

---

**GERSON LUÍS CAETANO DA SILVA**

**MODELO DE ESTOQUE PARA PEÇAS DE REPOSIÇÃO SUJEITAS À DEMANDA  
INTERMITENTE E LEAD TIME ESTOCÁSTICO**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia da  
Universidade Federal de Minas Gerais para obtenção do título  
de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Doutor Samuel Vieira Conceição

Belo Horizonte – MG

Março de 2009

---

---

**GERSON LUÍS CAETANO DA SILVA**

**MODELO DE ESTOQUE PARA PEÇAS DE REPOSIÇÃO SUJEITAS À DEMANDA  
INTERMITENTE E LEAD TIME ESTOCÁSTICO**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia da  
Universidade Federal de Minas Gerais para obtenção do título  
de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Doutor Samuel Vieira Conceição

MESTRADO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO  
LINHA DE PESQUISA: PRODUÇÃO E LOGÍSTICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Belo Horizonte – MG

Março de 2009

---

---

*Dedico este trabalho à minha esposa, uma companheira maravilhosa que sempre me apoiou e me deu força para que este sonho virasse realidade, uma pessoa pela qual tenho um carinho especial.*

---

## Agradecimentos

*Agradeço a todos que, de alguma forma, me ajudaram para que eu conseguisse atingir mais este objetivo na minha vida e que contribuíram de forma direta ou indiretamente para esta realização.*

*Em especial agradeço:*

*...a Deus pela fonte inesgotável da vida;*

*...à minha esposa Flávia pelo amor, carinho, compreensão e apoio incansável;*

*...aos meus filhos Bárbara e Daniel pela inspiração e alegria de viver;*

*...aos meus pais pela educação e investimento pessoal que tornaram tudo possível;*

*...a toda minha família pelo carinho, amizade e convivência;*

*...ao professor Samuel pelas orientações e por sempre acreditar que é possível;*

*...aos amigos do trabalho pela colaboração e companheirismo.*

---

## Resumo

O controle de estoque de peças de reposição é muito crítico para a maioria das empresas devido ao alto custo de estoque associado a estes itens e à complexidade em desenvolver modelos de estoque para controlá-los. A grande maioria destes itens é slow-moving com demanda irregular e intermitente o que torna difícil a tarefa de prever a demanda futura. Foi desenvolvida uma metodologia para classificar e controlar peças de reposição considerando demanda e lead time estocásticos. Foi utilizada uma abordagem da demanda individual (Single Demand Approach – SDA) definida por Kreyer, Wunderink, Dekker & Schorr (2005) para o cálculo do valor esperado e variância da demanda durante o lead time (LTD). Os modelos de estoque utilizaram como premissas as distribuições estatísticas de Poisson, Laplace, Gama e Normal em combinação com a otimização do custo total para a modelagem da LTD e determinação do ponto de ressuprimento, quantidade de pedido e estoque de segurança. Utilizando dados reais e processo de simulação, os modelos de estoque foram testados e o desempenho de cada um deles foi comparado e avaliado. Os resultados mostraram um desempenho superior do modelo de Laplace em termos de nível de serviço, fill rate e custo de estoque. Comparado com o sistema atual baseado na distribuição Normal, o modelo proposto de Laplace obteve ganhos significativos em níveis de serviço, fill rate e, principalmente, redução dos níveis de estoque. Os benefícios para a empresa em se utilizar este modelo sujeito a um processo de otimização de custo são abordados na conclusão do trabalho.

### ***Palavras-chave:***

Controle de estoque, peças de reposição, previsão de demanda, slow-moving, demanda intermitente, lead time estocástico, abordagem da demanda individual, custo de estoque, fill rate, nível de serviço.

---

## Abstract

*Inventory control of spare parts is very critical to most companies due to high inventory costs associated to these items and to the complexity of developing inventory models to control them. Most items are slow-moving with irregular and intermittent demand. This kind of demand pattern increases the complexity of forecasting demand. In this paper we have developed a methodology to classify and control spare parts subject to stochastic demand and lead time. It has used the Single Demand Approach – SDA defined by Krever, Wunderink, Dekker & Schorr (2005) to calculate the mean and variance of lead time demand (LTD). The inventory models have used statistical distributions of Poisson, Laplace, Gamma and Normal combined with the optimization of the total cost in order to model the LTD and calculate reorder point, order quantity and safety stock. Using real data and simulation process, the inventory models were tested and their performance were compared and evaluated. The results showed a superior performance of Laplace model in terms of service level, fill rate and inventory cost. Compared with current system based on Normal distribution, the Laplace proposed model obtained significant savings and good results in service level and fill rate. The benefits for company in using this model subject to cost optimization process are described in the conclusion of study.*

**Keywords:**

*Inventory control, spare parts, intermittent demand, slow-moving, demand forecasting, stochastic lead time, single demand approach, inventory cost, fill rate, service level.*

---

# Sumário

<b>RESUMO</b> .....	<b>III</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>IV</b>
<b>SUMÁRIO</b> .....	<b>V</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>VIII</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>IX</b>
<b>LISTA DE SIGLAS E TERMOS</b> .....	<b>X</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1 Objetivos gerais e específicos.....	2
1.2 Contexto da administração de estoque nas empresas .....	2
1.3 Contribuição da pesquisa .....	3
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	<b>4</b>
2.1 Demanda para peças de reposição.....	5
2.1.1 Demanda errática e intermitente .....	6
2.1.2 Demanda slow-moving .....	7
2.2 Abordagens para a gestão de peças de reposição .....	7
2.2.1 Abordagem de classificação.....	8
2.2.2 Modelagem matemática.....	9
2.3 Modelagem da LTD .....	9
2.3.1 Classificação da demanda .....	9
2.3.2 Previsão de demanda.....	11
2.3.3 Cadeia de Markov .....	13
2.3.4 Políticas de estoque e distribuições estatísticas teóricas .....	14
<b>3 METODOLOGIA DE ESTUDO</b> .....	<b>16</b>
3.1 Planejamento.....	17
3.2 Desenvolvimento de protocolos e instrumentos.....	17

---

<b>3.3</b>	<b>Levantamento de dados.....</b>	<b>18</b>
<b>3.4</b>	<b>Classificação dos itens.....</b>	<b>18</b>
<b>3.5</b>	<b>Modelo de previsão .....</b>	<b>18</b>
<b>3.6</b>	<b>Modelagem da demanda durante o lead time (LTD) .....</b>	<b>19</b>
<b>3.7</b>	<b>Determinação das políticas e dos parâmetros de estoque .....</b>	<b>19</b>
<b>3.8</b>	<b>Construção do modelo de simulação .....</b>	<b>19</b>
<b>3.9</b>	<b>Análise dos resultados .....</b>	<b>20</b>
<b>4</b>	<b>O ESTUDO DE CASO .....</b>	<b>20</b>
<b>4.1</b>	<b>A empresa.....</b>	<b>20</b>
<b>4.2</b>	<b>Escopo.....</b>	<b>21</b>
<b>4.3</b>	<b>Descrição do problema .....</b>	<b>22</b>
<b>4.4</b>	<b>Análise da demanda.....</b>	<b>23</b>
4.4.1	Segregação dos itens .....	23
4.4.2	Classificação da demanda .....	25
<b>4.5</b>	<b>Análise do lead time .....</b>	<b>27</b>
<b>4.6</b>	<b>Custos de estoque.....</b>	<b>28</b>
4.6.1	Custo total.....	30
<b>5</b>	<b>DESENVOLVIMENTO DO MODELO ESTOCÁSTICO DE ESTOQUE.....</b>	<b>31</b>
<b>5.1</b>	<b>Modelo de previsão da demanda.....</b>	<b>32</b>
5.1.1	Método bootstrap de Willemain .....	32
<b>5.2</b>	<b>Políticas de estoque .....</b>	<b>34</b>
5.2.1	Política (s, Q) – ponto de pedido, quantidade de pedido .....	35
5.2.2	Política (s, S) – ponto de pedido, estoque máximo.....	36
<b>5.3</b>	<b>Modelagem da demanda durante o lead time .....</b>	<b>36</b>
5.3.1	Modelo atual - Distribuição Normal.....	41
5.3.2	Modelo proposto - Distribuição de Poisson.....	42
5.3.3	Modelo proposto - Distribuição de Poisson composta .....	43
5.3.4	Modelo proposto - Distribuição Gama .....	45
5.3.5	Modelo proposto - Distribuição de Laplace.....	47
<b>5.4</b>	<b>Implantação do sistema de estoque – Otimização do custo .....</b>	<b>49</b>
5.4.1	Previsão da demanda.....	50
5.4.2	Parâmetros da distribuição da demanda durante o lead time .....	50
5.4.3	Parâmetros da política de estoque .....	51
5.4.4	Avaliação dos custos de estoque .....	53
5.4.5	Avaliação do fill rate e nível de serviço por ciclo .....	54
<b>5.5</b>	<b>Simulação do modelo de estoque .....</b>	<b>55</b>

---



---

5.5.1	Modelo de simulação.....	55
<b>6</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>58</b>
6.1	Resultados por nível de serviço mínimo teórico.....	58
6.2	Consideração do tamanho da LTD.....	61
6.3	Consideração da variabilidade dos componentes da LTD.....	61
6.4	Análise da eficácia da otimização.....	62
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....</b>	<b>63</b>
7.1	Conclusões gerais.....	64
7.2	Implicações gerenciais .....	65
7.3	Recomendações para futuras pesquisas.....	66
<b>8</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>66</b>
<b>9</b>	<b>ANEXOS .....</b>	<b>69</b>
9.1	Anexo 1 – Parâmetros calculados da distribuição LTD e de estoque.....	69

---

## Lista de Figuras

Figura 2-1 - Padrões de demanda intermitente e lumpy .....	6
Figura 4-1 - Pareto do consumo .....	24
Figura 4-2 - Esquema de classificação da demanda.....	26
Figura 5-1 - Sequência dos passos para o método bootstrap de Willemain.....	34
Figura 5-2 - Dois padrões de demanda A e B, que são muito diferentes quando observados como demandas individuais (barras nos gráficos superiores), mas parecem iguais quando observados como taxas de demanda (blocos nos gráficos inferiores).....	37
Figura 5-3 - Padrões idênticos de demanda individual (barras nos gráficos superiores e inferiores) mostram diferentes amostras periódicas (altura dos blocos) quando os períodos de medição são deslocados (seta) para a direita. ....	37
Figura 5-4 - Padrões idênticos de demanda individual (barras nos gráficos superiores e inferiores) mostram diferentes amostras periódicas (altura dos blocos) quando os períodos de medição são deslocados (seta) para a direita. ....	37
Figura 6-1 – Resultado do nível de serviço real para cada modelo de estoque.....	59
Figura 6-2 - Resultado do fill rate para cada modelo de estoque .....	60
Figura 6-3 - Resultado do custo total de estoque para cada modelo de estoque .....	60

---

## Lista de Tabelas

Tabela 2-1 - Classificação da demanda durante o lead time - Williams.....	10
Tabela 2-2 - Classificação da demanda durante o lead time - Eaves .....	11
Tabela 4-1 - Valores para definir as fronteiras entre as classes de demanda.....	25
Tabela 4-2 – Número de itens por classe .....	27
Tabela 4-3 - Agrupamento dos itens por lead time .....	28
Tabela 5-1 - Notações para a modelagem da LTD.....	38
Tabela 5-2 - Modelos e políticas de estoque para as classes de materiais.....	51
Tabela 6-1 – Resultado global por modelo de estoque .....	58
Tabela 6-2 – Resultado por nível de serviço mínimo teórico .....	59
Tabela 6-3 – Resultado dos modelos por valor esperado da LTD .....	61
Tabela 6-4 – Resultado dos modelos por classe de demanda .....	62
Tabela 6-5 – Comparação dos resultados do modelo Gama com e sem otimização.....	63
Tabela 6-6 – Resultados dos modelos sujeitos à otimização versus modelos sem otimização .....	63
Tabela 9-1 – Parâmetros da distribuição LTD e de estoque por item.....	75

---

## Lista de Siglas e Termos

EOQ - Economic Order Quantity

ES – estoque de segurança

Fast-moving – demanda de alto giro

Fill rate - é a fração da demanda que é atendida pelo estoque existente em prateleira.

Lead time – tempo de fornecimento

LTD – lead time demand ou demanda durante o lead time

Lumpy – demanda caracterizada pela alta variabilidade do tamanho e do tempo médio entre ocorrências.

MAPE – Mean Average Percentage Error é uma medida aplicada para erros de previsão.

MRO – grupo de materiais utilizados para manutenção reparo e operação.

NS – nível de serviço

SAP R/3 – sistema de gestão empresarial que integra todos os processos de negócio da empresa.

Slow-moving – demanda de baixo giro

SOQ – lote de compras para nível de serviço (Service Order Quantity)

s,Q – política de estoque que considera como parâmetros ponto de ressuprimento s e quantidade de pedido Q.

s,S – política de estoque que considera como parâmetros ponto de ressuprimento s e estoque máximo S.

# 1 Introdução

A gestão de estoque de peças de reposição é essencial para a maioria das grandes empresas, dado o valor significativo destes itens mantidos em estoque para garantir um nível de serviço adequado aos clientes. Estes itens representam um custo bastante alto para muitas empresas, frequentemente excedendo o lucro anual. Uma típica empresa de manufatura mantém entre \$5 milhões e \$15 milhões de dólares em peças de reposição com um custo médio de oportunidade de 20% a 40% do valor de estoque (Sandvig & Allaire, 1998). Diferentemente dos estoques de produtos acabados, semi-acabados e insumos, que são direcionados pelos processos de produção e demandas dos clientes, peças de reposição são mantidas em estoque para suportar operações de manutenção e proteger contra falhas nos equipamentos. Embora esta função seja bem compreendida pelos gerentes de manutenção e suprimentos, muitas empresas enfrentam o desafio de evitar grandes estoques de peças com custos excessivos de manutenção e obsolescência (Porras & Dekker, 2008).

A carência de ferramentas e modelos para atender a natureza específica das peças de reposição reforça a dificuldade em estabelecer metodologias e estratégias consistentes para a gestão destes itens. Eles normalmente são de baixíssimo giro, demandas altamente aleatórias e difíceis de prever, com tempos de fornecimento estocásticos. O histórico da demanda nas empresas é limitado com poucas ocorrências de demanda e longas sequências de valores nulos (Willemain, Smart, & Schwarz, 2004).

Controlar e gerir peças de reposição significa encontrar respostas viáveis e eficientes para questões básicas de qualquer sistema de controle de estoque (Botter & Fortuin, 2000):

Quais peças devem ser estocadas?

Quando estas peças devem ser ressupridas?

Qual deve ser a quantidade do pedido?

Com tantos requisitos essenciais relacionados a estes tipos de itens, é natural que a gestão das peças de reposição se torne uma importante área de pesquisa dentro do controle de estoque (Huiskonen, 2001). O desenvolvimento de uma metodologia robusta que possa tratar as características específicas das peças de reposição pode trazer enormes benefícios financeiros e gerenciais às empresas.

Trataremos neste capítulo introdutório dos objetivos gerais e específicos deste trabalho, do contexto da administração de estoque nas empresas e dos fatores que motivaram o desenvolvimento deste estudo.

## 1.1 Objetivos gerais e específicos

O objetivo principal da dissertação é desenvolver um modelo estocástico para controle de estoque de itens de baixo giro (slow-moving) com uma grande variabilidade nos padrões de demanda, conhecidos na literatura como itens de demanda intermitente ou errática. Os itens que normalmente apresentam estes tipos de padrões e considerados nesta pesquisa são as peças de reposição que fazem parte dos materiais conhecidos como MRO (manutenção, reparo e operação).

De modo mais específico, este trabalho se propõe a desenvolver uma metodologia para tratar a gestão do ressuprimento das peças de reposição considerando no estudo os seguintes temas relacionados:

- Técnicas estatísticas para determinar o comportamento da demanda;
- Modelos de previsão de demanda para itens slow-moving com demanda intermitente;
- Modelagem da demanda durante o lead time;
- Distribuições de probabilidade para representar o comportamento da demanda;
- Sistema e políticas de estoque mais adequados a necessidade de controle;
- Modelo de otimização para determinação dos parâmetros de estoque: ponto de ressuprimento, quantidade de pedido e estoque de segurança;
- Simulação do modelo proposto de controle de estoque;
- Avaliação do desempenho dos modelos de estoque.

## 1.2 Contexto da administração de estoque nas empresas

Na maioria das empresas, os valores de peças de reposição imobilizados em estoque representam montantes bastante significativos e o giro de estoque das mesmas é muito baixo. Geralmente, muitos desses itens são estratégicos para a operação e a falta deles causa um impacto direto no processo produtivo, exigindo um nível de serviço alto no atendimento ao cliente. Por outro lado, a obsolescência do estoque de peças de reposição, a falta de critérios na definição da política de estoque e de algoritmos para o cálculo dos parâmetros de estoque tem levado as empresas a manterem níveis de estoques altos para garantir um nível de serviço adequado.

As políticas de estoque para a gestão de peças de reposição são diferentes das que governam os estoques de produtos, matérias-primas e insumos para a produção. Os métodos usuais para controle de estoque baseados na previsão de consumo não atendem, devido ao padrão de consumo deste tipo de item ser intermitente e de baixo giro (Botter & Fortuin, 2000). Demanda intermitente é uma demanda aleatória com uma grande proporção de valores nulos (Silver, Ho, & Deemer, 1971). Por

exemplo, um típico conjunto de dados industriais compreende um histórico de demanda limitada com longas seqüências de valores nulos e poucos valores de consumo (Willemain, Smart, & Schwarz, 2004). Isto torna a estimativa das distribuições da demanda durante o lead time (LTD) muito difícil, que é essencial para obter os parâmetros de controle da maioria das políticas de estoque (Porras & Dekker, 2008).

Um aspecto fundamental da gestão da cadeia de suprimento é a assertividade da previsão de demanda (Hax & Candea, 1984), mas a natureza intermitente da demanda torna a previsão bastante difícil para peças de reposição. Tais itens são frequentemente descritos como ‘slow-moving’. Porém, o termo ‘slow-moving’ é muito restrito para descrever os diversos padrões de demanda a que estão sujeitos estes tipos de itens.

Este trabalho consiste num estudo sobre peças de reposição de uma grande empresa multinacional do setor de siderurgia, cujo objetivo é apresentar uma metodologia para o controle de estoque de peças de reposição, considerando o problema da demanda intermitente e o dimensionamento dos parâmetros de estoque e da distribuição da demanda durante o lead time (LTD) para itens slow-moving. Atualmente, a empresa utiliza o sistema de gestão SAP R/3 para controle de estoque das peças de reposição e uma política de revisão periódica com base na distribuição normal. A nova metodologia desenvolvida será testada via simulação com dados reais e comparada ao modelo atual.

### 1.3 Contribuição da pesquisa

A maior parte da literatura está focada em determinar, estabelecer ou aplicar métodos para ressuprimento dos estoques em ambientes de produção e distribuição, cuja demanda e tempo de fornecimento (lead time) tendem a ser previstos com maior grau de certeza (Botter & Fortuin, 2000), com distribuições de probabilidade da demanda aderentes à curva normal. No contexto do ressuprimento de peças de reposição, a demanda é errática e difícil de prever, os tempos de fornecimento são, geralmente, estocásticos. Dessa forma, a literatura sobre o ressuprimento de peças de reposição tende a ser mais escassa, com o desenvolvimento de vários modelos teóricos, mas poucos estudos de caso. Esses desenvolvimentos estão geralmente concentrados em otimização matemática de modelos de estoque, mas são raros os que os validam utilizando dados empíricos. Mesmo os estudos empíricos na literatura relacionados a peças de reposição estão focados em testar métodos de previsão para demanda de itens slow-moving em vez de implementar modelos de estoque. Como exemplos de estudos de modelos de estoque podemos citar Strijbosch, Heuts & Schoot (2000), Levén & Segerstedt (2004) e Porras & Dekker (2008). Os modelos de estoque

normalmente tratam a demanda de peças de reposição como slow-moving sem considerar a aleatoriedade dos diversos componentes constituintes da demanda, como tamanho da demanda, tempo médio entre ocorrências e lead time. É o caso, por exemplo, do modelo  $(S - 1, S)$  que utiliza a distribuição Normal para a demanda (Feeney & Sherbrooke, 1966).

O nosso trabalho visa, através de um estudo de caso e utilizando dados empíricos, testar e desenvolver teoria relacionada a distribuições estatísticas de demanda não aderentes à curva Normal, técnicas de previsão para itens slow-moving com demanda intermitente e modelos de estoque sujeitos à demanda e tempo de fornecimento estocásticos, cujos casos na literatura são mais raros.

Outro ponto importante é a utilização de uma abordagem recente na literatura para modelar a demanda durante o lead time. Normalmente, os estudos estão focados em obter dados de ocorrências de demanda agrupados em períodos (semana ou mês) para a determinação do valor esperado e variância da demanda durante o lead time. Este procedimento não reflete com precisão a variabilidade da demanda, principalmente, para tempos de fornecimento mais curtos. Desenvolvemos uma metodologia baseada na abordagem da demanda individual (Krever, Wunderink, Dekker, & Schorr, 2005), onde utilizamos informações das ocorrências individuais de demanda para desenvolver um modelo que capte melhor a variabilidade do tamanho e da taxa de ocorrência das demandas. Para viabilizar esta abordagem, foi desenvolvida uma rotina específica para extração dos dados de ocorrências de demanda, uma vez que o padrão dos sistemas de gestão de estoques é armazenar o histórico de consumo em períodos.

Foi desenvolvido um modelo híbrido para classificar os itens quanto ao padrão de demanda considerando a variabilidade dos componentes da demanda (Eaves & Kingsman, 2004) e a definição de fronteiras para itens de alto giro (fast-moving) e baixo giro (slow-moving) (Silver, Pyke, & Peterson, 1998). Esta classificação é fundamental para estabelecer correlações durante a análise dos resultados dos modelos estocásticos de estoque.

## 2 Revisão de literatura

A gestão de estoques tem recebido substancial atenção dos meios acadêmico e empresarial nos últimos anos. A maior parte da literatura está focada em determinar, estabelecer ou aplicar métodos para ressurgimento dos estoques em ambientes de produção e distribuição (Botter & Fortuin, 2000), cuja demanda e tempo de fornecimento tendem a ser previstos com maior grau de certeza. No contexto do ressurgimento de peças de reposição, a demanda é errática e difícil de prever, os



tempos de fornecimento são longos e estocásticos e os clientes querem receber as peças de reposição rapidamente.

Dessa forma, a literatura sobre o ressurgimento de peças de reposição tende a ser mais escassa e os desenvolvimentos nos últimos anos tendem a apresentar várias metodologias para tratar o problema. Apesar de modelos teóricos para itens slow-moving serem abundantes na literatura de estoque desde 1965, são poucos os trabalhos que apresentam modelos de estoque incluindo a variabilidade de todos os componentes da demanda de peças de reposição. A maioria considera somente a característica slow-moving da demanda. É o caso da política de estoque bastante conhecida  $(S - 1, S)$ , um caso particular do modelo  $(s, S)$ , que assume distribuição de Poisson para a demanda (Feeney & Sherbrooke, 1966). Apesar de apropriada para itens slow-moving, este modelo utiliza como premissa tempo entre demandas de tamanho unitário baseado na distribuição exponencial, necessitando como parâmetro somente a média da demanda.

Muitos estudos utilizam dados gerados de simulação para validar os modelos de estoque propostos (Strijbosch, Heuts, & Schoot, 2000; Levén & Segerstedt, 2004). Estudos de caso são poucos, e ainda, são raros os que os validam utilizando dados empíricos (Porras & Dekker, 2008). Na seção 2.3.4 são apresentadas com profundidade as políticas de estoque e distribuições estatísticas teóricas.

## 2.1 Demanda para peças de reposição

Demanda para peças de reposição tem características bastante peculiares e muito diferentes das que encontramos normalmente nos produtos, matérias-primas e insumos para a produção. Enquanto os últimos apresentam um padrão de demanda de alto giro, regular e mais previsível, as peças de reposição possuem um padrão de demanda de baixo giro, errático e intermitente, caracterizado por demandas não frequentes, de tamanho variável, ocorrendo em intervalos irregulares. Itens de baixo giro são caracterizados por ocorrências irregulares, mas o tamanho da demanda é sempre baixo. É geralmente aceito que itens de baixo giro diferem de itens erráticos, principalmente pela pouca variabilidade no tamanho da demanda (Eaves, 2002). Um item com demanda errática é aquele que tem a maioria das ocorrências de pequenas demandas com transações ocasionais de demandas muito grandes (Silver, 1970). A demanda é dita intermitente se o tempo médio entre ocorrências consecutivas é consideravelmente maior do que o intervalo de tempo de atualização da previsão (Silver, Pyke, & Peterson, 1998). Resumidamente, podemos conceituar demanda de baixo giro ou slow-moving como aquela que apresenta tamanho de demanda baixo e pouco variável, ocorrências não freqüentes. Demanda errática é aquela com alta

variabilidade no tamanho e demanda intermitente com alta variabilidade no tempo médio entre demandas. Padrões de demanda intermitente e errática são muito comuns entre as peças de reposição. Conseqüentemente, a modelagem deste tipo de demanda tem um apelo forte pela consideração dos elementos constituintes, isto é, o tamanho da demanda e o intervalo entre elas.

Para modelar a demanda de peças de reposição é necessário conhecer o seu comportamento e entender os fatores que levam a estes padrões específicos e aplicar uma metodologia para classificar estes itens.

### 2.1.1 Demanda errática e intermitente

Quando se introduz alguma variabilidade na demanda, significativos problemas são criados para as áreas de manufatura e na cadeia de suprimento. A variabilidade no tamanho da demanda de um item leva a um tipo de demanda conhecido como errático onde as ocorrências de consumo podem ter um tamanho maior do que uma unidade. A variabilidade do tempo médio entre demandas, onde a demanda oscila entre períodos de valores nulos e não nulos introduz um padrão intermitente na demanda. Tais padrões de demanda afloram em peças de reposição levando a uma dificuldade grande do processo de previsão de demanda e controle de estoque (Eaves, 2002). Se um item tem ambos os padrões de demanda intermitente e errático, é conhecido na literatura como um item 'lumpy'. A figura 2.1 mostra exemplos de padrões de demanda intermitente e lumpy baseados em histórico de demanda anual para duas peças de reposição usadas na indústria aeroespacial (Boylan & Syntetos, 2007).

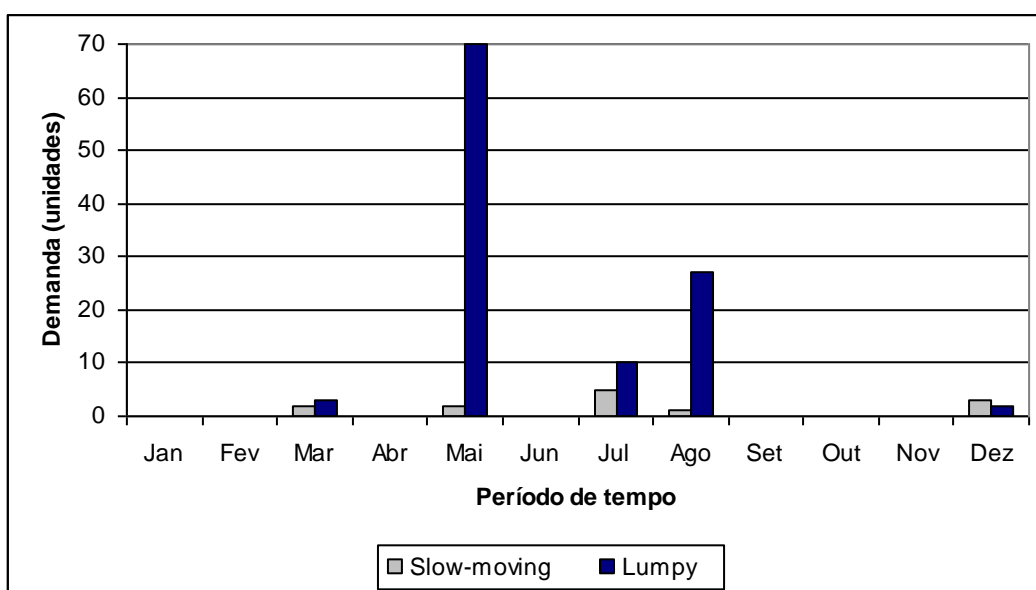


Figura 2-1 - Padrões de demanda intermitente e lumpy

Existem muitos processos diferentes relacionados a peças de reposição, tais como, peças de reposição para atender demanda em instalações próprias da empresa, peças para reposição em instalações de clientes e peças para atender a demanda do mercado (Fortuin & Martin, 1999). Nosso foco de estudo, são peças de reposição para atender demanda gerada de processo de manutenção e reparo em instalações industriais próprias. Neste cenário, identificamos algumas causas de intermitência e irregularidade das demandas no decorrer da pesquisa. Uma vez conhecidas, algumas destas causas podem ser minimizadas com ações gerenciais das empresas.

- a. Transferência de estoque do almoxarifado central a estoques avançados fora do sistema levando a ocorrência de grandes picos de consumo com muitos períodos sem consumo.
- b. Falhas geradas no equipamento influenciadas não somente pelo final da vida útil, mas também pelas condições diferenciadas de uso.
- c. Diferentes padrões de consumo devido às diferentes técnicas de manutenção, preventiva, preditiva ou corretiva.
- d. Consumo de materiais de estoque em projetos industriais. Durante o projeto estes itens têm um perfil de consumo totalmente diferente do padrão normal.

### 2.1.2 Demanda slow-moving

Peças de baixo giro são mantidas em estoque como segurança para evitar paradas prolongadas de equipamentos devido à indisponibilidade do item no estoque, ocasionando altos custos de perda de produção e não atendimento a demanda do cliente (Eaves, 2002). Qualquer política de controle de estoque para itens de baixo giro deve levar em conta os custos de ruptura do estoque.

O maior problema associado com a previsão e controle de estoque de peças de baixo giro é a falta de registros passados para determinar estimativas confiáveis de consumo histórico e características de falha (Mitchell, Rappold, & Faulkner, 1983). Itens de baixo giro frequentemente tem consumo nulo durante um longo período que normalmente seria mais do que adequado para análise.

## 2.2 Abordagens para a gestão de peças de reposição

Basicamente, as duas principais abordagens utilizadas para desenvolver um modelo de gestão de estoque de peças de reposição são as abordagens de classificação e os modelos matemáticos (Huiskonen, 2001).

### 2.2.1 Abordagem de classificação

A abordagem de classificação como uma ferramenta de gestão de peças de reposição representa uma abordagem popular no ambiente industrial. Esta metodologia visa estratificar os itens de acordo com diversos atributos relacionados, tais como criticidade, características de fornecimento, problemas de estoque, taxa de uso, entre outros, e aplicar diferentes estratégias para os sistemas logísticos de acordo com a classificação dos itens. Entre algumas destas estratégias, podem ser citadas o desenvolvimento de fornecedores locais especializados, a manutenção de pequenos estoques de segurança, estabelecimento de níveis de serviço para a entrega do fornecedor e a criação de estoques compartilhados para itens com demanda de baixíssimo giro e alto valor (Huiskonen, 2001).

Baseado nesta análise, questões importantes na gestão de estoque, como estoques superdimensionados, obsolescência e rupturas de estoque podem ser detectados. Vários estudos têm sido desenvolvidos nesta linha, considerando um número maior ou menor de atributos.

Braglia, Grassi, & Montanari (2004) desenvolveram uma ferramenta de suporte à decisão baseada em um diagrama de decisão e em uma matriz de política de estoque a ser utilizado como uma abordagem básica para revisar e validar a política de estoque usada para cada tipo de sobressalente. Restrições de estoque, custos de perda de produção, objetivos ambientais e de segurança, estratégias de manutenção adotadas, aspectos logísticos das peças de reposição são alguns dos critérios considerados, e a sua classificação é então definida com relação a múltiplos atributos. Os autores utilizam um diagrama de decisão integrado com um conjunto de modelos de processo hierárquico analítico para resolver vários problemas de decisão nos diferentes níveis da árvore de decisão. Uma matriz de política de estoque é construída para associar as diferentes classes de peças de reposição com as possíveis políticas de gestão de estoque a fim de identificar a melhor estratégia de controle dos estoques.

Dekker, Kleijn, & De Rooij (1998) propuseram um método onde a demanda de peças de reposição é classificada em crítica e não crítica, sendo que a demanda crítica se origina da falha de componentes instalados em equipamentos vitais e demanda não crítica de componentes instalados em equipamentos auxiliares. Baseado nesta classificação, uma política de estoque é proposta onde parte do estoque é reservada para demanda crítica. Dekker, Kleijn, & De Rooij (1998) utilizam a distribuição de Poisson para a demanda e política de estoque lote por lote com tempo de ressuprimento determinístico e derivando aproximações dos níveis de serviço para ambas as classes de demanda.

Botter & Fortuin (2000) segmentaram 50 mil peças de reposição em níveis decrescentes de consumo, tempo de resposta, preço e criticidade de cada item, com a subsequente determinação

dos valores médios para cada nível. Níveis de serviço foram calculados para esses segmentos com base nesses valores, considerando-se situações alternativas de ressuprimento a partir de um centro de distribuição regional ou de um armazém local. Ganhos em termos de redução de níveis de estoque e aumento nos níveis de serviço também foram estimados para cada segmento.

## 2.2.2 Modelagem matemática

Esta abordagem refere-se ao desenvolvimento de modelos matemáticos baseados em programação linear, programação dinâmica, cálculos complexos, simulação e outros. Esta abordagem tem sido utilizada de forma mais ostensiva que a primeira, incluindo cada vez mais aspectos diferentes do problema de gestão de peças de reposição. Estes trabalhos estão geralmente concentrados na otimização dos custos de estoque e níveis de serviço associados com uma determinada política de estoque de peças de reposição.

A abordagem por modelos matemáticos normalmente compreende duas partes a serem definidas: o modelo para a previsão de demanda e o modelo para demanda durante o lead time que abrange a definição das políticas de estoque, determinação dos parâmetros da distribuição da demanda durante o lead time (LTD) e o cálculo dos parâmetros de estoque.

## 2.3 Modelagem da LTD

A modelagem matemática da LTD tem sido explorada na literatura com abordagens bastante diferenciadas, quanto à variabilidade da demanda e do lead time, e quanto aos métodos de previsão para itens de baixo giro com características de intermitência e irregularidade. Mais recentemente, alguns autores têm associado aos modelos matemáticos uma metodologia para estratificar os itens em grupos de acordo com características comuns da demanda visando obter uma maior precisão na análise dos resultados dos modelos propostos (Eaves & Kingsman, 2004).

### 2.3.1 Classificação da demanda

Poucos autores têm apresentado uma metodologia consistente para classificar os itens de acordo com o comportamento da demanda. Williams (1984) desenvolveu um método analítico para classificar demanda como regular (alto giro), baixo giro ou intermitente pela decomposição da variância da demanda durante o lead time em três partes: variabilidade do número de ocorrências por unidade de tempo, variabilidade do tamanho da demanda e variabilidade do lead time. Uma

avaliação das três partes constituintes leva a classificação da LTD para tempos de fornecimento estocásticos conforme mostrados na tabela 2.1.

Observa-se que o padrão de demanda regular difere do padrão de baixo giro pelo nível de variabilidade do número de transações e a distinção do padrão de demanda errático é de acordo com o nível de variabilidade do tamanho da demanda. A escolha das fronteiras entre cada uma das categorias é essencialmente uma decisão gerencial.

Componentes da demanda durante o lead time			Tipo de padrão da demanda
Variabilidade do nº de transações	Variabilidade do tamanho da demanda	Variabilidade do lead time	
Baixa			Regular
Alta	Baixa		Baixo giro
Alta	Alta	Baixa	Errático
Alta	Alta	Alta	Errático com lead time altamente variável

Tabela 2-1 - Classificação da demanda durante o lead time - Williams

Silver, Pyke, & Peterson (1998) não desenvolveram uma metodologia, mas estabeleceram algumas fronteiras entre itens de baixo e alto giro, e para a aplicabilidade da distribuição Normal na modelagem da LTD. Baseado em resultados experimentais, eles propuseram um limite de 10 unidades para a média da LTD, abaixo do qual devemos considerar distribuições para itens de baixo giro, como Poisson, desde que o coeficiente de variação (CV) da LTD esteja entre 0,9 e 1,1. Caso contrário, deve-se utilizar a distribuição de Laplace. Para valores de média maiores ou iguais a 10 deve-se considerar a distribuição Normal quando o CV da LTD for menor ou igual a 0,5. Caso contrário, a distribuição Gama deve ser considerada.

Baseado no trabalho de Williams (1984), Eaves & Kingsman (2004) desenvolveram uma metodologia de classificação da demanda e a adequaram aos tipos de itens estudados. Eles analisaram os dados de demanda da Royal Air Force (RAF) e concluíram que o conceito de classificação de Williams não descrevia adequadamente a estrutura de demanda observada. Em particular, não foi considerado suficiente para distinguir o padrão de demanda regular dos demais apenas pela variabilidade do número de transações. Um esquema de classificação revisado foi proposto (tabela 2.2) que categoriza a demanda de acordo com a variabilidade da taxa de transações, variabilidade do tamanho da demanda e variabilidade do lead time. O conjunto de itens com baixa variabilidade de transações é subdividido em demanda regular e irregular de acordo com a

variabilidade do tamanho da demanda. As categorias de demanda regular e de baixo giro são distinguidas do restante pela variância dos tamanhos da demanda, e a variância do lead time é usada somente para distinguir entre intermitente e altamente intermitente. Os valores limites de cada categoria foram definidos de acordo com as características do conjunto de dados da demanda particular: variabilidade de transações - 0.74; variabilidade do tamanho da demanda - 0.10; variabilidade do lead time - 0.53. Categoria A - regular; categoria C - irregular; categoria B - baixo giro; categoria D1 - intermitente; categoria D2 - altamente intermitente. Os esquemas de categorização discutidos acima são os únicos presentes na literatura acadêmica que levam em consideração padrões de demanda alternativos e consequentemente os utiliza com o propósito de selecionar o procedimento de controle de estoque mais apropriado. Todavia, os valores limites foram arbitrariamente escolhidos, portanto eles fazem sentido somente para as situações empíricas particulares que foram analisadas na respectiva pesquisa.

Variabilidade do número de transações	Variabilidade do tamanho da demanda	Variabilidade do lead time	Classes da demanda
$\leq 0,74$	$\leq 0,10$		A - Regular
$\leq 0,74$	$> 0,10$		C - Irregular
$> 0,74$	$\leq 0,10$		B - Baixo giro
$> 0,74$	$> 0,10$	$\leq 0,53$	D1 - Intermitente
$> 0,74$	$> 0,10$	$> 0,53$	D2 - Altamente intermitente

Tabela 2-2 - Classificação da demanda durante o lead time – Eaves

### 2.3.2 Previsão de demanda

A assertividade da previsão de demanda é um aspecto importante na gestão de estoque (Hax & Candea, 1984), mas a natureza intermitente da demanda torna a previsão especialmente difícil para peças de reposição. Vários trabalhos têm sido desenvolvidos para tratar a previsão de demanda de itens slow-moving e intermitente.

A maioria dos estudos empíricos na literatura relacionados a peças de reposição são focados em testar métodos de previsão para demanda de itens slow-moving em vez de implementar modelos de estoque. Esta é uma importante distinção, pois enquanto os modelos de estoque focam em determinar os parâmetros de controle (como o modelo (s, Q)) através da estimativa da distribuição

durante todo o lead time e dos níveis de serviço ao cliente, os métodos de previsão objetivam obter previsões pontuais precisas da demanda. A maioria dos métodos de previsão presentes na literatura atende a itens fast-moving com padrão mais regular da demanda, como é o caso do amortecimento exponencial. Croston (1972) desenvolveu um método de previsão para atender demandas intermitentes. Ele demonstrou que seu método era superior ao amortecimento exponencial ao assumir que os intervalos entre ocorrências seguem uma distribuição geométrica (demanda ocorre como um processo de Bernoulli), tamanho da demanda é normalmente distribuída, e os intervalos e tamanhos da demanda são independentes entre si. O método de Croston foi investigado e avaliado por vários autores que comprovaram a sua robustez e aplicação prática (Willemain, Smart, Shockor, & DeSautels, 1994; Johnston & Boylan, 1996). Ghobbar & Friend (2003) apresentaram um estudo comparativo de 13 diferentes métodos de previsão para a gestão de peças de reposição na indústria de aviação. Eles utilizaram a medição de MAPE (Mean Average Percentage Error) aplicada em erros de previsão para avaliar a precisão dos diferentes métodos, mas nenhum modelo de estoque foi incluído no estudo. Eles confirmaram a superioridade dos métodos de Croston e da média móvel ponderada sobre o amortecimento exponencial e modelos de regressão sazonais.

Eaves & Kingsman (2004) utilizaram dados de demanda e tempo de ressurgimento para avaliar o valor prático dos modelos de previsão disponíveis na literatura para tratar problemas de previsão e controle de estoque para itens com padrão de demanda slow-moving e intermitente. Usando métodos analíticos, os autores classificaram os itens de estoque de consumo em padrões de demanda regular, irregular, slow-moving e intermitente. Recentes desenvolvimentos de previsão, como o método de aproximação, são comparados com os métodos mais comuns através da aplicação dos mesmos nos itens com os padrões de demanda identificados. Eaves & Kingsman mostraram que o método de aproximação, que é uma modificação do método de Croston, apresentou resultados melhores, em termos de redução dos custos de armazenagem para um nível de serviço requerido, do que os métodos mais comuns, amortecimento exponencial, média móvel e do que o próprio método de Croston.

Willemain, Smart, & Schwarz (2004) propuseram um modelo para a previsão da distribuição acumulada de demanda durante lead time fixo usando um novo tipo de séries temporais bootstrap. O método bootstrap utiliza amostras dos dados do histórico da demanda para criar repetidamente cenários realísticos que mostrem a evolução da distribuição de demanda durante o lead time. Este procedimento captura melhor as autocorrelações entre as ocorrências de demanda, especialmente para demandas intermitentes com uma alta proporção de valores nulos. O método utiliza a modelo de Markov para avaliar as probabilidades de transição empíricas entre os estados de demanda nula e não nula para os diferentes itens. Utilizando nove grandes conjuntos de dados industriais, os autores



mostraram que o método bootstrap produz previsões mais precisas (baseadas na medição de MAPE) da distribuição de demanda durante um lead time fixo do que o amortecimento exponencial e o método de Croston.

Hua, Zhang, Yang, & Tan (2007) estudam o problema da previsão da demanda intermitente, ou seja, demanda aleatória com grande quantidade de valores zero. É desenvolvida uma nova abordagem para a previsão de demanda intermitente de peças de reposição denominada método de previsão integrado que trata da previsão da ocorrência de demanda não nula e estimativa da demanda durante o lead time. Dois tipos de medidas de desempenho para validar os métodos de previsão são também descritos. Usando conjunto de dados de quarenta tipos de peças de reposição de uma empresa petroquímica, os autores mostram que este método produz maior precisão das previsões de demanda durante o lead time do que o amortecimento exponencial, método de Croston e o método bootstrapping de Markov.

### 2.3.3 Cadeia de Markov

Os processos estocásticos são de grande relevância para o desenvolvimento deste trabalho. São chamados estocásticos os processos que evoluem no tempo de forma probabilística (Hillier & Lieberman, 2001). Um processo estocástico é definido como uma coleção de variáveis aleatórias  $\{ X_t \}$  indexadas por um parâmetro  $t$  pertencente a um conjunto  $T$ .  $X_t$  representa uma característica mensurável de interesse no tempo  $t$ , por exemplo, o nível de estoque de um produto particular no final da semana  $t$ .

Processos estocásticos são de interesse por descreverem o comportamento de um sistema operando sobre algum período de tempo. A variável aleatória  $X_t$  representa o estado do sistema no tempo  $t$ . Portanto, pode-se afirmar que  $X_t$  é definida em um espaço denominado Espaço de Estados. Os processos estocásticos de interesse do nosso estudo são os chamados processos Markovianos. Um processo estocástico é dito ser um Processo Markoviano se o estado futuro depende apenas do estado presente e não dos estados passados. Este tipo de processo estocástico é também denominado de processo sem memória, uma vez que o passado é “esquecido” (desprezado).

As probabilidades condicionais  $P\{X_{t+1} = j \mid X_t = i\} = p_{ij}$  são denominadas probabilidades de transição e representam, portanto, a probabilidade do estado  $X_{t+1}$  ser  $j$  no instante  $t+1$  dado que o estado  $X_t$  é igual a  $i$  no instante  $t$ .

Um Processo Markoviano é dito ser uma Cadeia de Markov<sup>1</sup> quando as variáveis aleatórias  $X_t$  estão definidas em um Espaço de Estados discreto. Quando o tempo é discreto, a cadeia é dita ser uma Cadeia de Markov em tempo discreto.

Para uma Cadeia de Markov as probabilidades de transição devem satisfazer as seguintes propriedades (Hillier & Lieberman, 2001):

$$p_{ij} \geq 0, \quad \forall i \text{ e } j$$

e

$$\sum_{j=0}^M p_{ij} = 1, \quad \forall i$$

Será utilizado o conceito da Cadeia de Markov para a implantação do método de previsão bootstrap de Willemain. Este método considera dois estados, nulo e não nulo e as probabilidades de transição são determinadas pelos valores históricos das ocorrências de demanda. Os valores futuros de previsão são obtidos pelas probabilidades de transição dado o valor presente da demanda.

### 2.3.4 Políticas de estoque e distribuições estatísticas teóricas

No contexto dos modelos teóricos, uma das políticas de estoque mais extensivamente estudadas é a conhecida como modelo  $(S - 1, S)$ , um caso particular dos modelos  $(s, S)$ , com uma distribuição de demanda baseada em Poisson (Feeney & Sherbrooke, 1966). Apesar de bastante aplicada para itens slow-moving, esta política requer revisão contínua do sistema de estoque. Além do mais, a distribuição de Poisson assume aleatoriedade da demanda, com intervalos de tempo entre ocorrências de demandas de tamanho unitário seguindo uma distribuição exponencial. Esta distribuição precisa, como informação da demanda, somente da demanda média. Quando o tamanho da demanda não é unitário, autores têm proposto modelos compostos, como modelo de Poisson composto (Williams, 1984; Silver, Ho, & Deemer, 1971) ou modelo de Bernoulli composto (Janssen, Heuts, & Kok, 1998; Strijbosch, Heuts, & Schoot, 2000). Entretanto, estes modelos são mais difíceis de serem aplicados na prática porque eles precisam da determinação dos parâmetros de mais de uma distribuição para representar o comportamento da demanda durante o lead time. Por exemplo, (Williams, 1984) desenvolveu um método para identificar itens de demanda intermitente,

---

<sup>1</sup> O objetivo deste trabalho não é aprofundar no estudo das Cadeias de Markov, mas somente utilizar o conceito para o método de previsão. Para os leitores que desejarem se aprofundar no tema ver Heyman, D. P.; Sobel, M. J. (2003). *Stochastic Models in Operations Research, Vol. I: Stochastic Processes and Operating Characteristics*, Dover Publications.

onde três parâmetros são necessários: um para a distribuição exponencial do intervalo de tempo entre demandas, e dois parâmetros da distribuição gama para o tamanho da demanda.

Vários estudos têm sido realizados utilizando outras distribuições teóricas para representar a demanda durante o lead time (LTD). Uma premissa comum é que a LTD é normal, apesar de que em circunstâncias de demanda esporádica ou slow-moving a premissa de normalidade pode ser inapropriada. Diversas distribuições utilizadas com abordagens diferentes para o comportamento da demanda e do lead time incluem Normal (Krupp, 1997), Gama (Burgin, 1975; Das, 1976; Yeh, 1997), Poisson (Hill, Omar, & Smith, 1999) e distribuição desconhecida com demanda e tempo de fornecimento estocásticos (Eppen & Martin, 1998) entre outras.

O foco do nosso estudo é desenvolver um modelo de estoque adequado a um cenário de itens slow-moving, com demanda intermitente. Pesquisas similares que apresentam o foco em modelos de estoque e não somente em previsão de demanda têm sido desenvolvidas na literatura para itens slow-moving. Strijbosch, Heuts, & Schoot (2000) examinam o desempenho de dois diferentes modelos de estoque ( $s, Q$ ), um simples e outro avançado, para peças de reposição numa planta de produção na Holanda. A abordagem simples considera a Normal como a distribuição da demanda durante o lead time. O modelo avançado utiliza a distribuição Gama como distribuição da demanda. Ambos os modelos são alimentados com parâmetros estimados por um procedimento com base na previsão da demanda e do tempo entre ocorrência de falhas (demanda intermitente). Os modelos de estoque propostos são testados com dados gerados de simulação. Levén & Segerstedt (2004) propuseram um sistema de revisão periódico construído em função de um procedimento de previsão de Croston e distribuição Erlang para a demanda. O modelo proposto foi testado com dados gerados de simulação e comparado a outro modelo baseado no amortecimento exponencial e na distribuição Normal da demanda. O estudo de simulação mostrou um desempenho melhor do método de Erlang em comparação com a distribuição Normal. Porras & Dekker (2008) comparam o desempenho de diferentes métodos de ponto de ressuprimento utilizados para o controle do estoque de peças de reposição, motivados por um estudo de caso na maior refinaria de óleo da Holanda. Utilizando dados reais, são avaliadas diferentes técnicas de modelagem da demanda e políticas de estoque,  $(S-1, S)$  para distribuição de Poisson e  $(s, nQ)$  para as demais técnicas, com o objetivo de definir qual é a melhor e em quais circunstâncias. Os diversos métodos presentes na literatura utilizam diferentes distribuições de demanda para assegurar o desempenho dos modelos de estoque. Esta metodologia visa melhor identificar as reais limitações de cada modelo utilizando os conjuntos de dados reais. Apesar do perfil de demanda para peças de reposição não seguir uma distribuição normal, os resultados da otimização para os dados reais coletados mostraram um desempenho global melhor do modelo baseado na distribuição normal. Diferentemente do trabalho de Strijbosch, Heuts, &

Schoot (2000) os autores utilizam dados reais de demanda de mais de 8000 itens para testar os modelos de estoque propostos.

Devido à grande variabilidade do tamanho da demanda e das ocorrências de consumo, vários autores tem estudado a decomposição da demanda de peças de reposição nas suas partes constituintes. Porém, apesar da decomposição da demanda ter sido um avanço em termos de modelagem da demanda, Krever, Wunderink, Dekker, & Schorr (2005) mostraram que a periodicidade do registro do histórico da demanda e a utilização do mesmo para a modelagem da LTD tem uma influência grande na determinação dos parâmetros da distribuição. Os autores desenvolveram um método baseado nas demandas individuais onde a determinação do valor esperado e variância da LTD é feita em função das ocorrências individuais do consumo. Este método se mostrou mais robusto, uma vez que ele reflete com maior precisão a variabilidade da demanda.

Diversos trabalhos tem desenvolvidos modelos de estoque combinando distribuições estatísticas com otimização do custo de estoque através de métodos iterativos. Pressuti & Trepp (1970) desenvolveram modelo para o cálculo da política ótima para o modelo (s, Q) utilizando distribuição de Laplace para demanda durante o lead time. Namit & Chen (1999) formularam um algoritmo para resolver modelo (Q, r) considerando a distribuição Gama ( $\alpha, \beta$ ) para a LTD. Quando  $\alpha$  se torna grande, entretanto, o desempenho computacional fica comprometido. Os autores direcionaram esta dificuldade inicialmente observando que a aproximação com a Normal da distribuição Gama é razoável para  $\alpha > 15$  e então criaram um segundo algoritmo baseado no procedimento iterativo para distribuição Normal da LTD e uma terceira solução para o caso especial quando  $\alpha = 1$ , que é uma distribuição exponencial. Tyworth & Ganeshan (2000) apresentaram um algoritmo mais simples e eficiente para distribuição Gama da LTD. Os autores desenvolveram uma função de perda Gama para calcular o número esperado de unidades com ruptura por ciclo. Esta expressão possibilita a utilização de métodos de otimização para resolver modelos (Q, r) diretamente para qualquer valor de  $\alpha$ .

### 3 Metodologia de Estudo

A metodologia a ser utilizada neste trabalho será o Estudo de Caso que, de acordo com Voss, Tsiriktsis, & Frohlich (2002), tem sido uma das mais poderosas ferramentas para desenvolvimento de novas teorias na área de Gestão Operacional. Pode ser utilizado para diferentes propósitos de pesquisa tais como, exploração, construção de teoria, teste de teoria e refinamento de teoria.

O objetivo de utilizar o estudo de caso é testar teorias já existentes na prática, desenvolver um novo conhecimento através do estudo de um fenômeno no seu estado natural e abordar o assunto

estudado com grande profundidade. Seguem as principais fases da metodologia que foi utilizada para o desenvolvimento do estudo.

### 3.1 Planejamento

O ponto inicial de um estudo de caso é a definição do escopo do estudo. Nesta fase, definiremos os objetivos principais e secundários do estudo e os aspectos relevantes a serem abordados mantendo-se o foco para guiar a coleta de dados. Outro ponto a ser detalhado é a definição do problema e a elaboração de questões para as quais se busca uma resposta. A partir do escopo e do problema definido, a escolha do caso é de suma importância para o alcance dos objetivos estabelecidos.

### 3.2 Desenvolvimento de protocolos e instrumentos

A confiabilidade e validade dos dados do estudo de caso serão alavancadas por um protocolo de pesquisa bem projetado. Um protocolo contém os instrumentos de pesquisa, os procedimentos e as regras gerais que deveriam ser obedecidas no uso dos instrumentos, e indica quem ou de onde os diferentes tipos de informações serão extraídas.

O trabalho será desenvolvido em uma empresa do ramo de siderurgia com dados reais de consumo das peças de reposição. Será pesquisado o consumo dos itens slow-moving de forma a abranger itens críticos e não críticos e itens com demanda intermitente. As informações serão extraídas do sistema SAP R/3 módulo de Administração de Materiais com base num histórico de dados de sete anos. As informações serão fornecidas pela Gerência de Suprimentos que é a responsável pela gestão do estoque de peças de reposição.

Os instrumentos a serem utilizados serão entrevistas, coleta de dados diretamente do sistema de estoque, desenvolvimento de rotinas de extração dos dados das demandas individuais e do lead time e processos de simulação para testar os modelos de estoque. Relatórios de custo e de valores de estoque serão extraídos diretamente do sistema de gestão SAP R/3 para suportar as análises dos resultados e a validação da metodologia desenvolvida. As informações financeiras e de custos deverão ser extraídas junto a Gerência de Controladoria da empresa.

### 3.3 Levantamento de dados

A empresa tem uma disponibilidade de sete anos de dados históricos. As informações de ocorrências de demanda, lead time e custos foram extraídos do SAP R/3, sistema ERP mundialmente conhecido e utilizado na maioria das organizações de grande porte. Os dados foram estruturados com foco em peças de reposição e itens de baixo giro. Atualmente, a planta possui em torno de 10.000 itens de manutenção em estoque que fizeram parte do nosso levantamento de dados inicial. Como os dados de demandas individuais foram obtidos via rotina de extração, foi criado um procedimento de validação dos dados. As ocorrências individuais da demanda de cada item foram comparadas e validadas com os valores históricos mensais de consumo armazenados no sistema SAP R/3.

### 3.4 Classificação dos itens

Os itens foram classificados de acordo com a análise ABC de consumo. O foco do trabalho são os itens A de maior valor agregado e que trazem maior retorno para o negócio. Com o objetivo de estabelecer correlações durante a análise dos resultados dos modelos de estoque, foi aplicada uma metodologia híbrida de classificação da demanda, levando em consideração a variabilidade dos componentes da demanda durante o lead time (LTD) (Eaves & Kingsman, 2004) e o valor esperado da LTD estabelecendo fronteiras entre itens slow-moving e fast-moving (Silver, Pyke, & Peterson, 1998). A metodologia de classificação está detalhada na seção 4.4.2.

### 3.5 Modelo de previsão

O modelo implementado foi o método de bootstrap modificado apresentado em Willemain, Smart, & Schwarz (2004) para gerar os valores de previsão para todos os modelos desenvolvidos neste estudo para a demanda durante o lead time. Eles demonstraram as vantagens deste método comparado com outros presentes na literatura, especialmente quando se trata de demandas intermitentes com grande proporção de valores nulos. Quando comparado com técnicas bootstrap tradicionais, tem a vantagem de capturar melhor as autocorrelações entre as ocorrências de demanda e avalia as probabilidades de transição empíricas entre os estados de demanda nula e não nula (cadeia de Markov) para estimar a informação da demanda durante o lead time.

### 3.6 Modelagem da demanda durante o lead time (LTD)

Foram desenvolvidos quatro modelos para o controle de estoque das peças de reposição utilizando as distribuições estatísticas de Poisson, Laplace, Gama e Normal. O sistema atual considera a distribuição Normal com um nível de serviço predefinido pelo nível gerencial. O modelo da Normal será comparado com os modelos propostos com o objetivo de avaliar o desempenho de cada um em relação ao sistema atual.

Com relação à LTD nós utilizamos o conceito apresentado em Krever, Wunderink, Dekker & Schorr (2005), abordagem da demanda individual (single demand approach), para estimar o valor esperado e a variância da LTD. Esta abordagem é mais precisa do que o conceito comum utilizado na literatura para a demanda e lead time estocásticos baseado na abordagem da demanda agrupada em períodos (period demand approach). Levantamos valores históricos das ocorrências individuais de consumo e os utilizamos para estimar a distribuição da LTD para cada modelo.

### 3.7 Determinação das políticas e dos parâmetros de estoque

As políticas de estoque foram definidas considerando um sistema de revisão contínua, uma vez que o status do estoque será atualizado diariamente. Os parâmetros de estoque de cada modelo foram determinados através de algoritmos de minimização de custo. Utilizamos um processo iterativo para calcular o estoque de segurança, ponto de ressuprimento e quantidade de pedido, e algumas restrições de nível de serviço definidas pelo nível gerencial.

### 3.8 Construção do modelo de simulação

Um modelo de simulação foi construído para avaliar o desempenho das políticas utilizando diretamente os valores reais da demanda. Como estamos utilizando a abordagem da demanda individual, transformamos nossos valores históricos em demandas diárias e desenvolvemos o modelo para um período de teste de sete anos. Utilizando Matlab v.6.5, simulamos o desempenho diário de cada modelo baseado nas seguintes informações:

Dados iniciais para o processo de simulação:

- . Estoque inicial do produto
- . Número de unidades demandadas
- . Ponto de ressuprimento

- . Quantidade de pedido
- . Estoque de segurança
- . Valor esperado do lead time
- . Custo unitário de manutenção
- . Custo de pedido
- . Custo unitário de ruptura

Variáveis do processo de simulação:

- . Estoque líquido
- . Posição de estoque
- . Número de unidades fornecidas
- . Número de unidades com ruptura de estoque
- . Número de unidades em pedidos
- . Número de unidades recebidas

### 3.9 Análise dos resultados

Com o resultado da simulação, buscamos a convergência de situações e informações para validar algumas hipóteses, confirmar algumas teorias e buscar algumas respostas sobre novas abordagens. A análise foi direcionada para o desempenho dos modelos de estoque quanto ao nível de serviço, fill rate e custo total de estoque.

## 4 O Estudo de Caso

### 4.1 A empresa

O estudo de caso foi desenvolvido em uma grande empresa multinacional do setor de siderurgia com a avaliação do estoque de peças de reposição de uma das maiores plantas de produção. A empresa possui um depósito centralizado de peças de reposição e todo o estoque é gerido pela área de Suprimentos da planta. O sistema utilizado para controle do estoque é o SAP R/3 que se baseia na distribuição normal e nível de serviço para a determinação do ponto de ressuprimento e estoque de segurança. O sistema SAP R/3 reconhecidamente se aplica bem para o controle de itens de alto giro



com demanda regular, mas não tem boa aderência para itens de baixo giro com demanda intermitente, que é o caso de grande parte das peças de reposição.

Existe uma necessidade colocada pelo nível gerencial de ter um sistema de estoque para controlar os materiais com demanda intermitente, principalmente os materiais classificados como A e de alto valor de consumo. Estes materiais são de difícil previsão e o modelo atual baseado na distribuição normal com um nível de serviço definido não se mostra eficiente no controle destes itens.

## 4.2 Escopo

A proposta deste trabalho é estudar as diversas abordagens e teorias relacionadas ao controle do ressurgimento das peças de reposição para desenvolver uma metodologia de controle de estoque que possa ser aplicado a itens de baixo giro com demanda intermitente.

O trabalho consiste de um estudo de caso real de controle de estoque de peças de reposição em uma empresa do ramo de siderurgia. Foi pesquisado o consumo dos principais itens de manutenção de forma a abranger itens críticos e não críticos ao processo produtivo.

Algumas premissas estão sendo consideradas na elaboração dos modelos de estoque:

- A demanda é estocástica, sendo na maioria dos itens irregular e intermitente;
- O lead time é estocástico;
- A distribuição de demanda não é conhecida, porém várias distribuições têm sido sugeridas para controle de estoque de itens de baixo giro. Desenvolvemos modelos baseados em quatro distribuições distintas:
  - Normal – que é a distribuição utilizada no sistema atual para servir de base de comparação;
  - Poisson – distribuição indicada para itens de baixo giro, para demandas unitárias;
  - Laplace – também indicada para itens de baixo giro, porém com melhores resultados para demanda não unitária;
  - Gama – tem sido sugerida em muitos estudos presentes na literatura onde a distribuição da LTD não segue a normal.

Os principais modelos de previsão de demanda atualmente utilizados na literatura não são aderentes a itens intermitentes. No estudo foi utilizado o método de bootstrap modificado apresentado por Willemain, Smart, & Schwarz (2004), cujos resultados se mostraram bastante satisfatórios se comparados com os métodos existentes.

Os parâmetros de estoque, como o ponto de ressuprimento, estoque de segurança e quantidade de pedido foram determinados por um processo iterativo, combinando os modelos das distribuições estatísticas com técnicas de otimização de custo.

### 4.3 Descrição do problema

Os itens slow-moving com demanda intermitente são de difícil previsão. Este tipo de demanda possui um aspecto aleatório e há muitos períodos em que o consumo é nulo. A precisão na previsão da demanda é muito importante no controle de inventário, mas há três dificuldades principais na previsão de demanda de peças de reposição. Primeiramente, a demanda é intermitente conforme já mencionado anteriormente. Em segundo lugar, dados históricos da demanda de peças de reposição são geralmente muito limitados. Esta dificuldade é ainda mais reforçada pela natureza irregular da demanda. Portanto, é difícil estimar a distribuição de demanda durante o lead time para peças de reposição. Em terceiro lugar, em algumas indústrias, o nível de estoque de peças de reposição é uma função de como o equipamento é utilizado e como é mantido. Devido à larga aplicação dos sistemas de informação em manutenção de equipamentos e gestão de estoque, mais informações e dados estão agora disponíveis para melhorar a exatidão da previsão.

Outra importante questão a ser discutida é que distribuição estatística usar para itens com demanda intermitente. A premissa comumente utilizada de que a demanda para estes itens também é normalmente distribuída tem sido questionada em muitos trabalhos científicos e outras distribuições têm sido investigadas com resultados superiores aos da distribuição normal. A questão principal é que poucos trabalhos apresentam resultados destas distribuições testadas com dados reais.

A empresa em estudo utiliza o sistema de gestão do tipo ERP para controle de estoque, que não apresenta algoritmos para o controle de itens slow-moving com demanda intermitente. A política atual de estoque é a  $(s, S)$ , com previsão de demanda sendo executada através do método de amortecimento exponencial e a distribuição de demanda baseada na Normal. Existe um sentimento de que há excesso de estoque em vários itens críticos de alto valor agregado.

O sistema ERP utilizado para controle de estoque não trata lead time estocástico. Portanto, o desenvolvimento de uma metodologia que possa tratar estes problemas inerentes ao controle de estoque de itens de baixo giro com demanda irregular poderá trazer benefícios importantes à empresa.

## 4.4 Análise da demanda

A empresa mantém parâmetros de sistema centralizados por planta que formam a estrutura para o controle de previsão, quantidades de pedido e manutenção do estoque. Os dados históricos da demanda estão disponíveis para um período de sete anos. As informações de demanda estavam registradas no sistema em períodos mensais. Para itens de baixo giro, a análise baseada em consumo mensal torna-se inadequada, pois muitos itens apresentam comportamento irregular e intermitente, e lead time inferior a 30 dias o que leva a uma necessidade de arredondamento para um período mínimo de um mês. Para evitar esta imprecisão no modelo de controle de estoque desenvolvemos junto à empresa uma rotina para extração dos dados individuais de cada demanda. O objetivo é obter um histórico de consumo das demandas individuais e, conseqüentemente, uma precisão muito maior na modelagem da demanda durante o lead time. Os dados foram coletados do sistema de gestão SAP R/3, com alta confiabilidade e segurança nas informações devido às suas características de integridade, funcionamento em tempo real e forte integração dos processos.

Os itens de estoque de almoxarifado são classificados em diferentes categorias: peças de reposição conhecidos como MRO (manutenção, reparo e operação), materiais de consumo não relacionados a equipamento e materiais de embalagem. Restringimos a nossa pesquisa somente a itens MRO que representam basicamente as peças de reposição utilizadas pela empresa nesta planta em estudo.

### 4.4.1 Segregação dos itens

A planta em estudo possui aproximadamente 10 mil itens de estoque classificados como MRO e, para tornarmos viável o estudo mais aprofundado da demanda e a construção do modelo, resolvemos focar nos itens de maior importância e que trazem um maior retorno financeiro para a empresa. Utilizamos a metodologia da Análise de Pareto para fazer a classificação ABC do consumo e selecionamos os itens MRO de maior valor (itens “A”) que representam 80% do valor de consumo. De acordo com Silver, Pyke, & Peterson (1998), os custos totais de ressuprimento, manutenção e de ruptura dos estoques destes tipos de itens são altos o suficiente para justificar um sistema de controle mais sofisticado do que um sistema de controle para itens menos importantes B ou C.

Utilizando o gráfico de Pareto do consumo total (figura 4.1) obtivemos em torno de 1000 itens classificados como “A”. Porém, uma análise mais aprofundada no perfil de consumo dos itens A se fez necessária para definir um universo de peças representativo para o estudo e modelagem da

demanda. Os seguintes critérios foram considerados para determinar o escopo dos materiais a serem utilizados no trabalho:

- Itens A com consumo total no período observado de sete anos maior ou igual a 10 unidades. Foram excluídos itens com demanda total negativa (estorno maior que o consumo) ou muito baixa, sem representatividade estatística para o estudo.
- Itens A com número de demandas individuais maior ou igual a três ocorrências para viabilizar os cálculos estatísticos do tempo médio entre demandas.

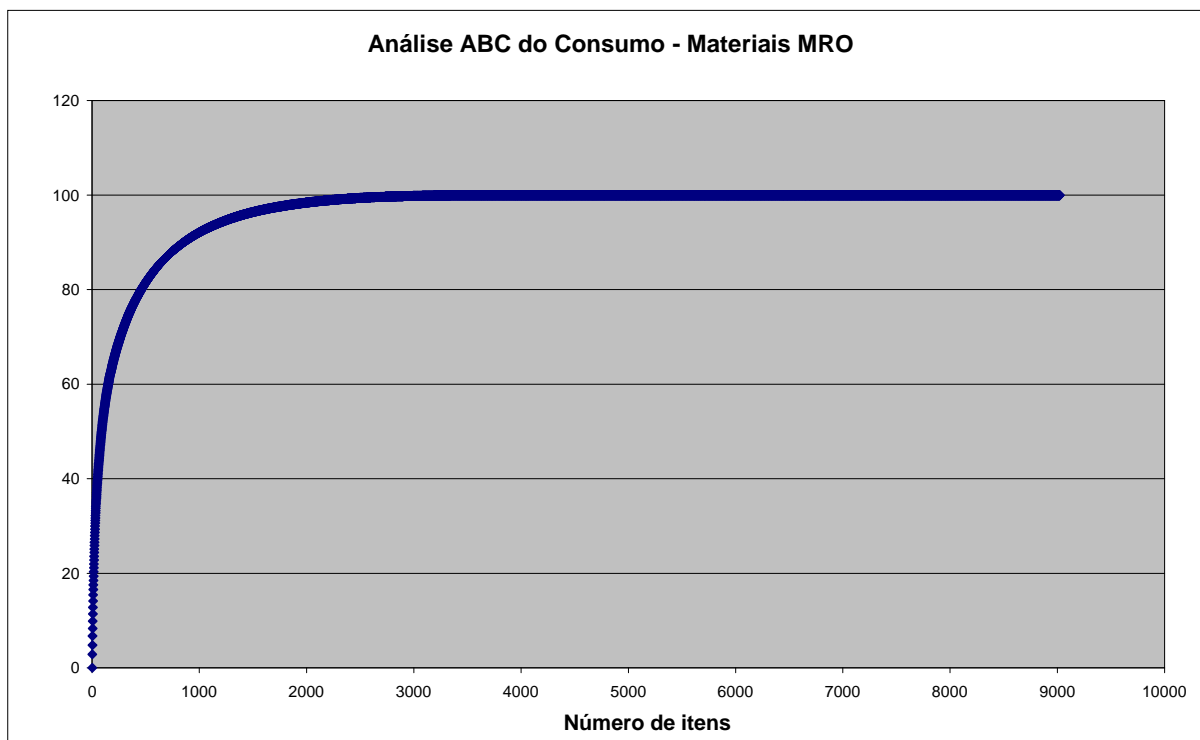


Figura 4-1 - Pareto do consumo

Uma rotina para a extração das demandas individuais dos itens A foi construída. Foram levantados os dados das ocorrências de demanda num período de sete anos. Para validar os dados das demandas individuais, cruzamos estas informações com os valores do histórico de consumo mensal de cada item, cuja informação se extrai facilmente dos relatórios gerenciais do sistema SAP R/3. Com a aplicação dos critérios acima, foram considerados para o escopo deste trabalho 338 itens A relevantes para o desenvolvimento do estudo.

#### 4.4.2 Classificação da demanda

Como visto anteriormente, a demanda de peças de reposição apresenta características bastante peculiares que a diferenciam de itens mais comuns na literatura. Normalmente, estes materiais são de baixo giro com um comportamento errático (alta variabilidade do tamanho da demanda) e intermitente (alta variabilidade do tempo médio entre demandas). Uma metodologia híbrida foi desenvolvida para classificar os itens de acordo com o perfil de demanda e possibilitar não somente uma análise global dos resultados de cada modelo de estoque, mas também uma análise por classe buscando estabelecer correlações durante a análise dos resultados dos modelos de estoque.

A metodologia de classificação da demanda foi desenvolvida com base em dois aspectos importantes da demanda durante o lead time (LTD), a variabilidade dos componentes da demanda similar ao modelo proposto por Eaves & Kingsman (2004) e o valor esperado da demanda, estabelecendo fronteiras entre itens slow-moving e fast-moving similar a abordagem de Silver, Pyke, & Peterson (1998). Em relação ao conceito de Eaves, o esquema de classificação proposto utiliza tempo médio entre demandas, em vez da variabilidade da taxa de transações, que define a intermitência da demanda, e os valores limites de cada categoria foram adequados aos dados experimentais do nosso estudo. Foram criadas cinco classes de materiais, conforme tabela 4.1, baseadas na variabilidade da demanda e lead time definida pelo coeficiente de variação (CV), conforme equação 4.1.

$$CV = \sigma / \text{Média} \quad (4.1)$$

Variabilidade do tempo médio entre demandas	Variabilidade do tamanho da demanda	Variabilidade do lead time	Classes da demanda
$\leq 0,74$	$\leq 0,30$		1 - Regular
$\leq 0,74$	$> 0,30$		2 - Errática
$> 0,74$	$\leq 0,30$		3 - Intermitente
$> 0,74$	$> 0,30$	$\leq 0,70$	4 - Lumpy
$> 0,74$	$> 0,30$	$> 0,70$	5 - Altamente lumpy

Tabela 4-1 - Valores para definir as fronteiras entre as classes de demanda

A figura 4.2 ilustra o esquema de classificação dos itens com base na variabilidade dos componentes da LTD.

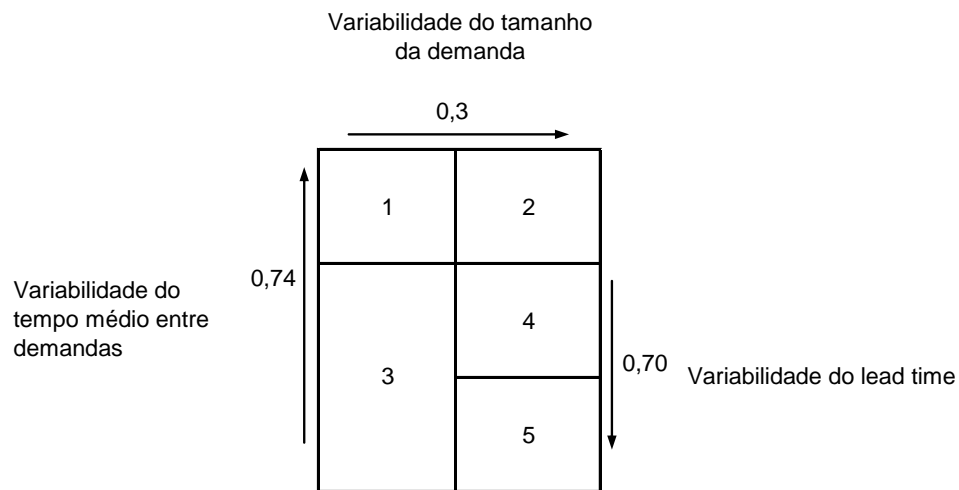


Figura 4-2 - Esquema de classificação da demanda

Com relação ao valor esperado da LTD, foi proposto um modelo que considerasse não somente o valor de 10 unidades proposto por Silver, Pyke, & Peterson (1998), mas que estratificasse por faixas de demanda para avaliar o comportamento dos modelos de estoque nos diversos níveis da demanda e para estabelecer as fronteiras dos itens slow-moving e fast-moving para os itens em estudo. Os itens foram divididos em nove faixas, conforme abaixo, de acordo com o valor esperado da LTD.

- 1 - Abaixo de 5
- 2 - Entre 5 e 10
- 3 - Entre 10 e 50
- 4 - Entre 50 e 100
- 5 - Entre 100 e 200
- 6 - Entre 200 e 500
- 7 - Entre 500 e 1000
- 8 - Entre 1000 e 5000
- 9 - Acima de 5000

A tabela 4.2 mostra o número de itens classificados em cada grupo para cada uma das abordagens utilizadas na metodologia de classificação. O desempenho de cada modelo será avaliado de forma global e por classe. A abordagem de agrupar os itens para avaliação dos resultados é bastante utilizada na literatura, vide exemplo em Porras & Dekker (2008).

Classes	Número de itens
<b>Classes de demanda</b>	
1 - Regular	20
2 - Errática	32
3 - Intermitente	61
4 - Lumpy	104
5 - Altamente lumpy	121
<b>Classes por valor esperado da LTD (un)</b>	
1 - Abaixo de 5	278
2 - Entre 5 e 10	20
3 - Entre 10 e 50	17
4 - Entre 50 e 100	4
5 - Entre 100 e 200	7
6 - Entre 200 e 500	4
7 - Entre 500 e 1000	3
8 - Entre 1000 e 5000	3
9 - Acima de 5000	2
<b>TOTAL</b>	<b>338</b>

Tabela 4-2 – Número de itens por classe

## 4.5 Análise do lead time

O tempo de fornecimento (lead time) é o tempo decorrido entre a colocação do pedido de compras e o recebimento do item no estoque. O lead time é um componente fundamental de qualquer sistema de gestão de estoque. Se o lead time e a demanda são ambos conhecidos com boa precisão, então os ressuprimentos de estoque podem ser programados de tal forma que estes itens cheguem ao estoque no exato momento que a última unidade é retirada. O ponto de ressuprimento será igual à demanda durante o lead time (LTD). Se o pedido é colocado mais cedo, alguns itens em estoque não serão utilizados; se colocado mais tarde, algumas solicitações de consumo não serão atendidas até que uma nova quantidade chegue ao estoque.

Para a maioria dos itens no estoque da empresa, a demanda está sujeita a um alto grau de incerteza e similarmente os tempos de fornecimento são variáveis. Em tais casos, a demanda durante o lead time não pode ser prevista exatamente, e isto torna impossível evitar estoques ociosos ou rupturas de estoque. Porém, o sistema atual considera o lead time como determinístico mantendo-o fixo no cadastro do item. Um modelo robusto de controle de estoque deste tipo de item pressupõe uma abordagem mais precisa no tratamento do lead time.

Para atender aos objetivos da pesquisa, precisamos tratar o lead time como estocástico, e determinar o valor esperado e a variância do mesmo para a modelagem da LTD. Para isso, foi construída uma nova rotina de extração dos dados de lead time, buscando as informações diretamente dos pedidos de compra e recebimentos dos materiais no estoque.

Agrupamos os itens em faixas do valor esperado do lead time e calculamos a média do desvio padrão do lead time para os itens dentro de cada grupo. A tabela 4.3 mostra o número de itens e a média do desvio padrão do lead time para cada agrupamento. Percebemos que a grande maioria dos itens apresenta o valor esperado do lead time entre 30 e 180 dias.

Valor esperado do lead time (dias)	Desvio padrão médio do LT (dias)	Número de itens
1 - Abaixo de 30	50	46
2 - Entre 30 e 90	70	159
3 - Entre 90 e 180	65	107
4 - Acima de 180	51	26
<b>TOTAL</b>	<b>64</b>	<b>338</b>

Tabela 4-3 - Agrupamento dos itens por lead time

## 4.6 Custos de estoque

O objetivo de um sistema de estoque é a minimização dos custos envolvidos nas operações. Os custos relevantes para um sistema de estoque podem ser agrupados em três categorias (Hax & Candea, 1984):

- . Custos associados à aquisição do item
- . Custos associados com a existência de estoques (fornecimento excede a demanda)
- . Custos associados com a ruptura dos estoques (demanda excede o fornecimento)

Os custos associados à aquisição do item podem ser compostos de duas partes: o custo que tem que ser pago ao fornecedor do item e o custo incorrido no processo de aquisição, também conhecido como custo de pedido. Para o propósito do nosso estudo, vamos agrupar estes custos em duas categorias: custo unitário do item, que depende do valor médio de estoque do item, e o custo de pedido, dependente da estrutura de compras utilizada no processo e que será considerado



independente do tamanho do pedido. Sendo  $K$  o custo por pedido e  $\frac{D}{Q}$  o número de pedidos por ano, o custo anual de pedido é

$$\text{Custo de pedido} = K \frac{D}{Q} \quad (4.2)$$

onde

$D$  – taxa de demanda anual

$Q$  – quantidade de pedido

Os custos associados à existência de estoques são devido a vários fatores: estocagem e manuseio, impostos, seguro, obsolescência, furto, aluguel e custos de capital. De todos estes componentes do custo, somente aqueles que variam com a quantidade em estoque devem ser considerados na análise. Por exemplo, os valores gastos em aquecimento, energia elétrica e seguro para o almoxarifado tendem a ser invariáveis com o nível de estoque e, portanto eles deveriam ser desconsiderados.

A diversidade nos componentes de custos de manutenção dos estoques cria sérias dificuldades na modelagem destes custos de maneira satisfatória. A premissa comum de simplificação feita na gestão de estoque é que os custos de manutenção são proporcionais ao tamanho do investimento em estoque. Portanto, se  $r$  é a taxa de oportunidade expressa como um percentual de retorno, caso o valor médio do estoque fosse investido no mercado financeiro, e  $C$  é o preço médio do item no estoque em reais, então o custo anual de manutenção do estoque  $h$  para o item, em reais por ano por unidade, é

$$h = rC$$

O custo de manutenção total anual será o custo unitário anual vezes o estoque médio. O estoque médio é igual a  $\frac{Q}{2} + SS$ . Portanto, o custo de manutenção anual é

$$\text{Custo manutenção} = h \left( \frac{Q}{2} + s - D_L \right) \quad (4.3)$$

onde

$s$  – ponto de ressuprimento

$D_L$  – valor esperado da demanda durante o lead time

Estoque de segurança  $SS = s - D_L$

Custos associados com a ruptura dos estoques aparecem todas as vezes que a quantidade em estoque não é suficiente para cobrir a demanda. Dependendo das circunstâncias, o custo de ruptura pode se originar de diferentes condições, tais como, custo adicional de um pedido especial para atender a demanda, perda de produção devido à parada do equipamento por falta de peça no estoque (atraso no atendimento da demanda), perda de receita ocasionada por vendas perdidas (demanda não é atendida).

Para efeito do nosso estudo, vamos assumir que em caso de ruptura, a demanda será sempre atendida com atraso. O problema de quantificar o custo de ruptura tem sido uma questão difícil de resolver na teoria de estoque, especialmente por causa de componentes intangíveis. Será utilizada a abordagem comum na literatura de que o custo de ruptura é proporcional ao número de unidades demandadas não atendidas pelo estoque. O valor esperado de itens com ruptura do estoque em um ciclo  $n(s)$ , considerando a variável aleatória da demanda  $X$  contínua, é dado pela expressão

$$n(s) = \int_s^{\infty} (x-s) f(x) dx$$

Sendo  $p$  o custo por unidade de ruptura e  $\frac{D}{Q}n(s)$  o valor esperado de itens com ruptura por ano, o custo total de ruptura por ano é

$$\text{Custo de ruptura} = p \frac{D}{Q} n(s) \quad (4.4)$$

#### 4.6.1 Custo total

Definimos  $G(s, Q)$  a função do custo total anual médio esperado como a soma dos custos de pedido, manutenção e ruptura, cujas variáveis são o ponto de ressuprimento  $s$  e a quantidade de pedido  $Q$ . Combinando as expressões 4.2, 4.3 e 4.4 derivadas acima para cada um dos termos de custo, a função do custo total é dada por (Nahmias, 2004)

$$G(s, Q) = K \frac{D}{Q} + h \left( \frac{Q}{2} + s - D_L \right) + p \frac{D}{Q} n(s) \quad (4.5)$$

No capítulo 5 do nosso trabalho, detalharemos os modelos de controle de estoque baseados na minimização do custo total de estoque, definido na expressão acima.

Definições de custo para o caso em estudo

Para a determinação dos parâmetros de estoque que minimizam o custo total, temos que definir o custo unitário anual de manutenção  $h$ , o custo por pedido  $K$  e o custo anual por unidade de ruptura  $p$ . Recorremos a algumas definições do nível gerencial para os parâmetros abaixo:

- Taxa de oportunidade ( $r$ ) - consideramos uma taxa anual de retorno fixa de 15%
- Custo por pedido ( $K$ ) – estimado um custo por pedido de setenta reais, independente do número de itens do pedido
- Custo unitário de ruptura ( $p$ ) – estimado um custo unitário de ruptura de 30% do preço médio de estoque do item considerando itens A vitais para o processo produtivo.

Levantamos os valores de custo médio de estoque  $C$  dos itens A que fazem parte do escopo deste estudo. As informações foram extraídas do sistema de gestão da empresa SAP R/3. Com os valores de  $C$  e  $r$ , calculamos o valor do custo unitário anual de manutenção  $h$  e o custo unitário de ruptura  $p$ .

## 5 Desenvolvimento do modelo estocástico de estoque

Utilizamos diferentes técnicas para a determinação dos parâmetros de estoque para itens slow-moving com padrões de demanda diversos. Considerando a grande variabilidade da demanda das peças de reposição, aplicamos alguns métodos orientados por uma pesquisa na literatura com o objetivo de estabelecer uma metodologia consistente. A nossa metodologia consiste em estimar a distribuição de demanda durante o lead time (LTD), utilizando dados gerados do modelo de previsão conforme método bootstrap de Willemain (Willemain, Smart, & Schwarz, 2004) e distribuições

estatísticas teóricas. Utilizando técnica iterativa, determinamos as variáveis da equação do custo total, ponto de ressuprimento e quantidade de pedido para cada um dos modelos de estoque desenvolvidos no estudo. Um algoritmo de simulação foi desenvolvido para testar as políticas de estoque propostas neste estudo e compará-las à política atual existente.

Um aspecto importante deste estudo é conseguir medir o desempenho destes métodos propostos para investigar se os mesmos são mais eficazes que o método atual. A metodologia proposta busca reduzir bastante as limitações inerentes a este tipo de item, como a dificuldade em se obter dados históricos de demanda em um longo período de tempo, viabilidade da extração de informações de demanda em nível mais detalhado (demandas diárias) e levantamento de dados reais de lead time.

Grande parte dos trabalhos desenvolvidos nesta área utiliza dados gerados de um processo de simulação para testar os modelos de estoque, como Strijbosch, Heuts & Schoot (2000) e Levén & Segerstedt (2004). Nosso trabalho busca testar com dados reais diversos modelos estatísticos presentes na literatura e avaliar o desempenho dos mesmos dentro de cada classe de materiais.

## 5.1 Modelo de previsão da demanda

### 5.1.1 Método bootstrap de Willemain

Para obter a previsão da demanda dos itens com demanda intermitente foi implementado o método bootstrap modificado apresentado por Willemain, Smart, & Schwarz (2004). Este método, quando comparado com a técnica de bootstrap tradicional apresentado na literatura, tem a vantagem de capturar melhor as autocorrelações entre as ocorrências de demanda, especialmente quando lidamos com demandas intermitentes com uma alta proporção de valores nulos. Primeiramente, o método avalia as probabilidades de transição empíricas entre os estados de demanda nula e de demanda positiva (Cadeia de Markov) para os diferentes itens. Com base nestas probabilidades de transição, geramos uma seqüência de valores nulos e não nulos para todo o horizonte de previsão. Uma vez gerada a seqüência de valores nulos e não nulos durante o lead time nós precisamos dar valores numéricos específicos às previsões não nulas. Os valores não nulos devem ser determinados de forma a não ficarem restritos somente aos valores numéricos históricos obtidos dos dados reais. Nesse caso, o resultado seria amostras bootstrap não realistas geradas de séries curtas.

Para evitar a repetição dos valores reais dentro das séries de previsão, utilizaremos a técnica de Jittering conforme descrito por Willemain, Smart, & Schwarz (2004). Primeiramente, escolheremos

de forma aleatória um valor não nulo da série histórica. Depois, nós ajustamos este valor numérico colocando uma variação aleatória de forma a permitir a utilização de um valor da vizinhança em vez do próprio valor histórico. O processo de Jittering é projetado para permitir maior variação ao redor de valores maiores de demanda. Experimentos de Willemain revelaram que este processo geralmente aumenta a precisão, especialmente para valores de lead time curtos. Vamos definir o processo de jittering a ser utilizado para determinar o valor ajustado da demanda não nula.

Considere  $X^*$  como sendo um dos valores históricos de demanda selecionados aleatoriamente e  $Z$  como sendo o desvio aleatório da Normal Padrão. O valor não nulo ajustado  $S$  será dado pela expressão

$$S = \begin{cases} 1 + INT(X^* + Z\sqrt{X^*}), & \text{se } S > 0 \\ X^* & \text{, caso contrário} \end{cases} \quad (5.1)$$

onde,

$$\frac{-(X^* - \mu)}{\sigma} \leq Z \leq \frac{(X^* - \mu)}{\sigma}$$

Somando os valores de previsão sobre cada período do lead time resulta numa série de previsão da LTD. Um número grande de séries deve ser gerado para obter uma previsão mais consistente da demanda. No nosso estudo geramos 1000 séries bootstrap de cada item. Em seu estudo, os autores compararam o desempenho deste método com o amortecimento exponencial e com o método de Croston e demonstraram a superioridade do primeiro em relação aos dois últimos.

A figura 5.1 mostra a sequência dos passos utilizados na abordagem bootstrap para gerar os valores de previsão para a LTD.

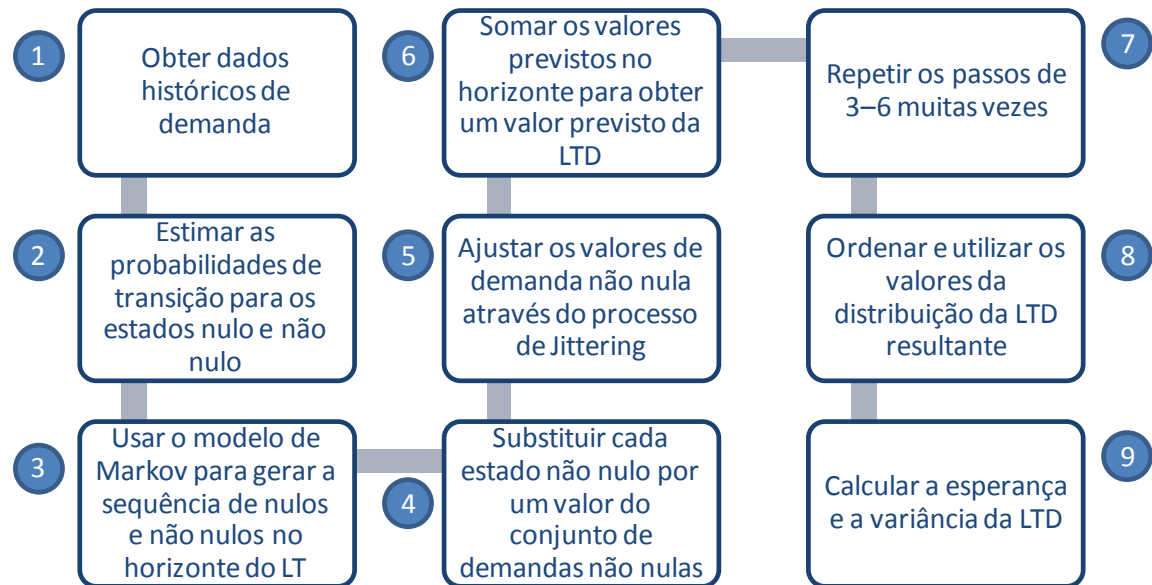


Figura 5-1 - Sequência dos passos para o método bootstrap de Willemain

Utilizamos o método bootstrap de Willemain para obter os valores de previsão da demanda durante o lead time e estimar o valor esperado e a variância da LTD, bem como, o valor esperado do número de ocorrências de demanda por unidade de tempo. Utilizando as diferentes distribuições teóricas descritas na seção 5.3 para a modelagem da demanda durante o lead time, determinamos o ponto de ressuprimento e a quantidade de pedido visando à minimização do custo total de estoque.

## 5.2 Políticas de estoque

De acordo com Silver, Pyke, & Peterson (1998), o objetivo fundamental de um sistema de controle de ressuprimento é resolver três questões fundamentais:

1. Com que frequência o status do estoque deve ser determinado?
2. Quando um pedido deveria ser colocado?
3. Qual deveria ser o tamanho do pedido?

A primeira definição que devemos fazer num sistema de estoque é a frequência com que o status do estoque deve ser verificado, ou seja, se o sistema será baseado na revisão contínua ou periódica. De forma geral, um sistema de revisão contínua é aquele em que o status do estoque tem que ser sempre conhecido. Na prática, em vez de ficar checando continuamente o nível de estoque, uma abordagem equivalente é adotada: cada transação (receber ordens de clientes, expedir, receber estoque, colocar ordens nos fornecedores) dispara uma atualização imediata do status do estoque.

Por esta razão, o sistema de revisão contínua é também conhecido como sistema de relatório de transações.

Em várias situações, a atualização do status do estoque de forma contínua não é uma boa escolha. Por exemplo, se o fornecedor de um tipo de item aceita pedidos somente uma vez por semana não há razão porque nós deveríamos rever o status destes itens mais frequentemente, basta checarmos o estoque justamente antes de colocar o pedido. Este tipo de sistema é conhecido como sistema de revisão periódica porque o status do estoque é determinado periodicamente. O tempo entre duas revisões de estoque consecutivas é o período de revisão.

No caso em estudo, a verificação do estoque no sistema é feita diariamente. Considerando que o escopo do nosso estudo são itens de baixo giro, estamos assumindo que o sistema será de revisão contínua devido ao período de verificação ser muito curto e a aproximação ser bastante razoável.

Para resolvermos as outras duas questões propostas por Silver, Pyke, & Peterson (1998), quando um pedido deve ser colocado e qual deve ser o tamanho do pedido, precisamos definir a forma da política de controle de estoque. Dentro da revisão contínua, podemos considerar duas políticas principais:  $(s, Q)$ , ponto de pedido, quantidade de pedido e  $(s, S)$ , ponto de pedido, estoque máximo (Silver, Pyke, & Peterson, 1998).

### 5.2.1 Política $(s, Q)$ – ponto de pedido, quantidade de pedido

É um sistema de revisão contínua onde uma quantidade fixa de  $Q$  é pedida assim que a posição de estoque ficar igual ou menor do que o ponto de ressuprimento  $s$ . Nesta política, é utilizada a posição de estoque e não o estoque líquido para disparar um pedido. A razão é o fato da posição de estoque incluir os pedidos de materiais que ainda não foram entregues pelo fornecedor.

As vantagens do sistema  $(s, Q)$  são: ele é bastante simples, particularmente para o atendente de almoxarifado entender, erros são menos prováveis de ocorrer e os requerimentos da produção para o fornecedor são previsíveis. A desvantagem principal de um sistema  $(s, Q)$  é que na forma pura ele pode não ser capaz de cobrir demandas individuais muito grandes; em particular, se uma transação que dispara o ressuprimento é grande o suficiente, então o ressuprimento de tamanho  $Q$  não elevará a posição de estoque acima do ponto de ressuprimento. Para evitar este problema, vamos adotar o sistema  $(s, nQ)$  onde dispararemos pedidos com quantidades iguais a múltiplos de  $Q$  para elevarmos a posição de estoque acima de  $s$ .

### 5.2.2 Política $(s, S)$ – ponto de pedido, estoque máximo

Como o anterior, é um sistema de revisão contínua onde um ressuprimento é feito assim que a posição de estoque ficar igual ou menor do que o ponto de ressuprimento  $s$ . Entretanto, diferentemente do sistema  $(s, Q)$ , a quantidade de pedido é variável, suficiente para elevar a posição de estoque a um nível máximo  $S$ . Se todas as transações de demanda são unitárias, os dois sistemas são idênticos porque as solicitações de ressuprimento serão sempre feitas quando a posição de estoque for exatamente igual a  $s$ , ou seja,  $S = s + Q$ . Neste caso, o modelo é conhecido na literatura como  $(S-1, S)$ , onde  $s = S - 1$  e  $Q = 1$ . Este sistema é um caso particular do modelo  $(s, S)$  e se aplica muito bem para o modelo de Poisson (Feeney & Sherbrooke, 1966). Além do sistema  $(S-1, S)$ , utilizaremos o sistema  $(s, nQ)$ , aplicado em diversos estudos como (Porras & Dekker, 2008) e (Strijbosch, Heuts, & Schoot, 2000). O ponto de ressuprimento  $s$  e a quantidade de pedido  $Q$  serão determinados com base nos modelos descritos na seção 5.3.

## 5.3 Modelagem da demanda durante o lead time

A demanda de peças de reposição, conforme descrito anteriormente, apresenta características que normalmente se distanciam dos modelos mais comumente utilizados na literatura, como baixo giro, irregular e intermitente. Portanto, os modelos para itens fast-moving não tem boa aderência para estes itens. No caso em estudo, a demanda e o lead time são estocásticos, sendo que o padrão de consumo destes itens é bastante irregular, alternando períodos com demanda nula e não nula. Outro ponto importante é que na maioria dos sistemas de estoque e aplicações práticas os dados históricos são tratados em períodos, normalmente, mensais. Para demanda agrupada em períodos baixa e irregular a precisão da variância da LTD depende bastante da escolha do comprimento e do início dos intervalos de tempo, conforme ilustrado nas figuras de 5.2 a 5.4 (Krever, Wunderink, Dekker, & Schorr, 2005).

Os autores propuseram uma abordagem, baseada em quantidades da demanda individual durante o lead time. Este método é mais natural e tem muitas vantagens quando comparado com a abordagem da demanda agrupada em períodos. A média e variância da LTD total são obtidas pela combinação das distribuições das quantidades da demanda individual, tempo médio entre demandas e do próprio lead time. Como nós perdemos menos informações de demandas passadas quando observamos demandas individuais, em vez de demandas agrupadas em períodos, a média e variância estimadas da LTD são mais precisas, o que torna possível a escolha de um melhor ponto de ressuprimento.



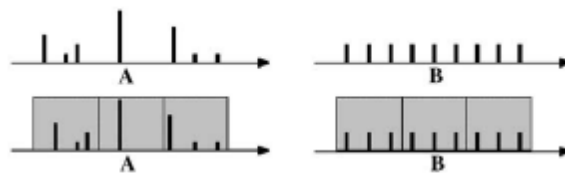


Figura 5-2 - Dois padrões de demanda A e B, que são muito diferentes quando observados como demandas individuais (barras nos gráficos superiores), mas parecem iguais quando observados como taxas de demanda (blocos nos gráficos inferiores).

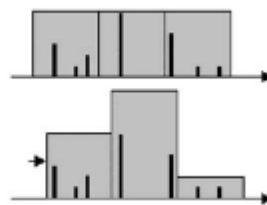


Figura 5-3 - Padrões idênticos de demanda individual (barras nos gráficos superiores e inferiores) mostram diferentes amostras periódicas (altura dos blocos) quando os períodos de medição são deslocados (seta) para a direita.

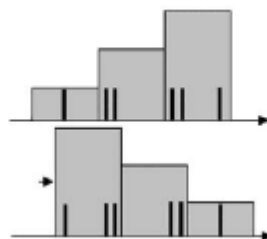


Figura 5-4 - Padrões idênticos de demanda individual (barras nos gráficos superiores e inferiores) mostram diferentes amostras periódicas (altura dos blocos) quando os períodos de medição são deslocados (seta) para a direita.

A seguir faremos o detalhamento da modelagem da LTD. Na tabela 5.1 estão listadas as notações que serão utilizadas no restante do trabalho.

Variável	Definição
L	Variável aleatória que representa o tempo de ressuprimento (lead time)
s	Ponto de ressuprimento
Q	Quantidade de pedido
D	Variável aleatória que representa a demanda por unidade de tempo
d	Variável aleatória que representa as demandas individuais
N	Número de demandas durante o lead time
$D_L$	Variável aleatória que representa a demanda durante o lead time

NS	Nível de serviço durante o lead time
$\lambda$	Número esperado de demandas individuais por unidade de tempo
K	Custo de pedido (R\$)
h	Custo unitário de manutenção (R\$/unidade)
p	Custo unitário de ruptura (R\$/unidade)

Tabela 5-1 - Notações para a modelagem da LTD

De acordo com Krever, Wunderink, Dekker, & Schorr (2005), podemos dividir a modelagem da demanda durante o lead time em duas abordagens diferentes:

- Abordagem da demanda agrupada em períodos (period demand approach – PDA) – esta abordagem é baseada na observação do comportamento estocástico da demanda agrupada em períodos no passado.

Pode-se estimar o valor esperado e a variância da demanda durante um lead time estocástico L pela seguinte expressão (Tijms, 1994):

$$E(D_L) = E(D).E(L) \quad (5.2)$$

$$Var(D_L) = E(L).Var(D) + (E(D))^2.Var(L) \quad (5.3)$$

Esta abordagem se aplica muito bem para os itens slow-moving classificados como não intermitentes que apresentam baixa variabilidade do tamanho da demanda e do tempo médio entre demandas. Neste caso, podem ser utilizadas diferentes distribuições estatísticas discretas para representar a demanda, considerando a característica de baixo giro dos itens de manutenção.

- Abordagem da demanda individual (single demand approach – SDA) – esta abordagem é baseada no registro individual de cada demanda e no número esperado de demandas individuais por unidade de tempo.

Neste caso, o valor esperado e a variância da demanda durante um lead time estocástico L são dados pelas seguintes expressões (Krever, Wunderink, Dekker, & Schorr, 2005):

$$E(D_L) = \lambda.E(d).E(L) \quad (5.4)$$

$$Var(D_L) = \lambda E(L)Var(d) + \lambda E(L)E(d)^2 + \lambda E(d)^2 \quad (5.5)$$

Para efeito de simplificação denotaremos o valor esperado  $E(D_L)$  da LTD e o valor esperado  $E(D)$  da demanda por unidade de tempo, respectivamente,  $D_L$  e  $D$ . O desvio padrão da LTD denotaremos por  $\sigma_L$ , sendo que

$$\sigma_L = \sqrt{\text{Var}(D_L)}$$

Para os itens slow-moving classificados como intermitentes, além da variabilidade do tamanho da demanda e do lead time, a variabilidade do número de demandas também deve ser considerada. Para estes itens, a abordagem da demanda individual deve ser levada em consideração para a modelagem da demanda. O número esperado de demandas individuais por unidade de tempo será representado por uma distribuição de Poisson a uma taxa  $\lambda$  e a distribuição da demanda durante o lead time será avaliada dentro dos modelos propostos neste estudo.

Na maioria das vezes, a distribuição da demanda para itens de baixo giro apresenta uma inclinação para a direita, o que distancia da aderência de uma distribuição Normal. De acordo com Silver, Pyke, & Peterson (1998), para itens *A*, onde os benefícios potenciais de se utilizar uma modelagem mais precisa são maiores, a distribuição Normal deveria ser utilizada se a demanda durante o lead time média ou prevista for alta o suficiente (mínimo de 10 unidades). Caso contrário, uma distribuição discreta como Poisson, ou mesmo a distribuição de Laplace seriam mais apropriadas.

Em particular, para as peças de reposição cuja demanda seja acima de 10 unidades e a distribuição da demanda é inclinada para a direita, ou se a relação  $\sigma_L/D_L$  é maior do que 0,5, o uso da distribuição Gama deve ser considerado.

O modelo atual de controle de estoque utilizado pela empresa é baseado na distribuição Normal para todas as peças de reposição, independente do tipo de demanda. Para os itens *A*, escopo de nosso trabalho, a empresa utiliza um nível de serviço mínimo de 80% para determinar o ponto de ressuprimento e um tamanho de lote arbitrário definido pelo gestor do estoque. Não existe uma política claramente definida atualmente para o controle destes tipos de itens. Muitas vezes, o ponto de ressuprimento e o tamanho de lote são definidos com base na experiência e análise individual do gestor, por falta de uma ferramenta que trate de forma mais assertiva itens com demanda slow-moving e intermitente. Vamos considerar em nossa metodologia os seguintes modelos para a análise de desempenho:

. Modelo atual

Previsão de demanda – utilizamos o método bootstrap de Willemain para gerar os valores de previsão da demanda durante o lead time de cada item. Com os valores de previsão, estimamos a esperança e a variância da LTD utilizando as expressões da abordagem da demanda individual.

Distribuição de demanda durante o lead time – no modelo atual a demanda segue a distribuição Normal que é ajustada aos parâmetros da LTD obtidos da previsão. O ponto de ressuprimento e o estoque de segurança são calculados para um determinado nível de serviço.

Nível de serviço – foram utilizados diversos níveis teóricos de serviço para o cálculo dos parâmetros de estoque: 80, 85, 90, 95 e 99 por cento.

Quantidade de pedido – foi calculada utilizando a fórmula determinística do lote econômico de compras (EOQ). Esta abordagem é a que mais se aproxima do sistema atual de controle de estoque.

$$EOQ = \sqrt{\frac{2KD}{h}} \quad (5.6)$$

. Modelos propostos

Previsão de demanda – utilizamos o método bootstrap de Willemain para gerar os valores de previsão da demanda durante o lead time de cada item. Com os valores de previsão, estimamos a esperança e a variância da LTD utilizando as expressões da abordagem da demanda individual. O procedimento de previsão de demanda é idêntico ao modelo atual.

Distribuição de demanda durante o lead time – utilizamos três distribuições diferentes para a modelagem da LTD, Poisson, Laplace e Gama. Os parâmetros de cada distribuição são obtidos da esperança e variância da LTD estimada dos valores de previsão, conforme detalhado nas seções de 5.3.2 a 5.3.5. O ponto de ressuprimento  $s$  e a quantidade de pedido  $Q$  são determinados por um processo de otimização do custo total de estoque  $G(s, Q)$  (Nahmias, 2004), sujeito a algumas restrições definidas no modelo abaixo.

$$\text{função objetivo} \rightarrow \text{Minimizar } G(s, Q) = K \frac{D}{Q} + h \left( \frac{Q}{2} + s - D_L \right) + p \frac{D}{Q} n(s) \quad (5.7)$$

onde

$n(s)$  – função do número esperado de unidades não atendidas por ciclo

variáveis de decisão:  $s, Q$

$$\begin{aligned} \text{sujeito às restrições } \rightarrow \quad & s \geq D_L \\ & Q > 0 \\ & NS \geq \text{mínimo teórico} \end{aligned}$$

Nível de serviço – serão utilizados diversos valores de nível de serviço mínimo teórico nas restrições da modelagem para o cálculo dos parâmetros de estoque: 80, 85, 90, 95 e 99 por cento. Calcularemos os parâmetros para cada uma destas restrições e o processo de simulação será executado para os diferentes cenários de nível de serviço.

Quantidade de pedido  $Q$  e ponto de ressuprimento  $s$  – os valores ótimos de  $s$  e  $Q$  que minimizam  $G(s, Q)$  são definidos pelas expressões 5.8 e 5.9, respectivamente (Nahmias, 2004). Para iniciar o processo iterativo de solução assumiremos que a quantidade de pedido inicial será igual ao valor do lote econômico de compras EOQ definido pela equação 5.6.

$$P(s) = \frac{Qh}{pD} \quad (5.8)$$

onde

$P(s)$  – complemento da probabilidade cumulativa de  $f(s)$ , ou seja, probabilidade de ocorrer ruptura.

Portanto,  $P(s) = 1 - F(s)$

$$Q = \sqrt{\frac{2D[K + pn(s)]}{h}} \quad (5.9)$$

### 5.3.1 Modelo atual - Distribuição Normal

É a distribuição mais comumente utilizada na literatura, principalmente para itens de alto giro (fast-moving). Para obter os parâmetros desta distribuição deveremos inicialmente determinar o valor esperado e a variância da demanda durante o lead time (LTD) utilizando as equações 5.4 e 5.5. O ponto de ressuprimento  $s$ , para uma distribuição de demanda definida pela Normal, é dado pela expressão

$$s = D_L + k\sigma_L \quad (5.10)$$

O fator de segurança  $k$  para um determinado nível de serviço teórico é obtido diretamente das tabelas da distribuição Normal Padrão  $N(0,1)$ .

A distribuição normal geralmente não é indicada para a modelagem da demanda de itens slow-moving, sendo recomendadas outras distribuições como Poisson (Silver, Pyke, & Peterson, 1998), Poisson composta (Williams, 1984; Silver, Ho, & Deemer, 1971) ou Laplace (Silver, Pyke, & Peterson, 1998). Ela será utilizada como base para a comparação do sistema atual com os modelos propostos.

### 5.3.2 Modelo proposto - Distribuição de Poisson

Silver, Pyke, & Peterson (1998) sugerem que a distribuição de Poisson é indicada para itens de demanda slow-moving, ou seja, itens com demanda de baixo giro. A distribuição de Poisson deve ser utilizada se:

$$0,9D_L \leq \sigma_L \leq 1,1D_L$$

Se a relação acima não é satisfeita, a distribuição de Laplace detalhada na seção 5.3.5 deve ser considerada.

Para determinar os parâmetros  $s$  (ponto de ressuprimento) e  $Q$  (quantidade de pedido) de uma política  $(s,Q)$  considerando a minimização do custo, devemos utilizar um processo iterativo, pois ambos os parâmetros são variáveis na função objetivo do custo total  $G(s,Q)$  definida pela equação 5.7.

Para iniciar o processo de solução, o valor da quantidade de pedido  $Q$  inicial será calculado utilizando a expressão do lote econômico de compras EOQ definida na equação 5.6.

$$Q = EOQ$$

O próximo passo é encontrar  $s$  resolvendo a equação 5.8 da probabilidade de ruptura  $P(s)$ .

O ponto de ressuprimento para a distribuição de Poisson será obtido da probabilidade cumulativa  $F(s)$  substituindo a função densidade de probabilidade  $f(x)$  pela distribuição de Poisson com parâmetro

$$\lambda_{LTD} = E(D_L)$$

Com o valor de  $s$  vamos determinar o número esperado de unidades não atendidas por ciclo  $n(s)$  utilizando a equação 5.11 para a distribuição de Poisson.

$$n(s) = D_L P(s) - sP(s+1) \quad (5.11)$$

O valor de  $Q$  considerando a minimização do custo total será determinado pela equação 5.9 do ótimo de  $Q$ .

Com o valor de  $Q$  retorna-se a equação 5.8 e continuam as iterações até que ocorra a convergência dos valores ótimos de  $s$  e  $Q$ .

A distribuição de Poisson se aplica muito bem a itens com demandas unitárias, e consequentemente a premissa básica da distribuição de Poisson é satisfeita. O único parâmetro da distribuição de Poisson, a taxa média de demanda durante o lead time, é estimada dos dados de demanda para os diferentes itens. Para itens onde o tamanho da demanda não é unitário, o modelo baseado na distribuição de Poisson composta é mais apropriado, conforme será detalhado na seção 5.3.3.

### 5.3.3 Modelo proposto - Distribuição de Poisson composta

Quando o tamanho da demanda não é unitário, autores têm proposto modelos compostos, como modelo de Poisson composto (Williams, 1984; Silver, Ho, & Deemer, 1971) ou modelo de Bernoulli composto (Janssen, Heuts, & Kok, 1998; Strijbosch, Heuts, & Schoot, 2000). Entretanto, estes modelos são mais difíceis de serem aplicados na prática porque eles precisam da determinação dos parâmetros de mais de uma distribuição para representar o comportamento da demanda durante o lead time e deve estar disponível para extração dados individuais de cada ocorrência de demanda.

Considerando um processo onde a demanda é do tipo slow-moving e é gerada por um processo de Poisson com taxa de chegada  $\lambda$ , e cujo tamanho da demanda é unitário, a distribuição de probabilidade pode ser definida conforme o teorema de Palm (Muckstadt, 2005).

Teorema de Palm:

Suponha  $s$  o nível de estoque para um item cujas demandas são geradas por um processo de Poisson com taxa  $\lambda$ . Suponha que o tempo de ressuprimento é dado por uma variável aleatória com função densidade  $g(t)$  e média  $\mu_t$ . Suponha ainda que os tempos de ressuprimento sejam independentes e identicamente distribuídos de um pedido para outro. Então a probabilidade no estado estacionário de  $x$  unidades em ressuprimento é dado por:

$$e^{-\lambda\mu_t} \frac{(\lambda\mu_t)^x}{x!}$$

Num processo de Poisson composto, as demandas de estoque chegam de acordo com um processo de Poisson, mas o tamanho da demanda não é necessariamente igual a uma unidade. Nós assumimos que as quantidades da demanda são independentes e identicamente distribuídas.

Portanto, considerando um processo de demanda intermitente de uma peça de reposição, temos:

- As demandas  $X_i$  chegam de acordo com um processo de Poisson.
- O tamanho da demanda é dado por uma variável aleatória  $D$  cuja média  $\mu_d$  é igual ao valor esperado  $E(D)$ .

Seja  $W$  a variável aleatória do número total de unidades originadas de todas as demandas então,

$$W = X_1 + X_2 + \dots + X_N$$

A variável aleatória  $N$  é independente das variáveis aleatórias  $X_i$ . Considerando que o número de demandas é definido por um processo de Poisson com parâmetro  $\lambda$ , então a variável aleatória  $N$  é dada por:

$$p[N = n] = e^{-\lambda\mu_t} \frac{(\lambda\mu_t)^n}{n!}$$

Considere  $w_m$  a probabilidade de que o número total de unidades originadas de todas as demandas seja igual a  $m$ . Então

$$W_m = \sum_{n=0}^{\infty} P[N = n].P[X_1 + X_2 + \dots + X_n = m]$$



Generalização do teorema de Palm para Poisson composta:

Suponha demandas ocorrendo de acordo com o processo Poisson composto onde  $\lambda$  é a taxa de chegada da demanda. Suponha também que os tempos de ressuprimento são independentes e identicamente distribuídos com função densidade  $g(t)$  e média  $\mu_t$  igual ao valor esperado  $E[t]$ . Assuma que quando uma demanda chega, o tempo de ressuprimento para todas as unidades da demanda é o mesmo e é definido pela distribuição do tempo de ressuprimento. A probabilidade no estado estacionário de  $x$  unidades em ressuprimento é dada por uma distribuição de Poisson composta com média  $\lambda\mu_t\mu_d$ , onde  $\mu_d$  é o tamanho médio da demanda.

Pela generalização do teorema de Palm, temos que a distribuição de probabilidade do número total de unidades originadas de todas as demandas é dada por:

$$p[w] = e^{-\lambda\mu_t\mu_d} \frac{(\lambda\mu_t\mu_d)^w}{w!} \quad (5.12)$$

Ou seja, se a variável aleatória  $N$  do número de demandas é representada por uma distribuição de Poisson, qualquer que seja a distribuição da demanda  $X$ , a variável aleatória  $W$  do número total de unidades originadas de todas as demandas será dada por uma distribuição de Poisson com parâmetro igual a  $\lambda\mu_t\mu_d$ .

Para a determinação do ponto de ressuprimento  $s$  e da quantidade de pedido  $Q$  pelo processo iterativo, basta utilizar o mesmo procedimento da seção 5.3.2 substituindo distribuição de Poisson simples pela distribuição de Poisson composta definida acima.

### 5.3.4 Modelo proposto - Distribuição Gama

Como discutido por Burgin (1975), a distribuição Gama tem um apelo intuitivo forte para representar a distribuição da demanda durante o lead time. Conforme visto anteriormente, quando a distribuição da demanda é inclinada para a direita, ou se a relação  $\frac{\sigma_L}{D_L}$  é maior do que 0,5, o uso da distribuição Gama deve ser considerado (Silver, Pyke, & Peterson, 1998).

A função densidade de probabilidade da distribuição gama é definida por

$$f(x) = \frac{(\alpha x)^{\beta-1} \alpha e^{-\alpha x}}{(\beta-1)!}, \quad 0 \leq x \leq \infty \text{ e } \beta \text{ inteiro} \quad (5.13)$$

onde,

$\alpha$  e  $\beta$  - parâmetros da distribuição gama

Sendo X uma variável aleatória com distribuição gama de parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , então o valor esperado e a variância de X são dados por:

$$E(x) = \alpha\beta$$

$$Var(x) = \alpha\beta^2$$

Rearranjando as expressões, obtemos as expressões para a determinação dos parâmetros da distribuição gama:

$$\alpha = \frac{E(x)^2}{Var(x)} \quad (5.14)$$

$$\beta = \frac{Var(x)}{E(x)} \quad (5.15)$$

Semelhante ao processo de determinação dos parâmetros  $s$  (ponto de ressuprimento) e  $Q$  (quantidade de pedido) de uma política  $(s, Q)$  para distribuição de Poisson, mostrada na seção 5.3.2, para a distribuição Gama também será utilizado um processo iterativo para o cálculo das variáveis  $s$  e  $Q$  na função objetivo do custo total definida pela equação 5.7.

O valor inicial da quantidade de pedido  $Q$  será assumido igual ao lote econômico de compras EOQ.

O próximo passo é encontrar  $s$  resolvendo a equação

$$P(s) = \frac{Qh}{pD} \quad (5.16)$$

onde,

$$P(s) = 1 - F(s)$$

O ponto de ressuprimento para a distribuição Gama será obtido da probabilidade cumulativa  $F(s)$  substituindo a função densidade de probabilidade  $f(x)$  pela distribuição Gama com parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ .

Com o valor de  $s$  vamos determinar o número esperado de unidades não atendidas por ciclo  $n(s)$  utilizando a equação para a distribuição Gama desenvolvida por Tyworth & Ganeshan (2000).

$$n(s) = \alpha\beta(1 - G_1(s)) - s(1 - G_0(s)) \quad (5.17)$$

onde

$G_1$  – função distribuição cumulativa (cdf) de gama ( $\alpha + 1, \beta$ )

$G_0$  – cdf de gama ( $\alpha, \beta$ )

O valor de  $Q$  considerando a minimização do custo total será determinado pela equação

$$Q = \sqrt{\frac{2D[K + pn(s)]}{h}} \quad (5.18)$$

Com o valor de  $Q$  retorna-se a equação 5.16 e continuam as iterações até que ocorra a convergência dos valores ótimos de  $s$  e  $Q$ .

### 5.3.5 Modelo proposto - Distribuição de Laplace

Também conhecida como pseudo-exponencial a distribuição de Laplace é analiticamente bastante simples de utilizar e mais apropriada para itens de baixo giro.

A forma matemática da distribuição de Laplace é

$$f(x) = \frac{1}{2\theta} \exp\left(\frac{-|x - \mu|}{\theta}\right) \quad \text{para } -\infty < x < +\infty \quad (5.19)$$

Pelo fato da distribuição ser simétrica em torno do  $\mu$ , a média é  $\mu$ . A variância é  $2\theta^2$ . A distribuição de Laplace é não somente um modelo indicado para itens slow-moving, mas uma alternativa a Normal para itens fast-moving quando há mais propagação nas caudas, se distanciando

do perfil da distribuição Normal. Pressuti & Trepp (1970) perceberam que o cálculo da política ótima para o modelo (s,Q) fica significativamente simplificado.

Pode-se mostrar que para qualquer valor de  $s > \mu$ , a distribuição cumulativa complementar  $P(s)$  e a função do número esperado de unidades não atendidas por ciclo  $n(s)$  são dadas por

$$P(s) = 0,5 \exp\left(\frac{-|s - \mu|}{\theta}\right)$$

$$n(s) = 0,5\theta \exp\left(\frac{-|s - \mu|}{\theta}\right)$$

Portanto a razão  $n(s)/P(s)$  é igual a  $\theta$ . Este fato resulta em uma solução muito simples para o modelo (s,Q). Da seção 5.3 temos que as duas equações que definem a política ótima são

$$Q = \sqrt{\frac{2D[K + pn(s)]}{h}} \quad e$$

$$P(s) = \frac{Qh}{pD} \quad , \text{ sendo } P(s) = 1 - F(s)$$

A simplificação é alcançada pelo uso da fórmula do lote de compras para nível de serviço  $SOQ^2$  (Service Level Order Quantity) que é uma representação alternativa para Q e não inclui o custo unitário de ruptura do estoque p (Nahmias, 2004). Usando  $P(s) = 1 - F(s)$ , a fórmula SOQ é dada por

$$Q = \frac{n(s)}{P(s)} + \sqrt{\frac{2KD}{h} + \left(\frac{n(s)}{P(s)}\right)^2}$$

$$Q = \theta + \sqrt{\frac{2KD}{h} + \theta^2} \quad (5.20)$$

independente do ponto de ressuprimento s. Conseqüentemente, o Q e s ótimos podem ser encontrados em um cálculo simples de um passo. Quando utilizamos um modelo de custo, primeiramente determinamos o valor de  $P(s)$  através da equação  $P(s) = Qh/pD$ . Então, usando a

---

<sup>2</sup> Para uma detalhamento maior da expressão do SOQ ver Nahmias, S. Production and Operations Analysis. McGraw-Hill College, Fifth Edition, chapter 5, 2004.

representação  $P(s) = 0,5 \exp(-[(s - \mu)/ \theta])$  e considerando que a média  $\mu$  é igual ao valor esperado da LTD  $D_L$ , segue que

$$\ln(2P(s)) = \frac{-(s - D_L)}{\theta}$$

então

$$s = -\theta \ln(2P(s)) + D_L \quad (5.21)$$

## 5.4 Implantação do sistema de estoque – Otimização do custo

Devido à dificuldade de implementação de modelos de minimização do custo de estoque, na prática, grande parte das empresas prefere utilizar métodos baseados em níveis de serviço e fill rate para determinar os parâmetros de estoque. Nós focamos em otimizar o sistema através de metodologia de minimização do custo de estoque devido à maior precisão destes métodos em sistemas estocásticos e ao maior apelo para redução de custos nas grandes empresas. Apesar de o objetivo principal ser o de redução de custo, existe uma definição do nível gerencial de que para os itens mais importantes se estabeleça um nível de serviço mínimo. Portanto, o modelo de otimização considera a minimização do custo de estoque e um nível mínimo de serviço teórico definido pela probabilidade de não ocorrer ciclos de ressuprimento com ruptura de estoque. Por este motivo, o foco do trabalho se concentrou em um número menor de itens de grande importância, onde um sistema de otimização mais elaborado se justifica.

Embora a medida principal do desempenho das políticas de estoque seja o custo de estoque, medidas de nível de serviço são fundamentais, pois estão relacionadas ao atendimento ao cliente e complementam a avaliação do sistema de estoque. O processo de avaliação das políticas de estoque considera três diferentes medidas: custo de estoque, fill rate e nível de serviço por ciclo.

Segue um resumo das etapas para a implementação do modelo de estoque. O detalhe de cada etapa está descrito nas seções de 5.4.1 a 5.4.5.

- |         |   |
|---------|---|
| Etapa 1 | Gerar os valores de previsão da demanda   |
| Etapa 2 | Estimar os parâmetros da distribuição da LTD para cada distribuição estatística |
| Etapa 3 | Calcular os parâmetros da política de estoque para cada modelo                  |
| Etapa 4 | Executar a simulação dentro do período de teste                                 |
| Etapa 5 | Calcular os custos de estoque   |

Etapa 6            Calcular os valores de fill rate e nível de serviço por ciclo

### 5.4.1 Previsão da demanda

O primeiro passo no procedimento dos cálculos matemáticos é a geração dos valores de previsão da demanda. Utilizando os valores históricos das ocorrências individuais da demanda, geramos os valores de previsão através do método bootstrap de Willemain, descrito em 5.1.1. Os valores de previsão foram gerados somente dentro do período do lead time. Para isso, carregamos no Matlab os valores de lead time de cada recebimento de material. Considerando a variável aleatória  $L$  para o lead time, calculamos o valor esperado  $E(L)$  e a variância  $Var(L)$  para todos os itens do nosso escopo.

Uma vez que as previsões de demanda são utilizadas para definir pontos de ressuprimento e quantidades de pedido, a frequência de atualização da previsão está diretamente relacionada com a atualização dos parâmetros de estoque. Para o caso de itens slow-moving, se as previsões de demanda e os pontos de ressuprimento são baseados em distribuições empíricas, os pontos de ressuprimento e as quantidades de pedido deveriam ser atualizadas somente uma vez ao ano. Entretanto, para itens  $A$ , a quantidade de pedido e o ponto de ressuprimento deveriam ser revisados num período de tempo mais curto, talvez mensalmente ou trimestralmente (Hax & Candea, 1984). Para viabilizar o modelo de otimização, vamos realizar uma única previsão da demanda para o cálculo da quantidade de pedido e ponto de ressuprimento. Estes parâmetros se manterão fixos durante todo o período de simulação.

### 5.4.2 Parâmetros da distribuição da demanda durante o lead time

Com base nos valores de previsão da demanda, calculamos o valor esperado e a variância da demanda durante o lead time,  $E[D_L]$  e  $Var(D_L)$ . Para calcular estes valores utilizamos a abordagem das demandas individuais definida por Kreyer, Wunderink, Dekker, & Schorr (2005) descrita em 5.3. O valor esperado e a variância da LTD foram calculados pelas expressões 5.4 e 5.5 definidas na seção 5.3 e estão listadas no Anexo 1 do capítulo 9.

Com o valor esperado e variância da LTD, podemos calcular os parâmetros das distribuições estatísticas de Poisson, Laplace, Gama e Normal. Os parâmetros das distribuições podem ser estimados pelas seguintes expressões, vide seção 5.3:

Distribuição de Poisson

$$\lambda_{LTD} = E(D_L)$$

Distribuição Gama

$$\alpha = \frac{E(x)^2}{Var(x)} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{Var(x)}{E(x)}$$

Distribuição de Laplace

$$\mu = E(x) \quad \text{e} \quad \theta = \sqrt{\frac{Var(x)}{2}}$$

Distribuição Normal

No caso da distribuição Normal, o único parâmetro a ser obtido será o fator de segurança k da Normal padrão N(0,1) para cada valor do nível de serviço mínimo teórico.

### 5.4.3 Parâmetros da política de estoque

A implementação do sistema de estoque deve considerar os parâmetros de estoque de cada item para os diferentes modelos associados às diferentes políticas de estoque. Devido à grande variabilidade do padrão de demanda, a análise do desempenho de cada modelo dentro de cada classe é fundamental para avaliarmos que modelo e política são mais adequados para que tipo de padrão de demanda. A tabela 5.2 mostra um resumo dos modelos, políticas e classes de demanda que serão considerados em nosso processo de otimização.

Modelo da demanda	Sistema	Política de estoque	Classes de demanda
Distribuição de Poisson Composta Distribuição de Laplace Distribuição Gama Distribuição Normal	Revisão contínua	(S - 1,S) (s, nQ)	Regular Errática Intermitente Lumpy Altamente lumpy

Tabela 5-2 - Modelos e políticas de estoque para as classes de materiais

O cálculo dos parâmetros de estoque ponto de ressuprimento, quantidade de pedido e estoque de segurança deverá ser feito considerando duas abordagens diferentes, conforme descrito na seção 5.3: a primeira está relacionada ao modelo atualmente utilizado pela empresa e que servirá de base para comparação com os demais modelos desenvolvidos neste estudo e a segunda se refere aos modelos propostos para controle de estoque das peças de reposição. Se a quantidade de pedido Q

obtida para um determinado item for igual a 1, aplique a política (S – 1, S), caso contrário a política a ser utilizada é a (s, nQ).

### Modelo atual

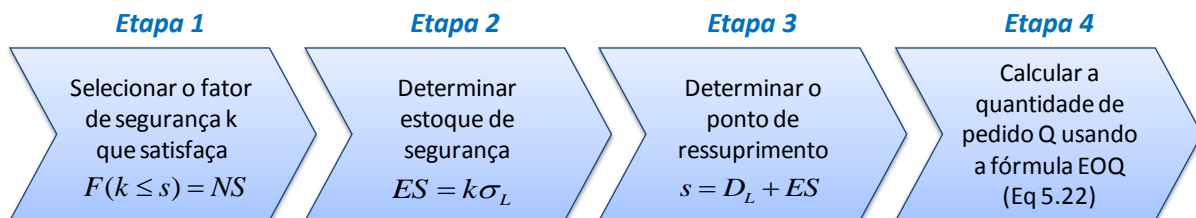
Utiliza a distribuição normal com um nível de serviço NS ou probabilidade de não ter ruptura de estoque predefinido pelo nível gerencial. Para uma avaliação mais consistente dos resultados serão utilizados diversos valores de nível de serviço teórico para o cálculo dos parâmetros de estoque: 80, 85, 90, 95 e 99 por cento.

A quantidade de pedido será calculada utilizando a fórmula determinística do lote econômico de compras (EOQ). Esta abordagem é a que mais se aproxima do sistema atual de controle de estoque.

$$EOQ = \sqrt{\frac{2KD}{h}} \quad (5.22)$$

O fluxo abaixo mostra as etapas a serem seguidas para a determinação do ponto de ressuprimento e estoque de segurança para o modelo atual da distribuição Normal (Silver, Pyke, & Peterson, 1998).

### Modelo para distribuição Normal

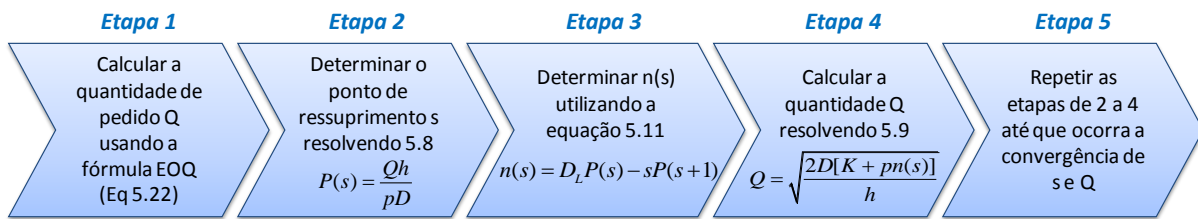


### Modelos propostos

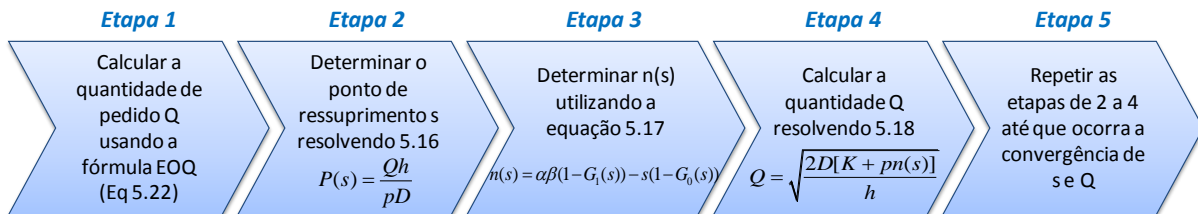
Os modelos desenvolvidos para os itens em estudo são baseados em distribuições estatísticas conhecidas para a demanda e método de minimização do custo total de estoque, conforme descrito na seção 5.3. Utilizaremos três distribuições distintas para a modelagem da LTD, Poisson, Laplace e Gama. A determinação do ponto de ressuprimento  $s$  e da quantidade de pedido  $Q$  será feita via processo iterativo para cada valor de nível de serviço mínimo teórico: 80, 85, 90, 95 e 99 por cento. Foram desenvolvidos algoritmos diferentes para cada modelo; abaixo descreveremos as etapas de cada um deles.



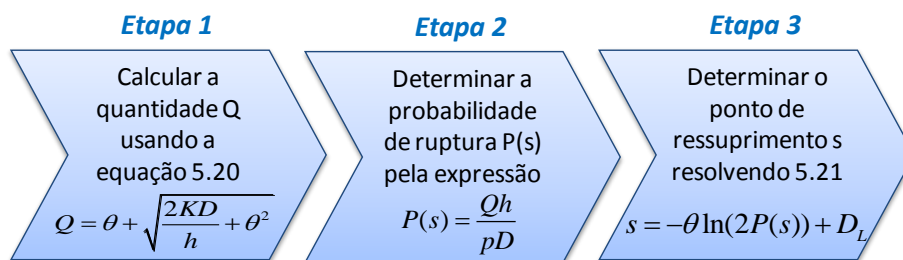
Modelo para distribuição de Poisson



Modelo para distribuição Gama



Modelo para distribuição de Laplace



Os procedimentos para os modelos propostos e atual devem ser repetidos para cada valor de NS teórico. Os valores médios dos parâmetros de estoque, obtidos de todos os NS mínimos, por modelo e material estão listados no Anexo 1 do capítulo 9.

5.4.4 Avaliação dos custos de estoque

Para o custo de estoque, serão calculados os custos de armazenagem, custo de pedido, custo de ruptura e o custo total de estoque. Segue a notação a ser utilizada para o cálculo do custo.

- $CM_j$            Custo de manutenção do produto j
- $CP_j$            Custo de pedido do produto j
- $CR_j$            Custo de ruptura do produto j

$CT_j$	Custo total do produto j
$h_j$	Custo unitário de manutenção do produto j
$K_j$	Custo de pedido do produto j
$p_j$	Custo unitário de ruptura do produto j
$nc_j$	Número de ciclos de ressuprimento do produto j
$EOH_j$	Estoque líquido médio do produto j
$QRP_j$	Número médio de unidades com ruptura de estoque do produto j

Os custos de estoque serão calculados pelas seguintes expressões:

$$CM_j = EOH_j * h_j$$

$$CP_j = K_j * nc_j$$

$$CR_j = QRP_j * p_j$$

$$CT_j = CM_j + CP_j + CR_j$$

#### 5.4.5 Avaliação do fill rate e nível de serviço por ciclo

Vamos introduzir os conceitos das medidas de serviço ao cliente para a elaboração do modelo de avaliação. Fill rate é a fração da demanda que é atendida pelo estoque existente na prateleira. Já o nível de serviço por ciclo é a probabilidade de não ocorrer ruptura por ciclo de ressuprimento. Segue a notação a ser utilizada para o cálculo do fill rate e nível de serviço por ciclo.

$FR_j$	Fill rate calculado do produto j
$NS_j$	Nível de serviço por ciclo calculado do produto j
$EOH_{i,j}$	Estoque líquido do produto j ao final do período i
$ATP_{i,j}$	Posição de estoque do produto j ao final do período i
$QF_{i,j}$	Número de unidades fornecidas do produto j durante o período i
$QRP_{i,j}$	Número de unidades com ruptura de estoque do produto j no período i
$QP_{i,j}$	Número de unidades em pedidos do produto j no período i

$QRC_{i,j}$	Número de unidades recebidas do produto j durante o período i
$QD_{i,j}$	Número de unidades demandadas do produto j durante o período i
$nc_j$	Número total de ciclos de ressuprimento do produto j
$ncr_j$	Número de ciclos de ressuprimento com ruptura de estoque do produto j

O fill rate e o nível de serviço por ciclo são definidos pelas seguintes expressões

$$FR_j = \frac{\sum_i QF_{i,j}}{\sum_i QD_{i,j}}$$

$$NS_j = 1 - \frac{ncr_j}{nc_j}$$

## 5.5 Simulação do modelo de estoque

O modelo proposto foi implementado no programa Matlab v.6.5 para o cálculo dos parâmetros e execução da simulação. A simulação foi executada para todos os modelos de estoque utilizando dados reais de demanda sobre um período de teste de sete anos. Os valores históricos foram obtidos das ocorrências individuais de demanda. Como o objetivo é utilizarmos a abordagem da demanda individual, os dados reais para simulação foram transformados em períodos diários, mantendo a unidade de tempo a menor possível. Com este procedimento pode-se captar melhor as variações na demanda.

### 5.5.1 Modelo de simulação

O modelo de simulação utilizará, além das informações do histórico de consumo, as informações do estoque inicial antes do período 1, ponto de ressuprimento, quantidade de pedido e informações de custo do material. A estrutura do modelo de simulação está dividida em duas partes. A primeira parte se refere à simulação das movimentações de estoque diárias, entradas e saídas, ao longo de todo o período de teste. Como produtos finais desta fase têm as quantidades demandadas de cada item, as quantidades efetivamente atendidas de prateleira, as quantidades com ruptura de estoque (não atendidas pelo estoque de prateleira), número total de ciclos de ressuprimento e número de ciclos de ressuprimento com ocorrência de ruptura de estoque. A segunda parte se refere à

determinação dos resultados das medidas de desempenho que serão utilizadas na avaliação de cada política de estoque. Os produtos desta fase são as informações do custo de estoque, fill rate e nível de serviço por ciclo. A seguir, o detalhamento do modelo de simulação.

Dados iniciais para o processo de simulação:

$EI_j$	Estoque inicial do produto j
$QD_{i,j}$	Número de unidades demandadas do produto j durante o período i
$s_j$	Ponto de ressuprimento do produto j
$Q_j$	Quantidade de pedido do produto j
$ES_j$	Estoque de segurança do produto j
$LT_j$	Valor esperado do lead time do produto j
$h_j$	Custo unitário de manutenção do produto j
$K_j$	Custo de pedido do produto j
$p_j$	Custo unitário de ruptura do produto j

Para inicializar o processo de simulação precisamos definir o estoque inicial para cada produto numa mesma base. O estoque inicial foi definido como o valor de estoque máximo teórico para uma política (s, Q). No momento imediatamente anterior a chegada do pedido, o nível de estoque será igual ao estoque de segurança  $ES$ . No momento imediatamente posterior a chegada de uma quantidade de pedido  $Q$ , o nível de estoque será máximo e igual a  $ES + Q$ . Portanto, o estoque inicial para todos os modelos será igual a

$$EI_j = ES_j + Q_j$$

Variáveis do processo de simulação: as variáveis já foram introduzidas nas seções 5.4.4 e 5.4.5. Listamos aqui somente para deixá-las mais explícitas.

$EOH_{i,j}$	Estoque líquido do produto j ao final do período i
$ATP_{i,j}$	Posição de estoque do produto j ao final do período i
$QF_{i,j}$	Número de unidades fornecidas do produto j durante o período i
$QRP_{i,j}$	Número de unidades com ruptura de estoque do produto j no período i

$QP_{i,j}$	Número de unidades em pedidos do produto j no período i
$QRC_{i,j}$	Número de unidades recebidas do produto j durante o período i
$nc_j$	Número total de ciclos de ressuprimento do produto j
$ncr_j$	Número de ciclos de ressuprimento com ruptura de estoque do produto j

Modelagem matemática:

$$EOH_{i,j} = \begin{cases} EOH_{i-1,j} + QRC_{i,j} - QD_{i,j} - QRP_{i-1,j}, & \text{se } QRP_{i,j} = 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$ATP_{i,j} = EOH_{i,j} + QP_{i,j} - QRP_{i,j}$$

$$QRP_{i,j} = \begin{cases} 0, & \text{se } EOH_{i,j} > 0 \\ QD_{i,j} + QRP_{i-1,j} - EOH_{i-1,j} - QRC_{i,j}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$QF_{i,j} = \begin{cases} QD_{i,j}, & \text{se } EOH_{i,j} \geq QD_{i,j} \\ EOH_{i,j}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$QP_{i,j} = \begin{cases} QP_{i-1,j} + nQ_j, & \text{se } ATP_{i,j} \leq s_j \text{ e } n=1,2,3,\dots \\ QP_{i-1,j}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$QRC_{i,j} = \begin{cases} nQ_j, & \text{se } ATP_{i-LT_j,j} \leq s_j \text{ e } n=1,2,3,\dots \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$nc_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } QRC_{i,j} > 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$ncr_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } \sum_{i-LT_j}^{i-1} QRP_{i,j} > 0 \text{ e } QRC_{i,j} > 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

## 6 Resultados

Através do processo de simulação calculamos os custos de estoque, o fill rate e o nível de serviço de cada item para avaliar o desempenho dos modelos de estoque para demanda e lead time estocásticos. Os modelos foram testados considerando o padrão de consumo dos itens, visando analisar o comportamento quanto a itens slow-moving e fast-moving, e também quanto à variabilidade dos componentes da LTD. Outro aspecto bastante explorado no processo de simulação foi a utilização de diferentes valores para o nível de serviço mínimo teórico, NS Mínimo, definido em cada modelo de estoque: 80, 85, 90, 95 e 99 por cento.

O modelo da distribuição de Laplace foi o que apresentou o melhor resultado global em todos os parâmetros, nível de serviço, fill rate e custo total de estoque. O modelo de Poisson foi o que apresentou o pior resultado. Os resultados globais de cada modelo estão detalhados na tabela 6.1. A distribuição Gama apresentou resultados bastante próximos a Laplace, ficando o custo total 5% acima do modelo de Laplace, o nível de serviço 3% abaixo e o fill rate 2% abaixo. Comparando os resultados dos modelos propostos com a política atual do modelo da Normal, o modelo de Laplace obteve um ganho financeiro expressivo de 82% em relação ao custo atual e um ganho em serviço ao cliente de 1% no nível de serviço e 2% no fill rate. O modelo da distribuição Gama não obteve ganho em serviço ao cliente, porém apresentou um ganho financeiro expressivo de 81% em relação ao custo atual. Com relação ao modelo de Poisson, os resultados de custo e de serviço ao cliente foram muito inferiores ao sistema atual. Isto se deve ao fato de sua aplicabilidade ser bastante restrita.

<b>Resultado Global por Modelo de Estoque</b>							
	<b>Poisson</b>		<b>Laplace</b>		<b>Gama</b>		<b>Normal</b>
	<i>Resultado</i>	<i>Ganho</i>	<i>Resultado</i>	<i>Ganho</i>	<i>Resultado</i>	<i>Ganho</i>	<i>Resultado</i>
Nível de Serviço	63,8%	-21%	81,9%	1%	79,2%	-2%	81,2%
Fill Rate	82,3%	-11%	94,6%	2%	92,6%	0%	92,8%
Custo Total de Estoque	2.901.234	-134%	226.296	82%	237.593	81%	1.239.055

Tabela 6-1 – Resultado global por modelo de estoque

### 6.1 Resultados por nível de serviço mínimo teórico

Quando analisamos os resultados detalhados por nível de serviço teórico, percebemos que a distribuição Gama apresenta resultados superiores aos demais modelos para NS Mínimo maior ou igual a 95%. Os resultados para os diferentes valores de NS Mínimo estão mostrados na tabela 6.2 e

ilustrados graficamente nas figuras de 6.1 a 6.3. O modelo atual da Normal apresentou valores próximos a Laplace somente no nível de serviço real. Os resultados de fill rate e custo de estoque foram inferiores para todo NS mínimo teórico.

<b>Resultado por Nível de Serviço Mínimo</b>												
NS Mínimo	Poisson			Laplace			Gama			Normal		
	NS real	FR real	Ctotal*	NS real	FR real	Ctotal	NS real	FR real	Ctotal	NS real	FR real	Ctotal
80%	57,8%	79,3%	2.850.873	73,9%	91,3%	275.053	65,9%	87,3%	219.097	73,4%	89,0%	1.597.950
85%	59,0%	79,6%	2.850.558	76,5%	92,6%	271.608	69,8%	88,8%	273.886	77,3%	90,7%	1.275.316
90%	61,1%	81,3%	2.850.206	79,9%	94,2%	265.610	77,5%	91,8%	398.832	80,6%	92,7%	1.331.106
95%	67,0%	83,7%	2.849.003	85,6%	96,4%	240.359	86,2%	95,5%	229.263	84,7%	94,8%	1.407.739
99%	74,2%	87,6%	3.105.531	93,4%	98,6%	78.850	96,5%	99,4%	66.885	90,0%	97,0%	583.163
<b>Médio</b>	<b>63,8%</b>	<b>82,3%</b>	<b>2.901.234</b>	<b>81,9%</b>	<b>94,6%</b>	<b>226.296</b>	<b>79,2%</b>	<b>92,6%</b>	<b>237.593</b>	<b>81,2%</b>	<b>92,8%</b>	<b>1.239.055</b>

\* Os custos totais de estoque estão em reais.

Tabela 6-2 – Resultado por nível de serviço mínimo teórico

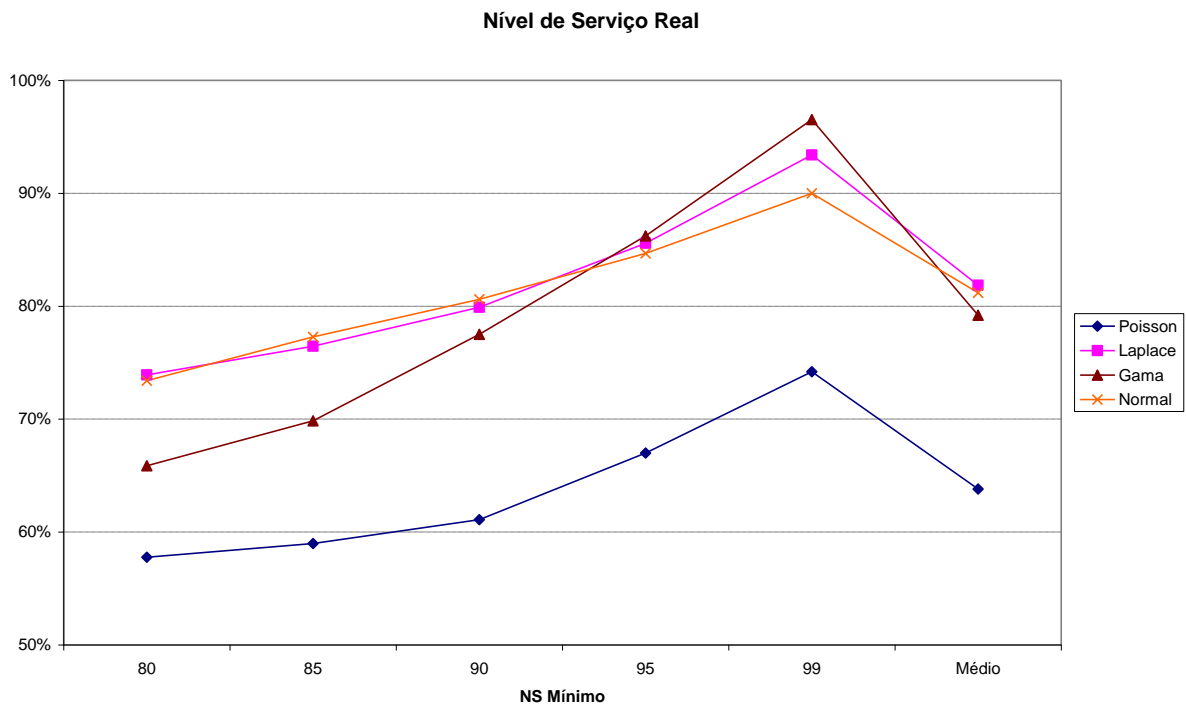


Figura 6-1 – Resultado do nível de serviço real para cada modelo de estoque

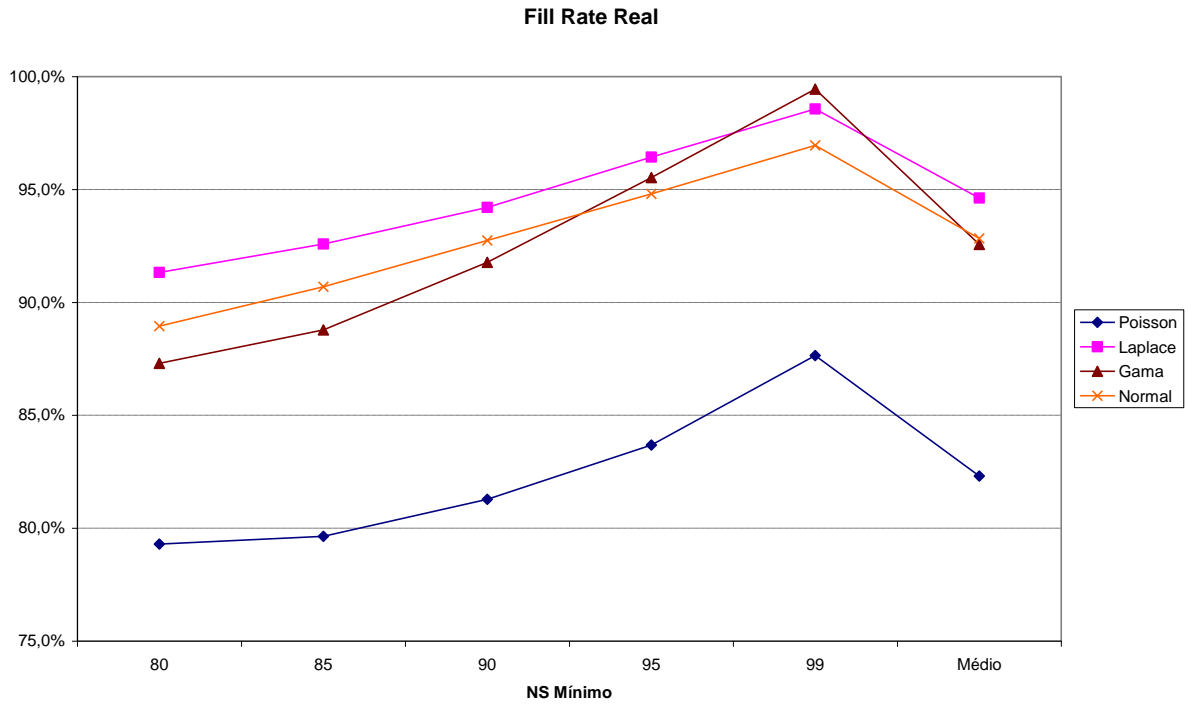


Figura 6-2 - Resultado do fill rate para cada modelo de estoque

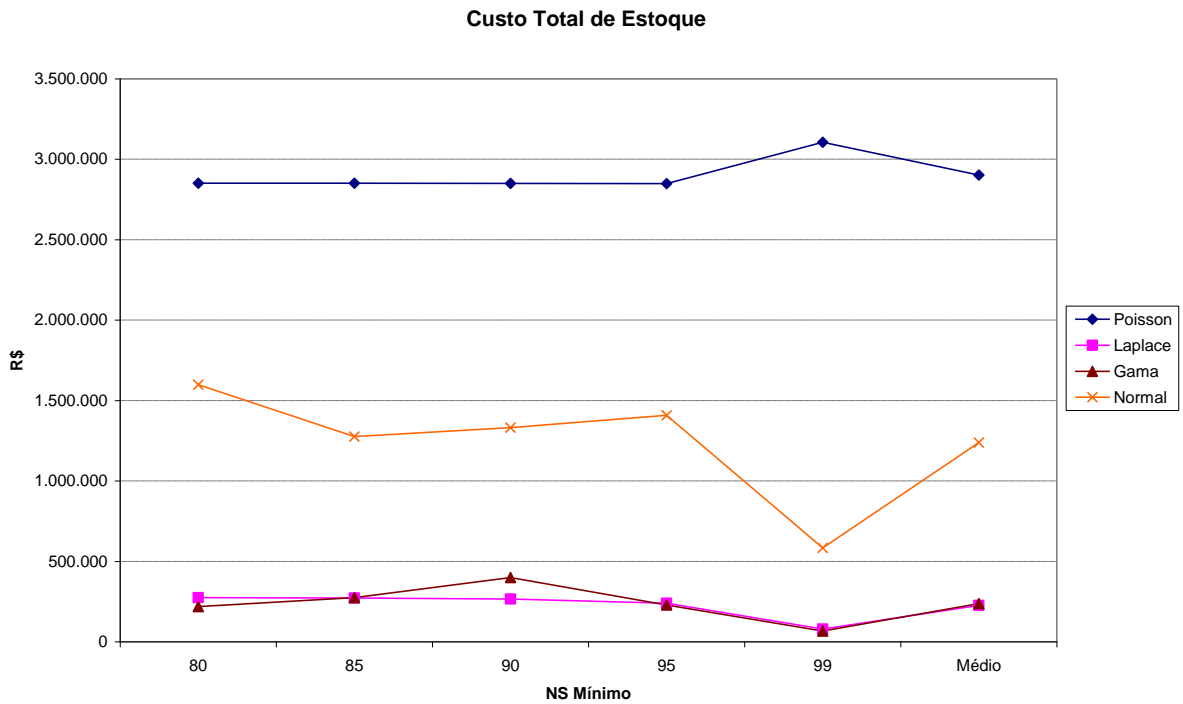


Figura 6-3 - Resultado do custo total de estoque para cada modelo de estoque



## 6.2 Consideração do tamanho da LTD

Silver, Pyke, & Peterson (1998) sugeriram que a definição da distribuição de demanda levasse em consideração a média da LTD, sendo Gama e Normal indicadas para itens fast-moving e Poisson e Laplace para itens slow-moving. Estratificamos os itens de acordo com os valores esperados da LTD e aplicamos o modelo de simulação. Os resultados de acordo com as faixas do valor esperado da LTD são mostrados na tabela 6.3. Apesar da distribuição de Laplace ter um desempenho melhor na maioria das faixas da LTD, a distribuição Gama apresentou uma tendência a ter resultados próximos a Laplace em valores médios de demanda acima de 100 unidades. Das 5 faixas de demanda acima de 100 unidades, a distribuição Gama superou Laplace no resultado de nível de serviço em 2 faixas e ficou muito próxima nas outras 3. Quanto ao fill rate, Gama foi superior em 2 faixas. Com relação ao custo de estoque, nas faixas de demanda acima de 100 unidades, Gama teve um resultado superior a Laplace em 3 das 5 faixas.

A distribuição Normal apresentou resultados inferiores em praticamente todas as faixas de demanda. Mesmo para os itens fast-moving com valores médios da LTD mais altos, a distribuição Normal não conseguiu superar a distribuição de Laplace. Isto se deve a alta variabilidade dos componentes da LTD, onde a distribuição Normal não apresenta bons resultados para padrões de demanda intermitentes e irregulares, como será mostrado na seção 6.3.

Média LTD	Resultado por Valor Esperado da LTD											
	Poisson			Laplace			Gama			Normal		
	NS real	FR real	Ctotal	NS real	FR real	Ctotal	NS real	FR real	Ctotal	NS real	FR real	Ctotal
Abaixo de 5	70,1%	87,0%	10.509	83,6%	95,4%	8.005	80,8%	93,4%	8.622	83,3%	94,0%	8.443
Entre 5 e 10	49,0%	72,7%	57.559	77,6%	92,9%	18.291	72,8%	89,2%	19.395	73,5%	89,6%	26.599
Entre 10 e 50	38,5%	68,6%	37.515	74,8%	93,0%	10.717	73,7%	90,9%	11.195	75,3%	90,9%	16.191
Entre 50 e 100	20,0%	44,3%	75.434	59,0%	78,3%	18.128	52,0%	75,9%	18.932	50,6%	72,4%	35.511
Entre 100 e 200	18,1%	48,0%	465.864	74,2%	95,7%	15.796	73,3%	95,0%	14.962	70,2%	91,3%	28.000
Entre 200 e 500	20,5%	46,7%	240.900.383	51,7%	71,0%	18.343.051	53,7%	71,1%	19.251.326	61,8%	66,9%	103.696.440
Entre 500 e 1000	8,6%	12,2%	2.064.164	63,6%	88,8%	21.084	63,2%	87,3%	16.889	52,4%	77,6%	98.502
Entre 1000 e 5000	25,5%	56,2%	410.719	85,3%	97,0%	23.545	86,8%	96,4%	22.269	81,8%	94,6%	62.832
Acima de 5000	22,2%	48,6%	658.816	98,8%	100,0%	12.803	98,5%	100,0%	13.975	96,5%	99,5%	19.117
<b>Médio</b>	<b>63,8%</b>	<b>82,3%</b>	<b>2.901.234</b>	<b>81,9%</b>	<b>94,6%</b>	<b>226.296</b>	<b>79,2%</b>	<b>92,6%</b>	<b>237.593</b>	<b>81,2%</b>	<b>92,8%</b>	<b>1.239.055</b>

Tabela 6-3 – Resultado dos modelos por valor esperado da LTD

## 6.3 Consideração da variabilidade dos componentes da LTD

Devido à grande variação no padrão de demanda das peças de reposição, os itens foram classificados de acordo com a variabilidade do tamanho da demanda, número de ocorrências e lead time, conforme descrito na seção 4.4.2. Os resultados da simulação dos modelos por diferentes padrões de demanda estão detalhados na tabela 6.4. Quando analisamos os aspectos de

intermitência e irregularidade da demanda percebemos que a distribuição de Laplace tem um desempenho realmente superior aos demais modelos para itens com variabilidade na demanda e no lead time. Gama somente superou Laplace no padrão regular da demanda, que é a minoria dos itens. Para os itens com padrão altamente lumpy, ou seja, alta variabilidade dos três componentes da demanda, Laplace tem um ganho de mais 13% no custo em relação à distribuição Gama. O modelo atual da Normal apresentou resultados próximos a Laplace em termos de custo de estoque nos padrões com menor variabilidade da demanda. Nas classes de demanda lumpy e altamente lumpy, o modelo da Normal se distancia bastante de Laplace e Gama.

<b>Resultado por Classe de Demanda</b>												
Classe demanda	Poisson			Laplace			Gama			Normal		
	NS real	FR real	Ctotal	NS real	FR real	Ctotal	NS real	FR real	Ctotal	NS real	FR real	Ctotal
Regular	83,8%	95,2%	4.439	84,8%	96,7%	4.276	85,4%	96,6%	4.198	87,0%	96,6%	4.290
Errática	59,0%	78,6%	8.470	76,7%	92,1%	7.987	73,3%	88,4%	8.731	71,3%	87,3%	8.384
Intermitente	76,9%	90,8%	39.728	87,3%	97,8%	7.270	85,4%	96,1%	7.793	88,2%	97,6%	7.229
Lumpy	59,9%	79,0%	8.091.283	77,6%	92,5%	670.433	74,9%	90,1%	698.957	78,1%	90,3%	3.892.276
Altamente lumpy	58,5%	79,7%	1.126.780	83,7%	95,2%	49.409	80,3%	93,3%	56.000	82,0%	93,4%	109.163
<b>Médio</b>	<b>63,8%</b>	<b>82,3%</b>	<b>2.901.234</b>	<b>81,9%</b>	<b>94,6%</b>	<b>226.296</b>	<b>79,2%</b>	<b>92,6%</b>	<b>237.593</b>	<b>81,2%</b>	<b>92,8%</b>	<b>1.239.055</b>

Tabela 6-4 – Resultado dos modelos por classe de demanda

## 6.4 Análise da eficácia da otimização

Para analisar a eficácia do modelo de otimização, calculamos os parâmetros para a distribuição Gama sem o algoritmo de minimização do custo, ou seja, determinamos o ponto de ressuprimento para um dado nível de serviço fixo e a quantidade de pedido pela fórmula do lote econômico de compras. Foi executado o processo de simulação para este novo modelo baseado na distribuição Gama considerando os valores de nível de serviço teórico de 80, 85, 90, 95 e 99 por cento, e para o mesmo período de teste dos demais modelos. Os resultados da simulação comparados com o modelo otimizado da distribuição Gama estão detalhados na tabela 6.5. Analisando os resultados percebe-se a superioridade do desempenho do modelo otimizado. O resultado médio do nível de serviço do novo modelo de Gama foi 3,6% inferior ao modelo otimizado, o resultado do fill rate médio foi 3,2% inferior e o custo total médio ficou bastante acima, aproximadamente 680% superior ao resultado do modelo de Gama original. Os resultados de nível de serviço e fill rate não apresentaram uma grande diferença entre os modelos, porém, os resultados de custo são surpreendentes, apresentando uma diferença de desempenho bastante significativa.

<b>Comparação entre Processo Otimizado e NS Fixo</b>						
<i>NS Mínimo</i>	<i>Gama</i>			<i>Gama - NS fixo</i>		
	<i>NS real</i>	<i>FR</i>	<i>Ctotal</i>	<i>NS real</i>	<i>FR</i>	<i>Ctotal</i>
80%	65,9%	87,3%	219.097	58,5%	79,9%	3.492.179
85%	69,8%	88,8%	273.886	65,5%	84,1%	3.329.226
90%	77,5%	91,8%	398.832	75,6%	89,4%	1.471.122
95%	86,2%	95,5%	229.263	85,5%	95,0%	883.945
99%	96,5%	99,4%	66.885	96,6%	99,4%	84.991
<b>Médio</b>	<b>79,2%</b>	<b>92,6%</b>	<b>237.593</b>	<b>76,4%</b>	<b>89,6%</b>	<b>1.852.292</b>

Tabela 6-5 – Comparação dos resultados do modelo Gama com e sem otimização

Quando comparamos os resultados dos modelos de Laplace e Gama sujeitos à otimização de custo com os resultados dos modelos da Normal e Gama sujeitos a um nível de serviço fixo, percebemos que a modelagem da minimização do custo tem uma forte orientação no desempenho de custo ao mesmo tempo em que mantém resultados superiores em nível de serviço e fill rate. A tabela 6.6 mostra os resultados comparativos dos primeiros modelos em relação aos últimos.

<b>Resultados da Otimização do Custo x Nível de Serviço Fixo</b>												
<i>NS Mínimo</i>	<i>Laplace</i>			<i>Gama</i>			<i>Normal</i>			<i>Gama - NS fixo</i>		
	<i>NS real</i>	<i>FR real</i>	<i>Ctotal</i>	<i>NS real</i>	<i>FR real</i>	<i>Ctotal</i>	<i>NS real</i>	<i>FR real</i>	<i>Ctotal</i>	<i>NS real</i>	<i>FR real</i>	<i>Ctotal</i>
80%	73,9%	91,3%	275.053	65,9%	87,3%	219.097	73,4%	89,0%	1.597.950	58,5%	79,9%	3.492.179
85%	76,5%	92,6%	271.608	69,8%	88,8%	273.886	77,3%	90,7%	1.275.316	65,5%	84,1%	3.329.226
90%	79,9%	94,2%	265.610	77,5%	91,8%	398.832	80,6%	92,7%	1.331.106	75,6%	89,4%	1.471.122
95%	85,6%	96,4%	240.359	86,2%	95,5%	229.263	84,7%	94,8%	1.407.739	85,5%	95,0%	883.945
99%	93,4%	98,6%	78.850	96,5%	99,4%	66.885	90,0%	97,0%	583.163	96,6%	99,4%	84.991
<b>Médio</b>	<b>81,9%</b>	<b>94,6%</b>	<b>226.296</b>	<b>79,2%</b>	<b>92,6%</b>	<b>237.593</b>	<b>81,2%</b>	<b>92,8%</b>	<b>1.239.055</b>	<b>76,4%</b>	<b>89,6%</b>	<b>1.852.292</b>

Tabela 6-6 – Resultados dos modelos sujeitos à otimização versus modelos sem otimização

## 7 Conclusões e recomendações

Neste estudo foi desenvolvida uma metodologia para o controle de estoque de peças de reposição contemplando técnicas de classificação dos itens, previsão de demanda, modelagem da demanda durante o lead time (LTD) e modelos matemáticos para o cálculo dos parâmetros de estoque. As peças de reposição, ao contrário de produtos e insumos do processo produtivo, são itens predominantemente slow-moving cuja demanda possui um padrão irregular e intermitente e, portanto, difícil de prever. Tanto a demanda quanto o lead time seguem processos estocásticos. O foco deste trabalho foram os itens A, de maior relevância e criticidade para a empresa cujo valor de estoque justifica um controle mais apurado do processo de ressuprimento. Os itens com estas

características necessitam de informações mais detalhadas e confiáveis e um controle individual das ocorrências de demanda e do lead time visando capturar melhor a variabilidade dos componentes da LTD e do lead time. Foi considerada a abordagem da demanda individual para estimar o valor esperado e a variância da LTD (Kreuer, Wunderink, Dekker, & Schorr, 2005).

Foram implantados três modelos de estoque propostos e um modelo que se aproxima bastante do sistema atual. O modelo atual utiliza a distribuição Normal para modelar a LTD e a quantidade de pedido segue a fórmula do lote econômico de compras. Já os modelos propostos utilizam as distribuições de Poisson, Laplace e Gama para a LTD e um processo de otimização do custo de estoque para a determinação do ponto de ressuprimento e quantidade de pedido. Estes modelos foram testados com dados reais de sete anos de histórico para avaliar o desempenho de distribuições alternativas e compará-las com a distribuição Normal, uma vez que a demanda de peças de reposição é reconhecida na literatura como não aderente a Normal.

Para a geração dos valores de previsão foi implantado o método bootstrap de Willemain, indicado para itens slow-moving com demanda intermitente (Willemain, Smart, & Schwarz, 2004).

## 7.1 Conclusões gerais

Considerando o comportamento apresentado pelas peças de reposição e os resultados dos modelos de estoque, seguem as conclusões gerais do estudo:

- As peças de reposição apresentaram grande variabilidade nos padrões de demanda, desde itens com baixíssimo giro (vários anos sem movimentação) até itens com alto giro com valor esperado da LTD superior a 5000 unidades.
- Várias causas foram identificadas durante a pesquisa que contribuem para acentuar as características de irregularidade e intermitência das peças de reposição. Dentre elas destacamos a utilização de diferentes técnicas de manutenção, consumo de itens de manutenção em projetos, desgastes prematuros no processo produtivo e utilização de estoques paralelos fora do sistema.
- Os resultados mostraram um desempenho global superior do modelo de Laplace em relação aos demais modelos. De modo geral, os modelos com otimização de custo mostraram um desempenho muito bom tanto em nível de serviço e fill rate, mas, principalmente, na redução do custo de estoque. A exceção foi o modelo de Poisson composto que apresentou resultados bastante fracos. Isto se deve ao fato das condições para sua aplicabilidade serem muito

específicas, ou seja, número de demandas deve seguir distribuição de Poisson, demanda slow-moving com baixa variabilidade do tamanho da demanda e do tempo médio entre demandas.

- Com relação à variabilidade da demanda, as distribuições de Laplace e Gama apresentaram uma boa aderência a demandas slow-moving e intermitente. Já o modelo atual da Normal apresentou resultados piores do que Laplace e Gama, principalmente para itens lumpy caracterizados pela alta variabilidade da demanda e do lead time. Para itens com baixa variabilidade da demanda a Normal apresentou resultados bastante satisfatórios.
- Apesar do modelo de Laplace ter tido um desempenho global melhor do que os demais, a distribuição Gama obteve ótimo desempenho para valores muito altos de nível de serviço teórico, sendo superior a Laplace para nível de serviço mínimo igual a 99%.
- Quanto ao tamanho da demanda, o modelo de Laplace obteve o melhor desempenho entre os modelos na maioria das faixas do valor esperado da LTD. Porém, a distribuição Gama apresentou resultados mais próximos ao modelo de Laplace para itens com média de demanda acima de 100 unidades. Apesar de ter boa aderência a itens fast-moving, o desempenho da distribuição Normal para itens de alto giro foi muito inferior a Laplace e Gama. Isto se deve ao fato da Normal não ter boa aderência a itens com grande variabilidade de demanda e lead time.

## 7.2 Implicações gerenciais

O desenvolvimento de uma metodologia mais sofisticada para o controle de estoque de peças de reposição traz ganhos financeiros significativos para a empresa. O modelo de Laplace e da distribuição Gama apresentaram um ganho financeiro de 82% e 81%, respectivamente, em relação ao sistema atual representado pela Normal. Quando comparamos o modelo da distribuição Gama sujeito à otimização do custo com o modelo de Gama com NS fixo o ganho financeiro é ainda maior, chegando a 87% em média.

A utilização dos modelos propostos mais robustos garante uma maior qualidade no serviço entregue pela área de Suprimentos aos clientes. Mesmo com custos de estoque mais baixos o modelo de Laplace apresentou ganho em nível de serviço e fill rate em relação ao sistema atual de 1% e 2%, respectivamente. A implantação do modelo de Laplace sujeito à otimização têm implicações gerenciais importantes para a empresa:

- A principal é a redução do capital de giro aplicado para manter altos níveis de estoque dos itens críticos ao processo produtivo.

- O aumento do fill rate e melhoria da gestão de estoque reflete numa maior credibilidade do processo de ressuprimento reduzindo estoques paralelos e consumos fora do controle do almoxarifado.
- A redução do número de ciclos com ruptura reduz o número de paradas do equipamento por falta de peças e, conseqüentemente, o custo da perda de produção.
- A falta de uma ferramenta que suporte uma análise mais criteriosa e calcule parâmetros de estoque mais confiáveis leva a grandes retrabalhos manuais e a uma intervenção constante do gestor de estoque nos requerimentos de ressuprimento gerados pelo sistema.

### 7.3 Recomendações para futuras pesquisas

Neste estudo foram aplicadas técnicas voltadas para itens com padrões de consumo mais complexos, com grande variabilidade da demanda e do lead time. O foco principal do trabalho foi o desenvolvimento de modelos matemáticos para o controle de estoque e um foco secundário foi o desenvolvimento de modelos de previsão de demanda slow-moving intermitente. Apesar de atender os objetivos propostos, este trabalho apresentou algumas oportunidades de futuras pesquisas no tópico de previsão de demanda que podem torná-lo mais robusto e com melhores resultados.

- O método bootstrap de Willemain para a previsão de demanda considera somente dois estados de transição, nulo e não nulo. Podem-se pesquisar Cadeias de Markov com mais de dois estados e desenvolver modelos que calculem as probabilidades de transição entre estes estados. Cadeias de Markov com mais estados deve trazer uma maior precisão no cálculo das previsões, pois mesmo a demanda não nula apresenta características muito variáveis de tamanho e frequência.
- Outra oportunidade de pesquisa dentro do contexto de peças de reposição é o desenvolvimento de técnicas de previsão adequadas a cada classe de demanda: regular, errática, intermitente e lumpy. O padrão de demanda entre as peças de reposição varia desde itens com demanda regular até itens com grande variabilidade no tamanho e frequência da demanda.

## 8 Referências bibliográficas

Botter, R., & Fortuin, L. (2000). Stocking strategy for service parts: a case study. *International Journal of Operations & Production Management*, 20 (6), pp. 656-674.

- Boylan, J., & Syntetos, A. (2007). *Complex System Maintenance Handbook*. Springer.
- Braglia, M., Grassi, A., & Montanari, R. (2004). Multi-attribute classification method for spare parts inventory management. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* , 10 (1), pp. 55-65.
- Burgin, T. A. (1975). The gamma distribution and inventory control. *Operations Research Quarterly* , 26, pp. 507-525.
- Croston, J. D. (1972). Forecasting and stock control for intermittent demands. *Operational Research Quarterly* , 23, pp. 289-304.
- Das, C. (1976). Approximate solution to the (Q,r) inventory model for gamma lead time demand. *Management Science* , 22 (9), pp. 1043-1047.
- Dekker, R., Kleijn, M., & De Rooij, P. (1998). A spare parts stocking policy based on equipment criticality. *International Journal of Production Economics* , 56/57 (1-3), pp. 69-77.
- Eaves, A. (2002). Forecasting for the ordering and stock-holding of consumable spare parts. PhD thesis, Lancaster University, Department of Management Science.
- Eaves, A., & Kingsman, B. (2004). Forecasting for the ordering and stock-holding of spare parts. *Journal of the Operational Research Society* , 55 (4), pp. 431–437.
- Eppen, G., & Martin, R. (1998). Determining safety stock in the presence of stochastic lead time and demand. *Management Science* , 34 (11), pp. 1380-1390.
- Feeney, G., & Sherbrooke, C. (1966). The (s - 1, s) inventory policy under compound Poisson demand. *Management Science* , 12, pp. 391–411.
- Fortuin, L., & Martin, H. (1999). Control of service parts. *International Journal of Operations & Production Management* .
- Ghobbar, A., & Friend, C. (2003). Evaluation of forecasting methods for intermittent parts demand in the field of aviation: a predictive model. *Computers & Operations Research* , 30, pp. 2097–2114.
- Hax, A., & Candea, D. (1984). *Production and Inventory Management*. NJ: Prentice-Hall, Inc.
- Hill, R., Omar, M., & Smith, D. (1999). Stock replenishment policies for a stochastic exponentially-declining demand process. *European Journal of Operational Research* , 116, pp. 374-388.
- Hillier, S., & Lieberman, G. (2001). *Introduction to Operations Research* (7th ed.). New York: McGraw-Hill.
- Hua, Z., Zhang, B., Yang, J., & Tan, D. (2007). A new approach of forecasting intermittent demand for spare parts inventories in the process industries. *Journal of the Operational Research Society* , 58 (1), pp. 52–61.

- Huiskonen, J. (2001). Maintenance spare parts logistics: special characteristics and strategic choices. *International Journal of Production Economics* , 71, pp. 125-133.
- Janssen, F., Heuts, R., & Kok, A. (1998). On the (R, s, Q) inventory model when demand is modelled as a compound Bernoulli process. *European Journal of Operational Research* , 104, pp. 423-436.
- Johnston, F., & Boylan, J. (1996). Forecasting intermittent demand: a comparative evaluation of Croston's method. *International Journal of Forecasting* , 12, pp. 297-298.
- Kreuer, M., Wunderink, S., Dekker, R., & Schorr, B. (2005). Inventory control based on advanced probability theory, an application. *European Journal of Operational Research* , 162, pp. 342–358.
- Krupp, J. (1997). Safety stock management. *Production and Inventory Management Journal* , 38 (3), pp. 11-18.
- Levén, E., & Segerstedt, A. (2004). Inventory control with a modified Croston procedure and Erlang distribution. *International Journal of Production Economics* , 90, pp. 361–367.
- Mitchell, C., Rappold, R., & Faulkner, W. (1983). An analysis of Air Force EOQ data with an application to reorder point calculation. *Management Science* , 29, pp. 440-446.
- Muckstadt, J. (2005). *Analysis and Algorithms for Service Parts Supply Chains*. Springer.
- Nahmias, S. (2004). *Production and Operations Analysis (Fifth ed.)*. McGraw-Hill College.
- Namit, K., & Chen, J. (1999). Solutions to the  $\langle Q,r \rangle$  inventory model for gamma lead-time demand. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management* , 29 (2), pp. 138-151.
- Porras, E., & Dekker, R. (2008). An inventory control system for spare parts at a refinery: an empirical comparison of different re-order point methods. *European Journal of Operational Research* , 184, pp. 101–132.
- Pressuti, V., & Trepp, R. (1970). More Ado about EOQ. *Naval Research Logistics Quarterly* , 17, pp. 243-51.
- Sandvig, J., & Allaire, J. (1998). Vitalizing a service parts inventory. *Production and Inventory Management Journal* , 39 (1), pp. 67-71.
- Silver, E. (1970). Some ideas related to the inventory control of items having erratic demand patterns. *Canadian Operational Research Journal* , 8, pp. 87-100.
- Silver, E., Ho, C.-M., & Deemer, R. (1971). Cost minimizing inventory control of items having a special type of erratic demand pattern. *INFOR* 9 , 198–219.
- Silver, E., Pyke, D., & Peterson, R. (1998). *Inventory Management and Production Planning and Scheduling (Third ed.)*. New York, London, Sidney: John Wiley & Sons.



- Srijbosch, L., Heuts, R., & Schoot, E. (2000). A combined forecast-inventory control procedure for spare parts. *Journal of the Operational Research Society* , 51 (10), pp. 1184-1192.
- Tijms, H. (1994). *Stochastic Models, An Algorithmic Approach*. Chichester: John Wiley & Sons.
- Tyworth, J., & Ganeshan, R. (2000). A note on solutions to the  $Q_r$  inventory model for gamma lead time demand. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management* , 30 (6), pp. 534-539.
- Voss, C., Tsikriktsis, N., & Frohlich, M. (2002). Case research in operations management. *International Journal of Operations & Production Management* , 22 (2), pp. 195-219.
- Willemain, T., Smart, C., & Schwarz, H. (2004). A new approach to forecasting intermittent demand for service parts inventories. *International Journal of Forecasting* , 20, pp. 375– 387.
- Willemain, T., Smart, C., Shockor, J., & DeSautels, P. (1994). Forecasting intermittent demand in manufacturing: a comparative evaluation of Croston’s method. *International Journal of Forecasting* , 10, pp. 529-538.
- Williams, T. (1984). Stock control with sporadic and slow-moving demand. *Journal of the Operational Research Society* , 35 (10), pp. 939–948.
- Yeh, Q. (1997). A practical implementation of gamma distribution to the reordering decision of an inventory control problem. *Production and Inventory Management Journal* , 38 (1), pp. 51-57.

## 9 Anexos

### 9.1 Anexo 1 – Parâmetros calculados da distribuição LTD e de estoque

<i>Parâmetros da distribuição LTD e de estoque</i>											
<i>Material</i>	<i>E(D<sub>i</sub>)</i>	<i>Var(D<sub>i</sub>)</i>	<i>EOQ</i>	Poisson		Laplace		Gama		Normal	
				s	Q	s	Q	s	Q	s	Q
1	1,0	3,7	1	3	2	4	3	5	3	3	2
2	0,7	2,3	1	2	2	3	3	4	2	4	2
3	0,2	0,2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	204,5	64963,8	780	227	791	583	981	652	991	502	781
5	0,9	2,3	1	3	2	4	3	5	2	4	2
6	83,6	34243,5	305	98	314	349	463	374	480	291	306
7	252,5	145893,4	998	276	1009	793	1304	893	1269	570	1000
8	55,5	4448,9	88	67	94	151	147	168	137	130	89
9	0,5	1,1	1	2	1	3	2	2	2	2	2
10	3,5	41,0	4	7	5	13	11	15	10	11	5
11	1,9	6,0	1	4	1	6	4	6	2	5	2
12	3,3	14,6	2	6	3	9	6	9	4	7	2

13	2,9	11,2	2	6	2	8	5	9	4	8	4
14	3,2	13,0	2	6	3	9	6	10	4	7	3
15	0,6	1,3	1	2	2	3	2	3	2	3	2
16	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	1,0	3,1	2	3	3	4	4	4	4	3	4
18	0,4	0,9	1	1	1	2	2	2	2	2	2
19	10386,7	88934141,6	5681	10592	5789	26501	15429	28771	16469	29574	5682
20	0,5	1,1	1	2	1	3	2	2	2	2	2
21	0,6	1,8	2	2	2	3	3	3	3	3	2
22	3,8	86,7	4	7	5	17	15	19	8	18	5
23	0,0	0,0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
24	6,5	95,1	2	10	5	21	14	24	9	19	3
25	0,2	0,2	1	1	1	1	1	2	1	1	1
26	0,3	0,5	1	1	1	2	2	2	1	2	2
27	1,9	28,1	9	4	10	10	14	10	12	10	10
28	0,3	0,7	1	1	1	2	2	2	2	2	2
29	3,7	10,8	1	7	3	9	5	10	4	6	3
30	37,0	2831,3	32	46	36	112	87	128	58	72	34
31	1,0	8,8	5	3	6	6	8	6	7	6	6
32	0,8	2,9	6	2	6	4	7	4	8	3	7
33	0,4	1,7	1	1	1	3	3	3	2	3	2
34	0,2	0,5	1	1	1	2	2	2	1	2	2
35	0,8	2,7	1	2	1	4	3	4	2	4	3
36	0,2	0,5	216	1	216	2	217	2	216	2	216
37	1,6	5,4	2	4	3	6	4	5	4	4	4
38	75,2	59024,7	159	89	167	417	406	406	382	388	160
39	0,0	0,0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
40	0,7	1,9	2	2	2	3	3	3	3	3	4
41	2,8	12,7	6	6	8	8	9	8	9	7	8
42	0,2	0,2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
43	0,9	3,0	2	3	3	4	4	4	3	4	3
44	6,9	115,6	33	11	34	23	41	26	42	18	34
45	0,3	0,3	1	1	1	1	1	2	1	2	1
46	0,2	0,7	1	1	1	2	2	2	2	2	2
47	2,7	20,1	2	6	3	9	7	10	5	7	4
48	5,7	242,7	18	9	19	28	32	29	26	28	18
49	0,5	1,3	1	2	1	3	2	3	2	3	2
50	9,2	177,2	10	15	12	30	23	32	25	31	11
51	16,3	463,5	6	23	8	47	32	52	20	45	7
52	2,0	7,7	1	4	2	6	4	7	3	4	3
53	0,1	0,4	2	1	2	1	2	1	2	1	2
54	0,1	0,2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
55	0,2	0,2	1	1	1	1	1	2	1	1	1
56	0,4	1,4	2	1	2	3	3	3	2	3	2
57	9,2	139,7	8	14	9	26	20	29	14	17	9
58	1,1	2,4	2	3	2	4	3	4	3	3	2
59	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
60	0,4	0,5	1	1	1	2	2	2	1	2	1
61	0,4	0,4	1	1	1	2	1	2	1	2	1
62	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
63	8,0	108,0	1	12	5	23	15	25	8	22	3
64	0,8	2,7	2	2	2	4	4	4	3	4	2
65	6,4	45,4	1	10	4	16	10	18	6	14	3
66	0,8	3,8	2	2	2	4	4	5	3	4	3
67	1,6	7,3	2	4	3	6	5	7	4	5	4
68	0,2	0,4	1	1	1	1	2	2	2	2	2
69	1,0	3,0	1	3	2	4	3	5	2	3	2
70	2433,2	8541240,1	2846	2521	2913	6993	5584	7681	6008	7310	2847
71	4,5	47,5	1	8	3	15	10	17	7	13	3
72	2,9	14,1	2	6	3	9	6	10	5	7	4

73	4,2	23,8	1	8	3	12	8	13	6	11	3
74	0,8	1,6	1	2	1	3	2	3	2	3	1
75	3,5	66,9	5	6	5	15	13	17	8	16	5
76	3,0	18,9	3	6	4	10	8	10	6	7	5
77	48,8	6557,8	27	60	35	163	121	183	83	158	28
78	42,9	6187,4	15	53	21	154	113	172	64	158	16
79	0,5	4,5	3	2	3	4	5	4	4	4	3
80	3,6	48,3	5	7	6	14	12	15	10	11	6
81	0,9	1,9	1	3	2	3	3	4	2	4	2
82	0,3	0,7	1	1	1	2	2	2	1	2	1
83	0,6	2,7	2	2	2	4	3	3	3	4	3
84	2,7	21,5	2	5	3	10	7	11	4	10	3
85	0,3	0,6	1	1	1	2	2	2	1	2	1
86	1,6	7,1	2	4	3	6	5	6	4	3	4
87	1,2	4,9	1	3	2	5	4	5	3	4	2
88	0,4	1,0	1	1	2	3	2	3	2	2	2
89	0,0	0,0	2	1	2	1	2	1	2	1	2
90	0,2	0,4	1	1	2	1	2	2	2	1	2
91	1,8	8,4	1	4	2	6	5	7	3	6	3
92	6,9	111,3	8	11	9	22	18	25	14	16	9
93	3,3	33,6	5	6	6	12	11	13	9	9	6
94	0,7	1,7	1	2	2	3	3	3	3	2	2
95	0,4	1,0	1	1	1	3	2	2	2	2	2
96	0,4	0,9	1	1	1	2	2	2	2	2	2
97	1,0	4,4	1	3	1	4	4	4	2	4	2
98	1,3	9,1	1	3	2	6	5	6	3	4	2
99	108,3	12034,1	29	126	38	263	161	293	102	280	30
100	129,8	23734,5	28	148	41	347	222	391	120	369	29
101	0,5	1,4	1	2	1	3	2	3	2	3	1
102	0,3	0,7	1	1	1	2	2	2	1	2	1
103	2,9	12,7	1	5	2	8	6	9	3	8	3
104	0,3	0,3	1	1	1	1	2	2	1	1	1
105	0,5	1,1	1	2	2	3	2	3	2	2	2
106	0,5	1,7	1	2	2	3	3	3	2	3	2
107	1,0	3,4	5	3	5	4	7	4	5	4	5
108	5,7	87,4	9	10	10	20	18	21	18	19	10
109	2,2	12,0	4	4	4	8	7	9	6	8	5
110	0,9	2,3	1	3	2	4	3	3	2	4	3
111	0,4	1,7	2	1	2	3	3	3	2	3	2
112	0,4	0,6	1	1	1	2	2	2	1	2	1
113	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
114	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
115	0,7	1,7	1	2	2	3	3	4	3	3	3
116	10,9	173,7	8	16	10	30	22	34	19	30	9
117	1,7	7,4	4	4	4	6	6	6	5	6	4
118	3,5	22,5	5	6	6	11	9	11	7	11	6
119	2,6	10,6	4	5	4	8	7	8	5	8	5
120	2,5	10,2	3	5	4	8	6	8	5	7	5
121	2,6	15,2	2	5	3	9	6	10	5	8	5
122	4,1	49,1	2	7	3	15	11	16	6	10	4
123	0,1	0,2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
124	1,2	3,1	2	3	2	4	3	5	3	4	3
125	22,1	2082,1	64	29	66	87	104	95	99	64	65
126	0,3	1,1	2	1	2	3	3	2	2	2	2
127	0,9	3,7	1	3	1	4	3	4	2	4	2
128	6371,2	35651049,7	4534	6527	4609	16462	10418	17922	11106	17882	4535
129	6,3	130,6	13	10	14	23	23	26	21	15	14
130	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
131	1,0	2,3	2	3	2	4	3	4	2	4	3
132	2,4	22,1	7	5	8	10	12	10	9	10	8

133	0,2	0,2	1	1	1	1	1	2	1	1	1
134	0,5	1,1	2	2	2	3	3	2	3	2	3
135	0,4	0,8	1	1	1	2	2	2	2	2	1
136	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
137	3,2	11,8	2	6	3	9	6	10	5	6	4
138	2,9	47,1	9	5	10	13	15	14	12	13	10
139	4,9	101,2	10	8	10	20	19	22	13	20	10
140	0,4	2,1	2	1	2	3	3	3	3	3	2
141	0,6	1,2	1	2	1	3	2	3	2	2	1
142	3,9	34,5	2	7	3	13	9	15	5	13	3
143	0,3	0,6	1	1	1	2	2	2	1	2	1
144	0,2	0,3	1	1	1	1	1	2	1	1	1
145	3,6	21,6	3	7	4	11	8	12	7	10	4
146	0,1	0,2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
147	0,5	1,1	1	2	1	3	2	2	1	2	1
148	0,7	3,4	2	2	2	4	4	4	3	4	3
149	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
150	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
151	0,0	0,0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
152	0,3	0,8	1	1	1	2	2	2	2	2	2
153	1,0	2,2	1	3	1	4	3	4	2	3	2
154	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
155	0,7	2,3	1	2	2	3	3	3	2	3	2
156	0,1	0,4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
157	0,2	0,2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
158	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
159	1,2	2,8	1	3	1	4	3	4	2	3	2
160	2,5	14,9	2	5	3	8	6	10	4	5	2
161	0,8	3,2	2	3	3	4	4	4	4	3	4
162	2,7	30,8	4	5	5	11	10	12	8	11	6
163	0,8	2,6	3	2	3	4	4	4	4	4	3
164	0,4	1,3	2	1	2	3	3	3	3	3	3
165	0,6	1,5	1	2	2	3	3	3	2	2	2
166	1,6	4,2	1	4	2	5	4	6	2	4	2
167	1,4	3,8	1	3	2	5	3	6	2	4	2
168	1,2	3,2	1	3	2	4	3	5	3	4	3
169	1,3	3,4	2	3	2	4	3	5	3	4	2
170	0,3	0,6	2	1	2	2	3	2	3	2	3
171	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
172	0,3	0,5	1	1	1	2	2	2	1	2	1
173	0,5	0,7	1	2	1	2	2	2	1	2	1
174	0,6	1,5	1	2	2	3	3	4	2	3	2
175	0,5	1,0	1	2	1	3	2	2	2	2	2
176	0,4	0,9	2	1	2	2	2	2	2	2	2
177	0,7	1,4	1	2	1	3	2	3	2	3	1
178	0,2	0,2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
179	0,4	0,4	1	1	1	2	1	2	1	2	1
180	0,6	3,2	2	2	2	4	4	3	3	4	2
181	1,8	7,5	3	4	4	6	6	6	6	5	5
182	0,2	0,5	1	1	1	2	2	1	1	2	1
183	0,7	1,5	1	2	2	3	3	3	2	3	2
184	1,5	4,6	3	4	3	5	5	6	5	3	5
185	1,8	19,4	1	4	2	8	7	9	3	9	2
186	1,4	4,3	1	3	2	5	3	5	2	4	2
187	1,0	2,2	1	3	2	4	3	4	2	4	2
188	0,9	2,8	1	3	2	4	3	4	4	3	4
189	1,8	7,3	2	4	2	6	5	7	4	4	3
190	0,6	0,9	1	2	1	3	2	3	2	2	2
191	1,4	4,4	1	4	2	5	4	5	4	3	4
192	2,1	18,3	1	4	2	8	7	10	4	6	2

193	0,7	0,8	1	2	1	3	2	2	2	2	2
194	0,7	3,0	2	2	3	4	4	4	3	4	3
195	0,3	1,1	2	1	2	3	3	2	2	2	2
196	0,5	1,7	1	2	1	3	3	3	2	3	2
197	0,3	0,8	1	1	1	2	2	2	1	2	1
198	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
199	3,9	25,6	3	7	4	12	8	14	6	10	5
200	0,0	0,0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
201	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
202	0,0	0,0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
203	0,3	0,4	1	1	1	2	1	2	1	2	1
204	0,1	0,2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
205	0,2	0,3	1	1	1	1	1	2	1	1	1
206	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
207	0,1	0,2	1	1	1	1	1	1	1	1	2
208	0,2	0,2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
209	1,2	2,8	1	3	1	4	3	4	2	4	3
210	0,9	2,2	1	3	1	3	3	3	2	4	2
211	0,9	4,6	3	3	3	4	5	5	5	4	5
212	0,7	3,7	3	2	4	4	5	4	5	2	4
213	0,7	2,5	3	2	3	4	4	4	4	2	4
214	2,0	10,1	6	5	7	7	9	8	10	7	8
215	0,2	0,5	1	1	1	2	2	2	1	2	1
216	2,5	10,9	1	5	2	8	5	8	4	5	3
217	3,7	28,7	1	7	2	12	8	13	4	8	2
218	0,0	0,0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
219	4,4	25,4	1	8	3	12	8	14	4	9	2
220	0,6	1,9	2	2	2	3	3	3	3	3	2
221	0,8	2,0	1	2	1	3	3	4	2	3	2
222	0,9	6,7	1	3	2	5	4	5	2	5	2
223	3,8	24,5	2	7	3	11	8	12	5	8	5
224	0,2	0,6	1	1	1	2	2	2	2	2	2
225	0,5	1,0	1	2	1	3	2	3	2	2	2
226	0,6	1,3	1	2	1	3	2	2	2	2	1
227	0,6	0,8	1	2	1	2	2	2	1	2	2
228	7,5	59,6	4	11	6	19	12	21	9	17	5
229	0,8	1,7	1	3	2	3	3	3	2	2	2
230	16,5	349,3	23	24	25	47	39	51	42	47	24
231	0,5	1,2	1	2	1	3	2	3	2	2	2
232	0,6	1,0	1	2	1	3	2	3	1	2	1
233	0,2	0,3	1	1	1	1	2	2	1	1	2
234	2,2	11,2	2	4	2	8	6	8	3	7	3
235	15,6	438,5	3	22	5	46	30	51	16	47	4
236	1,9	15,4	1	4	2	8	6	8	5	6	3
237	13,9	3931,3	88	19	90	103	143	86	130	56	89
238	6,4	459,2	24	10	25	37	44	36	33	37	24
239	0,7	2,1	1	2	1	3	3	4	2	3	2
240	0,2	0,3	1	1	1	1	1	1	1	1	2
241	9,2	1434,1	71	14	72	63	103	56	96	28	73
242	2,5	47,1	9	5	10	13	15	13	14	11	12
243	1,2	7,6	1	3	2	5	5	6	3	4	2
244	9,7	96,6	16	14	18	24	25	27	22	16	18
245	16,3	718,2	11	23	15	54	41	61	29	48	13
246	8,8	110,5	9	13	11	24	19	28	16	18	11
247	2,5	9,0	3	5	4	7	6	9	5	7	5
248	0,5	1,8	2	2	2	3	3	3	3	2	3
249	0,0	0,0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
250	3,0	19,6	2	6	3	10	7	12	6	9	3
251	0,4	0,9	1	1	1	2	2	2	1	2	1
252	8,0	485,8	12	12	14	39	35	41	30	34	13

253	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
254	16,2	337,8	12	23	16	43	31	48	28	44	13
255	12,3	224,1	12	18	14	34	26	38	20	27	13
256	13,5	1106,2	74	19	76	61	101	64	94	61	74
257	896,5	1036039,0	993	953	1009	2597	1946	2841	2165	2747	994
258	105,1	45509,7	249	124	259	446	442	467	544	460	250
259	165,0	43610,0	192	188	199	491	390	538	427	518	193
260	154,4	57513,6	268	176	283	519	487	565	535	521	269
261	878,7	1004204,4	1251	929	1281	2415	2146	2660	2224	2406	1252
262	4,6	23,2	6	8	7	13	10	15	11	14	7
263	457,9	973162,5	57	511	88	1965	1398	2015	1741	3178	58
264	53,1	46803,0	439	64	444	358	618	315	577	135	441
265	2958,4	16672113,9	2913	3058	2968	9260	6989	10051	7798	10109	2914
266	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
267	0,2	0,2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
268	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
269	8,8	487,1	10	13	13	40	35	43	26	32	12
270	2779,8	17804264,6	2476	2875	2522	9064	6861	9862	7401	10057	2477
271	572,1	2051855,7	926	608	946	2587	2386	2728	1867	1851	928
272	3,0	46,5	7	6	8	13	14	14	14	11	8
273	26,3	1276,6	19	35	22	77	57	88	43	70	20
274	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
275	0,5	1,2	1	2	1	3	2	2	2	3	2
276	1,4	10,1	2	4	3	7	6	7	6	6	4
277	0,9	3,4	3	3	3	4	5	4	5	3	5
278	0,4	1,0	1	1	2	3	2	2	2	2	2
279	0,5	1,0	1	2	1	3	2	2	2	2	2
280	2,1	9,1	2	5	3	7	5	7	5	6	5
281	0,1	0,3	1	1	1	1	2	1	2	1	2
282	2,6	29,4	2	6	3	11	8	12	6	7	3
283	328,9	1598808,5	75	370	114	2108	1792	1905	1682	3491	75
284	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
285	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
286	0,5	1,2	1	2	1	3	2	2	2	3	2
287	0,5	1,4	1	2	1	3	2	3	2	3	2
288	21,5	903,0	53	29	57	67	79	74	82	61	54
289	4,4	58,1	16	8	17	16	22	17	22	12	18
290	0,5	1,4	2	2	2	3	3	3	3	3	3
291	0,4	1,2	1	1	1	3	2	3	2	2	2
292	0,2	0,5	1	1	2	2	2	2	2	2	2
293	0,2	0,2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
294	11,2	350,4	9	17	11	38	29	42	23	36	10
295	3,1	18,8	1	6	2	10	7	11	4	10	3
296	0,2	0,4	1	1	1	2	2	2	1	2	2
297	120,7	72474,0	658	137	665	502	876	542	880	352	660
298	152,5	58636,6	544	172	555	512	741	568	774	450	545
299	0,4	1,4	1	1	1	3	2	3	1	3	1
300	0,6	1,0	1	2	1	3	2	3	1	2	1
301	0,2	0,4	190	1	190	1	191	1	190	2	190
302	0,2	0,5	202	1	202	2	202	2	202	2	202
303	0,7	2,1	3	2	3	3	4	4	4	3	4
304	2,1	5,2	1	4	2	6	4	5	2	5	2
305	5,5	56,9	2	10	3	17	11	18	8	17	3
306	5,1	40,2	2	9	4	15	10	16	8	15	3
307	2,2	69,1	8	4	9	14	16	14	13	14	10
308	0,5	1,7	1	2	1	3	2	3	2	2	2
309	0,4	0,9	1	1	1	2	2	2	2	2	2
310	3,2	14,1	2	6	3	9	6	9	5	7	4
311	4,4	25,5	3	8	4	12	8	14	5	9	4
312	0,5	1,6	1	2	2	3	3	3	2	3	2

313	0,5	1,2	1	2	1	3	2	3	2	3	2
314	19,1	4017,0	93	26	97	109	148	105	142	71	94
315	0,2	0,3	1	1	1	1	2	2	2	1	2
316	0,2	0,5	1	1	1	2	2	2	1	2	1
317	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
318	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
319	0,9	4,0	1	3	1	4	3	5	2	3	2
320	0,7	1,7	1	2	1	3	2	4	2	3	2
321	1,5	6,1	2	4	2	6	4	6	3	4	2
322	0,5	1,1	1	2	1	3	2	2	2	2	2
323	2,0	15,1	5	4	6	8	9	9	7	8	6
324	0,2	0,2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
325	1,3	4,2	2	3	2	5	4	5	3	5	4
326	0,3	0,6	1	1	1	2	2	2	1	2	1
327	9,2	187,7	11	14	13	29	25	32	19	16	13
328	0,6	1,7	1	2	1	3	3	3	2	3	2
329	0,9	2,3	1	3	2	4	3	4	2	4	2
330	0,1	0,2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
331	1,3	3,2	1	3	2	4	3	4	2	3	2
332	1,1	4,2	2	3	2	4	4	5	3	4	3
333	0,7	1,6	1	2	2	3	3	3	2	3	3
334	4,0	65,1	5	7	6	16	13	18	9	9	5
335	4,4	46,2	5	7	6	15	12	17	9	7	7
336	0,7	2,5	2	2	2	4	3	4	3	4	3
337	0,7	5,6	2	2	2	5	4	4	3	5	3
338	0,4	0,7	1	1	1	2	2	3	1	2	1

Tabela 9-1 – Parâmetros da distribuição LTD e de estoque por item