

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Faculdade de Ciências Econômicas
Programa de Pós-Graduação em Economia

Victor Deleon

**RISCO MORAL, SUBSÍDIO PÚBLICO E POLÍTICA TARIFÁRIA: UMA
ANÁLISE MICROECONÔMICA PARA O TRANSPORTE PÚBLICO A
PARTIR DO MODELO DE BELO HORIZONTE.**

Belo Horizonte
2024

Victor Deleon

**RISCO MORAL, SUBSÍDIO PÚBLICO E POLÍTICA TARIFÁRIA: UMA
ANÁLISE MICROECONÔMICA PARA O TRANSPORTE PÚBLICO A
PARTIR DO MODELO DE BELO HORIZONTE.**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Economia do Centro de Desenvolvimento e Planeja-
mento Regional da Universidade Federal de Minas Gerais
(CEDEPLAR/UFMG), como requisito parcial para ob-
tenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Juan Pablo Gama Torres

Belo Horizonte
2024

Ficha Catalográfica

O48r
2024

Oliveira, Victor Deleon.

Risco moral, subsídio público e política tarifária (manuscrito) : uma análise microeconômica para o transporte público a partir do modelo de Belo Horizonte / Victor Deleon Oliveira. – 2024.

1 v.: il.

Orientador: Juan Pablo Gama Torres.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional.

Inclui bibliografia.

1. Transporte urbano - Belo Horizonte (MG) – Teses. 2. Pesquisa e desenvolvimento - Contratos – Teses. 3. Economia – Teses. I. Torres, Juan Pablo Gama. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional. III. Título.

CDD:380.5098151

Elaborada pela Biblioteca da FACE/UFGM – 194/2024
Adriana Kelly Rodrigues - CRB6/2572



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
CENTRO DE DESENVOLVIMENTO E PLANEJAMENTO REGIONAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

FOLHA DE APROVAÇÃO

RISCO MORAL, SUBSÍDIO PÚBLICO E POLÍTICA TARIFÁRIA: uma análise microeconômica para o transporte público a partir do modelo de Belo Horizonte

VICTOR DELEON OLIVEIRA

Dissertação de Mestrado defendida e aprovada, no dia 30 de agosto de 2024, pela Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal de Minas Gerais constituída pelos seguintes professores:

Juan Pablo Gama Torres (Orientador) (CEDEPLAR/FACE/UFMG)

Mônica Viegas Andrade (CEDEPLAR/FACE/UFMG)

Cláudio Burian Wanderley (Fundação João Pinheiro/MG)

Belo Horizonte, 30 de agosto de 2024.



Documento assinado eletronicamente por **Juan Pablo Gama Torres, Professor do Magistério Superior**, em 02/09/2024, às 09:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Claudio Burian Wanderley, Usuário Externo**, em 11/09/2024, às 09:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Monica Viegas Andrade, Professora do Magistério Superior**, em 25/09/2024, às 14:53, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3461674** e o código CRC **A94A720F**.

Agradecimentos

Por mais que este trabalho carregue apenas um nome na capa, ele é fruto de todos que de alguma forma me apoiaram em sua confecção. Para aqueles que estiveram ao meu lado durante este trajeto, minha gratidão sincera.

Agradeço à UFMG e ao Cedeplar por investirem tanto na minha formação. O privilégio de receber uma educação de excelência como esta me marcará para sempre.

Agradeço ao Professor Juan Pablo Gama Torres pela paciência e pelas dezenas de horas em reuniões de orientação. Mais do que um tema de pesquisa, o professor Juan me ajudou a desenvolver a escrita acadêmica e me incentivou a dar prosseguimento nesta área que gosto tanto.

Agradeço à Professora Mônica Viegas Andrade e ao Professor Cláudio Burian Wanderley, por terem gentilmente aceitado participar da minha banca.

Agradeço à Nicole, por todo amor e carinho. O seu apoio amenizou as dificuldades e tornou a jornada mais leve.

Agradeço à minha amiga Marcela, que tem me acolhido e apoiado desde a graduação e que me incentivou a entrar no programa de pós-graduação. Agradeço aos meus amigos de Cedeplar, em especial Maíra, Daniel, Nara, Samara, Calebe e Igor. O quanto eu aprendi com vocês é impossível descrever.

Agradeço à minha mãe, Laura, cujo apoio e o incentivo foram fundamentais não apenas agora, mas em toda minha vida acadêmica. Agradeço também ao meu pai, João, que infelizmente não pode presenciar a conclusão do trabalho, mas, de alguma forma não muito clara pra mim, já sabia exatamente como seria o desenrolar desta caminhada.

Resumo

Este trabalho busca analisar a ação pública frente aos desafios regulatórios do transporte público quanto ao bem-estar, à qualidade do serviço e à tarifa a partir da experiência de operação do transporte coletivo e convencional de Belo Horizonte. Valendo-se da metodologia Agente-Principal para o cenário de Risco Moral, avaliou-se como a interação em um jogo estratégico entre poder público, firma e usuários do transporte público pode delinear os incentivos contratuais que otimizam o bem-estar. Esta análise foi realizada considerando diferentes níveis de informação do Principal (o poder público) quanto às operações do Agente (a firma). A partir desta investigação teórica, verificou-se sob quais condições o Principal deve ofertar incentivos remuneratórios ao Agente para o exercício de esforços operacionais em prol da melhoria da qualidade do serviço. De forma complementar, a ação pública e o bem-estar foram avaliados em cenários com graus distintos de autonomia do Principal para a gestão do preço da tarifa do serviço. Os resultados indicam que a gestão do preço pelo poder público é uma ferramenta importante para a otimização do bem-estar. Indo além, a modelagem sugere que os incentivos contratuais e o preço da tarifa estão conectados entre si quando o Principal otimiza o bem-estar, de modo que haverá um valor tarifário específico para cada arranjo de incentivos contratuais que o poder público oferta com base no nível de qualidade almejado para o serviço.

Palavras-chaves: risco moral; teoria dos contratos; transporte público; Belo Horizonte; regulação econômica.

Abstract

This work seeks to analyze public authorities' decision-making in the face of regulatory challenges regarding public transport in terms of welfare, quality, and fares, based on the operation of Belo Horizonte's public and conventional transportation system. Using the Principal-Agent methodology for the Moral Hazard scenario, we evaluated how the interaction in a strategic game between public authorities, firms and public transport users can shape the contractual incentives that optimize social welfare. This analysis was conducted considering different levels of knowledge on the part of the Principal (the public authority) regarding the operations of the Agent (the service provider). Based on this conceptual investigation, it was verified under which conditions the Principal should offer wage incentives to the Agent to make efforts to improve the service quality. In addition, the public choice and the social welfare were assessed in scenarios with different autonomy for the Principal to manage the public transportation ticket price. The results indicate that price management by the public authority is an important tool for optimizing welfare. Further, the modeling suggests that contractual incentives and the bus ticket's price are connected to each other when the Principal optimizes social welfare. Then, there is a specific ticket value for each arrangement of contractual incentives offered by the public authority based on the level of quality desired for the service.

Key-words: moral hazard; agency theory; public transport; Belo Horizonte; economic regulation.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Regiões de Operação das redes de transporte coletivo e convencional. .	18
Figura 2 – Tempo do Jogo	33
Figura 3 – Representação do Jogo sem Risco Moral	41
Figura 4 – Representação do Jogo com Risco Moral	46
Figura 5 – Esboço de $h^{FB}(p)$ e $h^{SB}(p)$	78
Figura 6 – Análise inicial	79
Figura 7 – Choque de custos em c de 0.002 para 0.005	80
Figura 8 – Aumento de $\Delta\pi$ via redução de π_0 para 0.1 e aumento de π_1 para 0.9 .	82
Figura 9 – Alteração da Distribuição de Renda via aumento de W_2 de 720 para 800	83
Figura 10 – Esboço analítico com Preço Endógeno	84
Figura 11 – Análise Inicial com preço endógeno	85
Figura 12 – Preço endógeno e decisão de não incentivo ao esforço	86
Figura 13 – Analise comparada entre decisão com preço endógeno e preço exógeno .	88

Sumário

1	Introdução	10
1.1	Transporte público e incentivos	13
1.2	O transporte coletivo de Belo Horizonte	15
1.2.1	O início dos atuais contratos de transporte coletivo e convencional	17
1.2.2	O atual cenário do transporte coletivo	21
1.2.3	Conclusões gerais para o transporte coletivo belo-horizontino	25
1.3	Transporte público e Risco Moral	27
2	O modelo	32
2.1	O problema do consumidor	33
2.2	A firma	37
2.3	O Planejador Central	38
2.4	O caso sem risco Risco Moral	41
2.5	O caso de informação incompleta	46
2.6	Algumas considerações sobre a decisão do Planejador	51
2.7	A Tarifa como variável endógena	56
2.8	<i>Second-Best</i> para o preço endógeno.	61
2.8.1	<i>Second-best</i> com preço endógeno e incentivos ao esforço	62
2.8.2	<i>Second-Best</i> com preço endógeno e sem incentivos ao esforço.	63
2.9	Conclusões gerais para o capítulo	67
2.10	Apêndice do capítulo	68
2.10.1	Estudo completo das funções $v_{e=1}^{FB}(p)$ e $v_{e=0}^{FB}(p)$	68
2.10.1.1	Domínio	68
2.10.1.2	Limites	69
2.10.1.3	Condições de Primeira e Segunda Ordem	72
2.10.1.4	Máximo Global	73
2.10.2	Parametrização da diferença entre p_1 e p_2	74
2.10.3	Definição de $t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma} p = p_1)$, $t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma} p = p_0)$, $t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma} p = p_0)$, $t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma} p = p_0)$	74
2.10.3.1	Transferências para qualidade alta	74
2.10.3.2	Transferências para qualidade baixa	75
2.10.3.3	Diferença entre $t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma} p = p_1)$ e $t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma} p = p_0)$	76
2.10.3.4	Diferença entre $t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma} p = p_1)$ e $t_{e=0}^{FB}(\underline{\gamma} p = p_0)$	76
3	Casos particulares	77
3.1	O caso do preço exógeno	77
3.2	O caso do preço endógeno	83

3.3	Breve comparação entre a análise de preço endógeno e exógeno . . .	87
3.4	Apêndice do capítulo	89
3.4.1	Estudo completo das funções $h^{FB}(p)$ e $h^{SB}(p)$	89
3.4.1.1	Domínio	89
3.4.1.2	Limites	90
3.4.1.3	Condições de primeira e segunda ordem	91
3.4.1.4	Ponto de máximo global	92
3.4.2	Demonstração para $p_0, p_1 < \hat{p}$	92
4	Conclusão	94
	Referências	97

1 Introdução

O crescimento das grandes cidades é, no geral, acompanhado da necessidade de desenvolvimento de uma infraestrutura urbana capaz de garantir mobilidade para o seus cidadãos (COSTA; NETO; BERTOLDE, 2017). Neste caso, a mobilidade urbana consiste "no deslocamento de pessoas de um local para outro dentro ou entre áreas urbanas" (FANG, 2015, tradução nossa.).

No centro deste debate, o serviço de transporte coletivo assume um papel notório. A relevância deste serviço foi amplamente debatida na academia com base em elementos que justificam sua importância para o sistema econômico, meio ambiente e também para a garantia de direitos, como trabalho, educação e saúde (SEREBRISKY et al., 2009). Sobre o tema, Patrus Ananias, ao introduzir o livro "Omnibus", escreve:

Poucos são os serviços públicos que manifestam as potencialidades e os limites de forma tão abrangente como o de transporte [coletivo]. Instrumento poderoso para unir pessoas, encurtar distâncias, possibilitar trocas e atender aos mais diferentes desejos, constitui, também, espaço de socialização, posto que coletivo, de convívio, de encontros, lugar privilegiado de se observar a cidade, suas ruas e avenidas, praças e jardins, seus contornos, sua gente (Fundação João Pinheiro, 1996).

Portanto, o transporte público é, de fato, um ativo social e econômico importante. Este protagonismo assumido na organização das cidades é especialmente maior nos centros urbanos dos países em desenvolvimento (ESTACHE; GÓMEZ-LOBO, 2004), apesar do serviço ser comumente ofertado de forma precária nestas localidades (GÓMEZ-LOBO; BRIONES, 2013). Este hiato entre a qualidade almejada e o serviço oferecido vem exigindo constantes reformas regulatórias sobre o setor nas grandes cidades da América Latina (GÓMEZ-LOBO; BRIONES, 2014).

O contexto específico para o Brasil é de debate intenso sobre o modelo de concessão para o transporte público. Carvalho (2016) indica que, a partir de 2013, diversos movimentos populares foram às ruas protestar contra os aumentos dos preços da tarifa do transporte coletivo no Brasil, o que exigiu medidas a nível federal, como a definição, em 2015, deste serviço como direito social constitucional (CARNEIRO et al., 2022).

A cidade de Belo Horizonte é representativa a respeito destes conflitos referentes ao transporte coletivo. Assim como na maioria das grandes cidades, na capital mineira a autoridade pública concede a execução do transporte urbano a empresas privadas e regula a atuação dos operadores, de forma a proporcionar eficiência na prestação do serviço. Contudo, os atuais contratos de concessão pública da cidade, em vigor desde 2008, vêm sendo incessantemente contestados (CARNEIRO et al., 2022).

Por conta do modelo de concessão, aliado aos caros investimentos na infraestrutura da rede, o transporte coletivo via ônibus de Belo Horizonte se tornou o mais caro do país

em 2017 (BRETAS, 2017). No entanto, o problema ultrapassa a dimensão tarifária: a qualidade do sistema e a sua transparência também estão em constante questionamento pela sociedade civil, pela justiça e pelos órgãos de controle (AYER, 2019; CARNEIRO et al., 2022).

Dentre as alegações, estão os frequentes descumprimentos dos contratos por parte das concessionárias, em casos como a redução da frota de ônibus operante, diminuição do número de linhas com trocadores, baixo número de viagens em horários noturnos, frota com qualidade e conforto questionáveis, entre outros problemas. Estas irregularidades estão associadas à dificuldade de se fiscalizar as operações da firma, dando às operadoras uma vantagem informacional: há uma assimetria entre o que a firma realiza e o que poder público consegue averiguar e fiscalizar. Portanto, a crise do transporte público de belo horizonte parece estar intimamente conectada a um problema de **transparência, qualidade e preço**.

Para contornar esta situação, em 2023, Belo Horizonte remodelou seu marco regulatório para o transporte público via ônibus. Neste novo marco, ficam explicitadas as pretensões de redesenho da regulação em prol da melhoria da transparência, da qualidade e da redução dos preços da tarifa, através de mecanismos de incentivos públicos, em especial o subsídio direto para a operação das firmas. Portanto, a partir deste tópico, é possível indagar sobre o seguinte problema de pesquisa: Considerando a importância do transporte público, como os incentivos contratuais, como aqueles presentes em Belo Horizonte, afetam os preços, a qualidade e, sobretudo, o bem-estar?

Portanto, o objetivo central deste trabalho é avaliar a ação pública frente aos desafios regulatórios do transporte público quanto ao bem-estar, à qualidade e à tarifa, sob a perspectiva do modelo implementado recentemente em Belo Horizonte. Para se concretizar esta análise, alguns objetivos específicos foram traçados, a começar pela descrição do novo modelo de Belo Horizonte, de forma a contextualizar as decisões tomadas para o sistema frente às questões regulatórias e econômicas que as antecedem e as cercam.

Um segundo objetivo específico é a confecção de uma análise teórica para a avaliação de marcos regulatórios que seguem o mesmo padrão que o da capital mineira. A utilização de um modelo teórico é um instrumento interessante para a avaliação de políticas regulatórias, uma vez que o novo arranjo foi recém implementado e carece de dados empíricos robustos para subsidiar outros tipos de pesquisa. Para a investigação deste problema, serão utilizados os instrumentos metodológicos da teoria microeconômica relacionados à *Agency Theory*, ou Teoria Econômica dos Contratos. Conforme Gagnepain e Ivaldi (2002), estudos teóricos a partir da Teoria dos Contratos podem ser de grande importância para a implementação de soluções na área de regulação, ainda que algumas simplificações sejam necessárias na construção da pesquisa.

Ainda sobre a análise a partir da Teoria dos Contratos, conforme Salanie (2005), uma abordagem importante para a investigação de arranjos contratuais é aquela focada em assimetria de informações entre as partes. Quando o ator econômico que oferta um contrato não consegue visualizar a operação da parte contratada, chama-se este problema de Risco Moral. Para tanto, constrói-se arranjos de incentivos baseados na qualidade a fim de minimizar os problemas de informação assimétrica. Cabe ressaltar que a regulação do transporte público belo-horizontino possui mecanismos similares, o que justifica a utilização desta metodologia para a sua investigação.

Para refinamento do modelo, o estudo incluirá os usuários do transporte público na interação entre os atores econômicos deste mercado, o que não é um elemento comum ao modelo padrão de Risco Moral, que tende a focar no relacionamento entre firmas e poder concedente/contratante. No entanto, o comportamento da demanda dos usuários tem sido alvo de diversos estudos sobre os sistemas de transporte (DIAB et al., 2020; PEREIRA et al., 2023), o que exige um olhar atento para estes agentes econômicos.

O trabalho também pretende avançar quanto à definição dos desafios do regulador do transporte público. Assim, aprofundou-se também na análise sobre financiamento dos incentivos contratuais e sobre o grau de autonomia do regulador sobre os preços, bem como a dimensão destes desafios para a otimização do bem-estar. Portanto, o modelo desenvolvido neste trabalho avalia como a interação de atores múltiplos (Poder Público, operadoras e usuários) afeta o bem-estar a partir das decisões sobre os incentivos propostos em contrato, considerando as diversas restrições.

Ao pesquisar este problema e, conseqüentemente, desenvolver as análises propostas, este trabalho pretende contribuir não somente com a avaliação do modelo regulatório de Belo Horizonte, como também para outros sistemas de transporte que possuem estruturas de incentivos similares. Indo além, a abordagem empregada poderá ser útil para a avaliação de outros tipos de concessões e serviços com financiamento misto, isto é, parcialmente financiados via tarifa paga pelos usuários e com complementação da remuneração através de subsídios ancorados em incentivos.

Portanto, com base nestes objetivos específicos e buscando investigar o problema de pesquisa relatado, o trabalho foi segmentado em 4 capítulos. Ainda nesta introdução, a seção 1.1 levanta os principais conceitos ligados à regulação do transporte público. Estes conceitos serão importantes para a contextualização realizada na seção 1.2 sobre o transporte público de Belo Horizonte. De forma a preparar a construção analítica que segue, a seção 1.3 indica o estado da arte no campo estudado e delimita as contribuições pretendidas com a atual pesquisa. Subsidiando-se do referencial sobre Belo Horizonte e da metodologia de pesquisa trazidos na introdução, o capítulo 2, principal desta dissertação, desenvolve uma modelagem para análise de diversos aspectos econômicos, em especial o bem-estar. Valendo-se destas análises, o capítulo 3 desenvolve cenários analíticos sobre

como a modelagem poderia ser utilizada para avaliar a decisão ótima. Por fim, o capítulo 4 arremata as principais descobertas de pesquisa e levanta as limitações encontradas no percurso.

1.1 Transporte público e incentivos

Este breve referencial teórico pretende introduzir a temática do arranjo contratual do licenciamento de transporte coletivo de ônibus, a fim de subsidiar a discussão do modelo teórico. Além disso, pretende-se com este referencial desenvolver as ferramentas teóricas para a compreensão do modelo de Belo Horizonte.

Um aspecto fundamental para os modelos de concessão do transporte público coletivo é a caracterização da condição de remuneração das empresas. Nesse sentido, diversos autores discriminam os tipos de remuneração entre *cost-plus* e *fixed-price* (GAGNEPAIN; IVALDI, 2002; GÓMEZ-LOBO; BRIONES, 2014; PIECHUCKA, 2021). O primeiro se refere a contratos cuja receita das operadoras é determinada por uma transferência remuneratória somada ao reembolso dos custos do sistema. Contratos desse gênero, por garantirem uma parcela fixa remuneratória e cobrir o total das despesas, não possuem incentivos à melhoria de performance ou à redução de custos. Além disso, não há qualquer risco às operadoras do serviço, uma vez que o regulador se assegura das despesas (LAFFONT; TIROLE, 1993).

Em sentido diametralmente oposto, os contratos do tipo *fixed-price*, ou de preço fixo, possuem como característica o pagamento de um valor pré-definido pela prestação de serviço, sem qualquer vinculação ao custo da empresa. Os contratos dessa natureza possuem alto incentivo à redução de custos, uma vez que a margem de remuneração da empresa executora dependerá exclusivamente do seu potencial de redução de despesas e de ganhos de eficiência. Nesse caso, contratos desse gênero isentam a administração pública de qualquer risco, pois cabe a ela somente remunerar um valor pré-fixado em contrato.

Por fim, cabe ressaltar a opção por modelos híbridos, ou, como definido por Laffont e Tirole (1993), “contratos de incentivos”. Nesse tipo de contrato o regulador e a operadora de transporte compartilham os custos de operação de acordo com uma regra prévia de operação. Assim, a margem da operadora dependerá tanto de uma parcela fixa paga pelo planejador público quanto também pelos seus esforços em reduzir custos operacionais.

Conforme indicam Piechucka (2021), Gagnepain e Ivaldi (2002) e outros, os contratos de *fixed-prices* se provam mais eficientes, especialmente em situações cujo regulador é bem informado sobre as características das operadoras. O cenário de bem-estar ótimo, segundo Laffont e Tirole (1991) seria o de oferta, por parte do órgão regulador, de um menu de contratos, em que a empresa mais produtiva optaria pelo contrato de *fixed-price* (pois sabe do seu potencial de gerar lucro a partir da redução intensiva de custos) e a empresa mais ineficiente tomaria o contrato de *cost-plus*, uma vez que sua baixa produtividade lhe torna

avessa ao risco intrínseco ao tipo *fixed-price*.

Apesar das pesquisas indicarem os contratos de *fixed-price* como os mais oportunos, a escolha do tipo de contrato não é trivial como aparenta. Contratos desse gênero funcionam de maneira mais adequada em casos onde o órgão regulador é parcialmente ou perfeitamente informado sobre as características das empresas e sobre os esforços tomados por elas (GAGNEPAIN; IVALDI, 2017). Conforme destaca Couto (2011), em modelos diferentes aos tradicionais *cost-plus*, os incentivos agressivos à redução de custos podem possuir efeitos perversos. Neste caso, a redução de custo poderia ser fruto não apenas de ganhos de eficiência, mas também de deterioração do serviço. Este cenário é um exemplo tradicional de risco moral, com implicações trazidas por Gómez-Lobo e Briones (2014) e mencionadas na metodologia de pesquisa. Conforme indica Piechucka (2021), sistemas mais complexos tendem a ser delegados pela administração pública via *cost-plus*, enquanto sistemas mais simples, com maior controle e fiscalização, tendem a ser operados via *fixed-price*.

Um exemplo deste caso é a incorporação de corredores de trânsito de ônibus urbano, como os conhecidos Bus Rapid Transit (BRT), implementado em diversas cidades de países latinos. Este modelo de transporte coletivo possui operacionalização simplificada, maior informação sobre a demanda pelo serviço e maior facilidade de monitoramento por parte do órgão regulador, o que permite o bom funcionamento de contratos de tarifa fixa.

Ainda sobre a escolha dos contratos, Gagnepain e Ivaldi (2017) e Piechucka (2021), ao estudarem o modelo francês de transporte público, revelam que a decisão pelo tipo de contrato possui alto grau de endogeneidade, isto é – a seleção do modelo de regulação pode ser explicada justamente pela estrutura de transporte e pelas características do município de operação, que por sua vez também são afetados pelo tipo de contrato. Além disso, em seu estudo econométrico, Piechucka (2021) indica como significativa para a escolha contratual o grau de dispersão partidária dos eleitos no legislativo, uma vez que municípios com maior dispersão política apresentam maiores riscos de ocorrência de ações oportunistas pela oposição, obrigando a situação a adotar contratos de menor incerteza.

Outro aspecto fundamental é a localização do partido da situação no espectro político. Partidos de esquerda tendem a optar por contratos *cost-plus*, com o intuito de proteger os trabalhadores do sistema de uma possível política agressiva de redução de gastos com pessoal que os contratos do tipo *fixed-price* podem proporcionar.

Além de outros fatores, é fundamental destacar que a presença de contratos do tipo *fixed-price* tendem a ocorrer em municípios e regiões que evidenciaram um aumento substancial nos custos de operação do transporte em contratos anteriores. Assim, utiliza-se contratos desse tipo justamente para amenizar problemas tarifários e fiscais encontrados outrora em sistemas operando via *cost-plus*.

Por fim, cabe ressaltar as considerações levantadas por Gómez-Lobo e Briones

(2014) sobre os sistemas de transporte coletivo de Londres e Santiago. A respeito de Londres, ressalta-se que foram quase três décadas num esquema de tentativa e erro para se encontrar um modelo regulatório eficiente, enquanto em Santiago foram necessárias diversas rodadas de renegociação após a introdução de reformas. Esses ajustes se devem à complexidade e à dificuldade de se desenhar um sistema de regulação para o setor. Portanto, a previsão de contratos curtos (que permitem a correção de erros) e com a possibilidade de renegociação favorecem o acúmulo de expertise por parte da burocracia para aplicação de modelos complexos de transporte coletivo urbano.

A possibilidade de renegociação de contratos, ainda que possa ser positiva para ajustes tempestivos, deve ser usada com cautela, uma vez que essa prática reduz a segurança jurídica e aumenta o comportamento oportunista. Um exemplo disso seria a opção de uma empresa em assumir a gestão de um sistema de transporte sabendo da sua incapacidade de cumprir o contrato justamente por vislumbrar renegociações no futuro.

Este breve referencial teórico foi integralmente destinado à discussão dos tipos de contrato de regulação para os sistemas de transporte público. Outros fatores que não são contemplados na pesquisa foram levantados neste texto justamente para ponderar o alcance de um modelo teórico. Aspectos políticos, por exemplo, são deixados de lado análise, apesar de possuir peso na escolha do Planejador Central. Por outro lado, esta seção também contemplou algumas discussões intimamente ligadas, como a opção de contratos do tipo *cost-plus* em casos de Risco Moral, como o estudado neste trabalho. Estes conceitos aqui trazidos serão importantes na interpretação da modelagem de Belo Horizonte, foco da próxima seção desta introdução.

1.2 O transporte coletivo de Belo Horizonte

O principal esforço deste trabalho é a exploração analítica do transporte público com base na teoria econômica e no transporte público de Belo Horizonte, especialmente a modalidade convencional, caracterizada pela composição de redes de transporte via ônibus de livre circulação. Dos múltiplos aspectos contratuais que este arranjo apresenta, aqueles que se referem ao modelo de financiamento e aos incentivos ligados à qualidade serão descritos e analisados nesta seção, dada a importância destes aspectos nas análises econômicas de bem-estar.

No entanto, um passo anterior à investigação do transporte público convencional é a sua contextualização no sistema de transporte coletivo da cidade de Belo Horizonte. Para este objetivo, esboçou-se uma breve descrição sobre os diferentes serviços de transporte coletivo que ajudam a compor a rede de transporte público da cidade e da região metropolitana.

A começar pelo transporte sobre trilhos, Belo Horizonte possui uma única via de

trem urbano, com 19 estações de passageiros, sendo apenas uma delas no município de Contagem e as demais na capital mineira. Até 2022, o metrô de Belo Horizonte possuía gestão exclusiva da Companhia Brasileira de Trens Urbanos (CBTU), pertencente à União. Posteriormente, a gestão foi estadualizada para em seguida ser concedida ao setor privado via leilão. Como parte do processo de concessão, recursos federais, estaduais e privados serão empreendidos para a expansão da malha metroviária da cidade. Atualmente, o Metrô de Belo Horizonte possui algo próximo de 100 mil usuários diários.¹

Há também o transporte metropolitano, responsável pela conexão do transporte coletivo intermunicipal dos 34 municípios da Região Metropolitana de Belo Horizonte. O transporte metropolitano é realizado por meio de ônibus urbanos e é regulado pelo governo estadual através do Departamento de Estradas de Rodagem (DER-MG). Cabe ressaltar que o transporte metropolitano possui raras integrações tarifárias com o metrô e não possui integração com o transporte público municipal de Belo Horizonte. Segundo o Sindicato das Empresas de Ônibus de Transporte de Passageiros Metropolitano (SINTRAM), a demanda do sistema metropolitano é de aproximadamente 700 mil pessoas/dia em todas as cidades da região.

Adicionalmente, há o Sistema Complementar, caracterizado pelo transporte via micro-ônibus com trajetos radiais, isto é, entre bairros e com baixa frequência de circulação nos grandes corredores. Criado em 2001, todos os ônibus em circulação são fruto de empreendimentos individuais. A representação da categoria é realizada pelo Sindicato dos Permissionários Autônomos do Transporte Suplementar de Passageiros dos Municípios da Região Metropolitana (Sindpautras), e a administração é realizada pela Superintendência Mobilidade Urbana da Prefeitura de Belo Horizonte (Sumob-BH).

Juntamente com o transporte suplementar, o transporte convencional, foco desta pesquisa, completa a fatia do transporte coletivo cuja responsabilidade é municipal. Assim como o serviço suplementar, o transporte convencional é administrado pela Superintendência Mobilidade Urbana da Prefeitura de Belo Horizonte (Sumob-BH) em conjunto com a Empresa de Transportes e Trânsito de Belo Horizonte S/A, a BHTrans.

Aqui, cabe ressaltar o contexto da criação da Sumob – a BHTrans é uma empresa pública de direito privado e, para mudar a forma de atuação pública sobre as áreas de trânsito e transporte público, criou-se a Sumob, de direito público, que substituirá a empresa pública citada. Esta substituição gradual será concluída com a extinção de cargos e carreiras, bem como com a finalização dos contratos vigentes e quitação dos passivos da BHTrans. Enquanto esta transição não for finalizada, a BHTrans continua operando sob a supervisão da Sumob-BH.

Os atuais contratos do transporte público convencional foram tecidos pela BHTrans

¹ Informação revelada pela administradora atual, disponível em: em.com.br/gerais/2024/03/6815935-metro-de-bh-registra-decada-de-esvaziamento.html

em 2008, a partir da Lei Municipal 9.491/2008, do Decreto Municipal 13.384/2008 e do Edital de Concorrência Pública 131/2008. Nas próximas seções, será contextualizado o surgimento destes contratos e as suas principais regras. Em seguida, será discutida a nova regulação do sistema do transporte coletivo e convencional, levantando especialmente o novo subsídio público, implementado e regulado em 2023. Por fim, as principais características do modelo serão concatenadas.

1.2.1 O início dos atuais contratos de transporte coletivo e convencional

Um importante aspecto dos contratos de transporte coletivo é o contexto em que eles estão inseridos. Portanto, convém trazer para a discussão a licitação anterior à vigente e como ela se contrasta com o arranjo implementado em 2008. Em 1997, de forma pioneira, Belo Horizonte realizou a primeira licitação para o transporte público, desenvolvida a fim de reformular um sistema concentrado e mal regulado de transporte coletivo na cidade (PRATES, 1998). No entanto, conforme indica Couto (2011, p. 73), 96% do mercado ficou em posse de empresas que já operavam o sistema.

O edital, que estipulava duração de 10 anos para os contratos de prestação, baseava-se na remuneração das firmas pelo custo do quilômetro percorrido pelos ônibus. Conforme visto na seção 1.1, este modelo se encaixa no tipo *cost-plus*, pois os custos adicionais são financiados pelo poder público. Cabe ainda ressaltar que o pagamento por quilometragem é um incentivo ao aumento do número de viagens e com rotas mais extensas, pois quanto maior a quilometragem rodada, maior é a remuneração das firmas. No entanto, se mal regulado, este tipo de incentivo pode resultar na criação de trajetos e itinerários irracionais, com mais foco em gerar receitas aos operadores do sistema do que em atender a uma demanda da população.

Nesta primeira licitação, as empresas de transporte eram prestadoras de serviço, pois a administração contábil e operacional do sistema era de responsabilidade da BHTrans. A partir da receita dos bilhetes, a Câmara de Compensação Tarifária (CTT) garantia o equilíbrio econômico-financeiro de todo o sistema: linhas deficitárias seriam reequilibradas a partir do superavit das linhas com maior demanda. Conforme indica Carneiro et al. (2022), a CTT, que outrora fora superavitária, foi se tornando cada vez mais deficitária por conta da queda da demanda do transporte público gerada pela motorização. Este déficit do sistema exigiu a complementação financeira na ordem de R\$500 milhões pelo poder público (COUTO, 2011).

Portanto, ao fim dos 10 anos dos contratos viabilizados por licitações públicas, vislumbrou-se a necessidade de remodelação do modelo regulatório. A demanda pelo equilíbrio econômico-financeiro do sistema foi colocada no centro do debate. Sob este contexto, em 2008 uma nova licitação é realizada e os novos contratos tomam vigência,

com duração prevista de 20 anos, e não mais 10, como na licitação antiga.

Os contratos foram divididos para quatro concessionárias que operam de forma regionalizada na cidade, por meio das Redes de Transporte e Serviços (RTS). Quanto às concessionárias, elas são formadas por diversas firmas, sendo que uma empresa participante de um grupo não poderia participar de outro. Há também um consórcio comum a todas as concessionárias, sendo este consórcio responsável pela bilhetagem eletrônica e repartição de receitas compartilhadas (como no caso de integração tarifária).

A região Centro Sul da cidade tem operação compartilhada entre os quatro consórcios, uma vez que esta parte da cidade concentra grande demanda por transporte público, especialmente por conta fluxo pendular de pessoas até o centro por conta de serviços e empregos localizados na região. Assim, as RTS's foram regionalizadas da seguinte forma:

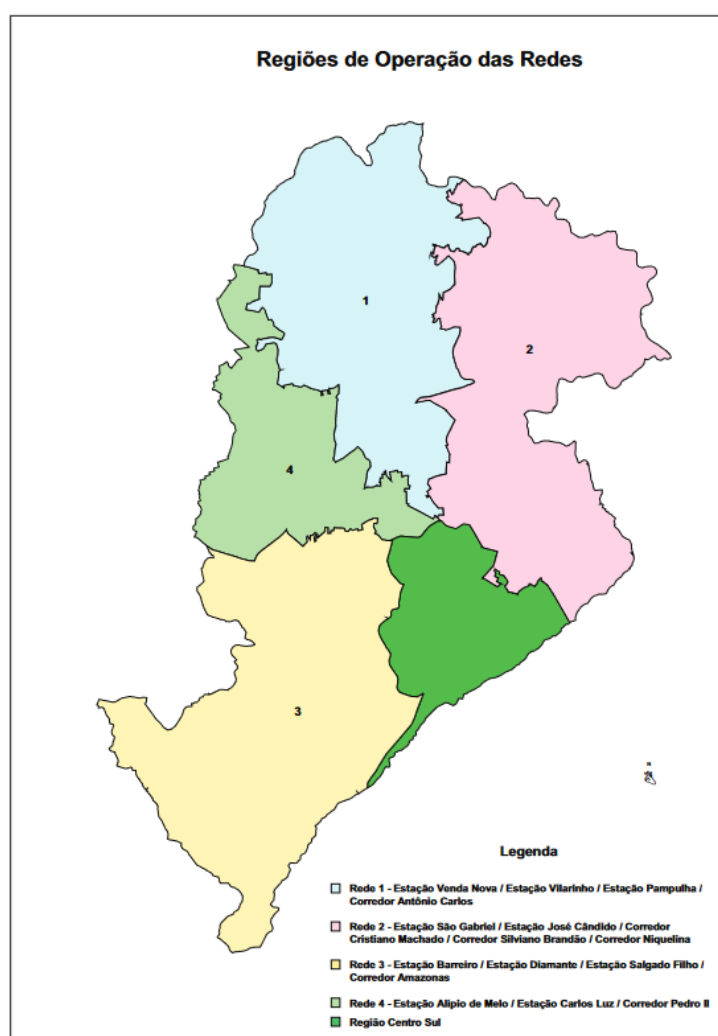


Figura 1 – Regiões de Operação das redes de transporte coletivo e convencional.

Fonte: (Belo Horizonte, 2008)

Ainda relação à operação do sistema, linhas que atravessam mais de uma rede teriam gestão compartilhada entre as concessionárias. Sobre os itinerários e frequências,

a responsabilidade de racionalização do sistema foi transferida da BHTrans para as concessionárias. As propostas de mudanças sugeridas pelas empresas devem ter aprovação do poder concedente (a prefeitura) e devem seguir requisitos mínimos de atendimento a demanda de acordo com critérios espaciais e temporais, respeitando os quadros de horários estabelecidos e a frequência mínima regulamentada.

Portanto, o papel administrativo que a BHtrans possuía na primeira licitação foi substituído por um papel fiscalizador e regulatório. Este processo não ocorreu apenas na questão operacional, mas também contábil.

Anteriormente, a administração financeira era controlada pela estatal, cabendo às empresas apenas prestar o serviço e receber uma remuneração baseada em uma planilha de custos padronizada. No atual contrato, a gestão contábil do sistema é de operação das próprias concessionárias, o que, segundo Carneiro et al. (2022), dificulta o controle social sobre o sistema.

Esta gestão contábil está intrinsecamente conectada ao modelo de remuneração das firmas. Anteriormente à retomada do subsídios públicos, regulamentada em 2023, os contratos de concessão estipulavam que a remuneração deveria ser especialmente tarifária e de atividades complementares, como publicidade nos ônibus. Este tipo de contrato foi elaborado a fim de isentar o risco do setor público: as incertezas quanto aos custos e à receita devem ser inteiramente geridas pelas concessionárias. Em caso de deficit, as tarifas iriam cobri-lo, e não mais o subsídio público, como ocorria até 2007.

Portanto, entre 2008 e 2022, a tarifa ganhou papel central. À época, estabeleceu-se uma equação paramétrica para o ajuste dos preços da tarifa. Esta equação é um somatório de índices inflacionários ponderados, a fim de estipular um nível de operação da firma capaz de manter o sistema operando com uma Taxa Interna de Retorno (TIR) pré-determinada. No edital está explícito que a TIR tem o valor máximo igual a 8,95%, sendo que as concessionárias vencedoras assinaram os seus contratos com taxas muito próximas ou iguais a esta. A cada quatro anos, uma auditoria contábil independente seria realizada, e a TIR seria avaliada; em caso de ganhos de eficiência, as receitas que superam a TIR teriam destinação dupla: 50% destinado à concessionária e os outros 50% retornariam ao sistema em forma de desconto à tarifa.

A previsão de reajuste contratual, obrigatória e automática no dia 26 de dezembro de cada ano, seria realizada com base na seguinte equação paramétrica de custos:

$$P_c = P_o \left[0,25 \cdot \left(\frac{OD_i}{OD_o} \right) + 0,05 \left(\frac{RO_i}{RO_o} \right) + 0,2 \left(\frac{VE_i}{VE_o} \right) + 0,4 \cdot \left(\frac{MO_i}{MO_o} \right) + 0,1 \cdot \left(\frac{DE_i}{DE_o} \right) \right],$$

onde:

- P_c = Preço da Tarifa calculada;

- P_o = Preço das Tarifas vigentes em janeiro de 2008;
- OD_i = Número índice de óleo diesel; FGV / Preços por atacado – Oferta global – Produtos industriais. Coluna 54, relativo ao mês de novembro anterior a data de reajuste;
- OD_o = Número índice de óleo diesel; FGV / Preços por atacado – Oferta global – Produtos industriais. Coluna 54, relativo ao mês de novembro de 2007;
- RO_i = Número índice de rodagem, FGV / IPA / DI Componentes para veículos Subitem pneu, Coluna 25, relativo ao mês novembro anterior a data de reajuste;
- RO_o = Número índice de rodagem, FGV / IPA / DI Componentes para veículos - Subitem pneu, Coluna 25, relativo ao mês novembro de 2007.;
- VE_i = Número índice de veículo, FGV / IPA / DI Veículos Pesados para Transporte - Subitem ônibus, Coluna 14, relativo ao mês novembro anterior a data de reajuste;
- VE_o = Número índice de veículo, FGV / IPA / DI Veículos Pesados para Transporte - Subitem ônibus, Coluna 14, relativo ao mês novembro de 2007.
- MO_i = Número índice do INPC, utilizado para reajuste de mão-de-obra, relativo ao mês novembro anterior a data de reajuste.
- MO_o = Número índice do INPC, relativo ao mês novembro de 2007;
- DE_i = Número índice do INPC, utilizado para reajuste de outras despesas, relativo ao mês novembro anterior a data de reajuste;
- DE_o = Número índice do INPC, relativo ao mês novembro de 2007.

Repare que, inicialmente, a proposta para a definição de tarifa de equilíbrio financeiro para o transporte público foi confeccionada com base em um valor fixo por bilhete, e este valor fixo é reajustado com base em índices inflacionários. Observa-se também que o reajuste foi pensado com a seguinte seguinte ponderação: 25% com base no preço do óleo Diesel, 5% com base em Rodagem (pneus, câmara de ar, recapagem), 20% com base no preço dos ônibus, 40% com base no custo da mão de obra e, por fim, 10% com base em despesas administrativas.

Posteriormente, entre 2013 e 2014, o sistema de transporte público se alterou de forma a acrescentar corredores troncais de integração do transporte coletivo, conhecido como Sistema **BRT MOVE**, de responsabilidade das concessionárias prestadoras do transporte coletivo e convencional. Neste caso, as concessionárias clamaram por revisões contratuais que acobertassem os custos extras com a implementação do novo sistema e de acordos trabalhistas que ocorreram no período.

Assim, a partir dos aditivos IV, V e VI, realizados em 2014 e 2015, alterou-se o modelo de reajuste para a tarifa, a começar pelos índices OD_o , RO_o , VE_o , MO_o e DE_o , que agora teriam 2014 como ano base, e não mais 2007. Além disso, para se alcançar o equilíbrio econômico financeiro, o índice P_0 também foi atualizado para preços de 2014, porém multiplicado por um fator de correção igual a 1,1027, número este definido com base em um Coeficiente de Reequilíbrio de Contratos, criado para justamente para realizar o ajuste econômico do contrato a partir de auditoria independente. Em outras palavras, os aditivos indicaram que, à época, o valor presente da passagem deveria ser 10,27% maior do que o índice inflacionário ponderado indicava.

Além disso, alterou-se a ponderação de cada componente da equação paramétrica, conforme abaixo:

$$P_c = P_o \left[0,25 \cdot \left(\frac{OD_i}{OD_o} \right) + 0,05 \left(\frac{RO_i}{RO_o} \right) + 0,2 \left(\frac{VE_i}{VE_o} \right) + 0,45 \cdot \left(\frac{MO_i}{MO_o} \right) + 0,05 \cdot \left(\frac{DE_i}{DE_o} \right) \right].$$

Repare que a mão de obra se tornou responsável por 45% do valor do reajuste contratual, frente aos 40% anteriores aos aditivos. Além disso, a inflação geral reduziu seu papel de 10% para 5%, e os demais componentes permaneceram com o mesmo percentual na composição do reajuste.

Antes mesmo dos aditivos, que aumentaram consideravelmente as tarifas do transporte público, o contrato atual gerava insatisfações. Couto (2011) cita que um dos motivos para o descontentamento é a redução da quilometragem percorrida. O contrato anterior, que incentivava maior cobertura espacial e temporal (tendo em vista a remuneração pela quilometragem percorrida), foi substituído por um contrato que incentiva a concentração da demanda em trajetos e em horários lucrativos. Conforme indicam Oliveira e Leão (2019), Carneiro et al. (2022), a partir de 2013 estas insatisfações potencializaram a criação de movimentos organizados em prol da melhoria do transporte coletivo. A principal reivindicação destes grupos, em especial o Movimento Tarifa Zero, era a redução da tarifa do serviço.

Assim, a eficiência administrativa e financeira gerada para o setor público foi acompanhada por incentivos perversos à redução da oferta e por preços que não contavam mais com subsídios públicos. Se por um lado os déficits do sistema não eram mais um problema, agora a insatisfação dos usuários se torna o centro do debate.

1.2.2 O atual cenário do transporte coletivo

A partir de 2017, a Prefeitura de Belo Horizonte encerrou a política de reajuste automático das tarifas no dia 26 de dezembro de cada ano, apesar da prática ser prevista contratualmente. Este movimento, como relatado em Ayer (2019), foi justificado pela

prefeitura por conta da política de redução nos ônibus em horários não permitidos, entre outras irregularidades cometidas pelas concessionárias.

Ainda em Ayer (2019), esta medida também envolvia uma grande desconfiança sobre o grau de transparência contábil das concessionárias. Conforme relatado na subseção anterior, há uma previsão legal de revisão quadrienal do preço das passagens com base na Taxa Interna de Retorno auferida a partir dos registros contábeis do sistema. No entanto, os processos de auditoria sempre foram questionados tanto por movimentos sociais quanto pelo poder público, o que levou a ações judiciais que suspeitavam dos cálculos. Houve também averiguações por parte de órgãos de controle, como o Tribunal de Contas do Estado, também motivados por suspeitas de fraudes nos balancetes dos consórcios.

Portanto, o transporte coletivo foi alvo de conflitos quanto à qualidade do serviço e quanto ao preço. As concessionárias, representas pelo Sindicato das Empresas de Transporte de Passageiros de Belo Horizonte (Setra-BH), contestava, inclusive judicialmente, o não cumprimento dos reajustes com base na fórmula paramétrica. A prefeitura, por sua vez, questionava a deterioração do serviço e ao passo que se confrontava com o problema do custo da tarifa.

Em relação à transparência, uma das iniciativas foi a padronização dos planos de contas das concessionárias, a fim de reduzir o custo da verificação contábil do sistema. Esta padronização foi regulamentada através do Decreto 17.246/19, que além de instituir o ajuste dos planos de contas, impõe punições para o consórcio que não o cumprir.

Quanto à qualidade, através da Portaria BHTRANS Nº 052/2021, o poder concedente regulou Índice de Desempenho Operacional, um índice já calculado pela prefeitura e previsto em contrato, mas que carecia de um marco legal normativo. O índice tem como objetivo garantir uma execução mínima de qualidade das linhas, além de ofertar incentivos às concessionárias com bom desempenho, como, por exemplo, concessão de novas rotas e itinerários para aquelas mais bem pontuadas. O índice é composto da seguinte forma:

$$IDO = 0,35 \cdot ICP + 0,20 \cdot IPV + 0,10 \cdot ICV + 0,15 \cdot ICM + 0,15 \cdot ISV + 0,05 \cdot IIR,$$

em que *IDO* é o Índice de Desempenho Operacional; *ICP* é o Índice de Cumprimento à Programação, que apresenta o percentual de viagens realizadas em conformidade com o quadro de horários programados; *IPV* é o Índice de Pontualidade das Viagens, que apresenta o percentual de viagens pontuais realizadas em conformidade com o quadro de horários; tem-se o *ICV* como o Índice de Conforto das Viagens, medido por meio da verificação do quantitativo de sub faixas horárias nas quais as viagens nelas programadas foram realizadas apresentando nível de ocupação acima do máximo estabelecido no regulamento do transporte coletivo; *ICM* – Índice de Confiabilidade Mecânica, que apresenta a relação entre o quantitativo de viagens interrompidas devido à ocorrência de defeitos mecânicos ou elétricos (quebras) e a quantidade de quilômetros rodados em operação; *ISV* como Índice

de Segurança das Viagens, que indica o nível de segurança das viagens ofertadas a partir da apuração da quantidade de ocorrências de eventos inseguros (acidentes de percurso, assaltos, depredação, etc); e, por fim, o *IIR* – Índice de Infrações Regulamentares apresenta a frequência e a gravidade das infrações regulamentares cometidas pelos operadores, a cada 10.000 km, durante a prestação dos serviços.

Nas redes troncais do sistema MOVE e em algumas outras linhas especiais, não é possível avaliar o Índice de Conforto de Viagens (*ICV*), uma vez que não é possível verificar o número de passageiros segmentado por linha. Para este caso, têm-se o seguinte *IDO* alternativo:

$$IDO = 0,38 \cdot ICP + 0,22 \cdot IPV + 0,17 \cdot ICM + 0,17 \cdot ISV + 0,06 \cdot IIR.$$

A regulamentação do IDO é um movimento em busca de controlar e mapear as irregularidades cometidas pelas concessionárias. Também se configura como um mecanismo de incentivo à prestação do serviço de qualidade, na medida em que premia as melhores concessionárias.

No entanto, a grande mudança no transporte público é a alteração do mecanismo de financiamento da tarifa. Através das leis 11.458/2023 e 11.538/2023, bem como pelo decreto 18.370/2023 e por diversas portarias, o poder concedente regulamentou a implementação de um subsídio público em prol da redução da tarifa e do aumento da qualidade.

Se outrora o equilíbrio financeiro dos contratos era garantido somente pela tarifa e algumas receitas residuais (publicidade em ônibus etc.), agora o orçamento público está diretamente ligado à prestação do serviço.

As principais questões envolvendo o subsídio são redução da tarifa, incentivos à expansão da oferta e incremento da qualidade do serviço. Para entender os critérios do subsídio, o decreto 18.370/SUMOB define:

Art. 55 – Os critérios para recebimento da remuneração complementar estão descritos na Lei nº 11.458, de 2023, neste decreto e em portarias, devendo as concessionárias e os permissionários respeitarem as condições para fins de recebimento da remuneração complementar.

Art. 56 – O valor da remuneração complementar será pago às concessionárias e aos permissionários de acordo com o valor da remuneração complementar por quilômetro definido pela Sumob, multiplicado pela produção quilométrica validada e pelo fator do índice de qualidade.

Parágrafo único – O índice de qualidade será regulamentado por portaria específica. (Belo Horizonte, 2023a)

Este trecho indica que as firmas receberão uma quantia por quilômetro percorrido. Esta quantia é acessória, ou seja, ela apenas complementa as receitas tarifárias. Portanto, para a sua definição, o poder concedente estima a demanda do serviço com base em dados

de anos anteriores e com base no valor da tarifa; a partir desta estimativa de demanda e da receita total, o *deficit* previsto dada a quilometragem percorrida é coberto pelo subsídio público de forma suficiente a garantir às concessionárias a Taxa Interna de Retorno do contrato.

Portanto, o tamanho da demanda e o preço da tarifa podem ditar o valor da tarifa. Ou então, em uma lógica contrária, a disponibilidade orçamentária para se ofertar um subsídio maior ou menor pode definir o valor da tarifa. Outro fator importante é a qualidade, que também influencia no valor da remuneração complementar.

O cálculo do subsídio por quilometragem percorrida foi regulado pela Portaria SUMOB 020/2023. A remuneração é destinada da seguinte forma: A remuneração complementar é composta por uma parcela fixa e uma variável, conforme equação

$$RC = RCF + RCV,$$

onde RC é a remuneração complementar; RCF é a remuneração complementar fixa; RCV é a remuneração complementar variável.

Em relação à remuneração fixa RCF , esta se trata de um cálculo medido exclusivamente pela quilometragem percorrida pela linha em análise. Têm-se então um conjunto de $L = \{1, 2, \dots, n\}$ de linhas geridas por cada concessionária. Com um recorte temporal de dez dias de operação, a remuneração fixa deve ser igual a

$$RCF = (VRK - \gamma \cdot CKM) \cdot \sum_{i=1}^n K MV_i,$$

em que VRK é o valor da remuneração complementar por quilômetro do exercício; γ é a proporção do valor da remuneração pela prestação do serviço em relação ao custo total do sistema para o exercício; CKM é o custo médio por quilômetro do exercício para o sistema; $K MV_i$ é a Quilometragem validada para o decêndio para linha.

Apesar de parecer complexa, a remuneração fixa complementar nada mais será que quilometragem percorrida de cada linha multiplicada pelo total do complemento por quilômetro menos a parte remuneratória do custo.

A parte remuneratória do custo ($\gamma \cdot CKM$) é financiada a parte, considerando a qualidade. Esta parcela paga de forma diferenciada foi nomeada como remuneração complementar variável (RCV), definida como:

$$RCV = \gamma \cdot CKM \cdot \left(\sum_{i=1}^n K MV_i \cdot \delta_i \right),$$

onde δ_i é o fator do índice de qualidade da linha i . Aqui, o subsídio se faz pela parte remuneratória dos custos por quilômetro multiplicado paga pela quilometragem realizada da linha i ponderada pelo seu índice de qualidade. Este índice de qualidade é calculado a partir do cumprimento da programação das viagens e da pontualidade nos itinerários .

Resumidamente, o subsídio visa ao financiamento do sistema e à remuneração das firmas. Uma parcela deste valor é paga pela quilometragem rodada e, outra pela quilometragem rodada ponderada por um fator ligado à qualidade. Porém, mais do que isso, o subsídio é um instrumento de ajuste de preços, conforme deixa claro a lei 11.458/2023:

Art. 4º [...]

Parágrafo Único - O subsídio tarifário poderá ser usado para a redução do valor da tarifa pública, garantindo a remuneração das empresas concessionárias e dos permissionários (Belo Horizonte, 2023b).

Portanto, este subsídio pode ser agressivo suficiente para até mesmo reduzir a tarifa, conforme previsão legal. No entanto, este movimento depende do interesse político e da disponibilidade orçamentária, pois este subsídio é fruto de um esforço fiscal.

O novo conjunto de normativas do transporte coletivo e convencional de Belo Horizonte não trata apenas dos critérios de subsídio. Há diversas normativas buscando atacar outros problemas do serviço, como gerenciamento e operação, programação operacional, bilhetagem, controle, fiscalização, entre outros.

Além disso, fatores como a qualidade, fiscalização, transparência foram regulados de formas diversas ao longo do novo arcabouço legal criado 2023. Dois exemplos expressos no decreto 18.370/2023 dizem à respeito da condição de funcionamento dos ares-condicionados e as condições de superlotação do sistema, que terão fiscalização intensa. Em toda a redação das leis e das demais normativas fica clara a preocupação com o monitoramento do serviço entregue, uma vez que o custo ao orçamento público de R\$ 512 milhões em subsídios somente em 2023 impõe grande preocupação quanto à eficiência deste dispêndio(PIMENTA, 2023).

Portanto, de maneira geral, o novo sistema mudou a estrutura de incentivos da firmas e o modelo operacional. O poder público, preocupado com o custo social e político do preço da tarifa, decidiu subsidiá-la, de modo a novamente compartilhar o risco quanto às despesas do sistema, assim como ocorreu na primeira licitação, entre 1997 e 2007. Além disso, tornou o contrato, que possuía incentivos para redução agressiva de custos, em um instrumento com incentivos de expansão da oferta, além de adicionar elementos que conectam a qualidade à remuneração, além de adicionar elementos visando à transparência contábil e operacional das firmas.

1.2.3 Conclusões gerais para o transporte coletivo belo-horizontino

O início da atual concessão do transporte público foi marcado por um claro movimento de distanciamento dos riscos às contas públicas que o modelo anterior carregava. Assim, em 2008, os incentivos à oferta deram lugar aos incentivos à redução de custos

e a administração estatal do sistema (ainda que a operação fosse privada) deu lugar à regulação e à fiscalização.

Conforme exposto em Couto (2011), o ano de 2008, primeiro com a atual licitação, apresentou queda na percepção de qualidade do sistema. No entanto, as insatisfações cresceram com os aumentos significativos na tarifa que ocorreram na última década. Esta insatisfação foi impulsionada pelo contexto político do país e ganhou visibilidade através da ação de movimentos sociais, colocando em destaque o movimento Tarifa Zero, que em diversos momentos questionou o cálculo tarifário e a transparência do sistema (CARNEIRO et al., 2022; OLIVEIRA; LEÃO, 2019).

Cabe ainda ressaltar que as diversas mudanças que a regulação do serviço sofreu indica que o tempo longo de concessão foi prejudicial. Conforme visto na seção 1.1, experiências indicam que contratos curtos e com aberturas para renegociações são mais indicados para este tipo de serviço (GÓMEZ-LOBO; BRIONES, 2014). Portanto, as diversas diligências e batalhas judiciais, que representam um custo social administrativo altos, poderiam ser evitadas caso os contratos de 20 anos assinados em 2008 fossem de menor duração, como no caso do modelo da primeira licitação, que perdurou de 1998 a 2008.

O complexo arranjo regulatório para o transporte de Belo Horizonte não foi completamente exposto, uma vez que esta análise se concentrou no modelo de financiamento do serviço e nos incentivos que este modelo produziu ao longo dos anos. Mesmo não esgotando todo o arcabouço neste trabalho, é possível afirmar que o arranjo atual se preocupa com 5 grandes questões deste serviço:

1. Os custos do sistema e das concessionárias, de modo a criar um arranjo viável para as operadoras; bem como a **transparência contábil** do sistema, alvo de diversos questionamentos ao longo de todo o contrato por conta das informações privadas que as firmas detém;
2. A **estrutura de incentivos** e as consequências deste arranjo;
3. A **qualidade do sistema** em seus diversos aspectos, mas especialmente na garantia de oferta espacial e temporal do serviço;
4. O **preço da tarifa** e a sua definição eficiente;
5. A **disponibilidade orçamentária** e o custo social dos subsídios implementados.

De uma forma ou de outra, o atual sistema parece se preocupar com todas estas questões. No entanto, dado o curto tempo de implementação, é difícil de avaliar o impacto das mudanças da regulação no bem-estar. O transporte convencional possui aproximada-

mente 23 milhões de passageiros mensais², o que o torna fundamental no funcionamento da cidade. Portanto, avaliá-lo é imprescindível.

As próximas seções adotarão uma abordagem microeconômica e teórica para realizar algumas análises sobre os principais aspectos da concessão. Nestas análises, serão feitas as simplificações necessárias para facilitar a compreensão. Além disso, serão adicionados outros instrumentos que ajudarão a contextualizar o sistema de transporte dentro de um contexto de abordagem econômica para o bem-estar.

1.3 Transporte público e Risco Moral

A última seção reuniu elementos de atenção no estudo de transporte público convencional e coletivo de Belo Horizonte. Este breve subcapítulo se dedicará a conectar estes elementos à pesquisa deste trabalho, de modo elucidar as escolhas metodológicas desenvolvidas no decorrer deste estudo. Este esforço será conjugado ao levantamento do estado da arte, de modo a demarcar os avanços acadêmicos que embasam este trabalho e evidenciar as contribuições pretendidas pela pesquisa.

Dissertou-se na última seção a respeito do novo marco regulatório do transporte coletivo e convencional de Belo Horizonte, que foi confeccionado visando a dirimir os problemas relacionados à assimetria de informação e à qualidade por meio de um arranjo de incentivos. Além disso, há uma preocupação direta com o preço, sendo também necessária atenção a disponibilidade orçamentária para a construção deste arranjo.

Neste caso, o arranjo de incentivos adotado pelas autoridades da capital mineira se assemelha ao modelo padrão para Risco Moral com base no paradigma Agente-Principal. Cabe então brevemente expor esta metodologia, conectando-a com a regulação do serviço de mobilidade de Belo Horizonte.

A começar pela modelagem Agente-Principal, este padrão é usado em cenários que há um líder (o Principal) que oferta um contrato do tipo *"take it or leave it"*, e o tomador do contrato (o Agente) é capaz de responder apenas "sim" ou "não", ou seja, nada faz sobre os termos do contrato, apenas o rejeita ou o aceita. Portanto, os modelos do tipo Agente-Principal focam principalmente em **concentrar o poder de barganha na parte não informada** sobre a ação ou sobre as características do tomador do contrato. Esta opção metodológica é uma simplificação da realidade, tendo em vista que a barganha sob condições de assimetria de informação é mais complexa (SALANIE, 2005, p. 5).

Ainda sobre este tipo de modelagem, tanto o Agente quanto o Principal agem de acordo com o necessário para aumentar sua utilidade (ROSS, 1973). Geralmente, estuda-se os ganhos (ou perdas) de bem-estar para uma das partes, dado um nível de utilidade da

² Número de passageiros no mês de maio/24. Dados disponíveis em: <https://prefeitura.pbh.gov.br/bhtrans>

outra. Por conta do Principal ser o líder, ou seja, aquele que propõe o contrato, os estudos de bem-estar se concentram nesta figura, enquanto o Agente é resignado a assumir um nível de utilidade que o torna indiferente entre aceitar ou rejeitar o contrato.

De maneira simplificada, o problema de Risco Moral pode ser definido da seguinte forma: há uma relação contratual entre um Principal e um Agente, e este último trabalha para aquele que o contratou. Além disso, o esforço do agente está estocasticamente ligado à qualidade/efetividade do resultado, isto é, o nível de esforço empregado pelo agente determina a distribuição probabilidade quanto aos resultados possíveis. Caso este esforço não seja observável, há um problema de Risco Moral (MACHO-STADLER; PÉREZ-CASTRILLO, 2018).

Como o esforço é inobservável pelo Principal, esta parte contratual não poderia obrigar o Agente a tomar uma decisão Pareto-Ótima. Resta então ao Principal se utilizar do "sinal" que o Agente emite: a qualidade do serviço ofertado (SALANIE, 2005). Como existe uma probabilidade associada à qualidade para cada nível de esforço, o Principal então condiciona suas transferências à performance observada, a fim de induzir o Agente ao esforço ótimo, de modo a produzir incentivos que compatibilizem a ação da firma ao seu interesse.

Observando o transporte coletivo e convencional de Belo Horizonte, podemos verificar que esta estratégia de remuneração condicionada à qualidade foi de fato aplicada pelos órgãos de regulação do serviço através da última reforma no sistema, ocorrida em 2022. Neste caso, o Planejador Central, na figura da BHTrans/Sumob, age como o Principal: ofertam um contrato (via edital) e a firma nada faz além de aceitar as cláusulas pré definidas e revelar sua restrição à participação, isto é, o valor mínimo de retorno financeiro que ela aceitaria para assinar o contrato, tornando-a então o Agente deste arranjo.

Como já visto, o contrato de Belo Horizonte para o serviço público de mobilidade urbana realiza uma remuneração complementar baseada na qualidade observada da operação como forma de incentivar a concessionária a aplicar esforço em prol da qualidade. Dessa forma, o Planejador Central da capital mineira realiza a compatibilidade de incentivos entre o seu interesse e a ação da firma que, agora que possui uma receita adequada aos seus interesses quando se observa qualidade, concentrará esforços para elevar sua performance.

Portanto, como já citado, a regulação do serviço de transporte coletivo convencional da capital mineira segue o arranjo comumente apontado pela literatura para o caso de Risco Moral. No entanto, **pode-se questionar se de fato o esforço não é observável neste serviço**. Caso o esforço deste serviço seja observável pelo Principal, então não haveria uma assimetria de informação inerente à atividade, e a ausência de conhecimento da ação do Agente (as concessionárias de Ônibus, neste caso) seria fruto de uma captura dos instrumentos estatais de regulação e de monitoramento do serviço.

De fato, os meios de monitoramento do serviço de transporte coletivo avançaram consideravelmente, o que poderia reduzir a assimetria de informação. Um aspecto importante para a qualidade do transporte público, por exemplo, é a sua frequência e pontualidade. Com o uso de rastreamento via GPS, este problema teoricamente poderia ser minimizado, tendo em vista a capacidade de monitoramento remoto pelo Planejador Central (ou por qualquer cidadão) da trajetória dos ônibus poderia indicar se as rotas estão sendo de fato cumpridas como deveriam.

No entanto, o transporte coletivo e convencional é formado principalmente por ônibus de livre circulação pelas vias da cidade, ou seja, é um serviço descentralizado. Como consequência a qualidade do serviço é comprometida por diversos fatores que não dependem do esforço da firma (WEN; CHEN; YANG, 2023).

Um exemplo disso é a dependência da qualidade do trânsito e das vias para que os ônibus cumpram seus itinerários nos horários corretos. Companhias que investem em sua pontualidade terão maior probabilidade de cumprir seus horários – por outro lado, esta pontualidade pode ser comprometida pela qualidade do trânsito da cidade, já que o fluxo intenso de veículos pode atrasar as viagens.

Na verdade, até mesmo a ocupação dos ônibus pode ser comprometida pelo trânsito. Podemos usar como exemplo uma linha de uma viação programada para sair a cada 30 minutos da parada inicial. Nos horários de vale (com menor trânsito), o serviço funciona com qualidade máxima, mas nos horários de pico, apesar dos ônibus iniciarem a viagem a cada 30 minutos, poderia haver um ponto específico do trajeto que retém todo o tráfego de veículos, o que faz com que todos os ônibus cheguem em horários próximos na parada. Assim, o ônibus que chegar primeiro fará a viagem com ocupação alta, enquanto os demais poderão ir vazios.

Outro exemplo é o número de acidentes envolvendo a frota do transporte público. Empresas que se dedicam em treinar os motoristas têm menor chance de acidentes, mas este esforço pode ser prejudicado pela qualidade dos motoristas de veículos particulares, que podem criar diversas situações que provocariam as colisões. As condições estruturais das vias também podem causar acidentes, como por exemplo o funcionamento precário dos semáforos e pistas com problemas no asfalto. Aliás, as condições das pistas podem influenciar também na condição dos ônibus – mesmo aqueles que recebem manutenções constantes podem apresentar defeitos mais frequentes pela qualidade das vias em que eles circulam.

Todos estes exemplos indicam a relação estocástica entre o esforço das concessionárias e a performance observada. Além da relação probabilística entre ação do Agente e a performance, a sua ação é difícil avaliação (treinamento aos motoristas, manutenções minuciosas, entre outros aspectos), o que reduz a capacidade de *enforcement* do regulador.

Portanto, é razoável imaginar que há um problema de Risco Moral inerente neste tipo de serviço, ainda que no futuro novas tecnologias o possam dirimir o problema(WEN; CHEN; YANG, 2023).

Cabe ressaltar que estas ponderações sobre o problema de Risco Moral estão fortemente presentes no transporte coletivo via ônibus com livre circulação pela cidade, que por conta da alta capilaridade, da grande dimensão e da complexidade da rede transporte, impõe dificuldades na avaliação do regulador quanto às ações das empresas que operam o sistema (GAGNEPAIN; IVALDI, 2002; PIECHUCKA, 2021). Por conta disso, esta pesquisa se concentra na análise do transporte público rodoviário de livre circulação pela cidade – em corredores com circulação exclusiva para ônibus ou no caso do transporte metroviário, por exemplo, o monitoramento é mais simples e efetivo, o que ameniza problemas informacionais e possibilita arranjos mais focados em eficiência e redução dos custos.

Cabe ressaltar que, no geral, o problema de Risco Moral é reconhecido nas análises do transporte coletivo e com pesquisas robustas na área (WEN; CHEN; YANG, 2023; GAGNEPAIN; IVALDI, 2002; WUNSCH, 1996). Considerando todo o *framework* de análises para o problema de Risco Moral, o presente trabalho utiliza como referência a modelagem presente em Bejarano (2022), confeccionada para o sistema TransMilenio, que segue regras semelhantes à modelagem atual de Belo Horizonte.

Neste caso, o trabalho presente em Bejarano (2022), que também trabalha com o problema de seleção adversa, desenvolve um metodologia fiel aos modelos de assimetria de informação. O estudo para a capital colombiana avalia a decisão do Principal para maximizar sua utilidade, sendo esta utilidade conectada ao número de usuários do sistema e aos custos das transferências à firma que opera.

Esta modelagem foi utilizada como referência para o trabalho por cobrir de forma efetiva o dilema do Planejador Central em relação às transferências às firmas de transporte público e sobre como o arranjo contratual pode impulsionar um cenário de qualidade na mobilidade urbana de uma cidade. No entanto, assim como outras análises tradicionais, o jogo estratégico considera a decisão apenas de dois atores: quem contrata e o contratado.

No entanto, a decisão dos usuários do serviço pode ser um importante instrumento analítico, afinal, este tipo de operação não sobrevive apenas das transferências públicas, mas também do pagamento direto dos usuários para sua utilização. Dessa forma, **as contribuições destes trabalho estão concentradas na adição dos usuários do transporte público no jogo estratégico relacionado à regulação do serviço**. Este incremento à modelagem continuará trabalhando as questões anteriormente levantadas pela literatura a respeito da assimetria de informação, compatibilidade de incentivos e qualidade do serviço.

Assim, ao adicionar o usuário no jogo estratégico e avaliar como a sua decisão afeta o resultado, é possível aprofundar em outros aspectos regulatórios que vão além das transferências à firma. Entre os principais aspectos está o preço do serviço, que vem sendo associado à crise do transporte público não apenas de Belo Horizonte, mas também de outras importantes metrópoles pelo mundo. Além disso, a capacidade de financiamento dos incentivos também está conectada com os usuários, uma vez que a disponibilidade orçamentária do Planejador Central também é fruto do orçamento dos usuários através do pagamento dos tributos.

Portanto, acredita-se que as contribuições aqui propostas, aliadas com as ferramentas prévias que a literatura disponibiliza, possam servir de instrumento analítico para a regulação do transporte público da capital mineira. Indo além, pretende-se, com o atual trabalho, desenvolver ferramentas teóricas que sirvam para análise de outros mercados e serviços que convivem com o problema de assimetria de informação conjugado com o financiamento misto, isto é, via tarifas e subsídios, como é o caso do transporte coletivo.

2 O modelo

O modelo de transporte coletivo de Belo Horizonte, ainda que possua especificidades diversas, pode servir com base para estudos mais genéricos na estrutura de incentivos. Conforme visto, o sistema possui algumas características bem marcantes que nesta seção serão utilizados como referência na construção do modelo. O primeiro deles é o comportamento da oferta: apesar de possuir 4 consórcios diferentes operando, eles não competem pela demanda, já que ofertam em regiões diferentes e compartilham a região central. Ao contrário, através do sindicato patronal, os consórcios se comportam como um único conglomerado, que negociam as regras do jogo e operam de forma conjunta. Em outras palavras, apesar da diversidade de empresas, elas operam como uma só.

Outra propriedade marcante é o regime de financiamento, que conforme detalhado, se configura como um sistema misto. Até o ano de 2022, o financiamento do sistema era exclusivamente tarifário, deixando a cargo do usuário os custos de operação. Recentemente alterou-se para um sistema de financiamento misto, em que parte do financiamento é pago via tarifa, parte via transferências diretas do poder público para os consórcios operantes.

Para a definição do valor tarifário, utiliza-se, ao menos em teoria, uma equação paramétrica de reajuste, que pode ter sua base de cálculo com base em auferimento contábil realizado de quatro em quatro anos. A realidade é que em ocasiões recentes o reajuste tarifário foi com base na equação paramétrica não foi cumprido, bem como a correta apuração contábil do regime. **Esta dificuldade contábil é um forte indicativo de um problema envolvendo risco moral**, já que o desafio de se verificar a real operação das firmas é um problema para o setor público.

Quanto às transferências diretas, estas parecem obedecer uma estrutura de incentivos. Caso as firmas consigam obedecer regras de prestação de serviço, elas recebem as transferências. Dito de outra forma, as transferências dependem da qualidade observada pelo poder público municipal. O subsídio também vem sendo utilizado como uma forma de atuação sobre os preços, tendo em vista que a mais recente manutenção do preço nominal (e consequente queda do preço real) se deve às transferências governamentais.

Portanto, com base nestes atributos do sistema, pode-se organizar um modelo teórico que avalia sob quais condições um sistema de incentivos pode aumentar o bem-estar, considerando que há pagamento de tarifa pelos usuários e transferências diretas à firma pelo Planejador Central. Para tanto, serão discutidas as condições do usuário, da firma e do Principal, isto é, o serviço público, que cria e determina as regras de funcionamento do sistema. Este processo ajudará a resolver um jogo sequencial: as escolhas dos atores não são realizadas simultaneamente, mas seguindo um fluxo de ações. Este fluxo está resumido a seguir:

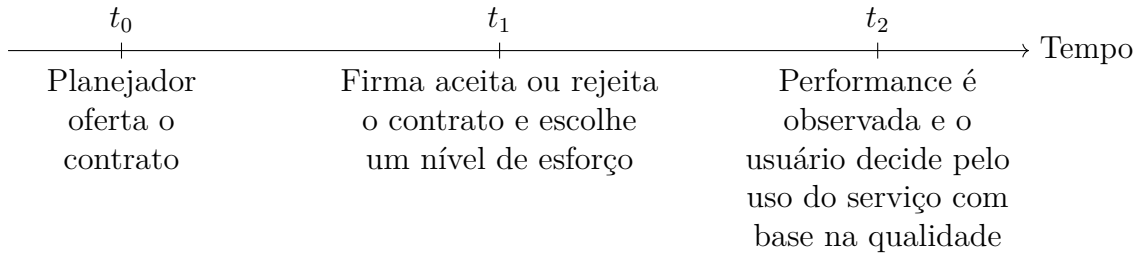


Figura 2 – Tempo do Jogo

Esta linha do tempo ajuda a construir a relação deste jogo sequencial e indica como os diferentes *players* constroem suas estratégias de decisão. Todos os atores preparam suas escolhas com base não apenas nas suas ações, mas também na ação dos demais atores envolvidos. Portanto, nas subseções que se seguem, serão verificadas as condições em que cada agente econômico toma suas decisões, de modo a revelar como o jogo está estruturado.

Em seguida, será discutida as possíveis soluções do jogo, considerando o objetivo do Planejador Central em maximizar o bem-estar a partir deste contrato. Será avaliado o cenário *First Best*, ou seja, a solução em que o Principal pode observar cada ação do Agente e, portanto, pode determiná-lo a adotar a solução mais eficiente (SALANIE, 2005). Em seguida, será analisada a solução *Second-Best*, que se apresenta como o problema em que o Principal não consegue observar a ação do Agente, mas apenas os resultados da ação deste ator. A análise se concentrará em verificar as semelhanças e diferenças dos dois cenários, e como isto poderia determinar a ação do Planejador, da firma e do usuário.

2.1 O problema do consumidor

O comportamento do consumidor pode ser decisivo para a construção do modelo regulatório. A construção das preferências do consumidor neste trabalho foi realizada com base em algumas hipóteses comuns aos modelos microeconômicos, além de algumas simplificações necessárias. Neste caso, considera-se que os consumidores, racionais, irão escolher entre duas cestas de consumo, uma que inclui o uso do transporte público e outra em que ele não se utiliza deste tipo de serviço.

Podemos então definir que há um conjunto $\mathcal{X}$ de cestas de consumo, sendo $\mathcal{X} = \{0, 1\}$. Quando $x = 1$, o consumidor opta por se utilizar do transporte público. Quando $x = 0$, então usuário simplesmente renuncia do uso do transporte coletivo. Podemos representar esta cesta a partir de uma função de utilidade indireta:

$$\begin{aligned}
 v(\gamma, p, \omega, \tau) &= \frac{1}{\omega} \gamma - p - \omega \tau(\gamma) \quad \forall \omega > 0, \quad \text{se } \frac{1}{\omega} \gamma - p \geq 0 \\
 &= -\omega \tau(\gamma) \quad \forall \omega > 0, \quad \text{se } \frac{1}{\omega} \gamma - p < 0,
 \end{aligned} \tag{1}$$

onde ω se refere à renda do consumidor, p se refere à tarifa paga do transporte público, γ se refere à qualidade observada do serviço e, por fim, $\tau(\gamma)$ se refere à alíquota de imposto paga pelo cidadão para um determinado nível de qualidade do sistema.

A equação 1 se refere à utilidade indireta do consumidor. Isso quer dizer função $v(\cdot)$ apresenta o mesmo valor de utilidade que função de utilidade $u(x^*)$, sendo x^* a escolha de consumo do consumidor quando se defronta com o Problema de Maximização da Utilidade (MAS-COLELL; WHINSTON; GREEN, 1995, p. 56). Neste caso, a função de utilidade e a função de utilidade indireta representam o mesmo ordenamento de preferências, mas enquanto a utilidade está em função do bem consumido, a utilidade indireta está em função dos preços e da renda.

Desta forma, as duas funções de utilidade indireta representadas na equação acima representam a escolha de consumo realizada pelo cidadão para maximizar sua utilidade. Assim, quando $x = 1$, a utilidade indireta do cidadão será de $\frac{1}{\omega}\gamma - p - \omega\tau(\gamma)$, que representa o bem-estar individual gerado pelo uso do transporte coletivo decrescido do preço pago na tarifa e do imposto cobrado, que é ponderado pela renda do indivíduo. Quando não há consumo, a função de utilidade indireta do indivíduo será representada apenas pela redução da renda por conta do pagamento de tributação.

Como o indivíduo paga tributos em qualquer cesta, a redução de renda pelo pagamento de imposto não afeta a decisão de consumo – logo, o critério para definir a cesta ótima é a diferença entre a utilidade do sistema e a tarifa do transporte. Assim, se a utilidade oriunda do serviço for menor que a perda de renda pela tarifa ($p > \frac{\gamma}{\omega}$), então não será racional ao indivíduo se utilizar do transporte público.

Em relação à utilidade gerada pelo uso do sistema, esta depende da qualidade γ e da renda ω . Começando pela qualidade do sistema, γ é uma *proxy* para as diferentes percepções de qualidade em um sistema de transporte. Em Couto (2011), fica evidente que o tempo de espera no transporte público, bem como o conforto nas viagens, são critérios de qualidade para o usuários do transporte público da capital mineira. Podemos resumir o amplo espectro de performances possíveis em dois padrões, sendo $\bar{\gamma}$ o padrão de alta qualidade e $\underline{\gamma}$ a baixa qualidade, com $\bar{\gamma} > \underline{\gamma}$.

Quanto ao outro fator que compõe a utilidade do sistema, a renda ω é inversamente proporcional à utilidade. Para entender esta composição, é preciso verificar a conexão entre renda e dependência do transporte público.

Em Pucher e Renne (2003), destaca-se que os mais pobres são aqueles que mais se utilizam do transporte público. Giuliano (2005) indica que um transporte público que não oferta mobilidade urbana para as classes com menor renda pode gerar problemas sociais complexos, como restrição ao emprego, redução do acesso a espaços públicos e a serviços. Em Criden (2008), transporte público de qualidade para os mais pobres seria aquele capaz

de realizar itinerários complexos e com grande oferta de horários, pois este fator influencia diretamente na empregabilidade deste grupo social.

Estes fatores compõem um fenômeno conhecido como *Spatial Mismatch* (LYONS; EWING, 2021; GIULIANO, 2005). A disparidade espacial é um conceito que remete à separação entre as pessoas e as oportunidades de emprego e renda, sendo essa dispersão espacial um dos fatores de persistência do desemprego e da pobreza. Para aqueles que detêm maior renda, este não é um problema, pois possuem bens e serviços substitutos ao transporte público – no entanto, para aqueles sem veículos próprios ou renda para o consumo de serviços de transporte privados, o principal meio de correção do *Spatial Mismatch* é o transporte público.

Portanto, este arranjo para a utilidade indireta tenta refletir a maior dependência do transporte público pelas coortes com menor renda. Define-se então uma renda ω para cada cidadão, sendo $\{\omega \in \mathbf{R}_+ | 0 < W_1 \leq \omega \leq W_2\}$. Nesta situação, W_1 e W_2 são os limites inferior e superior de renda nesta economia. Aqui, considera-se que cada indivíduo possui ao menos uma renda W_1 que garanta um mínimo de subsistência. O intervalo $[W_1, W_2]$ é considerado compacto, assim como todo conjunto finito (LIMA, 2020). A adoção do intervalo renda como um conjunto compacto garantirá algumas propriedades para a função de distribuição da população pela renda, ao passo que não prejudica a análise.

Portanto, a heterogeneidade dos agentes econômicos se concentra em ω – assim, em cidadãos atendidos pela mesma rede de transporte, a utilidade indireta de cada pessoa será determinada por sua renda. Isto implica que agentes expostos a uma mesma tarifa p e a um nível de qualidade γ podem tomar decisões distintas a depender da sua renda.

Indivíduos com renda $\frac{\gamma}{p}$ são indiferentes entre usar ou não o sistema de transporte público, ao passo que aqueles com renda inferior a esta se utilizariam do sistema de transporte coletivo. Portanto, a quantidade de pessoas com renda inferior a $\frac{\gamma}{p}$ afeta o número de usuários do sistema, consequentemente, suas receitas e despesas. Logo, com a distribuição de renda é um importante elemento para o arranjo regulatório.

Em relação à tributação $\omega\tau(\gamma)$, ela cumpre um papel auxiliar no financiamento do serviço, uma vez que, além das cobrança de tarifa, há transferências públicas ao operador do transporte público. Neste caso, cada nível de qualidade imputará em custos distintos, portanto, espera-se que a arrecadação tributária para o financiamento do serviço também seja diferenciada a cada nível de performance. Assim, para representar uma relação entre os custos ligado a cada nível de qualidade, $\tau(\gamma) \in (0, 1)$ indica uma alíquota diferente para $\bar{\gamma}$ e $\underline{\gamma}$ – portanto, $\omega\tau(\bar{\gamma}) \neq \omega\tau(\underline{\gamma}) \forall \omega$.

Como consequência da forma funcional da utilidade indireta, podemos traçar algumas propriedades do modelo. A começar, por uma questão de dependência, os mais pobres tendem a se utilizar mais do transporte público que aqueles mais ricos. Outra

propriedade do modelo é a possibilidade de alteração no número de usuários via preço e via qualidade. Estas serão variáveis importantes para o planejador central.

Por fim, podemos levantar uma forma funcional alternativa para a utilidade indireta do consumidor. É possível adicionar outro elemento além da renda que discriminaria os agentes econômicos, como segue:

$$\begin{aligned} v(\gamma, p, \omega, \tau) &= \frac{\theta}{\omega} \gamma - p - \omega \tau(\gamma) \quad \forall \omega > 0, \quad \text{se } \frac{\theta}{\omega} \gamma - p \geq 0 \\ &= -\omega \tau(\gamma) \quad \forall \omega > 0, \quad \text{se } \frac{\theta}{\omega} \gamma - p < 0. \end{aligned}$$

O termo θ revela a preferência de um indivíduo ou de uma coletividade em se utilizar do transporte público por conta de fatores não ligados a renda. Desta forma, indivíduos com a mesma renda e em cidades com transporte público de qualidades semelhantes poderiam possuir preferências de uso distintos, baseados em suas percepções sociais e individuais sobre o consumo deste serviço.

Em Chakrabarti e Joh (2019), associa-se o uso do transporte público à paternidade, sendo que pessoas com filhos na primeira infância estariam menos dispostas a usar este serviço. Outras questões demográficas e sociais, como idade, gênero e educação também interferem na decisão pelo uso do transporte – podendo citar ainda questões estruturais da cidade, como a disponibilidade de vagas de estacionamento, que aumenta a propensão ao uso do veículo particular em detrimento ao serviço público de mobilidade (RASCA; SAEED, 2022).

Como exemplo, podemos imaginar uma cidade que um usuário indiferente entre usar ou não usar o transporte público tenha uma renda igual $\frac{\theta_1}{p} \gamma$. No entanto, esta mesma cidade pode alterar sua política urbana, aumentando a disponibilidade de vagas públicas para carros particulares, o que alteraria o valor de θ_1 para θ_2 , com $\theta_1 > \theta_2$, já que a propensão a usar o transporte público dos usuários decresceu. Assim, a renda do usuário que seria indiferente ao uso do transporte público decresceria de $\frac{\theta_1}{p} \gamma$ para $\frac{\theta_2}{p} \gamma$, o que garantiria menos usuários utilizando o serviço público dada uma mesma distribuição de renda e qualidade do serviço para esta localidade.

Este e outros exemplos servem para explicar as diferenças de consumo deste serviço público de forma distintas em locais com renda e qualidade de serviço similares. No entanto, para este trabalho, consideraremos $\theta = 1$ para todo e qualquer usuário, para então focarmos em como a qualidade do serviço e a distribuição de renda da população podem afetar o arranjo regulatório. Por fim, cabe ressaltar que a questão envolvendo a massa de usuários do transporte coletivo será mais a fundo abordada nas seções seguintes deste capítulo.

2.2 A firma

Diferentemente dos usuários, a firma está diretamente envolvida no contrato de prestação do transporte coletivo. Ela é essencialmente uma tomadora de contrato, pois cabe a ela aceitá-lo ou rejeitá-lo, não decidindo sobre sua modelagem. Este cenário a coloca como um Agente num esquema Agente-Principal.

No caso de aceitar participar do contrato, ela terá sua remuneração com base na tarifa do transporte público p e pelas transferências $t(\gamma)$ realizadas pelo Planejador Central com base na qualidade ofertada do serviço público. A utilidade do operador também será afetada pelos custos do transporte público e pela desutilidade associada a um nível de esforço em prol da qualidade. A representação da utilidade da empresa é dada por:

$$U = m(\gamma, p) \cdot p + t(\gamma) - g(\gamma, m) - \psi(e).$$

A função acima indica que a operadora tem seus serviços baseados no número de tarifas p pagas pela massa m de usuários utilizando o serviço. Neste caso, a massa m depende da fixação pelo planejador do preço p e da qualidade γ do serviço prestado. Se definirmos como $f(\omega)$ a função de densidade de probabilidade da população pela renda, e $F(\omega)$ como a Função de Distribuição da população, podemos definir a massa de usuários da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} m(\gamma, p) &= \int_{W_1}^{\frac{\gamma}{p}} f(\omega) d\omega = F\left(\frac{\gamma}{p}\right) - F(W_1) \\ &= F\left(\frac{\gamma}{p}\right). \end{aligned} \tag{2}$$

Conforme revelado anteriormente, caso o bem-estar $\frac{\gamma}{\omega}$ do serviço de transporte for maior que o preço p da tarifa, então o usuário utilizará o transporte público. Dito de outra forma, a renda do usuário deve ser até $\frac{\gamma}{p}$ para que ele deseje utilizar o transporte público. Logo, intervalo de integração da função de densidade pela renda deve ser entre W_1 (menor renda da economia) até $\frac{\gamma}{p}$ (maior renda disposta a usar o transporte público).

Como W_1 é o limite inferior da distribuição de renda e a distribuição tem função de densidade, a função de distribuição acumulada $F(W_1)$ não possui massa, logo $F(W_1) = 0$. Importante ressaltar que o valor de $F\left(\frac{\gamma}{p}\right)$ depende da qualidade e do preço. Isto significa dizer que o número de usuários m aumenta quando o preço p cai, da mesma forma que se eleva quando a qualidade muda de $\underline{\gamma}$ para $\bar{\gamma}$.

A qualidade do serviço é estocástica, a depender do esforço realizado pelo agente no cumprimento de suas obrigações. Nesse sentido, temos que a probabilidade associada a alta qualidade, dada a execução do esforço ($e = 1$), é de $\mathbf{P}(\bar{\gamma}|e = 1) = \pi_1$ — da mesma forma, quando não se realiza esforço ($e = 0$), tem-se que $\mathbf{P}(\bar{\gamma}|e = 0) = \pi_0$. Vale destacar

que $\pi_1 > \pi_0$, isto é, há maior probabilidade de se alcançar qualidade através do esforço, e o contrário também é válido: a chance de um serviço de transporte coletivo com baixa qualidade é maior quando não se esforça, ou seja, $(1 - \pi_1) < (1 - \pi_0)$.

Isto equivale a dizer que, para a realização de um serviço de qualidade alta, $e = 1$ é estocasticamente dominante. Neste caso, desconsiderando os custos associados, uma firma racional que busca a realização de alta performance do serviço, ainda que sob incerteza, sempre preferirá a realização do esforço, portanto, $F_{e=0}(\tilde{\gamma}) \geq F_{e=1}(\tilde{\gamma})$, sendo $\tilde{\gamma}$ a realização de $\bar{\gamma}$ e $F_{e=1}(\tilde{\gamma}) = \mathbf{P}(\gamma : \gamma \leq \tilde{\gamma} | e = 1)$ sendo a função de distribuição acumulativa da qualidade dado o esforço e .

Importante adicionar que a escolha pela realização de esforço ($e = 1$) tem um custo associado. Este custo está expresso na equação 2 pelo termo $\psi(e)$. Quando há esforço, $\psi(1) = \psi$, por outro lado, quando não há empenho pela realização do serviço, $\psi(0) = 0$.

O termo $g(\gamma, m)$ se refere aos custos, que dependem da massa de usuários. Os custos do transporte público são de fato difíceis de serem traçados e, portanto, de complexa representação num modelo teórico. Por simplificação, adotou-se um modelo cujo o custo marginal em relação ao número de usuários é constante, e seu valor depende da qualidade do serviço. Assim, tem-se que:

$$\begin{aligned} g(\gamma, m) &= \gamma \cdot c \cdot m(\gamma, p) \\ &= \gamma \cdot c \cdot F\left(\frac{\gamma}{p}\right). \end{aligned} \tag{3}$$

A equação 3 indica que o valor do custo total do sistema de transporte será igual à massa de usuários m multiplicada por um valor marginal por usuário $\gamma \cdot c$, sendo c um escalar positivo. Este escalar agrega custos marginais que não dependem da qualidade, como o uso de combustível, por exemplo. Todos estes elementos que compõem a utilidade $U(\cdot)$ demonstram um Agente risco-neutro.

2.3 O Planejador Central

O planejador central, neste caso, é aquele quem regula o sistema de transporte público e oferece ao mercado a entrada dentro do arranjo proposto. Este papel se assemelha à figura do Principal em modelos de incentivos. O Principal é o líder do jogo, ou seja, quem propõe o contrato. Dentre as diversas características de um modelo Agente-Principal, a busca do Principal por um cenário Pareto-ótimo se faz presente na confecção do arranjo contratual oferecido e na sua função de bem-estar (SALANIE, 2005).

No caso estudado, podemos entender que o objetivo do Principal é a maximização do bem-estar da população. Por simplificação, considera-se que o transporte público é o único bem ou serviço capaz de gerar utilidade. Outro ponto é a ausência de outros

benefícios à coletividade senão aqueles já demonstrados na equação 1. Isto significa que, externalidades positivas associadas ao transporte coletivo, como redução do trânsito e da poluição, não foram incorporadas na função de bem-estar, ainda que na realidade possuam importância real considerável (LITMAN, 2011).

Dessa forma, a função de bem-estar que o Principal busca otimizar é a seguinte:

$$\int_{W_1}^{W_2} v(\gamma, p, \omega, \tau) \cdot f(\omega) \, d\omega.$$

Esta função de bem-estar é um agregado da utilidade individual de todos os cidadãos. Nesse sentido, a função de bem-estar acima indica que o Planejador Central se preocupa com o bem-estar de todos os cidadãos da economia, uma vez que o intervalo $[W_1, W_2]$ contempla toda a população. A função $f(\omega)$ indica a função de densidade da população pela renda de interesse do Principal. Isto quer dizer que a população se distribui por faixas de renda de acordo com a distribuição dada por $f(\omega)$, logo, a função de bem-estar será definida de acordo com a distribuição da população pela renda.

Considerando a utilidade indireta dos usuários, há aqueles que usam e que não usam o serviço público, a depender da renda. Temos então que a função de bem-estar social é dada por:

$$\int_{W_1}^{W_2} v(\gamma, p, \omega, \tau) \cdot f(\omega) \, d\omega = \int_{W_1}^{\frac{\gamma}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \gamma - p - \omega \tau(\gamma) \right) \cdot f(\omega) \, d\omega + \int_{\frac{\gamma}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\gamma) \cdot f(\omega) \, d\omega.$$

Na equação acima, a decisão de se utilizar o transporte público foi tomada por aqueles cuja a renda ω fosse menor ou igual a $\frac{\gamma}{p}$. Para todos com renda maior que esta proporção, não faria sentido utilizar o transporte público, sendo necessário então o segundo termo da equação de bem-estar para representar a parcela não interessada em se utilizar do transporte coletivo, cuja utilidade indireta indica apenas a perda de renda pelo pagamento do imposto $\omega \tau(\gamma)$.

Os instrumentos que o planejador possui para maximizar sua função de bem-estar são o vetor de transferências $\mathbf{t}$ e o vetor de alíquotas tributação $\boldsymbol{\tau}$ e, quando consegue observar o esforço da firma, o vetor de esforço $\mathbf{e}$. Se o planejador regula também os preços do serviço, é possível definir um vetor $\mathbf{p}$ de tarifas de operação.

As transferências à firma executora podem ser utilizadas para garantir qualidade e manter o contrato viável, de acordo com os critérios de Racionalidade Individual da firma. Por outro lado, esta transferência precisa de um financiamento. Este financiamento é dado pela tributação cobrada.

Portanto, uma restrição à ação do Planejador Central é a capacidade de finamento do contrato. Esta limitação é representada por uma equação de *Balanced Budget Constraint*. Nesse caso, esta restrição impõe que os incentivos públicos não podem ultrapassar sua

arrecadação. Assim, temos que

$$t(\gamma) \leq \int_{W_1}^{W_2} \omega \tau(\gamma) \cdot f(\omega) d\omega, \quad (4)$$

enquanto a segunda restrição que o Planejador possui é a restrição de participação da operadora. Esta restrição é definida como:

$$m(\gamma, p) \cdot p + t(\gamma) - g(\gamma, m) - \psi(e) \geq 0 \quad \forall \quad \gamma, e.$$

Em termos de valor esperado, temos que:

$$\begin{aligned} & \pi_1[m(\bar{\gamma}, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(\bar{\gamma}, m)] + (1 - \pi_1)[m(\underline{\gamma}, p) \cdot p + t(\underline{\gamma}) - g(\underline{\gamma}, m)] - \psi \\ & \geq \pi_0[m(\bar{\gamma}, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(\bar{\gamma}, m)] + (1 - \pi_0)[m(\underline{\gamma}, p) \cdot p + t(\underline{\gamma}) - g(\underline{\gamma}, m)], \end{aligned}$$

resultando em:

$$\Delta\pi[m(p, \bar{\gamma}) - m(p, \underline{\gamma}) + t(\bar{\gamma}) - t(\underline{\gamma}) - ((g(\bar{\gamma}, m) - c(\underline{\gamma}, m)))] \geq \psi(e).$$

Esta restrição indica que as possíveis empresas participantes não estariam dispostas a participar de um contrato que oferte prejuízos na operação do serviço.

Estes passos foram fundamentais para o desenho das escolhas de cada um dos atores dentro da dinâmica do transporte público. O desenho da decisão do usuário indica sob quais condições ele se utilizaria do serviço. O estudo da utilidade da firma, por outro lado, explicita sob quais condições o Agente aceita ou rejeita o contrato e, caso aceite, se ele estaria disposto ou não a realizar esforço em prol da qualidade, com base no contrato oferecido pelo principal.

Assim, o objetivo do planejador central é a maximização da sua função de bem-estar social, respeitando as restrições aqui definidas. Logo, tem-se que:

$$\max \int_{W_1}^{W_2} v(\gamma, p, \omega, \tau) \cdot f(\omega) d\omega \quad (5)$$

sujeito às restrições:

$$t(\gamma) \leq \int_{W_1}^{W_2} \omega \tau(\gamma) \cdot f(\omega) d\omega \quad (\text{BBC})$$

$$\Delta\pi[m(p, \bar{\gamma}) - m(p, \underline{\gamma}) + t(\bar{\gamma}) - t(\underline{\gamma}) - ((g(\bar{\gamma}, m) - g(\underline{\gamma}, m)))] - \psi(e) \geq 0. \quad (\text{PC})$$

Cabe destacar que as variáveis das quais o Principal tem controle para realizar a maximização varia de acordo com o cenário, por isso não foram especificadas. A partir desta função de maximização do bem-estar, é possível avaliar os cenários pertinentes para o caso de informação completa e, posteriormente, para o de risco moral.

2.4 O caso sem risco Risco Moral

O modelo de informação completa será usado como referência, para que posteriormente possa se observar as diferenças frente ao cenário de risco moral. No caso de informação completa, dado que o principal observa o esforço, ele pode escolher se o agente irá operar se esforçando ou não.

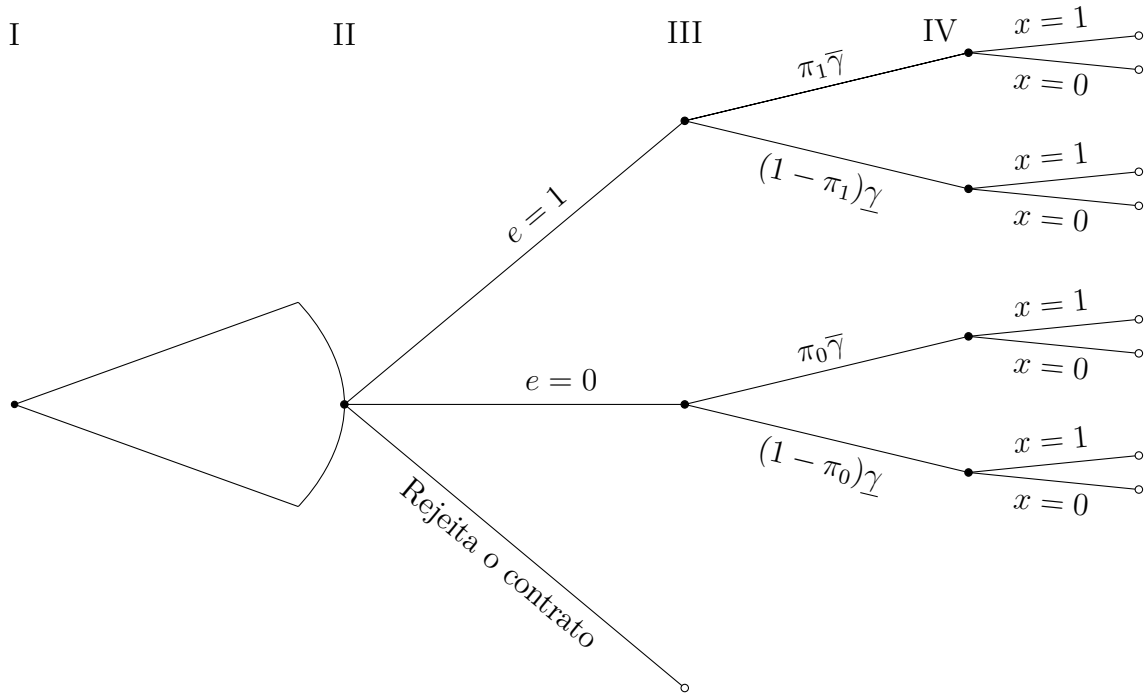


Figura 3 – Representação do Jogo sem Risco Moral

Observação: I-Planejador Central, II-Firma, III-Tecnologia/Natureza, IV-Cidadão

Conforme Salanie (2005), modelo Agente-Principal nada mais é que um jogo de Stackelberg. Isso significa que há um líder (o Principal) que age primeiro e é seguido pelo Agente. O jogo representado não poderia ser diferente: o Principal (O planejador Central) toma uma iniciativa, propondo um contrato que envolve a definição de uma transferência associada à qualidade observada, bem como o esforço. O Agente (a firma), pode aceitar o contrato e agir com esforço $e = 1$, ou com esforço nulo $e = 0$, bem como rejeitar a proposta e não adentrar no contrato proposto. A "natureza" se trata da incerteza sobre o resultado do esforço. Isto significa que a qualidade vai depender da probabilidade associada a cada nível de empenho. O consumidor, por sua vez, decidirá pelo uso do transporte público. Sua cesta de consumo será igual a 1, caso utilize o transporte, ou 0, caso não utilize.

Cabe destacar que as ações do Planejador foram representadas por um arco contínuo de escolhas possíveis para ele. Isto porque o planejador se defronta com uma infinidade de contratos disponíveis para ofertar à firma, com diversos valores possíveis para as transferências de acordo com a qualidade. Assim, ele consegue ofertar um conjunto contratual $C = (t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma}), e)$ de forma a avaliar o esforço da operadora e a qualidade do

serviço prestado de forma simultânea.

A partir das decisões mapeadas de cada jogador, podemos confeccionar o contrato desejado pelo Principal e traçar alguns cenários de decisão com base no bem-estar agregado. Para tanto, vamos fazer uma análise comparativa entre o caso com esforço positivo em prol da qualidade e com o esforço nulo. Começando pelo caso em que o Principal incentive o contrato com esforço, teremos:

$$\max_{t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma}), e} \pi(e) \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p - \omega \tau(\bar{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\bar{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\bar{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right) + \\ (1 - \pi(e)) \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p - \omega \tau(\underline{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\underline{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\underline{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right),$$

sujeito à restrição de participação, caso o principal deseje esforço:

$$PC_{e=1} : \pi_1(m(\gamma, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(\bar{\gamma}, m)) + (1 - \pi_1)(m(\gamma, p) \cdot p + t(\underline{\gamma}) - g(\underline{\gamma}, m)) \geq \psi.$$

Nesse caso, conforme indicado na equação de restrição de participação acima, devido à condição de racionalidade individual, o Agente não se submete a lucros negativos em nenhum estado da natureza, logo, podemos encarar que a remuneração da firma nos dois estados será maior ou igual a zero. Assim, quando $t(\underline{\gamma})$ é otimizado pelo principal, temos que $m(\gamma, p) \cdot p + t(\bar{\gamma})$ é igual a $g(m(\underline{\gamma}, p))$. Resolvendo para $t(\bar{\gamma})$, considerando esta igualdade, temos:

$$\pi_1(m(\gamma, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(\bar{\gamma}, m)) + (1 - \pi_1) \overbrace{(m(\gamma, p) \cdot p + t(\underline{\gamma}) - g(\underline{\gamma}, m))}^0 \geq \psi$$

$$\pi_1(m(\gamma, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(\bar{\gamma}, m)) \geq \psi$$

$$t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}) = \frac{\psi}{\pi_1} + g(\gamma, m) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p. \quad (6a)$$

Da mesma forma, temos que, para qualidade baixa com esforço alto, a remuneração será:

$$t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}) = g(\gamma, m) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p. \quad (6b)$$

Assim, temos que o principal pode ofertar um contrato

$$C^{FB} = (t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma}), e) = \left(\frac{\psi}{\pi_1} + g(\gamma, m) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p, g(\underline{\gamma}, m) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p, 1 \right).$$

Podemos verificar então o modelo em que o principal não obriga a realização de esforço. Temos então a maximização da equação de bem-estar do principal, sujeita agora à seguinte restrição:

$$PC_{e=0} : \pi_0(m(\bar{\gamma}, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(\bar{\gamma}, m)) + (1 - \pi_0)(m(\underline{\gamma}, p) \cdot p + t(\underline{\gamma}) - g(\underline{\gamma}, m)) \geq 0$$

Considerando a racionalidade individual da firma, em que o lucro abaixo de zero não é operacionalizado, os contratos ofertados serão:

$$t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}) = g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p \quad (7a)$$

$$t_{e=0}^{FB}(\underline{\gamma}) = g(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p. \quad (7b)$$

Portanto, quando o planejador central não requisita esforço, o contrato ofertado será:

$$C^{FB} = (t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma}), e) = (g(\bar{\gamma}, m) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p, g(\underline{\gamma}, m) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p, 0).$$

Conforme adiantado, utilizaremos a situação de esforço nulo como *benchmarking* para verificar se é vantajoso para o principal incentivar o esforço por parte da concessionária. Neste caso, o bem-estar na situação com esforço deve ser maior que aquele presente no contrato em que não há esforço. Portanto, temos:

$$\begin{aligned} & \pi_1 \left(\int_{W_1}^{W_2} v(\bar{\gamma}, \omega, p, \tau(\bar{\gamma})) \cdot f(\omega) d\omega \right) + (1 - \pi_1) \left(\int_{W_1}^{W_2} v(\underline{\gamma}, \omega, p, \tau(\underline{\gamma})) \cdot f(\omega) d\omega \right) \geq \\ & \pi_0 \left(\int_{W_1}^{W_2} v(\bar{\gamma}, \omega, p, \tau(\bar{\gamma})) \cdot f(\omega) d\omega \right) + (1 - \pi_0) \left(\int_{W_1}^{W_2} v(\underline{\gamma}, \omega, p, \tau(\underline{\gamma})) \cdot f(\omega) d\omega \right). \end{aligned}$$

A equação em sua versão estendida possui a seguinte configuração:

$$\begin{aligned} & \pi_1 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p - \omega \tau(\bar{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\bar{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\bar{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right) + \\ & (1 - \pi_1) \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p - \omega \tau(\underline{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\underline{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\underline{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right) \geq \\ & \pi_0 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p - \omega \tau(\bar{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\bar{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\bar{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right) + \\ & (1 - \pi_0) \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p - \omega \tau(\underline{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\underline{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\underline{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right). \end{aligned}$$

Uma vez definido o preço p , a qualidade γ e observando a função que define a distribuição da renda, isto é, $f(\omega)$, tem-se então a necessidade de definir a ponderação de transferência τ . Para isso, tomemos novamente a equação de orçamento equilibrado:

$$t(\gamma) \leq \int_{W_1}^{W_2} \omega \tau(\gamma) \cdot f(\omega) d\omega. \quad (4)$$

Primeiramente, cabe ressaltar que o contrato ofertado está em função de γ e apresenta um menu de transferências $t(\gamma)$. Portanto, convém representar o menu dentro da função de bem-estar, de modo a substituir o tributo cobrado pela transferência realizada. Ainda cabe ressaltar que a desigualdade na equação 4 pode facilmente ser resolvida como

uma igualdade, pois o modelo não incorpora questão intertemporal, o que torna ineficiente a poupança e impossibilita a realização de dívida pública. Nesse caso, temos:

$$t(\gamma) = \int_{W_1}^{W_2} \omega \tau(\gamma) \cdot f(\omega) d\omega \quad \forall \gamma.$$

Podemos encarar então a transferência como o somatório da taxaço paga tanto pelos usuários do transporte público quanto por aqueles que não se utilizam. Portanto, temos que:

$$t(\gamma) = \int_{W_1}^{\frac{\gamma}{p}} \omega \tau(\gamma) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\gamma}{p}}^{W_2} \omega \tau(\gamma) \cdot f(\omega) d\omega \quad \forall \gamma.$$

Esta manipula  o permite colocarmos na desigualdade a transferência $t(\gamma)$, conforme segue:

$$\begin{aligned} & \pi_1 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}) \right) + (1 - \pi_1) \left(\int_{\frac{\gamma}{p}}^{W_2} \left(\frac{1}{\omega} \gamma - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - t_{e=1}^{FB}(\gamma) \right) \geq \\ & \pi_0 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}) \right) + (1 - \pi_0) \left(\int_{\frac{\gamma}{p}}^{W_2} \left(\frac{1}{\omega} \gamma - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - t_{e=0}^{FB}(\gamma) \right). \end{aligned}$$

Como visto anteriormente, tem-se que $t_{e=1}^{FB}(\gamma) = t_{e=0}^{FB}(\gamma)$, ao passo que $t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}) = \frac{\psi}{\pi_1} + t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma})$. Logo, temos então:

$$\begin{aligned} & \pi_1 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}) + \frac{\psi}{\pi_1} \right) + (1 - \pi_1) \left(\int_{\frac{\gamma}{p}}^{W_2} \left(\frac{1}{\omega} \gamma - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - t_{e=0}^{FB}(\gamma) \right) \geq \\ & \pi_0 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}) \right) + (1 - \pi_0) \left(\int_{\frac{\gamma}{p}}^{W_2} \left(\frac{1}{\omega} \gamma - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - t_{e=0}^{FB}(\gamma) \right), \end{aligned}$$

sendo possível rearranjar da seguinte forma:

$$\Delta\pi \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}) \right) - \psi \geq \Delta\pi \left(\int_{W_1}^{\frac{\gamma}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \gamma - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - t_{e=0}^{FB}(\gamma) \right)$$

Substituindo o valor encontrado para as transferências, tem-se:

$$\begin{aligned} & \Delta\pi \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - (g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p) \right) - \psi \geq \\ & \Delta\pi \left(\int_{W_1}^{\frac{\gamma}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \gamma - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - (g(m(\gamma, p)) - m(\gamma, p) \cdot p) \right) \end{aligned}$$

Temos, portanto:

$$\Delta\pi \left(\bar{\gamma} \int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \frac{f(\omega)}{\omega} d\omega - \bar{\gamma} \cdot g \left(F \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) \right) \right) - \psi \geq \Delta\pi \left(\gamma \int_{W_1}^{\frac{\gamma}{p}} \frac{f(\omega)}{\omega} d\omega - \gamma \cdot g \left(F \left(\frac{\gamma}{p} \right) \right) \right).$$

Este resultado indica que a diferença entre bem-estar dos dois cenários deve corresponder a esta desigualdade. Podemos novamente reorganizar a desigualdade de modo a evidenciar que a diferença entre o bem-estar gerado em cada cenário (qualidade alta e baixa) deve ser maior que a diferença de custos somada à desutilidade do esforço. Temos então a seguinte relação:

$$\bar{\gamma} \int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \frac{f(\omega)}{\omega} d\omega - \underline{\gamma} \int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \frac{f(\omega)}{\omega} d\omega \geq \bar{\gamma} \cdot g\left(F\left(\frac{\bar{\gamma}}{p}\right)\right) - \underline{\gamma} \cdot g\left(F\left(\frac{\underline{\gamma}}{p}\right)\right) + \frac{\psi}{\Delta\pi} \quad (8)$$

Estes resultados produzem algumas conclusões gerais para a aplicação do esforço no caso de informação perfeita. Resumidos na proposição a seguir.

Proposição 1 (Contrato de Informação Perfeita). *Dado o preço $p > 0$ e os níveis de qualidade $0 < \underline{\gamma} < \bar{\gamma}$, temos que:*

1. *Quando aos casos de prestação de serviço com alta e baixa qualidade, a diferença de bem-estar entre os dois cenários deve superar a diferença entre os respectivos custos num valor maior ou igual à desutilidade ψ ponderada por $\frac{1}{\Delta\pi}$. Caso isto ocorra, o Principal ofertará um contrato à firma que incentive o esforço, que será:*

$$C^{FB} = (t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma}), e) = \left(\frac{\psi}{\pi_1} + g(\bar{\gamma}, m) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p, g(\underline{\gamma}, m) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p, 1 \right).$$

2. *Por outro lado, comparando a prestação do serviço de alta e baixa qualidade, caso a diferença entre o bem-estar entre os dois cenários não supere a respectiva diferença de custos num valor igual ou superior a $\frac{\psi}{\Delta\pi}$, o Principal ofertará um contrato à firma sem incentivos à realização de esforço, que será igual a:*

$$C^{FB} = (t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma}), e) = (g(\bar{\gamma}, m) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p, g(\underline{\gamma}, m) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p, 0).$$

A Proposição 1 indica que, caso a diferença de bem-estar entre os cenários de alta e baixa qualidade seja consideravelmente alta a ponto de superar a diferença de custos somada à desutilidade do esforço, então é vantajoso ao planejador central ofertar um contrato que se exija esforço do prestador do transporte coletivo. Quando a diferença entre o bem-estar proporcionado não supera o custo adicional pela qualidade somado à desutilidade do empenho, então o contrato ofertado será com esforço igual a zero, pois, caso contrário, o Agente optará por não aderir ao contrato.

Portanto, a ação ótima do principal é direcionada pelos custos do serviço e pela utilidade de seus cidadãos. Tomando as condições que a Proposição 1 expõe, alguns fatores são fundamentais no resultado da inequação.

O primeiro deles é a distribuição da população pela renda. Isto porque a distribuição indicará qual a sensibilidade da variável m frente ao preço e à qualidade. Outro critério importante é a variável $\Delta\pi$, pois quanto maior a diferença entre π_1 e π_0 , menor serão os custos de se empregar esforço.

Portanto, a partir deste *benchmark*, é possível analisar o contrato *Second-Best* de forma comparativa ao cenário de informação completa. O cenário *First-Best* voltará a ser analisado em subseções deste capítulo, porém com novas considerações sobre o preço.

2.5 O caso de informação incompleta

No desenvolvimento teórico anterior, o esforço era observável. Nesta seção, será trabalhado o cenário em que o Principal não consegue verificar o empenho do Agente. O jogo a seguir representa esta situação:

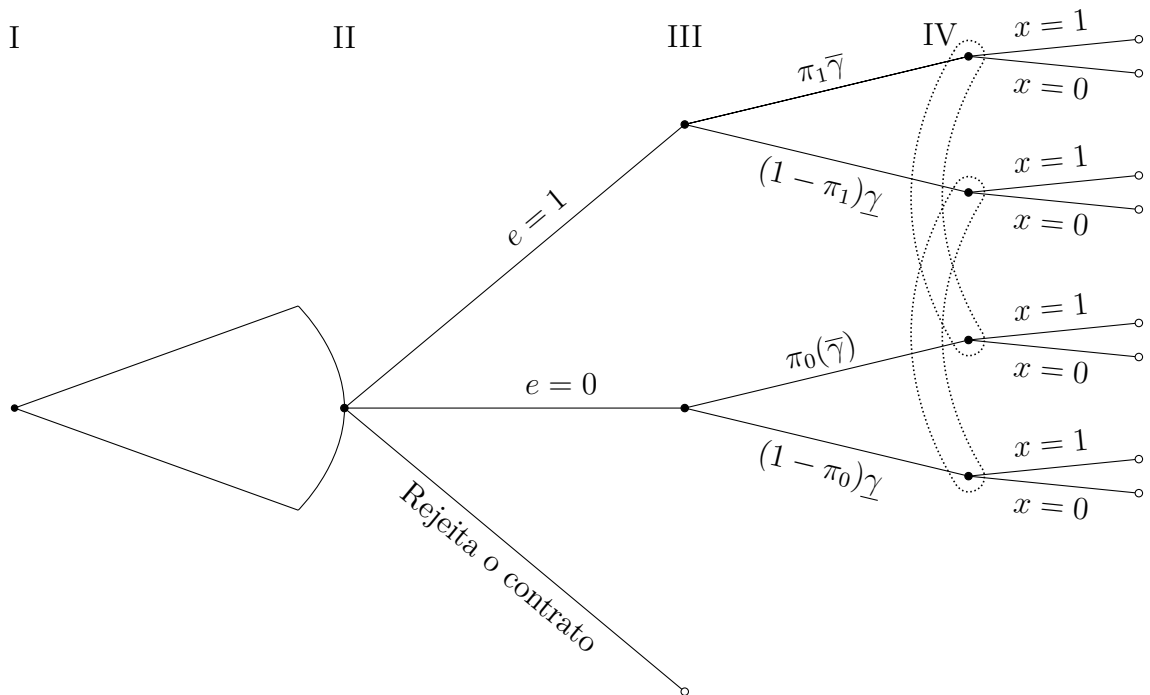


Figura 4 – Representação do Jogo com Risco Moral

Observação: I-Planejador Central, II-Firma, III-Tecnologia/Natureza, IV-Cidadão

Assim como no *First-Best*, o Planejador Central é o Principal, sendo a firma o Agente que segue sua decisão a partir da ação do líder. A diferença fundamental entre a representação atual e a anterior é a não visualização da ação da Firma – assim, o usuário final e tampouco o planejador central sabem qual foi a decisão da firma em relação ao esforço, criando dois conjuntos de informação com dois elementos contidos em cada um. Assim, quando é aferida qualidade no sistema, não se sabe se foi realizado esforço para se atingir este nível. Portanto, o vetor $\mathbf{C}$ contrato não possui mais uma trinca de elementos:

o esforço não pode ser estipulado em contrato, cabendo ao Principal regular o serviço apenas via transferências com base na qualidade observada.

Retoma-se então ao problema do Principal, descrito da seguinte forma:

$$\max_{t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma})} \int_{W_1}^{W_2} v(\gamma, p, \omega, \tau) f(\omega) d\omega$$

Para o caso de informação completa, o esforço era dado e fazia parte do contrato. Isto significa que o Principal poderia oferecer dois contratos, sendo um com esforço e outro sem. No caso do problema de Risco Moral, não depende do contrato a execução de esforço, por isso a maximização se dá por $\{t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma})\}$. Assim como no caso anterior, a função de bem-estar do Principal, não contém as transferências – é necessário então resgatar a restrição de orçamento equilibrado:

$$t(\gamma) \leq \int_{W_1}^{W_2} \omega \tau(\gamma) \cdot f(\omega) d\omega$$

Por fim, necessita-se resgatar a utilidade da firma. Como visto na subseção 2.2, restrição de participação da firma será:

$$m(\gamma, p) \cdot p + t(\gamma) - g(m(\bar{\gamma}, p)) - \psi(e) \geq 0 \quad \forall \quad \gamma, e$$

Para o caso com incentivo ao esforço, tem-se:

$$\pi(e)[m(\bar{\gamma}, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(m(\bar{\gamma}, p))] + (1 - \pi(e))[m(\underline{\gamma}, p) \cdot p + t(\underline{\gamma}) - g(m(\underline{\gamma}, p))] \geq \psi(e) \quad \forall \quad \gamma, e$$

A equação acima demonstra que o valor esperado da operação da firma deve superar o valor da desutilidade ψ . Como visto, $\psi(e)$ pode assumir os valores de 0 ou ψ , caso não realize esforço ou se esforce, respectivamente. Como o Principal espera que a firma de fato realize esforço, fatalmente o valor de $\psi(e)$ deve considerar a realização de empenho na operação do serviço, caso contrário a estrutura contratual indicará incentivos à não realização de esforço.

Para que esta estrutura de fato represente um incentivo ao empenho, esta relação deve ser verdadeira apenas para quando $\pi(e) = \pi_1$. A estrutura deve ser, portanto:

$$\begin{aligned} & \pi_1[m(\bar{\gamma}, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(m(\bar{\gamma}, p))] + (1 - \pi_1)[m(\underline{\gamma}, p) \cdot p + t(\underline{\gamma}) - g(m(\underline{\gamma}, p))] - \psi \geq \\ & \pi_0[m(\bar{\gamma}, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(m(\bar{\gamma}, p))] + (1 - \pi_0)[m(\underline{\gamma}, p) \cdot p + t(\underline{\gamma}) - g(m(\underline{\gamma}, p))] \end{aligned}$$

Ou seja, o contrato deve ser construído de tal forma que o esforço será recompensado, ainda que se tenha uma desutilidade associada. O custo associado a este incentivo está associado aos valores de π_1 e π_0 . Com base na desigualdade acima, pode-se encontrar este arranjo:

$$\Delta\pi[m(\bar{\gamma}, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(m(\bar{\gamma}, p))] - \psi = \Delta\pi[m(\underline{\gamma}, p) \cdot p + t(\underline{\gamma}) - g(m(\underline{\gamma}, p))]$$

Assim como no caso de informação, completa, por conta da racionalidade individual do Agente, a firma não estará sujeito a lucros negativos em todos os estados da natureza. Um cenário que propicie prejuízo à firma acarretaria em abandono, pois o Agente não estaria disposta a aceitar lucros negativos em um cenário de longo prazo. Por consequência, o menor valor ótimo pago pelo principal traria lucro zero para firma. Neste caso, essa imposição valeria para o caso de baixa qualidade. Tem-se então:

$$\Delta\pi[m(\bar{\gamma}, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(m(\bar{\gamma}, p))] - \psi = \Delta\pi \overbrace{[m(\underline{\gamma}, p) \cdot p + t(\underline{\gamma}) - g(m(\underline{\gamma}, p))]}^0.$$

Dessa forma, a transferência para o caso de qualidade baixa será:

$$t^{SB}(\underline{\gamma}) = g(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p. \quad (9a)$$

Em continuidade, obtém-se:

$$m(\bar{\gamma}, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(m(\bar{\gamma}, p)) = \frac{\psi}{\Delta\pi},$$

logo, a transferência $t^{SB}(\bar{\gamma})$ terá o seguinte valor:

$$t^{SB}(\bar{\gamma}) = \frac{\psi}{\Delta\pi} + g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p. \quad (9b)$$

O resultado encontrado indica o custo de transferência para o principal caso ele deseje que a firma se empenhe na prestação de serviços. Diferentemente do arranjo com informação completa, em que o Principal estava informado a respeito do esforço da firma, neste caso o conhecimento é privado ao Agente, o que aumenta os custos em prol da performance no contrato.

Para verificar este custo adicional, basta observar novamente a transferência no caso de informação completa, considerando obrigação de esforço:

$$t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}) = \frac{\psi}{\pi_1} + g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p.$$

Como $\pi_1 > \Delta\pi$, então $\frac{\psi}{\pi_1} < \frac{\psi}{\Delta\pi}$. Dado que o restante dos termos é igual para os dois casos, o custo de fato é maior para o caso de informação incompleta. Conforme Salanie (2005), este resultado é esperado no caso de risco moral associado a um contrato.

Logo, um arranjo de contrato que incentive esforço no caso de informação imperfeita será

$$C^{SB}(t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma})) = \left(\frac{\psi}{\Delta\pi} + g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p, g(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p \right).$$

Um outro contrato possível seria aquele em que o planejador central simplesmente não oferta incentivos para esforço, o que reduziria a probabilidade de se obter qualidade. Nesse caso, em alinhamento com a *Individual Rationality Constraint* do agente, o contrato deve ao menos cobrir os custos de operação. Assim, a estrutura contratual será:

$$C^{SB}((t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma})) = (g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p, g(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p))$$

Deve-se agora comparar o bem-estar sob risco moral e verificar sob qual condição é preferível ofertar um contrato que incentive esforço. Para tanto, o Principal irá ofertar um contrato com incentivos ao esforço apenas quando este cenário for vantajoso. Retoma-se então a desigualdade de bem-estar para os dois contratos possíveis, a fim de indicar a condição em que vale a pena o investimento em qualidade, isto é, quando o arranjo de incentivos que apresenta indução ao esforço representa maior bem-estar que o cenário sem tais mecanismos indutivos. Como já demonstrado, a equação apresenta a seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \pi_1 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p - \omega \tau(\bar{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\bar{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\bar{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right) + \\ & (1 - \pi_1) \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p - \omega \tau(\underline{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\underline{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\underline{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right) \geq \\ & \pi_0 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p - \omega \tau(\bar{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\bar{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\bar{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right) + \\ & (1 - \pi_0) \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p - \omega \tau(\underline{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\underline{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\underline{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right). \end{aligned}$$

Do mesmo modo que foi realizado no caso de informação perfeita, resgata-se então a *Balanced Budget Constraint*, a fim de sopesar o bem-estar pela transferência e pela tributação, que devem ser equivalentes.

$$t(\gamma) \leq \int_{W_1}^{W_2} \omega \tau(\gamma) \cdot f(\omega) d\omega.$$

De acordo com o arranjo de incentivos necessários para a implementação de esforço, pode-se então incluir a transferência na função de bem-estar, que será representada por:

$$\begin{aligned} & \pi_1 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - t^{SB}(\bar{\gamma}) \right) + (1 - \pi_1) \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - t^{SB}(\underline{\gamma}) \right) \geq \\ & \pi_0 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - t^{SB}(\bar{\gamma}) \right) + (1 - \pi_0) \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - t^{SB}(\underline{\gamma}) \right) \end{aligned}$$

Substitui-se os termos $t^{SB}(\bar{\gamma})$ e $t^{SB}(\underline{\gamma})$ pelos valores correspondentes, considerando a escolha de apoiar ou não o esforço, e tem-se que:

$$\begin{aligned}
& \pi_1 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - \left(\frac{\psi}{\Delta\pi} + g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p \right) \right) + \\
& (1 - \pi_1) \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - (g(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p) \right) \geq \\
& \pi_0 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - (g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p) \right) \\
& + (1 - \pi_0) \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p \right) \cdot f(\omega) d\omega - (g(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p) \right)
\end{aligned} \tag{10}$$

Conforme apresentado nas equações 1 e 3, há uma proposta de representação da massa de usuários e dos custos, respectivamente. Essa proposta incorpora a Função de Distribuição da população pela renda (ainda que a função não esteja definida) e também incorpora os custos pela qualidade e pelo número de usuários. Trazendo-as para o caso de risco moral, produz-se o seguinte arranjo:

$$\begin{aligned}
& \Delta\pi \left(\bar{\gamma} \int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \right) \cdot f(\omega) d\omega - F\left(\frac{\bar{\gamma}}{p}\right) \cdot p - \left(\bar{\gamma} \cdot g\left(F\left(\frac{\bar{\gamma}}{p}\right)\right) - \left(F\left(\frac{\bar{\gamma}}{p}\right)\right) \cdot p \right) \right) - \frac{\pi_1 \psi}{\Delta\pi} \geq \\
& \Delta\pi \left(\underline{\gamma} \int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \right) \cdot f(\omega) d\omega - F\left(\frac{\underline{\gamma}}{p}\right) \cdot p - \left(\underline{\gamma} \cdot g\left(F\left(\frac{\underline{\gamma}}{p}\right)\right) - \left(F\left(\frac{\underline{\gamma}}{p}\right)\right) \cdot p \right) \right).
\end{aligned}$$

Reajustando, o resultado é:

$$\Delta\pi \left(\bar{\gamma} \int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \frac{f(\omega)}{\omega} d\omega - \bar{\gamma} \cdot g\left(F\left(\frac{\bar{\gamma}}{p}\right)\right) \right) - \frac{\pi_1 \psi}{\Delta\pi} \geq \Delta\pi \left(\underline{\gamma} \int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \left(\frac{f(\omega)}{\omega} \right) d\omega - \underline{\gamma} \cdot g\left(F\left(\frac{\underline{\gamma}}{p}\right)\right) \right).$$

Comparando a diferença entre custos e benefícios, temos:

$$\boxed{\bar{\gamma} \int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \frac{f(\omega)}{\omega} d\omega - \underline{\gamma} \int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \frac{f(\omega)}{\omega} d\omega \geq \bar{\gamma} \cdot g\left(F\left(\frac{\bar{\gamma}}{p}\right)\right) - \underline{\gamma} \cdot g\left(F\left(\frac{\underline{\gamma}}{p}\right)\right) + \frac{\pi_1 \psi}{(\Delta\pi)^2}}. \tag{11}$$

De forma similar à Proposição 1, pode-se confeccionar uma Proposição para o caso de risco moral, que segue:

Proposição 2 (Contrato com Risco Moral). *Dado o preço $p > 0$ e os níveis de qualidade $0 < \underline{\gamma} < \bar{\gamma}$, tem-se sobre o contrato com informação privativa do Agente que:*

1. *Comparando o serviço de transporte público prestado com qualidade e alta e baixa, caso a diferença entre a utilidade gerada em cada cenário supere os custos num valor igual ou maior a $\frac{\pi_1}{(\Delta\pi)^2}$, conforme exposto na equação 11, o Principal ofertará à firma um contrato que incentive o esforço no seguinte arranjo:*

$$C^{MH} = (t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma})) = \left(\frac{\psi}{\Delta\pi} + g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p, g(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p \right).$$

2. Por outro lado, se a diferença entre a utilidade do serviço prestado com qualidade alta e baixa não superar a diferença entre custos num valor maior ou igual $\frac{\pi_1}{(\Delta\pi)^2}$ (contradizendo a equação 11), o Principal oferta um contrato à firma sem incentivos ao esforço, que será:

$$C^{MH} = (t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma})) = (g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p, g(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p).$$

Esta proposição indica a oferta de contratos no caso de informação privada do Agente quanto ao seu esforço. Neste caso, não há menção ao esforço na oferta do contrato, pois o planejador central sequer tem ciência sobre o empenho em prol da qualidade pela firma.

Apesar de muito similar, o cenário que imputa risco moral apresenta uma perda de bem-estar maior que o caso de informação perfeita. Portanto, sob o cenário de risco moral, a decisão do planejador central pode divergir em relação à sua decisão sob informação perfeita. Esta divergência será discutida mais a fundo no tópico que segue.

2.6 Algumas considerações sobre a decisão do Planejador

Os resultados encontrados até o momento apresentam as condições para que o arranjo contratual leve à realização de esforço de forma a aumentar o bem-estar. Pode-se aprofundar nesta análise, a fim de avaliar o comportamento do planejador central a partir de diversos cenários que afetam a execução do contrato.

Neste sentido, a hipótese inicial foi de preço fixo, logo, este parâmetro não afetaria as escolhas do Principal, nem do Agente ou do consumidor. Nesta seção, será abordada a questão do preço e sua relação com a escolha do Principal, seja ela de prever contratualmente o esforço (no caso de informação completa) ou de incentivar o esforço (no cenário de informação imperfeita).

Para tanto, ainda é necessário definir alguns parâmetros antes de avançar para possíveis aplicações do modelo de decisão encontrado. Em primeiro lugar, é preciso definir a distribuição da população.

A distribuição da população indicará o alcance do serviço público oferecido. Uma população notadamente pobre terá muitos usuários do transporte, dado que a utilidade associada ao uso do transporte é maior para aqueles com menor renda. Se este perfil demográfico aumenta a importância do serviço, por outro lado, diminui o papel da qualidade quanto ao esforço do Planejador Central de aumentar o número de usuários via aumento da qualidade, por exemplo.

Estes são alguns exemplos de como a distribuição afeta os resultados do contrato. Por conta da escolha metodológica de definir a população pela renda num conjunto limitado

e fechado, a escolha da Função de Densidade de Probabilidade representativa também deve possuir tais características. Assim, distribuições assintóticas, como a Gaussiana ou Qui-quadrado, que poderiam representar a distribuição da população pela renda, foram descartadas.

Pode-se utilizar, por exemplo, a distribuição uniforme. Neste exemplo, ainda que este cenário não seja preciso sobre a distribuição de renda da população, considera-se que todas as coortes de renda possuem o mesmo número de pessoas. Como pontuado, esta distribuição não é de fato precisa, mas é suficiente para verificar alguns comportamentos do Principal dados os parâmetros de decisão estabelecidos anteriormente. A Função Densidade de Probabilidade da distribuição uniforme é dada por:

$$f(x|a, b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{se } x \in [a, b] \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A função de densidade acima indica que os sub-intervalos selecionados dentro do intervalo $[a, b]$, caso tenham o mesmo tamanho, terão a mesma probabilidade de ocorrência.

De forma similar, podemos utilizar esta função para definir a função $f(\omega)$ utilizada no modelo. Neste caso, considerando a função da população pela renda, o intervalo de $f(\omega)$ possui massa será $[W_1, W_2]$, como segue:

$$f(\omega|W_1, W_2) = \begin{cases} \frac{1}{W_2 - W_1} & \text{se } \omega \in [W_1, W_2] \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Este é um passo adiante para a construção de uma análise da decisão do Principal. Utilizando a distribuição uniforme na desigualdade 8, a decisão do Principal se baseará na seguinte desigualdade:

$$\frac{\bar{\gamma}}{W_2 - W_1} \int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \frac{1}{\omega} d\omega - \frac{\underline{\gamma}}{W_2 - W_1} \int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \frac{1}{\omega} d\omega \geq \bar{\gamma} \cdot g \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \frac{1}{W_2 - W_1} d\omega \right) - \underline{\gamma} \cdot g \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \frac{1}{W_2 - W_1} d\omega \right) + \frac{\psi}{\Delta\pi}$$

O modelo então terá o seguinte formato:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{W_2 - W_1} \left(\bar{\gamma} \left(\ln \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) - \ln(W_1) \right) \right) - \underline{\gamma} \left(\ln \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} \right) - \ln(W_1) \right) \geq \\ & \bar{\gamma} \cdot g \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \cdot \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) - \underline{\gamma} \cdot g \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \cdot \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) + \frac{\psi}{\Delta\pi} \end{aligned}$$

De forma semelhante, pode-se aplicar no caso de Risco Moral, que indicará a seguinte forma com base na desigualdade 11.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{W_2 - W_1} \left(\bar{\gamma} \left(\ln \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) - \ln(W_1) \right) \right) - \underline{\gamma} \left(\ln \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} \right) - \ln(W_1) \right) \geq \\ & \bar{\gamma} \cdot g \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \cdot \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) - \underline{\gamma} \cdot g \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \cdot \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) + \frac{\pi_1 \psi}{(\Delta\pi)^2} \end{aligned}$$

Pode-se transformar o resultado em uma função que indique a diferença de bem-estar entre baixa e alta qualidade, bem como de seus custos associados, para o caso de incentivo ao esforço. Neste caso, basta observar a seguinte condição para o *First-Best*:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{W_2 - W_1} \left(\bar{\gamma} \left(\ln \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) - \ln(W_1) \right) \right) - \underline{\gamma} \left(\ln \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} \right) - \ln(W_1) \right) \\ & - \bar{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \cdot \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) + \underline{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \cdot \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} + W_1 \right) \right) - \frac{\psi}{\Delta\pi} \geq 0 \end{aligned}$$

Toda vez que o lado esquerdo da inequação de fato corresponder a um valor maior que zero, então o planejador irá apoiar o empenho em prol da qualidade. Podemos representar essa condição como um resultado h , como abaixo:

$$\begin{aligned} h^{FB} = & \frac{1}{W_2 - W_1} \left(\bar{\gamma} \left(\ln \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) - \ln(W_1) \right) - \underline{\gamma} \left(\ln \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} \right) - \ln(W_1) \right) \right) \\ & - \bar{\gamma} \left(g \left(F \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) \right) \right) + \underline{\gamma} \left(g \left(F \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} \right) \right) \right) - \frac{\psi}{\Delta\pi} \end{aligned} \quad (12a)$$

Para o caso de risco moral, será:

$$\begin{aligned} h^{SB} = & \frac{1}{W_2 - W_1} \left(\bar{\gamma} \left(\ln \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) - \ln(W_1) \right) - \underline{\gamma} \left(\ln \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} \right) - \ln(W_1) \right) \right) \\ & - \bar{\gamma} \left(g \left(F \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) \right) \right) + \underline{\gamma} \left(g \left(F \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} \right) \right) \right) - \frac{\pi_1 \psi}{(\Delta\pi)^2}. \end{aligned} \quad (12b)$$

Os resultados h^{SB} e h^{FB} demonstram a ação do planejador central. Podemos então estabelecer uma função de ação do Principal com o resultado desta equação. Seja $\mathcal{A}_e = \{0, 1\}$ o conjunto de ações possíveis para o Principal em relação ao esforço, sendo 1 a oferta do contrato que incentiva o esforço e 0 a oferta de um contrato que não induz empenho, conforme definido nas Proposições 1 e 2. Como h^{SB} e h^{FB} são valores reais que representam o custo social de implementar um esforço elevado em cada um dos contextos, então $h^{SB}, h^{FB} \in \mathbb{R}$. Dessa forma, podemos definir uma função $H : \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{A}_e$ que determina a melhor ação do regulador em relação ao esforço dado o bem-estar gerado por esta escolha, de tal forma que:

$$H(h) = \begin{cases} 1, & \text{Se } h \geq 0 \\ 0, & \text{Se } h < 0. \end{cases}$$

A função $H(\cdot)$, indica qual é a escolha do planejador central frente ao dilema de incentivar ou não o esforço. Se $h \geq 0$, então a escolha ótima será $H = A_1$ e o Principal ofertará um contrato com incentivo ao esforço – o contrário, com $h < 0$, então o esforço incentivado será nulo e $H = A_0$. Algumas conclusões lógicas podem ser retiradas a partir da análise de decisão do Principal.

Neste caso, a perda de bem-estar ocorrida no cenário de Risco Moral advém de um custo social oriundo da informação privada do Agente. Assim, o cenário de *First-Best* sempre apresentará um bem-estar superior ou igual ao cenário *Second-Best*. Esta diferença de bem-estar pode significar até mesmo decisões diferentes por parte do Principal, isto é, pode lhe ocorrer de decidir em prol do esforço num cenário de informação perfeita, porém, sob os mesmo parâmetros, decidir por não apoiar o esforço sob o cenário de risco moral – Portanto, para os mesmos parâmetros de h^{FB} e h^{SB} , pode-se obter resultados similares ou conflitantes para $H(h^{FB})$ e $H(h^{SB})$. Esta relação permite a construção lógica apresentada pela Proposição a seguir:

Proposição 3. *Dados h^{FB}, h^{SB} definidos pela Equações 12a e 12b, temos que Se $H(h^{SB}) = A_1$ então $H(h^{FB}) = A_1$, e da mesma forma, caso $H(h^{FB}) = A_0$ então $H(h^{SB}) = A_0$.*

Demonstração. Observemos que $h^{FB} - h^{SB} = -\frac{\psi}{\Delta\pi} + \frac{\pi_1\psi}{(\Delta\pi)^2}$, sendo esta diferença maior que zero, pois $\frac{\pi_1\psi}{(\Delta\pi)^2} > \frac{\psi}{\Delta\pi}$. Portanto, sempre que $h^{SB} > 0$, também verdadeiro que $h^{FB} > 0$, então o Principal sempre decide pelo contrato com esforço, isto é $H(h^{SB}) = H(h^{FB}) = 1$ em ambos os casos. Da mesma forma, sempre $H(h^{FB}) = 0$, então $H(h^{SB}) = 0$, uma vez que $h^{FB} > h^{SB} > 0$. $\square$

A Proposição 3 indica que, caso o Planejador Central decida por ofertar um contrato pró-esforço num cenário com risco moral, ele certamente poderia ofertar o mesmo tipo de contrato num cenário de informação completa; sobre a situação contrária, nada pode ser dito. Paralelamente, se o Planejador Central não oferta um contrato com esforço incentivado no cenário de informação perfeita, então ele também não ofertaria no cenário de risco moral, mas sobre o contrário, nada pode ser dito.

Esta função é indicativa quanto à escolha do Planejador Central. Quando maior que zero, o Planejador decide agir em prol de um contrato voltado ao esforço. Um passo anterior à análise da função é a definição de alguns pressupostos, a fim de restringir o estudo da função a cenários que de fato fazem sentido. Neste caso, os 3 contextos não tão relevantes são:

- Caso A: A implementação de um sistema em que todo mundo usa o transporte público mesmo quando há qualidade baixa. Para isso ocorrer, a massa m deve ter intervalo superior maior que a renda máxima nesta economia, portanto $\underline{\gamma}/p \geq W_2$.
- Caso B: Quando qualidade alta, todos os usuários se utilizam do transporte coletivo. Assim, este cenário considera que a totalidade da população usa o transporte público. Para tanto, com $\bar{\gamma}/p \geq W_2$, m coincide com o intervalo da distribuição da população $[W_1, W_2]$.

- Caso C: Um sistema que ninguém usa o sistema de o sistema de transporte público, seja em qualidade alta ou baixa. Assim, $\underline{\gamma}/p < \bar{\gamma}/p < W_1$.

Nesse caso, a situação em que a relação de preço e qualidade, isto é, $\frac{\gamma}{p}$, se aproxima dos limites inferior e superior do intervalo de distribuição da população pela renda, ou seja, quando se aproximam de W_1 e W_2 . Quando a qualidade ponderada se aproxima destes limites, espera-se um comportamento anômalo da demanda pelo serviço de transporte. Para cercear o contexto das análises, podemos supor que $\bar{\gamma}, \underline{\gamma}, W_1, W_2$ são tais que $\frac{\bar{\gamma}}{p} \in (W_1, W_2)$ e $\frac{\underline{\gamma}}{p} \in (W_1, W_2)$.

Por fim, transporte público financiado de forma mista (via tarifa e subsídios públicos) engloba uma discussão que vai além da disposição à qualidade. Neste caso, o subsídio funcionaria como um instrumento de aumento de bem-estar via alteração da tarifa conjugada à qualidade, e não somente a fim de se alcançar performance. Neste caso, o subsídio poderia gerar a entrada de mais usuários ao sistema, que por sua vez poderiam garantir receitas que equilibrariam o custo da qualidade com tarifas módicas.

Este é um forte argumento em prol dos incentivos públicos à demanda de transporte via transferência direta, seja subsidiando os preços, seja subsidiando a qualidade. Este também foi um dos grandes pontos para a defesa do subsídio de Belo Horizonte: o aumento do bem-estar para os mais pobres seria viabilizado pelo maior acesso ao transporte. Em sua análise de custos do transporte público, Bar-Yosef, Martens e Benenson (2013) indica que a demanda tem um papel fundamental para determinar a viabilidade do serviço. Neste caso, existiriam três possíveis cenários para o transporte público: operação de equilíbrio de alta qualidade, mesmo sem subsídios, operação em qualidade alta desde que subsidiada e, por fim, operação em qualidade baixa, pois os subsídios seriam incapazes de ofertar melhora no serviço.

Estes desenhos da equação de decisão do Principal serão úteis verificar sob quais condições ele estaria disposto a incentivar o esforço. Até o momento, a única decisão que o planejador central realiza é a transferência a ser executada com base nos parâmetros de qualidade. Isso significa que as variáveis que afetam a vantajosidade do contrato são dadas, ou seja, exógenas.

Este modelo, baseado no transporte público de Belo Horizonte, também considerou o preço como exógeno. Na teoria, o preço deveria seguir aquele estipulado em contrato, sendo reajustado de acordo com a equação paramétrica. No entanto, esta regra contratual foi burlada por diversos anos. Isso porque a Prefeitura deixou de reajustar a tarifa, mantendo o preço nominal, mas reduzindo o preço real da passagem. Em outras palavras, o Planejador Central detinha controle sobre os preços, podendo operá-lo para maximizar o bem-estar (se caso fosse este seu objetivo de fato).

Portanto, poderíamos representar a função de decisão do principal como dependente

do preço, pois esta variável não mais seria considerada exógena. A próxima seção explora as possíveis decisões do planejador frente ao cenário de preço endógeno.

2.7 A Tarifa como variável endógena

Com o preço exógeno, cabia ao Principal avaliar se o incentivo ao esforço era capaz de gerar bem-estar maior que o cenário sem apoio ao esforço. Com o preço endógeno, a escolha do principal não se restringe a avaliar a diferença de bem-estar dado um preço – pelo contrário, cabe a ele deliberar sobre a tarifa e verificar o máximo de bem-estar possível.

Incumbe-se ao Principal tomar a decisão pelo incentivo ao esforço com base no bem-estar máximo em cada cenário (com e sem empenho em prol à qualidade) para um contínuo de preços possíveis. Portanto, o próximo passo da análise é justamente encontrar a função que maximiza o bem-estar dado um nível de esforço.

Resolvendo via indução reversa, assim como no caso de preço exógeno, temos que as condições do consumidor e da firma não se alteram. Portanto, temos que a função de utilidade do consumidor expressa na equação 1 se mantém, assim como a função de lucro da firma, indicada em 2. Por fim, cabe ressaltar que a necessidade de orçamento equilibrado também se perpetua – logo, as condições de transferências para o Agente em cada nível de qualidade se mantém, bem como as restrições para a otimização do principal.

Começando pelo *First-Best*, o planejador decide pelo esforço a ser empregado, pela transferência em caso de qualidade alta e baixa e, agora, pelo valor da tarifa. O desenho do problema do principal será:

$$\begin{aligned} \max_{t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma}), e, p} \quad & \pi(e) \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p - \omega \tau(\bar{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\underline{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\bar{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right) \\ & + (1 - \pi(e)) \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p - \omega \tau(\underline{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\underline{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\underline{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right) \end{aligned} \quad (13)$$

Sujeito às restrições:

$$\pi(e)(m(\gamma, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(\bar{\gamma}, m)) + (1 - \pi(e))(m(\gamma, p) \cdot p + t(\underline{\gamma}) - g(\underline{\gamma}, m)) \geq \psi(e)$$

$$t(\gamma) \leq \int_{W_1}^{W_2} \omega \tau(\gamma) \cdot f(\omega) d\omega$$

A solução deste problema é condicionada a qual opção de esforço foi tomada. Portanto, é preciso resolver este problema considerando a decisão do planejador em prol do esforço como também no cenário sem indução ao empenho. Começando pelo caso em que o planejador central apoia o esforço, temos que as transferências, assim como no caso

do preço exógeno, serão:

$$t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}) = \frac{\psi}{\pi_1} + g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p$$

$$t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}) = g(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p$$

Considerando a igualdade entre a tributação cobrada e a transferência do principal, ou seja, entre $\int_{W_1}^{W_2} \omega \tau(\gamma)$ e $t(\gamma)$, é possível substituir a tributação pelo valor definido para a transferência. Podemos então definir a função $v_{e=1}^{FB}(p)$ de bem-estar do Principal da seguinte forma:

$$v_{e=1}^{FB}(p) = \pi_1 \left(\int_{W_1}^{\bar{\gamma}} \frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p \cdot f(\omega) d\omega - t(\bar{\gamma}) \right) + (1 - \pi_1) \left(\int_{W_1}^{\underline{\gamma}} \frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p \cdot f(\omega) d\omega - t(\underline{\gamma}) \right)$$

$$v_{e=1}^{FB}(p) = \pi_1 \left(\bar{\gamma} \int_{W_1}^{\bar{\gamma}} \frac{f(\omega)}{\omega} d\omega - p \int_{W_1}^{\bar{\gamma}} f(\omega) d\omega - \left(g(m, \bar{\gamma}) - m \cdot p + \frac{\psi}{\pi_1} \right) \right) +$$

$$(1 - \pi_1) \left(\underline{\gamma} \int_{W_1}^{\underline{\gamma}} \frac{f(\omega)}{\omega} d\omega - p \int_{W_1}^{\underline{\gamma}} f(\omega) d\omega - \left(g(m, \underline{\gamma}) - m \cdot p \right) \right)$$

Assim como na última seção, utilizaremos a distribuição uniforme para a população considerando a renda. Dessa forma, substituindo $f(\omega)$, teremos:

$$v_{e=1}^{FB}(p) = \pi_1 \left(\frac{\bar{\gamma}}{W_2 - W_1} \left(\ln \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) - \ln(W_1) \right) - g(m, \bar{\gamma}) \right) - \psi +$$

$$(1 - \pi_1) \left(\frac{\underline{\gamma}}{W_2 - W_1} \left(\ln \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} \right) - \ln(W_1) \right) - g(m, \underline{\gamma}) \right)$$

Por fim, temos então que $v_{e=1}^{FB}(p)$ será:

$$v_{e=1}^{FB}(p) = \pi_1 \left(\frac{\bar{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\bar{\gamma}) - \ln(p) - \ln(W_1)) - \bar{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} W_1 \right) \right) \right) -$$

$$- \psi + (1 - \pi_1) \left(\frac{\underline{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\underline{\gamma}) - \ln(p) - \ln(W_1)) - \underline{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} W_1 \right) \right) \right)$$

No entanto, não basta otimizar esta função para verificar o máximo de bem-estar. É necessário também verificar se o cenário sem esforço não oferta bem-estar maior. A partir da definição da função, é possível não somente otimizá-la, como também realizar o estudo da função.

Assim como no caso de incentivo em prol da qualidade, as transferências para o Agente se mantêm iguais ao cenário de tarifa exógena, uma vez que se mantêm as condições de racionalidade individual da Firma. Teremos então:

$$t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}) = g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p$$

$$t_{e=0}^{FB}(\underline{\gamma}) = g(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p$$

Como as transferências não indicam um recompensa pela desutilidade gerada pelo esforço, a firma não realizará empenho. A partir da equação 13, podemos solucioná-la desconsiderando o esforço e a desutilidade dela recorrente. Além disso, a probabilidade associadas à obtenção de qualidade será menor, com π_0 ao invés de π_1 . Teremos então:

$$v_{e=0}^{FB}(p) = \pi_0 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p \cdot f(\omega) d\omega - t(\bar{\gamma}) \right) + (1 - \pi_0) \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p \cdot f(\omega) d\omega - t(\underline{\gamma}) \right)$$

Utilizando a distribuição uniforme e substituindo os valores das transferências, teremos então:

$$\begin{aligned} v_{e=0}^{FB}(p) = & \pi_0 \left(\frac{\bar{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\bar{\gamma}) - \ln(p) - \ln(W_1)) - \bar{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) \right) + \\ & (1 - \pi_0) \left(\frac{\underline{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\underline{\gamma}) - \ln(p) - \ln(W_1)) - \underline{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (14)$$

As funções $v_{e=1}^{FB}(p)$ e $v_{e=0}^{FB}(p)$ se assemelham em diversos aspectos descritos adiante e demonstrados no apêndice do capítulo. Realizando o estudo completo da função, evidenciou-se que as funções compartilham o mesmo domínio $\mathbf{R}_+$. Isto significa que as funções possuem uma imagem apenas quando $p > 0$.

Quanto ao limites, verificou-se o seguinte comportamento das funções quando se aproximam do limite inferior e superior. Em relação ao primeiro, analisa-se o limite lateral pela direita:

$$\lim_{p \rightarrow 0+} v_{e=1}^{FB}(p) = \lim_{p \rightarrow 0+} v_{e=0}^{FB}(p) = -\infty$$

Este resultado indica que o bem-estar tende a decair quando a tarifa se aproxima de zero, independentemente da opção do planejador por apoiar ou não a qualidade. Agora, podemos observar o limite quando a tarifa tende a infinito:

$$\lim_{p \rightarrow \infty} v_{e=1}^{FB}(p) = \lim_{p \rightarrow \infty} v_{e=0}^{FB}(p) = -\infty$$

Portanto, nos extremos do domínio da função, o bem-estar tende a $-\infty$, independentemente da escolha do planejador pelo incentivo à qualidade. Outro aspecto relevante para a análise desta função é a presença de pontos críticos, de forma a avaliar a natureza destes quanto à possibilidade de serem pontos de máximos ou mínimos, ou até mesmo inflexões. Neste caso, De acordo com o lema a seguir e demonstração contida no anexo, é possível afirmar:

Lema 1. *As funções $v_{e=1}^{FB}(p)$ e $v_{e=0}^{FB}(p)$ possuem cada uma um único ponto crítico. Mais ainda, é possível afirmar que estes pontos críticos, que serão sempre positivos, correspondem ao ponto de máximo global de sua função.*

Chamemos de p_1 e p_0 os pontos críticos de $v_{e=1}^{FB}(p)$ e $v_{e=0}^{FB}(p)$, respectivamente. A partir do lema anterior, os pontos de máximo global de $v_{e=1}^{FB}(p)$ e $v_{e=0}^{FB}(p)$ foram parametrizados

da seguinte forma:

$$p_1 = c \frac{\pi_1 (\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2}{\pi_1 (\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma}}$$

$$p_0 = c \frac{\pi_0 (\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2}{\pi_0 (\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma}}$$

Conforme demonstração no anexo, é possível comprovar que $p_1 > p_0$ para qualquer p_1, p_0 . Indo além, foi possível determinar a diferença entre estes dois pontos críticos, que será:

$$p_1 - p_0 = \frac{c(\underline{\gamma})(\pi_1 - \pi_0)(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})(\bar{\gamma})}{(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})(\pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})}$$

Seguindo os passos para a otimização do bem-estar, o próximo é a verificação do contrato e do preço a serem escolhidos pelo Principal. No fundo, ao escolher qual contrato o planejador irá oferta, ele estará decidindo entre otimizar $v_{e=1}^{FB}(p)$ ou $v_{e=0}^{FB}(p)$. Essa decisão pode ser tomada da seguinte forma: podemos definir um resultado z^{FB} , sendo z^{FB} a diferença entre $v_{e=1}^{FB}(p_1)$ e $v_{e=0}^{FB}(p_0)$, como segue:

$$z^{FB} = v_{e=1}^{FB}(p_1) - v_{e=0}^{FB}(p_0)$$

Se $z^{FB} > 0$, então o planejador central opta por apoiar ofertar um contrato em prol do esforço, de modo que o preço p^* que otimiza o bem-estar será p_1 , e o bem-estar será dado por $v_{e=1}^{FB}(p_1)$. Quando $z^{FB} < 0$, então o planejador central ofertará um contrato sem interesse de apoio ao esforço, ou seja, irá otimizar a função $v_{e=0}^{FB}(p)$ com o preço p_0 .

Podemos agora estudar a função os contratos ofertados e bem como as consequências da escolha de contrato pelo planejador. Começemos pelo caso em que se opta pelo esforço. Neste caso, o preço escolhido será p_1 . Verifiquemos quais as implicações disso no contrato e na tributação. A começar pelo contrato, quando o planejador decide apoiar o esforço, este terá o seguinte arranjo:

$$C = (t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma}), e) = (\frac{\psi}{\pi_1} + g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p, g(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p, 1)$$

Já o contrato quando não há presença de esforço será:

$$C = (t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma}), e) = (g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p, g(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p, 0)$$

Parametrizando a transferência quando $p = p_1$ e quando $p = p_0$, definiu-se $t(\bar{\gamma}|p = p_1)$, $t(\underline{\gamma}|p = p_1)$, $t(\bar{\gamma}|p = p_1 <)$, $t(\underline{\gamma}|p = p_0)$. As expressões que parametrizam estes termos estão demonstradas no apêndice do capítulo.

Neste sentido, observou-se que $t(\bar{\gamma}|p = p_1) < t(\underline{\gamma}|p = p_0)$. Isto significa que, comparando os cenários em que não há qualidade do transporte público, a transferência

para a firma é **maior** quando não há empenho. Esse arranjo é propiciado pela redução das receitas advindas da tarifa, em que o preço é menor quando o Principal não se interessa pelo esforço em prol da qualidade.

Comparando os cenários de qualidade alta, não há como afirmar qual subsídio será maior. Isto porque, apesar de possuir tarifa maior (e, portanto, maiores receitas diretas), o cenário com apoio ao esforço tem um custo maior, o que pode exigir um esforço de subsídio maior por parte do Principal. No fim, o que ditará se de fato o cenário com esforço exige um subsídio maior é a diferença entre p_1 e p_0 e os seus efeitos na demanda e na receita do sistema.

Comparando as transferências dado um mesmo esforço, fica claro que $t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1) > t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_1)$, assim como $t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_0) > t_{e=0}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_0)$, pois as propriedades do modelo garantem que, dado o mesmo nível de informação, o subsídio deve ser maior para o caso de qualidade maior.

Uma vez parametrizada a transferência, é possível traçar algo similar para a alíquota do imposto. É importante lembrar que a alíquota de tributação advém da restrição de orçamento equilibrado, como se segue:

$$t(\gamma) \leq \int_{W_1}^{W_2} \omega \tau(\gamma) \cdot f(\omega) d\omega$$

Conforme já discutido, como o modelo não é dinâmico, podemos resolver esta inequação como uma igualdade. Têm-se então que:

$$t(\gamma) = \int_{W_1}^{W_2} \omega \tau(\gamma) \cdot f(\omega) d\omega$$

Resolvendo $f(\omega)$ a partir de uma função de distribuição uniforme, teremos:

$$\begin{aligned} \tau(\bar{\gamma}) &= \frac{2t(\bar{\gamma})}{(W_2 + W_1)} \\ \tau(\underline{\gamma}) &= \frac{2t(\underline{\gamma})}{(W_2 + W_1)} \end{aligned}$$

Comparando com as transferências, as características ordinais presentes na definição das transferências se mantém. Ou seja, $\tau_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1) > \tau_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_1)$ e $\tau_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_0) > \tau_{e=0}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_0)$. Podemos reunir estas informações em uma proposição:

Proposição 4. *Dado o preço endógeno e as funções de bem-estar para cada nível de esforço, é possível definir que:*

1. *Haverá um preço p_1 que otimiza a função de bem-estar com esforço $v_{e=1}^{FB}(p)$, bem como um preço p_0 que otimiza a função de bem-estar $v_{e=0}^{FB}(p)$, ou seja, quando não há esforço.*

2. É possível afirmar que $p_1 > p_0$, sendo esta diferença igual a

$$\frac{c(\underline{\gamma})(\pi_1 - \pi_0)(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})(\bar{\gamma})}{(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})(\pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})}.$$

3. O preço p^* que otimiza o bem-estar social será igual a p_1 , quando $v_{e=1}^{FB}(p_1) > v_{e=0}^{FB}(p_0)$, e p_0 , quando $v_{e=1}^{FB}(p_1) < v_{e=0}^{FB}(p_0)$.

4. É possível afirmar que a transferência e a alíquota de impostos será menor quando o planejador otimiza $v_{e=1}^{FB}(p)$ e não encontra qualidade quando comparado a $v_{e=0}^{FB}(p)$. Por outro lado, quando há qualidade no sistema, nada se pode dizer previamente sobre a diferença entre as alíquotas do imposto e sobre o subsídio direto para os casos com e sem apoio ao esforço pelo Principal.

A proposição revela que não basta ao Principal apenas se mobilizar frente ao desafio do transporte público de modo a incentivar a firma por meio de um subsídio que garanta o esforço. O Planejador deve levar em consideração as alterações no preço que devem se realizadas em prol de um cenário de melhora de Pareto. No caso específico em que o planejador central otimiza o bem-estar sem apoio à qualidade e, por conta de mudanças exógenas ao preço, decida apoiar esforço, a entidade pública deve considerar o aumento do preço em conjunto. Caso apenas decida por apoiar o esforço e nada faça sobre o preço, possivelmente o cenário será Pareto dominado.

Uma discussão mais detalhada das repercussões do modelo será exposta na conclusão deste capítulo. O próximo tópico se refere ao estudo do *Second-Best* para o preço endógeno.

2.8 *Second-Best* para o preço endógeno.

A decisão do Principal pode então ser avaliada de forma comparativa ao caso de privação de informações em relação à ação do Agente. Neste sentido, o planejador central se defronta com a maximização do bem-estar a partir do preço e das transferências à firma, mas não escolhe o esforço que a firma exercerá em prol da qualidade do sistema de transporte.

Temos então que:

$$\begin{aligned} \max_{t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma}), p} \quad & \pi(e) \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p - \omega \tau(\bar{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\bar{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\bar{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right) + \\ & (1 - \pi(e)) \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p - \omega \tau(\underline{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\underline{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\underline{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right) \end{aligned}$$

Sujeito às restrições:

$$\pi(e)(m(\gamma, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(\bar{\gamma}, m)) + (1 - \pi(e))(m(\gamma, p) \cdot p + t(\underline{\gamma}) - g(\underline{\gamma}, m)) \geq \psi(e)$$

$$t(\gamma) \leq \int_{W_1}^{W_2} \omega \tau(\gamma) \cdot f(\omega) d\omega$$

Apesar de não observar o esforço, o Principal pode direcionar a ação do Agente para um cenário em que seja ao menos indiferente à firma se empenhar. Portanto, assim como no *First-Best*, cabe uma avaliação segmentada para caso a firma se esforce, isto é, $e = 1$, como também também para o caso em que a firma não tenha interesse no empenho, ou seja, $e = 0$.

2.8.1 *Second-best* com preço endógeno e incentivos ao esforço

Para o caso do Planejador Central apoiar o esforço, há uma probabilidade π_1 de sucesso na operação da firma em gerar qualidade pro sistema. Por outro lado, há uma probabilidade $(1 - \pi_1)$ de fracasso. Assim, a função que maximiza o bem-estar será:

$$\begin{aligned} \max_{t(\bar{\gamma}), t(\underline{\gamma}), p} \quad & \pi_1 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p - \omega \tau(\bar{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\bar{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\bar{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right) + \\ & (1 - \pi_1) \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p - \omega \tau(\underline{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\underline{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\underline{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right) \end{aligned}$$

s.a

$$\pi_1(m(\bar{\gamma}, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(\bar{\gamma}, m)) + (1 - \pi_1)(m(\underline{\gamma}, p) \cdot p + t(\underline{\gamma}) - g(\underline{\gamma}, m)) \geq \psi$$

$$t^{SB}(\gamma) \leq \int_{W_1}^{W_2} \omega \tau(\gamma) \cdot f(\omega) d\omega$$

A restrição de participação da firma se refere à restrição de participação da firma condicionada à transferência que ele recebe. Para que ela seja ao indiferente entre aceitar ou rejeitar o contrato, temos que:

$$\begin{aligned} \pi_1[m(\bar{\gamma}, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(m(\bar{\gamma}, p))] + (1 - \pi_1)[m(\underline{\gamma}, p) \cdot p + t(\underline{\gamma}) - g(m(\underline{\gamma}, p))] - \psi \geq \\ \pi_0[m(\bar{\gamma}, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(m(\bar{\gamma}, p))] + (1 - \pi_0)[m(\underline{\gamma}, p) \cdot p + t(\underline{\gamma}) - g(m(\underline{\gamma}, p))] \end{aligned}$$

Esta desigualdade já foi apresentada anteriormente, quando o preço é exógeno. Resolvendo-a, teremos as seguintes transferências que minimizam o custo social do contrato:

$$\begin{aligned} t^{SB}(\bar{\gamma}) &= \frac{\psi}{\Delta\pi} + g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p \\ t^{SB}(\underline{\gamma}) &= g(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p \end{aligned}$$

Pela *Balanced Budget Constraint*, ou Restrição de Orçamento Equilibrado, podemos considerar que a tributação cobrada pelo Principal é igual à transferência realizada à firma. É possível substituir na função de bem estar do Principal o imposto pela transferência.

Realizando esta substituição e considerando a distribuição uniforme para $f(\omega)$, teremos:

$$\begin{aligned}
v^{SB}(p) &= \pi_1 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p \cdot f(\omega) d\omega - t^{SB}(\bar{\gamma}) \right) + (1 - \pi_1) \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p \cdot f(\omega) d\omega - t^{SB}(\underline{\gamma}) \right) \\
v^{SB}(p) &= \pi_1 \left(\bar{\gamma} \int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \frac{f(\omega)}{\omega} d\omega - p \int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} f(\omega) d\omega - \left(g(m, \bar{\gamma}) - m \cdot p + \frac{\psi}{\Delta\pi} \right) \right) + \\
&\quad (1 - \pi_1) \left(\underline{\gamma} \int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \frac{f(\omega)}{\omega} d\omega - p \int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} f(\omega) d\omega - \left(g(m, \underline{\gamma}) - m \cdot p \right) \right) \\
v^{SB}(p) &= \pi_1 \left(\frac{\bar{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\bar{\gamma}) - \ln(p) - \ln(W_1)) - \bar{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{(W_2 - W_1)} \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) \right) - \\
&\quad \frac{\pi_1 \psi}{\Delta\pi} + (1 - \pi_1) \left(\frac{\underline{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\underline{\gamma}) - \ln(p) - \ln(W_1)) - \underline{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{(W_2 - W_1)} \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) \right)
\end{aligned}$$

Repare que $v^{SB}(p)$ para o caso com esforço se assemelha muito com a função $v_{e=1}^{FB}(p)$, diferindo apenas no custo do esforço, que é maior no *Second-Best*. Mais especificamente, podemos afirmar que a diferença entre as duas funções será de:

$$\begin{aligned}
v_{e=1}^{FB}(p) - v^{SB}(p) &= -\psi - \left(-\frac{\pi_1 \psi}{\Delta\pi} \right) \\
v_{e=1}^{FB}(p) - v^{SB}(p) &= \frac{\pi_1 \psi - \Delta\pi \psi}{\Delta\pi} \\
v_{e=1}^{FB}(p) - v^{SB}(p) &= \frac{\pi_0 \psi}{\Delta\pi}
\end{aligned}$$

A diferença entre o bem-estar no *First-Best* para o *Second-Best* é positiva, o que indica maior bem estar no caso de informação completa, como era de esperar.

Esta diferença reside em termos exógenos. Como consequência, para qualquer preço, a diferença de bem-estar será a mesma. Além disso, o estudo completo de $v_{e=1}^{FB}(p)$ e $v^{SB}(p)$ serão iguais, pois as funções são idênticas nos termos que envolvem o preço p .

Portanto, o domínio de $v^{SB}(p)$ também será o $\mathbf{R}_+$. Os limites também serão os mesmos, logo:

$$\lim_{p \rightarrow 0+} v^{SB}(p) = \lim_{p \rightarrow \infty} v^{SB}(p) = -\infty$$

Por fim, as condições primeira e segunda ordem de $v_{e=1}^{FB}(p)$ e $v^{SB}(p)$ também são idênticas, indicando que os pontos críticos de ambas as funções são os mesmos. Isto significa que o ponto p_1 que maximiza o bem-estar quando há esforço no caso de informação completa também tem este papel no *Second-Best*. Em continuidade ao estudo do caso de *Second-Best*, analisa-se agora o cenário que o planejador não incentiva esforços pela firma.

2.8.2 *Second-Best* com preço endógeno e sem incentivos ao esforço.

Para o caso de preços regulados pelo Planejador Central e sem incentivos ao esforço, podemos avaliar o bem-estar dada uma chance de sucesso a na obtenção de qualidade

avaliada em π_0 , com $\pi_0 < \pi_1$. Além disso, temos uma chance de insucesso de $(1 - \pi_0)$, com $(1 - \pi_0) > (1 - \pi_1)$. A função a ser otimizada pelo planejador central será:

$$\begin{aligned} \max_{t,p} \quad & \pi_0 \left(\int_{W_1}^{\frac{\bar{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \bar{\gamma} - p - \omega \tau(\bar{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\bar{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\bar{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right) + \\ & (1 - \pi_0) \left(\int_{W_1}^{\frac{\underline{\gamma}}{p}} \left(\frac{1}{\omega} \underline{\gamma} - p - \omega \tau(\underline{\gamma}) \right) \cdot f(\omega) d\omega + \int_{\frac{\underline{\gamma}}{p}}^{W_2} -\omega \tau(\underline{\gamma}) \cdot f(\omega) d\omega \right) \end{aligned}$$

s.a

$$\pi_0(m(\gamma, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(\bar{\gamma}, m)) + (1 - \pi_0)(m(\gamma, p) \cdot p + t(\bar{\gamma}) - g(\underline{\gamma}, m)) \geq 0$$

$$t^{SB}(\gamma) \leq \int_{W_1}^{W_2} \omega \tau(\gamma) \cdot f(\omega) d\omega$$

Assim como em todos os outros casos, a primeira restrição se refere à restrição de participação da firma – já a segunda restrição se refere à necessidade orçamento não deficitário. Resolvendo,

$$t^{SB}(\bar{\gamma}) = g(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p$$

$$t^{SB}(\underline{\gamma}) = g(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p$$

Substituindo estes valores de transferências na função de bem-estar e considerando a função densidade de probabilidade de $f(\omega)$ como uniforme, tem-se que:

$$\begin{aligned} v^{SB}(p) = & \pi_0 \left(\frac{\bar{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\bar{\gamma}) - \ln(p) - \ln(W_1)) - \bar{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{(W_2 - W_1)} \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) \right) \\ & + (1 - \pi_0) \left(\frac{\underline{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\underline{\gamma}) - \ln(p) - \ln(W_1)) - \underline{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{(W_2 - W_1)} \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) \right) \end{aligned}$$

Repare que, para o caso em que não há esforço, a função $v^{SB}(p)$ é igual a $v_{e=0}^{FB}(p)$. Portanto, as duas terão o mesmo comportamento e os mesmos valores de imagem para cada p . Em suma, todas as propriedades de $v_{e=0}^{FB}(p)$ estarão presentes $v^{SB}(p)$, tais quais como o domínio, limites, condições de primeira e segunda ordem e, principalmente, o ponto crítico, que também é ponto de máximo global. Portanto, quando não há incentivos em prol do esforço, $v^{SB}(p)$ é maximizada por p_0 .

Comparando com o cenário de apoio ao esforço, é possível comparar bem-estar, transferências e alíquotas. Por simplificação, entende-se que, quando for descrita a função $v^{SB}(p_1)$, a função $v^{SB}(p)$ está sendo otimizada e, como foi otimizada em p_1 , o planejador central optou por incentivar a realização de esforço. O mesmo vale para $v^{SB}(p_0)$, porém com a otimização sem incentivos ao esforço.

Como visto, $v_{e=1}^{FB}(p_1) > v^{SB}(p_1)$. No entanto, quando se trata do caso em que não há esforço, temos que $v_{e=0}^{FB}(p_0) = v^{SB}(p_0)$. Portanto, quando o bem estar for maior para o caso de ausência de esforço no *First-Best*, também será vantajoso não exercer incentivos

ao esforço no *Second-Best*. No caso diametralmente oposto, quando vale a pena o esforço no *First-Best*, não se pode afirmar a mesmo no *Second-Best*.

Podemos resumir esta relação com o mesmo resultado z do *First-Best*, tendo:

$$z^{SB} = v^{SB}(p_1) - v^{SB}(p_0)$$

Se z^{SB} for menor que zero, então o preço escolhido para otimizar o bem-estar foi p_0 e o bem-estar será dado por uma função $v^{SB}(p_0)$ que não considera incentivos ao esforço em prol da qualidade. Quando $z^{SB} > 0$, então o preço p_1 otimiza a função $v^{SB}(p_1)$ que considera a realização de bem estar.

Repare que, quando $z^{FB} < 0$, então $z^{SB} < z^{FB} < 0$, e então o bem-estar não será afetado pela desutilidade pelo esforço, logo não há perda de bem-estar no *Second-Best*, pois $v_{e=0}^{FB}(p_0) = v^{SB}(p_0)$. Quando $z^{FB} > 0$, não se pode dizer que z^{SB} será positivo, no entanto, caso também seja, então o bem-estar no cenário de *Moral Hazard* será menor que o caso de informação perfeita.

Neste caso, comparando as transferências, as relações encontradas aqui se assemelham com o caso de informação perfeita. Neste sentido, foi observado que no caso de incentivos para $e = 1$, as transferências para a firma eram menores que no caso de $e = 0$ quando há baixa qualidade. No *Second-Best*, ocorre o mesmo, ou seja:

$$t^{SB}(\underline{\gamma}|p = p_1) < t^{SB}(\underline{\gamma}|p = p_0)$$

Neste caso, a demonstração para *Second-Best* é idêntica ao do caso *First-Best*, presente no apêndice. No caso de qualidade alta, nada se pode afirmar. Isto significa que $t^{SB}(\bar{\gamma}|p = p_1)$ pode ser igual, maior ou menor que $t^{SB}(\bar{\gamma}|p = p_0)$, sendo a primeira transferência em caso de apoio ao esforço em prol qualidade e a segunda sem qualquer incentivo neste sentido. No entanto, podemos comparar esta relação entre as transferências com o caso *First-Best*. Repare que no caso com Risco Moral mas que o planejador central não apoia a qualidade terá uma transferência $t^{SB}(\bar{\gamma}|p = p_0)$ igual a $t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_0)$ – no entanto, no caso de informação incompleta e com apoio ao esforço, o Principal tem uma transferência maior que o caso semelhante no *First-Best*, e esta diferença tem a seguinte magnitude:

$$\begin{aligned} t^{SB}(\bar{\gamma}|p = p_1) - t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1) &= \frac{\psi\pi_1}{\Delta\pi} - \frac{\psi}{\pi_1} \\ t^{SB}(\bar{\gamma}|p = p_1) - t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1) &= \frac{\psi\pi_1 - \Delta\pi}{\Delta\pi \cdot \pi_1} \\ t^{SB}(\bar{\gamma}|p = p_1) - t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1) &= \frac{\psi\pi_1 - \psi(\pi_1 - \pi_0)}{\Delta\pi \cdot \pi_1} \\ t^{SB}(\bar{\gamma}|p = p_1) - t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1) &= \frac{\pi_0}{\Delta\pi \cdot \pi_1} \end{aligned}$$

Portanto, é certo afirmar que $t^{SB}(\bar{\gamma}|p = p_1) > t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1)$ e que $t^{SB}(\bar{\gamma}|p = p_0) = t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1)$. Consequentemente, para o caso em que $t^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1) > t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_0)$, por transitividade, $t^{SB}(\bar{\gamma}|p = p_1) > t^{SB}(\bar{\gamma}|p = p_0)$. Pensando no caso contrário, quando $t^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1) < t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1)$, nada pode ser dito para mesma situação no *Second-Best*.

Para as alíquotas tributárias, como já visto, elas irão espelhar as características ordinais das transferências. Com base em todas as descobertas realizadas para o caso de *Moral Hazard*, podemos resumi-las na seguinte proposição:

Proposição 5. *Com base nas funções de bem-estar para cada nível de esforço com o preço endógeno, é possível definir, para o caso de Risco Moral, que:*

1. *Haverá um preço p_1 que otimiza a função de bem-estar $v^{SB}(p)$ caso o Principal decida por incentivar o esforço da firma em prol da qualidade. Caso o planejador central opte por não apoiar o empenho, haverá um preço p_0 que otimiza $v^{SB}(p)$. As tarifas p_1 e p_0 serão as mesmas para o *First-Best* e para o *Second-Best*, com $p_1 > p_0$.*
2. *Quando o Principal otimiza seu bem-estar apoiando o esforço, é possível afirmar que há uma perda de bem-estar se comparado com o *First-Best*.*
3. *Caso o Principal decida por incentivar o esforço da firma e observe qualidade alta, haverá uma transferência à firma maior do haveria para a mesma situação no *First-Best*. Caso observe qualidade baixa, a transferência será igual ao caso do *First-Best*.*
4. *No *Second-Best*, caso averiguado qualidade baixa, é possível afirmar que a transferência ao Agente pelo Principal será maior quando não se apoia o esforço. Quando se averigua qualidade alta, nada pode ser dito. O mesmo ocorre em relação às alíquotas do imposto cobrado dos cidadãos.*

A grande diferença entre o caso *First-Best* e a situação com *Moral-Hazard* é o custo maior de se implementar esforço em prol da qualidade. Para este ponto, portanto, este trabalho caminha junto aos demais da área em apontar um problema de mercado envolvendo a informação privada das firmas.

No próximo capítulo, algumas análises gráficas serão realizadas a fim de verificar não somente os efeitos do problema de Risco Moral sob a ação do Principal, mas também a fim de avaliar como mudanças em variáveis exógenas podem afetar o bem-estar. Antes disso, iremos iniciar uma breve discussão sobre as diferentes abordagens trazidas neste extenso capítulo.

2.9 Conclusões gerais para o capítulo

Este capítulo apresenta o *core* do trabalho, ao propor uma metodologia própria para análise de contratos públicos de transporte com a presença de risco moral. A inclusão da tarifa e da decisão do cidadão no uso do transporte coletivo tentou refletir dilemas deste importante serviço público, que vive uma discussão intensa em todo o mundo (e sobretudo em Belo Horizonte) sobre como deveria se financiar o serviço de modo a acomodar qualidade e preços acessíveis a cada vez mais usuários.

Neste sentido, duas propostas foram apresentadas, com base nas recentes alterações no modelo regulatório de Belo Horizonte: um modelo em que o Planejador Central decide apenas o quanto ele subsidiará o transporte público, enquanto no outro se decide também o valor da tarifa cobrada. No primeiro caso, o Principal tem um papel menos ativo sobre o mercado e, conseqüentemente, tem menor poder de alterar o bem-estar.

A consequência disso é a tendência a um bem-estar menor quando não se decide o preço. Vejamos: quando a decisão $H(h^{SB}) = 1$, então o Principal decide que deve subsidiar o transporte público de tal forma que haverá incentivos à firma em exercer ações que melhorem a qualidade do serviço. No entanto, se a tarifa p for diferente de p_1 , então a função de bem-estar estará em um ponto diferente do seu máximo global. Logo, no caso de preço exógeno, a não ser que o preço exógeno coincida com p_1 , haverá perda de bem-estar.

Podemos entender que um preço abaixo de p_1 aumentaria o custo social do serviço. O ganho de bem-estar para aqueles que se utilizam do serviço não seria suficiente para compensar a perda de bem-estar agregado. Um preço acima de p_1 , por sua vez, penaliza demais os usuários e ainda tende a diminuir os usuários do sistema (lembre-se que o número de usuários é uma função que depende da qualidade e do preço do serviço).

Conforme discussão realizada na seção de metodologia, Nicholson e Snyder (2016) levanta que, a cada nova restrição além da questão informacional, perde-se bem-estar. Poderíamos considerar então que o caso do preço exógeno como um *Third-Best*, em que o bem-estar é otimizado, porém com valor menor se comparado ao *First-Best* (preço endógeno e informação perfeita), como também ao *Second-Best* (preço endógeno e informação imperfeita).

Portanto, é fácil entender que a equação paramétrica que define o preço da tarifa é um limitador da ação pública em prol do bem-estar. No entanto, existe um motivo claro para a sua presença no arcabouço do contrato: um receio de captura do aparato estatal de definição da tarifa. Ao se utilizar de uma regra pré definida em vez da ação discricionária, o poder público evita qualquer poder de barganha das firmas oriundo de poder político ou econômico.

No modelo, todo o poder de barganha é concentrado no Principal, o que reflete uma opção comum em modelos do tipo Agente-Principal. Portanto, por mais que o modelo

indique a perda de bem-estar quando não se decide o preço, a realidade impõe outros desafios que explicam esta escolha contratual.

De forma complementar ao desenvolvimento realizado, no capítulo seguinte serão apresentados alguns cenários gráficos para a melhor compreensão dos efeitos de choques nas variáveis exógenas dentro dos modelos aqui desenhados. Estas análises mostrarão tantos alguns efeitos sobre o cenários de preço endógeno quanto exógeno e os impactos no bem-estar em cada situação.

2.10 Apêndice do capítulo

2.10.1 Estudo completo das funções $v_{e=1}^{FB}(p)$ e $v_{e=0}^{FB}(p)$.

A funções $v_{e=1}^{FB}, v_{e=0}^{FB}$ e $v^{SB}(p)$ (no seus diferentes formatos) são muito similares entre si. Logo, a partir da análise das funções presente no *First-Best*, é possível traçar o estudo completo das demais funções de forma conjunta. Para tanto, temos as seguintes funções no caso de informação completa:

$$v_{e=1}^{FB}(p) = \pi_1 \left(\frac{\bar{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\bar{\gamma}) - \ln(p) - \ln(W_1)) - \bar{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{(W_2 - W_1)} \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) \right) \\ - \psi + (1 - \pi_1) \left(\frac{\underline{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\underline{\gamma}) - \ln(p) - \ln(W_1)) - \underline{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{(W_2 - W_1)} \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) \right)$$

Já a função $v_{e=0}^{FB}(p)$ será:

$$v_{e=0}^{FB}(p) = \pi_o \left(\frac{\bar{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\bar{\gamma}) - \ln(p) - \ln(W_1)) - \bar{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{(W_2 - W_1)} \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) \right) \\ + (1 - \pi_o) \left(\frac{\underline{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\underline{\gamma}) - \ln(p) - \ln(W_1)) - \underline{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{(W_2 - W_1)} \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) \right)$$

2.10.1.1 Domínio

A começar, podemos definir o domínio da função $v_{e=1}^{FB}(p)$. Neste caso, devido ao logaritmo natural de p , o preço não poderia assumir valores negativos. Além disso, devido aos termos $\frac{\bar{\gamma}}{p}$ e $\frac{\underline{\gamma}}{p}$, o preço não poderia ser igual a zero, pois, caso fosse, estes termos se tornariam indeterminações. Logo, o domínio da função será:

$$v_{e=1}^{FB} : D \rightarrow \mathbf{R}_+$$

As mesmas restrições são impostas à função $v_{e=0}^{FB}$, logo, o domínio é o mesmo.

2.10.1.2 Limites

Seguindo adiante, avalia-se então o comportamento da função nas extremidades do domínio. A começar quando a função tende a zero:

$$\lim_{p \rightarrow 0^+} v_{e=1}^{FB}(p)$$

Importante ressaltar que a análise do dará pela direita, pois o domínio da função apenas contempla os número reais positivos. Antes de avaliar o limite, vamos reorganizar a função da seguinte forma:

$$\begin{aligned} v_{e=1}^{FB}(p) = & \frac{\pi_1 \bar{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\bar{\gamma}) - \ln(W_1)) + \frac{\pi_1 \bar{\gamma}}{W_2 - W_1} \left(-\ln(p) - c \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) \right) + \\ & \frac{(1 - \pi_1) \underline{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\underline{\gamma}) - \ln(W_1)) + \frac{(1 - \pi_1) \underline{\gamma}}{W_2 - W_1} \left(-\ln(p) - c \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} \right) \right) - \psi \end{aligned}$$

Essa reorganização da função tem como objetivo resolver de forma segmentada o limite lateral em análise. Chamemos o primeiro termo $\frac{\pi_1 \bar{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\bar{\gamma}) - \ln(W_1))$, de A , o segundo termo, $\frac{\pi_1 \bar{\gamma}}{W_2 - W_1} \left(-\ln(p) - c \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) \right)$, de B , o terceiro termo, $\frac{(1 - \pi_1) \underline{\gamma}}{W_2 - W_1} (\ln(\underline{\gamma}) - \ln(W_1))$, de C e, por fim, $\frac{(1 - \pi_1) \underline{\gamma}}{W_2 - W_1} \left(-\ln(p) - c \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} \right) \right)$ de D . O termo ψ continuará em sua forma original. Repare que A e C são termos exógenos em relação a p , assim como ψ . Portanto, resolvendo, teremos:

$$\lim_{p \rightarrow 0^+} A = A \quad \lim_{p \rightarrow 0^+} C = C \quad \lim_{p \rightarrow 0^+} \psi = \psi$$

Os três limites convergem para um valor constante. Podemos focar então na solução das partes endógenas. Considere a seguinte propriedade para a resolução de limites:

$$\lim_{x \rightarrow a} [g(x) \cdot f(x)] = \lim_{x \rightarrow a} [g(x)] \cdot \lim_{x \rightarrow a} [f(x)]$$

Para a solução de B , temos então que:

$$\lim_{p \rightarrow 0^+} B = \lim_{p \rightarrow 0^+} \frac{\pi_1 \bar{\gamma}}{W_2 - W_1} \cdot \lim_{p \rightarrow 0^+} \left(-\ln(p) - c \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) \right)$$

O termo B apenas foi dividido em uma parte exógena e uma endógena. No momento, vamos focar na resolução da parte endógena. Como o limite lateral de $-\ln(p)$ tende a $+\infty$ e o limite de $c \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right)$ tende a $-\infty$, temos então uma indeterminação. Para resolver, aplicaremos uma transformação exponencial nesta função:

$$\lim_{p \rightarrow 0^+} e^{(-\ln(p) - \frac{c\bar{\gamma}}{p})}$$

A partir do resultado desta exponencial, poderemos analisar o comportamento da função original. Continuando a solução, teremos:

$$\lim_{p \rightarrow 0^+} e^{(-\ln(p) - \frac{c\bar{\gamma}}{p})} = \lim_{p \rightarrow 0^+} \frac{1}{pe^{(\frac{c\bar{\gamma}}{p})}}$$

Chamemos $1/p$ de ℓ . Repare que, quando $p \rightarrow 0^+$, $\ell \rightarrow \infty$. Resolvendo com ℓ , teremos:

$$\lim_{\ell \rightarrow \infty} \frac{\ell}{e^{(c\bar{\gamma}\ell)}}$$

O resultado deste limite será uma indeterminação do tipo $\frac{\infty}{\infty}$, o que permite a utilização do Teorema de L'hôpital:

$$\begin{aligned} \lim_{\ell \rightarrow \infty} \frac{\ell}{e^{(c\bar{\gamma}\ell)}} &= \lim_{\ell \rightarrow \infty} \frac{1}{c\bar{\gamma}e^{(c\bar{\gamma}\ell)}} \\ \lim_{\ell \rightarrow \infty} \frac{1}{c\bar{\gamma}e^{(c\bar{\gamma}\ell)}} &= 0 \end{aligned}$$

Resolvendo novamente com p , tem-se que:

$$\lim_{p \rightarrow 0^+} e^{(-\ln(p) - \frac{c\bar{\gamma}}{p})} = 0$$

Repare que, para número de Euler ser igual a zero, o seu expoente deve tender a um número infinitamente ínfimo. Logo, temos que:

$$\lim_{p \rightarrow 0^+} \left(-\ln(p) - \frac{c\bar{\gamma}}{p} \right) = -\infty$$

Agora é possível avaliar o limite de B , uma vez que o limite de K quando p tende a zero pela direita é igual K , lembrando que este valor é um número maior que zero. Portanto, o limite de B será:

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow 0^+} B &= K \cdot -\infty \\ \lim_{p \rightarrow 0^+} B &= -\infty \end{aligned}$$

O processo para avaliar o limite em D é muito parecido. Chamemos a parte exógena de D de J . Teremos então:

$$\lim_{p \rightarrow 0^+} D = \lim_{p \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \pi_1)\underline{\gamma}}{W_2 - W_1} \cdot \left(-\ln(p) - c \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} \right) \right) = \lim_{p \rightarrow 0^+} J \cdot \left(-\ln(p) - c \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} \right) \right)$$

Repare que a parte endógena de D é muito semelhante à parte endógena de B , pois a única diferença entre as partes é a presença de $\bar{\gamma}$ no primeiro e $\underline{\gamma}$ no segundo. Sem muito esforço, é possível perceber que o limite será igual para os dois termos. Temos então:

$$\lim_{p \rightarrow 0^+} \left(-\ln(p) - c \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) \right) = \lim_{p \rightarrow 0^+} \left(-\ln(p) - c \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} \right) \right) = -\infty$$

Agora, considerando que limite da parte exógena e positiva J será igual J , temos que o limite de D será:

$$\lim_{p \rightarrow 0^+} D = J \cdot -\infty = -\infty$$

Com os limites de A , B , C , D e ψ , temos finalmente o valor do limite lateral de $v_{e=1}^{FB}$. Temos então que:

$$\lim_{p \rightarrow 0^+} v_{e=1}^{FB} = A - \infty + C - \infty + \psi = -\infty$$

O limite de $v_{e=1}^{FB}$ quando p tende a zero pela direita tem comportamento explosivo em direção a $-\infty$. A Função $v_{e=0}^{FB}$ terá o mesmo limite lateral quando p tende a zero, dada as semelhanças das duas funções.

O próximo passo é analisar o limite superior da função. Isto é, quando o p em $v_{e=1}^{FB}(p)$ tende a ∞ . Vamos utilizar a mesma segmentação em A , B , C , D e ψ .

$$\lim_{p \rightarrow \infty} v_{e=1}^{FB}(p) = \lim_{p \rightarrow \infty} A + \lim_{p \rightarrow \infty} B \lim_{p \rightarrow \infty} C + \lim_{p \rightarrow \infty} D + \lim_{p \rightarrow \infty} \psi$$

Os limites de A , C e ψ serão, respectivamente, A , C e ψ , dado que estes valores são independentes em relação a p . O limite de B será:

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow \infty} B &= \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{\pi_1 \bar{\gamma}}{W_2 - W_1} \left(-\ln(p) - c \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) \right) \\ \lim_{p \rightarrow \infty} B &= \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{\pi_1 \bar{\gamma}}{W_2 - W_1} \cdot \lim_{p \rightarrow \infty} \left(-\ln(p) - c \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) \right) \\ \lim_{p \rightarrow \infty} B &= \frac{\pi_1 \bar{\gamma}}{W_2 - W_1} (-\infty - 0) \\ \lim_{p \rightarrow \infty} B &= -\infty \end{aligned}$$

Para D , o mesmo processo é válido:

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow \infty} D &= \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{(1 - \pi_1) \underline{\gamma}}{W_2 - W_1} \left(-\ln(p) - c \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} \right) \right) \\ \lim_{p \rightarrow \infty} D &= \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{(1 - \pi_1) \underline{\gamma}}{W_2 - W_1} \cdot \lim_{p \rightarrow \infty} \left(-\ln(p) - c \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} \right) \right) \\ \lim_{p \rightarrow \infty} D &= \frac{(1 - \pi_1) \underline{\gamma}}{W_2 - W_1} (-\infty - 0) \\ \lim_{p \rightarrow \infty} D &= -\infty \end{aligned}$$

Dessa forma, quando p tende a infinito, teremos:

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow \infty} v_{e=1}^{FB}(p) &= A + C + \psi - \infty - \infty \\ \lim_{p \rightarrow \infty} v_{e=1}^{FB}(p) &= -\infty \end{aligned}$$

Quando o esforço é igual a zero, apenas o termo ψ difere os dois cenários. Sendo um termo exógeno, não interfere no resultado. Logo, $v_{e=0}^{FB}$ também tende a $-\infty$ quando p tende ao infinito.

2.10.1.3 Condições de Primeira e Segunda Ordem

Outro ponto de estudo da função é a análise do comportamento dos pontos críticos. De acordo com a definição presente em Simon e Blume (1994), em uma função f continuamente diferenciável com seu domínio $D \subset \mathbb{R}$, tem-se que um que os pontos nos quais f' é não definida (ou nula) são pontos críticos. Neste caso, a função derivada de $v_{e=1}^{FB}(p)$ será:

$$v'_{e=1}{}^{FB}(p) = \frac{\pi_1 \bar{\gamma}}{W_2 - W_1} \left(\frac{-1}{p} \right) - \frac{\pi_1 \bar{\gamma} \cdot c}{W_2 - W_1} \left(\frac{-\bar{\gamma}^2}{p^2} \right) + \frac{(1 - \pi_1) \underline{\gamma}}{W_2 - W_1} \left(\frac{-1}{p} \right) - \frac{(1 - \pi_1) \underline{\gamma} \cdot c}{W_2 - W_1} \left(\frac{-\underline{\gamma}^2}{p^2} \right)$$

Igualando-se $v'_{e=1}{}^{FB}(p)$ a zero, é possível encontrar o ponto crítico da função, que será candidato a máximo e a mínimo. Tem-se portanto:

$$\begin{aligned} \frac{\pi_1 \bar{\gamma}}{W_2 - W_1} \left(\frac{-1}{p} \right) - \frac{\pi_1 \bar{\gamma} \cdot c}{W_2 - W_1} \left(\frac{-\bar{\gamma}^2}{p^2} \right) + \frac{(1 - \pi_1) \underline{\gamma}}{W_2 - W_1} \left(\frac{-1}{p} \right) - \frac{(1 - \pi_1) \underline{\gamma} \cdot c}{W_2 - W_1} \left(\frac{-\underline{\gamma}^2}{p^2} \right) &= 0 \\ \frac{\pi_1 \bar{\gamma}}{W_2 - W_1} \left(\frac{-1}{p} \right) + \frac{(1 - \pi_1) \underline{\gamma}}{W_2 - W_1} \left(\frac{-1}{p} \right) &= \frac{\pi_1 \bar{\gamma} \cdot c}{W_2 - W_1} \left(\frac{-\bar{\gamma}^2}{p^2} \right) + \frac{(1 - \pi_1) \underline{\gamma} \cdot c}{W_2 - W_1} \left(\frac{-\underline{\gamma}^2}{p^2} \right) \\ \frac{\bar{\gamma} \pi_1 + \underline{\gamma} (1 - \pi_1)}{(W_2 - W_1) p} &= \frac{\pi_1 \bar{\gamma}^2 c + (1 - \pi_1) \underline{\gamma}^2 c}{(W_2 - W_1) p^2} \\ p_1 &= c \frac{\pi_1 (\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2}{\pi_1 (\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma}}. \end{aligned}$$

Com $c > 0$, o ponto p_1 sempre será positivo, dado que $\bar{\gamma} > \underline{\gamma}$, uma vez que a qualidade alta é, por definição, maior que a qualidade baixa – assim, o numerador e o denominador da expressão são positivos, garantindo um preço maior que zero. O ponto p_1 é um candidato a mínimo, máximo ou ponto de inflexão da função $v_{e=1}^{FB}(p)$. Para verificar a natureza do ponto, é preciso verificar a condição de segunda ordem. Para tanto, a segunda derivada da função $v_{e=1}^{FB}(p)$ será:

$$\begin{aligned} v''_{e=1}{}^{FB}(p) &= \frac{\pi_1 \bar{\gamma}}{(W_2 - W_1) p^2} - \frac{2\pi_1 \bar{\gamma}^2 c}{(W_2 - W_1) p^3} + \frac{(1 - \pi_1) \underline{\gamma}}{(W_2 - W_1) p^2} - \frac{2(1 - \pi_1) \underline{\gamma}^2 c}{(W_2 - W_1) p^3} \\ v''_{e=1}{}^{FB}(p) &= \frac{-2c (\pi_1 \bar{\gamma}^2 + (1 - \pi_1) \underline{\gamma}^2) + p (\pi_1 \bar{\gamma} + (1 - \pi_1) \underline{\gamma})}{(W_2 - W_1) p^3} \end{aligned}$$

O próximo passo é a aplicação do ponto crítico p_1 à derivada segunda, como se

segue:

$$\begin{aligned}
v''_{e=1}^{FB}(p_1) &= \frac{-2c(\pi_1\bar{\gamma}^2 + (1-\pi_1)\underline{\gamma}^2)}{(W_2 - W_1)p_1^3} + p_1 \frac{(\pi_1\bar{\gamma} + (1-\pi_1)\underline{\gamma})}{(W_2 - W_1)p_1^3} \\
v''_{e=1}^{FB}(p_1) &= -2c \frac{(\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2)}{(W_2 - W_1)p_1^3} + c \frac{\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2}{\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma}} \cdot \frac{\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma}}{(W_2 - W_1)p_1^3} \\
v''_{e=1}^{FB}(p_1) &= -2c \frac{(\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2)}{(W_2 - W_1)p_1^3} + c \frac{\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2}{(W_2 - W_1)p_1^3} \\
v''_{e=1}^{FB}(p_1) &= -c \frac{(\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2)}{(W_2 - W_1)p_1^3}
\end{aligned}$$

O resultado da segunda derivada aplicada ao ponto p_1 indica que a função $v''_{e=1}^{FB}$ será sempre negativa para todo p_1 . Como π_1, c , são maiores que zero, e $\bar{\gamma} > \underline{\gamma} > 0$, o numerador seria positivo – como está multiplicado por -1, será sempre negativo. O denominador, por sua vez, será sempre maior que zero, uma vez que $W_2 > W_1$, e p_1^3 também será positivo, tendo em vista que p_1 será sempre maior que zero. Com o numerador negativo e o denominador positivo, o resultado será negativo. Segundo Simon e Blume (1994), em uma função qualquer f , se $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) < 0$, então x_0 é um ponto de máximo de f . Portanto, **a função $v_{e=1}^{FB}(p_1)$ possui uma tarifa positiva que maximiza bem-estar quando o planejador opta pelo incentivo ao esforço.**

Repare que, para $v_{e=0}^{FB}$, as condições são muito similares, com o ponto crítico p_0 igual a

$$p_0 = c \frac{\pi_0(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2}{\pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma}}.$$

O ponto crítico p_0 possuirá as mesmas propriedades de p_1 , sendo também um ponto de máximo, mas para o caso em que o Principal não realiza empenho em prol da qualidade.

2.10.1.4 Máximo Global

Na subseção anterior foi indicado que o ponto crítico p_1 ou p_0 é pelo menos um máximo relativo, isto é, um ponto que maximiza a função ao redor de sua vizinhança. No entanto, é possível provar que este ponto também é um máximo global da função.

Neste caso, seja $M = v(p^*)$ para algum $p^* \in (0, \infty)$ ponto crítico em $(0, \infty)$. Note que v em $[\delta_1, \delta_2]$ com $\delta_1, \delta_2 \in (0, \infty)$ e $\delta_1 < \delta_2$, sempre haverá máximo, ainda mais se $\delta_1 \sim 0$ e $\delta_2 \sim \infty$. Como $\lim_{p \rightarrow 0^+} f(p) = -\infty$, existe δ_1 tal que se $p \leq \delta_1$, temos que $f(p) < M$, e como $\lim_{p \rightarrow \infty} f(p) = -\infty$, existe um δ_2 tal que se $p \geq \delta_2$, temos que $f(p) < M$. Portanto, o máximo no intervalo $[\delta_1, \delta_2]$ tem que ser no interior. Como existe um único ponto crítico, ele é máximo global no intervalo $(0, \infty)$.

Portanto, as funções $v_{e=1}^{FB}(p)$ e $v_{e=0}^{FB}(p)$ possuem um ponto de máximo global, sendo este ponto p_1 e p_0 , respectivamente.

2.10.2 Parametrização da diferença entre p_1 e p_0

A sequência a seguir indica a diferença entre os termos:

$$\begin{aligned}
 p_1 - p_0 &= c \frac{\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \bar{\gamma}^2}{\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma}} - c \frac{\pi_0(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \bar{\gamma}^2}{\pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma}} \\
 p_1 - p_0 &= c \frac{(\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \bar{\gamma}^2)(\pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma}) - (\pi_0(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \bar{\gamma}^2)(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})}{(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})(\pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})} \\
 p_1 - p_0 &= c \frac{\pi_1\pi_0(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)\underline{\gamma} + \pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})\underline{\gamma}^2 + \bar{\gamma}^3 - \pi_1\pi_0(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) - \pi_0(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)\underline{\gamma} - \pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})\underline{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^3}{(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})(\pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})} \\
 p_1 - p_0 &= c \frac{\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)\underline{\gamma} + \pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})\underline{\gamma}^2 - \pi_0(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)\underline{\gamma} - \pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})\underline{\gamma}^2}{(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})(\pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})} \\
 p_1 - p_0 &= c \frac{(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)\underline{\gamma}(\pi_1 - \pi_0) + \underline{\gamma}^2(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})(\pi_1 - \pi_0)}{(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})(\pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})} \\
 p_1 - p_0 &= c \frac{(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)\underline{\gamma}(\pi_1 - \pi_0) + \underline{\gamma}^2(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})(\pi_1 - \pi_0)}{(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})(\pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})} \\
 p_1 - p_0 &= c \underline{\gamma}(\pi_1 - \pi_0)(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) \frac{(\bar{\gamma} + \underline{\gamma}) - \underline{\gamma}}{(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})(\pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})} \\
 p_1 - p_0 &= \frac{c(\underline{\gamma})(\pi_1 - \pi_0)(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})(\bar{\gamma})}{(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})(\pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})}.
 \end{aligned}$$

Repare que o valor de todos os termos são positivos, logo, o resultado negativo ou zerado depende das diferenças expressas na equação. Como $(\pi_1 - \pi_0)$ e $(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})$ são diferenças com resultado positivo, já que, por definição, $\pi_1 > \pi_0$ e $\bar{\gamma} > \underline{\gamma}$, então o resultado de $p_1 - p_0$ será sempre um número maior que zero.

2.10.3 Definição de $t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1)$, $t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_0)$, $t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_0)$, $t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_0)$.

2.10.3.1 Transferências para qualidade alta

Conforme visto anteriormente, a transferência $t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma})$ será:

$$t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}) = g(m(\bar{\gamma}, p) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p) + \frac{\psi}{\pi_1}$$

Para a solução, é importante lembrar que o termo $g(\cdot)$ é um função de custos, conforme definido na equação 3. Além disso, deve-se recordar que $m(\bar{\gamma}, p) = F\left(\frac{\bar{\gamma}}{p}\right)$. Resolvendo com

a função $F(\cdot)$ sendo uma Função de Distribuição Uniforme, teremos:

$$\begin{aligned}
t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}) &= c \cdot \bar{\gamma} \cdot F\left(\frac{\bar{\gamma}}{p}\right) - F\left(\frac{\bar{\gamma}}{p}\right) \cdot p + \frac{\psi}{\pi_1} \\
t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}) &= c \cdot \bar{\gamma} \int_{W_1}^{\bar{\gamma}} \frac{1}{W_2 - W_1} - \int_{W_1}^{\bar{\gamma}} \frac{1}{W_2 - W_1} \cdot p + \frac{\psi}{\pi_1} \\
t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}) &= c \cdot \bar{\gamma} \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \right) \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} - W_1 \right) - \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \right) \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} - W_1 \right) \cdot p \\
t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1) &= c \cdot \underline{\gamma} \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \right) \left(\frac{\bar{\gamma}}{p_1} - W_1 \right) - \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \right) \left(\frac{\bar{\gamma}}{p_1} - W_1 \right) \cdot p_1 \\
t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1) &= \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \right) \left(\frac{\bar{\gamma}}{p_1} - W_1 \right) (c \cdot \bar{\gamma} - p_1)
\end{aligned}$$

O próximo passo é substituir p_1 pela expressão que o define, conforme demonstração na subseção 2.10.1:

$$t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1) = \frac{1}{W_2 - W_1} \left(\frac{\bar{\gamma}(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})}{c(\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2)} - W_1 \right) \left(c\bar{\gamma} - \frac{\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2}{c(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})} \right) + \frac{\psi}{\pi_1}$$

Para saber qual o valor de $t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_0)$, basta observar a expressão que resume $t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma})$:

$$t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}) = g(m(\bar{\gamma}, p) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p$$

Nesse caso, observe que basta substituir p_1 por p_0 e retirar a compensação $\frac{\psi}{\pi_1}$ para termos o valor de $t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_0)$:

$$t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_0) = \frac{1}{W_2 - W_1} \left(\frac{\bar{\gamma}(\pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})}{c(\pi_0(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2)} - W_1 \right) \left(c \cdot \bar{\gamma} - \frac{\pi_0(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2}{c(\pi_0(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})} \right).$$

2.10.3.2 Transferências para qualidade baixa

O processo para verificar a transferência quando há qualidade baixa é muito similar do caso acima. O que difere $t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_1)$ e $t_{e=0}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_0)$ é justamente o preço. Começando pelo primeiro, teremos:

$$\begin{aligned}
t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}) &= g(m(\underline{\gamma}, p) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p \\
t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_1) &= \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \right) \left(\frac{\underline{\gamma}}{p_1} - W_1 \right) (c\underline{\gamma} - W_1) \\
t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_1) &= \frac{1}{W_2 - W_1} \left(\frac{\underline{\gamma}(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})}{c(\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2)} - W_1 \right) \left(c\underline{\gamma} - \frac{\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2}{c(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})} \right).
\end{aligned}$$

Para o caso de esforço nulo, teremos:

$$t_{e=0}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_1) = \frac{1}{W_2 - W_1} \left(\frac{\underline{\gamma}(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})}{c(\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2)} - W_1 \right) \left(c\underline{\gamma} - \frac{\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2}{c(\pi_1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma})} \right).$$

2.10.3.3 Diferença entre $t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1)$ e $t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_0)$.

Para verificar a diferença entre as transferências de qualidade com esforço alto e nulo para o caso de p_1 e p_0 , não é necessário substituir os preços por suas respectivas expressões, basta apenas ter em mente que $p_1 > p_0$.

$$\begin{aligned}
t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1) - t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_0) &= \underbrace{\left(\frac{1}{W_2 - W_1}\right) \left(\frac{\bar{\gamma}}{p_1} - W_1\right) (c\bar{\gamma} - p_1)}_A + \frac{\psi}{\pi_1} - \underbrace{\left(\frac{1}{W_1 - W_2}\right) \left(\frac{\bar{\gamma}}{p_0} - W_1\right) (c\bar{\gamma} - p_0)}_B \\
t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_1) - t_{e=0}^{FB}(\bar{\gamma}|p = p_0) &= A - B + \frac{\psi}{\pi_1} \\
A - B &= \left(\frac{1}{W_2 - W_1}\right) \left[\left(\frac{(\bar{\gamma} - W_1 p_1)(c\bar{\gamma} - p_1)}{p_1}\right) - \left(\frac{(\bar{\gamma} - W_1 p_0)(c\bar{\gamma} - p_0)}{p_0}\right) \right] \\
A - B &= \left(\frac{1}{W_2 - W_1}\right) \frac{p_0(\bar{\gamma} - W_1 p_1)(c\bar{\gamma} - p_1) - p_1(\bar{\gamma} - W_1 p_0)(c\bar{\gamma} - p_0)}{p_1 p_0} \\
A - B &= \left(\frac{1}{W_2 - W_1}\right) \frac{c\bar{\gamma}^2 p_0 - \bar{\gamma} p_1 p_0 + W_1 c\bar{\gamma} p_1 p_0 - W_1 p_1^2 p_0 - c\bar{\gamma}^2 p_1 + \bar{\gamma} p_1 p_0 - W_1 c\bar{\gamma} p_1 p_0 + W_1 p_0^2 p_1}{p_1 p_0} \\
A - B &= \left(\frac{1}{W_2 - W_1}\right) \frac{c\bar{\gamma}^2 (p_0 - p_1) + W_1 p_1 p_0 (p_0 - p_1)}{p_0 p_1} \\
A - B &= \left(\frac{1}{W_2 - W_1}\right) \frac{(c\bar{\gamma}^2 + W_1 p_1 p_0)(p_0 - p_1)}{p_0 p_1}.
\end{aligned}$$

Repare que a diferença $A - B$ é sempre negativa, já que a tarifa p_0 será sempre menor que p_1 . Logo, $B > A$. Com isso, não possível determinar qual tarifa será maior, pois é necessário que $\frac{\psi}{\pi_1} + A > B$.

2.10.3.4 Diferença entre $t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_1)$ e $t_{e=0}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_0)$.

Para o caso com qualidade baixa, é possível determinar qual transferência é maior.

$$\begin{aligned}
t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_1) - t_{e=0}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_0) &= \left(\frac{1}{W_2 - W_1}\right) \left[\left(\frac{\underline{\gamma}}{p_1} - W_1\right) (c\underline{\gamma} - p_1) - \left(\frac{\underline{\gamma}}{p_0} - W_1\right) (c\underline{\gamma} - p_0) \right] \\
t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_1) - t_{e=0}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_0) &= \left(\frac{1}{W_2 - W_1}\right) \left[\left(\frac{(\underline{\gamma} - W_1 p_1)(c\underline{\gamma} - p_1)}{p_1}\right) - \left(\frac{(\underline{\gamma} - W_1 p_0)(c\underline{\gamma} - p_0)}{p_0}\right) \right] \\
t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_1) - t_{e=0}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_0) &= \left(\frac{1}{W_2 - W_1}\right) \frac{c\underline{\gamma}^2 (p_0 - p_1) + W_1 p_1 p_0 (p_0 - p_1)}{p_0 p_1} \\
t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_1) - t_{e=0}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_0) &= \left(\frac{1}{W_2 - W_1}\right) \frac{(c\underline{\gamma}^2 + W_1 p_1 p_0)(p_0 - p_1)}{p_0 p_1}.
\end{aligned}$$

Como todos os termos são positivos e a diferença $(p_0 - p_1)$ é negativa, então $t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_1) < t_{e=0}^{FB}(\underline{\gamma}|p = p_0)$.

3 Casos particulares

A partir da parametrização da escolha do Principal, é possível desenhar alguns cenários analíticos e, com isso, simular os dilemas e os custos de implementação dos contratos por parte do Planejador. Além disso, é possível avaliar os efeitos de alterações que independem da escolha do Planejador e que simplesmente acarretariam em mudanças no bem-estar.

Para realizar este tipo de análise, podemos nos amparar na decisão do Principal discutida no capítulo anterior, tanto para o caso de risco moral quanto para o caso de informação perfeita. Para tanto, podemos novamente segmentar a análise entre o caso com preço exógeno e para a tarifa endógena – este esforço foi realizado nas duas subseções seguintes, começando pelo caso em que o Planejador não decide diretamente sobre o preço.

3.1 O caso do preço exógeno

No último capítulo, foi visto que Planejador apenas incentiva o esforço e decide sobre as transferências para o caso em que não cabe a ele legislar sobre o preço. Considerando as transferências ótimas, a decisão do Planejador sobre o esforço será tomada a partir da diferença de bem-estar entre o cenário com esforço comparado ao cenário sem empenho: se há maior bem-estar quando o Agente se esforça, então teremos que a diferença de bem-estar será positiva, com $h > 0$, e a função de decisão $H(h) = 1$ indicará que de fato o Principal deve incentivar esforço alto do Agente.

Podemos representar os resultados h^{FB} e h^{SB} no plano cartesiano e verificar para cada preço se a diferença de bem-estar será positiva (e, portanto, apoia-se esforço) ou negativa (onde a decisão deve ser não incentivar empenho). Podemos então considerar $h^{FB}(p)$ e $h^{SB}(p)$ como funções no plano e avaliar o comportamento da decisão do planejador a cada mudança de parâmetro que define estes resultados. Importante ressaltar que estas funções não possuem sentido econômico, pois o preço já foi definido em um momento prévio, logo, o Planejador Central apenas o observa e toma sua decisão com o preço fixado.

Uma vez tornados h^{FB} e h^{SB} funções para representação no plano, têm-se então que realizar o estudo completo destas funções, que está presente no apêndice deste capítulo. A começar, $h^{FB}(p)$ e $h^{SB}(p)$ terão como domínio o $\mathbf{R}_+$. Sobre os limites quando p tende a zero pela direita, é possível afirmar que

$$\lim_{p \rightarrow 0^+} h^{FB}(p) = \lim_{p \rightarrow 0^+} h^{SB}(p) = -\infty$$

e da mesma forma, quando p tende ao infinito, temos

$$\lim_{p \rightarrow \infty} h^{FB}(p) = \lim_{p \rightarrow \infty} h^{SB}(p) = -\infty.$$

Por fim, cabe ressaltar que cada função haverá um ponto crítico, sendo o mesmo ponto para $h^{FB}(p)$ e $h^{SB}(p)$, que chamaremos de $\hat{p}$. Este ponto também é um ponto de máximo global das funções, mas no entanto, é importante ressaltar que não há qualquer significado econômico em $\hat{p}$. O ponto $\hat{p}$ maximiza a diferença de bem-estar, mas não maximiza o bem-estar. Como será discutido ao final do capítulo, não coincidem o ponto de máximo bem-estar com o ponto de máxima diferença de bem-estar.

Com estas informações, é possível esboçar ambos gráficos. Teremos então:

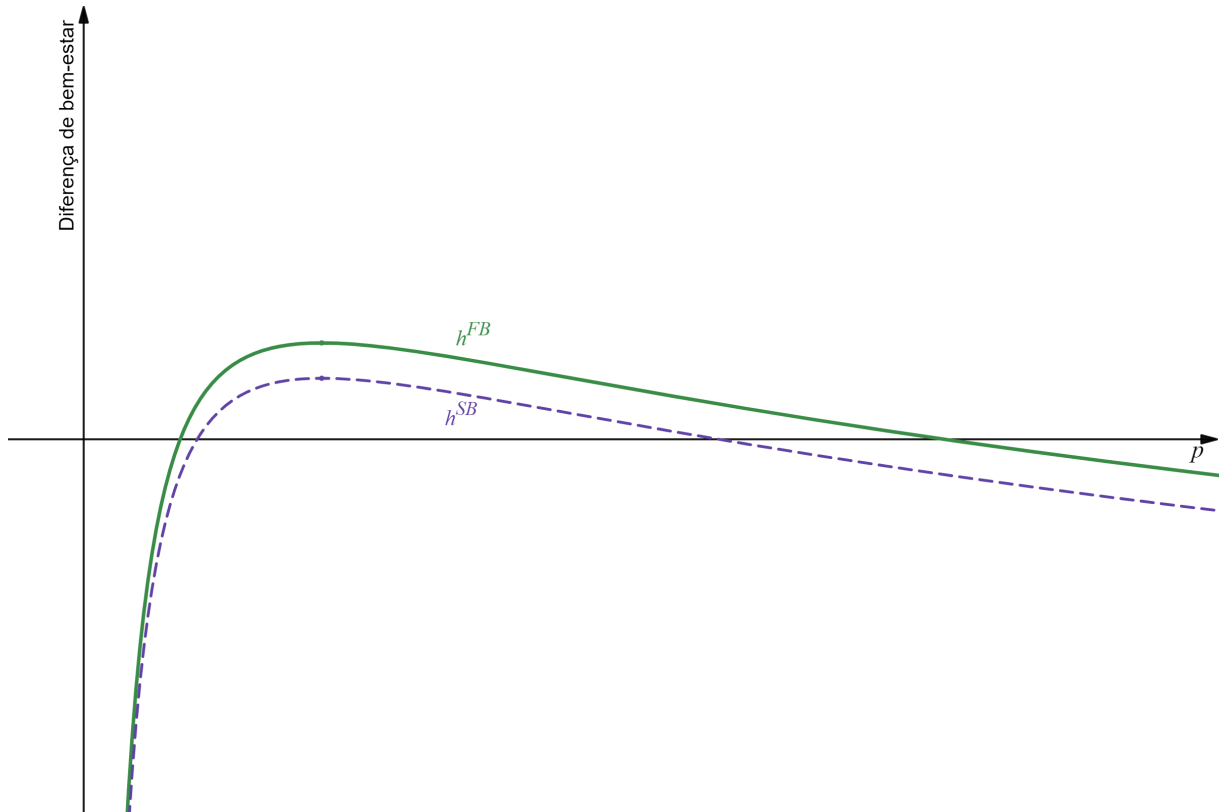


Figura 5 – Esboço de $h^{FB}(p)$ e $h^{SB}(p)$

A figura acima descreve o estudo da função apresentada. A curva mais acima indica a função de diferença de bem estar quando não há risco moral, enquanto a curva abaixo o caso de Risco Moral. Neste caso, é importante relembrar o significado econômico das funções – ambas representam a diferença de bem-estar alcançado para cada nível de preço entre o cenário com apoio ao esforço pela firma em prol da qualidade em contraposição ao cenário sem apoio ao empenho.

Portanto, conforme esboçado no capítulo anterior, quando $h^{FB}(p), h^{SB}(p) > 0$, teremos que $H(h) = 1$, e o planejador central apoiará o esforço com um contrato compatível para tal. Em outras palavras, nos preços em que a função tem imagem positiva, o planejador central apoiará um contrato em busca pela qualidade, ainda que tenha que arcar com o custo da desutilidade associada e, no caso do *Second-Best*, com o custo informacional também.

Com estas informações é possível finalmente partir para as simulações. Para tanto, tomemos o exemplo a seguir:

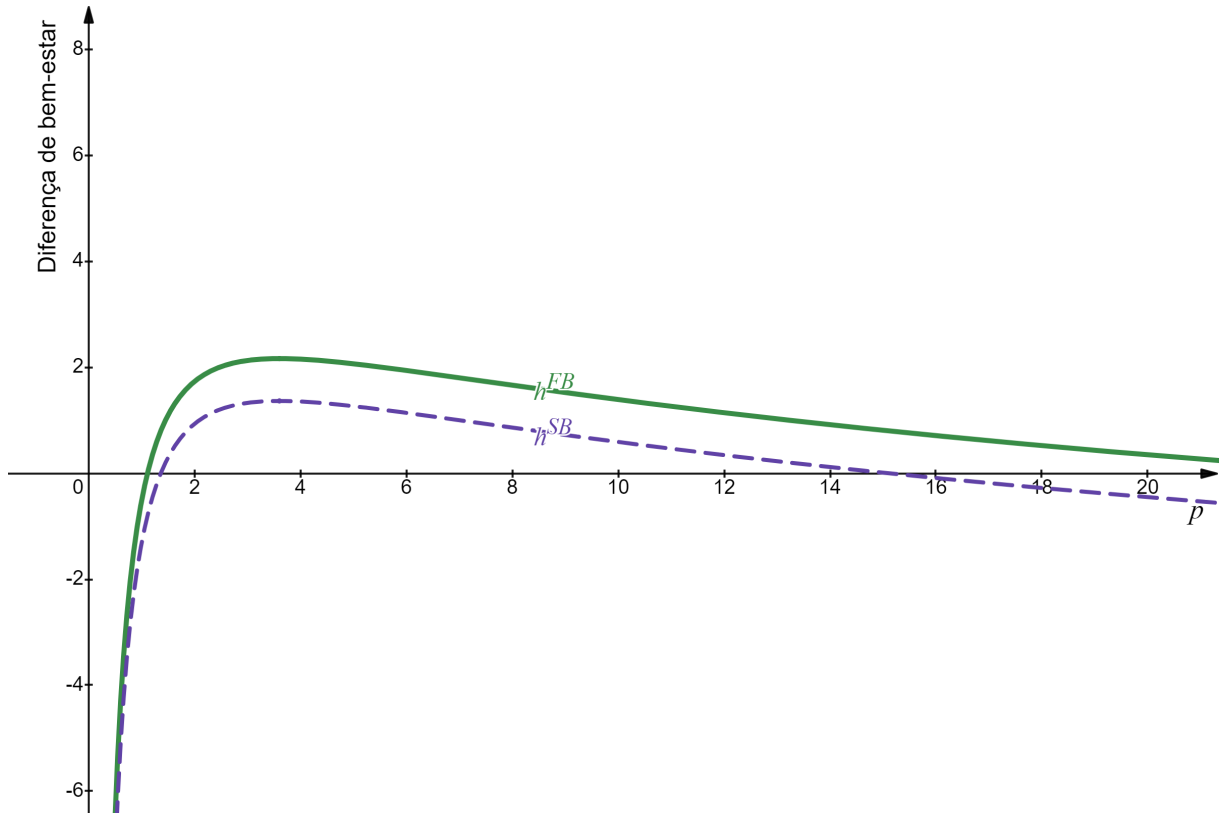


Figura 6 – Análise inicial

Observação: $\psi = 1$, $\pi_1 = 0.7$, $\pi_0 = 0.2$, $c = 0.002$, $\bar{\gamma} = 1600$, $\underline{\gamma} = 200$, $W_1 = 30$, $W_2 = 720$

Em relação aos valores escolhidos, estes foram pensados alguns critérios. O valor de π_1 e π_0 devem ser tais que $1 > \pi_1 > \pi_0 > 0$, como já levantando anteriormente. Neste exemplo, um Agente que se esforça tem uma probabilidade de 70% de conseguir qualidade alta, ao passo que uma firma que não se esforce tem 20% de chance de alcançar boa performance na prestação do serviço.

Os valores W_1 e W_2 de renda foram desenhados com base em uma análise diária, isto é, uma disponibilidade de recursos a cada dia para o uso de transporte público apenas, já que o bem-estar e a utilidade neste modelo considera apenas renda e mobilidade. Nesse caso, o indivíduo de menor renda teria disponível 30 reais por dia para transporte, enquanto a pessoa mais rica teria 720 reais disponíveis.

Os valores γ e ψ não possuem um sentido especial, pois tratam de uma abstração para representar qualidade e desutilidade. Deve-se lembrar que a função de custo é expressa como $g(m, \gamma) = \gamma \cdot c \cdot m(\gamma, p)$ e, portanto, o custo marginal será $\gamma \cdot c$. O valor de c é a parte dos custo marginal ligada a fatores não relacionados com a qualidade, como combustível, salários e custos administrativos. Com o valor de c estipulado, o custo marginal para alta e baixa qualidade seriam, respectivamente, R\$3,20 e R\$0,40.

Imaginemos então que o custo do combustível suba vertiginosamente. Este cenário levaria c a um valor superior.

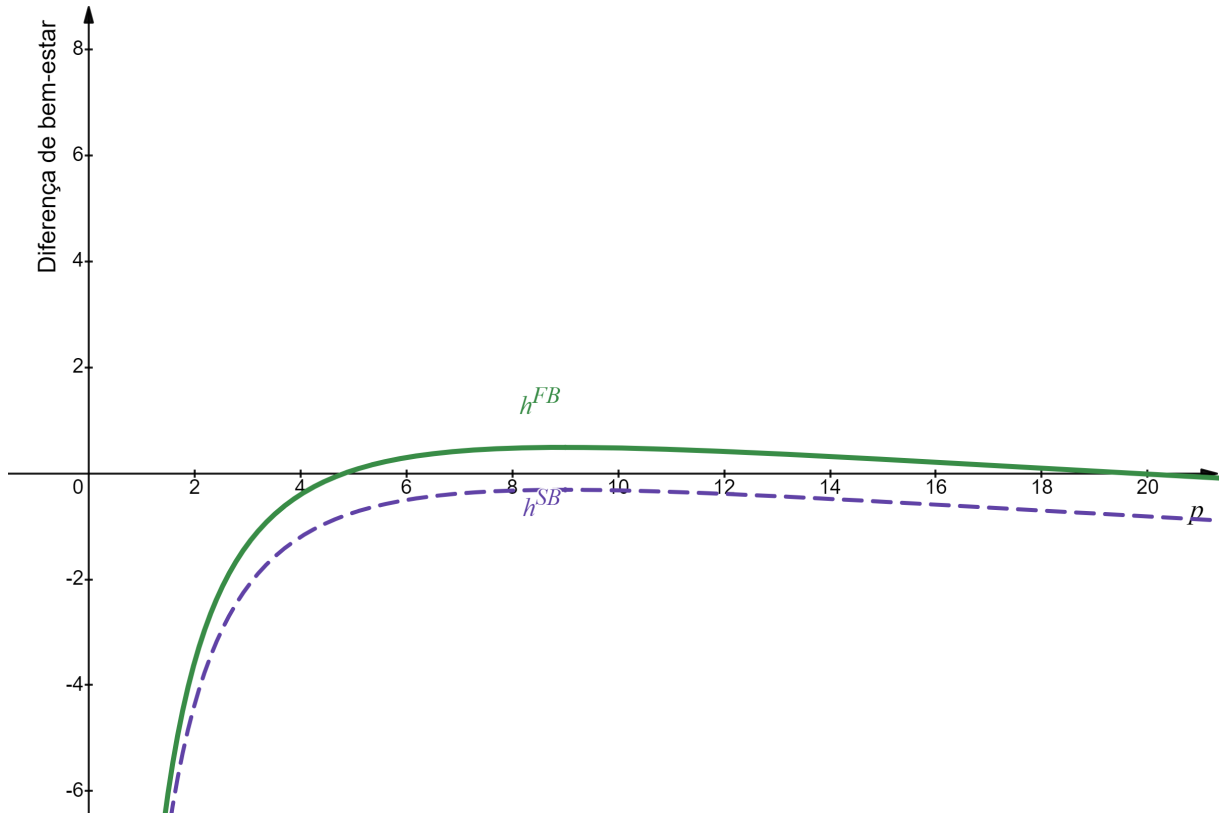


Figura 7 – Choque de custos em c de 0.002 para 0.005

Observação: $\psi = 1$, $\pi_1 = 0.7$, $\pi_0 = 0.2$, $c = 0.005$, $\bar{\gamma} = 1600$, $\underline{\gamma} = 200$, $W_1 = 30$, $W_2 = 720$

No exemplo acima, o valor de c foi mais que dobrado, a fim de indicar um choque de custos no diesel. É possível observar que, para o *Second-Best*, o cenário de apoio ao esforço é Pareto dominado: tomar esta decisão, para qualquer preço, implica perda de bem-estar. Quanto ao *First-Best*, este ainda possui margem de implementação, desde que o preço definido a priori seja compatível, pois a faixa de tarifa em que o empenho aumentaria o bem-estar mudou, exigindo agora preços maiores. Este exemplo, portanto, trouxe dois pontos de questionamento, o primeiro é que **i) choque nos custos que não envolvem a qualidade podem alterar a decisão do Principal** e **ii) haverá cenários em que a assimetria de informação simplesmente inviabiliza uma aplicação de empreendimentos em prol da qualidade, pois os contratos deste tipo serão Pareto dominados**.

Imaginemos outro tipo de choque, agora na "tecnologia". Salanie (2005) chama de "tecnologia" a relação estocástica entre a ação escolhida (o valor de e , no nosso caso) e o resultado do contrato (a qualidade γ). Essa relação é expressa pelas probabilidades se alcançar qualidade dado um nível de esforço, isto é, $p(\bar{\gamma}|e = 1)$ e $p(\bar{\gamma}|e = 0)$, representadas por π_1 e π_0 , respectivamente.

Um choque em π_1 ou π_0 pode reduzir ou aumentar o custo da informação privada da firma no caso de Risco Moral. Quanto maior a diferença entre as duas variáveis ($\Delta\pi$), mais evidente é a ação firma a partir de um resultado e menor é o custo da informação privada para o Principal. Assim, observe as transferências para o caso de incentivo ao esforço:

$$\begin{aligned} t_{e=1}^{FB}(\bar{\gamma}) &= \frac{\psi}{\pi_1} + c(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p \\ t_{e=1}^{FB}(\underline{\gamma}) &= c(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p \\ t^{SB}(\bar{\gamma}) &= \frac{\psi}{\Delta\pi} + c(m(\bar{\gamma}, p)) - m(\bar{\gamma}, p) \cdot p \\ t^{SB}(\underline{\gamma}) &= c(m(\underline{\gamma}, p)) - m(\underline{\gamma}, p) \cdot p. \end{aligned}$$

Observe que, caso a o sistema possuía qualidade no *Second-Best*, a diferença no custo dos subsídios será de:

$$t_{e=1}^{SB}(\bar{\gamma}) - t^{FB}(\bar{\gamma}) = \frac{\psi\pi_0}{(\Delta\pi)\pi_1}.$$

A diferença nas transferências quando há qualidade alta reduz quando π_1 aumenta ou π_0 reduz, o que amenizaria o impacto do problema informacional. Uma vez que o problema de Risco Moral é atenuado, a decisão do Principal no *Second-Best* se assemelha mais ao *First-Best*. Para entender esta relação, observe o exemplo abaixo, a partir de uma alteração em π_1 e em π_0 , tendo como cenário base a última figura (figura 7):

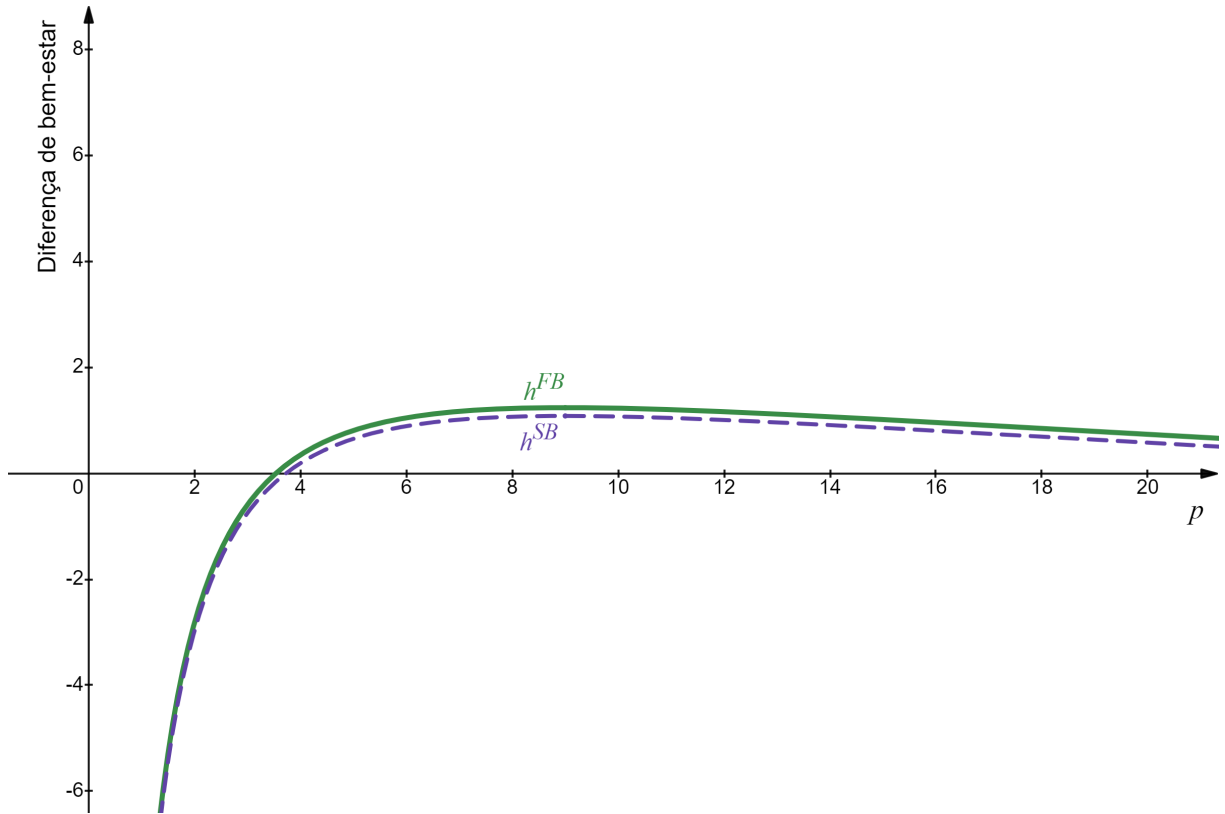


Figura 8 – Aumento de $\Delta\pi$ via redução de π_0 para 0.1 e aumento de π_1 para 0.9
 Observação: $\psi = 1$, $\pi_1 = 0.9$, $\pi_0 = 0.1$, $c = 0.005$, $\bar{\gamma} = 1600$, $\underline{\gamma} = 200$, $W_1 = 30$, $W_2 = 720$

A figura demonstra uma aproximação das curvas e um aumento das faixas de preço em que vale a pena incentivar o esforço. Este movimento pode ser averiguado tanto com um aumento isolado em π_1 como também com uma redução em π_0 . No entanto, o contrário é verdadeiro: uma redução da diferença em $\Delta\pi$ aumentará a diferença entre $h^{FB}(p)$ e $h^{SB}(p)$ e, no extremo, $h^{SB}(p) < 0$ para todo p , o que inviabilizaria a implementação de esforço no *Second-Best*. Cabe ressaltar que π_1 e π_0 são fatores exógenos em relação às condições de primeira e segunda ordem. Isto significa dizer que os preços $\hat{p}$ de máximo e a concavidade da função não são afetados por alterações nestes parâmetros.

De caráter semelhante, pode-se analisar a desutilidade do esforço ψ , que também tem caráter exógeno em relação à concavidade e máximo das funções $h^{FB}(p)$ e $h^{SB}(p)$. Alterações na desutilidade irão deslocar as curvas pelo plano – como os custo da desutilidade é maior no caso de informação privada, uma alteração em ψ afeta mais h^{SB} do que h^{FB} . Assim, quando ψ se reduz, as duas curvas tendem a se aproximar, assim como no caso anterior – no limite, quando $\psi \rightarrow 0$, $h^{FB} = h^{SB}$.

Por fim, vamos verificar os efeitos de um aumento ou redução da renda. Neste caso, tanto um aumento da renda mínima W_1 ou um aumento na maior renda W_2 afetam toda a distribuição – nesse caso, alterar positivamente os extremos é o mesmo que aumentar toda a renda média da população por conta da Função de Distribuição escolhida. Importante

relembrar que a utilidade, que depende da qualidade, é mais sensível para aqueles de menor renda. Assim, quando a renda se eleva, a tendência é que se ganhe menos bem-estar com o emprego do esforço, logo, as faixas de tarifa em que vale a pena se incentivar performances pela firma tendem a ser mais restritas, conforme gráfico a seguir:

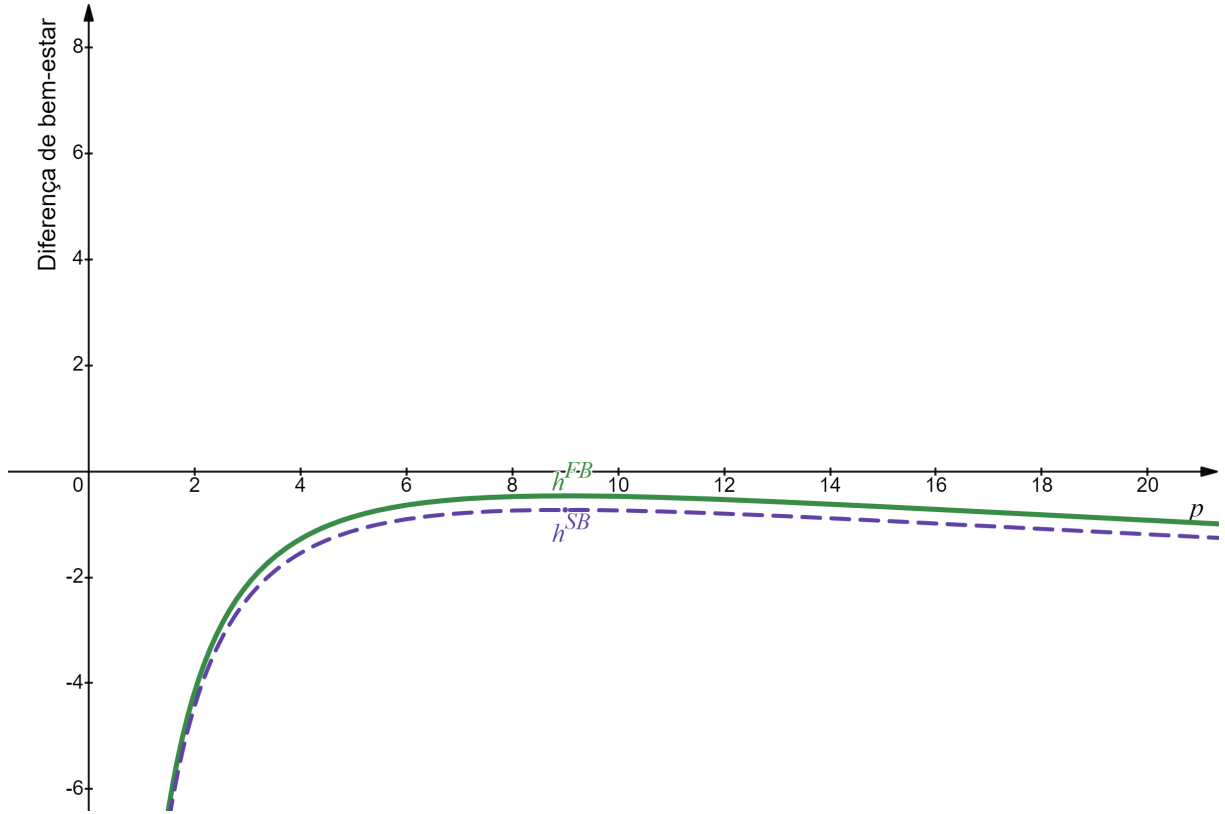


Figura 9 – Alteração da Distribuição de Renda via aumento de W_2 de 720 para 800
Observação: $\psi = 1$, $\pi_1 = 0.9$, $\pi_0 = 0.1$, $c = 0.005$, $\bar{\gamma} = 1600$, $\underline{\gamma} = 200$, $W_1 = 30$, $W_2 = 800$

No cenário acima, em nenhum caso vale a pena ao Principal ofertar um contrato com qualidade alta, independentemente do preço pré estabelecido. A ideia é que o custo social somado ao esvaziamento do transporte público (afinal, quanto maior a renda, menor o interesse pelo serviço) irão inviabilizar socialmente um subsídio capaz de incentivar esforço à firma, seja no caso com Risco Moral como também no *First-Best*. Na próxima seção serão explorados os cenários em que o preço é regulado pelo Principal.

3.2 O caso do preço endógeno

Para o caso de preço endógeno, a análise e interpretação dos dados é diferente da anterior. Não mais se avalia sob quais preços vale a pena apoiar o esforço. Na verdade, deve-se decidir sobre preço e esforço. Diferentemente de h^{FB} e h^{SB} , o resultado $z^{FB} = v_{e=1}^{FB}(p_1) - v_{e=0}^{FB}(p_0)$, que avalia a decisão do Principal para o preço endógeno, não pode ser representado no plano cartesiano, pois z verifica a decisão do principal considerando dois preços diferentes (p_1 e p_0), logo, não há um valor para cada tarifa p no plano.

Portanto, com o preço endógeno, a melhor forma de análise é representando no plano as diferentes curvas de bem-estar possíveis, avaliando qual possui o ponto crítico de cada uma. Aquela que possuir maior valor de imagem no ponto crítico refletirá a decisão do Principal. Para entender este cenário, observe a figura abaixo:

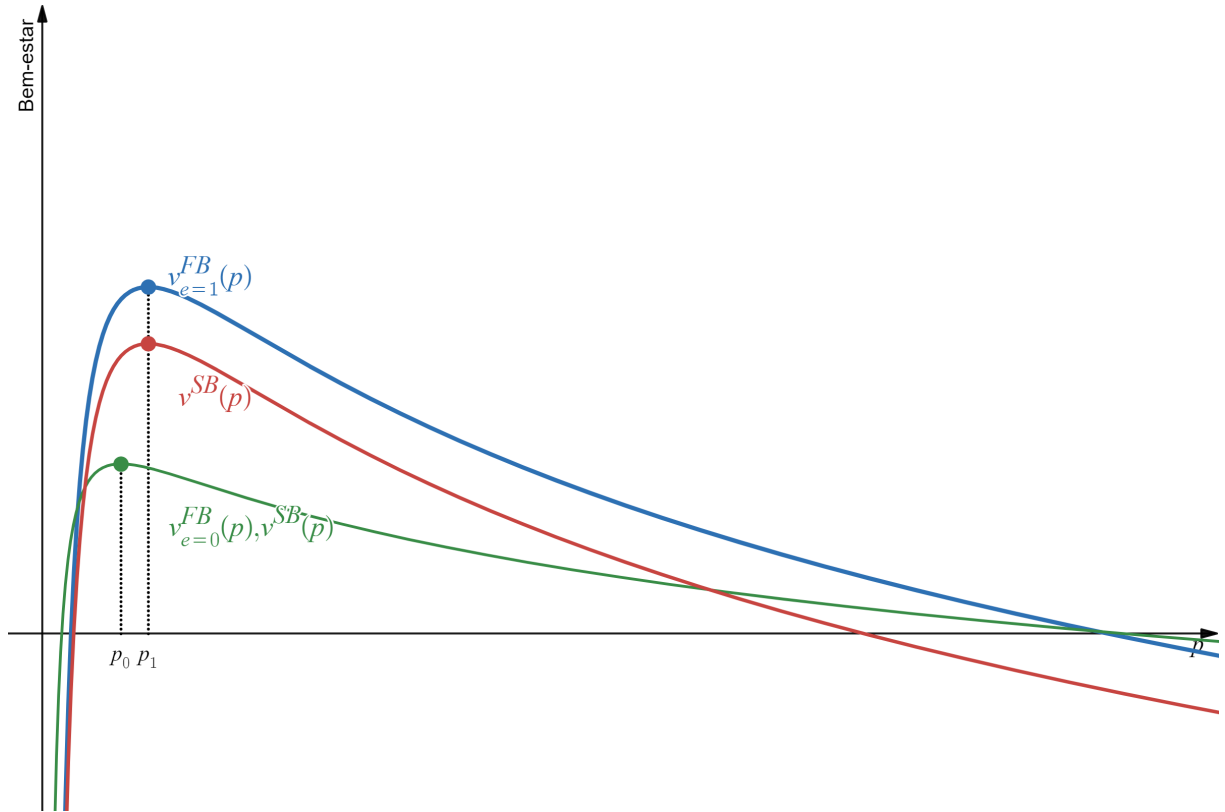


Figura 10 – Esboço analítico com Preço Endógeno

A curva em azul representa a função $v_{e=1}^{FB}(p)$, ou seja, a função de bem estar quando não há Risco Moral e o Planejador Central decide por incentivar o esforço. A curva em vermelho representa o bem-estar $v^{SB}(p)$ no *Second-Best* caso o planejador Central decida por apoiar o esforço. Por fim, em verde está representado o bem-estar no *First-Best* $v_{e=1}^{FB}(p)$ com esforço nulo e no *Second-Best* $v^{SB}(\bar{p})$ quando não há incentivos ao esforço.

Este gráfico permite a confirmação de diversas propriedades discutidas no capítulo anterior para o modelo com preço endógeno. Neste caso, repare que, caso o Principal decida por apoiar a performance em prol da qualidade, o preço ótimo será p_1 , independente se há o problema de Risco Moral. Portanto, as funções $v_{e=1}^{FB}(p)$ e $v^{SB}(p)$ (para o caso de incentivo ao esforço) compartilham o mesmo preço ótimo, ainda que o máximo de bem-estar seja diferente.

O segundo ponto é que, caso o Principal não incentive esforço, então a tarifa ótima é p_0 , independentemente do problema informacional. Mais ainda, é possível afirmar, conforme comprovação anexa ao capítulo anterior, que o preço p_0 sempre será menor que o preço p_1 , desde que respeitadas as condições lógicas do modelo ($\pi_1 > \pi_0 > 0, \bar{\gamma} > \underline{\gamma} > 0, c > 0$).

Utilizando a figura 10, observa-se que no exemplo o Principal decidiria por p_1 e por apoiar o esforço, seja no *First-Best* ou no *Second-Best*. Agora, observe o caso abaixo:

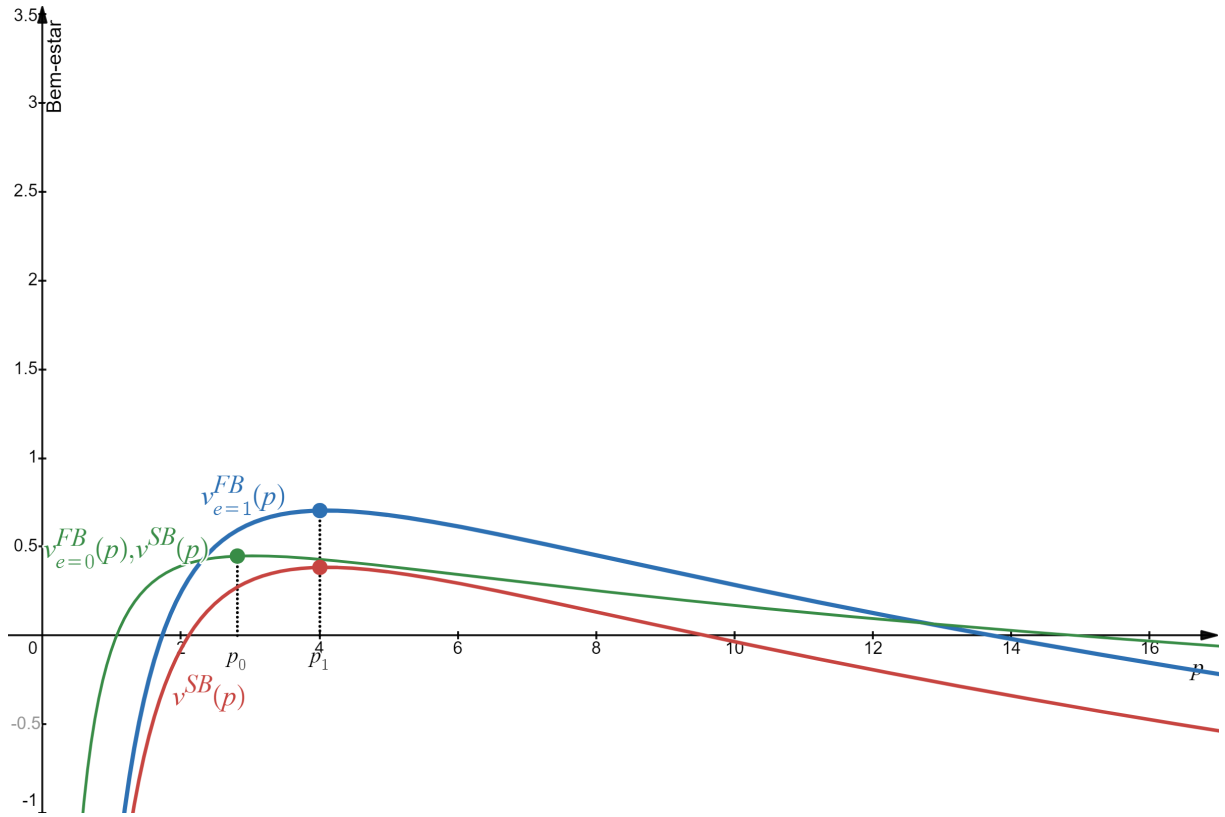


Figura 11 – Análise Inicial com preço endógeno

Observação: $\psi = 1$, $\pi_1 = 0.7$, $\pi_0 = 0.3$, $c = 0.0027$, $\bar{\gamma} = 1600$, $\underline{\gamma} = 400$, $W_1 = 50$, $W_2 = 900$

No exemplo acima, as decisões do *First-Best* e do *Second-Best* são divergentes: enquanto no primeiro haveria uma indicação de que o Principal deve ofertar um contrato que apoie o esforço, no segundo caso o Contrato sem apoio ao esforço é a melhor forma de otimizar o bem-estar. No gráfico, esta análise fica clara ao se comparar cada curva no seu ponto de máximo - a curva em verde, que sinaliza o não incentivo ao esforço, está entre a curva que indica incentivo ao esforço no *First-Best* e no *Second-Best*. No entanto, estes não são os únicos arranjos possíveis. Observemos o exemplo a seguir:

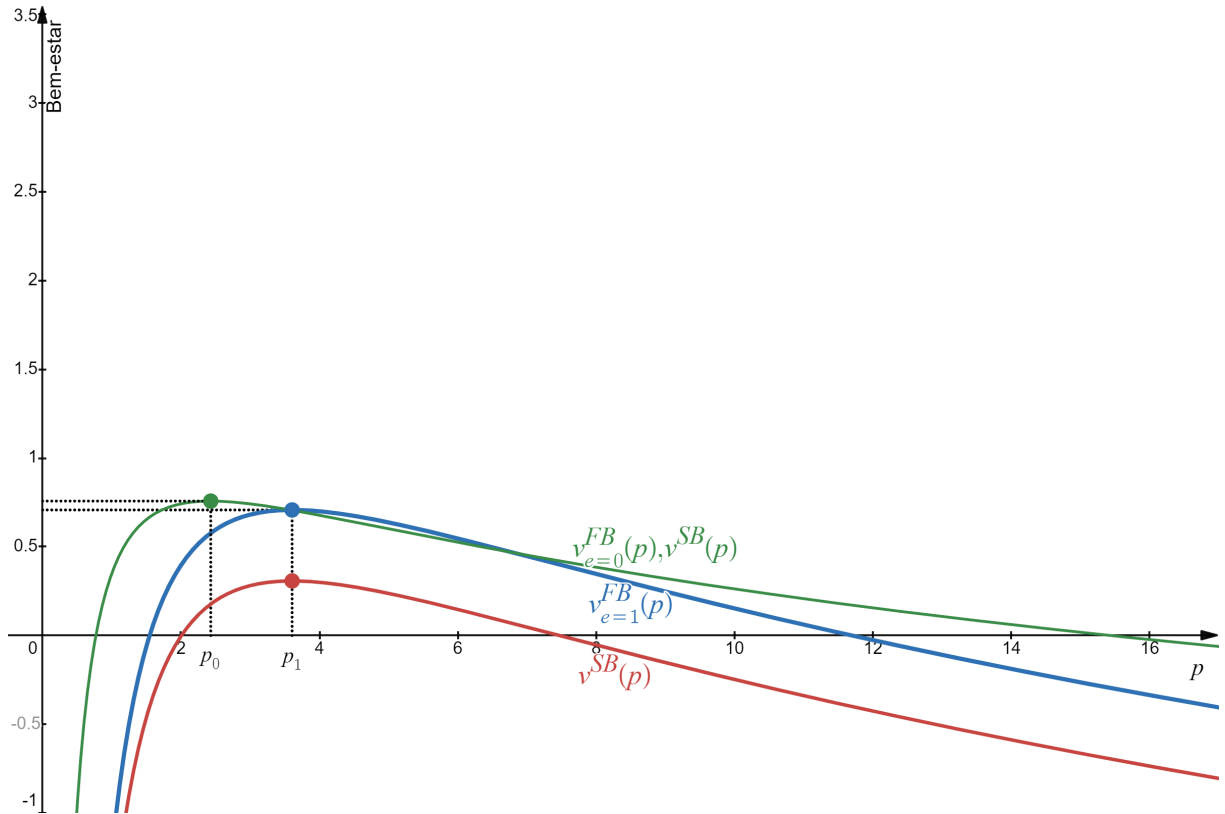


Figura 12 – Preço endógeno e decisão de não incentivo ao esforço

Observação: $\psi = 1$, $\pi_1 = 0.7$, $\pi_0 = 0.3$, $c = 0.0027$, $\bar{\gamma} = 1600$, $\underline{\gamma} = 400$, $W_1 = 50$, $W_2 = 900$

No gráfico acima, pode-se gerar uma certa confusão, pois há tarifas em que a curva em azul (incentivo ao esforço com informação perfeita) supera em bem-estar as demais. Portanto, isto poderia induzir à crença que não é possível afirmar qual seria a decisão do Principal para todos os casos. No entanto, é sim possível afirmar que nas condições apresentadas o Principal **sempre optará por não apoiar o esforço**. A resposta pra isto é simples: os únicos pontos da curva que importam para a análise são os pontos críticos das funções, com p_1 e p_0 como referência no domínio. Observe que o ponto de máximo de $v_{e=1}^{FB}(p)$ oferta bem-estar maior que o máximo global de $v_{e=1}^{FB}(p)$ – os outros pontos da curva simplesmente não são relevantes para a decisão do Planejador.

No exemplo apresentado, caso o Principal tenha a capacidade de decidir sobre os preços, ele sempre escolherá não apoiar o esforço e decidirá por uma tarifa p_0 mais módica. Neste exemplo específico, a tarifa deveria ser algo próximo a dois reais e não a quatro, como sugere o caso em que o Principal oferte subsídios ao esforço.

Quanto à análise do comportamento do Principal frente a variações de variáveis exógenas, cabe ressaltar que as funções para o caso de p endógeno caminham para os mesmos resultados encontrados na subseção anterior. Assim, quando ψ reduz, $v_{e=1}^{FB}(p)$ e $v^{SB}(p)$ (quando há apoio ao esforço) se aproximam, assim como quando $\Delta\pi$ aumenta, o que reduz o custo da informação privada.

Um aumento dos custos c não ligados à qualidade reduz o bem-estar em todos os cenários, mas tem efeito ampliado nos casos em que há incentivo ao esforço. Quanto à renda, um aumento da renda média diminui o bem-estar gerado pelo serviço – por mais que aparenta ser contraintuitivo, esta é uma propriedade que advém das escolhas da forma funcional da utilidade do consumidor, que possui utilidade do transporte coletivo inversamente proporcional à sua renda.

Por fim, recordemos a parametrização de p_1 e p_0 :

$$p_1 = c \frac{\pi_1 (\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2}{\pi_1 (\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma}}$$

$$p_0 = c \frac{\pi_0 (\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2}{\pi_0 (\bar{\gamma} - \underline{\gamma}) + \underline{\gamma}}.$$

Repare que as únicas variáveis que determinam o preço ótimo são $\pi_1, \pi_0, \bar{\gamma}, \underline{\gamma}$ e, por fim, c . Isto significa que outras variáveis, apesar de alterarem o bem-estar, não alteram a tarifa. Portanto, choques em W_1, W_2 e ψ são capazes de alterar o valor da função de bem-estar, mas não alteram o preço, a não ser que se mude a decisão do Principal quanto ao esforço – neste caso, alterna-se entre os preços p_1 e p_0 , mas os valores atribuídos aos pontos críticos são os mesmos.

3.3 Breve comparação entre a análise de preço endógeno e exógeno

Este capítulo se concentrou em representar graficamente algumas propriedades trabalhadas no capítulo anterior, além de levantar algumas cenários frente alterações nos fatores exógenos. Neste caso, apesar de similar no que tange à análise dos fatores exógenos, a avaliação da decisão do Principal quanto ao esforço é bem distinta quando se compara o cenário em que o Planejador decide quanto ao preço da tarifa frente ao caso que ele é capaz de regular este aspecto contratual. Quanto a esta diferença, observe o plano cartesiano a seguir contendo apenas curvas inseridas no contexto de Risco Moral:

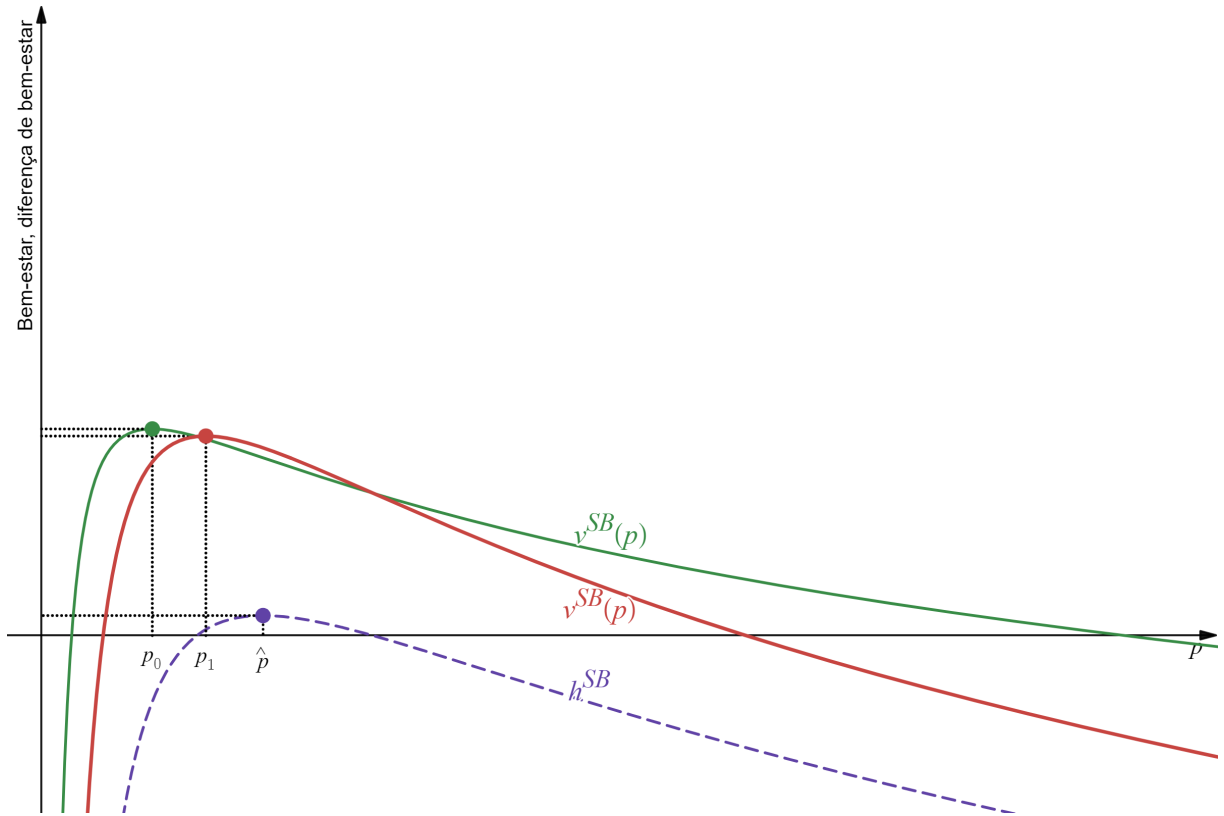


Figura 13 – Análise comparada entre decisão com preço endógeno e preço exógeno

O objetivo deste gráfico é mostrar como a decisão do Principal é tomada de forma completamente diferente com o preço endógeno se comparado ao preço exógeno. O eixo das ordenadas apresenta duas informações: o bem-estar para a função $v^{SB}(p)$ e a diferença de bem-estar para $h^{SB}(p)$. Um primeiro aspecto, já mencionado no capítulo e demonstrado no anexo, é que o preço $\hat{p}$ que otimiza a diferença de bem-estar não é um ponto que maximiza o bem-estar, seja qual for a decisão do Principal, pois $p_0 < p_1 < \hat{p}$.

Além disso, se o Principal tem controle sobre o preço, ele sempre escolherá p_0 e a curva verde, representando a decisão de não apoiar o esforço. Caso ele não legisle sobre o preço, a decisão do Principal dependerá se h^{SB} é positivo ou negativo. Portanto, para o cenário de preço endógeno, a decisão do Principal é dada como certa: não há apoio ao esforço. No caso de preço exógeno, a decisão depende de qual preço o sistema opera. De forma complementar, é possível afirmar também que o bem-estar será menor para o Principal a não ser que o preço p decidido de forma exógena coincida com o preço p_0 . Portanto, a principal questão trazida pelo gráfico é a importância do nível de ação do Principal: a ação ótima não depende apenas dos parâmetros, mas essencialmente do modelo regulatório.

Aplicando estas análises para o caso de Belo Horizonte, percebe-se que as modelagens para as políticas tarifária e de subsídios podem sugerir mudanças mais repentinas do que o ciclo de político permite. Por exemplo, um aumento dos custos marginais motivado por

uma alta exponencial no diesel poderia indicar o fim de incentivos em prol da qualidade, mas tomar esta decisão na administração pública pode ofertar custos políticos altos. Assim, a administração de uma cidade grande e com uma arena política complexa como Belo Horizonte possivelmente não tomaria esta decisão sem considerar outros custos que vão além do bem-estar.

De fato, parece inviável para uma administração local responder tempestivamente a cada novo choque nas variáveis. No entanto, é possível definir uma periodicidade responsável para a avaliação dos incentivos às concessionárias e dos preços do serviço e, a qualquer mudança, deve-se diminuir o seu impacto para a opinião pública por meio de uma comunicação clara e eficiente, o que se configura como um verdadeiro desafio dada a complexidade analítica que baseia a tomada decisão.

3.4 Apêndice do capítulo

3.4.1 Estudo completo das funções $h^{FB}(p)$ e $h^{SB}(p)$.

Em primeiro lugar, é importante lembrar que $h^{FB}(p)$ e $h^{SB}(p)$ **não possuem significado econômico**, sendo realizado o estudo completo destas funções apenas para a elucidação dos formatos destas curva no plano cartesiano, já que o Principal é incapaz de decidir pelo preço no caso em que os resultados h^{FB} e h^{SB} são utilizados. Feito este esclarecimento, o primeiro passo é observar as funções $h^{FB}(p)$ e $h^{SB}(p)$. Neste caso, $h^{SB}(p)$ se revela como:

$$h(p)^{SB} = \frac{1}{W_2 - W_1} \left(\bar{\gamma} \left(\ln \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) - \ln(W_1) \right) - \underline{\gamma} \left(\ln \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} \right) - \ln(W_1) \right) \right) - \bar{\gamma} \cdot c \\ \cdot \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) + \underline{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) - \frac{\pi_1 \psi}{(\Delta \pi)^2}.$$

Esta é a função para o caso de risco moral, mas as propriedades aqui descritas serão as mesmas para ambos os cenários. Essa expressão pode ser reescrita como:

$$h^{SB}(p) = \frac{1}{W_2 - W_1} \left(\bar{\gamma} (\ln(\bar{\gamma} - \ln(p)) - \ln(W_1)) - \underline{\gamma} (\ln(\bar{\gamma} - \ln(p)) - \ln(W_1)) \right) - \bar{\gamma} \\ \cdot c \cdot \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \left(\frac{\bar{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) + \underline{\gamma} \cdot c \cdot \left(\frac{1}{W_2 - W_1} \left(\frac{\underline{\gamma}}{p} - W_1 \right) \right) - \frac{\pi_1 \psi}{(\Delta \pi)^2}.$$

A partir desta forma funcional, será possível destrinchar as propriedades das funções.

3.4.1.1 Domínio

O domínio da função será o $\mathbf{R}_+$, uma vez que o preço não pode assumir valores negativos (neste caso, $\ln(p)$ seria uma indeterminação), nem o valor nulo, pois a fração $\frac{\underline{\gamma}}{p}$ impede que se tenha valores de imagem para $p = 0$.

3.4.1.2 Limites

É possível observar os limites quando p tende aos limites inferior e superior do domínio. Começando pelo limite inferior, avalia-se o limite pela direita quando $h^{SB}(p)$ tende a zero. Assim sendo, tem-se:

$$\lim_{p \rightarrow 0+} h^{SB}(p) = \lim_{p \rightarrow 0+} \overbrace{\frac{\bar{\gamma} - \underline{\gamma}}{W_2 - W_1} \left(-\ln(p) - \frac{c}{p} \right)}^A + B.$$

Aqui, B engloba todos os termos em $h^{SB}(p)$ que são exógenos. Assim,

$$\lim_{p \rightarrow 0+} B = B.$$

Já o limite de A será:

$$\lim_{p \rightarrow 0+} A = \lim_{p \rightarrow 0+} \frac{\bar{\gamma} - \underline{\gamma}}{W_2 - W_1} \cdot \lim_{p \rightarrow 0+} \left(-\ln(p) - \frac{c}{p} \right).$$

Analisando $\lim_{p \rightarrow 0+} \left(-\ln(p) - \frac{c}{p} \right)$, podemos realizar a seguinte transformação exponencial:

$$\begin{aligned} f(p) &= -\ln(p) - \frac{c}{p} \\ f(p) &\rightarrow e^{f(p)} = e^{-\ln(p) - \frac{c}{p}} = \frac{1}{pe^{\frac{c}{p}}} \\ \lim_{p \rightarrow 0+} e^{f(p)} &= \lim_{u \rightarrow \infty} g(u), \text{ para } u = \frac{1}{p} \\ \lim_{u \rightarrow \infty} g(u) &= \lim_{u \rightarrow \infty} \frac{u}{e^{uc}}. \end{aligned}$$

Aplicando L'hôpital, teremos:

$$\begin{aligned} \lim_{u \rightarrow \infty} g(u) &= \lim_{u \rightarrow \infty} \frac{1}{ce^{uc}} = 0 \\ \lim_{u \rightarrow \infty} g(u) &= \lim_{p \rightarrow 0+} e^{f(p)} = 0 \\ \lim_{p \rightarrow 0+} e^{f(p)} = 0 &\implies \lim_{p \rightarrow 0+} f(p) = -\infty \\ \lim_{p \rightarrow 0+} A &= \frac{\bar{\gamma} - \underline{\gamma}}{W_2 - W_1} \cdot \lim_{p \rightarrow 0+} f(p) = -\infty \\ \lim_{p \rightarrow 0+} h^{SB}(p) &= \lim_{p \rightarrow 0+} A + \lim_{p \rightarrow 0+} B \\ \lim_{p \rightarrow 0+} h^{SB}(p) &= -\infty + B = -\infty. \end{aligned}$$

Portanto, o limite lateral de $h^{SB}(p)$ e de $h^{FB}(p)$ é $-\infty$. O limite $h^{SB}(p)$ e de $h^{FB}(p)$ quando $p \rightarrow \infty$ também é $-\infty$, no entanto, de resolução mais simples, não necessita demonstração.

3.4.1.3 Condições de primeira e segunda ordem

Para avaliar os candidatos a máximo, mínimo ou pontos de inflexão, podemos traçar as condições de primeira e segunda ordem. A começar por h'^{SB} e h'^{FB} , estas derivadas terão a mesma forma funcional, que será:

$$h'(p) = \frac{-1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})}{p(W_2 - W_1)} + \frac{c(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)}{(W_2 - W_1)p^2}.$$

Encontrada a segunda derivada, iguala-se a zero, a fim de verificar o ponto crítico da função:

$$-\frac{p(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})}{p^2(W_2 - W_1)} + \frac{c(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)}{p^2(W_2 - W_1)} = 0,$$

resultando em:

$$\begin{aligned}\hat{p} &= \frac{c(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)}{\bar{\gamma} - \underline{\gamma}} \\ \hat{p} &= c(\bar{\gamma} + \underline{\gamma}).\end{aligned}$$

Para encontrar a natureza do ponto crítico, aplica-se estes pontos na derivada segunda. Resgatando a derivada primeira e dividindo-a, tem-se

$$h'(p) = A + B,$$

sendo $A = \frac{-1(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})}{(W_2 - W_1)p}$ e $B = \frac{c(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)}{p^2(W_2 - W_1)}$. Neste caso, pode-se resolver separadamente cada expressão, da seguinte forma:

$$\begin{aligned}h''(p) &= \frac{d}{dp}A + \frac{d}{dp}B \\ \frac{d}{dp}A &= \frac{(-1)(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})}{W_2 - W_1} \cdot \frac{(-1)}{p^2} \\ \frac{d}{dp}B &= \frac{c(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)}{W_2 - W_1} \cdot \frac{(-2)}{p^3} \\ h''(p) &= \frac{(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})}{(W_2 - W_1)} \cdot \frac{1}{p^2} - \frac{2c(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)}{p^3}.\end{aligned}$$

O próximo passo é aplicar o ponto crítico $\hat{p}$ na derivada segunda, a fim de verificar este é um ponto de mínimo, máximo, ou se não é possível determinar.

Nesse caso, para o ponto crítico $\hat{p}$ tem-se que:

$$\begin{aligned}
\hat{p} &= \frac{c(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})}{c(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})} \\
h''(p) &= \frac{(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})}{(W_2 - W_1)} \cdot \frac{1}{p^2} - \frac{2c(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)}{(W_2 - W_1)p^3} \\
h''(\hat{p}) &= \frac{(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})}{(W_2 - W_1)} \cdot \frac{\hat{p}}{\hat{p}^3} - \frac{2c(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)}{(W_2 - W_1)\hat{p}^3} \\
h''(\hat{p}) &= \frac{(\bar{\gamma} - \underline{\gamma})}{(W_2 - W_1)\hat{p}^3} \cdot \frac{c(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)}{\bar{\gamma} - \underline{\gamma}} - \frac{2c(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)}{(W_2 - W_1)\hat{p}^3} \\
h''(\hat{p}) &= \frac{c(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)}{(W_2 - W_1)\hat{p}^3} - \frac{2c(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)}{(W_2 - W_1)\hat{p}^3} \\
h''(\hat{p}) &= -\frac{c(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)}{(W_2 - W_1)\hat{p}^3}.
\end{aligned}$$

Como as diferenças todos os termos são positivos e as também resultam num valor positivo, $h''(\hat{p})$ sempre será negativo. Dessa forma, o ponto $\hat{p}$ obedece as condições de primeira e segunda ordem para ser um ponto de máximo.

3.4.1.4 Ponto de máximo global

Quanto ao ponto ser máximo global, a demonstração se assemelha ao caso da função $v_{e=1}^{FB}$: como a função nos seus extremos tende a $-\infty$, a solução deve ser interior – como há um único ponto crítico e este ponto é de máximo na sua vizinhança, então este é um ponto de máximo global.

3.4.2 Demonstração para $p_0, p_1 < \hat{p}$.

Para comprovar que o preço $\hat{p}$ é maior que p_1 , a seguinte desigualdade deve ser verdadeira:

$$\begin{aligned}
p_1 &< \hat{p} \\
c \frac{\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)}{\pi_1\bar{\gamma} + (1 - \pi_1)\underline{\gamma}} &< c(\bar{\gamma} + \underline{\gamma}) \\
\frac{\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2)}{\pi_1\bar{\gamma} + (1 - \pi_1)\underline{\gamma}} &< (\bar{\gamma} + \underline{\gamma}) \\
\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2 &< (\bar{\gamma} + \underline{\gamma})(\bar{\gamma}\pi_1 + \underline{\gamma}(1 - \pi_1)) \\
\pi_1(\bar{\gamma}^2 - \underline{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2 &< \bar{\gamma}^2\pi_1 + \underline{\gamma}\bar{\gamma}\pi_1 + \underline{\gamma}\bar{\gamma}(1 - \pi_1) + \underline{\gamma}^2(1 - \pi_1) \\
\pi_1(-\bar{\gamma}^2) + \underline{\gamma}^2 &< \underline{\gamma}\bar{\gamma}\pi_1 + \underline{\gamma}\bar{\gamma}(1 - \pi_1) + \underline{\gamma}^2(1 - \pi_1) \\
(1 - \pi_1)(\underline{\gamma}^2) &< \underline{\gamma}\bar{\gamma}\pi_1 + \underline{\gamma}\bar{\gamma}(1 - \pi_1) + \underline{\gamma}^2(1 - \pi_1) \\
0 &< \underline{\gamma}\bar{\gamma}\pi_1 + \underline{\gamma}\bar{\gamma}(1 - \pi_1).
\end{aligned}$$

Como π_1 é um número entre zero e um, $(1 - \pi_1)$ será sempre uma diferença positiva. Como os demais termos são positivos, então a relação é verdadeira e $p_1 < \hat{p}$. Por transitividade, como $p_0 < p_1$, então $p_0 < \hat{p}$.

4 Conclusão

O presente trabalho almejou investigar um arranjo de incentivos para sistemas de transporte público com financiamento misto, isto é, via transferências de subsídios e tarifas pagas pelos usuários. Com este esforço, foi possível parametrizar a decisão do planejador central, demonstrando sob quais cenários é desejável perseguir a qualidade para o sistema e traçar quais decisões aumentam o bem-estar social.

Da diversidade de desdobramentos que a pesquisa apresenta, aqueles que se parecem como os mais relevantes estão ligados ao dilema do Planejador. Por mais que a qualidade do serviço seja almejada socialmente, em alguns casos os custos de implementação simplesmente superam o bem-estar. Estes custos são agravados pelo custo informacional imputado pelo conhecimento privado da firma sobre sua execução de esforço. No entanto, a modelagem sugere que, para estes casos, os preços das tarifas devem ser menores, compensando a qualidade baixa com a oferta de um serviço mais barato.

Ainda sobre o preço, ele não se relaciona apenas com a utilidade dos usuários, mas com a dos demais cidadãos também. Dessa forma, a disponibilidade orçamentária entra em discussão: reduzir os preços da tarifa significa aumentar os subsídios e, conseqüentemente, distribuir parte do custo para a sociedade como um todo. Como os usuários são, no geral, mais pobres, não parece injusto este tipo de subsídio. No entanto, subsidiar a tarifa pode significar também a redução da disponibilidade orçamentária para outras políticas públicas, discussão essa que não foi aprofundada neste trabalho. Cabe ressaltar ainda que trabalhos futuros podem adaptar a modelagem de modo a considerar a perseguição à justiça social como um fator relevante na função de bem-estar, tendo em vista que este trabalho apenas considerou o bem-estar como um agregado das utilidades individuais.

Destaca-se também que choques em variáveis do modelo podem simplesmente alterar a decisão ótima do Planejador, tornando assim necessário uma constante adaptação dos mecanismos contratuais à realidade. Esta necessidade é bem explorada na literatura de contratos de transporte público.

No entanto, Belo Horizonte não parece seguir este manual. O atual e longo contrato de concessão, de 20 anos de duração, apresentou baixa flexibilidade, e as mudanças que ocorreram ao longo dos anos foram à base de custos políticos, econômicos e sociais elevados. Portanto, para a próxima licitação, que provavelmente ocorrerá em menos de meia década, deve se preocupar com regras que se adaptem ao contexto social e econômico vivido pela cidade.

Quanto às limitações de pesquisa, a principal deste trabalho envolve a distribuição da população pela renda na construção da modelagem. A escolha pela Distribuição Uniforme advém da necessidade de tornar o modelo viável para qualquer análise. Um modelo teórico é uma abstração e tende a negligenciar alguns aspectos do mundo real, o que torna

necessário equilibrar o nível de objetividade para conseguir realizar conclusões e análises sem o descolamento da realidade. Ainda que a escolha da distribuição da renda utilizando a Função Uniforme não comprometa os resultados da pesquisa, seria interessante, em trabalhos futuros, realizar análises semelhantes a esta, porém se utilizando de distribuições mais fidedignas àquela observada na sociedade brasileira.

Em relação ao modelo regulatório de Belo Horizonte, os resultados da modelagem aliados à pesquisa da regulação atual sugerem que as decisões recentes foram acertadas, ao menos na teoria. Conforme Piechucka (2021), contratos em que a remuneração é fixa dada uma demanda (como o modelo de Belo Horizonte era até 2023) devem possuir transparência ímpar sobre as operações da firma, o que definitivamente não se aplica à operação das concessionárias do transporte coletivo da capital mineira.

Se adicionarmos o contexto em que esta regulação foi aplicada, aparentemente o modelo regulatório antigo teve uma motivação ligada mais à aversão ao risco pelo poder público do que à busca de eficiência. Os *deficits* que o sistema apresentava até 2008 transmitiram a percepção de que a administração pública seria incapaz de financiá-los ao longo prazo. No entanto, a discussão amadureceu ao longo do tempo, seja pela mobilização social e consequente entrada do tema na agenda pública em todos os níveis da federação, seja também pelo aprendizado institucional que as experiências passadas trouxeram. Aliás, talvez este seja um dos maiores meios de aprendizado e desenvolvimento de modelos regulatórios, na medida em que vários países aprimoraram a sua gestão com base na tentativa e erro (GÓMEZ-LOBO; BRIONES, 2014).

O custo do novo modelo remuneratório é a volta do compartilhamento de riscos junto à operadora. No entanto, sobre isto, é possível dizer que:

Qualquer análise da percepção das melhores práticas em termos de estrutura de mercado e organização do transporte público urbano nos últimos 30 anos ou mais revelaria a popularidade de um modelo híbrido, ou seja, um modelo no qual os setores público e privado compartilham responsabilidades pela prestação do serviço (ESTACHE; GÓMEZ-LOBO, 2004, p. 1, tradução nossa).

Quanto à utilização do preço no novo marco regulatório como um mecanismo de otimização do bem-estar, o modelo sugere como acertada, uma vez que a baixa autonomia na decisão do valor da tarifa se configuraria como uma nova restrição à ação pública em prol da otimização do bem-estar. No entanto, junto com a possibilidade de decisão sobre os preços, deve-se criar mecanismos que evitem a captura da decisão por parte das firmas. Indo além, a autoridade pública deve se blindar do *lobby* não apenas quanto à decisão do preço, mas de toda e qualquer decisão social e política sobre o transporte público.

Com estes elementos levantados, é possível traçar uma boa política regulatória não apenas para Belo Horizonte, mas para todo e qualquer sistema de transporte público:

preocupação com o bem-estar, avaliação e renegociação contínua das regras do jogo e, por fim, independência técnica e política na tomada de decisão.

Referências

- AYER, F. Pelo 3º ano, passagem de ônibus de BH motiva batalha de números; entenda. *Estado de Minas*, Belo Horizonte, dez. 2019. Section: Gerais. Disponível em: <https://www.em.com.br/app/noticia/gerais/2019/12/20/interna_gerais,1109563/pelo-3-ano-passagem-de-onibus-de-bh-motiva-batalha-de-numeros.shtml>. Citado 3 vezes nas páginas 11, 21 e 22.
- BAR-YOSEF, A.; MARTENS, K.; BENENSON, I. A model of the vicious cycle of a bus line. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 54, p. 37–50, ago. 2013. ISSN 0191-2615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191261513000507>>. Citado na página 55.
- BEJARANO, D. M. P. *Public transport concession in Bogotá: a moral hazard and adverse selection problem*. Tese (Dissertação (Master in Economics)) — Universidad del Rosario, Bogotá, 2022. Disponível em: <<https://repository.urosario.edu.co/handle/10336/33740>>. Citado na página 30.
- Belo Horizonte. *Editais de Concorrência Pública 131/2008*. 2008. Disponível em: <https://prefeitura.pbh.gov.br/sites/default/files/imagens/authenticated%2C%20editor_a_bhtrans/EDITAL_FINAL_080326.pdf>. Citado na página 18.
- Belo Horizonte. *DECRETO Nº 18.370*. 2023. Disponível em: <<https://dom-web.pbh.gov.br/visualizacao/ato/422327>>. Citado na página 23.
- Belo Horizonte. *Lei nº 14.458 de 17 de março de 2023*. 2023. Disponível em: <<https://dom-web.pbh.gov.br/visualizacao/ato/35501>>. Citado na página 25.
- BRETAS, V. As capitais em que a tarifa do ônibus ficou mais cara em 2017 | Exame. *Revista Exame*, Brasil, jan. 2017. Disponível em: <<https://exame.com/brasil/as-capitais-onde-a-tarifa-do-onibus-ficou-mais-cara-em-2017/>>. Citado na página 11.
- CARNEIRO, R. et al. TRANSPORTE COLETIVO E MOVIMENTO TARIFA-ZERO-BH: repertórios de ação e incidência na política local. *Revista de Políticas Públicas*, v. 26, n. 1, p. 442–460, 2022. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/journal/3211/321171943028/html/>>. Citado 6 vezes nas páginas 10, 11, 17, 19, 21 e 26.
- CARVALHO, C. H. R. d. *Aspectos regulatórios e conceituais das políticas tarifárias dos sistemas de transporte público urbano no Brasil*. Brasília, 2016. Disponível em: <http://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/6635/1/td_2192.pdf>. Citado na página 10.
- CHAKRABARTI, S.; JOH, K. The effect of parenthood on travel behavior: Evidence from the California Household Travel Survey. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, v. 120, p. 101–115, fev. 2019. ISSN 0965-8564. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0965856418305172>>. Citado na página 36.
- COSTA, P. B.; NETO, G. C. M.; BERTOLDE, A. I. Urban Mobility Indexes: A Brief Review of the Literature. *Transportation Research Procedia*, v. 25, p. 3645–3655, jan. 2017.

ISSN 2352-1465. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352146517306373>>. Citado na página 10.

COUTO, D. M. *Regulação e controle operacional no transporte coletivo urbano: estudo de caso no município de Belo Horizonte*. Tese (Dissertação (Mestrado em Geotecnia e Transportes)) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011. Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/BUOS-8NWFJY/1/disserta___o___danielmarx050911.pdf>. Citado 5 vezes nas páginas 14, 17, 21, 26 e 34.

CRIDEN, M. *The Stranded Poor: Recognizing the Importance of Public Transportation for Low-Income Households*. National Association for State Community Services Programs, 2008. Disponível em: <nascsp.org/wp-content/uploads/2018/02/issuebrief-benefitsofruralpublictransportation.pdf>. Citado na página 34.

DIAB, E. et al. The rise and fall of transit ridership across Canada: Understanding the determinants. *Transport Policy*, v. 96, p. 101–112, set. 2020. ISSN 0967-070X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967070X19307930>>. Citado na página 12.

ESTACHE, A.; GÓMEZ-LOBO, A. *The Limits to Competition in Urban Bus Services in Developing Countries*. Washington, DC, 2004. Accepted: 2013-08-05T13:19:47Z. Disponível em: <<https://openknowledge.worldbank.org/handle/10986/14787>>. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 95.

FANG, K. “*Smart Mobility*”: is it the time to re-think urban mobility? 2015. Disponível em: <<https://blogs.worldbank.org/en/transport/smart-mobility-it-time-re-think-urban-mobility>>. Citado na página 10.

Fundação João Pinheiro. *OMNIBUS: Uma História dos Transportes Coletivos em Belo Horizonte / - FJP*. Belo Horizonte: [s.n.], 1996. Section: App. Disponível em: <<https://fjp.mg.gov.br/omnibus-uma-historia-dos-transportes-coletivos-em-belo-horizonte/>>. Citado na página 10.

GAGNEPAIN, P.; IVALDI, M. Incentive Regulatory policies: The Case of Public Transit Systems in France. *RAND Journal of Economics*, v. 33, n. 4, p. 605–629, 2002. Publisher: Wiley. Disponível em: <<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00622846>>. Citado 3 vezes nas páginas 11, 13 e 30.

GAGNEPAIN, P.; IVALDI, M. Economic Efficiency and Political Capture in Public Service Contracts: ECONOMIC EFFICIENCY AND POLITICAL CAPTURE. *The Journal of Industrial Economics*, v. 65, n. 1, p. 1–38, mar. 2017. ISSN 00221821. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/joie.12118>>. Citado na página 14.

GIULIANO, G. Low Income, Public Transit, and Mobility. *Transportation Research Record*, v. 1927, n. 1, p. 63–70, jan. 2005. ISSN 0361-1981. Publisher: SAGE Publications Inc. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/0361198105192700108>>. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.

GÓMEZ-LOBO, A.; BRIONES, J. INCENTIVE STRUCTURE IN TRANSIT CONCESSION CONTRACTS: THE CASE OF SANTIAGO, CHILE, AND LONDON, ENGLAND. *Clean Air Institute*, p. 70, 2013. Citado na página 10.

GÓMEZ-LOBO, A.; BRIONES, J. Incentives in Bus Concession Contracts: A Review of Several Experiences in Latin America. *Transport Reviews*, v. 34, n. 2, p. 246–265, mar. 2014. ISSN 0144-1647, 1464-5327. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01441647.2014.895451>>. Citado 6 vezes nas páginas 10, 13, 14, 15, 26 e 95.

LAFFONT, J.-J.; TIROLE, J. The Politics of Government Decision-Making: A Theory of Regulatory Capture*. *The Quarterly Journal of Economics*, v. 106, n. 4, p. 1089–1127, nov. 1991. ISSN 0033-5533. Disponível em: <<https://doi.org/10.2307/2937958>>. Citado na página 13.

LAFFONT, J.-J.; TIROLE, J. *A theory of incentives in procurement and regulation*. Cambridge, Mass: MIT Press, 1993. ISBN 978-0-262-12174-3. Citado na página 13.

LIMA, E. L. *Análise Real. Funções de Uma Variável - Volume 1*. 13. ed. Rio de Janeiro, RJ: IMPA, 2020. v. 1. (Coleção Matemática Universitária, v. 1). ISBN 978-65-990528-5-9. Citado na página 35.

LITMAN, T. *Evaluating Public Transit Benefits and Costs: Best Practices Guidebook*. Victoria Transport Policy Institute, 2011. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=F5VjAQAACAAJ>>. Citado na página 39.

LYONS, T.; EWING, R. Does transit moderate spatial mismatch? The effects of transit and compactness on regional economic outcomes. *Cities*, v. 113, p. 103160, jun. 2021. ISSN 0264-2751. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0264275121000585>>. Citado na página 35.

MACHO-STADLER, I.; PÉREZ-CASTRILLO, D. Moral hazard: Base models and two extensions. In: *Handbook of Game Theory and Industrial Organization, Volume I*. Edward Elgar Publishing, 2018. p. 453–485. ISBN 978-1-78536-328-3. Section: Handbook of Game Theory and Industrial Organization, Volume I. Disponível em: <<https://www.elgaronline.com/display/edcoll/9781785363276/9781785363276.00025.xml>>. Citado na página 28.

MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M. D.; GREEN, J. R. *Microeconomic Theory*. Illustrated edition. New York: Oxford University Press, 1995. ISBN 978-0-19-507340-9. Citado na página 34.

NICHOLSON, W.; SNYDER, C. M. *Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions*. 12th edition. ed. Australia ; Boston, MA: Cengage Learning, 2016. ISBN 978-1-305-50579-7. Citado na página 67.

OLIVEIRA, I. T. M.; LEÃO, G. Horizontes juvenis da luta por transporte: o Movimento Tarifa Zero em Belo Horizonte. *Práxis Educativa*, v. 14, n. 3, p. 1007–1026, 2019. ISSN 1809-4031. Publisher: Universidade Estadual de Ponta Grossa Section: Práxis Educativa. Disponível em: <<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8456139>>. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 26.

PEREIRA, R. H. M. et al. Acessibilidade urbana por ride-hailing e transporte público considerando o trade-off entre custo monetário e tempo de viagem. <http://www.ipea.gov.br>, ago. 2023. Accepted: 2023-10-04T11:45:08Z Publisher: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea). Disponível em: <<https://repositorio.ipea.gov.br/handle/11058/12382>>. Citado na página 12.

PIECHUCKA, J. Cost efficiency and endogenous regulatory choices: Evidence from the transport industry in France. *Journal of Regulatory Economics*, v. 59, n. 1, p. 25–46, fev. 2021. ISSN 0922-680X, 1573-0468. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s11149-020-09423-y>>. Citado 4 vezes nas páginas 13, 14, 30 e 95.

PIMENTA, G. Prefeitura e Câmara de BH definem subsídio de R\$ 512 mi para reduzir tarifa de ônibus na capital | Minas Gerais | G1. *G1*, Belo Horizonte, maio 2023. Disponível em: <<https://g1.globo.com/mg/minas-gerais/noticia/2023/05/19/prefeitura-e-camara-de-bh-definem-subsidio-de-r-512-mi-para-reduzir-tarifa-de-onibus-na-capital.html>>. Citado na página 25.

PRATES, F. Belo Horizonte muda sistema de ônibus - 27/03/98. *Folha de São Paulo*, São Paulo, mar. 1998. Disponível em: <<https://www1.folha.uol.com.br/fsp/cotidian/ff27039839.htm>>. Citado na página 17.

PUCHER, J.; RENNE, J. Socioeconomics of Urban Travel: Evidence from the 2001 NHTS. *Transportation Quarterly*, 2003. Disponível em: <<https://www.semanticscholar.org/paper/Socioeconomics-of-Urban-Travel%3A-Evidence-from-the-Pucher-Renne/3cd62e2331d2d65ba8318aae53fee401f6233af7>>. Citado na página 34.

RASCA, S.; SAEED, N. Exploring the factors influencing the use of public transport by commuters living in networks of small cities and towns. *Travel Behaviour and Society*, v. 28, p. 249–263, jul. 2022. ISSN 2214-367X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214367X22000333>>. Citado na página 36.

ROSS, S. A. The Economic Theory of Agency: The Principal's Problem. *The American Economic Review*, v. 63, n. 2, p. 134–139, 1973. ISSN 0002-8282. Publisher: American Economic Association. Disponível em: <<https://www.jstor.org/stable/1817064>>. Citado na página 27.

SALANIE, B. *The Economics of Contracts, second edition: A Primer, 2nd Edition*. [S.l.]: MIT Press, 2005. Google-Books-ID: ySk3AgAAQBAJ. ISBN 978-0-262-25787-9. Citado 8 vezes nas páginas 12, 27, 28, 33, 38, 41, 48 e 80.

SEREBRISKY, T. et al. Affordability and Subsidies in Public Urban Transport: What Do We Mean, What Can Be Done? *Transport Reviews*, v. 29, n. 6, p. 715–739, nov. 2009. ISSN 0144-1647. Publisher: Routledge _eprint: <https://doi.org/10.1080/01441640902786415>. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/01441640902786415>>. Citado na página 10.

SIMON, C. P.; BLUME, L. E. *Mathematics for Economists*. New York London: W. W. Norton & Company, 1994. ISBN 978-0-393-95733-4. Citado 2 vezes nas páginas 72 e 73.

WEN, X.; CHEN, X.; YANG, Z. Subsidization of public transit service under double moral hazard. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 632, p. 129304, dez. 2023. ISSN 0378-4371. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437123008592>>. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.

WUNSCH, P. *Estimating Menus of Linear Contracts for Mass Transit Firms (in the Spirit of Laffont and Tirole)*. [S.l.], 1996. Disponível em: <<https://econpapers.repec.org/paper/corlouvco/1996040.htm>>. Citado na página 30.