

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTATÍSTICA

Alexandre Antonio Souza Pena

ESTUDO DA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DE SOLOS
VIA REGRESSÃO LINEAR

Belo Horizonte
2023

Alexandre Antonio Souza Pena

**ESTUDO DA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DE SOLOS
VIA REGRESSÃO LINEAR**

Monografia apresentada ao Departamento de Estatística da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Estatística.

Orientador: Prof. Dr. Guilherme Lopes de Oliveira

Belo Horizonte
2023

Pena, Alexandre Antonio Souza.

P397e Estudo da resistência ao cisalhamento de solos via regressão linear [recurso eletrônico] / Alexandre Antonio Souza Pena – 2023.

1 recurso online (38 f. il, color.): pdf.

Orientador: Guilherme Lopes de Oliveira.

Monografia (Especialização) - Universidade Federal de Minas Gerais, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Estatística.

Referências: f. 38.

1. Estatística. 2. Análise de regressão. 3. Engenharia Geotécnica. 4. Predição de falhas. 5. Mecânica dos Solos. I. Oliveira, Guilherme Lopes de. II. Universidade Federal de Minas Gerais, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Estatística. III. Título.

CDU 519.2(043)



Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística
Programa de Pós-Graduação / Especialização
Av. Pres. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha
31270-901 – Belo Horizonte – MG

E-mail: pgest@ufmg.br
Tel: 3409-5923 – FAX: 3409-5924

ATA DO 329ª. TRABALHO DE FIM DE CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTATÍSTICA DE ALEXANDRE ANTÔNIO SOUZA PENA.

Aos vinte e sete dias do mês de dezembro de 2023, às 10:00 horas, com utilização de recursos de videoconferência a distância, reuniram-se os professores abaixo relacionados, formando a Comissão Examinadora homologada pela Comissão do Curso de Especialização em Estatística, para julgar a apresentação do trabalho de fim de curso do aluno **Alexandre Antônio Souza Pena**, intitulado: “Estudo da resistência ao cisalhamento de solos via regressão linear”, como requisito para obtenção do Grau de Especialista em Estatística. Abrindo a sessão, o Presidente da Comissão, Guilherme Lopes de Oliveira – Orientador, após dar conhecimento aos presentes do teor das normas regulamentares, passou a palavra ao candidato para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores com a respectiva defesa do candidato. Após a defesa, os membros da banca examinadora reuniram-se sem a presença do candidato e do público, para julgamento e expedição do resultado final. Foi atribuída a seguinte indicação: o candidato foi considerado Aprovado condicional às modificações sugeridas pela banca examinadora no prazo de 30 dias a partir da data de hoje por unanimidade. O resultado final foi comunicado publicamente ao candidato pelo Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, o Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente Ata, que será assinada por todos os membros participantes da banca examinadora. Belo Horizonte, 27 de dezembro de 2023.

Documento assinado digitalmente
gov.br GUILHERME LOPES DE OLIVEIRA
Data: 27/12/2023 11:15:22-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Guilherme Lopes de Oliveira (Orientador)
DECOM/CEFET-MG

Documento assinado digitalmente
gov.br GUILHERME AUGUSTO VELOSO
Data: 28/12/2023 14:29:14-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Guilherme Augusto Veloso
GET/UFF

*Á Grazi, minha esposa, e meus filhos, Gui
e Maria Clara, minha família, meu alicerce
e fonte de amor inesgotável.*

AGRADECIMENTOS

Expresso, primeiramente, minha gratidão a Deus, por me sustentar e alegrar nas tribulações, moldando meu caráter conforme seus propósitos, renovando, a cada segundo, minha esperança.

Estendo minha gratidão à minha Família, por sempre se colocarem do meu lado, proporcionando apoio espiritual, emocional e encorajamento constante, fundamentais para que eu não desistisse e concluísse o curso de especialização em Estatística.

Agradeço, de maneira especial, meu orientador, Prof. Dr. Guilherme Lopes de Oliveira, por sua paciência, orientação perspicaz, dedicação incansável e valiosas contribuições, essenciais para o desenvolvimento e finalização deste projeto, e o Prof. Guilherme Augusto Veloso, por compor a banca e contribuir com *insights* relevantes para a revisão do trabalho.

Por fim, meus agradecimentos ao Departamento de Estatística da Universidade Federal de Minas Gerais, seus professores e colaboradores, e àquelas pessoas anônimas, que cruzaram o caminho, conversaram sobre o tema desta monografia e cooperaram, direta ou indiretamente, para o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

A resistência ao cisalhamento do solo refere-se à capacidade do solo resistir às forças tangenciais que atuam em seus planos de cisalhamento. Essa propriedade geotécnica é essencial na análise de estabilidade de taludes, fundações, aterros, entre outras estruturas geotécnicas. Este trabalho teve como objetivo desenvolver um modelo de regressão linear preditivo para a resistência ao cisalhamento dos solos em função de algumas características do solo analisado e do método de medição. Os dados utilizados são originados de uma área de mineração no interior do estado de Minas Gerais, Brasil, observados entre 2017 e 2023. Obteve-se um modelo com alto poder de predição ($R^2=0,982$), contendo a informação de cinco variáveis: tipo de ensaio, $p'_{ruptura}$, variação entre os índices de vazios inicial e final, umidade inicial e teor de finos. Os sinais dos coeficientes estimados fazem sentido na prática, indicando que, controlado pelos demais fatores, a resistência média ao cisalhamento aumenta conforme aumentam o $p'_{ruptura}$ e teor de finos, mas reduz conforme aumenta a umidade inicial do solo e se o ensaio é não-drenado. Uma análise mais aprofundada dos resíduos e a aplicação de métodos de correção podem contribuir para aprimorar a confiabilidade das inferências, por exemplo, revisitando possíveis observações anômalas e/ou pontos de alavancagem. De todo modo, as análises realizadas podem contribuir para aprimorar as práticas de Engenharia Geotécnica, especialmente nas atividades relacionadas à mineração, oferecendo ferramentas para a avaliação da estabilidade dos solos.

Palavras-chave: engenharia geotécnica; envoltória de mohr-coulomb; mecânica dos solos; predição.

ABSTRACT

Soil shear strength refers to the soil's ability to resist tangential forces acting on its shear planes. This geotechnical property is essential in analyzing the stability of slopes, foundations, embankments, among other geotechnical structures. This work aimed to develop a predictive linear regression model for the shear strength of soils as a function of some characteristics of the analyzed soil and the measurement method. The data used comes from a mining area in the interior of the state of Minas Gerais, Brazil, observed between 2017 and 2023. A model with high predictive power ($R^2=0.982$) was obtained, containing information on five variables: test type, p 'rupture, variation between the initial and final void ratios, initial moisture and fines content. The signs of the estimated coefficients make sense in practice, indicating that, controlled by the other factors, the average shear strength increases as rupture and fines content increase, but reduces as the initial soil moisture increases and if the test is not - drained. A more in-depth analysis of residuals and the application of correction methods can contribute to improving the reliability of inferences, for example, by revisiting possible anomalous observations and/or leverage points. In any case, the analyzes carried out can contribute to the improvement of Geotechnical Engineering practices, especially in activities related to mining, offering tools for evaluating soil stability.

Keywords: geotechnical engineering; mohr-coulomb envelope; soil mechanics; prediction.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 - REPRESENTAÇÃO DO PLANO DE RUPTURA: ZONA FRACA, ZONA CISALHADA E SUPERFÍCIE DE CISALHAMENTO.	15
FIGURA 2 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO ENSAIO DE CISALHAMENTO DIRETO.	15
FIGURA 3 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO ENSAIO DE COMPRESSÃO TRIAXIAL.....	16
FIGURA 4 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DOS CÍRCULOS DE MOHR E DA RETA DE COULOMB.	17
FIGURA 5 - ENVOLTÓRIA DE RESISTÊNCIA DE MOHR-COULOMB.	19
FIGURA 6 - ENVOLTÓRIA DE RESISTÊNCIA DEFINIDA NO DIAGRAMA $P' \times Q$	19
FIGURA 7 - BOXPLOTS DAS VARIÁVEIS DE INTERESSE DO MODELO DE REGRESSÃO LINEAR.....	29
FIGURA 8 - MATRIZ DE CORRELAÇÃO DAS VARIÁVEIS INDEPENDENTES - CORRELAÇÃO DE PEARSON.....	30
FIGURA 9 - BOXPLOT DA VARIÁVEL CATEGÓRICA "TIPO DE ENSAIO".....	31
FIGURA 10 - SUMÁRIO, PARÂMETROS ESTIMADOS E ESTATÍSTICAS PARA O MODELO DE REGRESSÃO INICIAL.	32
FIGURA 11 - SUMÁRIO, PARÂMETROS ESTIMADOS E ESTATÍSTICAS PARA O MODELO DE REGRESSÃO RESULTANTE.....	33
FIGURA 12 - ANÁLISE DOS RESÍDUOS PARA O MODELO RESULTANTE.	34

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - VARIÁVEIS DA BASE DE DADOS	21
TABELA 2 - ESTATÍSTICAS DA VARIÁVEL CATEGÓRICA TIPO DE ENSAIO.....	27
TABELA 3 - MEDIDAS DESCRITIVAS DAS VARIÁVEIS QUANTITATIVAS CONSIDERADAS NO MODELO INICIAL DE REGRESSÃO LINEAR.	27
TABELA 4 - MEDIDAS DESCRITIVAS DA VARIÁVEL RESPOSTA QRUPTURA EM FUNÇÃO DA VARIÁVEL INDEPENDENTE TIPO DE ENSAIO.....	31
TABELA 5 - SAÍDA DO SOFTWARE R PARA CÁLCULO DO VIF DAS VARIÁVEIS DO MODELO RESULTANTE.....	34

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	12
2.1. ENTENDENDO O PROBLEMA	12
2.2. REPRESENTAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DO SOLO	13
2.3. ALGUNS TIPOS DE ENSAIOS DE CISALHAMENTO	14
2.3.1. <i>Ensaio de Cisalhamento Direto</i>	14
2.3.2. <i>Ensaio de Compressão Triaxial</i>	15
2.4. MODELO TEÓRICO PARA REPRESENTAR A RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DO SOLO	17
2.5. REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA ENVOLTÓRIA DE MOHR-COULOMB NO ESPAÇO $P' \times Q$	19
3. MATERIAIS E MÉTODOS	20
3.1. COLETA E PREPARAÇÃO DAS AMOSTRAS (CORPOS DE PROVA)	20
3.2. BASE DE DADOS E VARIÁVEIS ESTUDADAS	20
3.3. REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA	22
3.4. MEDIDAS ESTATÍSTICAS DOS MODELOS DE REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA	24
3.5. APLICAÇÃO NA PREDIÇÃO DA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO	25
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	27
4.1. ANÁLISE DESCRITIVA DOS DADOS	27
4.2. ANÁLISE DA CORRELAÇÃO DAS VARIÁVEIS	30
4.3. AJUSTE DA REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA	32
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	36
REFERÊNCIAS	38

1. INTRODUÇÃO

No âmbito da Engenharia Geotécnica, a Mecânica dos Solos é uma disciplina central que fornece os alicerces para compreendermos o comportamento dos solos sob diferentes condições, desempenhando um papel fundamental na viabilidade e segurança de projetos e obras civis, desde a fundação de edifícios até a construção de grandes estruturas.

A resistência ao cisalhamento dos solos é uma propriedade que impacta diretamente o comportamento e a estabilidade dessas estruturas. A determinação da resistência ao cisalhamento dos solos e a compreensão desse parâmetro permitem antecipar comportamentos adversos do solo, prevenindo possíveis falhas geotécnicas e garantindo a estabilidade ao longo do tempo. Na Mecânica dos Solos, a análise da resistência ao cisalhamento é um elemento-chave para a formulação de modelos que descrevem a resposta dos solos a diferentes condições de carga, proporcionando uma base sólida para o dimensionamento de fundações, taludes entre outras estruturas.

A importância deste tema transcende o escopo acadêmico, refletindo-se diretamente na prática da Engenharia Geotécnica e, em particular, no setor de mineração. Em projetos geotécnicos associados à mineração, a compreensão precisa da resistência ao cisalhamento dos solos é vital para a estabilidade de taludes, cavas e pilhas de rejeitos. A capacidade de prever e mitigar riscos geotécnicos se torna um diferencial significativo, impactando não apenas a segurança das operações, mas também a eficiência e a sustentabilidade ambiental.

Diante do cenário exposto, o objetivo central deste trabalho de conclusão do curso de Especialização em Estatística foi desenvolver um modelo preditivo, com base em corpos de prova coletados em campo e subsequentemente analisados em laboratórios, que permita estimar a resistência ao cisalhamento dos solos em função de algumas características do solo analisado.

Durante a fase inicial de pesquisa, uma revisão da literatura, com ênfase no estudo da resistência ao cisalhamento de solos utilizando técnicas estatísticas, em especial a regressão linear, revelou limitada disponibilidade de artigos em bancos de dados e periódicos científicos especializados, que abordassem especificamente a temática em questão. A intenção era aprofundar a compreensão dos fatores influentes e dos métodos de análise existentes.

No contexto apresentado, o estudo se concentrou na utilização da regressão linear como ferramenta estatística para modelar e compreender a relação entre variáveis geotécnicas e a resistência ao cisalhamento do solo. A importância dessa abordagem reside na capacidade de previsão e interpretação que a análise estatística proporciona, permitindo que engenheiros e geocientistas tomem decisões mais embasadas em projetos e outras aplicações geotécnicas.

Buscamos, assim, contribuir para aprimorar as práticas de Engenharia Geotécnica, especialmente nas atividades relacionadas à mineração, oferecendo ferramentas para a avaliação da estabilidade dos solos.

A Seção 2 deste texto apresenta uma revisão e a fundamentação teórica do tema abordado. Os materiais e métodos são expostos na Seção 3, enquanto na Seção 4 são apresentados e discutidos os resultados. A Seção 5 encerra o trabalho com as considerações finais.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Entendendo o problema

Na Física, cisalhamento é o fenômeno de deformação ao qual um corpo ou material está sujeito quando as forças que sobre ele agem provocam um deslocamento em planos diferentes, mantendo o volume constante. Em outras palavras, o cisalhamento é uma forma de deformação que ocorre quando camadas adjacentes de um material deslizam uma sobre a outra.

No contexto da Mecânica dos Materiais, o cisalhamento é frequentemente associado ao conceito de tensão de cisalhamento, que representa a força por unidade de área necessária para causar o deslizamento entre as camadas do material. Essa tensão de cisalhamento é uma medida da resistência do material ao cisalhamento.

A resistência ao cisalhamento do solo refere-se à capacidade do solo resistir às forças tangenciais que atuam em seus planos de cisalhamento. Essa propriedade geotécnica é essencial na análise de estabilidade de taludes, fundações, aterros, entre outras estruturas geotécnicas.

Diversos fatores impactam a resistência ao cisalhamento do solo, incluindo, entre outras, sua composição, granulometria, umidade, densidade, temperatura e mineralogia. A interação complexa desses fatores influencia a coesão e o ângulo de

atrito interno do solo, determinando sua resposta ao cisalhamento. A variação desses parâmetros em diferentes contextos geotécnicos destaca a necessidade de análises específicas e personalizadas (Caputo, 2015).

A estabilidade de taludes é uma preocupação central na engenharia geotécnica e a resistência ao cisalhamento é um fator determinante nesse contexto (Caputo, 2015). A compreensão da resistência ao cisalhamento permite avaliar o potencial de escorregamento de taludes, contribuindo para a implementação de medidas de estabilização adequadas.

Diversas metodologias de ensaios laboratoriais e in situ são empregadas para determinar a resistência ao cisalhamento do solo. A escolha da abordagem adequada depende das características específicas do local e das propriedades do solo. A integração de dados obtidos por meio desses ensaios é crucial para uma avaliação precisa e confiável da resistência ao cisalhamento (Abramson et al., 2002; Dell'avanzi, 2014; Budhu, 2010).

A resistência ao cisalhamento do solo é uma componente vital na engenharia geotécnica, influenciando diretamente a estabilidade e segurança de estruturas. A compreensão aprofundada dessa propriedade permite a implementação de práticas de engenharia mais seguras e eficientes. A análise cuidadosa da resistência ao cisalhamento, em todas as fases de um projeto geotécnico, é essencial para garantir o sucesso e a durabilidade das obras civis.

2.2. Representação da resistência ao cisalhamento do solo

A representação da resistência ao cisalhamento do solo é uma componente crítica nas análises e nos projetos de estruturas geotécnicas. Para o solo, a mais reconhecida foi idealizada por Coulomb (1776) e aprimorada por Mohr (1882), sendo conhecida como critério de Mohr-Coulomb (Budhu, 2010).

Os métodos tradicionais de representação da resistência ao cisalhamento do solo incluem gráficos de Mohr-Coulomb, que relacionam tensões normais e tangenciais em um plano de falha. Essa representação visual fornece uma compreensão inicial do comportamento do solo, permitindo a identificação de parâmetros-chaves como coesão e ângulo de atrito.

Com o avanço da modelagem numérica e o uso de softwares especializados, a representação da resistência ao cisalhamento tornou-se mais sofisticada. Modelos

constitutivos, como o Modelo de Plasticidade de Cam-Clay e o Modelo de Elementos Finitos, permitem uma análise mais detalhada do comportamento do solo sob diferentes condições de carregamento. A representação numérica proporciona insights valiosos, mas também requer uma compreensão aprofundada dos parâmetros de entrada e das limitações associadas.

Apesar dos avanços, existem desafios significativos na representação da resistência ao cisalhamento. As variabilidades espaciais e temporais das propriedades do solo, as influências de fatores ambientais e as incertezas nos parâmetros do solo são aspectos críticos que impactam a precisão das representações. A combinação de abordagens tradicionais e inovadoras, aliadas a uma compreensão profunda das condições do solo e a interpretação dos resultados, são fundamentais para garantir resultados confiáveis.

2.3. Alguns tipos de ensaios de cisalhamento

A obtenção de dados, reais, em obras ou projetos específicos, ou experimentais, é essencial na compreensão das propriedades mecânicas dos solos e representação da resistência ao cisalhamento do solo.

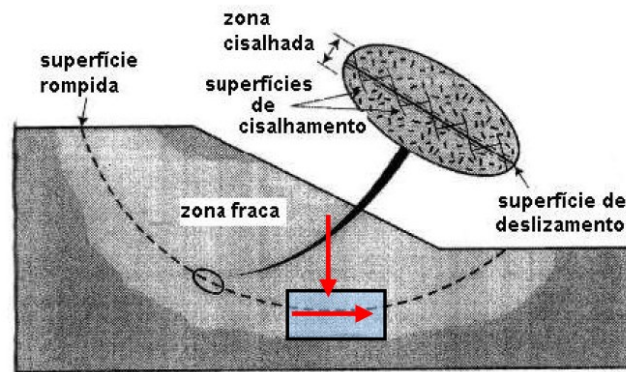
A partir de amostras, que podem ser indeformadas ou então, deformadas, reproduzindo as condições que se pretende alcançar na obra ou na área de interesse do monitoramento, ensaios laboratoriais, tais como o ensaio de cisalhamento direto e o ensaio triaxial, proporcionam dados valiosos que são incorporados em modelos e gráficos.

2.3.1. Ensaio de Cisalhamento Direto

O ensaio de cisalhamento direto é amplamente utilizado para determinar a resistência ao cisalhamento de solos coesivos, como argilas e siltes. Foi idealizado e utilizado pela primeira vez por Coulomb (1776) (Lambe; Whitman, 1969) e seu uso é, talvez, o mais difundido dentro da geotecnia laboratorial devido a sua simplicidade (Dounias; Potts, 1993).

O ensaio consiste na imposição de um plano de ruptura em uma amostra prismática, podendo representar a condição de campo mostrada na **Figura 1**.

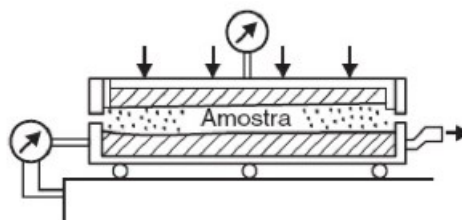
Figura 1 - Representação do plano de ruptura: zona fraca, zona cisalhada e superfície de cisalhamento.



Fonte: Leroueil, 2001.

Nesse tipo de ensaio, uma amostra de solo é submetida a uma carga vertical controlada, enquanto forças horizontais são aplicadas para induzir o cisalhamento: consiste em determinar, sob uma tensão normal σ , qual a tensão de cisalhamento capaz de provocar a ruptura de uma amostra de solo colocada dentro de uma caixa composta de duas partes deslocáveis entre si (**Figura 2**). Por isso chamamos esta tensão de σ -ruptura.

Figura 2 - Representação esquemática do ensaio de cisalhamento direto.



Fonte: Caputo, 2015.

2.3.2. Ensaio de Compressão Triaxial

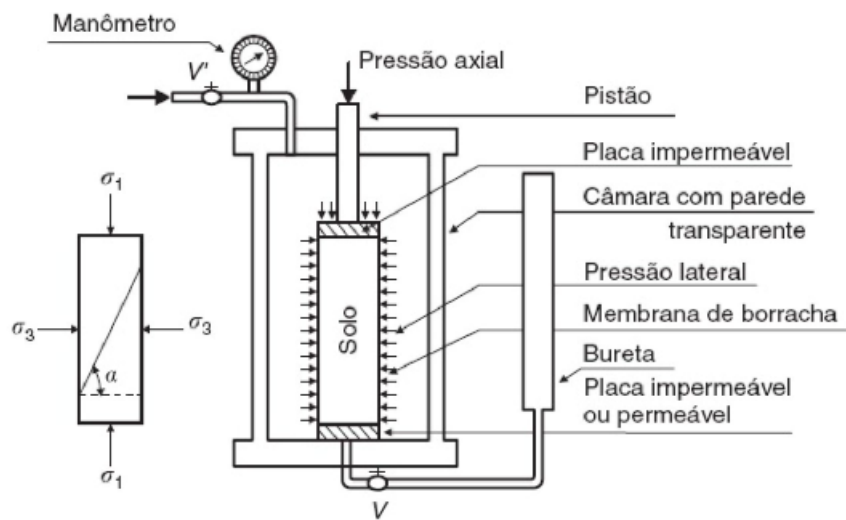
O ensaio de compressão triaxial é teoricamente mais perfeito que o ensaio de cisalhamento direto e é considerado o ensaio padrão em Mecânica dos Solos, sendo mais comum e versátil para a determinação das propriedades de tensão-deformação

e resistência dos solos em laboratório. As principais referências sobre o ensaio triaxial são o livro de Bishop e Henkel (1962) e, mais recentemente, o trabalho de Head (1980).

O ensaio triaxial leva em consideração o estado de tensão tridimensional do solo. Nesse ensaio, a amostra de solo é confinada radialmente e axialmente antes da aplicação da carga de cisalhamento. O ensaio triaxial fornece informações detalhadas sobre a resistência ao cisalhamento em diferentes condições de confinamento, permitindo uma análise mais abrangente do comportamento do solo.

Os ensaios triaxiais são realizados em aparelhos, como esquematizados na **Figura 3**, constituídos por uma câmara cilíndrica, de parede transparente, no interior da qual se coloca a amostra, envolvida por uma membrana de borracha muito delgada. A base superior do cilindro é atravessada por um pistão, que, por intermédio de uma placa rígida, aplica uma pressão à amostra. A câmara cilíndrica é cheia com um líquido, geralmente água, que se pode submeter a uma pressão σ_3 , que evidentemente atua também sobre a base da amostra.

Figura 3 - Representação esquemática do ensaio de compressão triaxial.

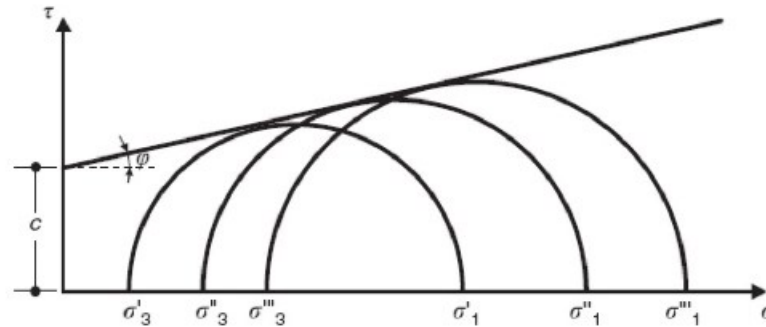


Fonte: Caputo, 2015.

A tensão causada pela carga axial, diferença entre as tensões principais σ_1 e σ_3 , é comumente chamada *deviator stress* ($\sigma_1 - \sigma_3$) ou, por alguns autores, “diferença de pressões principais” (*principal stress difference*).

Determinando-se pares de tensões (σ_1 e σ_3) correspondentes à ruptura das diversas amostras ensaiadas, traçam-se os respectivos círculos de Mohr (**Figura 4**). Em seguida, assimilando-se a envoltória desses círculos à reta de Coulomb, obtêm-se os valores de ϕ (ângulo de atrito) e c (coesão).

Figura 4 - Representação gráfica dos círculos de Mohr e da reta de Coulomb.



Fonte: Caputo, 2015.

As análises estatísticas dos dados provenientes destes ensaios são importantes para compreender a influência do estado de tensão na resistência ao cisalhamento do solo.

2.4. Modelo teórico para representar a resistência ao cisalhamento do solo

Uma equação geral que representaria a resistência ao cisalhamento do solo (S) poderia ser função das seguintes variáveis:

- Tensão efetiva atuante no solo (σ');
- Índice de vazios do solo (e);
- Teor de umidade do solo (w);
- Ângulo de atrito do solo (ϕ);
- Estrutura do solo (E);
- Deformação do solo (ε);
- Temperatura do solo (T); etc.

Todavia, na prática, é impossível quantificar todas as variáveis que podem interferir na resistência ao cisalhamento do solo (S).

Neste contexto, costuma-se representar a resistência ao cisalhamento do solo por meio da envoltória de Mohr-Coulomb, que é uma abordagem clássica e amplamente utilizada na engenharia geotécnica, conforme abordado na seção 2.2. Esta representação é baseada nos trabalhos de Richard Coulomb e Otto Mohr, e fornece uma maneira gráfica de entender a resistência ao cisalhamento do solo em diferentes condições de carregamento.

A envoltória de Mohr-Coulomb é representada em um gráfico de tensão normal versus tensão tangencial (ou cisalhante), onde os eixos horizontal e vertical representam, respectivamente, as tensões normais (σ) e as tensões tangenciais (τ). A equação da envoltória de Mohr-Coulomb é geralmente expressa como:

$$\tau = c + \sigma \cdot \tan(\phi), \text{ onde:}$$

- τ é resistência ao cisalhamento do solo (kPa);
- c é a coesão do solo (intercepto coesivo efetivo), que representa a resistência do solo quando as tensões normais são zero (kPa);
- σ é a tensão normal aplicada, chamada σ -ruptura (kPa);
- ϕ é o ângulo de atrito interno do solo, que representa a inclinação da envoltória (arco de círculo) e reflete a resistência ao cisalhamento do solo (graus - °).

Um estado plano de tensões pode ser representado por um conjunto de pontos que mostrem a relação entre a resistência ao cisalhamento do solo (τ) e a tensão normal aplicada (σ). A reta que ajusta o comportamento desses pontos define a Envoltória de Resistência de Mohr-Coulomb (**Figura 5**).

A interpretação da envoltória de Mohr-Coulomb é utilizada para avaliar a estabilidade do solo em várias situações geotécnicas, por exemplo:

- a. Estabilidade de taludes: em análises de estabilidade de taludes, a envoltória de Mohr-Coulomb é usada para avaliar se as condições de tensão e cisalhamento no talude estão dentro da zona segura. Se a linha de tensão devido à inclinação do talude ultrapassar a envoltória, isso indica a possibilidade de um escorregamento.

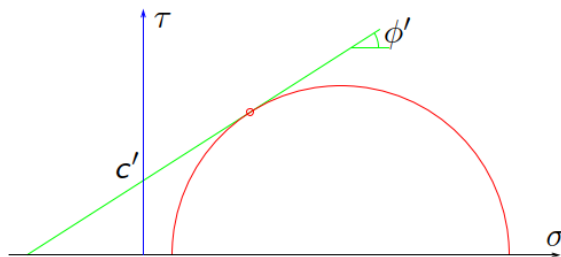
- b. Capacidade de carga de fundações: ao considerar a capacidade de carga de fundações, a envoltória de Mohr-Coulomb é utilizada para avaliar a resistência do solo sob a carga aplicada. Isso é fundamental para garantir que a fundação seja projetada de forma segura e estável.

2.5. Representação gráfica da envoltória de Mohr-Coulomb no espaço $p' \times q$

A representação gráfica da Envoltória de Resistência de Mohr-Coulomb, ilustrada na **Figura 5**, é geralmente realizada no espaço $p' \times q$ (**Figura 6**), onde p' e q são as relações entre as tensões lateral e vertical aplicadas ao corpo de prova quando da ruptura, indicando, no diagrama $p' \times q$, a limitação máxima de sobrecarga que o corpo de prova suporta. A equação da resistência ao cisalhamento do solo, q , no espaço $p' \times q$, é dada pela equação

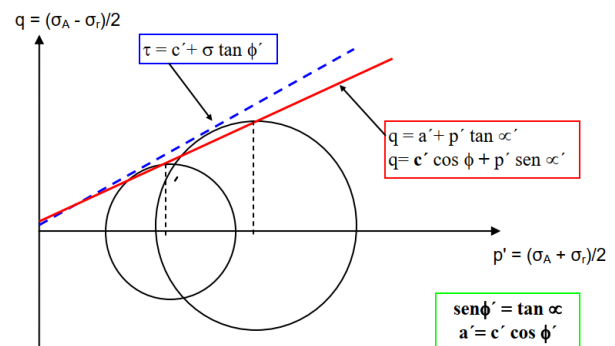
$$q = p' \cdot \text{sen}(\varphi') + c' \cdot \text{cos}(\varphi').$$

Figura 5 - Envoltória de Resistência de Mohr-Coulomb.



Fonte: elaborado pelo autor, 2023.

Figura 6 - Envoltória de resistência definida no diagrama $p' \times q$.



Fonte: Gerscovich, 2010; adaptado pelo autor, 2023.

No espaço $p' \times q$, a envoltória de resistência de Mohr-Coulomb é geralmente representada por uma linha reta, o que significa que, considerando a **Tabela 1** da Seção 3.2, a resistência ao cisalhamento (q_{ruptura}) é linearmente relacionada à pressão efetiva (p_{ruptura}). A inclinação da reta (ϕ) representa o ângulo de atrito interno do solo e o intercepto (c) a coesão.

Esta representação gráfica é importante para estudar a estabilidade de estruturas geotécnicas, permitindo aos engenheiros entender e analisar o comportamento do solo sob diferentes condições de pressão.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. Coleta e preparação das amostras (corpos de prova)

O processo de coleta de amostras de solo em campo é uma etapa fundamental na realização de ensaios de compressão triaxial em laboratório, visando obter informações sobre a resistência ao cisalhamento em diversas condições de confinamento.

A origem das amostras de solo está diretamente relacionada ao local de interesse e à finalidade do estudo. Os locais de coleta são estrategicamente escolhidos, levando em consideração a heterogeneidade do solo, variações de umidade, composição mineralógica e outros fatores que podem influenciar nas propriedades geotécnicas.

Uma vez coletadas, as amostras de solo são transportadas para um laboratório, onde são submetidas aos procedimentos de preparação dos corpos de prova para as análises laboratoriais. Inicialmente, essas amostras são cuidadosamente identificadas e caracterizadas em relação às suas propriedades físicas e geotécnicas. Posteriormente, os corpos de prova são moldados a partir das amostras, seguindo padrões específicos de compactação, dependendo do tipo de solo e das condições de confinamento desejadas para os ensaios de compressão triaxial.

Esses ensaios são realizados para avaliar as respostas do solo a diferentes níveis de confinamento e aplicação de carga. Durante esses ensaios, os corpos de prova são submetidos a condições controladas de pressão e deformação, permitindo a determinação da resistência ao cisalhamento em diferentes cenários.

3.2. Base de dados e variáveis estudadas

Nesta seção são apresentadas as variáveis observadas para o estudo, com suas definições e características.

Os dados observados para o presente estudo são originários de uma área de mineração no interior do estado de Minas Gerais, Brasil. Tratam-se de informações e variáveis acompanhadas com a finalidade de monitorar estabilidade de taludes e capacidade de carga de fundações.

A base de dados possui informações de monitoramentos geotécnicos realizados entre os anos de 2017 e 2023. Foram consideradas apenas as amostras que passaram no crivo geotécnico, após as avaliações dos técnicos de campo e de laboratório e da equipe de engenharia responsável pelo monitoramento, o que implicou descartar amostras e corpos de prova com comportamentos “anômalos”, decorrente da manipulação e/ou preservação inadequados após os trabalhos de amostragem. Dessa forma, foram considerados 142 registros, que são compostos pelas variáveis descritas na **Tabela 1**.

Tabela 1 - Variáveis da base de dados

Variável	Descrição
q ruptura	Variável resposta na envoltória de Mohr-Coulomb definida no diagrama $p' \times q$: relação entre tensão lateral e vertical aplicadas ao corpo de prova quando da ruptura, indicando, em conjunto com o p' , a limitação máxima de sobrecarga que o CP suporta: $q = \sigma'_A - \sigma'_r / 2$.
p' ruptura	Relação entre tensão lateral e vertical aplicadas ao corpo de prova quando da ruptura, indicando, em conjunto com o q , a limitação máxima de sobrecarga que o CP suporta: $p' = \sigma'_A + \sigma'_r / 2$.
Tipo de Ensaio	Tipo de ensaio: “drenado” e “não drenado”.
Bloco	Identificação do corpo de prova (CP) preparado para os ensaios laboratoriais.
Data	Data da amostragem em campo.
σ'_r ($\sigma_{\text{confinante}}$)	Refere-se à tensão efetiva aplicada verticalmente a um CP. Valor determinado pela equipe de geotecnia em função de potenciais faixas de tensão que o material em estudo é submetido in situ.
σ'_A (σ'_{Ruptura})	Tensão de ruptura do CP.
c'	Coesão do solo: medida da força interna de ligação entre as partículas do solo. Representa a capacidade do solo de resistir a forças de cisalhamento, mesmo na ausência de pressão de confinamento.
ϕ' (ϕ)	Ângulo de atrito do solo: medida da resistência ao cisalhamento do solo devido ao atrito entre as partículas.
Índice de vazios do solo (e): inicial e final	Medida que expressa a quantidade de espaços vazios presente em um determinado volume de solo. Calculado como a razão entre os volumes de vazios e de sólidos/líquido no solo. Esse índice é fundamental em engenharia geotécnica e é frequentemente utilizado para compreender o comportamento do solo em relação à água e à compressão.
Teor de umidade do solo (w): inicial e final	Medida que expressa a quantidade de água presente em relação ao peso do solo.
Índice de Plasticidade	Medida como a diferença entre o limite de liquidez e o limite de plasticidade de um solo.
Limite de Liquidez	Quantidade mínima de umidade em um solo coeso, abaixo da qual o solo começa a se comportar de maneira plástica, adquirindo propriedades semelhantes às de um líquido.

Variável	Descrição
Massa Específica dos Grãos	Peso estimado do volume de sólidos (descontando as fases líquidas e voláteis) da amostra.
Teor de Finos	Percentual gravimétrico que indica comportamentos típicos em termos mecânicos e hidráulicos.
Permeabilidade	Parâmetro que avalia a interconexão dos poros e espaços entre os grãos do solo e, consequentemente, a capacidade drenante do material.

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Para sequência do estudo da resistência ao cisalhamento de solos via regressão linear adotaremos a envoltória de resistência de Mohr-Coulomb no espaço p' x q . Neste contexto, priorizaremos as variáveis que têm relevância teórica e importância prática para o fenômeno que estudaremos, a saber: variável resposta (ou variável dependente) será $q_{ruptura}$ e como variáveis explicativas (variáveis independentes) selecionamos tipo de ensaio, $p'_{ruptura}$, variação entre os índices de vazios inicial e final, umidade inicial, plasticidade, limite de liquidez, massa específica dos grãos, teor de finos e permeabilidade.

Importante destacar que a seleção de variáveis é um processo iterativo e pode exigir testes diferentes para encontrar o conjunto mais adequado para um determinado modelo de regressão linear. A orientação específica poderá variar, dependendo do contexto do estudo e das características dos dados existentes.

3.3. Regressão Linear Múltipla

A regressão linear múltipla é uma técnica estatística poderosa usada para modelar as relações entre uma variável dependente e duas ou mais variáveis independentes. Enquanto a regressão linear simples lida com uma única variável independente, a regressão linear múltipla permite uma análise mais abrangente, incorporando múltiplos preditores. Este método é amplamente utilizado em diversas áreas, desde economia até ciências sociais, para compreender e prever fenômenos complexos.

A equação da regressão linear múltipla é uma extensão natural da equação da regressão linear simples. Para k variáveis independentes, a equação é representada por:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon, \text{ onde:}$$

- Y é a variável dependente;
- $X_1, X_2, \dots, X_k$ são as variáveis independentes;
- β_0 é a interceptação da linha de regressão;
- $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ são os coeficientes de inclinação associados a cada variável independente; e
- ε é o erro aleatório.

O objetivo da construção de um modelo de regressão linear é estimar os valores dos coeficientes ($\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$) que minimizam a soma dos quadrados dos resíduos (ε), aproximando a relação linear entre as variáveis, e que melhor se ajustem aos dados observados.

A regressão linear múltipla oferece diversas vantagens significativas em relação à regressão linear simples. Destacamos algumas das principais vantagens que fazem da regressão linear múltipla uma ferramenta valiosa na modelagem estatística:

- a. Modelagem multifatorial: a capacidade de incorporar múltiplas variáveis independentes permite uma modelagem mais sofisticada e realista das relações entre as variáveis, importante em situações nas quais o fenômeno estudado é influenciado por diversos fatores simultaneamente.
- b. Controle de variáveis: uma das vantagens distintivas da regressão linear múltipla é a capacidade de controlar o efeito de uma variável enquanto se estuda o impacto de outras. Isso possibilita isolar as influências individuais e entender melhor como cada variável contribui para a variabilidade da variável dependente.
- c. Previsões mais precisas: ao considerar múltiplos fatores simultaneamente, a regressão linear múltipla geralmente produz previsões mais precisas em comparação com a regressão linear simples. A inclusão de variáveis adicionais ajuda a capturar nuances e padrões que podem ser perdidos em análises univariadas.

- d. Manejo de relações complexas: em situações nas quais as relações entre variáveis não são lineares, a regressão linear múltipla ainda pode ser eficaz. A flexibilidade do método permite a inclusão de termos polinomiais e interações entre variáveis, possibilitando a modelagem de relações complexas e não lineares.
- e. Eficiência na exploração de dados: ao explorar conjuntos de dados complexos com múltiplas variáveis, a regressão linear múltipla fornece uma estrutura analítica que facilita a identificação de padrões, relações de causa e efeito e a compreensão global dos dados.
- f. Análise de contribuições relativas: os coeficientes associados a cada variável independente indicam a contribuição relativa de cada fator para a variação da variável dependente, permitindo priorizar e entender quais variáveis têm maior impacto no fenômeno estudado.

Por fim, é determinante verificar os pressupostos da regressão linear múltipla para garantir a validade e a confiabilidade dos resultados. Alguns pressupostos e diagnósticos incluem revisar a multicolinearidade entre as variáveis independentes, analisar a normalidade dos resíduos e avaliar a homoscedasticidade.

3.4. Medidas estatísticas dos modelos de Regressão Linear Múltipla

Este tópico aborda as medidas estatísticas essenciais associadas aos modelos de regressão linear, destacando suas funcionalidades, importância e interpretação. A análise dessas medidas é essencial para garantir a validade das inferências e a utilidade prática do modelo. Serão feitos comentários gerais sobre o assunto, mas referências mais precisas quanto à teoria envolvida podem ser encontradas, por exemplo, em Montgomery e Runger (2021) e Costa (2019).

Os coeficientes de regressão são fundamentais para compreender a magnitude e a direção das relações entre as variáveis independentes e a variável dependente. Cada coeficiente (β) representa a mudança média na variável dependente associada a uma unidade de mudança na variável independente correspondente, mantendo as demais constantes.

Os testes de hipóteses são ferramentas poderosas para determinar a significância estatística dos coeficientes. O teste t avalia individualmente cada

coeficiente, enquanto o teste F examina a relevância global do modelo. Resultados significativos indicam que a variável correspondente tem um impacto estatisticamente significativo na variável dependente.

O R^2 (R-quadrado) é uma métrica que permite avaliar o quão bem o modelo se ajusta aos dados observados. Um R^2 próximo de 1 indica que uma porcentagem significativa da variabilidade na variável dependente é explicada pelas variáveis independentes.

O Erro Padrão da Estimativa (SEE ou desvio padrão residual) quantifica a dispersão dos resíduos em torno da linha de regressão. Modelos com SEE menor indicam um ajuste mais preciso aos dados. Interpretar o SEE auxilia na avaliação da confiabilidade das estimativas do modelo e na identificação de possíveis discrepâncias entre os dados observados e previstos.

A aplicação de testes para verificar se os resíduos seguem uma distribuição normal é essencial. A não normalidade pode indicar a presença de padrões não capturados pelo modelo, exigindo ajustes ou considerações adicionais.

A multicolinearidade pode distorcer as interpretações dos coeficientes. A avaliação por meio do fator de inflação da variância (VIF) indicará, para valores elevados de VIF, a necessidade de uma análise mais aprofundada e, possivelmente, a exclusão de variáveis correlacionadas.

Os gráficos de resíduos são ferramentas visuais para avaliar a adequação do modelo e garantir a confiabilidade das inferências. A identificação de padrões nos gráficos pode indicar heterocedasticidade ou a presença de outliers.

A inclusão de intervalos de confiança para os coeficientes fornece uma visão da incerteza associada às estimativas. Esses intervalos oferecem uma gama de valores em que se espera que os coeficientes reais estejam inseridos, aumentando a robustez das conclusões tiradas por intermédio do modelo.

3.5. Aplicação na predição da resistência ao cisalhamento

No caso da resistência ao cisalhamento do solo, diversas características físicas e geotécnicas do solo, como composição mineralógica, densidade, teor de umidade e granulometria, podem influenciar seu comportamento sob esforços cortantes. Assim, um modelo de regressão linear múltipla foi construído para relacionar essas variáveis independentes à resistência ao cisalhamento.

Neste estudo, a variável resposta foi a resistência ao cisalhamento, representada pela variável $q_{ruptura}$, e as variáveis independentes foram tipo de ensaio, $p'_{ruptura}$, variação entre os índices de vazios inicial e final, umidade inicial, plasticidade, limite de liquidez, massa específica dos grãos, teor de finos e permeabilidade, conforme descrições das variáveis registradas na **Tabela 1** da Seção 3.2.

Realizou-se a seleção do modelo usando o método "Backward", procedimento de seleção de variáveis no qual iniciamos a análise do modelo de regressão linear considerando todas as variáveis independentes propostas para o modelo e, sequencialmente, removemos iterativamente as variáveis menos significativa até que todas as variáveis remanescentes sejam estatisticamente significativas. No presente estudo, foram excluídas aquelas variáveis que não contribuíam significativamente para o modelo, com um critério de significância de 10%.

Em seguida, realizou-se a análise do VIF, métrica que avalia e mede a intensidade da multicolinearidade entre variáveis independentes em um modelo de regressão linear múltipla, sendo considerado um VIF entre 1 e 5 como aceitável. Valores elevados de VIF indicam que a variância de um coeficiente de regressão é inflacionada devido à alta correlação com outras variáveis independentes.

Foram feitos comentários gerais sobre o procedimento de seleção de variáveis usando o método "Backward" e a análise do VIF, contudo referências mais precisas quanto à teoria envolvida podem ser encontradas, por exemplo, em Montgomery e Runger (2021).

Todas as análises foram feitas no *software* R (R Core Team, 2023).

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como dissertado na Seção 3.2, a base de dados possui 142 linhas com informações de monitoramentos geotécnicos realizados entre os anos de 2017 e 2023, conforme variáveis descritas na **Tabela 1**.

4.1. Análise descritiva dos dados

A análise descritiva dos dados resume e fornece uma visão geral dos aspectos da base de dados, com destaque para as medidas de tendências central e dispersão. A **Tabela 2** apresenta as estatísticas da variável categórica tipo de ensaio e é possível constatar que aproximadamente dois terços dos ensaios foram do tipo “não-drenado”.

Tabela 2 - Estatísticas da variável categórica Tipo de Ensaio.

Variável: Tipo de Ensaio	Quantidade (# 142)	Percentual
Drenado	45	31,69 %
Não Drenado	97	68,31 %

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A **Tabela 3** registra as medidas descritivas das variáveis quantitativas consideradas no modelo e podemos observar que há uma grande variação nos níveis de ruptura registrados.

Tabela 3 - Medidas descritivas das variáveis quantitativas consideradas no modelo inicial de regressão linear.

Variável	Mínimo	Q1	Mediana	Média	Q3	Máximo	Desvio Padrão	CV
$p'_{ruptura}$	38,20	189,86	507,47	610,09	909,02	1.748,50	479,60	0,79
$q_{ruptura}$	29,70	114,46	272,82	336,45	508,62	948,50	250,91	0,75
Variação índices de vazios	-0,43	-0,05	0,02	0,01	0,05	0,54	0,10	10,00
Umidade inicial	19,41	24,88	27,48	27,50	30,10	33,80	3,32	0,12
Plasticidade	11,00	17,00	20,00	20,28	24,00	32,00	5,12	0,25
Limite de liquidez	44,00	49,25	55,00	54,88	59,00	69,00	6,93	0,13
Massa específica dos grãos	2,75	2,86	2,93	2,92	2,98	3,17	0,09	0,03
Teor de finos	33,00	74,00	81,38	80,27	88,06	96,15	11,52	0,14
Permeabilidade	4,0e-08	4,4e-07	3,5e-06	6,1e-06	8,6e-06	2,8e-05	7,8e-06	1,28

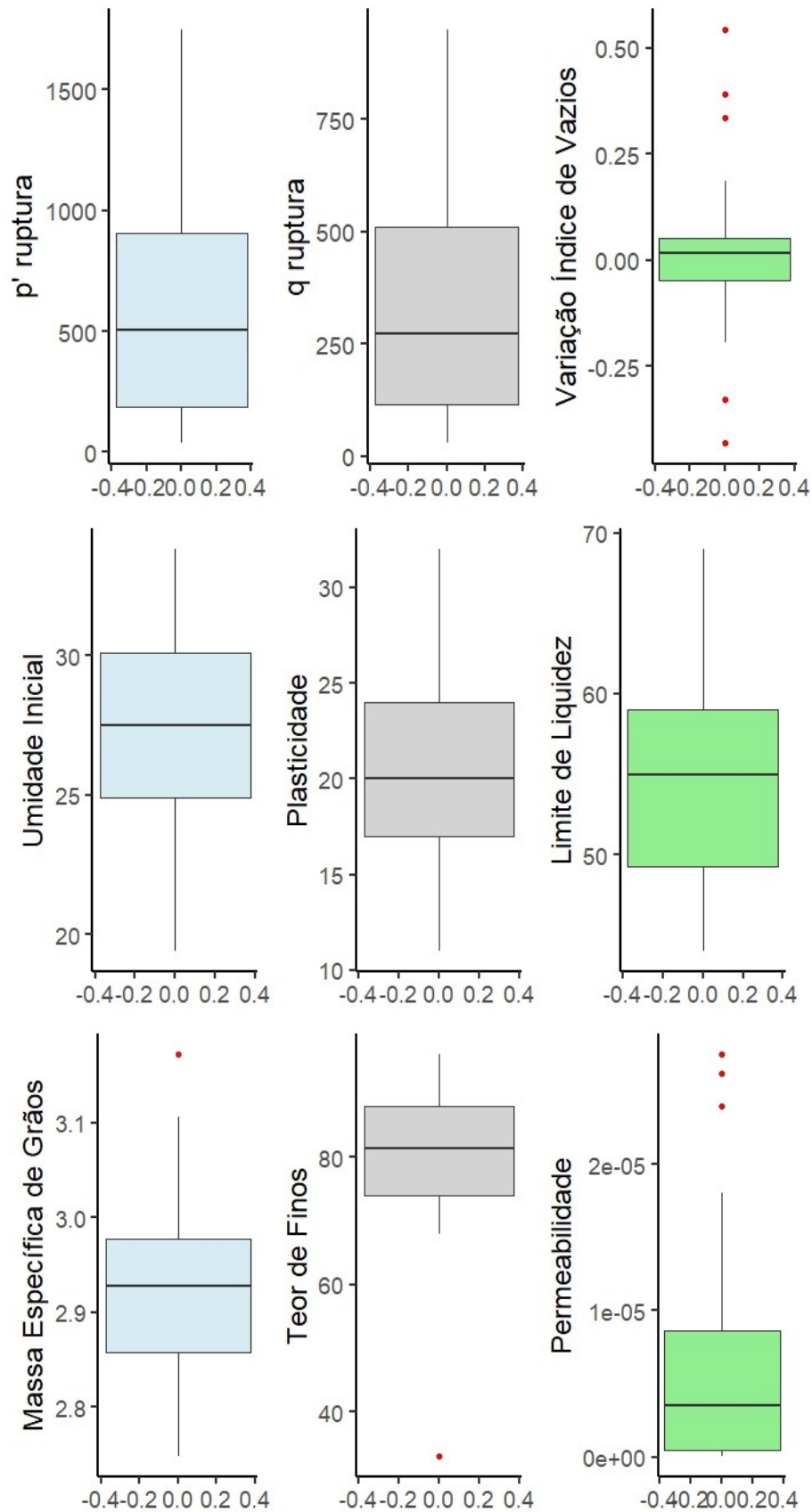
Fonte: elaborado pelo autor (2023). Legenda: 2,8e-05 = 0,000028; CV = Coeficiente de Variação.

A **Figura 7** exibe as distribuições das variáveis independentes em boxplots, destacando padrões de concentração e dispersão.

Os boxplots das variáveis permeabilidade, teor de finos, massa específica de grãos e variação de índices de vazios registraram observações que possuem características de *outliers*.

Para sequência deste estudo, não foram excluídos da base de dados para proposição do modelo de regressão linear múltipla os corpos de prova (blocos) com esses valores anômalos.

Figura 7 - Boxplots das variáveis de interesse do modelo de regressão linear.



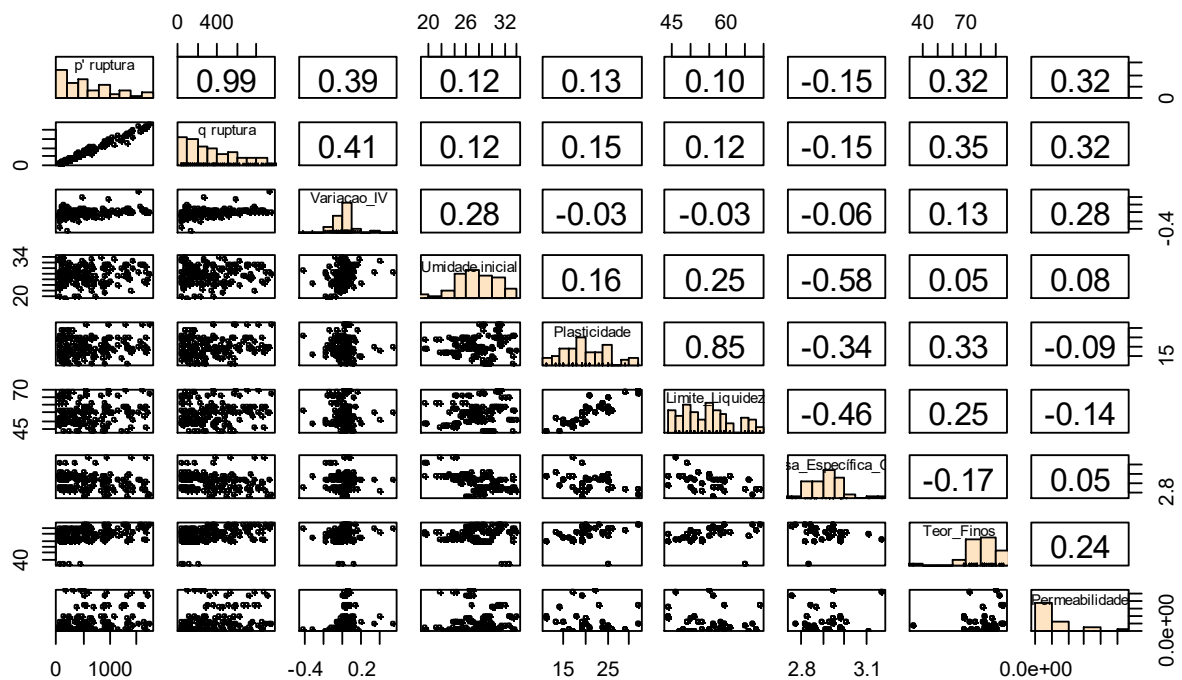
Fonte: elaborado pelo autor, 2023.

4.2. Análise da correlação das variáveis

A matriz de correlação, **Figura 8**, mostra os valores de correlação de Pearson, que medem o grau de relação linear entre cada par de variáveis independentes selecionadas para o desenvolvimento do modelo.

Existe uma relação linear positiva muito alta (0,99) entre as variáveis $p'_{ruptura}$ e $q_{ruptura}$, corroborando para uma associação entre essas duas variáveis na definição teórica descrita na Seção 2.5. A variável resposta de interesse $q_{ruptura}$ tem correlação positiva com todas as demais, exceto massa específica dos grãos. Há, adicionalmente, uma relação positiva moderada (0,85) entre as variáveis plasticidade e limite de liquidez.

Figura 8 - Matriz de correlação das variáveis independentes - Correlação de Pearson.



Fonte: elaborado pelo autor, 2023.

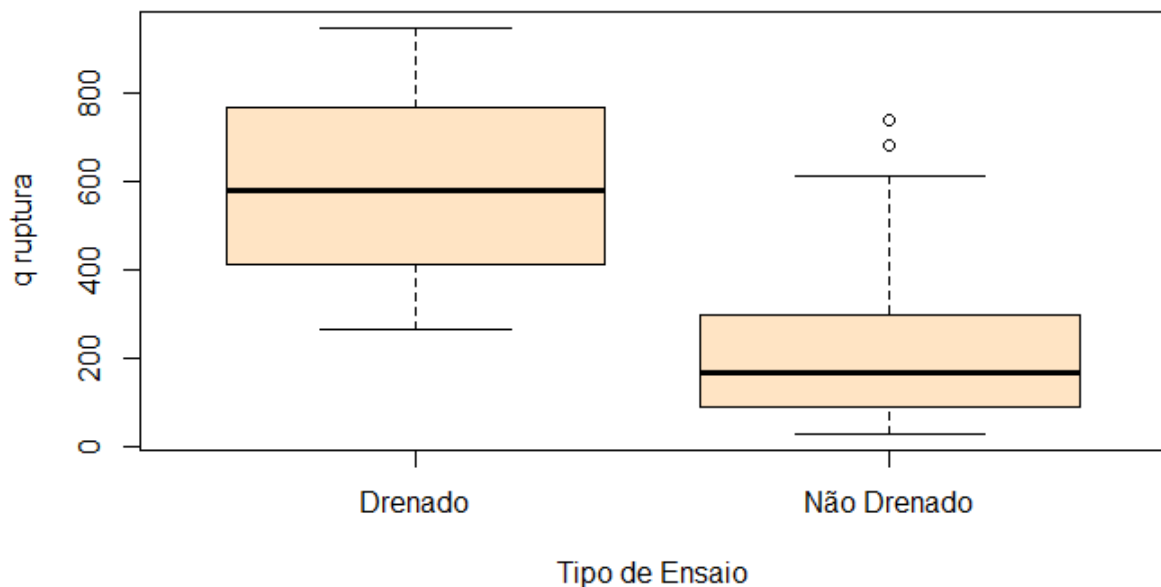
A **Tabela 4** apresenta as medidas descritivas da variável resposta $q_{ruptura}$ em função da variável categórica independente tipo de ensaio, enquanto a **Figura 9** ilustra os correspondentes boxplots.

Tabela 4 - Medidas descritivas da variável resposta $q_{ruptura}$ em função da variável independente tipo de ensaio.

$q_{ruptura}$ Tipo de Ensaio	Mínimo	1º quartil	Mediana	Média	3º quartil	Máximo	Desvio Padrão	CV
Drenado	265,00	414,00	579,50	593,52	771,00	948,50	206,91	0,35
Não Drenado	29,70	89,30	168,95	217,19	300,25	739,75	165,82	0,76

Fonte: elaborado pelo autor (2023). CV = Coeficiente de Variação.

Figura 9 - Boxplot da variável categórica "Tipo de Ensaio".



Fonte: elaborado pelo autor, 2023.

Os resultados da **Figura 9** revelam padrões distintos na distribuição da variável resposta em relação à variável categórica independente. Observamos que as medidas descritivas variam significativamente entre as categorias, sugerindo diferenças centrais nos dados.

Ao analisar a variação dos coeficientes de variação (**Tabela 4**) entre as categorias da variável independente, notamos que o tipo de ensaio "não drenado" apresenta maior dispersão relativa dos dados.

A interpretação visual dos boxplots, realizada em conjunto com a análise dos coeficientes de variação, destaca a influência da variável categórica independente na distribuição da variável resposta, fornecendo insights sobre possíveis relações e tendências.

4.3. Ajuste da regressão linear múltipla

Inicialmente, conforme descrito na Seção 3.5, nove variáveis da base de dados foram consideradas como potenciais contribuintes para predição da resistência ao cisalhamento do solo.

Como primeira abordagem, utilizando o *software* R, foi proposta a construção de um modelo de regressão linear considerando essas nove variáveis independentes, a saber: tipo de ensaio, p' ruptura, variação dos índices de vazios, umidade inicial, plasticidade, limite de liquidez, massa específica dos grãos, teor de finos e permeabilidade. O sumário do modelo inicial, os parâmetros estimados e as estatísticas de teste estão apresentados na **Figura 10**.

Figura 10 - Sumário, parâmetros estimados e estatísticas para o modelo de regressão inicial.

Model Summary

```
lm(formula = `q_ruptura` ~ factor(Ensaio) + `p' ruptura` + Variacao_IV +  
  Umidade_inicial + Plasticidade + Limite_Liquidez + Massa_Especific_Graos +  
  Teor_Finos + Permeabilidade, data = dados)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-140.529	-14.447	-1.358	14.628	119.763

R	0.992	RMSE	33.559
R-Squared	0.983	Coef. Var	9.974
Adj. R-Squared	0.982	MSE	1126.192
Pred R-Squared	0.980	MAE	22.010

RMSE: Root Mean Square Error
MSE: Mean Square Error
MAE: Mean Absolute Error

ANOVA

	Sum of Squares	DF	Mean Square	F	Sig.
Regression	8728031.980	9	969781.331	861.116	0.0000
Residual	148657.278	132	1126.192		
Total	8876689.258	141			

Parameter Estimates

model	Beta	Std. Error	Std. Beta	t	Sig.	lower	upper
(Intercept)	166.581	165.554		1.006	0.316	-160.901	494.063
Ensaio	-37.662	9.323	-0.070	-4.040	0.000 ***	-56.103	-19.220
p' ruptura	0.484	0.008	0.925	58.989	0.000 ***	0.468	0.500
Variacao_IV	99.934	31.431	0.042	3.179	0.002 **	37.760	162.107
Umidade_inicial	-2.714	1.123	-0.036	-2.417	0.017 *	-4.935	-0.493
Plasticidade	0.818	1.075	0.017	0.761	0.448	-1.309	2.945
Limite_Liquidez	-0.217	0.829	-0.006	-0.262	0.794	-1.858	1.424
Massa_Especific_Graos	-23.041	45.206	-0.008	-0.510	0.611	-112.463	66.380
Teor_Finos	0.497	0.287	0.023	1.733	0.086	-0.070	1.064
Permeabilidade	-484465.949	417168.374	-0.015	-1.161	0.248	-1309666.227	340734.329

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Fonte: elaborado pelo autor, 2023.

Por intermédio do método de “backward” para seleção de variáveis, foram removidas, considerando significância estatística de 10%, aquelas que não contribuíam significativamente para a explicação da resistência ao cisalhamento do solo. Após iterativas remoções das variáveis menos relevantes, alcançou-se o modelo resultante final, cujo sumário, parâmetros estimados e estatísticas de teste estão ilustrados na **Figura 11**.

Figura 11 - Sumário, parâmetros estimados e estatísticas para o modelo de regressão resultante.

Model Summary

lm(formula = `q\_ruptura` ~ factor(Ensaio) + `p`_ruptura + Variacao_IV + Umidade_inicial + Teor_Finos, data = dados)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-147.011	-14.743	-0.384	14.083	111.657

R	0.991	RMSE	33.502
R-Squared	0.983	Coef. Var	9.957
Adj. R-Squared	0.982	MSE	1122.400
Pred R-Squared	0.981	MAE	22.417

RMSE: Root Mean Square Error

MSE: Mean Square Error

MAE: Mean Absolute Error

ANOVA

	Sum of Squares	DF	Mean Square	F	Sig.
Regression	8724042.919	5	1744808.584	1554.534	0.0000
Residual	152646.339	136	1122.400		
Total	8876689.258	141			

Parameter Estimates

model	Beta	Std. Error	Std. Beta	t	Sig.	lower	upper
(Intercept)	81.555	38.759		2.104	0.037 *	4.906	158.204
factor(Ensaio)Nao Drenado	-36.569	8.998	-0.068	-4.064	0.000 ***	-54.364	-18.774
p'_ruptura	0.484	0.008	0.925	59.279	0.000 ***	0.468	0.500
Variacao_IV	87.147	30.442	0.036	2.863	0.005 **	26.946	147.347
Umidade_inicial	-2.216	0.924	-0.029	-2.400	0.018 *	-4.043	-0.390
Teor_Finos	0.563	0.272	0.026	2.072	0.040 *	0.026	1.100

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Fonte: elaborado pelo autor, 2023.

Para as cinco variáveis do modelo resultante (tipo de ensaio, p'_ruptura, variação dos índices de vazios, umidade inicial e teor de finos), foram verificados os valores dos fatores de multicolinearidade, pois a existência de multicolinearidade entre as variáveis explicativas pode prejudicar significativamente a estimação dos parâmetros β da regressão (Montgomery & Runger, 2021).

Conforme resultados indicados na **Tabela 5**, os valores de VIF calculados para as variáveis do modelo resultante não geram preocupações em relação à qualidade da estimação dos parâmetros do modelo, pois estão todos abaixo de 5. Se tais valores estivessem próximos de 10 ou superassem esse patamar, haveria motivos para intervenção e avaliação de potenciais variáveis correlacionadas (Kutner et al., 2018).

Tabela 5 - Saída do *software R* para cálculo do VIF das variáveis do modelo resultante.

Variável	Tipo de Ensaio	$p'_{ruptura}$	Variação entre os Índices de Vazios	Umidade Inicial	Teor de Finos
VIF	2,217609	1,924563	1,274947	1,181135	1,232085

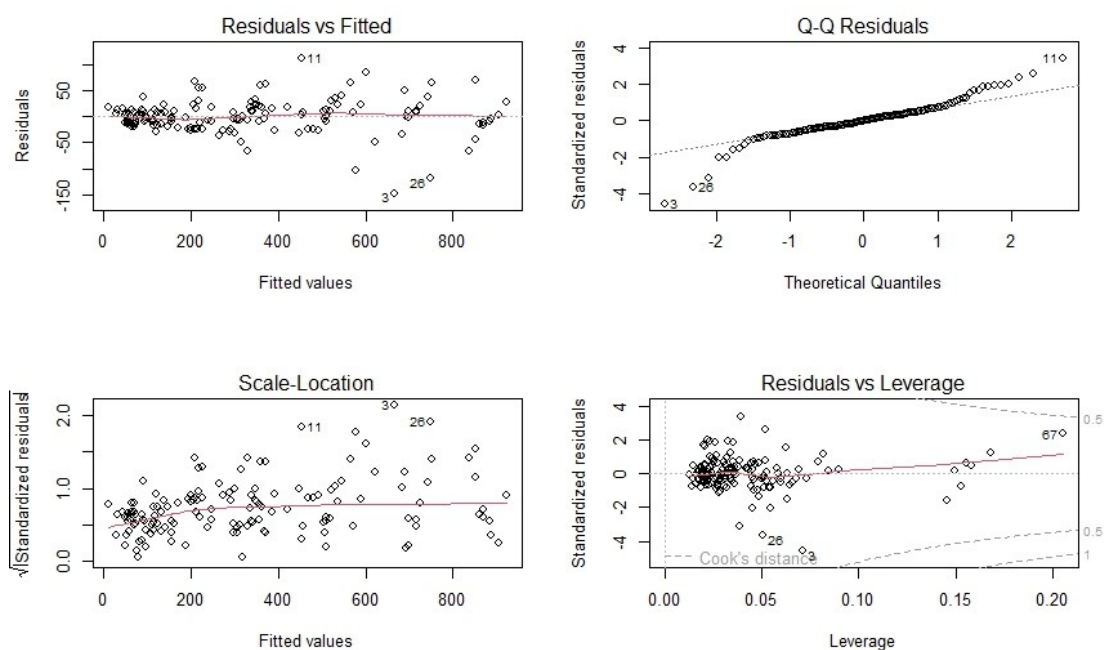
Fonte: elaborado pelo autor, 2023.

O coeficiente de determinação ajustado (R^2 Adjusted) do modelo resultante foi 98,2%, indicando que, considerando os dados observados e analisados, 1,8% da variabilidade da resistência ao cisalhamento do solo (q) não pode ser explicada pelo modelo resultante ou, em outras palavras, que aproximadamente 98% da variabilidade na média final da resistência ao cisalhamento do solo pode ser explicada pelas variáveis tipo de ensaio, $p'_{ruptura}$, variação dos índices de vazios, umidade inicial e teor de finos.

Os p-valores associados aos coeficientes foram significativos ($p < 0,05$), indicando que essas variáveis têm uma relação estatisticamente significativa com a variável resposta $q'_{ruptura}$.

Apesar do modelo resultante demonstrar boa ajustagem aos dados, com coeficientes significativos e VIF aceitáveis, a análise dos resíduos, que têm suas características e comportamentos ilustrados na **Figura 12**, revelou desvios dos pressupostos da regressão linear.

Figura 12 - Análise dos resíduos para o modelo resultante.



Fonte: elaborado pelo autor, 2023.

A presença de indícios de heterocedasticidade e a falta de normalidade observada para os resíduos podem, por exemplo, comprometer a eficiência dos estimadores e afetar a validade dos intervalos de confiança.

Embora o modelo apresente um bom ajuste aos dados, a não conformidade com os pressupostos da regressão linear indica a necessidade de cautela nas inferências a serem realizadas. Desta forma, esses resultados recomendam uma análise mais aprofundada. As críticas ao modelo resultante proposto foram realizadas com base nas recomendações previstas no texto de Montgomery & Runger (2021).

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo da resistência ao cisalhamento de solos via modelos de regressão, empregado com rigor científico, pode ser uma ferramenta valiosa para a compreensão e predição do comportamento do solo sob esforços cortantes.

A lacuna na literatura para análises probabilísticas da resistência ao cisalhamento de solos oferece uma oportunidade para investigações mais abrangente e detalhadas sobre o tema, com contribuição significativa para o avanço da engenharia geotécnica, resultando em projetos mais seguros, eficientes ambientalmente e economicamente viáveis.

Em resumo, este estudo ofereceu uma abordagem abrangente na análise da resistência ao cisalhamento de solos por meio de modelos de regressão linear múltipla, relacionando o nível de resistência com características dos solos analisados.

Obteve-se um modelo com alto poder de predição ($R^2 = 0,982$), contendo as informações de cinco variáveis: tipo de ensaio, $p'_{ruptura}$, variação entre os índices de vazios inicial e final, umidade inicial e teor de finos. Os sinais dos coeficientes estimados fazem sentido, indicando que, controlado pelos demais fatores, a resistência média ao cisalhamento cresce conforme aumentam $p'_{ruptura}$ e teor de finos, mas reduz conforme aumenta a umidade inicial do solo e se o ensaio é do tipo “não-drenado”.

Ao reconhecer as limitações do modelo, abrimos portas para futuras investigações que visam aprimorar a compreensão desse fenômeno complexo e melhorar as predições geotécnicas. No âmbito da estatística, recomenda-se a aplicação de técnicas avançadas de modelagem, considerando potenciais interações entre variáveis, a aplicação de transformações de variáveis ou técnicas de regressão para modelos não lineares, que poderão ser exploradas para melhorar a adequação do modelo.

A não conformidade com os pressupostos destaca a necessidade de refinamento do modelo. Assim, uma análise mais aprofundada dos resíduos e a aplicação de métodos de correção podem contribuir para aprimorar a confiabilidade das inferências, por exemplo, revisitando possíveis observações anômalas e/ou pontos de alavancagem.

Para futuros estudos, sugerimos uma revisão e maior cuidado nos procedimentos de amostragem dos dados em campo e, adicionalmente, no manuseio das amostras e nas análises laboratoriais, considerando, em complemento às características aqui estudadas, a inclusão de outras variáveis que podem influenciar a resistência ao cisalhamento dos solos, tais como, condições climáticas, aspectos sazonais das coletas, bem como referências geoespaciais dos pontos de coleta.

REFERÊNCIAS

- ABRAMSON, L.W. et al. **Slope stability and stabilization methods**. 2. ed. USA: Wiley, 2001.
- BISHOP, A. W., HENKEL, D. J. **The measurement of soil properties in the triaxial test**. 2. ed. Londres, UK: Edward Arnold Ltd., 1962.
- BUDHU, Muni. **Soil mechanics and foundations**. 3. ed. USA: Wiley, 2010.
- CAPUTO, Homero Pinto. **Mecânica dos solos e suas aplicações, volume 1: fundamentos**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2015.
- COSTA, Marcelo Azevedo. **Tópicos em ciência dos dados: introdução dos modelos paramétricos e suas aplicações utilizando R**. Rio de Janeiro: Bonecker, 2019.
- COULOMB, C. A. **Essai sur une application des regles de maximis et minimis a quelques problemes de statique relatifs a l'architecture** (essay on maximums and minimums of rules to some static problems relating to architecture). s.l., 1776.
- DELL'AVANZI, E. **Introdução à previsão em engenharia geotécnica**. Curitiba-PR, 2014.
- DOUNIAS, G. T.; POTTS, D. M. **Numerical analysis of drained direct and simple shear tests**. *Journal of geotechnical engineering*. 1993.
- GERSCOVICH, D. M. S. **Resistência ao cisalhamento**. Faculdade de Engenharia. Departamento de Estruturas e Fundações da UERJ, 2010.
- HEAD, K.H. **Manual of soil laboratory testing**. 1980.
- KUTNER, M. H.; NACHTSHEIM, C.; NETER, J. **Applied linear regression models**. Singapore: Mcgraw-Hill Education, 2018.
- LAMBE, T. William; WHITMAN, Robert V. **Soil mechanics**. New York: John Wiley & Sons, 1969.
- LEROUEIL, S. **Natural slopes and cuts: movement and failure mechanisms**. Géotechnique, 2001.
- MONTGOMERY, DC; RUNGER, GC. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2021.
- R Core Team (2023). **R: A language and environment for statistical computing**. Disponível em <https://www.R-project.org/>.
- TERZAGHI, Karl; PECK, Ralph B. **Mecânica dos solos em engenharia prática**. Bookman, 2019.