

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas

Roberto Antonio da Silva Cardoso

**CARGA CRÍTICA DE FLAMBAGEM DE PAINEL DE CARBONO/EPÓXI PARA
LAMINADOS QUAD E DOUBLE-DOUBLE: influência de parâmetros geométricos, de
material e de plataformas comerciais de elementos finitos**

Belo Horizonte
2024

Roberto Antonio da Silva Cardoso

**CARGA CRÍTICA DE FLAMBAGEM DE PAINEL DE CARBONO/EPÓXI PARA
LAMINADOS QUAD E DOUBLE-DOUBLE: influência de parâmetros geométricos, de
material e de plataformas comerciais de elementos finitos**

Dissertação em versão final apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Área de concentração: Engenharia de Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Cimini Junior

Coorientadora: Prof. Dr. Leonardo de Paula Silva Ferreira

Belo Horizonte
2024

C268c

Cardoso, Roberto Antonio da Silva.

Carga crítica de flambagem de painel de carbono/epóxi para laminados QUAD e *Double-Double* [recurso eletrônico] : influência de parâmetros geométricos, de material e de plataformas comerciais de elementos finitos / Roberto Antonio da Silva Cardoso. – 2024.

1 recurso online (123 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Carlos Alberto Cimini Júnior.

Coorientador: Leonardo de Paula Silva Ferreira.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Anexos: f. 119-123.

Bibliografia: f. 112-118.

1. Engenharia de estruturas – Teses. 2. Método dos elementos finitos – Teses. 3. Compósitos – Teses. 4. Fibras de carbono – Teses. 5. Flambagem (Mecânica) – Teses. 6. Monte Carlo, Método de – Teses. I. Cimini Júnior, Carlos Alberto. II. Ferreira, Leonardo de Paula Silva. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.

CDU: 624(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS



ATA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS Nº: 407 DO ALUNO ROBERTO ANTÔNIO DA SILVA CARDOSO

Às **09:00** horas do dia **02** do mês de **agosto** de **2024**, reuniu-se na Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, a Comissão Examinadora indicada pelo Colegiado do Programa em **16 de julho de 2024**, para julgar a defesa da Dissertação de Mestrado intitulada "**Carga Crítica de Flambagem de Painel de Carbono/Epóxi para Laminados Quad e Double-Double: Influência de Parâmetros Geométricos, de Material e de Plataformas Comerciais de Elementos Finitos**", cuja aprovação é um dos requisitos para a obtenção do Grau de MESTRE EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS na área de ESTRUTURAS.

Abrindo a sessão, o Presidente da Comissão, **Prof. Dr. Carlos Alberto Cimini Jr.**, após dar a conhecer aos presentes o teor das Normas Regulamentares passou a palavra ao candidato para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores, com a respectiva defesa do candidato. Logo após, a Comissão se reuniu, sem a presença do candidato e do público, para julgamento e expedição do resultado final. Foram atribuídas as seguintes indicações: (Aprov./Repr.)

Prof. Dr. Carlos Alberto Cimini Jr. - DEES - UFMG (Orientador)

Prof. Dr. Leonardo de Paula Silva Ferreira - FEMTO-ST (Coorientador)

Prof. Dr. Estevam Barbosa de Las Casas - DEES - UFMG

Prof. Dr. Thiago Henrique Lara Pinto - UFVJM

Pelas indicações acima, o candidato foi considerado APROVADO, conforme pareceres em anexo.

O resultado final foi comunicado publicamente ao candidato pelo Presidente da Comissão.

Nada mais havendo a tratar, o Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente ATA, que será assinada por todos os membros participantes da Comissão Examinadora.

Belo Horizonte, 02 de agosto de 2024.

Observações:

1. A aprovação do candidato na defesa da Dissertação de Mestrado não significa que o mesmo tenha cumprido todos os requisitos necessários para obtenção do Grau de Mestre

em Engenharia de Estruturas;

- Este documento não terá validade sem a assinatura do Coordenador do Programa de Pós-Graduação.



Documento assinado eletronicamente por **Estevam Barbosa de Las Casas, Professor do Magistério Superior**, em 02/08/2024, às 11:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Thiago Henrique Lara Pinto, Usuário Externo**, em 02/08/2024, às 11:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leonardo de Paula Silva Ferreira, Usuário Externo**, em 02/08/2024, às 12:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Carlos Alberto Cimini Junior, Professor do Magistério Superior**, em 02/08/2024, às 12:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leandro Lopes da Silva, Coordenador(a)**, em 08/10/2024, às 09:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3396422** e o código CRC **3E962EFB**.

Àquele que é capaz de fazer infinitamente mais do que tudo o que pedimos ou pensamos, segundo o seu poder que atua em nós.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus por ter me dado força e saúde durante esses anos tão difíceis e gratificantes ao mesmo tempo.

À minha esposa, Bárbara, pela ajuda, paciência e por todos os finais de semana que dedicamos a este trabalho.

À minha mãe, Dona Conceição, que, com sua simplicidade e sabedoria, sempre soube me guiar pelo caminho do bem.

À minha irmã, Carol, que sempre foi um exemplo de dedicação aos estudos e ao trabalho.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Carlos Alberto Cimini Junior, pela disponibilidade e gestão de todas as ideias envolvidas neste trabalho.

Ao meu coorientador, Prof. Dr. Leonardo de Paula Silva Ferreira, pela prontidão e suporte durante toda a elaboração deste trabalho.

Aos meus amigos, que sempre estiveram dispostos a ajudar e realmente fizeram grande diferença na conclusão desta etapa da minha vida.

Aos Professores do Departamento de Engenharia de Estruturas e Engenharia Mecânica, que contribuíram para o meu aprendizado.

À Secretaria do DEES e a todos os funcionários que colaboram para o funcionamento da instituição.

À UFMG, por ser uma ótima universidade e me proporcionar mais uma excelente oportunidade.

RESUMO

A utilização de materiais compósitos na indústria aeronáutica teve início na década de 1960. Por serem materiais relativamente recentes, ainda há grande potencial para pesquisas nos processos de fabricação e metodologias de cálculo. O presente estudo tem como objetivo geral avaliar a carga de flambagem de um painel reforçado construído em fibra de carbono (CFRP) utilizando o método dos elementos finitos (MEF). Como objetivos específicos, este estudo propõe desenvolver e validar modelos através dos softwares comerciais Nastran®, OptStruct® e Abaqus®, bem como dados experimentais disponíveis na literatura. Além disso, identificar os principais parâmetros geométricos e de material que influenciam na carga de flambagem, e ainda otimizar uma proposta de lay-up para o laminado do painel utilizando a teoria do laminado Double-Double. Verificou-se que os parâmetros mais influentes no cálculo da carga crítica de flambagem foram o modo de elasticidade longitudinal (E_1) e a espessura das lâminas (t). Além disso, foi visto que o modelo Double-Double suportou carga 66% superior ao modelo QUAD, quando comparado laminados com o mesmo número de camadas. O estudo conseguiu relacionar a influência da carga crítica de flambagem em três Solvers, as propriedades mecânicas e geométricas do painel em duas configurações de lay-up dos laminados. Também foi observada a possibilidade de se projetar estruturas mais leves utilizando a configuração Double-Double.

Palavras-chave: materiais compósitos; painéis reforçados; análise de flambagem; método dos elementos finitos; Double-Double; análise de Monte Carlo; análise de sensibilidade global; índices de Sobol.

ABSTRACT

The use of composite materials in the aerospace industry began in the 1960s. As relatively recent materials, there is still significant potential for research into manufacturing processes and calculation methodologies. The general objective of this study is to evaluate the buckling load of a reinforced panel constructed from carbon fiber reinforced polymer (CFRP) using the finite element method (FEM). The secondary objectives of this study are to develop and validate models using commercial software such as Nastran®, OptStruct®, and Abaqus®, as well as experimental data available in the literature. Additionally, the study aims to identify the main geometric and material parameters influencing the buckling load and to optimize a lay-up proposal for the panel's laminate using the Double-Double laminate theory. It was found that the most influential parameters in the calculation of the critical buckling load were the longitudinal modulus of elasticity (E_1) and the ply thickness (t). Moreover, the Double-Double model supported a 66% higher load compared to the QUAD model when laminates with the same number of layers were compared. The study successfully related the influence of the critical buckling load across three solvers, the mechanical and geometric properties of the panel with two laminate lay-up configurations. It was also observed that lighter structures could be designed using the Double-Double configuration.

Keywords: composite materials; reinforced panels; buckling analysis; finite element method; Double-Double; Monte Carlo analysis; global sensitivity analysis; Sobol indices.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Aumento do uso de materiais compósitos na indústria aeronáutica (ROESELER; SARH; KISMARTON, 2007)	21
Figura 1.2: Composição estrutural do Boeing 787 Dreamliner (BOEING, 2024)	22
Figura 1.3: Composição estrutural do caça Lockheed Martin F-35 Lightning. (BURT; YATES, 2006).....	23
Figura 1.4: Composição estrutural do helicóptero AH-66. (SIKORSKY, 2024).....	23
Figura 1.5: Estrutura interna da aeronave Boeing 737. (CNET, 2024).....	24
Figura 1.6: Painel de fuselagem da Spirit AeroSystem, Paris Air Show. (SLOAN, 2019).....	25
Figura 1.7: Modelo de elementos finitos. Esquerda modelo de uma turbina e a direita estrutura óssea humana.(COLLEGE OF ENGINEERING, 2024).....	26
Figura 2.1: Tipos de elementos finitos de primeira e segunda ordem. Adaptado de LOGAN, (2015).	30
Figura 2.2: Elemento do tipo tetraédrico de primeira ordem com 6 graus de liberdade	30
Figura 2.3: Elemento de placa de primeira ordem. (AUTODESK, 2024)	33
Figura 2.4: Tipos de fibra, adaptado de Kollar e Springer (2003).....	37
Figura 2.5: Sistema de coordenadas local da lâmina – ON AXIS (DANIEL; ISHAI, 2006) ..	39
Figura 2.6: Sistema de coordenada global – OFF AXIS (DANIEL; ISHAI, 2006).....	39
Figura 2.7: <i>Lay-up</i> de um laminado contendo lâminas unidirecionais. (KOLLAR; SPRINGER, 2009).....	41
Figura 2.8: Planos de isotropia do material. (DANIEL; ISHAI, 2006).....	42
Figura 2.9: Lâmina k . (DANIEL; ISHAI, 2006)	45
Figura 2.10: Sistema de coordenada de um laminado multidirecional. (DANIEL; ISHAI, 2006)	46
Figura 2.11: Propriedades mecânicas de fibras de carbono comerciais. (LEÓN; ZHOU, 2011)	49
Figura 2.12: Redução de peso de um perfil utilizando técnica Double-Double. (TSAI, 2021)54	
Figura 2.13: Etapas para aplicação do Método de Monte Carlo. (LUSTOSA; PONTE; DOMINAS, 2004)	57
Figura 3.1: Fluxograma de construção da metodologia utilizada no trabalho.....	59
Figura 3.2: Painéis fabricados pela <i>Delft Aerospace Structure</i> . (CABRAL <i>et al.</i> , 2020)	61
Figura 3.3: Dimensões do corpo de prova.....	61
Figura 3.4: Detalhamento da região de interface entre reforçadores e painel	63

Figura 3.5: Modelo de elementos finitos. Elemento de placa 2D, com visualização de espessura para facilitar distinção entre diferentes propriedades.	63
Figura 3.6: Representação do vetor normal dos elementos dos reforçadores do painel. A normal do painel está no sentido -Z. Não está representada para não poluir a imagem.....	64
Figura 3.7: Representação do vetor de orientação do material e elemento. A orientação dos vetores do painel está no sentido +Y. Não está representada para não poluir a imagem.	64
Figura 3.8: Sequência de empilhamento de camadas	65
Figura 3.9: Direção da primeira camada do laminado do reforçador ($z1$).....	66
Figura 3.10: Aplicação de Carga – Deslocamento Forçado	67
Figura 3.11: Aplicação de carga – Vetor força.....	68
Figura 3.12: Arquivo de Input para Simulação de Monte Carlo utilizando <i>Nastran</i> ® e <i>OptStruct</i> ®.....	69
Figura 3.13: Arquivo de Input para Simulação de Monte Carlo utilizando <i>Abaqus</i> ®	69
Figura 3.14: Propriedades do material – <i>Nastran</i> ®.....	70
Figura 3.15: Sequência de empilhamento do laminado e respectivas orientações – <i>Nastran</i> ®	70
Figura 3.16: Arquivos FEM para Simulação de Monte Carlo.....	70
Figura 3.17: Fluxograma do processo de automatização para gerar os casos utilizados na simulação de Monte Carlo.....	71
Figura 3.18: Propriedades mecânicas da lâmina <i>Hexcel 8552 AS4 Unidirecional</i> . (MARLETT <i>et al.</i> , 2011) página 30	74
Figura 3.19: Módulo de Elasticidade Longitudinal Compressão, Coeficiente de Poisson e espessura da lâmina – <i>Hexcel 8552 AS4 Unidirecional</i> . (MARLETT <i>et al.</i> , 2011) página 112	75
Figura 3.20: Módulo de Elasticidade Transversal Compressão – <i>Hexcel 8552 AS4 Unidirecional</i> . (MARLETT <i>et al.</i> , 2011) página 120.....	76
Figura 3.21: Módulo de Cisalhamento no Plano– <i>Hexcel 8552 AS4 Unidirecional</i> . (MARLETT <i>et al.</i> , 2011) página 140	77
Figura 3.22: Limites Base-A e Base-B. (BALDASSARRE <i>et al.</i> , 2020)	80
Figura 3.23: Gráfico de frequência distribuição aleatória – Média μ e desvio padrão 1σ	82
Figura 3.24: Gráfico de frequência distribuição aleatória – Média μ e desvio padrão 4σ	84
Figura 3.25: Gráfico de frequência distribuição Normal Padrão – Média μ e desvio padrão 1σ	86

Figura 4.1: Modelos utilizados na análise de convergência de malha. Modelo 2D mostrando espessura dos elementos.	89
Figura 4.2: Carga crítica de flambagem vs. Número de elementos do modelo.....	90
Figura 4.3: Tempo de processamento vs. Número de elementos	91
Figura 4.4: Erro vs. Número de elementos do modelo	92
Figura 4.5: Otimização do painel e reforçadores.....	95
Figura 4.6: Otimização refinada do painel e reforçadores.....	95
Figura 4.7: Otimização do Painel.	96
Figura 4.8: Otimização refinada do painel.	96
Figura 4.9: Otimização dos reforçadores.....	97
Figura 4.10: Otimização refinada dos reforçadores.....	97
Figura 4.11: Configuração Double-Double otimizado (item 4.2)	99
Figura 4.12: Análise de sensibilidade Global, laminado na configuração QUAD usando dados do primeiro grupo	101
Figura 4.13: Análise de sensibilidade Global, laminado na configuração DD usando dados do primeiro grupo	102
Figura 4.14: Análise de sensibilidade Global, laminado na configuração QUAD usando dados do segundo grupo	104
Figura 4.15: Análise de sensibilidade Global, laminado na configuração DD usando dados do segundo grupo	105
Figura 4.16: Gráfico de frequência das simulações utilizando os dados do terceiro grupo – QUAD.....	107
Figura 4.17: Gráfico de frequência das simulações utilizando os dados do terceiro grupo – DD	108

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Nome dos elementos de placa de primeira ordem utilizados nos <i>Solver</i>	33
Tabela 2.2: Propriedades mecânicas de fibras e matrizes retirado de Kollar e Springer (2003) página 465	36
Tabela 2.3: Tipos de fibra e matriz – Adaptado de Daniel e Ishai (2006).....	40
Tabela 3.1: Propriedades <i>HexTow® AS4</i> . (CABRAL <i>et al.</i> , 2020).....	60
Tabela 3.2: Dados dos ensaios fornecidos por Cabral <i>et al.</i> (2020)	62
Tabela 3.3: Incertezas de fabricação do material <i>Hexcel 8552 AS4 Unidirecional – Report CAM-RP-2010-002</i>	78
Tabela 3.4: Propriedades e incertezas utilizadas na Simulação de Monte Carlo – Grupo 1	81
Tabela 3.5: Propriedades e incertezas utilizadas na Simulação de Monte Carlo – Grupo 2	83
Tabela 3.6: Propriedades e incertezas utilizadas na Simulação de Monte Carlo – Grupo 3	85
Tabela 4.1: Resultados dos modelos determinísticos	88
Tabela 4.2: Tempo de processamento dos modelos de elementos finitos utilizando os 3 <i>Solvers</i>	94
Tabela 4.3: Comparação de resultados com a variação na condição de carregamento do modelo	94
Tabela 4.4: Resultados do laminado com a configuração Double-Double	98
Tabela 4.5: Resultado da simulação de Monte Carlo, laminado na configuração QUAD usando dados do primeiro grupo.....	99
Tabela 4.6: Resultado da simulação de Monte Carlo, laminado na configuração DD usando dados do primeiro grupo.....	100
Tabela 4.7: Resultado da simulação de Monte Carlo para laminado na configuração QUAD usando dados do segundo grupo.....	103
Tabela 4.8: Resultado da simulação de Monte Carlo para o laminado na configuração DD usando dados do segundo grupo.....	103
Tabela 4.9 - Admissíveis de flambagem Base A e Base B – Comparativo QUAD/DD	106
Tabela 4.10: Admissíveis de flambagem Base A e Base B – QUAD	106
Tabela 4.11: Admissíveis de flambagem Base A e Base B – Double-Double	108

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANAC	Agência Nacional de Aviação Civil
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CTD	<i>Cold Temperature Dry</i>
CV	Coefficiente de variação
DD	<i>Double-Double</i>
ETW	<i>Elevate Temperature Wet</i>
FAA	<i>Federal Aviation Administration</i>
FEM	<i>Finite Elements Method</i>
FEMAP	<i>Finite Element Modeling and Postprocessing</i>
FPF	Falha de primeira lâmina (<i>First Ply Failure</i>)
MEF	Modelo(s) de Elementos Finitos
MS	Microsoft
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
NASTRAN	<i>NASA Structural Analysis</i>
NCAMP	<i>National Center for Advanced Materials Performance</i>
NCF	<i>Non-Crimp Fabric</i>
Pcr	Carga crítica de flambagem
RAM	<i>Random Access Memory</i>
RTD	<i>Room Temperature Dry</i>
SAAB	<i>Svenska Aeroplan Aktiebolaget</i>
Tk	Espessura da lâmina (<i>Thickness</i>)
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais
ULF	Falha Última do Laminado (<i>Ultimate Laminate Failure</i>)
VBA	<i>Visual Basic for Applications</i>
1D	Unidimensional
2D	Bidimensional
3D	Tridimensional

LISTA DE NOTAÇÕES

MAIÚSCULO

A_i	Área transversal
A	Matriz de rigidez normal
B	Matriz de acoplamento de esforços normais e flexurais
C_{ij}	Coefficientes de rigidez do material nas direções ij
D	Matriz de rigidez flexural
E_1	Rigidez na direção 1 da lâmina
E_2	Rigidez na direção 1 da lâmina
E_{12}	Rigidez ao cisalhamento no plano 12
E_f	Rigidez longitudinal da fibra
F_{1t}	Resistência à tração da lâmina na direção da fibra, 1
F_{1c}	Resistência à compressão da lâmina na direção da fibra, 1
F_{2t}	Resistência à tração da lâmina na direção transversal à fibra, 1
F_{2c}	Resistência à compressão da lâmina na direção transversal à fibra, 1
F_6	Resistência ao cisalhamento da lâmina no plano 12
F_{cr}	Carga de flambagem para um painel fino com carregamento axial
G_{12}	Módulo de cisalhamento na direção 12
G_{2z}	Módulo de cisalhamento na direção 2z
K_{nn}	Rigidez de um nó em uma direção n
K_0^{NM}	Matriz de rigidez correspondente ao estado inicial
K_{Δ}^{NM}	Matriz de rigidez devido ao incremento de carga
L_f	Comprimento efetivo da viga e depende das condições de apoio
M	Momento
N	Esforço normal
Q_{ij}	Coefficientes de rigidez do material nas direções ij
T	Matriz de transformação
V_f	Fração volumétrica da fibra
V_m	Fração volumétrica da matriz
V_v	Razão de vazios
V_i^M	Modos de flambagem (autovetores)
W_f	Razão de massa da fibra

W_m	Razão de massa da matriz
X	Parâmetros de entrada de um modelo matemático
X_f	Resistência longitudinal da fibra
Y	Representação de um modelo matemático

MINÚSCULO

a_{ij}	Laminate compliance matrix obtained from matrix A
b_{ij}	Laminate compliance matrix obtained from matrix B
d	Matriz de deslocamentos nodais
f_1	Coefficiente de falha de Tsai-Wu na direção 1
f_2	Coefficiente de falha de Tsai-Wu na direção 2
f_{66}	Coefficiente de falha de Tsai-Wu na direção z
k	Número de cada lâmina
k_A	One side limit fator for A-basis
k_B	One side limit fator for B-basis
k_b	Coefficiente de flambagem
w_n	Deslocamento do nó n direção z
$x_{C.G.}$	Posição da linha neutra no plano em relação à origem.
x_i	Posição do centroide da Área transversal A_i .
z_k	Coordenadas espaciais superiores e inferiores de cada lâmina

LETRAS GREGAS

ε_i	Deformação normal na direção i
σ_i	Tensão normal na direção i
σ_{c0}	Resistência a compressão uniaxial da lâmina
σ_{LT0}	Resistência ao cisalhamento da lâmina
σ_L	Tensão compressiva aplicada na direção longitudinal
σ_{LT}	Tensão de cisalhamento
ν_{12}	Coefficiente de Poisson 12
μ	Média
σ	Desvio padrão
γ_j	Deformação transversal na direção j
θ	Ângulo entre o eixo local e o eixo global
τ_i	Tensão de cisalhamento na direção i
Ψ	Primeiro ângulo das fibras na configuração Double-Double
Φ	Segundo ângulo das fibras na configuração Double-Double
κ	Raio de giração
λ_i	Autovalores

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	29
2.1	Elementos Finitos	29
2.1.1	Formulação.....	30
2.1.2	Tipos de elementos.....	32
2.2	Softwares utilizados nas análises	33
2.2.1	HyperMesh®	34
2.2.2	OptStruct®	34
2.2.3	Nastran®	34
2.2.4	Abaqus®.....	35
2.3	Materiais compósitos.....	35
2.3.1	Lâmina.....	38
2.3.2	Laminado.....	40
2.3.3	Modelamento matemático da lâmina	41
2.3.4	Modelamento matemático do laminado	45
2.3.5	Variação das propriedades mecânica em processos de fabricação de materiais compósitos.....	48
2.3.6	Critérios de falha e margem de segurança	50
2.3.7	Boas práticas utilizadas em projetos de estruturas em compósitos.....	52
2.4	Double-Double	53
2.5	Estabilidade estrutural	54
2.6	Método de Monte Carlo	55
2.7	Índices de Sobol	57
3	METODOLOGIA	59
3.1	Materiais e métodos	60
3.2	Modelo de elemento finitos.....	62
3.2.1	Tipo de elemento	62
3.2.2	Configuração do modelo	63
3.2.3	Propriedades e material	65
3.2.4	Condições de contorno e carregamento	66
3.2.5	Automatização para gerar os cartões FEM para a simulação de Monte Carlo....	68
3.3	Método utilizado para cálculo da carga crítica de flambagem.....	72

3.4	Qualificação do material Hexcel 8552 AS4	72
3.5	Parâmetros de influência do cálculo da carga crítica de flambagem e suas incertezas.....	77
3.6	Otimização do laminado utilizando configuração Double-Double.....	78
3.7	Admissível Base-A e Base-B para carga crítica de flambagem.....	79
3.8	Simulação de Monte Carlo	80
3.8.1	Grupo 1 – Distribuição aleatória utilizando média (μ) e 1 desvio padrão (1σ) ..	81
3.8.2	Grupo 2- Distribuição aleatória utilizando média (μ) e 4 desvios padrão(4σ)....	82
3.8.3	Grupo 3 - Distribuição normal utilizando média (μ) e desvio padrão(σ).....	84
3.9	Análise de sensibilidade global utilizando índices de Sobol.....	86
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	88
4.1	Validação do Modelo de Elementos Finitos (MEF).....	88
4.1.1	Estudo de convergência de malha	88
4.1.2	Validação das condições de contorno	94
4.2	Otimização do laminado Double-Double para carga máxima de flambagem	94
4.3	Resultado das simulações usando dados do primeiro grupo	98
4.3.1	Simulação de Monte Carlo para laminado com configuração QUAD.....	98
4.3.2	Simulação de Monte Carlo para o laminado com configuração DD.....	99
4.3.3	Análise de sensibilidade global utilizando índices de Sobol.....	100
4.4	Resultado das simulações usando dados do segundo grupo	102
4.4.1	Simulação de Monte Carlo para o laminado com configuração QUAD.....	102
4.4.2	Simulação de Monte Carlo para o laminado na configuração DD.....	103
4.4.3	Análise de sensibilidade global utilizando índices de Sobol.....	103
4.5	Resultado das simulações usando dados do terceiro grupo.....	105
4.5.1	Admissíveis de flambagem Base-A e Base-B para carga crítica de flambagem para configuração QUAD	106
4.5.2	Admissíveis de flambagem Base-A e Base-B para carga crítica de flambagem para configuração DD	107
4.6	Tempo de processamento	108
5	CONCLUSÃO	110
6	SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS	112
7	REFERÊNCIAS	113
8	ANEXO.....	120
8.1	Código para gerar os cartões FEM para análise de Monte Carlo.....	120

8.2	Código utilizado no pré-processamento dos resultados	122
-----	--	-----

1 INTRODUÇÃO

Os compósitos são materiais multifásicos criados com a finalidade de possuírem propriedades mecânicas melhores que as dos seus constituintes de forma isolada. A sua utilização na indústria é relativamente recente, somente em 1940 os primeiros exemplares utilizando matriz e fibras de reforço foram produzidos. (SUMITHRA *et al.*, 2023) Já o primeiro registro em estruturas aeronáuticas foi em 1960, em rotores de aeronaves experimentais de fabricação caseira. (ROESELER; SARH; KISMARTON, 2007) Na década de 1960 e 1970, surgiram as primeiras aeronaves comerciais com esse tipo de material. Os pioneiros na indústria aeronáutica nessa tecnologia foram a Boeing (BOEING, 2024) e a McDonnell (WIKIPEDIA, 2024), fabricantes das aeronaves 707 e DC-9. Já em meados de 1980, outros fabricantes reconheceram suas vantagens e iniciaram programas com essa mesma filosofia de projeto. A partir dessa década, a Airbus (AIRBUS, 2024), fabricante do A310 e A320, e a Saab (SAAB, 2024), fabricante do caça Gripen, além de outros, iniciaram a produção de suas aeronaves comerciais e militares utilizando compósitos (Figura 1.1).

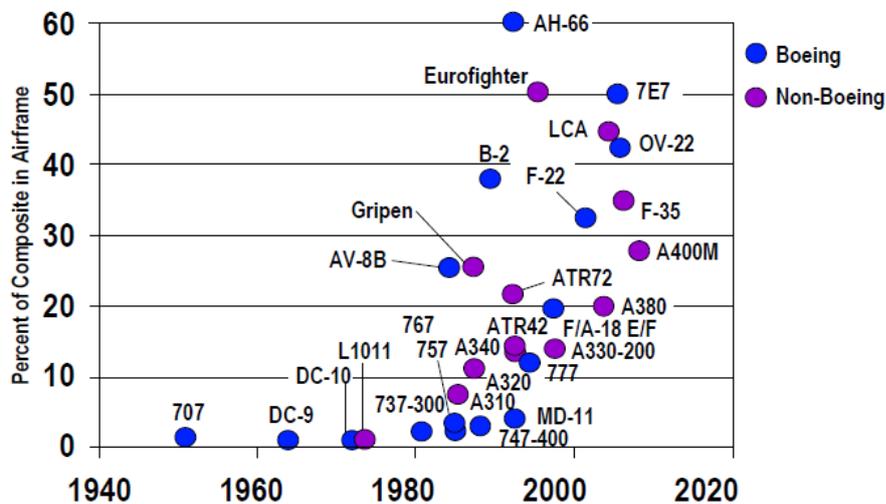


Figura 1.1: Aumento do uso de materiais compósitos na indústria aeronáutica (ROESELER; SARH; KISMARTON, 2007)

A crescente utilização de compósitos na indústria se deve ao aumento da confiabilidade nos processos produtivos, melhor entendimento das características desses materiais, desenvolvimento contínuo de metodologias de cálculo e necessidade constante de aprimoramento da performance das aeronaves. Os materiais compósitos podem apresentar resistência mecânica e rigidez superiores aos materiais metálicos usualmente utilizados na

indústria aeronáutica. (ROESLER; SARH; KISMARTON, 2007) Um dos compósitos estruturais mais utilizado na indústria aeronáutica é uma composição de fibras de reforço fabricadas em carbono embebidas em uma matriz de resina epóxi. Em compósitos de configuração convencional, as fibras são orientadas dentro da matriz em ângulos 0° , $\pm 45^\circ$, 90° , porém, em 2021, uma nova configuração denominada Double-Double (DD) foi sugerida pelo Professor Dr. Stephen W. Tsai (2021). Essa configuração promete vantagens relativas à fabricação e redução de peso.

Nos dias atuais, podem ser encontradas em operação aeronaves como o Boeing 787 Dreamliner (Figura 1.2) com 50% de sua estrutura feita em compósito (80% em volume), o F-35 Lightning da fabricante americana Lockheed Martin (LOCKHEED MARTIN, 2024) (Figura 1.3) com cerca de 35% da estrutura e o helicóptero de ataque RAH-66 produzido por uma parceria entre Boeing (BOEING, 2024) e Sikorsky (LOCKHEED MARTIN, 2024) com quase 60% da estrutura composta por esses materiais (Figura 1.4).

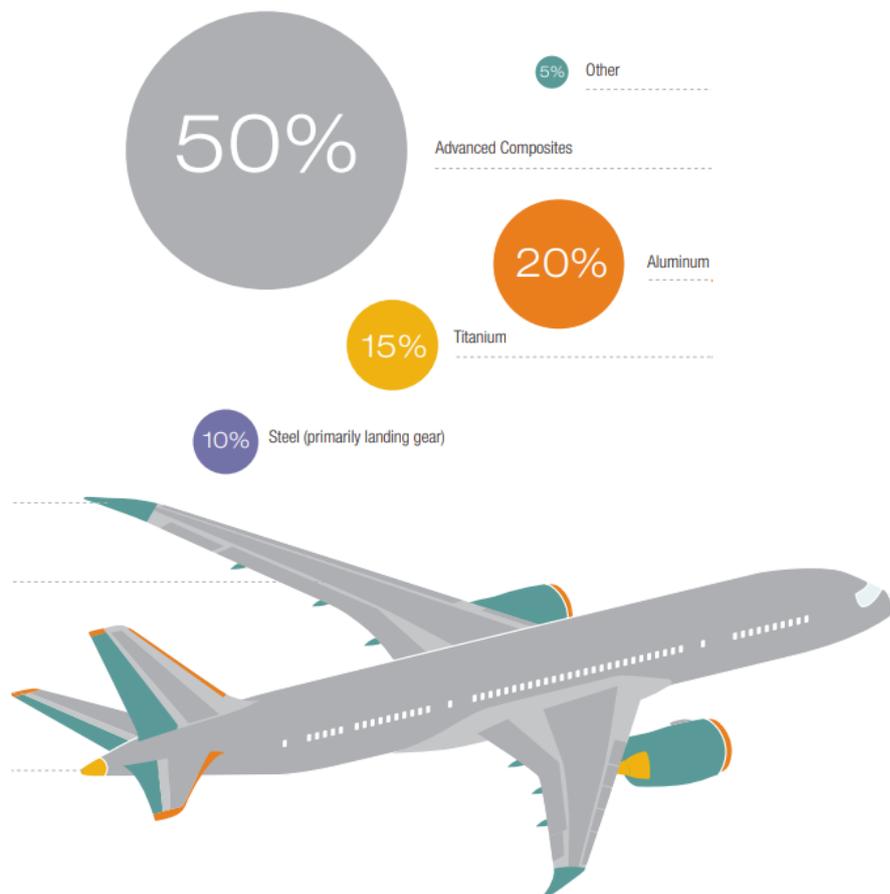


Figura 1.2: Composição estrutural do Boeing 787 Dreamliner (BOEING, 2024)

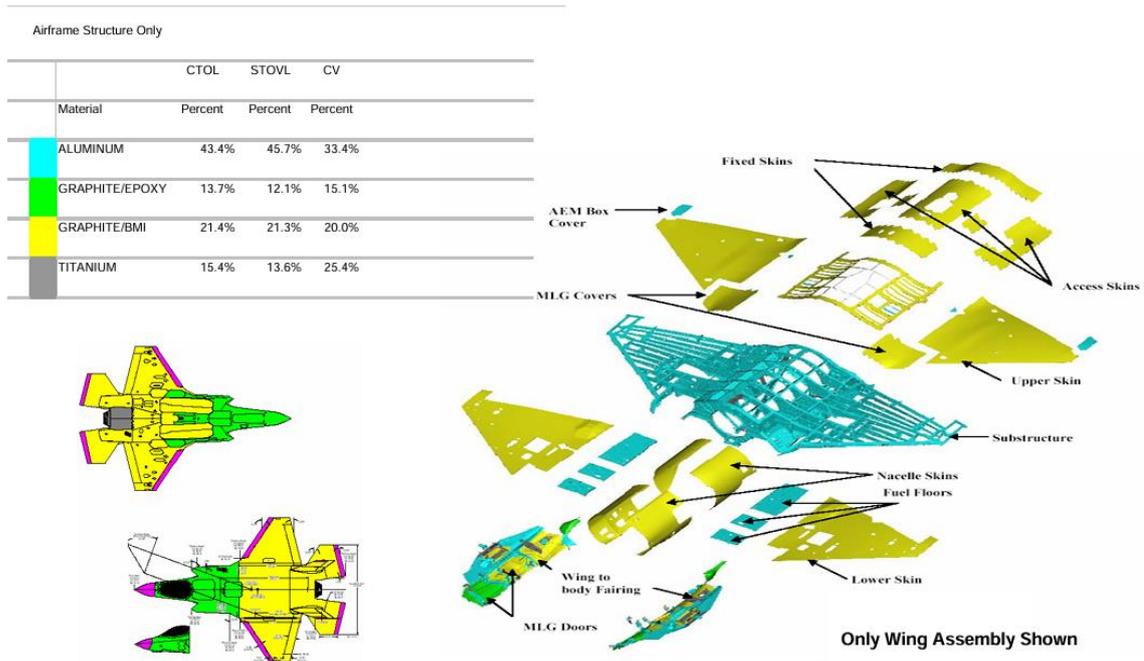


Figura 1.3: Composição estrutural do caça Lockheed Martin F-35 Lightning. (BURT; YATES, 2006)

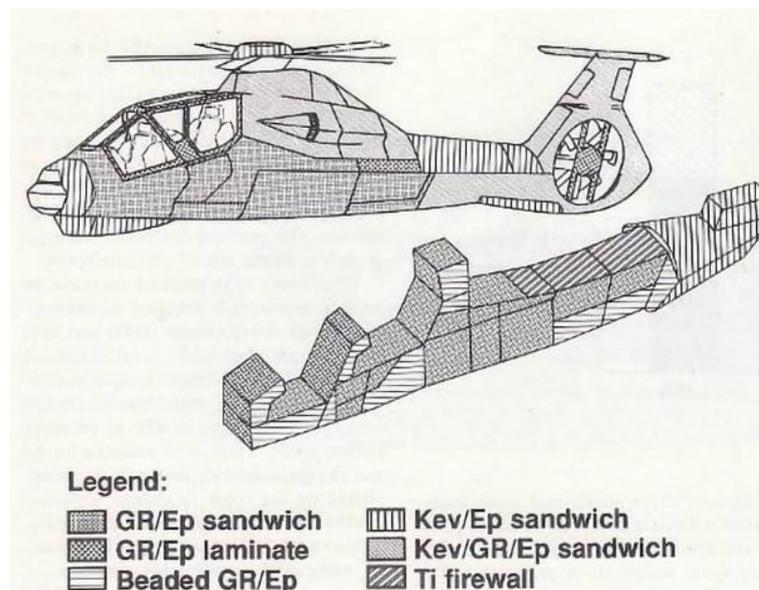


Figura 1.4: Composição estrutural do helicóptero AH-66. (SIKORSKY, 2024)

A estrutura aeronáutica é dimensionada para suportar vários tipos de esforços gerados pelas diversas condições de voo. (ISCOLD, 2006) Já o projeto e dimensionamento são baseados em requisitos definidos pelos órgãos homologadores dos países de operação das aeronaves. No Brasil, a ANAC (AGÊNCIA NACIONAL DE AVIAÇÃO CIVIL, 2024) e, nos Estados Unidos, a FAA (FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION, 2024) são responsáveis por essa

fiscalização e definição dos requisitos. Para se cumprirem os requisitos, vários modos de falha são avaliados baseados em metodologias utilizadas na indústria aeronáutica. Algumas delas podem ser encontrados em *Airframe Stress Analysis and Sizing* (NIU, 1999), *Airplane Desing* (ROSKAM, 1997) e em *Analysis and design of flight vehicle structures* (BRUHN, 1973), já os requisitos de homologação para aeronaves civis brasileiras podem ser encontrados no RBAC 23 e 25 (AGÊNCIA NACIONAL DE AVIAÇÃO CIVIL, 2024).

Os painéis reforçados estão presentes em praticamente todas as regiões estruturais da aeronave (Asas, fuselagem, estabilizadores horizontais e verticais). A Figura 1.5 mostra em detalhes um exemplo de estrutura composta de painéis e reforçadores utilizados na fuselagem do Boeing 737. Esse mesmo tipo de estrutura também pode ser visto em aeronaves fabricadas utilizando compósitos. A Figura 1.6 mostra uma região de fuselagem apresentada pela Spirit AeroSystem (SPIRIT AEROSYSTEM, 2024) na feira Paris Air Show em 2019. (SLOAN, 2019)

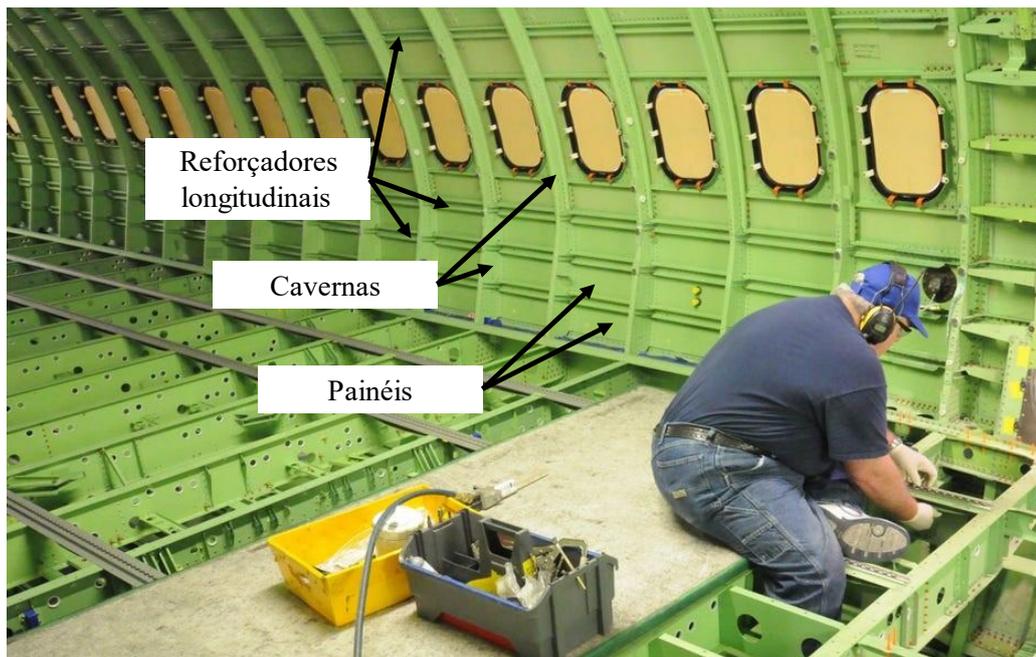


Figura 1.5: Estrutura interna da aeronave Boeing 737. (CNET, 2024)

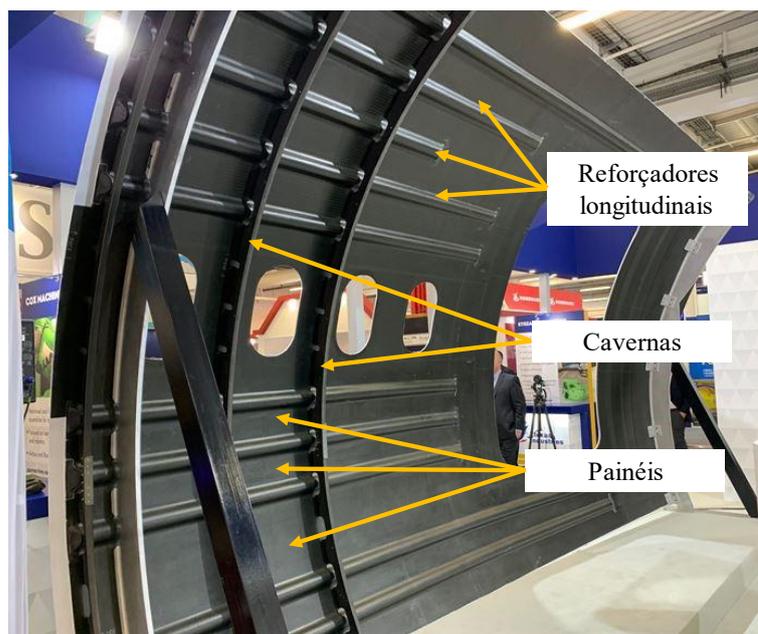


Figura 1.6: Painel de fuselagem da Spirit AeroSystem, Paris Air Show. (SLOAN, 2019)

A estabilidade estrutural é um dos critérios de falha utilizados na análise de painéis reforçados (Estrutura formada por reforçadores longitudinais e painéis). Esse critério, também conhecido como flambagem, é caracterizado pela flexão lateral de uma estrutura esbelta ao ser submetida a um carregamento de compressão. Esse critério de falha pode ocorrer mesmo em níveis de tensão abaixo do limite elástico do material. (HIBBELER, 2010)

Os cálculos estruturais são feitos de duas formas, solução analítica e solução numérica ou aproximada. A solução analítica utiliza equações matemáticas capazes de descrever o problema, já a numérica o problema é representado de forma discretizada ao longo da geometria. Dada a limitação dos métodos analíticos e ao custo elevado de ensaios experimentais (usados para validar os resultados), a indústria utiliza de ferramentas numéricas para o cálculo e dimensionamento estrutural. No método analítico o problema é descrito por equações diferenciais que calculam as variáveis indeterminadas ao longo da geometria (ex. deslocamento, temperatura, tensão, deformação, etc), ou seja, o resultado é válido para infinitos pontos localizados dentro do sistema. Para sistemas envolvendo geometrias complexas, vários carregamentos e propriedades de materiais, a solução analítica se torna inviável por suas limitações e complexidades. (LOGAN, 2015) Com isso, a utilização de métodos numéricos se torna mais atraente.

O Método dos Elementos Finitos (MEF) discretiza o modelo contínuo em pequenas partes chamadas elementos. Esses são estruturas que contem nós e arestas, que por sua vez estão relacionados através de equações matemática. Além da parte geométrica esses elementos são configurados com os valores de propriedades mecânicas do material constituinte. O método tem o objetivo de calcular os deslocamentos nodais de cada elemento que compõe a geometria devido a aplicação de carregamentos (força, pressão, deslocamentos forçados, temperatura, etc). A solução do método consiste em calcular o sistema de equações formado pelas equações dos elementos e carregamentos presentes na geometria. A Figura 1.7 mostra 2 modelos de elementos finitos, o primeiro utilizado no dimensionamento de uma turbina e o segundo usado para descrever uma estrutura óssea de um ser humano.

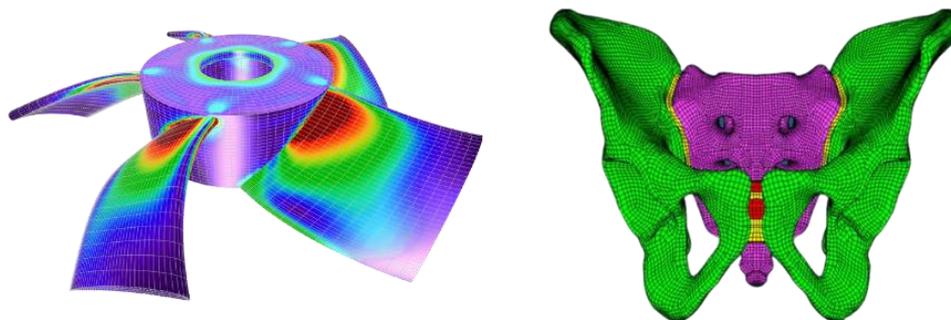


Figura 1.7: Modelo de elementos finitos. Esquerda modelo de uma turbina e a direita estrutura óssea humana.(COLLEGE OF ENGINEERING, 2024)

O número de equações utilizadas para descrever o problema utilizando o método de elementos finitos depende do número de nós e graus de liberdade do modelo (translação em XYZ e rotação em torno de XYZ). Para resolver o sistema de equações são disponibilizados vários *Solvers* e cada com sua metodologia própria de cálculo. Com isso, os resultados apresentados para cada *Solver* podem variar e apresentar divergências numéricas. Além disso, os valores de propriedades mecânicas, utilizados na caracterização da geometria, possuem incertezas atreladas ao processo de ensaio utilizado no processo de qualificação do material. Os valores utilizados na configuração dos elementos são baseados em dados amostrais de média (μ) e de desvio padrão (σ).

O objetivo geral deste trabalho é avaliar a carga de flambagem de um painel reforçado construído em fibra de carbono (CFRP) utilizando o método dos elementos finitos (MEF). Como objetivos específicos, este estudo propõe desenvolver e validar modelos utilizando os

softwares comerciais *Nastran*® (HEXAGON, 2023), *OptStruct*® (ALTAIR ENGINEERING INC, 2024) e *Abaqus*® (DASSAULT SYSTEMES, 2024), bem como dados experimentais disponíveis na literatura. Além disso, identificar a influência dos principais parâmetros geométricos e de material nos resultados das simulações e otimizar uma nova proposta de *lay-up* para o laminado do painel utilizando a teoria do laminado Double-Double. Para identificar a influência desses parâmetros, foram utilizadas simulações de Monte Carlo e análises de sensibilidade global utilizando índices de Sobol. Todas as análises foram realizadas para duas configurações de laminado: um laminado QUAD tradicional e uma configuração Double-Double proposta. Os modelos de elementos finitos e os dados experimentais utilizados para a validação deste estudo foram publicados por Cabral *et al.* (2020). Flambagem inelástica e regime de pós-flambagem não fazem parte do escopo desse trabalho.

O trabalho está organizado em capítulos que obedecem a sequência de construção utilizada na metodologia científica utilizada nessa pesquisa.

Capítulo 1 – INTRODUÇÃO: Trata-se da parte introdutória onde é possível encontrar um resumo geral de todo trabalho, com contextualização histórica e objetivos propostos na pesquisa.

Capítulo 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA: Esse capítulo trata dos assuntos correlacionados ao tema e o que existe na literatura de mais atual relativo à flambagem de estruturas em compósito, variação de propriedades mecânicas em compósito, análise estatística e utilização de novas configurações para *lay-ups* em compósito.

Capítulo 3 – METODOLOGIA: Esse capítulo apresenta a fonte dos dados experimentais utilizada para validação dos resultados numéricos. Descreve de forma detalhada o modelo de elementos finitos, o método para o cálculo da carga crítica de flambagem, os valores de propriedades mecânicas encontrados nos relatórios de qualificação do material, os métodos estatísticos utilizados no estudo, a metodologia utilizada na otimização do *lay-up* da nova proposta de laminado e o cálculo do admissível para a carga crítica de flambagem baseado nos valores das propriedades mecânicas e na norma MIL-HDBK-17 (2002).

Capítulo 4 – RESULTADOS E DISCUSSÃO: Neste capítulo serão apresentados os resultados para validação dos modelos de elementos finitos, os resultados das simulações de Monte Carlo e análise de sensibilidade e por fim um estudo comparativo entre os modelos utilizando os *lay-ups* na configuração QUAD e Double-Double.

Capítulo 5 – CONCLUSÃO: Fechamento do trabalho onde serão apresentados os principais pontos relativos ao trabalho de pesquisa

Capítulo 6 – SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS: Sugestão para novos trabalhos relacionados ao tema.

Capítulo 7 – REFERÊNCIAS: Apresentação das referências bibliográficas utilizadas no trabalho

Capítulo 8 – ANEXO: Apresentação dos scripts utilizados no pré e pós processamento dos resultados das simulações.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma metodologia de cálculo numérica utilizada na solução de equações que descrevem um problema físico. Esse método foi desenvolvido para calcular deslocamentos, tensões e deformações em estrutura sujeitas a algum tipo de carregamento.

A estrutura é representada por meio de pequenos elementos (elemento finito) interligados através de nós, formando uma malha. Essa malha, configurada com as condições de contorno, parâmetros de material e carregamento é denominada modelo de elementos finitos. Os elementos possuem uma formulação matemática própria que depende de seu formato e aplicação. Eles podem ser unidimensionais – 1D, bidimensionais – 2D e tridimensionais – 3D (Figura 2.1). A utilização de cada elemento depende da complexidade do sistema a ser modelado e esses podem ser usados em conjunto no mesmo modelo. Elementos 1D possuem no mínimo 2 nós (elementos do tipo barra ou rótula), já elementos 2D no mínimo 3 nós (elementos do tipo triangulares) e elementos 3D possuem no mínimo 4 nós (elementos do tipo tetraédricos). Cada nó pode transladar ou rotacionar em torno de um sistema de coordenada e isso é denominado grau de liberdade do nó. Os nós possuem no mínimo 1 grau de liberdade e no máximo 6, ou seja, 3 graus de translação e 3 de rotação (Figura 2.2). O número máximo de 6 graus de liberdade por nó é válido para modelos onde efeitos térmicos são desconsiderados. Elementos que possuem somente nós nas arestas são classificados como elementos de primeira ordem, porém, aqueles com nós intermediários são classificados como elementos de segunda ordem (Figura 2.1). Esse termo refere-se ao grau do polinômio que descreve o deslocamento nodal do elemento.

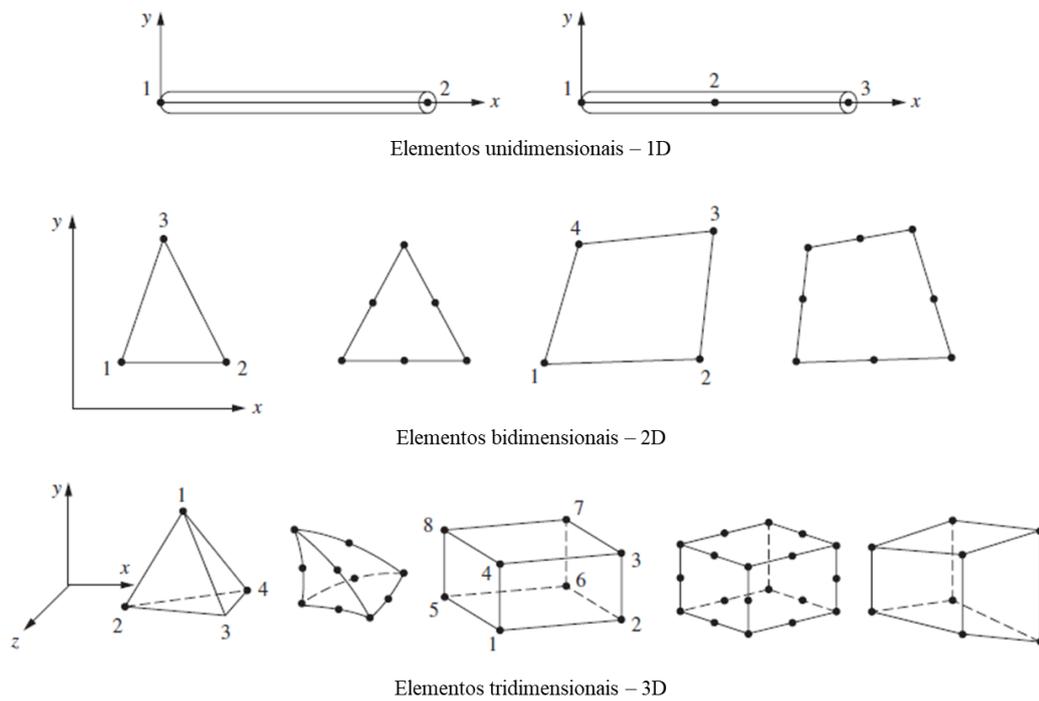


Figura 2.1: Tipos de elementos finitos de primeira e segunda ordem. Adaptado de LOGAN, (2015).

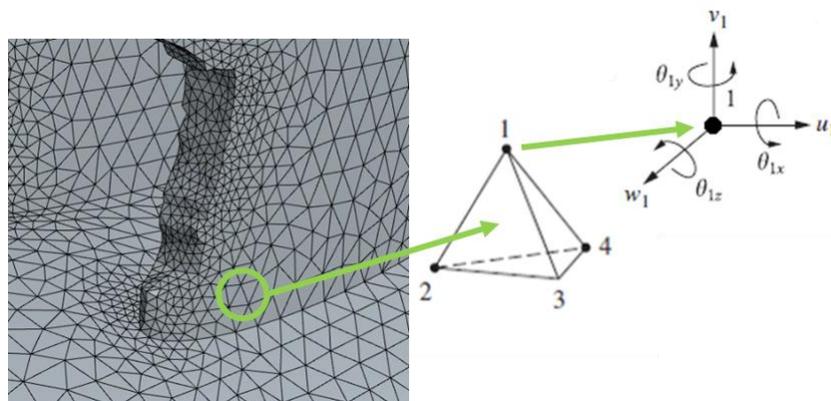


Figura 2.2: Elemento do tipo tetraédrico de primeira ordem com 6 graus de liberdade

2.1.1 Formulação

O método dos elementos finitos utilizado para cálculo estrutural é apresentado através da lei de Hooke da seguinte forma:

$$\{F\} = \{K\}\{d\} \quad (2.1)$$

De forma expandida tem-se:

$$\begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ \vdots \\ F_{nz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

A matriz $\{F\}$ representa a matriz de forças aplicadas aos nós do modelo. F_{nz} é a força aplicada ao nó n na direção z . A matriz $\{d\}$ representa a matriz de deslocamentos nodais no sistema de coordenadas xyz , onde u_1 é o deslocamento do nó 1 na direção x , v_1 é o deslocamento do nó 1 na direção y e w_n é o deslocamento do nó n na direção z e matriz $\{K\}$ é a matriz de rigidez global do sistema onde cada termo K_{nn} representa uma parcela de rigidez de um nó em uma determinada direção. O detalhamento de como montar as matrizes da equação (2.2) podem ser encontrados em: *A First Course in the Finite Element Method* (LOGAN, 2015), *Introduction to Finite Element Methods* (FELIPPA, 2004) e *Structural Analysis with the Finite Element Method*. (OÑATE, 2013)

Para o cálculo dos deslocamentos nodais, é necessário inverter a matriz de rigidez e resolver o sistema de equações, logo, a matriz de deslocamentos $\{d\}$ pode ser calculada da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ \vdots \\ F_{nz} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

A partir dos resultados de deslocamentos nodais $\{d\}$, é possível calcular as deformações através da equação:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{d\} \quad (2.4)$$

E as tensões usando a seguinte equação:

$$\{\sigma\} = [D][B]\{d\} \quad (2.5)$$

Onde $[D]$ é conhecida como matriz constitutiva do elemento e $[B]$ matriz de gradiente. Ambas são dependentes da formulação do elemento

Para solucionar o sistema de equações para o cálculo da matriz $\{d\}$, vários métodos podem ser utilizados, dentre eles Regra de Cramer, Eliminação Gaussiana e Iteração de Gauss-Seidel. (LOGAN, 2015)

A custo computacional na solução do sistema de equações depende do método utilizado. Os *Solvers* comerciais utilizam de métodos numéricos para o cálculo dessas variáveis e muitas das vezes esses métodos são segredos industriais e não são divulgados.

2.1.2 Tipos de elementos

Existem várias formulações de elementos dentro do método dos elementos finitos, cada um com sua particularidade e aplicação.

O tamanho da matriz de rigidez depende do número de nós e dos graus de liberdade. Por exemplo, um sistema modelado com um elemento 1D, 2 nós e 3 graus de liberdade por nó tem-se uma matriz de rigidez 6×6 , já um modelo com elementos do tipo placa com 200 nós e 6 graus de liberdade por nó, a matriz de rigidez possui tamanho 1200×1200 .

O estudo em questão utiliza elemento de placa de 4 nós, ou seja, de primeira ordem e cada nó com 6 graus de liberdade. A Figura 2.3 mostra as grandezas utilizadas na formulação do elemento. Nessa figura é possível ver as coordenadas locais do elemento representada pelos vetores $x_{element}$, $y_{element}$ e $z_{element}$. O vetor $x_{material}$, representa a direção do material, e para compósito esse vetor é de total relevância por se tratar de um material ortotrópico. Já os nós são representados pelos símbolos G_1 , G_2 e G_3 e G_4 . Tanto os nós quanto os elementos possuem coordenadas nos sistemas locais e globais. A transformação entre esses sistemas de coordenadas também faz parte do processo de cálculo do método.

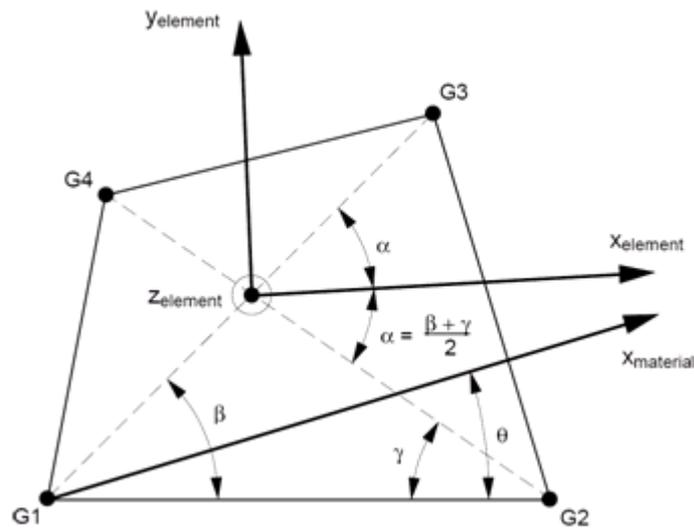


Figura 2.3: Elemento de placa de primeira ordem. (AUTODESK, 2024)

Não existe um padrão definido para nomenclatura dos elementos utilizados dentro dos softwares comerciais disponíveis no mercado. Cada desenvolvedor adota o nome que joga mais adequado. A Tabela 2.1 mostra a nomenclatura utilizada dentro das plataformas de *Solvers* estudados. Todos os elementos listados nessa tabela são elementos com formulação de placa com 6 graus de liberdade e de primeira ordem. Para consultar outros tipos de elementos disponíveis na biblioteca desses *Solver*, o manual de cada um deve ser consultado.

Tabela 2.1: Nome dos elementos de placa de primeira ordem utilizados nos *Solver*.

Solver	Elemento
<i>Nastran</i> ®	CQUAD4
<i>Abaqus</i> ®	S4
<i>OptStruct</i> ®	CQUAD4

2.2 Softwares utilizados nas análises

No dia a dia da indústria, a seleção do software utilizados em um projeto de engenharia depende das preferências da própria indústria, influenciadas pela cultura empresarial, do tipo de projeto e pela qualificação dos usuários. Alguns softwares, por possuírem história de aplicação e validação em uma determinada área, possuem maior aceitação, como o caso do *Nastran*® para aplicações aeronáuticas.

2.2.1 *HyperMesh*®

O *HyperMesh*® é um software desenvolvido pela *Altair* (ALTAIR ENGINEERING INC, 2024). Este é utilizado como ferramenta de pré-processamento e responsável para o desenvolvimento do modelo de elementos finitos utilizados no estudo. O pré-processamento consiste em atividades relacionadas à configuração do modelo. Essas atividades estão relacionadas ao detalhamento de malha, aplicação de carregamento e condição de contorno, além de entrar com os valores das constantes dos materiais que serão simulados. Esse software possui ferramentas capazes de gerar modelos para diferentes *Solvers* e possui uma biblioteca vasta contendo vários tipos de elementos e ferramentas para tratativas de geometria e malhas. (BLANCO, 2020)

2.2.2 *OptStruct*®

O *OptStruct*® foi desenvolvido pela *Altair* (ALTAIR ENGINEERING INC, 2024) e disponibilizado no mercado em 1994. Ele é *Solver* conhecido, principalmente, por oferecer soluções em análises de otimização estrutural. (LUO; YANG; CHEN, 2006; VIQARUDDIN; REDDY, 2017) Ele também possui soluções para análises lineares, não lineares e de vibração. O *OptStruct*® possui algoritmos que utilizam uma versão melhorada do *Nastran*® em sua concepção juntamente com formulações desenvolvidas pela própria *Altair*. A *Altair* é uma empresa fundada em 1985 que atualmente trabalha em vários outros ramos de tecnologia, oferecendo soluções nas áreas de térmica, fluídos, otimização, análise de dados e inteligência artificial.

2.2.3 *Nastran*®

O *Nastran*® (*NASA Structural Analysis*) é um dos softwares de análise estrutural mais utilizados em engenharia aeroespacial (MACNEAL, 1977). Ele surgiu como um projeto colaborativo entre a NASA (THE NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION, 2024) e várias empresas privadas no início dos anos 1960. (MACNEAL, 1977) Surgiu primeiramente com o objetivo de atender às demandas de cálculo estrutural da própria NASA, porém, atualmente é utilizado por várias empresas inclusive fora do ramo aeronáutico. O *Nastran*® é um software multidisciplinar capaz de realizar análises estáticas, dinâmicas e térmicas, abrangendo domínios lineares e não lineares, além de possuir algorítmicos para estudos de fadiga e otimização estrutural. Sua metodologia é reconhecida e

validada através de estudos que correlacionam os resultados numéricos aos resultados experimentais. (CESTINO *et al.*, 2019; PATNE *et al.*, 2023)

Atualmente a empresa HEXAGON (HEXAGON, 2023) é a representante comercial do NASTRAN®. A HEXAGON é uma empresa Sueca com cerca de 25 anos de mercado e também é reconhecida por soluções envolvendo realidade digital e soluções autônomas.

2.2.4 Abaqus®

Software desenvolvido pela Dassault Systèmes e lançado em 1978. Bastante utilizado na indústria civil (MOHAMMED, 2019), aeronáutica e mecânica (KRISHNAN; SENEVIRATNE; PERERA, 2018) é considerado uma ferramenta muito eficaz para cálculo de estabilidade estrutural e análises não lineares. Seu código está capacitado a solucionar problemas de acústica, eletromagnetismo e térmica. A Dassault Systèmes (DASSAULT SYSTEMES, 2024) é uma empresa com mais de 30 anos e mais de 20 mil funcionários dividido ao redor do mundo.

2.3 Materiais compósitos

Compósitos são materiais multifásicos que combinam as propriedades mecânicas dos materiais que os compõem. Geralmente, esses materiais são formados por dois componentes principais: a fibra de reforço e a matriz. A função principal da fibra é suportar os carregamentos, enquanto a matriz dá formato à estrutura e mantém todas as fibras unidas (DANIEL; ISHAI, 2006). A Tabela 2.2 apresenta as propriedades mecânicas de vários tipos de fibras e matrizes. Os compósitos oferecem diversas vantagens em comparação aos materiais isotrópicos, incluindo alta resistência estrutural, baixo peso e excelentes características contra corrosão e fadiga. (GUO *et al.*, 2022)

Tabela 2.2: Propriedades mecânicas de fibras e matrizes retirado de Kollar e Springer (2003) página 465

Table C.1. Fiber properties									Table C.2. Matrix properties						
Material	E_H GPa	G_{H2} GPa	ν_{H2}	S_H MPa	η_H %	$\tilde{\alpha}_H$ $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$	$\tilde{\alpha}_{H2}$	ρ_f $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	Material	E_m GPa	G_m GPa	ν_m	S_m MPa	η_m %	ρ_m $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
Glass									Epoxy						
E-glass	72	33	0.09	3103	4.3	5–5.4	–	2.6	Der 332	3.4	1.2	0.35	64	1.9	1.22
S-glass	87	37	0.18	3792	4.4	1.6–2.9	–	2.49	934	4.1	1.5	0.35	83	2.0	1.3
Aramid									Epon	2.8	1.0	0.35	83	3.0	1.30
Kevlar 29	83	29	0.44	3620	4.4	–	–	1.44	3501	4.4	1.6	0.36	69	1.6	1.26
Kevlar 49	124	43	0.45	3620	2.9	–2	59	1.44	5208	3.9	1.4	0.35	50	1.3	1.27
Kevlar 149	172	65	0.33	3448	2.0	–	–	1.44	1962	3.7	1.4	0.35	–	–	1.27
Graphite									Vinylester						
AS4	234	93	0.26	3930	1.7	–0.9	–	1.8	1222	3.2	–	–	79	2.5	1.3
IM6	276	109	0.26	5102	1.8	–	–	1.74	Polyester						
IM7	276	109	0.26	5309	1.9	–	–	1.77	7241	3.3	–	–	79	2.4	1.38
IM8	303	120	0.26	5447	1.8	–	–	1.8							
PANEX	228	–	0.25	3600	1.6	–	–	1.72							
T300	231	91	0.27	3241	1.4	–0.6	7–12	1.77							
T40	283	107	0.32	5654	2.0	–	–	1.8							
T50	393	159	0.24	2413	0.6	–	–	1.8							
T55	379	142	0.33	1724	0.5	–	–	1.99							
T75	517	204	0.27	2069	0.4	–	–	1.99							
Boron	400	–	0.2	3160	0.79	4.5	0.2	2.57							

As fibras de reforço podem ser classificadas de acordo com o formato e disposição dentro da matriz. Elas podem ser do tipo unidirecionais, tecidos, manta ou forma de grânulos ou partículas (Figura 2.4). As fibras unidirecionais ou tecido apresentam melhores características mecânicas (KOLLAR; SPRINGER, 2009), e geralmente são as utilizadas em projetos aeronáuticos. As matrizes são classificadas pelo tipo de composição, podendo ser poliméricas e até metálicas.

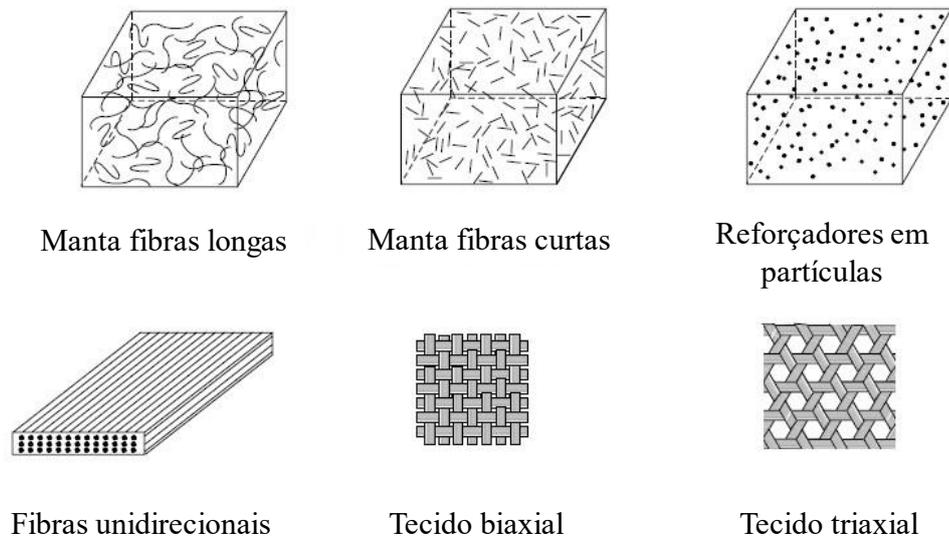


Figura 2.4: Tipos de fibra, adaptado de Kollar e Springer (2003)

Outra variável relevante na caracterização das propriedades mecânicas dos compósitos é a fração volumétrica utilizada de cada componente. Essas frações podem ser calculadas utilizando as equações (2.35) à (2.10). A quantidade de fibra, matriz ou falta deles (razão de vazios) interfere diretamente nas propriedades mecânicas finais. Essas, podem ser calculadas conforme as equações (2.11) à (2.14). (DANIEL; ISHAI, 2006)

$$\text{Razão de volume da fibra} \quad V_f = \frac{\text{volume de fibra}}{\text{volume do compósito}} \quad (2.6)$$

$$\text{Razão de massa da fibra} \quad W_f = \frac{\text{peso da fibra}}{\text{peso do compósito}} \quad (2.7)$$

$$\text{Razão de volume da matriz} \quad V_m = \frac{\text{volume de matriz}}{\text{volume do compósito}} \quad (2.8)$$

$$\text{Razão de massa da matriz} \quad W_m = 1 - W_f = \frac{\text{peso da matriz}}{\text{peso do compósito}} \quad (2.9)$$

$$\text{Razão de vazios} \quad V_v = 1 - V_f - V_m = \frac{\text{volume de vazios}}{\text{peso do compósito}} \quad (2.10)$$

$$E_1 = V_f E_{1f} + V_m E_m \quad (2.11)$$

$$\nu_{12} = V_f \nu_{12f} + V_m \nu_m \quad (2.12)$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{V_f}{E_{2f}} + \frac{V_m}{E_m} \quad (2.13)$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{V_f}{G_{12f}} + \frac{V_m}{G_m} \quad (2.14)$$

E_1 : módulo de Young na direção longitudinal do compósito

E_2 : módulo de Young na direção transversal do compósito

G_{12} : módulo de cisalhamento no plano do compósito

ν_{12} : coeficiente de Poisson do compósito

Esse arranjo de combinações permite que o projeto final seja desenvolvido de forma mais otimizada em comparação aos materiais metálicos isotrópicos. As características de fluidez da matriz e maleabilidade das fibras de reforço permitem que estruturas complexas sejam fabricadas de forma eficiente.

2.3.1 Lâmina

A lâmina é uma estrutura fina constituída de fibras de reforço imersas em uma matriz. As fibras podem ser unidirecionais ou tecido. A orientação da lâmina é dada por 3 eixos principais, chamados de eixos locais ou sistema de coordenadas locais. Esse sistema de coordenada pode adquirir diferentes nomenclaturas dependendo da escolha de cada autor. Nesse trabalho, o sistema local, ou *ON AXIS* (Figura 2.5), será representado pelas coordenadas 1,2 e 3 já o sistema global, ou *OFF AXIS* (Figura 2.6), será apresentado pelas coordenadas x, y, z.

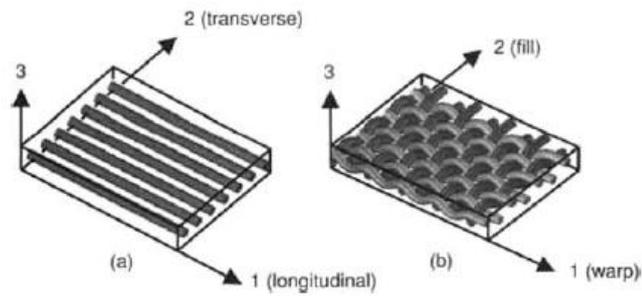


Figura 2.5: Sistema de coordenadas local da lâmina – ON AXIS (DANIEL; ISHAI, 2006)

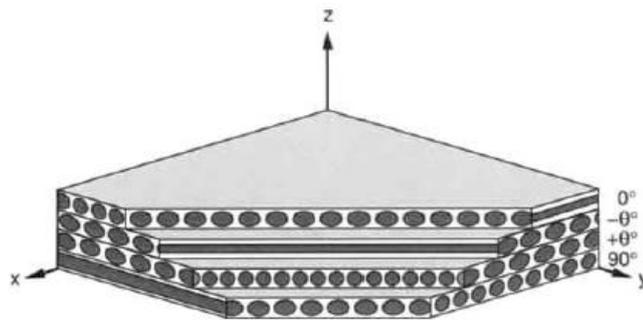


Figura 2.6: Sistema de coordenada global – OFF AXIS (DANIEL; ISHAI, 2006)

As lâminas podem ser encontradas em diversas combinações matriz e fibra. Algumas dessas combinações podem ser vistas na Tabela 2.3. A primeira e a segunda coluna mostram o tipo e o material de fabricação da matriz, já a terceira coluna os tipos de fibra que podem ser empregados em conjunto com aquela matriz. Por exemplo, a matriz de resina epóxi pode ser utilizada em conjunto com as fibras E-Glass, S-Glass, Carbono, Aramida e Boro. Assim como as matrizes fenólicas, poliamida, bismaleimida e poliéster, também podem ser utilizadas com os tipos de fibras já citados.

Tabela 2.3: Tipos de fibra e matriz – Adaptado de Daniel e Ishai (2006)

Tipo de Matriz	Material da Matriz	Material da Fibra
Polimérica	Epóxi	E-Glass
	Fenólica	S-Glass
	Poliamida	Carbono
	Bismaleimida	Aramida
	Poliéster	Boro
Metálica	Alumínio	Boro
	Magnésio	Borosilica
	Titânio	Carbono
	Cobre	Carbeto de Silício Alumínio
Cerâmica	Carbeto de Silício	Carbeto de Silício
	Alumínio	Alumínio
	Vitro-cerâmica	Nitreto de Silício
	Nitreto de Silício	
Carbonosa	Carbono	Carbono

As lâminas, independentemente de suas propriedades podem ser encontradas comercialmente em 2 grandes grupos. Lâminas pré-impregnadas (*PREPREG FIBER*) ou fibras secas (*DRY FIBER*).

PREPREG são fibras disponibilizadas imersas na matriz. A vantagem de se utilizar esse tipo de fibra é que a mesma vem pronta para aplicação e não precisa de qualquer atividade intermediária para sua utilização. A desvantagem é o armazenamento, visto que a matriz possui um tempo útil de trabalho e exige um local frio para armazenamento. (DANIEL; ISHAI, 2006)

DRY FIBER são fibras secas. A principal vantagem desse tipo de fibra é a não exigência de um local de armazenamento frio, visto que não possuem matriz, logo, não possuem prazo de validade e aplicação. Já a desvantagem mais significativa é que o processo de fabricação de peças feitas com essas fibras exige o uso de balanças e um processo intermediário bastante rigoroso, onde o operador deve realizar as medidas corretas de razão fibra/matriz. Esse processo gera mais uma possibilidade para erros (DANIEL; ISHAI, 2006).

2.3.2 Laminado

O laminado é um empilhamento de várias lâminas dispostas em diferentes angulações. Esse pacote pode ser sequenciado de diferentes formas, podendo variar o número de camadas e sua orientação. A Figura 2.7 mostra a sequência de empilhamento (*Lay-up*) de um laminado

[45₃/0₄/90₂/60]. A nomenclatura utilizada segue um padrão, onde cada valor corresponde ao ângulo formado entre a direção das fibras de reforço e eixo x ou 1, dependendo do autor.

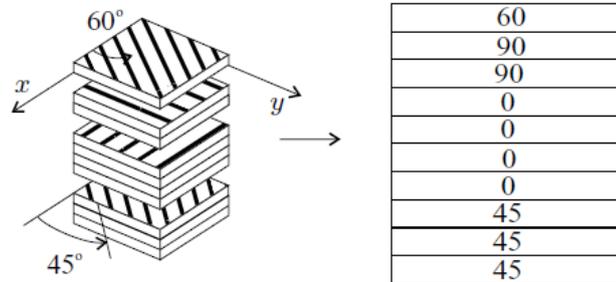


Figura 2.7: *Lay-up* de um laminado contendo lâminas unidirecionais. (KOLLAR; SPRINGER, 2009)

2.3.3 Modelamento matemático da lâmina

O compósito pode ser analisado em diferentes níveis de escala, dependendo do comportamento e características a serem observadas. Este trabalho está no âmbito macroscópico, ou seja, os critérios de falha envolvidos se baseiam valores de tensão/deformação média da lâmina. Falhas localizadas não são consideradas e as características mecânicas de cada componente constitutivo do compósito se comporta como sendo um material homogêneo. Modos de elasticidade, coeficiente de expansão térmico, densidade, admissíveis de compressão, cisalhamento e tração são valores médios considerados constantes ao longo do material.

A lei de Hooke generalizada para um material anisotrópico pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Onde C_{ij} representam os coeficientes de rigidez do material em todas possíveis direções. A relação inversa também é válida, ou seja, $[C_{ij}]^{-1} = [S_{ij}]$, logo, $[\varepsilon_i] = [S_{ij}][\sigma_j]$. $[S_{ij}]$ é denominado matriz de flexibilidade do material, $[\varepsilon_i]$ matriz de deformação e $[\sigma_j]$ matriz de tensão.

Considerando um material especialmente ortotrópico (material com 3 planos de simetria), sem acoplamento de esforços (esforços normais geram tensões e deformações na mesma direção da aplicação do carregamento. Esforços cortantes geram tensões e distorções correspondentes no mesmo plano de aplicação do carregamento e não contribuem para nenhuma parcela de tensão normal ao mesmo) podemos simplificar a equação generalizada e escrevê-la da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Materiais transversalmente isotrópicos, possuem as propriedades mecânicas ao longo dos seus planos ortogonais constantes, ou seja, $C_{12} = C_{13}$, $C_{22} = C_{33}$, $C_{55} = C_{66}$ e $C_{44} = (C_{22} - C_{23})/2$, logo:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(C_{22} - C_{23})}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

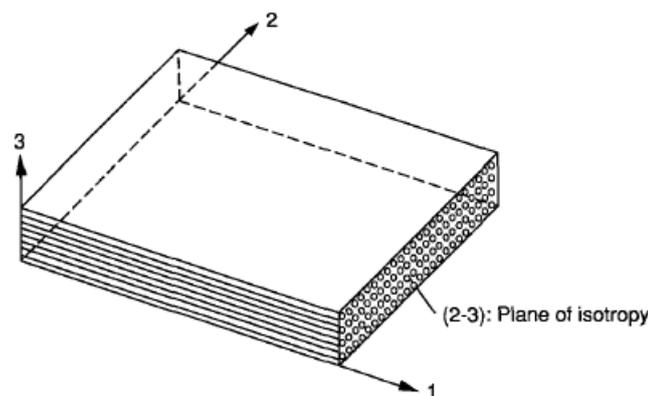


Figura 2.8: Planos de isotropia do material. (DANIEL; ISHAI, 2006)

Após as considerações mencionadas, o material passa a ser descrito com 5 constantes de elasticidade e não 9, como visto anteriormente.

Uma simplificação para o modelamento de placas é adotar um estado plano de tensão, ou seja, tensão e deformação fora do plano são desconsideradas, sendo assim, $\sigma_3 = 0$, $\tau_{23} = \tau_4 = 0$ e $\tau_{13} = \tau_5 = 0$ logo, a matriz de rigidez da lâmina pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(C_{22} - C_{23})}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

ou:

$$\sigma_1 = \left(C_{11} - \frac{C_{13}C_{13}}{C_{33}} \right) \varepsilon_1 + \left(C_{12} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}} \right) \varepsilon_2$$

$$\sigma_2 = \left(C_{12} - \frac{C_{23}C_{13}}{C_{33}} \right) \varepsilon_1 + \left(C_{22} - \frac{C_{23}C_{23}}{C_{33}} \right) \varepsilon_2$$

$$\tau_6 = C_{66}\gamma_6$$

e de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Os termos Q_{ij} . são definidos em relação a constantes de engenharia da seguinte forma:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{12} = Q_{21} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{66} = G_{12}$$

A relação inversa, ou matriz de flexibilidade pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Os termos S_{ij} . são definidos em relação a constantes de engenharia da seguinte forma:

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_1} \\ S_{22} &= \frac{1}{E_2} \\ S_{12} = S_{21} &= -\frac{\nu_{21}}{E_2} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} \\ S_{66} &= \frac{1}{G_{12}} \end{aligned}$$

Definindo $[T]$ como a matriz de transformação do sistema local (*ON AXIS*) para o sistema global (*OFF AXIS*), e θ é ângulo formado entre o eixo local e o eixo global. Os índices 1,2 e 6 representam as orientações no sistema local do material, já os índices x, y e s são as referências no sistema global.

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \cos \theta \sin \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \cos \theta \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \theta & \cos \theta \sin \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Aplicando a matriz de transformação é possível relacionar os valores de tensão e deformação do sistema global no sistema local da lâmina.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{1}{2} \gamma_6 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{1}{2} \gamma_s \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

A relação inversa também é válida e pode-se equacionar a transformada do sistema local para o global da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{1}{2}\gamma_s \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{1}{2}\gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

2.3.4 Modelamento matemático do laminado

A lei de Hooke para uma determinada lâmina k , no sistema de coordenada local pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix}_k \quad (2.26)$$

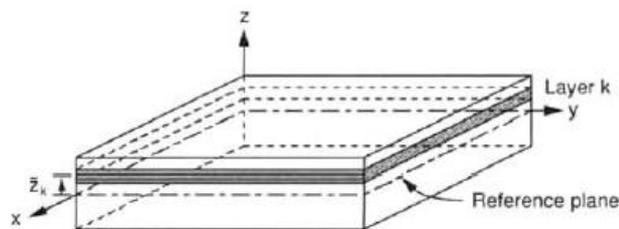


Figura 2.9: Lâmina k . (DANIEL; ISHAI, 2006)

Fazendo a mudança do sistema local da lâmina (1, 2, 6), para o sistema de coordenada global (x, y e s-) do laminado, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix}_k \quad (2.27)$$

Como o laminado é uma estrutura tridimensional a espessura passa ser um outro fator determinante para o cálculo dos esforços internos. A deformação em uma placa é considerada função da deformação normal ε^0 e da coordenada z da lâmina k .

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Logo, conseguimos escrever a seguinte relação de forma generalizada:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Onde κ (kapa) é o raio de giração do painel,

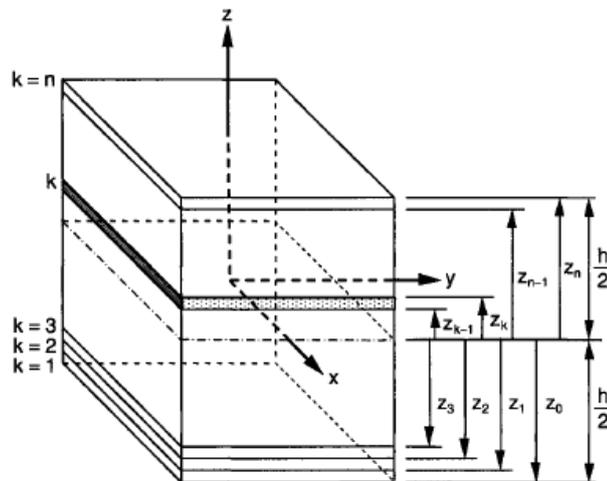


Figura 2.10: Sistema de coordenada de um laminado multidirecional. (DANIEL; ISHAI, 2006)

Toda estrutura ao ser solicitada sofre uma certa deformação, essa deformação gera um valor de tensão equivalente diretamente proporcional ao valor do carregamento aplicado. Sendo assim, pode-se equacionar essas relações da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} [N_i] \\ [M_i] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A_{ij}] & [B_{ij}] \\ [B_{ji}] & [D_{ij}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\varepsilon_i^0] \\ [\kappa_i] \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

onde, N_i são os esforços normais e M_i são momentos fletores. Esses esforços possuem unidade de aplicação do esforço por unidade de comprimento, ou seja, N/m e N.m/m em caso de utilização do Sistema Internacional.

As componentes da matriz de rigidez são definidas como:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n Q_{ij}^k (z_k - z_{k-1})$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n Q_{ij}^k (z_k^2 - z_{k-1}^2)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n Q_{ij}^k (z_k^3 - z_{k-1}^3)$$

onde k e z_k são, respectivamente, número e coordenadas espaciais superiores e inferiores de cada lâmina (Figura 2.10).

Para o cálculo das deformações a relação inversa também é válida e pode ser expressa da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} [\varepsilon_i^0] \\ [\kappa_i] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [a_{ij}] & [b_{ij}] \\ [c_{ij}] & [d_{ij}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [N_i] \\ [M_i] \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

onde,

$$[a_{ij}] = [A_{ij}]^{-1} - \{[B^*_{ij}][D^*_{ij}]^{-1}\}[C^*_{ij}]$$

$$[b_{ij}] = [B^*_{ij}][D^*_{ij}]^{-1}$$

$$[c_{ij}] = [D^*_{ij}]^{-1}[C^*_{ij}]$$

$$[d_{ij}] = [D^*_{ij}]^{-1}$$

onde,

$$[A_{ij}]^{-1} = \text{inversa da matriz } [A_{ij}]$$

$$[B^*_{ij}] = -[A_{ij}]^{-1}[B]$$

$$[C^*_{ij}] = [B][A_{ij}]^{-1}$$

$$[D^*_{ij}] = [D_{ij}] - \{[B_{ij}][A_{ij}]^{-1}\}[B_{ij}]$$

dessa forma a relação inversa segue o seguinte equacionamento:

$$\begin{bmatrix} [a_{ij}] & [b_{ij}] \\ [c_{ij}] & [d_{ij}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A_{ij}] & [B_{ij}] \\ [B_{ji}] & [D_{ij}] \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.32)$$

2.3.5 *Variação das propriedades mecânica em processos de fabricação de materiais compósitos*

A variação das propriedades mecânicas no comportamento de estruturas de compósitos é de considerável relevância. (CHIACHIO; CHIACHIO; RUS, 2012) Para lidar com essa variação, etapas de controle de qualidade são inseridas ao logo do processo, mas não é possível eliminar completamente essa variabilidade. Vários fatores afetam as propriedades de uma peça em compósito. Podendo ser citados como fatores a orientação de fibras, razão volumétrica de resina/fibra, quantidade de resina entre as camadas de fibras, porosidade da matriz polimérica, tempo e temperatura de cura, pressão aplicada no laminado no processo de cura, espessura das lâminas, etc. (YADAV; VERMA, 1997). A Figura 2.11 mostra alguns exemplos da variação dos módulos de elasticidade e tensão de ruptura de fibras de carbono disponíveis comercialmente.

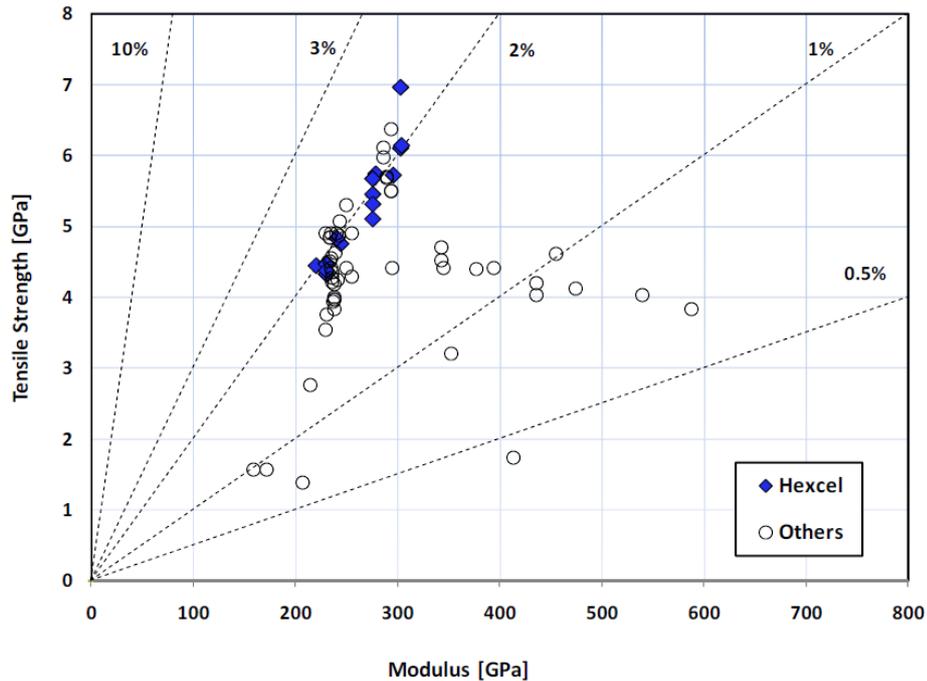


Figura 2.11: Propriedades mecânicas de fibras de carbono comerciais. (LEÓN; ZHOU, 2011)

Diante das incertezas relacionadas com todo o processo de fabricação, fatores extras de segurança devem ser inseridos nos cálculos de dimensionamento estrutural de peças fabricadas em compósitos. Esses fatores muitas vezes podem resultar em custos, peso, e inviabilizar a produção de um componente em compósito quando comparado ao processo produtivo da mesma peça fabricada em material metálico. (AZIZIAN; ALMEIDA, 2022)

Estudos anteriores sugerem que a variação nas propriedades mecânicas é de grande relevância. (BOUHAFS; SEREIR; CHATEAUNEUF, 2012) estudou influência das propriedades nos resultados de tensão em tubulações sujeitas a pressão interna; (AZIZIAN; ALMEIDA, 2022) usou técnicas de redes neurais para estudar as incertezas presentes nas propriedades mecânicas e (CHAMIS; ABUMERI, 2005) relacionou métodos computacionais para cálculo de flambagem (*Buckling*) juntamente com análises probabilísticas relacionadas com a variação nas propriedades dos materiais.

2.3.6 Critérios de falha e margem de segurança

Uma estrutura aeronáutica é projetada para suportar um determinado esforço proveniente de carregamentos em solo, voo, rajadas ou falhas. (ISCOLD, 2006) A forma de avaliar a segurança estrutural do componente é calcular os esforços internos e comparar com os admissíveis disponíveis (NIU, 1999). Em estruturas de compósitos alguns critérios de falha são exclusivos e diferem da análise em materiais metálicos. A indústria aeronáutica se baseia em normas definidas pelos órgãos homologadores. A norma para dimensionamento e tratativas em compósitos aceita pela FAA (FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION, 2024) e ANAC (AGÊNCIA NACIONAL DE AVIAÇÃO CIVIL, 2024) é AC20-107B (U.S. DEPARTMENT OF TRANSPORTATION, 2010)

Entende-se como falha da primeira lâmina (*First Ply Failure*) em um determinado compósito quando uma lâmina ou um conjunto de lâminas atinge um valor de tensão ou deformação limite. Esse tipo de falha considera que o carregamento limite é calculado pela falha da primeira lâmina (REDDY; PANDEY, 1987). Essa análise é considerada conservadora, visto que a estrutura possui uma determinada capacidade de suportar um carregamento mesmo depois da falha.

Outro critério é a falha última da lâmina (*Ultimate Laminate Failure*) (LI, Shuguang, 2020). Esse critério estabelece como sendo falha o valor de carregamento máximo suportado pelo laminado até a ruptura.

Baseando-se na falha da primeira lâmina temos algumas formas de definir o fator de segurança para a estrutura. O fator de segurança de uma estrutura é definido como uma margem entre os esforços atuantes um valor limite que a estrutura suporta.

Pode-se citar Tsai-Wu, Tsai-Hill e Hoffman como critérios mais conhecidos, mas existem vários outros métodos para cálculos de fatores de segurança (PARÍS, 2001). Cada um com sua particularidade e aplicação. Os critérios apresentados abaixo são critérios iterativos

Tsai-Wu

$$f_1\sigma_1 + f_2\sigma_2 + f_6\tau_6 + f_{11}\sigma_1^2 + f_{22}\sigma_2^2 + f_{66}\tau_6^2 + 2f_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2f_{16}\sigma_1\tau_6 + 2f_{26}\sigma_2\tau_6 = FI \quad (2.33)$$

onde:

$$f_1 = \frac{1}{F_{1t}} - \frac{1}{F_{1c}} \quad f_2 = \frac{1}{F_{2t}} - \frac{1}{F_{2c}} \quad f_{66} = \frac{1}{F_6^2}$$

$$f_{11} = \frac{1}{F_{1t}F_{1c}} \quad f_{22} = \frac{1}{F_{2t}F_{2c}} \quad f_6 = f_{16} = f_{26} = 0$$

$$f_{11} = f_{22} = \frac{1}{\sigma_{yp}^2} (f_{11}f_{22})^2 \quad f_{12} \cong -\frac{1}{2} (f_{11}f_{22})^2$$

F_{1t} : Admissível de tração da lâmina na direção longitudinal

F_{1c} : Admissível de compressão da lâmina direção longitudinal

F_{2t} : Admissível de tração da lâmina na direção transversal

F_{2c} : Admissível de compressão da lâmina direção transversal

F_6 : Admissível de cisalhamento da lâmina

Tsai-Hill

$$\frac{\sigma_1^2}{F_1^2} + \frac{\sigma_2^2}{F_2^2} + \frac{\sigma_6^2}{F_6^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{F_1^2} = FI \quad (2.34)$$

$$F_1 = \begin{cases} F_{1t} & \text{when } \sigma_1 > 0 \\ F_{1c} & \text{when } \sigma_1 < 0 \end{cases} \quad F_2 = \begin{cases} F_{2t} & \text{when } \sigma_1 > 0 \\ F_{2c} & \text{when } \sigma_1 < 0 \end{cases}$$

Hoffman

$$\left(\frac{1}{F_{1t}} - \frac{1}{F_{1c}}\right)\sigma_1 + \left(\frac{1}{F_{2t}} - \frac{1}{F_{2c}}\right)\sigma_2 + \frac{\sigma_{11}^2}{F_{1t}F_{1c}} + \frac{\sigma_{22}^2}{F_{2t}F_{2c}} + \frac{\sigma_6^2}{F_6^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{F_{1t}F_{1c}} \quad (2.35)$$

$$= FI$$

Falhas ocorrem quando $FI > 1$.

Os critérios mencionados são baseados em valores de tensão do material e por isso esses valores devem estar dentro de um admissível que foi extraído de ensaios. Porém, existem outras formas de se garantir a integridade estrutural de um componente.

O escopo desse trabalho é avaliar a estrutura sujeita a níveis de tensões abaixo dos valores de falha. O critério de falha apresentado está relacionado a estabilidade estrutural e é conhecido como flambagem.

2.3.7 Boas práticas utilizadas em projetos de estruturas em compósitos

Um laminado com sequenciamento de lâminas dispostas em 0° , $\pm 45^\circ$, 90° é conhecido como QUAD. Esse tipo de laminado, apesar de não ter um documento válido estabelecendo essa configuração, é utilizado até os dias de hoje em diversos programas de desenvolvimento. (WERTHEN; DÄHNE, 2016) Desde a década de 1960, a configuração QUAD é utilizada na indústria aeronáutica como um baseline de projetos em compósitos (TSAI, 2021). Apesar de apresentar vantagens, existem algumas limitações em relação a otimização de peso e resistência. Essa limitação se deve ao fato das lâminas possuírem angulações predeterminadas (0° , $\pm 45^\circ$, 90°).

A indústria aeronáutica utiliza-se de boas práticas para desenvolvimento de estruturas em compósitos, essas orientações são utilizadas para minimizar alguns efeitos indesejados e garantir qualidade no processo de fabricação.

1. Os laminados devem possuir lâminas orientadas em sequência predeterminadas e em número suficiente para determinar uma homogeneização das propriedades do laminado. A homogeneização do laminado permite uma melhor distribuição de tensão, fazendo com que o laminado resista melhor a danos e possua uma melhor distribuição de tensão em furos da geometria. (U.S. DEPARTMENT OF DEFENSE, 2002)

2. O sequenciamento de lâminas deve possuir pelo menos 4 grupos com orientações distintas 0° , $\pm 45^\circ$, 90° , com um mínimo de 10% em cada direção. Dessa forma o laminado pode suportar melhor efeitos de não-linearidade e fluência do material. Fluência refere-se às características distintas entre os reforçadores e a matriz, que pode ser polimérica. Efeitos de não linearidade podem ser relacionados às alterações das propriedades mecânicas com o aumento da temperatura ou umidade. (U.S. DEPARTMENT OF DEFENSE, 2002)
3. Minimizar o empilhamento de lâminas com a mesma orientação. Utilizar no máximo 4 lâminas com a mesma orientação de forma sequencial. Essa boa prática evita efeitos de delaminação e falha da matriz, principalmente em juntas de cisalhamento. (U.S. DEPARTMENT OF DEFENSE, 2002)
4. Plano de simetria. Os laminados devem ser simétricos, ou seja, possuírem um plano de simetria entre duas lâminas. Essa configuração permite que a matriz de rigidez do laminado possua o termo de acoplamento zerado. Isso significa que os esforços de tração não geram deformações fora do plano e carregamento de flexão não gera momento de torção e deformações no plano (DANIEL; ISHAI, 2006)

2.4 Double-Double

Em 2021, uma nova abordagem denominada Double-Double (DD) foi proposta por Tsai, (2021). Essa configuração apresenta uma nova proposta para o empilhamento das camadas. Totalmente diferente da antiga configuração QUAD, o DD proporciona uma configuração de empilhamento mais otimizada. As lâminas na configuração DD são dispostas em 2 conjuntos de orientações definidas $[\pm\Psi/\pm\Phi]$.

A configuração mais moderna, DD, oferece vantagens em relação ao QUAD. Dentre elas, pode-se citar: otimização da direção das lâminas por não possuir um valor padrão de orientação, menor complexidade na fabricação, menos camadas já garantem uma homogeneização do laminado, tamanho mínimo do bloco de laminado é cerca de 1/10 do tamanho mínimo do QUAD. Característica de redução de peso são relevantes para a indústria aeronáutica. (TSAI, 2021) A Figura 2.12 mostra uma redução de peso 41.5% de uma estrutura usando a metodologia DD em relação a mesma estrutura usando QUAD. Outros estudos sugerem redução de peso em estruturas na ordem de 20%. (NIELSEN; BUTLER; RHEAD, 2018)

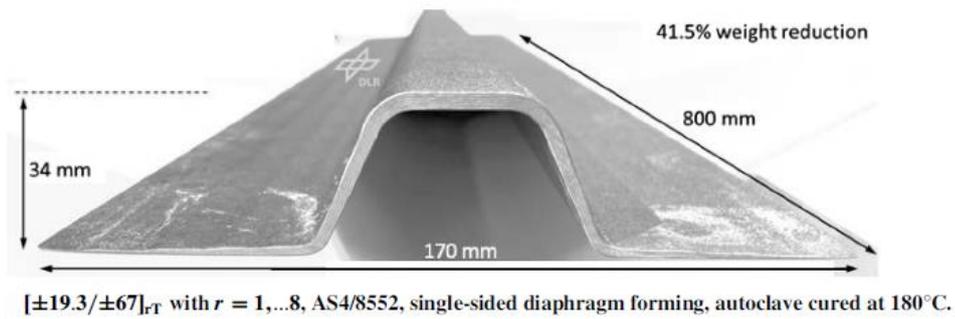


Figura 2.12: Redução de peso de um perfil utilizando técnica Double-Double. (TSAI, 2021)

2.5 Estabilidade estrutural

A instabilidade estrutural, também conhecida como flambagem, é caracterizada pela flexão lateral de uma estrutura esbelta ao ser submetida a um carregamento de compressão. Esse critério de falha pode ocorrer mesmo em níveis de tensão abaixo do limite elástico do material. (HIBBELER, 2010)

O cálculo da carga crítica de flambagem foi resolvido pelo matemático suíço Leonhard Euler em 1757. A carga de flambagem para uma viga de material isotrópico de comprimento L , momento de inércia I e módulo de elasticidade E , pode ser definida como:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_f^2} \quad (1)$$

onde, L_f é o comprimento efetivo da viga e depende das condições de apoio.

Usando a mesma formulação de Euler e fazendo uma extrapolação para uma estrutura bidimensional chega-se na seguinte formulação para carga de flambagem para um painel fino com carregamento axial (NIU, 1999):

$$F_{cr} = \frac{k_b \pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{L}\right)^2 \quad (2)$$

onde:

k_b : é o coeficiente de flambagem e depende das condições de engastamento e da razão comprimento/largura

ν : é coeficiente de Poisson do material

A formulação apresentada resolve o problema de forma analítica. Como o objetivo do trabalho é estudar os resultados numéricos desse modo de falha a abordagem mais adequada é a solução do problema usando modelos matemáticos aproximados. A solução para estabilidade em um painel de compósito pode ser calculada através de um problema de autovetor / autovalor, onde o menor autovalor λ_i encontrado para a solução do equacionamento abaixo representa o valor crítico da carga de flambagem. (ABAQUS, 2024)

$$(K_0^{NM} + \lambda_i K_{\Delta}^{NM})V_i^M = 0 \quad (2.36)$$

onde:

$[K_0^{NM}]$: é a matriz de rigidez correspondente ao estado inicial.

$[K_{\Delta}^{NM}]$: é a matriz de rigidez devido ao incremento de carga.

λ_i : autovalores

$[V_i^M]$: os modos de flambagem (autovetores)

M e N : são os graus de liberdade do modelo

2.6 Método de Monte Carlo

O Método de Monte Carlo, é um método estatístico para solução de problemas cuja amostragem populacional é concebida a partir de geração de dados aleatórios. (METROPOLIS, 1987)

A utilização do método se deu pela primeira vez próximo ao fim da Segunda Guerra Mundial no Laboratório de Armas Nucleares Los Alamos, Estados Unidos, na construção da bomba atômica. Conforme Ulam; Richtmyer e Von Neumann (1947) e Metropolis e Ulam (1949), uma parte do projeto *Manhattan* envolvendo simulação computacional foi desenvolvido com base no método. Este, desde então, é empregado na tentativa de calcular as aproximações numéricas de funções complexas. Essas técnicas normalmente estão relacionadas com a construção e observação de alguma distribuição de probabilidades e o uso da amostra obtida

para aproximar a função de interesse do estudo. Conhecido também como Simulação Estocástica, o método relativamente simples e fácil de se implementar.

O método é utilizado em simulação visando criar uma população de números aleatórios atribuindo estes às variáveis do sistema que se está investigando. (LUSTOSA; PONTE; DOMINAS, 2004) Estes números, podem ser obtidos através de vários artifícios, tais como, planilhas, sorteios, tabelas ou também de softwares utilizados na análise. (SARAIVA JR.; TABOSA; COSTA, 2011) A cada iteração estabelecida, o resultado passa a ser armazenado e, ao finalizar todo o processo, os resultados são transformados em distribuição de frequência onde pode-se calcular as modalidades estatísticas tais como: média, valores mínimos e máximos, desvio padrão, além de possibilitar ao executor, a projeção de cenários posteriores ao sistema da análise. Isto pode ser entendido como uma facilidade de tomada de decisões onde envolvem riscos e incertezas. (LUSTOSA; PONTE; DOMINAS, 2004)

A Figura 2.13 apresenta um esquema com as etapas para a aplicação do Método de Monte Carlo:

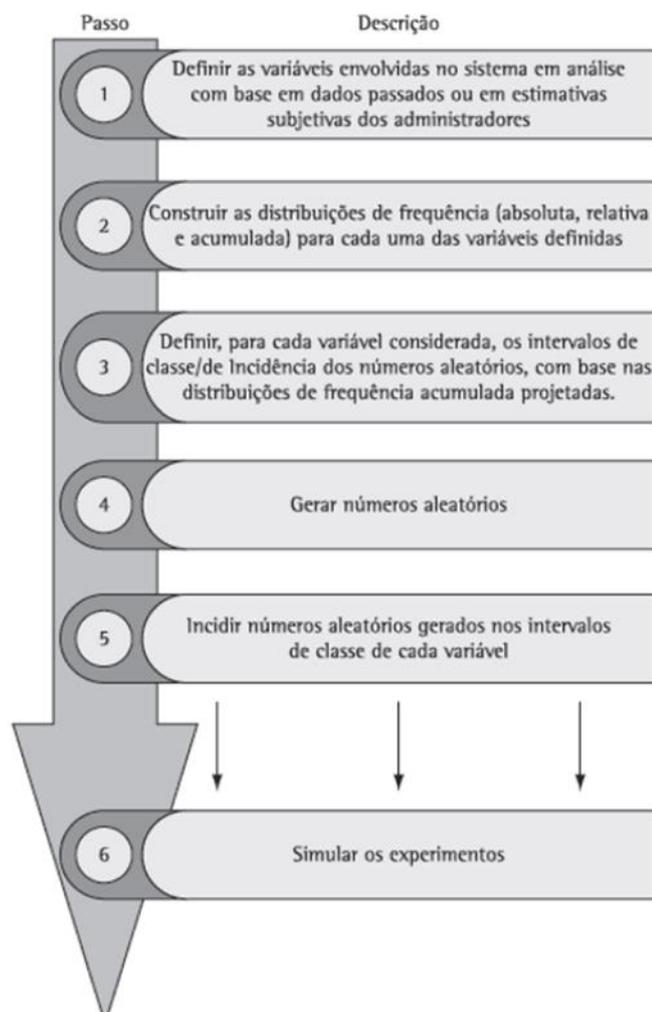


Figura 2.13: Etapas para aplicação do Método de Monte Carlo. (LUSTOSA; PONTE; DOMINAS, 2004)

2.7 Índices de Sobol

Análise de sensibilidade global através dos índices de Sobol é utilizada em várias áreas de pesquisa. Atualmente, aplica-se a metodologia na previsão de modelos matemáticos para descrever o comportamento de algumas doenças na população. Recentemente, pôde-se observar tal uso durante as pandemias do Coronavírus SARS-CoV-2 (TOSIN; CÔRTEZ; CUNHA, 2020) e o Zika vírus. (DANTAS; TOSIN; CUNHA JR., 2019)

Em engenharia, a análise de sensibilidade global foi utilizada, dentre outros, por Nguyen (2020) para verificar a influência no carregamento compressivo de arcos de aço utilizados em construção civil e por Gaspar; Teixeira e Guedes (2016) no estudo de parâmetros dimensionais e propriedades mecânicas envolvidos nos cálculos de flambagem de painéis reforçados.

Análise de sensibilidade global é um processo capaz de quantificar a contribuição de cada parâmetro de entrada em relação ao resultado apresentado através de um modelo matemático. Esse tipo de análise é capaz de descrever a relação de resposta entre uma variável de entrada e o resultado do modelo. Em alguns casos também é possível avaliar a interação entre dois ou mais parâmetros no resultado do modelo matemático. Para casos onde existe uma relação direta entre a variável de entrada e o resultado, é possível observar essa relação calculando-se o índice de Sobol de primeira ordem, para casos onde existem mais relações entre duas ou mais variáveis e a resposta do sistema, tem-se índices de Sobol de ordem superiores. Esses índices terão graus superiores quanto maior for a interdependência entre as variáveis de entrada e a resposta ao sistema.

Para descrever o algoritmo por traz da análise, é definido $X = (X_1, X_2, \dots, X_m)$ como sendo os parâmetros de entrada de um modelo matemático definido como $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m)$. X_1, X_2, \dots, X_m são as amostras de parâmetros de entrada gerados de forma aleatória e que produzem uma saída Y . (TOSIN; CÔRTEZ; CUNHA, 2020) Sendo assim:

Para Índices de Sobol de Primeira Ordem tem-se:

$$S_i = \frac{Var[E(Y|X_i)]}{Var[Y]} \quad (2.37)$$

Índices de Sobol de ordem superior:

$$S_{ij} = \frac{Var[E(Y|X_i, X_j)]}{Var[Y]} \quad (2.38)$$

onde:

$Var[Y]$ é variância calculada da resposta do modelo, ou seja, variância dos resultados

$E(Y|X_i)$ valor esperado da saída do modelo condicionado à variável X_i

$E(Y|X_i, X_j)$ valor esperado da saída do modelo condicionado à variável X_i e X_j

3 METODOLOGIA

A metodologia utilizada no trabalho segue o fluxograma da Figura 3.1

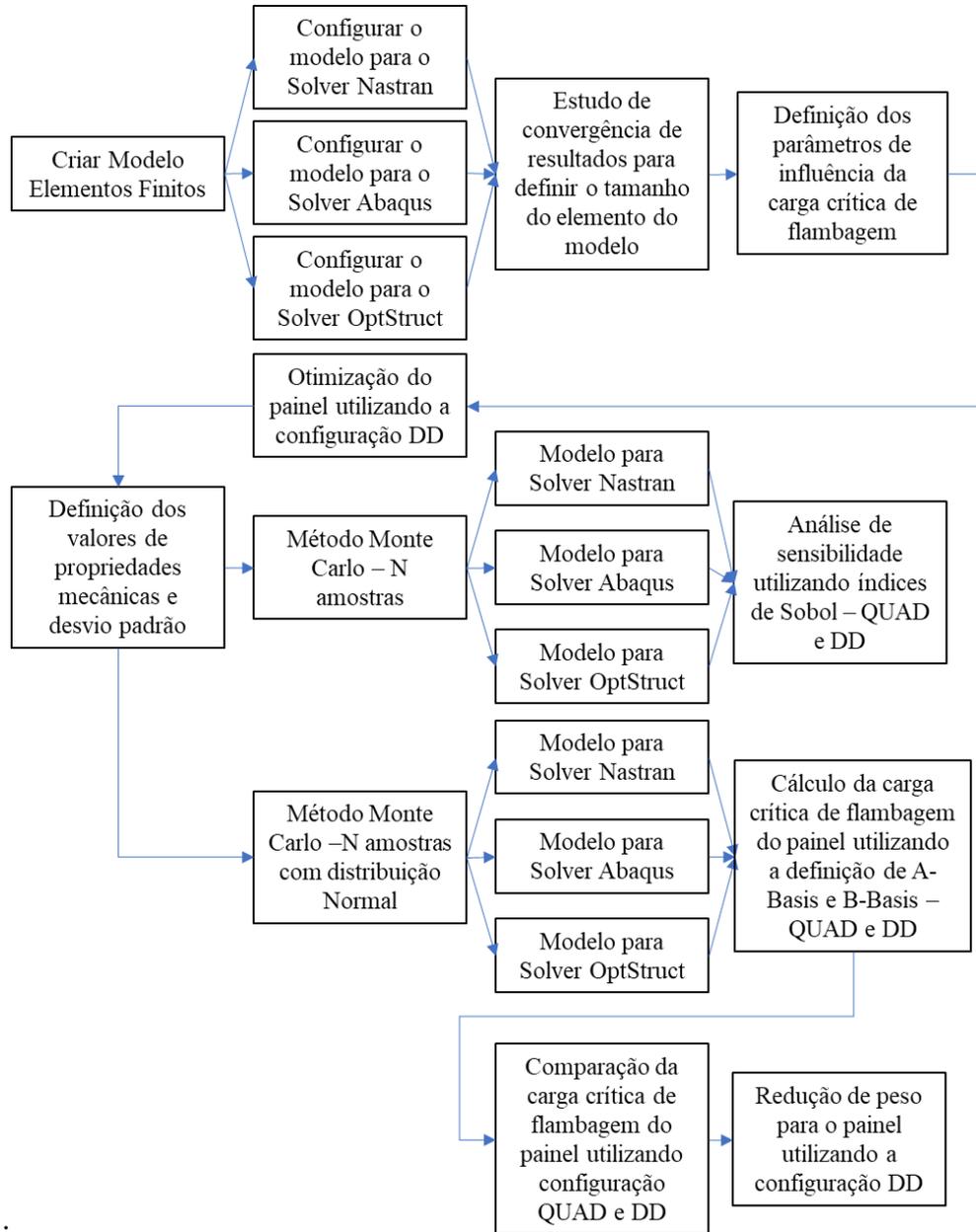


Figura 3.1: Fluxograma de construção da metodologia utilizada no trabalho

3.1 Materiais e métodos

O corpo de prova objeto desse estudo é um painel fabricado em fibra de carbono unidirecional imersas numa matriz de resina epóxi. O material base é disponibilizado pela fabricante *Hexcel* (HEXCEL COMPORTATION, 2023). O material utilizado é *HexTow® Continuous Carbon Fiber AS4*, as propriedades mecânicas estão disponíveis na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Propriedades *HexTow® AS4*. (CABRAL *et al.*, 2020)

Propriedade	(CABRAL <i>et al.</i> , 2020)	
E_1	119	GPa
E_2	9.8	GPa
ν_{12}	0.316	-
G_{12}	4.70	GPa
G_{13}	1.76	GPa
G_{23}	1.76	GPa
Espessura da lâmina	0.186	mm

O painel reforçado foi fabricado pela *Delft Aerospace Structure* (2023). O mesmo foi construído em três etapas: na primeira, 32 camadas foram dispostas umas sobre as outras de forma a constituir a base do painel; na segunda etapa, os reforçadores foram construídos utilizando-se 20 camadas e em formato de “L”, para posterior corte e colagem formando um reforçador de perfil “T” simétrico; na terceira etapa, os reforçadores foram unidos ao painel e deu-se continuidade ao processo de cura. Depois de confeccionado, o painel foi retrabalhado para obter as dimensões finais desejadas. Para fixação do painel na máquina de ensaio, modelou-se um bloco de resina à 50mm das extremidades. A dimensão válida para o ensaio é a região livre entre os blocos de fixação.

Foram fabricados 3 corpos de prova para validação dos resultados experimentais. A Figura 3.2 mostra os painéis utilizados no experimento, já as dimensões podem ser vistas em detalhe na Figura 3.3.

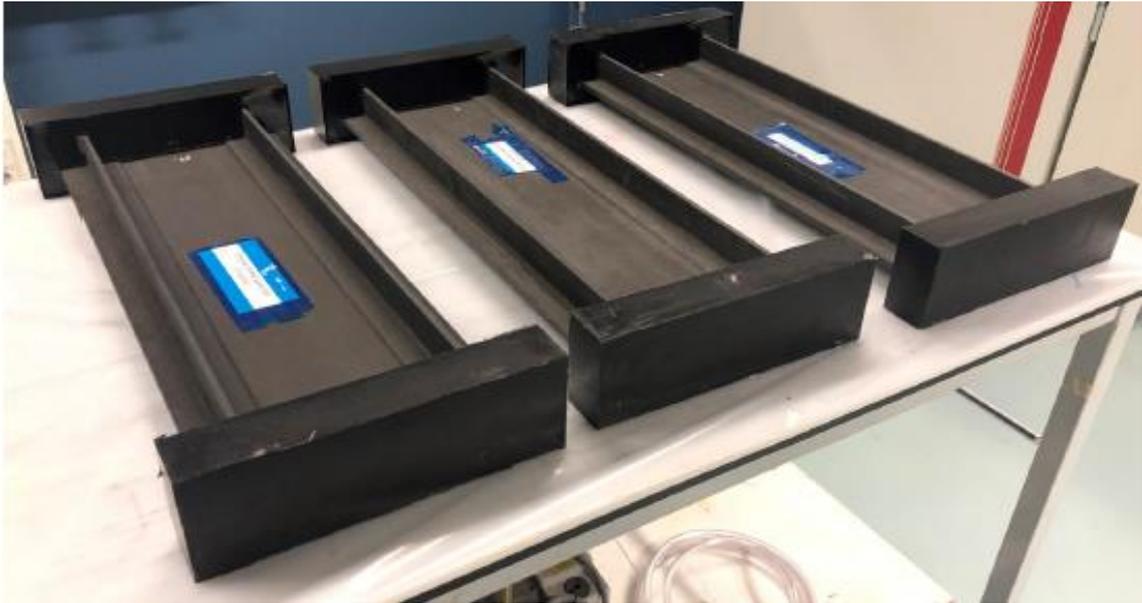


Figura 3.2: Painéis fabricados pela *Delft Aerospace Structure*. (CABRAL *et al.*, 2020)

A configuração do laminado usado na base do painel é $[90/45/0/0/-45/0/0/45/90/90/45/0/-45/0/0/-45]_s$, já os reforçadores possuem a seguinte configuração $[45/0/0/-45/0/0/-45/0/45/90]_s$, sendo que a alma do reforçador possui um plano de simetria, a configuração passa a ser $[45/0/0/-45/0/0/-45/0/45/90]_{2s}$.

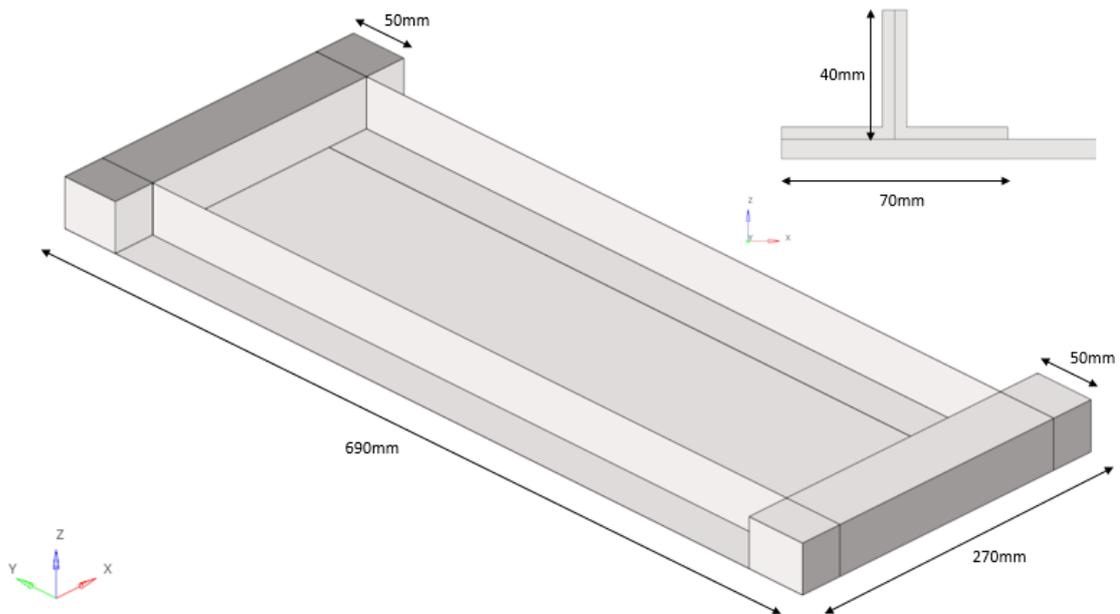


Figura 3.3: Dimensões do corpo de prova

Foram ensaiados 3 painéis em diferentes momentos e os resultados dos ensaios podem ser vistos na Tabela 3.2. Os valores de carga de flambagem obtidas nos ensaios foram utilizados para validação do modelo numérico.

Tabela 3.2: Dados dos ensaios fornecidos por Cabral *et al.* (2020)

Experimental	Pcr[kN]
Panel 1	739.9
Panel 2	740.3
Panel 3	738.0

3.2 Modelo de elemento finitos

O modelo de elemento finitos desenvolvido para o estudo foi baseado no artigo apresentado por Cabral *et al.* (2020). O mesmo tipo de elemento e condições de contorno similares foram utilizados. O *software HyperMesh®* foi utilizado no detalhamento e construção dos modelos. Esse *software* possui uma interface capaz de gerar modelos para diversas plataformas de cálculo, com isso, foi possível garantir a equivalência dos modelos a serem estudados (Posicionamento dos nós, qualidade, orientação e tamanho dos elementos)

3.2.1 Tipo de elemento

O modelo em questão possui 4 propriedades distintas que foram propositalmente separadas para garantir a correta orientação das lâminas de construção do laminado. A malha dos reforçadores possui conexão com a malha do painel através de nós compartilhados, ou seja, os elementos das bases dos reforçadores e o painel possuem nós coincidentes nas regiões de interface. O modelo foi construído utilizando-se elementos de placa, ou seja, 2D e para ser coerente com a geometria do painel, foram aplicados *offsets* nas propriedades dos elementos. A Figura 3.4 mostra graficamente os *offsets*, espessuras e as propriedades dos elementos de placa em cada região. Essa visualização facilita o entendimento e a conferência do modelo, apesar de visualmente assemelhar-se a elementos sólidos. Esse formato visual é somente uma ferramenta utilizada para conferência e não influencia nos resultados ou formulação dos elementos do modelo.

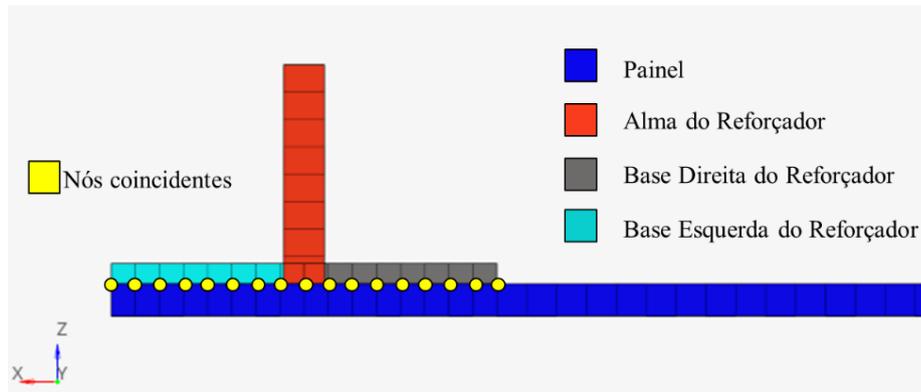


Figura 3.4: Detalhamento da região de interface entre reforçadores e painel

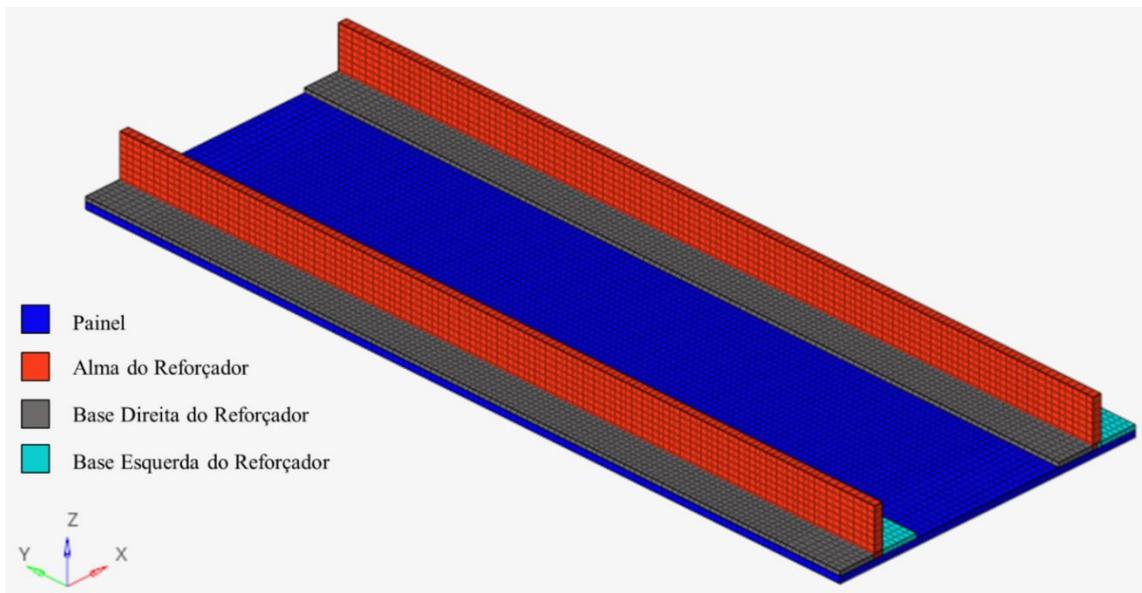


Figura 3.5: Modelo de elementos finitos. Elemento de placa 2D, com visualização de espessura para facilitar distinção entre diferentes propriedades.

3.2.2 Configuração do modelo

Em compósitos, as propriedades são dependentes da orientação. Sendo assim, se torna de fundamental importância a configuração de vetores para definição das propriedades dentro desse tipo de modelo. Para materiais isotrópicos, a orientação dos elementos e do material se torna irrelevante, apesar de ser altamente recomendado que esses parâmetros também sejam configurados.

A Figura 3.6 representa os vetores normais aos elementos. Esses vetores são os mesmos representados na Figura 2.3 pelo vetor z_{element} . Essa direção está relacionada ao *offset* e

espessura da camada em cada propriedade. A direção normal define as camadas inferiores e superiores do elemento.

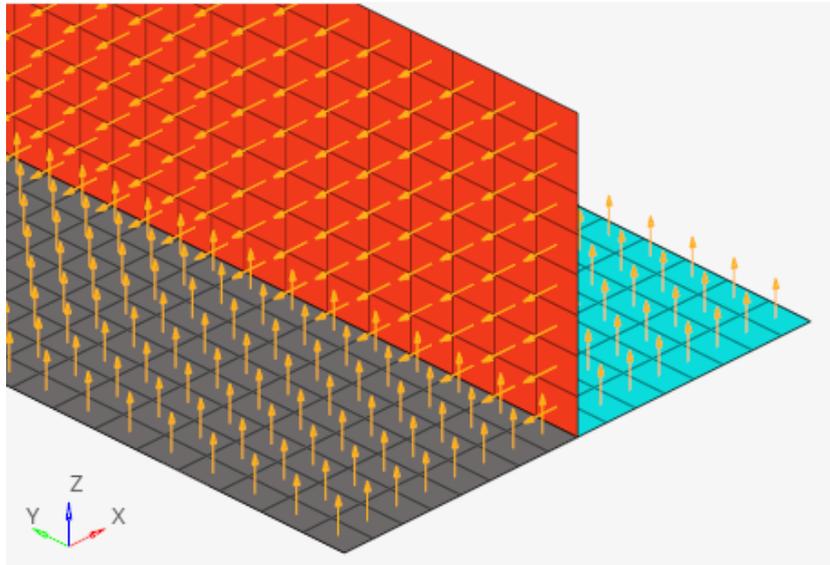


Figura 3.6: Representação do vetor normal dos elementos dos reforçadores do painel. A normal do painel está no sentido $-Z$. Não está representada para não poluir a imagem

A Figura 3.7 mostra os vetores de orientação dos elementos e do material, que por sua vez, são paralelos. Esse vetor é apresentado pelos vetores x_{element} e x_{material} da Figura 2.3 e define a direção da lâmina no laminado *pre-preg* utilizado para construção do painel

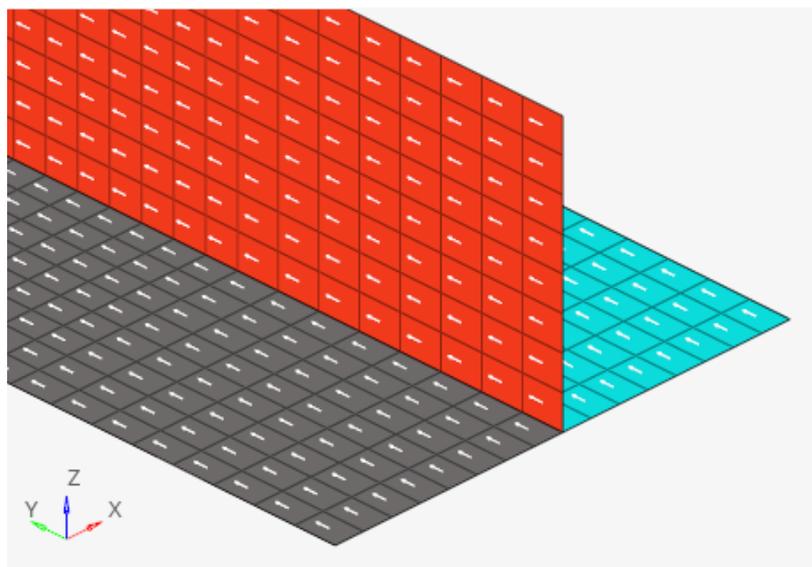


Figura 3.7: Representação do vetor de orientação do material e elemento. A orientação dos vetores do painel está no sentido $+Y$. Não está representada para não poluir a imagem.

3.2.3 Propriedades e material

Diferente de uma modelagem utilizando um material isotrópico, um modelo em compósito possui formas distintas de identificar as propriedades do material. Isso se deve ao fato do compósito ser um material com características dependentes da direção. A propriedade de um compósito é definida com as constantes de engenharia, orientação, espessura e sequência de empilhamento das lâminas (*Stack Sequence*). A Figura 3.8 mostra de forma esquemática como é definida a sequência de empilhamento de camadas. A definição de primeira e última lâmina é baseada na orientação normal dos elementos, $z1$ é definido como sendo a primeira camada e $z2$ como sendo a última camada. Em alguns *Solvers*, também podem-se encontrar denominações como *Top* e *Bot*.

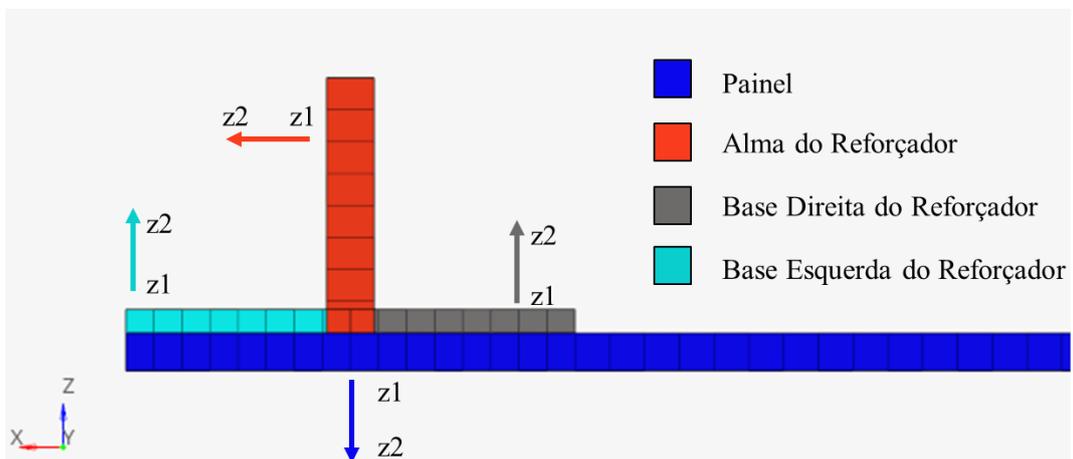


Figura 3.8: Sequência de empilhamento de camadas

Após a definição de orientação do material e normal dos elementos é esperado que a sequência de empilhamento obedeça a mesma lógica de construção que o modelo ensaiado. A Figura 3.9 ilustra a direção da primeira camada ($z1$) tanto na base quando na alma dos reforçadores. Também foram verificadas as angulações das camadas internas de cada parte do modelo com a finalidade de validar o modelamento correto da propriedade em questão.

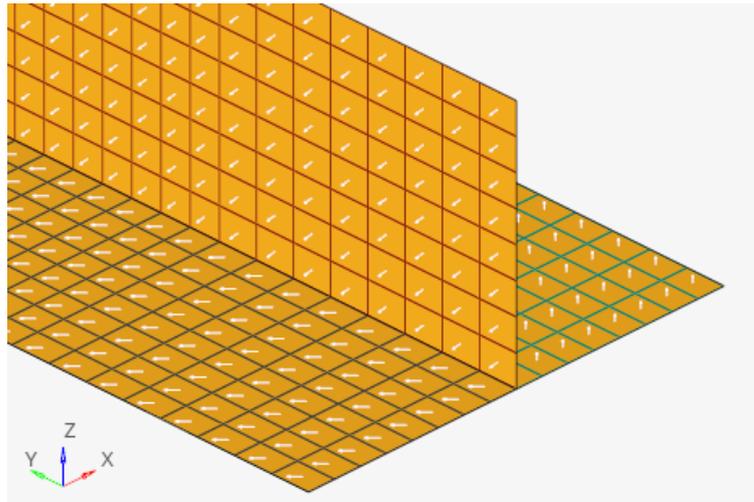


Figura 3.9: Direção da primeira camada do laminado do reforçador ($z1$)

3.2.4 Condições de contorno e carregamento

A condição de contorno de um modelo de elementos finitos é determinante para representação do problema físico no âmbito numérico. Para o estudo em questão, foram utilizadas 2 condições de contorno para descrever o teste experimental descrito por Cabral *et al.* (2020).

3.2.4.1 Aplicação de carga por meio de deslocamentos forçados

Aplicação de carga através de imposição de deslocamentos forçados consiste em aplicar um valor de translação e/ou rotação em determinados nós. Esse método é o mesmo utilizado por Cabral *et al.* (2020) em seu estudo e, por esse motivo, o primeiro modelo a ser analisado no estudo foi modelado dessa forma. Esse modelo possui restrições de translação a 50mm das extremidades e aplicação dos deslocamentos forçados, na direção de compressão do painel, em uma extremidade e na outra restrição translacional nas 3 direções principais (x,y e z).

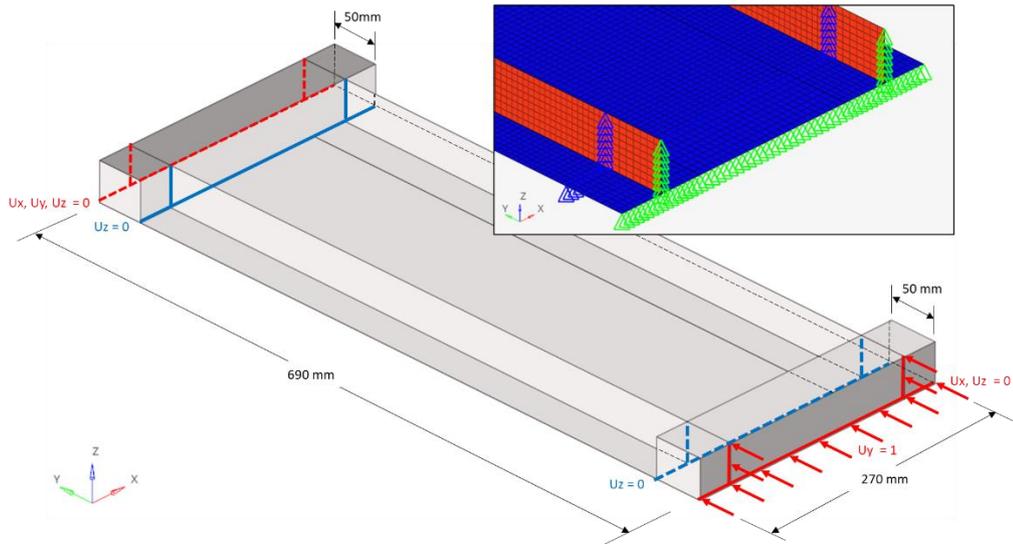


Figura 3.10: Aplicação de Carga – Deslocamento Forçado

3.2.4.2 Aplicação de carga por meio de um vetor de força

Uma segunda metodologia foi utilizada para simular o painel em compressão. Utilizando um elemento rígido aplica-se uma força de compressão ao nó central na altura da linha neutra.

A estabilidade estrutural depende da posição de aplicação de carga. A aplicação de uma força fora da linha neutra gera um momento desestabilizador no painel e pode mascarar o valor do carregamento compressivo máximo (Carga crítica de flambagem). Então, fez-se necessário o cálculo do posicionamento correto do ponto de aplicação de carga. Com isso, a carga é aplicada no ponto corresponde à posição da linha neutra da seção transversal do painel. Dessa forma, o carregamento não gera nenhum momento desestabilizador.

A posição da linha neutra em uma seção transversal é definida como:

$$x_{C.G.} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} \quad (3.1)$$

onde:

$x_{C.G.}$: Posição da linha neutra no plano em relação à origem.

A_i : Área transversal.

x_i : Posição do centroide da Área transversal A_i .

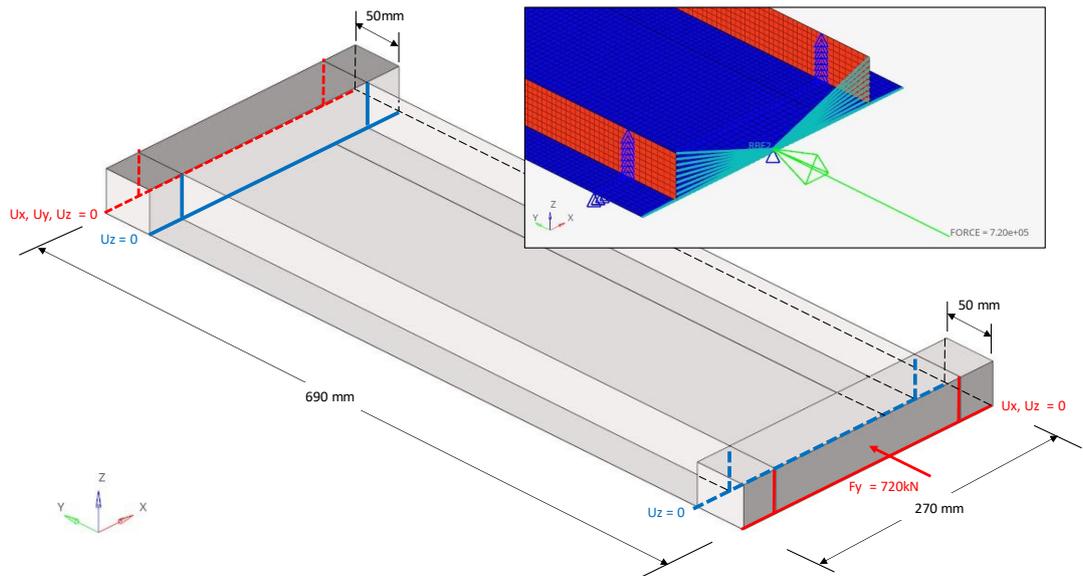


Figura 3.11: Aplicação de carga – Vetor força

3.2.5 Automatização para gerar os cartões FEM para a simulação de Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo exige um número considerável de amostras. Para realização dessa etapa do estudo foram criadas rotinas no *Microsoft Excel®* Visual Basic for Applications (VBA) capazes de gerar modelos baseados nos valores de propriedades mecânicas e geométricas disponibilizados.

O primeiro passo na criação dos modelos foi a elaboração de um arquivo contendo todas as informações a serem alteradas. Esse arquivo foi criado com o auxílio da ferramenta *Microsoft Excel®* utilizando os valores das propriedades mecânicas e geométricas geradas através de Monte Carlo. O arquivo em questão possui formatação específica de cada Solver. A Figura 3.12 e Figura 3.13 mostram os arquivos contendo as informações a serem alteradas.

```

1 MAT8.....1100775.010807.0.0.431...4571.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-1.9...0.164CR15
2 MAT8.....1108573.010008.0.0.427...4856.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-0.6...0.158CR15
3 MAT8.....197638.0.9907.0.0.170...4657.0..1760.0..1760.0..0.00158.....0.2...0.184CR15
4 MAT8.....1136659.08813.0.0.408...4124.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-1.8...0.193CR15
5 MAT8.....1114259.09273.0.0.436...4394.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-0.4...0.168CR15
6 MAT8.....199942.0.10599.0.0.408...4961.0..1760.0..1760.0..0.00158.....1.7...0.160CR15
7 MAT8.....1112855.08948.0.0.255...4066.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-0.7...0.165CR15
8 MAT8.....199787.0.9356.0.0.165...4432.0..1760.0..1760.0..0.00158.....0.7...0.166CR15
9 MAT8.....1133146.010685.0.0.330...4397.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-0.2...0.211CR15
10 MAT8.....1116224.09848.0.0.323...5270.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-1.6...0.210CR15
11 MAT8.....1100601.010606.0.0.460...4077.0..1760.0..1760.0..0.00158.....0.2...0.169CR15
12 MAT8.....1119378.08679.0.0.431...5140.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-1.1...0.192CR15
13 MAT8.....199798.0.10616.0.0.235...4960.0..1760.0..1760.0..0.00158.....0.5...0.199CR15
14 MAT8.....1114802.09870.0.0.336...4445.0..1760.0..1760.0..0.00158.....1.3...0.197CR15
15 MAT8.....1124424.09202.0.0.447...4394.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-1.2...0.158CR15
16 MAT8.....1131167.09087.0.0.346...5191.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-1.6...0.175CR15
17 MAT8.....1140476.08755.0.0.273...5073.0..1760.0..1760.0..0.00158.....1.1...0.208CR15
18 MAT8.....1139551.09610.0.0.184...5289.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-1.1...0.160CR15
19 MAT8.....1142049.08969.0.0.440...4138.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-1.9...0.184CR15
20 MAT8.....1101379.08855.0.0.372...4926.0..1760.0..1760.0..0.00158.....1.0...0.192CR15
21 MAT8.....1127907.09478.0.0.297...5199.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-0.2...0.182CR15
22 MAT8.....1135477.09117.0.0.209...4455.0..1760.0..1760.0..0.00158.....0.8...0.198CR15
23 MAT8.....1133331.09025.0.0.253...4487.0..1760.0..1760.0..0.00158.....1.6...0.187CR15
24 MAT8.....1105711.010275.0.0.426...4383.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-1.0...0.168CR15
25 MAT8.....1117424.09815.0.0.267...4483.0..1760.0..1760.0..0.00158.....0.0...0.197CR15
26 MAT8.....1114366.010108.0.0.284...4254.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-1.3...0.178CR15
27 MAT8.....1117558.010096.0.0.376...4218.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-1.3...0.214CR15
28 MAT8.....1115233.010326.0.0.274...4192.0..1760.0..1760.0..0.00158.....-1.5...0.207CR15

```

Figura 3.12: Arquivo de Input para Simulação de Monte Carlo utilizando *Nastran*® e *OptStruct*®

```

1 MAT8,1,100775,10807,0.431,4571,1760,1760,0.00158,-1.9,0.164CR15
2 MAT8,1,108573,10008,0.427,4856,1760,1760,0.00158,-0.6,0.158CR15
3 MAT8,1,97638,9907,0.17,4657,1760,1760,0.00158,0.2,0.184CR15
4 MAT8,1,136659,8813,0.408,4124,1760,1760,0.00158,-1.8,0.193CR15
5 MAT8,1,114259,9273,0.436,4394,1760,1760,0.00158,-0.4,0.168CR15
6 MAT8,1,99942,10599,0.408,4961,1760,1760,0.00158,1.7,0.160CR15
7 MAT8,1,112855,8948,0.255,4066,1760,1760,0.00158,-0.7,0.165CR15
8 MAT8,1,99787,9356,0.165,4432,1760,1760,0.00158,0.7,0.166CR15
9 MAT8,1,133146,10685,0.33,4397,1760,1760,0.00158,-0.2,0.211CR15
10 MAT8,1,116224,9848,0.323,5270,1760,1760,0.00158,-1.6,0.210CR15
11 MAT8,1,100601,10606,0.46,4077,1760,1760,0.00158,0.2,0.169CR15
12 MAT8,1,119378,8679,0.431,5140,1760,1760,0.00158,-1.1,0.192CR15
13 MAT8,1,99798,10616,0.235,4960,1760,1760,0.00158,0.5,0.199CR15
14 MAT8,1,114802,9870,0.336,4445,1760,1760,0.00158,1.3,0.197CR15
15 MAT8,1,124424,9202,0.447,4394,1760,1760,0.00158,-1.2,0.158CR15
16 MAT8,1,131167,9087,0.346,5191,1760,1760,0.00158,-1.6,0.175CR15
17 MAT8,1,140476,8755,0.273,5073,1760,1760,0.00158,1.1,0.208CR15
18 MAT8,1,139551,9610,0.184,5289,1760,1760,0.00158,-1.1,0.160CR15
19 MAT8,1,142049,8969,0.44,4138,1760,1760,0.00158,-1.9,0.184CR15
20 MAT8,1,101379,8855,0.372,4926,1760,1760,0.00158,1.0,0.192CR15
21 MAT8,1,127907,9478,0.297,5199,1760,1760,0.00158,-0.2,0.182CR15

```

Figura 3.13: Arquivo de Input para Simulação de Monte Carlo utilizando *Abaqus*®

O segundo passo na automatização foi a criação de um software capaz de ler o arquivo FEM e reescrevê-lo com as devidas alterações. A Figura 3.14 representa a linha correspondente ao material e a Figura 3.15 as propriedades do laminado. Essas duas informações são modificadas conforme o arquivo gerado no passo anterior. O software foi escrito para que as informações lidas no arquivo de Input fossem alteradas dentro do arquivo original do modelo. Cada arquivo gerado possui um nome correspondente às propriedades modificadas dentro do cartão. A Figura

3.16 mostra os arquivos criados para o *Solver Nastran*®. O mesmo padrão de nome e estrutura dos arquivos foram criados para os 3 *Solvers*.

```

24448  $$-----$ CRLE
24449  $$.....Material Definition Cards.....$ CRLE
24450  $$-----$ CRLE
24451  $$CRLE
24452  $$..MAT8 DataCRLE
24453  $CRLE
24454  $HMNAME MAT.....1"AS4".."MAT8"CRLE
24455  $HWCOLOR MAT.....1.....20CRLE
24456  MAT8.....1119000.09800.0..0.316...4700.0..1760.0..1760.0..0.00158 CRLE
24457  $$CRLE
24458  $$-----$ CRLE

```

Figura 3.14: Propriedades do material – *Nastran*®.

```

24363  $$-----$ CRLE
24364  $$.....Property Definition for Surface and Volume Elements.....$ CRLE
24365  $$-----$ CRLE
24366  $HMNAME PROP.....2"StrBase RH"4CRLE
24367  $HWCOLOR PROP.....2.....25CRLE
24368  PCOMP.....2.....0.0.....CRLE
24369  .....1.....0.186.....-45.0.....YES.....1.....0.186.....0.0.....YESCRLE
24370  .....1.....0.186.....0.0.....YES.....1.....0.186.....45.0.....YESCRLE
24371  .....1.....0.186.....0.0.....YES.....1.....0.186.....0.0.....YESCRLE
24372  .....1.....0.186.....45.0.....YES.....1.....0.186.....0.0.....YESCRLE
24373  .....1.....0.186.....-45.0.....YES.....1.....0.186.....-90.0.....YESCRLE
24374  .....1.....0.186.....-90.0.....YES.....1.....0.186.....-45.0.....YESCRLE
24375  .....1.....0.186.....0.0.....YES.....1.....0.186.....45.0.....YESCRLE
24376  .....1.....0.186.....0.0.....YES.....1.....0.186.....0.0.....YESCRLE
24377  .....1.....0.186.....45.0.....YES.....1.....0.186.....0.0.....YESCRLE
24378  .....1.....0.186.....0.0.....YES.....1.....0.186.....-45.0.....YESCRLE

```

Figura 3.15: Sequência de empilhamento do laminado e respectivas orientações – *Nastran*®

Nome	Status	Data de modificação
 1CV_Nas_E1_114076p0E2_9965p0nu_0p332G12_4618p0Alpha_0p1Tck_0p185.bdf		04/02/2024 18:17
 1CV_Nas_E1_119857p0E2_10045p0nu_0p333G12_4665p0Alpha_1p9Tck_0p184.bdf		04/02/2024 18:17
 1CV_Nas_E1_117526p0E2_9807p0nu_0p330G12_4691p0Alpha_-1p8Tck_0p182.bdf		04/02/2024 18:17
 1CV_Nas_E1_124871p0E2_10089p0nu_0p299G12_4813p0Alpha_-0p3Tck_0p181.bdf		04/02/2024 18:17
 1CV_Nas_E1_125987p0E2_9799p0nu_0p350G12_4840p0Alpha_1p7Tck_0p192.bdf		04/02/2024 18:17
 1CV_Nas_E1_115422p0E2_9607p0nu_0p285G12_4713p0Alpha_0p0Tck_0p192.bdf		04/02/2024 18:17
 1CV_Nas_E1_115829p0E2_9603p0nu_0p356G12_4680p0Alpha_-1p5Tck_0p189.bdf		04/02/2024 18:17
 1CV_Nas_E1_122188p0E2_9904p0nu_0p324G12_4522p0Alpha_0p5Tck_0p182.bdf		04/02/2024 18:17

Figura 3.16: Arquivos FEM para Simulação de Monte Carlo

Terceiro passo para o processo é a criação de um arquivo responsável por gerir a simulação de todos os casos de forma organizada. Esse arquivo criado contém linhas de comando que são capazes de colocar todos os casos para serem rodados em uma fila de espera.

Quarto e último passo do processo de automatização foi a criação de uma rotina para leitura dos arquivos de resultados. Esse processo tem como objetivo ler os arquivos de resultados e gravar em um único arquivo os autovalores (*Eigenvalues*). Com os autovalores, é possível conhecer o valor da carga crítica de flambagem de cada modelo rodado.

Para simplificar o entendimento, a Figura 3.17 mostra um fluxograma do processo de geração dos resultados desde a criação dos cartões contendo as propriedades mecânicas e geométricas a serem alteradas.

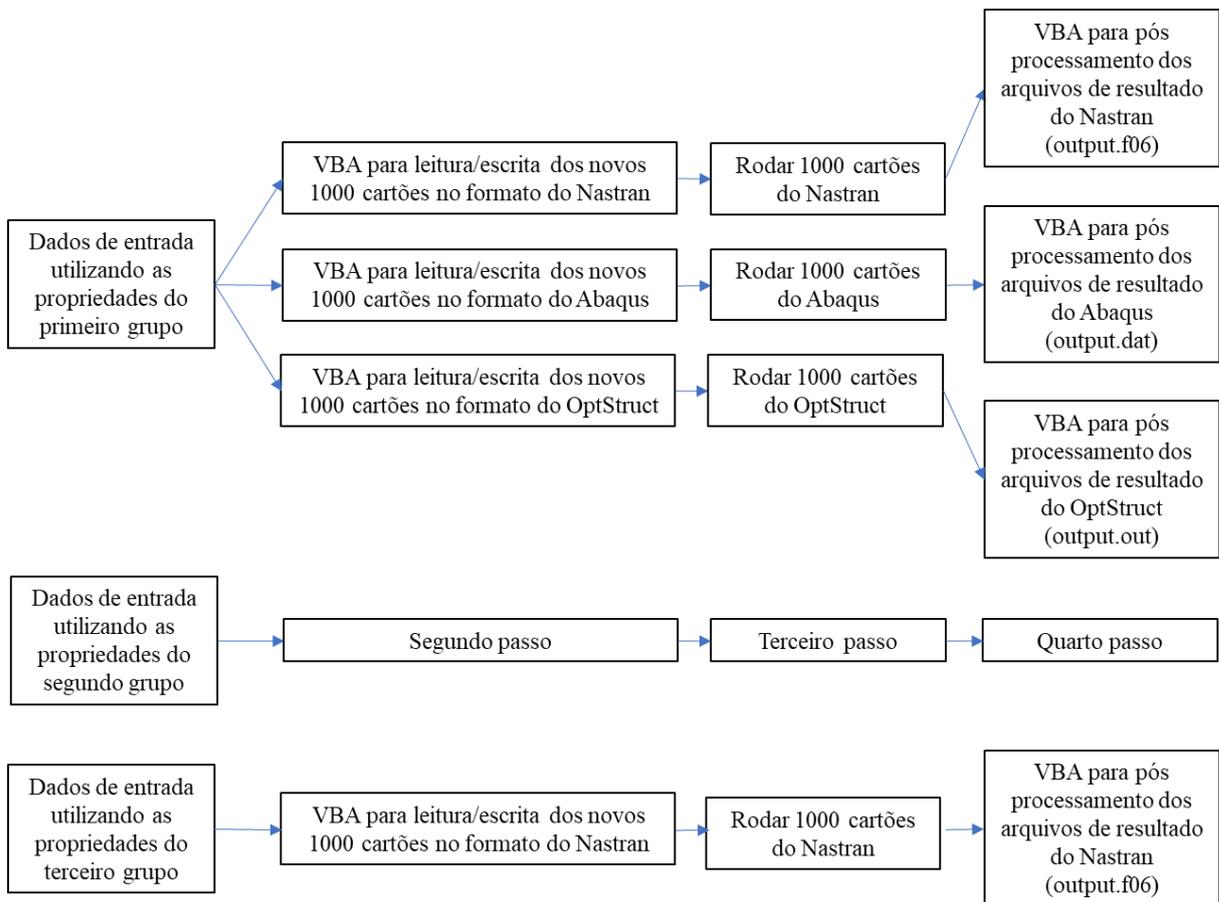


Figura 3.17: Fluxograma do processo de automatização para gerar os casos utilizados na simulação de Monte Carlo

A partir dos resultados das simulações foram feitas as análises estatísticas. E os resultados serão apresentados a seguir.

3.3 Método utilizado para cálculo da carga crítica de flambagem

A solução utilizada para o problema descrito é numérica linear, ou seja, obedece a lei de Hooke. Força e deslocamento são grandezas diretamente proporcionais e possuem uma relação de linearidade.

De acordo com a Eq. (2.35), o autovalor encontrado é um número corresponde ao valor proporcional da carga aplicada para que a estrutura desestabilize, ou seja, o modelo flamba de forma global. Por exemplo, ao aplicar uma carga unitária encontra-se um autovalor de 1.45. Nesse caso, para o painel flambar, seria necessário aplicar 1.45x a força ou deslocamento aplicado inicialmente.

Para o modelo com aplicação de deslocamentos forçados, a metodologia consiste em aplicar um deslocamento inicial e nodal com módulo unitário, no sentido de compressão do painel. O resultado da força reativa dos nós fixos à outra extremidade do painel é o valor proporcional ao deslocamento aplicado. De posse do autovalor calculado numericamente, aplica-se a estrutura um deslocamento forçado de mesmo módulo e realiza uma nova simulação. Como as relações são lineares, a nova simulação vai apresentar um autovalor unitário, conseqüentemente as forças que serão medidas nos nós das extremidades serão as forças compressivas correspondente à carga crítica de flambagem do painel.

Em contrapartida, para o modelo onde a carga aplicada é uma força, o resultado é direto. Aplica-se uma força unitária e o resultado da carga crítica de flambagem é o próprio autovalor. Esse autovalor, por sua vez, é lido diretamente em um arquivo texto que o *Solver* escreve como output da rodada. Dessa forma, esse tipo de carregamento se torna mais viável ao processo automatização utilizado nos estudos estatísticos a seguir.

3.4 Qualificação do material Hexcel 8552 AS4

O painel objetivo do estudo foi fabricado pela *Delft Aerospace Structures and Materials Laboratory* utilizando fibras unidirecionais. As propriedades do material estão disponíveis no artigo publicado por Cabral *et al.* (2020) mas as informações relativas ao fabricante da fibra e da resina não foram fornecidas.

Como uma forma de estudar a variação nas propriedades mecânicas e sua influência no dimensionamento do painel, foi assumido como fabricante da matéria prima do painel a

empresa *Hexcel*. Como base da fabricação do painel, assumiu-se o conjunto fibra/resina epóxi *Unidirecional Prepreg 8552 AS4*. Esse material possui relatórios de qualificação e as informações estão disponíveis publicamente.

O processo de qualificação de um material compósito é feito pela norma MIL-HDBK-17 (2002). A qualificação do material citado foi feita pela *NCAMP (the National Center for Advanced Materials Performance)* e os dados são fornecidos pelo relatório CAM-RP-2010-002 Rev.A (2011). O departamento de qualificação é baseado na Universidade do Estado de Wichita, nos Estados Unidos, e possui parceria, na área de qualificação de materiais, com a indústria e a FAA.

A Figura 3.18 apresenta as propriedades mecânicas retiradas do relatório de qualificação. As propriedades mecânicas de um compósito são grandezas dependentes da temperatura e humidade. Foram selecionadas as propriedades RTD (*Room Temperature Dry*) para realização do estudo estatístico. Usualmente as propriedades CTD (*Cold Temperature Dry*) e ETW (*Elevate Temperature Wet*) são extremos inferiores e superiores nos dados de ensaio, por esse motivo escolheu-se as propriedades RTD como sendo o parâmetro de estudo.

Prepreg Material: Hexcel Corporation - Hexcel 8552 AS4 Unidirectional NMS 128/1 Material Specification		Hexcel 8552 AS4 Unidirectional Tape Lamina Properties Summary						
Fiber:	AS4 Unidirectional	Resin:	Hexcel 8552					
Tg(dry):	400.27 °F	Tg(wet):	321.04 °F					
Tg METHOD: DMA (SRM 18-94)								
PROCESSING: NPS 81228 Cure Cycle *M*								
Date of fiber manufacture	Lot 1 1/4/2007	Lot 2 12/17/2006	Lot 3 1/21/2007					
Date of resin manufacture	2/26/2007	1/25/2007	2/21/2007					
Date of prepreg manufacture	2/26/2007	1/25/2007	2/21/2007					
Date of composite manufacture	12/1/2007 to 2/1/2007							
Date of testing	2/11/2009 to 4/6/2010							
Date of data submittal	4/8/2010							
LAMINA MECHANICAL PROPERTY SUMMARY Data reported as: Normalized & Measured (Normalized by CPT=0.0074 inch)								
	CTD Mean		RTD Mean		ETD Mean		ETW Mean	
	Normalized	Measured	Normalized	Measured	Normalized	Measured	Normalized	Measured
F_1^{TS} (ksi) from LT from UNT0	295.06 236.95	299.95 240.12	289.47 271.47	299.22 279.61	-- --	-- --	244.68 279.17	247.94 284.85
E_1^T (Msi) of LT	18.17	18.48	18.46	19.09	--	--	18.76	19.00
E (Msi) of UNT0	9.70	9.82	9.77	10.04	--	--	9.81	10.00
ν_{12}^T	--	0.275	--	0.302	--	--	--	0.366
F_2^{TM} (ksi)	--	9.73	--	9.27	--	--	--	3.49
E_2^T (Msi) of TT	--	1.50	--	1.34	--	--	--	0.81
F_1^{CM} (ksi) from UNCO	247.73	252.51	202.70	215.29	218.47	220.63	150.22	158.78
E_1^C (Msi) of LC	15.43	15.57	16.17	16.76	16.53	16.70	16.66	17.00
E (Msi) of UNCO	6.26	6.36	6.16	6.50	6.21	6.33	5.96	6.12
ν_{12}^C	--	0.335	--	0.335	--	0.348	--	0.386
F_2^{CM} (ksi) of TC	--	51.49	--	38.85	--	--	--	19.71
E_2^C (Msi) of TC	--	1.56	--	1.43	--	--	--	1.14
ν_{11}^C of TC	--	0.033	--	0.029	--	--	--	0.023
ν of UNCO	--	0.041	--	0.037	--	0.033	--	0.027
$F_{12}^{a5/strain}$ (ksi)	--	--	--	13.28	--	--	--	5.51
$F_{12}^{a0.2\%}$ (ksi)	--	10.73	--	8.00	--	--	--	3.36
G_{12}^a (Msi)	--	0.81	--	0.70	--	--	--	0.34
SBS (ksi)	--	20.87	--	16.63	--	10.95	--	8.25

* Derived from cross-ply using back-out factor

Figura 3.18: Propriedades mecânicas da lâmina *Hexcel 8552 AS4 Unidirecional*. (MARLETT *et al.*, 2011) página 30

O levantamento das incertezas do material utilizado na fabricação do painel está no relatório de qualificação anteriormente citado e pode ser visto nas Figura 3.19, Figura 3.20 e Figura 3.21. O desvio padrão (*Standard Dev.*), assim como o Coeficiente de Variação (*Coef. Of Var.*) da espessura da lâmina, não está calculado na Figura 3.19, porém esses cálculos foram feitos e os valores utilizados como sendo os valores das incertezas para esse parâmetro.

CAM-RP-2010-002 May 6, 2011 Revision A

Longitudinal Compression Properties (LC) – (RTD) Modulus Hexcel 8552 - AS4 UNI											normalizing t_{ply} [in] 0.0074		
Specimen Number	Hexcel Batch #	Hexcel Cure Cycle	Prepreg Lot #	Cure Cycle #	Modulus [Msi]	Poisson's Ratio	Avg. Specimen Thickn. [in]	# Plies in Laminate	Failure Mode	Avg. t_{ply} [in]	Modulus _{norm} [Msi]		
HFULA112A	A	M1	1	1	16.930	0.363	0.101	14	NO FAILURE	0.0072	16.424		
HFULA113A	A	M1	1	1	17.261	0.371	0.104	14	NO FAILURE	0.0074	17.258		
HFULA114A	A	M1	1	1	16.978	0.364	0.103	14	NO FAILURE	0.0074	16.913		
HFULA115A	A	M1	1	1	15.292	0.337	0.103	14	NO FAILURE	0.0074	15.208		
HFULA211A	A	M2	1	2	16.592	0.359	0.097	14	NO FAILURE	0.0070	15.583		
HFULA212A	A	M2	1	2	16.993	0.365	0.103	14	NO FAILURE	0.0073	16.851		
HFULA213A	A	M2	1	2	17.100	0.439	0.104	14	NO FAILURE	0.0074	17.177		
HFULB112A	B	M1	2	1	17.051	0.341	0.100	14	NO FAILURE	0.0072	16.514		
HFULB113A	B	M1	2	1	16.988	0.312	0.102	14	NO FAILURE	0.0073	16.693		
HFULB114A	B	M1	2	1	16.915	0.282	0.102	14	NO FAILURE	0.0073	16.578		
HFULB211A	B	M2	2	2	16.425	0.286	0.090	14	NO FAILURE	0.0065	14.322		
HFULB212A	B	M2	2	2	16.623	0.271	0.098	14	NO FAILURE	0.0070	15.698		
HFULB213A	B	M2	2	2	17.060	0.361	0.101	14	NO FAILURE	0.0072	16.654		
HFULC111A	C	M1	3	1	16.783	0.313	0.094	14	NO FAILURE	0.0067	15.211		
HFULC112A	C	M1	3	1	16.640	0.283	0.100	14	NO FAILURE	0.0071	15.987		
HFULC113A	C	M1	3	1	16.418	0.317	0.102	14	NO FAILURE	0.0073	16.225		
HFULC211A	C	M2	3	2	16.725	0.331	0.092	14	NO FAILURE	0.0066	14.884		
HFULC212A	C	M2	3	2	16.853	0.328	0.100	14	NO FAILURE	0.0071	16.249		
HFULC213A	C	M2	3	2	16.743	0.332	0.104	14	NO FAILURE	0.0074	16.740		
Average					16.756	0.335	Average _{norm}					0.0071	16.167
Standard Dev.					0.422	0.041	Standard Dev. _{norm}						0.814
Coeff. of Var. [%]					2.518	12.123	Coeff. of Var. [%] _{norm}						5.033
Min.					15.292	0.271	Min.					0.0065	14.322
Max.					17.261	0.439	Max.					0.0074	17.258
Number of Spec.					19	19	Number of Spec.						19

Figura 3.19: Módulo de Elasticidade Longitudinal Compressão, Coeficiente de Poisson e espessura da lâmina – *Hexcel 8552 AS4 Unidirecional*. (MARLETT *et al.*, 2011) página 112

CAM-RP-2010-002 May 6, 2011 Revision A

Transverse Compression Properties (TC)-- (RTD) Strength & Modulus Hexcel 8552 - AS4 UNI

Specimen Number	Hexcel Batch #	Hexcel Cure Cycle	Prepreg Lot #	Cure Cycle #	Strength [ksi]	Modulus [Msi]	Poisson's Ratio	Avg. Specimen Thickn. [in]	# Plies in Laminate	Failure Mode	Avg. t_{ply} [in]
HFUZA112A	A	M1	1	1	39.491	1.393	0.028	0.102	14	HGM	0.0073
HFUZA113A	A	M1	1	1	39.302	1.464	0.032	0.104	14	HGM	0.0074
HFUZA114A	A	M1	1	1	38.418	1.432	0.032	0.104	14	HGM	0.0074
HFUZA115A	A	M1	1	1	38.731	1.373	0.029	0.103	14	HGM	0.0074
HFUZA211A	A	M2	1	2	39.370	1.438	0.028	0.098	14	HGM	0.0070
HFUZA212A	A	M2	1	2	39.233	1.375	0.030	0.102	14	HGM	0.0073
HFUZA213A	A	M2	1	2	39.101	1.370	0.030	0.104	14	HGM	0.0074
HFUZA111A	B	M1	2	1	37.221	1.503	0.029	0.095	14	HAB	0.0068
HFUZA112A	B	M1	2	1	38.180	1.423	0.029	0.100	14	HAB	0.0071
HFUZA113A	B	M1	2	1	37.812	1.424	0.030	0.103	14	HAB	0.0073
HFUZA211A	B	M2	2	2	38.205	1.493	0.026	0.094	14	HGM	0.0067
HFUZA212A	B	M2	2	2	38.487	1.428	0.027	0.100	14	HGM	0.0072
HFUZA213A	B	M2	2	2	37.614	1.406	0.029	0.103	14	HGM	0.0073
HFUZA111A	C	M1	3	1	39.201	1.427	0.028	0.095	14	HGM	0.0068
HFUZA112A	C	M1	3	1	38.551	1.410	0.028	0.099	14	HGM	0.0071
HFUZA113A	C	M1	3	1	38.294	1.381	0.028	0.103	14	HGM	0.0073
HFUZA211A	C	M2	3	2	40.641	1.500	0.027	0.096	14	HAB	0.0069
HFUZA212A	C	M2	3	2	40.491	1.469	0.026	0.099	14	HAB	0.0071
HFUZA213A	C	M2	3	2	39.841	1.442	0.028	0.102	14	HAB	0.0073

Average	38.852	1.429	0.029		0.0072
Standard Dev.	0.912	0.042	0.002		
Coeff. of Var. [%]	2.346	2.942	5.954		
Min.	37.221	1.370	0.026		0.0067
Max.	40.641	1.503	0.032		0.0074
Number of Spec.	19	19	19		19

Figura 3.20: Módulo de Elasticidade Transversal Compressão – *Hexcel 8552 AS4 Unidirecional*. (MARLETT *et al.*, 2011) página 120

CAM-RP-2010-002 May 6, 2011 Revision A

In-Plane Shear Properties (IPS) -- (RTD) Strength & Modulus Hexcel 8552 - AS4 UNI

Specimen Number	Hexcel Batch #	Hexcel Cure Cycle	Prepreg Lot #	Cure Cycle #	Strength at 5% Strain [ksi]	0.2% Offset Strength [ksi]	Modulus [Msi]	Avg. Specimen Thickn. [in]	# Plies in Laminate	Avg. tply [in]
HFUNA111A	A	M1	1	1	13.123	8.000	0.714	0.083	12	0.0069
HFUNA112A	A	M1	1	1	13.325	8.233	0.672	0.088	12	0.0073
HFUNA113A	A	M1	1	1	13.306	7.754	0.681	0.087	12	0.0072
HFUNA114A	A	M1	1	1	13.338	7.965	0.686	0.087	12	0.0072
HFUNA211A	A	M2	1	2	12.515	7.988	0.711	0.081	12	0.0068
HFUNA212A	A	M2	1	2	13.206	7.982	0.669	0.088	12	0.0073
HFUNA213A	A	M2	1	2	13.086	8.183	0.664	0.088	12	0.0074
HFUNB111A	B	M1	2	1	*	7.953	0.697	0.085	12	0.0071
HFUNB112A	B	M1	2	1	13.385	7.740	0.745	0.088	12	0.0073
HFUNB113A	B	M1	2	1	13.093	7.685	0.675	0.087	12	0.0073
HFUNB114A	B	M1	2	1	13.342	7.818	0.682	0.087	12	0.0073
HFUNB211A	B	M2	2	2	13.043	7.872	0.700	0.084	12	0.0070
HFUNB212A	B	M2	2	2	13.058	7.626	0.662	0.088	12	0.0073
HFUNB213A	B	M2	2	2	13.047	7.662	0.669	0.087	12	0.0073
HFUNC115A	C	M1	3	1	13.940	8.110	0.701	0.087	12	0.0073
HFUNC116A	C	M1	3	1	13.946	8.325	0.720	0.088	12	0.0073
HFUNC117A	C	M1	3	1	13.764	8.125	0.710	0.088	12	0.0073
HFUNC211A	C	M2	3	2	*	8.307	0.745	0.080	12	0.0067
HFUNC212A	C	M2	3	2	*	7.882	0.685	0.088	12	0.0073
HFUNC213A	C	M2	3	2	*	8.532	0.691	0.088	12	0.0073
HFUNC214A	C	M2	3	2	*	8.081	0.703	0.087	12	0.0073
HFUNC215A	C	M2	3	2	*	8.204	0.714	0.087	12	0.0073

Note: * SPECIMENS FAILED BEFORE IT REACHED 5% STRAIN

Average	13.282	8.001	0.695	Average	0.0072
Standard Dev.	0.364	0.239	0.024	Standard Dev.	
Coeff. of Var. [%]	2.737	2.983	3.407	Coeff. of Var. [%]	
Min.	12.515	7.626	0.662	Min.	0.0067
Max.	13.946	8.532	0.745	Max.	0.0074
Number of Spec.	16	22	22	Number of Spec.	22

Figura 3.21: Módulo de Cisalhamento no Plano– Hexcel 8552 AS4 Unidirecional. (MARLETT *et al.*, 2011) página 140

3.5 Parâmetros de influência do cálculo da carga crítica de flambagem e suas incertezas

A escolha dos parâmetros de influência do cálculo da carga crítica de flambagem baseou-se no equacionamento que relaciona tensão-deformação em materiais compostos (equação (3.2)). Já os valores das incertezas desses parâmetros foram baseados no relatório CAM-RP-2010-002 Rev.A (2011) (item 3.4)

$$\begin{bmatrix} [N_i] \\ [M_i] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A_{ij}] & [B_{ij}] \\ [B_{ji}] & [D_{ij}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\varepsilon_i^0] \\ [\kappa_i] \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

A matriz de rigidez do compósito, também conhecida como matriz AB/BD é dependente das propriedades mecânicas (E_1 , E_2 , ν_{12} , G_{12}), posicionamento (Espessura da lâmina) e orientação da lâmina do laminado (θ^0). Para detalhes do equacionamento vide item 2.3.4.

A Tabela 3.3 mostra os parâmetros escolhidos que afetam o cálculo da carga crítica de flambagem juntamente com as incertezas disponibilizadas na literatura.

Tabela 3.3: Incertezas de fabricação do material *Hexcel 8552 AS4 Unidirecional* – Report *CAM-RP-2010-002*

Propriedade	Report: CAM-RP-2010-002	
	Cof. Variação	Desvio Padrão
E_1	5.033 %	6.0 GPa
E_2	2.942 %	0.3 GPa
ν_{12}	12.123 %	0.038 -
G_{12}	3.407 %	0.2 GPa
Espessura da lâmina	3.78 %	0.002 mm
Direção da lâmina	variação $\pm 2.0^\circ$	

O posicionamento das camadas, ou seja, a orientação das fibras dentro do laminado também é um fator de influência na carga de flambagem, porém, nenhuma informação relativa à norma de fabricação foi encontrada na literatura a respeito da incerteza admissível. De acordo com Li, Xia e Luo (2014), o valor de $\pm 2.0^\circ$ é aceitável como incerteza de fabricação em painéis de laminados sólidos. Vale ressaltar que esse valor não é encontrado facilmente na literatura por se tratar de informação sensível e muitas vezes propriedade intelectual dos fabricantes.

3.6 Otimização do laminado utilizando configuração Double-Double

Escolheu-se estudar uma forma de otimizar a configuração do laminado utilizado nas simulações. Esse estudo baseou-se na metodologia descrita por Tsai (2021) denominada Double-Double. Esse tipo de configuração consiste em uma repetição de pares de lâminas dispostas em determinadas angulações. Esses blocos são propostos em 4 diferentes configurações: $[+\Phi/-\Psi/-\Phi/+\Psi]$, $[+\Phi/+\Psi/-\Phi/-\Psi]$, $[+\Phi/-\Psi/+\Phi/-\Psi]$, $[\pm\Phi/\pm\Psi]$, onde Φ e Ψ são os ângulos de orientação das fibras do laminado. Para o referido estudo utilizou-se a configuração $[\pm\Phi/\pm\Psi]$.

A otimização da configuração do painel foi feita em três etapas utilizando as propriedades mecânicas disponíveis na Tabela 3.1.

Na primeira etapa as propriedades dos modelos de elementos finitos foram configuradas com os mesmos pares de ângulos $[\pm\Phi/\pm\Psi]$. Utilizou-se ângulos com valores entre 0° e 90° distribuídos em intervalos de 10° . Na segunda etapa as propriedades do painel foram configuradas com orientação fixa ($[\pm\Phi/\pm\Psi] = [\pm 0^\circ]$), já as propriedades dos reforçadores foram variadas no mesmo intervalo com a finalidade de encontrar o ângulo ideal para a configuração dos mesmos. Na terceira etapa o mesmo procedimento foi aplicado variando assim as propriedades dos ângulos do painel, deixando os reforçadores com orientação fixa em zero graus. Nessa etapa definiu-se o par de ângulos ideais para o painel.

Diante da otimização dos ângulos ótimos, tanto para configuração do laminado dos reforçadores quanto do laminado do painel, foi possível definir uma configuração ótima capaz de suportar a máxima carga de flambagem. Os resultados com o carregamento e os valores ótimos para a configuração dos reforçadores e da parte plana do painel serão apresentados no capítulo de resultados.

3.7 Admissível Base-A e Base-B para carga crítica de flambagem

Foi utilizado, para cálculo dos valores admissíveis, dos carregamentos de flambagem para cada *Solver*, a metodologia disponível pela norma MIL-HDBK-17 (2002). Essa metodologia tem como objetivo encontrar um valor conservador e com um alto nível de confiabilidade.

Um admissível calculado na Base-A (*A-Basis*) representa que para uma dada população amostral, 1% dos valores encontrados podem falhar com um nível de confiança de 95%, ou seja, 1% dos valores amostrais de um determinado admissível podem estar abaixo do valor determinado pela Base-A, já o admissível na Base-B (*B-Basis*) é equivalente a dizer que 10% dos valores da população amostral encontram-se abaixo desse valor. O confiança de 95% também é válido para os admissíveis na Base-B. (U.S. DEPARTMENT OF DEFENSE, 2002)

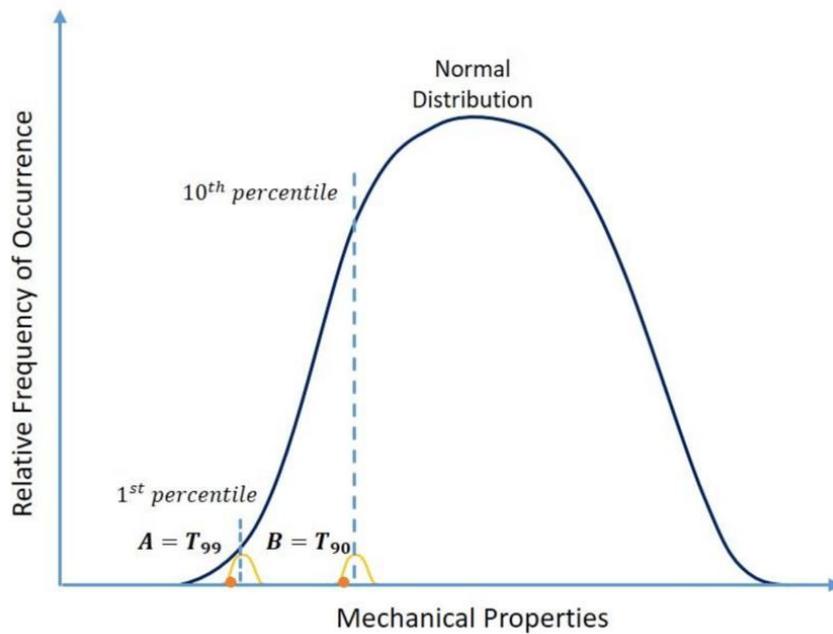


Figura 3.22: Limites Base-A e Base-B. (BALDASSARRE *et al.*, 2020)

Para uma população com uma distribuição normal, os valores para os admissível Base-A e Base-B podem ser calculados utilizando a equação (3.3), onde μ é a média dos valores da população, k_B (equação (3.4)) é um fator (one side limit factor) que depende do número de amostras n e σ é o desvio padrão. Para o cálculo do admissível na Base-A utiliza-se o fato k_A (equação (3.5)).

$$B_{\text{Basis}} = \mu * k_B \sigma \quad (3.3)$$

$$k_B \approx 1.282 + e^{0.958 - 0.520 \ln(n) + \frac{3.19}{n}} \quad (3.4)$$

$$k_A \approx 2.3226 + e^{1.34 - 0.520 \ln(n) + \frac{3.87}{n}} \quad (3.5)$$

3.8 Simulação de Monte Carlo

Com o intuito de estudar o comportamento estatístico do painel, foram gerados 3000 valores de propriedades mecânicas e geométricas. Esses valores foram divididos em 3 grupos e cada qual utilizado em uma etapa do estudo. Todos os dados foram baseados nos valores médios (μ) das

propriedades mecânicas fornecidas por Cabral *et al.* (2020). Os valores das incertezas e desvio padrão (1σ) foram baseadas no relatório CAM-RP-2010-002 Rev.A (2011), Tabela 3.3.

3.8.1 Grupo 1 – Distribuição aleatória utilizando média (μ) e 1 desvio padrão (1σ)

Os dados gerados utilizando média (μ) e 1 desvio padrão (1σ) têm como finalidade estudar a influência desses parâmetros na carga crítica de flambagem. Esses dados são gerados para alimentar os modelos FEM, logo, os resultados das simulações, são carregados na rotina para cálculo de incertezas utilizando índices de Sobol. Os valores foram gerados de forma aleatória, ou seja, a probabilidade de se encontrar qualquer valor é mesma. A Figura 3.23 mostra o gráfico de frequência dos valores utilizados.

A Tabela 3.4 mostra as propriedades utilizadas na simulação de Monte Carlo. A coluna “Consideração” refere-se ao valor superestimado para o cálculo do desvio padrão utilizado como limitante dos valores para as simulações. Os valores são estimativas, para mais, baseados nos valores apresentados pela Tabela 3.3. Os dados gerados estão em uma faixa que varia entre $\mu - 1\sigma$ e $\mu + 1\sigma$.

Tabela 3.4: Propriedades e incertezas utilizadas na Simulação de Monte Carlo – Grupo 1

Parâmetro	Valor	Coef. Variação	Desv. Padrão	Limite Inferior	Limite Superior
Referência	Cabral <i>et al.</i> , 2020	Consideração			
E_1	119 GPa	6 %	7.1 GPa	112 GPa	126 GPa
E_2	9.8 GPa	4 %	0.4 GPa	9.4 GPa	10.2 GPa
ν_{12}	0.316 -	13 %	0.041 -	0.275 -	0.357 -
G_{12}	4.7 GPa	4 %	0.2 GPa	4.5 GPa	4.9 GPa
tk	0.186 mm	4 %	0.007 mm	0.179 mm	0.193 mm
Direção Lâminas	- °	- -	2.0 °	-2.0 °	2.0 °

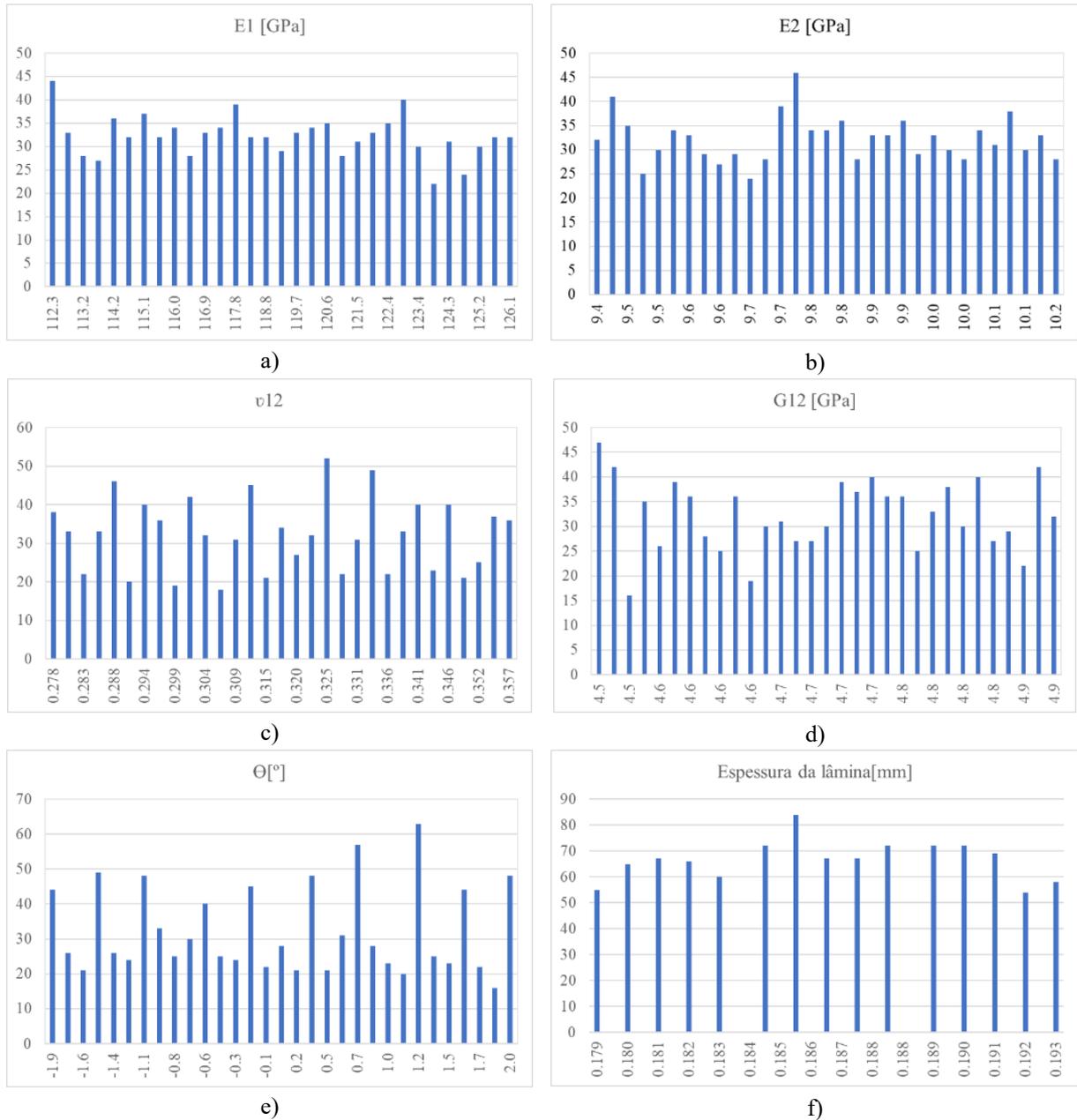


Figura 3.23: Gráfico de frequência distribuição aleatória – Média μ e desvio padrão 1σ

3.8.2 Grupo 2- Distribuição aleatória utilizando média (μ) e 4 desvios padrão (4σ)

O segundo grupo tem a mesma finalidade do primeiro, porém, o objetivo é avaliar a influência dos parâmetros em uma faixa mais abrangente. Baseando-se na regra dos 3 sigmas (68.27% dos valores amostrais estão dentro de 1σ em relação à média, 95.45% dentro 2σ e 99.73% estão contemplados dentro de 3σ em relação à média (μ) (WALPOLE *et al.*, 2016), optou-se por usar 4σ para abranger quase a totalidade dos casos possíveis. A distribuição também é aleatória,

conforme metodologia utilizado no item anterior. A dispersão dos dados pode ser vista no gráfico de frequência da Figura 3.24.

A Tabela 3.5 mostra os valores médios, mínimos e máximos utilizados para criação dos dados utilizados nas simulações. Os valores gerados contemplam uma faixa entre $\mu - 4\sigma$ e $\mu + 4\sigma$.

Tabela 3.5: Propriedades e incertezas utilizadas na Simulação de Monte Carlo – Grupo 2

Parâmetro	Valor	Coef. Variação	Desv. Padrão	Limite Inferior	Limite Superior
Referência	Cabral <i>et al.</i> , 2020	CV = 4			
E_1	119 GPa	4*5.033 %	24.0 GPa	95.0 GPa	143.0 GPa
E_2	9.8 GPa	4*2.942 %	1.2 GPa	8.6 GPa	11.0 GPa
ν_{12}	0.316 -	4*12.123 %	0.153 -	0.163 -	0.469 -
G_{12}	4.7 GPa	4*3.407 %	0.6 GPa	4.1 GPa	5.3 GPa
tk	0.186 mm	4*3.78 %	0.028 mm	0.158 mm	0.214 mm
Direção Lâminas	- °	- -	2.0 °	-2.0 °	2.0 °

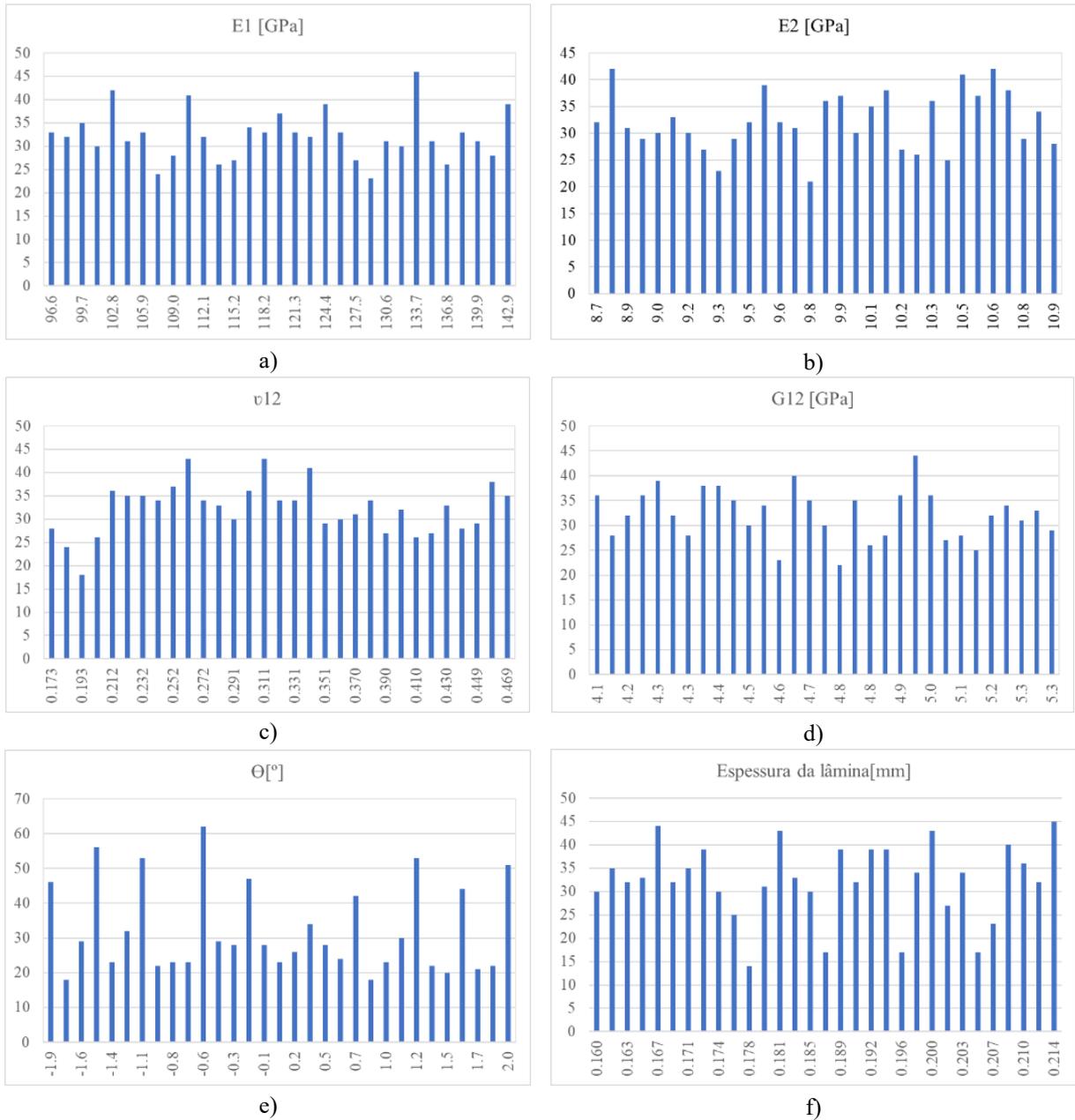


Figura 3.24: Gráfico de frequência distribuição aleatória – Média μ e desvio padrão 4σ

3.8.3 Grupo 3 - Distribuição normal utilizando média (μ) e desvio padrão (σ)

O terceiro grupo de propriedades mecânicas foi criado com a finalidade de calcular os admissíveis para a carga crítica de flambagem do painel na Base-A e Base-B. Esse grupo tem como principal característica criar valores de propriedades baseados em uma distribuição Normal Padrão com média (μ) e desvio padrão (σ) baseados nos dados da Tabela 3.3, ou seja todos os valores fornecidos apresentam uma dispersão em formato de sino e podem ser tratados como uma população amostral, assim como acontece nos dados de ensaio apresentados no

relatório de qualificação CAM-RP-2010-002 Rev.A (2011). A ferramenta *Microsoft Excel*® foi utilizada na geração dos dados. Os gráficos de frequência das propriedades do material podem ser vistos na Figura 3.25.

A Tabela 3.6 apresenta os valores de média (μ) e desvio padrão (σ) utilizados para gerar os dados da simulação. Para que os limites de orientação das camadas ficassem dentro do estipulado de $\pm 2^\circ$, foi calculado um desvio padrão $\sigma=0.7$ e média $\mu=0^\circ$. Esses valores podem ser confirmados pelo gráfico de frequência relativa à orientação do material (Θ) da Figura 3.25.

Tabela 3.6: Propriedades e incertezas utilizadas na Simulação de Monte Carlo – Grupo 3

Parâmetro	Valor	Coef. Variação	Desv. Padrão	Limite Inferior	Limite Superior
Referência	Cabral <i>et al.</i> , 2020	Consideração			
E_1	119 GPa	6 %	7.1 GPa	112 GPa	126 GPa
E_2	9.8 GPa	4 %	0.4 GPa	9.4 GPa	10.2 GPa
ν_{12}	0.316 -	13 %	0.041 -	0.275 -	0.357 -
G_{12}	4.7 GPa	4 %	0.2 GPa	4.5 GPa	4.9 GPa
tk	0.186 mm	4 %	0.007 mm	0.179 mm	0.193 mm
Direção Lâminas	- °	- -	0.7 °	-2.0 °	2.0 °

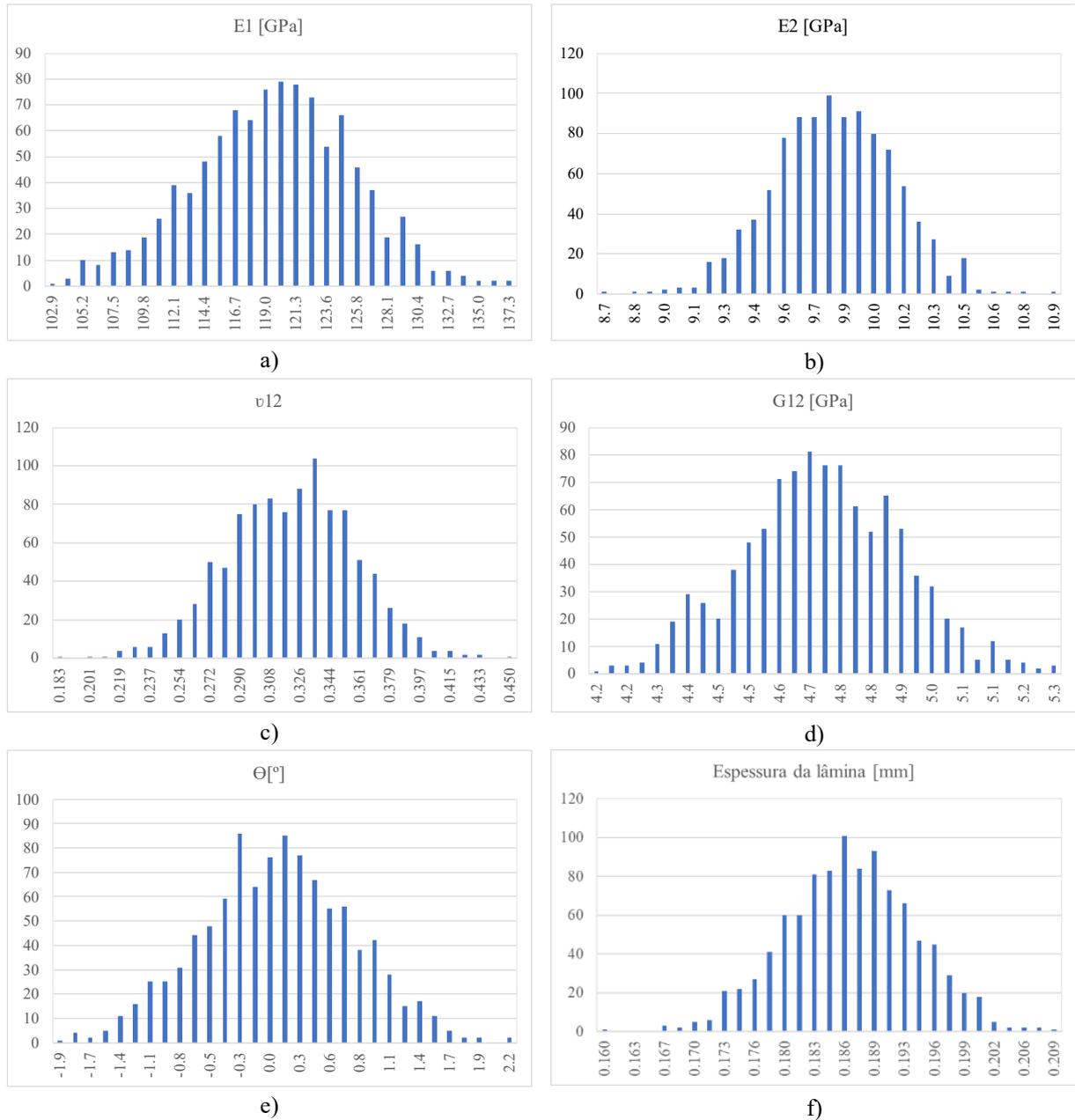


Figura 3.25: Gráfico de frequência distribuição Normal Padrão – Média μ e desvio padrão 1σ

3.9 Análise de sensibilidade global utilizando índices de Sobol

A análise de sensibilidade tem sua importância na definição dos parâmetros mais influentes na determinação da carga crítica de flambagem. Essa análise foi apresentada para os laminados nas duas configurações estudadas, DD e QUAD. Essa análise tem como objetivo entender a similaridade e o comportamento da carga crítica de flambagem do painel utilizando as 2 configurações.

Para essa análise foram utilizados os valores de propriedades mecânicas gerados pelas simulações de Monte Carlo em conjunto com os resultados dos modelos de elementos finitos. Os comportamentos das duas configurações foram avaliados com os dados do primeiro (Distribuição aleatória com média μ e desvio padrão 1σ) e do segundo grupo (Distribuição aleatória com média μ e desvio padrão 4σ).

O algoritmo para o cálculo dos índices de Sobol não são escopo desse trabalho. Os resultados apresentados foram gerados por um software desenvolvido por Ferreira (2024).

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Validação do Modelo de Elementos Finitos (MEF)

A validação de um modelo numérico se faz frente aos resultados de ensaios experimentais. Essa correlação é utilizada para identificar se o modelo numérico representando de forma fidedigna a física do problema. Os dados experimentais foram apresentados por Cabral *et al.* (2020). Os modelos numéricos utilizados para validação dos resultados foram configurados com as propriedades apresentadas na Tabela 3.1e a condição de contorno conforme item 3.2.4.2. O número de elementos da malha e o tamanho médio dos elementos utilizados foi 14144 e 5mm, respectivamente. A justificativa para essa escolha pode ser vista no item 4.1.1.

Tabela 4.1: Resultados dos modelos determinísticos

	Autovalor	Pcr[kN]	Erro[%]
Panel 1	-	739.9	-
Panel 2	-	740.3	-
Panel 3	-	738.0	-
<i>Abaqus</i> ®	0.9709	699.1	-5.3%
<i>Nastran</i> ®	0.9631	693.4	-6.0%
<i>OptStruct</i> ®	0.9726	700.3	-5.1%

A Tabela 4.1 apresenta os resultados das simulações numéricas e os valores experimentais citados por Cabral *et al.* (2020) em sua publicação. Painel 1 ao 3 são os valores dos ensaios experimentais. Comparativamente, e de forma conservadora, os modelos de elementos finitos apresentaram um erro de no máximo 6.2% em relação à menor carga de flambagem dos ensaios. Com esses resultados, é possível garantir que o modelo representa de forma fidedigna a física do problema e, com isso, definiu-se a configuração ideal para prosseguir o restante dos estudos.

4.1.1 Estudo de convergência de malha

Um dos critérios de verificação da qualidade dos resultados de uma simulação numérica é a convergência de malha. Esse critério tem como principal objetivo avaliar a variação do resultado em comparação ao refinamento da malha. O estudo foi executado utilizando-se malhas com tamanhos de elementos variados. Para cada tamanho de elemento escolhido, uma análise utilizando os 3 *Solvers* em questão foi feita e o resultado registrado. Como exemplo, a Figura 4.1 mostra 4 modelos utilizados no estudo de convergência de resultados, porém, foram

utilizados 5 modelos com elementos de tamanho médio variando de 40mm à 2mm. Os modelos simulados possuem 221, 884, 3536, 14144 e 56576 elementos. O software de pré-processamento *HyperMesh®*, possui uma ferramenta para refino de malha que divide de forma automática as arestas dos elementos ao meio, sendo assim, essa ferramenta foi utilizada de forma recursiva até encontrar um tamanho e número de elementos que julgou-se suficiente para convergência dos resultados. Por esse motivo, o número de elementos das malhas é múltiplo de 4. A metodologia utilizada garante um nível de qualidade semelhante entre as malhas desenvolvidas para os 3 *Solvers* (*Abaqus®*, *Nastran®*, *OptStruct®*).

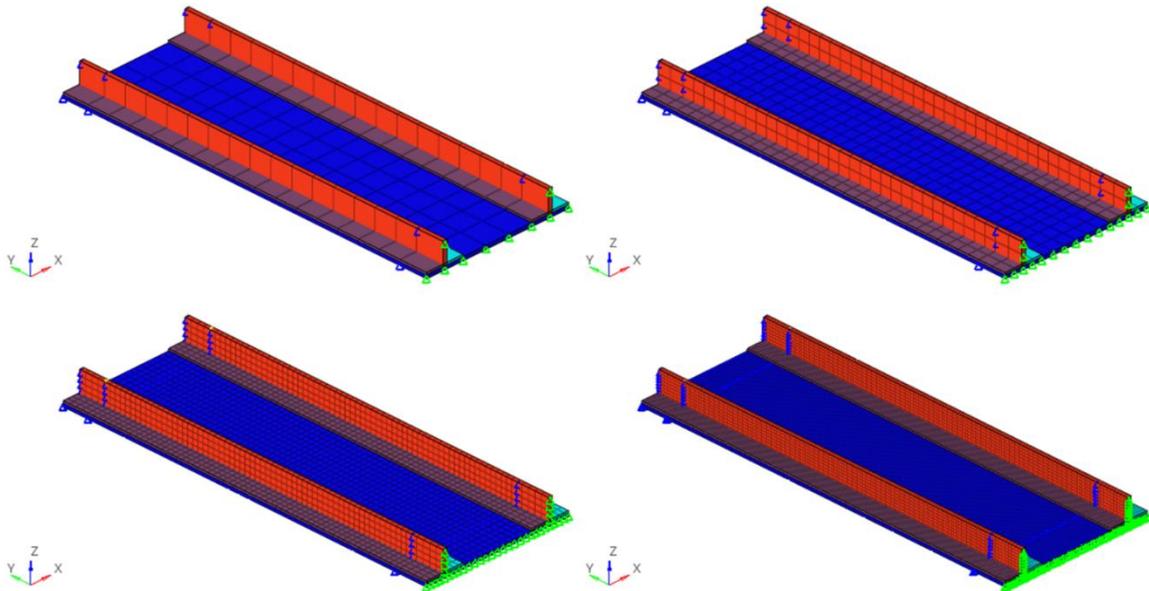


Figura 4.1: Modelos utilizados na análise de convergência de malha. Modelo 2D mostrando espessura dos elementos.

As propriedades mecânicas utilizadas no estudo de convergência de resultados são apresentadas na Tabela 3.1. Os valores de propriedade e configuração do laminado são os mesmos utilizados por Cabral *et al.* (2020). Também como forma de manter a mesma similaridade entre o artigo base e o presente estudo, a condição de contorno aplicada foi a mesma, ou seja, escolheu-se utilizar carregamento através de deslocamentos impostos aos nós da extremidade do modelo (item 3.2.4.1).

A Figura 4.2 mostra a carga crítica de flambagem dos três *Solvers* utilizados versus o refinamento da malha (número de elementos do modelo). A convergência dos resultados era esperada, visto que o método dos elementos finitos possui capacidade de aproximar o resultado

numérico ao analítico quanto mais discretizado é o modelo. (LOGAN, 2015) Por outro lado, o tempo de processamento utilizado nos cálculos das matrizes se torna maior quanto maior é o número de elementos/nós, vide Figura 4.3. Quanto mais refinado é o modelo, maior é recurso computacional gasto na solução das equações do método matemático. O aumento na quantidade de nós implica em mais graus de liberdade e mais equações. Os elementos utilizados nessa simulação possuem 6 graus de liberdade para cada nó, ou seja, tem-se uma matriz de rigidez na ordem de 6 vezes o número de nós do modelo.

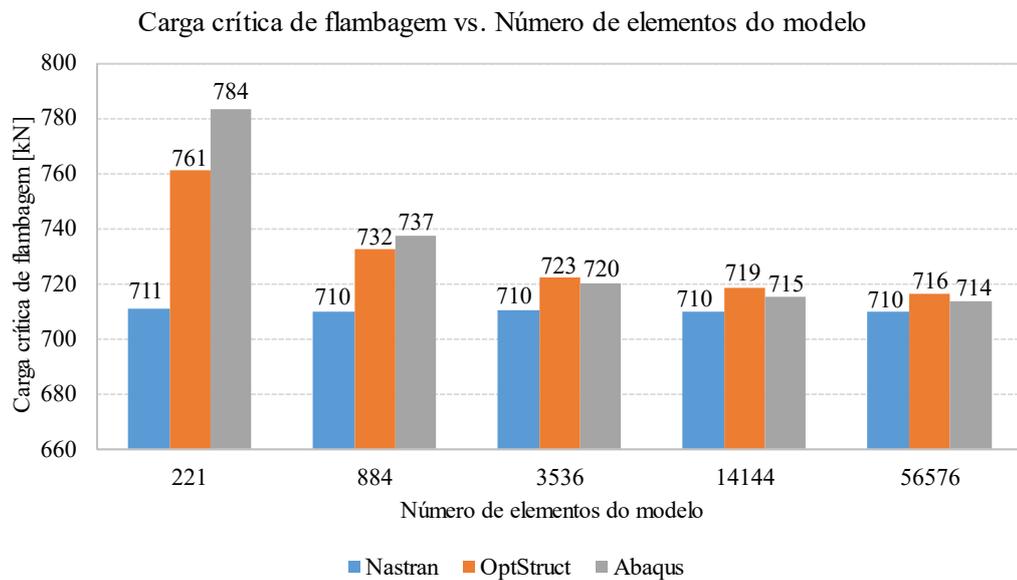


Figura 4.2: Carga crítica de flambagem vs. Número de elementos do modelo

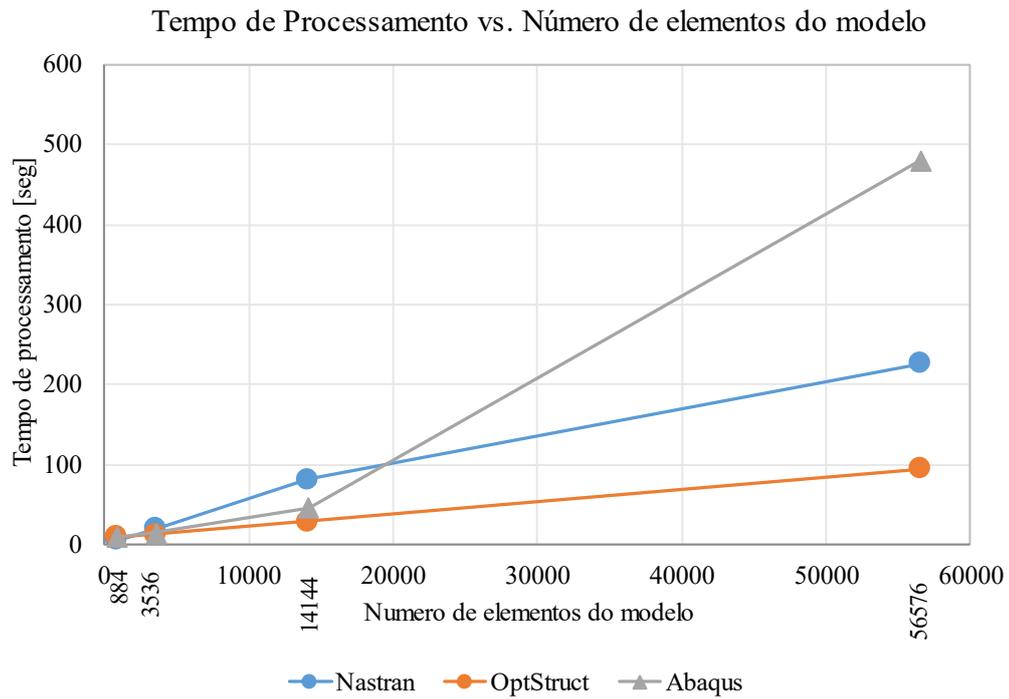


Figura 4.3: Tempo de processamento vs. Número de elementos

A Figura 4.4 mostra o erro atrelado à diferença de resultados entre a malhas com número de elementos diferentes. O erro é calculado utilizando o valor de carga crítica de flambagem entre duas malhas sequenciais em número de elementos. Esse gráfico demonstra que existe um comportamento similar entre os 3 *Solvers*, porém, o *Nastran*® foi o que apresentou uma melhor convergência. Pode-se dizer que a convergência para esse *Solver* aconteceu com uma malha muito menos refinada que para os demais.

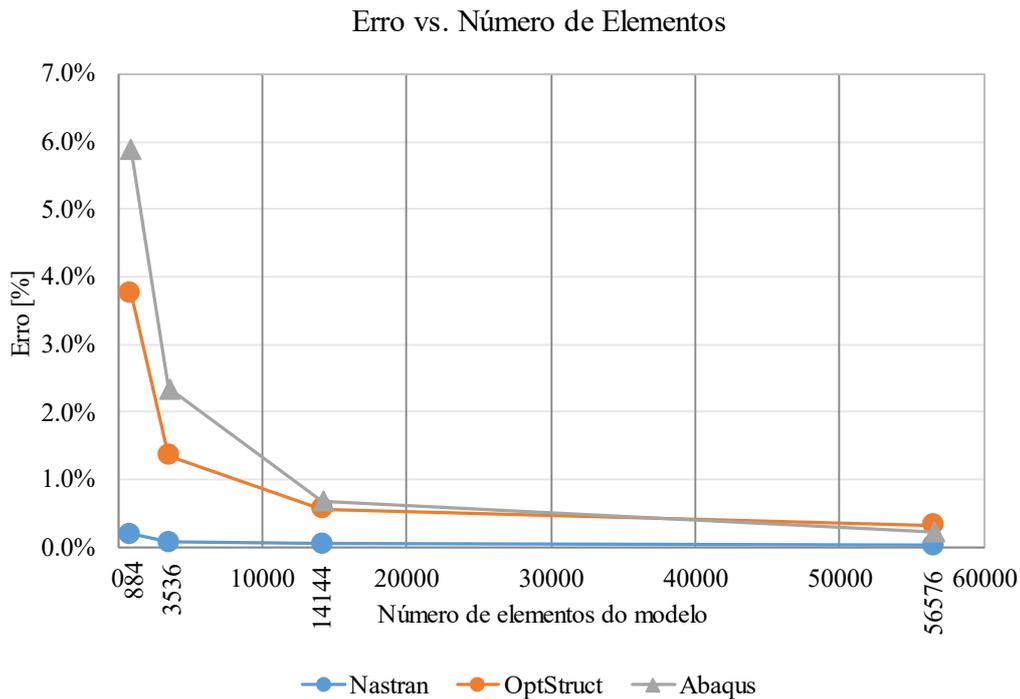


Figura 4.4: Erro vs. Número de elementos do modelo

Outro fator analisado nesse momento é o tempo de processamento de um único arquivo. Apesar do tempo de processamento dos 3 *Solvers* ser baixo, o *Nastran*® foi o que utilizou mais tempo de trabalho do computador. Outro fator que influencia diretamente nesse tempo é a capacidade de processamento da máquina. A Tabela 4.2 mostra em detalhes o tempo utilizado para cada *Solver* versus o número de elementos do modelo. O mesmo resultado, porém, de forma gráfica, pode ser visto pelo gráfico da Figura 4.3.

O equipamento utilizado nessa análise é um notebook Samsung modelo NP270E5J-XD1BR configurado com processador Intel Core i5 4210U 1.70GHz, 8Gb de RAM e placa de vídeo AMD GeForce 710M 2GB DDR3.

Tabela 4.2: Tempo de processamento dos modelos de elementos finitos utilizando os 3 *Solvers*.

Número de elementos do modelo	221	884	3536	14144	56576
Tamanho médio dos elementos [mm]	40	20	10	5	2
<i>Nastran</i> ® [seg]	2	5	19	81	226
<i>OptStruct</i> ® [seg]	8	9	12	29	94
<i>Abaqus</i> ® [seg]	9	9	14	46	481

4.1.2 Validação das condições de contorno

As características do modelo de elementos finitos utilizado no estudo em questão são baseadas no artigo publicado por Cabral *et al.* (2020), porém, como foi mencionado no item 3.2.4.2, a aplicação de carga através do vetor de força facilita a automatização do processo de criação de outros modelos. Dessa forma, fez-se necessária a realização de um estudo comparativo entre os modelos com as duas configurações de aplicação de carga.

Os resultados para a carga crítica de flambagem (P_{cr}) dos 2 modelos podem ser vistos na Tabela 4.3. Como a variação entre o modelo proposto por Cabral *et al.* (2020), e a configuração escolhida está em torno de 2.4% para menos, optou-se por adotar esse tipo de modelo aos demais estudos posteriores a essa análise por facilitar a leitura dos arquivos de resultados. O modelo com aplicação de deslocamentos forçados torna o processo do cálculo da carga crítica de flambagem mais moroso, esse processo requer a leitura das forças de reação de apoio em cada nó da extremidade do modelo, sendo que o formato escolhido, a leitura de força é direta.

Tabela 4.3: Comparação de resultados com a variação na condição de carregamento do modelo

Condição de Contorno	P_{cr} [kN]
Deslocamento	710.2
Força	693.4
Erro	-2.4%

4.2 Otimização do laminado Double-Double para carga máxima de flambagem

Os resultados a seguir mostram as etapas da otimização dos ângulos ótimos para o painel utilizando a configuração Double-Double (DD)

A Figura 4.5 mostra os valores de carga crítica de flambagem em função da variação dos pares de ângulo $[\pm\Phi/\pm\Psi]$ para o painel reforçado utilizando a mesma configuração para os reforçadores e para a parte plana do painel. A região destacada foi selecionada para uma otimização mais refinada onde, utilizou-se variações de 1° para definir o ponto máximo do gráfico. O resultado dessa otimização foi apresentado na Figura 4.6.

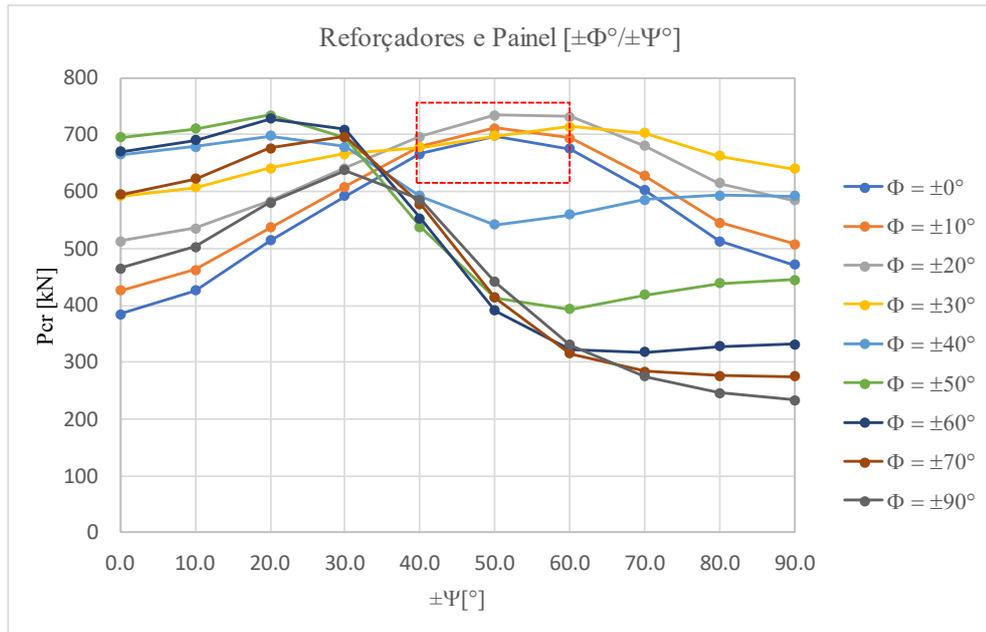


Figura 4.5: Otimização do painel e reforçadores

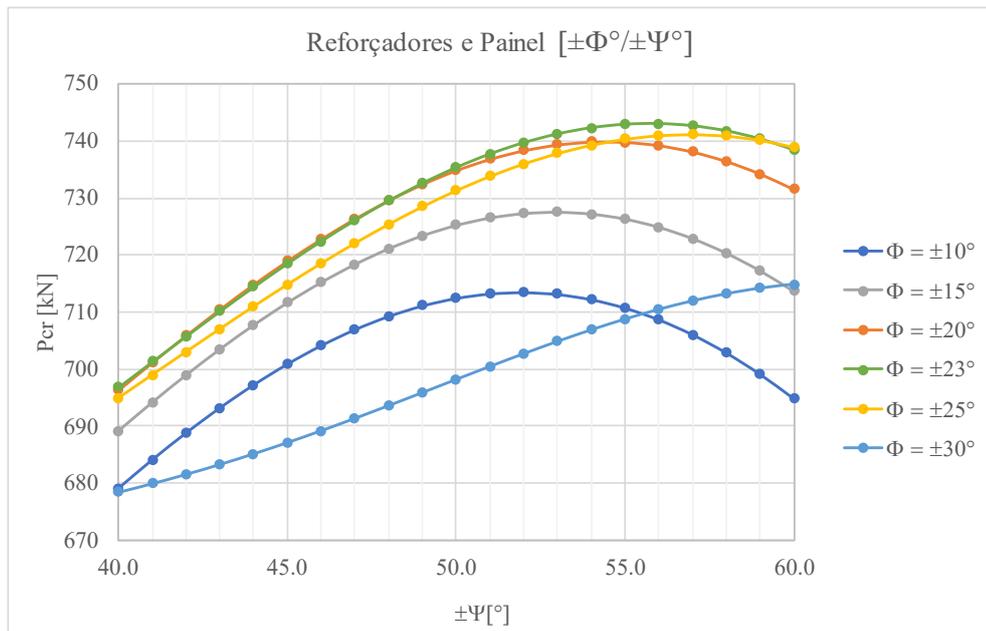


Figura 4.6: Otimização refinada do painel e reforçadores

A Figura 4.7 mostra o valor de carga crítica de flambagem do painel mantendo os valores dos ângulos das propriedades dos reforçadores inalterados. A região demarcada mostra os valores de ângulos ideais para a configuração da propriedade da parte plana do painel. A Figura 4.8 mostra os resultados da otimização refinada variando os ângulos em 1° .

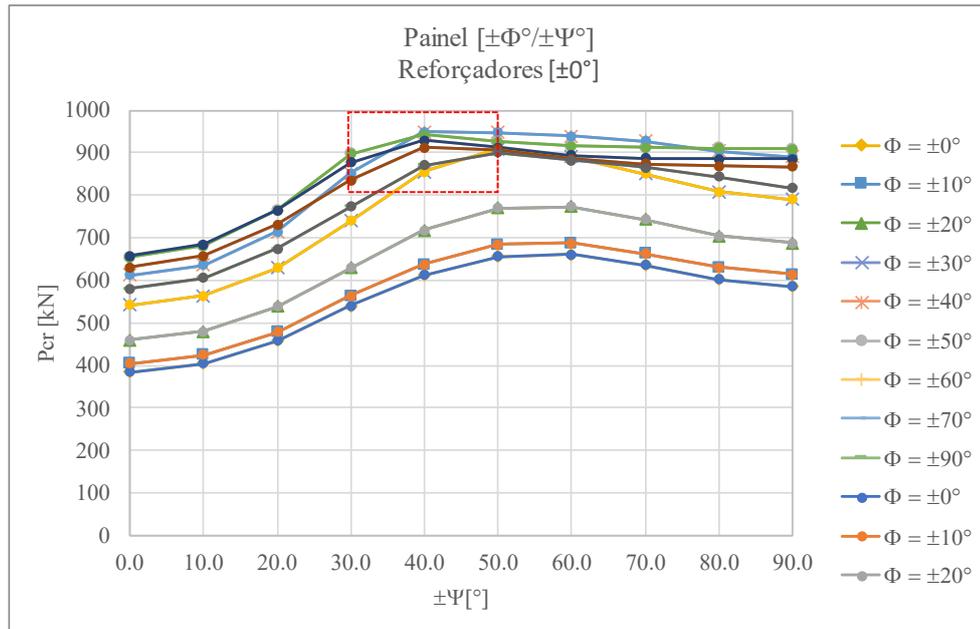


Figura 4.7: Otimização do Painel.

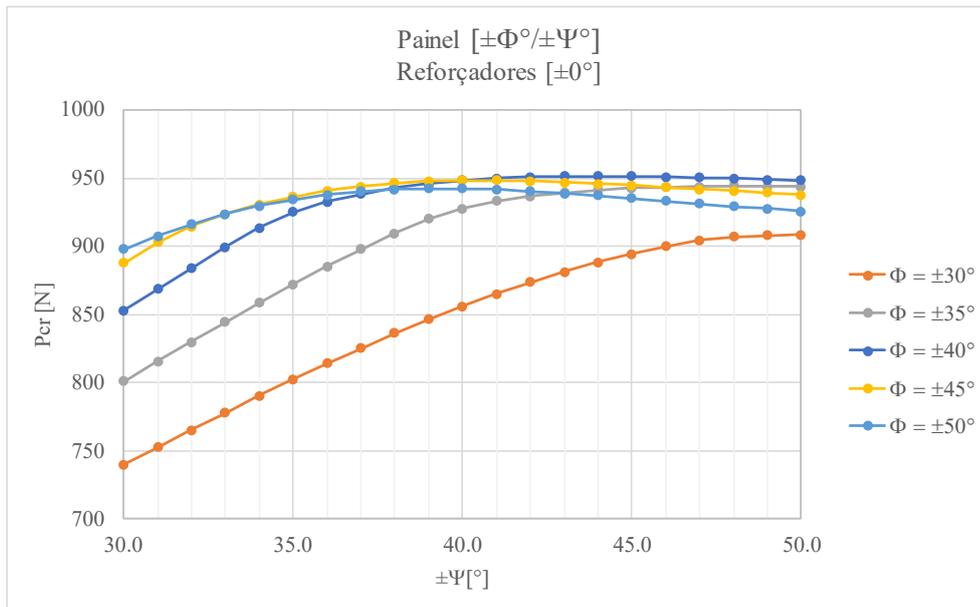


Figura 4.8: Otimização refinada do painel.

A Figura 4.9 e Figura 4.10 representam os resultados da otimização para ângulos ideais para as propriedades dos reforçadores, a mesma metodologia utilizada na etapa anterior foi aplicada, porém nessa etapa o foco da otimização foram os reforçadores.

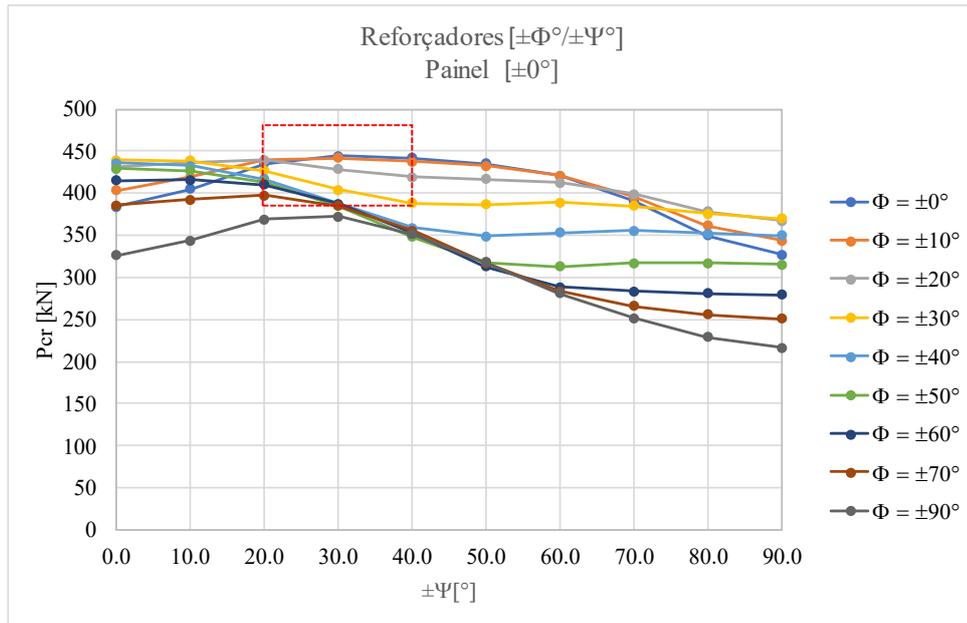


Figura 4.9: Otimização dos reforçadores

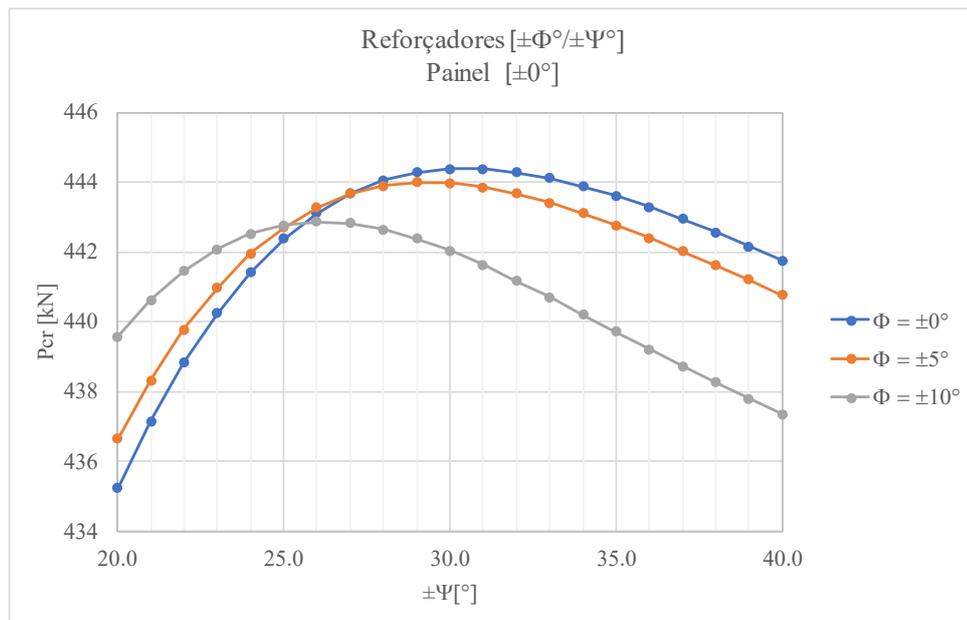


Figura 4.10: Otimização refinada dos reforçadores

Isolando os efeitos do painel e dos reforçadores foi possível definir os pares de ângulos ótimos para o painel do estudo utilizando a configuração DD.

Os resultados apresentados foram baseados nos valores das propriedades mecânicas da Tabela 3.1. Com esses valores e os resultados da otimização, foi possível apresentar um estudo comparativo entre as configurações QUAD e DD (Tabela 4.4).

É possível observar que a configuração DD se mostrou superior à configuração QUAD para várias configurações escolhidas. Como forma de demonstrar a redução em peso de um painel com o laminado disposto na configuração DD, fez-se uma última simulação reduzindo o número de camadas. Esse resultado pode ser visto na última linha tabela de resultados (Tabela 4.4). Para um mesmo carregamento houve uma redução de 4 camadas totais tanto na construção dos reforçadores quanto na parte plana do painel.

Tabela 4.4: Resultados do laminado com a configuração Double-Double

Auto valor	Pcr[kN]	Config.	Comp.	Reforçadores	Painel
0.96	693.4	QUAD	0%	[45/0/0/-45/0/0/-45/0/45/90]s	[90/45/0/0/-45/0/0/45/90/90/45/0/-45/0/0/-45]s
1.03	743.0	DD	7%	[+-23/+-56]5	[+-23/+-56]8
1.55	1114.7	DD	61%	[+-0/+-30]5	[+-40/+-40]8
1.58	1139.9	DD	64%	[+-0/+-30]5	[+-45/+-45]8
1.60	1152.2	DD	66%	[+-0/+-30]5	[+-40/+-44]8
0.99	715.5	DD	3%	[+-0/+-30]4	[+-40/+-44]7

4.3 Resultado das simulações usando dados do primeiro grupo

Os resultados a seguir são baseados nas simulações que utilizam as propriedades mecânicas e geométricas geradas conforme descrito no item 3.8.1.

4.3.1 Simulação de Monte Carlo para laminado com configuração QUAD

Os resultados da carga crítica de flambagem apresentados neste capítulo foram calculados utilizando os dados do primeiro grupo (Item 3.8.1 – Distribuição aleatória utilizando média (μ) e 1 desvio padrão (1σ)). Esses resultados são apresentados para cada *Solver* e podem ser vistos na Tabela 4.5. Os resultados para o carregamento demonstraram coerência quando comparados aos dados experimentais e determinísticos apresentados pela Tabela 4.1. Os valores de carga crítica de flambagem para cada condição simulada servem como *Input* para análise de sensibilidade global utilizando índices de Sobol que será apresentada ao logo do estudo.

Tabela 4.5: Resultado da simulação de Monte Carlo, laminado na configuração QUAD usando dados do primeiro grupo

Pcr[kN]	<i>Abaqus</i>®	<i>Nastran</i>®	<i>OptStruct</i>®
Minimum	603.72	598.66	604.70
Máximum	802.08	795.09	803.65
Average	699.51	693.47	700.72
Standar Dev.	44.59	44.14	44.66

4.3.2 Simulação de Monte Carlo para o laminado com configuração DD

A finalidade de realizar o estudo utilizando o laminado na configuração DD é comparar resultados de sensibilidade nas duas configurações apresentadas para o laminado (DD e QUAD). Com isso, realizou-se a simulação de Monte Carlo utilizando os mesmos parâmetros das simulações descritas no item 4.3. As configurações do DD utilizadas nesse estudo foram as mesmas encontradas no processo de otimização do laminado (item 4.2 sem remoção de camadas), $[\pm 0/\pm 30]_5$ para os reforçadores e $[\pm 40/\pm 44]_8$ para a parte plana do painel (Figura 4.11).

A Tabela 4.6 mostra os resultados encontrados após rodar os 1000 casos para cada *Solver*, o resultado é coerente com o que se esperava, ou seja, o laminado na configuração DD suporta um carregamento maior, para um mesmo número de camadas, quando comparado com laminado QUAD.

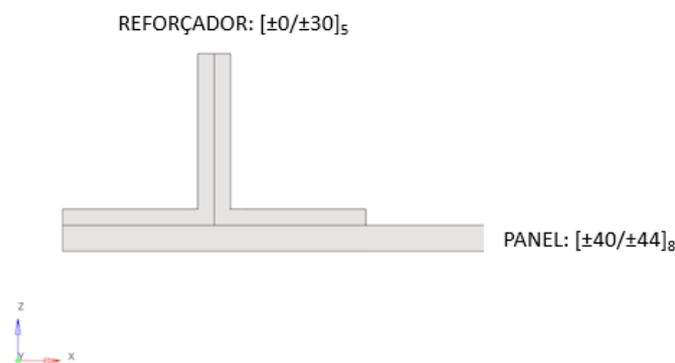


Figura 4.11: Configuração Double-Double otimizado (item 4.2)

Tabela 4.6: Resultado da simulação de Monte Carlo, laminado na configuração DD usando dados do primeiro grupo

Pcr[kN]	<i>Abaqus</i>®	<i>Nastran</i>®	<i>OptStruct</i>®
Minimum	1006.27	995.95	1007.86
Máximo	1315.01	1302.24	1312.81
Average	1156.04	1144.50	1156.78
Standar Dev.	66.43	65.96	64.94

4.3.3 Análise de sensibilidade global utilizando índices de Sobol

Os resultados a seguir demonstram a interdependência entre a carga crítica de flambagem e os parâmetros variáveis utilizados na simulação de Monte Carlo. Os parâmetros avaliados foram E_1 , E_2 , ν_{12} , G_{12} , Espessura da Lâmina (Tk) e orientação (θ°). Para todos os fatores citados, encontrou-se uma relação similar entre os 3 *Solvers* e as 2 configurações (DD e QUAD). Observou-se que os parâmetros que tiveram maior influência nos resultados da carga, pelo critério de Sobol, foram o Módulo de Elasticidade longitudinal (E_1) e a espessura utilizada na fabricação da lâmina (Tk), os outros parâmetros influenciam de forma pouco relevante. Os termos de segunda ordem também oferecem informações relativas entre a dependência de um conjunto de parâmetros e o carregamento, porém nenhuma relação foi encontrada. A Figura 4.12 mostra a influência dos fatores na configuração QUAD, já a Figura 4.13 mostra o resultado para o mesmo estudo utilizando a configuração DD. Ambas as configurações apresentaram o mesmo comportamento e os mesmos parâmetros de influência.

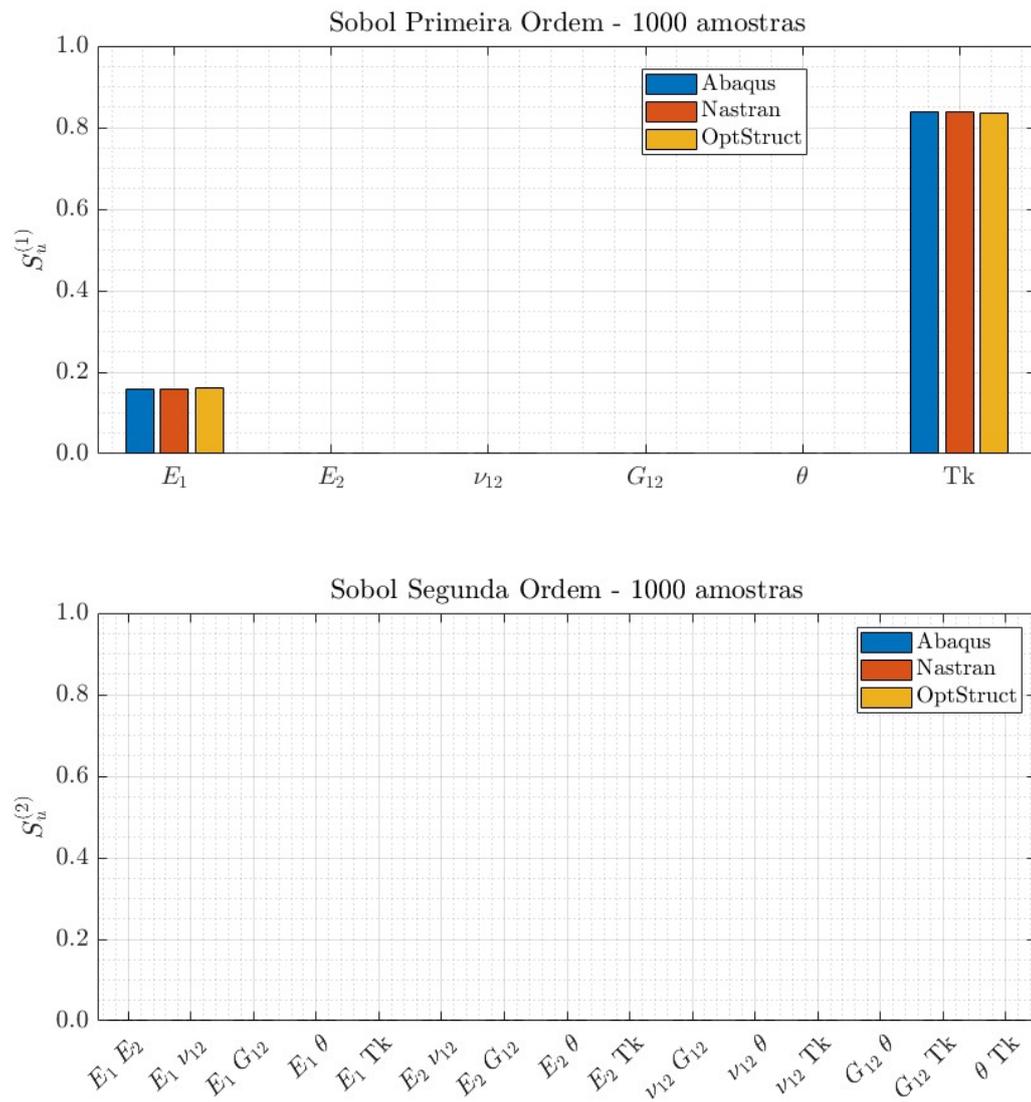


Figura 4.12: Análise de sensibilidade Global, laminado na configuração QUAD usando dados do primeiro grupo

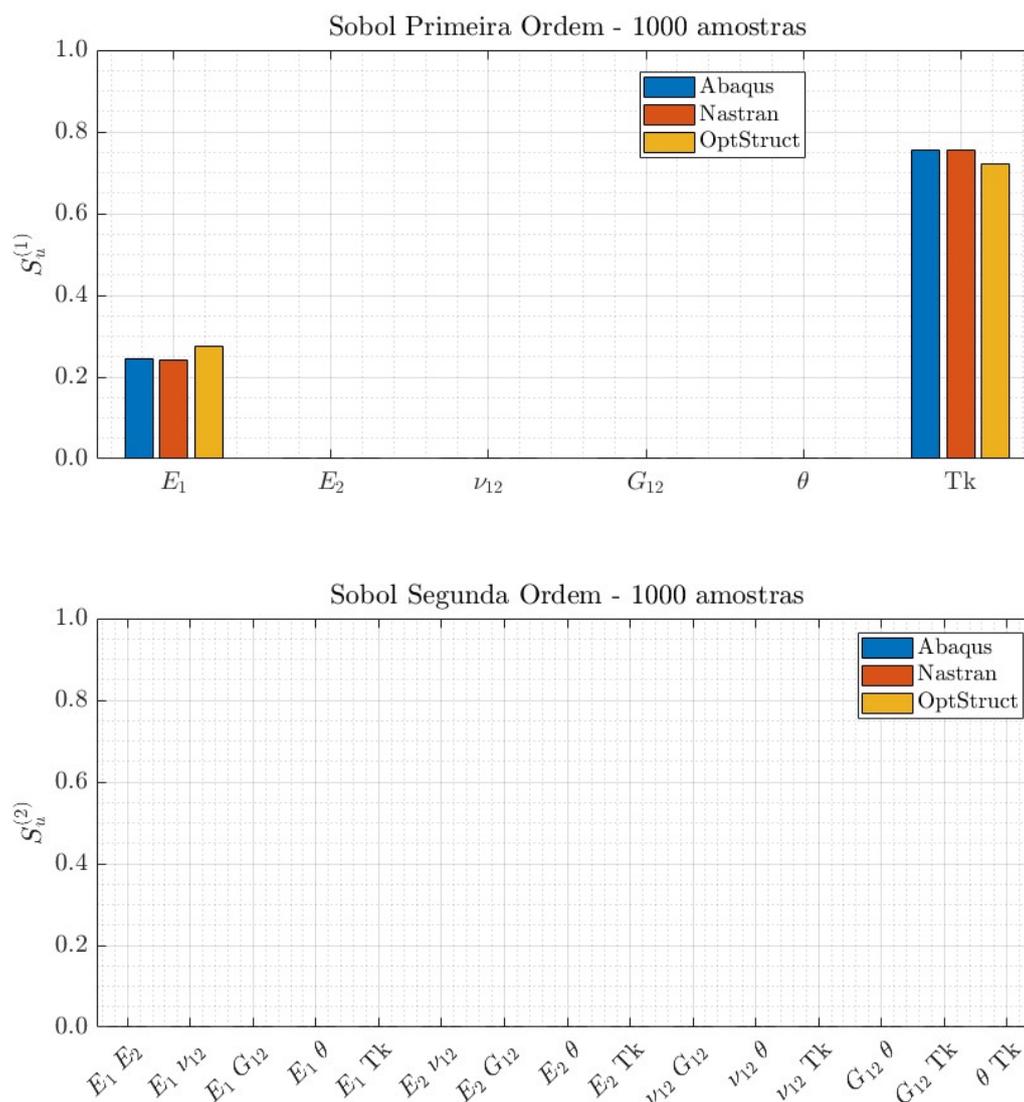


Figura 4.13: Análise de sensibilidade Global, laminado na configuração DD usando dados do primeiro grupo

4.4 Resultado das simulações usando dados do segundo grupo

Os resultados a seguir são baseados nas simulações que utilizam as propriedades mecânicas e geométricas geradas conforme descrito no item 3.8.2.

4.4.1 Simulação de Monte Carlo para o laminado com configuração QUAD

Os resultados apresentados na Tabela 4.7 foram gerados com base nas propriedades e incertezas da Tabela 3.5. Os valores apresentados foram obtidos utilizando uma dispersão que abrange 4 desvios padrões da amostra ($CV = 4$). A escolha de utilizar 4 desvios padrões foi baseada na regra dos 3 sigmas, que estabelece que 99.7% de todo valor da população estará coberto em

uma faixa de resultados em torno da média + ou - 3 desvios padrões (WALPOLE *et al.*, 2016), logo, de maneira conservadora, optou-se por usar um valor de dispersão de 4 sigmas para aumentar a faixa de valores coberta pela análise.

Tabela 4.7: Resultado da simulação de Monte Carlo para laminado na configuração QUAD usando dados do segundo grupo

Pcr[kN]	<i>Abaqus</i> ®	<i>Nastran</i> ®	<i>OptStruct</i> ®
Minimum	389.15	386.08	389.68
Máximo	1136.95	1126.92	1139.72
Average	709.08	702.92	710.26
Standar Dev.	175.71	173.90	175.91

4.4.2 Simulação de Monte Carlo para o laminado na configuração DD

Da mesma forma que o item 4.4.1, foram realizadas simulações para a configuração DD. Os resultados estão apresentados na Tabela 4.8. Como os dados do segundo grupo apresentam uma maior dispersão, já era de se esperar valores maiores para desvio padrão e também limites inferiores e superiores diferentes das amostras utilizando o primeiro grupo como referência. Os resultados da Tabela 4.8 podem ser tomados como uma comparação, porém a finalidade dessas simulações é captar a influência dos parâmetros na análise de sensibilidade que será apresentada no item seguinte.

Tabela 4.8: Resultado da simulação de Monte Carlo para o laminado na configuração DD usando dados do segundo grupo

Pcr[kN]	<i>Abaqus</i> ®	<i>Nastran</i> ®	<i>OptStruct</i> ®
Minimum	632.48	626.12	632.73
Máximo	1719.65	1703.87	1704.28
Average	1137.96	1126.44	1136.80
Standar Dev.	243.15	240.83	238.78

4.4.3 Análise de sensibilidade global utilizando índices de Sobol

A Análise de Sensibilidade Global demonstrou o mesmo comportamento encontrado no item 4.3.3. Os índices de Sobol calculados utilizando os dados do primeiro e segundo grupo apresentaram os mesmos comportamentos. Esse mesmo comportamento também foi encontrado em ambas as configurações dos laminados, QUAD e DD.

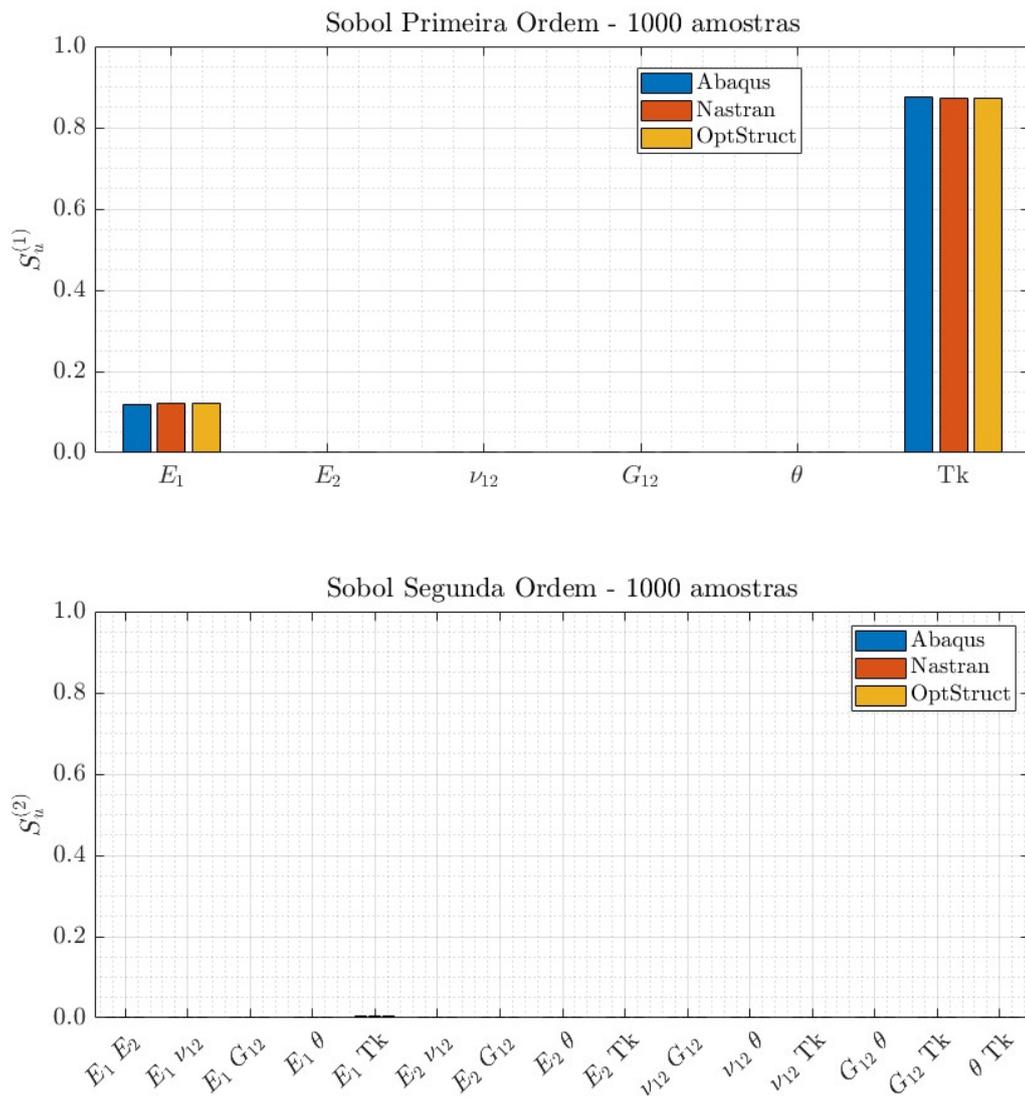


Figura 4.14: Análise de sensibilidade Global, laminado na configuração QUAD usando dados do segundo grupo

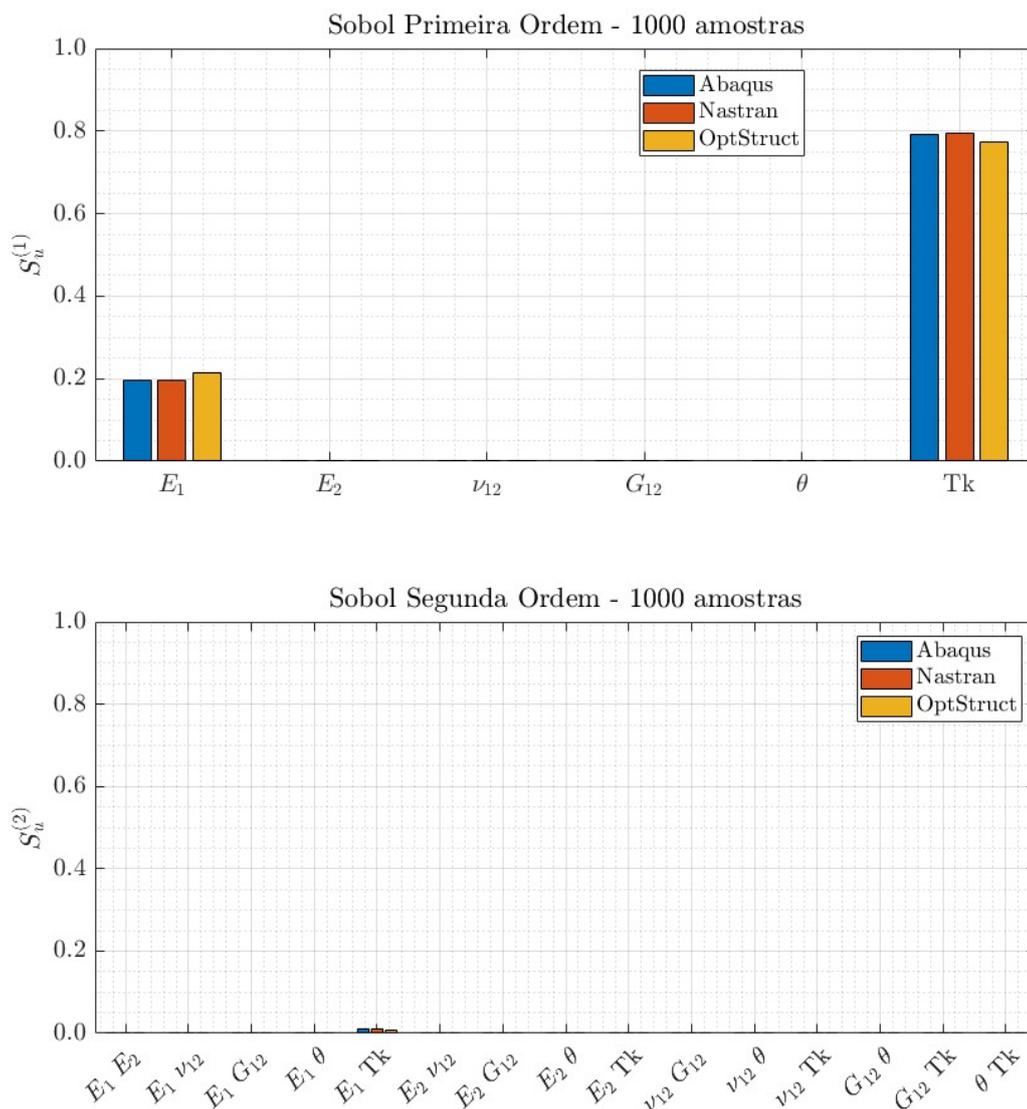


Figura 4.15: Análise de sensibilidade Global, laminado na configuração DD usando dados do segundo grupo

4.5 Resultado das simulações usando dados do terceiro grupo

Os resultados apresentados a seguir foram baseados nos dados de propriedades gerados para o terceiro grupo (item 3.8.3). O intuito dessa etapa do estudo é calcular um valor de carga crítica de flambagem, utilizando dados estatísticos, atendendo critérios de segurança no dimensionamento de uma estrutura em compósito conforme norma MIL-HDBK-17 (2002).

A Tabela 4.9 apresenta os resultados dos admissíveis calculados para o painel utilizando as 2 configurações. O painel utilizando a configuração DD se mostrou superior em aproximadamente 70% no quesito de capacidade carga em comparação à configuração QUAD.

Tabela 4.9 - Admissíveis de flambagem Base A e Base B – Comparativo QUAD/DD

	Pcr[kN]	Nastran	Abaqus	OptStruct
QUAD	Base B	595.8	600.9	602.0
	Base A	516.9	521.1	522.1
DD	Base B	999.3	1009.7	1013.2
	Base A	884.5	894.0	900.1
	Base B	68%	68%	68%
	Base A	71%	72%	72%

4.5.1 Admissíveis de flambagem Base-A e Base-B para carga crítica de flambagem para configuração QUAD

A Tabela 4.10 mostra os resultados para os admissíveis de flambagem do para os 3 *Solvers*. A dispersão dos resultados é semelhante aos resultados apresentados nas etapas anteriores. O *Nastran*® foi o *Solver* que apresentou o resultado mais conservador, vindo na sequência *Abaqus*® e *OptStruct*®.

Tabela 4.10: Admissíveis de flambagem Base A e Base B – QUAD

Pcr[kN]	Nastran®	Abaqus®	OptStruct®
Mínimo	415.1	418.5	419.1
Máximo	958.1	967.8	968.6
Média (μ)	695.2	701.3	702.5
D. Padrão (σ)	73.4	74.1	74.2
kb =	1.354	1.354	1.354
ka =	2.43	2.43	2.43
Base B	595.8	600.9	602.0
Base A	516.9	521.1	522.1

A distribuição de dados gerados do terceiro grupo se comportam como uma curva normal padrão, logo, os resultados de carregamento das simulações também devem atender o mesmo critério. Isso pode ser confirmado pelos gráficos de frequência demonstrados nos gráficos da Figura 4.16.

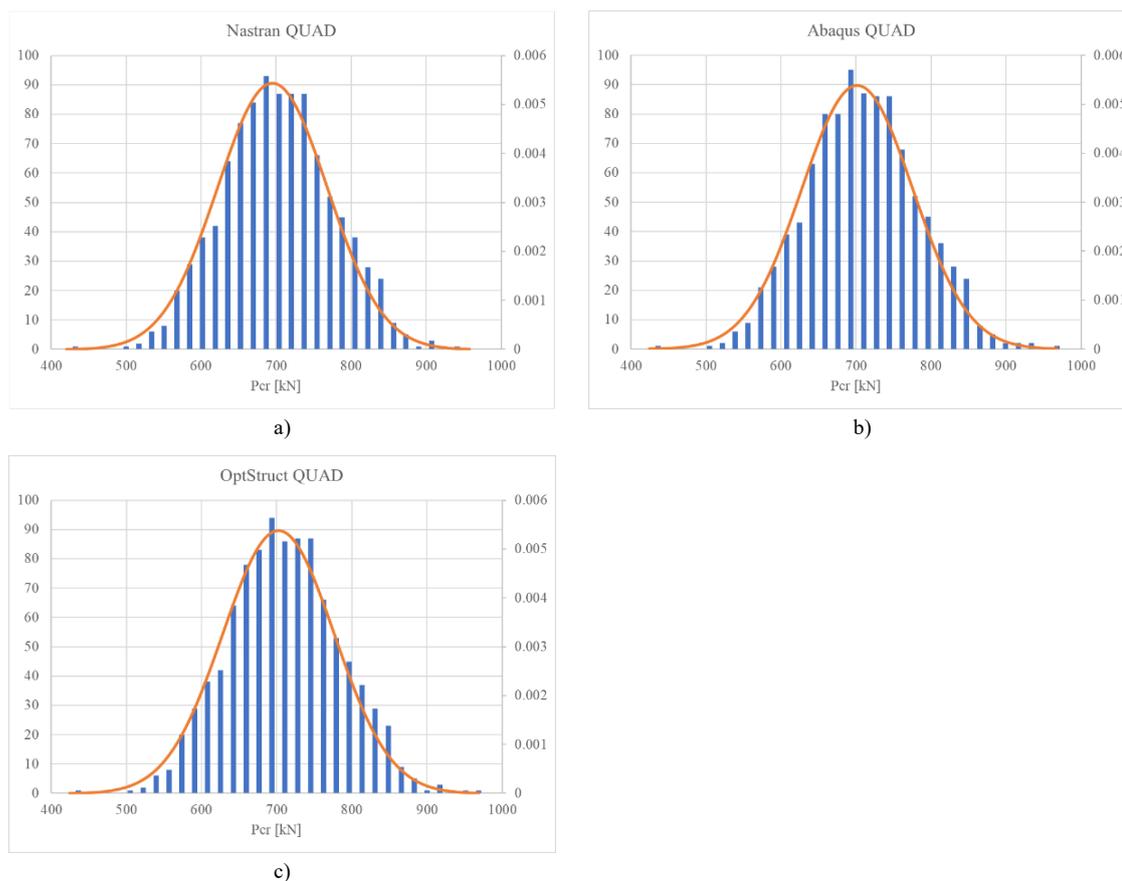


Figura 4.16: Gráfico de frequência das simulações utilizando os dados do terceiro grupo – QUAD

4.5.2 Admissíveis de flambagem Base-A e Base-B para carga crítica de flambagem para configuração DD

A Tabela 4.11 mostra os admissíveis pra o painel utilizando a configuração DD, já a Figura 4.17 mostra o gráfico de frequência calculado a partir dos mesmos valores de propriedades utilizados com painel QUAD. Esses resultados corroboram para utilização da configuração DD frente a configuração convencional QUAD. O comportamento estatístico é similar entre as duas configurações, porém a capacidade de carga de um painel na figuração DD é cerca de 70% maior.

Tabela 4.11: Admissíveis de flambagem Base A e Base B – Double-Double

Pcr[kN]	Nastran®	Abaqus®	OptStruct®
Mínimo	696.5	703.7	705.0
Máximo	1483.6	1497.4	1485.3
Média (μ)	1143.7	1155.2	1155.6
D. Padrão (σ)	106.7	107.5	105.2
kb =	1.354	1.354	1.354
ka =	2.43	2.43	2.43
Base B	999.3	1009.7	1013.2
Base A	884.5	894.0	900.1

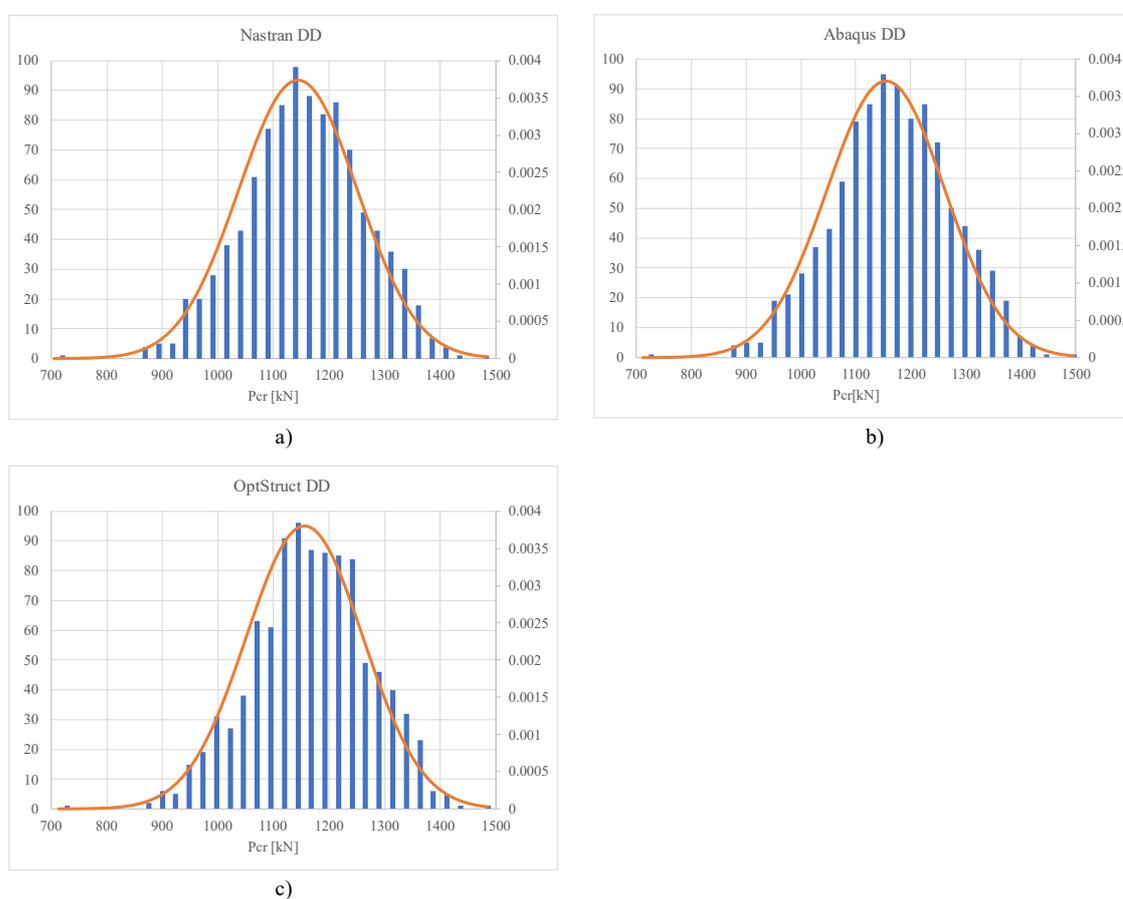


Figura 4.17: Gráfico de frequência das simulações utilizando os dados do terceiro grupo – DD

4.6 Tempo de processamento

O tempo de processamento gasto na solução das equações dos modelos de elementos finitos foi citado no item 4.1. O estudo foi baseado no tempo gasto para processar um único modelo para

cada *Solver*. Porém, de forma não intuitiva, o tempo gasto para rodar os 1000 casos de análise não foi um múltiplo dos valores encontrados anteriormente. Essa discrepância foi encontrada porque o formato de “fila” que cada *Solver* usa para o processo de múltiplas rodadas é diferente.

O *Solvers* que se demonstraram mais eficiente em tempo de processamento foram o *Nastran*® e o *OpstStruct*® com cerca de 500 minutos, já o *Abaqus*®, para realizar a mesma atividade foram gastos aproximadamente 1660 minutos. Essa discrepância entre eles é representada principalmente pela metodologia que o *Abaqus*® utilizada para rodar múltiplos arquivos. Ele roda de forma paralela todos os modelos ao mesmo tempo, com isso fez-se necessário criar uma “.BAT” para que os cartões fossem chamados em ordem de término. Esse processo não se mostrou eficiente. A outra forma seria rodar todos em paralelo, porém, o tempo gasto não foi alterado de forma significativa, visto que a capacidade de processamento do computador ficava comprometida com as operações do processador ocupando todos os núcleos disponíveis.

O *Nastran*® e o *OpstStruct*® conseguem gerenciar a fila de forma automática e somente submetem outro modelo ao término do anterior. Essa metodologia utilizada por esses *Solvers* otimiza a capacidade de processamento do computador e fez com que o trabalho fosse executado de uma forma mais eficiente.

5 CONCLUSÃO

Esse trabalho de pesquisa avaliou a carga de flambagem de um painel reforçado construído em fibra de carbono (CFRP), utilizando diferentes plataformas comerciais de elementos finitos e as variações nos valores das propriedades mecânicas atribuídas ao material do painel. Os *Solvers* utilizados, ou plataformas, foram *Nastran*®, *OptStruct*® e *Abaqus*®. Diferentes arranjos de combinações de geometrias e propriedades mecânicas foram avaliadas. Também foram abordados os temas: simulações de Monte Carlo, análise de sensibilidade global utilizando índices de Sobol, otimização de peso com novas configurações de *lay-up* do laminado e cálculo do admissível de flambagem conforme metodologias normativas.

Os resultados da carga crítica de flambagem utilizando os valores de propriedades mecânicas e o modelo de elementos finitos publicados por Cabral *et al.* (2020), foram similares para os três *Solvers*. Em relação aos dados experimentais os três *Solvers*, apresentaram divergências máximas de 6% para menos (Tabela 4.1). Já a diferença entre os valores da carga de flambagem entre o modelo com as condições de contorno proposta por Cabral *et al.* (2020) e os modelos utilizados no estudo foram de 2% (Tabela 4.3). Este estudo foi essencial para configurar um modelo que seria utilizado como base na geração de dados das simulações de Monte Carlo.

Após a validação dos modelos determinísticos efetuou-se simulações de Monte Carlo com a finalidade de gerar dados suficientes para compor o estudo de sensibilidade. A análise de sensibilidade global, utilizando índices de Sobol, revelou que os parâmetros de maior influência na determinação da carga crítica de flambagem foram o módulo de elasticidade longitudinal (E_1) e a espessura da lâmina (t). Esse comportamento foi consistente entre os três *Solvers* utilizados e as duas configurações do estudo, QUAD e DD.

Realizou-se também um estudo de otimização para definir uma nova configuração para o painel utilizando a metodologia DD. Esse estudo teve como premissa encontrar uma configuração ótima que fosse comparada à convencional QUAD. Observou-se que o painel configurado com o novo *lay-up* apresentou uma maior capacidade de carga. Configurações propostas demonstraram, na Tabela 4.4, que um modelo com o mesmo número de camadas, mas com lâminas dispostas de forma otimizada pela metodologia DD, apresentou 66% a mais de capacidade de carga em comparação ao modelo determinístico de configuração QUAD. Para o mesmo nível de carga, foi possível reduzir camadas, resultando em uma redução de 16% no

peso do painel. Isso demonstra a eficiência da metodologia DD para estruturas com caminho de carga bem definido.

As implicações deste estudo são significativas. As descobertas com o laminado DD podem influenciar no dimensionamento e projeto de estruturas mais leves e simples de fabricar, contribuindo para o desenvolvimento de aeronaves e veículos mais eficientes. Finalmente, os admissíveis de flambagem calculados mostraram que a configuração DD suportou uma carga 70% maior que a configuração QUAD, reforçando a vantagem do uso da metodologia DD.

Esta pesquisa demonstra que a utilização de diferentes *Solvers* e a aplicação de metodologias avançadas de análise e otimização permitem obter estruturas mais eficientes. Espera-se que este trabalho inspire novas pesquisas e avanços na engenharia de estruturas, promovendo o desenvolvimento contínuo de soluções que visem maior eficiência e leveza.

6 SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS

Podem ser sugeridos como trabalhos futuros, relativos ao tema apresentado, os seguintes estudos:

- Avaliar o comportamento do painel em regime de pós flambagem utilizando os mesmos *Solvers*.
- Otimizar a configuração de *lay-up* do laminado Double-Double utilizando as soluções internas disponíveis nos *Solvers* e comparar com os resultados disponibilizados por esse estudo.
- Construir e ensaiar painéis utilizando a configuração Double-Double proposta pelo estudo. Utilizar os dados de ensaio para validar os resultados dos modelos apresentados.

7 REFERÊNCIAS

ABAQUS. Abaqus Documentation 2024. 2024. Disponível em: <https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.5/books/usb/default.htm?startat=pt03ch06s02at02.html#usb-anl-aeigenbuckling>. Acessado em: 18 mar. 2024.

AGÊNCIA NACIONAL DE AVIAÇÃO CIVIL. 2024. Disponível em: <https://www.gov.br/anac/pt-br>. Acessado em: 25 maio 2024.

AIRBUS. 2024. Disponível em: <https://www.airbus.com/en>. Acessado em: 25 maio 2024.

ALTAIR ENGINEERING INC. 2024. Disponível em: <https://altair.com/optistruct>. Acessado em: 25 maio 2024.

AUTODESK. 2024. Disponível em: <https://help.autodesk.com/view/NINCAD/2024/ENU/?guid=GUID-16C78B27-F518-440B-B300-E1574DC8AA1E>. Acessado em: 29 fev. 2024.

AZIZIAN, M.; ALMEIDA, J. H. S. Stochastic, probabilistic and reliability analyses of internally-pressurized filament wound composite tubes using artificial neural network metamodels. **Materials Today Communications**, vol. 31, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2022.103627>.

BALDASSARRE, A.; OCAMPO, J.; MARTINEZ, M.; RANS, C. Accuracy of strain measurement systems on a non-isotropic material and its uncertainty on finite element analysis. **The Journal of Strain Analysis for Engineering Design**, vol. 56, nº 2, p. 76–95, 2021. <https://doi.org/10.1177/0309324720924580>.

BLANCO, J. **Cálculo de estructuras en materiales compuestos mediante elementos finitos con HyperWorks**. Trabajo de fin de grado – Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, 2020.

BOEING. 2024. Disponível em: <https://www.boeing.com>. Acessado em: 27 maio 2024.

BOUHAFS, M.; SEREIR, Z.; CHATEAUNEUF, A. Probabilistic analysis of the mechanical response of thick composite pipes under internal pressure. **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, vol. 95, p. 7–15, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2012.05.001>.

BRUHN, E. F. **Analysis and design of flight vehicle structures**. Carmel: Jacobs Publishing ,INC, 1973.

BURT, R. J.; YATES, J. B. **F-35 Aircraft Structural Integrity Program Overview**. 2006.

CABRAL, P. H.; CARRERA, E.; DOS SANTOS, H. E. A. A.; GALEB, P. H. G.; PAGANI, A.; PEETERS, D.; PRADO, A. P. Experimental and numerical vibration correlation of prestressed laminated reinforced panel. **Mechanics of Advanced Materials and Structures**, vol. 29, n° 15, p. 2165–2175, 2020. <https://doi.org/10.1080/15376494.2020.1853285>.

CESTINO, E.; FRULLA, G.; SPINA, M.; CATELANI, D.; LINARI, M. Numerical simulation and experimental validation of slender wings flutter behavior. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering**, vol. 233, n° 16, p. 5913–5928, 2019. <https://doi.org/10.1177/0954410019879820>.

CHAMIS, C. C.; ABUMERI, G. H. Probabilistic dynamic buckling of composite shell structures. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**. vol. 36, n° 10, p. 1368–1380. <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2004.11.018>.

CHIACHIO, M.; CHIACHIO, J.; RUS, G. Reliability in composites - A selective review and survey of current development. **Composites Part B: Engineering**, vol. 43, n° 3, p. 902–913, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2011.10.007>.

CNET. 2024. Disponível em: <https://www.cnet.com/pictures/the-great-boeing-metal-airplane-shop-pictures/19/>. Acessado em: 24 jun. 2024.

COLLEGE OF ENGINEERING. 2024. Disponível em: <https://www.aa.washington.edu/about/impact/FEM>. Acessado em: 24 maio 2024.

DANIEL, I. M.; ISHAI, O. **Engineering Mechanics of Composite Materials**. 2° ed. New York: Oxford University Press, 2006.

DANTAS, E.; TOSIN, M.; CUNHA JR., A. An uncertainty quantification framework for a Zikavirus epidemic model. **Journal of Computational Interdisciplinary Sciences**, vol. 10, n° 2, p. 91–96, 2019. <https://doi.org/10.31224/3920>.

DASSAULT SYSTEMES. 2024. Disponível em: <https://www.3ds.com/products/simulia/abaqus>. Acessado em: 18 mar. 2024.

DELFT AEROSPACE STRUCTURE. 2023. Disponível em: <https://www.tudelft.nl/en/ae/organisation/departments/dasml>. Acessado em: 31 ago. 2023.

FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION. 2024. Disponível em: <https://www.faa.gov/>. Acessado em: 25 maio 2024.

FELIPPA, C. A. **Introduction to Finite Element Methods**. 2004. Lecture Notes – University of Colorado, Boulder, 2004.

FERREIRA, L. de P. S. **Contributions on SHM in composite materials: Lamb wave analysis via 1-D-CNN with numerical models**. PhD Thesis – UFMG, Belo Horizonte, 2024.

GASPAR, B.; TEIXEIRA, A. P.; GUEDES, C. Sensitivity analysis of the IACS-CSR buckling strength requirements for stiffened panels. **Maritime Technology and Engineering** 3. Taylor & Francis, p. 459-470, 2016. ISBN 978-1-138-03000-8.

GUO, R.; LI, C.; NIU, Y.; XIAN, G. The fatigue performances of carbon fiber reinforced polymer composites – A review. **Journal of Materials Research and Technology**, vol. 21, p. 4773–4789, 2022. <https://doi.org/10.1016/J.JMRT.2022.11.053>.

HEXAGON. 2023. Disponível em: <https://hexagon.com/>. Acessado em: 2 set. 2023.

HEXCEL COMPORTATION. 2023. Disponível em: <https://www.hexcel.com/>. Acessado em: 4 ago. 2024.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais**. 7^o ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2010.

ISCOLD, P. **Introdução às cargas nas aeronaves**. 2006. Notas de aula – UFMG, Belo Horizonte, 2006.

KOLLAR, L. P.; SPRINGER, G. S. **Mechanics of Composite Structures**. 1^o ed. New York: Cambridge University Press, 2009.

KRISHNAN, A.; SENEVIRATNE, W.; PERERA, S. Validation of Compression-after-Impact Experiments Using ABAQUS Simulations. **Proceedings of American Society for Composites 33rd Technical Conference**, 2018. <https://doi.org/10.12783/asc33/25923>.

LEÓN, C. A.; ZHOU, X. Carbon Fiber Mechanical Properties: Reconciling Models and Experiments. **2nd Innovative International Composites Summit**, Paris, 2011.

LI, H. S.; XIA, S.; LUO, D. M. A probabilistic analysis for pin joint bearing strength in composite laminates using Subset Simulation. **Composites Part B: Engineering**, vol. 56, p. 780–789, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.09.025>.

LI, S. The Maximum Stress Failure Criterion and the Maximum Strain Failure Criterion: Their Unification and Rationalization. **Journal of Composites Science**, vol. 4, n° 4, p. 157, 2020. <https://doi.org/10.3390/jcs4040157>.

LOCKHEED MARTIN. 2024. Disponível em: <https://www.lockheedmartin.com>. Acessado em: 29 maio 2024.

LOGAN, D. L. **A First Course in the Finite Element Method**. 6° ed. Platteville: Cengage Learning, 2015.

LUO, Z.; YANG, J.; CHEN, L. A new procedure for aerodynamic missile designs using topological optimization approach of continuum structures. **Aerospace Science and Technology**, vol. 10, n° 5, p. 364–373, 2006. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2005.12.006>.

LUSTOSA, P. R. B.; PONTE, V. M. R.; DOMINAS, W. R. “**Simulação.**” **Pesquisa Operacional para decisão em contabilidade e administração**. 2° ed. São Paulo: Atlas, 2004.

MACNEAL, R.H. Some Organization Aspects of NASTRAN. Los Angeles, California, 1977.

MARLETT, K.; NG, Y.; TOMBLIN, J.; HOOPER, E. **Hexcel 8552 AS4 Unidirectional Prepreg at 190 gsm & 35% RC Qualification Material Property Data Report**. Report: CAM-RP-2010-002 Rev A – NCAMP, Wichita, 2011.

METROPOLIS, N. The beginning of the Monte Carlo method. **Los Alamos Science**, vol. 15, p. 125–130, 1987.

METROPOLIS, N.; ULAM, S. The Monte Carlo Method. **Journal of the American Statistical Association**, vol. 44, n° 247, p. 335–341, 1949. <https://doi.org/10.1080/01621459.1949.10483310>.

MOHAMMED, A. Validation of Finite Element Modeling for Rectangular Reinforced Concrete Beams with Web Opening. **Journal of Engineering and Sustainable Development**, vol. 23, n° 3, p. 89–98, 2019. <https://doi.org/10.31272/jeasd.23.3.7>.

NGUYEN, T. H. Global Sensitivity Analysis of In-Plane Elastic Buckling of Steel Arches. **Engineering, Technology & Applied Science Research**, vol. 10, n° 6, p. 6476–6480, 2020. <https://doi.org/10.48084/etasr.3833>.

NIELSEN, M. W. D.; BUTLER, R.; RHEAD, A. T. Minimum mass laminate design for uncertain in-plane loading. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, vol. 115, p. 348–359, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2018.09.028>.

NIU, M. C. Y. **Airframe: Stress Analysis and Sizing**. 2° ed. Los Angeles: Hong Kong Conilit Press LTD, 1999.

OÑATE, E. **Structural Analysis with the Finite Element Method Linear Statics**. Barcelona: Springer, 2013.

PARÍS, F. **A Study of Failure Criteria of Fibrous Composite Materials**. George Washington University, Hampton, 2001.

PATNE, S.; KARALE, A.; MOHANKUMAR, V.; RANE, S. Bolt pre-load CAE analysis and validation: FEA simulation of hex bolt tightening torque for IDU assembly of 2-wheeler in MSC Nastran and practical validation. **Materials Today: Proceedings**, vol. 72, p. 1925–1928, 2023. <https://doi.org/10.1016/J.MATPR.2022.10.155>.

REDDY, J. N.; PANDEY, A. K. A first-ply failure analysis of composite laminates. **Computers & Structures**, vol. 25, n° 3, p. 371–393, 1987. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(87\)90130-1](https://doi.org/10.1016/0045-7949(87)90130-1).

ROESELER, B.; SARH, B.; KISMARTON, M. **Composite Structures-The First 100 Years**. 2007.

ROSKAM, J. **Airplane Design**. 1° ed. Kansas: DARcorporation, 1997.

SAAB. 2024. Disponível em: <https://www.saab.com/pt-br/markets/brasil>. Acessado em: 25 maio 2024.

SARAIVA JR., A. F.; TABOSA, C. M.; COSTA, R. P. Monte Carlo simulation applied to order economic analysis. **Production**, vol. 21, n° 1, p. 149–164, 2011. <https://doi.org/10.1590/S0103-65132011005000016>.

SIKORSKY. 2024. Disponível em: <https://sikorskyarchives.com/home/sikorsky-product-history/helicopter-innovation-era/boeing-sikorsky-rah-66>. Acessado em: 24 maio 2024.

SLOAN, J. CW Composites World. 2019. Disponível em: <https://www.compositesworld.com/news/spirit-aerosystems-debuts-next-generation-composite-fuselage-panel>. Acessado em: 24 jun. 2024.

SPIRIT AEROSYSTEM. 2024. Disponível em: <https://www.spiritaero.com/>. Acessado em: 27 mar. 2024.

SUMITHRA, G.; REDDY, R. N.; KUMAR, G. D.; OJHA, S.; JAYACHANDRA, G.; RAGHAVENDRA, G. Review on composite classification, manufacturing, and applications. **Materials Today: Proceedings**, 2023. <https://doi.org/10.1016/J.MATPR.2023.04.637>.

THE NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. 2024. Disponível em: <https://www.nasa.gov/>. Acessado em: 31 maio 2024.

TOSIN, M.; CÔRTEZ, A. M. A.; CUNHA, A. A Tutorial on Sobol' Global Sensitivity Analysis Applied to Biological Models. **Networks in Systems Biology: Applications for Disease Modeling**, vol. 32, p. 93–118, 2020. https://doi.org/10.1007/978-3-030-51862-2_6.

TSAI, S. W. Double–double: New family of composite laminates. **AIAA Journal**, vol. 59, n° 11, p. 4293–4305, 2021. <https://doi.org/10.2514/1.J060659>.

ULAM, S.; RICHTMYER, R. D.; VON NEUMANN, John. Statistical methods in neutron diffusion. **LAMS-551, Los Alamos National Laboratory**, p. 1–22, 1947.

U.S. DEPARTMENT OF DEFENSE. **Composite Material Handbook**. Washington, DC, vol. 1–5, 2002.

U.S. DEPARTMENT OF TRANSPORTATION. **Advisory Circular AC 20-107B - Composite Aircraft Structure**. Federal Aviation Administration, 2010.

VIQARUDDIN, M.; REDDY, D. R. Structural optimization of control arm for weight reduction and improved performance. **Materials Today: Proceedings**, vol. 4, n° 8, p. 9230–9236, 2017. <https://doi.org/10.1016/J.MATPR.2017.07.282>.

WALPOLE, R. E.; MYERS, R. H.; MYERS, S. L.; YE, K. E. **Probability & Statistics for Engineers & Scientists, Global Edition**. 9^o ed. Virginia: Pearson, 2016.

WERTHEN, E.; DÄHNE, S. **Design rules consideration within optimization of composite structures using lamination parameters**. 2016. Master Thesis – German Aerospace Center (DLR), Braunschweig, 2016.

WIKIPEDIA. 2024. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/McDonnell_Douglas. Acessado em: 17 ago. 2024.

YADAV, D.; VERMA, N. Buckling of composite circular cylindrical shells with random material properties. **Composite Structures**, vol. 37, n^o 3–4, p. 385–391, 1997. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(97\)00032-9](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(97)00032-9).

8 ANEXO

8.1 Código para gerar os cartões FEM para análise de Monte Carlo

```

Option Explicit
Sub createRunFiles()
    Const ForReading = 1
    Const ForWriting = 2
    Const ForAppending = 8
    Dim i, j, k As Integer
    Dim fso As Object
    Set fso = CreateObject("Scripting.FileSystemObject")
    Dim sourceFile As Object
    Dim newFemFile As Object
    Dim matInfoFile As Object
    Dim batFile As Object
    Dim femFilePath As String
    Dim femFile As String
    Dim matInfo As Variant
    Dim line As String
    Dim matInfoLine() As String
    Dim plyInfo As Variant
    Dim newFemFileName As String
    Dim plyOn As Boolean
    Dim sig As Double
    Dim propField() As String
    Dim propId As Integer

    femFilePath = "C:\FEM\MonteCarlo\QUAD_DistNormal\Abaqus\"
    femFile = "Abacus.inp"
    Set matInfoFile = fso.OpenTextFile(femFilePath &
"matInfo_1CV_DistNormal.csv", ForReading)
    i = 0
    While Not matInfoFile.atendofstream
        ReDim Preserve matInfoLine(i)
        matInfoLine(i) = matInfoFile.readline
        i = i + 1
    Wend
    Set batFile = fso.createtextfile(femFilePath & "rodar_1CV.bat")

```

```

For i = LBound(matInfoLine) To UBound(matInfoLine)
    Set sourceFile = fso.OpenTextFile(femFilePath & femFile, ForReading)
    matInfo = Split(matInfoLine(i), ",")
    newFemFileName = "DistN_Abq_E1_" & Replace(Trim(matInfo(2)), ".",
"p") & "E2_" & Replace(Trim(matInfo(3)), ".", "p") & "nu_" &
Replace(Trim(matInfo(4)), ".", "p") & "G12_" & Replace(Trim(matInfo(5)), ".",
"p") & "Alpha_" & Replace(Trim(matInfo(9)), ".", "p") & "Tck_" &
Replace(Trim(matInfo(10)), ".", "p") & ".inp"
    batFile.writeline "call Abaqus job=" & newFemFileName
    Set newFemFile = fso.createtextfile(femFilePath & "RunFiles_1CV\" &
newFemFileName)
    While Not sourceFile.atendofstream ' while we are not finished
reading through the femFile
        line = sourceFile.readline
        If InStr(1, line, "119000.0 ,9800.0 ,0.316 ,4700.0
,1760.0 ,1760.0 ,0.0") Then
            For k = 2 To 8
                newFemFile.write matInfo(k) & ","
            Next
            ElseIf InStr(1, line, "HM_PROP_ID          1") Or InStr(1,
line, "HM_PROP_ID          2") Or InStr(1, line, "HM_PROP_ID          3") Or
InStr(1, line, "HM_PROP_ID          4") Then
                propField = Split(line)
                propId = propField(10)
                newFemFile.writeline line
                If propId = 2 Then sig = -1 Else sig = 1
            ElseIf InStr(1, line, "0.186          ,          3,AS4") Then
                plyInfo = Split(line, ",")
                If plyInfo(3) = 0 Then
                    newFemFile.writeline matInfo(10) & ",3,AS4," & sig *
Cdbl(matInfo(9))
                Else
                    newFemFile.writeline matInfo(10) & ",3,AS4," &
Cdbl(plyInfo(3))
                End If
            Else
                newFemFile.writeline line
            End If
        Wend
    sourceFile.Close

```

```

    Next
    batFile.Close
End Sub

Function Split_String_by_Number_of_Characters (Input_String As String,
Number_of_Characters As Integer)

    Dim i As Integer
    Dim Display As String
    Dim var01 As Integer
    Dim Output() As Variant

    If Len(Input_String) Mod Number_of_Characters = 0 Then
        var01 = Int(Len(Input_String) / Number_of_Characters)
        ReDim Output(Int(Len(Input_String) / Number_of_Characters) - 1)
    Else
        var01 = Int(Len(Input_String) / Number_of_Characters)
        ReDim Output(Int(Len(Input_String) / Number_of_Characters))
    End If
    For i = LBound(Output) To UBound(Output)
        Output(i) = Mid(Input_String, (i * Number_of_Characters) + 1,
Number_of_Characters)
    Next i
    Split_String_by_Number_of_Characters = Output()
End Function

```

8.2 Código utilizado no pré-processamento dos resultados

```

Sub readf06()
    Const ForReading = 1
    Dim fso As Object
    Dim batFile As Object
    Dim f06File As Object
    Dim eigValFile As Object
    Dim femFilePath As String
    Dim batFilePath As String
    Dim f06FilePath As String
    Dim batFileLine() As String
    Dim runFileName() As String
    Dim eigenvalue As Variant

```

```

Dim i, j As Integer
Dim teste As Integer
Set fso = CreateObject("Scripting.FileSystemObject")

femFilePath = "C:\FEM\MonteCarlo\QUAD_DistNormal\Abaqus\"
batFilePath = femFilePath & "Runfiles_4CV\rodar_4CV.bat"
f06FilePath = femFilePath & "Runfiles_4CV\"
Set batFile = fso.OpenTextFile(batFilePath, ForReading)
i = 0
While Not batFile.atendofstream
    ReDim Preserve runFileName(i)
    batFileLine() = Split(batFile.readline, "=")
    runFileName(i) = batFileLine(1)
    i = i + 1
Wend
Set eigValFile = fso.createtextfile(femFilePath & "eigenvalue_4CV.txt")
For j = LBound(runFileName) To UBound(runFileName)
    If fso.fileExists(f06FilePath & Replace(runFileName(j), ".inp",
".dat")) Then
        Set f06File = fso.OpenTextFile(f06FilePath &
Replace(runFileName(j), ".inp", ".dat"), ForReading)
        teste = 0
        While Not f06File.atendofstream
            If InStr(f06File.readline, "MODE NO EIGENVALUE") Then
                f06File.readline
                f06File.readline
                eigenvalue =
Split_String_by_Number_of_Characters(f06File.readline, 13)
                eigValFile.writeline runFileName(j) & " " &
Trim(eigenvalue(1))
                teste = 1
            End If
        Wend
        If teste = 0 Then
            eigValFile.writeline runFileName(j) & " " & "EIGENVALUE not
found!"
        End If
        f06File.Close
    Else
        eigValFile.writeline runFileName(j) & " " & "result file found!"
    End If
Next j

```

```
        End If
    Next
    eigValFile.Close
End Sub
```