

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS

Programa de Pós-Graduação em Administração

Túlio Pinheiro Duarte

**AVALIAÇÃO DA QUANTIDADE MÍNIMA DE ATIVOS PARA UM
PORTFÓLIO DIVERSIFICADO APLICADO AO MERCADO BRASILEIRO**

Belo Horizonte

2024

Túlio Pinheiro Duarte

**AVALIAÇÃO DA QUANTIDADE MÍNIMA DE ATIVOS PARA UM
PORTFÓLIO DIVERSIFICADO APLICADO AO MERCADO BRASILEIRO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-graduação em Administração da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) como requisito parcial à obtenção do título de Especialização em Gestão Estratégica - Gestão Sustentável de Negócios.

Orientador: Prof. Dr. Aureliano Angel Bressan

Belo Horizonte

2024

Ficha catalográfica

D812a Duarte, Túlio Pinheiro.
2024 Avaliação da quantidade mínima de ativos para um portfólio diversificado aplicado ao mercado brasileiro [manuscrito] / Túlio Pinheiro Duarte. – 2024.
42 f.

Orientador: Aureliano Angel Bressan.

Monografia (especialização) – Universidade Federal de Minas Gerais, Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração.
Inclui bibliografia.

1. Administração. 2. Economia. I. Bressan, Aureliano Angel. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração. III. Título.

CDD: 658

Elaborado por Rosilene Santos - CRB-6/2527
Biblioteca da FACE/UFMG. – RSS/167/2024



Universidade Federal de Minas Gerais
Faculdade de Ciências Econômicas
Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração
Curso de Especialização em Gestão Estratégica

ATA DA DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO do Senhor **TÚLIO PINHEIRO DUARTE**, matrícula n° **2022693501**. No dia 05/08/2024 às 17:00 horas, reuniu-se em sala virtual, a Comissão Examinadora de Trabalho de Conclusão de Curso - TCC, indicada pela Coordenação do Curso de Especialização em Gestão Estratégica - CEGE, para julgar o Trabalho de Conclusão de Curso intitulado "**AValiação da Quantidade Mínima de Ativos para um Portfólio Diversificado Aplicado ao Mercado Brasileiro**", requisito para a obtenção do Título de Especialista. Abrindo a sessão, o orientador e Presidente da Comissão, Prof. Aureliano Angel Bressan, após dar conhecimento aos presentes do teor das Normas Regulamentares de apresentação do TCC, passou a palavra ao aluno para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores, seguida das respostas do aluno. Logo após, a Comissão se reuniu sem a presença do aluno e do público, para avaliação do TCC, que foi considerado:

(x) APROVADO () NÃO APROVADO

90 pontos (NOVENTA PONTOS) trabalhos com nota maior ou igual a **60** serão considerados aprovados.

O resultado final foi comunicado publicamente ao aluno pelo orientador e Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, o Senhor Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente ATA, que será assinada por todos os membros participantes da Comissão Examinadora. Belo Horizonte, 05/08/2024.

Prof. Dr. Aureliano Angel Bressan
(Orientador - CAD/UFGM)

Documento assinado digitalmente
gov.br AURELIANO ANGEL BRESSAN
Data: 06/08/2024 17:07:52-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Frank Magalhães de Pinho

Documento assinado digitalmente
gov.br FRANK MAGALHAES DE PINHO
Data: 06/08/2024 18:26:22-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>



(CAD/UFMG)

Universidade Federal de Minas Gerais
Faculdade de Ciências Econômicas
Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração
Curso de Especialização em Gestão Estratégica

MODIFICAÇÃO EM TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Modificações exigidas no TCC do aluno **TÚLIO PINHEIRO DUARTE**, matrícula nº **2022693501** Modificações solicitadas:

O prazo para entrega do TCC contemplando as alterações determinadas pela comissão é de no máximo 60 dias, sendo o orientador responsável pela correção final.

Prof. Dr. Aureliano Angel Bressan
(Orientador)

Assinatura do aluno: **TÚLIO PINHEIRO DUARTE**

Atesto que as alterações exigidas Foram cumpridas
 Não foram cumpridas

Belo Horizonte, 05 de setembro de 2024

Professor Orientador _____

Assinatura

Aos meus pais, por serem guias e
suporte aos meus objetivos.

RESUMO

O trabalho parte da análise da quantidade ideal de ativos em uma carteira de investimentos, tendo analisado diferentes janelas temporais, de 4, 10 e 15 anos, em relação aos anos atuais e compará-la com estudo realizado entre 1993 e 1997. A análise foi conduzida para identificar o impacto da diversificação no risco total do portfólio, ao considerar as oscilações de valor do mercado acionário brasileiro.

O estudo comparado constatou que, durante a década de 1990, a maior parte do risco das oscilações do preço das ações (63,2%) estava vinculado ao risco específico do ativo, àquele não-sistemático, enquanto o restante (27,8%) referiam-se ao risco sistemático e inerente ao investimento. No entanto, as recentes análises de cenários mostraram que o risco atribuído ao investimento se inverteu, com a maior parcela (55%) sendo parte do risco sistemático e 45% podendo ser mitigado com o processo da diversificação aleatória. Constatou-se que a quantidade de ativos entre 15 e 20 são suficientes para reduzir significativamente o risco não-sistemático, tornando-se quase desprezível a redução do desvio padrão com a adição de novos ativos após este ponto.

Por último, constatou-se que o tempo de investimento também influencia na mitigação do risco total do portfólio, sendo que possível reduzir até 8,9% entre 4 e 15 anos de aplicação.

Palavras-chave: ativos; risco; desvio padrão; mercado de ações

ABSTRACT

The work starts from the analysis of the ideal number of assets in an investment portfolio, having examined different time windows of 4, 10, and 15 years in relation to the present years and compared it with a study conducted between 1993 and 1997. The analysis was carried out to identify the impact of diversification on the portfolio's total risk, considering the fluctuations in the Brazilian stock market.

The compared study found that during the 1990s, most of the risk from stock price fluctuations (63.2%) was linked to asset-specific risk, the non-systematic type, while the remaining (27.8%) referred to systematic and inherent investment risk. However, recent scenario analyses showed that the risk attributed to the investment has reversed, with the largest portion (55%) being part of systematic risk and 45% being mitigated through the process of random diversification.

It was found that holding between 15 and 20 assets is sufficient to significantly reduce non-systematic risk, making the reduction in standard deviation with the addition of new assets almost negligible beyond this point.

Lastly, it was observed that the investment duration also influences the mitigation of the portfolio's total risk, with a reduction of up to 8.9% between 4 and 15 years of application.

Keywords: assets; risk; standard deviation; stock market

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Fronteira Eficiente-----	12
Figura 2 - Fronteira Eficiente-----	15
Figura 3 - Quantas ações tornam um portfólio "diversificado" no mercado brasileiro - 18	
Figura 4 - Intervalo de variação do risco entre 1993 até 1997-----	24
Figura 5 - Curva de redução do risco entre jan/20 e dez/23, (a) são 85 ativos do IBOV; (b) são 95 ativos do IBOV e IFIX; e (c) são 96 ativos do IBOV, IFIX e SP500. -----	26
Figura 6 - Intervalo de variação do risco para os cenários, entre jan/20 e dez/23, (a) são 85 ativos do IBOV; (b) são 95 ativos do IBOV e IFIX; e (c) são 96 ativos do IBOV, IFIX e SP500. -----	29
Figura 7 - Curva de redução do risco entre jan/14 e dez/23, (a) são 85 ativos do IBOV; (b) são 95 ativos do IBOV e IFIX; e (c) são 96 ativos do IBOV, IFIX e SP500. -----	31
Figura 8 - Intervalos de variação para os cenários, entre jan/20 e dez/23, (a) são 85 ativos do IBOV; (b) são 95 ativos do IBOV e IFIX; e (c) são 96 ativos do IBOV, IFIX e SP500. -----	33
Figura 9 - Curva de redução do risco entre jan/09 e dez/23, (a) são 85 ativos do IBOV; (b) são 95 ativos do IBOV e IFIX; e (c) são 96 ativos do IBOV, IFIX e SP500. -----	36
Figura 10 - Intervalos de variação do risco para os cenários, entre jan/20 e dez/23, (a) são 85 ativos do IBOV; (b) são 95 ativos do IBOV e IFIX; e (c) são 96 ativos do IBOV, IFIX e SP500. -----	38
Gráfico 1 - Curva de redução do risco, para o período de 1993 e 1997	24

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Cenários simulados com o código	21
Tabela 2 - Valores obtidos para as carteiras de ações estruturadas entre 1993 e 1997 ...	23
Tabela 3 - Distribuição de Retorno e Desvio Padrão Médio para a janela de 4 anos.....	26
Tabela 4 – Valores dos termos de Risco para cada cenário avaliado.....	27
Tabela 5 - Distribuição de Retorno e Desvio Padrão Médio para a janela de 10 anos... 31	
Tabela 6 – Valores dos termos de Risco para cada cenário avaliado.....	32
Tabela 7 - Distribuição de Retorno e Desvio Padrão Médio para a janela de 15 anos... 35	
Tabela 8 – Valores dos termos de Risco para cada cenário avaliado.....	37

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	Justificativa.....	13
1.2	Objetivo	13
1.2.1	Objetivo Geral	13
1.2.2	Objetivo Específico	13
2	REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1	Teoria Moderna do Portfólio	14
2.2	Fronteira Eficiente	14
2.3	Riscos em Investimentos	15
2.4	Índice de Sharpe	16
2.5	Diversificação da Carteira	17
3	METODOLOGIA	20
4	ANÁLISE DE RESULTADOS	23
4.1	Janela de 5 anos, entre janeiro de 1993 até dezembro de 1997	23
4.2	Janela de 4 anos, entre janeiro de 2020 até dezembro de 2023	25
4.3	Janela de 10 anos, entre janeiro de 2014 até dezembro de 2023	30
4.4	Janela de 15 anos, entre janeiro de 2009 até dezembro de 2023	34
5	CONCLUSÃO	40
	REFERÊNCIAS	41
	APÊNDICE A – CÓDIGO PYTHON	43

1 INTRODUÇÃO

O portfólio de investimento nada mais é do que uma coleção de ativos financeiros, sejam eles ações, títulos públicos, fundos imobiliários, criptoativos, entre outros; que são escolhidos e adquiridos por um investidor.

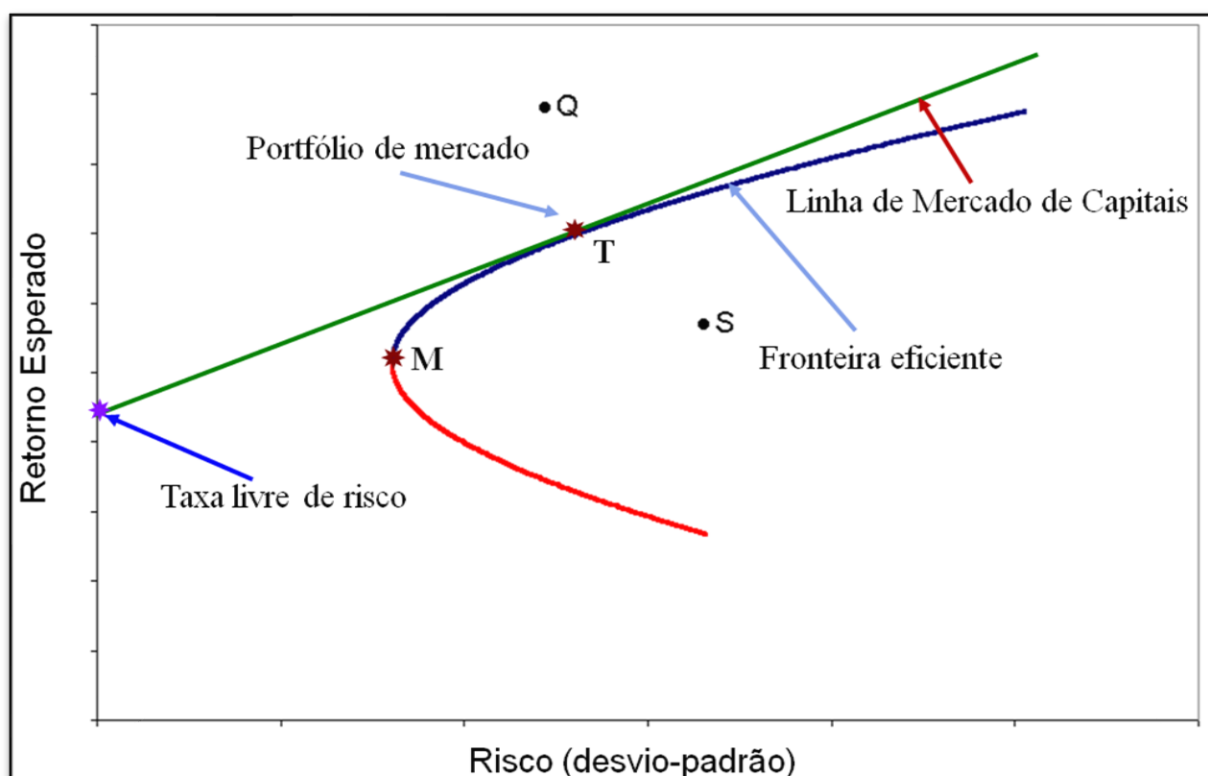
Desde que foi descrita, em 1952, a Teoria Moderna do Portfólio, ou Teoria de Markowitz, revolucionou a forma como os investimentos eram compreendidos e realizados. Markowitz introduziu conceitos de diversificação e otimização de risco em carteiras ativas, aquelas que possuem uma movimentação do gestor para maximizar o resultado. Atualmente, a Teoria Moderna do Portfólio (TMP) ainda é uma estratégia muito popular, resultando em uma carteira de ativos diversificada e lucrativa.

Cada escolha de investimento traz consigo um risco ao retorno, a TMP indica que, ao invés de avaliar o risco individualmente, uma carteira diversificada seria menos volátil do que a soma das suas partes individuais. Portanto, mesmo que um ativo seja bastante volátil, a volatilidade do portfólio, como um todo, pode ser bastante baixa.

A TMP nada mais é do que um método prático que visa selecionar os ativos que irão compor a carteira, maximizando os retornos globais e mantendo o risco sob controle. O seu componente chave é a diversificação em ativos com altos retornos e altos riscos e baixos retornos e baixos riscos, uma mistura de um pouco de cada tipo em função do que o “dono” entende como seu limite à oscilação.

Um dos conceitos fundamentais da teoria é a Fronteira Eficiente, representa o conjunto de carteiras que, dado o nível de risco tolerado, ofereceriam o melhor retorno, ou, dado um nível de retorno esperado, apresente o menor risco possível.

Figura 1 - Fronteira Eficiente



Fonte: Reis (2023)

Os portfólios formados abaixo da linha de mercado de capitais não seriam eficientes, visto que os retornos são menores frente ao risco ajustado. Agora, uma dada carteira que esteja sobre a linha de Fronteira eficiente são àqueles considerados

otimizados, oferecendo o melhor equilíbrio entre risco e retorno. Dessa forma a Fronteira Eficiente irá auxiliar na visualização entre o risco-retorno e a combinação de ativos que melhor irá se alinhar com o perfil de risco do investidor.

O risco é a medida da oscilação positiva e negativa de um ativo. Podendo ser efeito de duas métricas, o risco sistemático, que é o risco inerente a todos os ativos do mercado econômico, podendo ser associado a fatores macroeconômicos, e risco não-sistemático, que é o risco individual que impacta apenas o ativo e pode ser associado a fatores como os fundamentos daquela empresa.

Segundo a Teoria Moderna do Portfólio, à medida que adicionamos ativos a uma carteira de investimento, o risco total irá reduzir aos poucos até o limite do risco sistemático

1.1 Justificativa

A análise neste artigo buscará responder à seguinte questão de pesquisa:

“Como a variação do número de ativos afeta a eficiência do portfólio?”

Este trabalho visa então avaliar a influência da variação e quantidade de ativos na eficiência do portfólio. Com sua relevância residindo na necessidade de atualizar o estudo feito por Carneiro et al. (2000) sobre o mercado de capitais brasileiros, que hoje se encontra mais acessível, com menores custos de movimentação, com maiores opções de investimento e com maior número de participantes.

Ao compreender se o número de ativos para saturação da fronteira eficiente foi modificado desde que o trabalho foi inicialmente apresentado por Carneiro et al. (2000), que faz com que novas adições não acrescentem substancial redução ao risco e melhores retornos, tende-se a enriquecer o debate e a compreensão acadêmica quanto à gestão do portfólio, tendo, inclusive, aplicações tangíveis para a gestão ativa de portfólio.

1.2 Objetivo

1.2.1 *Objetivo Geral*

O presente trabalho possui como objetivo geral:

- Analisar a influência da quantidade de ativos na eficiência do portfólio: análise quanto à variação no número de ativos que afetariam a eficiência global do portfólio na Fronteira Eficiente do mercado.

1.2.2 *Objetivo Específico*

O artigo possui como objetivos específicos:

- Avaliar a variação do desempenho em relação ao número de ativos: análises estatísticas que irão quantificar o desempenho do portfólio à medida que a quantidade de ativos seja alterada;
- Identificar os possíveis pontos de saturação para o mercado de capitais brasileiro: identificação de pontos específicos onde a adição de novos ativos não irá proporcionar melhorias significativas na relação risco e retorno do portfólio;
- Avaliar os impactos nas métricas de risco e retorno: avaliação da adição de novos ativos em indicadores chaves como a volatilidade, retorno histórico, índice de Sharpe e outros;
- Desenvolver recomendações práticas para a construção do portfólio: a partir dos resultados, será possível fornecer direcionamento prático para investidores sobre a quantidade otimizada de ativos para o mercado de capital brasileiro;
- Validação dos resultados a partir de dados históricos e simulações: utilização de dados históricos reais e simulações para validar as conclusões obtidas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Teoria Moderna do Portfólio

Harry Markowitz, laureado com o Prêmio Nobel de Economia, foi reconhecido por suas contribuições à Teoria Moderna do Portfólio (TMP), apresentada em 1952. Seu estudo revolucionou o campo de investimentos ao introduzir conceitos fundamentais, como diversificação e cálculo do risco do sistema. (UC SAN DIEGO, 2024)

A TMP desafiou a lógica tradicional à época ao focar no impacto dos ativos entre si, ao invés de avaliar os riscos individuais, recebendo o Nobel em 1990 como reconhecimento pelo seu trabalho e influência na gestão de portfólios. (UC SAN DIEGO, 2024)

A base da teoria de Markowitz consiste em três elementos essenciais: retornos esperados, riscos e correlação dos ativos, com ênfase na diversificação das carteiras. Ele propôs a ideia de carteiras eficientes, buscando equilibrar a relação entre risco e retorno (SUNO, 2024). A popularização da ideia de diversificação, um conceito valioso para investidores iniciantes, visa espalhar investimentos para reduzir o risco global, relacionados aos negócios, público-alvo, país, entre outros (GUEDES, 2023).

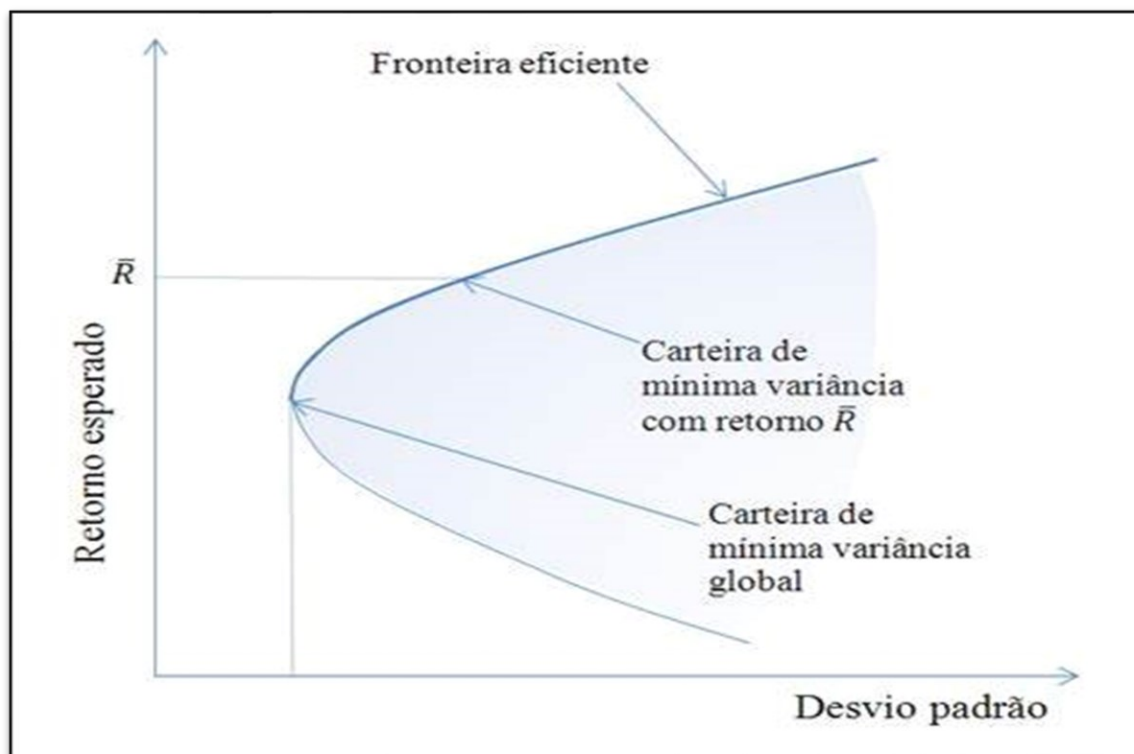
Entretanto, Guedes (2023) levanta críticas à TMP, apontando suas limitações devido às suposições primárias. A teoria assume, por exemplo, que todos os investidores têm acesso ilimitado às informações do mercado e que todos são avessos ao risco, o que pode não refletir a realidade em todos os momentos.

Segundo Reis (2023), a TMP possui como princípios um tripé: diversificação para reduzir o risco da carteira, consideração da volatilidade do mercado, que pode mudar rapidamente, e a busca por uma boa relação de risco e retorno para o investidor. Reis (2023) destaca que, dentro dessa teoria, aplicações diversificadas, embasadas em dados sólidos e ponderados, aumentam significativamente as chances de sucesso.

2.2 Fronteira Eficiente

A fronteira eficiente é o conjunto de portfólios que oferecem o maior retorno esperado para um determinado nível de risco. As carteiras abaixo da fronteira são consideradas sub-ótimas, por não proporcionarem todo retorno possível, frente ao risco que se está correndo. Carteiras a direita da fronteira também são sub-rotinas, por apresentarem nível elevado de risco para um retorno definido (GANTI, 2023).

Figura 2 - Fronteira Eficiente



Fonte: Prates (2016)

A fronteira eficiente representa graficamente as carteiras que maximizam os retornos para o risco assumido. Sendo que os retornos irão depender das combinações de investimento que compõe a carteira e quanto menor a sincronização entre os títulos, menor será o desvio padrão. Se esta combinação para otimizar a relação retorno e risco for bem-sucedida, esse portfólio deve, portanto, alinhar-se ao longo da linha da fronteira eficiente (GANTI, 2023).

2.3 Riscos em Investimentos

O risco é a possibilidade que o retorno real do investimento seja diferente do retorno esperado. Podendo ser mensurado de diversas formas, a mais comum é a avaliação da volatilidade, ou oscilação e variação, dos preços dos ativos em relação às suas médias históricas dado um determinado período.

Chen (2023), define que o risco, atrelado ao mercado financeiro, é a probabilidade de que os ganhos reais de um investimento serão diferentes daquele esperado. Incluindo a possibilidade de perda de todo ou parte do investido.

A ideia fundamental do risco é que ele esteja atrelado ao retorno. Quanto maior o risco, maior deve ser o retorno esperado. Por exemplo, um dos principais investimentos são as dívidas públicas dos EUA, sendo considerado um dos investimentos mais seguros do mundo, estes, quando comparados a dívidas de empresas privadas (ou debentures) terão um retorno bem menor. Isto se deve ao fato de que empresas privadas são bem mais propensas a falirem do que o governo norte-americano (CHEN, 2023).

Chen (2023) explicita que o horizonte de tempo e a liquidez para o investimento são fatores importantes que irão influenciar as decisões de alocação e gestão de risco. Para investidores mais jovens, o horizonte temporal pode ser mais alongado, até quase a aposentadoria, podendo estar dispostos a investirem em ativos mais arriscados, em que o retorno potencial seja mais elevado. Porém, investidores mais velhos teriam uma

tolerância diferente, uma vez que o horizonte temporal é mais encurtado e a atratividade por ativos mais arriscados é menor.

Tamplin (2023) destaca que os riscos são inerentes ao ambiente de investimento, enfatizando a importância de compreendê-los para o sucesso na tomada de decisões e gestão do portfólio. Dentre os diversos tipos de riscos de investimento, cada um possui características únicas e potencial impacto no retorno dos investimentos. Alguns desses riscos incluem:

- **Risco de Mercado:** também conhecido como risco sistemático é a oscilação do valor de um investimento em função de mudanças nas condições gerais do mercado. Refere-se a capacidade de um ativo perder valor devido a fatores que afetem o mercado como um todo, como as condições econômicas e eventos políticos. A melhor forma de mitigar este risco é através da diversificação e da estratégia de *Asset Allocation*, reduzindo a exposição a eventos específicos e minimizando seu impacto no portfólio global;
- **Risco de Crédito:** é aquele onde o mutuário não cumpre com suas obrigações de dívida, resultando em perdas para o credor ou investidor. Este tipo de risco irá ocorrer quando o mutuário não consegue cumprir as obrigações de pagamento de um empréstimo ou de juros sobre um título de dívida;
- **Risco de Liquidez:** é aquele associado a capacidade de compra e venda de um ativo a um preço razoável e dentro de um prazo desejado. Ativos ilíquidos, como imóveis, podem ser difíceis de vender a um preço justo, ou dentro de um prazo curto, resultando em potenciais perdas de valor;
- **Risco Operacional:** é aquele associado a perdas por processos internos inadequados ou falhos, de sistemas ou humanos. Inclui os erros de negociação, falhas em sistemas e atividades fraudulentas. Práticas robustas de gestão de risco podem ser efetivas no controle, como estabelecimento de políticas claras e controles internos e externos;
- **Risco de Inflação:** é aquele associado aos retornos erodidos pela inflação. Este risco vai ocorrer quando a taxa de inflação for maior do que a taxa de retorno do investimento. O investimento em ativos reais, ou títulos de dívida indexados à inflação são as estratégias necessárias para gerenciar este tipo de risco;
- **Risco Cambial:** é aquele associado a oscilação nas taxas de câmbio de investimentos em moedas estrangeiras. A diversificação, hedge cambial e outras estratégias de hedge são formas de gerenciar e mitigar este risco;
- **Risco de Concentração:** é aquele associado a pouca diversificação do portfólio. Se este estiver concentrado em uma área específica, a carteira, como um todo, se tornará mais vulnerável às flutuações deste setor. Diversificar os investimentos em várias classes de ativos, setores e regiões são formas de gerenciar e mitigar este tipo de risco.

2.4 Índice de Sharpe

Desenvolvido por William Sharpe, o Índice de Sharpe é uma métrica crucial na avaliação do desempenho ajustado ao risco de um ativo ou de uma carteira de investimentos. Essa medida quantifica o retorno excedente de uma carteira em relação a um ativo livre de risco, considerando a volatilidade ou o risco total do investimento.

O Índice de Sharpe (IS) é calculado da seguinte forma (FERREIRA et al., 2016):

$$IS = \frac{(\text{Retorno da Carteira} - \text{Retorno da Taxa Livre de Risco})}{\text{Volatilidade da Carteira}}$$

Conforme destacado por Ferreira (2016), é essencial que haja um conjunto mínimo de 24 dados históricos, seja em frequência diária, mensal ou anual, para conferir validade comparável ao índice. Além disso, a escolha da taxa livre de risco deve ser compatível com o perfil da carteira, evitando comparações inadequadas, por exemplo, entre uma carteira diversificada e um fundo de renda fixa.

É importante ressaltar que, de acordo com Ferreira (2016), o Índice de Sharpe é específico para a análise da relação entre risco e retorno, não sendo apropriado para avaliar a correlação entre os ativos do portfólio.

Barroso (2018) destaca algumas premissas essenciais para a aplicação efetiva do Índice de Sharpe, incluindo a aversão ao risco por parte do investidor, a disponibilidade de ativos livres de risco no mercado, a congruência nas expectativas de risco e retorno, custos operacionais uniformes e uma análise estatística baseada em uma distribuição normal.

O propósito fundamental do Índice de Sharpe é determinar se o retorno adicional obtido pela carteira, acima da taxa livre de risco, justifica o risco adicional assumido pelo investidor. Um Índice de Sharpe mais elevado indica um desempenho mais eficaz ajustado ao risco, enquanto um valor negativo sugere que a carteira não está superando a taxa livre de risco.

2.5 Diversificação da Carteira

Koumou (2020) critica a abordagem de diversificação de portfólio à luz da crise bancária de 2007 a 2009. A ideia subjacente à diversificação é a redução de risco, visando minimizar tanto o impacto quanto a probabilidade de ocorrência de perdas. Essa estratégia é comparada a um seguro multilateral, onde cada ativo é assegurado pelos demais, proporcionando uma mitigação da falta de conhecimento profundo por parte do investidor.

Isto se deve ao fato que, durante a crise financeira mencionada, muitos investidores perceberam que não estavam tão diversificados quanto imaginavam. Essa percepção levou à crítica da eficácia da teoria de diversificação. Koumou (2020) destaca que a correlação entre os ativos tende a aumentar em momentos de crise, comprometendo a eficácia total da diversificação nesses períodos desafiadores.

Continuando, Koumou (2020) aborda quatro princípios fundamentais da diversificação:

- Princípio da Lei dos Grandes Números (*Law of Large Numbers – LLN*): quanto maior o número de ativos de um portfólio, menor será a variação do retorno total deste portfólio. O princípio, portanto, recomenda a diversificação em ativos independentes e identicamente distribuídos.
- Princípio da Correlação (*Correlation Diversification Principle*): consiste em alocar em ativos descorrelacionados entre si. Quanto menos positivamente correlacionado os ativos estiverem entre si, menor será a probabilidade de retornos negativos ao mesmo tempo e na mesma proporção. Melhor será, portanto, a proteção oferecida neste seguro multilateral da carteira.
- Princípio da Precificação de Ativos Financeiros (*Capital Asset Pricing Model – CAPM*): a diversificação será mais eficaz quando o portfólio é construído com base no modelo de CAPM, levando em consideração o risco específico de cada ativo (risco não sistemático) e o risco do mercado como um todo (risco sistemático), alcançando um equilíbrio ideal entre risco e retorno para o portfólio.
- Princípio da Diversificação pela Contribuição de Risco (*Risk Contribution – RC*): este princípio foi proposto após a crise financeira, como alternativa à carteira de mercado e a 60/40. Baseia-se na alocação através do risco, e não através do capital, buscando igualar as contribuições absolutas de risco dos ativos.

Esses princípios fornecem uma abordagem abrangente para a construção de portfólios, considerando diferentes aspectos da diversificação e respondendo a desafios identificados durante eventos econômicos adversos (KOUMOU, 2020).

Apresentado por Wieland (2021) o conceito de investimentos convencionais são aqueles tradicionais ao investidor, como ações, títulos públicos e moeda. Investimentos não-convencionais são aqueles mais abrangentes e alternativos, como os imóveis, *hedge funds* de estratégias modernas, investimento em *Private Equity*, criptomoedas, NFTs e outros.

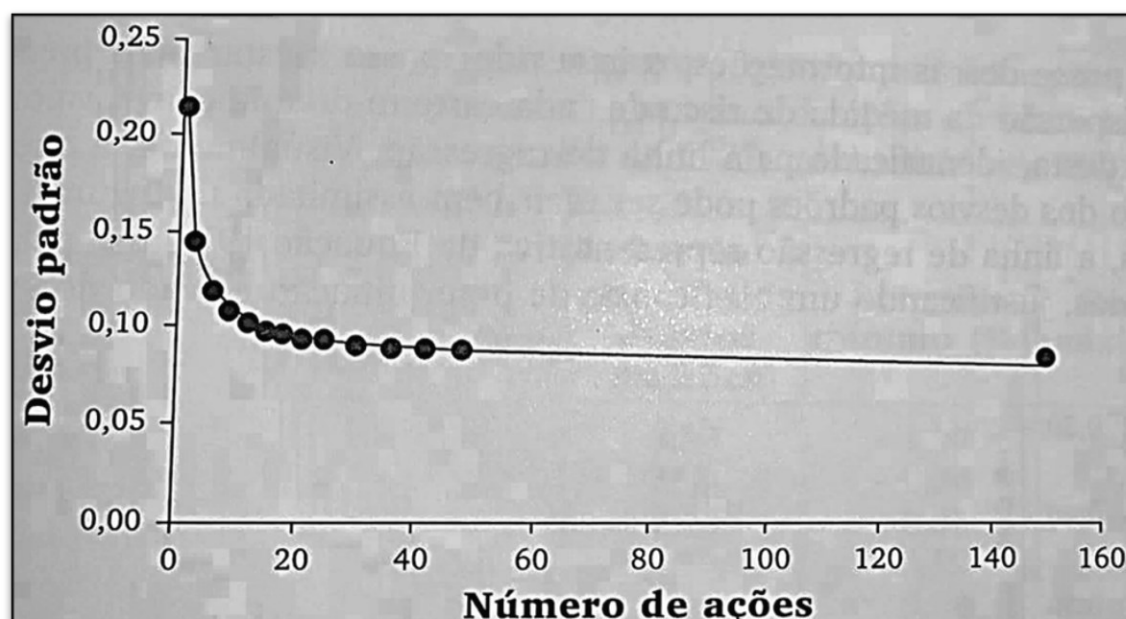
No passado, tais investimentos só eram acessíveis a investidores institucionais ou com muito patrimônio, porém, nos últimos anos, tais investimentos foram têm conquistado popularidade entre investidores comuns. Estes tipos de investimento podem oferecer maiores retornos, porém com maiores riscos, possuindo menores períodos históricos de análise, menos regulação e transparência em alguns casos (WIELAND, 2021).

Atualmente, a TMP indica que um portfólio diversificado pode conter algo como 10% a 20% de investimentos alternativos. Sendo que a maioria dos investidores comuns ainda possui, em média, bem menos do que este valor, cerca de 5%. Na outra ponta, investidores institucionais, como fundos de pensão, possuem entre 30% e 50%. Isto se dá pela possibilidade de retorno e descorrelação com outros setores da economia que estes tipos de investimentos possibilitam (WIELAND, 2021).

Ceretta e Costa (2000) conduziram um estudo que resultou em duas conclusões fundamentais no contexto da diversificação de portfólio no mercado brasileiro:

- A medida de risco diminui significativamente com a inclusão de um número inicial de ações na carteira, alcançando uma redução acentuada. Contudo, a partir de 18 ações, observa-se uma diminuição insignificante no risco. Em outras palavras, a eficácia da diversificação em mitigar o risco torna-se praticamente nula após essa quantidade de ativos;
- A Figura 3 do estudo destaca os parâmetros estimados para duas parcelas distintas de risco. A primeira representa a parcela do risco total que não pode ser eliminada pela diversificação aleatória, enquanto a segunda indica a parte do risco que pode ser reduzida ao diversificar ativos.

Figura 3 - Quantas ações tornam um portfólio "diversificado" no mercado brasileiro



Fonte: Ceretta e Costa (2000)

No mercado brasileiro, 63,2% do risco pode ser mitigado por meio da diversificação da carteira, enquanto 36,8% são inerentes ao risco de mercado nacional, imune aos efeitos da diversificação. Os resultados da pesquisa indicam que uma carteira composta por 12 ações oferece resultados notáveis ao investidor, eliminando 83% do risco mitigável pela diversificação. Além disso, a inclusão de mais ações à carteira, a partir de 18, proporciona benefícios praticamente insignificantes. Essas conclusões destacam a importância da eficácia inicial da diversificação e sugerem que, em determinado ponto, a inclusão de mais ativos pode não resultar em benefícios significativos para a redução do risco do portfólio (CERETTA e COSTA, 2000).

3 METODOLOGIA

O estudo visa aplicar a metodologia proposta por Ceretta e Costa (2000) no livro Mercado de Capitais – Análise Empírica no Brasil. Comparando o resultado obtido pelos autores, ao atual estado do mercado de capitais brasileiro.

Assim construir-se-á carteiras, obtidas através de banco de dados disponíveis online, como *Enocomática* ou *Yahoo Finance*, sendo utilizados os preços de fechamento das cotações das ações listadas na B3, bolsa de valores do mercado brasileiro para um período a ser definido.

A taxa de retorno mensal será obtida através da subtração do preço de fechamento do mês anterior do preço de fechamento do mês em questão, acrescidos dos dividendos, e dividido pelo preço da ação no mês anterior.

$$R_t = \frac{(P_t - P_{t-1}) + D_t}{P_{t-1}}$$

No qual R_t é o retorno da ação no período t ajustado pelo pagamento de dividendos, P_t e P_{t-1} são os preços de fechamento para o mês t e o mês anterior ($t-1$), D_t é o dividendo pago no período. De forma que o retorno refletirá o efeito combinado do delta no preço e do fluxo de caixa proporcionado pelos pagamentos de dividendos.

Os portfólios serão estruturados de maneira aleatória, com cada ativo contido apenas uma vez em cada carteira, e com definições prévias do tamanho da carteira a ser definido. Para cada um destes tamanhos de carteira, será gerada uma série diversa de ativos a compor esta aplicação.

Não será avaliado o lucro ou prejuízo mediante movimentação de carteira neste período de estudo, sendo que a carteira estruturada no início do período de análise, será a mesma até o final do período.

Os efeitos da diversificação vão ser medidos pela utilização da técnica de regressão do número de ações na carteira contra seus desvios padrões, quanto ao Índice de Sharpe, análise de dispersão e amplitude entre os desvios padrões e taxas de rentabilidade. As taxas de rentabilidade médias serão calculadas a partir das médias entre as taxas de rentabilidade para uma carteira com n ativos.

$$\bar{R}_n = \sum_{i=1}^n \bar{r}_{ni} / n \quad (n = 1, \dots, 150)$$

Onde \bar{R}_n é a taxa de retorno média, para uma carteira de “ n ” ativos e \bar{r}_{ni} é a rentabilidade média da carteira i , que contenha “ n ” ativos. Também será calculado o desvio padrão médio para cada uma das carteiras.

$$\bar{S}_{Rn} = \sum_{i=1}^n S_{Rni} / n \quad (n = 1, \dots, 150)$$

Onde \bar{S}_{Rn} é o desvio padrão médio das carteiras compostas de “ n ” ativos e S_{Rni} é o desvio padrão da carteira i para “ n ” ativos.

Através da linguagem de programação em Python, foi elaborado o código que executará determinadas funções com o resultado esperado do comparativo, este código é apresentado no **Apêndice A – Código Python**. No total foram geradas 9 simulações de cenários, variando-se a data e a composição máxima de cada portfólio, conforme apresentado pela Tabela a seguir.

Tabela 1 - Cenários simulados com o código

Simulações	Quantidade de ativos	Períodos (anos)	Simulações
IBOV	85	4, 10 e 15	1000
IBOV + IFIX	95	4, 10 e 15	1000
IBOV + IFIX + SP500	96	4, 10 e 15	1000

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Utilizou-se as bibliotecas do NumPy, Pandas, Yfinance e Matplotlib.pyplot como funções nativas para execução das ações. Abaixo, apresenta-se um resumo de cada função para o código no geral:

- NumPy: seu nome vem da abreviação de *Numerical Python*, se dispondo a ser uma biblioteca de código aberto com o objetivo de realizar operações algébricas em vetores de forma mais ágil (Mulinari, sd).
- Pandas: seu nome é derivado da abreviação de *Panel Data*, sendo outra biblioteca de código aberto, capaz de proporcionar uma abordagem ágil e flexível ao se trabalhar com dados relacionados. Das suas várias funções, pode-se utilizar a biblioteca para limpeza e tratamento de dados, análises exploratórias, consultas a base de dados (Almeida, 2023).
- Yfinance: abreviação de Yahoo Finance, permite explorar e acessar a base de dados públicas do site da Yahoo, tendo acesso aos dados financeiros das empresas do Brasil e do mundo (Aroussi, 2024).
- Matplotlib.pyplot: é uma interface baseada em outro programa, Matlab, para plotagem e ajuste de gráficos em Python. Destina-se, principalmente, para plotagens interativas de gráficos (Hunter et al., 2022).

Em seguida, foi a construção da função para obter os dados históricos dos ativos através da função `get_data`. Os termos da função serão os “tickers” e os períodos iniciais e finais, a base de dados acessada para obtenção dos valores será o Yahoo Finance através da biblioteca do `yfinance`.

Terceiro passo foi a função de cálculo dos retornos mensais dos ativos, através do termo `calculate_monthly_returns`, em função da data.

Quarto passo foi a função de simulação das carteiras teóricas, definiu-se uma simulação de 1000 possíveis combinações dentro da disponibilidade de cada etapa, através do termo `simulate_portfolios`, em função do retorno de cada ativo e da quantidade de cenários simulados, nesta etapa também foi definido que o peso de cada ativo será função da quantidade de ativos no portfólio, sendo um número constante.

O quinto passo foi a coleta e disponibilização dos termos do Ibovespa para o período, como o retorno médio mensal e o desvio padrão deste retorno através do termo `calculate_ibov_metrics`, como função da data e do ticker a ser buscado na base de dados da Yahoo Finance.

O sexto passo foi a função para concatenar os dados em uma tabela, organizando os resultados com o retorno médio e desvio padrão médio através do termo `create_summary_table`, em função dos portfólios simulados. A métrica “Risco Eliminado” é algo apresentado pelo livro que mostra a redução da variabilidade das oscilações ao adicionar mais um ativo à carteira.

O sétimo passo foi a função de elaboração do gráfico com o resultado, através do termo `plot_results`, como função dos resultados extraído das simulações e da função do Ibov.

O oitavo passo foram os parâmetros da simulação, para elaboração dos cenários, todos os 85 ativos que compõe o índice do Ibovespa foram adicionados, bem como os 10 maiores índices de Fundos Imobiliários (FIIs) que compõe o IFIX e 1 ETF representando o índice de ações do SP500, totalizando um universo de 96 ativos.

O período da análise também foi definido neste momento, contabilizando janelas de 4 anos (entre 2020 e 2023), 10 anos (entre 2014 e 2024) e 15 anos (entre 2009 e 2024).

O nono passo foi a execução das funções definidas previamente e exportar o resultado.

A cada simulação de cenário, ocorreu a alteração da data avaliada e da inclusão dos ativos a serem somados e avaliados junto às métricas de risco sistemático e não-sistemático do mercado de capitais brasileiros.

A seguir, avaliar-se-á os resultados obtidos com as simulações.

4 ANÁLISE DE RESULTADOS

4.1 Janela de 5 anos, entre janeiro de 1993 até dezembro de 1997

O primeiro passo é apresentar os dados a serem reavaliados, a fim de discutir os resultados que obtiveram à época e trazê-las para o contexto atual.

Na Tabela abaixo é apresentado o resultado obtido por Ceretta e Costa (2000), sintetizado para as diversas opções de quantidade de ativos, e para uma análise de 50 cenários distintos, o desvio padrão vai de 21,44%, para uma carteira com 1 ativo, até 8,71%, em uma carteira diversificada de 150 ativos. Para o mesmo período, o Ibovespa apresentou um desvio padrão de 11,27% junto de uma rentabilidade mensal de 2,79%.

Tabela 2 - Valores obtidos para as carteiras de ações estruturadas entre 1993 e 1997

Ações na Carteira	Desvio Padrão (%)	Risco Eliminado (%)	Retorno mensal da Carteira (%)
1	21,44	0	2,79
3	14,35	33,07	2,7
6	11,72	45,33	2,7
9	10,84	49,44	2,69
12	10,14	52,7	2,64
15	9,8	54,29	2,67
18	9,59	55,27	2,66
21	9,36	56,34	2,66
24	9,36	56,34	2,66
30	9,09	57,6	2,69
36	8,9	58,49	2,65
42	8,87	58,63	2,71
48	8,86	58,67	2,68
150	8,71	59,37	2,85
Ibovespa	11,27	47,53	2,79

Fonte: Adaptado de Ceretta e Costa (2000, pág.25)

Como apresentado por Ceretta e Costa (2000), caso um investidor possua entre seis e nove ativos seria equivalente aos mesmos benefícios de aplicar no índice propriamente, isto ocorre, pois, à época, o Ibovespa era composto por, aproximadamente, 40 a 50 ativos, sendo ainda assim um índice bastante concentrado, devido à elevadas participações de poucas ações em sua composição base.

A parcela do risco eliminado refere-se a parcela do risco que cada composição elimina em relação ao risco de 1 ação. Notando-se que ocorre uma redução acentuada do nível de risco à medida que se adiciona mais ações à carteira. Após o acúmulo de 18 ações, passa-se a ser insignificante os benefícios de adicionar mais um ativo na carteira, em vista a diminuir o risco associado. CERETTA E COSTA (2000)

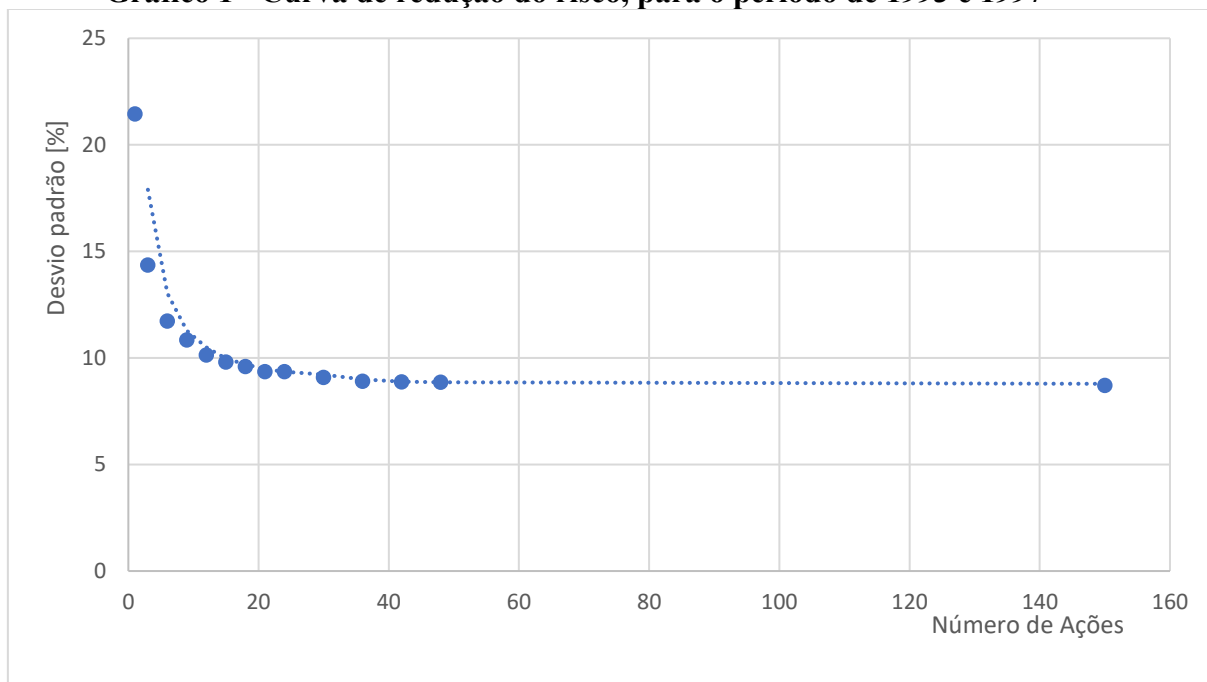
A equação que melhor representa esta distribuição, após aplicar-se uma regressão linear aos dados fornecidos, é a do tipo $Y = A + B.n^{-k}$, onde:

- Y é a medida de risco a ser estimado,
- n é o número de ações da carteira,
- A é a parcela do risco total (risco sistemático), àquele que não pode ser eliminado pelo processo de diversificação aleatório, e
- B é refere-se à parcela de risco total e que poderia ser eliminado através da diversificação da carteira (risco não-sistemático).

Esta equação, apresentada na Figura abaixo, é dada por:

$$Y = 0,0789 + 0,1355. (n)^{-0,7}$$

Gráfico 1 - Curva de redução do risco, para o período de 1993 e 1997

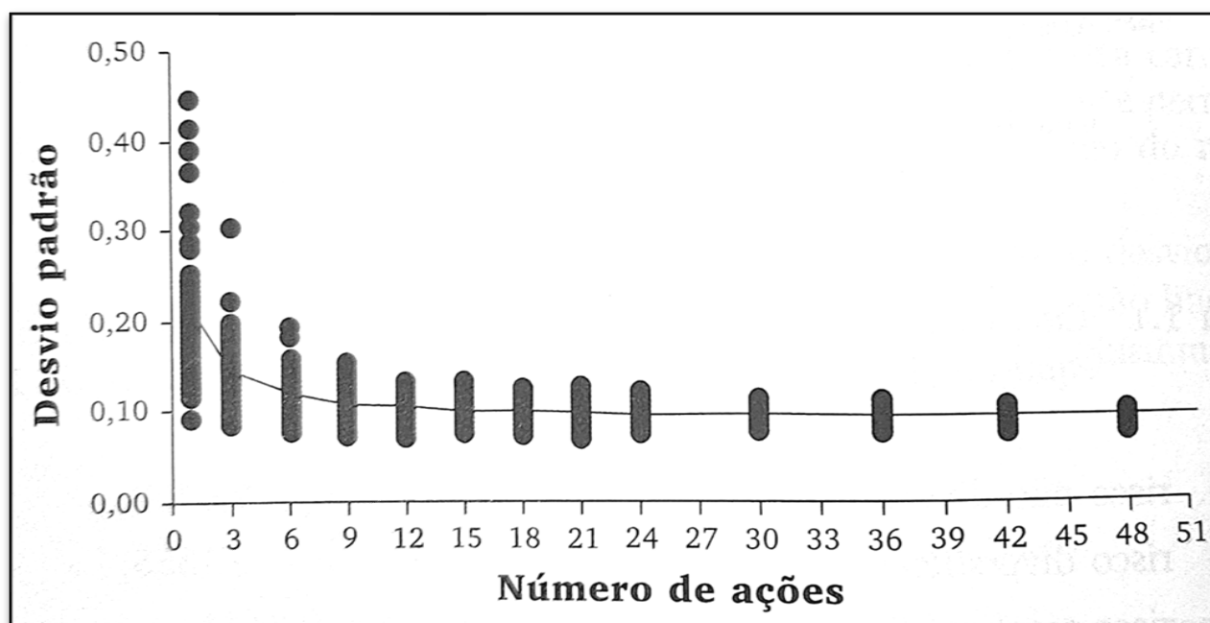


Fonte: Adaptado de Ceretta e Costa (2000, pág.27)

Em termos práticos, de 100% do risco que compõe o mercado acionário brasileiro, 63,2% poderiam ser mitigados através da diversificação aleatória e 36,8% correspondem ao risco sistemático, inerente ao investir-se no mercado acionário brasileiro, e a diversificação não produzirá maiores efeitos.

Ao considerar-se todos os desvios padrões para cada simulação de carteira, os grupos passam a fornecer um intervalo de variação para a medida de risco. A amplitude deste intervalo diminui, à medida que o número de ativos aumenta, a Figura abaixo apresenta o intervalo mínimo e máximo da variação deste desvio, conforme o número de ações na carteira.

Figura 4 - Intervalo de variação do risco entre 1993 até 1997



Fonte: Ceretta e Costa (2000) pag.28

4.2 Janela de 4 anos, entre janeiro de 2020 até dezembro de 2023

A primeira análise a ser apresentada reproduzindo o estudo é a de 4 anos, relativo a janeiro de 2020 até dezembro de 2023. Até 96 ativos foram disponibilizados dentro da simulação, dividindo-se os cenários entre: (a) apenas ativos de renda variável que compõe o índice Bovespa, cerca de 85 ativos atualmente, (b) renda variável que compõe o índice de Fundos Imobiliários, os 10 maiores ativos atualmente, somando até 95 ativos; e (b) ao adicionar ativos que reproduzam o índice da SP500 (*Standard & Poor's 500*), representando as 500 maiores empresas americanas, através de 1 ETF, somando os 96 ativos máximos.

É sintetizado na Tabela abaixo as diversas simulações de quantidade de ativos na carteira, o desvio padrão médio, para o período, vai de 44,91%, para um ativo, até 25,01% ao incluir-se ativos de Fundos Imobiliários quanto do mercado exterior e atingir 96 ativos.

Caso o investidor possua entre 20 e 25 ativos em carteira, para o cenário (b) e entre 15 e 20 ativos, para o cenário (c), atinge-se o equivalente à oscilação do próprio índice, que é composto por, atualmente, 86 ativos, porém sendo bastante concentrados em setor de extração e bancário, não sendo possível aproximar-se da oscilação apenas com ativos do cenário (a).

Um portfólio, ao acrescentar mais ativos, tem uma considerável redução da oscilação do valor de mercado, ao atingir, aproximadamente, 20 ativos passa-se a ter uma redução insignificante, menor do que 0,5%, do desvio padrão.

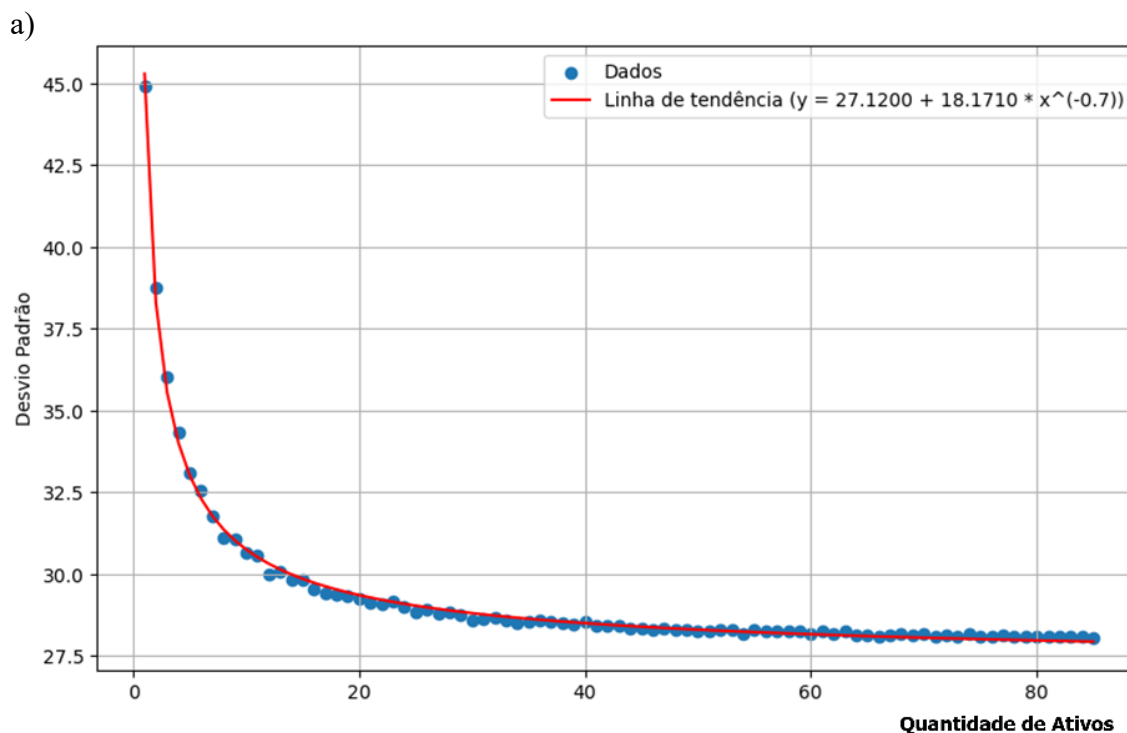
Tabela 3 - Distribuição de Retorno e Desvio Padrão Médio para a janela de 4 anos

Qty. de Ativos	Retorno Médio [%]			Desvio Padrão Médio [%]		
	IBOV	IBOV + IFIX	IBOV + IFIX + SP500	IBOV	IBOV + IFIX	IBOV + IFIX + SP500
1	10,68	9,59	7,64	44,91	40,93	40,08
2	9,44	9,54	7,92	38,74	35,89	35,19
3	10,30	9,73	7,99	36,03	33,48	32,75
4	10,32	9,72	7,97	34,32	31,74	31,08
5	10,03	9,62	7,81	33,07	30,71	30,00
8	10,22	9,52	7,86	31,12	28,89	28,18
10	10,37	9,61	7,72	30,65	28,07	27,57
15	10,05	9,64	7,82	29,82	27,28	26,69
20	10,37	9,57	7,88	29,26	26,84	26,16
25	10,32	9,58	7,85	28,82	26,54	25,94
30	10,47	9,66	7,85	28,56	26,36	25,76
40	10,29	9,62	7,82	28,55	26,12	25,46
50	10,19	9,64	7,83	28,27	25,89	25,29
60	10,27	9,59	7,84	28,18	25,83	25,22
70	10,33	9,57	7,87	28,18	25,77	25,14
80	10,39	9,59	7,85	28,08	25,73	25,07
90	-	9,59	7,83	-	25,67	25,05
86	-	9,60	7,83	-	25,70	25,06
96	-	-	7,84	-	-	25,01
IBOV		7,96			26,67	

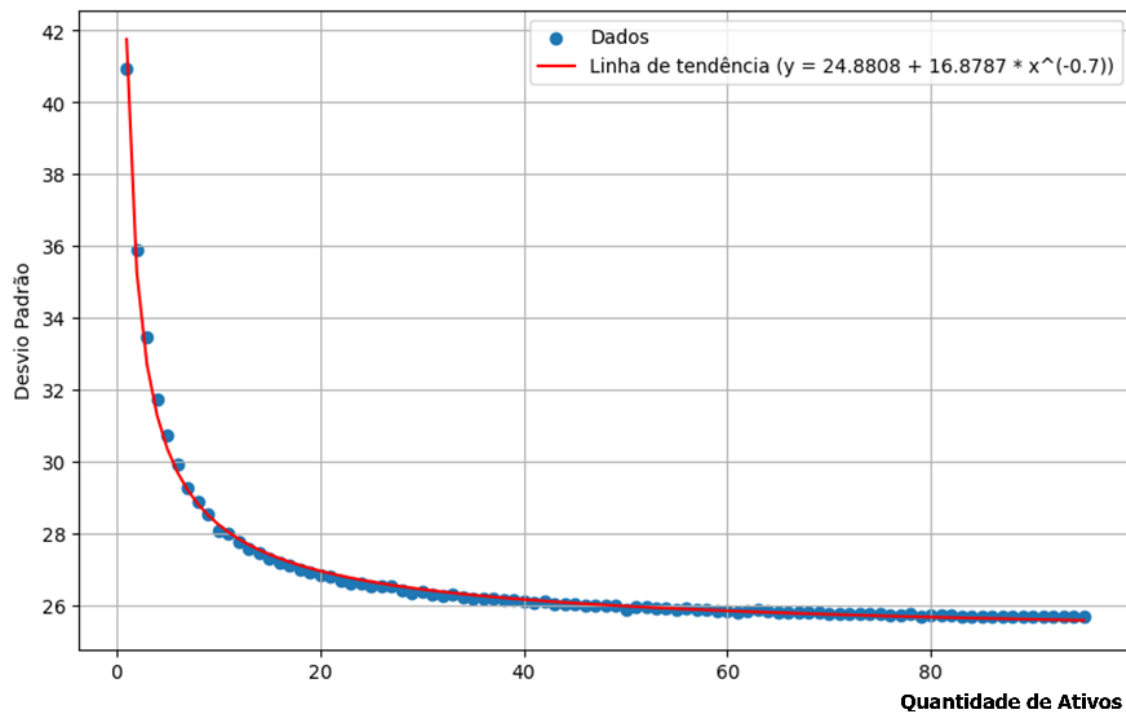
Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

A Figura abaixo apresenta as linhas de tendências para os cenários avaliados, contabilizando entre 85 e 96 ativos. A equação, do tipo $Y = A + B \cdot x^{-0,7}$ é detalhada em sequência para cada uma das análises

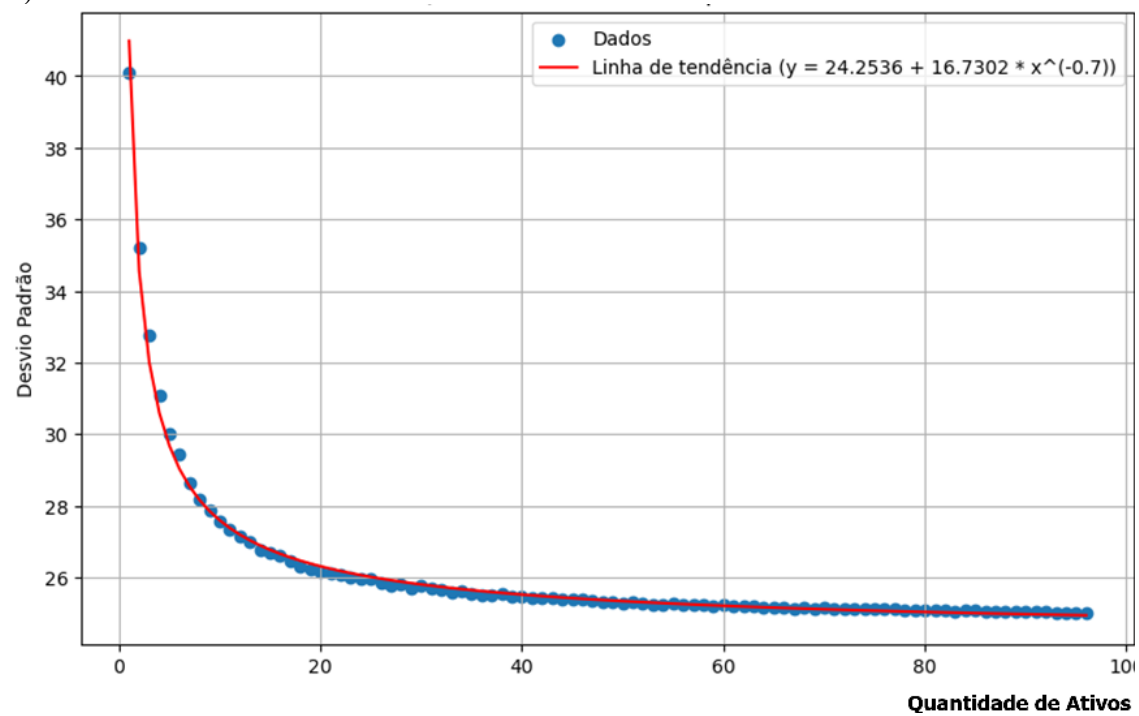
Figura 5 - Curva de redução do risco entre jan/20 e dez/23, (a) são 85 ativos do IBOV; (b) são 95 ativos do IBOV e IFIX; e (c) são 96 ativos do IBOV, IFIX e SP500.



b)



c)



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Tabela 4 – Valores dos termos de Risco para cada cenário avaliado

Cenário	A	B	Total
85 ativos	27,12	18,17	45,29
95 ativos	24,88	16,88	41,76
96 ativos	24,25	16,73	40,98

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Isto quer dizer que, para um portfólio com até 85 ativos, 100% do risco que compõe o mercado acionário brasileiro, 59,9% são explicados pelo risco sistemático e inerente ao investimento no país, enquanto 40,1% podem ser mitigados através da diversificação aleatória de ativos.

Já para um portfólio com até 95 ativos, incluindo fundos imobiliários, os 100% do risco de mercado passam a ser 59,6% explicados pelo risco sistemático e inerente ao investimento no país, enquanto 40,4% podendo ser mitigados pela diversificação entre as classes de ativos de forma aleatória.

Por último, um portfólio com até 96 ativos, incluindo ativos desatrelados ao mercado acionário brasileiro, a partir do ETF de ações americanas, 100% do risco de mercado pode ser distribuído como 59,2% a partir do risco sistemático e 40,8% para o risco não-sistemático.

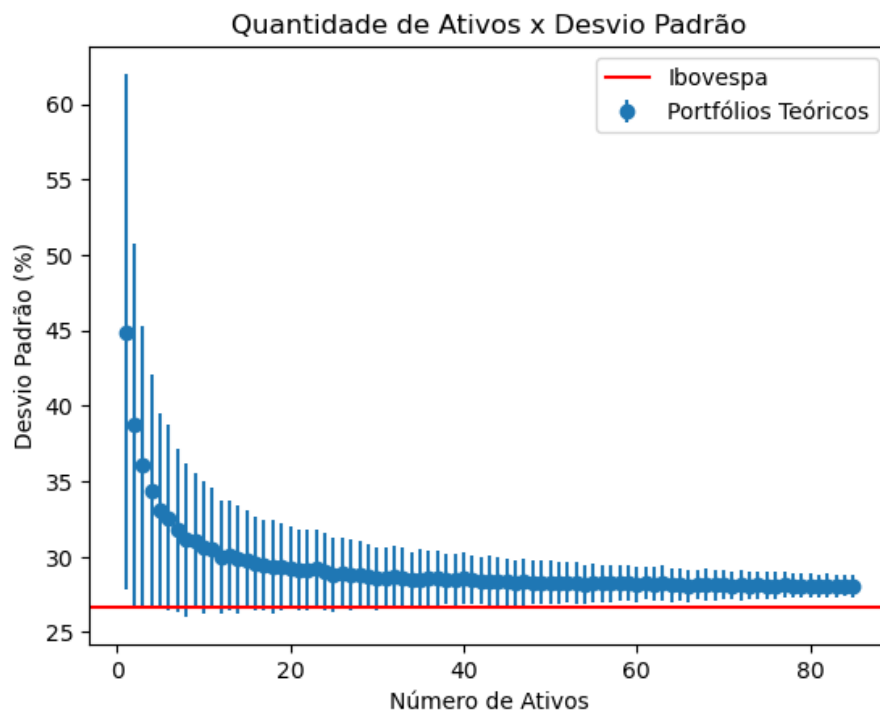
A distribuição entre risco sistemático e não sistemático, mesmo com a adição de novos ativos, é bem próxima entre os cenários avaliados. Variando-se 1,1% entre o valor máximo e mínimo avaliado.

Contudo, há uma redução entre 7,8% até 9,5% do risco total do investidor ao adicionar ativos descorrelacionados ao Ibovespa em condições aleatórias e em uma janela curta de 4 anos.

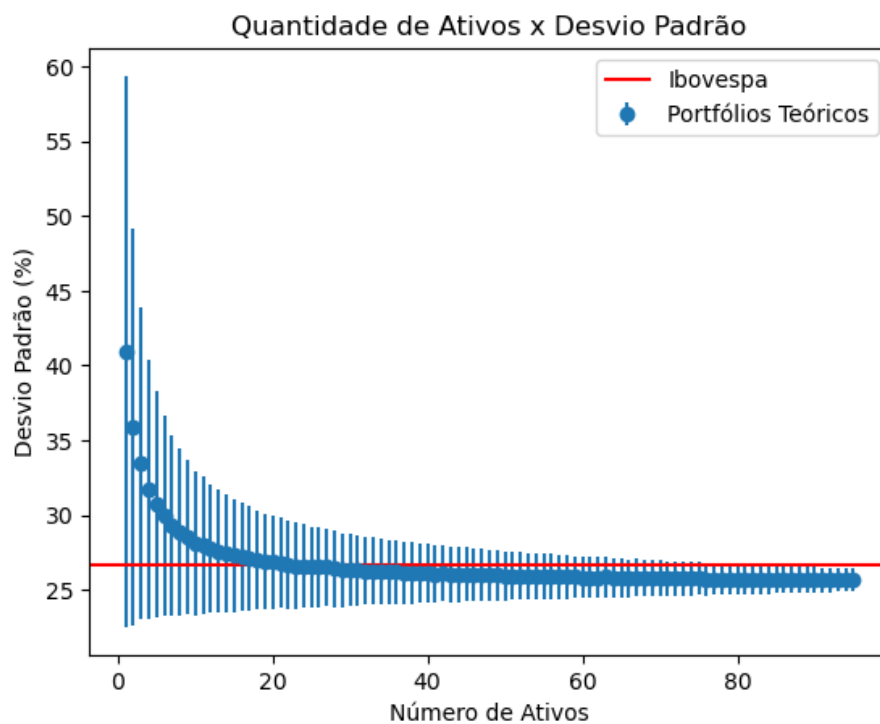
A Figura abaixo apresenta a dispersão da oscilação dos valores do portfólio em cada cenário, mostrando que, à medida que se aumenta a quantidade de ativos, a própria oscilação passa a restringir-se a um intervalo menor, conforme já havia sido verificado pelos autores ao avaliar a janela do final do século passado, sendo também válida para a janela de 4 anos.

Figura 6 - Intervalor de variação do risco para os cenários, entre jan/20 e dez/23, (a) são 85 ativos do IBOV; (b) são 95 ativos do IBOV e IFIX; e (c) são 96 ativos do IBOV, IFIX e SP500.

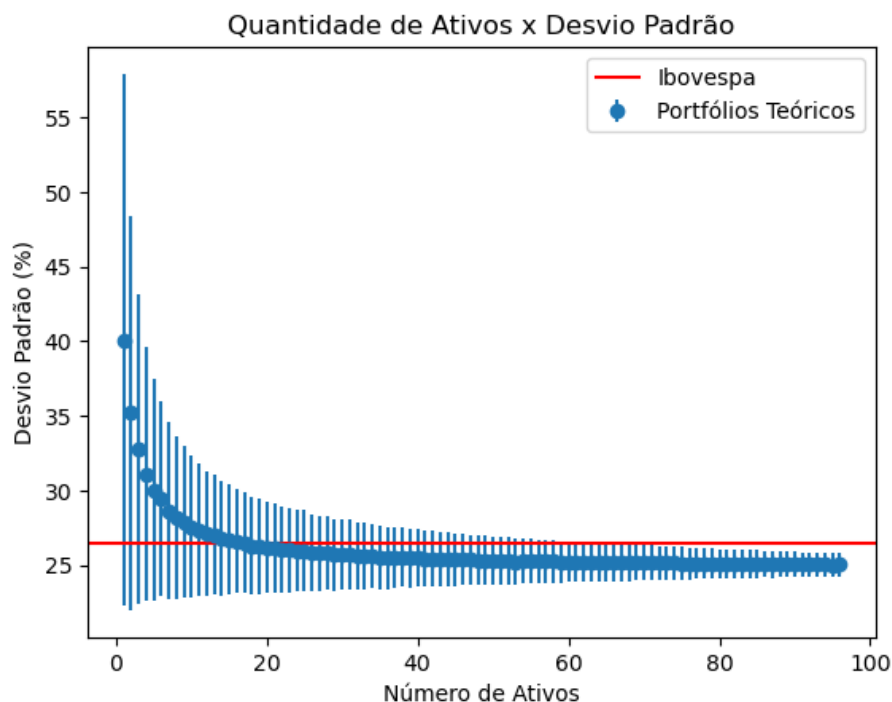
a)



b)



c)



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

4.3 Janela de 10 anos, entre janeiro de 2014 até dezembro de 2023

A segunda análise a ser apresentada é a de 10 anos, relativo a janeiro de 2014 até dezembro de 2023. Até 96 ativos foram disponibilizados dentro da simulação, dividindo-se os cenários entre: (a) apenas ativos de renda variável que compõe o índice Bovespa, cerca de 85 ativos atualmente, (b) renda variável que compõe o índice de Fundos Imobiliários, os 10 maiores ativos atualmente, somando até 95 ativos; e (c) ao adicionar ativos que reproduzam o índice da SP500 (*Standard & Poor's 500*), representando as 500 maiores empresas americanas, através de 1 ETF, somando os 96 ativos máximos.

É apresentada na Tabela abaixo as diversas simulações de quantidade de ativos na carteira, o desvio padrão médio, para o período, vai de 42,51%, para um ativo, até 22,62% ao incluir-se ativos tanto de Fundos Imobiliários quanto do mercado exterior e atingir 96 ativos.

Para esta janela avaliada, apenas com a adição de ativos do mercado imobiliário e exterior foi possível aproximar-se do equivalente à oscilação do próprio índice de mercado, que é composto por, atualmente, 86 ativos, uma carteira com cerca de 70 ativos do cenário (b) ou 50 para o cenário (c).

Um portfólio, ao acrescentar mais ativos, tem uma considerável redução da oscilação do valor de mercado, ao atingir, aproximadamente, 15 ativos passa-se a ter uma redução insignificante, menor do que 0,5%, do desvio padrão.

Tabela 5 - Distribuição de Retorno e Desvio Padrão Médio para a janela de 10 anos

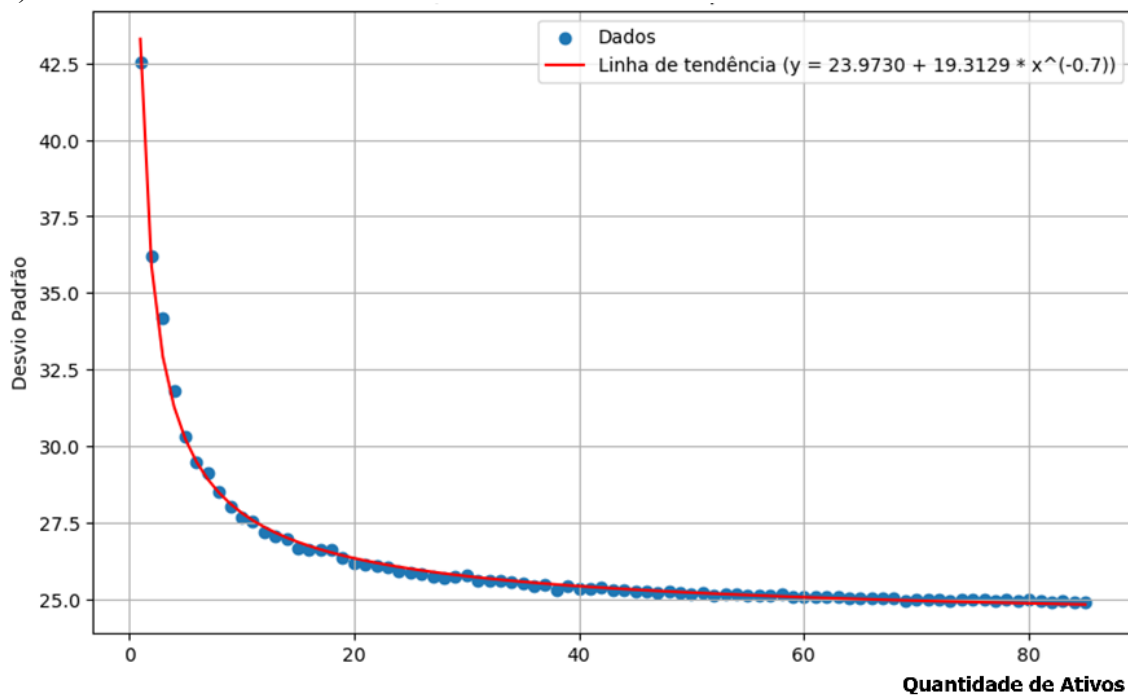
Qnt. de Ativos	Retorno Médio [%]			Desvio Padrão Médio [%]		
	IBOV	IBOV + IFIX	IBOV + IFIX + SP500	IBOV	IBOV + IFIX	IBOV + IFIX + SP500
1	16,88	16,01	15,36	42,51	38,79	39,00
2	17,68	16,48	15,68	36,21	34,39	33,69
3	17,37	16,14	15,11	34,16	31,19	30,89
4	17,61	16,29	15,22	31,81	29,66	29,24
5	17,59	16,11	15,15	30,30	28,38	27,68
10	17,36	16,47	14,95	27,66	25,83	25,21
15	17,23	16,23	15,19	26,66	24,63	24,40
20	17,45	16,23	15,26	26,18	24,23	23,78
25	17,57	16,25	15,19	25,86	23,89	23,60
30	17,51	16,17	15,29	25,80	23,62	23,45
35	17,51	16,23	15,26	25,50	23,52	23,26
40	17,46	16,30	15,27	25,35	23,29	23,07
50	17,55	16,22	15,23	25,18	23,15	22,94
60	17,58	16,20	15,17	25,09	23,17	22,86
70	17,58	16,21	15,23	24,99	22,97	22,81
80	17,48	16,22	15,25	24,98	22,91	22,68
85	17,50	16,22	15,29	24,92	22,90	22,68
86	-	16,23	15,28	-	22,91	22,67
96	-	-	15,24	-	-	22,62
IBOV	13,19			22,97		

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

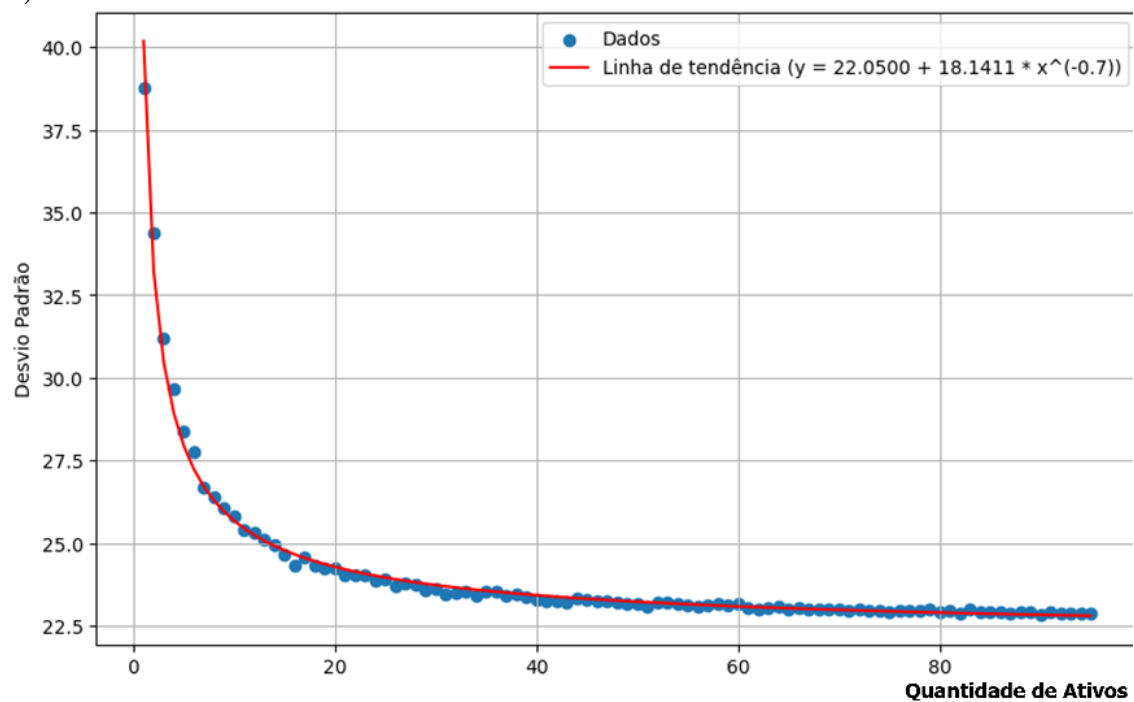
A Figura abaixo apresenta as linhas de tendências para os cenários avaliados, contabilizando entre 85 e 96 ativos. A equação, do tipo $Y = A + B \cdot x^{-0,7}$ é detalhada em sequência para cada uma das análises

Figura 7 - Curva de redução do risco entre jan/14 e dez/23, (a) são 85 ativos do IBOV; (b) são 95 ativos do IBOV e IFIX; e (c) são 96 ativos do IBOV, IFIX e SP500.

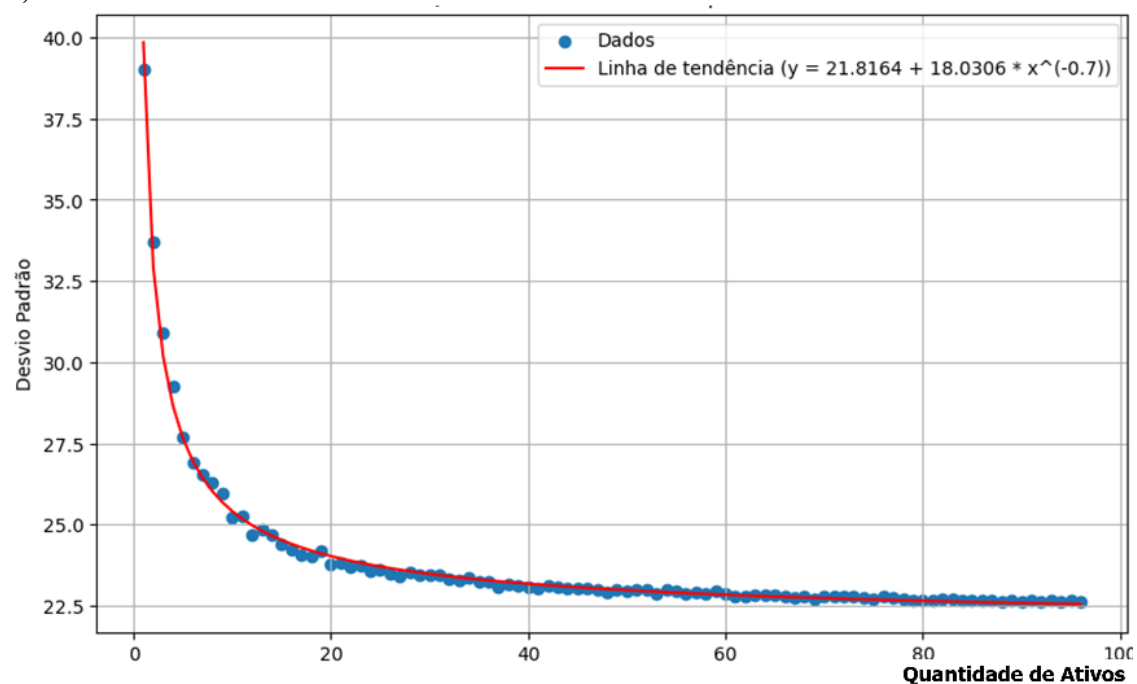
a)



b)



c)



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Tabela 6 – Valores dos termos de Risco para cada cenário avaliado

Cenário	A	B	Total
85 ativos	23,97	19,31	43,28
95 ativos	22,05	18,14	40,19
96 ativos	21,82	18,93	40,75

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

A mesma análise pode ser feita, para um portfólio com até 85 ativos, cenário (a), 100% do risco que compõe o mercado acionário brasileiro, 55,4% são explicados pelo

risco sistemático e inerente ao investimento no país, enquanto 44,6% podem ser mitigados através da diversificação aleatória de ativos.

Já para um portfólio com até 95 ativos, cenário (b), incluindo fundos imobiliários, os 100% do risco de mercado passam a ser 54,9% explicados pelo risco sistemático e inerente ao investimento no país, enquanto 45,1% podendo ser mitigados pela diversificação entre as classes de ativos de forma aleatória.

Por último, um portfólio com até 96 ativos, cenário (c), incluindo ativos desatrelados ao mercado acionário brasileiro, a partir do ETF de ações americanas, 100% do risco de mercado pode ser distribuído como 53,5% a partir do risco sistemático e 46,5% para o risco não-sistemático.

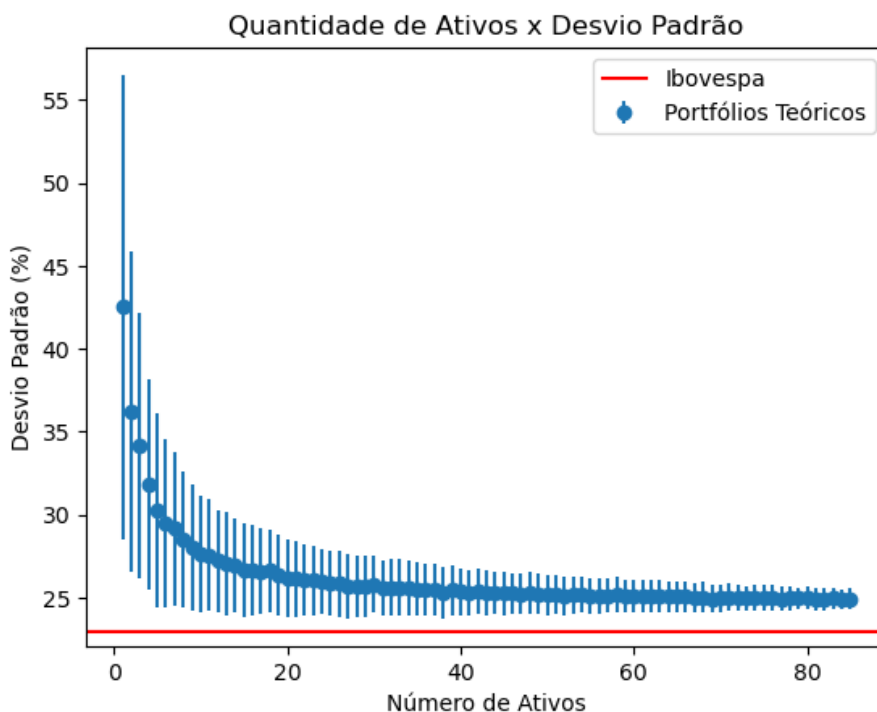
A distribuição entre risco sistemático e não sistemático, mesmo com a adição de novos ativos, é bem próxima entre os cenários avaliados. Variando-se 3,4% entre o valor máximo e mínimo avaliado.

Contudo, há uma redução entre 5,8% até 7,1% do risco total do investidor ao adicionar ativos descorrelacionados ao Ibovespa em condições aleatórias e em uma janela mais longa de 10 anos.

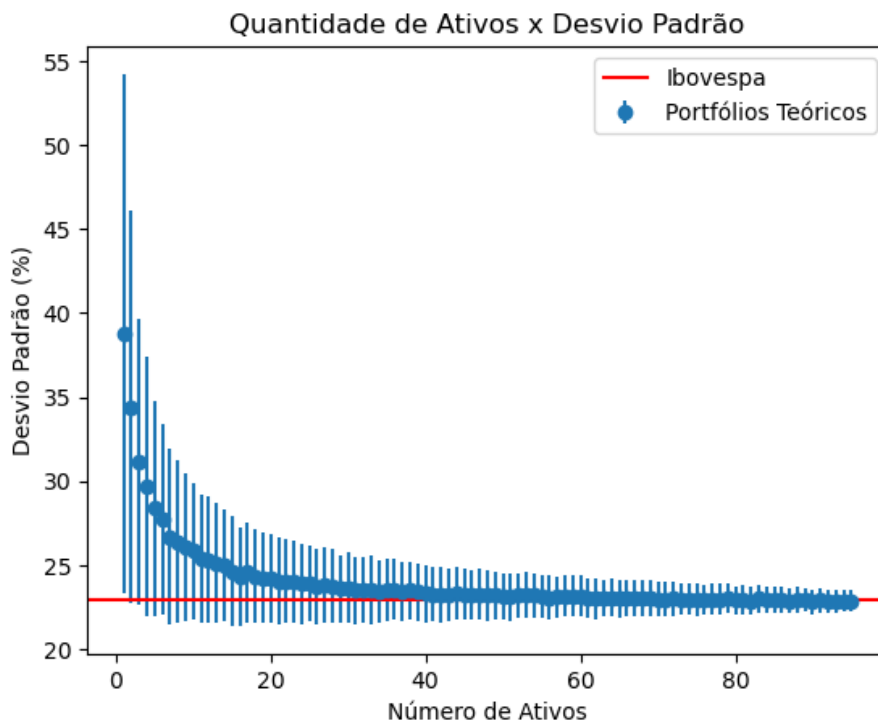
A Figura abaixo apresenta a dispersão da oscilação dos valores do portfólio em cada cenário, mostrando que, à medida que se aumenta a quantidade de ativos, a própria oscilação passa a restringir-se a um intervalo menor, conforme já havia sido verificado pelos autores ao avaliar a janela do final do século passado, sendo também válida para a janela de 10 anos.

Figura 8 - Intervalos de variação para os cenários, entre jan/20 e dez/23, (a) são 85 ativos do IBOV; (b) são 95 ativos do IBOV e IFIX; e (c) são 96 ativos do IBOV, IFIX e SP500.

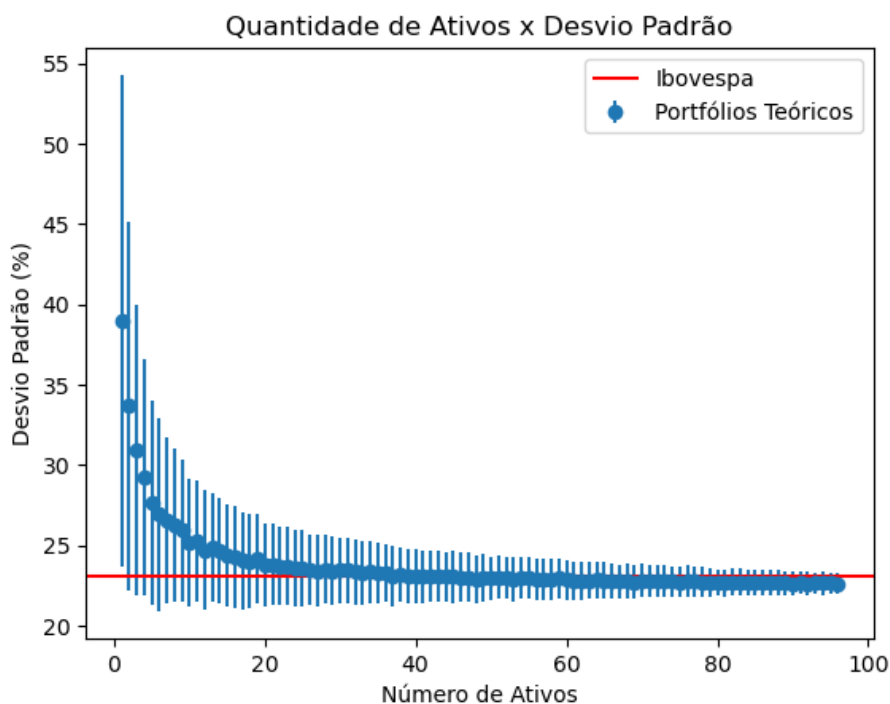
a)



b)



c)



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

4.4 Janela de 15 anos, entre janeiro de 2009 até dezembro de 2023

A terceira análise a ser apresentada é a de 15 anos, relativo a janeiro de 2009 até dezembro de 2023. Até 96 ativos foram disponibilizados dentro da simulação, dividindo-se os cenários entre: (a) apenas ativos de renda variável que compõe o índice Bovespa, cerca de 85 ativos atualmente, (b) renda variável que compõe o índice de Fundos Imobiliários, os 10 maiores ativos atualmente, somando até 95 ativos; e (b) ao adicionar

ativos que reproduzam o índice da SP500 (*Standard & Poor's 500*), representando as 500 maiores empresas americanas, através de 1 ETF, somando os 96 ativos máximos.

É apresentada, na Tabela abaixo, as diversas simulações de quantidade de ativos na carteira, o desvio padrão médio, para o período, vai de 40,50%, para um ativo, até 21,75% ao incluir-se ativos de Fundos Imobiliários quanto do mercado exterior e atingir 96 ativos.

Para esta janela avaliada, apenas com a adição de ativos do mercado imobiliário e exterior foi possível aproximar-se do equivalente à oscilação do próprio índice de mercado, que é composto por, atualmente, 86 ativos, uma carteira com cerca de 86 ativos do cenário (b) ou 60 para o cenário (c).

Um portfólio, ao acrescentar mais ativos, tem uma considerável redução da oscilação do valor de mercado, ao atingir, aproximadamente, 20 ativos passa-se a ter uma redução insignificante, menor do que 0,5%, do desvio padrão.

Tabela 7 - Distribuição de Retorno e Desvio Padrão Médio para a janela de 15 anos

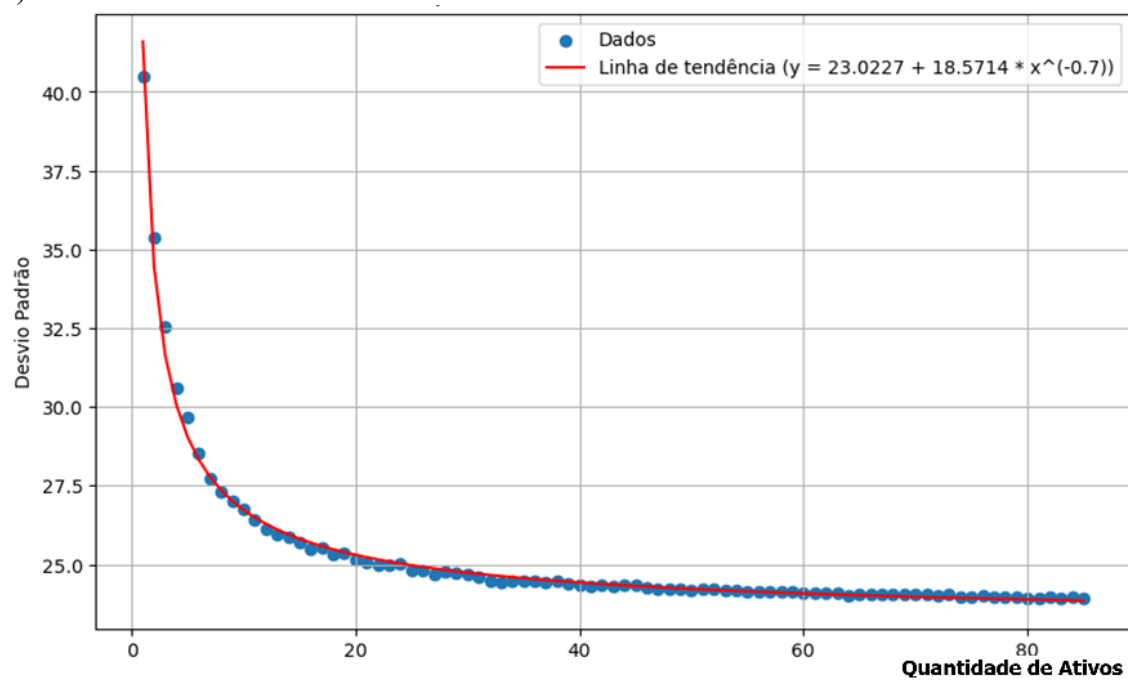
Qnt. de Ativos	Retorno Médio [%]			Desvio Padrão Médio [%]		
	IBOV	IBOV + IFIX	IBOV + IFIX + SP500	IBOV	IBOV + IFIX	IBOV + IFIX + SP500
1	17,89	15,87	15,28	40,50	37,52	37,76
2	17,00	15,92	14,89	35,35	33,04	33,30
3	17,20	15,93	15,39	32,54	30,30	30,14
4	17,04	15,85	15,13	30,58	28,38	28,13
5	17,17	15,99	14,96	29,65	27,85	27,13
10	17,11	15,81	14,91	26,74	24,58	24,48
15	17,25	16,01	15,14	25,70	23,76	23,50
20	17,26	16,02	15,28	25,16	23,22	22,96
25	17,24	15,92	15,20	24,83	22,97	22,66
30	17,15	15,90	15,20	24,67	22,81	22,47
35	17,19	15,79	15,15	24,48	22,43	22,30
40	17,17	15,98	15,15	24,35	22,42	22,27
50	17,27	15,92	15,21	24,18	22,24	22,04
60	17,16	15,91	15,14	24,08	22,18	22,01
70	17,24	15,92	15,12	24,04	22,06	21,94
80	17,24	15,93	15,13	23,94	22,04	21,79
85	17,19	15,91	15,15	23,92	22,03	21,80
86	-	15,95	15,10	-	22,07	21,79
96	-	-	15,16	-	-	21,75
IBOV	10,71			21,98		

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

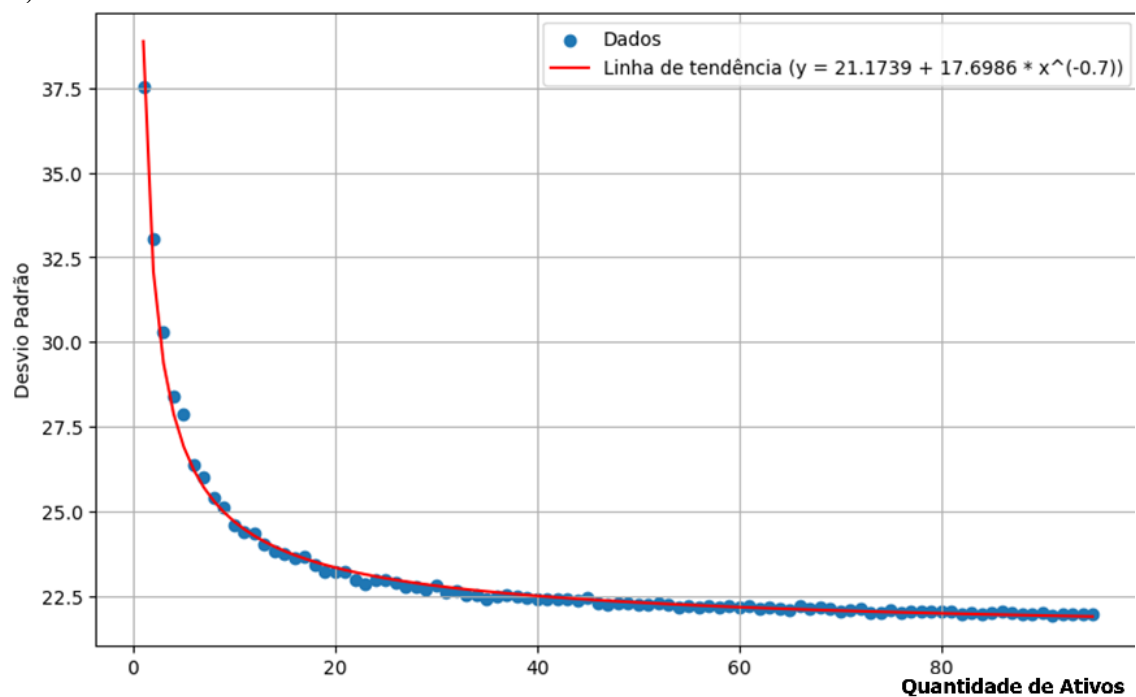
A Figura abaixo apresenta as linhas de tendências para os cenários avaliados, contabilizando entre 85 e 96 ativos. A equação, do tipo $Y = A + B \cdot x^{-0,7}$ é detalhada em sequência para cada uma das análises

Figura 9 - Curva de redução do risco entre jan/09 e dez/23, (a) são 85 ativos do IBOV; (b) são 95 ativos do IBOV e IFIX; e (c) são 96 ativos do IBOV, IFIX e SP500.

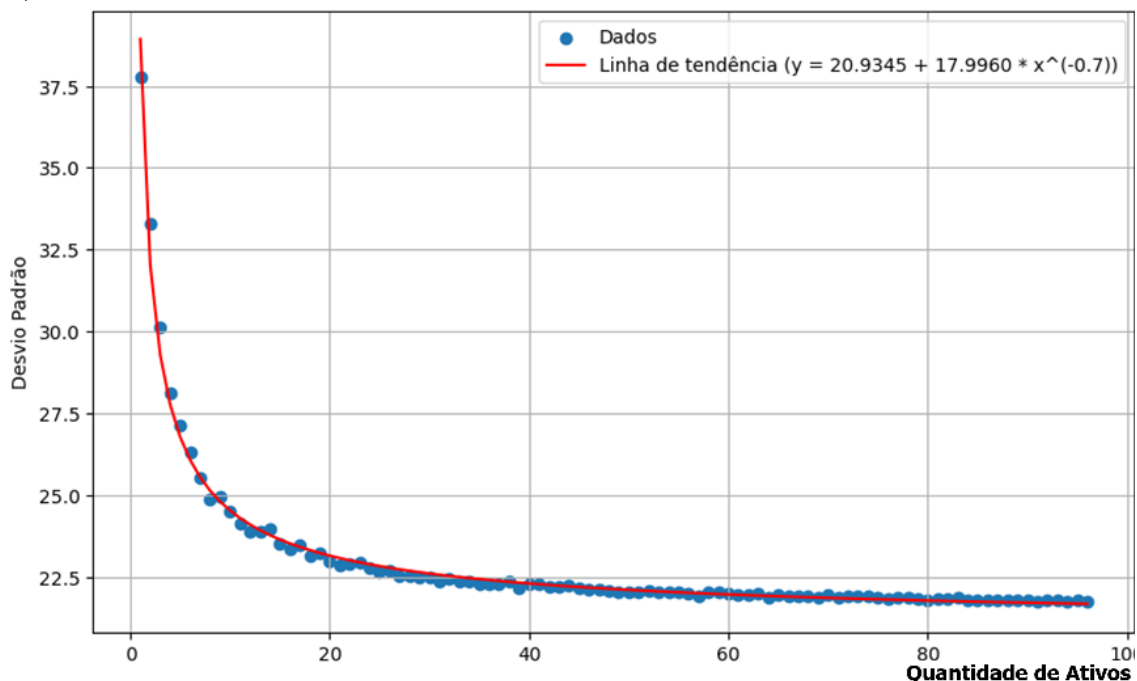
a)



b)



c)



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Tabela 8 – Valores dos termos de Risco para cada cenário avaliado

Cenário	A	B	Total
85 ativos	23,0	18,6	41,6
95 ativos	21,1	17,7	38,8
96 ativos	20,9	18,0	38,9

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

A mesma análise pode ser feita, para um portfólio com até 85 ativos, cenário (a), 100% do risco que compõe o mercado acionário brasileiro, 55,3% são explicados pelo risco sistemático e inerente ao investimento no país, enquanto 44,7% podem ser mitigados através da diversificação aleatória de ativos.

Já para um portfólio com até 95 ativos, cenário (b), incluindo fundos imobiliários, os 100% do risco de mercado passam a ser 54,4% explicados pelo risco sistemático e inerente ao investimento no país, enquanto 45,6% podendo ser mitigados pela diversificação entre as classes de ativos de forma aleatória.

Por último, um portfólio com até 96 ativos, cenário (c), incluindo ativos desatrelados ao mercado acionário brasileiro, a partir do ETF de ações americanas, 100% do risco de mercado pode ser distribuído como 53,7% a partir do risco sistemático e 46,3% para o risco não-sistemático.

A distribuição entre risco sistemático e não sistemático, mesmo com a adição de novos ativos, é bem próxima entre os cenários avaliados. Variando-se 2,9% entre o valor máximo e mínimo avaliado.

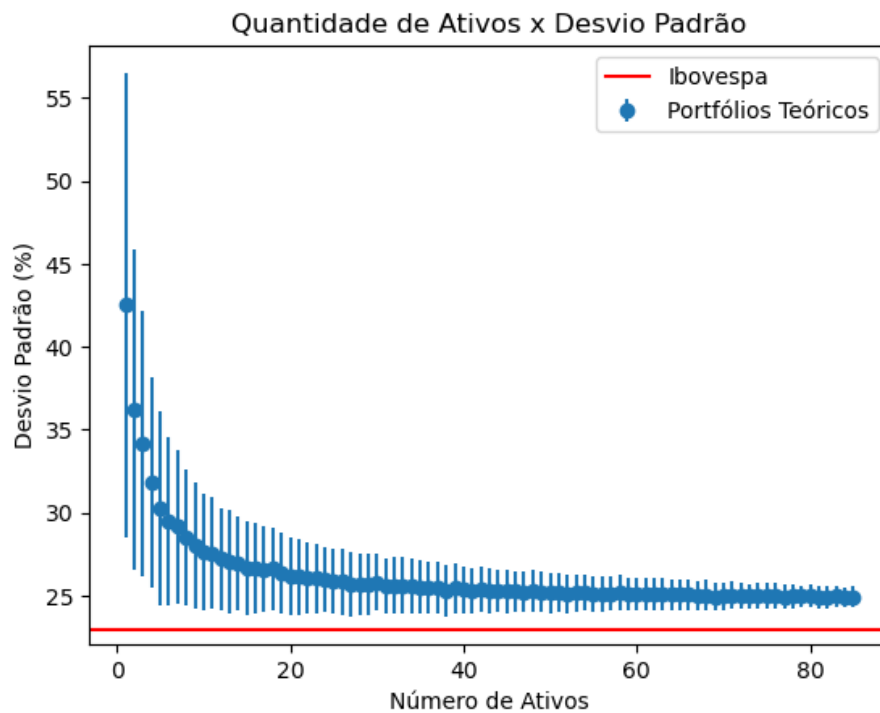
Contudo, há uma redução entre 6,4% até 6,7% do risco total do investidor ao adicionar ativos descorrelacionados ao Ibovespa em condições aleatórias e em uma janela mais longa de 15 anos.

A Figura abaixo apresenta a dispersão da oscilação dos valores do portfólio em cada cenário, mostrando que, à medida que se aumenta a quantidade de ativos, a própria oscilação passa a restringir-se a um intervalo menor, conforme já havia sido verificado

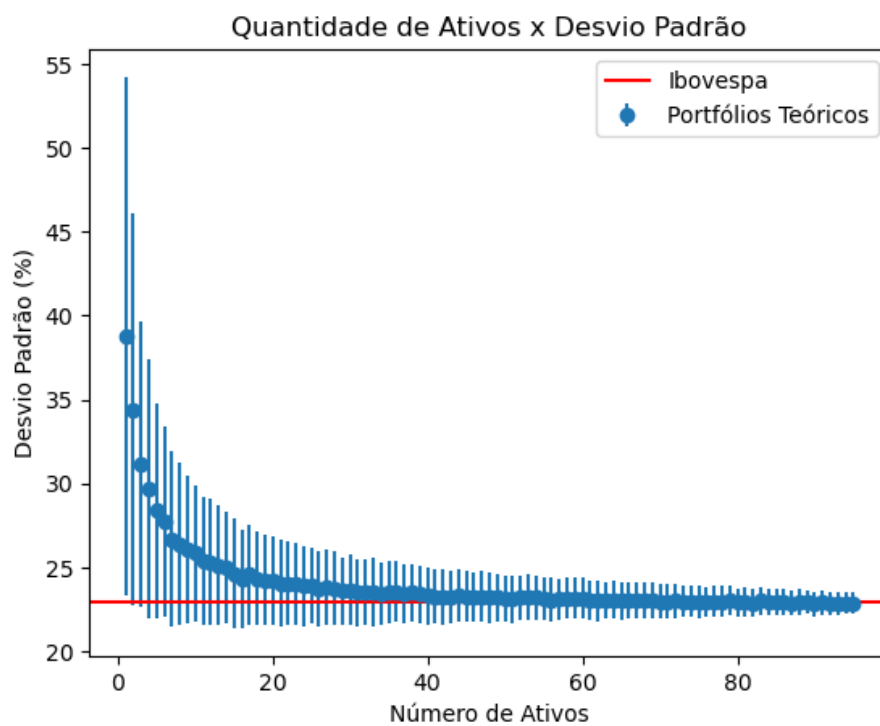
pelos autores ao avaliar a janela do final do século passado, sendo também válida para a de 15 anos.

Figura 10 - Intervalos de variação do risco para os cenários, entre jan/20 e dez/23, (a) são 85 ativos do IBOV; (b) são 95 ativos do IBOV e IFIX; e (c) são 96 ativos do IBOV, IFIX e SP500.

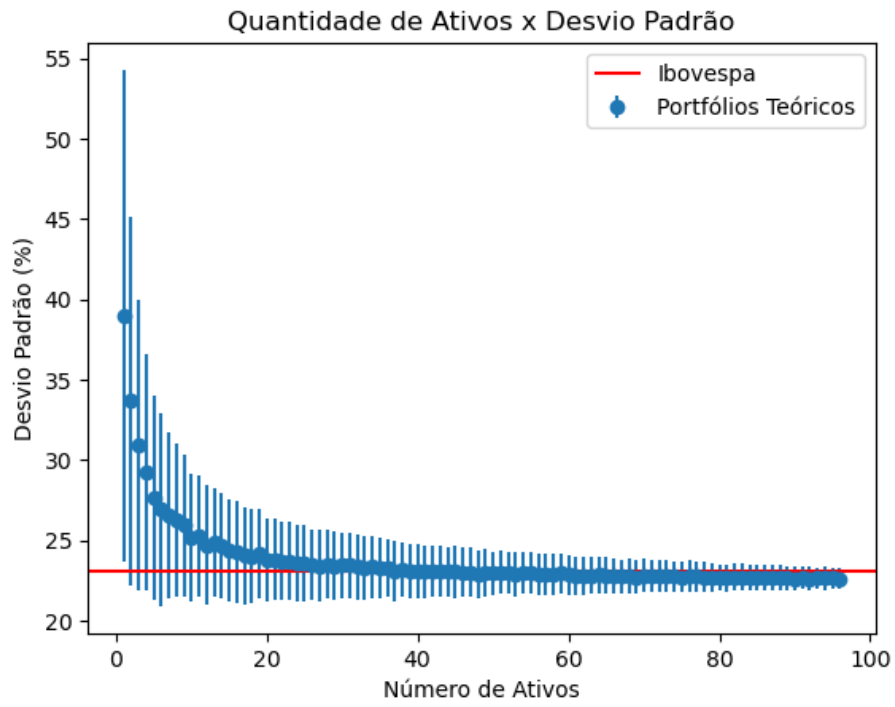
a)



b)



c)



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

5 CONCLUSÃO

Nota-se que, durante os anos 1990, os autores observaram um risco maior para a parcela B da equação, com 63,2% da responsabilidade pela oscilação dos preços das ações, representando que o risco seria mais atrelado ao ativo, do que ao mercado em si e apenas 27,8% seriam da parcela A, através do risco sistemático e inerente ao mercado.

Contudo, as análises para períodos recentes da história mostram a inversão desta condição, favorecendo o risco sistemático como principal fator a ser considerado, representando cerca de 55% do impacto das oscilações, enquanto cerca de 45% do risco pode vir a ser mitigado ao aumentar a quantidade de ativos aleatórios em carteira.

O processo de diversificação apresenta limites para seus efeitos de mitigar os riscos e entre 15 e 20 ativos as reduções do desvio padrão passam a ser desprezíveis. Porém, o efeito de oscilação desta variação de risco continua a ser sentida até o total de ativos avaliados, isto quer dizer que, por mais que a oscilação passe a ser possível de ser desconsiderada, a oscilação deste desvio é reduzida à medida que se aumenta a quantidade de ativos e ficam mais próximas da média prevista.

O aumento do tempo investido, isto é, quanto maior a janela avaliada, faz com que o risco total do portfólio seja mitigado, sendo avaliada uma redução de até 8,9% ao comparar o período de 4 e 15 anos.

Nem sempre foi possível, com uma diversificação aleatória e com pesos iguais para os ativos, atingir o risco que o próprio índice de referência, IBOVESPA, oferecia. Isto pode ser explicado por condições macroeconômicas e de concentração deste índice em ativos que se valorizaram mais neste período, como é o caso do setor petrolífero e bancário.

Apenas com a adição de ativos com baixa correlação, como de índices de fundos de investimento e atrelados ao dólar, conseguiu-se reduzir o risco a um patamar menor que o ofertado pela referência. Esta condição mostra como o processo de diversificação em ativos descorrelacionados é saudável para reduzir o risco da carteira, sem impactar significativamente no retorno desta.

Conclui-se, portanto, que o mercado acionário brasileiro passou por uma transformação nos últimos 30 anos, invertendo-se o perfil de risco do portfólio, onde o risco não-sistemático passou a ter um menor impacto do que nos anos 1990, porém a média de que entre 15 e 20 ativos para uma carteira já seria o suficiente para extrair todos os benefícios da diversificação que o mercado oferece.

REFERÊNCIAS

- ALMEIRA, M. (2023). **Pandas Python: o que é, para que serve e como instalar.** Disponível em: <https://www.alura.com.br/artigos/pandas-o-que-e-para-que-serve-como-instalar>
- AROUISSI, R. (2024). **Yfinance 0.2.40.** Disponível em: <https://pypi.org/project/yfinance/>
- BARROSO, C. H. F. (2018). **Análise de uma carteira de investimento utilizando a teoria de Markowitz e o modelo CAPM.** Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Juiz de Fora.
- CERETTA, P. S.; COSTA JR, N. C. A. **Quantas Ações Tornam Um Portfólio Diversificado No Mercado de Capitais Brasileiro? Mercado de Capitais: Análise Empírica No Brasil.** 2000.
- CHEN, J. (2023). **Risk: What It Means in Investing, How to Measure and Manage It.** Disponível em: <https://www.investopedia.com/terms/r/risk.asp>
- FERREIRA, E. C. COSTA, S. S. R. (2016). **A Utilização do Índice de Sharpe Como Ferramenta Para Comparação de Risco/Retorno em Fundos de Investimento.** Revista Espacios, v. 37, n. 15, p.23.
- GUEDES, Misael. (2023.a). **Teoria de Markowitz: a fórmula e suas aplicações.** Disponível em: <https://varos.com.br/blog/artigo/teoria-de-markowitz-formula>.
- GUEDES, Misael. (2023.b). **Gestão de Portfólio de Investimentos: Como fazer?** Disponível em: <https://varos.com.br/blog/artigo/gestao-de-portfolio-de-investimentos-como-fazer>.
- HUNTER, J. et al. (2022). **Matplotlib.pyplot.** Disponível em: https://matplotlib.org/3.5.3/api/_as_gen/matplotlib.pyplot.html
- KOUMOU, G. B. (2020). **Diversification and portfolio theory: a review.** Financial Markets and Portfolio Management 34: 267-312.
- MEDIUM (2019). **Asset Allocations Strategies.** Disponível em: <https://medium.com/@olaleyemotunriayo/asset-allocation-strategies-f60ff0291975>
- MULINARI, B. (s.d.). **Numpy Python: O que é, vantagens e tutorial inicial.** Disponível em: <https://harve.com.br/blog/programacao-python-blog/numpy-python-o-que-e-vantagens-e-tutorial-inicial/>
- PRATES, Wladimir, R. (2016). **Teoria de Markowitz (teoria da carteira) e a fronteira eficiente.** Disponível em: [Teoria de Markowitz \(teoria da carteira\) e a fronteira eficiente - Ciência e Negócios \(cienciaenegocios.com\)](https://cienciaenegocios.com/teoria-de-markowitz-teoria-da-carteira-e-a-fronteira-eficiente)

SUNO. (2023). **Fronteira Eficiente: O que é e como funciona?** Disponível em: <https://www.suno.com.br/artigos/fronteira-eficiente/>.

SUNO. (2024). **Quem é Harry Markowitz?** Disponível em: <https://www.suno.com.br/tudo-sobre/harry-markowitz/>

TAMPLIN, T. (2023). **Investment Risk.** Disponível em: [Investment Risk | Definition, Types, Factors, and How to Mitigate \(financestrategists.com\)](https://www.financestrategists.com/investment-risk-definition-types-factors-how-to-mitigate/);

UC San Diego (2024). **Harry Markowitz.** Disponível em: <https://rady.ucsd.edu/faculty-research/faculty/emeriti-faculty/harry-markowitz.html>

WIELAND, D. (2021). **How Leveraging Alternative Assets and Modern Portfolio Theory Can Help Investors Improve Returns.** Disponível em: <https://www.kiplinger.com/investing/603872/how-leveraging-alternative-assets-and-modern-portfolio-theory-can-help-investors>

APÊNDICE A – CÓDIGO PYTHON

```

import numpy as np
import pandas as pd
import yfinance as yf
import matplotlib.pyplot as plt

# Função para obter dados históricos dos ativos
def get_data(tickers, start_date, end_date):
    data = yf.download(tickers, start=start_date, end=end_date)['Adj Close']
    return data

# Função para calcular retornos mensais
def calculate_monthly_returns(data):
    monthly_returns = data.resample('M').ffill().pct_change()
    return monthly_returns

# Função para simulação de carteiras teóricas
def simulate_portfolios(returns, num_portfolios=1):
    num_assets = returns.shape[1]
    portfolio_results = []

    for i in range(1, num_assets + 1):
        for _ in range(num_portfolios):
            selected_assets = np.random.choice(returns.columns, i, replace=False)
            weights = np.random.random(i)
            weights /= np.sum(weights)

            portfolio_return = np.sum(weights * returns[selected_assets].mean()) * 12 *
100 # Em percentual
            portfolio_std_dev = np.sqrt(np.dot(weights.T,
np.dot(returns[selected_assets].cov() * 12, weights))) * 100 # Em percentual

            portfolio_results.append({
                'num_assets': i,
                'portfolio_return': portfolio_return,
                'portfolio_std_dev': portfolio_std_dev
            })

    return pd.DataFrame(portfolio_results)

# Função para calcular as métricas do Ibovespa
def calculate_ibov_metrics(data, ticker='^BVSP'):
    ibov_data = data[ticker]
    ibov_returns = calculate_monthly_returns(ibov_data.to_frame())
    ibov_return = ibov_returns.mean()[0] * 12 * 100 # Em percentual
    ibov_std_dev = ibov_returns.std()[0] * np.sqrt(12) * 100 # Em percentual

    return ibov_return, ibov_std_dev

# Função para apresentar resultados em forma de tabela

```

```

def create_summary_table(portfolio_df):
    summary = portfolio_df.groupby('num_assets').agg({
        'portfolio_return': ['mean'],
        'portfolio_std_dev': ['mean', 'std']
    })
    summary.columns = ['Retorno Médio (%)', 'Desvio Padrão Médio (%)', 'Desvio
    Padrão do Desvio Padrão (%)']

    # Calcular risco eliminado
    one_asset_std_dev = summary.loc[1, 'Desvio Padrão Médio (%)']
    summary['Risco Eliminado (%)'] = one_asset_std_dev - summary['Desvio Padrão
    Médio (%)']

    return summary

# Função para plotar gráfico
def plot_results(summary, ibov_metrics):
    fig, ax = plt.subplots()

    ax.errorbar(summary.index, summary['Desvio Padrão Médio (%)'],
    yerr=summary['Desvio Padrão do Desvio Padrão (%)'], fmt='o', label='Portfólios
    Teóricos')
    ax.axhline(y=ibov_metrics[1], color='r', linestyle='-', label='Ibovespa')

    ax.set_xlabel('Número de Ativos')
    ax.set_ylabel('Desvio Padrão (%)')
    ax.set_title('Quantidade de Ativos x Desvio Padrão')
    ax.legend()

    plt.show()

# Parâmetros da simulação
tickers = ["RRRP3.SA", "ALPA4.SA", "ABEV3.SA", "ARZZ3.SA",
    "ASAI3.SA", "AZUL4.SA", "B3SA3.SA", "BBSE3.SA", "BBDC3.SA",
    "BBDC4.SA", "BRAP4.SA", "BBAS3.SA", "BRKM5.SA", "BRFS3.SA",
    "BPAC11.SA", "CRFB3.SA", "CCRO3.SA", "CMIG4.SA", "CIEL3.SA",
    "COGN3.SA", "CPL6.SA", "CSAN3.SA", "CPFE3.SA", "CMIN3.SA",
    "CVCB3.SA", "CYRE3.SA", "DXCO3.SA", "ELET3.SA", "ELET6.SA",
    "EMBR3.SA", "ENGI11.SA", "ENEV3.SA", "EGIE3.SA", "EQTL3.SA",
    "EZTC3.SA", "FLRY3.SA", "GGBR4.SA", "GOAU4.SA", "NTCO3.SA",
    "SOMA3.SA", "HAPV3.SA", "HYPE3.SA", "IGTI11.SA", "IRBR3.SA",
    "ITSA4.SA", "ITUB4.SA", "JBSS3.SA", "KLBN11.SA", "RENT3.SA",
    "LREN3.SA", "LWSA3.SA", "MGLU3.SA", "MRFG3.SA", "BEEF3.SA",
    "MRVE3.SA", "MULT3.SA", "PCAR3.SA", "PETR3.SA", "PETR4.SA",
    "RECV3.SA", "PRIO3.SA", "PETZ3.SA", "RADL3.SA", "RAIZ4.SA",
    "RDOR3.SA", "RAIL3.SA", "SBSP3.SA", "SANB11.SA", "SMTO3.SA",
    "CSNA3.SA", "SLCE3.SA", "SUZB3.SA", "TAE11.SA", "VIVT3.SA",
    "TIMS3.SA", "TOTS3.SA", "TRPL4.SA", "UGPA3.SA", "USIM5.SA",
    "VALE3.SA", "VAMO3.SA", "VBBR3.SA", "VIVA3.SA",
    "WEGE3.SA", "YDUQ3.SA"]

```

```
start_date = '2009-01-01'
end_date = '2024-01-01'
# Obter dados
data = get_data(tickers + ['^BVSP'], start_date, end_date)
returns = calculate_monthly_returns(data[tickers])

# Simular carteiras teóricas
portfolio_df = simulate_portfolios(returns)

# Calcular métricas do Ibovespa
ibov_return, ibov_std_dev = calculate_ibov_metrics(data)

# Criar tabela de resumo
summary = create_summary_table(portfolio_df)

# Exibir tabela de resumo sem cabeçalho da primeira coluna
print(summary.to_string(header=True, index_names=False))

# Plotar resultados
plot_results(summary, (ibov_return, ibov_std_dev))
# Exportar tabela de resumo para CSV
summary.to_csv('summary.csv', index=True)
ibov_return
ibov_std_dev
```