

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Faculdade de Educação
Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional Educação e Docência
PROMESTRE

Danielle Lúcia Maia

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NÃO CONVENCIONAIS EM
SALA DE AULA COM ESTUDANTES DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Belo Horizonte

2024

Danielle Lúcia Maia

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NÃO CONVENCIONAIS EM
SALA DE AULA COM ESTUDANTES DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Educação e Docência da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof.^a Dra. Ilaine da Silva Campos.

Belo Horizonte

2024

M217r
T

Maia, Danielle Lúcia, 1982-
Resolução de problemas matemáticos não convencionais em sala
de aula com estudantes do 4º ano do ensino fundamental [manuscrito] /
Danielle Lúcia Maia. -- Belo Horizonte, 2024.
180 p. : enc., il., color.

Dissertação -- (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais,
Faculdade de Educação.

Orientadora: Ilaine da Silva Campos.

Bibliografia: f. 171-174.

Apêndices: f. 175-180.

1. Educação -- Teses. 2. Matemática (Ensino fundamental) --
Estudo e ensino -- Teses. 3. Matemática (Ensino fundamental) --
Métodos de ensino -- Teses. 4. Matemática (Ensino fundamental) --
Aprendizagem baseada em problemas -- Teses. 5. Crianças --
Capacidade matemática -- Teses.

I. Título. II. Campos, Ilaine da Silva, 1985-. III. Universidade
Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

CDD- 372.7



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROMESTRE - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA/MP

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

DANIELLE LUCIA MAIA

Realizou-se, no dia 30 de agosto de 2024, às 14:00 horas, por videoconferência, na Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, a 557ª defesa de dissertação, intitulada **RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NÃO CONVENCIONAIS EM SALA DE AULA COM ALUNOS DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**, apresentada por Danielle Lucia Maia, número de registro 2022658439, graduada no curso de PEDAGOGIA, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA, à seguinte Comissão Examinadora: Prof(a). Ilaine da Silva Campos - Orientador (Universidade Federal de Minas Gerais), Prof(a). Keli Cristina Conti (Universidade Federal de Minas Gerais), Prof(a). Jonson Ney Dias da Silva (Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia).

.

A Comissão considerou a dissertação:

- (X) Aprovada.
- () Reprovada.
- () Aprovada com indicação de correções.

A Banca sugeriu e o candidato acatou a mudança do título da dissertação para:

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NÃO CONVENCIONAIS EM SALA DE AULA COM ALUNOS DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Finalizados os trabalhos, lavrei a presente ata que, lida e aprovada, vai assinada por mim e pelos membros da Comissão.

Belo Horizonte, 30 de agosto de 2024.

Prof(a). Ilaine da Silva Campos (Doutora)

Prof(a). Keli Cristina Conti (Doutora)

Prof(a). Jonson Ney Dias da Silva (Doutor)



Documento assinado eletronicamente por **Ilaine da Silva Campos, Professora do Magistério Superior**, em 11/09/2024, às 17:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Keli Cristina Conti, Professora do Magistério Superior**, em 12/09/2024, às 09:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Jonson Ney Dias da Silva, Usuário Externo**, em 12/09/2024, às 09:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador 3542723 e o código CRC 8EC635B9.

Dedico este trabalho a meus amados pais, Alcides Martins Maia (in memoriam) e Ana Lúcia da Cruz Maia, que sempre me apoiaram e acreditaram em meu potencial.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus e a Nossa Senhora, que me permitiram a realização desse sonho. A meus amados pais Alcides e Ana, por seu amor incondicional e ao incentivo que sempre me deram durante minha trajetória de vida. A minha orientadora Ilaine Campos e a todos que direta ou indiretamente contribuíram para que eu pudesse alcançar esse sonho.

RESUMO

Esta pesquisa foi desenvolvida no 2º semestre de 2023, em uma escola municipal da rede pública de ensino de Belo Horizonte/MG, cujo objetivo é compreender as estratégias utilizadas pelos estudantes do 4º Ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos não convencionais propostos na perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula. Para a realização deste estudo, foi desenvolvida uma pesquisa, por meio da abordagem qualitativa em minha própria prática pedagógica, que teve como instrumento de coleta de dados os registros escritos dos estudantes na resolução dos problemas matemáticos e os áudios gravados durante as aulas. Para o desenvolvimento da pesquisa, foram propostos aos estudantes oito problemas matemáticos, sendo o primeiro problema um “esquenta” para que eles pudessem se familiarizar com a proposta e a partir disto, propomos os sete problemas matemáticos não convencionais, trabalhados em cinco aulas. Participaram da pesquisa 22 crianças com faixa etária entre 9 e 10 anos de idade. Concluiu-se que, para trabalhar com a resolução de problemas não convencionais é necessário que o docente esclareça aos estudantes que se trata de um trabalho com problemas matemáticos diferentes dos problemas matemáticos tradicionais e que existem outras regras de resoluções que podem ser utilizadas nesse processo investigativo. Como produto educacional, foi desenvolvido um livreto, direcionado aos docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, com os problemas matemáticos utilizados na pesquisa, bem como, sugestões de interações que poderão ser adotadas pelos docentes.

Palavras-chave: resolução de problemas; problemas não convencionais; cenários para investigação; ambientes de aprendizagem; anos iniciais do ensino fundamental.

ABSTRACT

This research was developed in the 2nd semester of 2023, in a municipal public school in Belo Horizonte – MG, whose objective is to understand the strategies used by students in the 4th year of Elementary School in solving unconventional mathematical problems proposed from the perspective of scenarios for classroom investigation. To this end, a research was developed through the qualitative approach in my own pedagogical practice that had as an instrument of data collection the written records of the students in the resolution of mathematical problems and the audios recorded during classes. For the development of the research, eight mathematical problems were proposed to the students, the first problem being a "warm-up" so that they could become familiar with the proposal and from there we proposed the seven unconventional mathematical problems that were worked on in five classes. The study included 22 children aged between 9 and 10 years age. It was concluded that, in order to work with the resolution of non-conventional problems, it is necessary for the teacher to clarify to the students that it is a work with mathematical problems different from traditional mathematical problems and that there are other rules of resolution that can be used in this investigative process. As an educational product, a booklet was developed, aimed at teachers of the Early Years of Elementary School, with the mathematical problems used in the research, as well as suggestions for interactions that can be adopted by teachers.

Keywords: problem solving; unconventional problems; scenarios for investigation; learning environments; early years of elementary school.

LISTA DE IMAGENS

Imagem 1 – Frente do registro da estudante Luara	57
Imagem 2 – Verso do registro da estudante Luara	57
Imagem 3 – Registro da estudante <i>Minicat</i>	57
Imagem 4 – Algoritmo utilizado por <i>Minicat</i>	60
Imagem 5 – Registro do estudante <i>Ninato</i>	61
Imagem 6 – Frente do registro da estudante Bruna	64
Imagem 7 – Verso do registro da estudante Bruna	64
Imagem 8 – Frente do registro do estudante <i>Boyy de mais</i>	64
Imagem 9 – Verso do registro do estudante <i>Boyy de mais</i>	64
Imagem 10 – Registro da estudante Laura Lima	72
Imagem 11 – Registro do estudante Cristiano	72
Imagem 12 – Frente do registro da estudante <i>Minicat</i>	73
Imagem 13 – Verso do registro da estudante <i>Minicat</i>	73
Imagem 14 – Registro da estudante Luara	73
Imagem 15 – Registro do estudante Vitor	75
Imagem 16 – Registro do estudante <i>Boyy de mais</i>	85
Imagem 17 – Frente do registro da estudante Bruna	85
Imagem 18 – Verso do registro da estudante Bruna	85
Imagem 19 – Registro da 1ª estratégia utilizada pela estudante Bruna	88
Imagem 20 – Registro do estudante Cristiano	89
Imagem 21 – Registro da estudante Laura Lima	89
Imagem 22 – Registro do estudante Vitor	92
Imagem 23 – Registro do estudante <i>Rimuru Tempest</i>	100
Imagem 24 – Registro da estudante Milena	100
Imagem 25 – Registro do estudante Cristiano	102
Imagem 26 – Registro da estudante Laura Lima	102
Imagem 27 – Registro da estudante Bruna	105
Imagem 28 – Registro do estudante <i>Boyy de mais</i>	105
Imagem 29 – Registro do estudante <i>Tralfagar. Water.D.Law</i>	106
Imagem 30 – Registro da estudante Milena	106
Imagem 31 – Registro do estudante Cristiano	111

Imagem 32 – Registro da estudante Laura Lima	111
Imagem 33 – Registro da estudante Bruna	113
Imagem 34 – Registro do estudante <i>Boyy de mais</i>	113
Imagem 35 – Registro do estudante <i>Trafalgar. Water.D.Law</i>	115
Imagem 36 – Registro da estudante Milena	115
Imagem 37 – Registro do estudante <i>Luffy Nika</i>	117
Imagem 38 – Registro do estudante <i>Itachi</i>	117
Imagem 39 – Registro do estudante <i>Trafalgar. Water.D.Law</i>	129
Imagem 40 – Registro da estudante Milena	129
Imagem 41 – Registro da estudante Diana	133
Imagem 42 – Registro da estudante Carol Luna	133
Imagem 43 – Registro da estudante Bruna	135
Imagem 44 – Registro do estudante <i>Boyy de mais</i>	135
Imagem 45 – Registro do estudante Vitor	137
Imagem 46 – registro da estudante Gabriele	137
Imagem 47 – Registro da estudante <i>Alici</i>	138
Imagem 48 – Registro do estudante Bernardo Almeida	138
Imagem 49 – Registro da estudante Laura Lima	141
Imagem 50 – Registro do estudante Cristiano	141
Imagem 51 – Registro da estudante Bruna	144
Imagem 52 – Registro do estudante <i>Boyy de mais</i>	144
Imagem 53 – Registro da estudante Diana	145
Imagem 54 – Registro da estudante Carol Luna	145
Imagem 55 – Registro da estudante Diana	151
Imagem 56 – Frente do registro da estudante Bruna	154
Imagem 57 – Verso do registro da estudante Bruna	154
Imagem 58 – Frente do registro do estudante <i>Boyy de mais</i>	155
Imagem 59 – Verso do registro do estudante <i>Boyy de mais</i>	155
Imagem 60 – Frente do registro do estudante Cristiano	157
Imagem 61 – Verso do registro do estudante Cristiano	157
Imagem 62 – Registro da estudante Laura Lima	157
Imagem 63 – Frente do registro do estudante Bernardo Almeida	160
Imagem 64 – Verso do registro do estudante Bernardo Almeida	160

Imagem 65 – Registro da estudante <i>Alici</i>	160
--	-----

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Cérbero ¹	37
Figura 2 – Modelo para resolução	39
Figura 3 – Exemplo de resolução 1	39
Figura 4 – Exemplos de resolução 2	40
Figura 5 – Cabeçalho para identificação	49
Figura 6 – Capa do livreto	52
Figura 7 – Problema 1	55
Figura 8 – Cérbero	70
Figura 9 – Problema 2	70
Figura 10 – Problema 3	83
Figura 11 – Problema 4	101
Figura 12- Problema 5	109
Figura 13 – Problema 6	128
Figura 14 – Problema 7	139
Figura 15 – Problema 8	148

¹ Cérbero era o cruel cão de três cabeças da mitologia grega, responsável pela guarda do mundo subterrâneo, o Hades. Para maiores informações, acesse: <https://www.worldhistory.org/trans/pt/1-11209/cerbero/>.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Ambientes de aprendizagem.....	41
---	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados fornecidos pela escola.....	46
Tabela 2 – Duplas para a realização do trabalho de campo.....	55
Tabela 3 – Respostas apresentadas pelas duplas no problema 1.....	56
Tabela 4 – Respostas apresentadas pelas duplas no problema 2.....	71
Tabela 5 – Respostas apresentadas pelas duplas no problema 3.....	84
Tabela 6 – Exemplo de resolução do problema 3.....	94
Tabela 7 – Exemplo de resolução do problema 2.....	96
Tabela 8 – Segundo exemplo de resolução do problema 2.....	97
Tabela 9 – Respostas apresentadas pelas duplas no problema 4.....	102
Tabela 10 – Respostas apresentadas pelas duplas no problema 5.....	110
Tabela 11 – Respostas apresentadas pelas duplas no problema 6.....	129
Tabela 12 – Respostas apresentadas pelas duplas no problema 7.....	140
Tabela 13 – Respostas apresentadas pelas duplas no problema 8.....	151

LISTA DE SIGLAS

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

CEP - Comitê de Ética em Pesquisa

COEP – Comitê de Ética em Pesquisa

COVID - *Corona Virus Disease*

NEPSO - Nossa Escola Pesquisa a Sua Opinião

PBH - Prefeitura de Belo Horizonte

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PROMESTRE - Mestrado Profissional Educação e Docência

UFMG - Universidade Federal de Minas Gerais

TALE - Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

TCLE - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

SUMÁRIO

Capítulo 1. Introdução.....	17
1.1 . Revisando minhas memórias.....	17
1.2 . Justificativa.....	24
Capítulo 2. Resolução de problemas.....	28
2.1. Resolução de problemas: algumas definições.....	31
2.2. Problemas não convencionais.....	36
2.3. Ambientes de aprendizagem.....	40
Capítulo 3. Percurso metodológico.....	44
3.1. Contexto e sujeitos da pesquisa.....	45
3.2. Organização da sala de aula e apresentação dos problemas matemáticos.....	48
Capítulo 4 – Apresentação e análise dos dados.....	53
4.1. Primeira aula.....	53
4.1.1. Heróis contra o fogo.....	55
4.2. Segunda aula.....	69
4.2.1. Faltou remédio, e agora?.....	69
4.2.2 Faltou dinheiro, o que faço?.....	83
4.3. Terceira aula.....	100
4.3.1. É uma pegadinha?.....	101
4.3.2. O evento do ano!.....	109
4.4. Quarta aula.....	127
4.4.1. Qual a quantia?.....	128
4.4.2. Caça ao tesouro.....	139
4.5. Quinta aula.....	147
4.5.1. A grande corrida.....	148
Considerações finais.....	164
Referências Bibliográficas	170
Anexos.....	173

Capítulo 1 – Introdução

Esta pesquisa buscou analisar as estratégias utilizadas pelos estudantes do 4º Ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos não convencionais propostos numa perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula.

O texto está organizado em quatro capítulos: o primeiro capítulo traz uma introdução, retomando algumas questões da minha vivência enquanto criança e justifica a pesquisa com a resolução de problemas matemáticos não convencionais. Este capítulo, também, apresenta a pergunta de pesquisa: “Como estudantes de uma turma do 4º Ano do Ensino Fundamental resolvem problemas matemáticos não convencionais propostos na perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula?”.

O segundo capítulo, apresenta uma discussão teórica referente a resolução de problemas, algumas definições, problemas não convencionais e ambientes de aprendizagem.

O terceiro capítulo apresenta a abordagem metodológica e o procedimento de produção de dados. Neste capítulo, também, o leitor encontra a descrição dos sujeitos da pesquisa, o ambiente em que foi desenvolvida e o percurso até a realização do trabalho de campo.

O quarto capítulo apresenta os dados e a análise dos registros, estratégias e interação dos estudantes na resolução dos problemas matemáticos não convencionais propostos na perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula.

Nas considerações finais, é retomada a questão de pesquisa, a contribuição dos estudantes, bem como, a realização de um convite aos docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental para o desenvolvimento do trabalho com resolução de problemas matemáticos não convencionais. Como recurso educacional, foi desenvolvido um livreto com os problemas trabalhados na pesquisa, ao qual é direcionado aos docentes que atuam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

1.1 – Revisitando minhas memórias

Neste capítulo apresento algumas memórias da minha infância, da minha vida acadêmica e profissional. Relembrar minhas memórias de infância é algo que me traz alegria. As experiências vividas na infância são importantes e marcantes durante toda a vida. Tive uma infância feliz, sempre rodeada de amigos e familiares.

Uma lembrança muito marcante e agradável da minha infância são os momentos de leitura das revistinhas em quadrinhos da Turma da Mônica que tínhamos (eu e meu pai). Nós tínhamos o hábito de espalhá-las pelo chão e escolhíamos uma e com isso, meu pai realizava a

leitura para mim. Assim que ele terminava a leitura de uma cena, pedia a ele para fazer silêncio e simulava a leitura silenciosa, mesmo ainda não sendo alfabetizada. Eu imaginava que dessa forma, conseguiria ouvir a voz dos personagens na minha cabeça, dizendo o que meu pai havia acabado de ler para mim.

O universo da leitura sempre me chamou a atenção. Mesmo ainda muito pequena e ainda não frequentando a escola, pegava qualquer coisa que havia algo escrito e brincava de ler. Como ainda não sabia ler, inventava histórias para o que estava escrito no papel. Hoje, percebo que ainda muito pequena já buscava solucionar os problemas referentes à leitura mesmo ainda não sendo alfabetizada. A partir disso, a resolução de problemas começou a me fascinar.

No Ensino Fundamental, os docentes eram muito tradicionais e conteudistas. Não me recordo de atividades em que fossem utilizados recursos diferenciados para que as aulas fossem mais práticas e interessantes. Fazíamos muitas cópias do quadro e dos livros didáticos. Quanto à literatura não me recordo de nenhum livro que tenha sido lido ou trabalhado na escola, nem de contação de histórias. A primeira vez que ouvi falar em contação de histórias foi na faculdade.

No Ensino Médio os docentes também eram tradicionais e conteudistas. Não me recordo se havia laboratório de ciências na escola. Lembro-me da chegada de uma remessa de computadores, porém, os estudantes não podiam ter acesso a eles. Naquela época eu nem sabia usar computador. Quando comecei a ter contato com computador eu já estava com 18 anos de idade e foi no meu primeiro emprego quando ingressei no mercado de trabalho. Somente por volta dos 21 anos fiz um curso básico de informática.

O sonho de cursar o Ensino Superior sempre me acompanhou, mas no Ensino Médio percebia que estava cada vez mais distante da minha realidade. Alguns docentes não compreendiam a importância de sua atuação na vida dos estudantes e faziam seu trabalho de qualquer maneira, o que de certa forma prejudicava o aprimoramento dos conhecimentos dos estudantes. As disciplinas que eu mais gostava eram Matemática e Física, porém, no Ensino Médio tomei um certo “pavor” da Matemática. Minha professora não explicava direito a matéria, dava somente um exemplo e depois vários exercícios descontextualizados, além de não aceitar que tivéssemos dúvidas. Isso aconteceu quando estávamos cursando o 1º ano do Ensino Médio. Devido a esse fato, nos anos posteriores, tive muita dificuldade em Matemática, porém a partir disso, surgiu em mim o interesse em resolução de problemas. Como eu não conseguia compreender a matéria quando o professor apresentava determinada atividade, como por

exemplo, a montagem de uma equação para realizarmos a resolução e a concomitante resultado, eu não conseguia fazê-lo. Entretanto, caso a atividade apresentasse a equação pronta, conseguia fazer os cálculos com facilidade e chegaria ao resultado correto. Hoje percebo que o trabalho era centrado no paradigma do exercício². Ocorria comunicação entre docente e discente, porém, no paradigma do exercício, eram priorizadas as técnicas e não o processo.

Em 2010, surgiu a oportunidade de iniciar o curso de Pedagogia na Faculdade Pitágoras em Belo Horizonte, curso que literalmente mudou a minha vida. Nunca tinha pensado em ser professora, mas graças aos professores que tive no cursinho preparatório e na faculdade pude entender o quanto é maravilhoso lecionar. Durante o curso houve muitos sorrisos e muitas lágrimas. Por várias vezes pensei em desistir, mas graças a Deus e ao apoio dos meus pais, amigos e professores, em especial Maria do Carmo e Maria Célia, não desisti e hoje sou pedagoga e docente na Rede Municipal de Belo Horizonte/MG.

Como não trabalhei na área da educação durante o curso de Pedagogia, algumas dificuldades foram aparecendo, como materializar as tarefas que os professores estavam propondo. Eu tinha que preparar aulas para uma turma “imaginária” aonde eu não tinha noção de tempo de aula, reação dos estudantes, como lidar com eles. No entanto, graças a Deus, ao meu empenho e a ajuda de professores e colegas de curso, comecei a compreender como fazer meu trabalho com qualidade.

Minha experiência como professora começou depois que me formei. Enquanto ainda estava na faculdade, realizei os estágios obrigatórios, mas nunca tinha sentido o “chão da sala de aula” até ingressar na escola em que atuo hoje. Fui muito bem recebida nessa escola e, como ainda não tinha tido experiência como professora, assumi três turmas como professora de apoio³ lecionando Matemática para o segundo ano do Ensino Fundamental. Fiquei muito feliz com a oportunidade porque poderia colocar em prática o que aprendi durante o curso de Pedagogia.

Sempre ouvi falar bem do trabalho na Prefeitura de Belo Horizonte (PBH) e, como sempre trabalhei naquela cidade, decidi prestar o concurso para professor municipal dos Anos Iniciais. Minha experiência como docente se iniciou no ano de 2017, onde comecei a atuar como professora efetiva na PBH. O início do trabalho como docente foi difícil, pelo fato de não

² Ver Skovsmose (2000); Alro, Skovsmose (2006).

³ Na época, a Prefeitura de Belo Horizonte trabalhava com três docentes atuando em sala de aula durante os Anos Iniciais do Ensino Fundamental: o professor/a referência lecionava as disciplinas de Língua Portuguesa, Literatura, Arte, Ciências, Geografia e História; o professor/a apoio lecionava Matemática e o outro professor/a apoio lecionava Educação Física.

ter experiência na área, mas também trouxe muita alegria, pois tinha realizado o sonho de ser funcionária pública.

O interesse pela especialização em Matemática surgiu ainda na faculdade após compreender a importância dessa área do conhecimento nas séries iniciais para que os estudantes tenham sucesso na carreira escolar. Depois que comecei a atuar como docente percebi o quanto é importante termos consciência e responsabilidade sobre o que estamos lecionando. Não quero que meus/minhas alunos/as fiquem traumatizados/as com a Matemática assim como eu fiquei (e muitas pessoas ainda são). Quero que vejam essa área do conhecimento como amiga e tenham sucesso em sua trajetória escolar.

O curso Residência Docente para a formação de Educadores da Educação Básica, realizado na Escola de Educação Básica e Profissional – Centro Pedagógico, na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) no período de 2018 a 2020, foi o primeiro de muitos que ainda pretendo cursar para que eu possa aprimorar mais minha prática como docente e mostrar para os estudantes que a Matemática não é nossa inimiga. Ainda almejo voar mais alto e estou em busca disso. Pretendo conseguir mostrar aos/as meus/minhas alunos/as que é possível realizar seus sonhos com força de vontade, dedicação, lágrimas e sorrisos porque, como meu pai sempre falava comigo, *“sem luta não tem vitória Dani”*.

O curso de Residência Docente contribuiu muito para minha reflexão em relação à minha prática docente. Apesar da pouca experiência que tenho, pude perceber que acabamos repetindo nossas vivências como estudantes da Educação Básica e repetindo as práticas pedagógicas dos docentes que passaram por nossas vidas.

O que mais me chamou a atenção foi como podemos melhorar nossa prática docente com detalhes. Um olhar mais apurado ao preparar as aulas, a comunicação com os estudantes ao longo das discussões sobre os conteúdos, durante a realização das tarefas, considerando os conteúdos prévios e adquiridos ao longo do processo de aprendizagem. Tudo isso enriquece o trabalho docente e contribui positivamente para a aprendizagem.

Surpreendeu-me muito e de maneira positiva o fato de trabalharmos a Matemática por meio da investigação. Até então eu apresentava uma visão limitada de que a investigação seria útil apenas para os pesquisadores, os cientistas. Tivemos a oportunidade de ampliar nossos horizontes a partir da discussão do texto “Investigar, ensinar e aprender”, de autoria de João Pedro da Ponte (Ponte, 2003). Ao longo das discussões sobre o referido texto aprendemos que quem investiga, aprende e quem aprende, investiga.

Mas como trazer isso para a sala de aula? Assim que tive a oportunidade de estudar esse tema, mudei radicalmente minha maneira de lecionar. Passei a preparar as aulas de modo que os estudantes pudessem fazer descobertas sobre os conteúdos trabalhados, repensando suas ideias a respeito, procurando soluções. A partir disso, fazíamos as intervenções para que eles avançassem na aprendizagem. Essa mudança foi muito significativa em minhas aulas. Os estudantes passaram a se interessar mais pelas aulas e ficaram mais críticos, mesmo sendo ainda crianças muito pequenas.

O trabalho com o projeto “*Lanche Preferido*”, realizado XVI Seminário Regional Nossa Escola Pesquisa Sua Opinião – Polo Minas Gerais, promovido pelo Polo Minas Gerais do Programa NEPSO e pela Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, no período de 05 a 07 de novembro de 2019, nas dependências desta faculdade, me permitiu trabalhar com os estudantes a pesquisa de opinião como recurso pedagógico. Com esse trabalho, pudemos discutir sobre estatística, gráficos, pesquisa e outros conteúdos matemáticos, além de termos a oportunidade de apresentar nosso trabalho no referido seminário.

Foi uma experiência muito rica tanto para os estudantes como para mim como docente, como pessoa e como aluna do curso Residência Docente. Os estudantes tiveram a oportunidade de trabalhar com a pesquisa desde o 1º ano do Ensino Fundamental, o que certamente impactará de forma positiva toda sua trajetória escolar. Ainda no curso de Residência Docente, mesmo que inconscientemente, eu já estava caminhando para o trabalho com investigação em sala de aula. Nessa época eu ainda não conhecia os autores Helle Alro e Ole Skovsmose⁴.

No Projeto de Ação⁵, investiguei a resolução de problemas envolvendo adição e subtração no 1º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa foi realizada com a resolução de problemas matemáticos não convencionais⁶. Decidi investigar esse tema, devido às dificuldades que os estudantes enfrentavam ao se depararem com a resolução de problemas. Percebi que a maioria deles conseguia resolver as operações quando trabalhadas separadamente, mas quando colocadas em uma situação problema até os estudantes que (no processo de avaliação somativo) obtinham maiores notas, apresentavam dificuldades na resolução.

⁴ ALRO, Hele; SKOVSMOSE, Ole. *Diálogo e aprendizagem em educação matemática*. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2006. 158p.

⁵ Trabalho final realizado no curso do Residência Docente.

⁶ DINIZ, Maria Ignez. Os problemas convencionais nos livros didáticos. In: DINIZ, Maria Ignez; SMOLE, Kátia Stocco (orgs.). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 99-101.

Para contextualizar o trabalho com a resolução de problemas, primeiramente contei a história da Chapeuzinho Vermelho para depois trabalharmos com problemas matemáticos não convencionais utilizando seu contexto. Essa contextualização foi muito importante e contribuiu muito para melhorar a aprendizagem.

A partir das aulas que acompanhei no Centro Pedagógico, pude perceber como melhorar minha prática docente de modo a contribuir satisfatoriamente para que os estudantes possam superar as dificuldades na resolução de problemas. No decorrer do curso, pude contribuir ainda mais para que os estudantes alcancem o sucesso escolar. Aproveitei ao máximo todas as possibilidades que o curso me proporcionou. Troquei experiências com as professoras orientadoras e com os outros professores do Centro Pedagógico que também deram suas contribuições, além dos meus colegas de curso para que o conhecimento fosse ainda maior e mais proveitoso.

O ano de 2019 foi um grande desafio, pois a responsabilidade de atuar no 1º Ano do Ensino Fundamental é muito grande. Além disso, me dediquei aos estudos e tentei trazer para a sala de aula tudo o que aprendi na pós-graduação, que foi um grande desafio para mim. Em 2020, lecionei matemática para três turmas do 2º Ano do Ensino Fundamental. Nesses seis anos de experiência na docência, percebi que minha prática vem melhorando cada vez mais. Tenho pesquisado e refletido muito sobre minha prática para que meu trabalho seja significativo para os estudantes. Durante esses anos que atuo na Educação Básica, tive a oportunidade de lecionar para turmas de 1º, 2º, 3º, 4º e 5º Anos do Ensino Fundamental. Percebi que a cada dia, vejo minha prática pedagógica de maneira diferente e fui adquirindo mais segurança para atuar na sala de aula.

Dentre esses seis anos que tive a oportunidade de lecionar, considero que o 1º Ano é o mais difícil, visto que os estudantes chegam às escolas muito dependentes de professores e com medo do novo universo que estão conhecendo. Com isso nossa responsabilidade aumenta. Temos que ter consciência que somos a “ponte” para que eles possam avançar na aprendizagem dos conteúdos e não tenham dificuldades nos anos posteriores. Quando vou lecionar para uma nova turma, ainda sinto um “frio na barriga”, uma emoção parecida com a que senti quando entrei pela primeira vez em uma sala de aula para lecionar e acredito que isso é o que nos motiva a sempre buscar melhorar.

O ano de 2020 foi um ano atípico por causa da Pandemia da COVID. Nesse ano, nosso modo de trabalho mudou radicalmente. Tivemos que aprender a trabalhar de uma forma totalmente diferenciada, remota. Sempre soube que a tecnologia ia chegar à sala de aula e que

nós, professores, tínhamos que nos adequar e aprimorar nossos conhecimentos para esse momento, mas nunca imaginei que isso aconteceria tão rápido. De repente, estávamos na escola trabalhando tranquilamente como sempre fazíamos e de uma hora para outra tivemos que nos afastar das escolas e do convívio com outras pessoas para nos protegermos desse vírus, até então desconhecido.

Todo o planejamento que tínhamos feito para o ano letivo teve que ser alterado. Nosso contato com os estudantes passou a ser pelo *WhatsApp* e, desde então, esse recurso nos acompanha diariamente em nossa rotina escolar. A tecnologia então se fez presente em nossa prática, mesmo que não estivéssemos preparados adequadamente para ela.

Mesmo com todas as dificuldades enfrentadas no ano de 2020, mantive firme no propósito da continuidade da minha carreira acadêmica. No ano de 2020, tentei o PROMESTRE (Mestrado Profissional na UFMG). Esse processo seletivo aconteceu no ano de 2020 para ingresso no ano de 2021. Fiz o processo seletivo com meu trabalho final do curso do programa Residência Docente, porém com algumas modificações. No trabalho final, investiguei a resolução de problemas no campo aditivo com estudantes do 1º Ano do Ensino Fundamental e no PROMESTRE pretendia investigar a resolução de problemas no campo multiplicativo com estudantes dos 3º e 4º Anos do Ensino Fundamental. Fui aprovada no processo seletivo, mas fiquei como excedente e não houve vaga para que eu pudesse cursar o Mestrado naquele ano.

Confesso que fiquei um pouco frustrada e desanimada a participar do processo novamente, mas minhas professoras Ana Rafaela e Rosilene Alves e minhas amigas de curso Fernanda e Suely me incentivaram a não desistir. Então me matriculei na disciplina isolada Modelagem Matemática na Educação Básica e tive a oportunidade de aprimorar ainda mais meus conhecimentos. Até então eu nunca tinha ouvido falar em Modelagem Matemática e na disciplina aprendi que ela também trabalha com a resolução de problemas, uma área do conhecimento matemático que me inquieta e atrai muito. Em 2021, participei novamente do processo seletivo, fui classificada e aprovada para participar do curso que se iniciaria em 2022.

As linhas de pesquisa disponibilizadas para o ano de 2022 me direcionaram a escrever um novo projeto. Como havia trabalhado a pesquisa de opinião com os estudantes do 1º Ano do Ensino Fundamental participando do NEPSO e o resultado desse trabalho ter sido gratificante e positivo, resolvi reescrever um projeto com o título “Educação Estatística na Educação Básica: uma proposta lúdica para trabalhar a resolução de problemas”.

Nesse projeto, minha proposta foi trabalhar uma temática qualitativa que busca educar estatisticamente os estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental por meio de um trabalho de

estatística em sala de aula. Com a aprovação no processo seletivo e ingresso no PROMESTRE iniciamos as aulas em março de 2022 e, no decorrer das disciplinas do curso e das discussões realizadas durante as aulas, fui modificando meu projeto de pesquisa. O interesse pela resolução de problemas só foi aumentando e conforme íamos estudando as disciplinas do curso e meus conhecimentos foram se aprimorando, modifiquei bastante minha pesquisa. Ainda proponho trabalhar com a resolução de problemas, porém em uma perspectiva de investigação em sala de aula com estudantes do 4º Ano do Ensino Fundamental.

Diante disso, o objetivo da presente pesquisa é compreender as estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de problemas matemáticos não convencionais, propostos na perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula. Temos como intuito responder ao seguinte questionamento: “Como os estudantes de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental resolvem problemas matemáticos não convencionais propostos na perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula?”

As experiências que tive a oportunidade de vivenciar durante a realização dos cursos que fiz na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) me permitiram aprimorar minha experiência acadêmica e profissional. Após essa vivência na UFMG, pude aprofundar meus conhecimentos relacionados à pesquisa acadêmica, o aprimoramento da minha prática docente e mudar minha postura profissional de maneira que eu possa realmente fazer a diferença na vida dos estudantes que fizeram parte da minha caminhada enquanto docente.

1.2 – Justificativa

Em 2023, o documento orientador para o desenvolvimento das habilidades a serem desenvolvidas na Educação Básica é a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2017). Conforme esse documento, nos Anos Iniciais da Educação Básica é necessário retomar as vivências cotidianas das crianças com números, formas e espaços e as experiências desenvolvidas na Educação Infantil. Após esse trabalho, inicia-se a sistematização dessas noções. Nessa fase, apesar do reconhecimento de sua importância social e cultural, as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes não devem ficar restritas somente à aprendizagem das chamadas “quatro operações”. A BNCC nos orienta que

(...) a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetivos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetivos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos (Brasil, 2017, p. 276).

Entretanto, em minha prática docente como professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, tenho percebido a dificuldade dos estudantes em desenvolver tais habilidades e um certo receio da comunidade escolar com relação às práticas não convencionais utilizadas pelos docentes no que se refere ao ensino da matemática. As dificuldades apresentadas pelos estudantes em ler e compreender textos de problema estaria relacionada, entre outros fatores, à ausência do trabalho com esse tipo de texto, conforme ponderam Smole e Diniz (2001).

Segundo Dante (2010), existem vários estudos que se referem às dificuldades que os estudantes enfrentam ao se depararem com a resolução de problemas. Essa dificuldade muitas vezes estaria relacionada à prática de um ensino mecanizado da Matemática, onde se prioriza a técnica e não o processo. Em minha prática docente tenho percebido que os estudantes apresentam facilidade na resolução dos algoritmos, mas apresentam grande dificuldade na resolução de problemas.

Em minha prática docente, tenho desenvolvido um trabalho diferenciado, por meio da resolução de problemas, pois acredito que esse seja o melhor caminho para que as habilidades matemáticas sejam aprendidas pelos estudantes de forma satisfatória e significativa para eles. Porém, ainda hoje enfrento um pouco de resistência com relação ao desenvolvimento deste trabalho. A comunidade escolar ainda acredita que o ensino da técnica, onde o algoritmo é priorizado, é o melhor caminho a ser traçado para que os estudantes alcancem as habilidades acima mencionadas.

Nos últimos anos foram desenvolvidas muitas pesquisas que discutem sobre Resolução de Problemas na Educação Matemática como Dante (2010) nos esclarece. As discussões sobre resolução de problemas são importantes para a formação dos docentes e sua ampliação irá contribuir para o bom desempenho dessa competência em sala de aula, tanto pelos docentes quanto pelos estudantes. Em minha trajetória profissional como professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental tenho percebido nas escolas onde lecionei, dificuldade e receio dos docentes em trabalhar a resolução de problemas e a dificuldade dos estudantes em desenvolver estratégias de resolução.

Nesta pesquisa, além do objetivo de compreender as estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de problemas matemáticos não convencionais propostos na perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula, buscamos desenvolver um recurso educacional que possa auxiliar os docentes a implementarem a resolução de problemas em suas aulas. Para tanto será desenvolvido um livreto destinado aos docentes dos Anos Iniciais da Educação

Básica com as atividades desenvolvidas, bem como, sugestões de intervenções que poderão ser adotadas pelos docentes.

Com esse recurso educacional, os docentes terão a oportunidade de conhecer essa metodologia de ensino bem como conhecer outros recursos educacionais que estão acessíveis por meio do site do Mestrado Profissional Educação e Docência – PROMESTRE⁷.

O conhecimento matemático é importante e necessário a todos os estudantes da Educação Básica tanto pela sua aplicação na sociedade contemporânea quanto pela sua potencialidade na formação de cidadãos críticos e conscientes de suas responsabilidades sociais, não se restringindo apenas à contagem, decodificação de códigos matemáticos, medição de grandezas, objetos e técnicas de cálculos com números e com as grandezas. Conforme a BNCC, a matemática estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório, além de criar “sistemas abstratos que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, movimento, formas e números associados ou não aos fenômenos do mundo físico”. (Brasil, 2017, p.265).

A resolução de problemas matemáticos é um dos grandes desafios enfrentados por docentes e estudantes. Existem estudos que, conforme Dante (2010), apontam que tais dificuldades resultam, na maioria das vezes, de uma prática de educação mecanizada, que prioriza a técnica e não o processo. Em minha prática docente tenho percebido claramente essas dificuldades em se trabalhar de forma contextualizada, que busca romper com o ensino tradicional e promover um melhor desempenho dos estudantes nos conteúdos matemáticos. Nesta pesquisa, busco tensionar essa visão de ensino puramente técnico da matemática ao propor a investigação das estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de problemas matemáticos não convencionais propostos na perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula.

Diante das experiências vividas em minha trajetória escolar e profissional, percebi a necessidade de realizar um trabalho diferenciado com os estudantes. Como as aulas ministradas por meus professores eram focadas apenas na técnica e não no processo quando era necessário resolver uma situação-problema, deparava-me com muitas dúvidas no desenvolvimento de estratégias de resolução.

Colocar em foco de discussão nesta pesquisa os problemas matemáticos não convencionais alinhados aos cenários para investigação em sala de aula se justifica, entre outros

⁷ Para ter acesso ao material basta, clique em <https://promestre.fae.ufmg.br/recursos-educacionais/>.

aspectos, pelas minhas buscas enquanto professora-pesquisadora que se interroga na tentativa de enfrentar a lógica da reprodução do ensino tradicional de Matemática.

Capítulo 2 – Resolução de problemas

A resolução de problemas é uma temática muito importante que vem sendo discutida há anos. Sua proposta é promover uma aprendizagem significativa, que tenha contexto com o cotidiano do estudante, desenvolva sua capacidade de resolver problemas da vida cotidiana, o prepare para o mercado de trabalho e promova a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares (Brasil, 2017). Dessa forma, como nos esclarece Smole, Diniz e Cândido (2000), “ao fazer uso dessa temática para desenvolvermos nossa metodologia de ensino estamos trabalhando, além da disciplina Matemática, diversas situações que necessitam de investigação”.

Um dos maiores motivos para o estudo da matemática na escola é desenvolver a habilidade de resolver problemas. Essa habilidade é importante não apenas para a aprendizagem matemática da criança; mas também para o desenvolvimento de suas potencialidades em termos de inteligência e cognição. (Smole; Diniz; Cândido, 2000, p.13).

Entendemos como problema uma situação que demanda que o indivíduo desenvolva estratégias para solucioná-la. Essas estratégias podem ser simples ou complexas a depender da situação em que o indivíduo se encontra. Nessa pesquisa abordamos o conceito de problema que está em consonância com a definição de Dante (2009) que, de acordo com esse autor, é uma situação que exige um pensar consciente para superar um obstáculo.

Ao longo dos anos, diferentes perspectivas influenciaram o ensino da Matemática. Documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (Brasil, 1997), a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2017) e o Currículo Referência de Minas Gerais (Minas Gerais, 2004) nos mostram que a resolução de problemas vem sendo abordada há décadas.

De acordo com os PCN (1997) a aprendizagem em matemática está ligada à “compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos”. Assim como os PCN (1997), a BNCC (2017) e o Currículo Referência de Minas Gerais (2024) também trazem a aprendizagem matemática ligada à compreensão, ao contexto do estudante, de forma que o aprendizado seja significativo.

É necessário que o componente curricular no Ensino Fundamental, sempre que possível, relacione os conhecimentos matemáticos, e que esses conhecimentos sejam interligados com o cotidiano do estudante, tornando o aprendizado significativo. Além disso, espera-se que a Matemática forneça aos estudantes o desenvolvimento de algumas habilidades como o letramento matemático, a resolução de problemas, a investigação, a visualização, a percepção e a argumentação. Essas habilidades

possibilitarão que os estudantes estabeleçam conexões com várias áreas do saber. (Minas Gerais, 2024, p.654).

A resolução de problemas não é uma perspectiva nova: os PCN's já apontavam, desde 1997, nos Anos Iniciais, uma perspectiva com esse trabalho. Apesar de que a resolução de problemas já ser abordada há anos, desde os PCN's percebemos que se tem buscado o ensino da Matemática por meio da reprodução de procedimentos, acúmulo de informações, trazendo um modelo de ensino tradicional e descontextualizado.

A BNCC (2017) traz o conhecimento matemático como necessário a todos os estudantes da Educação Básica por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, suas potencialidades na formação de cidadãos críticos e cientes de suas responsabilidades sociais. Tendo em vista atender a essas perspectivas, no ensino fundamental, se deve ter o compromisso de desenvolver

(...) o letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição). (Brasil, 2017, p. 266).

Apesar do documento trazer a perspectiva da resolução de problemas como base para o ensino da Matemática, ele não especifica quais os tipos de problemas devem ser trabalhados. Embora a resolução de problemas seja tratada de forma significativa nos documentos, na realidade da sala de aula ela ainda é trabalhada de maneira tradicional, partindo do pressuposto que primeiro se apresenta o conteúdo para depois se propor problemas que serão resolvidos com técnicas pré-estabelecidas apresentadas nos conteúdos trabalhados anteriormente à apresentação das situações problema.

Os documentos que norteiam as diretrizes para o ensino da Matemática já trazem essa questão de a resolução de problemas ser trabalhada em sala de aula de maneira que os estudantes desenvolvam o pensamento crítico e consciente. Entretanto, seria importante que fosse disponibilizado aos docentes da educação básica uma formação específica sobre como desenvolver esse trabalho em sala de aula de maneira que realmente se contemple esse modelo apresentado nos documentos. Dessa forma, os estudantes já teriam contato com esse modelo de trabalho desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o que facilitaria seu aprendizado nos anos posteriores.

Alro e Skovsmose (2006) esclarecem que o ensino tradicional de matemática é caracterizado por certas formas de organização da sala de aula. Nesse modelo, as aulas costumam ser divididas em dois momentos: primeiro, o docente apresenta algumas ideias e técnicas (geralmente no livro texto) e em seguida os estudantes fazem alguns exercícios onde aplicam diretamente essas técnicas a eles apresentadas e o docente confere as respostas. Uma parte essencial do trabalho de casa (tarefas para casa) é destinada à resolução de exercícios do livro. Nesse modelo de ensino tradicional da matemática, os padrões de comunicação entre docente e estudantes se tornaram repetitivos.

Tal modelo apresentado por Alro e Skovsmose (2006) caracteriza o paradigma do exercício, onde o trabalho é realizado de forma tradicional. Nesse modelo, o trabalho consiste em ser realizado de maneira que o docente apresenta algumas técnicas e ideias matemáticas e, posteriormente, os estudantes resolvem uma série de exercícios pré-selecionados, geralmente podendo ser apresentada por meio de listas de exercícios. Outra forma apresentada nesse modelo é o professor passar a maior parte da aula fazendo a exposição dos conteúdos, o que chamamos de aula expositiva ou os estudantes passarem a maior parte do tempo das aulas se dedicando a resolução de exercícios.

O paradigma do exercício tem sido desafiado de diversas maneiras pela resolução de problemas, proposição de problemas, abordagens temáticas, trabalho com projetos, modelagem matemática, entre outras possíveis situações em salas de aula que os estudantes assumem o centro do protagonismo da ação didática. Alro e Skovsmose (2006) trazem para o debate a discussão sobre os cenários para investigação em oposição ao modelo do paradigma do exercício. Para que o paradigma do exercício seja quebrado, devemos propiciar um ambiente de aprendizagem diferente, que o autor define como “cenários para investigação” e que são, por natureza, abertos. Nos cenários para investigação, os estudantes participam do processo, formulam questões e planejam linhas de investigação. Nesta pesquisa, entendemos que ao abordar problemas matemáticos não convencionais podemos perspectivar situações em sala de aula que se caracterizem como o que Skovsmose (2000) denomina como cenários para investigação:

Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. O convite é simbolizado pelo “O que acontece se...?” do professor. O aceite dos alunos ao convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se...?” dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O “Por que isto...?” do professor representa um desafio e o “Sim, por que isto...?” dos alunos indicam que eles estão encarando o desafio e que estão procurando por explicações. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo (Skovsmose, 2000. p. 6).

Para que um ambiente se torne um cenário para investigação, é necessário que os estudantes aceitem o convite feito pelo docente. Um cenário para investigação implica relações e a aceitação do convite depende da natureza, do docente e do estudante. Para Skovsmose (2000) um convite pode ser feito de diversas maneiras e para alguns estudantes ele pode soar com um comando. O que pode servir como cenário investigativo para um grupo de estudantes pode não ser para outro. O que define se é um cenário para investigação ou não é a questão empírica a ser respondida por meio da prática de docentes e estudantes. Nesse modelo investigativo apresentado por Skovsmose (2000), deixamos o paradigma do exercício abordado nas aulas tradicionais de Matemática e adotamos os cenários para investigação, onde os estudantes têm autonomia para investigar, formular questões e planejar linhas de investigação, abordando estratégias diversificadas. Nesse sentido, a resolução de problemas pode estar em consonância com os cenários para investigação.

Em consonância com Skovsmose (2000) e Alro & Skovsmose (2006), acredito que ao desenvolvermos o trabalho em sala de aula de maneira que possamos promover os cenários para investigação e o ambiente de aprendizagem tencionamos o paradigma do exercício a fim de promover uma educação mais significativa e prazerosa aos estudantes

2.1- Resolução de Problemas: algumas definições

Segundo Onuchic (1999) a resolução de problemas é tratada como tema de interesse para docentes e estudantes nos níveis superiores de educação e, até o final da década de 1950, a maioria dos estudos realizados acerca da resolução de problemas indicava que para desenvolver tal habilidade os estudantes deveriam exercitar-se ostensivamente na resolução de uma grande quantidade de problemas. Entretanto, a autora tensiona essa questão ao questionar essas pesquisas pelo fato de elas darem ênfase aos produtos das soluções ao invés de valorizar os processos implícitos na resolução criativa de problemas. A autora ainda defende que o ensino da resolução de problemas deveria centrar-se no ensino das estratégias para resolver problemas por acreditar que os hábitos de resolução de problemas poderiam ser alterados ou aprimorados por uma adequada formação e prática.

A afirmação de Polya (1978) que “uma grande descoberta resolve um grande problema, mas a solução de qualquer problema sempre apresenta uma pitada de descoberta” está coerente com a percepção de que a resolução de problemas é uma excelente estratégia pedagógica para o ensino/aprendizagem dos conhecimentos matemáticos. Quando a curiosidade do estudante é aguçada e esse se sente desafiado, seu interesse aumenta e seu aprendizado, além de prazeroso,

é significativo. Porém, em meu entendimento, o docente que trabalha com seus estudantes apenas as operações rotineiras acaba diminuindo seu interesse e comprometendo o desenvolvimento da habilidade de resolução de problemas de forma criativa e crítica. Mas, se ao invés desse modelo ultrapassado de ensino o docente desafiar a curiosidade dos estudantes, apresentando-os problemas compatíveis com seus conhecimentos e os auxiliando por meio de indagações estimulantes, que os encorajem a participar do processo de aprendizagem por meio da investigação, como nos mostra Alro e Skovsmose (2006), poderá desenvolver nos estudantes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes meios para alcançar tal objetivo. Polya (1978) salienta ainda que uma vez que o estudante experimenta o prazer da descoberta no estudo da matemática, dificilmente a esquecerá e certamente haverá uma grande probabilidade dela se tornar um *hobby*, um instrumento profissional, a própria profissão ou até mesmo uma grande ambição. Além de deixar de ser uma questão que traz tanta dificuldade para docentes e estudantes no universo escolar.

Ainda de acordo com Polya (1978), são necessários quatro passos para que se possa resolver um problema: o primeiro passo se refere à compreensão do problema, o segundo passo é encontrar uma conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata. É preciso chegar a um plano para a resolução. O terceiro passo se refere à execução desse plano de resolução e o quarto e último passo é examinar a resolução obtida.

Um dos deveres mais importantes do docente apresentados por Polya (1978) e que se caracteriza em um grande desafio é auxiliar os estudantes, pois isso requer tempo, prática, dedicação e princípios firmes. O estudante precisa adquirir o máximo possível de experiência pelo trabalho independente, mas se for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, provavelmente não experimentará sucesso algum. E se o docente ajudar demais, não restará nada para o estudante fazer. Diante disso, o docente deve auxiliar de maneira que o estudante seja o responsável por uma parcela razoável do trabalho. Se o estudante não for capaz de fazer muita coisa, o docente deve auxiliá-lo discretamente. O ideal é ajudar o estudante com mais naturalidade, colocar-se em seu lugar, percebendo seu ponto de vista, procurando compreender o que se passa em sua cabeça e fazer perguntas ou indicar um passo que poderia ter ocorrido ao próprio estudante. Ao possibilitarmos aos estudantes fazerem parte do processo de aprendizagem, rompemos com o modelo tradicional do ensino, saímos do paradigma do exercício e propiciamos os cenários para investigação. Assim, além dos passos que Polya (1978) nos indica, podemos e devemos ir além, propiciando aos estudantes um ambiente

propício ao diálogo, à investigação, à descoberta. Dessa forma, o aprendizado se torna prazeroso e significativo tanto para os discentes quanto para o docente.

Ao auxiliar o estudante com discrição e naturalidade, o docente é levado a fazer as mesmas perguntas e indicar os mesmos passos várias vezes. Dessa forma, em inúmeros problemas, deve perguntar: “Qual é a incógnita? Podemos variar as palavras e indagar a mesma coisa de várias maneiras diferentes: Do que é que se precisa? O que é que se quer saber? O que é que se deve procurar?” (Polya, 1978, p.1). A finalidade de tais indagações é focalizar a atenção do estudante na incógnita. Pode-se também fazer esse trabalho de maneira mais natural, como uma sugestão: “Considere a incógnita!” A indagação e a sugestão visam o mesmo objetivo (provocar a mesma operação mental).

Polya (1978) também nos apresenta dois objetivos que o docente pode ter em vista a direcionar os estudantes a uma indagação ou sugestão. O primeiro é auxiliar na resolução do problema da forma que foi apresentado e o segundo é desenvolver no estudante a capacidade de resolver futuros problemas por si próprio. Tais objetivos estão intimamente ligados: se o estudante conseguir resolver o problema apresentado terá acrescentado algo à sua capacidade de resolver problemas. Ainda de acordo com o autor, não devemos esquecer que nossas indagações são genéricas e aplicáveis em muitos casos. Se a mesma indagação for utilizada proveitosamente várias vezes, dificilmente o estudante deixará de notá-la e é induzido a formular, ele mesmo, essa indagação em situações semelhantes. Pela repetição da indagação, ele poderá chegar à ideia certa e, com tal sucesso, descobrirá a maneira correta de utilizá-la e a terá assimilado.

A resolução de problemas é uma habilidade prática que é adquirida por meio da imitação e da prática. Ao tentarmos resolver um problema temos que observar e imitar o que outras pessoas fazem quando resolvem seus problemas. Portanto, se aprende a resolver problemas, resolvendo-os. “O professor que deseja desenvolver em seus alunos a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar (Polya, 1978, p.3)”.

Quando o docente tem como propósito desenvolver nos estudantes as operações mentais correspondentes às indagações mencionadas anteriormente, deve apresentá-las várias vezes e com naturalidade. Além disso, quando for resolver um problema em sala de aula, deve problematizar um pouco suas ideias e fazer a si próprio as mesmas indagações que utiliza para ajudar os estudantes.

Partindo das contribuições de Polya (1978) e Onuchic (1999), optamos por nos apoiar nas contribuições de Smole, Diniz e Cândido (2000). De acordo com tais autoras, um problema, assim como para uma criança como para um adulto, é toda situação por eles enfrentada e que não lhes apresenta ou possibilita encontrar solução imediata para sua resolução e alcance do objetivo pretendido. “A Resolução de Problemas trata de situações que não possuem solução evidente e que exigem que o resolvidor combine seus conhecimentos e decida pela maneira de usá-los em busca da solução. (Diniz, 2001, p. 89)”.

Dante (2009) salienta que, intuitivamente, todos nós temos uma ideia do que venha a ser um problema. Genericamente, segundo esse autor, um problema pode ser considerado um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige do resolvidor a aplicação de um pensar consciente para se chegar à solução. Além disso, esse autor afirma que o que é problema para um indivíduo pode não ser para outro, ou o que é um problema em determinado contexto pode não ser em outro. Já a autora Itacarambi (2010) define o problema como uma situação que apresenta dificuldades e para as quais não há solução evidente.

A definição de problemas apresentada nos PCNs é semelhante às definições de problemas apresentadas até aqui por Polya (1978); Smole, Diniz e Cândido (2000), Dante (2009) e Itacambi (2010). Segundo o documento, um “problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado”. (BRASIL, 1997, p.33).

O Currículo Referência de Minas Gerais define situação-problema como

(...) aquelas que envolvem o processo de tradução do enunciado, seja contextualizado ou não, em linguagem matemática e a tomada de decisão sobre quais ferramentas matemáticas serão usadas em sua resolução. Os problemas são aqueles que levam a uma compreensão do que realmente é Matemática, pois se passam em ambiente onde coexistem os modos de pensamento formal e intuitivo, bem como as linguagens formal e verbal. Eles estimulam o trabalho em grupo, a crítica aos modelos adotados e estimulam o confronto dos resultados obtidos com o enunciado original do problema. Assim, a solução de uma ampla variedade de problemas desenvolve a competência de abstração do aluno, bem como a habilidade de atribuir significado aos conceitos abstratos estudados. (Minas Gerais, 2019, p. 658).

Concluimos então que para se trabalhar com situação-problema, os problemas propostos devem ser desafiadores aos estudantes, não apresentando resposta evidente, de maneira que ele seja levado a explorar caminhos distintos para resolução “(...) uma situação-problema (...) descreve uma situação em que se procura algo desconhecido e não se tem, previamente, nenhum algoritmo que garanta a solução imediata” (Conti; Longo, 2017, p.30).

A Matemática não se restringe apenas à contagem, medição de grandezas, objetos e técnicas de cálculo. Ela cria sistemas abstratos que organizam e relacionam fenômenos do

espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não ao mundo físico (Brasil, 2017).

No Ensino fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade – precisa garantir que os alunos relacionem observações do mundo real e representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. (Brasil, 2017. p. 265).

É sabido que há uma preocupação com o ensino de matemática de qualidade desde a educação infantil. Ao abordarmos a resolução de problemas como uma prática de ensino estamos propiciando aos estudantes a oportunidade de aprender a matemática de forma significativa.

Para Smole, Diniz e Cândido (2000) para que a aprendizagem ocorra de forma significativa é necessário que

seja vista como a compreensão de significados; relacione-se com experiências anteriores, vivências pessoais e outros conhecimentos; permita a formulação de problemas de algum modo desafiantes, que incentivem o aprender mais; permita o estabelecimento de diferentes tipos de relações entre fatos, objetos, acontecimentos, noções, conceitos, etc. permita modificações de comportamentos; permita a utilização do que é aprendido em diferentes situações. (Smole; Diniz; Cândido, 2000, p. 10).

Nesse sentido, concordamos com o fato de que aprender possui um caráter dinâmico e que exige que as ações de aprendizagem sejam direcionadas para que os estudantes possam aprofundar seus conhecimentos e ampliar os significados que elaboram mediante sua participação no processo de ensino e aprendizagem.

A BNCC (2017) nos apresenta oito competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental e para o desenvolvimento dessas competências nos Anos iniciais do Ensino Fundamental ela nos apresenta os objetivos e habilidades a serem desenvolvidas por meio das Unidades Temáticas Números, Probabilidade e Estatística, Grandezas e Medida. Concluímos então, a partir das competências trazidas pela BNCC, que o trabalho docente na perspectiva da resolução de situações problema vai ao encontro do que é proposto nos documentos oficiais e pode auxiliar no desenvolvimento das habilidades do 1º ao 5º Ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais.

A partir disso, para o desenvolvimento desta pesquisa, optamos por destacar a resolução de problemas matemáticos não convencionais já que essa metodologia propicia a investigação, o diálogo nas aulas de matemática, o desenvolvimento da aprendizagem, além do rompimento do paradigma do exercício do modelo tradicional do ensino.

2.2 – Problemas não convencionais

Para definirmos o que são problemas não convencionais, é necessário, primeiramente, apresentarmos a definição de “problemas convencionais”. Para isso iremos utilizar as definições apresentadas por Diniz (2001, p. 99). Problemas convencionais são, na verdade, “simples exercícios de aplicação ou fixação de técnicas ou regras”. Caracterizam-se por apresentar texto no formato de frases, diagramas e/ou parágrafos curtos. Sempre são apresentados aos estudantes após a apresentação de um determinado conteúdo e, nesse tipo de problema, todos os dados necessários para a resolução estão explícitos no texto e, em geral, na ordem em que os cálculos serão realizados. Sua solução se dá pela simples aplicação de uma regra (um ou mais algoritmos) e sua tarefa básica se resume a identificar quais operações necessárias para a resolução e transformar as informações do problema em linguagem matemática, a solução numérica é ponto fundamental, sempre tem que existir e é única.

Uma vez que as características de um problema convencional são sempre ter uma solução e resposta única, que geralmente é numérica, apresentar todos os dados necessários para sua solução, não apresentar dados supérfluos e estar ligado a determinado conteúdo, um problema não convencional é aquele que rompe com alguma dessas características. Para Diniz (2001) problemas matemáticos não convencionais são os que provocam, desafiam os estudantes a pensar novas estratégias para resolução ou a não resolução desses problemas, além de poderem se caracterizar como problemas sem solução e/ou com mais de uma solução.

Stancanelli (2001) nos apresenta cinco tipos de problemas não convencionais, sendo eles: problemas sem solução, problemas com mais de uma solução, problemas com excesso de dados, problemas de lógica e outros problemas não convencionais. Problemas sem solução são problemas que não têm como ser resolvidos. Ao trabalharmos com esse tipo de problemas, rompemos com a concepção de que os dados apresentados no problema devem ser utilizados para solucioná-lo e que todo problema tem solução. Além disso, desenvolvemos nos estudantes a habilidade de aprender a duvidar, desenvolvendo assim seu pensamento crítico.

Apresentamos a seguir dois exemplos de problema matemático não convencional sem solução que foram propostos aos estudantes no desenvolvimento dessa pesquisa.

1- Ana Helena está envolvida com os preparativos de seu casamento, que acontecerá dia 16 de dezembro de 2023. Para alugar seu vestido, ela foi à loja de noivas que fica no shopping mais próximo à sua casa e percorreu 6 quilômetros no seu carro. Depois ela foi ao bufê experimentar os salgados que serão servidos na festa e percorreu mais 850 metros. Ao voltar para casa, ela

importância da leitura, fazendo com que aprenda a selecionar dados relevantes para a solução de um problema matemático.

Apresentamos, a seguir, um exemplo de problema matemático não convencional, com excesso de dados que foi apresentado aos estudantes no desenvolvimento dessa pesquisa.

1 - Sexta-feira de manhã, Diogo saiu para trabalhar. Ele tinha R\$55,00 na carteira. O trânsito estava intenso e ele ficou 30 minutos parado por causa de um engarrafamento. Ele chegou ao seu trabalho às 7h30 e ficou aguardando seu horário de trabalho. No seu horário de almoço, foi ao banco para pagar um boleto. Antes de ir para casa, ele passou no supermercado e fez uma compra de R\$75,00. No açougue, comprou carne e frango com R\$85,00. Quando chegou em casa, tinha R\$950,00 na carteira. Quanto dinheiro Diogo sacou no banco?

Problemas de lógica são os que fornecem uma proposta de resolução cuja base não é numérica, mas que exigem raciocínio dedutivo e que propiciam uma experiência rica para o desenvolvimento de operações de pensamento e checagem, levantamento de hipóteses, busca de suposições, análise e classificação.

O método de tentativa e erro, uso de tabelas, diagramas e listas são estratégias importantes para a resolução de problemas de lógica. Além da exigência de usar uma dessas estratégias não-convencionais para a resolução, os problemas de lógica, pelo inusitado das histórias e pela sua estrutura, estimulam mais a análise dos dados, favorecem a leitura e interpretação do texto e, por serem motivadores, atenuam a pressão para obter-se a resposta correta imediatamente.

Apresentamos a seguir um exemplo de problema de lógica que foi apresentado aos estudantes no desenvolvimento dessa pesquisa.

1 - João Carlos, Eduardo, Fernando e Pedro estavam participando de uma corrida de carros. Descubra a cor do carro de cada um e a posição em que eles chegaram⁹.

- O carro amarelo chegou em terceiro lugar.
- João ficou em quinto lugar.
- O vencedor foi o dono do carro vermelho (esse carro não era de Carlos).
- Pedro chegou após o carro amarelo.
- Fernando tinha um carro azul.

⁹ Exemplo extraído de BONILHA, M. A. C e VIDIGAL, S. M. P. **Resolução de problemas nas aulas de matemática**: o recurso da problemoteca. Porto Alegre: Penso, 2016.

- O carro verde chegou após o carro preto.

Stancanelli (2001) também nos apresenta outros tipos de problemas não convencionais. Segundo a autora, alguns problemas são mais favoráveis à problematização que outros, porém, depende de como o docente conhece o potencial do problema para encaminhar os questionamentos de acordo com seus objetivos e potencial dos estudantes. Para esse tipo de problema não convencional a autora nos apresenta o exemplo a seguir.

Preencher as quadrículas da figura abaixo, usando algarismos de 1 a 9, sem repeti-los, de tal modo que a soma dos números na horizontal, vertical e diagonal do quadrado seja 15.

Figura 2: Modelo para resolução. Fonte: Stancanelli (2001).

A autora salienta que, em geral, as pessoas buscam a solução por meio de tentativas, porém, como o enunciado é propositalmente impreciso, algumas pessoas não usam todos os números de 1 a 9, repetindo alguns deles, bem como, outras demoram a compreender o que foi pedido.

Surge então a necessidade de esclarecer o enunciado de modo que todos trabalhem no mesmo problema. Salienta-se, assim, o primeiro passo da resolução de um problema: a compreensão do que é dado e do que é pedido. A seguir, procede-se à análise da solução questionando-se:

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Figura 3: Exemplo de resolução 1. Fonte: Stancanelli (2001).

- Esta é a única solução?
- Como ela foi encontrada?
- O que ela tem de característica?

Muitos estudantes dizem que a solução não é única e apresentam outras:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

8	3	4
1	5	9
6	7	2

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Figura 4: Exemplos de resolução 2. Fonte: Stancanelli (2001).

Nesse modelo de problema não convencional apresentado por Stancanelli (2001), o importante é que, ao final da discussão, todos observem que as características do problema são: o número 5 ocupa o centro do quadrado e, uma vez que esse número seja colocado, os outros se encaixam; os números pares ocupam os cantos do quadrado e os ímpares estão nas casas intermediárias; dado qualquer um desses quadrados, fica fácil obter os outros, fazendo-se trocas convenientes de posições (rotação do quadrado).

2.3 – Ambientes de aprendizagem

O ambiente de aprendizagem vai para além da sala de aula. Inclui, desde os elementos logísticos relacionados à organização de tempo e espaço escolar, os materiais utilizados, até a concepção filosófica que fundamenta a atividade. Nos cenários para a investigação, os estudantes são convidados a participar do processo de ensino/aprendizagem. De acordo com Skovsmose (2000) um cenário para investigação é aquele que convida os estudantes a formularem questões e procurarem por explicações. Quando os estudantes assumem o processo de exploração e explicação, o cenário de investigação passa a se constituir um ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os estudantes são responsáveis pelo processo, porém, um cenário só se torna cenário para investigação se os estudantes aceitarem o convite feito pelo docente. (Skovsmose, 2000).

A distinção entre o paradigma do exercício e os cenários para investigação se dá pela diferença entre os três tipos de referências citados a seguir: referência à matemática pura, referência a semi-realidade (uma realidade construída) e referência à situação da vida real.

Os autores Alro e Skovsmose (2006), nos apresentam um diagrama onde é possível visualizar os possíveis ambientes de aprendizagem.

	Paradigma do Exercício	Cenários para Investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)

Referências as semi-realidades	(3)	(4)).
Referências ao mundo real	(5)	(6)

Quadro 1: Ambientes de aprendizagem. Fonte: Alro, Skovsmose (2006).

Os ambientes (1), (3) e (5) representam o paradigma do exercício, com (1) e (3) predominando no ensino da matemática tradicional e influenciando de forma decisiva os padrões de comunicação professor-aluno. Os ambientes (2), (4) e (6) representam cenários para investigação nas três possíveis formas de referência para a produção de significado. Essas referências podem auxiliar o posicionamento dos alunos a medida em que propiciam visão geral do que pode ser feito. Nos ambientes (1) e (2), as referências são feitas somente à matemática pura. Em (3) e (4), as referências são feitas à semi-realidade, ao passo que (5) e (6) incluem referências ao mundo real. (Alro; Skovsmose, 2006, p. 56-57).

São vários os aspectos envolvidos no processo de mudança do paradigma do exercício para os cenários propícios à investigação. Dentre eles, os padrões de comunicação podem ser alterados e se abrirem para novos tipos de cooperação e para novas aprendizagens. Ao deixarmos o paradigma do exercício e adotarmos os cenários para investigação, dúvidas podem surgir. Nesse ambiente de aprendizagem, tanto os estudantes quanto os docentes podem apresentar dúvidas e não há as regras de funcionamento que ocorrem no modelo do paradigma do exercício.

Dentre os padrões de comunicação mencionados acima, Alro e Skovsmose (2006) mencionam o modelo de Cooperação Investigativa que é constituído pela comunicação entre docente e estudantes, que podem favorecer a aprendizagem de modo particular. Nesse modelo de comunicação, apresenta o favorecimento da cooperação entre docente/discendente, sendo que as perspectivas apresentadas pelos estudantes desempenham um papel crucial.

As contribuições dos autores comungam com nossa ideia de enfrentamento ao ensino puramente técnico e tradicional da Matemática. Quando propomos a resolução de problemas matemáticos não convencionais tencionamos tal ideia e convidamos os estudantes a exercerem esse novo modelo de aprendizagem, ao qual a contribuição e o engajamento no desenvolvimento das tarefas propostas proporcionam uma aproximação e a aprendizagem (ou ao menos parte dela) como ação.

Ao propormos os cenários para investigação, não podemos deixar de mencionar o diálogo. O diálogo em aprendizagem vai além do ato de apenas se comunicar. Alro e Skovsmose (2006), mencionam três aspectos do diálogo: realizar uma investigação, correr riscos e promover a igualdade. Na definição de diálogo apresentada pelos autores, os

participantes desejam descobrir algo, obter conhecimentos e novas experiências: “Realizar uma investigação significa abandonar a comodidade da certeza e deixar-se levar pela curiosidade”. (Alro; Skovsmose, 2006).

“Dialogar envolve assumir riscos tanto no sentido epistemológico quanto emocional” (Alro; Skovsmose, 2006, p. 47). Isso acontece devido ao fato de o diálogo não ser algo previsto. No diálogo, surge uma investigação e ao dialogar, os participantes dividem seus pensamentos e sentimentos. Arriscar-se pode causar uma sensação de desconforto quando uma sugestão não é aceita ou é questionada, porém ao arriscar, também pode-se sentir euforia e entusiasmo quando tal ideia ou sugestão é aceita e desempenha um grande papel no ato de investigação e na resolução de um problema. Tal afirmação, corrobora com Polya (1978) quando o autor diz que uma grande descoberta resolve um grande problema, mas a resolução de qualquer problema sempre apresenta uma pitada de descoberta. Ao investigar e se arriscar, o resolvidor do problema irá experimentar a tensão e desfrutará a descoberta, proporcionando assim uma sensação de alegria pelo fato de ter superado um desafio.

Para que se configure o diálogo, não pode ocorrer demonstração de força. No diálogo, prevalece o princípio da igualdade. Ao trazer o diálogo para a sala de aula (Alro; Skovsmose, 2006) salientam que nesse processo não se pode ter a influência dos papéis (assim como o poder a eles associado) de quem participa desse diálogo. Ao trazer o diálogo para a sala de aula, apesar desse ambiente ter os papéis de docente e estudantes previamente estabelecidos, tanto o professor quanto os discentes podem ser iguais no que se refere ao nível das relações interpessoais.

Participar de um diálogo não é algo que possa ser imposto aos estudantes, assim como nos cenários para investigação. Para que ocorra o diálogo em aprendizagem matemática, é necessário que o docente convide os estudantes e concomitantemente aceitem o convite feito pelo docente. Tal definição de diálogo vai ao encontro da proposta da resolução de problemas matemáticos não convencionais propostos na perspectiva dos cenários de investigação propostos na presente pesquisa. Ao propormos essa metodologia de trabalho, estamos propondo também o diálogo e aprendizagem em educação matemática.

Ao propormos o rompimento do ensino tradicional e puramente técnico da matemática, em que se priorizam as técnicas e não o processo, estamos dispostos a enfrentar riscos e sair da zona de conforto. Pentead e Skovsmose (2006) definem a Zona de Risco como um contraponto à Zona de Conforto, na qual “a situação educativa mostra alto grau de previsibilidade tanto para alunos quanto para professores” (p. 49). Nos cenários para a investigação, o ambiente de

aprendizagem proposto é aquele em que o estudante participa do processo, faz questionamentos, realiza investigações, experiências e desfruta da descoberta. Dessa forma, o aprendizado se torna prazeroso e significativo tanto para os estudantes quanto para o docente.

Em se tratando dos problemas matemáticos não convencionais, essas experiências alcançadas pelos estudantes se tornam mais significativas, ainda quando se trabalha na perspectiva dos cenários para investigação, pois, ao trabalharmos com essa perspectiva, estamos desenvolvendo nos estudantes, além das habilidades matemáticas, a autonomia em seu processo de aprendizado. Tal autonomia pode ser adotada em seu cotidiano, pois além das habilidades matemáticas propostas nos documentos oficiais que orientam o ensino da matemática, o conhecimento matemático é importante tanto pela sua aplicação na sociedade contemporânea quanto pela sua potencialidade na formação de cidadãos críticos e conscientes e, ao propormos o trabalho com a resolução de problemas matemáticos não convencionais na perspectiva dos cenários para investigação, estamos conseguindo romper com o ensino puramente técnico da matemática e preparando estudantes críticos que possam atuar ativamente na sociedade.

Capítulo 3 – Percurso metodológico

Esta pesquisa é de natureza qualitativa e buscou trabalhar, em um contexto de sala de aula com estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Belo Horizonte/Minas Gerais, a resolução de problemas matemáticos não convencionais em uma perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula. Tais problemas foram propostos em consonância com a definição de Problemas não Convencionais apresentados por Stancanelli (2001).

A pesquisa qualitativa, segundo Araújo e Borba (2019), baseia-se na ideia de que não há neutralidade no conhecimento que se constrói. Sempre um aspecto subjetivo no conhecimento produzido e essa modalidade de pesquisa tem se tornado cada vez mais forte na Educação Matemática. A pesquisa, de acordo com esses autores, é o resultado da identificação dos fatores que permitem isso e da observação, análise e interpretação das consequências. Sendo a pesquisa validada pelos vários setores da sociedade com o objetivo de continuidade.

Alves-Mazzoti (2002) afirma que, por sua diversidade e flexibilidade, as investigações qualitativas não admitem regras precisas aplicáveis a uma ampla variedade de casos, além de se diferenciarem quanto ao grau de instrução prévia (aspectos que podem ser definidos já no projeto).

Tendo por objetivo compreender as estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de problemas matemáticos não convencionais propostos na perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula, entendo, a partir da discussão de Araújo e Borba (2019) e Alves-Mazzoti (2002) que a presente pesquisa é de natureza qualitativa. Tendo em vista tal objetivo, o material empírico da pesquisa se constitui a partir dos áudios das aulas e registros dos estudantes ao desenvolverem as atividades de resolução de problemas matemáticos não convencionais.

Para o registro dos áudios das aulas utilizei meu celular. Ao iniciar o trabalho com os estudantes, ativava o recurso de gravação de áudios do celular e o levava comigo a cada mesa para que as falas dos estudantes pudessem ser gravadas de forma nítida. Dessa forma, poderia transcrever as aulas posteriormente e dar andamento no desenvolvimento da pesquisa. Os registros dos estudantes foram coletados por meio dos registros feitos por eles nas folhas que foram disponibilizadas com cada problema matemático trabalhado durante a pesquisa.

Para análise dos dados, foi utilizada a transcrição das aulas, que foi feita por meio das gravações realizadas durante o desenvolvimento das aulas e os registros que os estudantes fizeram e foram recolhidos por mim ao final de cada aula.

Partindo da pergunta de pesquisa “Como os estudantes de uma turma do 4º Ano do Ensino Fundamental resolvem problemas matemáticos não convencionais propostos na perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula?”, a presente pesquisa se caracteriza como de natureza qualitativa. Tivemos a intenção de apresentar aos estudantes do 4º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Belo Horizonte/Minas Gerais, situada na região de Venda Nova, a resolução de problemas matemáticos não convencionais. Ao apresentarmos os problemas observamos e analisamos as interações dos estudantes, seus diálogos e os registros por eles produzidos na resolução dos problemas matemáticos não convencionais. Para que tal objetivo fosse alcançado a pesquisa foi desenvolvida em minha própria sala de aula, com os estudantes que leciono a disciplina de Matemática.

Para compreender como desenvolver a pesquisa na própria prática, apoio-me em Zaidan, Ferreira e Kawasaki (2018). Segundo as autoras, a demanda de pesquisa na própria prática tem se apresentado cada vez mais frequente na linha de Educação Matemática do Mestrado Profissional – PROMESTRE. Tal demanda se dá pelo fato de que, cada vez mais os professores que lecionam matemática estão preocupados com sua formação continuada e no aprimoramento de suas práticas pedagógicas de modo que possam alinhar a prática em sala de aula com pesquisas realizadas no campo da educação matemática. “No âmbito teórico, essa perspectiva implica na aplicação de conhecimentos sobre a prática pedagógica do ponto de vista dos sujeitos da própria prática, reconhecendo teorias existentes e avançando em novas sistematizações” (Zaidan; Ferreira; Kawasaki, 2008, p.93).

Logo, estava implementando as atividades como professora e observando os estudantes no desenvolvimento das atividades de resolução de problemas matemáticos não convencionais.

3.1- Contexto e sujeitos da pesquisa

Os sujeitos dessa pesquisa são estudantes de uma turma do 4º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal situada na Região Norte de Belo Horizonte – MG. As crianças que fizeram parte da pesquisa estão, em sua maioria, no nível alfabético de escrita (já reconhecem os fonemas e grafemas que formam as palavras). A proposição dos problemas matemáticos não convencionais aconteceu no 2º Semestre de 2023, entre os meses de agosto e setembro.

Os estudantes que participaram da pesquisa são das regiões próximas à escola e da cidade vizinha, Ribeirão da Neves. Participaram da pesquisa 22 estudantes, sendo 11 meninas e 11 meninos com faixa etária entre 9 e 10 anos de idade.

A área da escola corresponde a aproximadamente 5.000 m² e possui 18 salas de aula, 1 laboratório de ciências, 1 laboratório de informática, 1 biblioteca, 1 refeitório, 2 quadras de esportes (sendo uma coberta e uma descoberta), 1 parquinho, 1 sala usada para a direção da escola, 1 sala usada para a coordenação pedagógica, 1 sala dos professores, 1 secretaria escolar, 1 almoxarifado, 1 caixa escolar e 1 brinquedoteca.

Em 2023, a escola possuía um total de 986 estudantes regularmente matriculados sendo 540 no turno da manhã, 439 no turno da tarde e 37 no turno da noite. A escola atende ao Ensino Fundamental (1º, 2º e 3º ciclos) e a Educação de Jovens e Adultos (EJA), totalizando 30 turmas distribuídas em três turnos (manhã, tarde e noite). O primeiro ciclo corresponde aos 1º, 2º e 3º Anos do Ensino Fundamental, o segundo ciclo corresponde aos 4º, 5º e 6º anos do Ensino Fundamental e o terceiro ciclo corresponde aos 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. A ofertas das turmas por turno segue na tabela abaixo:

TURNO	TURMA	QUANTIDADE
Manhã	6º ano	4
Manhã	7º ano	4
Manhã	8º ano	5
Manhã	9º ano	4
Tarde	1º ano	4
Tarde	2º ano	3
Tarde	3º ano	3
Tarde	4º ano	3
Tarde	5º ano	4
Noite	EJA	1

Tabela 1: Dados fornecidos pela escola. Fonte: Acervo da autora.

Sou professora efetiva da escola desde o ano de 2017. Em 2023, ano em que foi realizada a pesquisa de campo, atuei como professora de matemática de três turmas do 4º Ano do Ensino Fundamental. Apoiada nas contribuições de Zaidan, Ferreira e Kawasaki (2018), a pesquisa foi desenvolvida em minha própria sala de aula, com os estudantes da sala 5. Essa turma era composta por 26 estudantes com faixa etária entre 9 e 10 anos de idade, sendo 13 meninos e 13

meninas. Por não haver tempo hábil para a realização da pesquisa em todas as turmas do 4º Ano do Ensino Fundamental optei por desenvolver a pesquisa em apenas uma das turmas em que lecionava matemática.

Antes de fazer o convite para a turma, expliquei para os estudantes que mesmo sendo professora, estou em contínuo processo de formação, buscando aprimorar meus conhecimentos. Expliquei a eles que estava cursando o Mestrado, que é um curso que fazemos depois que concluímos a graduação, e que nesse curso, desenvolveria uma pesquisa e os convidei para participarem. Durante a primeira reunião pedagógica do ano letivo de 2023 conversei com os pais e responsáveis e expliquei como seria o processo da pesquisa. Informei a eles que as crianças só iriam participar se estivessem de acordo, que as atividades desenvolvidas não seriam avaliativas e que, mesmo as crianças que não quisessem participar da pesquisa iriam participar das atividades com a resolução dos problemas matemáticos não convencionais, porém seus dados não seriam utilizados para a análise da pesquisa. Dessa forma, os estudantes que por opção não quisessem participar da pesquisa, iriam fazer parte do processo dos cenários para investigação em sala de aula.

Partindo desse convite, providenciamos os documentos Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) que seria entregue aos pais e o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) para as crianças. Tais documentos foram encaminhados ao Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal de Minas Gerais. Após a aprovação do COEP encaminhei a documentação para que os pais/responsáveis assinassem autorizando a participação da criança na pesquisa¹⁰.

Coloquei em um envelope duas cópias do TCLE e do TALE e entreguei para cada estudante. Caso estivesse de acordo em participar da pesquisa o estudante assinaria uma via do TALE (que ficaria comigo para ser arquivada) e a outra via seria dele/a. O/a estudante levaria para casa seu envelope com sua via do TALE e duas vias do TCLE, cujas vias deveriam ser assinadas pelos pais ou responsáveis e o/a estudante me devolveria uma via assinada para ser arquivada. A direção da escola foi favorável à realização da pesquisa e teve acesso à documentação encaminhada aos pais/responsáveis e às crianças. Os documentos mencionados estão disponíveis nos anexos da pesquisa.

Kramer (2002) discute questões éticas enfrentadas por pesquisadores no que se refere a pesquisa com crianças de diferentes idades, grupos e contextos. Segundo a autora, tais questões se referem a utilização de nomes verdadeiros ou fictícios das crianças envolvidas na pesquisa,

¹⁰ Os modelos desses documentos encontram-se disponíveis nos anexos.

suas imagens (rostos em fotografias, vídeos ou filmes), as implicações e/ou impactos sociais, resultados dos trabalhos científicos e se é possível contribuir com os resultados da pesquisa de maneira que as crianças e jovens envolvidos na pesquisa não sejam prejudicados com as repercussões desses retornos nas instituições pesquisadas. A autora ainda menciona que essas são questões comuns e presentes em procedimentos usuais que de início pareciam apenas exigir do pesquisador uma decisão arbitrária e a explicação de tal decisão em seu texto, mas essa questão exige uma discussão muito mais ampla. Tendo em vista as discussões apresentadas pela autora, decidimos por não utilizar as imagens das crianças bem como seus nomes verdadeiros e, como as consideramos como parte do processo, optamos que elas mesmas escolhessem os nomes que desejam que sejam referidos a elas na pesquisa.

Planejamos o início do trabalho com a resolução de um problema matemático que seria um “aquecimento, um convite” para que os estudantes se familiarizassem com a proposta e na sequência os problemas não convencionais para entendermos o envolvimento dos estudantes nas resoluções. Propus os problemas matemáticos que contemplam os diferentes tipos de problemas matemáticos não convencionais apresentados por Stancanelli (2001). Retomando a discussão já apresentada no capítulo 2, essa autora nos apresenta cinco tipos de problemas matemáticos não convencionais (problemas sem solução, problemas com mais de uma solução, problemas com excesso de dados, problemas de lógica e outros tipos de problemas não convencionais).

Outros problemas, um de cada tipo, foram previamente selecionados com a possibilidade de serem propostos, a depender da dinâmica da turma no decorrer da pesquisa de campo, porém a princípio, o planejamento foi de um problema matemático para cada tipo de problema matemático não convencional apresentado por Stancanelli (2001). Optamos pela elaboração desses outros problemas, para que caso algum problema matemático proposto aos estudantes não fosse suficiente, pudéssemos propor outro problema matemático com as mesmas características que o problema proposto anteriormente.

3.2- Organização da sala de aula e apresentação dos problemas matemáticos

A sala de aula em que a pesquisa aconteceu foi planejada da seguinte maneira: os estudantes foram organizados em duplas, sendo que o critério para a formação das duplas foi afinidade e nível de aprendizagem. Os estudantes escolheram com quem gostariam de formar as duplas e eu faria algumas alterações caso julgasse necessário. A escolha do nome fictício para ser utilizado na pesquisa também foi feita pelos estudantes, ficando a mesma dupla

trabalhando junta durante toda a realização da pesquisa. Optamos por cada estudante escolher sua dupla e seu nome fictício para promovermos sua autonomia e para que eles se sentissem mais à vontade durante sua participação.

Após a escolha das duplas, a organização das carteiras na sala de aula foi alterada. A princípio, as carteiras são enfileiradas uma atrás da outra e os estudantes se assentam individualmente. Para o desenvolvimento da pesquisa, as carteiras foram organizadas em fileiras para que os estudantes se sentassem em duplas. Dessa maneira, os estudantes teriam mais facilidade em interagir uns com os outros.

Após a definição da organização dos estudantes, prosseguimos com a preparação do ambiente em que a pesquisa seria desenvolvida. Cada problema matemático, foi entregue aos estudantes em uma folha A4 separada, cada folha continha um cabeçalho para identificação (ver figura abaixo).

ESCOLA	XXXXXX XXXXXXXXXXXX XXXXXXXXXXXX XXXXXX		
MATEMÁTICA 4º ANO – 2023 – PROFESSORA XXXXXXXX			
NOME: _____		SALA: _____	
CODINOME: _____		DATA: ____ / ____ / ____	

Figura 5: Cabeçalho para identificação. Fonte: Acervo da autora.

Nessa folha, cada estudante registrou suas estratégias de resolução, não estando essas restritas somente aos algoritmos. Tais estratégias poderiam ser registradas por desenhos, falas, textos, etc., ficando a critério do estudante definir qual estratégia utilizar. No momento da pesquisa de campo e no decorrer dos meses anteriores a ela, já estávamos trabalhando a resolução de problemas matemáticos convencionais. Já nessas aulas, era feito um trabalho em que os estudantes tinham a liberdade de apresentar suas estratégias e ao final da resolução dos problemas, discutíamos as estratégias por eles utilizadas. Ao iniciar a proposição dos problemas mencionados nessa pesquisa, expliquei aos estudantes que eles poderiam representar suas respostas de diferentes formas e da forma que eles julgassem pertinente.

Os problemas matemáticos propostos foram desenvolvidos em cinco aulas: na primeira aula, ocorrida em 21/08/2023, iniciamos o trabalho com a resolução do problema que seria o “aquecimento” para que os estudantes se familiarizassem com a proposta. Na segunda aula, ocorrida em 04/09/2023, continuamos a pesquisa com a resolução dos problemas matemáticos não convencionais com mais de uma solução. Na terceira aula, ocorrida em 11/09/2023, continuamos a pesquisa com a resolução dos problemas matemáticos não convencionais sem

solução. Na quarta aula, ocorrida em 18/09/2023, continuamos a pesquisa com a resolução dos problemas matemáticos não convencionais com excesso de dados e do problema de lógica mencionado por Dante (2010). Na quinta e última aula, ocorrida em 25/09/2023, encerramos a pesquisa com a resolução dos problemas matemáticos não convencionais de lógica.

Para a proposição dos problemas matemáticos não convencionais, foram previstas cinco aulas, sendo que na primeira aula foi apresentado um problema matemático como um “aquecimento”, “um convite” e nas demais aulas, os problemas matemáticos não convencionais. Para a resolução dos problemas propus que os estudantes se organizassem em duplas.

Após a apresentação de cada problema, os estudantes interagiram com suas duplas e fizeram os registros das estratégias utilizadas na resolução dos problemas matemáticos. Durante esse processo, foram observadas as suas interações e fiz o registro dos áudios. Enquanto os estudantes conversavam sobre como resolver os problemas, caminhava pela sala de aula, observando suas interações. Quando alguma dupla sinalizava que tinha terminado a resolução, ia até a mesa da referida dupla e pedia para que os estudantes me explicassem como haviam pensado para resolver o problema e quais estratégias haviam utilizado. Tal registro foi feito em áudio para que eu pudesse transcrever e analisar as falas dos estudantes juntamente com seus registros escritos. Após os estudantes terminarem a resolução dos problemas matemáticos, as folhas de cada um foram recolhidas para que pudesse analisar seus registros.

Em 2023, cada turma do 4º Ano do Ensino Fundamental tinha quatro aulas de matemática por semana. A turma da sala 5, local em que a pesquisa foi realizada, tinha duas aulas de matemática na segunda-feira (13h às 15h) e duas aulas de matemática na sexta-feira (15h20 às 17h20). O intervalo é composto por 20 minutos (15h às 15h20).

Os dados empíricos produzidos foram os áudios gravados durante as aulas e a coleta dos registros feitos pelos estudantes. O conjunto de dados produzidos durante a realização da pesquisa de campo foram analisados tendo em vista a questão de pesquisa: “Como estudantes de uma turma do 4º Ano do Ensino Fundamental resolvem problemas matemáticos não convencionais propostos na perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula?”.

Smole, Diniz e Cândido (2000) nos apresenta uma organização desenvolvida durante a realização do trabalho com resolução de problemas em turmas da Educação Infantil. A organização das turmas para a realização desta pesquisa foi baseada nas organizações apresentadas por essas autoras. Segundo Smole, Diniz e Cândido (2000), é preciso que os estudantes vivenciem um ambiente em que se sintam participantes e que faça sentido para eles,

possibilitando assim seu engajamento na aprendizagem. É sabido que, enquanto o estudante está inserido em um ambiente em que ele pode agir, discutir, decidir e avaliar com seu grupo, ele adquire condições e vive situações favoráveis à aprendizagem. Diante disso, o ambiente da sala de aula deve ser cooperativo e estimulante para os estudantes, além de fornecer interação entre os diferentes significados que eles aprenderão ou criarão a partir das propostas que realizarem e dos desafios que vencerem.

Conforme as considerações de Smole, Diniz e Cândido (2000), o ambiente proposto para a realização das atividades é positivo e encorajador, ao qual os estudantes tiveram a oportunidade de partilhar suas ideias, experiências, levantar hipóteses, propor soluções, justificarem seu raciocínio, validarem suas conclusões e que o erro fez parte do processo de aprendizado. Nesse sentido, o erro não é caracterizado como inconveniente e sim como forma de levar o estudante a questionar sobre o processo utilizado como estratégia para resolução das situações problema.

Tendo em vista o Mestrado Profissional, onde alinhamos teoria à prática e partindo do trabalho de campo desenvolvido com os estudantes e das análises, buscamos desenvolver como recurso educacional o livreto intitulado “Resolução de problemas matemáticos não convencionais em sala de aula com estudantes do 4º Ano do Ensino Fundamental”. Esse livreto é direcionado aos docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e tem por objetivo propor atividades a serem desenvolvidas em sala de aula, bem como, compartilhar as experiências vivenciadas ao propor tais atividades.

Sua organização está apresentada em dois capítulos: no primeiro capítulo é apresentada uma pequena introdução com as definições do paradigma do exercício, os cenários para investigação, problemas convencionais e problemas não convencionais. Já no segundo capítulo, são apresentados os problemas propostos aos estudantes bem como sugestões aos docentes de possíveis intervenções ao propor os problemas aos estudantes. Finalmente, convidamos os docentes a propor as atividades do livreto aos estudantes a fim de promover a eles a oportunidade de atuarem como protagonistas no desenvolvimento do conhecimento.

Esse recurso educacional encontra-se disponível no site do Mestrado Profissional Educação e Docência – PROMESTRE. Para ter acesso ao material, basta acessar <https://promestre.fae.ufmg.br/recursos-educacionais/>.

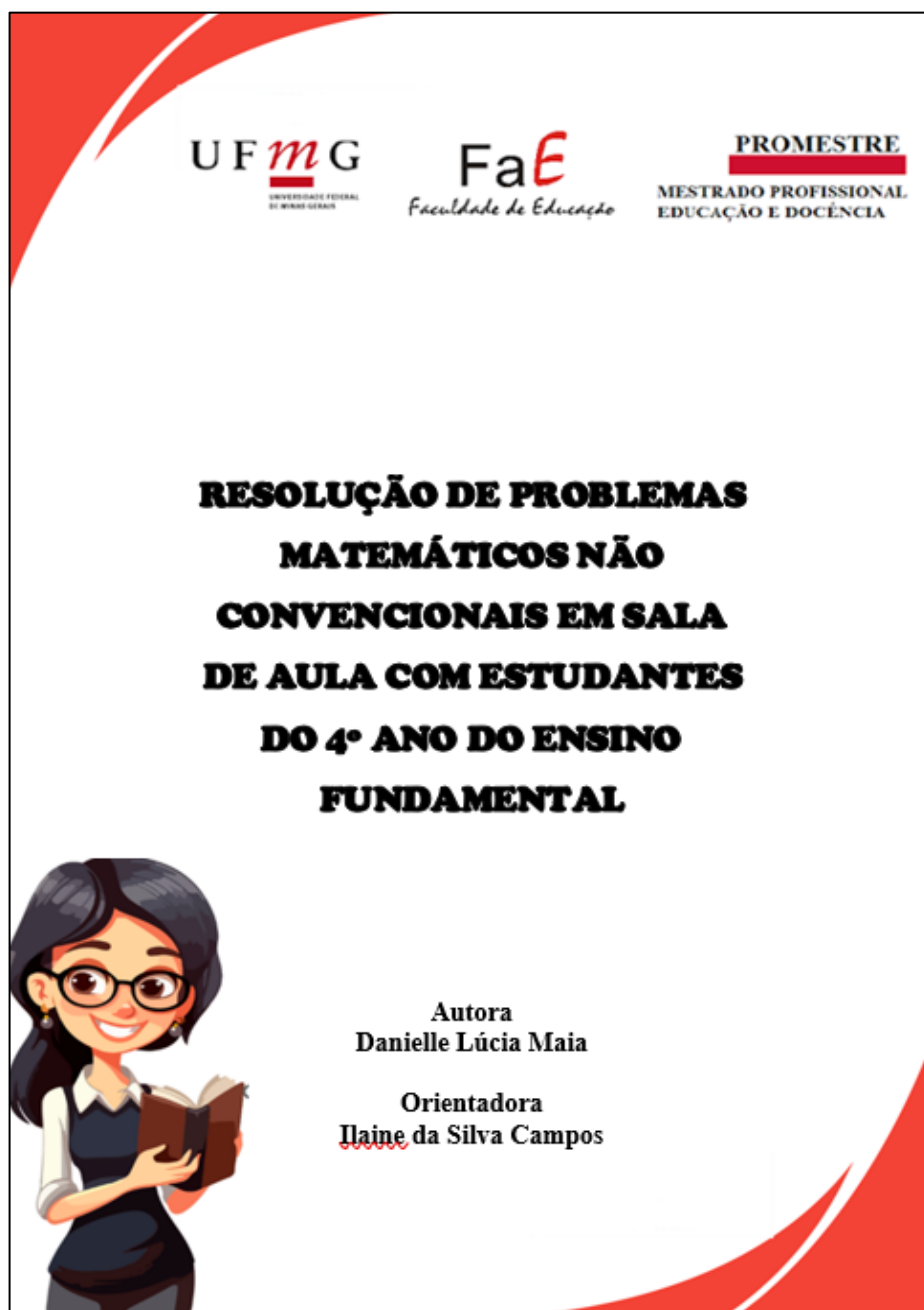


Figura 06: Capa do Livreto. Fonte: Acervo da autora.

Capítulo 4 – Apresentação e análise dos dados

Neste capítulo, apresentaremos os dados produzidos no trabalho de campo e as análises realizadas. Para o desenvolvimento das atividades, orientei-me nas discussões sobre cenários para investigação (Skovsmose, 2000). Este capítulo será organizado da seguinte maneira: os dados serão apresentados por aula. Na primeira aula, ocorrida no dia 21/08/2023, foi proposto o problema “Heróis contra o fogo”. Na segunda aula, ocorrida no dia 04/09/2023, foram propostos os problemas “Faltou remédio, e agora?” e “Faltou dinheiro, o que faço?”. Na terceira aula, ocorrida no dia 11/09/2023, foram propostos os problemas “É uma pegadinha?” e “O evento do ano!”. Na quarta aula, ocorrida no dia 19/09/2023, foram propostos os problemas “Qual a quantia?” e “Caça ao tesouro”. Na quinta e última aula, ocorrida no dia 25/09/2023, foi proposto o problema “A grande corrida”. Intercalado com os dados apresento a análise de cada problema trabalhado nas aulas.

4.1 – Primeira aula

No dia 21/08/2023, iniciamos o trabalho de campo da pesquisa. Expliquei aos estudantes que nesse dia, iríamos dar início à pesquisa que eu os havia convidado a participar. Nessa aula, foi proposto aos estudantes o primeiro problema matemático que trabalhamos no decorrer do desenvolvimento da pesquisa.

A organização da sala de aula no decorrer da pesquisa se deu pela divisão da turma em duplas, sendo que em todas as aulas de matemática, durante o desenvolvimento do trabalho, a organização da sala seria dessa forma e todos os estudantes iriam se sentar com sua respectiva dupla. Caso sua dupla faltasse à aula, esse estudante se sentava sozinho e quando sua dupla retornasse, continuariam juntos.

As duplas dos estudantes que participaram da pesquisa foram divididas por nível de aprendizagem e afinidade. Já os estudantes que optaram por não participar da pesquisa foram colocados em dupla também, porém, fizeram duplas com os estudantes que também não estavam participando da pesquisa. Tal divisão da turma está em consonância com os cenários para investigação mencionados por Skovsmose (2000), pois assim a sala de aula já começou a se transformar em um ambiente de aprendizagem. Ao optarmos por dividir a turma dessa forma, possibilitamos que todos os estudantes pudessem participar do processo de resolução de problemas matemáticos, do diálogo durante as resoluções dos problemas e da construção do conhecimento. Quatro estudantes optaram por não participar da pesquisa e dois não levaram o termo de autorização assinado, porém, eles também participaram da resolução dos problemas

matemáticos assim como os demais estudantes da turma, entretanto, seus registros não foram utilizados.

Após essa conversa inicial, comecei a organizar as carteiras e os estudantes começaram a ficar agitados devido ao novo modelo de aula e a nova organização da turma. Isso já era esperado, uma vez que a organização da turma no dia a dia ocorre de forma que cada estudante se assenta sozinho e as carteiras ficam enfileiradas uma atrás da outra. Após a organização das carteiras em duplas, escrevi no quadro os nomes das duplas e pedi para que os estudantes se organizassem de forma que as duplas formadas correspondessem às duplas que eu havia escrito no quadro.

Após a organização dos estudantes, entreguei a folha com o primeiro problema que iríamos trabalhar e pedi a eles que colocassem seu nome, o codinome e a data. Expliquei a eles que iriam discutir com sua dupla como iriam fazer a resolução e que poderiam utilizar o espaço em branco da folha, abaixo do problema, para fazer os registros e se caso precisassem, poderiam utilizar também o verso da folha.

Geralmente, durante as provas/avaliações realizadas nas aulas, os estudantes registram o que pensam e depois apagam, colocando somente a resposta da questão. Expliquei a eles que não era para apagar o que tinham pensado e registrado na folha mesmo que julgassem que estava errado, pois, dessa forma, poderia ver por meio dos registros o que eles tinham pensado.

Após a entrega das folhas com os problemas e as explicações acima mencionadas, fui passando de mesa em mesa e anotando em uma planilha os codinomes que cada estudante havia escolhido. Surgiram bastante codinomes que eles costumam utilizar para os jogos *online*, aos quais eles gostam. Todos os estudantes se mostraram bem interessados e empolgados com a questão dos codinomes. Acredito que esse comportamento tenha se dado pelo fato de ter sido a primeira vez que tiveram contato com essa organização para a aula de matemática. Fizemos o combinado que em todas as folhas que seriam entregues posteriormente os estudantes colocariam o mesmo codinome que escolheram e me informaram nessa aula.

Apresentaremos agora a organização das duplas para a realização do trabalho de campo.

DUPLAS PARA A REALIZAÇÃO DO TRABALHO DE CAMPO	
Bruna	<i>Boyy de mais</i>
Carol Luna	Diana
Ninato	Josiane
Cristiano	Laura Lima
Daniel	Lara

<i>Tralfagar. Water. D. La</i> <i>w</i>	Milena
Vitor	Gabriele
Bernardo Almeida	Alici
<i>Luffy Nika</i>	<i>Itachi</i>
<i>Rimuru Tempest</i>	<i>Kally Ponce</i>
<i>Minicat</i>	Luara

Tabela 2: Duplas para realização do trabalho de campo. Fonte: Acervo da autora.

4.1.1 – Heróis contra o fogo

Primeiro problema trabalhado.

Um bombeiro está exatamente na metade de uma escada que se encontra apoiada em um prédio em chamas. Com o aumento da fumaça, ele foi forçado a subir mais três degraus. Logo em seguida, uma labareda o obrigou a descer cinco degraus. Depois disso, ele subiu sete degraus e permaneceu até a execução final do trabalho. Finalmente conseguiu subir os seis degraus restantes da escada, chegando ao topo do prédio. Quantos degraus tem essa escada?¹¹



Figura 07: Problema do Bombeiro (problema 01). Fonte: Smole, Diniz (2016).

Optamos pela escolha desse problema por acreditar que chamaria a atenção dos estudantes devido ao fato de gostarem muito da profissão Bombeiro. Em trabalhos sobre profissões desenvolvidos na escola por outros professores, os estudantes demonstraram interesse pela profissão dos Bombeiros. Conforme mencionado no capítulo anterior iniciamos o trabalho de campo com um problema matemático que seria como um “aquecimento” para posteriormente, propomos os problemas não convencionais e assim poder analisar as estratégias utilizadas pelos estudantes durante a resolução dos problemas.

Nossa expectativa, ao propor esse problema, era que os estudantes encontrassem a resposta 23 degraus e que utilizassem o desenho como estratégia de resolução, porém a maioria deles utilizou a estratégia do algoritmo e somente uma dupla utilizou o recurso do desenho. No início do ano letivo, iniciei o trabalho com resolução de problemas, porém com problemas matemáticos convencionais. Neste trabalho, desenvolvi com os estudantes o registro por meio do desenho para posteriormente utilizarmos o algoritmo como estratégia de resolução. Optei

¹¹ Exemplo extraído de BONILHA, M. A. C; VIDIGAL, S. M. P., **Resolução de problemas nas aulas de matemática: o recurso da problemoteca**. Porto Alegre: Penso, 2016.

por esse modelo de desenvolvimento do trabalho com a resolução de problemas por acreditar que assim os estudantes compreenderiam o processo com mais clareza.

Para a resolução desse primeiro problema, todos os estudantes que foram à aula nesse dia utilizaram o algoritmo como estratégia de resolução. Uma dupla utilizou algoritmo e desenho, algumas duplas circularam informações no texto e um estudante desenhou palitinhos para auxiliar na conta para obter os resultados. Apesar das variadas estratégias, nenhum estudante conseguiu chegar à resposta correta que é 23 degraus.

Apresentaremos as respostas registradas pelos estudantes.

RESPOSTAS DO PROBLEMA DO BOMBEIRO	
Bruna – 11 degraus	<i>Boyy de mais</i> – 11 degraus
Carol Luna – 30 degraus	Diana – 30 degraus
<i>Ninato</i> – 22 degraus	Josiane – faltou à aula
Cristiano – 52 degraus	Laura Lima – 52 degraus
Daniel – 21 degraus	Lara – 21 degraus
Tralfagar.Water.D.Law – 13 degraus	Milena – 13 degraus
Vitor – 22 degraus	Gabriele – 12 degraus
Bernardo Almeida – Não foi à aula	<i>Alici</i> – 32 degraus
<i>Luffy Nika</i> – 22 degraus	<i>Itachi</i> – faltou à aula
<i>Rimuru Tempest</i> – 21 degraus	<i>Kally Ponce</i> – 21 degraus
<i>Minicat</i> – 26 degraus	Luara – 26 degraus

Tabela 3: Respostas apresentadas pelas duplas no problema 1. Fonte: Acervo da autora.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelas estudantes *Minicat* e Luara.

problema. Pergunto para a Luara, sua dupla, como ela pensou e ela me respondeu que pensou da mesma forma.

(1) *Minicat*: “a gente tinha pensado assim... tipo assim...”¹²

(2) Luara: “a gente tava pensando, tipo assim, deu 2 aí a gente vai por...”

Nesse momento, interrompi a fala da estudante e pergunto:

(3) Docente: “tá, mas por que $3 - 5$ é 2? Por que $3 - 5$ é 2?”

Após eu interromper a estudante e fazer a pergunta, a dupla começa a ficar agitada por não estar conseguindo me explicar e eu digo para elas ficarem calmas.

(4) Docente: “não gente, calma! Eu só quero entender o que seria esse $3 - 5 = 2$. O que é esse 3? É o degrau?”

(5) Luara: “é!”

(6) Docente: “que ele subiu? Que ele desceu? É o quê?”

(7) Luara: “esse aqui é que ele...”

(8) *Minicat*: “o 3 é que ele subiu.”

(9) Docente: “o 3 é que ele subiu e o 5 que ele desceu?”

Nesse momento, as duas estudantes respondem ao mesmo tempo que o 5 é o que ele desceu.

(10) Docente: “então você diminuiu os degraus que ele subiu pelos degraus que ele desceu?”

(11) Luara: “é!”

(12) Docente: “e aqui?”

(13) Luara: “aqui, tipo assim, o 2, ao invés da gente fazer outra conta para dar esse a gente subiu o, tipo assim, aí a gente pegou esse 2 e subiu.”

Enquanto ela me explicava o que tinha feito, eu a interrompi, dizendo:

(14) Docente: ah, tá! Você pegou esse 2 aqui do $3 - 5 = 2$, pôs ele aqui em cima para fazer outra conta e colocou $2 + 7 = 9$.”

(15) Luara: “é!”

(16) Docente: “esse $2 + 7$ seria o quê? Os degraus que ele subiu?”

(17) Luara: “é!”

(18) Docente: “tá, beleza. Ai 9, aí vocês colocaram aqui de novo o 9 em cima com mais o 6, que é o 9 que vocês acharam mais os 6 que ele subiu e deu 15?”

¹² Utilizaremos este símbolo para sinalizar as falas que os estudantes pensaram, mas não completaram seu raciocínio por meio da fala.

Nesse momento, enquanto eu tentava entender a linha de raciocínio das estudantes, a Luara respondeu minha pergunta dizendo 15.

(19) Luara: “sim!”

(20) Docente: “tá, e aí então quantos degraus vocês acharam que tem a escada?”

(21) *Minicat* e Luara falam juntas: “a gente juntou todos e deu 16.”

(22) Docente: “então vocês somaram o 2 mais o 9 mais o 15 e achou que a escada tem 26 degraus. É isso?”

(23) Luara e *Minicat*: “isso.”

Passado esse diálogo com a dupla Luara e *Minicat*, fui até a mesa das demais duplas para que elas me explicassem suas estratégias e a Luara me chamou novamente até sua mesa. Quando cheguei próximo às estudantes, começaram a me explicar novamente suas estratégias.

(24) Luara: “é que a gente achou que ‘tava’ errada. ‘Pra’ gente tava meio errado. Aí a gente pôs o 13 em cima e fez a mesma coisa e deu 26.”

(25) *Minicat*: “é que a gente esqueceu de um detalhe muito importante. Eu esqueci de um detalhe que é bem importante na conta, que é esse aqui ó: $3 - 5$. Se o 3 tá aqui em cima vai ter que pegar emprestado. Aí eu ia pegar emprestado na de mais, mas eu lembrei e consertei, e o resultado deu 26.”

(26) Docente: “mas você pegou emprestado na continha de mais? Você armou assim ó, você armou aqui, você armou $3 + 6 - 5$. Eu não entendi o que é isso aqui.”

(27) *Minicat*: “é assim ó, $3 - 5$ não vai dar né, não dá pra tirar. Aí eu tirei...”

(28) Docente: “ah, você pegou emprestado 1 do 5, subiu pro 3, que deu 13...”

(29) *Minicat*: “é! Aí aqui ficou quatro porque dez, aí coloca três, 13...”

(30) Docente: “aqui tinha 5, você emprestou 1, ficou quatro. É isso?”

(31) *Minicat*: “é! E treze menos dois é igual a quatro, ó, treze menos quatro é igual a dois.”

Aqui ela percebe que falou a conta ao contrário e refaz, dizendo que $13 - 4 = 2$.

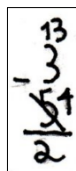
(32) *Minicat*: “só esse detalhe importante.”

As duas estudantes circularam os números descritos no enunciado do problema para a realização dos cálculos, sendo que a estudante Luara, além de circular os números descritos, os identificou com os números (1, 2, 3 e 4) que indicam à ordem que os números seriam utilizados na conta. Essa é uma estratégia comum na solução dos problemas matemáticos convencionais, devido ao fato de os dados, na maioria das vezes, serem apresentados na ordem que serão utilizados para a realização dos cálculos. O fato de *Minicat* explicar que circulou os números

para verificar se a conta seria “de mais” ou “de menos” não condiz com o que a dupla realmente fez. As alunas utilizaram a adição quando o bombeiro subia as escadas e a subtração quando ele descia.

Para a solução do problema, as discentes seguiram uma linha de raciocínio de acordo com o que está descrito no enunciado do problema. Como o problema diz que o bombeiro foi forçado a subir três degraus por causa da fumaça e logo depois descer cinco degraus por causa de uma labareda, as aulistas utilizaram o algoritmo $3 - 5$ e encontraram o 2. A partir disso, elas continuam a somar os degraus de acordo com as informações constantes no enunciado do problema. Após encontrar os resultados por meio de três algoritmos diferentes ($3 - 5 = 2$), ($2 + 7 = 9$) e ($7 + 6 = 15$) elas somaram todos os resultados obtidos ($2 + 9 + 15 = 26$) e encontraram 26 degraus.

Nas estratégias utilizadas pelas estudantes, aparece uma operação com números negativos ($3 - 5$). Como os estudantes ainda estão no 4º Ano do Ensino Fundamental e ainda não tiveram contato com a discussão dos números inteiros, as estudantes utilizaram a estratégia de “pegar emprestado” como podemos observar na fala (31) de *Minicat*.



$$\begin{array}{r} 13 \\ - 3 \\ \hline 10 \\ \cancel{5} \\ 2 \end{array}$$

Imagem 4: Algoritmo utilizado por *Minicat*. Fonte: Acervo da autora.

Como no campo dos números naturais não tem como tirar 5 de 3 (de acordo com o que os estudantes aprenderam em Matemática até o 4º Ano do Ensino Fundamental) para conseguir chegar ao resultado, *Minicat* pegou 1 emprestado do 5, então o 3 passou a ser 13 e o 5 passou a ser 4. Então, segundo a estudante, $13 - 4 = 12$.

Observamos aqui que a estudante “inventou” uma conta para conseguir obter o resultado. Isso se dá pelo repertório de conhecimento matemático que a estudante tem de que todo problema tem que ter uma resposta e essa deve ser única e numérica. Geralmente o que acontece na resolução dos problemas matemáticos convencionais.

Apesar de as estudantes não terem conseguido chegar à resposta correta do problema, percebemos que elas desenvolveram estratégias para chegar a uma solução. Isso nos permite perceber que as estudantes buscaram uma alternativa, além do repertório de conhecimento matemático conhecido por elas. Como os PCNs já nos mostram desde 1997, no Ensino Fundamental, a resolução de problemas é uma competência a ser desenvolvida em todos os estudantes e está entrelaçada à aprendizagem matemática.

Percebemos que a todo momento, durante minha interação com as estudantes, elas enfatizam como pensaram juntas para chegar à solução do problema. Com essa postura de interação entre as duplas percebemos que, essa postura apresentada pela dupla aproxima dos cenários de investigação. A dupla apresenta questionamentos, aponta soluções e resolve a questão da conta com números negativos de maneira assertiva, do ponto de vista delas. Isso demonstra que elas já estão desenvolvendo autonomia com relação a resolução de problemas e construindo conhecimento, fazendo parte do processo de aprendizagem de maneira significativa.

Não tivemos a oportunidade de discutir coletivamente a resolução do problema. Acredito que se tivéssemos feito essa discussão, a aula teria sido bem mais proveitosa e o repertório de conhecimento matemático dos estudantes seria ampliado.

O registro apresentado a seguir é do estudante *Ninato*. Sua dupla, a estudante Josiane, não foi à aula nesse dia.

Um bombeiro está exatamente na metade de uma escada que se encontra apoiada em um prédio em chamas. Com o aumento da fumaça, ele foi forçado a subir mais três degraus. Logo em seguida, uma labareda o obrigou a descer cinco degraus. Depois disso, ele subiu sete degraus e aí permaneceu até a execução final do trabalho. Finalmente conseguiu subir os seis degraus restantes da escada, chegando ao topo do prédio. Quantos degraus tem essa escada?

A escada tem 22 degraus

$$\begin{array}{r} 11 \\ + 3 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 5 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 7 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ + 6 \\ \hline 22 \end{array}$$

Imagem 5: Registro do estudante *Ninato*. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com o estudante durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

O estudante me informou que circulou os números descritos no enunciado do problema porque assim ficaria mais fácil entender o que estava escrito.

(33) *Ninato*: “‘pra’ identificar mais fácil, entender onde é que ‘tava’0. Pra não precisar ficar lendo ele todo. Aí eu fui testando cada número... aí eu fui testando cada número tipo 10. Pegar a metade de 10, somar isso daqui, somar mais 3 menos 5 mais 7 mais 6 até da 10.”

(34) Docente: “mas por que até dá 10? Deixa eu ver se entendi. Você circulou todos os números para ficar mais fácil para você identificar o que era para fazer. Aí você falou pra mim

que foi testando os números porque tinha que dar 10. Por que tinha que dar 10? De onde vem esse 10?”

(35) *Ninato*: “porque, tipo, eu peguei a metade do 10 e somei.”

(36) *Docente*: “pois é, mas por que 10? De onde você tirou esse 10?”

(37) *Ninato*: “é tipo um exemplo. Porque primeiro eu tinha testado com o 10, não deu certo. Aí eu fui testando com outros números e eu achei o 22. Eu testei com o 22, peguei a metade. Aí eu fiz $11 + 3 = 14$, $14 - 5 = 9$, $9 + 6 = 16$, $16 + 6$ dá 22. Então, metade mais essa soma aqui que eu fiz deu 22. Então eu peguei, então eu descobri que 22 é a resposta certa.”

(38) *Docente*: “explica de novo porque eu não entendi.”

(39) *Ninato*: “ó, eu peguei o 22...”

(40) *Docente*: “você circulou os números para ficar mais fácil para você identificar. Aí você testou primeiro com o 10. Mas aí você testou o 10 ‘pra’ quê? Foi porque você somou todo mundo que tá aqui, e aí todo mundo que tá aqui você queria achar um número que esse resultado fosse a metade. É isso?”

(41) *Ninato*: “não! É que assim... eu queria pegar... oh eu peguei o 10. Eu queria que a metade do 10 mais essas somas fossem 10, que aí sim eu ia encontrar o resultado.”

(42) *Docente*: “ah, então você pegou o 10, você queria que a metade do 10, que é 5, mais essas somas de quem? Do 3, do 7 e do 5 e do 6 deste 10?”

(43) *Ninato*: “que desse 10. Sim.”

(44) *Docente*: “ah, tá! Entendi. Aí você viu que não deu certo.”

(45) *Ninato*: “aí eu fui testando com os números.” (Ele quis dizer com os números que estava me mostrando).

(46) *Docente*: “aí você foi testando com outros números aleatórios.”

(47) *Ninato*: “é, até, aí eu testei com o 22, que foi $11 + 3 = 14$, $14 + 5 = 9$... não... $14 - 5 = 9$, $9 + 7 = 16$, $16 + 6 = 22$, que deu o que eu queria. Aí eu achei o resultado.”

(48) *Docente*: “entendi. Então você pegou esse 11, que seria a metade do 22, mais os 3 degraus que ele subiu, você achou 14. Aí esse 14 que você achou você diminuiu pelo 5 que ele desceu, você achou 9. Aí o 9 você somou com o 7 que ele subiu de novo e achou o 16. É isso? Aí $16 + 6$ você achou o 22 que era o que você queria, que era o teste.”

(49) *Ninato*: “isso!”

(50) *Docente*: “então a escada tem 22 degraus. É isso?”

(51) *Ninato*: “isso!”

(52) *Docente*: “beleza, agora eu entendi. Obrigada.”

Assim como a dupla anterior, *Ninato* também utilizou a estratégia de circular os números do enunciado do problema e fez uso do algoritmo, porém ao circular os números, *Ninato* pretendia identificar com mais facilidade o que era para ser feito e não precisar ficar relendo o enunciado. O estudante também faz uso da estratégia da tentativa e erro. Tais estratégias utilizadas pelos estudantes também são características da resolução de problemas matemáticos convencionais na intenção de encontrar a resposta única e numérica.

Itacarambi (2010, p.17) salienta que “aprender é um processo cheio de idas e vindas, envolvendo tentativas, levantamento de suposições, realização de ações de pensamento e muitos usos de linguagem”. Dessa forma, ao utilizar a estratégia de tentativa e erro o estudante pôde perceber quais números não deveria usar até chegar à conclusão de que 22 era o número que ele estava procurando.

Esse estudante percebeu que, se o bombeiro está na metade da escada e subiu 11 degraus, a outra metade, que se refere ao restante da escada, também deveria ter 11 degraus. porém não percebeu que deveria contar também o degrau em que o bombeiro estava parado após subir os 11 degraus da escada. Nesse caso, o bombeiro estaria no 12º degrau e a outra metade da escada também têm 11 degraus. Sendo assim, a escada tem um total de 23 degraus.

Em sua fala (37), *Ninato* me explica como fez para encontrar o número 22, que segundo ele seria a resposta do problema. Percebemos que aqui também se configura um cenário de investigação, mesmo o estudante tendo realizado essa atividade sem sua dupla. Assim como a dupla anterior, *Ninato* se envolve no processo de investigação e participa ativamente do processo de aprendizagem. Ele desenvolve estratégias próprias para conseguir solucionar o problema.

Minha postura enquanto professora é de fazer questionamentos para que os estudantes possam chegar a uma resposta, sem me preocupar se essa está correta ou não, pois esse não é o objetivo da pesquisa. Essa postura, por mim adotada, já se configura como uma postura diferenciada do professor, para que seja desenvolvido um ambiente de aprendizagem, ao qual os estudantes possam desenvolver os cenários de investigação.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelas estudantes Bruna e *Boyy de mais*.

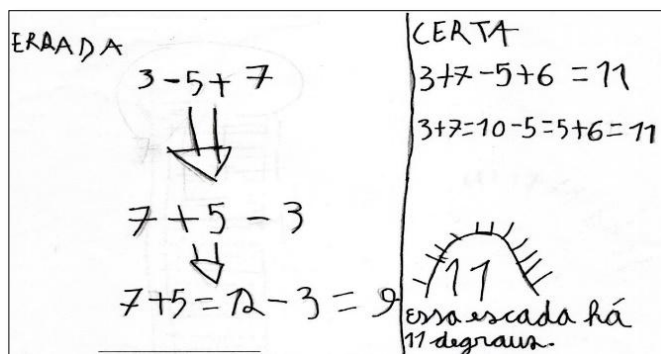


Imagem 6: Frente do registro da estudante Bruna.
Fonte: Acervo da autora.

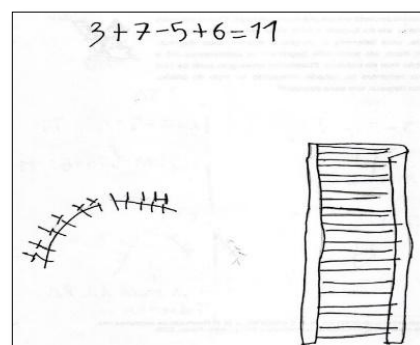


Imagem 7: Verso do registro da estudante Bruna.
Fonte: Acervo da autora.

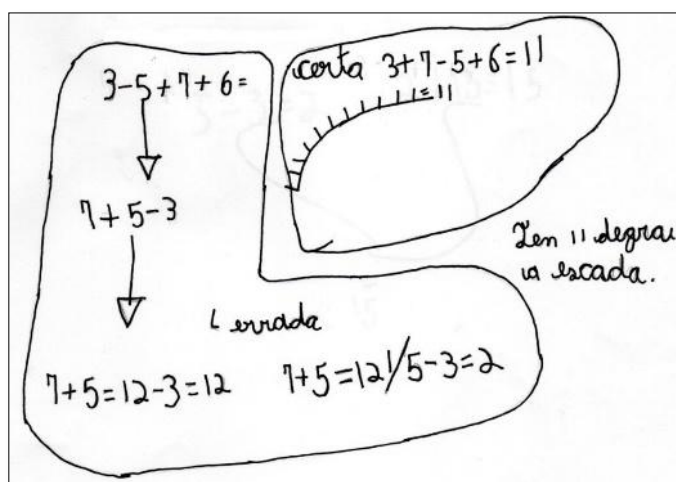


Imagem 8: Frente do registro do estudante *Boyy de mais*.
Fonte: Acervo da autora.

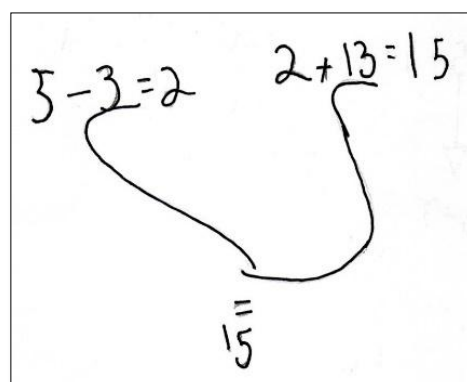


Imagem 9: Verso do registro do estudante *Boyy de mais*. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir, o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema. Ao chegar à mesa dos estudantes, percebi que eles começaram a apagar os registros que haviam feito. Então eu disse a eles que não precisava apagar os registros e eles se justificaram dizendo que tinham feito errado. Expliquei a eles que não tinha certo ou errado e que eu precisava ver o que eles escreveram para entender como eles estavam pensando e pedi para que escrevessem novamente o que apagaram.

Os estudantes Bruna e *Boyy de mais* me informaram que leram o problema corretamente, porém “pensaram errado”.

(53) Bruna: “é que a gente escreveu aqui que era menos 3, só que é mais 3. A gente colocou 3 – 5 que aí desce 5 degraus, aí depois ele sobe 7. Então colocou 3 – 5 + 7.”

[...]

Os estudantes registraram $3 - 5 + 7$ e perceberam que colocaram o sinal errado. Para os estudantes, o bombeiro não desceu 3 degraus, ele subiu 3 degraus. Então eles registraram novamente com o algoritmo $7 + 5 - 3$.

(54) Docente: “por que foi $7 + 5$?”

(55) *Boyy de mais*: “porque ele subiu 7. Não, não era menos não”.

(56) *Boyy de mais*: “aí ele desceu 5.”

(57) Bruna: “só que a gente pensou errado também, aí o 5 a gente colocou aqui, que aí ia dar 12.”

(58) *Boyy de mais*: “aqui era menos, porque ele desceu” (e parou de falar porque a Bruna começou a falar novamente).

(59) Bruna: “ia dar 12, menos 3, nove.

(60) Docente: “tá, deixa eu ver se entendi. Primeiro vocês colocaram $3 - 5 + 7$ e aí vocês perceberam que colocaram o sinal errado, que ele não desceu 3, ele subiu 3. Não é isso?”

(61) *Boyy de mais* e Bruna: “é!”

(62) Docente: “aí vocês colocaram $7 + 5$ porque ele subiu 7 e depois mais 5 esse menos 3 é porque ele tinha descido 3. Aqui vocês colocaram $7 + 5$ que dá 12. Doze menos 3 que ele desceu, achou 9. Essa é a forma que vocês pensaram, que vocês descobriram que está errada?”

(63) Bruna e *Boyy de mais*: “é!”

(64) Docente: “e como é a forma certa?”

(65) Bruna: “ $3 + 7 - 5$.”

(66) Docente: “ah, tá! $3 + 7 - 5$? Ok. E esse desenho que vocês fizeram aqui, o que é isso?”

Nesse momento, Bruna começou a fazer a movimentação do bombeiro no desenho, que segundo ela representa a escada.

[...]

(67) Docente: “tá! Aí aqui, nesse primeiro pontinho, aqui ó (e mostro para eles na folha) foi daqui que ele começou a subir? Aqui seria o primeiro degrau da escada?”

(68) Bruna: “é!”

Então Bruna, me explicou mostrando no desenho que o bombeiro subiu 3 degraus, depois mais 7 degraus e ela apagou 5 degraus, que seriam os degraus que o bombeiro desceu. Os demais degraus da escada foram desenhados aleatoriamente para que a estudante pudesse contá-los depois.

[...]

O estudante *Boyy de mais* fez no verso de sua folha o mesmo registro que a Bruna havia feito. Já o registro da frente da folha se refere ao raciocínio errado, que ele também registrou a mesma coisa que Bruna.

(69) Docente: “você achou que ele tinha subido 3, desceu 5, depois subiu mais 7, depois subiu mais 6. Aí aqui embaixo você pôs a setinha e colocou $7 + 5 - 3$. Aí você pôs a setinha e achou que $7 + 5$ é 12. Doze menos três é 12. É isso?”

(70) *Boyy de mais*: “não, coloquei só pra separar.”

(71) Docente: “separar como?”

(72) *Boyy de mais*: “aqui ó, $7 + 5 = 12$, e aqui era o $5 - 3 = 2$.”

(73) Docente: “ah tá, não seria o $12 - 3$ não?! É o $7 + 5 = 12$ e o $5 - 3 = 2$.”

(74) *Boyy de mais*: “sim!”

(75) Docente: “mas o que significa $7 + 5 = 12$ e $5 - 3 = 2$?”

(76) *Boyy de mais*: “então, eu tava nessa parte.”

(77) Docente: “ah, tá! Mas só me explica o que seria essa conta que vocês fizeram. Esse $7 + 5 = 12$ seria o quê? São os degraus que ele subiu?”

(78) *Boyy de mais*: “é!”

(79) Docente: “e esse $5 - 3 = 2$ seria os degraus que ele desceu?”

(80) *Boyy de mais*: “é, só que aí a gente fez errado. É essa que é a parte que a parte fez errado.”

(81) Docente: “hum, entendi. E aqui atrás seria a parte certa?”

(82) *Boyy de mais*: “é, da Bruna.”

(83) Docente: “e essa daqui, sua?”

(84) *Boyy de mais*: “essa aqui, sei lá o que eu fiz nesse trem.”

(85) Docente: “ah, você não sabe o que você fez esse $5 - 3 = 2$ e $2 + 13 = 15$?”

(86) *Boyy de mais*: “é uai, a gente tá tentando resolver, mas esse daqui deu errado também.”

(87) Docente: “ah, tá! então continua pensando aí.”

(88) Bruna: “agora eu completei. Agora. Aqui ó, finalmente conseguiu subir mais seis degraus. $6 + 6 = 12$. É só pegar esses tracinhos e repete.”

(89) Docente: “então a escada toda tem 12 degraus, é isso?”

(90) Bruna: “eu acho que sim, só que ainda vou conferir.”

Após essa interação com a dupla Bruna e *Boyy de mais* continuei observando as duplas e depois voltei à mesa deles.

(91) Docente: e aí moçada? Ah, vi que tem um negócio diferente aí hein Bruna e *Boyy de mais*. Conta pra mim, o que vocês mudaram?

[...]

(92) *Boyy de mais*: “é que nós ‘feiz’ $3 + 7 - 5$. Três mais sete menos cinco é igual a dez, menos cinco dá cinco, mais seis dá onze. Aí nós ‘colocamo’ aqui o degrau.”

(93) Docente: “aí vocês foram fazendo aqui esse ‘desenhosinho’ aí que é uma escada, né?! Os degraus!”

(94) Bruna: “sim.”

(95) *Boyy de mais*: “é!”.

(96) Docente: “ok! Esse primeiro aqui, *Boyy de mais* e Bruna, é o primeiro degrau que ele estava?”

(97) *Boyy de mais*: “é!”

(98) Docente: “então ó, ele estava aqui, subiu um, dois três...”

(99) *Boyy de mais* e Bruna: “é, depois mais 7.”

(100) Docente: “depois mais 7 (um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete).”

(101) *Boyy de mais*: “depois a gente diminuiu cinco.”

(102) Docente: “ah, tá! Aí deu onze né! Aí você diminuiu cinco, voltou.”

(103) *Boyy de mais*: “sim. Aí depois ele subiu mais seis (um, dois, três, quatro, cinco, seis) que deu 11.”

(104) Docente: “ah,tá! Vocês fizeram a movimentação toda nesse ‘desenhosinho’ aí da escada e acharam que a escada tem 11 degraus.”

(105) *Boyy de mais*: “é!”

(106) Docente: “você também pensou da mesma forma Bruna?”

(107) Bruna: “sim!”

A princípio, a dupla havia apagado os registros que fizeram por acreditarem que estava errado (segundo Bruna, eles leram certo e pensaram errado). Os estudantes escreveram menos 3 (que seriam os três degraus que o bombeiro desceu), quando na verdade ele subiu, então seria mais 3. Essa foi a primeira observação apresentada pela dupla.

No primeiro registro que os estudantes afirmaram estar errado, também aparece a questão do número negativo conforme mencionado na análise das falas e registros da dupla *Minicat* e Luara, porém *Boyy de mais* e Bruna optaram por mudar a forma de montar o algoritmo porque para eles não tem como tirar 5 de 3. Então, a dupla optou por fazer $(7 + 5 - 3)$ que seriam

os 7 degraus que o bombeiro subiu, mais os 5 degraus que o bombeiro também subiu, menos 3 degraus que ele desceu.

Após esse raciocínio, os estudantes optaram por utilizar o desenho da escada como recurso para solucionar o problema. Somente após fazerem o desenho da escada e a movimentação do bombeiro nela (falas 104 e 105), é que os estudantes conseguiram chegar ao resultado 11, que acreditam ser a resposta correta.

Essa foi a única dupla que utilizou como estratégia o desenho da escada, além do algoritmo. Apesar de terem utilizado o registro do desenho como era esperado, os estudantes não conseguiram perceber que encontraram somente a metade da escada e que deveriam contar ainda o degrau em que o bombeiro estava para assim chegar à resposta correta, que é 23 degraus.

Assim como a dupla formada pelas estudantes *Minicat* e Luara e o estudante *Ninato*, a dupla formada pelos estudantes Boy de Mais e Bruna se envolveram no processo de investigação para solucionar o problema. Percebemos que em suas falas, a todo momento, eles trabalham juntos para pensar nas estratégias desenvolvidas. Seus diálogos e suas interações também configuram os cenários de investigação.

A utilização do desenho na resolução de problemas serve como estratégia de resolução e como recurso para a interpretação do problema. Algumas crianças iniciam seus registros com desenhos para posteriormente empregar números e sinais matemáticos, especialmente quando têm algum domínio do tema e dos conteúdos matemáticos envolvidos. Cavalcanti (2001) nos apresenta três maneiras em que o desenho pode ser utilizado na resolução de problemas.

(...) o resolvidor utiliza o desenho para representar aspectos da situação apresentada no texto, mas não expressa relações que identifiquem as transformações numéricas, ou que indiquem que estivesse resolvendo o problema através do desenho. O resolvidor consegue representar a resolução completa do problema utilizando apenas o desenho, o que demonstra que ele está explorando o significado das transformações e das operações presentes no texto. O resolvidor começa a misturar desenhos e sinais matemáticos, e dois fatos podem decorrer dessa representação: ou a criança está utilizando o desenho para interpretar o texto e expressa a resolução através de uma escrita matemática, como se fosse uma relação entre essas duas linguagens, ou faz a resolução numérica e utiliza o desenho para comprovar que sua resposta está correta (Cavalcanti, 2001, p.128-129).

Apesar de nenhum estudante ter conseguido chegar à resposta correta, consideramos a aula muito produtiva. Os estudantes interagiram entre si, trocando ideias, hipóteses, encontrando erros, propondo soluções. Essa dinâmica foi muito bem recebida pelos estudantes.

Nesse modelo de aula, os estudantes costumam ficar barulhentos, falar alto e por várias vezes tive que pedir a eles que moderassem um pouco no barulho, para que eu pudesse ouvir as explicações das duplas e conseguisse gravar as falas, pois eu iria ouvir os áudios para transcrevê-los e fazer a análise dos dados. Porém, essa agitação não atrapalhou a dinâmica da

aula nem a produção dos dados. Essa agitação e barulho dos estudantes é comum nesse tipo de aula, pois no ambiente de aprendizagem, o diálogo é uma ferramenta importante a ser usada para o desenvolvimento da interação, troca de experiências e construção do aprendizado. Alro e Skovsmose (2006) salientam que durante o processo de diálogo, as pessoas aprendem a pensar junto e desenvolvem uma sensibilidade coletiva onde os pensamentos, as emoções e as ações pertencem a todos indivíduos ao mesmo tempo.

As estratégias apresentadas pelos estudantes foram algoritmos e desenhos. Essas estratégias já eram esperadas, uma vez que o repertório de conhecimento dos estudantes é constituído ao longo da vida escolar. Como geralmente as aulas são centradas no paradigma do exercício, é comum os estudantes estarem em busca da técnica, das regras e dos combinados para a resolução de problemas. O modelo de aula pautada nos cenários para investigação é algo novo para os estudantes e para mim enquanto docente. Apesar do meu desejo em proporcionar um modelo de aula pautado nos cenários para investigação, ao ouvir os áudios, percebi que seria preciso discutir com os estudantes o tipo de atividade que está sendo desenvolvida e que eles estão em um outro tipo de atividade. Além disso, é necessário explicitar para os estudantes qual tipo de atividades eles estão desenvolvendo.

4.2 – Segunda aula

Nossa segunda aula para continuidade do desenvolvimento do trabalho de campo ocorreu dia 04/09/2023. Nessa aula, foram propostos aos estudantes dois problemas matemáticos não convencionais com mais de uma solução e ao final da aula, fizemos a discussão sobre a resolução desses dois problemas matemáticos.

Iniciamos a aula, comigo explicando para os estudantes que iríamos dar continuidade ao trabalho de pesquisa que havíamos iniciado na aula anterior e a organização da turma permaneceu sendo em duplas. Terminada a organização da sala para o desenvolvimento do trabalho, entreguei para as duplas a folha com o segundo problema que iríamos trabalhar e informei que iríamos proceder como na aula anterior. Cada estudante iria discutir com sua respectiva dupla as estratégias que seriam utilizadas para resolução do problema e eu iria de mesa em mesa para que as duplas me explicassem como pensaram.

4.2.1 - Faltou remédio, e agora?

O segundo problema que trabalhamos foi o problema matemático não convencional com mais de uma solução abaixo.

Isso é um Cérbero. Cada vez que uma das suas cabeças está doendo, ele tem que tomar quatro comprimidos. Hoje suas três cabeças tiveram dor. Mas o frasco já estava no fim e ficou faltando comprimidos para uma cabeça. Quantos comprimidos haviam no frasco?¹³

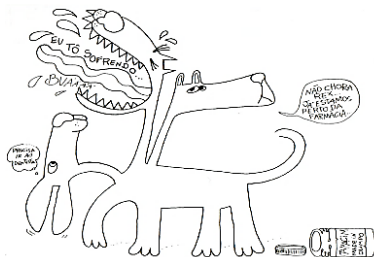


Figura 8: Cérbero. Fonte: Stancanelli (2001).

Figura 9: Problema do Cérbero (problema 2). Fonte: Stancanelli (2001)..

Optamos pela escolha desse problema por acreditar que chamaria a atenção dos estudantes. Trata-se de um problema com personagens e que oferece uma situação inusitada. Isso motiva os estudantes, aguça seu imaginário, encanta e os envolve. Um dos estudantes perguntou o que é um Cérbero e quando eu expliquei, os estudantes gostaram muito da história do personagem e ficaram um tempo conversando entre si sobre possíveis histórias com o personagem Cérbero.

Stancanelli (2001) define esse problema matemático como não convencional com mais de uma solução, pois ele apresenta as características por ela apresentada na definição de problema matemático não convencional com mais de uma solução. O referido problema, apresenta uma situação em que os estudantes precisam fazer uma leitura mais criteriosa e cuidadosa do texto, selecionando quais informações são essenciais para sua solução, além disso, exige do estudante um pensamento bem mais elaborado do que um problema convencional.

Além disso, esse tipo de problema rompe com a crença que todo problema tem uma única resposta e que há sempre uma maneira certa de resolução, e que mesmo quando há mais de uma forma de resolver o problema, apenas uma delas é a correta. O trabalho com esse tipo de problema faz com que o estudante perceba que para se chegar à solução, é necessário um processo de investigação em que sua atuação é como um ser pensante e produtor de seu próprio conhecimento.

Nossa expectativa ao propor esse problema, era que os estudantes percebessem que existe mais de uma forma de solução e que as respostas podem apresentar quantidades diferentes e ainda assim estarem corretas, bem como, apresentassem diferentes estratégias de

¹³ Exemplo extraído de Gwinner, P. **“Problemas”: enigmas matemáticos**. *Apud* Stancanelli, R. Porto Alegre: Artmed, 2001.

resolução. Além disso, esperava que os estudantes gostassem da história apresentada e se envolvessem num processo investigativo na resolução, o que de fato aconteceu.

As crianças estavam bem interessadas no problema e durante sua resolução nenhum estudante apresentava dúvidas. Permaneci observando a interação dos estudantes por alguns instantes e depois comecei a interagir com eles sobre o que estavam pensando com relação às estratégias de resolução do problema.

Para a resolução desse segundo problema, todos os estudantes que foram à aula nesse dia, utilizaram o algoritmo como estratégia de resolução. Uma dupla utilizou desenhos de palitinhos e utilizou o desenho do Cérbero para auxiliar em suas estratégias de resolução. Todos os estudantes encontraram somente uma resposta, sendo ela oito comprimidos.

Apresentaremos as respostas registradas pelos estudantes.

RESPOSTAS DO PROBLEMA CÉRBERO	
Bruna – 8 comprimidos	<i>Boyy de mais</i> – 8 comprimidos
Carol Luna – 8 comprimidos	Diana – 8 comprimidos
<i>Ninato</i> – 8 comprimidos	Josiane – 8 comprimidos
Cristiano – 8 comprimidos	Laura Lima – 8 comprimidos
Daniel – 8 comprimidos	Lara – 8 comprimidos
<i>Tralfagar. Water. D. Law</i> – 8 comprimidos	Milena – 8 comprimidos
Vitor – 8 comprimidos	Gabriele – faltou à aula
Bernardo Almeida – 8 comprimidos	<i>Alici</i> – 8 comprimidos
<i>Luffy Nika</i> – 8 comprimidos	<i>Itachi</i> – 8 comprimidos
<i>Rimuru Tempest</i> – 8 comprimidos	<i>Kally Ponce</i> – 8 comprimidos
<i>Minicat</i> – 8 comprimidos	Luara – 8 comprimidos

Tabela 4 :Respostas apresentadas pelas duplas no problema 2. Fonte: Acervo da autora.

Os registros apresentados a seguir, são da dupla formada pelos estudantes Cristiano e Laura Lima.

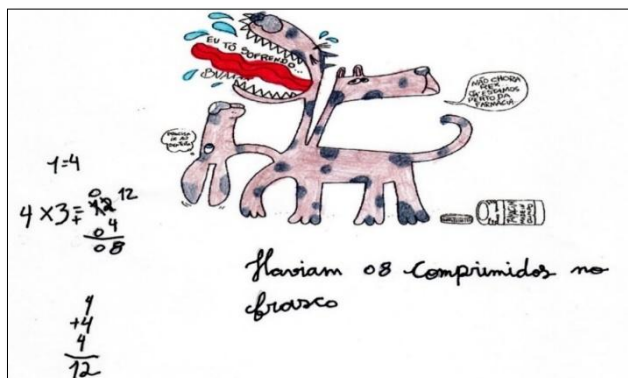


Imagem 10: Registro da estudante Laura Lima.
Fonte: Acervo da autora.

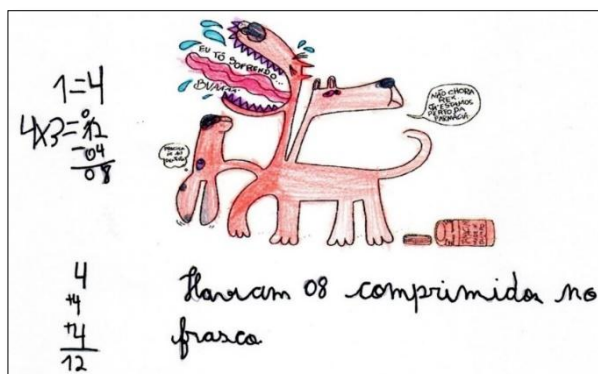


Imagem 11: Registro do estudante Cristiano.
Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

[...]

(108) Cristiano: “uma das quatro cabeças, se uma precisa de quatro, a gente fez assim ó: se tem três cabeças e cada uma precisa de quatro, ficou doze. Aí pra ter comprimido ‘pra’ todas as três cabeças precisou de 12 comprimidos. Aí depois a gente ó: $12 - 4$ que deu 8. Haviam 8 comprimidos no frasco.” (Nessa explicação o Cristiano acabou interrompendo a Laura Lima para me explicar o que eles fizeram).

(109) Docente: “tá, mas esse 4×3 é igual aí vocês colocaram 12. (Nesse momento o Cristiano me interrompeu e disse que 4×3 era igual a 12).”

(110) Docente: “ah, tá! Quatro vezes três é igual a doze, doze menos quatro é igual a oito. Aí esses cortes que vocês fizeram aqui foi o que vocês pegaram emprestado.”

(111) Cristiano: “é, que a gente fez errado.”

(112) Docente: “vocês pegaram emprestado pra diminuir, é isso?”

(113) Cristiano: “é.”

(114) Docente: “é porque 2 não tem como tirar 4, você pegou uma dezena ficou 12, menos 4 deu 8. Uma dezena emprestou lá pra unidade, zero menos zero é zero. É isso?”

(115) Cristiano: “isso.”

(116) Docente: “e esse $1 = 4$ é o quê?”

(117) Cristiano: “esse 1 é porque uma cabeça precisa de 4 comprimidos.”

(118) Docente: “ah, tá, uma cabeça precisa de 4. Aí 4×3 que são 3 cabeças, quatro para cada cabeça, ok! No frasco?”

(119) Cristiano: “haviam 8 comprimidos no frasco.”

Os dois estudantes utilizaram o algoritmo como estratégia e só conseguiram perceber uma maneira de resolver o problema. A estudante Laura Lima começa a me explicar a estratégia por eles utilizada, mas o estudante Cristiano interrompe sua fala e me explica a estratégia (fala 108).

Os estudantes utilizaram o algoritmo da multiplicação e o algoritmo representando a adição de parcelas iguais. Apesar do referido problema ser um problema matemático não convencional, percebemos uma grande influência dos problemas convencionais nas estratégias apresentadas pela dupla. Para esses estudantes, o algoritmo é fundamental para a solução do problema e eles não conseguiram perceber a possibilidade de utilizar estratégias diferenciadas para a resolução. Apesar disso, percebemos que em suas interações, eles desenvolveram o que se configura como cenários de investigação. Uma vez que, a todo momento, a dupla se refere a como pensaram em conjunto durante a resolução do problema.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelas estudantes *Minicat* e Luara.



Imagem 12: Frente do registro da estudante *Minicat*. Fonte: Acervo da autora.

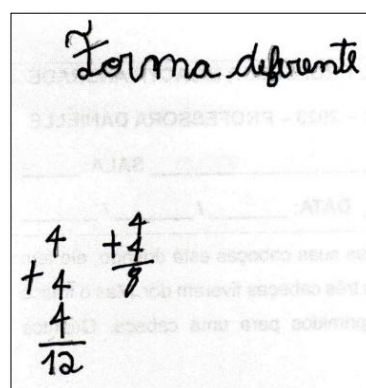


Imagem 13: Verso do registro da estudante *Minicat*. Fonte: Acervo da autora.

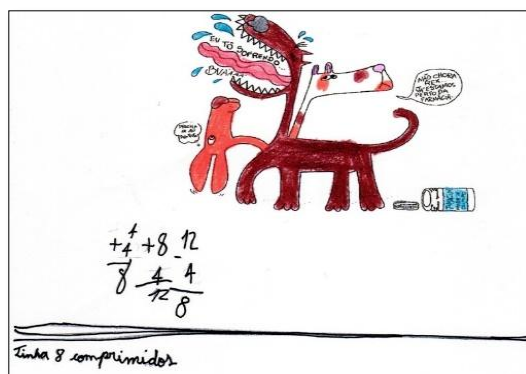


Imagem 14: Registro da estudante Luara. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com as alunas durante a explicação das estratégias utilizadas na solução do problema.

(120) *Minicat*: “ô, a se $4 + 4$ é 8, tem três bichinhos. Três cabeças e quando elas estão com dor de cabeça elas têm que tomar 4 comprimidos por dia. Então, ela, mais ou menos elas têm que ser assim ô, $4 + 4$ dá oito, que são duas. Aí $4 + 8$ é 12. Aí só tá faltando uma cabeça pra tomar o comprimido. Aí seria $8 - 12$, e que dá 5.”

Minicat então me informou que no frasco havia 5 comprimidos.

[...]

(121) Luara: “é... eles tinham que tomar 4 comprimidos não era, por dia. Aí eu pus $4 + 4$ que dá 8. Aí foi indo porque $8 + 4$ dá 12 e $8 + 12$ deu 5. Então que faltou no potinho foi o que tinha... era 5.”

(122) Docente: “tá, mês esse sinalzinho aqui ó, que você fez $4 + 4 = 8$. Aí ao lado você fez $8 + 4 = 12$ (esse aqui do meio ó) $8 + 4 = 12$. Aí depois você fez $8 - 12 = 5$, é isso?”

(123) Luara: “é.”

Passado algum tempo, a estudante *Minicat* me chama.

(124) *Minicat*: “deu errado porque 4 seria só ‘pra’ uma.”

(125) Docente: “deu errado por quê?”

(126) *Minicat*: “se fosse 5 só daria pra uma, então tá errado.”

[...]

(127) *Minicat*: “voltando, $4 + 4$ é 8 né, que dá duas cabeças. $4 + 8$, que é as duas cabeças né, dá 12.”

(128) Docente: “fala mais alto senão não sai no áudio. $4 + 4$ é 8, que é o 4 cada cabeça. Aí você colocou o 4 lá em cima e somou com mais 8, que seria o 4 da terceira cabeça mais os 8 das duas cabeças que você já tinha somado que deu 12, ok.”

(129) *Minicat*: “aí que dá 12 comprimidos. Aí como faltou, é $12 - 4$ que dá 8.”

(130) Docente: “ah, tá! Como uma cabeça faltou, você pegou os 12, tirou e achou 8. É isso?”

(131) *Minicat*: “ahan!”

As estudantes dessa dupla também fizeram uso do algoritmo como estratégia para resolução do problema. A princípio, elas tinham encontrado cinco como resposta, porém, posteriormente a estudante *Minicat* percebeu o erro no resultado da operação ($12 - 4 = 5$) e consertou colocando ($12 - 4 = 8$). Como já estávamos trabalhando com resolução de situações-problema nas aulas anteriores ao início da pesquisa e eu sempre perguntava aos estudantes se

havia alguém que tinha pensado de uma forma diferente, a estudante *Minicat* tentou apresentar uma estratégia diferente, como podemos verificar na imagem 13. Seu registro referente à “forma diferente” se resume à adição de parcelas iguais da multiplicação.

Aqui ainda observamos forte influência dos problemas convencionais nas estratégias apresentadas pelas estudantes. Mesmo tentando apresentar uma estratégia diferente, *Minicat* apresenta o algoritmo como representação de uma resposta única e numérica.

Com relação à interação e às estratégias utilizadas pela dupla, percebemos também que as estudantes se envolveram e desenvolveram o que se configura cenários de investigação. Elas trocaram informações durante a resolução, discutiram e exploraram uma nova forma de resolução. Apesar de a estudante *Minicat* apenas ter montado o algoritmo de maneira diferente, ela se dispôs a fazer uma investigação das estratégias utilizadas para apresentar o que ela denominou como forma diferente de resolução.

O registro apresentado a seguir é do estudante Vitor. Sua dupla, a estudante Gabriele, faltou à aula nesse dia.

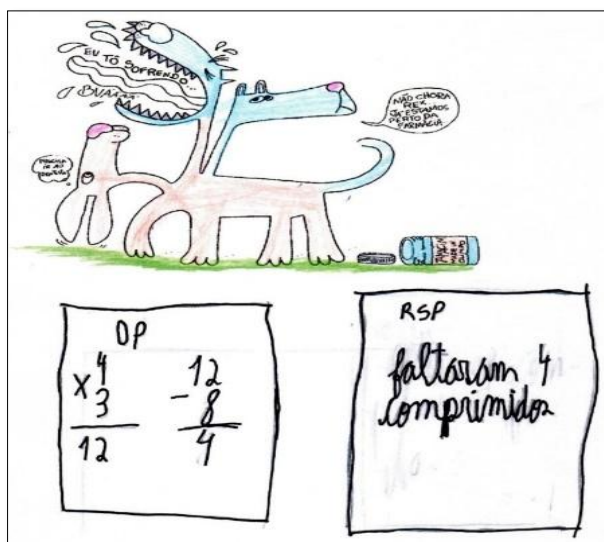


Imagem 15: Registro do estudante Vitor. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com o estudante durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

[...]

(132) Vitor: “eu fiz 4×3 que dá 12.”

Quando questionei o estudante sobre o porquê ele fez a multiplicação, ele não soube me responder.

[...]

(133) Docente: “esse 4 seria o quê?”

(134) Vitor: “ah, é o 3, eu peguei nas 3 cabeças.”

(135) Docente: “ah, tá! O 3 seria as três cabeças, ok! E o 4 seria o quê?”

(136) Vitor: “o 4 eu não sei.” (O estudante ficou pensativo novamente antes de responder meu questionamento).

(137) Vitor: “eu só peguei o 4 mesmo.”

(138) Docente: “só pegou assim o 4 por pegar?”

(139) Vitor: “é, só peguei o 4 ‘pra’ juntar com o 3, que aí deu 12.”

(140) Docente: “mas você não sabe de onde tirou o 4?” (O estudante acenou com a cabeça que não).

(141) Docente: “nem lendo o problema de novo? (O estudante acena novamente com a cabeça que não). “Não? Beleza! Então $4 \times 3 = 12$.”

(142) Vitor: “é, que esse 12 eu peguei $12 - 8$ que dá 4.”

(143) Docente: “tá, mas você fez $12 - 8$ por quê?”

(144) Vitor: “pra dar o resultado 4.”

(145) Docente: “tá, mas aí esse 12 você pegou 4×3 (quatro vezes três cabeças deu 12). Esse 12 aqui, o que ele representa? Deu 12 o quê?”

(146) Vitor: “12 remédios.”

(147) Docente: “ah, tá! Se deu 12 remédios ok! Aí você fez $12 - 8$ por quê?”

(148) Vitor: “ $12 - 8$?” (nesse momento o estudante fica pensativo novamente antes de dizer: “ $12 - 8$?”)

(149) Docente: “é! Você escreveu aí $12 - 8 = 4$. Aí na resposta você colocou que havia 8 comprimidos no frasco. Eu não entendi!”

(150) Vitor: “calma aí que eu também não.”

Após essa interação com o estudante, deixei-o pensar mais um pouco e pedi para ele não apagar o que havia registrado. Passado um tempo, voltei à mesa do estudante.

(151) Vitor: “esses 4, o 4 significa quantos remédios cada um tinha que tomar.”

(152) Docente: “e o 3?”

(153) Vitor: “o 3 é quantas cabeças eles tinham, que deu 12. Aí eu peguei o 12 e fiz menos o 8. O 8 significa quantos remédios que tinha no frasco aqui, que deu 4.”

(154) Docente: “tá, então deixa eu ver se entendi. 4 comprimidos vezes 3 cabeças, 12. Aqui seria 12 comprimidos, certo? 12 comprimidos menos 8 comprimidos dá 4, mas por que 8 comprimidos? Por que cada uma das cabeças aqui tomou 4?”

[...]

(155) Vitor: “ahan. As duas aqui tomaram 4.”

(156) Docente: “aí 12 menos 8 quatro.”

(157) Vitor: “ahan, que faltava pra essa aqui tomar.”

(158) Docente: “então tinha 4 comprimidos no frasco. É isso?”

(159) Vitor: “não, 12... não 8. Oito comprimidos no frasco.” (Aqui o estudante ficou um pouco confuso na hora de dar a resposta não por não saber a resposta, mas na hora de ler o que tinha feito e elaborar a resposta).

(160) Docente: “*quantos comprimidos que tinha no frasco? Não entendi.*”

(161) Vitor: “*oito.*”

(162) Docente: “*ah, tinha 8? Só que você colocou um 4 aqui ó. Ah tá! Faltaram 8 comprimidos, entendi. Beleza!*”

O estudante apresentou como estratégia de resolução o algoritmo, porém, ele não soube explicar como fez para montar a conta. Esse estudante também apresenta forte influência dos problemas convencionais. Como podemos perceber, ele utiliza os números 3 e 4 para chegar ao resultado 12, porém, não faz referência de onde selecionou esses números e porque utilizá-los. Somente após os vários questionamentos feitos por mim é que ele percebe que o número três se refere às três cabeças do Cérbero. Porém, o quatro, mesmo com meus questionamentos e relendo o problema, ele não soube explicar.

Quando questionado sobre o porquê registrou o algoritmo ($12 - 8 = 4$), a princípio, ele também não soube responder. Somente após um tempo que reservei para que ele refletisse mais um pouco sobre a estratégia utilizada por ele, é que conseguiu perceber por que montou o algoritmo e que o 12 se referia a quantidade de remédios que deveria ter para que as quatro cabeças pudessem tomar os 4 comprimidos e que o oito era a quantidade de comprimidos que ele achou como resposta para a quantidade de comprimidos que havia no frasco.

Esse estudante também não conseguiu perceber que havia outras formas de solucionar o problema e ficou focado em encontrar uma solução numérica por meio da resolução de um algoritmo. Sendo que a resposta encontrada deveria ser numérica e só poderia haver uma resposta correta.

Apesar de o estudante ter realizado a resolução do problema sozinho, pois sua dupla não foi a aula nesse dia, percebemos que ele também se envolveu no processo de investigação. Nossa interação mostra claramente esse processo quando o questiono sobre suas estratégias e o deixo pensar sobre o que havia feito para poder me explicar. Dessa maneira ele conseguiu compreender o processo e o caminho que escolheu percorrer para solucionar o problema. Aqui

também percebemos minha postura diferenciada enquanto docente, uma vez que faço questionamentos que levam o estudante a refletir e tirar suas próprias conclusões sem que eu dê a ele a resposta correta, pronta.

Stancanelli (2001) salienta que ao trabalharmos o problema do Cérebro, além de estimular o desenvolvimento de estratégias variadas de resolução, possibilitamos o uso dos diferentes recursos de comunicação. Além disso, de acordo com essa autora, os problemas não convencionais demandam uma leitura mais criteriosa e cuidadosa, para que se possa selecionar as informações que são necessárias para a resolução do problema e as que são desnecessárias. Em minha interação com o estudante, podemos perceber que essa leitura mais criteriosa precisa ser trabalhada e desenvolvida, assim como para os demais discentes. Em nosso diálogo, o estudante afirma para mim que no frasco havia oito comprimidos, mas em sua folha de registro ele coloca como resposta “faltaram comprimidos”, não respondendo o problema de acordo com a pergunta: “Quantos comprimidos haviam no frasco?”.

Nessa interação, pude perceber que preciso desenvolver essa prática de trabalhar a leitura mais cuidadosa e criteriosa dos problemas com os estudantes. Como não fizemos a discussão do problema e ainda não tínhamos trabalhado dessa forma anteriormente, o estudante não conseguiu fazer essa leitura e com isso apresentou dificuldade em me explicar de onde tirou os elementos que fazem parte de sua estratégia de resolução e respondeu à pergunta do problema sem fazer referência à pergunta que está escrita no enunciado.

A disciplina de matemática pode e deve ser trabalhada em conjunto com as demais disciplinas e a resolução de problemas é uma excelente estratégia pedagógica para que isso ocorra. Smole e Diniz (2001) enfatizam que existe uma característica própria nos textos matemáticos que se difere dos textos em língua materna. Nos textos matemáticos existe “uma combinação de sinais, letras e palavras que se organizam segundo certas regras para expressar ideias” o que exige uma habilidade particular de leitura. (SMOLE; DINIZ, 2001, p.70). Essas características do texto matemático, nos levam a perceber que é preciso que os estudantes aprendam “a ler matemática e ler para aprender matemática durante as aulas dessa disciplina” (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 70). Ao interpretar um texto matemático, o leitor precisa estar familiarizado com os símbolos e linguagens desse componente curricular.

Ao trabalharmos a leitura nas aulas de matemática, também devemos nos atentar para a finalidade do texto trabalhado para que possamos possibilitar que as crianças sejam leitoras fluentes. Assim como em qualquer disciplina, o trabalho com leitura deve considerar as práticas habituais de um leitor autônomo nas situações escolares e auxiliar os estudantes a descobrirem

como ler e como ler em cada caso. Como já mencionado anteriormente, os textos matemáticos são diferentes dos textos da língua materna, devido a isso alguns estudantes não consideram um problema como texto. Em minha interpretação, grande parte acredita que o texto é somente as histórias dos livros infantis, uma receita, uma notícia de jornal, um convite. Quando desenvolvi o trabalho com resolução de problema com os estudantes do 1º Ano do Ensino Fundamental, mencionado no capítulo 1, todos os estudantes acreditavam que o problema matemático não é um tipo de texto. Para esses estudantes, para se configurar texto tinha que “encher o quadro de coisas escritas”. Somente após o desenvolvimento desse trabalho é que os estudantes perceberam que o problema matemático também é um texto, assim como os trabalhados nas disciplinas de Literatura, Língua Portuguesa, etc. Fizemos uma discussão bem produtiva com relação a esse assunto¹⁴ (MAIA, 2020).

Quando se fala em trabalhar a matemática rompendo com o modelo tradicional de ensino não podemos deixar de destacar esse trabalho com textos em matemática. Como no modelo tradicional de ensino as aulas de matemática ficam centradas na técnica e não no processo, quando os estudantes se deparam com uma situação que se difere desse repertório eles tendem a não compreender o que deve ser feito.

O trabalho interdisciplinar é importante e contribui para o aprendizado mais proveitoso. Minha proposta de trabalhar a resolução de problemas em uma perspectiva dos cenários para investigação comunga com Smole e Diniz (2001) e Alro e Skovsmose (2006) no que diz respeito ao desenvolvimento de um ambiente de aprendizagem, aonde podemos explorar as várias possibilidades para o desenvolvimento do conhecimento matemático. Ao se trabalhar a matemática, não se pode deixar de lado questões como leitura e interpretação de textos.

Ao fazer a análise dessa aula, percebi que anteriormente deveria ter sido desenvolvido com os estudantes atividades que os possibilitem conhecer e desenvolver essa leitura cuidadosa e criteriosa dos problemas para que assim eles pudessem perceber que existem possibilidades diferenciadas de resolução, além da aplicação do algoritmo. Além disso, também é necessário esclarecer aos estudantes o tipo de atividade que eles estão trabalhando. Acredito que se esse trabalho tivesse sido desenvolvido anteriormente, o desenvolvimento e aproveitamento dos estudantes no decorrer do desenvolvimento da atividade seria mais proveitoso.

¹⁴ Ver MAIA, Danielle.L. **Chapeuzinho Vermelho**: uma história e vários problemas para o 1º ano do Ensino Fundamental / Danielle Lúcia Maia. Belo Horizonte, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/35614/1/CHAPEUZINHO%20VERMELHO%20uma%20hist%C3%B3ria%20e%20v%C3%A1rios%20problemas%20para%20o%201%C2%B0%20ano%20do%20Ensino%20Fundamental.pdf>. Acesso em:

Após todos os estudantes terem me explicado suas estratégias, pergunto a eles se alguém tinha pensado em alguma forma diferente de resolução e alguns estudantes levantam a mão, sinalizando que pensaram em outras estratégias, mas não souberam explicar que forma seria essa.

[...]

(163) Docente: “Daniel, sabe explicar?” (O estudante acena que sim com a cabeça).

(164) Docente: “como é que seria então a outra forma?”

(165) Daniel: “vezes.”

(166) Docente: “vezes? Mas vezes como, fazendo a multiplicação?” (O estudante acena que sim com a cabeça).

Pedi ao estudante Daniel que fizesse o registro enquanto eu recolhia as folhas dos demais estudantes. Nesse momento, o estudante Vitor me perguntou o que é Cérbero. Então, expliquei para os estudantes o que é um Cérbero e após essa explicação, recolhi as folhas com o problema do Cérbero para então distribuir para os estudantes a segunda folha de problema não convencional com mais de uma solução. Como a maioria deles fez a resolução de maneira parecida e não conseguiram identificar outra forma de resolução, eles terminaram a tarefa com rapidez. A aula começou por volta de 13h15 e às 14h os estudantes já haviam terminado. Então entreguei a eles a segunda folha com um problema não convencional com mais de uma solução.

(167) “eu fiz assim ó, $4 \times 3 = 12$, tá vendo?”

(168) Docente: “aham, aham.”

(169) Daniel: “e aqui, juntando todos, é quatro comprimidos em três cabeças. Aí eu fiz quatro comprimidos vezes três cabeças. Aí que deu 12 aí depois eu fiz $12 - 4$ que deu 8.”

(170) Docente: “ah, tá! Então primeiro você fez aquela das parcelas iguais que a gente tinha aprendido no início das aulas de multiplicação e aí depois você colocou o código matemático ‘pra’ poder facilitar.” (O estudante acena que sim com a cabeça).

[...]

(171) *Luffy Nika*: “é, a cabeça que tá faltando seria um menos quatro comprimidos e as outras seriam mais porque tinha. Então $4 \times 3 = 12$ menos aquele 4 que tá faltando, oito.”

(172) Docente: “uhum, beleza! Ok, obrigada. E você fez a mesma coisa *Itachi*?”

(173) *Itachi*: “a mesma coisa que o *Luffy Nika*.”

(174) Docente: “Diana, como é que você fez?”

(175) Diana: “é, tinham três cabeças, uma tava sem. Aí vai $4 \times 3 = 12$. 12 dividido por 3 vai dar 4 parcelas, diminui menos 1 (uma parcela igual a 8).”

Como ainda não havíamos trabalhado com a divisão, perguntei à aluna quem a havia ensinado este conteúdo matemático e ela me informou que foi sua professora da outra escola. Essa estudante era novata e foi transferida para a escola em que a pesquisa foi desenvolvida.

(176) Docente: “e o que você fez aqui Carol Luna?”

(177) Carol Luna: “aqui eu fiz $4 \times 3 = 12$.”

(178) Docente: “ah, oh! Aí 12 dividido por 3 você fez igual a Diana?”

(179) Carol Luna: “sim!”

[...]

(180) *Minicat*: “é... a minha forma diferente, tipo assim, tinha três cabeças que precisa de quatro comprimidos. Eles precisam de... né... aí então $4 + 4 + 4$ que dá. Aí é só você tirar o 4 e deixar só os dois que vai dá 8.”

(181) Docente: “ah, beleza! Por isso que você colocou aqui atrás $4 + 4 + 4 = 12$ e depois $4 + 4 = 8$. Ok!”

(182) Docente: “pensou Milena? Como é que você fez?”

(183) Milena: “é... em vez de fazer dessa vez de pauzinhos eu fiz assim: $6 + 6$ que é igual a 12. Daí eu coloquei 12, daí em vez de finalizar a conta e já colocar o resultado na frente do 12, eu coloquei o menos e coloquei 4 que dá 8.”

(184) Docente: “ah sim, então tinha 8 comprimidos e faltou?...”

(185) Milena: “quatro.”

(186) Docente: “que número é esse que você pôs aqui?”

(187) Milena: “ah, o 2.”

(188) Docente: “você pôs o 6 né, só que é o 2. Beleza, obrigada Laura.”

(189) Docente: “e você *Tralfagar.Water.D.Law*, como é que você pensou diferente? Mostra pra mim.”

(190) *Tralfagar.Water.D.Law*: “aqui não significa nada. Aqui no $6 + 6$. É só pra pôr o 12.”

(191) Docente: “por que é $6 + 6$? Ah, só pra colocar o 12 você pôs $6 + 6$. Ok.!”

(192) *Tralfagar.Water.D.Law*: “daí eu pus menos 4 é igual a 8. O 8 representa o resultado, o 4 representa os comprimidos e o 12 representa a quantidade.”

(193) Docente: “quantidade de pílulas né?! (Quando eu faço a pergunta o *Tralfagar.Water.D.Law* responde junto comigo “pílulas”).

(194) *Tralfagar.Water.D.Law*: “é!” Daí meio que ia $1 + 5 + 5$ e $2 + 2$ e $4 + 4$.”

(195) Docente: “esse $1 + 5$ aqui seria pra dar esse 6? Justificar o $6 + 6$?”

(196) *Tralfagar. Water.D.Law*: “é! Daí meio que ei fiz $1 + 5 + 1 + 5$, o $+ 2 + 2 + 4 + 4 - 12 = 8$.”

(197) Docente: “ah tá, você só registrou diferente né?!”

(198) *Tralfagar. Water.D.Law*: “é!”

Alguns estudantes imaginaram que haveria outra forma de resolução, mas não souberam explicar que forma seria essa nem como ela poderia ser utilizada. Apenas o estudante Daniel sinalizou que sabia outra forma de resolução e quando perguntei a ele qual era sua explicação foi por meio da estratégia com o algoritmo da multiplicação. Mesmo tentando mostrar uma forma diferente de resolução, o estudante também fez uso do algoritmo como estratégia. À medida em que o diálogo entre mim e os estudantes foi se desenvolvendo, foram surgindo contribuições a respeito de uma forma diferente de resolução, porém todas eram por meio do algoritmo e os estudantes apenas utilizavam formas diferentes de chegar a mesma solução. Como ainda não havíamos discutido sobre a possibilidade de existirem outras respostas, os estudantes apenas apresentaram formas diferentes de se chegar a mesma resposta.

Observei que em algumas duplas, um estudante apenas copiou a estratégia de resolução do outro. A estudante Diana fez uso dos algoritmos da multiplicação e divisão. Já a estudante Carol Luna, sua dupla, apenas copiou sua estratégia. Como ainda não havíamos trabalhado a operação da divisão, questionei a estudante Diana onde ela havia aprendido. A estudante informou que aprendeu na escola que estudou antes de vir para a escola onde a pesquisa foi desenvolvida.

Os estudantes não demonstraram dificuldades ao resolverem o problema do Cérbero, porém todos resolveram por meio do algoritmo, distribuindo 4 comprimidos para cada cabeça, sendo que uma cabeça não tomou os comprimidos, então eles deduziram que essa cabeça que não tomou comprimidos não tomou 4 comprimidos.

Observamos que mesmo se tratando de um problema matemático não convencional, com personagem e envolvendo um contexto que desperta o imaginário, os estudantes sempre buscam no algoritmo a estratégia para resolução do problema. As estratégias de resolução dos problemas convencionais ainda exercem grande influência sobre o pensar matematicamente dos estudantes e para que haja mudança em relação a isso, é preciso criar condições para que essa mudança aconteça.

Esse foi o primeiro contato dos estudantes com um problema matemático não convencional e até então eu ainda não tinha feito nenhuma discussão com eles a respeito de

explorar novas possibilidades de resolução. Isso contribuiu para que suas respostas de estratégias diferenciadas fossem apenas modos diferentes de se chegar a uma mesma solução.

4.2.2 – Faltou dinheiro, o que faço?

Ainda faltava 1h para o término da nossa segunda aula para o desenvolvimento do trabalho de campo, então propus para os estudantes o segundo problema a ser trabalhado na aula do dia 04/09/2023 e o terceiro problema trabalhado no desenvolvimento do trabalho de campo.

O terceiro problema que trabalhamos foi o problema matemático não convencional com mais de uma solução abaixo.

Fernando está sentindo dor de dente faz dias e decide procurar um dentista, mas seu dinheiro não é suficiente para pagar o tratamento. Então, seu irmão Rodrigo se ofereceu para emprestar a ele a quantia que falta para pagar o tratamento. Juntos, Fernando e Rodrigo têm R\$ 870,00. Quanto dinheiro Rodrigo emprestou para Fernando?

Figura 10: Problema do Fernando (problema 3). Fonte: Acervo da autora.

Optamos previamente pela escolha desse problema para que sua utilização se desse a depender da dinâmica da aula. Consideramos esse problema como um problema matemático não convencional com mais de uma solução pois ele apresenta as características apresentadas por Stancanelli (2001) na definição de problema matemático não convencional com mais de uma solução. O referido problema, assim como o problema anterior trabalhado nesta aula, apresenta uma situação em que os estudantes precisam fazer uma leitura mais criteriosa e cuidadosa do texto, além de selecionar quais informações são essenciais para sua solução, exigindo assim um pensamento bem mais elaborado do estudante do que em um problema convencional.

Nossa expectativa ao propor esse problema era que os estudantes percebessem que há mais de uma forma de solução e que as respostas podem apresentar quantidades diferentes e ainda assim estarem corretas. Além disso, esperávamos que os estudantes se interessassem pela história e se envolvessem num processo investigativo em sua resolução, o que de fato aconteceu. Também esperávamos que os estudantes apresentassem suas estratégias de resolução.

Para a resolução desse problema, alguns estudantes fizeram uso do algoritmo como estratégia e alguns disseram que não tinha como resolver ou que não sabiam como resolver.

Apresentaremos as respostas registradas pelos estudantes.

RESPOSTAS DO PROBLEMA DO FERNANDO	
Bruna – R\$ 435,00	Boyy de mais – R\$ 435,00
Carol Luna – Não fez registro	Diana – Não fez registro
Ninato – Não fez o registro	Josiane – Não fez registro
Cristiano – R\$ 435,00	Laura Lima – R\$ 435,00
Daniel – R\$ 435,00	Lara – R\$ 435,00
<i>Tralfagar. Water.D.Law</i> – R\$ 70,00	Milena – Não sei fazer
Vitor – R\$ 435,00	Gabriele – Não fez registro
Bernardo Almeida – R\$ 460,50 (mas disse que não tinha como fazer)	Alici – R\$ 430,50 (mas disse que estava errado)
<i>Luffy Nika</i> – Não fez registro	<i>Itachi</i> – Não fez registro
<i>Rimuru Tempest</i> – Não dá pra resolver	<i>Kally Ponce</i> – Não fez registro
<i>Minicat</i> – Não fez registro	<i>Luara</i> – Não fez registro

Tabela 5: Respostas apresentadas pelas duplas no problema 3. Fonte: Acervo da autora.

Entreguei o segundo problema a ser trabalhado na aula e aguardei alguns instantes, para que os estudantes pudessem discutir com sua dupla como iriam fazer a resolução. Comecei a caminhar pela sala. Passados alguns minutos, os estudantes começaram a sinalizar que havia algo de errado com o referido problema, como verificamos nas interações abaixo.

(199) Bruna: “professora, só que não tá falando quanto que o...”

(200) Cristiano: “é... quanto que era o tratamento.”

(201) Docente: “espera aí, como é que é Bruna?”

(202) Bruna: “tá difícil porque não fala quantos que o menino tinha...”

Os estudantes procuraram informações explícitas no texto (dados numéricos) para que pudessem decidir qual algoritmo utilizar com estratégia para solucionar o problema.

(203) Bruna: “tá difícil por causa que o menino ali, não falou quantos que ele tinha antes.”

(204) Cristiano: “e também porque não falou quanto que o Fernando tinha, quanto de dinheiro que o Fernando tinha e quanto era o valor do tratamento.”

(205) Docente: “ah, tá!”

(206) *Rimuru Tempest*: “é verdade! Não entendi!”

(207) Docente: “*Rimuru Tempest*, você não entendeu por causa disso?”

(208) *Rimuru Tempest*: “não entendi nada.”

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes Bruna e *Boy de mais*.

OPERAÇÃO $870 \div 2 = 435$	RESPOSTA O irmão dele emprestou à ele R\$ 435,00 reais
------------------------------------	--

Imagem 16: Registro do estudante *Boy de mais*. Fonte: Acervo da autora.

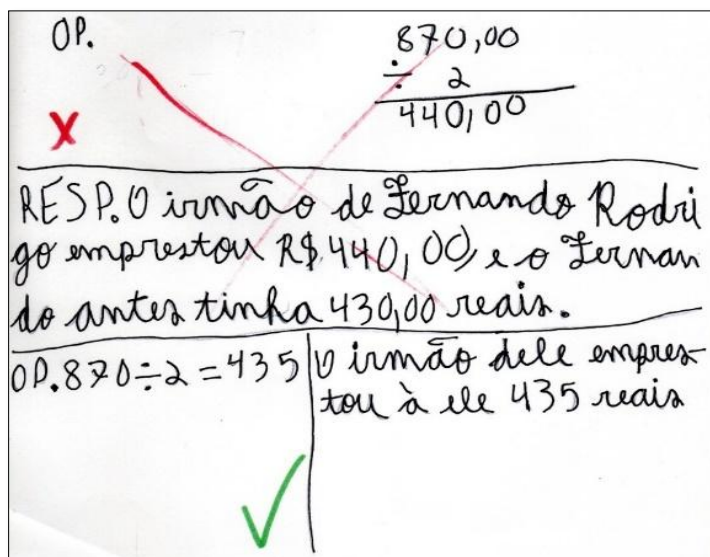


Imagem 17: Frente do registro da estudante Bruna. Fonte: Acervo da autora.

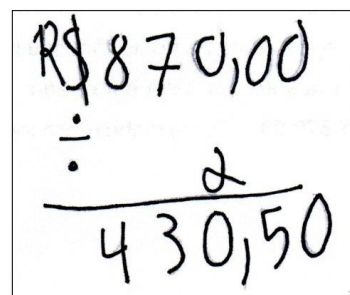


Imagem 18: Verso do registro da estudante Bruna. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos abaixo o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(209) Bruna: “eu e o *Boy de mais* não entrou em acordo não. 870 é o valor do tratamento. Aí eu acho que os... esses dividiram a da metade e aí eu coloquei 870 dividido por 2, R\$ 330,50, porque o 7 é número ímpar. Aí dividiu o por (inaudível) cinquenta centavos.”

(210) Docente: “tá! Fala de novo Bruna, fala um pouquinho mais alto.”

(211) Bruna: “o valor do tratamento é 870. Eu peguei o 870 e dividi por 2 que deu R\$ 430,50, eu acho, mas ainda...”

(212) Docente: “mas o que você falou comigo aí do número 7 ser ímpar? Não entendi! E de que cinquenta centavos?”

(213) Bruna: “é porque o número 7 é ímpar, aí eu pensei em dividir ele por cinquenta centavos.”

(214) Docente: “você foi de cinquenta centavos em cinquenta centavos até dar sete reais, é isso.”

(215) Bruna: “não, não foi isso não! Eu coloquei... é porque eu não consegui dividir o 7 por 2.”

(216) Docente: “ah tá! Você não conseguiu dividir o 7 aí você colocou cinquenta centavos por colocar.”

(217) Bruna: “é, só que eu ainda não terminei.”

(218) Docente: “tá! Quando você terminar então você me chama que você me explica de novo. E você *Boyy de mais*, o que você pensou?”

(219) *Boyy de mais*: “eu não coloquei os centavos, eu coloquei 870 dividido por 2 que 435, que é a metade.”

(220) Docente: “tá, mas aí esse 435 é a metade de quê?”

(221) *Boyy de mais*: “do 870.”

(222) Docente: “tá, e esse 870 é o quê?”

(223) *Boyy de mais*: “é o dinheiro que é do tratamento do dente.”

(224) Docente: “e qual vai ser a resposta então? Como é que vai ficar a resposta?”

(225) *Boyy de mais*: “a resposta é o irmão dele ofereceu ele 435 reais.”

(226) Docente: “beleza!”

(227) Bruna: “agora consegui! Agora fez um pouco de lógica.”

(228) Bruna: “é... porque aqui foi a mesma coisa aqui, só em vez do 3 aqui foi o 4 e aqui os dois zero.” (Ela me mostrou na folha).

(229) Docente: “você pegou 870 reais e dividiu por 2 e achou 440.”

(230) Bruna: “é, o Rodrigo ajudou o irmão dele com 440 reais pra pagar o tratamento.”

(231) Docente: “hum, tá! Ok! E aí *Boyy de mais*?”

(232) *Boyy de mais*: “consegui! É, eu coloquei 870 dividido por 2, que é 435. Aí a resposta é o irmão dele emprestou a ele 435 reais.”

(233) Docente: “ok *Boyy de mais*!”

(234) Bruna: “professora, eu fiz igual ao *Boyy de mais*. Agora eu entendi.”

(235) Bruna: “mesma coisa que o *Boyy de mais*. É porque aqui eu tinha feito uma confusão por causa que pra dividir por 2 tinha que ser a metade e aqui o Fernando tava com 430 e o Rodrigo tinha emprestado 440. Aí que eu fiz igual o Bernardo, 870 dividido por 2 é igual a 435.”

(236) Docente: “tá, mas você colocou um X vermelho aqui e colocou um ‘vizinho’ verde.”

(237) Bruna: “é!”

(238) Docente: “o X vermelho aqui significa que está errado?”

(239) Bruna: “é!”

(240) Docente: “então vamos me explicar de novo. Você colocou aqui ó... você colocou 870 dividido por 2 dá 440.”

(241) Bruna: “porque senão ia dá 480... 880.”

(242) Docente: “tá, espera aí, me explica de novo aqui ó... o irmão de Fernando, Rodrigo, emprestou 440 e o Fernando tinha antes 430. Então de onde que você tirou esse aqui ó... que o irmão de Fernando, Rodrigo, emprestou 440 e o Fernando antes tinha 430? Essa resposta aqui você acha que está errada?”

(243) Bruna: “uhum!”

(244) Docente: “tá! Por que você acha que está errada?”

(245) Bruna: “porque senão ia ter que ser os dois teria que tá com 440 e $440 + 440$ é 480.”

(246) Docente: “ah tá! Tinha que estar igual, metade para cada um. É isso?”

(247) Bruna: “unhum!”

(248) Docente: “tá! E aí aqui você fez 870 dividido por 2 que deu 435, igual o *Boyy de mais* fez. Então o irmão dele emprestou a ele 435 reais. É isso?”

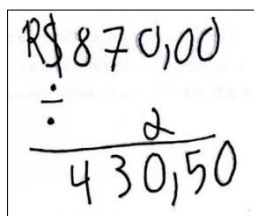
(249) Bruna: “uhum!”

Num primeiro momento, os estudantes acreditavam que havia algo de “errado” com o problema. Eles estavam buscando no enunciado do problema informações explícitas que os levassem a escolha do algoritmo a ser utilizado para solucionar o problema.

A dupla *Boyy de mais* e Bruna utilizou o algoritmo como estratégia de resolução, porém, a princípio, os estudantes não estavam de acordo com o modo de resolução que utilizaram. Para a estudante Bruna, o número 7 não pode ser dividido por 2 pelo fato de ser ímpar. Quando os estudantes estão aprendendo sobre números pares e ímpares, geralmente o conteúdo é introduzido com exemplos de objetos que utilizamos aos pares, como por exemplo sapatos, brincos, luvas, etc. Acreditamos que a estudante tentou agrupar o número 7 de 2 em 2 e, como fica sobrando 1, ela disse que não tem como dividir 7 por 2 porque “um lado” ficaria com mais que o outro e para ser par tem que dividir por 2 e ficar a mesma quantidade para cada “lado”. A estudante, ainda coloca os R\$0,50 para tentar justificar sua estratégia, mas ainda não está convencida de que esse seja o melhor caminho a ser seguido para chegar à solução do problema. Já o estudante *Boyy de mais* não utiliza os R\$0,50, mas também divide R\$870,00 por dois por

acreditar que Fernando e Rodrigo deveriam ficar com a mesma quantidade de dinheiro, ou seja, metade para cada um.

Passado algum tempo, a estudante Bruna percebe que ao fazer a resolução de uma forma diferente faz mais um pouco de sentido e alega que “agora sim fez um pouco de lógica”, se referindo à comparação com a primeira estratégia utilizada por ela em que faz uso dos centavos apenas aleatoriamente. Aqui a estudante ainda acredita que Fernando e Rodrigo têm que ter a mesma quantia. Assim como o estudante *Boyy de mais*, ela divide R\$870,00 por 2, mas encontra R\$440,00, resultado diferente do encontrado por sua dupla *Boyy de mais*.



$$\begin{array}{r} \text{R\$} 870,00 \\ \div 2 \\ \hline 430,50 \end{array}$$

Imagem 19: Registro da 1ª estratégia utilizada pela estudante Bruna.
Fonte: Acervo da autora.

A terceira estratégia apresentada pela estudante Bruna é a mesma estratégia utilizada pelo estudante *Boyy de mais*, sua dupla. Esses estudantes se identificam muito e trocam bastante informações no decorrer das resoluções dos problemas, o que nos permite ver claramente o que se configura os cenários para investigação. Essa troca de experiência nas estratégias desenvolvidas pela dupla, seu diálogo e o respeito que um demonstra pelo outro nos faz perceber que os estudantes realmente estão se envolvendo nos cenários para investigação propostos em sala de aula. Eles conversam e discutem com propriedade suas estratégias e justificam suas escolhas. Percebemos aqui que os dois estudantes acreditam que tanto Fernando quanto Rodrigo precisam ter a mesma quantia porque o montante foi dividido entre duas pessoas. Como a estudante Bruna ainda não estava “segura” com relação às estratégias utilizadas por ela, após interagir com sua dupla, ela acabou por decidir utilizar a mesma estratégia que *Boyy de mais*.

Apesar da dupla encontrar-se imersa no ambiente de aprendizagem e fazer uso do diálogo para produção do conhecimento, os estudantes *Boyy de mais* e Bruna não conseguiram perceber que existe mais de uma forma de resolver o referido problema e que não existe somente uma resposta correta para ele. Para que isso ocorra, é necessário fazer uma problematização sobre o assunto.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes Cristiano e Laura Lima.

$$\begin{array}{r} 435 \\ +435 \\ \hline 870,00 \end{array}$$

Rodrigo emprestar 435 reais para Fernando

Imagem 20: Registro do estudante Cristiano.
Fonte: acervo da autora.

$$\begin{array}{r} 435 \\ +435 \\ \hline 870 \end{array}$$

Imagem 21: Registro da estudante Laura Lima.
Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

[...]

(250) Cristiano: “a gente tava resolvendo ainda, só que a gente fez assim: a metade de 870 é 435, aí pra eu ter certeza disso eu fiz $435 + 435$ que deu 870, e por enquanto é isso!”

(251) Docente: “ok, mas e aí, o que significa isso?”

(252) Cristiano: “870 deve ser o valor do tratamento.”

(253) Docente: “ah,tá! Então 870...”

(254) Cristiano: “porque juntos eles têm 870.”

(255) Docente: “hum... então você tá procurando o valor do tratamento? É isso?”

(256) Cristiano: “isso, é que é 870 que eu acho.”

(257) Cristiano: “agora eu consegui responder. Eu né! É... $435 + 435$ deu 870, que pra mim deu... é o valor do tratamento. Aí, pra mim, quando eu fiz o cálculo aqui e achei que Rodrigo emprestou 435 reais para o Fernando.”

(258) Laura Lima: “ô professora, eu não acho por causa que...”

(259) Docente: “você não acha o quê?”

(260) Laura Lima: é por causa que Fernando, ele não mostrou quantos que ele tem.”

(261) Docente: “ah, você acha que não dá pra saber por que Fernando não mostrou quanto que ele tem. É isso?”

(262) Laura Lima: “é, e também não mostra o tanto que eles têm que usar pra pagar o tratamento.”

A dupla Cristiano e Laura Lima também utilizou o algoritmo como estratégia de resolução, porém a estudante Laura Lima não concordou com a estratégia de Cristiano. Assim como a dupla anterior, o estudante Cristiano acredita que Fernando e Rodrigo deveriam ter a mesma quantia e para isso foi necessário dividir R\$870,00 por 2, assim cada um deles ficaria com R\$435,00. Para Cristiano, R\$870,00 deve ser o valor do tratamento porque $435 + 435 =$

870. Já a estudante Laura Lima acha que não tem como resolver porque não fala quanto dinheiro Fernando tem e não mostra quanto Fernando e Rodrigo deveriam usar para pagar o tratamento.

A princípio, os estudantes achavam que havia algo de “errado” no problema por não encontrar informações explícitas no texto que levassem à resolução do problema. Nesse primeiro contato com o problema, percebemos que os estudantes não fizeram a leitura mais criteriosa do texto conforme Stancanelli (2001) nos apresenta como um dos pré-requisitos para resolução desse tipo de problema matemático não convencional.

Cristiano se mostrou muito determinado a encontrar a solução do problema por meio do algoritmo, estratégia utilizada pela maioria dos estudantes na resolução dos três problemas apresentados, até então, no trabalho de campo. Laura Lima já acredita que não tem como resolver o problema porque faltam dados, o valor do tratamento não está especificado no enunciado do problema. Apesar de expressar um pensamento diferente do apresentado por Cristiano, sua dupla, Laura, também busca no texto do problema informações explícitas que levem à resolução por meio do algoritmo. Essa dupla também não percebeu que existem outras formas de resolução e que não há apenas uma resposta correta para o problema. Apesar de a dupla apresentar uma discordância na resolução do problema, percebemos claramente em sua interação sua imersão no que se configura os cenários para investigação.

Os estudantes estavam apresentando muita dificuldade na resolução do problema e me disseram que não tinha como resolver. Essa dificuldade, que também pode ser entendida como estranhamento, apresentada pelos estudantes, se deu pelo fato de esse ter sido seu o primeiro contato com uma atividade diferente e por isso eles não conseguiram perceber que se tratava de uma atividade com diferentes regras das conhecidas por eles em seu repertório de conhecimento matemático.

Após ouvir suas opiniões a respeito do referido problema, combinei com eles que eu iria passar de mesa em mesa para que eles me explicassem por que não teria jeito de resolver o problema. A seguir serão apresentados os diálogos apresentados pelos estudantes.

(263) *Luffy Nika*: “você precisa saber no mínimo quanto Fernando tinha, mesmo que seja um enigma, por causa que aqui já tem a quantidade que é o tratamento, porque os dois juntos... o Rodrigo já completou o que faltava. Isso quer dizer que esse daqui é o preço do tratamento, mas não mostra quanto que o Rodrigo emprestou nem tem como saber isso aqui.”

(264) Docente: “então não tem como resolver?” (*Luffy Nika* acena que não com a cabeça).

(265) *Luffy Nika*: “por causa que aqui não diz quanto que o Fernando tinha e o Rodrigo completou essa quantia para poder pagar o tratamento. O tratamento é R\$ 870,00, mas aqui não dá pra saber quanto que o Fernando tinha e quanto que o Rodrigo emprestou porque não tem nada, nenhum número além da quantia que é o tratamento.”

[...]

A maioria dos estudantes disseram que não tem como resolver o problema porque não tem todas as informações necessárias

(266) Bernardo Almeida: “olha aqui, olha aqui *Alici*. Então seu irmão Rodrigo se ofereceu para emprestar a ele a quantia que falta para o tratamento. Juntos, Fernando e Rodrigo têm 870. Quanto dinheiro Rodrigo emprestou para Fernando? Fala sim só que eu não sei... eu não faço ideia.”

(267) Docente: “fala, mas você não sabe fazer? Você acha que tem como fazer, mas não sabe como.”

(268) Bernardo Almeida: “as vezes que eu tentei eu não consegui, aí o que eu percebi que tava errado.”

(269) Docente: “ah, você acha que o problema está errado?”

(270) Bernardo Almeida: “Não! Porque não dá pra fazer mesmo.”

(271) Docente: “porque não dá pra fazer.”

(272) Bernardo Almeida: “é!”

(273) Docente: “ok! Mas não dá pra fazer por quê?”

(274) Bernardo Almeida: “porque eu já tentei quase de todas as possibilidades e não tô conseguindo.”

(275) Docente: “tá, e você acha que não tem como fazer *Alici*...”

(276) *Alici*: “porque... ó... juntos ele dois têm 870 reais e aqui é o 7, aí não tem como somar o 7 dividir por 2, senão um vai ficar com mais e o outro vai ficar com menos. E aí eu achei que se eu somasse e um ficasse com mais e o outro ficasse com menos ia tá errado.”

As falas dos estudantes sobre o motivo de não ser possível resolver o problema comungam, pois eles acham que para ser possível a resolução, deveria estar escrito no enunciado do problema o valor que Fernando possuía para que assim pudessem descobrir quanto Rodrigo emprestou a ele. Para *Luffy*, por exemplo, mesmo que o problema seja um enigma, essas informações deveriam estar no enunciado. Todos procuram informações explícitas no texto do problema que indiquem qual algoritmo utilizar para se chegar ao resultado.

A dupla formada pelos estudantes Bernardo Almeida e *Alici* também acha que não tem como resolver, porém, discordam do motivo. Para *Alici*, não é possível a resolução, pois ao dividir 870 por 2, um ficaria com uma quantia maior que o outro porque não tem como dividir 7 por 2. A estudante apresenta o mesmo raciocínio apresentado pela estudante Bruna anteriormente. Já o estudante Bernardo Almeida acredita que não tem como resolver porquê de todas as estratégias que ele utilizou, nenhuma “deu certo”, ou seja, nenhuma o levou a encontrar uma resposta que ele considerasse correta. O estudante Vitor foi o único que sinalizou ter conseguido solucionar o problema.

A seguir será apresentado o registro do estudante Vitor.

The image shows two hand-drawn boxes. The left box is labeled 'OP' (Operação) and contains a handwritten addition:
$$\begin{array}{r} 435 \\ + 435 \\ \hline 870 \end{array}$$
. The right box is labeled 'RSP' (Resposta) and contains the handwritten text: "O irmão de Fernando emprestou 435 reais."

Imagem 22: Registro do estudante Vitor. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com o estudante durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(277) Vitor: “eu dividi o 870, que deu 435, que aí eu fiz o... é...”

(278) Docente: “e o quê? Você pôs $435 + 435$ e achou 870 porque você dividiu 870 por 2. Então o irmão do Fernando emprestou pra ele 435 reais?”

(279) Vitor: “aham!”

(280) Docente: “ok!”

O estudante Vitor disse que conseguiu resolver o problema, porém apresentou a mesma estratégia utilizada anteriormente. Utilizou o algoritmo e para esse estudante, Fernando e Rodrigo teriam que ter a mesma quantia, então ele dividiu R\$870,00 por dois e encontrou o resultado R\$435,00 para cada um.

Para a resolução desse problema, alguns estudantes fizeram uso do algoritmo como estratégia de resolução e alguns disseram que não tinha como resolver ou não sabiam como resolver. Apesar de o problema do Fernando também ser um problema matemático não convencional com mais de uma solução e seu texto trazer informações referentes aos dois personagens, ele apresenta somente a quantidade de dinheiro que Fernando e Rodrigo têm

juntos. Por esse motivo, os estudantes estavam relatando dificuldades com relação ao problema. No problema anterior, o problema do Cérbero, os estudantes não apresentaram dificuldade na resolução. Com as informações constantes no problema eles conseguiram utilizar o algoritmo como estratégia e chegaram à resolução do problema com certa tranquilidade.

Após a explicação do estudante Vitor, o estudante *Luffy Nika* pede para que, após recolher as folhas com os registros e diga para eles se o problema tem ou não resposta. Segue o diálogo que surgiu com os estudantes após tal pedido.

(281) *Luffy Nika*: “quando você recolher as provas você podia falar se tinha ou não resposta.”

(282) Cristiano: “primeiramente tem como ter resposta porque você não ia colocar... fazer uma pergunta errada pra gente responder.”

(283) Docente: “ah, Cristiano... primeiramente tem que ter uma resposta porque eu não ia colocar uma pergunta errada pra vocês fazerem.”

(284) *Boyy de mais*: “isso!”

(285) *Luffy Nika*: “você pode ter colocado um enigma pra ver se a gente ia descobrir se tinha ou não resposta.”

Após as afirmações dos estudantes, perguntei ao restante da turma quem achava que o problema se tratava de um enigma e a maioria da turma levantou a mão. O estudante Bernardo Almeida se referiu à nota de rodapé que consta na folha do problema do Cérbero como sendo um enigma, então expliquei para os estudantes o significado da nota de rodapé e o motivo de ter utilizado.

(286) *Boyy de mais*: “*professora, até agora você não falou se tem resposta ou não.*”

[...]

(287) Docente: “tem várias soluções possíveis tá gente, porque olha só: Fernando está sentindo dor de dente faz dias e decide procurar um dentista, mas seu dinheiro não é suficiente para pagar o tratamento. Então, seu irmão Rodrigo se ofereceu para emprestar a ele a quantia que faltava para pagar o tratamento. Juntos, Fernando e Rodrigo têm R\$870,00. Quanto dinheiro Rodrigo emprestou para Fernando? Aí gente, é o seguinte: olha... soluções possíveis... deixa eu colocar aqui para vocês” (escrevo no quadro as soluções possíveis). Vou fazer aqui para vocês por meio de uma tabela. Nós já estudamos tabela né! Então aqui ó... vou colocar aqui o Fernando tá?! Nessa parte aqui da coluna, o Rodrigo aqui nessa outra coluna e o total (que seria o total de dinheiro) ok? Tranquilo pra todo mundo?”

Nesse momento os estudantes respondem que sim e no quadro.

FERNANDO	RODRIGO	TOTAL

Tabela 6: Exemplo de resolução do Problema do Fernando (problema 3). Fonte: Acervo da autora.

(288) Docente: “bom, o Fernando, a gente não sabe quanto de dinheiro que o Fernando tem né?! Não sabe! Pode ser que o Fernando não tenha nem um real?”

(289) *Boyy de mais*: “sim! Pode ser que ele tenha um centavo.”

[...]

(290) *Rimuru Tempest*: “pode ser que ele não tenha dinheiro.”

(291) Cristiano: “pode ser que ele também tenha dinheiro.”

(292) Docente: “então vamos supor que o Fernando não tenha nenhum real. Se juntos o Fernando e o Rodrigo têm R\$870, quanto que o Rodrigo emprestou para ele?”

(293) Estudantes: “R\$870,00.” (A maioria respondeu ao mesmo tempo).

(294) Docente: “então o total aqui ó, R\$870,00, beleza? (Preenchi a tabela que eu havia desenhado no quadro com as informações que acabei de discutir com os estudantes). Vamos supor que o Fernando tenha dinheiro. Beleza, o Fernando tem dinheiro. Fernando tem R\$500,00. Quanto... Rodrigo então teria que emprestar para ele R\$370,00. Aí ele teria R\$870,00.” (Quando falo que iremos supor que Fernando tem R\$500,00 alguns estudantes já começam a responder quanto seu irmão Rodrigo iria lhe emprestar para que os dois tivessem juntos R\$870,00).

(295) Docente: “vamos supor que o Fernando tenha R\$150,00. O Rodrigo, vamos fazer aqui olha (e faço a conta no quadro, ao lado da tabela) $870 - 150$ ok?! Zero menos zero é zero. Sete menos cinco?” (Os estudantes respondem 2), “oito menos um?” (Os estudantes respondem 7). “Então quanto que o Fernando emprestou?”

(296) Estudantes: “720.”

(297) Docente: “e aqui gente... olha o total... R\$870,00. Tem outras formas de fazer?”

(298) Estudantes: “sim, muitas!”

(299) Docente: “tá vendo que tem jeito? Tem muitas formas. O Fernando pode não ter nada, ele pode ter R\$0,50, ele pode ter R\$1,00, ele pode ter R\$869,99 e aí o Rodrigo emprestar pra ele só R\$0,01.”

(300) *Minicat*: “o exemplo que você deu é tipo assim, você fez a conta, mas às vezes é... na minha opinião seria ter menos da meta que tá ali, que é 870.”

(301) Docente: “tem que ter menos o quê?”

(302) *Minicat*: “menos de 870 porque assim dá pra fazer a conta mais fácil.”

(303) Docente: “tá, mas a questão Minicat não é fazer a conta mais fácil. A questão é mostrar para vocês que a gente tem como fazer isso aqui de diferentes formas tá! E existem vários tipos de problemas. Esse tipo de problema aqui é um problema com mais de uma solução. Agora eu vou mostrar... oi *Ninato*.” (O estudante *Ninato* havia levantado a mão).

(304) *Ninato*: “então já sei o que a gente podia colocar. A gente podia colocar assim: ele pode emprestar a ela R\$ 0,01 a R\$ 870,00.”

(305) Docente: “pode, depende de quanto dinheiro que Fernando tinha né?!”

(306) *Rimutu tempest*: “professora, eu não entendi por que eu achava que só tinha uma resposta, que só podia só uma.”

(307) Docente: “não, pode mais de uma.”

Nesse momento, o estudante Cristiano levanta a mão e diz que não tem somente uma resposta.

(308) Bernardo Almeida: “pelos meus cálculos tem 870 formas de fazer.”

Após essa discussão, os estudantes deram contribuições acerca de quantas possibilidades de respostas seriam possíveis. Foi uma discussão bem produtiva e os estudantes começaram a perceber que se trata de uma atividade diferente das conhecidas por eles em seu repertório de conhecimento matemático e que existem regras diferentes para solução de problemas diferentes. Ainda faltavam 10 minutos para o término da aula, então fizemos a discussão do problema do Cérbero e mostrei a eles as soluções apresentadas por Stancanelli (2001). Para a resolução de ambos os problemas, utilizei o livro “Ler, Escrever e Resolver Problemas”, sendo que no primeiro problema, utilizei somente a ideia da tabela e no segundo problema descrevi na íntegra os exemplos de resolução apresentados no livro.

(309) Docente: “a gente pode fazer com desenho né.” (Fiz o desenho do Cérbero no quadro e expliquei como fazer conforme estava no livro). “Isso aqui é mais ou menos parecido com o que vocês fizeram ô. Pega 4 dessa cabeça, mais 4 dessa cabeça e aí deu?...”

(310) Estudantes: “oito!” (Enquanto eu explicava que pegava 4 de uma cabeça, o estudante Gabriel Amaral disse: “— 4 X 3 dá 12!—”).

(311) Docente: “oito. Então quantos comprimidos que tinham?”

(312) Estudantes: “oito!”

(313) Docente: “oito, porque uma cabeça ficou sem remédio. Essa é uma forma né?! Lembrando que quando a gente começou a resolver problemas é... a gente começou por meio

de desenho?” (Aqui me refiro a quando comecei a explicar a resolver problemas no início do ano letivo).

(314) Estudantes: “sim!”

(315) Docente: “por meio de desenho a gente também resolve problema tá! A gente também pode fazer através do algoritmo, que é o que vocês fizeram. O algoritmo é a conta tá!”

(316) Cristiano: “professora, eu fiz o 4×3 que deu 12 e aí eu fiz o $12 - 4$.”

(317) Docente: “sim! O que que a maioria fez, olha: quatro comprimidos para cada cabeça, $4 + 4 + 4$ que dá 12. Doze menos quatro comprimidos porque uma cabeça não tomou nenhum... oito. Então a resposta seria 8 comprimidos. Nós também temos, olha, outra forma aqui ó... de desenho junto com o algoritmo ó... uma, duas, três cabeças. Essa cabeça ficou com quatro, essa cabeça ficou com quatro e essa cabeça aqui não tomou nenhuma. Então duas vezes quatro é igual a oito. Então tinha, 8 comprimidos.”

(318) Docente: “Agora nós temos aqui uma outra forma... uma outra forma... que é a forma de texto. Isso tudo aqui gente, depois eu vou mostrar para vocês o livro que eu tirei esse probleminha aqui tá! Aliás, tem uma tabelinha. Vamos fazer outra tabelinha aqui olha: (e desenho a tabela no quadro). Então a gente tem aqui ô, a cabeça 1, a gente tem a cabeça 2 e a gente tem a cabeça 3.”

CABEÇA 1	0000
CABEÇA 2	0000
CABEÇA 3	

Tabela 7: Exemplo de resolução do problema do Cérbero (problema 2). Fonte: Stancanlli (2001).

(319) Docente: “A cabeça 1 tomou um, dois, três, quatro. A cabeça 2 também tomou 4, a cabeça 3 não tomou nenhum. E aí gente, tem uma outra forma... até agora todas as respostas que eu mostrei pra vocês aqui tinham 8 comprimidos no frasco.””

(320) Diana: “tem um outro tipo de resposta também!”

(321) Docente: “‘pra’ qual problema, o do Cérbero ou o do...?”

(322) Diana: “do Cérbero! É só colocar 12 vezes o 3... não, 12 dividido por 3 que aí vai dar 4 parcelas em cada, menos uma parcela que vai dar igual a 8 unidades.”

(323) Docente: “ok, muito bem! Olha essa outra aqui gente, que legal ó. Nessa aqui ó (e desenho a tabela no quadro e vou preenchendo as informações de acordo com as discussões que faço com os estudantes). Então gente ô, a mesma coisa na tabela ô. A cabeça 1, a cabeça 2, a cabeça 3 e aqui a resposta.”

CABEÇA 1			
CABEÇA 2			

CABEÇA 3			
CABEÇA 4			
RESPOSTA			

Tabela 8: Segundo exemplo de resolução do problema do Cérbero (problema 2). Fonte: Stancanelli (2001).

(324) Docente: “Vamos supor que a cabeça 1 tomou um, dois, três, quatro comprimidos, que é o que vocês fizeram. A cabeça 2 tomou um, dois, três, quatro comprimidos. A cabeça 3 não tomou nenhuma. Então se a cabeça 1 tomou quatro e a cabeça 2 tomou quatro, então a resposta são doze comprimidos. Até aí ok?”

(325) Estudantes: “aham!”

(326) Docente: “ótimo! Olha só, a cabeça 1 tomou um, dois, três, quatro. A cabeça 2 tomou um, dois, três, quatro. Aí a cabeça 3 não tinha o total de comprimidos que precisava, porque para todas as cabeças tomarem o comprimido e parar de doer tinha que ter doze né! Só que aí só tinha mais um comprimido. A cabeça 3 tomou um comprimido. Quantos comprimidos que tinha no frasco?”

Alguns estudantes responderam 8 e outros responderam 9.

(327) Docente: “quatro mais quatro, oito, com mais um, nove comprimidos.”

(328) Um dos estudantes: “nove?”

(329) Docente: “é uai!”

(330) Docente: “nove! A cabeça 1 tomou quatro, a cabeça 2 tomou 4 e a cabeça 3 tomou só um. Não tinha comprimido suficiente pra ela, ela podia tomar só um?”

Um estudante fala que sim e os demais falam que não.

(331) Docente: “não? Por que não?”

(332) Alguns estudantes: “ela pode, só que não ia diminuir a dor.”

(333) Docente: “tá! Quem acha que não levanta a mão pra mim.”

A estudante Diana levanta a mão.

(334) Docente: “por que você acha que ela não pode tomar um comprimido só?”

(335) Diana: “porque senão a cabeça dela vai continuar doendo.”

(336) Docente: “a cabeça dela vai continuar doendo, ok! Mas, se no frasco não tinha comprimido suficiente para as 3 cabeças podia ter só um comprimido sobrando?”

(337) Lara: “não.”

(338) Docente: “não? Por que não? Por causa disso, por que a cabeça dela ia continuar doendo Lara?”

(339) Lara: “sim!”

[...]

(340) Docente: “Agora vamos supor gente, olha, a cabeça 1 tomou um, dois, três, quatro. A 2 um, dois, três, quatro. E a cabeça 3 tomou dois. Quantos comprimidos que tinham no frasco?”

(341) Estudantes: “dez!”

(342) Docente: “é possível?”

(343) Estudantes: “sim!”

[...]

(344) Docente: “agora olha, a cabeça 1 tomou um, dois, três, quatro. A 2 um, dois, três, quatro. E a 3 tomou um, dois, três. Quantos comprimidos que tinha no frasco?”

(345) Estudantes: “onze!”

(346) Docente: “é possível?”

(347) Estudantes: “sim!”

(348) Cristiano: “então dá pra ter mil comprimidos no frasco.”

(349) Docente: “mil?”

(350) Cristiano: “é uai!”

(351) Uma estudante: “não Cristiano!”

(352) Cristiano: “então é mil uai! Se passou ‘pra’ 9, aí passou ‘pra’ 10, aí passou pra 11...”

(353) Docente: “é, mas aí você tem que prestar atenção no problema né. Tem que prestar atenção no que está escrito no problema. Porque no problema tá escrito olha: (e leio o problema). Se tivesse mil comprimidos ia dar para as três cabeças tomar o remédio uai.”

(354) *Boyy de mais*: “e ainda ia sobrar vários e vários e vários.”

(355) Estudantes: “e ainda ia sobrar.”

(356) Docente: “e aí gente, essa aqui do texto eu vou só ler pra vocês porque não vai dar tempo de escrever porque vocês têm que ir pro recreio tá!”

(357) Bernardo Almeida: “o máximo que pode é 12!”

(358) Cristiano: “verdade!”

(359) Docente: “aí gente, olha a forma de texto. Essa aqui foi uma criança do 2º ano que fez:”

“Cada uma das cabeças toma 4 comprimidos quando está com dor, precisamos de 12 comprimidos. Só, que ficou faltando comprimidos para uma cabeça, no frasco tinha apenas 8 comprimidos” (Stancanelli, 2001, p.106).

(360) Docente: “a mesma coisa que vocês fizeram, porém, em forma de texto. E aí galera, o que vocês acharam?”

(361) Estudantes: “legal, muito bom!” (Alguns estudantes começaram a bater palmas).

(362) Docente: “chique demais né! Muito top! E o que vocês estão achando das aulas de Matemática?”

(363) Estudantes: “legal!!! Ótimo!!!”

Um dos estudantes que não está participando da pesquisa: “– melhor coisa que já vi na minha vida!”

Após essa discussão com os estudantes, perguntei a eles se alguém já havia visto algum tipo de problema matemático diferente, não convencional, e dois estudantes responderam que sim. Um não se lembrava em qual local tinha visto e o outro disse que viu em um *site*. Então pedi a eles que trouxessem o problema na aula seguinte, mas eles não o trouxeram.

Os estudantes, até então, acreditavam que o problema teria sim resposta, pois a docente não iria apresentar um problema com uma pergunta errada, ou seja, que não teria resposta, como afirmam os estudantes Cristiano e *Boyy de mais*. Já *Luffi* acha que poderia ser um enigma para que eles descobrissem a resposta. A maioria dos estudantes achavam que o problema se tratava de um enigma. O enigma traz uma motivação maior para os estudantes: eles se sentem instigados a investigar para encontrar a resposta.

Quando informei aos estudantes que o problema tem resposta todos eles comemoraram e ficaram ansiosos para saber qual era a resposta e qual seria o caminho a ser percorrido para descobri-la. Após eu começar a explicar a resposta por meio da tabela, os estudantes começaram a compreender que Fernando poderia ter variadas quantias e que seu irmão, Rodrigo, poderia ter emprestado a ele variadas quantias a depender de quanto dinheiro Fernando tinha. A partir dessa discussão, os estudantes compreenderam que podemos utilizar estratégias variadas para solucionar um problema e que pode sim haver mais de uma resposta correta.

Quanto ao problema do Cérbero, todos os estudantes estavam de acordo que havia 8 comprimidos no frasco de remédio, mas foi por meio da resolução, utilizando a tabela como estratégia que eles conseguiram visualizar e compreender com clareza essas possibilidades. Os estudantes estão começando a perceber que há outros caminhos a serem percorridos além do algoritmo, porém ainda alguns estudantes estão centrados no algoritmo. Ao final dessa discussão com os estudantes, percebi que agora eles começam a perceber que estamos trabalhando problemas matemáticos diferentes dos convencionais e que existem outras regras matemáticas além das que eles já conhecem.

Os registros apresentados a seguir são de alguns estudantes que no início da aula disseram que não tinha como solucionar o problema do Fernando.

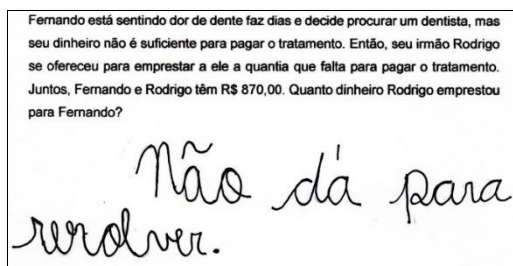


Imagem 23: Registro do estudante Rimuru Tempest. Fonte: Acervo da autora.

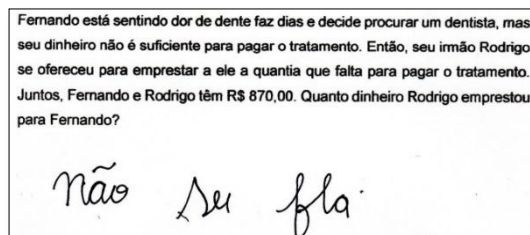


Imagem 24: Registro da estudante Milena Fonte: Acervo da autora.

Para a resolução dos problemas matemáticos não convencionais com mais de uma solução, os estudantes se envolveram em um processo investigativo de resolução e utilizaram como estratégia para resolução o algoritmo. Apesar de terem demonstrado interesse nos problemas, os estudantes só conseguiram perceber uma forma de solucionar os problemas. Isso se deu pelo fato de eles terem utilizado seu repertório de conhecimento matemático e esse ter sido seu primeiro contato com um problema matemático não convencional sem solução. Somente após termos discutido a resolução dos dois problemas, é que os estudantes perceberam que existe esse tipo de problema e que eles apresentam mais de uma solução e todas elas estão corretas.

4.3 – Terceira aula

Nossa terceira aula para continuidade do desenvolvimento do trabalho de campo ocorreu no dia 11/09/2023. Iniciei a aula explicando aos estudantes que daríamos continuidade ao nosso trabalho de pesquisa com os problemas matemáticos não convencionais. Como já estávamos na 3ª aula do trabalho de campo, os estudantes já estavam se organizando e assentando-se ao lado de suas respectivas duplas. Mesmo eles já estando cientes do combinado de discutirem com suas duplas as estratégias a serem utilizadas para a resolução dos problemas matemáticos, reforcei com eles nosso combinado. Nessa aula foram propostos aos estudantes dois problemas matemáticos não convencionais sem solução e ao final da aula fizemos a discussão sobre a resolução desses dois problemas matemáticos.

4.3.1 – É uma pegadinha?

O quarto problema que trabalhamos foi o problema matemático não convencional sem solução abaixo.

Para realizar seu tratamento dentário Fernando irá ao dentista três vezes por semana e cada consulta tem duração média de 2 horas. Quanto tempo irá durar o tratamento?

Figura 11: Problema Tratamento Dentário do Fernando (problema 4). Fonte: Acervo da aurora.

Optamos pela escolha desse problema por acreditar que chamaria a atenção dos estudantes e para mostrar a eles a existência de problemas matemáticos sem solução. Como o estudante Cristiano havia afirmado na aula anterior que a professora não levaria para a sala de aula um problema errado, sem resposta, decidimos apresentar aos estudantes esse tipo de problema matemático não convencional na terceira aula do desenvolvimento do trabalho de campo.

Nossa expectativa, ao propor esse problema, era que os estudantes percebessem que não há como encontrar a solução por falta de dados. No caso desse problema, ele não tem como ser resolvido devido à ausência da informação da duração do tratamento.

Consideramos esse problema como um problema matemático não convencional sem solução, pois ele apresenta as características apresentadas por Stancanelli (2001) na definição de problema matemático não convencional sem solução. O referido problema apresenta informações sobre o tratamento dentário de Fernando, porém essas informações não são suficientes para que se consiga chegar à solução do problema. Ao trabalharmos esse tipo de problema, buscamos romper com a crença de que todos os dados apresentados no problema devem ser utilizados para sua solução. Além disso, cria-se possibilidades para os estudantes desenvolverem o pensamento crítico, onde ele aprende a duvidar.

Ao propormos tal problema, esperávamos que os estudantes se envolvessem em um processo investigativo para resolução, o que de fato aconteceu. Esperávamos também que percebessem que não teria como resolvê-lo pelo fato de não ter informações suficientes para a solução, mas nenhum estudante conseguiu perceber que o problema está sem solução.

Para a resolução desse problema, os estudantes que foram à aula nesse dia utilizaram o algoritmo como estratégia de resolução.

Apresentaremos as respostas registradas pelos estudantes.

RESPOSTAS DO PROBLEMA TRATAMENTO DENTÁRIO DO FERNANDO	
Bruna – 4 horas	Boyy de mais – 4 horas

Carol Luna – Não foi à aula	Diana – 6 horas
<i>Ninato</i> – 2 horas	Josiane – 2 horas
Cristiano – 2 horas	Laura Lima – 2 horas
Daniel – 6 horas	Lara – 6 horas
<i>Tralfagar. Water.D.Law</i> – 6 horas	Milena – 6 horas
Vitor – 6 horas	Gabriele – 6 horas
Bernardo Almeida – 6 horas	<i>Alici</i> – 6 horas
<i>Luffy Nika</i> – 2 horas	<i>Itachi</i> – 2 horas
<i>Rimuru Tempest</i> – Não foi à aula	<i>Kally Ponce</i> – 6 horas
<i>Minicat</i> – 2 horas	Luara – 6 horas

Tabela 9: Respostas apresentadas pelas duplas no problema 4. Fonte: Acervo da autora.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes Cristiano e Laura Lima.

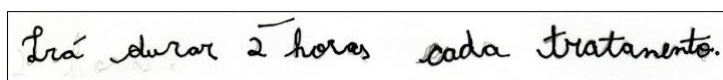


Imagem 25: Registro do estudante Cristiano. Fonte: Acervo da autora.

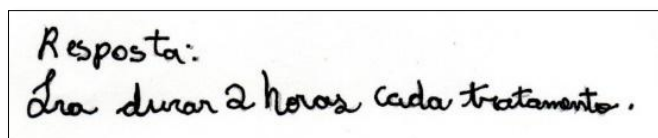


Imagem 26: Registro da estudante Laura Lima. Fonte: Acervo da autora

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(364) Cristiano: “professora, isso aqui é uma pegadinha?”

(365) Docente: “por quê?”

(366) Cristiano: “ó, para realizar seu tratamento dentário Fernando irá ao dentista três vezes por semana e cada consulta tem duração média de duas horas. Quanto tempo irá durar o tratamento? Duas horas!!! Só que tá muito fácil, pode ser uma pegadinha. Por que se não fosse uma pegadinha podia tá assim ó: quantos tratamentos... quantos tratamentos... quantas horas que vai dar os três tratamentos por semana? Três... seis horas!”

- Enquanto o Cristiano me explicava porque achava que era uma pegadinha, o *Tralfagar. Water.D.Law* e outros estudantes disseram que o problema estava muito fácil.

[...]

(367) Cristiano: “aí tá muito fácil, eu to achando que é pegadinha porque senão ia... é... tipo assim ó... quando o tempo que dura um tratamento é duas horas, só que eles não tão

perguntando quanto tempo vai durar três tratamentos na semana. Que se fosse três tratamentos na semana ia ser seis horas.”

(368) Docente: “tá, e aí? Mas o que você acha que é a resposta?”

(369) Cristiano: “ah, duas horas!”

[...]

(370) Docente: “você concorda com ele Laura Lima?”

(371) Laura Lima: “não! Ah professora, eu acho que tem que... que... não é isso por causa que é média... não é tipo EXATA duas horas, é tipo mais ou menos. Tipo assim... é ... média... tipo assim... não é ... tipo média, não é a mesma coisa.” (A estudante enfatiza a fala quando diz a palavra EXATA).

(372) Docente: “você não concorda com o Cristiano por que o quê?”

(373) Laura Lima: “por causa que é tipo... é média por causa... não é exata a duas horas. Não é exato, é tipo assim... não é igual. Não sei mais professora, eu acho que é isso. Eu acho que não é duas horas.”

(374) Docente: “você acha que não é duas horas porque se tá falando que ele gasta em média duas horas no tratamento pode ser que ele gaste mais, pode ser que ele gaste menos ou pode ser que ele gaste duas horas... e aí como é que você acha que resolve isso aí então?”

(375) Laura Lima: “eu vou ver aqui se quando eu terminar eu falo com você, tá bom?”

(376) Docente: “tá bom, aí você escreve aí pra mim, se você não conseguir chegar numa conta você pode escrever com um texto.”

(377) Laura Lima: “tá!”

Passado um tempo, eu volto à mesa da Laura Lima.

(378) Laura Lima: “aí eu pensei assim que... é... eu fui percebendo que eu tenho... é... eu acho que foi a mesma coisa que o Cristiano. Por causa que eu pensei assim... acho que é por causa que... é... aí a gente... esqueci o que eu ia falar. É tipo a mesma coisa que o Cristiano falou... que passou um tempo que agora que eu percebi que é a mesma coisa. Aí eu coloquei a mesma coisa.”

(379) Cristiano: “eu dei... eu falei a resposta pra ela, aí ela foi lá e escreveu a resposta.”

(380) Docente: “ah tá! Você só escreveu o que o Cristiano falou. É isso?”

(381) Laura Lima: “antes dele falar eu percebi, aí eu falei assim: – tá, eu concordo com você!”

- Enquanto a Laura Lima estava respondendo minha pergunta o Cristiano interrompe sua fala e diz que falou pra ela a resposta.

(382) Docente: “você estava discordando da questão lá da média da hora né?! Mas agora que você concordou com ele que tem que somar as duas mesmo? Mesmo sendo falado em média duas horas?”

(383) Laura Lima: “sim!”

A princípio, o estudante Cristiano achou que o problema fosse uma pegadinha porque, segundo ele, estava muito fácil. Percebemos aqui que o estudante acredita que a Matemática tem que ser difícil, uma crença que vem da matemática escolar, tradicional, bem como, uma ideia marcada pela sociedade. Para o estudante, para que o referido problema não fosse uma pegadinha a pergunta deveria ser diferente. Cristiano entendeu que o tratamento de Fernando iria durar duas horas e cada ida ao dentista corresponde a um tratamento. Como a pergunta do problema é “Quanto tempo irá durar o tratamento?”, o estudante respondeu duas horas por acreditar que o Fernando vai ao dentista apenas uma vez. Percebemos aqui, que o estudante não fez uma leitura mais criteriosa do problema antes de partir para sua resolução.

Ele fez uso do algoritmo e buscou informações explícitas no texto para que chegasse à conclusão de que essa seria a melhor estratégia de resolução. O estudante não conseguiu perceber que não teria como resolver o problema porque está faltando dados.

Já a estudante Laura Lima, a princípio, discorda de Cristiano. A estudante conseguiu perceber que quando se trata de média não tem como precisar com exatidão quanto tempo dura cada consulta. Ela discorda de Cristiano que o tratamento irá durar duas horas, mas não soube responder como faria para resolver essa questão. Nessa interação entre os estudantes da dupla, percebemos que eles estão imersos no que se configura os cenários de investigação. Passado um tempo, voltei à mesa da estudante, que num primeiro momento estava muito segura quanto a não concordar com a resposta de Cristiano, mas ela acabou concordando.

Percebemos que o estudante Cristiano acabou influenciando a estudante Laura Lima e ela acabou concordando e copiando sua resposta. A estudante também não percebeu que o problema não tem solução por falta de dados. Ambos os estudantes ainda estão convictos que para a resolução de um problema, a resposta deve ser única, numérica e os dados para se chegar a essa conclusão tem que vir explícitos no texto e todos eles devem ser utilizados.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes Bruna e *Boyy de mais*.

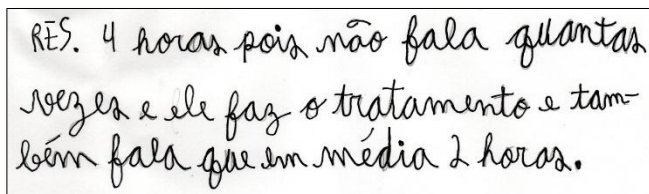


Imagem 27: Registro da estudante Bruna.
Fonte: Acervo da autora.

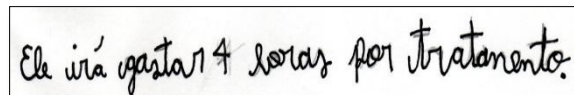


Imagem 28: Registro do estudante Boyy de mais.
Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(384) Bruna: “ó, aqui tá falando em média duas horas. Então vamos supor que... QUE FOI QUATRO NÉ! Porque a média é metade de quatro. Só que aí fala aqui ó: quanto tempo durar o tratamento, então não tá no plural. Então, ou seja, tem um... foi um tratamento só. Aí por isso que coloquei quatro horas.”

(385) Docente: “tá! Deixa eu ver se eu entendi então. Média, seria média... é... duas horas porque média seria a metade e dois é a metade de quatro. É isso?”

(386) Bruna: “é, mas aí que eu discuti ali com o *Boyy de mais*. Eu falei isso.”

(387) Docente: “tá, mas aí é o que você me explicou. Você acha então que essa média aí é porque é a metade, e como... tá número 2 a metade de 4 é 2, então você acha que o tratamento dele durou duas horas? É isso que eu não entendi direito. Explica pra mim de novo.”

(388) Bruna: “é, é isso! Mas aqui ó... é por causa do... do tratamento. Aí por isso que eu coloquei... é... é isso aí mesmo que tá escrito aí... não consigo te explicar não.”

(389) Docente: “quatro horas, pois não fala quantas vezes ele faz o tratamento e fala que em média é duas horas (aqui eu li o que estava escrito na folha da estudante). Então você acha que é quatro horas porque está falando só tratamento, não está falando que é mais de um tratamento. Então seria o tratamento é um dia só. É isso?”

- A estudante acena que sim com a cabeça.

(390) Docente: “tá, então o tratamento é um dia só. Se a média... seria a metade, se a média tá duas horas, então um tratamento seria quatro horas por causa disso.”

(391) Bruna: “é!”

O estudante *Boyy de mais* utilizou a mesma estratégia que sua dupla Bruna e os dois pensam da mesma maneira quanto à média. Assim como a estudante Laura Lima, os estudantes Bruna e *Boyy de mais* interpretaram média como metade. Como 2 é a metade de quatro e a consulta de Fernando dura em média duas horas, os estudantes entenderam que o tratamento

iria durar duas horas. O problema gera dúvidas e isso gera uma discussão que explicita questões conceituais que ainda não estão consolidadas.

Percebemos na interação dessa dupla que ambos os estudantes contribuíram com o pensamento para se chegar à solução do problema. Os estudantes também não perceberam que se trata de um problema sem solução, porém, não centraram apenas na estratégia do algoritmo nem em informações explícitas no texto que os indicassem qual algoritmo usar. Eles fizeram uma leitura mais criteriosa do problema com relação aos problemas anteriormente trabalhados e desenvolveram um raciocínio com relação ao que seria a média. Esse comportamento dos estudantes está em consonância com o diálogo em aprendizagem apresentado por Alro e Skovsmose (2006) e com a competência de leitura mencionada por Smole e Diniz (2001).

Aqui já começamos a perceber que a concepção dos estudantes com relação à resolução de problemas matemáticos está mudando mesmo que eles ainda não tenham plena consciência disso.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes *Tralfagar.Water.D.Law* e Milena.

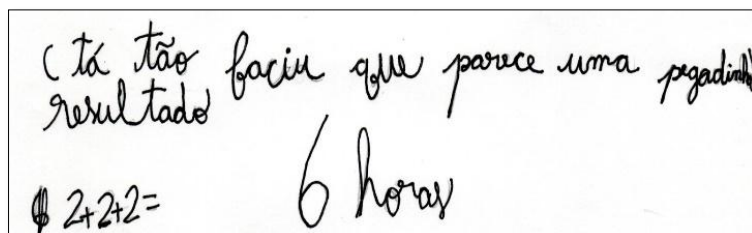


Imagem 29: Registro do estudante *Tralfagar.Water.D.Law*.
Fonte: Acervo da autora.

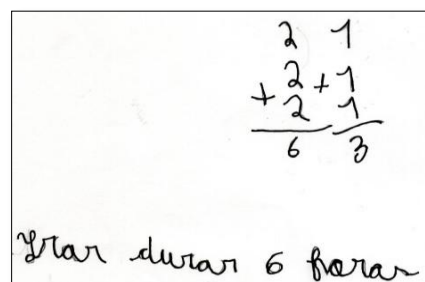


Imagem 30: Registro da estudante Milena. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(392) *Tralfagar.Water.D.Law*: “tá tão fácil que parece uma pegadinha o resultado, $2 + 2 + 2$ é igual a 6.”

(393) Docente: “mas por que é $2 + 2 + 2$?”

(394) *Tralfagar.Water.D.Law*: “porque meio que seria o tanto de... ó... 2 é o quanto de horas que durou em média o tratamento. Mas aí falou que ele vai três vezes, ou seja, 2 três vezes.”

(395) Docente: “e você Milena? O que você acha?”

(396) Milena: “é... é... aqui ó, eu acho a mesma coisa que a Laura Lima porque ele dura em... eu acho a mesma coisa que a Laura Lima porque não fala que ele demora exatamente duas horas. Mas se não fosse uma pegadinha... se não fosse... se ele não fosse em... se não durasse em média duas horas é... ele iria gastar é... ele iria gastar é... seis horas... é... seis horas no total. Só que daí eu tô em dúvida ainda se é uma pegadinha. Daí enquanto eu faço... eu penso na resposta eu vou pensando se... eu vou pensando o que seria na resposta, em uma resposta melhor ou em que resultado que iria dar.”

Passado um tempo eu volto à mesa da Milena

(397) Milena: “eu fiz assim... eu fiz é... a conta, a conta de $2 + 2 + 2$ porque em cada mês ele vai três vezes. Daí, então $2 + 2 + 2$... ele... se ele demorasse $2 + 2 + 2$... duas horas para fazer o tratamento, demoraria seis horas. Daí eu pensei assim, como era média, eu tentei fazer $1 + 1 + 1$, do um pensando que ia dar certo porque como é a média não é a hora certa... a hora certa. Só que daí, como é em média duas horas, não poderia ser uma hora porque aí mede duas horas. Daí eu cheguei ‘numa’ conclusão que eu entendi... que eu sei... que eu acho que é seis horas que ele demorou.”

Os estudantes *Tralfagar.Water.D.Law* e Milena também fizeram uso do algoritmo como estratégia. *Tralfagar.Water.D.Law*, assim como o estudante Cristiano, achou que o problema fosse uma pegadinha por ser fácil e utilizou o raciocínio duas horas e três vezes por semana e encontrou o resultado seis horas. Esse estudante, usou os números informados no enunciado para formar um algoritmo que o levasse à resolução do problema por meio de uma resposta única e numérica. Já a estudante Milena, assim como as estudantes Laura Lima e Bruna, conseguiu perceber que em média duas horas não significa que seriam duas horas exatas, porém não conseguiu perceber que o problema não tem solução devido à falta de dados. A estudante acabou recorrendo também ao uso do algoritmo para chegar a uma solução numérica assim como *Tralfagar.Water.D.Law*.

No decorrer do desenvolvimento do trabalho de campo, ainda percebemos forte influência dos problemas matemáticos convencionais sobre o modo de pensar e resolver problemas apresentados pelos estudantes. O ensino tradicional da matemática ainda se mostra bem enraizado na cultura escolar. Apesar disso, as interações demonstradas pelos estudantes no decorrer do desenvolvimento do trabalho de campo nos mostram que mesmo ainda estando influenciados pelo modelo tradicional do ensino da matemática, os estudantes conseguiram se envolver no que se configuram os cenários de investigação. Suas interações, seus diálogos, a

forma como concordam e discordam uns com os outros de forma respeitosa, demonstra um grande avanço em relação a alcançar esse propósito.

Todos os estudantes que participaram dessa aula fizeram o uso do algoritmo como estratégia de resolução e não conseguiram perceber que não tem como solucionar o problema pela falta de dados no enunciado. Eles ainda acreditavam que, para que um problema esteja correto, sua solução tem que ser única e numérica.

Após passar por todas as mesas e ouvir as explicações dos estudantes com relação às estratégias por eles utilizadas na resolução do problema, ainda tivemos tempo para fazermos outro problema. Então recolhi as folhas com os registros feitos pelos estudantes na resolução do problema do tratamento dentário de Fernando e entreguei para eles a segunda folha com o segundo problema a ser trabalhado na aula.

Durante a resolução do problema, enquanto eu andava pela sala de aula, percebi que alguns estudantes desconfiaram da questão da média, que em média duas horas poderia ser duas horas, poderia ser mais ou menos. Porém, eles não perceberam que o problema não tem solução por falta de dados. Acreditamos que os estudantes não tenham percebido que o problema não tem solução por falta de dados por ainda não terem passado por essa experiência em sua trajetória escolar.

Terminei de recolher as folhas e perguntei o que eles pensaram sobre o problema e eles responderam que gostaram e acharam legal. Os estudantes não apresentaram dificuldade durante a resolução do problema e gastaram aproximadamente 20 minutos na resolução. Como ainda faltava uma hora e treze minutos para o término da aula, apresentei a eles o segundo problema a ser trabalhado nesse dia e o 5º problema a ser proposto no trabalho de campo.

(398) Docente: “agora olha só, agora são exatamente 13h48mi! Então eu vou entregar mais um aqui pra vocês e, dependendo, vamos ver se dá tempo dá gente fazer juntos.”

(399) Bruna: “professora, a gente já percebeu que os pequenos são difíceis e os grandes são fáceis.”

(400) Docente: “como é que é Bruna?”

(401) Bruna: “os textos pequenos, eles são difíceis, e os grandes são mais fáceis por causa que eles tão falando mais coisa né, detalhando mais.”

(402) Docente: “ah, entendi Bruna! Então você acha que o problema que o texto é pequeno, ele é mais difícil do que o problema que o texto é grande porque o texto grande tá detalhando mais coisas sobre o problema. É isso?”

(403) Bruna: “é!”

A fala da estudante Bruna referente ao tamanho dos textos, interferir na facilidade ou dificuldade do problema nos mostra mais uma vez a tendência que os estudantes demonstram em buscar elementos de um problema convencional. Lembramos que, segundo Diniz (2001), um problema convencional apresenta textos em forma de frases, diagramas ou parágrafos curtos, vêm sempre após a apresentação de determinado conteúdo e todos os dados necessários para sua resolução estão descritos no enunciado e geralmente aparecem na ordem em que devem ser utilizados. A estudante acredita que um texto maior tem mais possibilidades de apresentar as informações necessárias para a resolução do problema do que um texto menor.

Para a resolução do problema matemático não convencional sem solução “É uma pegadinha?”, os estudantes acharam o problema muito fácil e utilizaram como estratégia de resolução o algoritmo. Além disso, buscaram informações explícitas no texto que os direcionassem à resolução do problema. Durante a interação das duplas, percebemos que existe certa influência de um integrante com relação ao outro quando a estudante Laura Lima muda sua resposta para ficar igual à resposta de Cristiano, sua dupla. Mesmo a estudante tendo discordado com ele sobre a questão da média, no final da interação entre a dupla, ela acabou cedendo e colocando a mesma informação que ele. Percebemos também que alguns estudantes estão interagindo mais e trocando informações sobre suas estratégias, como aconteceu com a dupla formada pelos estudante Bruna e *Boyy de mais*. Percebemos que no início da pesquisa cada estudante fazia sua estratégia ou um integrante fazia sua estratégia e o outro apenas copiava sua ideia.

4.3.2 – O evento do ano!

O segundo problema a ser trabalhado na aula do dia 11/09/2023 e o quinto problema trabalhado no desenvolvimento do trabalho de campo foi o problema matemático não convencional sem solução que segue abaixo.

Ana Helena está envolvida com os preparativos de seu casamento, que acontecerá dia 16 de dezembro de 2023. Para alugar seu vestido, ela foi à loja de noivas que fica no shopping mais próximo à sua casa e percorreu 6 quilômetros no seu carro. Depois ela foi ao bufê experimentar os salgados que serão servidos na festa e percorreu mais 850 metros. Ao voltar para casa, ela foi ao supermercado fazer compras e andou 325 metros. Quantos reais Ana Helena gastou de gasolina para alugar seu vestido de noiva?

Figura 12: Problema Ana Helena (problema 5). Fonte: Acervo da autora.

Optamos previamente pela escolha desse problema para que sua utilização, caso fosse possível, iria depender da dinâmica da aula. Nossa expectativa, ao propor esse problema, era que os estudantes percebessem que não há como encontrar a solução por falta de dados. No caso desse problema, não há solução devido à ausência do valor do litro da gasolina nem a quantidade de gasolina utilizada para percorrer os 6 quilômetros. Também optamos pela escolha desse problema por acreditar que ele chamaria a atenção dos estudantes e os envolvesse numa perspectiva de investigação em busca da solução.

Consideramos esse problema como um problema matemático não convencional sem solução pois ele apresenta as características apresentadas por Stancanelli (2001) na definição de problema matemático não convencional sem solução. O referido problema apresenta informações sobre o casamento de Ana Helena, porém essas informações não são suficientes para que se consiga chegar à solução do problema. Ao trabalharmos esse tipo de problema, buscamos romper com a crença de que todos os dados apresentados no problema devem ser utilizados para sua solução. Além disso, desenvolvemos no estudante o pensamento crítico onde ele aprende a duvidar.

Ao propormos tal problema, esperávamos também que os estudantes se envolvessem em um processo investigativo para resolução, o que de fato aconteceu. Esperávamos também que percebessem que não teria como resolvê-lo pelo fato de não ter informações suficientes para a solução, mas nenhum estudante conseguiu perceber que o problema está sem solução.

Para a solução desse problema, 11 estudantes usaram o algoritmo como estratégia, 6 disseram que não tem como fazer, 1 disse que não conseguiu e 2 disseram que não sabem como resolver. Assim como nos problemas anteriores, a maioria dos estudantes utilizou o algoritmo como estratégia e somaram todos os números que estavam descritos no enunciado do problema.

Apresentaremos as respostas registradas pelos estudantes.

RESPOSTAS DO PROBLEMA DA ANA HELENA	
Bruna – Não conseguiu fazer	<i>Boyy de mais</i> – R\$ 5.150,00
Carol Luna – Não foi à aula	Diana – Não tem resposta
<i>Ninato</i> – R\$ 71,75	Josiane – Não tem resposta
Cristiano – R\$ 7.175,00	Laura Lima – R\$ 7.175,00
Daniel – R\$ 750,00	Lara – Não tem resposta
<i>Tralfagar.Water.D.Law</i> – R\$ 0,50	Milena – R\$ 0,50
Vitor – R\$ 1.181,00	Gabriele – R\$ 1.775,00
Bernardo Almeida – Não sabe fazer	<i>Alici</i> – Não sabe como fazer
<i>Luffy Nika</i> – Não tem resposta	<i>Itachi</i> – Não tem resposta
<i>Rimuru Tempest</i> – Não foi à aula	<i>Kally Ponce</i> – Não tem resposta
<i>Minicat</i> – R\$ 1.180,00	Luara – R\$ 1.180,00

Tabela 10: Respostas apresentadas pelas duplas no problema 5. Fonte: Acervo da autora.

Após a entrega do segundo problema, segui observando as interações dos estudantes. Eles continuaram com suas respectivas duplas discutindo as estratégias a serem utilizadas na resolução do problema da Ana Helena. Percebi que agora os estudantes estão interagindo mais entre si. A princípio, alguns faziam suas estratégias separadamente e depois juntavam as respostas. Alguns estudantes apenas copiavam a resposta encontrada por sua respectiva dupla.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes Cristiano e Laura Lima.

Handwritten calculation by Cristiano:
$$\begin{array}{r} 1 \\ 6.600 \\ + 850 \\ \hline 7.450 \end{array}$$
 The student has crossed out the result and written 7.175. To the right, it says "Ela gastou 7.175 reais".

Imagem 31: Registro do estudante Cristiano.
Fonte: Acervo da autora.

Handwritten calculation by Laura Lima:
$$\begin{array}{r} \text{Resposta} \\ \text{Ela gastou 7.175 reais} \\ \text{Operação} \\ 6.000 \\ + 850 \\ \hline 6.850 \end{array}$$
 The student has crossed out the result and written 7.175.

Imagem 32: Registro da estudante Laura Lima. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(404) Cristiano: “professora, quanto ela gasta é... quanto cada litro de gasolina gasta é... usa quantos metros? Que aqui não tá falando quanto que cada litro de gasolina gasta.”

(405) Docente: “não faço a menor ideia.”

(406) Cristiano: “ah é tanta pegadinha na minha vida! Eu só fiz um cálculo aqui somando tudo. Agora o que eu vou fazer com esse cálculo aqui que eu não sei.”

(407) Docente: “você fez um cálculo Cristiano, somando todos os números?”

(408) Cristiano: “isso! Isso! Aí deu 1000... 6000... 7175...”

(409) Docente: “mas por que você fez esse cálculo somando todo mundo?”

(410) Cristiano: “ah, eu somei o tanto que ela percorreu, que foi 1.175 quilômetros... metros! Agora porque eu fiz isso eu não sei! Agora eu vou fazer o quê? Agora eu vou ver o que eu posso fazer.”

(411) Docente: “tá! E você Laura Lima?”

(412) Laura Lima: “eu tô fazendo a conta agora. Conta que... igual o Cristiano ‘ta’ fazendo.”

(413) Docente: “vocês acham que toda vez que vai resolver um problema tem que ter uma conta?”

(414) Laura Lima e Cristiano: “às vezes... tem vez que não.”

(415) Docente: “então tá! E aí Cristiano e Laura Lima, chegaram num consenso?”

(416) Laura Lima: “já acabamos.”

(417) Cristiano: “professora, eu chutei, mas eu fiz um chute meio calculado. Então eu fiz assim... um chute que você chuta, só que ainda meio que tem uma resposta que você acha.”

(418) Docente: “ah, ok!”

(419) Cristiano: “aí eu fiz assim ó... aí,, olha aqui ó: Ana Helena está envolvida com os preparativos do seu casamento que acontecerá dia 16 de dezembro de 2023. Para alugar seu vestido ela foi à loja de noivas que fica no shopping mais próximo à sua casa e percorreu 6 quilômetros no seu carro. Depois ela foi ao bufê experimentar os salgados que serão servidos na festa e percorreu mais 850 metros. Ao voltar para casa ela foi ao supermercado fazer compras e andou 325 metros. Quantos reais Ana Helena gastou de gasolina para alugar seu vestido de noiva? (O estudante leu o problema para mim). Aí eu fiz assim: $6.000 + 850 + 325$ que deu 7.175.”

(420) Docente: “e aí foi esse o total de dinheiro que ela gastou?”

(421) Cristiano: “é, aí ela gastou R\$7.175,00.”

(422) Docente: “ok! E você Laura Lima?”

(423) Laura Lima: “eu fiz a mesma coisa que o Cristiano.”

Assim como no problema anterior, os estudantes Cristiano e Laura Lima utilizaram o algoritmo como estratégia de resolução. Cristiano, ainda, acredita que o problema se trata de uma pegadinha. O primeiro questionamento feito pelo estudante é quanto Ana Helena gasta com cada litro de gasolina. Como não consta essa informação no enunciado do problema, ele acha que o problema é uma pegadinha.

O primeiro passo realizado pelo estudante foi somar todos os números informados no enunciado do problema. Quando questionado sobre o motivo de ter optado por essa estratégia ele não soube explicar. Até o momento os estudantes questionam a validade do problema e procuram erro no enunciado. Eles ainda não conseguiram perceber que se trata de problemas matemáticos diferentes dos problemas matemáticos convencionais e ainda buscam no enunciado elementos que os guie para uma solução única, correta e numérica.

Percebemos claramente essa busca pela solução numérica nas falas (410, 417 e 419) do estudante Cristiano. Quando questionados se para resolução de todo problema matemático é necessário fazer conta, os estudantes Cristiano e Laura Lima respondem que às vezes sim e às vezes não, porém, em suas estratégias de resolução eles sempre fazem uso do algoritmo.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes Bruna e *Boyy de mais*.

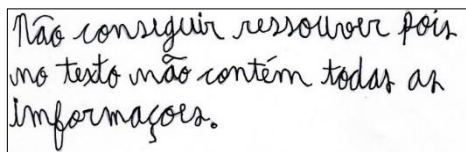


Imagem 33: Registro da estudante Bruna.
Fonte: Acervo da autora.

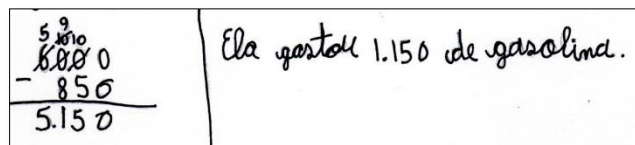


Imagem 34: Registro da estudante *Boyy de mais*.
Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir, o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(424) Bruna: “professora, aquilo que eu tinha falado tá super errado.”

(425) Docente: “o quê?”

(426) Bruna: “que eu falei dos textos pequenos... os grandes... não... não... é mentira! Esse aqui tá grande e tá impossível praticamente.”

(427) Docente: “então agora que você percebeu esse 2º problema aí da Ana Helena você percebeu que não tem muita coisa a ver se o texto for grande fica mais fácil porque detalha mais.”

(428) Bruna: “é!”

(429) Docente: “entendi! Então vou dar mais um tempo aí pra vocês discutirem.”

(430) Bruna: “professora, como que eu vou saber que ela gasta de gasolina ‘pra’ cada quilômetro e como que eu vou saber o preço da gasolina? Tá impossível.”

(431) *Boyy de mais*: “é, não tem como professora! E aí vai resposta? É uai, aqui ó...”

(432) Docente: “vamos lá *Boyy de mais*, o que você acha?”

(433) *Boyy de mais*: “ah, eu tô tentando responder.”

(434) Bruna: “professora, a minha cabeça não vai funcionar assim não professora! Eu tô discordando com o *Boyy de mais* a ideia que ele tá falando.”

(435) Docente: “tá, o *Boyy de mais* tá falando o quê? O que é *Boyy de mais*, a sua ideia?”

(436) *Boyy de mais*: “eu somei isso aqui... 850 e 325 que deu 1175, o mais 6 quilômetros que dá 7175. Mas não é isso.” (Fala em tom de riso).

(437) Docente: “você só pegou os números aí e somou pra não deixar de fazer nada.”

(438) *Boyy de mais*: “é!”

(439) Bruna: “eu tô discordando por conta que tá perguntando quantos reais Ana Helena gastou de gasolina pra alugar seu vestido. E pra alugar o vestido ela percorreu só os 6 quilômetros. O 850 e 835 já são outras coisas.”

(440) *Boyy de mais*: “professora, acho que nós tem que pegar o seis mil quilômetros que... que... quilômetro vale mil quilômetro cada um quilômetro. Cada quilômetro é mil metros, aí da 6.000, que juntando esse seis, acho que aqui é andou 325 metros e aqui percorreu mais 850 metros. Aí acho que nós tem que pegar o 6.000 e diminuir por 850.”

(441) Docente: “é? E você Bruna?”

(442) Bruna: “não sei!”

(443) *Boyy de mais*: “eu não tô confiante se tá certo. Se tá certo tá certo, se tiver errado tá errado! Eu peguei o... os quilômetros porque é 6 quilômetros e coloquei 6.000 – 850... eu peguei os 6 quilômetros, que dá 6.000, que cada quilômetro é 1.000 metros, aí deu 6.000. Aí aqui eu peguei os 850 que ela percorreu mais 850 metros e diminuí, que deu 5.150.”

(444) Docente: “mas você diminuiu por quê?”

(445) *Boyy de mais*: “é... isso aí...” (o estudante fica pensativo).

(446) Docente: “você diminuiu o quê?”

(447) *Boyy de mais*: “os 6.000 e esse aqui (se referindo aos 850 metros) porque o 325 ela andou, então não foi de carro.”

(448) *Boyy de mais*: “ah tá! Então você pegou os 6 quilômetros que ela andou de carro e diminuiu pelos 850 metros que ela...”

(449) Docente: “ah, beleza! Entendi! Aí deu 5.150 que é o total que ela gastou de gasolina.”

(450) *Boyy de mais*: “aham!”

(451) Docente: “ok, mas você não tá certo disso? Você não tá confiante? Você só chutou que nem o Cristiano?”

(452) *Boyy de mais*: “e outra coisa, que aqui é 16 de dezembro e praticamente nós tá em setembro. Aí ela vai andar mais ‘pra’ outros lugares. Por isso que dá esse valor alto.”

(453) Docente: “entendi! E você Bruna?”

Nesse momento o *Boyy de mais* responde que a Bruna fez a mesma coisa que ele e ela discorda.

(454) Docente: “não? Então me explica, deixa eu ver o que você registrou e a sua explicação. Vamos lá!”

(455) Docente: “não consegui resolver pois no texto não contém todas as informações.” (Leio na folha da estudante).

(456) Docente: “ok!”

Neste momento da pesquisa, alguns estudantes começam a perceber que se trata de problemas matemáticos diferentes dos convencionais. Percebemos esse olhar mais criterioso dos estudantes nas falas 424 e 426 da estudante Bruna. Aqui, a estudante percebe que a quantidade de coisas escritas no enunciado do problema nem sempre contribui para sua solução. A estudante demonstra que agora já está fazendo uma leitura mais criteriosa do problema.

No decorrer do desenvolvimento do trabalho de campo da pesquisa os estudantes demonstraram um amadurecimento quanto a forma de interagir entre si e resolver problemas matemáticos não convencionais, como podemos perceber na interação da dupla formada pelos estudantes Bruna e *Boyy de mais*. Eles discutem suas estratégias, discordam e respeitam as opiniões um do outro. Num ambiente de aprendizagem na perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula, são ações dessa natureza que esperamos desenvolver nos estudantes. Quando pensamos e entendemos que um dos papéis da escola é formar um cidadão crítico e atuante na sociedade, essa atitude de ouvir e respeitar a opinião do próximo é primordial para se conviver em sociedade.

Os estudantes apresentam primeiramente o questionamento de quanto de gasolina Ana Helena gasta por cada quilômetro percorrido com seu carro. Aqui os estudantes demonstram seu conhecimento de mundo sobre o cálculo de despesas com combustível, porém, ainda não perceberam que se trata de um problema não convencional sem solução por faltar informações no texto para se conseguir chegar a uma solução.

Boyy de mais ainda acredita que todo problema precisa ter uma solução e que ela deve ser única e numérica, enquanto Bruna demonstra estar começando a se distanciar dessa fase. Mesmo achando “estranho” o problema, ela não tenta encontrar uma solução a qualquer custo.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes *Tralfagar.Water.D.Law* e Milena.

Handwritten student work by Tralfagar.Water.D.Law. It shows a vertical addition of 8, 20, 8, and 325, which is crossed out with a large X. To the right, it says "SUPosição R\$ 50". Below the addition, it says "NÃO MOSTRA O DINHEIRO QUE ELA TEM NEM Q".

Imagem 35: Registro do estudante Tralfagar.Water.D.Law. Fonte: Acervo da autora.

Handwritten student work by Milena. It says "suposição" and "O preço da gasolina é 50 reais". Below that, it says "daí ela andou 6 quilômetros" and "ela gastou 56 reais". At the bottom, it shows a small vertical addition: 50 plus 6 equals 56.

Imagem 36: Registro da estudante Milena. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(457) *Tralfagar.Watel.D.Law*: “professora, a data que tá na questão, essa data também vai fazer parte do... da conta?”

(458) Docente: “não sei! Você está me perguntando *Tralfagar.Watel.D.Law*, se a data do casamento dela, a data que tá aí na questão, vai fazer parte da conta? Não sei! Você tem que ler aí de novo e aí você que vai me contar.”

(459) *Tralfagar.Watel.D.Law*: “então, eu contei, só que na minha conta eu não contei, e quanto eu contei meio que ficou mais de 3000. Como eu contei quanto que ia dar eu não sabia se era de menos ou de mais. Aí daí eu fui ver tinha o 16 de dezembro de 2023. Daí eu tava me perguntando se teria que colocar a data.”

(460) Docente: “e o que você acha?”

(461) *Tralfagar.Watel.D.Law*: “eu não sei!” (O estudante fala e ri da situação).

(462) Docente: “então pensa mais um pouquinho aí.”

(463) *Tralfagar.Watel.D.Law*: “suposição, R\$50,00.”

(464) Docente: “por quê? Como que você chegou nessa suposição?”

(465) *Tralfagar.Watel.D.Law*: “na verdade a Milena me explicou que tem como sim, que eu antes não achei que tivesse. Daí ela supôs com 100, eu tirei os 50 reais. Por que ela pôs a suposição de 100, ela pôs a suposição de R\$100,00.”

(466) Docente: “R\$100,00 o quê?”

(467) *Tralfagar.Watel.D.Law*: “de gasolina. Uns, se eu não me engano ela... a é... ela falou 10 quilômetros. Daí eu pus 5 quilômetros R\$50,00. Porque como ela falou 10 quilômetros é igual a R\$100,00, na suposição dela. Eu pus... daí eu tirei 50 que era 10 mais 10 até chegar no 100.”

(468) Docente: “aí você acha então que ela gastou R\$50,00? É isso?”

(469) *Tralfagar.Watel.D.Law*: “é, sim!”

(470) Docente: “e essas contas aqui que você fez? O que que é isso?”

(471) *Tralfagar.Watel.D.Law*: “é que eu te disse que eu tava fazendo as contas.”

(472) Docente: “ah, você tava somando todo mundo.”

(473) *Tralfagar.Watel.D.Law*: “é!”

(474) Docente: “e isso aqui, o que que você escreveu? Não...”

(475) *Tralfagar.Watel.D.Law*: “daí eu risquei que eu falei que não mostra o dinheiro que ela tem nem que ela gastou. Só que eu não terminei a frase.” (Falou em tom de riso).

(476) Docente: “termina a frase atrás. Mas aí esses R\$50,00 então aqui é só uma suposição que você fez.”

(477) *Tralfagar.Watel.D.Law*: “é!”

(478) Docente: “você acha... só jogou por jogar.”

(479) *Tralfagar.Watel.D.Law*: “é!”

[...]

(480) Milena: “é... eu fiz uma suposição. Daí eu fiz uma suposição que o preço da gasolina era R\$50,00. Aí como ela andou 6 quilômetros eu fiz uma conta de $6 + 50$ que no total deu 56. Daí eu acho... por mim ela gastou é... R\$56,00.”

Os estudantes *Tralfagar.Water.D.Law* e Milena fizeram uso do algoritmo como estratégia de resolução. Como o enunciado do problema não traz informações suficientes para solucionar o problema, os estudantes fizeram suposições sobre o preço da gasolina. A princípio, o estudantes *Tralfagar.Water.D.Law* achou que não tinha como resolver o problema, mas após sua interação com sua dupla, Milena, acabou optando por utilizar a estratégia que ela utilizou, porém, para que sua resposta não fosse igual a dela, modificou o valor da gasolina.

Apesar de ambos os estudantes fazerem uso da suposição do valor da gasolina para montar o algoritmo a ser utilizado para solucionar o problema, percebemos que tal suposição não faz muito sentido. Os estudantes utilizaram somente para justificar o algoritmo, não fizeram relação com os dados do problema ou o uso da gasolina no cotidiano.

Apesar de a dupla ter trocado informações no momento da resolução, percebemos que cada um trabalha em sua estratégia separadamente. Essa dupla também não percebeu que o problema não tem solução e ainda não apresenta uma leitura mais criteriosa e cuidadosa do problema. Eles ainda demonstram acreditar que todo problema tem solução, que é necessário fazer uma conta para chegar a ela e que a solução deve ser única e numérica. Ainda apresentam forte influência dos problemas convencionais na resolução de problemas matemáticos.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes *Luffy Nika* e *Itachi*.

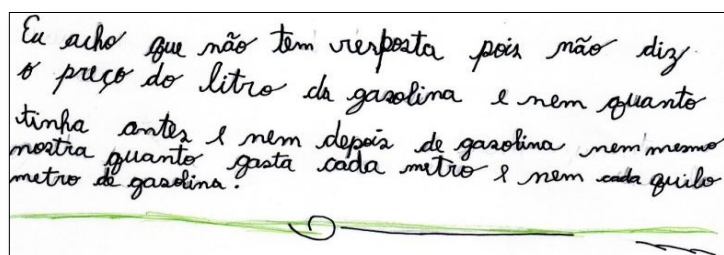


Imagem 37: Registro do estudante *Luffy Nika*. Fonte: Acervo da autora.

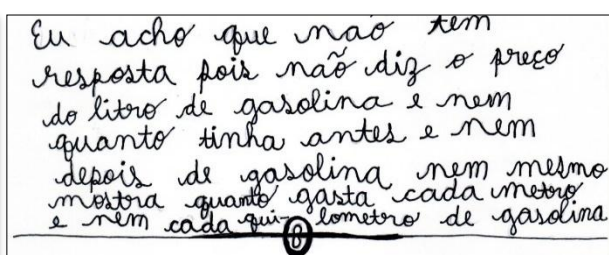


Imagem 38: Registro do estudante *Itachi*. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(480) *Luffy Nika*: “aqui eu acho que não tem resposta. Você teria que deduzir o preço do litro da gasolina. Porque aqui não diz quanto que ela tinha no início, quanto tinha no final, não disse quanto que custa 1 litro de gasolina, não disse quanto que gasta 1 metro. Então não dá pra saber.”

(481) Docente: “é?”

(482) *Luffy Nika*: “é uai, porque a única coisa que fala aqui sobre gasolina é a pergunta só... perguntando quanto que tem... quanto de gasolina que gastou. E também eu achei estranho essa pergunta: Quantos reais Ana Helena gastou de gasolina para alugar seu vestido de noiva?. É... ou aqui tá sendo uma pegadinha ou tá escrito certo, e é o que eu pensei que era.”

(483) Docente: “é? E o que você acha aí?”

(484) *Luffy Nika*: “eu acho que aqui tá escrito gasolina pra chegar lá e não pra alugar o vestido.”

(485) Docente: “tá, e aí então qual é a resposta do problema?”

(486) *Luffy Nika*: “não tem resposta!”

(487) Docente: “não tem?! Então explica isso pra mim escrevendo aí fazendo favor.”

(488) *Itachi*: “eu ia falar a mesma coisa que o *Luffy Nika*, só que ele falou primeiro.”

(489) Docente: “ah, ok!”

(490) *Luffy Nika*: “a minha cabeça ainda tá em dois pedaços.”

Assim como a estudante Bruna, os estudantes *Luffy Nika* e *Itachi* afirmam que o problema não tem solução. A observação feita por *Luffy Nika* aponta que seria necessário supor o valor da gasolina, assim como a dupla formada pelos estudantes *Tralfagar*.*Water.D.Law* e Milena supõem, porém, para *Luffy Nika*, o problema não tem resposta.

A observação feita pelo estudante em suas falas 480 e 482 demonstra que ele faz uma leitura cuidadosa e criteriosa do problema, assim como a estudante Bruna. Apesar do estudante também achar que possa se tratar de uma pegadinha, ele demonstra estar começando a sair da fase da influência dos problemas convencionais na resolução dos problemas matemáticos. Quanto à interação dos estudantes *Luffy Nika* e *Itachi*, observei que *Itachi* apenas valida e copia as estratégias e respostas do estudante *Luffy*.

Observamos até aqui que os estudantes estão começando a perceber que se trata de problemas matemáticos diferentes dos problemas matemáticos convencionais. Apesar dos estudantes ainda buscarem respaldo no algoritmo, que são parte do seu repertório matemático

e regras conhecidas, eles estão começando a buscar estratégias diferenciadas para solucionar os problemas. Outro aspecto que os estudantes estão começando a desenvolver é a leitura mais criteriosa do problema e o diálogo na construção do conhecimento.

Para a resolução do problema matemático sem solução “O evento do ano!”, os estudantes fizeram uso do algoritmo como estratégia de resolução e um estudante ainda acha que se trata de uma pegadinha por não constar no enunciado do problema quanto Ana Helena gasta de gasolina. Os estudantes ainda não conseguiram perceber que se trata de problemas matemáticos diferentes dos demais e questionam a validade do problema buscando corrigir o enunciado. Eles ainda acreditam que no enunciado do problema, devem estar explícitas todas as informações que possam direcioná-los à resolução do problema. Apenas uma dupla disse achar que não havia resposta por não constar no enunciado do problema todas as informações para a resolução, mas essa dupla não conseguiu perceber que se trata de um problema não convencional sem solução e que o problema não está errado por causa disso.

Após todos os estudantes terem me explicado suas estratégias referentes à resolução do problema da Ana Helena, recolhi as folhas com os registros. Como ainda faltavam 35 minutos para terminar a aula, combinei com os estudantes que iríamos discutir sobre os problemas apresentados na referida aula.

O primeiro problema que discutimos foi o do tratamento dentário do Fernando. Escrevi o problema no quadro e iniciamos nossa discussão. Feito isso, fiz a leitura do enunciado do problema e perguntei aos estudantes o que eles haviam achado do problema.

(491) Bruna: “é porque eu tinha falado que... no... tava falando ali que em média são duas horas. Então eu coloquei quatro, que 2 é a metade de 4.”

(492) Cristiano: “a média ali... a média de 2 tá significando tipo assim... por volta de duas horas... é... por volta de duas horas. Tipo assim... 1h e 58 minutos, é... 2h 20 minutos. Mas... eu chutei!”

(493) Bruna: “aí eu... aí tá falando quanto tempo irá durar o tratamento!” (Enfatiza na fala quando diz que está falando o tratamento). “Então tá falando que é um só!”

(494) Cristiano: “ah, e também tá com... que eu devia ter falado... é... devia tá falando lá: quanto tempo irá durar três tratamentos? Pra mim pelo menos só tem como responder...”

(495) Docente: “mas quanto tempo vocês acham gente, que vai durar o tratamento do Fernando?” (Aqui acabo me empolgando e interrompi a fala do estudante Cristiano).

(496) Estudantes: “6... 2... 3...” (Cada estudante fala uma resposta diferente).

(497) Cristiano: “2... é... se o tratamento é duas horas, ele vai fazer... É duas! Porque ‘pra’ realizar seu tratamento dentário Fernando irá ao dentista três vezes por semana e cada consulta tem duração **média** de duas horas.” (Enfatiza a palavra média quando lê o problema). “Então, 1h 58 minutos, 2h. Aí quanto tempo irá durar o tratamento, duas horas!”

(498) Docente: “ok né! Quanto tempo pode durar o tratamento, tá! Mas aqui olha, tá um negócio meio estranho né. Porque olha, para realizar seu tratamento dentário o Fernando irá... é...ao dentista três vezes por semana e cada consulta tem duração média de duas horas. Então a duração média, ela pode ser duas horas, ele pode ser um pouco a mais, ela pode ser menos de duas horas. Pode ou não?”

(499) Estudantes: “sim!”

(500) Docente: “tá, e aí quanto tempo que vai durar o tratamento do Fernando? Depende do quê? A gente não sabe o que o Fernando tem no dente.”

(501) Cristiano: “depende do horário... depende do tanto que dura a consulta.”

(502) Docente: “mas quantas vezes?... ele vai em média três vezes por semana, mas quantas semanas vai durar o tratamento dele? O que ele tá fazendo... no dentista? Ele foi fazer o quê?”

(503) Estudantes: “tratamento dentário.”

(504) Docente: “pois é, mas o tratamento dentário, ele foi fazer o quê? Ele foi arrancar um dente? Ele foi obturar?”

(505) Milena: “ele foi tratar da dor de dente.”

(506) Docente: “ele foi e... (um estudante fala aparelho). Não, aqui não tá falando que ele tá tratando de dor de dente. Aqui tá falando que ele realizou um tratamento dentário. Quem falou aparelho?”

(507) Docente: “então aqui...” (e o estudante Boyy de mais me interrompe e diz):

(508) *Boyy de mais*: “o dentista vai olhar o dente dele, vai analisar o processo... se fosse pra ele arrancar um siso aí precisa ficar olhando pra ver se vai precisar de alguma coisa a mais.”

(509) Cristiano: “se tá tudo certo!”

(510) Bruna: “ou aparelho né pra...”

(511) Docente: “pois é, e o aparelho, ele coloca o aparelho e fica com aparelho duas horas e tira?”

(512) Estudantes: “não!”

(513) Cristiano: “ele fica duas horas...”

(514) Docente: “quanto tempo tem que você ‘tá’ usando aparelho *Itachi*?” (O estudante *Itachi* é o único estudante da sala que usa aparelho nos dentes).

(515) *Itachi*: “eu acho que três anos.”

(516) Docente: “três anos ó!”

(517) Cristiano: “misericórdia!!!”

(518) Docente: “três anos que ele ta usando aparelho.”

(519) Cristiano: “talvez deve durar duas horas pra montar.”

(520) Docente: “vamos ali em média duas horas, três vezes por semana. Quantas vezes que ele foi ao dentista nesses três anos? Quanto tempo que ele ficou lá? Então aqui gente, vocês falaram pra mim assim: ‘– ah, tem uma pegadinha nesse negócio aí professora, tem um negócio esquisito.’

A gente viu um problema lá, é... o primeiro problema lá né, que é o da escada do bombeiro, que a gente vai discutir sobre ele né. Aí a gente viu depois o problema do Cérbero, não foi? O problema do Cérbero e aí a gente viu o problema é... qual que foi o outro gente? Eu esqueci agora.”

(521) Cristiano: “o problema do Fernando.”

(522) Docente: “ah é, o problema do Fernando, de pegar o dinheiro emprestado. E no do Fernando de pegar dinheiro emprestado tinha quantas respostas?”

(523) Estudantes: “muitas.”

(524) Cristiano: “muitas! Oito.” (Se referindo às opções de respostas que eu havia mostrado a eles no quadro).

(525) Docente: “um monte né! E esse daqui tem como responder?”

(526) Estudantes: “sim!”

Nesse momento eu aceno que não com a cabeça e o estudante Cristiano se mostra espantado com minha resposta

(527) Docente: “por que não tem como responder? Porque falta dados né! Eu sei o que o Fernando ‘tá’ fazendo um tratamento dentário e que ele vai ao dentista três vezes por semana, e que cada consulta dele dura em média duas horas. Mas quanto tempo que vai durar o tratamento não tem como eu saber. Eu não sei o que ele tá fazendo. Eu não sei quanto tempo vai durar né, se ele vai ter que ir ao dentista três vezes na semana durante um mês ou dias. Eu não sei se ele realmente fica lá duas horas ou se ele fica só meia hora, ou se fica duas horas e meia, duas horas e trinta e cinco minutos.”

(528) Cristiano: “e também ali na pergunta final ali tá faltando completar a pergunta.”

(529) Docente: “como seria completar?”

(530) Cristiano: “quanto tempo que irá durar o tratamento? (Ele lê a pergunta que está escrita no quadro). Quanto tempo irá durar três tratamentos, cada tratamento por semana. Tipo assim... é... quantas horas que vai dar três tratamentos?” (Ele esclarece seu ponto de vista).

(531) Docente: “ah, pois é, tá faltando informação aí pra gente chegar à resposta né!”

(532) Cristiano: “muita!”

(533) *Luffy Nika*: “pra ficar mais simples pode ficar assim: para realizar o tratamento dentário Fernando irá ao dentista três vezes por semana e cada consulta tem duração média de duas horas, e ele tem que realizar seu tratamento em cinco semanas.”

(534) Docente: “ah, pois é, então tá faltando informação né! Se tivesse colocado igual o Cristiano falou com a gente: ah, três tratamentos né. Vamos ver que ele tem que ir lá é... seriam três tratamentos que você quis dizer o quê? Três semanas de tratamento?”

(535) Cristiano: “não, tipo assim, se um tratamento é... usa duas horas, três tratamentos vai durar seis. Se em uma semana você faz três tratamentos por semana você vai no... você vai é... gastar seis horas no tratamento.”

(536) Docente: “mas aí eu preciso saber quantas semanas que vai durar o tratamento né?”

(537) Cristiano: “isso! Quantas semanas que vai durar o tratamento... quanto tempo que vai dar é... tratamento tipo assim, sei lá, de um ano, de meses.”

(538) Docente: “sim, mas aí a gente não consegue fazer porque tá faltando... informação.”

(539) Estudantes: “informação!”

(540) Docente: “aí, voltando na aula passada, acho que o Cristiano mesmo que falou: ah, mas esse problema aqui tem uma pegadinha. A professora não ia trazer um problema pra gente que não tem resposta. Foi quem que falou?”

(541) Cristiano: “eu!”

(542) *Boyy de mais*: “eu também falei!”

(543) Docente: “quem disse pra você que não existe problema que não tem resposta? Olha ele aí!”

(544) *Boyy de mais*: “é uai!”

(545) Docente: “tem problema que não tem resposta gente.”

(546) *Tralfagar .Water.D.Law*: “ô professora, eu tava certo!” (Diz em tom de riso).

(547) Docente: “pois é!”

(548) *Luffy Nika*: “é por causa que se você colocar todos os números lá sem ler pode acontecer de você colocar uma data, e nem tá perguntando sobre isso no final. As vezes pode ser uma data, as vezes era só um ‘numerozinho’ pra informar outra, aí você somou um monte de data que apareceu lá.” (Aqui acredito que ele tenha se referido à data por causa do problema que se refere ao casamento da Ana Helena).

(549) Docente: “pois é, tem que prestar bastante atenção.”

Terminada a discussão sobre o problema do tratamento dentário de Fernando partimos para o problema do casamento de Ana Helena.

(550) Docente: “agora essa daqui foi o máximo gente! Assim, um monte de gente falou pra mim: ‘– ah, não tem como professora, é impossível professora’. É esse daqui olha: Ana Helena está envolvida com os preparativos de seu casamento que acontecerá dia 16 de dezembro de 2023. Para alugar seu vestido ela foi à loja de noivas que fica no shopping mais próximo à sua casa e percorreu 6km no seu carro. Depois ela foi ao bufê experimentar os salgados que serão servidos na festa e percorreu mais 850 metros. Ao voltar para casa ela foi ao supermercado fazer compras e andou 325 metros. Quantos reais Ana Helena gastou de gasolina para alugar seu vestido de noiva?”

(551) Docente: “tem como eu saber?”

(552) Estudantes: “não!”

(553) Docente: “por quê?”

Nesse momento os estudantes começaram a responder todos ao mesmo tempo que não fala quanto custa o litro da gasolina.

(554) Bruna: “quanto que ela gastou por cada quilômetro.”

(555) Docente: “quanto ela gastou por cada... porque cada carro faz uma quantidade... percorre uma quantidade né, de distância com o litro. Quanto que tá a gasolina. Quem mais falou outro negócio comigo aqui? Não sabe se o tanque dela tá cheio, se tava vazio.”

(556) Estudantes: “é!”

(557) Docente: “então esse aqui também gente, da Ana Helena, é um problema que não tem como a gente resolver. Por quê?”

(558) Estudantes: “falta informação!”

(559) Docente: “porque tá faltando informação. Aí a Bruna comentou comigo um negócio assim olha: ‘ah professora, quando o problema é pequeno ele é muito difícil porque ele não tem tanta coisa, não detalha muita coisa’. Quando ela lê o do Fernando. Aí quando ela

pegou o da Ana Helena ela mudou de ideia. Ela falou: “– ah não professora, mas esse aqui tá escrito um tanto de coisa, mas não tá me falando nada com nada”.

(560) Cristiano: “é verdade!”

(561) Docente: “né, então a gente tem que analisar e perceber que tem diversos tipos de problema. E me conta um negócio, o que vocês acharam desse?”

(562) Estudantes: “legal!!!”

(563) *Luffy Nika*: “eu adorei porque descontou porque Cristiano falou que não tinha pergunta sem resposta. Eu já sabia que existia e parecia mesmo que não parecia que tá completa não”.

(564) Docente: “exatamente!”

(565) Cristiano: “os problemas escolares são diferentes dos problemas da vida.”

(566) Docente: “não exatamente Cristiano.”

(567) *Luffy Nika*: “existe problema da vida que também não tem solução!”

(568) Docente: “é...”

(569) Cristiano: “é... é verdade!”

(570) Docente: “mas esse problema do Fernando aqui, por exemplo, dele não ter tido dinheiro pra pagar o tratamento é um problema que pode acontecer na vida da gente?”

(571) Estudantes: “sim!!!”

(572) Docente: “sim né! É... o fato aqui de eu ter que... que fazer um tratamento... tal... e eu ter que ir ao dentista né, três vezes por semana e às vezes eu ter que ficar lá por duas horas. Tava programado um tratamento... ah, vou fazer uma cirurgia na boca, tá programado pra durar duas horas, mas pode ser que ela dure mais tempo, pode ser que ela acabe antes. É uma coisa que pode acontecer na vida da gente?”

(573) Estudantes: “sim!!!”

(574) Docente: “é! Eu vou me casar, eu vou ter que alugar meu vestido de noiva, é um problema que pode acontecer pra mim?”

(575) Estudantes: “sim!!!”

(576) Docente: “é! Eu vou ter que sair para pesquisar né, o vestido que eu vou gostar, quanto ele vai custar, se eu vou ter dinheiro pra pagar, eu vou ter que calcular o tempo também. Vocês sabiam que quando a pessoa se casa no dia do casamento já tem que ter pagado todas as despesas da festa, da roupa? Então você começa a pagar tudo muito antes. É igual a festa de aniversário né. Quando os pais programam aquelas festas né, de 15 anos, aqueles negócios que as meninas gostam. Os pais começam a pagar bem antes porque no dia da festa mesmo já tem

que ter pagado tudo. Então tem que ter um planejamento. É uma coisa que pode acontecer na vida real?”

(577) Estudantes: “claro!!!”

(578) Docente: “claro! E tem como a gente trazer pra dentro da sala esse tipo de problema ou não?”

(579) Estudantes: “sim!”

(580) Docente: “tem!”

(581) *Luffy Nika*: “é... isso aí muito... muito de muita gente e sendo esperto. Você coloca uma data bem longe pra você pagar meio que descansado. Pra você não ter que **trabalha, trabalha, trabalha, trabalha, trabalha, trabalha**. (Enfatizando a palavra trabalha no sentido de ter que se trabalhar além do normal para conseguir pagar a dívida).”

(582) Docente: “sim, exatamente! Senão nem aproveita a festa né! Oi Diana...” (a estudante Diana havia me chamado).

(583) Diana: “meu primo vai casar dia 25 agora.”

(584) Docente: “25 de outubro?”

A estudante acena que sim com a cabeça.

(585) Docente: “olha, que legal! Gente, olha só, bacana demais! Bacana demais tá! Olha só, muito legal as discussões que tá, que estão surgindo na aula. Tô gostando muito, tá sendo muito produtivo! A gente tá trocando muita experiência viu... e... eu quero agradecer a participação de vocês. Tá muito legal!”

O primeiro problema que discutimos foi o tratamento dentário do Fernando. Durante a interação com os estudantes, Cristiano percebe que em média 2h pode ser “por volta de 2h”, diferente do que ele havia afirmado durante a explicação de sua estratégia utilizada para a resolução do problema. Bruna, já entende a média como sendo a metade. Como 2 é a metade de 4 para ela, o tratamento de Fernando dura em média 4h.

Bruna e Cristiano discordam com relação a quantidade de tratamentos realizados por Fernando. Para Bruna, trata-se de apenas um tratamento porque a pergunta do problema está no singular: “Quanto tempo irá durar o tratamento?”. Enquanto para Cristiano, trata-se de três tratamentos porque Fernando irá ao dentista três vezes por semana.

Apesar das divergências de opiniões com relação ao tratamento dentário de Fernando, os estudantes não conseguem perceber que exista algo de “estranho” no problema. Somente após minhas falas (498 e 500), os estudantes conseguem perceber que a duração média da

consulta pode ser de 2h, um pouco mais, um pouco menos. E a partir disso, vamos discutindo outras questões referentes ao tratamento dentário de Fernando.

Quando relembremos nossas discussões sobre os problemas anteriores propostos, menciono que vimos dois problemas que podem ter várias soluções e todas elas estarem corretas. Então pergunto aos estudantes se esse problema do tratamento dentário do Fernando tem solução e todos respondem que sim. Quando informei a eles que não têm, o estudante Cristiano reage com espanto e fica surpreso com a informação que acaba de receber.

Ao término da nossa discussão sobre o problema do tratamento dentário de Fernando, os estudantes perceberam que existem sim problemas matemáticos sem solução e que eles não estão incorretos. Apenas as informações disponíveis não são suficientes para que se obtenha uma ou mais respostas, sejam elas numéricas ou não.

Terminada a discussão sobre o problema do tratamento dentário de Fernando, passamos para o problema da Ana Helena. Nesse problema, a interação dos estudantes também foi muito produtiva e quando fiz a leitura do problema e perguntei se tínhamos como saber quanto Ana Helena gastou de gasolina para alugar seu vestido de noiva, a maioria respondeu que não. As justificativas informadas por eles foram variadas: não fala quanto custa cada litro de gasolina; quanto de gasolina gasta por cada quilômetro percorrido com o carro; se o tanque do carro estava cheio ou pela metade. Assim como o problema anterior, os estudantes não demonstram dificuldades em relacionar os problemas matemáticos às situações vividas no cotidiano, porém apenas no problema da Ana Helena disseram que não havia como responder e apresentaram suas justificativas.

Neste problema, os estudantes conseguiram perceber com mais naturalidade que não há solução devido à falta de informação. Nossa percepção com relação a essa terceira aula do trabalho de campo é que os estudantes estão começando a perceber que os problemas trabalhados na pesquisa são diferentes dos problemas matemáticos convencionais e que ambos são importantes para o conhecimento matemático.

A cada aula, os estudantes têm se mostrado mais interessados, participativos e encantados com esse novo universo que estão conhecendo, o universo dos problemas matemáticos não convencionais. A partir do início do trabalho com a pesquisa, percebemos grandes mudanças nas interações dos estudantes: eles aprenderam a respeitar as opiniões uns dos outros, estão interagindo mais durante as aulas e compartilhando suas opiniões sem medo de julgamentos. Acreditamos que com esse trabalho estamos conseguindo progredir no diálogo durante a aprendizagem e proporcionando um ambiente de aprendizagem nos cenários para

investigação em sala de aula. Percebemos também que o aceite dos estudantes ao convite feito a eles está sendo benéfico e que eles realmente se envolveram no processo de construção do conhecimento.

Para a resolução dos problemas matemáticos não convencionais sem solução, os estudantes utilizaram o algoritmo como estratégia de resolução e questionaram a validade do problema buscando corrigir o enunciado. A princípio, os estudantes buscavam no texto informações explícitas que os direcionasse à solução correta do problema. Somente a partir do segundo problema, eles começaram a perceber que se tratava de problemas matemáticos diferentes dos problemas matemáticos conhecidos por eles e perceberam que não tinha como responder por falta de informações no texto.

A partir do segundo problema, os estudantes perceberam que havia algo de “estranho”, diferente do que eles já conheciam como problemas matemáticos. Ao discutirmos a resolução dos problemas “É uma pegadinha?” e “O evento do ano!”, os docentes não tiveram dificuldade em relacionar os problemas trabalhados com problemas reais e a interação se fez muito rica a respeito desse assunto. Nesse momento da pesquisa, percebemos grande mudança na interação dos estudantes e o respeito às opiniões uns dos outros tem se mostrado cada vez mais evidente. A troca de experiências e discussão das estratégias também têm se tornado mais presentes. Alguns estudantes já não buscam mais informações explícitas no texto que os direcionam à resolução. Eles já fazem uma leitura mais aprofundada e discutem suas hipóteses de resolução antes de chegarem a uma resposta final. Isso configura um ambiente de aprendizagem proposto nos cenários para investigação em sala de aula de acordo com Alro e Skovsmose (2006).

4.4 – Quarta aula

Nossa quarta aula para continuidade do desenvolvimento do trabalho de campo ocorreu dia 19/09/2023. Iniciamos a aula comigo explicando aos estudantes que daríamos continuidade ao nosso trabalho de pesquisa com os problemas matemáticos não convencionais. Como já estávamos na 4ª aula do trabalho de campo, os estudantes foram se organizando e se sentando ao lado de suas respectivas duplas. Mesmo eles já estando cientes do combinado.

Nessa aula trabalhamos dois problemas matemáticos não convencionais sendo um deles com excesso de dados e um de estratégia/lógica.

4.4. 1 – Qual a quantia?

O sexto problema que trabalhamos foi o problema matemático não convencional com excesso de dados abaixo.

Sexta-feira de manhã Diogo saiu para trabalhar, ele tinha R\$ 55,00 na carteira. O trânsito estava intenso e ele ficou 30 minutos parado por causa de um engarrafamento. Ele chegou ao seu trabalho às 7h e 30 minutos e ficou aguardando seu horário de começar a trabalhar. No seu horário de almoço foi ao banco para pagar um boleto. Antes de ir para casa ele passou no supermercado e fez uma compra de 75 reais. No açougue comprou carne e frango com R\$ 85,00. Quando chegou em casa tinha R\$ 950,00 na carteira. Quanto dinheiro Diogo sacou no banco?

Figura 13: Problema Diogo (problema 6). Fonte: Acervo da autora.

Optamos pela escolha desse problema para mostrar aos estudantes que nem todas as informações disponíveis no texto são utilizadas para se chegar à solução. O trabalho com esse tipo de problema rompe com a crença de que não pode haver dúvidas num problema e que todos os dados apresentados no texto são necessários e devem ser utilizados para a resolução. Além disso, evidencia a importância da leitura, fazendo com que o estudante aprenda a selecionar dados relevantes e necessários para a solução do problema.

Consideramos esse problema como um problema matemático não convencional com excesso de dados, pois ele apresenta as características apresentadas por Stancanelli (2001) na definição de problemas matemáticos não convencionais com excesso de dados. Segundo a autora, nesse tipo de problema nem todas as informações apresentadas no texto são necessárias para a resolução.

O referido problema apresenta uma situação que se aproxima da realidade e apresenta dados que não são relevantes para a resolução do problema. Geralmente, os problemas que apresentam situações do cotidiano são apresentados aos estudantes de maneira objetiva e concisa, que podem ser classificados como problemas convencionais. Já o referido problema, por se tratar de um problema matemático não convencional com excesso de dados, apresenta uma situação cheia de dados em que o estudante deverá selecionar o que será necessário para se chegar à solução do problema.

Nossa expectativa ao propor esse problema era que os estudantes percebessem que para se chegar à resposta no valor de R\$1.055,00 (quantia que Diogo sacou no banco), não seria necessário utilizar todas as informações disponíveis no texto para solucionar o problema.

Esperávamos também que os estudantes se envolvessem em um processo investigativo para a resolução, o que de fato aconteceu. Para a resolução do problema, alguns estudantes utilizaram o algoritmo como estratégia e outros recorreram ao texto para justificar que o problema não tem resposta.

Apresentamos a seguir as respostas registradas pelos estudantes.

RESPOSTAS DO PROBLEMA DO DIOGO	
Bruna – Não tem resposta	Boyy de mais – Não tem resposta
Carol Luna – Não sacou nada	Diana – Não sacou nada
Ninato – R\$ 1.110,00	Josiane – R\$ 1.110,00
Cristiano – R\$ 735,00	Laura Lima – R\$ 735,00
Daniel – R\$ 1.865,00	Lara – R\$ 210,00
Tralfagar.Water.D.Law – R\$ 965,00	Milena – R\$ 1.110,00
Vitor – Não tem resposta	Gabriele – Não tem resposta
Bernardo Almeida – Não tem resposta	Alici – Não tem resposta
Luffy Nika – R\$ 1.110,00	Itachi – R\$ 1.110,00
Rimuru Tempest – R\$ 790,00	Kally Ponce – R\$ 790,00
Minicat – R\$ 700,00	Luara – R\$ 950,00

Tabela 11: Respostas apresentadas pelas duplas no problema 6. Fonte: Acervo da autora.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes *Tralfagar.water.D.Law* e Milena.

Imagem 39: Registro do estudante *Tralfagar.Water. D. Law*. Fonte: Acervo da autora.

Imagem 40: Registro da estudante Milena. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir, o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(586) *Tralfagar.Water.D.Law*: “eu já descobri o que é. É que... pois então, eu depois que li... primeiro eu vi que... que no final não tá fazendo... não tá falando quanto que ele tinha e nem... só fala o que ele conseguiu quanto ele chegou em casa. Então eu acho que meio que

metade não tem resposta e o resto tem, porque literalmente somando todos os números daí, menos o de sete horas e os de horas também, meio que eu... i... conse... dá sim pra resolver essa conta.”

(587) Docente: “deixa eu ver se eu entendi então. Você acha que pra resolver esse problema...”

(588) *Tralfagar.Water.D.Law*: “tem que somar todos os números menos as horas.”

(589) Docente: “ah ok, entendi!”

(590) *Tralfagar.Water.D.Law*: “que, porque aqui tava perguntando: quanto... quando chegou em casa... em casa... tinha 950 reais na carteira. Como que ele conseguiu essa ‘preza’ eu não sei, mas tava falando: quanto Diogo sacou no banco? Daí é só somar os... é só somar... o... o do 75 reais, o do 85 reais mais o de 950 reais. E é isso mesmo que eu queria falar.”

(591) Docente: “tá, então você acha que é isso, pra você descobrir quanto que ele sacou no banco você vai somar todo mundo menos as 7 horas que ele saiu de casa, às sete horas e trinta minutos.”

[...]

(592) Milena: “éééé... eu fiz uma conta... eu fiz uma... éééé... é que nem o *Tralfagar.Water.D.Law* disse. É pra somar só é... quanto que ele gastou nas lojas. Não precisa somar as 7 horas e 30... e trinta minutos. Daí, quanto eu juntei... tipo, ficou um número muito grande.”

(593) Docente: “quando você juntou o quê? Todos os números?”

(594) Milena: “quando eu juntei todos... todos os preços.”

(595) Docente: “ah tá, todos os valores em dinheiro.”

(596) Milena: “todos os valores em dinheiro. Daí ficou uma quantia muito grande que não teria como ele ter na carteira. Daí eu tô pensando ne um outro jeito que fazer que não fique um resultado tão grande, mas nem tão pequeno.”

(597) Docente: “hum... tá! E qual que é o resultado que você tinha achado que você achou que ficou grande?”

(598) Milena: “é... tinha sido... mil... mil e cem... mil e cem... mil e cem!”

(599) Docente: “1.100? Pode colocar aí então. Não precisa de apagar não. Aí se você pensar em outra forma aí você registra pra mim também, por favor.”

(600) Milena: “tá!”

(601) *Tralfagar.Water.D.Law*: “professora...”

(602) Docente: “oi...”

(603) *Tralfagar.Water.D.Law*: “além do que... essa quantia cabe sim dentro do bolso dele. Do bolso que eu digo é a carteira.”

(604) Docente: “tá, mas me explica aí essa conta que você fez.”

(605) *Tralfagar.Water.D.Law*: “ $950 + 75 + 85$ é igual a 975, resumidamente.”

(606) Docente: “hum... esses 50 mais esse 5 aqui é o quê?”

(607) *Tralfagar.Water.D.Law*: “resumidamente, $50 + 5$ é 55. O 5 que eu pus ali eu tirei do 7. Daí mais 5 dá 10, ou seja, deu 60, 960. Depois disso eu pus o $960 + 15$, que é o 10 e o 5, e daí eu cheguei no resultado 955... ó é 75 quer dizer (ele quis dizer 975) por causa que eu digo 55.”

(608) Docente: “nossa, eu não entendi nada *Tralfagar.Water.D.Law*, me explica de novo. Aqui você colocou $950 + 75 + 85$. Aí aqui no 950 você puxou uma setinha. No 75 você puxou uma setinha e colocou o 50.”

(609) *Tralfagar.Water.D.Law*: “é, eu puxei a setinha sim! Eu tirei o 50 do 950, ou seja, descarto esse 9 por enquanto.”

(610) Docente: “mas você rabiscou o 9.”

(611) *Tralfagar.Water.D.Law*: “ou seja, descarto esse 9 por enquanto. Depois eu tirei do 7 e do 8, ou seja, eu tirei 10. Daí descarta o 7 e o 8 que daí a gente vai usar depois. Daí eu pus $50 + 5 = 55$, depois mais 5 é igual a 60.”

(612) Docente: “ $50 + 5 = 55$ mais 5 é igual a 60. Mas cadê o 60? Onde você pôs? Você fez só na cabeça?”

(613) *Tralfagar.Water.D.Law*: “é, o 60 eu fiz na cabeça mesmo. Daí eu pus assim (955, uma seta nele). Daí depois eu pus outra seta pra baixo escrito $955 + 5 = 960$. Daí que a gente usou o 9. Depois disso, $960 + 5$.”

(614) Docente: “esse 9 aqui é o 9 do 950 que você tirou, que você apagou?”

(615) *Tralfagar.Water.D.Law*: “é sim! $960 + 5$ mais 10, ou seja, é 15. Daí dá... é igual a 975. Resumidamente 9×5 ... ó... 9×10 X o número... como é que é o nome? É... daí vem também o 10×7 ou 7×10 . E o... e o 55 é o 10×5 .”

(616) Docente: “tá, só que aí tá vendo aqui onde você rabiscou o 9, o 7 e o 8? Volta ele aí pra mim tá.”

(617) *Tralfagar.Water.D.Law*: “é por isso que eu disse que eu ia usar depois.”

(618) Docente: “tá, entendi. Só que aí e... tira aí o rabiscado e volta o número pra eu poder visualizar depois. Que aí como a gente já gravou aqui eu sei de onde você tirou o 9, o 7 e o 8.”

(619) Docente: “vamos lá Milena!”

(620) Milena: “então, é... eu fiz é... esse resultado, que foi o de antes, eu fiz o número. Só que daí eu tinha feito do menor para o maior e esse eu fiz do maior para o menor. Eu achei... nele eu achei 1.100.”

(621) Docente: “então você acha que foi esse o valor que ele sacou no banco?”

(622) Milena: “sim!”

Os dois estudantes fizeram uso do algoritmo como estratégia de resolução. O estudante *Tralfagar.Wter.D.Law* apresenta em sua fala (586) estar influenciado pelos problemas matemáticos não convencionais sem solução trabalhados na aula anterior, porém, utiliza o algoritmo como estratégia e apresenta também estar influenciado pelos problemas matemáticos não convencionais quando diz que para solucionar o problema é preciso somar todos os números que aparecem no enunciado do problema exceto às 7h30.

Quando o estudante diz que não fala ao final do enunciado quanto dinheiro Diogo tinha e só fala quanto ele conseguiu quando chegou em casa, percebemos que o estudante não conseguiu distinguir quais informações apresentadas no texto são relevantes ou não. Apesar do estudante demonstrar que está começando a ver outras possibilidades de tipos de problemas e que o problema do Diogo é um problema diferente dos problemas matemáticos convencionais, ele ainda não conseguiu perceber que para solucionar o problema não se deve apenas somar todos os números que aparecem no enunciado.

Enquanto isso, a estudante Milena ainda demonstra forte influência dos problemas matemáticos convencionais e ainda não conseguiu perceber que esse se trata de um problema matemático diferente dos problemas matemáticos convencionais. Apesar dela ter deixado as horas fora dos números utilizados para formar o algoritmo da resolução, ainda não compreendeu que para solucionar o problema, não se deve apenas somar os números que aparecem no enunciado.

A estudante mostra-se insegura quanto ao resultado que encontrou ao somar os valores em dinheiro mencionados no problema por julgar que seria uma quantia muito grande para Diogo ter em sua carteira (fala 596). Percebemos aqui que a estudante está considerando apenas se o número encontrado no resultado é grande ou pequeno, ela não faz referência ao valor da quantia. Sua justificativa na fala (620) demonstra essa observação. A estudante, ainda, não conseguiu perceber que se trata de um problema matemático não convencional com excesso de dados. Apesar de ter se aproximado do resultado correto do problema, ela não percebeu que deveria diminuir o valor de R\$55,00 que Diogo tinha na carteira quando saiu de casa. Os dois

estudantes chegaram ao resultado separadamente. Apesar de formarem uma dupla, eles não trocaram informações quanto às estratégias utilizadas para a resolução do problema. Percebemos nas interações dos estudantes em suas falas 592, 596 e 603 o que se configura cenários para investigação. Os estudantes discordam um do outro, porém mantém o diálogo de forma respeitosa por meio da interação comigo.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelas estudantes Diana e Carol Luna.

Sexta-feira de manhã Diogo saiu para trabalhar, ele tinha R\$ 55,00 na carteira. O trânsito estava intenso e ele ficou 30 minutos parado por causa de um engarrafamento. Ele chegou ao seu trabalho às 7h e 30 minutos e ficou aguardando seu horário de começar a trabalhar. No seu horário de almoço foi ao banco para pagar um boleto. Antes de ir para casa ele passou no supermercado e fez uma compra de 75 reais. No açougue comprou carne e frango com R\$ 85,00. Quando chegou em casa tinha R\$ 950,00 na carteira. Quanto dinheiro Diogo sacou no banco?

$$\begin{array}{r} 75 \\ + 85 \\ \hline 160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ + 55 \\ \hline 215 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 215 \\ + 160 \\ \hline 375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 370 \\ + 215 \\ + 160 \\ \hline 745 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.245 \\ - 55 \\ \hline 1.190 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.190 \\ - 160 \\ \hline 1.030 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.245 \\ - 1.190 \\ \hline 0.055 \end{array}$$

Ele não sacou nada.

Imagem 41: Registro da estudante Diana. Fonte: Acervo da autora.

Sexta-feira de manhã Diogo saiu para trabalhar, ele tinha R\$ 55,00 na carteira. O trânsito estava intenso e ele ficou 30 minutos parado por causa de um engarrafamento. Ele chegou ao seu trabalho às 7h e 30 minutos e ficou aguardando seu horário de começar a trabalhar. No seu horário de almoço foi ao banco para pagar um boleto. Antes de ir para casa ele passou no supermercado e fez uma compra de 75 reais. No açougue comprou carne e frango com R\$ 85,00. Quando chegou em casa tinha R\$ 950,00 na carteira. Quanto dinheiro Diogo sacou no banco?

$$\begin{array}{r} 75 \\ + 85 \\ \hline 160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ + 55 \\ \hline 215 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 215 \\ + 160 \\ \hline 375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 370 \\ + 215 \\ + 160 \\ \hline 745 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.245 \\ - 55 \\ \hline 1.190 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.190 \\ - 160 \\ \hline 1.030 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.245 \\ - 1.190 \\ \hline 0.055 \end{array}$$

Ele não sacou nada.

Imagem 42: Registro da estudante Carol Luna. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes e durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(623) Diana: “primeiro a gente tava fazendo a conta aqui, somando este resultado aqui que era o 75 mais o 85 pra ver quanto que dava pra diminuir.”

(624) Docente: “mas esse 75 mais 85 aí é o quê?”

(625) Diana: “é o que ele gastou no supermercado. Aí eu somei aqui que $5 + 5$ que é 10, subi 1 pra cá, deu 16 aqui embaixo, $7 + 8$ que dá 15, mas somando com o 1 aqui de cima que deu 160. Aí somei o 160 mais o 55, que deu 215. Aí eu somei os 215 com os 160, que deu 375. Aí eu somei $375 + 215 + 160$, aí eu somei tudo de 1.245. Somei 1.245 menos 55 que deu 1.900... não 1.190. (A estudante disse que ‘somou’ quando na verdade subtraiu. Ela apenas confundiu as palavras, mas compreende perfeitamente que fez uma subtração). Aí eu somei 1.190 menos 160, que deu 1.030. (Novamente ela confunde as palavras). Somei $1.245 - 1.190$ que deu 155. Aí que eu percebi, lendo a pergunta de novo, que ele não foi sacar dinheiro, ele foi pagar uma conta. Então eu descobri que ele não sacou nada, eu acho que ele não sacou nada!”

(626) Docente: “ok! e você Carol Luna?”

(627) Carol Luna: “a mesma coisa.”

A princípio, as docentes grifaram no enunciado do problema as informações que julgaram ser necessárias para a resolução do problema e utilizaram o algoritmo como estratégias, demonstrando a influência dos problemas convencionais. Porém, ao término dos cálculos, perceberam que a resposta para a solução do problema seria que Diogo não teria sacado nenhuma quantia no banco.

Ao término de sua explicação, Diana afirma que percebeu que Diogo não havia sacado quantia alguma no banco porque foi pagar uma conta e não sacar dinheiro. Apesar das estudantes não terem acertado a resposta do problema, elas demonstraram ter percebido que se trata de um problema matemático diferente dos problemas matemáticos não convencionais. Elas perceberam, ao fazer uma leitura mais criteriosa e cautelosa do problema, que nem todas as informações explícitas no enunciado seriam necessárias para a solução do problema. As interações das estudantes nas falas (623 e 627) demonstra o que se configura os cenários para investigação.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes Bruna e *Boyy de mais*.

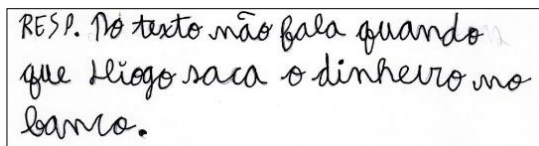


Imagem 43: Registro da estudante Bruna.
Fonte: Acervo da autora.

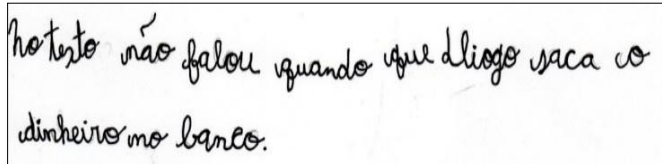


Imagem 44: Registro do estudante Boyy de mais.
Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir, o diálogo com os estudantes e durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(628) Bruna: “é... a gente colocou que ele não sacou dinheiro nenhum porque aqui não fala nem... é... que coloquei que que ele não sacou dinheiro nenhum porque hora nenhuma fala que ele foi no banco pra sacar. Porque aqui fala que ele vai pagar o boleto.”

(629) Docente: “hum, entendi! Então aí a resposta... no texto não fala quando que Diogo saca o dinheiro no banco” (leio a resposta que a estudante escreveu na folha). Então não tem resposta? É isso? Não entendi.”

(630) Bruna: “é, porque aqui não fala ne hora nenhuma quanto que ele vai sacar. Aqui só fala que eu foi pagar o boleto.”

(631) Docente: “tá, então você acha que ele não sacou nada.”

(632) Bruna: “é, e também por conta que ele falou que ia ficar esperando até o horário pra ele ir trabalhar, que era... aí foi até a hora do almoço e já foi embora, ou seja, ele ainda nem trabalhou.”

(633) Docente: “e você *Boyy de mais*?”

(634) *Boyy de mais*: “a mesma coisa. A gente tinha feito outra conta, mas a gente ‘feiz’ outra.”

(635) Docente: “vocês tinham feito outra conta?”

(636) *Boyy de mais*: “é!”

(637) Docente: “que outra conta que vocês tinham feito?”

(638) *Boyy de mais*: “é porque nós tinha somado o dinheiro tudo, aí depois que nós fomo lê de novo aí a gente viu que ele foi pra pagar um boleto, não foi o banco.”

(639) Docente: “ah tá, então primeiro vocês tinham juntado todos os dinheiros que aparecem no problema.”

(640) *Boyy de mais*: “é! “

(641) Bruna: “menos o 950!”

(642) *Boyy de mais*: “a gente pegou o resultado que dava o 55, o 75 e o 85, ai acho que deu 215. Aí a gente ‘diminuímo’ por 950, que deu 715.”

(643) Docente: “aí vocês apagaram?”

(644) *Boyy de mais*: “é!”

(645) Docente: “beleza! Então você também acha que ele não sacou nada.”

(646) *Boyy de mais*: “é!”

Assim como as estudantes Diana e Carol Luna, Bruna e *Boyy de mais* utilizaram, a princípio, o algoritmo como estratégia de resolução, porém ao reler o problema, perceberam que não fala que Diogo vai ao banco sacar dinheiro, fala somente que ele vai ao banco pagar um boleto. Apesar dos estudantes terem analisado o problema utilizando o algoritmo como estratégia de resolução, a dupla demonstrou perceber que nem todas as informações explícitas no texto são necessárias, contudo após terem percebido que a resposta encontrada por eles estaria errada e recorrerem a uma nova leitura do problema, não perceberam que Diogo havia sim sacado uma quantia no banco.

Os estudantes demonstraram ainda estar influenciados pelos problemas matemáticos convencionais e pelos problemas matemáticos não convencionais sem solução trabalhados na aula anterior. Como eles ainda não tinham tido contato com esse tipo de problema, após esse primeiro contato os estudantes passaram a “duvidar” dos problemas matemáticos. O que é benéfico para a aprendizagem uma vez que uma das características apontadas por Diniz (2001) a serem desenvolvidas ao se trabalhar com problemas matemáticos não convencionais é o estudante aprender a duvidar e fazer uma leitura mais crítica. Os estudantes demonstram também terem feito uma leitura mais cuidadosa e criteriosa do problema, porém ainda necessitam exercitar mais a leitura e interpretação de textos em matemática.

Quando se trata de ler e aprender matemática, Smole e Diniz afirmam que

Em qualquer área do conhecimento, a leitura deve possibilitar a compreensão de diferentes linguagens, de modo que os alunos adquiram certa autonomia no processo de aprender. Em uma situação de aprendizagem significativa, a leitura é reflexiva e exige que o leitor se posicione diante de novas informações, buscando, a partir da leitura, novas compreensões (Smole; Diniz, 2001, p.69).

Apesar da dupla não ter conseguido chegar à resposta correta do problema, os estudantes demonstraram uma leitura reflexiva e posicionamento diante das informações por eles percebidas, porém nas falas (628, 634, 638 e 642) a interação dos estudantes nos demonstra o que se configura cenários de investigação.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes Vitor e Gabriele.

Imagem 45: Registro do estudante Vitor. Fonte: Acervo da autora.

Imagem 46: Registro da estudante Gabriele. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(647) Vitor: “eu coloquei que não tem resposta.”

(648) Docente: “por quê?”

(649) Vitor: “não tem resposta porque ele nem trabalhou também e não recebeu nenhum dinheiro. E não tem informação também.”

(650) Docente: “ok! não tem resposta porque ele não trabalhou, não tem nenhum dinheiro e não tem informação. É isso?”

(651) Vitor: “aham, ele só tem 55 reais.”

(652) Docente: “e você Gabriele?”

(653) Gabriele: “eu acho que também não tem resposta.”

(654) Docente: “Gabriele, você acha que também não tem resposta? E esses números aqui que você colocou, o que é isso aqui?”

(655) Gabriele: “eu tentei somar os números tudo pra ver se dá o resultado do negócio, mas não deu.”

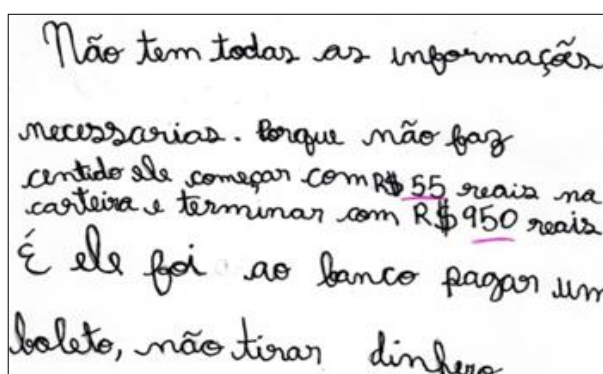
(656) Docente: “tá! Então por isso que você acha que não tem resposta?”

A estudante acena que sim com a cabeça.

Assim como os estudantes Bruna e *Boyy de mais*, Vitor e Gabriele demonstram estar influenciados pelos problemas matemáticos sem solução trabalhados na aula anterior. Gabriele ainda tenta, a princípio, utilizar o algoritmo como estratégia de resolução, mas não consegue chegar ao resultado. Essa dupla também apresenta ter percebido que o referido problema se trata de um problema matemático diferente dos problemas matemáticos convencionais, contudo, ainda não conseguiram perceber que os dados adicionais são desnecessários para a resolução do problema.

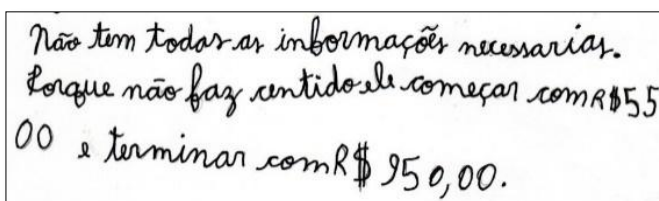
Como estão conhecendo agora o universo dos problemas matemáticos não convencionais, eles fizeram referência aos problemas matemáticos até então trabalhados nas aulas anteriores e o que mais se aproxima do problema do Diogo é o problema matemático sem solução. Apesar dos estudantes não terem percebido que se trata de um problema matemático com excesso de dados, percebemos um progresso no que se refere à interpretação dos textos de problemas matemáticos. Os estudantes estão desconfiando do que leram no enunciado e levantando novas hipóteses.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes *Alici* e Bernardo Almeida.



Não tem todas as informações necessárias. Porque não faz sentido ele começar com R\$ 55 reais na carteira e terminar com R\$ 950 reais. É ele foi ao banco pagar um boleto, não tirar dinheiro.

Imagem 47: Registro da estudante *Alici*.
Fonte: Acervo da autora.



Não tem todas as informações necessárias. Porque não faz sentido ele começar com R\$ 55,00 e terminar com R\$ 950,00.

Imagem 48: Registro do estudante Bernardo Almeida.
Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(657) Bernardo Almeida: “não tem todas as informações necessárias porque não faz sentido ele começar com 55 reais e terminar com 950 reais.”

(658) Docente: “por que você acha que não faz sentido?”

(659) Bernardo Almeida: “porque que não fala nada assim no texto que ele sacou dinheiro. E outra, ele só gasta dinheiro, ele não recebe nada!”

(660) Docente: “ok! e você *Alici*?”

(661) *Alici*: “não tem todas as informações necessárias porque não faz sentido ele começar com 55 reais na carteira e terminar com 950 reais. Ele foi ao banco pagar um boleto, não tirar dinheiro!”

Os estudantes Bernardo Almeida e *Alici* demonstram estratégias parecidas com aquelas apresentadas pelas duplas Bruna e *Boyy de mais*, Vitor e Gabriele, bem como, *Alici* e Bernardo Almeida. Apesar dos estudantes buscarem corrigir o enunciado do problema e estarem influenciados pela aula anterior, percebemos que eles apresentam um progresso com relação à

interpretação e resolução dos problemas matemáticos, pois estão percebendo que existem estratégias diferentes das utilizadas na resolução dos problemas matemáticos convencionais.

Para a resolução do problema matemático não convencional com excesso de dados, os estudantes utilizaram como estratégia de resolução o algoritmo. Além disso, grifaram no texto do problema informações que julgaram ser importantes e buscaram corrigir o enunciado. Eles demonstram estar influenciados pelos problemas matemáticos convencionais que já fazem parte do seu repertório de conhecimento matemático e estão influenciados pelos problemas matemáticos não convencionais sem solução trabalhados na aula anterior.

Percebemos também que alguns estudantes conseguiram perceber que esse se trata de um problema matemático diferente dos problemas matemáticos convencionais e outros não. Após esse primeiro contato com o problema matemático não convencional com excesso de dados, alguns estudantes demonstraram que passaram a “duvidar” dos problemas matemáticos e perceberam que nem todas as informações disponibilizadas no texto são necessárias para se chegar à resolução. Quanto à interação dos estudantes, percebemos que a cada problema proposto, eles estão contribuindo com as estratégias de resolução uns dos outros e deixando de apenas copiar a resposta do colega. Apesar disso, alguns estudantes fazem suas estratégias sem compartilhar com sua dupla.

4.4.2 – Caça ao tesouro

O segundo problema trabalhado no dia 18/09/2024 e o sétimo problema que trabalhamos no desenvolvimento do trabalho de campo foi o problema matemático de estratégia abaixo retirado do livro do Dante (2010).

Albert e Felipe estavam xeretando o baú da vovó. De repente, uma grande surpresa: encontraram um mapa todo amarelado pelo tempo. Era um mapa do tesouro e estava cheio de números¹⁵.

Atrás do mapa havia desenhos de dados e estava escrito:

“No jogo do dado, uma charada. 1 jogada máxima. Liga com 4 jogadas mínimas. Liga com 5 jogadas médias. Liga com a soma de tudo. Liga com 1 a menos da soma de tudo. Aí está o tesouro perdido.”

Vamos ajudar Albert e Felipe a decifram a charada e encontrar o tesouro?

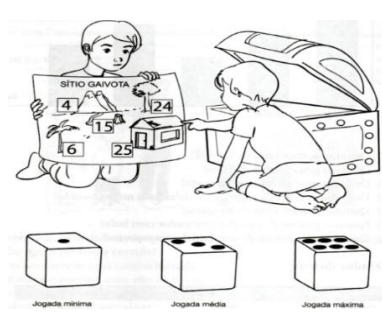


Figura 14: Problema Caça ao Tesouro (problema 7). Fonte: Dante (2010).

¹⁵ Adaptação do exemplo extraído de DANTE, L.R. **Formulação e resolução de problemas de Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Ática, 2010.

Optamos previamente pela escolha desse problema para que sua utilização se desse a depender da dinâmica da aula. Também optamos pela escolha desse problema, por acreditar que ele chamaria a atenção dos estudantes e que eles se sentiriam instigados a descobrir a solução do problema.

Consideramos esse problema como um problema de estratégia, baseando-nos na definição de problemas de estratégia apresentada por Bolina e Vidigal (2016).

É um problema que, por si só, solicita uma estratégia para sua resolução e não um algoritmo. A solução desse tipo de problema depende de combinar as informações do texto de forma adequada e escolher alguma estratégia não convencional para sua resolução (Bonilha; Vidigal, 2016, p.23).

Nossa expectativa ao propor esse problema era que os estudantes se sentissem desafiados a decifrar a charada e encontrar a resposta 24, que é onde o tesouro está escondido. Além disso, esperávamos que eles se interessassem pela história e se envolvessem num processo investigativo em sua solução, o que de fato aconteceu. Para resolução do problema, a maioria dos estudantes utilizou o algoritmo para auxiliar na estratégia de solução.

Apresentamos a seguir as respostas registradas pelos estudantes.

RESPOSTAS DO PROBLEMA CAÇA AO TESOURO	
Bruna – O tesouro está do lado da árvore	<i>Boyy de mais</i> – O tesouro está do lado da árvore
Carol Luna – 25	Diana – 25
<i>Ninato</i> – O tesouro está no número 24	Josiane – O tesouro está no número 24
Cristiano – O tesouro é o 8	Laura Lima – O tesouro é o 8
Daniel – 15	Lara – Está na árvore 24
<i>Tralfagar. Water.D.Law</i> – 9	Milena – 15
Vitor – 24 O tesouro está em cima da casa	Gabriele – 24 O tesouro está em cima da casa
Bernardo Almeida – 24 O tesouro está ao lado da árvore	<i>Alici</i> – 24 O tesouro está ao lado da árvore
<i>Luffy Nika</i> – 24 Lá está no ponto 24, na árvore perto da casa o baú da vovó	<i>Itachi</i> – 24 Lá está no ponto 24 na árvore perto da casa
<i>Rimuru Tempest</i> – 24 Na árvore	<i>Kally Ponce</i> – 24 O tesouro está na árvore
<i>Minicat</i> – 16	Luara – 24

Tabela 12: Respostas apresentadas pelas duplas no problema 7. Fonte: Acervo da autora.

(662) Docente: “então vamos lá galera, o que vocês estão achando desse aí?”

(663) Estudantes: “difícil... legal...” (Alguns disseram que está difícil e outros que é bem legal).

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes Laura Lima e Cristiano.

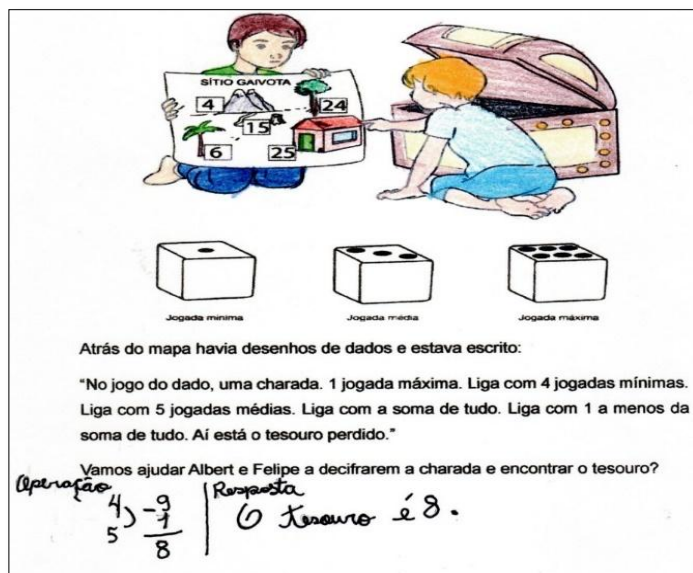


Imagem 49: Registro da estudante Laura Lima. Fonte: Acervo da autora.

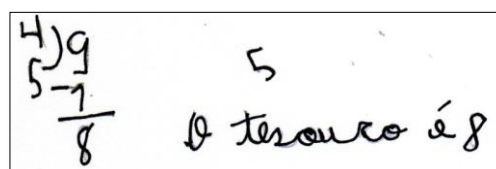


Imagem 50: Registro do estudante Cristiano. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(664) Cristiano: “eu já achei o resultado, mas eu não consigo falar!”

(665) Docente: “é só você falar pra mim como que você pensou Cristiano.”

(666) Cristiano: “professora, eu só fiz os cálculos aqui. Eu acho que tá errado é o cálculo. Eu fiz uma jogada máxima que liga com o quatro, aí eu botei quatro. Aí eu liguei com cinco jogadas médias, que aí eu peguei o quatro e joguei (não consigo ouvir o que o estudante disse) aí depois eu pequei, aqui ó: no jogo do dado uma charada. Cinco... ó... uma jogada máxima que liga com o quatro (ele lê para mim no problema). Aí falou assim: uma jogada, é, uma jogada máxima dá com quatro jogadas mínimas. Aí eu botei um 4 aqui. Liga com cinco jogadas médias (lê para mim no problema).”

(667) Docente: “espera aí, mas está de cabeça pra baixo isso aqui ou isso é um 9?”

(668) Cristiano: “isso é um 9.”

(669) Docente: “tá, mas eu ainda não entendi.”

(670) Cristiano: “nem eu professora, direito.”

(671) Docente: “tá, vamos de novo. Você pegou...”

(672) Cristiano: “isso, eu peguei tipo assim... que... uma jogada máxima... quando eu falar... quando a... quando eu acho que ‘tava’ falando liga, tipo assim, é igual.”

(673) Docente: “ah tá!”

(674) Cristiano: “tipo assim, aí eu fiz: no jogo do dado uma charada. Uma jogada máxima que liga... que é igual a quatro jogadas mínimas. Aí eu coloquei um 4 aqui. Mas... e

liga com quatro jogadas mínimas, liga com cinco jogadas médias. Aí que peguei o 4 que dá igual o quatro jogadas mínimas que deu... que é igual a cinco jogadas médias. Aí eu coloquei um 5 aqui. Aí liga com a soma de tudo. Aí eu peguei $4 + 5$ que deu 9. Aí liga comum a menos, então é igual a um a menos da soma de tudo. Aí eu fiz $9 - 1$ deu 8.”

(675) Docente: “hum... tá!”

(676) Cristiano: “aí onde está o tesouro perdido, aí eu vou... colocar assim: o tesouro perdido é 8.”

Esse estudante faz as tarefas com muita rapidez para terminar rápido e isso acaba prejudicando um pouco seu rendimento nas aulas de Matemática.

(677) Docente: “ok! E você Laura Lima?”

(678) Laura Lima: “o Cristiano não deixa nem eu conseguir ler direito professora. Ele lê tão rápido e... eu já li.”

(679) Docente: “não, mas aí pensa do seu jeito e aí depois você me explica tá. Você não tem que fazer igual ao Cristiano, você vai falar pra mim o que você pensou.” O Cristiano já me explicou Laura Lima...”

(680) Laura Lima: “é, eu fiz a mesma coisa que o Cristiano.”

(681) Docente: Fez a mesma coisa? Então explica pra mim como é que foi o seu.”

(682) Laura Lima: “eu fiz a mesma coisa que o Cristiano.”

(683) Docente: “você só copiou dele?”

(684) Laura Lima: “não, eu pensei assim... tava pensando aqui. Eu tentei fazer uma, mas eu não consegui.”

(685) Docente: “qual que você tentou fazer que você não conseguiu?”

(686) Laura Lima: “não, mas aqui eu tentei fazer, mas eu não pensei. Eu pensei assim hum... eu não vou conseguir fazer isso. Eu tentei fazer, mas eu não consegui.”

(687) Docente: “mas o que você tentou fazer?”

(688) Laura Lima: “eu tentei fazer uma, só que eu não consegui.”

(689) Docente: “ah tá, você tentou fazer o problema e não conseguiu. É isso?”

(690) Laura Lima: “isso!”

(691) Docente: “aí você copiou do Cristiano?”

(692) Laura Lima: “isso!”

(693) Docente: “tá, você sabe me explicar aqui como que ele fez ou você só copiou lá?”

(694) Laura Lima: “não, eu só copieei mesmo por causa que eu tava com dificuldade.”

Cristiano foi o primeiro estudante a resolver o problema da caça ao tesouro, porém disse que não sabia explicar como chegou à resposta. Ele utilizou o algoritmo como estratégia de resolução, porém não compreendeu as dicas do problema. Ao seguir os passos informados pelas dicas do problema, Cristiano não fez os cálculos das jogadas mínima, média e máxima antes de ligar uma a outra. O estudante também não compreendeu o significado da palavra “liga”, ele interpretou que “liga” seria “igual”.

Cristiano, assim como os demais estudantes, se mostrou interessado em desvendar a charada do problema, porém como faz as tarefas apressadamente para terminar antes dos colegas, acabou se equivocando na interpretação do enunciado do problema. Sua leitura apressada do problema acabou atrapalhando Laura Lima, sua dupla, e a estudante sinaliza sua insatisfação com a atitude de Cristiano. A interação entre a dupla Cristiano e Laura Lima é satisfatória, porém ao longo do desenvolvimento do trabalho de campo, percebemos que Laura Lima acaba se deixando influenciar pelas respostas de Cristiano, mesmo quando discorda de suas opiniões, como aconteceu no problema 4 (tratamento dentário do Fernando), porém na interação da dupla, podemos perceber que o comportamento adotado pelos estudantes configura os cenários de investigação. Quanto ao problema “caça ao tesouro”, após passados alguns minutos, Laura Lima acabou copiando a resposta de Cristiano por não ter compreendido o problema. Os estudantes também não perceberam que o desenho do mapa poderia ter auxiliado na resolução da solução do problema. Eles não fizeram referência do mapa com as informações trazidas no enunciado do problema.

Percebemos ao longo do desenvolvimento da pesquisa um maior envolvimento dos estudantes e um progresso da comunicação entre eles. Além disso, a interpretação dos problemas tem se modificado. Os estudantes, apesar de ainda estarem se habituando a esse novo modelo de aula e a nova proposta das atividades com resolução de problemas, apresentam perspectivas positivas quanto à interpretação, resolução dos problemas e interação/comunicação entre eles. Cândido (2001) nos mostra que em matemática, a comunicação tem papel fundamental para que os estudantes construam vínculos entre suas noções intuitivas de matemática e a linguagem simbólica e abstrata da matemática. Ao serem estimulados a se comunicar matematicamente com colegas, professores e demais pessoas, os estudantes “terão oportunidade para explorar, organizar e conectar seus pensamentos, novos conhecimentos e diferentes pontos de vista sobre determinado assunto”. (Cândido, 2001, p. 15).

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes Bruna e *Boyy de mais*.

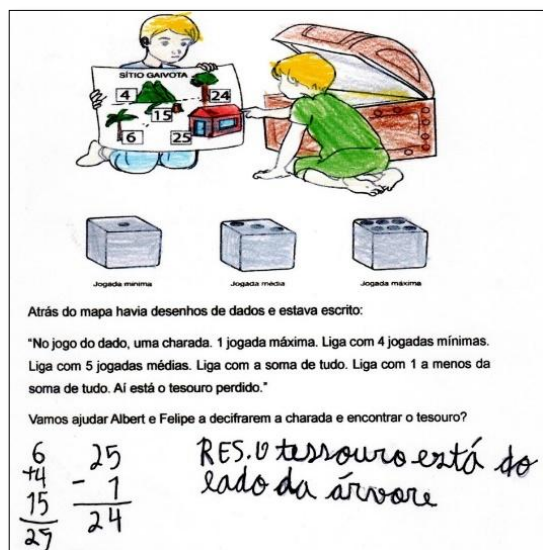


Imagem 51: Registro da estudante Bruna.
Fonte: Acervo da autora.

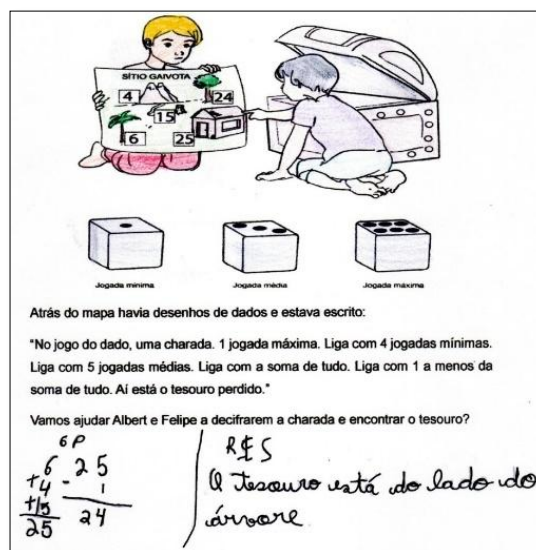


Imagem 52: Registro do estudante Boyy de mais.
Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(695) Bruna: “a gente, tá óbvio aqui né professora, desse desenho.”

(696) Docente: “vamos lá Bruna! Você falou pra mim que é meio óbvio. O que é meio óbvio?”

(697) Bruna: “nessa imagem aqui já tá praticamente ‘dano’ a resposta. Aqui, no jogo tem a charada... uma jogada mínima, a jogada mínima é 1. Então a gente coloca...”

(698) *Boyy de mais*: “não, uma jogada mínima... uma jogada máxima.” (Diz corrigindo o que a Bruna havia dito).

(699) Bruna: “é, uma jogada máxima, que é o 6. Aí a gente colocou o 6 aqui. Agora ligar com quatro jogadas mínimas, são quatro vezes o 3. Não, quatro vezes o um (os dois estudantes falam juntos), aí deu 4. E aqui... então o Bernardo completa: – cinco jogadas médias, que dá 15. Aí a gente somou... é... tudo isso, deu 25 e aqui tá ‘falano’ liga um a menos da soma de tudo, que deu 24. E aqui tá dano toda a resposta, que é o 6, aqui o 4, aqui o 15, aqui o 25 e aqui o 24.” (Mostrando-me na folha)

(700) Docente: “hum... então o tesouro tá onde?”

(701) Bruna: “na casa dele! Na casa dele aqui ó!”

(702) Docente: “pois é, mas em qual dos números?”

(703) *Boyy de mais*: “atrás da árvore. Na casa.”

(704) Bruna: “do lado.”

(705) Docente: “beleza! Você também pensou a mesma coisa *Boyy de mais?*”

(706) *Boyy de mais*: “é!”

Bruna e *Boyy de mais* não apresentaram dificuldade em ler, interpretar e solucionar o problema. De acordo com Bruna, o desenho do mapa já mostra a resposta. Os estudantes fizeram uso do algoritmo como estratégia ao seguirem as pistas informadas e demonstraram ter compreendido o texto do problema. Além disso, fizeram também a leitura do mapa desenhado, fazendo referência com as informações trazidas no enunciado do problema. Os estudantes demonstraram ter feito uma leitura mais criteriosa do texto conforme Stancanelli (2001) nos apresenta como um dos pré-requisitos para resolução desse tipo de problema matemático não convencional.

Quanto à comunicação e interação entre a dupla, essa ocorre de maneira intensa, respeitosa e produtiva, o que configura os cenários de investigação. Os estudantes trocam informações sobre os problemas e ambos contribuem para a resolução. A dupla também demonstrou entusiasmo com esse tipo de problema, como podemos perceber nas falas apresentadas e na decoração que fizeram na folha ao colorirem o desenho apresentado no problema.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelas estudantes Diana e Carol Luna.

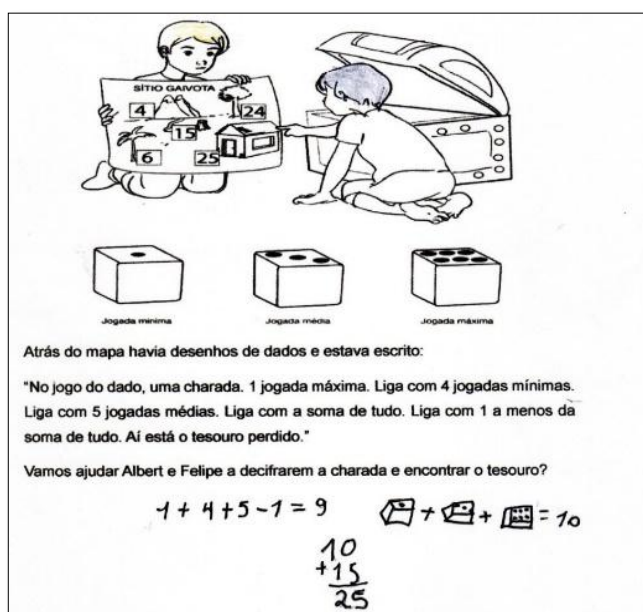


Imagem 53: Registro da estudante Diana.
Fonte: Acervo da autora.

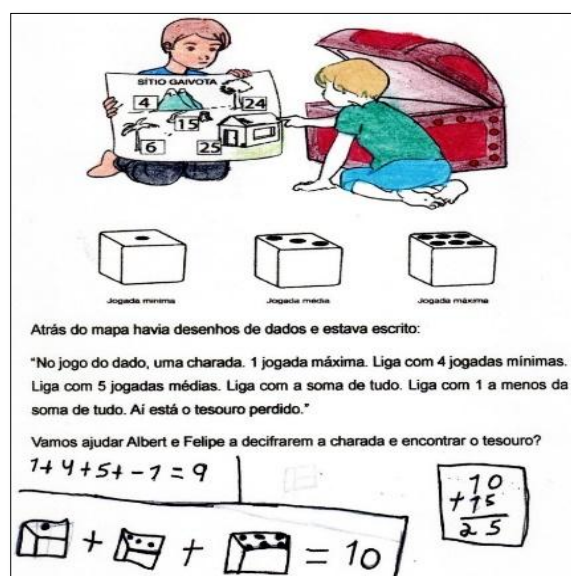


Imagem 54: Registro da estudante Carol Luna.
Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com as estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(707) Diana: “eu somei aqui as jogadas do... da pergunta... da charada, que deu 9. Mas aí eu pensei não tem 9... 19 ali que dava pra somar com os dados aqui. Então eu fui aqui no mapa, pensei nesse 15 aqui e somei com o 10 aqui. Então eu acho que tá na casa, no 25.”

(708) Docente: “tá, mas agora me explica aqui, por que primeiro você colocou $1 + 4 + 5 - 1$ e deu 9.”

(709) Diana: “sim!”

(710) Docente: “esse $1 + 4 + 5 - 1$ você tirou de onde?”

(711) Diana: “daqui da charada.”

(712) Docente: “ah, da charada, os números que aparecem na charada que você colocou aí. Beleza! Aí depois você desenhou aqui os dadinhos né! Um dadinho com um pontinho, depois mais um dadinho com três pontinhos mais um dadinho com seis pontinhos, que deu 10. Aí você pegou esse 10 que você achou com os dadinhos somou com o 15 que você viu lá no mapa e deu 25. É isso?”

A estudante acena que sim com a cabeça.

(713) Docente: “então o tesouro tá lá no 25?”

A estudante acena que sim com a cabeça.

(714) Docente: “ok, e você Carol Luna?”

(715) Carol Luna: “a mesma coisa.”

A princípio as estudantes seguiram as instruções da charada e formaram um algoritmo $(1 + 4 + 5 - 1)$ que teve 9 como resultado. Feito isso, as estudantes desenharam os dados que aparecem no enunciado do problema e encontraram o resultado 10. Então somaram o resultado 9 que encontraram seguindo os números que aparecem na charada com o 10 que encontraram com a soma dos dados desenhados e encontraram 10.

Observamos que, mesmo as estudantes tendo feito uma análise equivocada dos dados informados na charada, elas fazem uma leitura detalhada e criteriosa quando a estudante Diana diz que como não tem no mapa o número 19 para que ela pudesse somar com o 10 que é o resultado da soma dos dados, ela volta a analisar o mapa e percebe que nele tem o número 15, então ela soma esse número 15 que aparece no mapa com o 10 que resultou da soma dos dados desenhados.

Assim como os estudantes Bruna e *Boyy de mais*, as estudantes Diana e Carol Luna também fazem uma leitura do mapa fazendo referência das informações contidas nele com as

informações da charada. Essa dupla também apresenta ter dado um salto com relação à influência dos problemas matemáticos convencionais, como observamos nas aulas anteriores, no início do trabalho de campo. Percebemos que a perspectiva da resolução de problemas tem surtido um efeito positivo no aprendizado dos estudantes.

Problemas que envolvem caça ao tesouro, charadas, mistério, etc. Envolvem os estudantes e provocam neles à vontade de desvendar o mistério e encontrar a solução. Durante o desenvolvimento da pesquisa, os estudantes foram se mostrando cada vez mais motivados a cada problema matemático não convencional que conheciam. Esse problema da caça ao tesouro também se enquadra na classificação dos problemas matemáticos não convencionais de lógica que iremos apresentar a seguir.

Para a resolução do problema matemático não convencional de estratégia, os estudantes seguiram as pistas fornecidas pelo problema e fizeram uso do algoritmo como estratégia de resolução. Além disso, fizeram a leitura do mapa do tesouro fazendo referência com as charadas disponibilizadas no texto. Alguns estudantes demonstraram ter compreendido as dicas do problema e outros não. Percebemos também que eles mostraram interesse em resolver o problema e demonstraram um maior envolvimento. Problemas que envolvem mistério, charadas, caça ao tesouro tendem a despertar maior interesse nos estudantes.

Os estudantes demonstraram, também, uma leitura mais cuidadosa do enunciado dos problemas. Desde o início do trabalho de campo, percebemos que mais estudantes estão começando a perceber que se trata de problemas matemáticos diferentes dos problemas matemáticos convencionais conhecidos por eles. A interação entre as duplas também se mostrou mais produtiva.

4.5 – Quinta aula

Nossa quinta e última aula para a continuidade do desenvolvimento do trabalho de campo ocorreu dia 25/09/2023. A organização dos estudantes permaneceu em duplas, como combinado nas aulas anteriores. Iniciamos a aula explicando aos estudantes que daríamos continuidade ao nosso trabalho de pesquisa com os problemas matemáticos não convencionais. Como já estávamos na 5ª aula do trabalho de campo, os estudantes foram se organizando e se sentando ao lado de suas respectivas duplas. Mesmo já cientes do combinado de discutirem com suas duplas as estratégias a serem utilizadas para a resolução dos problemas matemáticos, reforcei com eles nosso combinado.

Essa foi a nossa última aula para o desenvolvimento do trabalho de campo e nela trabalhamos o problema matemático não convencional de lógica.

4.5.1 – A grande corrida

O oitavo problema trabalhado foi o problema matemático não convencional de lógica abaixo.

João Carlos, Eduardo, Fernando e Pedro estavam participando de uma corrida de carros. Descubra a cor do carro de cada um e a posição em que eles chegaram¹⁶.

- O carro amarelo chegou em terceiro lugar.
- João ficou em quinto lugar.
- O vencedor foi o dono do carro vermelho (esse carro não era de Carlos).
- Pedro chegou após o carro amarelo.
- Fernando tinha um carro azul.
- O carro verde chegou após o carro preto.

Figura 15: Problema a grande corrida (problema 8). Fonte: Acervo da autora.

Optamos pela escolha desse problema, por acreditar que ele chamaria a atenção dos estudantes e que eles se sentiriam instigados a descobrir a solução do problema. Nossa expectativa ao propor esse problema era que os estudantes se sentissem desafiados a decifrar a charada e encontrar a resposta buscando estratégias não convencionais de resolução. Esperávamos também que os estudantes se interessassem pela história e se envolvessem num processo investigativo em sua solução, o que de fato aconteceu

Consideramos esse problema como um problema matemático não convencional de lógica baseando-nos na definição apresentada por Bonilha e Vidigal (2016).

Esses são problemas que exigem o raciocínio dedutivo em sua resolução. Muitas vezes não contém números em seus dados, mas pistas na forma de afirmações que, combinadas, devem levar à solução do problema. Para resolver o problema é preciso algum registro – uma tabela, uma lista, um esquema; cada pessoa prefere uma forma para organizar os dados. A cada informação é preciso voltar às demais pistas do texto e combiná-las para deduzir algo sobre os personagens e suas preferências (Bonilha; Vidigal, 2016, p.22 – 23).

O trabalho com esse tipo de problema proporciona aos estudantes o desenvolvimento de operações de pensamento como “previsão e checagem, levantamento de hipóteses, busca de

¹⁶ Exemplo extraído de BONILHA, M. A. C e VIDIGAL, S. M. P. **Resolução de problemas nas aulas de matemática: o recurso da problemoteca**. Porto Alegre: Penso, 2016.

suposições, análise e classificação” (Bonilha; Vidigal, 2016). Por esse tipo de problema, envolver estratégias não convencionais de solução, curiosidade pelas histórias apresentadas e por sua estrutura diferenciada, ele estimula mais a análise dos dados, favorece a leitura e interpretação de texto e ameniza a pressão para obtenção apressada da resposta correta. Além disso, rompe com a crença que todo problema matemático tem que apresentar cálculos ou aplicação fórmulas e que toda resposta deve ser obtida rapidamente. Esse tipo de problema favorece a comunicação entre os estudantes, a argumentação, a troca de experiência, ampliação do repertório quando conhecem os registros das diferentes soluções encontradas por seus colegas. Dessa forma, promovemos um ambiente de aprendizagem significativa em uma perspectiva de investigação em sala de aula.

Para resolução do problema, a maioria dos estudantes utilizou tabela, um utilizou texto, um utilizou lista, dois não souberam explicar e dois disseram que o problema não tem solução.

Apresentamos a seguir as respostas registradas pelos estudantes.

RESPOSTAS DO PROBLEMA A GRANDE CORRIDA			
Estudante	Motorista	Carro	Posição
Bruna	Eduardo	Vermelho	1º
	Fernando	Azul	2º
	Carlos	Amarelo	3º
	Pedro	Preto	4º
	João	Verde	5º
<i>Boyy de mais</i>	Eduardo	Vermelho	1º
	Fernando	Azul	2º
	Carlos	Amarelo	3º
	Pedro	Preto	4º
	João	Verde	5º
Carol Luna	Não foi à aula		
Diana	Fernando tinha um carro azul. 2º lugar		
	Pedro com o carro preto e ficou em 4º lugar.		
	João ficou em 5º lugar com a cor vermelha.		
	Eduardo ficou em 1º lugar com o carro vermelho.		
	Carlos ficou em 3º lugar com o carro amarelo.		
<i>Ninato</i>	Eduardo	Vermelho	1º
	Fernando	Azul	2º
	Carlos	Amarelo	3º
	Pedro	Preto	4º
	João	Verde	5º
Josiane	O carro vermelho 1º é do Eduardo.		
	O carro azul 2º é do Fernando.		
	O carro amarelo 3ª é do Carlos.		
	O carro preto 4º é do Pedro.		
	Carro verde 5ª é do João.		
Cristiano	Eduardo	Vermelho	1º

	Fernando	Azul	2º
	Carlos	Amarelo	3º
	Pedro	Preto	4º
	João	Verde	5º
Laura lima	Eduardo	Vermelho	1º
	Fernando	Azul	2º
	Carlos	Amarelo	3º
	Pedro	Preto	4º
	João	Verde	5º
Daniel	Não sei explicar no papel. Expliquei para a professora.		
Lara	Não sei explicar.		
<i>Tralfagar. Water. D. Law</i>	Não consegui compreender a resposta do estudante.		
Milena	1. Eduardo ficou no carro vermelho.		
	2. Fernando ficou no carro azul.		
	3. Carlos ficou no carro amarelo.		
	4. Pedro ficou no carro preto.		
	5. João ficou no carro verde.		
Vitor	Eduardo	Vermelho	1º
	Fernando	Azul	2º
	Carlos	Amarelo	3º
	Pedro	Preto	4º
	João	Verde	5º
Gabriele	Não foi à aula.		
Bernardo Almeida	Não sei por que minha dupla e eu chegamos à conclusão que não tem resposta.		
<i>Alici</i>	Não sei por que minha dupla e eu chegamos à conclusão que não tem resposta.		
<i>Luffy Nika</i>	Pedro	Preto	4º
	João	Verde	5º
	Fernando	Azul	2º
	Carlos	Amarelo	3º
	Eduardo	Vermelho	1º
<i>Itachi</i>	Pedro	Preto	4º
	João	Verde	5º
	Fernando	Azul	2º
	Carlos	Amarelo	3º
	Eduardo	Vermelho	1º
<i>Rimuru Tempest</i>	Eduardo	Vermelho	1º
	Fernando	Azul	2º
	Carlos	Amarelo	3º
	Pedro	Preto	4º
	João	Verde	5º
<i>Kally Ponce</i>	Eduardo	Vermelho	1º

	Fernando	Azul	2º
	Carlos	Amarelo	3º
	Pedro	Preto	4º
	João	Verde	5º
Minicat	Eduardo	Vermelho	1º
	Fernando	Azul	2º
	Carlos	Amarelo	3º
	Pedro	Verde	4
	João	Preto	5º
Luara	Eduardo	Vermelho	1º
	Fernando	Azul	2º
	Carlos	Amarelo	3º
	Pedro	Verde	4
	João	Preto	5º

Tabela 13: Respostas apresentadas pelas duplas no problema 8. Fonte: Acervo da autora.

O registro apresentado a seguir é da estudante Diana, pois a estudante Carol Luna que é sua dupla não foi à aula nesse dia.

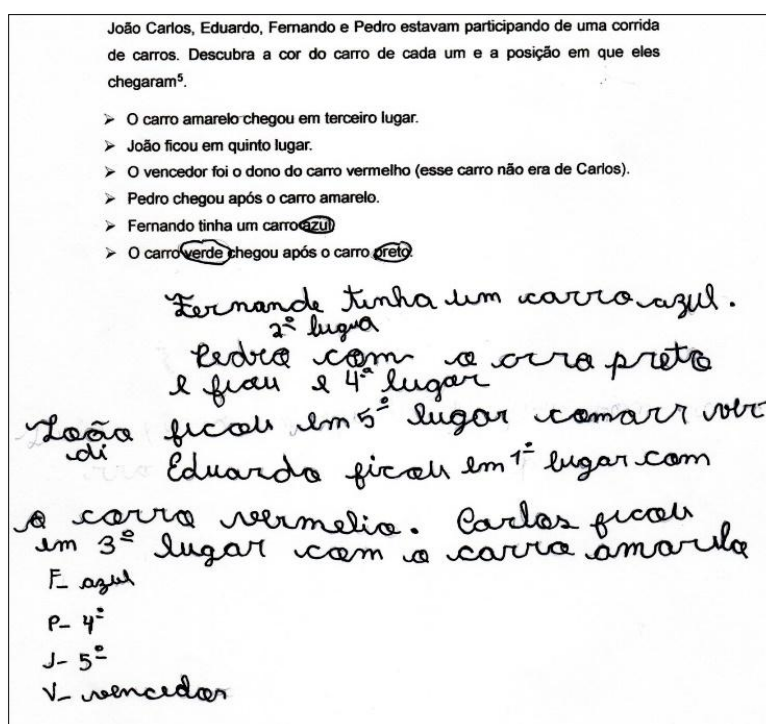


Imagem 55: Registro da estudante Diana. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com a estudante durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(716) Diana: “não tô entendendo, por que o carro amarelo chegou em terceiro lugar. João ficou em 5º lugar. O carro amarelo chegou em 3º lugar. João ficou em 5º lugar. O vermelho foi o do... o vencedor foi o dono do carro vermelho. Esse carro não era de Carlos. Pedro chegou

após o carro amarelo. Fernando tinha um carro azul. O carro vermelho... verde chegou após o carro preto. Mas não tinha carro preto! Como é que vou saber?"

(717) Docente: "tem carro preto, aí está falando de carro preto."

(718) Diana: "tá falando de carro preto aqui, mas aqui não tá falando carro preto nenhum." (Se referindo às dicas dadas no problema com relação ao enunciado do problema).

(719) Docente: "não, mas aí está te dando dicas para você saber qual carro que chegou primeiro. Olha o problema: João, Carlos, Eduardo, Fernando e Pedro estavam participando de uma corrida de carros. Descubra a cor do carro de cada um e a posição em que eles chegaram. Então você tem que descobrir qual carro é de quem e quem chegou em qual posição."

Passado um tempo voltei à mesa da estudante.

(720) Docente: "conseguindo aí agora Diana?"

(721) Diana: "eu não tô conseguindo entender uma coisa porque se o carro azul, o verde e o preto... o carro verde chegou após o carro preto, não tem como porque o carro amarelo ficou em 3º lugar, João ficou em 5º lugar, o vencedor foi o carro vermelho. Então esses três aqui já tem dono. Pedro chegou após o carro amarelo, então ele tá no 4º lugar. Fernando está com o carro azul, então com certeza ele tá com o 2º lugar e o carro verde e o preto não tem é... lugar pra eles porque não tem jeito."

(722) Docente: "mas e aí o que que você acha então que é a resposta do problema?"

(723) Diana: "que o carro amarelo é do João, que ficou em 5º lugar. O vermelho é do Eduardo. Pedro... amarelo... o Pedro ficou com o carro... como é que fala? Eu não sei com o que que o Pedro ficou, o Pedro eu ainda não sei. O Fernando eu sei que tá com o azul e eu acho que o 2º lugar é do Fernando."

(724) Docente: "pensa mais um pouquinho aí porque você tem que ir seguindo as dicas que o problema te dá. Tá bom? Vai pensando aí mais um pouquinho e aí você vai escrevendo que você vai chegar lá. Você já evoluiu da hora que eu passei aqui que você foi pensando. Você percebeu isso? Que você já conseguiu andar um pouquinho?"

A estudante acena que sim com a cabeça.

(725) Docente: "então vamos pensar mais um pouquinho aí e depois eu volto."

Passados alguns minutos, voltei à mesa da estudante.

(726) Diana: "pensei melhor... e dá pra colocar alguma coisa aqui sim! Fernando, como não diz muito, eu acho que ele tá com o carro azul como diz aqui e eu acho que ele tá em 2º lugar. Pedro, com o carro preto fi... ele... eu esqueci de colocar o ele... é, ficou em 4º lugar. João

ficou em 5º lugar com o carro verde. Eduardo ficou em 1º lugar com o carro vermelho. Carlos ficou com... em 3º lugar com o carro amarelo.”

(727) Docente: “hum, e como é que você chegou nessa conclusão?”

(728) Diana: “eu fui pensando...”

(729) Docente: “você foi pensando? Seguindo as pistas?”

(730) Diana: “é!”

(731) Docente: “e aí eu vi que você circulou aí umas coisas. Essa... você circulou por quê?”

(732) Diana: “porque eu tava pensando, aí eu fui passar o lápis assim e deixei.”

(733) Docente: “ah, ok! só pra mostrar aí, pra mostrar pra você qual que você já tinha feito? Foi por isso?”

A estudante acena que sim com a cabeça.

A princípio, a estudante demonstrou não ter compreendido as dicas disponibilizadas no enunciado do problema, pelo fato de se tratar de um problema matemático não convencional de lógica e a estrutura do texto do problema ser diferenciada dos problemas matemáticos convencionais, que geralmente apresentam textos com narrativas curtas, dispostas em um parágrafo e com frases assertivas. A estudante demonstrou, a princípio, dificuldade na leitura e interpretação do problema.

Pelo fato de não estarem habituados com esse tipo de problema matemático, os estudantes tendem a se precipitar na leitura e interpretação e acabam buscando uma solução rápida e assertiva do problema, contudo para a resolução desse tipo de problema, é necessário que se desenvolva uma estratégia para que se consiga organizar as informações dispostas no enunciado e conseguir solucionar o problema.

Após minha intervenção por meio da leitura do problema para a estudante e ela ter refletido mais um pouco sobre o problema, ela demonstrou ter avançado um pouco na compreensão, mas ainda apresentava dúvidas e questionamentos referentes aos carros verde e preto. O fato de eu ter proporcionado à estudante a possibilidade de refletir mais sobre o problema após aguçar sua curiosidade e mostrado a ela seu progresso a partir de sua primeira leitura do problema, fez com que a estudante se envolvesse mais no processo investigativo para a resolução e na construção do conhecimento. Essa postura por mim adotada, já demonstra uma postura diferenciada, proporcionando assim um ambiente de aprendizagem, aonde os estudantes têm a liberdade de pensar e interagir entre si, proporcionando assim o que se configura os cenários para investigação.

Ao observar os registros da estudante e sua interação comigo, percebemos seu progresso no processo de leitura, interpretação e resolução de problemas. Como estratégia de resolução, a estudante circulou as dicas que já havia usado e fez os registros de suas descobertas por meio de lista e acabou conseguindo solucionar o problema.

Passado algum tempo que os estudantes estavam interagindo com suas duplas a respeito de suas estratégias para a resolução dos problemas, pergunto a eles:

(734) Docente: “e aí gente, está fácil?”

(735) Estudantes: “não!!!”

(736) *Boyy de mais* e Cristiano: “tá mais ou menos professora.”

(737) Bruna: “começando a encaixar as peças aqui na minha cabeça.”

E os estudantes continuam engajados na resolução do problema.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes Bruna e *Boyy de mais*.

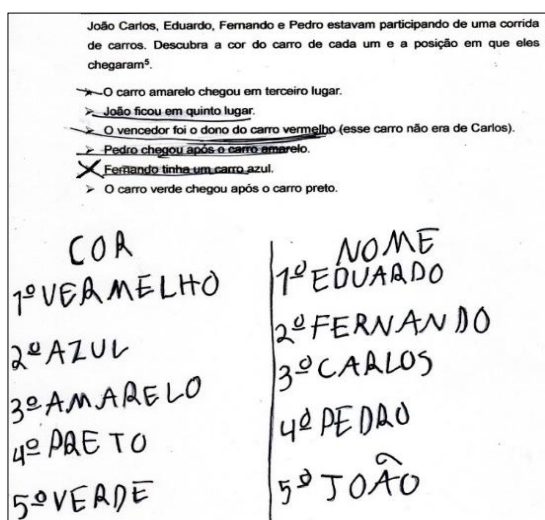


Imagem 56: Frente do registro da estudante Bruna. Fonte: Acervo da autora.

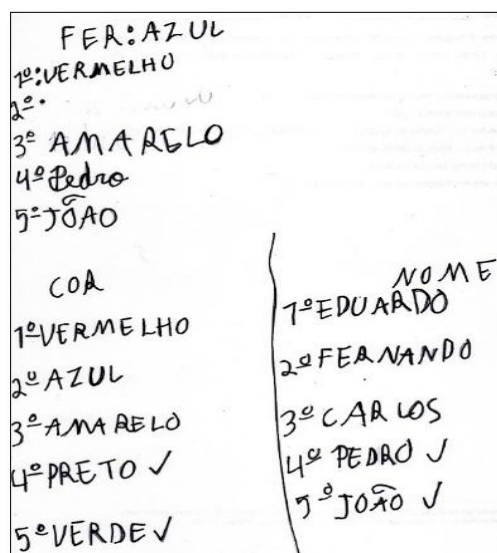


Imagem 57: Verso do registro da estudante Bruna. Fonte: Acervo da autora.

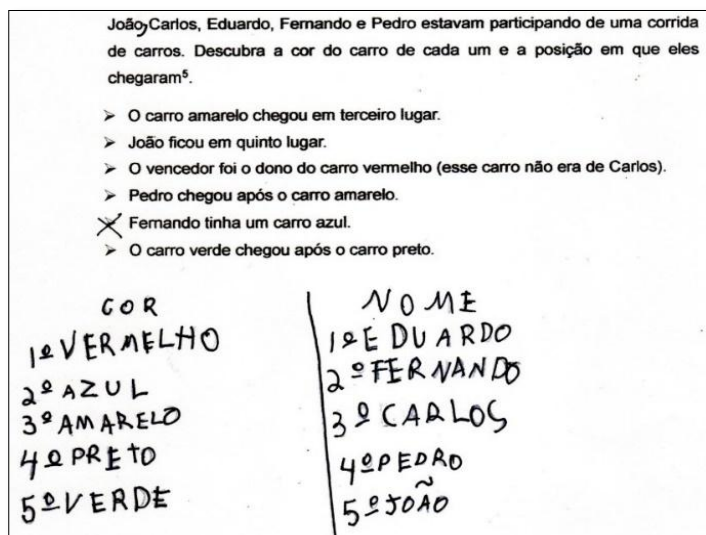


Imagem 58: Frente do registro do estudante *Boyy de mais*.
Fonte: Acervo da autora.

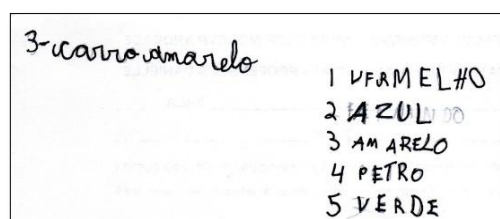


Imagem 59: Verso do registro do estudante *Boyy de mais*. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(738) Bruna: “a gente conseguiu. Agora é só copiar pra frente. A gente fez que nem que os enigmas, o que a gente conseguiu a gente ia ‘riscando’, aí ficou...”

(739) Docente: “os que vocês conseguiam achar vocês iam riscando?”

(740) Bruna: “aham. Aí o primeiro carro que era o de Eduardo fica na cor vermelha. O segundo carro que era o de Fernando é azul. O de Carlos, amarelo. Pedro, preto e de João verde.”

(741) Docente: “mas por que vocês pensaram assim? Porque eu estou vendo que tem umas coisas apagadas ali. Como é que vocês chegaram nesse raciocínio?”

(742) Bruna: “não, aqui a gente tava juntando o nome com cor, aí não deu certo.”

(743) Docente: “ah, vocês foram juntando nome com cor. Essa que foi a estratégia?”

(744) Bruna: “é, aí deu uma embolada aqui. Aí eu deixei isso aqui pra lá e fiz essa tabela.”

(745) Docente: “ah, então a estratégia que vocês usaram foi a tabela.”

(746) Bruna: “uhum.”

(747) Docente: “e assim, como vocês pensaram para formar a tabela?”

(748) *Boyy de mais*: “aqui ó, o carro amarelo chegou em 3º lugar. Aí o 3º lugar já era o carro amarelo, aí nós fez primeiro a cor, 3º lugar. João ficou em 5º lugar. Nós fez a tabela primeiro, de cor e nome.”

(749) Docente: “hum.”

(750) *Boyy de mais*: “aqui ó, o carro amarelo chegou em 3º lugar. Nós ‘colocamo’ o carro amarelo em 3º lugar. O João ficou em 5º lugar, aí a gente vai colocar o João aqui em 5º lugar. Aí o João ficou em 5º lugar. O vencedor foi o dono do carro vermelho, aí o 1º lugar foi o carro vermelho. Esse não era de Carlos, então nós já sabe que o nome dele aqui não era Carlos. Pedro chegou após o carro amarelo. Então após, ficou em 4º o Pedro. Aí nós já coloca aqui o Pedro (e me mostra na folha). Aí, Fernando tinha um carro azul, que já é o 2º. O 2º era o carro azul, então nós já ‘sabemo’ que era o de Fernando. Aí nós vai colocar o Fernando em 2º lugar. Como o 1º era o carro vermelho, que o carro não era de Carlos, então o 3º que era o carro amarelo podia ser só de Eduardo. Aí nós ‘colocamo’ aqui o Eduardo...”

(751) Bruna: “não, aí o 3º é Carlos!”

(752) *Boyy de mais*: “é isso aí ‘memo’, esqueci. O 3º é Carlos e o 1º como que nós sabia que o carro... que o carro vermelho não podia ser de Carlos, o carro vermelho... só sobrou o Eduardo!” (Bruna e *Boyy de mais* falam juntos).

(752) *Boyy de mais*: “então nós colocou o Eduardo.”

As estratégias utilizadas pelos estudantes foram riscar as dicas que já haviam utilizado. A princípio, Bruna e *Boyy de mais*, tentaram juntar os nomes dos corredores com as cores dos carros, mas não obtiveram sucesso com essa estratégia, então decidiram abandoná-la e seguir outro caminho para a solução do problema. Como a primeira estratégia não deu certo, os estudantes usaram a mesma estratégia que a estudante Diana utilizou: a cada dica que utilizavam, eles a riscavam, porém o registro utilizado para suas descobertas foi a tabela.

Os estudantes não demonstraram dificuldade na resolução do problema e conseguiram se envolver no processo investigativo de resolução e construção do conhecimento. Essa é uma das duplas que mostrou melhor desempenho na interação durante o desenvolvimento da pesquisa. Os estudantes, em todos os problemas propostos durante a realização do trabalho de campo, trabalharam de maneira conjunta trocando ideias, opiniões, estratégias e se respeitaram a todo momento durante o desenvolvimento da pesquisa.

Percebemos também que os estudantes conseguiram perceber que existem problemas matemáticos diferentes dos problemas matemáticos convencionais que geralmente são trabalhados nas aulas de matemática. Ao final do desenvolvimento do trabalho de campo, percebemos que os estudantes conseguiram se envolver no processo investigativo, na produção do conhecimento e ampliaram seu repertório de interpretação e resolução de problemas matemáticos diversos.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes Cristiano e Laura Lima.

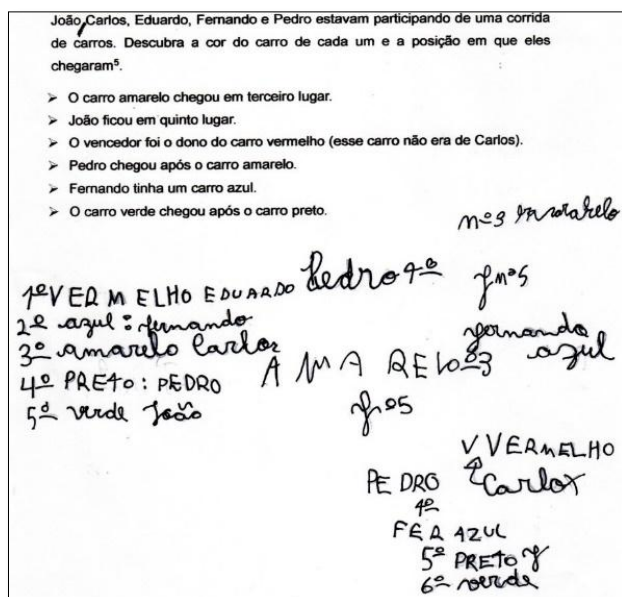


Imagem 60: Frente do registro do estudante Cristiano. Fonte: Acervo da autora.

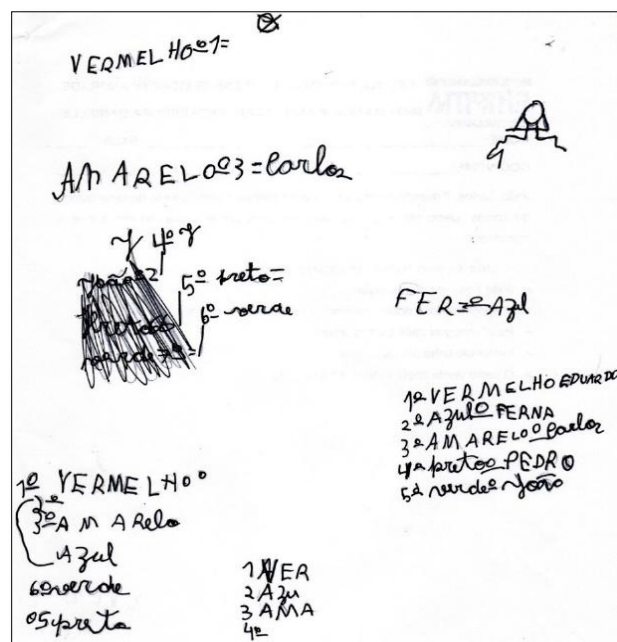


Imagem 61: Verso do registro do estudante Cristiano. Fonte: Acervo da autora.

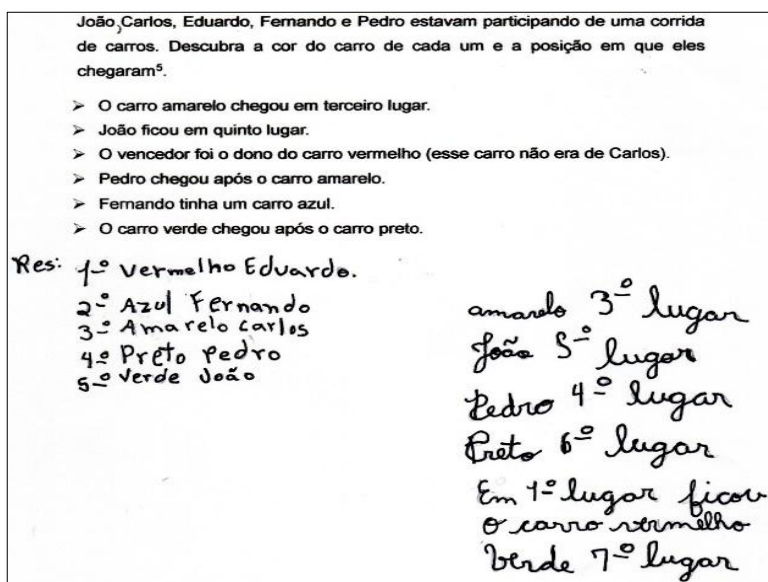


Imagem 62: Registro da estudante Laura Lima. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas na resolução do problema.

(753) Cristiano: “professora, nossa explicação vai ser muito complexa, entendeu, corre o risco de você não entender. Mas assim, o 1º lugar é o vermelho, já tava na cara né! Já tava, já tava ‘falano’. Aí nessa parte aqui a gente falou assim...”

(754) Docente: “nessa parte aqui onde? Onde estão as dicas?”

(755) Cristiano: “nessa explicação aqui. Isso!” (fala respondendo à pergunta que fez). Nessa parte aqui, no vermelho, o 1º lugar é o vermelho né. Mas aqui, nessa parte aqui não falou o Eduardo. O resto falou todos os nomes. Aí a gente colocou o Eduardo junto com o vermelho, no 1º lugar. No 2º lugar a gente fez uma parte aqui que tá tudo aqui atrás (e vira a folha para me mostrar). O 2º lugar a gente colocou com azul e o Fernando. Aí o 3º lugar foi o amarelo que ‘tamém’ já tava falano”.

(756) Laura Lima: “só que não tá falano” (inaudível).

(757) Cristiano: “junto com o Carlos que é o que ta falando assim: o vencedor... o vencedor foi o dono do carro vermelho. Esse não era de Carlos. O carro vermelho era não era de Carlos. Aí eu coloquei no amarelo o Carlos e no 4º lugar eu coloquei o preto. Que aqui ó, o carro verde chegou após o carro preto. Então o verde chegou depois do carro preto. Aí a gente colocou assim: o 4º lugar foi o preto junto com o Pedro e o 5º lugar foi o verde junto com o João.”

(758) Docente: “ok, aí você colocou isso aqui no cantinho esquerdo na frente da folha. Essas anotações do lado direito aqui...”

(759) Cristiano: “tá tudo errado! Tá tudo errado!”

(760) Docente: “foi só as estratégias que vocês estavam pensando né. Vocês foram testando.”

(761) Cristiano: “é!”

(762) Docente: “e essas aqui atrás?”

(763) Cristiano: “essas aqui sim foi a que a gente usou. Essa 1ª parte aqui foi a parte que ‘tamém’ tava um pouquinho errada que a gente circulou.”

(764) Docente: “que vocês rabiscaram né.”

(765) Cristiano: “isso! Aí nessa parte aqui a gente já começou a entender um pouco.”

(766) Docente: “essa última parte aí da esquerda aí embaixo.”

(767) Cristiano: “isso! Essa parte aqui que deu ideia a essa aqui.” (E mostra na folha).

(768) Docente: “só pra ver se eu entendi. Essa última parte aqui do lado esquerdo foi que deu a ideia dessa última parte aqui do lado direito que é a resposta que vocês chegaram. É isso?”

(769) Cristiano: “é! Por causa que essa tabela aqui a gente só fez com os carros.”

(770) Docente: “ah tá.”

(771) Cristiano: “a gente só arrumou a tabela dos carros depois que a gente colocou os nomes dos... das pessoas junto com os carros aqui. Essa parte aqui é porque eu ia separar aqui, só que deu errado.”

(772) Docente: “beleza! Então vocês fizeram uma tabela só com os carros e depois vocês fizeram uma tabela colocando os nomes junto com os carros.”

(773) Cristiano: “isso!”

(774) Docente: “ok! E você Laura Lima?”

(775) Laura Lima: “ô professora, eu fiz a mesma coisa que o Cristiano. Ô Professora, eu não coloquei nada atrás porque a gente fez os cálculos... as coisas na mesa do Cristiano.”

(776) Cristiano: “na mesma folha!”

Primeiramente, os estudantes fizeram uso da estratégia “tentativa-erro”. Como eles, utilizaram várias estratégias até conseguirem solucionar o problema. Cristiano disse para mim que a explicação deles seria bem complexa. A primeira estratégia utilizada pelos estudantes foi colocar os nomes dos corredores e a posição de cada um ao final da corrida, porém essa estratégia não deu certo e eles a abandonaram. A segunda estratégia utilizada por eles foi colocar o nome dos corredores, sua posição e a cor do carro de cada um, porém essa estratégia também não deu certo e eles a abandonaram. Mas foi a partir dessa estratégia que eles começaram a compreender o problema e conseguiram chegar à solução. Por fim, os estudantes reorganizaram a tabela que haviam feito, colocando os nomes dos corredores, a cor de seus respectivos carros e a posição de cada um ao final da corrida.

As estratégias utilizadas pelos estudantes, além da “tentativa-erro”, foi a construção de tabelas para o registro das soluções encontradas por eles com cada dica do problema. Nesse último problema, conseguimos perceber que a dupla conseguiu se conectar e ambos contribuíram no processo investigativo de resolução e na produção do conhecimento. Percebemos também que agora os estudantes começaram a compreender que se trata de um problema matemático diferente dos problemas matemáticos convencionais que geralmente são trabalhados em sala de aula.

Os registros apresentados a seguir são da dupla formada pelos estudantes Alici e Bernardo Almeida.

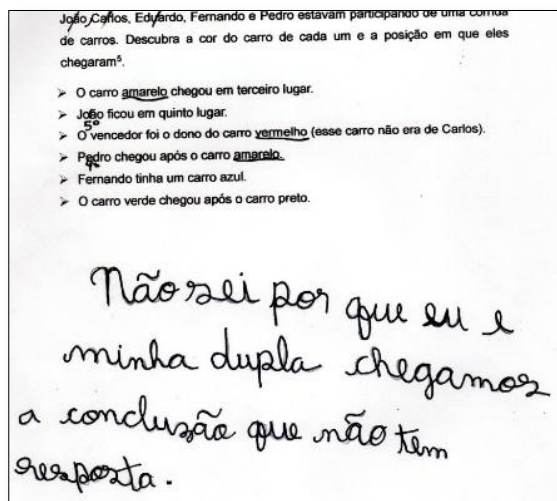


Imagem 63: Frente do registro do estudante Bernardo Almeida. Fonte: Acervo da autora.

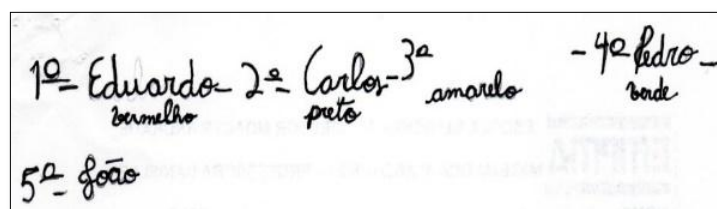


Imagem 64: Verso do registro do estudante Bernardo Almeida. Fonte: Acervo da autora.

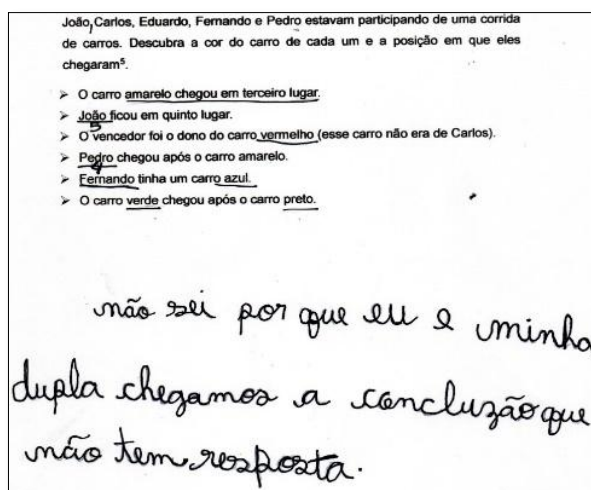


Imagem 65: Registro da estudante Alici. Fonte: Acervo da autora.

Apresentamos a seguir o diálogo com os estudantes durante a explicação das estratégias utilizadas.

(777) Bernardo Almeida: “a gente... a gente não tem nem ideia. A gente chegou numa conclusão que... que não tem resposta.”

(778) Alici: “primeiro mostra ela o que a gente fez atrás” (se referindo ao verso da folha).

(779) Bernardo Almeida: “a gente conseguiu chegar na resposta do 1º lugar, do 2º lugar e do 4º lugar. Só que o que fez a gente confundir muito mesmo foi o Fernando que tinha o carro dele azul. Aí a gente não sabia o que colocar porque ainda tinha o nome da pessoa que tava dirigindo o carro amarelo e a cor do carro do João.”

(780) Docente: “hum, entendi. Então como vocês não conseguiram localizar o carro azul vocês acham que não tem resposta ou não conseguiram entender?”

(781) Bernardo Almeida: “a gente tem certeza absoluta que não tem resposta.”

(782) Docente: “que não tem resposta porque vocês não conseguiram localizar o carro azul.”

(783) Bernardo Almeida: “é!”

(784) Docente: “beleza! Você também Alici?”

(785) Alici: “sim!”

(786) Bernardo Almeida: “se não fosse o carro azul a gente teria conseguido.”

Apesar dos estudantes terem tentado usar estratégias como riscar as dicas que haviam lido no problema e tentarem formar uma organização com os nomes dos corredores, posição e a cor de seu respectivo carro, eles demonstraram estar influenciados pelos problemas matemáticos não convencionais que trabalhamos anteriormente. Como eles não conseguiram elaborar uma estratégia não convencional de solução e não conseguiram perceber por meio de uma leitura mais criteriosa e cautelosa do enunciado que o problema se trata de uma charada, eles estão convencidos que se trata de um problema matemático não convencional sem solução.

Para a resolução do problema matemático não convencional de lógica, os estudantes seguiram as pistas dispostas no enunciado e riscaram as dicas utilizadas. Além disso, fizeram uso de estratégias como “tentativa-erro”, tabela e lista. Apenas uma dupla disse que o problema não tem resposta. Essa dupla demonstrou estar influenciada pelos problemas matemáticos não convencionais sem solução trabalhados anteriormente. Como não conseguiram localizar o corredor do carro azul e sua posição, os estudantes afirmaram ter certeza de que o problema em questão não tem resposta.

A maior parte dos estudantes demonstrou perceber que se trata de um problema matemático diferente dos problemas matemáticos convencionais. Além do processo investigativo de resolução em que os estudantes se envolveram, eles demonstraram maior interação entre as duplas demonstrando uma melhora na comunicação. Assim, como no problema de estratégia trabalhado na aula anterior, os estudantes se mostraram bem interessados pelo problema e instigados a chegar à solução.

Ao longo do desenvolvimento do trabalho de campo, percebemos ao propor os oito problemas matemáticos que trabalhamos nessa pesquisa, uma mudança significativa com relação a como os estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental resolvem problemas

matemáticos não convencionais propostos nos cenários para investigação. A princípio, os estudantes demonstraram forte influência dos problemas matemáticos convencionais que são conhecidos por eles e fazem parte do seu repertório de conhecimento matemático. Para que pudéssemos perceber essa mudança demonstrada pelos estudantes, foi necessário fazer a análise do primeiro problema proposto no desenvolvimento do trabalho, que foi uma espécie de “esquenta” para que os estudantes pudessem se familiarizar com a proposta, para posteriormente analisarmos as estratégias desenvolvidas na resolução dos problemas matemáticos não convencionais propostos posteriormente.

Para a resolução do primeiro problema proposto na pesquisa, que foi o problema “Heróis contra o fogo”, os estudantes utilizaram o algoritmo como estratégia de resolução e não interagiram entre si, cada estudante fez sua estratégia sem compartilhar com sua dupla. Esse comportamento já era esperado na resolução dos problemas convencionais. Já no segundo e terceiro problemas propostos, que foram os problemas matemáticos não convencionais com mais de uma solução “Faltou remédio, e agora?” e “Faltou dinheiro, o que faço?”, os estudantes demonstraram interesse pelos problemas e se envolveram em um processo investigativo de resolução, porém somente no terceiro problema proposto, alguns estudantes começaram a demonstrar que se tratava de problemas matemáticos diferentes dos problemas matemáticos convencionais até então conhecidos por eles.

No quarto e quinto problema proposto aos estudantes, que foram os problemas matemáticos não convencionais sem solução “É uma pegadinha?” e “O evento do ano!”, os estudantes também se mostraram interessados e se envolveram em um processo investigativo de resolução, porém ainda não conseguiram perceber que se trata de problemas matemáticos diferentes dos problemas matemáticos convencionais. A partir desses problemas, a interação entre as duplas começou a se mostrar mais significativa e o diálogo entre os estudantes se mostrou mais presente.

O sexto problema proposto aos estudantes foi o problema matemático não convencional com excesso de dados “Qual a quantia?”. Nesse problema, os estudantes demonstraram perceber que se trata de um problema matemático diferente dos problemas matemáticos convencionais, porém se mostraram influenciados pelos problemas matemáticos não convencionais, trabalhados na aula anterior. Quanto ao sétimo problema proposto, que foi o problema matemático não convencional de estratégia “Caça ao tesouro”, alguns estudantes demonstraram ter compreendido as dicas do problema e outros não. Percebemos também que eles mostraram interesse em resolver o problema, bem como, um maior envolvimento.

O oitavo e último problema proposto aos estudantes foi o problema matemático não convencional de lógica “A grande corrida”. Apenas uma dupla demonstrou estar influenciada pelos problemas matemáticos não convencionais sem solução. A maior parte dos estudantes demonstrou perceber que se trata de um problema matemático diferente dos problemas matemáticos convencionais. Durante a resolução desses problemas, além do processo de investigação que os estudantes se envolveram, eles demonstraram maior interação entre as duplas, demonstrando uma melhor interação.

Concluimos então que os estudantes aceitaram o convite da proposta dos problemas matemáticos em um ambiente de aprendizagem proposto nos cenários para investigação em sala de aula.

Considerações Finais

Considerando o objetivo geral da pesquisa “compreender as estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de problemas matemáticos não convencionais propostos na perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula”, foi possível delinear os registros apresentados pelos estudantes, suas estratégias de resolução dos problemas matemáticos não convencionais e suas interpretações referentes a tais problemas.

Ao implementar as atividades de resolução de problemas matemáticos não convencionais, conseguimos responder à pergunta de pesquisa: “Como estudantes de uma turma do 4º Ano do Ensino Fundamental resolvem problemas matemáticos não convencionais propostos na perspectiva dos cenários para investigação?”. Para tal, os estudantes, a princípio, fizeram uso do repertório de conhecimento matemático por eles conhecido. Eles buscaram referências em seus conhecimentos prévios, nas regras e combinados que já lhe foram apresentados e que eles já estão acostumados a utilizar.

Dentre as estratégias utilizadas, os estudantes tentaram corrigir o enunciado do problema de maneira que seu enunciado pudesse ficar de acordo com o que eles já conheciam e para que todas as informações explícitas no texto possibilitassem que fosse possível chegar à resposta. Também está presente forte influência dos problemas matemáticos convencionais, o que já era esperado. Além disso, o algoritmo está sempre presente nas resoluções. O fato de o algoritmo estar sempre presente nas estratégias de resolução não é considerado algo ruim, visto que o utilizamos para diversas coisas e os cálculos estão presentes em nosso dia a dia.

Outro aspecto que nos chamou a atenção nas estratégias utilizadas pelos estudantes foi o fato de eles utilizarem estratégias que vão ao encontro do que eles perceberam nos problemas novos apresentados. Se um problema não tem solução e eles não conseguem chegar à solução do problema apresentado a seguir, os estudantes alegam que o problema trabalhado no momento também não tem solução por falta de dados, porque não conseguiram entender, etc. Essa busca por estratégias novas nos permitiu perceber que os estudantes vão fazendo uso das estratégias diferenciadas, que vão conhecendo e tentam encaixá-las nos novos problemas que vão surgindo para eles, que estão fora do escopo que eles já conhecem.

A partir disso, as discussões começaram a se tornar mais ricas, visto que as interações entre as duplas passaram a ser mais constantes e novas perspectivas de estratégias foram surgindo. Os estudantes demonstraram estar mais imersos na perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula e o ambiente de aprendizagem se tornou mais produtivo e prazeroso. Os diálogos foram se tornando mais profundos e acalorados, sem deixar de lado o

respeito entre os estudantes. Cada ideia era discutida e avaliada pelas duplas com respeito mútuo.

No decorrer do desenvolvimento do trabalho os estudantes começaram a perceber que algo fugia ao escopo normal dos problemas matemáticos conhecidos por eles e começaram a tensionar isso. Somente a partir disso, comecei a dialogar com eles a respeito de que se tratava de problemas matemáticos diferentes dos problemas matemáticos tradicionais conhecidos por eles. Apesar das interações com os estudantes terem sido produtivas, percebo que esse diálogo deveria ter sido iniciado no decorrer do desenvolvimento do trabalho de campo. Assim, os estudantes teriam tido a oportunidade de perceber que se tratava de um trabalho com problemas diferenciados desde o início do trabalho. Apesar disso, entendo que o resultado da pesquisa foi positivo, visto que os estudantes agora se mostram mais desconfiados ao lerem os textos de problemas matemáticos. Aperfeiçoaram seus conhecimentos e trazem agora um repertório de conhecimento matemático um pouco maior do que o apresentado no início da pesquisa.

Ao propor essas atividades, eu imaginava que os estudantes iriam perceber que havia alguma coisa diferente nos problemas e quando fizéssemos a discussão sobre a resolução dos problemas, discutiríamos o que seriam problemas matemáticos não convencionais.

No primeiro problema proposto aos estudantes, que foi o problema convencional “Heróis contra o fogo”, a maioria utilizou o algoritmo como estratégia de resolução e somente a dupla formada pelos estudantes Bruna e *Boy de mais* fizeram uso do desenho além do algoritmo. Não tivemos a oportunidade de discutir esse problema por não ter havido tempo hábil para fazê-lo.

O segundo problema proposto aos estudantes foi o problema matemático não convencional com mais de uma solução: “Faltou remédio, o que faço?”. Neste problema, os estudantes também fizeram uso do algoritmo como resolução e só perceberam uma forma de resolução. Já no terceiro problema proposto, que foi o problema matemático não convencional com mais de uma solução “Faltou dinheiro, o que faço?”, os estudantes começaram a perceber que havia algo de diferente no problema, que fugia ao escopo dos problemas matemáticos conhecidos por eles. Nesse momento, eles começaram a procurar corrigir o enunciado do problema por acreditar que somente assim conseguiriam chegar à solução. Após esses dois problemas matemáticos não convencionais, fizemos a discussão sobre a correção e os estudantes então começaram a conhecer os problemas matemáticos não convencionais e perceber que existem formas e regras diferentes de resolução de problemas.

O quarto problema proposto aos estudantes foi o problema matemático não convencional sem solução “É uma pegadinha?”. Neste problema, os estudantes questionaram se era uma pegadinha por acharem o problema muito fácil. Nesse problema, os estudantes não conseguiram perceber que se tratava de um problema sem solução por não haver dados suficientes para se chegar à resposta. Já o quinto problema proposto a eles foi o problema matemático não convencional sem solução: “O evento do ano!”. Nesse problema, os estudantes perceberam que havia algo de diferente no problema e buscaram corrigir o enunciado para conseguir chegar à resposta. Ao fazermos a discussão sobre a resolução desses dois problemas, os estudantes ficaram surpresos por haver problemas matemáticos sem solução. Para eles, até o momento da apresentação desses problemas, a professora não iria apresentar um problema “errado”, que não houvesse solução.

O sexto problema proposto aos estudantes foi o problema matemático não convencional com excesso de dados: “Qual a quantia?”. Nesse problema, os estudantes também buscaram corrigir o enunciado e se mostraram influenciados pelos problemas matemáticos não convencionais sem solução trabalhados na aula anterior.

O sétimo problema proposto aos estudantes foi o problema matemático de estratégia “Caça ao tesouro”. Nesse problema, os estudantes não apresentaram dificuldade na resolução e fizeram uso do algoritmo, uma das estratégias de resolução como nos demais problemas. Já o oitavo e último problema proposto aos estudantes, foi o problema matemático não convencional de lógica “A grande corrida”. Nesse problema, a maioria dos estudantes fizeram uso do registro em forma de tabelas, lista e texto como estratégia de resolução.

Ao final do trabalho de campo, os estudantes demonstraram mudanças significativas na resolução dos problemas matemáticos não convencionais propostos na perspectiva dos cenários para investigação em sala de aula. A princípio, os estudantes procuravam informações explícitas no texto que os levassem a um algoritmo para resolução, que deveria ser rápida, numérica e somente uma resposta correta. Posteriormente, a medida em que foram sendo apresentados a outros problemas matemáticos não convencionais, os estudantes ainda utilizavam somente o algoritmo como estratégia de resolução e, além disso, buscavam corrigir o enunciado do problema para questionar sua validade. Isso se deve pelo fato de, até então, eles só terem em seu repertório de conhecimento matemático os problemas convencionais. Já ao final do trabalho de campo, percebemos que a maioria dos estudantes demonstrou perceber que se tratava de problemas matemáticos diferentes dos problemas matemáticos convencionais e demonstraram maior envolvimento na resolução dos problemas, no processo investigativo e na interação entre

eles. Nesse momento da pesquisa, os estudantes trocavam informações com suas duplas, discutiam suas estratégias, concordavam e discordavam uns com os outros demonstrando respeito à opinião uns dos outros.

Ao longo do desenvolvimento da pesquisa, ao ouvir os áudios, notei que interrompia bastante as falas dos estudantes e mesmo que essa interrupção tenha o intuito de tentar entender o que eles estão pensando, eu deveria deixá-los terminarem a explicação do raciocínio para depois fazer as perguntas. Postura essa que adotei nas aulas posteriores.

Quanto à utilização do algoritmo, como estratégia de resolução, essa não está incorreta e está diretamente relacionada ao repertório de conhecimento matemático que os estudantes possuem. Até o momento da pesquisa, eles ainda não tinham conhecimento dos problemas matemáticos não convencionais. Não pretendemos menosprezar os problemas matemáticos convencionais nem as estratégias utilizadas para sua resolução. Estamos apenas apresentando aos estudantes um novo universo de problemas matemáticos para que eles possam aprimorar seu repertório e desenvolver novas habilidades. Percebemos que no decorrer do trabalho, os estudantes estão conseguindo perceber esse novo universo apresentado a eles e estão desenvolvendo novas habilidades e competência.

Ao analisar os registros, as interações ocorridas nas aulas e minha prática enquanto professora, percebi que ao propor novas atividades nessa mesma direção, é necessário que tenha um diálogo preliminar com os estudantes, em que eles sejam situados quando se trata de atividades com problemas diferentes dos convencionais, que geralmente são trabalhados nos livros didáticos. Aproveitando o ensejo, salientamos que nessa discussão e a partir dela, podemos e devemos explorar novas possibilidades como a proposição de problemas formulados pelos estudantes, a proposição de problemas convencionais que os estudantes possam acrescentar dados para que eles se transformem em problemas matemáticos não convencionais, a construção de uma problemoteca e etc.

A partir das observações realizadas durante o desenvolvimento da pesquisa e da análise dos dados empíricos, consideramos que os estudantes do 4º Ano do Ensino Fundamental resolvem problemas matemáticos não convencionais propostos nos cenários para investigação em sala de aula, fazendo referências ao repertório de conhecimento matemático conhecidos por eles e utilizando estratégias diferenciadas que vão conhecendo a partir dos novos problemas propostos. Ao final da pesquisa, a maioria dos estudantes conseguiu perceber que se tratava de problemas matemáticos diferentes dos problemas matemáticos convencionais, desenvolveram estratégias de resolução diferentes daquelas conhecidas por eles e desenvolveram o diálogo

durante a aprendizagem, contribuindo assim para o aprimoramento do seu repertório de conhecimento matemático.

Consideramos que o desenvolvimento da pesquisa foi proveitoso, produtivo e concluiu-se que, para se trabalhar com a resolução de problemas não convencionais, é necessário que o docente esclareça aos estudantes que se trata de um trabalho com problemas matemáticos diferentes dos problemas matemáticos tradicionais e que existem outras regras de resoluções que podem ser utilizadas nesse processo investigativo.

Como recurso educacional, foi desenvolvido um livreto com os problemas matemáticos utilizados na pesquisa. Esse recurso é destinado aos docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e tem por objetivo propor atividades a serem desenvolvidas em sala de aula, bem como compartilhar as experiências vivenciadas ao propor essas atividades.

Durante meu percurso de formação, desde a Educação Básica, sempre busquei aprimorar meus conhecimentos. Tendo em vista esse propósito, ao ingressar no Ensino Superior, sempre tive como meta cursar o Mestrado e o Doutorado. Acredito que o conhecimento sempre deve ser aprimorado e este é um bem imensurável que sempre abrirá novas portas em nossa vida pessoal e profissional.

Meu percurso de formação após a conclusão da graduação foi na Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG. Em 2018, tive a oportunidade de participar do curso de Residência Docente para a formação de Educadores da Educação Básica, realizado na Escola de Educação Básica e Profissional – Centro Pedagógico na UFMG. Esse curso tem suma importância em minha vida porque foi a partir dele que aprendi o que é ser professora estando no “chão da sala de aula”. Eu havia assumido a docência no segundo semestre do ano de 2017 e não tinha nenhuma experiência com sala de aula. Até então eu trabalhava com minha vivência em sala de aula enquanto aluna tanto na educação básica quanto superior. Foi a partir desse curso que aprendi o que é ser uma professora-pesquisadora. Aprendi novas perspectivas enquanto docente e desde o início do curso, comecei a colocar em prática todo o aprendizado trazido por ele.

Com o curso de Residência Docente, conheci o Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional Educação e Docência – PROMESTRE. Até então eu só tinha conhecimento do Mestrado Acadêmico. Como o PROMESTRE é voltado para a área da educação e com sua conclusão, o estudante precisa desenvolver um recurso educacional e com isso decidi por elaborar o livreto. Durante o curso de Residência docente, eu sempre procurava inspiração em trabalhos acadêmicos já desenvolvidos para me ajudar no desenvolvimento das atividades a serem desenvolvidas em minhas salas de aula.

Durante o curso do Mestrado, aprimorei meus conhecimentos e aprendi muito, inclusive que já fazia uso dos cenários para investigação em sala de aula e dos ambientes de aprendizagem mesmo não sabendo que eles existiam. Sempre trabalhei de forma diferenciada em sala de aula, mas até cursar o Residência Docente e o PROMESTRE, eu o fazia a fim de promover uma educação diferente da que eu tive. Sempre procurei tensionar o modelo tradicional do ensino da matemática por acreditar que uma aula prazerosa é mais proveitosa tanto para o estudante quanto para o docente. Hoje saio deste curso com uma bagagem teórica bem maior, com um olhar mais ampliado de saber pesquisar, como fazer essa pesquisa e como trago isso para minha realidade de forma benéfica para minha prática docente dentro da sala de aula e para minha prática enquanto estudante e pesquisadora.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALRO, Here; SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2006. 158p.

ALVES-MAZZOTTI, Alda Judith; GEWANDSZNAJDER, Fernando. O planejamento de pesquisas qualitativas. *In*: ALVES-MAZZOTTI, Alda Judith; GEWANDSZNAJDER, Fernando (Orgs.). **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa qualitativa e quantitativa**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002. p. 147-178.

ARAÚJO, Jussara de Loiola; BORBA, M.C. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. *In*: BORBA, M.C.; ARAÚJO, J. L. (orgs.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 6º ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

BONILHA, Maria Adelaide de Castro; VIDIGAL, Sonia Maria Pereira. *In*: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignês (Org.). **Resolução de problemas nas aulas de matemática: o recurso da problemoteca**. Porto Alegre: Penso, 2016. 103 p. (Coleção Mathemoteca; v.6).

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em 04 jul. 2022.

MINAS GERAIS. **Currículo Referência de Minas Gerais**. Minas Gerais: SEE/MG, 2024. Disponível em: <https://curriculoreferencia.educacao.mg.gov.br/>. Acesso em 07 mai. 2024.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Ministério da Educação e do Desporto: Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em 07 mai. 2024.

CÂNDIDO, Patrícia; DINIZ, Maria Ignes; SMOLE, Kátia Stocco. **Resolução de problemas: matemática de 0 a 6 - V2**. Porto Alegre: Penso, 2000. 96p.

CAVALCANTI, Cláudia T. **Diferentes formas de resolver problemas**. *In*: Diniz, Maria Ignez e SMOLE Kátia Cristina Stocco (org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 121- 149.

CONTI, Keli Cristina; LONGO, Conceição A. Cruz. **Resolver Problemas e Pensar a Matemática**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2017. 128p. (Série educação matemática).

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. São Paulo: Ática, 2010. 192 p.

DINIZ, Maria Ignez. **Os problemas convencionais nos livros didáticos**. In: Diniz, Maria Ignez e SMOLE Kátia Stocco (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 99-101.

GWINNER, Patrícia. **“Pobremas”**: enigmas matemáticos. 5ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 1989.

ITACARAMBI, Ruth Ribas. **Resolução de Problemas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2010. 111p.

KRAMER, S. Autoria e autorização: questões éticas na pesquisa com crianças. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n. 116, p. 41–59, 2013. Disponível em: <https://publicacoes.fcc.org.br/cp/article/view/556/556>. Acesso em 23 mai. 2023.

MAIA, D. L. **Chapeuzinho vermelho**: uma história e vários problemas para o 1º ano do ensino fundamental. 2020, 84p. Monografia Especialização em Residência Docente para formação de Educadores da Educação Básica. Belo Horizonte, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/35614>. Acesso em 19 mai. 2025.

ONUCHIC, Lourdes. de la Rosa. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos?. **Revista Espaço Pedagógico**, [S. l.], v. 20, n. 1, 2013. DOI: 10.5335/rep.2013.3509. Disponível em: <https://seer.upf.br/index.php/rep/article/view/3509>. Acesso em: 15 abr. 2025.

PENTEADO, Miriam Godoy; SKOVSMOSE, Ole. **Riscos trazem possibilidades**. In: SKOVSMOSE, Ole. *Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica*. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2006. Disponível em: https://virtual.ufmg.br/20222/pluginfile.php/437696/mod_resource/content/1/Penteado%20e%20Skovsmose%20%282008%29.pdf. Acesso 23 jul. 2024.

PONTE, J. P. **Investigar, ensinar e aprender**. Faculdade de Ciências. Universidade de Lisboa. 2003. Actas do ProfMat 2003 (CD-ROM, pp. 25-39). Lisboa: APM. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~dpdias/2012/MAT1500-3-Ponte%28Profmat%29.pdf>. Acesso 19 mai 2025.

POLYA. G. **A Arte de Resolver Problemas**: um novo aspecto de método matemático. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência. 1978. 196 p.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para Investigação. **Bolema**, Rio Claro/SP, v. 13, n. 14, p. 1- 24, 2000. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/693>. Acesso em 14 mai. 2024.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignês, CÂNDIDO, Patrícia. Ler e Aprender Matemática. *In*: DINIZ, Maria Ignez; SMOLE Kátia Cristina Stocco (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p.69-86.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignês; CÂNDIDO, Patrícia. **Resolução de Problemas**: Matemática de 0 a 6 anos. v.2. Porto Alegre: Penso, 2000. 96p.

STANCANELLI, Renata. Conhecendo diferentes tipos de problemas. *In*: DINIZ, Maria Ignez; SMOLE, Kátia Cristina Stocco (org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p.99- 120.

ZAIDAN, S.; FERREIRA, M. C. C.; KAWASAKI, T. F. **A Pesquisa da Própria Prática no Mestrado Profissional**. PLURAIS. Salvador, v.3, n. 1, p. 88-103, jan./abr. 2018

ANEXOS

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezados pais ou responsáveis, sua criança está sendo convidada a participar da pesquisa de Mestrado **“Resolução de Problemas Matemáticos não convencionais em uma perspectiva de investigação em sala de aula com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental”** desenvolvida na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Essa pesquisa será realizada por mim, Danielle Lúcia Maia (Pedagoga e professora de Matemática da Escola Municipal Professor Moacyr Andrade) e mestrandas do Programa de Mestrado Profissional – PROMESTRE, da Faculdade de Educação (FAE), da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) e orientada pela Professora e Doutora Ilaine da Silva Campos, professora da Faculdade de Educação (FAE). Pretendemos investigar e compreender, a partir das expressões dos estudantes, as estratégias por eles utilizadas na Resolução de Problemas não convencionais propostos na perspectiva dos cenários para investigação. Nos cenários para investigação os estudantes participam do processo de aprendizagem, produzem questões e planejam estratégias de investigação.

Essa pesquisa será desenvolvida em sala de aula durante as aulas de Matemática que eu desenvolvo com os estudantes e pretende acompanhar a resolução dos Problemas Matemáticos não convencionais que serão apresentados a eles no segundo semestre de 2023. Para isso será necessário que durante as aulas sejam realizadas observações, gravações em áudio e vídeo, fotografias, diário de bordo onde farei anotações referentes aos acontecimentos ocorridos durante as aulas e a coleta dos registros das resoluções dos Problemas Matemáticos não convencionais que os estudantes terão feito. Esses registros serão os Problemas Matemáticos não convencionais que serão apresentados aos estudantes por meio de folhas impressas pela escola. Nessa pesquisa O(a) Senhor(a) não terá qualquer tipo de despesa e não receberá remuneração por sua participação. Caso o estudante venha a sofrer algum dano durante a realização da pesquisa ele terá direito a assistência por parte dos responsáveis pela pesquisa e a solicitar indenização.

Rubrica responsável pelo estudante _____

Rubrica Danielle Lúcia Maia _____

Rubrica Profa. Dra. Ilaine da Silva Campos _____

As informações coletadas durante a pesquisa serão armazenadas em formato digital e mantidas por um período de até 10 anos, e após esse período todo o material será destruído. Além disso, a professora Ilaine e eu guardaremos cópias de alguns registros feitos pelos estudantes em sala de aula para que sejam analisados no futuro. Os nomes dos estudantes, das professoras e da escola serão retirados dos trabalhos de divulgação e serão substituídos por outros fictícios (inventados). A participação da criança será confidencial e apenas a professora Ilaine e eu teremos acesso a identidade dela. Caso haja publicações ou apresentações relacionadas à pesquisa não será revelada nenhuma informação que permita que a identificação da criança seja revelada.

A participação da criança será voluntária e ela poderá deixar de participar da pesquisa a qualquer momento. Além disso a criança também poderá se recusar a responder a qualquer questão específica sem ser punida. As atividades realizadas durante a pesquisa não desviarão o foco dos trabalhos relacionados à disciplina, pois os conteúdos abordados durante a pesquisa serão referentes à disciplina de Matemática e não serão considerados como parte das avaliações.

É importante que O(a) Senhor(a) esteja ciente que de acordo com o Conselho Nacional de Saúde em sua Resolução de Nº 466 de 12 de dezembro de 2012 (item V) toda pesquisa com seres humanos envolve alguns riscos para os participantes, como por exemplo, ficar com vergonha de falar algo próximo a mim ou aos colegas de sala quando for explicar como pensou para responder aos Problemas Matemáticos não convencionais e durante as gravações de áudio, vídeo e fotografias. Esses riscos são considerados mínimos pois os estudantes gostam de participar dando suas opiniões e respostas durante as aulas e, para diminuí-los, os rostos das crianças não aparecerão nos vídeos e fotografias. Os registros em áudios serão utilizados apenas para que eu possa ouvir o que foi discutido durante as aulas e possa fazer o relatório final da pesquisa. Também é importante que O(a) Senhor(a) saiba que só serão utilizados os registros de áudio, vídeo e fotografias dos estudantes que os pais ou responsáveis autorizarem. Além disso, a professora Ilaine e eu nos comprometemos a agir de maneira respeitosa e ética.

Rubrica responsável pelo estudante _____

Rubrica Danille Lúcia Maia _____

Rubrica Profa. Dra. Ilaine da Silva Campos _____

Esse estudo é importante para o aprendizado dos estudantes e formação dos professores. O conhecimento matemático é importante e necessário para que os estudantes da Educação Básica possam participar de maneira ativa e crítica na sociedade. Essa pesquisa também pretende melhorar a compreensão dos processos de ensino e aprendizagem e busca compreender como pensar matematicamente, investigar as práticas de ensino e os processos formativos emocionais. Mesmo sem o objetivo específico de mudar a realidade das escolas no Brasil essa pesquisa pode apresentar uma melhoria para a educação brasileira no sentido que professores(as) que atuam na Educação Básica possam aprimorar sua prática pedagógica, possibilitando aos estudantes a oportunidade de aprender Matemática por meio de uma didática mais autônoma e que saia do modelo tradicional de ensino, trazendo um aprendizado prazeroso e mais próximo da realidade dos estudantes.

Esse termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias de igual teor, sendo que uma via será arquivada pelas pesquisadoras responsáveis e a outra ficará com você. Caso se sinta esclarecido(a) em relação à proposta apresentada e concordar com a participação do estudante, peço-lhe a gentileza de rubricar todas as páginas, assinar o termo e nos devolver uma via desse documento rubricado e assinado.

Em caso de dúvidas você pode entrar em contato com as pesquisadoras por meio dos telefones e endereços eletrônicos disponíveis nesse termo. Informações adicionais podem ser adquiridas no Comitê de Ética em Pesquisa (COEP) da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) pelo telefone (31)34094592; endereço: Avenida Antônio Carlos, 6627 – Unidade Administrativa II – 2º andar – Sala 2005 – Campos Pampulha – Belo Horizonte – Minas Gerais – Brasil – CEP: 31270-901 ou pelos e-mails: coep@reitoria.ufmg.br ou coep@prpq.ufmg.br.

Caso esteja de acordo com os termos desse consentimento gentileza assinar abaixo.

Eu, _____

Rubrica responsável pelo estudante _____

Rubrica Danille Lúcia Maia _____

Rubrica Profa. Dra. Ilaine da Silva Campos _____

Responsável pelo estudante _____

AUTORIZO a sua participação na pesquisa "Resolução de Problemas Matemáticos não convencionais em uma perspectiva de investigação em sala de aula com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, bem como a utilização dos dados coletados para fins de pesquisa científica.

Local e Data _____, de _____ de _____.

Assinatura do responsável pelo estudante:

Dra. Ilaine da Silva Campos
Professora do Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino –
DMTE/FAE/UFMG
Contato: (31)34096151 E-mail: ilainecampos@ufmg.br

Danielle Lúcia Maia
Mestranda do Programa de Mestrado Profissional – PROMESTRE – FAE –
UFMG
Contato: (31)987065775 E-mail: dannymaia2005@yahoo.com.br

Rubrica responsável pelo estudante _____

Rubrica Danille Lúcia Maia _____

Rubrica Profa. Dra. Ilaine da Silva Campos _____

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA CRIANÇAS

Olá moçada, tudo bem? Sou a professora Danny e vim convidar vocês para participarem da minha pesquisa de Mestrado! Nessa pesquisa a professora Ilaine e eu iremos investigar como vocês resolvem Problemas Matemáticos não convencionais. Essa pesquisa é muito importante e será apresentada na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Vocês se lembram que já conversamos sobre essa escola?

Durante as aulas de Matemática a professora Danny irá entregar para vocês algumas folhas com problemas matemáticos para que vocês pensem em como podemos fazer para solucioná-los. Depois que vocês fizerem isso iremos discutir com os demais colegas as estratégias que vocês utilizaram, assim como já fazemos em nossas aulas. Porém, esses problemas são um pouquinho diferentes dos que vocês já conhecem e estão acostumados a resolver em sala de aula.

Para conseguirmos alcançar nosso objetivo vou precisar registrar e utilizar algumas informações que serão coletadas durante as aulas. Para isso vou precisar gravar nossas conversas durante as aulas, filmar como faremos as resoluções dos problemas e tirar algumas fotografias. Pode ser que você sinta um pouquinho de vergonha ao responder ou falar algo perto da professora, durante a gravação das nossas conversas no decorrer das aulas ou quando eu for tirar as fotos. Mas não se preocupe, seu rostinho não aparecerá em nenhum desses registros e seu nome verdadeiro também não será informado. Somente a professora Ilaine e eu teremos acesso a essas informações. É necessário fazer esses registros para que eu possa acessá-los depois e fazer a análise de como vocês fizeram para chegar à solução dos problemas matemáticos.

Você topa participar dessa pesquisa e nos ajudar a investigar como podemos resolver problemas matemáticos não convencionais?

Escreva aqui o seu nome _____

e se você topa participar da pesquisa marque um **X** na mãozinha com o polegar para cima. Se você não topa marque um **X** na mãozinha com o polegar para baixo.

