7f_{ct,m} \quad (1)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3f_{ct,m} \quad (2)$$

Para concretos de classe até C50 (resistência característica a compressão de 50MPa):

$$f_{ct,m} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad (3)$$

Para concretos de classe de C50 até C90:

$$f_{ct,m} = 2,12 \ln(1 + 0,11f_{ck}) \quad (4)$$

Sendo $f_{ct,m}$, a resistência média a tração do concreto, e f_{ck} em MPa.

O concreto apresenta comportamentos diferentes quando está comprimido ou tracionado, como pode ser percebido nos diagramas tensão x deformação, Figura 1 e Figura 2, apresentados abaixo para as duas situações. Em análises do estado-limite último pode-se empregar o diagrama da Figura 1 para o concreto comprimido e para o concreto tracionado e não fissurado pode-se adotar o diagrama da Figura 2.

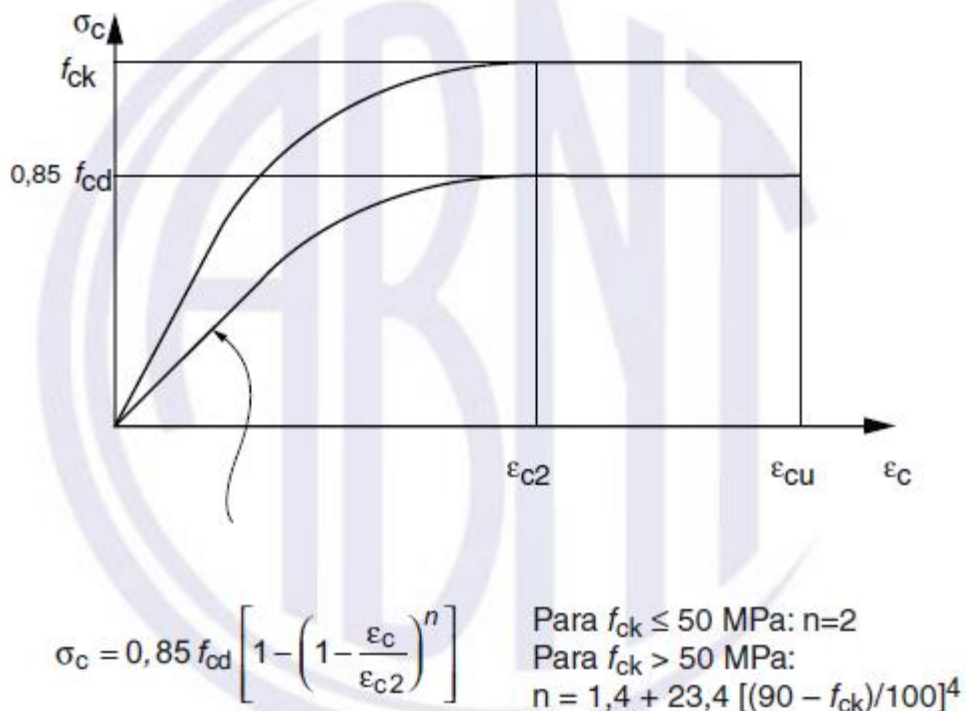


Figura 1. Diagrama tensão x deformação do concreto sujeito à compressão. Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

Para os parâmetros ϵ_{c2} (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) e ϵ_{cu} (deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura), apresentados na Figura 1, adota-se os seguintes valores dependentes da resistência característica do concreto a compressão:

Tabela 1. Deformações específicas conforme classe do concreto. Fonte: Adaptado da NBR 6118 (2014).

Classes do concreto	ϵ_{c2}	ϵ_{cu}
Classes até C50:	2,0‰	3,5‰
Classes de C55 a C90:	$2,0‰ + 0,085‰ \cdot (f_{ck} - 50) / 0,53$	$2,6‰ + 35‰ \cdot [(90 - f_{ck}) / 100] / 4$

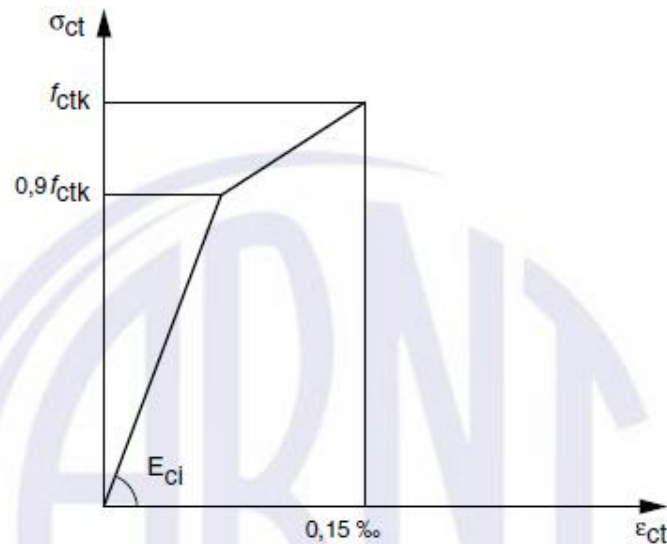


Figura 2. Diagrama tensão x deformação do concreto sujeito à tração. Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

De acordo com a NBR 6118, é possível calcular o módulo de elasticidade inicial do concreto (E_{ci}) em megapascal (MPa), levando em consideração o f_{ck} do material e os tipos de agregados graúdos utilizados. As equações fornecidas para esse cálculo são as seguintes:

Para f_{ck} entre 20MPa e 50MPa:

$$E_{ci} = \alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (5)$$

Para f_{ck} entre 55MPa e 95MPa:

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad (6)$$

Onde:

$$\alpha_E = \begin{cases} 1,2 - \text{basalto ou diabásio} \\ 1,0 - \text{granito ou gnaisse} \\ 0,9 - \text{calcário} \\ 0,7 - \text{arenito} \end{cases}$$

No dimensionamento estrutural, utiliza-se o módulo de elasticidade secante (E_{cs}), que pode ser obtido através de uma relação entre o módulo de elasticidade inicial e um fator α_i , o qual é dependente do valor de f_{ck} do material. Na equação apresentada E_{cs} e f_{ck} são dados em megapascal (MPa):

$$E_{cs} = \alpha_i E_{ci} \quad (7)$$

Onde:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \quad (8)$$

Dessa, forma, para cada tipo de f_{ck} e agregado graúdo tem-se um valor para o módulo de elasticidade do concreto. Para facilitar a determinação do módulo de elasticidade foi criada a seguinte tabela apresentada na figura abaixo com resumo dos módulos de elasticidade para cada valor de f_{ck} e de α_E .

Agregado graúdo de basalto e diabásio				
fck	α_E	α_i	E_{ci}	E_{cs}
20	1,2	0,85	30053	25545
25	1,2	0,86	33600	28980
30	1,2	0,88	36807	32206
35	1,2	0,89	39756	35283
40	1,2	0,90	42501	38251

Agregado graúdo de granito e gnaisse				
fck	α_E	α_i	E_{ci} (MPa)	E_{cs} (MPa)
20	1	0,85	25044	21287
25	1	0,86	28000	24150
30	1	0,88	30672	26838
35	1	0,89	33130	29403
40	1	0,90	35418	31876

Agregado graúdo de calcário				
fck	α_E	α_i	E_{ci}	E_{cs}
20	0,9	0,85	22540	19159
25	0,9	0,86	25200	21735
30	0,9	0,88	27605	24155
35	0,9	0,89	29817	26463
40	0,9	0,90	31876	28688

Agregado graúdo de arenito				
fck	α_E	α_i	E_{ci}	E_{cs}
20	0,7	0,85	17531	14901
25	0,7	0,86	19600	16905
30	0,7	0,88	21471	18787
35	0,7	0,89	23191	20582
40	0,7	0,90	24792	22313

Figura 3. Determinação do Módulos de Elasticidade.

Para tensões de compressão menores que $0,5 f_c$ e tensões de tração menores que f_{ct} , o coeficiente de Poisson ν pode ser tomado como igual a 0,2 e o módulo de elasticidade transversal G_c igual a $E_{cs}/2,4$. Essas simplificações são aplicadas em análises estruturais para estimar as propriedades mecânicas do concreto

3.2. Armaduras passivas e ativas

3.2.1. Definições

Conforme estabelecido pela NBR 6118:2014, o termo "armaduras passivas" se refere a todas as armaduras que não passaram por pré-alongamento ou forças de protensão. Essas armaduras são empregadas tanto em estruturas de concreto armado quanto em estruturas de concreto protendido.

Por outro lado, o conceito de "armaduras ativas" se aplica às barras, fios ou cordoalhas que passaram por um pré-alongamento inicial e estão sujeitas a forças de protensão (Bastos, 2019). Essas armaduras ativas são exclusivas de estruturas de concreto protendido.

Dessa forma, a distinção entre armaduras passivas e ativas se baseia na presença ou ausência de forças de protensão, sendo que as armaduras passivas são utilizadas tanto em estruturas de concreto armado quanto em estruturas de concreto protendido, enquanto as armaduras ativas são específicas do concreto protendido.

3.2.2. Bitolas e tipos de aço

A norma NBR 7480:2007 fornece uma variedade de opções de bitolas disponíveis para armaduras passivas, juntamente com os parâmetros correspondentes, como massa por metro linear e área da seção transversal. Essas informações são apresentadas de forma organizada na Figura 4, retirada da norma, permitindo uma seleção adequada das bitolas de acordo com os requisitos do projeto estrutural.

Diâmetro nominal ^a mm	Massa e tolerância por unidade de comprimento		Valores nominais		
	Barras	Massa nominal ^b kg/m	Máxima variação permitida para massa nominal	Área da seção mm ²	Perímetro mm
6,3		0,245	± 7%	31,2	19,8
8,0		0,395	± 7%	50,3	25,1
10,0		0,617	± 6%	78,5	31,4
12,5		0,963	± 6%	122,7	39,3
16,0		1,578	± 5%	201,1	50,3
20,0		2,466	± 5%	314,2	62,8
22,0		2,984	± 4%	380,1	69,1
25,0		3,853	± 4%	490,9	78,5
32,0		6,313	± 4%	804,2	100,5
40,0		9,865	± 4%	1256,6	125,7

Figura 4. Características das barras de armadura passiva. Fonte: ABNT NBR 7480 (2007).

Existem diferentes tipos de aços utilizados na fabricação de barras, sendo que a principal diferenciação entre eles é a resistência característica de escoamento (f_{yk}) associada. A norma apresenta os diferentes tipos de aço na Figura 5 a seguir.

Categoria	Resistência característica de escoamento ^a
	f_{yk} MPa ^b
CA-25	250
CA-50	500
CA-60	600

Figura 5. Tipos de aços utilizados em barras. Fonte: ABNT NBR 7480, 2007.

ArcelorMittal disponibiliza em seu catálogo as especificações técnicas das cordoalhas de 3 e 7 fios adequadas para o sistema de protensão não-aderente, do tipo nuas ou engraxadas e plastificadas. Essas cordoalhas são projetadas especificamente para aplicações em armaduras ativas em estruturas de concreto protendido, atendendo aos requisitos de resistência e

desempenho necessários. Na figura abaixo vê-se uma parte da especificação apresentada pelo fabricante em seu catálogo.

ESPECIFICAÇÕES DOS PRODUTOS - CORDOALHAS NUAS PARA PROTENSÃO						
Produto	Diâmetro nominal (mm)	Área aprox. (mm ²)	Massa aprox. (kg/1.000m)	Carga mínima de ruptura (kN)	Carga mínima a 1% de deformação (kN)	Alongamento após ruptura (%)
Cordoalha 3 fios CP 190						
Cord. CP 190 RB 3 X 3,0	6,5	22	171	40	36	3,5
Cord. CP 190 RB 3 X 3,5	7,6	30	238	56	50	3,5
Cord. CP 190 RB 3 X 4,0	8,8	39	304	70	63	3,5
Cord. CP 190 RB 3 X 4,5	9,6	47	366	86	78	3,5
Cord. CP 190 RB 3 X 5,0	11,1	66	520	122	110	3,5
Cordoalha 7 fios CP 190						
Cord. CP 190 RB 9,5	9,5	56	441	102	92	3,5
Cord. CP 190 RB 12,7	12,7	101	792	184	165	3,5
Cord. CP 190 RB 15,20	15,2	143	1126	261	235	3,5
Cord. CP 190 RB 15,70	15,7	150	1180	274	247	3,5
Cord. CP 190 RB 15,20 Entalhada*	15,2	143	1126	261	235	3,5
Cord. CP 190 RB 15,70 Entalhada*	15,7	150	1180	274	247	3,5
<small>*Fabricação sob consulta.</small>						
Cordoalha 7 fios CP 210						
Cord. CP 210 RB 9,50*	9,5	56	441	113	102	3,5
Cord. CP 210 RB 12,70	12,7	101	792	203	183	3,5
Cord. CP 210 RB 15,20	15,2	143	1126	288	259	3,5
Cord. CP 210 RB 15,70	15,7	150	1180	303	273	3,5
<small>*Fabricação sob consulta.</small>						

Figura 6. Especificações técnicas de cordoalhas nuas para protensão de 3 e 7 fios. Fonte: ArcelorMittal (2021).

3.2.3. Propriedades das armaduras

De acordo com a NBR 6118:2014, a massa específica do aço (γ_s) utilizado tanto nas armaduras passivas quanto nas armaduras ativas é de 7850 kg/m³. Além disso, o coeficiente de dilatação térmica (α_s) do aço tem o mesmo valor do concreto (α_c), ou seja, $1 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$.

Há uma diferenciação nos módulos de elasticidade (E) entre as armaduras passivas e as armaduras ativas. Para as armaduras passivas, o módulo de elasticidade é $E_s = 210 \text{ GPa}$, enquanto para as armaduras ativas, é $E_p = 200 \text{ GPa}$. Os diagramas tensão x deformação também apresentam diferenças entre os dois tipos de armadura.

Na Figura 7, é apresentado o comportamento do diagrama tensão x deformação para as armaduras passivas, destacando a tensão de escoamento do material (f_{yk}) e seu valor de cálculo (f_{yd}). Já na Figura 8, é apresentado o comportamento do diagrama para as armaduras ativas, com destaque para a tensão de escoamento do aço de armadura ativa (f_{pyk}), seu valor de cálculo (f_{pyd}), a tensão de ruptura característica (f_{ptk}) e seu valor de cálculo (f_{ptd}).

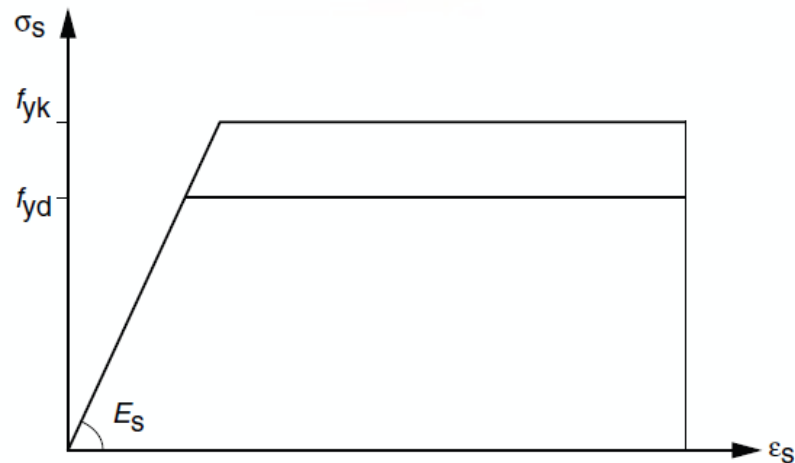


Figura 7. Diagrama tensão x deformação para aços de armaduras passivas. Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

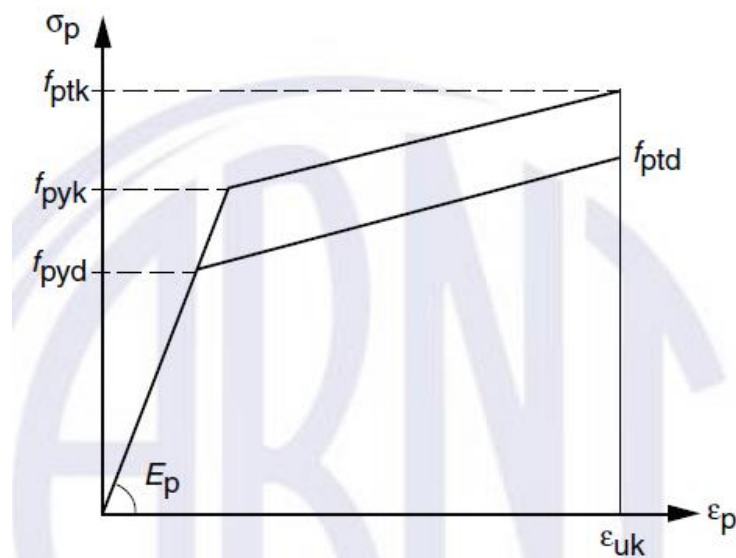


Figura 8. Diagrama tensão x deformação para aços de armaduras ativas. Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

3.3.Lajes

3.3.1. Definições

As lajes, de acordo com Bastos (2019), são elementos planos e bidimensionais projetados para desempenhar a função de piso ou cobertura em construções. Sua principal finalidade é suportar as cargas verticais provenientes do uso da laje, como pessoas, móveis, pisos, paredes e diversos outros tipos de carga. Essas cargas podem ser classificadas de acordo com sua distribuição em relação ao plano da laje, sendo distribuídas na área (como o peso próprio, contrapiso e revestimento na borda inferior), distribuídas linearmente (como a carga de uma parede apoiada na laje) ou concentradas (como a carga de um pilar apoiado na laje).

Normalmente, as ações são transferidas das lajes para as vigas de apoio localizadas nas bordas, conforme ilustrado na Figura 9. No entanto, em alguns casos, as ações também podem ser transmitidas diretamente aos pilares. Existem diversos tipos de lajes, tais como maciças, nervuradas, lisas e pré-moldadas, cada uma com suas características e aplicações específicas. (Bastos, 2019).

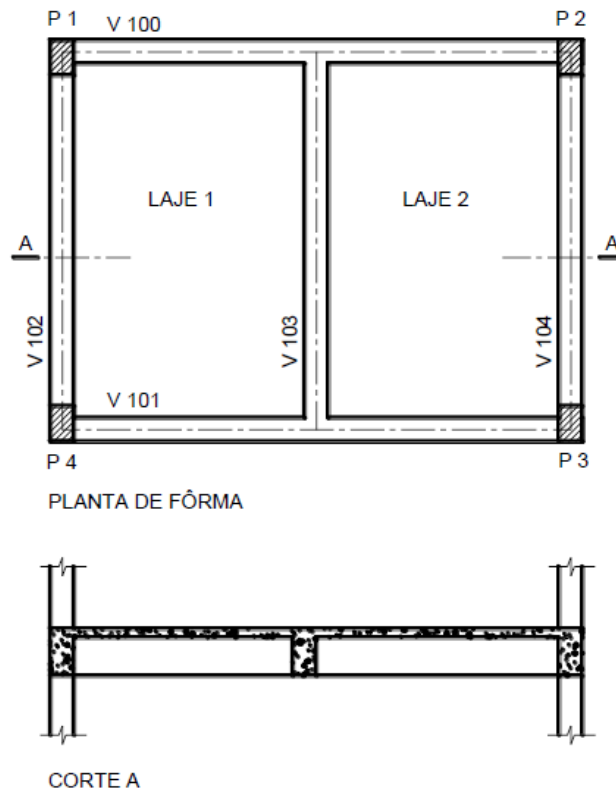


Figura 9. Planta de forma e corte de duas lajes maciças apoiadas sobre vigas. Fonte: Bastos, 2019.

3.3.2. Determinação dos esforços

Para realizar o cálculo das lajes, é necessário considerar diferentes tipos, dependendo das dimensões e da disposição das armaduras. De acordo com Botelho (2018), existem dois tipos de lajes que são considerados no cálculo: as lajes com dimensões semelhantes, em que a largura e o comprimento não diferem muito, e as lajes retangulares, em que uma dimensão é maior do que o dobro da outra. O primeiro tipo é conhecido como lajes armadas em duas direções, enquanto o segundo é denominado lajes armadas em uma única direção.

Nas lajes armadas em duas direções, a armadura é posicionada no meio do vão para suportar os momentos positivos que ocorrem em ambas as direções principais. Isso significa que a armadura é distribuída nas duas direções transversais da laje. Já nas lajes armadas em uma única

direção, a armadura principal é posicionada na direção do vão menor, enquanto uma armadura secundária é adicionada na direção perpendicular.

Segundo Botelho (2018), as lajes armadas em uma só direção são calculadas de forma semelhante a um conjunto de vigas paralelas. Nesse caso, o cálculo da área de aço é realizado por metro de laje. É importante distinguir entre lajes isoladas e lajes engastadas durante o cálculo. O momento no meio do vão é representado por "M", enquanto o momento nos apoios é indicado por "X". Os esquemas possíveis para lajes armadas em uma só direção são apresentados na figura abaixo.

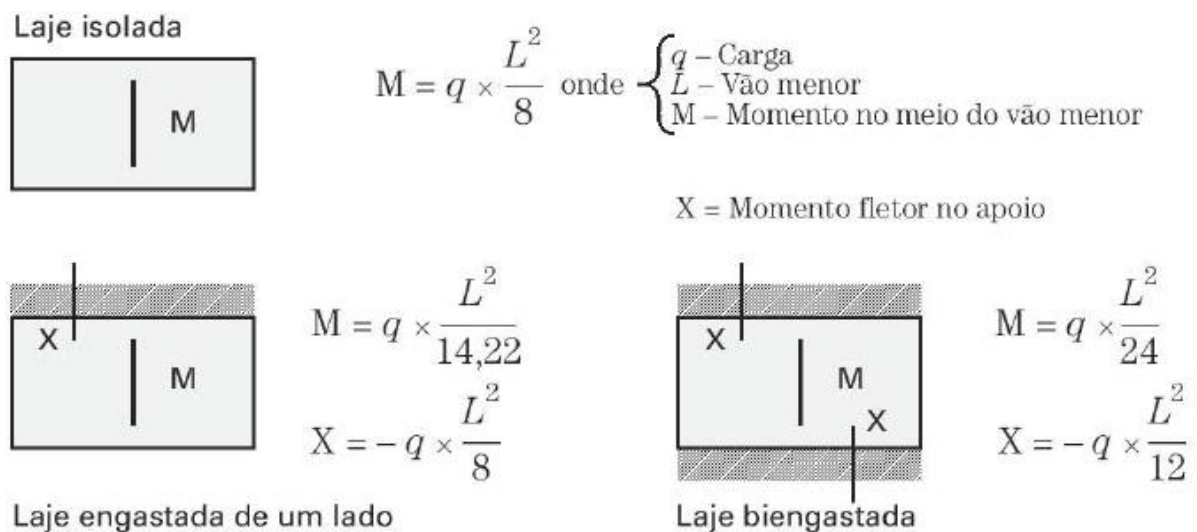


Figura 10. Esquemas de dimensionamento de lajes armadas em uma direção. Fonte: Botelho (2018).

Existem vários métodos amplamente utilizados para o dimensionamento e análise de lajes armadas em duas direções, como o método de Czerny e o método de Tepedino. Nesses métodos, as lajes são tratadas como elementos isolados, sem considerar a interação entre elas, e os apoios são considerados como engastados e simplesmente apoiados nas laterais.

Essa abordagem simplificada das tabelas considera que as lajes não possuem continuidade estrutural entre si, sendo analisadas individualmente. A interação entre as placas é posteriormente considerada por meio da relação de compensação dos momentos positivos e negativos. Já os apoios são considerados dos tipos engastado, ou seja, infinitamente rígido, e simplesmente apoiado nas laterais. Essa consideração das condições de apoio é essencial para determinar os esforços e as distribuições de momentos fletores nas lajes.

No presente trabalho, será adotado o método do Tepedino, cujas tabelas de determinação de esforços estão apresentadas nos anexos para referência.

3.4. Vigas

3.4.1. Definições

Conforme mencionado por Bastos (2019) e a NBR 6118 (2014), as vigas são elementos lineares, também conhecidos como barras, que possuem como principal função vencer vãos e transferir as cargas para os apoios, normalmente os pilares. Geralmente, as vigas são retas, horizontais e apresentam flexão como o principal modo de deformação. Elas podem se estender ao longo do eixo longitudinal e, em algumas aplicações, podem ser curvas. As cargas atuantes nas vigas são provenientes de lajes, outras vigas, paredes de alvenaria, pilares, entre outros, e geralmente são aplicadas de forma perpendicular ao eixo longitudinal. Além da flexão, as vigas também podem estar sujeitas a momentos de torção e forças normais de compressão ou tração ao longo do eixo.

As vigas desempenham um papel fundamental juntamente com as lajes e os pilares na composição da estrutura de contraventamento, responsável por proporcionar estabilidade global aos edifícios frente às cargas verticais e horizontais. Em geral, as vigas possuem duas armaduras distintas: a armadura longitudinal, composta por barras dispostas ao longo do comprimento da viga, e a armadura transversal, composta por estribos que envolvem as barras longitudinais (Fig. 43 e Fig. 44). (Bastos, 2019)

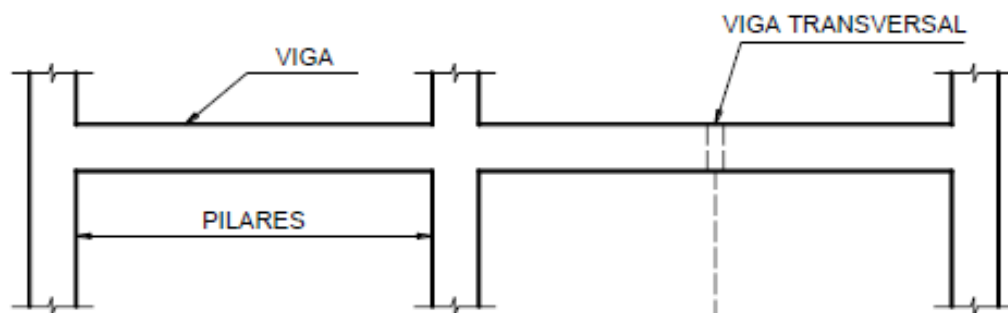


Figura 11. Vigas de concreto apoiadas sobre pilares. Fonte: Bastos (2019).

3.4.2. Determinação dos esforços

Para determinar os esforços atuantes nas vigas é necessário calcular reações de apoio com base nas cargas atuantes e nas condições de apoio da viga e determinação dos diagramas de esforços por meio da análise da estrutura, da aplicação das equações de equilíbrio e das condições de

compatibilidade deformacional. Para simplificar os cálculos desses esforços e fechas das vigas, serão apresentados a seguir, por meio de figuras, fórmulas que determinam os esforços cortante, momento fletor e flecha das vigas, dependendo do tipo de apoio e de carregamento aplicado.

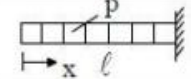
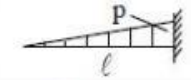
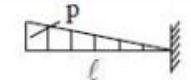

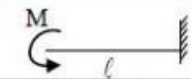
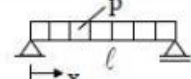
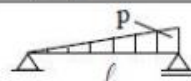
CASO	VINCULAÇÃO E CARREGAMENTO	FLECHA		EQUAÇÃO DA ELÁSTICA
		w_{max}	x	
1		$\frac{1}{8} \frac{p \ell^4}{EI}$	0	$\frac{p \ell^4}{24EI} (\alpha^4 - 4\alpha + 3)$
2		$\frac{1}{30} \frac{p \ell^4}{EI}$	0	$\frac{p \ell^4}{120EI} (\alpha^5 - 5\alpha + 4)$
3		$\frac{11}{120} \frac{p \ell^4}{EI}$	0	$\frac{p \ell^4}{120EI} (-\alpha^5 + 5\alpha^4 - 15\alpha + 11)$
4		$\frac{1}{3} \frac{P \ell^3}{EI}$	0	$\frac{P \ell^3}{6EI} (\alpha^3 - 3\alpha + 2)$
5		$\frac{1}{2} \frac{M \ell^2}{EI}$	0	$\frac{M \ell^2}{2EI} (1 - \alpha)^2$
6		$\frac{5}{384} \frac{p \ell^4}{EI}$	$0,5\ell$	$\frac{p \ell^4 \alpha}{24EI} (\alpha^3 - 2\alpha^2 + 1)$
7		$\frac{3}{460} \frac{p \ell^4}{EI}^{(*)}$	$0,519\ell$	$\frac{p \ell^4 \alpha}{360EI} (3\alpha^4 - 10\alpha^2 + 7)$

Figura 12. Fechas de vigas para variados tipos de apoios e carregamentos. Fonte: PINHEIRO apud BERNARDI (2019).

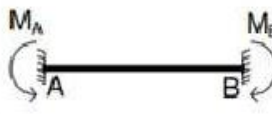
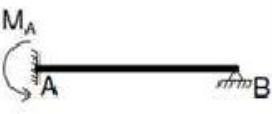

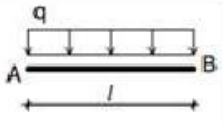
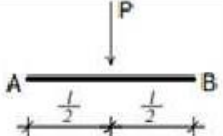
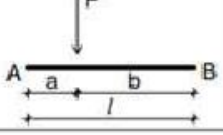
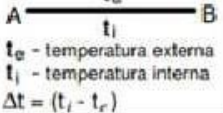
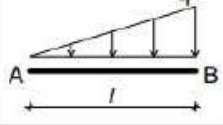
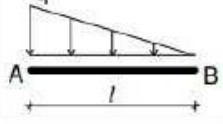
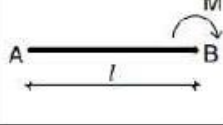
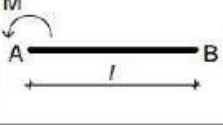
Condições de contorno	M_A  M_B		M_A 		 M_B	
	Casos de carregamento					
	$M_A = +\frac{q \cdot l^2}{12}$ $R_A = \frac{q \cdot l}{2}$	$M_B = -\frac{q \cdot l^2}{12}$ $R_B = \frac{q \cdot l}{2}$	$M_A = +\frac{q \cdot l^2}{8}$ $R_A = \frac{5 \cdot q \cdot l}{8}$	$M_B = 0$ $R_B = \frac{3 \cdot q \cdot l}{8}$	$M_A = 0$ $R_A = \frac{3 \cdot q \cdot l}{8}$	$M_B = -\frac{q \cdot l^2}{8}$ $R_B = \frac{5 \cdot q \cdot l}{8}$
	$M_A = +\frac{P \cdot l}{8}$ $R_A = \frac{P}{2}$	$M_B = -\frac{P \cdot l}{8}$ $R_B = \frac{P}{2}$	$M_A = +\frac{3}{16} P \cdot l$ $R_A = \frac{11 \cdot P}{16}$	$M_B = 0$ $R_B = \frac{5 \cdot P}{16}$	$M_A = 0$ $R_A = \frac{5 \cdot P}{16}$	$M_B = -\frac{3}{16} P \cdot l$ $R_B = \frac{11 \cdot P}{16}$
	$M_A = +\frac{P \cdot a \cdot b^2}{l^3}$	$M_B = -\frac{P \cdot a^2 \cdot b}{l^3}$	$M_A = +\frac{P \cdot a \cdot b}{2l^2} (l+b)$	$M_B = 0$	$M_A = 0$	$M_B = \frac{P \cdot a \cdot b}{2l^2} (l+a)$
 t_e - temperatura externa t_i - temperatura interna $\Delta t = (t_i - t_e)$	$M_A = \frac{EI \cdot \alpha \cdot \Delta t}{h}$	$M_B = -\frac{EI \cdot \alpha \cdot \Delta t}{h}$	$M_A = \frac{3EI \cdot \alpha \cdot \Delta t}{2h}$	$M_B = 0$	$M_A = 0$	$M_B = -\frac{3EI \cdot \alpha \cdot \Delta t}{2h}$
<i>h - Altura da seção transversal</i>						
	$M_A = +\frac{q \cdot l^2}{30}$	$M_B = -\frac{q \cdot l^2}{20}$	$M_A = +\frac{7q \cdot l^2}{120}$	$M_B = 0$	$M_A = 0$	$M_B = -\frac{q \cdot l^2}{15}$
	$M_A = +\frac{q \cdot l^2}{20}$	$M_B = -\frac{q \cdot l^2}{30}$	$M_A = +\frac{q \cdot l^2}{15}$	$M_B = 0$	$M_A = 0$	$M_B = -\frac{7q \cdot l^2}{120}$
	$M_A = 0$	$M_B = +M$	$M_A = -\frac{M}{2}$	$M_B = -M$	$M_A = 0$	$M_B = +M$
	$M_A = -M$	$M_B = 0$	$M_A = -M$	$M_B = 0$	$M_A = +M$	$M_B = +\frac{M}{2}$

Figura 13. Momentos e reações de vigas engastadas com diferentes tipos de carregamentos. Fonte: SCRIBD (2023).

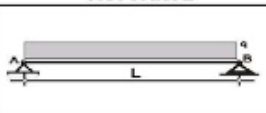
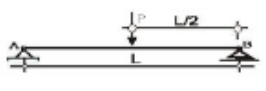
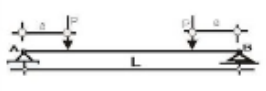
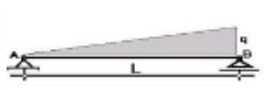
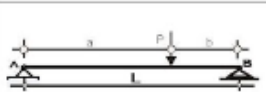
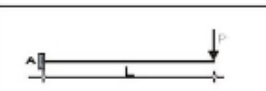
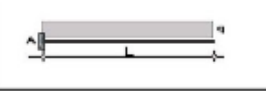
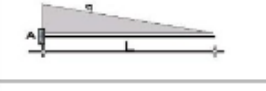
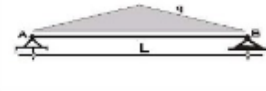
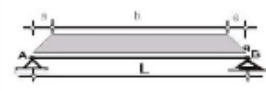
TIPO DE VIGA Y CARGA ACTUANTE	REACCIONES DE VÍNCULO	M_0 max en x_0	FLECHA MÁX. en x_1
	$R_A = R_B = q \frac{L}{2}$	$\frac{qL^2}{8}$ $x_0 = \frac{L}{2}$	$f_{\max} = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI}$ $x_1 = \frac{L}{2}$
	$R_A = R_B = \frac{P}{2}$	$\frac{PL}{4}$ $x_0 = \frac{L}{2}$	$f_{\max} = \frac{1}{48} \frac{PL^3}{EI}$ $x_1 = \frac{L}{2}$
	$R_A = R_B = P$	$P \cdot a$ $x_0 = \text{de } a \text{ hasta } L - 2a$	$f_{\max} = \frac{Pa(3L^2 - 4a^2)}{24EI}$ $x_1 = \frac{L}{2}$
	$R_A = \frac{1}{6} qL$ $R_B = \frac{1}{3} qL$	$q \frac{qL^2}{2}$ $x_0 = 0,577 L$	$f_{\max} = \frac{0,00652 qL^4}{EI}$ $x_1 = 0,519 L$
	$R_A = \frac{Pb}{L}$ $R_B = \frac{Pa}{L}$	$\frac{Pab}{L}$ $x_0 = a$	
	$R_A = P$	$P \cdot L$ $x_0 = 0$	$f_{\max} = \frac{1}{3} \frac{PL^3}{EI}$ $x_1 = L$
	$R_A = qL$	$\frac{qL^2}{2}$ $x_0 = 0$	$f_{\max} = \frac{1}{8} \frac{qL^4}{EI}$ $x_1 = L$
	$R_A = \frac{qL}{2}$	$\frac{qL^2}{6}$ $x_0 = 0$	$f_{\max} = \frac{1}{30} \frac{qL^4}{EI}$ $x_1 = L$
	$R_A = R_B = \frac{qL}{4}$	$\frac{qL^2}{12}$ $x_0 = \frac{L}{2}$	$f_{\max} = \frac{1}{60} \frac{PL^3}{EI}$ $x_1 = \frac{L}{2}$
	$R_A = R_B = q \frac{(L-a)}{2}$	$\frac{qL^2}{24} (3-4\alpha^2)$ $x_0 = \frac{L}{2}$ $\alpha = \frac{a}{L}$	

Figura 14. Reações, momentos e flechas de vigas para variados tipos de apoios e carregamentos. Fonte: PASSEI DIRETO (2023).

3.5. Pilares

3.5.1. Definições

Os pilares são elementos estruturais lineares, geralmente dispostos verticalmente, que suportam predominantemente forças normais de compressão (NBR 6118, 2014, item 14.4.1.2). Eles desempenham um papel crucial na transmissão das cargas recebidas, geralmente provenientes de vigas e lajes, para as fundações das edificações.

Conforme destacado por Bastos (2019), os pilares possuem uma grande importância tanto em termos de resistência estrutural quanto em relação à segurança das edificações. Como elementos verticais, desempenham um papel fundamental na estabilidade global dos edifícios, fazendo parte do sistema de contraventamento juntamente com as vigas e lajes.

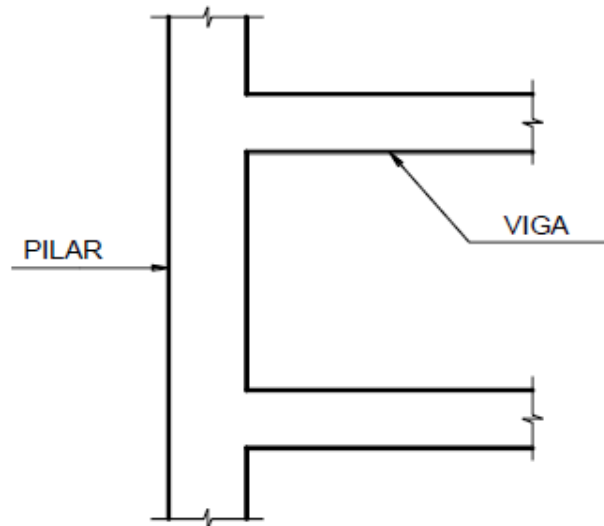


Figura 15. Vigas de concreto apoiadas sobre pilares. Fonte: Bastos (2019).

Nesse item não será apresentado como são obtidos os esforços dos pilares, pois não faz parte do trabalho a verificação de pilares.

3.6. Critérios de durabilidade

A norma NBR 6118:2014 estabelece diversas diretrizes com o objetivo de garantir a durabilidade adequada de estruturas de concreto armado ou protendido. Uma dessas diretrizes refere-se à avaliação da agressividade ambiental do meio onde a estrutura estará locada. As classes de agressividade ambiental (CAA) estão associadas às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas, sendo elas apresentadas pela Figura 16.

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{a, b}	Pequeno
III	Forte	Marinha ^a	Grande
		Industrial ^{a, b}	
IV	Muito forte	Industrial ^{a, c}	Elevado
		Respingos de maré	

Figura 16. **Classes de agressividade ambiental.** Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

A durabilidade das estruturas está diretamente relacionada à qualidade do concreto utilizado na estrutura e as medidas de cobrimento adotadas para as armaduras. A norma NBR 6118:2014 estabelece critérios para garantir a durabilidade adequada, considerando as diferentes classes de agressividade ambiental. Para cada CAA, a norma indica os valores máximos de relação água/cimento (a/c) e os valores mínimos de resistência característica à compressão (f_{ck}) recomendados para o concreto armado e protendido. Essas orientações estão apresentadas na Figura 17.

Além disso, a Figura 18 retirada da norma fornece os valores mínimos de cobrimento de proteção para as armaduras em cada elemento estrutural de concreto armado ou protendido. Esses valores de cobrimento são estabelecidos visando garantir a adequada proteção das armaduras contra agentes agressivos.

Concreto ^a	Tipo ^{b, c}	Classe de agressividade (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	$\leq 0,65$	$\leq 0,60$	$\leq 0,55$	$\leq 0,45$
	CP	$\leq 0,60$	$\leq 0,55$	$\leq 0,50$	$\leq 0,45$
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	$\geq C20$	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C40$
	CP	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C35$	$\geq C40$

Figura 17. **Características do concreto para diferentes CAA.** Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV ^c
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto protendido ^a	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

Figura 18. **Cobrimentos mínimos para estruturas de concreto.** Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

3.7. Segurança e desempenho estrutural

A NBR 6118:2014 estabelece uma série de critérios com o objetivo de garantir a segurança e o bom desempenho estrutural, denominados de estados-limites. Esses estados-limites são divididos em duas categorias principais: Estados-Limites Últimos (ELU) e Estados-Limites de Serviço (ELS).

Os Estados-Limites Últimos (ELU) têm como finalidade verificar se a estrutura é capaz de suportar as cargas solicitantes sem exceder sua capacidade resistente. Em outras palavras, eles são usados para avaliar se a estrutura não atingirá o colapso ou a falha estrutural.

Por outro lado, os Estados-Limites de Serviço (ELS) são utilizados para verificar se a estrutura atende aos requisitos mínimos de durabilidade, conforto, aparência e funcionalidade. Os ELS levam em consideração aspectos não apenas relacionados à segurança estrutural, mas também ao uso e à experiência dos ocupantes da edificação. Esses estados-limites são importantes para garantir que a estrutura cumpra suas finalidades pretendidas ao longo do tempo.

As ações consideradas para o dimensionamento de uma estrutura são classificadas em três grupos: ações permanentes, ações variáveis e ações excepcionais.

O grupo das ações permanentes consiste em cargas que atuam de forma praticamente constante ao longo da vida útil da estrutura. Exemplos dessas ações incluem o peso próprio dos elementos estruturais, o peso das alvenarias, revestimentos e os esforços de protensão.

No grupo das ações variáveis, tem-se as cargas que variam significativamente ao longo da vida útil da construção. Para edificações comuns, exemplos de ações variáveis incluem as sobrecargas de utilização sobre as lajes, os carregamentos devido à incidência do vento e as variações de temperatura.

Por outro lado, as ações excepcionais, que não são abordadas em detalhes aqui, têm menor relevância para o propósito do trabalho em questão e geralmente estão associadas a eventos raros ou extremos, como terremotos ou explosões.

Os valores das ações consideradas no dimensionamento estrutural podem ser classificados como valores característicos ou valores de cálculo. As ações características permanentes são designadas por $F_{g,k}$, enquanto as ações características variáveis são representadas por $F_{q,k}$.

No dimensionamento estrutural, são utilizados os valores de cálculo das ações nos Estados-Limites Últimos (ELU). Esses valores de cálculo são obtidos a partir dos valores característicos das ações, sendo multiplicados por um coeficiente de majoração γ_f , conforme apresentado na Figura 19.

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 ^a	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0
onde <i>D</i> é desfavorável, <i>F</i> é favorável, <i>G</i> representa as cargas variáveis em geral e <i>T</i> é a temperatura. ^a Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.								

Figura 19. Valores de γ_f . Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

A Figura 20 apresenta os valores dos coeficientes γ_{f2} , os quais são utilizados para a minoração dos valores das ações. No caso dos Estados-Limites Últimos (ELU), quando há a presença de mais de uma ação variável, a ação considerada secundária é multiplicada pelo coeficiente $\gamma_{f2} = \Psi_0$. Já nos Estados-Limites de Serviço (ELS), para combinações de cargas frequentes, o

coeficiente γ_{f2} é igual a Ψ_1 , enquanto para combinações de cargas quase permanentes, o coeficiente γ_{f2} é igual a Ψ_2 .

Ações		γ_{f2}		
		Ψ_0	Ψ_1^a	Ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ^b	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ^c	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

Figura 20. Valores de γ_{f2} . Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

Em muitos casos, as ações atuam simultaneamente na estrutura. Portanto, para verificar a resistência estrutural em relação aos Estados-Limites Últimos (ELU) e aos Estados-Limites de Serviço (ELS), é necessário considerar combinações de cargas. No contexto das edificações em geral, destacam-se as combinações últimas normais para o ELU. De acordo com a NBR 6118:2014, essas combinações incluem as ações permanentes, a ação variável considerada principal na combinação, além de outras ações variáveis consideradas secundárias. A equação abaixo descreve como essas combinações de cargas últimas normais são consideradas para o projeto de concreto armado.

$$F_d = \gamma_g \sum F_{gik} + \gamma_q \left(F_{q1k} + \sum \Psi_{0j} F_{qjk} \right) \quad (9)$$

Onde:

F_d = Esforço de cálculo;

γ_g = Coeficiente de majoração de cargas permanentes;

F_{gik} = Esforço permanente característico i ;

γ_g = Coeficiente de majoração de cargas variáveis;

Ψ_{0j} = Coeficiente de minoração de carga variável secundária j;

F_{q1k} = Esforço variável principal característico;

F_{qjk} = Esforço variável secundário característico j.

No caso dos Estados-Limites de Serviço (ELS), são relevantes, para edificações em geral, as combinações quase permanentes de serviço para verificação das flechas, e as combinações frequentes de serviço para a verificação de abertura de fissuras, vibrações excessivas e compressão excessiva (Camacho, 2005). A equação a seguir descreve a composição da combinação quase permanente de serviço:

$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + \sum \Psi_{2j} F_{qjk} \quad (10)$$

Onde:

$F_{d,ser}$ = Esforço de cálculo de serviço;

F_{gik} = Esforço permanente característico i;

Ψ_{2j} = Coeficiente de minoração de carga variável j;

F_{qjk} = Esforço variável característico j.

A combinação frequente de serviço é apresentada pela equação abaixo.

$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + \Psi_1 F_{q1k} + \sum \Psi_{2j} F_{qjk} \quad (11)$$

Onde:

$F_{d,ser}$ = Esforço de cálculo de serviço;

F_{gik} = Esforço permanente característico i ;

Ψ_1 = Coeficiente de minoração de carga variável principal;

F_{q1k} = Esforço variável principal característico;

Ψ_{2j} = Coeficiente de minoração de carga variável secundária j ;

F_{qjk} = Esforço variável secundário característico j .

3.8. Resistências dos materiais

Para determinar as resistências dos materiais utilizados em estruturas de concreto armado e protendido, são aplicados coeficientes específicos às respectivas resistências características de cada material. No caso do concreto, a equação estabelecida pela NBR 6118:2014 é a seguinte:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (12)$$

Onde:

f_{cd} = Resistência de cálculo à compressão do concreto;

f_{ck} = Resistência característica à compressão do concreto;

γ_c = Coeficiente de ponderação da resistência do concreto.

Para o aço, tem-se a seguinte equação:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (13)$$

Onde:

f_{yd} = Resistência de cálculo do aço;

f_{yk} = Resistência característica do aço;

γ_s = Coeficiente de ponderação da resistência do aço.

Para combinações normais de ações, que são as mais frequentes, tem-se que $\gamma_c=1,4$ e $\gamma_s=1,15$ (NBR 6118:2014).

3.9. Dimensões-limites

De acordo com a NBR 6118:2014, são estabelecidos requisitos específicos para as dimensões mínimas das seções transversais das vigas, pilares e lajes. Essas diretrizes têm como objetivo evitar um desempenho estrutural inaceitável e proporcionar condições adequadas de execução dos elementos.

Para vigas, a norma determina que a largura mínima da seção transversal seja de 12 cm. Já para pilares, a dimensão mínima é de 19 cm, sem a necessidade de utilizar um coeficiente adicional de cargas (γ_n). No entanto, é aceitável realizar o dimensionamento de pilares com largura (b) de até 14 cm, desde que seja considerado o coeficiente γ_n . A Figura 21 apresenta os valores de γ_n a serem adotados para cada dimensão de pilar.

b cm	≥ 19	18	17	16	15	14
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25

Figura 21. Valores do coeficiente adicional γ_{f2} para pilares e pilares parede. Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

No caso de lajes maciças, são estabelecidas as seguintes espessuras mínimas:

- 7 cm para coberturas totalmente apoiadas;
- 8 cm para lajes de piso totalmente apoiadas;
- 10 cm para lajes em balanço;
- 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;
- 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes-cogumelo, desconsiderando o capital quando existente.

No caso de lajes em balanço, o dimensionamento deve considerar um coeficiente adicional de majoração de cargas (γ_n), dependendo da espessura (h) da laje, conforme apresentado na figura abaixo.

h cm	≥ 19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45

Figura 22. **Valores do coeficiente adicional γ_{f2} para lajes em balanço.** Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

Para lajes nervuradas, a Norma NBR6118 estabelece que a espessura mínima seja o maior valor entre $l_0/15$, sendo l_0 a distância entre faces das nervuras, acrescido de 4,0 cm. Para previsão de embutimento de tubulações de diâmetros de até 10 mm, a espessura mínima deve ser de 5,0 cm. Para tubulações com diâmetro superior a 10 mm, a espessura mínima deve ser de 4,0 cm acrescidos do diâmetro da tubulação. No caso de cruzamento de tubulações, a espessura mínima deve ser a soma de 4,0 cm com os diâmetros das respectivas tubulações. Além disso, a largura das nervuras não deve ser inferior a 5,0 cm.

3.10. Deslocamentos-limites

Os deslocamentos-limites são parâmetros práticos utilizados para verificar se uma estrutura apresenta deformações excessivas durante o seu uso. Esses valores são estabelecidos com o objetivo de garantir que as deformações da estrutura não ultrapassem limites considerados aceitáveis. A NBR 6118:2014 apresenta uma série de relações a serem respeitadas para deslocamentos admissíveis para lajes e vigas, apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2. Limites de deslocamentos. Fonte: Adaptado da NBR 6120 (2019).

Tipo de efeito	Razão da limitação	Deslocamento a considerar	Deslocamento-limite
Aceitabilidade visual	Visual	Total	1/250
	Outro	Devido a cargas acidentais	1/350
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Total	1/250
	Pavimentos que devem permanecer planos	Total	1/350+ contraflecha
	Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Ocorrido após a construção do piso	1/600
Efeitos em elementos estruturais	Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento
		Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-os ao modelo estrutural adotado.	

3.11. Controle da fissuração

O aparecimento de fissuras no concreto é caracterizado por um fenômeno natural, porém indesejável, devido à baixa resistência do concreto à tração (Bastos, 2019). A fim de preservar a funcionalidade, estética, durabilidade e impermeabilização da estrutura, é necessário controlar a abertura de fissuras no concreto. O objetivo desse controle da abertura de fissuras (w_k) é garantir a durabilidade da estrutura ao longo de sua vida útil, protegendo as armaduras contra corrosão e evitando o contato direto com o meio exterior, conforme definido pela NBR 6118:2014.

Na Figura 23, podem ser encontrados os valores máximos de abertura de fissura permitidos para cada tipo de concreto e classe de agressividade ambiental, juntamente com as combinações de carga de serviço adotadas para as situações estudadas neste trabalho.

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	–
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação frequente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação frequente
		ELS-D ^a	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D ^a	Combinação frequente

Figura 23. Valores admissíveis de w_k . Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

3.12. Carregamentos

A norma NBR 6120:2019 tem como objetivo estabelecer as cargas a serem consideradas no dimensionamento de edificações, bem como os pesos específicos de diferentes materiais utilizados na construção civil. Um dimensionamento adequado requer a correta aplicação das cargas para um determinado ambiente, levando em consideração o uso pré-estabelecido desse ambiente.

Além disso, é essencial fazer previsões para materiais que permanecerão no ambiente ao longo de toda a vida útil da estrutura, como alvenarias, pisos e impermeabilizações. Essas considerações são fundamentais para garantir a segurança e a funcionalidade das edificações.

A figuras a seguir apresentam os valores de pesos específicos para diferentes materiais, fornecendo referências importantes para a estimativa de cargas e um dimensionamento estrutural adequado.

Material		Peso específico aparente γ_{ap} kN/m ³
1 Rochas naturais	Arenito	21 a 27 (24)
	Ardósia	28
	Basalto, diorito, gabro	27 a 31 (29)
	Calcário denso	20 a 29 (24,5)
	Gnaisse	30
	Granito, sienito, pórfiro	27 a 30 (28,5)
	Lava basáltica	24
	Mármore e calcário	28
	Outros calcários	20
	Taquilito	26
2 Blocos artificiais e pisos	Blocos de concreto vazados (função estrutural, classes A e B, ABNT NBR 6136)	14
	Blocos cerâmicos vazados com paredes vazadas (função estrutural, ABNT NBR 15270-1)	12
	Blocos cerâmicos vazados com paredes maciças (função estrutural, ABNT NBR 15270-1)	14
	Blocos cerâmicos maciços	18
	Blocos de concreto celular autoclavado (Classe C25 – ABNT NBR 13438)	5,5
	Blocos de vidro	9
	Blocos sílico-calcáreos	20
	Lajotas cerâmicas	18
	Porcelanato	23
	Terracota	21
3 Argamassas e concretos	Argamassa de cal, cimento e areia	19
	Argamassa de cal	12 a 18 (15)
	Argamassa de cimento e areia	19 a 23 (21)
	Argamassa de gesso	12 a 18 (15)
	Argamassa autonivelante	24
	Concreto simples	24
	Concreto armado	25
NOTA Os pesos específicos de argamassas e concretos são válidos para o estado endurecido.		
4 Metais	Aço	77 a 78,5 (77,8)
	Alumínio e ligas	28
	Bronze	83 a 85 (84)
	Chumbo	112 a 114 (113)
	Cobre	87 a 89 (88)
	Estanho	74
	Ferro forjado	76
	Ferro fundido	71 a 72,5 (71,8)
	Latão	83 a 85 (84)
	Zinco	71 a 72 (71,5)

Figura 24. **Peso específico aparente dos materiais de construção – Parte 1.** Fonte: ABNT NBR 6120 (2019).

Material		Peso específico aparente γ_{ap} kN/m ³
5 Madeiras	Madeiras naturais (umidade U = 12 %)	
	Cedro	5
	Pinho	5
	Quarubarana	6
	Louro, Imbuia, Pau-óleo	6,5
	Angelim Araroba, Angelim Pedra, Cafearana, Louro Preto	7
	Branquilha, Casca Grossa, Castelo, Guaíçara, Oiticica Amarela	8
	Guajuvirá, Guatambu, Grápia	8
	Canafístula, Capiúba, Guarapa Roraima, Guarucaia, Mandioqueira	9
	Eucalipto, Tatajuba	10
	Angico, Cabriúva	10
	Champanhe, Ipê, Jatobá, Sucupira	11
	Angelim Ferro, Angelim Pedra Verdadeiro, Catiúba, Maçaranduba	12
	5 Madeiras	Coníferas – classificação ABNT NBR 7190
Madeira maciça classe resistência C20		5
Madeira maciça classe resistência C25		5,5
Madeira maciça classe resistência C30		6
NOTA Umidade U = 12 %		
Dicotiledóneas – classificação ABNT NBR 7190		
Madeira maciça classe resistência C20		6,5
Madeira maciça classe resistência C30		8
Madeira maciça classe resistência C40		9,5
Madeira maciça classe resistência C60		10
NOTA Umidade U = 12 %		
Madeira laminada colada		
Compensado de resinosas		5
Compensado de painéis lamelados (<i>laminboard</i> e <i>blockboard</i>)		4,5
Aglomerados de partículas		
ligados por resinas sintéticas		7 a 8 (7,5)
ligados por cimento		12
OSB e produtos similares (<i>flakeboard</i> e <i>waferboard</i>)		7
Aglomerados de fibras		
duro (<i>hardboard</i>), corrente e temperado		10
de média densidade (MDF)	8	
brando (<i>softboard</i>)	4	

Figura 25. **Peso específico aparente dos materiais de construção – Parte 2.** Fonte: ABNT NBR 6120 (2019).

A Tabela 3 apresenta os valores de carregamentos verticais mínimos considerados para alguns ambientes, de acordo com a norma NBR 6120:2019.

Tabela 3. Valores mínimos de carregamentos verticais. Fonte: Adaptado da NBR 6120 (2019).

	Local	Carga distribuída (kN/m²)
Bibliotecas	Sala de leitura (sem estantes)	3
	Sala de leitura (com estantes)	4
Centros de convenções e locais de reunião de pessoas, teatros, igrejas	Plateia com assentos fixos	4
	Plateia com assentos móveis, acessos, corredores, Plataformas e palco	5
Edifícios residenciais	Dormitórios, sala, copa, cozinha e sanitários	1,5
	Dispensa, área de serviço e lavanderia	2
	Salão de festas, salão de jogos, áreas de uso comum, academia, corredores de uso comum, depósitos	3
Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios	Sala de uso geral e sanitários	2,5
	Call center, corredores de uso comum, áreas técnicas, jardins	3
	Regiões de arquivos deslizantes	5
Edifícios industriais	Sanitários, vestiários	2
	Refeitórios, cozinhas, corredores e áreas técnicas	3
	Salas administrativas	2,5
Escadas e passarelas	Com acesso ao público	3
	Sem acesso ao público	2,5
Escolas, instituições de ensino	Corredor, sala de aula, cafés, restaurantes, cozinhas e laboratórios	3
	Salas administrativas, dormitórios	2,5
	Auditórios com assentos fixos	4
	Auditórios com assentos móveis, salão de esportes, academia, salão de dança, depósitos, quadras esportivas	5
Hospitais	Dormitórios, enfermaria, sala de recuperação, sanitários	2
	Sala de raios X, sala de cirurgia, Laboratório, corredores, sala de refeições, café, restaurante	3
	Salas administrativas, áreas técnicas	2,5
Lojas, centros comerciais a, shopping centers	Circulações e lojas em geral, Cinema e teatro (apenas carga de uso, plateia com assentos fixos) Cinema e teatro (acessos e corredores)	4
	Mezanino metálico (apenas carga de uso), sanitários	2
	Região de terminais de autoatendimento, caixas eletrônicos	12
	Cinema e teatro (piso que o suporta)	12,5

4. ESTUDO PRÁTICO

Como estudo de caso foram analisados diferentes modelos de cálculo de lajes e vigas utilizando os softwares de dimensionamento SAP2000 (versão 2021) e ROBOT (versão 2022). Na análise mudou-se o tipo de modelagem das vigas e o eixo de encontro da viga com a lajes e comparou-se os resultados dos esforços atuantes no conjunto. Foram utilizados dois softwares distintos para uma melhor análise dos dados obtidos e uma comparação da acuracidade dos resultados.

4.1. Modelo de cálculo

Para determinação dos parâmetros de cálculo dos modelos de dimensionamento, foi considerado projeto de laje e vigas de um escritório em ambiente industrial, devido a experiência e costume da autora com trabalhos de projetos do tipo industrial.

4.1.1. Dados de entrada

Para o dimensionamento e detalhamento dos elementos estruturais foi considerada a Classe de Agressividade Ambiental no projeto: III – Forte, conforme definido pelo item 6 da NBR 6118 e apresentado na Figura 1. Dessa forma foram definidos os seguintes parâmetros dos materiais:

- Resistência característica à compressão do concreto: $f_{ck} \geq 30$ MPa;
- Peso específico do concreto: $\gamma_{conc} = 2,5$ tf/m³;
- Fator água cimento $\leq 0,55$;
- Agregado graúdo: granito ou gnaisse ($\alpha_E = 1$);
- Módulo de elasticidade inicial do concreto: $E_{cs} = 30672$ MPa;
- Módulo de elasticidade secante do concreto: $E_{cs} = 26838$ MPa;
- Coeficiente de Poison: $\nu = 0,2$;
- Módulo de elasticidade transversal: $G_c = 26838/2,4 = 11182,5$ MPa;
- Abertura máxima de fissuras: $w_k = 0,3$ mm.

A relação entre água e cimento e a resistência característica do concreto foram definidos baseado na Figura 17. Já a abertura máxima de fissura (w_k) foi determinada de acordo com a Figura 23. Todos esses parâmetros foram estabelecidos de acordo com a Classe de Agressividade Ambiental, que nesse caso é III.

Foi determinado o agregado graúdo de granito ou gnaisses por serem dos mais utilizados no Brasil. Com a determinação do tipo de agregado e a resistência à compressão do concreto de 30MPa, descobriu-se os módulos de elasticidade do concreto (E_{cs} e E_{ci}) a partir da Figura 3.

Definiu-se como modelo de análise uma laje com 15cm de espessura, com 6m de comprimento em cada lado e rodeada por vigas de dimensões 20cm x 60cm, como mostrado nos croquis de forma da figura abaixo.

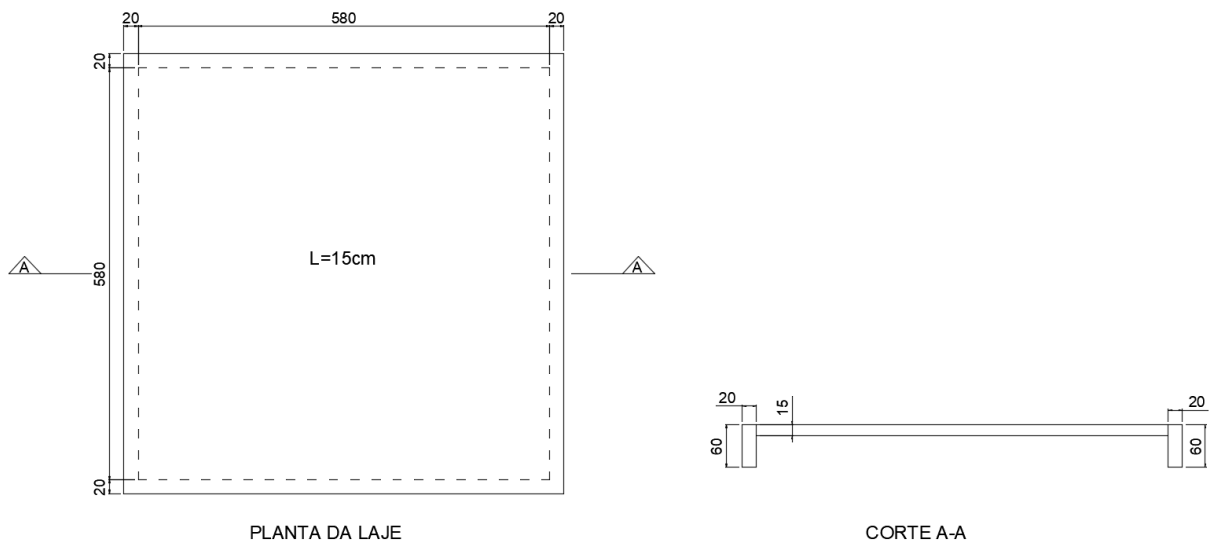


Figura 26. Croqui de forma do modelo de laje e vigas adotado.

Em todos os modelos elaborados nos programas foram modeladas lajes como elemento de placa com 15cm de espessura e foram criadas formas diferentes de modelar as vigas, variando o tipo de elemento e o eixo de encontro da viga com a laje. No SAP2000 foram criados 4 modelos detalhados a seguir e apresentados nas figuras seguintes.

- Modelo 1: Laje modelada como elemento de placa com 15cm de espessura. Vigas como elementos de barra, com seção de 20x60cm e unidas na laje pelo eixo central da barra.
- Modelo 2: Laje modelada como elemento de placa com 15cm de espessura. Vigas como elementos de barra, com seção de 20x60cm e unidas na laje pelo topo da seção da barra. Ou seja, vigas com eixos deslocados em 30cm.
- Modelo 3: Laje modelada como elemento de placa com 15cm de espessura. Vigas como elementos de placa com 60cm de espessura e unidas na laje pelo eixo central da barra.

- Modelo 4: Laje modelada como elemento de placa com 15cm de espessura. Vigas como elementos de placa com 60cm de espessura e unidas na laje pelo eixo superior da placa, através de um deslocamento da placa em 30cm para baixo.

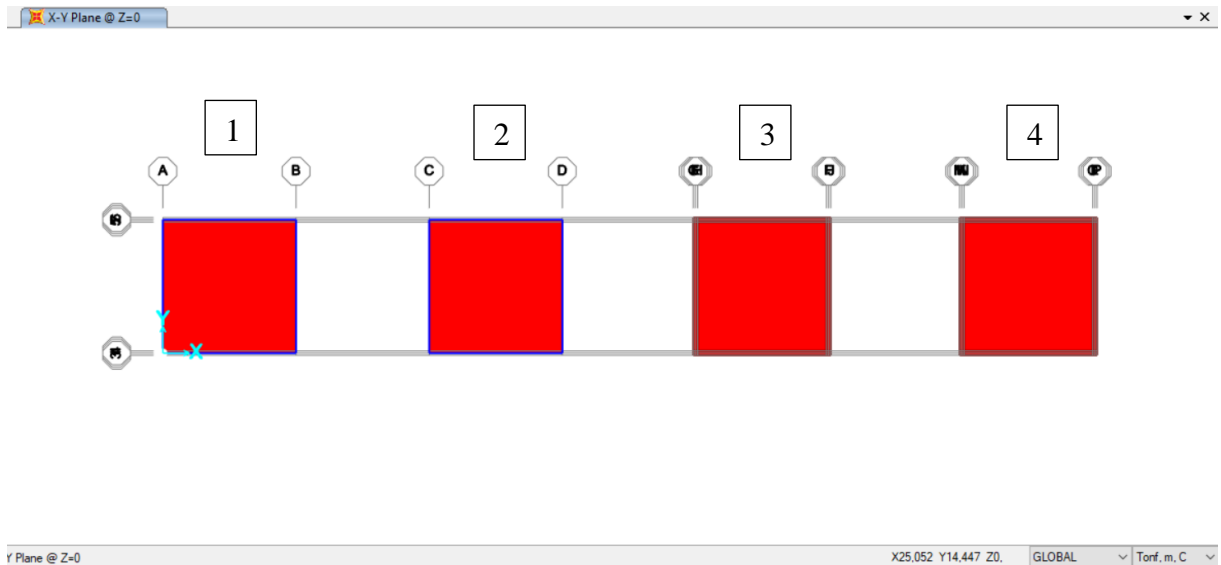


Figura 27. Os 4 modelos de vigas e lajes realizados no SAP2000.

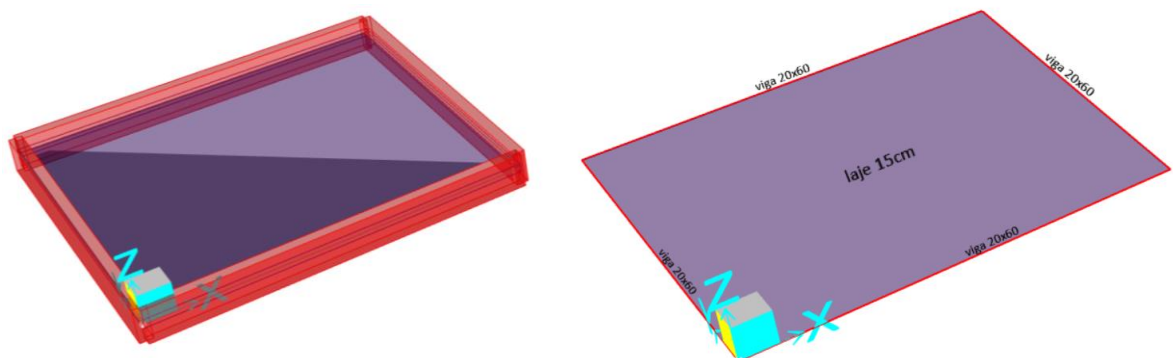


Figura 28. Modelo 1 do SAP2000.

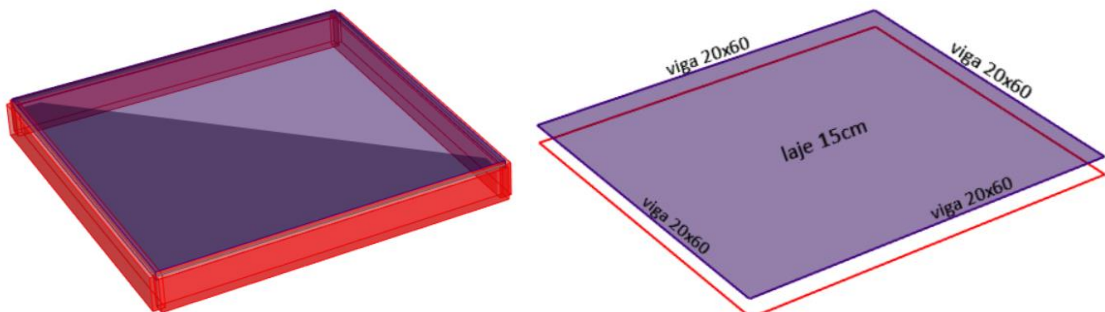


Figura 29. Modelo 2 do SAP2000.

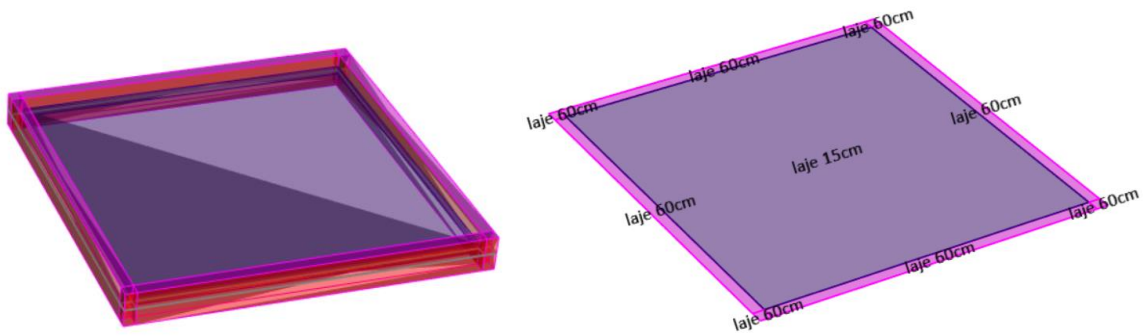


Figura 30. Modelo 3 do SAP2000.

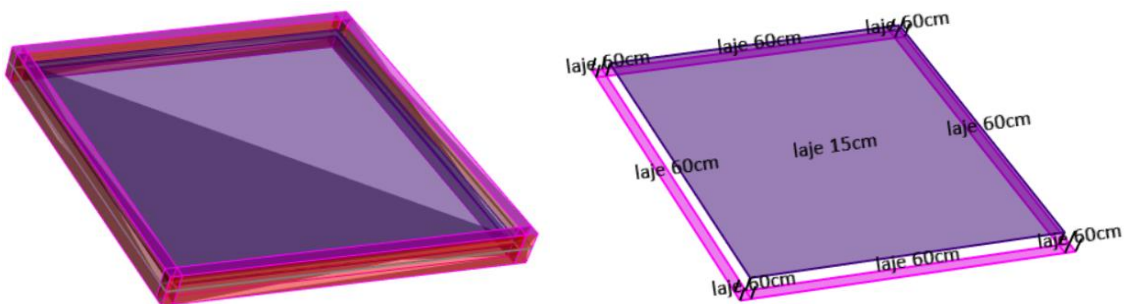


Figura 31. Modelo 4 do SAP2000.

No programa ROBOT foram criados 3 modelos detalhados a seguir e apresentados nas figuras seguintes.

- Modelo 1: Laje modelada como elemento de placa com 15cm de espessura. Vigas como elementos de barra, com seção de 20x60cm e unidas na laje pelo eixo central da barra.
- Modelo 2: Laje modelada como elemento de placa com 15cm de espessura. Vigas como elementos de barra, com seção de 20x60cm e unidas na laje pelo topo da seção da barra. Ou seja, vigas com eixos deslocados em 30cm.
- Modelo 3: Laje modelada como elemento de placa com 15cm de espessura. Vigas como elementos de placa com 60cm de espessura e unidas na laje pelo eixo central da placa.

No ROBOT não foi criado um 4º modelo de dimensionamento devido às limitações do programa. Nesse software não é possível realizar o deslocamento (offset) de elementos de placa, como foi feito no SAP2000.

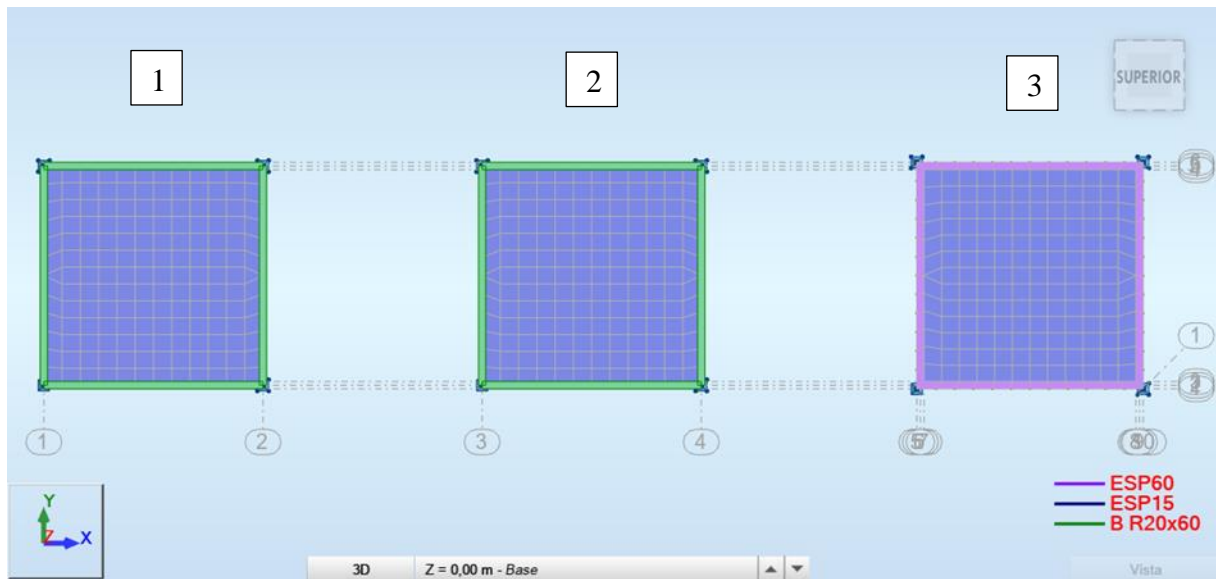


Figura 32. Vista 3D dos 4 modelos de vigas e lajes realizados no ROBOT.

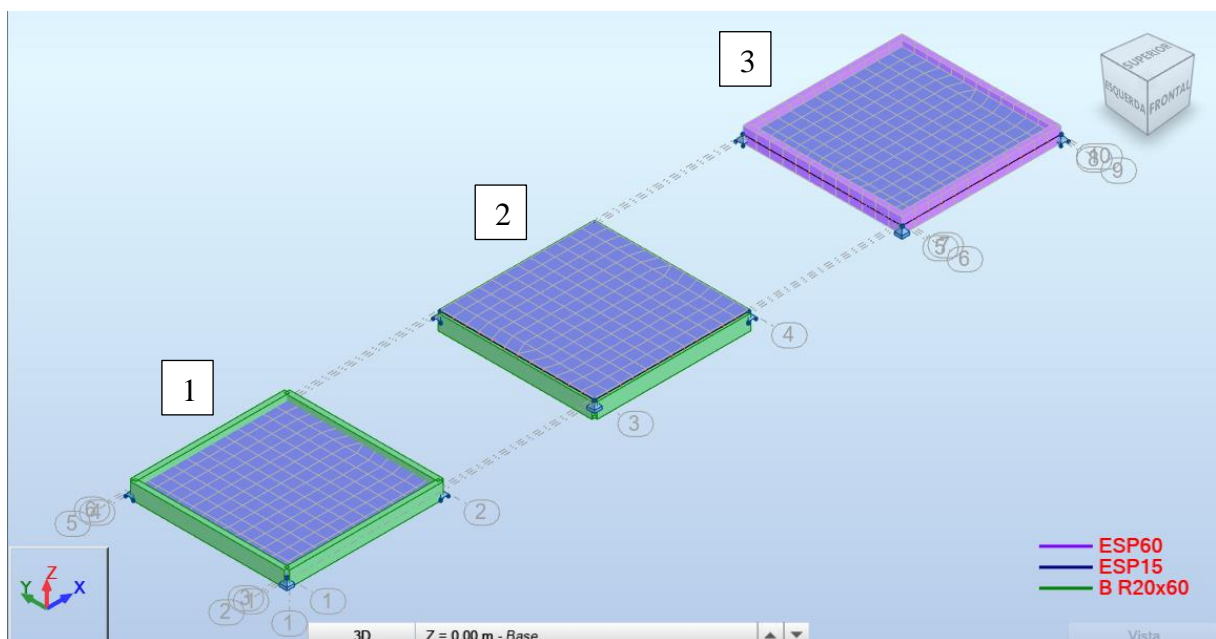


Figura 33. Vista 3D dos 4 modelos de vigas e lajes realizados no ROBOT.

Para os suportes das estruturas foram considerados 4 apoios, nos pontos de encontro das vigas, no qual 1 apoio é do tipo rotulado, que não permite deslocamentos em x, em y e em z, e nos outros 3 apoios foi considerada restrição somente no eixo z.

Para análise do modelo foi considerado, além do carregamento do peso próprio da estrutura, uma sobrecarga sobre a laje de $0,2\text{tf/m}^2$, seguindo os critérios da Tabela 3. O peso próprio (PP)

e a sobrecarga (SC) foram combinadas multiplicando pelo fator 1 (gerando a combinação COMB1), para análise dos esforços solicitantes e flechas das estruturas modeladas.

4.1.2. Resultados

Foram obtidos e apresentados a seguir os resultados dos esforços resultantes nos modelos elaborados nos dois *softwares* de dimensionamento.

4.1.2.1. Resultados do SAP2000

No programa SAP2000 obteve-se os resultados apresentados a seguir de esforços cortante, momento fletor, força axial e flecha máxima, para a combinação de carregamentos do peso próprio mais sobrecarga, na laje. É importante salientar que os esforços apresentados pelo SAP2000 são referentes aos eixos locais dos elementos. Dessa forma, para melhor entendimento dos resultados, serão apresentados os eixos locais das estruturas, sendo o eixo vermelho referente ao eixo 1 (ou eixo X), o verde ao eixo 2 (ou eixo Y) e o azul ao eixo 3 (ou eixo Z).

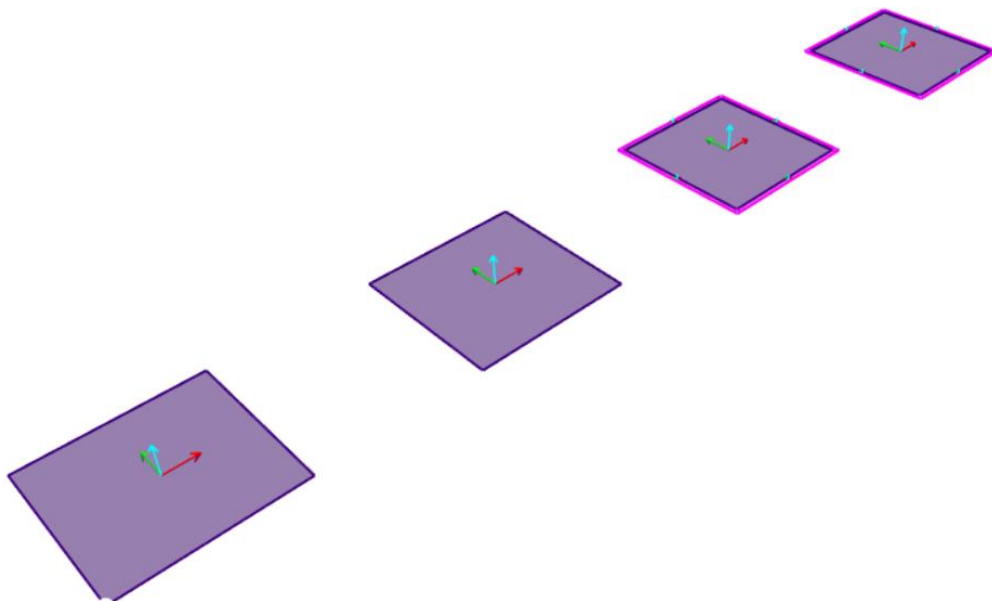


Figura 34. Eixos locais das placas para modelos no SAP2000.

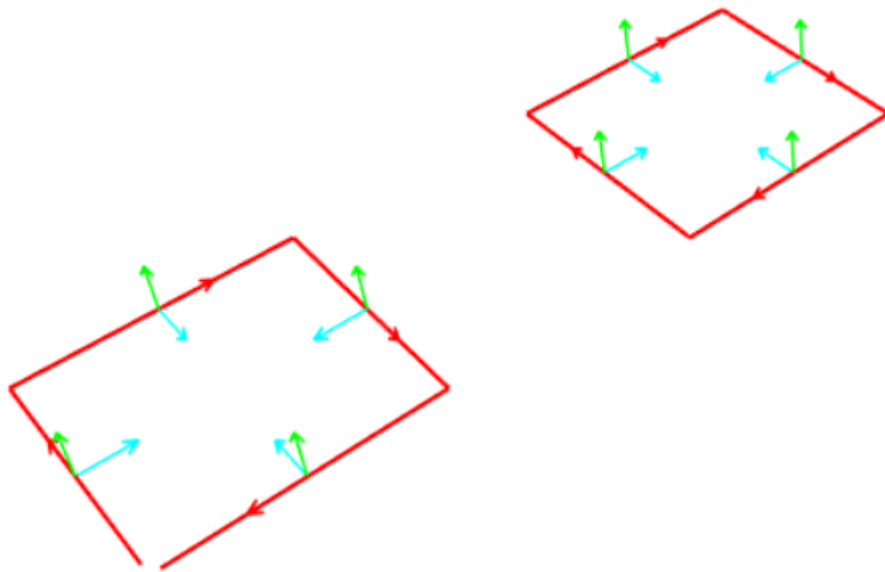


Figura 35. Eixos locais das barras para modelos no SAP2000.

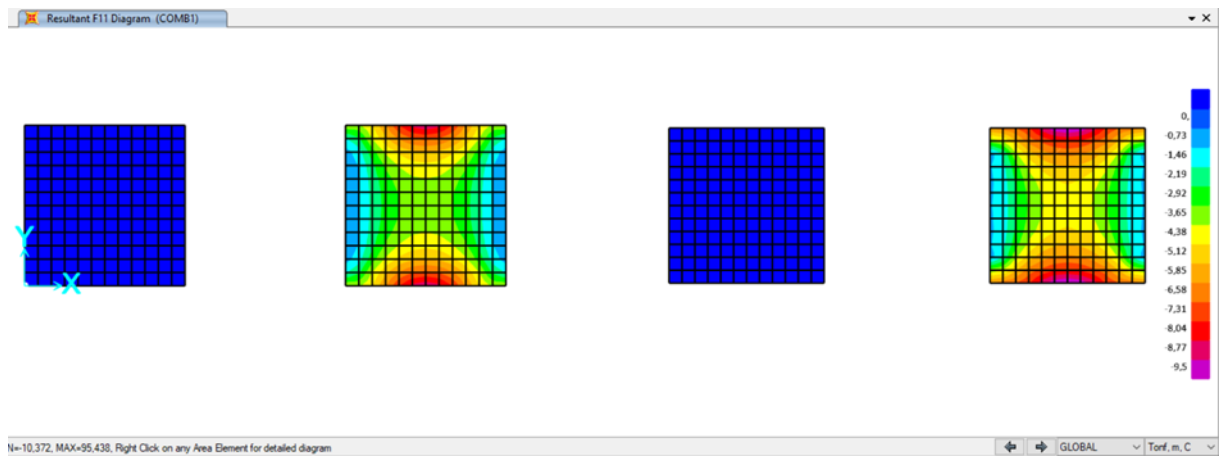


Figura 36. Força axial F11 atuante nas lajes para modelos no SAP2000.

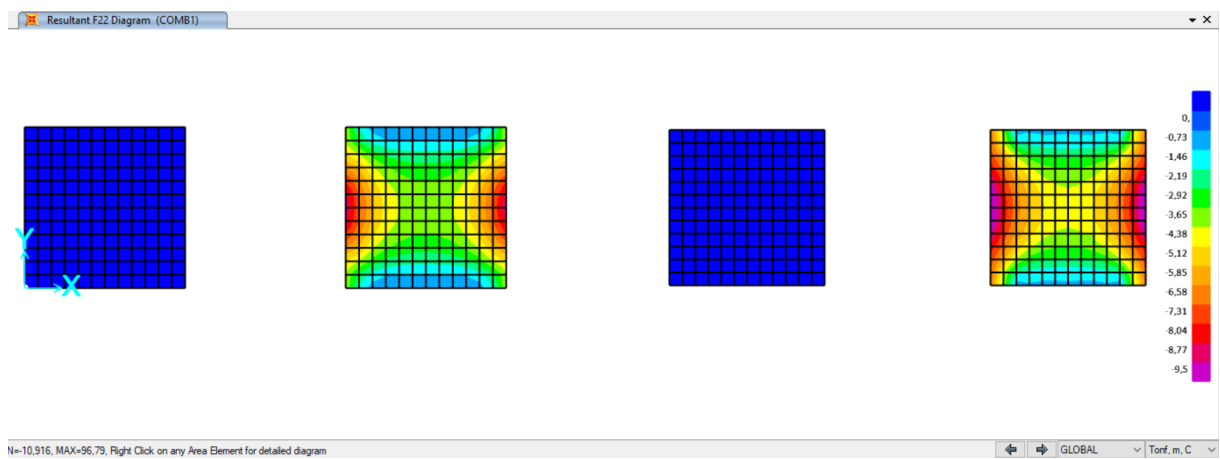


Figura 37. Força axial F22 atuante nas lajes para modelos no SAP2000.

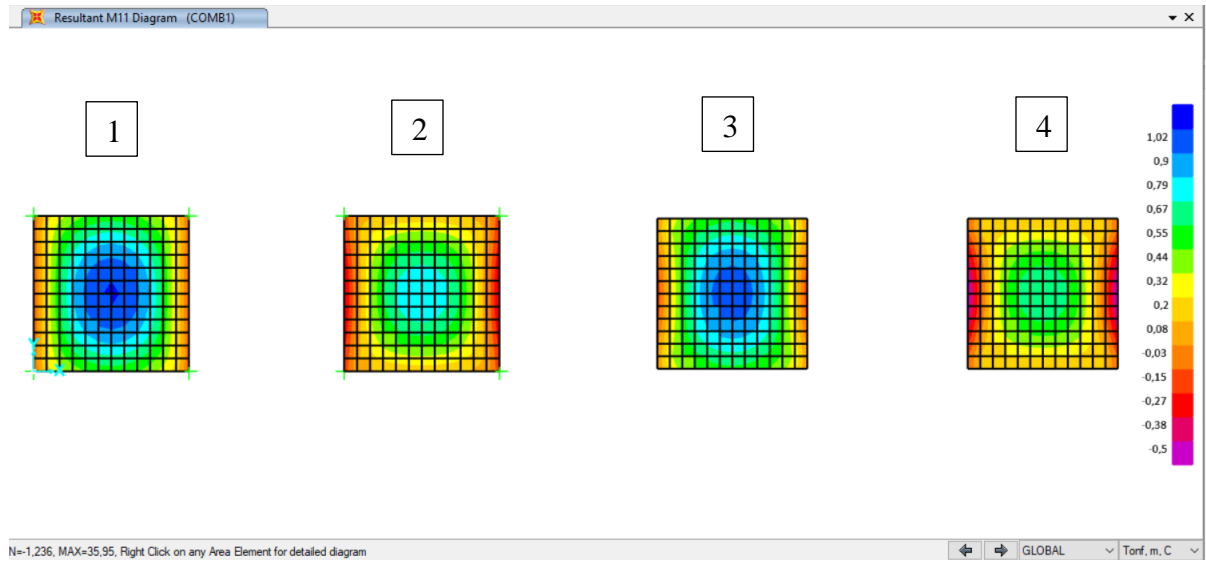


Figura 38. Momento fletor M11 nas lajes para modelos no SAP2000.

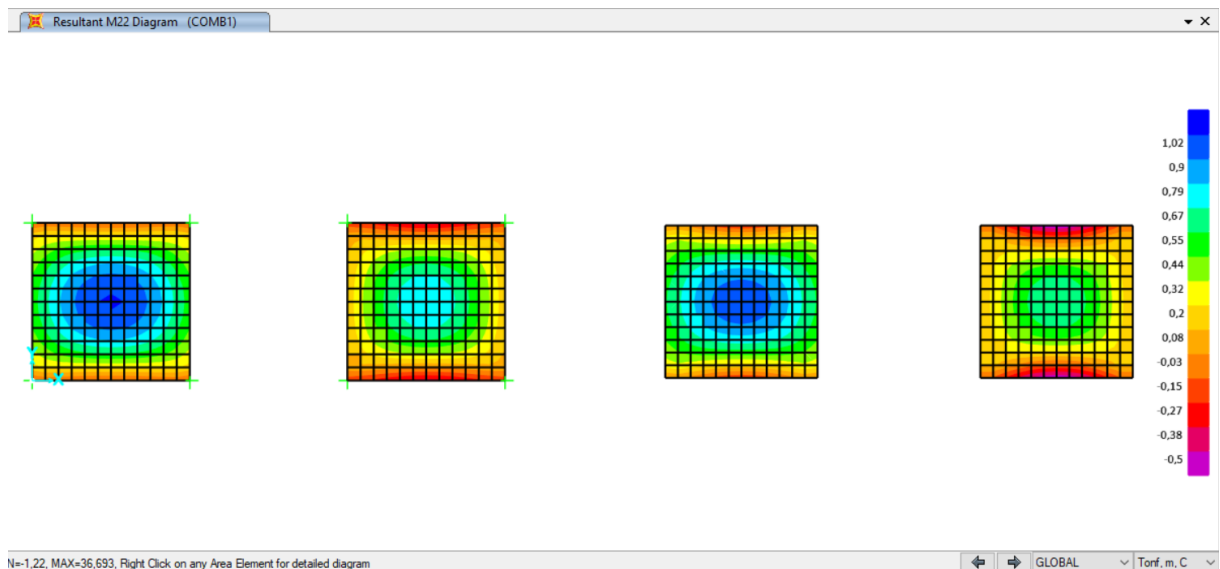


Figura 39. Momento fletor M22 nas lajes para modelos no SAP2000.

A partir dos gráficos apresentados acima nas figuras percebe-se que o momento fletor máximo na laje para cada um dos modelos de dimensionamento é:

- Laje do modelo 1: $M_{x\text{máx}} = M_{y\text{máx}} = 1,03 \text{ tf.m/m}$
- Laje do modelo 2: $M_{x\text{máx}} = M_{y\text{máx}} = 0,77 \text{ tf.m/m}$
- Laje do modelo 3: $M_{x\text{máx}} = M_{y\text{máx}} = 0,99 \text{ tf.m/m}$
- Laje do modelo 4: $M_{x\text{máx}} = M_{y\text{máx}} = 0,65 \text{ tf.m/m}$

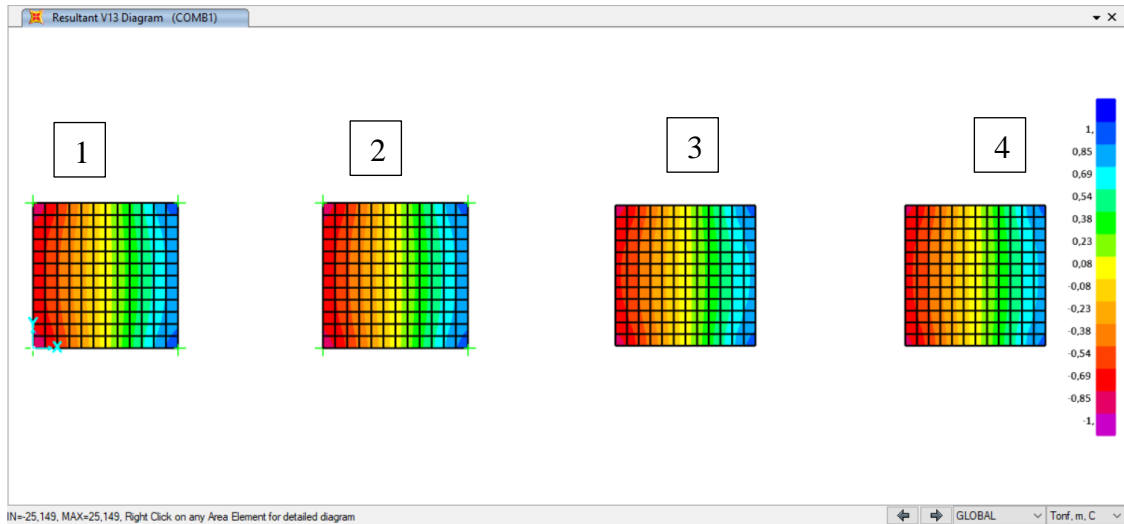


Figura 40. Esforço cortante V13 nas lajes para modelos no SAP2000.

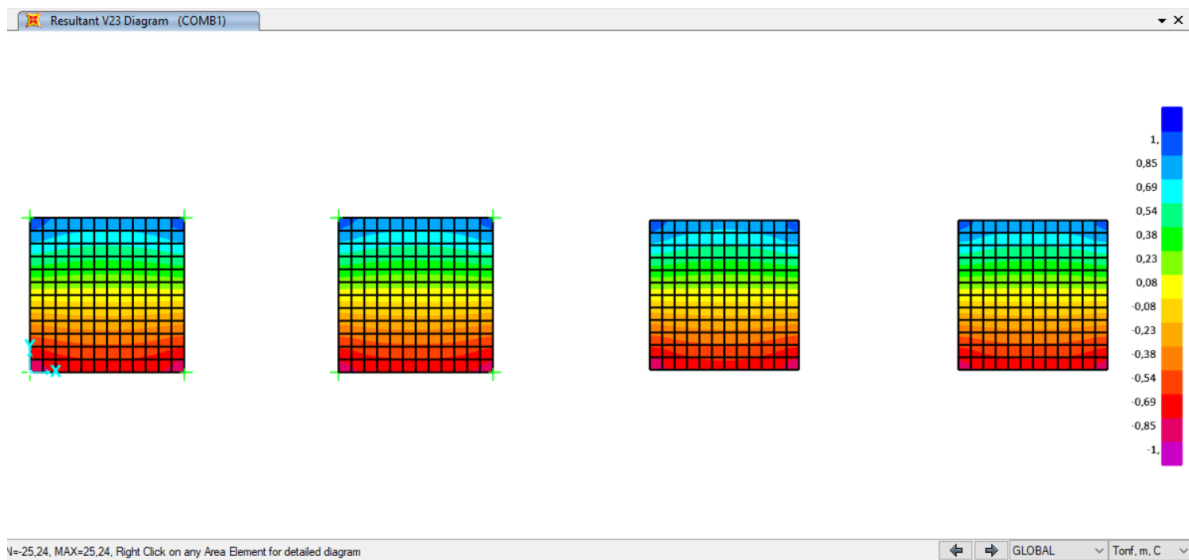


Figura 41. Esforço cortante V23 nas lajes para modelos no SAP2000.

A partir dos gráficos apresentados acima nas figuras percebe-se que o esforço cortante máximo na laje para cada um dos modelos de dimensionamento é:

- Laje do modelo 1: $V_{xmáx} = V_{ymáx} = 0,94$ tf/m
- Laje do modelo 2: $V_{xmáx} = V_{ymáx} = 0,92$ tf/m
- Laje do modelo 3: $V_{xmáx} = V_{ymáx} = 0,93$ tf/m
- Laje do modelo 4: $V_{xmáx} = V_{ymáx} = 0,91$ tf/m

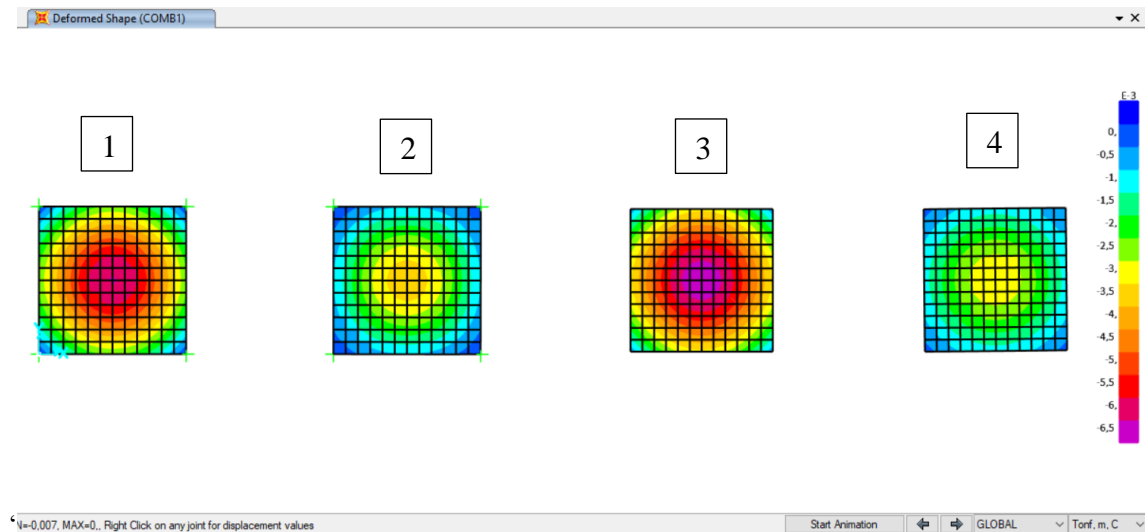


Figura 42. Deslocamentos nas lajes na direção z para modelos no SAP2000.

A partir dos gráficos apresentados acima na figura percebe-se que o deslocamento máximo na laje para cada um dos modelos de dimensionamento é:

- Laje do modelo 1: $d_{\text{máx}} = 0,0066 \text{ m} = 0,66 \text{ cm}$
- Laje do modelo 2: $d_{\text{máx}} = 0,0038 \text{ m} = 0,38 \text{ cm}$
- Laje do modelo 3: $d_{\text{máx}} = 0,0069 \text{ m} = 0,69 \text{ cm}$
- Laje do modelo 4: $d_{\text{máx}} = 0,0034 \text{ m} = 0,34 \text{ cm}$

A flecha máxima da laje é obtida pela diminuição do deslocamento no centro da laje menos o deslocamento na borda da laje, ou seja, o deslocamento máximo da laje menos o deslocamento da viga. Dessa forma, a flecha da laje será determinada após apresentação da flecha máxima da viga.

Obteve-se também os seguintes resultados de força cortante, momento fletor, força axial e flecha máxima, para a combinação de carregamentos do peso próprio mais sobrecarga, nas vigas dos modelos:

Observação: foram apresentados esforços em apenas uma viga de cada modelo, pois como a estrutura é simétrica, os esforços em cada uma das vigas de cada modelo são iguais.

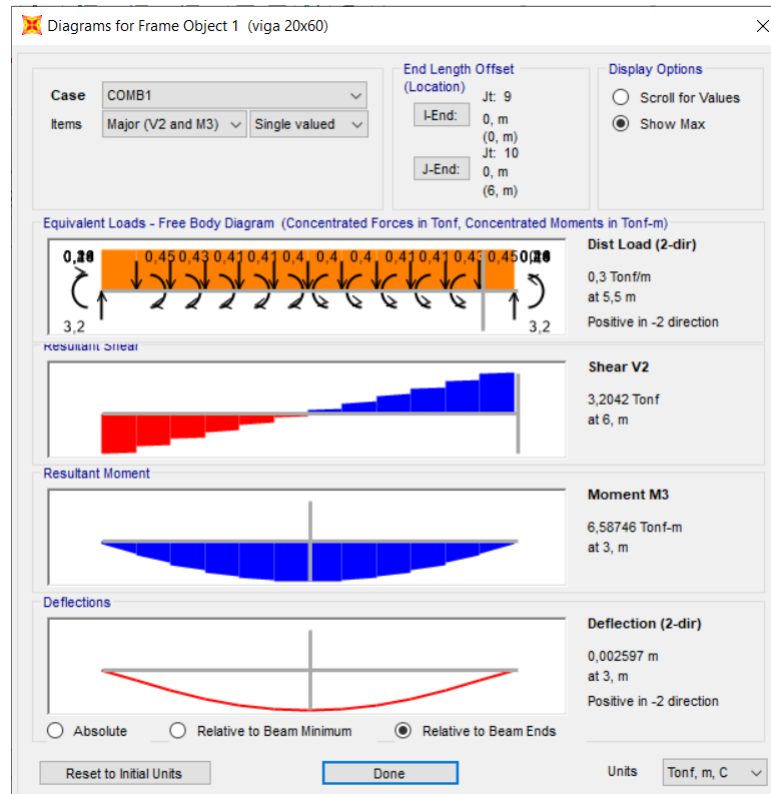


Figura 43. Esforços solicitantes V2 e M3 nas vigas da laje do modelo tipo 1 do SAP2000.

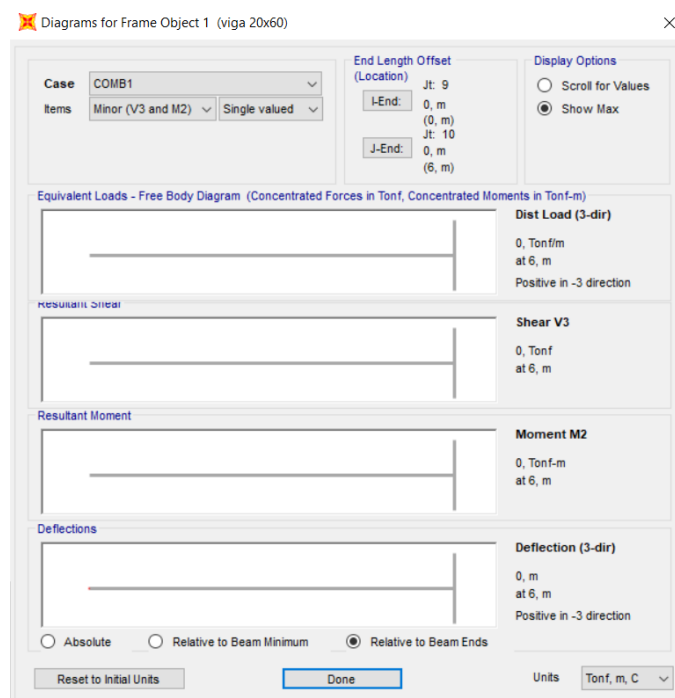


Figura 44. Esforços solicitantes V3 e M2 nas vigas da laje do modelo tipo 1 do SAP2000.

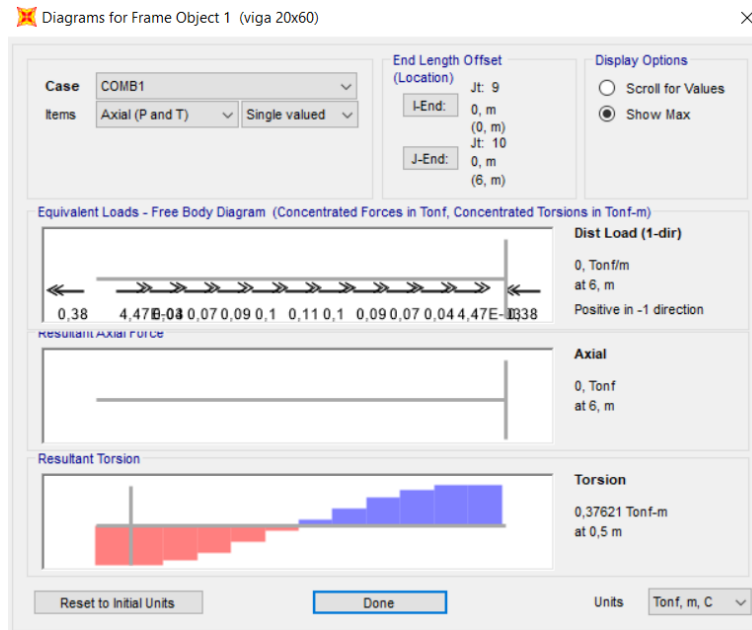


Figura 45. Esforços solicitantes axiais e torcionais nas vigas da laje do modelo tipo 1 do SAP2000.

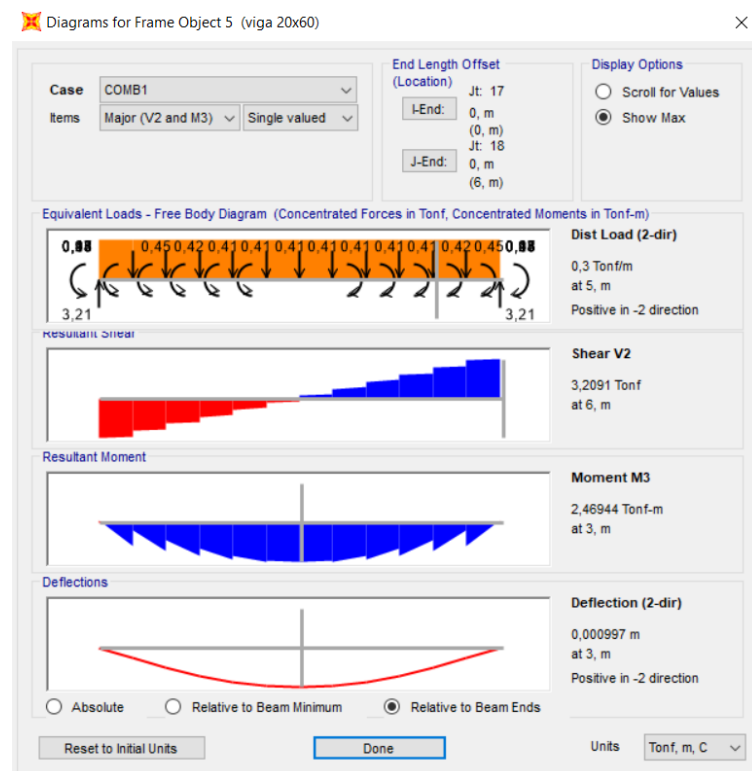


Figura 46. Esforços solicitantes V2 e M3 nas vigas da laje do modelo tipo 2 do SAP2000.

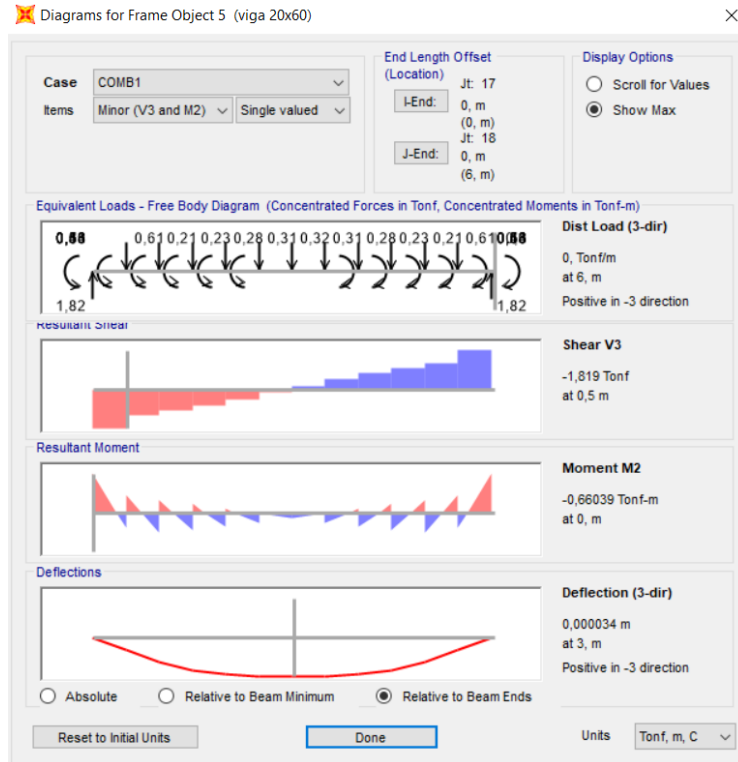


Figura 47. Esforços solicitantes V3 e M2 nas vigas da laje do modelo tipo 2 do SAP2000.



Figura 48. Esforços solicitantes axiais e torcionais nas vigas da laje do modelo tipo 2 do SAP2000.

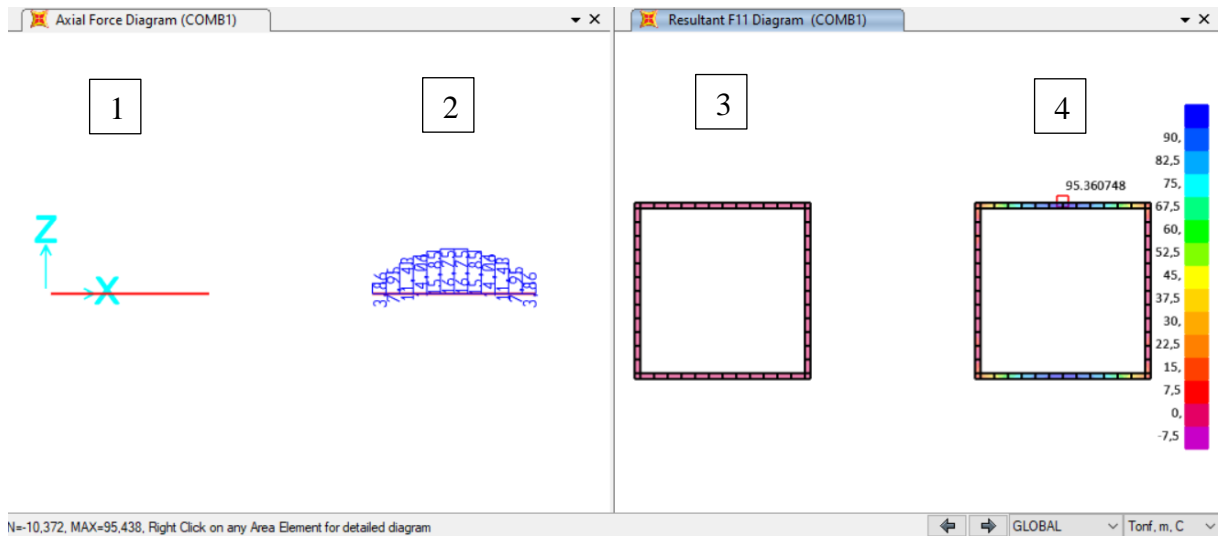


Figura 49. Forças axiais nas vigas para modelos 1 a 4 no SAP2000.

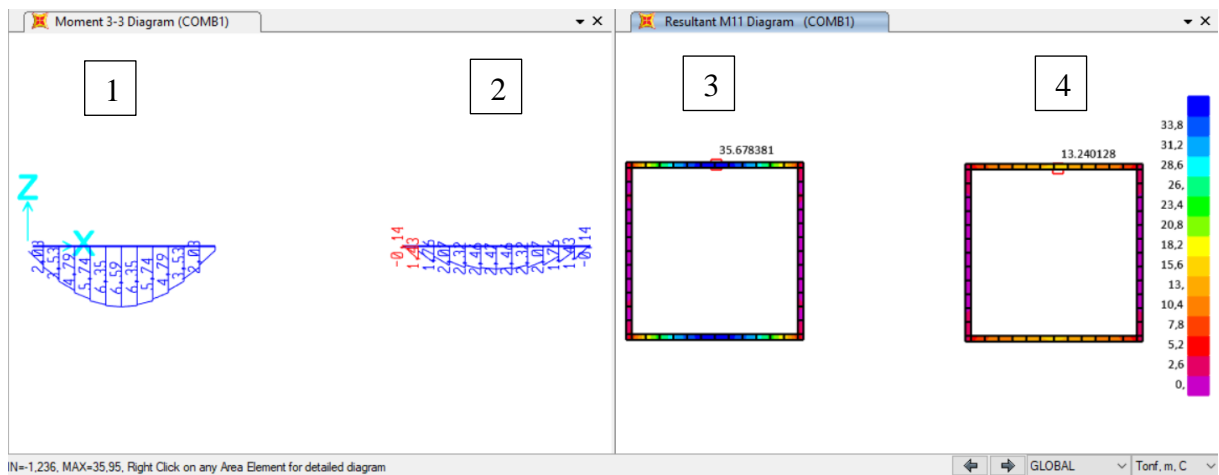


Figura 50. Momentos fletores nas vigas para modelos 1 a 4 no SAP2000.

A partir dos gráficos apresentados acima nas figuras é possível visualizar o momento fletor das vigas no eixo central dos elementos. Para os modelos 1 e 3 o momento fletor máximo da viga é igual ao momento máximo apresentado pelos modelos, pois nesses casos a viga não tem seu eixo deslocado com relação ao eixo da laje.

- Vigas do modelo 1: $M_{\text{máx}} = 6,59 \text{ tf.m}$
- Vigas do modelo 3: $M_{\text{máx}} = 35,678 \text{ tf.m/m} \times 0,2\text{m} = 7,14 \text{ tf.m}$

No caso de vigas com *offset*, modelos 2 e 4, é necessário determinar os esforços na seção transversal composta que consiste na laje e viga juntas. Essa análise é necessária para que seja possível comparar os resultados com os obtidos nos modelos 1 e 3. Para os carregamentos adotados, sabe-se que a seção está sujeita à flexão simples, pois não há atuação de forças axiais.

Embora a viga e a laje, individualmente, estejam sujeitas à flexão normal composta, a seção composta pela laje e viga estará submetida à flexão simples. Dessa forma, o momento atuante em cada seção da viga T deve ser calculado considerando que o esforço de tração na viga é igual ao esforço de compressão na laje.

Para o modelo 2, que possui viga representada como barra e deslocamento do eixo da viga em 30 cm com relação ao eixo da laje, é necessário acrescentar ao momento da viga apresentado pelo programa o momento decorrente desse deslocamento. Para isso, é necessário somar ao momento do modelo o momento do deslocamento vezes a força de tração apresentada no eixo da viga.

- Vigas do modelo 2: $M_{\text{máx}} = M + T.d = 2,47 \text{ tf.m} + 16,75 \text{ tf} \times 0,3 \text{ m} = 7,50 \text{ tf.m}$

Para obter o momento da viga do modelo 4 é necessário calcular o momento da viga composta T. Para isso, foram obtidos os esforços de tensão no fundo e no topo da viga, a fim de obter o momento decorrente dessa tensão. É importante observar nas figuras apresentadas a seguir que as tensões de topo e de fundo da viga do modelo 3 são iguais pois nesse caso a viga não está com deslocamento do eixo.

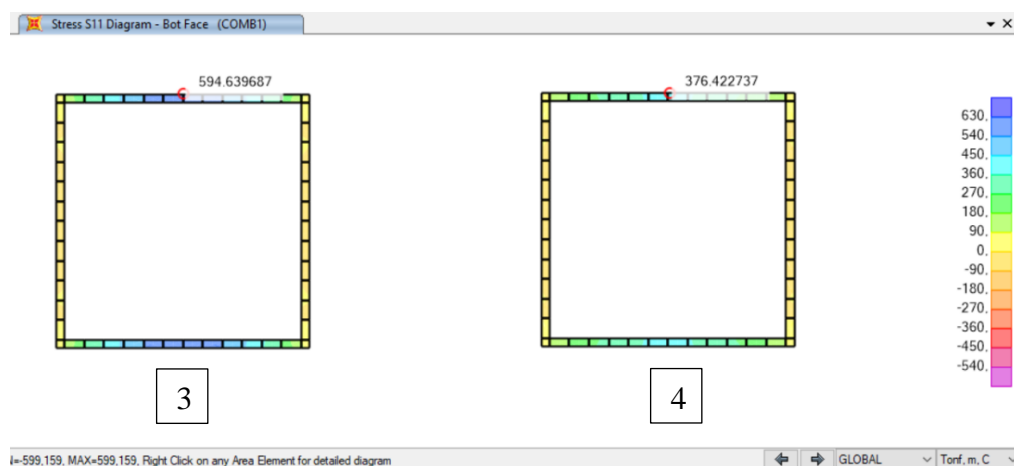


Figura 51. Tensões S11 no fundo das vigas dos modelos 3 e 4 no SAP2000.

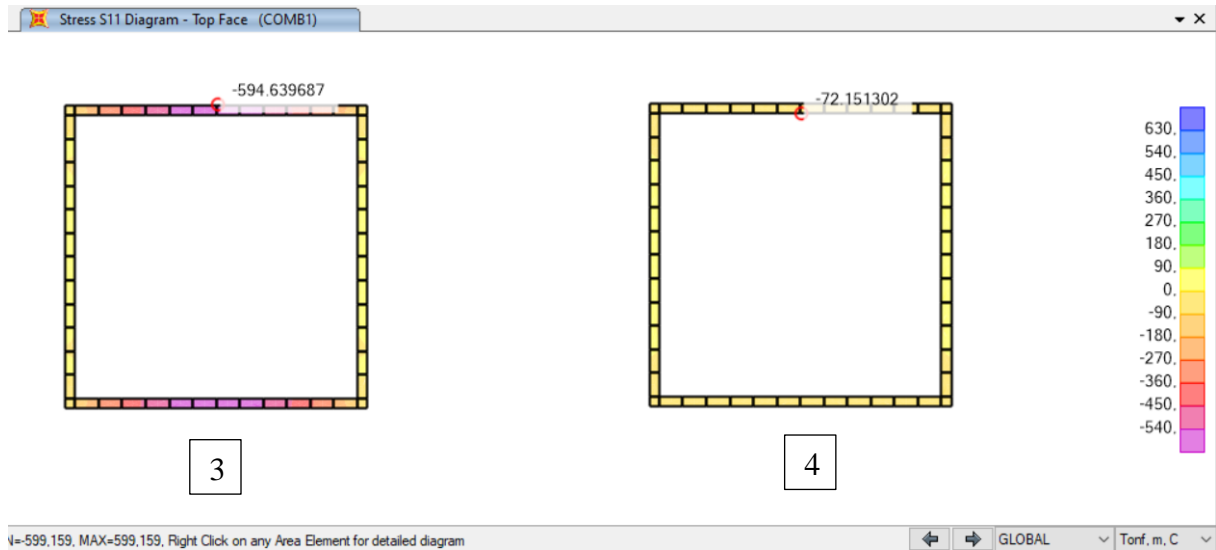


Figura 52. Tensões S11 no topo das vigas dos modelos 3 e 4 no SAP2000.

$$\sigma_{\text{viga,sup}} = -72,15 \text{ tf/m}^2 = -0,0722 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{\text{viga,inf}} = 376,4 \text{ tf/m}^2 = 0,376 \text{ kN/cm}^2$$

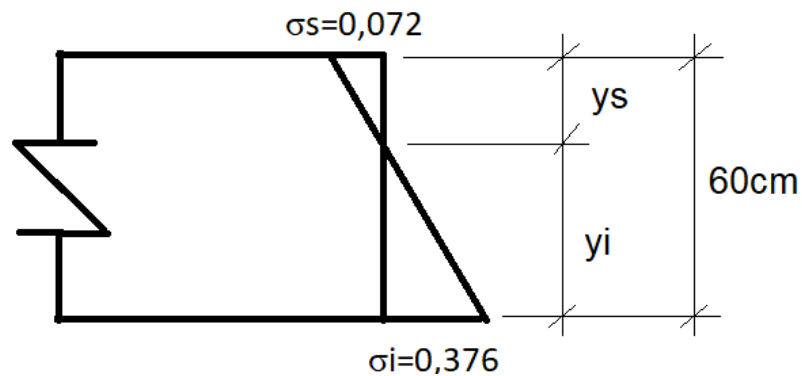


Figura 53. Diagrama de tensão na viga do modelo 4 do SAP2000.

$$\sigma_{\text{laje,sup}} = -0,072 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{\text{laje,inf}} = -0,072 + (0,072 + 0,376) \times 15/60 = 0,040 \text{ kN/cm}^2$$

$$\begin{cases} \sigma_s = -\frac{M}{I} \cdot y_s \rightarrow M = -\frac{\sigma_s \cdot I}{y_s} \\ \sigma_i = \frac{M}{I} \cdot y_i \rightarrow M = \frac{\sigma_i \cdot I}{y_i} \end{cases} \rightarrow -\frac{\sigma_s \cdot I}{y_s} = \frac{\sigma_i \cdot I}{y_i} \rightarrow y_s = -\frac{\sigma_s \cdot y_i}{\sigma_i} \quad (14)$$

$$y_i + y_s = h \rightarrow y_s = h - y_i \quad (15)$$

Igualando-se as equações (14) e (15) tem-se:

$$-\frac{\sigma_s \cdot y_i}{\sigma_i} = h - y_i \rightarrow y_i - \frac{\sigma_s \cdot y_i}{\sigma_i} = h \rightarrow \sigma_i \cdot y_i - \sigma_s \cdot y_i = h \cdot \sigma_i \rightarrow \quad (16)$$

$$y_i \cdot (\sigma_i - \sigma_s) = h \cdot \sigma_i \rightarrow y_i = \frac{h}{(1 - \sigma_s/\sigma_i)}$$

Logo:

$$y_i = \frac{60}{(1 + 0,072/0,376)} = 50,36cm \quad (17)$$

$$y_s = 60 - 50,36 = 9,64cm \quad (18)$$

Cálculo da largura b_f :

$$\frac{0,376 \times 20 \times 50,36}{2} - \frac{0,040 \times (60 - 15 - 50,36) \times 20}{2} \quad (19)$$

$$= (0,072 + 0,040) / 2 \times 15 \times b_f$$

$$b_f = 227,97cm$$

É importante observar que de acordo com a NBR 6118 (2014) a largura colaborante (b_f) deveria ser igual a:

$$b_f = 20 + \frac{580}{2} = 310cm \quad (20)$$

Ou seja, a largura colaborante definida pela norma NBR6118 é um pouco maior que a largura colaborante de fato.

Cálculo da área da seção de viga T:

$$A = 20 \times 60 + 15(227,97 - 20) = 4318,5cm^2 \quad (21)$$

Cálculo do momento de inércia da seção de viga T:

$$a = \frac{60 \times 20 \times 30 + (227,97 - 20) \times 15 \times (60 - 7,5)}{60 \times 20 + 207,97 \times 15} = 46,25 \text{ cm} \quad (22)$$

$$I = \frac{20 \times 60^3}{12} + 20 \times 60 \times (30 - 46,25)^2 + \frac{(227,97 - 20) \times 15^3}{12} + (227,97 - 20) \times 15 \times (60 - 7,5 - 46,25)^2 = \text{cm}^2 \quad (23)$$

$$I = 857.223,98 \text{ cm}^2$$

Logo, o momento para a viga T é igual a:

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot y \rightarrow M = \frac{\sigma \cdot I}{y} \quad (24)$$

$$M = \frac{0,072 \times 857223,98}{9,64} = 6402,50 \text{ kN.cm} \quad (25)$$

$$M = \frac{0,376 \times 857223,98}{50,36} = 6400,24 \text{ kN.cm} \quad (26)$$

Fazendo-se a média entre os resultados das equações (25) e (26) tem-se:

$$M = 6401,37 \text{ kN.cm} = 6,40 \text{ tf.m}$$

Logo, o momento das vigas do modelo 4 é igual a:

- Vigas do modelo 4: $M_{\text{máx}} = 6,40 \text{ tf.m}$

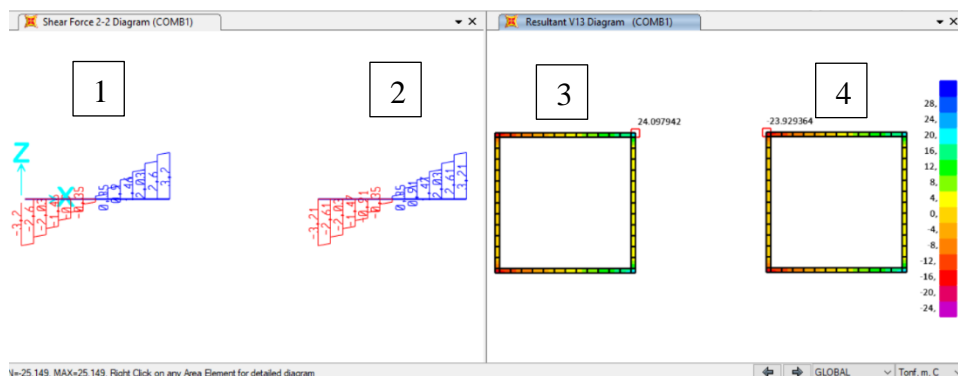


Figura 54. Esforços cortante nas vigas para modelos no SAP2000.

A partir dos gráficos apresentados acima nas figuras percebe-se que o esforço cortante máximo nas vigas para cada um dos modelos de dimensionamento é:

- Vigas do modelo 1: $V_{\text{máx}} = 3,20 \text{ tf}$
- Vigas do modelo 2: $V_{\text{máx}} = 3,21 \text{ tf}$
- Vigas do modelo 3: $V_{\text{máx}} = 24,098 \text{ tf/m} \times 0,2\text{m} = 4,82 \text{ tf.m}$
- Vigas do modelo 4: $V_{\text{máx}} = 23,929 \text{ tf/m} \times 0,2\text{m} = 4,79 \text{ tf.m}$

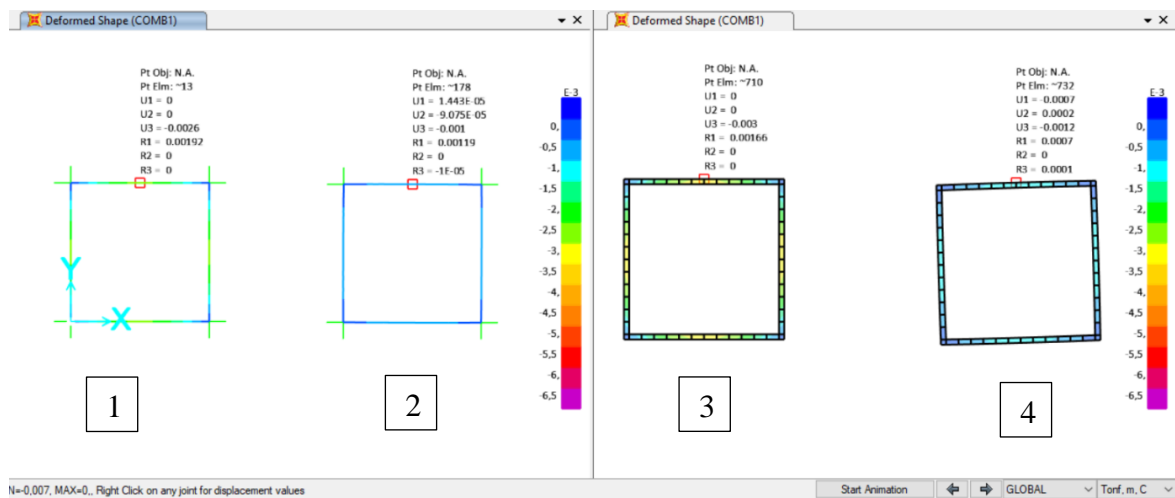


Figura 55. Deslocamentos nas vigas na direção z para modelos no SAP2000.

A partir dos gráficos apresentados acima nas figuras percebe-se que o deslocamento máximo das vigas (maior flecha) para cada um dos modelos de dimensionamento é:

- Vigas do modelo 1: $\delta_{\text{máx}} = 0,0026\text{m} = 0,26\text{cm}$
- Vigas do modelo 2: $\delta_{\text{máx}} = 0,0010\text{m} = 0,10 \text{ cm}$
- Vigas do modelo 3: $\delta_{\text{máx}} = 0,0030\text{m} = 0,30 \text{ cm}$
- Vigas do modelo 4: $\delta_{\text{máx}} = 0,0012\text{m} = 0,12 \text{ cm}$

Como foi explicado anteriormente, a flecha máxima da laje é igual ao deslocamento máximo da laje no centro menos a flecha da laje. Dessa forma tem-se:

- Laje do modelo 1: $\delta_{\text{máx}} = 0,66 \text{ cm} - 0,26 \text{ cm} = 0,40 \text{ cm}$
- Laje do modelo 2: $\delta_{\text{máx}} = 0,38 \text{ cm} - 0,10 \text{ cm} = 0,28 \text{ cm}$
- Laje do modelo 3: $\delta_{\text{máx}} = 0,69 \text{ cm} - 0,30 \text{ cm} = 0,39 \text{ cm}$
- Laje do modelo 4: $\delta_{\text{máx}} = 0,34 \text{ cm} - 0,12 \text{ cm} = 0,22 \text{ cm}$

4.1.2.2. Resultados do ROBOT

No programa ROBOT obteve-se os resultados apresentados a seguir de esforços cortante, momento fletor, força axial e flecha máxima, para a combinação de carregamentos na laje. É importante salientar que nesse programa, assim como no SAP2000, os esforços são apresentados com relação aos eixos locais dos elementos. Assim, serão apresentados os eixos locais das estruturas, sendo o eixo azul referente ao X, o verde ao eixo Y e o vermelho ao Z.

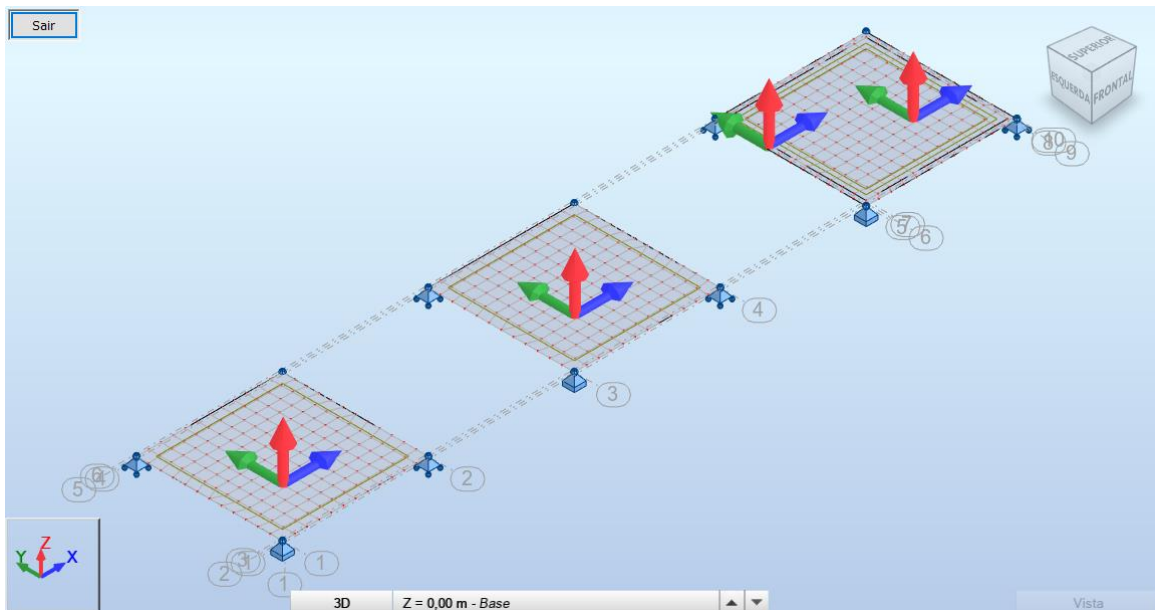


Figura 56. Eixos locais das placas para modelos no ROBOT.

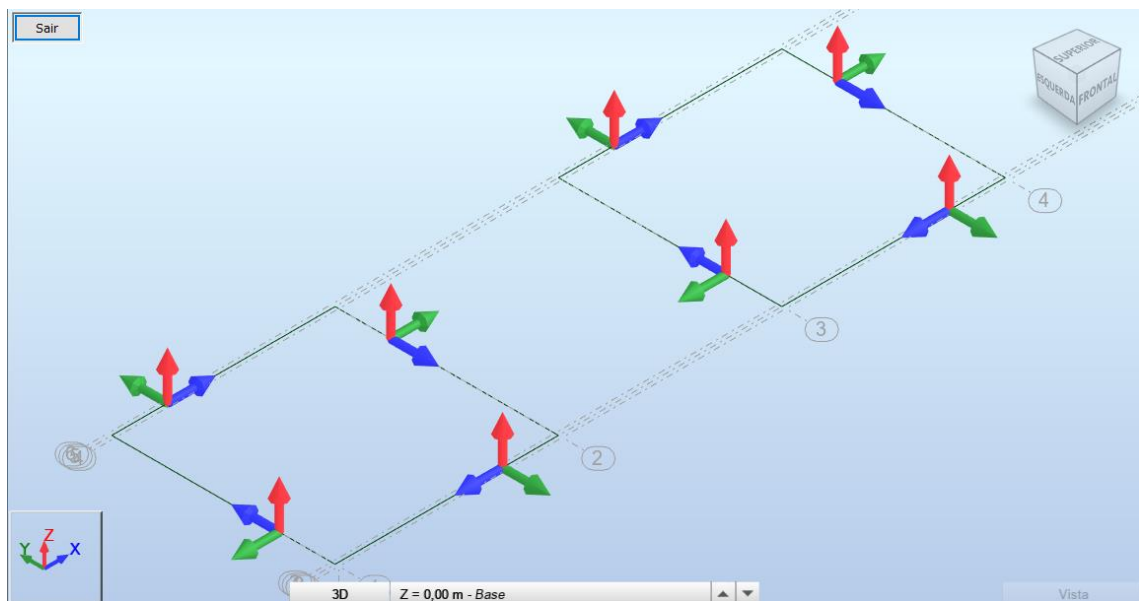


Figura 57. Eixos locais das barras para modelos no ROBOT.

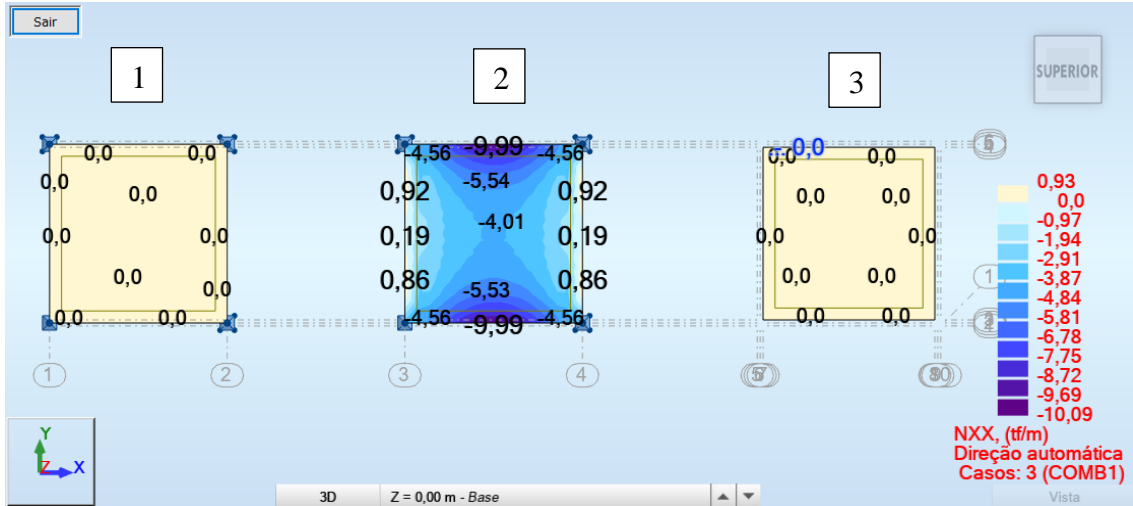


Figura 58. Força axial Nxx nas lajes para modelos no ROBOT.

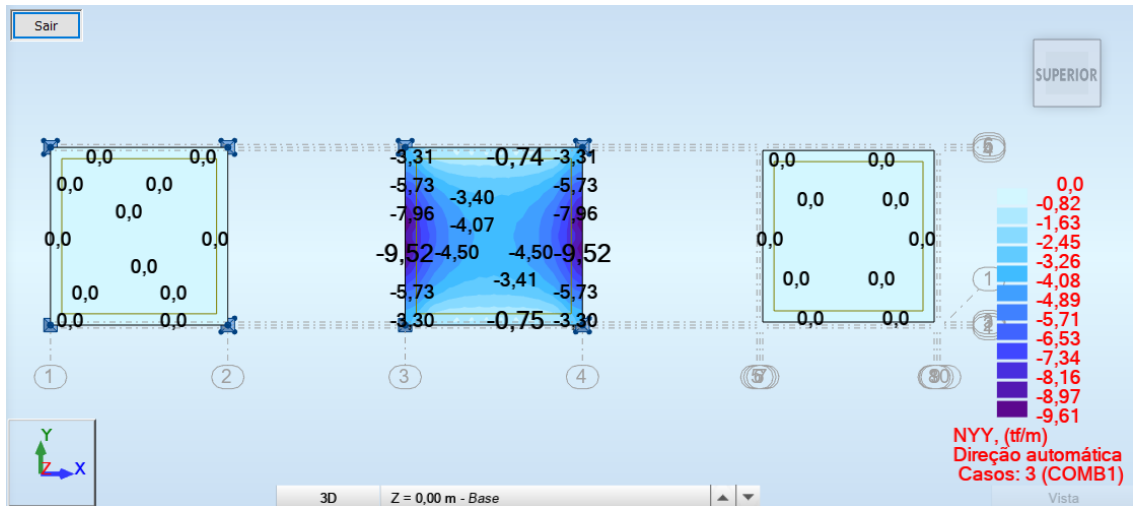


Figura 59. Força axial Nyy nas lajes para modelos no ROBOT.

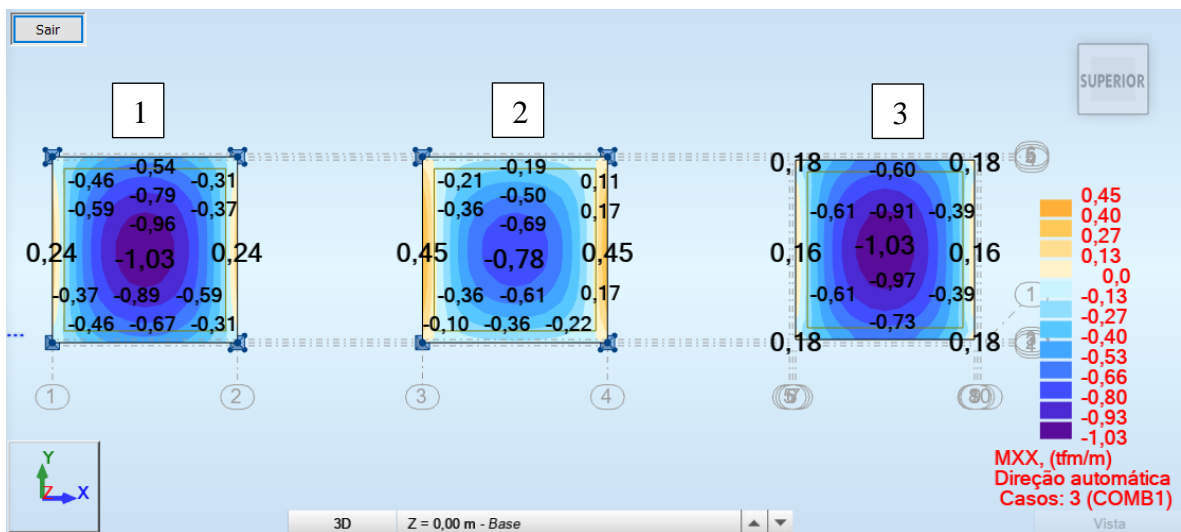


Figura 60. Momento fletor Mxx nas lajes para modelos no ROBOT.

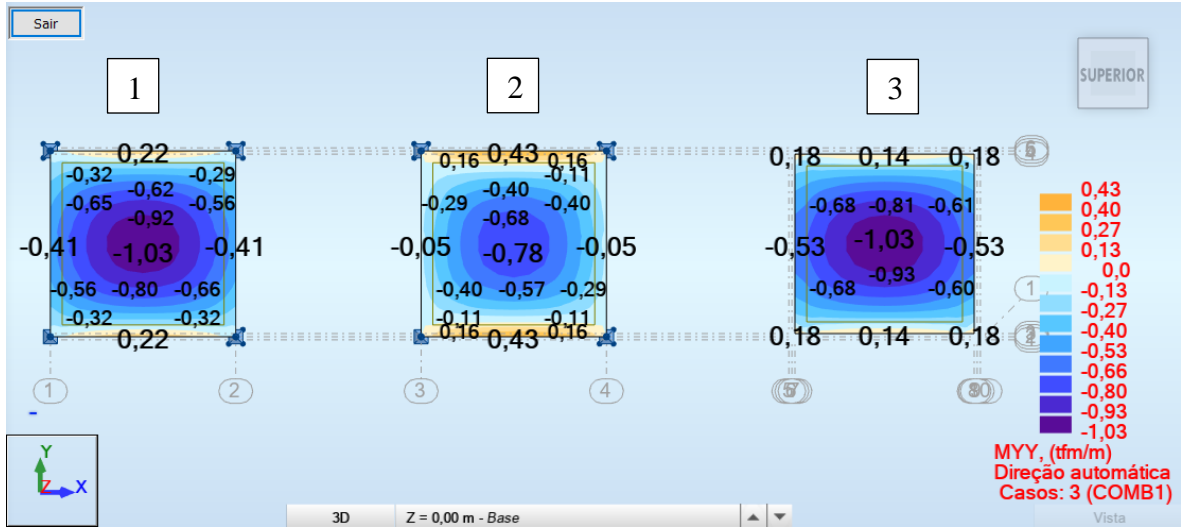


Figura 61. Momento fletor Myy nas lajes para modelos no ROBOT.

A partir dos gráficos apresentados acima nas figuras percebe-se que o momento fletor máximo na laje para cada um dos modelos de dimensionamento é:

- Laje do modelo 1: $M_{x\text{máx}} = M_{y\text{máx}} = 1,03 \text{ tf.m/m}$
- Laje do modelo 2: $M_{x\text{máx}} = M_{y\text{máx}} = 0,78 \text{ tf.m/m}$
- Laje do modelo 3: $M_{x\text{máx}} = M_{y\text{máx}} = 1,03 \text{ tf.m/m}$

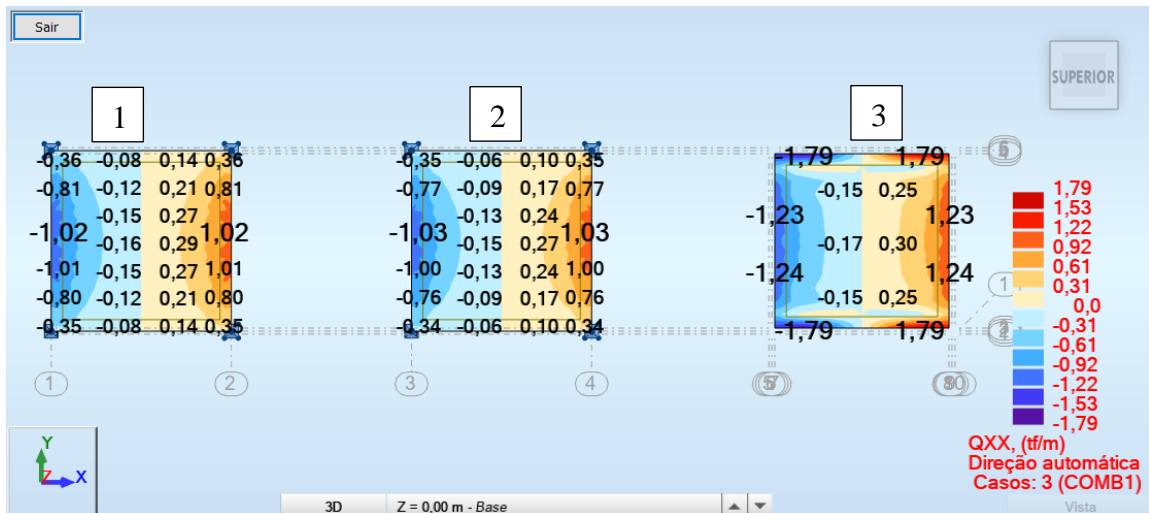


Figura 62. Esforço cortante Qxx nas lajes para modelos no ROBOT.

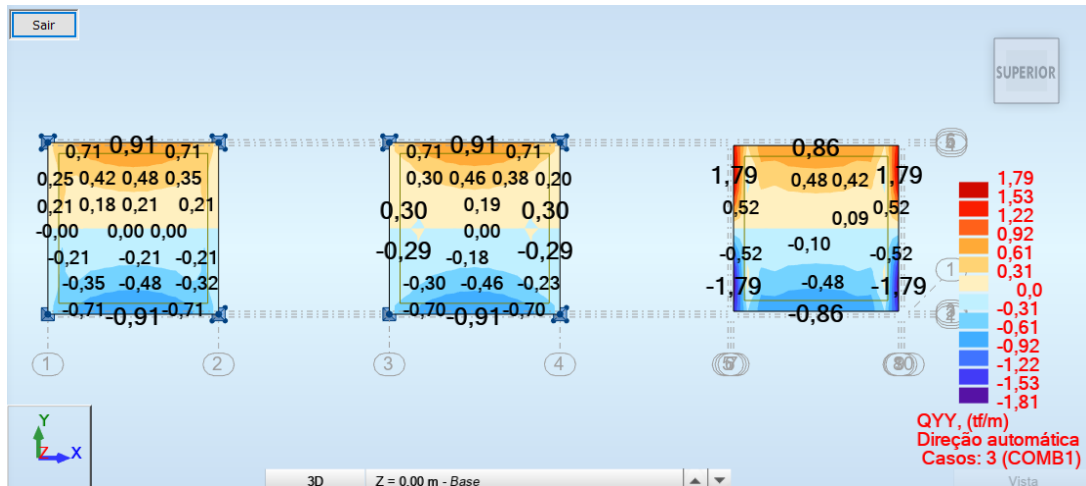


Figura 63. Esforço cortante Q_{yy} nas lajes para modelos no ROBOT.

A partir dos gráficos apresentados acima nas figuras percebe-se que o esforço cortante máximo na laje para cada um dos modelos de dimensionamento é:

- Laje do modelo 1: $V_{x\text{máx}} = V_{y\text{máx}} = 1,02 \text{ tf/m}$
- Laje do modelo 2: $V_{x\text{máx}} = V_{y\text{máx}} = 1,03 \text{ tf/m}$
- Laje do modelo 3: $V_{x\text{máx}} = V_{y\text{máx}} = 1,79 \text{ tf/m}$

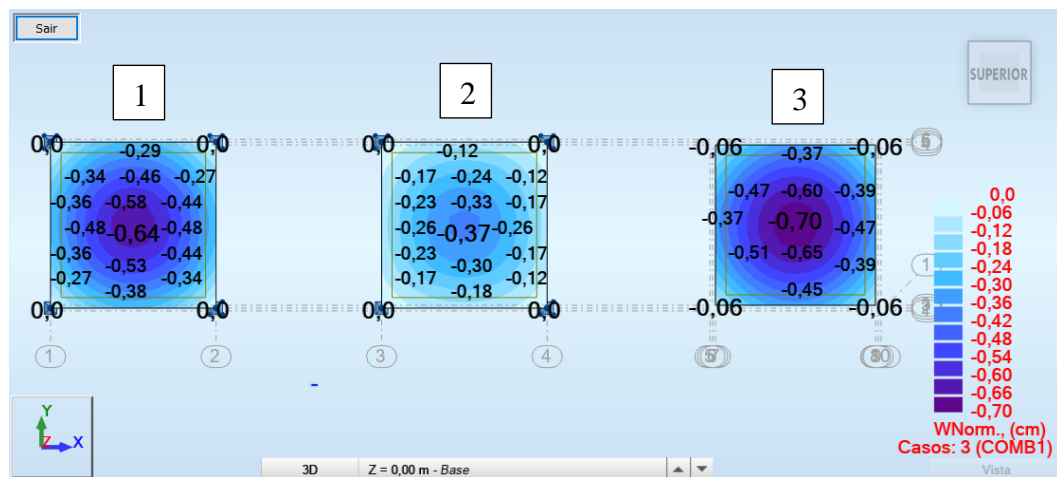


Figura 64. Deslocamentos nas lajes na direção z para modelos no ROBOT.

A partir dos gráficos apresentados acima nas figuras percebe-se que o deslocamento máximo na laje (maior flecha) para cada um dos modelos de dimensionamento é:

- Laje do modelo 1: $d_{\text{máx}} = 0,64 \text{ cm}$
- Laje do modelo 2: $d_{\text{máx}} = 0,37 \text{ cm}$
- Laje do modelo 3: $d_{\text{máx}} = 0,70 \text{ cm}$

Assim como apresentado anteriormente, a flecha máxima da laje será obtida, posteriormente, com a diminuição do deslocamento máximo da laje menos a flecha da viga.

Obteve-se também os seguintes resultados de força cortante, momento fletor, força axial e flecha máxima, para a combinação de carregamentos nas vigas dos 3 modelos:

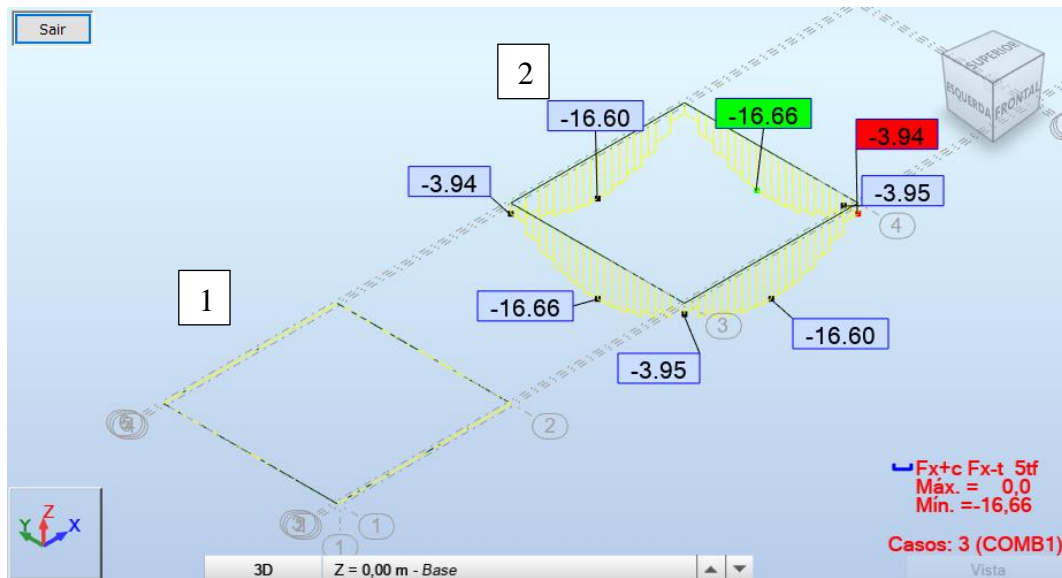


Figura 65. Forças axiais nas vigas dos modelos 1 e 2 do ROBOT.

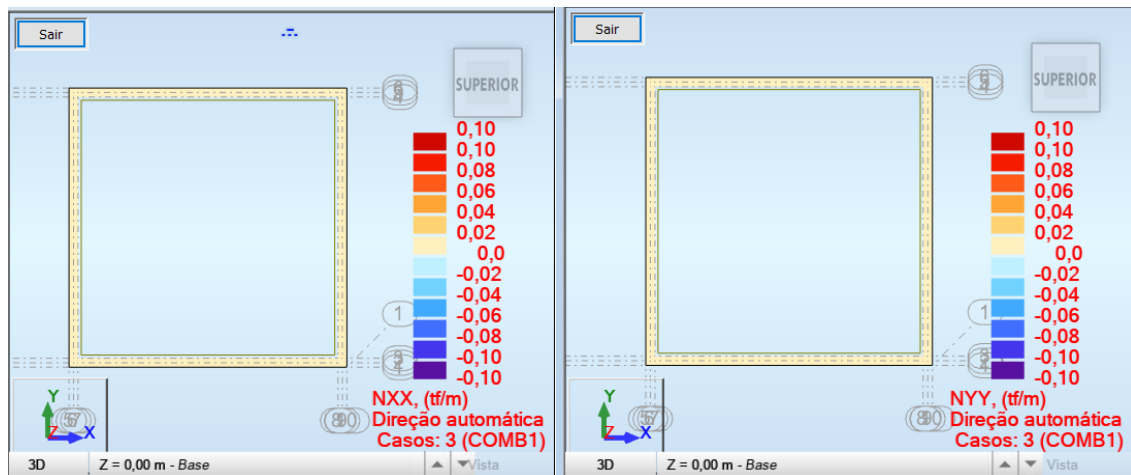


Figura 66. Forças axiais Nxx e Nyy nas vigas do modelo 3 do ROBOT.



Figura 67. Momentos fletores nas vigas dos modelos 1 e 2 do ROBOT.

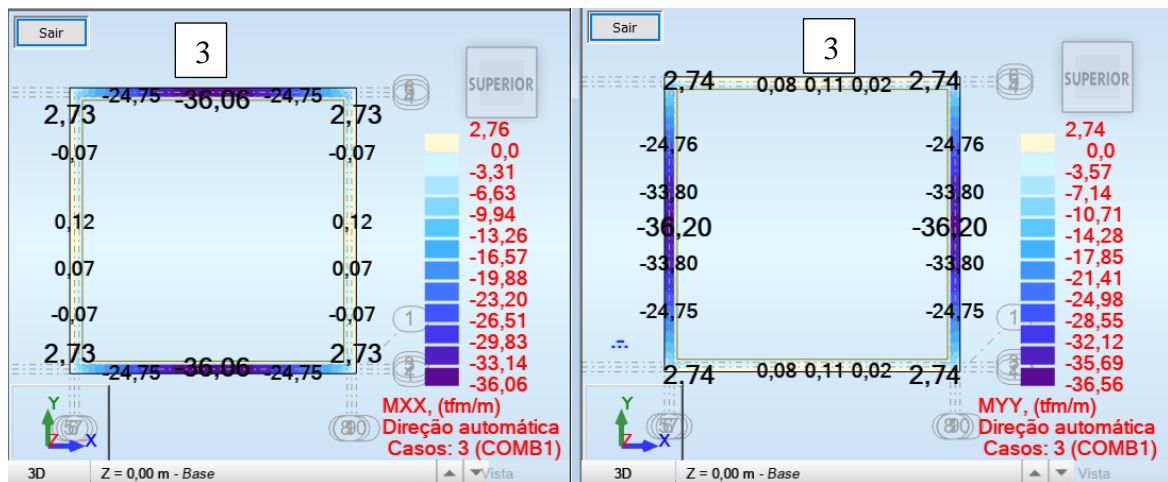


Figura 68. Momentos fletores Mxx e Myy nas vigas do modelo 3 do ROBOT.

A partir dos gráficos apresentados nas figuras acima e as explicações apresentadas no item 4.1.2.1 pode-se obter o momento fletor máximo nas vigas dos modelos 1 e 3 diretamente pelos momentos obtidos pelo programa. Já no modelo 2, que possui *offset* da viga, deve-se acrescentar ao momento apresentado pelo programa o momento decorrente desse deslocamento.

- Vigas do modelo 1: $M_{\text{máx}} = 6,65 \text{ tf.m}$
- Vigas do modelo 2: $M_{\text{máx}} = M + T.d = 2,57 \text{ tf.m} + 16,60 \text{ tf} \times 0,30 \text{ m} = 7,55$
- Vigas do modelo 3: $M_{\text{máx}} = 36,20 \text{ tf.m/m} \times 0,2\text{m} = 7,24 \text{ tf.m}$

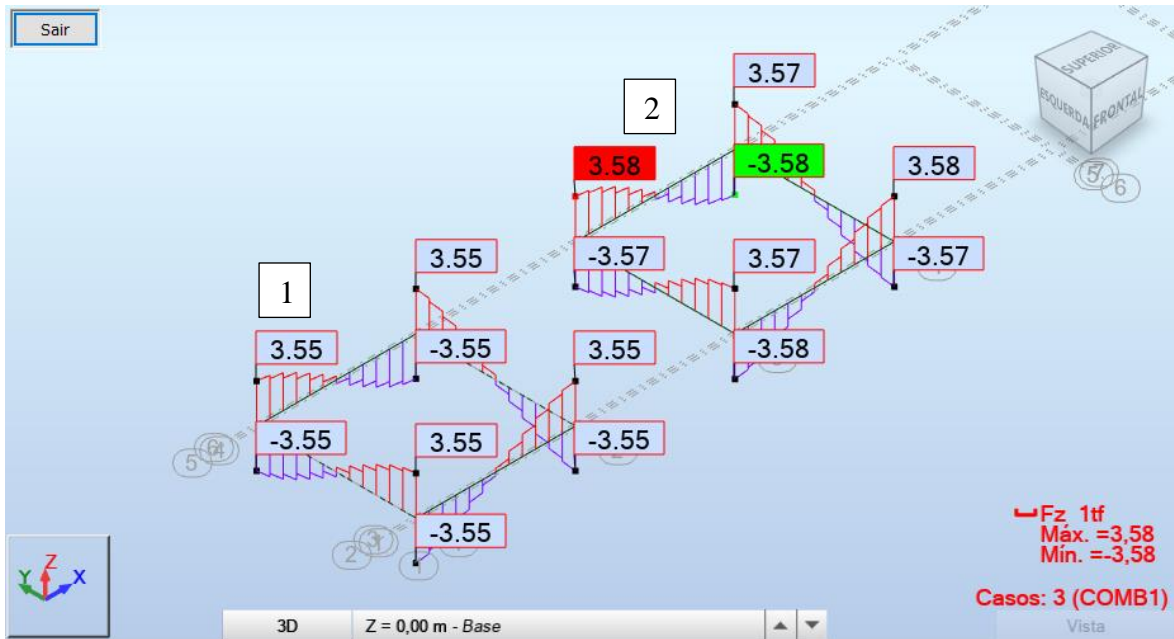


Figura 69. Esforços cortantes nas vigas dos modelos 1 e 2 do ROBOT.

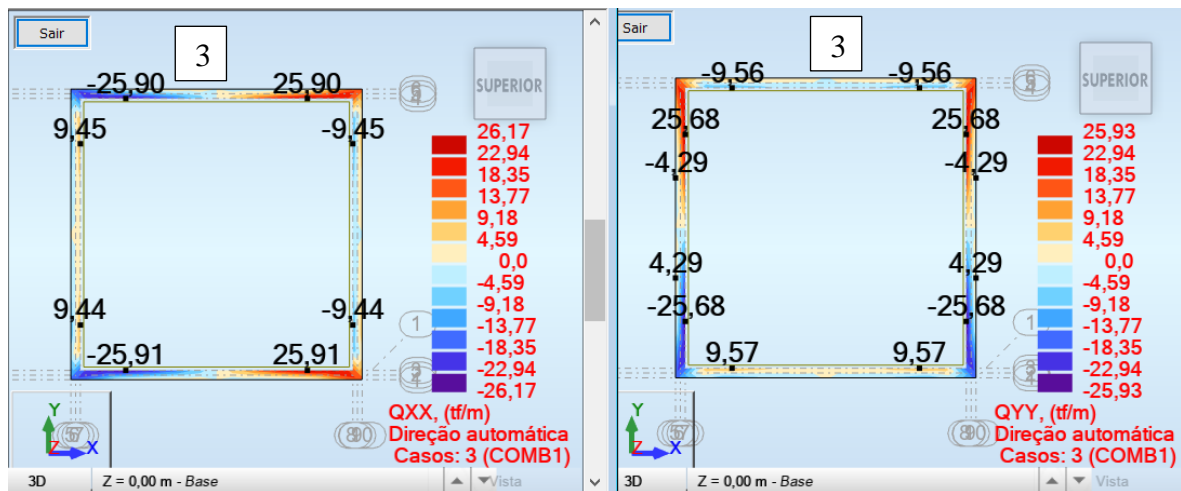


Figura 70. Esforços cortantes Qxx e Qyy nas vigas do modelo 3 do ROBOT.

A partir dos gráficos apresentados acima nas figuras percebe-se que o esforço cortante máximo nas vigas para cada um dos modelos de dimensionamento é:

- Vigas do modelo 1: $V_{\text{máx}} = 3,55 \text{ tf}$
- Vigas do modelo 2: $V_{\text{máx}} = 3,58 \text{ tf}$
- Vigas do modelo 3: $V_{\text{máx}} = 25,90 \text{ tf/m} \times 0,2\text{m} = 5,18 \text{ tf.m}$

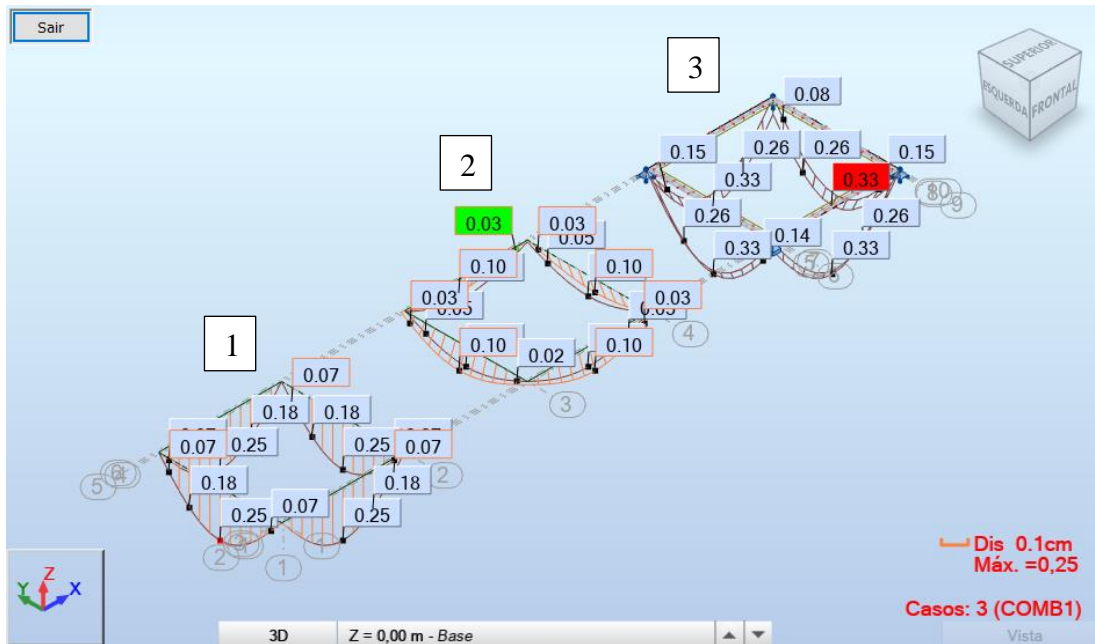


Figura 71. Deslocamentos nas vigas na direção z para modelos no ROBOT.

A partir dos gráficos apresentados acima nas figuras percebe-se que o deslocamento máximo das vigas (maior flecha) para cada um dos modelos de dimensionamento é:

- Vigas do modelo 1: $\delta_{\text{máx}} = 0,25 \text{ cm}$
- Vigas do modelo 2: $\delta_{\text{máx}} = 0,10 \text{ cm}$
- Vigas do modelo 3: $\delta_{\text{máx}} = 0,33 \text{ cm}$

Como foi explicado anteriormente, a flecha máxima da laje é igual ao deslocamento máximo da laje no centro menos a flecha da laje. Dessa forma tem-se:

- Laje do modelo 1: $\delta_{\text{máx}} = 0,64 \text{ cm} - 0,25 \text{ cm} = 0,39 \text{ cm}$
- Laje do modelo 2: $\delta_{\text{máx}} = 0,37 \text{ cm} - 0,10 \text{ cm} = 0,27 \text{ cm}$
- Laje do modelo 3: $\delta_{\text{máx}} = 0,70 \text{ cm} - 0,33 \text{ cm} = 0,37 \text{ cm}$

4.2. Análise dos resultados

Para uma análise mais completa dos resultados obtidos dos modelos de cálculo, realizou-se o cálculo manual da estrutura explicada anteriormente e apresentada na Figura 26, a partir da teoria apresentada na referência bibliográfica e o conhecimento já consolidado de resistência dos materiais e análise estrutural.

4.2.1. Cálculo manual da estrutura

Para o modelo apresentado foram calculados os esforços atuantes nas vigas e lajes e deslocamentos máximos no regime elástico.

Cargas atuantes na estrutura:

- Peso próprio da laje: $0,15\text{m} \times 2,5\text{tf/m}^3 = 0,375\text{tf/m}^2$
- Sobrecarga na laje: $0,2\text{tf/m}^2$
- Carregamento total na laje: $q_l = 0,375\text{tf/m}^2 + 0,2\text{tf/m}^2 = 0,575\text{tf/m}^2$
- Peso próprio da viga: $0,2\text{m} \times 0,6\text{m} \times 2,5\text{tf/m}^3 = 0,30\text{tf/m}$
- Carregamento total na viga: $q_v = [0,575\text{tf/m}^2 \times (6\text{m})^2 / (4 \times 6\text{m})] + 0,30\text{tf/m} = 1,1625\text{tf/m}$

Esforços solicitantes e flexa máxima na laje:

$$\text{Esforço cortante na laje: } V_l = \frac{q_l \cdot l^2}{l \cdot 4} = \frac{0,575 \cdot 6^2}{6 \cdot 4} = 0,863\text{tf/m} \quad (27)$$

$$\text{Momento fletor na laje: } M_l = \frac{q_l \cdot l^2}{m_a} = \frac{0,575 \cdot 6^2}{23,6} = 0,877\text{tf} \cdot \text{m/m} \quad (28)$$

$$\text{Flecha na laje: } \delta_l = \frac{f_1 \cdot (q_l \cdot a^4)}{E_{cs} \cdot h^3} = \frac{0,048 \cdot (0,575 \cdot 6^4)}{2683800 \cdot 0,15^3} = 0,0039\text{m} = 0,39\text{cm} \quad (29)$$

Esforços solicitantes e flexa máxima nas vigas:

$$\text{Esforço cortante nas vigas: } V_v = \frac{q_v \cdot l}{2} = \frac{1,1625 \cdot 6}{2} = 3,488\text{tf/m} \quad (30)$$

$$\text{Momento fletor nas vigas: } M_v = \frac{q_v \cdot l^2}{8} = \frac{1,1625 \times 6^2}{8} = 5,23\text{tf} \cdot \text{m} \quad (31)$$

$$\begin{aligned}
 \text{Flecha nas vigas: } \delta_v &= \frac{5 \cdot q_v \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \times 1,1625 \times 6^4}{384 \times 2683800 \times 0,20 \times 0,60^3 / 12} & (32) \\
 &= 0,0020\text{m} = 0,20\text{cm}
 \end{aligned}$$

4.2.2. Comparação dos resultados

Para melhor visualização e análise dos resultados foi criada a Tabela 4 e os gráficos apresentados abaixo, com o resumo e comparação dos dados obtidos nos modelos de cálculo e cálculo manual.

Tabela 4. Resultados obtidos manualmente e pelos modelos de cálculo.

Modelo	Laje			Vigas			
	M máx (tf.m/m)	V máx (tf/m)	δ máx (cm)	M máx (tf.m)	V máx (tf)	δ máx (cm)	
Clássico cálculo manual elástico	0,88	0,86	0,39	5,23	3,49	0,20	
Vigas como barras	1 - SAP2000	1,03	0,94	0,40	6,59	3,20	0,26
	1 - ROBOT	1,03	1,02	0,39	6,65	3,55	0,25
Vigas como barras deslocadas	2 - SAP2000	0,77	0,92	0,28	7,50	3,21	0,10
	2 - ROBOT	0,78	1,03	0,27	7,55	3,58	0,10
Vigas como painéis	3 - SAP2000	0,99	0,93	0,39	7,14	4,82	0,30
	3 - ROBOT	1,03	1,79	0,37	7,24	5,18	0,33
Vigas como painéis deslocados	4 - SAP2000	0,65	0,91	0,22	6,40	4,79	0,12

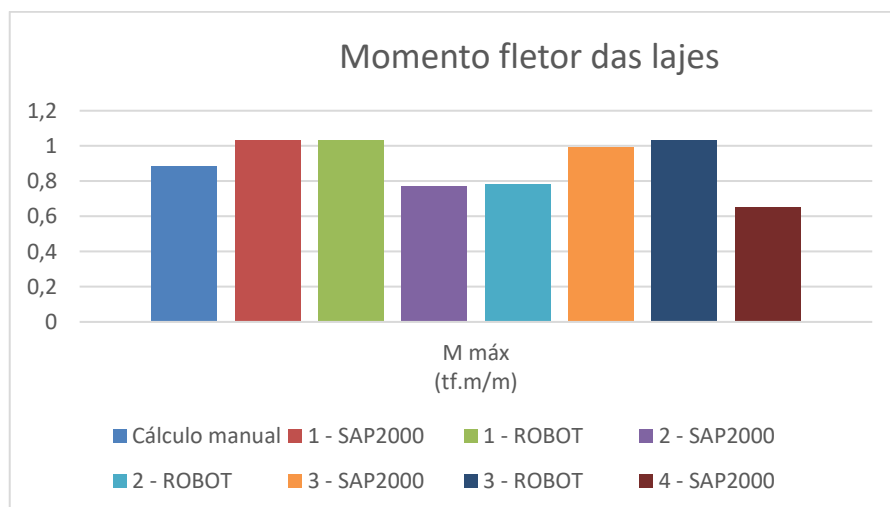


Figura 72. Comparação dos momentos encontrados nas lajes dos modelos.

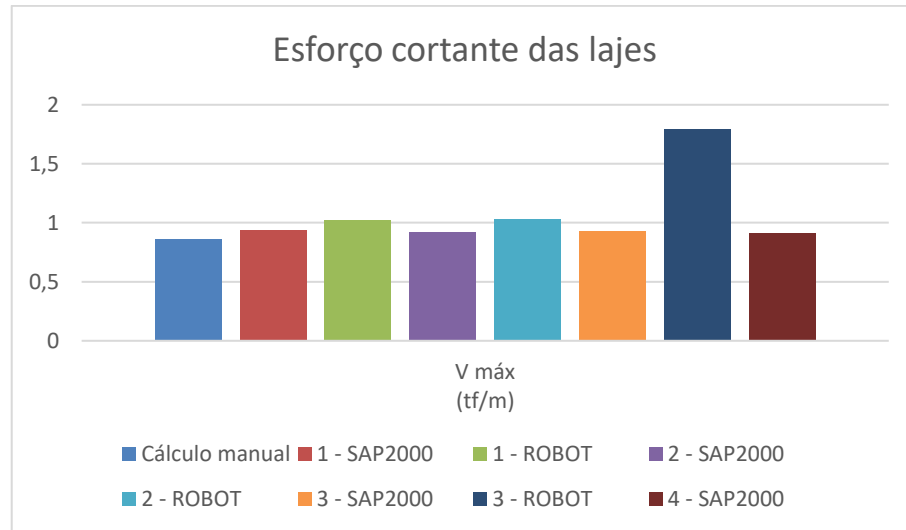


Figura 73. Comparação das cortantes encontradas nas lajes dos modelos.

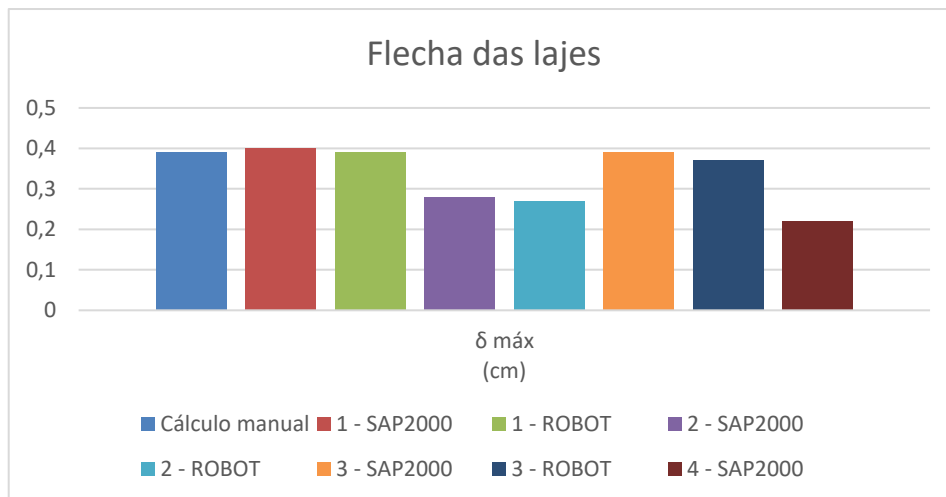


Figura 74. Comparação das flechas encontradas nas lajes dos modelos.

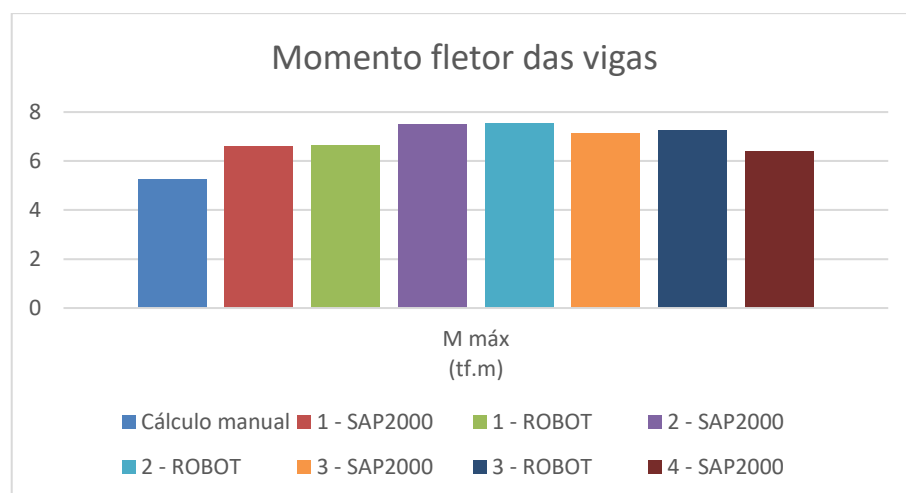


Figura 75. Comparação dos momentos encontrados nas vigas dos modelos.

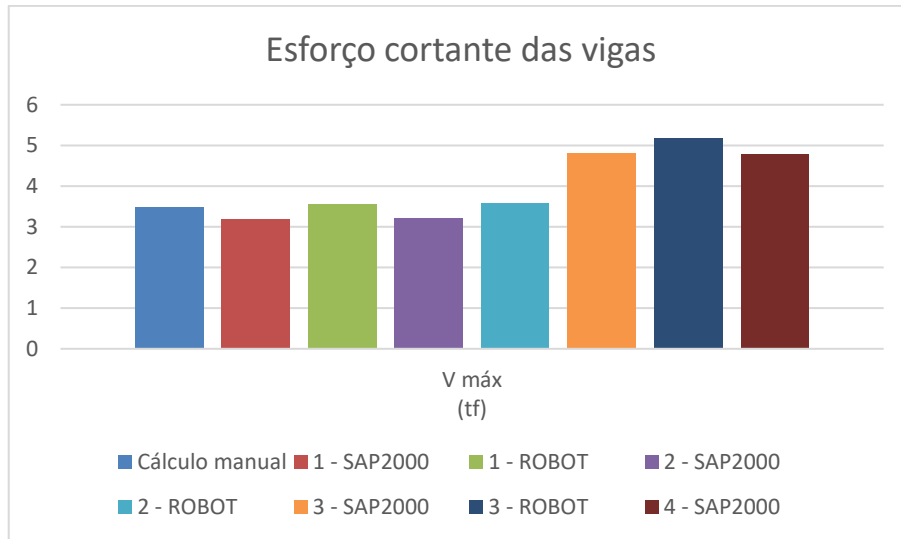


Figura 76. Comparação das cortantes encontradas nas vigas dos modelos.

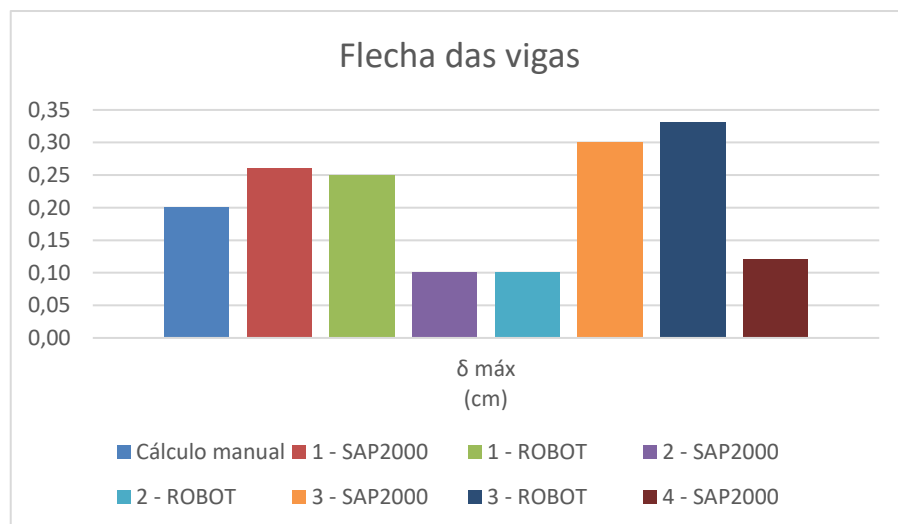


Figura 77. Comparação das flechas encontradas nas vigas dos modelos.

Uma observação crucial a ser considerada nos programas de análise por métodos dos elementos finitos é que os deslocamentos são calculados com base nas propriedades das seções geométricas, independentemente de suas fissuras. Isso implica em alterações substanciais nos deslocamentos e, em certa medida, nos diagramas de esforços solicitantes. Porém, é importante ressaltar que as fissuras podem afetar a rigidez global da estrutura e, conseqüentemente, influenciar os resultados obtidos. Portanto, embora os programas de análise por elementos finitos forneçam uma valiosa análise estrutural, é fundamental considerar o impacto das fissuras na interpretação final dos resultados.

A tabela a seguir apresenta uma comparação percentual das diferenças entre os resultados obtidos e os valores calculados manualmente:

Tabela 5. Comparação dos resultados com cálculo manual (porcentagem).

Modelo		Laje			Vigas		
		M máx (tf.m/m)	V máx (tf/m)	δ máx (cm)	M máx (tf.m)	V máx (tf)	δ máx (cm)
Vigas como barras:	1 - SAP2000	17,05%	9,30%	2,56%	26,00%	8,31%	30,00%
	1 - ROBOT	17,05%	18,60%	0,00%	27,15%	1,72%	25,00%
Vigas como barras deslocadas:	2 - SAP2000	12,50%	6,98%	28,21%	43,40%	8,02%	50,00%
	2 - ROBOT	11,36%	19,77%	30,77%	44,36%	2,58%	50,00%
Vigas como painéis:	3 - SAP2000	12,50%	8,14%	0,00%	36,52%	38,11%	50,00%
	3 - ROBOT	17,05%	108,14%	5,13%	38,43%	48,42%	65,00%
Vigas como painéis deslocados:	4 - SAP2000	26,14%	5,81%	43,59%	22,37%	37,25%	40,00%

Ao analisar a Tabela 4, a Tabela 5 e os gráficos apresentados anteriormente percebe-se que as diferenças de resultados apresentados pelos modelos não são significativas. Ao comparar os resultados dos modelos, verifica-se que, em geral, as discrepâncias dos valores são inferiores a 40%, o que está dentro do limite estabelecido pela norma ao realizar o dimensionamento com uma majoração das cargas em 1,4, valor comumente adotado.

É importante observar também pela Tabela 4 que os valores obtidos para os modelos do SAP2000 e do ROBOT foram bastante parecidos, principalmente para os esforços de momento fletor e flecha máxima. Entretanto, encontrou-se uma diferença significativa entre os valores de esforço cortante nos modelos 3 do SAP e do ROBOT, onde tem-se uma diferença percentual de $(1,79-0,93) \times 100/0,93 = 92,47\%$ nos esforços cortantes da laje. Acredita-se que a diferenças encontradas entre os modelos dos dois programas devem-se a:

- erro na discretização do modelo do Robot principalmente na região das vigas representadas como painéis e no encontro dessas com a laje, como pode ser visto na Figura 56. Esses erros devem-se a dificuldade de alteração da malha no programa Robot

que já vem discretizada automaticamente após informação do tamanho de cada elemento;

- erro de leitura dos resultados, já que os *softwares* de elementos finitos apresentam resultados mais elevados do que o real em pontos de apoio ou locais onde há erro de discretização da malha;
- erros de resultados no Robot quando há ligação de dois elementos de placas com espessuras diferentes, principalmente se um deles é muito estreito, como pode ser visto comparando a Figura 78 com a Figura 79. O *software* Robot apresenta valores de esforços muito elevados para a placa mais espessa e não distribui esses esforços igualmente para a placa mais fina. Com o auxílio do suporte da Autodesk, descobriu-se que esses erros ocorrem devido ao modelo de análise do Robot e a indicação da empresa é ativar o botão “suavização global” para os esforços serem redistribuídos nas duas placas. Entretanto, como pode ser visto na Figura 79, o que ocorre com essa aplicação é somente o espriamento da carga para a placa de menor espessura, e consequentemente diminuição da carga. Dessa forma, a utilização de placa com espessuras diferentes e estreitas no ROBOT não apresenta resultados confiáveis.

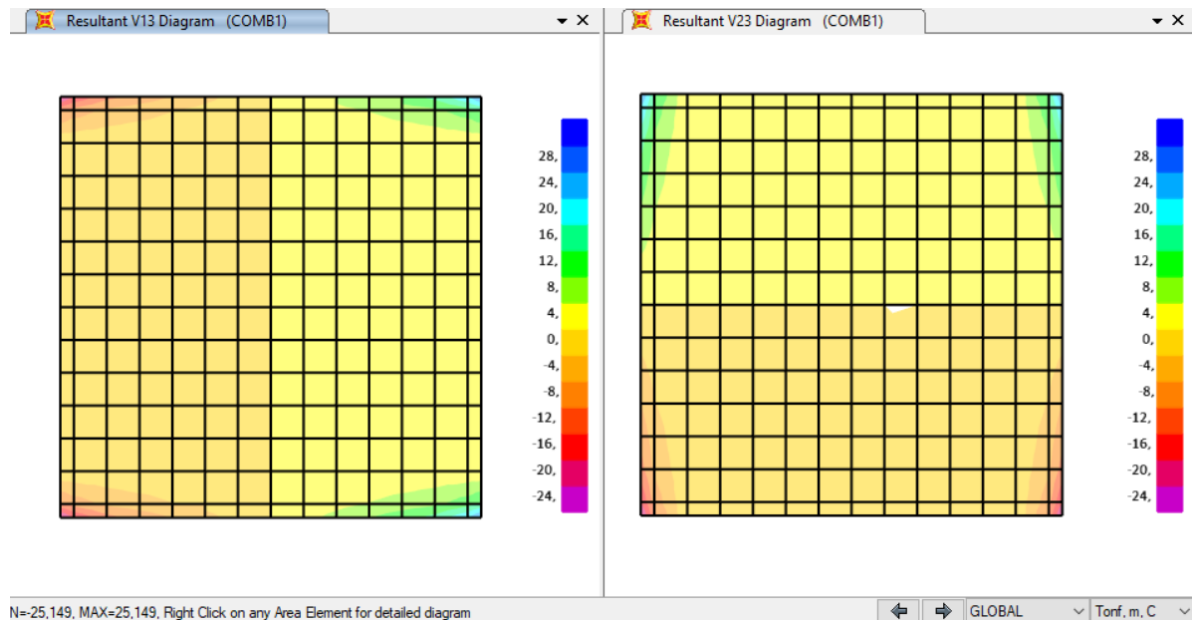


Figura 78. Resultados de cortante nas placas do modelo 3 do SAP2000.

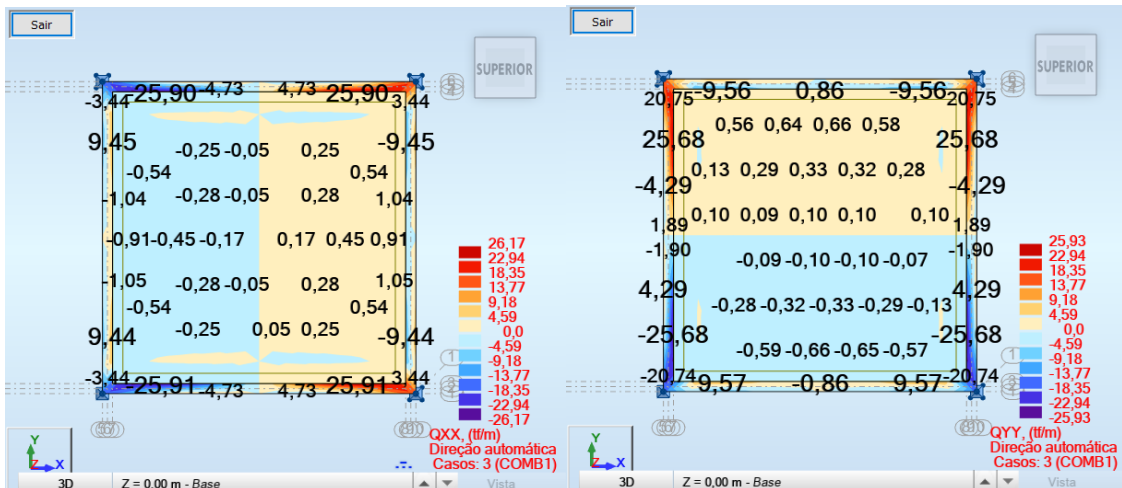


Figura 79. Resultados de cortante nas placas do modelo 3 do ROBOT sem suavização.

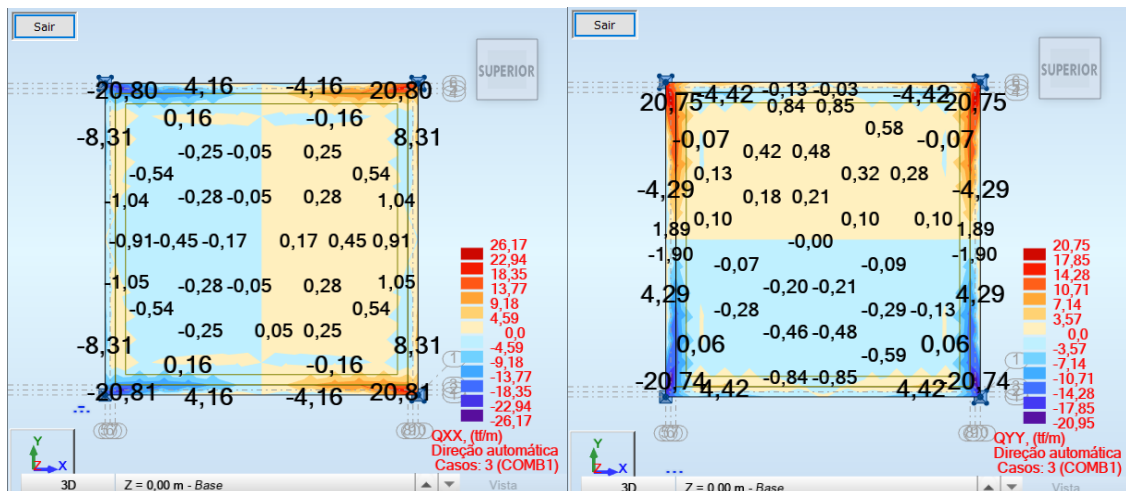


Figura 80. Resultados de cortante nas placas do modelo 3 do ROBOT com suavização global.

Após as análises, é perceptível que uma modelagem simplificada, que não considera os deslocamentos dos eixos das vigas ligadas nas lajes, não causa diferença significativa nos resultados esperados e reais do modelo mais detalhado. Dessa forma, a inclusão ou não de *offset* na viga não gera diferenças relevantes nos esforços resultantes do modelo. No entanto, é importante ressaltar que a utilização do deslocamento na viga resulta em valores para a seção unida de viga e laje (viga em T), e se essa seção não for adequadamente analisada, podem ocorrer erros. Além disso, a análise da seção em viga T, ou seja, com viga deslocada, requer mais trabalho e tempo de análise dos resultados, pois cálculos adicionais são necessários para determinar os momentos na viga.

Da mesma forma, a determinação de vigas como elementos de placa ou de barra também não causa diferenças significativas nos resultados, e conseqüentemente no dimensionamento da

estrutura. Entretanto, a utilização de vigas como elementos de barra simplifica a análise e agiliza o processo de verificação e dimensionamento da estrutura. Assim, a opção por vigas como elementos de placa, com deslocamento do eixo, resulta em análises mais complexas, mais trabalhosas e que demandam mais tempo para o dimensionamento.

Portanto, fica evidente que o tipo de modelagem adotada não exerce uma influência significativa nos resultados obtidos e no dimensionamento final da estrutura. No entanto, é fundamental ter ciência de que a modelagem deve ser realizada com os parâmetros corretos, seguindo as orientações das normas relevantes e adotando simplificações coerentes.

5. CONCLUSÃO

A modelagem correta em software de elementos finitos é de extrema importância para garantir resultados confiáveis e precisos na análise estrutural. Diversos fatores devem ser considerados ao realizar essa modelagem, levando em conta as características das estruturas e as especificidades de cada elemento envolvido.

Primeiramente, é essencial conhecer as propriedades dos materiais utilizados na estrutura, bem como seu comportamento quando submetidos a esforços. Isso inclui compreender suas propriedades mecânicas, como módulo de elasticidade, resistência à tração e compressão, além de possíveis comportamentos não lineares. A falta de conhecimento adequado nesse sentido pode levar a resultados imprecisos e até mesmo falhas estruturais.

Além disso, é crucial estar ciente dos estados limites de serviço e utilização definidos pelas normas técnicas aplicáveis. Esses estados limites consideram aspectos como deformações, deslocamentos e tensões admissíveis, levando em conta a segurança estrutural e a funcionalidade da edificação. Ignorar essas considerações pode comprometer a integridade da estrutura e sua capacidade de atender às demandas de uso e segurança.

Conhecer a norma vigente é outro aspecto crucial, pois ela define os critérios e diretrizes para a análise e dimensionamento de estruturas. O não cumprimento dessas normas pode levar a resultados inadequados e inseguros. É necessário compreender as especificações e limitações impostas pela norma para garantir que a modelagem seja realizada de acordo com as exigências técnicas e regulamentares.

Outro aspecto crucial é a correta definição dos elementos no software de elementos finitos. Isso envolve selecionar os tipos apropriados de elementos, como barras, placas, sólidos, entre outros, levando em consideração a geometria, as ligações estruturais, os tipos de apoio e o comportamento estrutural esperado. Uma escolha inadequada dos elementos pode resultar em distorções nos resultados e interpretações equivocadas do comportamento da estrutura.

A correta discretização dos elementos também é essencial. A definição de malhas adequadas e refinamentos localizados pode permitir uma representação mais precisa dos fenômenos físicos envolvidos, evitando simplificações excessivas que comprometam a confiabilidade dos resultados.

Além disso, é imprescindível saber utilizar o programa de elementos finitos de forma adequada e analisar criticamente os resultados obtidos. É necessário compreender as configurações e opções do software, além de verificar a consistência dos resultados com base em conhecimentos teóricos e experiência prática. Uma análise crítica é fundamental para identificar possíveis erros ou inconsistências nos resultados e corrigi-los, garantindo a confiabilidade das conclusões tiradas a partir do modelo.

Ademais, é importante ressaltar que algumas simplificações podem ser adotadas para dimensionamento de estruturas, como a não utilização de deslocamentos de vigas ligadas em lajes, desde que seguidas as prescrições das normas e a análise estrutural seja feita corretamente. A adoção dessas simplificações pode reduzir significativamente o tempo de trabalho, agilizando o processo de análise e dimensionamento da estrutura. Isso resulta em maior eficiência na execução do projeto, possibilitando uma resposta mais rápida às demandas do cliente e otimizando recursos disponíveis. No entanto, é fundamental destacar que tais simplificações devem ser aplicadas com critério e bom embasamento técnico, a fim de garantir a segurança e adequação da estrutura em conformidade com as normas e regulamentos aplicáveis.

Conclui-se então que a realização desse trabalho foi de grande importância para a fixação de conhecimentos teóricos e práticos, bem como para o entendimento da relevância de modelagens adequadas e simplificadas. Compreender a importância de cada etapa, desde o conhecimento das propriedades dos materiais até a análise crítica dos resultados, contribui para o desenvolvimento de projetos estruturais mais seguros, eficientes e econômicos.

6. REFERÊNCIAS

ARCELORMITTAL. **Fios e cordoalhas para concreto protendido**. 15 p. Outubro 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 238 p. 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120: Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 60 p. 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7480: Aço destinado às armaduras para estruturas de concreto armado**. Rio de Janeiro, 17 p. 2007.

BASTOS, P. S. **Fundamentos do Concreto Armado**. Unesp. Campus de Bauru, SP, 83 p. 2019.

BERNARDI, Mariana Coelho Portilho. **Análise de Deflexões de Vigas Via Equação Diferencial Ordinária Linear e não Linear**. 2019, 46 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, 2019.

BOTELHO, M. H. C; Marchetti O. **Concreto Armado Eu Te Amo: Volume 1**. 9ª ed. São Paulo: Blucher, 2018. 536 p.: il.

CAMACHO, J. S. **Concreto Armado: Estados Limites de Utilização**. UNESP. Ilha Solteira, 48 p. 2005.

MARQUES, Eduardo Dias. **Análise Comparativa de um Edifício de Múltiplos Pavimentos, com Adoção de Três Diferentes Tipos de Lajes em Concreto Armado (Maciça, Nervurada e Treliçada)**. 2017, 56 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Engenharia Civil) – Centro Universitário Luterno de Palmas, Palmas, 2017.

MATOS, Felipe Augusto Ribeiro de. **Análise da Influência da Inércia das Vigas de Apoio de Laje Maciça em Concreto Armado na Determinação dos Esforços e Deslocamentos**. 2019, 52 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso Especialização em Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019.

PASSEI DIRETO. **Vigas de Eje Recto Isostáticas**. Disponível em:
<<https://www.passeidireto.com/arquivo/54518481/tabela-de-reacoes-em-vigas-isostaticas>>.
Acesso em: 05 jun. 2023.

SCRIBD. **Tabela - Momentos de Engastamento Perfeito e Reações**. Disponível em:
<<https://pt.scribd.com/document/376620543/Tabela-Momentos-de-Engastamento-Perfeito-e-Reacoes#>>. Acesso em: 05 jun. 2023.

SILVA, Ney Amorim. **Projeto De Concreto Armado**. Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2021, 186 p. Apostila do curso Cálculo e Dimensionamento de um Edifício em Concreto Armado.

**ANEXO A – TABELA DE REAÇÕES DE APOIO EM LAJES
RETANGULARES, TEPEDINO**

Tabela 3.8 – Reações de apoio em lajes retangulares, carga uniforme (Tepedino)											
Tipo	A		B			C		D	E		
						$r'_a=0,183$ $r''_a=0,317$		$r_a=0,144$			
	$r_a=0,25$										
b/a	r_b	r_a	r'_b	r''_b	r'_b	r''_b	r_b	r'_a	r''_a	r_b	
0,50	-	0,165	0,125	0,217	-	-	0,217	0,125	0,217	0,158	
0,55	-	0,172	0,138	0,238	-	-	0,238	0,131	0,227	0,174	
0,60	-	0,177	0,150	0,260	-	-	0,259	0,136	0,236	0,190	
0,65	-	0,181	0,163	0,281	-	-	0,278	0,140	0,242	0,206	
0,70	-	0,183	0,175	0,302	-	-	0,294	0,143	0,247	0,222	
0,75	-	0,183	0,187	0,325	-	-	0,308	0,144	0,249	0,238	
0,80	-	0,183	0,199	0,344	-	-	0,320	0,144	0,250	0,254	
0,85	-	0,183	0,208	0,361	-	-	0,330	0,144	0,250	0,268	
0,90	-	0,183	0,217	0,376	-	-	0,340	0,144	0,250	0,281	
0,95	-	0,183	0,225	0,390	-	-	0,348	0,144	0,250	0,292	
1,00	0,250	0,183	0,232	0,402	0,183	0,317	0,356	0,144	0,250	0,303	
1,05	0,262	0,183	0,238	0,413	0,192	0,332	0,363	0,144	0,250	0,312	
1,10	0,273	0,183	0,244	0,423	0,200	0,346	0,369	0,144	0,250	0,321	
1,15	0,283	0,183	0,250	0,432	0,207	0,358	0,374	0,144	0,250	0,329	
1,20	0,292	0,183	0,254	0,441	0,214	0,370	0,380	0,144	0,250	0,336	
1,25	0,300	0,183	0,259	0,448	0,220	0,380	0,385	0,144	0,250	0,342	
1,30	0,308	0,183	0,263	0,455	0,225	0,390	0,389	0,144	0,250	0,348	
1,35	0,315	0,183	0,267	0,462	0,230	0,399	0,393	0,144	0,250	0,354	
1,40	0,321	0,183	0,270	0,468	0,235	0,408	0,397	0,144	0,250	0,359	
1,45	0,328	0,183	0,274	0,474	0,240	0,415	0,400	0,144	0,250	0,364	
1,50	0,333	0,183	0,277	0,479	0,244	0,423	0,404	0,144	0,250	0,369	
1,55	0,339	0,183	0,280	0,484	0,248	0,429	0,407	0,144	0,250	0,373	
1,60	0,344	0,183	0,282	0,489	0,252	0,436	0,410	0,144	0,250	0,377	
1,65	0,348	0,183	0,285	0,493	0,255	0,442	0,413	0,144	0,250	0,381	
1,70	0,353	0,183	0,287	0,497	0,258	0,448	0,415	0,144	0,250	0,384	
1,75	0,357	0,183	0,289	0,501	0,261	0,453	0,418	0,144	0,250	0,387	
1,80	0,361	0,183	0,292	0,505	0,264	0,458	0,420	0,144	0,250	0,390	
1,85	0,365	0,183	0,294	0,509	0,267	0,463	0,422	0,144	0,250	0,393	
1,90	0,368	0,183	0,296	0,512	0,270	0,467	0,424	0,144	0,250	0,396	
1,95	0,372	0,183	0,297	0,515	0,272	0,471	0,426	0,144	0,250	0,399	
2,00	0,375	0,183	0,299	0,518	0,275	0,475	0,428	0,144	0,250	0,401	

O valor da reação é dado por: $R = r (pa)$
a é o vão com o maior número de engaste. Caso o número de engaste seja o mesmo nas duas direções, a é o menor vão.

**ANEXO B – TABELA DE MOMENTOS FLETORES PARA LAJES
RETANGULARES, REGIME RÍGIDO-PLÁSTICO, TEPEDINO**

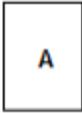
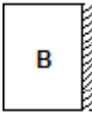
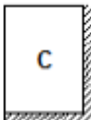
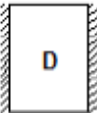
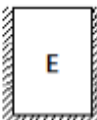

Tabela 3.9 – Momentos fletores, regime rígido-plástico, carga uniforme (Tepedino)													
Tipo	A		B		C		D		E		F		
	m_a	m_b	m_a	m_b	m_a	m_b	m_a	m_b	m_a	m_b	m_a	m_b	
0,50	-	-	122,1	50,9	-	-	103,2	64,5	215,6	80,8	-	-	
0,55	-	-	92,2	46,5	-	-	81,4	61,6	161,2	73,2	-	-	
0,60	-	-	72,6	43,6	-	-	66,9	60,2	125,6	67,8	-	-	
0,65	-	-	59,2	41,7	-	-	56,9	60,1	101,4	64,2	-	-	
0,70	-	-	49,7	40,6	-	-	49,7	60,8	84,2	61,9	-	-	
0,75	-	-	42,7	40,1	-	-	44,3	62,3	71,8	60,6	-	-	
0,80	-	-	37,6	40,1	-	-	40,3	64,5	62,5	60,0	-	-	
0,85	-	-	33,6	40,5	-	-	37,2	67,2	55,5	60,1	-	-	
0,90	-	-	30,5	41,2	-	-	34,8	70,4	50,0	60,8	-	-	
0,95	-	-	28,1	42,3	-	-	32,8	74,0	45,7	61,8	-	-	
1,00	24,0	24,0	26,1	43,6	40,0	40,0	31,2	78,0	42,2	63,3	60,0	60,0	
1,05	21,8	24,1	24,5	45,1	36,4	40,1	29,9	82,4	39,4	65,2	54,6	60,2	
1,10	20,1	24,3	23,2	46,8	33,5	40,5	28,8	87,1	37,1	67,3	50,2	60,7	
1,15	18,6	24,6	22,1	48,8	31,0	41,0	27,9	92,2	35,2	69,8	46,6	61,6	
1,20	17,4	25,1	21,2	50,9	29,0	41,8	27,1	97,6	33,5	72,5	43,5	62,7	
1,25	16,4	25,6	20,4	53,2	27,3	42,7	26,4	103,	32,2	75,4	41,0	64,4	
1,30	15,5	26,3	19,8	55,6	25,9	43,8	25,9	109,	31,0	78,6	38,8	65,6	
1,35	14,8	27,0	19,2	58,2	24,7	44,9	25,4	115,	30,0	82,0	37,0	67,4	
1,40	14,2	27,8	18,7	61,0	23,6	46,3	24,9	122,	29,1	85,6	35,4	69,4	
1,45	13,6	28,6	18,2	63,9	22,7	47,7	24,5	128,	28,4	89,4	34,0	71,6	
1,50	13,1	29,6	17,8	66,9	21,9	49,3	24,2	136,	27,7	93,4	32,8	73,9	
1,55	12,7	30,6	17,5	70,1	21,2	50,9	23,9	143,	27,1	97,6	31,8	76,4	
1,60	12,4	31,6	17,2	73,4	20,6	52,7	23,6	151,	26,6	102,	30,9	79,0	
1,65	12,0	32,7	16,9	76,8	20,0	54,5	23,4	159,	26,1	106,	30,0	81,8	
1,70	11,7	33,9	16,7	80,3	19,5	56,5	23,2	167,	25,7	111,	29,3	84,7	
1,75	11,5	35,1	16,5	84,0	19,1	58,5	23,0	175,	25,3	116,	28,7	87,8	
1,80	11,2	36,4	16,3	87,8	18,7	60,6	22,8	184,	25,0	121,	28,1	91,0	
1,85	11,0	37,7	16,1	91,7	18,4	62,9	22,6	193,	24,7	126,	27,6	94,3	
1,90	10,8	39,1	15,9	95,8	18,0	65,2	22,5	202,	24,4	132,	27,1	97,7	
1,95	10,7	40,5	15,8	99,9	17,8	67,5	22,3	212,	24,1	137,	26,6	101,	
2,00	10,5	42,0	15,6	104,	17,5	70,0	22,2	222,	23,9	143,	26,3	105,	

O valor do momento fletor positivo é dado por: $M = (pa^2)/m$

O momento fletor negativo na direção a ou b, se tiver, será dado por: $X_i = 1,5 M_i$

a é o vão com o maior número de engaste. Caso o número de engaste seja o mesmo nas duas direções, a é o menor vão.




**ANEXO C – TABELA DE FLECHA ELÁSTICA PARA LAJES RETANGULARES,
TEPEDINO**

Tabela 3.10 – Flecha elástica em lajes retangulares, carga uniforme (Tepedino)						
Tipo						
b/a	f₁	f₁	f₁	f₁	f₁	f₁
0,50	-	0,0068	-	0,0062	0,0033	-
0,55	-	0,0090	-	0,0080	0,0045	-
0,60	-	0,011	-	0,0098	0,0058	-
0,65	-	0,014	-	0,012	0,0073	-
0,70	-	0,017	-	0,014	0,0090	-
0,75	-	0,020	-	0,015	0,011	-
0,80	-	0,022	-	0,017	0,012	-
0,85	-	0,025	-	0,019	0,014	-
0,90	-	0,028	-	0,020	0,015	-
0,95	-	0,030	-	0,021	0,017	-
1,00	0,048	0,033	0,025	0,023	0,018	0,015
1,05	0,053	0,035	0,027	0,024	0,020	0,016
1,10	0,057	0,037	0,029	0,024	0,021	0,018
1,15	0,062	0,039	0,032	0,025	0,022	0,019
1,20	0,066	0,041	0,034	0,026	0,023	0,020
1,25	0,071	0,043	0,036	0,027	0,024	0,021
1,30	0,075	0,044	0,038	0,027	0,025	0,022
1,35	0,079	0,046	0,040	0,028	0,026	0,023
1,40	0,083	0,047	0,041	0,028	0,026	0,024
1,45	0,087	0,049	0,043	0,029	0,027	0,025
1,50	0,090	0,050	0,045	0,029	0,027	0,026
1,55	0,094	0,051	0,046	0,029	0,028	0,027
1,60	0,097	0,052	0,047	0,029	0,028	0,027
1,65	0,100	0,053	0,048	0,030	0,028	0,027
1,70	0,103	0,053	0,049	0,030	0,028	0,028
1,75	0,106	0,054	0,050	0,030	0,028	0,028
1,80	0,109	0,055	0,050	0,030	0,028	0,028
1,85	0,112	0,056	0,051	0,030	0,029	0,029
1,90	0,114	0,056	0,052	0,030	0,029	0,029
1,95	0,116	0,057	0,054	0,030	0,029	0,029
2,00	0,119	0,058	0,055	0,030	0,029	0,029

O valor da flecha é dada por: $f = f_1 (p \cdot a^4) / (E_{cs} h^3)$




a é o vão com o maior número de engaste. Caso o número de engaste seja o mesmo nas duas direções, a é o menor vão.

**ANEXO D – TABELA DE MOMENTOS FLETORES, REGIME ELÁSTICO,
TEPEDINO – PARTE 1**

Tabela 3.11 A – Momentos fletores, regime elástico, carga uniforme (Tepedino)										
Tipo										
	b/a	m _a	m _b	m _a	m _b	n _a	m _a	m _b	n _a	n _b
0,50	-	-	119,0	44,1	32,8	-	-	-	-	-
0,55	-	-	91,7	40,0	27,6	-	-	-	-	-
0,60	-	-	74,1	37,2	23,8	-	-	-	-	-
0,65	-	-	61,7	35,3	20,9	-	-	-	-	-
0,70	-	-	52,1	34,1	18,6	-	-	-	-	-
0,75	-	-	45,2	33,4	16,8	-	-	-	-	-
0,80	-	-	40,2	33,1	15,4	-	-	-	-	-
0,85	-	-	36,1	33,2	14,2	-	-	-	-	-
0,90	-	-	32,9	33,5	13,3	-	-	-	-	-
0,95	-	-	30,3	33,9	12,5	-	-	-	-	-
1,00	23,6	23,6	28,2	34,4	11,9	37,2	37,2	14,3	14,3	
1,10	20,0	23,6	25,1	36,2	10,9	31,3	37,4	12,7	13,6	
1,20	17,4	23,7	22,8	38,6	10,2	27,4	38,2	11,5	13,1	
1,30	15,5	24,2	21,2	41,4	9,7	24,6	40,0	10,7	12,8	
1,40	14,1	25,0	20,0	44,4	9,3	22,6	41,8	10,1	12,6	
1,50	13,0	25,7	19,1	47,3	9,0	21,1	44,4	9,6	12,4	
1,60	12,1	26,8	18,4	51,4	8,8	20,0	48,2	9,2	12,3	
1,70	11,4	27,9	17,8	55,8	8,6	19,2	52,4	9,0	12,3	
1,80	10,9	28,8	17,4	59,4	8,4	18,5	56,1	8,7	12,2	
1,90	10,5	30,4	17,1	63,0	8,3	18,0	60,2	8,6	12,2	
2,00	10,1	31,6	16,8	67,6	8,2	17,5	62,5	8,4	12,2	

O valor do momento positivo é dado por: $M = pa^2/m$ e do negativo por $X = pa^2/n$
a é o vão com o maior número de engaste. Caso o número de engaste seja o mesmo nas duas direções, a é o menor vão.

**ANEXO E – TABELA DE MOMENTOS FLETORES, REGIME ELÁSTICO,
TEPEDINO – PARTE 2**

Tabela 3.11 B – Momentos fletores, regime elástico, carga uniforme (Tepedino)											
Tipo											
	b/a	m_a	m_b	n_a	m_a	m_b	n_a	n_b	m_a	m_b	n_a
0,50	113,6	47,9	33,7	222,2	72,7	49,3	35,2	-	-	-	-
0,55	88,5	44,8	28,6	161,3	64,3	40,5	30,7	-	-	-	-
0,60	73,0	42,9	25,0	123,5	58,4	34,4	27,2	-	-	-	-
0,65	60,2	42,0	22,2	99,0	54,3	29,8	24,6	-	-	-	-
0,70	53,5	41,7	20,1	82,0	51,3	26,2	22,5	-	-	-	-
0,75	47,2	42,0	18,5	69,0	49,5	23,4	21,0	-	-	-	-
0,80	42,9	43,0	17,3	59,2	48,4	21,2	19,7	-	-	-	-
0,85	39,4	44,2	16,3	52,4	47,9	19,5	19,2	-	-	-	-
0,90	36,5	45,7	15,5	47,4	48,0	18,1	18,7	-	-	-	-
0,95	34,2	47,8	14,8	43,1	48,6	17,1	18,4	-	-	-	-
1,00	32,4	49,8	14,3	39,7	49,5	16,2	18,3	49,5	49,5	19,4	19,4
1,10	29,9	54,7	13,5	34,8	52,3	14,8	17,7	41,3	50,4	17,1	18,4
1,20	28,0	61,5	13,0	31,6	56,5	13,9	17,4	34,8	53,0	15,6	17,9
1,30	26,7	67,2	12,6	29,4	61,6	13,2	17,4	32,7	56,4	14,5	17,6
1,40	25,8	75,0	12,3	27,9	68,0	12,8	17,4	30,1	60,7	13,7	17,5
1,50	25,3	83,9	12,3	26,7	74,1	12,5	17,5	28,3	67,3	13,2	17,5
1,60	24,8	93,0	12,1	25,9	81,4	12,3	17,7	27,1	73,7	12,8	17,5
1,70	24,4	101,8	12,0	25,3	88,7	12,1	17,9	26,1	82,4	12,5	17,5
1,80	24,2	110,2	12,0	24,9	99,6	12,0	18,0	25,5	88,2	12,3	17,5
1,90	24,0	120,4	12,0	24,5	106,5	12,0	18,0	25,1	98,9	12,1	17,5
2,00	24,0	131,6	12,0	24,3	113,6	12,0	18,0	24,7	104,2	12,0	17,5

O valor do momento positivo é dado por: $M = pa^2/m$ e do negativo por $X = pa^2/n$
a é o vão com o maior número de engaste. Caso o número de engaste seja o mesmo nas duas direções, a é o menor vão.