



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA**

NOEL TORRES JÚNIOR

**O JOGO DA CATAPULTA PARA COMPREENDER O
PLANEJAMENTO E ANÁLISE DE EXPERIMENTOS: PROPOSTA
DE UMA ABORDAGEM LÚDICA DE ENSINO**

Belo Horizonte
2013

Noel Torres Júnior

**O JOGO DA CATAPULTA PARA COMPREENDER O
PLANEJAMENTO E ANÁLISE DE EXPERIMENTOS: PROPOSTA
DE UMA ABORDAGEM LÚDICA DE ENSINO**

Monografia em formato de artigo apresentada ao
Departamento de Estatística, como requisito parcial à
obtenção do título de Especialista em Estatística.

Orientador: Prof. Dr. Roberto C. Quinino

Belo Horizonte
2013

O JOGO DA CATAPULTA PARA COMPREENDER O PLANEJAMENTO E ANÁLISE DE EXPERIMENTOS: PROPOSTA DE UMA ABORDAGEM LÚDICA DE ENSINO

Noel Torres Júnior, Dr.

Departamento de Ciências Administrativas - Faculdade de Ciências Econômicas – Universidade Federal de Minas Gerais

Roberto C. Quinino, Dr.

Departamento de Estatística – Instituto de Ciências Exatas – Universidade Federal de Minas Gerais

RESUMO

Este trabalho propõe o uso do Jogo da Catapulta para o ensino de técnicas de planejamento e análise de experimentos. Este jogo consiste numa pequena Catapulta capaz de lançar pequenos objetos. A mesma pode sofrer diferentes ajustes, uma vez que até cinco variáveis de controle podem ser alteradas. A possibilidade de introduzir diferentes ajustes na catapulta possibilita a condução de diversos tipos de tratamentos e a aplicação de diversas técnicas de planejamento de experimentos. Nesta direção, um experimento fatorial 2^k foi realizado e é apresentado. Além disto, o texto aborda o *DOE (Design of Experiments)* por meio da Regressão Linear Múltipla com o uso do Coeficiente de Determinação R^2 como medida de avaliação da significância dos fatores e da interação entre eles. Apesar da simplicidade do dispositivo de catapulta, vários cuidados e atividades existentes na condução de experimentos industriais se fazem presentes neste jogo. Isto por sua vez, possibilita trabalhar de modo lúdico vários conceitos importantes desta técnica.

PALAVRAS-CHAVE: Jogos Educativos, Planejamento e Análise de Experimentos, Coeficiente de Determinação

THE GAME OF CATAPULT TO UNDERSTAND THE DESIGN OF EXPERIMENTS: ONE PROPOSAL OF PLAYFUL APPROACH FOR TEACHING

ABSTRACT

This paper proposes the use of the Catapult game for teaching design of experiments. This game consists of a small catapult capable of launching small objects. This can have different settings, so up to five control variables can be changed. The possibility of introducing different adjustments to the catapult allows driving of several types of treatments and the use of various DOE techniques. In this

direction, one 2^k factorial experiment was performed and is presented. Moreover, the text addresses the DOE through the Multiple Linear Regression using the regression coefficient R^2 as a measure for assessing the significance of the factors and the interaction between them. Despite the simplicity of the catapult device, several existing activities in conducting industrial experiments are present in this game. This work provides several important concepts of this technique through play.

KEYWORDS: Educational Games; Design of Experiments; Regression Coefficient

1. INTRODUÇÃO

A busca por maior qualidade e produtividade se faz bastante presente nas organizações produtivas. Decorrente disto, vários programas e ferramentas para gestão da qualidade são implementados (DE CARVALHO, HO e PINTO, 2007; DE CARVALHO e PALADINI, 2005). Vários destes programas se apóiam em ferramentas estatísticas utilizadas com o propósito de efetivação de melhorias nos processos e produtos. Dentro deste contexto, as técnicas de planejamento e análise de experimentos (*Design of Experiments – DOE*) têm merecido grande destaque em diversos programas de qualidade. Estas são utilizadas para melhorar as características de qualidade dos produtos e processos de produção, reduzir o número de reclamações e melhorar o uso de recursos da empresa (energia, material, tempo dos funcionários, disponibilidade de equipamentos, etc.).

Fruto deste contexto, o DOE passa a ser difundido nas organizações produtivas de maneira intensa. Muitas das vezes, esta difusão ocorre de maneira mecânica, seguindo uma lógica tradicional de ensino centrada na memorização e na aplicação de fórmulas e no uso intensivo de rotinas padronizadas de comandos de programas computacionais estatísticos. Como consequência deste processo de ensino, vários conceitos importantes para a correta condução de experimentos não são assimilados de modo satisfatório pelos seus participantes.

Como alternativa a essa realidade, o presente trabalho apresenta uma proposta de ensino do DOE apoiada em atividades lúdicas. Esta proposta se assenta no uso do jogo. Este pode ser entendido como:

“Jogo é o resultado de interações lingüísticas diversas em termos de características e ações lúdicas, ou seja, atividades lúdicas que implicam no prazer, no divertimento, na liberdade e na voluntariedade, que contenham um sistema de regras claras e explícitas e que tenham um lugar delimitado onde possa agir: um espaço ou um brinquedo (Soares, 2008:3).”

O presente trabalho se apóia no uso do jogo de caráter didático. Este apresenta duas grandes funções: uma função lúdica que visa propiciar diversão e prazer, e outra função educativa que consiste em ensinar e levar o indivíduo a reflexão e ao conhecimento. Estas duas funções procuram ser atendidas de modo equilibrado neste trabalho.

Tendo como referência estas duas funções e baseando-se no trabalho de Mathews (2005), os autores conceberam uma pequena Catapulta¹ capaz de lançar pequenos objetos. A mesma pode sofrer diferentes ajustes, uma vez que até cinco variáveis de controle podem ser modificadas. A possibilidade de introduzir diferentes ajustes na catapulta possibilita a condução de diversos tipos de tratamentos e a aplicação de diversas técnicas de planejamento de experimentos. Além disso, baseando-se no trabalho de Quinino, Reis e Bessagato (2012), o texto aborda o DOE por meio da Regressão Linear Múltipla com o uso do Coeficiente de Determinação R^2 como medida de avaliação da significância dos fatores e da interação entre eles.

3. PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS

Normalmente, os experimentos planejados são conduzidos sequencialmente. Isto significa que o primeiro experimento lida com um sistema complexo onde existem muitas variáveis controláveis. Nesta situação realiza-se um experimento exploratório (*screening experiment*) que visa determinar quais variáveis são mais importantes. Os experimentos subseqüentes são utilizados para refinar as informações compiladas e determinar quais ajustes são requeridos nas variáveis críticas, de modo a melhorar o processo. Finalmente, num estágio mais avançado de experimentação, o objetivo é otimização, ou seja, determinar quais os níveis resultantes das variáveis críticas que resultem num melhor desempenho do processo (MONTGOMERY, 1991; MONTGOMERY e RUNGER, 2009). Muitas ferramentas podem ser utilizadas para estes fins. Baseando-se em diversos autores da área de Estatística Industrial, os autores Galdamez e Carpinetti (2004) reportam as principais ferramentas de DOE e estas são apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1 – Principais ferramentas de DOE

Ferramenta	Características
Planejamento fatorial	Utilizada quando todas as combinações dos níveis dos fatores de controle são realizadas.
Planejamento fatorial 2^k	Técnica com dois níveis e 2^k número de combinações de k fatores.
Planejamento fracionado 2^{k-p}	Utilizado quando há vários fatores de controle e não é viável economicamente para as empresas realizar todas as combinações dos experimentos.
Metodologia de superfície de resposta	<i>Response surface methodology</i> (MSR) é um conjunto de técnicas de planejamento e análise de experimentos usadas na modelagem matemática de respostas. Ou seja, procura-se identificar os relacionamentos existentes entre os parâmetros, representados por variáveis quantitativas, como tempo, velocidade, pressão, temperatura, etc., e as respostas do sistema analisado.

¹ Catapultas são mecanismos de cerco que utilizam uma espécie de braço para lançar um objeto (pedras e outros) a uma grande distância, evitando assim possíveis obstáculos como muralhas e fossos.

Planejamento fatorial 2^k , com pontos centrais	Esse método consiste em adicionar um ponto de experimentação no nível intermediário aos níveis investigados para os k fatores de controle. Esta técnica é recomendada para verificar a existência do efeito curvatura no sistema analisado.
Gráficos	Os gráficos de efeitos principais ilustram a variação média das respostas em função da mudança no nível de um fator, mantendo os outros fatores constantes.
	Os gráficos de efeitos de interação descrevem a variação média de um fator em função dos níveis de outros fatores.
	O gráfico de probabilidade normal é utilizado nas situações em que não é possível repetir um experimento e é importante obter uma estimativa independente do erro experimental para julgar a importância dos efeitos principais e de interação.

Fonte: Quadro 1 de Galdamez e Carpinetti (2004).

Ferramentas utilizadas

As ferramentas estatísticas abordadas neste trabalho foram definidas levando-se em consideração algumas restrições existentes para o ensino desta técnica em cursos desta natureza e o grau de utilização da ferramenta em experimentos industriais. Nesta direção, restrições como carga horária disponível em disciplinas introdutórias de DOE e a complexidade de certas técnicas direcionaram a escolha dos tipos de experimentos abordados neste trabalho. Considerando esses aspectos, os autores discutem apenas os experimentos fatoriais 2^k neste trabalho.

O uso da regressão em experimentos fatoriais 2^k

Os planejamentos fatoriais 2^k podem ser analisados por meio de Modelos Lineares Gerais (*General Linear Models*). Nesta direção, os autores Mathews (2005), Barrentine (1999) e Mendenhall e Sincich (2012) apresentam esta abordagem quando explicam experimentos deste tipo. O uso da regressão pode ser visto como uma alternativa didática para o ensino de DOE, uma vez que a regressão trabalha com o conceito de variável dependente (correspondente à variável resposta para o DOE) e as variáveis independentes (correspondentes aos fatores controlados). Além disso, as relações entre possíveis causas e o efeito tornam-se mais claras nos modelos de regressão. Soma a estes aspectos, o fato de que, normalmente, os estudantes da graduação e profissionais da indústria já estão familiarizados com esta ferramenta estatística.

A seleção de um modelo de regressão deve ser feita de maneira a selecionar as variáveis que sejam significativas para o modelo. Para tanto, o método dos melhores subconjuntos pode ser utilizado. O mesmo consiste na avaliação de todos os modelos de regressão possíveis para determinar o conjunto de variáveis independentes que formará o modelo final (LEVINE *et al.*, 2008). Este método pode ser feito utilizando o Teste $F_{parcial}$. O mesmo é descrito seguir.

A escolha de novas variáveis independentes para o modelo de regressão pode ser feita comparando-se dois modelos aninhados (*Nested Models*). Dois modelos são considerados aninhados se um modelo contém todos os termos do segundo modelo e pelo menos um termo adicional. O modelo com mais termos é denominado de modelo completo ou integral e o mais simples é chamado de modelo reduzido ou restrito (MENDENHALL e SINCICH, 2012).

No desenvolvimento de um modelo de regressão múltipla, somente aquelas variáveis independentes que reduzam significativamente o erro ao prever o valor de uma variável dependente devem ser utilizadas. Portanto, se uma variável independente não melhorar essa previsão, esta pode ser excluída do modelo (LEVINE *et al.*, 2008).

O teste $F_{parcial}$ é um método alternativo para determinar a contribuição de uma variável independente em um modelo. Esse método envolve a avaliação da contribuição dada por cada nova variável independente para a soma dos quadrados da regressão depois que todas as outras variáveis independentes foram incluídas no modelo. Neste teste a nova variável independente só é incluída no modelo se aperfeiçoar significativamente o mesmo (LEVINE *et al.*, 2008).

De acordo com Mendenhall e Sincich (2012) e Dielman (2005), neste teste a hipótese nula e a hipótese alternativa são construídas para testar a contribuição da(s) variável(is) $\beta_{g+1}, \beta_{g+2} \dots \beta_k$ para o modelo.

$$\text{Modelo Completo: } E(y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_g X_g \\ \beta_{g+1} X_{g+1} + \dots + \beta_k X_k$$

$$\text{Modelo Reduzido: } E(y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_g X_g$$

- $H_0: \beta_{g+1} = \beta_{g+2} = \dots = \beta_k = 0$ (As variáveis adicionadas não aperfeiçoam significativamente o modelo).
- $H_1: \beta_{g+1} \neq \beta_{g+2} \neq \dots \neq \beta_k \neq 0$ (Pelo menos uma das variáveis é diferente de zero, portanto essas variáveis aperfeiçoam significativamente o modelo).

De acordo com Quinino, Reis e Bessagato (2012), o Teste $F_{parcial}$ pode ser calculado utilizando-se o Coeficiente de Determinação, conforme fórmula a seguir:

$$F_{parcial} = \frac{(R_c^2 - R_r^2) / (k - g)}{(1 - R_c^2) / (n - (k + 1))}$$

Onde:

- R_r^2 = Coeficiente de Determinação R^2 do modelo reduzido
- R_c^2 = Coeficiente de Determinação R^2 do modelo completo
- $k + 1$ = Número de parâmetros no modelo completo incluindo β_0

- $k - g$ = Numero de parâmetros adicionados sendo testados em H_0
- n = Tamanho total da amostra

O coeficiente de determinação é igual à soma dos quadrados da regressão (variação explicada pelo modelo de regressão) dividida pela soma total dos quadrados (variação total existente no modelo de regressão). Portanto, o coeficiente de determinação mede a proporção da variação na variável dependente que é explicada pelas variáveis independentes. Valores próximos a ± 1 indicam uma forte relação linear (LEVINE *et al.*, 2008). Ele é calculado pela seguinte fórmula:

$$R^2 = \frac{\text{Soma dos quadrados da regressão}}{\text{Soma total dos quadrados}}$$

Este coeficiente pode ser calculado no software Excel pela Função PROJ.LIN. Esta função calcula as estatísticas para a estimação de uma reta que melhor se ajusta aos dados usando o método dos mínimos quadrados. A equação desta reta é descrita em uma matriz como a mostrada na Figura 1, e o coeficiente de determinação é indicado na terceira linha da primeira coluna da mesma.

Figura 1 – Matriz com as estatísticas de regressão pela função PROJ.LIN

	A	B	C	D	E	F
1	m_n	m_{n-1}	...	m_2	m_1	b
2	se_n	se_{n-1}	...	se_2	se_1	se_b
3	r^2	se_y				
4	F	df				
5	ssreg	ssresid				

Fonte: Menu de ajuda do Software Excel (2012).

A distribuição F é usada para verificar a validade da hipótese nula. Rejeita-se a mesma se o nível de significância observado ou valor-p for menor do que o nível de significância (α) estabelecido. Normalmente, utiliza-se o valor de 1% ou 5% para o nível de significância. O teste consiste na comparação entre o valor de $F_{parcial}$ e o valor de $F_{tabelado}$ ou F_{α, v_1, v_2} . Onde:

α = nível de significância

$v_1 = k - g$ (graus de liberdade do numerador)

$v_2 = n - (k + 1)$ (graus de liberdade do denominador)

Rejeita-se H_0 se $F_{parcial} > F_{\alpha, v_1, v_2}$.

Com objetivo de esclarecer a notação utilizada neste trabalho. Um experimento fatorial 2^k com três fatores é apresentado. Nesta situação, tem-se o seguinte modelo completo:

- Fatores: $X_1; X_2; X_3$

- Termos de interação de segunda ordem: X_{12} (Interação entre os fatores 1 e 2);

X_{13} (Interação entre os fatores 1 e 3); X_{23} (Interação entre os fatores 2 e 3);

- Termos de interação de terceira ordem X_{123} (Interação entre os fatores 1, 2 e 3)

- Equação de regressão:

$$E(y) = \beta_0 + \underbrace{\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3}_{\text{Termos dos efeitos principais}} + \underbrace{\beta_4 X_{12} + \beta_5 X_{13} + \beta_6 X_{23}}_{\text{Termos dos efeitos de interação de segunda ordem}} + \underbrace{\beta_7 X_{123}}_{\text{Termo do efeito de interação de terceira ordem}}$$

Critérios utilizados na codificação dos níveis:

$$X_1 \begin{cases} 1 \text{ para o primeiro nível} \\ -1 \text{ para o segundo nível} \end{cases}$$

$$X_2 \begin{cases} 1 \text{ para o primeiro nível} \\ -1 \text{ para o segundo nível} \end{cases}$$

$$X_3 \begin{cases} 1 \text{ para o primeiro nível} \\ -1 \text{ para o segundo nível} \end{cases}$$

Considerando os critérios expostos e a existência de duas replicações este modelo completo pode ser descrito numa planilha eletrônica como demonstrado na Tabela 1.

Tabela 1 – Planilha contendo os dados de um experimento fatorial 2^3 completo com 2 réplicas

Resposta	Tratamento	X1	X2	X3	X12	X13	X23	X123
Valor 1	1	1	1	1	1	1	1	1
Valor 2	2	1	1	-1	1	-1	-1	-1
Valor 3	3	1	-1	1	-1	1	-1	-1
Valor 4	4	1	-1	-1	-1	-1	1	1
Valor 5	5	-1	1	1	-1	-1	1	-1
Valor 6	6	-1	1	-1	-1	1	-1	1
Valor 7	7	-1	-1	1	1	-1	-1	1
Valor 8	8	-1	-1	-1	1	1	1	-1
Valor 9	1	1	1	1	1	1	1	1
Valor 10	2	1	1	-1	1	-1	-1	-1
Valor 11	3	1	-1	1	-1	1	-1	-1
Valor 12	4	1	-1	-1	-1	-1	1	1
Valor 13	5	-1	1	1	-1	-1	1	-1
Valor 14	6	-1	1	-1	-1	1	-1	1
Valor 15	7	-1	-1	1	1	-1	-1	1
Valor 16	8	-1	-1	-1	1	1	1	-1

Os termos de interação existentes na planilha mostrada na Tabela 1 são obtidos pela multiplicação das respectivas variáveis X_1 , X_2 e X_3 . Por exemplo, o termo de interação X_{12} é obtido pela multiplicação dos termos existentes na coluna de X_1 pelos termos da coluna de X_2 .

Importante ressaltar a facilidade de interpretação e construção do teste $F_{parcial}$, haja visto que o mesmo pode ser feito utilizando-se apenas planilhas eletrônicas (QUININO, REIS e BESSEGATO, 2012). Isto por sua vez, possibilita que a análise dos dados seja feita com um recurso computacional amplamente utilizado pelas empresas. Assim sendo, isto favorece enormemente a

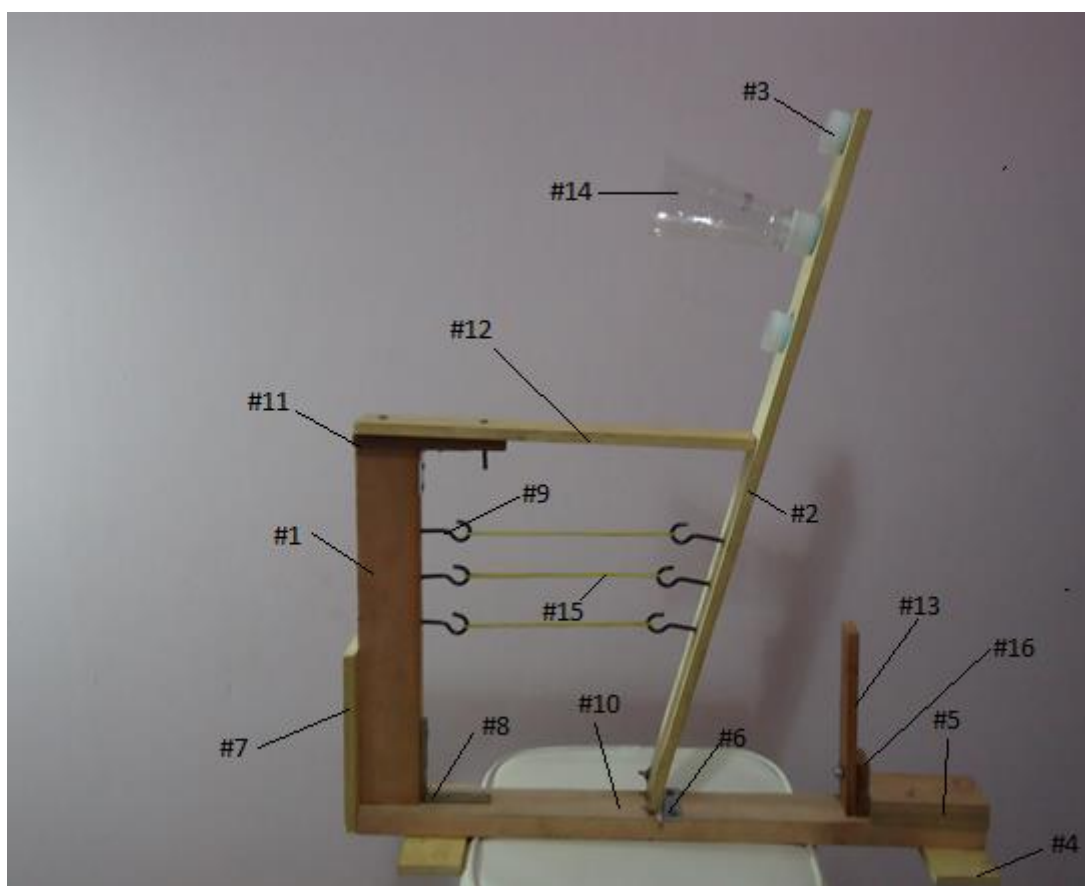
difusão do DOE em ambientes que estejam sujeitos às restrições financeiras para a aquisição de Softwares Estatísticos.

3. O JOGO DA CATAPULTA

Este jogo não visa apenas o entretenimento, pois trabalha vários conceitos e técnicas estatísticas de planejamento de experimentos. Fisicamente, o jogo consiste numa pequena Catapulta feita de madeira, com articulações, objetos de fixação e gomas elásticas. A construção deste objeto é simples de ser feita. Tem um custo de construção baixo, sendo inferior a cinquenta reais. A Figura 2 mostra a Catapulta desenvolvida neste trabalho e seus componentes. A Tabela 2 mostra uma breve descrição dos componentes, identificando sua composição e dimensões.

A realização deste jogo necessita de certo conhecimento de estatística por parte dos alunos. Estes devem ter domínio acerca de assuntos como teoria de probabilidade, distribuições discretas e contínuas, inferências e regressão linear simples e múltipla.

Figura 2 – Catapulta desenvolvida no trabalho



Fonte: Pesquisa dos Autores (2012).

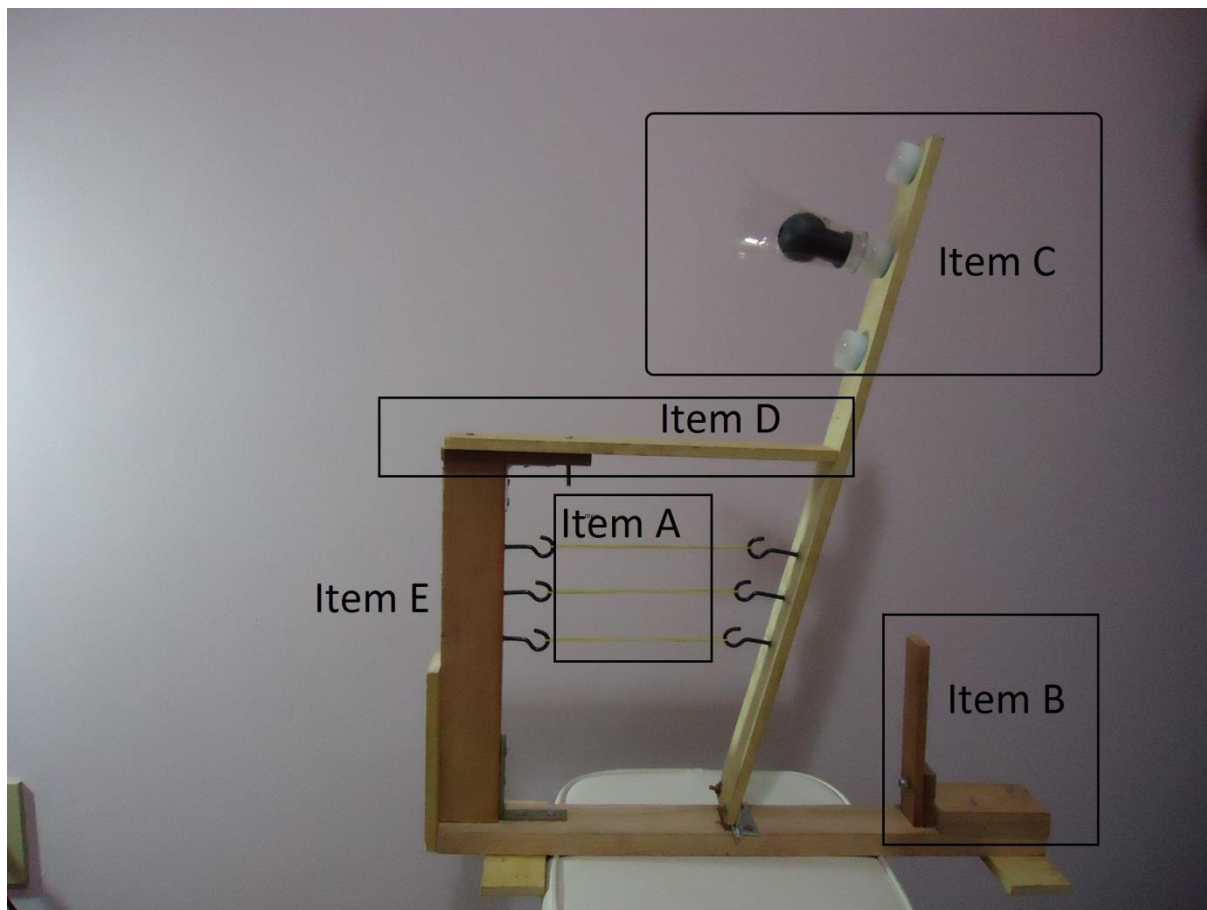
Tabela 2 – Descrição dos componentes utilizados para construção da Catapulta

Item	Descrição do item	Material e/ou Dimensões	Quantidade
#01	Base vertical fixa	Eucalipto (2 cm x 5 cm x 30 cm)	01
#02	Braço de lançamento	Eucalipto (1 cm x 5 cm x 56 cm)	01
#03	Suporte para o fixador de objetos	Tampa de plástico de garrafa pet d'água mineral	03
#04	Base de sustentação	Eucalipto (1 cm x 5 cm x 13 cm)	02
#05	Base para o encosto vertical do braço de lançamento	Eucalipto (2 cm x 5 cm x 9 cm)	01
#06	Dobradiça leve para móvel	Latão	01
#07	Reforço para a base vertical fixa	Eucalipto (1 cm x 5 cm x 15 cm)	01
#08	Cantoneira com abas iguais	Latão	02
#09	Gancho preto para fixação dos elásticos	50 mm de comprimento e 3 mm de diâmetro	06
#10	Base fixa horizontal	Eucalipto (2 cm x 5 cm x 50 cm)	01
#11	Suporte para o encosto horizontal do braço de lançado	Eucalipto (1 cm x 3 cm x 12 cm)	01
#12	Encosto horizontal do braço de lançado	Eucalipto (2 cm x 5 cm x 18,5 cm) (2 cm x 5 cm x 24,5 cm) (2 cm x 5 cm x 30,5 cm)	03
#13	Encosto vertical do braço de lançamento	Eucalipto (1 cm x 5 cm x 11,5 cm) (1 cm x 5 cm x 12,5 cm) (1 cm x 5 cm x 13,5 cm)	03
#14	Apoio para fixar o objeto a ser lançado	Gargalo de garrafa d'água feito de pet	01
#15	Elásticos	Látex	03
#16	Base para a fixação do encosto vertical do braço de lançamento	Eucalipto (1 cm x 3 cm x 5 cm)	01

Fonte: Pesquisa dos Autores (2012).

O jogo tem como objetivo arremessar o objeto o mais longe possível. Para tanto, cada grupo de alunos deve planejar vários experimentos trabalhando diferentes ajustes. A catapulta foi concebida de modo a possibilitar ajustes em cinco variáveis. O Quadro 2 ilustra estas variáveis e os respectivos níveis. A Figura 3 aponta estas cinco variáveis, possibilitando uma melhor visualização e compreensão das mesmas.

Figura 3 – Catapulta e as diversas variáveis de ajuste



Fonte: Pesquisa dos Autores (2012).

Quadro 2 – Variáveis de ajuste da Catapulta

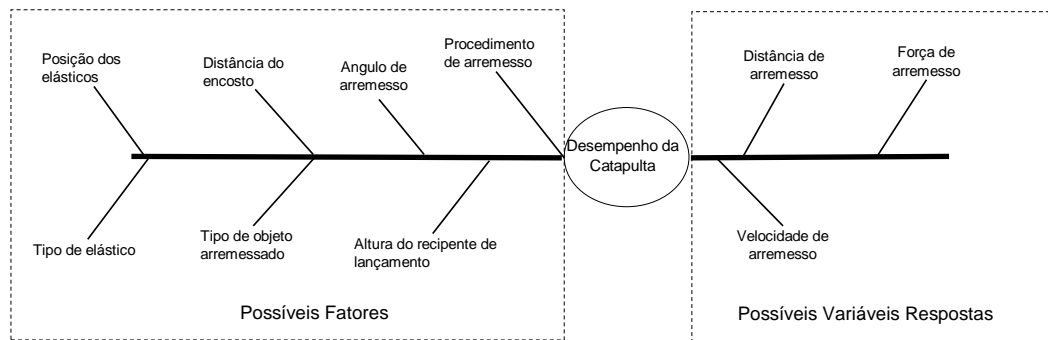
Variável/Item da Figura 2	Níveis utilizados	Descrição
Tipo de Elástico (item A)	2	Trabalhou-se com dois tipos de Elástico, um fino nº18 e outro mais grosso.
Ângulo de arremesso (item B)	2	Definido pela altura do encosto vertical do braço de lançamento. Esta variável pode assumir diversos níveis.
Altura de Lançamento (item C)	3	Existem três posições no qual o objeto a ser lançado pode ser fixado.
Distância do encosto do braço de lançamento (item D)	2	Definido pelo comprimento do encosto horizontal do braço de lançado. Esta variável pode assumir diversos níveis.
Quantidade de Elásticos (item E)	3	Existem 3 pares de garras. Cada par pode prender um elástico.

Fonte: Pesquisa dos Autores (2012).

O Jogo da Catapulta também possibilita a compreensão dos diferentes conceitos relacionados ao Planejamento e Análise de Experimentos. Estes podem ser compreendidos mediante sua confrontação com um objeto tangível (Catapulta). A seguir alguns conceitos de DOE são apresentados e contextualizados dentro desta perspectiva:

- Fatores e variáveis respostas: cada processo tem uma multiplicidade de fatores que podem afetar o seu desempenho. Estes fatores e as possíveis variáveis respostas devem ser conhecidos pelos alunos para o projeto de experimentos. No contexto do Jogo da Catapulta, apoiando-se em um diagrama de causa e efeito, os alunos devem analisar a Catapulta para identificar os principais fatores existentes e as possíveis variáveis respostas. A Figura 4 retrata um exemplo de Diagrama de Causa e Efeito deste tipo.
- Unidade Experimental refere-se a cada unidade usada no experimento. No contexto do Jogo da Catapulta, cada unidade experimental é um arremesso feito.
- O termo tratamento refere-se ao que se pretende comparar num dado processo. Pode ser máquinas, métodos, parâmetros de processos, matérias primas, etc. No contexto do Jogo da Catapulta o termo tratamento refere-se aos diversos fatores (tipo ou quantidade de elásticos, ângulo de arremesso, altura de lançamento, altura do encosto) que podem ser configurados para o arremesso dos objetos.
- Repetições ou réplicas podem ser entendidas como as unidades experimentais do mesmo grupo, ou seja, que receberam o mesmo tratamento. No contexto do Jogo da Catapulta, as réplicas referem-se aos arremessos que foram configurados com os mesmos parâmetros.
- No contexto do Jogo da Catapulta, o conceito e a importância da Casualização podem explorados não apenas na fase de projeto do experimento, mas durante a execução do mesmo.
- No contexto do Jogo da Catapulta, o conceito de Bloco também pode ser trabalhado, o recipiente que condiciona o objeto a ser remessado pode ser trabalhado como um bloco, ou o responsável pela medição da distância de arremesso. Neste sentido, dois ou mais tipos de recipientes podem ser utilizados como blocos.
- No contexto do Jogo da Catapulta, o conceito de interação pode melhor compreendido após a realização dos experimentos em que o aluno, ao analisar os dados, constatará a existência de interações entre alguns fatores (VIERA, 1999).

Figura 4– Diagrama de Causa e Efeito para a Catapulta.



Fonte: Pesquisa dos Autores (2012).

Etapas propostas para o Jogo

Num primeiro momento, cada grupo deverá identificar os principais fatores e as possíveis variáveis respostas para a Catapulta. Nesta atividade, eles deverão identificar conceitos como unidade experimental, casualização, tratamento, blocagem e réplica para o contexto da catapulta.

Posteriormente, cada grupo deverá conduzir um Planejamento Fatorial 2^5 Completo para a catapulta. O experimento realizado neste momento tem um caráter exploratório (*screening experiment*) visando determinar quais das cinco variáveis de controle são mais importantes para obtenção de uma maior distância de arremesso dos objetos lançados pela Catapulta.

Em cada um destes dois experimentos, os alunos deverão preencher os treze itens propostos pelos autores MOEN, NOLAN e PROVOST (2012) na condução de experimentos. São eles:

1. **Objetivo:** descrição sintética do objetivo do experimento.
2. **Informação anterior:** caso o estudo se baseie em experimentos e conhecimentos já adquiridos, este fato deve ser explicitado neste item.
3. **Tipo de experimento planejado:** descrição do tipo de experimento planejado. Para tanto, o Quadro 1 deste trabalho apresenta uma referência de diversos tipos de experimentos que podem ser utilizados.
4. **Variável resposta:** descrição da variável observada ou medida no experimento. Um experimento pode apresentar uma ou mais variáveis de resposta.
5. **Técnica de medição:** descrição do método utilizado para medir a variável de resposta. Este item foi incluso uma vez que poderão existir vários métodos para medir uma resposta.
6. **Fatores e níveis utilizados:** descrição dos fatores que serão alterados e seus respectivos níveis.

7. **Fatores tidos como ruídos no experimento (*nuisance factors*):** descrição de quais fatores conhecidos que perturbam o sistema e podem impactar na variável resposta, mas que não se tem interesse em estudá-los (*nuisance factors*).
8. **Método de Controle dos fatores tido como ruídos:** descrição do método de controle utilizado para cada ruído. Nesta direção, existem três métodos básicos de controle dos ruídos: i) mantê-los constantes no estudo; ii) medi-los e ajustar seus efeitos na análise de dados; e, finalmente, iii) utilizar a técnica de blocagem.
9. **Unidade experimental:** descrição da unidade experimental utilizada.
10. **Método de aleatorização empregado:** descrição do método utilizado.
11. **Matriz de dados do experimento:** descrição das combinações dos fatores estudados e dos níveis de cada um dos fatores que compõem o experimento fatorial expostos em uma matriz.
12. **Análise estatística a ser realizada:** descrição dos efeitos que deverão ser analisados e do método que será empregado nesta análise.
13. **Estimativa de custo, cronograma e outras considerações de recursos:** descrição dos recursos materiais, humanos e financeiros que serão necessários para a execução do experimento.

Após a execução destes dois experimentos, cada grupo deverá entregar um relatório descrevendo as atividades realizadas, os resultados obtidos e as recomendações para que a catapulta consiga atingir uma maior distância no arremesso de objetos.

4. RESULTADOS ENCONTRADOS

Com o objetivo de ilustrar o jogo proposto, serão reportados os resultados obtidos em uma experimentação conduzida pelos autores com a Catapulta.

O Experimento Fatorial 2⁵

Projetou-se um Experimento Fatorial 2⁵ Completo com duas réplicas e um bloco. Este experimento está descrito conforme o framework proposto pelos autores Moen, Nolan e Provost (2012).

1. **Objetivo:** Compreender como as cinco variáveis investigadas afetam a distância percorrida pelo objeto arremessado pela catapulta.
2. **Informação anterior:** Este experimento é inicial, não existindo dados experimentais anteriores. O mesmo tem um caráter exploratório (*screening experiment*).

3. **Tipo de experimento planejado:** Experimento Fatorial 2^5 Completo com duas replicações e apenas um bloco.
4. **Variável resposta:** Distância em centímetros percorrida pelo objeto arremessado pela catapulta.
5. **Técnica de medição:** Será utilizada uma trena. Uma caixa contendo areia marca o ponto em que o objeto arremessado atinge o chão. A primeira marca registrada neste ponto é o ponto final percorrido pelo objeto. O Ponto inicial de referência é a superfície de reforço para a base vertical fixa (Componente #7).

6. **Fatores e níveis utilizados:**

Fator	Tipo de Variável	Primeiro Nível	Segundo Nível
Tipo de Elástico (X_1)	Catégorica	Fino	Grosso
Ângulo de arremesso (X_2)	Numérica Contínua	50°	40°
Altura de lançamento (X_3)	Catégorica	Baixo	Alto
Distância do encosto da haste de lançamento (X_4)	Numérica Contínua	18,5 cm	30,5 cm
Quantidade de Elásticos (X_5)	Numérica Discreta	2	3

7. **Fatores tidos como ruídos no experimento (*nuisance factors*):**
 - a) Pessoa que conduz a medição da variável resposta.
 - b) Tipo de trena (rígida ou flexível).
 - c) Formato e peso do objeto lançado.
8. **Método de controle dos fatores tido como ruídos:**
 - a) Pessoa que conduz a medição da variável resposta – manter constante durante todo o experimento – a mesma pessoa deve realizar todas as medições.
 - b) Tipo de trena (rígida ou flexível) – manter constante durante todo o experimento – utilizar apenas um tipo de trena.
 - c) Formato e peso do objeto lançado - manter constante durante todo o experimento – utilizar o mesmo objeto em todos os experimentos.
9. **Unidade experimental:** o arremesso de objeto pela catapulta.
10. **Método de aleatorização empregado:** números aleatórios gerados pelo programa computacional devem ser utilizados na definição da ordem de execução dos ensaios.
11. **Matriz de dados do experimento:**

Ordem padrão	Nº de Blocos	Tipo de Elástico	Angulo de arremesso	Altura de Lançamento	Distância do Encosto	Quantidade de Elásticos
		(X ₁)	(X ₂)	(X ₃)	(X ₄)	(X ₅)
1 e 33	1	-1	-1	-1	-1	-1
2 e 34	1	1	-1	-1	-1	-1
3 e 35	1	-1	1	-1	-1	-1
4 e 36	1	1	1	-1	-1	-1
5 e 37	1	-1	-1	1	-1	-1
6 e 38	1	1	-1	1	-1	-1
7 e 39	1	-1	1	1	-1	-1
8 e 40	1	1	1	1	-1	-1
9 e 41	1	-1	-1	-1	1	-1
10 e 42	1	1	-1	-1	1	-1
11 e 43	1	-1	1	-1	1	-1
12 e 44	1	1	1	-1	1	-1
13 e 45	1	-1	-1	1	1	-1
14 e 46	1	1	-1	1	1	-1
15 e 47	1	-1	1	1	1	-1
16 e 48	1	1	1	1	1	-1
17 e 49	1	-1	-1	-1	-1	1
18 e 50	1	1	-1	-1	-1	1
19 e 51	1	-1	1	-1	-1	1
20 e 52	1	1	1	-1	-1	1
21 e 53	1	-1	-1	1	-1	1
22 e 54	1	1	-1	1	-1	1
23 e 55	1	-1	1	1	-1	1
24 e 56	1	1	1	1	-1	1
25 e 57	1	-1	-1	-1	1	1
26 e 58	1	1	-1	-1	1	1
27 e 59	1	-1	1	-1	1	1
28 e 60	1	1	1	-1	1	1
29 e 61	1	-1	-1	1	1	1
30 e 62	1	1	-1	1	1	1
31 e 63	1	-1	1	1	1	1
32 e 64	1	1	1	1	1	1

12. **Análise estatística a ser realizada:** Análise dos efeitos dos cinco fatores e dos efeitos das interações de segunda, terceira, quarta e quinta ordem entre os mesmos. O experimento será analisado por meio de Modelos Lineares Gerais (*General Linear Models*) utilizando o teste F parcial para a verificação da significância dos efeitos.
13. **Estimativa de custo, cronograma e outras considerações de recursos:** para a realização deste experimento se faz necessário construir uma catapulta como mostrado na Figura 2 e

Tabela 2 deste trabalho. O tempo de execução de todos os ensaios é da ordem 60 – 80 minutos.

A Tabela 2 mostra os tratamentos realizados e as distancias de arremesso obtidas (y).

Tabela 2 – Tratamentos realizados e as distancias de arremesso obtidas (y), com cinco fatores em dois níveis.

Ordem padrão	Nº de Blocos	Tipo de Elástico (X ₁)	Angulo de arremesso (X ₂)	Altura de Lançamento (X ₃)	Dist. do Encosto (X ₄)	Quantidade de Elásticos (X ₅)	Y (cm)	
							1	2
1 e 33	1	-1	-1	-1	-1	-1	65,5	63
2 e 34	1	1	-1	-1	-1	-1	89	86
3 e 35	1	-1	1	-1	-1	-1	63	72
4 e 36	1	1	1	-1	-1	-1	89,5	82
5 e 37	1	-1	-1	1	-1	-1	73,5	74,5
6 e 38	1	1	-1	1	-1	-1	93	98,5
7 e 39	1	-1	1	1	-1	-1	75	71,5
8 e 40	1	1	1	1	-1	-1	96	97
9 e 41	1	-1	-1	-1	1	-1	57,5	51,5
10 e 42	1	1	-1	-1	1	-1	88,5	97
11 e 43	1	-1	1	-1	1	-1	62,5	77
12 e 44	1	1	1	-1	1	-1	119	108
13 e 45	1	-1	-1	1	1	-1	77	77,5
14 e 46	1	1	-1	1	1	-1	138	125
15 e 47	1	-1	1	1	1	-1	99,5	87,5
16 e 48	1	1	1	1	1	-1	143	154,5
17 e 49	1	-1	-1	-1	-1	1	83	86,5
18 e 50	1	1	-1	-1	-1	1	97,5	90
19 e 51	1	-1	1	-1	-1	1	87,5	110
20 e 52	1	1	1	-1	-1	1	94,5	84,5
21 e 53	1	-1	-1	1	-1	1	85	89,5
22 e 54	1	1	-1	1	-1	1	109	108
23 e 55	1	-1	1	1	-1	1	93,5	91
24 e 56	1	1	1	1	-1	1	106	102,5
25 e 57	1	-1	-1	-1	1	1	92	95,5
26 e 58	1	1	-1	-1	1	1	139	149
27 e 59	1	-1	1	-1	1	1	121,5	118
28 e 60	1	1	1	-1	1	1	163	171,5
29 e 61	1	-1	-1	1	1	1	109,5	134
30 e 62	1	1	-1	1	1	1	173	173,5
31 e 63	1	-1	1	1	1	1	141	144,5
32 e 64	1	1	1	1	1	1	205	203

Fonte: Pesquisa dos Autores (2012).

A definição do modelo de regressão foi feita pelo método dos melhores subconjuntos. Inicialmente, verificou-se a contribuição dos termos de interação de maior ordem no modelo. Portanto, no modelo reduzido retirou-se o termo que continha a interação de 5º ordem.

– Modelo Completo: $(y) = \beta_0 + (\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5) +$

Termos principais onde X_i significa o fator X_i

$(\beta_6 X_{12} + \beta_7 X_{13} + \beta_8 X_{14} + \beta_9 X_{15} + \beta_{10} X_{23} + \beta_{11} X_{24} + \beta_{12} X_{25} + \beta_{13} X_{34} + \beta_{14} X_{35} + \beta_{15} X_{45}) +$

Termos com interação de segunda ordem onde X_{ij} significa a interação entre o fator X_i e o fator X_j

$(\beta_{16} X_{123} + \beta_{17} X_{124} + \beta_{18} X_{125} + \beta_{19} X_{134} + \beta_{20} X_{135} + \beta_{21} X_{145} + \beta_{22} X_{234} + \beta_{23} X_{235} + \beta_{24} X_{245} + \beta_{25} X_{345})$

Termos com interação de terceira ordem onde X_{ijk} significa a interação entre o fator X_i , o fator X_j e o fator X_k

$+ (\beta_{26} X_{1234} + \beta_{27} X_{1235} + \beta_{28} X_{1245} + \beta_{29} X_{1345} + \beta_{30} X_{2345}) +$

Termos com interação de quarta ordem onde X_{ijkl} significa a interação entre o fator X_i , o fator X_j , o fator X_k e o fator X_l

$\beta_{31} X_{12345}$

Termos com interação de quinta ordem onde X_{ijklm} significa a interação entre o fator X_i , o fator X_j , o fator X_k , o fator X_l e o fator X_m

– Modelo Reduzido: $(y) = \beta_0 + (\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5) +$

$(\beta_6 X_{12} + \beta_7 X_{13} + \beta_8 X_{14} + \beta_9 X_{15} + \beta_{10} X_{23} + \beta_{11} X_{24} + \beta_{12} X_{25} + \beta_{13} X_{34} + \beta_{14} X_{35} + \beta_{15} X_{45}) +$

$(\beta_{16} X_{123} + \beta_{17} X_{124} + \beta_{18} X_{125} + \beta_{19} X_{134} + \beta_{20} X_{135} + \beta_{21} X_{145} + \beta_{22} X_{234} + \beta_{23} X_{235} + \beta_{24} X_{245} + \beta_{25} X_{345})$

$+ (\beta_{26} X_{1234} + \beta_{27} X_{1235} + \beta_{28} X_{1245} + \beta_{29} X_{1345} + \beta_{30} X_{2345})$

– $H_0 : \beta_{31} = 0$; (O termo adicionado não aperfeiçoa significativamente o modelo).

– $H_1 : \beta_{31} \neq 0$; (O termo adicionado aperfeiçoa significativamente o modelo).

$$F_{parcial} = \frac{(R_c^2 - R_r^2) / (k - g)}{(1 - R_c^2) / (n - (k + 1))}$$

$$F_{parcial} = \frac{(0,98249 - 0,98231) / (31 - 30)}{(1 - 0,98249) / (64 - (31 + 1))}$$

$$F_{parcial} = \frac{(0,00017631)}{(0,000547168)} = 0,32$$

F_{α, v_1, v_2} onde:

$$\alpha = 0,05$$

$$v_1 = k - g = 31 - 30 = 1$$

$$v_2 = n - (k + 1) = 64 - (31 + 1) = 32$$

$$F_{0,05,1,32} = 4,14$$

Como $F_{parcial} < F_{0,05,1,32}$ não se pode rejeitar H_0 . Portanto o termo β_{31} adicionado não aperfeiçoa significativamente o modelo

Uma vez verificada a contribuição do termo de interação de 5º ordem, será verificada a contribuição dos termos de interação de 4º ordem ao modelo.

– Modelo Completo: $(y) = \beta_0 + (\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5) +$

$$\begin{aligned}
& (\beta_6 X_{12} + \beta_7 X_{13} + \beta_8 X_{14} + \beta_9 X_{15} + \beta_{10} X_{23} + \beta_{11} X_{24} + \beta_{12} X_{25} + \beta_{13} X_{34} + \beta_{14} X_{35} + \beta_{15} X_{45}) + \\
& (\beta_{16} X_{123} + \beta_{17} X_{124} + \beta_{18} X_{125} + \beta_{19} X_{134} + \beta_{20} X_{135} + \beta_{21} X_{145} + \beta_{22} X_{234} + \beta_{23} X_{235} + \beta_{24} X_{245} + \beta_{25} X_{345}) \\
& + (\beta_{26} X_{1234} + \beta_{27} X_{1235} + \beta_{28} X_{1245} + \beta_{29} X_{1345} + \beta_{30} X_{2345})
\end{aligned}$$

– Modelo Reduzido: $(y) = \beta_0 + (\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5) +$
 $(\beta_6 X_{12} + \beta_7 X_{13} + \beta_8 X_{14} + \beta_9 X_{15} + \beta_{10} X_{23} + \beta_{11} X_{24} + \beta_{12} X_{25} + \beta_{13} X_{34} + \beta_{14} X_{35} + \beta_{15} X_{45}) +$
 $(\beta_{16} X_{123} + \beta_{17} X_{124} + \beta_{18} X_{125} + \beta_{19} X_{134} + \beta_{20} X_{135} + \beta_{21} X_{145} + \beta_{22} X_{234} + \beta_{23} X_{235} + \beta_{24} X_{245} + \beta_{25} X_{345})$

– $H_0 : \beta_{26} = \beta_{27} = \beta_{28} = \beta_{29} = \beta_{30} = 0$; (Termos adicionados não aperfeiçoam significativamente o modelo).

– $H_1 : \beta_{26} \neq 0; \beta_{27} \neq 0; \beta_{28} \neq 0; \beta_{29} \neq 0; \beta_{30} \neq 0$; (Pelo menos um dos termos adicionados aperfeiçoam significativamente o modelo).

$$F_{parcial} = \frac{(R_c^2 - R_r^2) / (k - g)}{(1 - R_c^2) / (n - (k + 1))}$$

$$F_{parcial} = \frac{(0,98231 - 0,97979) / (30 - 25)}{(1 - 0,98231) / (64 - (30 + 1))}$$

$$F_{parcial} = \frac{(0,000503017)}{(0,00053593)} = 0,94$$

F_{α, v_1, v_2} onde:

$$\alpha = 0,05$$

$$v_1 = k - g = 30 - 25 = 5$$

$$v_2 = n - (k + 1) = 64 - (30 + 1) = 33$$

$$F_{0,05,5,33} = 2,50$$

Como $F_{parcial} < F_{0,05,5,33}$ não se pode rejeitar H_0 . Portanto os termos $\beta_{26}; \beta_{27}; \beta_{28}; \beta_{29}; \beta_{30}$ adicionados não aperfeiçoam significativamente o modelo.

Uma vez verificada a contribuição dos termos de interação de 4º ordem, será verificada a contribuição dos termos de interação de 3º ordem ao modelo.

– Modelo Completo: $(y) = \beta_0 + (\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5) +$
 $(\beta_6 X_{12} + \beta_7 X_{13} + \beta_8 X_{14} + \beta_9 X_{15} + \beta_{10} X_{23} + \beta_{11} X_{24} + \beta_{12} X_{25} + \beta_{13} X_{34} + \beta_{14} X_{35} + \beta_{15} X_{45}) +$
 $(\beta_{16} X_{123} + \beta_{17} X_{124} + \beta_{18} X_{125} + \beta_{19} X_{134} + \beta_{20} X_{135} + \beta_{21} X_{145} + \beta_{22} X_{234} + \beta_{23} X_{235} + \beta_{24} X_{245} + \beta_{25} X_{345})$

– Modelo Reduzido: $(y) = \beta_0 + (\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5) +$
 $(\beta_6 X_{12} + \beta_7 X_{13} + \beta_8 X_{14} + \beta_9 X_{15} + \beta_{10} X_{23} + \beta_{11} X_{24} + \beta_{12} X_{25} + \beta_{13} X_{34} + \beta_{14} X_{35} + \beta_{15} X_{45})$

– $H_0 : \beta_{16} = \beta_{17} = \beta_{18} = \beta_{19} = \beta_{20} = \beta_{21} = \beta_{22} = \beta_{23} = \beta_{24} = \beta_{25} = 0$ (Termos adicionados não aperfeiçoam significativamente o modelo).

– $H_1 : \beta_{16} \neq 0; \beta_{17} \neq 0; \beta_{18} \neq 0; \beta_{19} \neq 0; \beta_{20} \neq 0; \beta_{21} \neq 0; \beta_{22} \neq 0; \beta_{23} \neq 0; \beta_{24} \neq 0; \beta_{25} \neq 0;$ (Pelo menos um dos termos adicionados aperfeiçoam significativamente o modelo).

$$F_{parcial} = \frac{(R_c^2 - R_r^2) / (k-g)}{(1 - R_c^2) / (n - (k+1))}$$

$$F_{parcial} = \frac{(0,97979 - 0,97197) / (25 - 15)}{(1 - 0,97979) / (64 - (25 + 1))}$$

$$F_{parcial} = \frac{(0,000782429)}{(0,000531599)} = 1,47$$

F_{α, v_1, v_2} onde:

$$\alpha = 0,05$$

$$v_1 = k - g = 25 - 15 = 10$$

$$v_2 = n - (k + 1) = 64 - (25 + 1) = 38$$

$$F_{0,05,10,38} = 2,09$$

Como $F_{parcial} < F_{0,05,10,38}$ não se pode rejeitar H_0 . Portanto os termos $\beta_{16}; \beta_{17}; \beta_{18}; \beta_{19}; \beta_{20}; \beta_{21}; \beta_{22}; \beta_{23}; \beta_{24}; \beta_{25}$ adicionados não aperfeiçoam significativamente o modelo.

Uma vez verificada a contribuição dos termos de interação de 3º ordem, será verificada a contribuição dos termos de interação de 2º ordem ao modelo.

– Modelo Completo: $(y) = \beta_0 + (\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5) + (\beta_6 X_{12} + \beta_7 X_{13} + \beta_8 X_{14} + \beta_9 X_{15} + \beta_{10} X_{23} + \beta_{11} X_{24} + \beta_{12} X_{25} + \beta_{13} X_{34} + \beta_{14} X_{35} + \beta_{15} X_{45})$

– Modelo Reduzido: $(y) = \beta_0 + (\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5)$

– $H_0 : \beta_6 = \beta_7 = \beta_8 = \beta_9 = \beta_{10} = \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13} = \beta_{14} = \beta_{15} = 0;$ (Termos adicionados não aperfeiçoam significativamente o modelo).

– $H_1 : \beta_6 \neq 0; \beta_7 \neq 0; \beta_8 \neq 0; \beta_9 \neq 0; \beta_{10} \neq 0; \beta_{11} \neq 0; \beta_{12} \neq 0; \beta_{13} \neq 0; \beta_{14} \neq 0; \beta_{15} \neq 0;$ (Pelo menos um dos termos adicionados aperfeiçoam significativamente o modelo).

$$F_{parcial} = \frac{(R_c^2 - R_r^2) / (k-g)}{(1 - R_c^2) / (n - (k+1))}$$

$$F_{parcial} = \frac{(0,97197 - 0,78805) / (15 - 5)}{(1 - 0,97197) / (64 - (15 + 1))}$$

$$F_{parcial} = \frac{(0,018392269)}{(0,000583856)} = 31,5$$

F_{α, v_1, v_2} onde:

$$\alpha = 0,05$$

$$v_1 = k - g = 15 - 5 = 10$$

$$v_2 = n - (k + 1) = 64 - (15 + 1) = 48$$

$$F_{0,05,10,48} = 2,03$$

Como $F_{parcial} > F_{0,05,10,48}$ rejeita-se H_0 . Portanto pelo menos um dos termos $\beta_6; \beta_7; \beta_8; \beta_9; \beta_{10}; \beta_{11}; \beta_{12}; \beta_{13}; \beta_{14}; \beta_{15}$ adicionados aperfeiçoam significativamente o modelo.

Uma vez que pelos um dos termos de interação de 2º ordem são significativos se faz necessário uma análise individual de cada um deles. Apenas os resultados finais destas análises são apresentados no Quadro 3.

Quadro 3 – Teste F parcial para os Termos de 2º ordem.

Hipóteses	Valor de $F_{parcial}$	Resultado	Valor de β
$H_0 : \beta_6 = 0; H_1 : \beta_6 \neq 0$	0,44	Não se pode rejeitar H_0	0
$H_0 : \beta_7 = 0; H_1 : \beta_7 \neq 0$	9,08	Rejeita H_0	2,48
$H_0 : \beta_8 = 0; H_1 : \beta_8 \neq 0$	114,62	Rejeita H_0	8,83
$H_0 : \beta_9 = 0; H_1 : \beta_9 \neq 0$	1,71	Não se pode rejeitar H_0	0
$H_0 : \beta_{10} = 0; H_1 : \beta_{10} \neq 0$	0,16	Não se pode rejeitar H_0	0
$H_0 : \beta_{11} = 0; H_1 : \beta_{11} \neq 0$	36,08	Rejeita H_0	4,95
$H_0 : \beta_{12} = 0; H_1 : \beta_{12} \neq 0$	2,36	Não se pode rejeitar H_0	0
$H_0 : \beta_{13} = 0; H_1 : \beta_{13} \neq 0$	45,25	Rejeita H_0	5,55
$H_0 : \beta_{14} = 0; H_1 : \beta_{14} \neq 0$	0,22	Não se pode rejeitar H_0	0
$H_0 : \beta_{15} = 0; H_1 : \beta_{15} \neq 0$	105,09	Rejeita H_0	8,45

Fonte: Pesquisa dos Autores (2012).

A despeito de vários termos com interação de segunda ordem serem significativos, implicando na significância dos termos de primeira ordem, uma análise individual de cada um deles foi realizada e apenas os resultados finais destas análises são apresentados no Quadro 4.

Quadro 4 – Teste F parcial para os Termos de 1º ordem.

Hipóteses	Valor de $F_{parcial}$	Resultado	Valor de β
$H_0 : \beta_1 = 0 ; H_1 : \beta_1 \neq 0$	390,61	Rejeita H_0	16,3
$H_0 : \beta_2 = 0 ; H_1 : \beta_2 \neq 0$	47,84	Rejeita H_0	5,70
$H_0 : \beta_3 = 0 ; H_1 : \beta_3 \neq 0$	127,12	Rejeita H_0	9,30
$H_0 : \beta_4 = 0 ; H_1 : \beta_4 \neq 0$	425,82	Rejeita H_0	17,0
$H_0 : \beta_5 = 0 ; H_1 : \beta_5 \neq 0$	358,35	Rejeita H_0	15,6

Com os resultados mostrados nos Quadros 2 e 3 é possível definir o modelo de regressão para o experimento realizado. Este é apresentado a seguir:

$$(y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5 + \beta_7 X_{13} + \beta_8 X_{14} + \beta_{11} X_{24} + \beta_{13} X_{34} + \beta_{15} X_{45}$$

Com o propósito de verificar a adequação do modelo de regressão utilizado, utilizou-se a ferramenta análise de dados disponível no Software Excel. Com esta ferramenta os autores verificaram se os resíduos são independentes, têm média zero, apresentam uma variância constante e estão normalmente distribuídos. Os resultados destas análises são apresentados a seguir.

Tabela 2 – Anova para o modelo de regressão selecionado

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>F de significação</i>
Regressão	10	72.230,03	7.223,00	166,34	0,0000
Resíduo	53	2.301,45	43,42		
Total	63	74.531,48			

O baixo nível de significância mostrado pela Anova na Tabela 2 aponta que o modelo de regressão é válido para prever distância de arremesso (y).

O modelo de regressão proposto apresenta um $R^2 = \frac{72230,03}{74531,48}$ de 96,91%, indicando que aproximadamente 98,4% da variação existente na distância de arremesso (y) pode ser explicada pela equação de regressão.

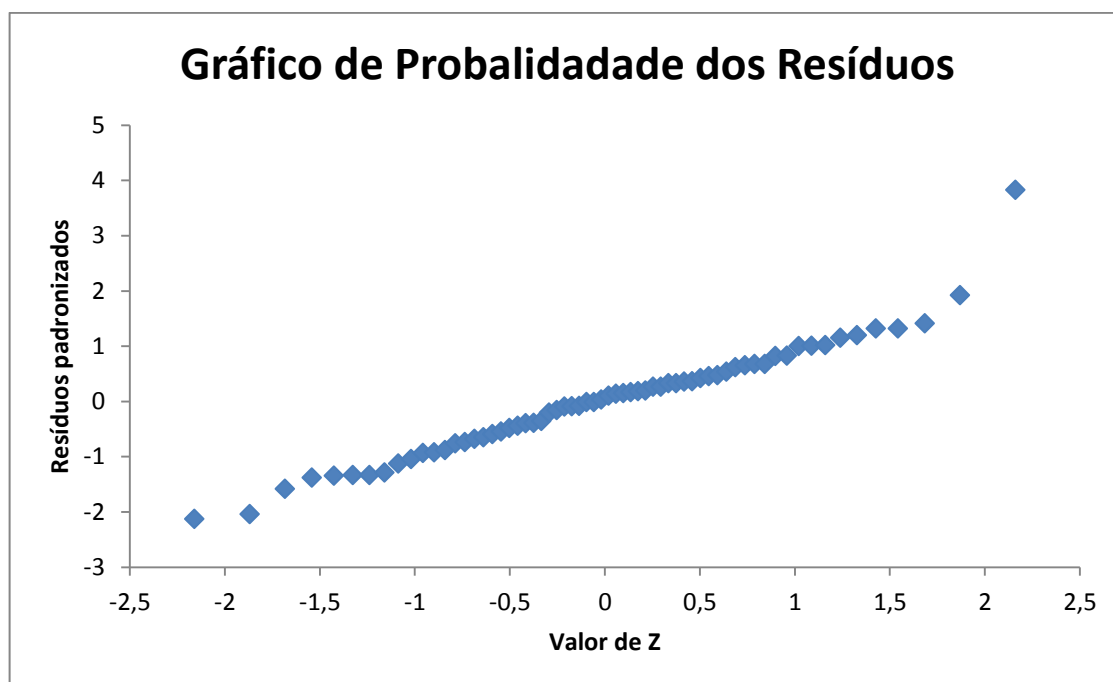
A Tabela 2, a seguir, reporta uma análise estatística descritiva realizada pela ferramenta análise de dados do Excel com os valores padronizados dos resíduos. Os dados apontam que os resíduos apresentam média e mediana próximas de zero, uma curtose positiva indicando uma concentração ao redor da média e uma assimetria positiva levemente inclinada para a direita.

Tabela 2 – Tratamentos realizados e as distancias de arremessos obtidas

<i>Resíduos padronizados</i>		
Média	0,000	
Erro padrão	0,125	
Mediana	0,065	
Modo	#N/D	
Desvio padrão	1	
Variância da amostra	1	
Curtose	2,32	
Assimetria	0,63	
Intervalo	5,96	
Mínimo	-	2,13
Máximo		3,82
Soma		0,00
Contagem		64

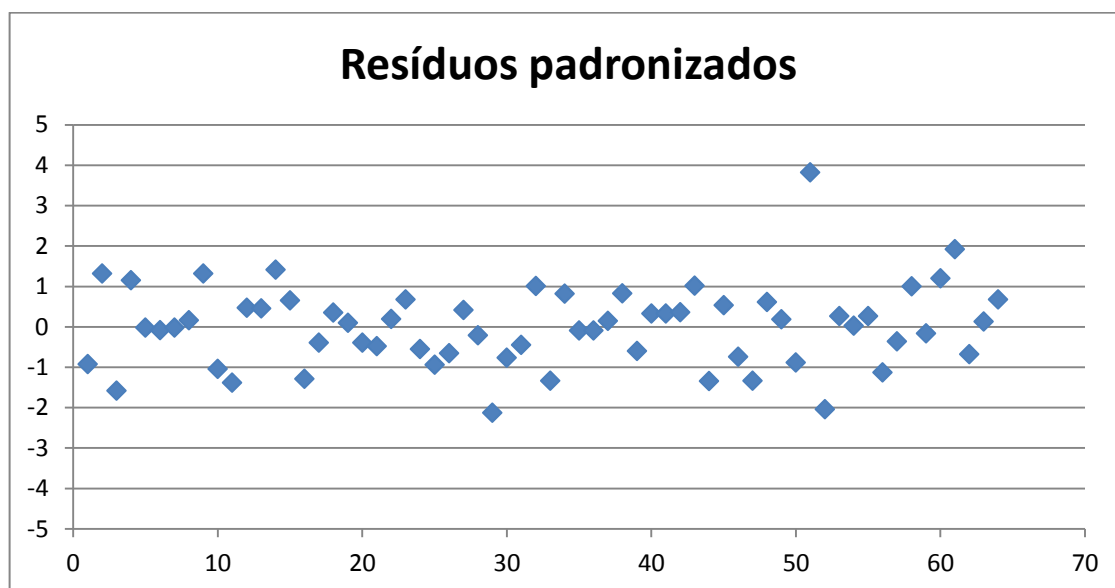
O Gráfico 1 mostra o gráfico de probabilidade dos resíduos padronizados. Como a maioria dos pontos formam uma reta, pode-se inferir que os resíduos se seguem uma distribuição normal.

Gráfico 1– Histograma dos resíduos padronizados



O Gráfico 2 mostra o diagrama de dispersão dos resíduos padronizados por ordem de coleta dos dados. Este indica que os resíduos são independentes e apresentam uma variância constante. Observou-se um valor extremo nos dados coletados.

Gráfico 1 – Diagrama de dispersão por ordem de coleta dos resíduos padronizados



Pelo exposto anteriormente, pode-se afirmar que o modelo de regressão se mostra adequado para os dados uma vez que os resíduos são independentes, têm média zero, apresentam uma variância constante e estão normalmente distribuídos. Portanto a distância média de arremesso pode ser determinada pela equação de regressão descrita a seguir:

$$(y) = 105 + 16,3 X_1 + 5,70 X_2 + 9,30 X_3 + 17 X_4 + 15,6 X_5 + 2,48 X_{13} + 8,83 X_{14} + 4,95 X_{24} + 5,55 X_{34} + 8,45 X_{45}$$

Considerando o valor obtido pelo Quadrado Médio da Regressão, as três variáveis mais significativas para o modelo são X_4 (Distância do encosto da haste de lançamento), X_1 (Tipo de Elástico) e X_5 (Quantidade de Elásticos) respectivamente.

O ajuste da Catapulta que dá melhor resultado ocorre quando todos os cinco fatores trabalham no nível +1. A distância de arremesso média estimada para este tratamento é cerca de 199,16 cm.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesar da simplicidade do dispositivo de catapulta, vários cuidados e atividades existentes na condução de experimentos industriais se fazem presentes neste Jogo. Eles se fazem presentes uma vez que os experimentadores necessitam realizar várias atividades para a execução deste jogo, são elas:

- Planejar os tratamentos que serão realizados;
- Executar os experimentos respeitando a casualização;
- Uniformizar e definir um procedimento padrão de arremesso;
- Estabelecer um método e definir um instrumento para medição da distância de arremesso;

- Realizar a análise estatística dos dados;
- Elaborar um relatório descrevendo as atividades realizadas, os resultados obtidos e as recomendações para que a catapulta consiga atingir a maior distância no arremesso de objetos.

Ao considerarmos todas estas atividades existentes no Jogo da Catapulta, este pode ser percebido como um instrumento valioso de aprendizagem da técnica.

Outro aspecto importante na proposta aqui apresentada refere-se ao método de análise utilizado. Os autores optaram pelo uso de Modelos Lineares Gerais (*General Linear Models*) utilizando o teste $F_{parcial}$. Na visão dos autores, a regressão pode ser entendida como mais didática que a abordagem convencional de Análise de Variância, pois a regressão trabalha com o conceito de variável dependente e independente, possibilitando uma melhor visualização das relações entre as possíveis causas e o efeito desejado no experimento. Além disso, normalmente, os estudantes da graduação e profissionais da indústria já estão familiarizados com esta ferramenta estatística. Soma-se a estes fatos, a facilidade de interpretação e construção dos modelos de regressão por meio de planilhas eletrônicas. Isto, por sua vez, possibilita que a análise dos dados seja feita sem a necessidade de adquirir e/ou utilizar um Software Estatístico (QUININO, REIS e BESSAGATO, 2012).

O texto trabalhou apenas os experimentos fatoriais 2^k , entretanto outros tipos de experimentos podem ser explorados no jogo proposto.

Referências

- BARRENTINE, L. B. **An Introduction to Design of Experiments: a simplified approach**. Milwaukee: ASQ Quality Press, 1999.
- CALADO, V.; MONTGOMERY, D. C. **Planejamento de Experimentos usando *Statistica***, Rio de Janeiro: E-Papers serviços Editoriais, 2003.
- DE CARVALHO, M. M.; HO, L. L.; PINTO, S. H. B. Implementação e difusão do programa Seis Sigma no Brasil, **Produção**, v. 17, n. 3, p. 486-501, Set./Dez. 2007
- DE CARVALHO, M. M.; PALADINI, E. P. (coord.) **Gestão da Qualidade**, Rio de Janeiro: Editora Campus, 2005.
- DIELMAN, T. E. **Applied Regression Analysis: a second course in Business and Economic Statistics**, Mason: Cengage Learning, 4th Edition, 2005.
- GALDAMEZ, E. V. C. ; CARPINETTI, L. C. R. Aplicação das Técnicas de Planejamento e Análise de Experimentos no processo de injeção plástica. **Gestão & Produção**, v.11, n.1., p.121-134, jan.-abr. 2004.
- LEVINE, D. M. *et al.* **Estatística: teoria e aplicações usando Microsoft Excel em português**. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos, 2008.
- MATHEUS, P. **Design of Experiments with MINITAB**. Milwaukee: ASQ Quality Press, 2005.
- MENDENHALL, W.; SINCICH, T. **Second Course in Statistics - Regression Analysis**. Prentice Hall, 7th Edition, 2012.
- MOEN, R.; NOLAN, T.; PROVOST, L. **Quality Improvement Through Planned Experimentation**, third edition, McGraw-Hill Professional, 2012.
- MONTGOMERY, D. C. **Design and Analysis of Experiments**, 3^o. ed. New York: John Wiley & Sons, 1991.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos, 2009.

QUININO, R. C.; REIS, E. A.; BESSAGATO, L. F.; Using the coefficient of determination R^2 to test the significance of multiple linear regression, **Teaching Statistics**, 2012

SOARES, M. H. F. B. Jogos e atividades lúdicas no ensino de química: teoria, métodos e aplicações. In: Departamento de química da UFPR (Org), **Anais, XIV Encontro Nacional de Ensino de Química**, 2008.

VIEIRA, S. **Estatística experimental**. 2º. ed. São Paulo: Atlas, 1999.