

Cristiane Silva Corrêa

**Tamanho populacional e aleatoriedade de  
eventos demográficos na solvência de  
RPPS municipais capitalizados**

Belo Horizonte, MG  
UFMG/Cedeplar  
2014

Cristiane Silva Corrêa

# **Tamanho populacional e aleatoriedade de eventos demográficos na solvência de RPPS municipais capitalizados**

Tese apresentada ao curso de Doutorado em Demografia do Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do Título de Doutor em Demografia.

Orientador: Prof. Bernardo Lanza Queiroz

Co-orientador: Prof. Aloísio Joaquim Freitas Ribeiro

Belo Horizonte, MG  
Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional  
Faculdade de Ciências Econômicas - UFMG  
2014

## Folha de Aprovação

*“Uma incerteza mensurável é tão diferente de uma imensurável que, na verdade, não chega a ser uma incerteza” (Frank Knight, 1921).*

*“Pois o Senhor conhece tudo o que se pode saber. Ele vê os sinais dos tempos futuros, anuncia o passado e o porvir, descobre os vestígios das coisas ocultas”.  
(Eclesiástico 42,19)*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, acima de tudo e de todos, agradeço a Deus. Eu seria incapaz de enumerar todas as graças que recebi de Deus nesse tempo a que me dediquei ao doutorado, já que tudo o que acontece só acontece por sua permissão e benção, tudo o que não acontece devo à sua proteção, e todas as pessoas que passaram pelo meu caminho nesse período só o fizeram e o fizeram da forma como fizeram graças à benção e ao olhar cuidadoso de Deus. Foi Ele o responsável por colocar as pessoas certas na minha vida, nos tempos determinados e nas situações mais variadas, de forma que toda minha trajetória não pudesse fazer nada mais que glorificá-lo. A Ele toda glória, honra e realeza! E, também, minha eterna gratidão!

Agradeço ainda a todos que se permitiram serem instrumentos de Deus na minha vida e que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento desta tese ou para o meu desenvolvimento neste período.

Ao meu orientador, Bernardo Lanza, que está comigo desde a monografia. Nestes 8 anos que trabalhamos juntos pude aprender com o mais íntegro, competente e responsável profissional com quem eu poderia desejar estar. Apesar de sua excelentíssima performance profissional, nunca, em um só momento, me tratou com superioridade ou arrogância. Ao contrário, sempre me mostrou minha igualdade e valorizou minhas capacidades e, sempre que possível e muito mais do que eu esperava, abriu portas para que eu pudesse avançar sempre mais.

Ao meu co-orientador, Aloísio, por toda atenção e pelas horas e horas dedicadas a cada linha dos meus problemas, e também pelas conversas gostosas em momentos de desespero.

À Moema, minha orientadora nos primeiros anos do doutorado, que mesmo depois de aposentada contribuiu com a tese participando de minha qualificação e defesa, por me corrigir de forma tão doce, embora determinada e coerente. E também pelos passeios e jantares após os congressos nos mais diferentes lugares.

Aos demais membros da banca de qualificação e de defesa de tese, Adrian Pablo Hinojosa Luna, Ricardo Pena Pinheiro, Luís Eduardo Afonso e Simone Wajnman, pela leitura atenta, pelo tempo dedicado e pelas discussões e sugestões que tanto enriqueceram este trabalho.

Aos colegas do Departamento de Estatística e do Departamento de Demografia e Ciências Atuariais da UFRN, por organizar minhas disciplinas de forma a me ajudar com o desenvolvimento de minha tese, por me permitirem me afastar nesses últimos dois anos para a conclusão do trabalho, e por todo apoio que me deram. Também aos alunos e professores do Projeto RPPS, com os quais tanto aprendi e cresci, e que despertaram em mim o interesse pela relação entre tamanho e solvência dos RPPS municipais. Ao atuário André Sablewski, por me ajudar a entender o “mundo” dos RPPS e pelas incansáveis conversas por facebook.

Aos professores e colegas de turma do Cedeplar, particularmente à Carolina Posso, Marcela Ramirez e Luiz Bertolucci, por compartilharem comigo almoços, cafés, teses, caminhadas e momentos bons e difíceis. Também às colegas de Cedeplar e de DDCA, Luana Mirrha e Luciana Lima, que compartilham comigo os desafios diários da mudança de ares e de realidades.

Aos amigos que fiz em Natal, Jacquilene e Andersom, Afonso Almeida, Vicente e Juliana, Crislane Souza e Juliana Cerqueira, Aline Paixão, e tantos outros que encheram minha vida de carinho e festa nessa cidade paradisíaca. Também aos amigos belo-horizontinos de coração, Diogo, Arlete, e todos do Ministério Universidades Renovadas, em particular do GPP-BH. Vocês são e sempre serão minha família. Obrigada por me ensinarem a amar!

À minha mãe e ao meu pai, aos meus irmãos, e a todos meus familiares que, foram sempre compreensíveis e amáveis, me dando carinho e alegria a cada momento compartilhado ou não compartilhado, pois a certeza de ter vocês em minha vida me deu forças durante minha caminhada. Agradeço ainda à Francislene Silva, à Francisca e ao Pedro por me acolherem em sua casa, cuidarem de mim e se fazerem sempre presentes.

Ao Gober Maurício, que passou a fazer parte da minha vida e se tornou meu companheiro de todas as horas, por fazer o desafio da escrita da tese mais ameno, compartilhando comigo horas de estudo e de lazer com muito amor e dedicação.

Por fim, ao CNPq, por ter possibilitado e financiado esta pesquisa.

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1
2. REVISÃO DA LITERATURA.....	10
2.1. Os regimes previdenciários brasileiros.....	10
2.2. Reformas na previdência dos servidores públicos.....	25
2.3. Premissas atuariais e modelos de análise de risco.....	36
3. DADOS E MÉTODOS.....	55
3.1. População de servidores municipais.....	56
3.1.1. Perfil dos trabalhadores brasileiros.....	58
3.1.2. Sexo e idade atual dos servidores.....	61
3.1.3. Idade de início de contribuição.....	63
3.1.4. Remuneração.....	69
3.1.5. Populações de reposição.....	71
3.1.6. Populações geradas.....	73
3.2. Premissas para as simulações.....	76
3.2.1. Decrementos.....	80
3.2.2. Dependentes.....	99
3.2.3. Premissas econômicas.....	113
3.3. O modelo de simulação.....	116
3.3.1. Mudança de estado.....	122
3.3.2. Pagamentos.....	143
4. RESULTADOS.....	170
4.1. A análise da solvência no tempo.....	171
4.1.1. Variabilidade das alíquotas de contribuição.....	171
4.1.2. Variabilidade da Diferença.....	173
4.1.3. Medidas de solvência.....	178
4.1.4. Tempo até o primeiro déficit.....	180
4.1.5. Alíquota de risco demográfico.....	182
4.2. Implicações de alterações das funções demográficas na solvência do RPPS 185	
4.2.1. Alíquota de contribuição.....	191
4.2.2. Desvio padrão da Diferença por servidor em relação a padrão.....	193



4.2.3	Tempo até o déficit .....	196
4.2.4	CVaR da Diferença por servidor em relação à padrão .....	201
4.2.5	Alíquota de risco demográfico para a Diferença .....	204
4.2.6	Resumindo.....	206
4.3.	Risco de aleatoriedade e risco sistêmico nos RPPS frente a alterações das funções demográficas .....	208
4.3.1	Tempo até o déficit .....	209
4.3.2	CVaR da Diferença por servidor em relação à padrão .....	212
4.3.3	Alíquota de risco demográfico da Diferença por servidor .....	214
4.3.4	Resumindo.....	216
5.	CONCLUSÃO .....	219
	REFERÊNCIAS.....	227
	ANEXOS .....	247

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – Principais diferenças entre os benefícios do RPPS e do RGPS....	17
QUADRO 2 – Benefícios oferecidos pelos RPPS, critérios de elegibilidade e valor de cada um deles, segundo a Constituição Federal de 1988.....	18
QUADRO 3 – Possibilidade de utilização dos regimes financeiros no RGPS, nos RPPS e nas EFPC .....	33
QUADRO 4 – Efeito do erro de estimação da premissa atuarial sobre o resultado atuarial. ....	40
QUADRO 5 – Formas de entrada e saída da população de ativos e da população de beneficiários dos RPPS.....	77
QUADRO 6 – Critérios de elegibilidade à aposentadoria pela Constituição de 1988 e critérios utilizados no processo de simulação. ....	82
QUADRO 7 – Valor do benefício pelo RPPS e pelo RGPS por tipo de benefício .....	146
QUADRO 8 – Função padrão e alternativa da premissa demográfica adotada nas simulações para RPPS municipais.....	186

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Diferenças entre o RGPS e RPPS e entre RPPS da União e dos estados e municípios.....	14
TABELA 2 – Alíquotas de contribuição de servidores ativos, inativos e pensionistas, da união e dos estados, para o financiamento de benefícios previdenciários, 2009 .....	15
TABELA 3 – Número de contribuintes e de beneficiários por regime previdenciário, Brasil, 2012. ....	19
TABELA 4 – Déficit Previdenciário dos RPPS da União, dos Estados e dos Municípios e do RGPS em % do PIB .....	20
TABELA 5 - População dos RPPS por tipo de ente federativo, Brasil, 2012.....	22
TABELA 6 - Número de servidores, de municípios e número médio de servidores por município por Regime Previdenciário, Brasil, 2012.....	23
TABELA 7 – Distribuição dos trabalhadores empregados urbanos por idade e setor de atividade, Brasil, 2011. ....	59
TABELA 8 – Distribuição dos trabalhadores empregados urbanos por remuneração e setor de atividade, Brasil, 2011. ....	60
TABELA 9– Modelos lineares para o percentual de servidores municipais a cada idade por sexo do servidor, Brasil, 2011. ....	61
TABELA 10 – Modelo linear para a idade média de entrada no serviço público..	67
TABELA 11 – Modelo para o logaritmo natural da remuneração do servidor municipal, Brasil, 2011. ....	70
TABELA 12 – Percentual de servidores que têm ou não filhos e cônjuges, Brasil, 2011. ....	102
TABELA 13 – Modelo para a idade do cônjuge, Brasil, 2011.....	108
TABELA 14 – Modelo logístico para a probabilidade ter filho por idade e sexo do servidor, Brasil, 2011.....	111
TABELA 15 – Modelo Linear para a idade do filho mais novo em relação ao sexo e idade do servidor.....	112
TABELA 16 – Alíquota de contribuição por modelo para RPPS municipais para população fechada e aberta.....	192

TABELA 17 – Desvio padrão da Diferença por servidor do modelo para RPPS municipais sobre desvio padrão do modelo padrão, população fechada.....	194
TABELA 18 – Desvio padrão da Diferença por servidor do modelo para RPPS municipais sobre desvio padrão do modelo padrão, população aberta.....	195
TABELA 19 – Tempo médio até primeiro déficit atuarial da Diferença por servidor nos RPPS municipais, população fechada.....	198
TABELA 20 – Tempo médio até primeiro déficit atuarial da Diferença por servidor nos RPPS municipais, população aberta .....	199
TABELA 21 – Tempo até o primeiro déficit financeiro do Fundo nos RPPS municipais, população fechada .....	200
TABELA 22 – Tempo até o primeiro déficit financeiro do Fundo nos RPPS municipais, população aberta.....	200
TABELA 23 – CVaR nos RPPS municipais em relação ao CVaR padrão, população fechada .....	202
TABELA 24 – CVaR nos RPPS municipais em relação ao CVaR padrão, população aberta.....	204
TABELA 25 – Alíquota de risco demográfico para RPPS municipais, população fechada .....	205
TABELA 26 – Alíquota de risco demográfico para RPPS municipais, população aberta.....	206
TABELA 27 – Sentido do desvio padrão, do tempo até o déficit atuarial, do CVaR e da alíquota de risco demográfico em relação ao modelo padrão para RPPS municipais quando a alíquota de contribuição considera a mudança da premissa demográfica no novo modelo .....	207
TABELA 28 – Tempo médio até primeiro déficit atuarial da Diferença por servidor nos RPPS municipais, população fechada.....	210
TABELA 29 – Tempo médio até primeiro déficit atuarial da Diferença por servidor nos RPPS municipais, população aberta .....	210
TABELA 30 – CVaR nos RPPS municipais em relação ao CVaR padrão, população fechada .....	213
TABELA 31 – CVaR nos RPPS municipais em relação ao CVaR padrão, população aberta.....	214
TABELA 32 – Alíquota de risco demográfico para RPPS municipais, população fechada .....	215

TABELA 33 – Alíquota de risco demográfico para RPPS municipais, população aberta .....	215
TABELA 34 – Sentido do desvio padrão, do tempo até o déficit atuarial, do CVaR e da alíquota de risco demográfico em relação ao modelo padrão nos RPPS municipais quando a alíquota de contribuição desconsidera a mudança da premissa demográfica no novo modelo.....	216

## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 – Déficit previdenciário por segurado no RPPS e no RGPS de 2006 a 2011. ....	21
GRÁFICO 2 - Servidores ativos dos RPPS por tipo de ente federativo, Brasil, 2012. ....	22
GRÁFICO 3 – Grupo etário em que o servidor ingressou no serviço público municipal, por grupo etário do servidor, Brasil, 2011. ....	65
GRÁFICO 4 – Relação entre idade de entrada no serviço público e idade e sexo do servidor.....	67
GRÁFICO 5 – Desvio padrão da idade de entrada no serviço público municipal por idade e sexo do servidor. ....	68
GRÁFICO 6 – Grupo de remuneração por grupo de idade e sexo dos servidores, Brasil, 2011. ....	70
GRÁFICO 7 - Logaritmo natural da probabilidade de saída por invalidez a cada idade pelas tábuas Gomes 2008 F, Borges 2009 EM feminino, Álvaro Vindas e IAPB 57 fraca. ....	89
GRÁFICO 8 - Logaritmo natural da probabilidade de morte a cada idade, IBGE 2010 Feminina e Masculina, Japão 2009 Feminina, e AT 2000 Feminina. ....	94
GRÁFICO 9 – Logaritmo natural da probabilidade de morte de inválidos pelas tábuas IAPC, Borges 2009 feminina nível médio e da probabilidade de morte pela tábua IBGE 2010 ambos os sexos. ....	97
GRÁFICO 10 – Percentual de servidores sem cônjuge com filho menor de 21 anos por idade e sexo do servidor, Brasil, 2011. ....	105
GRÁFICO 11 – Percentual de pessoas com cônjuge por idade e sexo, servidores e população total, Brasil, 2011. ....	106
GRÁFICO 12 – Idade do cônjuge por idade e sexo do indivíduo, valores observados e valores ajustados, toda a população, Brasil, 2011.....	109
GRÁFICO 13 – Percentual de servidores com filho menor de 21 anos por idade e sexo do servidor, Brasil, 2011. ....	110
GRÁFICO 14 – Idade média do filho residente mais novo por sexo e idade do servidor municipal, valores observados e ajustados, Brasil, 2011. ....	112

GRÁFICO 15 – Idade mínima de aposentadoria por idade de entrada no serviço público, 1 simulação, 250 servidores iniciais, população fechada.....	123
GRÁFICO 16 – Tempo até a morte ou invalidez por idade do servidor, 1 simulação, 250 servidores iniciais, população fechada.....	125
GRÁFICO 17 - Causa da saída do estado de ativo por sexo, 1 simulação, 250 servidores iniciais, população fechada.....	127
GRÁFICO 18 - Causa da saída do estado de ativo por idade, 1 simulação, 250 servidores iniciais, população fechada.....	127
GRÁFICO 19 – Motivo do benefício após primeira mudança de estado, 1 simulação, 250 servidores iniciais, população fechada.....	129
GRÁFICO 20 – Duração do benefício por idade e sexo do primeiro beneficiário, 1 simulação, 250 servidores iniciais, população fechada.....	130
GRÁFICO 21 – Idade inicial do segundo beneficiário, 1 simulação, 250 servidores iniciais. ....	131
GRÁFICO 22 – Percentual de servidores por estado no decorrer de 75 anos de simulação, 1 simulação, 250 servidores, população fechada. ....	133
GRÁFICO 23 – Percentual de servidores por estado no decorrer de 75 anos, 1 simulação, 250 servidores, população aberta. ....	135
GRÁFICO 24 – Número médio de ativos, inválidos, aposentados, filhos beneficiários, cônjuges beneficiários e servidores mortos sem dependentes por 75 anos, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada. ....	136
GRÁFICO 25 – Número médio de ativos, inválidos, aposentados, filhos beneficiários, cônjuges beneficiários e servidores mortos sem dependentes por 75 anos, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população aberta.....	138
GRÁFICO 26 – Desvio padrão do número de ativos, inválidos, aposentados, filhos beneficiários, cônjuges beneficiários e servidores mortos sem dependentes em relação ao número médio de servidores nesses estados por 75 anos, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada.....	139
GRÁFICO 27 – Desvio padrão do número de ativos, inválidos, aposentados, filhos beneficiários, cônjuges beneficiários e servidores mortos sem dependentes em relação ao número médio de servidores nesses estados por 75 anos, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população aberta.....	141
GRÁFICO 28 – Distribuição do tempo médio em anos por rodada de recebimento de contribuições, pagamento de benefícios aos servidores e pagamento de	

benefícios aos dependentes, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada. ....	143
GRÁFICO 29 – Valor anual do salário de contribuição total no decorrer de 75 anos, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada. ....	155
GRÁFICO 30 - Alíquotas de contribuição estimadas, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada.....	158
GRÁFICO 31 – Valor do Fundo calculado com rentabilidade de 6% ao ano, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada. ....	160
GRÁFICO 32 – Valor do Fundo calculado com rentabilidade de 0% ao ano, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada. ....	161
GRÁFICO 33 – Reserva no tempo, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada.....	164
GRÁFICO 34 – Diferença no tempo, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada. ....	165
GRÁFICO 35 - Valor do Fundo calculado com a rentabilidade, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população aberta. ....	166
GRÁFICO 36 – Reserva no tempo, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população aberta.....	167
GRÁFICO 37 – Saldo no tempo, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população aberta.....	168
GRÁFICO 38 – Logaritmo da probabilidade de saída por cada causa e por todas as causas por idade na tabela de múltiplos decrementos, probabilidade de invalidez pela Álvaro Vindas e de mortalidade pela tábua Japão 2009 F. ....	187



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Organograma da Previdência Social no Brasil. ....	11
FIGURA 2 – Valor Presente Atuarial dos Benefícios e das Contribuições Futuros. .....	37
FIGURA 3 – Distribuição dos trabalhadores empregados urbanos por sexo e setor de atividade, Brasil, 2011. ....	59
FIGURA 4– Valores ajustados e observados do percentual de servidores municipais a cada idade, homens e mulheres, Brasil, 2011.....	62
FIGURA 5 – Distribuição da idade de entrada no serviço público municipal, valores observados e ajustados, homens e mulheres, Brasil, 2011.....	73
FIGURA 6 – Pirâmide etária das populações iniciais por tamanho populacional.	74
FIGURA 7 – Idade de entrada por sexo do servidor por tamanho populacional ..	75
FIGURA 8 – Diagrama de caixa da renda dos servidores das populações iniciais por sexo e tamanho populacional.....	76
FIGURA 9 – Premissas atuariais do modelo .....	79
FIGURA 10 – Logaritmo da probabilidade de saída por cada causa e por todas as causas por idade na tabela de múltiplos decrementos, homens e mulheres. ....	99
FIGURA 11 – Possibilidades de mudança de estado do servidor público municipal em planos previdenciários.....	117
FIGURA 12 – Fluxograma da mudança de estado do servidor público municipal .....	119
FIGURA 13 – Benefícios anuais devidos aos servidores, benefícios a que os servidores teriam direito pelas regras do RGPS, compensação financeira do RGPS para o RPPS e valores de benefícios pagos pelo RPPS no tempo, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada. ....	152
FIGURA 14 – Distribuição das alíquotas de contribuição para populações de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais, 1.000 simulações. ....	172
FIGURA 15 – Diferença e Diferença por servidor inicial no tempo para populações de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais, 1.000 simulações, população fechada. ....	174

FIGURA 16 – Desvio padrão da Diferença por servidor inicial para populações de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais, 1.000 simulações, população fechada. ....	177
FIGURA 17 – VaR da Diferença por servidor no tempo para populações de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais, 1.000 simulações, população fechada e aberta. ....	179
FIGURA 18 – CVaR da Diferença por servidor no tempo para populações de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais, 1.000 simulações, população fechada e aberta. ....	180
FIGURA 19 – Distribuição do tempo até o déficit da Diferença para populações de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais, 1.000 simulações, população fechada e aberta. ....	181
FIGURA 20 – Alíquota de risco demográfico para populações de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais, 1.000 simulações, população fechada e aberta. ....	184
FIGURA 21 – Logaritmo da probabilidade de saída por cada causa e por todas as causas por idade na tabela de múltiplos decrementos, probabilidade de invalidez pela Borges 2008 EM F e mortalidade pela IBGE 2010 F e IBGE 2010 M, Homens e Mulheres.....	188
FIGURA 22 – Logaritmo da probabilidade de saída por cada causa e por todas as causas por idade na tabela de múltiplos decrementos, probabilidade de invalidez pela Gomes 2009 F e mortalidade pela IBGE 2010 F e IBGE 2010 M, Homens e Mulheres.....	189

## RESUMO

No Brasil, o desenvolvimento da previdência social resultou em regimes diferenciados para servidores públicos e para os demais trabalhadores, os Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS) e o Regime Geral de Previdência Social (RGPS), respectivamente. Dos 1.911 RPPS brasileiros em 2012, 60% desses RPPS têm menos de 500 servidores ativos. Quanto menor a população, maior a variabilidade aleatória dos eventos demográficos nela observados e mais comum é observar valores de eventos mais distantes do valor esperado. Mesmo assim, o tamanho da população e a variabilidade dos eventos demográficos causadores de benefícios previdenciários não são considerados no cálculo do custeio dos planos.

Diante disso, o objetivo deste trabalho é analisar como a variabilidade de eventos demográficos de mortalidade, nupcialidade, invalidez, e fecundidade afetam a solvência de RPPS municipais. Além disso, propôs-se uma alíquota de risco demográfico capaz de amortizar o déficit esperado.

Para tanto, considerou-se um modelo de microsimulações para a implementação de um novo RPPS. A cada rodada, um experimento aleatório expôs cada indivíduo aos riscos expressos pelas premissas demográficas adotadas por um período de 75 anos. As simulações foram repetidas 1.000 vezes para vários tamanhos de populações iniciais de servidores (100, 250, 500 e 1.000 servidores), e para as situações de população fechada à entrada de novos servidores, e a de população aberta, com reposição dos servidores que saíam da atividade. O mesmo procedimento foi realizado com as premissas padrão, definidas inicialmente, e com a mudança de uma dessas premissas por vez, considerando a mesma alíquota de contribuição calculada com as premissas padrão, e, também, recalculando essa alíquota na busca do equilíbrio atuarial médio para cada modelo. Com os resultados foram estimados os valores do Fundo do plano, da Reserva e da Diferença entre os dois, assim como o desvio padrão da Diferença, o CVaR e o tempo até o déficit. Por fim ainda foi proposta uma alíquota de risco demográfico capaz de amortizar o déficit esperado no decorrer do tempo.

Os resultados evidenciam a relação existente entre o aumento do tamanho populacional e a diminuição do risco de solvência, assim como a potencialização desse risco com o aumento da rentabilidade e do tempo de simulação. Além disso, encontrou-se relação entre a queda da mortalidade e a diminuição do risco de solvência quando essa queda é incorporada no cálculo da alíquota de contribuição. Da mesma forma, maiores níveis de invalidez implicam aumento da variabilidade das funções demográficas e conseqüente aumento do risco de solvência quando analisados o desvio padrão, o CVaR, o tempo até o déficit e a alíquota de risco demográfico como medidas de solvência. Já quando a mudança da função demográfica não é prevista pelo modelo, destaca-se o grande efeito do aumento da idade de aposentadoria na capacidade de pagamento dos planos. Apesar desses resultados, destaca-se que o risco de déficit financeiro proveniente de variações demográficas só é verificado após 30 anos de existência do plano, embora déficits atuariais possam estar presentes desde os primeiros anos após a implementação do RPPS.

---

Palavras-chave: Solvência, eventos demográficos, microsimulações, previdência de servidor público, população de pequenas áreas.

## ABSTRACT

In Brazil, the development of public pension programs resulted in different regimes for civil servants, the Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS), and workers in the private sector. RPPS are generally small: 60% with less than 500 active workers. Such small number of participants, implicates greater variability in the demographic events (mortality and transitions) and it is more common to observe results more distant from the expected. However, even in this given scenario, such variability is not considered properly in the decision making process and the calculation of the plan costs and its sustainability.

The objective of this paper is to analyze how the variability of demographic events affects the solvency of small public pension programs for civil servants. More specifically, we investigate the relationship between the variability of demographic events and population size and how they impact on the calculation of deficit risks. We also propose a way to measure the demographic risk and how to include that in the operationalization of the programs.

In this paper, we simulate the impacts of the variability of demographic events in small pension programs from a hypothetical situation of implementing a new RPPS program in actuarial balance. The impacts of random variation of demographic events is analyzed using Monte Carlo method. We started out with a hypothetical population of civil servants; in each round the individuals are exposed to different risks based on the demographic events. We store the information on the status of each individual (active, beneficiary and dead) and their dependents. We also produce estimates of amount of contribution to the program, amount of benefits paid and mathematical reserve. We run the simulations for 75 years. We replicate the simulation 1000 times for different sizes of the initial population of civil servants (100, 250, 500, and 1000). By the distribution of the values of the mathematical reserve is possible to know, for CVaR, the size of the demographic deficit risk assumed according to the size of the population involved in the plan. The distribution of the time until failure allow inferences about when it runs the risk of ruin.

The results show that the risk of insolvency increases with time by cumulative effect of the variability of demographic factors even if the actuarial assumptions adopted are appropriate to the public pension program. This effect, however, can be intensified by the program profitability, that is, plans with higher rates of returns on investments are the most vulnerable to demographic risks. In addition, we found a relationship between the decrease in mortality and a decreased risk of solvency when this drop is incorporated into the calculation of the contribution rate. Likewise, higher levels of disability imply increased variability of demographic functions and increased risk of solvency when analyzed standard deviation, CVaR, the time until the deficit and the rate of population risk. When the model ignores future demographic change in function, increasing the retirement age increases the capacity payment plans. Despite these results, the risk of financial deficit from demographic variability are only observed after 30 years of the plan. However, actuarial deficits are present since the early years after the implementation of RPPS.

---

Keywords: solvency, demographic events, microsimulation, Public Pension for Civil Servants, Small Area Population

# 1. INTRODUÇÃO

No Brasil, o desenvolvimento da previdência social resultou em regimes diferenciados para servidores públicos e para os demais trabalhadores, os Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS) e o Regime Geral de Previdência Social (RGPS), respectivamente. Cada ente federativo pode ter um RPPS para seus servidores. Assim, a União tem um RPPS, cada estado tem um RPPS, e cada município pode ter um RPPS (BRASIL, 1988).

Planos de Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS) municipais em geral são pequenos: 60% têm menos de 500 servidores ativos (NOGUEIRA, 2012). Quanto menor a população, maior a variabilidade aleatória dos eventos demográficos nela observados e mais comum é observar valores de eventos mais distantes do valor esperado (RAO, 2003; SAMUELSON, 1963). Mesmo assim, o tamanho da população e a variabilidade dos eventos demográficos causadores de benefícios previdenciários não são, normalmente, considerados no cálculo do custeio dos planos (BOWERS et al., 1997; OLIVIERI; PITACCO, 2011; WINKLEVOSS, 1993). Diante disso, o objetivo deste trabalho é analisar como a variabilidade dos eventos demográficos afeta a solvência de RPPS municipais, ou seja, sua capacidade de cumprir os compromissos (passivo) com os recursos disponíveis (ativo). Para tanto, pretende-se investigar, primeiramente, a relação entre o tamanho da população e a variabilidade das funções demográficas para, a partir de então, medir o risco de déficit em razão dessa variabilidade, e propor uma alíquota de risco demográfico.

Buscando evitar déficits e garantir a sustentabilidade dos RPPS frente ao envelhecimento populacional (QUEIROZ, BERNARDO LANZA; FIGOLI, 2014), o Ministério da Previdência Social (MPS) normatizou a segregação de massas, permitindo a mudança do regime financeiro de Repartição Simples, um regime financeiro sem constituição de fundo de reservas para o pagamento dos benefícios ao longo do tempo, para a Capitalização, um regime com constituição de reserva proporcional ao tempo de contribuição (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008c). Ao mesmo tempo o MPS incentiva a implementação de novos RPPS, esses também capitalizados, como forma de

garantia dos direitos constitucionais dos servidores (BRASIL, 1988; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2011a, b; SECRETARIA DE POLÍTICAS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2012). Nestas duas situações, a de segregação de massas e a de criação de um novo RPPS, se a população envolvida no plano capitalizado for pequena, a variabilidade das funções demográficas pode causar eventuais déficits financeiros e prejudicar a estruturação do plano.

Dos 1.911 RPPS brasileiros registrados em 2012, 1.883 eram municipais (NOGUEIRA, 2012). Eles asseguravam cerca de 2 milhões de servidores públicos municipais e mais de 560 mil aposentados e pensionistas, além de movimentarem mais de R\$ 49 bilhões em aplicações e investimentos (CADPREV, 2012). Sendo maioria, os RPPS municipais também são os que contam com menores números de participantes. Enquanto em 2012 cada RPPS estadual tinha, em média, mais de 178 mil indivíduos entre servidores ativos, inativos e pensionistas, os RPPS de municípios que não são capitais contavam com uma média de apenas 883 indivíduos, (CADPREV, 2012), o que poderia gerar dificuldades de custeio.

Apesar do maior risco dos planos previdenciários com pequenas populações, não há um direcionamento claro sobre número mínimo de participantes para a implementação de um RPPS. A Portaria nº 4.992/1999 do Ministério da Previdência e Assistência Social (MPAS) estabelecia que cada RPPS deveria ter um mínimo de 1.000 segurados para garantia do equilíbrio atuarial sem necessidade de resseguro (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA E ASSISTÊNCIA SOCIAL, 1999). Essa regra, porém, foi revogada pela Portaria MPAS nº 7.796/2000 (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA E ASSISTÊNCIA SOCIAL, 2000) e, desde então, exige-se apenas a manutenção do equilíbrio financeiro e atuarial, segundo a Lei de Responsabilidade Fiscal (BRASIL, 2000), sem a observância de um parâmetro claro em relação ao número mínimo de segurados necessários ao alcance desse equilíbrio (NOGUEIRA, 2012).

Agravando a situação de contenção de riscos, não existe a alternativa do resseguro para os RPPS devido à impossibilidade constitucional de terceirização dos riscos (SECRETARIA DE PREVIDÊNCIA SOCIAL, 1999). Na



ausência de mecanismos de transferência de riscos o responsável pelo pagamento dos benefícios no caso de déficit no RPPS é o próprio ente federativo empregatício (BRASIL, 2001c), que se vê obrigado a verter ao fundo do RPPS recursos que de outra forma seriam destinados às demais necessidades da população. A legislação vigente também não permite a existência de consórcios entre RPPS e veta o pagamento de benefícios previdenciários mediante convênio, consórcio ou outra forma de associação entre estados e/ou municípios (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008b).

Diante desse quadro político e legislativo que favorece a existência de RPPS municipais com pequena quantidade de servidores, faz-se necessário desenvolver metodologias de administração do risco inerente à variabilidade dos eventos demográficos dos RPPS, como a alíquota de risco demográfico proposta neste trabalho. Para tanto, é preciso, antes, compreender o funcionamento do RPPS e a interação entre as variáveis envolvidas em seu custeio.

Em planos previdenciários de Benefícios Definidos (BD), como o dos RPPS, em que o valor ou nível do benefício é previamente definido e a contribuição necessária ao equilíbrio atuarial do plano é calculada em função do benefício pré-fixado, os riscos de perdas são divididos entre todos os participantes (HURD, 1990; SÁNCHEZ, 2001). A administração de planos previdenciários nesses moldes envolve o estabelecimento de premissas atuariais, que podem ser econômicas (como a rentabilidade dos investimentos e a taxa de aumento dos salários) ou demográficas (BOWERS et al., 1997; WINKLEVOSS, 1993).

As premissas econômicas estão relacionadas a fatores macroeconômicos, como o crescimento do PIB e as flutuações no mercado; portanto, independem da quantidade de indivíduos no plano. Já as premissas demográficas são funções associadas ao número de pagamento de contribuições ou de benefícios previdenciários (WINKLEVOSS, 1993). Elas envolvem a estimação de eventos como morte, invalidez e conjugalidade, eventos raros em quase todas as idades. Portanto, variações aleatórias de eventos demográficos

causam grandes mudanças nas frequências observadas (BERNSTEIN, 1997; SAMUELSON, 1963).

Há várias formas de avaliar a solvência de um plano previdenciário diante da variabilidade das funções que o envolvem. DEVOLDER (2011) diferencia as avaliações estáticas das avaliações no tempo. As medidas estáticas medem a probabilidade de déficit ao fim do período de duração do plano. É o que é feito pelo Value at Risk (VaR), ou Valor do Risco, o valor da pior perda esperada em um dado horizonte de tempo com certo nível de confiança (KAAS et al., 2008), e pelo Conditional Value at Risk (CvaR), ou Valor do Risco Condicional, uma modificação do VaR que corresponde à perda média acima do VaR com certo nível de confiança dado que houve perda (KAAS et al., 2008). Essas medidas permitem saber o valor do risco de déficit com certa probabilidade, assim como calcular o fundo inicial médio necessário para manter o plano sem déficit ao final de certo período. Elas são úteis para avaliar a solvência do plano, mas não avaliam a capacidade de pagamento do plano a cada instante de sua existência.

É necessário, portanto, recorrer também às avaliações da solvência no decorrer do tempo pelo conceito de probabilidade de ruína e de reserva. Pela Teoria da Ruína o Fundo do plano é considerado um processo estocástico que aumenta com as contribuições e diminui com o pagamento dos benefícios a cada momento. Quando esse capital se torna negativo, dizemos que ocorre a ruína (ou déficit) (KAAS et al., 2008). Contudo, mesmo que um plano não esteja em ruína é possível que o Fundo em determinado momento do tempo seja menor que a reserva necessária naquele momento, ou, em outras palavras, que o Fundo seja menor que o valor necessário para arcar com os compromissos futuros do plano considerando o valor das contribuições a receber e o efeito da rentabilidade sobre o capital (BOWERS et al., 1997). Assim, é a diferença entre o valor do Fundo e o da Reserva que indica equilíbrio ou desequilíbrio atuarial do RPPS.

Tanto a probabilidade de déficit quanto o valor da reserva são afetados diretamente pela variabilidade dos eventos geradores de pagamentos (BOWERS et al., 1997; KAAS et al., 2008). Se os pagamentos são realizados

antes do momento esperado a ruína é certa (DEVOLDER, 2011). Utilizando-se desse conceito, WINKLEVOSS (1993) realizou várias projeções determinísticas e estocásticas e encontrou que, em um primeiro momento, a contribuição normal é suficiente para manter a solvência dos planos. Todavia, com o passar do tempo e o acúmulo dos efeitos da variabilidade das premissas atuariais adotadas, ela deixa de ser satisfatória, mesmo utilizando métodos de custeio em que essa alíquota de contribuição deveria ser constante no tempo.

A probabilidade de déficit e a capacidade de pagamento dos benefícios também são analisadas por outros autores, como BOWERS et al. (1997), DEVOLDER (2011), e RODRIGUES, (2008). Também foram desenvolvidos modelos de Asset Liability Management (ALM) para fundos de pensão baseados em simulações estocásticas, os quais relacionam a variabilidade das funções ao custeio dos planos (DRIJVER, 2005; LUCKNER et al., 2003). Entretanto, assim como WINKLEVOSS (1993), todos esses só analisam os efeitos da variabilidade de premissas econômicas, como a taxa de retorno e a taxa de aumento dos salários, não considerando as premissas demográficas nem o tamanho da população em seus cálculos, como feito neste trabalho. Já os trabalhos de WAEGENAERE; MELENBERG; STEVENS, (2010); OLIVIERI; PITACCO (2008); OLIVIERI (2001) e OLIVIERI; PITACCO (2011) se preocupam com a relação entre variabilidade de eventos demográficos e risco de solvência, mantidas fixas as premissas econômicas. Porém, esses só consideram o risco decorrente da função de mortalidade, não analisando o efeito conjunto da mortalidade com os demais eventos demográficos.

Neste trabalho além do risco de solvência proveniente de variações na mortalidade, são analisados os riscos das variações da nupcialidade, da invalidez, e da fecundidade conjuntamente. Neste intuito, os conceitos financeiros de ALM, probabilidade de déficit, CVaR e Reserva são aliados para a análise da variabilidade de funções demográficas na solvência dos RPPS.

Neste sentido, projeções estocásticas foram realizadas para a análise da solvência de planos capitalizados. A solvência do plano foi analisada considerando-se como variáveis estocásticas apenas as funções demográficas, todas as demais informações foram incorporadas no modelo de forma

determinística e constante no tempo. A hipótese básica que sustenta esse estudo é que a alta variabilidade dos eventos demográficos em populações pequenas pode provocar, em algum momento, uma demanda por pagamentos de benefícios muito acima do esperado e que o RPPS não tenha condições de arcar, causando déficit ou desequilíbrio atuarial, mesmo que na média dos eventos haja equilíbrio. Se essa hipótese se confirma, é necessário repensar o atual sistema previdenciário e a forma de cálculo atual das alíquotas de contribuição e das reservas matemáticas.

Segundo DEVOLDER (2011), duas providências que podem diminuir a probabilidade de déficit são a imposição de penalidade aos participantes para pagamentos antecipados e a existência de um capital inicial de solvência ou resseguro capaz de cobrir o risco dos pagamentos antecipados. Nem sempre é possível impor penalidades em planos previdenciários. Pode-se incentivar o adiamento da aposentadoria programada por meio da alteração dos critérios de elegibilidade à aposentadoria ou da implantação de penalidades para quem se aposentar antecipadamente, como acontece com o fator previdenciário (TAFNER; GIAMBIAGI, 2007). Entretanto, não há como adiar benefícios não programados, como o pagamento de pensão por morte gerado pela morte de um servidor, ou os benefícios de alguém que, comprovadamente, está inválido.

Já a existência de uma capital que resguarde o plano da ruína é uma alternativa viável para os RPPS. Como a probabilidade de déficit também aumenta com o tempo de exposição aos eventos (DEVOLDER, 2011), uma forma de diminuir sua probabilidade é tornar a medida do capital inicial necessário mais precisa a cada momento do tempo agregando informações dos períodos passados (DEVOLDER, 2011). Esse é o raciocínio por trás da exigência de reavaliações atuariais anuais (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008c): fornecer subsídios para o recálculo do capital inicial necessário de forma a diminuir a probabilidade de déficit no período subsequente. Contudo, adotar alíquotas de contribuição diferentes a cada tempo pode gerar insegurança, além de, com o acúmulo dessas variações, resultar em uma alíquota de contribuição maior que a capacidade de pagamento dos participantes. Este trabalho propõe, portanto, a existência de

uma alíquota de risco demográfico capaz de amortizar o déficit esperado do plano no decorrer do tempo e manter a alíquota de contribuição constante. Além disso, essa alíquota diminuiria tanto o intervalo de tempo necessário entre as avaliações atuariais quanto a probabilidade de déficit propriamente dita em RPPS de municípios pequenos ou que estejam iniciando um processo de segregação de massas.

Face ao exposto, para o desenvolvimento deste trabalho considerou-se a situação hipotética de implementação de um novo RPPS reproduzindo as condições dos RPPS brasileiros, respeitando-se, sempre, os parâmetros legislativos e a prática atuarial. Para analisar o erro provocado pela aleatoriedade dos eventos demográficos, foi desenvolvido um modelo de microsimações cujos resultados foram analisados pelo método de Monte Carlo. Ou seja, um experimento aleatório foi realizado para definir a realização ou não de cada evento demográfico de uma população hipotética. As informações sobre os eventos da vida de cada indivíduo foram guardadas separadamente durante a simulação. Várias repetições desse processo foram feitas até que foi encontrada uma distribuição para a variabilidade investigada.

Para o processo de simulações, gerou-se uma população hipotética inicial de servidores baseada na composição por idade, sexo e remuneração dos servidores municipais brasileiros. Depois, escolheu-se um conjunto de premissas padrão, supondo que esse conjunto de premissas é o mais adequado para a população simulada. A cada rodada, um experimento aleatório expôs os indivíduos aos riscos expressos pelas funções demográficas escolhidas. As informações sobre o estado do indivíduo (ativo, beneficiário ou morto) e de seus dependentes a cada ano foram armazenadas, assim como as informações anuais sobre valores de contribuições, de benefícios, do Fundo e da Reserva. As simulações foram feitas para um período de 75 anos considerando duas situações distintas: a de população fechada à entrada de novos servidores, e a de população aberta, com reposição dos servidores que saíam da atividade.

As simulações foram repetidas 1.000 vezes para vários tamanhos de populações iniciais de servidores (100, 250, 500 e 1.000 servidores). Assim,

pela teoria frequentista de probabilidade, foi possível encontrar a distribuição de probabilidade e variância de cada função no tempo para os diferentes tamanhos populacionais. O mesmo procedimento foi realizado com as premissas padrão, definidas inicialmente, e com a mudança de uma dessas premissas por vez. Essas mudanças ora refletem tendências da transição demográfica, como no caso da simulação de queda da mortalidade e no do adiamento da fecundidade, ora refletem propostas de reformas previdenciárias, como na simulação de aumento da idade de aposentadoria. Cada modelo foi desenvolvido considerando a mesma alíquota de contribuição calculada com as premissas padrão para simular a situação de mudança demográfica inesperada, e, também, recalculando essa alíquota na busca do equilíbrio atuarial médio para cada modelo. Dessa forma foi possível compreender o efeito da interação entre as funções demográficas na variabilidade total do Fundo e da Reserva do plano.

Os resultados da simulação foram utilizados para o cálculo do desvio padrão da Diferença entre o Fundo e a Reserva, do CVaR, do tempo até o déficit, e, por fim, da alíquota de risco demográfico para cada cenário analisado. Essas medidas foram analisadas no decorrer de 75 anos de existência do plano, para a primeira análise, e aos 75 anos, para a segunda e terceira análises.

Entre os principais resultados deste trabalho destaca-se a relação existente entre o aumento do tamanho populacional e a diminuição do risco de solvência, assim como a potencialização desse risco com o aumento da rentabilidade e do tempo de simulação. Ressalta-se, ainda, a relação entre a queda da mortalidade, tendência das últimas décadas, e a diminuição do risco de solvência quando essa queda é incorporada no cálculo da alíquota de contribuição. Da mesma forma, maiores níveis de invalidez implicam aumento da variabilidade das funções demográficas e conseqüente aumento do risco de solvência quando analisados o desvio padrão, o CVaR, o tempo até o déficit e a alíquota de risco demográfico como medidas de solvência. Já quando a mudança da função demográfica não é prevista pelo modelo, destaca-se o grande efeito do aumento da idade de aposentadoria na capacidade de pagamento dos planos. Pela simulação, o aumento de apenas um ano na idade

de aposentadoria é suficiente para eliminar o risco de solvência em populações abertas ou em populações fechadas com 250 servidores ativos iniciais. Apesar desses resultados, destaca-se que o risco de déficit financeiro proveniente de variações demográficas só é verificado após 30 anos de existência do plano, embora déficits atuariais possam estar presentes desde os primeiros anos após a implementação do RPPS.

Este trabalho é apresentado em cinco capítulos, sendo o primeiro esta introdução. No Capítulo 2 discute-se a previdência social no Brasil, com destaque para alguns conceitos que permitem ao leitor maior compreensão sobre os RPPS, permeando seus aspectos técnicos e legislativos relevantes ao entendimento das análises realizadas em seguida. No Capítulo 3 é apresentada a metodologia empregada na geração das populações inicial e de reposição utilizadas nas simulações, as premissas padrão adotadas e a metodologia de microssimulações proposta. No Capítulo 4 são apresentados os resultados das simulações realizadas, assim como a análise da solvência dos RPPS em conformidade com seu tamanho populacional. Por fim, um compêndio dos resultados é apresentado no Capítulo 5, a Conclusão, no qual também são apresentadas considerações sobre a metodologia adotada e os resultados encontrados, advertindo sobre as possíveis limitações do trabalho, mas apresentando também, as principais contribuições deste estudo.

## **2. REVISÃO DA LITERATURA**

Este capítulo se propõe a apresentar os RPPS municipais brasileiros quanto a sua estrutura e funcionamento, dinâmica, dificuldades e processo de evolução, assim como a expor as medidas até então adotadas pelo MPS na busca do equilíbrio financeiro e atuarial e conseqüente solvência dos regimes.

Como o RGPS é o regime que atinge a maior parte das pessoas, há uma familiaridade prévia com esse regime que provoca, muitas vezes, confusão entre as regras de funcionamento do RGPS e as do RPPS. Por esse motivo, neste capítulo houve a preocupação com a diferenciação dos dois regimes, assim como com a distinção das características do RPPS da União e os RPPS dos estados e dos municípios.

Para o desenvolvimento desses conceitos, primeiramente são apresentados o sistema de seguridade social e o sistema previdenciário brasileiro, realçando as particularidades de cada regime previdenciário, suas dificuldades e benefícios oferecidos. Em seguida procurou-se mostrar o processo de evolução do RGPS e dos RPPS no Brasil, buscando a melhor compreensão sobre as motivações políticas e estruturais desses regimes. Não obstante, são apresentados os aspectos técnicos do financiamento dos RPPS, com destaque às transformações recentes por que passou a previdência do servidor público. Por fim, são também apresentados o cálculo atuarial e a influência das premissas atuariais na análise do equilíbrio do plano, assim como alguns estudos que tratam da análise da solvência dos planos com foco nestas premissas. Dessa forma, espera-se discutir neste capítulo as principais questões relacionadas à solvência dos RPPS frente a variações demográficas.

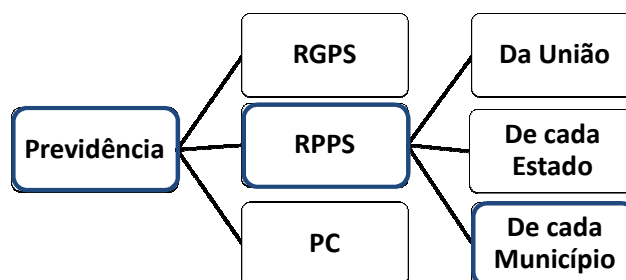
### **2.1. Os regimes previdenciários brasileiros**

A Constituição de 1988 define que a previdência oficial do Brasil comporta dois regimes: o RGPS, e o RPPS, além da Previdência Complementar (PC),



conforme esquematizado na Figura 1. O RGPS assegura a população em geral, que dele pode participar mediante contribuição estando ou não em atividade (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2012c). Já os RPPS são destinados a amparar exclusivamente os servidores públicos municipais, estaduais ou federais e seus dependentes (BRASIL, 1988).

**FIGURA 1 - Organograma da Previdência Social no Brasil.**



Fonte: BRASIL, 1988.

Pela legislação, cada ente federativo é responsável pela implementação, gestão e parte do financiamento da previdência de seus próprios servidores (SECRETARIA DE POLÍTICAS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2009), conforme representado na Figura 1. Contudo, embora seja um direito do servidor público, é facultado aos entes federados manter ou não Regimes Próprios de Previdência. O ente pode optar entre ter um RPPS ou se vincular ao RGPS, assim como pode, tendo optado por um regime, mudar para o outro (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2013b). Além disso, caso um indivíduo tenha contribuído parte do tempo em um regime e parte em outro, há compensação financeira entre os dois regimes previdenciários (BRASIL, 1999a), de forma que o primeiro regime de contribuição passa ao regime final uma parte do valor do benefício proporcional ao tempo de contribuição no primeiro regime em relação ao tempo de contribuição total.

A gestão do RPPS se dá por meio de uma Unidade Gestora, a qual tem capital e Cadastro Nacional de Pessoa Jurídica (CNPJ) diferentes dos do ente federativo, de tal forma que os recursos do ente e do RPPS, assim como suas

estruturas contábeis, não se confundam (SECRETARIA DE POLÍTICAS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2009). O RPPS pode, ainda, funcionar por meio de uma autarquia criada pelo Poder Público com personalidade jurídica própria.

Quanto aos recursos financeiros do RPPS, o próprio MPS é incumbido de orientar, supervisionar e controlar as aplicações dos recursos, assim como de estabelecer critérios de qualificação ou certificação do responsável pelos investimentos (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2010). Os recursos são alocados nos segmentos de renda fixa, renda variável, e imóveis ligados ao RPPS (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2010).

A Previdência Complementar, também definida na Constituição, é regulada principalmente pelas Leis Complementares 108/2001 e 109/2001 (BRASIL, 2001b, c). Segundo a Constituição, ela é facultativa, autônoma em relação ao RGPS, e baseada na constituição de reservas que garantam os benefícios contratados (BRASIL, 1988). Ela se divide em dois grupos: o de Entidades Abertas de Previdência Complementar (EAPC), e o de Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC) (BRASIL, 2001c). Os planos de benefícios de EAPC são acessíveis a quaisquer indivíduos que queiram contratar o plano. Já os planos de benefícios de EFPC só são acessíveis aos indivíduos pertencentes ao grupo para o qual o plano foi criado, seja esse grupo o de funcionários de uma empresa ou ente empregatício (denominados patrocinadores), ou dos associados a algum sindicato, associação classista ou de moradores (entes denominados instituidores) (CONSELHO DE GESTÃO DA PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR, 2002).

Apesar dos avanços alcançados pela Constituição de 1988, a existência de regimes previdenciários separados para servidores públicos civis e os trabalhadores da iniciativa privada, realidade em mais da metade dos países do mundo (PALACIOS; WHITEHOUSE, 2006), é duramente criticada pela sociedade e pela maioria dos especialistas em previdência (LINDEMAN, 2005). Não se vê justificativa na existência de redes de proteção diferentes se as necessidades dos indivíduos são as mesmas (AMARAL; GIAMBIAGI;

CAETANO, 2013). Além disso, sistemas segmentados por profissão ou linhas ocupacionais podem resultar em benefícios caros e insustentáveis para alguns subgrupos da população (HOLZMANN; HINZ, 2005).

Por essas razões, muitos países, inclusive da América Latina, que têm feito reformas no regime de previdência de seus funcionários públicos nos últimos 20 anos buscando a sustentabilidade fiscal de seus regimes, encontraram, como alternativa, a centralização ou unificação dos sistemas subnacionais em um sistema nacional (BERTONCINO; FLANAGAN, 2000; RANGEL; SABOIA, 2013). Além de poder ser menos oneroso e conseguir melhor rentabilidade, um sistema único nacional facilita a mobilidade laborativa dos servidores, comportamento que teve tendência crescente nas últimas décadas (BERTONCINO; FLANAGAN, 2000; HOLZMANN; HINZ, 2005; LINDEMAN, 2005).

A experiência internacional também mostra que quanto maior o país e quanto mais firme for a separação de poderes em uma estrutura federal (quanto mais poder tiverem os estados e municípios), maior será o número de regimes previdenciários do setor público e mais difícil será a unificação dos regimes (BERTONCINO; FLANAGAN, 2000; LINDEMAN, 2005). É o que acontece no Brasil, Argentina, Austrália, México e Estados Unidos, em que há muitos regimes municipais, além do regime geral. Como exemplo, os Estados Unidos têm mais de 325 regimes separados, Austrália tem 85 e o Brasil tem mais de 1.400 (BERTONCINO; FLANAGAN, 2000).

Para o caso brasileiro a unificação e centralização significariam a existência de apenas um ou de poucos RPPS ou a união dos RPPS ao RGPS (LINDEMAN, 2005), movimento contrário ao estimulado pelo MPS (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2011a, b; SECRETARIA DE POLÍTICAS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2012). Outras possibilidades são os RPPS serem coordenados com o regime geral ou a existência de regimes separados com regras quase iguais, o que seria igual a integrá-los em um regime só (LINDEMAN, 2005). A dificuldade no caso brasileiro é que a previdência do

setor público é mais generosa que a previdência geral para os trabalhadores, oferecendo benefícios com limites maiores e sem a incidência de fator previdenciário. Além disso, há diferenças na estrutura dos dois regimes, nos tipos de benefícios oferecidos, e nas alíquotas de contribuição (BERTONCINO; FLANAGAN, 2000). Um resumo com as principais diferenças entre os dois regimes é apresentado na Tabela 1.

**TABELA 1 - Diferenças entre o RGPS e RPPS e entre RPPS da União e dos estados e municípios.**

	RGPS	RPPS	
		União	Estados e Municípios
<b>Regime Financeiro</b>	Repartição Simples	Repartição Simples	Capitalização
<b>Alíquota do trabalhador</b>	De 8% a 11%	11%	Pelo menos 11%
<b>Alíquota do empregador</b>	20%, mais 8% para o FGTS		De 11% a 22%
<b>Limitação ao Teto do RGPS</b>	Sim	Para ingressos a partir de 2013	Se implementada PC

Fonte: BRASIL, 1990, 1991a; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL; MINISTÉRIO DA FAZENDA, 2012; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008a, b.

A primeira grande diferença entre os dois regimes previdenciários se deve aos regimes financeiros adotados. Enquanto o RGPS e o RPPS da União são baseados na repartição simples, os RPPS de estados e municípios devem ser capitalizados (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008c), embora muitos ainda não tenham passado pelo processo de capitalização. Como reflexo do regime de financiamento adotado, as alíquotas dos RPPS municipais e estaduais são calculadas atuarialmente, podendo, portanto, variar de um RPPS para o outro, mas adotando valores de pelo menos 11% para os servidores e de 11% a 22% para os entes federativos. Todavia, como o ente federativo responde solidariamente ao equilíbrio do plano, caso haja déficit atuarial ele pode ter que contribuir com mais de 22% (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008b). A alíquota de contribuição do ente federativo

para o RPPS de Rondônia em 2009, por exemplo, era de apenas 12%, enquanto a do Pernambuco era de 27%, como mostra a Tabela 2.

**TABELA 2 – Alíquotas de contribuição de servidores ativos, inativos e pensionistas, da união e dos estados, para o financiamento de benefícios previdenciários, 2009**

Região	Ente Federativo	Alíquota			
		Ente	Ativos	Inativos	Pensionistas
União		22%	11%	11%	11%
Norte	Rondônia	12%	11%	11%	11%
	Acre	11%	11%	11%	11%
	Amazonas	22%	11%	11%	11%
	Roraima	14%	11%	11%	11%
	Pará	18%	11%	11%	11%
	Amapá	12%	11%	11%	11%
	Tocantins	12%	11%	11%	11%
Nordeste	Maranhão	15%	11%	11%	11%
	Piauí	22%	11% ou 12%*	12%	12%
	Ceará	22%	11%	11%	11%
	Rio Grande do Norte	22%	11%	11%	11%
	Paraíba	22%	11%	11%	11%
	Pernambuco	27%	13,5%	13,5%	13,5%
	Alagoas	11%	11%	11%	11%
	Sergipe	20%	13%	13%	13%
Sudeste	Bahia	24%	12%	12%	12%
	Minas Gerais	11%	11%	11%	11%
	Espírito Santo	22%	11%	11%	11%
	Rio de Janeiro	22%	11%	11%	11%
Sul	São Paulo	22%	11%	11%	11%
	Paraná	10% ou 14%*	10% ou 14%*	–	–
	Santa Catarina	11%	11%	11%	11%
Centro Oeste	Rio Grande do Sul	22%	11%	11%	11%
	Mato Grosso	22%	11%	11%	11%
	Mato Grosso do Sul	22%	11%	11%	11%
	Goiás	22%	11%	11%	11%
	Distrito Federal	22%	11%	11%	11%

\* - Varia com o valor do rendimento.

Fonte: MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2011.

Outra diferença entre os dois regimes está na limitação do valor do benefício. Para os beneficiários do RGPS há um teto estipulado para os benefícios previdenciários (INSTITUTO NACIONAL DO SEGURO SOCIAL, 2010). Nos

RPPS esse teto só é adotado se for instituída PC para os servidores que pague benefícios sobre os valores que excederem o teto do INSS (Instituto Nacional do Seguro Social) (BRASIL, 2001b).

Em comum, os dois regimes buscam o adiamento da aposentadoria de seus segurados como recurso para diminuir os custos do sistema diante do processo de envelhecimento populacional que os envolve. Os mecanismos para incentivo ao adiamento da aposentadoria, contudo, são diferentes, como mostra o Quadro 1. No RGPS há incidência de fator previdenciário para o cálculo do valor da aposentadoria de forma que, se o indivíduo se aposentar antes de certa idade indicada de aposentadoria o valor de seu benefício poderá sofrer redução. A idade abaixo da qual haverá diminuição do valor do benefício depende da expectativa de vida medida pelo IBGE, que muda a cada ano (BRASIL, 1999b). No cálculo dos benefícios oferecidos pelo RPPS não há incidência de fator previdenciário, mas, para incentivar o adiamento da aposentadoria, há o abono de permanência. Assim, o servidor que completou as exigências necessárias para a aposentadoria voluntária e escolhe permanecer em atividade receberá um abono equivalente ao valor de sua contribuição previdenciária enquanto permanecer na ativa (BRASIL, 1988). Além disso, há cobrança de contribuição previdenciária sobre os benefícios dos servidores inativos que recebem acima do teto do RGPS, de forma que para esses indivíduos o rendimento da ativa é maior que o da aposentadoria (BRASIL, 1988).

**QUADRO 1 – Principais diferenças entre os benefícios do RPPS e do RGPS.**

<b>Característica</b>	<b>RGPS</b>	<b>RPPS</b>
Aposentadorias programadas	Por tempo de contribuição ou por idade	Por tempo de contribuição e idade, concomitantemente, ou por idade.
Aposentadoria Compulsória	Não há	Aos 70 anos para ambos os sexos.
Incentivo ao adiamento da aposentadoria	Fator previdenciário	Abono de permanência
Carências	De 0 a 180 contribuições mensais, dependendo do tipo de benefício.	Não há.

Fonte: BRASIL, 1988, 1990, 1991a; INSTITUTO NACIONAL DO SEGURO SOCIAL, 2010; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL; MINISTÉRIO DA FAZENDA, 2012; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008b.

Os benefícios e as regras de elegibilidade do RGPS e do RPPS também são diferentes. Entretanto, uma das vantagens do RPPS em relação do RGPS para o servidor é que no RPPS não há carência de número de contribuições ou de tempo de vinculação para o recebimento dos benefícios. Para benefícios de auxílio-doença ou aposentadoria por invalidez, por exemplo, se ocorrido o evento, o servidor vinculado ao RPPS sempre estará apto a receber os benefícios, enquanto no RGPS exige-se a carência de 12 contribuições mensais para a elegibilidade a esses benefícios (INSTITUTO NACIONAL DO SEGURO SOCIAL, 2010).

Ainda em relação aos benefícios, se a lei de instituição do RPPS local prever, os Regimes Próprios poderão conceder os mesmo benefícios oferecidos pelo RGPS (BRASIL, 1991b). Contudo, os benefícios mínimos oferecidos pelos RPPS, constantes no Art. 40 da Constituição, são as aposentadorias voluntárias e a aposentadoria compulsória, a aposentadoria por invalidez e a pensão por morte aos dependentes. Tomando como base o RGPS, em 2011 esses benefícios representavam 92% do número de benefícios ativos no RGPS e 93% dos valores pagos em benefícios, ou seja, a quase totalidade deles

(DATAPREV, 2011). Os benefícios obrigatoriamente oferecidos pelos RPPS, seus critérios de elegibilidade e valor são apresentados no Quadro 2.

**QUADRO 2 – Benefícios oferecidos pelos RPPS, critérios de elegibilidade e valor de cada um deles, segundo a Constituição Federal de 1988.**

<b>Benefício</b>	<b>Crítérios de elegibilidade</b>	<b>Valor do benefício</b>
Aposentadoria por invalidez	Incapacidade permanente para o trabalho, conforme laudo médico pericial.	Proporcional ao tempo de contribuição, se invalidez por causas comuns.
		Integral, se invalidez por acidente em serviço, moléstia profissional, doença grave ou incurável.
Aposentadoria Compulsória	70 anos de idade	Proporcional ao tempo de contribuição ou integral se contribuiu por 35 anos, se homem, e 30, se mulher.
Aposentadoria por idade	10 anos de serviço público	(Média das 80% maiores remunerações) *(tempo de contribuição efetivo)/(tempo necessário para a aposentadoria por idade e tempo de contribuição).
	5 anos no cargo em que se dará a aposentadoria	
	65 anos de idade, se homem, e 60 se mulher	
Aposentadoria por idade e tempo de contribuição	10 anos de serviço público	Média aritmética simples das 80% maiores remunerações, desde a competência de julho de 1994.
	5 anos no cargo em que se dará a aposentadoria	
	60 anos de idade e 35 de contribuição, se homem, e 55 anos de idade e 30 de contribuição, se mulher. Redução de 5 anos para professor.	
Pensão por morte	Falecimento do segurado	100% até o teto do RGPS + 70% do que exceder o limite, calculado sobre o que recebia o servidor (remuneração ou aposentadoria).

Fonte: BRASIL, 1988.

A abrangência populacional de cada um dos regimes também se difere muito. A Tabela 3 apresenta o número de contribuintes, beneficiários e segurados totais em cada um dos regimes previdenciários. Como pode-se observar, o RGPS é o regime que segura um maior número de indivíduos, cobrindo mais de 74 milhões de pessoas em 2012, sendo quase 48 milhões contribuintes e 26



milhões beneficiários. No mesmo ano o RPPS cobria quase 10 milhões de indivíduos, sendo 6,5 milhões contribuintes e 3,4 milhões, beneficiários. O foco deste trabalho, os RPPS municipais, seguiu quase 3 milhões de indivíduos no período.

**TABELA 3 – Número de contribuintes e de beneficiários por regime previdenciário, Brasil, 2012.**

	<b>Contribuintes</b>	<b>Beneficiários</b>	<b>Total</b>
<b>RGPS</b>	<b>47.909.582</b>	<b>26.298.578</b>	<b>74.208.160</b>
RPPS União	1.131.178	957.548	2.088.726
RPPS Estados	3.026.653	1.832.742	4.859.395
RPPS Municípios	2.376.565	616.222	2.992.787
<b>RPPS (total)</b>	<b>6.534.396</b>	<b>3.406.512</b>	<b>9.940.908</b>
EFPC	2.582.569	703.779	3.286.348
EAPC*	37.047.191	431.688	37.478.879
<b>PC (total)</b>	<b>39.629.760</b>	<b>1.135.467</b>	<b>40.765.227</b>

\* - Considerando Planos Tradicionais, PGBL e VGBL (seguro de vida com cobertura por sobrevivência).

Fonte: CADPREV, 2012; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2013a; SUPERINTENDÊNCIA DE SEGUROS PRIVADOS, 2012; SUPERINTENDÊNCIA NACIONAL DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR, 2012.

Embora o RGPS segure uma população mais de 6 vezes maior que a dos RPPS, estes últimos apresentam maior déficit previdenciário, medida calculada pela diferença entre valores de benefícios e de contribuições pagos. Como mostra a Tabela 4, em 2005 o déficit previdenciário dos RPPS da União, dos Estados e dos Municípios, conjuntamente, era quase 50% maior que o déficit do RGPS (déficit de 2,56% do PIB para o RGPS e 1,75% do PIB para o RPPS). Já em 2010, o déficit dos RPPS foi quase o dobro do déficit do RGPS, em percentual do PIB (déficit de 2,16% do PIB dos RPPS e 1,14% do PIB do RGPS). Além disso, embora o déficit em percentual do PIB seja decrescente no tempo tanto para o RGPS quanto para os RPPS, os déficits são crescentes em valores monetários, ainda que atualizados por índices inflacionários (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2013a).

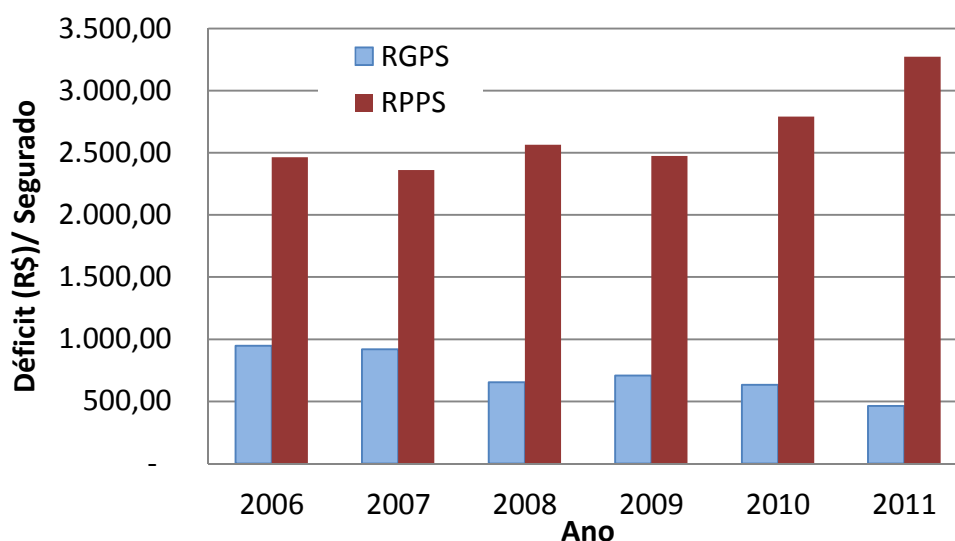
**TABELA 4 – Déficit Previdenciário dos RPPS da União, dos Estados e dos Municípios e do RGPS em % do PIB**

	2005	2006	2007	2008	2009	2010
RPPS	2,56	2,41	2,21	2,15	2,22	2,16
RGPS	1,75	1,78	1,69	1,19	1,32	1,14

Fonte: SILVEIRA *et al.*, 2011; TESOURO NACIONAL, 2013.

Entretanto, o aumento da diferença no déficit destes dois regimes não acompanha o aumento do número de segurados. De 2006 a 2011 os segurados do RGPS aumentaram em 33%, passando de 65 para 86 milhões de indivíduos (DATAPREV, 2008, 2011; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2013a). No mesmo período o número de segurados dos RPPS só aumentou em 10%, passando de 8,9 para 9,8 milhões (DATAPREV, 2008, 2011; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2013a). Dividindo o déficit previdenciário pelo número de segurados de cada regime, tem-se que, enquanto o déficit por segurado do RGPS caiu de R\$ 947,43 em 2006 para R\$ 463,49 em 2011, o déficit por segurado do RPPS aumentou de R\$ 2.463,59 para R\$ 3.273,63 no mesmo período, como mostra o Gráfico 1. Em outras palavras, o déficit previdenciário por segurado do RGPS se seduziu pela metade, enquanto a mesma medida aumentou em 33% para os RPPS em conjunto, o que expressa a ineficiência da estrutura dos RPPS, em relação ao RGPS, quanto à manutenção de equilíbrio financeiro.

**GRÁFICO 1 – Déficit previdenciário por segurado no RPPS e no RGPS de 2006 a 2011.**



Fonte: DATAPREV, 2008, 2011; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2013a.

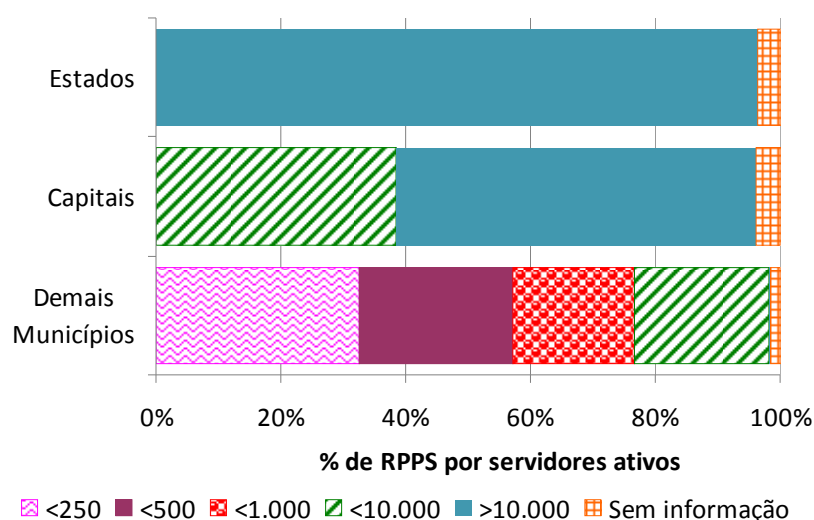
Outro problema enfrentado pelos RPPS é o número reduzido dos participantes dos regimes de entes municipais. Como mostra a Tabela 5, há mais servidores vinculados aos RPPS estaduais que a RPPS municipais, em média. Em 2012, 4,8 milhões de pessoas, entre servidores ativos, inativos e pensionistas, estavam vinculados a RPPS estaduais, enquanto apenas 2,5 milhões estavam vinculados a RPPS municipais. Em contrapartida, há mais RPPS municipais que estaduais (1997 e 27, como o DF, respectivamente). Em função desta disparidade, enquanto os RPPS estaduais têm, em média, mais de 178 mil indivíduos, entre servidores ativos, inativos e pensionistas, os RPPS das capitais têm menos de 31 mil, em média, cada um. A situação mais preocupante, porém, é a dos RPPS de municípios que não são capitais. Em média esses RPPS contam com apenas 883 indivíduos, dos quais apenas 723 são ativos, como mostra a Tabela 5. Esse número limitado de indivíduos em cada RPPS pode implicar em dificuldades para a estimação das premissas demográficas, pois a variabilidade dos dados é maior quanto menor for a população.

**TABELA 5 - População dos RPPS por tipo de ente federativo, Brasil, 2012.**

	RPPS			
	União	Estados e DF	Municípios	
			Capitais	Demais
Servidores Ativos	1.130.460	2.842.347	559.687	1.424.320
Inativos+Pensionistas	966.969	1.964.582	245.007	315.751
<b>População Total Segurada</b>	<b>2.097.429</b>	<b>4.806.929</b>	<b>804.694</b>	<b>1.740.071</b>
Quantidade de entes	1	27	26	5.539
<b>Quantidade de RPPS</b>	<b>1</b>	<b>27</b>	<b>26</b>	<b>1.971</b>
% Entes com RPPS	100%	100%	100%	36%
Ativos/RPPS	1.130.460	105.272	21.526	723
(Inativos+Pensionistas)/RPPS	966.969	72.762	9.423	160
<b>Média Pop/RPPS</b>	<b>2.097.429</b>	<b>178.034</b>	<b>30.950</b>	<b>883</b>

Fonte: CADPREV, 2012.

Analisando o número de servidores de cada RPPS pelo Gráfico 2 percebe-se ainda que o problema pode ser mais grave que o explicitado na Tabela 5. Todos os RPPS estaduais de que se tem informação têm mais de 10 mil servidores ativos. Dos RPPS municipais de capitais, todos têm mais de mil ativos. Mas dos 1.971 RPPS de municípios que não são capitais 77% têm menos de mil servidores ativos, dentre os quais 42% (603 RPPS) têm menos de 250 servidores.

**GRÁFICO 2 - Servidores ativos dos RPPS por tipo de ente federativo, Brasil, 2012.**

Fonte: NOGUEIRA, 2012.

O tamanho reduzido dos RPPS municipais se deve, principalmente, ao tamanho reduzido dos municípios aos quais estão associados. 88,5% dos municípios brasileiros têm menos de 50 mil habitantes (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2012b) e 79% dos RPPS municipais estão em municípios com menos de 50 mil habitantes (NOGUEIRA, 2012). Apesar disso, embora os RPPS da União e dos estados já estejam estruturados, 3.568 municípios (64%) ainda não contam com RPPS (CADPREV, 2012). A maior deficiência se encontra nas regiões Norte e Nordeste, onde apenas 23% e 26% dos entes federativos, respectivamente, têm RPPS (DATAPREV, 2011). Os municípios nos quais os RPPS podem ser criados são municípios pequenos e abrigam, ao todo, menos de 2 milhões de servidores ativos. Assim, o tamanho médio dos RPPS a serem criados, com 550 servidores ativos, é ainda menor que o tamanho médio dos RPPS já existentes, que contam com 964 servidores ativos, em média, conforme a Tabela 6.

**TABELA 6 - Número de servidores, de municípios e número médio de servidores por município por Regime Previdenciário, Brasil, 2012.**

<b>Regime Previdenciário</b>	<b>Servidores Ativos</b>	<b>Municípios</b>	<b>Servidores / Município</b>
RGPS	1.895.000	3.445	550
RPPS	1.851.899	1.922	964
<b>Total</b>	<b>3.746.899</b>	<b>5.367</b>	<b>698</b>

Fonte: DATAPREV, 2012; INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2012.

São vários os problemas enfrentados pelos RPPS pequenos. Além dos problemas de solvência analisados neste trabalho, os RPPS de municípios pequenos enfrentam grandes dificuldades tanto para se estruturarem quanto para se consolidarem (FERREIRA, 2008; GUIMARÃES, 2012; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008b; NOGUEIRA, 2012; SECRETARIA DE PREVIDÊNCIA SOCIAL, 1999).

Em geral esses RPPS mantêm suas unidades gestoras constituídas sob a forma de fundos integrados à estrutura da Prefeitura Municipal para diminuir suas despesas correntes. Mesmo assim eles têm dificuldade de financiar os custos administrativos do sistema mantendo as despesas administrativas dentro do limite permitido por lei, que é de 2% do valor total das remunerações (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008b; SECRETARIA DE PREVIDÊNCIA SOCIAL, 1999). Segundo o MPS, para arcar com o custo normal e a taxa administrativa uma entidade com 100 segurados precisaria de uma alíquota total, agregando-se a parcela do ente federativo e do segurado, de 67,9%. Com 500 segurados, o custo total cai para 46,7%, e em entidades previdenciárias que congregam 1.000 participantes a alíquota ficaria em torno de 41,7% (SECRETARIA DE PREVIDÊNCIA SOCIAL, 1999). Em todos esses casos o custo manutenção do RPPS seria superior ao despendido se os servidores fossem vinculados ao RGPS (cerca de 30% da folha salarial) (SECRETARIA DE PREVIDÊNCIA SOCIAL, 1999), sendo mais vantajosa, portanto, a vinculação ao Regime Geral.

A pequena quantidade de dados disponíveis nos RPPS municipais, devido ao pequeno número de servidores, também dificulta a estimação das premissas utilizadas nas avaliações atuariais, comprometendo a administração dos planos. O maior problema, contudo, se refere à manutenção dessas bases de dados, reflexo da baixa qualificação dos profissionais designados para esse fim e da pouca cultura institucional nessas prefeituras (FERREIRA, 2008; GUIMARÃES, 2012; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2009). Os problemas mais comuns são a inconsistência dos dados cadastrais, funcionais e previdenciários dos segurados, a ausência dos dados de todos os poderes, a ausência de informações de histórico laboral anterior ao ingresso no ente, e a carência ou ausência de dados dos dependentes (GUIMARÃES, 2012).

Concomitantemente, os RPPS de municípios pequenos também são, geralmente, mais carentes de recursos técnicos e de recursos humanos qualificados que os de municípios grandes, o que dificulta a profissionalização de sua gestão. Com quadro técnico deficiente e menores volumes de recursos

a serem investidos, eles também têm maior dificuldade para alcançar a taxa atuarial de retorno de investimentos (geralmente fixada em 6% mais a inflação) (BERTONCINO; FLANAGAN, 2000; NOGUEIRA, 2012).

Acredita-se que no Brasil, assim como nos Estados Unidos, a cultura institucional também afeta o equilíbrio dos RPPS de outras formas. Lá, 44% dos planos para servidores públicos não recebiam do ente empregatício o total das contribuições definidas atuarialmente (MUNNELL *et al.*, 2008). Verificou-se, ainda, que os planos que, no passado, não receberam as contribuições devidas estão em lugares que politicamente não valorizam o ato de fazer as contribuições devidas e tendem a continuar não fazendo, o que aumenta o déficit atuarial (MITCHELL; SMITH, 1994).

Os altos gastos com a previdência dos servidores públicos associados às dificuldades provenientes do reduzido tamanho dos RPPS municipais levantam o questionamento sobre a estrutura do sistema previdenciário, assim como com os motivos que levaram o sistema a se estabelecer desta forma. Para compreender a situação atual do sistema previdenciário brasileiro e as dificuldades enfrentadas pelos regimes próprios é necessário conhecer seu processo de evolução e as principais reformas experimentadas por esses regimes, tema abordado na próxima seção.

## **2.2. Reformas na previdência dos servidores públicos**

Pelo processo de evolução do sistema previdenciário brasileiro os regimes previdenciários para os servidores públicos se desenvolveram de forma autônoma do regime previdenciário destinado aos demais trabalhadores, embora funcionários públicos e privados compartilhassem a mesma situação política e econômica. O resultado foi um regime para trabalhadores em geral baseado na repartição simples, e regimes próprios para servidores públicos passando por reformas estruturais em busca da capitalização.

Geralmente os governos são os primeiros empregadores do país a oferecer benefícios de aposentadoria aos seus trabalhadores. Durante o período de monarquia e império até a constituição de 1988, a aposentadoria dos servidores públicos era vista como parte do contrato de trabalho: os servidores recebiam suas aposentadorias diretamente dos cofres do Tesouro Público, sem que fossem destinadas contribuições, por parte dos servidores, com a finalidade de financiar os benefícios (NOGUEIRA, 2012; PINHEIRO, 1999).

As famílias dos servidores, contudo, não eram amparadas por esse sistema. Os benefícios de pensão por morte aos seus dependentes e a assistência à saúde, entre outros benefícios destinados aos familiares, eram proporcionados por caixas de pensões ou convênios com algum Instituto de Previdência (NOGUEIRA, 2012; PINHEIRO, 1999). Embora não fossem feitas contribuições para o pagamento de aposentadorias, o que onerava os cofres públicos, havia contribuição para os benefícios para a família. Essas contribuições eram feitas pelos servidores e pelo ente empregatício (NOGUEIRA, 2012).

Contudo, a Constituição de 1988, além de versar sobre a previdência dos trabalhadores em geral, garantiu aos servidores públicos o direito ao sistema de previdência social por meio de RPPS assegurando benefícios aos servidores e a seus familiares dependentes (BRASIL, 1988).

A definição do direito à previdência social aliado a outros fatores estimularam a expansão dos RPPS municipais na década seguinte à promulgação da Constituição. Com a Lei nº 8.212/1991, a transferência dos recursos do Fundo de Participação dos Estados e do Distrito Federal (FPE) e do Fundo de Participação dos Municípios (FPM) foi condicionada à inexistência de débitos em relação às contribuições devidas ao INSS, o qual englobou o antigo INPS (BRASIL, 1991a). Somado a isso, houve incentivo à adoção de um regime jurídico único, o Estatutário, por parte dos entes federativos, o que proporcionou a efetivação de milhares de trabalhadores como servidores públicos. Entretanto, não havia, por parte da União, o estabelecimento de normas gerais que direcionassem a implementação e gestão dos RPPS,



permitindo a cada estado e município legislar a esse respeito como melhor lhes conviesse. Podendo legislar sem parâmetros claros, estados e municípios implementaram RPPS sem preocupações com o custeio destes, fugindo das contribuições mais altas ao INSS e utilizando, inclusive, os recursos das contribuições dos servidores para fins não previdenciários (NOGUEIRA, 2012; PINHEIRO, 1999).

Como resultado, quase 80% dos RPPS atuais surgiu antes que existisse uma legislação de âmbito nacional que os disciplinasse (NOGUEIRA, 2012). Em 1998 os RPPS existentes já se encontravam em situação de desequilíbrio atuarial crônico. Nesse ano no estado de São Paulo apenas 21% dos RPPS realizaram avaliação atuarial e, desses, um terço não seguia as recomendações nela estabelecidas. Embora estabelecessem alíquotas de contribuição baixas, 58% dos municípios estavam em débitos com seus RPPS (NOGUEIRA, 2012).

Diante desta situação foram tomadas algumas medidas de combate à inadimplência que, se não a eliminaram, ao menos a diminuíram, reduzindo o aumento do débito (NOGUEIRA, 2012).

O caráter contributivo da previdência do servidor público foi determinado na Reforma de 1993, com a Emenda Constitucional nº 3/1993. Pela emenda, os benefícios previdenciários deveriam ser custeados a partir de contribuições dos servidores e dos respectivos entes federativos, os quais ainda ficaram responsáveis pelo custeio de eventuais insuficiências financeiras (BRASIL, 1993).

Além disso, a Emenda Constitucional nº 20/1998 (BRASIL, 1998b) estipulou a observância do equilíbrio financeiro e atuarial, ou seja, equilíbrio no exercício e equilíbrio no longo prazo. Já a Portaria MPAS nº 4.992/1999, depois substituída pela Portaria 403/2008, estabeleceu a obrigatoriedade de encaminhamento anual do Demonstrativo de Resultado da Avaliação Atuarial (DRAA), com o resumo do resultado de suas avaliações atuariais, e estabeleceu medidas de

gestão que buscam a transparência e a adimplência dos RPPS (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA E ASSISTÊNCIA SOCIAL, 1999).

Como forma de supervisionar e controlar as aplicações dos recursos dos RPPS, o MPS também fez algumas exigências para a emissão do Certificado de Regularidade Previdenciária (CRP), pelo Decreto nº 3.788/2001. Sem o CRP o município ou estado fica impossibilitado de receber recursos da União de transferências voluntárias ou empréstimos e financiamentos, entre outras limitações (BRASIL, 2001a; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008a). Entre as exigências para a obtenção do CRP está o cumprimento das normas regulamentares referentes à gestão de RPPS, assim como de alguns documentos que comprovem a observância dessas normas, como o Demonstrativo das Aplicações e Investimentos dos Recursos (DAIR), o Comprovante do Repasse e Recolhimento ao RPPS, e os Demonstrativos Contábeis (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008a). Como exemplo da aplicação desta política, destaca-se que em maio de 2014, dos 27 estados com RPPS, 48% estavam com CRP inválido ou irregular. Entre os 2.134 municípios com RPPS, um percentual ainda maior, 70% (1.497 municípios), não tem CRP válido (CADPREV, 2014).

Além dessas medidas, ainda em 2001 a Lei Complementar 108/2001 permitiu à União, aos Estados, ao Distrito Federal e aos Municípios instituir PC para seus servidores no regime financeiro de capitalização (BRASIL, 2001b). Nesses planos o patrocinador é o próprio ente empregatício que contribui, no máximo, com o mesmo valor de contribuição realizado pelo servidor, e com ele divide as despesas administrativas do plano (BRASIL, 2001b). Com a PC do servidor público, o RPPS do ente seria responsável pela garantia do benefício previdenciário até o valor do teto dos benefícios do RGPS (BRASIL, 1988), e o valor que excedesse esse limite seria coberto por meio da PC na modalidade contribuição definida (CD), em contraposição aos planos de benefício definido (BD), única alternativa até então.

Em planos de BD os benefícios programados têm seu valor, regra ou nível previamente definidos (CONSELHO DE GESTÃO DA PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR, 2005). Portanto, o custeio do plano e suas contribuições são determinados atuarialmente de forma a assegurar a concessão e manutenção dos benefícios já estabelecidos em regulamento (WINKLEVOSS, 1993). A vantagem dessa modalidade de plano é o participante conhecer a priori o valor do benefício a que terá direito no momento de sua aposentadoria, ou, ao menos, a regra clara sobre o valor deste benefício, o que lhe proporciona sensação de segurança em relação ao seu futuro financeiro (PINHEIRO, 2007). Entretanto, como o benefício será pago independente dos resultados do plano (se superavitário ou deficitário), há pouco incentivo para os participantes monitorarem a política de investimento dos planos (FITZPATRICK; MONAHAN, 2012). Além disso, planos de BD são os planos que mais envolvem riscos para os entes empregatícios (PINHEIRO, 2007), os quais podem ter suas contribuições aumentadas em caso de déficit financeiro ou atuarial (BRASIL, 2001c). Outra limitação desse tipo de plano é que, como esses planos preveem mutualismo desde o início do plano, alguns indivíduos acabam contribuindo mais que outros para ter o mesmo valor de benefício (WINKLEVOSS, 1993).

Já nos planos CD as contribuições são determinadas pelo próprio participante, ou por algum critério legal, e não por cálculos atuariais. Nesses planos o valor do benefício programado depende do saldo de conta do participante e é anualmente ajustado a esse saldo de conta, inclusive na fase de recebimento de benefícios (CONSELHO DE GESTÃO DA PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR, 2005; FELDSTEIN; LIEBMAN, 2001). Com isso o participante é estimulado a acompanhar e a cobrar dos administradores maior eficiência nas aplicações, enquanto o risco de insuficiência de recursos é mínimo para a entidade administradora do plano, para o ente empregatício e para o governo, conquanto seja máximo para o participante, que terá seu benefício condicionado ao valor auferido de seu saldo de contas (SÁNCHEZ, 2001). Como resultado, ao definir a PC dos servidores públicos como planos de

CD, a Lei Complementar 108/2001 limita nas despesas previdenciárias e o risco financeiro não seja redistribuído para a sociedade (LEVY, 2005; LINDEMAN, 2005).

Dentre as três esferas de Governo, os servidores da União são que têm maiores rendimentos (BELTRÃO *et al.*, 2004; PNAD, 2011), motivo que justificou a instituição da PC dos Servidores Públicos da União pela Lei 12.618, de 2012, administrada pela Fundação de Previdência Complementar do Servidor Público Federal (FUNPRESP) (BRASIL, 2012). Desde então, outros sete estados já criaram fundos de previdência complementar para seus servidores públicos: São Paulo, Rio de Janeiro, Minas Gerais, Espírito Santo, Ceará, Pernambuco e Rondônia; enquanto outros ainda discutem a ideia (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2014; RIO DE JANEIRO, 2012; SÃO PAULO, 2011).

Embora essa medida tenha um custo inicial alto para o governo, a expectativa de economia no longo prazo compensa o investimento inicial. Estimativas para a previdência dos servidores federais mostram que o custo de transição para a PC pode chegar a mais de 0,1% do PIB ao ano (RANGEL; SABOIA, 2013). Porém, após aproximadamente 25 anos começa a fase em que há economia de recursos públicos, e o novo regime previdenciário apresentará economia de recursos em relação ao arranjo anterior que podem ultrapassar 0,2% do PIB ao ano (RANGEL; SABOIA, 2013). Apesar de apresentar vantagens fiscais, a instituição desse tipo de plano só é factível quando o plano tem muitos servidores e grande parte deles tem remunerações acima do teto do RGPS (BRASIL, 2001b). Caso contrário, como ocorre em praticamente todos os municípios brasileiros, não haveria justificativa para a criação de um plano de PC para os servidores.

Além da possibilidade de PC pela Lei Complementar 108/2001, a Reforma de 2003, com a Emenda Constitucional nº 41/2003, tornou obrigatória a contribuição dos servidores sobre os benefícios recebidos acima do teto do RGPS. Essa reforma também alterou o conceito de integralidade, passando o

salário de benefício a ser igual à média dos 80% maiores salários, e não mais o valor da última remuneração. Ela também desvinculou os reajustes dos servidores ativos aos reajustes dos benefícios previdenciários (BRASIL, 2003a), reduzindo o valor presente dos benefícios futuros. Estas reformas (de 1993, 1998 e 2003) aproximam o regime previdenciário dos servidores públicos do regime dos demais trabalhadores no longo prazo. Assim, daqui a 20 ou 30 anos, se assim se decidir, será possível ter um regime básico único, pois a transição da unificação dos regimes seria mais tranquila, organizada e barata que hoje (SCHWARZER, 2005).

Poucos anos depois da Reforma de 2003, a Portaria MPS 403/2008 determinou as principais diretrizes das avaliações atuariais. Essa portaria definiu limites para as premissas demográficas adotadas nas avaliações atuariais e estabeleceu os elementos mínimos das avaliações atuariais, sua frequência, e a necessidade da indicação de um plano de amortização no caso de déficit atuarial (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008c).

Além disso, até 2008 a quase totalidade dos RPPS era estruturado pelo regime financeiro de repartição simples (NOGUEIRA, 2012), regime que financia os pagamentos correntes de um determinado período, em geral, de um ano, sem exigir a constituição de reserva (FELDSTEIN; LIEBMAN, 2001; PINHEIRO, 2007). Uma consequência imediata desse regime é a colaboração entre as gerações a cada momento, pois os ativos, mais novos em geral, financiam os inativos, mais velhos, os quais, em outro momento, já contribuíram, enquanto eram ativos, para financiar os benefícios de indivíduos de gerações anteriores (FELDSTEIN; LIEBMAN, 2001; PINHEIRO, 2007; SINN, 2000).

Porém, as últimas décadas foram marcadas por intensas mudanças na dinâmica demográfica. A queda da mortalidade, ocasionada por melhorias no saneamento básico e nas condições de acesso a serviços de saúde e higiene, resultou em maior expectativa de vida aos brasileiros (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2010a). A esperança de vida ao nascer no Brasil passou de 63 anos em 1980 para 73 anos em 2010 e tende

a chegar a 81 anos em 2050. Essa mudança resulta em mais benefícios previdenciários com durações maiores em relação ao tempo de contribuição (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2008), o que faz da discussão sobre envelhecimento uma discussão, também, sobre o equilíbrio das contas previdenciárias.

Como alternativa uma das propostas levantadas é a de capitalização, regime pelo qual não há solidariedade entre gerações (FELDSTEIN; LIEBMAN, 2001), pois prevê a formação de provisão matemática ao longo da vida laborativa do indivíduo de forma gradual, garantindo que haja coberturas integrais para os benefícios iniciados, e cobertura proporcional para os não iniciados. Por esse regime os recursos do plano são investidos e a rentabilidade observada é revestida ao fundo (PINHEIRO, 2007). Esse processo aumenta o capital acumulado e diminui o custo normal e as contribuições necessárias ao custeio do plano (WINKLEVOSS, 1993).

Várias são as considerações que se faz sobre a proposta de capitalização da previdência. Nos primeiros anos após a implementação de sistemas capitalizados tem-se o superávit financeiro. Contudo, isso não significa superávit atuarial e sobra de recursos, pois esses recursos devem ser utilizados para o pagamento de benefícios futuros. A primeira preocupação, portanto, é quanto a pressões para aumento dos benefícios de forma não sustentada nesse período (COGAN; MITCHELL, 2003). Outra preocupação diz respeito à forma de investimento dos recursos, ou seja, se seriam investidos de forma a maximizar os ganhos dos segurados, ou de forma a privilegiar uma ou outra empresa, ou de forma a privilegiar políticas governamentais com objetivos políticos ou sociais, como já aconteceu no Brasil no passado (COGAN; MITCHELL, 2003).

Acima dessas preocupações e procurando aliar vantagens de cada regime financeiro, a Portaria 403/2008 determinou quais benefícios poderiam ser financiados com quais regimes financeiros em um RPPS. Pela portaria a repartição simples só poderia ser utilizada para o financiamento dos benefícios

de auxílio-doença, salário-maternidade, auxílio-reclusão e salário-família (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008c). A adoção desse regime nesses casos, mesmo em populações velhas ou em processo de envelhecimento, simplificaria os cálculos sem causar grandes impactos na manutenção do plano já que são benefícios de curta duração ou de ocorrência rara. Já o regime de capital de cobertura, mescla entre repartição e capitalização, deveria ser o mínimo utilizado para o financiamento dos benefícios de risco de aposentadoria por invalidez e pensão por morte, enquanto a capitalização pode ser adotada para qualquer tipo de benefício (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008c). O Quadro 3 explicita quais regimes financeiros podem ser utilizados para cobertura de quais benefícios, em cada regime previdenciário.

**QUADRO 3 – Possibilidade de utilização dos regimes financeiros no RGPS, nos RPPS e nas EFPC**

<b>Regime Financeiro</b>	<b>RGPS</b>	<b>RPPS</b>	<b>EFPC</b>
Repartição Simples	Todos os benefícios	Mínimo para auxílio-doença, salário-maternidade, auxílio-reclusão e salário-família.	Mínimo para benefícios pagáveis por invalidez, morte, doença ou reclusão, na forma de pagamento único.
Capital de Cobertura		Mínimo para aposentadoria por invalidez e pensão por morte de segurados em atividade.	Mínimo para benefícios pagáveis por invalidez, morte, doença ou reclusão, na forma de renda.
Capitalização		Mínimo para aposentadorias programadas e pensões por morte de aposentado.	Mínimo para benefícios programados e continuados.
Legislação		Portaria 403/2008 e modificações	Resolução CGPC 18/2006 e Lei Complementar 109/2001

Fonte: BRASIL, 2001c; CONSELHO DE GESTÃO DA PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR, 2006; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008c.

Como forma de operacionalizar a transição entre os regimes, a Portaria 403 também definiu a segregação de massas, a qual permite a transição gradual de

um regime de repartição simples para um de capitalização (LIMA; GONÇALVES, 2009; NOGUEIRA, 2012), ação incentivada pelo MPS desde 1999 (MINISTÉRIO DA FAZENDA; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA E ASSISTÊNCIA SOCIAL, 1999). Pela segregação de massas pode-se separar, em um mesmo RPPS, os recursos referentes a dois grupos diferentes de servidores, os que entraram antes (plano financeiro) e os que entraram depois de determinada data (plano previdenciário). Aos que entraram antes e que compõem o plano financeiro, administra-se os recursos por repartição simples, sendo as insuficiências aportadas pelo ente federativo para manter o equilíbrio atuarial do plano. Aos que entraram depois da data da segregação de massas e formam o plano previdenciário, administram-se os recursos de benefícios programados por capitalização. Assim, é como se houvesse dois planos em um único RPPS, separados orçamentária, financeira e contabilmente em relação aos recursos e obrigações correspondentes a cada grupo (RABELO, 2001).

A segregação de massas exige um maior aporte de recursos em sua fase inicial por parte do governo para cobrir os benefícios financiados por repartição, já que as contribuições dos servidores ativos deixam de cobrir esses benefícios para alimentarem o fundo capitalizado (RABELO, 2001). Além disso, é preciso apoio técnico para que a transição seja bem conduzida. Frente a essa situação o Programa de Apoio à Reforma dos Sistemas Estaduais de Previdência (PARSEP), desenvolvido em convênio entre Ministério da Fazenda, Ministério da Previdência e Assistência Social e Governos Estaduais, ofereceu apoio técnico e financeiro para os RPPS estaduais deficitários (MINISTÉRIO DA FAZENDA; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA E ASSISTÊNCIA SOCIAL, 1999). Já as ações do Projeto de Assistência Técnica para a Reforma dos Sistemas Municipais de Previdência (PREVMUN) ofereceu assistência técnica e contratos com consultores para elaboração de estudos, projetos técnicos atuariais e recadastramento de servidores visando maior eficiência dos RPPS dos 28 municípios participantes (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2003; PY, 2009). Em 2011 o Custo Total Atualizado do PREVMUN foi de U\$ 10 milhões e o do PARSEP II foi de U\$ 12 milhões, ambos financiados pelo Banco



Internacional para Reconstrução e Desenvolvimento (BIRD) (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2012b).

A opção por planos BD capitalizados sem contas individuais propiciada pela segregação de massas traz ainda mais vantagens para o contribuinte em relação às contas individuais da PC do tipo CD. Planos coletivos aceitam maiores riscos de investimento que planos individuais, pois o risco é diluído entre todos os participantes, fazendo com que o nível de bem estar dos participantes seja maior que em planos com contas individuais (CUI; JONG; PONDS, 2011). Por conta disso, mesmo pagando o mesmo valor de contribuição, é possível receber valores maiores de benefícios em planos BD, que em planos CD com contas individuais (BLAKE; CAIRNS; DOWD, 2001; BUTRICA *et al.*, 2009). Contudo, se bem geridos, tanto planos BD quanto planos CD resultam em bons retornos aos participantes.

Em resumo, enquanto as Emendas Constitucionais nº 3/1993, 41/2003 e 20/1998 buscaram reformas paramétricas que estabeleceram a obrigatoriedade da contribuição, o equilíbrio atuarial e alteraram a fórmula de cálculo do benefício, a Lei Complementar 108/2001 e a Portaria 403/2008 possibilitam a efetivação de reformas estruturais que aumentam a sustentabilidade da previdência dos servidores públicos. Mas apesar das medidas adotadas, muitos RPPS se encontram em dificuldades financeiras. Pela inviabilidade de manutenção de alguns RPPS, em 2011 340 RPPS municipais estavam em extinção no Brasil, 15% do total (DATAPREV, 2011). No caso de extinção do RPPS o pagamento dos benefícios já concedidos, bem como aqueles cujos requisitos de concessão já tenham sido cumpridos (os chamados iminentes), é de responsabilidade exclusiva do ente federado (Gushiken, 2002). O número de RPPS em desequilíbrio é ainda maior. Em 2010, dos 27 estados brasileiros, 13 RPPS de capitais e 22 RPPS de governos estaduais eram deficitários (GUIMARÃES, 2012).

Com a segregação de massas, recentemente definida, o problema pode ser ainda maior. Uma das dificuldades geradas pela segregação de massas é a

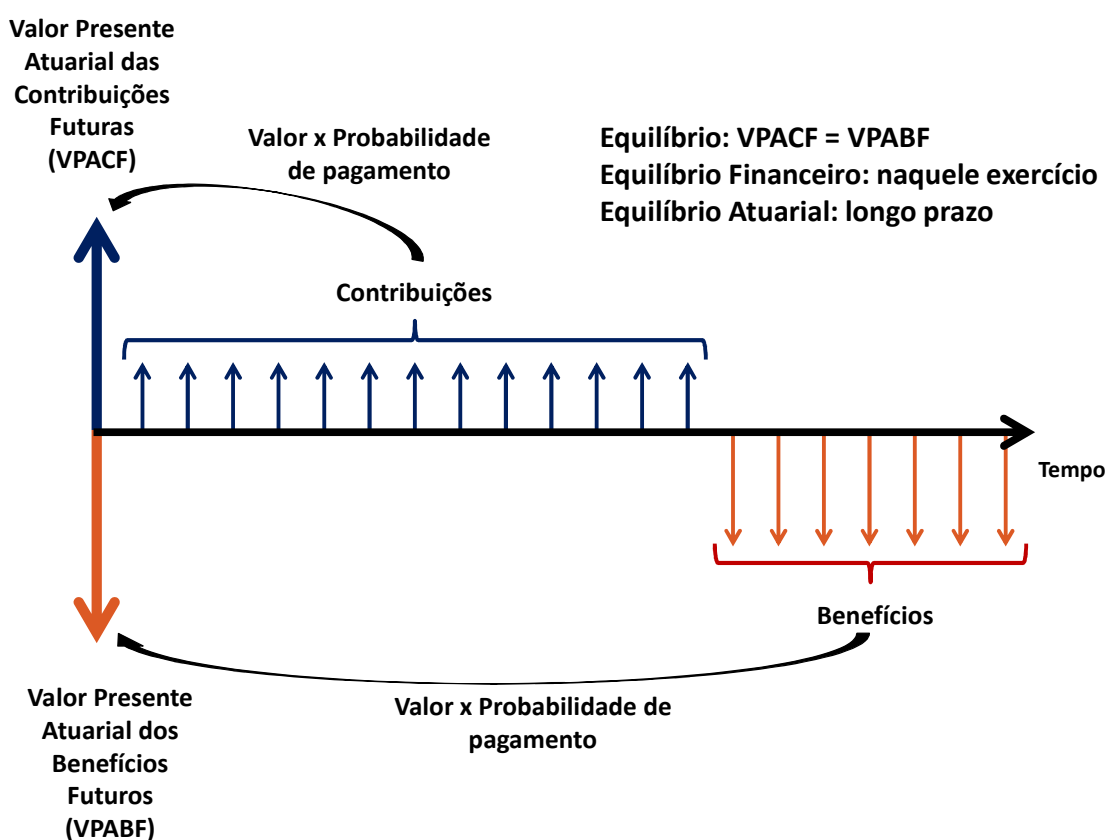
quantidade reduzida de servidores vinculados ao plano previdenciário nos primeiros anos após a segregação, situação semelhante à enfrentada no caso de implantação de um novo RPPS. Essa dificuldade se soma aos problemas de gestão e cultura institucional (FACCIANI, 2013; FERREIRA, 2008; GUIMARÃES, 2012; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2009; MITCHELL; SMITH, 1994), como já exposto neste capítulo, o que pode provocar aumento nos déficits financeiros dos RPPS, que já são maiores que o do RGPS (SILVEIRA *et al.*, 2011; TESOURO NACIONAL, 2013). Como o tamanho da população afeta a variabilidade das funções demográficas, e essas determinam o pagamento de contribuições e benefícios, o tamanho da população pode, também, afetar a capacidade de pagamento dessas obrigações no longo prazo, conforme defendido neste trabalho. Para entender como se dão essas relações, entretanto, mais que entender a legislação e situação política dos RPPS, é necessário compreender a forma como se dá a avaliação do equilíbrio atuarial e a definição das alíquotas de contribuição, temas discutidos na próxima seção.

### **2.3. Premissas atuariais e modelos de análise de risco**

O equilíbrio dos planos previdenciários e os riscos que o envolvem passam, em grande medida, pelas premissas atuariais adotadas e pela metodologia de cálculo empregada. Um plano previdenciário é equilibrado se o valor das contribuições for suficiente para cobrir o pagamento dos benefícios (BOWERS *et al.*, 1997; WINKLEVOSS, 1993). Contudo, o dinheiro tem valor no tempo. Portanto, para avaliar o equilíbrio do plano, os pagamentos de benefícios e de contribuições precisam ser comparados em uma mesma data, mesmo sendo feitos em datas diferentes. Ou seja, é preciso analisar o valor presente de cada pagamento considerando seu valor no tempo em que são pagos e o valor correspondente na data analisada (BOWERS *et al.*, 1997). Se o valor presente do fundo mais as contribuições futuras for igual ao valor presente dos

benefícios futuros, então o plano está equilibrado, como demonstrado na Figura 2. Se o valor presente do fundo mais as contribuições futuras for maior que o dos benefícios futuros então há superávit e, caso contrário, há déficit (BOWERS *et al.*, 1997).

**FIGURA 2 – Valor Presente Atuarial dos Benefícios e das Contribuições Futuras.**



Fonte: BOWERS *et al.*, 1997; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008c.

Por se tratarem de eventos futuros, não se sabe, ao certo, quantos serão os pagamentos, quando irão ocorrer, nem qual o valor exato de cada um (CAETANO, 2006). Contudo, é possível atribuir probabilidades de ocorrência de cada valor a ser pago pelo chamado cálculo atuarial (BOWERS *et al.*, 1997; CAETANO, 2006), impedindo que sejam cobrados valores de contribuição demasiadamente elevados em relação ao valor necessário para o pagamento

dos benefícios. Se o benefício é vitalício, por exemplo, pagamentos serão feitos até a morte do beneficiário. Pode-se supor que todos os indivíduos morram até os 120 anos. Uma opção, portanto, seria acumular recursos para pagar benefícios até os 120 anos de cada indivíduo. Contudo, muitos morrem antes dessa idade; portanto, o valor necessário para arcar com os benefícios é menor que o valor que seria acumulado se todos morressem somente aos 120 anos. Não se sabe ao certo quando cada beneficiário irá morrer, mas é possível atribuir probabilidades de morte a cada idade para uma população de segurados e calcular o valor médio necessário ao pagamento dos benefícios vitalícios. O mesmo raciocínio pode ser estendido a outros tipos de eventos, como o fim das contribuições pela saída do servidor da atividade por morte, aposentadoria ou invalidez; e o pagamento de pensões a dependentes (BOWERS *et al.*, 1997).

Cálculos que envolvem pagamentos futuros e probabilidades associadas a esses pagamentos são chamados cálculos atuariais. Quando o cálculo do valor presente das contribuições futuras e do valor presente dos benefícios futuros considera as probabilidades de pagamentos esses são chamados valores presentes atuariais (BOWERS *et al.*, 1997). As funções que exprimem comportamentos futuros utilizadas nos cálculos dos valores presentes atuariais são chamadas premissas atuariais. Essas funções podem ser econômicas ou financeiras, como rentabilidade dos investimentos e taxa de aumento das remunerações; ou podem ser demográficas (CAETANO, 2006). Por eventos demográficos entendem-se os eventos que alteram o tamanho ou a composição populacional, ou seja, os eventos de entrada e de saída da população de ativos ou de beneficiários.

Em planos capitalizados de benefício definido é possível saber, de antemão, o valor necessário para arcar com os benefícios futuros, dado um conjunto de premissas atuariais. Resta, portanto, saber qual é a alíquota de contribuição necessária para, mantido o equilíbrio atuarial, acumular reserva com valores suficientes para pagar esses benefícios (WINKLEVOSS, 1993). Essas alíquotas respeitam valores mínimos e máximos determinados pela legislação,

mas são definidos por avaliações atuariais feitas anualmente para cada RPPS, podendo, portanto, ser diferente para entes federativos diferentes, com massa de participantes com características distintas (BRASIL, 1988; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008c).

A utilização de premissas diferentes nos cálculos atuariais pode resultar na estimação de alíquotas de contribuição e reservas distintas para uma mesma população. Cada uma das premissas influencia o valor da alíquota de contribuição de uma forma. Quanto mais tardia a aposentadoria e mais precoce o ingresso do servidor no mercado de trabalho, maior o tempo de contribuição ao fundo do RPPS e menor a alíquota de contribuição. Em contrapartida, os rendimentos tendem a aumentar com o tempo de serviço do servidor, do qual depende o valor do benefício a ser recebido e, portanto, as alíquotas de contribuição (WINKLEVOSS, 1993). A duração do benefício a ser recebido também é relevante no cálculo dessa alíquota. Os benefícios previdenciários são vitalícios e reversíveis a cônjuge e dependentes. Quanto maior o tempo de vida do servidor e quanto maior a probabilidade dele deixar cônjuge e dependentes, maior o tempo de recebimento de benefício, e, conseqüentemente, maior o valor da contribuição necessária para pagar esses benefícios (WINKLEVOSS, 1993).

Quanto mais adequadas forem as premissas ao comportamento da população de interesse mais exatos serão os cálculos atuariais e o valor da contribuição cobrada (WINKLEVOSS, 1993). Se as premissas superestimam os valores dos benefícios futuros, ou seja, se atribuem probabilidades ou valores de benefícios maiores do que os realmente pagos, o valor de contribuição cobrado será maior que o necessário e há superávit atuarial; caso contrário, há déficit atuarial. Se as premissas superestimam as contribuições, projetando um valor maior de contribuições que o que realmente será feito no futuro, na prática há déficit atuarial; caso contrário, há superávit atuarial (WINKLEVOSS, 1993).

Déficits e superávits são situações indesejadas. Se há superávit cobrou-se mais dos segurados que o necessário para arcar os benefícios. Então, privou-

se o segurado de um melhor padrão de vida sem uma necessidade real de acumulação de recursos. No caso de déficit o valor cobrado foi inferior ao necessário, o que prejudica a sustentação do plano e compromete o pagamento dos benefícios (WINKLEVOSS, 1993). Portanto, deseja-se que as premissas reflitam a realidade sem superestimá-la ou subestimá-la. O efeito da superestimação ou subestimação de cada premissa em relação ao realmente observado é apresentado no Quadro 4.

**QUADRO 4 – Efeito do erro de estimação da premissa atuarial sobre o resultado atuarial.**

<b>Premissa atuarial</b>	<b>Observado</b>	<b>Resultado Atuarial</b>
Rentabilidade dos investimentos	Superior à estimada	Superávit
	Inferior à estimada	Déficit
Taxa de crescimento das remunerações	Superior à estimada	Déficit
	Inferior à estimada	Superávit
Taxa de Rotatividade	Superior à estimada	Déficit
	Inferior à estimada	Superávit
Idade de entrada	Superior à estimada	Déficit
	Inferior à estimada	Superávit
Mortalidade de válidos	Superior à estimada	Déficit
	Inferior à estimada	Superávit
Sobrevivência dos válidos	Superior à estimada	Déficit
	Inferior à estimada	Superávit
Sobrevivência de inválidos	Superior à estimada	Déficit
	Inferior à estimada	Superávit
Entrada em invalidez	Superior à estimada	Déficit
	Inferior à estimada	Superávit
Morbidez (afastamento por doença)	Superior à estimada	Déficit
	Inferior à estimada	Superávit
Idades da família padrão	Superior à estimada	Superávit
	Inferior à estimada	Déficit

Fonte: GUSHIKEN *et al.*, 2002.

Diante do poder que as premissas atuariais têm de afetar o equilíbrio do plano, muitos fundos adotam premissas pouco realistas, embora legais, para inibir o déficit atuarial enfrentado (BROWN; WILCOX, 2009; EATON; NOFSINGER, 2004; MITCHELL; SMITH, 1994; NOVY-MARX; RAUH, 2009; RAUH, 2010). Nos Estados Unidos, estudos mostram que cerca de dois terços de todos os

estados têm manipulado premissas atuariais na determinação da sua obrigação de pensão (MITCHELL; SMITH, 1994). O fundo previdenciário oficial de Nova York, por exemplo, elevou a taxa de retorno dos investimentos de 8% para 8,75% em um esforço para equilibrar o seu orçamento. Como resultado, houve redução de U\$ 325 milhões anuais em contribuições (MITCHELL; SMITH, 1994). Da mesma forma, em 1992, New Jersey alterou as premissas atuariais de forma a reduzir a contribuição exigida naquele ano de U\$ 773 milhões para zero (EATON; NOFSINGER, 2004).

Em contrapartida, nos fundos previdenciários para servidores dos Estados Unidos observou-se um aumento do passivo atuarial nos últimos anos (SPLINTER, 2011) fruto da falta de contribuição dos entes empregatícias e da baixa rentabilidade dos investimentos, mas, principalmente, resultado da adoção de premissas atuariais mais realistas (SPLINTER, 2011). A metodologia atuarial adotada também pode aumentar a propensão à contribuições insuficientes por parte do ente empregatício. Quando o método de custeio utilizado é o crédito unitário, que prevê contribuições crescentes no tempo, os entes são mais propensos a fazer contribuições menores que as determinadas atuarialmente se comparados aos fundos que utilizam o método de custeio de idade de entrada normal, que prevê alíquotas de contribuições constantes no tempo (MUNNELL *et al.*, 2008).

A motivação para manipulações na adoção de premissas ou na escolha do método pode ser financeira ou política. Grande parte do patrimônio dos fundos previdenciários é investida em ações. Quando o mercado de ações está em queda, a rentabilidade fica abaixo do esperado e é preciso aumentar as contribuições para não ter déficit. Em vez disso, os planos tendem a adotar premissas mais otimistas e adiar o aumento das contribuições (EATON; NOFSINGER, 2004; FACCIANI, 2013; KLUMPES; WHITTINGTON, 2003). Os planos sujeitos à pressão política também são mais propensos a ter premissas atuariais mais otimistas e a ser mais deficitários. Em tempos de recursos públicos escassos, usar os recursos dos planos previdenciários públicos pode parecer uma alternativa fácil para o político e aumentar suas probabilidades de

reeleição. Os efeitos dessa medida só serão sentidos nos governos posteriores, uma vez que os planos operam no longo prazo, não prejudicando a avaliação dos gestores imediatamente (EATON; NOFSINGER, 2004; FACCIANI, 2013). Entretanto, os efeitos da manipulação das premissas serão sentidos pelas coortes futuras, que ficarão sobrecarregadas tendo que arcar com os déficits atuariais (FACCIANI, 2013).

Para não gerar diferenças de sobrecarga entre as gerações, a escolha das premissas atuariais deveria refletir as funções que se espera observar naquela população nos anos futuros, e não a conveniência política ou financeira. Como medida para a diminuição dos déficits atuariais futuros, dever-se-ia exigir, por lei, a adoção de premissas atuariais mais realistas, além de medidas de revisão por pares a respeito dos métodos, premissas e taxas atuariais adotadas nas avaliações, de forma a permitir uma segunda opinião por outras empresas atuariais sobre os critérios adotados (FACCIANI, 2013).

O desafio, portanto, é determinar quais são as funções mais verossímeis a serem adotadas como premissas atuariais, isso é, aquelas com maior probabilidade de ocorrência em situações reais. Não há regra clara ou literatura que oriente uniformemente a escolha das premissas atuariais pelos atuários, que muitas vezes se baseiam em experiências próprias ou de escolas para orientar suas escolhas (RODRIGUES, 2008). Portanto, para estimar as premissas utilizadas nos cálculos atuariais pode-se recorrer a diferentes métodos.

Pela experiência passada de uma população é possível observar tanto um padrão comportamental dos eventos (distribuição de probabilidade) quanto uma tendência nos comportamentos populacionais das funções de interesse (COMISSÃO DE NORMAS TÉCNICAS DO IBA, 2007). Por meio dessa tendência observada no passado pode-se estimar o comportamento futuro dessas funções. Contudo, por se tratarem de eventos futuros, e, portanto, que ainda não aconteceram, pode ocorrer algum fato não previsto que altere a tendência até então observada da função de interesse. Dessa forma, quanto



maior o horizonte de tempo estudado, maior a incerteza associada, pois maior é o tempo a que se está exposto ao risco de haver algum evento não previsto que mude o comportamento da variável em questão (RAO, 2003). Portanto, é de grande importância para a solvência da entidade que sejam feitas avaliações atuariais frequentemente, de modo a identificar possíveis alterações no comportamento dessas funções em relação ao comportamento esperado (COMISSÃO DE NORMAS TÉCNICAS DO IBA, 2007). Mas, apesar da possibilidade de reavaliações anuais, os cálculos atuariais devem procurar ser os mais exatos possível sobre o comportamento futuro dessas funções, de forma a evitar a necessidade de reajustamentos no plano de benefícios, evitando desgastes políticos e preservado a confiança dos participantes na administração do plano de benefícios.

Estatisticamente só é possível encontrar funções que sintetizem, com certa confiança, o comportamento de uma população caso haja um número grande de observações (SAMUELSON, 1963) e caso essas informações sobre os segurados sejam de boa qualidade, ou seja, completas e atualizadas. A quantidade de dados necessária depende da premissa a ser estimada e da precisão que se deseja.

O ideal é que as premissas sejam estimadas a partir de dados da própria população, de forma a refletir seu real comportamento (WINKLEVOSS, 1993). Parte dos estudos sobre algumas premissas demográficas se refere a trabalhadores gerais, como acontece em GOMES; FIGOLI; RIBEIRO (2010), que estimam uma tábua de probabilidades de entrada em invalidez por idade para trabalhadores segurados pelo RGPS; OLIVEIRA *et al.* (2012), que estimaram uma tábua de mortalidade para participantes de seguros de vida no Brasil; e SILVA (2009), que estimou a mortalidade por coorte em São Paulo.

Há também estudos específicos para populações de servidores públicos, como os de ARTEGA (2009) e de BORGES (2009), que estimaram tábuas de mortalidade de inválidos e válidos, respectivamente, e o de BELTRÃO, OLIVEIRA e PASINATO (1999), que apresentaram estatísticas de

probabilidades de aposentadoria, idade de entrada no serviço público e salário por idade. Porém esses estudos restringiram suas análises a servidores federais, que têm renda e condições de vida melhores que as dos servidores municipais.

Na ausência de estudos específicos para a população de interesse, outras bases de dados e informações podem ser utilizadas como orientação à escolha das premissas demográficas. Pode-se, por exemplo, “tomar emprestada” uma função de outra população como se fosse a daquela população, desde que haja indícios de que as duas populações tenham estruturas parecidas (PRESTON; HEUVELINE; GUILLOT, 2001).

Outra alternativa diante da ausência de dados administrativos é a utilização de dados de pesquisas amostrais. Entretanto, a origem dos dados utilizados na análise pode afetar os resultados encontrados na estimação das premissas. SOUZA (2013) mostra que o uso de dados de pesquisas amostrais subestima de 20% a 25% o número de beneficiários do Programa Bolsa Família (PBF) e subestima em cerca de 50% o do Benefício de Prestação Continuada (BPC) em se comparado aos números obtidos por dados administrativos em decorrência do desenho amostral da pesquisa e à estruturação das perguntas do questionário. Já QUEIROZ e SAWYER (2012), ao analisar a qualidade das informações sobre mortalidade do Censo de 2010, uma fonte de dados não administrativa, conclui que a qualidade da informação é bastante elevada. Ou seja, os dados amostrais podem ser utilizados, mas é preciso cuidar para que as estimativas levantadas realmente reflitam a realidade estudada.

Além da possibilidade de desequilíbrio atuarial ao utilizar uma premissa que não representa bem o comportamento da população, pode haver desequilíbrio se a função utilizada estiver correta, mas, por conta da pequenez da população e de sua variabilidade, os valores observados forem diferentes do esperado (PITACCO, 2002).

A primeira pessoa a estudar a relação entre a variabilidade dos eventos e o número de repetições (ou tamanho da população) foi Jacob Bernoulli, que viveu de 1654 a 1705. Ele enuncia o teorema que ficou conhecido como Lei dos Grandes Números, que diz que com o aumento do número de repetições aumenta a certeza de que a frequência dos eventos é igual à sua probabilidade, pressupondo que, sob condições similares, a ocorrência (ou não ocorrência) de um evento no futuro seguirá o mesmo padrão observado no passado (BERNSTEIN, 1997). Em outras palavras, em populações pequenas, pequenas variações aleatórias dos eventos causam grandes mudanças em suas frequências observadas. Como exemplo, compara-se o que acontece em duas populações com tamanhos diferentes. Se em uma população de 30 mil indivíduos em que se espera morrerem 1% (300 indivíduos), morrem 3 indivíduos a mais (303), a proporção de mortes observada foi de 1,01%, pouco maior que a esperada. Já em uma população menor, de apenas 300 indivíduos, em que se espera morrerem 1% (3 indivíduos), se morrem 3 a mais, a proporção de mortes observada foi de 2%, o dobro do esperado inicialmente. Portanto, cada evento a mais ou a menos em uma população pequena tem um impacto maior na frequência relativa dos eventos observados que cada evento a mais ou a menos na população maior.

Em uma primeira leitura da Lei dos Grandes Números pode-se inferir que o aumento do tamanho da população diminui o risco de cada evento. Porém, SAMUELSON (1963) retifica a interpretação sobre a repetição dos eventos e a certeza sobre o resultado enunciada por Bernoulli. Ele chama a atenção para o fato de seguradoras evitarem carteiras de seguros com poucos participantes, mas aceita-las se o número de participantes for alto. Ou seja, elas não aceitam o risco de um evento, mas estão dispostas a aceitar uma sequência desse mesmo risco. Segundo o autor, o que acontece não é que o risco de cada evento diminui quando um maior número de experimentos é realizado, mas há uma subdivisão dos riscos envolvidos quando esse número de experimentos é grande, diminuindo a probabilidade de perdas gigantescas e aumentando a certeza de algum ganho. Como o peso de uma perda é maior que o peso do

ganho, as seguradoras aceitam o risco quando a possibilidade de perda é pequena (SAMUELSON, 1963).

Mas, apesar de lidarem diretamente com o risco, nem sempre seguradoras e fundos de pensão consideram todo o risco envolvido em sua tomada de decisão. Nessas entidades, da forma como os cálculos atualmente são feitos, os atuários estimam os valores esperados das premissas atuariais demográficas e econômicas, assumem que esse valor esperado será o observado no futuro, e fazem os cálculos atuariais com base nesses valores médios (BOWERS *et al.*, 1997; NOVY-MARX; RAUH, 2009; RAUH, 2010; WINKLEVOSS, 1993). Contudo, para cada premissa atuarial há uma distribuição de probabilidade em torno deste valor médio que não é considerada pelos atuários. Na verdade, a probabilidade de observar, no futuro, o valor médio estimado é pequena em relação à probabilidade de observar valores em torno deste valor médio (NOVY-MARX; RAUH, 2009). Portanto, ao fazer esses cálculos determinísticos, assume-se uma probabilidade pequena de equilíbrio atuarial, e uma alta probabilidade de desequilíbrio (NOVY-MARX; RAUH, 2009).

Diante dessa realidade, NOVY-MARX e RAUH (2009) discutem as regras contábeis que permitem adotar uma única taxa de retorno dos investimentos nos cálculos atuariais de planos previdenciários para servidores públicos dos Estados Unidos. Os autores propõem que o Estado deveria, ao menos, exigir um conjunto de estimativas com várias taxas de retorno diferentes, mesmo que sem probabilidades associadas a cada uma, embora a situação ideal seria a produção de resultados com probabilidades associadas. Contudo, os autores não mencionam riscos demográficos nem interação entre riscos demográficos e financeiros em sua análise.

Apesar da pouca importância legal que recebem nos cálculos atuariais, a variabilidade das funções e seus efeitos no custeio são ricamente explorados em modelos financeiros, principalmente, pelo cálculo VaR, do CVaR ou déficit esperado, pela probabilidade de déficit e por modelos de ALM para

administração de risco (KAAS *et al.*, 2008; LUCKNER *et al.*, 2003). Nesse sentido, as funções de rentabilidade ou de taxa de aumento das remunerações são consideradas estocásticas, e analisa-se o risco de solvência do plano dada a variabilidade destas funções.

A medida de risco mais utilizada na prática tem sido o VaR, que representa a perda máxima a um certo nível de confiança. Contudo, o VaR tem a desvantagem de apenas considerar a probabilidade do déficit das indenizações assumirem valores positivos, sem considerar o tamanho do déficit ou a variância da função de perda. O CVaR corrige essa ineficiência ao medir a perda média acima do VaR com certa confiança. Nesse caso, quanto maior o valor de CVaR, ou seja, quanto maior a perda média para uma certa probabilidade, mais arriscado é o investimento, pois maior é a variância do fundo (KAAS *et al.*, 2008). Porém, essas medidas não dizem quando o déficit ocorre, estimando um risco ao final do período, mas não no tempo. Sabe-se, portanto, que quanto maior a variabilidade da função da perda, maior o risco de déficit, mas não se sabe, apenas por essas medidas, quando o déficit poderá ocorrer. Logo, é necessário recorrer à Teoria da Ruína.

Pela Teoria da Ruína, inicialmente aplicada à análise de solvência de companhias de seguros, o Fundo é um processo estocástico que aumenta continuamente com as contribuições e diminui aos poucos com o pagamento dos benefícios. Quando esse capital se torna negativo, diz-se que ocorre a ruína, que é uma situação de insolvência indesejada. Vale ressaltar que com um capital de  $-1$ , o plano não quebra, necessariamente, e com um capital de  $+1$  o plano dificilmente será considerado solvente. Mas, embora o estado de ruína seja meramente uma abstração matemática, é um bom indicativo da saúde financeira do plano. Como uma alta probabilidade de ruína (ou déficit) indica instabilidade, medidas como resseguro, aumento do valor dos prêmios, e aporte de capital de giro extra pelo segurador poderiam ser consideradas para evitar a ruína (KAAS *et al.*, 2008).

Pelo modelo de ruína clássico o pagamento de prêmios ou contribuições é constante no tempo enquanto o número de indenizações a cada unidade de tempo é modelado por um processo de Poisson. Dessa forma, é possível determinar a função geradora de momento com certa probabilidade de não ruína e, se a probabilidade do valor dos benefícios for conhecida, a probabilidade de ruína pode ser facilmente calculada (KAAS *et al.*, 2008).

O modelo de ruína para planos previdenciários é uma variação do modelo clássico em que tanto as contribuições quanto os benefícios são variáveis aleatórias. Essa diferença traz algumas consequências. O processo de Poisson, usado no modelo clássico, é sem memória, o que faz com que o número de ocorrências a cada unidade de tempo seja independente. Entretanto, em um plano previdenciário o número de ocorrências está relacionado ao número de indivíduos no plano a cada momento do tempo e, portanto, não se pode dizer que os números de ocorrências a cada momento sejam independentes. Outra consequência da aleatoriedade das contribuições é que, na modelagem clássica, sendo o número de eventos um processo de Poisson, o valor das indenizações ou benefícios a cada tempo é um processo de Poisson composto. No caso de planos previdenciários, como o número de pagamentos não pode ser modelado por um processo de Poisson, a distribuição do valor dos benefícios e do valor das contribuições não são previamente conhecidas (KAAS *et al.*, 2008).

Em razão dessas limitações, em modelos de ruína para previdência o número de eventos pode ser modelado pela multiplicação da população pelas tabelas de mortalidade, invalidez e aposentadoria, no modelo determinístico; ou por simulações, no modelo estocástico, sendo, mais comum, a utilização das simulações (KAAS *et al.*, 2008).

Uma simulação é uma imitação computacional do funcionamento de um processo ou sistema do mundo real ao longo de um período de tempo, sem a necessidade de experimentos reais (BANKS, 1998). Elas possibilitam observar, em poucos minutos, eventos correspondentes a um longo período de tempo no

mundo real. Permitem, ainda, explorar o efeito da mudança de uma ou mais variáveis no comportamento do sistema, ajudando a entender a causa de ocorrência de alguns fenômenos, auxiliando no diagnóstico de problemas e na proposição de medidas de otimização do sistema real (BANKS, 1998). Além disso, por admitirem um grande número de variáveis e estados, as simulações permitem a análise de problemas complexos, inviáveis ou impossíveis de serem resolvidos por outros métodos (VOS; PALLONI, 1989), tal como neste trabalho.

Os modelos de simulação podem ser classificados em relação ao nível em que os cálculos são realizados, podendo ser analíticos, de macro, ou de microsimulações. Pelo modelo analítico, a unidade de cálculo é a população inteira, sendo esse modelo indicado para situações em que não há mudanças complexas na estrutura populacional (VOS; PALLONI, 1989).

Pela macrossimulação a unidade de cálculo é um grupo populacional, como um grupo etário ou de raça, ou um indivíduo médio representativo deste grupo (VOS; PALLONI, 1989). Os cálculos são feitos grupo a grupo e a cada período de tempo (por exemplo, um ano) até completar todo o período de análise, utilizando, em geral, taxas de transição entre os estados. Dessa forma, não importa quantas vezes o experimento é repetido, o resultado da simulação sempre será o mesmo se as taxas de transição aplicadas se mantêm. Pode-se dizer, portanto, que macrossimulações são modelos determinísticos (VOS; PALLONI, 1989).

Pela microsimulação a unidade de cálculo é o indivíduo (VOS; PALLONI, 1989). Por esses modelos constroem-se histórias individuais, avaliando a ocorrência ou não dos eventos de forma aleatória a cada período de tempo para cada indivíduo (VOS; PALLONI, 1989; ZHAO, 2006). Após cada um dos indivíduos serem expostos aos eventos demográficos, passa-se ao tempo de simulação seguinte e o processo é repetido. As repetições serão tantas quanto for a quantidade de períodos desejado para a projeção. Ao final, a população resultante equivale à população projetada com todas suas características,

como composição etária, relações de parentesco e sexo (MASON, 2010; ZHAO, 2006). Como a ocorrência ou não dos eventos é aleatória, cada rodada da microssimulação pode ter um resultado diferente, podendo, portanto, ser chamada de estocástica (MASON, 2010; VOS; PALLONI, 1989; ZHAO, 2006).

Uma vantagem da microssimulação é que ela permite obter projeções para a população final e para as populações em períodos de tempo intermediários, acompanhando a evolução da população desde seu início até o fim do período projetado, podendo também ser utilizada para indicar os efeitos líquidos das mudanças das taxas demográficas, o que seria difícil ou impossível pelos modelos analíticos (ZHAO, 2006). Além disso, por armazenar dados individuais, permite analisar a variabilidade e distribuição de probabilidade dos eventos na população de interesse, o que não seria possível pela macrossimulação.

Para a análise de microssimulações é comum o uso do método de Monte Carlo (MASON, 2010; VOS; PALLONI, 1989; ZHAO, 2006), como feito neste trabalho, que se baseia em repetições de amostragem aleatórias um número elevado de vezes para a estimação de uma distribuição de interesse (HROMKOVIČ, 2003). Por esse método são feitas várias amostragens aleatórias da população inicial. As simulações são, então, realizadas para essas amostragens de população e os resultados são armazenados. Como o número de repetições é grande, pode-se, por esses resultados, fazer inferências sobre a distribuição do parâmetro de interesse e suas probabilidades (BANKS, 1998; HROMKOVIČ, 2003; SOUZA, RENATA, 2012). Esse método é útil quando a função de interesse é complexa e não é possível estimar analiticamente a distribuição (BANKS, 1998; HROMKOVIČ, 2003; SOUZA, RENATA, 2012), como no caso dos planos previdenciários.

Há vários exemplos de modelos de microssimulação usados para estimação de população e para análise de regimes de previdência. O Socsim e o Camsim são modelos de microssimulação demográfica voltado para a projeção das redes familiares para um conjunto de funções de fecundidade, mortalidade e



nupcialidade, com a diferença que o Socsim simula período a período, enquanto o Camsim simula indivíduo a indivíduo (ZHAO, 2006). Já o Pensim foi elaborado especialmente para simulação de fundos de pensão com reposição de população que se aposenta. Ele simula o cálculo de passivo atuarial para um conjunto de premissas adotadas e faz a simulação para várias políticas de investimento e analisa as diferenças encontradas no passivo em relação à rentabilidade. (KINGSLAND, 1982). Já o MINT, baseado no Pensim, compara a renda de planos CD e BD para diferentes coortes e características dos segurados (BUTRICA *et al.*, 2009), sendo aplicável a esses dois tipos de fundos de pensão.

Modelos estocásticos também são muito utilizados em ALM. O Asset-Liability Management (ALM) é a prática da gestão de um negócio de modo que as decisões e ações tomadas com relação aos ativos e aos passivos sejam coordenadas. O ALM pode ajudar os gestores fundos de pensão a estabelecerem uma política de alocação de ativos que equilibre a redução de riscos no curto e no longo prazo, assim como auxiliar no ajuste do valor das contribuições (LUCKNER *et al.*, 2003).

Tradicionalmente, a ALM tem focado sobre os riscos associados com as mudanças nas taxas de retorno de investimentos, mas atualmente encontra-se modelos que consideram outros riscos, como risco de capital, risco de liquidez, risco legal e risco cambial (LUCKNER *et al.*, 2003). Entretanto, não existe um modelo de ALM geral. Como cada companhia, cada empresa, cada plano, cada entidade, tem regulamento, com serviços, regras e objetivos próprios, não há uma metodologia única para ALM. Cada empresa ou entidade elabora de acordo com sua realidade (LUCKNER *et al.*, 2003).

Os primeiros modelos de ALM na literatura eram modelos determinísticos e foram aplicados para encontrar o melhor portfólio de investimento de ativos. Só no final de 1980 alguns grandes fundos de pensão usaram as primeiras análises integradas para problemas ALM, principalmente, por meio de simulações, que se tornaram populares devida à capacidade de analisar uma

grande quantidade de cenários. Os modelos mais modernos também tentam incorporar algoritmos de decisões dos gestores da administração dos recursos baseada em indicadores de solvência a cada momento da simulação, na tentativa de tornar a simulação mais próxima do real (DRIJVER, 2005).

Os modelos de probabilidade de ruína e ALM mostram que é possível relacionar variabilidade de uma função com seu efeito financeiro no tempo. Todavia, esses modelos são comumente usados tomando como variáveis aleatórias funções econômicas, e não demográficas (BOWERS *et al.*, 1997; DEVOLDER, 2011; DRIJVER, 2005; LUCKNER *et al.*, 2003; RODRIGUES, 2008; WINKLEVOSS, 1993). Quanto ao risco de solvência proveniente de variáveis demográficas, Pitacco e Olivieri desenvolveram um conjunto de trabalhos em que tratam do risco associado à mortalidade no pagamento de anuidades (OLIVIERI, 2001; OLIVIERI; PITACCO, 2008b, 2011; PITACCO, 2002). Eles analisam o risco devido à mortalidade na solvência de pagamentos de anuidades vitalícias considerando os dois tipos de riscos: o risco devido à estimação inadequada dos parâmetros, o chamado risco sistêmico, e o risco devido à variabilidade aleatória dos eventos.

Segundo os autores, diante da queda da mortalidade observada nas últimas décadas, a principal preocupação tem sido quanto à estimação correta do nível da mortalidade (OLIVIERI, 2001; OLIVIERI; PITACCO, 2008b, 2011; PITACCO, 2002). Para medir o risco sistêmico de mortalidade pode-se recorrer a várias técnicas probabilísticas de estimação de funções demográficas, como o Método de Lee e Carter (LEE; CARTER, 1992) e os métodos de projeções probabilísticos (ABEL *et al.*, 2013; ALKEMA *et al.*, 2011; DOBLHAMMER; MILEWSKI; PETERS, 2011; SHANG, 2012; SHANG; BOOTH; HYNDMAN, 2011), ou pelo cálculo de uma margem de risco correspondente a uma parcela do valor presente do risco de longevidade esperado, como normatizado pelo Solvency 2, um conjunto de diretrizes da União Europeia para a redução de risco de solvência (OLIVIERI; PITACCO, 2008b).

Já o segundo tipo de risco, o devido à aleatoriedade dos eventos em torno da função estimada, pode ser controlado com o aumento da população envolvida no plano; com resseguro do tipo Stop-Loss, que repassa o risco acima de uma capacidade de solvência do plano; ou com a cobrança de um carregamento de solvência extra (OLIVIERI, 2001; OLIVIERI; PITACCO, 2011; PITACCO, 2002), como proposto também por este trabalho. Contudo, esse tipo de risco normalmente é negligenciado pelos cálculos atuariais (OLIVIERI; PITACCO, 2011).

Para medir o risco devido à aleatoriedade Pitacco e Olivieri estimam a função de mortalidade e a função de variância para o número de sobreviventes no plano (OLIVIERI, 2001; OLIVIERI; PITACCO, 2008b, 2011; PITACCO, 2002). A partir de então, por aproximações estocásticas para diferentes tamanhos populacionais, avaliam a variabilidade do número de participantes vivos a cada momento, o Valor Presente do Benefício Futuro (VPBF) pago a esses participantes, o risco de solvência por decorrente dessa variabilidade, e o VaR para o período de um ano (OLIVIERI; PITACCO, 2008b). Como resultado, encontram que quanto menor a população envolvida no plano, maior o risco de solvência (OLIVIERI, 2001; OLIVIERI; PITACCO, 2008b, 2011; PITACCO, 2002) e constata, ainda, que o risco associado à mortalidade decorre, principalmente, de flutuações aleatórias, as quais dependem do tamanho da carteira (OLIVIERI, 2001). Além disso, quanto mais madura a população e quanto maior o tempo de análise, maior o risco de solvência (OLIVIERI; PITACCO, 2008b, 2011).

Outra constatação foi que o risco de solvência é tão maior quanto menor for o nível da mortalidade e que, portanto, tende a crescer com o aumento da esperança de vida. Contudo, se a população é muito pequena (100 participantes, por exemplo), o efeito da variação aleatória no risco de solvência é tão grande que inibe o efeito do nível da mortalidade (OLIVIERI; PITACCO, 2008b). No mesmo sentido, verificou-se que, para populações acima de 1.000 indivíduos, o carregamento devido ao risco de solvência estimado pelo método estocástico é menor que o estimado pelo método determinístico proposto pelo

Solvency 2. Entretanto, devida à grande variabilidade em pequenas populações, o risco pelo método estocástico é maior que o determinístico para populações pequenas (com 100 participantes, por exemplo) (OLIVIERI; PITACCO, 2008b). Esses resultados apontam, entre outras coisas, que o valor cobrado dos participantes determinado pelo Solvency 2 é insuficiente para garantir a solvência em planos pequenos, e é maior que o necessário em planos maiores.

Embora se baseiem na variabilidade de apenas uma função demográfica (a mortalidade) e embora se refiram a seguros de vida e de cuidado de longa duração, e não a planos previdenciários, esses resultados chamam a atenção sobre a importância das variações demográficas no equilíbrio atuarial desses planos que também são financiados por capitalização. Nesse sentido, esses estudos, assim como este trabalho, contribuem de forma positiva para a evolução da legislação previdenciária, tornando-a mais coerente com os riscos envolvidos no sistema e contribuindo para o equilíbrio do mesmo e manutenção, principalmente, dos regimes previdenciários com poucos participantes.

Buscando o melhor entendimento das relações entre tamanho populacional e solvência dos planos previdenciários capitalizados, a próxima seção apresenta um modelo de microssimulação proposto para simular esses planos, especificamente, assim como apresenta os insumos utilizados no modelo. A análise dos resultados evidencia o quanto outras funções demográficas, além da mortalidade analisada por Olivieri e Pitacco, podem afetar a solvência dos planos.

### 3. DADOS E MÉTODOS

Para analisar como o tamanho da população e a consequente variabilidade dos eventos demográficos podem afetar a solvência de planos previdenciários de servidores públicos, neste trabalho desenvolveu-se um modelo de microssimulação próprio que reflete as características dos RPPS brasileiros capitalizados. O objetivo deste capítulo é apresentar os insumos do modelo e a metodologia adotada pelo modelo de simulação proposto discutindo as vantagens e desvantagens de cada procedimento adotado e os resultados esperados.

A seção 3.1 apresenta os critérios utilizados na geração da população de servidores exposta ao modelo de simulação. Para tanto, investiga o perfil dos servidores municipais expresso pela PNAD 2011 e simula populações de servidores de diferentes tamanhos.

A seção 3.2 se volta à estimação de premissas econômicas e demográficas razoáveis a serem adotadas aos servidores municipais brasileiros no modelo se baseando nos critérios legislativos e nos dados da PNAD 2011.

Em seguida, a seção 3.3 se dedica à apresentação da metodologia adotada na simulação dos dados, utilizando-se da população inicial estimada na seção 3.1 e das premissas já estimadas na seção 3.2. Essa seção também apresenta alguns resultados que ilustram detalhes e consequências da metodologia adotada, realçando as limitações e as conveniências do modelo. Os resultados, entretanto, só são apresentados no Capítulo 4.

Todas as simulações e modelos desenvolvidos neste trabalho foram realizadas no software R, um ambiente que permite programação (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2013), com auxílio do pacote `lifecontingencies` (SPEDICATO; KAINHOFER; OWENS, 2014). Os comandos e funções utilizados para as simulações são apresentados no GIT, no endereço <https://github.com/CrisCorrea/ComandosTese>.

### **3.1. População de servidores municipais**

Para analisar o efeito da variabilidade das funções demográficas no risco de solvência é necessário fazer simulações com populações que tenham tamanhos diferentes e, conseqüentemente, variabilidades diferentes. Portanto é necessário fazer pressupostos sobre as características da população dos servidores e simular populações iniciais com números diferentes de servidores. Contudo, é necessário que essas populações tenham a mesma composição populacional, de modo que os resultados não sejam influenciados por mudanças nessa composição. Diante disso, o objetivo desta seção é investigar a composição populacional dos servidores municipais brasileiros por sexo, idade e rendimentos e estimar populações de tamanhos diferentes com essas características.

Sobre a geração dessa população é necessário tecer algumas considerações. Foram feitos dois exercícios, considerando duas situações distintas: a primeiro considerando a população fechada à entrada de novos servidores e a segunda considerando a população aberta. O exercício que considera a população fechada reflete a situação de extinção dos RPPS municipais e o conseqüente risco de aleatoriedade em uma possível transição para algum outro regime. Nessa situação os servidores que saem da situação de atividade não são repostos. Em contrapartida, ao considerar a população aberta os ativos são repostos logo que saem da atividade, mantendo o número de servidores públicos ativos vinculados ao ente federativo. Essa situação busca conjecturar a situação de manutenção dos RPPS municipais em seus tamanhos originais, o que é mais próximo do que acontece em grande parte dos Regimes Próprios brasileiros. Ambos os exercícios requerem a geração de uma população inicial, mas só o exercício de população aberta requer a geração de populações de reposição, que ingressam no plano na data de saída dos servidores da população anterior.

As informações básicas destas populações para o modelo de simulação são o sexo do servidor, sua idade e remuneração. Essas características foram definidas com base nos dados da PNAD 2011, que é a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios, realizada anualmente no Brasil (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2011). A PNAD 2011 visitou 146 mil domicílios e entrevistou 359 mil pessoas de todos os estados brasileiros, em áreas urbanas e rurais, retratando características dos domicílios e das pessoas que os compõem (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2011). A PNAD é uma das pesquisas em que são investigadas informações sobre tipo de trabalho e características pessoais dos indivíduos. Por ela é possível obter informações sobre quando os indivíduos começaram a trabalhar e quando ingressaram no emprego em que estavam na data de referência da entrevista. Também é possível identificar a área de trabalho de cada indivíduo, diferenciando-os quanto a servidores municipais, estaduais e federais, ou demais trabalhadores do setor privado (PNAD, 2011). Nesse processo, foram coletados dados de 10.430 servidores municipais, os quais representam 5.874.472 indivíduos da população (PNAD, 2011).

Para a definição do sexo dos servidores da população inicial assumiu-se, para cada tamanho populacional, que o percentual de servidores por sexo corresponde ao mesmo percentual de servidores por sexo observado na PNAD 2011. Definiu-se, depois, a distribuição da idade atual dos servidores por sexo baseado nos mesmos dados. Contudo, é necessário saber, ainda, a idade em que esses servidores começaram a contribuir para a previdência, o que foi estimado por um modelo que relaciona a idade de entrada no serviço público ao sexo e à idade atual dos servidores. Por fim, estimou-se a remuneração atual dos servidores baseado de sua idade atual e seu sexo.

Para a população de reposição adotou-se a mesma distribuição por sexo e o mesmo modelo para estimação da remuneração. Todavia, para essa população não é necessário estimar separadamente a idade atual e a idade de ingresso no serviço público municipal, mas apenas a idade de ingresso.

Ajustou-se, portanto, um modelo para a idade de ingresso pelo sexo do servidor.

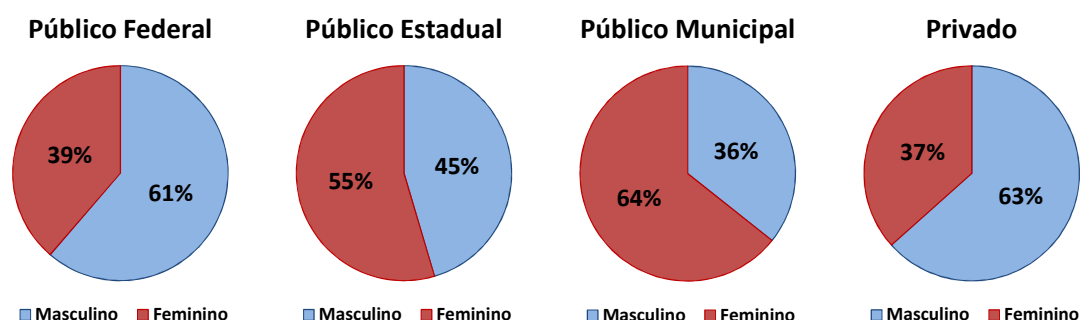
Uma vez definidos os perfis das populações de servidores, foram estimadas 4 populações iniciais de tamanhos diferentes, as quais contam com 100, 250, 500 e 1.000 servidores ativos. Ressalta-se que houve a preocupação em diferenciar as características dos servidores municipais em relação às características dos demais trabalhadores da população. Contudo, todos os servidores municipais brasileiros foram considerados conjuntamente, sem a preocupação de representar os diferenciais entre os diversos grupos de servidores de municípios e regiões diferentes, mas analisando todo o conjunto deles. Embora essa simplificação não permita a análises das variações regionais entre os servidores municipais, ela facilita a compreensão dos resultados do modelo, o qual pode ser replicado para situações específicas posteriormente.

### **3.1.1. Perfil dos trabalhadores brasileiros**

Antes da definição das funções que dão origem à população inicial de servidores analisou-se a composição da massa de servidores brasileiros caracterizando-os quanto à sua distribuição por sexo, idade, e renda. Como revelam os dados da PNAD 2011, a composição dos servidores municipais difere da dos empregados dos demais setores de atividade. Pela Figura 3, que apresenta a distribuição dos empregados urbanos por sexo e setor de atividade, percebe-se que entre os servidores municipais a proporção de mulheres é maior que nos demais setores. Enquanto entre os servidores federais apenas 39% são mulheres e entre os empregados da iniciativa privada 37% são mulheres, entre os servidores municipais 64% são mulheres.



**FIGURA 3 – Distribuição dos trabalhadores empregados urbanos por sexo e setor de atividade, Brasil, 2011.**



Fonte: PNAD, 2011.

A distribuição dos servidores municipais por idade também difere da dos demais empregados. Como mostra a Tabela 7, enquanto a idade média dos empregados da iniciativa privada é de 33,4 anos, a idade média dos servidores municipais é de 39,6 anos, caracterizando uma massa de trabalhadores mais envelhecida que a massa dos trabalhadores do setor privado. Vale ressaltar que nos dados da PNAD 2011, dos quais se extraiu essas estimativas, não foram feitos ajustes ou correções, o que justifica a existência de servidores com mais de 70 anos, mesmo a legislação estabelecendo aposentadoria compulsória aos que tiverem 70 anos ou mais; e trabalhadores com menos de 18 anos, apesar das restrições legais.

**TABELA 7 – Distribuição dos trabalhadores empregados urbanos por idade e setor de atividade, Brasil, 2011.**

Setor	Mínimo	Mediana	Média	Máximo	Desvio Padrão
Público Federal	15	39,0	38,8	80	12,9
Público Estadual	15	41,0	41,1	88	11,6
Público Municipal	14	39,0	39,6	105	11,5
Privado	10	31,0	33,4	111	11,8

Fonte: PNAD, 2011.

Quanto à renda, os servidores municipais também apresentam um perfil diferente do perfil dos demais trabalhadores, conforme a Tabela 8, e são os que têm remunerações mais baixas entre os servidores públicos. Enquanto um servidor federal recebia em 2011, em média, R\$ 3.928,64 e um servidor estadual recebia, em média, R\$ 2.377,41, os servidores municipais recebiam

apenas R\$ 1.207,47, em média. Além disso, enquanto metade dos servidores federais recebiam mais de R\$ 2.800,00, metade dos servidores municipais recebia até R\$ 800,00, 28,5% da renda mediana dos servidores federais. Apesar disso, os servidores municipais ainda recebem, em média, mais que os empregados do setor privado, que têm rendimento médio de R\$ 1.179,82. Entretanto, a renda no setor privado tem maior dispersão, de forma que a maior renda entre os servidores municipais (R\$ 40.000,00) equivale a apenas 32% da maior renda no setor privado (R\$ 125.000,00).

**TABELA 8 – Distribuição dos trabalhadores empregados urbanos por remuneração e setor de atividade, Brasil, 2011.**

Setor	Mínimo	Mediana	Média	Máximo	Desvio Padrão
Público Federal	100,00	2.800,00	3.928,64	35.000,00	3.856,26
Público Estadual	70,00	1.680,00	2.377,41	27.000,00	2.467,96
Público Municipal	10,00	800,00	1.207,47	40.000,00	1.291,20
Privado	1,00	800,00	1.179,82	125.000,00	1.517,88

Fonte: PNAD, 2011.

Com características tão diferentes das dos demais trabalhadores empregados brasileiros, fica clara a necessidade de diferenciação do perfil dos servidores municipais. Sabe-se, portanto, que estes são em maioria mulheres, mais velhos que os trabalhadores da iniciativa privada, e com remunerações mais baixas que a dos demais servidores públicos. É preciso, portanto, compreender como essas características se combinam nesta população tão particular para, então, criar uma função capaz de estimar populações com tamanhos diferentes, mas com essas mesmas características.

Neste procedimento, foram utilizados dados da PNAD 2011. Contudo, pelos dados da PNAD, alguns servidores estão em situação irregular, segundo a lei (BRASIL, 2003a), trabalhando mesmo antes dos 18 e depois dos 70 anos, e recebendo menos de 1 salário mínimo (R\$ 545,00 em 2011) ou mais que o subsídio dos Ministros do Supremo Tribunal Federal (R\$ 26.723,13 em 2011). Estes casos foram eliminados da análise.

Para gerar cada população de servidores o mais próximo possível da composição dos servidores brasileiros foram seguidos 3 passos. Para cada uma das N pessoas geradas aleatoriamente, primeiro simula-se seu sexo. Dado que se sabe o sexo do servidor, estima-se sua idade atual, de acordo com a distribuição de idade por sexo dos servidores, e sua idade de entrada no serviço público municipal. Só então, sabendo-se seu sexo e idade, estima-se sua remuneração.

### 3.1.2. Sexo e idade atual dos servidores

Primeiramente, estimou-se o sexo dos servidores. Como evidenciado pela Figura 3, 64% dos servidores municipais são do sexo feminino e 36% do sexo masculino. Portanto, gera-se uma população inicial em que 64% das pessoas são mulheres.

Ao gerar a população inicial, a distribuição de idade por sexo também deve ser respeitada. Procurou-se primeiro modelar a frequência das idades considerando os dois sexos em um único modelo. Porém, verificou-se que o modelo ajustado superestimava o percentual de mulheres e subestimava o de homens nas idades mais avançadas, chegando a estimar frequências negativas para homens nas idades acima de 64 anos. Isso se dava, provavelmente, em virtude da maior quantidade de mulheres na população total. Diante disso, ajustaram-se modelos separados para a frequência de idades para homens e para mulheres. Os modelos estimados são apresentados na Tabela 9.

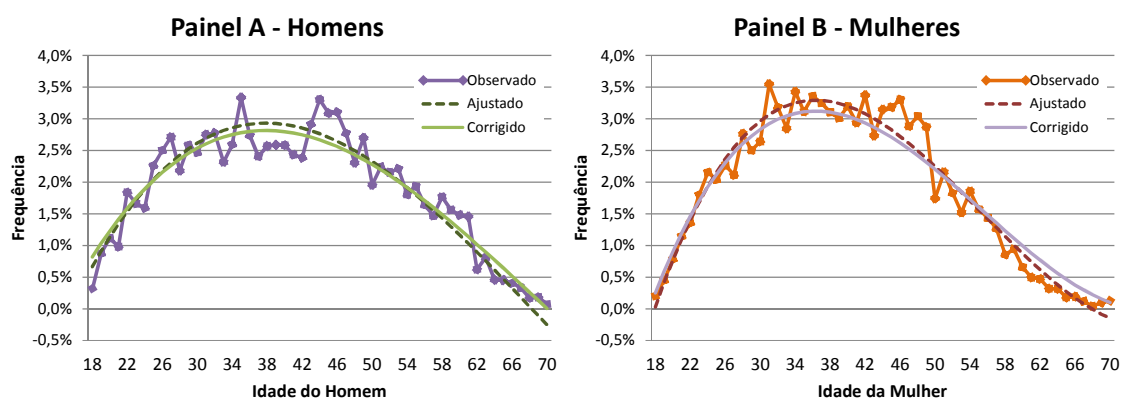
**TABELA 9– Modelos lineares para o percentual de servidores municipais a cada idade por sexo do servidor, Brasil, 2011.**

	Homem		Mulher	
	Coef.	Sig.	Coef.	Sig.
Intercepto	-0,0663900000	0,0001	-0,1259000000	0,0000
Idade	0,0057960000	0,0000	0,0104400000	0,0000
Idade^2	-0,0001058000	0,0005	-0,0002137000	0,0000
Idade^3	0,0000005147	0,0208	0,0000012850	0,0000

Fonte: Elaboração própria com dados da PNAD, 2011.

Apesar dos modelos para homens e para mulheres ajustarem bem os dados, explicando 82% e 95,3% dos dados observados, respectivamente, eles não atendem algumas exigências de um modelo de distribuição de frequências relativas, já que a soma de todas as frequências estimadas não resulta em um total de 100%, além de estimar, como frequência, valores negativos, chegando a -0,255%. Para corrigir essas limitações o valor de 0,255% foi somado a todas as frequências estimadas para eliminar qualquer valor negativo e, em seguida, a frequência de servidores resultante a cada idade foi dividida pela soma de todas as frequências estimadas, de forma que a nova soma das frequências estimadas foi igual a 1. Os valores de frequência de servidores a cada idade para homens e mulheres após a correção são apresentados na Figura 4, Painéis A e B, respectivamente, assim como os valores observados dessas mesmas funções.

**FIGURA 4– Valores ajustados e observados do percentual de servidores municipais a cada idade, homens e mulheres, Brasil, 2011.**



Fonte: Elaboração própria com dados da PNAD, 2011.

Uma vez definida a frequência de servidores a cada idade na população adotou-se esses valores como a frequência de servidores a cada idade na população inicial de servidores gerada. Contudo, para as simulações, foram geradas populações de vários tamanhos. Quando o tamanho da população é

grande, o número de indivíduos multiplicado pela frequência estimada também pode ser grande, de forma, que, ao ser arredondado, forma um número inteiro maior que 1. Entretanto, se a população é pequena, pode acontecer que, feito esse procedimento e arredondando os valores, não haja nenhuma idade com número de servidores igual ou maior que 1, ou, ainda, pode acontecer de a soma dos valores arredondados não seja igual ao tamanho da população, uma vez que acontecerem muitos arredondamentos para baixo.

Diante disso, o procedimento adotado para a distribuição das idades entre os  $N$  servidores gerados se deu pela distribuição acumulada das frequências de idades  $f$ . Assim, o número de homens  $N_i^H$  e o número de mulheres  $N_i^M$  a cada idade  $i$  é

$$N_i^H = \text{ParteInteira}\left(\sum_{x=18}^i f_x^H * N_x^H\right) - \text{ParteInteira}\left(\sum_{x=18}^{i-1} f_x^H * N_x^H\right)$$

$$N_i^M = \text{ParteInteira}\left(\sum_{x=18}^i f_x^M * N_x^M\right) - \text{ParteInteira}\left(\sum_{x=18}^{i-1} f_x^M * N_x^M\right).$$

Entretanto, por efeito do arredondamento, pode, ainda, acontecer de o número total de homens e mulheres,  $\sum_{x=18}^{70} N_x^H$  e  $\sum_{x=18}^{70} N_x^M$ , ser menor que o número devido de homens e mulheres,  $N^H$  e  $N^M$ , estimado inicialmente. Neste caso, atribui-se o número de indivíduos faltantes à idade mediana dos servidores municipais

$$(39 \text{ anos}), \text{ fazendo } N_{39}^H = N_{39}^H + N^H - \sum_{x=18}^{70} N_x^H \text{ ou } N_{39}^M = N_{39}^M + N^M - \sum_{x=18}^{70} N_x^M .$$

### 3.1.3. Idade de início de contribuição

Além da idade dos servidores no momento de implementação do RPPS é necessário estimar sua idade de início de contribuição a algum regime previdenciário, a qual permite determinar quanto tempo ele já tem de contribuição e, assim, o tempo necessário até sua elegibilidade à aposentadoria (WINKLEVOSS, 1993). Se o indivíduo começa a contribuir em

idades mais avançadas, terá pouco tempo para contribuir com o total do valor necessário à formação do fundo até a data de sua aposentadoria; portanto, terá que contribuir com valores maiores que se entrasse mais cedo no plano. O contrário acontece se o servidor começa a contribuir em idades mais jovens. Além disso, o segurado pode migrar do RGPS para o RPPS e vice versa. Nesse caso, o tempo de contribuição para um regime pode contar para a elegibilidade do segurado ao benefício no outro regime (BRASIL, 1999a). Portanto, a idade de início de contribuição é fundamental para a determinação do custeio do plano (WINKLEVOSS, 1993).

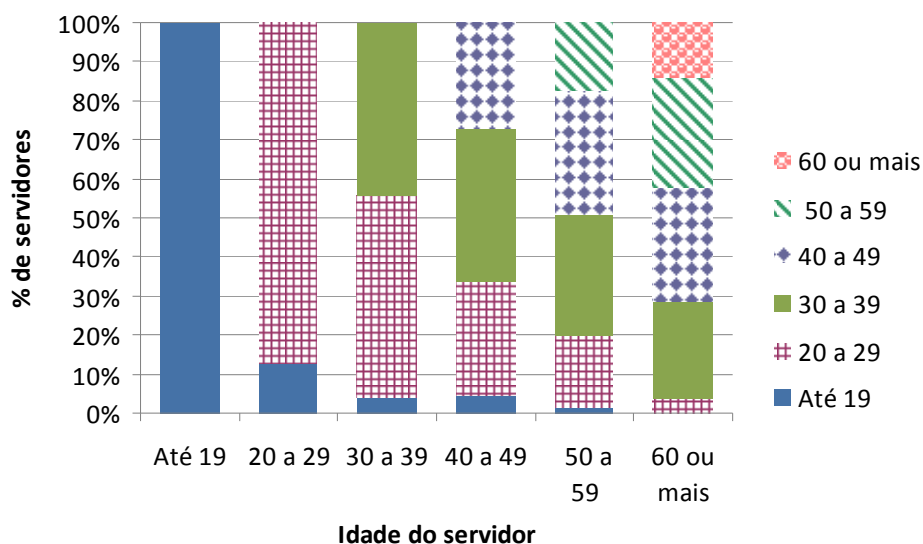
Em geral, sabe-se quando um servidor ingressou no serviço público pelo banco de dados do próprio ente empregatício, mas não se sabe qual o tempo de contribuição de cada servidor anterior ao ingresso naquele serviço. Na falta de informações na base cadastral sobre o tempo de contribuição efetivo dos participantes, a Portaria MPS 403/2008 norteia a estimativa da idade de início de contribuição como sendo a idade estimada de ingresso no mercado de trabalho, respeitado o limite mínimo de dezoito anos (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008c). Contudo, diante da ausência de dados cadastrais, uma alternativa à estimativa da idade de entrada no mercado de trabalho é recorrer a dados secundários.

Neste trabalho recorreu-se à PNAD 2011. Seus dados permitem estimar a idade em que o indivíduo começou a trabalhar, porém, essa variável inclui tanto o trabalho formal com a realização de contribuições previdenciárias, quanto o trabalho informal, de forma que não pode ser adotada como proxy da idade de início de contribuição previdenciária. Contudo, pela PNAD 2011 é possível saber também a idade atual do servidor municipal e o tempo há que ele está naquele emprego. Portanto, para saber quando um indivíduo ingressou no serviço público municipal, subtraiu-se o tempo de serviço da idade atual dos servidores.

O Gráfico 3 mostra a idade em que os indivíduos ingressaram no serviço público em função da idade atual desses indivíduos. Foram selecionados

apenas os servidores públicos municipais com idade menor ou igual a 70 anos, e que tenham entrado no serviço público com 18 anos ou mais. Também foram excluídos alguns poucos casos em que o servidor tinha tempo de serviço maior que 35 anos. Como mostra o Gráfico 3, há relação entre a idade de início de contribuição e a idade atual. Indivíduos nos primeiros grupos etários começaram a trabalhar com idades mais jovens, já que eles são também mais jovens. Mas ao analisarmos os grupos etários mais velhos percebe-se que muitos indivíduos só ingressaram no serviço público em idades mais avançadas. Por exemplo, ao analisar o grupo etário 50 a 59 anos percebe-se que, dos servidores que atualmente estão nesse grupo etário, apenas 2% ingressaram no serviço público até os 19 anos, apesar de 83% deles já trabalharem a essa idade (PNAD 2011). Dentre os servidores nesse grupo etário, 49%, quase a metade deles, só ingressaram no serviço público depois dos 40 anos, e 17% só depois dos 50 anos.

**GRÁFICO 3 – Grupo etário em que o servidor ingressou no serviço público municipal, por grupo etário do servidor, Brasil, 2011.**



Fonte: PNAD, 2011.

Diante do exposto, a idade de ingresso no serviço público foi adotada neste trabalho como aproximação da idade de início de contribuição dos servidores. Sabe-se que essa medida subestima o tempo de contribuição total ao desconsiderar que o servidor possa ter contribuído antes de ingressar no

serviço público. Além disso, superestima a contribuição dos servidores mais velhos já que a contribuição previdenciária só passou a ser obrigatória a partir da Reforma de 1998 (BRASIL, 1998a). Todavia, a idade de ingresso no serviço público se aproxima mais da idade de início de contribuição que a idade em que o indivíduo começou a trabalhar. Além disso, os dados disponíveis não permitem estimativas mais aproximadas e, como já mencionado, em geral, os RPPS têm esses dados de seus servidores, sendo essa estimativa desnecessária na prática, embora necessária para o desenvolvimento do modelo de simulação aqui proposto.

Uma vez constatado que existe relação entre a idade atual e a idade em que o servidor entrou no serviço público, estimou-se um modelo que relaciona essas duas variáveis. Vários modelos foram ajustados, mas o melhor modelo foi o que relaciona idade de entrada com idade e sexo do servidor incluindo interação entre idade e sexo. Os resultados constam na Tabela 10 e a representação desses resultados é apresentada no Gráfico 4. Embora o R<sup>2</sup> ajustado do modelo com interação tenha sido só um pouco superior ao modelo sem interação (0,478 com interação versus 0,477 sem interação), esse primeiro modelo revela um diferencial por sexo interessante: os homens com idades mais avançadas entraram no serviço público mais velhos que as mulheres com as mesmas idades. Com isso, entre indivíduos mais jovens a diferença de tempo de contribuição de homens e mulheres é pequena; mas, em idades mais avançadas e próximas à aposentadoria, o tempo de contribuição dos homens é maior. Um dos motivos dessa diferença pode ser o fato de a mulher requerer um tempo de contribuição menor que o tempo dos homens para se aposentar. Então, uma possível explicação é de as mulheres ingressarem em idades próximas às dos homens, mas, como podem se aposentar mais cedo, as que tinham mais tempo de serviço já se aposentaram e saíram da população analisada.

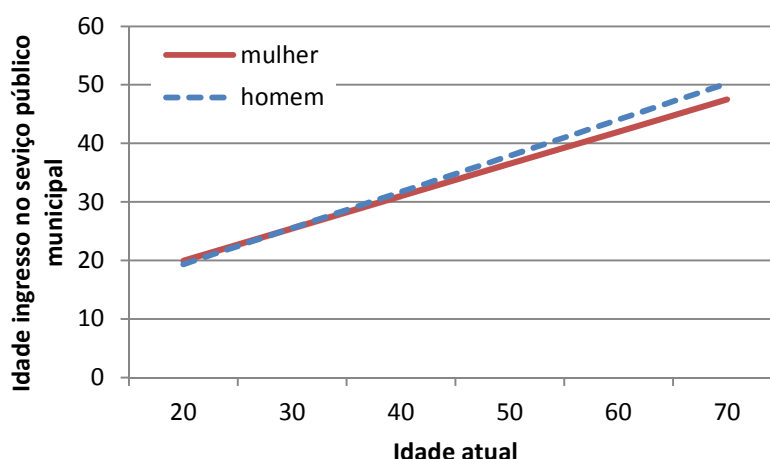


**TABELA 10 – Modelo linear para a idade média de entrada no serviço público.**

Variável	Coefficiente	Significância
Intercepto	6,94	0,0000
Idade atual	0,62	0,0000
Sexo Feminino	1,99	0,0001
Idade atual*Sexo feminino	-0,07	0,0000
R2- ajustado	0,478	

Fonte: Elaboração própria com dados da PNAD, 2011.

**GRÁFICO 4 – Relação entre idade de entrada no serviço público e idade e sexo do servidor.**



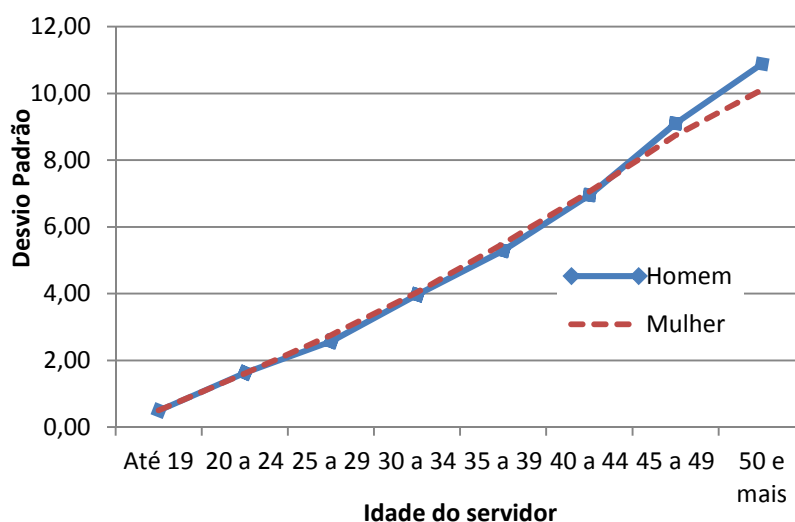
Fonte: Elaboração própria com dados da PNAD, 2011.

Apesar das vantagens qualitativas do modelo, a variância dos seus resíduos aumenta com a idade do servidor, embora não tenha relação com seu sexo. Vários modelos foram ajustados na tentativa de corrigir esse problema, como modelos polinomiais, com iterações, e transformações nas variáveis, mas isso ou piorava o modelo ou o melhorava pouco. Como alternativa o modelo exposto na Tabela 10 foi adotado como modelo para a idade média de entrada no serviço público, mas a variância dessa idade média foi tratada separadamente.

Para essa análise, a variância das idades de entrada no serviço público foram analisadas para cada grupo etário quinquenal dos servidores, já que não foi

observada consistência ao se fazer essa análise por idade simples. Os grupos etários acima de 50 anos também foram agrupados, já que nesses grupos há poucos indivíduos. O Gráfico 5 apresenta o desvio padrão da idade de entrada no serviço público municipal por grupo etário e sexo do servidor. Como pode-se observar, o desvio padrão aumenta linearmente com a idade, sendo maior para homens que para mulheres nas idades mais avançadas. A tabela com os valores dos desvios padrões para ambos os sexos consta no Anexo 1.

**GRÁFICO 5 – Desvio padrão da idade de entrada no serviço público municipal por idade e sexo do servidor.**



Fonte: Elaboração própria com dados da PNAD, 2011.

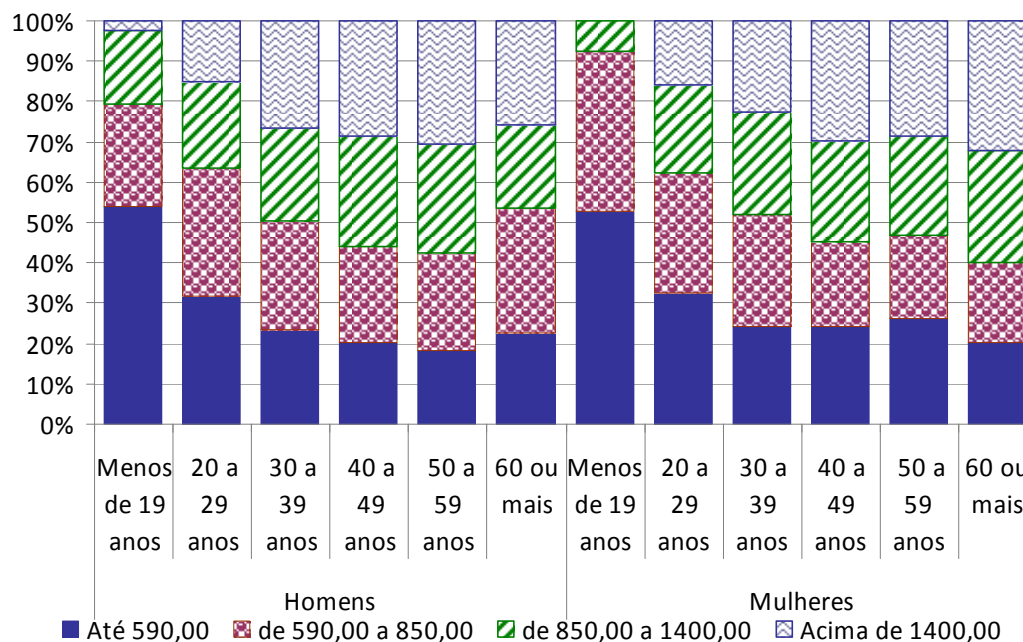
Tem-se, portanto, a idade média de entrada no serviço público por idade e sexo do servidor, dada pelo modelo apresentado na Tabela 10; e variância dessa idade média, definida para cada grupo etário e sexo, estimada conforme o Gráfico 5. Assim, a idade em que o indivíduo ingressou no serviço público foi adotada como proxy da idade de início de contribuição, e as distribuições de idade média de entrada e de desvio padrão de entrada no serviço público foram adotadas como proxy dessas distribuições para a idade de início de contribuição do servidor. Essas funções foram, então, utilizadas como parâmetros da distribuição normal que estimou a idade de início de contribuição dos servidores.

Contudo, a idade mínima legal de entrada no serviço público é de 18 anos, e a idade máxima é a idade anterior à idade atual do servidor. Entretanto, pela aleatoriedade imposta à função adotada, pode-se estimar valores de idade de entrada dos servidores que transgridam essas regras. Portanto, se a idade simulada for inferior a 18 anos, supôs-se que o servidor ingressou no serviço público aos 18 anos, e se a idade estimada é igual ou maior à idade atual do servidor, assume-se que o servidor ingressou no serviço público no ano anterior ao de início da simulação.

#### **3.1.4. Remuneração**

Estimada a idade dos servidores da população gerada, passa-se à análise de suas remunerações. O Gráfico 6 apresenta a distribuição do grupo de remuneração por idade e sexo do servidor. Como se observa no gráfico, quanto maior a idade, maior o percentual de servidores com remunerações maiores, tanto entre homens quanto entre mulheres. Pode-se perceber, ainda, que a remuneração dos homens a cada grupo etário é maior que o das mulheres, embora essa diferença seja pequena. Portanto, as duas variáveis (idade e sexo) devem ser consideradas conjuntamente ao se estimar a remuneração dos servidores.

**GRÁFICO 6 – Grupo de remuneração por grupo de idade e sexo dos servidores, Brasil, 2011.**



Fonte: PNAD, 2011.

Os dados da PNAD dos servidores foram utilizados para ajustar um modelo para o logaritmo da remuneração tendo como variáveis explicativas a idade e o sexo do servidor. O modelo encontrado, apresentado na Tabela 11, explica apenas 3,3% dos dados, um valor baixo, porém esperado, já que há muitas outras variáveis além de sexo e idade que explicam a renda (CORSEUIL; SANTOS, 2002; OSÓRIO, 2009; SANTOS; JACINTO; TEJADA, 2012) e estas outras variáveis não foram consideradas no modelo.

**TABELA 11 – Modelo para o logaritmo natural da remuneração do servidor municipal, Brasil, 2011.**

Variável	Coeficiente	Significância
Intercepto	5,26500000	0,0000
Sexo Feminino	-0,03084000	0,0145
Idade	0,09823000	0,0000
Idade <sup>2</sup>	-0,00186800	0,0000
Idade <sup>3</sup>	0,00001194	0,0006

Fonte: Elaboração própria com dados da PNAD, 2011.

Considerando os resíduos são normalmente distribuídos com desvio padrão igual a 0,5960748, estimou-se aleatoriamente as remunerações dos servidores municipais na população simulada adotando como valor médio da remuneração a cada idade o valor estimado pelo modelo da Tabela 11. Para que os resultados fossem coerentes com a legislação acerca das remunerações dos servidores municipais, sempre que a remuneração estimada era maior que a máxima permitida por lei, ou menor que o mínimo permitido, seus valores eram automaticamente ajustados para corresponderem à remuneração máxima ou mínima, respectivamente.

### **3.1.5. Populações de reposição**

No âmbito do serviço público municipal não existe uma regra clara para a entrada de novos ativos, sendo esta dependente de aspectos políticos e da realização de concursos públicos. Por conta disso, o tamanho da população real de servidores municipais pode variar no decorrer do tempo, assim como os critérios exigidos para o ingresso nessa população e, conseqüentemente, sua composição. Contudo, neste trabalho assumiu-se que o perfil das populações de reposição reflete o perfil dos servidores expresso pela PNAD 2011 a exemplo da população inicial.

Assumiu-se, primeiramente, que a distribuição por sexo dos novos entrados é a mesma da população inicial; ou seja, 64% dos novos entrados é mulher e os demais são homens. O modelo aleatório para a remuneração do servidor por idade e sexo também já foi estimado para a população inicial e, portanto, será utilizado para estimar a remuneração dos servidores das populações de reposição.

Contudo, é necessário estimar a idade de entrada desses novos servidores, a qual é diferente da idade dos servidores no momento de implementação do RPPS e não pode ser estimada pelo modelo de idade de entrada adotado para a população inicial, já que assim a segunda dependeria da primeira. Portanto,

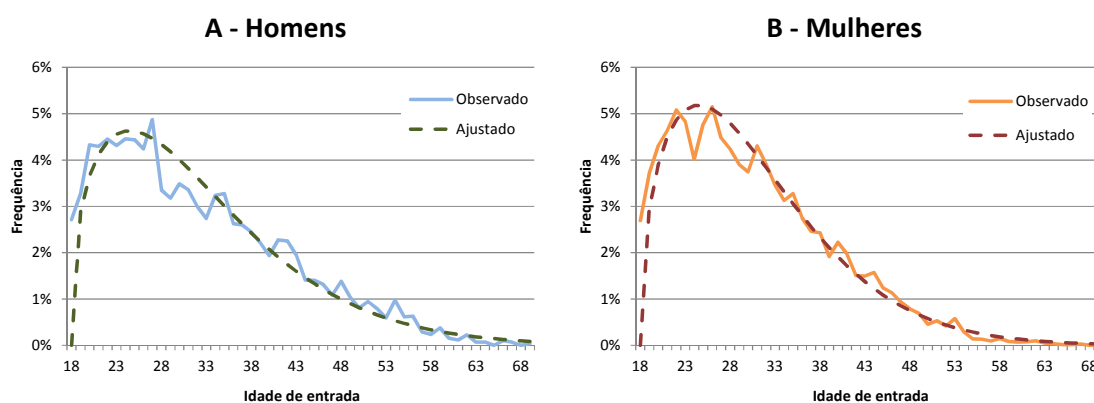
foi necessária a estimação de uma nova função de idade de entrada que dependesse apenas do sexo do servidor.

Primeiramente pensou-se em supor que a idade de entrada dos novos servidores era a mesma idade de entrada dos servidores que saíssem da atividade. Porém essa medida viciaria os resultados. Se assim fosse uma possibilidade, por exemplo, seria uma mulher que ingressou no serviço público aos 65 anos e se aposenta aos 70 ser sempre substituída por outra mulher que ingressou no serviço público aos 65 e saiu aos 70 anos. Nos 75 anos de análise assumir-se-ia que iriam ingressar no plano 15 mulheres como essa, mesmo que a probabilidade de uma servidora ingressar no serviço público aos 65 anos seja muito baixa. Em contrapartida, indivíduos mais jovens que deveriam ter probabilidades maiores de ingresso seriam pouco observados nessas novas populações nos 75 anos de análise, já que esses demoram mais para sair da atividade e demorariam, portanto, para serem repostos. Esse exemplo deixa clara a necessidade de sorteios aleatórios da idade de entrada de forma independente da idade do servidor anterior.

Diante disso, procurou-se a distribuição de probabilidade que mais se aderisse à distribuição da frequência das idades dos servidores por sexo, ou melhor, ao tempo até o ingresso no serviço público contado a partir dos 18 anos, já que essa é a idade mínima de ingresso. A distribuição encontrada foi a Weibull acrescidos de 18 anos. Dessa forma, a idade de entrada a partir dos 18 anos têm distribuição de Weibull com parâmetros 14,287559 e 1,461185 para as mulheres e parâmetros 15,881910 e 1,397349 para os homens. Contudo, as idades estimadas por essa função, embora tenham um mínimo (18 anos), não se limitam a um máximo, mesmo que, pela PNAD 2011, apenas 0,5% dos servidores entrem no serviço público após os 60 anos. Diante dessa limitação, sempre que a idade de entrada estimada foi superior a 60 anos, ela foi substituída pela idade média de ingresso no serviço público, que é de 30 anos para mulheres e de 32 anos para homens.

A Figura 5 apresenta os valores observados e ajustados com os parâmetros descritos para a distribuição da idade de entrada no serviço público municipal para homens e mulheres nos seus painéis A e B, respectivamente. Embora pelo modelo ajustado a probabilidade de um indivíduo ingressar no serviço público seja zero para a idade de 18 anos, ela aumenta rapidamente para as idades seguintes, chegando a ser máxima já aos 24 anos tanto para mulheres quanto para homens, compensando a falta de indivíduos aos 18 anos. Os valores ajustados pelo modelo se encontram no Anexo 2.

**FIGURA 5 – Distribuição da idade de entrada no serviço público municipal, valores observados e ajustados, homens e mulheres, Brasil, 2011.**



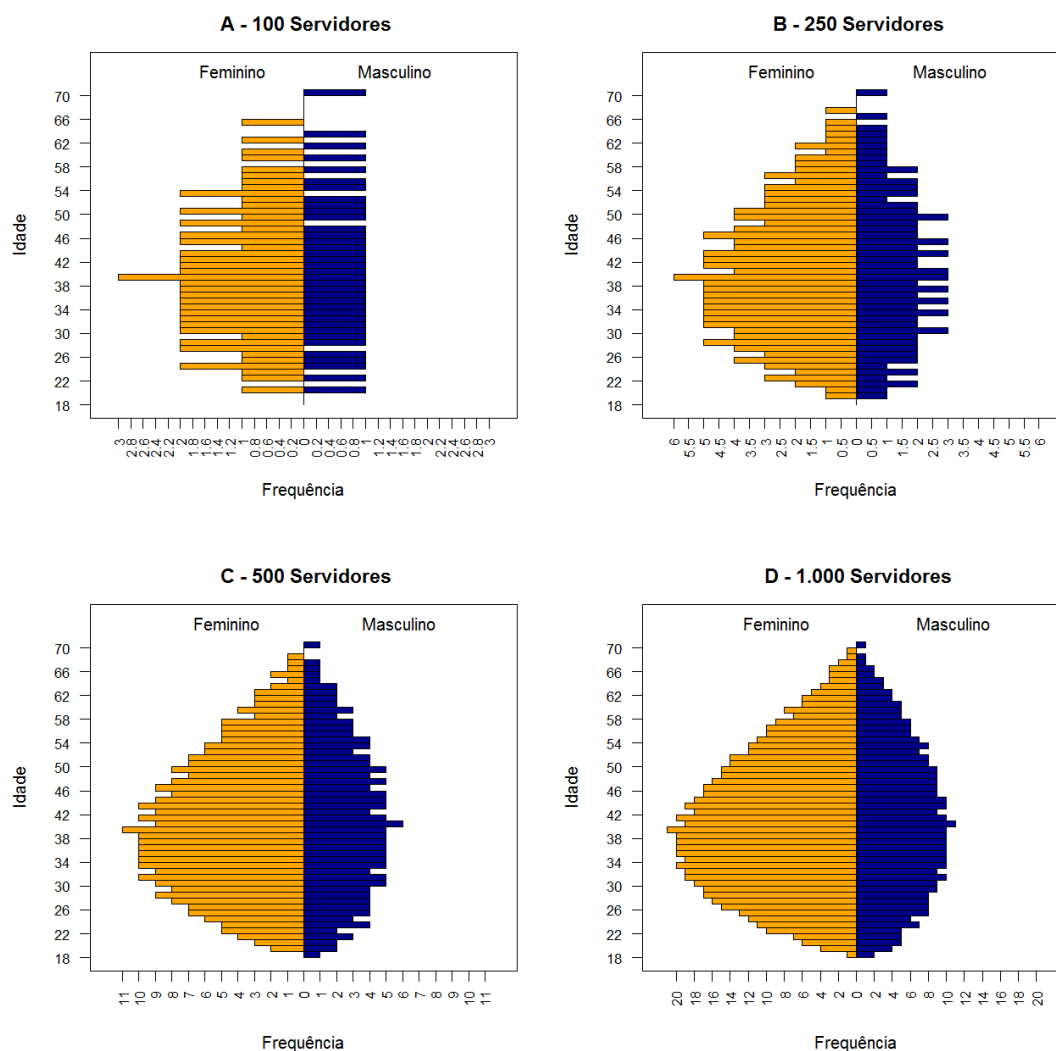
Fonte: Elaboração própria com dados da PNAD, 2011.

### 3.1.6. Populações geradas

Por meio dos modelos desenvolvidos nesta seção foram geradas populações iniciais de 100, 250, 500, e 1.000 servidores. As pirâmides etárias das populações iniciais geradas com suas idades atuais são apresentadas na Figura 6, as pirâmides etárias das populações iniciais com suas idades de ingresso no serviço público são apresentadas na Figura 7, e a descrição das remunerações estimadas dos servidores à idade atual é apresentada na Figura 8. Embora as funções que deram origem a essas distribuições sejam as mesmas, como trata-se de números discretos de eventos aleatórios, o tamanho da população afeta as distribuições dos valores observados. Recordar-se que a

distribuição etária da população inicial não é aleatória, não variando a cada simulação. Em contrapartida, a remuneração e a idade de entrada são funções aleatórias, podendo variar a cada simulação, embora sejam geradas uma única vez e mantidas constantes a cada conjunto de 1.000 rodadas analisado neste trabalho.

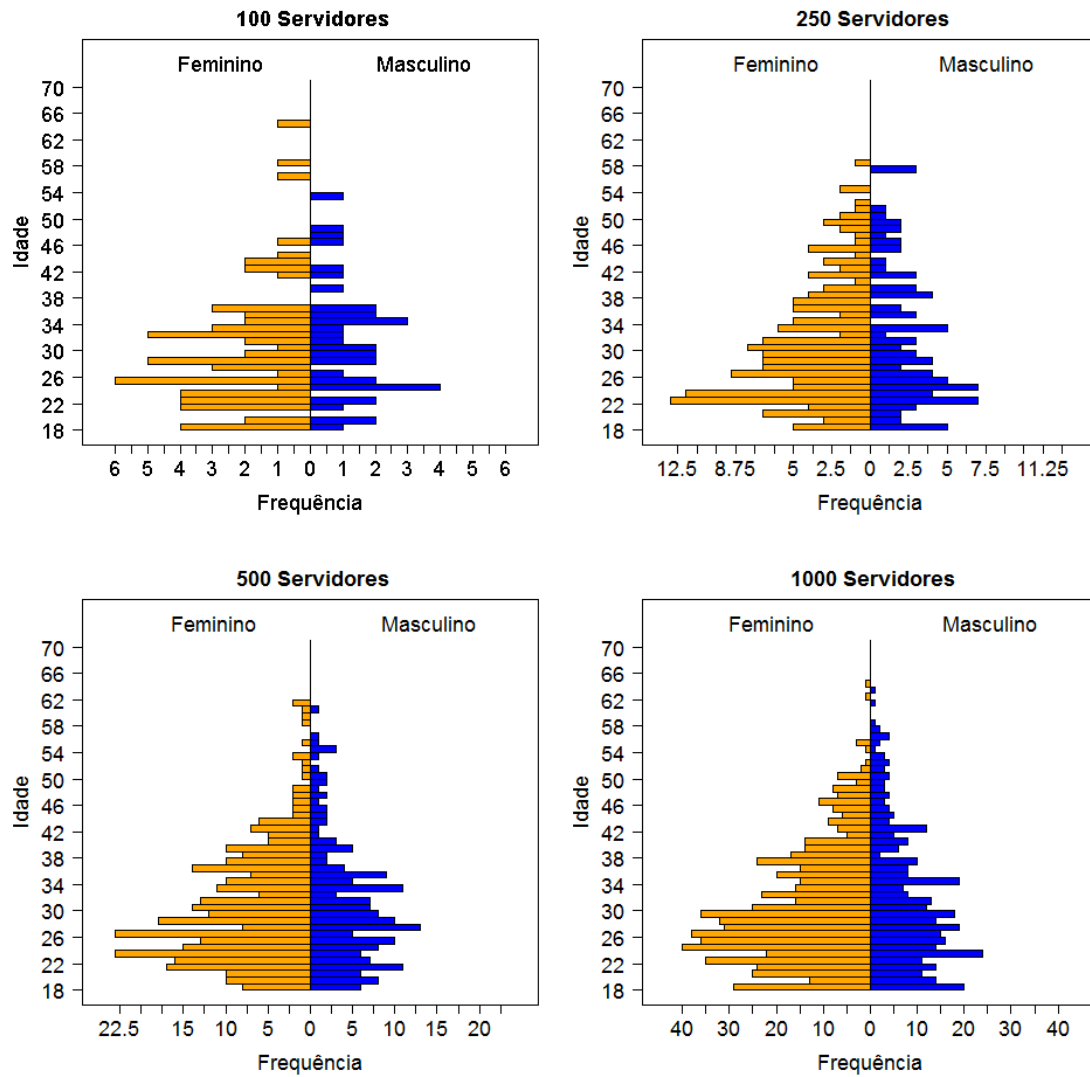
**FIGURA 6 – Pirâmide etária das populações iniciais por tamanho populacional.**



Fonte: Elaboração própria.

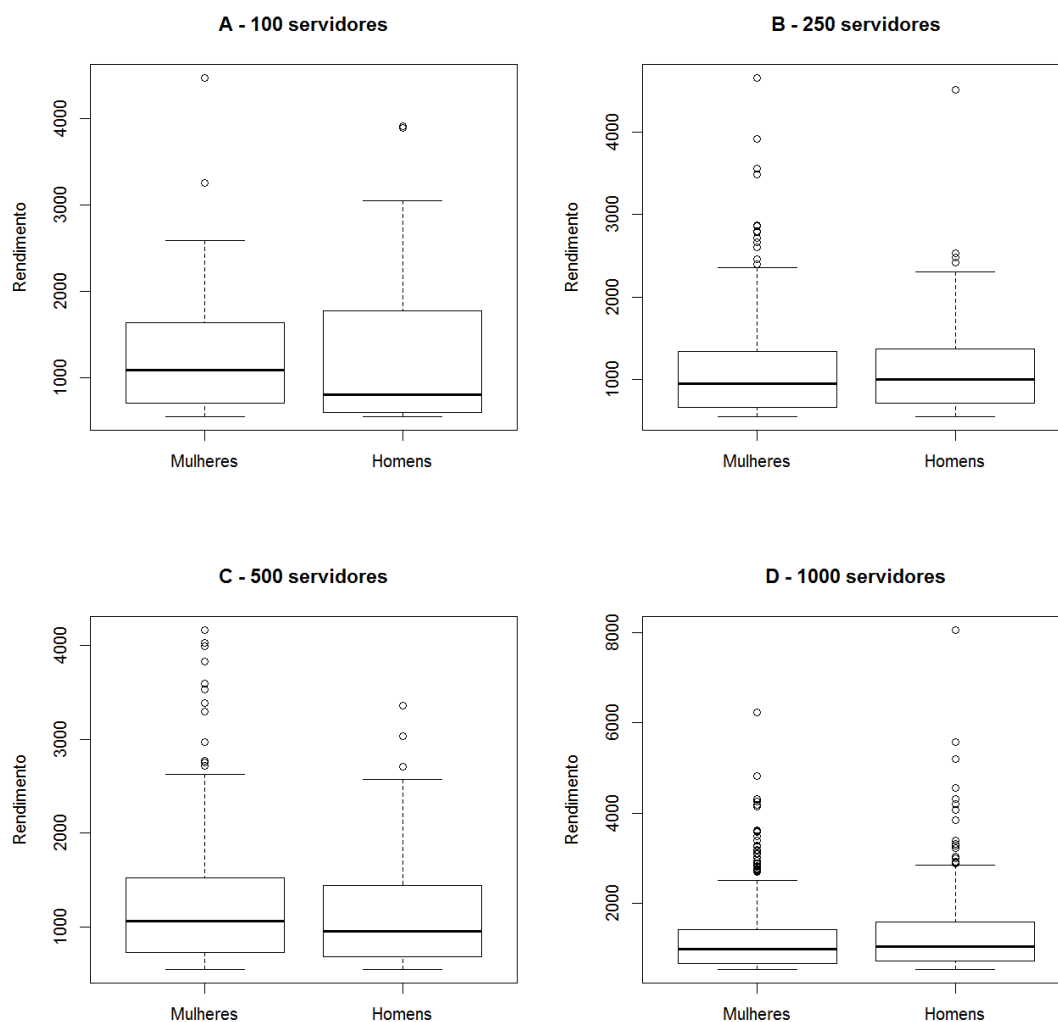


**FIGURA 7 – Idade de entrada por sexo do servidor por tamanho populacional**



Fonte: Elaboração própria.

**FIGURA 8 – Diagrama de caixa da renda dos servidores das populações iniciais por sexo e tamanho populacional.**



Fonte: Elaboração própria.

### 3.2. Premissas para as simulações

O objetivo desta seção é apresentar as premissas econômicas e demográficas adotadas no processo de simulação, discutindo os valores das funções já disponíveis, como as tábuas de mortalidade e entrada em invalidez, e expondo

os métodos de estimação adotados quando não há funções definidas pela legislação para as premissas.

Por eventos demográficos entendem-se os eventos que alteram o tamanho ou a composição populacional, ou seja, os eventos de entrada e de saída da população de ativos ou de beneficiários. O Quadro 5 mostra os eventos demográficos considerados nos RPPS. Um indivíduo entra na população de ativos do RPPS quando ingressa no serviço público de um ente que tem RPPS, e sai dessa população quando se aposenta por aposentadoria programada ou invalidez, ou quando morre. A saída também pode acontecer por exoneração ou demissão. Porém, como não há indícios de que a probabilidade de ocorrência de exonerações seja alta no serviço público municipal, ela será desconsiderada neste trabalho.

**QUADRO 5 – Formas de entrada e saída da população de ativos e da população de beneficiários dos RPPS.**

<b>População</b>	<b>Entrada</b>	<b>Saída</b>
De ativos	– Entrar no serviço público	– Morrer – Ficar inválido – Se aposentar
De beneficiários	– Se aposentar ou invalidar – Ser cônjuge de servidor e servidor morrer – Ser filho de servidor e servidor morrer	– Morrer – Completar 21 anos, se filho de servidor

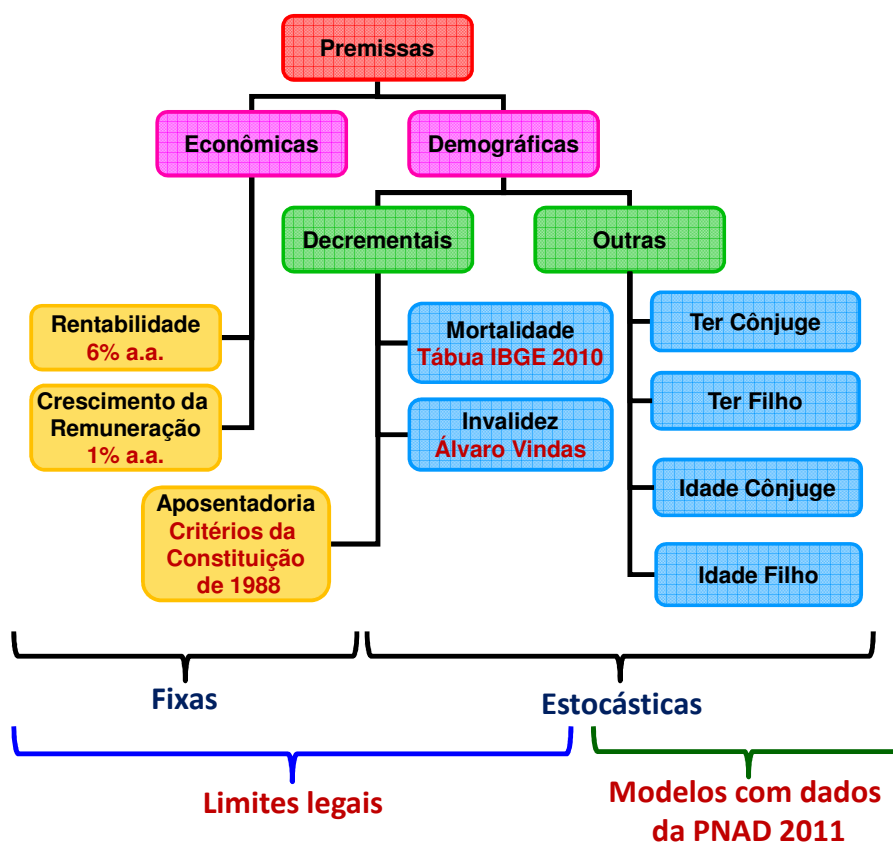
Fonte: Elaboração própria.

Já a população de beneficiários aumenta quando um indivíduo ativo se aposenta ou fica inválido, ou, caso o servidor morra, se deixa dependentes como cônjuges e filhos, os quais passam a receber os benefícios de pensão, conforme demonstrado no Quadro 5. A saída da população de beneficiário é o aniversário de 21 anos, para os filhos, e a morte, para os cônjuges e para os aposentados sem beneficiários. Cabe ressaltar que legalmente há outras

categorias de dependentes que podem ser beneficiárias de pensão do servidor falecido, como os pais do servidor e irmãos dependentes (INSTITUTO NACIONAL DO SEGURO SOCIAL, 2010); mas apenas os cônjuges e filhos dos servidores serão considerados neste trabalho por limitação da base de dados e para a simplificação da análise.

Além dessas premissas demográficas, supuseram-se, ainda, valores para as premissas econômicas de rentabilidade e taxa de crescimento da remuneração. Cada premissa foi definida respeitando, sempre que possível, os parâmetros legais definidos e as características dos servidores públicos municipais brasileiros. Assim, se a Portaria MPS 403/2008 define um limite legal para a premissa de interesse, esse limite foi adotado como valor médio da premissa. Dessa forma, como mostra a Figura 9, adotou-se a tabela de vida por sexo elaborada pelo IBGE em 2010 como tábua de mortalidade, a tábua Álvaro Vindas como tábua de entrada em invalidez, o valor de 1% ao ano como taxa de crescimento da remuneração, e o valor de 6% ao ano como rentabilidade (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008c). Se os limites legais não são definidos na legislação – como acontece para probabilidade de ter cônjuge, probabilidade de ter filho, idade do cônjuge e idade do filho – utilizou-se as funções estimadas pelos dados da PNAD de 2011. Além disso, admitiu-se que os indivíduos se aposentam logo que alcançam os critérios de elegibilidade mínimos à aposentadoria definidos na Constituição Federal (BRASIL, 1988). Já a idade de entrada dos indivíduos foi estimada ao se definir as características da população inicial, e, portanto, foi descrita na seção 3.1.

FIGURA 9 – Premissas atuariais do modelo



Fonte: Elaboração própria.

Para o modelo de simulação, como os valores observados das premissas econômicas de rentabilidade e crescimento da remuneração não dependem do tamanho populacional (WINKLEVOSS, 1993), os valores dessas funções foram mantidos fixos, como evidencia a Figura 9. Já as premissas demográficas de mortalidade, invalidez, probabilidade de ter cônjuge, probabilidade de ter filho, idade do cônjuge e idade do filho foram consideradas aleatórias, podendo seu valor observado para cada indivíduo variar aleatoriamente em torno de um valor médio estimado.

Vale ressaltar, contudo, que o objetivo deste trabalho não é analisar qual seria a melhor premissa para uma dada população. Ao contrário, no processo de simulação, sorteios aleatórios são realizados tomando como base as premissas

apresentadas nesta seção. Como os critérios utilizados no sorteio são essas próprias premissas, elas próprias são as mais adequadas para representar essas características da população. Portanto, o único efeito analisado é o de variação aleatória em torno da função média já definida, e não a adequação ou não da função à população estudada.

### **3.2.1. Decrementos**

As primeiras premissas a serem definidas são as que representam a saída da população de ativos e de beneficiários, ou seja, os decrementos populacionais (PRESTON; HEUVELINE; GUILLOT, 2001). Um participante inativo está exposto apenas ao risco de morrer, e, assim, deixar de ser um participante inativo. Já um participante ativo está exposto aos riscos de morrer, sair do plano por demissão ou desistência, ficar invalido ou se aposentar e, assim, deixar de ser ativo; portanto, é necessário considerar a possibilidade de múltiplos decrementos para os ativos (WINKLEVOSS, 1993). Cada decremento pode gerar um tipo de benefício ou ação financeira diferente e, portanto, merecem atenção diferenciada (WINKLEVOSS, 1993).

Nas seções seguintes são discutidos os decrementos de aposentadoria, morte e invalidez. Também são feitas considerações sobre decrementos por demissões, que não serão considerados nas simulações, e para a mortalidade de inválidos, considerada a mesma da população em geral neste trabalho. Em seguida, as probabilidades de morte e entrada em invalidez são reunidas em uma tabela de múltiplos decrementos, que define a probabilidade de saída da situação de ativo.

#### **3.2.1.1. Idade de Aposentadoria**

Chamou-se de aposentadoria a aposentadoria programada por idade, tempo de contribuição ou de serviço, além da aposentadoria compulsória no RPPS. Para se aposentar por algumas dessas formas de aposentadoria é necessário preencher alguns critérios de elegibilidade, como idade mínima e tempo mínimo de contribuição (BRASIL, 1988). Os indivíduos podem se aposentar a

partir do momento em que esses critérios são satisfeitos. Portanto, é possível programar o momento de início de recebimento desses benefícios, pois é possível saber, de antemão, o tempo necessário até se atingir os requisitos necessários à elegibilidade.

Não há uma definição científica e técnica acerca da idade a partir da qual a capacidade laborativa é reduzida, justificando o benefício previdenciário (CAETANO, 2006). Contudo, é necessário definir juridicamente um limite de idade objetivo e de fácil averiguação para a elegibilidade aos benefícios (CAETANO, 2006). As definições de critérios de idade de aposentadoria passam, portanto, por questões dinâmicas do contexto demográfico, médico, fiscal, político e de mercado de trabalho (CAETANO, 2006).

Diferenciais nas condições de trabalho são utilizados como justificativas para a idade mínima de aposentadoria diferenciada para grupos populacionais diferentes. Os professores da educação infantil, do ensino fundamental ou do ensino médio têm seu tempo de contribuição reduzido em cinco anos para a elegibilidade à aposentadoria por tempo de contribuição no RGPS e por tempo e idade no RPPS (BRASIL, 1988; INSTITUTO NACIONAL DO SEGURO SOCIAL, 2010). O trabalhador rural também pode se aposentar por idade pelo RGPS cinco anos mais cedo que os demais trabalhadores (INSTITUTO NACIONAL DO SEGURO SOCIAL, 2010) em virtude de condições de trabalho mais desgastantes (SCHWARZER, 2005). Mulheres também têm direito à aposentadoria 5 anos mais cedo que os homens, o que, se por um lado lhe compensaria por diferenças no mercado de trabalho e pela dupla jornada em planos de benefício definido (CAETANO, 2006), em regimes de contribuição definida significam, também, menor tempo para acumulação de recursos e benefícios menores (LEVY, 2005).

Quanto aos servidores públicos, há países que não definem uma idade mínima de aposentadoria, como acontece no Iran, no Nepal e no Líbano, e há países que definem essa idade, que varia de 50 anos, como na Indonésia, até 63 anos para homens, como na Alemanha (PALACIOS; WHITEHOUSE, 2006). Há

ainda, países como o Brasil que fazem diferenciação da idade de aposentadoria por sexo; como a Austrália e a China, em que as mulheres podem se aposentar 5 anos mais cedo que os homens; e outros que não fazem diferenciação por sexo, como os Estados Unidos e a França (PALACIOS; WHITEHOUSE, 2006). Contudo, em muitos países a idade mínima de aposentadoria dos servidores públicos é menor que dos demais trabalhadores. É o que acontece no Canadá, em que a idade mínima de aposentadoria é de 55 anos para os servidores, enquanto é de 60 para os demais trabalhadores, e na Suécia, em que essas idades são 60 e 61, respectivamente (PALACIOS; WHITEHOUSE, 2006).

No Brasil os critérios de elegibilidade à aposentadoria pelos RPPS foram definidos na Constituição de 1988 e alterados pela Emenda Constitucional nº 20/1998. Conforme mostra o Quadro 6, que apresenta os critérios de elegibilidade à aposentadoria, mesmo que haja diferenciais na idade de elegibilidade de aposentadoria para mulheres e para professores, esses grupos têm a mesma idade para aposentadoria compulsória: 70 anos (BRASIL, 1988).

**QUADRO 6 – Critérios de elegibilidade à aposentadoria pela Constituição de 1988 e critérios utilizados no processo de simulação.**

<b>Benefício</b>	<b>Constituição de 1988</b>	<b>Simulação</b>
Aposentadoria Compulsória	70 anos de idade	70 anos de idade
Aposentadoria por idade	10 anos de serviço público 5 anos no cargo em que se dará a aposentadoria 65 anos de idade, se homem, e 60 se mulher	10 anos de contribuição - 65 anos de idade, se homem, e 60 se mulher
Aposentadoria por idade e tempo de contribuição	10 anos de serviço público 5 anos no cargo em que se dará a aposentadoria 60 anos de idade e 35 de contribuição, se homem, e 55 anos de idade e 30 de contribuição, se mulher. Redução de 5 anos para professor.	10 anos de contribuição - 60 anos de idade e 35 de contribuição, se homem, e 55 anos de idade e 30 de contribuição, se mulher.

Fonte: BRASIL, 1988.



Embora seja necessário atender os critérios de elegibilidade para se aposentar, os indivíduos podem decidir não se aposentar mesmo já sendo elegíveis à aposentadoria programada, a não ser que tenham 70 anos ou mais. São vários os fatores que afetam a decisão individual de se aposentar. Pessoas envolvidas com seu trabalho e que se sentem motivadas ao realizá-lo, que têm controle sobre o próprio trabalho e carga horária flexível tendem a adiar suas aposentadorias (KIN; FELDMAN, 2000; PENGCHAROEN; SHULTZ, 2010; SHACKLOCK; BRUNETTO, 2005). Por outro lado, se o trabalhador tem expectativa de desenvolver outros trabalhos, remunerados ou voluntários, se há a necessidade de cuidar de outra pessoa, ou se têm a companhia do cônjuge também aposentado é mais provável que ele se aposente logo que atinja os critérios de elegibilidade (BEEHR *et al.*, 2000; CORRÊA; QUEIROZ, 2008). Os trabalhadores também tentam maximizar seus ganhos e analisam os efeitos de antecipar ou adiar a aposentadoria de acordo com as regras de elegibilidade de cada sistema (GRUBER; WISE, 2001). Assim, as regras de aposentadoria definidas no regulamento do plano de benefícios, os efeitos da aplicação do fator previdenciário no valor das aposentadorias do RGPS e do abono de permanência para os servidores ligados a RPPS podem induzir os participantes a se aposentarem mais cedo ou mais tarde (WINKLEVOSS, 1993).

Apesar de vários estudos concluírem que a decisão de aposentadoria pode se dar em idades diferentes da idade mínima de elegibilidade à aposentadoria (BEEHR *et al.*, 2000; GRUBER; WISE, 2001; KIN; FELDMAN, 2000; PENGCHAROEN; SHULTZ, 2010; QUEIROZ, BERNARDO LANZA, 2008; SHACKLOCK; BRUNETTO, 2005), para os servidores públicos municipais não é evidente como se dá esse adiamento. Os dados disponíveis sobre servidores municipais e suas decisões de aposentadoria não permitem esse tipo de análise. Além disso, no Brasil, há evidências de que a legislação cria incentivos para que os trabalhadores se aposentem logo que elegíveis. Aqui a taxa de crescimento do ganho que se tem com um ano adicional de trabalho em relação ao benefício de aposentadoria que se iria receber nos anos seguintes é

mais lenta e até mesmo chega a diminuir quando os trabalhadores se aproximam da idade da aposentadoria, ao contrário do que acontece na França e na Holanda (QUEIROZ, BERNARDO LANZA, 2008).

Diante disso, neste trabalho considerou-se que os indivíduos se aposentam logo que são elegíveis à aposentadoria. Sabe-se que, com isso, superestima-se o valor dos benefícios futuros. Contudo, qualquer tentativa de estimar um tempo de contribuição superior ao mínimo exigido por lei poderia incorrer na superestimação das contribuições, já que as contribuições cessam assim que o servidor alcança a elegibilidade. Portanto, o erro em que se incorre ao assumir que os servidores se aposentam imediatamente assim que são elegíveis à aposentadoria é menos danoso à análise de solvência do plano, já que qualquer erro de medida funcionaria como um carregamento de segurança.

Frente ao exposto, neste trabalho os mesmos critérios de elegibilidade definidos na Constituição de 1988 foram utilizados para a definição da idade em que se daria a aposentadoria programada dos servidores. Além disso, considerando a possibilidade de adiamento da decisão de aposentadoria, simulou-se modelos alternativos em que a idade de aposentadoria é 1 ano a mais que a idade mínima exigida pela Constituição.

Para as simulações, contudo, foram necessárias algumas adaptações de forma a compatibilizar os dados obtidos pelo processo de simulação com os critérios legais, como apresentado no Quadro 6. O tempo do servidor no cargo não foi simulado e, portanto, é o único critério que não será considerado. Outra consideração a se fazer é que os 10 anos no serviço público, exigidos para a aposentadoria por idade e por idade e tempo de contribuição, foi estimado como o tempo no serviço público daquele ente empregatício, ou seja, no município em que o servidor atualmente trabalha, já que os dados da PNAD não informam sobre o trabalho dos servidores em serviços públicos anteriores ao trabalho atual. Da mesma forma, o tempo de contribuição de cada servidor foi estimado como a diferença entre a idade do servidor e a idade estimada de entrada no serviço público municipal, desconsiderando-se que o servidor possa

ter contribuído em momentos anteriores para outro o RGPS ou para outro RPPS. Essa limitação do processo de simulação também se dá pela limitação dos dados acerca dos servidores municipais brasileiros, que não permitem a estimação do tempo de contribuição anterior à entrada no serviço público.

### **3.2.1.2. Demissão ou desistência do plano**

Em RPPS, os participantes são servidores públicos estatutários e, portanto, têm estabilidade empregatícia (BRASIL, 1988), o que torna rara a frequência de demissões ou exonerações.

BORGES (2009) analisa a probabilidade de saída por exoneração entre os servidores do poder executivo federal e ressalta que as saídas do funcionalismo público são fortemente influenciadas por aspectos conjunturais e pelas mudanças no arcabouço legal que afetem o trabalho, a remuneração ou a aposentadoria dos servidores. Diante disso, conclui que não é possível observar uma tendência nas taxas de exoneração, nem seu valor médio seria representativo para todos os períodos de tempo, já que esta média pode estar influenciada por períodos em que as probabilidades observadas são completamente atípicas.

Além da dificuldade em estimar uma taxa de saídas por exonerações, ela não significa o fim dos compromissos do plano com o servidor. Caso o servidor passe a trabalhar em outro ente público com RPPS, ou passe a ser filiado no RGPS, legalmente há compensação financeira (BRASIL, 1999a). Portanto, ainda que o servidor deixe aquele ente empregatício, o plano deverá guardar uma reserva monetária referente aos futuros dispêndios com a compensação financeira daquele servidor (RODRIGUES, 2008).

Enquanto premissa atuarial, a Portaria MPS 403/2008 admite rotatividade máxima de 1% ao ano (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008c). Dessa forma a legislação estabelece o limite máximo, mas não o limite mínimo para a rotatividade dos servidores. Como a legislação permite e, em geral, em RPPS não há indícios de alta rotatividade entre os servidores, e, caso haja

rotatividade, ela não afeta de forma sistemática o valor das Reservas Matemáticas, é razoável considerar a rotatividade igual a zero. Portanto, no desenvolvimento dessa tese desconsiderou-se a saída de servidores por demissão.

### **3.2.1.3. Entrada em invalidez**

A saída da atividade por invalidez encerra o período de pagamento de contribuições e inicia uma série de pagamentos de benefícios, afetando, portanto, o valor de Reserva do plano previdenciário e a alíquota de contribuição. A morte do aposentado por invalidez também pode gerar um benefício de pensão, o qual pode, ou não, ter valores e duração diferentes dos benefícios de aposentadoria (GOMES; FIGOLI; RIBEIRO, 2010).

Apesar da importância, o risco de entrada em invalidez é um dos mais difíceis de estimar com rigor devida a sua dificuldade de definição. Entre as doenças modernas, muitas apresentam possibilidade de recuperação, dificultando a definição da situação de invalidez permanente (RODRIGUES, 2008). Além disso, a elegibilidade a benefícios de invalidez depende da legislação de cada regime previdenciário, de condições políticas e de práticas de mercado (PITACCO, 2012). Neste trabalho assumiu-se que só existe invalidez permanente, não sendo possível um indivíduo uma vez inválido voltar à atividade.

Para o cálculo dos benefícios de aposentadoria por invalidez é comum o uso de tabelas de vida saudável ou tábuas de entrada em invalidez de um ou vários estados, e modelos multiestados (GOMES; FIGOLI; RIBEIRO, 2010; PITACCO, 1995, 2012; XIA, 2009). Outra possibilidade é adotar tábuas de populações que tenham experiências similares, como acontece em geral no Brasil. Aqui as tábuas atualmente utilizadas e indicadas pela legislação refletem experiências de outras populações ou experiências antigas de alguns setores da atividade brasileira (RIBEIRO *et al.*, 2007; RIBEIRO; REIS; BARBOSA, 2010).

Exemplo disso é que a Portaria MPS 403/2008 estabelece o uso da tábua Álvaro Vindas como limite mínimo de taxa de entrada em invalidez (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008c). Essa tábua foi elaborada em 1957 pelo estatístico Álvaro Vindas para o Departamento Atuarial e Estatístico da Caja Costarricense de Seguro Social (GOMES; FIGOLI; RIBEIRO, 2010).

Há, ainda, outras tábuas de entrada em invalidez que podem ser utilizadas. Entre as elaboradas com dados brasileiros se destacou a IAPB-57, elaborada em 1957 pelo extinto Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Bancários; a Tábua Gomes 2008, baseada em dados de segurados do RGPS por sexo de 1999 a 2002 (GOMES; FIGOLI; RIBEIRO, 2010) e o trabalho de BORGES (2009), que estimam tábuas de entrada em invalidez baseadas em dados de servidores civis federais do Brasil em 2006 dividindo os servidores quanto à escolaridade (ensino superior ou médio) e quanto ao sexo (masculino ou feminino).

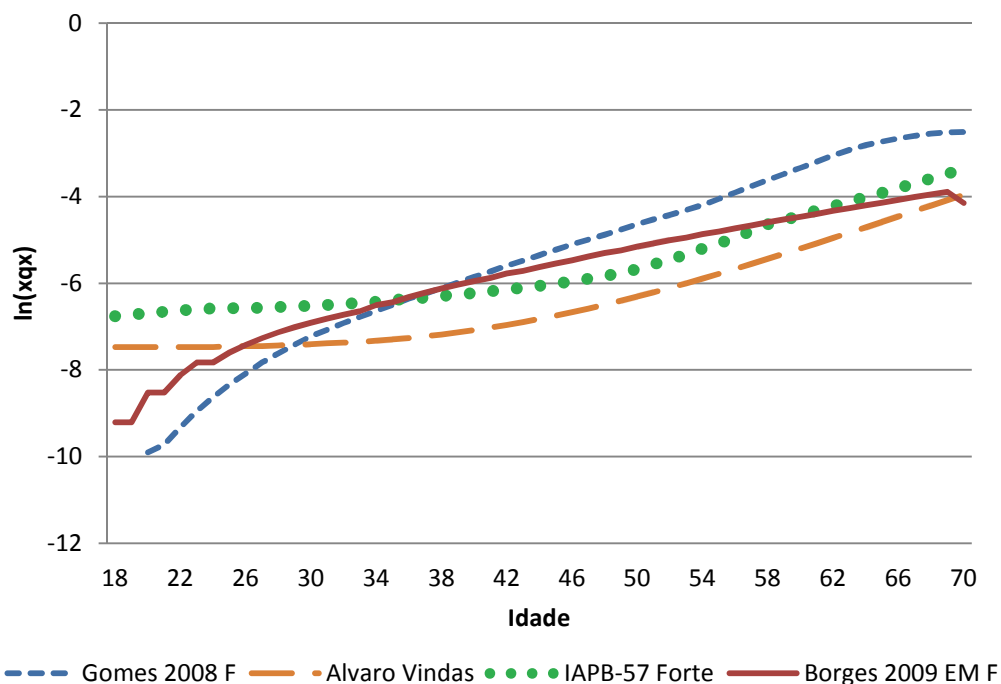
Quanto aos trabalhos de BORGES (2009) e de GOMES; FIGOLI; RIBEIRO (2010), ambos concluíram que a probabilidade de entrada em invalidez aumenta com a idade em ambos os sexos, mas é maior para as mulheres que para os homens. BORGES (2009) também encontrou diferenciais de probabilidades de entrada em invalidez por escolaridade, de forma que os servidores com nível médio apresentavam maior probabilidade de ficar inválido que os servidores com nível superior.

Embora a relação entre os sexos seja observada tanto na população vinculada ao RPPS quanto na vinculada ao RGPS, os segurados do RGPS apresentam uma probabilidade de saída por aposentadoria por invalidez superior à dos servidores federais para ambos os sexos e para todas as idades e escolaridades, menos para mulheres até os 35 anos com ensino médio (BORGES, 2009). A probabilidade de entrada em invalidez aos 67 anos pelo RGPS chega a ser 8,7 vezes a probabilidade observada para mulheres do serviço civil federal com ensino superior e 4,1 vezes para mulheres com ensino

médio. Entre os homens, a probabilidade aos 29 anos no RGPS chega a ser quase 10 vezes a observada no RPPS para servidores com ensino superior e 2,5 vezes com ensino médio, embora essa diferença caia para apenas 3,4 e 1,9 vezes aos 44 anos (BORGES, 2009; GOMES; FIGOLI; RIBEIRO, 2010).

A população dos servidores municipais brasileiros é predominantemente feminina e tem remunerações mais baixas que a dos servidores federais, em média (PNAD, 2011). Então, se fosse escolhida uma das tábuas de BORGES (2009) que mais se adequasse (intuitivamente) a essa população seria a tábua da população feminina com ensino médio, e por isso esta tábua está representada no Gráfico 7. Da mesma forma, dentre as tábuas estimadas por GOMES; FIGOLI; RIBEIRO (2010), o Gráfico 7 também apresenta apenas a que mais se identifica com a realidade dos servidores municipais, ou seja, a tábua feminina. O Gráfico 7 apresenta, ainda, o logaritmo das probabilidades de entrada em invalidez para as tábuas, Álvaro Vindas e IAPB 57 fraca para ambos os sexos. O Anexo 3 apresenta o valor da probabilidade de entrada em invalidez para cada uma dessas tábuas.

**GRÁFICO 7 - Logaritmo natural da probabilidade de saída por invalidez a cada idade pelas tábuas Gomes 2008 F, Borges 2009 EM feminino, Álvaro Vindas e IAPB 57 fraca.**



Fonte: BORGES, 2009; GOMES; FIGOLI; RIBEIRO, 2010.

Como pode-se observar pelo gráfico, as probabilidades de invalidez da tábua Gomes 2008 são maiores que as das demais tábuas para idades acima de 36 anos, porém, tem probabilidades de entrada em invalidez menor do que todas as demais tábuas para as idades mais jovens. As tábuas Álvaro Vindas e IAPB 57, mais utilizadas no mercado, apresentam estruturas de entrada em invalidez parecidas, embora em níveis diferentes. Essa estrutura, porém, é muito diferente das outras tábuas mais recentes (Borges 2009 e Gomes 2008), apresentando probabilidades maiores nas idades mais jovens e probabilidades menores nas idades mais velhas. Essa diferença de nível e estrutura da entrada em invalidez pode refletir mudanças tanto no padrão de doenças da população quanto diferenças na legislação quanto a quais são as causas passíveis de invalidez.

Neste trabalho adotou-se, como premissa padrão para a probabilidade de entrada em invalidez, a premissa limite definida pela legislação, a tábua Álvaro Vindas. Porém, as tábuas Gomes 2008 F e Borges 2009 EM feminino foram utilizadas, posteriormente, em modelos alternativos, por serem tábuas mais recentes elaboradas com dados brasileiros.

#### **3.2.1.4. Morte**

A morte de um servidor encerra uma série de pagamentos de contribuições ou de benefícios ao mesmo tempo que pode dar início a um benefício de pensão aos seus dependentes (WINKLEVOSS, 1993), sendo sua função, portanto, imprescindível para a estruturação dos planos previdenciários. No RGPS a função de mortalidade afeta o cálculo do fator previdenciário, que modifica o valor dos benefícios sobre os quais incidem esse fator (INSTITUTO NACIONAL DO SEGURO SOCIAL, 2010). Mas nos RPPS, planos capitalizados de benefício definido, o valor do benefício não é alterado pela função de mortalidade. Todavia, ela permite saber a duração média do período de contribuição e do de benefício, medidas usadas nos cálculos atuariais da alíquota de contribuição (WINKLEVOSS, 1993).

Observa-se que a função de mortalidade tem se modificado no decorrer do tempo (GONZAGA; QUEIROZ; MACHADO, 2009; QUEIROZ, BERNARDO L.; MARCOS ROBERTO GONZAGA; LIMA, 2013; UNITED NATIONS POPULATION DIVISION, 2013a). Com os avanços da medicina, da indústria farmacêutica, das melhorias nas condições de saneamento e moradia as taxas de mortalidade têm caído em quase todo o mundo ininterruptamente desde o início do século passado (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2010a; UNITED NATIONS POPULATION DIVISION, 2013a, b). Como planos previdenciários lidam com o passivo no longo prazo (SÁNCHEZ, 2001) é necessário projetar a função de mortalidade, analisar seu comportamento no decorrer do tempo e incorporá-lo ao cálculo atuarial. Essas projeções podem ser probabilístico, como o método de LEE e CARTER (1992) e suas modificações (LI; LEE; TULJAPURKAR, 2007; SHANG, 2012; SHANG;



BOOTH; HYNDMAN, 2011; SILVA, FLÁVIA SOMMERLATTE, 2009), ou determinísticas, como pelo uso do método logito (WACHTER, 2014).

Contudo, a maior parte dos planos apenas adota uma tábua de vida que acredita ser a tábua média representativa da experiência de sobrevivência ou mortalidade futura daquela população de segurados nos próximos anos (RODRIGUES, 2008). Essa medida, além de facilitar os cálculos atuariais, resulta em sentimento de maior segurança aos beneficiários, por ser de mais fácil compreensão.

Buscando a tábua média, muitos planos adotam tábuas de países mais desenvolvidos para seus participantes, como as utilizadas por planos de PC e seguros de vida (PINHEIRO, RICARDO PENA, 2007). As mais comuns são da família Annuity Table (AT), elaboradas pela Society of Actuaries (SOA) com base em contratos de anuidades de companhias de seguros nos Estados Unidos (BORGES, 2009; CHAN; SILVA; MARTINS, 2006; PINHEIRO, RICARDO PENA, 2007). As ATs tratam de grupos populacionais mais longevos. Pela AT 2000, por exemplo, observa-se uma esperança de vida de 79,57 anos ao nascer e de 23,24 anos aos 60 anos, enquanto a tabela de vida completa do IBGE de 2010 estimava uma esperança de vida de 73,5 anos ao nascer e de 21,4 anos aos 60 anos, valores inferiores aos da AT 2000 (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2010b).

Contudo, a escolha da tábua de vida passa não só pela tendência de mortalidade geral, mas pela análise das características da população de interesse, pois a função de mortalidade pode variar com as características dos indivíduos. A mortalidade tende a aumentar com a idade, em decorrência do envelhecimento e maior debilidade física dos indivíduos (UNITED NATIONS POPULATION DIVISION, 2013a). Homens também têm maior mortalidade, se comparados às mulheres, principalmente nas idades mais jovens, devido à maior mortalidade por causas externas (BELTRÃO; SUGAHARA, 2002; GONZAGA; QUEIROZ; MACHADO, 2009; UNITED NATIONS POPULATION DIVISION, 2013a). O acesso a informações sobre o cuidado com a saúde e o

acesso a serviços de saúde e saneamento também afetam a mortalidade de uma população e devem ser levados em conta (UNITED NATIONS POPULATION DIVISION, 2013b).

Há evidências de que a camada mais abastada da população brasileira experimente funções de mortalidade próximas às dos países mais desenvolvidos, como acontece na população que geralmente contrata planos de PC ou seguro de vida (BELTRÃO; PINHEIRO, 2002). Há semelhança, ainda, entre as taxas de mortalidade dos funcionários públicos federais de nível superior e as taxas de mortalidade da população coberta por planos de previdência privada, já que tais populações estão sujeitas às mesmas condições socioeconômicas (BELTRÃO; SUGAHARA, 2002; BORGES, 2009). Mas o mesmo pode não acontecer para todos os grupos de populações com planos previdenciários.

Vários trabalhos foram elaborados visando compreender melhor a mortalidade dos brasileiros. OLIVEIRA *et al.* (2012) estimaram a mortalidade para participantes de seguros de vida no Brasil, enquanto BELTRÃO e PINHEIRO (2002) construíram tábuas de vida diferentes para os consumidores dos produtos vida e de previdência privada. BELTRÃO e SUGAHARA (2002) elaboraram tábuas de vida para os funcionários públicos civis federais e BORGES (2009) estimou uma tábua de mortalidade de válidos e de inválidos para a mesma população. Já SILVA (2010) elaborou uma tábua de mortalidade para os servidores do Estado de São Paulo. Contudo, nenhum destes trabalhos abordou os servidores municipais, especificamente.

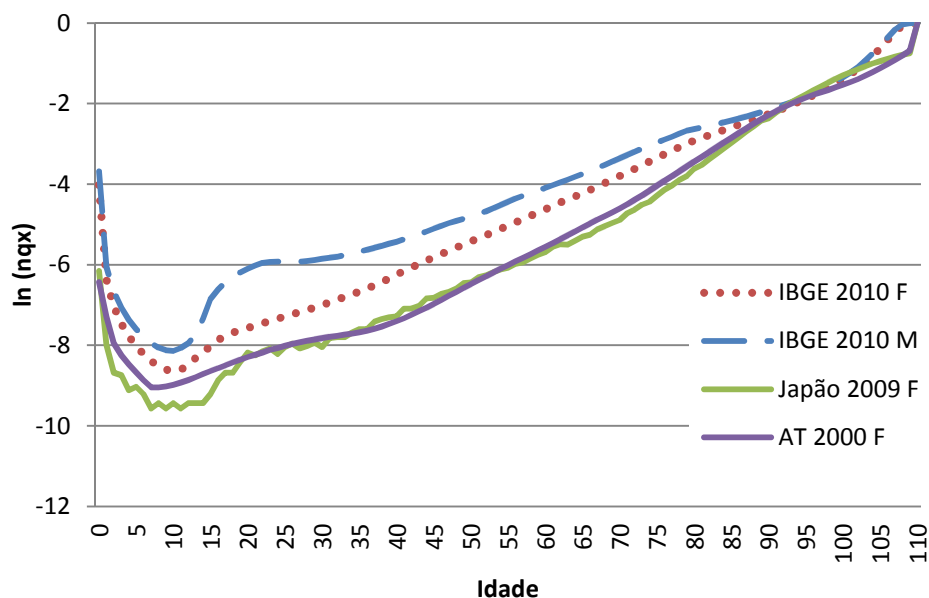
A população que faz parte de cada RPPS tem suas particularidades. Os servidores da União recebem maiores remunerações com grande variabilidade de valores (BELTRÃO *et al.*, 2004; PNAD, 2011), e podem, portanto, ter maior acesso a serviços de saúde (BORGES; BELTRÃO, 2010). Mesmo assim, as probabilidades de morte entre os servidores federais são maiores para o grupo de nível médio em relação às pessoas com nível superior, confirmando que as

condições socioeconômicas associadas à escolaridade afetam a mortalidade entre os servidores públicos (BELTRÃO; SUGAHARA, 2002; BORGES, 2009).

Já os servidores dos estados têm um padrão salarial mais baixo e homogêneo e acesso a serviços de saúde, saneamento e educação mais próximos entre si (BELTRÃO *et al.*, 2004; PNAD, 2011; SILVA, LUCIANO GONÇALVES DE CASTRO E, 2010) e, portanto, estão sujeitos a maiores níveis de mortalidade se comparados aos servidores federais com maior renda. Assim também os dos municípios, os quais recebem, em geral, rendimentos menores que os rendimentos recebidos pelos demais servidores (BELTRÃO *et al.*, 2004; PNAD, 2011) e têm, portanto, níveis médios de mortalidade maiores pela restrição aos serviços de saúde.

O Gráfico 8 apresenta a estrutura da mortalidade de algumas populações para evidenciar a relação entre a mortalidade dada pela AT 2000 feminina com a mortalidade observada no Brasil em 2010 para homens e para mulheres, obtidas pela tábua de mortalidade do IBGE. O gráfico ainda compara essas funções com a experiência do Japão 2009 para as mulheres, obtidas pelo Human Mortality Database (2012), representando os países com menor nível de mortalidade (UNITED NATIONS POPULATION DIVISION, 2013a). O Anexo 4 apresenta as probabilidades de morte para cada uma dessas tabelas. Observa-se, pelo gráfico, que a mortalidade no Brasil é consideravelmente maior que a mortalidade dada pelas demais tábuas, embora a mortalidade feminina seja inferior à masculina. Percebe-se, também, que a mortalidade indicada pela AT 2000 Feminina tem nível próximo do nível da mortalidade da população feminina do Japão em 2009, embora essas se diferenciem em estrutura principalmente nos primeiros e últimos grupos etários.

**GRÁFICO 8 - Logaritmo natural da probabilidade de morte a cada idade, IBGE 2010 Feminina e Masculina, Japão 2009 Feminina, e AT 2000 Feminina.**



Fonte: HUMAN MORTALITY DATABASE, 2012; INSTITUTO BRASILEIRO DE ATUÁRIA, 2013; INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2010b.

A tábua de mortalidade elaborada pelo IBGE equivale à tábua média para todos os grupos populacionais brasileiros, envolvendo tanto pessoas com alta renda quanto as camadas mais populares. Portanto, embora a mortalidade por ela representada seja maior que a dos países desenvolvidos, como evidenciou o Gráfico 8, ela indica uma mortalidade menor que a dos grupos menos favorecidos da população brasileira. Um exemplo é que no Nordeste a expectativa de vida ao nascer para ambos os sexos era de 70,4 anos, enquanto no Brasil, em 2009, era de 73,1 anos; 2,7 anos de diferença (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2012c).

Diante dessas evidências, acredita-se que a mortalidade média do Brasil, elaborada para todas as regiões, represente melhor o nível de mortalidade dos servidores municipais de todo o país que as tábuas de países desenvolvidos. A tábua IBGE 2010 diferenciada por sexo será, portanto, adotada neste trabalho

como premissa de mortalidade. Essa escolha está de acordo com a Portaria MPS 403/2008, que determina que a tábua adotada deve ter mortalidade igual ou menor que a tábua de mortalidade mais atual elaborada pelo IBGE (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008c). No presente momento, essa tábua é a do ano 2010.

A decisão pela tábua IBGE 2010 por sexo tem algumas consequências aos resultados das simulações. Como a tendência é de queda da mortalidade, é possível que a média da mortalidade brasileira superestime a mortalidade dos servidores das regiões em que a mortalidade é menor, subestimando os benefícios, embora superestime menos onde a mortalidade é maior, como nas regiões Norte e Nordeste. Todavia, essas limitações não invalidariam os resultados do trabalho, já que o interesse é a variabilidade em torno da função de mortalidade, e não em seu nível. Apesar disso, a tábua de mortalidade para a população feminina do Japão foi utilizada neste trabalho em modelos alternativos, cujos resultados podem ser avaliados como se referindo a populações brasileiras com menores níveis de mortalidade, como são freqüentes no sul e sudeste do Brasil (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2012c), além de evidenciarem o que acontece com o risco de solvência quando se altera o nível da mortalidade.

### **3.2.1.5. Mortalidade de inválidos**

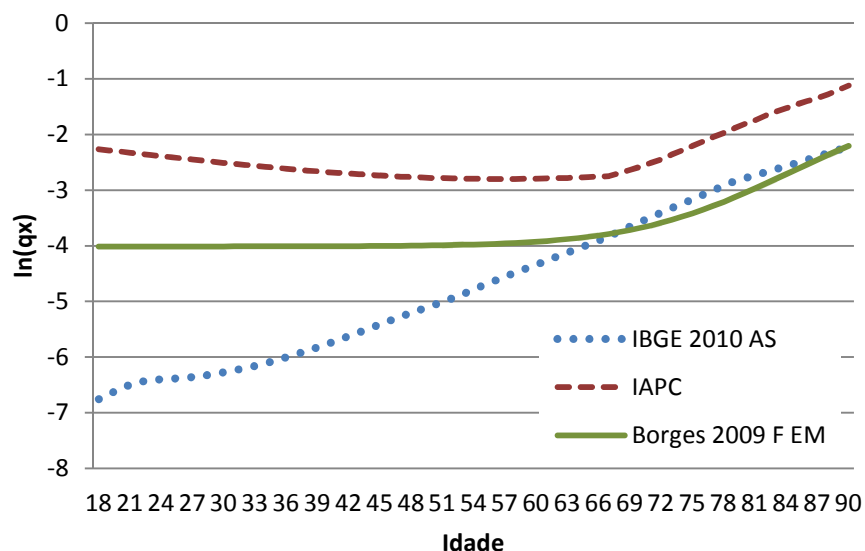
Estudos mostram que a mortalidade dos inválidos é maior que a mortalidade dos demais indivíduos da população (BIXBY; CHAVES, 2008; BORGES, 2009; GUEDES; CAMARGOS; MACHADO, 2007; PITACCO, 2012; RIBEIRO *et al.*, 2007). Entre as metodologias utilizadas para a estimação da mortalidade de inválidos estão as tábuas seletas. Por esses instrumentos a probabilidade de morte do inválido depende tanto da idade do indivíduo quanto do tempo a que este indivíduo está inválido (RIBEIRO, 2006).

Além das tábuas seletas há outras tábuas de mortalidade de inválidos que dependem apenas da idade do indivíduo, e não da idade em que ocorreu a

invalidez, o que simplifica os cálculos de avaliação da situação dos RPPS. Entre elas destaca-se a tábua de mortalidade de inválidos IAPC, elaborada com base nos dados do Instituto de Aposentados e Pensões dos Comerciantes, extinto em 1966 (RIBEIRO; REIS; BARBOSA, 2010), e as tábuas por sexo e escolaridade elaboradas por BORGES (2009) com base nos dados de servidores civis federais brasileiro. Contudo, a Portaria MPS 403/2008 define que a tábua de mortalidade de inválidos não deve indicar obrigações inferiores às alcançadas pela tábua de mortalidade para ambos os sexos elaborada pelo IBGE, no caso, a tábua IBGE 2010.

O Gráfico 9 compara as tábuas IAPC e IBGE 2010 para ambos os sexos à tábua de Borges 2009 para mulheres com ensino médio, já que apresentam os menores níveis de mortalidade de inválidos entre as categorias analisadas por Borges (2009). Como pode-se perceber pelo gráfico, a tábua IAPC é a que atribui maiores níveis de mortalidade aos inválidos. Com exceção de algumas poucas idades a tábua do IBGE apresenta menores probabilidades de morte que as demais tábuas, prevendo, portanto, obrigações maiores para o plano previdenciário, de forma que as tábuas IAPC e Borges (2009) não podem ser utilizadas para as avaliações de RPPS municipais. Portanto, optou-se por considerar a mesma tábua de mortalidade nos dois casos, para válidos e para inválidos, a tábua IBGE 2010, em respeito à legislação.

**GRÁFICO 9 – Logaritmo natural da probabilidade de morte de inválidos pelas tábuas IAPC, Borges 2009 feminina nível médio e da probabilidade de morte pela tabela IBGE 2010 ambos os sexos.**



Fonte: BORGES, 2009; INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2010.

### 3.2.1.6. Tabela de múltiplos decrementos

Um indivíduo que já está na fase de recebimento de benefício só deixa de recebê-lo quando morre. Em contrapartida, o indivíduo na fase de contribuição pode parar de contribuir se morrer, se aposentar, ou se ficar inválido. Portanto, durante o período de contribuição há vários decrementos ou formas de saída da situação de contribuinte (WINKLEVOSS, 1993). Neste trabalho a taxa de demissões pode ser considerada igual a zero para servidores públicos, e a aposentadoria ocorre logo que a pessoa se torna elegível, ou seja, de forma determinística. Portanto, pode-se considerar que há apenas 2 formas de saída probabilísticas da situação de contribuinte: morte e invalidez.

Como há mais de uma causa atuando, elas concorrem entre si, efeito chamado riscos competitivos (BOWERS *et al.*, 1997; PRESTON; HEUVELINE; GUILLOT, 2001). Quando cada causa atua isoladamente, sua probabilidade de

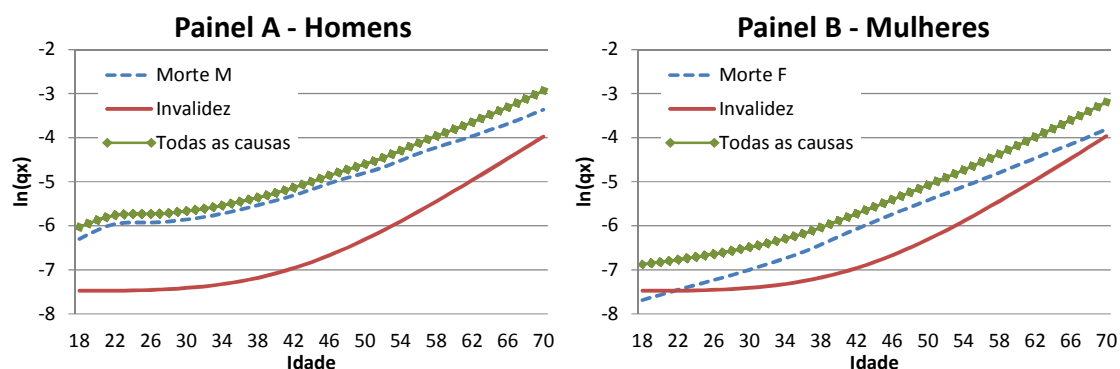
ocorrência é maior que quando elas atuam em conjunto, pois os indivíduos totais são divididos entre saídas por causas diferentes, diminuindo a frequência de ocorrência de cada causa em vista do que aconteceria se ocorressem isoladamente (BOWERS *et al.*, 1997; PRESTON; HEUVELINE; GUILLOT, 2001). Por exemplo, se apenas a morte atuasse, os indivíduos demorariam mais a sair que quando a invalidez atua juntamente à morte, pois antes de morrer é possível sair por invalidez. Assim, a probabilidade de sair por morte é menor, já que alguns indivíduos que sairiam por morte (se apenas a morte atuasse) sairão por invalidez; mas a probabilidade de saída por alguma causa (morte ou invalidez) é maior, já que há mais possibilidades de saída.

Para encontrar as probabilidades de saída quando mais de uma causa atua recorre-se às tabelas de múltiplos decrementos. Para tanto, é preciso transformar as probabilidades de saída quando apenas a causa  $k$  atua ( $q^{(k)}$ ) em probabilidades de saída quando mais de uma causa atua ( $q^{(k)}$ ). O pressuposto básico é que todos os decrementos ocorrem uniformemente durante todo o ano (WINKLEVOSS, 1993). Assim,  $q^{(1)} = q^{(1)} [1 - q^{(2)} / 2]$ .

Utilizando-se das tabelas de morte do IBGE 2010 para homens e para mulheres, e da tabela de entrada em invalidez Álvaro Vindas, definidas nas seções anteriores, obteve-se as probabilidades de saída da tabela de múltiplos decrementos utilizadas neste trabalho. Os resultados são apresentados nos Anexos 5 e 6 e na Figura 10 nos painéis A e B, para homens e mulheres, respectivamente. Nota-se que a probabilidade de saída por alguma causa é maior que a probabilidade de sair por apenas uma delas, e que a probabilidade de saída dos homens é maior que a das mulheres em todos os grupos etários.



**FIGURA 10 – Logaritmo da probabilidade de saída por cada causa e por todas as causas por idade na tabela de múltiplos decrementos, homens e mulheres.**



Fonte: Elaboração própria com dados de GOMES; FIGOLI; RIBEIRO, 2010; INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2010.

Apesar da tabela de entrada em invalidez Álvaro Vindas assumir probabilidades de se invalidar acima dos 70 anos, neste trabalho admitiu-se que a última idade possível de entrada em invalidez é os 70 anos, idade máxima até a qual um servidor pode estar na ativa. A partir desta idade, assumiu-se que o servidor só pode sair por morte. Assim, a partir dos 70 anos, a probabilidade de saída pela tabela de múltiplos decrementos coincide com a tabela de mortalidade.

### 3.2.2. Dependentes

Premissas sobre os dependentes dos servidores são necessárias porque, ao morrer, os servidores podem deixar benefícios de pensão aos seus dependentes (BRASIL, 1988). Os possíveis dependentes no RPPS são os mesmos do RGPS (SECRETARIA DE POLÍTICAS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2009). São eles, separados por grupos: I - o cônjuge, a companheira, o companheiro e o filho não emancipado de qualquer condição, menor de vinte e um anos ou inválido; II - os pais; ou III - o irmão não emancipado, de qualquer condição, menor de vinte e um anos ou inválido (INSTITUTO NACIONAL DO SEGURO SOCIAL, 2010).

Neste trabalho, contudo, para simplificar a análise, considerou-se apenas os beneficiários do 1º grupo, formado por cônjuge e filhos menores de 21 anos, já que esse grupo representa a quase totalidade dos benefícios pagos a dependentes. Pelo RGPS, em 2011, por exemplo, entre os dependentes de segurados urbanos, 87,5% eram cônjuge, companheiro ou ex-cônjuge do falecido, 8,9% eram filho, filho adotivo e irmão, e apenas 3,7% eram pai, mãe ou designado (ANSILIERO; COSTANZI; PEREIRA, 2014). É necessário, portanto, adotar premissas sobre a existência e a idade dos indivíduos desse grupo principal (cônjuges e filhos).

O Instituto Brasileiro de Atuária – IBA, buscando orientar os atuários em como proceder em relação a premissas sobre a composição familiar, recomenda considerar:

*“- A experiência do grupo quanto à probabilidade do cônjuge ter idade superior ou inferior à do participante;  
- A probabilidade do cônjuge ter idade distinta segundo o sexo;  
- A probabilidade do participante não possuir cônjuge em determinada idade, mas possuir no futuro;  
- A modelagem do plano quanto à possibilidade de inscrever novos beneficiários;  
- A modelagem do plano quanto ao pagamento de benefícios a mais de um beneficiário;  
- Em caso de estimação do número de filhos para uma determinada idade, considerar o ajuste estatístico a fim de se evitar que para as idades mais jovens não se contemple nenhum grupo de beneficiários desta natureza” (COMISSÃO DE NORMAS TÉCNICAS DO IBA, 2007).*

Apesar dessas orientações, é comum encontrar avaliações atuariais que consideram uma família padrão determinada arbitrariamente pelo atuário responsável, formada, por exemplo, por um casal e dois filhos. Nesse caso, assume-se que todos os participantes do plano têm o mesmo padrão familiar, independente de sua idade ou sexo (RODRIGUES, 2008). Esse procedimento simplifica os cálculos envolvidos na estimação dos benefícios, mas mascara as transformações demográficas vivenciadas pelas famílias no decorrer das últimas décadas (BECKER, 1991; FREIRE; AGUIRRE, 2000; MARCONDES,

2008; STOCKMAYER, 2004), distorcendo, também, a estimação dos recursos necessários ao custeio do plano.

Para explorar o número e o perfil dos dependentes dos servidores, utilizou-se, neste trabalho, dados da PNAD 2011, os quais permitem a identificação dos indivíduos corresidentes com o servidor, incluindo os membros de sua família (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2011). Embora nem todos os possíveis beneficiários corresidam com o servidor, acredita-se que a estimação dos dependentes do servidor possíveis de serem beneficiários a partir dos dados de corresidência e família sejam uma boa aproximação do número de beneficiários futuros, assumindo-se que esse tipo de dependentes é o de maior frequência na população e que o arranjo domiciliar reflète o arranjo familiar quando se tem cônjuge e/ou filhos menores.

Para a estimação dos modelos aqui propostos, foram identificados os cônjuges e os filhos de cada indivíduo pelos dados de famílias da PNAD, assim como suas características de idade e sexo. Então, foram identificados os filhos mais novos e selecionados apenas aqueles com 21 anos ou menos. Para estimar o número de filhos dos servidores selecionou-se apenas os casos em que o servidor era cônjuge ou pessoa de referencia, pois não é possível saber os filhos de quem não está em alguma dessas duas categorias. Como cônjuges foram selecionados o cônjuge ou o companheiro, seja em união formal ou informal, mas residindo no mesmo domicílio. As características dos filhos e cônjuges foram, então, associadas a cada servidor.

Para estimar a probabilidade de ter cônjuge foram utilizados dados de todos os indivíduos, servidores públicos ou não. Isso se deu porque só se tem dados dos servidores até os 70 anos, idade da aposentadoria compulsória. Entretanto, é necessários conhecer a distribuição da probabilidade de ter cônjuge para idades acima dos 70 anos também, e, para tanto, são necessários dados de todos os grupos etários.

Já para a análise da probabilidade de ter filhos menor de 21 anos a cada idade, ou seja, do percentual de servidores que deixariam pensão aos filhos caso falecesse, foram selecionados apenas os servidores municipais entre 18 e 70 anos, sendo os resultados do modelo proposto extrapolados a todos os grupos etários.

Em todos os grupos etários há servidores com cônjuges e com filhos menores, apenas com cônjuge, apenas com filhos, e sem cônjuges ou filhos. Como mostra a Tabela 12, analisando todos os grupos etários percebe-se que 28% dos servidores não deixariam pensão a filhos nem a cônjuges, e apenas 7% dos servidores deixaria a filhos, sem deixar a cônjuge.

**TABELA 12 – Percentual de servidores que têm ou não filhos e cônjuges, Brasil, 2011.**

Tem Cônjuge	Tem filho menor de 21 anos		Total
	Não	Sim	
Sim	22%	43%	65%
Não	28%	7%	35%
Total	49%	51%	100%

Fonte: PNAD, 2011.

Também pela Tabela 12 é possível perceber a relação significativa (pelo teste qui-quadrado) entre ter cônjuge e ter filho menor de 21 anos. Dentre os 65% servidores municipais que têm cônjuges, 67% têm filhos menores, e, dentre os que não têm cônjuges, 79% não têm filhos.

Apesar da estreita relação entre ter filho e ter cônjuge, neste trabalho as duas situações (ter cônjuge e ter filho) são analisadas separadamente. Quanto aos benefícios aos dependentes vale ressaltar que no processo de simulação primeiramente considerou-se a probabilidade do servidor morto deixar cônjuge, independente de deixar ou não filho menor de 21 anos. Nesse caso, o benefício duraria até a morte do cônjuge. Somente se o servidor não deixar cônjuge é que se avalia a possibilidade de deixar filho menor, ao qual o benefício duraria até que completasse os 21 anos e, caso o servidor não tenha

cônjuge nem filho, considerou-se que não deixou nenhum dependente ou beneficiário.

Embora impreciso, esse procedimento é razoável em termos de valores pagos em benefícios. 86% dos filhos menores de 21 anos estão em domicílios em que o servidor tem cônjuge, segundo a Tabela 12; portanto, é razoável supor que, caso o servidor morra, se o benefício for para o cônjuge, o filho também estará coberto por ele. Além disso, as idades mais prováveis do servidor ter filho menor são também as idades mais prováveis de ter cônjuge, que são as idades mais jovens. Assim, ao contemplar uma situação de ter cônjuge, a situação ter filho é automaticamente contemplada.

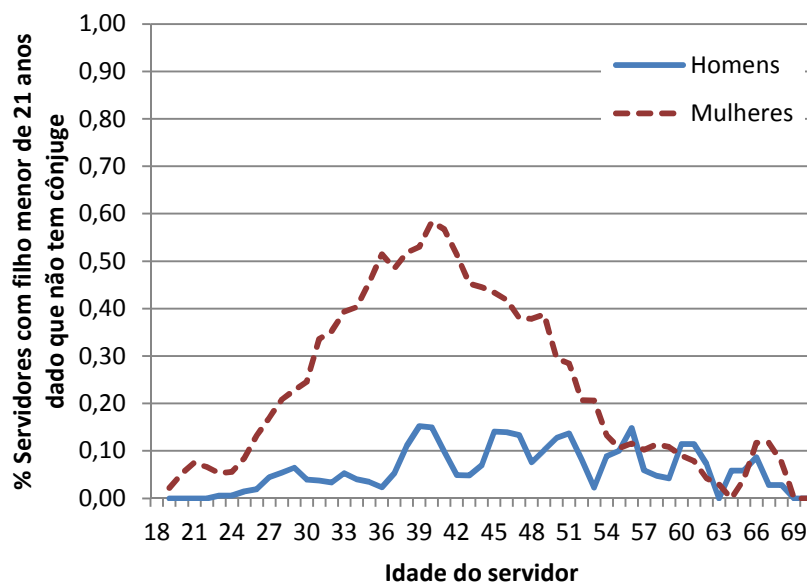
Quanto ao acompanhamento da vida do cônjuge como forma de determinação da duração do benefício, a justificativa se embasa nas probabilidades de morte adotadas a cada idade. Dentre os servidores que têm filhos, metade tem 39 anos ou menos e 90% tem 50 anos ou menos (PNAD, 2011), idades até as quais a probabilidade de morte é baixa. Portanto, como o benefício dos cônjuges é vitalício e o dos filhos não, na existência de cônjuge as simulações realizadas neste trabalho acompanharam apenas a vida do cônjuge para determinar a duração do benefício, e não a vida dos cônjuges e dos filhos. Em contrapartida, se o servidor não tiver cônjuge, avaliar-se-á a possibilidade de ele ter filho e, nesse caso, a vida do filho será acompanhada e o benefício cessará quando o filho completar 21 anos ou quando morrer, o que acontecer primeiro.

Outra consideração a fazer sobre a análise dos dados dos dependentes é que, embora só se avalie a possibilidade do servidor ter filho caso não tenha cônjuge, ao estimar a probabilidade de ter filho foram considerados dados de servidores com e sem cônjuge. Ou seja, a situação conjugal do servidor não foi considerada na estimação da sua probabilidade de ter filho. São duas as razões que levaram a essa decisão. Primeiramente, como mostrado na Tabela 12, apenas 14% dos filhos de servidores são filhos de servidores sem cônjuge. Portanto, o número de indivíduos amostrados com filhos mas sem cônjuge é

menor e há maior variabilidade dos valores, sobretudo no que se refere aos filhos dos servidores do sexo masculino (apenas 59 servidores amostrados, representando 30.029 pessoas da população) (PNAD, 2011). Essa alta variabilidade impede a correta estimação de uma função que sintetize a relação entre não ter filho dado que não tem cônjuge, e a idade e o sexo do servidor. Ao tentar estimar essa relação por um modelo logito, as probabilidades encontradas para os homens foram muito diferentes das observadas, embora o mesmo método tenha estimado bem a probabilidade de ter filho independente da situação conjugal.

Contudo, a principal razão para não considerar a situação conjugal na estimação da probabilidade de ter filho, apesar do desenho do processo de simulação o exigir, se refere à configuração das famílias monoparentais. Se os pais não moram juntos, a maioria dos filhos mora com a mãe, e não com o pai (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2012a), o que justifica as altas taxas de servidoras com filho, mesmo sem cônjuge, e as baixas taxas de servidores na mesma situação, como apresentado no Gráfico 10, com dados suavizados por médias móveis. Contudo, no caso de o homem falecer, ainda que não morasse com o filho, deixaria benefício de pensão para o menor de 21 anos. Portanto, a situação domiciliar, neste caso, não reflete a situação de dependência econômica e a possibilidade de recebimento de benefício previdenciário. A solução encontrada para esse empasse foi assumir que a probabilidade de ter filho independe da probabilidade de ter cônjuge, de forma que a probabilidade de um homem ou de uma mulher ter filho é a mesma se ele mora ou não mora com o cônjuge. Embora se saiba que a probabilidade de ter filho é maior entre os que têm cônjuge, e que, portanto, se superestima o número de benefícios deixados aos filhos, a medida adotada permite identificar os filhos dos homens sem cônjuge, ou filhos de mulheres que são criados por outras pessoas, como as avós, servindo como carregamento de segurança em relação a uma dessas situações.

**GRÁFICO 10 – Percentual de servidores sem cônjuge com filho menor de 21 anos por idade e sexo do servidor, Brasil, 2011.**



Fonte: PNAD, 2011.

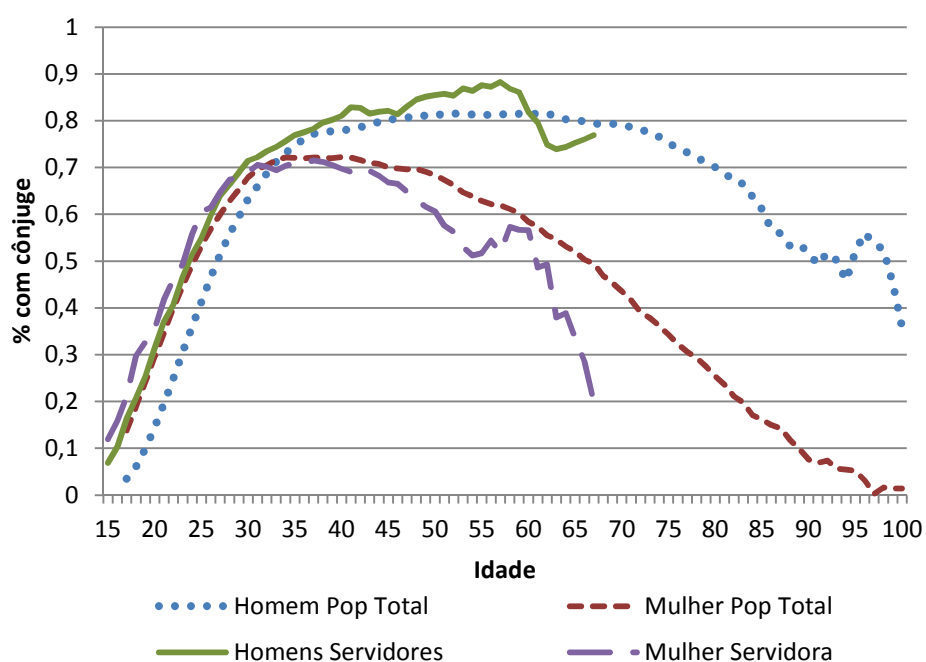
Como se descreveu, são várias as particularidades envolvidas na estimação do número de dependentes e as limitações dos dados analisados. Passa-se, então, à estimação das funções descritivas dos dependentes. São elas a probabilidade de ter cônjuge e idade do cônjuge, e probabilidade de ter filho menor de 21 anos, e idade desse filho.

### 3.2.2.1. Cônjuge

O padrão de uniões é uma das premissas que precisa ser incluída no cálculo das alíquotas de contribuição ao RPPS. Para ser elegível a benefício de pensão por morte, a união pode ser tanto formal quanto informal (BRASIL, 1988, 2002). A importância das uniões informais na dinâmica matrimonial do Brasil é tão grande que em 1988 a Constituição Federal do Brasil reconheceu tais uniões como forma de formação de família (BRASIL, 1988). Já o Novo Código Civil, em 2002, conferiu às uniões informais o mesmo estado das uniões formais, em direito (BRASIL, 2002).

O padrão de uniões na população pode ser observado no Gráfico 11, que apresenta o percentual de indivíduos com cônjuge ou companheiro, em união formal ou informal, por idade e sexo, para servidores e para a população total com dados suavizados por médias móveis. Percebe-se, pelo gráfico, que o padrão de uniões feminino se apresenta bem diferente do masculino, com o mesmo padrão entre os servidores e na população total. O percentual de mulheres unidas cresce até cerca dos 35 anos, idade a partir da qual o percentual de unidas tende a diminuir. Já o percentual de homens unidos, embora aumente em maior intensidade nas idades até 30 anos, continua aumentando mesmo após essa idade, reflexo, provavelmente, do padrão de recasamentos e do diferencial de mortalidade entre homens e mulheres.

**GRÁFICO 11 – Percentual de pessoas com cônjuge por idade e sexo, servidores e população total, Brasil, 2011.**



Fonte: PNAD, 2011.

Pelo Gráfico 11 percebe-se, ainda, que alguns diferenciais no padrão de uniões dos servidores em relação à população com um todo. Tanto homens quanto



mulheres servidores têm probabilidades maiores de ter cônjuges em idades mais novas (15 a 25 anos) se comparados à população em geral, indicando que os servidores se casam mais cedo que os demais indivíduos da população. Esse quadro pode ser reflexo de um efeito seleção. Ou seja, se o emprego estável é um dos fatores que favorecem a efetivação da união e servidores públicos têm emprego estável, então esses também estarão mais propensos à uniões. Todavia esse argumento não é válido para os diferenciais que ocorrem após os 25 anos, quando o percentual de mulheres com cônjuge entre os servidores diminui em relação ao percentual observado em toda população, enquanto o dos homens servidores aumenta. Embora parte desse diferencial possa ser atribuída à escassez de dados de servidores com cônjuges em idades mais avançadas, essa constatação merece maiores investigações, o que pode ser feito em trabalhos futuros.

Outra diferença entre as probabilidades de ter cônjuge das duas populações (de servidores e população total) é o limite de idade até o qual é possível estimar essas probabilidades. Com os dados dos servidores somente é possível estimar essa probabilidade até os 70 anos, enquanto a população total permite essa estimativa para todas as idades, informações necessárias para o modelo de simulação. Adotou-se, portanto, as probabilidades de ter cônjuge por idade e sexo relativas a toda a população suavizadas por médias móveis como estimador da probabilidade de ter cônjuge dos servidores, pois essas abrangiam todos os grupos etários. Os valores são apresentados no Anexo 7.

Outro ponto a ser analisado é a diferença de idade entre os casais. Em geral as mulheres se casam mais jovens que os homens. Os servidores municipais brasileiros são, em média, 3,8 anos mais velhos que suas esposas ou companheiras, enquanto as servidoras são, em média, 3,1 anos mais novas que seus companheiros (os servidores homens e mulheres não são, necessariamente, casais, o que justificativa a diferença no diferencial de idade média entre os cônjuges).

Contudo, a diferença de idade média não se mantém para todos os grupos etários, embora cresça linearmente. Analisando dados de toda a população (não apenas de servidores), pode-se ajustar um modelo linear, apresentado na Tabela 13, para a idade do cônjuge em relação ao sexo e à idade do indivíduo. Pelo modelo, embora os resíduos não sejam normais, como em nenhum outro modelo que se tentou ajustar, eles têm variância constante, com desvio padrão igual a 6,90 anos.

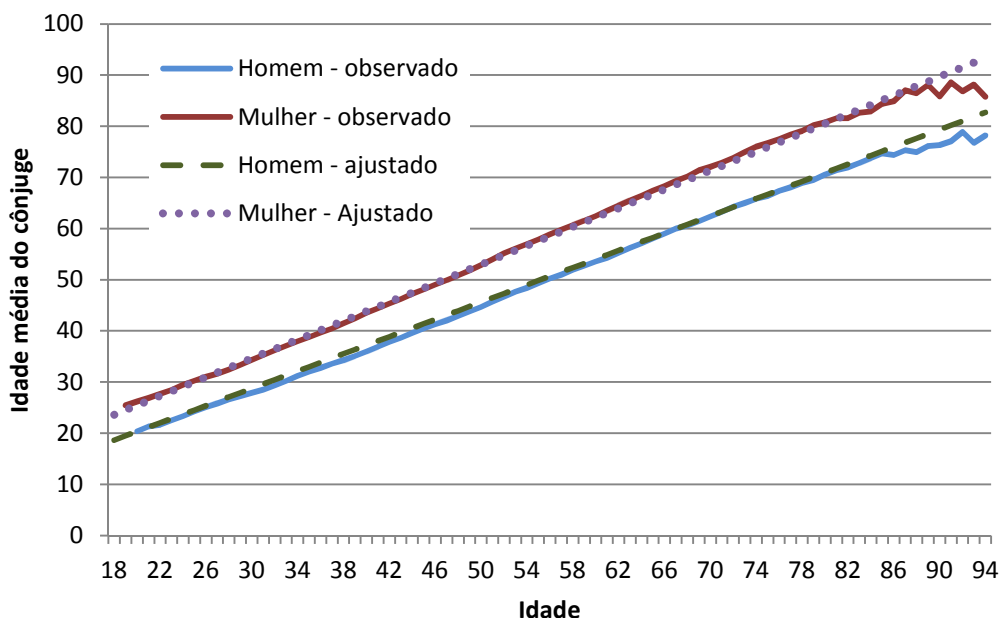
**TABELA 13 – Modelo para a idade do cônjuge, Brasil, 2011.**

<b>Variável</b>	<b>Coefficiente</b>	<b>Significância</b>
Intercepto	3,45	0,0000
Idade	0,84	0,0000
Sexo Feminino	3,61	0,0000
Idade*Sexo Feminino	0,07	0,0000

Fonte: PNAD, 2011.

O Gráfico 12 apresenta os valores ajustados e os valores observados suavizados por média móvel da idade do cônjuge por idade e sexo do indivíduo. Nota-se, pelo modelo, que a diferença de idade entre os cônjuges aumenta com a idade. Ou seja, casais mais novos tendem a ter diferença de idade menor que casais mais velhos, tanto que, para cada ano a mais que a mulher tem, a idade do seu parceiro aumenta em 0,91 ano, enquanto a idade da parceira dos homens aumenta apenas 0,84 anos, como mostra a Tabela 13. Essa mudança na diferença de idade entre os cônjuges pode ter várias explicações. O padrão de união pode mudar no decorrer da idade, e novas uniões podem surgir com diferenças de idades maiores à medida que aumenta a idade dos indivíduos, ou pode ter ocorrido uma mudança de padrão de união no decorrer do tempo, de forma que os casais formados há mais tempo tenham preferências por diferenças de idades maiores que os casais formados mais recentemente.

**GRÁFICO 12 – Idade do cônjuge por idade e sexo do indivíduo, valores observados e valores ajustados, toda a população, Brasil, 2011.**

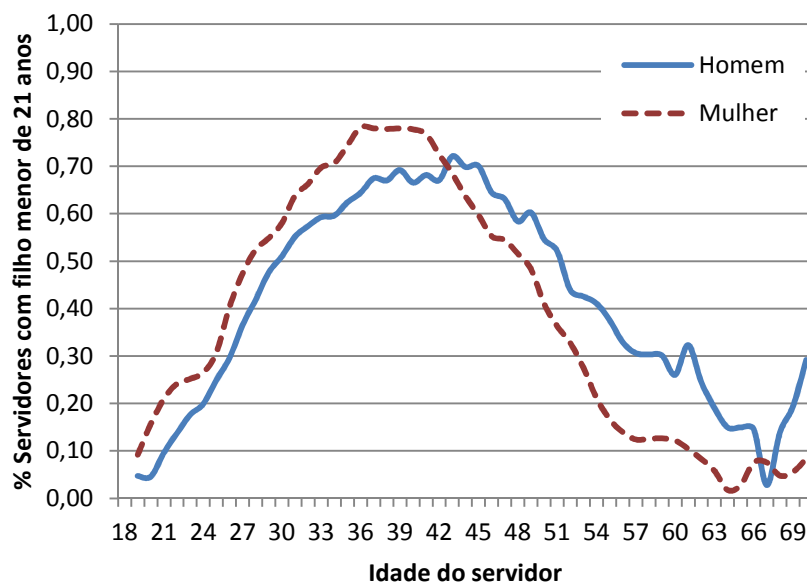


Fonte: PNAD, 2011.

### 3.2.2.2. Filho menor de 21 anos

Além do cônjuge, os filhos também podem ser beneficiários de pensão por morte do servidor, desde que menores de 21 anos. Analisando o percentual de servidores com filhos menores de 21 anos por idade e sexo, descrito no Gráfico 13, há uma relação clara entre a probabilidade de ter filho menor de 21 anos e o sexo e a idade do servidor. Como pode ser observada no gráfico, a probabilidade de ter filho menor de 21 anos aumenta com a idade do servidor, pois com a idade aumenta o tempo de exposição à probabilidade de ter filho. Em razão da diferença de idade entre os cônjuges, e, conseqüentemente, entre os pais, mulheres têm filhos mais novas que homens, sendo as mulheres entre 32 e 43 anos e homens entre 36 e 46 anos os que mais provavelmente deixarão pensão aos filhos se morrerem. A partir dessas idades, com o envelhecimento dos servidores e de seus filhos, a probabilidade de terem filhos menores de 21 anos passa a diminuir, tendendo a zero.

**GRÁFICO 13 – Percentual de servidores com filho menor de 21 anos por idade e sexo do servidor, Brasil, 2011.**



Fonte: PNAD, 2011.

A probabilidade de ter filho menor de 21 anos por sexo e idade do servidor foi ajustada por um modelo binomial logito. Pelo modelo, apresentado na Tabela 14, essa probabilidade está relacionada às interações entre sexo, idade e idade ao quadrado do servidor. Adotar esse ajuste para encontrar uma equação que sintetize a probabilidade de ter filho menor de 21 anos tem diversas vantagens. A primeira é a suavização da variabilidade da mudança de probabilidade de uma idade para a seguinte, que é menor quando utilizada essa transformação que quando utilizados os valores observados em cada idade, ou em modelos com grupos de idades quinquenais. Além disso, embora só se disponha de dados para servidores ativos, e não para aposentados, é possível estender a equação da relação de probabilidade para idades acima dos 70 anos, em que os servidores já estão aposentados, e estimar a probabilidade de um servidor aposentado, ao morrer, deixar pensão a filho menor.

**TABELA 14 – Modelo logístico para a probabilidade ter filho por idade e sexo do servidor, Brasil, 2011.**

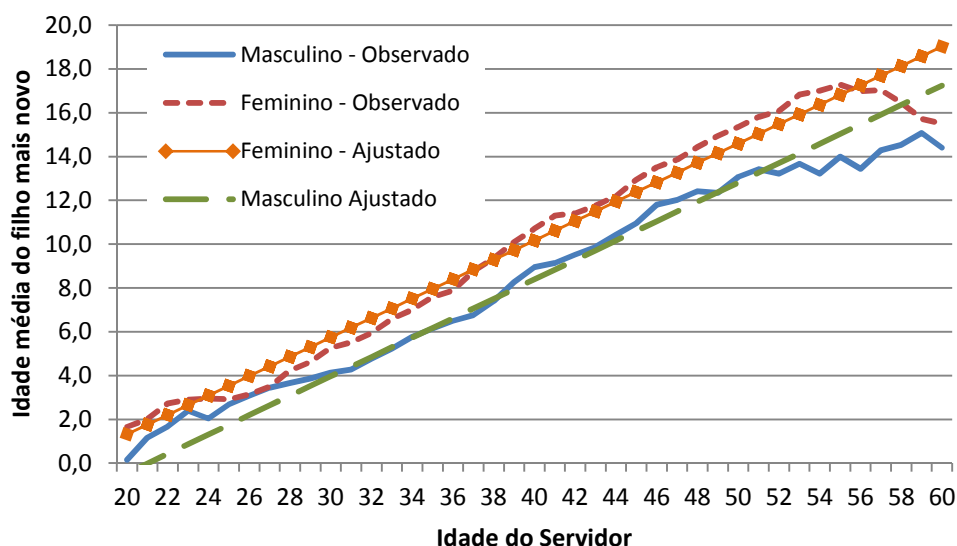
<b>Variável</b>	<b>Coefficientes</b>	<b>Significância</b>
Intercepto	-9,82	0,0000
Idade	0,50	0,0000
Idade^2	-0,01	0,0000
Sexo feminino	-1,86	0,0036
Idade^2 * Sexo feminino	0,00	0,0000
Idade * Sexo Feminino	0,16	0,0000

Fonte: PNAD, 2011.

Outra vantagem é que, ao estabelecer uma probabilidade de ter filho para cada idade e sexo do servidor, pode-se assumir que o evento ter filho menor de 21 anos tenha uma distribuição de Bernoulli com média dada pela probabilidade  $p$  de ter filho menor de 21 anos estimada pela transformação descrita, e variância  $p(1-p)$ , facilmente implementada no processo de simulação.

Mas não basta saber a probabilidade de ter filho menor de 21 anos. É preciso encontrar, ainda, a idade do filho para estimar a duração do benefício de pensão aos menores. O estimador encontrado para tanto foi a idade média dos filhos mais novos segundo a idade e o sexo do servidor municipal. Outro estimador possível seria a idade média em que teve o último filho, mas essa medida desconsideraria a possibilidade de filhos futuros. O Gráfico 14 apresenta essa estimativa para servidores municipais do Brasil. O gráfico mostra que, quando a mulher tem 30 anos, a idade média de seu filho mais novo é seis anos. Como o cônjuge da mulher é cerca de quatro anos mais velho que ela, a idade média de seis anos para os filhos só é alcançada quando o homem tem cerca de 34 anos. Com o aumento da idade dos pais e, conseqüentemente, dos filhos, muitos filhos tendem a sair de casa e formar novos arranjos domiciliares, o que não pode ser medido pelos dados. O reflexo é a maior flutuação na idade média dos filhos que moram com os pais, observada para as idades mais avançadas dos servidores. A diminuição da idade média do filho mais novo nas idades mais avançadas também pode ser explicada por adoções ou declarações de netos como filhos.

**GRÁFICO 14 – Idade média do filho residente mais novo por sexo e idade do servidor municipal, valores observados e ajustados, Brasil, 2011.**



Fonte: PNAD, 2011.

Buscando compreender melhor a relação entre a idade do servidor e a idade de seu filho mais novo, ajustou-se um modelo linear para a idade do filho mais novo, considerando-se o sexo e a idade do servidor brasileiro. Pelo modelo, mulheres têm filhos mais novas que os homens, o que resulta em filhos mais velhos a cada idade da mulher, em relação à idade dos filhos dos homens à mesma idade. A idade do filho mais novo aumenta a uma velocidade menor que a dos pais já que é possível, aos pais, ter filhos no decorrer de sua vida. O modelo gerado, apresentado na Tabela 15 e representado no Gráfico 14 deixa resíduos normalmente distribuídos com média 0 e desvio padrão 4,773, valores usados nas simulações.

**TABELA 15 – Modelo Linear para a idade do filho mais novo em relação ao sexo e idade do servidor.**

Variável	Coefficiente	Sig.
Intercepto	-9,314	0,0000
Idade do Servidor	0,443	0,0000
Sexo do Servidor	Masculino	0,000
	Feminino	1,782

Fonte: PNAD, 2011.

O modelo gerado, contudo, não é válido para todas as idades, estimando idades negativas para idades em que os servidores ainda não têm filhos. Dessa forma, sempre que o valor estimado da idade média do filho mais novo for menor que 0, assumiu-se que a idade do filho mais novo é 0. Da mesma forma, quando a idade estimada do filho mais novo for maior que 21, como filhos a essa idade não têm mais o direito a pensão.

### **3.2.3. Premissas econômicas**

Para estimar o valor das contribuições e dos benefícios de forma a chegar à estimação da Reserva, é necessário, antes, adotar mais outras duas premissas: a taxa de aumento das remunerações e a taxa de retorno dos investimentos (ou rentabilidade). Essas premissas, contudo, são premissas econômicas, e não demográficas, e serão tratadas neste trabalho de forma determinística, mantendo-se constantes para todos os indivíduos em todos os momentos do tempo. Vale ressaltar que neste trabalho a inflação foi desconsiderada, e trabalhou-se, apenas, com o valor real dos pagamentos.

#### **3.2.3.1. Taxa de aumento das remunerações**

Em planos de RPPS não só a contribuição é fixada por lei como um percentual da remuneração do servidor, como também o benefício é atrelado ao valor das remunerações recebidas (BRASIL, 1988). A premissa de crescimento das remunerações se refere à taxa com que as remunerações, em média, crescerão ao longo do tempo de permanência do participante no plano e tem grande importância no valor da Reserva, pois afeta o valor presente das contribuições e dos benefícios futuros. Como exemplo, estima-se que o aumento de 1% na taxa de crescimento salarial pode alterar a reserva necessária em até 30% (RODRIGUES, 2008).

São 3 os fatores que alteram o valor da remuneração: aumentos por mérito, ganho de produtividade e inflação (RODRIGUES, 2008; WINKLEVOSS, 1993).

A componente produtividade pode variar entre os diversos tipos de trabalho, mas tem tido sua importância diminuída no decorrer dos anos (WINKLEVOSS, 1993). Essa variável é difícil de estimar, principalmente se considerarmos as crescentes inovações técnico-produtivas e reorganizações nos processos de trabalho alteram as relações produtivas das empresas (PINHEIRO, 2007).

A inflação é o componente que mais afeta o aumento salarial (RODRIGUES, 2008). Apesar de não ser uma relação direta e depender também de fatores políticos, os reajustes salariais tentam, pelo menos, repor a inflação. Como, neste trabalho, considera-se a taxa de juros real, também será considerado apenas o crescimento salarial real, desconsiderando-se a inflação.

Já o componente mérito expressa o aumento na remuneração do indivíduo por progresso em sua carreira, dentro do mesmo ente empregatício. A taxa de aumento de salário por mérito geralmente diminui com a idade (RODRIGUES, 2008; WINKLEVOSS, 1993), ou seja, os indivíduos tendem a se estabilizar em suas carreiras. Há várias formas de estimar a taxa de aumento das remunerações por mérito. No serviço público ela pode ser detalhada em um plano de carreira, o qual varia com o cargo do servidor e o ente federativo. AMARAL; GIAMBIAGI e CAETANO (2013), ao analisar o plano de carreira dos servidores federais encontraram uma taxa aumento das remunerações de 1,4% ao ano por progressão funcional. A taxa de aumento anual da remuneração, contudo, variava com a carreira, desde pouco mais de 1% ao ano para servidores da Comissão de Valores Mobiliários (CVM) e do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), chegando a 2,1% para servidores do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

Contudo, a Portaria MPS 403/2008 estabelece que “a taxa real mínima de crescimento da remuneração ao longo da carreira será de 1% (um por cento) ao ano”. Como não há evidências, pelo plano de carreira dos servidores municipais, de que a expectativa de aumento salarial é maior que 1% ao ano, deve-se adotar o limite mínimo de 1% ao ano determinado pela legislação,



esse mesmo limite será o utilizado neste trabalho como taxa de aumento das remunerações dos servidores municipais.

### **3.2.3.2. Taxa de rentabilidade**

A rentabilidade ou taxa de retorno dos investimentos é o fator que mais impacta os resultados dos cálculos atuariais, portanto, é o mais importante dentre todos os pressupostos. Considerando taxa de desconto de 6% ao ano e 420 prestações mensais (35 anos), estima-se que cerca de 70% do montante final de acumulação advém do processo de capitalização dos recursos coletados por contribuição (RODRIGUES, 2008). Deve-se, todavia, cuidar para que a taxa de rentabilidade adotada represente a expectativa da taxa de rentabilidade dos ativos financeiros do plano no longo prazo, e não resultados de oscilações no curto prazo (PINHEIRO, RICARDO PENA, 2007).

A taxa atuarial corresponde à da taxa de rentabilidade média a ser alcançada no longo prazo sob a qual o plano se mantém solvente, considerando-se o risco do passivo (BROWN; WILCOX, 2009). Embora a taxa atuarial seja a mesma taxa de rentabilidade adotada nos cálculos atuariais, na prática espera-se que a taxa de rentabilidade real observada supere ou ao menos se iguale à taxa atuarial para manter o plano equilibrado (RODRIGUES, 2008). Ressalta-se que a rentabilidade depende da gestão financeira, a qual busca superar a taxa atuarial.

Vários trabalhos ressaltam a tendência decrescente da taxa de retorno dos investimentos (AMARAL; GIAMBIAGI; CAETANO, 2013). Porém, como parâmetro para os RPPS, a Portaria MPS 403/2008 não estabelece uma taxa mínima de juros, mas uma taxa máxima, de forma que as provisões não sejam menores que as necessárias. Por essa portaria, a taxa atuarial máxima a ser observada é de 6% ao ano (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2008c). Respeitando os limites legislativos, essa mesma taxa (6% ao ano) foi adotada nas simulações deste trabalho.

Uma vez definidas quais as premissas padrão adotadas, passa-se à explicitação do modelo de microsimulação desenvolvido neste trabalho, o que é feito na próxima seção.

### **3.3. O modelo de simulação**

Neste trabalho questiona-se como diferenças entre os valores estimados e os valores observados das funções demográficas podem afetar o custeio previdenciário em planos de RPPS municipais capitalizados de benefício definido. Para responder a esse questionamento, simulou-se a situação hipotética de implementação de um novo RPPS que oferece apenas os benefícios mínimos de aposentadorias e pensões financiados por capitalização. O RPPS é criado em situação de equilíbrio atuarial e não é preciso considerar o histórico de benefícios passados, importando, para o equilíbrio do RPPS, somente os benefícios iniciados a partir da data de início da simulação e a compensação financeira do RGPS para o RPPS. Esse procedimento permite analisar os efeitos da variabilidade das funções demográficas consideradas sem a interferência do histórico de benefícios anterior, além de eliminar a necessidade de elaboração de pressupostos sobre o histórico dessas funções.

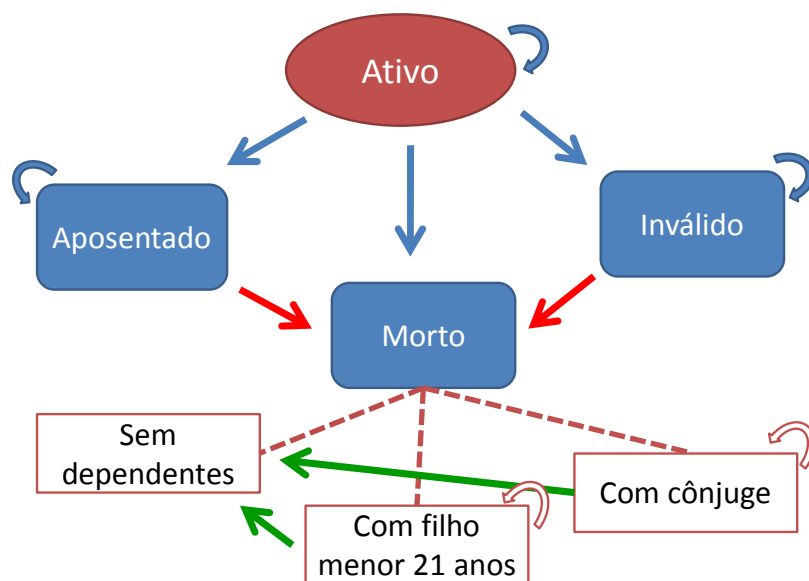
Com a geração das populações iniciais e a definição das premissas atuariais padrão tem-se todo o conjunto de insumos necessário ao modelo de simulação proposto. Passa-se, agora, à apresentação deste modelo.

Por se tratar de uma análise que envolve a interação entre muitas variáveis, neste trabalho são utilizadas microsimulações, já que a análise por modelos analíticos, tal como os utilizados por Pitacco e Olivieri (OLIVIERI, 2001; OLIVIERI; PITACCO, 2008b, 2011), seria impraticável dada a complexidade do problema e a macrossimulação, que considera todos os indivíduos no seu agregado, não captaria a variabilidade dos eventos demográficos existente entre indivíduos diferentes (VOS; PALLONI, 1989).

Pelo modelo de microsimulação proposto neste trabalho os eventos demográficos dos servidores da população inicial são aleatórios, variando em torno da função média adotada como padrão. Cada servidor é acompanhado individualmente e todas as informações dos estados de cada servidor a cada momento do tempo são armazenadas.

Chamou-se estado a situação do servidor em relação ao plano previdenciário. Conforme ilustrado na Figura 11, os estados podem ser ativo, inválido, aposentado, morto com cônjuge (e filho) dependente, morto sem cônjuge com filho dependente, ou morto sem dependente. Nota-se que o estado não descreve, sempre, a situação do servidor em si. No estado cônjuge beneficiário, por exemplo, o estado descreve a situação do cônjuge do servidor, e não do próprio servidor. Entretanto, o cônjuge só é beneficiário porque o plano tem um vínculo com o servidor do qual aquele indivíduo é cônjuge. O mesmo pode-se dizer em relação aos estados filho beneficiário e morto sem dependentes, pois a situação descrita pelo estado é proveniente da relação que existe entre o plano e o servidor inicial, mesmo que o servidor já esteja morto quando o filho se torna beneficiário.

**FIGURA 11 – Possibilidades de mudança de estado do servidor público municipal em planos previdenciários.**

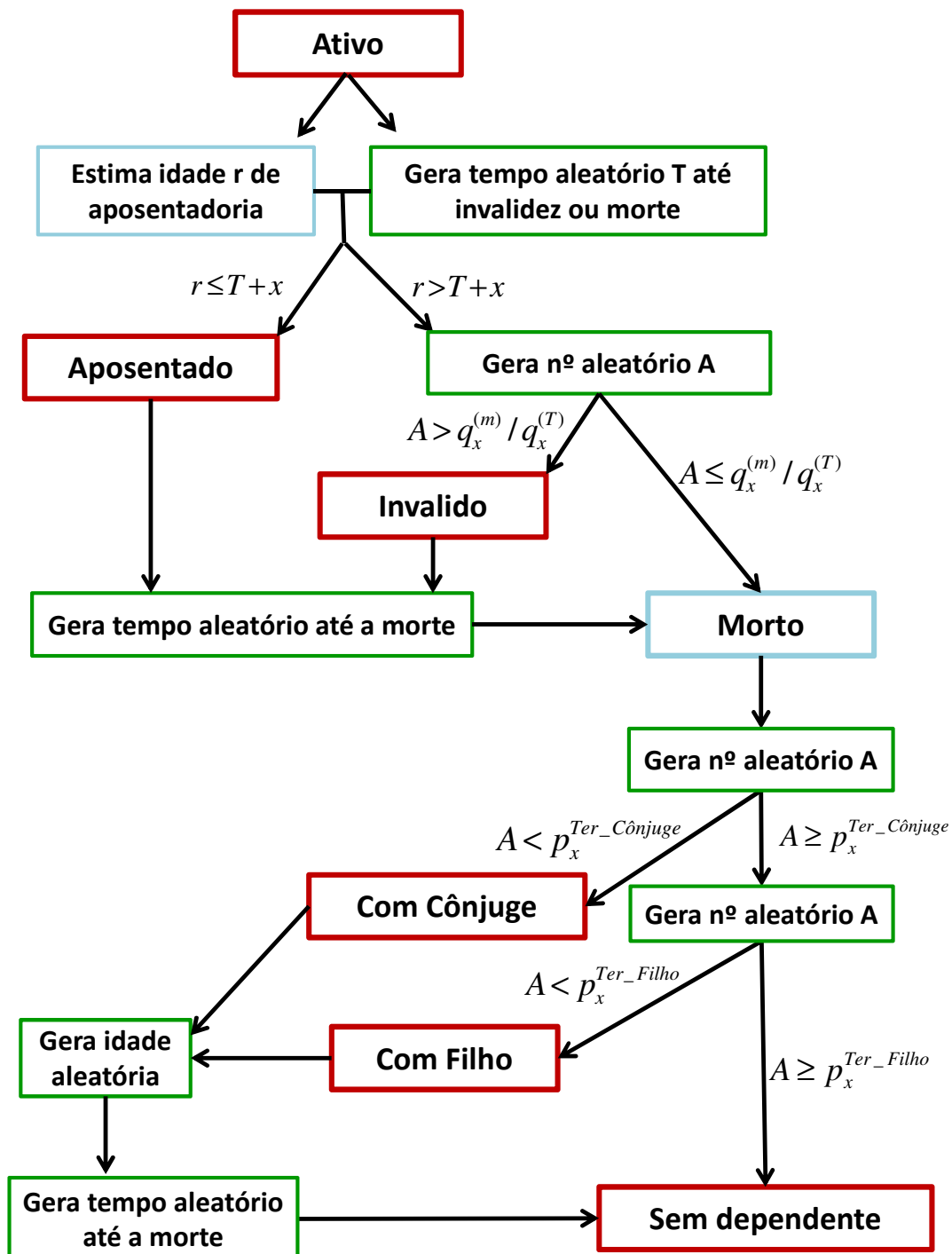


Fonte: Elaboração própria.

O estado de cada servidor muda no decorrer do tempo, conforme as transições apresentadas na Figura 11. Pelo modelo, como simula-se a implantação de um novo RPPS, no início todos os servidores são ativos. Estando ativo em um determinado ano, no ano seguinte o servidor pode continuar ativo, se tornar inválido, se aposentar ou morrer. Estando inválido ou aposentado, a cada ano os servidores podem continuar neste estado e continuar recebendo benefícios, ou morrer. No caso de morte do servidor verifica-se se o servidor tem dependentes, e, em caso positivo, avalia-se até quando eles recebem os benefícios, que cessam quando os beneficiários morrem ou, na ausência de cônjuge, quando o filho mais novo completa 21 anos. Não existindo beneficiários, cessam as obrigações do plano para com o servidor.

Para determinar o estado do servidor a cada momento são feitos sorteios aleatórios e os resultados são comparados às premissas demográficas definidas, como representado no fluxograma da Figura 12. Primeiro estima-se a idade de aposentadoria programada  $r$  e o tempo aleatório  $T$  a que o indivíduo sobreviveria às probabilidades de morte e entrada em invalidez. Se o tempo até a aposentadoria for menor que o tempo  $T$ , supõe-se que o indivíduo saiu da atividade por aposentadoria. Caso contrário, sorteia-se um novo número aleatório para decidir se o indivíduo saiu por morte ou por invalidez. Caso ele tenha saído da atividade por aposentadoria ou por invalidez, estima-se o tempo aleatório até sua morte. Com a morte do indivíduo um novo número aleatório é gerado. Se esse número for menor que a probabilidade de ter cônjuge àquela idade, assume-se que o servidor deixou cônjuge. Caso contrário, outro número aleatório é comparado à probabilidade de o servidor deixar filho. Se o servidor deixou cônjuge ou filho, estima-se a idade desses indivíduos, assim como um tempo até a morte, dado a idade estimada. Caso o servidor não tenha deixado cônjuge ou filho, ou quando esses vierem a falecer, passa-se ao estado “morto sem dependentes”.

FIGURA 12 – Fluxograma da mudança de estado do servidor público municipal



Fonte: Elaboração própria.

O mesmo procedimento de mudança de estado no tempo é adotado para cada um dos servidores e os estados dos servidores são avaliados a cada ano. Assim, admite-se uma ou nenhuma mudança de estado por ano. Neste processo, para cada indivíduo são gerados de 4 a 7 números aleatórios que definem seus estados a cada simulação. Como a ocorrência ou não dos eventos é aleatória, a história de vida de um indivíduo pode ser diferente da de outro (MASON, 2010; VOS; PALLONI, 1989; ZHAO, 2006). Portanto, para cada população, a cada rodada do modelo de simulação tem-se um conjunto de histórias de vida diferentes que implica em um conjunto de contribuições, benefícios e valores de Fundos e de Reserva diferentes para o plano. Após um grande número de repetições do mesmo processo para a mesma população de indivíduos, tem-se uma grande quantidade de resultados aleatórios que, pela teoria frequentista da probabilidade e pelo método de Monte Carlo (MASON, 2010; VOS; PALLONI, 1989; ZHAO, 2006), exprimem a distribuição de probabilidade da população real.

O mesmo procedimento foi repetido para diversos tamanhos diferentes de população inicial. Assim, tem-se, ao final do processo, um conjunto de distribuições dos valores de Fundo e de Reserva do plano em função da aleatoriedade das funções demográficas para tamanhos diferentes de população. Essas distribuições dos valores observados no tempo foram utilizadas para a análise dos resultados.

Foram realizados dois exercícios baseados nessa mesma metodologia, um com a população fechada e o outro com a população aberta. Ao considerar a população fechada não há reposição dos servidores que saem da população de ativos. Há diminuição da população de ativos no tempo, mas a soma dos servidores em cada um dos estados (inclusive morto sem dependentes) continua constante no tempo. No exercício que considera a população aberta um novo indivíduo ativo é gerado cada vez que um indivíduo da população sai da atividade, independente do motivo de saída. Dessa forma, a população de ativos é constante, embora a soma dos servidores em cada um dos demais estados aumente no tempo. Tanto na situação de população fechada quanto

na de população aberta, quando necessário, cônjuges e filhos dos servidores que antes não existiam na população são gerados no momento da morte do servidor e são inseridos na população para figurarem como beneficiários dependentes do plano. Relação similar existe no programa CAMSIM (ZHAO, 2006), em que os cônjuges são criados apenas no momento do casamento por meio de um conjunto de características definidas previamente e sorteios aleatórios.

Pelo modelo de simulação os estados dos servidores são acompanhados durante um período de 75 anos. Esse é o mesmo período de tempo exigido para a análise da solvência dos planos no DRAA (DEPARTAMENTO DOS REGIMES DE PREVIDÊNCIA NO SERVIÇO PÚBLICO, 2013), de forma que há coerência dos resultados deste trabalho com as normas regulamentares acerca dos RPPS. Além disso, a esperança de vida ao nascer do brasileiro, estimada pelo IBGE em 2010, é de 73,5 anos. Considerando que a idade mínima de ingresso no serviço público seja de 18 anos, o período de 75 anos é suficiente para cobrir o tempo de vida médio dos servidores e seus dependentes até sua morte, sendo, portanto, suficiente para avaliar a solvência do plano tanto durante o período de contribuição quanto durante o período em que esses servidores ou seus atuais dependentes receberão benefícios.

A próxima seção apresenta detalhadamente a metodologia adotada no desenvolvimento do processo de simulação, assim como alguns resultados que ilustram cada passo desse processo. Para exemplificar os passos metodológicos adotados utilizou-se os dados de uma única população inicial, a de 250 servidores acompanhada durante 75 anos, sendo exposta à mudanças de estado, conforme o modelo de simulação de população fechada. Para ilustrar as mudanças de estados uma única simulação foi efetuada, mas para analisar a distribuição da variação desses estados no tempo 1.000 simulações foram realizadas. Essas mesmas 1.000 simulações foram utilizadas ainda na seção seguinte para demonstrar os demais passos do modelo, como cálculo dos benefícios, das contribuições e do Fundo do plano a cada momento do tempo.

### 3.3.1. Mudança de estado

#### 3.3.1.1. Ativos

Conforme demonstrado na Figura 12, a sequencia de mudança de estados de cada indivíduo começa com a estimação da idade mínima de aposentadoria.

Pelo modelo de microssimulação adotado neste trabalho sabe-se o sexo, a idade atual, a idade de entrada e a remuneração dos servidores. Todavia, é necessário estimar a idade mínima de aposentadoria do servidor, que corresponde à menor idade de elegibilidade à aposentadoria programada, dada a idade  $y$  de entrada. Pelos critérios da Constituição Federal, a idade  $r$  de elegibilidade à aposentadoria programada é igual ao menor valor entre a idade de elegibilidade à aposentadoria por idade  $r_i$ , a idade de elegibilidade à aposentadoria por tempo e idade  $r_t$ , e a idade de aposentadoria compulsória  $r_c$ , dadas por

$$r_i = \begin{cases} 60, \text{ se } y \leq 50 \text{ e sexo} = \text{feminino} \\ y + 10, \text{ se } y > 50 \text{ e sexo} = \text{feminino} \\ 65, \text{ se } y \leq 50 \text{ e sexo} = \text{masculino} \\ y + 10, \text{ se } y > 55 \text{ e sexo} = \text{masculino} \end{cases}$$

$$r_t = \begin{cases} 55, \text{ se } y \leq 25 \text{ e sexo} = \text{feminino} \\ y + 30, \text{ se } y > 25 \text{ e sexo} = \text{feminino} \\ 60, \text{ se } y \leq 25 \text{ e sexo} = \text{masculino} \\ y + 35, \text{ se } y > 25 \text{ e sexo} = \text{masculino} \end{cases}$$

$$r_c = 70$$

$$r = \min(r_i, r_t, r_c).$$

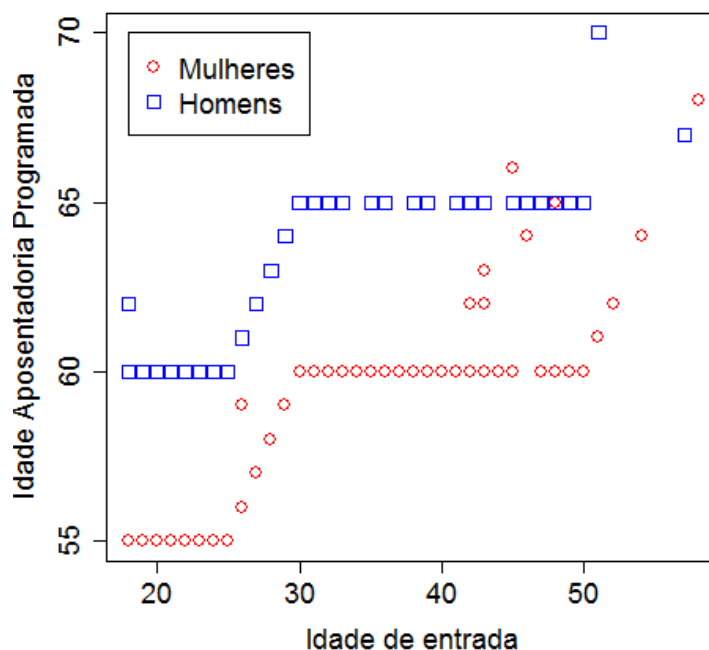
É necessário verificar, ainda, se a idade mínima de aposentadoria estimada não é menor ou igual à idade atual do servidor,  $x$ . Caso essa situação



aconteça, considerou-se que o servidor se aposentará no ano seguinte, dado que até aquele ano estava trabalhando. Portanto,  $r = \max(\min(r_i, r_t, r_c), x + 1)$ .

A idade mínima de aposentadoria para uma simulação é apresentada no Gráfico 15. Conforme evidencia o gráfico, o modelo de simulação reflete a legislação ao permitir que mulheres se aposentem em idades mais novas que os homens. Destaca-se que todos os servidores se aposentam em no máximo 42 anos, que é o tempo de contribuição necessário para um homem que tem 18 anos e ingressou no serviço público aos 18 anos se aposentar.

**GRÁFICO 15 – Idade mínima de aposentadoria por idade de entrada no serviço público, 1 simulação, 250 servidores iniciais, população fechada.**



Fonte: Elaboração própria.

Depois de definida a idade mínima de aposentadoria, é preciso avaliar se o servidor chegou a se aposentar ou se saiu da situação de ativo antes por morte ou invalidez, eventos que ocorrem segundo a tabela de múltiplos decrementos estimada. Para tanto, estimou-se o tempo de vida futuro  $T$  do indivíduo no plano se as únicas causas de saída fossem morte ou invalidez.

Para estimar o tempo  $T$  recorreu-se à função  $rLife$ , do pacote `lifecontingencies`<sup>1</sup>, do R, que retorna o tempo aleatório de vida futuro de  $n$  vidas à idade  $x$  com função de sobrevivência dada por certa tábua de vida (`tabua`). Como assume-se a possibilidade de apenas uma mudança de estado ao ano, a função deve retornar um tempo discreto (`type="Kx"`). Dessa forma, a função utilizada foi  $T=rLife(n, tabua, x, type = "Kx")$ .

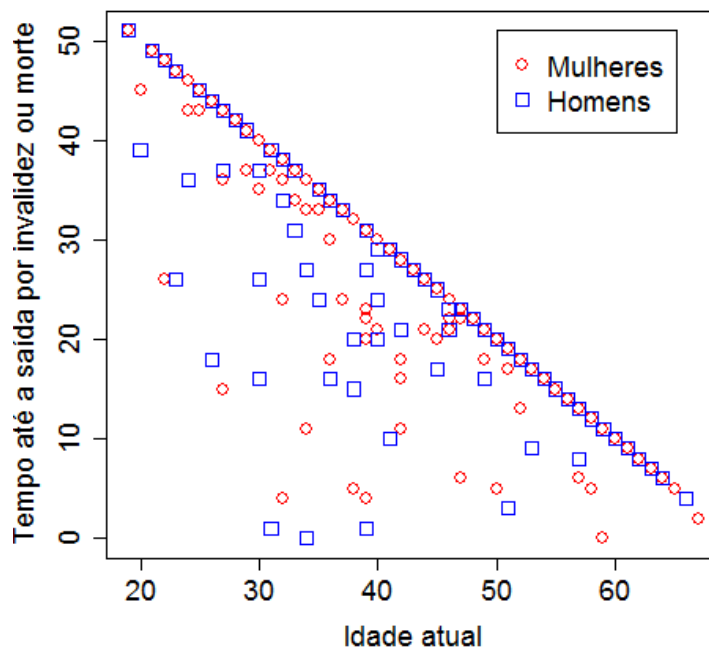
Para a utilização desta função, a tabela de vida utilizada deve ser da classe `lifetable`, uma classe específica do `lifecontingencies` para tabelas de vida que permite o cálculo rápido de todas as funções da tabela de vida, como esperança de vida e probabilidade de sobrevivência entre duas idades (SPEDICATO; KAINHOFER; OWENS, 2014). Essa função assume que todos os  $n$  indivíduos têm a mesma idade  $x$ . Como cada servidor tem uma idade diferente, foi necessário estimar o tempo de vida futuro como ativo pela função `rLife` para cada indivíduo separadamente. Mas como um valor aleatório diferente foi gerado a cada simulação, o número  $n$  de valores gerados para uma mesma idade  $x$  do servidor é igual ao número de simulações.

O tempo estimado até a morte ou invalidez dos servidores é apresentado no Gráfico 16. Como mostra o gráfico, os tempos de vida futuros  $T$  são aleatórios para homens e mulheres, mas diminuem com o aumento da idade do servidor, refletindo as probabilidades de saída da tabela de múltiplos decrementos. Uma consideração a fazer é que assumiu-se que os indivíduos só podem se invalidar até os 70 anos, idade da aposentadoria compulsória, sendo a probabilidade de invalidez considerada igual a zero a partir desta idade. Caso essa medida não fosse tomada seria possível observar probabilidades maiores de entrada em invalidez na tabela de múltiplos decrementos, já que a partir desta idade a probabilidade de invalidez chega a ser maior que a probabilidade de morte em algumas idades.

---

<sup>1</sup> Pacote para executar cálculos clássicos de matemática financeira e de matemática atuarial com contingências de vida (SPEDICATO; KAINHOFER; OWENS, 2014).

**GRÁFICO 16 – Tempo até a morte ou invalidez por idade do servidor, 1 simulação, 250 servidores iniciais, população fechada.**



Fonte: Elaboração própria.

Depois de estimado o tempo de vida futuro com saídas por morte ou aposentadoria, comparou-se esse tempo  $T$  com a idade mínima de elegibilidade à aposentadoria, para definir se o indivíduo saiu por aposentadoria ou por uma das outras causas. Se o tempo até a morte ou invalidez for menor que o tempo até a aposentadoria, assume-se que o indivíduo saiu por morte ou invalidez. Caso contrário, assume-se que ele saiu por aposentadoria. O tempo até a saída da situação de ativo  $T^*$ , portanto, é o menor entre o tempo até a aposentadoria  $r - x$  e o tempo até a saída por morte ou invalidez  $T$ . Ou seja,  $T^* = \min(r - x, T)$ .

Se o servidor saiu antes de se aposentar, ou seja, se  $T < r - x$ , é necessário identificar se a saída foi por morte ou se foi por invalidez. Para respeitar a diferença de probabilidade entre as duas, é necessário que essa diferenciação da causa de saída seja proporcional aos valores de probabilidade de morte e

invalidez à idade de saída do servidor. Para tanto um número aleatório  $A$  distribuído uniformemente entre 0 e 1 foi comparado à razão entre a probabilidade de morte  $q_x^{(m)}$  e a probabilidade de saída por todas as causas

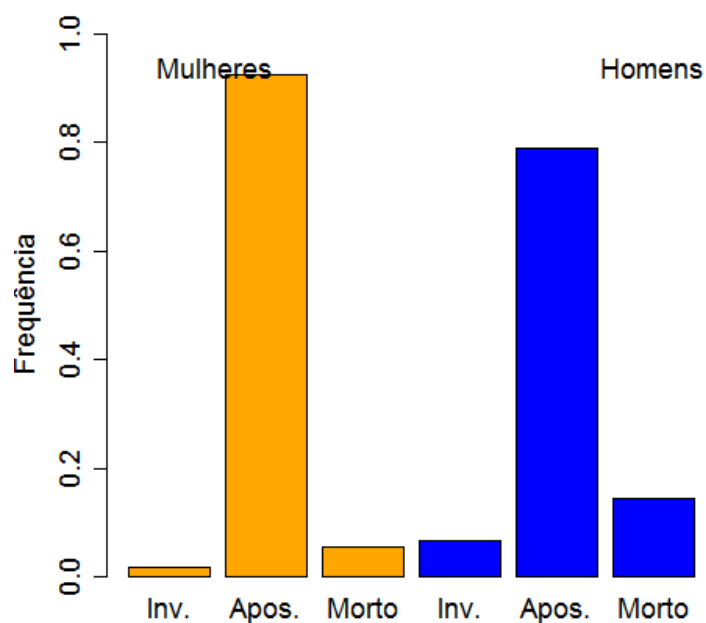
$q_x^{(T)}$ . Se  $A \leq \frac{q_x^{(m)}}{q_x^{(T)}}$ , assume-se que o servidor saiu da situação de ativo porque

morreu. Caso contrário, se  $A > \frac{q_x^{(m)}}{q_x^{(T)}}$ , assume-se que ele saiu por invalidez.

Sobre esse procedimento ressalta-se que a função  $q_x$  para tabelas da classe lifetable é estimada pela função  $qxt(\text{tabua}, x, t=1)$ . Contudo, para a declaração de um objeto da classe lifetable os valores declarados são os da função  $l_x$ , e não a função  $q_x$ . A função  $q_x$ , assim como todas as demais funções da tabela de vida, é estimada pela relação dos valores de  $l_x$  declarados. Como a classe lifetable assume saída por um único decremento, então os valores de  $l_x^{(j)}$  declarados na função devem ser os que gerariam os mesmos valores de  $q_x^{(j)}$  em uma tabela de decremento único. Portanto, para utilizar a função  $qxt$  os valores de  $l_x^{(j)}$  declarados não correspondem aos valores dessa função na tabela de múltiplos decrementos.

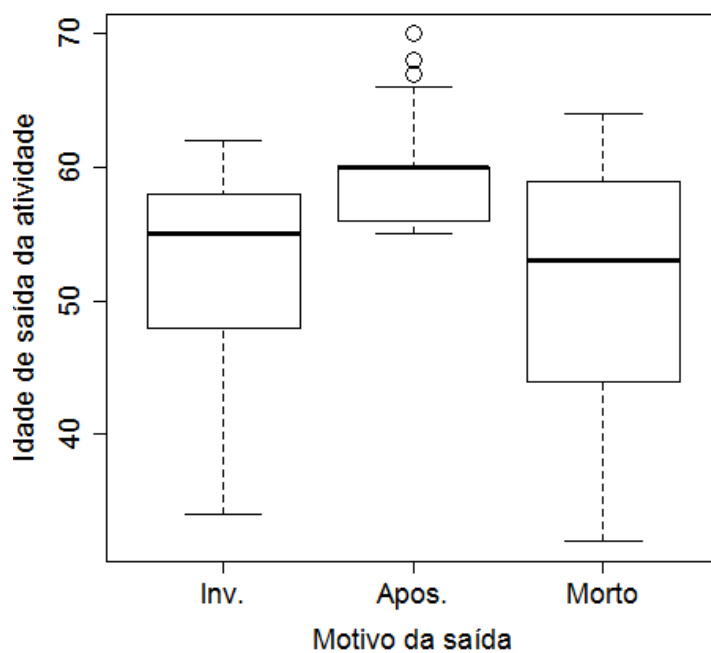
O Gráfico 17 apresenta a frequência das causas de saída da atividade por sexo. Como pode-se observar, a grande maioria dos servidores (86,8% nesta simulação) sai da atividade ao se aposentar. Entretanto, como a mortalidade é maior para homens que para mulheres, mais mulheres (92,5%) se aposentam que homens (apenas 76,7%). As causas de saídas também se diferenciam em relação ao seu padrão etário. As saídas por aposentadoria são concentradas nas idades entre 55 e 65 anos, enquanto as demais causas de saída também atingem indivíduos de outras faixas etárias, conforme o Gráfico 18.

**GRÁFICO 17 - Causa da saída do estado de ativo por sexo, 1 simulação, 250 servidores iniciais, população fechada.**



Fonte: Elaboração própria.

**GRÁFICO 18 - Causa da saída do estado de ativo por idade, 1 simulação, 250 servidores iniciais, população fechada.**



Fonte: Elaboração própria.

### 3.3.1.2. Beneficiários

Se o servidor não é mais ativo, é necessário acompanhar a vida e o estado do beneficiário. Caso o servidor tenha saído por invalidez ou aposentadoria, seu sexo e idade no momento de saída são adotados como o sexo e a idade do beneficiário. Caso seja constatado que o servidor saiu por morte, é necessário avaliar se ele deixou cônjuge ou filho beneficiário para, então, avaliar qual é o sexo e a idade do beneficiário.

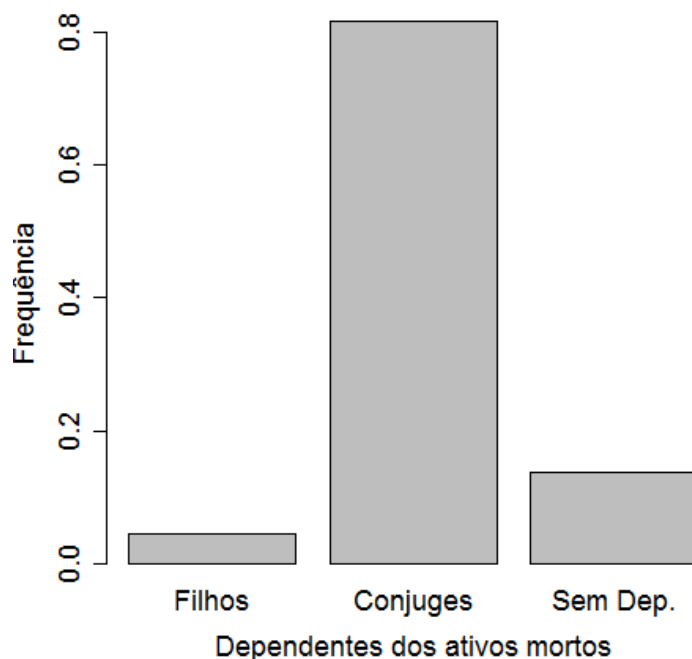
Para avaliar se o servidor deixou cônjuge um número aleatório  $A$  sorteado é comparado com a probabilidade de ter cônjuge para o sexo do servidor à idade da sua morte, função definida na seção 3.2. Se  $A$  for menor que a probabilidade de ter cônjuge, assume-se que aquele servidor deixou cônjuge. Já que não são consideradas uniões homossexuais, adota-se o sexo oposto ao do servidor como o sexo do cônjuge beneficiário. Estimou-se, então, a idade do cônjuge pelo modelo estimado na seção 3.2. Sempre que foi estimada uma idade menor que 18 anos para o cônjuge, a idade adotada foi 18 anos. Da mesma forma, quando estimada alguma idade superior a 109 anos, o limite etário pelas tábuas de vida adotadas, a idade do cônjuge foi ajustada para 109 anos.

Se o servidor não deixou cônjuge, avalia-se se deixou filho menor de 21 anos. Para tanto, um novo número aleatório é sorteado e comparado à probabilidade de deixar filho. O sorteio de um novo número aleatório é necessário para evitar que o resultado fique enviesado pela probabilidade de ter cônjuge, resultando em poucos filhos beneficiários. Se o número sorteado for menor que a probabilidade de deixar filho menor de 21 anos, assume-se que o filho menor é o beneficiário, e estima-se a idade do filho pelo modelo descrito na seção 3.2. Caso contrário, assume-se que o servidor não deixou dependente. Ao contrário do que acontece com os cônjuges, que podem ser do sexo feminino ou do masculino, assume-se que o sexo do filho é sempre feminino. Dessa forma a tabela de vida adotada para os filhos dos servidores é sempre a de maior expectativa de vida, refletindo a tendência de queda de mortalidade para as

coortes mais novas. Por fim, caso o servidor não tenha deixado beneficiário, assume-se que a idade do beneficiário é 109 anos, a última idade da tabela de vida, e o tempo futuro de recebimento de benefício é 0 anos.

A distribuição dos tipos de dependentes dos ativos mortos em uma das simulações é apresentada no Gráfico 19. Repare que a grande maioria (82% nesta simulação) dos servidores deixa cônjuge, um percentual menor (13,6%) não deixa dependentes, e apenas poucos servidores deixam filhos (4,5%). Cabe ressaltar, ainda, que o pequeno número de filhos beneficiários observados se deve, em parte, porque esse estado retrata apenas os filhos que são beneficiários de servidores que não têm cônjuges. Portanto, se o servidor deixou cônjuge e filho, esse filho está incluído no estado cônjuge beneficiário, pois, nesse caso, acompanhou-se a vida do cônjuge para determinar a duração do benefício.

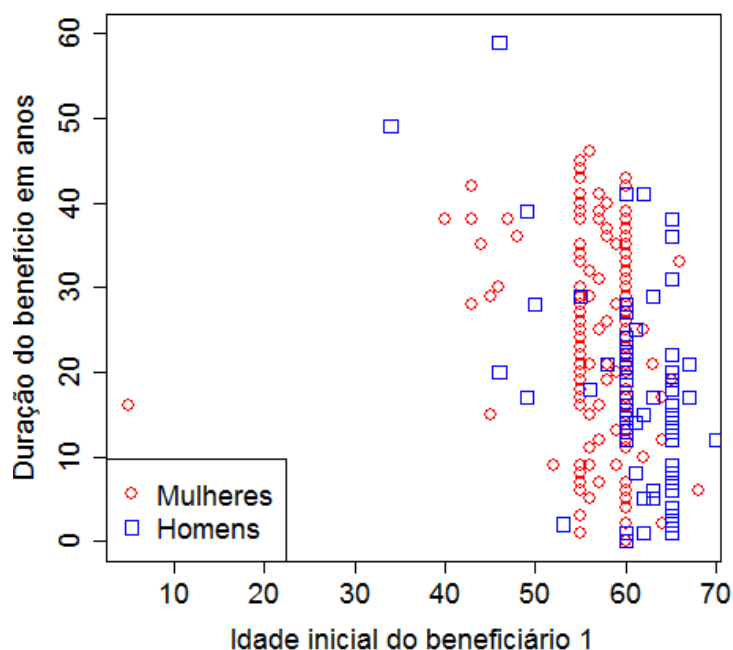
**GRÁFICO 19 – Motivo do benefício após primeira mudança de estado, 1 simulação, 250 servidores iniciais, população fechada.**



Fonte: Elaboração própria.

É necessário, ainda, estimar a duração dos benefícios. Novamente recorreu-se à função rLife, aplicada, agora, considerando-se a probabilidade de morte dada por uma tabela de decremento único, já que os beneficiários só podem sair por morte, ou ao completarem 21 anos de idade, se filhos, o que acontecer primeiro. O tempo até o filho menor completar 21 anos é, então, comparado ao seu tempo de vida futura estimado pela função rLife, prevalecendo o menor valor como tempo de duração do benefício. O Gráfico 20 apresenta, para uma simulação, o tempo de duração do benefício do primeiro beneficiário, ou seja, do indivíduo que passou a receber benefício com a saída do servidor da atividade, podendo ser esse indivíduo o próprio servidor ou um de seus dependentes. Como pode-se observar, a quase totalidade dos beneficiários são de idades mais avançadas. Mesmo assim é possível observar tempos de recebimento de benefício de até 59 anos.

**GRÁFICO 20 – Duração do benefício por idade e sexo do primeiro beneficiário, 1 simulação, 250 servidores iniciais, população fechada.**



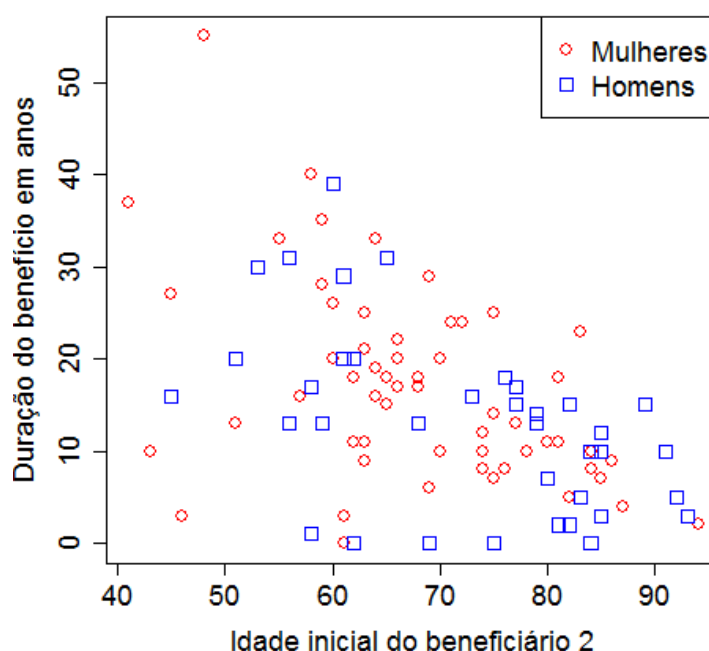
Fonte: Elaboração própria.



Filhos e cônjuges beneficiários não deixam benefício a outro indivíduo ao morrerem. Porém, os beneficiários por aposentadoria ou invalidez, ao morrer podem deixar benefícios aos seus dependentes, existindo a possibilidade, portanto, de um segundo beneficiário após a morte do primeiro. Dessa forma, após a morte do servidor beneficiário, avalia-se se ele deixou cônjuge ou filho, e a idade e sexo desses dependentes.

O Gráfico 21 mostra a relação entre a idade do segundo beneficiário e o tempo de duração do benefício. Como pode-se observar pelo gráfico, a duração dos benefícios reflete o tempo de vida futura dos cônjuges, os principais beneficiários no caso de um segundo benefício, uma vez que quando a probabilidade de morte é alta, nas idades mais avançadas, a probabilidade de deixar filhos menores é pequena (ANSILIERO; COSTANZI, 2009).

**GRÁFICO 21 – Idade inicial do segundo beneficiário, 1 simulação, 250 servidores iniciais.**



Fonte: Elaboração própria.

Uma vez estimado o tempo na atividade e o tempo de vida futuro do primeiro e do segundo beneficiários, estimou-se todos os períodos em que o plano tem compromissos ligados aos servidores iniciais do plano, o que corresponde a todos os indivíduos de uma população fechada. Contudo, na população aberta novos indivíduos entram na população quando os servidores anteriores saem da atividade. Cada indivíduo dessa nova população tem tempo de entrada na simulação igual ao tempo de saída da atividade do indivíduo da população anterior. Para os novos indivíduos também foi estimado um tempo de atividade, assim como um tempo de recebimento de benefício e o motivo do recebimento, acompanhando sua mudança de estado por 75 anos desde seu ingresso na população.

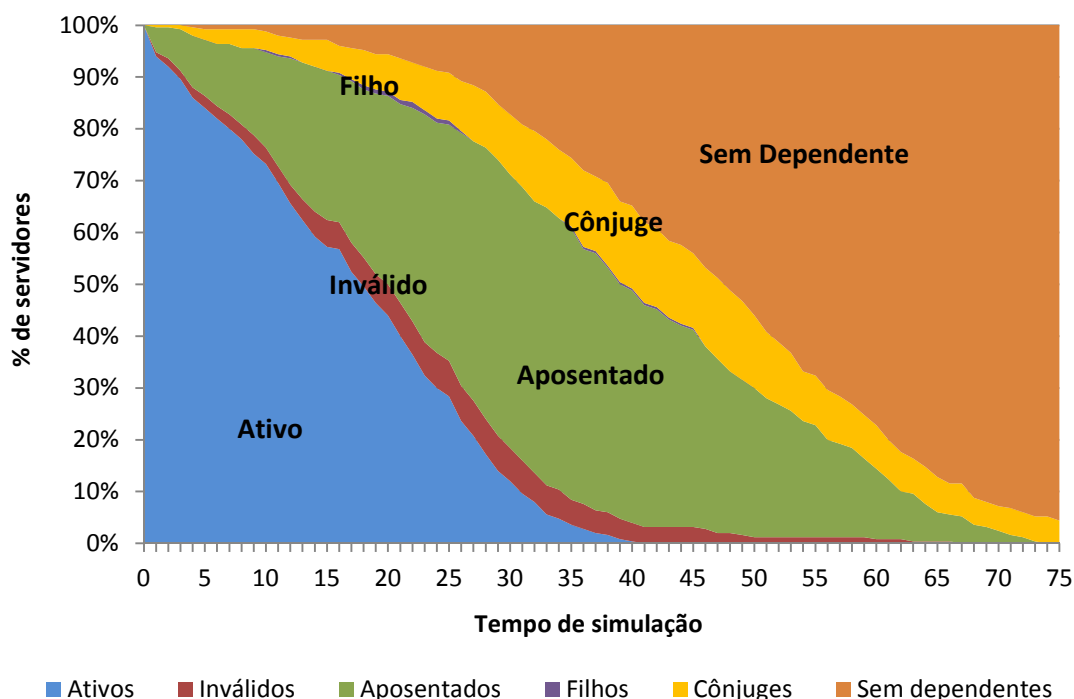
Após esse procedimento gerou-se uma nova população. O tempo de entrada de cada indivíduo dessa nova população é igual à soma dos tempos de atividade dos indivíduos anteriores, ou seja, igual ao tempo de saída do indivíduo ao qual vai substituir. Estimou-se o tempo de atividade e a duração do primeiro e do segundo possíveis benefícios também para esses novos indivíduos. Esse procedimento foi repetido até que, para todos os indivíduos iniciais, tenha-se gerado indivíduos que os substituam e que somem tempo de atividade total maior ou igual a 75 anos. Assim, ao final, acompanhou-se por 75 anos a mudança de estados de todos os indivíduos que ingressaram no plano em seus 75 primeiros anos de existência.

### **3.3.1.3. Estados no tempo**

Sabendo o tempo de duração de cada estado no plano para cada um dos indivíduos é possível identificar o estado em que cada um deles estava a cada momento do tempo. O Gráfico 22 expressa o percentual de servidores por estado no tempo em uma das simulações realizadas para a população fechada. Como pode-se observar pelo gráfico, no início 100% dos servidores são ativos, pois considerou-se a situação hipotética de implantação de um novo RPPS. Com o passar do tempo começam as mudanças de estado, ou seja, a mudança da composição populacional do plano; de forma que o número de

ativos diminui até chegar a zero. Como são os ativos que contribuem para o plano, pode-se dizer que as contribuições também diminuem no tempo. Uma pequena quantidade de servidores passa pela invalidez. A grande maioria se aposenta e depois morre. Dentre os que morrem, poucos deixam pensão para filhos, apenas. Um percentual maior deixa pensão para os cônjuges. Após 25 anos, por exemplo, nesta simulação, 28% (71) dos servidores continuam ativos, 46% já se aposentou (114 servidores) e 7% (17) deles recebem benefícios por invalidez. 19% (48 servidores) dos servidores iniciais morreram, dos quais 48% (23 servidores) não deixaram dependentes. Dentre os que deixaram dependentes, 92% (23) deixaram cônjuge e apenas 8% (2 servidores) não têm cônjuge, mas deixaram filhos menores de 21 anos como beneficiários.

**GRÁFICO 22 – Percentual de servidores por estado no decorrer de 75 anos de simulação, 1 simulação, 250 servidores, população fechada.**

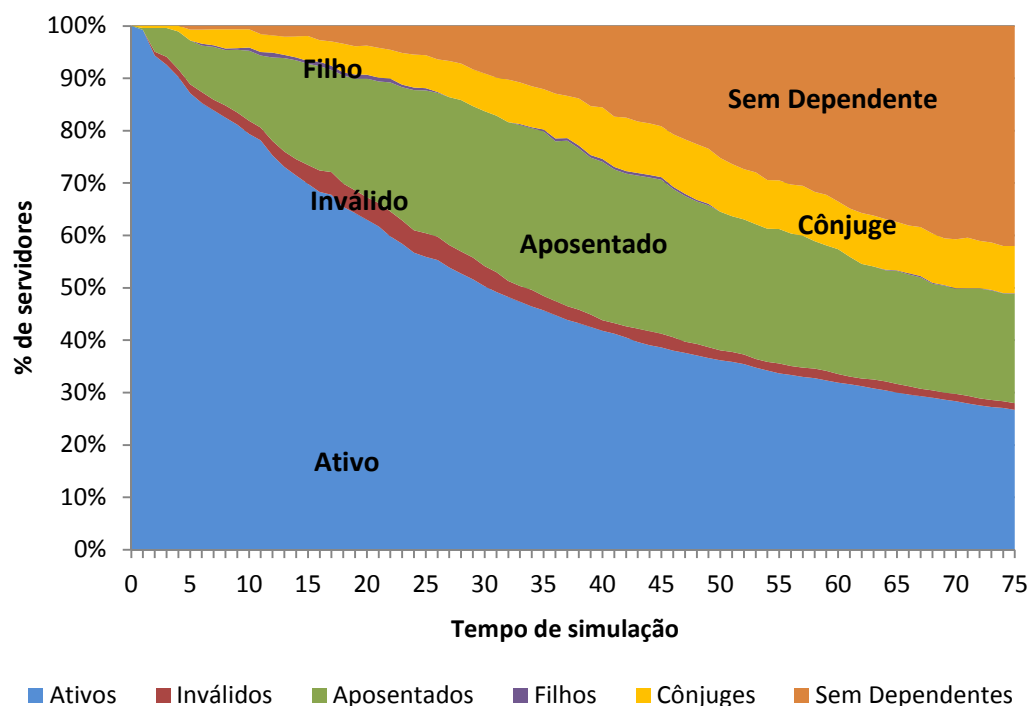


Fonte: Elaboração própria.

Pelo Gráfico 22 é possível observar, ainda, que a aposentadoria programada é o tipo de benefício mais comum, e que o tempo de recebimento de pensão é menor que o de pagamento de aposentadoria. Além disso, percebe-se que ao fim dos 75 anos de simulação praticamente todos os servidores iniciais estão mortos, assim como seus beneficiários (96% dos servidores). Portanto, no final dos 75 anos, o plano praticamente já não paga mais benefícios a essa massa inicial de servidores ou seus beneficiários.

Já em uma população aberta, a entrada constante de novos servidores faz com que os percentuais de ativos e beneficiários no plano continuem altos durante todo o período de análise. O Gráfico 23 apresenta o percentual de indivíduos em cada estado em uma simulação com população aberta de 250 servidores iniciais. Nessa simulação do tempo 1 ao tempo 75 ingressaram no plano 936 servidores, sendo 250 servidores iniciais e os demais servidores que ingressaram quando os servidores anteriores saíram da atividade. Desses 936 servidores, aos 75 anos de análise 27% estavam em atividade (250 servidores), 1% estava inválido (12 servidores), 21% estavam aposentados (195 servidores) e 9% (85 servidores) morreram e deixaram cônjuges beneficiários, como mostra o gráfico.

**GRÁFICO 23 – Percentual de servidores por estado no decorrer de 75 anos, 1 simulação, 250 servidores, população aberta.**



Fonte: Elaboração própria.

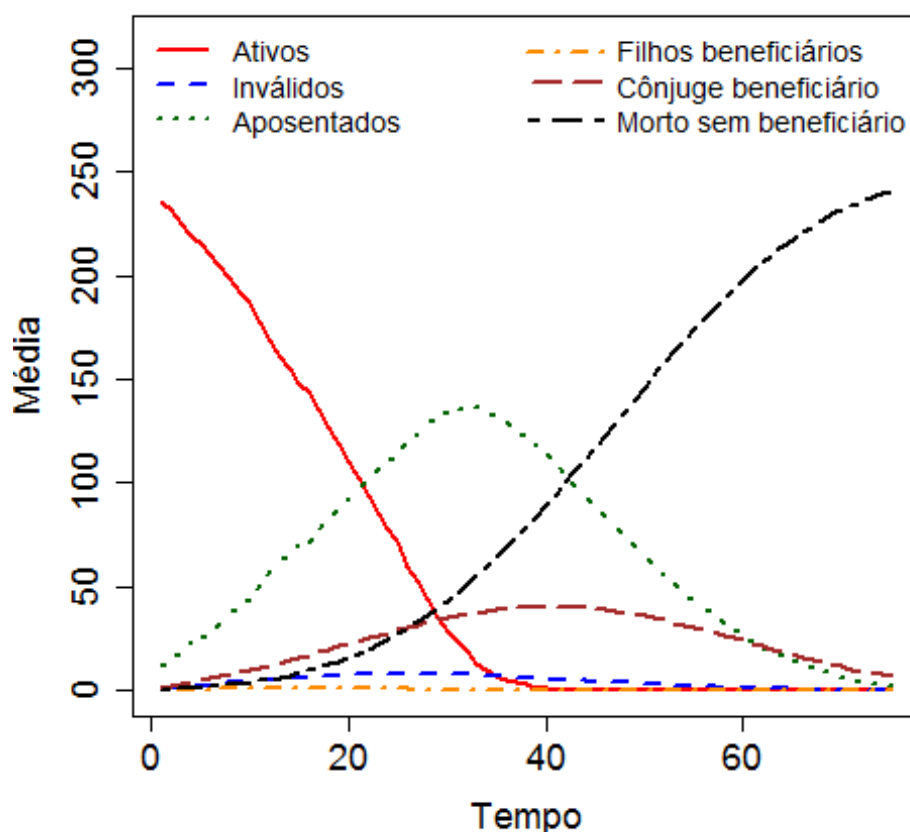
#### 3.3.1.4. Variabilidade dos estados

Analisando a distribuição de indivíduos em cada estado separadamente é possível ver com mais clareza como a aleatoriedade das funções demográficas pode afetar a população dos planos previdenciários. Para ilustrar a variabilidade observada em cada estado foram realizadas 1.000 simulações com a população inicial de 250 servidores.

O Gráfico 24 e o Gráfico 25 apresentam o número médio de indivíduos em cada estado para as populações de 250 servidores iniciais fechada e aberta, respectivamente. Uma das informações transmitida pelo gráfico diz respeito à representatividade de cada estado entre os estados totais. Como o início e o fim de todos os servidores são as categorias de ativo e de morto sem beneficiários, esses são os estados que observam mais servidores em algum

momento do tempo. Mas, tanto na população aberta quanto na fechada, considerando apenas os estados não obrigatórios, há maior número de servidores que passa pelo estado aposentadoria, seguido do estado cônjuge beneficiário, que pelo estado de inválidos. Essa observação indica que os benefícios aos dependentes são mais significativos no plano que os benefícios por invalidez.

**GRÁFICO 24 – Número médio de ativos, inválidos, aposentados, filhos beneficiários, cônjuges beneficiários e servidores mortos sem dependentes por 75 anos, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada.**



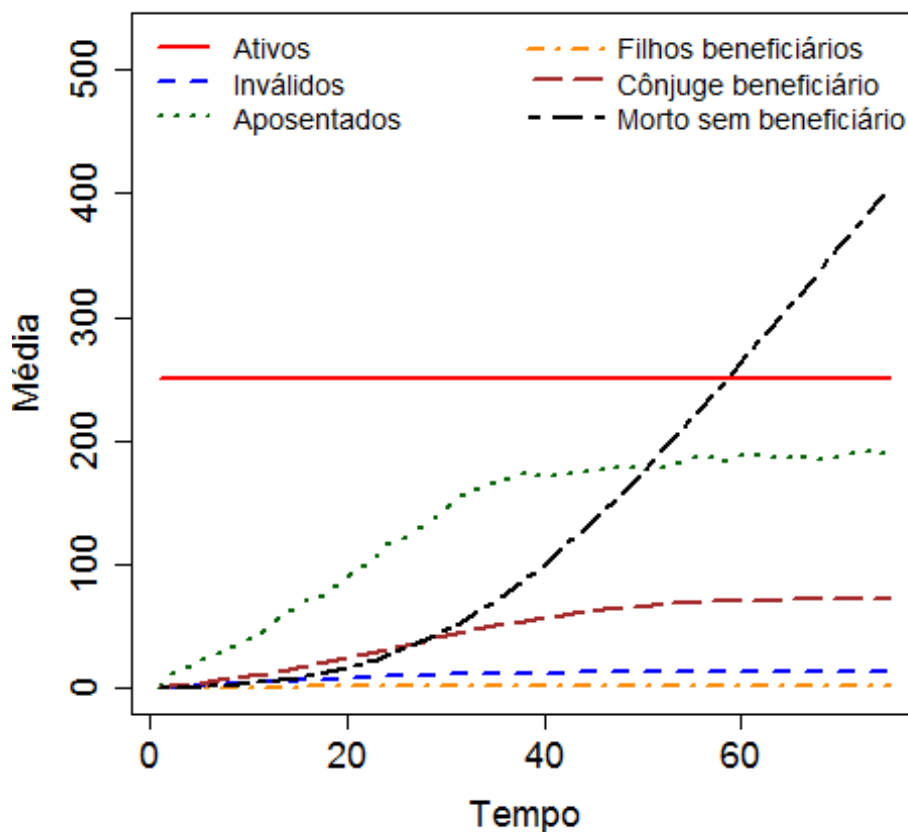
Fonte: Elaboração própria.

Outra observação é quanto ao tempo em que cada benefício é pago. Na população fechada, representada no Gráfico 24, para todos os tipos de benefícios (invalidez, aposentadoria, e benefícios aos cônjuges e filhos), no

início o número médio desses benefícios é pequeno, depois aumentar até certo patamar, e volta a diminuir. A maior frequência média de benefícios de aposentadoria é observada após 33 anos de simulação, e os de invalidez após 26 anos, enquanto os benefícios aos cônjuges têm seu auge após 40 anos de simulação. Os benefícios aos cônjuges têm picos em momentos posteriores provavelmente porque os geralmente são os segundos beneficiários, enquanto aposentados e inválidos só podem ser primeiros beneficiários.

Já na população aberta, representada no Gráfico 25, observa-se uma tendência diferente. Nela o número médio de benefícios começa baixo, aumenta nos primeiros anos de simulação, mas depois não volta a baixar, como acontece na população fechada. Após um período de transição (cerca de 40 anos), o número médio de beneficiários em cada tipo de benefício se mantém praticamente estável, assim como o número de ativos.

**GRÁFICO 25 – Número médio de ativos, inválidos, aposentados, filhos beneficiários, cônjuges beneficiários e servidores mortos sem dependentes por 75 anos, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população aberta.**



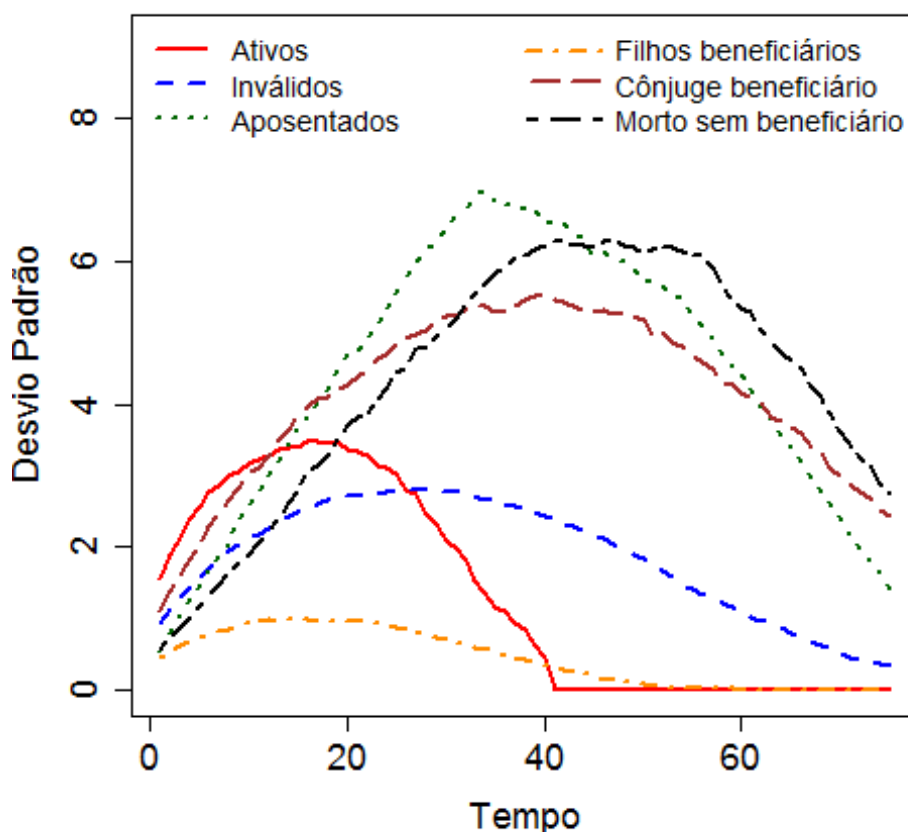
Fonte: Elaboração própria.

Contudo, o número de indivíduos em cada estado muda de uma simulação para outra, variando em torno da média aritmética. O Gráfico 26 apresenta o desvio padrão de cada estado nas 1.000 simulações de uma população fechada de 250 servidores iniciais. Nota-se, pelo gráfico, que o número de ativos, e conseqüentemente, de contribuintes, tem maior variabilidade nos primeiros anos de simulação, chegando a apresentar um desvio padrão de 3,48 servidores. Porém, após os 17 anos de simulação essa variabilidade diminui até chegar a zero aos 42 anos de simulação. Isso ocorre porque no início do período de simulação há grande número de servidores ativos, mas com o



passar do tempo todos mudam de estado e o número de ativos passa a zero, não podendo observar mais qualquer variabilidade. Já entre os mortos sem dependentes, a variabilidade aumenta gradualmente até os 47 anos, quando chega a 6,3 servidores. A partir daí, como o percentual de servidores nesse estado já é alto em todas as simulações, a variabilidade do estado e, portanto, da cessação dos benefícios, diminui com o tempo.

**GRÁFICO 26 – Desvio padrão do número de ativos, inválidos, aposentados, filhos beneficiários, cônjuges beneficiários e servidores mortos sem dependentes em relação ao número médio de servidores nesses estados por 75 anos, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada.**

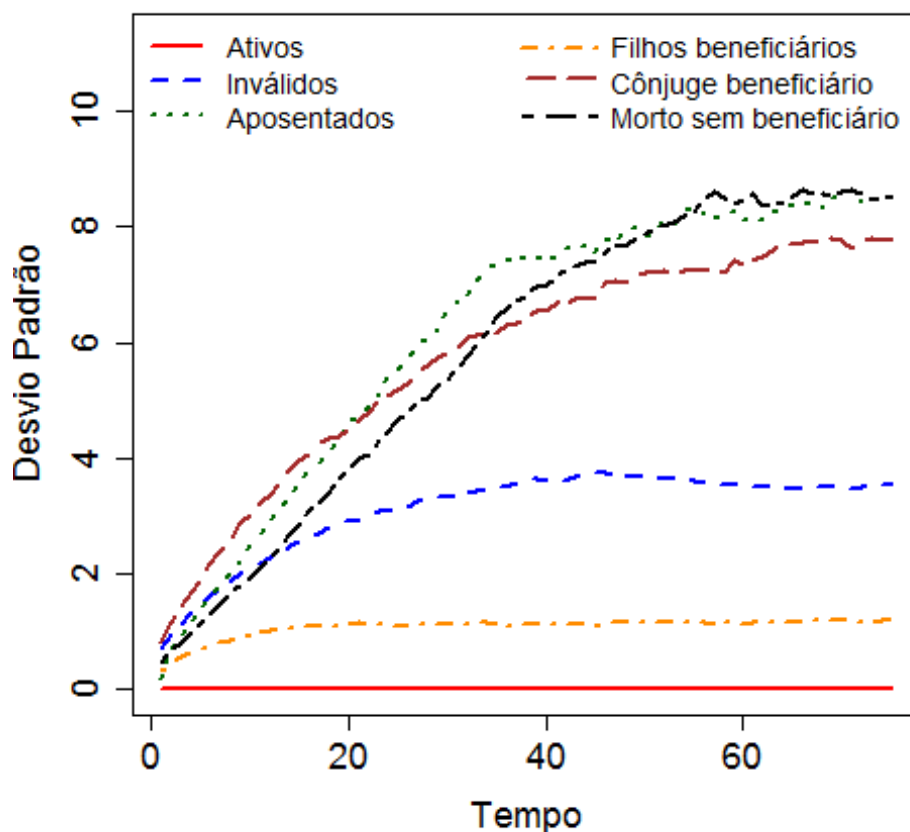


Fonte: Elaboração própria.

Todos os outros estados representados no Gráfico 26 também apresentam o mesmo comportamento de aumento e posterior diminuição do desvio padrão observado. Porém, o aumento do desvio padrão se dá pelo aumento da probabilidade de mudança de estado, quando os servidores migram do estado de ativos para algum outro estado; enquanto a diminuição se dá pela morte dos servidores e de seus dependentes, e consequente migração para o estado morto sem beneficiários.

Já o Gráfico 27 apresenta o desvio padrão do número de indivíduos em cada estado para uma população aberta de 250 servidores iniciais. Em reflexo do que acontece com o número médio de indivíduos em cada estado, o desvio padrão observado em cada estado aumenta nos primeiros anos, mas depois se estabiliza, permanecendo praticamente constante nos últimos anos. Como exemplos, nos últimos 5 anos de simulação o desvio padrão do estado filhos beneficiários foi de 1,18 servidores para 1,20 servidores, uma diferença de apenas 0,02 servidores. O desvio padrão de outros estados também tiveram pouca variação no mesmo período, sendo essa diferença de apenas 0,05 no estado inválidos, -0,02 no estado aposentados, -0,08 no morto sem dependentes, e de 0,00 servidor no estado cônjuge beneficiário.

**GRÁFICO 27 – Desvio padrão do número de ativos, inválidos, aposentados, filhos beneficiários, cônjuges beneficiários e servidores mortos sem dependentes em relação ao número médio de servidores nesses estados por 75 anos, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população aberta.**



Fonte: Elaboração própria.

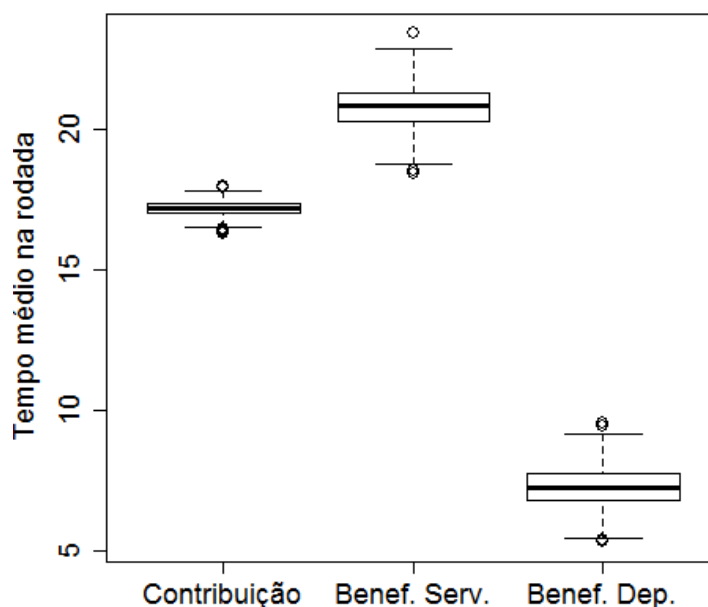
Apesar das diferenças, tanto na população aberta quanto na fechada é possível observar um padrão quanto à importância do desvio padrão dos estados. Tanto pelo Gráfico 26 quanto pelo Gráfico 27 percebe-se que o desvio padrão do número de filhos beneficiários e de inválidos é pequeno quando comparado ao desvio observado entre os aposentados e os cônjuges dependentes. Esses últimos concentram um maior número de indivíduos, o que lhes confere desvios-padrões elevados em relação aos demais estados mesmo nos últimos anos de simulação. Chama-se a atenção à particularidade da

variabilidade do estado Aposentados. Como as funções de aposentadoria e de idade de entrada são fixas, a variação neste estado é um reflexo das variações na função de idade entrada em invalidez e de mortalidade nos primeiros anos, em que os servidores se tornam aposentados, e da função de mortalidade, quando se encerra a aposentadoria.

Ao analisar o estado do servidor em relação ao plano identificou-se, também, os momentos do tempo em que o plano deve pagar benefícios e receber contribuições, uma vez que os benefícios previdenciários são pagos ao servidor inválido ou aposentado, ou a seus dependentes, em caso de morte do servidor, e as contribuições são pagas pelos servidores ativos. Portanto, a análise da variabilidade de cada estado reflete na solvência do plano por afetar o tempo em que o plano recebe ou paga benefícios.

Nesse sentido, o Gráfico 28 apresenta a distribuição do tempo médio em anos em cada simulação em que o plano recebeu contribuição dos servidores, ou pagou benefícios aos servidores ou a seus dependentes em uma população fechada inicial de 250 servidores. Como pode-se observar, o tempo de pagamento de contribuição é menor que o de recebimento de benefício, já que muitos servidores contribuía mesmo antes da existência do RPPS. Contudo, em função da variação das funções demográficas, o tempo de pagamento também se altera. Como exemplo, em 1.000 simulações o menor tempo médio na rodada de recebimento de benefício pelo servidor observado foi 18,4 anos, e o maior foi 23,4 anos; uma diferença de 5 anos. A variação do tempo de recebimento de benefício pelos dependentes também é grande, com valores observados entre 5,3 anos a 9,5 anos. Na prática essa variação significa que dois planos com mesma composição de segurados que experimentam as mesmas funções demográficas poderiam ter que cobrir benefícios aos servidores por tempos diferentes. Um plano poderia, por exemplo, arcar com 5 anos a mais de benefício por servidor que o outro plano com as mesmas características, o que em uma população de 250 servidores equivale a 15.000 benefícios mensais a mais que o outro plano, considerando apenas os benefícios pagos aos servidores, e não a seus dependentes.

**GRÁFICO 28 – Distribuição do tempo médio em anos por rodada de recebimento de contribuições, pagamento de benefícios aos servidores e pagamento de benefícios aos dependentes, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada.**



Fonte: Elaboração própria.

### 3.3.2. Pagamentos

Uma vez conhecidos os momentos dos pagamentos de benefícios e de recebimento de contribuições, resta saber qual é o valor monetário desses pagamentos, que são a base para o cálculo do Fundo e da Reserva do plano a cada momento do tempo.

#### 3.3.2.1. Benefícios

Os benefícios recebidos pelos servidores respeitam os critérios definidos na Constituição de 1988. Entretanto, o valor de benefício pago pelo RPPS difere do valor efetivamente recebido pelo servidor em função da compensação financeira.

Neste trabalho considerou-se que antes da implementação do RPPS os servidores contribuíram para o RGPS. A compensação financeira corresponde, portanto, ao valor repassado do RGPS para o RPPS em razão do tempo em que o servidor contribuiu no RGPS. Assim, o valor recebido como benefício pela população inicial é pago em parte pelo RPPS e em parte pelo RGPS; enquanto o valor efetivamente pago pelo plano em benefícios corresponde ao valor recebido pelo beneficiário, conforme a Constituição Federal, menos o valor da compensação financeira.

A compensação financeira, regulamentada pela Lei nº 9.796, de 1999 (BRASIL, 1999a), deve ser proporcional ao tempo de contribuição no regime de origem em relação ao tempo total de contribuição previdenciária, com valor limitado pela renda mensal do maior benefício da mesma espécie pago diretamente pelo regime de origem. O valor da compensação financeira que ocorre do RPPS para o RGPS é igual ao valor da renda mensal do benefício multiplicado pelo percentual do tempo de serviço total do segurado correspondente ao tempo de contribuição no âmbito do regime de origem. Já o valor da compensação financeira que ocorre do RGPS para o RPPS ( $CF_{RGPS \rightarrow RPPS}$ ), quando o RGPS é o regime de origem, é igual ao mínimo entre o valor de benefício calculado segundo as normas do RGPS ( $B_{RGPS}$ ) e o calculado segundo as normas do RPPS ( $B_{RPPS}$ ), multiplicado pelo percentual correspondente ao tempo de contribuição ao RGPS ( $TC_{RGPS}$ ) no tempo de serviço total do servidor público ( $TC_{Total}$ ). Dessa forma,

$$CF_{RGPS \rightarrow RPPS} = \min(B_{RPPS}, B_{RGPS}) \frac{TC_{RGPS}}{TC_{Total}}.$$

Para o cálculo do valor da compensação financeira, portanto, é necessário saber o valor do benefício a que o servidor teria direito em caso de recebê-lo pelo RGPS e em caso de recebê-lo pelo RPPS. Esses valores dependem do tipo de benefício, das características do servidor (como seu tempo de contribuição e idade no momento de concessão do benefício) e do valor do

salário de benefício, que corresponde à média dos 80% maiores salários de contribuição do servidor (BRASIL, 1988).

Neste trabalho considerou-se nas simulações que o salário de contribuição  $s_i^j$  é igual à remuneração do servidor, a qual aumenta a uma taxa  $ss$  constante no decorrer do tempo. Portanto, o salário de benefício de cada servidor corresponde à média dos 80% últimos salários de contribuição antes do início do benefício. Dessa forma, o salário de benefício  $B_r^j$  do servidor  $j$  à idade  $r$  pode ser dado por

$$B_r^j = \frac{\sum_{i=r-0,8(r-y)}^{r-1} s_i^j}{0,8(r-y)} = \frac{\sum_{i=0,2r+0,8y}^{r-1} s_i^j}{0,8(r-y)}$$

Para simplificar, chamou-se  $0,2r+0,8y = d$ .

Assim,

$$\begin{aligned} \sum_{i=d}^{r-1} s_i &= s_d + s_d(1+ss) + s_d(1+ss)^2 + \dots + s_d(1+ss)^{r-d-1} \Rightarrow \text{Soma\_de\_PG} \\ \sum_{i=d}^{r-1} s_i &= \frac{s_d((1+ss)^{r-1-(d-1)} - 1)}{1+ss-1} = \frac{s_d((1+ss)^{r-d} - 1)}{ss} \\ s_d &= s_y(1+ss)^{d-y} \\ \sum_{i=d}^{r-1} s_i &= \frac{s_y(1+ss)^{d-y}((1+ss)^{r-d} - 1)}{ss} = \frac{s_y((1+ss)^{r-y} - (1+ss)^{d-y})}{ss} \\ &= \frac{s_x}{(1+ss)^{x-y}} \frac{((1+ss)^r - (1+ss)^{d-y})}{ss} = \frac{s_x((1+ss)^{r-x} - (1+ss)^{d-x})}{ss} \end{aligned}$$

Já que  $s_y^j = \frac{s_x^j}{(1+ss)^{x-y}}$

Portanto,

$$B_r^j = \frac{((1+ss)^{r-x} - (1+ss)^{0,2r+0,8y-x})}{0,8(r-y)ss}$$

Essa equação expressa  $B_r^j$  em termos de  $s_x$  da mesma forma que GIAMBIAGI e AFONSO (2009) o fazem em termos de  $s_y$ .

O Quadro 7 apresenta a regra de cálculo do valor do benefício por tipo de benefício para o RPPS e para o RGPS, os quais são baseados no valor do salário de benefício. Todavia, cabe destacar que foram necessários alguns ajustes nos cálculos dos valores dos benefícios para adequar os critérios legais à análise possível por meio dos dados simulados.

**QUADRO 7 – Valor do benefício pelo RPPS e pelo RGPS por tipo de benefício**

<b>Benefício</b>	<b>Valor do benefício RPPS</b>	<b>Valor do benefício RGPS</b>
Aposentadoria por invalidez	Proporcional ou integral, dependendo da causa da invalidez	Benefício integral
Aposentadoria por idade	(Salário de benefício) *(tempo de contribuição efetivo)/(tempo necessário para a aposentadoria por idade e tempo de contribuição).	(Salário de benefício)*(fator previdenciário (opcional))
Aposentadoria por tempo de contribuição	Benefício integral	(Salário de benefício)*(fator previdenciário)
Pensão por morte	100% até o teto do RGPS + 70% do que exceder o limite, calculado sobre o que recebia o servidor (remuneração ou aposentadoria).	Integral, se era ativo, ou 100% do valor da aposentadoria, se aposentado.
Aposentadoria Compulsória	Proporcional ao tempo de contribuição ou integral se contribuiu por 35 anos, se homem, e 30, se mulher.	Não há

Fonte: BRASIL, 1988; INSTITUTO NACIONAL DO SEGURO SOCIAL, 2010.

Pela legislação, os benefícios de invalidez podem ser proporcionais ao tempo de contribuição, se por causas comuns, ou integrais, se a invalidez for causada por acidente de trabalho, moléstia profissional ou doença grave ou incurável, conforme definido em lei (BRASIL, 2003b). Entretanto, neste trabalho a tabela de probabilidade de invalidez não diferencia a probabilidade de invalidez pela



causa. A solução encontrada, portanto, foi considerar benefício integral a todos os inválidos, independente da causa da invalidez, mesmo sabendo que essa medida superestima o valor dos benefícios. Portanto,  ${}^{Inv}B = B_i^{Int}$ , em que  $i$  é a idade de entrada em invalidez.

Quanto ao benefício de pensão, a legislação também prevê que ele pode não ser integral. Pela constituição, o valor do benefício de pensão é de 100% da remuneração que o servidor receberia se estivesse ativo até o teto do RGPS, mais 70% do valor que exceder o limite (BRASIL, 2003b). Como quase totalidade dos servidores municipais tem remunerações abaixo do teto do RGPS (PNAD, 2011), considerou-se que todos os pensionistas recebem 100% do valor que receberia o servidor ativo na idade  $m$  de morte. Assim,  ${}^{Dep}B = s_m$ , se o servidor era ativo no momento da morte, e  ${}^{Dep}B = {}^{Inv}B_i$  e  ${}^{Dep}B = {}^{Apos}B_r$  se o servidor era inválido ou aposentado quando morreu.

Para o cálculo do valor dos demais benefícios foram utilizadas as regras de cálculo conforme a legislação. O benefício de aposentadoria compulsória só foi considerado integral quando o tempo de contribuição do servidor foi igual ou superior a 30 e 35 anos, para mulheres e homens, respectivamente. Caso contrário, o valor do benefício recebido foi uma proporção do salário de benefício equivalente à proporção do tempo que contribuiu em relação ao tempo necessário à integralidade, conforme o Quadro 7. Para o cálculo do benefício de aposentadoria por idade o percentual do salário de benefício recebido é calculado em relação ao tempo necessário para se aposentar por idade e tempo de contribuição. Já o benefício de aposentadoria por idade e tempo de contribuição foi sempre igual ao salário de benefício. Assim, indicando com  $f$  o benefício feminino e com  $m$  o benefício masculino, tem-se

$$\begin{array}{l}
\left. \begin{array}{l}
Apos\ B_r^f \\
r = 60 \\
r = 70 \\
r \geq 55, y \leq r - 30 \rightarrow B_r = B_r^{int} \Rightarrow TempoEIdade
\end{array} \right\} \begin{array}{l}
\left\{ \begin{array}{l}
y > 30 \rightarrow B_r = B_r^{int} (r - y) / 30 \\
y \leq 30 \rightarrow B_r = B_r^{Int}
\end{array} \right. \Rightarrow Idade \\
\left\{ \begin{array}{l}
y \leq 40 \rightarrow B_r = B_r^{int} \\
y > 40 \rightarrow B_r = B_r^{int} (r - y) / 30
\end{array} \right. \Rightarrow Compulsória
\end{array} \\
\left. \begin{array}{l}
Apos\ B_r^m \\
r \geq 60, y \leq r - 35 \rightarrow B_r = B_r^{int} \Rightarrow TempoEIdade \\
r = 65 \\
r = 70
\end{array} \right\} \begin{array}{l}
\left\{ \begin{array}{l}
y > 30 \rightarrow B_r^{int} (r - y) 35 \\
y \leq 30 \rightarrow B_r = B_r^{Int}
\end{array} \right. \Rightarrow Idade \\
\left\{ \begin{array}{l}
y \leq 35 \rightarrow B_r = B_r^{int} \\
y > 35 \rightarrow B_r = B_r^{int} (r - y) / 35
\end{array} \right. \Rightarrow Compulsória
\end{array}
\end{array}$$

As regras de cálculo dos benefícios pelo RGPS também são apresentadas no Quadro 7. Pelas regras do RGPS, o benefício por invalidez é integral ( $^{Inv} B = B_i^{Int}$ ), assim como os benefícios de pensão de servidor que era ativo ( $^{Dep} B = B_m^{Int}$ ) (INSTITUTO NACIONAL DO SEGURO SOCIAL, 2010). As pensões de servidores inativos também são iguais aos valores dos benefícios recebidos pelo servidor quando aposentado, tal como no RPPS (INSTITUTO NACIONAL DO SEGURO SOCIAL, 2010). Ou seja,  $^{Dep} B = ^{Inv} B_i$ , se servidor estava inválido, e  $^{Dep} B = ^{Apos} B_r$ , se servidor era aposentado. Os benefícios de aposentadoria por idade e por tempo de contribuição, entretanto, estão sujeitos à aplicação do fator previdenciário  $f$  (BRASIL, 1999b), de forma que  $^{Apos} B_r = B_r^{int} \cdot f$ .

O fator previdenciário considera, em seu cálculo, tanto a expectativa de vida do servidor a partir da idade de aposentadoria, quanto seu tempo de contribuição (BRASIL, 1999b). Com a aplicação do fator previdenciário o valor do benefício pode ser reduzido ou aumentado, em relação ao valor do salário de benefício. A idade abaixo da qual haverá diminuição do valor do benefício depende da expectativa de vida medida pelo IBGE, que muda a cada ano (BRASIL, 1999b).

Pela Tabela de Fator Previdenciário 2012, verifica-se que um homem que contribuiu por 35 anos ou uma mulher que contribuiu por 30 apenas só não sofrerão redução no valor do seu benefício (não recebendo 100% da média aritmética de seus 80% maiores salários) se tiverem 64 anos de idade ou mais (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2012a).

Embora o MPS divulgue anualmente uma tabela do fator previdenciário elaborada a partir da tabela de vida do IBGE, não foi possível utilizar essa tabela no modelo de simulação deste trabalho. Para o recebimento de benefício pelo RGPS o tempo mínimo de contribuição é de 15 anos, mas no RPPS o tempo mínimo é de 10 anos. Portanto, não há, na tabela do fator previdenciário, valores correspondentes ao fator para tempos de contribuição entre 10 e 14 anos, já que esses valores não seriam utilizados para os cálculos dos benefícios do RGPS. Dessa forma, não é possível utilizar a tabela de fator previdenciário para os servidores públicos que se aposentam com menos de 15 anos de contribuição.

Diante dessa dificuldade, em vez de utilizar a tabela do fator previdenciário, foi necessário criar uma função para o cálculo desse fator. Para esta função foi utilizada a função de estimação da esperança de vida  $exn(\text{Tabua}, x, \text{type} = \text{"curtate})$ , do pacote `lifecontingencies` do R, por meio de uma tabela da classe `lifetable` com a tabela de mortalidade IBGE 2010 para ambos os sexos, e da idade  $x$  do servidor. Como a metodologia utilizada no cálculo da esperança de vida desta função é diferente do método utilizado pelo IBGE, há uma pequena diferença entre as esperanças de vida calculada por cada um desses métodos e, portanto, há uma pequena diferença entre o fator previdenciário estimado nas simulações e a tabela de fator previdenciário divulgada pelo MPS. Contudo, essa diferença não compromete os resultados deste trabalho.

Para a elaboração da função de cálculo do fator previdenciário foi adotada a fórmula elaborada pelo MPS (BRASIL, 1999b). Segundo a fórmula, o fator previdenciário  $f$  é igual a

$$f = \frac{Tc \cdot a}{e_r} \left[ 1 + \frac{r + Tc \cdot a}{100} \right],$$

em que  $Tc$  é o tempo de contribuição do trabalhador,  $a$  é a alíquota de contribuição (assumida como 0,31, como sugere o MPS); e  $e_r$  é a expectativa de sobrevida do trabalhador na idade  $r$  de aposentadoria.

Na aplicação do fator previdenciário segundo a legislação são somados ao tempo de contribuição do segurado cinco anos para as mulheres e 5 anos para os professores do magistério no ensino básico, fundamental ou médio (BRASIL, 1999b). Todavia, neste trabalho não diferenciou-se os servidores que são professores dos que não o são. Portanto, não há aplicação de tempo de contribuição a mais para nenhum segurado pelo fato de serem professores, o que superestima o tempo até a aposentadoria e subestima o valor presente dos benefícios futuros. Contudo, considerou-se tempo de contribuição de 5 anos a mais para as mulheres, conforme a legislação determina. Dessa forma, sendo  $f^f$  o fator previdenciário feminino e  $f^m$  o masculino, tem-se

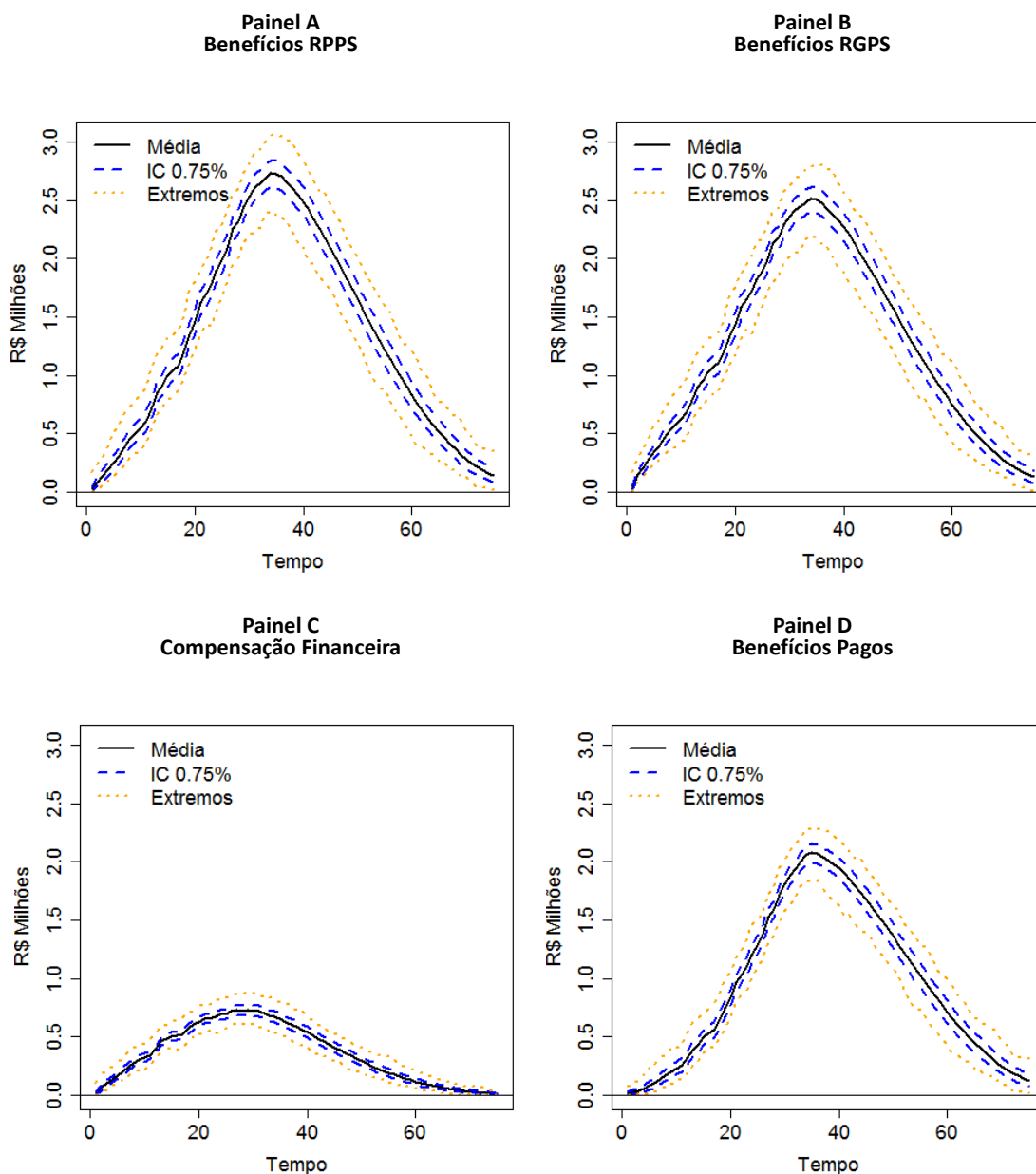
$$f^f = \frac{0,31 \cdot (r - y + 5)}{e_r} \left( 1 + \frac{(r + 0,31 \cdot (r - y + 5))}{100} \right)$$

$$f^m = \frac{0,31 \cdot (r - y)}{e_r} \left( 1 + \frac{(r + 0,31 \cdot (r - y))}{100} \right)$$

Como forma de ilustrar as funções de cálculo dos valores dos benefícios e da compensação financeira, a Figura 13 apresenta os valores de benefícios do conjunto de servidores a cada ano para as 1.000 simulações realizadas. A linha contínua central representa o valor médio observado nessas 1.000 simulações; as linhas tracejadas laterais mais próximas delimitam um intervalo de 75% de confiança para o valor médio, estimado com base nos resultados observados; as linhas pontilhadas representam os valores máximos e mínimos observados nas 1.000 simulações observadas. Nessa figura, o Painel A representa os valores de benefícios totais a que os servidores têm direito, independentemente da compensação financeira. O Painel B representa os valores que seriam pagos a esses servidores se eles recebessem seus

benefícios pelo RGPS. O valor da compensação financeira, no Painel C, é calculado a partir do mínimo entre esses dois valores (o valor devido pelo RPPS e o que seria pago pelo RGPS), multiplicado pela proporção do tempo em que o servidor contribuiu para o RGPS. Por fim, o valor efetivamente pago de benefícios pelo RPPS que foi implementado é apresentado no Painel D. Como mostra a Figura 13, a variabilidade das funções demográficas pode provocar variações nos valores pagos de benefícios de mais de 620 mil reais em uma população de apenas 250 servidores iniciais.

**FIGURA 13 – Benefícios anuais devidos aos servidores, benefícios a que os servidores teriam direito pelas regras do RGPS, compensação financeira do RGPS para o RPPS e valores de benefícios pagos pelo RPPS no tempo, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada.**



Fonte: Elaboração própria.

Nota-se, ainda, pela Figura 13, a curva da compensação financeira tem topo mais à esquerda que a curva dos valores efetivamente pagos. Ou seja, os valores da compensação financeira são mais altos para períodos mais recentes que para períodos mais distantes, em relação à estrutura dos valores efetivamente pagos pelo RPPS. Isso se dá porque a compensação financeira é maior para os servidores que contribuíram por mais tempo no RGPS, os quais também têm idade mais avançada e, portanto, se aposentaram mais rapidamente que os demais servidores. Para servidores que entraram mais recentemente no serviço público, e que tendem a se aposentar mais tarde, o valor da compensação financeira é menor.

Por fim, tem-se que o valor efetivamente pago pelo plano equivale a um percentual menor que 70% do valor recebido pelos servidores, em função da compensação financeira, percentual esse variável a cada simulação e dependente das características da população de servidores inicial.

### **3.3.2.2. Contribuição**

Uma vez conhecido o estado de cada indivíduo em relação ao plano é possível identificar em que períodos cada indivíduo fez contribuição ou recebeu benefício. Nos RPPS as contribuições são feitas pelos indivíduos ativos sobre o total de suas remunerações, e pelos inativos sobre o valor de seus benefícios que exceder o teto do RGPS. Porém, como este trabalho se dedica a RPPS municipais e a quase totalidade dos servidores de municípios pequenos tem rendimentos abaixo do teto do RGPS, decidiu-se desconsiderar a contribuição dos inativos.

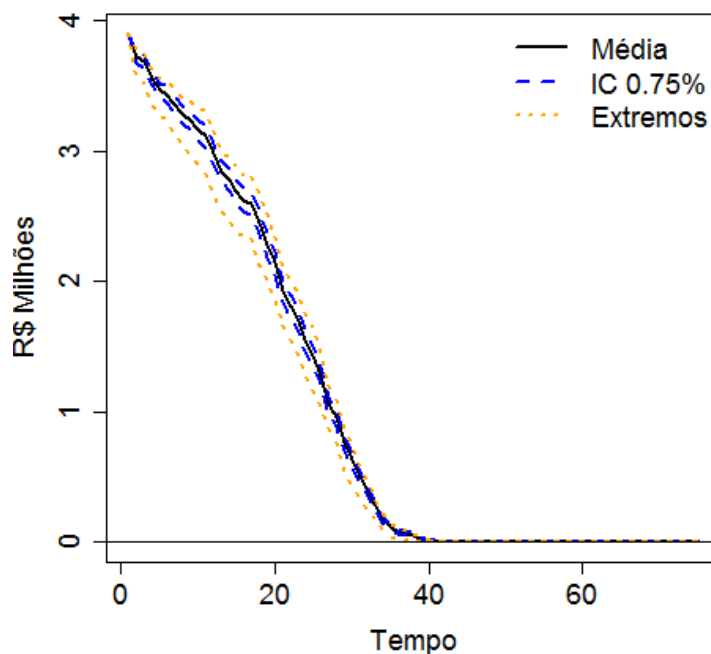
As contribuições correspondem a um percentual da remuneração no momento do pagamento da contribuição, a qual aumenta a cada ano segundo a taxa de aumento das remunerações de 1% já definida. É necessário, portanto, considerar a variação salarial no cálculo do valor pago, ou seja, considerar o valor do salário de contribuição.

Assumindo que o salário sempre aumenta segundo uma taxa  $ss$  anual, tem-se que  $\frac{s_x^j}{s_y^j} = (1 + ss)^{x-y}$ , em que  $s_k^j$  é a remuneração do indivíduo  $j$  à idade  $k$ . Assim, é possível saber o valor da remuneração do indivíduo  $j$  a cada momento fazendo  $s_x^j = s_y^j(1 + ss)^{x-y}$ . O salário de contribuição de todos os servidores ativos  $S$  percebido pelo plano corresponde, portanto, à soma  $S = \sum_{j=1}^n s_x^j I_A^j$  dos servidores indicados como ativos pela variável indicadora  $I_A^j$ .

O Gráfico 29 apresenta o valor mensal dos salários de contribuições total durante os 75 anos de simulação, para 1.000 simulações com a população 250 servidores. Como mostra o gráfico, nos anos iniciais da simulação a soma dos salários de contribuições é alta, pois todos os indivíduos estão ativos. Com o passar do tempo e a mudança de estado dos servidores, o valor do salário de contribuição total tende a diminuir, até chegar a zero, quando já não há mais servidores ativos no plano. Embora haja variações de valores de uma simulação para outra, a diminuição do valor das contribuições no tempo é observada em todas as simulações realizadas.



**GRÁFICO 29 – Valor anual do salário de contribuição total no decorrer de 75 anos, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada.**



Fonte: Elaboração própria.

### 3.3.2.3. Alíquota de contribuição

Sobre o salário de contribuição incide a alíquota de contribuição estimada, ou prêmio, que deve ser paga pelos servidores e pelo ente federativo, conjuntamente. Em geral, define-se uma alíquota de 11% para os servidores e a diferença restante é paga pelo ente federativo. Contudo, outras formas de divisões podem ser feitas (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2011). Se a alíquota total for de 27%, por exemplo, pode-se dividir em 13,5% para servidores e 13,5% para o ente, ou 12% para servidores e 15% para o ente. Cabe ressaltar que estimou-se, neste trabalho, a alíquota de contribuição total, sem dividí-la entre a parte que cabe ao servidor e a parte que cabe ao ente federativo. Além disso, no cálculo desta alíquota desconsideraram-se os gastos administrativos, já que esse tipo de despesa não é de natureza previdenciária.

A alíquota de contribuição ideal é aquela que garante o equilíbrio atuarial no decorrer do tempo, assumindo que no futuro será observado certo conjunto de premissas atuariais (WINKLEVOSS, 1993). Assim, seja  $A\%$  a alíquota de contribuição adotada pelo plano, tem-se

$$A\% = \frac{\sum_{j=1}^n VPBF^j}{\sum_{j=1}^n VPSCF^j},$$

em que  $j$  é o número de ordem do servidor na população,  $VPBF$  é o valor presente dos benefícios futuros e  $VPSCF$  o valor presente dos salários de contribuições futuras, e  $n$  é o número total de servidores no plano. Assim, a alíquota  $A\%$  é a parcela do salário de contribuição que, quando cobrada, é suficiente para cobrir o  $VPBF$  em uma situação de mutualismo.

Uma vez conhecido o momento de ocorrência de mudança de cada estado, como estimado pelos processos já descritos, o cálculo do valor presente atuarial se equivale ao cálculo do valor presente financeiro (BOWERS *et al.*, 1997). Portanto, o valor presente dos salários de contribuição futuros nada mais é do que a soma dos valores atualizados dos salários dos servidores sobre os quais serão descontadas as contribuições (WINKLEVOSS, 1993), ou seja,

$$VPSCF^j = \sum_{i=0}^{r-y-1} v^i s_i^j \cdot I_{i,j},$$

em que  $v$  é a taxa de desconto,  $r$  a idade de saída do estado de ativo,  $y$  a idade de entrada no serviço público,  $s_i^j$  é o salário anual recebido pela pessoa  $j$  à idade  $i$ , e  $I_{i,j}$  é a variável indicativa de o indivíduo  $j$  fazer contribuições na idade  $i$ .

Seguindo o mesmo raciocínio, o valor presente dos benefícios futuros pode ser estimado como

$$VPBF^j = \sum_{i=r}^{\infty} v^i B_i^j \cdot I_{i,j},$$

em que  $B_i$  é o valor do benefício recebido,  $v$  é a taxa de desconto, e  $I_{i,j}$  é a variável indicativa do indivíduo  $j$  receber benefícios à idade  $i$ .

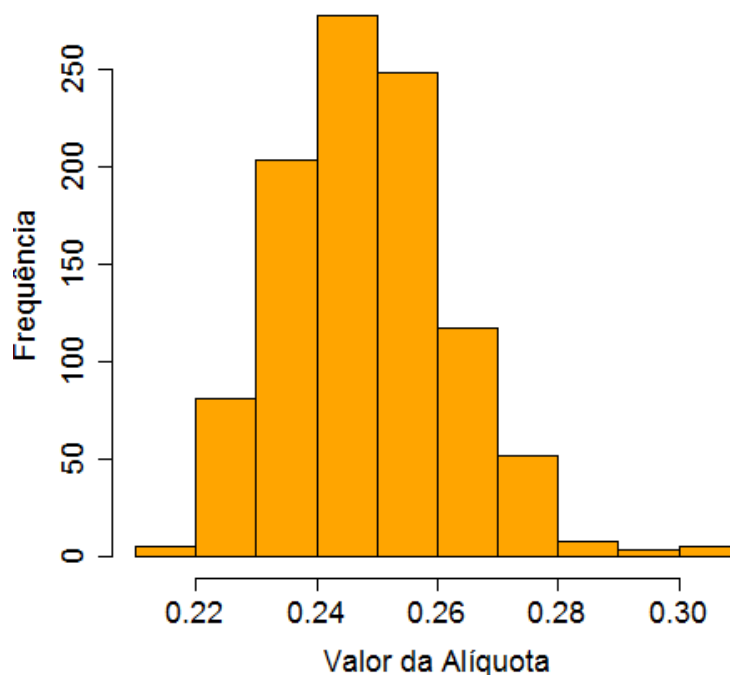
Neste trabalho adotou-se como alíquota ideal a alíquota de contribuição média nas  $K$  repetições do modelo de microssimulações, a qual, pelo Método de Monte Carlo, deve ser próxima à alíquota que seria estimada pelo método determinístico (BANKS, 1998; HROMKOVIČ, 2003). Assim,

$$Aliquota = \frac{\sum_{i=1}^K A\%_i}{K}.$$

Para a estimação dessa alíquota média, estimou-se, primeiro, as mudanças de estados observadas pela população um grande número de vezes. A partir dessas mudanças de estados e dos valores de idade, sexo e salários iniciais dos servidores, estimou-se os VPBF e os VPSCF de cada rodada e, pela razão entre esses dois valores, estimou-se a alíquota de contribuição para aquela simulação. A média dessas alíquotas estimadas foi adotada como alíquota de contribuição ideal, a qual foi utilizada no cálculo das contribuições para todas as simulações realizadas para cada tamanho populacional.

O Gráfico 30 apresenta a distribuição das alíquotas estimadas com essas funções em 1.000 simulações com 250 servidores individuais em uma população fechada. Nessas 1.000 rodadas a alíquota mínima observada foi de 21,4% e a máxima foi de 30,4%. Contudo, a alíquota adotada como padrão para todas as simulações e para o cálculo das contribuições devidas foi a média das alíquotas observadas, com valor de 24,8%.

**GRÁFICO 30 - Alíquotas de contribuição estimadas, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada.**



Fonte: Elaboração própria.

#### **3.3.2.4. Fundo, Reserva e Diferença**

Definida a alíquota de contribuição e conhecidos os valores de pagamentos de contribuição e benefício a cada momento do tempo, pode-se estimar o valor do Fundo, a Reserva e a Diferença entre Fundo e Reserva a cada período.

Neste trabalho, para simplificar, adotou-se o termo “Fundo” para todos os valores que constituem o capital do plano para a cobertura dos compromissos futuros. Aqui o Fundo corresponde, portanto, ao saldo do plano a cada ano, que cresceu com as contribuições pagas e com a rentabilidade observada a cada período, e decresceu com o pagamento de benefícios. Dessa forma, pode-se observar, no decorrer do tempo, valores de Fundo positivos ou

negativos, ou seja, pode haver déficit ou superávit a cada tempo, que correspondem a déficits ou superávits financeiros do plano.

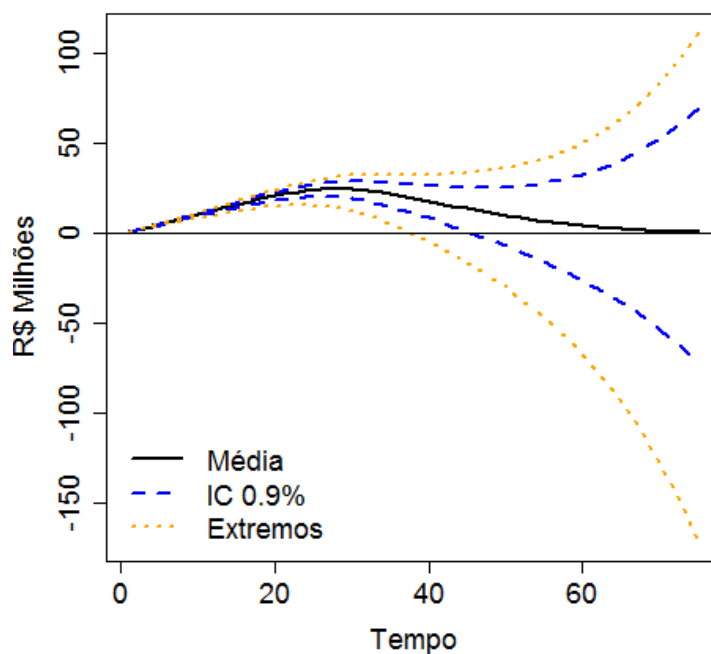
Assim, seja  $t$  o tempo decorrido desde o início da simulação, no momento inicial ( $t=0$ ), o Fundo é igual a zero, mas, como por definição no ano de implantação todos os servidores estão ativos e contribuindo, a partir do momento  $t=0$  o Fundo começa a aumentar. A cada ano o Fundo do ano anterior aumenta com a rentabilidade  $i$  e o Fundo do ano atual é acrescido das contribuições  $C_t$  e diminuído dos benefícios  $B_t$  pagos naquele ano. Diante disso, o Fundo  $F$  no tempo  $t$  é igual a

$$F_t = F_{t-1}(1+i) + C_t - B_t,$$

com  $F_0 = 0$ .

O Gráfico 31 apresenta o valor do Fundo para 1.000 simulações para a população fechada de 250 servidores iniciais calculado considerando a rentabilidade igual a 6% ao ano, a mesma definida como padrão na seção 3.2. Como pode-se observar, dependendo da variação das funções demográficas o plano previdenciário pode observar déficit ou superávit, mesmo que a alíquota de contribuição calculada de acordo com as premissas atuariais definidas garanta equilíbrio atuarial. Percebe-se, ainda, que os planos que tiveram déficit também o tiveram em momentos diferentes do tempo, dependendo da variação das funções demográficas observada. Outro ponto a destacar é que a variabilidade do Fundo aumenta com o tempo. O efeito financeiro de um evento demográfico ocorrido antes ou depois do tempo esperado, portanto, repercute no tempo, de forma que seu efeito é tanto maior quanto for a diferença entre o tempo em que ocorreu o evento demográfico em relação ao tempo esperado.

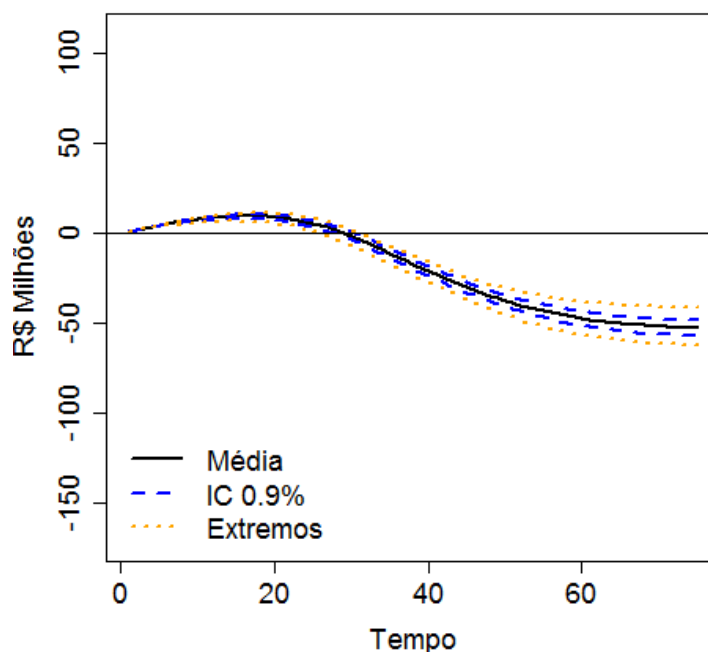
**GRÁFICO 31 – Valor do Fundo calculado com rentabilidade de 6% ao ano, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada.**



Fonte: Elaboração própria.

Entretanto, parte da variabilidade observada se deve ao efeito conjunto da variabilidade das funções demográficas com a rentabilidade. Para exemplificar esse efeito o Gráfico 32 apresenta o valor do Fundo a população fechada de 250 servidores iniciais sem considerar a rentabilidade dos investimentos (ou considerando uma rentabilidade igual a zero), adotando a mesma alíquota de contribuição utilizada para o Fundo apresentado no Gráfico 31.

**GRÁFICO 32 – Valor do Fundo calculado com rentabilidade de 0% ao ano, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada.**



Fonte: Elaboração própria.

Tanto no Gráfico 31 quanto no Gráfico 32 é possível perceber que o Fundo aumenta inicialmente em função das contribuições, e depois passa a diminuir com o aumento do volume de benefícios pagos. Contudo, o momento em que o Fundo começa a diminuir considerando a rentabilidade é posterior ao momento desconsiderando a rentabilidade, indicando que a um aumento da rentabilidade aumenta o tempo em que o plano tem baixa probabilidade de déficit. Além disso, nota-se que o efeito da variabilidade das funções demográficas é mais evidente quando se considera a rentabilidade que quando não se considera. Ou seja, a rentabilidade potencializa o efeito da variabilidade das funções demográficas no Fundo, aumentando a variabilidade dos resultados no decorrer do tempo. Como a rentabilidade tem efeito acumulativo, o efeito da variabilidade das funções demográficas no Fundo também passa a ser acumulativo, sendo maior quanto maior for o período de tempo analisado.

Portanto, a rentabilidade aumenta o risco decorrente da variabilidade das funções demográficas.

Para exemplificar, considera-se que uma morte de ativo aconteceu alguns anos depois do tempo esperado. Portanto, o início dos benefícios também aconteceu depois, assim como a cessação das contribuições. Dessa forma, o valor que o plano havia destinado ao pagamento dos benefícios continuou no plano, e as contribuições continuaram a ser recebidas. A cada ano o valor do Fundo era maior em relação ao valor esperado, pois o Fundo era aumentada pelas contribuições e não era diminuída pelos benefícios. Portanto, mesmo sem a rentabilidade, o efeito da variação das funções demográficas no Fundo é acumulativo, sendo, portanto, a variabilidade maior quanto maior for o tempo de observação, conforme o Gráfico 32. Ao considerar a rentabilidade, o efeito é ainda maior, pois a cada ano a rentabilidade faz aumentar ainda mais o valor do Fundo observado em relação ao Fundo Esperado, um efeito que também é acumulativo, e se soma ao efeito acumulativo que provem simplesmente da aleatoriedade. O mesmo raciocínio explicaria o efeito acumulativo de eventos que ocorrem antes do esperado. Dessa forma, pode-se dizer que a rentabilidade entra em ressonância com a aleatoriedade das funções demográficas, potencializando seu efeito de variação no Fundo, como mostra o Gráfico 31.

Apesar de constatar diferenças na variação do Fundo quando se considera ou quando não se considera a rentabilidade, neste trabalho apenas a situação de rentabilidade de 6% ao ano será analisada, conforme definido na seção 3.2. Outros exercícios poderão ser desenvolvidos em trabalhos futuros.

Embora o valor do Fundo do plano assuma valores positivos ou negativos, a análise deste valor por si só não revela toda a dimensão do superávit ou do déficit do plano, pois essa informação por si só não evidencia a capacidade de pagamento dos compromissos futuros do Fundo. É necessário, portanto, comparar o valor do Fundo ao valor da Reserva a cada tempo.



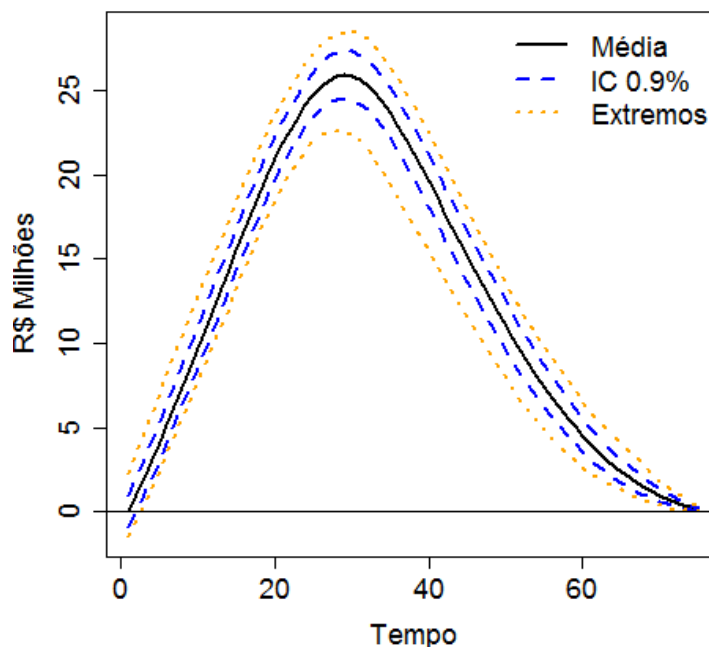
Pela visão prospectiva, a Reserva em um determinado momento deve corresponder ao valor presente dos benefícios futuros menos o valor presente das contribuições futuras a partir daquele momento (BOWERS *et al.*, 1997). Se o valor do Fundo é igual ao da Reserva, o plano está em equilíbrio atuarial. Em contrapartida, se o valor do Fundo é superior ao da Reserva, há superávit, e se é inferior, há déficit atuarial.

A Reserva se refere apenas aos compromissos que o plano assumiu com os indivíduos que estão no plano naquele momento e de seus dependentes, independentemente da entrada posterior de outros indivíduos no plano (BOWERS *et al.*, 1997). Assim, em um tempo futuro  $t$ , quando todos esses servidores e dependentes já tiverem morrido pode-se assumir que o valor dessa Reserva será 0. Assumiu-se que esse tempo futuro é  $t=200$ . Para os demais tempos  $t$ , a Reserva  $R_t$  é igual à Reserva posterior em valor presente de  $t$   $R_{t+1}/(1+i)$ , menos as contribuições  $C_t$  mais os benefícios  $B_t$  pagos no ano  $t$ . Ou seja,

$$R_t = \frac{R_{t+1}}{(1+i)} - C_t + B_t.$$

O Gráfico 33 apresenta o valor da Reserva a cada tempo em 1.000 simulações para uma população fechada de 250 servidores iniciais. Como mostra o gráfico, o valor inicial da Reserva é baixo, já que no início da existência do plano ainda há muitas contribuições a receber. Com o passar do tempo e o recebimento dessas contribuições o valor da Reserva aumenta, até chegar a uma média de 25,9 milhões de reais aos 29 anos de simulação. A partir desse tempo e com o pagamento de benefícios a Reserva passa a diminuir até chegar a zero, pois é necessário ter cada vez menos para fazer jus aos pagamentos futuros.

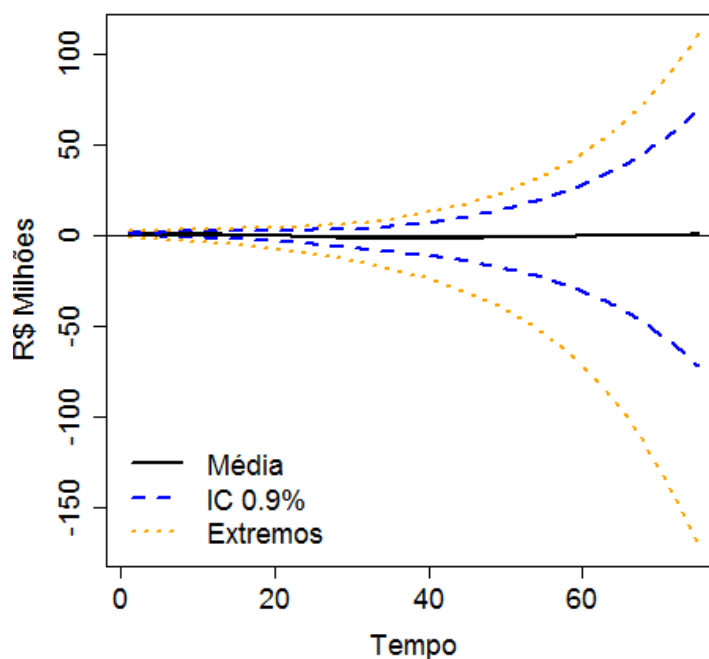
**GRÁFICO 33 – Reserva no tempo, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada.**



Fonte: Elaboração própria.

A Diferença entre o valor do Fundo e o valor da Reserva, doravante chamada apenas de Diferença, é apresentada no Gráfico 34. Por refletir a capacidade de pagamento futura do plano, valores de Diferenças menores que zero evidenciam déficits atuariais, enquanto valores positivos revelam superávits atuariais. Pelo valor da Diferença é possível identificar um déficit atuarial mais cedo que pelo valor do Fundo, ou seja, antes que o Fundo venha a se tornar negativo já é possível saber, pela Diferença, se o plano é deficitário no longo prazo ou não. Percebe-se que o déficit ou o superávit atuarial evidenciado pela Diferença aumenta com o tempo, refletindo o efeito acumulativo das variações nas funções demográficas e da rentabilidade. Por essas características essa será a função analisada neste trabalho para indicar a solvência ou não do plano.

**GRÁFICO 34 – Diferença no tempo, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população fechada.**



Fonte: Elaboração própria.

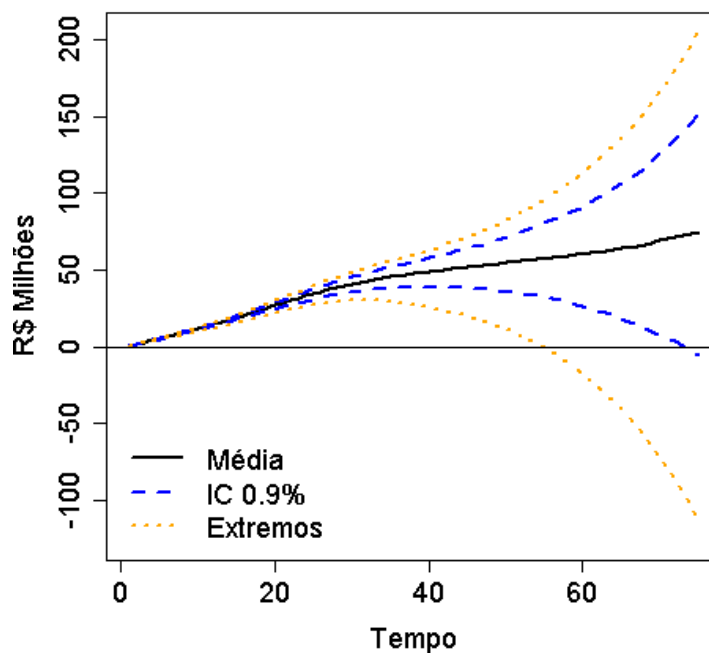
### 3.3.2.5. Na população aberta

No exercício com a população aberta os cálculos do salário de contribuição, do salário de benefício, do valor do Fundo e da Reserva seguem os mesmos procedimentos utilizados para a população fechada. As alíquotas de contribuição utilizadas nos cálculos referentes à população aberta também são as mesmas adotadas para a população fechada, simplificando a comparação entre as duas situações. Contudo, admite-se que quando os novos servidores ingressaram no serviço público municipal o RPPS já estava implementado, de forma que não existe tempo de trabalho anterior ao ingresso no RPPS, dispensando necessidade de compensação financeira para o cálculo do benefício.

Há, ainda, outras diferenças entre os resultados dos exercícios com a população aberta e com a fechada. Na população fechada o Fundo médio é próximo de zero após os 75 anos de simulação, indicando equilíbrio financeiro,

como mostra o Gráfico 31. Mas, ao contrário do que acontece na população fechada, na população aberta o Fundo médio é sempre positivo, indicando superávit financeiro, como apresentado no Gráfico 35, que apresenta o Fundo de um plano aberto com 250 servidores iniciais. Isso se dá porque, na população fechada, após os 75 anos de análise praticamente todos os servidores e seus dependentes já morreram. Como a população de ativos diminui no tempo e, com ela, a população de contribuintes, eventuais déficits ficam evidentes em poucos anos pela análise do valor do Fundo do plano. Contudo, ao considerar a população aberta o número de contribuintes se mantém no tempo, o que mascara eventuais déficits, já que o déficit do plano relativo a coortes de servidores anteriores são encobertos momentaneamente pelas contribuições dos que ainda estão ativos. Entretanto, parte desse superávit se refere aos valores monetários necessários para pagar os benefícios futuros dos beneficiários, muitos dos quais ainda estão na ativa.

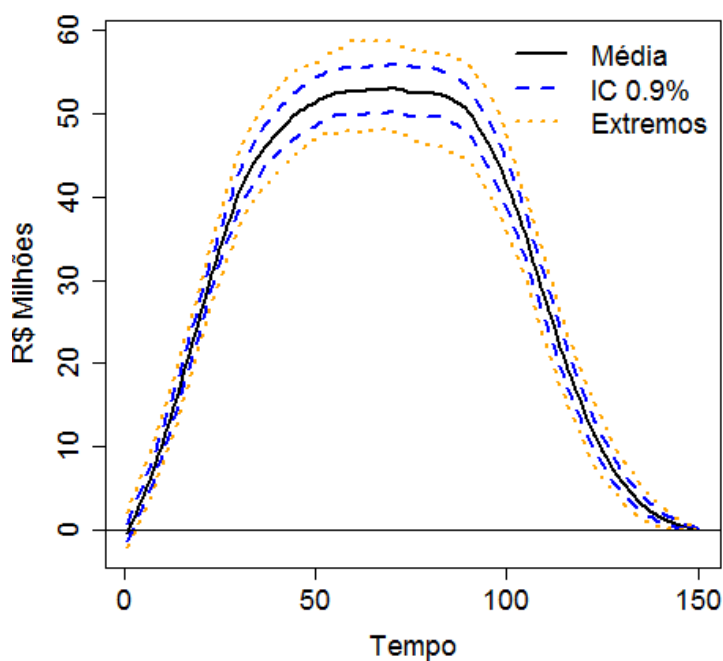
**GRÁFICO 35 - Valor do Fundo calculado com a rentabilidade, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população aberta.**



Fonte: Elaboração própria.

A Reserva Prospectiva também é diferente para a população aberta e para a fechada. Na população aberta, como os servidores continuam ingressando no plano até os 75 anos de simulação, só a partir desse tempo é que a Reserva começa a diminuir. Como mostra o Gráfico 36, a Reserva na população aberta apresenta valores positivos até cerca de 150 anos de simulação, enquanto a Reserva da população fechada já se tornava próxima de zero na metade do tempo, conforme o Gráfico 33.

**GRÁFICO 36 – Reserva no tempo, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população aberta.**

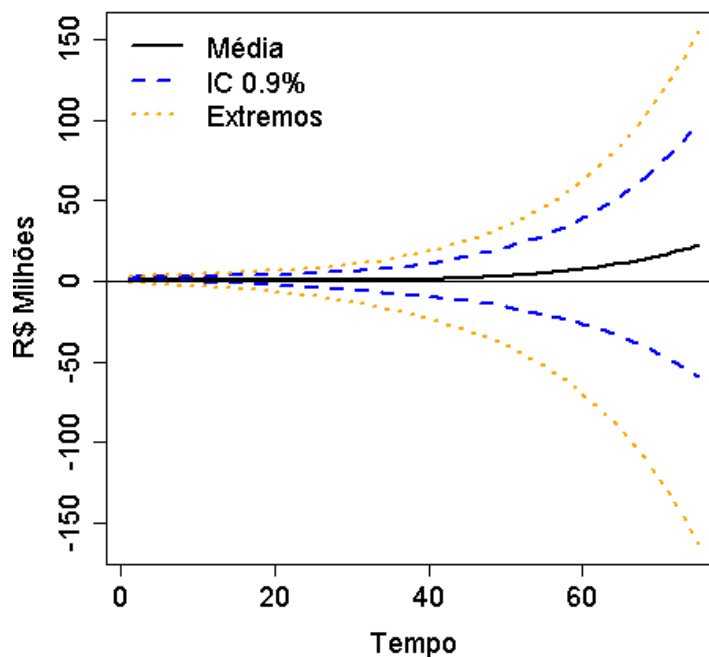


Fonte: Elaboração própria.

Descontando o valor da Reserva do valor do Fundo tem-se a Diferença. Na população aberta, assim como na fechada, a Diferença é mais sensível que o Fundo às variações aleatórias das funções demográficas, se tornando negativa para algumas rodadas de simulação já nos primeiros anos de análise. Contudo, na população aberta percebe-se que a Diferença média é positiva aos 75 anos de simulação, indicando que, naquele momento, há mais simulações em que

houve superávit que simulações em que houve déficit, como mostra o Gráfico 37.

**GRÁFICO 37 – Saldo no tempo, 1.000 simulações, 250 servidores iniciais, população aberta.**



Fonte: Elaboração própria.

Uma possível explicação para esse fato é que a alíquota de contribuição de equilíbrio calculada para a população fechada é maior que a necessária para o equilíbrio na população aberta. Na população fechada todos os servidores tinham contribuído algum tempo para o RGPS, gerando a compensação financeira. O valor dessa compensação é igual a um percentual do menor valor entre os benefícios do RPPS e do RGPS. Como, em geral, os benefícios do RGPS são menores que os do RPPS, como evidencia a Figura 13, então o valor da compensação tende a ser menor que o atuarialmente equivalente ao necessário para o pagamento de todo o benefício pelo RPPS. Essa diferença é compensada com o aumento do valor da alíquota de contribuição, de forma que haja equilíbrio atuarial na média dos resultados observados para a população fechada. Quando a mesma alíquota é adotada para a população

aberta há equilíbrio atuarial no início da simulação, já que os servidores iniciais têm direito à compensação; porém há um aumento gradual do superávit com a entrada de servidores que não têm direito à compensação, efeito esse potencializado cumulativamente pela rentabilidade.

Considerando esses resultados, a simples análise do método de simulação e de seus resultados esperados, analisado nesta seção, já é capaz de indicar o comportamento da Diferença no decorrer do tempo para um único tamanho populacional. No capítulo seguinte os valores observados de Fundo e Diferença são condensados por algumas medidas de solvência e comparados para tamanhos populacionais diferentes. Por fim, calcula-se a alíquota de risco demográfico para cada situação simulada. São feitas simulações mantendo-se as mesmas premissas atuariais padrões e modificando o nível de alguma premissa, de forma a analisar o efeito da mudança demográfica no risco dos planos previdenciários.

## 4. RESULTADOS

A solvência é a capacidade de cumprir todos os pagamentos prometidos no longo prazo (DRIJVER, 2005). Normalmente, a solvência em um determinado momento do tempo é medida como a razão de financiamento ativos/passivos. Outra maneira de caracterizar o subfinanciamento é dizendo que o excedente é negativo, onde o excedente é a diferença entre o valor dos ativos e o valor dos passivos (DRIJVER, 2005). Neste trabalho a variável utilizada é a diferença entre o Fundo financeiro do plano e a Reserva que seria necessária para cobrir os benefícios futuros, que no restante deste será chamada simplesmente de Diferença.

Para analisar o comportamento dessa variável no tempo serão utilizadas, como medidas de solvência, o desvio padrão da Diferença, o VaR, o CVaR e o tempo até o déficit. Por fim, propõe-se uma alíquota de risco demográfico (ARD), que busca amortizar no tempo o risco de déficit proveniente das variações demográficas das populações do plano.

Neste capítulo são apresentados os resultados deste trabalho, analisando o efeito da mudança do tamanho da população na variabilidade das funções demográficas e, conseqüentemente, na solvência dos RPPS municipais. Para seu desenvolvimento assumiu-se que a população estimada na seção 3.1 está exposta às premissas definidas na seção 3.2 pelo modelo de simulação apresentado na seção 3.3. Esse modelo foi repetido 1.000 vezes para as populações fechadas e abertas de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais.

Foram feitas 3 análises diferentes. A primeira, apresentada na seção 4.1, investigou o efeito da aleatoriedade das funções demográficas na solvência dos RPPS no decorrer do tempo, apresentando a variação de algumas medidas de solvência para a população fechada e para a aberta no decorrer de 75 anos de simulação. Neste processo, as premissas adotadas são as mesmas apresentadas na seção 3.2.



As análises seguintes são apresentadas na seção 4.2 e na 4.3. Nessas seções avaliou-se o efeito da mudança do nível de cada função demográfica na solvência do RPPS, mantendo-se as demais premissas constantes. Na seção 4.2 assume-se que as mudanças demográficas são esperadas, e, portanto, incorporadas no cálculo da alíquota de contribuição. Na seção 4.3 essas mudanças não são incorporadas na alíquota de contribuição, que se mantém a mesma estimada com as premissas padrão. Na terceira análise, portanto, somam-se os erros de aleatoriedade e o erro de estimação de premissa (erro sistêmico).

Destaca-se que são analisadas duas situações diferentes, a com população aberta e com fechada, que se referem a estruturas de planos diferentes e, portanto, não podem ser comparadas. Contudo, ressalta-se as diferenças e semelhanças encontradas nas duas situações como metodologia de análise dos resultados.

#### **4.1. A análise da solvência no tempo**

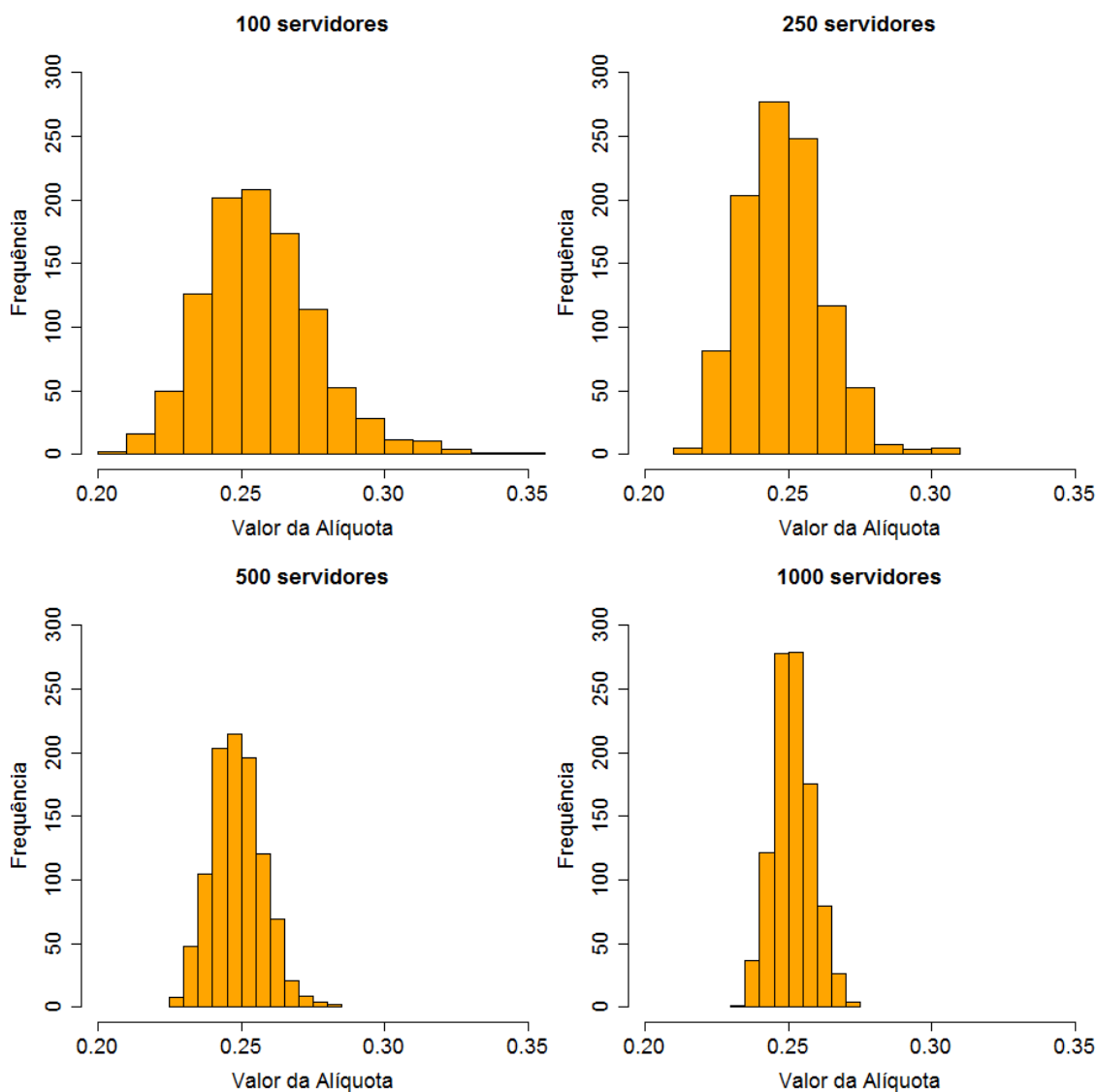
Nesta seção são desenvolvidas e apresentadas as medidas de solvência utilizadas para a análise dos RPPS. O valor dessas medidas é analisado no decorrer dos 75 anos de existência de cada plano verificando-se sua variação no tempo e a relação existente entre os diferentes tamanhos populacionais.

##### **4.1.1 Variabilidade das alíquotas de contribuição**

O primeiro efeito da variabilidade das mudanças de estados dos servidores analisado é o expresso nas alíquotas de contribuição de equilíbrio para cada simulação, as quais são as mesmas para a população aberta e para a fechada. Para cada trajetória simulada do RPPS obteve-se uma alíquota de contribuição que iguala, no tempo inicial, o valor presente de benefícios ao valor presente das contribuições. A Figura 14 apresenta a distribuição dessas alíquotas estimada nas 1.000 simulações para os diferentes tamanhos populacionais analisados. Como pode-se observar, quanto maior a população menor a

dispersão da distribuição dessa alíquota em relação à alíquota média. A variação é tanta que, para alcançar o equilíbrio, em uma população de apenas 100 servidores iniciais as alíquotas de contribuição podem variar de 20% a 35%, enquanto em uma população de 1.000 servidores iniciais expostas às mesmas funções demográficas varia apenas de 23% a 27%, revelando o quanto é menos precisa uma alíquota média para populações pequenas que para populações maiores.

**FIGURA 14 – Distribuição das alíquotas de contribuição para populações de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais, 1.000 simulações.**

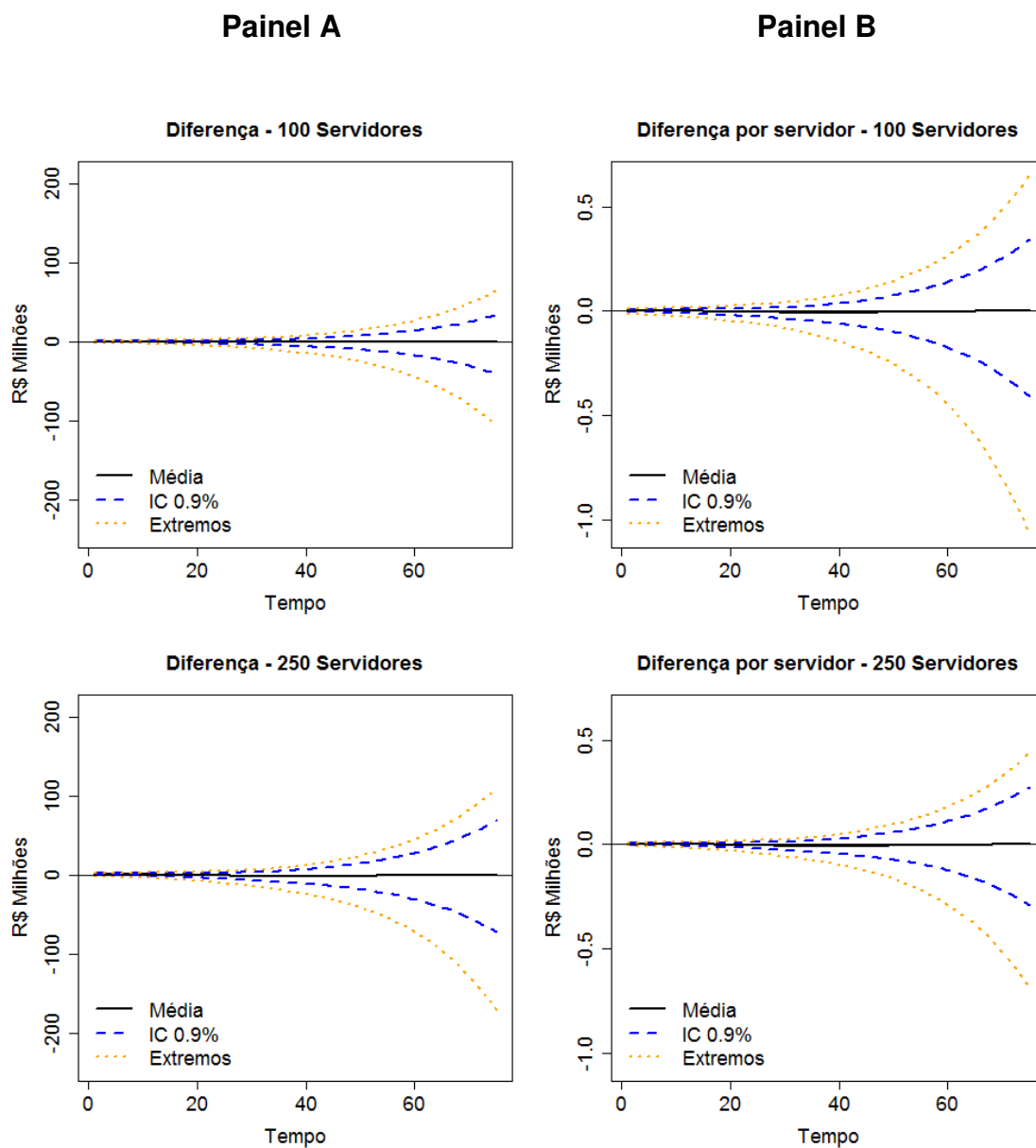


Fonte: Elaboração própria.

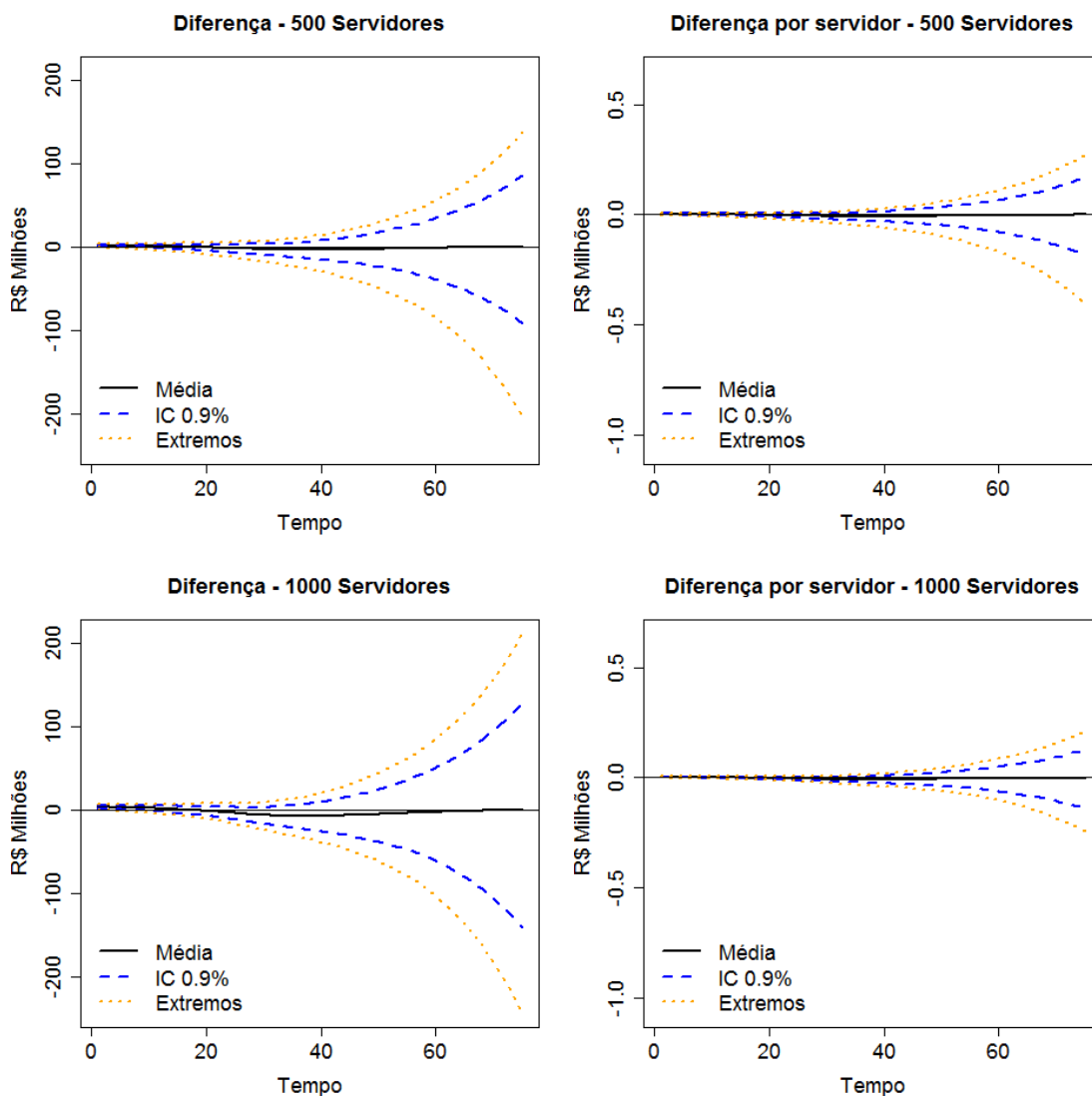
#### 4.1.2 Variabilidade da Diferença

Uma vez que se tenha-se escolhido como alíquota de contribuição para todas as simulações o valor médio estimado para cada tamanho populacional, a variabilidade da mudança de estados também se reflete na variabilidade da Diferença entre o valor do Fundo e da Reserva prospectiva. A Figura 15 apresenta, em seu painel A, o valor médio Diferença, o intervalo de confiança de 90% e os valores extremos de mínimo e máximo observados para populações fechadas de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais em 1.000 simulações. Como pode-se observar, quanto maior a população, maiores os valores da Diferença e maior também a variação de seus valores. Isso se dá porque o valor da Diferença do plano que tem mais servidor é maior, para cobrir os benefícios futuros de uma população maior. Da mesma forma, se existe um déficit, esse déficit será maior; se existe um superávit esse superávit também é maior.

**FIGURA 15 – Diferença e Diferença por servidor inicial no tempo para populações de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais, 1.000 simulações, população fechada.**



Continuação.



Fonte: Elaboração própria.

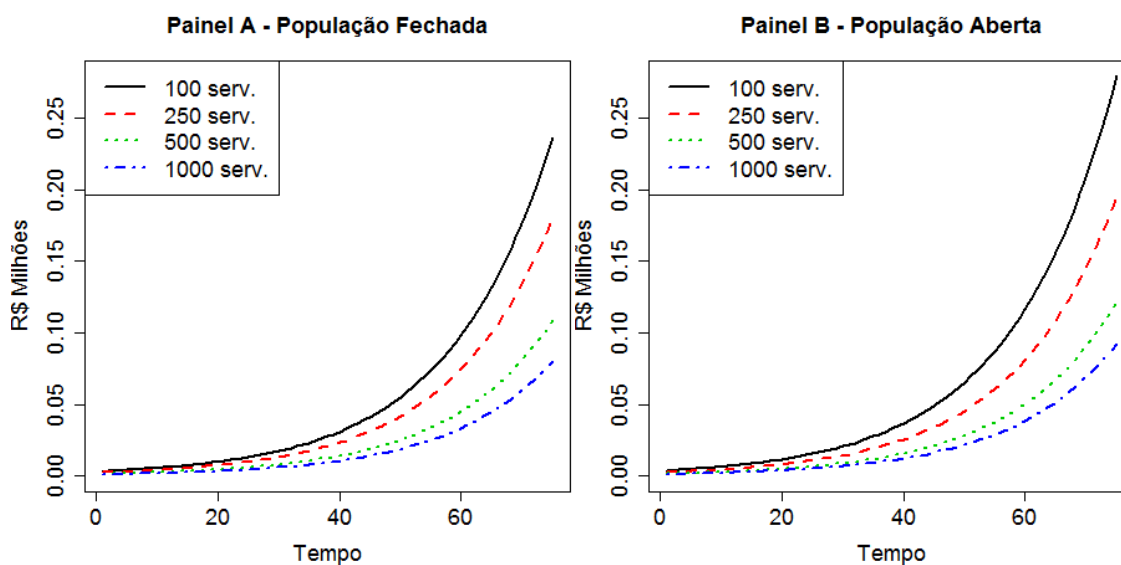
OLIVIERI.; PITACCO (2011) e OLIVIERI; PITACCO (2008) também analisam a solvência para diferentes tamanhos populacionais, se depararam com a mesma situação, e buscaram uma solução que permitisse comparar o efeito da variação proporcionada pelo tamanho da população sem o efeito de escala decorrente deste tamanho. Para analisar o risco marginal para diferentes tamanhos populacionais, OLIVIERI; PITACCO (2008) dividiram o valor do

Fundo pelo VPBF para a população estudada, eliminando o efeito do tamanho da população sobre a escala dos dados. Já OLIVIERI; PITACCO (2011) dividiram o número de mortes observado e o VPBF pelo tamanho inicial da população para analisar a variabilidade dessas medidas em tamanhos populacionais diferentes.

Neste trabalho, a exemplo de OLIVIERI e PITACCO (2011), a diferença a cada tempo e simulação foi padronizada dividindo-se seu valor pelo tamanho da população inicial de servidores. O mesmo procedimento foi adotado para as populações abertas e fechadas. O resultado para a população fechada pode ser observado no Painel B da Figura 15, que evidencia, já sem o efeito de escala do tamanho populacional, que quanto maior a população inicial de servidores, menor é a variância da Diferença por servidor ao longo do tempo.

Para cada uma das 1.000 simulações, em todos os tempos, foram calculados os desvios padrão da variável Diferença. A Figura 16 apresenta esses desvios padrões para as 1.000 simulações para populações fechadas e para populações abertas, nos painéis A e B, respectivamente. Como pode-se observar nos dois painéis, o desvio padrão da Diferença por servidor aumenta no tempo, mas é menor quando a população inicial é maior. Percebe-se, ainda, que o desvio padrão da população aberta é maior que o da população fechada para todos os tamanhos populacionais e em todos os tempos de simulação. Dos 20 aos 70 anos de simulação, por exemplo, o desvio padrão aumenta de R\$ 9.850,06 para R\$ 176.666,86 na população fechada e de R\$ 11.659,47 para R\$ 208.947,05 na população aberta com 100 servidores iniciais. Mas com 500 servidores iniciais esses valores são bem menores, indo de R\$ 4.532,184 para R\$ 80.967,59 na população fechada e de R\$ 5.044,715 para R\$ 90.281,62 na população aberta.

**FIGURA 16 – Desvio padrão da Diferença por servidor inicial para populações de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais, 1.000 simulações, população fechada.**



Fonte: Elaboração própria.

Percebe-se, ainda, pelo gráfico, que há uma diferença grande entre os desvios para as populações de 250 e o dobro dela (500 servidores), mas uma diferença pequena entre os das populações de 500 e seu dobro (1.000 servidores). Aos 60 anos de simulação, por exemplo, o desvio padrão da população fechada de 250 servidores iniciais é de R\$ 75.031,41, um valor 65% maior que o desvio padrão da população de 500 servidores iniciais (R\$ 45.215,07), a qual tem desvio padrão só 34% maior que o desvio para a população inicial de 1000 servidores (R\$ 33.544,65). Portanto, em populações pequenas, cada indivíduo a menos representa um aumento maior na variância da Diferença por servidor, ao contrário do que acontece em populações maiores, em que um único indivíduo tem um peso menor nessa medida.

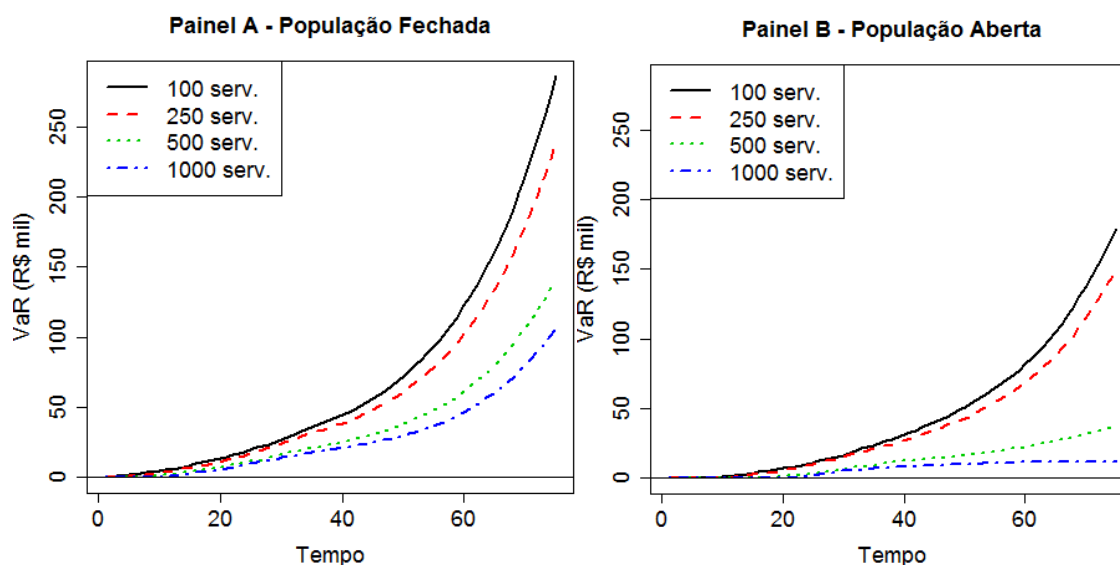
### 4.1.3 Medidas de solvência

Além do desvio padrão foram ainda analisadas outras medidas de solvência, baseadas em KAAS *et al.* (2008), assumindo-se sempre confiança de 90%. A primeira medida é o Conditional Value at Risk (CVaR), baseado no Valor at Risk (VaR). Para o risco  $S$ , o Valor at Risk (VaR) com nível de confiança  $p$  é definido como  $VaR[S; p] = F_S^{-1}(p) = \inf\{s : F_S(s) \geq p\}$ , ou seja,  $VaR[S; p]$  é o valor que deixa  $p\%$  dos valores de  $S$  abaixo dele, em probabilidade.

A Figura 17 apresenta o valor do VaR para as populações analisadas a cada tempo de simulação. Como mostram os gráficos, essas medidas aumentam com o tempo, mas são menores quanto maior for o tamanho da população tanto para as populações fechadas quanto para as abertas. Assim, pelo Painel A da Figura 17, tem-se que aos 60 anos de simulação é necessário ter mais de 122,4 mil reais por servidor inicial para cobrir 90% dos déficits de uma população fechada de 100 servidores iniciais; mas seriam necessários apenas 46,8 mil reais para cobrir 90% dos déficits de uma população inicial de 1.000 servidores após 60 anos. Para a população aberta, superavitária, em média, esses valores seriam menores. Aos 60 anos de simulação são necessários apenas 81,5 mil reais para cobrir 90% dos déficits de uma população aberta de 100 servidores iniciais; e menos de 11,5 mil reais se forem 1.000 servidores iniciais, conforme o Painel B da Figura 17.



**FIGURA 17 – VaR da Diferença por servidor no tempo para populações de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais, 1.000 simulações, população fechada e aberta.**



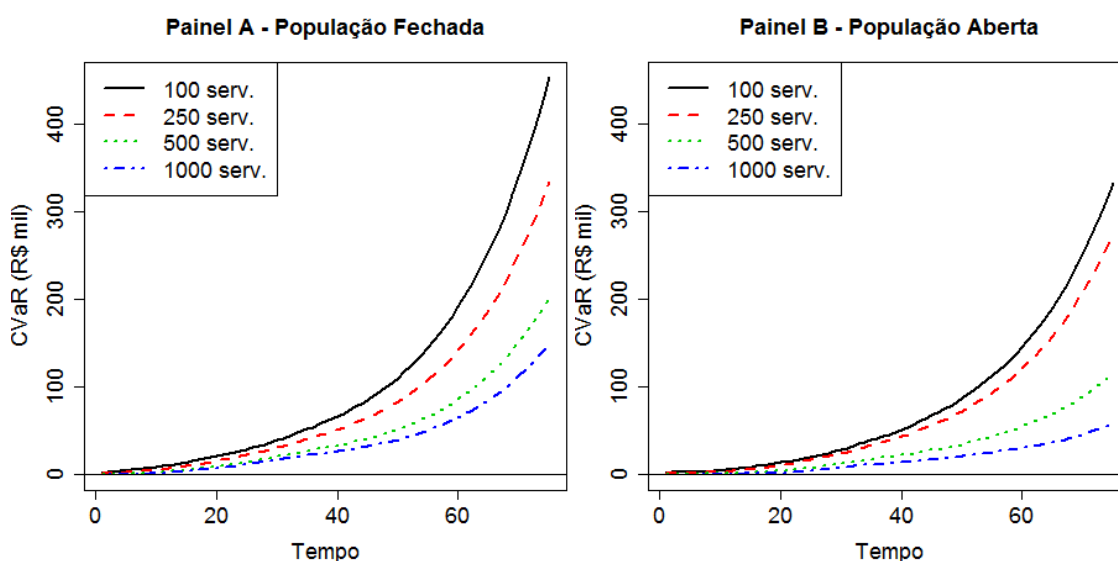
Fonte: Elaboração própria.

Já o CVaR representa a média da perda nos  $100(1-p)\%$  casos, que são os casos em que são observados valores de perda  $S$  superiores ao VaR, ou seja,  $CVaR[S; p] = E[S / S > VaR[S, p]]$ . Assim, quanto maior o valor de CVaR, mais arriscado é o investimento, pois maior é sua variância e, portanto, maior será a perda esperada.

A Figura 18 indica o CVaR para os diferentes tamanhos populacionais, representando em seus painéis A e B as populações fechadas e abertas, respectivamente. Pela figura, após 60 anos de simulação em uma população de 100 servidores iniciais de uma população fechada (Painel A) espera-se ter um déficit médio de 191,5 mil reais por segurado acima dos 122,4 mil reais por servidor que cobrem 90% dos déficits, valor que seria de apenas 65,0 mil reais em uma população de 1.000 servidores, analisando apenas as simulações em que há déficit. Na população aberta (Painel B) esses valores seriam menores: 145,3 mil reais para 100 servidores e 30,7 mil para 1.000 servidores iniciais.

Assim, como acontece no VaR, o CVaR aumenta com o tempo, mas são menores quanto maior for o tamanho da população tanto para as populações fechadas quanto para as abertas.

**FIGURA 18 – CVaR da Diferença por servidor no tempo para populações de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais, 1.000 simulações, população fechada e aberta.**



Fonte: Elaboração própria.

#### 4.1.4 Tempo até o primeiro déficit

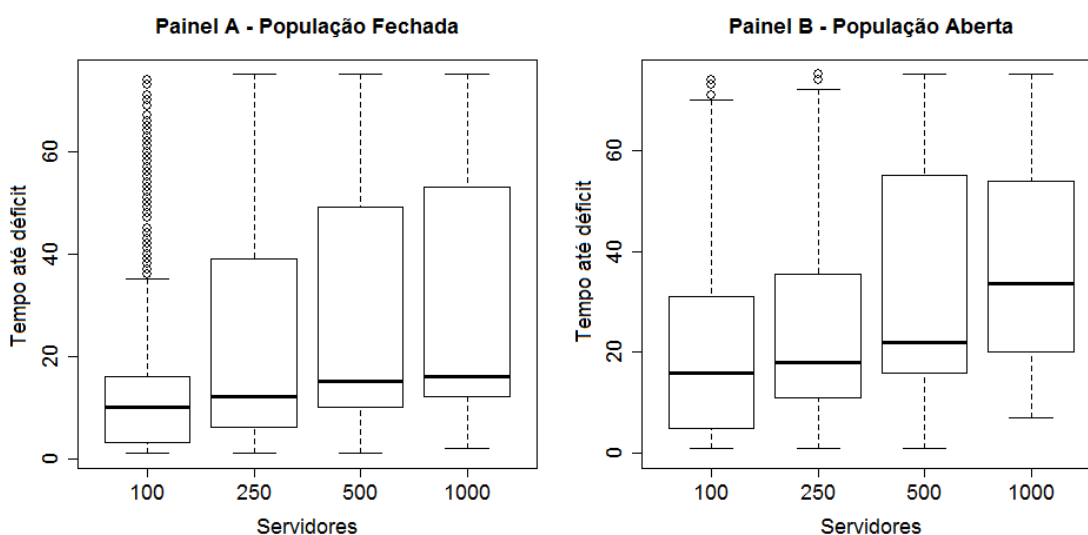
Contudo, não basta analisar o tamanho do déficit. É preciso analisar, também, quando ele ocorre. Portanto, nesta seção analisamos os tempos em que em cada simulação a variável Diferença tornou-se negativa.

Conforme a hipótese deste trabalho, espera-se que em populações menores a variabilidade das funções demográficas tenha peso maior na variabilidade do valor observado da Diferença por servidor. Dessa forma, espera-se que seja mais provável, para essas populações, observar probabilidades de déficits

maiores em tempos menores. Por outro lado, espera-se que quanto maior a população maior seja o tempo até o déficit.

A Figura 19 confirma a hipótese levantada ao apresentar a distribuição do tempo até o primeiro déficit para os diferentes tamanhos de população para as populações abertas e fechadas, nos painéis A e B, respectivamente. Como pode-se observar no gráfico, Diferenças negativas são observadas nos primeiros tempos da simulação para todos os tamanhos da população inicial do RPPS. Porém, o tempo mediano até o déficit, indicado pela linha mais grossa em cada boxplot, aumenta com o aumento da população do plano. Para a população aberta com 100 servidores iniciais, por exemplo, o tempo médio até o déficit foi de 16 anos, para a população de 250 servidores esse tempo foi maior, de 18 anos. As populações de 500 e de 1.000 servidores tiveram tempos médios ainda maiores, de 22 e 33,5 anos, respectivamente.

**FIGURA 19 – Distribuição do tempo até o déficit da Diferença para populações de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais, 1.000 simulações, população fechada e aberta.**



Fonte: Elaboração própria.

#### 4.1.5 Alíquota de risco demográfico

Uma boa alternativa para a diminuição da probabilidade de déficit é a existência de um capital inicial de Reserva, como sugerido por DEVOLDER (2011), ou seja, um fundo para riscos demográficos. Assim, após analisar como a variabilidade das funções demográficas pode afetar a solvência dos RPPS municipais, propôs-se a alíquota de risco demográfico (*ARD*), que equivale a uma alíquota adicional capaz de resguardar o plano do risco proveniente das variações das funções demográficas. Essa alíquota deve ser capaz de cobrir o déficit esperado no período de tempo de interesse com certa probabilidade.

Pode-se definir o déficit esperado (DE) após 75 anos para a Diferença D como

$$DE_{75} = \frac{-\sum_{k=1}^N D_{75,k} / D_{75,k} < 0}{N}, \text{ em que } N \text{ é o número de simulações (KAAS } et \text{ al.,}$$

2008). Ou seja, o DE é a soma de todos os déficits observados dividido pelo número de simulações em que foram observados tais déficits. Ressalta-se que DE se difere do CVaR, já que o CVaR é o déficit médio avaliado apenas entre os resultados em que houve déficit positivo, enquanto o DE é o déficit médio entre todas as simulações.

A ideia motivadora da *ARD* é que pode-se antecipar, hoje, o déficit esperado futuro, de forma que a *ARD* comece a amortizar essa perda desde a criação do plano. Portanto, é preciso estimar o valor presente do déficit esperado após 75 anos,  $VPDE_{t=75} = DE_{75} \cdot v^{75}$ .

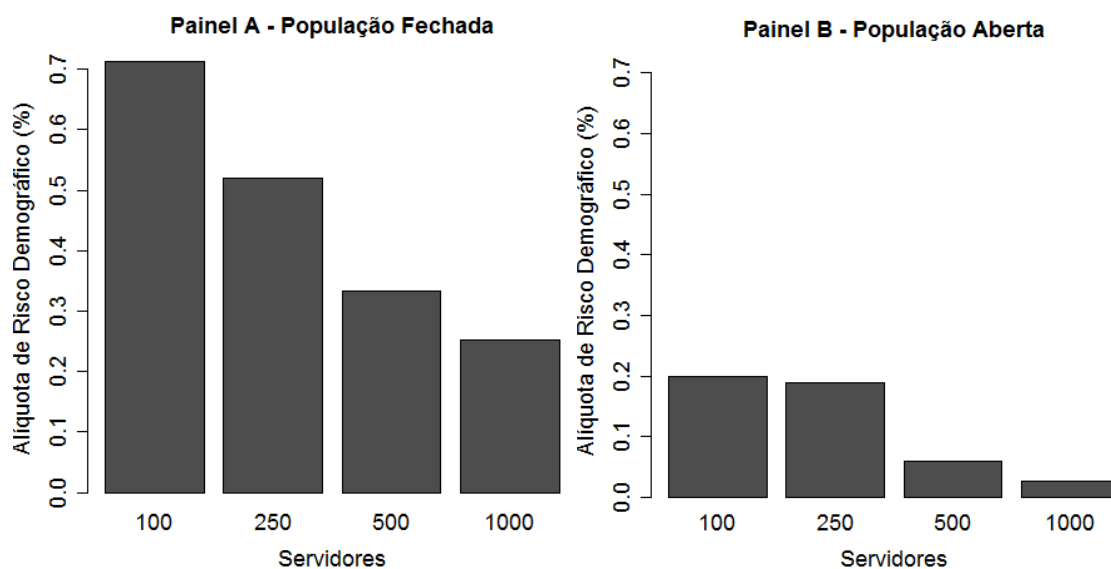
O *VPDE* será amortizado pelo pagamento de contribuições. Portanto, é necessário saber, ainda, o valor presente dos salários de contribuição futuros (*VPSCF*), definido como o valor médio dos *VPSCF* observados em cada simulação,

$$VPSCF = \frac{\sum_{k=1}^N VPSCF_k}{N}.$$

A ARD capaz de cobrir o VPDE, portanto, é dada por  $ARD = \frac{VPDE_{t=75}}{VPSCF}$ . Essa alíquota, se adicionada ao valor da alíquota de contribuição, tem a função de uma taxa de carregamento ou resseguro, amortizando o déficit esperado no decorrer do tempo.

Para as 1.000 simulações realizadas com os tamanhos diferentes de população, estimou-se uma ARD de 0,7% para a população fechada de 100 servidores iniciais; de 0,5% para a população de 250 servidores; de 0,33% para a de 500 servidores, e de 0,2% para a população de 1.000 servidores, conforme o Painel A da Figura 20. Na população aberta, como pode-se observar no Painel B da mesma figura, esses valores são de 0,20%, 0,19%, 0,06% e 0,03%, alíquotas bem menores que as necessárias para as populações fechadas em que não há reposição do número de ativos, já que a população aberta é superavitária, em média, após 75 anos de simulação. Como se pode observar por esses dados, a ARD tende a diminuir com o aumento do número de servidores inicial, tanto na população aberta quanto na fechada.

**FIGURA 20 – Alíquota de risco demográfico para populações de 100, 250, 500 e 1.000 servidores iniciais, 1.000 simulações, população fechada e aberta.**



Fonte: Elaboração própria.

Como evidenciam os resultados de todas as medidas analisadas, o risco de solvência aumenta com o tempo e é maior para tamanhos populacionais menores. Mas, embora o desvio padrão da Diferença por servidor da população aberta seja maior que da população fechada para cada tamanho populacional, o risco de solvência da população aberta é menor, resultando em uma alíquota de risco demográfico menor, já que em 75 anos de simulação os planos com população aberta são superavitários, em média, mantidas as mesmas alíquotas de contribuição da população fechada. Esses achados revelam que há risco demográfico de solvência tanto para a população aberta quanto para a fechada. Contudo, há menor risco na manutenção dos planos que na extinção dos mesmos.

## **4.2. Implicações de alterações das funções demográficas na solvência do RPPS**

Esta seção analisa o efeito na mudança de alguma premissa demográfica na variabilidade das funções do plano previdenciário, assumindo que essa mudança é conhecida desde o momento de estimação da alíquota de contribuição. Para tanto, as mesmas medidas analisadas na seção 4.1 são analisadas, porém, a cada novo modelo uma única premissa é alterada e as demais são mantidas constantes.

Em uma distribuição de Bernoulli, em que um único experimento é realizado, quanto mais próxima de meio a probabilidade de sucesso de um evento, maior a variância. Então, espera-se que, para um mesmo tamanho populacional, quanto maior a probabilidade de sucesso do evento, maior a variância observada. Contudo, OLIVIERI e PITACCO (2008, 2011), analisando seguros de vida, constataram que quanto menor o nível da mortalidade maior a variância, e, conseqüentemente, o risco de solvência, pois maior será também, o tempo de análise. Portanto, existe uma interação entre nível e variabilidade da função no tempo que pode não ser trivial e merece análise, principalmente no que refere às demais funções demográficas analisadas neste trabalho, já que OLIVIERI e PITACCO (2008, 2011) só analisaram o efeito da mortalidade, e no contexto de seguro de vida, e não de previdência.

Para essa análise é utilizado o mesmo processo de simulação apresentado na seção 3.3. Porém, a cada novo conjunto de simulações uma única premissa dentre as definidas na seção 3.2 será alterada em relação ao conjunto de funções inicialmente definido. As premissas adotadas a cada novo modelo, chamadas premissas alternativas, são apresentadas no Quadro 8.

**QUADRO 8 – Função padrão e alternativa da premissa demográfica adotada nas simulações para RPPS municipais.**

<b>Premissa</b>	<b>Padrão</b>	<b>Alternativa</b>
Morte	IBGE 2010	Japão 2009 F
Invalidez	Álvaro Vindas	Gomes 2008 F e Borges 2009 EM F
Prob. Ter Dependente	Modelo	Modelo menos 10%
Idade de entrada	Modelo (mínimo 18 anos)	Modelo (mínimo 30 anos)
Idade do cônjuge	Modelo	Idade do servidor
Idade do Filho	Modelo	Modelo menos 5 anos
Idade de aposentadoria	Constituição	Constituição + 1 ano

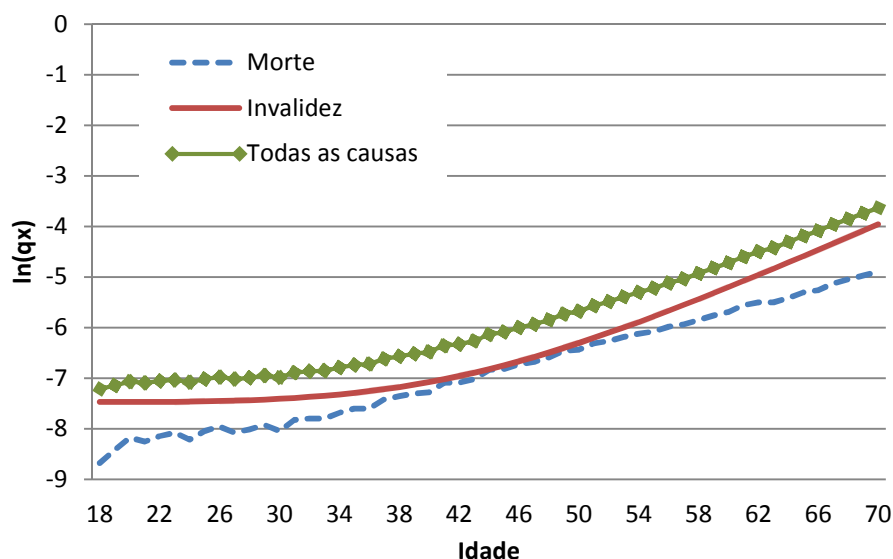
Fonte: Elaboração própria.

Primeiramente alterou-se a função de mortalidade buscando confirmar se o resultado observado por OLIVIERI e PITACCO (2008, 2011) se repete para a realidade dos RPPS municipais. Assim, além da tábua IBGE 2010 inicialmente adotada, realizou-se simulações com a tábua observada para a população feminina do Japão, uma das populações com maior esperança de vida no mundo.

Quando um novo nível de mortalidade é adotado, é necessário alterar tanto a probabilidade de morte quando apenas uma causa atua quanto a probabilidade quando morte e invalidez atuam conjuntamente. O Gráfico 38 mostra o logaritmo das probabilidades de saída por todas as causas, por morte pela tábua Japão 2009 F, e por invalidez em uma tabela de múltiplos decrementos. Nessa nova situação, para todas as idades até os 70 anos a probabilidade de entrada em invalidez é maior que a probabilidade de morte, ao contrário do que acontecia quando a tábua era a IBGE 2010 (Figura 10). Consequentemente, a probabilidade de saída por alguma causa também é menor, resultando em um maior percentual de indivíduos que saem da atividade por aposentadoria. Como a mortalidade é a mesma para homens e para mulheres, e o mesmo acontece para a tábua de entrada em invalidez, a tabela de múltiplos decrementos para homens e para mulheres é igual para os dois sexos.



**GRÁFICO 38 – Logaritmo da probabilidade de saída por cada causa e por todas as causas por idade na tabela de múltiplos decrementos, probabilidade de invalidez pela Álvaro Vindas e de mortalidade pela tábua Japão 2009 F.**



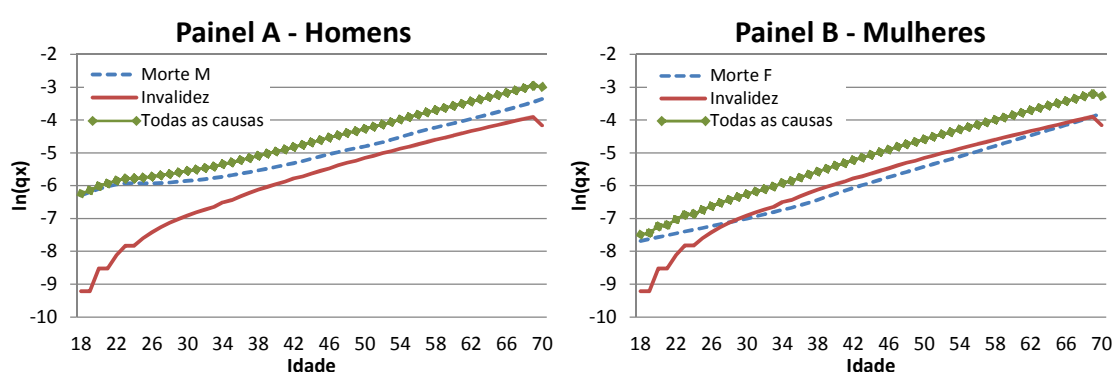
Fonte: Elaboração própria.

Após analisar os efeitos da mudança na mortalidade, analisou-se o efeito da mudança na tábua de invalidez, comparando-se os resultados observados usando a tábua Álvaro Vindas com os resultados utilizando as tábuas de Gomes (2008) e Borges (2009), elaboradas para trabalhadores vinculados ao RGPS e para os servidores federais civis, respectivamente, e que, por serem mais contemporâneas, tendem a representar melhor a probabilidade de entrada em invalidez dos servidores municipais.

Assumindo padrão de entrada em invalidez igual à tábua Borges 2009 EM F, mantendo-se a mortalidade pela IBGE 2010, tem-se que a probabilidade de entrada em invalidez para mulheres chega a ser maior que a probabilidade de morte nas idades entre 30 e 69 anos, embora para homens a probabilidade de saída por invalidez seja menor que a de morte para todas as idades, pela tabela de múltiplos decrementos. A Figura 21 apresenta o logaritmo da

probabilidade de saída por cada causa e por todas as causas por idade na tabela de múltiplos decrementos adotando-se, para a probabilidade de entrada em invalidez, a tábua elaborada por Borges (2008).

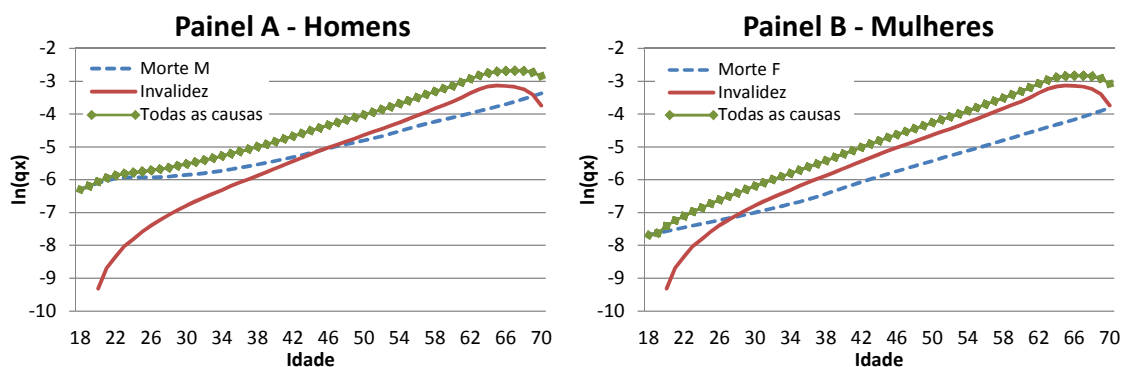
**FIGURA 21 – Logaritmo da probabilidade de saída por cada causa e por todas as causas por idade na tabela de múltiplos decrementos, probabilidade de invalidez pela Borges 2008 EM F e mortalidade pela IBGE 2010 F e IBGE 2010 M, Homens e Mulheres.**



Fonte: Elaboração própria.

Já quando a tabela de entrada em invalidez é a Gomes 2009 F, como a probabilidade de entrada em invalidez é maior, chega a ser maior até mesmo que a probabilidade de saída por morte para homens nas idades mais avançadas (a partir dos 46 anos), como mostra a Figura 22, que retrata o logaritmo de cada probabilidade na tabela de múltiplos decrementos para homens e para mulheres, em seus painéis A e B, respectivamente.

**FIGURA 22 – Logaritmo da probabilidade de saída por cada causa e por todas as causas por idade na tabela de múltiplos decrementos, probabilidade de invalidez pela Gomes 2009 F e mortalidade pela IBGE 2010 F e IBGE 2010 M, Homens e Mulheres.**



Fonte: Elaboração própria.

Quanto à idade de entrada simulou-se a situação de aumento da idade mínima de início de contribuição, passando de 18 para 30 anos. Essa situação procura refletir o aumento da escolarização dos servidores e o decorrente adiamento da entrada no mercado de trabalho (QUEIROZ, BERNARDO LANZA, 2007, 2008), que pode resultar, também, no aumento da idade de aposentadoria. Para tanto, a mesma função de estimação da idade de entrada no serviço público estimada na seção 3.1 foi utilizada; porém, sempre que estimada uma idade inferior a 30 anos, a idade de entrada foi arredondada para 30. Da mesma forma, na população inicial, considerou-se que todos os indivíduos com menos de 30 anos foram substituídos por outros, já com 30 anos, mas com as mesmas características de sexo e salários observadas inicialmente.

Outra mudança analisada simula a proposta de aumento da idade de aposentadoria, medida defendida diante do aumento da esperança de vida e do adiamento da entrada no trabalho formal (HOLZMANN; HINZ, 2005; TAFNER, 2007). Nesse exercício, o risco de solvência segundo as regras atuais seria comparado ao risco de solvência com a idade mínima de

aposentadoria aumentada em 1 ano em todos os tipos de aposentadoria, inclusive para aposentadoria compulsória, que passaria a se dar aos 71 anos.

Não obstante, as premissas sobre dependentes também foram alteradas. Primeiramente observa-se uma tendência em diminuição da diferença entre a idade dos cônjuges (PNAD, 2011). Portanto, simulou-se a situação de a idade do cônjuge ser a mesma idade do servidor falecido em contraposição à função inicialmente estimada. Outra tendência observada no Brasil é o adiamento da fecundidade, de forma que os filhos são cada vez mais novos em relação à idade dos pais (CENSO, 2010). Diante disso, contrapôs-se a situação atual à função da idade dos filhos rejuvenescida em 5 anos.

Quanto às funções de probabilidade de ter cônjuge e de ter filhos, há evidências de que a taxa anual de casamentos formais tem diminuído nas últimas décadas. Ela caiu de 10,6 em 1970 para 7,31 em 2010 nos Estados Unidos, e de 10 para 5,7 no mesmo período no Japão (ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT, 2010). Buscando representar as tendências da segunda transição demográfica, com aumento nas proporções de divórcio, adiamento e diminuição das taxas de casamento e diminuição da fecundidade, comparou-se o risco de solvência com as funções padrões inicialmente estimadas ao risco estimado com as probabilidades de ter cônjuge e de ter filhos a cada idade reduzidas em 10%.

Todas essas simulações contribuem para a melhor compreensão das tendências futuras do efeito da aleatoriedade e da relação entre nível das funções demográficas e solvência dos RPPS. Como o equilíbrio atuarial é afetado pela função demográfica adotada, recalculou-se a alíquota de contribuição em cada conjunto de simulação buscando a alíquota de equilíbrio, de forma a isolar o risco de aleatoriedade, objeto deste trabalho. Dessa forma, é possível saber qual seria o valor da alíquota de equilíbrio se modificada o nível da função demográfica, quantificando o efeito financeiro de mudança do valor médio da alíquota e separando-o do efeito da aleatoriedade.

Ao analisar modelos para cada tamanho populacional e conjunto de premissas demográficas com alíquotas de contribuição diferentes representa-se a existência de populações com uma função demográfica diferente, mas com tamanhos populacionais e algumas funções demográficas iguais. Além disso, com uma alíquota de contribuição para cada modelo garante-se que todos estão em equilíbrio atuarial, em média, de forma a isolar o efeito da aleatoriedade no Fundo e na Diferença do plano.

A cada análise o modelo padrão retrata a situação em que as premissas padrões definidas na seção 3.2 foram adotadas. Os demais modelos retratam situações em que uma das premissas demográficas foi alterada. Seguindo esse princípio, nesta seção analisou-se, primeiro, o efeito dessas alterações na alíquota de contribuição e, depois, o efeito da mudança da premissa nas medidas de solvência e variabilidade do plano.

#### **4.2.1 Alíquota de contribuição**

O cálculo da alíquota de contribuição é afetado diretamente pelas premissas atuariais adotadas. Portanto, ao mudar alguma premissa demográfica altera-se a alíquota de contribuição de equilíbrio para aquela população, ou, no caso deste trabalho, a alíquota de contribuição média adotada tanto para a população aberta quanto para a fechada. A Tabela 16 mostra os valores de alíquota de contribuição média estimadas para cada modelo e número de servidores iniciais. Quando as premissas adotadas são as premissas padrão, por exemplo, a alíquota de contribuição média deve ser de 26% para uma população inicial de 100 servidores, e de 25% para populações iniciais de 250, 500 e 1.000 servidores, tanto para a população aberta quanto para a fechada. Mas ao mudar uma das premissas do modelo, modifica-se o tempo de exposição aos riscos e os tempos de contribuição e de recebimento de benefício previstos pelo modelo, de forma que uma nova alíquota de contribuição é esperada para manter o equilíbrio atuarial em média. Ao se aumentar a idade de aposentadoria, por exemplo, aumenta-se o tempo de contribuição e diminui-se o tempo de recebimento de benefício dos indivíduos.

Com isso, é necessária uma alíquota de contribuição menor para manter o equilíbrio atuarial. Essa alíquota seria de 19% para 100 servidores iniciais, de 18% para 500 servidores iniciais e de 17% para 250 e para 1.000 servidores iniciais.

**TABELA 16 – Alíquota de contribuição por modelo para RPPS municipais para população fechada e aberta**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	0,26	0,25	0,25	0,25
Prob. Morte = Japão 2009 F	0,29	0,28	0,28	0,29
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	0,28	0,27	0,27	0,27
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	0,30	0,29	0,29	0,30
Prob. Ter Dep. 10% menor	0,24	0,24	0,25	0,25
Idade de entrada mínima = 30 anos	0,26	0,26	0,26	0,26
Idade cônjuge = Idade do servidor	0,25	0,25	0,25	0,25
Idade do filho 5 anos menor	0,26	0,25	0,25	0,25
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	0,19	0,17	0,18	0,17

Fonte: Elaboração própria.

Como mostra a tabela, a mudança da premissa que mais afeta a alíquota de contribuição é a idade de aposentadoria. Quando comparadas às alíquotas da situação padrão, o aumento de 1 ano na idade de aposentadoria significa uma redução de pelo menos 0,07 no valor da alíquota, o que representa uma queda de cerca de 26% no seu valor. Essa diminuição da alíquota se dá porque, com um ano a mais até a aposentadoria, todos os servidores devem contribuir por um ano a mais e receberão benefícios durante um ano a menos, reduzindo o valor necessário de contribuição a cada ano. Nota-se, contudo, que com a elevação de apenas um ano na idade de aposentadoria afetou-se mais a alíquota de contribuição que com a elevação da idade mínima de ingresso no serviço público de 18 para 30 anos (uma diferença de 12 anos). Com o aumento da idade de entrada e redução do tempo de contribuição dos servidores até a idade de aposentadoria, houve aumento da alíquota de

contribuição de, no máximo, 0,012, ou apenas 4,8 do valor da alíquota. Essa diferença de efeito na alíquota provavelmente se dá porque pela simulação a idade de aposentadoria foi adiada para todos, enquanto a idade de entrada foi adiada apenas para os que ingressavam antes dos 30 anos, mas muitos já ingressavam após essa idade.

Já as mudanças nas premissas de morte e invalidez, resultaram em alíquotas de contribuição maiores. Nas tábuas de invalidez Gomes 2008 e Borges 2009 as probabilidades de invalidez são maiores para grande parte das idades. Portanto, há antecipação do início do recebimento do benefício e a alíquota de contribuição precisa ser maior para manter o equilíbrio. Com a mortalidade acontece o oposto, pois a Tábua do Japão apresenta menor mortalidade que a do Brasil, indicando que os benefícios vão durar mais. Assim, também é necessária uma maior alíquota de contribuição para manter o equilíbrio.

Em contrapartida, mudanças na idade do filho e do cônjuge têm pouco efeito sobre a alíquota de contribuição, embora a diminuição da probabilidade de ter dependente diminua a alíquota de contribuição por implicar em um número menor de indivíduos recebendo benefícios. Com 100 servidores iniciais, por exemplo, a alíquota de contribuição é de 24,4% quando a probabilidade de ter dependente é 10% menor, quando era de 25,7% assumindo a probabilidade de ter cônjuge padrão.

#### **4.2.2 Desvio padrão da Diferença por servidor em relação a padrão**

Apesar das alíquotas de contribuição diferentes, todos os modelos simulados nesta seção refletem a situação de equilíbrio atuarial na média das simulações quando analisada a Diferença por servidor. Contudo, há variação em torno

desta média, a qual pode ser medida pelo desvio padrão da Diferença por servidor<sup>2</sup>.

Para elucidar como o desvio padrão de cada modelo se altera em relação ao desvio padrão do modelo padrão, a Tabela 17 apresenta a razão entre esses dois valores para cada modelo simulado, utilizando, como base, o tempo  $t=75$ , que é quando se observam os maiores desvios das Diferenças, para a população fechada, enquanto a Tabela 18 o faz para a população aberta.

**TABELA 17 – Desvio padrão da Diferença por servidor do modelo para RPPS municipais sobre desvio padrão do modelo padrão, população fechada**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	1,00	1,00	1,00	1,00
Prob. Morte = Japão 2009 F	0,70	0,70	0,81	0,70
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	1,35	0,98	1,21	1,17
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	1,39	1,24	1,29	1,36
Prob. Ter Dep. 10% menor	1,02	0,82	1,00	0,95
Idade de entrada mínima = 30 anos	1,14	0,87	1,01	0,93
Idade cônjuge = Idade do servidor	0,96	0,79	0,96	0,94
Idade do filho 5 anos menor	1,09	0,89	0,99	1,00
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	1,16	1,15	1,13	1,02

Fonte: Elaboração própria.

Pode-se observar que a diminuição da mortalidade resulta em uma diminuição do desvio padrão da Diferença por servidor, de forma que o desvio padrão na população aberta com 100 servidores iniciais com a tábua japonesa representa apenas 67% do valor do desvio utilizando a mortalidade brasileira; enquanto aumento na invalidez, pelas tábuas Borges (2009) e Gomes (2008), resultam

<sup>2</sup> As relações existentes entre os desvios padrões das diferenças são as mesmas observadas entre os desvios padrões dos fundos.



em aumento do desvio padrão tanto na população aberta quanto na fechada, chegando esse aumento a 40% na população aberta quando utilizada a tábua Gomes 2008. Uma provável explicação está no fato de, com o aumento da probabilidade de entrada em invalidez, interrompe-se, com maior probabilidade, a sequência de pagamentos de contribuições, causando maior variabilidade dos pagamentos do plano. Por outro lado, com uma maior sobrevivência, a interrupções das contribuições é mais rara, um percentual maior de servidores chegará à aposentadoria, função que não depende de nenhum tipo de aleatoriedade, e todos morrerão em idades mais próximas nas diferentes simulações, resultando, portanto, em menores níveis de variabilidade.

**TABELA 18 – Desvio padrão da Diferença por servidor do modelo para RPPS municipais sobre desvio padrão do modelo padrão, população aberta**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	1,00	1,00	1,00	1,00
Prob. Morte = Japão 2009 F	0,67	0,73	0,80	0,67
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	1,32	1,06	1,27	1,17
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	1,40	1,33	1,40	1,40
Prob. Ter Dep. 10% menor	1,00	0,87	1,03	0,95
Idade de entrada mínima = 30 anos	1,05	0,94	1,05	0,95
Idade cônjuge = Idade do servidor	0,97	0,89	0,98	0,95
Idade do filho 5 anos menor	1,04	0,91	1,02	1,02
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	1,11	1,17	1,13	0,99

Fonte: Elaboração própria.

O aumento da idade de aposentadoria também aumenta desvio padrão da Diferença por servidor em relação ao desvio padrão da Diferença por servidor do modelo padrão (apesar de na população aberta com 1.000 servidores iniciais se observar uma pequena diminuição do desvio padrão em relação ao modelo padrão). Uma possível explicação talvez possa estar relacionada ao maior tempo que indivíduos estão expostos ao risco de interromper as

contribuições em momentos diferentes a cada simulação, causando maior variabilidade.

Por outro lado, ao se igualar a idade do cônjuge à idade do servidor observou-se uma diminuição do desvio padrão da Diferença por servidor em relação ao desvio padrão da Diferença por servidor observado no modelo padrão, tanto na população aberta quanto na fechada e para todos os tamanhos populacionais. Com a mudança dessa premissa o desvio da Diferença por servidor passa a ser apenas 79% do desvio observado no modelo padrão para a população fechada de 250 servidores, e 0,89% do desvio do modelo padrão para a população aberta de mesmo tamanho. Nesse caso, a diminuição do desvio se deve à anulação do caráter aleatório desta função, que deixa de variar em torno de uma idade média dada a idade e o sexo do servidor, e passa a ser fixa para servidores com mesma idade.

Já as mudanças demais premissas, de idade de entrada, idade do filho e do cônjuge, e probabilidade de ter dependentes, não afetam sistematicamente o desvio padrão observado nas simulações, apresentando desvios ora maior e ora menor que o padrão, dependendo do tamanho populacional, de forma que não é possível concluir sobre sua relação com a variabilidade dos dados com apenas 1.000 simulações. Ao modificar a idade dos filhos deixando-os 5 anos mais novos, por exemplo, na população aberta com 100 servidores iniciais tem 104% o desvio padrão do modelo padrão, indicando aumento do desvio com adiamento da fecundidade, mas com 250 servidores o efeito é oposto, já que o desvio padrão mudando a mesma premissa é 91% o desvio do modelo padrão.

#### **4.2.3 Tempo até o déficit**

Apesar do desvio padrão da Diferença observado nas simulações, o efeito deste desvio no déficit do plano pode se dar em momentos diferentes do

tempo. Nesse sentido, simulou-se o tempo médio<sup>3</sup> nas 1.000 simulações até o primeiro déficit da Diferença por servidor para uma população fechada e aberta, respectivamente, cujos valores são apresentados na Tabela 19 e na Tabela 20. Essa medida retrata o momento do déficit atuarial do plano. Ao contrário do observado em outras funções, há muita diferença no sentido dos resultados da população aberta e fechada no que se referem a mudança no tempo médio até o déficit quando alteradas as premissas demográficas. Ressalta-se que os valores faltantes simbolizam situações em que não houve déficit durante os 75 anos analisados.

Na população fechada, representada na Tabela 19, o aumento de um ano na idade de aposentadoria faz com que o tempo médio até o déficit se reduza em até 6,38 anos, no caso de 500 servidores iniciais, enquanto o aumento na idade de entrada faz com que o tempo médio aumente e, até 4,28 anos, no caso de 100 servidores iniciais. Mas, apesar de terem efeitos contrários, o tempo médio até o déficit tende a aumentar com o aumento do tamanho da população inicial nesses dois modelos, assim como acontece no modelo padrão, aumentando de 12,27 para 26,04 anos ao se passar de uma população inicial de 100 para uma de 1.000 servidores iniciais no modelo alternativo. Contudo, ao modificar as premissas de mortalidade e de invalidez o tempo médio até o déficit se torna maior que o tempo observado no modelo padrão, contudo, esse tempo passa a diminuir com o aumento da população, ao contrário do que acontece nos demais modelos, caindo de 40,38 em uma população inicial de 100 servidores para 33,31 em uma população inicial de 1.000 servidores no modelo alternativo para a mortalidade.

---

<sup>3</sup> A análise do tempo médio tem sentido e interpretação similar à análise do tempo mediano, mudando apenas a magnitude dos valores entre uma análise e outra.

**TABELA 19 – Tempo médio até primeiro déficit atuarial da Diferença por servidor nos RPPS municipais, população fechada**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	17,88	21,48	27,54	30,22
Prob. Morte = Japão 2009 F	40,38	38,57	35,45	33,31
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	40,64	40,54	38,41	36,20
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	39,72	38,75	38,24	37,00
Prob. Ter Dep. 10% menor	16,67	24,05	27,01	29,43
Idade de entrada mínima = 30 anos	22,16	25,52	29,34	30,44
Idade cônjuge = Idade do servidor	17,68	22,64	27,56	29,00
Idade do filho 5 anos menor	18,63	22,24	27,33	28,99
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	12,27	16,14	21,15	26,04

Fonte: Elaboração própria.

Já na população aberta, cujos resultados constam na Tabela 20, em que há superávit atuarial nos últimos tempos de simulação, a não ser para o aumento da idade de aposentadoria, o tempo médio até o déficit aumenta com o tamanho da população inicial, sendo esse aumento mais expressivo no modelo que diminui a mortalidade. Enquanto na população padrão o déficit acontece em média após 30 anos quando a população é de 1.000 servidores iniciais, ele não chega a acontecer se a mortalidade observada for como a do Japão Feminina em 2009.

**TABELA 20 – Tempo médio até primeiro déficit atuarial da Diferença por servidor nos RPPS municipais, população aberta**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	21,08	23,99	33,45	36,98
Prob. Morte = Japão 2009 F	31,07	38,02	56,67	NO
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	17,32	18,87	31,52	30,39
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	17,04	21,04	26,37	35,49
Prob. Ter Dep. 10% menor	17,54	27,87	29,41	38,16
Idade de entrada mínima = 30 anos	22,35	27,67	38,42	44,26
Idade cônjuge = Idade do servidor	19,79	19,71	23,36	36,86
Idade do filho 5 anos menor	20,82	26,88	23,60	33,17
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	10,94	8,85	7,41	6,54

NO: Não se observou déficit.

Fonte: Elaboração própria.

Apesar das evidências de risco de solvência apresentados pelo tempo até o déficit atuarial, a análise do risco de solvência foi complementada pela verificação do tempo até o déficit financeiro, evidenciado pelo Fundo negativo. Dessa forma, enquanto o tempo até o déficit atuarial indica o tempo até o qual verificou-se alguma evidência de comprometimento futuro da solvência do plano, o déficit financeiro indica o tempo de comprometimento real com a incapacidade de pagamento, já que o valor do Fundo passa a ser negativo. A Tabela 21 e a Tabela 22 apresentam o tempo de simulação em que ocorreu o primeiro déficit financeiro nas 1.000 simulações para as populações fechadas e abertas, respectivamente.

**TABELA 21 – Tempo até o primeiro déficit financeiro do Fundo nos RPPS municipais, população fechada**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	32	38	43	47
Prob. Morte = Japão 2009 F	40	41	48	53
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	28	36	40	45
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	33	33	41	41
Prob. Ter Dep. 10% menor	34	39	43	47
Idade de entrada mínima = 30 anos	34	37	42	45
Idade cônjuge = Idade do servidor	33	40	41	46
Idade do filho 5 anos menor	36	37	43	45
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	30	33	40	45

Fonte: Elaboração própria.

**TABELA 22 – Tempo até o primeiro déficit financeiro do Fundo nos RPPS municipais, população aberta**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	52	55	68	NO
Prob. Morte = Japão 2009 F	61	70	NO	NO
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	43	53	66	70
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	41	51	61	70
Prob. Ter Dep. 10% menor	50	60	63	72
Idade de entrada mínima = 30 anos	50	61	71	NO
Idade cônjuge = Idade do servidor	49	57	65	NO
Idade do filho 5 anos menor	49	59	64	72
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	39	39	53	59

NO: Não se observou déficit.

Fonte: Elaboração própria.

Como se observa pelas tabelas, mudanças na invalidez e na mortalidade agem de formas contrárias. Enquanto ao adotar a tábua de invalidez Borges 2009 houve diminuição de 9 anos no tempo até se observar o primeiro déficit em uma população aberta com 100 servidores iniciais, a diminuição da mortalidade para a tábua Japão F 2009 aumentou esse tempo mínimo nos mesmos 9 anos.

O aumento da idade de aposentadoria também afetou o tempo até o primeiro déficit, diminuindo-o tanto na população aberta quanto na fechada, embora mais intensa nas primeiras. Em populações abertas com 100, 250 e 500 servidores iniciais a queda no tempo até o primeiro déficit foi de 13, 16 e 15 anos, respectivamente. Já na população de 1.000 servidores iniciais, que com as premissas padrões não observava déficit em nenhuma das simulações, com o aumento da idade de aposentadoria passou a ter déficit após os 59 de simulação, indicando aumento do risco de solvência, refletindo o aumento do desvio padrão.

Contudo, modificando as outras premissas não foi possível observar um comportamento claro do tempo até o primeiro déficit em relação ao tempo observado no modelo padrão nem para a população fechada nem para a aberta. De toda forma, enquanto o déficit atuarial aparece logo nos primeiros anos de simulação, a possibilidade de déficit financeiro só aparece após 30 anos de simulação iniciais na situação de diminuição da idade de aposentadoria, e após 40 anos no caso de diminuição da mortalidade para a população fechada com 100 servidores iniciais, a mais susceptível a esse tipo de déficit.

#### **4.2.4 CVaR da Diferença por servidor em relação à padrão**

O CVaR com 90% de confiança informa qual o valor médio dos 10% maiores déficits observados. A Tabela 23 e a Tabela 24 apresentam a razão entre o CVaR da Diferença por servidor com 90% de confiança para as populações fechadas e abertas, respectivamente, para os diferentes modelos mudando uma das funções demográficas, em relação ao CVaR do modelo padrão, com as premissas definidas na seção 3.2, tomando como base o tempo de simulação  $t=75$  anos.

Para as populações fechadas, como mostra a Tabela 23, a diminuição da mortalidade e a igualação da idade dos cônjuges diminuem o valor dos déficits médios extremos (acima de 90% dos déficits), fazendo com que o CVaR aos

75 anos seja menor que o da padrão para todos os tamanhos de população analisados, embora as mudanças na invalidez afetem o CVaR no sentido apostado. Ao mudar a mortalidade, o CVaR para a população com 100 servidores iniciais, por exemplo, é apenas 71% do CVaR do modelo padrão. Esse resultado é coerente com o aumento do desvio padrão com a mudança da invalidez e a diminuição do desvio padrão com a mudança na mortalidade e na idade dos cônjuges.

**TABELA 23 – CVaR nos RPPS municipais em relação ao CVaR padrão, população fechada**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	1,00	1,00	1,00	1,00
Prob. Morte = Japão 2009 F	0,71	0,74	0,82	0,71
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	1,37	1,02	1,22	1,12
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	1,31	1,23	1,23	1,31
Prob. Ter Dep. 10% menor	1,02	0,86	1,00	0,90
Idade de entrada mínima = 30 anos	1,21	0,90	1,04	0,87
Idade cônjuge = Idade do servidor	0,96	0,77	0,94	0,92
Idade do filho 5 anos menor	1,08	0,89	0,98	1,00
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	1,12	1,23	1,11	1,00

Fonte: Elaboração própria.

Ainda refletindo o observado em relação ao desvio padrão, mudanças nas probabilidades de ter dependentes, idade de entrada e idade do filho causaram ora aumento e ora diminuição no valor do CVaR, não permitindo concluir sobre seus efeitos nesta variável. Já o modelo em que a idade de aposentadoria é elevada em um ano, embora apresente desvio padrão da Diferença por servidor maior que o da padrão para todos os tamanhos populacionais, observou menor CVaR para a população fechada com 1.000 servidores iniciais.

Com a população aberta, como demonstrado na Tabela 24, o comportamento do CVaR em relação ao CVaR do modelo padrão apresentou algumas diferenças em relação ao que acontece com a população fechada. As



principais diferenças acontecem com a mudança das premissas sobre idade do cônjuge e da aposentadoria. Enquanto na população fechada igualar a idade dos cônjuges fez com que houvesse diminuição do CVaR de até 23% na população de 250 servidores iniciais, na população aberta observou-se aumento desta medida, chegando esse aumento a 94% do valor para população com 500 servidores iniciais.

Em relação a mudanças na idade de aposentadoria as diferenças entre os modelos com populações abertas e fechadas são ainda maiores. Enquanto na população fechada observou-se tendência de diminuição do CVaR com o tamanho da população, na população aberta houve aumento, de forma que o CVaR da população aberta com 1.000 servidores iniciais chegou a 5,92 vezes o CVaR do modelo padrão para esse tamanho populacional. Ou seja, enquanto na população fechada observou-se diminuição do risco de solvência e

do capital necessário para cobrir esse risco, na população aberta houve aumento do risco de solvência com o aumento da idade de aposentadoria, apesar dos dois modelos adotarem a mesma alíquota de contribuição. Ressalta-se, contudo, que o valor monetário do CVaR diminui com o tamanho populacional tanto na população aberta quanto na fechada, mesmo que a relação deste valor com o valor do modelo padrão aumente.

**TABELA 24 – CVaR nos RPPS municipais em relação ao CVaR padrão, população aberta**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	1,00	1,00	1,00	1,00
Prob. Morte = Japão 2009 F	0,32	0,27	NO	NO
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	1,60	1,23	0,92	2,31
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	1,03	1,21	1,93	1,31
Prob. Ter Dep. 10% menor	1,29	0,68	1,34	1,10
Idade de entrada mínima = 30 anos	1,08	0,73	0,57	0,61
Idade cônjuge = Idade do servidor	1,03	1,21	1,94	1,36
Idade do filho 5 anos menor	0,96	0,65	1,94	1,97
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	1,71	2,36	3,85	5,92

NO: Não se observou déficit.

Fonte: Elaboração própria.

#### 4.2.5 Alíquota de risco demográfico para a Diferença

Enquanto a análise do tempo até o déficit tem a ver com o risco no tempo e a análise do CVaR se relaciona com o tamanho do déficit, a análise da ARD indica o peso da diluição do risco demográfico acumulado no tempo  $t=75$  para os servidores iniciais do plano. Essa alíquota é apresentada na Tabela 25 e na Tabela 26 para as populações fechadas e abertas, respectivamente, para cada um dos modelos alterando alguma premissa atuarial.

Pode-se observar, pela Tabela 25, que na população fechada a diminuição da mortalidade diminui o risco demográfico, enquanto as mudanças na invalidez o aumentam, refletindo o que acontece com o desvio padrão da Diferença nesses modelos. Com 100 servidores iniciais, por exemplo, enquanto a ARD do modelo padrão é de 0,71%, ao diminuir a mortalidade essa alíquota vai para 0,52%, uma queda de 26% em seu valor. Por outro lado, o aumento da invalidez para a tábua Borges 2009 eleva a ARD para 1,01%, 41% maior, que a alíquota do modelo padrão. O efeito da mudança nas demais premissas não é constante.

**TABELA 25 – Alíquota de risco demográfico para RPPS municipais, população fechada**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	0,71%	0,52%	0,33%	0,25%
Prob. Morte = Japão 2009 F	0,52%	0,37%	0,26%	0,18%
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	1,01%	0,56%	0,42%	0,31%
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	0,98%	0,65%	0,46%	0,36%
Prob. Ter Dep. 10% menor	0,77%	0,44%	0,34%	0,25%
Idade de entrada mínima = 30 anos	0,80%	0,51%	0,35%	0,25%
Idade cônjuge = Idade do servidor	0,74%	0,46%	0,34%	0,24%
Idade do filho 5 anos menor	0,76%	0,49%	0,33%	0,25%
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	0,86%	0,60%	0,37%	0,25%

Fonte: Elaboração própria.

Na população aberta, representada na Tabela 26, a queda da mortalidade também indica uma diminuição do risco demográfico, mas mudanças na invalidez não têm um efeito evidente em relação à padrão. No modelo em que a tábua de invalidez adotada é a Gomes 2008, em detrimento da Álvaro Vindas, para uma população inicial de 100 servidores a ARD diminui de 0,20% para 0,17%, mas com 250 servidores já se eleva de 0,19% para 0,22%, não mantendo, sequer, a relação de quanto menor a população, maior a ARD, como acontece para os demais modelos. Podem ser várias as razões para essa incoerência. Uma provável explicação pode estar relacionada à pequenez dos valores, bem menores que os observados para a população fechada, e que, portanto, podem ser afetados por quaisquer pequenas modificações aleatórias, o que explicaria essa inconsistência também para os demais modelos.

**TABELA 26 – Alíquota de risco demográfico para RPPS municipais, população aberta.**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	0,20%	0,19%	0,06%	0,03%
Prob. Morte = Japão 2009 F	0,03%	0,01%	0,00%	0,00%
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	0,38%	0,26%	0,05%	0,09%
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	0,17%	0,22%	0,16%	0,04%
Prob. Ter Dep. 10% menor	0,33%	0,10%	0,10%	0,03%
Idade de entrada mínima = 30 anos	0,20%	0,11%	0,02%	0,00%
Idade cônjuge = Idade do servidor	0,23%	0,35%	0,25%	0,04%
Idade do filho 5 anos menor	0,17%	0,10%	0,23%	0,08%
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	0,54%	1,05%	0,93%	0,82%

Fonte: Elaboração própria.

Chama-se a atenção, contudo, para o modelo em que se altera a idade de aposentadoria, o qual apresentou, para todos os tamanhos populacionais, alíquotas de risco demográfico superiores à alíquota do modelo padrão, relação que aumenta com o tamanho da população e acompanha o observado em relação ao CVaR desses modelos. Para 250 servidores iniciais, por exemplo, a ARD era de 0,19% na padrão e de 1,05% no modelo com adiamento da idade de aposentadoria, uma variação de 1,36%. Para uma população de 1.000 servidores esses valores foram de 0,03% e 0,82%, um aumento de 4,92% em relação ao modelo padrão.

#### 4.2.6 Resumindo

Após analisar detalhadamente o efeito da mudança das premissas demográficas em algumas medidas de solvência de planos previdenciários para cada tamanho populacional, a Tabela 27 mostra, para as populações fechadas e abertas, respectivamente, a relação entre os resultados observados nas simulações com a mudança da premissa em relação ao resultado observado na situação padrão para todos os tamanhos populacionais

analisados. O sinal de (+) significa que com aquela premissa foi observado valores maiores que o observado na premissa padrão para todas as populações analisadas; o sinal de (-) significa que foram observados valores menores que na padrão; e o (0) indica que os resultados foram ora maior e ora menor que a padrão, não permitindo nenhuma conclusão sobre o efeito da mudança dessa premissa no risco de solvência.

**TABELA 27 – Sentido do desvio padrão, do tempo até o déficit atuarial, do CVaR e da alíquota de risco demográfico em relação ao modelo padrão para RPPS municipais quando a alíquota de contribuição considera a mudança da premissa demográfica no novo modelo**

Premissa	Fechada				Aberta			
	DP	TD	CVaR	ARD	DP	TD	CVaR	ARD
Prob. Morte = Japão 2009 F	-	+	-	-	-	+	-	-
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	+	+	+	+	+	+	0	0
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	+	+	+	+	+	-	+	+
Prob. Ter Dep. 10% menor	0	0	0	0	0	0	0	0
Idade de entrada mínima = 30 anos	0	+	0	0	0	-	0	0
Idade cônjuge = Idade do servidor	-	0	-	0	-	+	+	+
Idade do filho 5 anos menor	0	0	0	0	0	0	0	0
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	+	-	0	0	0	-	+	+

DP = Desvio Padrão; TD = Tempo até o déficit, CVaR = Conditional Value at Risk; ARD = Alíquota de Risco Demográfico.

Fonte: Elaboração própria.

Para a população fechada, como mostra a Tabela 27, as medidas de solvência se modificaram no mesmo sentido para todos os tamanhos populacionais para mudanças na mortalidade e na invalidez em relação a todas as medidas analisadas neste trabalho, embora o mesmo não se possa dizer sobre os demais modelos, que tiveram, comportamentos distintos para tamanhos populacionais diferentes em ao menos uma das medidas analisadas. Já para a população aberta os resultados foram no mesmo sentido para modelos com a mudança na mortalidade, na invalidez pela tábua Gomes 2008, e na idade do cônjuge. Nota-se, contudo, a aparente contradição do efeito da mudança da

invalidez no tempo médio até o déficit da Diferença, que aumenta em relação ao observado no modelo padrão na população fechada, mas diminui em relação ao padrão na população aberta. Mas essa aparente contradição se desfaz ao se analisar o tempo até o primeiro déficit do Fundo, que aumenta para esses dois tipos de população.

Sobre os modelos que mantiveram um padrão de comportamento quando alterada alguma premissa, pode-se afirmar que a diminuição da mortalidade diminui o risco de aleatoriedade, pois diminui o desvio padrão das Diferenças por servidores observadas, aumenta o tempo médio até algum déficit, diminui o valor médio dos déficits extremos (CVaR) e diminui o valor necessários de ARD necessário para cobrir déficits provenientes de aleatoriedades demográficas.

Em relação à invalidez, quando se eleva sua probabilidade, seja com a tábua Gomes 2008 ou Borges 2009, o risco de solvência aumenta, carecendo de uma ARD maior, mesmo com a diminuição do tempo médio até o déficit observado na população aberta.

Quanto ao modelo que iguala a idade dos cônjuges, cujas medidas de solvência se modificaram no mesmo sentido para a população aberta, embora o desvio padrão observado seja menor que o do modelo padrão e o tempo médio até o déficit tenha sido maior que o da padrão, o aumento do CVaR com 90% de confiança resultou em alíquotas de risco demográfico maiores, indicando que é mais caro diluir o risco demográfico no tempo neste modelo que no modelo padrão.

### **4.3. Risco de aleatoriedade e risco sistêmico nos RPPS frente a alterações das funções demográficas**

Nesta seção, como na anterior, simulou-se a mudança de função demográfica em relação às funções definidas como padrão, conforme o Quadro 8. Porém, enquanto na seção 4.2 estimou-se um novo valor de alíquota de equilíbrio para

cada mudança de premissa demográfica, nesta seção a mesma alíquota estimada para o modelo padrão foi adotada para todos os modelos.

Por essa metodologia representa-se a situação em que as funções observadas na população são diferentes das adotadas como premissas atuariais no cálculo da alíquota de contribuição. O motivo dessa diferença pode ser erro de estimação de premissa ou mudança das funções da população posterior ao cálculo da alíquota. Assim, mistura-se o erro sistêmico ao erro de aleatoriedade.

Nessa situação não há diferença da variância observada em relação à variância da Reserva recalculando-se as alíquotas, pois ela depende da mudança dos estados, e não da alíquota. Porém a solvência dos planos é afetada pelo erro de estimação da premissa, além do erro demográfico, o que justifica a análise das medidas de solvência.

#### **4.3.1 Tempo até o déficit**

Primeiramente analisou-se a mudança no tempo médio até o déficit atuarial, marcado pelo valor negativo da Diferença, em cada modelo. Os valores são apresentados na Tabela 28 para a população fechada, e na tabela 29 para a população aberta.

**TABELA 28 – Tempo médio até primeiro déficit atuarial da Diferença por servidor nos RPPS municipais, população fechada**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	17,88	21,48	27,54	30,22
Prob. Morte = Japão 2009 F	1,77	1,44	1,01	1,00
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	8,24	6,76	3,44	4,49
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	2,56	1,45	1,14	1,01
Prob. Ter Dep. 10% menor	56,41	50,29	38,59	54,91
Idade de entrada mínima = 30 anos	21,99	12,74	11,98	12,22
Idade cônjuge = Idade do servidor	21,27	25,43	28,21	32,04
Idade do filho 5 anos menor	16,64	18,47	21,32	31,66
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	22,62	62,50	NO	NO

NO: Não se observou déficit.

Fonte: Elaboração própria.

**TABELA 29 – Tempo médio até primeiro déficit atuarial da Diferença por servidor nos RPPS municipais, população aberta**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	21,08	23,99	33,45	36,98
Prob. Morte = Japão 2009 F	3,04	3,40	2,24	1,27
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	7,98	4,00	4,45	2,99
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	2,65	1,11	1,00	1,00
Prob. Ter Dep. 10% menor	23,10	31,86	28,31	45,81
Idade de entrada mínima = 30 anos	22,97	16,86	24,23	26,42
Idade cônjuge = Idade do servidor	22,86	21,43	24,75	39,38
Idade do filho 5 anos menor	19,60	24,27	17,21	36,10
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	66,00	NO	NO	NO

NO: Não se observou déficit.

Fonte: Elaboração própria.

Como mostram as tabelas, as mudanças na mortalidade e na invalidez, que implicam na necessidade de alíquotas de contribuição maiores para atingirem o equilíbrio, resultam, sob uma mesma alíquota, em tempos médios menores até o déficit da Diferença por servidor. Os efeitos dessas mudanças são tão



grandes que, sob uma mesma alíquota, enquanto no modelo padrão demorava-se, em média, 30 anos para se observar déficit atuarial na população fechada de 1.000 servidores iniciais, ao se diminuir a mortalidade são necessários apenas 1 ano, em média, até o déficit. Na população aberta essa diferença é ainda maior: de 37 para 1 ano, o que evidencia a gravidade do erro da escolha inadequada da premissa demográfica.

Por outro lado, o aumento da idade de aposentadoria aumenta o tempo até o déficit, ou seja, diminui do risco de solvência. Para se ter noção da magnitude desse efeito, na população fechada com 500 servidores iniciais ou mais e na aberta com 250 servidores ou mais não se observou déficit durante os 75 anos analisados.

As mudanças na idade do cônjuge e probabilidade de ter dependente também resultaram em aumento do tempo até o déficit na população fechada, mas não tiveram o mesmo efeito na população aberta para todos os tamanhos populacionais.

Quanto à relação entre risco de solvência e tamanho da população, nota-se o comportamento destoante do tempo médio até o déficit ao se modificar algumas premissas demográficas. No modelo padrão, tanto na população fechada quanto na aberta, o tempo médio até o déficit aumenta com o tamanho da população inicial, sendo de 21 anos para 100 servidores iniciais, 24 para 250, 33 para 500 e 37 para 1.000 servidores iniciais na população aberta.

Ao se modificar as premissas demográficas, contudo, esse comportamento nem sempre se mantém. Aumentando a idade de aposentadoria em um ano e igualando as idades dos cônjuges observa-se aumento do tempo até o déficit com o aumento do tamanho populacional, variando de 23 anos para a população de 100 servidores para 39 anos para a população aberta de 1.000 servidores. Porém ao aumentar a idade de entrada, diminuir a mortalidade ou modificar a função de entrada em invalidez, quanto maior a população menor o tempo médio observado até o déficit. Ao aumentar a idade de entrada, por

exemplo, enquanto uma população fechada de 100 servidores iniciais observou déficit após 22 anos, o primeiro déficit atuarial aconteceu após apenas 12 anos na população de 1.000 servidores iniciais. Em todos esses casos de diminuição do tempo até o déficit com o aumento da população seria necessária uma alíquota maior que a padrão para manter o equilíbrio; então, todos esses modelos representam planos deficitários, em média. Assim, quanto maior a população, mais provável que suas funções observadas se aproximem do resultado médio, que é deficitário; e mais provável, portanto, que sejam observados déficits em tempo menores.

Seguindo essa mesma lógica, ao modificar a probabilidade de ter dependentes o tempo médio até o déficit não apresentou comportamento uniforme, ora aumentando e ora diminuindo com o aumento do tamanho da população inicial, tal como aconteceu no recálculo de sua alíquota de contribuição, tanto para a população aberta quanto para a fechada. Portanto, não se pode ter conclusões claras quanto ao efeito de modificações desta função na solvência de planos previdenciários.

#### **4.3.2 CVaR da Diferença por servidor em relação à padrão**

Quanto ao CVaR da Diferença por servidor ao se alterar alguma premissa demográfica mantendo-se a alíquota de contribuição do modelo padrão, os resultados são apresentados na Tabela 30 e na Tabela 31. Com o aumento da idade à aposentadoria houve queda tão acentuada do risco de solvência que não houve déficit para populações iniciais com mais de 250 servidores na população fechada e para nenhum dos tamanhos analisados na população aberta, não havendo, portanto, CVaR possível.

Modificações na probabilidade de ter dependente e na idade do cônjuge também resultaram em menores CVaR na população fechada. Para o modelo que diminui a probabilidade de ter dependentes em 10% o CVaR chegou a ser apenas 49% do valor do CVaR padrão para uma população inicial de 1.000

servidores; enquanto ao se igualar as idades dos cônjuges o CVaR foi 81% do valor do CVaR do modelo padrão.

Já as modificações na mortalidade, na invalidez e na idade de entrada aumentaram o risco de solvência, aumentando os valores do CVaR, tanto na população fechada quanto na aberta. Na população aberta, por exemplo, a elevação da invalidez para a tábua Gomes 2007 implicou em CVaR de 17,6 vezes o valor do CVaR do modelo padrão.

**TABELA 30 – CVaR nos RPPS municipais em relação ao CVaR padrão, população fechada**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	1,00	1,00	1,00	1,00
Prob. Morte = Japão 2009 F	1,58	1,91	3,01	3,53
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	1,94	1,75	2,60	2,53
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	2,57	2,83	3,55	4,80
Prob. Ter Dep. 10% menor	0,70	0,68	0,99	0,49
Idade de entrada mínima = 30 anos	1,23	1,29	1,66	1,56
Idade cônjuge = Idade do servidor	0,83	0,69	0,90	0,81
Idade do filho 5 anos menor	1,15	1,05	1,20	0,91
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	0,24	NO	NO	NO

NO: Não se observou déficit.

Fonte: Elaboração própria.

**TABELA 31 – CVaR nos RPPS municipais em relação ao CVaR padrão, população aberta**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	1,00	1,00	1,00	1,00
Prob. Morte = Japão 2009 F	2,27	2,26	4,52	8,13
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	3,00	2,79	5,08	8,76
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	4,19	4,61	9,22	17,57
Prob. Ter Dep. 10% menor	0,54	0,36	1,29	0,82
Idade de entrada mínima = 30 anos	1,13	1,61	2,07	2,97
Idade cônjuge = Idade do servidor	0,71	1,05	1,81	0,86
Idade do filho 5 anos menor	1,13	0,98	2,59	1,56
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	NO	NO	NO	NO

NO: Não se observou déficit.

Fonte: Elaboração própria.

#### 4.3.3 Alíquota de risco demográfico da Diferença por servidor

Após analisar o tempo até o déficit e o valor médio dos déficits extremos, propôs-se uma alíquota de risco demográfico também para a situação de mudança demográfica posterior ao cálculo da alíquota de contribuição. Nesse caso, a ARD pode ser vista como uma alíquota de resseguro quanto ao risco frente a cada uma das mudanças demográficas propostas, protegendo tanto quanto ao risco de aleatoriedade quanto ao risco de mudança de comportamento demográfico.

A Tabela 32 e a Tabela 33 apresentam a ARD para cada um dos modelos com premissas alternativas para as populações fechadas abertas. Como mostram as tabelas, além de resultarem em menor tempo até o déficit e capital para cobertura desses déficits, mudanças na mortalidade, na invalidez e na idade de entrada requerem maior ARD para todos os tamanhos populacionais e para populações abertas e fechadas. Com a probabilidade de entrada em invalidez tal como a tábua Gomes 2008, por exemplo, para 1.000 servidores iniciais a ARD deveria ser de 4,39% para a população fechada e de 3,70% para a

população aberta, valores 17,46 e 135,01 vezes maiores que a alíquota padrão, respectivamente.

**TABELA 32 – Alíquota de risco demográfico para RPPS municipais, população fechada**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	0,71%	0,52%	0,33%	0,25%
Prob. Morte = Japão 2009 F	3,22%	2,96%	3,30%	3,38%
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	2,37%	2,03%	2,25%	1,78%
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	4,52%	4,12%	3,85%	4,39%
Prob. Ter Dep. 10% menor	0,35%	0,26%	0,33%	0,08%
Idade de entrada mínima = 30 anos	0,84%	1,23%	1,06%	0,89%
Idade cônjuge = Idade do servidor	0,53%	0,36%	0,31%	0,18%
Idade do filho 5 anos menor	0,89%	0,73%	0,53%	0,21%
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Elaboração própria.

**TABELA 33 – Alíquota de risco demográfico para RPPS municipais, população aberta**

Premissa	Servidores Iniciais			
	100	250	500	1000
Padrão	0,20%	0,19%	0,06%	0,03%
Prob. Morte = Japão 2009 F	1,85%	1,53%	1,60%	1,69%
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	1,58%	1,74%	1,46%	1,49%
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	2,92%	3,53%	3,50%	3,70%
Prob. Ter Dep. 10% menor	0,09%	0,04%	0,10%	0,00%
Idade de entrada mínima = 30 anos	0,22%	0,57%	0,24%	0,20%
Idade cônjuge = Idade do servidor	0,12%	0,26%	0,21%	0,02%
Idade do filho 5 anos menor	0,23%	0,20%	0,45%	0,05%
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Elaboração própria.

Por outro lado, a mudança na probabilidade de ter dependente diminuiu o valor necessário de ARD na população fechada, embora não tenha efeito claro na população aberta. Nesse sentido, com mil servidores iniciais é necessário ARD de apenas 0,08% para a população fechada e de 0,002% para a

população aberta com 1000 servidores iniciais, valores que representam apenas 31% e 9%, respectivamente, do valor da ARD do modelo padrão. Já a mudança na idade de aposentadoria excluiria a necessidade de ARD para populações abertas ou fechadas com mais de 100 servidores, pois anula a possibilidade de déficit nesses casos.

#### 4.3.4 Resumindo

A Tabela 34 resume o sentido dos resultados obtidos com a mudança da premissa em relação ao resultado observado na situação padrão para todos os tamanhos populacionais analisados considerando que a mesma alíquota de contribuição do modelo padrão é adotado em todos os outros modelos. O sinal de (+) significa que com aquela premissa foi observado valores maiores que o observado na padrão para todas as populações analisadas. O sinal de (-) significa que foram observados valores menores que na padrão. E o (0) indica que os resultados não foram no mesmo sentido para todos os tamanhos populacionais, sendo ora maior e ora menor que a padrão.

**TABELA 34 – Sentido do desvio padrão, do tempo até o déficit atuarial, do CVaR e da alíquota de risco demográfico em relação ao modelo padrão nos RPPS municipais quando a alíquota de contribuição desconsidera a mudança da premissa demográfica no novo modelo**

Premissa	Fechada			Aberta		
	TD	CVaR	ARD	TD	CVaR	ARD
Prob. Morte = Japão 2009 F	-	+	+	-	+	+
Prob. Invalidez = Borges 2009 EM F	-	+	+	-	+	+
Prob. Invalidez = Gomes 2008 F	-	+	+	-	+	+
Prob. Ter Dep. 10% menor	+	-	-	0	0	0
Idade de entrada mínima = 30 anos	0	+	+	0	+	+
Idade cônjuge = Idade do servidor	+	-	-	0	0	0
Idade do filho 5 anos menor	0	0	0	0	0	+
Idade de aposentadoria adiada 1 ano	+	-	-	+	-	-

TD = Tempo até o déficit, CVaR = Conditional Value at Risk; ARD = Alíquota de Risco Demográfico.

Fonte: Elaboração própria.

Considera-se de efeito claro um modelo em que o sentido de todas as medidas analisadas é claro, ou seja, que em cada uma das 4 medidas analisadas o sentido da mudança em relação ao modelo padrão foi o mesmo para todos os tamanhos populacionais analisados, podendo esse sentido ser indicado com o sinal de (+) ou de (-) na Tabela 34. Assim, mantendo-se a mesma alíquota de contribuição do modelo padrão, foram claros os modelos com mudança na mortalidade, invalidez, e idade de aposentadoria tanto para a população aberta quanto para a fechada, com resultados similares; enquanto o modelo com mudança na probabilidade de ter dependente e idade do cônjuge só foi de efeito claro para a população fechada.

Quanto aos modelos de efeito claro, se observada na população uma mortalidade maior que a utilizada no cálculo da alíquota de contribuição, o aumento do tempo de recebimento de benefício eleva o risco de solvência, o tempo médio até algum déficit diminui e são necessárias alíquotas de risco maiores para cobrir tais déficits, como mostra a Tabela 34.

Da mesma forma, se utilizada no cálculo da alíquota de contribuição uma função de entrada em invalidez menor que a efetivamente observada, além do risco de aleatoriedade, observa-se aumento no risco sistêmico com menores tempos de contribuição que os tempos inicialmente previstos, o que diminui o tempo médio até algum déficit da Diferença por servidor e aumenta a ARD necessária para cobrir tais déficits.

Já o aumento da idade de aposentadoria tem efeito oposto ao das mudanças na mortalidade e na invalidez. Se as pessoas se aposentam mais tarde que o previsto, o tempo de contribuição também aumenta em um ano. Com maiores contribuições o tempo até algum déficit é maior, enquanto o CVaR é menor, indicando a necessidade de capitais menores para cobrir os déficits extremos a cada tempo. Como resultado, a ARD também é menor.

Mudanças na probabilidade de ter dependente e na idade do cônjuge têm o mesmo sentido. Com menores probabilidades de ter dependentes que o

inicialmente estimado há menor número de benefícios, o que adia a possibilidade de déficit, diminuindo o valor da ARD. Da mesma forma, ao igualar a idade dos cônjuges a aleatoriedade é menor que a observada no modelo padrão, o que também diminui a possibilidade de déficit e o valor da ARD.

Como pode-se observar pelos resultados, embora a análise de modelos com populações abertas e fechadas tenham suas particularidades, em geral os resultados dessas duas situações convergem para uma mesma relação, já que ambos modelos estão expostos aos mesmos riscos e aleatoriedades. Ressalta-se, contudo, que o pequeno número de repetições não foi suficiente para alcançar a sensibilidade necessária para uma análise mais robusta, de forma que muitos modelos não tiveram resultados de efeito claro. De toda forma, espera-se, com este trabalho contribuir para a discussão sobre o tamanho dos planos previdenciários e sua solvência.



## 5. CONCLUSÃO

Neste trabalho verificou-se a viabilidade de RPPS com poucos participantes, analisando o risco de solvência desses planos para diversos tamanhos populacionais. Para tanto, desenvolveu-se um modelo de microsimulação que acompanha o estado de cada servidor do plano no tempo assumindo que os eventos demográficos são aleatórios. Os resultados deste modelo permitiram a estimação da variabilidade do Fundo do plano e da Reserva prospectiva no decorrer do tempo, a análise de medidas de solvência, assim como estimar uma alíquota de risco demográfico para diferentes tamanhos de população analisados.

Uma das contribuições deste trabalho foi a metodologia adotada. Enquanto outros trabalhos, como os de OLIVIERI e PITACCO (2008) e PITACCO (2012) utilizaram métodos analíticos para analisar a relação entre solvência e variações aleatórias de eventos demográficos, neste trabalho recorreu-se à microsimulação. Esse método acompanha a sequência de eventos aleatórios da vida de cada indivíduo da população separadamente, de forma que é possível, com um número grande de repetições, observar a distribuição de probabilidade dos resultados na população como um todo (MASON, 2010; VOS; PALLONI, 1989; ZHAO, 2006). Essa escolha metodológica permitiu uma análise mais abrangente dos efeitos demográficos na solvência por incluir a aleatoriedade de 7 funções demográficas simultaneamente: as probabilidades de morte, de invalidez, de ter cônjuge, de ter filho, a idade de entrada no serviço público, e as idades do cônjuge e do filho.

Mas, apesar dos avanços provenientes dessa metodologia, a microsimulação tem a desvantagem de ser um tempo computacional alto, dada a quantidade de variáveis envolvidas, o tamanho elevado das matrizes de resultados e o grande número de sorteios aleatórios e testes comparativos para tomada de decisão.

O elevado tempo computacional também limitou a quantidade de mudanças de estado a uma vez por ano, no máximo, embora, na prática, o plano observe o

estado do servidor a cada mês, ou seja, 12 vezes ao ano. Com mais observações a cada ano a variabilidade observada poderia ser ainda maior que a aqui constatada. Todavia acredita-se que o exercício realizado neste trabalho já seja suficiente para dar luz às relações entre tamanho populacional e solvência, e ao efeito da mudança de cada função demográfica na capacidade de financiamento dos planos. Ciente desta limitação, as funções desenvolvidas para este trabalho estão disponíveis no GIT no endereço <https://github.com/CrisCorrea/ComandosTese>, estando, portanto, à disposição da comunidade científica para serem aprimoradas para trabalhos futuros que possam, talvez, vir a demandar tempos computacionais menores.

Outra contribuição deste trabalho diz respeito à consideração de dois modelos populacionais distintos: um com a população fechada ao ingresso de novos servidores, e o outro com a população aberta, com reposição dos servidores que saíram da atividade.

O primeiro modelo, de população fechada, reflete a situação de extinção de RPPS, situação pela qual passavam 15% dos RPPS municipais brasileiros em 2011 (DATAPREV, 2011) que migravam do RPPS para o RGPS. Por esse modelo foi possível analisar os efeitos da variabilidade das funções demográficas sem a interferência de outros fatores, como o da composição da massa dos novos servidores ingressantes no plano e a política de reposição dos servidores ativos.

O segundo modelo, de população aberta, reflete a situação em que se encontram os demais RPPS municipais, que almejam a manutenção de sua existência por tempo indeterminado, e que observa a entrada de novos servidores públicos no tempo. Para esse modelo assumiu-se que os novos servidores apenas ingressam no plano no momento da saída dos servidores anteriores, e que a composição por idade, sexo e remuneração dos futuros servidores é igual à dos servidores atuais, resultando, após certo tempo, em uma população quase estável em sua composição por estados.

Os dois modelos (com população aberta e fechada) representam situações muito diferentes. Apesar disso, constatou-se resultados similares quanto à relação entre variabilidade dos eventos demográficos e solvência do plano, sendo a população fechada mais sensível às mudanças demográficas. Essa similaridade dá respaldo à expansão dos resultados de cada modelo tanto às situações de extinção do plano quanto de manutenção de sua existência, já que ambas as situações estão sujeitas aos mesmos riscos.

Além disso, embora este trabalho tenha se baseado na previdência de servidores públicos via RPPS, que é uma situação particular, os resultados podem ser expandidos, em certa medida, para outros tipos de planos previdenciários, para outros países com sistemas previdenciários fragmentados, ou mesmo para outros tipos de seguridades que também envolvam eventos demográficos na determinação do pagamento de benefícios e contribuições, tais como seguros de vida e pensões por incapacidades.

Entre as conclusões deste trabalho válidas para todos os modelos simulados tem-se que a variância do Fundo aumenta com o passar do tempo pelo efeito acumulativo das variações aleatórias dos eventos demográficos da população. Ou seja, uma variação aleatória acontecida nos primeiros anos da simulação repercute durante toda a simulação, pois uma mesma população é acompanhada durante todo o período. Esses resultados estão de acordo com o previsto por DEVOLDER (2011), que ressaltou a necessidade de acompanhar essas variações aleatórias no decorrer do tempo fazendo aportes ou ajustes nas alíquotas de contribuição dos planos constantemente como forma de diminuir a possibilidade de insolvência. Esses resultados evidenciam que a necessidade de modificações nas alíquotas ou de aportes por parte dos entes federativos não necessariamente são fruto de má administração dos planos previdenciários, mas fruto de variações populacionais naturais e esperadas em qualquer população.

Os resultados também demonstram que há relação entre tamanho da população e variabilidade das funções demográficas e, conseqüentemente,

relação entre o tamanho da população e risco de solvência em planos previdenciários, de forma que quanto maior a população, menor o risco de solvência. Além disso, ao contrário do esperado por muitos autores, como BOWERS *et al.* (1997), DEVOLDER (2011) e RODRIGUES (2008), e assim como os modelos de ALM, que se dedicaram a analisar apenas a possibilidade de insolvência provocada por variações em premissas econômicas, este trabalho mostra que as variações das funções demográficas também podem causar alto risco de solvência nos planos previdenciários. Além do mais, mostra que o efeito da variação dessas funções é potencializado pela rentabilidade dos investimentos, de forma que quanto maior a rentabilidade, maior o risco demográfico de solvência do plano. Portanto, é preciso cuidar não só dos riscos provenientes da variação das funções econômicas, como também do risco resultante da interação de funções econômicas com funções demográficas.

Entretanto, embora o déficit atuarial possa aparecer já nos primeiros anos da existência do plano, com evidenciado pelos valores de Diferença inferiores a zero, o déficit financeiro, representado pelo Fundo negativo, só vem a existir após pelo menos 30 anos de existência do plano. Ou seja, apesar da gravidade inerente à falta de recursos para o pagamento de benefícios, os governos têm tempo hábil para corrigir possíveis faltas e reequilibrar o plano e evitar o efetivo déficit financeiro. Dessa forma, pode-se afirmar que planos previdenciários de quaisquer tamanhos populacionais são viáveis do ponto de vista demográfico e atuarial, desde que bem geridos, com aportes regulares dos recursos determinados atuarialmente e sob avaliações atuariais e financeiras periódicas.

Contudo, na busca pelo equilíbrio atuarial pode-se, diante das variações demográficas, recorrer à mudança da alíquota de contribuição, a qual terá maior aumento quanto maior for a demora até a tomada das medidas corretivas, já que o efeito da variação demográfica é acumulativo. Diante do risco de variações bruscas dessa alíquota, neste trabalho propôs-se uma alíquota de risco demográfico. Embora de valores pequenos, variando de 0,7% para a população fechada de 100 servidores iniciais a 0,03% para a população

aberta de 1.000 servidores iniciais com as premissas padrão, essa alíquota é capaz de diluir esse risco no decorrer do tempo e estabilizar a alíquota de contribuição.

Além da análise do efeito da aleatoriedade de todas as funções conjuntamente para as populações abertas e fechadas, analisou-se ainda o efeito da mudança da função de cada uma dessas premissas na aleatoriedade do Fundo e da diferença entre o valor do Fundo e da Reserva prospectiva no tempo. Assim, pode-se identificar a intensidade e o sentido do efeito de cada premissa na variabilidade da Diferença, elucidando sobre os riscos de futuras mudanças demográficas nos planos previdenciários.

Primeiramente considerou-se a situação em que a mudança demográfica é conhecida ou trata-se de uma população com uma das funções demográficas diferente. Portanto, a alteração da função demográfica foi incorporada no cálculo da alíquota de contribuição do plano. Nesse caso, constatou-se, por exemplo, que menores níveis de mortalidade implicam menor risco de solvência. O desvio padrão da Diferença, por exemplo, é de 20% a 32% menor em uma população aberta quando a mortalidade segue a tábua feminina do Japão em 2009 em relação a quando assume-se que ela segue a tábua do IBGE de 2010. Em contrapartida, o aumento na probabilidade de entrada em invalidez faz o risco de solvência aumentar. Em uma população aberta de 500 servidores, por exemplo, o CVaR de 90% de confiança para a Diferença é 93% maior quando a premissa de invalidez é a tábua Gomes 2008 que quando é a Álvaro Vindas.

Outra situação analisada foi a em que a mudança demográfica não é esperada e, portanto, não é incorporada na definição da alíquota de contribuição, ou, ainda, que houve erro na definição das premissas demográficas, de forma que a função observada é diferente da utilizada nos cálculos atuariais. Nesse caso, a mesma alíquota de contribuição calculada para o modelo padrão foi adotada para os demais modelos e que uma das premissas demográficas foi alterada.

Entre os modelos analisados a mudança de premissa demográfica que mais afetou a solvência dos planos foi a mudança na idade de aposentadoria. A elevação de apenas um ano na idade de aposentadoria de todos os servidores foi responsável pela eliminação da possibilidade de déficit em populações com mais de 100 servidores iniciais, mesmo aumentando o desvio padrão dos valores observados. Por outro lado, a diminuição da mortalidade e o aumento da probabilidade de invalidez simulados resultam em menores tempos até algum déficit atuarial, maiores valores de CVaR e necessidade de maiores ARD capazes de resguardar o plano de eventuais déficits.

Todavia para outras mudanças de funções de premissas demográficas (Diminuição em 10% na probabilidade de ter dependentes, aumento da idade mínima de entrada no serviço público para 30 anos, igualação da idade dos cônjuges e redução da idade dos filhos em 5 anos) os resultados foram não tiveram efeito claro para 1.000 rodadas de simulação, pois ora os resultados indicavam um efeito de aumento da medida analisada, ora indicavam uma diminuição dessa mesma medida. As premissas cujos efeitos das mudanças foram menos claros foram as relacionadas aos dependentes. O mais provável é que, por afetarem um número menor de indivíduos, as 1.000 rodadas de simulação realizadas não foram suficientes para superar a aleatoriedade dessas funções, pelo método de Monte Carlo, identificando a direção do efeito dessas funções.

Esses resultados, contudo, evidenciam que essas funções, assim como mudanças na legislação envolvendo essas variáveis, são pouco responsáveis pelo risco de solvência dos RPPS, de forma que mudanças nas probabilidades de casamentos, de ter filhos, assim como as idades dos envolvidos têm pouco efeito na capacidade de financiamento destes planos. Com o aumento da escolaridade e adiamento da inserção no mercado de trabalho, uma medida que pode ser adotada, por exemplo, é o aumento da idade limite de concessão de benefícios aos filhos, passando de 21 para 26 anos, por exemplo. Como são poucos os filhos, esse tipo de medida pouco afetaria o custeio previdenciário, apesar de terem grande impacto na qualidade de vida dos beneficiários.

Pelos resultados deste trabalho, sugere-se, ainda, como política pública, a unificação dos RPPS municipais como forma de minimização da variabilidade de suas funções demográficas. Assim como houve unificação das CAPs e dos IAPs, e assim como houveram outros processos de unificação dos IAPs no INSS e no PASES (OLIVEIRA, JAIME ANTÔNIO DE ARAÚJO; TEIXEIRA, 1986), outra possibilidade seria a unificação dos RPPS municipais em um único RPPS. Além de diminuir os riscos demográficos, uma vantagem dessa unificação seria a maior facilidade de controle e administração dos recursos, que poderiam ser depositados diretamente pela União e descontados do FPM, além do maior poder de barganha e rentabilidades do Fundo, que contaria com maior volume de recursos.

Outra vantagem seria a padronização e planificação dos direitos previdenciários dos servidores públicos. Da forma como o sistema previdenciário é atualmente estruturado, mesmo que a constituição defina um padrão a ser seguido, esse padrão admite variações. Pode acontecer, por exemplo, de um RPPS oferecer salário maternidade e outro não. Portanto, um RPPS único igualaria os direitos e deveres atribuídos a todos os servidores e entes federativos. A unificação dos RPPS municipais em um único RPPS também adiantaria o processo de unificação posterior dos RPPS ao RGPS, como defendido por LINDEMAN (2005) e SCHWARZER (2005). A unificação desses dois regimes acabaria com a diferenciação de direitos entre os cidadãos por grupo profissional, como acontece atualmente.

Os avanços deste trabalho, contudo, longe de encerrar a discussão sobre risco demográfico em RPPS municipais, desperta a necessidade de estudos mais aprofundados. Entre eles, destaca-se a necessidade de trabalhos que no sentido de encontrar uma relação matemática entre tamanho populacional e risco de solvência dos RPPS, de forma a permitir a estimação de um tamanho populacional mínimo a partir do qual o risco seja aceitável e possa ser administrado por qualquer município.

Além disso, a interação entre rentabilidade e variações das funções demográficas evidenciada neste trabalho cria a necessidade de desenvolvimento de modelos de ALM que incorporem o risco inerente das variações demográficas conjuntamente ao risco das funções econômicas. Esses modelos dariam suporte à gestão dos RPPS e à discussão sobre a possibilidade de resseguro nesse tipo de plano.

Outra necessidade, na busca de tornar as simulações mais próximas da realidade, é investigar mais profundamente as formas de entrada e saída da população de ativos e incorporar tais medidas no modelo de simulação. Sugere-se, por exemplo, a diferenciação das funções demográficas por coorte (LEE; CARTER, 1992; SILVA, FLÁVIA SOMMERLATTE, 2009) de forma avaliar a variação do risco de longevidade no decorrer do tempo e sua interação com a mudança da função demográfica, aproximando mais as medidas de risco da realidade populacional.

A distribuição das exonerações no serviço público também merece maior atenção e o desenvolvimento de um modelo específico para servidores públicos municipais. Da mesma forma, cabe um estudo mais aprofundado sobre o ingresso de novos servidores, relacionando as características do servidor que sai da atividade aos do que o substitui futuramente, já que ocupariam o mesmo cargo. Além do mais, o pressuposto de que cada servidor é substituído por outro servidor imediatamente após sua saída pode se distanciar da realidade, primeiro porque a substituição não é imediata. Depois porque nem sempre há a garantia de vaga e cargo, pois pode haver realocação dos recursos públicos de acordo com a demanda e as políticas prioritárias em cada governo.

Frente ao exposto e consciente das limitações metodológicas deste estudo, espera-se ter lançado luz à discussão acerca dos riscos demográficos inerentes aos planos previdenciários, em particular, aos RPPS municipais, de forma a contribuir para a melhor estruturação destes e para a maior equidade entre os servidores públicos e abrindo uma agenda de pesquisa sobre o tema.



## REFERÊNCIAS

ABEL, Guy J. *et al.* Integrating uncertainty in time series population forecasts: An illustration using a simple projection model. *DEMOGRAPHIC RESEARCH*, v. 29, 10 dez. 2013. Disponível em: <<http://www.demographic-research.org/volumes/vol29/43/>>.

ALKEMA, Leontine *et al.* Probabilistic Projections of the Total Fertility Rate for All Countries. *Demography*, PMID: 21748544PMCID: PMC3367999, v. 48, n. 3, p. 815–839, ago. 2011. Acesso em: 30 nov. 2013.

AMARAL, Felipe Vilhena Antunes; GIAMBIAGI, Fabio; CAETANO, Marcelo Abi-Ramia. O FUNDO PREVIDENCIÁRIO DOS SERVIDORES DA UNIÃO: RESULTADOS ATUARIAIS. *Pesquisa e planejamento econômico*, 1. v. 43, abr 2013.

ANSILIERO, Graziela; COSTANZI, Rogério Nagamine; PEREIRA, Eduardo da Silva. A PENSÃO POR MORTE NO ÂMBITO DO REGIME GERAL DE PREVIDÊNCIA SOCIAL: TENDÊNCIAS E PERSPECTIVAS. *Planejamento e Políticas Públicas*, v. 42, jun. 2014. Disponível em: <<http://www.ipea.gov.br/ppp/index.php/PPP/article/viewFile/271/318>>.

ARTEGA, TATIANA CUNHA E SILVA. *TÁBUAS SELETAS DE MORTALIDADE: COMPORTAMENTO DA MORTALIDADE DOS APOSENTADOS POR INVALIDEZ DO REGIME PRÓPRIO DE PREVIDÊNCIA SOCIAL*. 2009. Dissertação (Mestrado em Estudos Populacionais e Pesquisa Social) – Escola Nacional de Ciências Estatísticas, Rio de Janeiro, 2009.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Resolução nº 3.922, de 25 de novembro de 2010. Dispõe sobre as aplicações dos recursos dos regimes próprios de previdência social instituídos pela União, Estados, Distrito Federal e Municípios. , 2010.

BANKS, Jerry. *Handbook of simulation: principles, methodology, advances, applications, and practice*. USA: Wiley-IEEE, 1998. Disponível em: <[http://books.google.com.br/books?id=dMZ1Zj3TBgAC&printsec=frontcover&source=gbs\\_v2\\_summary\\_r&cad=0#v=onepage&q&f=false](http://books.google.com.br/books?id=dMZ1Zj3TBgAC&printsec=frontcover&source=gbs_v2_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false)>.

BECKER, Gary S. *A TREATISE ON THE FAMILY*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1991.

BEEHR, Terry A. *et al.* Work and Nonwork Predictors of Employees' Retirement Ages. *Journal of Vocational Behavior*, v. 57, n. 2, p. 206–225, out. 2000. Acesso em: 13 abr. 2014.

BELTRÃO, Kaizô Iwakami *et al.* Distribuição dos Salários dos Funcionários Públicos: Uma Análise dos Impactos da Definição de Tetos. *Texto para Discussão do IPEA*, Rio de Janeiro, dezembro de 2004. Disponível em: <[http://www.ipea.gov.br/portal/index.php?option=com\\_content&view=article&id=4661](http://www.ipea.gov.br/portal/index.php?option=com_content&view=article&id=4661)>.

BELTRÃO, Kaizô Iwakami; OLIVEIRA, Francisco Eduardo Barreto De; PASINATO, Maria Tereza de Marsillac. MODELO DE SIMULAÇÃO DE LONGO PRAZO DAS RECEITAS E DESPESAS COM O FUNCIONALISMO PÚBLICO FEDERAL. *TEXTO PARA DISCUSSÃO N° 678*, IPEA. Rio de Janeiro, outubro de 1999.

BELTRÃO, Kaizô Iwakami; PINHEIRO, Sonoe Sugahara. ESTIMATIVA DE MORTALIDADE PARA A POPULAÇÃO COBERTA PELOS SEGUROS PRIVADOS. *TEXTO PARA DISCUSSÃO N° 868*. Rio de Janeiro: IPEA, 2002. . Disponível em: <[http://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/TDs/td\\_0868.pdf](http://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/TDs/td_0868.pdf)>.

BELTRÃO, Kaizô Iwakami; SUGAHARA, Sonoê. TÁBUA DE MORTALIDADE PARA OS FUNCIONÁRIOS PÚBLICOS CIVIS FEDERAIS DO PODER EXECUTIVO POR SEXO E ESCOLARIDADE: COMPARAÇÃO COM TÁBUAS DO MERCADO. *Textos para discussão 3*. Rio de Janeiro: Escola Nacional de Ciências Estatísticas, 2002. .

BERNSTEIN, Peter L. *Desafio aos deuses: a fascinante história do risco*. Rio de Janeiro.: Campus, 1997.

BERTONCINO, Carla; FLANAGAN, Kerry. Los regímenes de pensiones para el sector público: la razón de ser de su centralización y unificación y la experiencia internacional AL respecto. *XI Seminario Regional de Política Fiscal Sede de ESAF, Brasilia D.F., Brasil, enero 1999*. CEPAL – SERIE Seminarios y conferencias. Santiago de Chile: Publicación de las Naciones Unidas, 2000. p. 375–377.

BIXBY, Luís Rosero; CHAVES, Andrea Collado. Tablas de mortalidad, jubilación e invalidez, Costa Rica 2000-2005. *Poblacion y Salud en Mesoamerica*, v. 6, n. 1, p. 5–, 2008. Acesso em: 24 jul. 2014.

BLAKE, David; CAIRNS, Andrew J.G.; DOWD, Kevin. Pensionmetrics: stochastic pension plan design and value-at-risk during the accumulation phase. *Insurance: Mathematics and Economics*, v. 29, p. 187–215, 2001.

BORGES, Gabriel Mendes. *Funcionalismo Público Federal: Construção e Aplicação de Tábuas Biométricas*. 2009. Dissertação (Mestre em Estudos Populacionais e Pesquisas Sociais) – Escola Nacional de Ciências Estatísticas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Rio de Janeiro / RJ, 2009.

BORGES, Gabriel Mendes; BELTRÃO, Kaizô Iwakami. EVOLUÇÃO RECENTE DA MORTALIDADE DO FUNCIONALISMO PÚBLICO NO BRASIL – O NÍVEL COMO UM PASSEIO ALEATÓRIO. In: XVII ENCONTRO NACIONAL DE ESTUDOS POPULACIONAIS, a 24 de setembro de 2010, Caxambú- MG – Brasil,. *Anais...* Caxambú- MG – Brasil, 24 de setembro de 2010. Disponível em:  
<[http://www.abep.nepo.unicamp.br/encontro2010/docs\\_pdf/tema\\_9/abep2010\\_2414.pdf](http://www.abep.nepo.unicamp.br/encontro2010/docs_pdf/tema_9/abep2010_2414.pdf)>.

BOWERS, N. L. *et al. Actuarial Mathematics*. Society of Actuaries, 1997.

BRASIL. Constituição (1988) Emenda constitucional nº 20, de 15 de dezembro de 1998. Modifica o sistema de previdência social, estabelece normas de transição e dá outras providências. , 16 dez. 1998 a.

BRASIL. Constituição da República Federativa do Brasil. , Brasília, DF. Senado 1988.

BRASIL. Decreto nº 3.788, de 11 de abril de 2001. Institui, no âmbito da Administração Pública Federal, o Certificado de Regularidade Previdenciária – CRP. , Diário Oficial da União, Brasília, DF, abr 2001 a.

BRASIL. Emenda Constitucional nº 3, de 17 de março de 1993. Altera os arts. 40, 42, 102, 103, 155, 156, 160, 167 da Constituição Federal. , 17 mar. 1993.

BRASIL. EMENDA CONSTITUCIONAL Nº 41, DE 19 DE DEZEMBRO DE 2003 Modifica os arts. 37, 40, 42, 48, 96, 149 e 201 da Constituição Federal, revoga o inciso IX do § 3 do art. 142 da Constituição Federal e dispositivos da Emenda Constitucional nº 20, de 15 de dezembro de 1998, e dá outras providências. , Brasília, em de dezembro de 2003 a.

BRASIL. EMENDA CONSTITUCIONAL Nº 41, DE 19 DE DEZEMBRO DE 2003. Modifica os arts. 37, 40, 42, 48, 96, 149 e 201 da Constituição Federal, revoga o inciso IX do § 3 do art. 142 da Constituição Federal e dispositivos da Emenda Constitucional nº 20, de 15 de dezembro de 1998, e dá outras providências. , Brasília, /dez 2003 b. Disponível em:  
<[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/constituicao/Emendas/Emc/emc41.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/Emendas/Emc/emc41.htm)>.

BRASIL. Emenda Cosntitucional nº 20, de 15 de dezembro de 1998 Modifica o sistema de previdência social, estabelece normas de transição e dá outras providências. , Brasília, de dezembro de 1998 b.

BRASIL. Lei Complementar nº 101, de 24 de maio de 2000. , DF, mai 2000.

BRASIL. Lei Complementar nº 108, de 29 de maio de 2001. Dispõe sobre a relação entre a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, suas autarquias, fundações, sociedades de economia mista e outras entidades

públicas e suas respectivas entidades fechadas de previdência complementar, e dá outras providências. , Diário Oficial Eletrônico, mai 2001 b.

BRASIL. Lei Complementar nº 109, de 29 de maio de 2001. Dispõe sobre o Regime de Previdência Complementar e dá outras providências. , Diário Oficial Eletrônico, mai 2001 c.

BRASIL. Lei nº 8.036, de 11 de maio de 1990. Dispõe sobre o Fundo de Garantia do Tempo de Serviço, e dá outras providências. , Diário Oficial, mai 1990.

BRASIL. Lei nº 8.212, de 24 de julho de 1991, alterada pela Lei nº 10.256, de 2001. Dispõe sobre a organização da Seguridade Social, institui Plano de Custeio, e dá outras providências. , 1991 a.

BRASIL. Lei nº 8.213, de 24 de julho de 1991. Dispõe sobre os Planos de Benefícios da Previdência Social e dá outras providências. , 25 jul. 1991 b.

BRASIL. Lei n.º 9.796, de 5 de maio de 1999. Dispõe sobre a compensação financeira entre o Regime Geral de Previdência Social e os regimes de previdência dos servidores da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, nos casos de contagem recíproca de tempo de contribuição para efeito de aposentadoria, e dá outras providências. , Diário Oficial da União, Brasília, DF, mai 1999 a.

BRASIL. LEI No 9.876, DE 26 DE NOVEMBRO DE 1999. Dispõe sobre a contribuição previdenciária do contribuinte individual, o cálculo do benefício, altera dispositivos das Leis nos 8.212 e 8.213, ambas de 24 de julho de 1991, e dá outras providências. , 26 nov. 1999 b.

BRASIL. LEI No 10.406, DE 10 DE JANEIRO DE 2002. Institui o Código Civil. , 10 jan. 2002.

BRASIL. Lei nº 12.618, de 30 de abril de 2012. Institui o regime de previdência complementar para os servidores públicos federais titulares de cargo efetivo (...). , Diário Oficial da União, Brasília, DF, mai 2012.

BROWN, Jeffrey R; WILCOX, David W. Discounting State and Local Pension Liabilities. *American Economic Review*, v. 99, n. 2, p. 538–542, abril de 2009. Acesso em: 3 mar. 2014.

BUTRICA, Barbara A. *et al.* The Disappearing Defined Benefit Pension and Its Potential Impact on the Retirement Incomes of Baby Boomers. *Social Security Bulletin*, v. 69, n. 3, 2009. Disponível em: <<http://www.ssa.gov/policy/docs/ssb/v69n3/v69n3p1.html>>. Acesso em: 27 nov. 2013.

CADPREV. *Ministério da Previdência Social. Estatísticas. Quantitativos de Regimes dos Entes Federativos.* Disponível em: <<http://www.previdencia.gov.br/estatisticas-2/>>. Acesso em: 14 jul. 2014.

CADPREV. *Sistema de Informações dos Regimes Públicos de Previdência Social. Ministério da Previdência Social. Previdência no Serviço Público. Estatísticas. Quantitativo de Servidores dos RPPS.* Disponível em: <<http://www.previdencia.gov.br>>. Acesso em: 4 jul. 2013.

CAETANO, Marcelo Abi-Ramia. FUNDAMENTOS ACERCA DOS RISCOS ASSOCIADOS À PREVIDÊNCIA SOCIAL. *TEXTO PARA DISCUSSÃO NO 1214.* Brasília: IPEA, 2006. .

CENSO. *Censo Demográfico 2010.*, 2010.

CHAN, BETTY LILIAN; SILVA, FABIANA LOPES DA; MARTINS, GILBERTO DE ANDRADE. Tendência de Aumento da Expectativa de Vida e a Solvência das Entidades Abertas de Previdência Complementar. In: 6 CONGRESSO USP DE CONTROLADORIA E CONTABILIDADE, 2006, São Paulo. *Anais...* São Paulo: 2006. Disponível em: <[http://www.congressosp.fipecafi.org/web/artigos62006/an\\_resumo.asp?cod\\_trabalho=508](http://www.congressosp.fipecafi.org/web/artigos62006/an_resumo.asp?cod_trabalho=508)>.

COGAN, John F.; MITCHELL, Olivia S. Perspectives from the President's Commission on Social Security Reform. *Journal of Economic Perspectives*, v. 17 (2), n. Spring, p. 149–72, 2003.

COMISSÃO DE NORMAS TÉCNICAS DO IBA. *Norma Atuarial nº 1: Seleção de Hipóteses demográficas, biométricas e outras não-econômicas para mensuração de obrigações de um plano de benefícios.* . [S.l: s.n.]. Disponível em: <[http://www.atuarios.org.br/exclusivo/res\\_normas/normaauditoriaefpc.pdf](http://www.atuarios.org.br/exclusivo/res_normas/normaauditoriaefpc.pdf)>. Acesso em: 17 jan. 2013. , 2007

CONSELHO DE GESTÃO DA PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR. Resolução nº 12, de 17 de setembro de 2002. Regulamenta a constituição e funcionamento das Entidades Fechadas de Previdência Complementar e planos de benefícios constituídos por Instituidor. , 2002.

CONSELHO DE GESTÃO DA PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR. Resolução nº 16, de 22 de novembro de 2005. Normatiza os planos de benefícios de caráter previdenciário nas modalidades de benefício definido, contribuição definida e contribuição variável, e dá outras providências. , Diário Oficial da União, Brasília, DF, dez 2005.

CONSELHO DE GESTÃO DA PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR. Resolução nº 18, de 28 de março de 2006. Estabelece parâmetros técnico-atuariais para estruturação de plano de benefícios de entidades fechadas de previdência

complementar, e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, DF, abril 2006.

CORRÊA, Cristiane Silva; QUEIROZ, Bernardo Lanza. Inter-relação e fatores associados à decisão e aposentadoria de cônjuges. 2008, Caxambu. *Anais...* Caxambu, 2008.

CORSEUIL, Carlos Henrique; SANTOS, Daniel D. Determinantes da Renda do Trabalho no Setor Formal da Economia Brasileira. *Textos para Discussão do IPEA 0885*, Rio de Janeiro, jun. 2002. Disponível em: <[http://www.ipea.gov.br/portal/index.php?option=com\\_content&view=article&id=4128](http://www.ipea.gov.br/portal/index.php?option=com_content&view=article&id=4128)>.

CUI, JIAJIA; JONG, FRANK DE; PONDS, EDUARD. Intergenerational risk sharing within funded pension schemes. *Journal of Pension Economics and Finance*, v. 10, n. 1, p. 1 – 29, jan. 2011.

DATAPREV. *Anuário Estatístico da Previdência Social – AEPS infologo. Base de dados históricos da previdência social. Ano de 2008. Empresa de Tecnologia e informação da Previdência Social.* Disponível em: <<http://www.previdencia.gov.br/estatisticas/anuario-estatistico-da-previdencia-social-2008-consulta-aos-capitulos/>>. Acesso em: 5 jan. 2014.

DATAPREV. *Anuário Estatístico da Previdência Social – AEPS infologo. Base de dados históricos da previdência social. Ano de 2011. Empresa de Tecnologia e informação da Previdência Social.* [S.l: s.n.], 2011. Disponível em: <<http://www3.dataprev.gov.br/infologo/>>.

DATAPREV. *Ministério da Previdência Social. Base de dados históricos da previdência social.* Disponível em: <<http://www3.dataprev.gov.br/infologo/inicio.htm>>.

DEPARTAMENTO DOS REGIMES DE PREVIDÊNCIA NO SERVIÇO PÚBLICO. *Instruções para o preenchimento do Demonstrativo dos resultados da avaliação atuarial – DRAA para o exercício de 2013.* [S.l: s.n.]. Disponível em: <<http://www.previdencia.gov.br/demonstrativo-de-resultados-da-avaliacao-atuarial/>>. Acesso em: 7 nov. 2013. , 2013

DEVOLDER, Pierre. Revised version of: Solvency requirement for a long-term guarantee: risk measures versus probability of ruin. p. 199–214, 2011.

DOBLHAMMER, Gabriele; MILEWSKI, Nadja; PETERS, Frederik. Monitoring of German Fertility: Estimation of Monthly and Yearly Total Fertility Rates on the Basis of Preliminary Monthly Data. *Comparative Population Studies*, v. 35, n. 2, 10 fev. 2011. Disponível em: <<http://www.comparativepopulationstudies.de/index.php/CPoS/article/view/32>>. Acesso em: 29 nov. 2013.

DRIJVER, S.J. *Asset Liability Management for pension funds using multistage mixed-integer stochastic programming*. S.l.; Groningen: s.n.]; University Library Groningen] [Host], 2005.

EATON, Tim V.; NOFSINGER, John R. The effect of financial constraints and political pressure on the management of public pension plans. *Journal of Accounting and Public Policy*, v. 23, n. 3, p. 161–189, maio 2004. Acesso em: 4 mar. 2014.

FACCIANI, Gerald. Plan design, actuarial and investment return assumptions: ethical considerations surrounding underfunded public employee defined benefit pension plans. *Journal of Pension Benefits*, v. 20, n. 2, p. 3, 2013.

FELDSTEIN, Martin; LIEBMAN, Jeffrey B. Social Security. *NBER Working Paper No. 8451*, p. 105, set. 2001.

FERREIRA, F. P. M. Registros administrativos como fonte de dados estatísticos. *Informática Pública*, v. 10, p. 81–93, 2008.

FITZPATRICK, Thomas James; MONAHAN, Amy. *Who's Afraid of Good Governance? State Fiscal Crises, Public Pension Underfunding, and the Resistance to Governance Reform*. SSRN Scholarly Paper, nº ID 2170046. Rochester, NY: Social Science Research Network, 1 nov. 2012. Disponível em: <<http://papers.ssrn.com/abstract=2170046>>. Acesso em: 5 mar. 2014.

FREIRE, Flávio Henrique M. de A.; AGUIRRE, Moisés Alberto Calle. Dinâmica entre os estados conjugais da população brasileira: uma aplicação de tábuas multi-estado para medir probabilidades de transição. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE ESTUDOS POPULACIONAIS DA ABEP, 2000, Caxambu. *Anais...* Caxambu, 2000.

GIAMBIAGI, Fabio; AFONSO, Luís Eduardo. Cálculo da alíquota de contribuição previdenciária atuarialmente equilibrada: uma aplicação ao caso brasileiro. *Revista Brasileira de Economia*, v. 63, n. 2, p. 153–179, jun. 2009. Acesso em: 2 out. 2014.

GOMES, Marília Miranda Forte; FIGOLI, Moema Gonçalves Bueno; RIBEIRO, Aloísio Joaquim Freitas. Da atividade à invalidez permanente: um estudo utilizando dados do Regime Geral de Previdência Social (RGPS) do Brasil no período 1999-2002. *Revista Brasileira de Estudos de População*, v. 27, p. 297–316, 2010.

GONZAGA, Marcos Roberto; QUEIROZ, Bernardo Lanza; MACHADO, Carla Jorge. Compressão da mortalidade: um estudo da variabilidade da idade à morte na população do Estado de São Paulo, Brasil, 1980-2005. *Cadernos de Saúde Pública*, v. 25, p. 1475–1485, 2009.

GRUBER, Jonathan; WISE, David. *An International Perspective on Policies for an Aging Society*. Working Paper, nº 8103. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research, jan. 2001. Disponível em: <<http://www.nber.org/papers/w8103>>. Acesso em: 11 nov. 2013.

GUEDES, Gilvan Ramalho; CAMARGOS, Mirela Castro Santos; MACHADO, Carla Jorge. Educational and Gender Differences in the Disability Life Expectancy for the Elderly: Brazil, 1998 and 2003. In: POPULATION ASSOCIATION OF AMERICA 2007 ANNUAL MEETING, 2007, New York. *Anais...* New York: Population Association of America, 2007. Disponível em: <<http://paa2007.princeton.edu/papers/70558>>.

GUIMARÃES, Otoni Gonçalves. As Políticas Previdenciárias para o Serviço Público. In: 46° CONGRESSO NACIONAL E INTERNACIONAL DA ABIPEM, 13 jun. 2012, Foz do Iguaçu - PR. *Anais...* Foz do Iguaçu - PR, 13 jun. 2012.

GUSHIKEN, Luiz *et al.* *Regime próprio de previdência dos servidores: como implementar? : uma visão prática e teórica*. Brasília: Ministério da Previdência e Assistência Social, 2002.

HOLZMANN, Robert; HINZ, Richard. *Old-Age Income Support in the Twenty-first Century: An International Perspective on Pension Systems and Reform*. . [S.l.]: Banco Mundial. Disponível em: <[http://siteresources.worldbank.org/INTPENSIONS/Resources/Old\\_Age\\_Income\\_Support\\_Intro\\_Sp.pdf](http://siteresources.worldbank.org/INTPENSIONS/Resources/Old_Age_Income_Support_Intro_Sp.pdf)>. , jul. 2005

HROMKOVIČ, Juraj. *Algorithmics for hard problems: introduction to combinatorial optimization, randomization, approximation, and heuristics*. 2nd ed ed. Berlin ; New York: Springer-Verlag, 2003. (Texts in theoretical computer science).

HUMAN MORTALITY DATABASE. *Tábuas de Mortalidade - Japão, 2009, feminina*. . [S.l.: s.n.]. Disponível em: <<http://www.mortality.org/>>. , 2012

HURD, Michael D. Research on the Elderly: Economic Status, Retirement, and Consumption and Saving. *Journal of Economic Literature*, ArticleType: research-article / Full publication date: Jun., 1990 / Copyright © 1990 American Economic Association, v. 28, n. 2, p. 565–637, 1 jun. 1990. Acesso em: 11 nov. 2013.

INSTITUTO BRASILEIRO DE ATUÁRIA. *Tábuas Biométricas. AT2000MF*. Disponível em: <<http://atuarios.org.br/iba/AcessoRestrito/conteudo.aspx?id=9&sub=40&index=6&mindex=6>>.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. *Censo Demográfico 2010 - Famílias e domicílios - Resultados da amostra*. . Rio de Janeiro, 2012a. Disponível em:



<[http://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/97/cd\\_2010\\_familias\\_domicilios\\_amostra.pdf](http://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/97/cd_2010_familias_domicilios_amostra.pdf)>.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. *ESTIMATIVAS DA POPULAÇÃO RESIDENTE NOS MUNICÍPIOS BRASILEIROS COM DATA DE REFERÊNCIA EM 1º DE JULHO DE 2012*. IBGE. *Diretoria de Pesquisas - DPE - Coordenação de População e Indicadores Sociais - COPIS*. . [S.l.: s.n.], 2012b. Disponível em: <[ftp://ftp.ibge.gov.br/Estimativas\\_de\\_Populacao/Estimativas\\_2012/estimativa\\_2012\\_municipios.pdf](ftp://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2012/estimativa_2012_municipios.pdf)>.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. *Observações sobre a evolução da mortalidade no Brasil: o passado, o presente e perspectivas*. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/tabuadevida/2009/notastecnicas.pdf>>.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios 2011 - Notas Técnicas*. . [S.l.: s.n.]. Disponível em: <[ftp://ftp.ibge.gov.br/Trabalho\\_e\\_Rendimento/Pesquisa\\_Nacional\\_por\\_Amostra\\_de\\_Domicilios\\_anual/2011/notas\\_tecnicas/notas\\_tecnicas\\_sintese\\_indicadores\\_e\\_volume\\_brasil.pdf](ftp://ftp.ibge.gov.br/Trabalho_e_Rendimento/Pesquisa_Nacional_por_Amostra_de_Domicilios_anual/2011/notas_tecnicas/notas_tecnicas_sintese_indicadores_e_volume_brasil.pdf)>. , 2011

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. *Projeção da População do Brasil por Sexo e Idade - 1980 - 1950. Revisão 2008*. Rio de Janeiro, 2008. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/projecao\\_da\\_populacao/2008/projecao.pdf](http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/projecao_da_populacao/2008/projecao.pdf)>.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. *Síntese de Indicadores Sociais 2010 - Uma Análise das Condições de Vida da População Brasileira*. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/condicaodevida/indicadoresminimos/sinteseindicsois2010/SIS\\_2010.pdf](http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/condicaodevida/indicadoresminimos/sinteseindicsois2010/SIS_2010.pdf)>.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. *Tábua de mortalidade geral IBGE 2010 Extrapolada para as idades acima de 80 - Ambos os Sexos*. Disponível em: <<http://www.mps.gov.br/conteudoDinamico.php?id=1070>>. Acesso em: 8 mar. 2013b.

INSTITUTO NACIONAL DO SEGURO SOCIAL. Instrução Normativa nº 45 INSS/PRES, de 6 de agosto de 2010. Dispõe sobre a administração de informações dos segurados, o reconhecimento, a manutenção e a revisão de direitos dos beneficiários da Previdência Social e disciplina o processo administrativo previdenciário no âmbito do Instituto Nacional do Seguro Social - INSS. Diário Oficial da União, Brasília, DF, ago 2010.

KAAS, Rob *et al.* *Modern Actuarial Risk Theory - Using R*. New York: Springer, 2008. Disponível em: <<http://www.springer.com/business+%26+management/finance/book/978-3-540-70992-3>>. Acesso em: 27 nov. 2013.

KINGSLAND, Louis. Projecting the Financial Condition of a Pension Plan Using Simulation Analysis. *The Journal of Finance*, ArticleType: research-article / Issue Title: Papers and Proceedings of the Fortieth Annual Meeting of the American Finance Association, Washington, D.C., December 28-30, 1981 / Full publication date: May, 1982 / Copyright © 1982 American Finance Association, v. 37, n. 2, p. 577–584, Maio 1982. Acesso em: 11 nov. 2013.

KIN, Seongsu; FELDMAN, Daniel C. WORKING IN RETIREMENT: THE ANTECEDENTS OF BRIDGE EMPLOYMENT AND ITS CONSEQUENCES FOR QUALITY OF LIFE IN RETIREMENT. *Academy of Management Journal*, 6. v. 43, p. 1195, dez. 2000.

KLUMPES, Paul J.M.; WHITTINGTON, Mark. Determinants of Actuarial Valuation Method Changes for Pension Funding and Reporting: Evidence from the UK. *Journal of Business Finance & Accounting*, v. 30, n. 1-2, p. 175–204, 2003. Acesso em: 4 mar. 2014.

LEE, Ronald D.; CARTER, Lawrence R. Modeling and Forecasting U.S. Mortality. *Journal of the American Statistical Association*, v. 87, n. 419, p. 659–671, set. 1992. Acesso em: 23 nov. 2013.

LEVY, JOAQUIM. Painel II: Reforma da Previdência dos Servidores Públicos - aspectos econômicos. In: SEMINÁRIO REFORMA DA PREVIDÊNCIA: O BRASIL E A EXPERIÊNCIA INTERNACIONAL, Coleção Previdência Social. Série Debates., 2005, Brasília, DF. *Anais...* Brasília, DF: Ministério da Previdência Social, 2005.

LIMA, Diana Vaz de GUIMARÃES; GONÇALVES, Otoni. *Contabilidade Aplicada aos Regimes Próprios de Previdência Social*. Brasília: MPS, 2009.

LI, Nan; LEE, Ronald; TULJAPURKAR, Shripad. Using the Lee-Carter Method to Forecast Mortality for Populations with Limited Data\*. *International Statistical Review*, v. 72, n. 1, p. 19–36, 15 jan. 2007. Acesso em: 23 nov. 2013.

LINDEMAN, DAVID. Painel I: Reforma da Previdência de Servidores Públicos - Reforma Brasileira e Tendências Internacionais. In: SEMINÁRIO REFORMA DA PREVIDÊNCIA: O BRASIL E A EXPERIÊNCIA INTERNACIONAL, Coleção Previdência Social. Série Debates., 2005, Brasília, DF. *Anais...* Brasília, DF: Ministério da Previdência Social, 2005.

LUCKNER, Warren R. *et al.* *Professional Actuarial Specialty Guide: Asset-Liability Management*. Society of Actuaries: Society of Actuaries (SOA), 2003. Disponível em: <<http://www.soa.org/news-and-publications/publications/other->

publications/professional-actuarial-specialty-guides/pub-asset-liability-guide.aspx>.

MARCONDES, GLAUCIA DOS SANTOS. RECASAMENTO FORMAL NO BRASIL: ALGUNS ACHADOS DO REGISTRO CIVIL. *Texto para Discussão 58*, Campinas: Núcleo de Estudos de População/Unicamp, 2008. , p. 39 páginas.

MASON, Carl. *Socsim Oversimplified*. . [S.l: s.n.]. , 11 jun. 2010

MINISTÉRIO DA FAZENDA; MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA E ASSISTÊNCIA SOCIAL. *PROGRAMA DE APOIO À REFORMA DE SISTEMAS ESTADUAIS DE PREVIDÊNCIA (PARSEP) - REGULAMENTO OPERATIVO DO PROGRAMA (ROP)*. . [S.l: s.n.]. , MAIO DE 1999

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA E ASSISTÊNCIA SOCIAL. Portaria Nº 4.992, de 05 de fevereiro de 1999. , Diário Oficial da União, Brasília, DF, FEV 1999.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA E ASSISTÊNCIA SOCIAL. Portaria nº 7.796 de 28 de agosto de 2000. , Brasília, de agosto de 2000.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. *Anuário Estatístico da Previdência Social*. Brasília: MPS/DATAPREV, 2011.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. *Boletim Estatístico da Previdência Social - Abril de 2013*. Disponível em: <[http://www.mps.gov.br/arquivos/office/1\\_130604-183320-619.pdf](http://www.mps.gov.br/arquivos/office/1_130604-183320-619.pdf)>. Acesso em: 4 jul. 2013a.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. *FATOR PREVIDENCIÁRIO 2012 (TABELA IBGE 2010)*. . [S.l: s.n.]. Disponível em: <[https://www.funcef.com.br/files%5CTABELA\\_FATOR\\_PREVIDENCIARIO\\_2012.pdf](https://www.funcef.com.br/files%5CTABELA_FATOR_PREVIDENCIARIO_2012.pdf)>. , 2012a

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. *FÓRUM DE TIC DATAPREV - Um espaço de diálogo entre gestores e estudiosos da área de tecnologia da informação e comunicação. CADERNO DE DEBATES Nº 2. Qualidade de Dados*. Brasília, 2009. Disponível em: <<http://portal.dataprev.gov.br/wp-content/uploads/2009/12/QUALIDADEdeDADOS.pdf>>.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. *Notícias. Regimes Próprios de Previdência Social. REGIMES PRÓPRIOS: MPS inicia série de eventos para estimular criação de RPPS*. Disponível em: <<http://www.previdencia.gov.br/noticias/regimes-proprios-mps-inicia-serie-de-eventos-para-estimular-criacao-de-rpps/>>. Acesso em: 19 dez. 2013a.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. *Notícias. Regimes Próprios de Previdência Social. REGIMES PRÓPRIOS: Rolim quer aumentar número de*

*municípios com RPPS.* Disponível em: <<http://www.previdencia.gov.br/noticias/regimes-proprios-rolim-quer-aumentar-numero-de-municipios-com-rpps/>>. Acesso em: 19 dez. 2013b.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. PORTARIA MPS Nº 27, DE 14 DE JANEIRO DE 2003 – DOU DE 16/01/2003. , 2003.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. Portaria nº 204, de 10 de julho de 2008. Dispõe sobre a emissão do Certificado de Regularidade Previdenciária - CRP e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 11 jul. 2008 a.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. Portaria nº 402, de 10 2008. Disciplina os parâmetros e as diretrizes gerais para organização e funcionamento dos regimes próprios de previdência social dos servidores públicos ocupantes de cargos efetivos da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, em cumprimento das Leis nº 9.717, de 1998 e nº 10.887, de 2004. , Diário Oficial da União, Brasília, DF, dez 2008 b.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. PORTARIA nº 403, de 10 de dezembro de 2008. Dispõe sobre as normas aplicáveis às avaliações e reavaliações atuariais dos Regimes Próprios de Previdência Social – RPPS da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, define parâmetros para a segregação da massa e dá outras providências. , Diário Oficial da União, Brasília, DF, dez 2008 c.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. Seção XV - Previdência do Servidor Público. *Ministério da Previdência Social – Anuário Estatístico da Previdência Social 2009 – AEPS 2009.* Ministério da Previdência Social, 2013b. . Disponível em: <<http://www.previdencia.gov.br/estatisticas/anuario-estatistico-da-previdencia-social-2009-aeps-2009/>>. Acesso em: 11 nov. 2013.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. *SECRETARIA DE POLÍTICAS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL/SPPS. RELATÓRIO DE GESTÃO DO EXERCÍCIO DE 2011.* . [S.l: s.n.]. Disponível em: <<http://www.previdencia.gov.br/wp-content/uploads/2014/04/RG-SPPS-2011.pdf>>. , BRASÍLIA 2012b

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. *Sete estados já instituíram a previdência complementar para o funcionalismo - Blog da Previdência Social. Blog da Previdência Social.* Disponível em: <<http://blog.previdencia.gov.br/?p=9545>>. Acesso em: 14 jul. 2014. , 25 mar. 2014

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. Disponível em: <<http://www.mps.gov.br/>>.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL; MINISTÉRIO DA FAZENDA. Portaria Interministerial nº 2, de 06 de janeiro de 2012. Dispõe sobre o reajuste

dos benefícios pagos pelo Instituto Nacional do Seguro Social (INSS) e dos demais valores constantes do Regulamento da Previdência Social (RPS). Diário Oficial da União, Brasília, DF, 9 jan. 2012.

MITCHELL, Olivia S.; SMITH, Robert S. Pension Funding in the Public Sector. *The Review of Economics and Statistics*. v. 76, n. 2, p. 278–290, maio 1994.

MUNNELL, Alicia H. *et al.* Why Don't Some States and Localities Pay Their Required Pension Contributions? | Center for Retirement Research. *State and Local Pension Plans*. Center for Retirement Research, v. 7, maio 2008. Disponível em: <<http://crr.bc.edu/briefs/why-dont-some-states-and-localities-pay-their-required-pension-contributions/>>. Acesso em: 10 jul. 2014.

NOGUEIRA, Naron Gutierre. *O Equilíbrio financeiro e atuarial dos RPPS: de princípio constitucional a política pública de Estado*. Brasília: MPS, 2012. v. 34. (Coleção Previdência Social, Série Estudos).

NOVY-MARX, Robert; RAUH, Joshua D. The Liabilities and Risks of State-Sponsored Pension Plans. *Journal of Economic Perspectives*, v. 23, n. 4, p. 191–210, 2009.

OLIVEIRA, Jaime Antônio de Araújo; TEIXEIRA, Sonia Maria Fleury. *(Im)previdência social: 60 anos de história da previdência no Brasil*. Petrópolis/RJ: Vozes em co-edição com Associação Brasileira Pós-Graduação em Saúde Coletiva, 1986. Disponível em: <<http://cebes.com.br/site/wp-content/uploads/2013/10/Im-previdencia-social-60-anos-hist%C3%B3ria.pdf>>.

OLIVEIRA, M *et al.* *Brazilian Mortality and Survivorship Life Tables - Insurance Market Experience - 2010*. Rio de Janeiro: Fundação Escola Nacional de Seguros - Funenseg, 2012.

OLIVIERI, Annamaria. Uncertainty in mortality projections: an actuarial perspective. *Insurance: Mathematics and Economics*, v. 29, p. 231–245, 2001.

OLIVIERI, Annamaria; PITACCO, Ermanno. Life tables in actuarial models: from the deterministic setting to a Bayesian approach. *AStA Advances in Statistical Analysis*, p. 96:127–153, 8 nov. 2011.

OLIVIERI, Annamaria; PITACCO, Ermanno. *Stochastic Models for Disability: Approximations and Applications to Sickness and Personal Accident Insurance*. SSRN Scholarly Paper, nº ID 1266098. Rochester, NY: Social Science Research Network, 4 set. 2008a. Disponível em: <<http://papers.ssrn.com/abstract=1266098>>. Acesso em: 22 jul. 2014.

OLIVIERI, Annamaria; PITACCO, Ermanno. Stochastic mortality: the impact on target capital. *University Bocconi - CAREFIN Working Paper*, 20 out. 2008b. Disponível em: <[http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=1287688](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1287688)>.

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT. *oecd. statistics. Marriage rates. Number of marriages formed each year as a ratio to 1 000 people (crude marriage rate)*. . [S.l.: s.n.], 2010. Disponível em: <[www.oecd.org/statistics/](http://www.oecd.org/statistics/)>. Acesso em: 25 set. 2014.

OSÓRIO, Rafael. A desigualdade racial de renda no Brasil: 1976-2006. *Sociedade e estado*, v. 24, n. 2, p. 613, 2009.

PALACIOS, Robert; WHITEHOUSE, Edward. *Civil-service pension schemes around the world*. [S.l.]: World Bank, Axia Economics, 2006. Disponível em: <[http://mpra.ub.uni-muenchen.de/14796/1/primer\\_0602.pdf](http://mpra.ub.uni-muenchen.de/14796/1/primer_0602.pdf)>.

PENGCHAROEN, Chanjira; SHULTZ, Kenneth S. The influences on bridge employment decisions. *International Journal of Manpower*, v. 31, n. 3, p. 322–336, 2010. Acesso em: 13 abr. 2014.

PINHEIRO, Ricardo Pena. *A demografia dos fundos de pensão*. Brasília, DF: Ministério da Previdência Social, Secretaria de Políticas de Previdência Social, 2007.

PINHEIRO, Vinícius Carvalho. Reforma de la seguridad social y federalismo: el caso brasileño. In: XI SEMINARIO REGIONAL DE POLÍTICA FISCAL, Serie Seminarios y Conferencias number 3, y 28 de enero de 1999, Sede de ESAF en Brasilia D.F., Brasil. *Anais...* Sede de ESAF en Brasilia D.F., Brasil: Publicación de las Naciones Unidas. CEPAL., y 28 de enero de 1999. Disponível em: <[http://www.cepal.org/publicaciones/xml/4/7284/lcl1456e\\_vic.pdf](http://www.cepal.org/publicaciones/xml/4/7284/lcl1456e_vic.pdf)>.

PITACCO, Ermanno. Actuarial models for pricing disability benefits: Towards a unifying approach. *Insurance: Mathematics and Economic*, 16. p. 39–62, 1995.

PITACCO, Ermanno. Longevity risk in living benefits. 21 jun. 2002, Moncalieri, Turin,. *Anais...* Moncalieri, Turin: Center of Research on Pension and Welfare Policies, 21 jun. 2002.

PITACCO, Ermanno. Mortality of disabled people. In: A WORLD OF MORTALITY ISSUES AND INSIGHTS SEMINAR, 23 maio 2012, [S.l.]: Society of Actuaries, 23 maio 2012.

PNAD. *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios*, 2011.

PRESTON, Samuel H; HEUVELINE, Patrick; GUILLOT, Michel. *Demography: measuring and modeling population processes*. Malden, MA: Blackwell Publishers, 2001.

PY, CLAUDIO ANTÔNIO DE ALMEIDA. *AUDITORIA DE GESTÃO. RELATÓRIO DE AUDITORIA ANUAL DE CONTAS da Secretária de Políticas de Previdência Social. SECRETARIA FEDERAL DE CONTROLE*

*INTERNO.CONTROLADORIA-GERAL DA UNIÃO*. . [S.l: s.n.]. Disponível em: <<http://www.cgu.gov.br/relatorios/RA224745/RA224745.pdf>>. , jun. 2009

QUEIROZ, Bernardo Lanza. RETIREMENT INCENTIVES: PENSION WEALTH, ACCRUAL AND IMPLICIT TAX. *WELL-BEING AND SOCIAL POLICY*, v. 4, n. 1, p. 73–94, Semester 2008.

QUEIROZ, Bernardo Lanza. The determinants of male retirement in urban Brazil. *Nova Economia*, v. 17, n. 1, p. 11–36, abr. 2007. Acesso em: 10 jul. 2014.

QUEIROZ, Bernardo Lanza; FIGOLI, Moema Gonçalves Bueno. Population Aging and the Rising Costs of Public Pension in Brazil. *Pensions: policies, new reforms and current challenges*. Nova Science Publishers. 1. ed. Hauppauge NY: Thom Reilly, 2014. p. 243–268. Disponível em: <<http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&scope=site&db=nlebk&db=nlabk&AN=696530>>. Acesso em: 3 nov. 2014.

QUEIROZ, Bernardo Lanza; SAWYER, Diana O. T. O que os dados de mortalidade do Censo de 2010 podem nos dizer? *Revista Brasileira de Estudos de População*, v. 29, n. 2, p. 225–238, dez. 2012. Acesso em: 11 nov. 2013.

QUEIROZ, Bernardo L.; MARCOS ROBERTO GONZAGA; LIMA, Everton E. Campos De. New and old paradigms on mortality: evolution of patterns in Latin America. In: INTERNATIONAL POPULATION CONFERENCE - IUSSP, 2013, Busan, Coreia do Sul. *Anais...* Busan, Coreia do Sul, 2013. Disponível em: <[http://www.iussp.org/sites/default/files/event\\_call\\_for\\_papers/19\\_08\\_13\\_QuerozGonzagaLima.pdf](http://www.iussp.org/sites/default/files/event_call_for_papers/19_08_13_QuerozGonzagaLima.pdf)>.

RABELO, Flávio Marcílio. *Regime próprios de previdência modelo organizacional, legal e de gestão de investimentos*. Brasília: Ministério da Previdência e Assistência Social, 2001.

RANGEL, Leonardo Alves; SABOIA, João Luiz. *Criação da previdência complementar dos servidores federais: motivações e implicações na taxa de reposição das futuras aposentadorias*. Brasília: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, 2013. (Texto para discussão).

RAO, J. N. K. *Small area estimation*. Hoboken, N.J: John Wiley, 2003. (Wiley series in survey methodology).

RAUH, Joshua D. *Are State Public Pensions Sustainable? Why the Federal Government Should Worry About State Pension Liabilities*. SSRN Scholarly Paper, n° ID 1596679. Rochester, NY: Social Science Research Network, 15 maio 2010. Disponível em: <<http://papers.ssrn.com/abstract=1596679>>. Acesso em: 9 jul. 2014.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. *R: A language and environment for statistical computing*. Vienna, Austria, 2013. Disponível em: <<http://www.R-project.org/>>.

REGIMES PRÓPRIOS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL NO BRASIL: UM BREVE PERFIL DOS SEGURADOS ATIVOS. In: ANSILIERO, Graziela; COSTANZI, Rogério Nagamine. *Informe da Previdência Social*. [S.l: s.n.], Agosto de 2009. v. Volume 21.

RIBEIRO, Aloísio Joaquim Freitas *et al.* Mortality tables of persons retired for permanent disability by the Brazilian Social Security System, per age and per beginning of retirement, between 1999 and 2002. *Revista Brasileira de Estudos de População*, v. 24, n. 1, p. 91–108, jun. 2007. Acesso em: 22 jul. 2014.

RIBEIRO, Aloísio Joaquim Freitas. *Um estudo sobre mortalidade dos aposentados por invalidez do Regime Geral da Previdência Social (RGPS)*. 2006. Tese (doutorado em Demografia) – CEDEPLAR/UFMG, Belo Horizonte, MG, 2006. Disponível em: <[http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/handle/1843/MCCR-6VSQ5D/alo\\_sio\\_joaquim\\_freitas\\_ribeiro.pdf?sequence=1](http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/handle/1843/MCCR-6VSQ5D/alo_sio_joaquim_freitas_ribeiro.pdf?sequence=1)>.

RIBEIRO, Aloísio Joaquim Freitas; REIS, Edna Afonso; BARBOSA, Joana Barbabela. Construction of Life Boards of invalids using Bayesian statistics. *Revista Brasileira de Estudos de População*, v. 27, n. 2, p. 317–331, dez. 2010. Acesso em: 24 jul. 2014.

RIO DE JANEIRO. LEI Nº 6243, DE 21 DE MAIO DE 2012. INSTITUI O REGIME DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR NO ÂMBITO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO, FIXA O LIMITE MÁXIMO PARA A CONCESSÃO DE APOSENTADORIAS E PENSÕES DE QUE TRATA O ARTIGO 40 DA CONSTITUIÇÃO FEDERAL, AUTORIZA A CRIAÇÃO DE ENTIDADE FECHADA DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR, NA FORMA DE FUNDAÇÃO, E DÁ OUTRAS PROVIDÊNCIAS. , DE MAIO DE 2012. Disponível em: <<http://alerjln1.alerj.rj.gov.br/contlei.nsf/3f9398ab330dbab883256d6b0050f039/0b9cd84264bf426483257a060069b1ba?OpenDocument>>.

RODRIGUES, José Angelo. *Gestão de risco atuarial*. São Paulo: Saraiva, 2008.

SAMUELSON, Paul A. Risk and uncertainty: a fallacy of large numbers. *Scientia*, p. 98–108, 1963.

SÁNCHEZ, ALEJANDRO HAZAS. Terceiro painel: modelos de financiamento e estudos atuariais da previdência social. *Reunião Especializada: Técnicas Atuariais e Gestão Financeira. Previdência Social*. Coleção Previdência Social, Série Debates. Brasília: MPAS / SPS, 2001. Disponível em: <[http://www.mps.gov.br/arquivos/office/3\\_081014-111356-872.pdf](http://www.mps.gov.br/arquivos/office/3_081014-111356-872.pdf)>. Acesso em: 14 jan. 2013.



SANTOS, Anderson Moreira Aristides Dos; JACINTO, Paulo de Andrade; TEJADA, César Augusto Oviedo. Causalidade entre renda e saúde: uma análise através da abordagem de dados em painel com os estados do Brasil. *Estudos Econômicos (São Paulo)*, v. 42, n. 2, p. 229–261, jun. 2012. Acesso em: 26 maio 2014.

SÃO PAULO. Lei 14653/11 | Lei nº 14.653, de 22 de dezembro de 2011. Institui o regime de previdência complementar no âmbito do Estado de São Paulo, fixa o limite máximo para a concessão de aposentadorias e pensões de que trata o artigo 40 da Constituição Federal, autoriza a criação de entidade fechada de previdência complementar, na forma de fundação, e dá outras providências. , de dezembro de 2011. Disponível em: <<http://governo-sp.jusbrasil.com.br/legislacao/1030561/lei-14653-11>>.

SCHWARZER, HELMUT. Painel I: Reforma da Previdência de Servidores Públicos - Reforma Brasileira e Tendências Internacionais. In: SEMINÁRIO REFORMA DA PREVIDÊNCIA: O BRASIL E A EXPERIÊNCIA INTERNACIONAL, Coleção Previdência Social. Série Debates., 2005, Brasília, DF. *Anais...* Brasília, DF: Ministério da Previdência Social, 2005.

SECRETARIA DE POLÍTICAS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL. Orientação Normativa nº 02, de 31 de março de 2009. Diário Oficial da União, Brasília, DF, abr 2009.

SECRETARIA DE POLÍTICAS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL. *RELATÓRIO DE GESTÃO DO EXERCÍCIO DE 2011 DA SECRETARIA DE POLÍTICAS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL/SPPS DO MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL/MPS*. BRASÍLIA, 2012. Disponível em: <[http://www.previdenciasocial.gov.br/arquivos/office/1\\_121005-161832-248.pdf](http://www.previdenciasocial.gov.br/arquivos/office/1_121005-161832-248.pdf)>.

SECRETARIA DE PREVIDÊNCIA SOCIAL. *Nota Técnica 11/99. CONSIDERAÇÕES SOBRE O NÚMERO MÍNIMO DE 1.000 PARTICIPANTES PARA OS REGIMES PRÓPRIOS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL*. Brasília, 1999.

SHACKLOCK, Kate; BRUNETTO, Yvonne. EMPLOYEES' PERCEPTIONS OF THE FACTORS AFFECTING THEIR DECISIONS TO RETIRE. *International Journal of Organisational Behaviour*, 5. v. 10, p. 740–756, 2005.

SHANG, Han Lin. Point and interval forecasts of age-specific life expectancies: A model averaging approach. *Demographic Research*, v. 27, p. 593–644, 9 nov. 2012. Acesso em: 30 nov. 2013.

SHANG, Han Lin; BOOTH, Heather; HYNDMAN, Rob. Point and interval forecasts of mortality rates and life expectancy: A comparison of ten principal component methods. *Demographic Research*, v. 25, p. 173–214, 15 jul. 2011. Acesso em: 30 nov. 2013.

SILVA, Luciano Gonçalves de Castro E. A TÁBUA DE MORTALIDADE DO RPPS DO ESTADO DE SÃO PAULO. In: XVII ENCONTRO NACIONAL DE ESTUDOS POPULACIONAIS, a 24 de setembro de 2010, Caxambú- MG – Brasil. *Anais...* Caxambú- MG – Brasil, a 24 de setembro de 2010. Disponível em:

<[http://www.abep.nepo.unicamp.br/encontro2010/docs\\_pdf/tema\\_9/abep2010\\_1966.pdf](http://www.abep.nepo.unicamp.br/encontro2010/docs_pdf/tema_9/abep2010_1966.pdf)>.

SILVA, Flávia Sommerlatte. *Tendências e projeção da mortalidade do município de São Paulo – 1920 a 2100*. 2009. Dissertação (Mestrado em Demografia) – CEDEPLAR, UFMG, Belo Horizonte, 2009.

SILVEIRA, Fernando Gaiger *et al.* *PREVIDÊNCIA DOS SERVIDORES PÚBLICOS: REFLEXÕES EM TORNO DA PROPOSTA DE INSTITUIÇÃO DA PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR*. Rio de Janeiro / RJ: Ipea, 2011. v. 1679. (TEXTO APRA DISCUSSÃO).

SINN, Hans-Werner. WHY A FUNDED PENSION SYSTEM IS USEFUL AND WHY IT IS NOT USEFUL. *NATIONAL BUREAU OF ECONOMIC RESEARCH*, v. Working Paper 7592, mar. 2000. Disponível em: <[http://www.nber.org/papers/w7592.pdf?new\\_window=1](http://www.nber.org/papers/w7592.pdf?new_window=1)>.

SOUZA, Pedro Herculano Guimarães Ferreira De. Uma metodologia para explicar diferenças entre dados administrativos e pesquisas amostrais, com aplicação para o Bolsa Família e o Benefício de Prestação Continuada na PNAD. *Revista Brasileira de Estudos de População*, v. 30, p. 299–315, 2013.

SOUZA, Renata. Notas de aula. Inferência Estatística Não Paramétrica - Capítulo 15 - Métodos Monte Carlo. *Princípios e Técnicas da Análise Estatística Experimental*. Disciplina de Princípios e Técnicas da Análise Estatística Experimental do curso de Pós-graduação no Centro de Informática (UFPE): Centro de Informática - UFPE, 2012. Disponível em: <<http://www.cin.ufpe.br/~rmcrs/ESAP/arquivos/MetodosMonteCarlo.pdf>>.

SPEDICATO, Giorgio Alfredo; KAINHOFER, Reinhold; OWENS, Kevin J. *Package “lifecontingencies”: A package to perform actuarial mathematics for life contingencies insurances*. 2014. Disponível em: <<http://cran.r-project.org/web/packages/lifecontingencies/lifecontingencies.pdf>>.

SPLINTER, David. *State Pension Contributions and Fiscal Stress*. Houston: Rice University, dez. 2011. Disponível em: <<https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CB4QFjAA&url=https%3A%2F%2Fwww.aeaweb.org%2Faea%2F2012conference%2Fprogram%2Fretrieve.php%3Fpdfid%3D175&ei=n6a9U7SuBtSnsASbqlGwDA&usg=AFQjCNEeUEhNet6b-Ji8RZ5FEI8r7e7w4A>>.

STOCKMAYER, Gretchen Erika. *The Demographic Foundations of Change in U.S. Households in the Twentieth Century*. 2004. Dissertation (Doctor of

Philosophy in Demography) – University of California, Berkeley, 2004. Disponível em: <[http://www.demog.berkeley.edu/~gretchen/Stockmayer\\_Diss.pdf](http://www.demog.berkeley.edu/~gretchen/Stockmayer_Diss.pdf)>.

SUPERINTENDÊNCIA DE SEGUROS PRIVADOS. *BOLETINS ESTATÍSTICOS consolidados de seguros, capitalização e previdência privada aberta 2012*. Rio de Janeiro-RJ, 2012. Disponível em: <<http://www.susep.gov.br/menu/estatisticas-do-mercado/boletins-estatisticos>>.

SUPERINTENDÊNCIA NACIONAL DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR. *Estatística Trimestral – Dezembro 2012*. Disponível em: <[http://www.mps.gov.br/arquivos/office/1\\_130422-155735-737.pdf](http://www.mps.gov.br/arquivos/office/1_130422-155735-737.pdf)>. Acesso em: 4 jul. 2013.

TAFNER, PAULO. SIMULANDO O DESEMPENHO DO SISTEMA PREVIDENCIÁRIO: SEUS EFEITOS SOBRE A POBREZA SOB MUDANÇAS NAS REGRAS DE PENSÃO E APOSENTADORIA. In: INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA. *Previdência no Brasil: debates, dilemas e escolhas*. Brasília: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, 2007. .

TAFNER, PAULO; GIAMBIAGI, Fabio. ALGUMAS PROPOSTAS PARA O APRIMORAMENTO DE NOSSO SISTEMA. In: INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA. *Previdência no Brasil: debates, dilemas e escolhas*. Brasília: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, 2007. .

TESOURO NACIONAL. *Relatório do Tesouro Nacional 2013*. 2013

UNITED NATIONS POPULATION DIVISION. *World Mortality 2013 - United Nations Population Division/Department of Economic and Social Affairs*. Disponível em: <<http://www.un.org/en/development/desa/population/publications/>>. Acesso em: 20 maio 2014a.

UNITED NATIONS POPULATION DIVISION. *World Mortality Report 2013 - United Nations Population Division | Department of Economic and Social Affairs*. Disponível em: <<http://www.un.org/en/development/desa/population/publications/>>. Acesso em: 20 maio 2014b.

VOS, Susan De; PALLONI, Alberto. Formal Models and Methods for the Analysis of Kinship and Household Organization. *Population Index. Office of Population Research*, 2. v. 55, p. 174–198, Summer 1989.

WACHTER, Kenneth W. *Essential Demographic Methods*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 2014.

WAEGENAERE, Anja De; MELENBERG, Bertrand; STEVENS, Ralph. Longevity Risk. *De Economist*, v. 158, n. 2, p. 151–192, jun. 2010. Acesso em: 27 jun. 2014.

WINKLEVOSS, Howard E. *Pension mathematics with numerical illustrations*. 2nd ed ed. Philadelphia: Published by Pension Research Council, Wharton School of the University of Pennsylvania and University of Pennsylvania Press, 1993.

XIA, Yu. *ANALYSIS OF LONG-TERM DISABILITY INSURANCE PORTFOLIOS WITH STOCHASTIC INTEREST RATES AND MULTI-STATE TRANSITION MODELS*. 2009. Master of Science in the Department of Statistics and Actuarial Science Faculty of Sciences – The University of Hong Kong, Hong Kong, 2009. Disponível em: <[http://www.stat.sfu.ca/content/dam/sfu/stat/alumnitheses/2012/Yu%20Xia's%20Thesis%20\(Final%20Draft\).pdf](http://www.stat.sfu.ca/content/dam/sfu/stat/alumnitheses/2012/Yu%20Xia's%20Thesis%20(Final%20Draft).pdf)>.

ZHAO, Zhongwei. Computer microsimulation and historical study of social structure: A comparative review of SOCSIM and CAMSIM. *Revista de Demografía Histórica*, XXIV. v. 2, p. 59–88, 2006.

## ANEXOS

### ANEXO 1 - Desvio padrão da idade de entrada no serviço público municipal por idade e sexo do servidor.

Grupo etário	Homem	Mulher	Total
Até 19	0,51	0,50	0,50
20 a 24	1,63	1,60	1,61
25 a 29	2,57	2,75	2,69
30 a 34	3,97	4,04	4,02
35 a 39	5,29	5,50	5,44
40 a 44	6,95	7,06	7,04
45 a 49	9,10	8,74	8,86
50 e mais	10,89	10,10	10,54

Fonte: PNAD, 2011.

### ANEXO 2 - Distribuição da idade de entrada no serviço público municipal, valores observados e ajustados, homens e mulheres, Brasil, 2011.

Idade	Homens	Mulheres	Idade	Homens	Mulheres	Idade	Homens	Mulheres
18	0,0%	0,0%	36	2,8%	2,8%	54	0,5%	0,3%
19	2,9%	2,9%	37	2,6%	2,6%	55	0,5%	0,3%
20	3,7%	3,9%	38	2,4%	2,3%	56	0,4%	0,2%
21	4,1%	4,5%	39	2,2%	2,1%	57	0,4%	0,2%
22	4,4%	4,9%	40	2,1%	1,9%	58	0,3%	0,2%
23	4,6%	5,1%	41	1,9%	1,7%	59	0,3%	0,2%
24	4,6%	5,2%	42	1,7%	1,5%	60	0,3%	0,1%
25	4,6%	5,2%	43	1,6%	1,4%	61	0,2%	0,1%
26	4,6%	5,1%	44	1,5%	1,2%	62	0,2%	0,1%
27	4,5%	5,0%	45	1,3%	1,1%	63	0,2%	0,1%
28	4,3%	4,8%	46	1,2%	1,0%	64	0,2%	0,1%
29	4,2%	4,6%	47	1,1%	0,9%	65	0,1%	0,1%
30	4,0%	4,3%	48	1,0%	0,7%	66	0,1%	0,1%
31	3,8%	4,1%	49	0,9%	0,7%	67	0,1%	0,0%
32	3,6%	3,8%	50	0,8%	0,6%	68	0,1%	0,0%
33	3,4%	3,6%	51	0,7%	0,5%	69	0,1%	0,0%
34	3,2%	3,3%	52	0,7%	0,4%			
35	3,0%	3,1%	53	0,6%	0,4%			

Fonte: PNAD, 2011.

**ANEXO 3 – Probabilidade de saída por invalidez a cada idade pelas tábuas  
Gomes 2008 F, Borges 2009 EM feminino, Álvaro Vindas e IAPB 57 fraca.**

Idade	IAPB-57 Forte	Alvaro Vindas	Gomes 2008 F	Borges 2009 EM F	Idade	IAPB-57 Forte	Alvaro Vindas	Gomes 2008 F	Borges 2009 EM F
18	0,0012	0,0006	0,0000	0,0001	45	0,0025	0,0012	0,0054	0,0039
19	0,0012	0,0006	0,0000	0,0001	46	0,0026	0,0013	0,0061	0,0042
20	0,0012	0,0006	0,0001	0,0002	47	0,0028	0,0014	0,0068	0,0046
21	0,0013	0,0006	0,0001	0,0002	48	0,0030	0,0015	0,0076	0,0050
22	0,0013	0,0006	0,0001	0,0003	49	0,0031	0,0017	0,0086	0,0053
23	0,0014	0,0006	0,0001	0,0004	50	0,0034	0,0018	0,0097	0,0058
24	0,0014	0,0006	0,0002	0,0004	51	0,0038	0,0020	0,0108	0,0062
25	0,0014	0,0006	0,0002	0,0005	52	0,0043	0,0022	0,0120	0,0067
26	0,0014	0,0006	0,0003	0,0006	53	0,0048	0,0025	0,0134	0,0071
27	0,0014	0,0006	0,0004	0,0007	54	0,0055	0,0028	0,0151	0,0077
28	0,0014	0,0006	0,0005	0,0008	55	0,0062	0,0031	0,0174	0,0082
29	0,0015	0,0006	0,0006	0,0009	56	0,0071	0,0035	0,0202	0,0088
30	0,0015	0,0006	0,0007	0,0010	57	0,0082	0,0039	0,0233	0,0094
31	0,0015	0,0006	0,0009	0,0011	58	0,0096	0,0044	0,0269	0,0101
32	0,0015	0,0006	0,0010	0,0012	59	0,0106	0,0049	0,0309	0,0108
33	0,0016	0,0006	0,0011	0,0013	60	0,0119	0,0055	0,0355	0,0115
34	0,0016	0,0007	0,0013	0,0015	61	0,0132	0,0062	0,0409	0,0123
35	0,0017	0,0007	0,0015	0,0016	62	0,0147	0,0070	0,0473	0,0132
36	0,0017	0,0007	0,0017	0,0018	63	0,0163	0,0080	0,0539	0,0140
37	0,0018	0,0007	0,0020	0,0020	64	0,0181	0,0090	0,0601	0,0150
38	0,0018	0,0008	0,0022	0,0022	65	0,0199	0,0102	0,0653	0,0159
39	0,0019	0,0008	0,0025	0,0024	66	0,0223	0,0115	0,0700	0,0170
40	0,0020	0,0008	0,0029	0,0026	67	0,0249	0,0131	0,0745	0,0181
41	0,0021	0,0009	0,0033	0,0028	68	0,0278	0,0149	0,0783	0,0192
42	0,0021	0,0010	0,0037	0,0031	69	0,0311	0,0169	0,0807	0,0204
43	0,0022	0,0010	0,0042	0,0033	70	0,0348	0,0191	0,0812	0,0158
44	0,0023	0,0011	0,0047	0,0036					

Fonte: BORGES, 2009; GOMES; FIGOLI; RIBEIRO, 2010.

**ANEXO 4 - Probabilidade de morte a cada idade, IBGE 2010 Feminina e Masculina, Japão 2009 Feminina, e AT 2000 Feminina.**

Idade	IBGE 2010 F	IBGE 2010 M	Japão 2009 F	AT 2000 F	Idade	IBGE 2010 F	IBGE 2010 M	Japão 2009 F	AT 2000 F
0	0,01802	0,02513	0,00212	0,00162	56	0,00707	0,01279	0,00253	0,00269
1	0,00169	0,00236	0,00034	0,00068	57	0,00766	0,01376	0,00264	0,00294
2	0,00088	0,00127	0,00017	0,00035	58	0,00831	0,01471	0,00289	0,00322
3	0,00058	0,00085	0,00016	0,00026	59	0,00903	0,01568	0,00316	0,00352
4	0,00042	0,00063	0,00011	0,00021	60	0,00981	0,01670	0,00337	0,00386
5	0,00033	0,00050	0,00012	0,00017	61	0,01066	0,01782	0,00386	0,00424
6	0,00027	0,00041	0,00010	0,00014	62	0,01156	0,01906	0,00410	0,00467
7	0,00023	0,00035	0,00007	0,00012	63	0,01251	0,02043	0,00409	0,00514
8	0,00020	0,00032	0,00008	0,00012	64	0,01353	0,02194	0,00448	0,00567
9	0,00018	0,00030	0,00007	0,00012	65	0,01463	0,02354	0,00498	0,00625
10	0,00018	0,00029	0,00008	0,00013	66	0,01584	0,02526	0,00522	0,00688
11	0,00018	0,00031	0,00007	0,00013	67	0,01722	0,02723	0,00595	0,00756
12	0,00021	0,00035	0,00008	0,00014	68	0,01879	0,02951	0,00648	0,00829
13	0,00024	0,00044	0,00008	0,00015	69	0,02055	0,03207	0,00699	0,00910
14	0,00028	0,00065	0,00008	0,00016	70	0,02246	0,03486	0,00751	0,01003
15	0,00033	0,00106	0,00010	0,00018	71	0,02451	0,03781	0,00885	0,01112
16	0,00038	0,00134	0,00014	0,00019	72	0,02679	0,04092	0,00967	0,01239
17	0,00043	0,00161	0,00017	0,00020	73	0,02934	0,04418	0,01100	0,01387
18	0,00046	0,00184	0,00017	0,00022	74	0,03216	0,04761	0,01187	0,01559
19	0,00049	0,00204	0,00022	0,00023	75	0,03520	0,05128	0,01371	0,01756
20	0,00052	0,00224	0,00028	0,00025	76	0,03846	0,05524	0,01588	0,01981
21	0,00055	0,00244	0,00026	0,00027	77	0,04205	0,05949	0,01772	0,02233
22	0,00058	0,00258	0,00029	0,00028	78	0,04601	0,06406	0,02037	0,02516
23	0,00061	0,00265	0,00031	0,00030	79	0,05035	0,06898	0,02229	0,02834
24	0,00065	0,00267	0,00027	0,00031	80	0,05391	0,07175	0,02673	0,03193
25	0,00069	0,00267	0,00032	0,00033	81	0,05765	0,07471	0,02943	0,03599
26	0,00072	0,00267	0,00035	0,00035	82	0,06157	0,07790	0,03402	0,04055
27	0,00077	0,00269	0,00031	0,00036	83	0,06572	0,08132	0,03858	0,04569
28	0,00081	0,00273	0,00033	0,00038	84	0,07013	0,08503	0,04471	0,05146
29	0,00086	0,00279	0,00036	0,00039	85	0,07481	0,08904	0,05115	0,05791
30	0,00091	0,00286	0,00032	0,00040	86	0,07983	0,09341	0,05867	0,06512
31	0,00097	0,00294	0,00040	0,00041	87	0,08522	0,09817	0,06746	0,07314
32	0,00104	0,00303	0,00041	0,00043	88	0,09103	0,10340	0,07655	0,08199
33	0,00111	0,00314	0,00041	0,00044	89	0,09735	0,10916	0,08876	0,09158
34	0,00119	0,00327	0,00046	0,00045	90	0,10424	0,11553	0,09413	0,10176
35	0,00127	0,00342	0,00050	0,00046	91	0,11182	0,12263	0,10890	0,11240
36	0,00137	0,00358	0,00050	0,00048	92	0,12019	0,13059	0,12230	0,12335
37	0,00148	0,00376	0,00060	0,00050	93	0,12953	0,13956	0,13981	0,13449
38	0,00162	0,00396	0,00064	0,00053	94	0,14000	0,14976	0,15393	0,14569
39	0,00177	0,00417	0,00067	0,00057	95	0,15187	0,16145	0,16942	0,15685
40	0,00194	0,00440	0,00069	0,00061	96	0,16545	0,17498	0,18781	0,16784
41	0,00212	0,00465	0,00083	0,00066	97	0,18117	0,19080	0,20736	0,17856
42	0,00232	0,00494	0,00083	0,00072	98	0,19957	0,20953	0,22798	0,18960
43	0,00252	0,00527	0,00089	0,00078	99	0,22143	0,23203	0,24953	0,20156
44	0,00273	0,00564	0,00107	0,00086	100	0,24782	0,25947	0,27186	0,21501
45	0,00297	0,00606	0,00109	0,00094	101	0,28025	0,29355	0,29477	0,23057
46	0,00322	0,00649	0,00120	0,00104	102	0,32093	0,33676	0,31806	0,24881
47	0,00349	0,00693	0,00126	0,00114	103	0,37311	0,39276	0,34150	0,27033
48	0,00378	0,00735	0,00137	0,00126	104	0,44155	0,46689	0,36486	0,29572
49	0,00409	0,00779	0,00157	0,00139	105	0,53288	0,56622	0,38792	0,32558
50	0,00442	0,00824	0,00160	0,00154	106	0,65401	0,69656	0,41044	0,36049
51	0,00479	0,00875	0,00181	0,00170	107	0,80223	0,84754	0,43225	0,40105
52	0,00518	0,00935	0,00190	0,00186	108	0,93754	0,96424	0,45317	0,44786
53	0,00560	0,01008	0,00206	0,00205	109	0,99477	0,99840	0,47305	0,50150
54	0,00605	0,01092	0,00220	0,00224	110	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
55	0,00654	0,01184	0,00230	0,00246					

Fonte: HUMAN MORTALITY DATABASE, 2012; INSTITUTO BRASILEIRO DE ATUÁRIA, 2013; INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2010b.

**ANEXO 5 - Probabilidade de saída por mortalidade, invalidez e por todas as causas por idade na tabela de múltiplos decrementos, mulheres.**

Idade	Morte	Invalidez	Total	Idade	Morte	Invalidez	Total
0	0,01802	0,00000	0,01802	36	0,00137	0,00070	0,00207
1	0,00169	0,00000	0,00169	37	0,00148	0,00073	0,00221
2	0,00088	0,00000	0,00088	38	0,00162	0,00076	0,00238
3	0,00058	0,00000	0,00058	39	0,00177	0,00080	0,00257
4	0,00042	0,00000	0,00042	40	0,00194	0,00084	0,00278
5	0,00033	0,00000	0,00033	41	0,00212	0,00089	0,00301
6	0,00027	0,00000	0,00027	42	0,00231	0,00095	0,00326
7	0,00023	0,00000	0,00023	43	0,00252	0,00101	0,00353
8	0,00020	0,00000	0,00020	44	0,00273	0,00109	0,00382
9	0,00018	0,00000	0,00018	45	0,00297	0,00117	0,00414
10	0,00018	0,00000	0,00018	46	0,00322	0,00127	0,00449
11	0,00018	0,00000	0,00018	47	0,00349	0,00138	0,00487
12	0,00021	0,00000	0,00021	48	0,00378	0,00151	0,00529
13	0,00024	0,00000	0,00024	49	0,00408	0,00165	0,00574
14	0,00028	0,00000	0,00028	50	0,00442	0,00182	0,00624
15	0,00033	0,00057	0,00090	51	0,00478	0,00201	0,00679
16	0,00038	0,00057	0,00095	52	0,00517	0,00223	0,00740
17	0,00043	0,00057	0,00100	53	0,00559	0,00247	0,00806
18	0,00046	0,00057	0,00103	54	0,00604	0,00275	0,00879
19	0,00049	0,00057	0,00106	55	0,00653	0,00308	0,00961
20	0,00052	0,00057	0,00108	56	0,00706	0,00344	0,01050
21	0,00055	0,00057	0,00112	57	0,00765	0,00386	0,01150
22	0,00058	0,00057	0,00115	58	0,00829	0,00433	0,01263
23	0,00061	0,00057	0,00118	59	0,00901	0,00487	0,01388
24	0,00065	0,00057	0,00122	60	0,00979	0,00549	0,01527
25	0,00069	0,00057	0,00126	61	0,01063	0,00619	0,01682
26	0,00072	0,00058	0,00130	62	0,01152	0,00699	0,01851
27	0,00077	0,00058	0,00135	63	0,01246	0,00790	0,02036
28	0,00081	0,00059	0,00140	64	0,01347	0,00893	0,02240
29	0,00086	0,00060	0,00145	65	0,01456	0,01011	0,02466
30	0,00091	0,00060	0,00152	66	0,01575	0,01145	0,02720
31	0,00097	0,00061	0,00159	67	0,01710	0,01297	0,03008
32	0,00104	0,00063	0,00167	68	0,01865	0,01471	0,03335
33	0,00111	0,00064	0,00175	69	0,02038	0,01668	0,03706
34	0,00119	0,00066	0,00184	70	0,02224	0,01892	0,04116
35	0,00127	0,00068	0,00195				



**ANEXO 6 - Probabilidade de saída por mortalidade, invalidez e por todas as causas por idade na tabela de múltiplos decrementos, homens.**

Idade	Morte	Invalidez	Total	Idade	Morte	Invalidez	Total
0	0,02513	0,00000	0,02513	36	0,00358	0,00070	0,00428
1	0,00236	0,00000	0,00236	37	0,00376	0,00073	0,00449
2	0,00127	0,00000	0,00127	38	0,00396	0,00076	0,00472
3	0,00085	0,00000	0,00085	39	0,00417	0,00080	0,00497
4	0,00063	0,00000	0,00063	40	0,00439	0,00084	0,00524
5	0,00050	0,00000	0,00050	41	0,00465	0,00089	0,00554
6	0,00041	0,00000	0,00041	42	0,00494	0,00095	0,00588
7	0,00035	0,00000	0,00035	43	0,00527	0,00101	0,00628
8	0,00032	0,00000	0,00032	44	0,00564	0,00108	0,00673
9	0,00030	0,00000	0,00030	45	0,00605	0,00117	0,00722
10	0,00029	0,00000	0,00029	46	0,00649	0,00127	0,00775
11	0,00031	0,00000	0,00031	47	0,00692	0,00138	0,00830
12	0,00035	0,00000	0,00035	48	0,00735	0,00151	0,00885
13	0,00044	0,00000	0,00044	49	0,00778	0,00165	0,00943
14	0,00065	0,00000	0,00065	50	0,00823	0,00182	0,01005
15	0,00106	0,00057	0,00163	51	0,00874	0,00201	0,01074
16	0,00134	0,00057	0,00191	52	0,00934	0,00222	0,01156
17	0,00161	0,00057	0,00218	53	0,01007	0,00247	0,01254
18	0,00184	0,00057	0,00241	54	0,01091	0,00275	0,01365
19	0,00204	0,00057	0,00261	55	0,01182	0,00307	0,01489
20	0,00224	0,00057	0,00281	56	0,01277	0,00343	0,01620
21	0,00244	0,00057	0,00301	57	0,01373	0,00385	0,01758
22	0,00258	0,00057	0,00315	58	0,01468	0,00432	0,01900
23	0,00265	0,00057	0,00322	59	0,01564	0,00486	0,02049
24	0,00267	0,00057	0,00324	60	0,01665	0,00547	0,02212
25	0,00267	0,00057	0,00324	61	0,01777	0,00617	0,02394
26	0,00267	0,00058	0,00325	62	0,01899	0,00696	0,02596
27	0,00268	0,00058	0,00327	63	0,02035	0,00787	0,02822
28	0,00273	0,00059	0,00332	64	0,02184	0,00889	0,03074
29	0,00279	0,00060	0,00339	65	0,02342	0,01006	0,03348
30	0,00286	0,00060	0,00347	66	0,02512	0,01140	0,03651
31	0,00294	0,00061	0,00355	67	0,02706	0,01291	0,03996
32	0,00303	0,00063	0,00365	68	0,02929	0,01463	0,04392
33	0,00314	0,00064	0,00378	69	0,03180	0,01658	0,04838
34	0,00327	0,00066	0,00393	70	0,03452	0,01880	0,05333
35	0,00342	0,00068	0,00410				

**ANEXO 7 - Probabilidade de ter cônjuge ou companheiro por idade e sexo, população total, Brasil, 2011.**

Idade	Mulher	Homem	Idade	Mulher	Homem	Idade	Mulher	Homem
18	0,18858	0,06165	49	0,69042	0,81131	80	0,25321	0,70035
19	0,24133	0,09956	50	0,68403	0,80889	81	0,23543	0,68899
20	0,29494	0,14510	51	0,67325	0,81701	82	0,21120	0,67019
21	0,34792	0,19632	52	0,66247	0,81530	83	0,19736	0,66465
22	0,40077	0,24878	53	0,64664	0,81374	84	0,17062	0,63699
23	0,44665	0,30546	54	0,63825	0,81326	85	0,16126	0,61060
24	0,49215	0,36052	55	0,62800	0,81571	86	0,14945	0,56875
25	0,53195	0,41288	56	0,62156	0,81051	87	0,14266	0,55904
26	0,56946	0,46566	57	0,61912	0,81177	88	0,11801	0,53141
27	0,60057	0,51371	58	0,61100	0,81724	89	0,09925	0,53574
28	0,62822	0,55653	59	0,60203	0,81442	90	0,07542	0,51684
29	0,65221	0,59542	60	0,58382	0,81339	91	0,06866	0,49269
30	0,67874	0,63369	61	0,57340	0,81568	92	0,07398	0,51790
31	0,69515	0,66029	62	0,55491	0,81623	93	0,05670	0,50128
32	0,70476	0,68773	63	0,54655	0,80804	94	0,05460	0,45841
33	0,71568	0,71185	64	0,53096	0,80303	95	0,05175	0,52042
34	0,72107	0,73158	65	0,52004	0,80302	96	0,03115	0,56015
35	0,72072	0,74624	66	0,50331	0,79785	97	0,00233	0,53679
36	0,71904	0,76196	67	0,49529	0,79347	98	0,01616	0,52451
37	0,72117	0,77141	68	0,46893	0,79261	99	0,01383	0,45229
38	0,72084	0,77401	69	0,45314	0,79358	100	0,01383	0,35690
39	0,72014	0,77766	70	0,43572	0,78776	101	0,01383	0,40556
40	0,72218	0,77831	71	0,41652	0,78760	102	0,01383	0,41256
41	0,72142	0,78260	72	0,39071	0,78002	103	0,01750	0,49125
42	0,71604	0,78580	73	0,37843	0,77625	104	0,01750	0,49125
43	0,70989	0,79285	74	0,36165	0,76547	105	0,18552	0,63847
44	0,70733	0,79693	75	0,34257	0,75229	106	0,18552	0,59411
45	0,70033	0,80379	76	0,32271	0,74055	107	0,22853	0,53431
46	0,69798	0,80213	77	0,30635	0,73162	108	0,26420	0,42194
47	0,69601	0,80690	78	0,29318	0,72012	109	0,33025	0,52742
48	0,69733	0,80718	79	0,27515	0,71188	110	0,16028	0,36989

Fonte: PNAD, 2011.