

**Universidade Federal de Minas Gerais
Departamento de Ciências Administrativas
Centro de Pós-graduação e Pesquisa em Administração – CEPEAD**

Utilização de um Modelo Baseado em Redes Neurais para a Precificação de Opções

Sander Oliveira de Freitas

Belo Horizonte

2001

Sander Oliveira de Freitas

Utilização de um Modelo Baseado em Redes Neurais para a Precificação de Opções

Dissertação apresentada ao Centro de Pós-graduação e Pesquisa em Administração da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Administração.

Área de Concentração: Finanças e Contabilidade.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Artur de Souza.

Belo Horizonte
Faculdade de Ciências Econômicas da UFMG

2001

*Esta dissertação é dedicada aos meus pais,
à minha irmã e à minha noiva.*

AGRADECIMENTOS

Ao professor Dr. Antônio Artur de Souza, pela orientação, confiança e oportunidades durante o mestrado.

Ao meu co-orientador, professor Dr. Hudson Fernandes Amaral, pelos esclarecimentos e contribuições ao trabalho.

À professora Dra. Maria Elenita M. Nascimento, por participar da banca examinadora, fornecendo sugestões pertinentes para a melhoria desta dissertação.

Aos demais professores do CEPEAD, que, pela competência e dedicação, possibilitaram a ampliação do conhecimento sobre as Ciências Administrativas.

A todos os funcionários do CEPEAD, pela manutenção de um ambiente adequado para a realização do mestrado.

Ao CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pela bolsa concedida durante o mestrado, importante instrumento de incentivo e apoio.

Aos colegas da Secretaria do Tesouro Nacional, especialmente, aos gerentes Sr. Jorge Costa da Silva e Sr. Carlos Soares, pelo apoio e compreensão da importância deste momento.

Aos colegas de mestrado, com quem compartilhei bons momentos e que, diretamente ou indiretamente, influenciaram este trabalho. Gostaria de agradecer, em especial, ao amigo Marcelo Soares Cartacho, que, além de contribuir com sugestões e críticas ao trabalho, mostrou-se sempre disposto a ajudar.

À Josmária e Viviane, pelo bom relacionamento e ajuda durante minhas atividades no CEPEAD.

Aos meus pais, José Antônio de Freitas e Maria Aparecida Oliveira de Freitas, responsáveis diretos por cada uma de minhas realizações. É com grande orgulho que os tenho como meus pais e vencedores incontestáveis.

À minha irmã, Luciane Oliveira de Freitas, por seu incentivo entusiasmado e amizade verdadeira.

À minha noiva, Luciana de Figueiredo Pereira, que, mesmo nos momentos em que não pude estar presente, soube compreender, jamais deixando de me apoiar. Agradeço ainda por sua dedicação, sempre ouvindo-me com atenção e carinho.

Aos meus familiares e demais amigos, por me incentivarem e valorizarem meu trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	4
LISTA DE GRÁFICOS	5
LISTA DE TABELAS	7
RESUMO	8
1. INTRODUÇÃO.....	9
1.1. OBJETIVOS.....	10
1.2. JUSTIFICATIVA.....	11
1.3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	12
1.4. MÉTODO DE PESQUISA.....	12
1.5. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	14
2. OPÇÕES.....	15
2.1. INTRODUÇÃO.....	15
2.2. MODELO DE BLACK E SCHOLES	19
2.2.1. <i>Desvios do Modelo de BLACK e SCHOLES</i>	23
2.2.2. <i>Alternativas ao Modelo de BLACK e SCHOLES</i>	27
3. REDES NEURAS	31
3.1. INTRODUÇÃO.....	31
3.2. FUNÇÃO DE ATIVAÇÃO.....	33
3.3. ARQUITETURA DE REDES NEURAS.....	36
3.4. PROCESSO DE APRENDIZAGEM.....	37
3.5. MODELOS DE REDES MLP (<i>MULTILAYER PERCEPTRON</i>).....	39
4. REDES NEURAS NO MERCADO DE OPÇÕES.....	42
5. METODOLOGIA	47
5.1. DADOS	47

5.1.1. Ajustes no Preço de Exercício	48
5.1.2. Taxa de Juro Livre de Risco.....	49
5.1.3. Tempo até o vencimento da opção	50
5.1.4. Volatilidade Histórica	50
5.2. DEFINIÇÃO DO MODELO BASEADO EM REDES NEURAIIS	51
5.2.1. Análise de Modelos de Redes Neurais	51
5.2.2. Arquitetura da Rede.....	59
5.2.3. Os Parâmetros de Entrada e a Saída da Rede.....	59
5.2.4. Função de Ativação	60
5.2.5. Algoritmo de Treinamento.....	61
5.3. COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS	61
5.3.1. Dados	61
5.3.2. Parâmetros de Comparação	64
6. RESULTADOS E ANÁLISE	66
7. CONCLUSÃO.....	84
7.1. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	84
7.2. SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	87
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	89
9. GLOSSÁRIO	99

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 3.1	Modelo de um neurônio artificial.....	32
FIGURA 3.2a	Rede neural com camada única.....	36
FIGURA 3.2b	Rede neural com múltiplas camadas.....	36
FIGURA 3.3a	Rede neural recorrente ou cíclica não auto-associativa	37
FIGURA 3.3b	Rede neural recorrente ou cíclica auto-associativa.....	37
FIGURA 5.1	Modelo de rede neural utilizado neste trabalho	59

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 2.1	Uma distribuição Lognormal.....	20
GRÁFICO 2.2	Varição das volatilidades implícitas observadas – smile – para opções de compra de Telebrás (RCTB40) para os dias 8, 9, 18 e 30 de março e 7 de abril de 1999	24
GRÁFICO 2.3	A estrutura a termo da volatilidade para opções de índice S&P 500 em 5 de Maio de 1993	25
GRÁFICO 3.1	Influência do parâmetro B (Bias)	33
GRÁFICO 3.2a	Função de ativação linear.....	34
GRÁFICO 3.2b	Função de ativação rampa	34
GRÁFICO 3.3a	Função de ativação degrau.....	35
GRÁFICO 3.3b	Função de ativação sigmoidal.....	35
GRÁFICO 5.1	Comparação das primeiras cinqüenta cotações de preços de mercado (Cm), presentes na amostra de dados analisada, com os respectivos preços teóricos calculados pelos modelos M2, M3 e M4	58
GRÁFICO 6.1	Comparação entre os preços de mercado (cm) da série com vencimento em 18/02/1998 e preço de exercício de R\$130,00 e os preços teóricos projetados pelo modelo baseado em redes neurais (crn) e pelo modelo de BLACK e SCHOLES (cB&S).....	68
GRÁFICO 6.2	Comparação entre os preços de mercado (cm) da série com vencimento em 21/12/1998 e preço de exercício de R\$100,00 e os preços teóricos projetados pelo modelo baseado em redes neurais (crn) e pelo modelo de BLACK e SCHOLES (cB&S).....	70

GRÁFICO 6.3	Comparação entre os preços de mercado (cm) da série com vencimento em 19/10/1998 e preço de exercício de R\$130,00 e os preços teóricos projetados pelo modelo baseado em redes neurais (crn) e pelo modelo de BLACK e SCHOLES (cB&S).....	74
GRÁFICO 6.4	Erro quadrático relativo resultante da precificação da série com vencimento em 19/10/1998 e preço de exercício de R\$130,00, utilizando o modelo baseado em redes neurais.....	75
GRÁFICO 6.5	Comparação entre os preços de mercado (cm) da série com vencimento em 18/10/1999 e preço de exercício de R\$170,00 e os preços teóricos projetados pelo modelo baseado em redes neurais (crn) e pelo modelo de BLACK e SCHOLES (cB&S).....	76
GRÁFICO 6.6	Comparação entre os preços de mercado (cm) da série com vencimento em 20/04/1998 e preço de exercício de R\$120,00 e os preços teóricos projetados pelo modelo baseado em redes neurais (crn) e pelo modelo de BLACK e SCHOLES (cB&S).....	80
GRÁFICO 6.7	Comparação entre os preços de mercado (cm) da série com vencimento em 19/10/1998 e preço de exercício de R\$70,00 e os preços teóricos projetados pelo modelo baseado em redes neurais (crn) e pelo modelo de BLACK e SCHOLES (cB&S).....	81

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1	Resumo do efeito sobre o preço de uma opção de ação provocado pelo aumento de uma das variáveis, enquanto as demais se mantêm fixas	17
TABELA 4.1	Resumo de trabalhos que aplicaram redes neurais ao mercado de opções	46
TABELA 5.1	Parâmetros submetidos a variações de valores durante processo de construção e avaliação das redes neurais.....	52
TABELA 5.2	Descrição dos algoritmos de treinamento implementados pelas funções utilizadas nas redes neurais construídas e avaliadas neste trabalho	53
TABELA 5.3	Descrição dos sete modelos de redes neurais que obtiveram os melhores desempenhos com base no EQRM e R2.....	55
TABELA 5.4	EQRM e R2 associados aos modelos de redes neurais construídos.....	56
TABELA 5.5	Séries de opções selecionadas para avaliar o modelo de precificação baseado em redes neurais	63
TABELA 6.1	EQRM, EQM e R2 resultantes da precificação das séries de opções do grupo de opções no preço	67
TABELA 6.2	EQRM, EQM e R2 resultantes da precificação das séries de opções do grupo de opções fora do preço	72
TABELA 6.3	EQRM, EQM e R2 resultantes da precificação das séries de opções do grupo de opções dentro do preço.....	77
TABELA 6.4	Porcentagem de acertos obtido pelos modelos na determinação do movimento (subida ou queda) do preço das opções.....	82

RESUMO

Derivativos são instrumentos financeiros cujo valor depende de outro ativo. As opções são derivativos que conferem aos seus proprietários o direito de comprar ou vender um ativo a um preço predeterminado, chamado de preço de exercício. A *precificação*, ou *avaliação* de uma opção, que consiste na determinação do preço (prêmio) da opção, corresponde a um dos problemas centrais no estudo desses derivativos. No intuito de resolver esse problema, surgiu um dos modelos mais utilizados em Finanças: o modelo de BLACK e SCHOLLES. No entanto, vários estudos comprovaram que algumas das premissas do modelo de BLACK e SCHOLLES não são confirmadas na prática, o que tem levado a diferenças significativas entre o valor da opção, calculado pelo modelo, e o valor realmente verificado no mercado. Uma alternativa seria a aplicação de um modelo de precificação de opções baseado em redes neurais. As técnicas de redes neurais são utilizadas no estudo de fenômenos para os quais a dedução de um modelo que retrate de forma satisfatória a realidade do problema é uma tarefa bastante complexa. As redes neurais desenvolvem modelos matemáticos intrínsecos a partir de dados empíricos do problema, por meio de um processo de aprendizagem. Portanto, o desafio de deduzir relações entre as diferentes variáveis do problema é facilitado pela capacidade das redes neurais de extrair essas relações empiricamente. Este trabalho teve como objetivo verificar se a utilização de um modelo de precificação de opções baseado nas técnicas de redes neurais seria capaz de superar o modelo de BLACK e SCHOLLES na determinação dos preços das opções. A comparação entre os dois modelos de precificação de opções foi feita analisando-se a similaridade entre os valores dos preços calculados por cada modelo e os valores realmente verificados no mercado. Para essa pesquisa, foram utilizados os dados referentes às opções de compra européias sobre ações Telebrás PN (preferencial nominativa) negociadas na Bolsa de Valores do Estado de São Paulo (BOVESPA) no período de 1995 a 1999. A partir dos resultados obtidos, constatou-se que o modelo baseado em redes neurais é capaz de superar o modelo de BLACK e SCHOLLES na precificação de opções fora do preço (*out-of-the-money*), no preço (*at-the-money*) e dentro do preço (*in-the-money*).

1. INTRODUÇÃO

As opções conferem aos seus proprietários o direito de comprar ou vender um ativo a um preço predeterminado, chamado de preço de exercício. A *precificação*, ou *avaliação* de uma opção, consiste na determinação do prêmio da opção – preço pago para adquiri-la – a partir das variáveis que influenciam o comportamento do preço da opção.

No intuito de resolver o problema da precificação de opções, foi desenvolvido por BLACK e SCHOLLES (1973) um dos modelos mais utilizados em Finanças. Esse modelo se caracteriza pela facilidade de utilização, já que o cálculo do prêmio da opção pode ser feito através de uma fórmula cujos parâmetros de entrada, excetuando um, podem ser observados diretamente.

No entanto, alguns dos pressupostos do modelo de BLACK e SCHOLLES para precificação de opções não são confirmados na prática, o que tem levado a diferenças significativas entre o valor da opção, calculado pelo modelo, e o valor realmente verificado no mercado.

Uma das premissas básicas do modelo de BLACK e SCHOLLES é de que os preços do ativo objeto de uma opção possui um movimento browniano com volatilidade constante. Portanto, se a volatilidade do ativo muda ao longo do tempo, as fórmulas de opções que consideram a volatilidade constante não estão corretas.

Alguns estudos empíricos, entretanto, provaram que na prática a premissa de volatilidade constante não é constatada. Em seus trabalhos, ADLER et al. (1999) e LANARI (2000) constataram que essa premissa do modelo de BLACK e SCHOLLES – a volatilidade constante do preço das ações – não é verificada no mercado brasileiro, resultando em desvios empíricos do modelo de BLACK e SCHOLLES. Devido à elevada volatilidade do mercado brasileiro, esses

desvios podem ser ainda mais significativos que os verificados em mercados de menor volatilidade (LANARI, 2000). Portanto, o modelo de precificação de opções a ser utilizado deve estar apto a captar a realidade para a qual se destina.

Em áreas do conhecimento em que não foi possível desenvolver um modelo que retrate de forma satisfatória a realidade do problema, a utilização das redes neurais tem se tornado uma importante alternativa de solução. Isso porque as redes neurais desenvolvem modelos matemáticos intrínsecos a partir de dados empíricos do problema, por meio de um processo de aprendizagem. Portanto, o desafio de descobrir as relações entre as diferentes variáveis do problema é facilitado pela capacidade das redes neurais de extrair essas relações empiricamente.

Dessa forma, a utilização das redes neurais na precificação de opções surge como importante alternativa aos modelos já propostos, principalmente se considerarmos a dificuldade em deduzir um modelo de precificação de opções que estabeleça, satisfatoriamente, as relações entre as diferentes variáveis envolvidas.

1.1. Objetivos

O objetivo geral deste trabalho foi verificar se a utilização de um modelo de precificação de opções, baseado nas técnicas de redes neurais, é capaz de superar o modelo de BLACK e SCHOLLES na determinação de preços de opções mais condizentes com os preços realmente verificados no mercado brasileiro.

Foram os objetivos específicos deste trabalho:

- propor um modelo baseado em redes neurais para a precificação de opções sobre ações;

- validar o modelo proposto, comparando-o ao modelo de BLACK e SCHOLES;
- analisar a aplicabilidade da técnica de redes neurais no mercado de opções brasileiro.

1.2. Justificativa

A precificação de opções é uma tarefa importante para a definição do comportamento do mercado de opções, exercendo influência sobre as operações de *hedge* (proteção), especulação e arbitragem. Por essa razão, a precificação de opções tornou-se um dos problemas cruciais abordados pela teoria de opções, tornando-se foco de estudo de várias pesquisas.

A utilização da técnica de redes neurais na precificação de opções possibilita a construção de modelos mais adequados aos diferentes mercados de opções, pois essa técnica facilita a tarefa de extração das relações entre os fatores que influenciam o preço da opção em um mercado específico. Acrescente-se a isso, a facilidade de se adaptar o modelo construído às alterações de comportamento próprias de cada mercado, facilitando também a evolução e validação contínua do modelo.

Os primeiros estudos da aplicação de redes neurais ao mercado de opções não são muito recentes. No entanto, com o desenvolvimento da informática, esses estudos tornaram-se mais importantes, o que explicaria o número expressivo de pesquisas recentes e, principalmente, aplicadas a mercados de diferentes países.

Dessa forma, esta dissertação, unindo diferentes áreas do conhecimento: Finanças e Ciência da Computação, contribui com o desenvolvimento da teoria de opções e com a ampliação do conhecimento sobre o mercado de opções brasileiro.

Além disso, por contemplar um método que vem sendo aplicado em mercados de opções de diferentes países, esta dissertação contribui com a atualização dos profissionais que atuam no mercado de opções brasileiro, mantendo-os em sintonia com a evolução da teoria de opções.

1.3. Formulação do Problema

Conforme dito, devido à sua capacidade de desenvolver modelos matemáticos intrínsecos a partir de dados empíricos, as redes neurais são utilizadas em situações reais para as quais a dedução de um modelo representativo é uma tarefa complexa. Sabendo-se da necessidade de se desenvolver um modelo de precificação de opções que de fato traduza a realidade do mercado e da capacidade das redes neurais de extrair conhecimento a partir de dados empíricos, pergunta-se:

É possível desenvolver, por meio da técnica de redes neurais, um modelo de precificação de opções que supere o modelo de BLACK e SCHOLES na determinação de preços de opções mais condizentes com os preços realmente verificados no mercado?

1.4. Método de Pesquisa

Para construir o modelo de precificação de opções baseado em redes neurais e comparar os dois modelos, foram utilizados os dados referentes às opções de compra européias sobre ações Telebrás PN (preferencial nominativa) negociadas na Bolsa de Valores do Estado de São Paulo (BOVESPA).

Os dados relacionados às opções que foram utilizados são o preço corrente e o retorno diário da ação, o preço de exercício, o tempo para o vencimento, a volatilidade do preço da ação e a taxa de juro livre de risco. Como a volatilidade do preço da ação, ao contrário dos demais parâmetros, não pode ser diretamente observada, foi aplicada a volatilidade histórica do preço da ação.

Esses dados correspondem ao período de 1º de janeiro de 1995 a 20 de dezembro de 1999 e foram obtidos diretamente da BOVESPA e a partir do sistema Económica[®].

O desenvolvimento desta pesquisa seguiu as seguintes etapas:

- construção de diferentes modelos de redes neurais, que se diferenciavam, por exemplo, pelo número de neurônios da camada intermediária, algoritmos de treinamento, funções de ativação e variáveis de entrada e saída;
- identificação do modelo baseado em redes neurais que melhor se adequava ao problema em estudo, a partir da análise do desempenho dos modelos na precificação de um conjunto de opções de compra européias sobre ações Telebrás PN;
- precificação de um segundo conjunto de opções de compra européias sobre ações Telebrás PN, utilizando o modelo de BLACK e SCHOLES e o modelo baseado em redes neurais que obteve melhores resultados na etapa anterior;
- comparação entre os modelos de precificação de opções: modelo de BLACK e SCHOLES e modelo baseado em redes neurais. Para isso, foram calculados, entre outros parâmetros, os erros quadráticos relativos entre os preços das opções obtidos por cada modelo e os preços de fechamento observados na BOVESPA.

Na identificação do modelo de redes neurais mais adequado, foram utilizados dados correspondentes ao período de 2 de janeiro de 1995 a 28 de novembro de 1997. Para validar o modelo proposto e compará-lo ao modelo de BLACK e SCHOLES, foram utilizados os dados pertencentes ao período de 1º de dezembro de 1996 a 20 de dezembro de 1999.

As redes neurais foram construídas, treinadas e testadas utilizando a *Neural Network Toolbox* do software Matlab[®].

Os resultados desta pesquisa indicaram a superioridade do modelo baseado em redes neurais, em comparação com o modelo de BLACK e SCHOLLES, na precificação de opções fora do preço (*out-of-the-money*), no preço (*at-the-money*) e dentro do preço (*in-the-money*).

1.5. Organização do Trabalho

Esta dissertação está organizada em nove capítulos:

1. Introdução;
2. Opções: são apresentados os principais conceitos e definições relativos a opções.
3. Redes neurais: são apresentados os principais conceitos e definições sobre redes neurais.
4. Redes neurais no mercado de opções: são descritos alguns trabalhos em que se aplicaram as redes neurais no mercado de opções.
5. Metodologia: descreveram-se, neste capítulo, os dados utilizados e a metodologia aplicada para construir o modelo baseado em redes neurais e compará-lo ao modelo de BLACK e SCHOLLES;
6. Resultados e análise: são analisados os resultados obtidos com a aplicação da metodologia descrita no capítulo anterior;
7. Conclusão: este capítulo contempla as conclusões obtidas a partir da análise dos resultados e as sugestões de trabalhos futuros;
8. Referências bibliográficas;
9. Glossário: são relacionados os principais termos utilizados nesta dissertação e suas definições.

2. OPÇÕES

2.1. Introdução

Derivativos são instrumentos financeiros cujo valor depende de outro ativo, que tanto pode ser financeiro como não. Os derivativos podem ser utilizados objetivando o *hedge*, a arbitragem e a especulação. Por meio de uma operação de *hedge*, o investidor busca se proteger dos riscos inerentes às operações comerciais e financeiras. Através da arbitragem, o arbitrador aufer lucros a partir das diferenças de preços entre produtos e mercados. O especulador, por sua vez, busca atingir ganhos apostando na variação dos preços praticados no mercado.

Um tipo de derivativo muito utilizado pelo mercado e que ocupa uma posição de destaque no estudo dos derivativos são as opções. As opções conferem aos seus proprietários o direito de comprar ou vender um ativo a um preço predeterminado, chamado de preço de exercício. Portanto, as opções podem ser opções de compra (*call*) ou opções de venda (*put*). Além das opções sobre ações, existem as opções sobre moedas, índices de ações, instrumentos de dívida, *commodities* e contratos futuros.

Pode-se classificar as opções em opções européias e opções americanas. No caso de uma opção européia, o direito poderá ser exercido somente na data de vencimento da opção, também chamada de data de exercício. Já as opções de tipo americano podem ser exercidas em qualquer momento até a data de exercício. Ao contrário de outros derivativos, como os contratos futuros e a termo, cujo detentor é obrigado a comprar ou vender o ativo na data inicialmente estabelecida, as opções conferem ao seu titular o direito de compra e venda do ativo objeto, permitindo que ele exerça sua opção somente quando lhe for vantajosa. Por exemplo, no caso de uma opção de compra com preço de exercício igual a X , o exercício da opção será vantajoso,

desconsiderando os custos operacionais, se o preço do ativo objeto P for maior que X, pois, nesse caso, se o detentor da opção exercer seu direito, comprará o ativo a um preço X menor do que o preço de mercado P.

Dessa forma, as opções podem estar dentro do preço (*in-the-money*), no preço (*at-the-money*) ou fora do preço (*out-of-the-money*). O exercício de uma opção dentro do preço resulta em um fluxo de caixa positivo, para o seu detentor, enquanto opções no preço e fora do preço resultam, respectivamente, em um fluxo de caixa igual a zero e um fluxo de caixa negativo.

Em um contrato de opção, duas posições podem ser assumidas: o lançador da opção (quem vende a opção) assume a posição vendida e quem compra a opção assume a posição comprada. Ao vender uma opção, o lançador está concedendo um direito de compra ou venda ao comprador, no entanto, está assumindo a obrigação de vender ou comprar o ativo objeto, caso o detentor da opção, ou comprador, resolva exercer seu direito. Em virtude da diferença entre os riscos assumidos por cada investidor, é de se esperar que a opção tenha um preço que reflita a possibilidade de ganhos ou perdas futuras do lançador devido à variação do preço do ativo objeto. A esse preço dá-se o nome de *prêmio da opção*, que corresponde ao valor que o comprador paga ao lançador para adquirir a opção.

Por exemplo, suponha uma opção européia de compra (*call*), cujo prêmio é R\$5,00, com data de exercício em janeiro de 1998 e preço de exercício de R\$50,00. Considerando que se trata de uma opção sobre uma ação, essa opção dará ao investidor o direito de comprar uma determinada ação por R\$50,00 em janeiro de 1998. Portanto, se em janeiro de 1998 o valor da ação for maior que R\$50,00, será interessante para o investidor exercer sua opção de compra. Nesse caso, o valor da opção será igual ao valor da ação menos R\$50,00. Por outro lado, se o valor da ação for menor do que R\$50,00 é preferível comprar a ação e não exercer a opção, cujo valor, nesse caso, será

nulo. No caso de uma opção de venda, aplica-se um raciocínio inverso ao que foi desenvolvido para a opção de compra.

A tarefa de determinar o preço de uma opção, conhecida como precificação ou avaliação de opção (*option pricing*), é um dos problemas centrais abordados pela teoria de opções. Trata-se de uma tarefa importante para a definição do comportamento do mercado de opções, exercendo influência sobre as operações de *hedge*, especulação e arbitragem.

TABELA 2.1

Resumo do efeito sobre o preço de uma opção de ação provocado pelo aumento de uma das variáveis. enquanto as demais se mantêm fixas.

Variável	<i>Call</i>	<i>Put</i>	<i>Call</i>	<i>Put</i>
	Européia	Européia	Americana	Americana
Preço da ação	Aumento	Diminuição	Aumento	Diminuição
Preço de exercício	Diminuição	Aumento	Diminuição	Aumento
Tempo até o vencimento	?	?	Aumento	Aumento
Volatilidade	Aumento	Aumento	Aumento	Aumento
Taxa de juro livre de risco	Aumento	Diminuição	Aumento	Diminuição
Dividendos	Diminuição	Aumento	Diminuição	Aumento

FONTE: Adaptado de HULL, 1998, p. 171.

Segundo HULL (1998), há seis fatores que afetam o preço de uma opção de ação: o preço corrente da ação, o preço de exercício, o tempo de vencimento, a volatilidade do preço da ação, a taxa de juro livre de risco e os dividendos esperados durante a vida da opção. A TAB. 2.1 resume o comportamento do preço da opção de ação conforme o aumento dessas variáveis.

Quanto mais o preço da ação exceder o preço de exercício, maior será o valor da opção de compra e menor será o valor da opção de venda. Portanto, o preço de uma opção de compra torna-se maior com o aumento do preço da ação ou diminuição do preço de exercício. O preço de uma opção de venda

tende a ter um comportamento contrário: seu valor aumenta quando o preço da ação diminui ou quando o preço de exercício aumenta.

Pela TAB. 2.1, pode-se verificar que o aumento do tempo até o vencimento resulta no aumento do preço das opções americanas de compra e venda, pois quanto maior o tempo até o vencimento, mais oportunidades de exercício terá o titular da opção. Por outro lado, nada se pode afirmar sobre o que ocorre com as opções européias, pois, segundo HULL (1998), o titular de uma opção européia de longa duração não tem necessariamente mais oportunidades que um titular de uma opção de curta duração, pois ambos só podem exercê-la em uma data predeterminada. Por esse motivo, não se pode chegar a uma conclusão definitiva sobre o comportamento da opção européia em relação ao tempo até o vencimento. Essa é a razão dos pontos de interrogação que aparecem na TAB. 2.1. Por outro lado, DAIGLER (1997) afirma que quanto maior o tempo até o vencimento, maior será o preço da opção. Para justificar essa afirmação, DAIGLER (1997), seguindo um raciocínio diferente, argumenta que quanto maior o prazo até o vencimento da opção maior será a probabilidade do titular da opção obter ou aumentar os ganhos devido às mudanças dos preços da ação objeto.

De acordo com a TAB. 2.1, o aumento da volatilidade do preço da ação resulta na valorização das opções de compra e venda, sejam européias ou americanas. A volatilidade é uma medida da incerteza quanto ao comportamento dos preços da ação, que poderão aumentar ou diminuir. No entanto, independentemente das variações do preço da ação, o máximo que o detentor da opção poderá perder será o preço pago pela opção. Por outro lado, poderá ter grande retorno com o aumento do preço da ação, caso possua uma opção de compra, e com a diminuição, se possuir uma opção de venda. Devido à possibilidade desse retorno com risco limitado, afirma-se que as opções se valorizam com o aumento da volatilidade.

O aumento das taxas de juro tende a aumentar a taxa de crescimento esperada para o preço da ação e a diminuir o valor presente dos fluxos de caixa, que poderão ser recebidos pelo detentor da opção. Segundo HULL (1998), esses dois efeitos tendem a desvalorizar a opção de venda e, no caso da opção de compra, o primeiro efeito tende a aumentar seu preço, prevalecendo sobre o segundo, que tende a diminuí-lo.

Normalmente, a distribuição de dividendos resulta na redução dos preços das ações, o que conduz à valorização das opções de venda e desvalorização das opções de compra.

Analisando essas variáveis, BLACK e SCHOLES (1973) desenvolveram um modelo de precificação de opções considerado um dos modelos mais utilizados e de maior sucesso em Finanças (RUBINSTEIN, 1994). O sucesso deve-se, principalmente, à facilidade de sua aplicação, podendo o preço da opção ser calculado a partir de uma fórmula, cujas variáveis de entrada, excetuando uma, são todas diretamente observáveis. No entanto, em virtude de algumas premissas do modelo de BLACK e SCHOLES não serem constatadas na prática, ocorrem, em determinadas situações, diferenças significativas entre os valores calculados através do modelo e os realmente verificados no mercado. Dessa forma, outros modelos surgiram na busca de melhores resultados; alguns foram desenvolvidos a partir de alterações no modelo de BLACK e SCHOLES, enquanto outros basearam-se em processos distintos de geração de preços. Nos próximos tópicos, além do modelo de BLACK e SCHOLES, serão citadas algumas dessas soluções alternativas.

2.2. Modelo de BLACK e SCHOLES

O modelo de BLACK e SCHOLES (1973) foi desenvolvido para a precificação de qualquer derivativo dependente de uma ação sem dividendos. Esse modelo pressupõe que os preços das ações sigam um movimento browniano, em que as variações proporcionais dos preços de uma ação, em um curto período de

tempo, possuem uma distribuição normal. Com isso, os preços de uma ação apresentariam uma distribuição lognormal (GRAF. 2.1).

Para derivar a equação diferencial que descreve o modelo, BLACK e SCHOLES utilizaram a hipótese de não existência de oportunidades de arbitragem. Dessa forma, construíram uma carteira sem risco, composta por uma posição na ação objeto e uma posição na opção, e igualaram seu retorno à taxa de juro livre de risco. *“The foundation of the Black-Scholes option model is that arbitrage profits are not possible when the appropriate hedge ratio is generated between the stock and associated option”* (DAIGLER, 1997, p. 67).

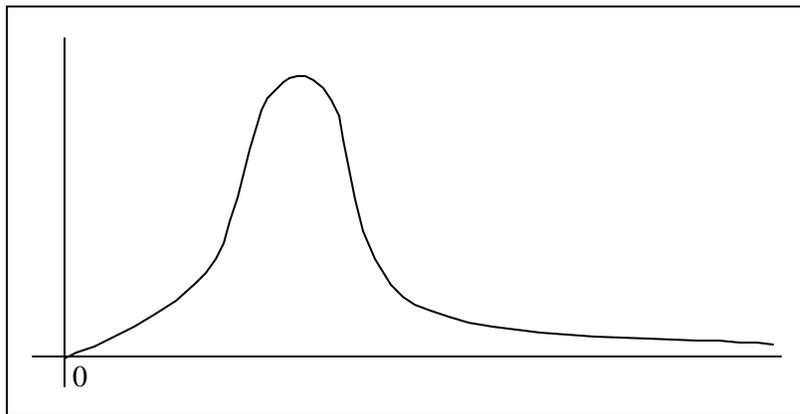


GRÁFICO 2.1 – Uma distribuição Lognormal.

A fórmula de BLACK e SCHOLES para a precificação de opções foi derivada, considerando as seguintes hipóteses (HULL, 1996):

- comportamento do preço da ação segue o modelo lognormal, com taxa de retorno esperada da ação e volatilidade do preço da ação constantes;
- não existem custos operacionais nem impostos e todos os títulos são perfeitamente divisíveis;
- a ação não paga dividendos até o vencimento da opção;
- não há oportunidades de arbitragem sem risco;
- a negociação com títulos é contínua;
- é possível captar ou emprestar à mesma taxa de juro livre de risco;
- a taxa de juro livre de risco de curto prazo é constante.

As fórmulas definidas por BLACK e SCHOLLES para precificar opções de compra e venda europeias de ações sem dividendos são:

$$c = SN(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2) \quad (2.1)$$

$$p = Xe^{-rT} N(-d_2) - SN(-d_1) \quad (2.2)$$

onde:

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (2.3)$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (2.4)$$

sendo que:

- c e p são os preços das opções de compra (*call*) e venda (*put*), respectivamente;
- S é o preço da ação objeto;
- X é o preço de exercício;
- r é a taxa de juro livre de risco;
- T é o tempo até o vencimento da opção;
- σ é a volatilidade do preço da ação objeto;
- N(x) é a probabilidade de que uma variável com distribuição normal padrão (média igual a 0 e desvio padrão igual a 1) seja menor que x.

Dentre os parâmetros do modelo, somente a volatilidade não pode ser diretamente observada, precisando ser estimada. O valor estimado da volatilidade pode ser obtido a partir dos dados históricos do preço da ação objeto. Outra alternativa é o cálculo da volatilidade implícita, que consiste em se determinar a volatilidade a partir do próprio modelo de precificação de BLACK e SCHOLLES, igualando-se a fórmula ao preço de mercado da opção.

Dessa forma, partindo da idéia de que os investidores utilizam o modelo de BLACK e SCHOLLES, seria possível determinar qual a volatilidade empregada para se chegar ao valor atual da opção e utilizar essa volatilidade para precificar a mesma opção para um período de tempo diferente. Descrições de métodos para o cálculo da volatilidade implícita podem ser encontradas em LATANÉ e RENDLEMAN (1976) e CHIRAS e MANASTER (1978).

Estimativas da volatilidade do preço do ativo objeto também podem ser obtidas através do modelo de médias móveis com ponderação exponencial (EWMA – *Exponential Weighting Moving Average*), em que as observações mais recentes recebem um maior peso e, portanto, influenciam mais a estimativa da volatilidade. Outra alternativa é a utilização da volatilidade condicional calculada através de modelos da classe ARCH/GARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* e *Generalized Autoregressive*) e suas extensões, em que se considera que a volatilidade varia com o tempo, e o valor futuro da volatilidade está relacionado com o seu valor passado (MENDES, 2000).

MENDES (2000) aplicou o modelo de BLACK e SCHOLLES a partir de diferentes métodos de se estimar a volatilidade: volatilidade histórica, volatilidade implícita e volatilidade condicional apurada pelo modelo GARCH. Em sua pesquisa, foram avaliadas opções de Telebrás PN, com vencimento em fev./98, abr./98, jun./98, ago./98, out./98 e dez./98. Para cada vencimento, foi escolhida a série que estava mais no preço. O modelo GARCH proporcionou melhores estimativas para as séries, com vencimento em jun./98, ago./98 e dez./98. Apenas para a série com vencimento em abr./98, que esteve ligeiramente dentro do preço a maior parte do tempo, o método da volatilidade implícita mostrou-se superior. Para as outras duas séries, fev./98 e out./98, o método da volatilidade histórica apresentou resultados melhores.

BERTUCCI (1999) avaliou a utilização do modelo GARCH e suas extensões na precificação de algumas séries de opções de compra de Telebrás PN

negociadas em 1997 e 1998. Os resultados obtidos foram comparados aos alcançados com a utilização do método de volatilidade implícita para as mesmas séries de opções. Para o mercado BOVESPA, segundo BERTUCCI (1999, p. 10), a avaliação de opções “parece estar razoavelmente equacionada com o uso do modelo de B-S em conjunto com variâncias projetadas por meio de procedimentos numéricos de volatilidades implícitas” (B-S é a abreviatura de BLACK e SCHOLEES).

No entanto, ainda não existe um consenso quanto ao método de estimativa da volatilidade mais adequado ao mercado de opções. Segundo LANARI (2000, p. 43), que analisou vários trabalhos sobre a volatilidade implícita e sua capacidade de prever o futuro, “não há [...] uma conclusão definitiva sobre a melhor maneira de se estimar a volatilidade”.

2.2.1. Desvios do Modelo de BLACK e SCHOLEES

Uma premissa básica do modelo de BLACK e SCHOLEES é de que a volatilidade do preço das ações é constante. No entanto, na prática, isso não se confirma, pois a volatilidade futura do preço de uma ação é incerta. Se o modelo de BLACK e SCHOLEES fosse um modelo perfeito, as opções sobre a mesma ação e de mesmo vencimento deveriam estar relacionadas à mesma volatilidade implícita (DAIGLER, 1997).

Na prática, a partir dos dados relacionados a diferentes opções sobre a mesma ação, chega-se a volatilidades implícitas diferentes. Isso ocorre porque a volatilidade implícita varia com o preço de exercício e com o prazo até o vencimento de cada opção. A variação da volatilidade implícita conforme o preço de exercício resulta em um comportamento conhecido como *efeito sorriso*, que recebe esse nome porque a construção de um gráfico relacionando volatilidade implícita e preço de exercício geraria uma curva em forma de U (GRAF. 2.2).

ADLER et al. (1999) constataram a existência de variação da volatilidade implícita com o preço de exercício no mercado de opções brasileiro. O GRAF. 2.2, extraído de ADLER et al. (1999), mostra a variação das volatilidades implícitas observadas para opções de compra Telebrás (RCTB40) para os dias 8, 9, 18 e 30 de março e 7 de abril de 1999. Observe que no dia 30 de março de 1999 a volatilidade implícita foi de 51% para o preço de exercício de R\$140,00; 45% para o de R\$160,00 e 49% para o de R\$180,00, caracterizando o efeito sorriso. No dia 18 de março, a volatilidade implícita decresce com o aumento do preço de exercício. Trata-se de outro padrão para a curva do efeito sorriso, chamado por ARDITTI (1996) de *volatility skewou sloppy smile*, ou ainda, por outros autores, de *sneer* (sorriso sarcástico).

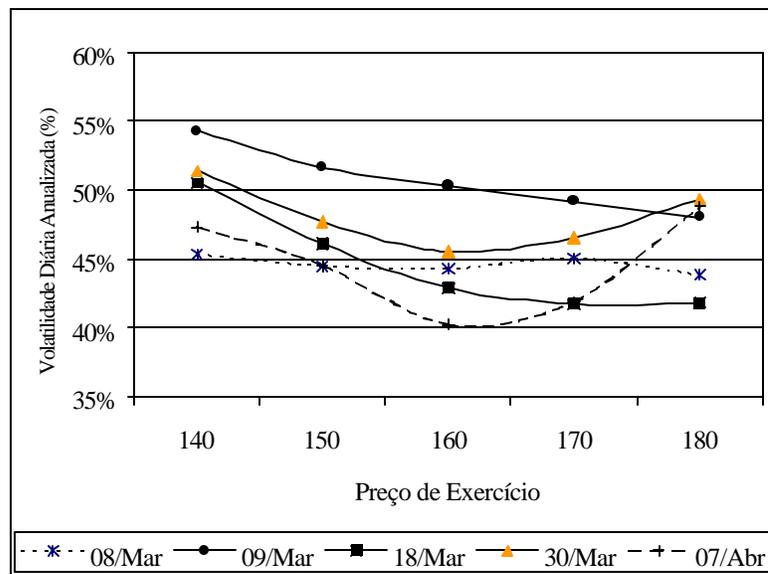


GRÁFICO 2.2 – Variação das volatilidades implícitas observadas – *smile* – para opções de compra de Telebrás (RCTB40) para os dias 8, 9, 18 e 30 de março e 7 de abril de 1999.

FONTE: ADLER et al., 1999. p. 4.

Em relação ao modelo de BLACK e SCHOLLES, “os testes de precificação de opções mostram que as opções dentro do preço e/ou fora do preço parecem mal precificadas em comparação com as opções no preço” (HULL, 1996, p. 385). Quando a volatilidade possui uma correlação positiva com o preço da

ação objeto, o modelo de BLACK e SCHOLES tende a fornecer, em relação ao preço real da opção, valores inferiores para as opções de compra fora do preço e superiores para opções de venda fora do preço. Isso ocorre porque, quando o preço da ação sobe, a volatilidade também aumenta e, dessa forma, maior será a probabilidade de valores mais altos do preço da ação. Conseqüentemente, maior será a possibilidade da opção de compra tornar-se dentro do preço. Seguindo o mesmo raciocínio, com uma diminuição do preço da ação, menor será a probabilidade de valores mais baixos da ação e, portanto, menor a possibilidade da opção de venda tornar-se dentro do preço. Aplicando um raciocínio inverso, pode-se concluir que uma correlação negativa entre o preço da ação e a volatilidade induz o modelo de BLACK e SCHOLES a valores superiores, para a opção de compra fora do preço, e inferiores para a opção de venda fora do preço. Quando a correlação for próxima de zero, o modelo de BLACK e SCHOLES tende a fornecer preços inferiores para opções significativamente dentro e fora do preço (HULL, 1996).

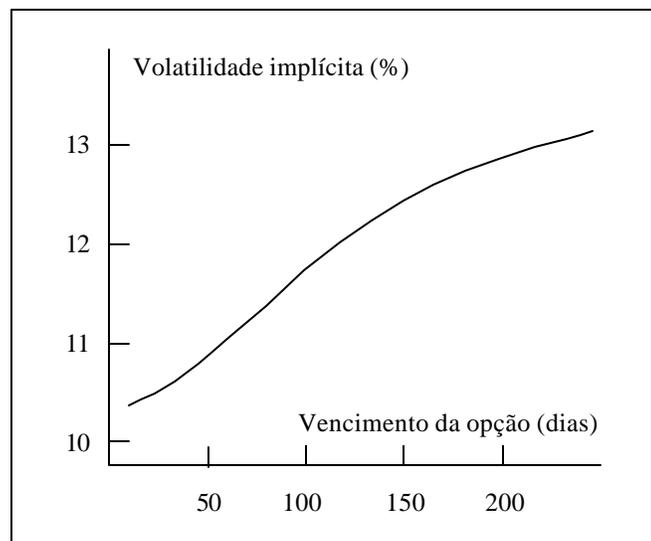


GRÁFICO 2.3 – A estrutura a termo da volatilidade para opções de índice S&P 500 em 5 de Maio de 1993.

FONTE: HULL, 1998. p.559.

Conforme mencionado, a volatilidade implícita também varia com o tempo para o vencimento da opção. O gráfico que descreve esse comportamento é

chamado de *estrutura a termo da volatilidade*. O GRAF. 2.3 mostra a estrutura a termo da volatilidade para opções de índice S&P500, em 5 de maio de 1993.

Outro pressuposto do modelo de BLACK e SCHOLES violado na prática é a existência de uma taxa de juro livre de risco de curto prazo constante. Na prática, as taxas de juro geralmente sofrem mudanças, principalmente no Brasil.

SILVA NETO (1996) faz uma revisão crítica do modelo de BLACK e SCHOLES a partir de outras premissas básicas do modelo: ausência de custos operacionais, igualdade das taxas de captação e aplicação e não pagamento de dividendos até o vencimento da opção. Ele argumenta que muitos custos operacionais estão envolvidos na negociação de opções, incluindo os impostos e as taxas cobradas pelas Bolsas, o que contraria a premissa de ausência de custos operacionais. “Normalmente, os modelos de precificação de opções não os consideram, devido a sua diversidade. Cada participante do mercado tem uma estrutura de custos diferente” (SILVA NETO, 1996, p. 192). Além disso, normalmente, as taxas de captação são maiores que as de aplicação, o que “torna quaisquer estratégias de proteção de posições lançadoras de opções mais difíceis e muito possivelmente mais caras” (SILVA NETO, 1996, p. 191).

Em relação à premissa de não pagamento de dividendos antes do vencimento da opção, sabe-se que, na prática, nem sempre essa premissa se confirma. “No Brasil, não só não é verdade, quando os dividendos são distribuídos em ações, como também seu efeito pode ser o inverso” (SILVA NETO, 1996, p. 192).

Dessa forma, algumas modificações no modelo de BLACK e SCHOLES foram propostas considerando os dividendos. No entanto, essas alternativas para precificação de opções com distribuição de dividendos partem do pressuposto de que a distribuição de dividendos leva à queda no preço da ação objeto.

2.2.2. Alternativas ao Modelo de BLACK e SCHOLES

Em decorrência das imperfeições do modelo de BLACK e SCHOLES, surgiram algumas alternativas ao modelo. Dentre essas, estão os modelos de volatilidade estocástica desenvolvidos por HULL e WHITE (1987), SCOTT (1987), WIGGINS (1987), em que a volatilidade do preço da ação é considerada incerta, seguindo um processo estocástico. GESKE (1979), citado por HULL (1998), desenvolveu um modelo baseando-se na idéia de que a ação de uma empresa alavancada pode ser considerada uma opção de compra sobre o valor da empresa. Contrariando a hipótese de mudança contínua dos preços da ação, COX, ROSS e RUBINSTEIN (1979) e MERTON (1976) desenvolveram modelos baseados em um comportamento dos preços das ações, caracterizado por saltos ou *descontinuidades*. MERTON (1973), citado por HULL (1998), propôs um modelo que substitui a taxa de juro do modelo de BLACK e SCHOLES por uma taxa de juro, $R(t,T)$, de um título sem risco, que vence no mesmo instante T do vencimento da opção; além de realizar mudanças no cálculo da volatilidade.

Outra alternativa foi apresentada por RUBINSTEIN (1994), DERMAN e KANI (1994) e DUPIRE (1994), citados por ADLER et al. (1999), que consiste na construção de árvores binomiais ou trinomiais ajustadas aos preços observados na data da análise. Essas árvores, chamadas de árvores implícitas, permitem prever o comportamento da volatilidade futura.

Citados por BAKSHI et al (1997), somam-se a essa relação, o modelo de taxa de juro estocástica de AMIM e JARROW (1992), os modelos de difusão por saltos/saltos puros de BATES (1991) e de MADAN E CHANG (1996), o modelo de elasticidade constante da volatilidade de COX e ROSS (1976), os modelos Markovianos de AÏT-SHALAIA e LO (1996), os modelos de volatilidade estocástica de HESTON (1993), MELINO e TURNBULL (1990, 1995), STEIN and STEIN (1991), os modelos de volatilidade estocástica e taxa de juro estocástica de AMIN e NG (1993), BAILEY e STULZ (1989), BAKSHI e CHEN

(1997a,b) e SCOTT (1997) e os modelos de difusão por salto da volatilidade estocástica de BATES (1996 a,b) e SCOTT (1997). BAKSHI et al (1997) desenvolveram um modelo de avaliação de opções europeias que inclui outros modelos de precificação como casos especiais das equações propostas.

As soluções de JARROW e RUDD (1982) e KON (1984), citados por BRONSTEIN et al. (1999), envolvem processos de geração de preços distintos do movimento browniano geométrico, assumido pelo modelo de BLACK e SCHOLEES.

Além dos procedimentos numéricos que envolvem o uso de árvores, como o proposto por COX, ROSS e RUBINSTEIN (1979), também são utilizados na avaliação de opções o método de diferenças finitas e a simulação de Monte Carlo. Na avaliação de derivativos utilizando o método de diferenças finitas, a equação diferencial satisfeita pelo derivativo é convertida em equações de diferença, que são resolvidas iterativamente (HULL, 1998). No caso da simulação de Monte Carlo, são geradas amostras das diferentes trajetórias que podem ser seguidas pelas variáveis que influenciam o preço do derivativo. A estimativa do preço da opção será a média aritmética dos retornos calculados para cada trajetória e descontada a taxa de juro livre de risco.

Alguns dos modelos citados foram aplicados ao mercado de opções brasileiro. Na pesquisa de ADLER et al. (1999), foi utilizado o método de árvores binomiais implícitas, proposto por RUBINSTEIN (1994), na construção e manutenção de um portfólio de *hedge*. A amostra utilizada era constituída dos preços de opções dos recibos de Telebrás no período de 2 de março a 16 de abril de 1999. Ao comparar essa abordagem com a utilização do modelo de BLACK e SCHOLEES para o mesmo objetivo, não se pôde chegar a nenhuma conclusão quanto à superioridade de um método sobre o outro, devido às pequenas diferenças obtidas.

BRONSTEIN et al. (1999) propuseram um modelo genérico para avaliação de preços de opções contemplando processos de difusão e salto, fazendo-se uma analogia com dividendos. Os resultados obtidos para o período posterior à crise cambial de janeiro de 1999 indicaram que, “para as opções fora do preço, o modelo não apresenta diferença significativa em relação aos preços de mercado e supera o modelo de BLACK e SCHOLES” (BRONSTEIN et al., 1999, p.1).

VITIELLO JÚNIOR (1998), em estudo comparativo entre o modelo de BLACK e SCHOLES e o de COX e ROSS (1976), concluiu que este se ajustou melhor às opções dentro do preço, e o modelo de BLACK e SCHOLES às opções fora do preço e no preço. Em sua pesquisa, foram avaliadas todas as opções lançadas na BOVESPA durante o período de outubro de 1994 a junho de 1997.

Em sua pesquisa, ROCHMAN (1997) comparou os principais métodos numéricos utilizados na avaliação de opções: modelos *Lattice* (binomial e trinomial), simulação de Monte Carlo e o método de diferenças finitas. Os métodos numéricos foram aplicados a opções exóticas e opções de compra da Telebrás com vencimento em junho de 1997 e comparados segundo os critérios de acurácia (ou precisão), velocidade, complexidade, flexibilidade e disponibilidade das derivadas parciais do preço. Dentre suas principais conclusões, ROCHMAN (1997) verificou a simplicidade e flexibilidade dos modelos baseados em *lattice* e da simulação de Monte Carlo. Também destacou que os modelos baseados em *lattice* apresenta acurácia excelente em relação aos outros métodos analisados e que o método de diferenças finitas é de difícil implementação e muito caro computacionalmente, indicado apenas quando a avaliação de uma opção depender da solução de uma equação diferencial parcial.

VARGAS e PISCIOTTO (1999) compararam os resultados obtidos com o método de árvores trinomiais com os alcançados através do modelo de BLACK e SCHOLES. O estudo foi baseado em uma opção sobre recibo de Telebrás

com vencimento em 8 de fevereiro de 1999. A partir dos resultados, concluíram que o método de árvores trinomiais mostrou ser eficiente e compatível com o modelo de BLACK e SCHOLES.

Como se pôde verificar, várias alternativas para a precificação de opções sobre ações já foram apresentadas. No entanto, não há uma conclusão sobre qual seja o melhor modelo de avaliação de opções. No que se refere ao mercado de opções brasileiro, uma resposta definitiva a essa questão também está distante, já que dependeria de um estudo bastante amplo, constituído de uma série de pesquisas sobre a aplicação desses modelos ao mercado brasileiro.

3. REDES NEURAIIS

3.1. Introdução

Em sua forma mais geral, uma rede neural é uma máquina construída para modelar a forma pela qual o cérebro realiza uma determinada tarefa ou função (HAYKIN, 1999). Essa rede pode ser implementada por meio de componentes eletrônicos ou através de *software*. Portanto, o funcionamento de uma rede neural baseia-se na simulação do funcionamento do cérebro humano, em que o conhecimento para a solução de um determinado problema é obtido através de um processo de aprendizagem.

Como o cérebro humano, as redes neurais são constituídas de um conjunto de unidades de processamento conectadas entre si, chamadas de neurônios artificiais ou, simplesmente, neurônios. Cada neurônio possui uma função de ativação, permitindo que, a partir de um valor recebido como entrada e do valor já armazenado internamente, seja gerado um valor de saída, que será propagado ao neurônio seguinte. Em uma rede neural, a cada conexão que liga um neurônio a outro é atribuído um peso, chamado de *peso sináptico* (em referência à sinapse do cérebro humano). Durante o processo de aprendizagem, os pesos dados a cada conexão vão se modificando até que se chegue a um conjunto de valores de pesos que, aplicados aos valores de entrada de cada neurônio, resultem em respostas satisfatórias ao problema estudado. Dessa forma, pode-se dizer que os pesos sinápticos constituem o meio utilizado por uma rede neural para armazenar o conhecimento adquirido durante o processo de aprendizagem. É importante salientar que a maioria dos autores definem o funcionamento das redes neurais com base nesse modelo neuronal, em que pesos são atribuídos a cada conexão entre os neurônios. No entanto, existem modelos de redes neurais sem pesos (RNSPs), que armazenam o conhecimento adquirido na memória dos neurônios, através de tabelas-verdade (BRAGA, LUDERMIR e CARVALHO, 2000).

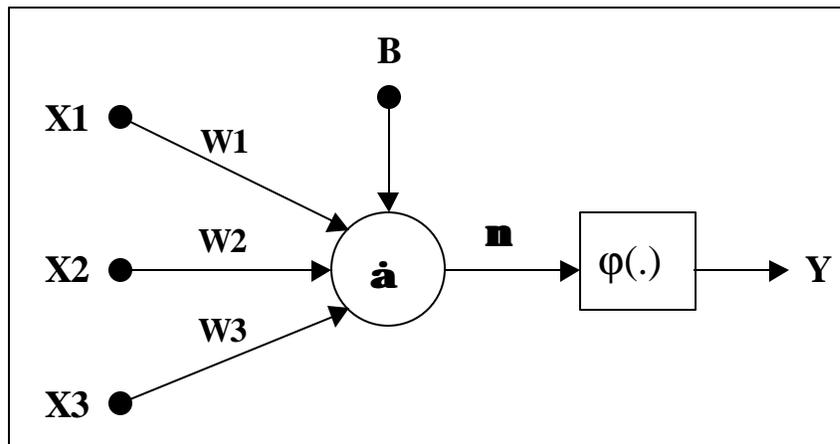


FIGURA 3.1 – Modelo de um neurônio artificial.

A FIG. 3.1 representa o modelo de um neurônio artificial, em que X_1 , X_2 e X_3 correspondem aos valores de entrada e Y equivale ao valor de saída do neurônio. Observe que, após a multiplicação dos valores de entrada pelos respectivos pesos W_1 , W_2 e W_3 , os produtos obtidos são somados, resultando no *potencial de ativação* representado por v . Posteriormente, o valor de v é submetido a uma *função de ativação*, cujo resultado Y é o valor de saída do neurônio. A função de ativação tem como objetivo limitar ou “modelar”, dentro de uma escala de valores, a amplitude do sinal de saída.

Portanto, a partir desse modelo é possível identificar três elementos básicos de um neurônio artificial (HAYKIN, 1999):

- um conjunto de sinapses ou *links* de conexão com seus respectivos pesos sinápticos, cujos valores podem ser positivos ou negativos;
- um elemento que fará o somatório dos valores de entrada já pesados, de acordo com os respectivos pesos atribuídos a cada *link* de conexão;
- uma função de ativação que irá limitar ou modelar a amplitude do valor de saída do neurônio.

Em um neurônio artificial, também é comum a presença de um parâmetro, conhecido como *bias*, que permitirá a *calibragem* do sinal de saída. Pela FIG. 3.1, pode-se verificar que esse parâmetro, representado por B , é adicionado ao

somatório dos valores de entrada, resultando no potencial de ativação v . Considerando que S equivale ao somatório dos valores de entrada pesados,

$$S = \sum_{i=1}^n W_i \times X \quad (3.1)$$

tem-se:

$$n = S + B \quad \text{e} \quad Y = j(n) \quad \Rightarrow \quad Y = j(S + B) \quad (3.2)$$

O GRAF. 3.1 mostra como esse *bias* influencia a relação entre o potencial de ativação v e o somatório S . Em virtude dessa influência, alguns autores atribuem ao *bias* a denominação de *activation threshold* (MÜLLER, REINHARDT e STRICKLAND, 1995).

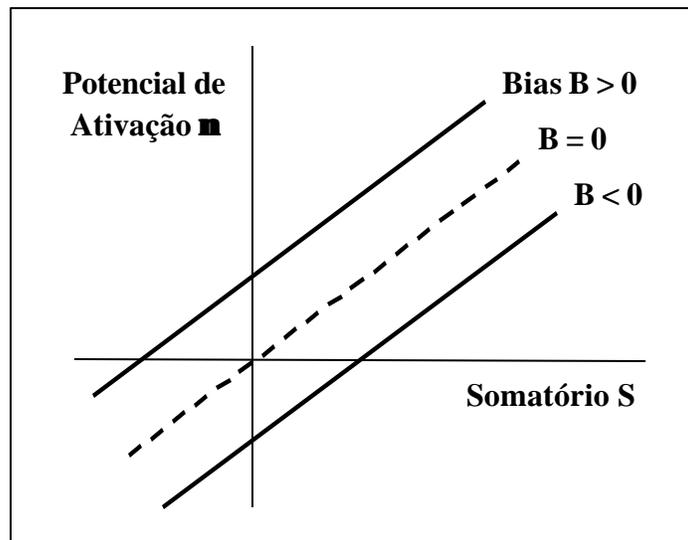


GRÁFICO 3.1 – Influência do parâmetro B (*Bias*).

3.2. Função de Ativação

A função de ativação, representada por $\varphi(\cdot)$, é aplicada ao potencial de ativação v para a produção do valor de saída Y do neurônio artificial. Conforme mencionado, essa função irá limitar a amplitude do valor de saída ou modelar o

sinal de saída. BRAGA, LUDERMIR e CARVALHO (2000) identificam quatro principais funções de ativação: a função linear, a função rampa, a função degrau (*step function*) e a função sigmoïdal.

O GRAF. 3.2.a representa a função linear, definida pela equação:

$$j(n) = \alpha n \tag{3.3}$$

onde v é a entrada e α é um número real.

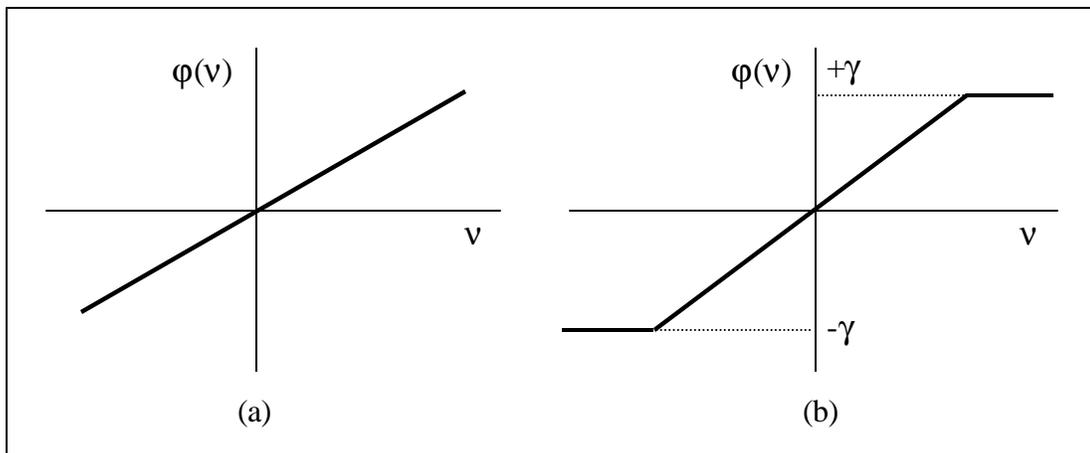


GRÁFICO 3.2 – Função de Ativação: a) linear b) rampa

A função rampa equivale a uma função linear limitada a uma faixa de valores de saída $[-\gamma, +\gamma]$ (GRAF. 3.2.b), podendo ser definida como:

$$j(n) = \begin{cases} +g & \text{se } n \geq +g \\ \alpha n & \text{se } -g < n < +g \\ -g & \text{se } n \leq -g \end{cases} \tag{3.4}$$

$$j(n) = \begin{cases} +g & \text{se } n > 0 \\ -g & \text{se } n \leq 0 \end{cases} \tag{3.5}$$

A função degrau mostrada no GRAF. 3.3.a resulta em uma saída igual $+\gamma$ para valores de v maiores que zero, e em $-\gamma$ para valores de v menores ou iguais a zero:

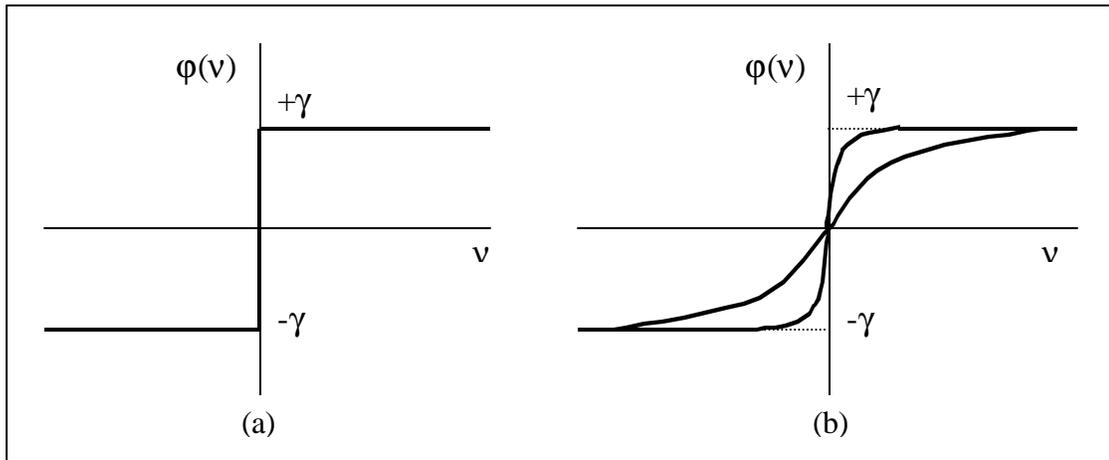


GRÁFICO 3.3 – Função de ativação: a) degrau b) sigmoidal

Segundo HAYKIN (1999), a função mais utilizada na construção de redes neurais artificiais é a função sigmoidal (GRAF. 3.3.b). Um exemplo de função sigmoidal é a função tangente hiperbólica:

$$\mathbf{j}(\mathbf{n}) = \tanh(\mathbf{n}) \quad (3.6)$$

Outro exemplo de função sigmoidal é a função logística:

$$\mathbf{j}(\mathbf{n}) = \frac{1}{1 + e^{-\mathbf{n}/T}} \quad (3.7)$$

Funções sigmoidais com curvas de diferentes suavidades podem ser obtidas variando-se o parâmetro T . Portanto, o parâmetro T determina a suavidade da curva.

Em RUSSEL e NORVIG (1995) e HAYKIN (1999), as funções rampa (*piecewise-linear function*) e a degrau (*step function* ou *threshold function*) foram definidas dentro do intervalo $[0,1]$. A função degrau, como é definida por

BRAGA, LUDERMIR e CARVALHO (2000), variando dentro do intervalo $[-\gamma, +\gamma]$, é conhecida por RUSSEL e NORVIG (1995) como *sign function* e varia dentro do intervalo $[-1, 1]$. Essas diferenças se devem ao fato de que, normalmente, as funções de ativação são definidas dentro do intervalo $[0, 1]$ ou $[-1, 1]$, embora isso não seja uma obrigatoriedade.

3.3. Arquitetura de Redes Neurais

Definir a arquitetura de uma rede neural consiste em se determinar a estrutura sobre a qual os neurônios da rede estarão organizados. A arquitetura da rede é definida pelas seguintes características: número de camadas da rede, número de neurônios em cada camada, tipo de conexão entre os neurônios e a topologia da rede (BRAGA, LUDERMIR e CARVALHO, 2000).

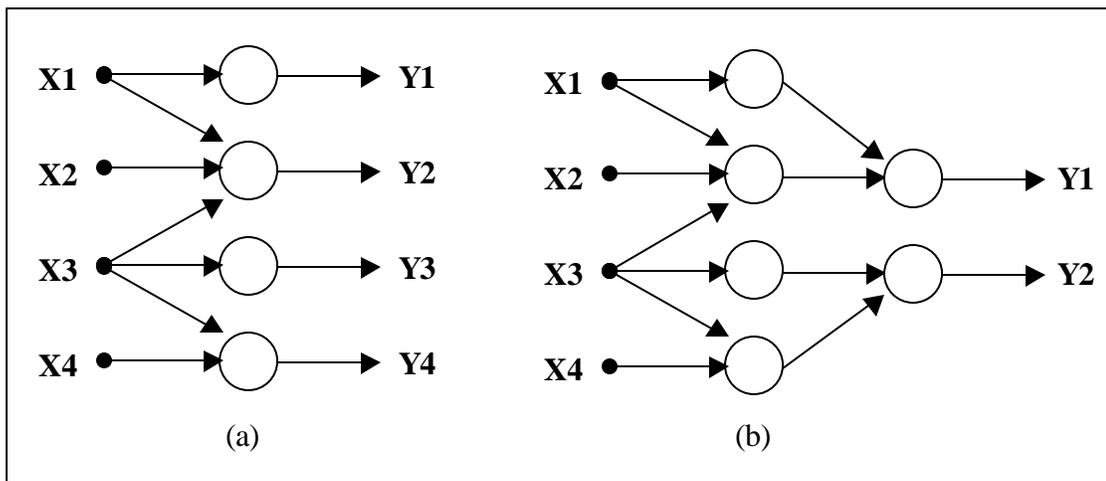


FIGURA 3.2 – Rede neural: a) com camada única b) com múltiplas camadas.

Em redes de camada única, existe apenas um neurônio entre cada entrada e cada saída da rede. Já em redes de múltiplas camadas, há mais de um neurônio entre qualquer entrada e qualquer saída da rede. As FIG. 3.2.a e 3.2.b representam redes neurais artificiais de camada única e múltiplas camadas, respectivamente.

Quanto ao tipo de conexão, as redes neurais podem ser *feedforward* (acíclicas) ou recorrentes (cíclicas). Uma rede neural recorrente diferencia-se das redes neurais acíclicas por possuir pelo menos um *link* de realimentação (*feedback*), pelo qual a saída de algum neurônio de uma camada *i* é utilizada como entrada para um neurônio de camada de ordem menor ou igual a *i* (FIG. 3.3.a). Uma rede neural em que todas as conexões são cíclicas é chamada de auto-associativa (FIG. 3.3.b).

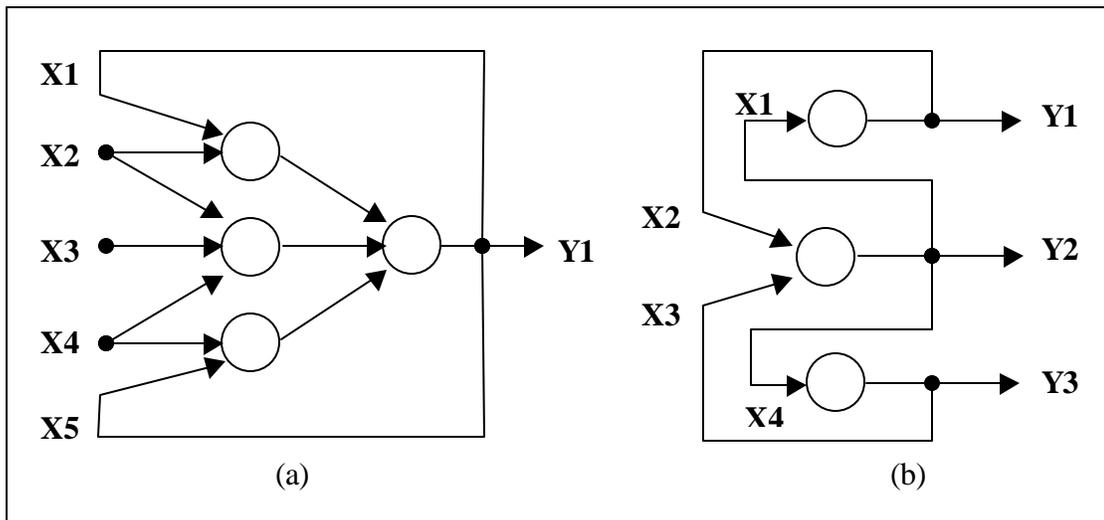


FIGURA 3.3 – Rede neural recorrente ou cíclica:
a) não auto-associativa b) auto-associativa

Além dessas classificações, as redes neurais podem ser completamente conectadas, quando todos os neurônios estão conectados entre si, ou fracamente conectadas, quando pelo menos dois neurônios não apresentam ligações entre si.

3.4. Processo de Aprendizagem

Para que as redes neurais sejam capazes de fornecer soluções a um determinado problema, é necessário que elas passem por um processo de aprendizagem. Durante a etapa de aprendizado, a cada valor de entrada fornecido às redes neurais, os parâmetros da rede são automaticamente

ajustados. Portanto, o conhecimento adquirido pelas redes neurais é representado pelo conjunto de valores assumidos por seus parâmetros no final do processo.

O ajuste do peso atribuído a cada conexão é o mecanismo mais freqüentemente utilizado durante o processo de aprendizado das redes neurais. Portanto, o principal parâmetro utilizado para representar o conhecimento adquirido pelas redes neurais é o peso associado a cada ligação entre dois neurônios.

Há dois conceitos muito importantes para compreensão do processo de aprendizagem: o número de épocas e a taxa de aprendizado. O número de épocas refere-se ao número de vezes que os padrões de treinamento serão apresentados às redes neurais para que se faça a atualização dos pesos. A taxa de aprendizado controla a intensidade das alterações dos pesos. Uma alta taxa de aprendizado acelera o processo de aprendizado, mas pode reduzir a capacidade de generalização da rede neural.

Pode-se distinguir três principais paradigmas de aprendizado: o aprendizado supervisionado, o aprendizado por reforço e o aprendizado não supervisionado.

O primeiro, também chamado de aprendizado com professor, conta com a participação de um supervisor externo que irá fornecer às redes neurais tanto os valores de entrada como também os correspondentes valores de saída que se deseja obter. Dessa forma, as redes neurais adquirem conhecimento comparando a saída calculada a partir dos valores de entrada com os valores de saída desejados, fornecidos pelo supervisor. Nesse paradigma de aprendizado, o objetivo é realizar os ajustes dos parâmetros de tal forma que a saída calculada pelas redes neurais seja igual à saída desejada pelo supervisor. Para isso, a cada conjunto de valores de entrada e saída, calcula-se o erro resultante da diferença entre a saída calculada e a saída desejada.

Posteriormente, os parâmetros das redes neurais são ajustados de forma a minimizar esse erro.

No aprendizado por reforço, ao contrário do que ocorre durante o aprendizado supervisionado, não são fornecidas à rede as respostas corretas, mas somente um sinal de reforço, informando se a resposta fornecida pela rede está certa ou errada.

No aprendizado não-supervisionado, apenas os valores de entrada são fornecidos às redes neurais. Dessa forma, não é necessário a participação de um supervisor externo que indique quais são os valores de saída desejados para cada conjunto de valores de entrada. Nesse paradigma de aprendizado, os ajustes dos parâmetros são feitos com base nas regularidades estatísticas dos dados de entrada. Ao captar essas regularidades, as redes neurais são capazes de identificar padrões e estabelecer novas classes de dados. Portanto, a presença de redundância nos dados é imprescindível para a aplicação desse paradigma de aprendizado, pois “sem redundância seria impossível encontrar quaisquer padrões ou características dos dados de entrada” (BRAGA, LUDERMIR e CARVALHO, 2000, p.19).

É dado o nome de *algoritmo de treinamento*, ou *algoritmo de aprendizado*, ao conjunto de procedimentos utilizados para ajustar os parâmetros das redes neurais de forma que ela possa realizar uma determinada função. Para cada paradigma de aprendizado, existem vários algoritmos de treinamento, cuja eficiência está relacionada ao tipo de problema a que se destina a rede neural.

3.5. Modelos de Redes MLP (*Multilayer Perceptron*)

Redes MLP (*Multilayer Perceptron*) são redes acíclicas (*feedforward*) com uma ou mais camadas intermediárias. Devido à presença das camadas intermediárias, os modelos de redes MLP permitem a solução de problemas mais complexos. Segundo CYBENKO (1988), citado por BRAGA, LUDERMIR e

CARVALHO (2000), a utilização de duas camadas intermediárias permite a aproximação de qualquer função matemática. No entanto, o fato de permitir o aprendizado da função não garante a sua implementação, pois o tempo necessário para treinar a rede neural pode ser impraticável.

O método de aprendizagem mais popular aplicada às redes MLP é o algoritmo *back-propagation*. Esse algoritmo segue o paradigma de aprendizado supervisionado, em que são fornecidos valores de entrada às redes neurais com as respectivas saídas desejadas. Através do algoritmo *back-propagation*, o processo de aprendizado é realizado em duas etapas. A primeira é a etapa *forward*, em que os valores de saída da rede são calculados a partir dos valores de entrada fornecidos. Na segunda etapa, a *backward*, os pesos associados a cada conexão são atualizados conforme as diferenças entre os valores de saída obtidos e os valores desejados, da última camada até a camada de entrada.

Para a realização do processo de aprendizagem das redes MLP, é necessário definir alguns parâmetros de treinamento do algoritmo *back-propagation* relacionados ao momento de parar o treinamento e à frequência de ajuste dos pesos. Segundo BRAGA, LUDERMIR e CARVALHO (2000), os critérios de parada mais utilizados são:

- parar após N ciclos;
- parar após o erro médio atingir um nível mínimo predeterminado;
- parar após a taxa de acertos atingir um nível predeterminado;
- uma combinação dos critérios acima.

Outro critério de parada utilizado é a análise da taxa de mudança do erro. Nesse caso, “o algoritmo *back-propagation* converge quando a taxa absoluta de mudança do erro quadrático médio por período é suficientemente pequeno” (traduzido de HAYKIN, 1999).

O algoritmo *back-propagation* pode ser extremamente lento na solução de problemas mais complexos, embora seja capaz de solucioná-los. Em virtude disso, algumas alterações do algoritmo têm sido propostas no intuito de melhorar seu desempenho. Além dessa deficiência relacionada ao algoritmo de aprendizagem utilizado, outros problemas podem surgir durante a fase de aprendizagem das redes MLP. Um desses problemas é o *overfitting*, ou seja, a rede especializa-se nos padrões de treinamento e perde sua capacidade de generalização (MÜLLER, REINHARDT e STRICKLAND, 1995).

Para contornar esse problema, pode ser utilizada a técnica de *early stopping*. Essa técnica consiste em treinar a rede neural com uma determinada amostra de dados, denominada *grupo de treinamento*, e validar o desempenho da rede, periodicamente, utilizando outra amostra de dados: o *grupo de validação*. Se os resultados obtidos com a validação atingirem um nível satisfatório, o treinamento é interrompido. Isso evita que a rede neural seja treinada excessivamente, resultando no problema de *overfitting*. A amostra de dados para avaliar se a rede é capaz de solucionar o problema corresponderia ao terceiro grupo: o *grupo de teste*.

A previsão de valores futuros de séries temporais geradas por uma combinação de processo determinístico e estocástico não é uma tarefa simples. REININGER e WOLF, citado por MÜLLER, REINHARDT e STRICKLAND (1995), estudaram a capacidade das redes MLP na previsão de séries temporais com processos estocásticos. Com base nos resultados obtidos, concluiu-se que previsões adequadas podem ser feitas por meio de uma rede MLP, "*in some cases it even provides optimal prediction*" (MÜLLER, REINHARDT e STRICKLAND, 1995, p. 67).

4. REDES NEURAIIS NO MERCADO DE OPÇÕES

A aplicação de redes neurais no mercado de opções despertou o interesse de pesquisadores de diferentes mercados, que utilizaram os modelos de redes neurais na precificação de opções e na previsão da volatilidade implícita. As arquiteturas dos modelos diferem entre si pelo número de camadas intermediárias, pelo tipo de função de ativação, pelos parâmetros de entrada e formato de saída utilizados. No entanto, os trabalhos analisados são convergentes ao concluírem que a técnica de redes neurais é uma importante ferramenta para a análise e compreensão do mercado de opções.

HUTCHINSON et al. (1994) utilizaram redes neurais na precificação e *hedge* de opções sobre futuros do índice S&P 500, no período de 1987 a 1991, concluindo que, embora não substituam os modelos tradicionais de precificação, as redes neurais podem superá-los quando a dinâmica do preço do ativo objeto não é conhecido. Em sua pesquisa, mostraram que o resultado obtido pela fórmula de BLACK e SCHOLLES foi superado pelas redes neurais quando se utilizou, como conjunto de treinamento, dados sobre os preços diários das opções verificados durante dois anos. Para comparação, foram estimados modelos a partir de quatro métodos: *ordinary least squares*, redes RBF, redes MLP e *projection pursuit*. As redes utilizadas foram construídas com uma camada intermediária com quatro neurônios, dois parâmetros de entrada, uma variável de saída e funções de ativação sigmóidais. Os parâmetros de entrada utilizados foram o tempo até o vencimento da opção e a relação S/X , onde S é o preço do futuro sobre o índice S&P 500 e X é o preço de exercício da opção. A saída da rede foi a razão C/X , onde C é o preço da opção.

O modelo de HUTCHINSON et al. (1994) foi comparado aos modelos propostos por LAJBCYGIER et al. (1996) e por GARCIA e GENÇAY (2000). LAJBCYGIER et al. (1996) compararam o modelo de HUTCHINSON et al.

(1994) com um modelo de quatro parâmetros de entrada: S/X , T , r e σ , onde T é o tempo até o vencimento, r é a taxa de juro livre de risco e σ é a volatilidade histórica estimada a partir de dados diários de um período de 60 dias. A partir desse trabalho, que foi aplicado ao mercado australiano de derivativos, verificaram que o modelo de quatro entradas mostrou-se superior ao modelo de duas entradas de HUTCHINSON et al. (1994) e ao modelo de BLACK e SCHOLES.

GARCIA e GENÇAY (2000), ao invés de utilizar um modelo de redes neurais para mapear o tempo até o vencimento da opção e a razão S/X com o preço do derivativo, como fizeram HUTCHINSON et al. (1994), decidiram quebrar a função de precificação em duas partes: uma controlada pela razão S/X e outra por uma função do tempo até o vencimento. Os resultados indicaram que a utilização dessa técnica reduz o erro de predição, embora não se tenha verificado diferença significativa para o *hedge* com opções.

MALLIARIS e SALCHENBERGER (1996) utilizaram um modelo de redes neurais *back-propagation* para estimar a volatilidade futura a partir de volatilidades passadas e outros fatores do mercado de opções. Esse trabalho foi aplicado ao mercado de opções sobre o índice S&P 100, utilizando opções que estavam mais no preço (*at-the-money*). Os resultados obtidos demonstraram que, em comparação aos métodos tradicionais de volatilidade histórica e volatilidade implícita, a volatilidade estimada por meio das redes neurais descreve melhor o movimento da volatilidade implícita calculada pelo modelo de BLACK e SCHOLES. Para essa aplicação, foi utilizado um modelo com uma camada intermediária com sete neurônios, treze parâmetros de entrada e uma variável de saída, que correspondia ao valor da volatilidade estimada. No conjunto de parâmetros de entrada, foram incluídos, dentre outros, os preços de opções de compra e venda, as variações no preço de fechamento e no volume de abertura, o número de dias até o vencimento, as volatilidades passadas e a soma de diferentes fatores.

Em sua pesquisa, YAO et al. (2000) utilizaram modelos de redes neurais *back-propagation* para precificar opções sobre futuros do índice Nikkei 225, em negociação no *Singapore International Monetary Exchange* (SIMEX). Foram utilizadas 17.790 cotações de opções de compra de 4 de janeiro de 1995 a 29 de dezembro de 1995. Como parâmetros de entrada das redes neurais, YAO et al. (2000) utilizaram o preço de exercício, o preço do ativo objeto e o tempo até o vencimento da opção. O preço da opção foi utilizado como saída das redes neurais. Em relação à volatilidade do ativo objeto, YAO et al. (2000) reconhecem a importância desse fator na precificação de opções e justificam a exclusão da volatilidade do conjunto de parâmetros de entrada lembrando a dificuldade em estimá-la e a possibilidade das redes neurais de capturá-la durante o processo de treinamento.

Para treinar e testar o modelo de redes neurais, os dados foram particionados, conforme o grau de *moneyness*, em opções fora do preço, no preço e dentro do preço. Os resultados obtidos indicaram, em comparação com o modelo de BLACK e SCHOLLES, a superioridade do modelo de redes neurais na precificação de opções dentro do preço e fora do preço. Por outro lado, na precificação de opções no preço, o modelo de BLACK e SCHOLLES obteve um desempenho superior. Além disso, para verificar o efeito do tempo na precificação das opções, YAO et al. (2000) aplicaram seus modelos de redes neurais a amostras de dados ordenados seqüencialmente pelo tempo e a amostras de dados coletadas aleatoriamente. Constatou-se a superioridade do modelo seqüencial sobre o modelo aleatório, confirmando a importância do tempo na precificação de opções. Segundo YAO et al. (2000, p. 462), *“when the data is randomly ordered, we actually disturb the trend of volatility and thus the option prices are not forecast well”*.

Utilizando uma rede MLP (*Multilayer Perceptron*) para precificar opções de compra sobre o índice S&P 500 negociadas entre dezembro de 1994 e janeiro de 1995, QI et al. (1996) concluíram que as redes neurais podem ser uma boa alternativa quando os pressupostos básicos do modelo de BLACK e SCHOLLES

são desrespeitados. A partir dos pesos das redes neurais, também verificaram que quanto menor for o preço de exercício ou maior o preço do ativo objeto ou maior o tempo até o vencimento, maior será o preço da opção. QI et al. (1996) utilizaram como parâmetros de entrada o preço do ativo objeto, a taxa de juro livre de risco, o preço de exercício da opção, o tempo até o vencimento e uma taxa de juro extra. Como saída, utilizaram o próprio preço da opção. Portanto, foi utilizada uma rede MLP com cinco parâmetros de entrada, uma variável de saída, uma camada intermediária de cinco neurônios e funções de ativação sigmoidais.

ORMONEIT (1999) propôs um algoritmo de treinamento para situações em que as relações não-lineares de interesse mudam gradualmente com o tempo. Um modelo de rede neural MLP com esse algoritmo de treinamento foi utilizado na precificação e *hedge* de opções de compra sobre o índice DAX, índice alemão de ações. A arquitetura da rede foi especificamente definida para a precificação de opções, compondo-se de uma camada intermediária com dois neurônios e funções de ativação especiais. Em comparação ao modelo de BLACK e SCHOLLES, o modelo desenvolvido por ORMONEIT (1999) obteve resultados melhores em relação aos erros de precificação.

BURGESS e REFENES (1999) utilizaram redes para estimar a volatilidade implícita de opções sobre o índice Ibex35. Esse índice contém as 35 ações mais líquidas negociadas na Bolsa de Valores Espanhola por meio de seu sistema CATS. Após análise linear multivariada, foram identificadas algumas variáveis relevantes para a determinação da volatilidade implícita: o tempo até o vencimento, o grau de *moneyness*, as mudanças no preço do ativo objeto e volatilidades relacionadas a períodos anteriores. Os resultados empíricos mostraram que, por meio das redes neurais, pode-se obter boas estimativas da volatilidade implícita.

A TAB. 4.1 relaciona os trabalhos analisados. Verifica-se que a aplicação de redes neurais no mercado de opções tem sido tema de pesquisas em

mercados de diferentes países. Além disso, a existência de trabalhos recentes, publicados em 1999 e 2000, indicam a atualidade desse tema.

TABELA 4.1

Resumo de trabalhos que aplicaram redes neurais ao mercado de opções.

Autoria	Descrição
HUTCHINSON et al. (1994)	Utilizaram redes neurais na precificação e <i>hedge</i> de opções sobre futuros do índice S&P 500, no período de 1987 a 1991.
LAJBCYGIER et al. (1996)	Em seu trabalho, aplicado ao mercado australiano de derivativos, compararam o modelo de HUTCHINSON et al. (1994) com um modelo de quatro parâmetros de entrada: S/X , T , r e σ .
GARCIA e GENÇAY (2000)	Propuseram uma variação do modelo de HUTCHINSON et al. (1994), dividindo a função de precificação em duas partes: uma controlada pela razão S/X e outra por uma função do tempo até o vencimento.
MALLIARIS e SALCHENBERGER (1996)	Utilizaram um modelo de redes neurais <i>back-propagation</i> para estimar a volatilidade futura, aplicando-o ao mercado de opções sobre o índice S&P 100.
YAO et al. (2000)	Construíram modelos de redes neurais <i>back-propagation</i> para precificar opções sobre futuros do índice Nikkei 225, em negociação no <i>Singapore International Monetary Exchange</i> (SIMEX).
QI et al. (1996)	Utilizando uma rede MLP, precificaram opções de compra sobre o índice S&P 500 negociadas entre dezembro de 1994 e janeiro de 1995.
ORMONEIT (1999)	Um modelo de rede neural MLP foi utilizado na precificação e <i>hedge</i> de opções de compra sobre o índice DAX, índice alemão de ações.
BURGESS e REFENES (1999)	Utilizaram redes neurais para estimar a volatilidade implícita de opções sobre o índice Ibex35, que contém as 35 ações mais líquidas negociadas na Bolsa de Valores Espanhola por meio de seu sistema CATS.

5. METODOLOGIA

No intuito de facilitar a compreensão e validação desta dissertação, primeiramente, serão contempladas as explicações sobre os dados utilizados nesta pesquisa. Posteriormente, será explicada a definição do modelo baseado em redes neurais. Por fim, apresentar-se-á a metodologia utilizada para comparar o modelo proposto ao modelo de BLACK e SCHOLES.

5.1. Dados

Para construir o modelo de precificação de opções baseado em redes neurais e compará-lo ao modelo de BLACK e SCHOLES, foram utilizados os dados referentes às opções de compra européias sobre a ação Telebrás PN (preferencial nominativa), negociadas na Bolsa de Valores do Estado de São Paulo (BOVESPA), que corresponde à Bolsa de maior movimentação financeira do mercado de capitais no Brasil. A escolha dessas opções como objeto de estudo desta pesquisa torna os resultados a serem obtidos mais expressivos para o mercado brasileiro, já que, na maior parte do período analisado, a opção sobre ação Telebrás PN era o título de opção de maior liquidez no mercado brasileiro, e a ação Telebrás PN era a ação mais negociada na BOVESPA.

Os dados foram obtidos diretamente da BOVESPA e a partir do Economática[®], sistema que fornece informações financeiras e contábeis sobre importantes empresas de diferentes países: Argentina, Brasil, Chile, Colômbia, EUA, México, Peru e Venezuela.

É importante salientar que, em 22/05/1998, no intuito de viabilizar sua privatização, a empresa Telebrás foi subdividida em 13 empresas. Para representar essas empresas, a BOVESPA criou o Recibo Representativo de Carteira de Ações Telebrás, negociado a partir de 21/09/1998. Portanto, após

essa data, os dados utilizados nesta pesquisa estão relacionados às opções sobre esse Recibo de Carteira de Ações.

Foram utilizadas amostras do período de 1º de janeiro de 1995 a 20 de dezembro de 1999. Trata-se de um período marcado pela influência de um mesmo plano econômico – o Plano Real –, o que reduz a influência de fatores econômicos e permite que se concentre nas variáveis mais diretamente relacionadas ao preço das opções.

As opções sobre ação Telebrás PN foram negociadas na BOVESPA até 19/06/2000. No entanto, embora os dados referentes ao primeiro semestre de 2000 estivessem disponíveis, decidiu-se não os utilizar por pertencerem a um período bastante atípico. Posteriormente, essa decisão foi justificada pela constatação de erros de precificação significativos, quando se aplicou o modelo de BLACK e SCHOLLES às opções negociadas naquele período.

Os dados foram organizados, contendo as principais variáveis que influenciam o preço das opções sobre ações: o preço corrente da ação, o preço de exercício da opção, o tempo para o vencimento da opção, a volatilidade do preço da ação e a taxa de juro livre de risco. Entre essas variáveis, somente a volatilidade não pode ser diretamente observada, precisando ser estimada. Neste trabalho, foi utilizada a volatilidade histórica como método de estimação da volatilidade.

5.1.1. Ajustes no Preço de Exercício

Uma das premissas do modelo de BLACK e SCHOLLES é de que a ação não paga dividendos até o vencimento da opção. Dessa forma, no caso de distribuição de proventos, é necessário que se façam ajustes no preço de exercício para a avaliação das opções.

Por meio de comunicação eletrônica (*e-mail*) com a BOVESPA (*bovespa@bovespa.com.br*), confirmou-se que antes de 1998 as séries de opções eram efetivamente ajustadas em decorrência de algum provento somente no momento do exercício. Atualmente, as séries são ajustadas, no caso de dividendo e subscrição, no momento em que o papel objeto da opção passa a ser negociado *ex direito*. Para as bonificações e desdobramentos, o ajuste ocorre somente no momento do exercício.

Portanto, para as séries de opções negociadas antes de 1998, procedeu-se o ajuste decorrente de dividendo e subscrição. A partir da base de dados do Economática[®], foram levantadas todas as distribuições de proventos ocorridas durante o período de 1995 a 1997. Os ajustes foram feitos conforme as fórmulas utilizadas pela BOVESPA:

$$\text{Preço Exercício Ex} = \text{Preço Exercício Com} - \text{Valor Líquido do Dividendo} \quad (5.1)$$

$$\text{Preço Exercício Ex} = \text{Preço Exercício Com} - \text{Valor do Direito} \quad (5.2)$$

5.1.2. Taxa de Juro Livre de Risco

Como taxa livre de risco, foi utilizada a taxa de depósito interfinanceiro (DI) de 1 dia, apurada pela CETIP (Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos).

Entre 01/06/1990 e 31/12/1997, eram divulgadas somente as taxas mensais. A partir de 01/01/1998, passaram a ser divulgadas as taxas médias diárias ao ano de 252 dias úteis. Para utilização neste trabalho, a taxa foi anualizada (252 dias), quando necessário, e transformada para o regime de capitalização contínua.

5.1.3. Tempo até o vencimento da opção

Para a apuração do tempo até o vencimento da opção, foram considerados somente os dias de negociação, ignorando os dias em que a Bolsa esteve fechada. Também assumiu-se um ano de 252 dias.

5.1.4. Volatilidade Histórica

A volatilidade histórica (σ) foi calculada como sendo o desvio-padrão dos retornos diários continuamente capitalizados da ação Telebrás PN, apurados durante os 40 dias de negociação anteriores ao dia de cálculo da volatilidade histórica:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2} \quad (5.3)$$

onde n é o número de observações (neste caso, $n = 40$) e u é a média dos valores de u_i , que corresponde ao retorno continuamente capitalizado:

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) \quad (5.4)$$

onde S_i é o preço da ação Telebrás PN ao final do i -ésimo dia.

Segundo HULL (1998, p. 255), “ σ realmente muda com o tempo, e dados muito antigos poderão não ser relevantes para prever o futuro”. Sob essa ótica, um período de 40 dias seria adequado para um mercado pouco estável, como é o caso do mercado brasileiro.

5.2. Definição do Modelo Baseado em Redes Neurais

Primeiramente, será apresentada a metodologia adotada para identificar, entre os diferentes modelos de redes neurais estudados, aquele mais adequado ao problema de precificação de opções. Posteriormente, o modelo selecionado será descrito em detalhes.

5.2.1. Análise de Modelos de Redes Neurais

Para a construção e aplicação das redes neurais, utilizou-se a *Neural Network Toolbox* do *software* Matlab[®]. O Matlab[®] é um ambiente integrado para computação numérica e científica. Trata-se de uma ferramenta bastante utilizada em pesquisas na área de redes neurais e com ampla aceitação da comunidade científica. Uma *toolbox* do Matlab[®] consiste em um conjunto de funções do Matlab[®] implementadas para solucionar determinada classe de problema.

Utilizando funções da *Neural Network Toolbox*, foram desenvolvidos *scripts* para criação, definição dos parâmetros, treinamento e teste das redes neurais. Por meio dos *scripts*, é possível estruturar uma série de comandos do Matlab[®] em um único que execute um objetivo específico.

Foram desenvolvidos e comparados diferentes modelos de redes MLP *back-propagation*, que se diferenciavam, por exemplo, pelo número de neurônios e camadas, algoritmos de treinamento, funções de ativação e variáveis de entrada e saída.

A definição das variáveis de entrada e saída evoluiu a partir de análises de sensibilidade que consistiam, principalmente, em avaliar as alterações de desempenho da rede resultantes da inclusão ou exclusão de uma ou mais variáveis. Também foram realizadas análises de correlação entre as variáveis

de entrada e as de saída da rede, no intuito de selecionar as relações mais importantes para a compreensão do problema em estudo.

TABELA 5.1

Parâmetros submetidos a variações de valores durante processo de construção e avaliação das redes neurais.

Parâmetro	Valores Assumidos
<i>Número de camadas intermediárias</i>	1 a 3
<i>Número de neurônios na camada intermediária.</i>	1 a 10
<i>Variáveis de entrada</i>	X, S, T (anos), T(dias), retorno diário da ação, <i>moneynes</i> , S/X, $C_{anterior}$, $S_{anterior}$ e $C_{anterior} / S_{anterior}$
<i>Variáveis de saída</i>	c, c/X e c/S
<i>Funções de ativação na camada intermediária.</i>	Sigmoidal Logística, Linear e Tangente Hiperbólica
<i>Funções de ativação na camada de saída.</i>	Sigmoidal Logística, Linear, Linear positiva, Rampa ou Linear Saturada Simétrica, Linear Saturada e Tangente Hiperbólica
<i>Normalização dos dados</i>	Desvio Padrão, intervalo [-1,1], intervalo [-0,8, 0,8] e intervalo [0,1]
<i>Número de épocas</i>	100 a 1000
<i>Taxa de aprendizado</i>	0,05 a 0,15

Na TAB. 5.1, estão relacionados os parâmetros de rede submetidos a variações, bem como o conjunto de valores atribuídos aos mesmos. Na TAB 5.2, encontram-se a descrição dos algoritmos de treinamento avaliados neste trabalho e as funções do *software* Matlab[®] que os implementam.

TABELA 5.2

Descrição dos algoritmos de treinamento implementados pelas funções utilizadas nas redes neurais construídas e avaliadas neste trabalho.

Função	Descrição
<i>trainbr</i>	Regularização Bayesiana. Modificação do algoritmo de treinamento Levenberg-Marquardt para produzir redes que generalizam bem. Reduz a dificuldade de determinar a arquitetura de rede ótima.
<i>trainbfg</i>	Utiliza o método BFGS quasi-Newton. Requer o armazenamento da matriz de Hessian e possui mais processamento em cada iteração do que os algoritmos com gradiente conjugado.
<i>trainlm</i>	Algoritmo Levenberg-Marquardt. Esse é o algoritmo de treinamento mais rápido para redes de tamanho moderado. Caracteriza-se pela redução de memória de uso quando o conjunto de dados é extenso.
<i>trainscg</i>	Algoritmo com gradiente conjugado escalonado. Caracteriza-se por ser um algoritmo que mantém um bom desempenho quando aplicado a diferentes propósitos.

FONTE – Adaptado de DEMUTH e BEALE, 2000. Cap.5: Backpropagation. p.73-74.

Nesta primeira etapa do trabalho, foram utilizados dados correspondentes ao período de 02/01/1995 a 28/11/1997, ordenados, seqüencialmente, pelo tempo. O conjunto de dados desse período foi dividido em três amostras, conforme o grau de *moneyness* (M): opções fora do preço ($M \leq 0,95$), no preço ($0,95 < M \leq 1,05$) e dentro do preço ($M > 1,05$). Todos os modelos construídos foram treinados e testados com cada amostra de dados. Pretendia-se, com isso, analisar o desempenho de cada modelo de rede neural na precificação de opções fora do preço, no preço e dentro do preço.

Para alguns modelos de redes neurais, utilizou-se a técnica de *early stopping*. Em decorrência disso, cada amostra de dados foi dividida em três grupos: um grupo de treinamento, um de validação e um de teste. Dessa forma, 70% dos

dados de cada amostra foram destinados à formação do grupo de treinamento, 20% à constituição do grupo de validação e 10% à formação do grupo de teste. É importante ressaltar que a periodicidade dos dados de cada grupo foi a mesma para cada modelo, independentemente de o modelo utilizar ou não o grupo de validação.

Para analisar o desempenho dos modelos construídos, foram comparados os preços teóricos das opções, obtidos por meio de cada modelo, e os preços realmente observados no mercado. A diferença entre os valores dos preços de mercado e teóricos foi capturada pelo cálculo do erro quadrático relativo médio (EQRM):

$$EQRM = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{Cm_i - Ct_i}{Cm_i} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.5)$$

onde Cm é o preço de fechamento observado, Ct é o preço teórico obtido pelo modelo e N é o número total de observações. Além do EQRM, calculou-se o coeficiente de determinação R^2 da regressão linear dos preços de mercado sobre os preços teóricos.

A TAB. 5.3 descreve os sete modelos de redes neurais que obtiveram, com base no EQRM e R^2 , os melhores desempenhos na precificação de cada amostra de opções: fora do preço, no preço e dentro do preço. A TAB. 5.4 possibilita a comparação entre os modelos com base no EQRM e R^2 .

TABELA 5.3

Descrição dos sete modelos de redes neurais que obtiveram os melhores desempenhos com base no EQRM e R².

Modelo	Variáveis De Entrada	Camadas Intermediárias		Função de Ativação na Camada de Saída	Variáveis De Saída	Função de Treinamento	Nº de Épocas	Normalização dos Dados
		Nº de neurônios	Função de Ativação					
M1	T e S/X	3	Sigmoidal Logística	Sigmoidal Logística	c/X	Trainbr	1000	Intervalo [-1,1]
M2	T, X e S	6	Tangente Hiperbólica	Rampa	c	Trainbr	1000	Inexistente
M3	r, T, S/X e Volatilidade Histórica	4	Sigmoidal Logística	Sigmoidal Logística	c/X	Trainbr	1000	Inexistente
M4	T, X, <i>money</i> , <i>S_{anterior}</i> e <i>S_{anterior}</i>	4	Tangente Hiperbólica	Rampa	c/S	Trainbr	1000	Intervalo [-1,1]
M5	T, X, S e retorno diário	4	Tangente Hiperbólica	Linear	c	Trainlm	1000	Intervalo [-1,1]
M6	T, X e S	3	Tangente Hiperbólica	Tangente Hiperbólica	c	Trainbr	1000	Intervalo [-1,1]
M7	r, T, S/X e Volatilidade Histórica	10	Sigmoidal Logística	Sigmoidal Logística	c/X	Trainlm	1000	Inexistente

NOTA – Para outros parâmetros, foram utilizados valores previamente definidos pelas funções de treinamento: parâmetro de ajuste Marquardt (0,005), fator de redução (0,1), fator de aumento (10), número máximo de falhas de validação (5), fator para compensação entre o uso de memória e a velocidade (1), magnitude mínima do gradiente (10^{-10}) e tempo máximo de treinamento (infinito). Sobre a definição dos parâmetros, consultar DEMUTH e BEALE (2000).

TABELA 5.4

EQRM e R^2 associados aos modelos de redes neurais construídos.

Grupo	Modelo	EQRM	R^2
Fora do Preço	M2	1,0540	0,2903
Fora do Preço	M3	1,4114	0,7445
Fora do Preço	M4	1,5599	0,8587
Fora do Preço	M5	1,9521	0,4458
Fora do Preço	M7	2,1190	0,6724
No Preço	M4	0,3970	0,9881
No Preço	M3	0,7222	0,9783
No Preço	M2	0,7226	0,9735
No Preço	M5	1,3018	0,9714
No Preço	M6	1,3564	0,9736
Dentro do Preço	M4	0,1083	0,9744
Dentro do Preço	M7	0,1188	0,9607
Dentro do Preço	M1	0,1383	0,9601
Dentro do Preço	M2	0,1545	0,9632
Dentro do Preço	M3	0,1609	0,9417

A partir da TAB. 5.4, verifica-se que a precificação das opções utilizando o modelo M4 obteve melhor resultado para a maioria das amostras de dados utilizadas. Para os grupos de opções no preço e dentro do preço, o modelo M4 conseguiu os menores EQRM (0,3970 e 0,1083, respectivamente) e os maiores R^2 (0,9881 e 0,9744, respectivamente). Para o grupo de opções fora do preço, o desempenho de M4 (EQRM = 1,5599) ficou abaixo do desempenho de outros dois modelos. No entanto, observe-se que o coeficiente R^2 apurado para M4 (0,8587) ficou bem acima dos coeficientes calculados para os demais modelos (0,2903 e 0,7445). Isso significa que, embora tenha obtido um EQRM mais alto, o modelo M4 capturou melhor o movimento dos preços de mercado. Isso pode ser visualizado por meio do GRAF. 5.1, em que estão plotadas as cotações de preço de mercado e os respectivos preços teóricos, calculados pelos modelos

M2, M3 e M4. Para facilitar a visualização, foram plotadas apenas as primeiras cinquenta cotações.

Considerando esses resultados, escolheu-se o modelo M4 para validar a utilização da técnica de redes neurais na precificação de opções. Nos próximos tópicos, o modelo M4 será descrito em detalhes.

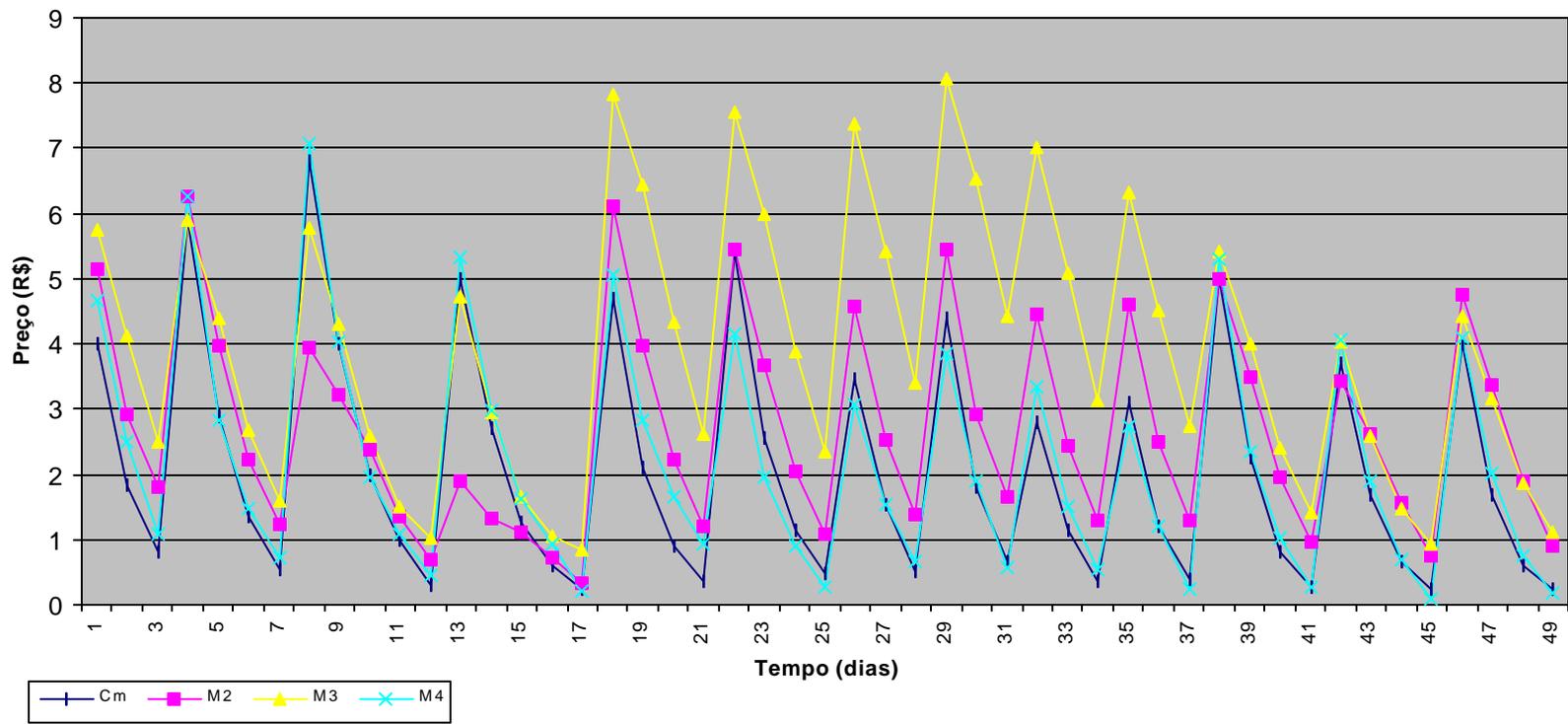


GRÁFICO 5.1 – Comparação das primeiras cinquenta cotações de preços de mercado (Cm), presentes na amostra de dados analisada, com os respectivos preços teóricos calculados pelos modelos M2, M3 e M4.

5.2.2. Arquitetura da Rede

O modelo selecionado entre os vários construídos é um modelo de rede MLP (*Multilayer Perceptron*), com uma camada intermediária com quatro neurônios e uma camada de saída com apenas um neurônio. Nos neurônios, está presente *bias* com valor igual a 1 (um). A camada de entrada é formada por cinco parâmetros. As conexões entre os neurônios são do tipo *feedforward* ou acíclica e a rede é completamente conectada. A FIG. 5.1 ilustra o modelo de rede neural utilizado neste trabalho.

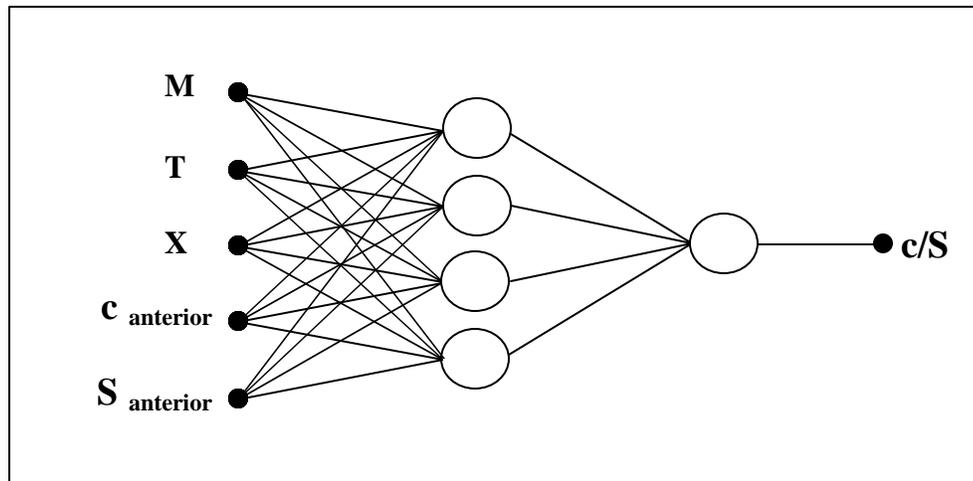


FIGURA 5.1 – Modelo de rede neural utilizado neste trabalho.

5.2.3. Os Parâmetros de Entrada e a Saída da Rede

Os parâmetros de entrada foram o grau de *moneyness* da opção (M), o tempo até o vencimento da opção em anos (T), o preço de exercício da opção (X), o preço anterior da opção (C_{anterior}) e o preço anterior da ação objeto (S_{anterior}) (FIG. 5.1).

O grau de *moneyness* refere-se à relação entre o preço de exercício da opção e o preço à vista da ação:

$$Moneyess = S / X \cdot e^{-r(T)}$$

(5.6)

onde, S é o preço da ação, X é o preço de exercício, r é taxa de juro livre de risco e T é o tempo até o vencimento da opção em anos.

O preço anterior da opção (c_{anterior}) corresponde à cotação mais recente do preço de fechamento da opção com vencimento e preço de exercício iguais aos da opção a ser precificada. O preço anterior da ação objeto (S_{anterior}) refere-se ao preço de fechamento da ação do dia de apuração de c_{anterior} . Para contornar o problema de dados faltosos, não foi incluído nas amostras o registro referente à primeira cotação de cada série.

Para a saída da rede, utilizou-se a relação entre o preço de fechamento da opção (c) e o preço de fechamento da ação (S), dado por c/S . A utilização de relações em redes neurais reduz o número de variáveis, facilitando o processamento dos dados.

Com o objetivo de tornar o treinamento da rede mais eficiente, todos os dados foram escalonados para o intervalo $[-1, 1]$.

5.2.4. Função de Ativação

A função de ativação dos neurônios da camada intermediária é a função tangente hiperbólica. Na camada de saída, utilizou-se a função rampa limitada entre -1 e 1 .

Para acelerar o processamento da rede, a tangente hiperbólica de um valor n qualquer é calculada, pelo *software* Matlab[®], a partir da expressão:

$$n = \frac{2}{(1 + \exp(-2 * n))} - 1 \quad (5.7)$$

O resultado dessa expressão pode apresentar diferenças numéricas muito pequenas em relação ao cálculo de $\tanh(n)$.

5.2.5. Algoritmo de Treinamento

O algoritmo de treinamento utilizado foi o algoritmo Levenberg-Marquardt. Esse algoritmo, desenvolvido para acelerar o tempo de treinamento, é uma variação do algoritmo *back-propagation*. Ao algoritmo Levenberg-Marquardt, foi associada a regularização Bayesiana, que tem como objetivo evitar o problema de *overfitting*. A combinação da regularização Bayesiana com o algoritmo Levenberg-Marquardt foi descrita por FORESEE e HAGAN (1997).

Dessa forma, para treinamento da rede neural, usou-se a função de treinamento *trainbr*, disponível no *software* Matlab[®]. Essa função implementa o algoritmo Levenberg-Marquardt com regularização Bayesiana.

5.3. Comparação entre os Modelos

A validação do modelo proposto foi realizada comparando-o ao modelo de BLACK e SCHOLES, já que este é um modelo reconhecido e amplamente utilizado pelo mercado na precificação de opções. Nos próximos tópicos, será descrita a metodologia aplicada para analisar o desempenho do modelo proposto em comparação ao modelo de BLACK e SCHOLES.

5.3.1. Dados

Para analisar o desempenho do modelo baseado em redes neurais comparativamente ao modelo de BLACK e SCHOLES, foram utilizados os dados pertencentes ao período de 1º de dezembro de 1996 a 20 de dezembro de 1999, ordenados, seqüencialmente, pelo tempo. Dessa amostra, foram extraídos os dados do grupo de treinamento da rede neural e os dados

correspondentes ao grupo de teste, aplicado aos modelos para realização do estudo comparativo.

a. Grupo de Teste

Para compor o grupo de teste, foram escolhidas séries de opções pertencentes aos anos de 1998 e 1999. Novamente, é importante destacar que as opções sobre ação Telebrás PN foram negociadas na BOVESPA até 19/06/2000. No entanto, embora os dados referentes ao primeiro semestre de 2000 estivessem disponíveis, decidiu-se não os utilizar por pertencerem a um período bastante atípico. Posteriormente, essa decisão foi justificada pela constatação de erros de precificação significativos quando se aplicou o modelo de BLACK e SCHOLLES às opções negociadas naquele período.

As séries de opções pertencentes aos anos de 1998 e 1999 foram classificadas conforme o grau de *moneyness* (M): fora do preço ($M \leq 0,95$), no preço ($0,95 < M \leq 1,05$) e dentro do preço ($M > 1,05$). Para isso, analisou-se cada série de opções e calculou-se o grau de *moneyness* de cada uma de suas cotações no período. Dessa forma, para cada vencimento, escolheu-se a série que possuísse mais do que 29 cotações e que mais tempo houvesse permanecido em um dos grupos de *moneyness*: fora do preço, no preço ou dentro do preço.

A TAB. 5.5 relaciona as séries escolhidas, informando o vencimento, o preço de exercício e o seu grau de representatividade para o grupo de *moneyness* a qual foi relacionada. Por exemplo, pela TAB. 5.5, verifica-se que 94% das cotações da série de opções com vencimento em 18/10/1999 e preço de exercício de R\$150,00 permaneceram no preço.

As séries de opções escolhidas foram precificadas pelo modelo proposto e pelo modelo de BLACK e SCHOLLES. A partir dos resultados, foram feitas a comparação entre os modelos e a avaliação do modelo baseado em redes neurais.

TABELA 5.5

Séries de opções selecionadas para avaliar o modelo de precificação baseado em redes neurais.

Grupo	Vencimento	Preço de Exercício	Representatividade
Fora do Preço	18/02/98	150	100%
	20/04/98	170	100%
	15/06/98	170	100%
	17/08/98	160	100%
	19/10/98	130	100%
	21/12/98	130	98%
	08/02/99	130	83%
	19/04/99	170	100%
	21/06/99	190	100%
	16/08/99	180	100%
	18/10/99	170	100%
20/12/99	200	73,8%	
No Preço	18/02/98	130	65%
	20/04/98	150	86,7%
	15/06/98	140	44,8%
	17/08/98	130	50%
	19/10/98	90	39,5%
	21/12/98	100	39,6%
	08/02/99	100	33%
	19/04/99	140	71,4%
	21/06/99	160	51,1%
	16/08/99	160	62,79%
	18/10/99	150	94%
20/12/99	180	38,7%	
Dentro do Preço	18/02/98	110	100%
	20/04/98	120	100%
	15/06/98	110	100%
	17/08/98	90	100%
	19/10/98	70	86,1%
	21/12/98	80	100%
	08/02/99	90	79%
	19/04/99	120	100%
	21/06/99	120	100%
	16/08/99	120	100%
	18/10/99	130	100%
20/12/99	130	100%	

b. Grupos de Treinamento

As amostras de dados para treinamento da rede neural consistiram de dados dos doze meses anteriores ao mês da primeira cotação presente no grupo de dados da série a ser analisada. Por exemplo, para precificar a série de opções com vencimento em 18/02/1998 e preço de exercício de R\$130,00, a rede neural foi treinada com dados das cotações diárias das opções e ações Telebrás PN do período de dezembro de 1996 a novembro de 1997, pois essa série foi avaliada a partir de 04/12/1997. Para a série de opções com vencimento em 08/02/1999 e preço de exercício de R\$90,00, os dados para treinamento da rede pertenciam ao período de dezembro de 1997 a novembro de 1998, já que a cotação mais antiga, pertencente ao grupo de dados dessa série, é de 17/12/1998. Para as demais séries, segue-se o mesmo procedimento.

Procurando aprimorar o processo de aprendizagem, cada grupo de dados para treinamento foi subdividido em subgrupos, de acordo com o grau de *moneyness* (M). Dessa forma, a partir de cada grupo, foram formados três subgrupos: Grupo 1 ($M \leq 0,95$), Grupo 2 ($0,95 < M \leq 1,05$) e Grupo 3 ($M > 1,05$).

Portanto, pode-se dizer que, para cada série de opções, foram construídas três redes neurais com a mesma arquitetura (número de camadas, neurônios, etc.), mas treinadas com diferentes subgrupos de dados classificados conforme o grau de *moneyness*. Isso significa que a precificação de uma opção com grau de *moneyness* menor ou igual a 0,95 foi realizada por meio da rede cujo treinamento foi feito a partir de dados de opções pertencentes ao Grupo 1.

5.3.2. Parâmetros de Comparação

Como na etapa anterior, para analisar o desempenho dos modelos, foram comparados os preços teóricos das opções obtidos através de cada modelo e

os preços realmente observados no mercado. A diferença entre os valores dos preços de mercado e teóricos foi capturada pelo cálculo de R^2 e do erro quadrático relativo médio (EQRM).

No entanto, para maior compreensão do comportamento do modelo baseado em redes neurais na precificação das séries de opções, é importante que se analise, em conjunto com EQRM, o erro quadrático médio (EQM):

$$EQM = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Cm_i - Ct_i)^2 \right]^{1/2} \quad (5.8)$$

onde Cm é o preço de fechamento observado, Ct é o preço teórico obtido pelo modelo e N é o número total de observações.

Enquanto o EQRM está centrado no erro percentual, o EQM capta a diferença em valores absolutos, que, nesta pesquisa, corresponde a valores em Reais (R\$).

6. RESULTADOS E ANÁLISE

Para cada série de opções, foram comparados os preços teóricos das opções obtidos por meio dos modelos (modelo baseado em redes neurais e modelo de BLACK e SCHOLLES) e os preços realmente observados no mercado. A diferença entre os valores dos preços foi capturada pelo cálculo do erro quadrático relativo médio (EQRM), do erro quadrático médio (EQM) e do coeficiente de determinação R^2 .

As TAB. 6.1, 6.2 e 6.3 relacionam os EQRM, EQM e R^2 resultantes da precificação das séries de opções pertencentes, respectivamente, aos grupos de opções no preço, fora do preço e dentro do preço. O cálculo dessas grandezas para cada série de opção permite analisar como cada modelo se comporta durante a vida da opção. Essa análise é condizente com a expectativa do investidor de que o modelo seja capaz de capturar os movimentos do preço da opção ao longo de sua vida, pois o sucesso de suas operações financeiras, como a de *hedge*, depende dessa análise contínua.

Na TAB. 6.1, estão os valores de EQRM, EQM e R^2 apurados para as séries de opções que estiveram a maior parte do tempo no preço. Para essas séries de opções, verificou-se um equilíbrio entre o desempenho dos dois modelos com base no EQRM, já que cada modelo obteve melhor resultado em 50% das séries analisadas. No entanto, esse equilíbrio não prevalece quando se analisa os resultados dos modelos a partir do EQM e de R^2 .

Para 9 das 12 séries de opções precificadas, a aplicação do modelo de redes neurais resultou em menores EQM. Além disso, a comparação com base em R^2 demonstra a superioridade do modelo baseado em redes neurais na precificação de 67% das séries de opções em estudo.

Portanto, percebe-se que o modelo baseado em redes neurais, em comparação ao modelo de BLACK e SCHOLLES, capta melhor o movimento dos preços das opções no preço e com erros absolutos menores.

TABELA 6.1

EQRM, EQM e R^2 resultantes da precificação das séries de opções do grupo de opções no preço.

Vencimento	Preço De Exercício	EQRM		EQM		R^2	
		RN	B&S	RN	B&S	RN	B&S
18/02/1998	130	<u>0,1169</u>	0,5451	<u>0,88</u>	4,22	<u>0,9311</u>	0,8800
20/04/1998	150	<u>0,2220</u>	0,2552	<u>0,49</u>	0,95	<u>0,9694</u>	0,8293
15/06/1998	140	0,4391	<u>0,3241</u>	<u>1,48</u>	1,55	0,9195	<u>0,9287</u>
17/08/1998	130	0,6802	<u>0,3317</u>	<u>0,67</u>	1,55	0,9744	<u>0,9756</u>
19/10/1998	90	2,6410	<u>0,7599</u>	2,43	<u>1,78</u>	<u>0,9445</u>	0,9318
21/12/1998	100	3,2723	<u>0,8657</u>	<u>1,78</u>	5,33	<u>0,9683</u>	0,6409
08/02/1999	100	<u>0,1454</u>	0,2248	1,43	<u>1,39</u>	0,9781	<u>0,9858</u>
19/04/1999	140	<u>0,1798</u>	0,8710	<u>1,87</u>	8,53	<u>0,8240</u>	0,0145
21/06/1999	160	<u>0,1768</u>	0,2154	<u>1,15</u>	1,28	<u>0,9685</u>	0,9651
16/08/1999	160	2,8500	<u>0,5572</u>	<u>0,44</u>	0,80	<u>0,9920</u>	0,9863
18/10/1999	150	0,7169	<u>0,3175</u>	<u>0,54</u>	1,85	<u>0,9589</u>	0,8245
20/12/1999	180	<u>0,1683</u>	0,2888	0,96	<u>0,55</u>	0,9927	<u>0,9931</u>

O menor EQRM (0,1169) resultou da aplicação do modelo de redes neurais na precificação da série de opções com vencimento em 18/02/1998 e preço de exercício de R\$130,00. O GRAF 6.1 descreve, para essa série de opções, o movimento dos preços projetados pelos modelos em comparação com os preços de mercado. Através desse gráfico, torna-se clara a superioridade do modelo de redes neurais, explicitada pela TAB. 6.1.

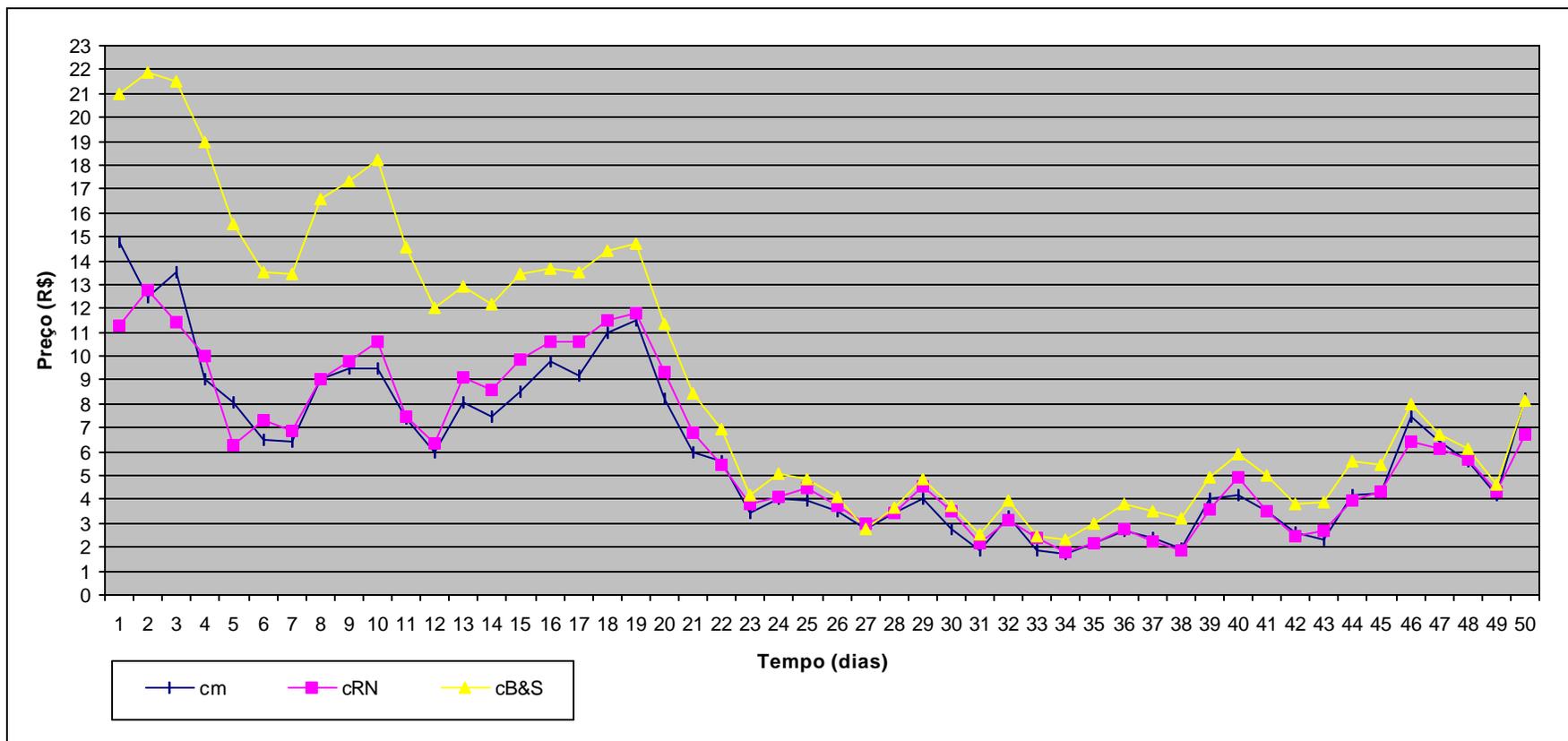


GRÁFICO 6.1 – Comparação entre os preços de mercado (c_m) da série com vencimento em 18/02/1998 e preço de exercício de R\$130,00 e os preços teóricos projetados pelo modelo baseado em redes neurais (c_m) e pelo modelo de BLACK e SCHOLES ($c_{B\&S}$).

A precificação da série de opções com vencimento em 21/12/1998 e preço de exercício de R\$100,00 apresentou o maior EQRM quando se utilizou o modelo baseado em redes neurais. Pela TAB. 6.1, verifica-se uma grande diferença entre o EQRM da precificação dessa série, pelo modelo de redes neurais (3,2723), e o EQRM da precificação, utilizando o modelo de BLACK e SCHOLES (0,8687). No entanto, o EQM apurado para o modelo de redes neurais (1,78) é significativamente menor do que o EQM calculado para o modelo de BLACK e SCHOLES (5,33).

O GRAF. 6.2 descreve o movimento dos preços previstos pelo modelo de redes neurais (c_{rn}) e dos preços obtidos pelo modelo de BLACK e SCHOLES ($c_{B\&S}$) em comparação com os preços de mercado (c_m) apurados para a série com vencimento em 21/12/1998 e preço de exercício igual a R\$100,00.

Analisando o GRAF. 6.2, verifica-se, durante os 19 primeiros dias de cotação, grande diferença entre os preços calculados pelo modelo de BLACK e SCHOLES e o modelo de redes neurais. Nesse período, o modelo de redes neurais é o modelo cujos preços teóricos mais se aproximam dos preços de mercado. A partir do 20º dia, ambos os modelos passam a apresentar resultados semelhantes entre si, captando com boa qualidade o comportamento do mercado. Nos últimos cinco dias de cotação, enquanto os resultados do modelo de BLACK e SCHOLES continuam captando os movimentos dos preços de mercado, ocorre uma queda de desempenho do modelo de redes neurais.

Analisando o comportamento dos modelos ao longo de todo o período, pode-se verificar que, durante a maior parte desse período, o modelo cujos preços teóricos mais se aproximam dos preços de mercado é o modelo de redes neurais, o que explicaria o fato de o mesmo apresentar um EQM (1,78) bem inferior ao calculado para o modelo de BLACK e SCHOLES (5,33).

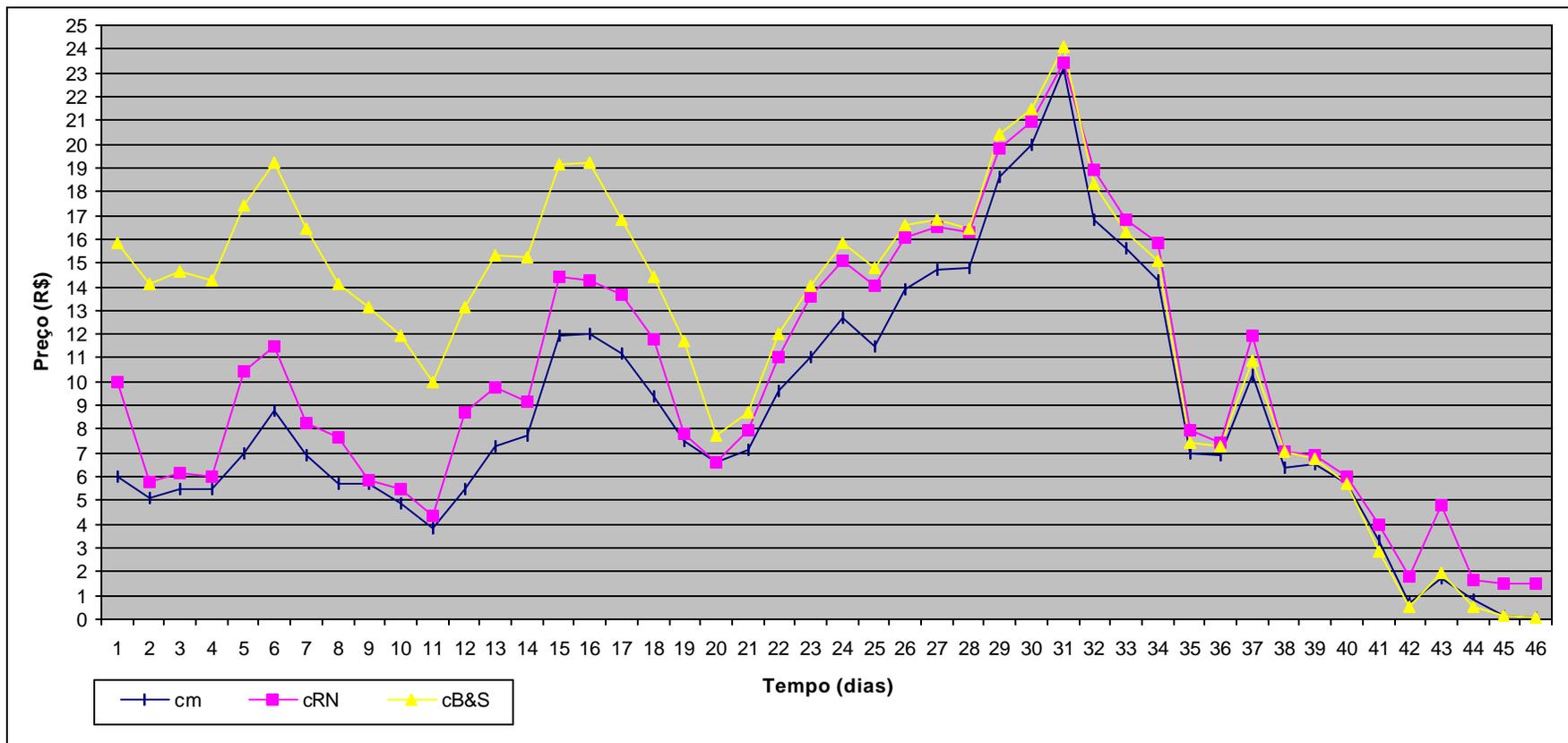


GRAFICO 6.2 – Comparação entre os preços de mercado (c_m) da série com vencimento em 21/12/1998 e preço de exercício de R\$100,00 e os preços teóricos projetados pelo modelo baseado em redes neurais (c_m) e pelo modelo de BLACK e SCHOLES ($c_{B\&S}$).

Embora, pela própria visualização gráfica e comparação do EQM, possa ser constatado o melhor desempenho do modelo de redes neurais, seu EQRM (3,2723) é bastante superior ao que foi apurado para o modelo de BLACK e SCHOLES (0,8657). Isso porque os maiores erros de precificação do modelo de redes neurais ocorreram em opções com preços muito baixos, o que resultou em elevados erros percentuais. Por outro lado, os erros do modelo de BLACK e SCHOLES, embora bem superiores, concentraram-se nas opções de maior valor, reduzindo, comparativamente, o erro percentual. Por exemplo, no sexto dia de cotação, o preço de fechamento da opção foi R\$8,80 e o preço calculado pelo modelo de BLACK e SCHOLES foi R\$19,25, resultando em um erro absoluto de R\$10,45 e um erro relativo de 1,1875. Em contrapartida, no 46º dia de cotação, o preço de mercado da opção e o preço teórico obtido pelo modelo de redes neurais foram, respectivamente, R\$0,05 e R\$1,52. A diferença entre os preços resultou em um erro absoluto de R\$1,47, bem abaixo do verificado na situação anterior. No entanto, o erro relativo apurado é muito superior, atingindo 29,4. Neste trabalho, deu-se a esses desvios a denominação de *erro extremo em baixo valor*.

Essa explicação se faz necessária por ter sido constatado que a aplicação das redes neurais na precificação de outras séries de opções implicou situações semelhantes, em que as opções foram mal precificadas, do ponto de vista do EQRM, devido à concentração de erros absolutos maiores nas cotações de preços mais baixos. Para as séries com vencimento em 19/10/1998 e 16/08/1999, observou-se também o efeito do *erro extremo em baixo valor*.

A análise da série de opções com vencimento em 21/12/1998 e preço de exercício de R\$100,00 também demonstrou a importância do uso de diferentes parâmetros de comparação. Esses parâmetros, quando utilizados em conjunto, são importantes ferramentas para a compreensão do real comportamento dos modelos, mas, se analisados isoladamente e precipitadamente, podem induzir a erros de análise significativos.

TABELA 6.2

EQRM, EQM e R^2 resultantes da precificação das séries de opções do grupo de opções fora do preço.

Vencimento	Preço de Exercício	EQRM		EQM		R^2	
		RN	B&S	RN	B&S	RN	B&S
18/02/1998	150	<u>0,6691</u>	2,1617	<u>0,33</u>	4,42	<u>0,9406</u>	0,9324
20/04/1998	170	<u>0,4459</u>	0,7572	<u>0,18</u>	0,34	<u>0,9495</u>	0,7614
15/06/1998	170	1,8164	<u>0,7140</u>	<u>0,18</u>	0,60	<u>0,9736</u>	0,8572
17/08/1998	160	<u>1,6114</u>	3,1442	<u>0,10</u>	1,52	<u>0,8666</u>	0,8471
19/10/1998	130	3,7654	<u>1,2001</u>	<u>0,30</u>	0,51	<u>0,9270</u>	0,7960
21/12/1998	130	<u>0,7796</u>	7,7720	<u>0,35</u>	4,17	<u>0,7323</u>	0,2882
08/02/1999	130	<u>0,3715</u>	1,8219	<u>0,80</u>	2,22	0,7617	<u>0,8883</u>
19/04/1999	170	<u>0,5296</u>	5,0886	<u>0,26</u>	7,71	<u>0,9429</u>	0,8618
21/06/1999	190	<u>0,5412</u>	0,7333	<u>0,21</u>	0,40	<u>0,9522</u>	0,8703
16/08/1999	180	0,9700	<u>0,6430</u>	<u>0,14</u>	0,16	0,9869	<u>0,9870</u>
18/10/1999	170	<u>0,4091</u>	0,6623	<u>0,15</u>	0,38	<u>0,9641</u>	0,7829
20/12/1999	200	0,5031	<u>0,4668</u>	0,50	<u>0,24</u>	0,8489	0,9533

Pela TAB. 6.2, pode-se observar que o modelo de redes neurais obteve, para a maior parte das séries de opções fora do preço, resultados melhores do que o obtido pelo modelo de BLACK e SCHOLLES. Constata-se que o modelo de redes neurais obteve melhor desempenho (menor EQRM) em 8 das 12 séries precificadas. Para as séries com vencimento em 15/06/1998, 19/10/1998 e 16/08/1999, embora tenha implicado maior EQRM, a aplicação do modelo de redes neurais garantiu, por outro lado, menor EQM e maior R^2 . Isso significa dizer que, mesmo para essas séries de opções, o modelo de redes neurais explicou melhor os movimentos de preços do mercado (maior R^2) e calculou preços mais próximos aos verificados no mercado (menor EQM).

A série com vencimento em 19/10/1998 e preço de exercício de R\$130,00, para a qual o modelo de redes neurais apresentou o pior desempenho com base no EQRM (3,7654), caracterizou-se pela ocorrência de *erro extremo em baixo valor*. Observe-se que, em relação ao EQM (0,30) e ao R^2 (0,9270), a mesma série apresentou um desempenho significativamente superior ao do modelo de BLACK e SCHOLEES, cujos EQM e R^2 foram, respectivamente, 0,51 e 0,7960. Por meio do GRAF. 6.3, verifica-se que o modelo de redes neurais, em comparação ao de BLACK e SCHOLEES, acompanha melhor o movimento dos preços de mercado. O GRAF. 6.4, que relaciona os erros relativos para cada cotação, explicita o efeito do *erro extremo em baixo valor*. A partir desse gráfico, pôde-se constatar que a *distorção* do EQRM apurado pelo modelo de redes neurais foi devido, predominantemente, ao erro de precificação ocorrido no 44º dia de cotação analisado (15/10/1998).

Do ponto de vista do EQRM, o melhor resultado foi obtido com a precificação da série com vencimento em 08/02/1999 e preço de exercício de R\$130,00, que resultou em um EQRM de 0,3715. No entanto, analisando conjuntamente os três parâmetros, o melhor desempenho ocorreu com a série com vencimento em 18/10/1999 e preço de exercício de R\$170,00. O GRAF. 6.5 descreve o comportamento dos modelos para essa série.

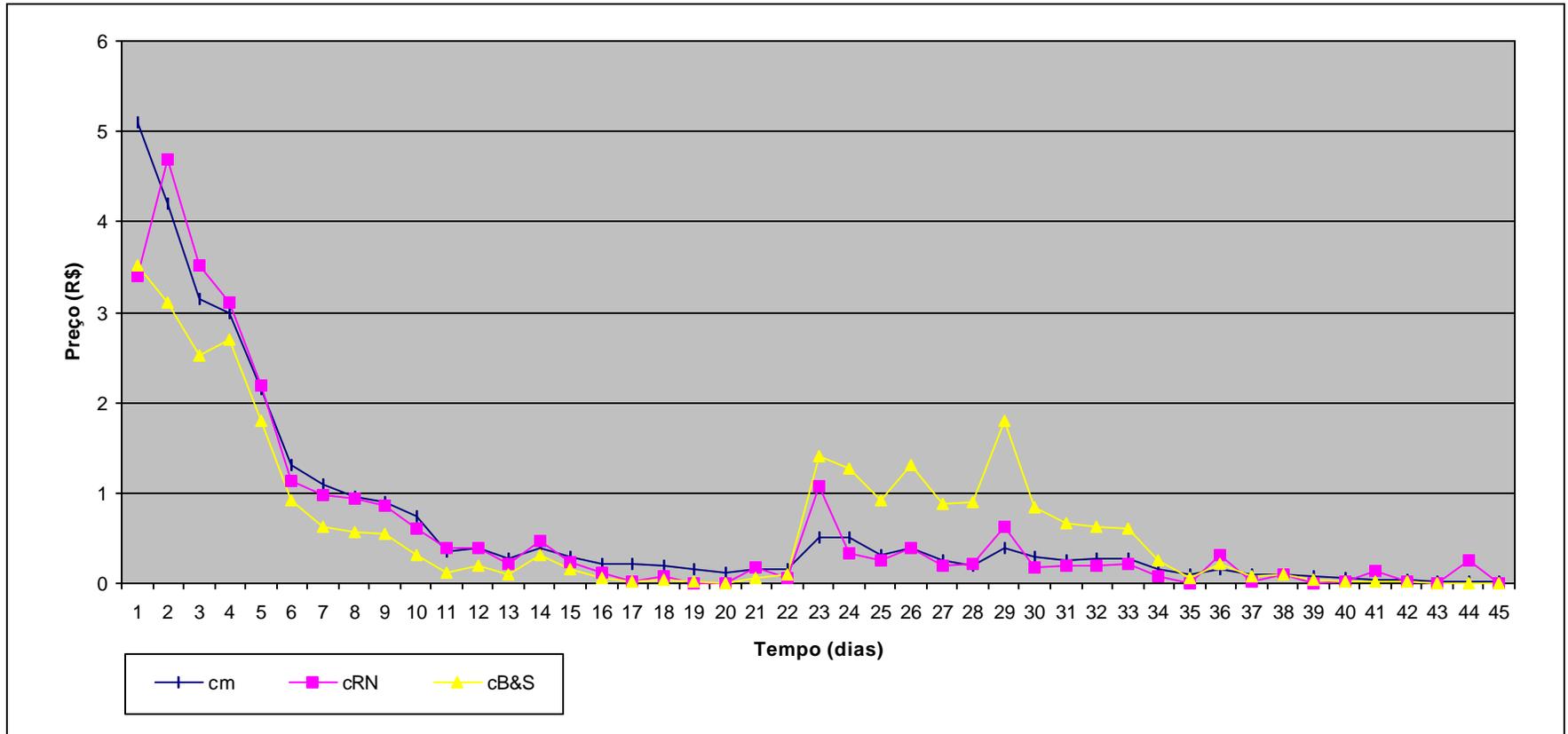


GRÁFICO 6.3 – Comparação entre os preços de mercado (c_m) da série com vencimento em 19/10/1998 e preço de exercício de R\$130,00 e os preços teóricos projetados pelo modelo baseado em redes neurais (c_m) e pelo modelo de BLACK e SCHOLES ($c_{B\&S}$).

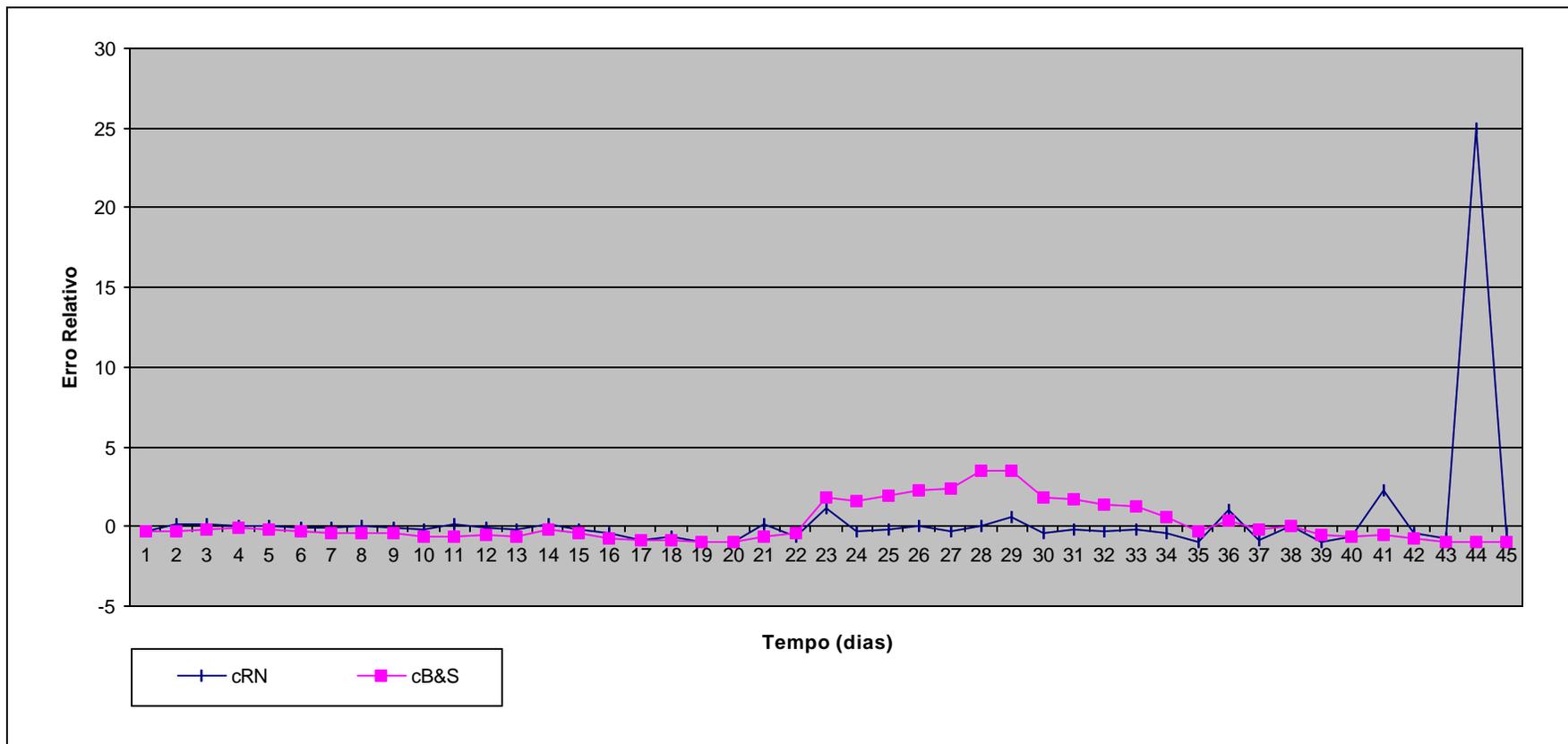


GRÁFICO 6.4 – Erro quadrático relativo resultante da precificação da série com vencimento em 19/10/1998 e preço de exercício de R\$130,00, utilizando o modelo baseado em redes neurais.

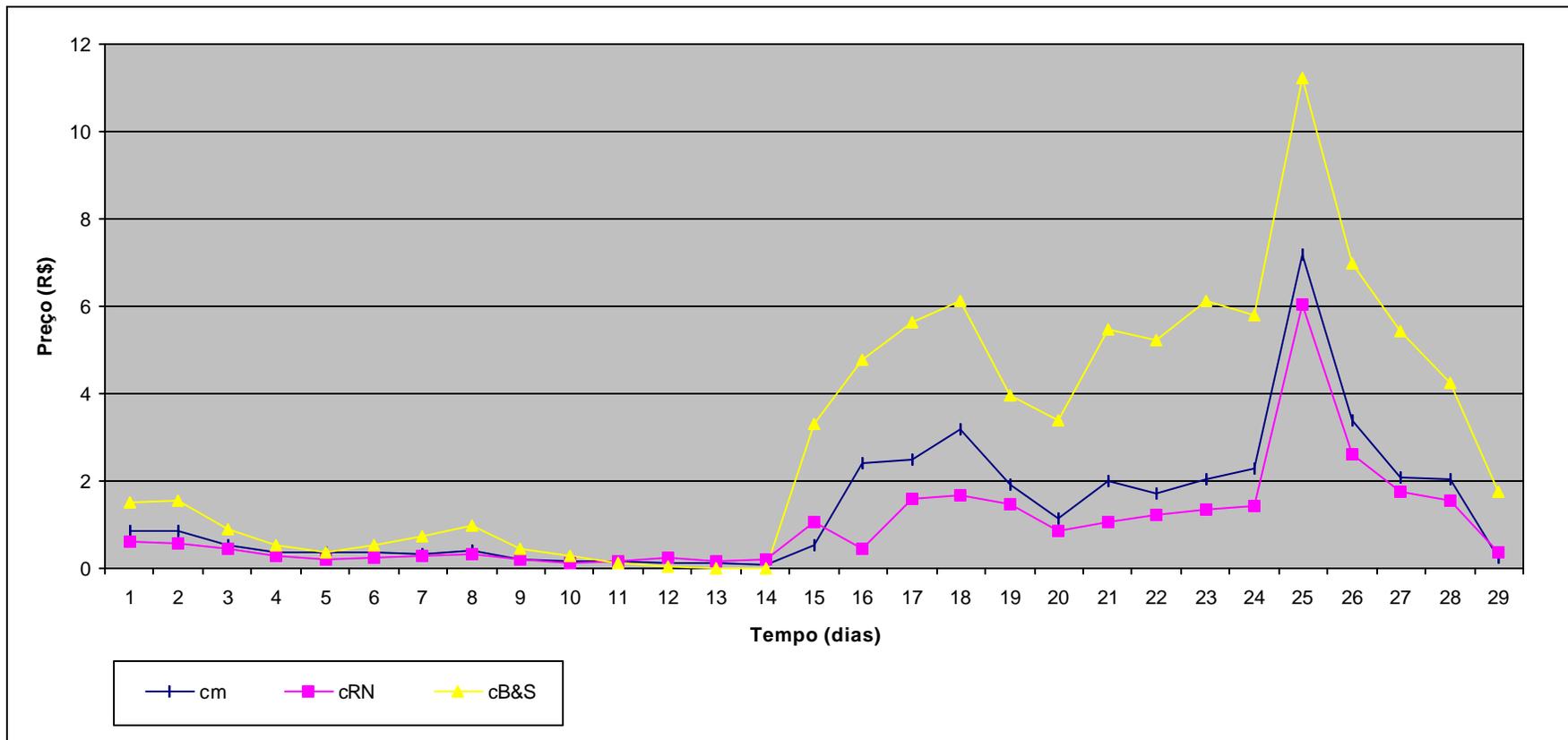


GRÁFICO 6.5 – Comparação entre os preços de mercado (c_m) da série com vencimento em 18/10/1999 e preço de exercício de R\$170,00 e os preços teóricos projetados pelo modelo baseado em redes neurais (c_{rn}) e pelo modelo de BLACK e SCHOLLES ($c_{B\&S}$).

TABELA 6.3

EQRM, EQM e R^2 resultantes da precificação das séries de opções do grupo de opções dentro do preço.

Vencimento	Preço de Exercício	EQRM		EQM		R^2	
		RN	B&S	RN	B&S	RN	B&S
18/02/1998	110	<u>0,0480</u>	0,1493	<u>0,82</u>	2,64	<u>0,9690</u>	0,8444
20/04/1998	120	<u>0,0306</u>	0,0378	<u>0,83</u>	0,88	<u>0,9603</u>	0,9531
15/06/1998	110	<u>0,0834</u>	0,0963	<u>1,67</u>	2,00	<u>0,9612</u>	0,9520
17/08/1998	90	<u>0,0327</u>	0,0356	<u>1,35</u>	1,51	<u>0,9706</u>	0,9578
19/10/1998	70	0,1680	<u>0,1202</u>	2,18	<u>1,91</u>	<u>0,9685</u>	0,9460
21/12/1998	80	<u>0,1178</u>	0,2643	<u>1,89</u>	4,35	<u>0,9708</u>	0,8323
08/02/1999	90	<u>0,0793</u>	0,1545	<u>1,47</u>	1,49	0,9868	<u>0,9916</u>
19/04/1999	120	0,0825	<u>0,0570</u>	<u>1,90</u>	6,81	<u>0,9064</u>	0,0781
21/06/1999	120	<u>0,0603</u>	0,1072	<u>2,16</u>	2,23	<u>0,9138</u>	0,9081
16/08/1999	120	<u>0,0645</u>	0,3165	<u>1,58</u>	1,64	<u>0,9700</u>	0,9678
18/10/1999	130	0,0675	<u>0,0642</u>	<u>1,16</u>	1,85	<u>0,9248</u>	0,8748
20/12/1999	130	0,0782	<u>0,0453</u>	4,88	<u>1,45</u>	0,9778	<u>0,9957</u>

Analisando os dados da TAB 6.3 em comparação aos das TAB. 6.1 e TAB. 6.2, conclui-se que o melhor desempenho dos modelos, com base no EQRM, ocorreu na precificação das séries de opções que permaneceram a maior parte do tempo dentro do preço. O modelo baseado em redes neurais atingiu os melhores resultados, superando o modelo de BLACK e SCHOLLES na precificação de 8 das 12 séries de opções analisadas, o que equivale a cerca de 67%. Se os modelos forem comparados a partir do EQM ou do R^2 , o número de séries de opções, para as quais o modelo de redes neurais apresenta melhor desempenho, sobe para 10, correspondendo a 83,33%.

O GRAF. 6.6 possibilita comparar os preços de mercado com os preços teóricos calculados pelos modelos para a série de opções com vencimento em 20/04/1998 e preço de exercício de R\$120,00. A precificação dessa série, por meio do modelo de redes neurais, resultou no menor EQRM verificado entre as séries do grupo de opções dentro do preço.

Pelo GRAF. 6.6, verifica-se que ambos os modelos seguem os movimentos do preço de mercado, prevendo, predominantemente, as variações mais intensas. Algumas alterações de preço de mercado menos significativas não conseguem ser captadas pelos modelos.

Para a série de opção com vencimento em 20/04/1998 e preço de exercício de R\$120,00, ocorre um fato interessante: o R^2 calculado a partir da regressão dos preços teóricos do modelo de redes neurais sobre os preços do modelo de BLACK e SCHOLES (0,9787) é maior do que o R^2 obtido pela regressão dos preços de mercado sobre os preços do modelo de redes neurais (0,9693) e sobre os preços do modelo de BLACK e SCHOLES (0,9531). Isso explica os movimentos dos preços teóricos previstos pelos modelos entre o 19º e o 34º dia de cotação. Observe-se que, nesse período, os preços calculados pelo modelo de redes neurais estão mais correlacionados com os preços obtidos com o modelo de BLACK e SCHOLES do que com os preços de mercado.

Em outras palavras, ao tentar modelar o movimento dos preços das opções, utilizando as variáveis explicadas anteriormente, as redes neurais chegaram a uma fórmula semelhante à fórmula de BLACK e SCHOLES para precificação de opções sobre ações. Esse fato, embora não conclusivo, pode indicar que o modelo de BLACK e SCHOLES capta, corretamente, como estão relacionadas entre si algumas das variáveis que influenciam os preços das opções, faltando, no entanto, a esse modelo e ao modelo de redes neurais, contemplar outras variáveis, ou características, presentes no mercado.

O maior EQRM ocorreu com a precificação da série de opções com vencimento em 19/10/1998 e preço de exercício de R\$70,00, cujo resultado pode ser visualizado no GRAF. 6.7. No entanto, por meio desse gráfico, constata-se a boa adequação do modelo baseado em redes neurais ao problema de precificação de opções. A maior parte dos movimentos são previstos pelo modelo, que consegue seguir as tendências de subida e queda dos preços.

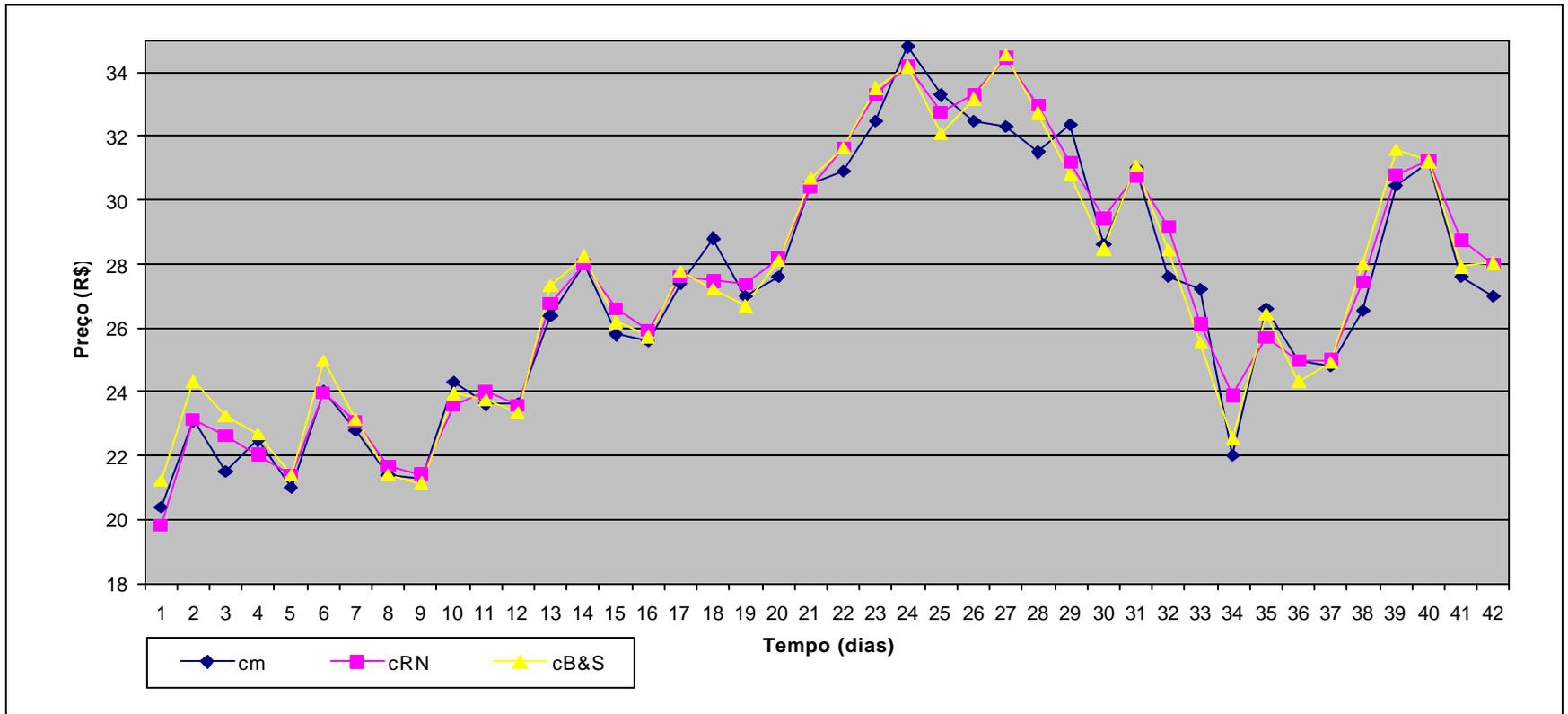


GRÁFICO 6.6 – Comparação entre os preços de mercado (c_m) da série com vencimento em 20/04/1998 e preço de exercício de R\$120,00 e os preços teóricos projetados pelo modelo baseado em redes neurais (c_m) e pelo modelo de BLACK e SCHOLLES ($c_{B\&S}$).

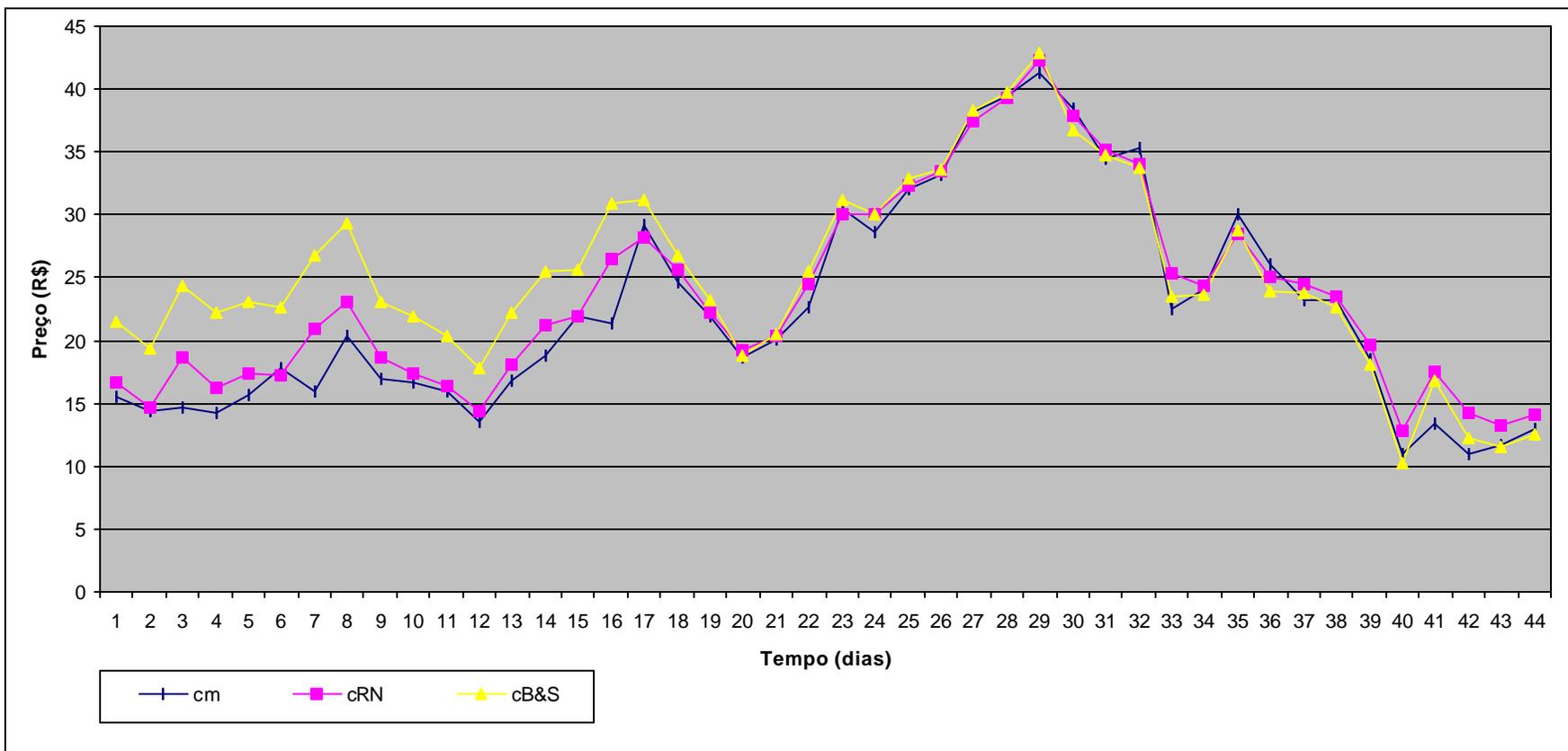


GRÁFICO 6.7 – Comparação entre os preços de mercado (c_m) da série com vencimento em 19/10/1998 e preço de exercício de R\$70,00 e os preços teóricos projetados pelo modelo baseado em redes neurais (c_m) e pelo modelo de BLACK e SCHOLEs ($c_{B\&S}$).

TABELA 6.4

Porcentagem de acertos obtido pelos modelos na determinação do movimento (subida ou queda) do preço das opções.

Vencimento	Fora do Preço		No Preço		Dentro do Preço	
	RN	B&S	RN	B&S	RN	B&S
18/02/1998	<u>77,55%</u>	48,98%	<u>85,71%</u>	59,18%	<u>95,45%</u>	86,36%
20/04/1998	64,71%	64,71%	74,42%	74,42%	80,49%	<u>82,93%</u>
15/06/1998	<u>62,30%</u>	57,38%	86,15%	<u>87,69%</u>	86,67%	86,67%
17/08/1998	<u>72,50%</u>	40,00%	<u>86,96%</u>	78,26%	85,37%	85,37%
19/10/1998	<u>81,82%</u>	72,73%	60,98%	<u>80,49%</u>	85,29%	<u>91,18%</u>
21/12/1998	<u>75,00%</u>	52,27%	<u>75,56%</u>	71,74%	<u>83,72%</u>	76,74%
08/02/1999	57,14%	57,14%	83,87%	<u>87,10%</u>	77,42%	<u>80,65%</u>
19/04/1999	<u>63,64%</u>	50,00%	<u>72,34%</u>	68,09%	<u>73,68%</u>	71,05%
21/06/1999	<u>75,61%</u>	73,17%	80,39%	<u>84,31%</u>	74,00%	74,00%
16/08/1999	<u>80,56%</u>	75,00%	<u>75,61%</u>	68,29%	90,32%	90,32%
18/10/1999	<u>72,09%</u>	60,47%	<u>87,50%</u>	66,67%	<u>97,78%</u>	77,78%
20/12/1999	63,16%	<u>84,21%</u>	83,33%	<u>85,71%</u>	<u>84,21%</u>	78,95%

Outra análise bastante importante para validar o modelo de precificação de opções baseado em redes neurais é o cálculo do número de acertos obtidos pelo modelo na determinação do movimento (subida ou descida) do preço das opções. Em mercado de capitais, a informação de que o preço de um determinado ativo irá subir ou cair pode ser, em algumas situações, mais importante do que prever um valor mais próximo do valor real da opção.

Na TAB. 6.4, encontra-se o valor percentual do número de vezes em que se acertou o movimento dos preços de cada série de opções analisada. Por exemplo, segundo a TAB. 6.4, o modelo previu corretamente 95,45% dos movimentos de subida ou queda do preço da opção com vencimento em 18/02/1998 e pertencente ao grupo de série de opções dentro do preço. Analisando a TAB. 6.4, percebe-se um equilíbrio entre os modelos quando aplicados aos grupos de série de opções no preço e dentro do preço.

Para o grupo fora do preço, o modelo baseado em redes neurais consegue, na maioria das vezes (75%), um percentual de acertos maior do que o obtido pelo modelo de BLACK e SCHOLES.

Analisando todos os grupos, verifica-se que o percentual de acertos obtido pelos modelos de redes neurais e de BLACK e SCHOLES variou, respectivamente, de 57,14% a 97,78% e de 40,0% a 91,18%. Portanto, o modelo de redes neurais não só atingiu um percentual máximo de acertos maior, como também, obteve um percentual mínimo bem acima do limite mínimo observado para o modelo de BLACK e SCHOLES.

7. CONCLUSÃO

7.1. Considerações finais

A *precificação*, ou *avaliação* de uma opção, que consiste na determinação do preço (prêmio) da opção, corresponde a um dos problemas centrais no estudo das opções. O modelo de BLACK E SCHOLES surge como a principal alternativa de solução desse problema, tornando-se um dos principais modelos da área de Finanças. No entanto, vários estudos comprovaram que alguns dos pressupostos do modelo de BLACK e SCHOLES não são verificados na prática, resultando em diferenças significativas entre o valor da opção, calculado pelo modelo, e o valor realmente verificado no mercado.

O grande objetivo deste trabalho foi verificar se um modelo de precificação de opções baseado em redes neurais seria capaz de superar o modelo de BLACK e SCHOLES na determinação de preços de opções mais condizentes com os preços realmente verificados no mercado. Para isso, construiu-se um modelo de precificação, utilizando as técnicas de redes neurais, e realizou-se a comparação entre esse modelo e o de BLACK e SCHOLES.

A partir dos resultados deste trabalho, foi constatado que o modelo baseado em redes neurais superou o modelo de BLACK e SCHOLES na precificação de opções fora do preço, no preço e dentro do preço. O modelo baseado em redes neurais obteve os melhores resultados quando aplicado às séries de opções que permaneceram mais tempo dentro do preço. Para as séries mais no preço e fora do preço, o desempenho do modelo de redes neurais, embora superior ao do modelo de BLACK e SCHOLES, foi inferior ao observado para as séries mais dentro do preço.

A superioridade do modelo baseado em redes neurais não foi observada apenas com base nos erros absolutos e relativos e no coeficiente de

determinação. O modelo de redes neurais demonstrou ser superior ao modelo de BLACK e SCHOLES também na determinação do movimento dos preços das opções mais fora do preço. Para as opções mais no preço e dentro do preço, verificou-se um certo equilíbrio entre os dois modelos.

A precificação de algumas opções, utilizando o modelo de redes neurais, resultou em altos EQRM. Esse fato ocorreu devido à concentração de erros absolutos maiores nas cotações de preços mais baixos, o que elevou, consideravelmente, os erros relativos. Atribuiu-se a esses desvios a denominação de *erro extremo em baixo valor*. Em alguns casos, o *erro extremo em baixo valor* pode estar associado à dificuldade de previsão em períodos próximos ao vencimento da opção. Nesses períodos, o comportamento menos típico, associado ao número reduzido de ocorrências, dificultaria a modelagem por meio das redes neurais.

A divisão dos dados em três grupos, conforme o grau de *moneyness*, e o treinamento da rede com cada grupo melhoraram, significativamente, o desempenho do modelo baseado em redes neurais. Com isso, constatou-se o comportamento diferenciado dos preços das opções conforme o grupo a que pertencem, o que, em última análise, poderia justificar a utilização de modelos diferentes para precificar cada grupo de opções.

Um fato interessante observado, durante a análise das séries mais dentro do preço, foi a obtenção de um coeficiente de determinação R^2 maior entre os preços obtidos pelos modelos do que entre os preços teóricos de cada modelo e os de mercado. Isso significa que o modelo de redes neurais replicou melhor os resultados do modelo de BLACK e SCHOLES do que o comportamento real do mercado. Essa coincidência, embora ainda carente de maior comprovação, pode reforçar o valor do modelo de BLACK e SCHOLES, pois indica que as relações entre as variáveis previstas por esse modelo se equiparam às relações extraídas pelas redes neurais a partir dos dados empíricos do

mercado. As diferenças em relação aos preços de mercado podem ser atribuídas a ausência de variáveis não contempladas por ambos os modelos.

Neste trabalho, a utilização do preço mais recente da opção como parâmetro de entrada, refletindo a visão da análise técnica, melhorou o desempenho das redes neurais. Além disso, foi demonstrada a capacidade das redes neurais em prever os preços das opções praticados pelo mercado. Portanto, isso evidencia que os movimentos futuros dos preços das opções podem ser explicados, em parte, pelo próprio preço anterior da opção.

No entanto, ao contrário de uma análise técnica pura, o modelo proposto não está fundamentado somente na idéia de que o preço futuro de um ativo é uma função de seus preços passados. O modelo baseado em redes neurais, aqui definido, foi também construído a partir de variáveis reconhecidas pelo modelo de BLACK e SCHOLLES como imprescindíveis para a compreensão do comportamento dos preços das opções. Portanto, ao modelo proposto procurou-se atribuir a capacidade de estabelecer as relações entre variáveis que, independentemente das alterações imediatas e pontuais do mercado, possam estar sempre influenciando os preços das opções. Em outras palavras, procurou-se construir um modelo geral e estável, mas que fosse flexível o bastante para contemplar as características próprias e específicas de cada cenário e mercado.

Por meio das redes neurais, uniu-se a fundamentação teórica de um modelo analítico genérico com a visão de tendências da análise técnica. Como foram obtidos bons resultados, conclui-se que abordagens como essa podem contribuir para ampliar a compreensão do comportamento do mercado de capitais.

Com base no conhecimento adquirido com a aplicação da metodologia de construção do modelo proposto, verificou-se que a técnica de redes neurais permite não apenas definir um modelo a partir de um conhecimento prévio,

como também, conduz à ampliação do conhecimento sobre o problema estudado à medida em que se constrói o modelo. Para a definição das características das redes neurais, é necessária uma boa fundamentação teórica. Os resultados obtidos com as redes neurais depende desse conhecimento prévio. Ao mesmo tempo, durante a definição do modelo e a partir dos resultados parciais, esse conhecimento evoluiu, implicando alterações. Essa evolução em espiral, em que se avança repetindo etapas, pode possibilitar um ganho paralelo, que é a comprovação ou reprovação do conhecimento prévio. Um fato ocorrido neste trabalho que exemplifica esse ganho paralelo foi a indicação, com base nos resultados obtidos, de que o modelo de BLACK e SCHOLES descreve bem as relações entre as variáveis previstas pelo mesmo. Nesse caso, o modelo de BLACK e SCHOLES foi, em um primeiro momento, base para a solução do problema de precificação e, no momento seguinte, o próprio objeto de estudo em análise.

Por meio desta dissertação, pôde-se analisar a aplicação das redes neurais no mercado de opções brasileiro, ampliando, não somente, o conhecimento sobre a técnica de redes neurais, mas também sobre o mercado brasileiro. O estudo realizado também acompanha a evolução da teoria de opções no que se refere à aplicação de novos métodos de precificação. Além disso, a metodologia empregada pode, apropriadamente, fundamentar a utilização de redes neurais na precificação de outros derivativos, expandindo o campo de aplicação.

7.2. Sugestões de Trabalhos Futuros

Percebeu-se grande relação entre o preço da opção e o grau de *moneyness*, o que motivou a definição de grupos de dados para treinamento conforme o grau de *moneyness* das opções. Portanto, uma sugestão é a definição desses intervalos com base em técnicas como as de *cluster analysis*. A aplicação de intervalos mais coerentes com o comportamento do mercado resultaria em melhor desempenho das redes neurais.

A mesma análise para o grau de *moneyness* se aplica ao tempo para o vencimento da opção. Essa variável influencia, demasiadamente, o preço da opção, contribuindo com alterações bruscas e significativas. Dessa forma, a divisão dos dados de treinamento, de acordo com o tempo até o vencimento da opção, tende a melhorar o desempenho do modelo.

Um estudo variando a periodicidade dos dados de treinamento, além de possibilitar a construção de modelos de redes neurais melhores, permitiria analisar a estabilidade do mercado de opções brasileiro. Por exemplo, a conclusão de que o uso de dados dos últimos seis meses é definitivamente melhor do que dos últimos dois anos, além de fundamentar a etapa de treinamento das redes neurais em outros trabalhos, daria indícios sobre a estabilidade do mercado em estudo.

Outra sugestão é a utilização das redes neurais para previsão da volatilidade implícita do modelo de BLACK e SCHOLES relacionada ao mercado de opções brasileiro. Essa estimativa da volatilidade, aplicada ao modelo de BLACK e SCHOLES, poderia contornar a dificuldade em se prever a volatilidade e contribuir com o aprimoramento da precificação de opções.

Como última sugestão, seria interessante um trabalho em que fosse utilizado, para precificar opções, um modelo de redes neurais construído a partir de indicadores da análise técnica. A comparação desse modelo com outros ampliaria a compreensão das diferentes abordagens de análise. Além disso, existe uma estreita relação entre a teoria de redes neurais e a de análise técnica, já que ambas se fundamentam na idéia de que o futuro pode ser explicado por dados do passado.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 ADLER, A. S, FARIA, H. B., SANTOS, L. F e LEMGRUBER, E. F. Árvores Binomias Implícitas: aplicação para as opções de Telebrás no exercício de abril de 1999. XXIII ENANPAD, *Anais*. Foz do Iguaçu, 1999.
- 2 AÏT-SHALAIA, Y., LO, A. *Nonparametric estimation of state-price densities implicit in financial asset prices*. Working paper, University of Chicago and MIT, 1996 apud BAKSHI, G., CAO, C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 3 AMIM, K., JARROW, E. Pricing options on risky assets in a stochastic interest rate economy. *Mathematical Finance*, v.2, p.217-237, 1992 apud BAKSHI, G., CAO, C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 4 AMIN, K., NG, V. Option valuation with systematic stochastic volatility. *Journal of Finance*, v. 48, p.881-910, 1993 apud BAKSHI, G., CAO, C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 5 ARDITTI, F. D. *Derivatives: a comprehensive resource for options, futures, interest rate swaps, and mortgage securities*. EUA: Harvard Business School Press, 1996.
- 6 BAILEY, W., STULZ, R. The pricing of stock index options in a general equilibrium model. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v.24, p.1-12, 1989 apud BAKSHI, G., CAO, C., CHEN, Z. Empirical

performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.

- 7 BAKSHI, G., CAO, C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 8 BAKSHI, G., CHEN, Z. An alternative valuation model for contingent claims. *Journal of Financial Economics*, v.44, p.123-165, 1997a *apud* BAKSHI, G., CAO, C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 9 BAKSHI, G., CHEN, Z. Equilibrium valuation of foreign exchange claims. *Journal of Finance*, v.52, p799-826, 1997b *apud* BAKSHI, G., CAO, C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 10 BATES, D. The crash of 87: was it expected? The evidence from options markets. *Journal of Finance*, v. 46, p.1009-1044, 1991 *apud* BAKSHI, G., CAO, C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 11 BATES, D. Jumps and stochastic volatility: exchange rate processes implicit in Deutschemark options. *Review of Financial Studies*, v.9, p.69-108, 1996a *apud* BAKSHI, G., CAO, C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 12 BATES, D. Testing option pricing models. In: MADDALA, G. S., RAO, C. R., eds: *Handbook of Statistics*, vol.15: *Statistical Methods in Finance*, North Holland, Amsterdam, p.567-611, 1996b *apud* BAKSHI, G., CAO,

- C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 13 BERTUCCI, L. A. Avaliação de modelos de volatilidade condicionada na precificação de opções de compra no mercado BOVESPA. XXIII ENANPAD, *Anais*. Foz do Iguaçu, 1999.
 - 14 BLACK, F., SCHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*. 81, May-June 1973, p.637-659.
 - 15 BLACK, F. Studies of stock price volatility changes. *Proceedings of the 1976 Meetings of the American Statistical Association*. Business and Economic Statistic Section, p.177-181, 1976.
 - 16 BRAGA, A., LUDERMIR, T., CARVALHO, A. *Redes neurais artificiais: teoria e aplicações*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2000.
 - 17 BRONSTEIN, G., FREITAS, H. G, MELO E SOUZA, S., LEMGRUBER, E. F. Modelo de avaliação de opções para processos de difusão e salto. XXIII ENANPAD, *Anais*. Foz do Iguaçu, 1999.
 - 18 BURGESS, A. N., REFENES, A-P. N. Modelling non-linear moving average processes using neural networks with error feedback: na application to implied volatility forecasting. *Signal Processing*, v.74, p.89-99, 1999.
 - 19 CHIRAS, D. P., MANASTER, S. The Information content of option prices and a test of market efficiency. *Journal of Financial Economics*, v. 6, p. 213-234, 1978.
 - 20 COX, J., ROSS, S. The valuation of options for alternative stochastic processes. *Journal of Financial Economics*, v.3, p.145-166, 1976 apud

- BAKSHI, G., CAO, C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 21 COX, J., S. ROSS, M. RUBINSTEIN. Option pricing: a simplified approach. *Journal of Financial Economics*. n.7, September 1979, p. 229-263.
- 22 CYBENKO, G. *Continuous valued neural networks with two hidden layers are sufficient*. Technical report. Department of Computer Science, Tufts University, 1988 *apud* BRAGA, A., LUDERMIR, T., CARVALHO, A. *Redes neurais artificiais: teoria e aplicações*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2000.
- 23 DAIGLER, R. T. *Advanced options trading: the analysis and evaluation of trading strategies, hedging tactics & pricing models*. EUA: McGraw-Hill, 1997.
- 24 DEMUTH, H., BEALE, M. *Neural network toolbox for use with Matlab*. ed.4. 2000. [citado em 12 de novembro de 2001]. Disponibilidade e acesso: <http://www.mathworks.com>.
- 25 DERMAN, E., KANI, I. R. Riding on a smile. *Risk*, v.7, n.2, February 1994, p.32-39 *apud* ADLER, A. S, FARIA, H. B., SANTOS, L. F e LEMGRUBER, E. F. Árvores Binomias Implícitas: aplicação para as opções de Telebrás no exercício de abril de 1999. XXIII ENANPAD, *Anais*. Foz do Iguaçu, 1999.
- 26 DUMAS, B., FLEMING, J., WHALEY, R.E. Implied volatility functions: empirical tests, *Journal of Finance*, v. 53, n. 6, p. 2059-2106, Dec. 1998.

- 27 DUPIRE, B. Pricing with a smile. *Risk*, v.7, n.1, February 1994, p. 18-20
apud ADLER, A. S, FARIA, H. B., SANTOS, L. F e LEMGRUBER, E. F. Árvores Binomias Implícitas: aplicação para as opções de Telebrás no exercício de abril de 1999. XXIII ENANPAD, *Anais*. Foz do Iguaçu, 1999.
- 28 FORESEE, F. D., HAGAN, M. T. Gauss-Newton approximation to Bayesian regularization. *Proceedings of the 1997 International Joint Conference on Neural Networks*. p. 1930-1935. 1997.
- 29 GARCIA, R., GENÇAY, R. Pricing and hedging derivative securities with neural networks and a homogeneity hint. *Journal of Econometrics*, v.94, p.93-115, 2000.
- 30 GESKE, R. The valuation of compound options. *Journal of Financial Economics*. n. 7, September 1979, p. 63-81 *apud* HULL, J. *Opções, futuros e outros derivativos*. São Paulo: BM&F, 1998.
- 31 HAYKIN, S. *Neural networks: a comprehensive foundation*. 2nd edition. EUA: Prentice Hall, 1999.
- 32 HESTON, S. A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. *Review of Financial Studies*, v.6, p.327-343, 1993 *apud* BAKSHI, G., CAO, C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 33 HULL, J. *Introdução aos mercados futuros e de opções*. São Paulo: BM&F, 1996.
- 34 HULL, J. *Opções, futuros e outros derivativos*. São Paulo: BM&F, 1998.

- 35 HULL, J. C., WHITE, A. The pricing of options on assets with stochastic volatilities. *Journal of Finance*. v. 42, June 1987, p.281-300.
- 36 HUTCHINSON, J. M, LO, A.W., POGGIO, T. A nonparametric approach to pricing and hedging derivative securities via learning networks. *Journal of Finance*. vol.49, n.3, p.851-889, jul.1994.
- 37 JARROW, R, RUDD, A. Approximate option valuation for arbitrary stochastic processes. *Journal of Finance*, v.10, p.347-370, nov. 1982 *apud* BRONSTEIN, G., FREITAS, H. G, MELO E SOUZA, S., LEMGRUBER, E. F. Modelo de avaliação de opções para processos de difusão e salto. XXIII ENANPAD, *Anais*. Foz do Iguaçu, 1999.
- 38 KON, S. J. Models of stock returns – a comparison. *Journal of Finance*, v. 39, p. 147-166, March 1984 *apud* BRONSTEIN, G., FREITAS, H. G, MELO E SOUZA, S., LEMGRUBER, E. F. Modelo de avaliação de opções para processos de difusão e salto. XXIII ENANPAD, *Anais*. Foz do Iguaçu, 1999.
- 39 KRÖSE, B. & SMAGT, P. *An introduction to neural networks*. Holanda: University of Amsterdam, 1991.
- 40 LAJBCYGIER, P., BOEK, C., PALANISWAMI, M., FLITMAN, A. Neural network pricing of all ordinaries SPI options on futures. In: REFENES, A-PN, ABU-MOSTAFA, Y., MOODY, J., WEIGEND, A., editors. *Neural networks in financial engineering, Proceedings of 3rd International Conference On neural Networks in the Capital Markets*, Oct 1995, London. World Scientific, 1996. p.64-77.
- 41 LANARI, C. S, SOUZA, A. A. e DUQUE, J. C. Desvios em relação ao Modelo de Black & Scholes: estudos relacionados à volatilidade dos

ativos subjacentes às opções. XIX ENEGEP, *Anais*. Rio de Janeiro, 1999.

- 42 LANARI, C. S. *O efeito “sorriso” da volatilidade implícita do modelo de Black e Scholes: estudo empírico sobre as opções Telebrás PN no ano de 1998*. Dissertação de Mestrado. CEPEAD/UFMG. Belo Horizonte, 2000.
- 43 LATANÉ, H. A., RENDLEMAN, R. J. Standard deviations of stock price ratios implied in options prices. *Journal of Finance*. v. 31, n. 2, May 1976, p. 369-382.
- 44 MADAN, D., CHANG, E. The VG option pricing model, Working paper. University of Maryland and Georgia Institute of Technology, 1996 *apud* BAKSHI, G., CAO, C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 45 MALLIARIS, M., SALCHENBERGER, L. Using neural networks to forecast the S&P 100 implied volatility. *Neurocomputing*, v.10, p.183-195, 1996.
- 46 MELINO, A., TURNBULL, S. Pricing foreign currency options with stochastic volatility. *Journal of Econometrics*, v.45, p.239-265, 1990 *apud* BAKSHI, G., CAO, C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 47 MELINO, A., TURNBULL, S. Misspecification and the pricing and hedging of long-term foreign currency options. *Journal of International Money and Finance*, v.14, p.373-393, 1995 *apud* BAKSHI, G., CAO,

- C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 48 MENDES, L. S. *Avaliação de opções: uma comparação do desempenho de métodos distintos de se estimar a volatilidade*. Dissertação de Mestrado. CEPEAD/UFMG. Belo Horizonte, 2000.
- 49 MERTON, R. C. Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. *Journal of Financial Economics*. n. 3, March 1976, p. 125-144.
- 50 MERTON, R. C. Theory of rational option pricing. *Bell Journal of Economics and Management Science*. n. 4, p. 141-183, Spring 1973 *apud* HULL, J. *Opções, futuros e outros derivativos*. São Paulo: BM&F, 1998.
- 51 MÜLLER, B., REINHARDT, J. E STRICKLAND, M. T. *Neural Networks: an introduction*. Germany: Springer, 1995.
- 52 ORMONEIT, D. A regularization approach to continuous learning with an application to financial derivatives pricing. *Neural Networks*, v.12, p.1405-1412, 1999.
- 53 QI, M., MADDALA, Gs. Option pricing using artificial neural networks: the case of S&P 500 index call options. In: REFENES, A-PN., ABU-MOSTAFA, Y., MOODY, J., WEIGEND, A., Editors. *Neural networks in financial engineering, Proceedings of 3rd International conference On Neural Networks in the Capital Markets*. Oct. 1995. London: World Scientific, 1996. p.78-91.
- 54 REININGER, H. e WOLF, D. *Nonlinear Prediction of Stochastic Processes Using Neural Networks*. V European Signal Processing

- Conference, 1990 *apud* MÜLLER, B., REINHARDT, J. E STRICKLAND, M. T. *Neural Networks: an introduction*. Germany: Springer, 1995.
- 55 ROCHMAN, R. R. *Análise de métodos numéricos para precificação de opções*. Dissertação de Mestrado. EAESP/FGV. São Paulo, 1997.
- 56 RUBINSTEIN, M. Implied binomial trees, *Journal of Finance*, v. 49, n. 3, July 1994, p. 771-818 *apud* ADLER, A. S, FARIA, H. B., SANTOS, L. F e LEMGRUBER, E. F. Árvores Binomias Implícitas: aplicação para as opções de Telebrás no exercício de abril de 1999. XXIII ENANPAD, *Anais*. Foz do Iguaçu, 1999.
- 57 RUSSEL, S., NORVIG, P. *Artificial Intelligence: a modern approach*. EUA: Prentice Hall, 1995.
- 58 SCOTT, L. O. Option pricing when the variance changes randomly: theory, estimation, and an application. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 22, p. 419-438, dec.1987.
- 59 SCOTT, L. Pricing stock options in a jump-diffusion model with stochastic volatility and interest rates: application of Fourier inversion methods. *Mathematical Finance*, Forthcoming *apud* BAKSHI, G., CAO, C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 60 SILVA, L. M. *Mercado de opções: conceitos e estratégias*. Rio de Janeiro: Halip Editora, 1996.
- 61 SILVA NETO, L. A. *Opções: do tradicional ao exótico*. São Paulo: Atlas, 1996.

- 62 STEIN, E., STEIN, J. Stock price distributions with stochastic volatility. *Review of Financial Studies*, v.4, p.727-752, 1991 *apud* BAKSHI, G., CAO, C., CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, v.52, n.5, p.2003-2049, dec. 1997.
- 63 VARGAS, J. V., PISCIOTTO, M. M. Utilização de árvores trinômiais no cálculo de opções. *Resenha BM&F*, n.134, p. 39-73, 1999.
- 64 VITIELLO JÚNIOR, L. R. de S. Opções de compra: o ajustamento de dois modelos de precificação ao mercado brasileiro. XXII ENANPAD, *Anais*. Foz do Iguaçu, 1998.
- 65 WIGGINS, J. B. Option values under stochastic volatility: theory and empirical estimates. *Journal of Financial Economics*. Vol. 19, 1987, p. 351-372.
- 66 WINSTON, P. *Artificial Intelligence*. 3rd edition. EUA: Addison-Wesley, 1993.
- 67 YAO, J., LI, Y., TAN, C. L. Option price forecasting using neural networks. *Omega*. v.28, p.455-466, 2000.

9. GLOSSÁRIO

Algoritmo *back-propagation*: Algoritmo de treinamento que segue o paradigma de aprendizado supervisionado. Através do algoritmo *back-propagation* o processo de aprendizado é realizado em duas etapas. A primeira é a etapa *forward*, em que os valores de saída da rede são calculados a partir dos valores de entrada fornecidos. Na segunda etapa, a *backward*, os pesos associados a cada conexão são atualizados conforme as diferenças entre os valores de saída obtidos e os valores desejados, da última camada até a camada de entrada.

Algoritmo de treinamento: Conjunto de procedimentos utilizados para ajustar os parâmetros das redes neurais de forma que ela possa realizar uma determinada função. Para cada paradigma de aprendizado, existem vários algoritmos de treinamento, cuja eficiência está relacionada ao tipo de problema a que se destina a rede neural.

Aprendizado não-supervisionado: Paradigma de aprendizado em que apenas os valores de entrada são fornecidos às redes neurais. Os ajustes dos parâmetros são feitos com base nas regularidades estatísticas dos dados de entrada. Ao captar essas regularidades, as redes neurais são capazes de identificar padrões e estabelecer novas classes de dados.

Aprendizado por reforço: Paradigma de aprendizado em que se fornece à rede neural um sinal de reforço, informando se a resposta gerada pela rede está certa ou errada.

Aprendizado supervisionado: Paradigma de aprendizado em que um supervisor externo irá fornecer às redes neurais tanto os valores de entrada como também os correspondentes valores de saída que se deseja obter. Dessa forma, as redes neurais adquirem conhecimento comparando a saída calculada a partir dos valores de entrada com os valores de saída desejados.

Arbitragem: Operação pela qual o arbitrador auferir lucros a partir das diferenças de preços entre produtos e mercados.

Arquitetura da rede neural: Estrutura pela qual os neurônios da rede estão organizados. A arquitetura da rede é definida pelas seguintes características: número de camadas da rede, número de neurônios em cada camada, tipo de conexão entre os neurônios e a topologia da rede.

Ativo objeto ou subjacente: Ativo sobre o qual a opção é exercida. O valor da opção dependerá do comportamento desse ativo.

Efeito sorriso (*smile*): Efeito que evidencia a variação da volatilidade implícita conforme o preço de exercício. Recebe esse nome porque a construção de um gráfico relacionando volatilidade implícita e preço de exercício geraria uma curva em forma de U.

Especulação: operação pela qual o especulador busca atingir ganhos apostando na variação dos preços praticados no mercado.

Função de ativação: Função matemática que corresponde a um dos elementos básicos de um neurônio artificial. Seu objetivo é limitar ou *modelar*, dentro de uma escala de valores, a amplitude do sinal de saída do neurônio.

Hedge: Operações pelas quais o investidor busca se proteger dos riscos inerentes às operações comerciais e financeiras.

Lançador da opção: quem vende a opção.

Modelo de BLACK e SCHOLEs: Modelo desenvolvido para a precificação de qualquer derivativo dependente de uma ação sem dividendos. Esse modelo pressupõe que os preços das ações seguem um movimento geométrico browniano, em que as variações proporcionais nos preços de uma ação, em um curto período de tempo, possuem uma distribuição normal.

Neurônios artificiais: Unidades de processamento que, conectadas entre si, formam a estrutura das redes neurais. Cada neurônio possui uma função de ativação, que, a partir de um valor recebido como entrada e do valor já armazenado internamente, gera um valor de saída a ser propagado ao neurônio seguinte.

Opções: São instrumentos financeiros que conferem aos seus proprietários o direito de comprar ou vender um ativo a um preço predeterminado, chamado de preço de exercício.

Opções americanas: São opções que podem ser exercidas em qualquer momento até a data de exercício.

Opção dentro do preço: (*in-the-money option*) Opção cujo exercício resulta em um fluxo de caixa positivo para o seu detentor.

Opções européias: São opções cujo direito poderá ser exercido somente na data de vencimento da opção, também chamada de data de exercício.

Opção fora do preço: (*out-of-the-money option*) Opção cujo exercício resulta em um fluxo de caixa negativo para o seu detentor.

Opção no preço: (*at-the-money option*) Opção cujo exercício resulta em um fluxo de caixa nulo para o seu detentor.

Pesos sinápticos: Pesos atribuídos a cada conexão que liga um neurônio a outro. Durante o processo de aprendizagem, os pesos sinápticos vão se modificando até que se chegue a um conjunto de valores de pesos que, aplicados aos valores de entrada de cada neurônio, resultem em respostas satisfatórias ao problema estudado. Dessa forma, pode-se dizer que os pesos sinápticos constituem o meio utilizado por uma rede neural para armazenar o conhecimento adquirido durante o processo de aprendizagem.

Potencial de ativação: Somatório dos produtos obtidos pela multiplicação de cada valor de entrada pelos respectivos pesos sinápticos. O potencial de ativação é submetido a uma função de ativação cujo resultado é o valor de saída do neurônio.

Precificação ou avaliação de opção: (*Option pricing*) Procedimento pelo qual se determina o preço (prêmio) de uma opção. Espera-se que esse procedimento seja capaz de definir um preço que reflita a possibilidade de ganhos ou perdas futuras do lançador devido à variação do preço do ativo objeto.

Prêmio da opção: Corresponde ao valor que o comprador paga ao lançador para adquirir a opção.

Processo de aprendizagem: Processo pelo qual as redes neurais extraem conhecimento a partir dos dados de entrada. Durante esse processo, os parâmetros da rede são automaticamente ajustados de acordo com os valores de entrada fornecidos. No final do processo de aprendizagem, o conhecimento adquirido pelas redes neurais estará representado pelo conjunto de valores assumidos por seus parâmetros.

Redes MLP (*Multilayer Perceptron*): São redes acíclicas (*feedforward*) com múltiplas camadas intermediárias.

Redes neurais: Técnica de Inteligência Artificial que se baseia na simulação do funcionamento do cérebro humano, em que o conhecimento para a solução de um determinado problema é obtido através de um processo de aprendizagem.

Redes neurais acíclicas (*feedforward*): Rede em que todas as conexões entre neurônios são feitas ligando a saída de um neurônio de camada i à entrada de um neurônio de camada de ordem maior do que i . Não há, portanto, *links* de realimentação (*feedback*).

Rede neural auto-associativa: Rede em que todas as conexões são cíclicas.

Rede neural cíclica: Rede que possui pelo menos um *link* de realimentação (*feedback*), pelo qual a saída de algum neurônio de uma camada i é utilizada como entrada para um neurônio de camada de ordem menor ou igual a i .

Rede neural de camada única: Rede em que existe apenas um neurônio entre cada entrada e cada saída da rede.

Rede neural de múltiplas camadas: Rede em que há mais de um neurônio entre qualquer entrada e qualquer saída da rede.

Volatilidade histórica: Valor estimado da volatilidade obtido a partir dos dados históricos do preço da ação objeto.

Volatilidade implícita: Estimada a partir do próprio modelo de precificação de BLACK e SCHOLES, igualando-se a fórmula ao preço de mercado da opção. Dessa forma, partindo da idéia de que os investidores utilizam o modelo de BLACK e SCHOLES, seria possível determinar qual volatilidade empregada para se chegar ao valor atual da opção e utilizar essa volatilidade para precificar a mesma opção para um período de tempo diferente.