

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE
ESTRUTURAS

PETERSON ARAÚJO QUADROS

CONFIABILIDADE DE PILARES CURTOS CIRCULARES EM
CONCRETO ARMADO CONFINADOS COM PRFC SOB FLEXO-
COMPRESSÃO

Peterson Araújo Quadros

CONFIABILIDADE DE PILARES CURTOS CIRCULARES EM CONCRETO ARMADO CONFINADOS COM PRFC SOB FLEXO- COMPRESSÃO

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Estruturas.

Orientadora: Prof. Dr^a Sofia Maria Carrato
Diniz

Belo Horizonte, 17 de dezembro de 2024

Q1c	Quadros, Peterson Araújo. Confiabilidade de pilares curtos circulares em concreto armado confinados com PRFC sob flexo-compressão [recurso eletrônico] / Peterson Araújo Quadros. – 2024. 1 recurso online (236 f. : il., color.) : pdf. Orientadora: Sofia Maria Carrato Diniz. Tese (doutorado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia. Apêndices e anexos: f. 174-236. Bibliografia: f. 160-172. 1. Engenharia de estruturas – Teses. 2. Resistência de materiais – Normas – Teses. 3. Concreto armado – Resistência – Teses. 4. Colunas de concreto – Teses. 5. Confiabilidade (Engenharia) – Teses. I. Diniz, Sofia Maria Carrato. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título. CDU: 624(043)
-----	---



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS



ATA DA DEFESA DE TESE DE DOUTORADO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS Nº: 107 DO ALUNO PETERSON ARAÚJO QUADROS

Às **13:30** horas do dia **17** de **dezembro** de 2024, reuniu-se em ambiente virtual, na Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, a Comissão Examinadora indicada pelo Colegiado do Programa em 04 de outubro de 2024 para julgar a defesa da Tese de Doutorado intitulada: **"Confiabilidade de Pilares Curtos Circulares em Concreto Armado Confinados com PRFC sob Flexo-Compressão"**, cuja aprovação é um dos requisitos para a obtenção do Grau de DOUTOR EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS na área de ESTRUTURAS.

Abrindo a Sessão, a Presidente da Comissão, Profa. Dra. Sofia Maria Carrato Diniz, após dar conhecimento aos presentes do teor das Normas Regulamentares, passou a palavra ao aluno para apresentação de seu trabalho. Finalizada a apresentação, seguiu-se para a fase de arguição pelos examinadores, com as respectivas respostas do aluno. Logo após a fase de arguição, a Comissão se reuniu, sem a presença do aluno e do público, para julgamento e expedição do resultado final, a saber:

- (**X**) Aprovado
() Reprovado

O resultado final foi comunicado publicamente ao aluno pela Presidente da Comissão.

Nada mais havendo a tratar, a Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente ata, que será assinada por todos os membros participantes da Comissão Examinadora e pelo aluno.

Comissão Examinadora:

Profa. Dra. Sofia Maria Carrato Diniz - DEES - UFMG (Orientadora)
Prof. Dr. Rodrigo Barreto Caldas - DEES - UFMG
Prof. Dr. José Márcio Fonseca Calixto - DEES - UFMG
Prof. Dr. Sérgio Hampshire de Carvalho Santos - UFRJ
Prof. Dr. Daniel Carlos Taissum Cardoso - PUC - Rio

Belo Horizonte, 17 de dezembro de 2024.

Este documento não terá validade sem a assinatura do Coordenador do Programa de Pós-Graduação. Após a Homologação da Defesa pelo Colegiado do Programa, este documento será assinado pela Coordenação e disponibilizado ao aluno.



Documento assinado eletronicamente por **Sofia Maria Carrato Diniz, Membro de comissão**, em 26/12/2024, às 13:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Sergio Hampshire de Carvalho Santos, Usuário Externo**, em 27/12/2024, às 15:05, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Daniel Carlos Taissum Cardoso, Usuário Externo**, em 28/12/2024, às 07:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Peterson Araujo Quadros, Usuário Externo**, em 29/12/2024, às 12:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **José Marcio Fonseca Calixto, Usuário Externo**, em 08/01/2025, às 16:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rodrigo Barreto Caldas, Membro de comissão**, em 09/01/2025, às 15:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leandro Lopes da Silva, Coordenador(a)**, em 15/01/2025, às 10:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador 3850115 e o código CRC 4E952746.

Aos meus pais Aparecida e Juvêncio

AGRADECIMENTOS

Expresso minha gratidão e reconhecimento pela oportunidade de realizar este trabalho:

Primeiramente, a Deus, fonte de sabedoria e força, por iluminar cada passo da minha jornada e por me proporcionar a oportunidade de crescer e aprender.

Aos meus pais, Juvêncio e Aparecida, pela vida dedicada a me ensinar os valores mais importantes. Pelo exemplo constante de trabalho árduo, paciência e, acima de tudo, amor incondicional. Cada sacrifício e cada gesto de carinho foram fundamentais para que eu chegasse até aqui.

À minha querida vovó Maria (in memoriam), que, embora não esteja mais entre nós, continua sendo uma inspiração em minha vida, com seu amor, sabedoria e generosidade. Sua presença sempre será lembrada com saudade e gratidão.

À minha orientadora, Sofia, pela paciência, apoio e dedicação, sem os quais este trabalho não teria sido possível. Seu conhecimento e orientação foram essenciais não apenas para a conclusão deste projeto, mas também para meu amadurecimento acadêmico e pessoal. Agradeço pela confiança e por todos os ensinamentos que deixaram uma marca permanente em minha trajetória.

Aos meus amigos, especialmente ao Raphael, que sempre esteve ao meu lado com conselhos valiosos e uma torcida sincera. Agradeço também à Juscelina pelo apoio nos momentos finais. A amizade e o suporte de vocês foram importantes para que eu mantivesse o foco e a motivação.

Aos professores Edson Denner Leonel e José Márcio Fonseca Calixto, pela generosidade em redigir a carta de recomendação para o processo seletivo do doutorado. E ao professor e amigo Elves Lincoln Faria, pelo apoio fundamental no início da minha trajetória acadêmica na UFMG.

À Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas (PROPEES), pela infraestrutura e suporte indispensáveis à realização deste trabalho. Sem a excelência da instituição, este projeto não teria se concretizado da maneira que aconteceu.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

E, finalmente, a todos que, de alguma forma, contribuíram para que este sonho se tornasse realidade. Cada gesto de apoio, cada palavra de encorajamento foi essencial e profundamente apreciada.

Muito obrigado a todos!

Aquilo que me permite ver é também
a luz que me guia

RESUMO

O confinamento de pilares circulares de concreto armado (CA) com polímero reforçado com fibras de carbono (PRFC) tem se consolidado como uma técnica eficaz no reforço de pilares existentes. Sua adoção crescente é atribuída à sua alta eficiência e facilidade de aplicação, dentre outras vantagens. O reforço de pilares de CA pertence ao domínio das estruturas existentes, o que é reconhecido como distinto do projeto de estruturas novas. Dada a relevância, o desenvolvimento de normas técnicas específicas para o reforço de pilares de CA confinados por PRFC (CA-PRFC) torna-se necessário. Essas normas devem seguir um arcabouço semelhante ao adotado para o projeto de estruturas novas, utilizando métodos semi-probabilísticos. Uma etapa nesse desenvolvimento é a avaliação dos níveis de confiabilidade implícitos nas recomendações normativas propostas. Nesse processo, surgem várias questões adicionais: a necessidade de um modelo tensão-deformação que represente o comportamento do concreto armado confinado por PRFC, a descrição estatística das variáveis de projeto, o índice de confiabilidade alvo a ser considerado e os desafios relacionados à excentricidade relativa. Neste estudo, os níveis de confiabilidade de 540 pilares curtos de seção circular CA-PRFC, sujeitos à flexo-compressão, são avaliados. Inicialmente os pilares CA são verificados segundo os critérios normativos do ACI 318 (2014) e reabilitados de acordo com as diretrizes do ACI 440.2R (2017). Um modelo de confinamento com PRF que considera explicitamente a presença de armadura transversal e os erros de modelo associados à estimativa da resistência e da deformação últimas é utilizado no cálculo da capacidade resistente dos pilares CA-PRFC, aliado à modelagem das incertezas inerentes nas propriedades dos materiais e nos carregamentos. A simulação de Monte Carlo é utilizada na descrição probabilística da resistência dos pilares e nas estatísticas das solicitações, e no cálculo da probabilidade de falha. Os índices de confiabilidade (β) são analisados em relação aos índices alvo (β_{alvo}) estabelecidos na literatura. É realizada uma avaliação da influência de cada variável de projeto de interesse sobre β . Os resultados obtidos para β , entre 3,32 e 4,31, estão em conformidade com as recomendações para estruturas existentes e novas, abrangendo a faixa prevista pelas normas de referência. Esses valores refletem a adequação do desempenho estrutural dentro dos critérios estabelecidos, embora com variações que indicam a influência de diferentes parâmetros de projeto. Os resultados desta pesquisa apoiam os esforços dos comitês normalizadores no desenvolvimento e aprimoramento de normas para o reforço de pilares de CA com PRF.

Palavras-chave: pilares curtos; concreto armado; confinamento com PRFC; estruturas existentes; flexo-compressão; índice de confiabilidade; normas de projeto; reforço; seções circulares.

ABSTRACT

The confinement of circular reinforced concrete (RC) columns with carbon fiber-reinforced polymer (CFRP) has established itself as an effective technique for strengthening existing columns. Its growing adoption is attributed to its high efficiency and ease of application, among other advantages. Strengthening of *RC* columns falls within the domain of existing structures, which is distinct from the design of new ones. Given its importance, developing specific technical standards for CFRP-confined *RC* columns (RC-CFRP) is necessary. These standards should follow a framework similar to that used for new structures, employing semi-probabilistic methods. An essential step in this development is the assessment of the reliability levels implicit in the strengthening recommendations. This process introduces several additional issues: the need for a stress-strain model that represents the behavior of FRP-confined reinforced concrete; statistical description of the design variables, including inherent and epistemic uncertainties; selection of the target reliability index to be achieved; and addressing challenges related to relative eccentricity. In this study, the reliability levels of 540 short *RC* columns with circular cross-sections, subjected to axial load and bending, are assessed. Initially, the *RC* columns are evaluated according to the ACI 318 (2014) criteria and strengthened following the ACI 440.2R (2017) guidelines. A *CFRP* confinement model that explicitly accounts for the presence of transverse steel and model errors associated with estimating ultimate strength and strain is used to calculate the capacity of the *CFRP-RC* columns, along with modeling the inherent uncertainties in material properties and loads. Monte Carlo simulation (MCS) is employed to probabilistically describe the column strength and load statistics, as well as to calculate the probability of failure. The reliability indices (β) obtained through this approach are analyzed in relation to the target indices (β_{target}) established in the literature. Additionally, an evaluation of the influence of each relevant design variable on β is conducted. The obtained β results, ranging from 3.32 to 4.31, comply with the recommendations for both existing and new structures, covering the range prescribed by reference standards. These values reflect the adequacy of structural performance within the established criteria, albeit with variations that indicate the influence of different design parameters. The results of this research support the efforts of standardization committees in the development and improvement of guidelines for strengthening *RC* columns with *FRP*.

Keywords: *CFRP* confinement; circular cross-sections; design codes; existing structures; reinforced concrete; reliability index; short columns; eccentric loading; strengthening.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Ação confinante do <i>PRF</i> no núcleo de concreto: (a) camisa de <i>PRF</i> ; b) testemunho de concreto, Ozbakkaloglu (2013)	40
Figura 2.2	Modelo tensão-deformação proposto para concreto confinado com <i>PRF</i> (Lam e Teng (2003))	44
Figura 2.3	Razão de ganho de resistências x razão de confinamento (Lam e Teng (2003))	46
Figura 2.4	Concreto confinado por aço e <i>PRF</i> : (a) pilar de concreto, (b) curva tensão-deformação do concreto confinado por espirais de aço, (c) curva tensão-deformação do concreto confinado por <i>PRF</i> , (d) curva tensão-deformação do concreto confinado por aço e <i>PRF</i> . (Lee <i>et al.</i> (2010))	48
Figura 2.5	Forças que atuam na seção transversal de concreto armado confinado por aço e <i>PRF</i>	48
Figura 2.6	Diagrama tensão-deformação para o concreto confinado por armadura transversal e <i>PRF</i> (Lee <i>et al.</i> (2010))	50
Figura 2.7	Tensões e deformações em pilares confinados sujeitos a: (a) carga concêntrica, (b) flexão, e (c) carga excêntrica com seção totalmente comprimida (Kollár <i>et al.</i> (2011))	52
Figura 3.1	Diagrama tensão-deformação de várias fibras de reforço (ACI 440.R (1996))	61
Figura 3.2	Representação do diagrama de interação	66
Figura 3.3	Metodologia de cálculo para o diagrama de interação <i>P-M</i> segundo o ACI 440.2R (2017) adaptado	67
Figura 3.4	Distribuições de tensões em elementos com armadura passiva	73
Figura 3.5	Variação de ϕ com a deformação na armadura mais tracionada	73
Figura 4.1	Funções densidade de probabilidade $f_R(R)$ e $f_S(S)$	77
Figura 4.2	Função densidade de probabilidade da margem de segurança (Ang & Tang (1990))	79
Figura 4.3	Estado de segurança e de falha no espaço das variáveis reduzidas	80
Figura 4.4	Mapeamento entre as variáveis <i>U</i> e <i>X</i> (Haldar e Mahadevan (2000))	83
Figura 5.1	Curva tensão-deformação para o aço (Park & Paulay (1975))	103
Figura 5.2	Representação gráfica da função de desempenho	106
Figura 5.3	Fluxograma geral para a determinação do índice de confiabilidade para pilares	107
Figura 5.4	Momento versus curvatura para uma única iteração, pilar P35B	110

Figura 5.5	Diagrama $P-M$ para o pilar P35 para as condições: confinado e sem confinamento	112
Figura 6.1	P_f dos pilares a) 1 a 20 b) 21 a 40 c) 41 a 60 $e/d = 0,05$	119
Figura 6.2	P_f dos pilares a) 1 a 20 b) 21 a 40 c) 41 a 60 $e/d = 0,10$	120
Figura 6.3	P_f dos pilares a) 1 a 20 b) 21 a 40 c) 41 a 60 $e/d = 0,15$	121
Figura 6.4	β dos pilares a) 1 a 20 b) 21 a 40 c) 41 a 60 $e/d = 0,05$	122
Figura 6.5	β dos pilares a) 1 a 20 b) 21 a 40 c) 41 a 60 $e/d = 0,10$	123
Figura 6.6	β dos pilares a) 1 a 20 b) 21 a 40 c) 41 a 60 $e/d = 0,15$	124
Figura 6.7	Histograma da P_f em função de e/d e r	130
Figura 6.8	Histograma de β em função de e/d e r	130
Figura 6.9	β e d	133
Figura 6.10	β e f'_c	134
Figura 6.11	β e r	136
Figura 6.12	β e ρ_{sL}	137
Figura 6.13	β e ρ_{sw}/ρ_{min}	140
Figura 6.14	β e C_R	141
Figura 6.15	β em função de ρ_{sw}/ρ_{min} e C_R	143
Figura A.1	Histograma do diâmetro da seção transversal e distribuição normal superposta	176
Figura A.2	Histograma do cobrimento de concreto e distribuição normal superposta	176
Figura A.3	Histograma da resistência a compressão do concreto e distribuição logNormal superposta	176
Figura A.4	Histograma do módulo de elasticidade longitudinal do aço e distribuição normal superposta	177
Figura A.5	Histograma da tensão de escoamento do aço longitudinal e distribuição lognormal superposta	177
Figura A.6	Histograma da tensão de escoamento do aço transversal e distribuição lognormal superposta	177
Figura A.7	Histograma da resistência última do aço longitudinal e distribuição lognormal superposta	178
Figura A.8	Histograma da deformação última do aço longitudinal e distribuição normal superposta	178
Figura A.9	Histograma da deformação na tensão de endurecimento do aço e distribuição normal superposta	178
Figura A.10	Histograma da resistência a tração última do $PRFC$ – COV de 0,15 e distribuição normal superposta	179

Figura A.11	Histograma do erro do modelo para a resistência (Modelo Lee <i>et al.</i>) e distribuição normal superposta	179
Figura A.12	Histograma do erro do modelo para a deformação (Modelo Lee <i>et al.</i>) e distribuição Normal superposta	179
Figura A.13	Histograma da variável aleatória, P_R , e distribuição lognormal superposta .	180
Figura A.14	Histograma da carga permanente, CP_smc , P15, $e/d = 0,15$, $r = 2,0$	181
Figura A.15	Histograma da sobrecarga, SC_smc , P15, $e/d = 0,15$ e $r = 2,0$	181
Figura A.16	Histograma da variável aleatória, P_s , P15, $e/d = 0,15$ e $r = 2,0$	182
Figura A.17	Histograma da margem de segurança	183
Figura B.1	Diagrama de interação P - M . Pilar P15 – Confinado c/ 2 (duas) camadas de $PRFC$	191
Figura B.2	Diagrama de interação P - M . Pilar P35 – Confinado c/ 3 (três) camadas de $PRFC$	191
Figura B.3	Diagrama de interação P - M . Pilar P55 – Confinado c/ 4 (quatro) camadas de $PRFC$	191
Figura AA.1	Diagrama das pressões atuantes na seção transversal circular de um pilar ...	235

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Estatísticas do erro do modelo para a deformação última ξ_e e tensão última ξ_f (Ferreira (2017))	49
Tabela 3.1	Fator de redução ambiental	63
Tabela 3.2	Cobrimento mínimo para elementos em concreto armado in loco - ACI 318 (2014)	69
Tabela 3.3	Fator de redução ϕ para momento, carga axial ou momento combinado e carga axial	71
Tabela 4.1	Vida útil de projeto para o dimensionamento de estruturas novas - ISO 2394 (2015)	88
Tabela 4.2	β_{alvo} anual recomendados p/ estruturas novas, para ELU baseados em otimização econômica – fib MC 2020 (2023)	89
Tabela 4.3	β_{alvo} recomendados p/ estruturas novas, para ELU baseados em otimização econômica para um período de 50 anos – fib MC 2020 (2023)	89
Tabela 4.4	Valores de β_{alvo} para um período de referência de 50 anos EN 1990 (2004)	91
Tabela 4.5	Valores de β_{alvo} para um período de referência de 1 ano EN 1990 (2004)	91
Tabela 4.6	Índices de confiabilidade alvo sugeridos para estruturas existentes (fib MC 2020 (2023))	93
Tabela 5.1	Descrição dos pilares da série A	97
Tabela 5.2	Resumo das estatísticas das variáveis básicas associadas a resistência do pilar	104
Tabela 5.3	Estatísticas das ações	104
Tabela 6.1	P_f e β para os 180 pilares da série A ($e/d = 0.05$)	116
Tabela 6.2	P_f e β para os 180 pilares da série B ($e/d = 0.10$)	117
Tabela 6.3	P_f e β para os 180 pilares da série C ($e/d = 0.15$)	118
Tabela 6.4	P_f e β (COV 0,05 e 0,15; f_{Fu})	125
Tabela 6.5	Estatísticas da P_f e do β	127
Tabela B.1	Verificações para os pilares, $e/d = 0.001$	184
Tabela B.2	Verificações para os pilares, $e/d = 0,05$	185
Tabela B.3	Verificações para os pilares, $e/d = 0,10$	186
Tabela B.4	Verificações para os pilares, $e/d = 0,15$	187
Tabela B.5	Verificações confinamento do aço sobre os pilares de acordo com Mander <i>et al.</i> (1988) e classificação Pessiki (1994)	188
Tabela B.6	Limite final do patamar definido pelo fator de redução de 0,85 no diagrama P - M	189

Tabela B.7	e/d para os pontos B e C do diagrama $P-M$	190
Tabela B.8	Resistência de projeto S_d dos pilares analisados	192
Tabela D.1	Principais parâmetros dos pilares	221
Tabela E.1	Estatísticas da força resistente dos pilares analisados	222
Tabela E.2	Estatísticas da força resistente dos pilares analisados	224
Tabela E.3	Estatísticas de P_s , $e/d = 0,05$, $r = 0,5$	225
Tabela E.4	Estatísticas de P_s , $e/d = 0,05$, $r = 1,0$	226
Tabela E.5	Estatísticas de P_s , $e/d = 0,05$, $r = 2,0$	227
Tabela E.6	Estatísticas de P_s , $e/d = 0,10$, $r = 0,5$	228
Tabela E.7	Estatísticas de P_s , $e/d = 0,10$, $r = 1,0$	229
Tabela E.8	Estatísticas de P_s , $e/d = 0,10$, $r = 2,0$	230
Tabela E.9	Estatísticas de P_s , $e/d = 0,15$, $r = 0,5$	231
Tabela E.10	Estatísticas de P_s , $e/d = 0,15$, $r = 1,0$	232
Tabela E.11	Estatísticas de P_s , $e/d = 0,15$, $r = 2,0$	233
Tabela E.12	Estatísticas de P_s , $e/d = 0,001$, $r = 0,5$	234
Tabela E.13	Estatísticas de P_s , $e/d = 0,001$, $r = 1,0$	234
Tabela E.14	Estatísticas de P_s , $e/d = 0,001$, $r = 2,0$	234

SÍMBOLOS

LETRAS ROMANAS

A_f : área da seção transversal correspondente às fibras no *PRF*;

A_F : área da seção transversal correspondente ao *PRF*;

A_g : área bruta da seção de concreto;

Ag_{smc} : variável aleatória associada à área bruta do concreto;

A_{sL} : área total da armadura longitudinal;

$A_{s\phi}$: área da armadura transversal ou espiral;

c : cobrimento do concreto;

CC : Classe de consequência;

C_E : fator de redução ambiental dado pela ACI 440.2R (2017);

CP_{smc} : variável aleatória associada com a carga permanente;

d : diâmetro do pilar;

d_{smc} : variável aleatória associada ao diâmetro;

d_c : diâmetro do núcleo confinado de concreto;

Dc_{smc} : variável aleatória associada ao núcleo confinado;

d_L : diâmetro nominal da armadura longitudinal;

d_t : diâmetro nominal da armadura transversal;

$ecob_{smc}$: variável aleatória associada ao cobrimento do concreto;

$ErroModeloe_{smc}$: variável aleatória associada ao erro do modelo da deformação última;

$ErroModelor_{smc}$: variável aleatória associada ao erro do modelo da resistência última;

$E'2$: inclinação tangencial da curva tensão-deformação logo após o pico inicial de tensão f_{cl} ;

$E1$: inclinação do primeiro ramo da curva tensão-deformação do concreto confinado;

$E2$: inclinação do segundo ramo da curva tensão-deformação do concreto confinado;

E_c : módulo de elasticidade do concreto;

E_f : módulo de elasticidade das fibras de *PRF*;

E_F : módulo de elasticidade do *PRF*;

E_{PRFC} : módulo de elasticidade do *PRFC*;

E_m : módulo de elasticidade da resina (matriz);

$eshl_{smc}$: variável aleatória associada à deformação no patamar de endurecimento;

$esul_{smc}$: variável aleatória associada a deformação última;

$E_{sl_{smc}}$: variável aleatória associada ao módulo de elasticidade do aço;

E_{sL} : módulo de elasticidade da armadura longitudinal de aço;

E_{sw} : módulo de elasticidade da armadura transversal de aço;
 f_F^* : resistência última à tração do *PRF* conforme informado pelo fabricante;
 f'_c : resistência à compressão do concreto cilíndrico não confinado;
 f_{cm_smc} : variável aleatória associada à resistência à compressão do concreto;
 f_0 : ponto correspondente à interseção entre o segundo ramo e o eixo vertical na curva tensão-deformação do concreto confinado;
 f_c e ε_c : tensão axial de compressão e deformação correspondente ao concreto não confinado;
 f_{c0} : resistência à compressão do concreto não confinado no pilar;
 f_{c1} e ε_{c1} : ponto de transição entre o primeiro e o segundo ramo da curva tensão-deformação do concreto confinado;
 f_{cc} : resistência última à compressão do concreto confinado;
 f_{cc_smc} : variável aleatória associada à tensão última de confinamento do concreto;
 f_{cm} : resistência média requerida do concreto em cilindros padrão;
 f_{cs} e ε_{cs} : tensão e deformação correspondentes ao início do escoamento do aço conforme o modelo de Lee;
 f_{cu} : resistência última à compressão do concreto confinado;
 f_F : resistência à tração do *PRF*;
 f_f : resistência à tração das fibras do *PRF*;
 f_{PRFC_smc} : variável aleatória associada à resistência última à tração das fibras no compósito de *PRF*;
 f_{Fu} : resistência última à tração de projeto do *PRF*, conforme a ACI 440.2R (2017);
 f_l : pressão de confinamento lateral fornecida pelo confinamento;
 $f_{l,a}$: pressão de confinamento lateral real;
 f_{lF} : pressão de confinamento lateral fornecida pelo *PRF*;
 f_{lFe} : pressão de confinamento lateral efetiva devido à ação do *PRF*;
 f_{ls} : pressão de confinamento lateral devida à ação da armadura transversal;
 f_{lse} : pressão de confinamento lateral efetiva devido à ação do aço;
 f_m : resistência da resina (matriz);
 f_{sL} : tensão na armadura longitudinal de aço;
 f_{sL_smc} : variável aleatória associada à tensão na armadura longitudinal de aço;
 f_{su_smc} : variável aleatória associada à resistência última do aço;
 f_{sw} : tensão na armadura transversal de aço;
 F_u : força última resistida pelo *PRF* em teste de tração axial;

f_y : resistência ao escoamento especificada da armadura longitudinal de aço;
 f_{yl_smc} : variável aleatória associada à resistência ao escoamento do aço (longitudinal);
 f_{yt_smc} : variável aleatória associada à resistência ao escoamento do aço (longitudinal);
 f_{yL} : resistência ao escoamento da armadura longitudinal de aço;
 f_{yt} : resistência ao escoamento especificada da armadura transversal de aço;
 f_{yw} : resistência ao escoamento da armadura transversal de aço;
 G^* : vetor gradiente no ponto de projeto;
 h : altura do pilar;
 I_F : índice de confinamento devido ao *PRF*;
 I_{Fe} : índice de confinamento efetivo devido ao *PRF*;
 I_s : índice de confinamento devido ao aço transversal;
 I_{se} : índice de confinamento efetivo devido ao aço transversal;
 k_1 e k_2 : coeficientes relacionados à eficiência do confinamento;
 k_F : coeficiente de eficiência do confinamento por *PRF*;
 k_s : coeficiente de eficiência do confinamento por aço transversal;
 n : número de simulações;
 n_{PRFC} : número de camadas de *PRFC*;
 n_b : número de barras longitudinais;
 N : parâmetro relacionado à curvatura da transição entre os dois ramos da curva tensão-deformação do concreto confinado;
 n_L : número de barras longitudinais;
 P_f : probabilidade de falha;
 P_n : resistência axial nominal do elemento de concreto reforçado com *PRF*;
 P_R : vetor da resistência do pilar;
 P_s : vetor da solicitação do pilar;
 R : resistência do componente estrutural;
 S : efeito de carga no componente estrutural;
 s' : espaçamento vertical interno da espiral ou estribos (face-a-face);
 s : espaçamento vertical entre centros dos estribos ou espirais;
 SC_{smc} : variável aleatória associada a sobrecarga;
 t : espessura de cada camada de *PRF*;
 t_{PRFC} : espessura de cada camada de *PRFC*;

LETRAS GREGAS

β : índice de confiabilidade;

ε^*_{F} : deformação última de ruptura do *PRF* conforme informado pelo fabricante;

ε'_c : deformação máxima do concreto não confinado correspondente a f'_c ;

ε_{c0} : deformação axial de compressão do concreto não confinado correspondente a f_{c0} ;

ε_{cc} : deformação axial de compressão do concreto confinado correspondente a f_{cc} ;

ε_{cc_smc} : variável aleatória associada à tensão última do concreto confinado;

ε_{cu} : deformação axial de compressão do concreto confinado correspondente a f_{cu} ;

ε_f : deformação última de tração das fibras;

ε_F : deformação última de tração do *PRF*;

ε_{Fu} : deformação de ruptura de projeto do *PRF*, conforme ACI 440.2R (2017);

$\varepsilon_{h, rup}$: deformação de ruptura real do *PRF*, conforme Lam e Teng (2003);

ε_{hF} : deformação circunferencial do *PRF*;

ε_{frp} : deformação de ruptura obtida por ensaios de corpos de prova no *PRF*, conforme Lam e Teng (2003);

ε_{sh_smc} : variável aleatória associada à deformação no início do encruamento;

ε_{su_smc} : variável aleatória associada à deformação última do aço longitudinal;

ε'_t : deformação de transição na curva tensão-deformação do concreto confinado por *PRF*;

ε_{yw} : deformação de escoamento da armadura transversal de aço;

ϕ : fator de redução de resistência;

Φ^{-1} : função inversa da distribuição normal padrão;

μ e σ : média e desvio padrão;

ρ_F : taxa volumétrica de reforço de *PRF*;

ρ_{sL} : taxa volumétrica de armadura longitudinal de aço;

ρ_{sw} : taxa volumétrica de armadura transversal de aço;

ξ_f : erro do modelo associado à tensão última;

ξ_ε : erro do modelo associado à deformação última;

ψ_f : fator de redução adicional.

ÍNDICE

1	Introdução	
1.1	Considerações iniciais	23
1.2	Objetivos	31
1.3	Escopo do estudo	32
2	Concreto Confinado	
2.1	Introdução	37
2.2	Concreto confinado por <i>PRF</i>	39
2.2.1	Modelos de confinamento.....	41
2.2.2	Modelo de Lam e Teng (2003)	43
2.3	Concreto confinado por aço e <i>PRF</i>	47
2.3.1	Carregamento concêntrico	48
2.3.2	Carregamento excêntrico.....	52
2.4	Resumo do capítulo	55
3	Reforço de Pilares de <i>CA</i> via Confinamento por <i>PRF</i> : Normas Técnicas e Outros Documentos	
3.1	Considerações gerais	57
3.2	Recomendações de projeto segundo o ACI 440.2R (2017)	60
3.2.1	Projeto de pilares em concreto confinados com <i>PRF</i>	60
3.2.2	Propriedades mecânicas do <i>PRF</i>	60
3.2.2.1	Comportamento à tração	61
3.2.2.2	Comportamento à compressão	61
3.2.2.3	Módulo de elasticidade.....	62
3.2.3	Limites de acréscimo de resistência para o reforço em <i>PRF</i>	62
3.2.4	Equações e propriedades básicas de projeto.....	62
3.2.5	Compressão pura	64
3.2.6	Diagrama tensão-deformação para o concreto confinado por <i>PRF</i>	64
3.2.7	Pilares submetidos à flexo-compressão	65
3.2.8	Metodologia para o cálculo simplificado do diagrama de interação	68
3.3	Recomendações de projeto segundo o ACI 318 (2014)	68
3.3.1	Armadura longitudinal	68
3.3.2	Cobrimento	69
3.3.3	Espaçamento mínimo entre barras longitudinais	69
3.3.4	Armadura transversal	70
3.3.5	Fator de redução da resistência ϕ	71
3.3.6	Efeitos de segunda ordem	73

3.4	Resumo do capítulo	74
4	Confiabilidade Estrutural	
4.1	Introdução	75
4.2	Níveis dos métodos de confiabilidade	75
4.3	Métodos de análise de confiabilidade	77
4.3.1	Problema Básico	77
4.3.2	Margem de segurança	78
4.3.3	Formulação de primeira ordem e segundo momento	79
4.3.4	Método de confiabilidade de primeira ordem (FORM)	81
4.4	Simulação de Monte Carlo	82
4.4.1	Geração de numeros aleatórios	83
4.4.2	Obtenção da probabilidade de falha via simulação de Monte Carlo	83
4.4.3	Precisão na simulação de Monte Carlo	84
4.5	Calibração de normas técnicas	85
4.5.1	Seleção do índice de confiabilidade alvo (β_{alvo})	87
4.5.2	Índice de confiabilidade alvo para estruturas novas	88
4.5.3	Índice de confiabilidade alvo para estruturas existentes	92
4.6	Resumo do capítulo	93
5	Bases para a análise de confiabilidade de pilares em <i>CA-PRFC</i>	
5.1	Introdução	95
5.2	Detalhes dos pilares analisados	96
5.3	Descrição estatística das variáveis aleatórias	100
5.3.1	Variabilidade nas dimensões da seção transversal	101
5.3.2	Variabilidade na resistência a compressão do concreto	101
5.3.3	Variabilidade nas propriedades mecânicas do aço	102
5.3.4	Incertezas no modelo	103
5.3.5	Variabilidade das ações	104
5.4	Função de desempenho	106
5.5	Implementação da simulação de Monte Carlo (Programa BRACCO)	107
5.5.1	Descrição estatística da força resistente (P_R)	108
5.5.2	Descrição estatística da força solicitante (P_S).....	111
5.6	Verificação de desempenho	112
5.7	Resumo do capítulo	113
6	Avaliação dos Níveis de Confiabilidade Implícitos no Projeto de Pilares em <i>CA-PRFC</i> sob Flexo-Compressão	
6.1	Introdução	114

6.2	Apresentação dos resultados	115
6.3	Estatísticas da probabilidade de falha e do Índice de confiabilidade	126
6.4	Influência das variáveis de projeto na confiabilidade de pilares <i>CA-PRFC</i>	131
6.4.1	Diâmetro da seção transversal, d	132
6.4.2	Resistência a compressão do concreto, f'_c	134
6.4.3	Razão entre as médias dos carregamentos, r	135
6.4.4	Taxa de armadura longitudinal, ρ_{sL}	137
6.4.5	Taxa volumétrica de armadura, ρ_{sw}/ρ_{min}	139
6.4.6	Índice de confinamento, C_R	140
6.4.7	Taxa de armadura longitudinal, ρ_{sw} versus C_R	142
6.5	Análise de e/d no comportamento e na confiabilidade de pilares <i>CA-PRFC</i>	143
6.6	Cenários-limite e médios na análise de confiabilidade de pilares <i>CA-PRFC</i>	145
6.7	Confiabilidade de pilares <i>CA-PRFC</i> : Comparação com normas técnicas internacionais e outros documentos	147
6.8	Resumo do capítulo	149
7	Sumário, Conclusões e Sugestões	
7.1	Sumário	152
7.2	Conclusões	154
7.3	Sugestões para pesquisas futuras	158
	Referências Bibliográficas	160
	Glossário	173
Apêndices		
Apêndice A - Exemplo do procedimento da análise de confiabilidade		
A.1.	Características geométricas e propriedades mecânicas dos materiais	174
A.2.	Simulação da força resistente (P_R)	175
A.3.	Simulação da força solicitante (P_S)	180
A.4.	Probabilidade de falha e índice de confiabilidade	182
Apêndice B - Verificações de projeto		
B.1.	Verificações de projeto segundo o ACI 440.2R (2017)	184
B.2.	Verificações adicionais segundo a literatura	188
B.3.	Limite final do patamar definido pelo fator de redução de 0,85 no diagrama <i>P-M</i>	189

B.4. e/d para os pontos B e C do diagrama $P-M$	190
B.5. Diagramas de interação $P-M$, pilares P15, P35 e P55	191
B.6. Resistência de projeto, S_d , dos pilares analisados	192

Apêndice C - Programa *BRACCO* - *Basis for Reliability Analysis of Columns with Composite Overlays*

C.1. Módulo 1 - Cálculo das estatísticas para o vetor da força resistente	193
C.2. Módulo 2 - Cálculo do vetor da força resistente (P_R).....	198
C.3. Módulo 3 - Cálculo da força solicitante (S_d), estatísticas da força solicitante, cálculo do vetor força solicitante (P_s), P_f e β	206

Apêndice D – Parâmetros dos pilares *CA-PRFC*

D.1. Principais parâmetros dos pilares selecionados para o estudo	221
---	-----

Apêndice E – Estatísticas de P_R e P_S

E.1. Estatísticas da força resistente (P_R)	222
E.2 - Estatísticas da força solicitante (P_S) e a razão r	224

Anexo

Anexo A – Cálculo de f_{ls} em pilares *CA*

AA.1 – Equações para o cálculo da pressão lateral de confinamento pela armadura transversal	235
---	-----

1

Introdução

1.1 - Considerações iniciais

O concreto é o material mais utilizado na construção civil em todo o mundo. Quando aliado a barras de aço na tecnologia do concreto armado (CA), uma grande variedade de formas pode ser obtida. Ademais, a disponibilidade dos materiais constituintes, o conhecimento acumulado em mais de um século de pesquisas e utilização, o grande desenvolvimento das normas técnicas pertinentes ao setor, a facilidade de execução, o baixo custo, a boa resistência ao fogo e durabilidade são algumas das razões que contribuem para a sua ampla utilização. Desta maneira, ao longo do século passado e também no atual, em todo o mundo, um grande número de estruturas e infraestruturas (pontes, aeroportos, edifícios de andares múltiplos, viadutos, etc) foram construídas em *CA*.

A despeito de que medidas visando à durabilidade das estruturas de *CA* possam ter sido tomadas nas fases de concepção, projeto, execução e manutenção, diversas são as razões para que hoje o problema da recuperação de tais estruturas seja tema de grande relevância. Vários fatores contribuem para este interesse podendo-se citar:

- a degradação das estruturas de *CA* seja por ações ambientais (ingresso de cloretos, carbonatação, etc.) e/ou solicitações não previstas (como aquelas decorrentes do aumento do tráfego em pontes ou alteração nas condições de uso),
- a adoção de normas técnicas mais restritivas,
- os requisitos da sustentabilidade face à escassez de recursos naturais e alterações climáticas,
- a limitação de recursos financeiros para a construção de novas estruturas, e
- o envelhecimento de estruturas e infraestruturas.

Em todo o mundo, um grande número de estruturas já atingiu (ou está próximo de atingir) 50 anos, período usualmente tomado como referência para a vida útil de projeto de estruturas de concreto armado (CA). De acordo com o *2021 Report Card* da American Society of Civil Engineers (ASCE), boletim que avalia a condição da infraestrutura norte-americana (ASCE, 2021):

“Existem mais de 617.000 pontes nos Estados Unidos. Atualmente, 42% de todas as pontes têm pelo menos 50 anos de idade, e 46.154, ou 7,5% das pontes do país, são consideradas estruturalmente deficientes, o que significa que estão em condição "ruim". Infelizmente, são realizadas 178 milhões de viagens diárias nessas pontes estruturalmente deficientes. Nos últimos anos, à medida que a idade média das pontes dos EUA aumenta para 44 anos, o número de pontes estruturalmente deficientes continua a decrescer; no entanto, os investimentos diminuíram. Uma estimativa recente para as necessidades acumuladas de reparos de pontes é de US\$ 125 bilhões. As estimativas mostram que é necessário aumentar os gastos com reabilitação de pontes de US\$ 14,4 bilhões anuais para US\$ 22,7 bilhões anuais, ou seja, em 58%. Com a taxa atual de investimento, levará até 2071 para realizar todos os reparos que são atualmente necessários.”

Segundo Melchers (2001), a questão da recuperação de estruturas e infraestruturas existentes vai além das pontes rodoviárias e ferroviárias, abrangendo uma ampla variedade de construções em CA. Considerando essas observações, pode-se concluir que muitas estruturas em CA atualmente apresentam deficiências que requerem intervenção estrutural. Além disso, a demolição dessas estruturas e a construção de novas são processos caros e que consomem muito tempo. Nesse contexto, o reforço estrutural surge como uma solução viável e eficiente para enfrentar esses desafios, oferecendo uma forma eficaz de prolongar a vida útil de estruturas que apresentem deficiências, sem a necessidade de substituição completa.

Para a reabilitação e reforço de estruturas existentes, existem diversas técnicas de intervenção disponíveis, cada uma adequada a diferentes necessidades e condições. Entre essas técnicas, destacam-se o reforço por adição de armaduras exteriores, que pode incluir elementos metálicos ou compósitos. Outra abordagem é o reforço por encamisamento, que envolve a aplicação de camadas adicionais de armaduras e concreto, argamassas ou compósitos ao redor da estrutura existente. O reforço por pré-esforço exterior utiliza cabos de aço ou laminados de carbono para aplicar tensões adicionais e melhorar a capacidade de carga da estrutura. Por fim, o reforço

pode também envolver a substituição e/ou adição de novos elementos estruturais, que contribuem para o aumento da capacidade resistente da estrutura existente.

O uso de *PRF* no reforço de estruturas tem se consolidado como uma alternativa eficiente e versátil aos métodos tradicionais. Esses compósitos, constituídos por matrizes poliméricas termoplásticas ou termofixas associadas a fibras contínuas dispostas de forma aleatória ou orientada, oferecem propriedades adaptáveis para atender às necessidades específicas de reforço ou reparo estrutural. Destacam-se pela leveza, alta resistência à corrosão e uma excelente relação entre resistência e peso específico, além de apresentarem durabilidade superior em ambientes agressivos, como apontado por Val (2003). A fabricação contínua dos *PRF* amplia sua aplicação em geometrias complexas, tornando-os adequados para situações onde materiais tradicionais, como o aço, não seriam viáveis.

Embora apresentem vantagens significativas, algumas limitações dos *PRF* devem ser consideradas, como o custo inicial elevado em comparação aos materiais convencionais, especialmente devido à necessidade de mão de obra especializada. Também apresentam maior suscetibilidade a danos superficiais por impacto ou abrasão, além de uma resistência limitada à exposição a altas temperaturas, o que pode comprometer o desempenho em situações de incêndio. Medidas de proteção, como revestimentos específicos, podem mitigar esses efeitos, ampliando a segurança e a viabilidade de seu uso em cenários críticos.

Ainda assim, a eficiência e adaptabilidade dos *PRF* garantem sua ampla aplicação no reforço e reparo de elementos estruturais de *CA*, incluindo vigas, lajes e, sobretudo, pilares. Conforme Ferreira (2017), os pilares são elementos estruturais importantes, dado seu papel na estabilidade das construções. Diagnósticos precisos e intervenções ágeis são necessários, pois a falha de um único pilar pode comprometer toda a estrutura, reforçando a importância de soluções confiáveis e eficientes como os *PRF* no contexto do reforço ou reparo destes elementos em estruturas existentes.

Uma aplicação relevante dos compósitos está no confinamento do concreto, utilizado tanto na recuperação de pilares de *CA* existentes quanto em novos sistemas estruturais mistos. O revestimento com *PRF* limita a expansão lateral do concreto, criando, sob compressão axial, um estado triaxial de tensões. Esse mecanismo aumenta significativamente a resistência e a ductilidade do concreto, ampliando sua capacidade de suportar esforços.

A maioria das pesquisas relacionadas a concreto confinado com *PRF* lida com cilindros de concreto simples ao invés de pilares com armadura transversal e longitudinal. Isso pode ser facilmente observado no grande número de modelos propostos para seções circulares de concreto confinado com *PRF* (por exemplo, Ozbakkaloglu *et al.* (2013) relataram 88 modelos; Huang *et al.* (2016b) relataram 84 modelos). Por outro lado, apenas alguns modelos foram sugeridos para pilares em *CA* confinados por *PRF* e armadura transversal e longitudinal, aqui denominados pilares *CA-PRF* (Lin *et al.* (2016), Ferreira e Diniz (2018)).

No reforço de pilares existentes em *CA* por meio de confinamento com *PRF*, destaca-se a importância de avaliar o comportamento combinado dos materiais confinantes, representados pelo *PRF* e pelo aço da armadura transversal, bem como a presença do aço da armadura longitudinal (Eid e Paultre (2008); Wang *et al.* (2012)). Nesse contexto, torna-se necessário estabelecer uma distinção entre pilares confinados exclusivamente com *PRF* e aqueles denominados *CA-PRF*, que integram tanto a armadura transversal quanto a longitudinal em sua composição.

Pesquisas sobre o confinamento do aço da armadura transversal demonstraram que os níveis de confinamento são influenciados pela geometria da seção transversal, pela distribuição do aço da armadura longitudinal e pelo espaçamento entre estribos ou espirais. Esses fatores resultam em variações no nível de confinamento tanto na seção transversal quanto ao longo do comprimento do pilar. Em pilares circulares *CA-PRF*, a interação entre a armadura transversal e longitudinal tende a perturbar a pressão lateral uniforme gerada pelo confinamento do *PRF* (Ferreira e Diniz (2018)).

O confinamento em pilares *CA-PRF* oferece restrição adicional às barras de aço da armadura longitudinal, contribuindo para o adiamento da flambagem, especialmente em situações com grande espaçamento entre estribos ou espirais de aço da armadura transversal. No entanto, caso a rigidez do revestimento externo de *PRF* seja insuficiente para prevenir a flambagem das barras longitudinais, podem ocorrer concentrações de tensão no *PRF*, resultando em sua falha prematura e, conseqüentemente, em uma redução na eficiência do confinamento proporcionado pelo *PRF* (Pellegrino e Modena (2010)).

Pesquisas recentes têm investigado o confinamento via *PRF* para seções transversais circulares e quadradas (ou retangulares) (Wu e Wang (2009)). No entanto, a maior parte das pesquisas existentes sobre confinamento via *PRF* de pilares em *CA* está relacionada a seções transversais

circulares (Lin *et al.* (2016), Wang e Wu (2008)); este fato é facilmente explicado pela maior eficiência de confinamento para esta geometria de seção.

Reconhece-se amplamente que os mecanismos de confinamento em seções transversais circulares e quadradas (ou retangulares) apresentam diferenças significativas. Em seções transversais circulares, o confinamento proporcionado pelo envolvimento contínuo de *PRF* resulta em uma pressão lateral uniforme ao longo da superfície do pilar, o que pode levar a um aumento substancial na capacidade portante e na ductilidade do elemento, desde que o confinamento seja adequado. Em contraste, para seções transversais quadradas ou retangulares, o confinamento por *PRF* é geralmente menos eficaz. Isso se deve à presença de regiões não confinadas, particularmente distantes dos cantos, o que reduz a uniformidade da pressão lateral e a eficácia geral do confinamento (Micelli e Modarelli (2013)).

Para o confinamento de pilares de *CA*, tanto o *PRFC* quanto o *PRFV* foram considerados. No entanto, a construção, a durabilidade e o desempenho de longo prazo favorecem o uso do *PRFC* sobre o *PRFV* em aplicações práticas. Isso ocorre principalmente devido às propriedades superiores das fibras de carbono.

As fibras de vidro possuem um módulo de elasticidade inferior em comparação com as fibras de carbono. Como resultado, para alcançar a mesma pressão lateral em pilares reforçados, a espessura necessária do compósito de *PRFV* é maior do que a do compósito de *PRFC*. Por outro lado, a menor espessura do *PRFC* facilita a impregnação das fibras durante o processo de instalação do compósito, proporcionando uma aplicação mais eficiente e homogênea (Micelli e Modarelli (2013)).

Além da diferença no módulo de elasticidade, as fibras de carbono oferecem uma maior durabilidade em comparação com as fibras de vidro quando expostas a ambientes agressivos. O ACI 440.2R (2017) recomenda menores fatores de minoração para a resistência à tração do *PRF* em função dos efeitos ambientais (C_E) para o *PRFC*, quando comparado ao *PRFV*. Por exemplo, os fatores de redução correspondentes à "exposição externa" são 0,85 para as fibras de carbono e 0,65 para as fibras de vidro, refletindo a superioridade das fibras de carbono em termos de resistência à degradação ambiental.

Da mesma forma, a maioria dos modelos de tensão-deformação desenvolvidos para concreto confinado com aço da armadura transversal e *PRF* foi validada com base em espécimes *CA-PRFC*. Exemplos incluem os modelos propostos por Lee *et al.* (2010), Chastre e Silva (2010)

e Shirmohammadi *et al.* (2015), que foram verificados utilizando resultados experimentais exclusivamente de pilares *CA-PRFC*. Lin *et al.* (2016), por sua vez, empregaram uma base de dados composta por 48 resultados de testes, dos quais 47 correspondem a pilares *CA-PRFC* e apenas um único dado refere-se a um pilar *CA-PRFV*.

Enquanto a eficiência do confinamento do concreto é maximizada na ausência de um gradiente de deformação, como observado em pilares com carga centrada, a realidade das estruturas frequentemente envolve cargas excêntricas. Consequentemente, a maior parte da literatura sobre pilares *CA-PRF* foi dedicada à condição idealizada de carga centrada. No entanto, para refletir as condições reais de carga excêntrica, é necessário um aprofundamento no estudo de pilares *CA-PRF* sob essas condições. Estudos como os de El Maaddawy (2008), Bisby e Ranger (2010) e Wu e Jiang (2013) abordam este tópico.

Bisby e Ranger (2010) observam que o mecanismo do confinamento via *PRF* na presença de um gradiente de deformação na seção transversal é complexo e não totalmente compreendido. A resistência e a deformabilidade de pilares de *CA* circulares confinados com *PRF* sob cargas axiais excêntricas são substancialmente melhoradas, embora haja uma redução no acréscimo relativo de resistência devido ao confinamento sob condições de carregamento onde a flexão é predominante se comparados com pilares idênticos não confinados.

Teng *et al.* (2017) propuseram, através da análise de elementos finitos, um modelo tensão-deformação específico para pilares circulares de concreto simples confinados por polímeros reforçados com fibra (*PRF*) e submetidos à flexo-compressão. Ao comparar esse modelo com outros existentes para pilares confinados com *PRF* sob carregamento concêntrico, observaram que os resultados relativos à resistência desses pilares apresentaram poucas diferenças significativas. No entanto, uma limitação importante destacada foi a ausência de considerações sobre a presença de armaduras no concreto, o que pode influenciar o comportamento estrutural dos pilares confinados. Essa omissão sugere que, enquanto o modelo de Teng *et al.* pode ser utilizado para analisar a resistência de pilares sem armadura sujeitos a flexo-compressão, a aplicabilidade direta para pilares de *CA* não foi validada.

Para tanto, a avaliação da eficácia do reforço dos pilares *CA* por meio do confinamento com *PRF* pode ser realizada tanto de forma experimental quanto analítica. Ferreira e Diniz (2018) reuniram um banco de dados extenso contendo resultados de testes de pilares *CA-PRF* realizados por diversos pesquisadores, destacando que esses pilares são os que melhor refletem

o comportamento estrutural dos pilares existentes. Isso ocorre porque os pilares *CA-PRF* combinam o confinamento proporcionado pela armadura de aço transversal do concreto armado tradicional com o confinamento proporcionado pelo *PRF*, além da presença da armadura de aço longitudinal. Essa combinação resulta em um comportamento estrutural mais representativo das condições reais de pilares em uso, considerando a interação entre os materiais e sua resposta conjunta às solicitações de carga.

Para tanto, a avaliação da eficácia do reforço dos pilares de *CA* por meio do confinamento com *PRF* pode ser realizada de forma experimental ou analítica. Por exemplo, Ferreira e Diniz (2018) compilaram um banco de dados abrangente de pilares *CA-PRF* testados por diversos autores, destacando que os pilares *CA-PRFC* são as que melhor representam os pilares existentes em termos de comportamento estrutural.

A validação de modelos analíticos, necessários para garantir a acuidade no projeto de reforço estrutural, é realizada através de testes experimentais ou pela obtenção de amostras reais que conferem a confiabilidade das simulações e previsões. Para assegurar a eficácia dos modelos, é fundamental realizar uma descrição estatística detalhada dos ‘erros do modelo’, que refletem as incertezas associadas à predição da resistência e da deformação última dos pilares. Essa abordagem permite identificar e quantificar as discrepâncias entre as previsões do modelo e os dados experimentais ou reais (*in loco*). Assim, a validação não apenas confirma a acuidade dos modelos, mas também contribui para a adequação e aprimoramento das técnicas de reforço estrutural, garantindo que as intervenções projetadas atendam efetivamente às condições reais e às exigências de desempenho das estruturas existentes.

Em Ferreira e Diniz (2016) foram avaliados os níveis de segurança implícitos nas recomendações dos pilares *CA-PRF* projetados segundo o ACI 440.2R para carregamento centrado. Naquela pesquisa, estatísticas dos erros dos modelos associados a condições últimas relacionadas aos pilares *CA-PRF* foram usadas nas análises. Verificou-se que os índices de confiabilidade resultantes estão de acordo com o índice de confiabilidade alvo selecionado para o projeto de estruturas novas, conforme proposto por Szerszen e Nowak (2003).

Considerando o grande número de variáveis que afetam o desempenho dos pilares em *CA-PRF*, além da incerteza nos níveis de carregamento; consequentemente, a confiabilidade dos pilares circulares em *CA-PRFC* pode ser estabelecida apenas em termos probabilísticos. Para este fim, os métodos de confiabilidade estrutural (Ang e Tang (1984)) são necessários na aferição dos

níveis de segurança implícitos em uma determinada recomendação de projeto. Este é um requisito básico nos procedimentos de calibração de normas em formatos semiprobabilísticos (Diniz (2008)). Ademais, o reforço de pilares de *CA* com *PRF* pertence ao domínio das estruturas existentes, que foi reconhecido como distinto do projeto de estruturas novas. Sob esta luz, vários problemas surgem no desenvolvimento de normas para reforço de pilares de *CA* confinados com *PRFC* sujeitos a flexo-compressão, de acordo com Ferreira *et al.* (2024), a saber:

- (i) O desenvolvimento de normas para pilares em *CA-PRFC* deve adotar um arcabouço de confiabilidade semelhante ao aplicado em estruturas novas. Embora o processo seja bem documentado no ACI 318 (Nowak e Szerszen (2003); Szerszen e Nowak (2003)), faltam informações fundamentais no ACI 440.2R (2017). Este último menciona que "*os fatores de ponderação relacionados ao PRF foram calibrados para produzir índices de confiabilidade normalmente iguais a 3,5*", sem apresentar estudos que validem essa afirmação. Ademais, não está claro se o índice de confiabilidade alvo de 3,5 é aplicável especificamente a pilares *CA-PRFC*;
- (ii) Uma apresentação clara das premissas e métodos usados no processo de análise de confiabilidade é necessária para a verificação do alinhamento das diretrizes do ACI 440.2R (2017) com outros documentos internacionais. Embora o modelo de confinamento do *PRF* seja descrito no ACI 440.2R (2017), informações essenciais, como a descrição estatística das variáveis básicas (incluindo coeficientes de variação) e o método de confiabilidade estrutural empregado, não são apresentadas;
- (iii) O comportamento conjunto da armadura e do *PRF* pode ser benéfico ou prejudicial, dependendo da interação entre os materiais. Um confinamento bem dimensionado melhora a capacidade de carga do pilar, enquanto uma interação inadequada pode levar à falha prematura do *PRF*. O modelo de confinamento do *PRF* adotado no ACI 440.2R (2017) não contempla explicitamente essa interação, o que pode impactar os níveis de segurança daí resultantes;
- (iv) Poucos estudos têm investigado a confiabilidade de pilares *CA-PRF* (Val (2003); Zou e Hong (2011); Casas e Chambi (2014); Wang e Ellingwood 2015; Baji (2017)), e nenhum abordou de forma explícita os efeitos da armadura transversal ou o comportamento conjunto aço/*PRF* como meio confinante no desempenho dos pilares *CA-PRF*;

- (v) A descrição estatística das variáveis básicas deve incluir incertezas inerentes e epistêmicas. Por exemplo, Wang e Ellingwood (2015) observaram que a resistência final do *PRF* é altamente sensível ao controle de qualidade no processo de aplicação. As incertezas epistêmicas, por sua vez, dependem da qualidade do banco de dados usado na avaliação de modelos, podendo influenciar significativamente os níveis de confiabilidade obtidos (Ribeiro *et al.* (2016); Ferreira e Diniz (2018));
- (vi) Em normas semiprobabilísticas, o índice de confiabilidade alvo é satisfeito em termos de valores médios. Assim, é fundamental identificar condições que resultem em níveis de segurança muito inferiores ou superiores ao objetivo. Níveis de segurança reduzidos implicam maior risco, enquanto níveis excessivamente conservadores podem gerar custos elevados de reparos ou até levar à demolição de estruturas.

Considerando a abrangência dos temas discutidos, a pesquisa aqui apresentada aborda de forma detalhada todas as questões relevantes, aplicando uma abordagem rigorosa baseada em confiabilidade para o tratamento do reforço de pilares de *CA* utilizando *PRFC* sujeitos a flexo-compressão. O arcabouço da pesquisa é elaborado para garantir uma análise minuciosa, levando em consideração os aspectos técnicos e as complexidades associadas ao reforço desses pilares. Além disso, o estudo investiga os desafios relacionados ao desenvolvimento e à aplicação de normas técnicas para estruturas existentes, um campo que apresenta particularidades e dificuldades distintas das estruturas novas.

1.2 - Objetivos

O objetivo principal da pesquisa é avaliar os níveis de confiabilidade estrutural implícitos nas orientações do ACI 440.2R (2017), em relação ao estado limite último de resistência, de pilares curtos de *CA* com seção transversal circular, confinados por *PRFC* e aço da armadura transversal em espiral, sujeitos à flexo-compressão. Para alcançar este objetivo, os seguintes objetivos secundários foram cumpridos:

- (i) Selecionar pilares representativos da flexo-compressão conforme as orientações do ACI 318 (2014) e do ACI 440.2R (2017) considerando excentricidades relativas, e/d , sujeitos à condição $0 < e/d < e_b$, onde e_b é a excentricidade referente a ruptura da seção normalmente armada (excentricidade balanceada¹);

¹ Ver definição de "excentricidade balanceada" no glossário.

- (ii) Definir as estatísticas das variáveis básicas de projeto associadas à resistência do pilar, sendo elas: dimensão da seção transversal, resistência à compressão do concreto, propriedades da armadura longitudinal, tensão de escoamento do aço da armadura transversal, resistência à tração do *PRFC*, erros do modelo relativos à resistência e deformação últimas;
- (iii) Implementar um arcabouço computacional para a avaliação dos níveis de confiabilidade associados aos pilares selecionados e às orientações de projeto em análise, via *SMC*, consistindo das seguintes etapas:
 - a. Implementar um procedimento determinístico por meio de análise seccional para determinar a resistência de pilares *CA-PRFC*, utilizando as estatísticas das variáveis de interesse e um modelo tensão-deformação (Lee *et al.*) específico para pilares *CA-PRF*, considerando as excentricidades estudadas e o comportamento combinado da armadura transversal e do *PRF* como sistema de confinamento;
 - b. Implementar procedimento computacional para a simulação probabilística das solicitações, através das estatísticas do carregamento (carga permanente e sobrecarga) correspondentes a uma dada excentricidade considerando-se que o pilar tenha sido reabilitado segundo o ACI 440.2R (2017);
 - c. Obter a probabilidade de falha e do respectivo índice de confiabilidade para cada pilar selecionado.
- (iv) Avaliar a influência das variáveis: número de camadas de *PRFC*, taxa volumétrica de armadura, resistência à compressão do concreto, diâmetro da seção transversal, taxa de armadura longitudinal, relação entre as médias dos carregamentos (média do peso próprio/ média da sobrecarga) e excentricidade relativa;
- (v) Discutir os níveis de confiabilidade obtidos com vistas à definição de índices de confiabilidade alvo para a reabilitação de estruturas existentes.

1.3 - Escopo do estudo

Este estudo está organizado de forma a proporcionar objetividade ao desenvolvimento do tema, sendo estruturado em sete capítulos principais, cinco apêndices e um anexo. Os capítulos constituem o núcleo do trabalho, apresentando a natureza do problema, os objetivos, a fundamentação teórica, a metodologia empregada, a análise dos resultados e as conclusões alcançadas.

Os apêndices, elaborados pelo autor, complementam o texto principal, oferecendo materiais detalhados, como resultados dos cálculos, tabelas e figuras que aprofundam aspectos da pesquisa sem sobrecarregar os capítulos. Já o anexo, contendo material externo ao autor, serve para fornecer informações relevantes de suporte.

O Capítulo 2, *Concreto Confinado*, discute mecanismos de confinamento relacionados ao concreto confinado por *PRF*, e aço/*PRF*, além de destacar a importância dos modelos tensão-deformação para pilares *CA-PRF*; especificamente, o modelo de Lee *et al.* (2010), que será utilizado para determinar as estatísticas das resistências dos pilares em *CA-PRFC*, e o modelo de Lam e Teng (2003) recomendado pelo ACI 440.2R (2017), que será utilizado neste trabalho para o cálculo das estatísticas das solicitações. Enfatiza a necessidade de considerar o confinamento lateral, especialmente pela combinação de aço/*PRF* como meio confinante. Em adição, aponta para a falta de estudos conclusivos (modelos tensão-deformação) sobre o efeito da excentricidade de carga em pilares *CA-PRF*, fundamentando a escolha dos modelos para cargas centradas mencionados acima para as análises numéricas subsequentes.

O Capítulo 3, *Reforço de Pilares de CA via Confinamento por PRF: Normas Técnicas e Outros Documentos*, apresenta as principais linhas de trabalho em nível mundial, mencionando organizações e comitês nacionais e internacionais, no que tange o reforço/reparo de estruturas com *PRF*. Dá destaque, às diretrizes e à metodologia de cálculo recomendadas pelo ACI 440.2R (2017) e as que são remetidas por esse ao ACI 318 (2014). O índice de confiabilidade alvo de 3,5 é indicado como parâmetro para análises posteriores. Evidencia ainda, a importância da metodologia do anexo D do ACI 440.2R (2017) para a construção do diagrama de interação *P-M* e a simplificação do diagrama é descrita, focando na região de falha controlada por compressão e indicando sua aplicação prática em projeto. Essas informações servem como fundamento normativo para a elaboração do processo numérico que quantifica as solicitações dos pilares selecionados neste estudo.

O Capítulo 4, *Confiabilidade estrutural*, faz uma breve apresentação dos conceitos e métodos probabilísticos incorporados nesse ramo do conhecimento, tendo como foco orientar a escolha do método de análise de confiabilidade adequado para pilares curtos existentes em *CA-PRFC* excentricamente carregados e uma adequada interpretação dos resultados. Foram listados e classificados os conceitos e métodos de confiabilidade estrutural em cinco níveis, com ênfase nos métodos de nível 2 (FOSM) e nível 3 (FORM e simulação de Monte Carlo, SMC). A revisão aí apresentada aponta que, devido ao conhecimento das distribuições de probabilidades das

variáveis básicas de projeto, os métodos de nível 3 são aplicáveis, e a *SMC* traz vantagens para o tratamento de funções de desempenho implícitas e variáveis não gaussianas. A análise também considera os índices de confiabilidade objetivos apresentados na literatura para estruturas novas e existentes, fornecendo uma base para a avaliação dos resultados.

O Capítulo 5, *Bases para a análise de confiabilidade de pilares em CA-PRFC*, apresenta as informações e os procedimentos essenciais para a aplicação da *SMC* na pesquisa aqui apresentada. Inicialmente, são descritos os pilares em *CA-PRFC* selecionados para análise, de acordo com os critérios de dimensionamento estabelecidos pelo ACI 318 (2014) e de reforço pelo ACI 440.2R (2017), bem como a nomenclatura para identificação de cada seção transversal. Em seguida, é apresentada a descrição estatística das variáveis básicas relativas à determinação da resistência dos pilares em *CA-PRFC*. A variabilidade das ações é abordada através dos procedimentos para determinação das estatísticas associadas a cada um dos carregamentos considerados no projeto de pilares em *CA-PRFC*. Finalmente, são apresentadas a função de desempenho e a metodologia para implementação da *SMC* (Programa BRACCO²). O índice de confiabilidade associado a cada pilar em *CA-PRFC* analisado é calculado a partir da probabilidade de falha obtida via *SMC*.

O Capítulo 6, *Avaliação dos níveis de confiabilidade implícitos no projeto de pilares curtos de CA-PRFC sob flexo-compressão*, apresenta os resultados e a análise de confiabilidade dos 540 pilares circulares curtos em *CA-PRFC* sob carregamento excêntrico, além de 108 pilares adicionais derivados dos pilares mais representativos dos resultados anteriores. Esses últimos foram considerados para abordar o impacto do controle de qualidade no processo de aplicação do *PRFC* nos níveis de confiabilidade. Os resultados são organizados em tabelas e gráficos para mostrar a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade nas diferentes condições de carregamento e excentricidade relativa. A análise dos parâmetros de projeto foi feita independentemente usando a excentricidade relativa como fator qualitativo. Os índices de confiabilidade obtidos a partir do processo com coeficiente de variação, $COV_{f_{Fu}} = 0,15$, foram comparados com aqueles derivados do processo de maior qualidade ($COV_{f_{Fu}} = 0,05$). Por fim, foi realizada uma discussão sobre a relação entre os parâmetros de interesse, considerando os valores dos cenários-limite e médios, a excentricidade relativa, e comparando os resultados

² Ver definição de "BRACCO" no glossário.

obtidos com os índices de confiabilidade alvo estabelecidos na literatura técnica, proporcionando uma visão abrangente dos achados e sua correlação com os estudos existentes.

O Capítulo 7, “*Sumário, conclusões e sugestões*”, oferece uma síntese dos principais aspectos da pesquisa desenvolvida, destacando os seus pontos principais. Em seguida, são apresentadas as conclusões, que sintetizam as implicações dos resultados e como eles atendem aos objetivos formulados. O capítulo é finalizado com sugestões para trabalhos futuros, propondo novas direções de pesquisa que possam ampliar o estado-da-arte sobre o reforço de pilares de *CA* confinados com *PRFC*.

Os cinco apêndices e o único anexo são apresentados ao final do texto, dispostos na seguinte ordem:

O Apêndice *A*, apresenta um exemplo do procedimento utilizado para a análise de confiabilidade desenvolvida nesta pesquisa, focando no pilar P15C (d2_F35_C_PR2_S2_120). O programa *BRACCO* foi empregado para simular a resistência e as solicitações dos pilares em *CA-PRFC*, bem como calcular a probabilidade de falha correspondente. Para o pilar, carregamento e excentricidade, a probabilidade de falha é de $45,60 \times 10^{-5}$ (com um erro associado de $\pm 18,53\%$) e o índice de confiabilidade igual a 3,32.

O Apêndice *B*, apresenta as verificações de projeto conforme estabelecido pelo ACI 440 (2017) para todos os pilares aqui considerados. Estas verificações incluem o nível de confinamento, f_i/f'_c , o valor da excentricidade relativa para determinar se o pilar está dentro do limite estabelecido para o regime de compressão do diagrama de interação *P-M*, e o limite de acréscimo de resistência pelo confinamento segundo a Equação 3.1. Além disso, são apresentadas verificações adicionais conforme a literatura técnica, incluindo o nível de confinamento exercido pela armadura transversal conforme a teoria de Mander *et al.* (1988) e classificação de Pessiki (1994), os limites de carregamento previstos pelas Equações 3.5 e 3.6 considerando a excentricidade conforme definido pelo ACI 440.2R (2017), os valores associados aos pontos *B* e *C* do diagrama de interação *P-M*, o acréscimo de resistências pós-confinamento, e os diagramas de interação *P-M* para os pilares P15, P35 e P55 com coeficiente de variação de 0,15 para a resistência última à tração do *PRFC*.

O Apêndice *C*, descreve a rotina de programação utilizada para implementação do procedimento determinístico para a geração do vetor da força resistente e do vetor da força

solicitante, e do cálculo da probabilidade de falha associado ao pilar em *CA-PRFC*. O conjunto de rotinas que constituem o programa *BRACCO* são divididas em 3 (três) módulos.

O Apêndice *D*, apresenta informações referentes a cada uma das 60 seções transversais dos pilares em *CA-PRFC* analisados, incluindo resistência do concreto $f'_c = f_{cm}$, taxa de armadura longitudinal, ρ_{sl} , taxa de armadura volumétrica, ρ_{sw} (conforme a Equação 3.13), taxa de armadura longitudinal mínima, $\rho_{s\ min}$, taxa volumétrica do *PRFC*, ρ_F , índices de confinamento do *PRFC*, $I_{Fe} = f_{tF} / f'_c$ e $I_{Fe} = f_{tFe} / f'_c$, índices de confinamento do aço da armadura transversal, $I_s = f_{ts} / f'_c$ e $I_{se} = f_{tse} / f'_c$, e a relação, f_{tF} / f_{ts} .

O Apêndice *E*, apresenta as estatísticas da força resistente para todos os pilares analisados (média, desvio padrão, coeficiente de variação, valor mínimo e máximo), de acordo com os procedimentos descritos na seção 5.5.1. Também são apresentadas as estatísticas da força solicitante para cada pilar analisado (média, desvio padrão, coeficiente de variação, valor mínimo e máximo), de acordo com os procedimentos descritos na seção 5.5.2.

A seguir, apresenta-se o anexo, que fornece informações adicionais relacionadas à pesquisa.

O Anexo *A*, apresenta as equações para o cálculo da pressão lateral de confinamento (f_{ls}) em colunas circulares de concreto armado, confinadas por estribos ou espirais de aço. Destaca a não uniformidade da pressão gerada, justificando a utilização de uma pressão lateral efetiva (f_{lse}), ajustada por um coeficiente de efetividade (k_s). Além disso, o índice de confinamento (I_s), determinado pela relação f_{ls} / f'_c , é utilizado para avaliar a eficiência do confinamento.

2

Concreto Confinado

2.1 - Introdução

O primeiro estudo, mencionado na literatura, que trata sobre o confinamento do concreto através da restrição lateral foi realizado por Considère (1903), no artigo “Résistance á la Compression du Béton Armé et du Béton Fretté”. Ainda no início do século XX, pesquisas importantes foram realizadas em: Talbot (1906 e 1907), Bach (1905 - 1913 e 1915), Withey (1909 e 1911), Rudeloff (1910), Morsch (1920) e outros; testes importantes também foram feitos por vários comitês técnicos, como o austríaco (1912) e o ACI (1915).

Dentre os estudos mais importantes deste período, destaca-se o de Richart *et al.* (1928) no qual foram realizados alguns dos primeiros ensaios de compressão axial do concreto, confinados de forma ativa, através de pressões hidrostáticas laterais. Em 1929, o mesmo grupo de trabalho, verificou que a resistência do concreto confinado, poderia ser obtida por confinamento passivo (já mencionado em estudos anteriores), proveniente da armadura transversal em aço.

Diferentes pesquisadores, como Mander *et al.* (1984), Scott *et al.* (1982), Sheikh e Uzumeri (1980) e Vellenas *et al.* (1977), realizaram testes em amostras de tamanho próximos do real e demonstraram que o confinamento realizado pela armadura transversal melhora a resistência e a ductilidade do concreto. O desenvolvimento de equações para um modelo tensão-deformação foram estudados por Scott *et al.* (1982), Park *et al.* (1982), Kent e Park (1971), Vellenas *et al.* (1977), Sheikh e Uzumeri (1980), Park e Leslie (1977), Desayi *et al.* (1978), Ahmad e Shah (1982, 1985), Dilger *et al.* (1984).

Segundo Mander *et al.* (1988), o confinamento por armadura transversal cria duas zonas distintas no concreto: o núcleo confinado e o cobrimento, que não é confinado e perde sua eficácia assim que a resistência última a compressão do concreto é atingida. Além disso,

Mander *et al.* propuseram uma relação tensão-deformação unificada para modelar o comportamento de pilares de concreto com seções circulares ou retangulares, confinados por diferentes arranjos de armadura longitudinal e submetidos à compressão axial. Esse modelo, baseado em uma equação desenvolvida por Popovics (1973), tem sido uma referência importante para a previsão da resistência e ductilidade de pilares.

Nos últimos anos, os métodos de confinamento evoluíram significativamente. Além da armadura transversal tradicional e da contribuição da armadura longitudinal, novas técnicas têm sido incorporadas, como o uso de tubos de aço preenchidos com concreto, chapas de aço e, mais recentemente, os *PRF*.

O uso de tubos de aço para o confinamento do concreto tem sido uma solução eficiente, especialmente em áreas sísmicas, ao aumentar a resistência e ductilidade do material. Essa estratégia é vantajosa por proporcionar um considerável aumento na capacidade de carga e melhorar o desempenho do concreto. Contudo, apesar desses benefícios, o sistema apresenta limitações significativas. A flambagem prematura do aço, por exemplo, pode comprometer a integridade do confinamento antes que o concreto atinja sua resistência máxima. A diferença na expansão do concreto e do aço também pode resultar na separação entre os materiais, prejudicando o efeito de confinamento. Além disso, o elevado custo de manutenção do aço, aliado à sua suscetibilidade à corrosão, pode resultar em despesas significativas ao longo da vida útil da estrutura. Soma-se a isso a necessidade de medidas adicionais para proteção contra incêndios, o que implica em investimentos extras e desafios adicionais em termos de segurança estrutural.

Em contrapartida, os materiais compósitos, especialmente os polímeros reforçados com fibras, têm emergido como uma alternativa vantajosa. Esses materiais apresentam vantagens semelhantes às do aço, como o aumento da resistência e ductilidade do concreto, mas com benefícios adicionais significativos. Os *PRFs* são leves, resistentes à corrosão e possuem uma excelente relação entre resistência e peso, o que facilita sua aplicação, principalmente em estruturas que já possuem limitações de carga. A flexibilidade desses materiais permite sua adaptação tanto em novas construções, com o uso de tubos compósitos pré-moldados, quanto em pilares existentes, por meio de sistemas aplicados "in loco" com chapas e mantas flexíveis.

No entanto, os *PRFs* também apresentam desvantagens. O custo inicial elevado pode ser um impeditivo para projetos com orçamento restrito. Embora ofereçam resistência à corrosão, sua

performance pode ser comprometida por danos mecânicos, como impactos ou abrasões, o que pode diminuir a eficácia do confinamento. Outra limitação importante é sua resistência limitada a altas temperaturas, o que pode exigir soluções complementares em regiões com riscos elevados de incêndio.

O uso crescente de *PRF* na construção civil tem levado a um maior entendimento do material, com o desenvolvimento de novas tecnologias e aplicações. Em virtude desses avanços, a literatura atual tem fornecido uma compreensão mais clara dos benefícios e limitações desses materiais no confinamento de pilares de concreto armado, abrindo caminho para sua adoção em projetos estruturais mais eficientes e sustentáveis. Nos próximos itens, serão discutidos os conhecimentos adquiridos sobre o confinamento de pilares *CA-PRF*.

2.2 - Concreto confinado por *PRF*

Nos primeiros estudos envolvendo reforço com *PRF* em pilares de concreto armado, o modelo tensão-deformação de Mander *et al.* (1988) para o concreto confinado com armadura transversal em aço, foi usado diretamente na análise de pilares de concreto confinado com *PRF*, como pode ser observado em Saadatmanesh *et al.* (1994) e Seible *et al.* (1995). Estudos subsequentes, no entanto, mostraram que esse uso direto é inadequado. Isso ocorre porque, no modelo de Mander *et al.* (1988), uma pressão de confinamento constante é assumida, que é o caso do concreto confinado com armadura transversal em aço quando este está em escoamento, mas não é o caso do concreto confinado com *PRF*. Como o *PRF* permanece elástico linear até a ruptura, a pressão de confinamento lateral no concreto confinado com *PRF* aumenta continuamente com a carga aplicada.

Karabinis e Rousakis (2002) afirmam que a utilização de fibras de carbono nos compósitos tem provado ser mais eficiente do que outros tipos de fibras por causa da sua elevada durabilidade, alto módulo de elasticidade, comparável ao do aço ou até maior.

Em pilares de concreto armado, os *PRF* são utilizados para restringir a expansão lateral, com o objetivo de manter a sua integridade estrutural, minimizar a formação de fissuras e consequentemente aumentar a resistência e ductilidade desses componentes estruturais (Lau e Zhou (2001)). Por este motivo, os *PRF* vêm sendo amplamente utilizados no reforço de pilares de concreto armado.

Em seções circulares de concreto confinado com *PRF*, a pressão lateral (f_{lF}) fornecida pela camisa de *PRF* pode ser assumida como uniformemente distribuída ao redor da circunferência (Figura 2.1). A ação de confinamento exercida pela camisa de *PRF* no núcleo de concreto é do tipo passivo; isto é, esta pressão surge como resultado da expansão lateral do concreto sob compressão axial. Como a camisa do *PRF* é submetida à tensão de tração ao longo de sua direção radial, a pressão confinante (f_{lF}) aumenta proporcionalmente à expansão lateral até a eventual falha do sistema quando o revestimento do *PRF* se rompe.

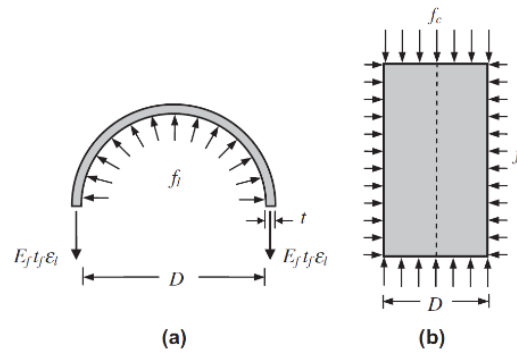


Figura 2.1 – Ação confinante do *PRF* no núcleo de concreto: (a) camisa de *PRF*; (b) testemunho de concreto, Ozbakkaloglu (2013)

Com base na compatibilidade de deformações entre o *PRF* e a superfície do concreto, a pressão de confinamento lateral aplicada ao concreto pelo *PRF* nas condições últimas pode ser calculada teoricamente pela Equação 2.1, em função da deformação última das fibras ϵ_F .

$$f_{lF} = \frac{2nt}{d} f_F \Rightarrow f_{lF} = \frac{2nt}{d} E_F \epsilon_F \quad (2.1)$$

Os termos são definidos como:

f_F é a tensão de tração no *PRF*, sendo proporcional à deformação última (ϵ_F), devido ao comportamento elástico linear do *PRF*, deste modo, $f_F = E_F \epsilon_F$;

E_F é o módulo de elasticidade à tração do *PRF*;

d é o diâmetro da seção transversal do cilindro;

n é o número de camadas de *PRF* e;

t é a espessura de cada camada.

A pressão de confinamento lateral exercida pelo *PRF* (f_{lF}) também pode ser expressa pela Equação 2.2 que é função da taxa volumétrica de *PRF* (ρ_F) dada pela Equação 2.3, da seguinte forma:

$$f_{lF} = \frac{\rho_F}{2} f_F \quad (2.2)$$

$$\rho_F = \frac{4 \cdot n \cdot t}{d} \quad (2.3)$$

A diferença entre na resistência à tração e da deformação última, do *PRF* obtida em ensaios para determinar estas propriedades, e em serviço (na camisa de reforço), têm sido discutidas em vários trabalhos. Lam e Teng (2003) apontam como as duas principais causas desta diferença: (a) deformação localizada nas fissuras do concreto, levando a uma distribuição não uniforme de tensões na camisa, o que provoca a ruptura prematura do *PRF*, e (b) o efeito da curvatura do *PRF* na resistência à tração do material.

Pessiki *et al.* (2001) apontam como causas da diferença entre a deformação de ruptura do *PRF* *in situ* e nos ensaio de tração, os seguintes fatores: desalinhamento ou danos provocados nas fibras da camisa durante o processo de aplicação; a atuação de tensões residuais, tensões estas que são provocadas no processo de instalação, por falhas de moldagem, efeito térmico, fluência e retração. Para abordar a diferença entre a deformação de ruptura da camisa de *PRF* nos modelos e a deformação de ruptura do material em ensaios de tração, Pessiki *et al.* (2001) propõem o uso de um fator de eficiência de deformação, k_F , que reduz o valor de f_{lF} conforme estabelecido na Equação 2.4.

$$f_{lFe} = K_F f_{lF} \quad (2.4)$$

Lam e Teng (2003) consideram o índice de confinamento I_{Fe} um importante parâmetro para avaliar a eficiência do confinamento exercido pelo *PRF*. Este é definido como sendo a razão entre a pressão confinante efetiva (f_{lFe}) oferecida pelo *PRF* e a resistência à compressão do concreto não confinado da seguinte forma:

$$I_{Fe} = \frac{f_{lFe}}{f_c} \quad (2.5)$$

Conforme observado por Edwards (1998), devido à ausência de um patamar de escoamento, o compósito exibe um comportamento elástico-linear até a ruptura. Isso permite uma pressão crescente até o colapso, resultando em um diagrama tensão-deformação caracterizado por um perfil bi linear. Esse comportamento inclui uma fase de suavização acentuada e uma zona de transição, que ocorre em torno da resistência do concreto não confinado.

2.2.1 – Modelos de confinamento

Os modelos iniciais usados para prever o comportamento tensão-deformação do concreto confinado por *PRF* seguem de perto os modelos sugeridos para confinamento do concreto

através de espirais (estribos) de aço (Fardis *et al.* (1982); Ahmad *et al.* (1991); Saadatmanesh *et al.* (1994)). No entanto, esses modelos produzem resultados imprecisos e muitas vezes não conservadores quando utilizados para prever o comportamento do confinamento proporcionado pelo *PRF*. Modelos matemáticos mais aprimorados foram propostos para analisar o comportamento do *PRF* como material de confinamento do concreto na tentativa de prever melhores resultados (Ozbakkaloglu *et al.* (2013)).

Os modelos sugeridos podem ser classificados em duas categorias: (a) modelos orientados ao projeto e (b) modelos orientados à análise (Lam e Teng (2003)). Na primeira categoria, a resistência à compressão, a deformação última e o comportamento tensão-deformação do concreto confinado com *PRF* são previstas usando-se equações fechadas, baseadas diretamente na interpretação de resultados experimentais. Na segunda categoria, as curvas tensão-deformação do concreto confinado com *PRF* são geradas usando um procedimento numérico incremental. Nesta segunda abordagem, um modelo de confinamento para concreto é usado para avaliar a resistência axial e a deformação do concreto confinado passivamente a uma determinada pressão de confinamento e a interação entre o concreto e o material confinante é explicitamente tratada pelas considerações de compatibilidade de deslocamento radial e equilíbrio. Nos estudos de Mirmiran *et al.* (1996), Spoelstra *et al.* (1999), Fam *et al.* (2001), o modelo de Mander *et al.* (1988) foi usado um modelo analítico de confinamento.

Segundo Lam e Teng (2003), embora os modelos orientados à análise tenham vantagens na contabilização da interação entre o concreto e os materiais de confinamento, incluindo o aço da armadura transversal e o *PRF*, a complexidade do processo incremental impede que os modelos orientados para análise sejam usados diretamente em projeto. Eles são, no entanto, adequados para incorporação em análises numéricas, como análise de elementos finitos não lineares. Em comparação com modelos orientados à análise, os modelos orientados a projeto são particularmente adequados para aplicação direta em cálculos de projeto. Um modelo de tensão-deformação orientado a projeto simples e preciso oferece uma abordagem que é familiar aos engenheiros para determinar a resistência e a ductilidade de elementos estruturais de estruturas de concreto armado confinados com *PRF*. Pode ser interessante notar que no Eurocode 2 (2004), embora um modelo de tensão-deformação para concreto em compressão uniaxial seja fornecido para análise estrutural, um modelo idealizado mais simples é recomendado para uso em projeto, o que representa uma diferenciação similar entre análise e projeto.

Ozbakkaloglu *et al.* (2013) realizaram uma extensa revisão bibliográfica sobre modelos disponíveis na literatura para pilares circulares em concreto confinado por *PRF* carregados axialmente. Naquela pesquisa, os modelos são categorizados e revisados e suas bases teóricas são discutidas. Um banco de dados de resultados experimentais foi usado na avaliação de desempenho dos modelos de tensão-deformação.

Para o banco de dados, Ozbakkaloglu *et al.* (2013) incluíram apenas amostras de seção transversal circular com carregamento monotônico com fibras unidirecionais orientadas na direção circunferencial e razão h/d inferior a 3. Resultados correspondentes a espécimes contendo armadura interna, confinamento parcial de *PRF*, com resistência à compressão de concreto não confinado maior que 55,2 MPa e carregamento cíclico não foram incluídos. Naquele estudo, as seguintes conclusões foram obtidas:

- Nas previsões das condições últimas, em geral, os modelos orientados a projeto têm melhor desempenho do que os modelos orientados à análise. Além disso, em geral, o desempenho dos modelos orientados a projeto aumenta com o tamanho do banco de dados usado em seu desenvolvimento;
- Dos modelos de tensão-deformação de concreto confinados com *PRF* avaliados, os de Lam e Teng (2003) e Tamuzs *et al.* (2006) são os mais precisos para as previsões das razões de ganho de resistência e de aumento das deformações, respectivamente. Ambos os modelos são orientados para projeto;
- Os problemas comuns de modelagem que comprometem a precisão do modelo incluem o uso de bancos de dados relativamente pequenos no desenvolvimento de modelos orientados a projetos;
- Os erros do modelo associados à previsão das deformações últimas ε_{cu} são significativamente maiores do que aqueles associados as resistências finais f_{0cu} . Esses erros mais altos são parcialmente causados pela sensibilidade das deformações últimas devido ao tipo de *PRF* usado no confinamento, e a incapacidade da maioria dos modelos de prever com precisão essa influência.

2.2.2 - Modelo de Lam e Teng

Lam e Teng (2003) desenvolveram um modelo voltado para a previsão do comportamento tensão-deformação de concreto confinado por camisas de *PRF*, sem a presença de aço na armadura interna. O modelo foi projetado para situações em que as fibras de reforço estão

dispostas única ou predominantemente na direção circunferencial, caracterizando o *PRF* como um material unidirecional que oferece resistência exclusivamente à expansão do concreto nessa direção. A condição limite do concreto confinado com *PRF* é alcançada quando ocorre a ruptura do material devido às tensões de tração circunferenciais no *PRF*, excetuando-se possíveis falhas nas juntas verticais.

No estudo de Lam e Teng (2003), um banco de dados contendo os resultados de ensaios de 76 espécimes circulares de concreto sem armadura revestidos com *PRF* foi montado a partir de uma extensa pesquisa na literatura. Os espécimes incluídos na base de dados têm diâmetros de 100 mm a 200 mm e resistências do concreto não confinado de 26,2 a 55,2 MPa. Diferentes tipos de *PRF* foram usados nos espécimes do banco de dados, a saber: *PRF* com fibras de carbono (PRFC), de aramida (PRFA) e de vidro (PRFG). As fibras de carbono usadas incluem fibras de carbono de alta resistência e alto módulo.

De acordo com o critério proposto por Spoelstra e Monti (1999), Lam e Teng (2003) indicam que o concreto confinado com *PRF*, quando apresenta uma taxa de confinamento real ($f_{l,a}/f'_{co}$), definida como a razão entre a pressão lateral exercida pela camisa de *PRF* ($f_{l,a}$) e a resistência à compressão do concreto não confinado (f'_{co}), superior a 0,07, pode ser considerado adequadamente confinado. Este valor sugere que o confinamento proporcionado é suficiente para melhorar significativamente as propriedades mecânicas do concreto, aumentando sua resistência e ductilidade.

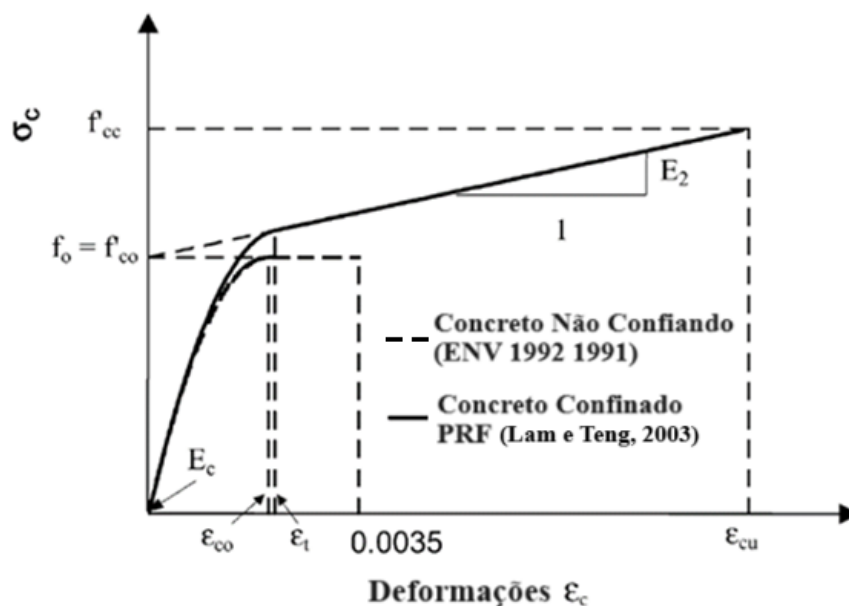


Figura 2.2 Modelo tensão-deformação proposto para concreto confinado com *PRF* (Lam e Teng (2003))

O modelo de tensão-deformação proposto por Lam e Teng (2003) para concreto confinado com *PRF* é baseado nas seguintes premissas básicas: (i) a curva tensão-deformação consiste em uma primeira porção parabólica e uma segunda porção linear, como mostrado na Figura 2.2; (ii) a inclinação da parábola em ε_{c0} (inclinação inicial) é a mesma do módulo de elasticidade do concreto não confinado E_c ; (iii) a porção não linear da primeira parte é afetada em algum grau pela presença da camisa de *PRF*; (iv) a primeira porção parabólica encontra a segunda porção linear de forma suave; (v) a segunda parte linear termina em um ponto onde tanto a resistência à compressão quanto a deformação axial final do concreto confinado é alcançada.

Com base nas premissas listadas acima, o modelo proposto de tensão-deformação para concreto confinado com *PRF* modificado de Richard e Abbott (1975) é dado pelas seguintes expressões:

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c - \frac{(E_c - E_2)^2}{4f_0} \varepsilon_c^2 \quad \text{para} \quad 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_t \quad (2.6)$$

$$\sigma_c = f_0 + E_2 \varepsilon_c^2 \quad \text{para} \quad \varepsilon_t \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \quad (2.7)$$

Os termos são definidos como:

f_0 é o intercepto no eixo da tensão da primeira porção parabólica para a segunda porção linear. A primeira porção parabólica encontra a segunda porção linear com uma transição suave em ε_t , que é dada por:

$$\varepsilon_t = \frac{2f_0}{(E_c - E_2)} \quad (2.8)$$

onde E_2 é a inclinação da segunda porção linear, dada por:

$$E_2 = \frac{f'_{cc} - f_0}{\varepsilon_{cu}} \quad (2.9)$$

A resistência à compressão do concreto confinado com *PRF* foi discutida em detalhes no trabalho anterior de Lam e Teng (2002b). Nesse trabalho, a resistência à compressão do concreto confinado com *PRF* f'_{cc} está relacionada com a taxa de confinamento nominal, sendo dada pela seguinte expressão:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{c0}} = 1 + 2 \frac{f_l}{f'_{c0}} \quad (2.10)$$

Conforme o trabalho realizado por Lam e Teng (2003) a Figura 2.3 representa a razão entre as resistências f'_{cc}/f'_{c0} e a taxa de confinamento real $f_l/a/f'_{c0}$ referentes aos dados apresentados no

trabalho. A linha de tendência utilizando a taxa de confinamento real pode melhor representar a resistência à compressão do concreto confinado utilizando-se a Equação 2.11:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{c0}} = 1 + 3,3 \frac{f_{l,a}}{f'_{c0}} \quad (2.11)$$

Os termos são definidos como:

f'_{c0} : resistência à compressão do concreto não confinado no pilar;

f'_{cc} : resistência última à compressão do concreto confinado;

f_l, a : pressão de confinamento lateral real;

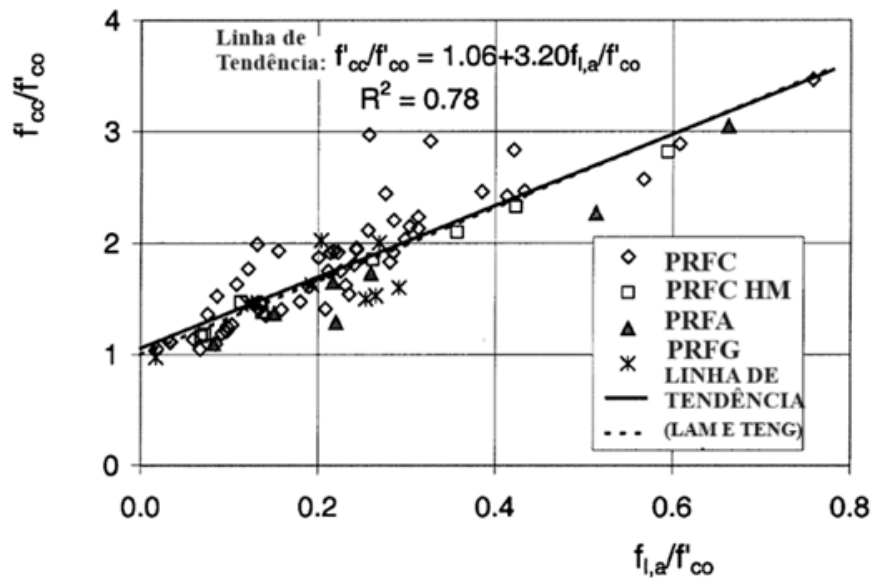


Figura 2.3 – Razão de ganho de resistências x razão de confinamento (Lam e Teng (2003))

Para o cálculo da deformação última, uma expressão unificada para concreto confinado com *PRF*, aplicável a diferentes tipos de *PRF* é estabelecida por Lam e Teng (2003). Os pesquisadores salientam que, um maior número de dados de ensaios de pilares confinados por *PRFG* devem ser obtidos no futuro para verificação adicional da equação apresentada abaixo:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c0}} = 1,75 + 12 \left(\frac{f_{l,a}}{f'_{c0}} \right) \left(\frac{\varepsilon_{h,rup}}{\varepsilon_{c0}} \right)^{0,45} \quad (2.12)$$

Os termos são definidos como:

f'_{c0} : resistência à compressão do concreto não confinado no pilar

f_l, a : pressão de confinamento lateral real;

ε_{c0} : deformação axial de compressão do concreto não confinado correspondente a f'_{c0} ;

ε_{cu} : deformação axial de compressão do concreto confinado correspondente a f'_{cu} ;

$\varepsilon_{h, rup}$: deformação de ruptura real do *PRF*, conforme Lam e Teng (2003);

Para simplificar a aplicação do modelo de tensão-deformação proposto por Lam e Teng (2003), é introduzido um fator de eficiência do *PRF*, definido como a razão entre a deformação de ruptura real do *PRF* ($\varepsilon_{h, rup}$) no concreto confinado e a deformação de ruptura medida em testes com corpos de prova (ε_{frp}). Para os 52 espécimes com *PRFC*, de um total de 76 na base de dados utilizada por Lam e Teng (2003), o fator de eficiência médio é 0,586. Com esse valor, a deformação última do concreto confinado pode ser expressa como:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c0}} = 1,75 + 5,53 \left(\frac{f_{l,a}}{f'_{co}} \right) \left(\frac{\varepsilon_{frp}}{\varepsilon_{c0}} \right)^{0,45} \quad (2.13)$$

Os termos são definidos como:

ε_{frp} : deformação máxima das fibras de *PRF* (experimental).

2.3 - Concreto confinado por aço e *PRF*

A maioria dos estudos sobre concreto confinado com *PRF* foca na análise do comportamento do material sem considerar a presença das armaduras longitudinais e transversais (estribos ou espirais) que já fazem parte dos pilares de concreto armado existentes. Contudo, quando esses pilares são envolvidos pelo *PRF*, o concreto do núcleo é simultaneamente confinado por dois materiais distintos: o *PRF* e o aço das armaduras internas. Nesse contexto, a interação entre os materiais confinantes, com comportamentos de deformação distintos, pode influenciar significativamente o desempenho do sistema. Enquanto o aço e o *PRF* possuem respostas tensão-deformação diferentes, como demonstrado por Lee *et al.* (2008), o modelo de confinamento do concreto deve considerar essas diferenças para prever com maior precisão o comportamento do pilar.

A curva tensão-deformação do aço exibe um estágio linear-elástico inicial seguido por um patamar de escoamento. Em contraste, a curva Tensão-Deformação do *PRF* tem comportamento elástico-linear até a ruptura. As Figuras 2.4 (b) e (c) representam as curvas tensão-deformação do concreto confinado por espirais de aço da armadura transversal e *PRF*, respectivamente, demonstrando claramente as diferenças entre o confinamento do concreto oferecido por esses dois materiais. A curva que representa o concreto confinado por espirais de aço da armadura transversal, Figura 2.4 (b), mostra a perda de rigidez antes que se atinja a resistência máxima, após a qual o comportamento no diagrama segue um ramo descendente

pós-pico gradual e a resistência de ruptura é usualmente menor que a resistência máxima. Por outro lado, a curva tensão-deformação do concreto confinado por *PRF* apresenta uma resposta quase bi linear, como mostrado na Figura 2.4 (c). Portanto, quando o concreto é confinado pela armadura interna e *PRF*, o efeito conjunto do confinamento produzido por esses dois materiais deve ser estabelecido (Lee *et al.* (2010)).

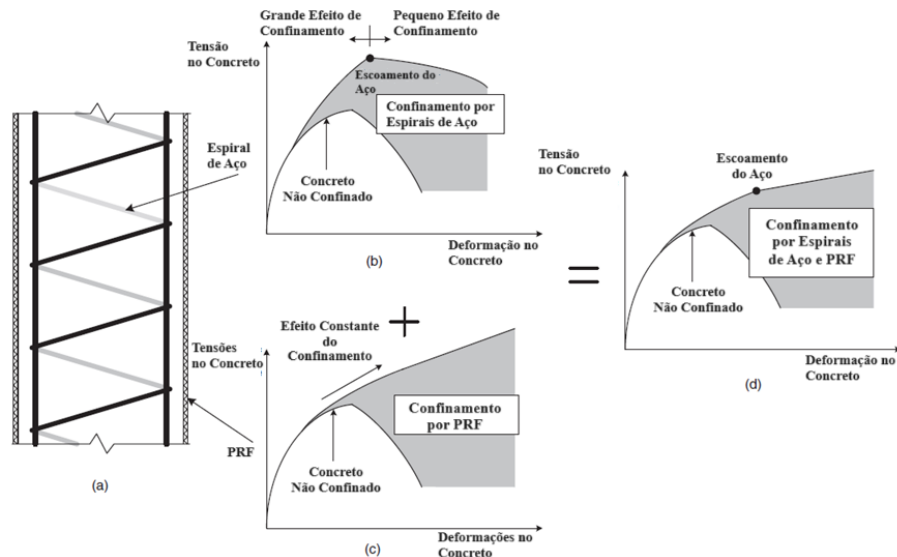


Figura 2.4 – Concreto confinado por aço da armadura transversal e *PRF*: (a) pilar de concreto, (b) curva tensão-deformação do concreto confinado por espirais de aço da armadura transversal, (c) curva tensão-deformação do concreto confinado por *PRF*, (d) curva tensão-deformação do concreto confinado pelo aço da armadura transversal e *PRF*. (Lee *et al.* (2010)).

O mecanismo associado ao confinamento do concreto por *PRF* e aço da armadura transversal é mostrado na Figura 2.5.

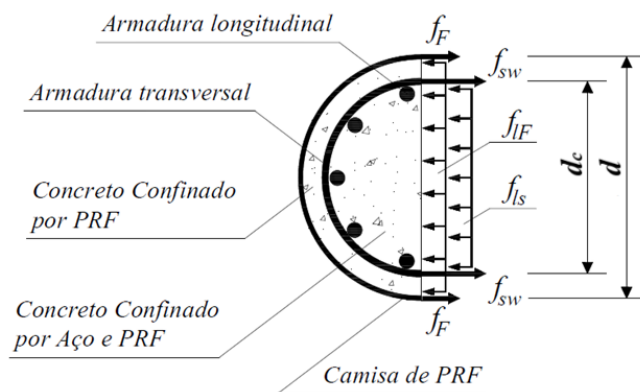


Figura 2.5 - Forças que atuam na seção transversal de concreto armado confinado pelo aço da armadura transversal e *PRF*.

2.3.1 - Carregamento concêntrico

Ferreira e Diniz (2018) compilaram um banco de dados constituído por 151 pilares, de seção transversal circular, confinados pela armadura transversal e o *PRF*. A utilização desse banco de

dados tinha como objetivo avaliar modelos tensão-deformação e a definição das estatísticas do erro do modelo associado à tensão final, ξ_f , e do erro do modelo associado à deformação última, ξ_e . Cinco modelos foram estudados, sendo eles: Chastre e Silva (2010) - (C e S), Pellegrino e Modena (2010) - (P e M), Lee *et al.* (2010) - (Lee), Shirmohammadi *et al.* (2015) - (SH) e Ilki *et al.* (2008). As estatísticas das variáveis ξ_f e ξ_e (média, mediana, desvio padrão, coeficiente de variação, mínimo e máximo), correspondentes aos modelos estudados, são apresentadas na Tabela 2.1.

Segundo Ferreira e Diniz (2018), para o erro do modelo associado à tensão final, ξ_f , pode ser observado que os valores médios estão na faixa de 0,83-1,18, com os modelos *C e S* e *P e M* exibindo a menor e a maior média, respectivamente; e *COV* no intervalo 0,23-0,49 (ou 0,23-0,29 se o modelo *SH* for excluído), com o menor valor correspondente ao modelo de Lee e o maior ao modelo *SH* (ou o maior ao *P e M*, se o modelo *SH* for excluído). O modelo com um viés mais próximo da unidade e menor *COV* é o modelo de Lee *et al.* Em relação à ξ_e , pode-se observar que as previsões da deformação final não são tão precisas quanto aquelas relacionadas a tensões finais. Os valores médios de ξ_e estão na faixa de 0,58-0,85, com os modelos *C e S* e *P e M* exibindo a menor e a maior média, respectivamente; *COV* estão no intervalo 0,54 a 1,43 (ou 0,54-0,58 se o modelo *SH* for excluído), com o menor valor correspondente ao modelo de Lee. O resultados de ξ_e e ξ_f da pesquisa de Ferreira e Diniz (2018) é listado na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Estatísticas do erro do modelo para a deformação última ξ_e e tensão última ξ_f (Ferreira (2017)).

Modelo	C e S		P e M		Lee		SH		Ilki	
	ξ_f	ξ_e	ξ_f	ξ_e	ξ_f	ξ_e	ξ_f	ξ_e	ξ_f	ξ_e
Média	0,83	0,85	1,18	0,82	0,96	0,77	1,06	0,58	0,94	0,61
Mediana	0,78	0,80	1,17	0,73	0,94	0,64	0,92	0,29	0,91	0,49
Desvio Padrão	0,20	0,49	0,34	0,46	0,22	0,41	0,52	0,83	0,26	0,35
Coef. Variação	0,24	0,58	0,29	0,56	0,23	0,54	0,49	1,43	0,27	0,58
Valor Mínimo	0,44	0,16	0,49	0,16	0,44	0,16	0,34	0,03	0,43	0,11
Valor Máximo	1,45	2,60	2,40	2,83	1,67	1,94	3,18	4,68	1,74	1,59

Naquele estudo também foi verificado que, além de satisfazer às exigências relacionadas a não exibição de uma tendência em relação às variáveis h/d , f'_c e f_l/f'_c , o erro do modelo associado ao modelo de Lee *et al.* tem um viés próximo da unidade e o menor *COV* (0,23 para ξ_f e 0,54 para ξ_e). Desta forma, a apresentação feita a seguir ficará restrita ao modelo de Lee *et al.*

Como mencionado anteriormente os modelos existentes desenvolvidos para concreto confinados por um único material (aço ou *PRF*) são inadequados (considerando a contribuição efetiva do aço da armadura transversal) para prever a resistência e a deformação correspondente

para concreto confinado com materiais mistos (aço e *PRF*). Assim, Lee *et al.* (2010), propuseram um conjunto de equações empíricas para o concreto confinado com espirais de aço da armadura e *PRF*. As fórmulas empíricas propostas são apresentadas nas Equações 2.15 a 2.17, e a Figura 2.6 apresenta o diagrama tensão-deformação correspondente.

$$f_c = E_c \varepsilon_c + (f'_c - E_c \varepsilon_{c0}) \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^2 \quad \text{para} \quad 0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c0} \quad (2.15)$$

$$f_c = f'_c + (f_{cs} - f'_c) \left(\frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{c0}}{\varepsilon_{cs} - \varepsilon_{c0}} \right)^{0,7} \quad \text{para} \quad \varepsilon_{c0} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cs} \quad (2.16)$$

$$f_c = f_{cs} + (f_{cu} - f_{cs}) \left(\frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{cs}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{cs}} \right)^{0,7} \quad \text{para} \quad \varepsilon_{cs} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}, \quad (2.17)$$

onde E_{cs} é o módulo de elasticidade do concreto, dado pelo ACI 318 (2014), $E_c = 4700\sqrt{f_{c0}}$ (f_{c0} em MPa).

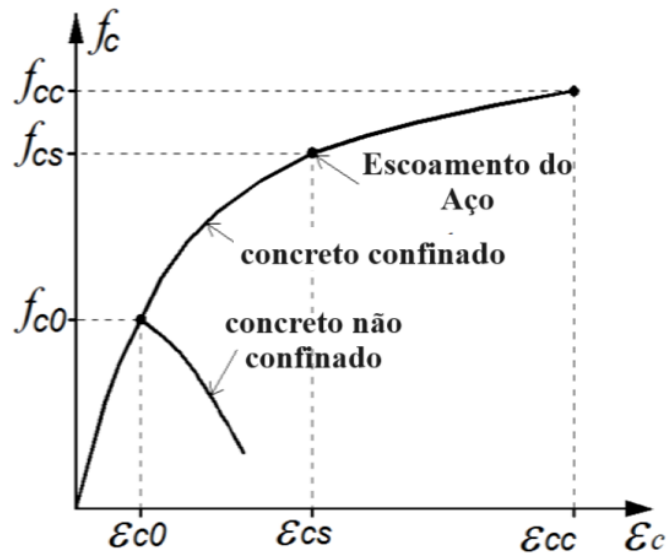


Figura 2.6 - Diagrama tensão-deformação para o concreto confinado por armadura transversal e *PRF* (Lee *et al.* (2010)).

De acordo com as Equações 2.15 a 2.17 e a Figura 2.6, o diagrama tensão-deformação proposto é caracterizado por três trechos: o primeiro representa o comportamento do concreto não confinado, finalizando no ponto $(f_{c0}, \varepsilon_{c0})$; o segundo trecho considera o efeito do confinamento simultâneo do *PRF* e da armadura transversal, finalizando no ponto $(f_{cs}, \varepsilon_{cs})$ que representa a tensão de escoamento da armadura transversal; no terceiro trecho, a pressão exercida pela armadura transversal permanece constante enquanto que a pressão de confinamento cresce até a falha do pilar representada pelas condições últimas $(f_{cc}, \varepsilon_{cc})$.

A resistência f_{cs} e a deformação ε_{cs} , correspondentes ao escoamento do aço da armadura transversal, são dadas pelas Equações 2.18 e 2.19 e 2.20 e 2.21, respectivamente:

$$f_{cs} = 0,95f_{cc} \quad \text{Para} \quad f_{lF} \geq f_{ls} \quad (2.18)$$

$$f_{cs} = f_{cc} \left(\frac{\varepsilon_{cs}}{\varepsilon_{cu}} \right)^{0.4} = 0,867f_{cc} \quad \text{Para} \quad f_{lF} < f_{ls} \quad (2.19)$$

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cc} \left(0,85 + 0,03 \frac{f_{lF}}{f_{ls}} \right) \quad \text{Para} \quad f_{lF} \geq f_{ls} \quad (2.20)$$

$$\varepsilon_{cs} = 0,7\varepsilon_{cc} \quad \text{Para} \quad f_{lF} < f_{ls} \quad (2.21)$$

Os parâmetros f_{cc} e ε_{cc} foram ajustados por resultados experimentais de 24 pilares com diâmetro de 150 mm, altura de 300 mm e f_c de 36,2 MPa. Esses parâmetros, requeridos na Equação 2.22, basearam-se nos modelos de Lam e Teng (2002, 2003), diferindo destes últimos pela inclusão da contribuição do aço da armadura transversal. De acordo com o modelo de Lee, a resistência do concreto confinado f_{cc} e a deformação correspondente ε_{cc} são dadas pelas Equações 2.22 e 2.23, respectivamente:

$$f_{cc} = f_{c0} + 2(f_{ls} + f_{lF}) \quad (2.22)$$

Os termos são definidos como:

f_{cc} : resistência última à compressão do concreto confinado;

f_{c0} : resistência à compressão do concreto não confinado no pilar;

f_{ls} : pressão de confinamento lateral devida à ação da armadura transversal, calculada de acordo com a Equação AA.2 do Anexo A;

f_{lF} : pressão de confinamento lateral fornecida pelo *PRF*.

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{c0} \left[1,75 + 5,25 \left(\frac{k_s f_{ls} + f_{lF}}{f_{c0}} \right) \left(\frac{\varepsilon_F}{\varepsilon_{c0}} \right)^{0.45} \right] \quad (2.23)$$

Os termos são definidos como:

ε_{cc} : deformação axial de compressão do concreto confinado correspondente a f_{cc} ;

ε_{c0} : deformação axial de compressão do concreto não confinado correspondente a f_{c0} ;

ε_F : deformação última de tração do *PRF*;

K_s : fator dependente do nível de confinamento, descrito nas Equações 2.24 e 2.25.

O fator k_s é dado por:

$$K_s = 2 - \left(\frac{f_{lF}}{f_{ls}} \right) \quad \text{para} \quad f_{lF} \leq f_{ls} \quad (2.24)$$

$$K_s = 1 \quad \text{para} \quad f_{lF} > f_{ls} \quad (2.25)$$

Para o modelo de Lee *et al.*, o limite superior para a razão f_{lF}/f_{ls} é de 5.

2.3.2 - Carregamento excêntrico

Os pilares são elementos estruturais submetidos a combinações de compressão axial e momento fletor, e não unicamente por carga axial pura. O efeito da flexão pode ser induzido por diferentes fatores, como momentos desequilibrados nas conexões com as vigas, desalinhamento vertical ou forças laterais resultantes do vento ou atividade sísmica.

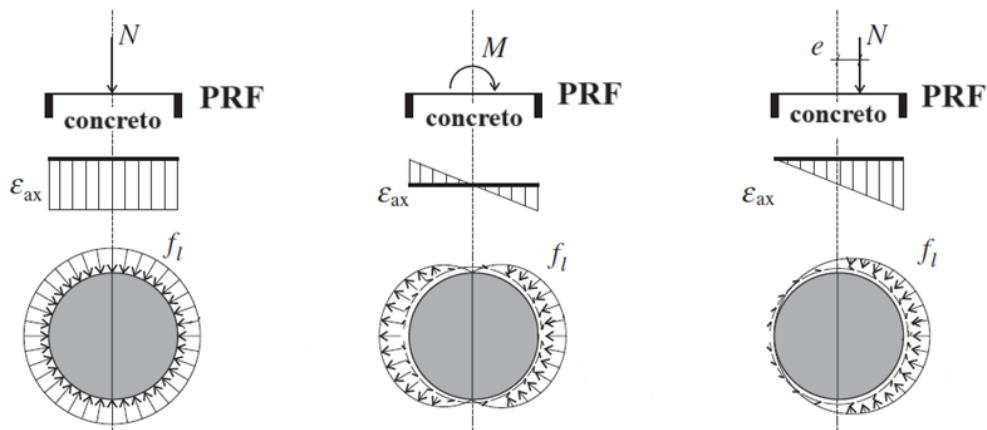


Figura 2.7 - Tensões e deformações em pilares confinados sujeitos a: (a) carga concêntrica, (b) flexão, e (c) carga excêntrica com seção totalmente comprimida (Kollár *et al.* (2011)).

Estudos atuais sobre pilares de concreto armado submetidos a flexo-compressão têm focado principalmente na capacidade de carga global dos pilares. Os resultados dos testes mostraram que a excentricidade da carga causa uma tensão de confinamento não uniforme em toda a seção transversal e a capacidade de carga do pilar diminui com o aumento da excentricidade. Devido à complexidade das condições de tensão dentro de pilares confinados sob carga excêntrica, poucos trabalhos reportam pesquisas que visem à definição de um modelo tensão-deformação para o concreto em tais condições. No entanto, os poucos estudos disponíveis na literatura mostraram que a relação tensão-deformação do concreto confinado com PRF sob carga excêntrica é diferente da relação tensão-deformação do carregamento concêntrico, Kollár *et al.*

(2011). O efeito do confinamento no concreto para cargas concêntricas e excêntricas é indicado na Figura 2.7.

Kollár *et al.* (2011) explicam que, para o caso de carga centrada, a distribuição de tensões é uniforme e, portanto, as tensões de confinamento são iguais na seção transversal. No caso de flexão pura, no lado comprimido da seção transversal, o material do núcleo se expande lateralmente criando tensões de confinamento compressivas. Em caso de compressão excêntrica, o estado de tensões no plano estará entre os dois casos anteriores, Figura 2.7, onde as tensões de confinamento variam ao longo da circunferência do núcleo. Para alcançar um equilíbrio na seção transversal, surgem tensões de cisalhamento entre o núcleo e o *PRF*.

Além deste, diversos estudos abordam a eficácia do confinamento por *PRFC* em diferentes condições de carga e tipos de pilares. Hadi (2009) investigou pilares circulares de *CA* com *PRFC* sob cargas concêntricas e excêntricas, destacando que, enquanto o confinamento aumenta significativamente a ductilidade sob carga excêntrica, a resistência do pilar é pouco afetada. Parvin e Wang (2001) analisaram prismas de *CA* revestidos com *PRFC* unidirecional e descobriram que a pressão confinante não uniforme reduz a eficiência do revestimento sob carga excêntrica devido ao gradiente de deformação. Enquanto isso, Chaallal e Shahawy (2000) encontraram que o *PRF* melhora a capacidade de resistência dos pilares retangulares ao se combinar fibras longitudinais e transversais.

El Maaddawy (2009) sugeriu que a curva tensão-deformação para pilares carregados concentricamente pode ser adaptada para pilares com carga excêntrica, com exceção do ponto final (ponto de falha) da curva tensão-deformação, e propôs ajustes nas equações na ruptura. No entanto, Wu *et al.* (2013) destacaram que a relação tensão-deformação para pilares concentricamente carregados não é adequada para carregamento excêntrico, com erros superiores a 10% quando a excentricidade e/R excede 0,18, erro que aumenta com a excentricidade. Além disso, Fam *et al.* (2003) apresentaram um modelo de tensão-deformação com tendência a suavizar a rigidez e a tensão máxima com o aumento da excentricidade, enquanto Hu *et al.* (2011) sugerem um modelo que mantém a tensão final inalterada e reduz a deformação final à medida que a excentricidade aumenta.

O diagrama tensão-deformação desempenha um papel fundamental na previsão do comportamento de pilares de concreto armado confinados com *PRF*. Devido à falta de um modelo de tensão-deformação satisfatório para pilares com carga excêntrica, modelos

desenvolvidos para pilares sob carga concêntrica têm sido amplamente utilizados para prever respostas de pilares em concreto sob cargas excêntricas em El Maaddawy *et al.* (2008), Tao *et al.* (2004), Yuan *et al.* (2008), Jiang *et al.* (2011).

Em modelos orientados para projetos, a curva tensão-deformação para carga concêntrica proposta por Lam e Teng (2003) foi recomendada por Bisby e Ranger (2010) e também por Rocca *et al.* (2009) para carregamento excêntrico. No entanto, como pode ser verificado na seção 2.2.2, o modelo tensão-deformação proposto por Lam e Teng (2003) e adotado pelo ACI 440.2R (2017) não considera a contribuição de confinamento fornecida pelo aço da armadura transversal.

Mais recentemente Teng *et al.* (2017) realizaram um estudo comparativo relacionando 2 (dois) modelos tensão deformação para o concreto confinado. O primeiro modelo, adotado pelo ACI 440.2R (2017), considera exclusivamente carregamentos concêntricos, sem incorporar explicitamente a contribuição do aço interno presente nos pilares. O segundo é um modelo desenvolvido com base no método dos elementos finitos, destinado a pilares confinados com *PRF* submetidos a carregamentos excêntricos. As conclusões de interesse do estudo são transcritas:

- i. A resposta uniaxial de um modelo tensão-deformação do concreto confinado com *PRF* em um pilar carregado excentricamente varia de maneira complexa ao longo da seção e difere de um modelo tensão-deformação obtido a partir de estudos sobre pilares de concreto confinados com *PRF* sob carga concêntrica, mais próximo do eixo neutro;
- ii. Nas proximidades da fibra de compressão mais externa da seção, o concreto recebe um confinamento maior que o concreto próximo ao eixo neutro e possui uma curva tensão-deformação bilinear semelhante à de um modelo tensão-deformação para pilares carregados de forma concêntrica;
- iii. Comparado com o modelo tensão-deformação para pilares carregados de forma concêntrica, o modelo de tensão-deformação proposto fornece previsões muito mais precisas para os de deslocamento/curvatura finais dos pilares testados;
- iv. O gradiente de deformação tem impacto reduzido na capacidade resistente de pilares *CA-PRFC* sob carregamento excêntrico, permitindo o uso do modelo tensão-deformação para pilares com carregamento concêntrico quando o foco é apenas na avaliação da capacidade resistente.

Devido à complexidade do problema, poucos modelos de tensão-deformação conseguem descrever adequadamente o comportamento do concreto confinado por *PRF* sob carregamento excêntrico, com muitos desses modelos negligenciando o efeito do aço da armadura transversal no confinamento. Jiang *et al.* (2013) apontam que, entre os poucos modelos que tentam incluir esse efeito, nenhum demonstrou um desempenho consistente e validado, resultando em resultados contraditórios. Portanto, os modelos atuais que consideram a flexo-compressão ainda não conseguem prever com precisão a relação tensão-deformação de pilares confinados com *PRF* sob carregamento excêntrico, o que destaca a necessidade de mais pesquisas para aprimorar a compreensão e a previsão do comportamento desses pilares. No entanto, algumas pesquisas justificam o uso de modelos calibrados para carregamento concêntrico na avaliação de pilares submetidos a flexo-compressão. Assim, o modelo de Lee *et al.* (2010), analisado por Ferreira e Diniz (2018), será adotado nesta pesquisa para determinar a resistência última dos pilares *CA-PRFC*.

2.4 - Resumo do capítulo

Neste capítulo, além do panorama histórico, foi possível descrever os modelos tensão-deformação, que serão utilizados “a posteriori” para a determinação das solicitações e das resistências últimas dos pilares selecionados.

Além deste aspecto, considerações presentes na literatura no que se refere a modelos tensão-deformação de pilares de *CA-PRF* com carregamento concêntrico e excentricamente carregados foram apresentadas e destacam-se entre elas:

1. No confinamento dos pilares em concreto armado existentes com *PRF*, o núcleo de concreto é confinado simultaneamente pelo revestimento do *PRF* e pela armadura transversal. Poucos pesquisadores abordaram o problema da estimativa da pressão de confinamento lateral f_l , considerando as contribuições do *PRF* e da armadura transversal;
2. O modelo de Lee *et al.*, (2010) foi o que melhor se adequa a situação descrita no item 1, conforme pesquisa reportada por Ferreira e Diniz (2018);
3. Para a avaliação da resistência de pilares em *CA-PRF* sob flexo-compressão, os modelos tensão-deformação para pilares sob carregamento concêntrico retornam resultados

aceitáveis (Teng *et al.* (2017), Bisby e Ranger (2010), Rocca *et al.* (2009)) e não existem estudos conclusivos a respeito do efeito da excentricidade da carga nesses pilares.

Através dos itens apresentados, pode-se justificar a utilização do modelo de Lee *et al.* (2010) para a determinação das resistências dos pilares selecionados, descritas no capítulo 5, via método numérico e análise de seções, com auxílio do programa *Matlab*. Enquanto que o modelo de Lam e Teng (2003) presente no ACI 440.2R (2017), será utilizado para a determinação das solicitações.

Para o próximo capítulo serão apresentados os aspectos normativos relevantes para a pesquisa no que tange ao ACI 440.2R (2017), e que são a base para a verificação e para a metodologia de cálculo das solicitações para os pilares selecionados, descritas no capítulo 5. Faz-se também necessária a apresentação, das considerações de maior interesse, referentes ao ACI 318 (2014).

3

Reforço de Pilares de CA via Confinamento por PRF: Normas Técnicas e Outros Documentos

3.1 - Considerações gerais

As pesquisas sobre o reforço de estruturas de CA com PRF têm sido intensamente desenvolvidas por diversas instituições e pesquisadores ao redor do mundo, refletindo um interesse global. As principais linhas de trabalho são: o comitê do concreto da *Japanese Society of Civil Engineers* (JSCE) no Japão, interessado em alternativas para estruturas protendidas em concreto e no reforço ou reparo de estruturas devido a abalos sísmicos; os Estados Unidos, através do *American Concrete Institute* (ACI); o Canadá, através do *Intelligent Sensing for Innovative Structures* (ISIS), motivados pelas soluções de problemas de durabilidade de viadutos e pontes; a *Fédération Internationale du Béton* (fib), na Europa, preocupada com a necessidade de preservar e reabilitar as edificações, inclusive o patrimônio histórico; no Brasil, pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) e também instituições como o IBRACON e a ABECE, motivados pela necessidade de conservação do ambiente construído nacional.

Na América do Norte, tanto os Estados Unidos, através do ACI, como o Canadá, através do ISIS, apresentam documentos normativos para o dimensionamento de sistemas de reforço com compósitos de PRF revestindo exteriormente as estruturas de concreto armado.

O ACI tem no Comitê 440 sua atuação na área dos sistemas compósitos de PRF. O documento mais recente apresentado por esse comitê relativamente aos sistemas de reforço externo, foi publicado em novembro de 2023 e designa-se: “*Design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures – Guide*” (ACI PRC-440.2-23). Esse documento é uma nova versão do documento anterior de mesma finalidade “*Guide for the*

design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures” (ACI 440.2R-17), publicado em 2017.

Em 1995, o Canadá criou o *ISIS* (Infrastructure, Systems, and Materials for Advanced Structural Engineering) no âmbito do programa *Networks of Centres of Excellence* (NCE). Este centro de excelência foi fundamental no desenvolvimento de práticas e normas para o reforço de estruturas de concreto. Em 2001, o *ISIS* publicou o Manual de Dimensionamento nº 4, intitulado “*Strengthening Reinforced Concrete Structures with Externally-Bonded Fibre Reinforced Polymers*” (ISIS, 2001). Esse manual apresenta diretrizes para o uso de *PRF* aplicado externamente em estruturas de *CA*. A norma canadense mais recente que regulamenta o uso de *PRF* para reforço estrutural é o CAN/CSA S806:12 (2012), publicada em 2012 pela *Canadian Standards Association* (CSA) e confirmada em 2021.

O comitê do concreto da *JSCE* formou em 1989 um grupo de investigação para a área do reforço de estruturas com sistemas de *PRF* com o apoio da *Association of Composite Materials Using Continuous Fibers for Concrete Reinforcement* (CCC). Em 1992 esse grupo publicou uma compilação sobre o estado da arte, intitulado “*Application of Continuous Fiber Reinforcing Materials to Concrete Structures*” (*JSCE* (1992)). Após a publicação da tradução para o inglês em 1992 e algumas revisões subsequentes, as autoridades japonesas impulsionaram, em 1995, um programa de desenvolvimento focado na definição de estratégias eficazes de reforço para a proteção contra eventos sísmicos nas estruturas. Esse esforço foi motivado pelo impacto do grande abalo sísmico ocorrido em Kobe, com o objetivo de garantir que os efeitos desses fenômenos fossem adequadamente considerados e mitigados com a utilização do *PRF*. Em setembro de 1999, a *Japan Building Disaster Prevention Association* (JBDPA) publicou um documento intitulado “*Seismic Retrofitting Design and Construction Guidelines for Existing Reinforced Concrete (RC) Buildings with FRP Materials*”.

A norma mais recente da *Japan Building Disaster Prevention Association* (JBDPA) é a “*Design and Construction Guidelines for Strengthening of Concrete Structures Using FRP Composites* (JIS A 5374: 2020)”, publicada em 2020. Esta atualização reflete as últimas práticas e avanços tecnológicos no reforço estrutural com *PRF*. Anteriormente, a *Japan Society of Civil Engineers* (*JSCE*) havia publicado a “*JSCE-E 543-2015*”, que também aborda o reforço de estruturas de concreto armado com polímeros reforçados com *PRF*.

Em 1996, o *Comité Euro-International du béton (CEB)*, formou um grupo de trabalho com o objetivo principal de elaborar critérios de dimensionamento para o reforço de estruturas com sistemas compósitos de *PRF*, respeitando o formato do *CEB-FIP Model Code* (1993), e do *Comité Européen de Normalização (CEN)* 1991 - Eurocódigo 2 (EC2). Após a fusão do *CEB* e da *Fédération Internationale de la Précontrainte (FIP)* originando a *Fédération Internationale du Béton (fib)* em 1998, este grupo de trabalho passou a designar-se *fib task group 9.3 - FRP Reinforcement for concrete structures in Commission 9 Reinforcing and Prestressing Materials and Systems*.

A Task Group 9.3 da *Fédération Internationale du Béton (fib)*, que se concentra em *FRP Reinforcement for Concrete Structures*, faz parte da Comissão 9 de Materiais e Sistemas de Reforço. A última atualização relevante de documentos dessa Task Group foi publicada em 2021, com a revisão do *fib Bulletin 14 - Externally Bonded FRP Reinforcement for RC Structures*.

Também se destacam as seguintes publicações:

- Na Alemanha, a norma mais recente relacionada ao reforço de estruturas com *PRF* é a DIN 1045-4 (2018), que estabelece diretrizes específicas para a aplicação desses materiais em estruturas de concreto. Além dessa norma, a DIN EN 15129 (2018), que trata de dispositivos de amortecimento e isoladores de base, pode influenciar as práticas associadas ao uso de *PRF*, especialmente em contextos em que a interação com sistemas de controle de vibrações ou de isolamento sísmico seja relevante, embora não seja voltada exclusivamente para o reforço com *PRF*;
- Na Inglaterra a *TR 58* (2018) fornece uma base prática e orientações gerais sobre o uso de *PRF*, enquanto a *BS 8074* (2015) detalha os requisitos normativos e as especificações técnicas;
- A *UNI 11036* (2018) é a norma italiana específica que aborda o uso de *PRF*, polímeros reforçados com fibra em estruturas.

No Brasil, distintas instituições têm se dedicado à pesquisa sobre a recuperação de estruturas de concreto armado através da utilização de compósitos. Apesar do interesse, ainda não existem em território nacional práticas recomendadas e/ou normas para essa finalidade. O Comitê *IBRACON/ABECE CT 303 – Uso de Materiais Não Convencionais para Estruturas de Concreto, Fibras e Concreto Reforçado com Fibras*, através de seu Grupo de Trabalho *GT2 - Reforço de*

Estruturas Existentes de Concreto com Materiais Não Convencionais tem como objetivo o desenvolvimento de práticas recomendadas para tal finalidade. Tais documentos deverão subsidiar o futuro desenvolvimento de normas técnicas brasileiras no setor.

3.2 - Orientações de projeto segundo ACI 440.2R (2017)

3.2.1 - Projeto de pilares em concreto confinados com *PRF*

As recomendações de projeto do ACI 440.2R (2017) são baseadas nos princípios dos estados limites. Esta abordagem define níveis aceitáveis de segurança para a ocorrência de estados limites de serviço e estados limites últimos.

Os sistemas que incorporam o reforço por *PRF*, conforme o ACI 440.2R (2017), devem ser projetados de acordo com as recomendações do ACI 318 (2014) no que se refere aos requisitos de resistência e solicitações, utilizando fatores de ponderação de cargas e resistência conforme estabelecido. Além disso, o ACI 440.2R (2017) recomenda a aplicação de fatores de ponderação adicionais à contribuição do reforço por *PRF*, a fim de refletir as incertezas inerentes aos sistemas de *PRF*, diferenciando-os dos sistemas de concreto armado e protendido.

O ACI 440.2R (2017) reporta que esses fatores de redução foram determinados com base na avaliação estatística da variabilidade das propriedades mecânicas, nos resultados de testes realizados em escala real e em aplicações de campo. Esses fatores foram calibrados para produzir índices de confiabilidade acima de 3,5. Índices de confiabilidade entre 3,0 e 3,5 podem ser encontrados em casos em que são utilizadas taxas relativamente baixas de armadura longitudinal combinadas com altas taxas de reforço por *PRF*. Tais casos tem menor possibilidade de ocorrer por violarem os limites de acréscimo de resistência para os pilares a serem reforçados de acordo com a seção 9.2 do ACI 440 (2017) e transcrita neste estudo na próxima seção 3.2.3.

3.2.2 – Propriedades mecânicas do *PRF*

De acordo com o ACI 440.2R (2017) o material compósito *PRF* apresenta os seguintes comportamentos quando submetidos a tração e a compressão.

3.2.2.1 - Comportamento à tração

Quando submetidos a carregamentos, os materiais compósitos em *PRF* com fibras unidirecionais não apresentam comportamento elasto-plástico antes da ruptura. O comportamento à tração desses compósitos é caracterizado por uma relação tensão-deformação linear e elástica até a falha, a qual ocorre de maneira súbita e frágil, como ilustrado na Figura 3.1. Em contrapartida, o diagrama simplificado para o aço estrutural exibe um comportamento elasto-plástico, evidenciando sua ductilidade, diferenciando-se assim do comportamento dos compósitos em *PRF*.

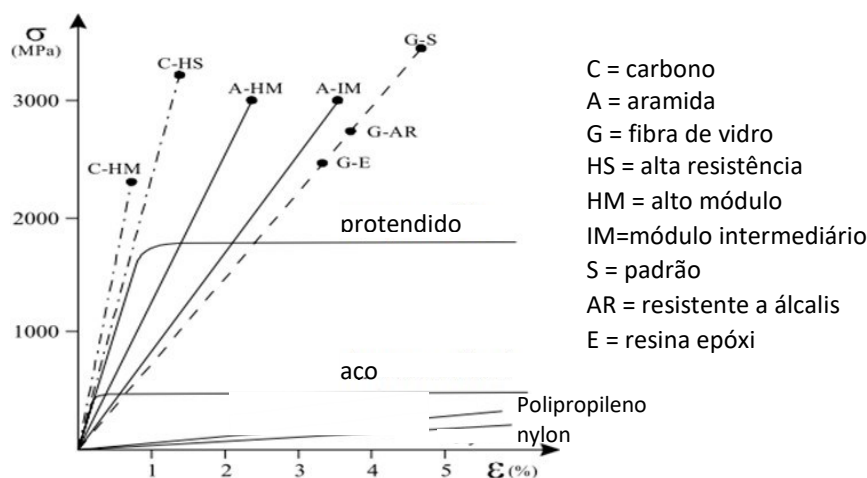


Figura 3.1 – Diagramas tensão-deformação de várias fibras de reforço (ACI 440.R (1996))

3.2.2.2 - Comportamento à compressão

Os sistemas em *PRF* não devem ser utilizados como reforço à compressão devido ao fato que, os testes realizados até o momento serem insuficientes para validar seu uso neste tipo de aplicação.

Testes realizados em laminados de *PRF* utilizados para reparo em concreto mostraram que a resistência à compressão do *PRF* é menor que a resistência à tração (Wu (1990)). O modo de falha para laminados em *PRF* sujeitos à compressão longitudinal pode incluir falha por tração transversal, micro flambagem da fibra ou falha por cisalhamento. O modo de falha depende do tipo de fibra, da fração de volume da fibra e do tipo de resina. Resistências à compressão de 55%, 78% e 20% da resistência à tração foram relatadas para *PRFG*, *PRFC* e *PRFA*, respectivamente (Wu (1990)). Em geral, a resistência à compressão é mais elevada para

materiais com maiores resistências à tração, exceto no caso do *PRFA*, onde as fibras exibem um comportamento não linear na compressão a um nível de tensão relativamente baixo.

3.2.2.3 – Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade na compressão é geralmente menor que o módulo de elasticidade dos compósitos de *PRF* na tração. Testes em amostras contendo uma fração de volume de 55% a 60% de fibras de vidro contínuas em uma matriz de éster de vinil ou resina de poliéster isoftálico indicaram um módulo de elasticidade na compressão de 5000 a 7000 ksi (34.000 a 48.000 MPa) (Wu, 1990). O módulo de elasticidade na compressão é de aproximadamente 80% para *PRFG*, 85% para *PRFC* e 100% para *PRFA* do módulo de elasticidade à tração para o mesmo produto.

3.2.3 - Limites de acréscimo de resistência para o reforço com *PRF*

De acordo com o ACI 440.2R (2017), deve-se dar uma atenção à determinação de limites de reforço. Esses limites são impostos para prevenir o colapso da estrutura caso ocorram falhas de aderência ou outros tipos de falhas do sistema *PRF*, devido a danos, vandalismo ou outras causas. O elemento estrutural não reforçado, sem o *PRF*, deve ser capaz de resistir a um nível suficiente de carga, conforme descrito na Equação 3.1.

$$(\phi R_n)_{\text{existente}} \geq (1,1S_{CP} + 0,75S_{SC})_{\text{nova}} \quad (3.1)$$

O fator 1,1 utilizado para as cargas permanentes (S_{CP}) é devido a certa precisão em conhecê-las através da edificação existente. O fator de 0,75 utilizado para a sobrecarga (S_{SC}) visa ultrapassar a média anual estatística do fator máximo de ocorrência de 50% (0,5) para este tipo de carregamento. Para os casos em que existe uma alta probabilidade de a sobrecarga estar presente por um longo período de tempo, deve se utilizar o fator 1,0 em substituição de 0,75.

3.2.4 - Equações e propriedades básicas de projeto

As propriedades dos materiais *PRF* fornecidas pelos fabricantes, como a resistência máxima à tração, geralmente não levam em consideração a exposição a longo prazo a condições ambientais, o que deve ser considerado no projeto. Para uma análise adequada, é necessário utilizar as Equações 3.2 e 3.3. A resistência última à tração de projeto deve ser ajustada pelo fator de redução ambiental indicado na Tabela 3.1, que corresponde ao tipo de fibra utilizada e às condições de exposição ambiental.

$$f_{Fu} = C_E f_F^* \quad (3.2)$$

Os termos são definidos como:

f_{Fu} : resistência última à tração de projeto do *PRF*;

C_E : fator de redução ambiental, conforme a Tabela 3.1, ajustado para o tipo de fibra e ambiente de exposição.

f_F^* : resistência nominal à tração fornecida pelo fabricante;

De maneira semelhante, a deformação de projeto na ruptura também deve ser ajustada pelo fator de exposição ambiental. É importante notar que o fator de redução ambiental não afeta o comportamento elástico do *PRF*. Sendo um material elástico linear até a ruptura, o *PRF* segue os princípios da lei de Hooke, conforme estabelecido pela Equação 3.3.

$$E_F = \frac{f_F^*}{\varepsilon_F^*} = \frac{f_{Fu}}{\varepsilon_{Fu}} \quad (3.3)$$

Os termos são definidos como:

E_F : módulo de elasticidade do *PRF*;

f_F^* e ε_F^* : resistência à tração e deformação correspondente do *PRF*, respectivamente;

f_{Fu} e ε_{Fu} : resistência e deformação de projeto ajustadas por C_E .

Os fabricantes devem relatar uma resistência à tração final (resistência garantida) definida pela Equação 3.4:

$$f_F^* = \mu f_F - 3 \sigma \quad (3.4)$$

Os termos são definidos como:

μf_F : resistência média à tração do *PRF*, obtida a partir de ensaios laboratoriais;

σ : desvio padrão associado à resistência à tração do *PRF*.

Tabela 3.1 – Fator de redução ambiental - C_E

Condições de Exposição	Tipo de Fibra	Fator de Redução Ambiental (C_E)
Interior	Carbono	0.95
	Vidro	0.75
	Aramida	0.85
Exterior (pontes, cais, e garagens abertas)	Carbono	0.85
	Vidro	0.65
	Aramida	0.75
Ambientes agressivos (instalações químicas e estações de tratamento de águas residuais)	Carbono	0.85
	Vidro	0.50
	Aramida	0.70

3.2.5 - Compressão pura

De acordo com o ACI 440.2R (2017), o confinamento de pilares de concreto é alcançado com as fibras de *PRF* orientadas na direção circunferencial ao longo de todo o comprimento do elemento. Nessa configuração, as fibras atuam de maneira similar à armadura transversal em espiral ou estribos. No entanto, a contribuição das fibras para a compressão é desconsiderada.

Os revestimentos de *PRF* fornecem um confinamento passivo ao pilar, mantendo-se sem tensões significativas até que haja um aumento no volume da seção transversal e o início da fissuração do elemento envolvido. A resistência de um pilar de concreto com densidade normal, não esbelta, e confinado com *PRF* pode ser calculada utilizando as Equações 3.5 e 3.6, que se aplicam a pilares armados transversalmente por espirais e estribos, respectivamente. É necessário que essa resistência leve em consideração o fator de redução de resistência, ϕ , para espirais e estribos, conforme especificado pelo ACI 318 (2014). Da mesma maneira a carga axial que atua no elemento deve ser calculada utilizando os fatores de majoração de carga exigidos pelo ACI 318 (2014).

$$\phi P_n = 0.85 \phi \left[0.85 f_{cc} (A_g - A_{sL}) + f_y A_{sL} \right] \quad (3.5)$$

$$\phi P_n = 0.80 \phi \left[0.85 f_{cc} (A_g - A_{sL}) + f_y A_{sL} \right] \quad (3.6)$$

Os termos são definidos como:

ϕ é o fator de redução da resistência conforme o ACI 318 (2014), apresentado neste estudo na seção subsequente;

f_{cc} é a resistência do concreto confinado;

A_g é a área da seção transversal de concreto;

A_{sL} é a área da seção transversal de aço longitudinal;

f_y é a resistência no escoamento do aço longitudinal.

3.2.6 - Diagrama tensão-deformação para o concreto confinado por *PRF*

O diagrama tensão-deformação para concreto confinado por *PRF*, desenvolvido por Lam e Teng (2003), foi adotado pelo ACI 440.2R (2017). Este diagrama é representado pelas Equações 2.6 a 2.13 e pela Figura 2.2 na seção 2.2.2.

A resistência à compressão última do concreto confinado f_{cc} e a pressão máxima de confinamento f_l são calculadas utilizando-se as Equações (3.7) e (3.8), respectivamente (Lam e Teng 2003a, b), com inclusão de um fator adicional $\psi_f = 0,95$.

$$f_{cc} = f'_c + 3.3\psi_f\kappa_a f_l \quad (3.7)$$

$$f_l = \frac{2E_F n t \varepsilon_{Fe}}{D} \quad (3.8)$$

Na Equação (3.7), f'_c é a resistência a compressão do concreto não confinado, e o fator de eficiência de confinamento κ_a leva em consideração a geometria da seção transversal. Para seções circulares κ_a assume o valor de 1,0. Na Equação 3.9, a deformação efetiva última no PRF ε_{Fe} é dada por:

$$\varepsilon_{Fe} = k_F \varepsilon_{Fu} \quad (3.9)$$

O fator de eficiência de deformação k_F utilizado é de 0,55 e a razão de confinamento mínima f_l/f'_c é de 0,08. É conveniente mencionar que a razão entre a pressão de confinamento proporcionada pelo PRF e a resistência à compressão do concreto não confinado dada por $(f_{Fu} \cdot n \cdot t_f / (f'_c \cdot d) \geq 0,073)$, no estudo realizado por Lam e Teng (2003) e utilizada pelo ACI 440 (2008) é modificada para $\geq 0,08$ no ACI 440 (2017).

A deformação última ε_{cc} do concreto confinado com PRF pode ser encontrada na Equação 3.10. Essa deformação deve ser limitada ao valor indicado na Equação 3.11 para se evitar fissuração excessiva e a perda de integridade do concreto. Quando esse limite é aplicável, o valor máximo correspondente a f_{cc} deve ser recalculado.

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon'_c \left(1.50 + 12 \frac{f_l}{f'_c} \left(\frac{\varepsilon_{Fe}}{\varepsilon'_c} \right)^{0.45} \right) \quad (3.10)$$

$$\varepsilon_{cc} \leq 0.01 \quad (3.11)$$

3.2.7 - Pilares submetidos à flexo-compressão

O reforço de pilares de CA com PRF também pode fornecer ganho de resistência em elementos sujeitos a flexão-compressão.

Segundo o ACI 440.2R (2017), as Equações 3.5 a 3.6 são aplicáveis quando a excentricidade presente no pilar é menor que $0,1d$. Quando a excentricidade é maior que $0,1d$, a metodologia

e as Equações 3.2 a 3.4 e 3.7 a 3.11, podem ser utilizadas para determinar as propriedades dos materiais na seção transversal. Com base nestes critérios, o diagrama P - M para o pilar confinado com PRF pode ser construído utilizando procedimentos bem estabelecidos, como o apresentado no Apêndice D do ACI 440.2R (2017).

As seguintes limitações se aplicam a pilares submetidos à flexo-compressão:

- 1) A deformação efetiva no revestimento em PRF deve ser limitada ao valor indicado na Equação 3.12 para garantir a integridade do sistema concreto/ PRF quanto ao cisalhamento;

$$\varepsilon_{Fe} = 0,004 \leq k_F \varepsilon_{Fu} \quad (3.12)$$

- 2) O ganho de resistência somente pode ser considerado quando a carga axial e o momento fletor máximo estiverem acima da linha que liga a origem ao ponto no diagrama P - M correspondente à excentricidade balanceada (referente a ruptura da seção normalmente armada), conforme a Figura 3.2. Essa limitação decorre do fato de que o ganho de resistência é significativo em pilares nos quais a falha é controlada por compressão.

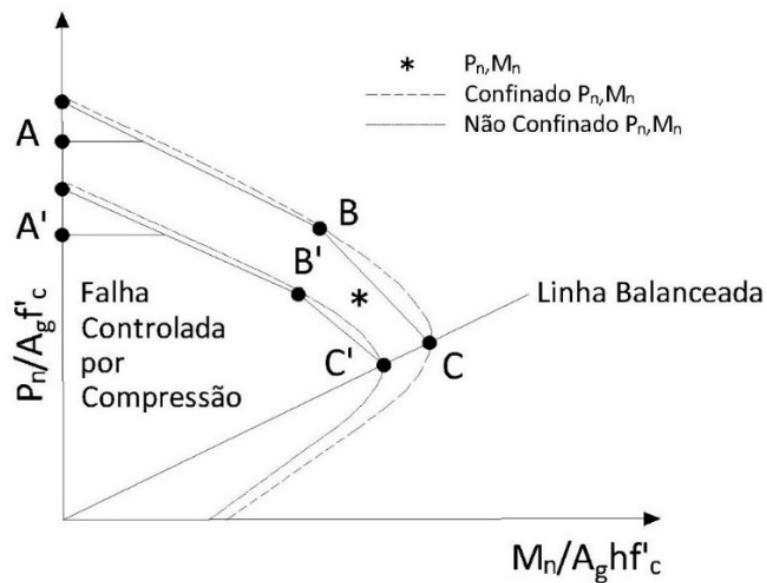


Figura 3.2 – Diagrama de interação normalizado

Os diagramas P - M podem ser desenvolvidos satisfazendo o princípio da compatibilidade de deformações e o equilíbrio de forças utilizando-se o diagrama tensão-deformação definido nas Equações 2.6 a 2.13. Para fins de simplificação, a parte do diagrama P - M do concreto não confinado e confinado correspondentes à falha controlada por compressão pode ser reduzida a duas curvas bilineares passando por 3 (três) pontos, como também pode ser visto na Figura 3.2.

Para excentricidades superiores a $0,1d$ até o ponto correspondente à condição associada à ruptura da seção normalmente armada (balanceada), pode-se utilizar a metodologia descrita no Apêndice D do ACI 440.2R (2017), conforme ilustrado na Figura 3.3, para calcular um diagrama de interação simplificado. Nessa metodologia, aplicam-se os valores dos fatores de minoração da resistência e majoração das cargas, conforme estabelecido no ACI 318 (2014), para todas as tipologias de seções transversais.

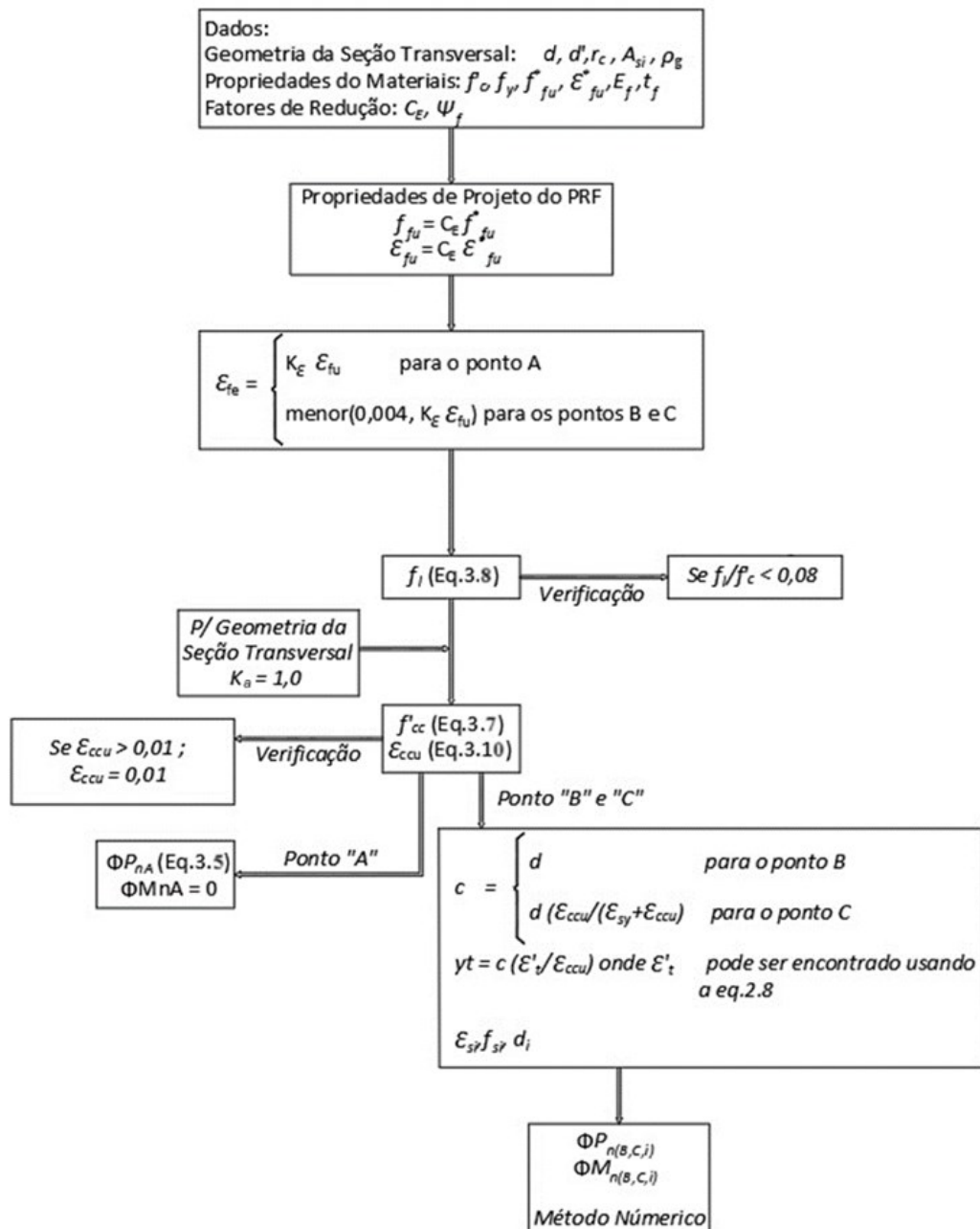


Figura 3.3 – Metodologia de cálculo para o diagrama de interação P - M segundo o ACI 440.2R (2017) Adaptado

3.2.8 - Metodologia para o cálculo simplificado do diagrama de interação

O diagrama de interação P - M pode ser desenvolvido satisfazendo o princípio da compatibilidade de deformações e equilíbrio de forças utilizando-se do modelo tensão-deformação para o concreto confinado com PRF apresentado nas Equações 2.6 a 2.13. Por uma questão de simplificação, as regiões do diagrama P - M não confinado e confinados correspondentes à falha controlada por compressão pode ser reduzida a dois trechos lineares que passam pelos pontos ilustrados na Figura 3.2. São eles:

Ponto A : (compressão pura): compressão axial uniforme do concreto confinado;

Ponto B : com deformação correspondente a deformação zero na camada da armadura longitudinal de aço mais próxima da face de tração, e deformação de compressão ε_{ccu} na face de compressão; e

Ponto C : com deformação correspondente à falha balanceada (referente a ruptura da seção normalmente armada) com deformação à compressão máxima ε_{ccu} e tensão de tração correspondente a ε_{sy} na camada de armadura longitudinal mais próxima da face de tração.

A metodologia do Apêndice D do ACI 440.2R (2017) para o diagrama P - M , ilustrado na Figura 3.3 foi utilizada neste estudo e desenvolvida através de processo numérico e análise de seções para pilares com seção transversal circular.

3.3 - Recomendações de projeto segundo o ACI 318 (2014)

3.3.1 - Armadura longitudinal

Na seção 10.6.1.1 do ACI 318 (2014) são fornecidos limites para os valores mínimos e máximos para a armadura longitudinal, sendo:

Armadura mínima: é necessário fornecer resistência à flexão, que pode existir, independentemente dos resultados analíticos, além de necessária para reduzir os efeitos da retração e da fluência do concreto sob tensões de compressão ao longo do tempo. Dessa forma, estabelece-se um limite mínimo equivalente a 1% da área de concreto da seção transversal bruta, garantindo que a armadura não apresente falhas durante a vida útil da estrutura, mesmo sob as cargas de serviço aplicadas.

Armadura Máxima: a quantidade de armadura longitudinal é limitada em 4% relativa à área bruta da seção transversal de concreto, podendo chegar a 8% nas regiões de emenda. Esta limitação se faz necessária para se garantir ao elemento estrutural efetiva consolidação entre concreto e o aço na região do entorno entre as barras longitudinais e o concreto. Outra questão importante tratando-se da quantidade máxima geométrica de armadura longitudinal é no que tange às garantias de que a peça estrutural dimensionada de acordo com o ACI 318 (2014) guarde semelhanças com as amostras utilizadas para a calibração da mesma.

3.3.2 - Cobrimento

O cobrimento de concreto como proteção da armadura estrutural contra as intempéries e outros efeitos, é medido a partir do concreto da superfície do elemento estrutural até a região mais externa da armadura para o qual o requisito de cobertura se aplica, de acordo com o elemento estrutural e armadura conforme a Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Cobrimento mínimo para elementos em concreto armado in loco - ACI 318 (2014)

Tipo de Exposição do Concreto	Elemento	Armadura	Cobrimento, mm
Moldadas in loco e constantemente em contato com o solo	Todos	Todas	75
Exposto ao clima ou em contato com o solo	Todos	Barras com diâmetro de 19 mm até 57 mm	50
		Barras com diâmetro de 16 mm, fios MW200 ou MD200 (2 mm) e menores	40
Não exposta ao clima ou em contato com o solo	Lajes e muros	Barras com diâmetro de 43 mm até 57 mm	40
		Barras com diâmetro de 36 mm ou menores	20
	Vigas e pilares	Armadura longitudinal, estribos e espirais	40

3.3.3 - Espaçamento mínimo entre barras longitudinais

O espaçamento mínimo entre as barras longitudinais em pilares de concreto armado tomados centro a centro deverá ser maior entre os dois valores: 1,5 vezes o maior diâmetro entre as barras longitudinais ou 4/3 vezes o diâmetro do agregado graúdo.

O número mínimo de barras longitudinais deve estar de acordo com a seção 10.7.3.1 itens (a), (b) e (c):

- (a) 3 (três) se os estribos forem triangulares;
- (b) 4 (quatro) caso os estribos sejam retangulares ou circulares;

(c) 6 (seis) se envolvidos por espirais.

Ainda é conveniente ressaltar que, nas situações em que o número de barras longitudinais em um arranjo circular for menor que oito, a orientação das barras poderá afetar significativamente a resistência dos pilares carregados com alguma excentricidade e devem para esta situação ser verificadas em projeto.

3.3.4 - Armadura transversal

Neste trabalho, será utilizada a armadura transversal em espirais, composta por contornos contínuos e uniformemente espaçados. O espaçamento entre as faces internas será definido em conformidade com os critérios estabelecidos nas alíneas (a) e (b) do item 25.7.3.1, a saber:

- (a) De pelo menos, o maior entre os valores de 25,4 mm ou 4/3 da dimensão do agregado graúdo;
- (b) Não superior a 76,2 mm.

Para construções moldadas “in loco”, o diâmetro da barra em espiral deve ser de pelo menos 9,525 mm. De acordo com a seção 25.7.3.3 do ACI 318 (2014) a taxa volumétrica de armadura deve satisfazer a Equação 3.13.

$$\rho_s \geq 0.45 \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}} \quad (3.13)$$

Os termos são definidos como:

A_g é a área bruta de concreto compreendida entre duas espirais na seção longitudinal;

A_{ch} é a área de concreto entre espirais na seção longitudinal descontando se o cobrimento;

f'_c é a resistência do concreto à compressão;

f_{yt} é a tensão de escoamento do aço da armadura transversal.

Segundo o ACI 318 (2014), o efeito da armadura em espiral no aumento da resistência do concreto dentro do núcleo não é totalmente realizado até que o pilar tenha sido submetido a uma carga e deformação suficientes para fazer com que o cobrimento do concreto fora do núcleo apresente deformação relevante, geralmente fora do regime elástico. A taxa de armadura transversal em espiral exigida pela Equação 3.13 destina se a fornecer resistência adicional

ligeiramente maior que a resistência perdida após o deslocamento do cobrimento. A Equação 3.13 é derivada de Richart (1933). Testes e experiências mostram que os pilares que atendem a taxa volumétrica de armadura em espiral dada nesta seção, exibem resistência e ductilidade consideráveis. Pesquisas como as de Richart *et al.* (1929); Richart (1933); Pessiki *et al.* (2001), Saatcioglu e Razvi 2002, também indicam que aços com resistências ao escoamento até 100.000 psi (689,48 MPa) podem ser efetivamente usados para o confinamento do concreto.

3.3.5 - Fator de redução da resistência ϕ

De acordo com o ACI 318 (2014) os objetivos ao se utilizar o fator de redução da resistência, ϕ , são:

1. Levar em consideração a probabilidade de ocorrerem na estrutura elementos com resistência inferior às especificações de projeto, devido às variações da resistência dos materiais e suas dimensões;
2. Considerar imprecisões nas equações de projeto;
3. Refletir a ductilidade disponível no elemento e a confiabilidade necessária em diferentes tipos de elemento na estrutura sob os efeitos da carga para os quais estão sendo submetidos;
4. Refletir a importância do elemento na estrutura.

A Tabela 3.3 apresenta os valores possíveis do fator de redução ϕ .

Tabela 3.3 - Fator de redução ϕ para momento, carga axial ou momento combinado e carga axial

Deformação (ϵ_t)	Classificação	ϕ			
		Tipos de Armadura Transversal			
		Espirais conforme 25.7.3 ACI 318 (2014)		Outros	
$\epsilon_t \leq \epsilon_{ty}$	Controlada por Compressão	0,75	(a)	0,65	(b)
$\epsilon_{ty} < \epsilon_t < 0,005$	Região de Transição ¹	$0,75 + 0,15 \frac{(\epsilon_t - \epsilon_{ty})}{(0,005 - \epsilon_{ty})}$	(c)	$0,65 + 0,25 \frac{(\epsilon_t - \epsilon_{ty})}{(0,005 - \epsilon_{ty})}$	(d)
$\epsilon_t \geq 0,005$	Controlada por Tração	0,90	(e)	0,90	(f)

(1) Para seções classificadas como de transição, é permitido o uso de ϕ correspondente a seções controladas por compressão.

De acordo com o ACI 318 (2014), a resistência nominal de um elemento que é submetido a um momento ou a combinação de momento e carga axial é determinada para a condição em que a tensão na fibra mais comprimida seja igual ao limite de tensão proporcionado pela deformação

de 0,003. A deformação ε_t é calculada na armadura de aço longitudinal de posição mais extrema à fibra de concreto mais comprimida, excluindo as deformações devidas a cargas de execução prévias, fluência, retração e temperatura, de forma que esta tensão possa ser determinada a partir de uma distribuição linear de deformações.

Se a deformação na barra de aço da armadura longitudinal mais tracionada for suficientemente grande ($\geq 0,005$), a seção é definida como controlada por tração, quando pode ser esperado um aviso da falha por deflexão acompanhada de fissuração excessiva. O limite de deformação de 0,005 fornece ductilidade suficiente para a maioria das aplicações em concreto armado convencional.

Para o caso em que a deformação na barra de aço longitudinal mais extrema à fibra de concreto mais comprimida é menor que ε_{ty} , é esperada uma condição de falha por compressão de forma frágil, com pouco aviso de falha.

O limite de deformação do aço na região controlada por compressão é definido como sendo de 0,002 para aços classe 60 e $f_y/E_s = \varepsilon_{ty}$ para os demais tipos de aços. Esta consideração é válida quando a análise ocorre em elementos estruturais com armadura passiva.

Alguns elementos, como aqueles com pequenas cargas axiais e grandes momentos, experimentam uma tensão na barra de aço da armadura longitudinal mais tracionada entre os limites de 0,005 e ε_{ty} . Essas seções estão em uma região de transição entre controlada por compressão e controlada por tração.

Para as seções sujeitas a combinação de cargas axiais e momentos, a resistência de projeto é determinada pela multiplicação de P_n e M_n pelo valor apropriado de ϕ .

Um fator ϕ de menor valor é usado para seções controladas por compressão do que para aqueles controlados por tração, isso se deve por possuírem menor ductilidade e por serem mais sensíveis a variações na resistência do concreto. Estes elementos são submetidos, geralmente, a cargas axiais maiores por unidade de área do que em elementos controlados por tração. Pilares com armadura transversal em espirais possuem um fator ϕ maior do que para outros tipos de armadura transversal, por possuírem maior ductilidade. Para as seções dentro da região de transição, o valor de ϕ pode ser determinado por interpolação linear conforme mostra a Figura 3.4, utilizando os limites impostos pela Tabela 3.3 e representados pela Figura 3.5.

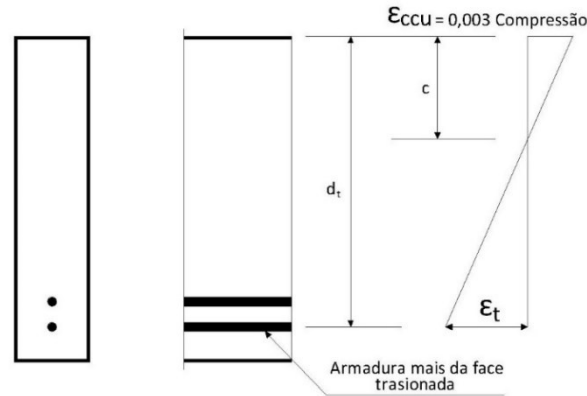


Figura 3.4 – Distribuições de tensões em elementos com armadura passiva

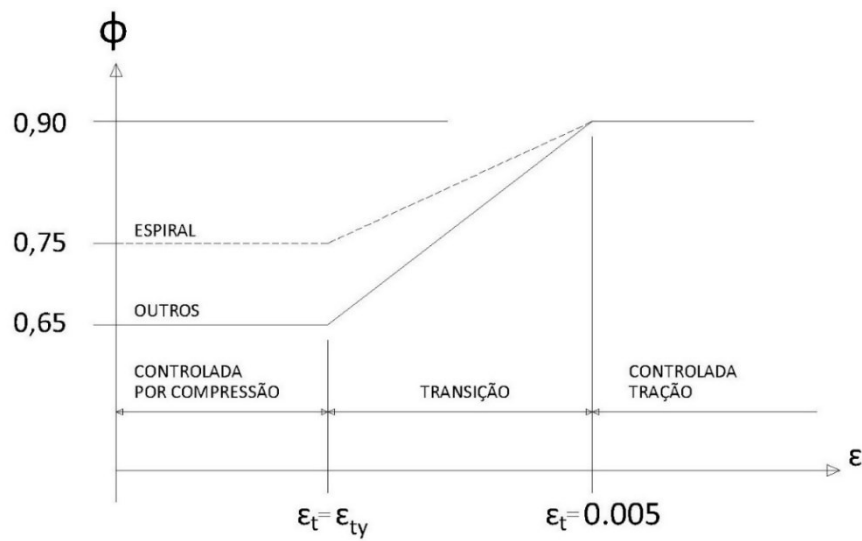


Figura 3.5 – Variação de ϕ com a deformação na armadura mais tracionada

3.3.6 - Efeitos de segunda ordem

Os efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado podem ser desconsiderados realizando-se a análise do índice de esbeltez, dada na seção 6.2.5 do ACI 318 (2014), satisfazendo as seguintes condições, apresentadas nas Equações 3.14 a 3.16:

(a) Para pilares articulados nas extremidades:

$$\frac{kl_u}{r} \leq 22 \quad (3.14)$$

(b) Para pilares engastados em ambas as extremidades:

$$\frac{kl_u}{r} \leq 34 + 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \quad (3.15)$$

$$\frac{kl_u}{r} \leq 40 \quad (3.16)$$

Os termos são definidos como:

k é o fator de comprimento efetivo para elementos em compressão;

l_u é o comprimento equivalente do pilar;

r é o raio de giração da seção transversal do elemento em compressão;

M_1 é o menor momento na extremidade de um elemento em compressão. Deve ser considerado positivo se o elemento apresentar flexão em uma única curvatura e negativo se fletido em uma curvatura dupla;

M_2 é o maior momento na extremidade de um elemento em compressão, sempre positivo.

3.4 - Resumo do capítulo

Neste capítulo, uma breve perspectiva referente aos documentos normativos relacionados ao reforço ou reparo de estruturas com *PRF* foram apresentados. Também foram expostas as diretrizes e a metodologia de cálculo recomendadas pelo ACI 440.2R (2017) no que tange ao encamisamento de pilares por *PRF*, e as de maior interesse referentes ao ACI 318 (2014). A informação referente ao índice de confiabilidade alvo de 3,5 para pilares existentes é então extraída e é parâmetro para análise posterior.

É conveniente destacar, a metodologia do anexo D, do ACI 440.2R (2017), para a construção do diagrama de interação *P-M* que utiliza do princípio da compatibilidade de deformações e equilíbrio de forças utilizando-se do modelo tensão-deformação para o concreto confinado com *PRF* (Lam e Teng (2003)) de acordo com as Equações 2.6 a 2.13. Nesse anexo é apresentada a simplificação do diagrama, ficando limitada à região correspondente à falha controlada por compressão, onde se faz a indicação de utilização prática em projeto, podendo também ser representada por dois trechos lineares que passam pelos pontos indicados na Figura 3.2.

De posse destas informações, as bases normativas para a elaboração do processo numérico para a quantificação das solicitações dos pilares selecionados ficam estabelecidas. No próximo capítulo, será apresentada uma introdução aos conceitos e métodos probabilísticos aplicados a este campo do conhecimento, com o objetivo de fundamentar a escolha do método de análise de confiabilidade mais adequado para pilares *CA-PRFC* submetidos a flexo-compressão.

4

Confiabilidade Estrutural

4.1 – Introdução

Neste capítulo, são apresentados de forma concisa os conceitos e métodos probabilísticos aplicados à Confiabilidade Estrutural. Os objetivos principais são: (i) orientar a escolha do método de análise de confiabilidade para a avaliação de pilares curtos de *CA-PRFC* excentricamente carregados no estado limite último, e (ii) permitir a adequada avaliação dos níveis de segurança implícitos nas orientações de projeto de reforço segundo o ACI 440.2R (2017).

Inicialmente são apresentados os níveis dos métodos de confiabilidade, com ênfase nos métodos de nível 2 (FOSM) e nível 3 (FORM e SMC) em termos dos conceitos e procedimentos envolvidos em cada um deles. Na sequência é descrito o processo de “calibração de normas”, com destaque para o problema da definição dos índices de confiabilidade alvo para estruturas existentes.

4.2 - Níveis dos métodos de confiabilidade

Os métodos de Confiabilidade Estrutural são classificados em níveis, baseando-se na quantidade e qualidade da informação disponível sobre o problema em questão. Esses níveis variam desde análises mais simplificadas e aproximadas até métodos mais complexos e detalhados, refletindo a evolução na forma como as incertezas são tratadas. A classificação dos métodos, como discutido por Madsen *et al.* (1986), Galambos (1992), e Diniz (2008), permite uma abordagem estruturada e adaptada às especificidades do problema, facilitando a aplicação da teoria da confiabilidade na engenharia estrutural.

Nível 0 – Métodos das Tensões Admissíveis: este nível utiliza o conceito tradicional de tensões admissíveis para garantir a segurança estrutural. No método das tensões admissíveis, todas as cargas aplicadas à estrutura são tratadas de forma semelhante, e as tensões resistentes são reduzidas por um único fator de segurança para acomodar as incertezas presentes, oferecendo uma abordagem simplificada. Conforme Galambos (1982), são várias as objeções relativas à utilização desse método.

Nível 1 – Métodos dos Estados Limites: neste nível os métodos empregam valores característicos para representar cada valor incerto. Como exemplos têm-se os formatos do tipo *LRFD (Load and Resistance Factor Design)* ou o Método dos Estados Limites. A segurança é atendida a partir da utilização de fatores de majoração das cargas e de minoração das resistências.

Nível 2 – Métodos do Índice de Confiabilidade: métodos de confiabilidade que empregam dois valores para cada parâmetro “incerto” (usualmente média e variância) e uma medida da correlação entre parâmetros (usualmente covariância). A métrica associada aos métodos de nível 2 é o índice de confiabilidade, β .

Nível 3 – Métodos da Probabilidade de Falha: métodos de confiabilidade que empregam a probabilidade de falha da estrutura como medida de sua confiabilidade, nos quais a função densidade de probabilidade de cada variável básica relativa ao projeto é requerida.

Nível 4 – Método da Minimização dos Custos Envolvidos ao Longo da Vida Útil: métodos que levam em conta explicitamente os riscos (ou seja, o produto da probabilidade de falha e das consequências para todos os modos de falha potenciais) na avaliação dos custos do ciclo de vida. O objetivo é a “Minimização dos Custos do Ciclo de Vida” ou “Maximização dos Benefícios Líquidos”.

As normas atuais para o projeto de estruturas em *CA*, como o ACI 318 (2014) e o Eurocode 2, além das recomendações de reforço com revestimentos compósitos do ACI 440.2R (2017), adotam o método dos estados limites, classificado como Nível 1. Contudo, essas normas são calibradas com base em métodos de Nível 2 ou 3, que incorporam análises mais detalhadas e probabilísticas, ajustando os níveis de confiabilidade estrutural necessários para garantir a segurança e o desempenho das estruturas.

4.3 - Métodos de análise de confiabilidade

4.3.1 - Problema básico

Os problemas de Confiabilidade Estrutural podem ser abordados como um problema de suprimento versus demanda. Na segurança estrutural, suprimento e demanda são representados pela resistência da estrutura, R , e pelos efeitos do carregamento, S , respectivamente. Isso significa garantir que a capacidade da estrutura (resistência) seja suficiente para suportar os efeitos dos carregamentos aplicados ao longo de sua vida útil. No entanto, essa garantia não é absoluta, mas estabelecida em termos probabilísticos. A probabilidade de a resistência superar os efeitos do carregamento, $P(R > S)$, indica a probabilidade de sobrevivência da estrutura. Em contraste, a probabilidade complementar, $P(R < S)$, representa a probabilidade de falha, ou seja, a chance de que a resistência não seja suficiente para suportar os efeitos dos carregamentos.

Conhecidas as distribuições de probabilidade de R (resistência) e S (efeito do carregamento), consideradas como variáveis aleatórias contínuas e estatisticamente independentes, e um único modo de falha, a probabilidade de falha P_f , é dada por (Ang e Tang (1990)):

$$P_f = \int_0^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (4.1)$$

onde $F_R(s)$ é a função de distribuição acumulada da variável R ; $f_S(s)$ é a função densidade de probabilidade da variável S . A Equação 4.1 é conhecida como convolução em relação a S e pode ser explicada a partir da Figura 4.1.

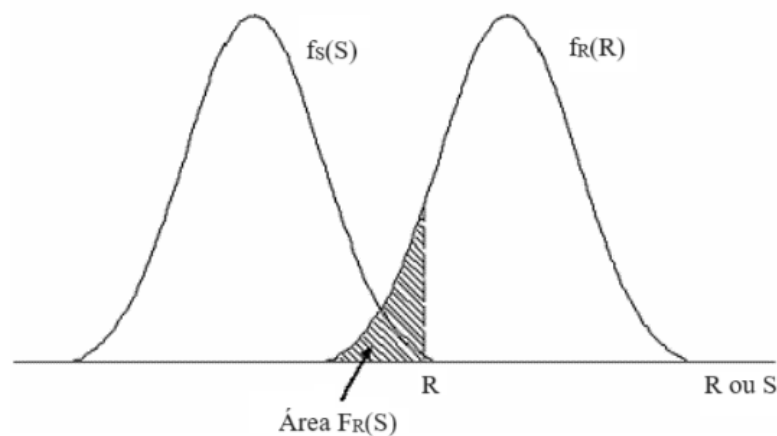


Figura 4.1 – Funções densidade de probabilidade $f_R(r)$ e $f_S(s)$

A probabilidade complementar, P_s , é dada por:

$$P_s = 1 - P_f \quad (4.2)$$

4.3.2 - Margem de segurança

Para o caso de uma função de estado limite linear, com a margem de segurança, M , definida por $M = R - S$, onde R representa a resistência e S representa a solicitação, a probabilidade de falha pode ser determinada utilizando a Equação 4.3. Dado que R e S são variáveis aleatórias, a margem de segurança M também será uma variável aleatória, cuja função densidade de probabilidade é representada por $f_M(m)$. Se $f_M(m)$ é conhecida, a probabilidade de falha, P_f , é obtida pela integração da função densidade de probabilidade de M na região de falha, ou seja, no intervalo de menos infinito a zero, uma vez que a falha é representada por valores negativos de M .

$$P_F = \int_{-\infty}^0 f_M(m) dm = F_M(0) \quad (4.3)$$

Quando a resistência, R , e a solicitação, S , são variáveis normais estatisticamente independentes, a margem de segurança M , também seguirá uma distribuição normal. Nesse cenário, a média da margem de segurança, μ_M , é calculada pela Equação 4.4; o desvio padrão da margem de segurança, σ_M , é determinado pela Equação 4.5; a probabilidade de falha, P_f , é dada pela Equação 4.6 (Ang e Tang (1990)):

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (4.4)$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (4.5)$$

$$P_F = F_M(0) = \Phi\left(\frac{-\mu_M}{\sigma_M}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) \quad (4.6)$$

onde μ_R e μ_S são a média da resistência e dos efeitos do carregamento, respectivamente; σ_R e σ_S são o desvio padrão da resistência e dos efeitos do carregamento, respectivamente; Φ é a função de distribuição cumulativa da variável normal padrão.

A probabilidade de falha é uma função da razão entre a média e o desvio padrão da margem de segurança, μ_M / σ_M , conhecida como índice de confiabilidade β , conforme definido na Equação 4.7. Este índice β quantifica a distância, em termos de desvios padrão, entre a média da margem

de segurança e a condição limite ($M = 0$). Graficamente, a probabilidade de falha é representada pela área sob a curva da função densidade de probabilidade, $f_M(m)$, para valores de M menores que zero, como ilustrado na Figura 4.2.

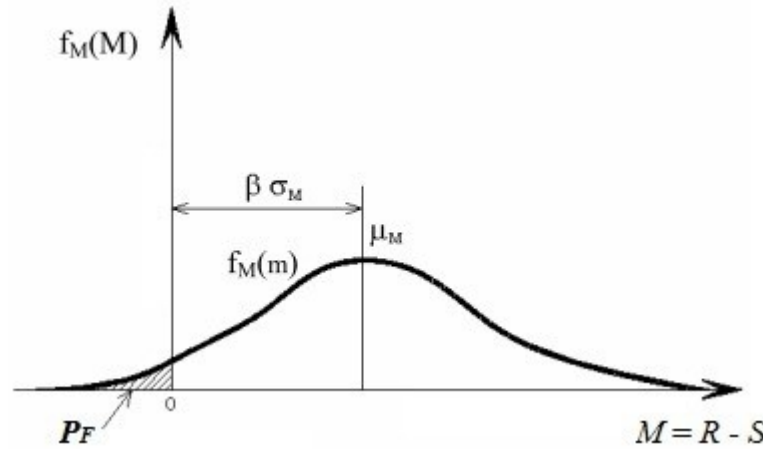


Figura 4.2 – Função densidade de probabilidade da margem de segurança (Ang e Tang (1990))

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (4.7)$$

4.3.3 - Formulação de primeira ordem e segundo momento

O cálculo de P_f ou P_s requer o conhecimento das distribuições $f_R(r)$ e $f_S(s)$, ou da distribuição conjunta $f_{R,S}(r, s)$ (variáveis estatisticamente dependentes). Na prática, R e S são funções de várias variáveis aleatórias, e, a informação requerida não está disponível de imediato. Ademais, se as informações disponíveis sobre as incertezas associadas às variáveis básicas se limitarem à média e ao desvio padrão dessas variáveis (e da covariância, no caso de dependência estatística), o “*First Order Second Moment*” (FOSM) pode ser empregado no cálculo do índice de confiabilidade (Ang e Tang (1990)).

Neste contexto, o problema pode ser formulado em termos das variáveis básicas de projeto X_i . Para cada conjunto de valores destas variáveis é preciso definir se a estrutura falhou ou não. Para se definir o “estado” da estrutura, uma função de desempenho $g(\mathbf{X})$ é usada, onde $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ é o vetor de variáveis básicas. O desempenho limite pode ser definido como $g(\mathbf{X}) = 0$, que é o “estado limite” da estrutura. Portanto, $g(\mathbf{X}) > 0$ é o estado seguro e $g(\mathbf{X}) < 0$ é o estado de falha. Geometricamente, a função de estado limite, $g(\mathbf{X}) = 0$ é uma superfície n -dimensional (ou hiper-superfície) chamada superfície de falha.

De posse das estatísticas das variáveis básicas e da correspondente função de desempenho, o índice de confiabilidade, β , pode ser calculado. O FOSM utiliza estatísticas das variáveis

aleatórias apenas até o segundo momento, ou seja, a média e a variância. Esse método é fundamentado na linearização da função de desempenho no “ponto de projeto” (“ou ponto mais provável de falha”).

Considerando um problema definido por n variáveis estatisticamente independentes, X_i , as variáveis reduzidas X'_i , são representadas pela Equação 4.8 e a função de estado limite $g(\mathbf{X}') = 0$, é dada pela Equação 4.9:

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}}; \text{ onde } i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4.8)$$

$$g(\sigma_{X_1} X'_1 + \mu_{X_1}, \dots, \sigma_{X_n} X'_n + \mu_{X_n}) = 0 \quad (4.9)$$

A Figura 4.3, mostra a região de segurança e a região de falha no espaço das variáveis reduzidas para $n = 2$. À medida que a superfície de falha se afasta da origem no espaço das variáveis reduzidas, a região onde $g(\mathbf{X}) > 0$, que representa a região de segurança, aumenta. Inversamente, quando a superfície de falha se aproxima da origem, a região de segurança diminui.

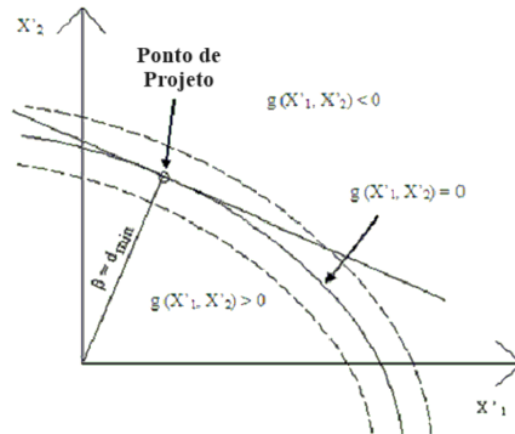


Figura 4.3 – Estado de segurança e de falha no espaço das variáveis reduzidas

O ponto na superfície de falha com a menor distância até a origem no espaço de variáveis reduzidas é o ponto de projeto, $\mathbf{x}^* = x_1^*, x_2^* \dots x_n^*$. Essa menor distância d_{min} é tomada como o índice de confiabilidade, β , e pode ser determinada através de um procedimento de otimização que minimiza a distância D submetida à restrição $g(\mathbf{X}) = 0$ (ou seja, o ponto de projeto pertence à superfície de falha). Usando o método dos multiplicadores de Lagrange pode-se mostrar que, para variáveis não correlacionadas, o índice de confiabilidade é dado pelas Equações 4.10 e 4.11, em notação matricial e escalar, respectivamente (Ang e Tang (1990)):

$$\beta = \frac{-\mathbf{G}^{*T} \mathbf{X}'^*}{(\mathbf{G}^{*T} \mathbf{G}^*)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.10)$$

$$\beta = \frac{-\sum x'_i \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_*}{\sqrt{\sum \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_*^2}} \quad (4.11)$$

onde $\mathbf{G}^*$ é o vetor gradiente no ponto de projeto, dado pela Equação 4.12:

$$\mathbf{G} = \left(\frac{\partial g}{\partial X'_1}, \frac{\partial g}{\partial X'_2}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X'_n} \right) \quad (4.12)$$

Como o ponto de projeto não é conhecido *a priori*, um procedimento iterativo pode ser usado para calcular o índice de confiabilidade. Pode-se mostrar que o cálculo do índice de confiabilidade através das Equações 4.10 e 4.11 é equivalente à linearização da função de desempenho (isto é, expansão de primeira ordem em uma série de Taylor) no ponto de projeto (Ang e Tang (1990)).

No caso mais geral, a determinação do ponto de projeto e o cálculo do índice de confiabilidade correspondente demandam a utilização de procedimentos iterativos (Ang e Tang (1990); Melchers (1999)). A métrica obtida através do *FOSM* é o índice de confiabilidade, β ; esse método é classificado como de nível 2.

4.3.4 - Método de confiabilidade de primeira ordem (FORM)

No *FOSM*, o índice de confiabilidade é calculado a partir de informações sobre as variáveis básicas limitadas a médias e desvios padrão. Se as distribuições de probabilidade de todas as variáveis básicas forem conhecidas, então a probabilidade de falha pode ser obtida. O *FOSM* é consistente com variáveis normais não correlacionadas. Para variáveis correlacionadas e/ou variáveis não normais, um processo mais complexo é necessário no cálculo de β (Ang e Tang (1990); Melchers (1999)). Após a obtenção de β , a probabilidade de falha pode ser calculada como $P_f \approx \Phi(-\beta)$. Na literatura, esta última abordagem é conhecida como “*First Order Reliability Method*” - FORM (Método de Confiabilidade de Primeira Ordem).

A linearização de funções de desempenho não lineares é equivalente a substituir uma superfície de falha n -dimensional (uma hiper-superfície) com um hiperplano tangente à superfície de falha no ponto de projeto. Como pode ser visto na Figura 4.3, isso muda a fronteira entre o “estado

seguro” e o “estado de falha”. A confiabilidade estimada com base nesta aproximação estará do lado conservador ou não conservador, dependendo se a superfície de falha real é côncava ou convexa ou em relação à origem das variáveis reduzidas (Ang e Tang (1990)). Melhores estimativas para β , e conseqüentemente para a probabilidade de falha, P_f , podem ser obtidas com a inclusão de termos de segunda ordem na expansão em série de Taylor da função de desempenho. Esta abordagem é conhecida como “*Second Order Reliability Method*” - *SORM* (Método de Confiabilidade de Segunda Ordem).

4.4 - Simulação de Monte Carlo

Na Confiabilidade Estrutural, a simulação de Monte Carlo (SMC) é uma ferramenta aplicada para prever o desempenho de uma estrutura ao utilizar um conjunto específico de valores para as variáveis aleatórias gerados de acordo com as respectivas distribuições de probabilidade. O processo envolve a execução de simulações repetidas, nas quais cada simulação fornece uma medida do desempenho com base na função de desempenho definida.

Para a implementação da *SMC*, dois itens são necessários: a relação determinística para descrever a resposta da estrutura, geralmente representada pela função de desempenho, e as distribuições de probabilidade para todas as variáveis envolvidas na resposta da estrutura (Diniz (2008)). Haldar e Mahadevan (2000) detalham a *SMC* através das seguintes etapas: (a) definir o problema considerando todas as variáveis aleatórias pertinentes; (b) quantificar as características probabilísticas dessas variáveis, incluindo suas funções densidade de probabilidade para variáveis contínuas ou funções massa de probabilidade para variáveis discretas, juntamente com seus parâmetros estatísticos; (c) gerar valores numéricos para essas variáveis por meio de simulações; (d) avaliar deterministicamente o problema para cada conjunto de realizações das variáveis aleatórias; (e) extrair informações probabilísticas das simulações realizadas; e (f) determinar a precisão e a eficiência da simulação.

Uma das principais tarefas na *SMC* é a geração de números aleatórios a partir de distribuições de probabilidade prescritas; para um determinado conjunto de números aleatórios gerados, o processo de simulação é determinístico. Em teoria, métodos de simulação podem ser aplicados a sistemas grandes e complexos, muitas vezes as idealizações rígidas e/ou simplificações necessárias de modelos analíticos podem ser relaxadas, resultando em modelos de simulação mais realistas. Na prática, a *SMC* pode ser limitada por restrições econômicas e capacidade computacional (Ang e Tang (1990)).

4.4.1 – Geração de números aleatórios

Na aplicação da *SMC*, a geração de números aleatórios, de acordo com as distribuições de probabilidade especificadas para as variáveis aleatórias de interesse, é uma tarefa fundamental. Este processo é geralmente realizado em duas etapas principais (Figura 4.4).

Primeiramente, são gerados números aleatórios uniformemente distribuídos entre 0 e 1. Esta geração pode ser feita eficientemente por computadores, que oferecem uma fonte rápida e precisa de números aleatórios. Esses números representam a base para as transformações subsequentes.

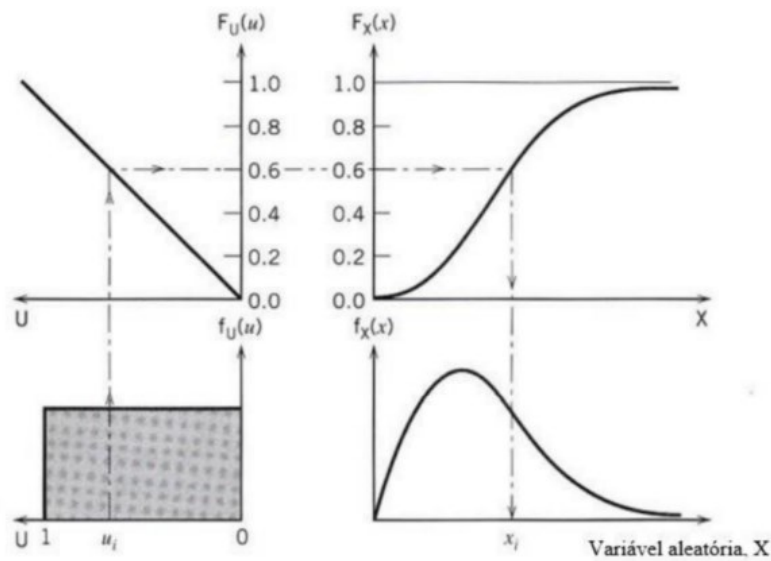


Figura 4.4 – Mapeamento entre as variáveis U e X (Haldar e Mahadevan (2000))

A segunda etapa consiste em transformar esses números aleatórios uniformemente distribuídos em números aleatórios que seguem a distribuição de probabilidade desejada. Essa transformação é realizada usando a técnica conhecida como transformação inversa, ou método do inverso da Função de Distribuição Cumulativa (CDF). Nesse método, a *CDF* da variável aleatória é igualada a um dos valores gerados segundo a distribuição uniforme, ou seja, $F_X(x) = u$, onde u é o número aleatório uniforme. A partir dessa Equação, resolve-se para x utilizando a inversa da *CDF* que descreve a variável x , ou seja, $x = F_X^{-1}(u)$ (ver Figura 4.4), para obter o valor da variável aleatória com a distribuição desejada. (Ang e Tang 1990).

4.4.2 – Obtenção da probabilidade de falha via simulação de Monte Carlo

A utilização da *SMC* na avaliação do desempenho estrutural pode ser feita de duas maneiras (Diniz (2008)):

- calcular as estatísticas (média, desvio padrão e tipo de distribuição) da resposta do sistema. Neste caso, primeiro é obtida uma amostra da resposta da estrutura, depois uma distribuição de probabilidade é ajustada aos dados amostrais e os parâmetros de distribuição são estimados;
- calcular a probabilidade de desempenho insatisfatório da estrutura. Neste caso, uma função de desempenho é estabelecida e uma amostra dos resultados possíveis é simulada. O número de desempenhos insatisfatórios é contabilizado e a probabilidade de falha é obtida pela taxa de desempenhos insatisfatórios.

Considerando N como o número total de simulações (tamanho da amostra) e N_f , como o número de casos em que $g(\mathbf{X}) < 0$, a probabilidade de falha pode ser estimada através da Equação 4.13:

$$P_f = \frac{N_f}{N} \quad (4.13)$$

4.4.3 - Precisão na simulação de Monte Carlo

Uma amostra da *SMC* é semelhante a uma amostra de observações experimentais. Portanto, os resultados das simulações de Monte Carlo podem ser tratados estatisticamente; tais resultados também podem ser apresentados na forma de histogramas, sendo aplicáveis métodos de estimativa e inferência estatística. Por essas razões, a *SMC* também é uma técnica de amostragem e, como tal, compartilha os mesmos problemas da teoria da amostragem; ou seja, os resultados também estão sujeitos a erros de amostragem. Geralmente, soluções de amostras finitas não são "exatas" (Ang e Tang (1990)).

A *SMC* é utilizada com frequência no cálculo de probabilidades de falha associadas a distintos modos de falha de estruturas. Portanto, é de interesse a estimativa do erro associado à probabilidade de falha obtida a partir de uma amostra finita de n elementos. Igualmente importante, e em particular em decorrência do custo computacional envolvido na *SMC*, é de interesse conhecer o número de simulações necessárias (tamanho da amostra) para se atingir um nível de precisão aceitável.

Shooman (1968) propôs a Equação 4.14 para estimar o erro percentual, onde P_f é a probabilidade de falha estimada e n é o tamanho da amostra.

$$\%erro = 200 \sqrt{\frac{1 - P_f}{nP_f}} \quad (4.14)$$

4.5 – Calibração de normas técnicas

O papel das normas técnicas no dimensionamento de estruturas e infraestruturas é estabelecer os requisitos que os engenheiros devem seguir para garantir o nível de segurança requerido pela sociedade naquele momento. Essas normas são desenvolvidas por comitês normativos que têm a responsabilidade de calibrar e especificar como serão tratadas as variáveis utilizadas nos projetos de engenharia, assegurando que atendam aos padrões de segurança necessários.

A calibração de uma norma, conforme explicado por Ditlevsen e Madsen (1996), é um processo realizado por uma autoridade competente, que geralmente é um comitê normativo. Esse processo envolve a determinação de equações, valores mínimos e máximos, coeficientes de segurança para diversas variáveis; valores nominais, fatores parciais de segurança, entre outros. Esses valores são escolhidos com base em uma formulação de projeto que é especificada e calibrada por um método de nível superior, que inclui estudos de confiabilidade estrutural.

No contexto do formato dos coeficientes parciais, também conhecido como *LRFD* (Load and Resistance Factor Design), as variáveis envolvidas incluem os valores característicos das grandezas de interesse. Estes valores representam os níveis máximos ou mínimos esperados dessas grandezas, baseados em dados estatísticos.

Além disso, os coeficientes de ponderação desempenham um papel elementar no *LRFD*. Estes são utilizados para majorar os carregamentos e minorar as resistências. Desta forma, os coeficientes de ponderação ajustam os valores característicos para incluir uma margem de segurança, garantindo que a estrutura possa suportar as cargas aplicadas durante a sua vida útil. Esses coeficientes de ponderação são determinados através de uma análise detalhada que considera a variabilidade dos materiais, as incertezas associadas ao carregamento, entre outros fatores, tentando refletir um equilíbrio adequado entre segurança e economia.

A calibração dessas normas pode ser realizada em diferentes níveis de métodos de confiabilidade superiores, cada um com um grau crescente de detalhamento. Um método de nível 1, por exemplo, utiliza simplificações que permitem uma aplicação mais direta e prática, com o uso de coeficientes parciais. Esses métodos são geralmente mais simples e acessíveis para uso diário por engenheiros. Contudo, a validade e a precisão de um método de nível 1 precisam ser justificadas com base em métodos de níveis superiores. Esse processo de calibração é necessário para garantir que os requisitos das normas técnicas sejam baseados em fundamentos de confiabilidade.

Um método de nível 2, por outro lado, envolve uma análise mais detalhada e complexa, considerando a variabilidade e as incertezas de maneira mais clara. A principal tarefa do método de nível 2 é justificar que o método de nível 1 alcance um índice de confiabilidade, conhecido como índice de confiabilidade alvo, β_{alvo} . Este índice de confiabilidade é uma medida probabilística que indica a segurança relativa de uma estrutura ou componente estrutural em relação ao risco de falha.

O maior desafio que a calibração de normas técnicas em engenharia de estruturas enfrenta, principalmente no que tange a estruturas existentes, é definir numericamente o índice de confiabilidade alvo, β_{alvo} . Essa métrica serve como referência para garantir que as estruturas projetadas atendam a um nível de segurança considerado aceitável. Para essa definição, a ideia é calibrar os métodos de projeto com base nos índices de confiabilidade que foram observados em práticas anteriores, além de considerar os novos estudos existentes do setor.

A associação do índice de confiabilidade a cada modo de falha é a única alternativa prática (Nowak e Collins (2000)). O modo de falha refere-se à maneira como um sistema ou elemento estrutural perde suas características iniciais de projeto ou no limite, sua capacidade de suportar cargas, sendo analisados os estados limites últimos e estados limites de utilização. No entanto, a incorporação de conceitos probabilísticos no projeto, via método dos estados limites, é aplicada à confiabilidade de componentes (um único modo de falha) a componentes estruturais, como vigas, lajes e pilares, e não à confiabilidade de sistemas (Diniz (2006)).

Isso significa que, ao projetar estruturas, considera-se a confiabilidade de cada componente isoladamente, ao invés de considerar a interação entre todos os componentes da estrutura. Cada componente tem sua própria função e importância para a integridade estrutural, e sua falha pode ter diferentes consequências. Por exemplo, a falha de um pilar, que suporta cargas verticais, pode ter consequências mais graves do que a falha de uma viga. Portanto, diferentes modos de falha (frágil ou dúctil) e a importância do componente para a integridade estrutural determinam a escolha de diferentes valores do índice de confiabilidade alvo (β_{alvo}). Um modo de falha frágil, que ocorre de forma súbita e sem aviso, pode ser mais crítico do que um modo de falha dúctil, que apresenta sinais de deformação antes de falhar. Portanto, componentes com falha frágil ou que são essenciais para a estabilidade da estrutura devem ter um β_{alvo} mais elevado.

Como visto, a calibração de normas é um processo complexo que visa garantir que as estruturas projetadas atendam aos requisitos de segurança, desempenho e utilização. Segundo Lind e

Davenport (1972), esse processo passa por cinco etapas: (i) definição do escopo, (ii) definição dos objetivos da norma, (iii) estabelecimento da frequência de demanda (condições de carregamento), (iv) seleção do espaço métrico da norma e (v) seleção do formato da norma.

A primeira etapa no processo de calibração é a definição do escopo da norma. Esta etapa envolve determinar quais tipos de estruturas ou componentes serão cobertos pela norma, bem como o contexto em que serão aplicados. Por exemplo, uma norma para estruturas de concreto pode incluir diferentes tipos de concreto, métodos de construção e condições ambientais. Na segunda etapa, são definidos os objetivos específicos da norma. Esses objetivos geralmente incluem garantir a segurança, a durabilidade e a funcionalidade das estruturas devendo ser quantificáveis e mensuráveis.

A terceira etapa envolve estabelecer as condições de carregamento que a estrutura deve suportar. Isso inclui identificar os tipos e magnitudes das cargas que a estrutura enfrentará durante sua vida útil, como cargas permanentes (peso próprio), cargas variáveis (cargas de utilização, ventos) e cargas eventuais (terremotos, dentre outras). Estudos estatísticos e históricos de cargas são frequentemente usados nesta fase para determinar as distribuições de carregamentos apropriadas. A quarta etapa é a seleção do espaço métrico da norma, que deve ser consistente com as práticas internacionais e facilitar a comparação e a aplicação das normas em diferentes contextos. Isso inclui decidir como as propriedades dos materiais, as forças aplicadas e as dimensões geométricas serão medidas e representadas.

Finalmente, a quinta etapa é a seleção do formato da norma. Isso refere-se à estrutura e à organização da norma, incluindo a forma como as regras de projeto, os coeficientes de segurança e outros requisitos serão apresentados. Existem diferentes formatos possíveis, como o formato dos coeficientes parciais ou método dos estados limites. A escolha do formato deve considerar a facilidade de uso pelos engenheiros, a clareza das instruções e a capacidade de garantir a segurança e a funcionalidade das estruturas.

4.5.1 - Índice de confiabilidade alvo (β_{alvo})

A determinação do índice de confiabilidade alvo (β_{alvo}), como visto anteriormente, é importante para o processo de calibração de normas técnicas em engenharia de estruturas. Este índice pode ser definido para diferentes classes de estruturas, componentes específicos ou estados limites, e seu valor não é fixo, variando com o tempo.

O índice de confiabilidade de um componente estrutural associado a um determinado modo de falha geralmente diminui ao longo do tempo devido a fatores como deterioração dos materiais, aumento das cargas aplicadas, etc. É importante destacar que o tempo de referência para o índice de confiabilidade alvo não precisa ser igual ao tempo estipulado para a vida útil de projeto da estrutura. Em vez disso, pode ser formulado em termos de um valor equivalente que se ajuste durante o período de vida útil. Esta abordagem permite uma maior flexibilidade na calibração das normas, adaptando-se a diferentes condições de uso e manutenção das estruturas (*fib MC 2020 (2023)*).

A Tabela 4.1 apresenta valores típicos de vida útil de projeto para diferentes tipos de estruturas, servindo como referência para a adoção do parâmetro β_{alvo} . Esses valores ajudam a calibrar as normas de maneira a garantir que as estruturas mantenham um nível adequado de confiabilidade ao longo de sua vida útil.

De acordo com o *fib MC 2020 (2023)*, a definição do β_{alvo} deve considerar as possíveis consequências da falha, incluindo riscos à vida, potenciais perdas econômicas e impactos sobre a sociedade e o meio ambiente. A escolha do β_{alvo} também leva em consideração os custos e esforços necessários para reduzir o risco da falha. Devido a grandes diferenças no resultado de tais considerações, deve ser dada a devida atenção à diferenciação do nível de confiabilidade das estruturas ainda a serem construídas (estruturas novas que ainda se encontram na fase de projeto) e daquelas já existentes.

Tabela 4.1 - Vida útil de projeto para o dimensionamento de estruturas novas - *ISO 2394 (2015)*

Tipo de Estrutura	Vida Útil de Projeto
Estrutura temporária	1 a 5 anos
Partes substituíveis de estruturas, ex.: vigas de pórticos, rolamentos	25 anos
Edifícios e outras estruturas comuns de importância média	50 anos
Estruturas de maior importância, ex.: edifícios monumentais, grandes pontes ou estrutura especial ou importante	100 anos ou mais

4.5.2 - Índice de confiabilidade alvo para estruturas novas

No processo de calibração de normas técnicas de projeto o β_{alvo} é selecionado considerando vários fatores importantes, incluindo o período de referência, as consequências potenciais de uma falha estrutural e os custos associados às medidas de segurança. O período de referência é o tempo durante o qual a estrutura deve manter sua integridade e funcionalidade. As consequências da falha referem-se ao impacto que uma falha teria, tanto em termos de

segurança das pessoas quanto em termos econômicos e operacionais. O custo das medidas de segurança inclui os gastos necessários para alcançar o nível desejado de confiabilidade.

A diferenciação de β com base nas diferentes consequências de falha e no custo das medidas de segurança deve ser fundamentada em análises rigorosas. Essas análises ajudam a determinar quais componentes ou tipos de estruturas exigem níveis mais altos de confiabilidade. Na ausência de tais análises específicas, as recomendações do *fib MC 2020* (2023) fornecem valores padronizados para os β_{alvo} para estruturas novas, como especificado nas Tabelas 4.2 e 4.3. Essas recomendações servem como um guia, garantindo que, mesmo sem análises detalhadas, as estruturas projetadas atendam a padrões mínimos de segurança e desempenho adequados.

Tabela 4.2 - β_{alvo} anual recomendados p/ estruturas novas, para *ELU* baseados em otimização econômica – *fib MC 2020* (2023)

Custo relativo a implementação da medida de segurança	Classe de Consequências		
	CC1	CC2	CC3
Alto (A)	3,1	3,3	3,7
Intermediário (B)	3,7	4,2	4,4
Baixo (C)	4,2	4,4	4,7

Tabela 4.3 - β_{alvo} recomendados p/ estruturas novas, para *ELU* baseados em otimização econômica para um período de 50 anos – *fib MC 2020* (2023)

Classe de Consequências		
CC1	CC2	CC3
3,3	3,8	4,3

No *fib MC 2020* (2023), as classes de consequência (CC) representam uma categorização do nível de risco associado a falhas estruturais, considerando seus impactos na segurança humana, econômica e ambiental. Essa classificação é necessária para a definição de critérios de projeto e avaliação da segurança estrutural, auxiliando na tomada de decisões quanto ao nível de confiabilidade necessário para diferentes tipos de edificações e infraestruturas.

A Classe de Consequência 1 (CC1) abrange estruturas cujas falhas resultam em impactos reduzidos, tanto em termos de segurança quanto de perdas econômicas. Essas edificações, geralmente de menor porte, apresentam riscos limitados em caso de colapso. Já a Classe de Consequência 2 (CC2) inclui a maioria das edificações comuns, como residências e edifícios comerciais, onde uma falha pode causar danos significativos, mas não catastróficos. Esse nível intermediário reflete a necessidade de um dimensionamento estrutural que garanta um desempenho adequado sem a exigência de medidas adicionais de segurança onerosas em comparação com a classe CC3.

Por outro lado, a Classe de Consequência 3 (CC3) compreende estruturas cuja falha pode resultar em consequências graves, como perdas humanas substanciais, impactos ambientais severos ou prejuízos econômicos elevados. Infraestruturas, incluindo hospitais, pontes e instalações industriais de grande porte, enquadram-se nessa categoria, demandando requisitos rigorosos de segurança e redundância estrutural.

Além das classes de consequência, o *fib MC 2020* (2023) também introduz a categorização das classes de custo, classificadas como Alto (A), Intermediário (B) e Baixo (C). Essas classes refletem a magnitude dos custos associados à implementação de medidas que impactam diretamente a definição do índice de confiabilidade alvo (β_{alvo}) necessário para o projeto.

A classe de custo Alto (A) caracteriza-se por exigências significativas de investimento na implementação de medidas de segurança, especialmente em estruturas cujas falhas podem gerar impactos socioeconômicos relevantes, como grandes obras de infraestrutura ou edifícios de grande importância. Nessas situações, a redução da P_f para valores menores demandaria abordagens conservadoras, incluindo o aumento expressivo das seções estruturais, o emprego de materiais de altíssima resistência, dentre outras. No entanto, a elevação dos requisitos de segurança pode tornar os custos inviáveis, comprometendo a viabilidade do empreendimento e limitando investimentos em outras infraestruturas essenciais. Para mitigar os riscos sem comprometer a viabilidade econômica, em particular em estruturas da classe CC3, são adotadas estratégias como monitoramento contínuo, redundância estrutural específicas e sistemas de alerta, que possibilitam uma gestão eficiente da segurança ao longo de sua vida útil.

No nível Intermediário (B), a implementação de medidas de segurança busca equilibrar a necessidade de medidas adicionais de segurança e a viabilidade econômica do projeto. As soluções adotadas atendem a requisitos técnicos específicos, utilizando materiais e técnicas construtivas adequadas, sem gerar custos excessivos. Embora os investimentos em segurança na classe B sejam superiores aos da classe C, não atingem os valores observados na classe A, permitindo um nível adequado de proteção sem comprometer a viabilidade financeira do empreendimento.

Por fim, a classe de custo Baixo (C), é possível adotar um β maior, devido à menor necessidade de medidas adicionais complexas de segurança e aos custos relativamente baixos para sua implementação. Nesses casos, as estruturas podem ser projetadas com um nível de proteção que atende aos requisitos de segurança, sem a necessidade de investimentos significativos em

sistemas estruturais complexos ou sistemas de monitoramento avançados. A abordagem mais econômica nesta classe de custo permite um gerenciamento de riscos mais flexível, preservando a viabilidade financeira do projeto, enquanto ainda garante a integridade estrutural dentro dos parâmetros exigidos pela norma.

Considerando a influência significativa das ações permanentes e da redundância das estruturas em *CA*, os eventos de falha tendem a estar associados aos seus valores médios. Nesse contexto, o *fib MC 2020* (2023) estabelece recomendações para o β_{alvo} , definindo um valor de 4,2 para a avaliação anual e de 3,8 para um período de 50 anos. Essas diretrizes são fundamentais para garantir que o desempenho estrutural esteja alinhado com os critérios de segurança estabelecidos, especialmente quando associadas às classes de consequência e às classes de custo. No entanto, é importante destacar que as Tabelas 4.2 e 4.3, transcritas neste estudo e originadas do *MC 2020* não levam em consideração os efeitos da degradação estrutural ao longo do tempo, o que pode influenciar a confiabilidade real da estrutura e demandar avaliações complementares para casos específicos.

No contexto da calibração dos índices de confiabilidade, as diretrizes estabelecidas pelo *fib MC 2020* (2023) podem ser complementadas pelas recomendações do *Eurocode 2* (2004). As Tabelas 4.4 e 4.5 apresentam os valores recomendados para diferentes tempos de referência, possibilitando uma avaliação consistente da segurança estrutural em distintos períodos de análise.

Tabela 4.4 – Valores de β_{alvo} para um período de referência de 50 anos *EN 1990* (2004)

Custo Relativo das Medidas de Segurança	Consequência da Falha			
	Pequeno	Alguma	Moderada	Grande
Alto	0	1,5	2,3	3,1
Moderado	1,3	2,3	3,1	3,8
Baixo	2,3	3,1	3,8	4,3

Tabela 4.5 – Valores de β_{alvo} para um período de referência de 1 ano *EN 1990* (2004)

Custo Relativo das Medidas de Segurança	Consequência da Falha			
	Pequeno	Alguma	Moderada	Grande
Alto	2,3	3,0	3,5	4,1
Moderado	2,9	3,5	4,1	4,7
Baixo	3,5	4,1	4,7	5,1

A Tabela 4.4 define os β_{alvo} para um período de 50 anos, que corresponde à vida útil de projeto típica de uma estrutura. Esse critério reflete a necessidade de garantir tanto a segurança quanto a durabilidade ao longo de todo o ciclo de vida da edificação, garantindo um desempenho

estrutural adequado frente às solicitações previstas. Por outro lado, a Tabela 4.5 estabelece os β para um tempo de referência de 1 ano, sendo particularmente relevante para avaliações de segurança em períodos mais curtos, como em componentes sujeitos a inspeções regulares e manutenções frequentes.

Ao diferenciar os β com base no tempo de referência, tanto o Eurocode 2 quanto o *fib MC 2020* (2023), adotam uma abordagem flexível, permitindo que os critérios normativos sejam ajustados conforme a necessidade de cada tipo de estrutura e sua condição operacional. Essa diferenciação possibilita uma gestão eficaz da segurança estrutural, adaptando-se às variações nas condições de uso e manutenção ao longo do tempo.

4.5.3 - Índice de confiabilidade alvo para estruturas existentes

De acordo com o *fib MC 2020* (2023), os valores de β_{alvo} apresentados na Tabela 4.2 e 4.3 podem ser aplicados tanto para estruturas novas quanto para a avaliação de estruturas existentes. No entanto, é importante considerar que o β_{alvo} para estruturas existentes pode diferir daquele usado para estruturas novas. Esta diferença deve ser cuidadosamente avaliada e justificada conforme o item 11.3.2.3.7 do *fib MC 2020* (2023). É necessário reconhecer que algumas variáveis presentes no projeto de estruturas novas, como incertezas na qualidade dos materiais, métodos construtivos, dimensões dos elementos, dentre outras, podem ser minimizadas ou eliminadas ao avaliar estruturas existentes. Por outro lado, novas variáveis podem surgir ao longo do tempo, como deterioração dos materiais, danos acumulados, mudanças nas condições de carga e impacto ambiental, que afetam a confiabilidade dessas estruturas.

A Tabela 4.6 foi construída a partir dos valores das tabelas 4.2 e 4.3, complementada pelos dados relacionados aos estados limites de serviço, extraídos do texto do próprio *fib MC 2020*. Esses índices são baseados na confiabilidade de sistemas estruturais, sendo aplicáveis ao modo de falha dominante e ao componente estrutural que prevalece na falha do sistema. Para estruturas com múltiplos modos de falha igualmente relevantes, é necessário projetar com um nível de confiabilidade superior ao sugerido nas tabelas, a fim de garantir uma confiabilidade adequada, considerando a complexidade e a interação dos diferentes modos de falha presentes no sistema estrutural.

O ACI 440.2R (2017), por sua vez, estabelece a relação entre os índices de confiabilidade e as estruturas existentes, conforme discutido anteriormente no item 3.2.1. Os dados apresentados nessa seção são retomados aqui para reforçar a calibração adotada, a qual busca garantir índices

de confiabilidade de 3,5. Em alguns casos, podem ser observados índices entre 3,0 e 3,5, especialmente quando há a combinação de baixas taxas de armadura longitudinal com altas taxas de reforço por *PRF*.

Tabela 4.6 – Índices de confiabilidade alvo sugeridos para estruturas existentes (*fib MC 2020 (2023)*)

Estados Limites	Índice de Confiabilidade Alvo β_{alvo}	Período de Referência
De serviço	1,5	Tempo de serviço residual
Últimos	Entre 3,3 e 4,3*	50 anos
	Entre 3,1 e 4,7*	1 ano
* dependendo dos custos das medidas de segurança para melhorar as estruturas existentes		

4.6 – Resumo do capítulo

O objetivo deste capítulo é orientar a escolha do método de análise de confiabilidade mais adequado para a avaliação dos níveis de confiabilidade implícitos no projeto de reforço estrutural de pilares em *CA-PRF* sujeitos à flexo-compressão. Para isso, foram discutidos os conceitos e métodos da Confiabilidade Estrutural e apresentados os distintos níveis correspondentes a distintos formatos, classificados de acordo com a quantidade e qualidade da informação disponível para o tratamento das incertezas pertinentes ao problema em questão.

Atualmente, as normas técnicas para o projeto de estruturas de concreto armado estão fundamentadas no nível 1 (Método dos Estados Limites), embora sejam frequentemente calibradas com base em abordagens dos níveis 2 e 3. Este capítulo apresentou, de forma breve, os métodos de nível 2, como o *FOSM*, e os de nível 3, que englobam o *FORM* e a *SMC*.

Os métodos de nível 3 são apropriados para o problema em questão, pois, como será detalhado no próximo capítulo, é possível estabelecer as distribuições de probabilidade para todas as variáveis envolvidas no projeto dos pilares curtos em *CA-PRFC*. A *SMC*, em particular, é vantajosa neste contexto, principalmente porque a função de desempenho utilizada é definida de forma implícita por um procedimento computacional. Comparada ao *FORM*, a *SMC* simplifica o tratamento de funções implícitas, como aquela que descreve a resistência dos pilares em *CA-PRFC* discutida no capítulo 5.

É importante destacar que a avaliação dos níveis de confiabilidade implícitos no projeto de reforço estrutural deve considerar a distinção entre estruturas novas e estruturas existentes. De acordo com o *fib Model Code for Concrete Structures 2020 (2023)*, o β_{alvo} para estruturas em *CA*, tanto novas quanto existentes, pode variar de 3,3 a 4,3, dependendo da classe de consequências e considerando um período de 50 anos (ELU). Para esse período, o *MC 2020*

estabelece o valor médio de 3,8 como β_{alvo} . O Eurocode 2, por sua vez, estabelece que o índice de confiabilidade pode variar entre 3,1 e 4,3 para consequências de falha significativas, balizados pelos custos relativos às medidas de segurança, para o mesmo período de referência. O índice de confiabilidade alvo (β_{alvo}) sugerido pelo ACI 440.2R (2017) é igual a 3,50, podendo variar entre 3,00 e 3,50, especificamente em pilares com baixa taxa de armadura longitudinal e alto confinamento pelo *PRFC*.

No próximo capítulo, serão detalhadas as características dos pilares *CA-PRFC* selecionados para o estudo, especialmente em relação à sua seção transversal. Além disso, serão identificadas as variáveis aleatórias de interesse e suas estatísticas correspondentes, bem como a função de desempenho. O capítulo também incluirá a descrição do procedimento de cálculo tanto para a força resistente quanto para as solicitações, implementado no software *Matlab*.

5

Bases para a Análise de Confiabilidade de Pilares em CA-PRFC

5.1 - Introdução

No contexto desta pesquisa, a simulação de Monte Carlo (SMC) é empregada para descrever de forma probabilística a resistência e as solicitações dos pilares de concreto armado confinados com *PRFC*, com o objetivo de calcular as probabilidades de falha e os correspondentes índices de confiabilidade. Conforme detalhado no capítulo 4, a aplicação da *SMC* requer o conhecimento das distribuições de probabilidade de todas as variáveis aleatórias envolvidas, bem como a função determinística que define a falha do pilar, isto é, a função de desempenho que relaciona estas variáveis.

Este capítulo é estruturado para fornecer uma visão dos procedimentos de análise dos pilares confinados com *PRFC*, utilizados neste trabalho. Inicialmente, são descritas as características dos 540 pilares analisados na pesquisa, detalhando suas configurações. Em seguida, são apresentadas as variáveis aleatórias de interesse, incluindo o diâmetro do pilar (d_{smc}), o cobrimento do concreto ($ecob_{smc}$), a resistência à compressão do concreto ($f_{cm_{smc}}$), e as propriedades mecânicas do aço, incluindo o módulo de elasticidade ($E_{sl_{smc}}$), a tensão de escoamento do aço da armadura longitudinal ($f_{yl_{smc}}$), a resistência última do aço da armadura longitudinal ($f_{su_{smc}}$), a deformação no patamar de endurecimento ($e_{shl_{smc}}$), a tensão de escoamento do aço da armadura transversal ($f_{yt_{smc}}$) e a deformação última ($e_{sul_{smc}}$). Além dessas, são consideradas a resistência última à tração das fibras de *PRFC* ($f_{PRFC_{smc}}$), os erros do modelo associados à resistência ($ErroModelor_{smc}$) e à deformação última ($ErroModeloe_{smc}$), bem como a sobrecarga (SC_{smc}) e a carga permanente (CP_{smc}).

As estatísticas das variáveis básicas, que representam a resistência e as ações, são apresentadas, juntamente com a função de desempenho. O capítulo conclui com a implementação da *SMC* que é realizada por meio do programa *BRACCO - Basis for Reliability Analysis of Columns with Composite Overlays* (Base para a Análise de Confiabilidade de Pilares com Revestimentos Compósitos), desenvolvido em *Matlab*. Este programa utiliza procedimentos computacionais iterativos para calcular a força resistente e as solicitações atuantes nos pilares *CA-PRFC*, conforme descrito neste capítulo. Assim, a verificação de desempenho é realizada, permitindo a obtenção dos índices de confiabilidade dos pilares analisados.

5.2 – Detalhes dos Pilares analisados

A avaliação da confiabilidade neste estudo envolveu a análise de 540 pilares circulares de concreto armado confinados com *PRFC*, projetados de acordo com as recomendações do ACI 318 (2014) e reforçados conforme as orientações do ACI 440.2R (2017). A pesquisa incluiu 60 seções transversais distintas, cada uma combinando diferentes parâmetros de projeto, além de três excentricidades relativas e três razões de carregamento, definidas como $\mu D/\mu L = r = 0,5, 1,0$ e $2,0$.

Para simplificar e organizar o trabalho, as seções transversais dos pilares foram identificadas inicialmente por uma nomenclatura alfanumérica de *PI* a *P60*, acompanhada das letras *A*, *B* e *C*, que correspondem às excentricidades relativas de 0,05, 0,10 e 0,15, respectivamente. Por exemplo, a Tabela 5.1 apresenta a série *A* ($e/d = 0,05$) com diferentes combinações de projeto associadas à seção transversal. Embora os detalhes apresentados sejam específicos para a série *A*, eles se aplicam de forma análoga aos 180 pilares das séries *B* e *C*, exceto pela variação na excentricidade relativa. Essa metodologia possibilita uma avaliação detalhada dos impactos que as diferentes e/d exercem na análise de confiabilidade, favorecendo a avaliação estruturada das variações no índice de confiabilidade, facilitando a comparação e a interpretação dos resultados entre os grupos. As demais características da seção transversal são descritas a seguir e resumidas de forma organizada na Tabela 5.1, oferecendo uma visão sistematizada dos parâmetros adotados no estudo.

A seleção dos pilares foi orientada pelo objetivo principal de fornecer suporte para a avaliação do impacto de diversos parâmetros de projeto na confiabilidade dos pilares *CA-PRFC* sujeitos a flexo-compressão. Para tanto, os pilares foram projetados inicialmente com dois diâmetros distintos de seção transversal, 480 mm (d_1) e 580 mm (d_2), e mantiveram um cobrimento de

concreto único de 40 mm em todas as unidades, configurando a situação de não exposição ao clima ou em contato com o solo de acordo com a Tabela 3.2.

Tabela 5.1 – Descrição dos pilares da série A.

Nº	Identificação	d (mm)	f'_c (MPa)	Armadura Longitudinal			s (mm)	ρ_{sw}/ρ_{min} (%)	Nº Camadas PRFC	C_R (%)
				Nº de barras	ϕ_n	ρ_{sl} (%) ACI 318/14				
P1A	d2 F20 A PRF2 S1 75 +	580	20	10	#5	0.75	75	99,46	2	129,50
P2A	d2 F20 A PRF2 S1 120	580	20	10	#5	0.75	120	62,16	2	129,50
P3A	d2 F35 A PRF2 S1 40 +	580	35	10	#5	0.75	40	106,60	2	74,00
P4A	d2 F35 A PRF2 S1 75	580	35	10	#5	0.75	75	56,84	2	74,00
P5A	d2 F35 A PRF2 S1 120	580	35	10	#5	0.75	120	35,52	2	74,00
P6A	d1 F20 A PRF2 S1 75 +	480	20	10	#5	1.09	75	97,36	2	156,38
P7A	d1 F20 A PRF2 S1 150	480	20	10	#5	1.09	150	48,68	2	156,38
P8A	d1 F35 A PRF2 S1 40 +	480	35	10	#5	1.09	40	104,31	2	89,38
P9A	d1 F35 A PRF2 S1 75	480	35	10	#5	1.09	75	55,63	2	89,38
P10A	d1 F35 A PRF2 S1 150	480	35	10	#5	1.09	150	27,82	2	89,38
P11A	d2 F20 A PRF2 S2 75 +	580	20	16	#6	1.73	75	99,46	2	129,50
P12A	d2 F20 A PRF2 S2 120	580	20	16	#6	1.73	120	62,16	2	129,50
P13A	d2 F35 A PRF2 S2 40 +	580	35	16	#6	1.73	40	106,60	2	74,00
P14A	d2 F35 A PRF2 S2 75	580	35	16	#6	1.73	75	56,84	2	74,00
P15A	d2 F35 A PRF2 S2 120	580	35	16	#6	1.73	120	35,52	2	74,00
P16A	d1 F20 A PRF2 S2 75 +	480	20	16	#6	2.52	75	97,36	2	156,38
P17A	d1 F20 A PRF2 S2 150	480	20	16	#6	2.52	150	48,68	2	156,38
P18A	d1 F35 A PRF2 S2 40 +	480	35	16	#6	2.52	40	104,31	2	89,38
P19A	d1 F35 A PRF2 S2 75	480	35	16	#6	2.52	75	55,63	2	89,38
P20A	d1 F35 A PRF2 S2 150	480	35	16	#6	2.52	150	27,82	2	89,38
P21A	d2 F20 A PRF3 S1 75 +	580	20	10	#5	0.75	75	99,46	3	194,12
P22A	d2 F20 A PRF3 S1 120	580	20	10	#5	0.75	120	62,16	3	194,12
P23A	d2 F35 A PRF3 S1 40 +	580	35	10	#5	0.75	40	106,60	3	111,00
P24A	d2 F35 A PRF3 S1 75	580	35	10	#5	0.75	75	56,84	3	111,00
P25A	d2 F35 A PRF3 S1 120	580	35	10	#5	0.75	120	35,52	3	111,00
P26A	d1 F20 A PRF3 S1 75 +	480	20	10	#5	1.09	75	97,36	3	234,62
P27A	d1 F20 A PRF3 S1 150	480	20	10	#5	1.09	150	48,68	3	234,62
P28A	d1 F35 A PRF3 S1 40 +	480	35	10	#5	1.09	40	104,31	3	134,12
P29A	d1 F35 A PRF3 S1 75	480	35	10	#5	1.09	75	55,63	3	134,12
P30A	d1 F35 A PRF3 S1 150	480	35	10	#5	1.09	150	27,82	3	134,12
P31A	d2 F20 A PRF3 S2 75 +	580	20	16	#6	1.73	75	99,46	3	194,12
P32A	d2 F20 A PRF3 S2 120	580	20	16	#6	1.73	120	62,16	3	194,12
P33A	d2 F35 A PRF3 S2 40 +	580	35	16	#6	1.73	40	106,60	3	111,00
P34A	d2 F35 A PRF3 S2 75	580	35	16	#6	1.73	75	56,84	3	111,00
P35A	d2 F35 A PRF3 S2 120	580	35	16	#6	1.73	120	35,52	3	111,00
P36A	d1 F20 A PRF3 S2 75 +	480	20	16	#6	2.52	75	97,36	3	234,62
P37A	d1 F20 A PRF3 S2 150	480	20	16	#6	2.52	150	48,68	3	234,62
P38A	d1 F35 A PRF3 S2 40 +	480	35	16	#6	2.52	40	104,31	3	134,12
P39A	d1 F35 A PRF3 S2 75	480	35	16	#6	2.52	75	55,63	3	134,12
P40A	d1 F35 A PRF3 S2 150	480	35	16	#6	2.52	150	27,82	3	134,12
P41A	d2 F20 A PRF4 S1 75 +	580	20	10	#5	0.75	75	99,46	4	258,88
P42A	d2 F20 A PRF4 S1 120	580	20	10	#5	0.75	120	62,16	4	258,88
P43A	d2 F35 A PRF4 S1 40 +	580	35	10	#5	0.75	40	106,60	4	148,00
P44A	d2 F35 A PRF4 S1 75	580	35	10	#5	0.75	75	56,84	4	148,00
P45A	d2 F35 A PRF4 S1 120	580	35	10	#5	0.75	120	35,52	4	148,00
P46A	d1 F20 A PRF4 S1 75 +	480	20	10	#5	1.09	75	97,36	4	312,88
P47A	d1 F20 A PRF4 S1 150	480	20	10	#5	1.09	150	48,68	4	312,88
P48A	d1 F35 A PRF4 S1 40 +	480	35	10	#5	1.09	40	104,31	4	178,75
P49A	d1 F35 A PRF4 S1 75	480	35	10	#5	1.09	75	55,63	4	178,75
P50A	d1 F35 A PRF4 S1 150	480	35	10	#5	1.09	150	27,82	4	178,75
P51A	d2 F20 A PRF4 S2 75 +	580	20	16	#6	1.73	75	99,46	4	258,88
P52A	d2 F20 A PRF4 S2 120	580	20	16	#6	1.73	120	62,16	4	258,88
P53A	d2 F35 A PRF4 S2 40 +	580	35	16	#6	1.73	40	106,60	4	148,00
P54A	d2 F35 A PRF4 S2 75	580	35	16	#6	1.73	75	56,84	4	148,00
P55A	d2 F35 A PRF4 S2 120	580	35	16	#6	1.73	120	35,52	4	148,00
P56A	d1 F20 A PRF4 S2 75 +	480	20	16	#6	2.52	75	97,36	4	312,88
P57A	d1 F20 A PRF4 S2 150	480	20	16	#6	2.52	150	48,68	4	312,88
P58A	d1 F35 A PRF4 S2 40 +	480	35	16	#6	2.52	40	104,31	4	178,75
P59A	d1 F35 A PRF4 S2 75	480	35	16	#6	2.52	75	55,63	4	178,75
P60A	d1 F35 A PRF4 S2 150	480	35	16	#6	2.52	150	27,82	4	178,75

Dois valores da resistência à compressão do concreto, 20 MPa e 35 MPa, foram escolhidos para os pilares analisados. Na identificação de cada pilar, este parâmetro é representado pela letra “F” seguida pelo valor nominal respectivo; por exemplo, um pilar com resistência à compressão de 20 MPa ($f'_c = 20$ MPa) é denominada “F20”. Esses valores de resistência foram selecionados por serem próximos dos encontrados em estruturas comuns que necessitam de reforço e por atenderem às limitações dos modelos de confinamento utilizados. O modelo de Lam e Tang (2003), adotado pelo ACI 440 (2017), sugere resistências menores que 55,2 MPa, enquanto o modelo de Lee *et al.* (2010), utilizado neste estudo para calcular a resistência dos pilares *CA-PRFC*, recomenda resistências menores que 36 MPa.

Neste trabalho, são analisadas três excentricidades relativas, e/d (onde “e” é a excentricidade da carga atuante e “d” é o diâmetro do pilar), designadas como séries A B e C, correspondendo a valores de 0,05, 0,10 e 0,15, respectivamente, como já mencionado. Essas excentricidades foram selecionadas dentro da região de falha por compressão do diagrama de interação *P-M*, correspondendo a valores menores que a excentricidade referente a ruptura da seção normalmente armada (excentricidade balanceada) conforme o ACI 440.2R (2017). As duas primeiras excentricidades ($e/d = 0,05$ e $e/d = 0,10$) estão dentro dos limites estabelecidos pelo ACI 440.2R (2017) para a aplicação das Equações 3.6 e 3.7. Essas equações são recomendadas para cenários de flexo-compressão com excentricidades até $e=0,1d$, apesar de serem calibradas para o comportamento de pilares submetidos à compressão pura. A excentricidade de 0,15, embora fora deste limite, é utilizada para ampliar o entendimento do comportamento dos pilares sujeitos à flexo-compressão. É importante ressaltar que, neste estudo, foi adotada a metodologia do Anexo D do ACI 440.2R (2017), desconsiderando as Equações 3.5 e 3.6 previamente mencionadas na implementação dos procedimentos determinísticos para regimes fora da compressão pura.

A espessura de cada camada de *PRFC* foi assumida como 0,33 mm, avaliando-se o confinamento utilizando 2, 3 ou 4 camadas. Os parâmetros do material incluem resistência à tração de 3.792 MPa, deformação de ruptura de 0,0167 e módulo de elasticidade longitudinal de 227,5 GPa, conforme especificado no ACI 440.2R (2017) na Tabela 16.8b (fornecidas pelo fabricante). Para facilitar a análise, o número de camadas foi representado na Tabela 5.1 pelo índice C_R , que indica a taxa de confinamento por *PRFC*, calculada pela expressão $(0,08/(f_i/f'_c)) \times 100$. Os níveis de confinamento dos pilares analisados, segundo o ACI 440.2R (2017), são detalhados na Tabela B.1 a B.4 do Apêndice B.

A armadura longitudinal dos pilares foi projetada para abranger uma faixa que varia do limite mínimo de 1% ao máximo de 4%, com alguns espécimes apresentando valores inferiores a 1%. Esses valores são calculados com base na seção de concreto bruta. Os pilares com taxas de armadura abaixo do mínimo recomendado pelo ACI 318 (2014) foram incluídos neste estudo para examinar o comportamento de elementos que não atendem aos critérios normativos estabelecidos, evidenciando um fator adicional de deficiência estrutural, o que constitui o foco principal da pesquisa. Os arranjos escolhidos para a armadura longitudinal incluíram 10 barras de diâmetro #5.0 (16 mm) e 16 barras de diâmetro #6.0 (19 mm), representadas pelos códigos alfanuméricos *S1* e *S2*, respectivamente. Para facilitar a análise, o número de barras longitudinais foi descrito na Tabela 5.1 pela taxa de armadura longitudinal, ρ_{sl} . A tensão de escoamento para o aço da armadura longitudinal assumida foi de 420 MPa e para o módulo de elasticidade o valor de 200 GPa.

No estudo, o espaçamento, s , da armadura transversal em espiral foi definido com base nas diretrizes normativas do ACI 318 (2014), variando entre 25 mm e 75 mm, o que permitiu a inclusão de valores tanto dentro quanto fora desses limites. Esta abordagem foi importante para avaliar o impacto do espaçamento, s , em pilares com taxas volumétricas de armadura que atendem ou não aos requisitos mínimos do ACI 318 (2014) e para examinar o desempenho de elementos estruturalmente deficientes neste quesito. O agregado graúdo utilizado possui dimensão máxima de 19,05 mm para assegurar a validade das condições analisadas. Cada pilar foi projetado com armadura transversal em espiral de diâmetro nominal exclusivo de #3 (≈ 10 mm), que é o mínimo exigido pelo ACI 318 (2014). O espaçamento, s , é indicado numericamente na última posição de referência de cada pilar, com um símbolo “+” acrescentado após o valor de s para indicar a conformidade com a Equação 3.13 e o que é estabelecido pelo ACI 318 (2014). A presença do símbolo “+” denota que o arranjo atende ou está próximo de atender à equação, enquanto a ausência do símbolo “+” indica que o arranjo não satisfaz essa condição. Na análise dos resultados, o espaçamento, s , foi descrito pela relação entre as taxas de armadura volumétrica, ρ_{sw}/ρ_{min} . A tensão de escoamento do aço para a armadura transversal foi assumida como 420 MPa, com um módulo de elasticidade de 200 GPa. Além disso, o nível de confinamento proporcionado pela armadura transversal nos pilares analisados, conforme as diretrizes de Mander *et al.* (1988) e a classificação de Pessik (1994), está descrito na Tabela B.5 do Apêndice B. Esta análise foi um critério adicional para assegurar que os pilares *CA-PRFC* selecionados apresentassem níveis médios ou baixos de confinamento devido à armadura transversal, conforme estipulado pela literatura.

Como exemplo, a nomenclatura do pilar identificado como **d2_F20_C_PRFC_S1_75+** reflete as características detalhadas anteriormente. Esse pilar apresenta um diâmetro de seção transversal de 580 mm, resistência à compressão do concreto de 20 MPa e excentricidade relativa de 0,15. O confinamento é realizado por meio de duas camadas de *PRFC*, enquanto a armadura longitudinal é composta por 10 barras de 16 mm de diâmetro cada. O espaçamento entre as espirais da armadura transversal é de 75 mm. O sinal positivo “+” indica que a taxa de armadura volumétrica do pilar atende ou está próxima de atender aos requisitos estabelecidos pela Equação 3.13.

O estudo considera apenas pilares curtos de concreto armado. Quando os limites das Equações 3.14 a 3.16 são respeitados, o comportamento do pilar é dominado pela resistência da seção transversal à compressão e à flexão, e os efeitos de segunda ordem, que dependem do comprimento do pilar (h) e consequentemente da esbeltez, podem ser desconsiderados. Assim, a seção transversal dos pilares avaliados é suficiente para descrever sua resistência, permitindo que sejam classificadas como curtas. Portanto, nesta pesquisa, não foi atribuído valor à variável h .

De acordo com as recomendações do ACI 440 (2017), é necessário estabelecer limites adequados para o reforço, garantindo que o elemento reforçado possua resistência suficiente para suportar os níveis de carregamento especificados, conforme detalhado na Equação 3.1. No presente estudo, todos os pilares analisados foram verificados com base nesse critério, com os resultados descritos no Apêndice B, nas Tabelas B1 a B4. Para o modelo proposto por Lee *et al.*, a razão f_{lf}/f_{ls} foi avaliada, com verificações adicionais sobre o comportamento dos pilares reforçados descritos no Apêndice D e sumarizadas na Tabela D.1.

5.3 - Descrição estatística das variáveis aleatórias

Neste trabalho, as variáveis determinísticas associadas ao desempenho dos pilares *CA-PRFC* são: a excentricidade relativa (e/d), o número de barras longitudinais (n_b), o diâmetro longitudinal da armadura (d_L), o diâmetro transversal da armadura (d_t), o espaçamento da armadura transversal (s), o número de camadas de *PRFC* (n_{PRFC}), o módulo de elasticidade do *PRFC* (E_{PRFC}) e a espessura de cada camada de *PRFC* (t_{PRFC}).

Em contrapartida, as variáveis aleatórias consideradas neste estudo são descritas a seguir: diâmetro do pilar (d_{smc}), cobrimento do concreto ($ecob_{smc}$), resistência à compressão do concreto ($f_{cm_{smc}}$), e as propriedades mecânicas do aço, incluindo o módulo de elasticidade

(E_{sl_smc}), a resistência ao escoamento do aço da armadura longitudinal (f_{yl_smc}), a resistência última do aço da armadura longitudinal (f_{su_smc}), a deformação no patamar de endurecimento (e_{shl_smc}), a resistência ao escoamento do aço da armadura transversal (f_{yt_smc}) e a deformação última (e_{sul_smc}). Além dessas, são consideradas a resistência última à tração das fibras de *PRFC* (f_{PRFC_smc}), os erros do modelo associados à resistência ($ErroModelor_smc$) e à deformação última ($ErroModeloe_smc$), bem como a sobrecarga (SC_smc) e a carga permanente (CP_smc).

5.3.1 - Variabilidade nas dimensões da seção transversal

O estudo de Mirza & MacGregor (1979a), é uma referência importante na análise das variações geométricas em elementos de *CA* e na recomendação de modelos probabilísticos para essas variações. Com base nos dados coletados, os autores recomendaram o uso de distribuições normais para modelar desvios geométricos em elementos de concreto armado. Isso inclui desvios no diâmetro dos pilares e no cobrimento de concreto. O estudo forneceu valores para as médias e desvios padrão dessas variáveis:

Desvio do Diâmetro Nominal (ΔD): Média de +1,52 mm e desvio padrão de 6,35 mm.

Desvio do Cobrimento de Concreto Nominal (ΔC): Média de 8,13 mm e desvio padrão de 4,32 mm.

As dimensões reais do diâmetro do pilar (d_{smc}) e do cobrimento de concreto ($ecob_{smc}$) foram tratadas como variáveis aleatórias derivadas, baseadas nas diferenças entre as dimensões reais de um elemento estrutural e as dimensões nominais (projetadas). Sendo que: ($d_{smc} = D_n + \Delta D$; $ecob_{smc} = c_n + \Delta C$). A mesma consideração se aplica ao núcleo confinado pelo aço da armadura transversal, onde Dc_{smc} é dado por $d_{smc} - 2 ecob_{smc}$.

5.3.2 - Variabilidade na resistência a compressão do concreto

Estudos como os de Diniz e Frangopol (1997a) e Szerszen & Nowak (2003) abordam questões sobre a variabilidade na resistência à compressão do concreto. Szerszen & Nowak (2003) investigaram modelos probabilísticos para a resistência à compressão do concreto e seu controle de qualidade. Eles propõem uma abordagem baseada em modelos estatísticos para prever a variabilidade desta propriedade, considerando fatores como a mistura, o processo de cura, e os métodos de teste. O estudo mostra que, através de práticas de controle de qualidade mais rigorosas e processos bem ajustados, o coeficiente de variação da resistência do concreto pode ser tomado como 0,10. Segundo o ACI 318, o valor médio da resistência à compressão de

cilindros de concreto não confinado, f_{cm} (resistência média), em MPa, pode ser determinado como o maior valor entre as equações 5.1 e 5.2.

$$f_{cm} = \frac{f'_c}{1 - 1.34 \text{ COV}} \quad (5.1)$$

para $f'_c \leq 35$ MPa

$$f_{cm} = \frac{f'_c - 3.5}{1 - 2.33 \text{ COV}} \quad (5.2)$$

Utilizando um coeficiente de variação (COV) de 0,10, obtêm-se os valores médios de 23,1 MPa e 41,1 MPa, para f'_c igual a 20 MPa e 35 MPa, respectivamente.

5.3.3 - Variabilidade nas propriedades mecânicas do aço

Mirza e MacGregor (1979b) e Nowak e Szerszen (2003) oferecem diretrizes para a variabilidade nas propriedades mecânicas do aço, especificando valores para o coeficiente de variação (COV) e o fator de viés. Segundo suas recomendações, o coeficiente de variação para a resistência do aço é de 0,05, indicando uma baixa variabilidade na resistência do material. Além disso, o fator de viés é estipulado como 1,145, o que sugere que a resistência média do aço é 14,5% superior ao valor nominal especificado.

Para o aço da armadura transversal, a única informação necessária é a resistência do material, enquanto que, para o aço da armadura longitudinal, é necessário considerar os principais parâmetros utilizados na representação da curva tensão-deformação. Park e Paulay (1975) desenvolveram um modelo amplamente utilizado para descrever o comportamento do aço. Este será utilizado no presente estudo e é descrito pelas Equações 5.3 a 5.6 e ilustrada na Figura 5.1.

$$f_s = E_s \varepsilon_s; \text{ para } \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad (5.3)$$

$$f_s = f_y; \text{ para } \varepsilon_y < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} \quad (5.4)$$

$$f_s = f_y \left[\frac{m(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2}{60(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2} + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh})(60 - m)}{2(30r + 1)^2} \right]; \text{ para } \varepsilon_{sh} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} \quad (5.5)$$

Sendo:

$$m = \frac{(f_{su}/f_y)(30r + 1)^2 - 60r - 1}{15r^2} \quad \text{e} \quad r = \varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh} \quad (5.6)$$

Os termos são definidos como:

E_s é o módulo de elasticidade do aço; f_y é a resistência do aço ao escoamento; f_{su} é a resistência última; ε_y é a deformação ($\varepsilon_y = f_y/E_s$); ε_{sh} é a deformação no início do endurecimento por deformação; e ε_{su} é a deformação última.

Neste estudo, foram utilizadas barras de aço com resistência ao escoamento de 420 MPa tanto para o aço da armadura longitudinal quanto para o transversal. Os parâmetros f_y , f_{su} , ε_{sh} , ε_{su} e E_s que descrevem a curva tensão-deformação do aço foram considerados como variáveis aleatórias. As estatísticas correspondentes para esses parâmetros estão detalhadas na Tabela 5.2.

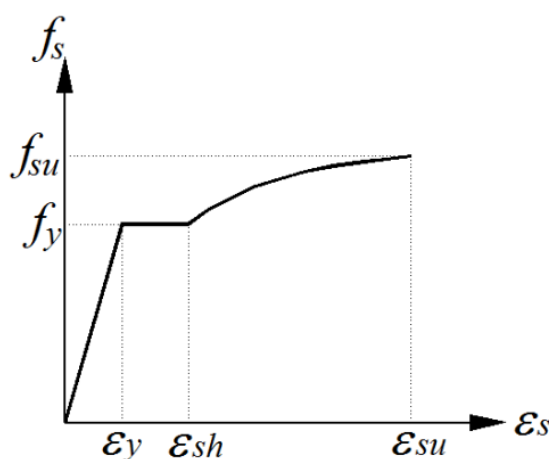


Figura 5.1 - Diagrama tensão-deformação para o aço (Park e Paulay (1975)).

5.3.4 – Incertezas no modelo

A variabilidade da resistência dos pilares de concreto armado confinados com *PRFC* é avaliada por meio da aplicação do modelo proposto por Lee *et al.* (2010). De acordo com Ferreira e Diniz (2018), o erro do modelo associado à predição da resistência última, ζ_f , é representado por uma distribuição normal, com uma média de 0,96 e um coeficiente de variação, *COV*, de 0,23. Por outro lado, o erro do modelo associado à estimativa da deformação última, ζ_ε , segue uma distribuição lognormal, com média de 0,77 e um *COV* de 0,54, conforme apresentado na Tabela 2.1. Esses parâmetros tentam refletir as incertezas associadas às previsões do modelo e são necessárias para a avaliação da resistência dos pilares *CA-PRFC*.

A Tabela 5.2 apresenta as estatísticas associadas a cada variável aleatória considerada no estudo, incluindo seus valores nominais de referência, o desvio padrão, o tipo de distribuição que representa cada variável, bem como os valores médios e coeficientes de variação

correspondentes. A Tabela também cita a referência bibliográfica de cada variável, facilitando a compreensão da base teórica utilizada na análise.

Tabela 5.2 – Resumo das estatísticas das variáveis básicas associadas a resistência do pilar

Variáveis		Valor Médio	SD	COV	Distribuição	Referência
Dimensões	Δ_d (mm)	+1.52*	6.35	-	Normal	Mirza & McGregor 1979a
	Δ_c (mm)	+ 8.13*	4.32	-	Normal	
Resistência à Compressão do Concreto	$f'_c = 20$ MPa	23.1	2.31	0.10	Lognormal	Diniz & Frangopol (1997a); Nowak & Szerszen (2003)
	$f'_c = 35$ MPa	41.1	4.11	0.10	Lognormal	
Propriedades do Aço da Armadura Longitudinal	$f_{yt} = 420$ MPa	489.3	24.47	0.05	Lognormal	Nowak & Szerszen (2003)
	f_{su} MPa	714	59.3	0.083	Lognormal	Mirza & McGregor 1979b
	ε_{sh}	0.015	0.004	0.266	Normal	
	ε_{su}	0.15	0.03	0.20	Normal	
	E_s (GPa)	200	6.6	0.033	Normal	
Tensão de Escoamento do Aço da Armadura Transversal	$f_{yt} = 420$ MPa	489.3	24.47	0.05	Lognormal	
Resistência à tração do PRFC	f_{Fu} MPa	3,500	175	0.05	Weibull	Plevris <i>et al.</i> (1995); Jun Jin (2008)
	f_{Fu} MPa	3,500	175	0.15	Weibull	Wang and Yang (2010)
Erro do Modelo	ξ_f	0.94	0.22	0.23	Normal	Ferreira e Diniz (2018)
	ξ_ε	0.77	0.41	0.54	Lognormal	

* desvio médio do valor nominal.

5.3.5 – Variabilidade das ações

A maior parte das combinações de cargas envolvendo ações gravitacionais é representada pela soma de ações permanentes com ações variáveis. As combinações de ações gravitacionais governam os projetos em muitas situações práticas e são particularmente importantes. Dada a importância dessas cargas na prática de engenharia, o estudo concentra-se exclusivamente em considerar as ações como a carga permanente e a sobrecarga.

Galambos *et al.* (1982) forneceram estatísticas detalhadas sobre essas combinações, que são adotadas neste estudo para análise das ações atuantes. A Tabela 5.3 apresenta essas estatísticas, incluindo a média, o coeficiente de variação e o tipo de distribuição de probabilidade para cada ação considerada.

Tabela 5.3 Estatísticas das ações

Tipo de ação	$\mu/F^{(1)}$	Coeficiente de variação	Tipo de distribuição de probabilidade	Referência
Permanente (CP)	1,05	0,10	Normal	Galambos <i>et al.</i> (1982)
Variável (SC)	1,00	0,25	Valores extremos Tipo I	

⁽¹⁾ este é o quociente da média pela ação característica não majorada

Para a combinação de carga permanente e carga variável, o ACI 318 (2014) utiliza os fatores de majoração de cargas apresentados na Equação 5.7 para a ação de cálculo, S_d , onde F_{CP} e F_{SC} são, respectivamente, a carga permanente e a sobrecarga (valores característicos). Para estabelecer completamente as estatísticas das cargas que atuam sobre o pilar *CA-PRFC*, é necessário determinar as médias das variáveis aleatórias carga permanente, CP , e carga variável, SC (μ_{CP} e μ_{SC} , respectivamente). Esse procedimento pode ser realizado conforme apresentado por Diniz e Frangopol (1997), que sugerem calcular essas médias a partir da ação de cálculo, S_d , utilizando as relações de majoração de carga e a razão entre as médias das ações permanentes e variáveis.

$$S_d = 1,2F_{CP} + 1,6F_{SC} \quad (5.7)$$

O procedimento detalhado por Diniz e Frangopol (1997) envolve várias etapas, conforme ilustrado pelas Equações 5.8 a 5.12. Primeiramente, assumem-se as características do componente estrutural em questão, considerando materiais, geometria, excentricidade do carregamento, entre outros parâmetros. Em seguida, obtém-se a resistência de cálculo, R_d , de acordo com as orientações do ACI 440 (2017). Posteriormente, considera-se que a resistência de cálculo do pilar *CA-PRFC* é igual à solicitação de cálculo, $R_d = S_d$. Com base na ação de cálculo, S_d , calculam-se os valores médios das cargas permanentes, μ_{CP} , e das cargas variáveis, μ_{SC} , assumindo-se uma razão (μ_{CP}/μ_{SC}) específica entre as médias.

$$F_{CP} = \mu_{CP}/1,05 \quad (5.8)$$

$$F_{SC} = \mu_{SC}/1,00 \quad (5.9)$$

Substituindo as Equações 5.8 e 5.9 na Equação 5.7, obtém-se a Equação 5.10.

$$S_d = \frac{1,2\mu_{CP}}{1,05} + \frac{1,6\mu_{SC}}{1,00} \quad (5.10)$$

Além disso, é necessário obter a variável aleatória “carga total atuando sobre o pilar *CA-PRFC*, P_S , através da relação $P_S = CP + SC$. Considerando a razão entre as médias das ações permanentes e variáveis $r = \mu_{CP} / \mu_{SC}$, as respectivas médias podem ser calculadas utilizando as Equações 5.11 e 5.12.

$$\mu_{CP} = S_d / \left[\frac{\gamma_g}{(\mu/F)_{CP}} + \frac{\gamma_q}{(\mu/F)_{SC}} \cdot \frac{1}{r} \right] = S_d / \left[\frac{1,2}{1,05} + \frac{1,6}{r} \right] \quad (5.11)$$

$$\mu_{sc} = \mu_{cp}/r \quad (5.12)$$

5.4 – Função de desempenho

A função de desempenho $g(X)$ é uma definição necessária para avaliar a confiabilidade de um componente estrutural, neste caso, o pilar sujeito a cargas axiais e excentricidades. Adotando esta função associada à excentricidade, e , constante, tem-se a Equação 5.13:

$$g(X) = \left[P_R^2 + \left(\frac{P_R \cdot e}{d} \right)^2 \right]^{1/2} - \left[P_S^2 + \left(\frac{P_S \cdot e}{d} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.13)$$

Os termos são definidos como:

X é vetor das variáveis básicas, $X = \{P_R, P_S\}$;

P_R é a variável aleatória da resistência axial do pilar para uma dada excentricidade, e ;

P_S é a variável aleatória da sollicitação axial do pilar para uma dada excentricidade, e ; e

d é o diâmetro da seção transversal do pilar.

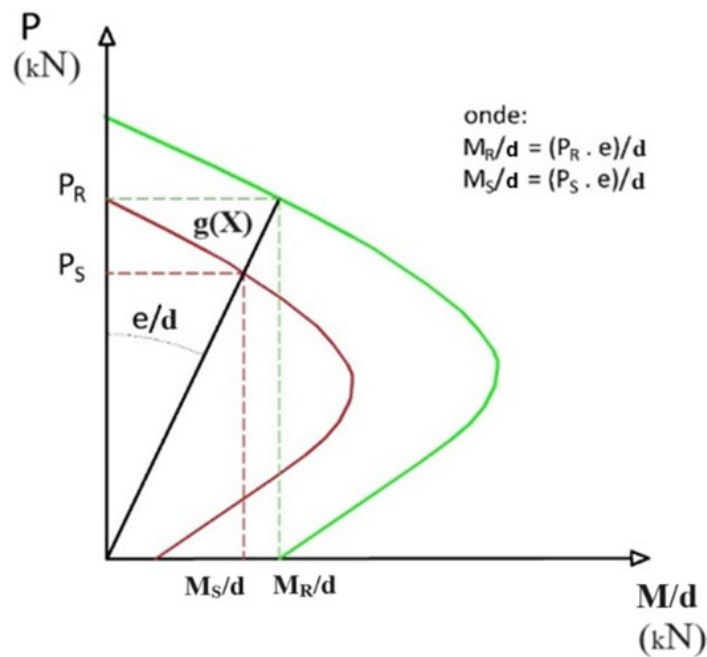


Figura 5.2 Representação gráfica da função de desempenho.

A função $g(X)$ é definida para medir a margem de segurança associada ao pilar. Quando $g(X)$ é positivo, a resistência do pilar é maior do que a sollicitação, indicando uma condição de segurança, com o elemento sendo capaz de suportar as cargas aplicadas. Se $g(X)$ é negativo, a sollicitação excede a resistência, indicando uma condição de falha. Por sua vez, quando $g(X)$ é

zero, isso representa uma condição limite na qual a resistência do pilar é exatamente igual à solicitação associada a uma dada excentricidade, delimitando a fronteira entre as regiões de falha e segurança.

A interpretação gráfica da função de desempenho é esclarecida pela visualização dos diagramas de resistência e solicitação, conforme ilustrado na Figura 5.2. Neste contexto, o diagrama verde representa o domínio da resistência do pilar, enquanto o diagrama vermelho representa a solicitação. A função de desempenho $g(X)$ quantifica a distância entre esses dois diagramas para uma dada excentricidade relativa, e/d .

5.5 – Implementação da simulação de Monte Carlo (Programa BRACCO)

Neste estudo, a simulação de Monte Carlo é utilizada para calcular a probabilidade de falha (e o respectivo índice de confiabilidade) para cada um dos 540 pilares *CA-PRFC* detalhados na seção 5.2.1.

Os resultados obtidos através da *SMC* são afetados por erros que dependem do tamanho da amostra. Para a averiguação deste erro, é necessária uma estimativa inicial da probabilidade de falha, conforme descrito na seção 4.4.3. De acordo com o ACI 440.2R (2017), as orientações de projeto ali contidas foram calibradas para um índice de confiabilidade alvo de 3,5, o que corresponde a uma probabilidade de falha $P_f = 2,33 \times 10^{-4}$. Neste trabalho, o número de simulações (tamanho da amostra) é igual a 500.000, sendo o erro percentual resultante de aproximadamente 18,53%. Considerando a relação não linear entre β e P_f , esse erro percentual é traduzido em termos de índice de confiabilidade em uma faixa correspondente a 3,45 - 3,55.

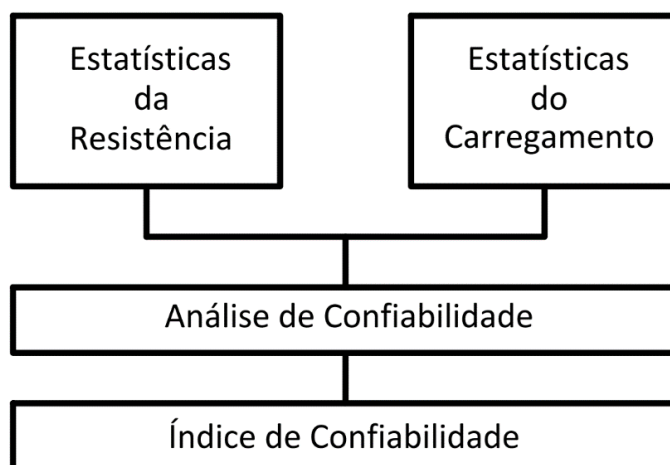


Figura 5.3 - Fluxograma para a determinação do índice de confiabilidade para pilares

A análise de confiabilidade, conforme ilustrado na Figura 5.3, envolve várias etapas integradas para se avaliar a probabilidade de falha. Primeiro, para cada seção transversal e uma dada excentricidade relativa, e/d , é realizada a simulação probabilística da força resistente (detalhada na seção 5.5.1), daí resultando o vetor, P_R . Isso envolve a modelagem estatística das propriedades dos materiais, geometria e modelos numéricos para a determinação da resistência. Paralelamente, é realizada a simulação probabilística da força solicitante (descrita na seção 5.5.2), daí resultando o vetor, P_S . O cálculo da força solicitante considera a razão entre as médias dos carregamentos. A análise prossegue com a combinação dessas informações através da função de desempenho, detalhada na seção 5.4, onde se calcula a probabilidade de falha dos pilares *CA-PRFC*. Após o cálculo da probabilidade de falha, é determinado o índice de confiabilidade correspondente ao pilar analisado.

5.5.1 – Descrição estatística da força resistente (P_R)

No presente estudo, a resistência dos pilares *CA-PRFC* foi avaliada utilizando uma abordagem que integra análise probabilística e métodos iterativos para cada pilar selecionado. A análise se baseia em variáveis aleatórias associadas à resistência dos pilares, cujas estatísticas são especificadas na Tabela 5.2. Esses parâmetros possibilitaram a geração de vetores de números aleatórios, que representam as variáveis básicas de projeto e incorporam incertezas associadas às propriedades dos materiais, geometrias e modelos utilizados. As características detalhadas de cada pilar estão descritas na Tabela 5.1.

A análise das seções transversais dos pilares foi conduzida por meio de uma discretização da seção transversal dos pilares em 100 faixas horizontais, permitindo a avaliação das tensões e deformações em cada faixa. Presumiu-se uma distribuição linear de deformações, desprezando a resistência à tração do concreto e utilizando os modelos tensão-deformação de Lee *et al.* (2010) para o concreto e de Park e Paulay (1975) para o aço. A força resistente total (P_R) foi calculada conforme a Equação 5.14:

$$P_R = \sum_{j=1}^n R_{cj} + \sum_{i=1}^n R_{si} \quad (5.14)$$

onde R_{cj} representa a resistência da j -ésima faixa de concreto e R_{si} , a resistência da i -ésima barra de aço da armadura longitudinal.

O momento resistente (M_R) foi determinado pela Equação 5.15:

$$M_R = P_R \cdot e = \frac{P_R \cdot d}{2} + \sum_{j=1}^n R_{cj} \cdot y_{cj} + \sum_{i=1}^n R_{si} \cdot y_{si} \quad (5.15)$$

em que y_{cj} e y_{si} correspondem às distâncias da face inferior da seção transversal do pilar até o centro da j -ésima faixa de concreto e da i -ésima barra de aço, respectivamente. A partir da Equação 5.15, foi derivada a Equação 5.16:

$$P_R = \frac{\sum_{j=1}^n R_{cj} \cdot y_{cj} + \sum_{i=1}^n R_{si} \cdot y_{si}}{\left(e - \frac{d}{2}\right)} \quad (5.16)$$

A condição de equilíbrio estático foi avaliada por meio da Equação 5.17, que verifica a consistência entre os valores de P_R calculados pelas expressões de força e momento:

$$P_R^{(Eq.5.14)} - P_R^{(Eq.5.16)} = \left[\sum_{j=1}^n R_{cj} \cdot \left(e - \frac{d}{2}\right) - \sum_{j=1}^n R_{cj} \cdot y_{cj} \right] + \left[\sum_{i=1}^n R_{si} \cdot \left(e - \frac{d}{2}\right) - \sum_{i=1}^n R_{si} \cdot y_{si} \right] \quad (5.17)$$

O processo de formação do vetor P_R , que representa a resistência dos pilares *CA-PRFC*, é realizado por meio de um procedimento iterativo. Inicialmente, são inseridos os dados referentes às características da seção transversal, materiais, e excentricidade relativa. Com base nesses dados, são gerados números aleatórios para as variáveis básicas de projeto de interesse, além do erro do modelo, conforme detalhado no Apêndice C – Módulo 1 do programa *BRACCO*. Esses dados alimentam o Módulo 2, onde o número de simulações é definido. A partir daí o processo iterativo tem início, começando pelo cálculo da deformação da fibra mais comprimida na seção transversal.

Durante cada iteração, a linha neutra (*LN*) é ajustada até que o equilíbrio estático do pilar seja alcançado. Se o equilíbrio não for atingido, uma nova iteração da linha neutra é realizada. Quando o equilíbrio é estabelecido e a deformação da fibra mais comprimida é maior ou igual a 0,004, o diagrama *momento versus curvatura* é gerado para a excentricidade dada. A partir desse ponto, o valor máximo de P_R é identificado e armazenado para a formação do vetor P_R . O processo é repetido até que o número estabelecido de iterações seja concluído, resultando em um vetor P_R que reflete a resistência do pilar em função das variabilidades simuladas. A Figura 5.4 ilustra o diagrama *momento versus curvatura* para o pilar P35B, considerando uma única iteração. A deformação máxima atingida nesta configuração foi de $4,294419 \times 10^{-3}$.

Este processo é descrito detalhadamente nos subitens *C.1* e *C.2*, Módulos 1 e 2 do Apêndice *C*, que abordam, respectivamente, o cálculo das estatísticas para o vetor de força resistente e a formação do próprio vetor P_R , através das equações descritas nesta seção. As estatísticas do vetor da força resistente são detalhadas no Apêndice *E*, Tabelas E.1 e E.2. A Figura A.13 no Apêndice *A* apresenta o histograma de P_R .

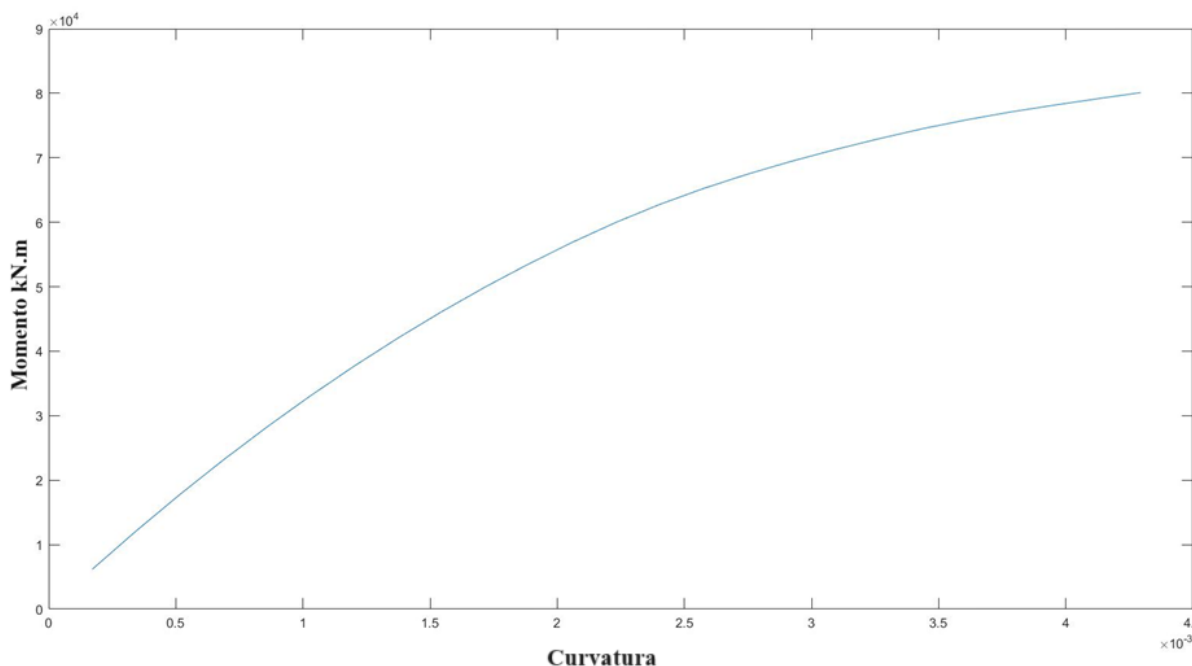


Figura 5.4 – Momento versus curvatura para uma única iteração, pilar P35B

O erro associado à determinação da posição da *LN* no cálculo da força resistente, foi estimado em aproximadamente $5 \times 10^{-4} \%$. Esse valor foi alcançado por meio de um processo iterativo de ajustes e aproximações, fundamentado na relação entre a variável aleatória d_{smc} (diâmetro na simulação de Monte Carlo) e fatores de incremento (FI). A metodologia consistiu em reduzir progressivamente a proporção d_{smc}/FI ao longo das iterações.

O processo iniciou-se com uma posição arbitrada da *LN*, utilizada como ponto de partida para os cálculos. A cada iteração, a posição da *LN* era ajustada somando ou subtraindo um valor definido pela proporção d_{smc}/FI , com o objetivo de manter a *LN* próxima do equilíbrio estático. O fator de incremento (FI) foi projetado para aumentar progressivamente em cada iteração, permitindo que os ajustes fossem realizados de forma infinitesimal, reduzindo gradualmente a margem de erro.

Nos ajustes finais, as aproximações para determinar a posição da *LN* foram progressivamente refinadas até alcançar valores de $4,8 \times 10^{-5}$ cm e $5,8 \times 10^{-5}$ cm, correspondentes d_{smc} de 480 e 580, respectivamente. Essa estratégia incremental garantiu que as variações na posição da *LN*

permanecessem suficientemente pequenas, minimizando desvios significativos no cálculo da força resistente (P_R) e garantindo a precisão dos resultados.

Para o cálculo da força resistente, o modelo de Lee *et al.* não incluiu a compatibilização das deformações, no que se refere à contribuição da deformação do concreto não confinado, conforme as recomendações estabelecidas pelo ACI 318 (2014).

5.5.2 - Descrição estatística da força solicitante (P_s)

A determinação da força solicitante de projeto para cada pilar, $R_d = S_d$, para uma excentricidade específica, segue as diretrizes estabelecidas pelo ACI 440.2R (2017), conforme detalhado no item 3.2.8. O valor de S_d é obtido a partir do diagrama $P-M$, pela interseção da reta, que tem origem nas coordenadas (0,0) e cuja inclinação é definida pela razão e/d arbitrada, com as linhas que conectam os pontos A , B e C no diagrama $P-M$.

Para cada combinação de geometria, materiais e modelo selecionado, as estatísticas das forças solicitantes, que incluem tanto a carga permanente CP_{smc} quanto a sobrecarga SC_{smc} , são calculadas de acordo com os procedimentos descritos na Seção 5.3.5, até que o número estabelecido de iterações seja concluído. Esses cálculos utilizam os fatores de carga especificados no ACI 318 (2014) e consideram as estatísticas dos valores médios, conforme apresentados na Tabela 5.3.

A força solicitante total P_s é obtida pela soma dos componentes dos vetores relacionados à carga permanente e à sobrecarga, levando em consideração a razão de carregamento e suas respectivas estatísticas. O método de cálculo também ajusta possíveis excentricidades não computadas por um fator de 0,85. A Figura 5.5 ilustra o procedimento utilizado para o cálculo de S_d para o pilar P35, enquanto os diagramas correspondentes para os pares P15 e P55 são apresentados nas Figuras B1 a B3, do Apêndice B. Detalhes completos do processo, incluindo o cálculo da força solicitante e as estatísticas associadas, são descritos no subitem C.3, Módulo 3, do Apêndice C. As estatísticas do vetor da força solicitante são detalhadas no Apêndice E, Tabelas E.3 a E.14. A Figura A.15 do Apêndice A ilustra o histograma obtido de P_s .

Os pontos B e C do diagrama de interação $P-M$ para cada pilar analisado, tanto confinado quanto não confinado, estão apresentados na Tabela B.7 do Apêndice B. A Tabela B.6 do mesmo apêndice complementa essas informações, detalhando o limite final do intervalo definido pelo fator de redução de 0,85 no diagrama $P-M$.

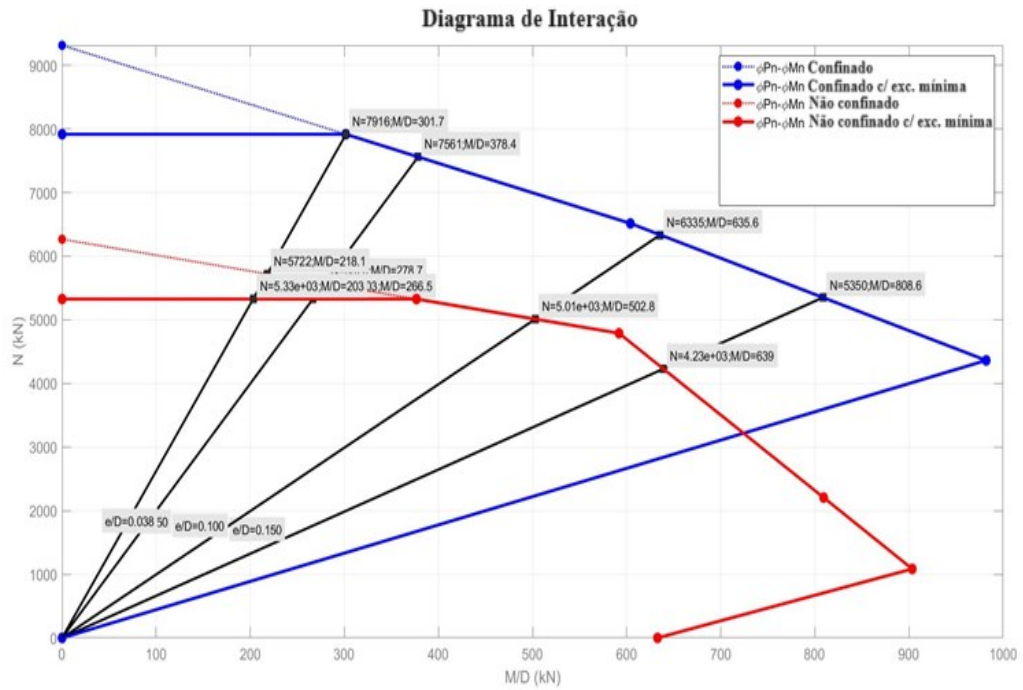


Figura 5.5 – Diagrama P - M para o pilar P35 para as condições: confinado e sem confinamento

5.6 - Verificação de desempenho

Após a obtenção dos vetores de resistência P_R , e de força solicitante P_S , o próximo passo é determinar os níveis de confiabilidade implícitos no ACI 440.2R (2017) em relação ao estado limite último. Para isso, utiliza-se da função de desempenho para avaliar se o pilar atende aos requisitos estabelecidos de segurança.

No programa *BRACCO*, desenvolvido especificamente para este trabalho, foi implementado um contador de falhas para monitorar os casos em que o valor da função de desempenho $g(X) < 0$, indicando uma condição de falha. Esse contador é necessário para mensurar a quantidade de vezes em que o pilar não satisfaz o critério de desempenho estabelecido. A quantidade total de falhas registrada pelo contador é então dividida pelo número total de simulações realizadas para calcular a probabilidade de falha, utilizando a Equação 5.18. Esta equação fornece uma métrica quantitativa que reflete a frequência relativa das falhas, que corresponde à probabilidade de falha P_f específica de cada pilar.

$$p_f = \frac{\sum g(X) < 0}{\text{número de simulações}} \quad (5.18)$$

Após calcular a probabilidade de falha utilizando o contador de falhas e a Equação 5.18 no programa *BRACCO*, os resultados são expressos em função do índice de confiabilidade,

conforme definido pela Equação 5.19 de Ang e Tang (1990). Esse processo é descrito no Módulo 3 do Apêndice C, desta pesquisa.

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (5.19)$$

Os termos são definidos como:

β índice de confiabilidade;

Φ^{-1} inversa da função de distribuição acumulada (CDF) da distribuição normal padrão;

e

p_f probabilidade de falha.

5.7 - Resumo do capítulo

Este capítulo foi estruturado para fornecer o contexto em que se insere a análise de confiabilidade dos pilares *CA* confinados com *PRFC*, detalhando inicialmente as características dos 540 pilares analisados, incluindo suas configurações específicas. As variáveis aleatórias de interesse foram identificadas, bem como as suas correspondentes estatísticas e distribuições de probabilidades.

Os procedimentos computacionais desenvolvidos e implementados no software *Matlab* foram apresentados, destacando os passos necessários para o cálculo da força resistente e das solicitações atuantes sobre os pilares confinados com *PRFC*. A metodologia inclui a aplicação da simulação de Monte Carlo (SMC). A função de desempenho foi apresentada e é utilizada para avaliar o desempenho dos pilares em relação ao estado limite último da resistência.

A partir da probabilidade de falha calculada, o índice de confiabilidade de cada pilar pode ser determinado, conforme a Equação 5.19. Os resultados obtidos e sua discussão detalhada serão apresentados no próximo capítulo.

6

Avaliação dos Níveis de Confiabilidade Implícitos no Projeto de Pilares em *CA-PRFC* sob Flexo-Compressão

6.1 – Introdução

Este capítulo apresenta os resultados da análise de confiabilidade dos 540 pilares *CA-PRFC*, sujeitos à flexo-compressão dimensionados de acordo com o ACI 318 (2014) e reforçados segundo as diretrizes do ACI 440.2R (2017). No capítulo anterior, foram detalhadas as características desses pilares, as variáveis aleatórias de interesse e suas estatísticas, além dos procedimentos computacionais implementados para a determinação da força resistente e das solicitações atuantes. Nesses procedimentos, a simulação de Monte Carlo foi empregada para a obtenção da probabilidade de falha associada a cada pilar.

Para avaliar os resultados da análise de confiabilidade, foram elaborados tabelas e gráficos que apresentam os valores da P_f e de β , em função da razão entre carregamentos, r , e da excentricidade relativa, e/d . Adicionalmente, a análise incluiu a investigação da influência de diversos parâmetros de projeto nos níveis de confiabilidade obtidos. Foram avaliados aspectos como o número de camadas de *PRFC*, a taxa volumétrica de armadura transversal, a resistência à compressão do concreto, a razão entre as médias dos carregamentos, o diâmetro da seção transversal e a taxa de armadura longitudinal, com foco no impacto desses fatores sobre os níveis de confiabilidade dos pilares *CA-PRFC*.

Finalmente, foi realizada uma análise dos aspectos relacionados à excentricidade e aos cenários-limite (mínimos e máximos) e médios, acompanhada de um estudo comparativo entre os índices de confiabilidade obtidos e os encontrados na literatura. Foram apresentadas as relações entre os parâmetros de interesse e aspectos normativos relevantes, com ênfase nos índices de confiabilidade alvo para estruturas existentes e novas.

6.2 – Apresentação dos resultados

As tabelas 6.1 a 6.3 fornecem os valores obtidos da P_f e do respectivo β para cada um dos 540 pilares analisados, abordando três relações distintas entre as médias dos carregamentos ($r = \mu_{CP}/\mu_{SC} = 0,5, 1,0$ e $2,0$) e três excentricidades relativas ($e/d = 0,05, 0,10$ e $0,15$). Estas tabelas também incluem 60 especificações de projeto derivadas das várias combinações relativas à seção transversal, conforme descrito no subitem 5.2.1 e na tabela 5.1 do capítulo 5. Esses resultados foram avaliados com base em um coeficiente de variação (COV) da resistência à tração última do *PRFC* igual a 0,05. Adicionalmente, o símbolo “***” foi utilizado para indicar os resultados de β e da P_f referentes aos pilares cujas iterações de cálculo ocorreram fora da região de domínio à compressão. Nos gráficos de barras, esses resultados não puderam ser representados visualmente, sendo mantidos em suas respectivas posições sem preenchimento.

Os resultados adicionais apresentados na Tabela 6.4 foram gerados para avaliar a influência do coeficiente de variação (COV) da resistência última à tração do *PRFC*, fixado em 0,15 conforme Wang e Yang (2010). Contudo, vale destacar que os dados dessa tabela não foram incluídos nas análises subsequentes, que apresentam a P_f e os índices de confiabilidade para os cenários das Tabelas 6.1 a 6.3, já que as variações observadas para esse *COV* não trouxeram contribuições significativas.

Para estruturar os resultados do estudo, os gráficos das Figuras 6.1 a 6.6 foram organizados da seguinte maneira. As Figuras 6.1 a 6.3 mostram a P_f para as diferentes excentricidades relativas, $e/d = 0,05, 0,10$ e $0,15$, respectivamente, enquanto as Figuras 6.4 a 6.6 apresentam os correspondentes índices de confiabilidade. Em cada figura são apresentadas três categorias, denominadas pelas letras “a”, “b” e “c”, que representam os níveis de confinamento com 2, 3 e 4 camadas de *PRFC*, respectivamente. Para cada nível de confinamento, são exibidos os resultados para 60 pilares, considerando as diferentes relações entre as médias da carga permanente e da sobrecarga, totalizando 180 pilares para cada excentricidade relativa estudada.

Para facilitar a interpretação, o gráfico da Figura 6.1 inclui indicadores que detalham as características da seção transversal, subdividindo os grupos de pilares em subgrupos com base em aspectos como a distribuição da armadura longitudinal (S1 e S2), as seções transversais (d1 e d2) e as resistências à compressão do concreto (F20 e F35). A mesma abordagem é aplicada nos gráficos seguintes, tanto para o β quanto para a P_f . A escala gráfica varia de 3,25 a 4,35 para o índice de confiabilidade e de 0 a 45×10^{-5} para a probabilidade de falha.

Tabela 6.1 – P_f e β para os 180 pilares da série A ($e/d = 0.05$)

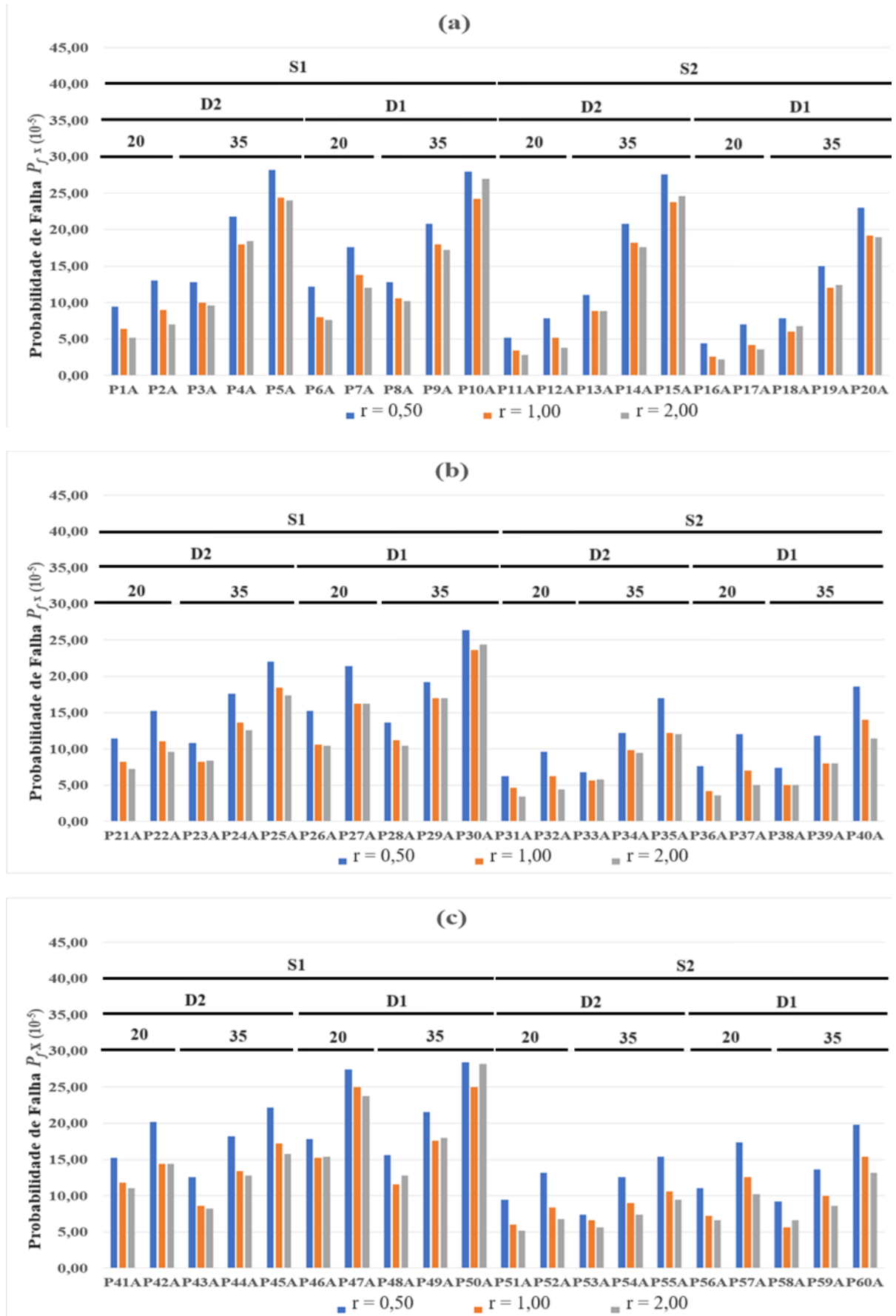
Nº	$r = 0,5$		$r = 1,0$		$r = 2,0$	
	$P_{f\ x} (10^{-5})$	β	$P_{f\ x} (10^{-5})$	B	$P_{f\ x} (10^{-5})$	β
P1A	9,40	3,73	6,40	3,83	5,20	3,88
P2A	13,00	3,65	9,00	3,75	7,00	3,81
P3A	12,80	3,66	10,00	3,72	9,60	3,73
P4A	21,80	3,52	18,00	3,57	18,40	3,56
P5A	28,20	3,45	24,40	3,49	24,00	3,49
P6A	12,20	3,67	8,00	3,78	7,60	3,79
P7A	17,60	3,57	13,80	3,64	12,00	3,67
P8A	12,80	3,66	10,60	3,70	10,20	3,71
P9A	20,80	3,53	18,00	3,57	17,20	3,58
P10A	28,00	3,45	24,20	3,49	27,00	3,46
P11A	5,20	3,88	3,40	3,98	2,80	4,03
P12A	7,80	3,78	5,20	3,88	3,80	3,96
P13A	11,00	3,69	8,80	3,75	8,80	3,75
P14A	20,80	3,53	18,20	3,56	17,60	3,57
P15A	27,60	3,45	23,80	3,49	24,60	3,49
P16A	4,40	3,92	2,60	4,05	2,20	4,09
P17A	7,00	3,81	4,20	3,93	3,60	3,97
P18A	7,80	3,78	6,00	3,85	6,80	3,82
P19A	15,00	3,62	12,00	3,67	12,40	3,66
P20A	23,00	3,50	19,20	3,55	19,00	3,55
P21A	11,40	3,69	8,20	3,77	7,20	3,80
P22A	15,20	3,61	11,00	3,69	9,60	3,74
P23A	10,80	3,70	8,20	3,77	8,40	3,76
P24A	17,60	3,57	13,60	3,64	12,60	3,66
P25A	22,00	3,51	18,40	3,56	17,40	3,58
P26A	15,20	3,61	10,60	3,70	10,40	3,71
P27A	21,40	3,52	16,20	3,60	16,20	3,60
P28A	13,60	3,64	11,20	3,69	10,40	3,71
P29A	19,20	3,55	17,00	3,58	17,00	3,58
P30A	26,40	3,47	23,60	3,50	24,40	3,49
P31A	6,20	3,84	4,60	3,91	3,40	3,98
P32A	9,60	3,73	6,20	3,84	4,40	3,92
P33A	6,80	3,82	5,60	3,86	5,80	3,85
P34A	12,20	3,67	9,80	3,72	9,40	3,73
P35A	17,00	3,58	12,20	3,67	12,00	3,67
P36A	7,60	3,79	4,20	3,93	3,60	3,97
P37A	12,00	3,67	7,00	3,81	5,00	3,89
P38A	7,40	3,79	5,00	3,89	5,00	3,89
P39A	11,80	3,68	8,00	3,78	8,00	3,78
P40A	18,60	3,56	14,00	3,63	11,40	3,69
P41A	15,20	3,61	11,80	3,68	11,00	3,69
P42A	20,20	3,54	14,40	3,63	14,40	3,63
P43A	12,60	3,66	8,60	3,76	8,20	3,77
P44A	18,20	3,56	13,40	3,64	12,80	3,66
P45A	22,20	3,51	17,20	3,58	15,80	3,60
P46A	17,80	3,57	15,20	3,61	15,40	3,61
P47A	27,40	3,46	25,00	3,48	23,80	3,49
P48A	15,60	3,61	11,60	3,68	12,80	3,66
P49A	21,60	3,52	17,60	3,57	18,00	3,57
P50A	28,40	3,45	25,00	3,48	28,20	3,45
P51A	9,40	3,73	6,00	3,85	5,20	3,88
P52A	13,20	3,65	8,40	3,76	6,80	3,82
P53A	7,40	3,79	6,60	3,82	5,60	3,86
P54A	12,60	3,66	9,00	3,75	7,40	3,79
P55A	15,40	3,61	10,60	3,70	9,40	3,73
P56A	11,00	3,69	7,20	3,80	6,60	3,82
P57A	17,40	3,58	12,60	3,66	10,20	3,71
P58A	9,20	3,74	5,60	3,86	6,60	3,82
P59A	13,60	3,64	10,00	3,72	8,60	3,76
P60A	19,80	3,54	15,40	3,61	13,20	3,65

Tabela 6.2 – P_f e β para os 180 pilares da série B ($e/d = 0.10$)

Nº	$r = 0,5$		$r = 1,0$		$r = 2,0$	
	$P_{fx} (10^5)$	β	$P_{fx} (10^5)$	B	$P_{fx} (10^5)$	β
P1B	4,80	3,90	3,00	4,01	3,00	4,01
P2B	6,80	3,82	4,60	3,91	4,80	3,90
P3B	16,40	3,59	13,40	3,64	14,00	3,63
P4B	29,00	3,44	26,00	3,47	28,20	3,45
P5B	36,60	3,38	35,40	3,39	36,20	3,38
P6B	5,80	3,85	3,80	3,96	3,80	3,96
P7B	10,00	3,72	6,80	3,82	6,60	3,82
P8B	13,60	3,64	11,00	3,69	11,20	3,69
P9B	24,00	3,49	20,60	3,53	20,60	3,53
P10B	34,60	3,39	31,40	3,42	34,20	3,40
P11B	4,20	3,93	2,80	4,03	2,40	4,07
P12B	6,20	3,84	4,00	3,94	6,20	3,84
P13B	18,40	3,56	15,00	3,62	16,40	3,59
P14B	32,40	3,41	31,00	3,42	33,60	3,40
P15B	42,00	3,34	40,40	3,35	42,80	3,33
P16B	4,00	3,94	2,00	4,11	2,00	4,11
P17B	7,40	3,79	4,60	3,91	3,40	3,98
P18B	11,60	3,68	9,20	3,74	9,60	3,73
P19B	22,20	3,51	19,00	3,55	21,20	3,52
P20B	33,40	3,40	33,40	3,40	33,20	3,40
P21B	4,60	3,91	3,40	3,98	3,00	4,01
P22B	6,20	3,84	4,00	3,94	3,60	3,97
P23B	7,20	3,80	5,80	3,85	6,80	3,82
P24B	14,60	3,62	11,20	3,69	11,80	3,68
P25B	19,60	3,55	15,60	3,61	14,80	3,62
P26B	4,20	3,93	4,20	3,93	4,00	3,94
P27B	8,60	3,76	6,60	3,82	6,40	3,83
P28B	8,40	3,76	6,20	3,84	7,00	3,81
P29B	15,20	3,61	11,40	3,69	11,80	3,68
P30B	20,80	3,53	17,40	3,58	17,00	3,58
P31B	3,60	3,97	1,40	4,19	0,80	4,31
P32B	4,40	3,92	2,20	4,09	1,60	4,16
P33B	8,00	3,78	5,60	3,86	6,20	3,84
P34B	13,60	3,64	11,00	3,69	11,80	3,68
P35B	18,80	3,56	16,20	3,60	15,20	3,61
P36B	2,80	4,03	1,60	4,16	1,00	4,26
P37B	5,60	3,86	2,60	4,05	1,60	4,16
P38B	6,00	3,85	4,40	3,92	5,00	3,89
P39B	10,20	3,71	8,00	3,78	8,00	3,78
P40B	16,80	3,59	11,80	3,68	11,60	3,68
P41B	4,80	3,90	3,40	3,98	3,60	3,97
P42B	7,00	3,81	4,80	3,90	4,80	3,90
P43B	6,00	3,85	5,00	3,89	4,40	3,92
P44B	9,00	3,75	7,20	3,80	7,40	3,79
P45B	12,40	3,66	10,00	3,72	9,20	3,74
P46B	4,80	3,90	5,20	3,88	4,60	3,91
P47B	11,60	3,68	8,40	3,76	8,80	3,75
P48B	5,60	3,86	5,00	3,89	5,60	3,86
P49B	11,20	3,69	8,80	3,75	8,80	3,75
P50B	17,00	3,58	13,60	3,64	13,40	3,64
P51B	2,60	4,05	1,60	4,16	1,00	4,26
P52B	5,00	3,89	2,20	4,09	1,60	4,16
P53B	5,80	3,85	3,80	3,96	4,20	3,93
P54B	7,20	3,80	5,80	3,85	6,00	3,85
P55B	10,20	3,71	7,60	3,79	7,20	3,80
P56B	2,60	4,05	1,80	4,16	1,40	4,19
P57B	6,40	3,83	3,20	4,00	3,20	4,00
P58B	3,80	3,96	3,40	3,98	3,20	4,00
P59B	7,40	3,79	5,00	3,89	5,60	3,86
P60B	11,20	3,69	8,40	3,76	7,80	3,78

Tabela 6.3 – P_f e β para os 180 pilares da série C ($e/d = 0.15$)

Nº	$r = 0,5$		$r = 1,0$		$r = 2,0$	
	$P_{fx} (10^5)$	β	$P_{fx} (10^5)$	B	$P_{fx} (10^5)$	β
P1C	5,20	3,88	3,40	3,98	3,60	3,97
P2C	7,80	3,78	5,80	3,85	5,20	3,88
P3C	14,20	3,63	12,80	3,66	13,60	3,64
P4C	27,40	3,46	24,80	3,48	27,20	3,46
P5C	34,80	3,39	34,00	3,40	34,80	3,39
P6C	6,00	3,85	4,60	3,91	4,40	3,92
P7C	10,60	3,70	8,20	3,77	8,20	3,77
P8C	11,60	3,68	10,60	3,70	10,40	3,71
P9C	20,60	3,53	20,20	3,54	19,60	3,55
P10C	31,00	3,42	29,40	3,44	32,00	3,41
P11C	**	**	**	**	**	**
P12C	**	**	**	**	**	**
P13C	18,60	3,56	16,60	3,59	17,80	3,57
P14C	33,00	3,41	32,80	3,41	35,80	3,38
P15C	45,20	3,32	42,20	3,34	45,60	3,32
P16C	**	**	**	**	**	**
P17C	**	**	**	**	**	**
P18C	13,80	3,64	12,40	3,66	11,60	3,68
P19C	26,60	3,46	24,20	3,49	27,60	3,45
P20C	**	**	**	**	**	**
P21C	5,80	3,85	3,00	4,01	2,80	4,03
P22C	7,20	3,80	4,40	3,92	4,00	3,94
P23C	8,00	3,78	6,00	3,85	6,60	3,82
P24C	14,60	3,62	11,80	3,68	12,00	3,67
P25C	19,00	3,55	16,00	3,60	16,00	3,60
P26C	6,40	3,83	4,20	3,93	4,20	3,93
P27C	10,60	3,70	7,80	3,78	6,80	3,82
P28C	7,80	3,78	6,20	3,84	6,40	3,83
P29C	14,00	3,63	11,00	3,69	11,20	3,69
P30C	20,80	3,53	17,40	3,58	17,40	3,58
P31C	**	**	**	**	**	**
P32C	**	**	**	**	**	**
P33C	8,40	3,76	6,40	3,83	6,80	3,82
P34C	16,60	3,59	14,20	3,63	13,60	3,64
P35C	21,60	3,52	18,00	3,57	20,00	3,54
P36C	**	**	**	**	**	**
P37C	**	**	**	**	**	**
P38C	**	**	**	**	**	**
P39C	**	**	**	**	**	**
P40C	**	**	**	**	**	**
P41C	6,00	3,85	4,00	3,94	3,60	3,97
P42C	8,00	3,78	5,00	3,89	5,00	3,89
P43C	6,00	3,85	4,20	3,93	4,80	3,90
P44C	8,80	3,75	7,40	3,79	7,40	3,79
P45C	12,40	3,66	10,20	3,71	9,60	3,73
P46C	**	**	**	**	**	**
P47C	12,60	3,66	9,00	3,75	8,20	3,77
P48C	6,00	3,85	5,40	3,87	5,40	3,87
P49C	10,40	3,71	8,80	3,75	8,40	3,76
P50C	16,60	3,59	14,00	3,63	14,00	3,63
P51C	**	**	**	**	**	**
P52C	**	**	**	**	**	**
P53C	5,20	3,88	4,20	3,93	3,80	3,96
P54C	9,20	3,74	6,60	3,82	6,60	3,82
P55C	12,60	3,66	8,40	3,76	9,00	3,75
P56C	**	**	**	**	**	**
P57C	**	**	**	**	**	**
P58C	6,20	3,84	3,80	3,96	3,20	4,00
P59C	**	**	**	**	**	**
P60C	**	**	**	**	**	**



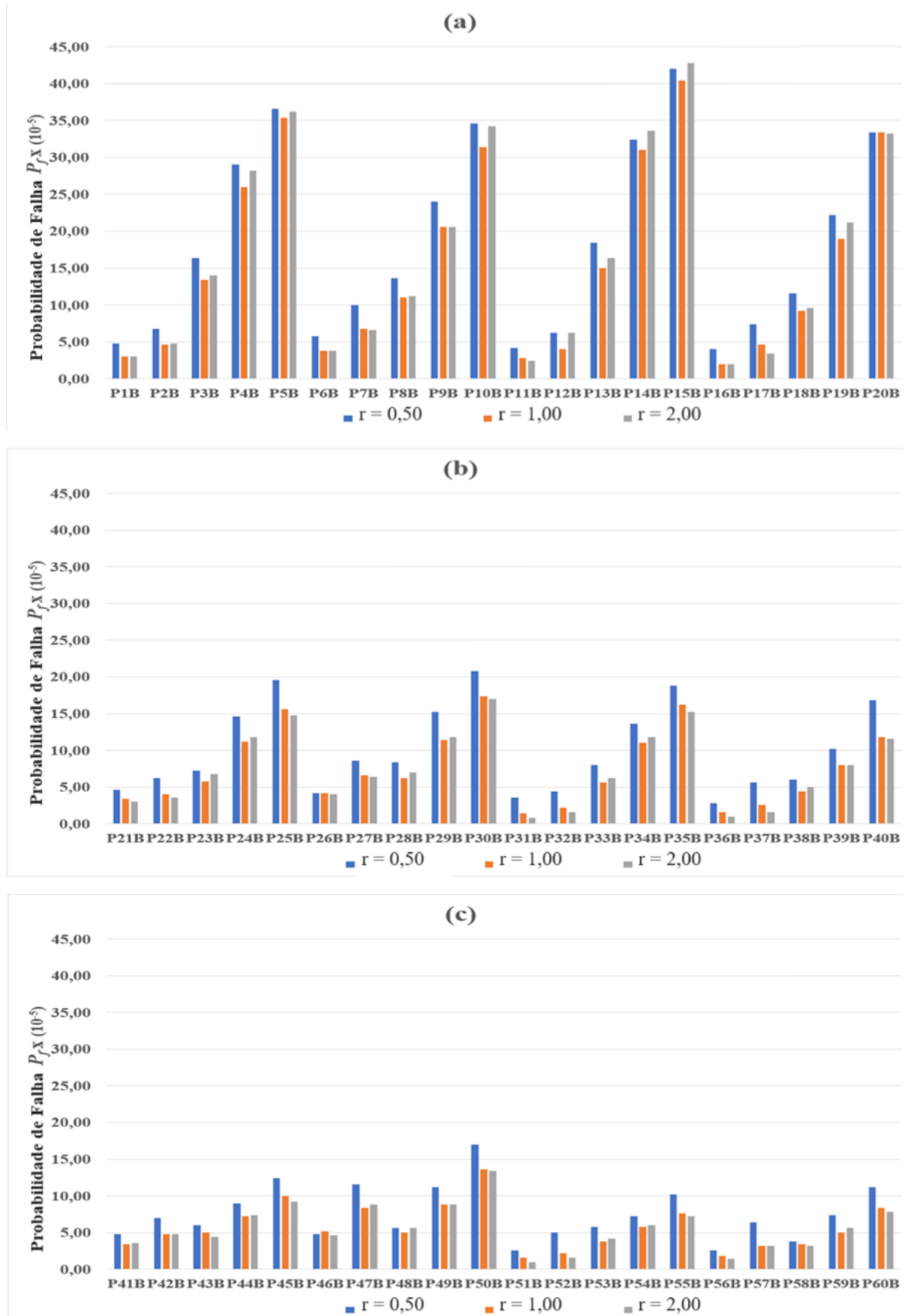


Figura 6.2 – P_f dos pilares a) 1 a 20 b) 21 a 40 c) 41 a 60 $e/d = 0,10$

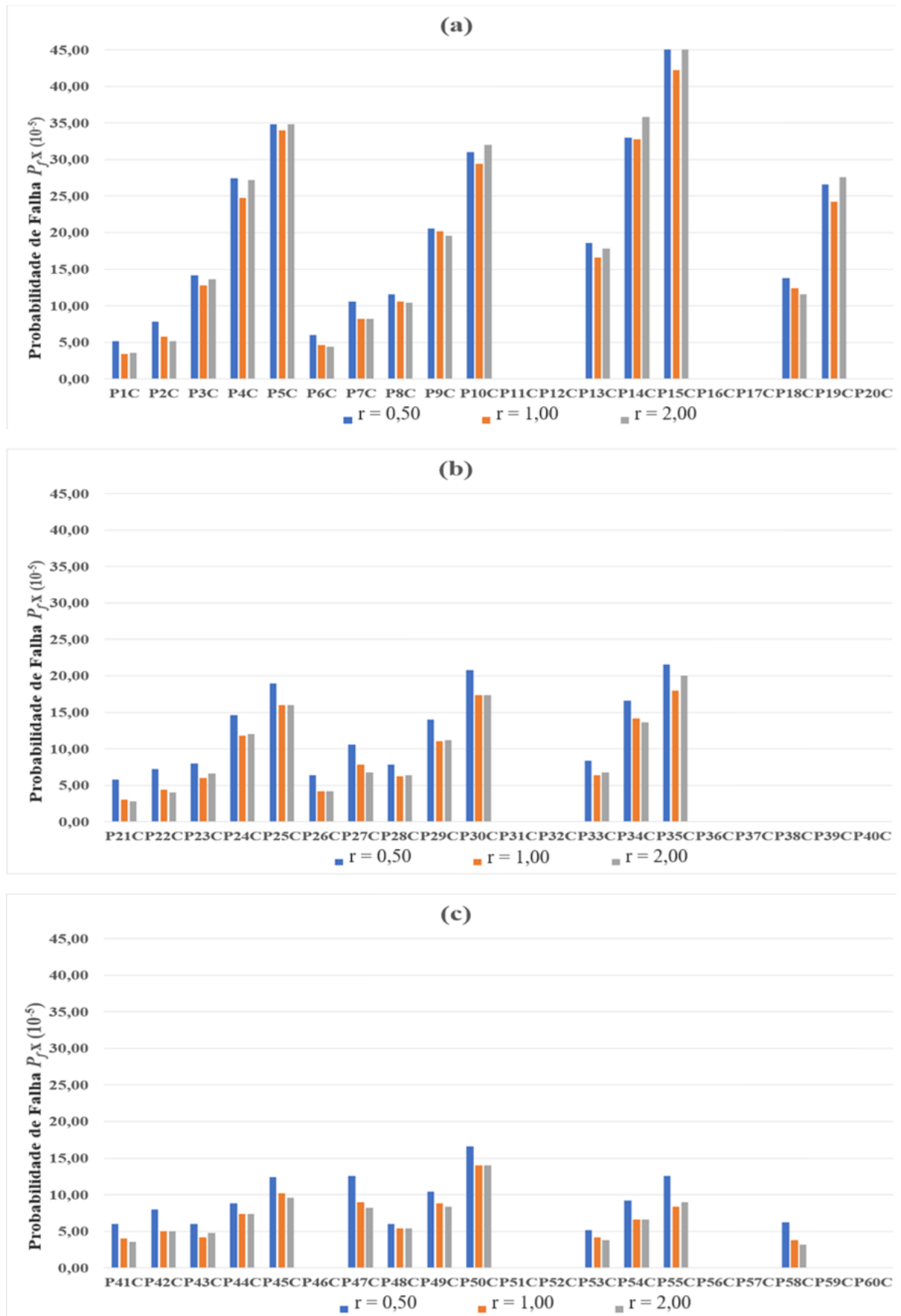


Figura 6.3 – P_f dos pilares a) 1 a 20 b) 21 a 40 c) 41 a 60 $e/d = 0,15$

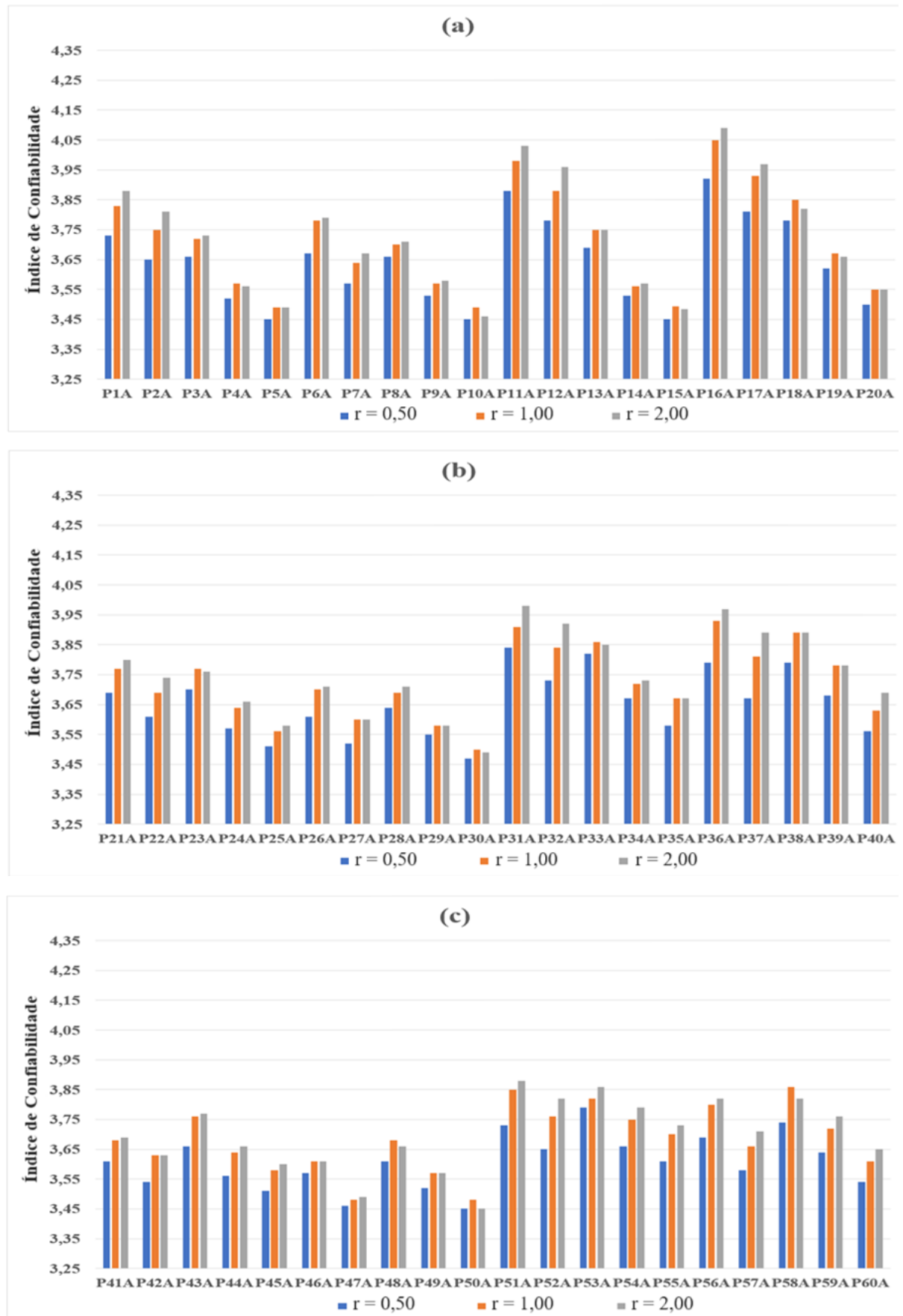


Figura 6.4 – β dos pilares a) 1 a 20 b) 21 a 40 c) 41 a 60 $e/d = 0,05$

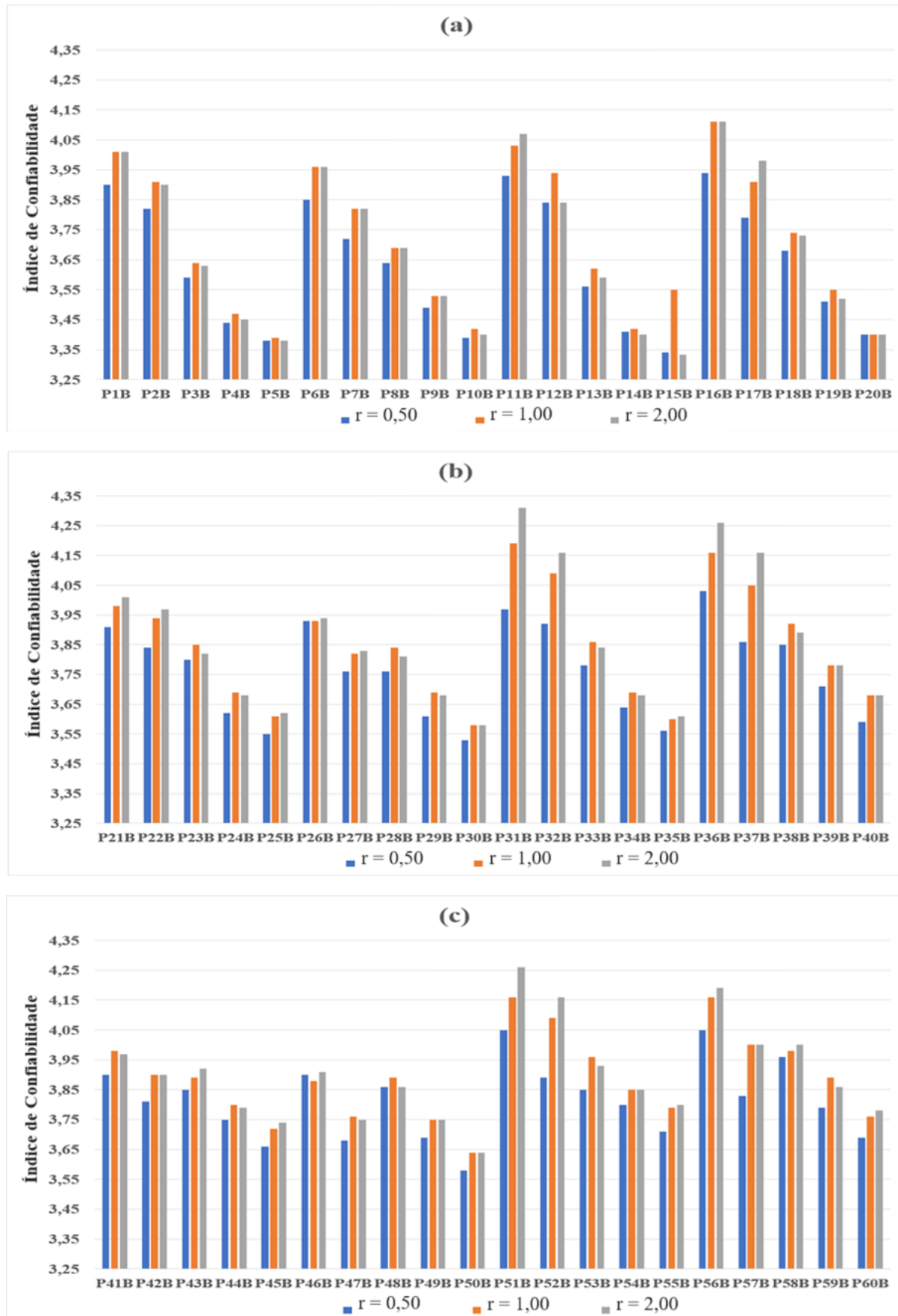


Figura 6.5 – β dos pilares a) 1 a 20 b) 21 a 40 c) 41 a 60 $e/d = 0,10$

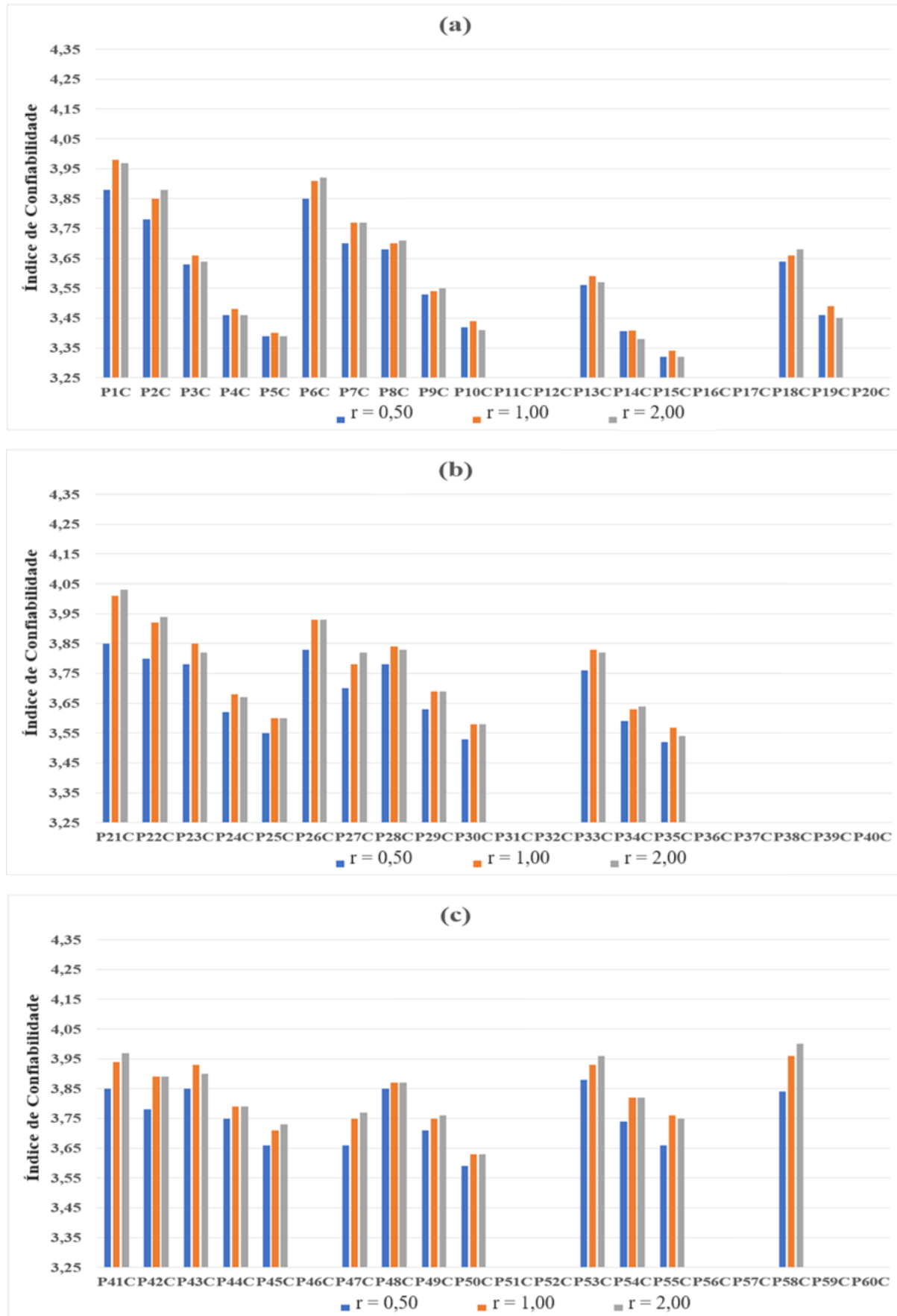


Figura 6.6 – β dos pilares a) 1 a 20 b) 21 a 40 c) 41 a 60 $e/d = 0,15$

Para avaliar a influência do controle de qualidade no processo de produção do *PRFC* sobre os níveis de confiabilidade, foi utilizado um coeficiente de variação de 0,15 para a resistência última a tração do *PRFC*, conforme Wang e Yang (2010). Para isso, foram selecionados pilares representativos de cada agrupamento apresentado nas tabelas 6.1 a 6.3. Definiram-se três pilares com os menores índices de confiabilidade (P15, P35, P55), três com os maiores (P11, P31, P51), e três com valores intermediários (P2, P22, P42). Desta forma, essa abordagem assegura que os resultados obtidos (Tabela 6.4) reflitam de forma representativa o efeito do coeficiente de variação nos pilares analisados.

Tabela 6.4 - $P_f e \beta$ (COV 0,05 e 0,15; f_{Fu})

Nº	$r = 0,5$				$r = 1,0$				$r = 2,0$			
	COV 0,05		COV 0,15		COV 0,05		COV 0,15		COV 0,05		COV 0,15	
	$P_f(x \cdot 10^{-5})$	β	$P_f(x \cdot 10^{-5})$	β	$P_f(x \cdot 10^{-5})$	β	$P_f(x \cdot 10^{-5})$	β	$P_f(x \cdot 10^{-5})$	β	$P_f(x \cdot 10^{-5})$	β
$e = 0,001$												
P2	3,60	3,97	3,80	3,96	2,20	4,09	2,80	4,03	2,60	4,05	3,00	4,01
P11	1,40	4,19	1,20	4,22	0,60	4,38	0,60	4,38	0,00	-	0,20	4,61
P15	2,20	4,09	2,00	4,11	1,80	4,13	2,40	4,07	1,00	4,26	2,00	4,11
P22	13,80	3,64	14,60	3,62	10,20	3,71	11,00	3,69	9,20	3,74	9,40	3,73
P31	3,60	3,97	4,00	3,94	2,00	4,11	2,40	4,07	1,20	4,22	1,20	4,22
P35	2,70	4,04	2,80	4,03	2,10	4,10	2,60	4,05	1,60	4,16	2,20	4,09
P42	30,20	3,43	31,00	3,42	24,00	3,49	26,80	3,46	23,60	3,50	26,80	3,46
P51	10,60	3,70	10,20	3,71	7,80	3,78	8,00	3,78	6,20	3,84	7,20	3,80
P55	2,00	4,11	5,20	3,88	1,40	4,19	4,20	3,93	1,40	4,19	3,60	3,97
$e = 0,05$												
P2A	13,00	3,65	15,20	3,61	9,00	3,75	10,20	3,71	7,00	3,81	9,40	3,73
P11A	5,20	3,88	6,40	3,83	3,40	3,98	4,00	3,94	2,80	4,03	3,60	3,97
P15A	27,60	3,45	32,40	3,41	23,80	3,49	31,20	3,42	24,60	3,49	32,20	3,41
P22A	15,20	3,61	17,60	3,57	11,00	3,69	12,80	3,66	9,60	3,74	12,20	3,67
P31A	6,20	3,84	7,60	3,79	4,60	3,91	5,60	3,86	3,40	3,98	4,40	3,92
P35A	17,00	3,58	24,00	3,49	12,20	3,67	19,60	3,55	12,00	3,67	20,00	3,54
P42A	20,20	3,54	23,00	3,50	14,40	3,63	17,20	3,58	14,40	3,63	16,80	3,59
P51A	9,40	3,73	10,20	3,71	6,00	3,85	6,60	3,82	5,20	3,88	7,00	3,81
P55A	15,40	3,61	21,00	3,53	10,60	3,70	15,00	3,62	9,40	3,73	15,20	3,61
$e = 0,10$												
P2B	6,80	3,82	9,40	3,73	4,60	3,91	7,40	3,79	4,80	3,90	6,60	3,82
P11B	4,20	3,93	5,80	3,85	2,80	4,03	3,80	3,96	2,40	4,07	4,60	3,91
P15B	42,00	3,34	52,60	3,28	40,40	3,55	52,80	3,28	42,80	3,33	60,00	3,24
P22B	6,20	3,84	7,40	3,79	4,00	3,94	5,60	3,86	3,60	3,97	5,40	3,87
P31B	3,60	3,97	4,40	3,92	1,40	4,19	2,40	4,07	0,80	4,31	2,00	4,11
P35B	18,80	3,56	27,00	3,46	16,20	3,60	24,80	3,48	15,20	3,61	25,60	3,47
P42B	7,00	3,81	8,20	3,77	4,80	3,90	6,00	3,85	4,80	3,90	6,20	3,84
P51B	2,60	4,05	3,80	3,96	1,60	4,16	2,40	4,07	1,00	4,26	1,40	4,19
P55B	10,20	3,71	17,40	3,58	7,60	3,79	13,40	3,64	7,20	3,80	13,40	3,64
$e = 0,15$												
P2C	7,80	3,78	9,80	3,72	5,80	3,85	7,00	3,81	5,20	3,88	7,60	3,79
P11C	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
P15C	45,20	3,32	54,60	3,27	42,20	3,34	58,60	3,25	45,60	3,32	65,20	3,22
P22C	7,20	3,80	8,80	3,75	4,40	3,92	6,00	3,85	4,00	3,94	5,40	3,87
P31C	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
P35C	21,60	3,52	93,60	3,11	18,00	3,57	91,00	3,12	20,00	3,54	99,20	3,09
P42C	8,00	3,78	9,00	3,75	5,00	3,89	6,60	3,82	5,00	3,89	6,20	3,84
P51C	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
P55C	12,60	3,66	19,20	3,55	8,40	3,76	17,40	3,58	9,00	3,75	18,40	3,56

Para garantir a consistência dos parâmetros e permitir comparações significativas, o estudo adicional ($COV f_{Fu} = 0,15$) mantém as três razões de carregamento distintas ($r = \mu_{CP}/\mu_{SC} = 0,5, 1,0$ e $2,0$) e as três excentricidades de carga ($e/d = 0,05, 0,10$ e $0,15$). Além disso, foi adicionada uma condição com excentricidade muito próxima a zero ($e/d = 0,001$), representando um cenário quase concêntrico em que o efeito da excentricidade é minimizado. Essa abordagem possibilita uma análise mais abrangente, incorporando um total de 108 novos pilares.

A Tabela 6.4 apresenta de forma simultânea os resultados da P_f e de β para pilares com coeficientes de variação de 0,05 e 0,15 para a resistência a tração última do *PRFC*, permitindo comparações diretas. Para os pilares que não apresentaram falhas dentro dos parâmetros estabelecidos pelo estudo, que foram baseadas em $n = 500.000$, foi utilizado o símbolo “-”. Essa situação foi observada exclusivamente para a e/d igual a 0,001. Na designação dos pilares com carregamento quase concêntrico, a tabela omite a representação alfabética final. Assim, o pilar P2 representa a $e/d = 0,001$, enquanto P2A, P2B e P2C correspondem às excentricidades relativas de 0,05, 0,10 e 0,15, respectivamente.

Os valores apresentados na Tabela 6.4, que consideram um COV de 0,15 para f_{Fu} , não foram apresentados nos gráficos das Figuras 6.1 a 6.6 e na Tabela de Resumo Estatístico (Tabela 6.5). Essa decisão decorreu da constatação de que, para esse COV específico, as variações nos β e nas P_f eram muito pequenas em comparação com os resultados obtidos para um COV de 0,05. Essa diferença pequena indicou que a inclusão desses dados adicionais não contribuiria de forma significativa para a análise, tornando sua apresentação redundante para os objetivos do estudo. Na discussão dos resultados, será feita referência aos valores registrados para $e/d = 0,001$. A Tabela 6.5 e Figuras 6.7 a 6.15 foram elaboradas com auxílio do programa Jamovi.

6.3 - Estatísticas da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade

A análise de confiabilidade é necessária para avaliar os níveis de desempenho e segurança estrutural implícitos no ACI 440.2R, no contexto de pilares *CA-PRFC* submetidos a carregamentos excêntricos. Este estudo investiga as P_f e os β , considerando diferentes razões e/d e a relação r . Com base nos resultados obtidos, foi realizada uma avaliação estatística apresentada na Tabela 6.5. Em seguida, a análise será aprofundada para examinar a influência das variáveis básicas de projeto, com o objetivo de identificar tendências e cenários críticos para P_f e β . Inicialmente, a avaliação será conduzida para cada excentricidade, buscando compreender os parâmetros específicos de cada situação.

Tabela 6.5 – Estatísticas da P_f e do β

								Percentis					
	e/d	r	Média	Mediana	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	1 th	5 th	10 th	90 th	95 th	99 th
P_f ($\times 10^{-5}$)	0,05	0,50	15,27	14,30	6,37	4,40	28,40	4,87	6,77	7,40	23,34	27,62	28,28
		1,00	11,86	10,60	6,00	2,60	25,00	3,07	4,20	5,18	19,64	24,21	25,00
		2,00	11,36	9,90	6,44	2,20	28,20	2,55	3,59	4,34	19,48	24,41	27,49
	0,10	0,50	11,90	8,20	9,36	2,60	42,00	2,60	3,56	4,18	24,50	33,46	38,81
		1,00	9,70	6,00	9,17	1,40	40,40	1,52	1,79	2,20	21,14	31,50	37,45
		2,00	9,90	6,50	9,71	0,80	42,80	0,92	1,38	1,60	21,90	33,63	38,91
	0,15	0,50	14,32	11,60	9,38	5,20	45,20	5,20	5,80	6,00	27,40	33,00	41,04
		1,00	12,18	8,80	9,43	3,00	42,20	3,16	3,80	4,20	24,80	32,80	38,92
		2,00	12,54	8,40	10,32	2,80	45,60	2,96	3,60	3,80	27,60	34,80	41,68
β	0,05	0,50	3,63	3,63	0,12	3,45	3,92	3,45	3,45	3,50	3,79	3,82	3,90
		1,00	3,71	3,70	0,14	3,48	4,05	3,48	3,49	3,55	3,88	3,93	4,01
		2,00	3,73	3,72	0,15	3,45	4,09	3,46	3,49	3,54	3,92	3,97	4,06
	0,10	0,50	3,74	3,77	0,18	3,34	4,05	3,36	3,40	3,49	3,93	3,97	4,05
		1,00	3,82	3,85	0,21	3,35	4,19	3,40	3,42	3,55	4,09	4,16	4,17
		2,00	3,82	3,83	0,23	3,33	4,31	3,36	3,40	3,51	4,16	4,19	4,28
	0,15	0,50	3,67	3,68	0,15	3,32	3,88	3,35	3,41	3,46	3,85	3,85	3,88
		1,00	3,73	3,75	0,18	3,34	4,01	3,36	3,41	3,48	3,93	3,96	4,00
		2,00	3,73	3,76	0,19	3,32	4,03	3,34	3,39	3,45	3,96	3,97	4,02

Com base nos dados da Tabela 6.1 e nas estatísticas apresentadas (Tabela 6.5), observa-se que os pilares com e/d igual a 0,05, especificamente os pilares P05A, P10A, P15A e P50A, registraram os menores β . O valor observado foi 3,45 para $r = 0,5$ nos três primeiros pilares, sendo esse mesmo valor repetido para o pilar P50A em $r = 2,0$. Em todos os casos o valor para β está abaixo do mínimo recomendado pelo ACI 440 (2017) ($\beta = 3,5$).

Uma característica comum nas seções transversais desses pilares é a baixa taxa de confinamento proporcionada pelo $PRFC$ ($f_l/f'_c < 8,00\%$), com índices C_R iguais a 74,00%, 89,38%, 74,00%, respectivamente. A exceção é o pilar P50A, que apresenta um índice C_R superior, de 178,75%. Outra propriedade compartilhada entre esses pilares é a baixa taxa de armadura volumétrica ($\rho_{sw}/\rho_{min} = 35,52\%$, 27,82%, 35,52%, 27,82%, respectivamente). Além disso, todos os pilares possuem uma resistência à compressão do concreto de 35 MPa, acompanhada por taxas médias e baixas de armadura longitudinal ($\rho_{sl} = 0,75\%$, 1,09%, 1,73%, 1,09%, respectivamente), conforme mostrado na Tabela 5.1 do Capítulo 5.

Uma análise mais detalhada revela que, em pelo menos três desses pilares, o aumento no índice C_R não resultou em acréscimos substanciais no β . Os pilares P25A, P30A e P35A (pares dos pilares P05A, P10A e P15A), que possuem índices C_R de 111,00%, 134,12% e 111,00%, respectivamente, apresentaram valores de β próximos ou ligeiramente superiores ao recomendado pelo ACI 440 (2017) ($\beta = 3,51$, 3,47, 3,58, respectivamente), conforme mostrado nas Tabelas 5.1 e 6.1.

Por outro lado, o pilar P16A apresentou os melhores desempenhos em termos de β , com valores que aumentaram progressivamente à medida que r se elevou, atingindo 3,92, 4,05 e 4,09. Diferentemente dos pilares anteriormente analisados, o P16A possui uma razão ρ_{sw}/ρ_{min} mais favorável (97,36%) e um índice $C_R = 156,38\%$, que excede em mais de 50% o valor mínimo recomendado pelo ACI 440 (2017) dado pela equação $f_l / f'_c > 8,00\%$. Além disso, esse pilar apresenta uma menor resistência à compressão do concreto (20 MPa) e uma maior taxa de armadura longitudinal ($\rho_{sl} = 2,52\%$).

Para a excentricidade $e/d = 0,05$, os valores do diagrama de interação $P-M$ deixam de se ajustar ao intervalo definido pelo fator de redução de 0,85, que considera excentricidades não contempladas no cálculo, eliminando qualquer viés conservador associado a esse fator nos resultados, conforme indicado na Tabela B.6 do Apêndice B.

As P_f e os respectivos β para os pilares analisados com $e/d = 0,10$ estão detalhadas na Tabela 6.2. Com auxílio das estatísticas da Tabela 6.5 é possível realizar as seguintes observações. De maneira semelhante ao observado anteriormente, os pilares P05B, P10B e P15B mostraram os menores β , com o valor mais baixo registrado de 3,33 no pilar P15B para $r = 2,0$, um valor abaixo do β_{alvo} recomendado pelo ACI 440.2R (2017) e inferior ao esperado pela estimativa de erro nas condições retratadas na pesquisa para a *SMC*. Além disso, para esse pilar, os β nas outras razões r foram iguais a 3,34 e 3,35. Os pilares P05B e P10B apresentaram β mínimos de 3,38 e 3,39, respectivamente, para as razões $r = 0,50$ e 2,00 para P05B e $r = 0,50$ para P10B.

No extremo oposto, o pilar P31B alcançou o melhor índice de confiabilidade ($\beta = 4,31$) em $r = 2,0$, o que corresponde a uma P_f inferior a 1 (uma) falha para cada 100.000 pilares analisados ($P_f = 0,80 \times 10^{-5}$). Esse pilar possui características na seção transversal semelhantes às encontradas nos pilares com os maiores β na $e/d = 0,5$, como f'_c de 20 MPa, maior taxa volumétrica ($\rho_{sw}/\rho_{min} = 99,46\%$) e $\rho_{sl} = 1,73\%$, acima do recomendado pelo ACI 318(2017) ($\rho_{sl} = 1\%$). Outro aspecto importante é a alta taxa de confinamento proporcionada pelo *PRFC*, com um índice C_R de 194,12%, que é quase o dobro do confinamento mínimo recomendado pelo ACI 440.2R (2017).

O padrão observado para a $e/d = 0,10$ confirma a tendência de desempenhos crescentes nos maiores valores de β à medida que r aumenta. Esses índices se mostraram superiores aos verificados para a $e/d = 0,05$, o que pode ser explicado pela maior demanda da armadura longitudinal, que reduz a variabilidade da resistência, desde que seja garantido um confinamento adequado ($f_i/f'_c > 8,00\%$) pelo *PRFC*. No entanto, os β na faixa inferior apresentaram pouca variação em relação a r .

É importante destacar a significativa redução de β nos valores mínimos quando comparados aos da $e/d = 0,05$. Esse fato demonstra que o aumento da excentricidade ($e/d = 0,05$ para 0,10) agrava os resultados nos limites inferiores dos índices analisados (β e P_f), especialmente quando as características adversas da seção transversal mencionadas anteriormente (Pilar P15) estão presentes.

A análise da variabilidade dos dados referentes ao β revelou maiores dispersões $e/d = 0,10$ em comparação com as outras excentricidades estudadas, com essas dispersões aumentando à medida que r se eleva. De maneira geral, exceto para os valores mínimos, houve uma tendência de aumento nos β com o acréscimo de e/d , facilmente perceptível no confinamento por 3 e 4

camadas de *PRFC*. Essa tendência é evidente na análise dos gráficos das Figuras 6.3 a 6.6, e é corroborada de maneira geral pelo deslocamento dos valores do histograma para a esquerda no que se refere à P_f (menores valores) e para a direita no β (maiores valores), conforme mostrado nas Figuras 6.7 e 6.8.

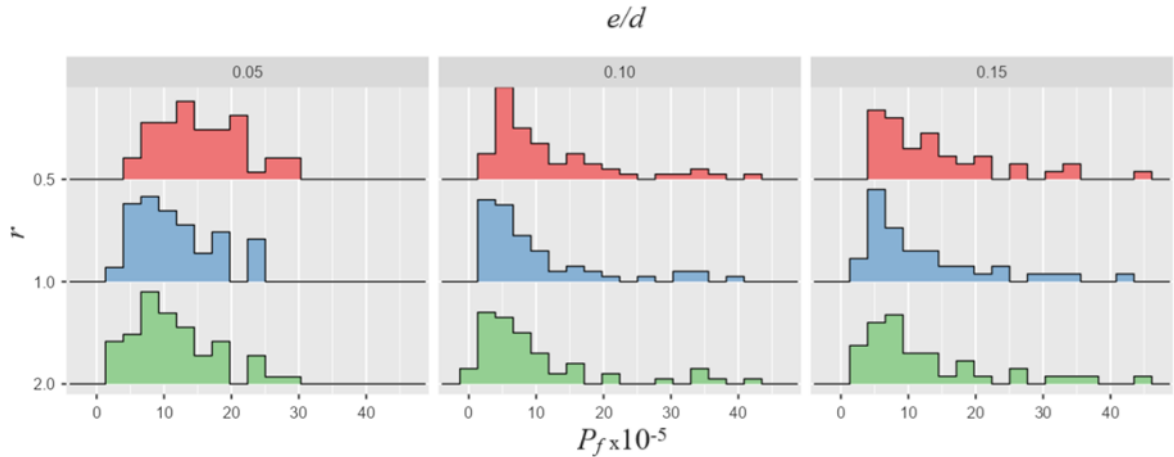


Figura 6.7 – Histograma da P_f em função de e/d e r

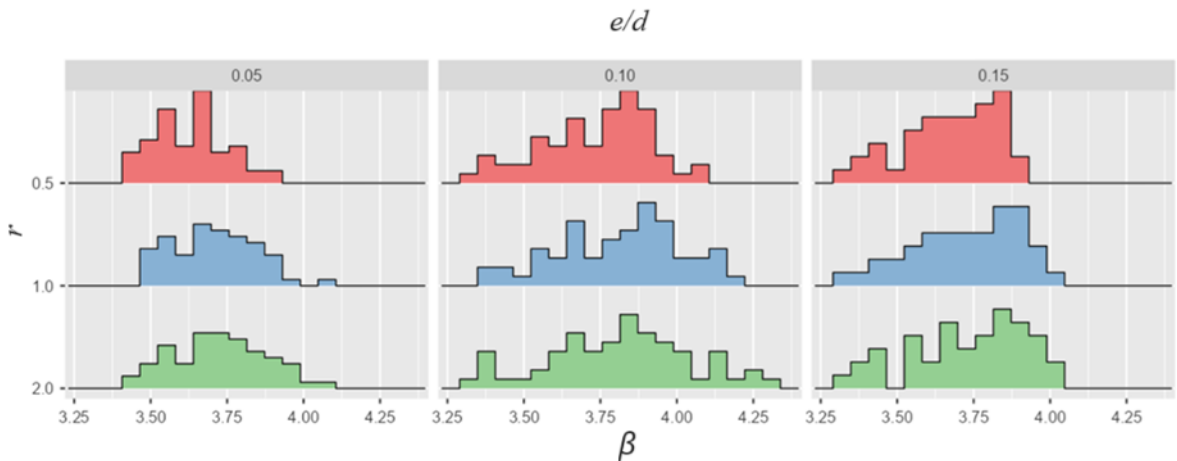


Figura 6.8 – Histograma de β em função de e/d e r

Para a e/d de 0,10, o impacto de ρ_{sl} tornou-se mais aparente na análise de β , conforme ilustrado nos gráficos das Figuras 6.4 e 6.5. De modo geral, os resultados foram mais favoráveis para os pilares que apresentaram maiores valores de ρ_{sl} (S2) e um nível de confinamento pelo *PRFC* superior ao mínimo recomendado pelo ACI 440 (2017).

De forma semelhante, a Tabela 6.3 apresenta as P_f e os β para os pilares analisados com $e/d = 0,15$. Ao integrar esses dados com o resumo estatístico da Tabela 6.5, é possível concluir que os menores β foram registrados no pilar P15C, independentemente das razões de carregamento avaliadas. O valor mais baixo encontrado para β foi de 3,32. Neste pilar, ρ_{sw}/ρ_{min} é de 35,52%,

e a razão de confinamento f_l/f'_c é de 5,92% (ver Apêndice B), inferior aos 8,00% recomendados pelo ACI 440(2017) ($C_R = 74\%$), considerando $r = 0,5$ e $r = 2,0$.

Adicionalmente, ao se analisar pilares que apresentam melhores índices C_R e que têm correspondência com o pilar P15C (pares), mantendo, assim constantes as demais características da seção transversal, observa-se que os pilares P35C ($C_R = 111,00\%$) e P55C ($C_R = 148,00\%$) alcançaram β superiores a 3,50 em todas as razões r , sem exceções. Os diagramas de interação P - M correspondentes a esses pilares estão disponíveis nas Figuras B.1 a B.3 do Apêndice B.

A melhor performance na $e/d = 0,15$ foi observada no pilar P21C, com $r = 2,0$, um índice C_R de 194,12% e uma razão ρ_{sw}/ρ_{min} de 99,46%, resultando em um β de 4,03. É importante destacar que ρ_{sL} neste caso é de 0,75%, abaixo do mínimo de 1% recomendado pelo ACI 318 (2017). Esse pilar apresentou resultados que contrastam com o esperado pelo ACI 440 (2017), que sugere que pilares com baixa taxa de armadura longitudinal e alto confinamento deveria apresentar β , entre 3,00 e 3,50. Comparativamente, o pilar P58C, em $r = 2,0$, C_R de 178,75% e uma razão ρ_{sw}/ρ_{min} de 104,31% apresentou um desempenho similar ao do pilar P21C, com β igual 4,00 (conforme a Tabela 6.3), embora com um $\rho_{sL} = 2,52\%$ (ver Tabela 5.1).

Os resultados representados para e/d de 0,15 na Tabela 6.3 com os símbolos “***” indicam casos em que as iterações ocorreram na zona de domínio à tração, um aspecto que não faz parte do escopo deste estudo, devido as limitações do modelo de cálculo do ACI 440.2R. É relevante observar que esses casos foram predominantemente associados aos pilares com ρ_{sL} mais elevadas (S2). A única exceção a essa tendência é o pilar P46C, que possui um índice $C_R = 312,88\%$, o mais alto entre os analisados e $\rho_{sL} = 1,09$ em SI . Adicionalmente, é importante destacar que essas iterações ocorreram com maior frequência quando f'_c assumiu o valor de 20 MPa.

Cabe ressaltar que β para a e/d de 0,15 apresentaram uma redução em comparação aos resultados obtidos para $e/d = 0,10$, como pode ser visualizado nas Figuras 6.5 e 6.6.

6.4 – Influência das variáveis de projeto na confiabilidade de pilares CA-PRFC

Este estudo examina a influência das variáveis de projeto associadas à seção transversal dos pilares CA-PRFC, incluindo o número de camadas de PRFC, a taxa volumétrica de armadura,

a resistência à compressão do concreto, o diâmetro da seção transversal e a taxa de armadura longitudinal. Adicionalmente, foram avaliadas três diferentes relações entre as médias da carga permanente e da sobrecarga, assim como três excentricidades relativas de carga, visando compreender o impacto dessas variáveis nos níveis de confiabilidade implícitos do ACI 440.2R (2017) no reforço de pilares *CA-PRFC*.

As Figuras 6.13 a 6.18 apresentam os resultados da análise, demonstrando a avaliação do índice de confiabilidade em função de cada variável básica de projeto de forma individual. Nessas figuras, a relação e/d é representada qualitativamente por diferentes cores atribuídas aos pontos nos gráficos. Para contribuir com a interpretação da relação entre as variáveis de projeto e o β , ajustou-se uma linha de tendência linear aos dados. Além disso, os gráficos incluem “box plots” adjacentes às nuvens de dados, que destacam o posicionamento dos 1º e 3º quantil em relação à mediana para cada nível de excentricidade estudada.

6.4.1 – Diâmetro da seção transversal, d

O estudo de confiabilidade revela uma leve sensibilidade à variação de d , conforme ilustrado na Figura 6.9. Esta figura mostra a relação entre β , o diâmetro da seção transversal e a e/d . Os gráficos indicam que, para a $e/d = 0,10$ e $e/d = 0,15$, os resultados de β permanecem estáveis. No entanto, para a e/d de 0,05, observa-se uma leve tendência de aumento de β à medida que d é alterado, evidenciando uma tendência positiva com o aumento do diâmetro da seção transversal de $d1$ (480 mm) para $d2$ (580 mm). Além disso, é relevante destacar que os valores mínimo e máximo de β ocorrem no diâmetro $d2$, com o menor valor registrado para a e/d de 0,15. Independentemente do diâmetro da seção transversal, os maiores β são encontrados na $e/d = 0,10$.

As linhas de tendência dos resultados, considerando a variável d , mostram uma aproximação nas excentricidades relativas de 0,05 e 0,15, à medida que se passa do diâmetro menor ($d1$) para o diâmetro maior ($d2$). Na excentricidade de 0,05, os dados de β revelam uma maior homogeneidade, enquanto que para e/d de 0,10 e 0,15, os dados apresentam menor homogeneidade entre os resultados. Isso é evidenciado pela menor variabilidade dos resultados na análise de d para a excentricidade de 0,05, conforme o gráfico “box plot” apresentado na Figura 6.9. Esta tendência de variação dos resultados também se repetirá nas análises subsequentes para outras variáveis.

Os maiores valores de β foram registrados tanto para o diâmetro $d1$ (P16, P36 e P37) quanto para o diâmetro $d2$ (P1, P21, P36, P37, P51, P52 e P53), conforme ilustrado nas Tabelas 5.1 e 6.1 a 6.3, com predominância em concretos com resistência à compressão de 20 MPa e arranjos $S2$ da armadura longitudinal. A maior concentração desses resultados no diâmetro $d2$ contribuiu para a tendência observada no comportamento global. No entanto, nota-se que o diâmetro $d2$ apresenta um número maior de resultados com β inferiores a 3,50.

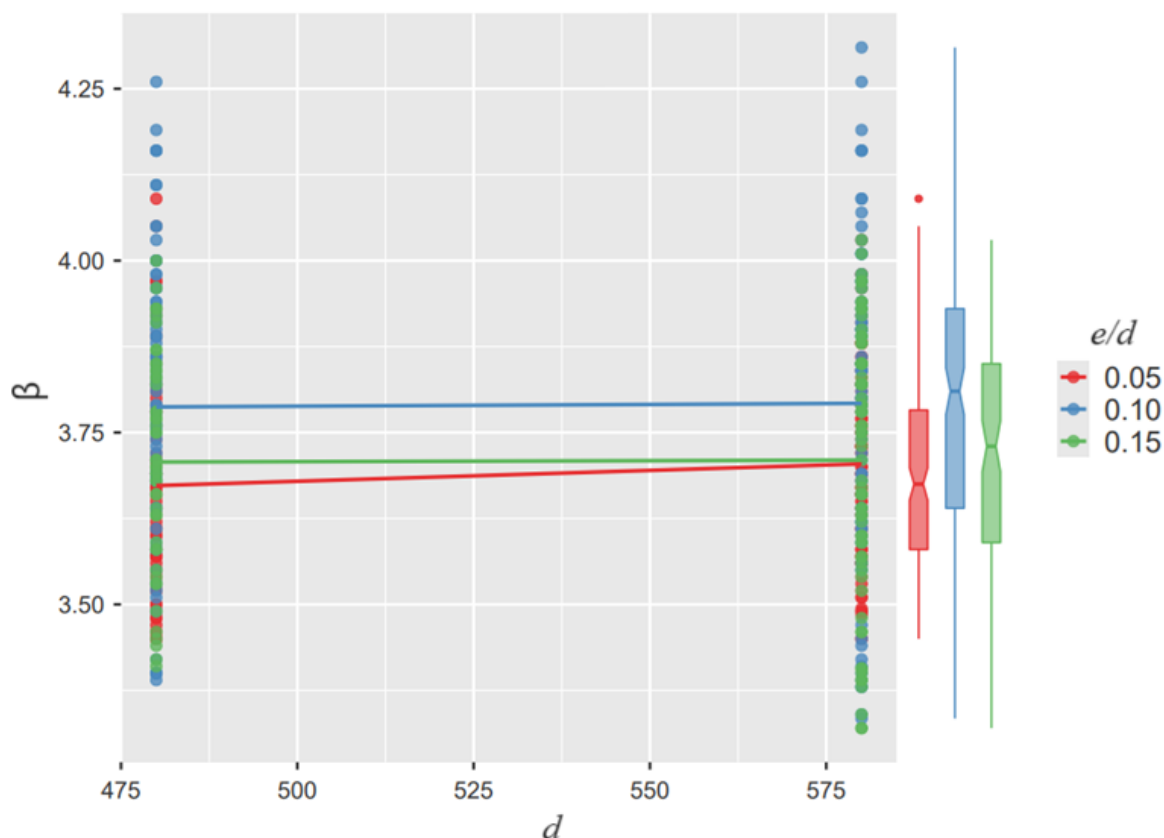


Figura 6.9 – β e d

Esse comportamento pode ser atribuído à redução do confinamento lateral efetivo por unidade de área do concreto confinado, diretamente relacionada à relação nt/d , que integra a equação 3.8. Essa razão representa a espessura do material de confinamento em relação ao diâmetro da seção transversal. O aumento no diâmetro d reduz o índice de confinamento C_R para a mesma quantidade de $PRFC$, impactando negativamente β em determinadas configurações, especialmente quando associado a um f'_c de 35 MPa.

Outro aspecto relevante observado na Figura 6.9 é a presença de um "outlier" correspondente ao pilar P16, caracterizado pela e/d de 0,05 e d de 480 mm. Esse valor do índice de confiabilidade está associado a uma seção transversal com as seguintes propriedades: f'_c de 20

MPa, índice C_R de 156,38%, taxa de armadura longitudinal de 2,52%, e ρ_{sw}/ρ_{min} de 97,36%. Este resultado tende a se repetir nas demais análises, com sua posição no gráfico variando de acordo com a variável considerada.

6.4.2 – Resistência a compressão do concreto, f'_c

A Figura 6.10 apresenta a influência de f'_c sobre o índice de confiabilidade em diferentes relações de excentricidade ($e/d = 0,05, 0,10$ e $0,15$), destacando que pilares com f'_c de 35 MPa exibem, em geral, os menores valores de β . O maior número de índices abaixo de 3,5 é observado em e/d de 0,15 para f'_c de 35 MPa, enquanto, para f'_c de 20 MPa, essas ocorrências concentram-se em e/d de 0,05. As linhas de tendências indicam um comportamento decrescente de β com o aumento de f'_c de 20 MPa para 35 MPa, além de uma convergência dessas retas. O impacto negativo dessa transição é mais acentuado para maiores e/d de 0,10 e 0,15, com maior destaque para $e/d = 0,10$.

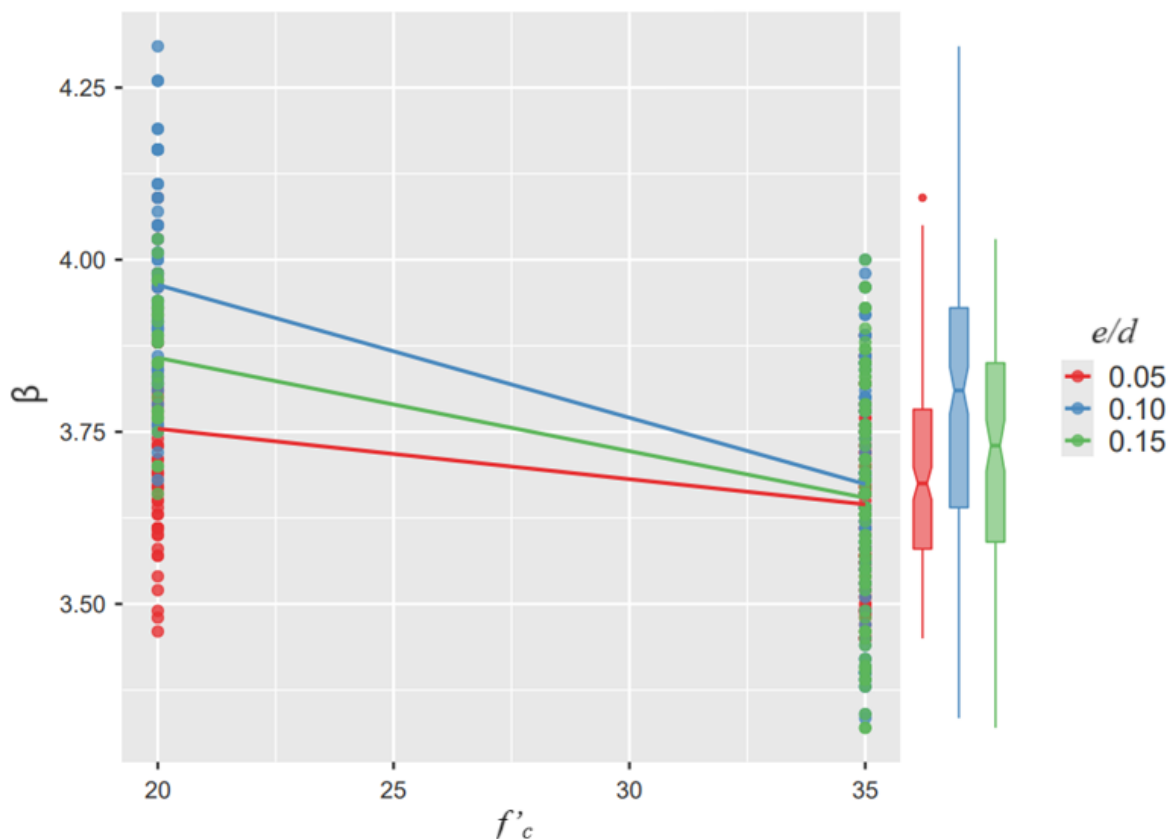


Figura 6.10 – β e f'_c

A análise das Tabelas 6.1 a 6.3 confirma essas tendências, revelando que os melhores desempenhos observados nos pilares com f'_c de 20 MPa podem ser atribuídos à maior ductilidade do concreto de menor resistência. Essa característica possibilita uma maior

capacidade de deformação e redistribuição de tensões antes da falha, resultando em índices de confiabilidade mais elevados. Apenas em três casos os pilares com f'_c de 20 MPa apresentaram valores de β inferiores a 3,50, todos relacionados às três relações r na excentricidade e/d de 0,05 do pilar P47. Por outro lado, em pilares com f'_c de 35 MPa, o aumento do índice C_R , representado pelo uso de camadas adicionais de *PRFC*, promove ganhos mais efetivos em β , especialmente em e/d de 0,10 e 0,15.

Exemplos de pilares como P9, P29 e P49 mostram aumentos de β da ordem de 9,5% com a transição de 2 para 4 camadas de *PRFC*, variando de 3,53, 3,54 e 3,55 para 3,71, 3,75 e 3,76, respectivamente, para razões r de 0,50, 1,00 e 2,00. Resultados similares foram observados em outros pilares com f'_c de 35 MPa (P4, P24, P44, e P14, P34, P54), indicando que o confinamento melhora o comportamento não-linear, retardando a falha e mitigando os efeitos da menor ductilidade, especialmente sob maiores excentricidades. Em contraste, nos pilares com f'_c de 20 MPa, o aumento no índice C_R mantém β praticamente estável ou levemente reduzido, como evidenciado nos pilares P1, P21 e P41. Nessas condições, β variou de 3,88, 3,98 e 3,97 para 3,85, 3,94 e 3,97, respectivamente, com reduções percentuais de até 1,00%. Essa tendência também é observada em outros pilares com f'_c de 20 MPa, apresentando variações percentuais semelhantes, confirmando a estabilidade ou ligeira redução nos índices de confiabilidade nessas condições.

Portanto, os resultados indicam que concretos de 20 MPa apresentam melhores índices de confiabilidade, possivelmente em função de sua maior ductilidade. Por outro lado, concretos de 35 MPa, apesar de menos dúcteis, demonstram melhorias mais significativas nos valores de β com o aumento do índice C_R . No entanto, mesmo com os ganhos proporcionados pelo confinamento, os índices de confiabilidade para f'_c de 35 MPa permanecem inferiores aos de 20 MPa, evidenciando as vantagens do concreto de menor resistência no contexto da análise de confiabilidade estrutural de pilares *CA-PRFC*.

6.4.3 – Razão entre as médias dos carregamentos, r

O gráfico apresentado na Figura 6.11 ilustra a influência da razão entre as médias da carga permanente e da sobrecarga (r) no índice de confiabilidade, considerando diferentes excentricidades relativas ($e/d = 0,05, 0,10$ e $0,15$). A análise dos dados revela uma tendência consistente de aumento de β à medida que r cresce, com esse efeito sendo particularmente marcante para as excentricidades $e/d = 0,05$ e $0,10$, onde o aumento de r gera os maiores ganhos

no índice de confiabilidade. Para a excentricidade relativa e/d de 0,10, os maiores valores de β são observados para todas as razões μ_{cp}/μ_{sc} , quando comparados às outras excentricidades analisadas. Esse aumento de β com a razão r pode ser explicado pela menor variabilidade associada à carga permanente, que, quando mais expressiva no carregamento total, reduz as incertezas no cálculo da força solicitante a ser aplicada no pilar.

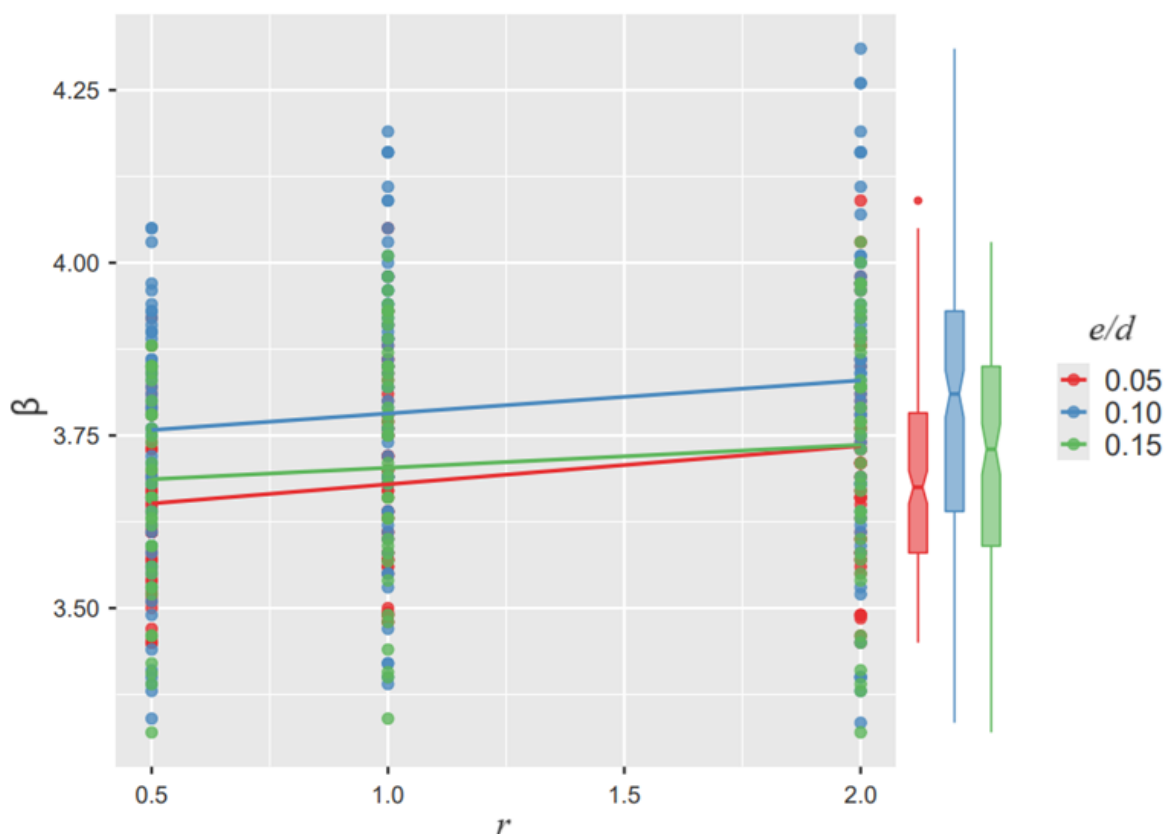


Figura 6.11 – β e r

No entanto, a análise também aponta que os menores valores de β não estão diretamente associados à variação da relação r , como seria esperado. Em teoria, os maiores valores de β nessas condições seriam esperados para $r = 2,00$. No entanto, essa expectativa não se verifica consistentemente em todos os cenários, sugerindo que outros fatores, além da relação r , desempenham um papel significativo na determinação dos menores valores de β . Isso sugere uma possível limitação nas recomendações do modelo de cálculo do ACI 440.2R (2017), que foi calibrado para cargas centradas e não captura adequadamente as interações complexas entre pilares *CA-PRFC* sob cargas excêntricas nas condições de β mínimos e as variações nas proporções de carregamento.

6.4.4 – Taxa de armadura longitudinal, ρ_{sL}

O gráfico apresentado na Figura 6.12 ilustra a influência da taxa de armadura longitudinal (ρ_{sL}) nos índices de confiabilidade dos pilares *CA-PRFC*, revelando um comportamento específico para diferentes excentricidades. Observa-se que, para a excentricidade e/d de 0,15, a linha de tendência linear exibe uma inclinação negativa, o que contrasta com o aumento significativo de β nas outras excentricidades à medida que ρ_{sL} aumenta. Esse comportamento peculiar pode ser atribuído à menor quantidade de dados disponíveis para os pilares com ρ_{sL} mais altas (S2), que, em grande parte, não apresentaram valores de β .

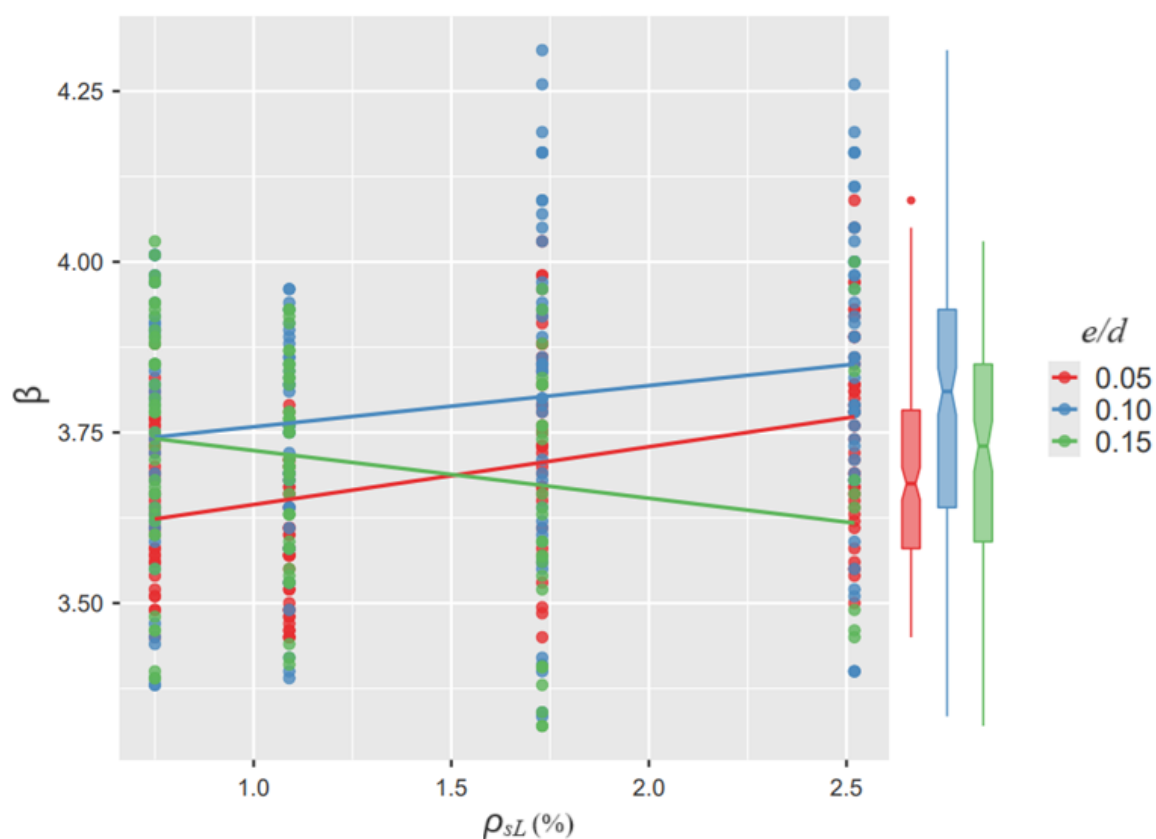


Figura 6.12 – β e ρ_{sL}

A partir da análise da Tabela 6.3, verificou-se que, nos pilares com e/d de 0,15, foi possível observar que índices de confiabilidade superiores a 3,50 foram alcançados com uma taxa de armadura longitudinal de apenas 0,75%, o que é inferior ao mínimo recomendado pelo ACI 318 (2014), como observado no pilar P21. Apesar do desempenho satisfatório em termos de confiabilidade, esses pilares não atendem integralmente às diretrizes do ACI 440 (2017), devido às limitações impostas pela Equação 3.1, como detalhado nas Tabelas B.1 a B.4 do Apêndice B. Esses valores de β observados estão associados a pilares com índices de confinamento por

PRFC superiores ao mínimo exigido, conforme exemplificado pelos pilares P21 a P25, e, de maneira mais destacada, no intervalo entre os pilares P41 e P45. Esses resultados evidenciam que, embora o confinamento adicional ofereça melhorias significativas no desempenho estrutural de pilares estruturalmente deficientes, ainda existem restrições normativas que limitam a utilização dessa técnica em pilares *CA* com baixa taxa de armadura longitudinal.

Além disso, observa-se uma tendência de valores mais elevados de β nos pilares com o arranjo *S2* de armadura longitudinal para as excentricidades e/d de 0,05 e 0,10, em comparação ao arranjo *S1*, conforme ilustrado nas Figuras 6.4 e 6.5. O aumento da taxa de armadura longitudinal tende a reduzir a sensibilidade dos pilares às variabilidades de materiais, como o concreto, além de aumentar a redundância estrutural. Em condições últimas de resistência, a armadura longitudinal de pilares com maior ρ_{sL} pode atuar como uma reserva de capacidade resistente, especialmente quando o pilar é dimensionado na região de domínio de ruptura à compressão. Esse efeito foi observado apenas quando a relação mínima de confinamento por *PRFC* foi garantida, conforme as recomendações do ACI 440.2R (2017).

Por outro lado, a análise para e/d de 0,15, apresentada na Figura 6.6, revela desafios importantes. A maioria dos pilares com configuração *S2*, associados a f'_c de 20 MPa, apresentou interações na região de domínio à tração, evidenciando uma limitação significativa das prescrições de cálculo do ACI 440.2R (2017), que se concentram predominantemente na região de ruptura por compressão. Essa restrição reduz a aplicabilidade do modelo nessas condições específicas e, como consequência, impediu a determinação dos valores de β , dificultando a comparação direta com os resultados das demais excentricidades.

Ainda, verificou-se que, para uma taxa de armadura de 1,73%, houve a maior variabilidade nos resultados de β , com flutuações significativas, seguida pela taxa de armadura de 2,52%. Essa variação evidencia a sensibilidade do desempenho estrutural em relação às diferentes taxas de armadura, particularmente sob condições de maior excentricidade. Embora essas taxas resultem nos melhores índices de confiabilidade, também promovem comportamentos estruturais menos previsíveis.

De forma complementar, em alguns pilares, como P03, P04, P05 e seus pares P13, P14 e P15, com excentricidades de e/d de 0,10 e e/d de 0,15, foi identificado um comportamento inesperado. O aumento da taxa de armadura longitudinal (ρ_{sL}) resultou em uma leve redução nos valores de β , efeito que não foi verificado para a excentricidade e/d de 0,05, onde o aumento

de ρ_{sL} não alterou significativamente os índices de confiabilidade. Esse comportamento também foi observado nos pilares P08, P09 e P10, e seus pares P18, P19 e P20, reforçando essa tendência. Importante notar que todos esses pilares possuem um índice C_R de 74% e concreto com resistência à compressão de 35 MPa. Esses resultados sugerem que o aumento da taxa de armadura longitudinal pode prejudicar a eficácia do confinamento em pilares com baixo índice de confinamento por *PRFC*, particularmente quando há maiores gradientes de deformação e concreto de maior resistência. Esse efeito parece ocorrer independentemente da taxa de armadura volumétrica, indicando a complexidade da interação entre armadura longitudinal e o confinamento por *PRFC*.

6.4.5 – Taxa volumétrica de armadura, ρ_{sw}/ρ_{min}

A análise apresentada no gráfico da Figura 6.13 demonstra a relação entre o índice de confiabilidade e a relação ρ_{sw}/ρ_{min} , evidenciando um aumento expressivo de β à medida que ρ_{sw}/ρ_{min} cresce, independentemente das excentricidades relativas (e/d) avaliadas. Valores de β inferiores a 3,50 foram predominantemente observados em relações ρ_{sw}/ρ_{min} menores que 62,16%, sendo essa condição mais frequente na excentricidade relativa $e/d = 0,15$.

Os maiores valores de β foram registrados para e/d de 0,10, especialmente quando ρ_{sw}/ρ_{min} se aproxima de 100%. Contudo, à medida que esse limite é ultrapassado, os melhores desempenhos passam a ocorrer com e/d de 0,15, indicando um comportamento estrutural distinto em excentricidades maiores. Esse resultado reflete a importância do confinamento proporcionado pelo *PRFC* em combinação com a armadura transversal, cuja interação desempenha um papel fundamental na melhoria do desempenho estrutural. Nessas condições, o confinamento conjunto minimiza tensões internas desbalanceadas, melhora a redistribuição de esforços e aumenta a capacidade resistente dos pilares *CA-PRFC*. Esse efeito se torna mais evidente em situações de maior excentricidade, onde a interação entre o *PRFC* e armaduras transversais em taxas volumétricas mínimas ou superiores contribui significativamente para índices de confiabilidade acima de 3,50.

Adicionalmente, os menores valores de β , mesmo em situações onde ρ_{sw}/ρ_{min} excede 62,16%, foram predominantemente associados à excentricidade relativa e/d de 0,05. Apesar dessa limitação, o ganho de resistência proporcionado pelo confinamento com *PRFC* demonstrou ser suficiente para garantir índices de confiabilidade adequados ($> 3,50$) em todos os cenários de projeto. Em contrapartida, quando a deficiência na taxa de armadura transversal é significativa

(> 37,84%), os menores valores de β estão majoritariamente vinculados às excentricidades relativas e/d de 0,10 e 0,15, evidenciando um impacto mais acentuado dessas condições em gradientes de deformação maiores.

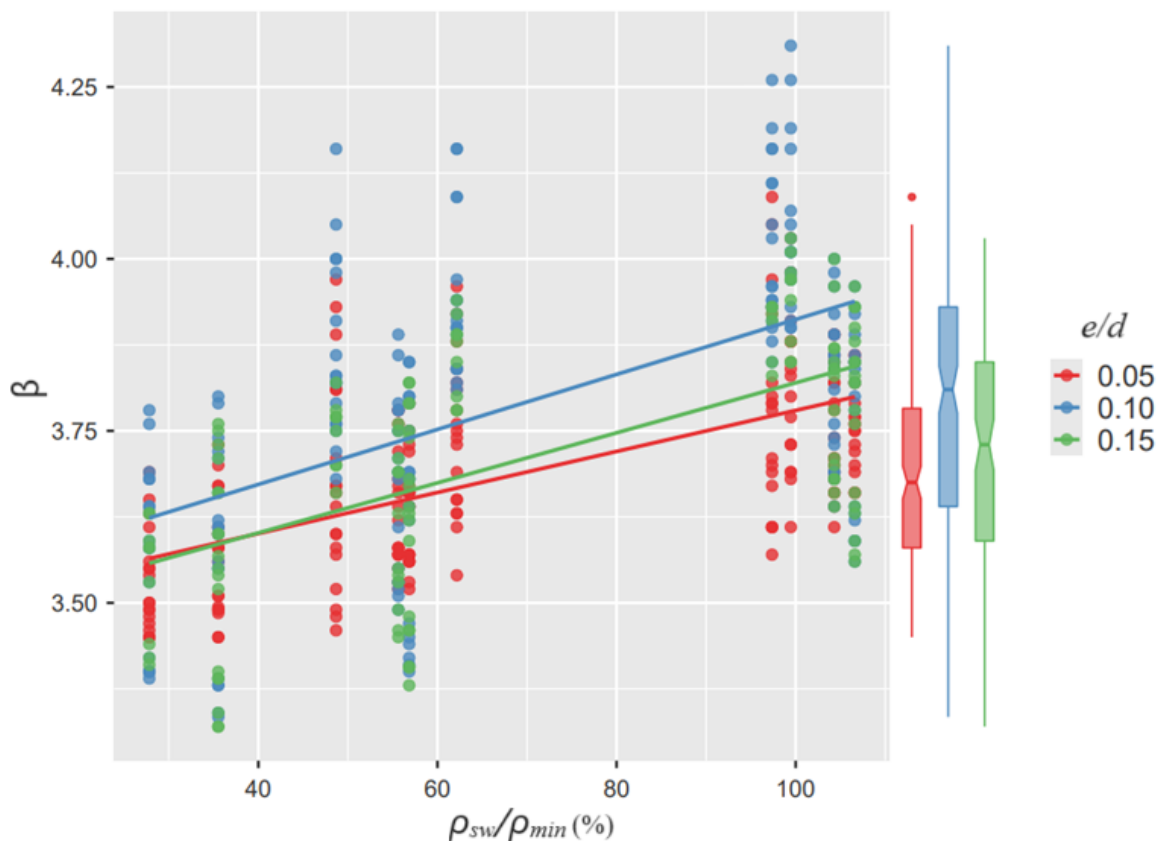


Figura 6.13 – β e ρ_{sw}/ρ_{min}

Nesse sentido, os pilares que registraram valores de β abaixo do recomendado pelo ACI 440.2R (2017) apresentaram, além de deficiências significativas na relação ρ_{sw}/ρ_{min} , baixos índices de confinamento (C_R). Essas limitações estavam frequentemente associadas a configurações com apenas duas camadas de *PRFC*, restringindo o potencial de confinamento efetivo do concreto. Essa relação, representada no gráfico da Figura 6.15 e detalhada na Tabela 5.1, evidencia a necessidade de um monitoramento tanto da taxa de armadura volumétrica quanto do índice C_R durante o projeto de pilares *CA-PRFC*, a fim de garantir um desempenho estrutural compatível com as exigências normativas quanto ao índice de confiabilidade.

6.4.6 – Índice de confinamento, C_R

O gráfico da Figura 6.14 evidencia a relação entre o aumento do índice C_R e a melhoria nos valores de β , especialmente em situações de maior excentricidade relativa. Essa influência se

destaca particularmente para e/d de 0,10 e 0,15, como demonstrado pela ascensão pronunciada das linhas de tendência linear nessas condições. Em contrapartida, valores de β abaixo de 3,50 estão associados a C_R inferiores a 100%, independentemente da excentricidade, conforme observado nos pilares P05, P10 e P15. Nessas situações, o aumento da relação e/d demonstrou exercer um impacto negativo no desempenho estrutural desses elementos.

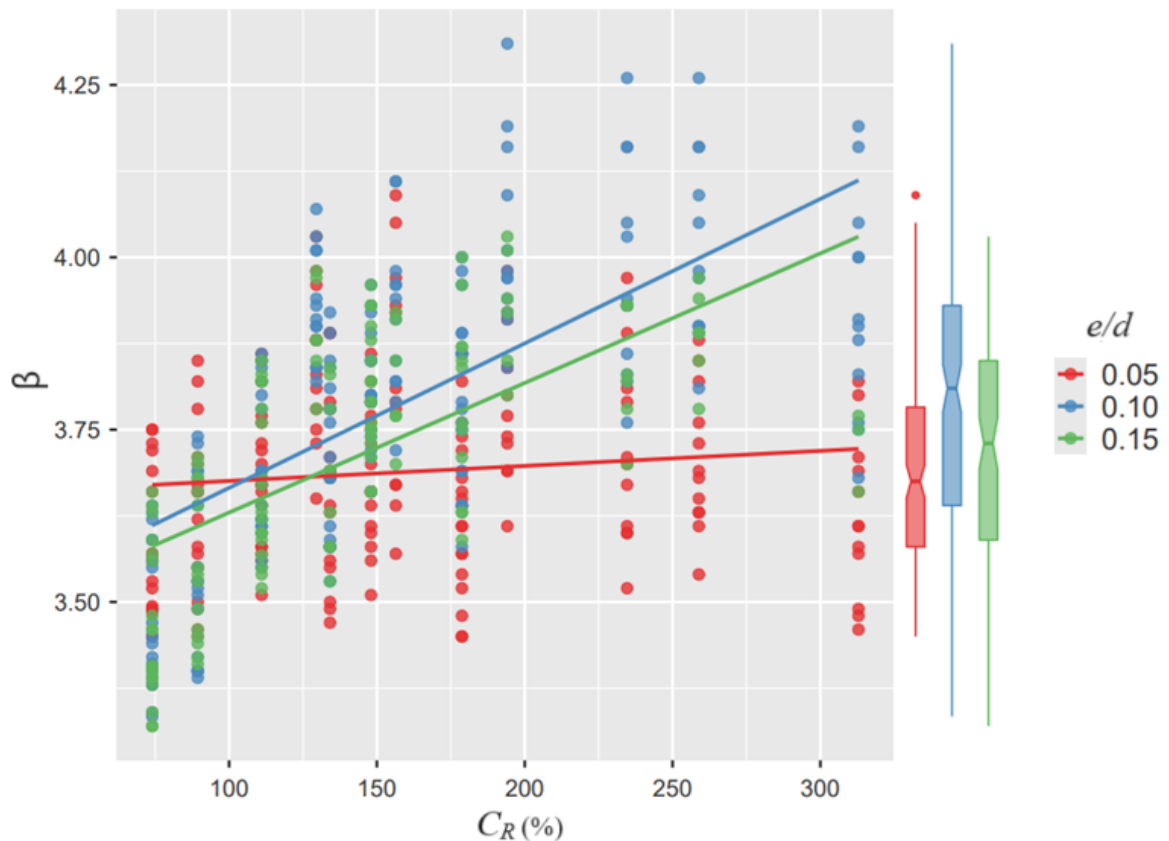


Figura 6.14 – β e C_R

Para e/d de 0,05, a inclinação mais suave da linha de tendência sugere um crescimento menos expressivo de β nessa condição. De forma peculiar, os melhores resultados para essa excentricidade ocorreram em pilares com níveis insuficientes de confinamento ($f_i/f'_c < 0,08$), indicando que, nessa faixa, o aumento do índice C_R tem uma eficácia limitada. Embora o confinamento adequado geralmente proporcione um desempenho superior, alguns pilares com $e/d = 0,05$ apresentaram valores de β abaixo do limite recomendado pelo ACI 440.2R (2017), ficando consistentemente menores em comparação com os resultados obtidos para e/d de 0,10. Por exemplo, os pilares P30 e P50 registraram valores de β entre 3,45 e 3,49 em determinadas relações r , com taxas de armadura longitudinal de 1,09% e relações ρ_{sw}/ρ_{min} de 27,82%, além de C_R de 134,12% e 178,75%, respectivamente. Esses casos, embora situados no intervalo entre

3,00 e 3,50, são os mais próximos das previsões do ACI 440.2R (2017) para condições de baixas taxas de armadura longitudinal e "alto" confinamento.

No entanto, o ACI 440.2R (2017) não estabelece de forma clara a classificação dos níveis de confinamento como baixos, médios ou altos, o que dificulta uma avaliação precisa desses parâmetros. Como referência, pilares com C_R de 194,12% apresentaram os melhores resultados, excedendo significativamente o valor mínimo de β de 3,50. Para excentricidades maiores, como em e/d de 0,15, pilares como P30 e P50 atenderam ao requisito mínimo de $\beta = 3,50$, evidenciando a maior eficiência do sistema aço/concreto/*PRFC* nessas condições.

Essa tendência é reforçada pelos dados das Tabelas 6.1 a 6.3, que confirmam o comportamento observado. O pilar P47, com C_R de 312,88%, exemplifica esse comportamento ao apresentar valores de β de 3,46, 3,48 e 3,49 para r de 0,50, 1,00 e 2,00, respectivamente, em e/d de 0,05. Por outro lado, para e/d de 0,15, os valores de β aumentaram para 3,66, 3,75 e 3,77, destacando o impacto positivo de melhores taxas de confinamento em condições de maior excentricidade.

6.4.7 – Taxa de armadura volumétrica, ρ_{sw}/ρ_{min} versus C_R

A análise da Figura 6.15 ilustra a relação entre o índice de confiabilidade, a taxa de armadura volumétrica (ρ_{sw}/ρ_{min}) e o índice de confinamento (C_R). Observa-se que, mesmo em pilares com C_R de 74% e 89,38%, foi possível alcançar valores de β superiores a 3,50, desde que a taxa ρ_{sw}/ρ_{min} estivesse próxima de 100%. Por outro lado, os menores valores de β foram registrados para as mesmas condições de C_R (74% e 89,38%), mas com valores de ρ_{sw}/ρ_{min} reduzidos, variando entre 27,82%, 35,52% e 56,84%. Esses resultados indicam desafios no dimensionamento de pilares *CA-PRFC* nessas condições, especialmente devido às limitações do modelo proposto por Lam e Teng (2003), que parece não refletir adequadamente o comportamento integrado dos materiais confinantes.

Embora a obtenção de índices de confiabilidade superiores a 3,50 seja possível com taxas de armadura volumétrica abaixo do mínimo especificado pelo ACI 318 (2014), essa situação ocorre predominantemente quando o nível de confinamento por *PRFC* está em conformidade com as recomendações do ACI 440.2R (2017). Contudo, a análise das Tabelas 5.1 e 6.1 a 6.3, juntamente com os dados da Figura 6.15, revela exceções a essa tendência. Por exemplo, o pilar P47A, com C_R de 312,88% e ρ_{sw}/ρ_{min} de 48,68%, não atingiu o índice de confiabilidade de 3,50. De forma semelhante, os pilares P30A e P50A, com taxas volumétricas de armadura de 27,82% e índices C_R de 134,12% e 178,75%, respectivamente, também não alcançaram o valor de β

alvo. Esse comportamento ressalta que, para que se atinja um β superior a 3,50, é necessário que a taxa de armadura volumétrica ρ_{sw}/ρ_{min} seja, no mínimo, 62,16%. Esse valor foi identificado na pesquisa como o ponto de inflexão, a partir do qual todos os pilares, independentemente do nível de confinamento, apresentam índices de confiabilidade superiores a 3,50.

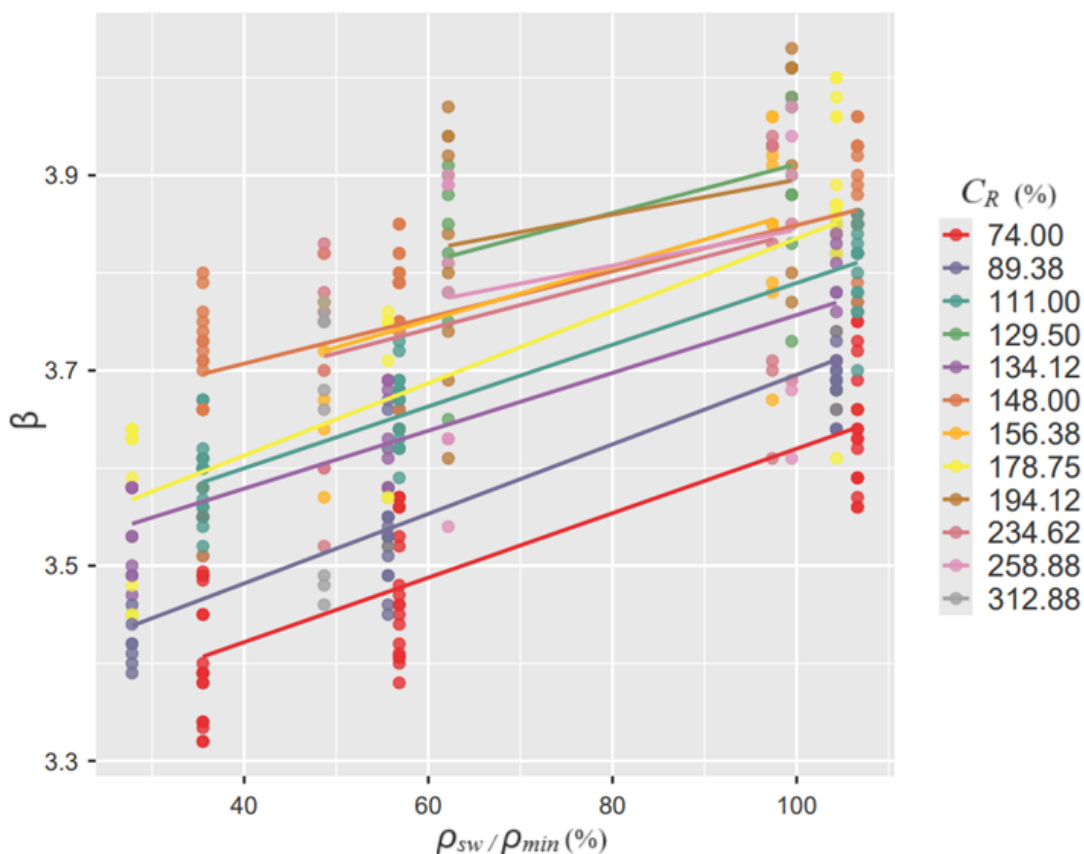


Figura 6.15 – β em função de ρ_{sw}/ρ_{min} e C_R

6.5 - Análise de e/d no comportamento e na confiabilidade de pilares CA-PRFC

Os resultados obtidos neste estudo destacam a significativa influência da excentricidade sobre a dispersão dos índices de confiabilidade, com níveis de incerteza mais baixos observados para e/d de 0,05. Este comportamento está em consonância com as expectativas de calibração das equações para diferentes comportamentos estruturais. À medida que a excentricidade aumentou até e/d de 0,10, foi identificado um efeito positivo no índice de confiabilidade, embora acompanhado de maior variabilidade. Essa relação sugere que condições de maior excentricidade resultam em respostas estruturais mais complexas e menos previsíveis,

reforçando a observação de que precisão e desempenho nessas condições podem não coexistirem.

Na faixa de $e/d = 0,10$, os pilares apresentaram, de forma geral, o menor aumento de resistência pós-confinamento, como demonstrado na Tabela B.8 do Apêndice B. Além disso, nessas condições, os pilares excederam de forma menos significativa o limite de acréscimo de resistência estabelecido pela Equação 3.1, conforme indicado nos quadros resumo das Tabelas B.1 a B.4. A comparação entre as resistências previstas pelas Equações 3.5 e 3.6 e o diagrama de interação $P-M$ (Tabela B.6 do Apêndice B) revelou que, para excentricidades inferiores a $e/d = 0,05$, as resistências previstas foram consistentemente superadas. Esses achados ressaltam a importância de uma análise aprofundada das interações entre as equações propostas e as condições de excentricidade, com o objetivo de otimizar o desempenho de pilares $CA-PRFC$ sujeitos a gradientes de deformação. Ademais, essa análise pode garantir uma aplicação mais precisa das equações para cenários de compressão pura e flexo-compressão.

O comportamento distinto do sistema de confinamento em pilares $CA-PRFC$, em relação aos pilares convencionais de concreto armado (CA), é evidenciado no diagrama de interação $P-M$ simplificado. Os pontos de interesse B e C (Tabela B.7 do Apêndice B) são atingidos em excentricidades menores nos pilares $CA-PRFC$, refletindo o impacto do confinamento proporcionado pelo $PRFC$. Esse efeito resulta em falhas para valores de e/d significativamente mais baixas, com uma redução progressiva de e/d no instante da ruptura, à medida que o índice de confinamento (C_R) aumenta. Tal comportamento enfatiza a necessidade de incorporar essas diferenças no processo de dimensionamento, visando otimizar a eficiência estrutural dos pilares $CA-PRFC$.

Adicionalmente, destaca-se a vulnerabilidade associada à ruptura frágil do $PRFC$ no sistema de confinamento de pilares $CA-PRFC$, um fenômeno que pode ser potencializado dependendo das condições analisadas. Esse risco está relacionado à limitada sensibilidade do modelo proposto pelo ACI 440.2R (2017) em cenários críticos de projeto, especialmente aqueles que envolvem maior resistência a compressão do concreto (f'_c) e menores relações ρ_{sw}/ρ_{min} , sobretudo na presença de gradientes significativos de deformação. Os valores de β próximos ao ponto A, observados para e/d de 0,001 (Tabela 6.4), indicam que o fator de redução de 0,85 pode exercer um impacto positivo nos índices de confiabilidade. Esse fator mostra-se mais eficaz em excentricidades relativas menores, até aproximadamente e/d de 0,048 (Tabela B.6 do Apêndice B), valor que corresponde ao limite superior do intervalo estabelecido pelo coeficiente de 0,85

nas condições avaliadas para os pilares *CA-PRFC*. Esse fator de redução de 0,85 se observa de forma consistente em excentricidades relativas menores, quando comparados aos pilares *CA*.

6.6 - Cenários-limite e médios na análise de confiabilidade de pilares *CA-PRFC*

As normas técnicas frequentemente utilizam o índice de confiabilidade médio como referência para estabelecer o β_{alvo} em suas recomendações, visando garantir níveis adequados de segurança e desempenho estrutural. Contudo, a análise de cenários extremos, representados pelos valores mínimos e máximos de β , é necessária para compreender as condições limite que afetam a confiabilidade de elementos ou sistemas estruturais. Este estudo investiga os comportamentos associados aos menores e maiores índices de confiabilidade em pilares *CA-PRFC*, estabelecendo sua relação com os valores médios. A investigação explora a influência de variáveis como: excentricidade, taxa de confinamento e taxas de armadura, entre outras, com o objetivo de compreender as condições que impactam o desempenho estrutural em pilares *CA-PRFC*. Essa abordagem busca fornecer subsídios para um dimensionamento mais criterioso e seguro. Os resultados evidenciam uma expressiva dispersão nos valores de β , ressaltando a importância de considerar cenários-limite para garantir maior rigor e representatividade no projeto desses elementos estruturais.

Os menores índices de confiabilidade foram associados a aumentos na excentricidade relativa (e/d), que resultaram em reduções nos valores de β . Por outro lado, os maiores índices demonstraram comportamento oposto, com incrementos proporcionais ao aumento de e/d e da relação r . Entre os pilares com menores índices, destacaram-se o P15 e o P50. O pilar P15 apresentou um índice de confinamento ($C_R = 74\%$) inferior ao recomendado pelo ACI 440.2R (2017), enquanto o P50 exibiu um C_R de 178,78%. Ambos possuíam f'_c de 35 MPa e baixas taxas de armadura volumétrica ($\rho_{sw}/\rho_{min} = 35,52\%$ para P15 e 27,82% para P50). O P15 foi projetado com armadura longitudinal S2 ($\rho_{sL}=1,73\%$) e diâmetro de 580 mm, enquanto o P50 possuía ρ_{sL} de 1,09% e diâmetro de 480 mm. Os valores de β variaram de 3,32 (P15, $e/d = 0,15$) a 3,45 (P50, $e/d = 0,05$), sugerindo que o maior confinamento do pilar P50 resultou em desempenho superior no índice de confiabilidade.

Por outro lado, os maiores valores de β foram observados nos pilares P1, P16, P21, P31, P51 e P53. O pilar P16 foi o único com diâmetro de 480 mm, enquanto os demais tinham 580 mm, sendo o pilar P53 o único com $f'_c = 35$ MPa. O índice de confiabilidade variou uniformemente

com C_R , com os pilares P1 e P16 confinados com duas camadas de *PRFC* ($C_R = 129,50\%$ e $156,38\%$, respectivamente), P21 e P31 com três camadas ($C_R = 194,12\%$) e P51 e P53 com quatro camadas ($C_R = 258,88\%$ e $148,00\%$, respectivamente). Isso demonstra o efeito benéfico de se atingir a taxa mínima de confinamento *PRFC*. As taxas de armadura longitudinal (ρ_{sL}) variaram de $0,75\%$ a $2,52\%$, sendo que a taxa de $1,73\%$ foi a mais comum entre os pilares que apresentaram melhores resultados. Em relação à taxa volumétrica de armadura (ρ_{sw}/ρ_{min}), todos os pilares ficaram próximos ao valor recomendado pelo ACI 318 (2014), com exceção do P53, que superou o valor mínimo com espaçamento de 40 mm ($\rho_{sw}/\rho_{min} = 106,60\%$), enquanto as demais apresentaram espaçamento de 75 mm ($\rho_{sw}/\rho_{min} = 99,46\%$ e $97,36\%$ para P21). Deste modo percebe-se que a taxa volumétrica de armadura desempenha um papel importante para alcançar índices de confiabilidade alvo, especialmente valores acima de $3,80$. Nesta conjuntura, os valores de β variaram de $3,88$ (nos pilares P01 e P53) a $4,31$, com o maior valor observado no pilar P31 para uma excentricidade e/d de $0,10$.

Os valores médios de β se aproximaram da mediana e apresentaram os melhores resultados para $e/d = 0,10$ em todas as razões r . A análise desses índices de confiabilidade aponta para uma faixa entre $3,63$ ($P_f = 14,20 \times 10^{-5}$) a $3,82$ ($P_f = 6,60 \times 10^{-5}$), o que corresponde a uma variação de aproximadamente 215% na probabilidade de falha. Ao comparar com os extremos, os menores índices variaram de $3,32$ ($P_f = 45,60 \times 10^{-5}$) a $3,45$ ($P_f = 28,20 \times 10^{-5}$), representando aumentos respectivos de $321,13\%$ e $427,27\%$, na P_f em relação à variação média. Já os maiores valores de β , entre $3,92$ ($P_f = 4,40 \times 10^{-5}$) e $4,31$ ($P_f = 0,80 \times 10^{-5}$), indicaram uma redução de $3,23$ a $8,25$, vezes, respectivamente, na P_f , também em comparação com a variação média. A diferença entre o menor e o maior β resultou em um aumento de 57 vezes na probabilidade de falha. Os desvios padrão registrados para a P_f variaram entre $6,00$ a $10,32$, com respectivos coeficientes de variação entre $50,59\%$ e $82,30\%$, distribuídos conforme as variações de e/d e r , reforçando a importância de considerar as condições que geram os valores mínimos e máximos para maior representatividade em relação a β no cálculo de pilares *CA-PRFC*.

Por fim, considerando as combinações de e/d e r analisadas e seus respectivos valores médios, a probabilidade de falha típica³, obtida pela média aritmética desses cenários, foi de $12,12 \times 10^{-5}$, resultando em um índice de confiabilidade de $3,67$. O único valor de β médio inferior entre as combinações estudadas foi registrado para e/d de $0,05$ e r de $0,5$, enquanto todos os demais valores se mantiveram iguais ou superiores a essa marca. Os pilares que atingiram

³ Ver definição de "Probabilidade de falha típica" no glossário.

exatamente esse valor, sem variações para mais ou para menos, em alguma das relações de r , foram: P06A, P07A, P19A, P34A, P35A, P37A, P3C e P24C, destacando a maior proximidade desse índice com os valores de β médios obtidos para as excentricidades relativas e/d de 0,05 e 0,15, sendo mais evidente para e/d de 0,05.

6.7 - Confiabilidade de pilares *CA-PRFC*: Comparação com normas técnicas internacionais e outros documentos

A análise de confiabilidade é uma etapa necessária para a avaliação do desempenho e da segurança estrutural, especialmente quando se trata de elementos importantes para a estabilidade das edificações, como os pilares. A capacidade de garantir que esses componentes atendam aos requisitos de resistência e durabilidade ao longo do tempo é necessário para prevenir falhas e garantir o desempenho adequado da estrutura. Para isso, normas internacionais, como o *fib MC 2020* (2023), o Eurocode 2 e o ACI 440.2R (2017), estabelecem índices de confiabilidade alvo, que variam conforme o tipo de estrutura (nova ou existente), as consequências de falha e os custos envolvidos na implantação das medidas de segurança, conforme item 4.5. Esses índices permitem avaliar e quantificar a segurança e o desempenho estrutural de sistemas e elementos, considerando incertezas nas propriedades dos materiais, nas cargas aplicadas e nos modelos analíticos, além de orientar decisões sobre reforços ou reparos em estruturas.

A avaliação da confiabilidade de pilares *CA-PRFC* existentes apresenta maior complexidade devido a variáveis específicas, como o comportamento do concreto confinado, a interação do *PRFC* com a armadura existente, a excentricidade dos carregamentos e as condições particulares das estruturas existentes. Neste estudo, foram analisados os β desses pilares, com base nas recomendações do ACI 440.2R (2017), e a análise foi ampliada com diretrizes do *fib* e do Eurocode 2. A pesquisa compara os índices de confiabilidade registrados com os β_{alvo} tanto para estruturas novas quanto para as existentes, destacando a influência das características das variáveis de projeto nos resultados e avaliando a adequação dos índices às faixas recomendadas pelas normas e recomendações técnicas.

Os resultados deste estudo, que variam de 3,32 a 4,31, estão em conformidade com as recomendações do *fib MC 2020* (2023) para estruturas existentes, as quais estabelecem um índice de confiabilidade alvo entre 3,3 e 4,3 para um período de referência de 50 anos, com uma média de 3,8. O menor valor registrado, 3,32, foi observado no pilar P15C, que não atingiu

o confinamento mínimo exigido ($C_R = 74\%$). De outro lado, o pilar P50A, que atendeu a esse critério ($C_R = 178,75\%$), apresentou um índice de confiabilidade de 3,45.

No percentil de 90%, o menor valor registrado foi 3,79, situando-se dentro da faixa recomendada e próximo à média de 3,8, o que reforça a consistência dos índices de confiabilidade obtidos. No entanto, a proximidade dos valores de β com o limite inferior indica a necessidade de atenção a fatores como baixo índice de confinamento, baixa taxa volumétrica de armadura e possível degradação estrutural, que, embora não faça parte do escopo deste estudo, pode ser subestimada ou negligenciada no momento do reforço, além das incertezas associadas aos modelos de cálculo. A consideração desses aspectos é necessária para garantir níveis adequados de segurança ao longo da vida útil da estrutura.

No caso de estruturas novas e existentes, na ausência de estudos detalhados, os índices de confiabilidade podem ser adotados conforme as diretrizes do *fib*, que recomendam um β_{alvo} de 4,3 para elementos com altas consequências de falha. No entanto, observa-se que quase todos os valores obtidos ficaram abaixo desse patamar, indicando a necessidade de uma avaliação criteriosa das condições estruturais e das premissas adotadas no reforço. O único pilar que superou esse limite foi o P31B, com β de 4,31. Todavia, pilares como P32B, P36B e P37B apresentaram índices próximos, com valores de β de 4,16, 4,26 e 4,16, respectivamente. Esses pilares apresentaram características comuns, como f'_c de 20 MPa, confinamento com três camadas de *PRFC* ($C_R = 194,12\%$ e $234,62\%$) e armadura longitudinal na configuração *S2* ($\rho_{sL} = 1,73\%$ a $2,52\%$), além de $r = 2,00$.

O Eurocode 2, por sua vez, estabelece um intervalo de 3,1 a 4,3 para β_{alvo} em estruturas novas, levando em consideração as consequências significativas de falhas e os custos associados às medidas de segurança a serem implementadas. Os resultados obtidos neste estudo indicam que os valores de β superam o limite inferior do intervalo recomendado e se aproximam do superior, com apenas um caso ultrapassando esse limite, evidenciando a adequação dos índices encontrados em relação aos parâmetros estabelecidos pelo Eurocode 2, mesmo considerando os pilares analisados como elementos de estruturas existentes.

No que diz respeito ao ACI 440.2R (2017), que sugere um valor de β_{alvo} de 3,50 para reforços estruturais com *PRFC*, a maioria dos resultados obtidos neste estudo, são superiores a este valor, especialmente nas faixas média e superior. Isso indica que esses pilares analisados estão em conformidade com os parâmetros estabelecidos para reforços estruturais com *PRFC*,

conforme recomendado pelo ACI 440.2R (2017). No entanto, os índices de confiabilidade inferiores a 3,50, que representam menos de 10% dos resultados, podem estar associados a fatores específicos, como menor taxa de confinamento, maior resistência à compressão do concreto, redução da taxa de armadura volumétrica e valores mais elevados de e/d . Além disso, imprecisões no modelo tensão-deformação adotado pela recomendação normativa nesse contexto podem contribuir para a redução desses índices. Esses fatores podem ter contribuído para os índices mais baixos observados, destacando a importância de considerar as características específicas de cada elemento na tomada de decisões durante o projeto de pilares *CA-PRFC*.

6.8 – Resumo do capítulo

Este capítulo apresentou a análise de confiabilidade de 540 pilares circulares curtos em *CA-PRFC* sujeitos à flexo-compressão e os níveis de confiabilidade obtidos. Foram elaborados tabelas e gráficos que detalham os valores de P_f e de β para as diferentes condições de carregamento e excentricidades estudadas. Os resultados obtidos foram então organizados em um quadro resumo estatístico e acompanhados de histogramas, o que possibilitou a sua análise e discussão.

Os índices de confiabilidade variam de 3,32 a 4,31, com aproximadamente 10% desses valores situando-se abaixo da faixa de 3,45 a 3,55, ajustando-se conforme as alterações da excentricidade relativa e da relação r . A análise dos parâmetros de projeto na confiabilidade de pilares *CA-PRFC* revela que o diâmetro d tem pouca influência sobre β , com maior estabilidade observada nas excentricidades relativas de $e/d = 0,10$ e $e/d = 0,15$, e uma leve tendência de aumento de β para $e/d = 0,05$ à medida que o diâmetro aumenta. Pilares com $f'_c = 20$ apresentaram índices de confiabilidade superiores aos pilares com $f'_c = 35$, porém, o aumento do índice C_R tem impacto mais expressivo nos pilares com maior resistência à compressão, com β crescendo conforme C_R aumenta. A razão r também influencia positivamente, com maior impacto para $e/d = 0,05$ e $e/d = 0,10$. Além disso, o arranjo de armadura longitudinal e a razão ρ_{sw}/ρ_{min} mostraram-se de grande influência nos níveis de confiabilidade obtidos, com β aumentando significativamente à medida que essa relação cresce. Pilares com ρ_{sw}/ρ_{min} inferiores a 62,16% e C_R abaixo de 100% estão mais associados a índices de confiabilidade inferiores a 3,50.

Na análise dos cenários-limite (mínimos e máximos), os pilares com os maiores índices de confiabilidade apresentaram, predominantemente, um diâmetro de seção transversal de 580 mm e resistência à compressão do concreto $f'_c = 20$ MPa. O índice de confiabilidade variou uniformemente com C_R entre 129,50% e 258,88%, destacando-se C_R de 194,12%, com taxas de armadura longitudinal (ρ_{sL}) entre 0,75% e 2,52%, sendo a de 1,73% a mais frequente. A taxa volumétrica de armadura transversal (ρ_{sw}/ρ_{min}) assumiu os valores de 97,36%, 99,46% e 106,60%, indicando que a maioria dos pilares nestas condições estão próximos ou acima do valor mínimo recomendado pelo ACI 318 (2014).

Por outro lado, os pilares com menores índices de confiabilidade apresentaram $f'_c = 35$ MPa e baixas taxas de armadura volumétrica ($\rho_{sw}/\rho_{min} = 35,52\%$ e $27,82\%$), com taxas de armadura longitudinal de 1,73% e 1,09%. O diâmetro da seção transversal alternou entre 580 mm e 480 mm. Observou-se que é possível recuperar pilares que apresentam deficiências na taxa de armadura volumétrica, desde que essa deficiência não ultrapasse 37,84% do valor mínimo (ρ_{min}) em todos os cenários analisados.

A probabilidade de falha típica, calculada pela média aritmética das combinações de e/d e r , e seus respectivos valores médios, foi de $12,12 \times 10^{-5}$, resultando em um índice de confiabilidade de 3,67. O único valor médio inferior ocorreu para e/d de 0,05 e $r = 0,5$, enquanto os demais valores foram iguais ou superiores. Os pilares P06A, P07A, P19A, P34A, P35A, P37A, P3C e P24C atingiram exatamente esse índice, que mostrou maior proximidade com os valores médios de β obtidos para $e/d = 0,05$ e $e/d = 0,15$, sendo mais evidente para $e/d = 0,05$.

Na análise do impacto do processo de produção do *PRFC* nos índices de confiabilidade, observou-se que os níveis de confiabilidade para $COV = 0,15$ são ligeiramente inferiores àqueles para $COV = 0,05$, predominantemente. Destaca-se que, para a $e/d = 0,001$, que foi analisada de forma específica para avaliar o efeito do processo de produção do *PRFC*, os β apresentaram os melhores resultados gerais da pesquisa, com a maioria dos valores situando-se próximos a 4,0.

Adicionalmente, a contextualização das estruturas existentes foi realizada com base em $\beta_{alvo} = 3,50$ estabelecido para essas estruturas segundo o ACI 440.2R (2017), permitindo uma comparação entre este e os resultados obtidos. Além desta, a comparação dos β registrados foram confrontados com os β_{alvo} encontrados na literatura para estruturas novas e existentes. De

maneira geral, os resultados obtidos para β estão alinhados com as recomendações para estruturas existentes e novas.

7

Sumário, Conclusões e Sugestões

7.1 – Sumário

No projeto de elementos e sistemas de engenharia, a presença de incertezas é uma condição inerente. Por isso, é necessário que as ferramentas de análise utilizadas integrem métodos e conceitos para avaliar como essas incertezas afetam tanto o desempenho quanto a segurança dos elementos estruturais ou dos sistemas. Os princípios de probabilidade oferecem uma base matemática sólida para lidar com essas situações. Eles permitem a modelagem adequada da incerteza e a análise de seus impactos, possibilitando uma avaliação mais precisa dos riscos e das variabilidades associadas ao projeto.

Neste trabalho, foram aplicados princípios probabilísticos para avaliar o comportamento dos pilares *CA-PRFC* no estado limite último da resistência. O estudo envolveu o projeto de 540 pilares sujeitos à flexo-compressão, que foram inicialmente dimensionados conforme as diretrizes do ACI 318 (2014) e posteriormente reforçados de acordo com as recomendações do ACI 440.2R (2017).

O ACI 318 (2014) estabelece os requisitos mínimos para o dimensionamento estrutural de elementos, sistemas e conexões em edificações de concreto armado, abrangendo desde os materiais utilizados até o projeto e detalhamento das estruturas. Por outro lado, o ACI 440.2R (2017) fornece diretrizes específicas para o reforço ou recuperação de estruturas de concreto armado existentes utilizando *PRF*. Essas recomendações são aplicáveis em situações que envolvem deterioração das estruturas, deficiências no projeto ou na construção, mudanças na ocupação, ou a necessidade de atender aos requisitos das normas mais recentes.

O índice de confiabilidade alvo, β_{alvo} , para estruturas existentes, estabelecido pelo ACI 440 (2017), é de 3,50, podendo ocorrer uma variação entre 3,00 e 3,50 para casos específicos, como

aqueles com baixa taxa de armadura longitudinal e alto confinamento por *PRF*. Neste estudo, o valor de 3,50 foi adotado como referência para os pilares existentes em *CA-PRFC*, o que equivale a $P_f = 2,33 \times 10^{-4}$. Para avaliar o desempenho desses pilares, foi utilizada a simulação de Monte Carlo com 500.000 simulações, o que resultou em um erro percentual de aproximadamente 18,53% nas estimativas obtidas. Considerando a relação não linear entre o índice de confiabilidade e a probabilidade de falha, traduz-se em uma faixa de valores para o índice de confiabilidade, variando entre 3,45 a 3,55.

O modelo tensão-deformação desenvolvido por Lee *et al.* (2010) é o que mais se aproxima do comportamento real dos pilares *CA-PRFC*, considerando a interação entre o aço da armadura transversal e o *PRFC* no confinamento. Este modelo foi calibrado para cargas concêntricas. Para reforçar sua escolha, estudos como o de Teng *et al.* (2017), entre outros, concluíram que o uso de um modelo tensão-deformação calibrado para cargas concêntricas é aceitável quando o objetivo é exclusivamente a avaliação da capacidade resistente.

A análise de seções foi empregada para calcular a força resistente, enquanto a força solicitante (S_d) foi determinada por meio do processo de cálculo recomendado pelo ACI 440.2R (2017), conforme descrito no Anexo D, para pilares *CA-PRFC* sujeitos à flexo-compressão. Esses procedimentos foram implementados no software *Matlab*, seguindo a metodologia detalhada no Capítulo 5.

A *SMC* foi o método estatístico utilizado para obter amostragens aleatórias de grande escala, repetindo um número elevado de vezes os valores gerados através da distribuição de probabilidades de cada variável básica. Desta forma, junto com a função de desempenho foram possíveis o cálculo das probabilidades de falha e, a partir daí, o índice de confiabilidade.

Tendo em vista este arcabouço, o principal objetivo deste estudo foi:

- Avaliar os níveis de confiabilidade implícitos nas recomendações normativas do ACI 440.2R (2017), para projeto de pilares curtos em concreto armado confinados com *PRFC*, sujeitos à flexo-compressão;

A partir desse objetivo central, buscou-se também:

- Identificar os níveis de confiabilidade atingidos, através de um modelo tensão-deformação que contemplasse o ganho de resistência devido ao confinamento proporcionado pelo aço da armadura transversal e a presença da armadura longitudinal;

- Avaliar a influência dos diversos parâmetros de projeto na probabilidade de falha e nos níveis de confiabilidade obtidos; e
- Discutir os níveis de confiabilidade obtidos com vistas à definição de índices de confiabilidade alvo para a reabilitação ou reforço de estruturas existentes.

Para alcançar esses objetivos, várias etapas foram necessárias, incluindo a revisão das prescrições do ACI 318 (2014) e do ACI 440.2R (2017) para o dimensionamento e reforço de pilares curtos em *CA-PRF*; o estudo detalhado do compósito *PRF*; a definição das estatísticas correspondentes às variáveis básicas de projeto; o estudo dos métodos de análise de confiabilidade; a seleção de uma função de desempenho e do método de análise de confiabilidade mais adequado; e a seleção inicial de 60 pilares curtos com seções transversais representativas do problema proposto, posteriormente ampliadas para um total de 540 pilares, utilizando os parâmetros de interesse definidos no estudo, incluindo três valores distintos para a relação e/d e três valores para a relação r .

Além disso, foi necessário a implementação de procedimento determinístico para o cálculo das forças resistentes e solicitantes, utilizando para tal a plataforma *MatLab*. O programa *BRACCO* (ver Apêndice C) foi desenvolvido para empregar a *SMC* no cálculo da probabilidade de falha e no respectivo índice de confiabilidade dos pilares curtos confinados com *PRFC* sujeitos à flexo-compressão. Por fim, foi conduzida uma análise dos níveis de confiabilidade obtidos para os pilares selecionados. Essa análise incluiu a elaboração de gráficos e tabelas, complementada pela aplicação de estatísticas para a avaliação dos parâmetros de interesse. Os resultados dessa avaliação permitiram a formulação das conclusões apresentadas na Seção 7.2, onde são apresentados os principais achados e implicações do estudo.

7.2 - Conclusões

Neste estudo, foi realizada uma análise de confiabilidade para pilares *CA-PRFC* sujeitos à flexo-compressão no estado limite último da resistência. Ao todo, foram projetados 540 pilares, inicialmente seguindo as diretrizes do ACI 318 (2014) e, em seguida, reforçados conforme as orientações do ACI 440.2R (2017). Com base nos resultados obtidos, as conclusões a seguir são apresentadas:

- A análise de confiabilidade por meio da *SMC*, com 500.000 iterações, possibilitou uma modelagem precisa das condições estruturais reais dos pilares *CA-PRFC*, incorporando

variabilidades e incertezas inerentes e epistêmicas. Complementada por um procedimento determinístico conciso, a análise destacou a importância e a qualidade das informações utilizadas, contribuindo para o avanço do conhecimento sobre a confiabilidade estrutural desses elementos. Além disso, a abordagem apontou ajustes necessários no ACI 440.2R (2017), fornecendo subsídios para a calibração das normas do setor, considerando os valores de β registrados, além de possibilitar a verificação do alinhamento com diretrizes internacionais.

- Os índices de confiabilidade obtidos, variando de 3,32 a 4,31, estão em conformidade com as recomendações para estruturas existentes, que estabelecem valores entre 3,3 e 4,3 segundo o *fib MC 2020* (2023). Aproximadamente 90% dos resultados ficaram abaixo da média de 3,8 estipulada pelo *fib*, enquanto cerca de 90% superaram o limite de 3,5 definido pelo ACI 440.2R (2017), com 80% concentrando-se no intervalo de 3,5 a 3,8. No entanto, a dispersão dos valores de β revela uma tendência de maior concentração na metade inferior da faixa recomendada pelo *fib MC 2020*, destacando a necessidade de avaliar fatores que podem influenciar negativamente o desempenho estrutural ou que são frequentemente omitidos. Dentre esses fatores, destaca-se a interação entre a armadura transversal e o *PRFC*, além da contribuição da armadura longitudinal presente nas colunas *CA* existentes. Esses aspectos podem determinar a viabilidade do reforço e impactar diretamente a eficiência do elemento estrutural, e, portanto, devem ser integrados de forma criteriosa no projeto de pilares *CA-PRFC*. Em particular, essa integração torna-se fundamental para configurações que apresentam índices de confiabilidade próximos aos limites inferiores, sobretudo nos $\approx 10\%$ dos casos em que β ficou abaixo do valor de 3,50 recomendado pelo ACI, assegurando que o desempenho estrutural esteja alinhado com os critérios de segurança estabelecidos.
- A pesquisa destacou a relevância da interação entre a armadura transversal e o *PRFC* no confinamento de pilares *CA*, evidenciando que essa interação impacta o desempenho desses elementos. Os melhores resultados foram obtidos quando a relação ρ_{sw}/ρ_{min} se aproximou de 100% e os índices de C_R foram quase duas vezes superiores ao mínimo recomendado pelo ACI 440.2R (2017). No entanto, β_{alvo} não foi alcançado em todos os cenários, mesmo sob condições favoráveis de confinamento proporcionado pelo *PRFC*. O estudo sugere que o modelo de confinamento proposto pelo ACI 440.2R (2017), ao não considerar adequadamente essa interação, pode comprometer a precisão dos

resultados e comprometer a tomada de decisões. Portanto, a pesquisa se mostra como uma abordagem alternativa para avaliar a confiabilidade de pilares *CA-PRFC*, que leve em consideração a interação entre aço e *PRFC* sob diferentes gradientes de deformação.

- A excentricidade relativa exerce um impacto significativo na dispersão de β , com comportamentos distintos conforme os valores de e/d . A análise indica que, para valores de e/d até 0,10, a excentricidade contribui para a melhoria dos índices de confiabilidade, resultando em valores crescentes, embora acompanhados por maior variabilidade. Por outro lado, para e/d inferiores ou superiores a 0,10, observam-se impactos diferenciados no desempenho estrutural, em alguns casos comprometendo a viabilidade do dimensionamento. No entanto, a abordagem atual do ACI 440.2R (2017) não reflete adequadamente o desempenho dos pilares *CA-PRFC* em cenários de flexo-compressão, especialmente para valores de e/d superiores a 0,10. Esses resultados reforçam a necessidade de revisar os limites de aplicação do modelo nessas condições, bem como a aplicabilidade do Anexo D e das equações 3.5 e 3.6.
- A análise do comportamento do sistema de confinamento em pilares *CA-PRFC*, em comparação aos pilares *CA*, revela diferenças significativas no diagrama de interação $P-M$ simplificado, com falhas ocorrendo em e/d menores nos pilares *CA-PRFC*. Esse comportamento, influenciado pelo confinamento do *PRFC*, ressalta a necessidade de considerar essas particularidades na proposição de recomendações normativas. Além disso, a pesquisa destaca a vulnerabilidade do *PRFC* à ruptura frágil, principalmente em condições de β mínimos, e a limitada sensibilidade do modelo ACI 440.2R (2017) nesses cenários. Essas situações estão predominantemente associadas a valores elevados de f'_c e altas e/d . O estudo também sugere que o fator de redução de 0,85 tem impacto positivo em β , especialmente para e/d reduzidas, até $\approx 0,048$, comportamento observado de forma consistente em e/d menores em comparação aos pilares *CA*.
- O modelo de Lee *et al.* (2010) mostrou-se eficaz na análise de pilares *CA-PRFC* submetidas à flexo-compressão, apesar de não ter sido originalmente calibrado para essa aplicação, ao passo que o modelo de Lam e Teng (2003) apresentou limitações em cenários específicos. Estas limitações incluem superestimativas da resistência em condições de maior resistência a compressão do concreto (f'_c de 35 MPa), e baixa relação ρ_{sw}/ρ_{min} , além de subestimativas em pilares com f'_c de 20 MPa e armadura transversal

próxima de ρ_{min} . Esses resultados destacam as limitações do modelo de Lam e Teng (2003) em situações típicas de reforço estrutural em pilares com baixa relação ρ_{sw}/ρ_{min} . No entanto, o modelo apresenta boa aderência em cenários de recuperação estrutural, especialmente em pilares com menor f'_c , mesmo na presença de gradientes de deformação. Essas limitações podem ser ampliadas, caso seja considerado a compatibilização das deformações entre o modelo de Lee *et al.* (2010) e as diretrizes do ACI 318 (2014), no que se refere à contribuição do concreto não confinado no sistema de confinamento, resultando em menores valores no vetor de resistência. Contudo, as observações feitas contribuem para o direcionamento para revisões das diretrizes normativas, fornecendo subsídios para o aprimoramento do ACI 440.2R (2017) no contexto de pilares *CA-PRFC*.

- A análise dos parâmetros de projeto na confiabilidade dos pilares *CA-PRFC* destaca a importância de uma avaliação detalhada das variáveis no dimensionamento. Fatores como e/d , f'_c , a relação ρ_{sw}/ρ_{min} , ρ_{sL} e o índice C_R têm influências significativas em β . A e/d de 0,10 se destacou, resultando em valores superiores de β , especialmente com índices C_R mais altos (194%). A maior taxa de confinamento demonstrou maior efetividade em pilares com f'_c de 35 MPa, embora não tenha superado os valores observados para f'_c de 20 MPa. A relação ρ_{sw}/ρ_{min} e o arranjo da armadura longitudinal, particularmente o arranjo *S2*, também foram importantes, com melhores resultados nas configurações que favorecem uma maior relação ρ_{sw}/ρ_{min} ($> 62,16\%$). Esses resultados são necessários no balizamento para a elaboração ou aprimoramento de normas técnicas do setor, evidenciando a importância de uma abordagem integrada na consideração dos parâmetros envolvidos. Isso garante maior segurança e eficiência no reforço ou recuperação dos pilares *CA-PRFC*, o que, por sua vez, contribui para a obtenção de melhores valores de β .
- Para estabelecer um índice de confiabilidade alvo em conformidade com as premissas normativas atuais, que frequentemente recomendam valores médios, este estudo calculou a probabilidade de falha típica, considerando diversos cenários associados às variáveis e/d e r e seus respectivos valores médios. Essa probabilidade foi obtida pela média aritmética das probabilidades de falha desses cenários. O valor resultante foi $12,12 \times 10^{-5}$, correspondendo a um índice de confiabilidade de 3,67, que se mostrou conservador em sete dos nove cenários médios de β analisados. Esse comportamento foi

observado para relações r de 1,0 e 2,0, independentemente da excentricidade relativa, e manteve-se acima do valor de β_{alvo} definido pelo ACI 440.2R (2017). Além disso, o índice se aproximou do valor intermediário entre o estabelecido pelo ACI e o valor médio recomendado pelo fib , para um período de referência de 50 anos.

- A pesquisa destaca a importância de considerar cenários-limite na definição de β_{alvo} , demonstrando que a abordagem tradicional baseada em valores médios de β (no estudo, os valores variaram de 3,63 a 3,82), pode mascarar discrepâncias significativas nos níveis de desempenho e segurança, especialmente em cenários que proporcionam os valores mínimos e máximos. As variações entre os valores extremos de β e os valores médios, resultaram em mudanças substanciais na probabilidade de falha, com diferenças de até 427,27% nos menores valores e uma redução de até 8,25 vezes nos maiores índices. Esses resultados enfatizam a necessidade de incorporar essas variações nas análises de confiabilidade, contribuindo para a definição mais precisa de β_{alvo} e a identificação de suas limitações. Isso contribui para evitar subestimações de risco e a necessidade de demolição de elementos ou sistemas estruturais inteiros, favorecendo decisões mais assertivas e garantindo um dimensionamento mais seguro e eficiente dos pilares CA reforçados com $PRFC$.

7.3 - Sugestões para pesquisas futuras

O estudo foi limitado à avaliação da confiabilidade de pilares $CA-PRFC$ sujeitos à flexo-compressão no estado limite último da resistência, projetados, inicialmente de acordo com as recomendações do ACI 318 (2014) e reforçados de acordo com as orientações do ACI 440.2R (2017), com armadura transversal em espiral. Com base no entendimento e aprofundamento do tema, é possível apresentar algumas sugestões divididas em três segmentos principais: (i) obtenção e tratamento de dados estatísticos básicos, além do estudo de novos modelos para análise de confiabilidade; (ii) avaliação dos níveis de confiabilidade de pilares de CA em diferentes situações; e (iii) análise de confiabilidade para distintos modos de falha em diversos tipos de elementos estruturais.

- (i) obtenção e tratamento de dados estatísticos básicos, além do estudo de novos modelos para análise de confiabilidade:

É necessária a caracterização da resistência “in situ” das estruturas existentes, baseando-se nas condições específicas das edificações. Adicionalmente, o desenvolvimento de um banco de dados nacional pode fornecer uma melhor compreensão das estatísticas básicas dos materiais e das dimensões dos componentes estruturais. A elaboração e verificação de modelos tensão-deformação para elementos carregados excêntricamente devem ser promovidas, bem como a criação de um banco de dados de pilares curtos em *CA-PRF* em tamanho real para validar esses modelos. Além disso, é necessário desenvolver modelos de confinamento com *PRF* que sejam capazes de atender a resistências à compressão do concreto maiores, superiores a 55,2 MPa. Por fim, é recomendável conduzir um estudo sobre os limites máximos de e/d suportados pelas Equações 3.5 e 3.6 do ACI 440 (2017) para validação de sua aplicação em pilares submetidos à flexo-compressão, bem como analisar o erro associado à simplificação do diagrama tensão-deformação, conforme descrito no Anexo D do ACI 440.2R (2017), comparando-o com o diagrama de Lam e Teng (2003) sem simplificações.

(ii) avaliação dos níveis de confiabilidade de pilares de *CA* em diferentes situações:

É importante investigar o comportamento de pilares dimensionados com estribos, seções quadradas e retangulares, e aqueles submetidos a diversas combinações de carga, incluindo condições reais e usos variados. Estudos adicionais devem abranger pilares sujeitos à flexão oblíqua composta, efeitos como a retração e de longa duração como a fluência, altas tensões de cisalhamento, e carregamentos cíclicos e de fadiga. A confiabilidade em relação à ductilidade de pilares curtos e esbeltos, ambos confinados com *PRF*, deve ser avaliada para comparar ganhos reais de resistência e a viabilidade técnica e econômica. Além disso, é necessário elaborar estudos para definir limites de esbeltez pós-confinamento e seus níveis de confiabilidade, além de *COV* mais elevados no tratamento da resistência a tração do *PRF*.

(iii) análise de confiabilidade para distintos modos de falha em diversos tipos de elementos estruturais:

É necessário realizar estudos de confiabilidade em pilares confinados com *PRF* em viadutos e pontes, com foco em contextos nacionais. Além disso, deve-se investigar a confiabilidade de vigas de concreto reforçadas com *PRF*, especificamente em relação ao cisalhamento.

Referências Bibliográficas

ACI COMMITTEE (1915) - Report of Committee on Reinforced Concrete and Building Laws. Journal, American Concrete Institute, February and July.

ACI COMMITTEE 318 (2005). Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary - ACI 318-05. Farmington Hills, Michigan, *EUA*.

ACI COMMITTEE 318 (2008). Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary - ACI 318-08. Farmington Hills, Michigan, *EUA*.

ACI COMMITTEE 318 (2014). Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary - ACI 318-14. Farmington Hills, Michigan, *EUA*.

ACI COMMITTEE 440 (2017). Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures – ACI 440.2R-17. American Concrete Institute.

ACI COMMITTEE 440 (2023). Design and construction of externally bonded *FRP* systems for strengthening concrete structures – Guide (ACI PRC - 440.2-23). American Concrete Institute.

ACI - AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI 440.R: State-of-the-art report on fiber reinforced plastic (FRP) reinforcement for concrete structures, Detroit, USA, 68 p., 1996.

AHMAD, S. M., AND SHAH, S. P. (1985). Behavior of hoop confined concrete under high strain rates. Am. Concr. Inst. J., 82(5), 634-647.

AHMAD, S. M., AND SHAH, S. P. (1982). Stress-strain curves of concrete confined by spiral reinforcement. Am. Concr. Inst. J., 79(6), 484-490.

AHMAD, S.M.; KHALOO, A.R.; IRSHAD, A. (1991). Behavior of Concrete Spirally Confined by Fiberglass Filaments, Magazine of Concrete Research, 43(156): 143-148.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (2005). Minimum design loads for buildings and other structures (ASCE 7-05), Reston, Virginia, 388 p.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (2021). 2021 Report Card for America's Infrastructure, American Society of Civil Engineers, <https://infrastructurereportcard.org/>

ANG, A.H.-S.; TANG, W.H. (1984). Probability Concepts in Engineering Planning and Design: Decision, Risk, and Reliability. Nova York: John Wiley & Sons.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). Projeto de Estruturas de Concreto - NBR 6118.

AUSTRIAN COMMITTEE (1912) - Mitteilungen fiber Versuche ausgefuehrt vom Eisenbeton-Ausschuss der Oesterreichischen Ingenieur und Architekten-Vereins. Heft 3

BACCIN, A.G.C. (1998). Fundamentos do concreto de alto desempenho e sua aplicação no projeto de pilares. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 176 p.

BACH, C. (1905). Druckversuche mit Eisenbetonkörpern, Heft 29, Mitteilungen fiber Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens.

BACH, C. (1913). Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, p. 1969.

BACH, C. (1915). Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure.

BAJI, H. (2017). Calibration of the *FRP* Resistance Reduction Factor for *FRP*-Confined Reinforced Concrete Building Columns, Journal of Composites for Construction, ASCE, 21(3).

BEBER, A.J. (1999). Avaliação do desempenho de vigas de concreto armado reforçadas com lâminas de fibra de carbono. Dissertação - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

BISBY, L.; RANGER, M. (2010). Axial–flexural interaction in circular *FRP*-confined reinforced concrete columns. Construction and Building Materials, 24:1672–81.

CARRAZEDO, R. (2002). Mecanismos de confinamento e suas implicações no reforço de pilares de concreto por encamisamento com compósito de fibras de carbono. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 173p.

CASAS, J.R.; CHAMBI, J.L. (2014). Partial safety factors for *CFRP*-wrapped bridge piers: Model assessment and calibration. *Composite Structures*, 118: 267–283.

CAO, S.Y.; JING, D.H.; SUN, N. (2006). Behaviors of concrete columns strengthened by *CFRP* sheets under eccentric compression. *China Civil Engineering Journal*; 39:26–32.

CHAALLAL, O; SHAHAWY, M. (2000). Performance of fiber-reinforced polymer-wrapped reinforced concrete column under combined axial-flexural loading. *ACI Structural Journal*; 97(4):659–68.

CHASTRE, C.; SILVA, M.A.G. (2010). Monotonic axial behavior & Modelling of *RC* circular columns confined with *CFRP*. *Engineering Structures*, 2: 2268-2277.

CONSIDERE, A. (1903). *Résistance à la Compression du Béton Armé et du Béton Fretté*. Génie Civil, Volume 42, Issue 1, pp. 6-12, 20-25.

CSUKA, B; KOSCÁR LP. (2011). *FRP* confined circular columns subjected to eccentric loading. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*.

CUSSON, D.; PAULTRE, P. (1995). Stress-Strain Model for Confined High-Strength Concrete. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 121(3), 468-477.

DE LORENZIS, L.; TEPFERS, R. (2003). Comparative study of models on confinement of concrete cylinders with fiber reinforced polymer composites. *Journal of Composites for Construction, ASCE*. 7(3), 219-237.

DESAYI, P., IYENGAR, K. T. S. A., AND REDDY, T. S. (1978). Equations for stress-strain curve of concrete confined in circular steel spiral. *Mater, and Struct., Res. and Testing, Paris, France* 11(65), 339-345.

DILGER, W. H., KOCH, R., AND KOWALCZYK, (1984). Ductility of plain and confined concrete under different strain rates. *Am. Concr. Inst. J.*, 81(1), 73-81.

DINIZ, S.M.C. (2006). A Confiabilidade Estrutural e a Evolução das Normas Técnicas, VI Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, São Paulo, 8 a 11 de abril de 2006 (CD-ROM).

DINIZ, S.M.C. (2008). Structural Reliability: Rational Tools for Design Codes Development. Structures Congress 2008: Crossing Borders, American Society of Civil Engineers, Reston, VA.

DINIZ, S.M.C.; FRANGOPOL, D.M. (1997). Reliability bases for high-strength concrete columns. *Journal of Structural Engineering*, 123:1375-81.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (2004). EUROCODE 2: Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings, Brussels.

EDWARDS, K.L. (1998). An overview of the technology of fiber-reinforced plastics for design purposes. *Materials and Design*, Oxford, 19(1/2):1-10.

EGYPTIAN MINISTRY OF HOUSING, UTILITIES, AND URBAN DEVELOPMENT (2001). Egyptian Code for Design and Construction of Concrete Structures, Giza, Egito, 217 p.

EGYPTIAN MINISTRY OF HOUSING, UTILITIES, AND URBAN DEVELOPMENT (2005). Egyptian Code for the Use of Fiber Reinforced Polymers (FRP) in the Construction Fields, Egyptian Housing and Building National Research Center, Giza, Egito.

EID, R.; PAULTRE, P. (2008). Analytical model for *FRP*-confined circular reinforced concrete columns. *J. Compos. Constr. (ASCE)*, 12: 541–552.

EL MAADDAWY, T. (2008). Behavior of corrosion-damaged *RC* columns wrapped with *FRP* under combined flexural and axial loading. *Cement and Concrete Composites*, 30(6): 524-534.

EL MAADDAWY, T. (2009). Strengthening of eccentrically loaded reinforced concrete columns with fiber-reinforced polymer wrapping system: Experimental investigation and analytical modeling, *Journal of Composites for Construction*, 13(1):13-24.

FAM, A.Z.; RIZKALLA, S.H. (2001). Confinement model for axially loaded concrete confined by circular fiber-reinforced polymer tubes. *ACI Structural Journal*, 98(4):451 –61.

FARDIS, M. N.; KHALILI H. (1982). *FRP* encased concrete as a structural material. *Magazine Concrete Research*, 34(121): 191-202.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (fib). *fib Model Code for Concrete Structures 2020*. Lausanne: *fib*, 2023.

FERREIRA, J.R. (2017). Reliability of Short Circular RC Columns Confined by *FRP*, Tese de Doutorado, Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas, UFMG, Belo Horizonte.

FERREIRA, J.R.; DINIZ, S.M.C. (2016). Reliability analysis of circular RC columns confined by CFRP. In T.N. Bittencourt, D.M. Frangopol & A.T. Beck (Eds.), *Maintenance, monitoring, safety, risk and resilience of bridges and bridge networks*, IABMAS 2016 (pp. 413–420). Foz do Iguaçu, Brazil: CRC Press.

FERREIRA, J.R.; DINIZ, S.M.C. (2018). Model Uncertainty in the Estimation of the Resistance of Circular Reinforced Concrete Columns Confined by Carbon Fiber Reinforced Polymer, *Structure and Infrastructure Engineering*, V. 14, No. 1, pp. 68-88.

FERREIRA, J.R.; QUADROS, P.A.; DINIZ, S.M.C. (2024). Reliability-Based Code Development for Carbon Fiber-Reinforced Polymer-Strengthened Circular Reinforced Concrete Columns, *ACI Structural Journal*, 215-230.

GALAMBOS, T.V. (1992). Design Codes, In: Blockley, D., *Engineering Safety*. McGraw-Hill, pp. 47 – 71.

GALAMBOS, T.; ELLINGWOOD, B.; MACGREGOR, J.; CORNELL, A. (1982). Probability Based Load Criteria: Assessment of Current Design Practice, *Journal of Structural Division*, ASCE, 108:959-977.

HADI, M.N.S. (2009). Behaviour of eccentric loading of *FRP* confined fibre steel reinforced columns. *Construction and Building Materials*, 23:1102–8.

HALDAR, A.; MAHADEVAN, S. (2000). Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design, Wiley, 304 p.

HU, B.; WANG, J.G.; LI, G.Q. (2011). Numerical simulation and strength models of *FRP* wrapped reinforced concrete columns under eccentric loading. *Construction and Building Materials*, 25:2751–63.

HUANG, L.; GAO, C.; YAN, L.; KASAL, B.; MA, G. (2016). Reliability assessment of confinement models of carbon fiber reinforced polymer-confined concrete. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 35(12): 996-1026.

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE (2001). *fib* Bulletin 14: Externally bonded *FRP* reinforcement for *RC* structures, Lausanne, Switzerland, 130 p.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION - ISO (2015). ISO 2394 - General principles on reliability for structures. International Organization for Standardization.

ILKI, A.; KUMBASAR, N.; KOC, V. (2004). Low strength concrete members externally confined with *FRP* sheets. *Structural Engineering Mechanics*. 18(2):167-194.

ILKI, A.; PEKER, O.; KARAMUK, E.; DEMIR, C.; KUMBASAR, N. (2008) *FRP* retrofit of low and medium strength circular and rectangular reinforced concrete columns. *Journal of Materials in Civil Engineering*, ASCE. Vol. 20, n° 2, pp. 169-188.

ISTRUCTE (1999). Interim Guidance on the Design of Reinforced Concrete Structures using Fibre Composite Reinforcement, Institution of Structural Engineers, London, 116 p.

JAMOVI VERSION 2.3 (2022). Jamovi project [Computer Software]. Retrieved from <https://www.jamovi.org>

JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (2001). Concrete Engineering Series 41: Recommendations for the upgrading of concrete structures with use of continuous fiber sheets, Japão, 41 p.

JIANG, T. (2008). *FRP confined RC columns: analysis, behaviour and design*. *PhD Thesis*, Department of Civil and Structural Engineering. Hong Kong, China: The Hong Kong Polytechnic University, 324 pp.

JIANG, T.; TENG, J.G. (2011). Theoretical model for slender *FRP*-confined circular *RC* columns. *Construction and Building Materials*, 32:66–76.

JIANG, T.; TENG, J.G. (2013). Behavior and Design of Slender *FRP*-Confined Circular *RC*, *Journal of Composites for Construction*, 17(4):443-453.

KARABINIS, A.I.; ROUSAKIS, T.C. (2002). Concrete confined by *FRP* material: a plasticity approach. *Engineering Structures*, 24: 923–932.

KENT, D. C; PARK, R. (1971). Flexural members with confined concrete. *J. Struct. Div.*, ASCE, 97(7), 1969-1990.

LAM, L.; TENG, J.G. (2003). Design-oriented stress-strain model for *FRP*-confined concrete. *Construction and Building Materials*, 17(6/7): 471-489.

LAU, K.; ZHOU, L. (2001). The mechanical behavior of composite-wrapped concrete cylinders subjected to uniaxial compression load. *Composite Structures*, Oxford, 52(2):189-198.

LEE, J.-Y.; YI, C.-K.; OH, Y.-J. (2008). Strengthening of Concrete with Mixed Confinement Materials - Steel Hoops and *FRP* Composites, *Science and Engineering of Composites*, 15(1):1-19.

- LEE, J. Y.; YI, C.K.; JEONG, H.S.; KIM, S.W.; KIM, J.K. (2010). Compressive response of concrete confined with steel spirals and *FRP* composites. *Journal of Composite Materials*. 44(4):481-504.
- LIN, G.; YU, T.; TENG, J. (2016). Design-oriented stress-strain model for concrete under combined *FRP*-steel confinement. *Journal of Composites for Construction*, 20(4): 04015084.
- MADSEN, H.O.; KRENK, S.; LIND, N.C. (1986). *Methods of Structural Safety*, Prentice-Hall, New Jersey, 403 p.
- MANDER, J.B.; PRIESTLEY, M.J.N.; PARK, R. (1984). Seismic design of bridge piers. Research Report No. 84-2, Univ. of Canterbury, New Zealand.
- MANDER, J.B.; PRIESTLEY, M.J.N.; PARK, R. (1988). Theoretical stress–strain model for confined concrete. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 114(8):1804-26.
- MATHWORKS. *MATLAB* R2018A. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2018.
- MELCHERS, R.E. (2001). Assessment of existing structures-approaches and research needs. *Journal of Structural Engineering*, ASCE. 127(4):406-411.
- MICELLI, F.; MODARELLI, R. (2013). Experimental and analytical study on properties affecting the behaviour of *FRP*-confined concrete. *Composites: Part B*, 45: 1420-1431.
- MIRMIRAN, A.; SHAHAWY, M. (1996). A new concrete-filled hollow *FRP* composite column. *Composites Part B: Engineering*, 27B (3–4):263 –8.
- MIRZA, S.A.; MACGREGOR, J.G. (1979a). Variations in the Dimensions of Reinforced Concrete Members, *Journal of the Structural Division*, ASCE, 105(4).
- MIRZA, S.A.; MACGREGOR, J.G. (1979b). Variability of Mechanical Properties of Reinforcing Bars, *Journal of the Structural Division*, ASCE, 105(5).
- MORSCH, E. (1920). *Der Eisenbetonbau*, 5te Auflage, Band I.

NOWAK, A.S.; COLLINS, K.R. (2000). Reliability of Structures. McGraw-Hill, 338 p.

NOWAK, A.S.; SZERSZEN, M.M. (2003). Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 1—Statistical Models for Resistance, ACI Structural Journal, V. 100, No. 3, 377-382.

OZBAKKALOGLU, T.; LIM, J.C. (2013). Axial compressive behavior of *FRP*-confined concrete: Experimental test database and a new design-oriented model. Engineering Structures. ELSEVIER. 49(1): 1068-1088, 2013.

PARK, R.; PAULAY, T. (1975). Reinforced Concrete Structures, John Wiley & Sons, Inc., New York.

PARK, R.; LESLIE, P. D. (1977). Curvature ductility of circular reinforced concrete columns confined by the ACI spiral. 6th Australasian Conf. on the Mech. of Struct, and Mater., vol. 1, 342-349.

PARK, R.; PRIESTLEY, M. J. N.; GILL, W. D. (1982). Ductility of square-confined concrete columns. J. Struct. Div., ASCE, 108(4), 929-950.

PARVIN, A; WANG, W. (2001). Behavior of *FRP* jacketed concrete columns under eccentric loading. Journal of Composites for Construction, 5:146–52.

PELLEGRINO, C.; MODENA, C. (2010). Analytical model for *FRP* confinement of concrete columns with and without internal steel reinforcement. Journal of Composites for Construction, 14(6): 693-705.

PESSIKI, S.; HARRIES, K.A.; KESTNER, J.; SAUSE, R.; RICLES, J.M. (2001). Axial behavior of reinforced concrete columns confined with *FRP* jackets. Journal of Composites for Construction, 5:237–245.

POPOVICS, S. (1973). A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete. Cement and Concrete Research. 3(5):583-599.

RAZVI, S.R.; SAATCIOGLU, M. (1996). Tests of high strength concrete columns under concentric loading. Canada: Department of Civil Engineering, University of Ottawa. Rep. OCEERC 96-03.

RAZVI, S.; SAATCIOGLU, M. (1999). Confinement model for high-strength concrete. *Journal of Structural Engineering, ASCE*; 125(3):281–9.

RIBEIRO, S.E.C. (2009). Análise da Confiabilidade de Vigas de Concreto Armado com Plástico Reforçado por Fibras, Tese de Doutorado, PROPEEs, UFMG.

RICHART, F.E.; BRANTZAEGL, A.; PROWN, R.L. (1928). A study of the failure of concrete under combined compressive stress. Urbana: Engineering Experimental Station, University of Illinois. (Bulletin n.190).

RICHARD, R.M.; ABBOTT, B. J. (1975). Versatile elastic-plastic stress-strain formula. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*. 101(4); 511-515.

RICHART, F.E; BRANDTZAEG, A.; BROWN, R.L. (1929). The failure of plain and spirally reinforced concrete in compression. Bulletin nº 190, Univ. of Illinois, Engineering. Experimental Station, Urbana, 77p.

ROCCA, S.; GALATI, N.; NANNI, A. (2009). Interaction diagram methodology for design of FRP confined reinforced concrete columns. *Construction and Building Materials*; 23(4):1508–20.

RODELOFF, M. (1910). Versuche mit Eisenbetonsiulen, Heft 5, Deutscher Ausschuss fir Eisenbeton.

SAADATMANESH, H.; EHSANI, M.R.; LI, M.W. (1994). Strength and ductility of concrete columns externally reinforced with fiber composite straps. *ACI Structural Journal*; 91(4):434-47.

SAADATMANESH, H. (1997). Extending service life of concrete and masonry structures with fiber composites. *Construction and Buildings Materials*, 11(5/6):327-335.

- SAMAAN, M.; MIRMIRAN, A.; SHAHAWY, M. (1998). Model of concrete confined by fiber composites. *Journal of Structural Engineering*, New York, 124(9):1025-1031.
- SCOTT, B.D.; PARK, R.; PRIESTLEY, M.J.N. (1982). Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates. *American Concrete Institute Journal*, 79(1), 13-27.
- SEIBLE, F.; BURGUENO, A.; ABDASCAH, M.G.; NUISMER, R. (1995). Advanced composites carbon sheSC system for bridge columns under seismic loads. In: *Proceedings, National Seismic Conference on Bridges and Highways: San Diego, EUA*.
- SHAHAWY, M.; MIRMIRAN, A.; BEITELMAN, A. (2000). Test and modeling of carbon-wrapped concrete columns. *Compos: Part B*; 31:471 –80.
- SHEIKH, S.A.; UZUMERI, S.M. (1980). Strength and ductility of tied concrete columns. *Journal of Structural Division, ASCE*, 106(5):1079-1102.
- SHIN, M.; ANDRAWES, B. (2011). Lateral Cyclic Behavior of Reinforced Concrete Columns Retrofitted with Shape Memory Spirals and *FRP* Wraps, *Journal of Structural Engineering*, 137(11):1282-1291.
- SHIRMOHAMMADI, F.; ESMAEILY, A.; KIAEIPOUR, Z. (2015). Stress-strain model for circular concrete columns confined by *FRP* and conventional lateral steel. *Engineering Structures*, 84: 395-405.
- SHOOMAN, M.L. (1968). *Probabilistic reliability: an engineering approach*. New York: McGraw-Hill.
- SPOELSTRA, M.R.; MONTI, G. (1999). *FRP*-confined concrete model. *Journal of Composites for Construction, ASCE*, 3(3):143 –50.

SZERSZEN, M.; NOWAK, A. (2003). Calibration of design code for buildings (ACI 318): part 2 - reliability analysis and resistance factors. *ACI Structural Journal*, American Concrete Institute, 100 (3): 383-391.

TALBOT, A. N. (1906). Tests of concrete and Reinforced Concrete Columns, series of 1906. Bul. 10. Engineering Experiment Station, University of Illinois.

TALBOT, A. N. (1907). Tests of concrete and Reinforced Concrete Columns, series of 1907. Bul. 20, Engineering Experiment Station, University of Illinois.

TAKEUTI, A.R. (1999). Reforço de pilares de concreto armado por meio de encamisamento com concreto de alto desempenho. São Carlos. Dissertação - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 184p.

TAO, Z.; TENG, J.G.; HAN, L.H.; LAM, L. (2004). Experimental behaviour of *FRP*-confined slender *RC* columns under eccentric loading. In: Proceeding of 2nd international conference on advanced polymer composites for structural applications in construction; pp. 203–12.

TENG, J.G.; LAM, L. (2002). Compressive behavior of carbon fiber reinforced polymer-confined concrete in elliptical columns. *Journal of Structural Engineering*, New York, 128(12):1535-1543.

VAL, D.V. (2003). Reliability of fiber-reinforced polymer-confined reinforced concrete columns. *Journal of Structural Engineering*, New York, 129(8): 1122-1130.

VALLENAS, J.; BERTERO, V.V.; POPOV, E.P. (1977). Concrete confined by rectangular hoops subjected to axial loads. Report 77/13, Earthquake Engineering Research Center, Univ. of California, Berkeley.

WANG, N.; ELLINGWOOD, B.R. (2015), Limit State Design Criteria for *FRP* Strengthening of RC Bridge Components, *Structural Safety*, V. 56, pp. 1-8.

WANG, L.M.; WU, Y.-F. (2008). Effect of corner radius on the performance of *FRP*-confined square concrete columns: Test. *Engineering Structures*, 30(2): 493-505.

WANG, Z.; WANG, D.; SMITH, S.T.; LU, D. (2012). Experimental testing and analytical modeling of *CFRP*-confined large circular *RC* columns subjected to cyclic axial compression. *Engineering Structures*, 40: 64-74.

WILLAM, K.J.; WARNKE, E.P. (1975). Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete. *Proc, International Association for Bridge and Structural Engineering*, vol. 19, 1-30.

WITHEY, M. O. (1909). Tests on Plain and Reinforced Concrete Columns, Bul. 300, University of Wisconsin.

WITHEY, M. O. (1911). Tests on Reinforced Concrete Columns, Series of 1910. University of Wisconsin.

WU, Y.-F.; WANG, L.-M. (2009). Unified Strength Model for Square and Circular Concrete Columns Confined by External Jacket. *J. Struct. Eng.*, 135(3): 253-261.

WU, Y.-F.; JIANG, C. (2013). Effect of load eccentricity on the stress–strain relationship of *FRP*-confined concrete columns. *Composite Structures*, 98: 228–241.

YUAN, X.F.; XIA, S.H.; LAM, L.; SMITH S.T. (2008). Analysis and behaviour of *FRP*-confined short concrete columns subjected to eccentric loading. *J Zhejiang Univ – Sci A*; 9:38–49.

Glossário

- (1) **Excentricidade balanceada:** Refere-se à condição de projeto estrutural na qual a excentricidade da carga correspondente ao par (P, M) leva à falha do componente estrutural, com o concreto atingindo a deformação ε_{cu} simultaneamente ao escoamento do aço tracionado nas fibras mais distantes. Embora amplamente reconhecido em literaturas internacionais, como as dos *EUA*, esse termo não é usualmente empregado no Brasil. Nas normas técnicas brasileiras, como a NBR 6118 (2023) (Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento), os princípios de dimensionamento e análise de equilíbrio de seções transversais são abordados sem uma nomenclatura específica para essa condição. No Brasil, esse conceito está associado à ruína da seção normalmente armada, estabelecendo uma correspondência ao termo internacional.
- (2) **BRACCO:** Conjunto de rotinas de programação desenvolvidas na plataforma *MATLAB*, composto por três módulos projetados especificamente para este estudo. A sigla *BRACCO* refere-se a *Basis for Reliability Analysis of Columns with Composite Overlays* (Base para a Análise de Confiabilidade de Pilares com Revestimentos Compósitos). O programa foi criado para implementar o procedimento determinístico destinado à geração do vetor da força resistente e do vetor da força solicitante, além de calcular a probabilidade de falha associada ao comportamento de pilares em *CA* reforçados com *PRFC*. Os três módulos que compõem o programa *BRACCO* são organizados de forma a sistematizar as etapas do processo analítico (Descrito no Apêndice C), desde o cálculo das forças envolvidas até a avaliação probabilística de falha, bem como o cálculo do β associado a cada pilar analisado.
- (3) **Probabilidade de falha típica:** Conceito desenvolvido neste estudo para fins de interpretação e análise comparativa, é definida como a média aritmética das P_f calculadas para diferentes cenários representativos, considerando os valores médios apresentados para cada cenário individual atribuídos as variáveis e/d e razão entre as médias dos carregamentos (r). Embora não seja um termo utilizado na teoria clássica da confiabilidade estrutural, sua introdução visa proporcionar uma ferramenta adicional para a avaliação das condições de desempenho em diversos contextos deste estudo. Esse conceito é acompanhado do β correspondente, que expressa a variabilidade dos resultados em termos de desvios padrão em relação à média dos valores observados. Para os fins deste estudo, o índice de confiabilidade associado à probabilidade de falha típica pode ser analisado de forma paralela ao índice de confiabilidade objetivo.

Apêndices

Apêndice A – Exemplo do procedimento da análise de confiabilidade

Este apêndice apresenta um exemplo do procedimento utilizado para a análise de confiabilidade, tomando como referência o pilar P15, com uma excentricidade relativa, $e/d = 0,15$ e $r = 2,0$. A simulação da resistência e das solicitações do pilar em *CA-PRFC*, bem como o cálculo da probabilidade de falha correspondente e o respectivo índice de confiabilidade, são realizados utilizando o programa *BRACCO*.

A.1. Características geométricas e propriedades mecânicas dos materiais

O pilar P15, com uma excentricidade relativa, $e/d = 0,15$ e $r = 2,0$, possui as seguintes características:

(i) Concreto:

- (a) Diâmetro: $d = 580$ mm
- (b) Área bruta da seção de concreto: $A_g = 264.207,94$ mm²
- (c) Cobrimento de concreto: $c = 40$ mm
- (d) Resistência à compressão especificada: $f'_c = 35$ MPa

(ii) Aço:

(a) Armadura longitudinal:

- Quantidade: 16 barras #6 (19,050 mm)
- Área total da armadura longitudinal: $A_{sL} = 4.560,37$ mm²
- Taxa de armadura longitudinal: $\rho_{sL} = 1,73\%$
- Tensão de escoamento especificada: $f_y = 420$ MPa

(b) Armadura transversal:

- Espirais: #3 (9,525 mm) com espaçamento de 120 mm
- Tensão de escoamento: $f_{yw} = 420$ MPa
- Taxa volumétrica: $\rho_{sw}/\rho_{min} = 35,52\%$

(c) Módulo de elasticidade do aço: $E_s = 200$ GPa

(iii) *PRFC* (Polímero Reforçado com Fibras de Carbono):

- (a) Número de camadas: $n = 2$
- (b) Índice de confinamento (C_R): 74%
- (c) Módulo de elasticidade do *PRFC*: $E_F = 227,527$ GPa
- (d) Espessura da fibra: $t_f = 0,33$ mm
- (e) Resistência à tração: 3.792 MPa
- (f) Deformação última na ruptura: 0,0167

A.2. Simulação da força resistente (P_R)

A *SMC* foi utilizada para determinar a resistência dos pilares *CA-PRFC*. Para realizar essa simulação, são necessários dois elementos principais. Primeiro, é necessário ter informações sobre as estatísticas de todas as variáveis aleatórias de interesse que afetam a resistência do pilar. Segundo, é necessário estabelecer um procedimento determinístico para o cálculo da resistência, que constitui a base para a simulação. Com essas informações, a *SMC* gera várias amostras para as variáveis envolvidas, possibilitando a construção de uma distribuição probabilística da resistência de cada pilar *CA-PRFC*.

As estatísticas das variáveis aleatórias que afetam a resistência do pilar estão resumidas na Tabela 5.2. O procedimento determinístico para calcular a resistência do pilar durante a simulação é descrito na seção 5.5.1. Um aspecto fundamental da *SMC* é a geração de números aleatórios para as variáveis de projeto envolvidas.

Para isso, foi utilizada a rotina do Apêndice C – Programa *BRACCO* - Módulo 1, que permite a geração de números aleatórios para as seguintes variáveis associadas à resistência do pilar: diâmetro do pilar (d_{smc}), cobrimento do concreto ($ecob_{smc}$), resistência à compressão do concreto (f_{cm_smc}), e as propriedades mecânicas do aço, incluindo o módulo de elasticidade (E_{sl_smc}), a resistência ao escoamento do aço da armadura longitudinal (f_{yl_smc}), a resistência última do aço da armadura longitudinal (f_{su_smc}), a deformação no patamar de endurecimento (e_{shl_smc}), a resistência ao escoamento do aço da armadura transversal (f_{yt_smc}) e a deformação última (e_{sul_smc}). Além dessas, são consideradas a resistência última à tração das fibras de *PRFC* (f_{PRFC_smc}), os erros do modelo associados à resistência ($ErroModelor_smc$) e à deformação última ($ErroModeloe_smc$), bem como a sobrecarga (SC_{smc}) e a carga permanente (CP_{smc}).

As Figuras A.1 a A.12 mostram os histogramas das variáveis projeto de interesse com suas respectivas curvas de distribuição superpostas.

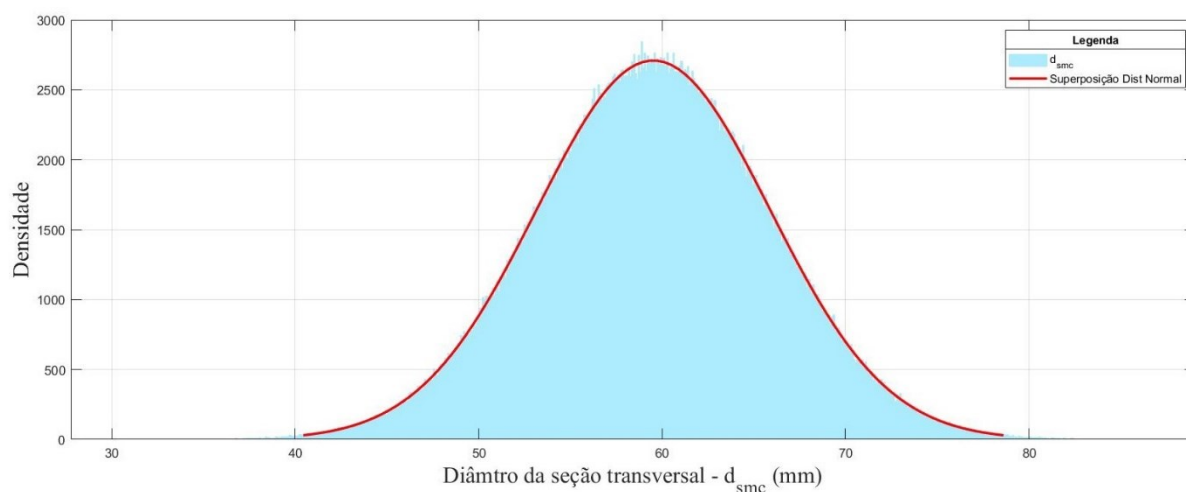


Figura A.1 – Histograma do diâmetro da seção transversal e distribuição normal superposta

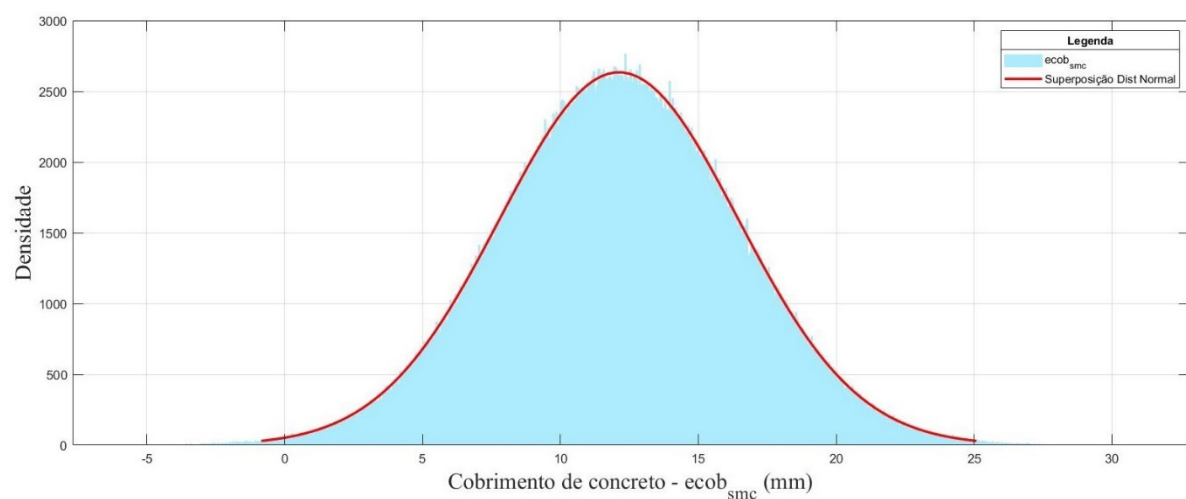


Figura A.2 – Histograma do cobrimento de concreto e distribuição normal superposta

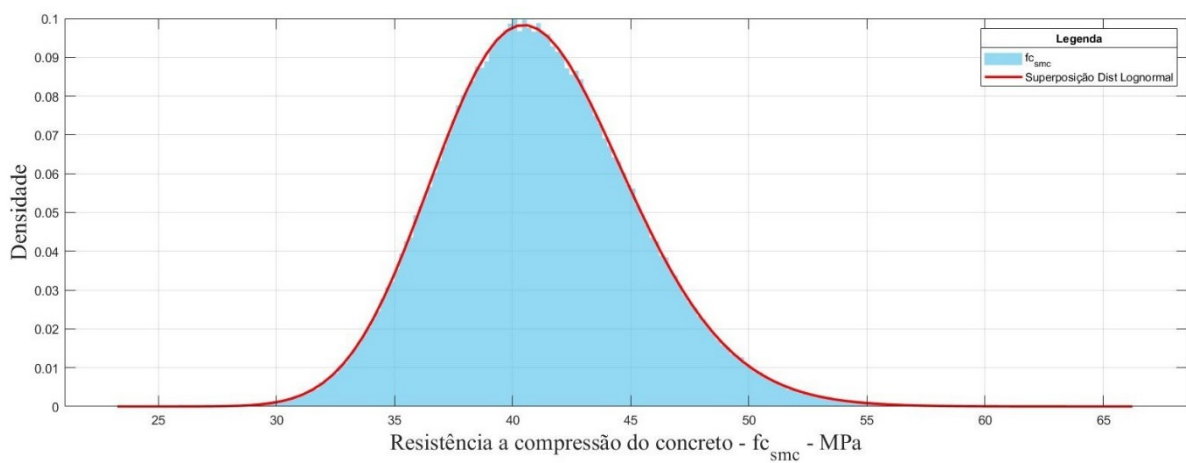


Figura A.3 – Histograma da resistência à compressão do concreto e distribuição lognormal superposta

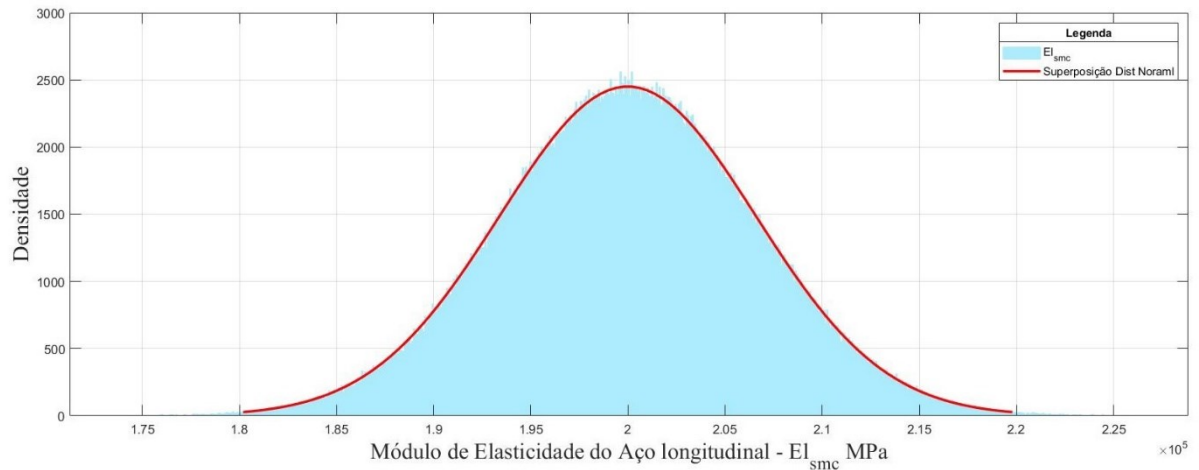


Figura A.4 – Histograma do módulo de elasticidade do aço da armadura longitudinal e distribuição normal superposta

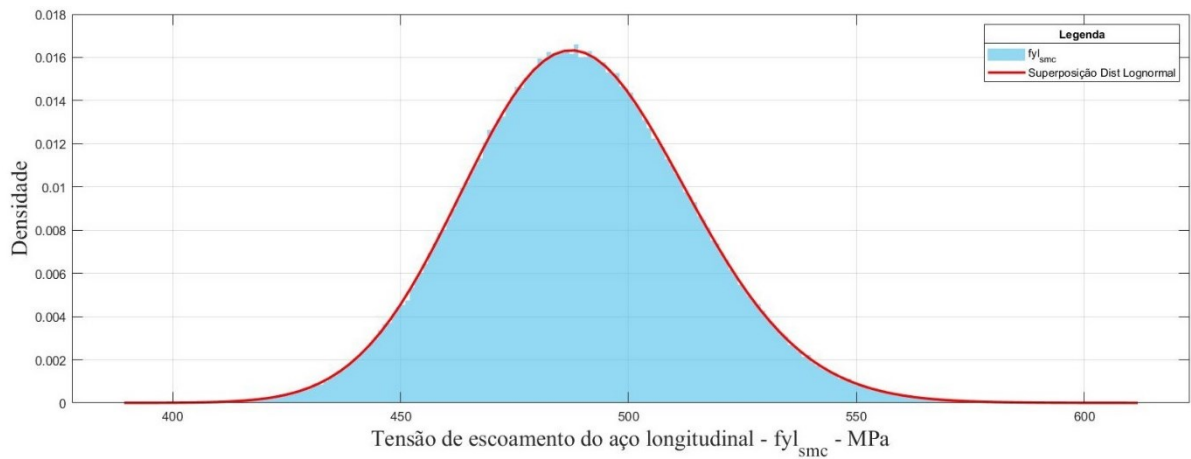


Figura A.5 – Histograma da tensão de escoamento do aço da armadura longitudinal e distribuição lognormal superposta

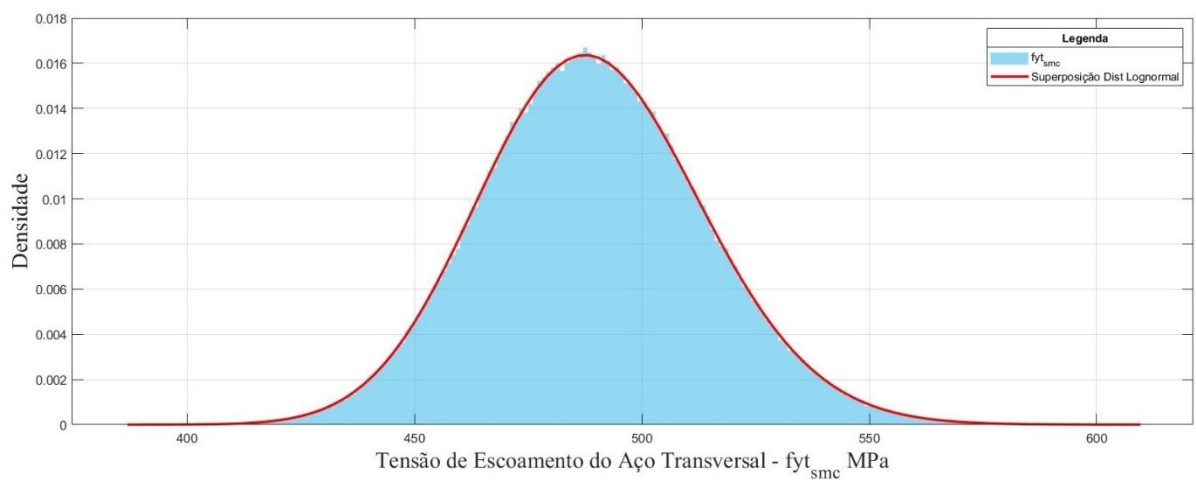


Figura A.6 – Histograma da tensão de escoamento do aço da armadura transversal e distribuição lognormal superposta

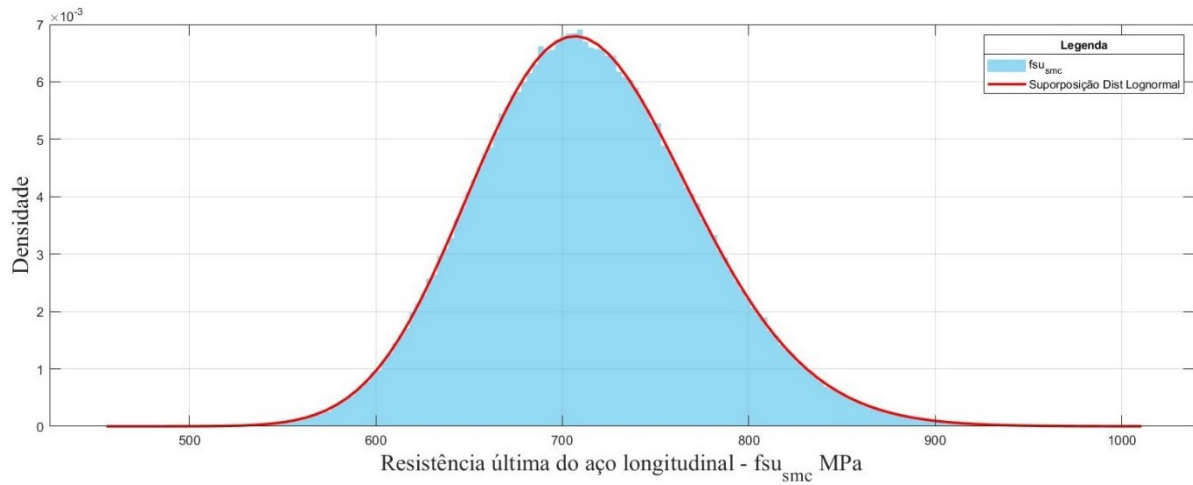


Figura A.7 – Histograma da resistência última do aço da armadura longitudinal e distribuição lognormal superposta

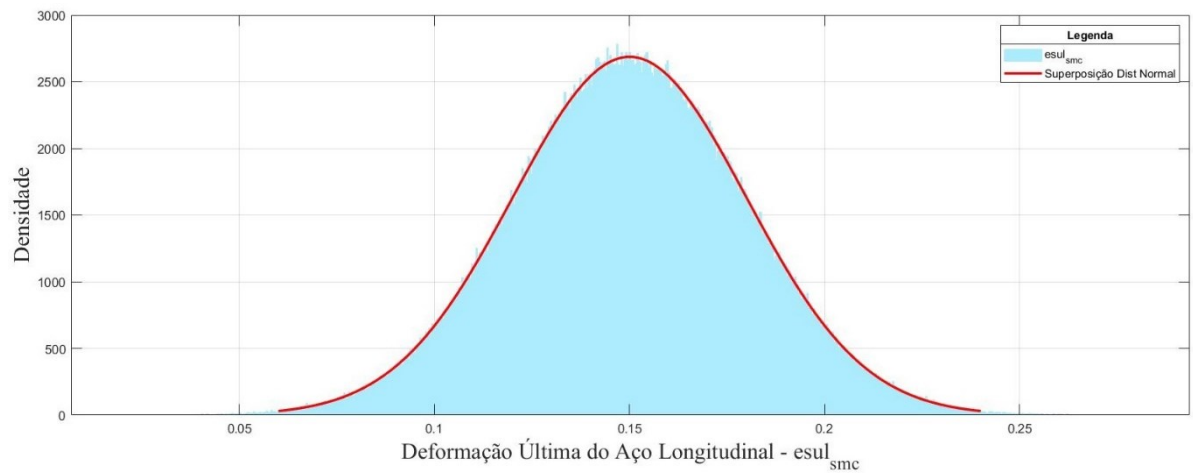


Figura A.8 – Histograma da deformação última do aço da armadura longitudinal e distribuição normal superposta

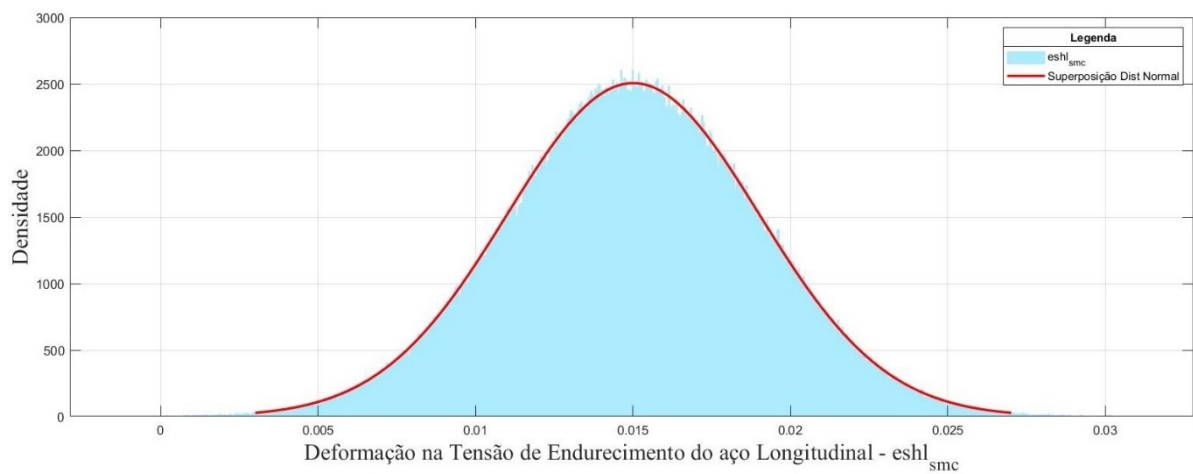


Figura A.9 – Histograma da deformação na tensão de endurecimento do aço da armadura longitudinal e distribuição normal superposta

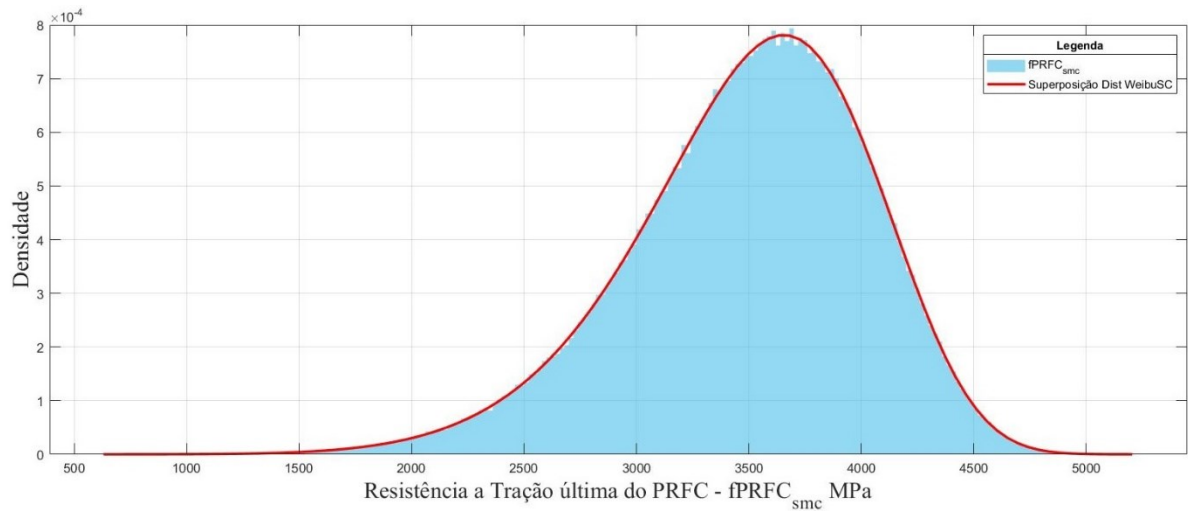


Figura A.10 – Histograma da resistência a tração última do PRFC – COV de 0,15 e distribuição normal superposta

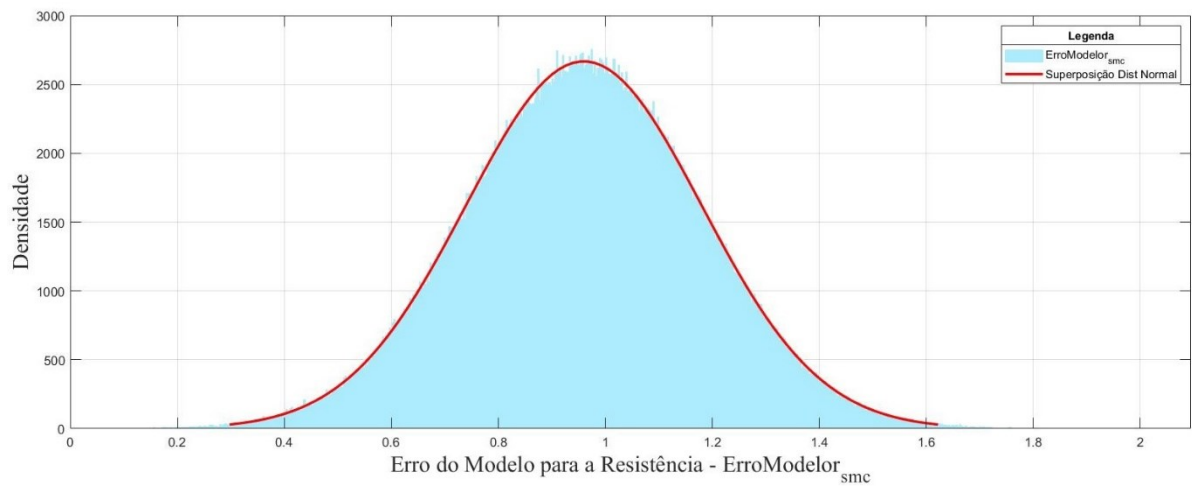


Figura A.11 – Histograma do erro do modelo para a resistência (Modelo Lee *et al.*) e distribuição normal superposta

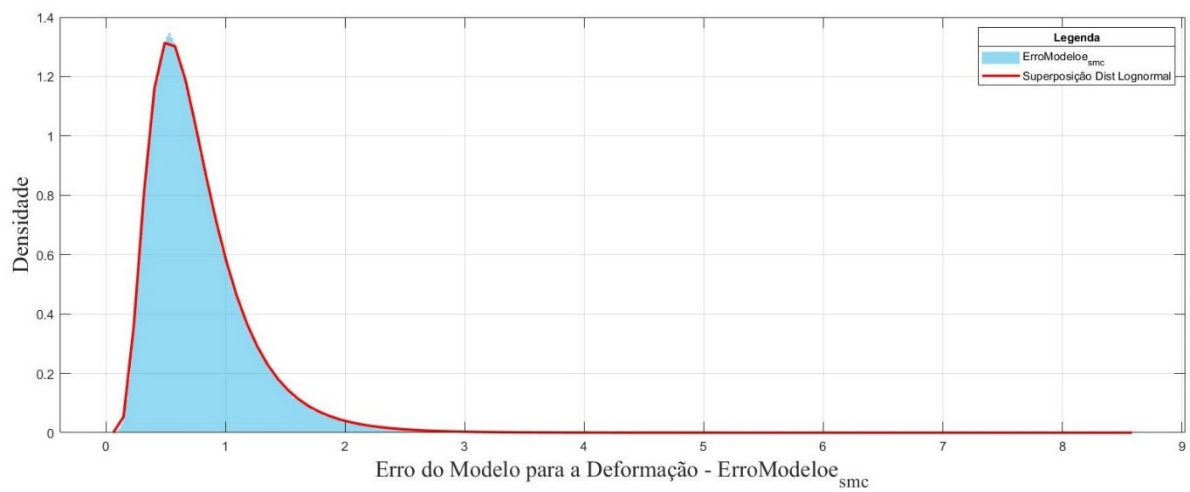


Figura A.12 – Histograma do erro do modelo para a deformação (Modelo Lee *et al.*) e distribuição normal superposta

Esses dados alimentam o Módulo 2, onde o número de simulações é definido. A partir daí o processo iterativo tem início, começando pela deformação da fibra mais comprimida na seção transversal.

Durante cada iteração, a linha neutra (LN) é ajustada até que o equilíbrio estático do pilar seja alcançado. Se o equilíbrio não for atingido, uma nova iteração da linha neutra é realizada. Quando o equilíbrio é estabelecido e a deformação da fibra mais comprimida é maior ou igual a 0,004, o diagrama *momento versus curvatura* é gerado para a excentricidade dada. A partir desse ponto, o valor máximo de P_R é identificado e armazenado para a formação do vetor P_R . O processo é repetido até que o número estabelecido de iterações seja concluído, resultando em um vetor P_R que reflete a resistência do pilar em função das variabilidades simuladas. A Figura A.13 ilustra o vetor P_R e a distribuição lognormal superposta.

O diagrama tensão-deformação proposto por Park e Paulay (1975) foi adotado para calcular as variáveis aleatórias associadas ao comportamento do aço.

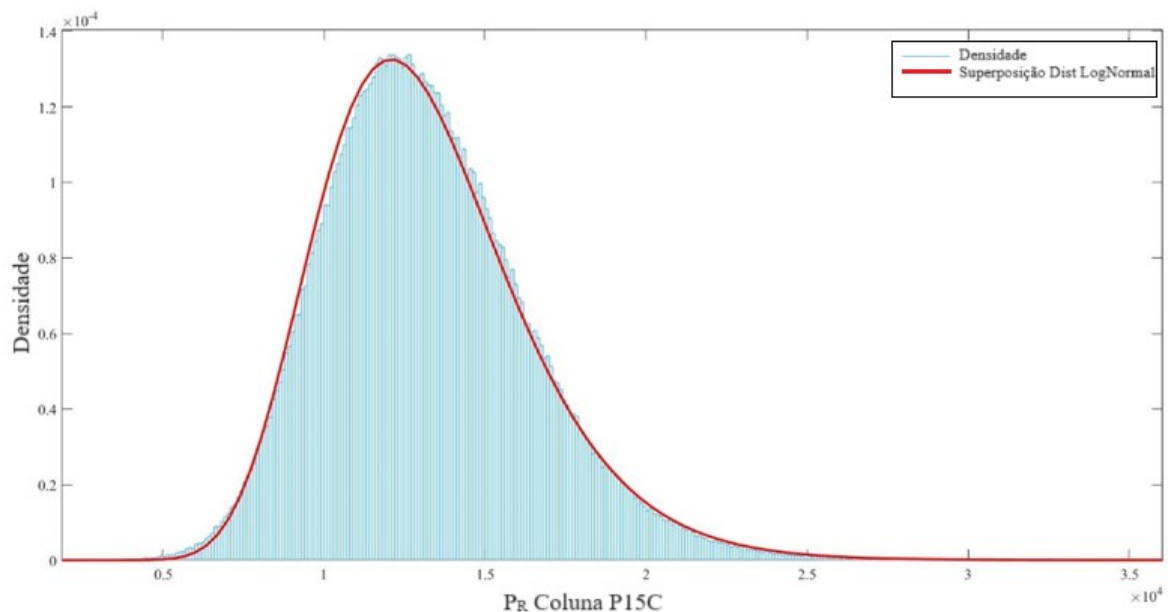


Figura A.13. Histograma da variável aleatória, P_R , e distribuição lognormal superposta.

A.3 Simulação da força solicitante (P_S)

A determinação da força solicitante de projeto para cada pilar, $R_d = S_d$, para uma excentricidade específica, segue as diretrizes estabelecidas pelo ACI 440.2R (2017), conforme detalhado no item 3.2.8. O valor de S_d é obtido a partir do diagrama $P-M$, pela interseção da reta, que tem origem nas coordenadas (0,0) e cuja inclinação é definida pela razão e/d arbitrada, com as linhas que conectam os pontos A , B e C no diagrama $P-M$.

Para cada combinação de geometria, materiais e modelo selecionada, as estatísticas das forças solicitantes, que incluem tanto a carga permanente CP_{smc} quanto a sobrecarga SC_{smc} , são calculadas de acordo com os procedimentos descritos na Seção 5.3.5; até que o número estabelecido de iterações seja concluído. Esses cálculos utilizam os fatores de carga especificados no ACI 318 (2014) e consideram as estatísticas dos valores médios, conforme apresentado na Tabela 5.3.

A força solicitante total P_s é obtida pela soma dos componentes dos vetores relacionados à carga permanente, CP_{smc} (Figura A.14) e à sobrecarga, SC_{smc} (Figura A.15), levando em consideração a razão de carregamento e suas respectivas estatísticas. O método de cálculo também ajusta possíveis excentricidades não computadas por um fator de 0,85.

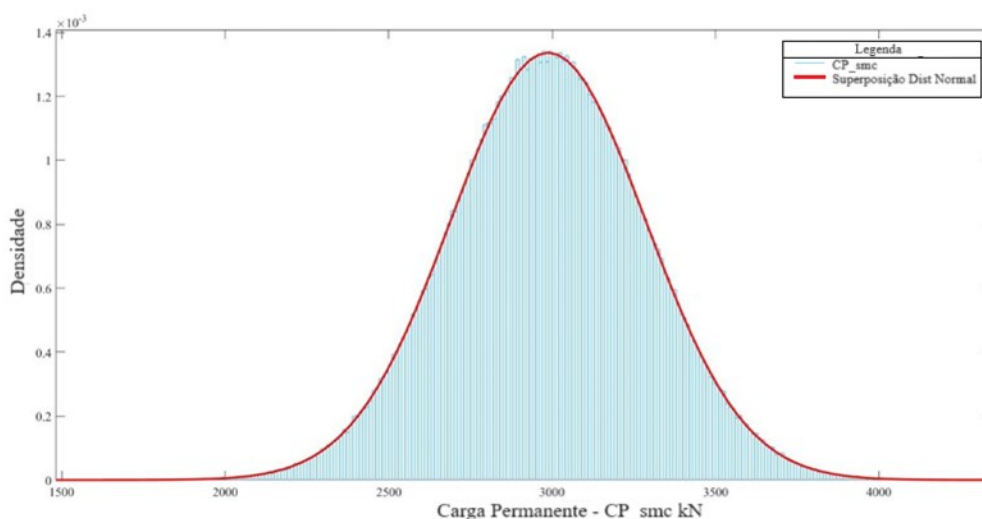


Figura A.14. Histograma da carga permanente, CP_{smc} , P15, $e/d = 0,15$, $r = 2,0$

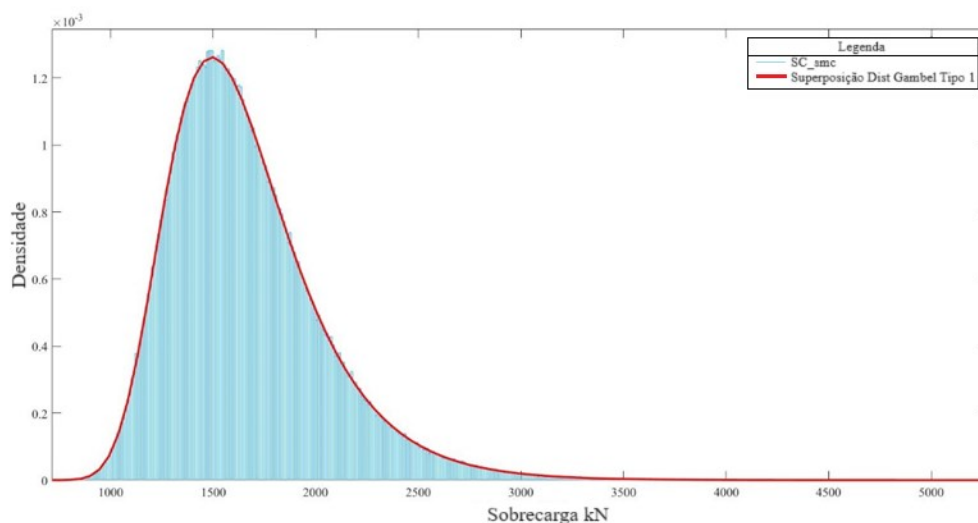


Figura A.15. Histograma da sobrecarga, SC_{smc} , P15, $e/d = 0,15$ e $r = 2,0$

A Figura A.16 apresenta o histograma da variável aleatória, P_S , onde $P_S = CP_{smc} + SC_{smc}$.

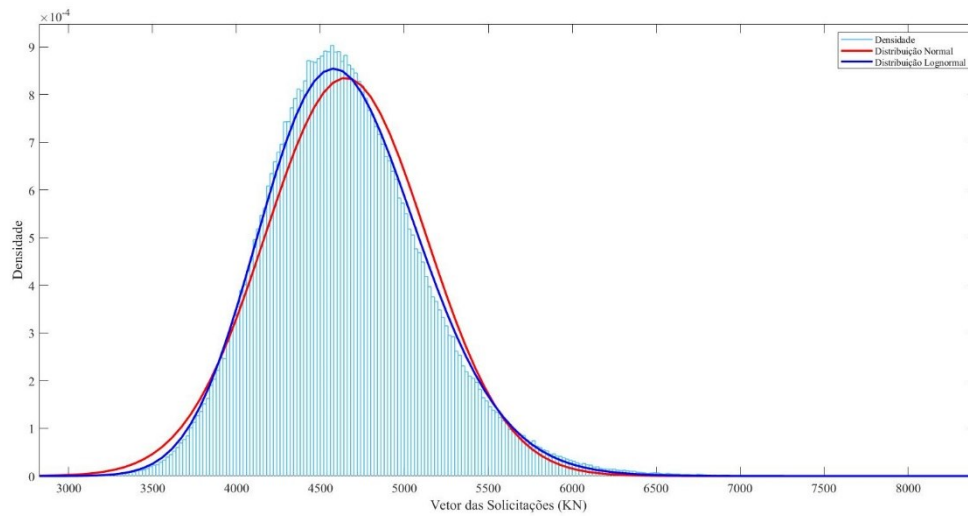


Figura A.16. Histograma da variável aleatória, P_S , $P15$, $e/d = 0,15$ e $r = 2,0$

Embora o vetor P_S seja derivado de uma distribuição normal (CP) e de uma distribuição de valores extremos do tipo I (SC), observa-se que ele não se ajusta adequadamente a nenhum desses tipos.

A.4 Probabilidade de falha e índice de confiabilidade

Após a obtenção dos vetores de resistência P_R , e da força solicitante P_S , o próximo passo é determinar os níveis de confiabilidade implícitos no ACI 440.2R (2017). Para isso, utiliza-se da função de desempenho para avaliar se o pilar atende aos requisitos estabelecidos de segurança, conforme Equação 5.8.

$$g(\mathbf{X}) = \left[P_R^2 + \left(\frac{P_R \cdot e}{d} \right)^2 \right]^{1/2} - \left[P_S^2 + \left(\frac{P_S \cdot e}{d} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.8)$$

No programa *BRACCO*, desenvolvido especificamente para este trabalho, foi implementado um contador de falhas para monitorar os casos em que o valor da função de desempenho $g(\mathbf{X}) < 0$, indicando uma condição de falha. Esse contador é necessário para mensurar a quantidade de vezes em que o pilar não satisfaz o critério de desempenho estabelecido. A quantidade total de falhas registrada pelo contador é então dividida pelo número total de simulações realizadas para calcular a probabilidade de falha, utilizando a Equação 5.13.

$$p_f = \frac{\Sigma g(\mathbf{X}) < 0}{\text{número de simulações}} \quad (5.13)$$

O histograma da margem de segurança, M , que é representada pelos valores assumidos pela função de desempenho $g(X)$, está apresentado na Figura A.17. Neste contexto, observa-se que valores de M inferiores a 0 indicam a ocorrência de falha, enquanto valores superiores a 0 apontam para a sobrevivência.

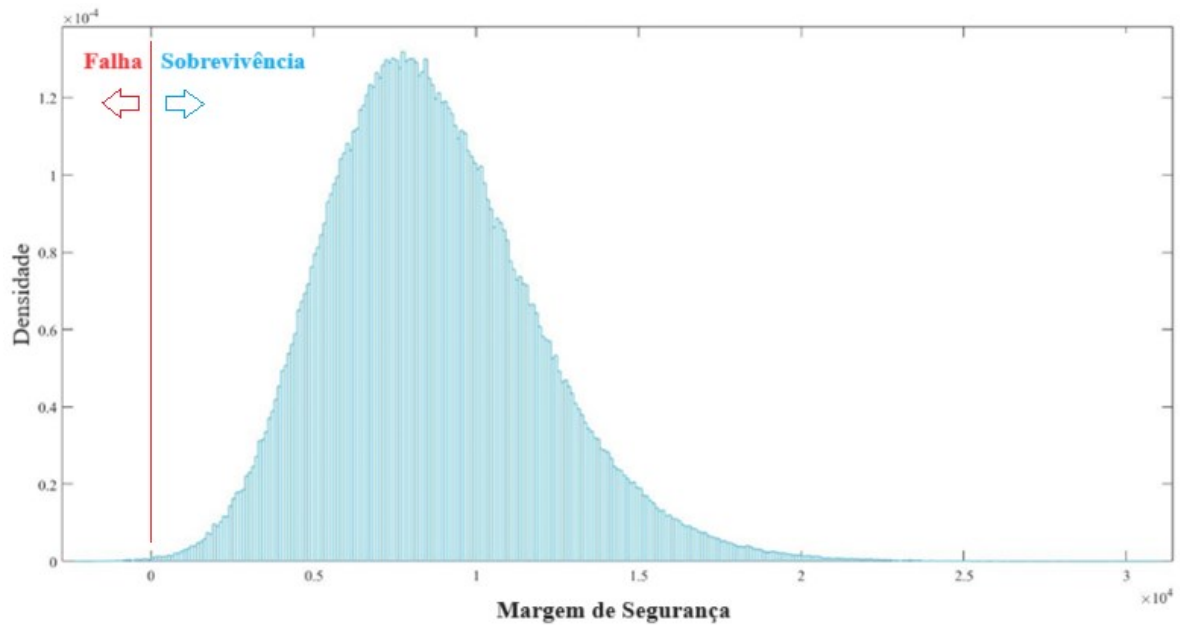


Figura A.17. Histograma da margem de segurança.

Após calcular a probabilidade de falha utilizando o contador de falhas e a Equação 5.13 no programa *BRACCO*, os resultados são expressos em função do índice de confiabilidade, conforme definido pela Equação 5.14 de Ang e Tang (1990).

$$\beta = -\Phi^{-1}(p_f) \quad (5.14)$$

O índice de confiabilidade para o pilar P15, $e/d = 0,15$ e $r = 2,00$ é de 3,32.

Apêndice B – Verificações de projeto

O Apêndice B apresenta as verificações de projeto estabelecidas pelo ACI 440 (2017), detalhadas nas Tabelas B.1 a B.4 de acordo com e/d e r . Estas tabelas identificam o nível de confinamento dos pilares (Critério 1), se a excentricidade relativa é menor que a excentricidade balanceada (referente a ruptura da seção normalmente armada) em relação a S_d (Critério 2) e se o pilar atende ao limite de acréscimo de resistência conforme a Equação 3.1 (Critério 3). Para simplificar, esses critérios são denominados como 1, 2 e 3. A conformidade é indicada nas tabelas com "OK", enquanto a não conformidade é sinalizada com "N OK".

Adicionalmente, as tabelas B.5 a B.8 incluem verificações baseadas no Anexo D do ACI 440.2R (2017) e também na literatura técnica, conforme descrito a seguir:

- **Nível de Confinamento (Aço):** Avaliado pelo aço da armadura transversal de acordo com os cálculos de Mander *et al.* (1988) e a classificação de Pessiki (1994).
- **Limite Final do Patamar de Redução da Resistência:** Definido pelo fator de redução de 0,85 no diagrama $P-M$ para cada pilar analisado, conforme o processo simplificado do Anexo D do ACI 440.2R (2017).
- **Excentricidades Relativas:** Determinadas para os pontos B e C do diagrama $P-M$, de acordo com o Anexo D do ACI 440 (2017).
- **Ganho de Resistências:** Avaliado antes e pós-confinamento dos pilares.
- **Diagramas $P-M$:** Apresentados para os pilares P15, P35 e P55, considerando um COV de 0,15 para a resistência última à tração do $PRFC$.

B.1 – Verificações de projeto segundo o ACI 440.2R (2017)

Tabela B.1 – Verificações dos pilares analisados, $e/d = 0.001$

Nº	$\mu_{cp}/\mu_{sc} = 0,5 - 1,0 - 2,0$	$\mu_{cp}/\mu_{sc} = 0,5$				
	Confinamento	Verificações				
		1	2	3	3	3
P2	0,1036	ok	ok	ok	N ok	N ok
P11	0,1036	ok	ok	ok	ok	N ok
P15	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P22	0,1553	ok	ok	N ok	N ok	N ok
P31	0,1553	ok	ok	N ok	N ok	N ok
P35	0,0888	ok	ok	ok	ok	N ok
P42	0,2071	ok	ok	N ok	N ok	N ok
P51	0,2071	ok	ok	N ok	N ok	N ok
P55	0,1184	ok	ok	ok	N ok	N ok

Tabela B.2 – Verificações dos pilares analisados, $e/d = 0,05$

Nº	$\mu_{cp}/\mu_{sc} = 0,5 - 1,0 - 2,0$		$\mu_{cp}/\mu_{sc} = 0,5$		$\mu_{cp}/\mu_{sc} = 1,0$	$\mu_{cp}/\mu_{sc} = 2,0$
	Confinamento f/f'_c	Verificações				
		1	2	3	3	3
P1A	0,1036	ok	ok	ok	ok	N ok
P2A	0,1036	ok	ok	ok	ok	N ok
P3A	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P4A	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P5A	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P6A	0,1251	ok	ok	ok	N ok	N ok
P7A	0,1251	ok	ok	ok	N ok	N ok
P8A	0,0715	N ok	ok	ok	ok	N ok
P9A	0,0715	N ok	ok	ok	ok	N ok
P10A	0,0715	N ok	ok	ok	ok	N ok
P11A	0,1036	ok	ok	ok	ok	N ok
P12A	0,1036	ok	ok	ok	ok	N ok
P13A	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P14A	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P15A	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P16A	0,1251	ok	ok	ok	ok	N ok
P17A	0,1251	ok	ok	ok	ok	N ok
P18A	0,0715	N ok	ok	ok	ok	ok
P19A	0,0715	N ok	ok	ok	ok	ok
P20A	0,0715	N ok	ok	ok	ok	ok
P21A	0,1553	ok	ok	ok	N ok	N ok
P22A	0,1553	ok	ok	ok	N ok	N ok
P23A	0,0888	ok	ok	ok	ok	N ok
P24A	0,0888	ok	ok	ok	ok	N ok
P25A	0,0888	ok	ok	ok	ok	N ok
P26A	0,1877	ok	ok	N ok	N ok	N ok
P27A	0,1877	ok	ok	N ok	N ok	N ok
P28A	0,1073	ok	ok	ok	ok	N ok
P29A	0,1073	ok	ok	ok	ok	N ok
P30A	0,1073	ok	ok	ok	ok	N ok
P31A	0,1553	ok	ok	ok	N ok	N ok
P32A	0,1553	ok	ok	ok	N ok	N ok
P33A	0,0888	ok	ok	ok	ok	N ok
P34A	0,0888	ok	ok	ok	ok	N ok
P35A	0,0888	ok	ok	ok	ok	N ok
P36A	0,1877	ok	ok	ok	N ok	N ok
P37A	0,1877	ok	ok	ok	N ok	N ok
P38A	0,1073	ok	ok	ok	ok	N ok
P39A	0,1073	ok	ok	ok	ok	N ok
P40A	0,1073	ok	ok	ok	ok	N ok
P41A	0,2071	ok	ok	N ok	N ok	N ok
P42A	0,2071	ok	ok	N ok	N ok	N ok
P43A	0,1184	ok	ok	ok	N ok	N ok
P44A	0,1184	ok	ok	ok	N ok	N ok
P45A	0,1184	ok	ok	ok	N ok	N ok
P46A	0,2503	ok	ok	N ok	N ok	N ok
P47A	0,2503	ok	ok	N ok	N ok	N ok
P48A	0,1430	ok	ok	ok	N ok	N ok
P49A	0,1430	ok	ok	ok	N ok	N ok
P50A	0,1430	ok	ok	ok	N ok	N ok
P51A	0,2071	ok	ok	ok	N ok	N ok
P52A	0,2071	ok	ok	ok	N ok	N ok
P53A	0,1184	ok	ok	ok	N ok	N ok
P54A	0,1184	ok	ok	ok	N ok	N ok
P55A	0,1184	ok	ok	ok	N ok	N ok
P56A	0,2503	ok	ok	N ok	N ok	N ok
P57A	0,2503	ok	ok	N ok	N ok	N ok
P58A	0,1430	ok	ok	ok	N ok	N ok
P59A	0,1430	ok	ok	ok	N ok	N ok
P60A	0,1430	ok	ok	ok	N ok	N ok

Tabela B.3 – Verificações dos pilares analisados, $e/d = 0,10$

Nº	μ _{cp} /μ _{sc} = 0,5 - 1,0 - 2,0		μ _{cp} /μ _{sc} = 0,5		μ _{cp} /μ _{sc} = 1,0	μ _{cp} /μ _{sc} = 2,0
	Confinamento <i>f/f'_c</i>	Verificações				
		1	2	3	3	3
P1B	0,1036	ok	ok	ok	ok	ok
P2B	0,1036	ok	ok	ok	ok	ok
P3B	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P4B	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P5B	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P6B	0,1251	ok	ok	ok	ok	ok
P7B	0,1251	ok	ok	ok	ok	ok
P8B	0,0715	N ok	ok	ok	ok	ok
P9B	0,0715	N ok	ok	ok	ok	ok
P10B	0,0715	N ok	ok	ok	ok	ok
P11B	0,1036	ok	ok	ok	ok	ok
P12B	0,1036	ok	ok	ok	ok	ok
P13B	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P14B	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P15B	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P16B	0,1251	ok	ok	ok	ok	ok
P17B	0,1251	ok	ok	ok	ok	ok
P18B	0,0715	N ok	ok	ok	ok	ok
P19B	0,0715	N ok	ok	ok	ok	ok
P20B	0,0715	N ok	ok	ok	ok	ok
P21B	0,1553	ok	ok	ok	ok	ok
P22B	0,1553	ok	ok	ok	ok	ok
P23B	0,0888	ok	ok	ok	ok	ok
P24B	0,0888	ok	ok	ok	ok	ok
P25B	0,0888	ok	ok	ok	ok	ok
P26B	0,1877	ok	ok	ok	ok	N ok
P27B	0,1877	ok	ok	ok	ok	N ok
P28B	0,1073	ok	ok	ok	ok	ok
P29B	0,1073	ok	ok	ok	ok	ok
P30B	0,1073	ok	ok	ok	ok	ok
P31B	0,1553	ok	ok	ok	ok	ok
P32B	0,1553	ok	ok	ok	ok	ok
P33B	0,0888	ok	ok	ok	ok	ok
P34B	0,0888	ok	ok	ok	ok	ok
P35B	0,0888	ok	ok	ok	ok	ok
P36B	0,1877	ok	ok	ok	ok	ok
P37B	0,1877	ok	ok	ok	ok	ok
P38B	0,1073	ok	ok	ok	ok	ok
P39B	0,1073	ok	ok	ok	ok	ok
P40B	0,1073	ok	ok	ok	ok	ok
P41B	0,2071	ok	ok	ok	ok	N ok
P42B	0,2071	ok	ok	ok	ok	N ok
P43B	0,1184	ok	ok	ok	ok	ok
P44B	0,1184	ok	ok	ok	ok	ok
P45B	0,1184	ok	ok	ok	ok	ok
P46B	0,2503	ok	ok	ok	ok	N ok
P47B	0,2503	ok	ok	ok	ok	N ok
P48B	0,1430	ok	ok	ok	ok	N ok
P49B	0,1430	ok	ok	ok	ok	N ok
P50B	0,1430	ok	ok	ok	ok	N ok
P51B	0,2071	ok	ok	ok	ok	N ok
P52B	0,2071	ok	ok	ok	ok	N ok
P53B	0,1184	ok	ok	ok	ok	ok
P54B	0,1184	ok	ok	ok	ok	ok
P55B	0,1184	ok	ok	ok	ok	ok
P56B	0,2503	ok	ok	ok	ok	N ok
P57B	0,2503	ok	ok	ok	ok	N ok
P58B	0,1430	ok	ok	ok	ok	N ok
P59B	0,1430	ok	ok	ok	ok	N ok
P60B	0,1430	ok	ok	ok	ok	N ok

Tabela B.4 – Verificações dos pilares analisados, $e/d = 0,15$

Nº	$\mu_{cp}/\mu_{sc} = 0,5 - 1,0 - 2,0$		$\mu_{cp}/\mu_{sc} = 0,5$		$\mu_{cp}/\mu_{sc} = 1,0$	$\mu_{cp}/\mu_{sc} = 2,0$
	Confinamento f/f'_c	Verificações				
		1,0	2,0	3	3	3
P1C	0,1036	ok	ok	ok	ok	ok
P2C	0,1036	ok	ok	ok	ok	ok
P3C	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P4C	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P5C	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P6C	0,1251	ok	ok	ok	ok	ok
P7C	0,1251	ok	ok	ok	ok	ok
P8C	0,0715	N ok	ok	ok	ok	ok
P9C	0,0715	N ok	ok	ok	ok	ok
P10C	0,0715	N ok	ok	ok	ok	ok
P11C	**	**	**	**	**	**
P12C	**	**	**	**	**	**
P13C	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P14C	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P15C	0,0592	N ok	ok	ok	ok	ok
P16C	**	**	**	**	**	**
P17C	**	**	**	**	**	**
P18C	0,0715	N ok	ok	ok	ok	ok
P19C	0,0715	N ok	ok	ok	ok	ok
P20C	0,0715	N ok	ok	ok	ok	ok
P21C	0,1553	ok	ok	ok	ok	N ok
P22C	0,1553	ok	ok	ok	ok	N ok
P23C	0,0888	ok	ok	ok	ok	ok
P24C	0,0888	ok	ok	ok	ok	ok
P25C	0,0888	ok	ok	ok	ok	ok
P26C	0,1877	ok	ok	ok	ok	N ok
P27C	0,1877	ok	ok	ok	ok	N ok
P28C	0,1073	ok	ok	ok	ok	ok
P29C	0,1073	ok	ok	ok	ok	ok
P30C	0,1073	ok	ok	ok	ok	ok
P31C	**	**	**	**	**	**
P32C	**	**	**	**	**	**
P33C	0,0888	ok	ok	ok	ok	ok
P34C	0,0888	ok	ok	ok	ok	ok
P35C	0,0888	ok	ok	ok	ok	ok
P36C	**	**	**	**	**	**
P37C	**	**	**	**	**	**
P38C	**	**	**	**	**	**
P39C	**	**	**	**	**	**
P40C	**	**	**	**	**	**
P41C	0,2071	ok	ok	ok	N ok	N ok
P42C	0,2071	ok	ok	ok	N ok	N ok
P43C	0,1184	ok	ok	ok	ok	N ok
P44C	0,1184	ok	ok	ok	ok	N ok
P45C	0,1184	ok	ok	ok	ok	N ok
P46C	0,2503	ok	ok	ok	N ok	N ok
P47C	0,2503	ok	ok	ok	N ok	N ok
P48C	0,1430	ok	ok	ok	ok	N ok
P49C	0,1430	ok	ok	ok	ok	N ok
P50C	0,1430	ok	ok	ok	ok	N ok
P51C	**	**	**	**	**	**
P52C	**	**	**	**	**	**
P53C	0,1184	ok	ok	ok	ok	ok
P54C	0,1184	ok	ok	ok	ok	ok
P55C	0,1184	ok	ok	ok	ok	ok
P56C	**	**	**	**	**	**
P57C	**	**	**	**	**	**
P58C	0,1430	ok	ok	ok	ok	N ok
P59C	0,1430	ok	ok	ok	ok	N ok
P60C	0,1430	ok	ok	ok	ok	N ok

B.2 – Verificações adicionais segundo a literatura

Tabela B.5 – Verificações do confinamento do aço da armadura transversal sobre os pilares de acordo com Mander *et al.* (1988) e classificação Pessiki (1994)

N°	ρ_{st} (%) Mander <i>et al</i> (1988)	Armadura Transversal				Confinamento	
		Tipo	Diâmetro Nominal	Espaçamento Limites (mm) Pessiki 1994			Adotado
				I _{se} 0,05	I _{se} 0,20		
P1	1,05	<u>Espirais</u>	#3 (9,525 mm)	104,18	26,05	75	Médio
P2	1,05					120	Baixo
P3	1,05					40	Médio
P4	1,05					75	Baixo
P5	1,05					120	Baixo
P6	1,65					75	Médio
P7	1,65					150	Baixo
P8	1,65					40	Médio
P9	1,65					75	Baixo
P10	1,65					150	Baixo
P11	2,41					75	Médio
P12	2,41					120	Baixo
P13	2,41					40	Médio
P14	2,41					75	Baixo
P15	2,41					120	Baixo
P16	3,81					75	Médio
P17	3,81					150	Baixo
P18	3,81					40	Médio
P19	3,81					75	Médio
P20	3,81					150	Baixo
P21	1,05					75	Médio
P22	1,05					120	Baixo
P23	1,05					40	Médio
P24	1,05					75	Baixo
P25	1,05					120	Baixo
P26	1,65					75	Médio
P27	1,65					150	Baixo
P28	1,65					40	Médio
P29	1,65					75	Baixo
P30	1,65					150	Baixo
P31	2,41					75	Médio
P32	2,41					120	Baixo
P33	2,41					40	Médio
P34	2,41					75	Baixo
P35	2,41					120	Baixo
P36	3,81					75	Médio
P37	3,81					150	Baixo
P38	3,81					40	Médio
P39	3,81					75	Médio
P40	3,81					150	Baixo
P41	1,05					75	Médio
P42	1,05					120	Baixo
P43	1,05					40	Médio
P44	1,05					75	Baixo
P45	1,05					120	Baixo
P46	1,65					75	Médio
P47	1,65					150	Baixo
P48	1,65					40	Médio
P49	1,65					75	Baixo
P50	1,65					150	Baixo
P51	2,41					75	Médio
P52	2,41					120	Baixo
P53	2,41					40	Médio
P54	2,41					75	Baixo
P55	2,41					120	Baixo
P56	3,81					75	Médio
P57	3,81					150	Médio
P58	3,81					40	Médio
P59	3,81					75	Médio
P60	3,81					150	Baixo

B.3 – Limite final do patamar definido pelo fator de 0,85 no diagrama *P-M*

Tabela B.6 – Limite final do patamar definido pelo fator de redução de 0,85 no diagrama *P-M*

Nº	Pilar não confinado	Pilar Confinado	Média por Número de Camadas	Média Geral	Valor Mínimo	Valor Máximo
P1	0,0968	0,0324	0,03992	0,03231167	0,0187	0,0475
P2	0,0968	0,0324				
P3	0,0745	0,0450				
P4	0,0745	0,0450				
P5	0,0745	0,0450				
P6	0,0834	0,0299				
P7	0,0834	0,0299				
P8	0,0691	0,0411				
P9	0,0691	0,0411				
P10	0,0691	0,0411				
P11	0,0808	0,0361				
P12	0,0808	0,0361				
P13	0,0707	0,0475				
P14	0,0707	0,0475				
P15	0,0707	0,0475				
P16	0,0696	0,0341				
P17	0,0696	0,0341				
P18	0,0649	0,0442				
P19	0,0649	0,0442				
P20	0,0649	0,0442				
P21	0,0968	0,0249	0,031265			
P22	0,0968	0,0249				
P23	0,0745	0,0354				
P24	0,0745	0,0354				
P25	0,0745	0,0354				
P26	0,0834	0,0225				
P27	0,0834	0,0225				
P28	0,0692	0,0323				
P29	0,0692	0,0323				
P30	0,0692	0,0323				
P31	0,0808	0,0272				
P32	0,0808	0,0272				
P33	0,0707	0,0381				
P34	0,0707	0,0381				
P35	0,0707	0,0381				
P36	0,0696	0,0261				
P37	0,0696	0,0261				
P38	0,0649	0,0355				
P39	0,0649	0,0355				
P40	0,0649	0,0355				
P41	0,0968	0,0196	0,02575			
P42	0,0968	0,0196				
P43	0,0745	0,0291				
P44	0,0745	0,0291				
P45	0,0745	0,0291				
P46	0,0834	0,0187				
P47	0,0834	0,0187				
P48	0,0692	0,0267				
P49	0,0962	0,0267				
P50	0,0962	0,0267				
P51	0,0808	0,0222				
P52	0,0808	0,0222				
P53	0,0707	0,0316				
P54	0,0707	0,0316				
P55	0,0707	0,0316				
P56	0,0696	0,0215				
P57	0,0696	0,0215				
P58	0,0649	0,0296				
P59	0,0649	0,0296				
P60	0,0649	0,0296				

B.4 – e/d para os Pontos B e C do diagrama simplificado $P-M$

Tabela B.7 – e/d para os pontos B e C do diagrama de iteração $P-M$. NC=Não Confinado; C=Confinado

Excentricidades relativas, e/d , para os pontos B e C				
Nº	Ponto B Pilar NC	Ponto B Pilar C	Ponto C Pilar NC	Ponto C Pilar C
P1	0,1038	0,0778	0,3113	0,1920
P2	0,1038	0,0778	0,3113	0,1920
P3	0,1166	0,0942	0,2967	0,2197
P4	0,1166	0,0942	0,2967	0,2197
P5	0,1166	0,0942	0,2967	0,2197
P6	0,1128	0,0837	0,3460	0,1973
P7	0,1128	0,0837	0,3460	0,1973
P8	0,1243	0,0991	0,3209	0,2242
P9	0,1243	0,0991	0,3209	0,2242
P10	0,1243	0,0991	0,3209	0,2242
P11	0,1143	0,0842	0,3935	0,2252
P12	0,1143	0,0842	0,3935	0,2252
P13	0,1230	0,0988	0,3517	0,2484
P14	0,1230	0,0988	0,3517	0,2484
P15	0,1230	0,0988	0,3517	0,2484
P16	0,1239	0,0894	0,4602	0,2345
P17	0,1239	0,0894	0,4602	0,2345
P18	0,1311	0,1035	0,3985	0,2593
P19	0,1311	0,1035	0,3985	0,2593
P20	0,1311	0,1035	0,3985	0,2593
P21	0,1038	0,0756	0,3113	0,1684
P22	0,1038	0,0756	0,3113	0,1684
P23	0,1166	0,0883	0,2967	0,1979
P24	0,1166	0,0883	0,2967	0,1979
P25	0,1166	0,0883	0,2967	0,1979
P26	0,1128	0,0824	0,3460	0,1721
P27	0,1128	0,0824	0,3460	0,1721
P28	0,1243	0,0931	0,3209	0,2004
P29	0,1243	0,0931	0,3209	0,2004
P30	0,1243	0,0931	0,3209	0,2004
P31	0,1143	0,0798	0,3935	0,1945
P32	0,1143	0,0798	0,3935	0,1945
P33	0,1230	0,0924	0,3517	0,2214
P34	0,1230	0,0924	0,3517	0,2214
P35	0,1230	0,0924	0,3517	0,2214
P36	0,1239	0,0854	0,4602	0,2016
P37	0,1239	0,0854	0,4602	0,2016
P38	0,1311	0,0969	0,3985	0,2281
P39	0,1311	0,0969	0,3985	0,2281
P40	0,1311	0,0969	0,3985	0,2281
P41	0,1038	0,0756	0,3113	0,1528
P42	0,1038	0,0756	0,3113	0,1528
P43	0,1166	0,0850	0,2967	0,1816
P44	0,1166	0,0850	0,2967	0,1816
P45	0,1166	0,0850	0,2967	0,1816
P46	0,1128	0,0829	0,3460	0,1560
P47	0,1128	0,0829	0,3460	0,1560
P48	0,1243	0,0899	0,3209	0,1833
P49	0,1243	0,0899	0,3209	0,1833
P50	0,1243	0,0899	0,3209	0,1833
P51	0,1143	0,0787	0,3935	0,1752
P52	0,1143	0,0787	0,3935	0,1752
P53	0,1230	0,0881	0,3517	0,2013
P54	0,1230	0,0881	0,3517	0,2013
P55	0,1230	0,0881	0,3517	0,2013
P56	0,1239	0,0843	0,4602	0,1806
P57	0,1239	0,0843	0,4602	0,1806
P58	0,1311	0,0925	0,3985	0,2057
P59	0,1311	0,0925	0,3985	0,2057
P60	0,1311	0,0925	0,3985	0,2057

B.5 – Diagramas de interação P - M - Pilares P15, P35 e P55 - $r = 2,0$

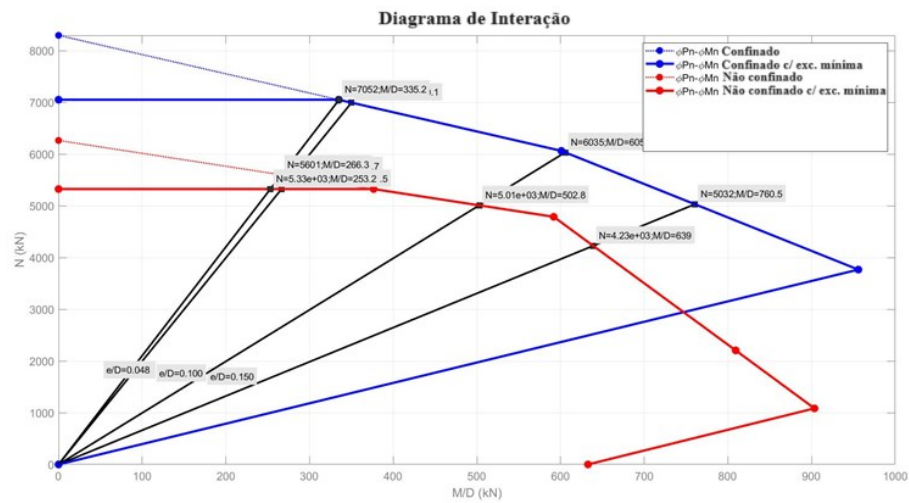


Figura B.1. Diagrama de Interação P - M . Pilar P15 – Confinado c/ 2 (duas) camadas de $PRFC$

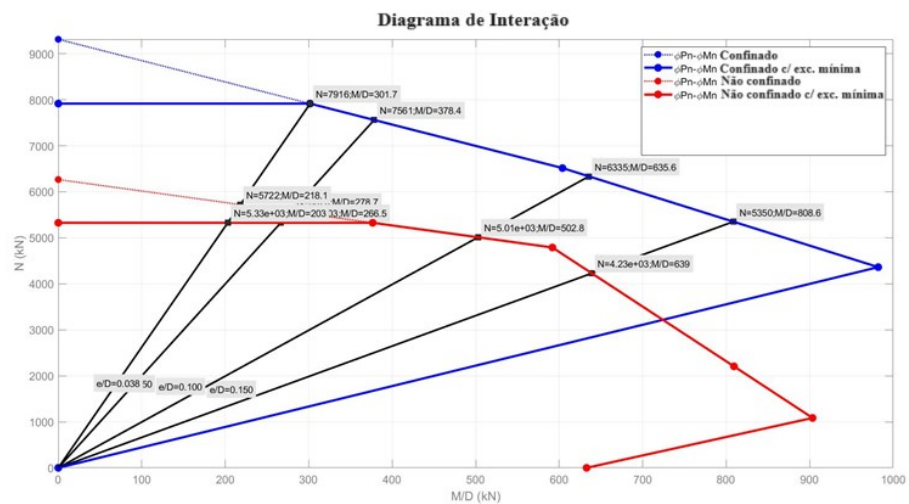


Figura B.2. Diagrama de Interação P - M . Pilar P35 – Confinado c/ 3 (três) camadas de $PRFC$

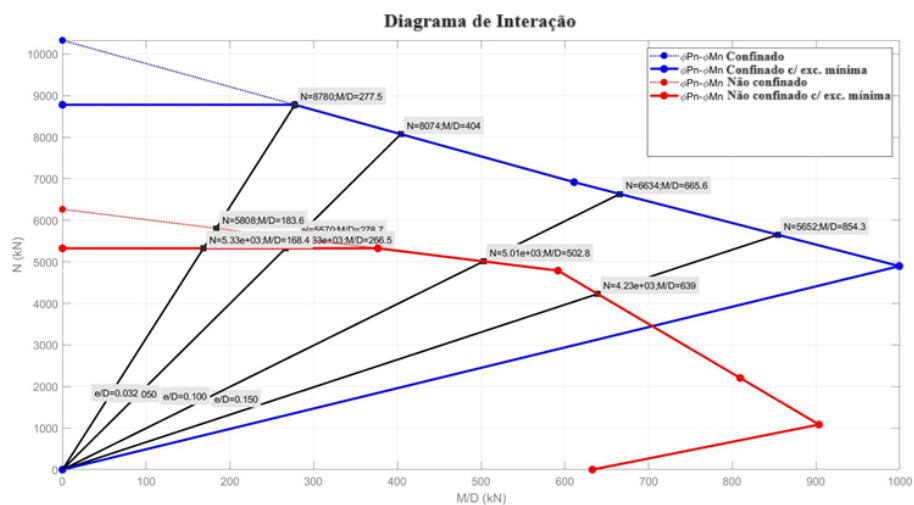


Figura B.3. Diagrama de Interação P - M . Pilar P55 – Confinado c/ 4 (quatro) camadas de $PRFC$

B.6 – Resistência de projeto, S_d , dos pilares analisados

Tabela B.8 – Ganho de resistência de projeto S_d dos pilares analisados NC=Não Confinado C=Confinado

Resistência de Projeto S_d dos pilares Analisados - ACI 440.2R (2017)												
Nº	$e/d = 0,05$				$e/d = 0,10$				$e/d = 0,15$			
	NC (kN) $\times 10^3$	C (kN) $\times 10^3$	Ganho (kN) $\times 10^3$	%	NC (kN) $\times 10^3$	C (kN) $\times 10^3$	Ganho (kN) $\times 10^3$	%	NC (kN) $\times 10^3$	C (kN) $\times 10^3$	Ganho (kN) $\times 10^3$	%
P01	3,37	4,98	1,61	47,77	3,36	4,11	0,76	22,51	2,71	3,51	0,80	29,53
P02	3,37	4,98	1,61	47,77	3,36	4,11	0,76	22,51	2,71	3,51	0,80	29,53
P03	5,50	7,39	1,89	34,28	5,23	6,29	1,07	20,42	4,28	5,20	0,92	21,48
P04	5,50	7,39	1,89	34,28	5,23	6,29	1,07	20,42	4,28	5,20	0,92	21,48
P05	5,50	7,39	1,89	34,28	5,23	6,29	1,07	20,42	4,28	5,20	0,92	21,48
P06	2,47	3,75	1,28	51,82	2,40	3,07	0,67	27,84	1,98	2,62	0,64	32,03
P07	2,47	3,75	1,28	51,82	2,40	3,07	0,67	27,84	1,98	2,62	0,64	32,03
P08	3,92	5,41	1,48	37,82	3,68	4,59	0,90	24,58	3,07	3,80	0,73	23,76
P09	3,92	5,41	1,48	37,82	3,68	4,59	0,90	24,58	3,07	3,80	0,73	23,76
P10	3,92	5,41	1,48	37,82	3,68	4,59	0,90	24,58	3,07	3,80	0,73	23,76
P11	4,04	5,70	1,66	41,11	3,89	4,77	0,88	22,58	3,28	4,10	0,82	25,11
P12	4,04	5,70	1,66	41,11	3,89	4,77	0,88	22,58	3,28	4,10	0,82	25,11
P13	6,15	8,07	1,92	31,28	5,78	6,96	1,18	20,46	4,88	5,81	0,93	18,96
P14	6,15	8,07	1,92	31,28	5,78	6,96	1,18	20,46	4,88	5,81	0,93	18,96
P15	6,15	8,07	1,92	31,28	5,78	6,96	1,18	20,46	4,88	5,81	0,93	18,96
P16	3,14	4,45	1,32	41,95	2,94	3,70	0,76	25,80	2,52	3,19	0,67	26,74
P17	3,14	4,45	1,32	41,95	2,94	3,70	0,76	25,80	2,52	3,19	0,67	26,74
P18	4,57	6,08	1,51	33,08	4,22	5,21	0,99	23,33	3,62	4,37	0,75	20,70
P19	4,57	6,08	1,51	33,08	4,22	5,21	0,99	23,33	3,62	4,37	0,75	20,70
P20	4,57	6,08	1,51	33,08	4,22	5,21	0,99	23,33	3,62	4,37	0,75	20,70
P21	3,37	5,50	2,13	63,15	3,36	4,45	1,09	32,58	2,71	3,83	1,12	41,36
P22	3,37	5,50	2,13	63,15	3,36	4,45	1,09	32,58	2,71	3,83	1,12	41,36
P23	5,50	8,03	2,52	45,83	5,23	6,65	1,42	27,15	4,28	5,57	1,29	30,13
P24	5,50	8,03	2,52	45,83	5,23	6,65	1,42	27,15	4,28	5,57	1,29	30,13
P25	5,50	8,03	2,52	45,83	5,23	6,65	1,42	27,15	4,28	5,57	1,29	30,13
P26	2,47	4,19	1,72	69,72	2,40	3,34	0,94	39,23	1,98	2,88	0,89	44,88
P27	2,47	4,19	1,72	69,72	2,40	3,34	0,94	39,23	1,98	2,88	0,89	44,88
P28	3,92	5,93	2,00	51,09	3,68	4,87	1,19	32,23	3,07	4,08	1,02	33,08
P29	3,92	5,93	2,00	51,09	3,68	4,87	1,19	32,23	3,07	4,08	1,02	33,08
P30	3,92	5,93	2,00	51,09	3,68	4,87	1,19	32,23	3,07	4,08	1,02	33,08
P31	4,04	6,24	2,20	54,49	3,89	5,11	1,22	31,36	3,28	4,43	1,15	35,18
P32	4,04	6,24	2,20	54,49	3,89	5,11	1,22	31,36	3,28	4,43	1,15	35,18
P33	6,15	8,72	2,57	41,86	5,78	7,31	1,53	26,45	4,88	6,17	1,29	26,48
P34	6,15	8,72	2,57	41,86	5,78	7,31	1,53	26,45	4,88	6,17	1,29	26,48
P35	6,15	8,72	2,57	41,86	5,78	7,31	1,53	26,45	4,88	6,17	1,29	26,48
P36	3,14	4,91	1,77	56,40	2,94	3,98	1,03	35,14	2,52	3,45	0,93	37,11
P37	3,14	4,91	1,77	56,40	2,94	3,98	1,03	35,14	2,52	3,45	0,93	37,11
P38	4,57	6,61	2,04	44,72	4,22	5,50	1,28	30,33	3,62	4,66	1,04	28,66
P39	4,57	6,61	2,04	44,72	4,22	5,50	1,28	30,33	3,62	4,66	1,04	28,66
P40	4,57	6,61	2,04	44,72	4,22	5,50	1,28	30,33	3,62	4,66	1,04	28,66
P41	3,37	6,00	2,63	78,12	3,36	4,78	1,43	42,51	2,71	4,14	1,43	52,64
P42	3,37	6,00	2,63	78,12	3,36	4,78	1,43	42,51	2,71	4,14	1,43	52,64
P43	5,50	8,60	3,10	56,31	5,23	6,99	1,77	33,80	4,28	5,91	1,63	38,17
P44	5,50	8,60	3,10	56,31	5,23	6,99	1,77	33,80	4,28	5,91	1,63	38,17
P45	5,50	8,60	3,10	56,31	5,23	6,99	1,77	33,80	4,28	5,91	1,63	38,17
P46	2,47	4,62	2,16	87,29	2,40	3,61	1,21	50,53	1,98	3,12	1,14	57,38
P47	2,47	4,62	2,16	87,29	2,40	3,61	1,21	50,53	1,98	3,12	1,14	57,38
P48	3,92	6,40	2,48	63,24	3,68	5,14	1,46	39,78	3,07	4,35	1,28	41,84
P49	3,92	6,40	2,48	63,24	3,68	5,14	1,46	39,78	3,07	4,35	1,28	41,84
P50	3,92	6,40	2,48	63,24	3,68	5,14	1,46	39,78	3,07	4,35	1,28	41,84
P51	4,04	6,75	2,71	67,20	3,89	5,44	1,55	39,85	3,28	4,73	1,46	44,47
P52	4,04	6,75	2,71	67,20	3,89	5,44	1,55	39,85	3,28	4,73	1,46	44,47
P53	6,15	9,32	3,17	51,48	5,78	7,65	1,87	32,42	4,88	6,52	1,64	33,62
P54	6,15	9,32	3,17	51,48	5,78	7,65	1,87	32,42	4,88	6,52	1,64	33,62
P55	6,15	9,32	3,17	51,48	5,78	7,65	1,87	32,42	4,88	6,52	1,64	33,62
P56	3,14	5,34	2,20	70,22	2,94	4,24	1,30	44,27	2,52	3,70	1,18	46,97
P57	3,14	5,34	2,20	70,22	2,94	4,24	1,30	44,27	2,52	3,70	1,18	46,97
P58	4,57	7,10	2,53	55,40	4,22	5,78	1,56	36,97	3,62	4,94	1,32	36,37
P59	4,57	7,10	2,53	55,40	4,22	5,78	1,56	36,97	3,62	4,94	1,32	36,37
P60	4,57	7,10	2,53	55,40	4,22	5,78	1,56	36,97	3,62	4,94	1,32	36,37

Apêndice C - Programa *BRACCO - Basis for Reliability Analysis of Columns with Composite Overlays*

C.1. Módulo 1 - Cálculo das estatísticas para o vetor da força resistente (P_R)

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CÁLCULO DAS ESTATÍSTICAS DO VETOR FORÇA RESISTENTE
% REVISÃO: 7
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clear
clc

rng ('default');
nome = 'nome';

%% Dados do Pilar

d = 58; % d é o diâmetro da circunferência em centímetros
r = d/2; % r é o raio da circunferência em centímetros
e_cob = 4; % e_cob é a espessura do cobrimento da armadura em centímetros
e_est = 0.952; % e_est é o diâmetro do estribo em centímetros
d_bar = 1.9050; % d_bar é o diâmetro da barra longitudinal em centímetros
n_bar = 16; % n_bar é o número de barras distribuídas simetricamente na seção
transversal circular
n_secoes = 100; % número de camadas divididas em números pares
e_d = 0.15; % Excentricidade Relativa
e = e_d * d;

n_iteracoes = 25;
s = 7.5;
d_s = s + e_est;
d_s_c = d - (e_cob + e_cob + e_est);
epsilon_c0 = 0.002;

passo_deformacao = 99;

%% Propriedades do Concreto

f_c_linha = 20;
psi = 0.95;
k_a = 1;
epsilon_ci = 0.003;

%% Propriedades do Aço

f_y = 420;
f_y_t = 420;
E = 200000;

%% Dados do CFRP

epsilon_fu = 16.7/1000;
E_PRFC = 227527;
N = 3;
t = 0.33/10;
f_PRFC = epsilon_fu * E_PRFC;

%% Dados Gerais

n_ciclos = 500000;

```

```

%% Variáveis Aleatórias

% m = média - SD = Desvio Padrão - COV = Coeficiente de Variação

% Estatísticas dos desvios do diâmetro do pilar

% Distribuição = Normal
% m_delta_d = média dos desvios dos valores nominais do diâmetro do pilar
m_delta_d = +1.52;

% SD_d = Desvio padrão do diâmetro nominal do pilar, em mm
SD_d = 6.35;

% Estatísticas dos desvios do cobrimetno do pilar

% Distribuição = Normal
% m_delta_c = média dos desvios dos valores nominais do cobrimetno do pilar
m_delta_c = +8.13;

% SD_c = Desvio padrão dos valores nominais do cobrimento do pilar
SD_c = 4.32;

% Estatísticas da resistência a compressão do concreto

% Distribuição = Lognormal
% COV_fcm = Coeficiente de variação da resistência a compressão do concreto
COV_fcm = 0.10;

% m_fcm = Resistência a compressão média
m_fcm1 = f_c_linha/(1-1.34*COV_fcm); % ACI 318/20014
m_fcm2 = (f_c_linha - 3,5)/(1-2.33*COV_fcm);
m_fcm = max(m_fcm1, m_fcm2);

% SD_fcm = Desvio padrão da resistência a compressão
SD_fcm = COV_fcm * m_fcm;

% Estatísticas do módulo de elasticidade do aço longitudinal

% Distribuição = Normal
% m_E_l = média do módulo de elasticidade do aço longitudinal
m_E_l = 200000; % em Mpa

% COV_E_l = Coeficiente de Variação do módulo de elasticidade do aço longitudinal
COV_E_l = 0.033;

% SD_E_l = Desvio padrão do módulo de elasticidade do aço longitudinal
SD_E_l = COV_E_l * m_E_l;

% Estatísticas da tensão de escoamento do aço longitudinal

% Distribuição = Lognormal
% m_fy = valor médio da tensão de escoamento do aço longitudinal (Nowak&Szerszen, 2010)
m_fy_l = 1.165 * f_y;

% COV_fy_l = Coeficiente de variação da tensão de escoamento do aço longitudinal
COV_fy_l = 0.050;

% SD_fy_l = Desvio padrão da tensão de escoamento do aço longitudinal
SD_fy_l = COV_fy_l * m_fy_l;

% Estatística da resistência última do aço longitudinal

% Distribuição = Lognormal
% m_fs_u = média da resisistência última do aço longitudinal
m_fs_u = 714;
% COV_fs_u = coeficiente de variação da resistência última do aço longitudinal

```

```

COV_fs_u = 0.083;
% SD_fs_u = Desvio padrão da resistência última do aço longitudinal
SD_fs_u = COV_fs_u * m_fs_u;

% Estatísticas da deformação na tensão de endurecimento do aço longitudinal

% Distribuição = Normal
% m_es_h_l = média da deformação na tensão de endurecimento
m_es_h_l = 0.015;

% COV_es_h_l = coeficiente de variação da deformação na tensão de endurecimento do
aço longitudinal
COV_es_h_l = 0.2667;

% SD_es_h_l = desvio padrão da deformação na tensão de endurecimento do aço
longitudinal
SD_es_h_l = COV_es_h_l * m_es_h_l;

% Estatísticas da deformação última do aço longitudinal

% Distribuição = Normal
% m_es_u_l = média da deformação no final do escoamento
m_es_u_l = 0.15;

% COV_es_u_l = Coeficiente de variação da deformação no final do escoamento
COV_es_u_l = 0.2;

% SD_es_u_l = desvio padrão da deformação última do aço longitudinal
SD_es_u_l = COV_es_u_l * m_es_u_l;

% Estatísticas da tensão de escoamento do aço transversal

% Distribuição = Lognormal
% m_fy_t = média da tensão de escoamento do aço transversal (Nowak&Szerzen, 2010)
m_fy_t = 1.165 * fy_t;

% COV_fy_t = Coeficiente de variação da tensão de escoamento do aço transversal
COV_fy_t = 0.05;

% SD_fy_t = Desvio padrão da tensão de escoamento do aço transversal
SD_fy_t = m_fy_t * COV_fy_t;

% Estatísticas da resistência a tração última do PRFC

% Distribuição = weibullSC
% m_f_PRFC = média da resistência a tração última do PRFC
m_f_PRFC = 3500;

% COV_fPRFC = coeficiente de variação da resistência última a tração do PRFC
COV_f_PRFC = 0.05;

% SD_fPRFC = desvio padrão da resistência a tração do PRFC
SD_f_PRFC = COV_f_PRFC * m_f_PRFC;

%% Estatísticas da Carga Permanente

% Distribuição = Normal
% Os valores médios são obtidos através do cálculo de cargas

% COV_CP = Coeficiente de variação da carga permanente
COV_CP = 0.10;

% Estatísticas da sobrecarga

% Distribuição = valores extremos tipo I (Gumbel)
% Os valores médios são obtidos através do cálculo de cargas

```



```

% COV_S = coeficiente de variação da sobrecarga
COV_S = 0.25;

%% Estatísticas do erro do modelo para a resistência

% m_r_erro = média do erro do modelo para a resistência
m_modr_erro = 0.96;

% COV_modr_erro = coeficiente de variação do erro do modelo da resistência
COV_modr_erro = 0.23;

% SD_modr_erro = desvio padrão do erro do modelo da resistência
SD_modr_erro = COV_modr_erro * m_modr_erro;

% Estatísticas do erro do modelo para a deformação

% Distribuição = Lognormal
% m_mode_erro = média do erro do modelo para a deformação
m_mode_erro = 0.77;

% COV_mode_erro = coeficiente de variação do erro do modelo para a deformação
COV_mode_erro = 0.54;

% SD_mode_erro = desvio padrão do erro do modelo para a deformação
SD_mode_erro = COV_mode_erro * m_mode_erro;

%% GERADOR DE NÚMEROS ALEATÓRIOS PARA A RESISTÊNCIA

% rgn produz os mesmos números aleatórios sempre que o Matlab for iniciado

%% Propriedades Geometricas = Distribuição Normal

% Diâmetro

rng(1);

d_smc = d + normrnd(m_delta_d, SD_d, 1, n_ciclos);

% Cobrimento

rng(2);

e_cob_smc = e_cob + normrnd(m_delta_c, SD_c, 1, n_ciclos);

% D_c = Diâmetro Confinado

D_c_smc = d_smc + e_cob_smc;

%% Resistência a Compressão do concreto = Distribuição Lognormal
% Parâmetros da Distribuição Lognormal = Média(m_log) e Desvios Padrão(Sigma)

m_log_fcm = log((m_fcm^2)/sqrt(SD_fcm^2 + m_fcm^2));
sigma_fcm = sqrt(log((SD_fcm^2)/(m_fcm^2) + 1));

rng(3);

F_cm_smc = lognrnd(m_log_fcm, sigma_fcm, 1, n_ciclos);

%% Propriedades do Aço Longitudinal

% Tensão de escoamento do aço longitudinal = Distribuição Lognormal - Fy_l_smc

m_log_fy_l = log((m_fy_l^2)/sqrt(SD_fy_l^2 + m_fy_l^2));
sigma_fy_l = sqrt(log((SD_fy_l^2)/(m_fy_l^2) + 1));

rng(4);

Fy_l_smc = lognrnd(m_log_fy_l, sigma_fy_l, 1, n_ciclos);

```

```

% Resistência Última do Aço Longitudinal = Distribuição Lognormal - Fs_u

m_log_fs_u = log((m_fs_u^2)/sqrt(SD_fs_u^2 + m_fs_u^2));
sigma_fs_u = sqrt(log((SD_fs_u^2)/(m_fs_u^2) + 1));

rng(5);

Fs_u_smc = lognrnd(m_log_fs_u,sigma_fs_u,1,n_ciclos);

% Deformação Última do Aço Longitudinal = Distribuição Normal - es_u_l

rng(6);

es_u_l_smc = normrnd(m_es_u_l,SD_es_u_l,1,n_ciclos);

% Deformação na Tensão de Endurecimento do aço Longitudinal = Distribuição Normal - e_sh_l

rng(7);

e_sh_l_smc = normrnd(m_es_h_l,SD_es_h_l,1,n_ciclos);

% Módulo de Elasticidade do Aço longitudinal = Distribuição Normal - E_l

rng(8);

E_l_smc = normrnd(m_E_l,SD_E_l,1,n_ciclos);

% Deformação no Escoamento do Aço Longitudinal - e_l

%% Tensão de Escoamento do Aço Transversal = Distribuição Lognormal - fy_t_smc

m_log_fy_t = log((m_fy_t^2)/sqrt(SD_fy_t^2 + m_fy_t^2));
sigma_fy_t = sqrt(log((SD_fy_t^2/m_fy_t^2) + 1));

rng(9);

fy_t_smc = lognrnd(m_log_fy_t,sigma_fy_t,1,n_ciclos);

%% Resistência a Tração última do PRFC = Distribuição WeibuSC - f_CPRF_smc

parametro_forma = (SD_f_PRFC/m_f_PRFC)^-1.086;
parametro_escala = m_f_PRFC/(gamma(1+1/parametro_forma));

rng(10);

f_PRFC_smc = wblrnd(parametro_escala,parametro_forma,1,n_ciclos);

e_PRFC_smc = f_PRFC_smc/E_PRFC;

%% Erro do Modelo para a Resistência = Distribuição Normal - Erro_Modelo_r

rng(11);

Erro_Modelo_r = normrnd(m_modr_erro,SD_modr_erro,1,n_ciclos);
Erro_Modelo_r(Erro_Modelo_r<=0) = NaN;

%% Erro do Modelo para a Deformação = Distribuição Lognormal - Erro_Modelo_e

m_log_erro_e = log((m_mode_erro^2)/sqrt(SD_mode_erro^2 + m_mode_erro^2));
sigma_erro_e = sqrt(log((SD_mode_erro^2/m_mode_erro^2) + 1));

rng(12);

Erro_Modelo_e = lognrnd(m_log_erro_e,sigma_erro_e,1,n_ciclos);

disp('OK!')
save(nome);

```

Programa *BRACCO* - *Basis for Reliability Analysis of Columns with Composite Overlays*

C.2. Módulo 2 - Cálculo do vetor da força resistente (P_R)

Clear

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   CÁLCULO DO VETOR FORÇA RESISTENTE                               %
%   MODELO LEE ET. AL (2010), para pilares circulares sujeitos a flexo-compressão %
%   REVISÃO: 9                                                       %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% Cálculo do Vetor P_r

%%
carregar1 = 'nome';
load(carregar1);
pilar = 'nome_rod';

%% Setando os Vetores

posicao_fatias = zeros(n_secoes+1,1);
centro_fatias = zeros(n_secoes,1);
vetor_P_r = zeros(n_iteracoes,1);
vetor_erro_P_s = zeros(n_iteracoes,1);
R_cc_Lee = zeros(n_secoes,1);
Rs_Lee = zeros(n_bar,1);
vetor_P_r = zeros(n_iteracoes,1);
vetor_erro_P_r = zeros(n_iteracoes,1);
epsilon_cl_Lee = zeros(n_secoes,1);
vetor_smc_P_r = zeros(n_ciclos,1);
vetor_smc_erro_P_r = zeros(n_ciclos,1);

for A = 1:n_ciclos

%% Dados do Pilar

r = D_c_smc(A)/2;
LN = 0;
passo_deformacao = 99;

%% Propriedades do Concreto

psi = 0.95;
k_a = 1;
epsilon_ci = 0.003;
E_c = 4700 * sqrt(F_cm_smc(A));

%% Cálculo da Área de Concreto (Seções)

fatias_x=ones(n_secoes/2,1);

i=1;
while i<=n_secoes/2
    fatias_x (i)=i;
    i=i+1;
end

Teta=zeros(n_secoes/2+1,1);
i=1;
while i<=n_secoes/2
    Teta(i)=asin((n_secoes/2-(fatias_x(i)-1))/(n_secoes/2));
    i=i+1;
end

```

```

Area_Fatias=zeros(n_secoes/2,1);

i=1;
while i<=n_secoes/2

Area_Fatias (i)= ((D_c_smc(A)/2)^2) * ( Teta(i) - Teta(i+1) +
cos(Teta(i))*sin(Teta(i)) - cos(Teta(i+1))*sin(Teta(i+1)) );
i=i+1;
end

i = 1;
j = n_secoes;

while j > n_secoes/2
    Area_Fatias(j) = Area_Fatias(i);
    j = j - 1;
    i = i + 1;
end

%% Cálculo da Posição das Fatias

i = 1;
while i <= n_secoes + 1
    posicao_fatias (i) = (D_c_smc(A)/n_secoes)*(i-1);
    i = i + 1;
end

i = 1;
while i <= n_secoes
    centro_fatias (i) = (posicao_fatias (i) + posicao_fatias(i+1))/2;
    i = i + 1;
end

%% Cálculo das Posições da Armadura na Seção Transversal

% Cálculo da distância do polo ao ponto de interesse (barra)

r_dist = r-(e_cob_smc(A)+e_est+(d_bar/2));

% Cálculo do ângulo formado pela semireta OA e OP

teta_r0 = ((2*180)/n_bar)/2; % teta em relação a semireta 0X
teta_r = (2*180)/n_bar; % ângulo de simetria entre barras

teta = ones(n_bar,1);

i=1;
while i<=n_bar
teta(i)=((teta_r)*i)-(teta_r0);
i=i+1;
end

% Convertendo graus em radianos
teta = (teta/180) * pi;

% Conversão do sistema polar para o sistema cartesiano (y) - Referência 0X

mr_dist = ones(n_bar,1)*r_dist;
dist_y = mr_dist.*sin(teta);

%% Cálculo preliminares

a_esp = (pi * (e_est^2))/4;

%% Cálculo das pressões de confinamento

% f_ls = pressão de confinamento exercida pelo aço transversal

```

```

% f_lF = pressão de confinamento exercida pelo PRFC

f_ls = (2*(a_esp)*fy_t_smc(A))/(d_s_c*s);
f_lF = (2*(f_PRFC_smc(A)*t*N))/D_c_smc(A);

%% Cálculo do coeficiente K_s

if f_lF <= f_ls
    k_s = 2 - (f_lF/f_ls);
else
    K_s = 1;
end

%% Cálculo de f_cc_Lee e epsilon_cc_Lee de acordo com o Modelo de Lee

% f_cc_Lee é a resistência última do concreto confinado com PRFC
% epsilon_cc_Lee é a deformação última do concreto confinado com PRFC

f_cc_Lee = (F_cm_smc(A) + 2*(f_ls + f_lF))*Erro_Modelo_r(A);

epsilon_cc_Lee = (epsilon_c0*( 1.75 +
5.25*((K_s*f_ls)+f_lF)/(F_cm_smc(A)))*((e_PRFC_smc(A)/epsilon_c0)^0.45))*Erro_Mod
elo_e(A);

%% Cálculo de f_cs_Lee e epsilon_cs_Lee de acordo com o Modelo de Lee

% f_cs_Lee é a resistência do concreto confinado correspondente a contribuição
% do aço transversal
% epsilon_cs_Lee é a deformação do concreto confinado correspondente a
% contribuição do aço transversal

if f_lF >= f_ls
    f_cs_Lee = 0.95*f_cc_Lee;
    epsilon_cs_Lee = epsilon_cc_Lee * (0.85 + 0.03*(f_lF/f_ls));
else
    f_cs_Lee = 0.867*f_cc_Lee;
    epsilon_cs_Lee = 0.7*f_cc_Lee;
end

%% Diagrama tensão deformação para o concreto confinado Lee et. al (2010)

% Representação dos 3 (três) trechos

epsilon_c_Lee = [0:epsilon_cc_Lee/passo_deformacao:epsilon_cc_Lee]';

f_c_Lee = zeros(size(epsilon_c_Lee,1),1);

j=1;

while j<= size(epsilon_c_Lee,1);

if epsilon_c_Lee(j) <= epsilon_c0 % valor tomado com fixo de 0.002 para epsilon_c0
    f_c_Lee(j) = (E_c*epsilon_c_Lee(j)) + ((F_cm_smc(A) -
E_c*epsilon_c0)*((epsilon_c_Lee(j)/epsilon_c0)^2));
elseif epsilon_c_Lee(j) <= epsilon_cs_Lee
    f_c_Lee(j) = F_cm_smc(A) + (f_cs_Lee - F_cm_smc(A)) * (((epsilon_c_Lee(j) -
epsilon_c0)/(epsilon_cs_Lee - epsilon_c0))^0.7);
else
    f_c_Lee(j) = f_cs_Lee + (f_cc_Lee - f_cs_Lee) * (((epsilon_c_Lee(j) -
epsilon_cs_Lee)/(epsilon_cc_Lee - epsilon_cs_Lee))^0.7);
end
j = j + 1;
end

% plot(epsilon_c_Lee,f_c_Lee);

```

```

%% ***** Cálculo de P_r *****

% Deformação na fibra mais comprimida

di_Lee = epsilon_cc_Lee / n_iteracoes;

for iteracao = 1:n_iteracoes
    epsilon_ci_Lee = iteracao * di_Lee;
    LN = 0; % não mexer
    Verificacao_0_Lee = -1;

%% 1A Verificacao
while Verificacao_0_Lee < 0
    LN = LN + D_c_smc(A)/1; % D_c_smc(A)/FI - FI = 1

% Concreto

i = 1;
if LN > 0

% Resistência do Concreto

while i <= n_secoes
    epsilon_c1_Lee(i) = ((LN - centro_fatias(i)) * epsilon_ci_Lee)/LN;
    if epsilon_c1_Lee(i) < 0
        R_cc_Lee(i) = 0;
    elseif epsilon_c1_Lee(i) <= epsilon_c0
        R_cc_Lee(i) = ((E_c*epsilon_c1_Lee(i)) + ((F_cm_smc(A) -
        E_c*epsilon_c0)*((epsilon_c1_Lee(i)/epsilon_c0)^2)))*Area_Fatias(i);
    elseif epsilon_c1_Lee(i) <= epsilon_cs_Lee
        R_cc_Lee(i) = (F_cm_smc(A) + (f_cs_Lee - F_cm_smc(A)) * (((epsilon_c1_Lee(i)
        - epsilon_c0)/(epsilon_cs_Lee - epsilon_c0))^0.7))*Area_Fatias(i);
    else R_cc_Lee(i) = (f_cs_Lee + (f_cc_Lee - f_cs_Lee) * (((epsilon_c1_Lee(i) -
        epsilon_cs_Lee)/(epsilon_cc_Lee - epsilon_cs_Lee))^0.7))*Area_Fatias(i);
    end
    i = i + 1;
end
else
    R_cc_Lee = 0;
end

R_cc_Lee = R_cc_Lee/10;

% Resistência do Aço

dist_armadura = D_c_smc(A)/2 - dist_y;
def_aco = (epsilon_ci_Lee.* (LN - dist_armadura))./(LN);

epsilon_y = Fy_l_smc(A)./ E_l_smc(A);

r_smc(A) = es_u_l_smc(A) - e_sh_l_smc(A);

m_smc(A) = (((Fs_u_smc(A)/Fy_l_smc(A))*((30*r_smc(A) + 1)^2)) - 60*r_smc(A) -
1)/(15*(r_smc(A)^2));

% para a curva tensão deformação do aço

i = 1;
while i <= n_bar
    if abs(def_aco(i)) <= epsilon_y
        Rs_Lee(i) = def_aco(i) * E_l_smc(A) * ((pi * (d_bar*10)^2)/4);
    elseif abs(def_aco(i)) <= e_sh_l_smc(A)
        Rs_Lee(i) = sign(def_aco(i)) * Fy_l_smc(A) * ((pi * (d_bar*10)^2)/4);
    else Rs_Lee(i) = Fy_l_smc(A)*(((m_smc(A)*(epsilon_y - e_sh_l_smc(A)) +
2)/(60*(epsilon_y - e_sh_l_smc(A))+2)) + ...
        (((epsilon_y - e_sh_l_smc(A))*(60 - m_smc(A)))/
        (2*(30*r_smc(A)^2)))*((pi*(d_bar*10)^2)/4);
    end
end

```

```

    i = i + 1;
end
Rs_Lee = Rs_Lee .* 0.001;

% Verificação_0 = Verifica se o equilibrio estático é atingindo

Verificacao_0_Lee = sum((e_d*D_c_smc(A) - D_c_smc(A)/2 + centro_fatias).*R_cc_Lee)
+ sum((e_d*D_c_smc(A) - D_c_smc(A)/2 + dist_armadura).*Rs_Lee); %bracco
end

%% 2A Verificacao
while Verificacao_0_Lee > 0
LN = LN - D_c_smc(A)/100; % D_c_smc(A)/FI - FI = 100

% Concreto

i = 1;
if LN > 0

% Resistência do Concreto

while i <= n_secoes
    epsilon_c1_Lee(i) = ((LN - centro_fatias(i))* epsilon_ci_Lee)/LN;
    if epsilon_c1_Lee(i) < 0
R_cc_Lee(i) = 0;
    elseif epsilon_c1_Lee(i) <= epsilon_c0
R_cc_Lee(i) = ((E_c*epsilon_c1_Lee(i)) + ((F_cm_smc(A) -
E_c*epsilon_c0)*((epsilon_c1_Lee(i)/epsilon_c0)^2)))*Area_Fatias(i);
    elseif epsilon_c1_Lee(i) <= epsilon_cs_Lee
R_cc_Lee(i) = (F_cm_smc(A) + (f_cs_Lee - F_cm_smc(A)) * (((epsilon_c1_Lee(i)
- epsilon_c0)/(epsilon_cs_Lee - epsilon_c0))^0.7))*Area_Fatias(i);
    else R_cc_Lee(i) = (f_cs_Lee + (f_cc_Lee - f_cs_Lee) * (((epsilon_c1_Lee(i) -
epsilon_cs_Lee)/(epsilon_cc_Lee - epsilon_cs_Lee))^0.7))*Area_Fatias(i);
    end
    i = i + 1;
end
else
R_cc_Lee = 0;
end

R_cc_Lee = R_cc_Lee/10;

% Resistência do Aço

dist_armadura = D_c_smc(A)/2 - dist_y;
def_aco = (epsilon_ci_Lee.* (LN - dist_armadura))./(LN);

epsilon_y = Fy_l_smc(A) ./ E_l_smc(A);

r_smc(A) = es_u_l_smc(A) - e_sh_l_smc(A);

m_smc(A) = (((Fs_u_smc(A)/Fy_l_smc(A))*((30*r_smc(A) + 1)^2)) - 60*r_smc(A) -
1)/(15*(r_smc(A)^2));

% para a curva tensão deformação do aço

i = 1;
while i <= n_bar
    if abs(def_aco(i)) <= epsilon_y
Rs_Lee(i) = def_aco(i) * E_l_smc(A) * ((pi * (d_bar*10)^2)/4);
    elseif abs(def_aco(i)) <= e_sh_l_smc(A)
Rs_Lee(i) = sign(def_aco(i)) * Fy_l_smc(A) * ((pi * (d_bar*10)^2)/4);
    else Rs_Lee(i) = Fy_l_smc(A)*(((m_smc(A)*(epsilon_y - e_sh_l_smc(A)) +
2)/(60*(epsilon_y - e_sh_l_smc(A))+2)) + ...
(((epsilon_y - e_sh_l_smc(A))*(60 - m_smc(A)))/
(2*(30*r_smc(A)^2)))*((pi*(d_bar*10)^2)/4);
    end
end

```

```

    i = i + 1;
end
Rs_Lee = Rs_Lee .* 0.001;

% Verificação_0 = Verifica se o equilibrio estático é atingindo

Verificacao_0_Lee = sum((e_d*D_c_smc(A) - D_c_smc(A)/2 + centro_fatias).*R_cc_Lee)
+ sum((e_d*D_c_smc(A) - D_c_smc(A)/2 + dist_armadura).*Rs_Lee);
end

%% 3A Verificacao
while Verificacao_0_Lee < 0
    LN = LN + D_c_smc(A)/10000; % D_c_smc(A)/FI - FI = 10000

% Concreto

i = 1;
if LN > 0

% Resistência do Concreto

while i <= n_secoes
    epsilon_c1_Lee(i) = ((LN - centro_fatias(i))* epsilon_ci_Lee)/LN;
    if epsilon_c1_Lee(i) < 0
        R_cc_Lee(i) = 0;
    elseif epsilon_c1_Lee(i) <= epsilon_c0
        R_cc_Lee(i) = ((E_c*epsilon_c1_Lee(i)) + ((F_cm_smc(A) -
        E_c*epsilon_c0)*((epsilon_c1_Lee(i)/epsilon_c0)^2)))*Area_Fatias(i);
    elseif epsilon_c1_Lee(i) <= epsilon_cs_Lee
        R_cc_Lee(i) = (F_cm_smc(A) + (f_cs_Lee - F_cm_smc(A)) * (((epsilon_c1_Lee(i)
        - epsilon_c0)/(epsilon_cs_Lee - epsilon_c0))^0.7))*Area_Fatias(i);
    else R_cc_Lee(i) = (f_cs_Lee + (f_cc_Lee - f_cs_Lee) * (((epsilon_c1_Lee(i) -
        epsilon_cs_Lee)/(epsilon_cc_Lee - epsilon_cs_Lee))^0.7))*Area_Fatias(i);
    end
    i = i + 1;
end
else
    R_cc_Lee = 0;
end

R_cc_Lee = R_cc_Lee/10;

% Resistência do Aço

dist_armadura = D_c_smc(A)/2 - dist_y;
def_aco = (epsilon_ci_Lee.*(LN - dist_armadura))./(LN);

epsilon_y = Fy_l_smc(A)./ E_l_smc(A);

r_smc(A) = es_u_l_smc(A) - e_sh_l_smc(A);

m_smc(A) = (((Fs_u_smc(A)/Fy_l_smc(A))*((30*r_smc(A) + 1)^2)) - 60*r_smc(A) -
1)/(15*(r_smc(A)^2));

% para a curva tensão deformação do aço

i = 1;
while i <= n_bar
    if abs(def_aco(i)) <= epsilon_y
        Rs_Lee(i) = def_aco(i) * E_l_smc(A) * ((pi * (d_bar*10)^2)/4);
    elseif abs(def_aco(i)) <= e_sh_l_smc(A)
        Rs_Lee(i) = sign(def_aco(i)) * Fy_l_smc(A) * ((pi * (d_bar*10)^2)/4);
    else Rs_Lee(i) = Fy_l_smc(A)*(((m_smc(A)*(epsilon_y - e_sh_l_smc(A)) +
2)/(60*(epsilon_y - e_sh_l_smc(A))+2)) + ...
        (((epsilon_y - e_sh_l_smc(A))*(60 - m_smc(A)))/
        (2*(30*r_smc(A)^2)))*((pi*(d_bar*10)^2)/4);
    end
end

```



```

    i = i + 1;
end
Rs_Lee = Rs_Lee .* 0.001;

% Verificação_0 = Verifica se o equilibrio estático é atingindo

Verificacao_0_Lee = sum((e_d*D_c_smc(A) - D_c_smc(A)/2 + centro_fatias).*R_cc_Lee)
+ sum((e_d*D_c_smc(A) - D_c_smc(A)/2 + dist_armadura).*Rs_Lee); %bracco
end

%% 4A Verificacao
while Verificacao_0_Lee > 0
LN = LN - D_c_smc(A)/1000000; % D_c_smc(A)/FI - FI = 1000000

% Concreto

i = 1;
if LN > 0

% Resistência do Concreto

while i <= n_secoes
    epsilon_c1_Lee(i) = ((LN - centro_fatias(i))* epsilon_ci_Lee)/LN;
    if epsilon_c1_Lee(i) < 0
R_cc_Lee(i) = 0;
    elseif epsilon_c1_Lee(i) <= epsilon_c0
R_cc_Lee(i) = ((E_c*epsilon_c1_Lee(i)) + ((F_cm_smc(A) -
E_c*epsilon_c0)*((epsilon_c1_Lee(i)/epsilon_c0)^2)))*Area_Fatias(i);
    elseif epsilon_c1_Lee(i) <= epsilon_cs_Lee
        R_cc_Lee(i) = (F_cm_smc(A) + (f_cs_Lee - F_cm_smc(A)) * (((epsilon_c1_Lee(i)
- epsilon_c0)/(epsilon_cs_Lee - epsilon_c0))^0.7))*Area_Fatias(i);
        else R_cc_Lee(i) = (f_cs_Lee + (f_cc_Lee - f_cs_Lee) * (((epsilon_c1_Lee(i) -
epsilon_cs_Lee)/(epsilon_cc_Lee - epsilon_cs_Lee))^0.7))*Area_Fatias(i);
    end
    i = i + 1;
end
else
    R_cc_Lee = 0;
end

R_cc_Lee = R_cc_Lee/10;

% Resistência do Aço

dist_armadura = D_c_smc(A)/2 - dist_y;
def_aco = (epsilon_ci_Lee.* (LN - dist_armadura))./(LN);

epsilon_y = Fy_l_smc(A) ./ E_l_smc(A);

r_smc(A) = es_u_l_smc(A) - e_sh_l_smc(A);

m_smc(A) = (((Fs_u_smc(A)/Fy_l_smc(A))*((30*r_smc(A) + 1)^2)) - 60*r_smc(A) -
1)/(15*(r_smc(A)^2));

% para a curva tensão deformação do aço

i = 1;
while i <= n_bar
    if abs(def_aco(i)) <= epsilon_y
        Rs_Lee(i) = def_aco(i) * E_l_smc(A) * ((pi * (d_bar*10)^2)/4);
    elseif abs(def_aco(i)) <= e_sh_l_smc(A)
        Rs_Lee(i) = sign(def_aco(i)) * Fy_l_smc(A) * ((pi * (d_bar*10)^2)/4);
    else Rs_Lee(i) = Fy_l_smc(A)*(((m_smc(A)*(epsilon_y - e_sh_l_smc(A)) +
2)/(60*(epsilon_y - e_sh_l_smc(A))+2)) + ...
        (((epsilon_y - e_sh_l_smc(A))*(60 - m_smc(A)))/
(2*(30*r_smc(A)^2)))*((pi*(d_bar*10)^2)/4);
    end
end

```

```

        i = i + 1;
    end
    Rs_Lee = Rs_Lee .* 0.001;

    % Verificação_0 = Verifica se o equilibrio estático é atingindo

    Verificacao_0_Lee = sum((e_d*D_c_smc(A) - D_c_smc(A)/2 + centro_fatias).*R_cc_Lee)
    + sum((e_d*D_c_smc(A) - D_c_smc(A)/2 + dist_armadura).*Rs_Lee);
    end

    %% Valor de P_r e erro

    P_r = sum(R_cc_Lee) + sum(Rs_Lee);
    erro_P_r_Lee = 100*(Verificacao_0_Lee / P_r);

    vetor_P_r (iteracao,1) = P_r;
    vetor_erro_P_r (iteracao,1) = erro_P_r_Lee;

    end

    P_r = max(vetor_P_r);
    [val,pos_val] = max(vetor_P_r);
    erro_Lee = vetor_erro_P_r(pos_val);

    vetor_smc_P_r(A,1) = P_r;
    vetor_smc_erro_P_r(A,1) = erro_Lee;
    disp(A)
    end
    disp('OK!')
    save(pilar)
    % system('shutdown -s')

    Momento_Lee = vetor_P_r .* e;
    Deformacao_Lee = (di_Lee:di_Lee:epsilon_cc_Lee)';
    %plot(Deformacao_Lee,Momento_Lee)

    system('shutdown -s')

```

Programa *BRACCO* - *Basis for Reliability Analysis of Columns with Composite Overlays*

C.3. Módulo 3 - Cálculo da força solicitante (S_d), estatísticas da força solicitante, cálculo do vetor força solicitante (P_s), P_f e β

```

clear
clc
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% DIAGRAMA P-M ACI 440-2R-17, CONFORME                                     %
% MODELO SIMPLIFICADO DO "ANEXO D", para pilares circulares              %
% REVISÃO: 7                                                                %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

workspace_resistencia = 'nome_rod';

%%
load(workspace_resistencia,'vetor_smc_P_r')
%load(workspace_resistencia,'n_ciclos')
P_r = vetor_smc_P_r;

%%
Monte_Carlo = 1; % 0 = no, 1 = yes. Deseja calcular a probabilidade de falha? Se
nã, o programa executara a determinacao da resistencia de norma
Grafico = 0; % 0 = no, 1 = yes. Deseja gerar o grafico?
%% DADOS DE ENTRADA
%
e_D = 0.15;
ratio_CP_SC = 1;
n_ciclos = 500000;

% DISCRETIZAÇÃO
fatias = 100;

% PROPRIEDADES DA SECAO TRANSVERSAL
D = 580;
cob = 40;
bar_numero = 10;
bar_diam = 15.875;
tie_type = 2; % 1 = se o estribo é convencional. 2 = se o estribo é espiral
tie_diam = 9.525;

% PROPRIEDADES DOS MATERIAIS
% Propriedades do concreto
f_c_linha = 35;
epsilon_cu = 0.003;
% Propriedades do aco
f_y = 420;
E_s = 200000;
% Propriedades do FRP
t_f = 0.33;
n = 3; % numero de camadas de CFRP
f_asterisco_fu = 3792;
epsilon_asterisco_fu = 0.0167;
E_f = 227527;
% Propriedades do concreto confinado
Ka_epsilon = 0.55; % fator de eficiencia de deformacao, Equação 12.1i). no exemplo
se usa 0.55

% Fatores de redução
C_E = 0.95; % condicao de exposicao ambiental. % Ver Table 9.4

%% PROPRIEDADES BÁSICAS

```

```

% PROPRIEDADES DA SECAO TRANSVERSAL
area_aco = pi*((bar_diam)^2)/4;
CP_SCinha = bar_diam/2 + tie_diam + cob;
A_st = bar_numero*area_aco/100;
A_g = (pi*(D^2)/4)/100;
ro_g = A_st/A_g;
Ka_a = 1; % (12.1.2b)
Ka_b = 1; % (12.1.2c)

% PROPRIEDADES DOS MATERIAIS
% Propriedades do concreto
E_c = 4700*(sqrt(f_c_linha));
epsilon_c_linha = 0.002;
% Propriedades do aco
epsilon_sy = f_y/E_s;

% PROPRIEDADES DE PROJETO DO FRP
f_fu = C_E * f_asterisco_fu;
epsilon_fu = C_E * epsilon_asterisco_fu;
E_f = 227527;

% PROPRIEDADES DO CONCRETO CONFINADO
psi_f = 0.95;

% FATORES DE REDUCAO

% SETANDO VETORES
centro_fatias = zeros(fatias,1);
Rarm_PTOb = zeros(bar_numero,1);
Rarm_PTOb = zeros(bar_numero,1);
Rarm_PTOb = zeros(bar_numero,1);
Rarm_PTOb = zeros(bar_numero,1);
Rarm_PTOb = zeros(bar_numero,1);

%% CALCULO DA SEÇÃO CONFINADA
% Ponto A - Compressão Centrada
% Parâmetros particulares do Ponto A
epsilon_fe_CC = Ka_epsilon*epsilon_fu; % (12.1i)
f_l_CC = 2*E_f*n*t_f*epsilon_fe_CC/D; % (12.1h) com fator psi_f incluso, em
MPa % atencao que e escrito diferente no anexo D
f_cc_linha_CC = f_c_linha + psi_f*3.3*Ka_a*f_l_CC; % (12.1g)

% Forca nominal
Pn_PTOb_confinado = (0.85*(f_cc_linha_CC/10)*(A_g - A_st) + (f_y/10)*A_st);
if tie_type == 1;
    Pn_PTOb_confinado_exc_min = 0.8*Pn_PTOb_confinado; % (12.1a)
elseif tie_type == 2;
    Pn_PTOb_confinado_exc_min = 0.85*Pn_PTOb_confinado; % (12.1b)
end

% Momento nominal
Mn_PTOb_confinado = 0;
% deformacao na armadura mais tracionada
epsilon_t_PTOb_confinado = -0.003;
% phi
if epsilon_t_PTOb_confinado <= epsilon_sy
    phi_PTOb_confinado = 0.65;
elseif epsilon_t_PTOb_confinado <= 0.005
    phi_PTOb_confinado = 0.65+0.25*(epsilon_t_PTOb_confinado-
epsilon_sy)/(0.005-epsilon_sy);
else phi_PTOb_confinado = 0.90;
end

%% Ponto B - Bar Stress Near Tension Face of Member Equal to Zero,
% Parâmetros particulares dos Pontos B e C
if Ka_epsilon*epsilon_fu <= 0.004
    epsilon_fe_FNC = Ka_epsilon*epsilon_fu; % (12.1i)

```

```

else
    epsilon_fe_FNC = 0.004;
end
f_l_FNC = 2*E_f*n*t_f*epsilon_fe_FNC/D;
f_cc_linha_FNC = f_c_linha + psi_f*3.3*Ka_a*f_l_FNC; % (12.1g)
epsilon_ccu =
epsilon_c_linha*(1.50+12*Ka_b*(f_l_FNC/f_c_linha)*((epsilon_fe_FNC/epsilon_c_linha)
^0.45)); % (12.1j)
E_2 = (f_cc_linha_FNC - f_c_linha) / epsilon_ccu; % (12.1e)
epsilon_t_linha = 2*f_c_linha / (E_c - E_2);

% Parâmetros particulares do Ponto B
c_PTOb = D-CP_SCinha;

% CONCRETO
% Area das fatias, em mm^2
fatias_x=ones(fatias/2,1);

i=1;
while i<=fatias/2
    fatias_x (i)=i;
    i=i+1;
end

Teta=zeros(fatias/2+1,1);
i=1;
while i<=fatias/2
    Teta(i)=asin((fatias/2-(fatias_x(i)-1))/(fatias/2));
    i=i+1;
end

Area_Fatias=zeros(fatias/2,1);

i=1;
while i<=fatias/2

    Area_Fatias (i)= ((D/2)^2) * ( Teta(i) - Teta(i+1) +...
        cos(Teta(i))*sin(Teta(i)) - cos(Teta(i+1))*sin(Teta(i+1)) );
    i=i+1;
end

i = 1;
j = fatias;

while j > fatias/2
    Area_Fatias(j) = Area_Fatias(i);
    j = j - 1;
    i = i + 1;
end

% Posição do centro das fatias, em mm
posicao_fatias = zeros(fatias + 1,1);
i = 1;
while i <= fatias + 1
    posicao_fatias (i) = (D/fatias)*(i-1);
    i = i + 1;
end

i = 1;
while i <= fatias
    centro_fatias (i) = (posicao_fatias (i) + posicao_fatias(i+1))/2;
    i = i + 1;
end

% Calculo da Resistencia do concreto, fc em MPa, Rconc em N
def_conc_conf = zeros(fatias,1);
fc = zeros(fatias,1);
Rconc_PTOb_conf = zeros(fatias,1);

```

```

i=1;
while i <= fatias
    if centro_fatias (i) <= c_PTOb
        def_conc_conf (i) = epsilon_ccu*(c_PTOb -
centro_fatias(i))/c_PTOb;
        if def_conc_conf (i) <= epsilon_t_linha
            fc(i) = (E_c*def_conc_conf (i)) - (((E_c-
E_2)^2)/(4*f_c_linha)) * (def_conc_conf (i)^2);
        else fc(i) = f_c_linha + E_2*def_conc_conf (i);
        end
        Rconc_PTOb_conf(i) = fc(i)*Area_Fatias(i);
    else
        Rconc_PTOb_conf(i) = 0;
    end
    i = i+1;
end

% AÇO
% Centro das Armaduras, em mm
r_dist = (D/2)- CP_SCinha;
teta_r = (2*pi)/bar_numero;
teta = zeros(bar_numero,1);
i=1;
while i<= bar_numero
    teta(i)=3*pi/2 + (i-1)*teta_r;
    i=i+1;
end
centro_armadura = (D/2) - ((ones(bar_numero,1)*r_dist).*sin(teta)); %
Conversão do sistema polar para o sistema cartesiano (y) - Referência 0X

% Resistencia das Armaduras
def_armadura = zeros(bar_numero,1);
fy = zeros(bar_numero,1);
i=1;
while i <= bar_numero
    if centro_armadura(i) <= c_PTOb
        def_armadura(i) = epsilon_ccu*(c_PTOb -
centro_armadura(i))/c_PTOb;
        if def_armadura(i) <= epsilon_sy
            fy(i) = E_s*def_armadura(i);
        else fy(i) = f_y;
        end
    else
        def_armadura(i) = epsilon_ccu*(c_PTOb -
centro_armadura(i))/c_PTOb;
        if def_armadura(i) <= -epsilon_sy
            fy(i) = -f_y;
        else fy(i) = E_s*def_armadura(i);
        end
    end
    Rarm_PTOb(i) = fy(i)*area_aco;
    i = i+1;
end

% Força nominal
Pn_PTOb_confinado = (somat(Rconc_PTOb_conf)+somat(Rarm_PTOb))*(10^-3); % em
kN

% Momento nominal
Mconc_PTOb_conf = (somat(Rconc_PTOb_conf)*(D/2) -
somat(Rconc_PTOb_conf.*centro_fatias))*10^-3;
Mn_PTOb_confinado = Pn_PTOb_confinado*(D/2) -
(somat(Rconc_PTOb_conf.*centro_fatias) + somat(Rarm_PTOb.*centro_armadura))*(10^-
3); % em kN.mm
% deformacao na armadura mais tracionada
epsilon_t_PTOb_confinado = 0;
% phi
if epsilon_t_PTOb_confinado <= epsilon_sy
    phi_PTOb_confinado = 0.65;
end

```

```

elseif epsilon_t_PTOb_confinado <= 0.005
    phi_PTOb_confinado = 0.65+0.25*(epsilon_t_PTOb_confinado-
epsilon_sy)/(0.005-epsilon_sy);
else phi_PTOb_confinado = 0.90;
end

%% Ponto C - Excentricidade Balanceada
% Parâmetros particulares do Ponto C
c_PTOb = (D-CP_SCinha)*epsilon_ccu/(epsilon_sy+epsilon_ccu);

% CONCRETO
% Area das fatias, em mm^2
% nao altera

% Posição do centro das fatias, em mm
% nao altera

% Calculo da Resistencia do concreto, fc em MPa, Rconc em N
def_conc_conf = zeros(fatias,1);
fc = zeros(fatias,1);
Rconc_PTOb_conf = zeros(fatias,1);
i=1;
while i <= fatias
    if centro_fatias(i) <= c_PTOb
        def_conc_conf(i) = epsilon_ccu*(c_PTOb -
centro_fatias(i))/c_PTOb;
        if def_conc_conf(i) <= epsilon_t_linha
            fc(i) = (E_c*def_conc_conf(i)) - (((E_c-
E_2)^2)/(4*f_c_linha)) * (def_conc_conf(i)^2);
        else fc(i) = f_c_linha + E_2*def_conc_conf(i);
        end
        Rconc_PTOb_conf(i) = fc(i)*Area_Fatias(i);
    else
        Rconc_PTOb_conf(i) = 0;
    end
    i = i+1;
end

% AÇO
% Centro das Armaduras, em mm
% nao muda

% Resistencia das Armaduras
def_armadura = zeros(bar_numero,1);
fy = zeros(bar_numero,1);
i=1;
while i <= bar_numero
    if centro_armadura(i) <= c_PTOb
        def_armadura(i) = epsilon_ccu*(c_PTOb -
centro_armadura(i))/c_PTOb;
        if def_armadura(i) <= epsilon_sy
            fy(i) = E_s*def_armadura(i);
        else fy(i) = f_y;
        end
    else def_armadura(i) = epsilon_ccu*(c_PTOb -
centro_armadura(i))/c_PTOb;
        if def_armadura(i) <= -epsilon_sy
            fy(i) = -f_y;
        else fy(i) = E_s*def_armadura(i);
        end
    end
    Rarm_PTOb(i) = fy(i)*area_aco;
    i = i+1;
end

% Forca nominal

```

```

Pn_PTOf_confinado = (soma(Rconc_PTOf_conf)+soma(Rarm_PTOf))*(10^-3); % em
kN
% Momento nominal
Mn_PTOf_confinado = Pn_PTOf_confinado*(D/2) -
(soma(Rconc_PTOf_conf.*centro_fatias) + soma(Rarm_PTOf.*centro_armadura))*(10^-
3); % em kN.mm
% deformacao na armadura mais tracionada
epsilon_t_PTOf_confinado = epsilon_sy;
% phi
if epsilon_t_PTOf_confinado <= epsilon_sy
    phi_PTOf_confinado = 0.65;
elseif epsilon_t_PTOf_confinado <= 0.005
    phi_PTOf_confinado = 0.65+0.25*(epsilon_t_PTOf_confinado-
epsilon_sy)/(0.005-epsilon_sy);
else phi_PTOf_confinado = 0.90;
end

%% CALCULO DA SEÇÃO NÃO CONFINADA
% Ponto A - Compressão Centrada
% Força nominal
Pn_PTOf_nconfinado = (0.85*(f_c_linha/10)*(A_g - A_st) + (f_y/10)*A_st);
if tie_type == 1;
    Pn_PTOf_nconfinado_exc_min = 0.8*Pn_PTOf_nconfinado; % (12.1a)
elseif tie_type == 2;
    Pn_PTOf_nconfinado_exc_min = 0.85*Pn_PTOf_nconfinado; % (12.1b)
end
% Momento nominal
Mn_PTOf_nconfinado = 0;
% deformacao na armadura mais tracionada
epsilon_t_PTOf_nconfinado = -0.003;
% phi
if epsilon_t_PTOf_nconfinado <= epsilon_sy
    phi_PTOf_nconfinado = 0.65;
elseif epsilon_t_PTOf_nconfinado <= 0.005
    phi_PTOf_nconfinado = 0.65+0.25*(epsilon_t_PTOf_nconfinado-
epsilon_sy)/(0.005-epsilon_sy);
else phi_PTOf_nconfinado = 0.90;
end

%% Ponto B - deformacao 0 na armadura inferior
% Parâmetros particulares do Ponto B
c_PTOb = D-CP_SCinha;

% CONCRETO
% Area das fatias, em mm^2
% nao altera

% Posição do centro das fatias, em mm
% nao altera

% Calculo da Resistencia do concreto, fc em MPa, Rconc em N
def_conc_nconf = zeros(fatias,1);
fc = zeros(fatias,1);
Rconc_PTOb_nconf = zeros(fatias,1);
i=1;
while i <= fatias
    if centro_fatias(i) <= c_PTOb
        def_conc_nconf(i) = epsilon_cu*(c_PTOb -
centro_fatias(i))/c_PTOb;
        if def_conc_nconf(i) <= epsilon_c_linha
            fc(i) = (E_c*def_conc_nconf(i)) -
((E_c)^2)/(4*f_c_linha) * (def_conc_nconf(i)^2);
        else fc(i) = f_c_linha;
        end
        Rconc_PTOb_nconf(i) = fc(i)*Area_Fatias(i);
    else
        Rconc_PTOb_nconf(i) = 0;
    end
end

```



```

        i = i+1;
    end

    % AÇO
    % Centro das Armaduras, em mm
    % não altera

    % Resistencia das Armaduras
    def_armadura = zeros(bar_numero,1);
    fy = zeros(bar_numero,1);
    i=1;
    while i <= bar_numero
        if centro_armadura(i) <= c_PTOb
            def_armadura(i) = epsilon_cu*(c_PTOb -
centro_armadura(i))/c_PTOb;
            if def_armadura(i) <= epsilon_sy
                fy(i) = E_s*def_armadura(i);
            else fy(i) = f_y;
            end
        else
            def_armadura(i) = epsilon_cu*(c_PTOb -
centro_armadura(i))/c_PTOb;
            if def_armadura(i) <= -epsilon_sy
                fy(i) = -f_y;
            else fy(i) = E_s*def_armadura(i);
            end
        end
        Rarm_PTOb(i) = fy(i)*area_aco;
        i = i+1;
    end

    % Forca nominal
    Pn_PTOb_nconfinado = (somat(Rconc_PTOb_nconf)+somat(Rarm_PTOb))*(10^-3);
    % Momento nominal
    Mn_PTOb_nconfinado = Pn_PTOb_nconfinado*(D/2) -
(somat(Rconc_PTOb_nconf.*centro_fatias) + somat(Rarm_PTOb.*centro_armadura))*(10^-
3); % em kN.mm
    % deformacao na armadura mais tracionada
    epsilon_t_PTOb_nconfinado = 0;
    % phi
    if epsilon_t_PTOb_nconfinado <= epsilon_sy
        phi_PTOb_nconfinado = 0.65;
    elseif epsilon_t_PTOb_nconfinado <= 0.005
        phi_PTOb_nconfinado = 0.65+0.25*(epsilon_t_PTOb_nconfinado-
epsilon_sy)/(0.005-epsilon_sy);
    else phi_PTOb_nconfinado = 0.90;
    end

%% Ponto C - Excentricidade Balanceada
    % Parâmetros particulares do Ponto C
    c_PTOb = (D-CP_SCinha)*epsilon_cu/(epsilon_sy+epsilon_cu);

    % CONCRETO
    % Area das fatias, em mm^2
    % nao altera

    % Posição do centro das fatias, em mm
    % nao altera

    % Calculo da Resistencia do concreto, fc em MPa, Rconc em N
    def_conc_nconf = zeros(fatias,1);
    fc = zeros(fatias,1);
    Rconc_PTOb_nconf = zeros(fatias,1);
    i=1;
    while i <= fatias
        if centro_fatias(i) <= c_PTOb

```

```

        def_conc_nconf(i) = epsilon_cu*(c_PTOf -
centro_fatias(i))/c_PTOf;
        if def_conc_nconf(i) <= epsilon_c_linha
            fc(i) = (E_c*def_conc_nconf(i)) -
((E_c)^2)/(4*f_c_linha)) * (def_conc_nconf(i)^2);
        else fc(i) = f_c_linha;
        end
        Rconc_PTOf_nconf(i) = fc(i)*Area_Fatias(i);
    else
        Rconc_PTOf_nconf(i) = 0;
    end
    i = i+1;
end

% AÇO
% Centro das Armaduras, em mm
% nao muda

% Resistencia das Armaduras
def_armadura = zeros(bar_numero,1);
fy = zeros(bar_numero,1);
i=1;
while i <= bar_numero
    if centro_armadura(i) <= c_PTOf
        def_armadura(i) = epsilon_cu*(c_PTOf -
centro_armadura(i))/c_PTOf;
        if def_armadura(i) <= epsilon_sy
            fy(i) = E_s*def_armadura(i);
        else fy(i) = f_y;
        end
    else
        def_armadura(i) = epsilon_cu*(c_PTOf -
centro_armadura(i))/c_PTOf;
        if def_armadura(i) <= -epsilon_sy
            fy(i) = -f_y;
        else fy(i) = E_s*def_armadura(i);
        end
    end
    Rarm_PTOf(i) = fy(i)*area_aco;
    i = i+1;
end

% Forca nominal
Pn_PTOf_nconfinado = (somat(Rconc_PTOf_nconf)+somat(Rarm_PTOf))*(10^-3);
% Momento nominal
Mn_PTOf_nconfinado = Pn_PTOf_nconfinado*(D/2) -
(somat(Rconc_PTOf_nconf.*centro_fatias) + somat(Rarm_PTOf.*centro_armadura))*(10^-
3);

% deformacao na armadura mais tracionada
epsilon_t_PTOf_nconfinado = epsilon_sy;
% phi
if epsilon_t_PTOf_nconfinado <= epsilon_sy
    phi_PTOf_nconfinado = 0.65;
elseif epsilon_t_PTOf_nconfinado <= 0.005
    phi_PTOf_nconfinado = 0.65+0.25*(epsilon_t_PTOf_nconfinado-
epsilon_sy)/(0.005-epsilon_sy);
else phi_PTOf_nconfinado = 0.90;
end

%% Point D - Bar Strain Near Tension Face of Member Equal to 0.005 in./in., ( ?s =
- 0.005 in./in.)
% Parâmetros particulares do Ponto D
c_PTOfD = (D-CP_SCinha)*epsilon_cu/(0.005+epsilon_cu);

% CONCRETO
% Area das fatias, em mm^2
% nao altera

```

```

% Posição do centro das fatias, em mm
% nao altera

% Calculo da Resistencia do concreto, fc em MPa, Rconc em N
def_conc_nconf = zeros(fatias,1);
fc = zeros(fatias,1);
Rconc_PTOD_nconf = zeros(fatias,1);
i=1;
while i <= fatias
    if centro_fatias(i) <= c_PTOD
        def_conc_nconf(i) = epsilon_cu*(c_PTOD -
centro_fatias(i))/c_PTOD;
        if def_conc_nconf(i) <= epsilon_c_linha
            fc(i) = (E_c*def_conc_nconf(i)) -
(((E_c)^2)/(4*f_c_linha)) * (def_conc_nconf(i)^2);
        else fc(i) = f_c_linha;
        end
        Rconc_PTOD_nconf(i) = fc(i)*Area_Fatias(i);
    else
        Rconc_PTOD_nconf(i) = 0;
    end
    i = i+1;
end

% AÇO
% Centro das Armaduras, em mm
% nao muda

% Resistencia das Armaduras
def_armadura = zeros(bar_numero,1);
fy = zeros(bar_numero,1);
i=1;
while i <= bar_numero
    if centro_armadura(i) <= c_PTOD
        def_armadura(i) = epsilon_cu*(c_PTOD -
centro_armadura(i))/c_PTOD;
        if def_armadura(i) <= epsilon_sy
            fy(i) = E_s*def_armadura(i);
        else fy(i) = f_y;
        end
    else
        def_armadura(i) = epsilon_cu*(c_PTOD -
centro_armadura(i))/c_PTOD;
        if def_armadura(i) <= -epsilon_sy
            fy(i) = -f_y;
        else fy(i) = E_s*def_armadura(i);
        end
    end
    Rarm_PTOD(i) = fy(i)*area_aco;
    i = i+1;
end

% Forca nominal
Pn_PTOD_nconfinado = (somat(Rconc_PTOD_nconf)+somat(Rarm_PTOD))*(10^-3);
% Momento nominal
Mn_PTOD_nconfinado = Pn_PTOD_nconfinado*(D/2) -
(somat(Rconc_PTOD_nconf.*centro_fatias) + somat(Rarm_PTOD.*centro_armadura))*(10^-
3);
% deformacao na armadura mais tracionada
epsilon_t_PTOD_nconfinado = 0.005;
% phi
if epsilon_t_PTOD_nconfinado <= epsilon_sy
    phi_PTOD_nconfinado = 0.65;
elseif epsilon_t_PTOD_nconfinado <= 0.005
    phi_PTOD_nconfinado = 0.65+0.25*(epsilon_t_PTOD_nconfinado-
epsilon_sy)/(0.005-epsilon_sy);
else phi_PTOD_nconfinado = 0.90;

```

```

end

%% Point E - Pure Bending
% Parâmetros particulares do Ponto E
c_PTOe = c_PTOD;
Pn_PTOe_nconfinado = 1;
while Pn_PTOe_nconfinado > 0
% CONCRETO
% Area das fatias, em mm^2
% nao altera

% Posição do centro das fatias, em mm
% nao altera

% Calculo da Resistencia do concreto, fc em MPa, Rconc em N
def_conc_nconf = zeros(fatias,1);
fc = zeros(fatias,1);
Rconc_PTOe_nconf = zeros(fatias,1);
i=1;
while i <= fatias
    if centro_fatias(i) <= c_PTOe
        def_conc_nconf(i) = epsilon_cu*(c_PTOe -
centro_fatias(i))/c_PTOe;
        if def_conc_nconf(i) <= epsilon_c_linha
            fc(i) = (E_c*def_conc_nconf(i)) -
((E_c)^2)/(4*f_c_linha)) * (def_conc_nconf(i)^2);
        else fc(i) = f_c_linha;
        end
        Rconc_PTOe_nconf(i) = fc(i)*Area_Fatias(i);
    else
        Rconc_PTOe_nconf(i) = 0;
    end
    i = i+1;
end

% AÇO
% Centro das Armaduras, em mm
% nao muda

% Resistencia das Armaduras
def_armadura = zeros(bar_numero,1);
fy = zeros(bar_numero,1);
i=1;
while i <= bar_numero
    if centro_armadura(i) <= c_PTOe
        def_armadura(i) = epsilon_cu*(c_PTOe -
centro_armadura(i))/c_PTOe;
        if def_armadura(i) <= epsilon_sy
            fy(i) = E_s*def_armadura(i);
        else fy(i) = f_y;
        end
    else
        def_armadura(i) = epsilon_cu*(c_PTOe -
centro_armadura(i))/c_PTOe;
        if def_armadura(i) <= -epsilon_sy
            fy(i) = -f_y;
        else fy(i) = E_s*def_armadura(i);
        end
    end
    Rarm_PTOe(i) = fy(i)*area_aco;
    i = i+1;
end

% Forca nominal
Pn_PTOe_nconfinado = (somat(Rconc_PTOe_nconf)+somat(Rarm_PTOe))*(10^-3);
% Momento nominal

```

```

Mn_PTOf_nconfinado = Pn_PTOf_nconfinado*(D/2) -
(somat(Rconc_PTOf_nconf.*centro_fatias) + somat(Rarm_PTOf.*centro_armadura))*(10^-
3);

c_PTOf = c_PTOf - 0.0001*c_PTOf;
end
% deformacao na armadura mais tracionada
epsilon_t_PTOf_nconfinado = 0.003*((D-CP_SCinha)-c_PTOf)/c_PTOf;
% phi
if epsilon_t_PTOf_nconfinado <= epsilon_sy
    phi_PTOf_nconfinado = 0.65;
elseif epsilon_t_PTOf_nconfinado <= 0.005
    phi_PTOf_nconfinado = 0.65+0.25*(epsilon_t_PTOf_nconfinado-
epsilon_sy)/(0.005-epsilon_sy);
else phi_PTOf_nconfinado = 0.90;
end

%% Verificacao da razao de confinamento minima
minimo_confinamento = f_l_FNC/f_c_linha;
if minimo_confinamento < 0.08
    disp('ERROR1 - CONFINEMENT APPLIED LESS THAN MINIMUM REQUIRED')
else
end

%% Verificacao se excentricidade no confinamento e menor que balanceada
e_rb = atan((Mn_PTOf_confinado/D)/Pn_PTOf_confinado)
if e_D >= atan((Mn_PTOf_confinado/D)/Pn_PTOf_confinado)
    disp('ERROR2 - RELATIVE ECCENTRICITY IS GREATER THAN BALANCED FAILURE')
else
end

%% Geraçao de vetores para diagrama de interaçao
% Concreto confinado
% Vetores sem excentricidade minima
Mn_conf = [Mn_PTOfa_confinado Mn_PTOb_confinado Mn_PTOf_confinado 0];
Pn_conf = [Pn_PTOfa_confinado Pn_PTOb_confinado Pn_PTOf_confinado 0];
phi_conf = [phi_PTOfa_confinado phi_PTOb_confinado phi_PTOf_confinado 0];

% Vetores com excentricidade minima
if Pn_PTOfa_confinado_exc_min >= Pn_PTOb_confinado
    Mn_conf_end_exc_min = (Pn_PTOfa_confinado_exc_min -
Pn_PTOfa_confinado)*Mn_PTOb_confinado/(Pn_PTOb_confinado - Pn_PTOfa_confinado);
    Mn_conf_exc_min = [Mn_PTOfa_confinado Mn_conf_end_exc_min
Mn_PTOb_confinado Mn_PTOf_confinado 0];
    Pn_conf_exc_min = [Pn_PTOfa_confinado_exc_min Pn_PTOfa_confinado_exc_min
Pn_PTOb_confinado Pn_PTOf_confinado 0];
    phi_conf_exc_min = [phi_PTOfa_confinado phi_PTOfa_confinado
phi_PTOb_confinado phi_PTOf_confinado 0];
elseif Pn_PTOfa_confinado_exc_min >= Pn_PTOf_confinado
    Mn_conf_end_exc_min = (Pn_PTOfa_confinado_exc_min - Pn_PTOb_confinado +
Mn_PTOb_confinado*(Pn_PTOb_confinado-Pn_PTOf_confinado)/(Mn_PTOb_confinado-
Mn_PTOf_confinado)) * ((Mn_PTOb_confinado-Mn_PTOf_confinado)/(Pn_PTOb_confinado -
Pn_PTOf_confinado));
    Mn_conf_exc_min = [Mn_PTOfa_confinado Mn_conf_end_exc_min
Mn_PTOf_confinado 0];
    Pn_conf_exc_min = [Pn_PTOfa_confinado_exc_min Pn_PTOfa_confinado_exc_min
Pn_PTOf_confinado 0];
    phi_conf_exc_min = [phi_PTOfa_confinado phi_PTOfa_confinado
phi_PTOf_confinado 0];
else
    Mn_conf_end_exc_min =
Pn_PTOfa_confinado_exc_min*Mn_PTOf_confinado/Pn_PTOf_confinado;
    Mn_conf_exc_min = [Mn_PTOfa_confinado Mn_conf_end_exc_min 0];
    Pn_conf_exc_min = [Pn_PTOfa_confinado_exc_min Pn_PTOfa_confinado_exc_min
0];
    phi_conf_exc_min = [phi_PTOfa_confinado phi_PTOfa_confinado 0];
end

```

```

% Concreto não confinado
% Vetores sem excentricidade mínima
Mn_nconf = [Mn_PTOb_nconfinado Mn_PTOb_nconfinado Mn_PTOb_nconfinado
Mn_PTOb_nconfinado Mn_PTOb_nconfinado];
Pn_nconf = [Pn_PTOb_nconfinado Pn_PTOb_nconfinado Pn_PTOb_nconfinado
Pn_PTOb_nconfinado Pn_PTOb_nconfinado];
phi_nconf = [phi_PTOb_nconfinado phi_PTOb_nconfinado phi_PTOb_nconfinado
phi_PTOb_nconfinado phi_PTOb_nconfinado];

% Vetores com excentricidade mínima
if Pn_PTOb_nconfinado_exc_min >= Pn_PTOb_nconfinado
    Mn_nconf_end_exc_min = (Pn_PTOb_nconfinado_exc_min -
Pn_PTOb_nconfinado)*Mn_PTOb_nconfinado/(Pn_PTOb_nconfinado - Pn_PTOb_nconfinado);
    Mn_nconf_exc_min = [Mn_PTOb_nconfinado Mn_nconf_end_exc_min
Mn_PTOb_nconfinado Mn_PTOb_nconfinado Mn_PTOb_nconfinado Mn_PTOb_nconfinado];
    Pn_nconf_exc_min = [Pn_PTOb_nconfinado_exc_min
Pn_PTOb_nconfinado_exc_min Pn_PTOb_nconfinado Pn_PTOb_nconfinado Pn_PTOb_nconfinado
Pn_PTOb_nconfinado];
    phi_nconf_exc_min = [phi_PTOb_nconfinado phi_PTOb_nconfinado
phi_PTOb_nconfinado phi_PTOb_nconfinado phi_PTOb_nconfinado phi_PTOb_nconfinado];
    elseif Pn_PTOb_nconfinado_exc_min >= Pn_PTOb_nconfinado
        Mn_nconf_end_exc_min = (Pn_PTOb_nconfinado_exc_min - Pn_PTOb_nconfinado
+ Mn_PTOb_nconfinado*(Pn_PTOb_nconfinado-Pn_PTOb_nconfinado)/(Mn_PTOb_nconfinado-
Mn_PTOb_nconfinado)) * ((Mn_PTOb_nconfinado-Mn_PTOb_nconfinado)/(Pn_PTOb_nconfinado
- Pn_PTOb_nconfinado));
        Mn_nconf_exc_min = [Mn_PTOb_nconfinado Mn_nconf_end_exc_min
Mn_PTOb_nconfinado Mn_PTOb_nconfinado Mn_PTOb_nconfinado];
        Pn_nconf_exc_min = [Pn_PTOb_nconfinado_exc_min
Pn_PTOb_nconfinado_exc_min Pn_PTOb_nconfinado Pn_PTOb_nconfinado
Pn_PTOb_nconfinado];
        phi_nconf_exc_min = [phi_PTOb_nconfinado phi_PTOb_nconfinado
phi_PTOb_nconfinado phi_PTOb_nconfinado phi_PTOb_nconfinado];
    else
        Mn_nconf_end_exc_min =
Pn_PTOb_nconfinado_exc_min*Mn_PTOb_nconfinado/Pn_PTOb_nconfinado;
        Mn_nconf_exc_min = [Mn_PTOb_nconfinado Mn_nconf_end_exc_min
Mn_PTOb_nconfinado Mn_PTOb_nconfinado];
        Pn_nconf_exc_min = [Pn_PTOb_nconfinado_exc_min
Pn_PTOb_nconfinado_exc_min Pn_PTOb_nconfinado Pn_PTOb_nconfinado];
        phi_nconf_exc_min = [phi_PTOb_nconfinado phi_PTOb_nconfinado
phi_PTOb_nconfinado phi_PTOb_nconfinado];
    end

%% Calculo da força Solicitante

% Calculo da Força Solicitante pelo Metodo 1 confinado - Sem consideração de
excentricidade mínima
inclinacao = 1;
while e_D >= atan((Mn_conf(inclinacao)/D)/Pn_conf(inclinacao))
    inclinacao = inclinacao + 1;
end
Pn_Met1_conf = (1/tan(e_D)) * (Pn_conf(inclinacao-1) - (Mn_conf(inclinacao-
1)/D)*(Pn_conf(inclinacao-1)-Pn_conf(inclinacao))/(Mn_conf(inclinacao-1)/D-
Mn_conf(inclinacao)/D)) / ((1/tan(e_D))-((Pn_conf(inclinacao-1)-
Pn_conf(inclinacao))/(Mn_conf(inclinacao-1)/D-Mn_conf(inclinacao)/D)));
Mn_Met1_conf = Pn_Met1_conf * tan(e_D);
phi_Met1_conf = (phi_conf(inclinacao-1)+phi_conf(inclinacao))/2;

% Calculo da Força Solicitante pelo Metodo 2 confinado - Com excentricidade mínima
inclinacao = 1;
while e_D >= atan((Mn_conf_exc_min(inclinacao)/D)/Pn_conf_exc_min(inclinacao))
    inclinacao = inclinacao + 1;
end
Pn_Met2_conf = (1/tan(e_D)) * (Pn_conf_exc_min(inclinacao-1) -
(Mn_conf_exc_min(inclinacao-1)/D)*(Pn_conf_exc_min(inclinacao-1)-
Pn_conf_exc_min(inclinacao))/(Mn_conf_exc_min(inclinacao-1)/D-
Mn_conf_exc_min(inclinacao)/D)) / ((1/tan(e_D))-((Pn_conf_exc_min(inclinacao-1)-

```

```

Pn_conf_exc_min(inclinacao))/(Mn_conf_exc_min(inclinacao-1)/D-
Mn_conf_exc_min(inclinacao)/D));
Mn_Met2_conf = Pn_Met2_conf * tan(e_D);
phi_Met2_conf = (phi_conf_exc_min(inclinacao-1)+phi_conf_exc_min(inclinacao))/2;

% Calculo da Força Solicitante pelo Metodo 1 nao confinado - Sem consideração de
excentricidade mínima
inclinacao = 1;
while e_D >= atan((Mn_nconf(inclinacao)/D)/Pn_nconf(inclinacao))
    inclinacao = inclinacao + 1;
end
Pn_Met1_nconf = (1/tan(e_D)) * (Pn_nconf(inclinacao-1) - (Mn_nconf(inclinacao-1)/D)*
(Pn_nconf(inclinacao-1)-Pn_nconf(inclinacao))/(Mn_nconf(inclinacao-1)/D-
Mn_nconf(inclinacao)/D)) / ((1/tan(e_D))-((Pn_nconf(inclinacao-1)-
Pn_nconf(inclinacao))/(Mn_nconf(inclinacao-1)/D-Mn_nconf(inclinacao)/D)));
Mn_Met1_nconf = Pn_Met1_nconf * tan(e_D);
phi_Met1_nconf = (phi_nconf(inclinacao-1)+phi_nconf(inclinacao))/2;

% Calculo da Força Solicitante pelo Metodo 2 nao confinado - Com excentricidade
mínima
inclinacao = 1;
while e_D >= atan((Mn_nconf_exc_min(inclinacao)/D)/Pn_nconf_exc_min(inclinacao))
    inclinacao = inclinacao + 1;
end
Pn_Met2_nconf = (1/tan(e_D)) * (Pn_nconf_exc_min(inclinacao-1) -
(Mn_nconf_exc_min(inclinacao-1)/D)*(Pn_nconf_exc_min(inclinacao-1)-
Pn_nconf_exc_min(inclinacao))/(Mn_nconf_exc_min(inclinacao-1)/D-
Mn_nconf_exc_min(inclinacao)/D)) / ((1/tan(e_D))-((Pn_nconf_exc_min(inclinacao-1)-
Pn_nconf_exc_min(inclinacao))/(Mn_nconf_exc_min(inclinacao-1)/D-
Mn_nconf_exc_min(inclinacao)/D)));
Mn_Met2_nconf = Pn_Met2_nconf * tan(e_D);
phi_Met2_nconf = (phi_nconf_exc_min(inclinacao-1)+phi_nconf_exc_min(inclinacao))/2;

%% Grafico
if Grafico == 1
    X1 = [0, 0.65*Mn_Met1_conf]; Y1 = [0, 0.65*Pn_Met1_conf];
    graf =
plot(phi_conf.*Mn_conf/D,phi_conf.*Pn_conf,phi_conf_exc_min.*Mn_conf_exc_min/D,phi_
conf_exc_min.*Pn_conf_exc_min,phi_nconf.*Mn_nconf/D,phi_nconf.*Pn_nconf,phi_nconf_e
xc_min.*Mn_nconf_exc_min/D,phi_nconf_exc_min.*Pn_nconf_exc_min,X1,Y1);
    grid on

set(gca,'LineWidth',.5,'FontSize',12,'XColor',[0.5,.5,.5],'YColor',[0.5,0.5,0.5])
set(gcf,'Color','w')

set(graf(1),'LineStyle',':','LineWidth',1.5,'Marker','o','Color','b','MarkerFaceCol
or','b','MarkerSize',6);
    set(graf(2),'LineStyle','-
','LineWidth',2.5,'Marker','o','Color','b','MarkerFaceColor','b','MarkerSize',6);

set(graf(3),'LineStyle',':','LineWidth',1.5,'Marker','o','Color','r','MarkerFaceCol
or','r','MarkerSize',6);
    set(graf(4),'LineStyle','-
','LineWidth',2.5,'Marker','o','Color','r','MarkerFaceColor','r','MarkerSize',6);
    set(graf(5),'LineStyle','-','LineWidth',2.0,'Color','k');
    title('Interaction Diagram P-M')
    xlabel('M/D (kN)')
    ylabel('N (kN)')
    ylim([0 inf])
    legend('\phiPn-\phiMn Confinado','\phiPn-\phiMn Confinado with minimal
eccentricity','\phiPn-\phiMn Nconfinado','\phiPn-\phiMn Nconfinado with minimal
eccentricity')
    hold on
    plot(phi_Met1_conf*Mn_Met1_conf,phi_Met1_conf*Pn_Met1_conf,
phi_Met2_conf*Mn_Met2_conf,phi_Met2_conf*Pn_Met2_conf,
phi_Met1_nconf*Mn_Met1_nconf,phi_Met1_nconf*Pn_Met1_nconf,

```

```

phi_Met2_nconf*Mn_Met2_nconf,phi_Met2_nconf*Pn_Met2_nconf,'Marker','s','MarkerSize'
,8,'MarkerFaceColor',[0.19 0.19 0.19],'MarkerEdgeColor','k');
offset = 7;
caption1 = sprintf('N=%.4g;M/D=%.4g', phi_Met1_conf*Pn_Met1_conf,
phi_Met1_conf*Mn_Met1_conf);
pos1 = text(phi_Met1_conf*Mn_Met1_conf + offset, phi_Met1_conf*Pn_Met1_conf +
30*offset, caption1, 'BackgroundColor', [0.9 0.9 0.9]);
caption2 = sprintf('N=%.4g;M/D=%.4g', phi_Met2_conf*Pn_Met2_conf,
phi_Met2_conf*Mn_Met2_conf);
pos2 = text(phi_Met2_conf*Mn_Met2_conf + offset, phi_Met2_conf*Pn_Met2_conf +
30*offset, caption2, 'BackgroundColor', [0.9 0.9 0.9]);
caption3 = sprintf('N=%.4g;M/D=%.4g', phi_Met1_nconf*Pn_Met1_nconf,
phi_Met1_nconf*Mn_Met1_nconf);
pos3 = text(phi_Met1_nconf*Mn_Met1_nconf + offset, phi_Met1_nconf*Pn_Met1_nconf
+ 30*offset, caption3, 'BackgroundColor', [0.9 0.9 0.9]);
caption4 = sprintf('N=%.3g;M/D=%.4g', phi_Met2_nconf*Pn_Met2_nconf,
phi_Met2_nconf*Mn_Met2_nconf);
pos4 = text(phi_Met2_nconf*Mn_Met2_nconf + offset, phi_Met2_nconf*Pn_Met2_nconf
+ 30*offset, caption4, 'BackgroundColor', [0.9 0.9 0.9]);
caption5 = sprintf('e/d=%.3f', e_D);
pos5 = text(asind(e_D)*offset*3, acosd(e_D)*offset*3, caption5,
'BackgroundColor', [0.9 0.9 0.9]);
else
end

%% Verificacao se o confinamento é superior ao admitido pelo ACI 440-17
Live_max_Met1 = phi_Met1_conf*Pn_Met1_conf / (1.2*ratio_CP_SC+1.6);
if 1.1*ratio_CP_SC*Live_max_Met1 + 0.75*Live_max_Met1 >
phi_Met1_nconf*Pn_Met1_nconf
disp('ERROR3 - CONFINEMENT APPLIED GREATER THAN MAXIMUM REQUIRED')
else
end

Live_max_Met2 = phi_Met2_conf*Pn_Met2_conf / (1.2*ratio_CP_SC+1.6);
if 1.1*ratio_CP_SC*Live_max_Met2 + 0.75*Live_max_Met2 >
phi_Met2_nconf*Pn_Met2_nconf
disp('ERROR3 - CONFINEMENT APPLIED GREATER THAN MAXIMUM REQUIRED')
else
end

%%
if Monte_Carlo == 1
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% OBTAINING LOAD STATISTICS
% By Method 1 of calculation
% Dead load statistics
% normal distribution
m_DEAD_1 = phi_Met1_conf*Pn_Met1_conf/((1.2/1.05) + 1.6/ratio_CP_SC);
cov_DEAD = 0.10;
rng(13);
DEAD_1 = normrnd(m_DEAD_1, cov_DEAD*m_DEAD_1, 1, n_ciclos).';
% Live load statistics
% Gumbel distribution (Generalized Extreme Value distribution Type-I)
m_LIVE_1 = m_DEAD_1/ratio_CP_SC;
cov_LIVE = 0.25;
sCP_SCIVE_1 = cov_LIVE * m_LIVE_1;
% Gumbel properties
Eul_Mas = 0.577215664901532860606; % Euler-Mascheroni constant
alfa_LIVE_Gumbel_1 = (1/sCP_SCIVE_1) * (pi / sqrt(6));
u_LIVE_Gumbel_1 = m_LIVE_1 - Eul_Mas/sCP_SCIVE_1;
rng(14);
LIVE_1 = (u_LIVE_Gumbel_1-(1/alfa_LIVE_Gumbel_1)*log(-
log(rand(1,n_ciclos)))).';
% By Method 2 of calculation
% Dead load statistics
% normal distribution
m_DEAD_2 = phi_Met2_conf*Pn_Met2_conf/((1.2/1.05) + 1.6/ratio_CP_SC);
cov_DEAD = 0.10;

```



```

rng(15);
DEAD_2 = normrnd(m_DEAD_2, cov_DEAD*m_DEAD_2, 1, n_ciclos).';
% Live load statistics
% Gumbel distribution (Generalized Extreme Value distribution Type-I)
m_LIVE_2 = m_DEAD_2/ratio_CP_SC;
cov_LIVE = 0.25;
SCP_SCIVE_2 = cov_LIVE * m_LIVE_2;
% Gumbel properties
Eul_Mas = 0.577215664901532860606; % Euler-Mascheroni constant
alfa_LIVE_Gumbel_2 = (1/SCP_SCIVE_2) * (pi / sqrt(6)).;
u_LIVE_Gumbel_2 = m_LIVE_2 - Eul_Mas/SCP_SCIVE_2;
rng(16);
LIVE_2 = (u_LIVE_Gumbel_2 - (1/alfa_LIVE_Gumbel_2)*log(-
log(rand(1,n_ciclos)))).';

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% MONTE CARLO SIMULATION
% By Method 1 of calculation
% SAFETY MARGIN
margem_seguranca_1 = sqrt((P_r.^2)+((P_r.*e_D).^2))-
sqrt((DEAD_1+LIVE_1).^2+((DEAD_1+LIVE_1).*e_D).^2).;
% PROBABILITY OF FAILURE
Pf_1 = somat(margem_seguranca_1<0)./n_ciclos
% INDICE DE CONFIABILIDADE
beta_1 = -norminv(Pf_1);
% By Method 2 of calculation
% SAFETY MARGIN
margem_seguranca_2 = sqrt((P_r.^2)+((P_r.*e_D).^2))-
sqrt((DEAD_2+LIVE_2).^2+((DEAD_2+LIVE_2).*e_D).^2).;
% PROBABILITY OF FAILURE
Pf_2 = somat(margem_seguranca_2<0)./n_ciclos
% INDICE DE CONFIABILIDADE
beta_2 = -norminv(Pf_2).;
sprintf(' O indice de confiabilidade para o pilar analisado é %.2f e %.2f para
modelos \n sem excentricidade mínima e com excentricidade mínima, respectivamente',
beta_1, beta_2)
else
end
end

```

Apêndice D – Parâmetros dos pilares CA-PRFC

D.1 - Principais parâmetros dos pilares selecionados para o estudo.

Tabela D.1 – Principais parâmetros dos pilares

Nº	f_{cm} (Mpa)	ρ_{sl} (%)	ρ_{sw} (%)	$\rho_{s\ min}$ (%)	ρ_F (%)	I_F	$I_{fe}^{(A)}$	I_s	$I_{se}^{(B)}$	f_{IF}/f_{Is}
P1	23,10	1,05	0,85	0,86	0,46	0,24	0,13	0,08	0,08	1,59
P2	23,10	1,05	0,53	0,86	0,46	0,24	0,13	0,05	0,05	2,54
P3	41,10	1,05	1,60	1,50	0,46	0,13	0,07	0,09	0,08	0,85
P4	41,10	1,05	0,85	1,50	0,46	0,13	0,07	0,05	0,04	1,59
P5	41,10	1,05	0,53	1,50	0,46	0,13	0,07	0,03	0,03	2,54
P6	23,10	1,65	1,07	1,10	0,55	0,27	0,15	0,10	0,10	1,45
P7	23,10	1,65	0,54	1,10	0,55	0,27	0,15	0,05	0,04	2,89
P8	41,10	1,65	2,01	1,93	0,55	0,15	0,08	0,11	0,11	0,77
P9	41,10	1,65	1,07	1,93	0,55	0,15	0,08	0,06	0,05	1,45
P10	41,10	1,65	0,54	1,93	0,55	0,15	0,08	0,03	0,03	2,89
P11	23,10	2,42	0,85	0,86	0,46	0,24	0,13	0,08	0,08	1,59
P12	23,10	2,42	0,53	0,86	0,46	0,24	0,13	0,05	0,05	2,54
P13	41,10	2,42	1,60	1,50	0,46	0,13	0,07	0,09	0,08	0,85
P14	41,10	2,42	0,85	1,50	0,46	0,13	0,07	0,05	0,04	1,59
P15	41,10	2,42	0,53	1,50	0,46	0,13	0,07	0,03	0,03	2,54
P16	23,10	3,82	1,07	1,10	0,55	0,27	0,15	0,10	0,10	1,45
P17	23,10	3,82	0,54	1,10	0,55	0,27	0,15	0,05	0,05	2,89
P18	41,10	3,82	2,01	1,93	0,55	0,15	0,08	0,11	0,11	0,77
P19	41,10	3,82	1,07	1,93	0,55	0,15	0,08	0,06	0,06	1,45
P20	41,10	3,82	0,54	1,93	0,55	0,15	0,08	0,03	0,03	2,89
P21	23,10	1,05	0,85	0,86	0,68	0,35	0,19	0,08	0,08	2,39
P22	23,10	1,05	0,53	0,86	0,68	0,35	0,19	0,05	0,05	3,82
P23	41,10	1,05	1,60	1,50	0,68	0,20	0,11	0,09	0,08	1,27
P24	41,10	1,05	0,85	1,50	0,68	0,20	0,11	0,05	0,04	2,39
P25	41,10	1,05	0,53	1,50	0,68	0,20	0,11	0,03	0,03	3,82
P26	23,10	1,65	1,07	1,10	0,83	0,40	0,22	0,10	0,10	2,17
P27	23,10	1,65	0,54	1,10	0,83	0,40	0,22	0,05	0,04	4,34
P28	41,10	1,65	2,01	1,93	0,83	0,23	0,12	0,11	0,11	1,16
P29	41,10	1,65	1,07	1,93	0,83	0,23	0,12	0,06	0,05	2,17
P30	41,10	1,65	0,54	1,93	0,83	0,23	0,12	0,03	0,03	4,34
P31	23,10	2,42	0,85	0,86	0,68	0,35	0,19	0,08	0,08	2,39
P32	23,10	2,42	0,53	0,86	0,68	0,35	0,19	0,05	0,05	3,82
P33	41,10	2,42	1,60	1,50	0,68	0,20	0,11	0,09	0,08	1,27
P34	41,10	2,42	0,85	1,50	0,68	0,20	0,11	0,05	0,04	2,39
P35	41,10	2,42	0,53	1,50	0,68	0,20	0,11	0,03	0,03	3,82
P36	23,10	3,82	1,07	1,10	0,83	0,40	0,22	0,10	0,10	2,17
P37	23,10	3,82	0,54	1,10	0,83	0,40	0,22	0,05	0,05	4,34
P38	41,10	3,82	2,01	1,93	0,83	0,23	0,12	0,11	0,11	1,16
P39	41,10	3,82	1,07	1,93	0,83	0,23	0,12	0,06	0,06	2,17
P40	41,10	3,82	0,54	1,93	0,83	0,23	0,12	0,03	0,03	4,34
P41	23,10	1,05	0,85	0,86	0,91	0,47	0,26	0,08	0,08	3,18
P42	23,10	1,05	0,53	0,86	0,91	0,47	0,26	0,05	0,05	4,54
P43	41,10	1,05	1,60	1,50	0,91	0,26	0,15	0,09	0,08	1,70
P44	41,10	1,05	0,85	1,50	0,91	0,26	0,15	0,05	0,04	3,18
P45	41,10	1,05	0,53	1,50	0,91	0,26	0,15	0,03	0,03	4,54
P46	23,10	1,65	1,07	1,10	1,10	0,54	0,30	0,10	0,10	2,90
P47	23,10	1,65	0,54	1,10	1,10	0,54	0,30	0,05	0,04	4,89
P48	41,10	1,65	2,01	1,93	1,10	0,30	0,17	0,11	0,11	1,55
P49	41,10	1,65	1,07	1,93	1,10	0,30	0,17	0,06	0,05	2,90
P50	41,10	1,65	0,54	1,93	1,10	0,30	0,17	0,03	0,03	4,89
P51	23,10	2,42	0,85	0,86	0,91	0,47	0,26	0,08	0,08	3,18
P52	23,10	2,42	0,53	0,86	0,91	0,47	0,26	0,05	0,05	4,54
P53	41,10	2,42	1,60	1,50	0,91	0,26	0,15	0,09	0,08	1,70
P54	41,10	2,42	0,85	1,50	0,91	0,26	0,15	0,05	0,04	3,18
P55	41,10	2,42	0,53	1,50	0,91	0,26	0,15	0,03	0,03	4,54
P56	23,10	3,82	1,07	1,10	1,10	0,54	0,30	0,10	0,10	2,90
P57	23,10	3,82	0,54	1,10	1,10	0,54	0,30	0,05	0,05	4,89
P58	41,10	3,82	2,01	1,93	1,10	0,30	0,17	0,11	0,11	1,55
P59	41,10	3,82	1,07	1,93	1,10	0,30	0,17	0,06	0,06	2,90
P60	41,10	3,82	0,54	1,93	1,10	0,30	0,17	0,03	0,03	4,89

^(A) $K_F = 0,55$, ^(B) K_s = Equações AA.5 e AA.6 do Anexo A, Pressões de Confinamento em MPa

Apêndice E – Estatísticas de P_R e P_S

E.1 – Estatísticas da força resistente (P_R)

A Tabela E.1 apresenta as estatísticas da força resistente para todos os pilares analisados (média, desvio padrão, coeficiente de variação, valor mínimo e máximo), de acordo com os procedimentos descritos na seção 5.5.1.

A Tabela E.2 apresenta as estatísticas da força resistente (média, desvio padrão, valor mínimo e máximo) na excentricidade e/d igual a 0,001, para cada agrupamento de pilares considerando os que apresentaram os valores representativos do problema (P2, P11, P15, P22, P31, P35, P42, P51, P55) para a probabilidade de falha e índice de confiabilidade, para cada razão entre carregamentos.

Tabela E.1 – Estatísticas da força resistente dos pilares analisados

$e/d = 0,05$											
Nº	Média kN(x 10 ³)	Desvio Padrão (x 10 ³)	COV (%)	Mínimo (x 10 ³)	Máximo (x 10 ³)	Nº	Média kN (x 10 ³)	Desvio Padrão (x 10 ³)	COV (%)	Mínimo (x 10 ³)	Máximo (x 10 ³)
P1A	1,25	3,36	27,00	3,36	72,08	P31A	1,50	9,50	63,37	4,41	6,71
P2A	1,19	3,13	26,37	3,24	72,02	P32A	1,43	9,50	66,46	4,31	6,71
P3A	1,94	5,24	27,02	3,84	5,88	P33A	2,20	6,12	27,88	4,92	176,81
P4A	1,82	4,79	26,29	3,54	5,45	P34A	2,07	5,08	24,59	4,62	5,77
P5A	1,76	4,50	25,58	3,41	5,09	P35A	1,99	4,75	23,86	4,48	5,38
P6A	1,01	3,85	38,17	2,49	2,72	P36A	1,24	9,50	76,58	3,36	6,71
P7A	0,93	3,66	28,53	2,38	71,68	P37A	1,15	9,49	82,40	3,27	6,71
P8A	1,54	4,47	28,99	2,88	5,03	P38A	1,78	5,40	30,39	3,80	176,23
P9A	1,44	4,07	28,29	2,64	4,64	P39A	1,66	5,00	30,07	3,56	176,13
P10A	1,36	3,71	27,33	2,50	4,20	P40A	1,57	3,95	25,15	3,42	4,49
P11A	1,35	4,04	29,95	3,72	175,69	P41A	1,52	3,87	25,45	4,19	2,72
P12A	1,29	3,86	29,86	3,58	175,63	P42A	1,43	3,86	26,98	4,19	2,72
P13A	2,04	5,24	25,68	4,12	5,97	P43A	2,24	3,89	17,35	5,27	2,72
P14A	1,93	4,80	24,96	3,79	5,54	P44A	2,09	5,46	26,11	5,01	73,19
P15A	1,86	4,52	24,28	3,65	5,17	P45A	2,00	5,09	25,42	4,90	73,10
P16A	1,11	3,70	33,36	2,86	175,36	P46A	1,25	3,86	30,99	2,97	2,72
P17A	1,04	3,49	33,61	2,72	175,29	P47A	1,13	3,86	33,99	2,86	2,72
P18A	1,64	4,47	27,18	3,16	5,13	P48A	1,81	3,88	21,48	3,97	2,72
P19A	1,54	4,07	26,45	2,89	4,73	P49A	1,68	3,87	23,10	3,78	2,72
P20A	1,46	3,73	25,53	2,74	4,29	P50A	1,57	3,87	24,71	3,66	2,72
P21A	1,39	3,86	27,80	3,94	2,72	P51A	1,63	9,50	58,45	4,94	6,71
P22A	1,32	3,86	29,30	3,86	2,72	P52A	1,54	9,50	61,70	4,85	6,71
P23A	2,09	5,70	27,23	4,58	73,19	P53A	2,35	9,51	40,39	5,67	6,71
P24A	1,96	5,08	25,89	4,30	5,68	P54A	2,20	5,91	26,89	5,39	176,80
P25A	1,89	4,75	25,15	4,18	5,29	P55A	2,11	5,57	26,42	5,26	176,71
P26A	1,13	3,86	34,08	2,87	2,72	P56A	1,35	9,50	70,37	4,06	6,71
P27A	1,04	3,86	37,01	2,76	2,72	P57A	1,24	9,50	76,49	3,80	6,71
P28A	1,67	4,91	29,36	3,45	72,62	P58A	1,92	9,50	49,61	4,39	6,71
P29A	1,56	4,46	28,64	3,24	72,52	P59A	1,79	9,50	53,14	4,17	6,71
P30A	1,47	3,94	26,91	3,11	4,40	P60A	1,66	4,84	29,08	4,04	176,11

Continuação Tabela E.1 – Estatísticas da força resistente dos pilares analisados

<i>e/d</i> = 0,10											
Nº	Média kN(x 10 ⁴)	Desvio Padrão (x 10 ³)	COV (%)	Mínimo (x 10 ³)	Máximo (x 10 ⁴)	Nº	Média kN (x 10 ⁴)	Desvio Padrão (x 10 ³)	COV (%)	Mínimo (x 10 ³)	Máximo (x 10 ⁴)
P1B	1,06	2,73	25,87	2,67	51,91	P31B	1,27	7,91	62,22	3,51	5,59
P2B	1,01	2,56	25,40	2,58	51,87	P32B	1,22	7,91	65,12	3,42	5,59
P3B	1,63	4,29	26,29	3,01	4,58	P33B	1,85	5,04	27,20	3,83	147,79
P4B	1,54	3,96	25,77	2,77	4,33	P34B	1,75	4,22	24,13	3,59	4,64
P5B	1,49	3,77	25,35	2,66	4,17	P35B	1,69	3,99	23,60	3,49	4,45
P6B	8,50	2,39	28,08	1,98	51,81	P36B	1,05	7,91	75,51	2,62	5,59
P7B	7,92	2,18	27,49	1,88	51,53	P37B	0,98	7,91	81,02	2,54	5,59
P8B	1,30	3,67	28,30	2,24	3,92	P38B	1,50	4,29	28,63	2,93	118,19
P9B	1,21	3,36	27,73	2,05	3,57	P39B	1,40	3,97	28,28	2,74	118,11
P10B	1,15	3,12	27,12	1,94	3,37	P40B	1,33	3,32	24,97	2,62	3,63
P11B	1,14	3,34	29,23	2,92	146,68	P41B	1,29	38,58	28,28	3,57	2,72
P12B	1,10	3,21	29,25	2,81	146,63	P42B	1,22	38,56	28,28	3,51	2,72
P13B	1,72	4,30	25,01	3,19	4,67	P43B	1,89	4,96	26,21	4,16	53,11
P14B	1,62	3,97	24,52	2,94	4,41	P44B	1,78	4,53	25,50	3,95	53,00
P15B	1,57	3,79	24,12	2,83	4,26	P45B	1,71	42,55	24,95	3,86	52,92
P16B	9,35	2,81	30,03	2,21	117,33	P46B	1,05	2,76	26,22	2,59	1,94
P17B	8,77	2,63	30,04	2,10	117,29	P47B	0,96	2,76	28,63	2,46	1,94
P18B	1,38	3,67	26,60	2,42	4,00	P48B	1,52	4,31	28,28	3,13	52,51
P19B	1,29	3,37	26,04	2,22	3,66	P49B	1,42	3,92	27,63	2,97	52,43
P20B	1,23	3,13	25,44	2,09	3,45	P50B	1,33	3,58	26,95	2,87	52,33
P21B	1,18	3,86	32,70	3,18	2,72	P51B	1,38	7,92	57,36	3,97	5,59
P22B	1,12	3,85	34,35	3,11	2,72	P52B	1,31	7,91	60,40	3,89	5,59
P23B	1,77	4,66	26,38	3,60	53,02	P53B	1,98	5,32	26,85	4,43	147,90
P24B	1,66	4,22	25,38	3,38	45,57	P54B	1,86	4,92	26,40	4,21	147,78
P25B	1,60	3,98	24,85	3,28	4,37	P55B	1,79	4,67	26,05	4,11	147,70
P26B	0,96	2,76	28,83	2,32	1,94	P56B	1,14	7,91	69,34	3,30	5,59
P27B	0,88	2,76	31,16	2,26	1,94	P57B	1,05	7,91	75,13	3,01	5,59
P28B	1,41	4,03	28,50	2,70	52,44	P58B	1,61	4,55	28,31	3,39	118,25
P29B	1,32	3,68	27,91	2,53	52,36	P59B	1,50	4,18	27,86	3,22	118,17
P30B	1,24	3,31	26,64	2,43	3,54	P60B	1,41	3,87	27,41	3,11	118,08
<i>e/d</i> = 0,15											
P1C	0,89	2,23	25,10	2,18	31,73	P31C	**	**	**	**	**
P2C	0,85	2,09	24,62	2,10	31,69	P32C	**	**	**	**	**
P3C	1,37	3,57	26,08	2,45	3,84	P33C	1,56	4,02	25,76	3,09	89,73
P4C	1,29	3,30	25,63	2,25	3,62	P34C	1,47	3,51	23,88	2,89	3,88
P5C	1,25	3,15	25,26	2,16	34,94	P35C	1,42	3,33	23,39	2,80	3,73
P6C	0,71	1,94	27,16	1,59	31,41	P36C	**	**	**	**	**
P7C	0,66	1,76	26,51	1,51	31,36	P37C	**	**	**	**	**
P8C	1,08	3,05	28,10	1,81	3,24	P38C	**	**	**	**	**
P9C	1,01	2,79	27,60	1,65	2,98	P39C	**	**	**	**	**
P10C	0,96	2,60	27,05	1,56	2,82	P40C	**	**	**	**	**
P11C	**	**	**	**	**	P41C	1,09	2,76	25,41	2,92	1,94
P12C	**	**	**	**	**	P42C	1,03	2,76	26,84	2,87	1,94
P13C	1,44	3,57	24,77	2,57	3,91	P43C	1,59	4,10	25,80	3,39	32,89
P14C	1,36	3,32	24,36	2,36	3,69	P44C	1,49	3,75	25,11	3,22	32,79
P15C	1,32	3,17	24,02	2,27	3,56	P45C	1,43	3,52	24,58	3,14	3,27
P16C	**	**	**	**	**	P46C	**	**	**	**	**
P17C	**	**	**	**	**	P47C	0,81	2,75	33,96	2,12	1,94
P18C	1,15	3,05	26,41	1,90	3,31	P48C	1,28	3,55	27,82	2,52	32,30
P19C	1,08	2,80	25,93	1,73	3,04	P49C	1,19	3,23	27,18	2,39	32,23
P20C	**	**	**	**	**	P50C	1,11	2,95	26,50	2,32	32,15
P21C	0,99	2,76	27,78	2,60	1,94	P51C	**	**	**	**	**
P22C	0,95	2,76	29,15	2,54	1,94	P52C	**	**	**	**	**
P23C	1,48	3,85	25,97	2,94	32,81	P53C	1,67	4,25	25,49	3,57	89,81
P24C	1,39	3,51	25,18	2,75	3,82	P54C	1,57	3,92	24,95	3,39	89,71
P25C	1,35	3,32	24,69	2,67	3,66	P55C	1,51	3,71	24,51	3,31	89,64
P26C	0,80	2,75	34,25	1,86	1,94	P56C	**	**	**	**	**
P27C	0,74	2,75	36,99	1,81	1,94	P57C	**	**	**	**	**
P28C	1,18	3,32	28,03	2,18	32,25	P58C	1,35	3,60	26,77	2,65	60,17
P29C	1,10	3,03	27,46	2,04	32,17	P59C	**	**	**	**	**
P30C	1,04	2,76	26,49	1,96	2,96	P60C	**	**	**	**	**

Tabela E.2 – Estatísticas da força resistente dos pilares analisados

Nº	Média kN (x 10 ⁴)	Desvio Padrão (x 10 ³)	COV (%)	Mínimo (x 10 ³)	Máximo (x 10 ⁴)
P2	1,53	49,62	325,35	4,08	3495,60
P2#	1,52	4,48	29,47	3,86	92,17
P2A#	1,19	3,16	26,64	2,78	72,03
P2B#	1,01	2,59	25,70	2,20	51,87
P2C#	0,85	2,12	24,94	1,79	31,70
P22	1,69	4,96	294,25	4,58	3495,70
P22#	1,69	49,65	294,40	4,23	3495,70
P22A#	1,31	3,47	26,46	3,34	72,13
P22B#	1,11	2,85	25,60	2,66	51,94
P22C#	0,94	2,34	24,88	2,17	31,75
P42	1,85	49,68	268,64	4,79	3495,80
P42#	1,85	49,69	269,01	4,64	3495,80
P42A#	1,43	38,63	270,29	3,78	2719,40
P42B#	1,22	38,57	317,01	3,04	2719,40
P42C#	1,03	27,58	268,96	2,49	1942,90
P11	1,77	110,81	626,93	5,25	7828,20
P11#	1,75	54,47	31,12	4,55	204,70
P11A#	1,35	40,67	30,17	3,21	175,70
P11B#	1,14	3,37	29,48	2,51	146,69
P11C#	**	**	**	**	**
P31	1,95	110,84	569,27	5,79	7825,30
P31#	1,94	110,85	570,53	5,38	7825,30
P31A#	1,50	94,98	634,35	3,81	6710,20
P31B#	1,26	3,61	28,71	3,00	146,78
P31C#	**	**	**	**	**
P51	2,10	110,87	528,79	5,99	7828,40
P51#	2,10	110,87	528,17	6,03	7828,40
P51A#	1,62	95,00	585,25	4,32	6710,30
P51B#	1,38	79,17	574,54	3,43	5592,30
P51C#	**	**	**	**	**
P15	2,33	6,94	29,73	5,17	205,46
P15#	2,34	6,91	29,59	4,44	205,48
P15A#	1,86	4,55	24,78	3,13	5,20
P15B#	1,57	3,82	24,36	2,42	4,29
P15C#	1,32	3,20	24,28	1,95	3,59
P35	2,48	6,76	27,21	6,34	205,60
P35#	2,48	7,00	28,61	5,34	205,62
P35A#	1,99	4,80	24,11	3,77	5,44
P35B#	1,69	4,03	23,91	2,92	4,50
P35C#	1,42	3,37	23,72	2,35	3,77
P55	3,09	111,05	359,92	8,00	205,64
P55#	2,64	7,45	28,25	6,19	205,72
P55A#	2,11	5,62	26,68	4,34	176,72
P55B#	1,79	4,72	26,36	3,40	147,71
P55C#	1,51	3,75	24,87	2,73	89,64

E.2 - Estatísticas da força solicitante (P_S) e a razão r

As Tabelas E.3 a E.11 apresentam as estatísticas da força solicitante (média, desvio padrão, coeficiente de variação, valor mínimo e máximo) para cada pilar analisado e cada razão de carregamento, conforme descrito na seção 5.5.2. Já as Tabelas E.12 a E.14 mostram as estatísticas da força solicitante (média, desvio padrão, valor mínimo e máximo) na excentricidade $e/d = 0,001$, para os agrupamentos de pilares que melhor representaram o problema (P2, P11, P15, P22, P31, P35, P42, P51, P55), considerando a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade para cada razão de carregamento.

Tabela E.3 - Estatísticas de P_s , $e/d = 0,05$, $\mu_{cp}/\mu_{sc} = 0,5$

Nº	Sobrecarga				Carga Permanente			
	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)
P1A	2,551	0,573	1,170	8,031	1,146	0,115	0,581	1,657
P2A	2,551	0,573	1,170	8,031	1,146	0,115	0,581	1,657
P3A	3,787	0,850	1,737	11,923	1,702	0,170	0,863	2,460
P4A	3,787	0,850	1,737	11,923	1,702	0,170	0,863	2,460
P5A	3,787	0,850	1,737	11,923	1,702	0,170	0,863	2,460
P6A	1,921	0,431	0,881	6,048	0,863	0,086	0,438	1,248
P7A	1,921	0,431	0,881	6,048	0,863	0,086	0,438	1,248
P8A	2,770	0,622	1,271	8,723	1,245	0,124	0,631	1,800
P9A	2,770	0,622	1,271	8,723	1,245	0,124	0,631	1,800
P10A	2,770	0,622	1,271	8,723	1,245	0,124	0,631	1,800
P11A	2,920	0,656	1,340	9,195	1,312	0,131	0,665	1,897
P12A	2,920	0,656	1,340	9,195	1,312	0,131	0,665	1,897
P13A	4,136	0,929	1,898	1,302	1,859	0,186	0,942	2,687
P14A	4,136	0,929	1,898	1,302	1,859	0,186	0,942	2,687
P15A	4,136	0,929	1,898	1,302	1,859	0,186	0,942	2,687
P16A	2,283	0,513	1,047	7,187	1,026	0,102	0,520	1,483
P17A	2,283	0,513	1,047	7,187	1,026	0,102	0,520	1,483
P18A	3,116	0,700	1,429	9,810	1,400	0,140	0,710	2,024
P19A	3,116	0,700	1,429	9,810	1,400	0,140	0,710	2,024
P20A	3,116	0,700	1,429	9,810	1,400	0,140	0,710	2,024
P21A	2,816	0,632	1,292	8,867	1,265	0,126	0,642	1,829
P22A	2,816	0,632	1,292	8,867	1,265	0,126	0,642	1,829
P23A	4,112	0,924	1,887	12,948	1,848	0,185	0,937	2,671
P24A	4,112	0,924	1,887	12,948	1,848	0,185	0,937	2,671
P25A	4,112	0,924	1,887	12,948	1,848	0,185	0,937	2,671
P26A	2,147	0,482	0,985	6,761	0,965	0,096	0,489	1,395
P27A	2,147	0,482	0,985	6,761	0,965	0,096	0,489	1,395
P28A	3,037	0,682	1,393	9,562	1,365	0,136	0,692	1,973
P29A	3,037	0,682	1,393	9,562	1,365	0,136	0,692	1,973
P30A	3,037	0,682	1,393	9,562	1,365	0,136	0,692	1,973
P31A	3,197	0,718	1,467	10,066	1,436	0,144	0,728	2,077
P32A	3,197	0,718	1,467	10,066	1,436	0,144	0,728	2,077
P33A	4,470	1,004	2,051	1,407	2,008	0,201	1,018	2,904
P34A	4,470	1,004	2,051	1,407	2,008	0,201	1,018	2,904
P35A	4,470	1,004	2,051	1,407	2,008	0,201	1,018	2,904
P36A	2,515	0,565	1,154	7,919	1,130	0,113	0,573	1,634
P37A	2,515	0,565	1,154	7,919	1,130	0,113	0,573	1,634
P38A	3,388	0,761	1,554	10,668	1,522	0,152	0,772	2,201
P39A	3,388	0,761	1,554	10,668	1,522	0,152	0,772	2,201
P40A	3,388	0,761	1,554	10,668	1,522	0,152	0,772	2,201
P41A	3,075	0,691	1,411	9,682	1,382	0,138	0,701	1,998
P42A	3,075	0,691	1,411	9,682	1,382	0,138	0,701	1,998
P43A	4,408	0,990	2,022	13,879	1,981	0,198	1,004	2,864
P44A	4,408	0,990	2,022	13,879	1,981	0,198	1,004	2,864
P45A	4,408	0,990	2,022	13,879	1,981	0,198	1,004	2,864
P46A	2,369	0,532	1,087	7,461	1,065	0,106	0,540	1,539
P47A	2,369	0,532	1,087	7,461	1,065	0,106	0,540	1,539
P48A	3,281	0,737	1,505	10,331	1,474	0,147	0,748	2,131
P49A	3,281	0,737	1,505	10,331	1,474	0,147	0,748	2,131
P50A	3,281	0,737	1,505	10,331	1,474	0,147	0,748	2,131
P51A	3,459	0,777	1,587	10,893	1,555	0,155	0,788	2,247
P52A	3,459	0,777	1,587	10,893	1,555	0,155	0,788	2,247
P53A	4,773	1,072	2,190	15,029	2,145	0,214	1,087	3,101
P54A	4,773	1,072	2,190	15,029	2,145	0,214	1,087	3,101
P55A	4,773	1,072	2,190	15,029	2,145	0,214	1,087	3,101
P56A	2,737	0,615	1,256	8,619	1,230	0,123	0,624	1,778
P57A	2,737	0,615	1,256	8,619	1,230	0,123	0,624	1,778
P58A	3,638	0,817	1,669	11,455	1,635	0,163	0,829	2,363
P59A	3,638	0,817	1,669	11,455	1,635	0,163	0,829	2,363
P60A	3,638	0,817	1,669	11,455	1,635	0,163	0,829	2,363

Tabela E.4 - Estatísticas de P_s , $e/d = 0,05$, $\mu_{cp}/\mu_{sc} = 1,0$

Nº	Sobrecarga				Carga Permanente			
	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)
P1A	2,019	0,453	0,926	6,358	1,815	0,181	0,920	2,624
P2A	2,019	0,453	0,926	6,358	1,815	0,181	0,920	2,624
P3A	2,998	0,673	1,375	9,439	2,694	0,269	1,366	3,895
P4A	2,998	0,673	1,375	9,439	2,694	0,269	1,366	3,895
P5A	2,998	0,673	1,375	9,439	2,694	0,269	1,366	3,895
P6A	1,521	0,342	0,698	4,788	1,367	0,137	0,693	1,976
P7A	1,521	0,342	0,698	4,788	1,367	0,137	0,693	1,976
P8A	2,193	0,493	1,006	6,906	1,971	0,197	0,999	2,850
P9A	2,193	0,493	1,006	6,906	1,971	0,197	0,999	2,850
P10A	2,193	0,493	1,006	6,906	1,971	0,197	0,999	2,850
P11A	2,312	0,519	1,061	7,279	2,078	0,208	1,053	3,003
P12A	2,312	0,519	1,061	7,279	2,078	0,208	1,053	3,003
P13A	3,274	0,735	1,502	10,311	2,943	0,294	1,492	4,254
P14A	3,274	0,735	1,502	10,311	2,943	0,294	1,492	4,254
P15A	3,274	0,735	1,502	10,311	2,943	0,294	1,492	4,254
P16A	1,807	0,406	0,829	5,690	1,624	0,162	0,823	2,348
P17A	1,807	0,406	0,829	5,690	1,624	0,162	0,823	2,348
P18A	2,467	0,554	1,132	7,767	2,217	0,221	1,124	3,205
P19A	2,467	0,554	1,132	7,767	2,217	0,221	1,124	3,205
P20A	2,467	0,554	1,132	7,767	2,217	0,221	1,124	3,205
P21A	2,229	0,501	1,023	7,020	2,004	0,200	1,016	2,897
P22A	2,229	0,501	1,023	7,020	2,004	0,200	1,016	2,897
P23A	3,256	0,731	1,494	10,251	2,926	0,292	1,483	4,230
P24A	3,256	0,731	1,494	10,251	2,926	0,292	1,483	4,230
P25A	3,256	0,731	1,494	10,251	2,926	0,292	1,483	4,230
P26A	1,700	0,382	0,780	5,352	1,528	0,153	0,775	2,208
P27A	1,700	0,382	0,780	5,352	1,528	0,153	0,775	2,208
P28A	2,404	0,540	1,103	7,570	2,161	0,216	1,096	3,124
P29A	2,404	0,540	1,103	7,570	2,161	0,216	1,096	3,124
P30A	2,404	0,540	1,103	7,570	2,161	0,216	1,096	3,124
P31A	2,531	0,568	1,161	7,969	2,274	0,227	1,153	3,288
P32A	2,531	0,568	1,161	7,969	2,274	0,227	1,153	3,288
P33A	3,539	0,795	1,624	11,142	3,180	0,318	1,612	4,597
P34A	3,539	0,795	1,624	11,142	3,180	0,318	1,612	4,597
P35A	3,539	0,795	1,624	11,142	3,180	0,318	1,612	4,597
P36A	1,991	0,447	0,914	6,270	1,789	0,179	0,907	2,587
P37A	1,991	0,447	0,914	6,270	1,789	0,179	0,907	2,587
P38A	2,682	0,602	1,231	8,445	2,410	0,241	1,222	3,485
P39A	2,682	0,602	1,231	8,445	2,410	0,241	1,222	3,485
P40A	2,682	0,602	1,231	8,445	2,410	0,241	1,222	3,485
P41A	2,434	0,547	1,117	7,665	2,188	0,219	1,109	3,163
P42A	2,434	0,547	1,117	7,665	2,188	0,219	1,109	3,163
P43A	3,490	0,784	1,601	10,988	3,136	0,313	1,590	4,534
P44A	3,490	0,784	1,601	10,988	3,136	0,313	1,590	4,534
P45A	3,490	0,784	1,601	10,988	3,136	0,313	1,590	4,534
P46A	1,876	0,421	0,861	5,906	1,686	0,168	0,855	2,437
P47A	1,876	0,421	0,861	5,906	1,686	0,168	0,855	2,437
P48A	2,597	0,583	1,192	8,179	2,334	0,233	1,184	3,375
P49A	2,597	0,583	1,192	8,179	2,334	0,233	1,184	3,375
P50A	2,597	0,583	1,192	8,179	2,334	0,233	1,184	3,375
P51A	2,739	0,615	1,257	8,624	2,461	0,246	1,248	3,558
P52A	2,739	0,615	1,257	8,624	2,461	0,246	1,248	3,558
P53A	3,779	0,849	1,734	11,898	3,396	0,339	1,722	4,909
P54A	3,779	0,849	1,734	11,898	3,396	0,339	1,722	4,909
P55A	3,779	0,849	1,734	11,898	3,396	0,339	1,722	4,909
P56A	2,167	0,487	0,994	6,823	1,947	0,195	0,987	2,816
P57A	2,167	0,487	0,994	6,823	1,947	0,195	0,987	2,816
P58A	2,880	0,647	1,321	9,068	2,588	0,259	1,312	3,742
P59A	2,880	0,647	1,321	9,068	2,588	0,259	1,312	3,742
P60A	2,880	0,647	1,321	9,068	2,588	0,259	1,312	3,742

Tabela E.5 - Estatísticas de P_s , $e/d = 0,05$, $\mu_{cp}/\mu_{sc} = 2,0$

Nº	Sobrecarga				Carga Permanente			
	Média (10 ³ kN)	Desvio Padrão (10 ³)	Mínimo (10 ³ kN)	Máximo (10 ³ kN)	Média (10 ³ kN)	Desvio Padrão (10 ³)	Mínimo (10 ³ kN)	Máximo (10 ³ kN)
P1A	1,425	0,320	0,654	4,488	2,562	0,256	1,299	3,704
P2A	1,425	0,320	0,654	4,488	2,562	0,256	1,299	3,704
P3A	2,116	0,475	0,971	6,663	3,803	0,380	1,928	5,499
P4A	2,116	0,475	0,971	6,663	3,803	0,380	1,928	5,499
P5A	2,116	0,475	0,971	6,663	3,803	0,380	1,928	5,499
P6A	1,073	0,241	0,492	3,380	1,929	0,193	0,978	2,789
P7A	1,073	0,241	0,492	3,380	1,929	0,193	0,978	2,789
P8A	1,548	0,348	0,710	4,875	2,783	0,278	1,411	4,023
P9A	1,548	0,348	0,710	4,875	2,783	0,278	1,411	4,023
P10A	1,548	0,348	0,710	4,875	2,783	0,278	1,411	4,023
P11A	1,632	0,366	0,749	5,138	2,933	0,293	1,487	4,240
P12A	1,632	0,366	0,749	5,138	2,933	0,293	1,487	4,240
P13A	2,311	0,519	1,060	7,278	4,154	0,415	2,106	6,006
P14A	2,311	0,519	1,060	7,278	4,154	0,415	2,106	6,006
P15A	2,311	0,519	1,060	7,278	4,154	0,415	2,106	6,006
P16A	1,276	0,286	0,585	4,016	2,293	0,229	1,162	3,315
P17A	1,276	0,286	0,585	4,016	2,293	0,229	1,162	3,315
P18A	1,741	0,391	0,799	5,482	3,129	0,313	1,587	4,524
P19A	1,741	0,391	0,799	5,482	3,129	0,313	1,587	4,524
P20A	1,741	0,391	0,799	5,482	3,129	0,313	1,587	4,524
P21A	1,574	0,353	0,722	4,955	2,829	0,283	1,434	4,089
P22A	1,574	0,353	0,722	4,955	2,829	0,283	1,434	4,089
P23A	2,298	0,516	1,054	7,236	4,130	0,413	2,094	5,971
P24A	2,298	0,516	1,054	7,236	4,130	0,413	2,094	5,971
P25A	2,298	0,516	1,054	7,236	4,130	0,413	2,094	5,971
P26A	1,200	0,269	0,550	3,778	2,157	0,215	1,093	3,118
P27A	1,200	0,269	0,550	3,778	2,157	0,215	1,093	3,118
P28A	1,697	0,381	0,779	5,343	3,050	0,305	1,547	4,410
P29A	1,697	0,381	0,779	5,343	3,050	0,305	1,547	4,410
P30A	1,697	0,381	0,779	5,343	3,050	0,305	1,547	4,410
P31A	1,786	0,401	0,820	5,625	3,211	0,321	1,628	4,642
P32A	1,786	0,401	0,820	5,625	3,211	0,321	1,628	4,642
P33A	2,498	0,561	1,146	7,865	4,490	0,449	2,276	6,491
P34A	2,498	0,561	1,146	7,865	4,490	0,449	2,276	6,491
P35A	2,498	0,561	1,146	7,865	4,490	0,449	2,276	6,491
P36A	1,405	0,316	0,645	4,426	2,526	0,252	1,281	3,652
P37A	1,405	0,316	0,645	4,426	2,526	0,252	1,281	3,652
P38A	1,893	0,425	0,869	5,961	3,403	0,340	1,725	4,920
P39A	1,893	0,425	0,869	5,961	3,403	0,340	1,725	4,920
P40A	1,893	0,425	0,869	5,961	3,403	0,340	1,725	4,920
P41A	1,718	0,386	0,788	5,411	3,088	0,309	1,566	4,465
P42A	1,718	0,386	0,788	5,411	3,088	0,309	1,566	4,465
P43A	2,463	0,553	1,130	7,756	4,427	0,442	2,245	6,401
P44A	2,463	0,553	1,130	7,756	4,427	0,442	2,245	6,401
P45A	2,463	0,553	1,130	7,756	4,427	0,442	2,245	6,401
P46A	1,324	0,297	0,607	4,169	2,380	0,238	1,207	3,441
P47A	1,324	0,297	0,607	4,169	2,380	0,238	1,207	3,441
P48A	1,834	0,412	0,841	5,773	3,296	0,329	1,671	4,764
P49A	1,834	0,412	0,841	5,773	3,296	0,329	1,671	4,764
P50A	1,834	0,412	0,841	5,773	3,296	0,329	1,671	4,764
P51A	1,933	0,434	0,887	6,087	3,475	0,347	1,762	5,024
P52A	1,933	0,434	0,887	6,087	3,475	0,347	1,762	5,024
P53A	2,667	0,599	1,224	8,399	4,794	0,479	2,431	6,931
P54A	2,667	0,599	1,224	8,399	4,794	0,479	2,431	6,931
P55A	2,667	0,599	1,224	8,399	4,794	0,479	2,431	6,931
P56A	1,530	0,344	0,702	4,817	2,749	0,275	1,394	3,975
P57A	1,530	0,344	0,702	4,817	2,749	0,275	1,394	3,975
P58A	2,033	0,457	0,933	6,401	3,654	0,365	1,853	5,283
P59A	2,033	0,457	0,933	6,401	3,654	0,365	1,853	5,283
P60A	2,033	0,457	0,933	6,401	3,654	0,365	1,853	5,283

Tabela E.6 - Estatísticas de P_s , $e/d = 0,10$, $\mu_{cp}/\mu_{sc} = 0,5$

Nº	Sobrecarga				Carga Permanente			
	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)
P1B	2,107	0,473	0,967	6,634	0,947	0,095	0,480	1,369
P2B	2,107	0,473	0,967	6,634	0,947	0,095	0,480	1,369
P3B	3,225	0,724	1,480	10,154	1,449	0,145	0,735	2,095
P4B	3,225	0,724	1,480	10,154	1,449	0,145	0,735	2,095
P5B	3,225	0,724	1,480	10,154	1,449	0,145	0,735	2,095
P6B	1,572	0,353	0,721	4,949	0,706	0,071	0,358	1,021
P7B	1,572	0,353	0,721	4,949	0,706	0,071	0,358	1,021
P8B	2,350	0,528	1,078	7,398	1,056	0,105	0,535	1,526
P9B	2,350	0,528	1,078	7,398	1,056	0,105	0,535	1,526
P10B	2,350	0,528	1,078	7,398	1,056	0,105	0,535	1,526
P11B	2,442	0,548	1,120	7,689	1,097	0,110	0,556	1,586
P12B	2,442	0,548	1,120	7,689	1,097	0,110	0,556	1,586
P13B	3,568	0,801	1,637	11,234	1,603	0,160	0,813	2,318
P14B	3,568	0,801	1,637	11,234	1,603	0,160	0,813	2,318
P15B	3,568	0,801	1,637	11,234	1,603	0,160	0,813	2,318
P16B	1,896	0,426	0,870	5,971	0,852	0,085	0,432	1,232
P17B	1,896	0,426	0,870	5,971	0,852	0,085	0,432	1,232
P18B	2,669	0,599	1,224	8,403	1,199	0,120	0,608	1,734
P19B	2,669	0,599	1,224	8,403	1,199	0,120	0,608	1,734
P20B	2,669	0,599	1,224	8,403	1,199	0,120	0,608	1,734
P21B	2,281	0,512	1,046	7,182	1,025	0,102	0,520	1,482
P22B	2,281	0,512	1,046	7,182	1,025	0,102	0,520	1,482
P23B	3,405	0,765	1,562	10,723	1,530	0,153	0,776	2,212
P24B	3,405	0,765	1,562	10,723	1,530	0,153	0,776	2,212
P25B	3,405	0,765	1,562	10,723	1,530	0,153	0,776	2,212
P26B	1,712	0,384	0,785	5,390	0,769	0,077	0,390	1,112
P27B	1,712	0,384	0,785	5,390	0,769	0,077	0,390	1,112
P28B	2,494	0,560	1,144	7,852	1,121	0,112	0,568	1,620
P29B	2,494	0,560	1,144	7,852	1,121	0,112	0,568	1,620
P30B	2,494	0,560	1,144	7,852	1,121	0,112	0,568	1,620
P31B	2,617	0,588	1,201	8,240	1,176	0,117	0,596	1,700
P32B	2,617	0,588	1,201	8,240	1,176	0,117	0,596	1,700
P33B	3,745	0,841	1,718	11,793	1,683	0,168	0,853	2,433
P34B	3,745	0,841	1,718	11,793	1,683	0,168	0,853	2,433
P35B	3,745	0,841	1,718	11,793	1,683	0,168	0,853	2,433
P36B	2,037	0,458	0,935	6,415	0,915	0,091	0,464	1,323
P37B	2,037	0,458	0,935	6,415	0,915	0,091	0,464	1,323
P38B	2,820	0,633	1,294	8,880	1,267	0,127	0,643	1,832
P39B	2,820	0,633	1,294	8,880	1,267	0,127	0,643	1,832
P40B	2,820	0,633	1,294	8,880	1,267	0,127	0,643	1,832
P41B	2,452	0,551	1,125	7,720	1,102	0,110	0,559	1,593
P42B	2,452	0,551	1,125	7,720	1,102	0,110	0,559	1,593
P43B	3,583	0,805	1,644	11,282	1,610	0,161	0,816	2,328
P44B	3,583	0,805	1,644	11,282	1,610	0,161	0,816	2,328
P45B	3,583	0,805	1,644	11,282	1,610	0,161	0,816	2,328
P46B	1,851	0,416	0,849	5,829	0,832	0,083	0,422	1,202
P47B	1,851	0,416	0,849	5,829	0,832	0,083	0,422	1,202
P48B	2,636	0,592	1,210	8,301	1,184	0,118	0,601	1,712
P49B	2,636	0,592	1,210	8,301	1,184	0,118	0,601	1,712
P50B	2,636	0,592	1,210	8,301	1,184	0,118	0,601	1,712
P51B	2,786	0,626	1,278	8,772	1,252	0,125	0,635	1,810
P52B	2,786	0,626	1,278	8,772	1,252	0,125	0,635	1,810
P53B	3,922	0,881	1,799	12,349	1,762	0,176	0,894	2,548
P54B	3,922	0,881	1,799	12,349	1,762	0,176	0,894	2,548
P55B	3,922	0,881	1,799	12,349	1,762	0,176	0,894	2,548
P56B	2,175	0,488	0,998	6,849	0,977	0,098	0,496	1,413
P57B	2,175	0,488	0,998	6,849	0,977	0,098	0,496	1,413
P58B	2,963	0,666	1,360	9,331	1,332	0,133	0,675	1,925
P59B	2,963	0,666	1,360	9,331	1,332	0,133	0,675	1,925
P60B	2,963	0,666	1,360	9,331	1,332	0,133	0,675	1,925

Tabela E.7 - Estatísticas de Ps , $e/d = 0,10$, $\mu_{cp}/\mu_{sc} = 1,0$

Nº	Sobrecarga				Carga Permanente			
	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)
P1B	1,668	0,375	0,765	5,252	1,499	0,150	0,760	2,167
P2B	1,668	0,375	0,765	5,252	1,499	0,150	0,760	2,167
P3B	2,553	0,573	1,171	8,039	2,294	0,229	1,163	3,317
P4B	2,553	0,573	1,171	8,039	2,294	0,229	1,163	3,317
P5B	2,553	0,573	1,171	8,039	2,294	0,229	1,163	3,317
P6B	1,244	0,279	0,571	3,918	1,118	0,112	0,567	1,617
P7B	1,244	0,279	0,571	3,918	1,118	0,112	0,567	1,617
P8B	1,860	0,418	0,853	5,857	1,672	0,167	0,848	2,417
P9B	1,860	0,418	0,853	5,857	1,672	0,167	0,848	2,417
P10B	1,860	0,418	0,853	5,857	1,672	0,167	0,848	2,417
P11B	1,933	0,434	0,887	6,087	1,737	0,174	0,881	2,512
P12B	1,933	0,434	0,887	6,087	1,737	0,174	0,881	2,512
P13B	2,825	0,634	1,296	8,893	2,538	0,254	1,287	3,670
P14B	2,825	0,634	1,296	8,893	2,538	0,254	1,287	3,670
P15B	2,825	0,634	1,296	8,893	2,538	0,254	1,287	3,670
P16B	1,501	0,337	0,689	4,727	1,349	0,135	0,684	1,950
P17B	1,501	0,337	0,689	4,727	1,349	0,135	0,684	1,950
P18B	2,113	0,474	0,969	6,652	1,899	0,190	0,963	2,745
P19B	2,113	0,474	0,969	6,652	1,899	0,190	0,963	2,745
P20B	2,113	0,474	0,969	6,652	1,899	0,190	0,963	2,745
P21B	1,806	0,406	0,828	5,686	1,623	0,162	0,823	2,346
P22B	1,806	0,406	0,828	5,686	1,623	0,162	0,823	2,346
P23B	2,696	0,605	1,237	8,489	2,423	0,242	1,228	3,503
P24B	2,696	0,605	1,237	8,489	2,423	0,242	1,228	3,503
P25B	2,696	0,605	1,237	8,489	2,423	0,242	1,228	3,503
P26B	1,355	0,304	0,622	4,267	1,218	0,122	0,618	1,761
P27B	1,355	0,304	0,622	4,267	1,218	0,122	0,618	1,761
P28B	1,974	0,443	0,906	6,216	1,774	0,177	0,900	2,565
P29B	1,974	0,443	0,906	6,216	1,774	0,177	0,900	2,565
P30B	1,974	0,443	0,906	6,216	1,774	0,177	0,900	2,565
P31B	2,072	0,465	0,951	6,524	1,862	0,186	0,944	2,692
P32B	2,072	0,465	0,951	6,524	1,862	0,186	0,944	2,692
P33B	2,965	0,666	1,360	9,336	2,664	0,266	1,351	3,852
P34B	2,965	0,666	1,360	9,336	2,664	0,266	1,351	3,852
P35B	2,965	0,666	1,360	9,336	2,664	0,266	1,351	3,852
P36B	1,613	0,362	0,740	5,078	1,449	0,145	0,735	2,095
P37B	1,613	0,362	0,740	5,078	1,449	0,145	0,735	2,095
P38B	2,233	0,501	1,024	7,030	2,006	0,200	1,017	2,901
P39B	2,233	0,501	1,024	7,030	2,006	0,200	1,017	2,901
P40B	2,233	0,501	1,024	7,030	2,006	0,200	1,017	2,901
P41B	1,941	0,436	0,891	6,112	1,744	0,174	0,884	2,522
P42B	1,941	0,436	0,891	6,112	1,744	0,174	0,884	2,522
P43B	2,837	0,637	1,301	8,932	2,549	0,255	1,293	3,686
P44B	2,837	0,637	1,301	8,932	2,549	0,255	1,293	3,686
P45B	2,837	0,637	1,301	8,932	2,549	0,255	1,293	3,686
P46B	1,465	0,329	0,672	4,614	1,317	0,132	0,668	1,904
P47B	1,465	0,329	0,672	4,614	1,317	0,132	0,668	1,904
P48B	2,087	0,469	0,958	6,571	1,876	0,187	0,951	2,711
P49B	2,087	0,469	0,958	6,571	1,876	0,187	0,951	2,711
P50B	2,087	0,469	0,958	6,571	1,876	0,187	0,951	2,711
P51B	2,206	0,495	1,012	6,945	1,982	0,198	1,005	2,866
P52B	2,206	0,495	1,012	6,945	1,982	0,198	1,005	2,866
P53B	3,105	0,697	1,424	9,776	2,790	0,279	1,415	4,034
P54B	3,105	0,697	1,424	9,776	2,790	0,279	1,415	4,034
P55B	3,105	0,697	1,424	9,776	2,790	0,279	1,415	4,034
P56B	1,722	0,387	0,790	5,422	1,547	0,155	0,785	2,237
P57B	1,722	0,387	0,790	5,422	1,547	0,155	0,785	2,237
P58B	2,346	0,527	1,076	7,387	2,108	0,211	1,069	3,048
P59B	2,346	0,527	1,076	7,387	2,108	0,211	1,069	3,048
P60B	2,346	0,527	1,076	7,387	2,108	0,211	1,069	3,048

Tabela E.8 - Estatísticas de P_s , $e/d = 0,10$, $\mu_{cp}/\mu_{sc} = 2,0$

Nº	Sobrecarga				Carga Permanente			
	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)
P1B	1,177	0,264	0,540	3,708	2,116	0,211	1,073	3,060
P2B	1,177	0,264	0,540	3,708	2,116	0,211	1,073	3,060
P3B	1,802	0,405	0,827	5,674	3,239	0,324	1,642	4,683
P4B	1,802	0,405	0,827	5,674	3,239	0,324	1,642	4,683
P5B	1,802	0,405	0,827	5,674	3,239	0,324	1,642	4,683
P6B	0,878	0,197	0,403	2,766	1,579	0,158	0,801	2,282
P7B	0,878	0,197	0,403	2,766	1,579	0,158	0,801	2,282
P8B	1,313	0,295	0,602	4,134	2,360	0,236	1,197	3,412
P9B	1,313	0,295	0,602	4,134	2,360	0,236	1,197	3,412
P10B	1,313	0,295	0,602	4,134	2,360	0,236	1,197	3,412
P11B	1,365	0,306	0,626	4,297	2,453	0,245	1,244	3,546
P12B	1,365	0,306	0,626	4,297	2,453	0,245	1,244	3,546
P13B	1,994	0,448	0,915	6,278	3,583	0,358	1,817	5,181
P14B	1,994	0,448	0,915	6,278	3,583	0,358	1,817	5,181
P15B	1,994	0,448	0,915	6,278	3,583	0,358	1,817	5,181
P16B	1,060	0,238	0,486	3,337	1,905	0,190	0,966	2,754
P17B	1,060	0,238	0,486	3,337	1,905	0,190	0,966	2,754
P18B	1,491	0,335	0,684	4,696	2,681	0,268	1,359	3,875
P19B	1,491	0,335	0,684	4,696	2,681	0,268	1,359	3,875
P20B	1,491	0,335	0,684	4,696	2,681	0,268	1,359	3,875
P21B	1,275	0,286	0,585	4,013	2,291	0,229	1,162	3,312
P22B	1,275	0,286	0,585	4,013	2,291	0,229	1,162	3,312
P23B	1,903	0,427	0,873	5,992	3,420	0,342	1,734	4,945
P24B	1,903	0,427	0,873	5,992	3,420	0,342	1,734	4,945
P25B	1,903	0,427	0,873	5,992	3,420	0,342	1,734	4,945
P26B	0,957	0,215	0,439	3,012	1,719	0,172	0,872	2,486
P27B	0,957	0,215	0,439	3,012	1,719	0,172	0,872	2,486
P28B	1,394	0,313	0,639	4,388	2,505	0,250	1,270	3,621
P29B	1,394	0,313	0,639	4,388	2,505	0,250	1,270	3,621
P30B	1,394	0,313	0,639	4,388	2,505	0,250	1,270	3,621
P31B	1,462	0,328	0,671	4,605	2,629	0,263	1,333	3,800
P32B	1,462	0,328	0,671	4,605	2,629	0,263	1,333	3,800
P33B	2,093	0,470	0,960	6,590	3,762	0,376	1,907	5,438
P34B	2,093	0,470	0,960	6,590	3,762	0,376	1,907	5,438
P35B	2,093	0,470	0,960	6,590	3,762	0,376	1,907	5,438
P36B	1,138	0,256	0,522	3,585	2,046	0,204	1,038	2,958
P37B	1,138	0,256	0,522	3,585	2,046	0,204	1,038	2,958
P38B	1,576	0,354	0,723	4,962	2,833	0,283	1,436	4,095
P39B	1,576	0,354	0,723	4,962	2,833	0,283	1,436	4,095
P40B	1,576	0,354	0,723	4,962	2,833	0,283	1,436	4,095
P41B	1,370	0,308	0,629	4,314	2,463	0,246	1,249	3,560
P42B	1,370	0,308	0,629	4,314	2,463	0,246	1,249	3,560
P43B	2,002	0,450	0,919	6,305	3,599	0,360	1,825	5,203
P44B	2,002	0,450	0,919	6,305	3,599	0,360	1,825	5,203
P45B	2,002	0,450	0,919	6,305	3,599	0,360	1,825	5,203
P46B	1,034	0,232	0,475	3,257	1,859	0,186	0,943	2,688
P47B	1,034	0,232	0,475	3,257	1,859	0,186	0,943	2,688
P48B	1,473	0,331	0,676	4,639	2,648	0,265	1,343	3,828
P49B	1,473	0,331	0,676	4,639	2,648	0,265	1,343	3,828
P50B	1,473	0,331	0,676	4,639	2,648	0,265	1,343	3,828
P51B	1,557	0,350	0,714	4,902	2,798	0,280	1,419	4,046
P52B	1,557	0,350	0,714	4,902	2,798	0,280	1,419	4,046
P53B	2,192	0,492	1,006	6,901	3,939	0,394	1,997	5,695
P54B	2,192	0,492	1,006	6,901	3,939	0,394	1,997	5,695
P55B	2,192	0,492	1,006	6,901	3,939	0,394	1,997	5,695
P56B	1,216	0,273	0,558	3,827	2,185	0,218	1,108	3,158
P57B	1,216	0,273	0,558	3,827	2,185	0,218	1,108	3,158
P58B	1,656	0,372	0,760	5,214	2,976	0,297	1,509	4,303
P59B	1,656	0,372	0,760	5,214	2,976	0,297	1,509	4,303
P60B	1,656	0,372	0,760	5,214	2,976	0,297	1,509	4,303

Tabela E.9 - Estatísticas de P_s , $e/d = 0,15$, $\mu_{cp}/\mu_{sc} = 0,5$

Nº	Sobrecarga				Carga Permanente			
	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)
P1C	1,800	0,404	0,826	5,666	0,809	0,081	0,410	1,169
P2C	1,800	0,404	0,826	5,666	0,809	0,081	0,410	1,169
P3C	2,664	0,598	1,222	8,389	1,197	0,120	0,607	1,731
P4C	2,664	0,598	1,222	8,389	1,197	0,120	0,607	1,731
P5C	2,664	0,598	1,222	8,389	1,197	0,120	0,607	1,731
P6C	1,342	0,301	0,616	4,227	0,603	0,060	0,306	0,872
P7C	1,342	0,301	0,616	4,227	0,603	0,060	0,306	0,872
P8C	1,946	0,437	0,893	6,129	0,875	0,087	0,443	1,264
P9C	1,946	0,437	0,893	6,129	0,875	0,087	0,443	1,264
P10C	1,946	0,437	0,893	6,129	0,875	0,087	0,443	1,264
P11C	**	**	**	**	**	**	**	**
P12C	**	**	**	**	**	**	**	**
P13C	2,975	0,668	1,365	9,367	0,134	0,134	0,678	1,932
P14C	2,975	0,668	1,365	9,367	0,134	0,134	0,678	1,932
P15C	2,975	0,668	1,365	9,367	0,134	0,134	0,678	1,932
P16C	**	**	**	**	**	**	**	**
P17C	**	**	**	**	**	**	**	**
P18C	2,240	0,503	1,028	7,054	1,007	0,101	0,510	1,455
P19C	2,240	0,503	1,028	7,054	1,007	0,101	0,510	1,455
P20C	2,240	0,503	1,028	7,054	1,007	0,101	0,510	1,455
P21C	1,964	0,441	0,901	6,183	0,882	0,088	0,447	1,276
P22C	1,964	0,441	0,901	6,183	0,882	0,088	0,447	1,276
P23C	2,855	0,641	1,310	8,988	1,283	0,128	0,650	1,854
P24C	2,855	0,641	1,310	8,988	1,283	0,128	0,650	1,854
P25C	2,855	0,641	1,310	8,988	1,283	0,128	0,650	1,854
P26C	1,473	0,331	0,676	4,639	0,662	0,066	0,336	0,957
P27C	1,473	0,331	0,676	4,639	0,662	0,066	0,336	0,957
P28C	2,093	0,470	0,960	6,591	0,941	0,094	0,477	1,360
P29C	2,093	0,470	0,960	6,591	0,941	0,094	0,477	1,360
P30C	2,093	0,470	0,960	6,591	0,941	0,094	0,477	1,360
P31C	**	**	**	**	**	**	**	**
P32C	**	**	**	**	**	**	**	**
P33C	3,163	0,710	1,451	9,959	1,421	0,142	0,721	2,055
P34C	3,163	0,710	1,451	9,959	1,421	0,142	0,721	2,055
P35C	3,163	0,710	1,451	9,959	1,421	0,142	0,721	2,055
P36C	**	**	**	**	**	**	**	**
P37C	**	**	**	**	**	**	**	**
P38C	**	**	**	**	**	**	**	**
P39C	**	**	**	**	**	**	**	**
P40C	**	**	**	**	**	**	**	**
P41C	2,121	0,476	0,973	6,677	0,953	0,095	0,483	1,378
P42C	2,121	0,476	0,973	6,677	0,953	0,095	0,483	1,378
P43C	3,030	0,681	1,390	9,541	1,362	0,136	0,690	1,968
P44C	3,030	0,681	1,390	9,541	1,362	0,136	0,690	1,968
P45C	3,030	0,681	1,390	9,541	1,362	0,136	0,690	1,968
P46C	1,601	0,359	0,734	5,040	0,719	0,072	0,365	1,040
P47C	1,601	0,359	0,734	5,040	0,719	0,072	0,365	1,040
P48C	2,231	0,501	1,023	7,024	1,002	0,100	0,508	1,449
P49C	2,231	0,501	1,023	7,024	1,002	0,100	0,508	1,449
P50C	2,231	0,501	1,023	7,024	1,002	0,100	0,508	1,449
P51C	**	**	**	**	**	**	**	**
P52C	**	**	**	**	**	**	**	**
P53C	3,342	0,750	1,533	10,522	1,501	0,150	0,761	2,171
P54C	3,342	0,750	1,533	10,522	1,501	0,150	0,761	2,171
P55C	3,342	0,750	1,533	10,522	1,501	0,150	0,761	2,171
P56C	**	**	**	**	**	**	**	**
P57C	**	**	**	**	**	**	**	**
P58C	2,532	0,569	1,161	7,971	1,138	1,137	0,577	1,645
P59C	2,532	0,569	1,161	7,971	1,138	1,137	0,577	1,645
P60C	2,532	0,569	1,161	7,971	1,138	1,137	0,577	1,645

Tabela E.10 - Estatísticas de P_s , $e/d = 0,15$, $\mu_{cp}/\mu_{sc} = 1,0$

Nº	Sobrecarga				Carga Permanente			
	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)
P1C	1,425	0,320	0,654	4,486	1,280	0,128	0,649	1,851
P2C	1,425	0,320	0,654	4,486	1,280	0,128	0,649	1,851
P3C	2,109	0,474	0,968	6,642	1,896	0,189	0,961	2,741
P4C	2,109	0,474	0,968	6,642	1,896	0,189	0,961	2,741
P5C	2,109	0,474	0,968	6,642	1,896	0,189	0,961	2,741
P6C	1,063	0,239	0,488	3,346	0,955	0,095	0,484	1,381
P7C	1,063	0,239	0,488	3,346	0,955	0,095	0,484	1,381
P8C	1,541	0,346	0,707	4,852	1,385	0,138	0,702	2,002
P9C	1,541	0,346	0,707	4,852	1,385	0,138	0,702	2,002
P10C	1,541	0,346	0,707	4,852	1,385	0,138	0,702	2,002
P11C	**	**	**	**	**	**	**	**
P12C	**	**	**	**	**	**	**	**
P13C	2,355	0,529	1,081	7,416	2,117	0,211	1,073	3,060
P14C	2,355	0,529	1,081	7,416	2,117	0,211	1,073	3,060
P15C	2,355	0,529	1,081	7,416	2,117	0,211	1,073	3,060
P16C	**	**	**	**	**	**	**	**
P17C	**	**	**	**	**	**	**	**
P18C	1,774	0,398	0,814	5,585	1,594	0,159	0,808	2,304
P19C	1,774	0,398	0,814	5,585	1,594	0,159	0,808	2,304
P20C	1,774	0,398	0,814	5,585	1,594	0,159	0,808	2,304
P21C	1,555	0,349	0,713	4,895	1,397	0,140	0,708	2,020
P22C	1,555	0,349	0,713	4,895	1,397	0,140	0,708	2,020
P23C	2,260	0,508	1,037	7,115	2,031	0,203	1,030	2,936
P24C	2,260	0,508	1,037	7,115	2,031	0,203	1,030	2,936
P25C	2,260	0,508	1,037	7,115	2,031	0,203	1,030	2,936
P26C	1,166	0,262	0,535	3,672	1,048	0,105	0,531	1,515
P27C	1,166	0,262	0,535	3,672	1,048	0,105	0,531	1,515
P28C	1,657	0,372	0,760	5,217	1,489	0,149	0,755	2,153
P29C	1,657	0,372	0,760	5,217	1,489	0,149	0,755	2,153
P30C	1,657	0,372	0,760	5,217	1,489	0,149	0,755	2,153
P31C	**	**	**	**	**	**	**	**
P32C	**	**	**	**	**	**	**	**
P33C	2,504	0,562	1,149	7,884	2,250	0,225	1,141	3,253
P34C	2,504	0,562	1,149	7,884	2,250	0,225	1,141	3,253
P35C	2,504	0,562	1,149	7,884	2,250	0,225	1,141	3,253
P36C	**	**	**	**	**	**	**	**
P37C	**	**	**	**	**	**	**	**
P38C	**	**	**	**	**	**	**	**
P39C	**	**	**	**	**	**	**	**
P40C	**	**	**	**	**	**	**	**
P41C	1,679	0,377	0,770	5,286	1,509	0,151	0,765	2,181
P42C	1,679	0,377	0,770	5,286	1,509	0,151	0,765	2,181
P43C	2,399	0,539	1,101	7,553	2,156	0,215	1,093	3,117
P44C	2,399	0,539	1,101	7,553	2,156	0,215	1,093	3,117
P45C	2,399	0,539	1,101	7,553	2,156	0,215	1,093	3,117
P46C	1,267	0,285	0,581	3,990	1,139	0,114	0,577	1,646
P47C	1,267	0,285	0,581	3,990	1,139	0,114	0,577	1,646
P48C	1,766	0,397	0,810	5,560	1,587	0,159	0,805	2,294
P49C	1,766	0,397	0,810	5,560	1,587	0,159	0,805	2,294
P50C	1,766	0,397	0,810	5,560	1,587	0,159	0,805	2,294
P51C	**	**	**	**	**	**	**	**
P52C	**	**	**	**	**	**	**	**
P53C	2,645	0,594	1,214	8,330	2,377	0,238	1,205	3,437
P54C	2,645	0,594	1,214	8,330	2,377	0,238	1,205	3,437
P55C	2,645	0,594	1,214	8,330	2,377	0,238	1,205	3,437
P56C	**	**	**	**	**	**	**	**
P57C	**	**	**	**	**	**	**	**
P58C	2,004	0,450	0,919	6,310	1,801	0,180	0,913	2,604
P59C	2,004	0,450	0,919	6,310	1,801	0,180	0,913	2,604
P60C	2,004	0,450	0,919	6,310	1,801	0,180	0,913	2,604

Tabela E.11 - Estatísticas de P_s , $e/d = 0,15$, $\mu_{cp}/\mu_{sc} = 2,0$

Nº	Sobrecarga				Carga Permanente			
	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)
P1C	1,006	0,226	0,461	3,166	1,808	0,181	0,916	2,613
P2C	1,006	0,226	0,461	3,166	1,808	0,181	0,916	2,613
P3C	1,489	0,334	0,683	4,688	2,676	0,267	1,357	3,869
P4C	1,489	0,334	0,683	4,688	2,676	0,267	1,357	3,869
P5C	1,489	0,334	0,683	4,688	2,676	0,267	1,357	3,869
P6C	0,750	0,168	0,344	2,362	1,348	0,135	0,684	1,949
P7C	0,750	0,168	0,344	2,362	1,348	0,135	0,684	1,949
P8C	1,088	0,244	0,499	3,425	1,955	0,195	0,991	2,826
P9C	1,088	0,244	0,499	3,425	1,955	0,195	0,991	2,826
P10C	1,088	0,244	0,499	3,425	1,955	0,195	0,991	2,826
P11C	**	**	**	**	**	**	**	**
P12C	**	**	**	**	**	**	**	**
P13C	1,662	0,373	0,763	5,234	2,988	0,299	1,515	4,320
P14C	1,662	0,373	0,763	5,234	2,988	0,299	1,515	4,320
P15C	1,662	0,373	0,763	5,234	2,988	0,299	1,515	4,320
P16C	**	**	**	**	**	**	**	**
P17C	**	**	**	**	**	**	**	**
P18C	1,252	0,281	0,574	3,942	2,250	0,225	1,141	3,253
P19C	1,252	0,281	0,574	3,942	2,250	0,225	1,141	3,253
P20C	1,252	0,281	0,574	3,942	2,250	0,225	1,141	3,253
P21C	1,097	0,246	0,503	3,455	1,972	0,197	1,000	2,851
P22C	1,097	0,246	0,503	3,455	1,972	0,197	1,000	2,851
P23C	1,595	0,358	0,732	5,023	2,867	0,286	1,454	4,145
P24C	1,595	0,358	0,732	5,023	2,867	0,286	1,454	4,145
P25C	1,595	0,358	0,732	5,023	2,867	0,286	1,454	4,145
P26C	0,823	0,185	0,378	2,592	1,480	0,148	0,750	2,139
P27C	0,823	0,185	0,378	2,592	1,480	0,148	0,750	2,139
P28C	1,170	0,263	0,537	3,683	2,102	0,210	1,066	3,039
P29C	1,170	0,263	0,537	3,683	2,102	0,210	1,066	3,039
P30C	1,170	0,263	0,537	3,683	2,102	0,210	1,066	3,039
P31C	**	**	**	**	**	**	**	**
P32C	**	**	**	**	**	**	**	**
P33C	1,768	0,397	0,811	5,565	3,177	0,317	1,611	4,593
P34C	1,768	0,397	0,811	5,565	3,177	0,317	1,611	4,593
P35C	1,768	0,397	0,811	5,565	3,177	0,317	1,611	4,593
P36C	**	**	**	**	**	**	**	**
P37C	**	**	**	**	**	**	**	**
P38C	**	**	**	**	**	**	**	**
P39C	**	**	**	**	**	**	**	**
P40C	**	**	**	**	**	**	**	**
P41C	1,185	0,266	0,544	3,731	2,130	0,213	1,080	3,079
P42C	1,185	0,266	0,544	3,731	2,130	0,213	1,080	3,079
P43C	1,693	0,380	0,777	5,332	3,043	0,304	1,543	4,400
P44C	1,693	0,380	0,777	5,332	3,043	0,304	1,543	4,400
P45C	1,693	0,380	0,777	5,332	3,043	0,304	1,543	4,400
P46C	0,894	0,201	0,410	2,816	1,608	0,161	0,815	2,324
P47C	0,894	0,201	0,410	2,816	1,608	0,161	0,815	2,324
P48C	1,247	0,280	0,572	3,925	2,240	0,224	1,136	3,239
P49C	1,247	0,280	0,572	3,925	2,240	0,224	1,136	3,239
P50C	1,247	0,280	0,572	3,925	2,240	0,224	1,136	3,239
P51C	**	**	**	**	**	**	**	**
P52C	**	**	**	**	**	**	**	**
P53C	1,867	0,419	0,857	5,880	3,356	0,335	1,702	4,852
P54C	1,867	0,419	0,857	5,880	3,356	0,335	1,702	4,852
P55C	1,867	0,419	0,857	5,880	3,356	0,335	1,702	4,852
P56C	**	**	**	**	**	**	**	**
P57C	**	**	**	**	**	**	**	**
P58C	1,415	0,318	0,649	4,454	2,543	0,254	1,289	3,676
P59C	1,415	0,318	0,649	4,454	2,543	0,254	1,289	3,676
P60C	1,415	0,318	0,649	4,454	2,543	0,254	1,289	3,676

Tabela E.12 - Estatísticas de P_s , $e/d = 0,001$, $\mu_{cp}/\mu_{sc} = 0,5$

Nº	Sobrecarga				Carga Permanente			
	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)
P2	2,759	0,620	1,266	8,687	1,240	0,124	0,629	1,792
P11	3,089	0,694	1,417	9,725	1,388	0,139	0,704	2,006
P15	4,170	0,936	1,913	13,130	1,874	0,187	0,950	2,709
P22	3,275	0,735	1,502	10,311	1,471	0,147	0,746	2,127
P31	3,599	0,808	1,651	11,333	1,617	0,162	0,820	2,338
P35	4,681	1,051	2,147	14,738	2,103	0,210	1,066	3,041
P42	3,790	0,851	1,739	11,935	1,703	0,170	0,864	2,462
P51	4,110	0,923	1,886	12,940	1,847	0,185	0,936	2,670
P55	5,191	1,166	2,382	16,345	2,333	0,233	1,183	3,372

Tabela E.13 - Estatísticas de P_s , $e/d = 0,001$, $\mu_{cp}/\mu_{sc} = 1,0$

Nº	Sobrecarga				Carga Permanente			
	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)
P2	2,184	0,491	1,002	6,877	1,963	0,196	0,995	2,838
P11	2,445	0,549	1,122	7,699	2,197	0,220	1,114	3,177
P15	3,301	0,741	1,515	10,395	2,967	0,296	1,504	4,289
P22	2,592	0,582	1,189	8,163	2,330	0,233	1,181	3,368
P31	2,849	0,640	1,307	8,972	2,561	0,256	1,298	3,702
P35	3,705	0,832	1,700	11,667	3,330	0,333	1,689	4,814
P42	3,001	0,674	1,377	9,448	2,697	0,269	1,367	3,899
P51	3,254	0,731	1,493	10,245	2,924	0,292	1,483	4,227
P55	4,110	0,923	1,886	12,940	3,693	0,369	1,873	5,339

Tabela E.14 - Estatísticas de P_s , $e/d = 0,001$, $\mu_{cp}/\mu_{sc} = 2,0$

Nº	Sobrecarga				Carga Permanente			
	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)	Média (10³ kN)	Desvio Padrão (10³)	Mínimo (10³ kN)	Máximo (10³ kN)
P2	1,542	0,346	0,707	4,855	2,771	0,277	1,405	4,006
P11	1,726	0,388	0,792	5,435	3,102	0,310	1,573	4,485
P15	2,330	0,523	1,069	7,337	4,188	0,418	2,124	6,055
P22	1,830	0,411	0,840	5,762	3,289	0,329	1,668	4,755
P31	2,011	0,452	0,923	6,333	3,615	0,361	1,833	5,226
P35	2,616	0,587	1,200	8,236	4,701	0,470	2,384	6,797
P42	2,118	0,476	0,972	6,669	3,807	0,380	1,930	5,504
P51	2,297	0,516	1,054	7,231	4,128	0,412	2,093	5,968
P55	2,901	0,651	1,331	9,134	5,214	0,521	2,644	7,538

Anexo A – Cálculo de f_{ls} em pilares CA

AA.1 - Equações para o cálculo da pressão lateral de confinamento pela armadura transversal

A Figura AA.1 ilustra as pressões que atuam na seção transversal de uma coluna circular em concreto armado confinado por estribos ou espirais.

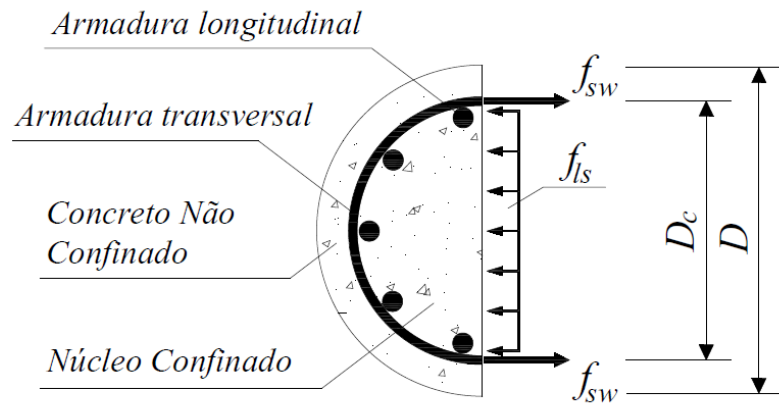


Figura AA.1 - Diagrama das pressões atuantes na seção transversal circular de um pilar

A pressão de confinamento lateral, f_{ls} , proporcionada pelo aço da armadura transversal pode ser calculada pela Equação AA.1, derivada a partir do equilíbrio de forças na seção transversal.

$$f_{ls} \cdot s \cdot D_c = 2f_{sw} \cdot A_s \Rightarrow f_{ls} = \frac{2f_{sw} \cdot A_s}{D_c \cdot s} \quad (\text{AA.1})$$

Os termos são definidos como:

f_{yw} é a tensão no aço da armadura transversal;

$A_{s\phi}$ é área da seção transversal do estribo ou espiral;

D_c é o diâmetro do núcleo de concreto confinado, medido de centro a centro das espirais ou dos estribos e

s é o espaçamento vertical de centro a centro entre estribos (espirais).

A partir da Equação AA.1, observa-se que a pressão f_{ls} depende diretamente da taxa volumétrica de armadura transversal, ρ_{sw} , podendo ser reescrita conforme a Equação AA.2. A taxa volumétrica de armadura transversal ρ_{sw} é calculada de acordo com a Equação AA.3.

$$f_{ls} = \frac{\rho_{sw}}{2} f_{sw} \quad (\text{AA.2})$$

$$\rho_{sw} = \frac{4 \cdot A_s}{D_c s} \quad (\text{AA.3})$$

Os termos são definidos como:

f_{yw} é a tensão no aço da armadura transversal;

A_s é área da seção transversal do estribo ou espiral;

D_c é o diâmetro do núcleo de concreto confinado, medido de centro a centro das espirais ou dos estribos e

s é o espaçamento vertical de centro a centro entre estribos (espirais).

Como os estribos ou espirais não confinam toda a extensão longitudinal do pilar, a pressão lateral gerada é não uniforme devido ao efeito de arqueamento de tensões. Para corrigir essa não uniformidade, a maioria dos modelos adota uma pressão lateral uniforme efetiva (f_{lse}), calculada por meio de um coeficiente de efetividade (k_s), conforme a Equação AA.4.

$$f_{lse} = k_s f_{ls} \quad (\text{AA.4})$$

O coeficiente de efetividade de confinamento, segundo Mander *et al.* (1988) é determinado pelas Equações AA.5 e AA.6, aplicáveis, respectivamente, a estribos e espirais.

$$k_s = \frac{\left(1 - \frac{s}{2 \cdot D_c}\right)^2}{1 - \rho_s} \quad (\text{AA.5})$$

$$k_s = \frac{1 - \frac{s}{2 \cdot D_c}}{1 - \rho_s} \quad (\text{AA.6})$$

Conforme Razvi e Saatcioglu (1992), um parâmetro importante para avaliar a eficiência do confinamento proporcionado pelo aço é o índice de confinamento, I_s , medido como a relação entre a pressão fornecida pelo aço transversal e a resistência à compressão do cilindro de concreto f'_c , ou seja, $I_s = f_{ls}/f'_c$.