

**Cláudio Santoro Lanari**

**O EFEITO “SORRISO” DA VOLATILIDADE  
IMPLÍCITA DO MODELO DE BLACK E  
SCHOLES: Estudo Empírico sobre as Opções  
Telebrás PN no ano de 1998**

Dissertação apresentada ao Centro de Pós-graduação e Pesquisa em Administração, da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Administração.

Área de concentração: Mercadologia e Administração Estratégica

Orientador: Prof. Antônio Artur de Souza, *Ph. D.*  
Universidade Federal de Minas Gerais

Co-orientador: Prof. João Luís Correia Duque, *Ph. D.*  
Universidade Técnica de Lisboa

**Faculdade de Ciências Econômicas da UFMG  
Belo Horizonte  
2000**

## **DEDICATÓRIA**

Dedico essa Dissertação ao meu pai, Luiz Amaro Lanari, à minha mãe, Maria Elisa de Matos Santoro, ao meu irmão, Luiz Amaro Lanari Júnior e à minha namorada, Carla. Devo tudo a eles.

## AGRADECIMENTO

Escrever uma Dissertação de Mestrado não é uma tarefa fácil. Aqui estão condensados esforço e trabalho de uma jornada de dois longos anos, empreendidos após uma extensa reflexão. Deve-se abrir mão de muitas coisas para se conseguir finalizar um trabalho como esse – horas com a família, horas com a namorada, horas de lazer enfim. Esta não é, por outro lado, uma jornada solitária. Ao contrário, contei com a ajuda e apoio de muitas pessoas.

Em primeiro lugar, devo agradecer enormemente ao meu orientador, Prof. Dr. Antônio Artur de Souza, pelo apoio e estímulo científico incondicionais. Sua postura como orientador e amigo é exemplo para qualquer pessoa. Sem ele, essa Dissertação não existiria.

Devo grandes agradecimentos ao meu co-orientador, Prof. Dr. João Luís Correia Duque, o qual sugeriu o presente tema, bem como deu valiosas orientações ao longo do seu desenvolvimento, diretamente de Portugal, por meio de *e-mail*. Agradeço também à MSc. Patrícia Teixeira Lopes, ex-aluna do Prof. Dr. Duque, a qual gentilmente me forneceu seus muitos escritos, bem como artigos, lá de longe, do velho continente, que foram a base deste trabalho. A eles, devo agradecimentos especiais.

Gostaria de agradecer também à presteza do Prof. Dr. Hudson Fernandes Amaral, pelos diálogos e sugestões que procurei incorporar ao meu trabalho, e também à sua assistente, Lousanne, que me forneceu parte dos dados necessários à análise desenvolvida.

Não posso deixar de registrar, também, o apoio indireto prestado pelas assistentes do Prof. Dr. Antônio Artur, Josmária e Viviane, às quais deixo o meu agradecimento.

Dos bastidores, onde são tomadas decisões mais sutis, mas cruciais ao desenvolvimento do trabalho, também participaram muitas pessoas pelas quais tenho gratidão. Meu obrigado ao MSc. Lucas Sodrê Mendes pelas extensas horas de debate sobre o objeto em análise, bem como sobre a metodologia e tema.

Agradeço aos meus colegas de mestrado, Alessandro Arruda e Aguinaldo Heber Nogueira, pelos trabalhos desenvolvidos em conjunto, bem como pelas conversas e cervejas financeiras desses últimos dois anos.

Sou grato também a todos os meus colegas de mestrado – particularmente ao Carlos Henrique – pelos bons momentos que tivemos nesses anos de convivência.

Não posso deixar de registrar o apoio financeiro concedido pela CAPES durante o meu Curso de Mestrado, fundamental à sua realização. Tenho consciência do privilégio de ter sido um bolsista de pesquisa num país onde a Ciência carece de recursos, e espero retribuir o investimento à sociedade.

Agradeço também aos meus *gurus* inspiradores: *MSc.* Luiz Amaro Lanari, meu pai, amigo, orientador vitalício e conselheiro de finanças, que, desde há muito tempo, lia o que é tido como paradigma em finanças na atualidade, e *Pós Ph. D.* Marcelo de Matos Santoro, meu tio, que, com sua postura e biblioteca de investigador nato, me ensinou a gostar da busca pelo conhecimento, da Ciência.

A palavra final vai para todos aqueles dos quais privei a minha presença nesses dois últimos anos, em especial, à minha namorada Carla. Espero ter meios de compensá-los pelas ausências desse período.

Compartilho os méritos desse trabalho com todos vocês, amigos e ajudantes nessa longa jornada. Eximo-os, entretanto, de qualquer eventual falha aqui contida. Essas, assumo-as sozinho.

*Toda a nossa ciência, comparada com a realidade, é primitiva e infantil — e, no entanto, é a coisa mais preciosa que temos.*

Albert Einstein

*Be still my beating heart*

*It would be better to be cool*

*[...]*

*I've been to every single book I know*

*To soothe the thoughts that plague me so*

Sting

## SUMÁRIO

<b>Capítulo 1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
<b>Capítulo 2 MODELOS DE AVALIAÇÃO DE OPÇÕES</b>	
2.1 - Introdução .....	19
2.2 - O modelo binomial .....	19
2.3 - O modelo de B&S .....	23
2.4 - Outros modelos de avaliação de opções .....	25
2.4.1 - Modelo de difusão por salto .....	26
2.4.2 - Modelo de elasticidade constante da volatilidade.....	28
2.4.3 - Modelos de volatilidade estocástica.....	28
2.4.4 - Modelo de difusão por salto da volatilidade estocástica .....	34
2.4.5 - Modelo de volatilidade e taxa de juros estocásticas.....	35
2.4.6 - Modelo de volatilidade estocástica e processo GARCH.....	36
2.4.7 - Ajustes ao modelo de B&S .....	36
2.5 - Qual é o melhor modelo? .....	37
2.6 - Conclusão .....	39
<b>Capítulo 3 DESVIOS EMPÍRICOS EM RELAÇÃO AO MODELO DE B&amp;S: O EFEITO “SORRISO” DA VOLATILIDADE IMPLÍCITA</b>	
3.1 - Introdução.....	41
3.2 - A volatilidade implícita do modelo de B&S.....	41
3.3 - O efeito “sorriso” da volatilidade implícita .....	44
3.4 - Evidências empíricas do efeito “sorriso” .....	49
3.5 - Razões para a existência do efeito “sorriso”.....	54
3.6 - Distribuições probabilísticas que incorporam o efeito “sorriso” .....	57
3.7 - Conclusão .....	60
<b>Capítulo 4 ANÁLISE DO EFEITO “SORRISO” EM OPÇÕES SOBRE AÇÕES TELEBRÁS PN NEGOCIADAS NA BOVESPA NO ANO DE 1998</b>	
4.1 - Introdução.....	63
4.2 - Dados .....	63
4.3 - Metodologia.....	74
4.3.1 - Hipótese I: existe efeito “sorriso” no mercado de opções brasileiro .....	83
4.3.2 - Hipótese II: o efeito “sorriso” acentua-se em situações de elevada volatilidade.....	84
4.4 - Resultados empíricos.....	88
4.5 - Conclusão .....	102
<b>Capítulo 5 CONCLUSÃO FINAL E SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS</b>	
5.1 - Conclusão final .....	106
5.2 - Sugestões para estudos futuros .....	108
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>110</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> Diagrama esquemático mostrando a estrutura da Dissertação .....	<b>17</b>
<b>Figura 2</b> Representação da árvore binomial para três períodos .....	<b>20</b>
<b>Figura 3</b> Distribuições probabilísticas efetivas dos preços do ativo subjacente às opções e a distribuição log-normal .....	<b>47</b>
<b>Figura 4</b> Curvas mostrando que um efeito sorriso linear altera a densidade de probabilidade livre de risco associada ao ativo subjacente à opção .....	<b>48</b>
<b>Figura 5</b> Estatísticas descritivas da medida $U_{out}$ .....	<b>90</b>
<b>Figura 6</b> Estatísticas descritivas da medida $U_{in}$ .....	<b>83</b>
<b>Figura 7</b> Estatísticas descritivas da medida $U_{at}$ .....	<b>91</b>
<b>Figura 8</b> Estatísticas descritivas da medida GEMMILL .....	<b>91</b>

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1</b> Movimentação financeira anual total na Bovespa .....	<b>64</b>
<b>Gráfico 2</b> Exemplo do sorriso obtido a partir dos dados de 27/03/98 e a curva interpolada através de B-splines cúbica .....	<b>82</b>
<b>Gráfico 3</b> Cotações das ações Telebrás PN e a volatilidade implícita das opções at-the-money no ano de 1998 .....	<b>87</b>
<b>Gráfico 4</b> Valores médios de volatilidade implícita em função do grau de moneyness das opções sobre ações Telebrás PN no ano de 1998.....	<b>90</b>
<b>Gráfico 5</b> Sorrisos obtidos a partir das volatilidades implícitas médias das opções no período pré e pós-privatização da Telebrás.....	<b>95</b>



## LISTA DE QUADROS

**Quadro 1** Desvios em relação aos pressupostos do modelo de B&S observados empiricamente que podem causar o efeito “sorriso”, bem como alterar sua magnitude em função da proximidade do vencimento das opções **56**

**Quadro 2** Hipóteses fundamentais e objetivos da Dissertação ..... **75**

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> Grau de <i>moneyness</i> e volatilidades implícitas para opções Telebrás PN cotadas em 27/03/98, com vencimento em 20/04/98 .....	<b>81</b>
<b>Tabela 2</b> Valores médios de volatilidade implícita em função do grau de <i>moneyness</i> das opções sobre ações Telebrás PN no ano de 1998 .....	<b>89</b>
<b>Tabela 3</b> Comparação de magnitudes do efeito “sorriso” para opções com maturidades menores ou iguais a 30 dias. GML = medida GEMMILL .....	<b>94</b>
<b>Tabela 4</b> Valores das medidas do efeito sorriso para as opções pré e pós-privatização da Telebrás .....	<b>96</b>
<b>Tabela 5</b> Estatísticas descritivas da regressão linear entre $U_{out}$ e T, o tempo para expiração das opções (equação 4.8) .....	<b>98</b>
<b>Tabela 6</b> Estatísticas descritivas da regressão linear entre a medida $U_{at}$ e T, o tempo para expiração das opções (equação 4.9) .....	<b>99</b>
<b>Tabela 7</b> Estatísticas descritivas da regressão linear entre a medida $U_{in}$ e T, o tempo para expiração das opções (equação 4.10) .....	<b>99</b>
<b>Tabela 8</b> Estatísticas descritivas da regressão linear entre a medida GEMMILL e T, o tempo para expiração das opções (equação 4.11) .....	<b>100</b>
<b>Tabela 9</b> Estatísticas descritivas do cálculo do coeficiente de correlação entre a variação na volatilidade implícita e a variação no preço das ações Telebrás PN .....	<b>101</b>

## RESUMO

O modelo de avaliação de opções de Black e Scholes (1973) tem grande aceitação no mercado financeiro devido à simplicidade de seu cálculo. Sua fórmula pode ser implementada em questão de segundos em calculadoras financeiras ou computadores amplamente disponíveis no mercado. Um dos pressupostos desse modelo é que a volatilidade do ativo subjacente à opção, para uma mesma série de opções, é constante. Verificam-se, entretanto, freqüentes desvios empíricos em relação ao modelo de *Black e Scholes*. O efeito *sorriso* é um desvio empírico em relação aos pressupostos desse modelo, relacionado ao fato de que, ao contrário do que prevê o modelo de *Black e Scholes*, opções de uma mesma série não apresentam igual volatilidade, mas valores que dependem do preço de exercício das opções, gerando uma curva em forma de U. Neste trabalho, foram analisadas as opções de compra de estilo europeu sobre as ações Telebrás PN, no ano de 1998, utilizando-se a metodologia adotada por Viana (1998) na sua investigação sobre o mercado londrino. Os resultados mostram a existência do efeito *sorriso* na negociação das opções Telebrás PN, no ano de 1998. Além disso, foi possível verificar que o *sorriso* brasileiro, em comparação com os resultados encontrados por Viana, é bastante mais acentuado, confirmando a hipótese de que mercados mais voláteis apresentam *sorrisos* mais intensos. Os resultados mostram a existência de um *sorriso* mais pronunciado no período pré-privatização da Telebrás (ocorrida em 29/07/98) do que no período pós-privatização dessa empresa, o que também confirma a hipótese de que o *sorriso* acentua-se em situações de maior volatilidade. Além disso, verificou-se que, à medida que se aproximava o vencimento das opções, o efeito *sorriso* mostrava-se mais intenso, reforçando a hipótese de que tal efeito é mais acentuado em situações de maior volatilidade.

## Capítulo 1 INTRODUÇÃO

Os derivativos, ou produtos derivados de outros ativos, podem ser definidos como instrumentos financeiros cujo valor deriva ou depende de outro título ou ativo, financeiro ou não (Hull, 1997). Tais instrumentos financeiros podem ser concebidos das mais diversas formas, sendo agrupados, basicamente, em quatro grupos: futuros, opções, *swaps* e produtos combinados entre derivativos e ativos, ou somente entre derivativos. A utilização dos derivativos geralmente tem como função o *hedge* (cobertura de risco de operações comerciais e/ou financeiras), a especulação (*aposta* na variação do preço de ativos ou títulos, com a intenção de auferir ganhos), a arbitragem (ganho pela diferença instantânea de preços entre produtos e/ou mercados) e a estruturação de operações financeiras para a aplicação ou captação de recursos.

Os contratos futuros podem ser negociados dentro ou fora das bolsas de valores. Nesse último caso, são denominados de contratos a termo e negociados nos mercados de balcão, diretamente entre as partes contratadas. Caracterizam-se por ser um acordo no qual uma das partes se compromete a vender um determinado ativo por um determinado preço numa data futura estabelecida, e a contraparte se compromete a adquirir esse mesmo ativo pelo preço contratado, na data prevista pelo contrato. Os contratos futuros estabelecem direitos e deveres entre as partes, mas não assumem valor algum quando da sua celebração; seu valor é estabelecido ao longo do tempo, conforme varie a cotação do ativo subjacente ao contrato no mercado à vista. Na data de vencimento do contrato, no caso de a cotação do ativo subjacente, no mercado à vista, atingir um patamar superior ao preço contratado, o contrato de compra passa a ter valor (pois dará direito ao comprador do contrato de comprar o ativo subjacente a um preço inferior ao do mercado à vista). Ao contrário, caso o preço do ativo objeto ultrapasse o valor contratado, o contrato de venda é que passa a ter valor (pois dará direito ao vendedor do contrato de vender o ativo objeto por um preço superior ao praticado pelo mercado à vista). O contrato futuro, diferentemente do contrato a termo, é negociado nas bolsas de valores, e está sujeito às padronizações e garantias exigidas por essas instituições financeiras.

O contrato de opção, semelhantemente ao contrato futuro, caracteriza-se por ser um acordo entre duas partes para a compra e venda de um determinado ativo, num determinado preço, numa data futura estabelecida. Diferentemente dos contratos futuros, entretanto, o contrato de opção dá ao seu detentor o direito, mas não a obrigação, de exercê-lo (Arditti, 1996). Existem dois tipos de opções: as opções de compra (*calls*) e as opções de venda (*puts*). As opções de compra dão ao seu detentor o direito, mas não a obrigação, de adquirir um ativo a um determinado preço, na data estabelecida pelo contrato. As opções de venda dão ao seu detentor o direito, mas não a obrigação, de vender o ativo no preço contratado na data estabelecida pelo contrato. O vendedor do contrato de opção sempre terá a obrigação de cumpri-lo caso o comprador exerça o seu direito.

Se a opção puder ser exercida antes da data de vencimento do contrato, ela é chamada de opção americana. Ao contrário, se a opção somente puder ser exercida pelo seu detentor na sua data de vencimento, é conhecida como opção européia.

A *assimetria* entre direitos e deveres das partes envolvidas num contrato de opção faz com que o mesmo tenha, desde a sua celebração, um valor. Tal valor é conhecido como o *prêmio* pago pelo comprador da opção pelo fato de o vendedor do contrato assumir o risco de posições futuras em relação ao preço do ativo contratado.

O problema central para a comercialização de um contrato de opção é, portanto, a determinação de seu prêmio, ou seja, de seu preço. A todo momento os agentes do mercado financeiro procuram estabelecer se o preço de um contrato de opção é justo.

Foram desenvolvidos diversos modelos matemáticos com o objetivo de se calcular o prêmio a ser pago em um contrato de opção. Um desses modelos foi desenvolvido por Black e Scholes (1973) e tem grande aceitação no mercado financeiro de opções devido à sua simplicidade de cálculo, e também por ser independente do nível de risco

do investidor<sup>1</sup>. Segundo Rubinstein (1994), o modelo de Black e Scholes (B&S)<sup>2</sup> “é amplamente visto como um dos modelos mais bem sucedidos nas ciências sociais, possuindo, talvez, com grande probabilidade, a fórmula mais amplamente empregada na história da humanidade.” (Rubinstein, 1994: 772. Tradução, do original em inglês, pelo autor da Dissertação)

A simplicidade do modelo de B&S está associada ao fato de o preço da opção ser obtido diretamente através de uma fórmula, a partir dos dados de entrada de cada opção. Esses dados compreendem o preço do ativo subjacente<sup>3</sup>, o preço de exercício da opção, o prazo até o vencimento do contrato, a taxa de juros e a volatilidade do ativo subjacente. Com exceção da volatilidade, os demais dados necessários ao emprego da fórmula de B&S são observáveis. A volatilidade é o único parâmetro de entrada que deve ser estimado. Por esse motivo, a estimativa da volatilidade é decisiva na valorização de opções pelo modelo de B&S.

Igualando-se a equação de B&S ao preço da opção estabelecido pelo mercado e resolvendo-se a equação em termos da volatilidade, obtemos a volatilidade implícita. Essa, por sua vez, é entendida como a volatilidade que o mercado associa ao ativo subjacente à opção (ou ativo objeto), no momento em que a mesma é avaliada. Alguns estudos têm sido desenvolvidos no sentido de determinar se as previsões de volatilidade futura devem basear-se na volatilidade histórica, na volatilidade implícita, ou numa combinação dos dois métodos.

A volatilidade histórica pode ser entendida como uma estimativa da variabilidade do preço do ativo subjacente à opção medido num intervalo de tempo que “reflita as condições que os investidores esperam existir até o vencimento do contrato da opção.”

---

<sup>1</sup> Dependendo de sua disposição em assumir riscos, os investidores do mercado financeiro podem adotar posições de investimento que envolvam grandes riscos de retorno associadas a grande remuneração do capital investido, indiferença ao risco de retorno, ou o maior retorno possível para um dado nível de risco associado a determinado ativo. Tais perfis de risco dos investidores são conhecidos como propensão ao risco, indiferença ao risco e aversão ao risco, respectivamente (Sharpe *et al.*, 1995).

<sup>2</sup> Daqui em diante, o modelo de Black e Scholes (1973) será abreviado como B&S.

<sup>3</sup> Ativo subjacente, ou ativo objeto, é o ativo sobre o qual o comprador de uma opção de compra terá o direito de recebimento, caso a opção seja exercida no seu vencimento.

(Edwards e Ma, 1992, apud Armada e Santos, 1998. Traduzido, do original em inglês, pelo autor da Dissertação). Assim, se uma opção tem 45 dias para o seu vencimento, o cálculo de sua volatilidade histórica poderia se basear no desvio padrão do preço do ativo subjacente à opção nos últimos 45 dias em que a opção foi negociada. Nesse caso, como todas as cotações passadas têm mesmo peso no cálculo do desvio padrão, a estimativa é chamada não ponderada. Estimativas ponderadas atribuem maiores pesos às cotações mais recentes, sendo a variação dos pesos ao longo do período utilizado para a estimativa linear ou exponencial<sup>4</sup>.

A volatilidade implícita é obtida através da aplicação de algum modelo de avaliação de opções a partir das cotações de mercado para as opções. No caso do modelo de B&S, partimos das cotações de mercado das opções e resolvemos a equação em termos da volatilidade, obtendo, assim, a volatilidade implícita ao modelo de B&S para aquelas opções.

Denomina-se efeito sorriso<sup>5</sup> o fato de a volatilidade implícita ao ativo objeto, verificada na prática, variar em função do preço de exercício da opção, assumindo um aspecto parecido com uma curva em forma de U. Considerando-se que um determinado ativo tem um único valor de volatilidade implícita — pressuposto do modelo de B&S —, o efeito sorriso indica que há desvios entre o valor determinado pela equação de B&S e os valores estabelecidos no mercado de opções. Esses desvios indicam que o mercado sistematicamente desconsidera o valor teórico das opções, ou então, que os pressupostos utilizados no desenvolvimento do modelo de B&S não estão corretos (Viana, 1998).

Muitos estudos têm sido desenvolvidos no sentido de detectar os desvios dos valores de opções estabelecidos no mercado em relação aos valores que seriam obtidos a partir do modelo de B&S. Dentre os estudos mais recentes, estão os de Duque e Paxon

---

<sup>4</sup> Para maiores detalhes, ver Armada e Santos, 1998.

<sup>5</sup> Do original em inglês, *smile effect*.

(1994), Gemmill (1996) e Viana (1998). Esses estudos detectaram a presença do efeito sorriso em diferentes contextos, evidenciando desvios em relação ao modelo de B&S.

No Brasil, pelo que foi possível averiguar, foram desenvolvidos poucos estudos científicos que buscavam caracterizar o efeito sorriso no mercado de opções de maior representatividade a nível nacional, a Bolsa de Valores do Estado de São Paulo (Bovespa). O presente trabalho teve como objetivo realizar uma análise empírica do efeito sorriso no mercado de opções brasileiro de maior movimentação desse tipo de derivativo, a Bovespa. Para tanto, foram analisados dados relativos à cotação das opções de compra sobre ações Telebrás preferenciais nominais no período de 02 de janeiro a 21 de dezembro de 1998. Todo o nosso trabalho teve como base a metodologia adotada por Viana (1998). A estrutura da Dissertação pode ser visualizada na figura 1.

A figura 1 mostra a estrutura da dissertação. Nos capítulos destinados à revisão bibliográfica, descrevem-se os modelos de avaliação de opções que modificam um ou mais pressupostos do modelo de B&S, bem como derivações teóricas do efeito sorriso na avaliação de opções. Na sequência, no capítulo 3, são apresentadas evidências da existência do efeito sorriso em diferentes contextos ao redor do mundo, incluindo o Brasil.

O capítulo 4 faz uma breve descrição do mercado de capitais brasileiro, especificamente da Bovespa, concentrando-se no banco de dados utilizado para o desenvolvimento do trabalho. Em seguida, no mesmo capítulo, apresentam-se a metodologia e as técnicas de análise utilizadas para caracterização do efeito sorriso no contexto do mercado de capitais brasileiro. Em seguida, são apresentados os resultados da análise realizada.



**Figura 1** Diagrama esquemático mostrando a estrutura da Dissertação



Finalmente, no capítulo 5, estão a conclusão e sugestões para estudos futuros. Os resultados encontrados mostram um efeito *sorriso* nas negociações de opções sobre Telebrás PN com magnitude significativamente maior do que a verificada por Viana (1998) para o mercado londrino, confirmando a hipótese de que o efeito *sorriso* se acentua em situações de grande volatilidade. Foi possível constatar, também, que o efeito *sorriso* se acentua à medida que se aproxima o dia de vencimento das opções, confirmando a hipótese de que existe uma relação inversa entre o prazo para o vencimento das opções e a magnitude do *sorriso*. Apesar, entretanto, de a volatilidade implícita média para uma Telebrás PN *at-the-money* ter permanecido praticamente constante no período pré e pós-privatização da Telebrás (ocorrida em 29/07/98), verificou-se um *sorriso* mais acentuado no período pré-privatização. Isso pode indicar que existem outros fatores, além da volatilidade, que influenciam na magnitude do *sorriso*. Conforme veremos mais adiante, o efeito sorriso relaciona-se à distribuição de probabilidades livre de risco do ativo subjacente à opção. Podemos supor, portanto,

que o efeito sorriso mais acentuado no período pré-privatização da Telebrás refletia uma percepção de risco de subida no preço das ações Telebrás PN.

Como conclusão final, pode-se afirmar que a avaliação das opções no mercado brasileiro pode ser mais precisa caso se adote um modelo de avaliação de opções capaz de incluir o *sorriso*.

Acreditamos que ao estudarmos um período de elevada volatilidade e medirmos os desvios dos dados empíricos de cotações de opções desse período em relação aos valores teóricos obtidos a partir de um determinado modelo de avaliação de opções estaremos contribuindo para a escolha de modelos de avaliação de opções cujas premissas adequem-se melhor à realidade observada no mercado de opções brasileiro. Além disso, os desvios empíricos constatados também podem auxiliar no desenvolvimento de novos modelos de avaliação de opções que capturem melhor a realidade. Tais desenvolvimentos podem resultar numa utilização mais eficiente das opções em todos os papéis econômicos que elas possam assumir, como por exemplo o *hedge* sobre o ativo subjacente, contribuindo para o fortalecimento do mercado de opções brasileiro. Dessa forma, ao emprendermos nossa pesquisa, acreditamos estar contribuindo para o desenvolvimento do mercado de opções brasileiro.

## Capítulo 2 MODELOS DE AVALIAÇÃO DE OPÇÕES

### 2.1 - Introdução

Foram desenvolvidos diversos modelos matemáticos para a avaliação de opções. O objetivo deste capítulo é apresentar alguns dos modelos desenvolvidos nos últimos anos, com ênfase maior ao modelo binomial, desenvolvido por Cox et al. (1979), e ao modelo de B&S, o qual será analisado em maior detalhe mais adiante.

### 2.2 - O modelo binomial

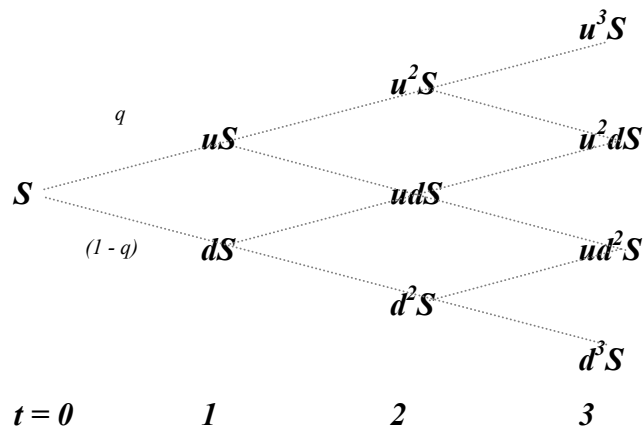
Cox, Ross e Rubinstein (1979), baseados numa idéia desenvolvida por Sharpe, criaram um processo estocástico multiplicativo binomial para o cálculo do prêmio de um contrato de opção.

Esse modelo estabelece que, se o preço do ativo subjacente hoje ( $t = 0$ ) é  $S$ , a probabilidade de que o seu preço suba e forneça uma taxa de retorno  $r_u$  é  $q$ , e a probabilidade de que o seu preço caia e forneça uma taxa de retorno  $r_d$  é  $(1 - q)$ , em que  $r_u > r_d$ . Existem somente dois resultados possíveis a partir de  $t = 0$ , e a probabilidade de ocorrência de qualquer outro resultado é nula. Assumindo  $u = 1 + r_u$  e  $d = 1 + r_d$ , no instante  $t = 1$ , o preço do ativo subjacente ( $S$ ) passaria a ter o valor  $uS$  ou  $dS$ . Assim, sucessivamente, cada período subsequente equivale ao período anterior multiplicado por  $u$  e  $d$ , cujas probabilidades de ocorrência são  $q$  e  $1 - q$ , respectivamente, conforme demonstrado na árvore binomial da figura 2.

As fórmulas desenvolvidas no modelo binomial partem do pressuposto de que não há possibilidades de arbitragem, ou seja, o derivativo caminha na árvore binomial ao longo de sua existência.

A teoria do modelo binomial é desenvolvida supondo-se  $S$  como o preço do ativo e  $f$ , o valor atual do preço de uma opção sobre esse ativo. Se o preço do ativo  $S$  sobe para o nível  $Su$ , supõe-se que o retorno da opção sobre o ativo é  $f_u$ . Caso o preço do ativo caia para o nível  $Sd$ , o retorno da opção é  $f_d$ . A árvore binomial é mostrada na figura 2 a seguir.

**Figura 2** Representação da árvore binomial para três períodos



Fonte. Adaptado de Arditti (1996: 44)

em que:

$S$  = preço do ativo subjacente no momento  $t=0$

$q$  = probabilidade de ocorrência do retorno  $u$

$1 - q$  = probabilidade de ocorrência do retorno  $d$

$u = 1 + r_u$ , retorno com a subida de  $S$

$d = 1 + r_d$ , retorno com a descida de  $S$

$t$  = período de tempo

Considerando-se uma carteira composta pela compra de  $\Delta$  ações e de venda de uma opção, o valor da carteira, quando há um movimento de alta, é:

$$Su\Delta - f_u$$

(2.1)

No caso de haver uma queda de preço, o valor da carteira passa a ser:

$$Sd\Delta - f_d \quad (2.2)$$

Para a carteira sem risco, teríamos:

$$Su\Delta - f_u = Sd\Delta - f_d \quad \text{ou} \quad \Delta = \frac{f_u - f_d}{S_u - S_d} \quad (2.3)$$

Definindo-se  $r$  como a taxa de juros livre de risco e assumindo-se um regime de capitalização contínua, o valor atual da carteira num período de tempo  $T$  seria:

$$(Su\Delta - f_u)e^{-rT} \quad (2.4)$$

O custo de montagem da carteira é:

$$\begin{aligned} S\Delta - f \\ \therefore \\ S\Delta - f = (Su\Delta - f_u)e^{-rT} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Substituindo-se o  $\Delta$  da equação 2.3 na equação 2.5 e simplificando-se a equação obtida, temos:

$$f = e^{-rT} [pf_u + (1-p)f_d] \quad (2.6)$$

em que:

$$p = \frac{e^{rT} - d}{u - d} \quad (2.7)$$

As equações 2.6 e 2.7 permitem o cálculo do preço de uma opção para um único período. Na prática, entretanto, a realidade se mostra mais complexa, com um número de períodos bem elevado. Para casos que envolvem um número grande de períodos, os valores de  $u$  e  $d$  podem ser determinados através da volatilidade do preço da ação,  $\sigma$  (Hull, 1996). Existem diversas formas de se fazer isso. Uma delas é supor  $\Delta t$  como a extensão de um intervalo de tempo, e estabelecendo-se

$$\begin{aligned} u &= e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \\ d &= \frac{1}{u} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Nesse caso, teríamos:

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \quad (2.9)$$

O modelo binomial de avaliação de opções é classificado como de tempo discreto por considerar a ocorrência de negociações em intervalos de tempo subdivididos ( $t = 0, t = 1, t = 2$ , etc). À medida que o intervalo de tempo entre negociações sucessivas tende para zero, o modelo aproxima-se da continuidade.

### 2.3 - O modelo de B&S

O modelo de B&S tem sido muito utilizado na avaliação de opções, sendo “amplamente visto como um dos modelos mais bem sucedidos nas ciências sociais, possuindo, talvez, com grande probabilidade, a fórmula mais amplamente empregada na história da humanidade.”<sup>6</sup> (Rubinstein, 1994: 772. Tradução, do original em inglês, pelo autor da Dissertação).

Sua ampla aplicação está associada à simplicidade inerente à sua utilização. A partir de alguns parâmetros de entrada, listados na seqüência, chega-se ao valor do prêmio de uma opção através do emprego de uma fórmula simples, “implementada em frações de segundo em computadores e calculadoras de baixo custo amplamente disponíveis”.(Rubinstein, op. cit.).

Se supusermos o intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) do modelo binomial tendendo para zero, a equação de cálculo do preço de opções converge para o modelo de B&S (Arditti, 1996).

B&S demonstraram que é possível montar uma estratégia de cobertura de risco contínua, através da compra de ações e opções de compra sobre as mesmas ações, retornando ao investidor a taxa de juros livre de risco. Tal estratégia é possível se forem atendidas as seguintes condições:

1. Taxa de juro de curto prazo definida e constante.
2. O preço da ação segue uma distribuição de probabilidades log-normal com variância constante.

---

<sup>6</sup> Devemos reconhecer que *Rubinstein* foi bastante incisivo na sua afirmativa. O objetivo dessa citação é dar uma noção da importância de B&S, e não reconhecê-lo como “fórmula mais amplamente empregada na história da humanidade”, como *Rubinstein* sugere.

3. A ação não paga dividendos até o vencimento da opção.
4. Não existem custos de transação.
5. É possível obter empréstimos e emprestar qualquer fração do preço da ação à taxa de juros de curto prazo.
6. Não há restrições para a venda a descoberto<sup>7</sup>.

A fórmula para avaliação de opções desenvolvida por B&S tem o seguinte aspecto:

$$c = S.N(d_1) - X.e^{-r(T-t)}N(d_2) \quad (2.10)$$

em que:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

e

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

Para as equações acima, temos:

$c$  = prêmio da opção

$S$  = preço do ativo subjacente à opção

$X$  = preço de exercício

$T - t$  = prazo até o vencimento

$r$  = taxa de juros sem risco

$N(x)$  = probabilidade normal acumulada no ponto  $x$ .

$\sigma$  = volatilidade do ativo subjacente

---

<sup>7</sup> A venda a descoberto acontece, por exemplo, quando um agente do mercado de capitais vende determinada opção sem possuir o ativo subjacente à opção vendida.



De todas as variáveis independentes enunciadas acima, a volatilidade é a única que deve ser estimada, os demais valores são observáveis. A estimação dos valores de volatilidade do ativo subjacente pode se basear nos valores históricos do preço do ativo subjacente, ou em uma estimativa da volatilidade futura a partir dos valores que o mercado, no momento do cálculo do valor da opção, associa ao ativo subjacente, ou seja, sua volatilidade implícita. A estimativa da volatilidade, portanto, é decisiva para a avaliação de opções utilizando-se o modelo de B&S (ou qualquer outro modelo).

## **2.4 - Outros modelos de avaliação de opções**

Nos últimos anos, observa-se, na literatura de finanças, o desenvolvimento de modelos de avaliação de opções que modificam algumas das premissas do modelo B&S, ou então, que realizam ajustes no modelo de B&S na tentativa de incorporar desvios empíricos observados. De acordo com a metodologia empregada por Bakshi et al. (1997c) adaptada, podemos enumerar alguns dos modelos desenvolvidos em função do tipo de modificação em relação ao modelo de B&S:

1. Modelos de taxa de juros estocástica. (Merton, 1973; Amin e Jarrow, 1992).
2. Modelos de difusão por saltos/saltos puros. (Merton, 1976; Bates, 1991; Madan e Chang, 1996).
3. Modelo de elasticidade constante da volatilidade. (Cox e Ross, 1976).
4. Modelos Markovianos. (Rubinstein, 1994; Aït-Shalaia e Lo, 1996).
5. Modelos de volatilidade estocástica. (Hull e White, 1987; Johnson e Shanno, 1987; Scott, 1987; Wiggins, 1987; Melino e Turnbull, 1990, 1995; Stein e Stein, 1991; Heston, 1993; Bates, 1996a).

6. Modelos de volatilidade e taxa de juros estocásticas. (Bailey e Stulz, 1989; Amin e Ng, 1993; Bakshi *et al.* 1997a, 1997b; Scott, 1997).
7. Modelos de difusão por salto da volatilidade estocástica. (Bates, 1996a, 1996b; Scott, 1997).
8. Modelo de volatilidade estocástica e processo GARCH. (Ritchken e Trevor, 1999).
9. Ajustes ao modelo de B&S para incorporar desvios empíricos. (Corrado e Su, 1996, *apud* Viana, 1998).

Alguns dos modelos enumerados acima serão descritos a seguir. Os modelos 1 e 4, entretanto, não foram aqui descritos; esses modelos, citados no artigo de Bakhsi et al. (1997c), são referenciados ao final da dissertação.

#### **2.4.1 - Modelo de difusão por salto**

Merton (1976) desenvolveu um modelo de avaliação de opções que pressupõe o comportamento dos preços das ações ao longo do tempo descontínuo, apresentando componentes de salto. O problema que surge na utilização da metodologia de B&S para a construção da carteira sem risco, quando o processo inclui saltos, está relacionado ao lema de Ito. Esse último, para processos descontínuos, contém um termo adicional de salto, introduzindo uma fonte adicional de risco (Viana, 1998). Nesse contexto, o risco de salto está associado à empresa (risco não-sistemático), o qual é independente do risco de mercado (risco sistemático), inserindo um componente idiossincrático no modelo.

Assumindo-se que os saltos apresentam distribuição log-normal e o retorno da ação apresenta uma distribuição normal com desvio padrão  $\delta$ , a equação de Merton se reduz a:

$$C(S, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda' \tau} (\lambda' \tau)^n}{n!} B(S, \tau, K, r_n, \sigma_n) \quad (2.11)$$

em que:

$\lambda' = \lambda(1+k)$  = taxa média de ocorrência de saltos

$B(S, \tau, K, r_n, \sigma_n)$  = fórmula do modelo de B&S

$$\sigma_n = \sigma^2 + \frac{n\delta^2}{\tau}$$

$$r_n = r - \lambda k + \frac{n\gamma}{\tau}$$

$$\tau = T - t$$

$$\gamma = \ln(1+k)$$

$k$  = tamanho médio dos saltos  $\lambda$ , medido como proporção de  $S$

$n$  = períodos

Merton avalia que, *ceteris paribus*, uma opção cujo preço da ação segue um processo de difusão por saltos, vale mais do que uma opção cujo ativo subjacente siga um processo Browniano geométrico, pressuposto do modelo de B&S.

## 2.4.2 - Modelo de elasticidade constante da volatilidade

Cox (1996, *apud* Viana, 1998) apresenta um modelo que considera a existência de uma relação inversa entre a volatilidade e o preço da ação. O modelo foi desenvolvido a partir da equação de B&S e a tem como um caso especial da equação encontrada. Cox considera que uma das principais causas de desvios empíricos em relação ao modelo de B&S, como o efeito *sorriso*, pode ser uma correlação negativa entre o preço das ações e sua volatilidade.

O autor considera um modelo em que a variância instantânea do preço da ação,  $S$ , é dada por  $\sigma S^\beta$ , em que  $0 \leq \beta < 2$ . O processo de difusão log-normal do modelo de B&S corresponde a um caso especial no qual  $\beta = 2$ . Cox montou uma estratégia de carteira coberta, com uma opção e uma ação que paga um dividendo proporcional  $b(S, t) = aS$ , chegando à seguinte fórmula de valorização de uma opção de compra com preço de exercício  $E$  (Viana, 1998):

$$\begin{aligned}
 P(S, t) = & S_t e^{-a(T-t)} \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-x} x^n G\left(n+1 + \frac{1}{2-\beta}, kE^{2-\beta}\right)}{\Gamma(n+1)} - E e^{-r(T-t)} \times \\
 & \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-x} x^{n+\frac{1}{2-\beta}} G(n+1, kE^{2-\beta})}{\Gamma\left(n+1 + \frac{1}{2-\beta}\right)}
 \end{aligned}
 \tag{2.12}$$

Na equação acima,  $G(m, \nu) = [\Gamma(m)]^{-1} \int_{\nu}^{\infty} e^{-u} u^{m-1} du$  é a função de distribuição gamma complementar *standart*.

## 2.4.3 - Modelos de volatilidade estocástica

Ao contrário do pressuposto do modelo de B&S de volatilidade constante ( $d\sigma = 0$ ), alguns estudos empíricos detectaram que a volatilidade apresenta um comportamento estocástico ao longo do tempo (por exemplo, Christie, 1982 e Merville e Piepetea, 1989). Foram desenvolvidos alguns modelos que buscavam incorporar essa característica da volatilidade à avaliação de opções.

Scott (1987, *apud* Viana, 1998) desenvolveu um modelo de avaliação de opções que incorpora uma variação aleatória da volatilidade. Devido à existência de duas fontes de risco na equação estocástica estabelecida, seriam necessárias duas opções de compra de exercícios diferentes sobre uma mesma ação para a construção de uma carteira sem risco. Scott supôs que o prêmio pelo risco e a correlação entre a volatilidade e o preço do ativo subjacente são nulos, chegando à seguinte equação:

$$H(P_0, \sigma_0, t, r, c, \beta, \bar{\sigma}, \gamma) = \int_0^{\infty} [P_0 N(d_1) - ce^{-rt} N(d_2)] dF(V, t, \sigma_0, \beta, \bar{\sigma}, \gamma) \quad (2.13)$$

**em que:**

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{P_0}{c}\right) + rt + \frac{1}{2}V}{\sqrt{V}}$$

$$d_2 = d_1 - \sqrt{V}$$

$$V = \int_0^t \sigma_s^2 ds$$

Esse resultado é, essencialmente, a equação de B&S integrada ao longo da distribuição de V (Viana, 1998). Devido ao fato de a distribuição de V ser complexa, impedindo

uma integração numérica da equação, Scott propõe a utilização da simulação de Monte Carlo para calcular o preço da opção.

Wiggins (1987) apresenta um modelo de volatilidade estocástica no qual a correlação entre o preço do ativo subjacente e a volatilidade não é, necessariamente, perfeita. A equação diferencial para a volatilidade é a seguinte:

$$d\sigma(t) = f(\sigma(t))dt + \theta\sigma(t)dz_{\sigma} \quad (2.14)$$

Na equação 2.14,  $dz_{\sigma}$  é um processo de Wiener, e define-se a correlação entre o preço da ação S e a volatilidade  $\sigma$  com sendo  $\rho dt = (dz_s)(dz_{\sigma})$ . Os parâmetros  $\rho$  e  $\theta$  podem ser variados de forma a considerar correlações imperfeitas e o caso de volatilidade assumir uma função não estocástica.

Conforme observa Wiggins, contudo, se a volatilidade é aleatória, torna-se impossível construir uma carteira sem risco a partir de uma ação e uma opção sobre essa ação, visto que a arbitragem, sozinha, não é capaz de determinar o retorno em excesso da carteira. Tornam-se necessárias considerações sobre o prêmio de risco exigido pelos investidores devido à variação na volatilidade. Para chegar à sua equação, Wiggins considera uma opção sobre a carteira de mercado, a qual possui correlação 0 com o mercado e, portanto, um beta também igual a zero. Nesse caso, não haveria prêmio adicional pelo risco (da variação da volatilidade). Nessas condições, Wiggins chega à seguinte equação:

$$\begin{aligned} & \sigma^2 S^2 F_{ss} / 2 + rF_s - rF + F_t + \sigma^2 \theta^2 F_{\sigma\sigma} / 2 + \rho\theta\sigma^2 SF_s\sigma + \\ & + F\sigma \left[ f(\sigma) - (\mu - r)\rho\theta + \phi(\cdot)\theta\sigma(1 - \rho^2)^{1/2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Na equação acima,  $F_s$  e  $F_\sigma$  são as derivadas parciais de  $F$  em relação ao preço da ação e volatilidade, respectivamente. A equação também apresenta dois termos que explicitam a preferência do investidor: o prêmio de risco sobre a ação  $(\mu - r)$  e  $\phi(\cdot)$ , o preço de mercado do risco de manutenção do portfólio de hedge não correlacionado com a ação. A permanência desses parâmetros de preferência de risco na equação 2.15 se explica pelo fato de a volatilidade não ser comercializada. Se houvesse um ativo negociado que pagasse um valor  $\sigma(t)$  no tempo  $T$ , a opção poderia ser avaliada em termos de um hedge utilizando a opção, a ação e o ativo baseado em  $\sigma$ .

No seu artigo, Johnson e Shanno (1987) desenvolveram um modelo no qual a volatilidade estocástica é modelada de acordo com a equação:

$$d\sigma = u_s \sigma dt + \sigma_s \sigma^\beta dz_s \quad (\beta \geq 0) \tag{2.16}$$

Na equação 2.16,  $dz$  e  $dz_s$  são processos diferenciais de Wiener-Gauss com coeficiente de correlação  $\rho$ . Johnson e Shanno pressupõem que existe um ativo cujo preço  $P$  tem o mesmo termo aleatório do processo estocástico da volatilidade ação, ou seja,  $P$  segue o seguinte processo estocástico:

$$dP = \mu_p P dt + \sigma_p P^\beta dz_s \tag{2.17}$$

Foi aplicada a simulação de Monte Carlo para obtenção de resultados empíricos, na tentativa de explicar alguns desvios em relação a modelos de avaliação de opções observados por Rubinstein (1985). Suas conclusões não foram definitivas devido ao fato de a correlação entre o preço da ação e sua volatilidade ( $\rho$ ) não ser conhecida para o período em análise.

Hull e White (1987) desenvolveram um modelo de avaliação de opções de volatilidade estocástica pressupondo que não há correlação entre o preço da ação e a volatilidade da opção. No seu modelo, os autores supuseram que a variância instantânea do preço do ativo,  $V = \sigma^2$ , segue o seguinte processo estocástico:

$$dV = \mu V dt + \xi V dz \tag{2.18}$$

Na equação acima,  $\mu$  e  $\xi$  podem depender de  $\sigma$  e  $t$ , e  $dz$  é um processo de Wiener. A partir desses pressupostos, os autores chegaram à seguinte equação para a avaliação de opções:

$$f(S_t, \sigma_t^2) = \int C(\bar{V}) h(\bar{V} | \sigma^2) d\bar{V} \tag{2.19}$$

A equação 2.19 é válida para a situação na qual não há correlação entre o preço da ação e sua volatilidade ( $\rho = 0$ ) e resulta na equação de B&S integrada ao longo da distribuição da volatilidade média. Hull e White argumentam que  $\mu$  na equação 2.18 deve ser igual a zero, sem o que a volatilidade dentro de uma mesma série de opções poderia variar muito. A partir dessa suposição, desenvolvem uma solução analítica para o seu modelo através de uma expansão em série de Taylor.

Hull e White mostram que para ativos que possuem volatilidade estocástica, o modelo de B&S superavalia opções *at-the-money* e subavalia opções muito *in* ou *out-of-the-money*<sup>8</sup>.

Nos casos em que a volatilidade é correlacionada com o preço dos ativos subjacentes, Hull e White desenvolveram uma simulação de Monte Carlo para testar o seu modelo.

---

<sup>8</sup> A definição de opções *in-the-money*, *at-the-money* e *out-of-the-money* é dada no tópico 3.3 da Dissertação.



Eles concluíram que quando há uma correlação positiva entre o preço da ação e sua volatilidade, as opções out-of-the-money são subavaliadas pelo modelo de B&S, ao passo que as opções in-the-money são superavaliadas por esse modelo. Quando a correlação é negativa, o efeito é oposto.

Segundo Clewlow e Xu (1992, apud Viana, 1998), o principal problema do modelo de Hull e White está relacionado ao modelamento da volatilidade estocástica, especificamente ao fato de a solução analítica encontrada não permitir reversão à média e a correlação entre a volatilidade e o preço da ação. Stein e Stein (1991, apud Viana, 1998) modelaram um processo para a volatilidade que inclui a reversão à média. O modelo desenvolvido para a volatilidade tem o seguinte aspecto:

$$d\sigma = -\delta(\sigma - \theta)dt + kdz_2 \quad (2.20)$$

Na equação acima,  $dz_2$  representa um processo de Wiener.

Stein e Stein desenvolveram uma solução para uma distribuição de preços cuja volatilidade segue o processo da equação 2.20, aplicando-se os resultados à avaliação de opções. Assumindo-se que o prêmio de risco da volatilidade é zero, apresentam uma solução neutra em relação ao risco da equação geral do preço de uma opção através de um procedimento numérico. A equação encontrada é semelhante à de Wiggins (1987), com a diferença de que os componentes aleatórios da volatilidade e preço não são correlacionados, e a volatilidade segue um processo aritmético e, não, geométrico. Para o caso em que o preço de mercado da volatilidade ( $\phi$ ) é considerado nulo, os autores chegaram à seguinte equação para o preço de compra de uma opção européia:

$$F_0 = e^{-rt} \int_{P=K}^{\infty} [P - K] S(P, t | \delta, r, k, \theta) dP \quad (2.21)$$

A distribuição de preços do ativo  $S(P,t)$  é gerada utilizando-se os parâmetros  $\delta$ ,  $k$  e  $\theta$ , e sob o pressuposto de que o *drift* da ação é igual ao da taxa de juros livre de risco,  $r$ . Para o caso em que o preço da volatilidade é assumido como constante, os autores chegaram à seguinte equação:

$$F = e^{-rt} \int_{P=K}^{\infty} [P - K] S(P,t | \delta, r, k, \hat{\theta}) dP \quad (2.22)$$

Na equação 2.22,  $\hat{\theta} = \theta - \phi k / \delta$ . O parâmetro  $\theta$  é modificado para levar em conta o efeito do risco da volatilidade nos preços das opções. Quando o prêmio de risco da volatilidade,  $\phi$ , é positivo,  $\hat{\theta}$  é inferior a  $\theta$  e os demais parâmetros permanecem constantes, os preços das opções são inferiores.

Segundo Clewlow e Xu (1992, *apud* Viana, 1998), o modelo desenvolvido por *Stein e Stein* apresenta alguns problemas, especificamente o de assumir uma correlação nula entre o rendimento da ação e sua volatilidade; soma-se a isso a complexidade computacional associada à aplicação do modelo, visto que sua utilização demanda uma integração dupla numérica.

#### 2.4.4 - Modelos de difusão por salto da volatilidade estocástica

A metodologia de Stein e Stein (1991) foi estendida por Bates (1996a, *apud* Viana, 1998) combinando a volatilidade estocástica com um processo de salto. Ao contrário do modelo de Hull e White (1987), *Bates* incorpora o risco sistemático (não diversificável) da volatilidade ao seu modelo. Um dos pressupostos do seu modelo é que a taxa de câmbio,  $S$  (USD/DEM), segue um processo de difusão geométrico com salto cuja variância segue um processo de reversão à média.

### 2.4.5 - Modelos de volatilidade e taxa de juros estocásticas

Bakshi *et al.* (1997c) desenvolveram um modelo de avaliação de opções europeias que inclui os modelos listados anteriormente de 1 a 7 no tópico 2.4 como casos especiais das equações encontradas. O modelo de B&S também é um caso especial da equação por eles desenvolvida, de forma que a equação apresentada pode ser parametrizada para incluir quaisquer dos pressupostos de 1 a 7, ou então, o modelo de B&S. Bakshi *et al.* também realizaram testes empíricos, com o objetivo de verificar se os preços obtidos a partir dos modelos que modificam as premissas da equação de B&S apresentam menor desvio em relação aos preços efetivamente praticados pelo mercado. Eles analisaram uma amostra de opções europeias sobre o índice S&P 500, no período de junho de 1988 a maio de 1991.

Suas conclusões mostram que reduções significativas nos erros do modelo de B&S para a avaliação de opções podem ser obtidas quando a volatilidade passa a ser considerada estocástica. Em outras palavras, a premissa da volatilidade constante foi a maior causadora dos erros de avaliação do modelo de B&S no estudo desenvolvido. Como decorrência, o menor erro dos demais modelos de avaliação analisados deve-se, em grande parte, à consideração da volatilidade estocástica.

Além disso, Bakshi *et al.* também concluíram que a inclusão de saltos aleatórios reduz o erro de modelos de avaliação para opções de curto prazo (menos de 60 dias para expiração). Para opções de longo prazo (prazo de expiração maior do que 180 dias), os autores concluíram que a consideração de taxa de juros estocástica pode redundar em menores erros nos modelos de avaliação de opções.

#### 2.4.6 - Modelo de volatilidade estocástica e processo GARCH

Ritchken e Trevor (1999) desenvolveram um algoritmo que possibilita a avaliação de opções americanas e européias associadas a processos de volatilidade estocástica e GARCH. No modelo desenvolvido, o cálculo do prêmio das opções envolve a aproximação da seqüência de variáveis aleatórias condicionais através de uma seqüência de variáveis aleatórias discretas trinomiais. O algoritmo desenvolvido possibilita a convergência dos preços de opções obtidos numa árvore trinomial para valores gerados através de processos de volatilidade estocástica (tais como os resultantes do modelo de Hull e White (1987) e Stein e Stein (1991), por exemplo).

#### 2.4.7 - Ajustes ao modelo de Black e Scholes

Corrado e Su (1996, *apud* Viana, 1998) expandiram a fórmula de B&S para levar em conta os desvios de *skewness* e *kurtosis* característicos das distribuições de preços das ações em relação à distribuição normal<sup>9</sup>. Os autores utilizaram uma expansão em série de *Gram-Charlier* da função densidade normal. A fórmula para os preços das opções encontrada é uma soma da equação de B&S com termos de ajuste para os momentos não-normais encontrados. A fórmula obtida,  $C_{GC}$ , é:

$$C_{GC} = C_{BS} + \mu_3 Q_3 + (\mu_4 - 3) Q_4 \quad (2.23)$$

em que:

$C_{BS}$  é a equação do modelo de B&S;

$\mu_3$  e  $\mu_4$  são os coeficientes padronizados de *skewness* e *kurtosis*, respectivamente;

---

<sup>9</sup> *Skewness* e *Kurtosis* representam, respectivamente, o terceiro e o quarto momentos de uma distribuição probabilística, ou seja, momento de assimetria e de curtose. Para a distribuição normal, esses momentos valem 0 e 3, respectivamente. (Nota do autor da Dissertação)

$$Q_3 = \frac{1}{3!} S_0 \sigma \sqrt{t} ((2\sigma \sqrt{t} - d_1) - \sigma^2 t N(d));$$

$$Q_4 = \frac{1}{4!} S_0 \sqrt{t} ((d^2 - 1 - 3\sigma \sqrt{t} (d - \sigma \sqrt{t}) n(d) + \sigma^3 t^{3/2} N(d));$$

$$d = \frac{\ln(S_0 K) + (r + \sigma^2 / 2)t}{\sigma \sqrt{t}}.$$

$Q_3$  e  $Q_4$  representam o efeito marginal da *skewness* e *kurtosis* não normal. Se o retorno do ativo subjacente seguisse uma distribuição normal, por definição, os valores do terceiro e quarto momentos seriam  $\mu_3 = 0$  e  $\mu_4 = 3$ , com a equação 2.23 reduzindo-se à fórmula do modelo de B&S.

## 2.5 - Qual é o *melhor* modelo?

Após termos revisado alguns dos modelos para a avaliação de opções encontrados na literatura de finanças, somos tentados a escolher o *melhor* modelo dentre todos os abordados anteriormente.

Qual é o *melhor* modelo para a avaliação de opções?

A resposta a essa pergunta, entretanto, deve ser relevada. Nenhum dos modelos desenvolvidos consegue capturar completamente todos os aspectos envolvidos na avaliação de uma opção tal como se observa empiricamente. Isso pode ser ilustrado por alguns estudos que têm sido desenvolvidos no sentido de quantificar os desvios existentes entre valores teóricos das opções obtidos a partir de diversos modelos e dos valores efetivamente praticados pelo mercado.

Vitiello Jr. (1997) realizou um estudo comparativo entre o modelo de B&S e o modelo de Cox e Ross (1976) para a avaliação de todas as opções lançadas na Bolsa de Valores do Estado de São Paulo, no período de outubro de 1994 a junho de 1997. Seu estudo concluiu que o modelo de B&S ajustou-se melhor às opções *out-of-the-money* e

*at-the-money*, ao passo que o modelo de Cox e Ross (1976) ajustou-se melhor às opções *in-the-money*.

No seu estudo comparativo sobre modelos de avaliação de opções, Bakshi *et al.* (1997c) concluíram que, dentre os modelos analisados no seu artigo (listados de 1 a 7 no tópico 2.3), é o de B&S que apresenta maiores desvios empíricos, refletido pelo efeito *sorriso*. Eles analisaram uma amostra de 38.749 opções de compra do índice S&P 500 no período de junho de 1988 a maio de 1991. Concluíram, contudo, que nenhum dos modelos analisados é capaz de explicar completamente os desvios empíricos de preços de opções. Suas conclusões indicam que o modelo que apresenta menor desvio empírico é o que considera volatilidade estocástica e saltos aleatórios.

Segundo Bakshi *et al.* a mudança de premissa de primeira ordem para a redução dos desvios empíricos observados no modelo de B&S deve ser a consideração de volatilidade estocástica, o que reduz o erro do modelo de B&S entre 25 e 60%.

Das e Sundaram (1999) mostram, entretanto, que as duas principais mudanças em relação às premissas do modelo de B&S adotadas no desenvolvimento de modelos alternativos de avaliação de opções — a consideração de volatilidade estocástica e difusão por saltos —, não são capazes de capturar todos os aspectos empíricos.

*Das e Sundaram* mostram que modelos de difusão por salto geram um efeito *sorriso* bastante acentuado para opções de curto prazo, mas que tende a desaparecer mais rápido do que as observações empíricas indicam. Por outro lado, os autores concluíram que a consideração de volatilidade estocástica gera *sorrisos* achatados, mas que não se tornam sensivelmente mais planos à medida que o prazo de vencimento da opção aumenta.

Adicionalmente, *Bakshi et al.* constataram que a consideração de saltos aleatórios reduz desvios empíricos para opções de curto prazo (menos de 60 dias para o

vencimento), e a consideração de taxa de juros estocástica reduz desvios empíricos para opções de longo prazo (mais de 180 dias para o vencimento).

A favor do modelo de B&S temos a sua simplicidade e facilidade de utilização. Como salientado anteriormente, o emprego do modelo de B&S pode ser feito a partir de um computador ou calculadora financeira convencionais, em questão de segundos. Os demais modelos, ao contrário, resultaram em fórmulas relativamente complexas que demandam razoável capacidade computacional.

## **2.6 - Conclusão**

Neste capítulo foram apresentados alguns dos modelos de avaliação de opções encontrados na literatura de finanças. O modelo binomial, desenvolvido por Cox *et al.* (1979), converge para o modelo de B&S à medida que o tempo entre negociações tende a zero, ou seja, à proporção que o modelo tende para a continuidade.

Foram desenvolvidos modelos que procuram modificar uma ou mais premissas do modelo de B&S, como, por exemplo, a consideração de volatilidade e taxa de juros estocásticas, difusão de preços incluindo descontinuidades (saltos), e preços que seguem processo GARCH e volatilidade estocástica.

Verifica-se que o modelo de B&S apresenta desvios empíricos sistemáticos, conhecidos como efeito *sorriso*. Tal efeito será analisado em maior detalhe no capítulo 3. Os desvios empíricos dos modelos de avaliação de opções podem ser reduzidos — mas não eliminados — principalmente se a volatilidade, considerada constante no modelo de B&S, passa a ser considerada estocástica (Bakshi *et al.* 1997c).

Nenhum dos modelos referenciados consegue, contudo, eliminar os desvios empíricos observados na sua totalidade. Bakshi *et al.* desenvolveram um modelo que pode ser parametrizado para incluir o modelo de B&S, volatilidade e/ou taxa de juros

estocásticas e saltos aleatórios. Num estudo comparativo, concluíram que o modelo de menor desvio empírico considera a volatilidade estocástica e um processo de difusão por salto. A complexidade das fórmulas inerentes a esses modelos, entretanto, dificulta o seu emprego em maior escala.



## Capítulo 3 DESVIOS EMPÍRICOS EM RELAÇÃO AO MODELO DE B&S: O EFEITO “SORRISO” DA VOLATILIDADE IMPLÍCITA

### 3.1 - Introdução

Conforme visto no capítulo anterior, observa-se a existência de desvios empíricos em relação ao modelo de B&S. O efeito *sorriso* é um desvio empírico relacionado à variação da volatilidade implícita do modelo de B&S em função dos preços de exercício de uma série de opções de mesma maturidade.

No começo do capítulo, são apresentados os conceitos de volatilidade implícita e grau de *moneyness*, bem como a classificação de uma opção entre *out-of-the-money*, *at-the-money* e *in-the-money*, necessária à análise do efeito *sorriso*. No restante do capítulo são apresentadas referências sobre os padrões de efeito *sorriso* encontrados na literatura, e também as razões sugeridas para a sua existência. Ao final do capítulo, são apresentadas referências de estudos que tentam incorporar o efeito *sorriso* aos modelos de avaliação de opções.

### 3.2 - A volatilidade implícita do modelo de B&S

O processo de retorno do preço do ativo subjacente à opção no modelo B&S, conhecido como movimento Browniano, é descrito pela seguinte equação diferencial:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \tag{3.1}$$

em que  $S$  é o preço da ação,  $\mu$  é a taxa de retorno esperada e  $\sigma$ , a volatilidade do ativo subjacente à opção. Pela equação 3.1, vemos que a volatilidade é um dos fatores que determina  $dS$  na equação de B&S, assumindo um valor constante. Algumas das variáveis são facilmente observáveis, como preços e retornos, mas a volatilidade, ao

contrário, não é. Mesmo quando observamos o comportamento passado dos preços, podemos apenas ter uma estimativa da volatilidade, e não a “volatilidade verdadeiramente observada”. (Duque, 1994: 191. Tradução, do original em inglês, pelo autor da Dissertação).

A volatilidade é o único parâmetro de entrada da equação do modelo de B&S que deve ser estimada, os demais valores são observáveis. A estimação dos valores de volatilidade do ativo subjacente a uma opção pode se basear nos valores históricos do preço do ativo subjacente, ou em uma estimativa da volatilidade futura a partir dos valores que o mercado, no momento do cálculo do valor da opção, associa ao ativo subjacente, ou seja, sua volatilidade implícita (Viana, 1998).

A volatilidade implícita de determinado ativo é calculada igualando-se a equação de B&S ao preço de mercado da opção e resolvendo a equação em termos da volatilidade. Dessa forma, a volatilidade implícita pode ser entendida como uma avaliação do mercado, no momento em que o preço da opção é calculado, para o parâmetro da volatilidade constante do modelo de B&S.

A maneira mais fácil de estimar a volatilidade implícita de opções de uma mesma série é escolher uma das opções que seja representativa de todas as opções de mesma maturidade. A escolha de opções *at-the-money* (*no dinheiro*) é a mais usual devido ao fato de serem essas as opções mais negociadas, o que traduziria, de uma forma mais acurada, as expectativas do mercado sobre as opções (Duque, 1994).

Foram desenvolvidos alguns estudos sobre a volatilidade implícita das opções. Utilizando-se a classificação sugerida por Harvey e Whaley (1992), podemos organizar os estudos realizados de acordo com a sua natureza, como mostrado abaixo:

1. Estudos que examinam a capacidade de a volatilidade implícita prever a volatilidade futura. (Latané e Rendleman, 1976; Beckers, 1981 *apud* Viana, 1998; Whaley, 1982; Gemmill, 1986; Duarte *et al.*, 1995; Armada e Santos, 1998).
2. Estudos que examinam a capacidade de a volatilidade implícita, histórica, ou uma combinação das duas, prever a volatilidade futura. (Latané e Rendleman, 1976; Schmalensee e Trippi, 1978; Chiras e Manaster, 1978; Beckers, 1981, *apud* Viana, 1998; Armada e Santos, 1998).
3. Estudos que examinam a associação simultânea entre as alterações da volatilidade implícita do mercado e alterações em certas variáveis macroeconômicas (Schmalensee e Trippi, 1978; Franks e Schwartz, 1988, *apud* Viana, 1998), ou na alteração da volatilidade implícita de ações individuais (Merville e Pieptea, 1988).
4. Estudos que utilizaram alterações na volatilidade implícita do mercado como uma medida da atividade anormal do mercado. (Poterba e Summers, 1986, *apud* Viana, 1998; Day e Lewis, 1988; Stein, 1989; Schwert, 1990, *apud* Viana, 1998; Diz e Finucane, 1993, *apud* Viana, 1998).

A metodologia de estimativa de volatilidade baseada em dados históricos foi inicialmente sugerida por Black e Scholes (1973). Não há, entretanto, uma conclusão definitiva sobre a melhor maneira de se estimar a volatilidade. Latané e Rendleman (1976), Schmalensee e Trippi (1978), Chiras e Manaster (1978) e Beckers (1981) concluíram que a volatilidade implícita é melhor do que o desvio padrão dos dados históricos na previsão da volatilidade futura. Gemmill (1986) concluiu que a volatilidade de opções *in-the-money* (*dentro do dinheiro*) é um melhor estimador da volatilidade futura. É, contudo, apenas marginalmente melhor do que a baseada em dados históricos. Day e Lewis (1992) analisaram o poder de previsão da volatilidade implícita e volatilidade histórica, adicionando a volatilidade implícita como uma variável explicativa num modelo GARCH. Eles concluíram que, nas opções sobre o

índice S&P 100, tanto a volatilidade implícita quanto a volatilidade histórica continham informação relevante em relação à volatilidade futura.

Armada e Santos (1998) estudaram opções sobre o índice FTSE-100 da Bolsa de Valores de Londres e concluíram que

“[...] a volatilidade implícita de opções dentro do dinheiro<sup>10</sup> parece ser um melhor previsor da volatilidade futura em relação a outras estimativas. Ademais, a volatilidade histórica, independentemente da metodologia aplicada, denota uma capacidade de previsão muito fraca, o que está de acordo com a teoria assim como com a intuição, uma vez que é de senso comum que os movimentos de preço futuros raramente são explicados por eventos passados.” (Armada e Santos, 1998: 119. Tradução, do original em inglês, pelo autor da Dissertação).

Quando se calcula a volatilidade implícita para uma série de opções de um mesmo ativo subjacente a partir do modelo de B&S, verifica-se que, dependendo do preço de exercício da opção, há diferenças entre os valores de volatilidade encontrados. Em outras palavras, diferentemente do que pressupõe o modelo de B&S, a prática demonstra que, para efeito de avaliação de opções de mesma maturidade, um determinado ativo subjacente não está associado a um único valor de volatilidade implícita, mas a valores que dependem do preço de exercício da opção.

### **3.3 - O efeito “sorriso” da volatilidade implícita**

Usualmente, convencionou-se que as opções de uma mesma série (em que somente o preço de exercício varia) podem ser classificadas de acordo com o seu grau de *moneyness*. Em termos práticos, o grau de *moneyness* pode ser entendido como uma classificação da opção em função do seu valor atual — positivo, negativo ou nulo —,

---

<sup>10</sup> Dependendo de seu preço de exercício (ou de seu grau de *moneyness*), a opção pode ser descrita como *no dinheiro*, *dentro do dinheiro* ou *fora do dinheiro* (respectivamente, *at-the-money*, *in-the-money* e *out-of-the-money*). Maiores detalhes acerca dessa classificação podem ser encontrados no tópico 3.3, a seguir.

no momento em que a opção é avaliada. O grau de *moneyness*, tal como utilizado em nosso trabalho, é definido pela equação

$$Money\textit{ness} = \frac{S - \sum VA(\textit{dividendos})}{Xe^{-r(T-t)}} \quad (3.2)$$

em que:

$S$  = preço do ativo subjacente à opção no mercado à vista

$VA(\textit{dividendos})$  = valor atual dos dividendos descontados em base contínua

$X$  = preço de exercício da ação

$r$  = taxa de juros livre de risco

$T - t$  = prazo para o vencimento da opção

Pelo que se depreende da equação 3.2, o grau de *moneyness* nada mais é do que um valor atual líquido da opção<sup>11</sup>, em que o numerador representa o preço atual do ativo subjacente no mercado à vista, e, o denominador, o preço de exercício da opção descontado a uma taxa livre de risco contínua. No caso em que o numerador é maior do que o denominador, a opção tem um valor atual líquido positivo, grau de *moneyness* maior do que 1, e é chamada de *in-the-money* (*dentro do dinheiro*). No caso de o numerador e denominador terem o mesmo valor, o valor atual da opção é nulo, e o grau de *moneyness* é igual a 1; nesse caso, a opção é chamada *at-the-money* (*no dinheiro*). Quando o ativo subjacente à opção tem um valor menor do que o preço de exercício descontado, o grau de *moneyness* é menor do que 1, e a opção é chamada *out-of-the-money* (*fora do dinheiro*). Por opção, mantivemos as nomenclaturas *moneyness*, *in-the-money*, *at-the-money* e *out-of-the-money*, seja pelo fato de já estarem bastante difundidas no meio acadêmico de finanças, inclusive no Brasil, seja

---

<sup>11</sup> Na realidade, há que se descontar ainda os custos de transação, impostos e demais taxas incidentes sobre o rendimento de uma opção.

pela dificuldade de se encontrar um termo que traduzisse objetivamente a nomenclatura utilizada em trabalhos científicos internacionais<sup>12</sup>.

Os diferentes valores de volatilidade implícita observados empiricamente para um determinado ativo em uma série de opções de mesma maturidade, quando representadas em um gráfico tendo como abscissa o grau de *moneyness* e, na ordenada, o valor da volatilidade implícita, geram uma curva em forma de U, conhecida na literatura de finanças como efeito *sorriso*.

Uma das explicações para a existência do efeito *sorriso*, comentada em maior detalhe no tópico 3.5, pode ser a não observância de uma distribuição probabilística log-normal para o preço do ativo subjacente às opções. Entre outras coisas, o efeito *sorriso* pode indicar que, ao contrário do pressuposto do modelo de B&S, a distribuição efetiva dos preços do ativo subjacente no vencimento de uma opção europeia não é log-normal. A figura 3, adaptada de Hull (1997), indica os desvios entre a distribuição teórica do modelo de B&S e a distribuição real dos preços do ativo subjacente no vencimento da opção, que podem, em parte, explicar o efeito *sorriso*.

Na figura 3, as médias e os desvios padrão das distribuições probabilísticas efetivas são idênticas às da distribuição log-normal mostrada. Considerando-se que as opções nos extremos de uma série (ou seja, muito *in* ou *out-of-the-money*) estão associadas às probabilidades nas extremidades (ou *caudas*) esquerda e direita dos gráficos da figura 3, podemos prever alguns desvios em relação ao preço da opção calculado pelo modelo de B&S.

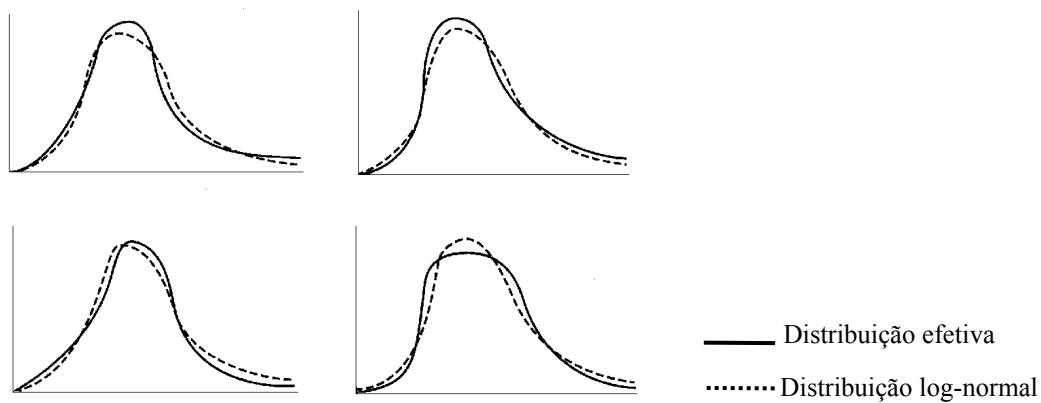
Para os gráficos situados na coluna da esquerda da figura 3, as opções de compra muito *in-the-money* (*cauda* esquerda) teriam um preço efetivo maior do que o teórico. O contrário aconteceria com as opções de compra *in-the-money* dos gráficos situados na coluna da direita. Para as opções *out-of-the-money* (*cauda* direita), os gráficos da

---

<sup>12</sup> Pareceu-nos bastante incomum e inédito traduzir-se *moneyness* como *dinheireza*, por exemplo.

linha inferior mostram que o prêmio seria super-avaliado teoricamente. O oposto acontece para as opções *out-of-the-money* associadas aos gráficos da linha superior. Em todos os casos, a curtose ou a assimetria das distribuições probabilísticas efetivas diferem daquelas atribuídas a uma distribuição log-normal, pressuposto do modelo de B&S.

**Figura 3** Distribuições probabilísticas efetivas dos preços do ativo subjacente às opções e a distribuição log-normal



Fonte. Adaptado de Hull (1997: 493)

De fato, conforme mostram Dennis e Mayhew (1999), existe uma correspondência estreita entre o padrão do efeito *sorriso* e o padrão da distribuição probabilística livre de risco associada ao ativo subjacente à opção. Uma função  $f(x)$ , associada à densidade de probabilidade livre de risco para o preço futuro do ativo subjacente, gera uma série de prêmios de opções, dependendo do seu preço de exercício. Essa função, baseada no processo de avaliação livre de risco, tem a seguinte expressão:

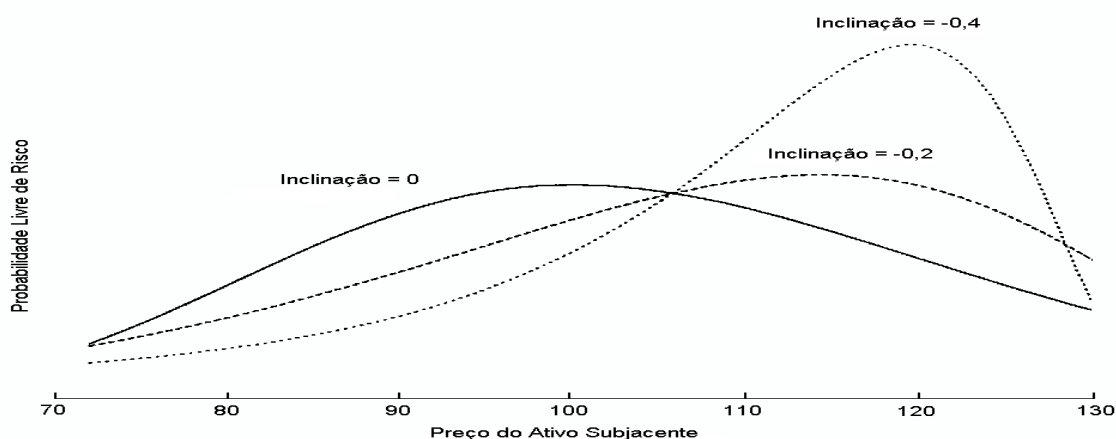
$$\frac{C(K, T)}{D(T)} = \int_{-\infty}^{+\infty} V(K, T) f(S) dS \quad (3.3)$$

Na equação 3.3,  $C(K,T)$  é o prêmio da opção com preço de exercício<sup>13</sup>  $K$ , data de expiração  $T$ , e valor presente de uma unidade monetária no tempo  $T$ ,  $D(T)$ . O retorno dado pela opção,  $V(K,T)$ , é dado por  $\max(S-K, 0)$  para uma opção de compra, e  $\max(K-S, 0)$  para uma opção de venda.

A figura 4 mostra que um efeito *sorriso* linear negativamente inclinado reflete-se na densidade de probabilidade livre de risco. As curvas da figura podem ser obtidas considerando-se que a densidade de probabilidade livre de risco é dada pela segunda derivada do preço da opção em relação ao preço de exercício<sup>14</sup>.

Os primeiros estudos empíricos a detectarem o efeito sorriso foram desenvolvidos pelos próprios Black e Scholes (1972). Eles estudaram opções sobre ações da New York Stock Exchange (NYSE), no período de 1966 a 1969, concluindo que o modelo de B&S produz valores que se desviam significativamente dos preços de mercado (Viana, 1998).

**Figura 4** Curvas mostrando que um efeito sorriso linear altera a densidade de probabilidade livre de risco associada ao ativo subjacente à opção.



Fonte. Adaptado de Dennis e Mayhew (1999: 4)

<sup>13</sup> Teoricamente, assume-se uma série de opções de preços de exercício contínua e infinita. Na prática, entretanto, essa condição não é atendida. Por exemplo, no dia 27/03/98 havia 7 opções Telebrás PN cotadas com vencimento em 20/04/98, ou seja 7 cotações discretas variando de um valor mínimo a um valor máximo, e não um contínuo de preços de exercício variando de  $-\infty$  a  $+\infty$ . (Nota do autor da Dissertação).



Na seqüência deste capítulo, serão apresentados alguns estudos empíricos acerca do efeito *sorriso* ao redor do mundo e no Brasil. Procura-se apresentar, também, derivações teóricas do efeito *sorriso* na avaliação de opções.

### 3.4 - Evidências empíricas do efeito “sorriso”

Desde o surgimento do modelo de B&S verificam-se desvios empíricos em relação ao preço de opções obtidos teoricamente. Conforme visto no tópico anterior, os primeiros autores a detectarem o efeito *sorriso* foram os próprios Black e Scholes (1972, *apud* Black e Scholes 1973), analisando opções sobre ações da *New York Stock Exchange* no período de 1966 a 1969. Estes testes indicaram que

“[...] os preços efetivos nos quais as opções são compradas e vendidas desviam-se sistematicamente dos valores previstos pela fórmula [...] do modelo de B&S. O mercado parece subestimar o efeito de diferentes variâncias no valor de uma opção”. (Black e Scholes, 1973: 653. Tradução, do original em inglês, pelo autor da Dissertação).

Black (1975, *apud* Viana, 1998) desenvolveu um teste para o modelo de B&S, descobrindo que o modelo subavalia sistematicamente opções muito *out-of-the-money* e superavalia opções muito *in-the-money*.

Um estudo sobre desvios empíricos em relação ao modelo de B&S foi realizado por Macbeth e Merville (1979), envolvendo opções sobre ações de 06 empresas cotadas na *Chicago Board of Trade Options Exchange* (CBOE), no ano de 1976. Eles basearam suas conclusões no pressuposto de que o valor *correto* para uma opção, a qualquer momento, poderia ser estimado utilizando-se o modelo de B&S a partir da volatilidade implícita de uma opção *at-the-money* com, no mínimo, 90 dias para expiração. Os autores chegaram a três conclusões principais:

---

<sup>14</sup> Para maiores detalhes, ver Breeden e Litzenberger (1978) e Shimko (1993), *apud* Dennis e Mayhew, 1999.

1. Os preços obtidos pelo modelo de B&S são, em média, mais baixos do que os de mercado para as opções *in-the-money* e mais altos para as opções *out-of-the-money*.
2. O grau de subavaliação (superavaliação) de uma opção *in-the-money* (*out-of-the-money*) aumenta, de acordo com a sua distância em relação à série *at-the-money*, e diminui à medida que o vencimento da opção se aproxima.
3. Os preços do modelo de B&S das opções *out-of-the-money* com menos de 90 dias até o vencimento do contrato são, em média, superiores aos preços de mercado.

O estudo empírico desenvolvido por Rubinstein (1985) envolveu a análise de opções negociadas na CBOE no período de agosto de 1976 a agosto de 1978 utilizando testes estatísticos não-paramétricos. A amostra analisada foi subdividida em duas, uma incluindo dados até outubro de 1977, e outra incluindo os dados restantes até agosto de 1978. No primeiro subgrupo (até 1977), *Rubinstein* detectou desvios em relação ao modelo de B&S semelhantes aos encontrados por Macbeth e Merville (1979). Seus resultados indicaram que, no primeiro subgrupo, o modelo de B&S superavalia opções *out-of-the-money* e subavalia as opções *in-the-money*. Para o segundo subgrupo, *Rubinstein* descobriu um padrão parecido com o descrito por Black (1975), ou seja, uma subavaliação das opções *out-of-the-money* e uma superavaliação das opções *in-the-money*. O autor ainda concluiu que os desvios do modelo de B&S em função do preço de exercício são significativos, e que a direção do *enviesamento* tende a ser a mesma para a maior parte das opções. Concluiu *Rubinstein*, entretanto, que a direção do *enviesamento* pode ser diferente de período para período.

Posteriormente, Rubinstein (1994) voltou a examinar os desvios empíricos observados em relação ao modelo de B&S, verificando que o modelo não apresentava grandes desvios em 1986, mas, a partir de 1987, os desvios aumentaram. Especificamente, em 1986, havia uma diferença de 1,5% entre volatilidades implícitas de opções localizadas

numa faixa de  $-9$  a  $+9\%$  em relação às opções *at-the-money*, as quais tinham volatilidades iguais a  $18,5$  e  $17\%$ . Em contraste, em 1992, as mesmas opções apresentavam uma variação de volatilidade implícita de  $6,5\%$ , com valores aproximadamente iguais a  $12,5$  e  $19\%$ .

Barreto e Baidya (1987) quantificaram os desvios obtidos a partir da adoção do modelo de B&S na avaliação de opções da Companhia Vale do Rio Doce, negociadas na Bolsa de Valores do Estado do Rio de Janeiro, no ano de 1986. Para tanto, realizaram regressões lineares simples entre a volatilidade implícita das opções *at-the-money* e os desvios entre o prêmio teórico e o praticado pelo mercado. O resultado desse estudo mostrou que o modelo de B&S superavaliava (subavaliava) opções *out-of-the-money* (*in-the-money*) sistematicamente. Tais resultados são semelhantes aos sugeridos pelo estudo de Macbeth e Merville (1979) para a CBOE no ano de 1976.

Shastri e Wethyavivorn (1987, *apud* Viana, 1998) concluíram que a volatilidade implícita das taxas de câmbio era uma função da taxa de câmbio dividida pelo preço de exercício, que apresentava forma de U, para as opções negociadas em 1983 e 1984, na *Philadelphia Stock Exchange* (PHLX).

A pesquisa de Sheikh (1991) analisou a negociação de opções sobre o índice *Standard and Poor's 100 options* (OEX) na CBOE entre os anos de 1983 e 1985. Os resultados mostram a existência do efeito *sorriso* em todo o período analisado. Suas conclusões indicam que os desvios observados provavelmente estão associados à dificuldade de replicar o *portfólio* do índice fisicamente e à variação estocástica da volatilidade do índice S&P 100.

Canina e Figlewski (1993, *apud* Viana, 1998) também analisaram as opções sobre o índice S&P 100 no período de 1983 a 1987. Através de uma análise *cross-section* de uma subamostra de opções de mesma maturidade e diferentes preços de exercício,

mostraram que as volatilidades implícitas apresentam, em média, um padrão em forma de U, resultado semelhante ao encontrado por Sheikh (1991).

Clelow e Xu (1993, *apud* Viana, 1998), na parte empírica do seu artigo sobre dinâmica da volatilidade estocástica, estudaram o comportamento da volatilidade do contrato futuro sobre o índice S&P 500 negociado na *Chicago Mercantile Exchange*. Eles basearam-se, dentre outros parâmetros, na volatilidade implícita das opções sobre os futuros, no período de 1985 a 1992. Na sua análise, utilizaram a técnica de *B-splines* para ajustar curvas aos *sorrisos* obtidos, detectando uma curva de inclinação persistentemente negativa em relação aos preços de exercícios crescentes.

Heynen (1994) investigou os padrões existentes nas volatilidades implícitas de opções sobre índices da bolsa holandesa EOE durante 9 meses de 1989, utilizando a abordagem não paramétrica de Rubinstein (1985). Seus resultados mostraram que os padrões de volatilidade implícita em função dos preços de exercício apresentam uma forma de U significativa para diversas maturidades. Concluiu que a volatilidade implícita das opções *out-of-the-money* tendem a decrescer até um valor mínimo, para as opções *at-the-money*, aumentando novamente na região *in-the-money*.

Taylor e Xu (1994, *apud* Viana, 1998) analisaram opções cambiais negociadas na PHLX, no período de 1984 a 1992. Seus resultados mostraram a existência do efeito *sorriso* na negociação de opções sobre o marco Alemão.

Duque (1994) analisou opções sobre 9 ações negociadas na *London International Financial Futures and Options Exchange* (LIFFE), detectando a existência do efeito *sorriso* persistente. Posteriormente, Viana (1998) analisou o efeito *sorriso* a partir da base de dados de *Duque*, concluindo que a magnitude desse efeito se acentua à medida que se aproxima o vencimento das opções, indicando que há uma confirmação de que o efeito *sorriso* se acentua em situações de maior volatilidade.

Gemmill (1996) apresentou evidências sobre a existência do efeito *sorriso* nas opções sobre o índice FTSE 100 no período de 1985 a 1990. No seu artigo, *Gemmill* apresentou um gráfico de volatilidades implícitas para dois dias do mês de janeiro de 1990, demonstrando a existência de um *sorriso* da volatilidade. A medida do *enviesamento* da volatilidade implícita utilizada compara a volatilidade implícita de opções de compra com preço de exercício 2% acima do seu valor futuro com a volatilidade implícita de opções de venda com preço de exercício 2% abaixo do seu valor futuro. A medida de *enviesamento* utilizada é representada na equação 3.4 abaixo:

$$\left[ \frac{\sigma_t(+2\%) - \sigma_t(-2\%)}{\sigma_t(+2\%)} \right] \times 100$$

(3.4)

*Gemmill* ainda calculou uma outra medida que tem como objetivo eliminar o desvio observado no *sorriso* devido ao fato de as volatilidades implícitas das opções de venda estarem normalmente 2% acima das volatilidades implícitas das opções de compra com mesmo preço de exercício.

Duarte Jr. *et al.* (1996) mostram um gráfico evidenciando o efeito *sorriso* de opções sobre ações Telebrás PN cotadas na Bolsa de Valores do Estado de São Paulo (Bovespa), no dia 08/07/1995, sem, contudo, apresentar uma análise mais aprofundada sobre o efeito.

Adler *et al.* (1999) mostram um gráfico que evidencia o efeito *sorriso* para opções Telebrás negociadas na Bovespa em quatro dias de cotação em março de 1999 e em um dia de cotação em abril de 1999. As curvas mostram um padrão variado de *sorriso*, passando de uma forma praticamente reta, com volatilidades implícitas praticamente constantes, a uma forma de U, próximo ao vencimento das opções.

### 3.5 - Razões para existência do efeito “sorriso”

Conforme salientado anteriormente, diferentemente do que pressupõe o modelo de B&S, opções de uma mesma série, sobre um mesmo ativo subjacente, não estão associadas a um único valor de volatilidade implícita; ao contrário, verifica-se empiricamente que a volatilidade implícita (para opções de mesma maturidade) depende do preço de exercício, gerando um gráfico em forma de U conhecido como efeito *sorriso*. Além disso, a volatilidade implícita de uma série de opções de mesma maturidade também varia em função da proximidade do vencimento da opção. De acordo com Rubinstein (1985), os desvios empíricos observados em relação ao modelo de B&S podem ser explicados por um ou mais dos fatores listados a seguir<sup>15</sup>:

1. Os dados de entrada foram inadequadamente medidos.
2. O mercado de opções é ineficiente.
3. A estrutura matemática da fórmula do modelo de B&S é incorreta.

*Rubinstein* salienta, ainda, que, pelo menos na sua análise empírica, a primeira hipótese pode ser descartada. Segundo o autor, o mercado de opções (na *Chicago Board Options Exchange*) “apesar de esporadicamente ineficiente, não exhibe ineficiências sistemáticas ao longo de vários meses” (Rubinstein, 1985: 457. Tradução, do original em inglês, pelo autor da Dissertação), o que força a conclusão de que existem deficiências na estrutura matemática do modelo de B&S.

Posteriormente, no seu artigo sobre árvores binomiais implícitas, Rubinstein (1994) estendeu a descrição da eventual falha na estrutura do modelo de B&S, identificando

---

<sup>15</sup> Rubinstein (1985) identificou as causas para os desvios empíricos a partir de testes não-paramétricos, envolvendo a análise de pares de opções.

quatro discrepâncias em relação aos pressupostos do modelo que podem fazer com que o mesmo falhe. Essas violações são:

1. A volatilidade do ativo subjacente à opção, a taxa de juros livre de risco ou a taxa de retorno do ativo são funções do preço do ativo subjacente à opção, ou do tempo.
2. A volatilidade do ativo subjacente à opção, a taxa de juros livre de risco ou a taxa de retorno do ativo são funções dos preços passados do ativo subjacente à opção.
3. A volatilidade do ativo subjacente à opção, a taxa de juros livre de risco ou a taxa de retorno do ativo são funções de uma variável de estado, a qual não é o preço do ativo subjacente ou a evolução passada desses preços; a volatilidade do ativo subjacente à opção, a taxa de risco livre de risco ou a taxa de retorno do ativo sofrem saltos entre sucessivas negociações.
4. O mercado possui imperfeições acentuadas, como custos de transação significativos, restrições à venda a descoberto, preços não competitivos, etc.

A presença de um ou mais fatores enumerados anteriormente de **1 a 3**, bem como dos fatores elencados acima de **1 a 4**, pode fazer com que o modelo de B&S apresente desvios empíricos, tal como o efeito *sorriso*.

Muitos estudos foram desenvolvidos no sentido de identificar as causas ou razões da existência do efeito *sorriso*. Esses estudos investigam a existência dos fatores anteriormente listados, na tentativa de explicar os desvios empíricos em relação ao modelo de B&S. As análises realizadas, contudo, não chegam a indicar uma razão única para existência do efeito *sorriso*. Ao contrário, as pesquisas realizadas registram a influência de diversos fatores que justificam a existência do *sorriso*, em diferentes contextos.

O quadro 1 mostrado a seguir e adaptado de Duque (1994), apresenta algumas razões para a existência do efeito *sorriso* entre opções de diferentes preços de exercício, bem como pela variação da sua magnitude em função da maturidade das opções, detectados em estudos empíricos, seguidos de suas fontes.

**Quadro 1** *Desvios em relação aos pressupostos do modelo de B&S observados empiricamente que podem causar o efeito sorriso, bem como alterar sua magnitude em função da proximidade do vencimento das opções*

<b>Tipo de Desvio observado</b>	<b>Referências Bibliográficas</b>
<p><b>1. Desvios micro-estruturais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Custos de transação</li> <li>• Exigência de Margem de Garantia</li> <li>• Impostos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Latané e Rendleman (1976), Schmalensee e Trippi (1978)</li> <li>• Latané e Rendleman (1976)</li> <li>• Schmalensee e Trippi (1978), Whaley (1982)</li> </ul>
<p><b>2. Desvios de Definição de Preços</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Arredondamento de preços de ações e opções</li> <li>• Convenções mercadológicas de preço</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Schmalensee e Trippi (1978)</li> <li>• Kim <i>et al.</i> (1991, <i>apud</i> Duque, 1994)</li> </ul>
<p><b>3. Desvios Estatísticos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Preços de ações e opções não-simultâneos</li> <li>• Séries de preços não-simultâneas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Chiras e Manaster (1978), Day e Lewis (1988)</li> <li>• Day e Lewis (1988)</li> </ul>
<p><b>4. Desvios em relação aos pressupostos do modelo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Especificações do modelo impróprias</li> <li>• Retorno e desvio padrão não-estacionários</li> <li>• Desconsideração de dividendos</li> <li>• Exercício antecipado de opções Americanas</li> <li>• <i>Caudas largas</i> das mudanças reais dos preços</li> <li>• Assimetria negativa e excesso de curtose na distribuição associada ao retorno do ativo subjacente à opção</li> <li>• Opções <i>out-of-the-money</i> incorrem em grande risco</li> <li>• Correlação entre o preço do ativo subjacente e o preço da opção</li> <li>• Aversão ao risco no período pós-<i>crash</i> de 1987</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Chiras e Manaster (1978)</li> <li>• Whaley (1982), Xu e Taylor (1994), Das e Sundaram (1999)</li> <li>• Whaley (1982)</li> <li>• Geske e Roll (1984), Finucane (1989, <i>apud</i> Duque, 1994)</li> <li>• Figlewski (1989, <i>apud</i> Duque, 1994)</li> <li>• Bakshi <i>et al.</i> (1997c)</li> <li>• Finucane (1989, <i>apud</i> Duque, 1994)</li> <li>• Schmalensee e Trippi (1979), Dumas <i>et al.</i> (1998), Dennis e Mayhew (1999)</li> <li>• Gemmill (1986), Jackwerth e Rubinstein (1996), Gemmill e Kamyama (1997), Dumas <i>et al.</i>, 1998)</li> </ul>



Tipo de Desvio observado	Referências Bibliográficas
<p><b>5. Desvios Relacionados à Eficiência do Mercado</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Falta de um mercado de opções de venda desenvolvido</li> <li>• Ineficiências do mercado</li> <li>• Operadores destreinados; operadores restringem-se a dados históricos</li> <li>• Séries de opções diferentes pertencem a diferentes mercados</li> <li>• Diferentes expectativas em relação ao futuro</li> <li>• Liquidez</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Latané e Rendleman (1976)</li> <li>• Chiras e Manaster (1978)</li> <li>• Trippi (1977, <i>apud</i> Duque, 1994)</li> <li>• Boyle e Vorst (1992), Figlewski (1989, <i>apud</i> Duque, 1994)</li> <li>• Whaley (1982), Latané e Rendleman (1976), Patell e Wolfson (1979, <i>apud</i> Day e Lewis, 1998)</li> <li>• Dennis e Mayhew (1999)</li> </ul>

Fonte. Adaptado de Duque (1994).

Conforme salientado no tópico 2.5, sobre o desempenho de modelos de avaliação de opções alternativos ao de B&S, o estudo empírico desenvolvido por Bakshi *et al.* (1997c), envolvendo a análise de uma vasta gama de modelos de avaliação de opções, identificou a não consideração de volatilidade estocástica como causa principal dos desvios empíricos do modelo de B&S. Seu estudo parece indicar que essa é a razão principal que explica a existência do efeito *sorriso* no mercado de opções sobre o índice S&P 500.

Como vimos, diversos autores apontam diferentes causas para os desvios empíricos do modelo de B&S, não havendo, entretanto, uma única razão predominante que justifique a existência do efeito *sorriso*. Bakshi *et al.*, contudo, mostram que a não consideração de volatilidade estocástica pode ser uma das principais causas do efeito *sorriso* do modelo de B&S.

### 3.6 - Distribuições probabilísticas que incorporam o efeito “sorriso”

Alguns estudos foram desenvolvidos no sentido de inferir as funções de probabilidade livres de risco a partir das cotações de mercado das opções, as quais trazem consigo o efeito *sorriso*, com o objetivo de incorporá-lo à avaliação de opções.

Breeden e Litzemberger (1978, *apud* Viana, 1998) mostraram que ao se considerar a existência de preços de exercício de opções contínuos, no intervalo de zero a infinito, é possível inferir a distribuição de probabilidade livre de risco a partir da segunda derivada do preço de opção em relação ao seu preço de exercício.

Shimko (1991, *apud* Rubinstein, 1994) apresentou uma maneira de implementar a idéia de obtenção de probabilidades livres de risco a partir do preço das opções. Primeiro, *Shimko* obteve um gráfico do efeito *sorriso* a partir do modelo de B&S, ajustando uma curva suave entre as opções de menor a maior preços de exercício. Utilizando a equação de B&S, *Shimko* inverteu a volatilidade implícita, resolvendo em termos do preço da opção como uma função contínua do preço de exercício. Então, através da segunda derivada da função do preço das opções, ele obteve a função de probabilidade livre de risco. Apesar de utilizar a equação de B&S, a metodologia empregada por *Shimko* não depende, necessariamente, do fato de que o modelo B&S esteja correto. Ele utilizou o modelo de B&S apenas como uma ferramenta para obtenção do seu resultado.

Rubinstein (1994) desenvolveu uma metodologia de árvores binomiais implícitas capaz de avaliar opções em contextos onde o modelo de B&S é violado. Segundo Rubinstein, seu modelo consegue avaliar opções:

1. Quando a volatilidade do ativo subjacente, taxa de juros livre de risco ou taxa de retorno do ativo são funções do preço do ativo subjacente ou do tempo.
2. Quando a volatilidade do ativo subjacente, taxa de juros livre de risco, ou taxa de retorno do ativo são funções do caminho prévio seguido pelo preço do ativo subjacente.
3. Quando a volatilidade do ativo subjacente, taxa de juros livre de risco ou taxa de retorno do ativo são funções de uma outra variável que não seja o preço do ativo

subjacente ou o seu caminho prévio; ou então, quando a volatilidade do ativo subjacente, taxa de juros livre de risco ou taxa de retorno do ativo sofrem saltos.

O primeiro passo para a construção das árvores binomiais implícitas é a obtenção de uma distribuição de probabilidades livre de risco a partir dos possíveis valores de preço do ativo subjacente no vencimento da opção. Para tanto, *Rubinstein* sugere a utilização de uma técnica de otimização que possibilita a obtenção de uma distribuição o mais próximo possível da log-normal, que leve em conta, também, os preços *bid* e *ask* (de venda e de compra) dos prêmios das opções, como também do ativo subjacente às opções. Ou seja, o modelo de *Rubinstein* é construído de tal forma que os valores encontrados estejam sempre entre as cotações *bid* e *ask*.

Derman e Kani (1994, *apud* Viana, 1998) propuseram um procedimento para a construção de uma árvore binomial neutra em relação ao risco que incorpora tanto o problema do efeito *sorriso* quanto a estrutura temporal da volatilidade. O modelo por eles encontrado, entretanto, apresentou alguns problemas para o tratamento de taxas de juros e dividendos em contextos de elevadas taxas de juros.

Dupire (1994, *apud* Viana, 1998) propôs um procedimento para a construção de uma árvore trinomial neutra em relação ao risco, que também captura a dependência da volatilidade em relação ao preço de exercício e maturidade.

Segundo Viana (1998), o método de Derman e Kani (1994) e Dupire (1994) são muito similares, pois incorporam o efeito *sorriso* e a influência do prazo para o vencimento da opção. Ao contrário, o pressuposto de Rubinstein (1994), de que todos os caminhos de mesmo nó final têm a mesma probabilidade neutra em relação ao risco, desconsidera a dependência da volatilidade em relação ao tempo.

Dumas *et al.* (1998) testaram funções determinísticas da volatilidade implícita em função do preço do ativo subjacente e do tempo. Foram escolhidas funções quadráticas

para a volatilidade implícita devido ao fato de que, geralmente, o efeito *sorriso* de opções sobre o índice S&P 500 apresenta a forma parabólica. Os testes envolveram quatro modelos, mostrados a seguir, em que  $X$  representa o grau de *moneyness* da opção e  $T$ , o prazo para o seu vencimento.

*Modelo 0* :  $a_0$

*Modelo 1* :  $a_0 + a_1X + a_2X^2$

*Modelo 2* :  $a_0 + a_1X + a_2X^2 + a_3T + a_5XT$

*Modelo 3* :  $a_0 + a_1X + a_2X^2 + a_3T + a_4T^2 + a_5XT$

Os resultados do estudo empírico desenvolvido por *Dumas et al.* mostraram que, de acordo com o critério de *Akaike*, o modelo **2** apresentou menores desvios, estabelecendo a volatilidade implícita como função de  $X$ ,  $X^2$ ,  $T$  e  $XT$ . Concluíram, ainda, que quando o modelo **2** não se ajusta bem aos dados empíricos, é o modelo **1**, ainda mais simples, que se apresenta como melhor alternativa. Em conjunto, os modelos **1** e **2** foram capazes de superar os demais modelos em 92,8% dos 292 grupos *cross section* de opções analisados. *Dumas et al.* concluíram ainda que a razão de *hedge* do modelo de B&S parece ser mais consistente do que a prevista pelos modelos de volatilidade determinística. Resumindo, *o mais simples é melhor*.

### **3.7 - Conclusão**

O efeito *sorriso* é um desvio empírico em relação ao modelo de B&S. Observa-se, sistematicamente, a existência do efeito *sorriso* em diversos contextos ao redor do mundo; o padrão do efeito *sorriso* varia, contudo, em função da amostra analisada. Em outras palavras, algumas vezes, opções *out-of-the-money* são subavaliadas e, outras vezes, opções *in-the-money* é que se encontram subavaliadas, dependendo da amostra analisada. Existem algumas referências de ocorrência de desvios empíricos em relação ao modelo de B&S no Brasil; pelo que foi possível averiguar, no entanto,

ainda não existe nenhuma pesquisa em maior profundidade sobre o efeito *sorriso* no mercado brasileiro de opções. Neste ponto do texto surge a nossa primeira pergunta de pesquisa: afinal, existe efeito sorriso no contexto do mercado de capitais brasileiro? A resposta temporária a essa pergunta é a nossa Hipótese I, comentada em maior detalhe no tópico **4.3**, a qual pretendemos testar no tópico **4.4**, relativo a resultados empíricos.

Vimos também que Viana (1998) concluiu que o efeito sorriso no mercado londrino acentuava-se à medida que se aproximava o vencimento das opções, confirmando a hipótese de que o sorriso é mais acentuado em situações de maior volatilidade. Em face disso, podemos elaborar a seguinte pergunta de pesquisa: o efeito sorriso é muito acentuado no Brasil? Essa pergunta parece natural quando lembramos que o mercado de capitais brasileiro apresenta elevada volatilidade<sup>16</sup>. Nossa Hipótese II, uma resposta temporária a essa segunda pergunta, é a de que o efeito sorriso acentua-se em contextos de elevada volatilidade, como é o caso do mercado de capitais brasileiro. Essa hipótese será detalhada e testada nos tópicos **4.3** e **4.4**, respectivamente.

Estudos empíricos apontam algumas causas para o efeito sorriso associadas a violações dos pressupostos do modelo de B&S. Tais violações incluem, dentre outros aspectos, questões como a existência de custos de transação, aversão ao risco para determinadas classes de opções, volatilidade estocástica e liquidez. Não há, entretanto, predominantemente, uma causa única preponderante que justifique a existência do efeito *sorriso* em todas as amostras referenciadas.

Alguns estudos empíricos tentaram incorporar o efeito *sorriso* à avaliação de opções, como é o caso das árvores binomiais implícitas e o estudo de funções de volatilidade implícita determinísticas. Em ambos os casos, verificaram-se desvios menores em relação aos dados empíricos do que os observados quando da aplicação do modelo de B&S para a avaliação de opções. Isso sugere, portanto, que os modelos de avaliação de

---

<sup>16</sup> No tópico **4.3** serão apresentadas evidências sobre a volatilidade brasileira e londrina.

opções devem incorporar o efeito *sorriso* para que sejam obtidos menores desvios em relação aos dados empíricos.

## **Capítulo 4 ANÁLISE DO EFEITO “SORRISO” EM OPÇÕES SOBRE AÇÕES TELEBRÁS PN NEGOCIADAS NA BOVESPA**

### **4.1 - Introdução**

Descreve-se neste capítulo, a base de dados utilizada para a análise desenvolvida em nosso trabalho. Inicialmente, são descritas peculiaridades relativas às ações Telebrás PN, ativo subjacente às opções analisadas. São apresentados aqui o período de tempo e a periodicidade das observações, bem como as fontes a partir das quais os dados foram obtidos. Em seguida, a metodologia de análise é descrita, bem como são levantadas as hipóteses que se pretende testar. Na parte final do capítulo, são apresentados os resultados empíricos obtidos.

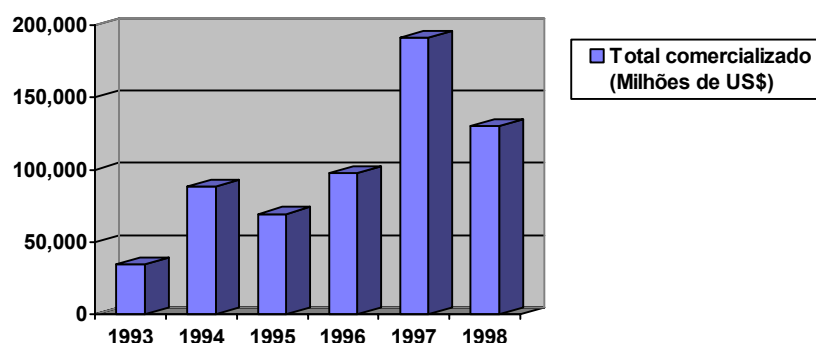
### **4.2 - Dados**

Analisamos as opções de compra do estilo europeu sobre ações Telebrás PN negociadas na Bolsa de Valores do Estado de São Paulo (Bovespa). A seguir, são apresentadas algumas considerações sobre as ações Telebrás.

#### **A Bolsa de Valores do Estado de São Paulo (Bovespa)**

A Bovespa foi fundada em 1890. No final da década de 70, ela foi pioneira na introdução de operações com opções sobre ações no Brasil. O volume de recursos nela negociados apresentou crescimento nos últimos anos (ver gráfico 1). Atualmente, a Bovespa é responsável por cerca de 90% da movimentação financeira do mercado brasileiro de capitais.

**Gráfico 1** *Movimentação financeira anual total na Bovespa*



Fonte. Elaborado pelo autor a partir dos dados da CVM (2000).

Para que se tenha uma idéia do aumento da movimentação financeira nos mercados de capitais brasileiros em anos recentes, Andrezo e Lima (1999) exibem uma tabela elaborada a partir de dados da Comissão de Valores Mobiliários onde constata-se que em 1990 o volume médio diário movimentado pelas bolsas de valores brasileiras era de cerca de US\$ 18 milhões, contra US\$ 516 milhões para esse mesmo volume no período de janeiro a agosto de 1998. Considerando que a Bovespa movimenta boa parte desse volume já há algum tempo, vemos que o aumento no volume de recursos negociados na Bovespa em anos recentes é expressivo.

Em 1997, havia 545 sociedades de capital aberto registradas na Bovespa, sendo os títulos negociados nos mercados à vista, a termo e de opções. O mercado de opções da Bovespa engloba as opções de compra e venda sobre ações, dólar e índice Ibovespa<sup>17</sup>.

Diferentemente do que se verifica em outros mercados, no Brasil, as opções sobre o principal índice acionário da Bovespa, o Ibovespa, ou sobre alguns outros índices existentes naquela bolsa, não são as mais negociadas. Ao contrário, já há algum tempo verifica-se uma negociação mais intensa das opções sobre ações Telebrás na Bovespa,

<sup>17</sup> As ações que compõem a carteira teórica do índice Ibovespa são escolhidas em função de sua representatividade no mercado. Participam do cálculo do índice Ibovespa as ações que, nos 12 meses anteriores ao seu cálculo, representaram um volume negociado de 80% do total da Bovespa, têm um volume negociado de pelo menos 0,1% do total e que tenham sido negociadas em pelo menos 80% dos pregões do último ano. Sua definição ocorre quadrimestralmente. (FIABV, 1998).



o que lhe confere o título de opção de maior liquidez no mercado brasileiro no período analisado. A escolha das opções sobre ações da Telebrás se justifica, portanto, pela sua preponderância sobre as demais opções negociadas na Bovespa. Segundo Andrezo e Lima (1999), em 1998

“A Telebrás era o papel mais líquido da BOVESPA [...] resultando numa liquidez diária de US\$ 300 milhões. [...] Seu ADR nível 2<sup>18</sup> foi a ação estrangeira mais negociada na Bolsa de Valores de Nova York, com um volume de US\$ 21,70 bilhões, seguida pela *Royal Dutch Petroleum Co.*, com US\$ 6,82 bilhões. Assim, a privatização da Telebrás atraiu grandes investidores de todo o mundo, interessados na perspectiva de crescimento da empresa, devido à demanda reprimida existente no mercado [brasileiro de telecomunicações].” (Andrezo e Lima, 1999: 309-10).

Na seqüência, serão descritas as opções Telebrás PN (ou RCTB PN) e seu ativo subjacente.

### **As Ações e Opções Telebrás PN**

A Telecomunicações Brasileiras S. A. (Telebrás) era uma empresa estatal brasileira que operava o Sistema Telebrás, responsável pelas telecomunicações brasileiras fixa e móvel até 1998. Em 22/05/98, por decisão do seu acionista majoritário e controlador, o Governo Brasileiro, a Telebrás foi cindida em 13 companhias (Bovespa, 1998A): 03 *holdings* das companhias concessionárias regionais de telefonia fixa; 01 *holding* da concessionária operadora de longa distância (Embratel); 08 *holdings* das concessionárias de telefonia móvel – Banda A; mais a própria Telebrás, como empresa

---

<sup>18</sup> ADR significa *American Depositary Receipts* e constitui-se de “um instrumento pelo qual uma companhia aberta negocia suas ações em mercado de país diferente daquele onde está situada”. Nível 2 refere-se a um tipo de ADR que autoriza uma companhia a listar-se em bolsa estrangeira sem, contudo, possibilitar o lançamento de novas ações dessa companhia nesse mercado. (Andrezo e Lima, 1999).

residual, posteriormente dissolvida, formada por 1,4% do patrimônio líquido original. O objetivo da cisão da Telebrás era viabilizar sua privatização na forma de empresas menores.

As ações Telebrás negociadas na Bovespa podiam ser preferenciais nominais (PN), ou ordinárias nominais (ON). No primeiro caso, as ações tinham dividendos anuais distribuídos obrigatoriamente, de acordo com o estatuto da empresa, sendo que os detentores dessas ações não tinham direito a voto em Assembléias da Empresa. No segundo caso, as ações davam direito a voto em Assembléias da empresa, mas não necessariamente distribuía dividendos. Nesse caso, a decisão de distribuição de dividendos dependia do resultado da empresa, apurado anualmente. No mercado de capitais brasileiro, havia uma prevalência da negociação das ações Telebrás preferenciais, o que lhe conferia maior liquidez em relação às ações ordinárias.

A partir da cisão da Telebrás, a Bovespa criou o Recibo de Carteira Seleccionada de Ações Telebrás (RCTB). O RCTB permitiu a negociação das ações das empresas cindidas a partir das ações Telebrás, em bloco, nas bases da Cisão Patrimonial decidida em Assembléia Geral Extraordinária.

A Telebrás foi privatizada em leilão realizado na Bolsa de Valores do Estado do Rio de Janeiro, em 29/07/98, rendendo aproximadamente R\$22 bilhões (em valores da época) ao Governo Brasileiro. Num momento posterior, a partir de 21/09/98, a Bovespa permitiu a negociação das ações das empresas cindidas a partir da Telebrás, individualmente (Bovespa, 1998B).

A negociação das opções sobre ações Telebrás PN seguiu a mesma sistemática de negociação das ações Telebrás descrita nos parágrafos anteriores. A partir de 21/09/98, foram autorizadas negociações de opções sobre ações das empresas cindidas a partir da Telebrás, individualmente. Até essa data, as opções eram denominadas *Telebrás PN*. Após essa data, as opções sobre as ações das empresas cindidas, em bloco, passaram a

ser denominadas *RCTB PN*. Conforme observado anteriormente, portanto, não houve alteração na natureza do ativo subjacente às opções quando as mesmas passaram a valer sobre a carteira de ações das empresas que antes compunham a Telebrás.

### **Cotação das Ações e Opções Telebrás PN**

Alguns estudos empíricos mostram que uma eventual diferença no horário de fechamento do mercado de ações e de opções sobre essas ações pode induzir a erros de análise. Exemplos desses erros são citados em Latané e Rendleman (1976), Chiras e Manaster (1978), Harvey e Whaley (1991) e Canina e Figlewski (1993, *apud* Viana, 1998).

Tanto as ações Telebrás PN (ou RCTB PN), quanto as opções sobre essas ações, são negociadas na Bovespa. Foram analisadas suas cotações do horário de fechamento do pregão<sup>19</sup>. Este horário é coincidente para a negociação das ações ou opções sobre as ações analisadas, o que evita os problemas citados no parágrafo anterior.

### **Dividendos**

Os dividendos das ações Telebrás PN, correspondentes aos exercícios de 1990 a 1997, foram distribuídos no dia 29/05/98, totalizando R\$ 9,695882, de acordo com decisão da Assembléia Geral Extraordinária de 14/04/98 (Economática, 1999). Algumas das opções sobre as ações Telebrás incorporam em seu preço de exercício o valor dos dividendos distribuídos, quando o período de distribuição de dividendos coincide com o de vigência da opção. Para exemplificar, a Assembléia Geral Extraordinária da Telebrás de 07/04/98 aprovou a distribuição de dividendos a partir de 29/05/98. Observa-se, a partir de 08/04/98, a negociação, além dos contratos usuais, de opções com vencimento em 15/06/98 de preços de exercício *picados* (como por exemplo

---

<sup>19</sup> Em janeiro de 2000, o fechamento do pregão da Bovespa ocorria às 17:45h. Em outros períodos do ano, esse horário muda para 16:45h em função do término do horário de verão. (Nota do autor da Dissertação).

R\$168,07). Observou-se, entretanto, que, apesar de uma preponderância inicial, as opções cujo preço de exercício incorpora os dividendos são ultrapassadas, com larga vantagem em volume de negociação, pelas opções sem dividendos incorporados ao preço. Por esse motivo, as opções que incorporam dividendos no seu preço de exercício foram excluídas da análise.

Observa-se que praticamente não há alteração no preço da ação Telebrás PN devido ao ajuste aos dividendos anunciados em 14/04/99 antes de 20/04/99, data de vencimento das opções de abril. Por esse motivo, optou-se por não incluir os dividendos nos cálculos relativos às opções Telebrás PN com vencimento em abril. Para os contratos com vencimento em junho, subtraiu-se do preço da ação à vista o valor atual dos dividendos, descontado à taxa DI futuro de 252 dias (em base contínua).

### **Taxa de Juros**

A taxa de juros utilizada como *proxy* para a taxa livre de risco no nosso trabalho foi a de depósito interbancário (DI) futuro de um dia, projetada para um ano (252 dias). Essa escolha se justifica, em parte, pela facilidade de obtenção dessa taxa de juros a partir da base de dados Economatica. Ademais, como será abordado nos parágrafos seguintes, a escolha de uma taxa futura de 1 dia em detrimento de outra cujo prazo seja mais próximo da maturidade das opções analisadas não acarreta em erros significativos. As opções aqui analisadas apresentavam um prazo máximo para vencimento de 48 dias de negociação.

No Brasil, ao contrário de outros países de economia estável, não há ainda um mercado futuro de taxa de juros desenvolvido sendo que o futuro de maior prazo atualmente existente é a DI de 30 dias. A utilização da taxa DI efetivo de um dia em detrimento de uma taxa futura cuja maturidade se aproximasse mais do prazo de expiração da opção, entretanto, não acarreta em erro significativo. Isso se deve ao fato de que a derivada do preço da opção em relação à taxa de juros (*rho*) não apresenta

valores elevados. Soma-se a esse fato a curta duração das opções analisadas (no máximo 48 dias de negociação), o que certamente também minimiza algum eventual erro. De fato, conforme observam Macbeth e Merville (1979),

“As taxas de retorno livres de risco estão geralmente 0,5 a 1,0% próximas entre si, e, dada a falta de sensibilidade do preço de uma opção de compra às taxas de juros livres de risco, nossos resultados seriam virtualmente idênticos se tivéssemos utilizado uma única taxa de juros livre de risco para um título do governo de, digamos, um ano, para todas as maturidades de opções.” (Macbeth e Merville, 1979: 1174. Tradução, do original em inglês, pelo autor da Dissertação).

Evidentemente, a afirmação acima deve ser transposta para a realidade brasileira. Mesmo após a estabilização econômica ocorrida no Brasil a partir 1994, com a implantação do Plano Real, ainda observamos taxas de juros significativamente maiores do que a encontrada em países de economia estável. A diferença em questão refere-se, todavia, à encontrada entre uma taxa DI futuro de 30 dias e DI futuro de 1 dia. Para exemplificar, no dia 19/03/98, para uma opção de *moneyness* 0,975 e 20 dias de prazo para vencimento, a taxa futuro de DI de 1 dia valia 27,45% a. a. em base contínua, com uma volatilidade implícita de 64,41%. Mudando a taxa de juros em 10%, para hipotéticos 37,45% ao ano, a volatilidade implícita passou a valer 61,98%, ou seja, uma diferença de  $((0,6441-0,6198)/100)$  3,77%. Devido a essa constatação, consideramos que a taxa de juros DI de um dia é adequada à análise desenvolvida.

Foi necessário ajustar a taxa de juros de DI para uma base contínua, de forma a possibilitar os cálculos de valor atual de dividendos e preços de exercício compatíveis com o modelo de B&S. Para tanto, foram realizadas as transformações necessárias a partir da base de dados fonte.

## Período de tempo e periodicidade de observações

O período de tempo escolhido para a extração da amostra começa em 02 de janeiro de 1998, terminando em 21 de dezembro de 1998. A escolha desse intervalo de tempo se deveu, em parte, ao fato de que a partir de 1994, o Brasil passou por um processo de estabilização econômica, resultando numa redução da inflação. Nesse cenário de inflação relativamente reduzida, as previsões de preços e cálculo de cotação de ativos financeiros podem vir a conter menos distorções do que em um contexto de inflação elevada, refletindo mais fielmente o *sentimento* do mercado com relação aos preços dos ativos financeiros. Conforme anteriormente relatado, soma-se a isso o fato de que, no período posterior a 1993, a Bovespa apresentou significativo aumento na sua movimentação financeira, o que provavelmente resultou também num aumento no volume de contratos de opções negociados.

Particularmente no que se refere à investigação do efeito *sorriso*, a escolha do ano de 1998 parece ser ainda mais interessante porque, nesse ano, o mercado financeiro brasileiro teve sua volatilidade aumentada devido à crise asiática de 1997. No que se refere às ações Telebrás, o ano de 1998 parece ser instrutivo devido à privatização da empresa em julho de 98, o que também pode ter causado uma maior volatilidade de suas ações. Considerando que o efeito *sorriso* aumenta em situações de maior volatilidade, o ano de 98 parece ser um período interessante para análise.

Finalmente, a escolha do ano de 1998 para nossa análise em detrimento de um período mais amplo também decorre da escassez de tempo para realização do nosso trabalho. Essa questão foi agravada pelo fato de que, no Mestrado do Cepead/UFMG, temos que cursar 35 créditos<sup>20</sup> (cada crédito equivale a 15 horas-aula) de disciplinas antes de nos dedicarmos totalmente à redação da Dissertação. Soma-se a esse fato uma greve dos professores do curso que paralisou o Mestrado durante 3 meses de 1998, com

---

<sup>20</sup> Na realidade, o autor da Dissertação cursou 41 créditos devido a interesse próprio. (Nota do autor da Dissertação).

subseqüente acúmulo de aulas, trabalhos, seminários e demais atividades inerentes a um Curso de Mestrado, o que tornou os cerca de 22 meses consumidos entre aulas, estágio docente, trabalhos, redação de artigos nacionais e internacionais, participação em Congressos, apresentação de seminários e a redação dessa Dissertação extremamente exíguos. Considerando o benefício trazido pela realização de uma pesquisa no nível a que nos propomos, num prazo inferior a 24 meses (questo analisado pelos órgãos governamentais para avaliação de Cursos de Mestrado no Brasil), julgamos que a relação *custo/benefício* desse trabalho, considerando as condições em que a pesquisa foi realizada, é altamente satisfatória. Esse *trade-off*, entretanto, não comprometeu a qualidade do trabalho, apenas trouxe limitações à investigação realizada.

A periodicidade das cotações é diária e, conforme salientado anteriormente, foram analisadas as cotações de fechamento do pregão, tanto para as ações Telebrás PN (ou RCTB PN), como para as opções de compra européias sobre essas ações. Tanto as ações Telebrás como suas opções de compra são negociadas na Bovespa, sendo o fechamento do pregão simultâneo para ações e opções.

### **Fonte de Dados**

A base de dados constitui-se de uma planilha de preços de cotação das opções de compra do tipo europeu sobre ações Telebrás preferenciais nominais (Telebrás PN), adquirida pelo Núcleo de Estudos e Consultoria em Finanças e Contabilidade – CEPEAD – UFMG junto à Bovespa, local onde as opções são negociadas. Inicialmente, a base de dados apresentava 2.316 cotações das opções de compra Telebrás PN e RCTB PN, relativas ao período de 02 de janeiro a 21 de dezembro de 1998. As cotações de fechamento das ações Telebrás PN (ou RCTB- PN) foram obtidas junto ao banco de dados Economática (1998), também disponível no NUFI. A taxa de juros livre de risco (DI de 1 dia), empregada na análise, foi obtida do banco de dados Economática (1999).

## **Cálculo da Volatilidade Implícita**

A volatilidade implícita é calculada resolvendo-se a equação de B&S em termos da volatilidade, a partir dos valores de mercado para a cotação da ação, cotação da opção sobre a ação, taxa de juros e prazo de vencimento. Com esse objetivo, foi utilizado o comando atingir meta do *software* Microsoft Excel 97. Os valores para a volatilidade implícita encontrados apresentavam um erro máximo de 0,001% em relação aos valores de mercado da cotação das opções.

Foram eliminados da amostra dados que apresentavam valores de volatilidade implícita maiores do que 5 ou negativos, os quais somaram 30 dias de observação. Foram excluídas da análise, ainda, as cotações da data de vencimento das opções, o que somou 25 observações excluídas. A essas exclusões soma-se a retirada de opções que embutiam dividendos no seu preço, conforme comentado no tópico sobre dividendos, o que reduziu a amostra original em 179 observações. Desse modo, de um total de 2.316 cotações da base original, após as exclusões acima referenciadas, restaram 2.082 observações, as quais mantivemos em nosso trabalho. As 55 cotações excluídas da análise devido ao fato de apresentarem volatilidade acima de 5, negativa, ou coincidirem com o dia de vencimento das opções, não foram investigadas por terem apresentado valores de volatilidade implícita exorbitantes, constituindo-se em flagrantes *outliers*.

## **Limitações da Pesquisa**

Conforme salientaremos no tópico 4.3, o trabalho aqui descrito baseou-se na metodologia de análise desenvolvida por Viana (1998). Por esse motivo, pelo menos do ponto de vista metodológico, os resultados aqui encontrados podem ser comparados aos de Viana (1998).



As diferenças começam quando se comparam as amostras empregadas nas duas análises. *Viana* utiliza-se de opções de 09 empresas com maior volume de negociação no período de 1987 a 1991, selecionadas por Duque (1994), a partir de uma análise de múltiplos critérios. No presente estudo, foram analisadas opções sobre ações Telebrás PN no ano de 1998, as mais negociadas no mercado de capitais brasileiro nesse período. Assim, enquanto a Dissertação de *Viana* analisa uma amostra representativa do mercado londrino a partir de 09 opções (o que gera certa diversificação do risco de manutenção dessas opções), aqui analisamos uma amostra de 01 opção representativa de todo mercado de opções brasileiro. Essa amostra traz consigo o risco inerente ao mercado de capitais brasileiro somado ao risco não sistemático da empresa Telebrás. Essas considerações permitem inferir que as opções Telebrás estavam sujeitas a uma volatilidade consideravelmente maior do que a existente na amostra analisada por *Viana*<sup>21</sup>.

Enquanto *Viana* analisa uma amostra que remete à volatilidade média de diversas opções (e, conseqüentemente, ao risco não-sistemático de diversos ativos subjacentes), nos reportamos à volatilidade inerente a um único ativo subjacente. Soma-se à volatilidade do mercado brasileiro outra parcela de risco não sistemático inerente à posse das ações Telebrás no período de 1998, ano em que a empresa foi privatizada. Dada a diferença entre as amostras analisadas, portanto, não é possível estabelecer uma abordagem estritamente quantitativa para medir as diferenças entre os *sorrisos* brasileiro e londrino ou comparar suas medidas diretamente. Não é possível estabelecer, por exemplo, qual é a proporção de aumento na magnitude do efeito *sorriso* à medida que aumenta a volatilidade implícita das opções quando passamos do mercado londrino para o mercado brasileiro.

Sabemos, contudo, que o mercado de capitais brasileiro apresenta volatilidade significativamente maior do que o mercado londrino (como será mostrado adiante), e

---

<sup>21</sup> No tópico 4.3 são apresentadas evidências relativas à volatilidade do mercado brasileiro e londrino.

inferimos que, nessas condições, o efeito sorriso *deve* ser mais acentuado. As medidas comparando os resultados do nosso estudo com o estudo de Viana, portanto, são mais *sugestivas* do que uma resposta *estritamente quantitativa* oriunda da nossa comparação.

Outra limitação da pesquisa refere-se à especificidade do período analisado. Nossa amostra contemplou o período de privatização de uma das maiores estatais brasileiras já existentes, o período da “maior privatização do mundo” segundo Andrezo e Lima (1999: 323) <sup>22</sup>. Essa não é, entretanto, uma situação que pertença à rotina diária das bolsas de valores brasileiras. Nossa intenção ao escolher o ano de 1998 para análise foi a de selecionar um período de elevada volatilidade – a qual seria o resultado da volatilidade intrínseca ao mercado capitais brasileiro somada à volatilidade gerada pelas expectativas em relação ao leilão da Telebrás. Nesse sentido, a contribuição maior do nosso trabalho seria a de testar um modelo de avaliação de opções num contexto de volatilidade bastante elevada para verificar se os desvios empíricos em relação a esse modelo, nesse contexto, aumentam.

O estudo de Viana, por outro lado, analisou opções durante um período de tempo maior, de 1987 a 1991, numa economia mais estável do que a brasileira, o que se reflete em menor volatilidade daquele mercado.

### **4.3 - Metodologia**

Nosso objetivo foi investigar o efeito *sorriso* no contexto do mercado brasileiro de derivativos de maior movimentação financeira, a Bovespa. Para tanto, foram formuladas algumas hipóteses, posteriormente submetidas a análises empíricas, de acordo com o quadro 2 abaixo:

---

<sup>22</sup> Andrezo e Lima (1999) não apresentam evidências de que a privatização da Telebrás seja, de fato, uma das maiores ocorridas no mundo. Com essa citação pretende-se, apenas, dar uma dimensão dessa privatização. (Nota do autor da Dissertação).

*Quadro 2 Hipóteses fundamentais e objetivos da Dissertação*

<i>Hipótese fundamental</i>	<i>Objetivo Geral</i>	<i>Objetivos Específicos</i>
I. Existe efeito <i>sorriso</i> no mercado de opções brasileiro.	I.1 Evidenciar o efeito <i>sorriso</i> na negociação de opções no mercado brasileiro.	I.1.1 Evidenciar o efeito <i>sorriso</i> na negociação de opções de compra sobre ações Telebrás PN na Bovespa.  I.1.2 Desenvolver estatísticas descritivas sobre o efeito <i>sorriso</i> na negociação de opções de compra Telebrás PN.
II O efeito <i>sorriso</i> acentua-se em situações de elevada volatilidade.	II.2 Verificar se o efeito <i>sorriso</i> apresenta-se mais acentuado no contexto do mercado de opções brasileiro, de elevada volatilidade.	II.2.1 Comparar o padrão do efeito <i>sorriso</i> das opções sobre ações Telebrás PN com o padrão encontrado por Viana (1998).  II.2.2 Comparar o padrão do efeito <i>sorriso</i> , às vésperas da privatização da Telebrás, com o padrão existente após esse período.  II.2.3 Analisar a relação do efeito <i>sorriso</i> das opções de compra sobre ações Telebrás PN com o tempo para expiração da opção.

Conforme citado no capítulo 3, desde o surgimento da equação de B&S, verificam-se desvios empíricos em relação ao modelo teórico. Os primeiros autores a detectar o efeito *sorriso* foram os próprios Black & Scholes (1972), analisando opções sobre ações da *New York Stock Exchange* (NYSE), no período de 1966 a 1969. É razoável supor que, no contexto brasileiro, tal efeito também se verifique.

Em outros estudos, é possível encontrar referências relacionadas ao fato de o efeito *sorriso* tornar-se mais acentuado em situações de maior volatilidade, como, por exemplo, à medida que o vencimento da opção se aproxima. Heynen *et al.* (1994, *apud* Viana, 1998) concluiu que o padrão do efeito *sorriso* deve suavizar-se à proporção que aumenta o tempo até a expiração. Em outras palavras, conforme o vencimento da opção se aproxima, o efeito *sorriso* se acentua. Taylor e Xu (1994, *apud* Viana, 1998) derivam teoricamente uma relação entre o efeito *sorriso* e o tempo até a expiração da opção. Clewlow e Xu (1993, *apud* Viana, 1998) estudaram opções sobre o índice S&P 500, concluindo que há um aumento da não linearidade do efeito *sorriso* à medida que o vencimento da opção se aproxima.

Viana (1998) analisou opções na bolsa de Londres (LIFFE), a partir da base de dados de Duque (1994), concluindo que o efeito *sorriso* se acentua à proporção que as opções se aproximam do seu vencimento. É de se supor, portanto, que o efeito *sorriso* no contexto brasileiro se acentua conforme as opções sobre as ações Telebrás PN aproximam-se do seu vencimento.

Taylor e Xu (1994, *apud* Viana, 1998) realizaram um estudo sobre o efeito *sorriso* e a volatilidade do mercado. Eles concluíram que, teoricamente, seria razoável esperar efeitos *sorriso* mais acentuados em mercados de maior variância.

De fato, o mercado brasileiro apresenta uma volatilidade significativamente maior do que a verificada em outros países. Aggarwal *et al.* (1999) analisaram a volatilidade de índices acionários em mercados emergentes no período de maio de 1985 a Abril de 1995, concluindo que:

“Como esperado, a volatilidade é bastante elevada em mercados emergentes. Argentina e Brasil têm o maior nível de volatilidade [medida através de desvios padrões] em retornos locais, de 78,0 e

74,7%” respectivamente. (Aggarwal *et al.*, 1999: 38. Tradução, do original em inglês, pelo Autor da Dissertação)

Para efeito comparativo, considerando-se que a volatilidade implícita de uma opção *at-the-money* de uma amostra representativa do mercado pode ser avaliada como uma medida da volatilidade desse mercado, Viana (1998) encontrou um valor de aproximadamente 32% para a volatilidade do mercado acionário londrino. Ela investigou as opções negociadas no período de 1990 – 1991, encontrando um valor inferior à metade do valor estimado por Aggarwal *et al.* para o mercado brasileiro. Podemos supor, portanto, que no Brasil o efeito *sorriso* provavelmente apresenta-se bastante acentuado. Soma-se a esse fato a privatização da Telebrás, ocorrida em 29/07/98, que provavelmente aumentou a volatilidade das opções sobre suas ações naquele período. Todas essas questões, relativas a uma elevada volatilidade do mercado brasileiro, podem ser refletidas no padrão do efeito *sorriso* das opções sobre ações Telebrás, constituindo uma hipótese para investigação empírica.

O primeiro passo para as análises empíricas que se pretende realizar é identificar uma medida da magnitude do efeito *sorriso*. Isso é feito medindo-se a diferença entre a volatilidade implícita de uma opção *in-the-money* ou *out-of-the-money* e a volatilidade implícita de uma opção *at-the-money*. Uma vez que essa diferença seja estabelecida, resta testar se essa medida aumenta ou diminui em função da alteração nas demais variáveis de investigação (tempo de expiração e volatilidade do mercado). Com o objetivo de mensurar essa diferença, de acordo com a metodologia adotada por Viana (1998), são estabelecidas duas medidas,  $U_{in}$  e  $U_{out}$ :

$$U_{in} = \left| \hat{\sigma}_{imp} (in - the - money) - \hat{\sigma}_{imp} (at - the - money) \right| \quad (4.1)$$

$$U_{out} = \left| \hat{\sigma}_{imp} (out - of - the - money) - \hat{\sigma}_{imp} (at - the - money) \right| \quad (4.2)$$

Conforme observado no tópico 3.3, considera-se que uma opção *at-the-money* tem um grau de *moneyness* igual a 1. Gemmill (1996) considera uma amplitude de *moneyness* de  $\pm 2\%$  em torno da opção *at-the-money* para a definição das opções *in* e *out-of-the-money*. Para efeito da análise em nosso trabalho, entretanto, aumentamos essa amplitude para  $\pm 6\%$ , conforme adotado por Viana (1998). A escolha da amplitude de *moneyness* idêntica à adotada por Viana justifica-se pela nossa intenção de comparar os valores obtidos no nosso trabalho com os resultados obtidos por Viana. A escolha de Viana deveu-se ao fato de que seus dados permitiram, desde o início, triplicar a amplitude de *moneyness* adotada por Gemmill. No nosso caso, a opção por considerar essa mesma amplitude de *moneyness* pode ser questionada quando constatamos que a realidade do mercado de capitais mercado brasileiro é bastante diversa daquela encontrada no mercado londrino, o que poderia justificar a escolha de uma amplitude de *moneyness* maior, por exemplo. Dado o objetivo comparativo do nosso estudo (apesar de que nossa amostra não é diretamente comparável à de Viana), entretanto, optamos por escolher uma amplitude idêntica à de Viana. Assim sendo, o grau de *moneyness* de uma opção *in-the-money* é igual a 1,06 e o de uma opção *out-of-the-money* é igual a 0,94.

Para utilizar tais definições, entretanto, surge um problema de natureza empírica: na maioria das vezes, não existem opções que tenham o grau de *moneyness* exatamente igual a 0,94, 1,0 ou 1,06. É necessário, portanto, interpolar os dados empíricos para que se possa estimar, aproximadamente, quais são as volatilidades implícitas das opções com grau de *moneyness* igual a 0,94, 1,0 e 1,06 e, assim, efetuar os cálculos desejados. Para realizar a interpolação, foi utilizada a técnica de *B-splines*, também empregada por Clewlow e Xu (1993, *apud* Viana, 1998), e Viana (1998) nas suas investigações empíricas sobre o efeito *sorriso*.

A técnica de *B-splines* é utilizada para a construção de curvas lisas de qualquer grau. Na análise aqui desenvolvida, foram utilizadas curvas cúbicas. Basicamente, essa técnica consiste em derivar uma curva cúbica teórica a cada dois pontos interpolados, separadamente<sup>23</sup>. Isso significa que a curva vai sendo construída a partir dos segmentos de curva existentes a cada dois pontos, sem que, necessariamente, a curva interpolada passe pelos pontos utilizados para a sua definição (Viana, 1998).

Dados os pontos  $p_i = (x_i, y_i)$ ,  $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ , a curva *B-spline* cúbica para o intervalo  $(p_i, p_{i+1})$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n-1$  é dada pelos pontos cujas coordenadas são as seguintes:

$$x_i(u) = \frac{1}{6}(1-u)^3 x_{i-1} + \frac{1}{6}(3u^3 - 6u^2 + 4)x_i + \frac{1}{6}(-3u^3 + 3u^2 + 3u + 1)x_{i+1} + \frac{1}{6}u^3 x_{i+2} \quad (4.3)$$

$$y_i(u) = \frac{1}{6}(1-u)^3 y_{i-1} + \frac{1}{6}(3u^3 - 6u^2 + 4)y_i + \frac{1}{6}(-3u^3 + 3u^2 + 3u + 1)y_{i+1} + \frac{1}{6}u^3 y_{i+2} \quad (4.4)$$

O parâmetro  $u$  varia entre 0 e 1. Os polinômios em termos de  $u$  são ponderações realizadas em relação aos pontos utilizados para a interpolação. São necessários 4 pontos para o cálculo de cada segmento de curva interpolado. O método de *B-splines* atende à condição de existência de primeira e segunda derivadas para a curva interpolada.

Os diferentes segmentos interpolados são unidos de tal forma que os pontos de junção entre os segmentos obedecem às seguintes equações:

---

<sup>23</sup> Para maiores detalhes acerca da técnica de *B-splines*, ver Gerald e Wheatley (1994 *apud* Viana, 1998).

$$B_i(1) = B_{i+1}(0) = \frac{p_i + 4p_{i+1} + p_{i+2}}{6}$$

$$B_i'(1) = B_{i+1}'(0) = \frac{-p_i + p_{i+2}}{2}$$

$$B_i''(1) = B_{i+1}''(0) = p_i - 2p_{i+1} + p_{i+2}$$

(4.5)

Nas equações 4.5,  $B$  representa os segmentos da curva interpolada de ordem  $i$ , e  $B'$  e  $B''$  são a primeira e segunda derivadas da curva para o ponto de ordem  $u$ , indicada dentro do parênteses.

Para interpolar a curva no primeiro e último pontos dos dados ( $i = 0$  e  $i = n$ ), devido às próprias características da metodologia *B-splines*, são necessários mais dois pontos em cada extremidade ( $p_{-2}$ ,  $p_{-1}$ ,  $p_{n+1}$  e  $p_{n+2}$ ). Como esses pontos, naturalmente, não fazem parte da amostra, repete-se duas vezes o primeiro e último pontos ( $p_0$  e  $p_n$ ) para possibilitar a interpolação nos extremos da curva.

Na análise realizada, os valores de  $x(u)$  representam o grau de *moneyness* das opções, e  $y(u)$ , sua volatilidade implícita obtida a partir do modelo de B&S. Assim, na interpolação dos pontos,  $u$  foi variado<sup>24</sup> na equação 4.3 até que fossem atingidos os graus de *moneyness* necessários à análise, ou seja, 0,94, 1,0 e 1,06. Uma vez que o valor de  $u$  adequado é alcançado, a volatilidade implícita correspondente é obtida a partir da equação 4.4.

---

<sup>24</sup> A variação de  $u$  foi feita utilizando-se o comando *Atingir Meta* da planilha *Excel*, para uma precisão de 0,0001.



Como exemplo, a tabela 1, a seguir, apresenta as cotações de 7 opções sobre Telebrás PN no dia 27/03/98, com vencimento em 20/04/98, seguidas de suas volatilidades implícitas.

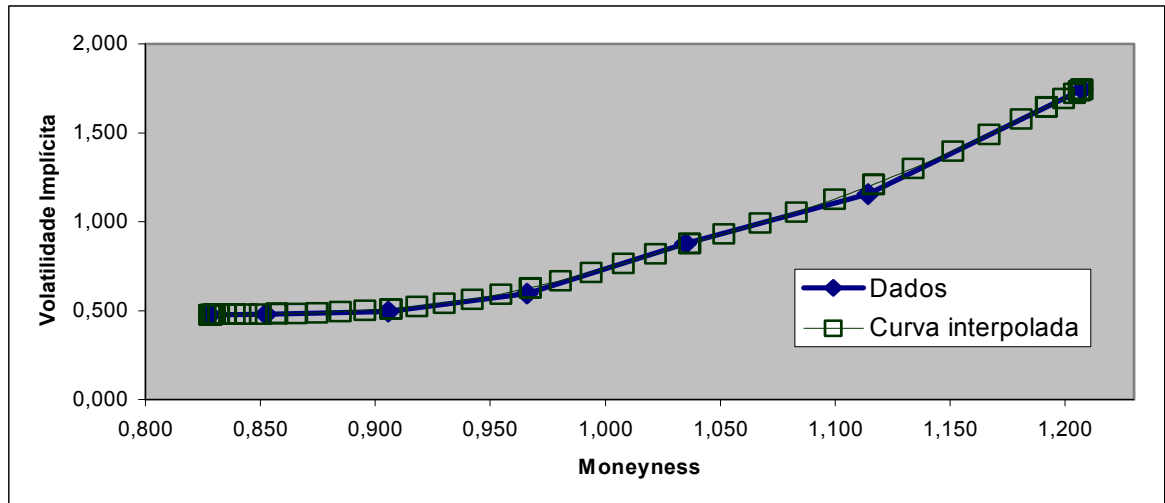
**Tabela 1** Grau de *moneyness* e volatilidades implícitas para opções Telebrás PN cotadas em 27/03/98, com vencimento em 20/04/98

<b>Grau de <i>moneyness</i></b>	1,207	1,114	1,035	0,966	0,905	0,852	0,828
<b>Volatilidade implícita</b>	1,7438	1,1564	0,8768	0,5968	0,4957	0,4812	0,4782

A partir dos dados da tabela 1, foi possível construir uma curva do *sorriso* da volatilidade para aquele dia de cotação das opções, juntamente com os valores interpolados a partir dos dados utilizando-se a técnica de *B-splines*, de acordo com as equações 4.3 e 4.4, com um incremento de 0,2 em  $u$ . As curvas são representadas no gráfico 2, mostrado a seguir.

A interpolação dos dados da tabela 1, convergindo o valor de  $u$ , fornece os valores de volatilidade implícita para os graus de *moneyness* de 0,94, 1,00 e 1,06 respectivamente iguais a 0,5595, 0,7378 e 0,9644.

**Gráfico 2** Exemplo do *sorriso* obtido a partir dos dados de 27/03/98 e a curva interpolada através de *B-splines* cúbica



Além de  $U_{in}$  e  $U_{out}$ , são calculadas outras duas medidas, denominadas  $U_{at}$  e GEMMILL. Essa última é baseada no trabalho desenvolvido por Gemmill (1996). As equações são apresentadas a seguir. As volatilidades implícitas utilizadas nas equações abaixo correspondem àquelas obtidas através da interpolação para o grau de *moneyness* visto acima (0,94, 1,0 e 1,06):

$$U_{at} = \left| \frac{\hat{\sigma}_{imp}(1,06) + \hat{\sigma}_{imp}(0,94)}{2} \right| - \hat{\sigma}_{imp}(1,00) \quad (4.6)$$

$$GEMMILL = \frac{\hat{\sigma}_{imp}(1,06) - \hat{\sigma}_{imp}(0,94)}{\hat{\sigma}_{imp}(1,06)} \times 100 \quad (4.7)$$

$U_{at}$  é denominado o ponto médio do *sorriso*, e a medida GEMMILL avalia a tendência de crescimento/decrescimento do *sorriso*. Ambas as medidas, juntamente com  $U_{in}$  e  $U_{out}$ , foram utilizadas na análise empírica desenvolvida.

#### **4.3.1 - Hipótese I: existe efeito “sorriso” no mercado de opções brasileiro**

A confirmação da Hipótese I é apresentada no capítulo relativo aos resultados empíricos, na forma de uma tabela evidenciando a existência do efeito *sorriso* na negociação de opções de compra sobre ações Telebrás PN no período de 1998. A confirmação dessa hipótese já havia sido sugerida preliminarmente por outros trabalhos (Duarte Jr. *et al.* (1996) e Adler *et al.* (1999)). Esses trabalhos, contudo, analisaram poucos dias de cotação (no máximo 5). Tornava-se necessário investigar o efeito *sorriso* durante um período maior de tempo.

Com o objetivo de caracterizar o efeito *sorriso* das opções sobre Telebrás PN, foram calculadas estatísticas descritivas relativas à amostra analisada. Estas estatísticas incluem o cálculo das volatilidades implícitas médias em função do grau de *moneyness* das opções, bem como os valores de  $U_{out}$ ,  $U_{at}$  e  $U_{in}$ , as quais medem magnitudes do efeito *sorriso* nos extremos da curva, bem como uma medida de seu ponto médio ( $U_{at}$ ).

A medida desenvolvida por Gemmill (equação 4.7) permite uma noção do padrão do efeito *sorriso*. Caso o seu valor seja negativo, os valores de volatilidades implícitas são mais elevados para opções *out-of-the-money*. Ao contrário, se o seu valor é positivo, a volatilidade implícita é maior para opções *in-the-money*, indicando o crescimento ou decrescimento do *sorriso*. Foi feita uma tabela com os valores da medida de Gemmill, o que tornou possível constatar um padrão persistente de efeito *sorriso* na negociação de opções Telebrás PN ao longo de 1998.

As tabelas comentadas acima são apresentadas na seção de resultados empíricos, onde são atingidos os objetivos específicos I.1.1 e I.1.2 do quadro 2.

#### **4.3.2 - Hipótese II: o efeito “sorriso” acentua-se em situações de elevada volatilidade**

Conforme citado anteriormente, o mercado brasileiro apresenta elevada volatilidade. Este fato foi comprovado por Aggarwal *et al.* (1999), que, analisando o desvio padrão do retorno de índices acionários brasileiros no período de 1985 a 1995, chegou à conclusão de que o mercado brasileiro apresentou uma volatilidade média anual de 74,7%. Essa medida serve como referência para a medida da volatilidade do mercado de capitais brasileiro.

Viana (1998) analisou o efeito *sorriso* a partir da base de dados de Duque (1994), composta de opções de 09 empresas do mercado de capitais londrino no período 1990 a 1991. Para a definição de sua amostra, *Duque* utilizou uma análise de múltiplos critérios com o objetivo de selecionar opções de empresas cujo volume de negociação, em conjunto, representasse expressiva porcentagem da movimentação financeira do mercado londrino no período de 1987 a 1991. *Viana* concluiu que a volatilidade média das opções *at-the-money* (*moneyness* entre 0,9 e 1,1) assume valores entre 30 e 35%, dependendo do prazo para a maturidade das opções<sup>25</sup>.

Considerando-se que a volatilidade de opções *at-the-money* de uma amostra representativa de todo o mercado pode ser uma estimativa da volatilidade desse mercado, bem como o resultado encontrado por Aggarwal *et al.*, podemos concluir que existem evidências sugerindo que o mercado de capitais brasileiro apresenta uma

---

<sup>25</sup> *Viana* não apresentou o valor médio da volatilidade implícita para o grau de *moneyness* exatamente igual a 1 (opções *at-the-money*). É razoável supor, entretanto, que esse valor situa-se entre os valores médios dos graus de *moneyness* 0,9 e 1,1.

volatilidade mais elevada<sup>26</sup> do que a existente no mercado de capitais londrino. Apesar de não terem sido apresentadas estimativas relativas à volatilidade do mercado brasileiro no ano de 1998, partimos do pressuposto de que esse mercado, a exemplo do ocorrido no período de 1985 a 1995, ainda apresentava uma volatilidade significativamente maior do que a encontrada por Viana para o mercado londrino.

Dado que a volatilidade do mercado de capitais brasileiro é mais elevada do que a volatilidade do mercado londrino, foi realizada uma comparação entre a magnitude do efeito *sorriso* encontrada para opções sobre Telebrás PN e a magnitude do efeito *sorriso* detectado por Viana (1998). Tal comparação, entretanto, conforme salientado no tópico 4.2, subtítulo Limitações da Pesquisa, tem suas restrições devido ao fato de envolver, no nosso caso, opções sobre ações de 01 empresa (Telebrás) e, no caso do estudo de Viana, uma amostra de opções de 09 empresas representativa de todo o mercado londrino, em períodos de tempo distintos. Não é uma comparação direta, onde se possa comparar grandezas com precisão, apenas uma comparação sugestiva.

A comparação realizada visa identificar uma eventual maior magnitude do efeito *sorriso* no mercado brasileiro. Considerando-se que, na maior parte das vezes, as séries de opções Telebrás PN são de curtíssimo prazo, com maturidades tipicamente inferiores a 50 dias de negociação, optou-se por comparar opções com, no máximo, 30 dias para o vencimento. Foram comparadas as medidas de  $U_{in}$ ,  $U_{out}$ ,  $U_{at}$  e GEMMILL das opções investigadas por Viana e as medidas encontradas para as opções Telebrás. Dessa forma, atinge-se o objetivo específico II.2.1 do quadro 2.

Parece interessante, também, investigar o padrão do efeito *sorriso* em dois momentos distintos da amostra analisada: antes e depois da privatização da Telebrás. Conforme salientado no tópico 4.2, a Telebrás foi privatizada em 29/07/98. Podemos supor que,

---

<sup>26</sup> Não se pretende aqui a obtenção de medidas precisas da diferença da volatilidade do mercado brasileiro em relação ao mercado londrino. Isso seria impossível a partir das fontes citadas, a começar pelas diferenças entre a metodologia de cálculo e período de tempo adotados nos estudos de Viana e Aggarwal *et al.* citados.

no período que antecedeu a sua privatização, as opções sobre ações Telebrás apresentavam uma volatilidade maior do que no período pós-privatização. Considerando-se que o efeito *sorriso* acentua-se em situações de maior volatilidade, é de se supor, portanto, que, no período prévio à privatização da Telebrás, o *sorriso* de suas opções apresentava-se mais acentuado do que no período pós-privatização. Foram realizadas comparações das medidas da magnitude do *sorriso* das opções sobre ações Telebrás PN no período pré e pós-privatização com a finalidade de testar essa hipótese.

Conforme visto no tópico 3.4, Viana (1998) detectou um aumento na magnitude do efeito *sorriso* na bolsa de valores londrina à medida que o vencimento das opções se aproxima, confirmando a hipótese de que o efeito *sorriso* se acentua em situações de maior volatilidade. Para estimar a relação entre a magnitude do efeito *sorriso* e o tempo até a expiração das opções, foram realizadas regressões lineares simples envolvendo parâmetros que medem a magnitude do *sorriso* e o prazo para o vencimento das opções. Esses parâmetros são  $U_{in}$ ,  $U_{out}$  e  $U_{at}$ , respectivamente medidas da magnitude do efeito *sorriso* para ações *in-the-money*, *out-of-the-money*, bem como o ponto médio do *sorriso*,  $U_{at}$ . O prazo de tempo que falta para o vencimento de cada opção, medido em dias de negociação, é chamado de  $T$ . Assim, foram realizadas as regressões relacionadas abaixo para estimar equações em referência, em que  $i$  refere-se a cada opção:

$$U_{out\ i} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 T_i + \hat{u}_i \tag{4.8}$$

$$U_{at\ i} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 T_i + \hat{u}_i \tag{4.9}$$

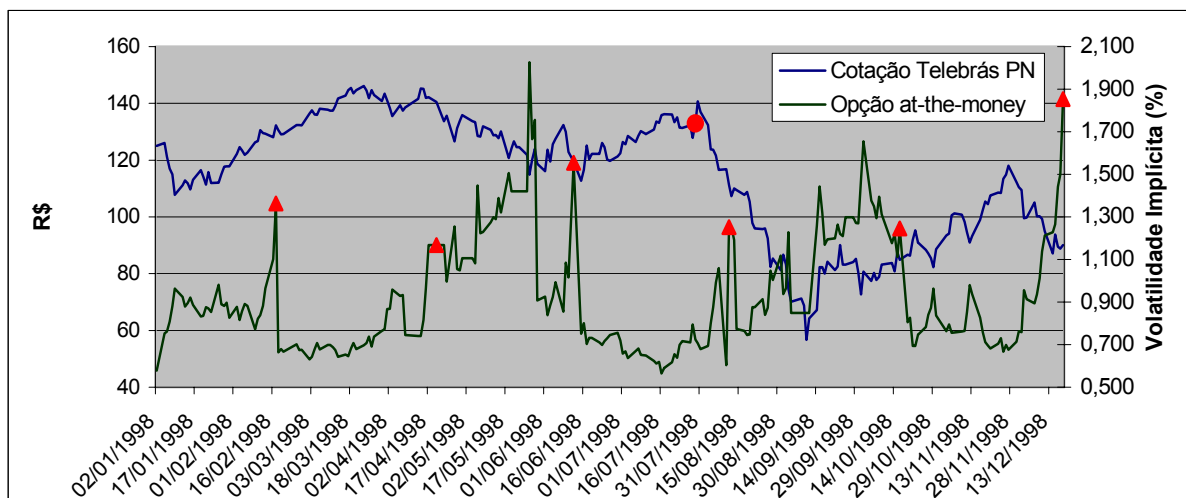
$$U_{in\ i} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 T_i + \hat{u}_i \quad (4.10)$$

$$GEMMILL_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 T_i + \hat{u}_i \quad (4.11)$$

Adicionalmente às regressões que buscavam relacionar as medidas do efeito *sorriso* ao prazo para vencimento das opções, optou-se também por analisar uma eventual relação entre a volatilidade implícita de uma opção *at-the-money* e o retorno das ações Telebrás. Essa tarefa pareceu interessante a partir do momento em que observamos o gráfico 3, mostrado a seguir. Através de uma simples observação desse gráfico, vemos que, nos períodos em que o preço da ação Telebrás PN teve queda, a volatilidade implícita das opções *at-the-money* aumenta mais rapidamente à medida que o prazo para o vencimento da opção se aproxima.

No gráfico 3, os triângulos representam os dias de vencimento das opções e a bola sobre o gráfico da cotação das ações Telebrás representa o dia em que a Telebrás foi privatizada.

**Gráfico 3** Cotações das ações Telebrás PN e a volatilidade implícita das opções *at-the-money* no ano de 1998



Pela análise do gráfico 3, verifica-se que, em períodos nos quais o preço das ações Telebrás PN aumentou, a volatilidade implícita diminuiu, ou permaneceu aproximadamente constante. Devido a essa constatação, foi calculado o coeficiente de correlação existente entre o aumento do preço das ações Telebrás PN e a variação na volatilidade implícita das opções *at-the-money*. A variação da volatilidade implícita das opções *at-the-money* foi calculada pela equação  $\Delta\sigma(1,00) = (\sigma(1,00)_t - \sigma(1,00)_{t-1})$ , e a variação no preço das ações Telebrás PN foi definida como  $\Delta TelPN = \ln(P_t/P_{t-1})$ .

Os resultados das regressões realizadas são mostrados na seqüência, na seção relativa aos resultados empíricos, em que são exibidas também estatísticas relacionadas às regressões. Deve-se ter em mente que a maior parte da análise realizada é do tipo *cross section*; não são calculadas, portanto, estatísticas relacionadas à análise de séries temporais. Assim sendo, foi realizado o teste de White (1980) para verificar a presença de heterocedasticidade nos resíduos das regressões lineares, para um nível de confiança de 95%. A única exceção fica por conta do cálculo do coeficiente de correlação entre a variação da volatilidade implícita das opções Telebrás PN e a variação do retorno das ações subjacentes a essas opções. Nesse caso, foi estabelecido o nível de significância dos resultados obtidos, de acordo com a metodologia sugerida por Gaynor e Kirkpatrick (1994: 45-6).

#### **4.4 - Resultados empíricos**

Nesta seção serão apresentados os resultados da análise desenvolvida no nosso trabalho. Espera-se atingir os objetivos específicos listados no quadro 2 para as opções sobre Telebrás PN negociadas no ano de 1998.



### **Hipótese I: existe efeito “sorriso” no mercado de opções brasileiro.**

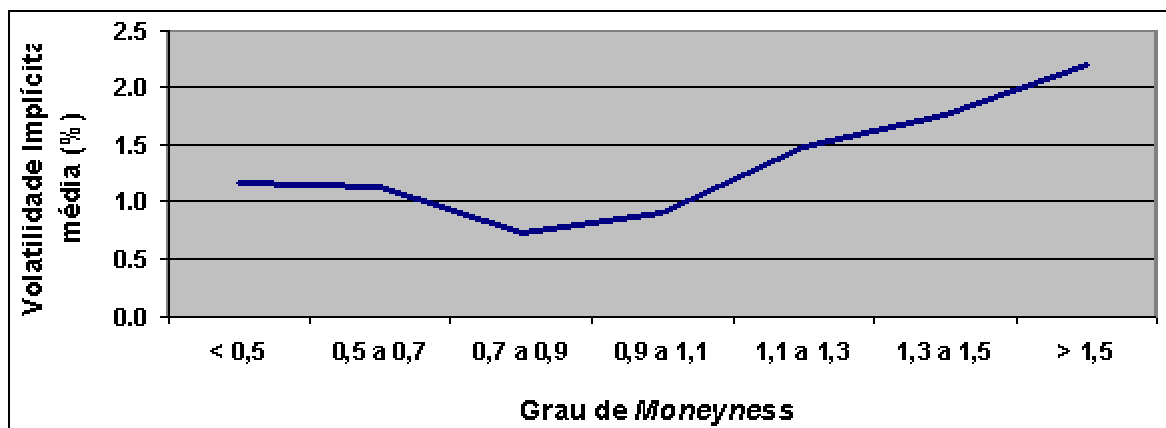
A existência do efeito *sorriso* na negociação de opções Telebrás PN, no período de 1998 é evidenciada pela tabela 2, abaixo, mostrando os valores médios de volatilidades implícitas obtidos. Estes valores são representados no gráfico 4.

*Tabela 2 Valores médios de volatilidade implícita em função do grau de moneyness das opções sobre ações Telebrás PN no ano de 1998*

<b>Grau de <i>Moneyness</i></b>	<b>&lt; 0,5</b>	<b>0,5 a 0,7</b>	<b>0,7 a 0,9</b>	<b>0,9 a 1,1</b>	<b>1,1 a 1,3</b>	<b>1,3 a 1,5</b>	<b>&gt; 1,5</b>
<b>Volatilidade Implícita Média (%)</b>	<b>1,1608</b>	<b>1,1345</b>	<b>0,7292</b>	<b>0,9038</b>	<b>1,4829</b>	<b>1,7707</b>	<b>2,2007</b>

O gráfico 4 apresenta um padrão de *sorriso* parecido com os gráficos para opções Telebrás PN mostrados por Adler *et al.* (1999) e Duarte Jr. *et al.* (1996) (apesar de que em ambos os casos os autores analisaram poucos dias de cotação — 1 e 5 dias, respectivamente). Observam-se, na média, volatilidades decrescentes, quando passamos de opções *out-of-the-money* para opções quase *at-the-money*, e crescentes quando passamos dessas últimas a opções *in-the-money*. Evidencia-se, portanto, o efeito *sorriso* com volatilidades implícitas para opções muito *in-the-money* sempre maiores do que volatilidades implícitas para opções muito *out-of-the-money*. Isso significa que a medida GEMMILL, na grande maioria das vezes, é positiva, como será demonstrado a seguir.

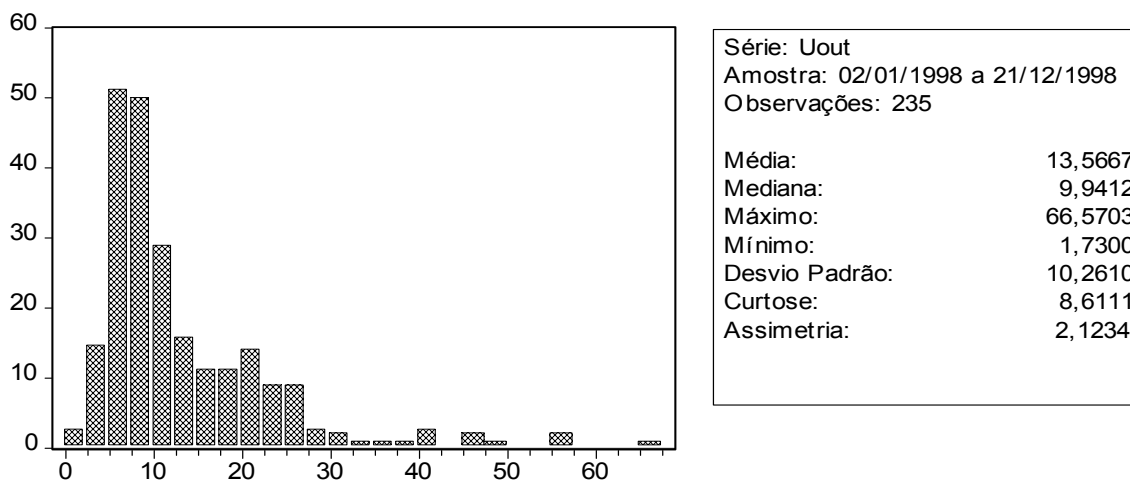
**Gráfico 4** Valores médios de volatilidade implícita em função do grau de moneyness das opções sobre ações Telebrás PN no ano de 1998



A medida de  $U_{out}$  serve como indicador da magnitude do efeito *sorriso* no lado *out-of-the-money* do mesmo. Na figura 5, mostrada a seguir, são apresentados os valores encontrados para essa medida<sup>27</sup>, bem como suas estatísticas descritivas.

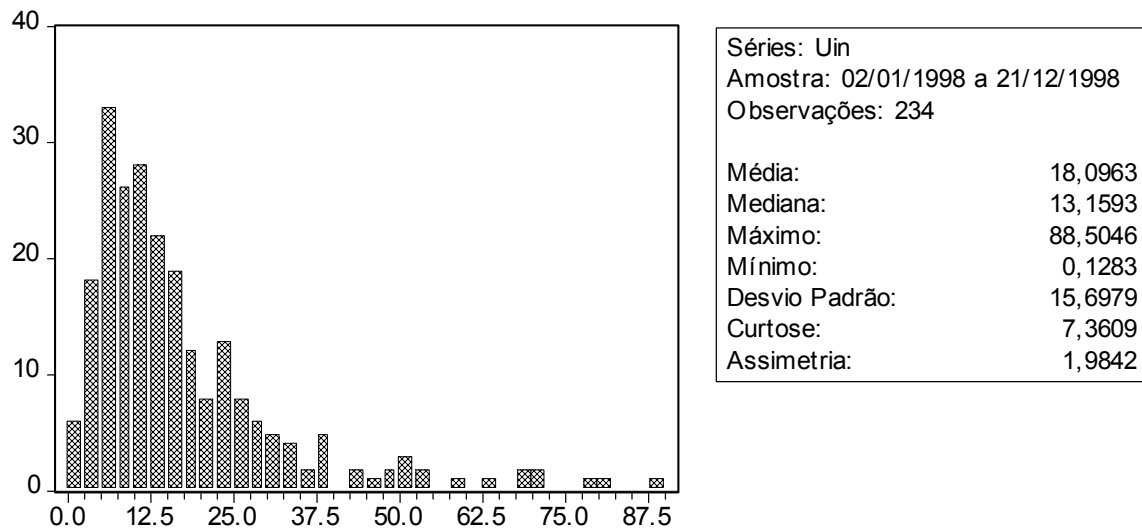
A medida  $U_{in}$  avalia a magnitude do efeito *sorriso* no lado *in-the money* da curva. A figura 6, mostrada a seguir, apresenta as estatísticas descritivas para a medida  $U_{in}$ . O valor de  $U_{at}$  fornece uma medida da magnitude do ponto médio da curva do efeito *sorriso*. Os valores encontrados para esta medida são mostrados na figura 7.

**Figura 5** Estatísticas descritivas da medida  $U_{out}$

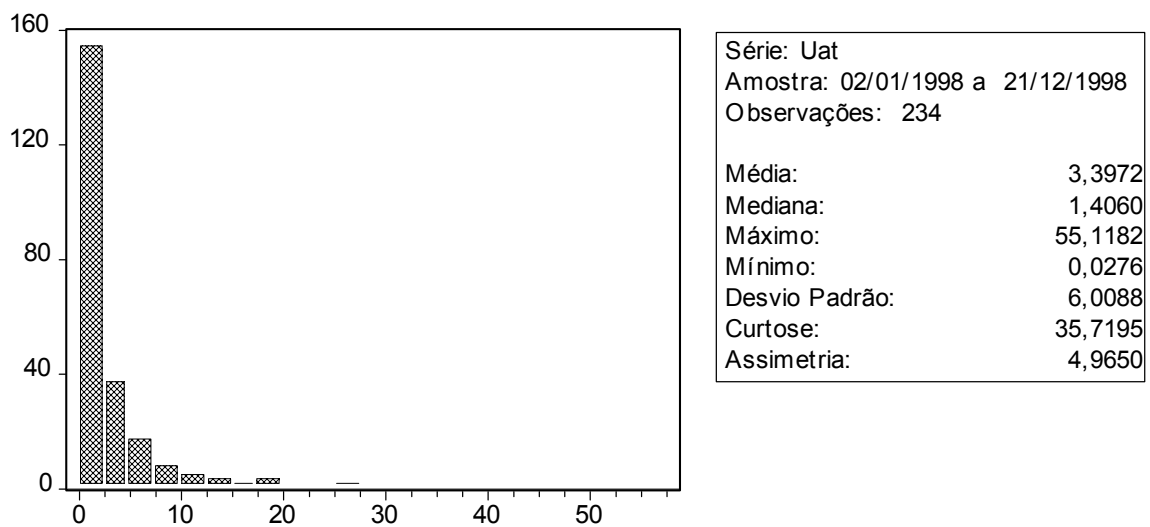


<sup>27</sup> Nas figuras 5 a 8, as abcissas dos histogramas representam os valores encontrados para as grandezas em questão, e as ordenadas representam suas freqüências relativas.

**Figura 6** Estatísticas descritivas da medida  $U_{in}$ .



**Figura 7** Estatísticas descritivas da medida  $U_{at}$



As estatísticas descritivas de  $U_{out}$  mostram um valor médio de 13,57% para essa medida e 18,09% para o valor médio de  $U_{in}$ . Esse resultado é coerente com o gráfico 4, em que é possível observar magnitudes médias maiores de volatilidades implícitas para opções *in-the-money* ( $moneyness > 1$ )<sup>28</sup>.

<sup>28</sup> A comparação entre os valores obtidos para  $U_{in}$ ,  $U_{out}$  e o padrão do gráfico 4, entretanto, não é direta.  $U_{in}$  e  $U_{out}$  resultam de volatilidades implícitas de *moneyness* interpolado igual a 1,06 e 0,94, respectivamente. O gráfico 4 exibe uma amplitude bem maior de graus de *moneyness*.

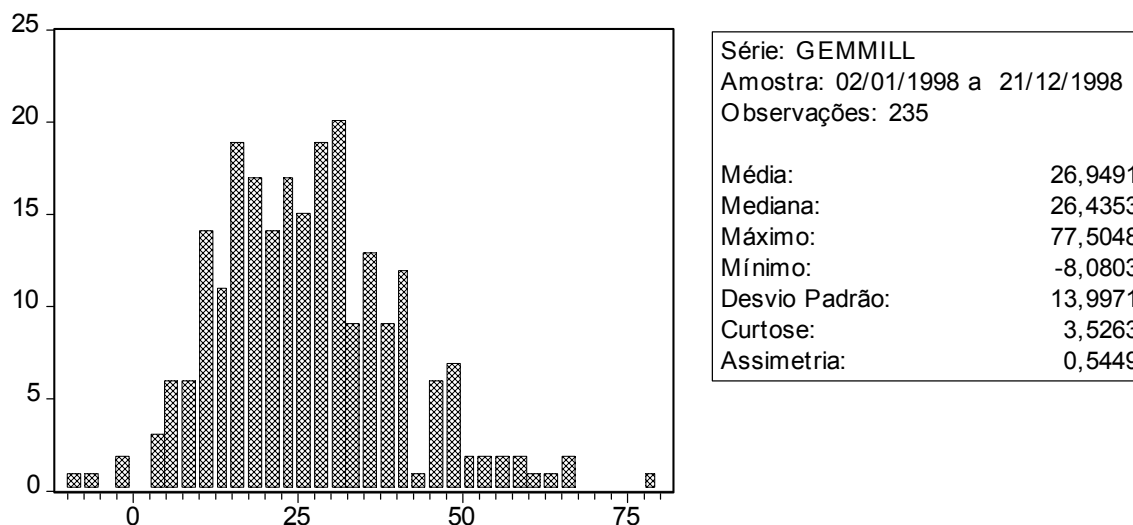
Para a medida do ponto médio do *sorriso*, temos um valor médio igual a 3,4%. Levando-se em conta a simetria de  $U_{in}$  e  $U_{out}$  em relação a  $U_{at}$ , bem como um valor para  $U_{at}$  bastante inferior à média entre  $U_{in}$  e  $U_{out}$  (3,4% contra 15,83%), podemos concluir que, na maior parte das vezes, no intervalo entre os graus de 0,94, 1,0 e 1,06 de *moneyness* interpolados, temos uma espécie de *sorriso sarcástico*, ou seja, um *sorriso* que é sempre crescente ou sempre decrescente, sem que se passe por um mínimo ou máximo no grau de *moneyness* 1. Pelo histograma da figura 7, vemos que na maioria das vezes,  $U_{at}$  assume valores inferiores a 5%. Levando-se em conta os valores médios de  $U_{in}$  e  $U_{out}$  encontrados, essa constatação reforça a conclusão da existência de um *sorriso* sem mínimos ou máximos intermediários na maior parte das vezes. A medida GEMMILL indicará se o *sorriso* em questão é crescente ou decrescente. Suas estatísticas descritivas são apresentadas na figura 8 mostrada a seguir.

Pela figura 8, vemos que a medida GEMMILL apresentou um valor médio de 26,95. Considerando-se a equação 4.7 utilizada para o cálculo da medida GEMMILL e o valor médio encontrado, podemos concluir que na maior parte das vezes o *sorriso* encontrado é crescente.

Pelas considerações feitas nos parágrafos anteriores, podemos concluir que o efeito *sorriso*, para opções Telebrás PN negociadas no ano de 1998, apresenta-se como um *sorriso sarcástico*, isto é, um “sorriso” sem máximos ou mínimos intermediários, sempre crescente em função do grau de *moneyness*.

Prova-se, portanto, a existência de um efeito *sorriso* crescente no contexto do mercado de capitais brasileiro, especificamente na negociação das opções sobre ações Telebrás PN no ano de 1998.

**Figura 8** Estatísticas descritivas da medida GEMMILL



Em suma, aceitamos a Hipótese I, de que existe um efeito “sorriso” na negociação de opções de compra sobre Telebrás PN no ano de 1998; na grande maioria das vezes, esse *sorriso* se mostra crescente, sem mínimos ou máximos intermediários.

### **Hipótese II: o efeito “sorriso” acentua-se em situações de elevada volatilidade**

As análises desenvolvidas a seguir tem como objetivos específicos os itens **II.2.1**, **II.2.2** e **II.2.3** do quadro 2. Com a finalidade de comparar a magnitude do efeito *sorriso*, foi realizada uma análise das medidas  $U_{in}$ ,  $U_{at}$ ,  $U_{out}$  e GEMMILL encontradas por Viana (1998), e das medidas para opções sobre Telebrás PN de maturidades menores ou iguais a 30 dias. Conforme observado no tópico 4.3.2, entretanto, esta comparação tem suas limitações. A tabela 3, mostrada a seguir, apresenta os resultados dessa comparação.

Pela análise da tabela 3, vemos que o *sorriso* das opções Telebrás PN é bastante mais acentuado do que o verificado por Viana (1998). A única semelhança observável entre os resultados aqui descritos e os encontrados por Viana está na forma do *sorriso*. Em ambos os casos, como o valor de  $U_{at}$  médio é inferior à média entre os valores médios

de  $U_{in}$  e  $U_{out}$ , temos um *sorriso*, na maioria das vezes, decrescente para o mercado londrino e crescente para as opções sobre Telebrás PN. Com exceção de  $U_{at}$ , os demais valores, para o *sorriso* brasileiro, são significativamente maiores. A medida do lado *out-of-the-money* do *sorriso* brasileiro,  $U_{out}$ , é cerca de 14,5 vezes maior do que a mesma medida para o mercado londrino. Para o valor de  $U_{in}$ , medida do *sorriso* no lado *in-the-money*, para as opções sobre Telebrás PN, temos um valor cerca de 7,5 vezes maior do que a medida encontrada para o mercado londrino.

**Tabela 3** Comparação de magnitudes do efeito “sorriso” para opções com maturidades menores ou iguais a 30 dias. **GML = medida GEMMILL**

	Mercado Londrino – Viana				Telebrás PN			
Medida	$U_{in}$	$U_{out}$	$U_{at}$	GML	$U_{in}$	$U_{out}$	$U_{at}$	GML
Média	1,76%	2,19%	1,19%	-7,26	25,46%	16,66%	2,89%	30,95
Máximo	4,76%	4,64%	2,60%	8,27	209,89%	102,89%	18,02%	67,32
Mínimo	0,11%	0,36%	0,24%	-33,18	0,19%	2,88%	0,005%	-8,08
Desvio Padrão	1,48%	1,42%	0,64%	12,20	26,90%	12,88%	3,73%	13,25
Curtose	0,22	-1,33	-0,34	-0,52	21,28	16,11	6,54	0,23
Assimetria	1,08	0,14	0,45	-0,53	3,67	2,93	2,00	3,20

Fonte. Elaborada pelo autor, com dados de Viana (1998).

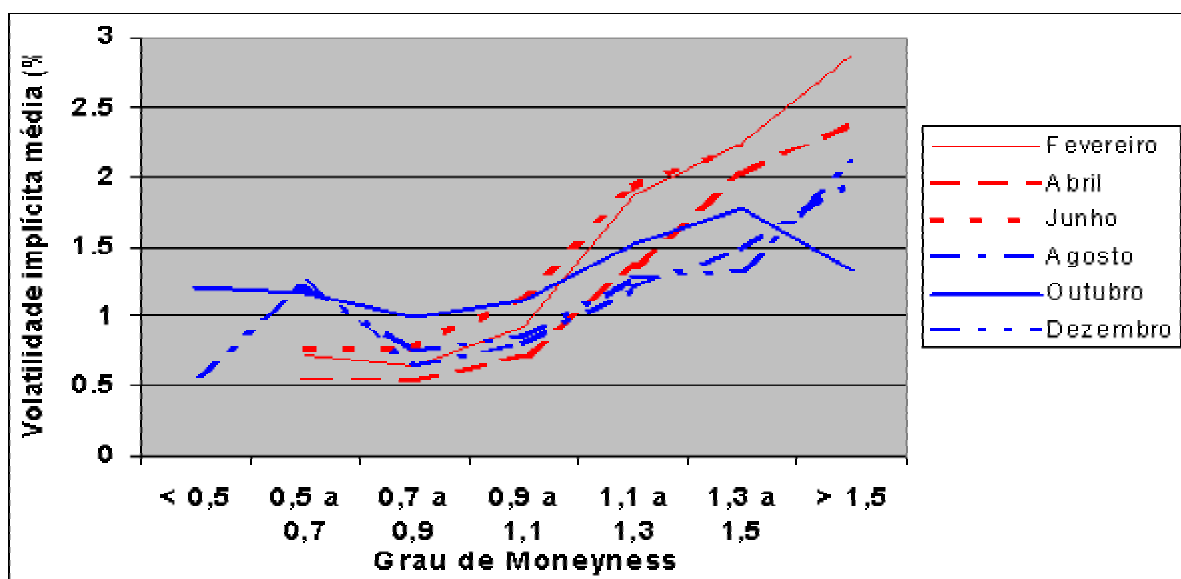
A medida GEMMILL, no caso brasileiro, também se mostrou significativamente maior do que no mercado londrino. Seu valor, para as opções brasileiras, foi cerca de 4,3 vezes maior do que o resultado encontrado para o mercado londrino.

Essas diferenças significativas entre os valores das medidas do efeito *sorriso* brasileiro e as medidas para o mercado londrino parecem confirmar a hipótese de que o *sorriso* do modelo de B&S aumenta em situações de maior volatilidade. Observa-se, no caso brasileiro, não só uma diferença significativa entre volatilidades implícitas para opções de diferentes graus de *moneyness*; a inclinação do sorriso, indicada pela medida GEMMILL, no caso brasileiro, também é significativamente maior.

Evidencia-se, portanto, que o efeito *sorriso*, no contexto do mercado de capitais brasileiro, é mais acentuado do que o existente no mercado londrino. Essa constatação reforça a confirmação da Hipótese II, de que mercados mais voláteis geram *sorrisos* mais pronunciados.

Com vistas a atingir o objetivo específico II.2.2 do quadro 2, foi analisado o padrão do efeito *sorriso* na negociação de opções Telebrás PN no período pré e pós-privatização dessa empresa. A privatização da Telebrás ocorreu em 29/07/98. As opções pré-privatização tiveram vencimentos em fevereiro, abril e junho de 1998. As opções pós-privatização tiveram vencimento nos meses de agosto, outubro e dezembro de 1998. As opções com vencimento em agosto *atravessaram* o período de privatização da empresa, sendo possível observar o *sorriso* dessas opções já a partir de 08/06/98. O gráfico 5 mostrado a seguir apresenta o efeito *sorriso* para as opções de vencimento pré e pós-privatização da Telebrás. A tabela 4, mostrada após o gráfico, apresenta o resultado das medidas de magnitude do *sorriso* para as opções pré e pós-privatização Telebrás. As opções com vencimento em fevereiro, abril, e junho são denominadas pré-privatização. As opções com vencimento em agosto, outubro e dezembro são denominadas pós-privatização.

**Gráfico 5** *Sorrisos* obtidos a partir das volatilidades implícitas médias das opções no período pré e pós-privatização da Telebrás



**Tabela 4** Valores das medidas do efeito sorriso para as opções pré e pós-privatização da Telebrás

	<i>Opções pré-privatização</i>				<i>Opções pós-privatização</i>			
<b>Medida</b>	$U_{in}$	$U_{out}$	$U_{at}$	<i>GML</i>	$U_{in}$	$U_{out}$	$U_{at}$	<i>GML</i>
<b>Média</b>	26,15%	19,07%	2,72%	34,33	15,26%	9,50%	2,03%	20,69
<b>Máximo</b>	209,89%	102,89%	18,02%	76,38	122,78%	49,02%	15,03%	50,53
<b>Mínimo</b>	3,47%	5,28%	0,59%	12,26	0,13%	1,73%	0,005%	-8,08
<b>Desvio Padrão</b>	28,42%	13,97%	3,60%	12,78	17,61%	6,98%	2,86%	10,66
<b>Curtose</b>	23,54	15,12	8,25	3,52	15,33%	17,04	8,70	3,26
<b>Assimetria</b>	4,09	2,88	2,35	0,92	3,14	3,30	2,40	0,41

Pela análise dos dados da tabela 4, vemos que os valores médios encontrados para todas as medidas da magnitude do efeito *sorriso* no período pré-privatização são significativamente maiores do que os valores encontrados para todas as medidas do período pós-privatização da Telebrás. Pelos números da tabela 4, vemos que os valores de  $U_{in}$  e  $U_{at}$  pré-privatização são praticamente o dobro dos valores pós-privatização. Os valores de  $U_{at}$  e da medida GEMMILL para o período pré-privatização são, respectivamente, aproximadamente 35% e 85% superiores aos encontrados para essas medidas no período pós-privatização. Isso indica que o efeito *sorriso* apresentou-se mais acentuado no período pré-privatização da Telebrás, como pode ser visto nas três curvas superiores do gráfico 5.

É interessante notar que, apesar de as medidas do efeito *sorriso* apresentarem-se mais elevadas para o período pré-privatização, a volatilidade média para uma opção *at-the-money* (grau de *moneyness* igual a 1) foi praticamente idêntica nos dois períodos. Seus valores foram iguais a 93,46% e 91,96% para os períodos pré e pós-privatização, respectivamente. Isso pode indicar que a variação da intensidade do efeito *sorriso* no período pré e pós-privatização pode ter uma outra causa que não seja exclusivamente a volatilidade associada ao ativo subjacente às opções.



Uma dessas causas, abordada no artigo de Dennis e Mayhew (1999) e comentada no tópico **3.3**, pode ser a existência de uma distribuição probabilística associada ao ativo subjacente diferente da distribuição log-normal (pressuposto do modelo de B&S). Especificamente, como temos um sorriso de padrão aproximadamente crescente no período pré-privatização, podemos inferir que os negociadores de opções, naquele período, vislumbravam uma probabilidade maior de queda dos preços das ações Telebrás PN do que previa o modelo de B&S. Esse fato pode ter feito com que os prêmios praticados no mercado, para opções *in-the-money*, fossem sistematicamente maiores do que os valores previstos teoricamente a partir do modelo de B&S. Dessa forma, os vendedores de opções de compra, por exemplo, estariam se precavendo de uma eventual queda no preço das ações. Não realizamos, contudo, uma análise mais rigorosa desse argumento para provar a sua validade.

Vimos, portanto, que o efeito sorriso apresentou-se mais acentuado no período pré-privatização da Telebrás. Apesar de a volatilidade implícita média ter sido praticamente igual no período pré e pós-privatização, talvez o sorriso mais acentuado seja explicado por algum fator de risco associado à posse das ações Telebrás PN às vésperas da sua privatização. Isso está refletido nas estatísticas descritivas da tabela **4**, onde é possível constatar que, por exemplo, o desvio padrão das volatilidades implícitas é maior para todas as medidas do período pré-privatização. Em outras palavras, a *volatilidade da volatilidade implícita* das opções Telebrás PN (medida como um desvio padrão da volatilidade implícita) foi maior no período pré-privatização, o que também pode explicar a existência de *sorrisos* mais acentuados para esse período.

Com o objetivo de analisar a relação do efeito *sorriso* com o tempo para a expiração das opções (objetivo específico **II.2.3** do quadro **2**), foram realizadas as regressões lineares indicadas nas equações **4.8** a **4.11**.

A tabela 5, a seguir, mostra as estatísticas relacionadas à regressão realizada para a equação 4.8, cujo objetivo era estimar a relação entre a medida  $U_{out}$  e o tempo em dias de negociação para o vencimento das opções ( $T$ ) para um nível de confiança de 95%. Nessa regressão, não foi detectada heterocedasticidade pelo teste de *White*. As estatísticas  $t$  mostram que os estimadores são estatisticamente significativos a um nível de confiança de 95%. Prova-se, assim, que a medida  $U_{out}$  aumenta à medida que o vencimento das opções se aproxima.

Com o objetivo de analisar a relação existente entre a medida  $U_{at}$  e o tempo para expiração da opção,  $T$ , foi realizada uma regressão para estimar a equação 4.9. Os resultados desta regressão são mostrados na tabela 6.

**Tabela 5** Estatísticas descritivas da regressão linear entre  $U_{out}$  e  $T$ , o tempo para expiração das opções (equação 4.8)

<i>Estimador</i>	<i>Valor</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Estatística t</i>	<i>Valor de P</i>
<i>Constante</i>	25,3441	1,2490	20,2901	0,0000
<i>Coefficiente de T</i>	-0,5161	0,0483	-10,6718	0,0000

Não foi detectada heterocedasticidade pelo teste de *White* dos resíduos da estimação da equação 4.9. Pela tabela 6, vemos que os estimadores encontrados são estatisticamente significativos a um nível de confiança de 95%. Rejeita-se, portanto, a hipótese nula e conclui-se que a medida  $U_{at}$  também tem uma relação inversa com o tempo para a expiração das opções.

**Tabela 6** Estatísticas descritivas da regressão linear entre a medida  $U_{at}$  e  $T$ , o tempo para expiração das opções (equação 4.9)

<i>Estimador</i>	<i>Valor</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Estatística t</i>	<i>Valor de P</i>
<i>Constante</i>	5,5494	0,3444	16,1095	0,0000
<i>Coefficiente de T</i>	-0,1467	0,0135	-10,8319	0,0000

Com o objetivo de evidenciar a relação entre a medida  $U_{in}$  e o tempo para expiração das opções, foi realizada uma regressão linear simples para estimar a equação 4.10. Os resultados dessa regressão encontram-se na tabela 7, mostrada a seguir.

**Tabela 7** Estatísticas descritivas da regressão linear entre a medida  $U_{in}$  e  $T$ , o tempo para expiração das opções (equação 4.10)

<i>Estimador</i>	<i>Valor</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Estatística t</i>	<i>Valor de P</i>
<i>Constante</i>	43,3000	2,4985	17,3303	0,0000
<i>Coefficiente de T</i>	-1,0361	0,0971	-10,6667	0,0000

Pelos resultados apresentados na tabela 7, vemos que os coeficientes estimados são estatisticamente significativos para um nível de confiança de 95%. Não foi detectada a presença de heterocedasticidade pelo teste de *White*. Comprova-se, assim, uma relação inversa entre a medida  $U_{in}$  e o tempo para expiração das opções.

Com o objetivo de estimar a relação existente entre a medida GEMMILL e o tempo para expiração das opções, foi realizada uma regressão linear para estimar a equação 4.11. Os resultados dessa regressão são mostrados na tabela 8 abaixo:

**Tabela 8** Estatísticas descritivas da regressão linear entre a medida GEMMILL e  $T$ , o tempo para expiração das opções (equação 4.11)

<i>Estimador</i>	<i>Valor</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Estatística t</i>	<i>Valor de P</i>
<i>Constante</i>	40,6601	1,3343	30,4717	0,0000
<i>Coefficiente de T</i>	-0,6334	0,0525	-12,0683	0,0000

Não foi detectada a existência de heterocedasticidade, pelo teste de White, na regressão para a estimativa da equação 4.11. Como indicado na tabela 8, os coeficientes da regressão realizada mostram-se significativos para um intervalo de confiança de 95%. Isso comprova uma relação inversa entre a medida GEMMILL e o tempo para expiração das opções.

Comprova-se, portanto, que existe uma relação inversa entre as medidas do *sorriso* e o tempo para expiração das opções. À medida que o vencimento das opções se aproxima, o *sorriso* torna-se mais acentuado. Essa confirmação reforça a Hipótese II, de que o efeito *sorriso* é mais acentuado em contextos de maior volatilidade.

Com o objetivo de analisar a relação existente entre a volatilidade implícita das opções *at-the-money* e o preço das ações Telebrás PN, foi calculado o coeficiente de correlação entre as variações de volatilidade implícita das opções *at-the-money* e a variação no preço das ações. O resultado para a estimativa do coeficiente de correlação é mostrado na tabela 9, a seguir.

**Tabela 9** Estatísticas descritivas do cálculo do coeficiente de correlação entre a variação na volatilidade implícita e a variação no preço das ações Telebrás PN.

<i>Estimador</i>	<i>Valor</i>	<i>Estatística t</i>
<b><i>Coeficiente de correlação ( r )</i></b>	-0,3024	-4,8523

Considerando que a amostra analisada para estimativa da correlação compunha-se de 236 pares de dados, e tendo em vista o valor encontrado para a estatística *t* mostrado na tabela 9, concluímos que o valor estimado para a correlação é estatisticamente significativo a um nível de confiança de 95%. Esse fato indica que há uma relação inversa entre a variação do preço das ações Telebrás PN e a variação da volatilidade implícita das opções *at-the-money* no ano de 1998. Esse valor é inferior aos -0,570 encontrado por Dumas *et al.* (1998) para a correlação entre o índice S&P 500 e a volatilidade implícita das opções sobre esse índice no período de junho de 1988 a dezembro de 1993. Naturalmente, a amostra de Dumas *et al.* não é diretamente comparável à nossa. Ao enunciarmos o valor por eles encontrado, queremos apenas evocar resultados anteriormente obtidos em pesquisas sobre o assunto para mostrar que o tema tem sido recorrente na literatura de finanças (e, também, para dar uma noção dessa grandeza em estudos realizados em contextos diferentes do brasileiro).

O preço médio das ações Telebrás PN e seu desvio padrão no período pré-privatização foram respectivamente iguais a R\$128,36 e R\$9,36; para o período pós-privatização encontramos valores respectivamente iguais a R\$94,37 e R\$15,65. As volatilidades implícitas médias das opções *at-the-money* para o período pré e pós-privatização foram respectivamente iguais a 93,46% e 91,96%. Considerando-se que há uma (fraca) correlação negativa entre as variações dessas volatilidades implícitas e a variação do preço das ações Telebrás PN, podemos concluir que existiram outros fatores, que não sejam a correlação citada, que determinaram o padrão do *sorriso* no período pré-privatização. Como vimos, o *sorriso* pré-privatização apresentou-se mais acentuado.

Os fatores que explicam esta maior intensidade do *sorriso*, no período pré-privatização, não analisados nesta dissertação, provavelmente estão associados à percepção de risco associado à posse de ações Telebrás PN no período que antecedeu ao seu leilão em 29/07/98. Tais fatores, quaisquer que sejam, foram mais *fortes* do que a correlação entre preços das ações e volatilidade implícita *at-the-money*, gerando *sorrisos* mais acentuados no período pré-privatização da Telebrás.

#### **4.5 - CONCLUSÃO**

Neste capítulo foram descritas as bases de dados utilizadas para a análise por nós desenvolvida. Na seqüência, foi apresentada a metodologia necessária à análise que se pretendia realizar e, na parte final do capítulo, foram descritos os resultados empíricos obtidos com vistas a testar as hipóteses formuladas. A análise realizada baseou-se, na sua maior parte, na metodologia desenvolvida por Viana (1998).

Os resultados evidenciam a existência do efeito *sorriso* na negociação de opções de compra Telebrás PN no período de 1998. Mais especificamente, o *sorriso* encontrado é sempre crescente em relação ao grau de *moneyness*, sem apresentar mínimos ou máximos intermediários. Aceita-se, dessa forma, a hipótese de que existe efeito *sorriso* na negociação de opções sobre ações Telebrás PN no ano de 1998.

Os valores encontrados para as medidas do *sorriso* das opções Telebrás PN negociadas em 1998 são significativamente maiores do que os encontrados por Viana (1998) para o mercado londrino. Considerando-se que o mercado de capitais brasileiro apresenta uma volatilidade significativamente maior do que a volatilidade do mercado londrino, esses resultados comprovam a hipótese de que o efeito *sorriso* apresenta-se mais acentuado em contextos de maior volatilidade, apesar de que os nossos resultados não são diretamente comparáveis aos de Viana.. Foi possível constatar, também, que o *sorriso* acentua-se à medida que se aproxima o vencimento das opções, reforçando a hipótese de *sorrisos* mais acentuados para situações de volatilidade elevada.

Os *sorrisos* encontrados para o período pré-privatização apresentaram-se mais pronunciados do que os *sorrisos* do período pós-privatização, apesar de apresentarem volatilidades implícitas médias para opções *at-the-money* praticamente iguais. Isso pode ser explicado pelo fato de a *volatilidade da volatilidade implícita* das opções, medida como o desvio padrão das volatilidades implícitas das opções *at-the-money*, ter sido maior no período pré-privatização da Telebrás. Além disso, podemos inferir que, provavelmente, os prêmios empíricos mais elevados do que os valores teóricos previstos pelo modelo de B&S no período pré-privatização foram causados por uma percepção de maior probabilidade de queda nos preços das ações Telebrás do que o modelo de B&S previa.

Foi constatada uma correlação negativa fraca entre a variação da volatilidade implícita de opções *at-the-money* e a variação do preço do ativo subjacente às opções, as ações Telebrás PN. Essa correlação, entretanto, possivelmente foi sobrepujada por algum outro fator de risco associado às ações Telebrás PN no período que antecedeu ao seu leilão (pré-privatização). Isso fez com que existissem *sorrisos* mais acentuados àquela época, apesar de a volatilidade implícita média das opções *at-the-money* ter sido aproximadamente igual nos dois períodos e as ações Telebrás PN se encontrarem, na média, mais valorizadas no período pré-privatização.

Os resultados encontrados, entretanto, têm suas limitações. Uma delas diz respeito à especificidade do período escolhido para nossa análise, o ano de privatização da Telebrás. Naturalmente, a privatização de uma empresa como a Telebrás, envolvendo a negociação de volumes expressivos de recursos, não é um fato rotineiro nas bolsas de valores brasileiras. Nosso objetivo, contudo, foi o de testar um modelo de avaliação de opções em um contexto de elevada volatilidade. Nesse sentido, consideramos os resultados obtidos relevantes. Mostramos que, no contexto do mercado de capitais brasileiro, de elevada volatilidade, e numa situação específica, de uma privatização que movimentou quantias expressivas de recursos (o que certamente gerou ainda mais

volatilidade), o efeito *sorriso* estava presente. Mais que isso, os desvios empíricos em relação ao modelo de B&S, nesse contexto, mostraram-se bastante significativos.



## Capítulo 5 CONCLUSÃO FINAL E SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS

### 5.1 Conclusão final

O efeito *sorriso* é um desvio empírico do modelo de avaliação de opções desenvolvido por Black e Scholes (1973), evidenciado quando investigamos os dados de negociação de opções no mercado de derivativos. Sua ocorrência está relacionada ao fato de que, ao contrário de um dos pressupostos do modelo B&S, a volatilidade não assume valor constante para opções de diferentes graus de *moneyness*; ao contrário, *ceteris paribus*, a volatilidade é função do preço de exercício das opções. Verifica-se, também, que além da volatilidade ser função do preço de exercício, também é função do prazo para a expiração das opções: o efeito *sorriso* acentua-se à medida que o vencimento das opções se aproxima.

Foram desenvolvidos alguns modelos de avaliação de opções que modificam um ou mais pressupostos do modelo de B&S. Esses modelos incluem a consideração de volatilidade estocástica, correlação entre volatilidade e preço do ativo subjacente, saltos aleatórios, taxas de juros estocásticas, entre outros. Bakshi *et al.* (1997) desenvolveram e analisaram o desempenho de um modelo de avaliação de opções que inclui os modelos que modificam os pressupostos do modelo de B&S, bem como o próprio modelo de B&S, como casos particulares da equação encontrada. Eles chegaram à conclusão de que nenhum dos modelos analisados deixa de apresentar desvios empíricos. Eles também concluíram, contudo, que a consideração da volatilidade estocástica pode trazer uma redução significativa nos desvios empíricos do modelo de B&S, sendo, portanto, a modificação de primeira ordem para a redução dos desvios empíricos do modelo de B&S.

Verifica-se a existência do efeito *sorriso* em diversos contextos ao redor do mundo. No Brasil, não foi constatada a existência de estudos científicos mais aprofundados sobre este tema. Barreto e Baidya (1987) testaram o modelo de B&S na avaliação de opções negociadas na Bolsa de Valores do Estado do Rio de Janeiro, no ano de 1986. Seu estudo concluiu que o modelo de B&S superavalia (subavalia) opções *out-of-the-money* (*in-the-money*) sistematicamente, em consonância com os resultados obtidos por Macbeth e Merville (1979). Duarte Jr. *et al.* (1996) mostram um gráfico evidenciando o efeito *sorriso* de opções sobre ações Telebrás PN cotadas na Bolsa de Valores do Estado de São Paulo (Bovespa), no dia 08/07/1995. Adler *et al.* (1999) mostram um gráfico que evidencia o efeito *sorriso* para opções Telebrás negociadas na Bovespa em quatro dias de cotação em março de 1999, e em um dia de cotação em abril de 1999.

Alguns estudos buscaram identificar as razões para a existência do efeito *sorriso*. Estes estudos indicam razões variadas para a existência desse efeito, como, por exemplo, a existência de custos de transação, arredondamento do preço de opções, pressupostos dos modelos de avaliação incorretos, aversão ao risco no período pós-*crash* de 1987 (no mercado norte-americano), liquidez, dentre outros.

O objetivo do nosso trabalho foi investigar o efeito *sorriso* existente na negociação de opções de compra européias sobre ações Telebrás PN no ano de 1998. Os resultados mostram a existência de um efeito *sorriso* sempre crescente em função do grau de *moneyness*, sem máximos ou mínimos intermediários. Verificou-se que, em comparação com os resultados encontrados por Viana (1998) para o mercado londrino, o efeito *sorriso* brasileiro é mais acentuado, confirmando a hipótese de que o *sorriso* acentua-se em situações de volatilidade elevada.

Foi constatado que o efeito *sorriso*, no período pré-privatização, apresentou-se mais acentuado do que o *sorriso* verificado no período pós-privatização da Telebrás, ocorrida em 29/07/98. Esse fato reforça a hipótese de que o *sorriso* acentua-se em

situações de maior volatilidade. A explicação para maiores desvios empíricos no período pré-privatização da Telebrás, conforme sugerido por Dennis e Mayhew (1999), pode ser encontrada na percepção de uma probabilidade de queda do preço das ações Telebrás PN, naquele período, maior do que aquela que seria prevista pelo modelo de B&S. Essa hipótese, contudo, não foi testada na presente Dissertação.

Foi detectada uma relação inversa entre o tempo para a expiração das opções e as medidas do efeito *sorriso*, reforçando a hipótese de que o *sorriso* acentua-se em situações de maior volatilidade.

Verificou-se a existência de uma correlação negativa fraca entre a variação da volatilidade implícita das opções *at-the-money* e a variação do preço das ações Telebrás PN. Essa correlação, entretanto, possivelmente foi sobrepujada por algum outro fator de risco associado à posse das ações Telebrás PN no período que antecedeu ao seu leilão (pré-privatização). Isso fez com que existissem *sorrisos* mais acentuados àquela época, apesar de a volatilidade implícita média das opções *at-the-money* ter sido aproximadamente igual nos dois períodos, e as ações Telebrás PN se encontrarem, na média, mais valorizadas no período pré-privatização. A maior *volatilidade da volatilidade implícita* encontrada na época da pré-privatização da Telebrás pode ser uma explicação para os *sorrisos* mais acentuados desse período. Essa hipótese, entretanto, não foi testada no presente trabalho.

Finalmente, podemos dizer que, no Brasil, o *sorriso* é mais intenso do que na Inglaterra, confirmando a hipótese de que os desvios empíricos em relação ao modelo de B&S são mais acentuados em mercados de elevada volatilidade.

Acreditamos que, ao realizarmos nossa investigação, contribuímos para a escolha de modelos de avaliação de opções que possam captar a realidade dos mercados de capitais com elevada volatilidade de forma mais precisa. Além disso, ao explicitarmos os desvios em relação a um modelo de avaliação de opções já existente, acreditamos,

também, que estamos contribuindo para o desenvolvimento de novos modelos de avaliação de opções cujas premissas estejam mais próximas da realidade que tentam explicar. Poderemos, assim, chegar o tão próximo quanto possível dessa realidade – sem, entretanto, nunca alcançá-la em sua plenitude.

## 5.2 - Sugestões para Estudos Futuros

Terminada a parte relacionada aos resultados por nós encontrados, podemos sugerir alguns temas que emergiram ao longo do desenvolvimento do trabalho, e que podem constituir interessantes temas para pesquisa.

A primeira sugestão está relacionada à análise empírica de diferentes modelos de avaliação de opções com o objetivo de determinar, no contexto do mercado de capitais brasileiro, qual é o modelo que apresenta menor desvio empírico. De fato, já se observa a existência de algumas pesquisas relacionadas a este tema, como é o caso de Adler *et al* (1999) e Bronstein *et al* (1997). Tal tipo de análise, contudo, no contexto do mercado de capitais brasileiro, se mostra ainda incipiente. Seria interessante desenvolver novos estudos nesse sentido.

A segunda sugestão relaciona-se a estudos que procurem identificar a causa do efeito *sorriso* no mercado de capitais brasileiro. Vimos, nessa Dissertação, que apesar da existência de uma correlação negativa entre volatilidade implícita das opções *at-the-money* e o preço do ativo subjacente, tal correlação não é capaz de explicar totalmente a existência do efeito *sorriso* na amostra analisada. Talvez a *volatilidade da volatilidade implícita* explique, em parte, a existência do *sorriso*. Outra hipótese em relação à causa do efeito sorriso pode ser a de ocorrência de uma distribuição de probabilidades dos preços do ativo subjacente diferente da log-normal, pressuposto do modelo de B&S. A validação de tais hipóteses pode ser temas para pesquisas futuras.

A terceira sugestão é a de ampliar a amostra analisada para abranger, para além das opções mais negociadas no mercado de opções brasileiro, outras que possam redundar numa amostra representativa da negociação de opções em todo o mercado de capitais brasileiro. Idealmente, esse seria o caso da análise do efeito *sorriso* sobre as opções do Ibovespa, índice acionário da Bolsa de Valores de São Paulo, apesar de que o cálculo desse índice pode conter alguma inconsistência que reduza a sua representatividade. Essa era a proposta inicial que o autor da Dissertação tinha em mente. Tal proposta, entretanto, mostrou-se inviável, já que as opções sobre Ibovespa são, ainda, muito pouco negociadas. Investigá-las em um outro momento futuro pode ser viável.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 ADLER, A. S. FARIA, H. B. SANTOS, L. F. dos, LEMGRUBER, E. F., *Árvores binomiais implícitas: aplicação para as opções da Telebrás no exercício de abril de 1999*. In: ENANPAD99, Foz do Iguaçu, 1999. Anais do Enanpad99, Foz do Iguaçu, 1999.
- 2 AGGARWAL, R. INCIAN, C. LEAL, R. Volatility in emerging stock markets. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 34, n. 1, p. 33-55, Mar. 1999.
- 3 AÏT-SAHALIA, Y. LO, A. Nonparametric estimation of state-price densities implicit in financial asset prices. *Working Paper*, University of Chicago and MIT, Chicago, 1996.
- 4 AMIN, K. JARROW, R. Pricing options on risky assets in a stochastic interest rate economy. *Mathematical Finance*, 2, p. 217-37, 1992.
- 5 AMIN, K. NG, V. Option valuation with systematic stochastic volatility. *The Journal of Finance*, v. 48, p. 881-910, 1993.
- 6 ANDREZO, A. F. LIMA, I. S. *Mercado financeiro: aspectos históricos e conceituais*. São Paulo: Pioneira, 1999, 338 p.
- 7 ARDITTI, F. D. *Derivatives: A comprehensive resource for options, futures, interest rate swaps, and mortgage securities*. 1. ed. Boston: Harvard Business School Press, 1996, 394 p.
- 8 ARMADA, M. J. da R. SANTOS, C. M. Studies on the volatility of the FSE-100 index options. *Revista de Mercados e Activos Financeiros*, v. 1, n. 1, p. 103 - 123, Maio, 1998.
- 9 BAILEY, W. STULZ, R. The pricing of stock index options in an equilibrium model. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 24, p. 1-12, 1989.
- 10 BAKSHI, G. CAO, C. CHEN. Z. An alternative valuation model for contingent claims. *Journal of Financial Economics*, 44, p. 123-165, 1997a.

- 11 \_\_\_\_\_ Equilibrium valuation of foreign exchange claims. *The Journal of Finance*, v. 52, p. 799-826, 1997b.
- 12 \_\_\_\_\_ Empirical performance of alternative option pricing models. *The Journal of Finance*, vol. 52, n. 5, Dec. 1997c.
- 13 BARRETO, L. A. de B. BAIDYA, T. K. N. Teste empírico do modelo de Black e Scholes na avaliação de opções da Vale do Rio Doce. *Revista Brasileira do Mercado de Capitais*, Rio de Janeiro, v. 13, n. 39, p. 89-108, 1987.
- 14 BATES, D. The crash of 87: was it expected? Evidence from options markets. *The Journal of Finance*, v. 46, p.1009-44, 1991.
- 15 \_\_\_\_\_ Jumps and stochastic volatility: exchange rate processes implicit in Deutsche mark options. *Review of Financial Studies*, 9, p. 69-108, 1996a.
- 16 \_\_\_\_\_ Testing option pricing models. In: *Handbook of Statistics* MADDALS G. S. RAO C. R. Amsterdam: North Holland, p. 567-611, 1996b.
- 17 BECKERS, S. Standard deviations implied in option prices as predictors of future stock price volatility. *Journal of Banking and Finance*, v. 5, n. 3, p. 363-81, 1981.
- 18 BLACK F. Fact and fantasy in the use of options. *Financial Analysts Journal*, 34, p. 36-72, 1975.
- 19 BLACK, F. SCHOLES, M. The valuation of option contracts and a test of market efficiency. *The Journal of Finance*, v. 27, p. 399 - 417, 1972.
- 20 \_\_\_\_\_ The pricing of options and corporate liabilities, *Journal of Political Economy*, v. 81, n. 3, p. 637-59, May/Jun. 1973.
- 21 Bovespa. *Dúvidas sobre a negociação com ações Telebrás*. Bolsa de Valores do Estado de São Paulo, Jul. 1998a. (Ofício circular 211/98 – SG e anexo).
- 22 \_\_\_\_\_ *Bovespa e CBLC divulgam procedimentos sobre negociação com ações das empresas resultantes da cisão da Telebrás*. Bolsa de Valores do Estado de São Paulo, Setembro, 1998b.
- 23 BOYLE, P. P. VORST, T. Option replication in discrete time with transaction costs. *The Journal of Finance*, v. 47, n. 1, p. 271-93, 1992.

- 24 BREEDEN, D. LITZENBERGER, R. Prices of state-contingent claims implicit in option prices. *Journal of Business*, v. 51, p. 621-52, 1978.
- 25 BRONSTEIN, G. FREITAS, H. G. de, SOUZA, S. de M. LEMGRUBER, E. F. *Modelo de avaliação de opções para processo de difusão e salto*, In: ENANPAD97, Foz do Iguaçu, 1997. Anais do Enanpad 97, Foz do Iguaçu, 1997.
- 26 CANINA, S., FIGLEWSKI, S., The information content of implicit volatility, *The Review of Financial Studies*, v. 6, n. 3, p. 659-81, 1993.
- 27 CHIRAS, D. MANASTER, S. The information content of option prices and a test of market efficiency, *Journal of Financial Economics*, v. 6, ns. 2 e 3, p. 213-34, 1978.
- 28 CHRISTIE, A. A. The stochastic behaviour of common stock variances – value, leverage and interest rate effects, *Journal of Financial Economics*, v. 10, p. 407-32, 1982.
- 29 CLEWLOW, L. XU, X. A review of option pricing with stochastic volatility. *Financial Options Research Centre*, Universidade de Warwick, 1992.
- 30 \_\_\_\_\_ The dynamics of stochastic volatility. Working paper, *Financial Options Research Centre*, University of Chicago, May, 1993.
- 31 CORRADO, C., SU, T., Skewness and kurtosis in S&P 500 index returns implied by option prices. *The Journal of Financial Research*, v. 19, n. 2, p. 175-92, 1996.
- 32 COX, J. ROSS, S. The valuation of options for alternative stochastic processes. *Journal of Financial Economics*, 3, p. 145-66, 1976.
- 33 COX, J. C. ROSS, S. A. RUBINSTEIN, M. Options pricing: a simplified approach. *Journal of Financial Economics*, n. 7, p. 229-63, 1979.
- 34 CVM – Comissão de Valores Mobiliários. Tabela de volume total negociado, [www.cvm.com.br](http://www.cvm.com.br), consultada em 28/01/2000, 2000.
- 35 DAS, S. R. SUNDARAM, R. K. Of smiles and smirks: a term structure perspective. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 34, n. 2, p. 211-39, 1999.



- 36 DAY, T. LEWIS, C. The Behaviour of the volatility implicit in the prices of stock index options. *Journal of Financial Economics*, 22, p. 103-22, 1988.
- 37 \_\_\_\_\_ Stock market volatility and the information content of stock index options. *Journal of Econometrics*, v. 52, ns. 1 e 2, p. 267-87, 1992.
- 38 DENNIS, P. MAYHEW, S. *Implied volatility smiles: evidence from options on individual equities*. In: EFA 99. Proceedings of the 26<sup>th</sup> Annual Meeting of European Finance Association, Vienna, 1999.
- 39 DERMAN, E. KANI, I. Riding on a smile, *Risk*, p. 32-9, fev. 1994.
- 40 DIZ, F. FINUCANE, T. Do the options market really overreact? *The Journal of Future Markets*, v. 13, n. 3, p. 299-312, 1993.
- 41 DUARTE Jr. A. M. HEIL, T. B. B. PINHEIRO, M. de A. Previsão da volatilidade de ativos e índices brasileiros. *Resenha BM&F*, São Paulo: n. 112, p. 15- 27,; 1996.
- 42 DUMAS, B. FLEMING, J. WHALEY, R. E. Implied volatility functions: empirical tests. *The Journal of Finance*, v. 53, n. 6, p. 2059-106, 1998.
- 43 DUPIRE, B. Pricing with a smile, *Risk*, p. 18-20, jan. 1994.
- 44 DUQUE, J. *The meaning of implied volatility in pricing stock options traded in options markets*. Manchester: Manchester Business School, 1994, 348p. (Tese, Doutorado em Administração).
- 45 DUQUE, J. PAXSON, D. Implied volatility and dynamic hedging., *The Review of Future Markets*, v. 13, n. 2, p. 381-421, 1994.
- 46 EDWARDS, F. R. MA, C. W. *Futures and options*. Singapore: McGraw-Hill, 1992.
- 47 *Economática*, versão 1999, 1999.
- 48 FIABV - *Indices de acciones de las bolsas de valores de la FIABV*. Federación Iberoamericana de Bolsas de Valores, Buenos Aires, Argentina, 1998.
- 49 FIGLEWISKI, S. What does an option pricing model tell us about option prices? *Financial Analyst Journal*, p. 12-5, sept. 1989.
- 50 FINUCANE, T. J. A simple linear weighting scheme for Black-Scholes implied volatilities, a note. *Journal of Banking and Finance*, v. 13, p. 321-6, 1989.

- 51** FRANKS, J. SCHWARTZ, E. *The stochastic behavior of market variance implied in the prices of index options: evidence on leverage, volume and other effects*. Los Angeles: Universidade da Califórnia, 1988. (Artigo não publicado).
- 52** GAYNOR, P. E. KIRKPATRICK, R. C. *Introduction to time series modeling and forecasting in business and economics*. International Edition, Singapore: McGraw-Hill International Editions, 1994, 625p.
- 53** GEMMILL, G. The forecasting performance of stock options on the london traded options market. *Journal of Business Finance and Accounting*, v. 13, n.4, p. 535-46, 1986.
- 54** GEMMILL, G. Did option traders anticipate the crash? Evidence from volatility smiles in the U. K. with U. S. comparisons. *The Journal of Future Markets*, v. 16, n. 8, p. 881-97, 1996.
- 55** GEMMILL, G. KUMIYAMA N. International transmission of option volatility and skewness: when you're smiling, does the whole world smile? In: EFA 97. Proceedings of the 24<sup>th</sup> Annual Meeting of European Finance Association, Vienna, 27-30 Aug. 1997.
- 56** GERALD, C. WHEATLEY, P. *Applied numerical analysis*, 3. ed. Addison Wesley, 1994.
- 57** GESKE, R. ROLL, R. On valuing american call options with the Black-Scholes european formula. *The Journal of Finance*, v. 40, n. 2, p. 443-55, 1984.
- 58** HARVEY, C. WHALEY, R. Market volatility prediction and the efficiency of the S&P 100 index option market. *Journal of Financial Economics*, v. 31, p. 43-73, 1992.
- 59** HESTON, S. A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. *Review of Financial Studies*, 6, p. 327-43, 1993.
- 60** HEYNEN, R. KEMNA, A. VORST, T. Analysis of the term structure of implied volatilities. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 29, n. 1, p. 31-6, Mar. 1994.
- 61** HULL, J. *Introdução aos mercados futuros e de opções*. 2. ed. São Paulo: BM&F e Cultura Editores Associados, 1996, 448 p.

- 62 \_\_\_\_\_ *Options, futures and other derivatives*. 3. ed. New York: Prentice-Hall, 1997, 572 p.
- 63 HULL, J. WHITE, J. The pricing of options with stochastic volatilities. *The Journal of Finance*, v. 42, p. 281-300, 1987.
- 64 JACKWERTH, J. C. RUBINSTEIN, M. Recovering probability distributions from option prices. *The Journal of Finance*, v. 51, n. 5, p. 1611-31, 1996.
- 65 JOHNSON, H. SHANNO, D. Option pricing when the variance is changing. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 22, n. 2, p. 143-51, 1987.
- 66 KIM, I. J. KIM, K. C. ZISKIND, R. *On the empirical biases of the Black and Scholes model*. New York University, Leonard N. Stern School of Business, May, 1991. (Working paper)
- 67 LATANÉ, H. RENDLEMAN, R. Standard deviations of stock price ratios implied in option prices. *The Journal of Finance*, v. 31, n. 2, p. 369-81, 1976.
- 68 MACBETH, J. D. MERVILLE, L. J. An empirical examination of the Black-Scholes call option pricing model. *The Journal of Finance*, v. 34, n. 5, p. 1173-86, 1979.
- 69 MADAN, S. CHANG, E. *The VG price option model*. University of Maryland and Georgia Institute of Technology, 1996. (Working paper)
- 70 MELINO, A. TURNBULL, S. Pricing foreign currency options with stochastic volatility, *Journal of Econometrics*, 45, p. 239-65, 1990.
- 71 \_\_\_\_\_ Misspecification and the pricing and hedging of long-term foreign currency options, *Journal of International Money and Finance*, 14, 373-93, 1995.
- 72 MERTON, R. Theory of rational option pricing. *Bell Journal of Economics*, 4, p. 141-83: 1973.
- 73 \_\_\_\_\_ Option pricing when the underlying stocks return are discontinuous. *Journal of Financial Economics*, v. 4, p. 125-44, 1976.
- 74 MERVILLE, L. PIEPTEA, D. Stock price volatility, mean-reverting diffusion and noise. *Journal of Financial Economics*, v. 24, p. 193-214, 1988.

- 75 PATTEL, J. M. WOLFSON, M. A. Anticipation information releases reflected in call option prices. *Journal of Accounting and Economics*, 1, pp. 117- 140, 1979.
- 76 POTERBA, J. SUMMERS, L. The Persistence of volatility and stock market fluctuations. *American Economy Review*, 76, p. 1142-51, 1986.
- 77 RITCHKEN, P. TREVOR, R., Pricing Options Under Generalized GARCH and Stochastic Volatility Process, *The Journal of Finance*, v. 54, n. 1, pp. 377 – 403, 1999.
- 78 RUBINSTEIN, M. Nonparametric tests of alternative option pricing models using all reported trades and quotes on the 30 most active CBOE option classes from August 23, 1976 through August, 31 1978. *The Journal of Finance*, v. 40, p. 455-80, Jun. 1985.
- 79 \_\_\_\_\_ Implied binomial trees. *The Journal of Finance*, v. 49, p. 771-818, 1994.
- 80 SCHMALENSEE, R. TRIPPI, R. Common stock volatility expectations implied by option premia. *The Journal of Finance*, v. 32, n. 1, p. 129-147, 1978.
- 81 SCHWERT, G. Stock volatility and the crash of '87. *Review of Financial Studies*, 3, p. 77-101, 1990.
- 82 SCOTT, L. Option price when the variance changes randomly: theory, estimators and applications. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22, p. 419-38, 1987.
- 83 \_\_\_\_\_ Pricing stock options in a jump-diffusion model with stochastic volatility and interest rates: Applications of Fourier inversion methods. *Mathematical Finance*, Forthcoming, 1997.
- 84 SHARPE, W. F. ALEXANDER, G. J. BAILEY, J. F. *Investments*. 5. ed. Prentice-Hall Inc. 1995.
- 85 SHASTRI, K. WETHYAVIVORN, K. The valuation of currency options for alternate stochastic processes. *Journal of Financial Research*, 10, p. 283- 293, 1987.

- 86 SHEIKH, A. M. Transaction data tests of S&P 100 call option pricing. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 26, n. 4, p. 459-75, 1991.
- 87 SHIMKO, D. Bounds of probability, *Risk*, v. 6, n. 4, p. 33-7, Apr. 1993.
- 88 STEIN, J. Overreactions in the option market. *The Journal of Finance*, v. 44, n. 4, p. 1011-23, 1989.
- 89 STEIN, E. STEIN, J. Stock price distributions with stochastic volatility, *Review of Financial Studies*, 4, p. 727-52, 1991.
- 90 TAYLOR, S. XU, X. The magnitude of implied volatility smiles: theory and empirical evidence for exchange rate. *The Review of Future Markets*, v. 13, n. 2, p. 355-80, 1994.
- 91 TRIPPI, R. R. A test of option market efficiency using a random-walk. valuation model, *Journal of Economics and Business*, 29, p. 93-98, 1977.
- 92 VIANA, P. A. B. T. L. C. *O Efeito “sorriso” da volatilidade implícita de opções financeiras: estudo empírico aplicado a opções sobre ações da LIFFE*. Porto: Faculdade de Economia do Porto, 1998, 122p. (Dissertação de Mestrado em Ciências Empresariais com especialização em Finanças).
- 93 VITIELLO Jr. L. R. de S. Opções de compra: o ajustamento de dois modelos de precificação ao mercado brasileiro. In: ENANPAD98, Foz do Iguaçu, 1998. Anais do Enanpad 98, Foz do Iguaçu, 1998.
- 94 WHALEY, R. Valuation of american call options on dividend-paying stocks: empirical tests. *Journal of Financial Economics*, v. 10, n. 1, p. 29-58, 1982.
- 95 WHITE, H. A heterokedasticity consistent covariance matrix and a direct test for heterokedasticity, *Econometrica*, v. 48, 1980.
- 96 WIGGINS, J. Option values under stochastic volatilities. *Journal of Financial Economics*, 19, p. 351-72, 1987.
- 97 XU, X. TAYLOR, S. J. The term structure of volatility implied by foreign exchange options. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 28, n. 1, p. 57-74, 1994.

## GLOSSÁRIO

***At-the-money***: (no dinheiro) opções cujo grau de *moneyness* é igual a 1.

***In-the-money***: (dentro do dinheiro) opções cujo grau de *moneyness* é maior que 1.

***moneyness, Grau de***: O grau de *moneyness* de uma opção é calculado pela razão entre o valor do preço do ativo subjacente subtraído do valor presente de dividendos e o valor atual do preço de exercício da opção. A fórmula de cálculo do grau de *moneyness* é:

$$\text{Moneyness} = \frac{S - \sum VA(\text{dividendos})}{Xe^{-r(T-t)}}$$

em que:

$S$  = preço do ativo subjacente à opção no mercado à vista

$VA(\text{dividendos})$  = valor atual dos dividendos descontados em base contínua

$X$  = preço de exercício da ação

$r$  = taxa de juros livre de risco

$T - t$  = prazo para o vencimento da opção

***Out-of-the-money***: (fora do dinheiro) opções cujo grau de *moneyness* é menor que 1.