

**José Paulo da Silva Neto**

Montagem de cargas e sequenciamento de  
caminhões em um centro de distribuição

**Orientador:** Prof. Dr. Martín Gómez Ravetti

**Belo Horizonte**  
**Maio de 2013**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO / ESCOLA DE ENGENHARIA

## Montagem de cargas e sequenciamento de caminhões em um centro de distribuição

José Paulo da Silva Neto

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Minas Gerais para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

**Área de Concentração:** Produção e Logística

**Linha de Pesquisa:** Otimização de Sistemas Produtivos

**Orientador:** Prof. Dr. Martín Gómez Ravetti

**Belo Horizonte**  
**Mai de 2013**

# Agradecimentos

Dedico meus sinceros agradecimentos:

- a Deus pela oportunidade de viver, pela força e determinação concedida na travessia de mais este caminho e por ter me guardado nas inúmeras viagens à Belo Horizonte;
- aos meus queridos pais, Ely e Aparecida, pelo apoio incondicional e pela amorosa acolhida em meu retorno à Ouro Preto;
- aos meus irmãos Natália e Ely Jr., pelo apoio e amizade e à minha sobrinha Clarinha, que chegou na reta final deste trabalho, trazendo mais alegria para as nossas vidas;
- à Nicole pela compreensão, carinho e incentivo durante o desenrolar deste trabalho;
- ao professor Martín Gómez Ravetti, pela orientação, paciência, dedicação e por sempre acreditar no sucesso deste trabalho;
- à Empresa patrocinadora, pela bolsa, disponibilização dos dados e situação problema a ser tratada;
- aos professores do PPGEP, pelos ensinamentos, em especial ao professor Maurício Cardoso de Souza, pelas grandes contribuições concedidas;
- aos participantes da banca examinara, Geraldo Robson Mateus e André Gustavo dos Santos, por aceitarem participar desta banca e pelas contribuições para melhoria do texto final;
- aos colegas e amigos que tive a oportunidade de fazer durante este período, em especial, Marcelus, Maurinice, Gabriela, Allan e Olavo;
- ao Bandeiras e amigos de lá, por me proporcionar inúmeros momentos agradáveis, aliviando a carga desta jornada;
- a todos que de alguma maneira contribuíram para a realização deste trabalho.

*“É na limitação que se revela o mestre”. (Goethe)*

# Resumo

A gestão da cadeia de suprimentos tem se tornado fator-chave para o sucesso de organizações que atuam nos mercados dinâmicos de hoje. Falando-se em estratégias de planejamento logístico, o desempenho dos Centros de Distribuição (CD) assumem vital importância neste contexto.

Esta dissertação está focada em alguns dos problemas de otimização que surgem na operação diária de um CD e baseia-se em um caso real de uma grande empresa do setor siderúrgico. Mais especificamente, o trabalho se concentra no processo de recuperação de produtos no estoque e envio a seus clientes. Assim, com o objetivo de otimizar estas operações, os problemas de montagem de cargas e sequenciamento de caminhões são formulados. Na abordagem proposta, os problemas serão considerados de forma independente. Um modelo matemático é proposto para a montagem de cargas e o clássico algoritmo de *Johnson* é usado para resolver o problema de sequenciamento modelado como *Flow-Shop*. Ao final, os direcionamentos da pesquisa são apresentados e discutidos.

**Palavras-chave:** centro de distribuição, montagem de carga, sequenciamento de caminhões.

# Abstract

The supply chain management had become a key factor for the success of organizations in today's dynamical markets. Speaking on strategies for logistics planning, the Distribution Centers (CD) performance are of critical importance.

This dissertation focuses on optimization problems raised in daily operations of a CD. It is based on a real case of a major steel company. More specifically, the work focuses on the process of picking up and shipping products to clients. Thus and with the objective of optimizing this operations, the problems of assembling the cargo and scheduling the trucks are formulated. As first attempt, the problems will be considered independently. A mathematical model is proposed for assembling of the cargo and the well-known Johnson algorithm is used to solve the scheduling problem modeled as a Flow-Shop. Finally, research directions are presented and discussed.

**Keywords:** distribution center, assembling of the cargo, scheduling of trucks.

# Sumário

<b>Resumo</b>	<b>iii</b>
<b>Lista de figuras</b>	<b>x</b>
<b>Lista de tabelas</b>	<b>xi</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação do estudo . . . . .	2
1.2 Objetivos da dissertação . . . . .	3
1.3 Organização da dissertação . . . . .	4
<b>2 Contextualização do Estudo</b>	<b>5</b>
2.1 O setor siderúrgico . . . . .	5
2.1.1 O processo de produção do aço . . . . .	6
2.2 A empresa . . . . .	7
2.2.1 Histórico . . . . .	7
2.2.2 Logística e distribuição . . . . .	7
2.3 Características do centro de distribuição em estudo . . . . .	8
2.3.1 Recebimento de materiais . . . . .	9
2.3.2 Despacho de materiais . . . . .	10
2.4 Situação a ser analisada . . . . .	12

---

<b>3</b>	<b>Fundamentação Teórica</b>	<b>13</b>
3.1	Problemas de Empacotamento . . . . .	13
3.1.1	Problema de empacotamento unidimensional . . . . .	14
3.2	Problema de Alocação Generalizado . . . . .	18
3.3	Síntese dos resultados das formulações apresentadas para os problemas de empacotamento e alocação generalizado . . . . .	19
3.4	Problemas de Sequenciamento . . . . .	21
3.4.1	Problemas de <i>Flow Shop</i> . . . . .	25
3.5	Relaxação Lagrangeana . . . . .	26
<b>4</b>	<b>Abordagem proposta</b>	<b>30</b>
4.1	Exemplo da abordagem proposta . . . . .	31
4.2	Modelagem matemática proposta . . . . .	34
4.3	Relaxação lagrangeana aplicada ao problema de alocação de cargas à caminhões . . . . .	38
4.4	Heurística baseada na relaxação lagrangeana aplicada ao problema de alocação de cargas à caminhões . . . . .	41
<b>5</b>	<b>Resultados computacionais</b>	<b>42</b>
5.1	Geração de instâncias e definição dos experimentos . . . . .	42
5.1.1	Geração de instâncias artificiais . . . . .	43
5.1.2	Definição das instâncias reais . . . . .	44
5.1.3	Definição dos experimentos . . . . .	44
5.2	Resultados dos experimentos em instâncias artificiais . . . . .	45
5.3	Resultados dos experimentos em instâncias reais . . . . .	47
<b>6</b>	<b>Conclusões e trabalhos futuros</b>	<b>52</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>53</b>



---

<b>Apêndices</b>	<b>58</b>
<b>A Evolução da modelagem matemática proposta para o problema de montagem de cargas nos caminhões</b>	<b>59</b>
A.1 Modelagem matemática proposta inicialmente para o problema de montagem de cargas nos caminhões . . . . .	59
A.1.1 Definição dos experimentos . . . . .	61
A.1.2 Resultados dos experimentos . . . . .	62
A.2 Modificações no modelo proposto . . . . .	64
A.2.1 Modelo matemático . . . . .	65
A.2.2 Resultados do modelo modificado em 10 instâncias artificiais . . . . .	67
A.2.3 Resultados da relaxação lagrangeana no modelo modificado . . . . .	69
A.2.4 Resultados da heurística <i>HBRL</i> no modelo modificado . . . . .	70
A.2.5 Resultados do modelo modificado em instâncias artificiais com variação do número de produtos e caminhões . . . . .	71
<b>B Resultados completos dos experimentos do Capítulo 5</b>	<b>74</b>

# Lista de Figuras

2.1	Fluxo simplificado de produção de aço . . . . .	6
2.2	Escoamento da produção de aço das usinas . . . . .	8
2.3	Planta do CD em estudo . . . . .	9
2.4	Esquema representativo do galpão do CD . . . . .	9
2.5	Empilhamento de material em uma fileira do galpão . . . . .	10
3.1	Exemplo de representação de sequenciamento através de gráficos de <i>Gantt</i>	22
3.2	Pseudocódigo do método do subgradiente . . . . .	29
4.1	Representação esquemática da abordagem proposta. . . . .	31
4.2	Gráfico de <i>Gantt</i> para uma sequência aleatória qualquer. . . . .	34
4.3	Sequência ótima para o exemplo abordado. . . . .	35
4.4	Pseudocódigo do método do subgradiente . . . . .	40
4.5	Rotina de viabilização de soluções . . . . .	41
A.1	Gráfico da evolução dos limites inferiores e superiores - instância 1. . . . .	70
A.2	Gráfico da evolução dos melhores limites inferiores e superiores - instância 1.	70

# Lista de Tabelas

4.1	Exemplo de produtos a serem expedidos. . . . .	32
4.2	Exemplo de caminhões disponíveis. . . . .	32
4.3	Primeiro exemplo de alocação de cargas à caminhões. . . . .	32
4.4	Segundo exemplo de alocação de cargas à caminhões. . . . .	33
4.5	Terceiro exemplo de alocação de cargas à caminhões. . . . .	33
4.6	Tempos de processamento dos <i>jobs</i> nas máquinas 1 e 2. . . . .	34
5.1	Disponibilidade de caminhões em função da variação do número de produtos e dos níveis restritivos. . . . .	44
5.2	Resumo dos dados utilizados na geração das instâncias reais. . . . .	44
5.3	Resultados médios do modelo e da relaxação lagrangeana em instâncias artificiais, sem medidas de dispersão. . . . .	46
5.4	Resultados médios da heurística <i>HBRL</i> em instâncias artificiais com 200 produtos, limites de tempo dos subproblemas e viabilização das soluções de 10 segundos e variação do tempo total de processamento em respectivamente 120, 500 e 1200 segundos, sem medidas de dispersão. . . . .	47
5.5	Resultados médios da heurística <i>HBRL</i> em instâncias artificiais com 200 produtos, tempo total de processamento de 1200 segundos e variação dos limites de tempo dos subproblemas e viabilização das soluções em respectivamente 10, 20 e 50 segundos, sem medidas de dispersão. . . . .	47
5.6	Resultados do modelo e da relaxação lagrangeana em instâncias reais do problema. . . . .	48

5.7	Resultados da heurística <i>HBRL</i> em instâncias reais, com limites de tempo dos subproblemas e viabilização das soluções de 10 segundos e variação do tempo total de processamento em respectivamente 120, 500 e 1200 segundos.	49
5.8	Resultados da heurística <i>HBRL</i> em instâncias reais, com tempo total de processamento de 1200 segundos e variação dos limites de tempo dos subproblemas e viabilização das soluções em respectivamente 10, 20 e 50 segundos.	49
5.9	Resultados do sequenciamento das soluções obtidas pela heurística <i>HBRL</i> em sua melhor configuração, ou seja, utilizando-se 1200 segundos de tempo total de processamento, e tempos de execução dos subproblemas e da viabilização das soluções de 10 segundos.	51
A.1	Configurações dos experimentos realizados.	61
A.2	Síntese dos resultados da configuração 1 - variação do número de produtos e tempo de processamento de 3600 segundos.	62
A.3	Síntese dos resultados do configuração 2 - variação do número de produtos e tempo de processamento de 7200 segundos.	63
A.4	Síntese dos resultados da configuração 3 - variação do número de possíveis clientes.	63
A.5	Síntese dos resultados da configuração 4 - variação do número de caminhões disponíveis.	63
A.6	Síntese dos resultados da configuração 5 - retirada das incompatibilidades entre produtos, entre produtos <i>vs</i> caminhões e retirada de todas as incompatibilidades.	64
A.7	Resultados do modelo modificado, utilizando-se 10 instâncias artificiais.	68
A.8	Resultados do modelo modificado sem as restrições de acoplamento.	68
A.9	Resultados do modelo com a relaxação linear das variáveis inteiras.	69
A.10	Resultados da relaxação lagrangeana aplicada ao modelo modificado.	69
A.11	Resultados da heurística <i>HBRL</i> aplicada ao modelo modificado.	71
A.12	Resultados do modelo modificado, variando-se o número de produtos e quantidade de caminhões disponíveis.	73

---

B.1	Resultados do modelo, da relaxação lagrangeana e da heurística <i>HBRL</i> em instâncias artificiais com nível muito restritivo quanto à disponibilidade de caminhões. . . . .	75
B.2	Resultados modelo, da relaxação lagrangeana e da heurística <i>HBRL</i> em instâncias artificiais com nível pouco restritivo quanto à disponibilidade de caminhões. . . . .	76
B.3	Resultados do modelo, da relaxação lagrangeana e da heurística <i>HBRL</i> em instâncias artificiais com nível muito pouco restritivo quanto à disponibilidade de caminhões. . . . .	77
B.4	Resultados da heurística <i>HBRL</i> em instâncias artificiais, variando-se o tempo total de processamento. . . . .	78
B.5	Resultados da heurística <i>HBRL</i> em instâncias artificiais, variando-se os limites de tempo de resolução dos subproblemas e da viabilização das soluções. . . . .	79

# Capítulo 1

## Introdução

As grandes transformações ocorridas no mundo dos negócios, principalmente após a década de 90 culminaram na quebra das barreiras tarifárias internacionais e na abertura dos mercados. Com isso, ocorreu o acirramento na competição entre as empresas nacionais e internacionais, aumentando-se as exigências dos consumidores quanto à custos e qualidade.

Para atender estas novas exigências, as empresas tiveram que sofrer uma série de adequações, tais como, mudanças em seus valores, modernização de processos produtivos, fusões e aquisições formando grandes corporações com o objetivo de dominar seus respectivos mercados e muitas que não se adequaram a essas exigências acabaram deixando de existir.

O mercado globalizado, com consumidores cada vez mais exigentes, somado ao grande avanço dos meios de comunicação, dos modais de transporte e das tecnologias de informação empresariais, fizeram com que a velocidade do fluxo de informações e de produtos aumentassem muito ao longo da cadeia de suprimentos. É neste contexto, que a logística passou a assumir função primordial nas organizações.

De acordo com Bowersox e Closs [11], para se obter sucesso em uma estratégia logística deve-se coordenar efetivamente os seguintes fatores: projeto de rede logística, informação, transporte, estoque e armazenagem.

Os centros de distribuição (CD) assumem uma importante função dentro da rede logística, pois são através deles que as cargas consolidadas recebidas de diversos fornecedores são fracionadas a fim de agrupar os produtos em quantidade e sortimento adequados para então serem encaminhadas para os pontos de vendas ou consumidores, mais próximos, reduzindo-se assim os custos de transporte.

Como se sabe, o transporte ou movimentação de materiais, de uma forma geral, não agrega valor aos produtos, fazendo com que as empresas voltem cada vez mais esforços

para a eliminação e/ou redução dos custos associados a esta atividade. É neste contexto, que as ferramentas da pesquisa operacional surgem como fator determinante no auxílio à tomada de decisões neste tipo de operação.

Ao se analisar a dinâmica de escoamento de produtos de usinas ou fábricas, passando por centros de distribuição até chegar aos clientes finais, do ponto de vista da pesquisa operacional, são inúmeros os problemas que poderiam ser tratados de forma a buscar a otimização desta atividade, tais como: Roteamento de Veículos, Dimensionamento de Lotes, Sequenciamento de Caminhões, Montagem de Cargas de Caminhões, entre outros.

O presente trabalho se baseia em uma aplicação real na área de logística e distribuição, onde focou-se na operação de um centro de distribuição específico de uma empresa do setor siderúrgico. Neste CD, os materiais chegam via modal ferroviário, são depositados no estoque com o auxílio de pontes rolantes e posteriormente são enviados aos clientes via modal rodoviário. Mais especificamente, considerou-se o processo de expedição de materiais, ou seja, definição de cargas, carregamento de caminhões e envio aos clientes.

Desta forma, tratou-se o problema acima como um problema conjunto de montagem de cargas e sequenciamento de caminhões. Nesta abordagem, dividiu-se o problema e tratou-se separadamente cada um deles. Assim, o problema de montagem de cargas foi tratado como um problema de empacotamento, sendo que a saída deste problema serviu de entrada para um problema de sequenciamento de caminhões do tipo *Flow Shop* com 2 máquinas.

Para resolver o problema de montagem de carga nos caminhões foi desenvolvido um modelo de Programação Linear Inteira e Mista baseado em formulações encontradas na literatura, sendo que a solução deste modelo foi sequenciada através do clássico algoritmo *Johnson*.

Para a realização dos experimentos computacionais foram utilizadas instâncias reais cedidas pela empresa, além de uma série de instâncias artificiais geradas a partir dos dados fornecidos.

Os primeiros experimentos realizados demonstram que o modelo matemático proposto não foi capaz de resolver o problema para instâncias nas quais o número de itens a serem expedidos se aproximam da realidade. Sendo assim, buscou-se melhorar o desempenho do modelo, propondo uma abordagem via relaxação lagrangeana e uma heurística.

## 1.1 Motivação do estudo

A empresa em estudo possui um sistema de planejamento dos recursos empresariais (*ERP-Enterprise Resource Planning*) que integra em uma base de dados única todos os dados transacionais da mesma através de uma série de módulos. Por sua vez, o CD também faz

uso deste sistema, executando uma série de operações.

Ao analisar o fluxo de informações dentro do CD, percebe-se que o sistema ERP possui o controle de toda movimentação de produtos, através de uma série de transações. Porém, apesar do sistema controlar toda entrada e saída de materiais dentro do CD e controlar todos os itens que podem ser expedidos durante o dia, a programação propriamente dita, ou seja, alocar itens a caminhões e sequenciá-los ainda é feita de forma manual dentro do sistema, ficando à mercê da experiência do operador, o que pode gerar resultados indesejáveis, devido à natureza e conhecida dificuldade do problema.

Desta forma, sem a ajuda de uma ferramenta computacional, é muito comum que a operação tenha um número considerável de caminhões que saem do CD com grande parte da sua capacidade de peso ainda disponível, gerando-se assim custos adicionais. Isso ocorre, pois à medida que o operador vai alocando às cargas nos caminhões, pode acontecer de no final não sobrar cargas remanescentes no CD que sejam compatíveis entre si, gerando capacidades ociosas nos caminhões disponíveis. Por outro lado, a solução computacional pode ser muito mais balanceada e otimizada, permitindo explorar um número muito maior de soluções, através de modelos e algoritmos desenvolvidos para o problema.

Sendo assim, é motivador o estudo da situação da empresa no que diz respeito às suas atividades de operação neste CD específico.

## 1.2 Objetivos da dissertação

O objetivo desta dissertação é tratar o problema de alocação de cargas e sequenciamento de caminhões de um centro de distribuição específico de uma empresa siderúrgica. Para tanto, são desenvolvidos modelos de programação matemática de forma a buscar soluções melhores que as soluções praticadas atualmente pela empresa, além de servir de suporte para problemas de operação de outros centros de distribuição que possuam características semelhantes a este.

No intuito de alcançar este objetivo geral, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

1. Contextualizar a situação em estudo de forma a definir o problema;
2. Identificar um referencial teórico, através de levantamento bibliográfico da literatura de problemas de empacotamento, problemas de alocação e problemas de sequenciamento;
3. Desenvolver modelos matemáticos e metodologias para a sua solução, de forma a representar o problema e auxiliar no processo de toma de decisão;



4. Implementar os modelos e algoritmos desenvolvidos;
5. Analisar os resultados obtidos e propor melhorias.

## 1.3 Organização da dissertação

Esta dissertação está dividida em seis capítulos, sendo que neste Capítulo foi feita uma introdução ao trabalho, apresentando a atual importância da logística nas organizações e a importância dos centros de distribuição nas redes logísticas. Além disso, são apresentadas as justificativas e a motivação para o presente estudo, além dos objetivos para a realização do mesmo.

O Capítulo 2 faz uma contextualização do tema estudado, fazendo a apresentação do setor em que a empresa atua e sua relevância no cenário nacional. Logo após, é apresentado um breve histórico da empresa no âmbito nacional e sua importância para o setor. Em seguida, são apresentadas as características de funcionamento do CD, a fim de identificar a situação problema, a qual será tratada no decorrer deste trabalho.

No Capítulo 3 é apresentado o referencial teórico que servirá de base para o desenvolvimento do trabalho. Primeiramente serão apresentados alguns trabalhos referentes ao problema de empacotamento e ao problema de alocação generalizado os quais darão suporte para a construção do modelo de alocação de cargas nos caminhões. Logo após, será apresentada uma breve revisão sobre sequenciamento, focada em problemas do tipo *flow shop*.

No Capítulo 4, apresenta-se a abordagem proposta. Primeiramente, o problema é tratado em duas etapas. Para a primeira é apresentada uma formulação matemática para o problema de montagem de cargas nos caminhões e logo após, na segunda etapa é executado o sequenciamento dos mesmos através do algoritmo de *Johnson*.

O Capítulo 5 mostra como se deu a geração das instâncias utilizadas nos testes computacionais, bem como seus resultados. São realizadas análises de desempenho do modelo proposto para vários tamanhos de instâncias e também são analisados os resultados do modelo em instâncias reais.

Finalizando, o Capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

## Capítulo 2

# Contextualização do Estudo

Definidos os objetivos do trabalho, se faz necessário fazer uma contextualização detalhada da situação em estudo. Primeiramente será apresentado o segmento de atuação da empresa, seguido de seu histórico de atuação no Brasil e sua importância no setor onde atua. Em seguida, serão apresentadas as características da empresa e de sua rede logística, enfatizando as características do centro de distribuição foco do estudo, de forma a identificar a situação problema alvo deste trabalho.

### 2.1 O setor siderúrgico

O aço é uma liga metálica formada essencialmente por ferro e carbono, sendo que dependendo da finalidade de utilização, o teor de carbono pode variar entre 0,008 e 2,11%. Este produto está presente em nosso dia a dia nas mais diversas aplicações, tais como, utilidades domésticas, transporte, construção civil, energia, agricultura, bens de capital e inúmeras outras aplicações.

O parque siderúrgico brasileiro compõe-se hoje de 29 usinas, administradas por onze grupos empresariais. São eles: Aperam, Arcelor Mittal Brasil, CSN, Gerdau, SINOBRAS, Thyssenkrupp CSA, Usiminas, VSB Tubos, V&M do Brasil, Villares Metals e Votorantim (IBS [9]).

Entre 1994 e 2011, as siderúrgicas investiram US\$ 36,4 bilhões, priorizando a modernização e atualização tecnológica das usinas, atingindo uma capacidade instalada de 48 milhões de toneladas.

O Brasil tem hoje o maior parque industrial de aço da América do Sul, é o maior produtor da América Latina e ocupa o quinto lugar como exportador e nono como produtor de aço no mundo (IBS [9]).

### 2.1.1 O processo de produção do aço

O processo clássico de fabricação do aço compreende basicamente 5 etapas. A primeira etapa é chamada de preparação da carga, onde o minério de ferro é aglomerado, resultando no chamado sinter e o carvão é processado na coqueria, transformando-se em coque. Os produtos da etapa 1, são carregados no alto forno onde acontece o processo de redução do minério de ferro em metal líquido, chamado ferro-gusa. Após a redução, ocorre a etapa de refino, onde o gusa líquido ou sólido e a sucata de aço são transformados em aço líquido nas Aciarias a oxigênio ou elétricas, fazendo com que parte do carbono contido no gusa seja removido juntamente com impurezas. Logo após, o aço líquido é solidificado em equipamentos de lingotamento contínuo para produzir semi-acabados, lingotes e blocos. A etapa final do processo é chamada de laminação, onde os semi-acabados, lingotes e blocos, são processados por equipamentos chamados laminadores e transformados em uma grande variedade de produtos siderúrgicos, cuja nomenclatura depende de sua forma e/ou composição química.

As etapas de produção de aço apresentadas acima podem ser visualizadas na figura 2.1.

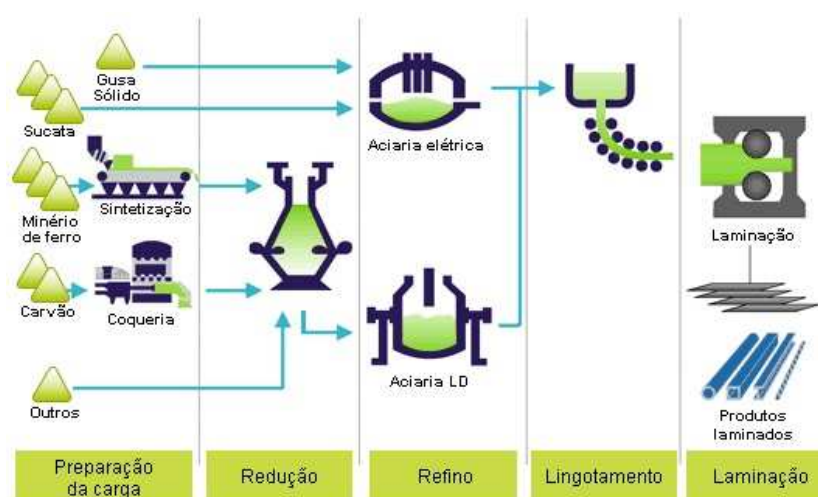


Figura 2.1: Fluxo simplificado de produção de aço

## 2.2 A empresa

### 2.2.1 Histórico

A empresa em foco neste trabalho é uma das grandes empresas do setor siderúrgico brasileiro, líder na produção e comercialização de aços planos laminados a frio e a quente, bobinas, placas e revestidos, destinados principalmente aos setores de bens de capital (equipamentos, estruturas metálicas, pontes, viadutos, fundidos, forjados, vagões, blanks e montagens industriais) e de bens de consumo da linha branca (fogões, refrigeradores e lavadoras), além da indústria automotiva.

Fundada na década de 50, a empresa destaca-se como o maior complexo siderúrgico de aços planos da América Latina e um dos 20 maiores do mundo, com capacidade para produzir 9,5 milhões de toneladas de aço bruto por ano, respondendo por cerca de 1/4 da produção brasileira. Atualmente, é considerada líder do Sistema formado por empresas que atuam em siderurgia e em negócios onde o aço tem importância estratégica.

Desde sua fundação, a empresa passou por uma série de transformações, como a grande expansão da década de 70, chegando à marca de 3,5 milhões de toneladas anuais, ajustes à grande recessão dos anos 80, privatização na década de 90 e uma grande reestruturação em 2008. No final de 2011, mais um passo importante na história da empresa foi a aquisição de 27,7% de suas ações por uma empresa internacional.

Atualmente, a empresa atua em um sistema bastante amplo, tendo participações em diversas empresas, seja controladas ou coligadas em setores estratégicos, como: Logística, Estamparia e bens de capital, Distribuição e serviços e Mineração.

Na siderurgia, a empresa atua com duas usinas integradas, uma no estado de Minas Gerais com capacidade de 5 milhões de toneladas anuais e outra no estado de São Paulo com capacidade de 4,5 milhões de toneladas por ano, além de uma unidade de galvanização contígua à usina de Minas Gerais.

Fazer com que todo este volume produzido chegue a seus clientes de forma eficiente é uma tarefa que requer bastante estudo e planejamento, além de uma estrutura logística bem definida e confiável.

### 2.2.2 Logística e distribuição

Para escoar uma produção de cerca de 7 milhões de toneladas/ano de produtos acabados das usinas para o mercado, a empresa conta com uma malha logística formada por quatro ferrovias com mais de 20 mil quilômetros de trilhos. Está interligada a algumas das principais rodovias nacionais, integrando cerca de 11 centros de distribuição estratégica-

mente posicionados e 6 depósitos, além de 2 terminais portuários privativos de uso misto viabilizando a entrega dos produtos no Brasil e no mundo.

O mapa de escoamento dos produtos da empresa pode ser visualizado na Figura 2.2.

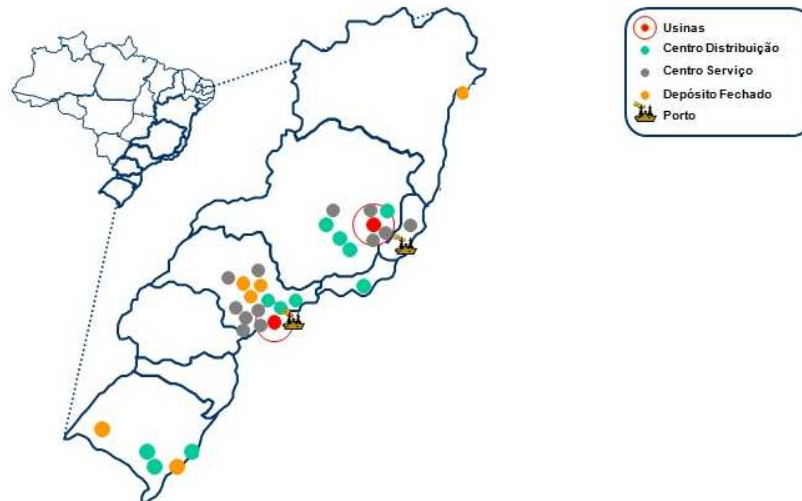


Figura 2.2: Escoamento da produção de aço das usinas

De posse desta estrutura a empresa disponibiliza a seus clientes um portfólio de serviços de entrega que vão desde a gestão de estoques à entregas programadas e *just in time* (JIT).

## 2.3 Características do centro de distribuição em estudo

O centro de distribuição em estudo fica localizado em Minas Gerais na região da Grande Belo Horizonte e possui uma área total de aproximadamente  $80.000,00 m^2$ , contendo um galpão de aproximadamente  $6.000,00 m^2$  onde é feita toda a movimentação de materiais com o auxílio de duas pontes rolantes. A planta do CD pode ser visualizada na Figura 2.3.

Este CD recebe os materiais da usina integrada localizada no estado de Minas Gerais via modal ferroviário e os despacha para várias partes do país conforme será descrito a seguir.

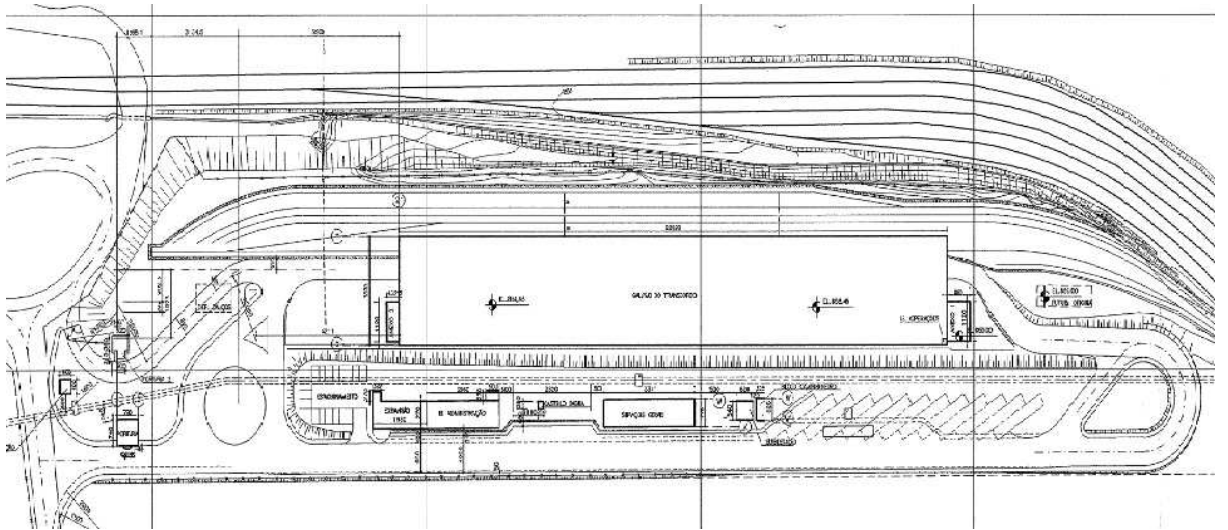


Figura 2.3: Planta do CD em estudo

### 2.3.1 Recebimento de materiais

As bobinas e placas produzidas são recebidas no CD via modal ferroviário. Os vagões que chegam ficam aguardando na fila de descarregamento em uma das três linhas férreas externas ao galpão (veja Figura 2.4). Neste momento, cada material é identificado por um operador e entra em uma lista de descarregamento “virtual” que é registrada no sistema ERP da empresa. A ordem de descarregamento geralmente é por ordem de chegada, de acordo com o sistema FIFO (*First In First Out*).

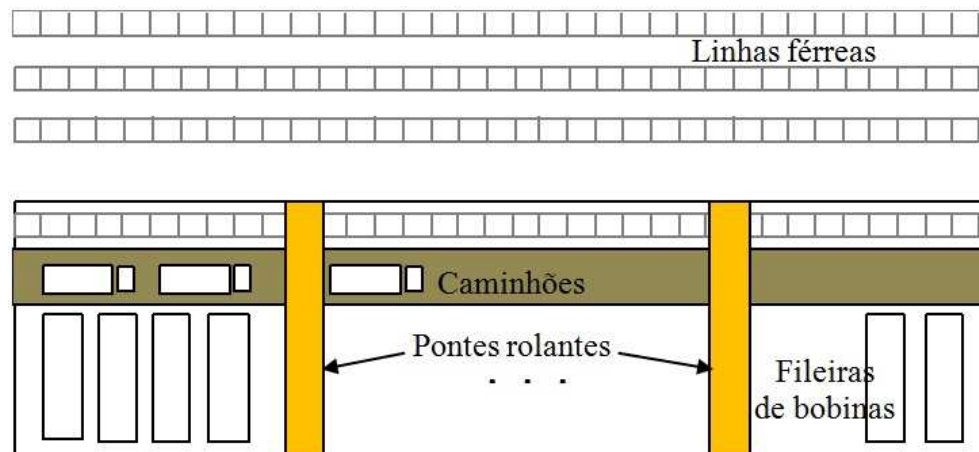


Figura 2.4: Esquema representativo do galpão do CD

Ao chegar o momento do descarregamento, o vagão é conduzido para dentro do galpão, onde uma das duas pontes rolantes realizam a tarefa. Neste momento, o material pode ser conduzido ao estoque ou ser transferido diretamente para um caminhão, dependendo da programação.

Caso seja conduzido ao estoque, este material sai da lista “virtual” do sistema ERP e passa a fazer parte efetivamente do estoque. Os materiais conduzidos ao estoque são empilhados em fileiras que possuem uma codificação e são separadas pelos seguintes critérios: Prazo, Dimensão, Destino (dependendo do volume), Cliente (dependendo do volume) e Peso (Não se pode colocar um material mais pesado em cima de um mais leve).

No caso das bobinas, o ideal é que as pilhas tenham no máximo 2 camadas para diminuir o número de movimentações, mas dependendo do nível do estoque, pode-se empilhar até 3 camadas (Figura 2.5). As bobinas representam mais de 90% dos materiais em estoque, exigindo uma maior atenção e planejamento nas movimentações. As placas geralmente ficam empilhadas no início do galpão e por serem minoria, geralmente são acondicionadas em uma única fileira.

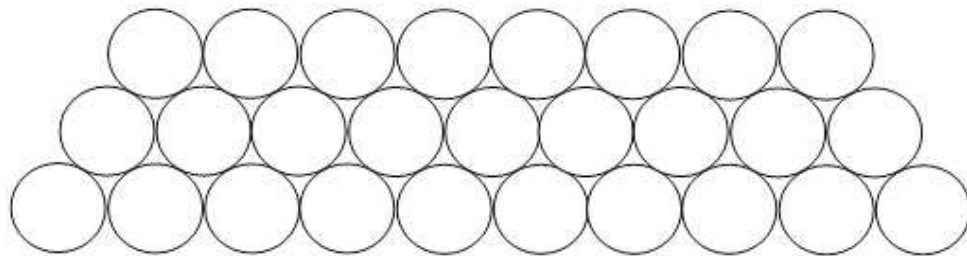


Figura 2.5: Empilhamento de material em uma fileira do galpão

Caso o material seja transferido diretamente para o caminhão, o material sai da lista virtual do sistema ERP e passa para a lista de material expedido, não passando pelo estoque.

### 2.3.2 Despacho de materiais

O despacho de materiais é feito através do modal rodoviário, onde transportadoras cadastradas fazem a coleta do material no CD e entregam aos seus respectivos clientes. Estas transportadoras podem possuir mais de um tipo de caminhão (capacidades diferentes) e atenderem apenas regiões específicas (grande BH, São Paulo, etc).

Todos os dias pela manhã é gerado um relatório de despacho (PCE) onde são definidos os lotes/clientes para realização das entregas ao longo do dia (24 horas) ou conforme



liberação de material realizada pela área de Acompanhamento de Pedidos e Vendas ou ainda mediante novos recebimentos ferroviários.

A quantidade disponível para expedição durante o dia pode ser inferior ou superior à capacidade de despacho diária do CD. De qualquer forma, o programador tenta alocar a maior quantidade possível de produtos às transportadoras cadastradas, mesmo que essa quantidade ultrapasse a capacidade de despacho do CD. O material que não for despachado no dia, entra na programação do dia posterior.

No momento da geração do PCE são definidas manualmente as cargas dos caminhões baseadas nas prioridades de atendimento, capacidades de recebimento dos clientes, capacidades dos caminhões, prazos de entrega e todas as restrições de incompatibilidade como veículos *vs* cliente, transportadora *vs* região, entre outras.

Apesar de cada tipo de caminhão possuir sua capacidade máxima de transporte, existe uma tabela de cargas mínimas a serem alocadas a cada tipo de caminhão que foi acordada entre a empresa e as transportadoras. Desta forma, quando uma carga é montada e seu peso fica entre a carga mínima e a capacidade do caminhão, paga-se o peso real da carga à transportadora. Já quando a carga montada fica abaixo da carga mínima, paga-se o frete referente à carga mínima. Esta diferença entre a carga mínima e a carga real que está sendo transportada é chamada de peso morto, onerando os custos com transporte nestas situações.

Após a definição das cargas dos caminhões, o relatório de despacho é enviado às transportadoras via internet através de um portal eletrônico. À medida que se têm caminhões disponíveis, as transportadoras vinculam as cargas aos veículos que irão fazer a viagem, definindo as placas e seus respectivos motoristas. Estas informações são repassadas ao CD via portal, onde são gerados os DT's (Documentos de Transporte). Assim que os caminhões chegam à portaria do CD, o porteiro confere as informações do DT e os encaminha para a fila de carregamento.

Antes do carregamento propriamente dito, todos os caminhões passam por um processo de preparo, onde as carrocerias recebem um suporte específico para receber cada tipo de material, podendo gerar filas em função da quantidade de caminhões a serem preparadas.

Após a preparação, o motorista passa o DT para o funcionário responsável que o direciona para próximo da fileira onde está localizada a primeira bobina a ser carregada. Dependendo da posição da bobina e da disponibilidade das pontes rolantes, uma das pontes é designada para fazer o carregamento. É importante ressaltar que a sequência de carregamento é definida basicamente pela ordem de chegada dos caminhões ao centro de distribuição.

Dependendo da camada em que o material se encontra na fileira, é necessário um grande número de movimentações para que se consiga retirar o material, fazendo com que o processo se torne extremamente oneroso. O controle atual do CD possui apenas a informação



da fileira onde o material se encontra, não tendo a informação da camada.

Após o carregamento, o caminhão entra em outra fila aguardando a vistoria, embalagem/lonagem e a liberação final.

## 2.4 Situação a ser analisada

Ao se analisar as características de operação do centro de distribuição descritas anteriormente, é comum se deparar com perguntas do tipo: Qual a melhor forma de montar as cargas nos caminhões visando obter um melhor aproveitamento de sua capacidade?, Qual a ordem de envio dos materiais para não gerar atrasos?, Qual a melhor forma de utilização dos recursos de modo a evitar a ociosidade dos mesmos?, entre outras.

Na busca das respostas à estas questões, pode-se formular o seguinte problema: dado um conjunto de bobinas em estoque que deve ser expedido durante o dia, definir a melhor estratégia de montagem de cargas e sequenciamento dos caminhões de forma a otimizar a utilização dos recursos disponíveis e conseqüentemente melhorar a eficiência do CD.

Sabendo-se do grande número de premissas a serem atendidas, como utilizar ao máximo as capacidades dos caminhões sem ultrapassá-las, não enviar no mesmo caminhão produtos de clientes diferentes, respeitar as incompatibilidades tipo de caminhão *vs* cliente, transportadora *vs* região e tipo de caminhão *vs* região, somado ao elevado número de produtos disponíveis para expedição e à quantidade de caminhões disponíveis, o processo de tomada de decisão torna-se bastante complexo.

# Capítulo 3

## Fundamentação Teórica

No presente capítulo é realizada a fundamentação teórica que norteia o estudo do tema em questão. Serão apresentados os problemas de empacotamento, mais especificamente o problema de empacotamento unidimensional (*bin packing problem*), além dos problemas de alocação generalizado, seguido dos problemas de sequenciamento e uma breve revisão sobre a técnica relaxação lagrangeana.

### 3.1 Problemas de Empacotamento

Os problemas de empacotamento são problemas clássicos na área de otimização combinatória com aplicações práticas nas mais diversas áreas. Alguns exemplos destas aplicações podem ser encontrados na literatura da seguinte forma: carregamento de contêineres, carregamento de veículos, corte de estoque unidimensional (corte de barras de aço, de bobinas de papel, de vidros, etc, com objetivo de obter objetos menores para atender necessidades específicas), escalonamento de processadores, entre outras.

Estes problemas consistem basicamente em empacotar objetos de pesos e dimensões diferentes no menor número possível de caixas, respeitando a capacidade da caixa e evitando que os itens ocupem o mesmo espaço dentro da mesma. Dependendo da configuração do problema, este pode ser tratado como unidimensional, bidimensional, tridimensional ou até multidimensional, onde cada dimensão representa uma limitação da caixa, como peso, altura, largura, comprimento, entre outras.

Tipologias para vários problemas de empacotamento podem ser encontradas nos trabalhos de Dyckhoff [10] e Wäscher *et al.* [41].

Os problemas de empacotamento, de uma forma geral, pertencem à classe de problemas NP-difíceis (GAREY; JOHNSON [15]). Este nível de dificuldade faz com que o número

de explorações combinatórias necessárias para se chegar à solução ótima do problema seja tão alto que inviabiliza a utilização de métodos exatos na maioria dos casos.

A próxima seção apresenta um dos problemas mais clássicos de empacotamento que servirá de base para o desenvolvimento deste trabalho que é o problema de empacotamento unidimensional.

### 3.1.1 Problema de empacotamento unidimensional

O problema de empacotamento unidimensional tem como entrada uma lista de itens  $I = a_1, a_2, \dots, a_m$ , que possui um peso  $b(a_i)$  associado, e um conjunto de caixas com capacidade  $C$ . Assume-se que para todo item  $a_i \in I$ ,  $b(a_i) \leq C$ . Desta forma, este problema consiste em empacotar todos os itens de  $I$  no menor número de caixas possível, ou seja, deve-se achar uma partição  $P_1, \dots, P_q$  de  $I$ , tal que  $q$  seja mínimo e  $\sum_{a_i \in P_j} b(a_i) \leq C$ , para toda partição  $P_j$ .

Apesar de sua alta complexidade, desde a década de 70, alguns autores já publicavam trabalhos utilizando métodos exatos, como é o caso de Eilon e Christofides [12] e, Hung e Brown [4].

Outros trabalhos associados a este tema, também na década de 70, são os trabalhos de Johnson [23] que apresenta uma aproximação linear no tempo e Garey *et al.* [14] que trata questões relacionadas à limites inferiores para o problema.

Martello e Toth [29], no início da década de 90, apresentam limites inferiores para o problema, critério de dominância e algoritmo de redução. Nesse trabalho a avaliação dos algoritmos heurísticos é feita através dos piores casos, ou seja, dada uma instância qualquer  $P$  do problema e sendo  $m(P)$  o valor da solução ótima e  $L(P)$  a solução obtida pelo algoritmo  $L$ , a pior performance de  $L$  é definida pelo valor máximo de  $R(L)$  tal que  $R(L) = L(P)/m(P)$  para todo  $P$ .

Martello e Toth [28], também na década de 90, apresentaram o seguinte modelo matemático para resolver o problema de empacotamento unidimensional através de um algoritmo *branch and bound*:

$$\text{minimizar } z = \sum_{i=1}^n y_i \quad (3.1)$$

$$\text{sujeito à } \sum_{j=1}^n l_j x_{ij} \leq W y_i, \quad \forall i \in I \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (3.3)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \quad (3.4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \quad (3.5)$$

A variável  $x_{ij}$  assume valor 1 caso o item  $j$  seja colocado no contêiner  $i$  e zero caso contrário. A variável  $y_i$  assume valor 1 caso o contêiner  $i$  seja utilizado e zero caso contrário. O parâmetro  $l_j$  representa o peso do item  $j$  e o parâmetro  $W$  representa a capacidade dos contêineres  $i$ . A função objetivo (3.1) minimiza a quantidade de contêineres a serem utilizados. O grupo de restrições (3.2) corresponde a não violação da capacidade de nenhum contêiner e o grupo (3.3) impõe que cada item seja alocado a um único contêiner. Os grupos (3.4) e (3.5), definem o domínio das variáveis.

Klincewicz [26], em 1990, apresentou um modelo de empacotamento no qual cada remessa de produtos pode ser enviada da origem ao destino diretamente ou através de um centro de distribuição. No centro de distribuição, os produtos de um mesmo destino são combinados em uma única remessa, fazendo com que os custos de estocagem tornem-se lineares. Para incorporar o valor desta consolidação, economia de escala por exemplo, os autores assumem que os custos de envio são obtidos através de funções lineares côncavas em função do volume a ser transportado. Heurísticas incorporando técnicas de localização de instalações foram desenvolvidas para resolver o modelo.

Outros trabalhos que tratam de forma exata o problema de empacotamento unidimensional, também na década de 90, são os trabalhos de Scheithauer e Terno (1995) [38], onde apresentam um algoritmo *branch and bound* para o problema de corte de estoque unidimensional; Schwerin e Wäscher (1997) [39], que apresentam um gerador de problemas e novas classes de instâncias para o problema, através da heurística FFD (*First Fit Decreasing*) e do método MTP (*Martello and Toth Procedure*) de Martello e Toth [29]; e Scheithauer *et al.* (1999) [37], que apresentam outra abordagem exata para o problema de corte de estoque unidimensional baseada no método de planos de corte (*cutting plane method*).

Mukhacheva *et al.* [30], em 2000, sugeriram dois algoritmos para o problema de corte unidimensional. Um método exato chamado *branch-and-bound* modificado e uma heurística sequencial chamada *Sequential Value Correction - SVC*. Segundo os autores, ambos os métodos se mostraram muito eficientes para instâncias nas quais o número de itens

eram menores que 100. Para instâncias maiores os autores sugeriram procedimentos de agrupamento e redução.

Liu *et al.* [27], em 2003, estudaram também um modelo de transporte que permite dois métodos de entrega: um é o embarque direto, onde as mercadorias são coletadas a partir de um fornecedor e enviadas diretamente para vários clientes, e a outra é chamada de *hub-and-spoke* em que vários tipos de mercadorias são recolhidos dos fornecedores e consolidadas em centros de distribuição, e então redistribuídos a vários clientes. Veículos homogêneos são utilizados para realizar todas as movimentações de mercadorias, e o objetivo é minimizar a distância total percorrida pelos veículos. Os autores desenvolveram uma heurística para determinar o método de entrega dos produtos para cada cliente e para agendar os veículos. Para maiores detalhes sobre desenhos de rede do tipo *hub-and-spoke*, ver os trabalhos de Camargo e Miranda [6] e Camargo *et al.* [7].

Alves e Carvalho [1], em 2007, estudaram diferentes estratégias de estabilização e aceleração do método de geração de colunas aplicado ao problema de empacotamento unidimensional com tamanho variável (*variable sized bin-packing problem*). Este problema é uma variação do problema de empacotamento unidimensional, onde os contêineres ou caixas possuem tamanhos variados. Dentre tais estratégias, destacam-se a heurística FFD (*First Fit Decreasing*) para a inicialização das colunas, seguida do procedimento *mt1r* (*variação do método MTP*), de Martello e Toth [28] para a solução dos subproblemas e do esquema de agregação *RA*. Segundo os autores, os resultados demonstram uma significativa redução do número de iterações do método de geração de colunas e do tempo computacional em uma série de instâncias da literatura.

Song *et al.* [40], em 2008, introduziram um problema de consolidação de cargas que visa coordenar embarques entre fornecedores e clientes através de um centro de distribuição. Este problema exige que sejam tomadas decisões sobre os tempos de entrada e saída das remessas, considerando simultaneamente múltiplos fatores, incluindo prazos de entrega, diferentes políticas de consolidação, múltiplas opções de transporte e custos de estocagem. Foram desenvolvidos procedimentos heurísticos para resolver o problema.

Zhang *et al.* [43], em 2011, formularam um modelo de programação linear inteira e propuseram um algoritmo genético para o problema de alocação e envio de produtos têxteis de um armazém, passando por diversas rotas de navegação e chegando a diversos portos diferentes, cujas remessas são destinadas a diferentes lojas de varejo. Nesse trabalho, os conjuntos de itens devem ser carregados em contêineres de variados tamanhos e custos, e o objetivo é encontrar uma alocação que minimize a quantidade de contêineres utilizados e os custos totais de entrega dos pedidos. O seguinte modelo de programação inteira foi proposto para este problema:

$$\text{minimizar } \sum_{j \in B} p_j y_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in B} r_{ij} x_{ij} \quad (3.6)$$

$$\text{sujeito à } \sum_{j \in B} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in I \quad (3.7)$$

$$x_{i,j} \leq y_i, \quad \forall i \in I, j \in B \quad (3.8)$$

$$x_{i,j} \leq z_{kl}, \quad \forall i \in I : S(i) = k, j \in B : R(j) = l \quad (3.9)$$

$$\sum_{l \in R} z_{kl} = 1, \quad \forall k \in S \quad (3.10)$$

$$\sum_{i \in I} v_j x_{ij} \leq V_i, \quad \forall j \in B \quad (3.11)$$

$$x_{ij}, y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, j \in B \quad (3.12)$$

$$z_{kl} \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in S, l \in R \quad (3.13)$$

O conjunto  $S$  representa os pedidos a serem expedidos, sendo que cada item  $j$  pertence a um único pedido. Os conjuntos  $B$ ,  $I$  e  $R$  representam respectivamente os produtos, os contêineres e as rotas de navegação a serem seguidas. A variável  $x_{ij}$  assume valor 1 caso o item  $j$  seja colocado no contêiner  $i$  e 0 caso contrário. A variável  $y_i$  assume valor 1 caso o contêiner  $i$  seja utilizado e 0 caso contrário. A variável  $z_{kl}$  assume valor 1 caso o pedido  $k$  seja designado à rota  $l$ . O parâmetro  $r_{ij}$  representa o custo associado à alocação do item  $j$  no contêiner  $i$ . Os parâmetros  $p_i$  e  $V_i$  representam respectivamente o custo associado à utilização do contêiner  $i$  e a capacidade do mesmo. O parâmetro  $v_j$  representa o tamanho do item  $j$ . A função objetivo (3.6), de minimização, corresponde ao custo total de transporte. O conjunto de restrições (3.7) garante que cada item seja alocado a um único contêiner. O conjunto de restrições (3.8) garante que se um item for alocado a um contêiner este será marcado como utilizado. O conjunto de restrições (3.9) garante que se um item for alocado a um contêiner  $i$ , o pedido que inclui este item tem que estar associado a rota de navegação na qual o contêiner esteja atribuído. O conjunto de restrições (3.10) garante que cada pedido seja atribuído a uma única rota de navegação. O conjunto de restrições (3.11) garante a não violação da capacidade de nenhum contêiner. O conjunto de restrições (3.12) e (3.13), definem o domínio das variáveis.

Alguns trabalhos mais recentes relacionados a problemas de empacotamento unidimensional são os trabalhos de Jensen e Larsen [22], que em 2012 apresentaram uma heurística de busca local (*local search heuristic*) para o problema de empacotamento com tamanho variável e um algoritmo exato para instâncias pequenas; Hemmelmayr *et al.* [20], também em 2012 propuseram a metaheurística VNS (*Variable Neighbourhood Search*) aplicada ao problema de empacotamento com tamanho variável; e o trabalho de Jansen *et al.* [21], que em 2013 estudaram questões relacionadas à complexidade do problema de empacotamento unidimensional em função do aumento do número de itens a serem empacotados.

## 3.2 Problema de Alocação Generalizado

O problema de alocação generalizado (PAG) consiste em obter o custo mínimo na alocação de  $n$  tarefas a um conjunto  $m$  de agentes, onde cada tarefa alocada a um agente consome uma parcela de sua capacidade. Sendo assim, dado um conjunto  $I$  de agentes ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) e um conjunto  $J$  de tarefas ( $j = 1, 2, \dots, n$ ), onde cada tarefa  $j \in J$  consome uma quantidade de recursos  $a_{ij}$  do agente  $i$  a um custo  $c_{ij}$ , o PAG consiste em buscar a alocação de tarefas a agentes à custo mínimo, respeitando basicamente as seguintes restrições: (1) Não ultrapassar a capacidade dos agentes; (2) Cada tarefa só pode ser alocada a um único agente; e (3) Todas as tarefas devem ser alocadas.

Este problema pertence à classe de problemas NP-difícil, Fisher *et al.* [13]. De acordo com Nauss [32], devido esta complexidade, os resultados computacionais dos métodos de otimização, na maioria dos casos, são limitados à instâncias com no máximo 1.000 (mil) variáveis binárias, sendo que para instâncias maiores que estas, geralmente são utilizados métodos heurísticos na resolução do mesmo.

Um análise sobre várias aplicações do problema podem ser encontradas nos trabalhos de Cattrysse e Wassenhove [8] e mais recentemente no trabalho de Öncan [34]. Dentre estas aplicações, podem-se destacar problemas envolvendo sequenciamento de tarefas, roteamento e carregamento nas mais diversas formas e problemas envolvendo a localização de instalações.

A seguinte formulação clássica para o PAG pode ser encontrada no trabalho de Cattrysse and Wassenhove [8]:

$$\text{minimizar } \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} \quad (3.14)$$

$$\text{sujeito à } \sum_j a_{ij} x_{ij} \leq b_i, \quad \forall i \in I \quad (3.15)$$

$$\sum_i x_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (3.16)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, j \in J \quad (3.17)$$

A variável  $x_{ij}$  assume valor 1 se o agente  $i$  realiza a tarefa  $j$ . O parâmetro  $c_{ij}$  representa o custo em se alocar a tarefa  $j$  ao agente  $i$ . O parâmetro  $a_{ij}$  representa a capacidade do agente  $j$  que foi consumida com a alocação da tarefa  $i$  a este agente. O parâmetro  $b_i$  representa a capacidade do agente  $i$ . A função objetivo (3.14) minimiza o custo de alocação. O conjunto de restrições (3.15) impede que a capacidade dos agentes seja ultrapassada. O conjunto (3.16) define que cada tarefa tem que ser alocada a um único agente e o conjunto (3.17) representa o domínio das variáveis do problema.

A principal diferença entre esta formulação e a formulação clássica do problema de empacotamento unidimensional é basicamente em termos de função objetivo. Enquanto o objetivo do problema de empacotamento unidimensional é minimizar a quantidade de contenedores/caixas utilizados, o PAG busca a minimização dos custos de alocação das tarefas aos agentes, fazendo que a formulação do problema de empacotamento unidimensional tenha um conjunto de variáveis à mais que esta formulação do PAG.

Em [25], Farias e Nemhauser estudam a formulação 3.14 - 3.17 do PAG, realizando um estudo poliedral da formulação clássica e propondo uma série de desigualdades válidas para o problema testadas em um algoritmo *branch-and-cut*. Segundo os autores, os resultados computacionais demonstram que através desta nova abordagem, consegue-se acelerar a resolução do problema em instâncias da literatura que são consideradas de grau de dificuldade fácil e médio, já para instâncias consideradas difíceis o tamanho máximo dos problemas que se consegue resolver é da ordem de 1.575 variáveis.

Pigatti [35] estuda modelos e algoritmos para o PAG e propõe uma aplicação para o mesmo através de um problema que foi denominado pelo autor como Problema de Carregamento de Caminhões (PCC). Este problema consiste basicamente em montar cargas em caminhões, dado um conjunto de produtos que estão aguardando para serem expedidos em um armazém. O objetivo do problema é determinar um carregamento que maximize o valor total do frete (receita obtida pelo transporte), repetindo uma série de restrições. Além disso, cada produto possui uma série de parâmetros, como tipo de produto (eletrônico, medicamento ou tecido), valor de mercado, tipo relativo (químico, alimentício ou genérico), peso e valor do frete, os quais geram uma série de restrições, como não ultrapassar a capacidade de peso do caminhão, não ultrapassar o limite do seguro para o valor de mercado de cada tipo de produto, não carregar simultaneamente produtos químicos e alimentícios, e não ultrapassar o valor total de mercadorias carregadas. O autor tratou este problema como uma extensão do PAG, adicionando ao modelo original de Cattrysse and Wassenhove [8], as restrições de limite de valor coberto pelo seguro, além de variáveis e restrições referentes à incompatibilidade entre produtos químicos e alimentícios. Para resolver o problema foi proposto um procedimento heurístico baseado na técnica *Local Branching*.

### 3.3 Síntese dos resultados das formulações apresentadas para os problemas de empacotamento e alocação generalizado

De uma forma geral, a resolução na otimalidade de problemas de empacotamento unidimensional e alocação generalizado baseada nas formulações clássicas apresentadas estão limitadas, na maioria dos casos, às instâncias de pequeno porte. Muitas vezes elas ficam



distantes do tamanho das instâncias geradas em aplicações reais destes tipos de problemas. Para verificar o poder de algumas destas formulações, ou seja, a capacidade de se resolver, no ótimo, estes tipos de problemas, analisou-se os resultados de algumas aplicações citadas neste trabalho. Uma breve descrição destes resultados é apresentada a seguir:

- Formulação (3.1 à 3.5)

Scheithauer e Terno [38] testa 900 instâncias com no máximo 100 itens, conseguindo atingir a solução ótima em todas elas através de um algoritmo *branch and bound*;

Schwerin e Wäscher [39] propõem 440 classes de instâncias, totalizando 44000, obtidas através da variação do tamanho do problema, ou seja, número de itens a serem empacotados (20, 40,...,180, 200) e da variação dos pesos dos itens, variando uniformemente em função da capacidade da caixa ou contêiner (1000), multiplicada por dois limites, sendo o limite inferior (0.001, 0.05, 0.25, 0.35) e o superior (0.1, 0.2,..., 0.9, 0.1). Os autores identificam três fatores principais que influenciam a qualidade da solução obtida pelo método de empacotamento FFD, sendo que o primeiro é o fator de peso dos itens, obtido pela média dos limites inferior e superior; o segundo é fator de variabilidade que é dado pela diferença entre os limites superior e inferior; e o terceiro que é chamado de efeito de multiplicidade, que é obtido através do aumento do número de itens, mantendo o intervalo de variação dos pesos dos itens constante, ou seja, à medida que se gera uma maior quantidade de itens a partir de um mesmo intervalo, a probabilidade de se obter itens com o mesmo peso aumenta, mudando as características originais do problema. Desta forma, os autores concluem que o desempenho do método diminui quando o fator de peso dos itens se aproxima de 1/3, diminui também em função do aumento do fator de variabilidade, mantendo-se o fator de peso dos itens constantes e diminui em função do aumento do fator de multiplicidade.

- Formulação (3.6 à 3.13)

Zhang *et al.* [43] testam 36 grupos de instâncias, totalizando 360 instâncias, obtidas através da variação do número de encomendas (20, 50, 80), número de rotas (5, 10), número de itens em cada pedido  $U[3, 12]$ , pesos dos itens  $U[0.3, 1]$  e  $U[2, 6]$  e três tipos de contêineres (29.4, 58.8, 67.2). Os resultados obtidos através do *solver* comercial CPLEX para esta formulação demonstram que se consegue atingir a solução ótima apenas nas configurações com 20 pedidos e itens com pesos menores,  $U[0.3, 1]$ . Para todas as outras configurações, não se conseguiu alcançar a solução ótima no tempo de 3600 segundos. Os maiores GAP's foram encontrados nas configurações com 80 pedidos e itens com pesos maiores,  $U[2, 6]$ , chegando até 55%.

- Formulação (3.14 à 3.17)

Nauss [32] analisa o comportamento desta formulação em dois conjuntos de instâncias, sendo o primeiro formado por 24 instâncias da literatura, classificadas em A, B, C e D, cujos números de variáveis binárias variam respectivamente de 500 à 4000, em função da variação do número de agentes (5, 10, 20) e do número de tarefas (100, 200). Já o segundo conjunto de instâncias é formado por 640 instâncias artificiais, que compõem as classes D e E, com o número de variáveis binárias variando de 500 à 3000, através da variação do número de agentes (5, 10, 15, 20, 25, 30) e do número de tarefas (50, 75, ..., 275, 300). Os resultados demonstram que das 24 instâncias analisadas no primeiro conjunto, em 19 conseguiu-se encontrar a solução ótima. Já para o segundo conjunto, para instâncias com até 1250 variáveis binárias, conseguiu-se provar a otimalidade na maioria dos casos, sendo que o percentual de soluções ótimas obtidas diminui em função do aumento do número de variáveis, chegando a 40% nas instâncias com 3000 variáveis binárias.

### 3.4 Problemas de Sequenciamento

Os problemas de sequenciamento também são problemas clássicos na área de otimização combinatória, e desde a década de 50 vem sendo explorados na literatura com aplicações voltadas para as mais diversas áreas. Do ponto de vista da engenharia, estes problemas se tornam interessantes uma vez que o ambiente atual de competição faz com que cada vez mais as empresas tenham que cumprir prazos rigorosos, cumprir datas de entregas combinadas com os clientes, otimizar a utilização dos recursos produtivos, diminuir os *lead times* produtivos, entre outros.

Brucker [5], define este problema como um conjunto de  $m$  máquinas  $M_j (j = 1, \dots, m)$  que devem processar um conjunto de  $n$  jobs  $J_i (i = 1, \dots, n)$ . Desta forma, um sequenciamento seria a alocação de cada *job* a um ou mais intervalos de tempo disponíveis de uma ou mais máquinas. A solução deste problema pode ser representada através de gráficos de *Gantt*, como pode ser visto na Figura 3.1, sendo que o gráfico (a) utiliza uma orientação por máquina e o (b) por *job*. Logo, este problema consiste em encontrar um sequenciamento que satisfaça uma série de restrições, as quais podem ser específicas para cada aplicação.

Desta forma, os principais elementos de um problema de sequenciamento podem ser definidos como:

- Recursos: bens ou serviços que a disponibilidade pode ser limitada ou não. Ex.: máquinas, matérias-primas, mão de obra, etc.
- Tarefas ou operações: trabalhos a serem executados que necessitam uma certa quantidade de tempo em sua execução e/ou recursos. Ex.: Torneamento de uma peça, montagem de um componente, etc.

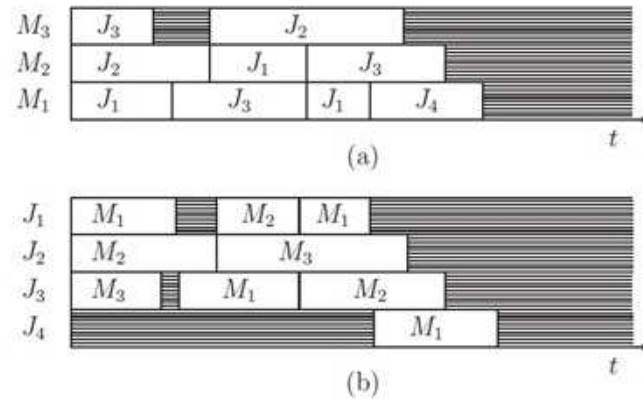


Figura 3.1: Exemplo de representação de sequenciamento através de gráficos de *Gantt*

Fonte: Brucker,2007,p.2

- *Job*: conjunto de tarefas ou operações que devem ser executadas em sequência e que representam a sequência tecnológica de um produto. Para cada tarefa de um *job* é associado um tempo de processamento. Logo, um *job* pode representar a fabricação de um produto ou de um lote de produtos, os quais possuem a mesma sequência tecnológica.

Para manter uma notação similar à encontrada na literatura, neste trabalho adota-se o índice  $j$  para a representação dos *jobs* e o índice  $i$  para as máquinas. Segundo Pinedo [36], os seguintes dados estão associados a cada *job*:

- Tempo de processamento ( $p_{ij}$ ): representa o tempo de processamento do *job*  $j$  na máquina  $i$ ;
- Data de partida ( $d_j$ ): é a última data na qual o *job* poderá terminar seu processamento sem sofrer nenhuma penalidade.
- Peso ( $w_j$ ): representa o grau de importância do *job*  $j$  dentro do sistema. Este peso é utilizado para priorizar a execução de um *job* em relação a outro.

De uma forma geral, os problemas de sequenciamento são definidos através do tripleto  $\alpha | \beta | \gamma$ , onde  $\alpha$  representa as características das máquinas, podendo assumir apenas uma característica por problema,  $\beta$  representa as características do processamento e restrições do problema, podendo assumir simultaneamente mais de uma característica por problema e  $\gamma$  representa o objetivo a ser minimizado, podendo assumir apenas uma característica por problema.

Algumas características das máquinas que podem estar presentes no campo  $\alpha$ , segundo Pinedo [36], são:

- Uma máquina (1): neste caso tem-se apenas uma máquina. É considerado o caso mais simples de todas as possíveis configurações, sendo considerado como um caso especial das configurações mais complicadas.
- Máquinas paralelas idênticas ( $Pm$ ): Nesta configuração, existe uma série de máquinas idênticas em paralelo. Desta forma, um *job*  $j$  que requer um único processamento, pode ser processado em qualquer uma das  $m$  máquinas ou em uma máquina que pertença a um determinado conjunto de máquinas que possuem as mesmas características.
- Máquinas paralelas com diferentes velocidades ( $Qm$ ): Nesta configuração, existe uma série de máquinas em paralelo com diferentes velocidades. A velocidade da máquina  $i$  é denotada por  $v_i$ . O tempo de processamento  $p_{ij}$  que o *job*  $j$  consome na máquina  $i$  é obtido através da razão  $p_j/v_i$ . Esta configuração é conhecida como máquinas uniformes.
- Máquinas paralelas não relacionadas ( $Rm$ ): Esta configuração é uma generalização da anterior. Existem  $m$  máquinas diferentes em paralelo. A máquina  $i$  pode processar o *job*  $j$  com velocidade  $v_{ij}$ . O tempo  $p_{ij}$  que o *job*  $j$  consome na máquina  $i$  é igual a  $p_j/v_{ij}$ . Se as velocidades das máquinas são independentes dos *jobs*, isto é,  $v_{ij} = v_i$  para todo  $i$  e  $j$ , então a configuração é idêntica à anterior.
- *Flow shop* ( $Fm$ ): Nesta configuração, tem-se  $m$  máquinas em série. Cada *job* deve ser processado em cada uma das  $m$  máquinas. Todos os *jobs* devem seguir a mesma sequência tecnológica, isto é, eles devem ser processados primeiramente na máquina 1, seguido da máquina 2 e assim por diante. Após completar o processamento em uma máquina, o *job* se encaminha para a fila da próxima máquina.
- *Flow shop* flexível ( $FFc$ ): Esta configuração é uma generalização do *flow shop* e máquinas paralelas. Ao invés de ser ter  $m$  máquinas em série, tem-se  $c$  estágios em série, onde cada estágio possui um determinado número de máquinas em paralelo. Cada *job* tem que ser processado no estágio 1, depois no 2 e assim por diante.
- *Job shop* ( $Jm$ ): Em um *job shop* com  $m$  máquinas, cada *job* tem sua própria sequência de operação.
- *Job shop* flexível ( $FJc$ ): Esta configuração é uma generalização do *job shop* e máquinas paralelas. Ao invés de ser ter  $m$  máquinas em série, tem-se  $c$  centros de trabalho em série, onde cada centro possui um determinado número de máquinas em paralelo. Cada *job* tem sua própria sequência de operação através dos centros de trabalho.

- *Open shop (Om)*: Existem  $m$  máquinas. Cada *job* pode ser processado novamente em cada uma das  $m$  máquinas. No entanto, alguns dos tempos de processamento podem ser zero. Não há restrição em relação à rota em que cada *job* segue neste ambiente. O sequenciador pode determinar a rota de cada *job*, sendo que diferentes *jobs* podem ter rotas diferentes.

Existe uma série de características de processamento e restrições que podem compor o campo  $\beta$  na representação de um problema de sequenciamento. Algumas opções de preenchimento para este campo, segundo Pinedo [36], são:

- *Preemptions (prmp)*: Esta característica implica em dizer que mesmo que um *job* tenha iniciado seu processamento em uma máquina, não é necessário mantê-lo nesta máquina até sua conclusão, ou seja, pode-se interromper seu processamento a qualquer momento e colocar outro *job* em seu lugar.
- *Breakdowns (brkdw)*: Esta característica implica que uma máquina pode não estar disponível em determinado instante.
- *Permutation (prmu)*: Pode aparecer em uma configuração do tipo *flow shop*, onde a ordem (ou *permutation*) em que os *jobs* são executados na primeira máquina tem que ser mantida em todas as outras.
- *Blocking (block)*: Este é um fenômeno que pode ocorrer em cenários *shops*. Nestas condições, mesmo que um *job* tenha terminado seu processamento em uma determinada máquina, este fica ocupando a máquina até que o próximo *job* a ser processado nesta máquina esteja disponível.
- *No-wait (nwt)*: Este é outro fenômeno que pode ocorrer em cenários *shops*. Nestas condições, uma vez terminado o processamento de um *job* em uma máquina, não é permitido que este *job* espere nenhum tempo para ser processado na máquina subsequente.

Três exemplos de objetivos de problemas de sequenciamento que podem compor o campo  $\gamma$ , segundo Pinedo [36], são:

- *Makespan (Cmax)*: Corresponde à data de conclusão do último *job* que passou pelo sistema. Minimizar o *makespan* implica em uma boa utilização das máquinas.
- *Maximum Lateness (Lmax)*: Corresponde ao atraso máximo, ou seja, corresponde ao atraso do *job* que teve o maior atraso entre todos os *jobs*.
- *Total weighted completion time ( $\sum w_j C_j$ )*: Corresponde ao somatório do tempo de conclusão ponderado de todos os *jobs*.

Na próxima seção será melhor apresentado o problema de *flow shop*, o qual está sendo estudado neste trabalho.

### 3.4.1 Problemas de *Flow Shop*

Conforme visto anteriormente, os problemas de *flow shop* caracterizam-se por um conjunto de *jobs* que seguem a mesma sequência operacional, ou seja, assume-se que as máquinas estão dispostas em série e que os *jobs* têm que atravessá-las seguindo o mesmo fluxo de operação. Várias configurações para este problema podem ser encontradas na literatura, com variações do número de máquinas, restrições e função objetivo.

Uma das configurações mais clássicas de *flow shop* é quando se tem duas máquinas e o objetivo é minimizar o *makespan* ( $C_{max}$ ). Esta configuração é representada por  $F2||C_{max}$ , onde existem  $n$  *jobs* e os tempos de processamento do *job*  $j$  nas máquinas 1 e 2 são respectivamente  $p_{1j}$  e  $p_{2j}$ . A sequência ótima para esta configuração é obtida através da regra de *Johnson* (JOHNSON [24]). Esta regra consiste em particionar os *jobs* em dois conjuntos, sendo que o conjunto  $I$  contém os *jobs* com  $p_{1j} < p_{2j}$  e o conjunto  $II$  os *jobs* com  $p_{2j} < p_{1j}$ . Os *jobs* com  $p_{1j} = p_{2j}$  podem ser colocados em qualquer um dos conjuntos. Desta forma, os *jobs* do conjunto  $I$  iniciam o sequenciamento e são ordenados em ordem crescente de  $p_{1j}$ . Os *jobs* do conjunto  $II$  são sequenciados logo após o conjunto  $I$  e são ordenados em ordem decrescente de  $p_{2j}$ . Esta regra é conhecida também como  $SPT(1)-LPT(2)$ .

No entanto, esta regra não pode ser generalizada para configurações de *flow shop* com mais de duas máquinas, sendo que a configuração  $F3||C_{max}$  já pertence à classe NP-difícil (BRUCKER [5]). Pinedo[36], propõe o seguinte modelo de Programação Inteira e Mista para a configuração  $Fm|prmu|C_{max}$ , ou seja, *permutation flow shop* com  $m$  máquinas e com o objetivo de minimizar o *makespan*:

$$\text{minimizar } \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n x_{j1} p_{ij} + \sum_{j=1}^{n-1} I_{mj} \quad (3.18)$$

$$\text{sujeito à } \sum_{j=1}^n x_{jk} = 1, \quad \forall k = 1, \dots, n \quad (3.19)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{jk} = 1, \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (3.20)$$

$$I_{ik} + \sum_{j=1}^n x_{jk+1} p_{ij} + W_{ik+1} - W_{ik} - \sum_{j=1}^n x_{jk} p_{i+1j} - I_{i+1k} = 0, \quad \forall k = 1, \dots, n-1; i = 1, \dots, m-1 \quad (3.21)$$

$$W_{i1} = 0, \quad \forall i = 1, \dots, m-1 \quad (3.22)$$

$$I_{1k} = 0, \quad \forall k = 1, \dots, n-1 \quad (3.23)$$

A variável binária  $x_{jk}$  assume 1 se o job  $j$  é o  $k$ -ésimo *job* da sequência e 0 caso contrário. A variável auxiliar  $I_{ik}$  representa o tempo ocioso da máquina  $i$  entre os processamentos dos *jobs* da  $k$ -ésima e da  $(k+1)$ -ésima posições. A variável auxiliar  $W_{ik}$  representa o tempo de espera de um *job* na  $k$ -ésima posição entre as máquinas  $i$  e  $i+1$ . A função objetivo (3.18) minimiza o *makespan*. O conjunto de restrições (3.19) especifica que exatamente um *job* tem que ser alocado na posição  $k$ , para todo  $k$ . O conjunto de restrições (3.20) especifica que o *job*  $j$  tem que ser atribuído a exatamente uma posição. O conjunto de restrições (3.21) representa o relacionamento entre as variáveis de tempo ocioso e as variáveis de tempo de espera. Os conjuntos de restrições (3.22) e (3.23) representam o domínio das variáveis do modelo.

### 3.5 Relaxação Lagrangeana

A relaxação lagrangeana pode ser definida da seguinte forma: considerando-se um problema de programação inteira na forma  $z = \max \{cx : Ax \leq b, x \in S \subseteq Z^n\}$ , a técnica consiste em relaxar um conjunto de restrições, por exemplo,  $Ax \leq b$  e resolver o problema remanescente  $z^R = \max \{cx : x \in S \subseteq Z^n\}$ , com  $z^R \geq z$ , onde  $z^R$  geralmente é mais fácil de ser resolvido. Mas não basta apenas relaxar as restrições complicantes do problema, além disso, deve-se incorporar tais restrições à função objetivo do problema original de forma a penalizar as possíveis violações.

As principais aplicações desta técnica surgiram a partir da década de 70, principalmente

após os trabalhos de Held e Karp [18] e [19]. No entanto, somente no trabalho de Geoffrion [16] que o termo "relaxação lagrangeana" começou a ser utilizado com mais frequência.

Para melhor entendimento desta metodologia, vamos considerar um problema de minimização onde o conjunto de restrições foi particionado em dois grupos:

$$\text{minimizar } cx \quad (3.24)$$

$$\text{sujeito à } Dx \geq d \quad (3.25)$$

$$Bx \geq b \quad (3.26)$$

$$x \in Z_n^+ \quad (3.27)$$

Consideremos que as restrições complicantes do problema sejam as do conjunto  $Dx \geq d$ , ou seja, a presença destas restrições no problema faz com que sua resolução seja mais difícil do ponto de vista computacional. Por outro lado, a eliminação destas restrições pode fazer com que o problema seja resolvido mais facilmente (WOSLEY [42]). No entanto, é interessante que mesmo com a eliminação destas restrições, o problema remanescente seja forte o bastante para garantir um bom limite dual para o problema. Caso contrário, a formulação resultante é dita fraca, gerando limites inferiores muito distantes da solução ótima do problema original. Após a eliminação deste conjunto de restrições, tem-se que incorporar as violações geradas pelas mesmas na função objeto a um preço  $\lambda$ , o qual é denominado multiplicador de lagrange.

Sendo assim, à cada violação das restrições eliminadas, a componente  $\lambda^*(d - Dx)$ , incrementa a função objetivo com uma parcela desta violação. Como o objetivo do problema é de minimização, as melhores soluções do problema serão encontradas quando não houverem violações, ou seja, quando as variáveis  $x$  assumirem valores que atendam as restrições eliminadas, não gerando penalizações na função objetivo. Assim, define-se o seguinte subproblema lagrangeano:

$$L(\lambda) = \text{minimizar } cx + \lambda(D - dx) \quad (3.28)$$

$$\text{sujeito à } Bx \geq b \quad (3.29)$$

$$x \in Z_n^+ \quad (3.30)$$

Desta forma, para cada conjunto de multiplicadores ( $\lambda \geq 0$ ), o subproblema lagrangeano fornece um limite inferior  $L(\lambda)$  para o problema original  $z$ . Sendo assim, a escolha dos valores de  $\lambda$  é de fundamental importância para a qualidade dos limites inferiores do problema original. Como o objetivo do método é gerar limites inferiores cada vez melhores, define-se um problema denominado dual lagrangeano (LD), onde o conjunto de multiplicadores de lagrange ( $\lambda$ ) passam a ser variáveis deste problema, sendo que o objeto do



mesmo é encontrar valores de  $\lambda$  que maximizem o limite inferior gerado pelo subproblema lagrangeano. Com isso, o dual lagrangeano pode ser definido da seguinte forma:

$$Z_{LD} = \max_{(\lambda)} [\min \quad cx + \lambda(D - dx)] \quad (3.31)$$

$$\text{sujeito à} \quad Bx \geq b \quad (3.32)$$

$$x \in Z_n^+ \quad (3.33)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (3.34)$$

Alguns dos métodos mais conhecidos na literatura para a resolução do dual lagrangeano é o Método do Subgradiente e o Método do Volume. Ambos os métodos possuem caráter iterativo, ou seja, parte-se de um valor inicial para os multiplicadores de lagrange (na primeira iteração os multiplicadores assumem valor zero) e a cada iteração é resolvido o subproblema lagrangeano, onde é gerado um limite inferior para o problema. A cada melhora de limite inferior, o mesmo é atualizado. Para gerar um limite superior para o problema, parte-se da solução do subproblema lagrangeano e adota-se alguma forma de viabilização desta solução. A cada viabilização é gerado um limite superior para o problema, o qual é atualizado em caso de melhora. Os valores de  $\lambda$  são atualizados a cada iteração, levando-se em consideração a direção de busca, a qual é obtida basicamente através das violações das restrições relaxadas e das diferenças entre os melhores limites superior e inferior encontrados até o momento. A principal diferença entre os dois métodos é que no método do subgradiente a atualização dos valores de  $\lambda$  é feita baseada apenas nas informações da última iteração, enquanto no método do volume considera-se informações de todas as iterações anteriores. Em ambos os métodos podem ser utilizados uma série de critérios de parada, como o número máximo de iterações, a diferença entre os limites superior e inferior (*gap* de otimalidade), o tempo total de processamento, entre outros.

A Figura 3.2 apresenta o pseudocódigo do método do subgradiente, o qual será utilizado neste trabalho, onde  $\lambda$  é o conjunto dos multiplicadores de lagrange,  $z_-$  é o limite inferior,  $z^+$  é o limite superior,  $C$  é um parâmetro utilizado no cálculo do tamanho do passo,  $n$  é o número de iterações sem melhora no limite inferior e  $t$  contabiliza as iterações.

Algumas aplicações desta técnica que se relacionam com o tema em estudo podem ser encontradas nos trabalhos de Narciso e Lorena [31], que fazem uma combinação entre as relaxações lagrangeana e *surrogate* aplicadas a um problema de alocação generalizado (PAG), e o trabalho de Oliveira e Morabito [33], que apresentam métodos exatos baseados em relaxações lagrangeana e *surrogate* para resolver um problema de empacotamento, denominado carregamento de paletes do produtor. Maiores detalhes da relaxação *surrogate* podem ser encontrados no trabalho de Greenberg e Pierskalla [17].

```

Método do subgradiente
1   $\lambda^0 \leftarrow 0;$ 
2   $z_- \leftarrow 0;$ 
3   $z^- \leftarrow \infty;$ 
4   $C \leftarrow 1;$ 
5   $n \leftarrow$  número de iterações sem atualizar  $z_-;$ 
6   $cont \leftarrow 0;$ 
7   $t \leftarrow 1$ 
8  enquanto (condições de para não satisfeitas) faça
9       $cont \leftarrow cont + 1;$ 
10      $(L(\lambda^t), x^t) \leftarrow$  ResolverSubproblemaLagrangeano;
11     se  $(L(\lambda^t) > z_-)$  então
12          $z_- \leftarrow L(\lambda^t);$ 
13          $cont \leftarrow 0;$ 
14     fim-se
15      $z \leftarrow$  ViabilizarSolução;
16     se  $(z < z^-)$  então
17          $z^- \leftarrow z;$ 
18     fim-se
19     se  $(cont > n)$  então
20          $C \leftarrow C/2;$ 
21     fim-se
22     Calcular o subgradiente em função das violações das restrições relaxadas  $(d - Dx^t)$ ;
23      $\mu(t) \leftarrow C(z^- - z_-) / \|d - Dx^t\|;$ 
24      $\lambda^{t+1} \leftarrow \max\{0, \lambda^t + \mu(t)(d - Dx^t)\};$ 
25 fim-enquanto;
26  $GAP \leftarrow (1 - z_-/z^-);$ 
fim Subgradiente;

```

Figura 3.2: Pseudocódigo do método do subgradiente

# Capítulo 4

## Abordagem proposta

Conforme apresentado no Capítulo 2, a operação do CD consiste basicamente em receber materiais via modal ferroviário, deposita-los no estoque e recuperá-los posteriormente para envio aos clientes via modal rodoviário, utilizando-se duas pontes rolantes para fazer estas movimentações. Atualmente, a definição das cargas nos caminhões é feita de forma manual, baseada na experiência dos operadores e o principal objetivo é encontrar uma composição de cargas que aproveite ao máximo a capacidade dos caminhões, respeitando uma série de restrições. A sequência de carregamento dos caminhões é definida por ordem de chegada, ou seja, não se analisa a possibilidade de ganhos em eficiência através da aplicação de diferentes formas de sequenciamento.

No momento da definição das cargas dos caminhões, os materiais encontram-se em posições pré-definidas no estoque, ou seja, não se adota uma política de pré-processamento dos materiais para facilitar a recuperação dos mesmos, uma vez que não se conhece, à priori, as camadas onde os materiais se encontram dentro das fileiras. A definição das cargas dos caminhões pode impactar nas decisões de sequenciamento, uma vez que ao se montar cargas com itens mais próximos uns dos outros, pode-se facilitar a política de recuperação dos mesmos. Sendo assim, definiu-se um problema conjunto de montagem de cargas e sequenciamento de caminhões para tratar esta situação específica.

Uma vez que as características do problema de montagem de cargas abordado se aproximam muito das características dos problemas clássicos de empacotamento unidimensional e alocação generalizado, e por sua vez, estes problemas já pertencerem à classe de problemas NP-difícil, aliado ao fato da empresa atualmente não explorar o problema de sequenciamento, decidiu-se, como primeira abordagem, dividir o problema conjunto em dois subproblemas e tratar separadamente cada um deles. Sendo assim, o problema de montagem de cargas nos caminhões foi tratado como um problema de empacotamento/alocação e o segundo como um problema clássico de sequenciamento do tipo *flow shop* em duas máquinas da seguinte forma:

(Passo 1) Definir as cargas dos caminhões de forma a minimizar o peso morto nos mesmos. Neste momento será proposto um modelo matemático de forma a obter a composição ótima das cargas e conseqüentemente definir os tempos de carregamento, que serão calculados através da multiplicação do número de produtos em cada caminhão pelo tempo médio de carregamento de cada produto, obtido através de coleta de dados em campo.

(Passo 2) Após a montagem das cargas, sequenciar os caminhões de forma a minimizar o tempo total de processamento (*Makespan*). Para isso, considerou-se as duas pontes rolantes como duas máquinas, sendo que cada uma delas atende uma metade do galpão. Desta forma, todo caminhão a ser carregado deverá ser processado primeiramente na ponte 1 e depois na ponte 2, caracterizando-se assim, um problema de *flow shop* do tipo ( $F2 \parallel Cmax$ ), no qual a regra de *Johnson* garante a otimalidade. A Figura 4.1 ilustra o funcionamento desta abordagem.



Figura 4.1: Representação esquemática da abordagem proposta.

As próximas seções deste capítulo apresentam respectivamente um exemplo desta abordagem, a modelagem matemática proposta para o problema de montagem de cargas nos caminhões e duas técnicas alternativas aplicadas a este modelo, sendo a primeira a relaxação lagrangeana e a segunda uma heurística baseada na relaxação lagrangeana.

## 4.1 Exemplo da abordagem proposta

Para melhor entendimento da abordagem proposta, será apresentado um exemplo simplificado da operação diária do CD em estudo. As Tabelas 4.1 e 4.2, representam respectivamente os itens a serem expedidos e os caminhões disponíveis em um dado dia de operação no CD.

Tabela 4.1: Exemplo de produtos a serem expedidos.

Produto	Peso (t)	Cliente	Região	Posição no Estoque
1	14,220	72	9	3
2	11,284	72	9	68
3	13,994	74	11	86
4	11,944	74	11	86
5	11,276	37	6	44

Tabela 4.2: Exemplo de caminhões disponíveis.

Caminhão	Tipo	Capacidade (t)	Folga Permitida (t)	Transportadora
1	YA	12,000	1,200	1
2	YA	12,000	1,200	1
3	YC	25,950	3,950	1
4	YC	25,950	3,950	1
5	YM	52,500	5,500	1

Considerando-se que a única incompatibilidade presente neste exemplo seja a incompatibilidade entre produtos, ou seja, não se pode alocar no mesmo caminhão produtos de clientes diferentes, uma solução factível para o modelo de montagem de cargas proposto seria alocar uma bobina a cada caminhão. Os resultados desta solução podem ser vistos na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Primeiro exemplo de alocação de cargas à caminhões.

Caminhão	Capacidade (t)	Folga Permitida (t)	Carga (Produtos)	Carga (t)	Folga Disp. (t)	Peso Morto (t)
1	12,000	1,200	5	11,276	0,724	-
2	12,000	1,200	2	11,284	0,716	-
3	25,950	3,950	4	11,944	14,006	10,056
4	25,950	3,950	3	13,994	11,956	8,006
5	52,500	5,500	1	14,220	38,280	32,780
					Total	50,842

Como pode ser visto, apesar desta solução ser uma solução viável para o modelo proposto, ou seja, respeitar todas as restrições, gerou-se um indesejável peso morto de 50,842 toneladas.

Outra solução factível para o modelo proposto pode ser visualizada na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Segundo exemplo de alocação de cargas à caminhões.

Caminhão	Capacidade (t)	Folga Permitida (t)	Carga (Produtos)	Carga (t)	Folga Disp. (t)	Peso Morto (t)
1	12,000	1,200	5	11,276	0,724	0,000
2	12,000	1,200	-	-	-	-
3	25,950	3,950	1 e 2	25,504	0,446	0,000
4	25,950	3,950	3 e 4	25,938	0,012	0,000
5	52,500	5,500		-	-	-
					Total	0,000

Considerando-se apenas o peso morto como critério de avaliação da função objetivo, pode-se afirmar que esta solução é ótima, pois a função objetivo foi zerada e todas as restrições são atendidas. Porém, ao se inverter as cargas dos caminhões 3 e 4 na Tabela 4.4, gera-se outra solução ótima para o problema de montagem de cargas. Esta nova solução pode ser vista na Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Terceiro exemplo de alocação de cargas à caminhões.

Caminhão	Capacidade (t)	Folga Permitida (t)	Carga (Produtos)	Carga (t)	Folga Disp. (t)	Peso Morto (t)
1	12,000	1,200	5	11,276	0,724	0,000
2	12,000	1,200	-	-	-	-
3	25,950	3,950	3 e 4	25,938	0,012	0,000
4	25,950	3,950	1 e 2	25,504	0,446	0,000
5	52,500	5,500	-	-	-	-
					Total	0,000

Este tipo de situação é conhecida como simetria e pode prejudicar consideravelmente o desempenho do modelo, principalmente quando se tem muitos caminhões disponíveis de um mesmo tipo.

Considerando a solução da Tabela 4.5 como a melhor solução do modelo matemático, parte-se para o sequenciamento dos caminhões.

Neste exemplo, teríamos três *jobs* (caminhões) a serem sequenciados. De acordo com a abordagem proposta, ou seja, dedicar cada uma das pontes rolantes à uma metade do galpão, a ponte 1 processaria produtos da fileira 1 até 47 e a ponte 2 da fileira 48 à 94. Considerando-se ainda, uma unidade de tempo como sendo o tempo de processamento

padrão de cada produto, independentemente da máquina que irá processá-lo, teríamos os seguintes tempos de processamento em cada máquina (veja Tabela 4.6):

Tabela 4.6: Tempos de processamento dos *jobs* nas máquinas 1 e 2.

<i>Job / Caminhão</i>	Tempo Máquina 1	Tempo Máquina 2
<i>J1 / 1</i>	1	0
<i>J2 / 3</i>	0	2
<i>J3 / 4</i>	1	1

O gráfico de *Gantt* para uma sequência aleatória qualquer, como por exemplo, *J3-J1-J2*, pode ser visto na Figura 4.2.

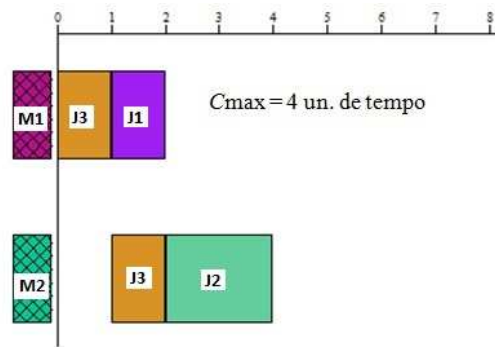


Figura 4.2: Gráfico de *Gantt* para uma sequência aleatória qualquer.

Para verificar os possíveis ganhos que podem ser obtidos através da metodologia proposta, gerou-se a sequência ótima deste exemplo, *J2-J3-J1*, através da regra de *Johnson*, que pode ser visualizada na Figura 4.3.

Como pode ser observado neste simples exemplo, a abordagem proposta pode ser uma boa estratégia para a solução do problema, principalmente devido ao fato da empresa, atualmente, não levar em consideração o problema de sequenciamento.

## 4.2 Modelagem matemática proposta

De acordo com a metodologia proposta, o primeiro problema a ser tratado será o problema de montagem de cargas nos caminhões. Este problema pode ser definido da seguinte forma:

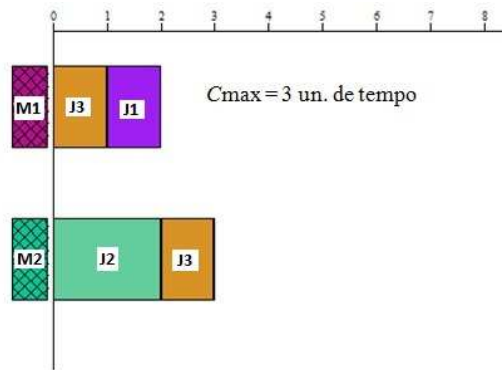


Figura 4.3: Sequência ótima para o exemplo abordado.

dado um conjunto de produtos a serem expedidos durante o dia e um conjunto de caminhões disponíveis, montar as cargas nos caminhões, de forma a minimizar a quantidade de peso morto gerado, atendendo a uma série de restrições. As seguintes restrições/premissas foram adotadas para esta modelagem:

- Cada produto está associado a um único cliente;
- Cada produto possui seu peso específico;
- Cada cliente está associado a uma única região;
- Cada caminhão está associado a uma única transportadora;
- Cada tipo de caminhão possui uma capacidade associada;
- Cada tipo de caminhão possui uma carga mínima requerida;
- Todos os produtos devem ser alocados;
- Não ultrapassar as capacidades dos caminhões;
- Cada produto deve ser alocado em um único caminhão;
- Não ultrapassar a quantidade disponível de cada tipo de caminhão;
- Não alocar produtos de clientes diferentes em um mesmo caminhão;
- Não transportar produtos em caminhões cujos tipos são incompatíveis com os clientes;
- Não transportar produtos em caminhões cujos tipos são incompatíveis com as regiões de destino;



- Não transportar produtos em caminhões cujas transportadoras são incompatíveis com as regiões de destino.

Analisando-se as características específicas deste problema, não foi encontrada uma aplicação na literatura que trata deste problema nestes moldes. Ao se analisar as formulações clássicas de problemas de empacotamento unidimensional (3.1 à 3.5) e problemas de alocação generalizado (3.14 à 3.17), muitas características destas formulações se aplicam ao problema abordado, como não ultrapassar as capacidades dos contenedores/agentes, alocar os itens/tarefas em um único contenedor/agente, além do domínio das variáveis  $\{0, 1\}$ .

A formulação encontrada que mais se assemelha às características apresentadas é a formulação (3.6 à 3.13) de Zhang *et al.* [43], onde se pode fazer uma analogia entre os problemas, considerando os pedidos como sendo os clientes, os itens como sendo os produtos e os containers como sendo os caminhões.

Sendo assim, para se chegar ao modelo matemático apresentado abaixo, propôs-se uma formulação inicial, a qual sofreu uma série de modificações, em termos de agrupamento por clientes, domínio de variáveis e parâmetros considerados. Tais modificações justificam as características deste modelo, além de justificar a utilização da relaxação lagrangeana e da heurística *HBRL* descritas nas próximas seções. Todo este processo evolutivo é apresentado no Apêndice A deste trabalho.

1. *Conjuntos considerados no modelo:*

- $C$ : conjunto dos grupos de clientes  $1, 2, \dots, n_{gc}$ .
- $J$ : conjunto de produtos a serem expedidos  $1, 2, \dots, np$ ;
- $J_c$ : conjunto de produtos do grupo de clientes  $c$  a serem expedidos  $1, 2, \dots, np_c$ ;
- $K$ : conjunto dos tipos de caminhões disponíveis  $1, 2, \dots, k$ ;
- $T$ : conjunto das transportadoras disponíveis  $1, 2, \dots, nt$ .

2. *Parâmetros considerados no modelo:*

- $np$ : número de produtos a serem expedidos;
- $np_c$ : número de produtos do cliente  $c$  a serem expedidos;
- $l_k$ : número de caminhões do tipo  $k$  disponíveis;
- $nt$ : número de transportadoras disponíveis;
- $w_k$ : capacidade dos caminhões do tipo  $k$ ;
- $f_k$ : folga permitida nos caminhões do tipo  $k$ ;
- $b_j$ : peso do produto  $j$ ;

- $r_{kc}$ : matriz de compatibilidade caminhão do tipo  $k$  vs grupo de clientes  $c$ . Nesta matriz são consideradas todas as incompatibilidades relacionadas a produtos e caminhões, como tipos de caminhões vs cliente, tipos de caminhões vs regiões e transportadoras vs regiões (1: Compatível, 0: Incompatível).

3. *Variáveis de decisão consideradas no modelo:*

- 

$$x_{jk}^q = \begin{cases} 1 & \text{se o produto } j \text{ é alocado ao } q\text{-ésimo caminhão do tipo } k, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- 

$$y_{ck}^q = \begin{cases} 1 & \text{se o } q\text{-ésimo caminhão do tipo } k \text{ é utilizado pelo cliente } c, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- $h_{kc}^q$ : folga no  $q$ -ésimo caminhão do tipo  $k$  utilizado pelo cliente  $c$ , ( $h_{kc}^q \geq 0$ );
- $z_{kc}^q$ : peso morto no  $q$ -ésimo caminhão do tipo  $k$  utilizado pelo cliente  $c$ , ( $z_{kc}^q \geq 0$ ).

4. *Modelo proposto:*

$$\text{minimizar } \sum_{k \in K} \sum_{q=1}^{l_k} \sum_{c \in C} z_{kc}^q \quad (4.1)$$

$$\text{sujeito à } \sum_{k \in K} \sum_{q=1}^{l_k} x_{jk}^q = 1, \quad \forall c \in C, j \in J_c \quad (4.2)$$

$$\sum_{j \in J_c} b_j x_{jk}^q + h_{kc}^q = w_k y_{ck}^q, \quad \forall k \in K, c \in C, \quad (4.3)$$

$$x_{jk}^q \leq r_{kc}, \quad \forall k \in K, c \in C, j \in J_c, \quad (4.4)$$

$$h_{kc}^q - z_{kc}^q \leq f_k, \quad \forall k \in K, c \in C, \quad (4.5)$$

$$y_{ck}^q - x_{jk}^q \geq 0, \quad \forall j \in J_c, k \in K, c \in C, \quad (4.6)$$

$$\sum_{q=1}^{l_k} \sum_{c \in C} y_{ck}^q \leq l_k, \quad \forall k \in K \quad (4.7)$$

$$x_{jk}^q, y_{ck}^q \in \{0, 1\} \quad z_{kc}^q, h_{kc}^q \geq 0, \quad \forall j \in J_c, k \in K, q = 1, \dots, l_k, \quad (4.8)$$

A função objetivo (4.1), alvo de minimização do modelo, leva em consideração o peso morto em cada tipo de caminhão. As restrições definidas para o problema cuidam para que todos os limites e particularidades especificados sejam respeitados, sendo que o conjunto de restrições (4.2) define que cada produto seja alocado a um único caminhão. O conjunto (4.3) define a folga de cada caminhão, ou seja, calcula a diferença entre a capacidade do caminhão e a carga alocada ao mesmo. O conjunto (4.4) atende as incompatibilidades cliente *vs* caminhão. O conjunto (4.5) define o peso morto em cada caminhão, ou seja, calcula a diferença entre a folga efetiva no caminhão e a folga permitida no mesmo. O conjunto de restrições (4.6) ativa a variável  $y$ , ou seja, permite a alocação de produtos somente a caminhões que estejam sendo utilizados. O conjunto de restrições (4.7) refere-se ao acoplamento, ou seja, faz o acoplamento entre todos os clientes, não permitindo que as quantidades disponíveis de cada tipo de caminhão sejam ultrapassadas. O conjunto de restrições (4.8) define o domínio das variáveis do modelo.

### 4.3 Relaxação lagrangeana aplicada ao problema de alocação de cargas à caminhões

A relaxação lagrangeana aplicada ao modelo proposto se deu através da relaxação do conjunto de restrições de acoplamento (4.7), gerando-se o seguinte subproblema lagrangeano:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar} && \sum_{k \in K} \sum_{q=1}^{l_k} \sum_{c \in C} z_{kc}^q + \sum_{k \in K} \sum_{q=1}^{l_k} \sum_{c \in C} \lambda_k y_{kc}^q - \sum_{k \in K} \lambda_k l_k && (4.9) \\ & \text{sujeito à} && && \\ & && (4.2, \dots, 4.6 \text{ e } 4.8) && \end{aligned}$$

As únicas diferenças deste subproblema lagrangeano em relação ao modelo apresentado na Seção 4.2 são a retirada da conjunto de restrições (4.7) e a inclusão da penalização por violação da quantidade disponível de cada tipo de caminhão na função objetivo através do parâmetro  $\lambda$ .

Ao analisar os conjuntos de restrições remanescentes do modelo, verifica-se que todos os conjuntos, sem exceção, estão em função do conjunto de clientes  $C$ , possibilitando a decomposição do problema original em vários subproblemas lagrangeanos, sendo que cada um destes subproblemas pode ser resolvido separadamente para cada cliente, diminuindo-se assim a complexidade do problema original.

Após a definição do subproblema lagrangeano, definiu-se o seguinte problema dual lagrangeano:

$$\max_{(\lambda)} \left[ \min \sum_{k \in K} \sum_{q=1}^{l_k} \sum_{c \in C} z_k^q + \sum_{k \in K} \sum_{q=1}^{l_k} \sum_{c \in C} \lambda_k y_{kc}^q - \sum_{k \in K} \lambda_k l_k \right] \quad (4.10)$$

sujeito à

$$\begin{aligned} & (4.2, \dots, 4.6 \text{ e } 4.8) \\ & \lambda_k \geq 0, \quad \forall k \in K \end{aligned} \quad (4.11)$$

A única diferença do dual lagrangeano em relação ao subproblema lagrangeano é que o parâmetro  $\lambda$ , transforma-se em um conjunto de variáveis do modelo, passando a maximizar a função objetivo através da definição de  $\lambda$ 's cada vez melhores. A maximização do dual lagrangeano implica na minimização do subproblema lagrangeano, uma vez que o número de violações nas quantidades de caminhões tendem a diminuir com o aumento das penalizações.

Para resolver o problema dual lagrangeano, utilizou-se o método do subgradiente apresentado na Seção 3.5.1, cujo pseudocódigo, contendo todas as particularidades desta aplicação é apresentado na Figura 4.4, onde  $\lambda$  é o conjunto dos multiplicadores de lagrange,  $z_-$  é o limite inferior,  $z^+$  é o limite superior,  $C$  é um parâmetro utilizado no cálculo do tamanho do passo,  $n$  é o número de iterações sem melhora no limite inferior,  $t$  contabiliza as iterações,  $violações(t)$  computa, em cada iteração, todas as violações do conjunto de restrições que foi relaxado e como critérios de parada adotou-se o número máximo de 50 iterações, diferença entre limites superior e inferior (0.000001), passo nulo ou desprezível (0.000001), subgradiente nulo ou desprezível (0.000001) e tempo total de processamento (3600 segundos).

**Método do subgradiente**

```

1   $\lambda^0 \leftarrow 0$ ;
2   $z_- \leftarrow 0$ ;
3   $z^- \leftarrow \infty$ ;
4   $C \leftarrow 1$ ;
5   $n \leftarrow 10$ ;
6   $cont \leftarrow 0$ ;
7   $t \leftarrow 1$ 
8  enquanto  $((t < 50)e(LS - LI > 0.000001)e(\mu(t) > 0.000001)e(subgradiente > 0.000001)e$ 
    $(TC < 3600))$  faça
9       $cont \leftarrow cont + 1$ ;
10      $(L(\lambda^t), x^t) \leftarrow ResolverSubproblemaLagrangeano$ ;
11     se  $(L(\lambda^t) > z_-)$  então
12          $z_- \leftarrow L(\lambda^t)$ ;
13          $cont \leftarrow 0$ ;
14     fim-se
15      $z \leftarrow ViabilizarSolução$ ;
16     se  $(z < z^-)$  então
17          $z^- \leftarrow z$ ;
18     fim-se
19     se  $(cont > n)$  então
20          $C \leftarrow C/2$ ;
21     fim-se
22     Calcular o subgradiente em função das violações das restrições relaxadas  $(l_k - \Sigma y)$ ;
23      $\mu(t) \leftarrow C(z^- - z_-) / \|l_k - \Sigma y\|$ ;
24      $\lambda^{t+1} \leftarrow \max\{0, \lambda^t + \mu(t)(l_k - \Sigma y)\}$  ;
25 fim-enquanto;
26  $GAP \leftarrow (1 - z_-/z^-)$ ;
fm Subgradiente;

```

Figura 4.4: Pseudocódigo do método do subgradiente

Desta forma, a cada iteração do método do subgradiente, o subproblema lagrangeano é resolvido para cada cliente, computando o número total de violações de cada tipo de caminhão (*violação(k)*). Conforme apresentado anteriormente, esta estratégia de resolução permite subdividir o problema original em vários subproblemas, por cliente, diminuindo a complexidade do mesmo. A Figura 4.5 apresenta a rotina de viabilização de soluções utilizada nas iterações deste método.

A estratégia descrita no passo 3 da rotina de viabilização permite que ainda reste um caminhão de cada tipo violado para tentar evitar possíveis inviabilidades na sequência do método, ou seja, permite que se tenha pelo menos um caminhão de cada tipo para se fazer a alocação dos produtos que foram desalocados. Caso o problema do passo 5 seja inviável, o método do subgradiente atualiza seus parâmetros e parte para a próxima iteração.

**ViabilizarSolução**

- 1 *Selecionar os tipos de caminhões que sofreram violação ( $violação(k) > 0$ );*
  - 2 *Ordenar os caminhões que compõem cada tipo violado por ordem decrescente de peso morto;*
  - 3 *A partir da lista ordenada, para cada tipo de caminhão  $k$ , desalocar os produtos dos  $(violação(k)+1)$  caminhões.*
  - 4 *Fixar as variáveis que não foram violadas;*
  - 5 *Resolver o modelo acoplado, com as variáveis fixadas.*
- fim** *ViabilizarSolução;*

Figura 4.5: Rotina de viabilização de soluções

## 4.4 Heurística baseada na relaxação lagrangeana aplicada ao problema de alocação de cargas à caminhões

A heurística baseada na relaxação lagrangeana (*HBRL*), parte do mesmo princípio da aplicação da relaxação lagrangeana apresentada nas seções anteriores, considerando-se o mesmo subproblema lagrangeano e o mesmo problema dual lagrangeano, com a mesma rotina de viabilização apresentada para o método do subgradiente. Porém, não se pode provar a otimalidade, uma vez que propõe-se através desta heurística, a utilização de um tempo limite de processamento, tanto na resolução dos subproblemas, quanto na viabilização das soluções.

Desta forma, o objetivo passa a ser a obtenção de limites superiores cada vez melhores, uma vez que os limites inferiores deixam de ser analisados em função de não se resolver os subproblemas no ótimo. Em caso de obtenção de solução viável através da resolução dos subproblemas, ou seja, subgradiente nulo, definem-se aleatoriamente valores de  $\lambda$ , entre 0 e 1, através de uma distribuição uniforme e inicia-se novamente o processo. Como critério de parada estipulou-se um tempo total de processamento pré-definido.

Nesta aplicação da heurística *HBRL*, buscou-se avaliar seu desempenho através das variações dos limites de tempo de resolução dos subproblemas e de viabilização das soluções em 10, 20 e 50 segundos e do critério de parada, onde foram utilizados os tempos de processamento de 120, 600 e 1200 segundos.

# Capítulo 5

## Resultados computacionais

O modelo matemático proposto foi implementado e resolvido através do *software* de otimização CPLEX 12.3 na configuração padrão, utilizando-se a linguagem AMPL. O computador usado nos testes é um Intel(R) Xeon(R) CPU X5690 @ 3.47GHz, com 132 GB de memória RAM.

Para rodar o modelo foi desenvolvido um *script*, em linguagem AMPL, o qual possui uma rotina com o algoritmo de *Johnson*. Desta forma, ao executar o *script*, a melhor solução do problema de montagem de cargas, dentro do tempo limite estipulado, é sequenciada, retornando o resultado do problema integrado. Para o sequenciamento, cada caminhão utilizado foi considerado como um *job* e os tempos de processamento em cada máquina foram obtidos através da multiplicação do número de produtos a serem processados em cada máquina, pelo tempo médio de carregamento, que foi de 4,4 minutos/produto, obtido através de coleta de dados em campo.

A adoção do tempo médio se deu em função dos controles atuais do CD não possuírem a informação da camada em que os produtos se encontram dentro das fileiras.

### 5.1 Geração de instâncias e definição dos experimentos

Nesta seção é apresentada como se deu a geração das instâncias utilizadas e os experimentos planejados para a verificação da eficiência da abordagem proposta. Primeiramente será detalhada a geração das instâncias artificiais, seguida da definição das instâncias reais, e, finalizando será apresentada a proposição dos experimentos.

### 5.1.1 Geração de instâncias artificiais

Para gerar as instâncias artificiais foi desenvolvido um código em linguagem C Padrão, levando-se em consideração as características dos dados reais fornecidos pela empresa, os quais se referem ao período de novembro de 2011 à março de 2012.

De acordo com os dados analisados, a operação do CD conta com 13 transportadoras cadastradas, dispendo de 9 tipos de caminhões para despachar produtos para 85 clientes, distribuídos em 14 regiões do país. Como nem todas as transportadoras dispõem de todos os tipos de caminhões e um mesmo cliente pode estar associado a mais de uma região, decidiu-se por combinar os tipos de caminhões às transportadoras e os clientes às regiões, gerando-se novos tipos de caminhões e novos clientes. Sendo assim, o número de tipos de caminhões passou para 53 e o número de clientes passou para 113.

No período analisado, despachou-se uma quantidade média de 89 produtos por dia, sendo que a quantidade mínima despachada foi de 7 produtos e a máxima foi de 163 produtos. A quantidade de caminhões, de cada tipo, disponível no dia é variada, mas segundo os responsáveis pela operação do CD, este recurso pode ser considerado como um recurso ilimitado. Estes responsáveis também informaram que a atual capacidade de despacho planejada para o CD é de aproximadamente 2.000 toneladas por dia.

Sendo assim, levantou-se a distribuição de probabilidades dos pesos dos produtos, que neste caso foi uma LOGN (17, 8.19) toneladas e a frequência de incidência de clientes/regiões. Logo após, desenvolveu-se um gerador de pesos de produtos baseados nesta distribuição (ver Banks *et al.* [3] para maiores detalhes deste gerador de números aleatórios.) e atribuiu-se um cliente/região a cada produto, através do Método de Monte Carlo (ver Andrade [2] para maiores detalhes sobre o Método de Monte Carlo). Devido ao fato dos dados fornecidos não conterem a informação de quantos caminhões de cada tipo/transportadora estavam disponíveis em cada dia, adotou-se distribuições uniformes para definir estas quantidades.

Seguindo estes princípios, definiu-se 12 grupos de instâncias artificiais, variando-se o número de produtos (20, 50, 100 e 200) e o número de caminhões disponíveis de cada tipo (três níveis para cada quantidade de produtos), identificados como muito restritivo, pouco restritivo e muito pouco restritivo, sendo que o nível muito restritivo representa a pouca disponibilidade de caminhões e assim sucessivamente. A Tabela 5.1 apresenta como se deu a definição do número de caminhões disponíveis, de cada tipo, em função da variação do número de produtos e dos níveis restritivos. Estes valores foram definidos empiricamente através de testes computacionais. Para cada configuração, foram geradas 10 replicações, totalizando-se 120 instâncias artificiais.



Tabela 5.1: Disponibilidade de caminhões em função da variação do número de produtos e dos níveis restritivos.

Nº Produtos	Níveis restritivos em relação à disponibilidade de caminhões		
	Muito restritivo	Pouco restritivo	Muito pouco restritivo
20	U(1, 5)	U(6, 10)	200
50	U(3, 8)	U(10, 15)	200
100	U(7, 12)	U(15, 20)	200
200	U(15, 20)	U(30, 40)	200

### 5.1.2 Definição das instâncias reais

Para definir as instâncias reais, utilizou-se dados fornecidos pela empresa, referentes ao mês de fevereiro de 2012. A partir destes dados, escolheu-se 10 dias onde houveram a maior incidência de peso morto, os quais se referem aos dias 08, 09, 10, 11, 14, 15, 16, 17, 24 e 29. O resumo dos dados destes dias podem ser visualizados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Resumo dos dados utilizados na geração das instâncias reais.

Data	Nº Produtos Transportados	Toneladas Transportadas	Nº Caminhões Utilizados	Peso Morto Gerado
08/02/12	101	1770,717	60	63,194
09/02/12	112	1775,274	62	48,813
10/02/12	110	1888,13	65	41,605
11/02/12	79	1298,443	41	75,363
14/02/12	124	1954,965	68	57,394
15/02/12	114	1968,527	69	40,358
16/02/12	135	2230,372	76	39,881
17/02/12	102	1791,643	62	43,736
24/02/12	110	1950,414	65	49,536
29/02/12	120	2110,578	69	38,255
<b>Total</b>	<b>1107</b>	<b>18739,063</b>	<b>637</b>	<b>498,135</b>

Como nestes dados não consta a informação de quantos caminhões de cada tipo estavam disponíveis em cada dia, considerou-se a quantidade efetivamente utilizada, como sendo a quantidade disponível. Isso faz com que a disponibilidade de caminhões seja muito mais restrita do que a realidade, podendo comprometer o desempenho dos métodos utilizados.

### 5.1.3 Definição dos experimentos

Para verificar a eficiência dos métodos propostos, ou seja, o desempenho do modelo de montagem de cargas, da relaxação lagrangeana e da heurística *HBRL*, planejou-se uma

série de experimentos baseados nas instâncias artificiais e reais.

Primeiramente, realizou-se experimentos em todas as instâncias artificiais e reais, utilizando-se um limite de tempo de processamento de 3600 segundos para o modelo matemático e para a relaxação lagrangeana, sendo que para a heurística HBRL, considerou-se um limite de tempo de resolução dos subproblemas e de viabilização das soluções de 10 segundos, e um tempo total de processamento de 120 segundos, com objetivo de atingir boas soluções em menores tempos que os outros métodos. A definição do tempo de 3600 segundos se deu em função da programação do CD ser feita uma vez por dia e este tempo ser considerado pela empresa como um tempo hábil para a tomada de decisão.

Conforme apresentado na Seção 4.4, buscou-se verificar a influência dos parâmetros da heurística em sua performance. Sendo assim, realizou-se mais duas configurações de experimentos, sendo que na primeira manteve-se o tempo limite de resolução dos subproblemas e de viabilização das soluções em 10 segundos, variando-se o tempo total de processamento em 120, 600 e 1200 segundos e na segunda configuração, manteve-se o tempo total de processamento em 1200 segundos, variando-se o tempo limite de resolução dos subproblemas e de viabilização das soluções em 10, 20 e 50 segundos. Nestas configurações, realizou-se os experimentos apenas com as instâncias artificiais com 200 produtos e com as instâncias reais. Os resultados de todos os experimentos são apresentados nas próximas seções, sendo que estes foram subdivididos em instâncias artificiais e reais.

## 5.2 Resultados dos experimentos em instâncias artificiais

Conforme apresentado anteriormente, primeiramente serão apresentados os resultados do modelo matemático, da relaxação lagrangeana e da heurística *HBRL* na configuração de 120 segundos de tempo total de processamento e 10 segundos de limite de tempo de resolução dos subproblemas e de viabilização das soluções. Como foram realizadas 10 replicações para cada experimento, os resultados a serem apresentados referem-se aos valores médios destas replicações.

A Tabela 5.3 apresenta estes resultados, sendo que a primeira coluna refere-se às instâncias, as quais foram agrupadas por número de produtos (20, 50, 100 e 200) e os índices *mr*, *pr* e *mpr*, representam respectivamente, nível muito restritivo, pouco restritivo e muito pouco restritivo, quanto à disponibilidade de caminhões. A segunda coluna (Modelo acoplado), refere-se ao modelo proposto, a terceira (Modelo desacoplado), refere-se ao modelo proposto, sem o conjunto de restrições de acoplamento, a quarta, à relaxação lagrangeana e a quinta à heurística *HBRL*. Os itens a serem analisados são o  $RL_{med}$ , que representa a média da função objetivo, fazendo a relaxação linear das variáveis inteiras do modelo;  $FO_{med}$  representa a média da função objetivo;  $TC_{med}$ , representa o tempo

computacional médio;  $G_{med}$  representa o  $GAP$  médio obtido por cada método;  $LI_{med}$  e  $LS_{med}$ , representam, respectivamente, a média dos limites inferiores e superiores obtidos pela relaxação lagrangeana; e  $DL_{med}$ , representa a diferença percentual média entre os resultados da heurística e da relaxação lagrangeana, sendo que valores negativos, representam piora nos resultados. Os resultados completos destes experimentos, incluindo as medidas de dispersão, são apresentados nas Tabelas B.1, B.2 e B.3 do Apêndice B.

Tabela 5.3: Resultados médios do modelo e da relaxação lagrangeana em instâncias artificiais, sem medidas de dispersão.

Conjuntos de Instâncias	Modelo acoplado				Modelo desacoplado			Relaxação lagrangeana				HBRL - 120 seg.	
	$RL_{med}$	$FO_{med}$	$TC_{med}$ (s)	$G_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$TC_{med}$ (s)	$G_{med}$ (%)	$LI_{med}$	$LS_{med}$	$TC_{med}$ (s)	$G_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)
Inst_mr_20	1,80	40,77	1,08	0,00	39,93	1,84	0,00	40,59	40,77	8,99	0,00	40,77	0,00
Inst_pr_20	0,87	45,75	11,19	0,00	45,75	2,23	0,00	45,75	45,75	6,85	0,00	45,75	0,00
Inst_mpr_20	3,86	55,38	3,60	0,00	55,38	1,23	0,00	55,38	55,38	24,61	0,00	55,38	0,00
Inst_mr_50	7,39	94,99	369,98	0,00	94,99	63,77	0,00	94,99	94,99	44,16	0,00	95,50	-0,71
Inst_pr_50	10,75	99,40	110,76	0,00	99,40	42,99	0,00	99,40	99,40	31,11	0,00	99,50	-0,10
Inst_mpr_50	7,93	92,84	110,33	0,00	92,84	60,29	0,00	92,84	92,84	68,26	0,00	92,84	0,00
Inst_mr_100	18,60	131,20	578,71	0,02	131,20	301,45	0,00	131,20	131,20	81,15	0,00	132,97	-1,54
Inst_pr_100	16,47	119,53	1.664,14	0,262	119,53	217,32	0,00	119,53	119,53	93,72	0,00	121,56	-1,61
Inst_mpr_100	22,56	135,87	574,04	0,00	135,87	261,63	0,00	135,87	135,87	175,79	0,00	135,87	0,00
Inst_mr_200	28,35	150,87	3.519,08	8,371	150,81	2.676,56	0,15	150,76	150,76	285,11	0,00	205,95	-40,42
Inst_pr_200	41,61	171,24	3.628,06	7,751	167,42	2.938,01	0,46	166,80	166,80	422,29	0,00	209,25	-27,02
Inst_mpr_200	28,45	174,48	3.361,27	2,512	170,75	3.067,74	0,03	170,74	170,74	472,81	0,00	174,88	-1,96

Analisando-se os resultados, verifica-se que o modelo proposto teve um desempenho razoável, gerando-se  $GAP$ 's iguais a zero nas configurações com 20 e 50 produtos,  $GAP$ 's próximos a zero nas configurações com 100 produtos e  $GAP$ 's médios menores que 10% nas configurações com 200 produtos. Retirando-se o conjunto de restrições de acoplamento, o desempenho do modelo melhora consideravelmente, gerando-se  $GAP$ 's bem próximos de zero, apenas nas configurações com 200 produtos e limites inferiores bem mais fortes que os gerados pela relaxação linear das variáveis inteiras. A relaxação lagrangeana apresentou excelentes resultados em todas as instâncias testadas, sendo que o maior tempo computacional médio foi de 472,8 segundos, bem abaixo do limite de tempo estipulado que foi de 3600 segundos. Já a heurística *HBRL*, na configuração utilizada, não apresentou bons resultados apenas nas configurações de 200 produtos com níveis de limitação de caminhos muito restritivo e pouco restritivo, quando comparada à relaxação lagrangeana, piorando os resultados médios em, respectivamente, 40,42% e 27,02% nestes grupos de instâncias.

As Tabelas 5.4 e 5.5 apresentam os resultados da heurística *HBRL*, fazendo as variações de seus parâmetros, conforme especificado na Seção 5.1.3, sendo que os resultados completos, incluindo as medidas de dispersão, são apresentados no Apêndice B, nas Tabelas

B.4 e B.5.

Tabela 5.4: Resultados médios da heurística *HBRL* em instâncias artificiais com 200 produtos, limites de tempo dos subproblemas e viabilização das soluções de 10 segundos e variação do tempo total de processamento em respectivamente 120, 500 e 1200 segundos, sem medidas de dispersão.

Conjuntos de Instâncias	R. Lagrang.	HBRL - 120/10 seg.		HBRL - 600/10 seg.		HBRL - 1200/10 seg.	
	$LS_{med}$	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)
Inst_mr_200	150,76	205,95	-40,42	155,20	-3,70	155,75	-3,88
Inst_pr_200	166,80	209,25	-27,02	183,87	-11,43	190,92	-15,70
Inst_mpr_200	170,74	174,88	-1,96	276,87	-67,80	292,02	-73,28

Tabela 5.5: Resultados médios da heurística *HBRL* em instâncias artificiais com 200 produtos, tempo total de processamento de 1200 segundos e variação dos limites de tempo dos subproblemas e viabilização das soluções em respectivamente 10, 20 e 50 segundos, sem medidas de dispersão.

Conjuntos de Instâncias	R. Lagrang.	HBRL - 1200/10 seg.		HBRL - 1200/20 seg.		HBRL - 1200/50 seg.	
	$LS_{med}$	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)
Inst_mr_200	150,76	155,75	-3,88	150,76	0,00	150,76	0,00
Inst_pr_200	166,80	190,92	-15,70	173,34	-4,99	167,15	-0,25
Inst_mpr_200	170,74	292,02	-73,28	212,79	-25,87	175,05	-2,33

Analisando os resultados da Tabela 5.4, verifica-se que a heurística obteve praticamente o mesmo rendimento médio, utilizando os tempos de processamento de 600 e 1200 segundos, não conseguindo superar os resultados da configuração com tempo de processamento de 120 segundos no conjunto de instâncias com nível muito pouco restritivo de disponibilidade de caminhos.

Os resultados da Tabela 5.5, demonstram uma melhora significativa no desempenho da heurística, em função do aumento do tempo de execução dos subproblemas e da viabilização das soluções, conseguindo praticamente igualar aos resultados da relaxação lagrangeana nos experimentos com 50 segundos.

### 5.3 Resultados dos experimentos em instâncias reais

Nesta seção são apresentados os resultados das instâncias reais do problema, sendo que primeiramente serão apresentados os resultados do modelo matemático e da relaxação

lagrangeana, seguidos dos resultados da heurística *HBRL*. A Tabela 5.6 apresenta estes primeiros resultados, onde são analisados praticamente os mesmos itens das instâncias artificiais, diferindo-se em função da não apresentação apenas dos valores médios e da inclusão do item *RE* que representa a diferença percentual entre a solução encontrada e a solução obtida pela empresa.

Tabela 5.6: Resultados do modelo e da relaxação lagrangeana em instâncias reais do problema.

Instâncias	$Fo_{emp}$	Modelo acoplado					Modelo desacoplado				Relaxação Lagrangeana				
		<i>RL</i>	<i>FO</i>	<i>TC (s)</i>	<i>G (%)</i>	<i>RE (%)</i>	<i>FO</i>	<i>TC (s)</i>	<i>G (%)</i>	<i>RE (%)</i>	<i>LI</i>	<i>LS</i>	<i>TC (s)</i>	<i>G (%)</i>	<i>RE (%)</i>
Inst_real_1	63,194	16,52	36,15	3.031,28	0,00	42,79	36,03	16,20	0,00	42,98	36,03	43,80	3.802,83	17,73	30,70
Inst_real_2	48,813	0,00	<i>no int.</i>	3.602,28	-	-	25,41	7,41	0,00	47,95	25,41	31,70	5.165,13	19,84	35,07
Inst_real_3	41,605	0,00	<i>no int.</i>	3.631,84	-	-	14,21	152,81	0,00	65,85	14,21	21,98	4.418,98	35,35	47,17
Inst_real_4	75,363	0,00	30,08	73,86	0,00	60,08	18,38	17,92	0,00	75,62	18,38	33,82	3.614,22	45,67	55,12
Inst_real_5	57,394	0,00	<i>no int.</i>	3.601,82	-	-	29,60	66,08	0,00	48,43	29,60	29,69	3.607,04	0,32	48,26
Inst_real_6	40,358	0,00	18,93	279,60	0,00	53,10	18,93	208,20	0,00	53,10	18,93	23,55	3.864,91	19,62	41,66
Inst_real_7	39,881	0,00	14,90	3.607,41	1,62	62,64	8,90	413,67	0,00	77,68	8,90	19,67	5.069,29	54,74	50,69
Inst_real_8	43,736	0,00	30,50	3.607,01	56,28	30,26	13,34	48,36	0,00	69,51	13,34	46,14	3.603,11	71,10	-5,49
Inst_real_9	49,536	24,42	<i>no int.</i>	3.603,57	-	-	27,62	56,68	0,00	44,25	27,62	<i>no int.</i>	3.604,63	-	-
Inst_real_10	38,255	0,00	<i>no int.</i>	3.601,65	-	-	10,21	63,03	0,00	73,30	10,21	13,31	4.009,34	23,27	65,20
<b>Média</b>	49,81	26,11	26,11	2.864,03	11,58	49,77	20,26	105,04	0,00	59,87	20,26	29,29	4.075,95	31,96	40,93
<b>Desvio</b>	12,09	8,85	8,85	1.428,55	22,36	13,35	9,05	125,62	0,00	13,83	9,05	10,93	604,89	21,88	20,23

Os resultados demonstram que o modelo matemático não teve um bom desempenho em todas as instâncias testadas, conseguindo-se encontrar soluções inteiras, no tempo estipulado, em apenas 5 das 10 instâncias, além de alcançar a solução ótima em apenas 3. Porém, ao comparar os resultados das soluções inteiras encontradas pelo modelo, com os resultados da empresa, verifica-se um ganho médio em torno de 50%.

Quanto à retirada do conjunto de restrições de acoplamento do modelo, verifica-se novamente a obtenção de limites inferiores muito mais fortes que os obtidos pela relaxação linear das variáveis inteiras. É importante ressaltar, que apesar destas soluções conterem inviabilidades relacionadas ao número de caminhões disponíveis, do ponto de vista operacional, estas soluções podem ser muito interessantes, uma vez que a empresa pode tentar negociar com as transportadoras a oferta de tais caminhões violados. Ao comparar estes resultados com os da empresa, verifica-se um ganho médio em torno de 60%.

A performance da relaxação lagrangeana nestas instâncias não foi tão boa quanto nas instâncias artificiais, gerando-se *GAP's* médios em torno de 32%. Esta diferença entre as performances pode ser explicada em função das instâncias reais possuírem uma quantidade de caminhões disponíveis muito mais restritiva que as instâncias artificiais. Mesmo assim, ao comparar estes resultados com os da empresa, verifica-se um ganho médio em torno de 40%.

Da mesma forma que as instâncias artificiais, as Tabelas 5.7 e 5.8 apresentam os resultados



da heurística *HBRL* aplicada às instâncias reais, fazendo as variações de seus parâmetros, conforme especificado na Seção 5.1.3.

Tabela 5.7: Resultados da heurística *HBRL* em instâncias reais, com limites de tempo dos subproblemas e viabilização das soluções de 10 segundos e variação do tempo total de processamento em respectivamente 120, 500 e 1200 segundos.

Instâncias	$Fo_{emp}$	HBRL - 120/10 seg.		HBRL - 600/10 seg.		HBRL - 1200/10 seg.	
		FO	RE (%)	FO	RE (%)	FO	RE (%)
Inst_real_1	63,194	no integer		40,47	35,95	36,15	42,79
Inst_real_2	48,813	38,21	21,72	38,21	21,72	33,96	30,43
Inst_real_3	41,605	no integer		36,97	11,14	31,91	23,31
Inst_real_4	75,363	49,86	33,84	33,82	55,12	33,82	55,12
Inst_real_5	57,394	42,74	25,54	34,00	40,76	30,32	47,18
Inst_real_6	40,358	no integer		25,32	37,26	23,14	42,67
Inst_real_7	39,881	no integer		21,42	46,29	23,07	42,16
Inst_real_8	43,736	25,17	42,45	23,68	45,85	24,46	44,08
Inst_real_9	49,536	45,66	7,83	45,66	7,83	34,06	31,24
Inst_real_10	38,255	no integer		21,53	43,71	18,75	51,00
<b>Média</b>	<b>49,81</b>	<b>40,33</b>	<b>26,28</b>	<b>32,11</b>	<b>34,56</b>	<b>28,96</b>	<b>41,00</b>
<b>Desvio</b>	<b>12,09</b>	<b>9,48</b>	<b>13,04</b>	<b>8,59</b>	<b>15,80</b>	<b>6,06</b>	<b>9,86</b>

Tabela 5.8: Resultados da heurística *HBRL* em instâncias reais, com tempo total de processamento de 1200 segundos e variação dos limites de tempo dos subproblemas e viabilização das soluções em respectivamente 10, 20 e 50 segundos.

Instâncias	$Fo_{emp}$	HBRL - 1200/10 seg.		HBRL - 1200/20 seg.		HBRL - 1200/50 seg.	
		FO	RE (%)	FO	RE (%)	FO	RE (%)
Inst_real_1	63,194	36,15	42,79	37,31	40,97	49,91	21,03
Inst_real_2	48,813	33,96	30,43	38,21	21,72	33,57	31,23
Inst_real_3	41,605	31,91	23,31	24,88	40,20	24,83	40,32
Inst_real_4	75,363	33,82	55,12	33,82	55,12	31,92	57,65
Inst_real_5	57,394	30,32	47,18	35,11	38,83	31,63	44,90
Inst_real_6	40,358	23,14	42,67	29,75	26,29	23,99	40,57
Inst_real_7	39,881	23,07	42,16	no integer	-	48,13	-20,68
Inst_real_8	43,736	24,46	44,08	24,38	44,26	19,25	55,98
Inst_real_9	49,536	34,06	31,24	40,87	17,49	31,62	36,16
Inst_real_10	38,255	18,75	51,00	23,04	39,76	15,61	59,20
<b>Média</b>	<b>49,81</b>	<b>28,96</b>	<b>41,00</b>	<b>28,96</b>	<b>36,07</b>	<b>28,96</b>	<b>36,64</b>
<b>Desvio</b>	<b>12,09</b>	<b>6,06</b>	<b>9,86</b>	<b>6,06</b>	<b>11,93</b>	<b>6,06</b>	<b>23,52</b>

Analisando os resultados da Tabela 5.7, verifica-se uma melhora gradativa no rendimento da heurística em função do aumento do tempo de processamento, alcançando uma melhora

de 41% nos resultados da empresa, considerando o tempo de processamento total de 1200 segundos.

Os resultados da Tabela 5.8 demonstram que a heurística piorou seu rendimento em função do aumento dos tempos de execução dos subproblemas e da viabilização das soluções, não conseguindo superar os resultados da configuração com tempo de processamento de 10 segundos.

De uma forma geral, em termos de instâncias reais, a heurística *HBRL*, utilizando 1200 segundos de tempo total de processamento, e tempos de execução dos subproblemas e da viabilização das soluções de 10 segundos, apresentou os melhores resultados, conseguindo um ganho médio em torno de 41%, quando comparados às soluções da empresa.

Analisando os dados fornecidos pela empresa, período de novembro de 2011 à março de 2012, verifica-se a geração de 4.475,156 toneladas de peso morto, ou seja, uma média em torno de 895 toneladas/mês, o que daria 10.740 toneladas/ano. Considerando-se um valor médio de frete em torno de R\$ 200,00/tonelada (estimativa), geraria-se um custo anual, referente a peso morto, da ordem de R\$ 2.148.074,88. Sendo assim, a utilização da metodologia proposta possibilitaria uma redução em torno de 41% nestes custos, ou seja, a empresa teria a oportunidade de economizar cerca de R\$ 880.710,00/ano.

Quanto aos resultados do sequenciamento, como a empresa não possui as informações necessárias para se fazer comparações, a única coisa que se pode verificar é que a estratégia de sequenciamento proposta, via algoritmo de *Johnson*, permite alcançar um tempo de processamento total médio na ordem 4,5 horas nas instâncias testadas, como pode ser observado na Tabela 5.9. Mesmo assim, os operadores do CD indicam que os tempos praticados nesta operação são mais altos que os tempos obtidos por esta abordagem, dando indícios que a consideração dos problemas de sequenciamento na operação do CD pode trazer ganhos significativos.

Tabela 5.9: Resultados do sequenciamento das soluções obtidas pela heurística *HBRL* em sua melhor configuração, ou seja, utilizando-se 1200 segundos de tempo total de processamento, e tempos de execução dos subproblemas e da viabilização das soluções de 10 segundos.

<b>Instâncias</b>	<b><math>C_{max}</math> (h)</b>
Inst_real_1	4,11
Inst_real_2	4,25
Inst_real_3	4,18
Inst_real_4	3,52
Inst_real_5	5,06
Inst_real_6	4,25
Inst_real_7	6,23
Inst_real_8	4,18
Inst_real_9	4,25
Inst_real_10	5,06
<b>Média</b>	<b>4,51</b>
<b>Desvio</b>	<b>0,76</b>



# Capítulo 6

## Conclusões e trabalhos futuros

As características operacionais do Centro de Distribuição em estudo suportam a utilização de métodos que auxiliam a tomada de decisão. Sendo assim, desenvolveu-se uma metodologia, baseada em modelos matemáticos e técnicas de otimização, para tratar o problema conjunto de montagem de cargas e sequenciamento de caminhões no CD em estudo.

Sua contextualização permitiu levantar as características específicas do CD e definir o problema. Algumas dificuldades foram encontradas nesta fase, devido ao grande número de variáveis envolvidas na rotina diária do CD, mas com visitas à campo e apoio dos funcionários da empresa, estas dificuldades foram contornadas, conseguindo-se focar nas variáveis principais do problema.

A abordagem considerou a separação do problema conjunto em dois subproblemas, ou seja, problema de montagem de cargas, seguido do problema de sequenciamento dos caminhões. Esta decisão foi tomada em função da complexidade dos subproblemas e do fato da empresa, atualmente, não considerar o problema de sequenciamento de caminhões em sua rotina diária.

O levantamento bibliográfico serviu para nortear o estudo e dar suporte à escolha da metodologia utilizada. Apesar de não ter encontrado referências que tratam especificamente este problema, os modelos clássicos de empacotamento e alocação generalizado, e suas aplicações, foram de fundamental importância na concepção do modelo matemático proposto.

Como metodologia, propôs-se um modelo matemático para definir as cargas dos caminhões, seguido do clássico algoritmo de *Johnson* para fazer o sequenciamento dos mesmos. Na modelagem matemática proposta procurou ser o mais fiel possível às características do CD, possibilitando encontrar soluções factíveis do ponto de vista operacional.

---

Para resolver o problema, foram utilizadas 4 estratégias: (1) resolução do modelo proposto, (2) resolução do modelo proposto, sem o conjunto de restrições de acoplamento, permitindo a violação do número de caminhões disponíveis, (3) relaxação lagrangeana e (4) heurística *HBRL*. Todas as estratégias foram implementadas em linguagem AMPL, utilizando-se as rotinas do otimizador CPLEX 12.3 na configuração padrão e testadas em instâncias artificiais e reais. É importante ressaltar novamente, que a estratégia (2), pode ser muito interessante do ponto de vista operacional, uma vez que a empresa pode tentar negociar com as transportadoras a disponibilização de tais caminhões violados.

De uma forma geral, pode-se concluir que as estratégias utilizadas foram eficientes na resolução do problema, conseguindo-se melhorar a solução da empresa em 41% (Tabelas 5.7 e 5.8), considerando-se instâncias reais do problema. Verifica-se também que o desempenho das estratégias varia muito em função das instâncias analisadas. No caso de se ter muitos caminhões disponíveis, o modelo desacoplado passa a ser uma boa estratégia, uma vez que se consegue boas soluções a custos computacionais menores que as outras opções.

Quanto ao problema de sequenciamento, nesta aplicação, não se pode tirar conclusões efetivas, uma vez que no banco de dados da empresa não consta a informação da sequência em que os caminhões foram carregados, nem do tempo total de processamento.

Dando continuidade ao projeto, como trabalhos futuros, existem uma série de alternativas que podem ser analisadas, como trabalhar em um modelo de programação matemática integrado, baseado no modelo de *permutation flow shop* apresentado na Seção 3.4.1, introduzindo-se neste modelo, restrições de alocação de cargas, de forma a contemplar em um único modelo a montagem de cargas e o sequenciamento de caminhões. Além da possibilidade de desenvolver algoritmos heurísticos que possam resolver o problema conjunto de forma eficiente e rápida, possibilitando a verificação da real eficiência da separação do problema, onde estes foram tratados de forma separada e sequencial.

A questão do sequenciamento também pode ser melhor avaliada, buscando novas alternativas como, por exemplo, a consideração de um problema de máquinas paralelas com interferência. Do ponto de vista operacional, podem-se discutir também políticas de armazenagem alternativas, pensando na recuperação destes materiais, além da inclusão da informação do nível em que os materiais se encontram dentro das fileiras, na modelagem proposta. Logo, verifica-se que existem várias possibilidades de dar continuidade a este trabalho, gerando-se contribuições tanto para meio acadêmico quanto para a empresa.

# Referências Bibliográficas

- [1] J. M. C. Alves and V. Carvalho. Accelerating column generation for variable sized bin-packing problems. *European Journal of Operational Research*, 183:1333–1352, 2007.
- [2] E. L. Andrade. *Introdução a Pesquisa Operacional: Métodos e Modelos para Análise de Decisão*. LTC, Rio de Janeiro, 2009.
- [3] J. Banks, J. S. Carson II, B. L. Nelson, and D. M. Nicol. *Discrete-Event System Simulation*. Pearson, New Jersey, 2004.
- [4] M. S. Hung; J. R. Brown. An algorithm for a class of loading problems. *Naval Research Logistics Quart*, 25:259–267, 1978.
- [5] P. Brucker. *Scheduling Algorithms*. Springer, 2007.
- [6] R. S. Camargo and G. Miranda. Addressing congestion on single allocation hub-and-spoke networks. *Pesquisa Operacional*, 32:465–496, 2012.
- [7] R. S. Camargo, G. Miranda, R. P. M. Ferreira, and H. P. Luna. Multiple allocation hub-and-spoke network design under hub congestion. *Computers & Operations Research*, 36:3097–3106, 2009.
- [8] D. G. Cattrysse and L. Van Wassenhove. A survey of algorithms for the generalized assignment problem. *European Journal of Operational Research*, 60:260–272, 1992.
- [9] Instituto Brasileiro de Siderurgia. *Anuário Estatístico*. IBS, Rio de Janeiro, 2008.
- [10] H. Dyckhoff. A typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operations Research*, 44(2):145–159, 1990.
- [11] D. J. Bowersox e D. J. Closs. *Logística Empresarial: O Processo de Integração da Cadeia de Suprimento*. Atlas, São Paulo, 2001.
- [12] S. Eilon and N. Christofides. The loading problem. *Management Science*, 17:259–267, 1971.

- [13] M. L. Fisher, R. Jaikumar, and L. Van Wassenhove. A multiplier adjustment method for the generalized assignment problem. *Management Science*, 32(9):1095–1103, 1986.
- [14] M. R. Garey, R. L. Graham, D. S. Johnson, and A. C. Yao. Resource constrained scheduling as generalized bin packing. *Journal of Combinatorial Theory*, (A)21:257–298, 1976.
- [15] M. R. Garey and D. S. Johnson. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W.H.Freeman, San Francisco, 1979.
- [16] A. M. Geoffrion. Lagrangian relaxation and its uses in integer programming. *Mathematical Programming*, 2:82–114, 1974.
- [17] H. J. Greenberg and W. P. Pierskalla. Surrogate mathematical programming. *Operations Research*, 18:924–939, 1970.
- [18] M. Held. The travelling salesman problem and minimum spanning trees. *Mathematical Programming*, 18:1138–1162, 1970.
- [19] M. Held and R. M. Karp. The travelling salesman problem and minimum spanning trees: part II. *Mathematical Programming*, 1:6–25, 1971.
- [20] V. Hemmelmayr, V. Schmid, and C. Blum. Variable neighbourhood search for the variable sized bin packing problem. *Computers & Operations Research*, 39:1097–1108, 2012.
- [21] K. Jansen, S. Kratschb, D. Marx, and I. Schlotter. Bin packing with fixed number of bins revisited. *Computers & Operations Research*, 79:39–49, 2013.
- [22] J. B. Jensen and R. Larsen. Efficient algorithms for real-life instances of the variable size bin packing problem. *Computers & Operations Research*, 39:2848–2857, 2012.
- [23] D. Johnson. Fast algorithms for bin packing. *Journal of Computer and System Sciences*, 8:272–314, 1974.
- [24] S. M. Johnson. Optimal two- and three-stage production schedules with setup times included. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1:61–68, 1954.
- [25] I. R. Farias Jr. and G. L. Nemhauser. A family of inequalities for the generalized assignment polytope. *Operations Research Letters*, 29:49–51, 2001.
- [26] J. G. Klincewicz. Solving a freight transport problem using facility location techniques. *Operations Research*, 38(1):99–109, 1990.
- [27] J. Liu, C. L. Li, and C. Y. Chan. Mixed truck delivery systems with both hub-and-spoke and direct shipment. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 39(4):325–339, 2003.

- [28] S. Martello and P. Toth. *Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations*. Wiley, New York, 1990.
- [29] S. Martello and P. Toth. Lower bounds and reduction procedures for the bin packing problem. *Discrete Applied Mathematics*, 28:59–70, 1990.
- [30] E. A. Mukhacheva, G. N. Belov V. M. Kartack, and A. S. Mukhacheva. Linear one-dimensional cutting-packing problems: numerical experiments with the sequential value correction method (svc) and a modified branch-and-bound method (mbb). *Pesquisa Operacional*, 20:153–168, 2000.
- [31] M. G. Narciso and L. A. N. Lorena. Lagrangean/surrogate relaxation for generalized assignment problems. *European Journal of Operational Research*, 114:65–177, 1998.
- [32] R. M. Nauss. Solving the generalized assignment problem: An optimizing and heuristic approach. *Journal on Computing*, 15(3):249–266, 2003.
- [33] L. K. Oliveira and R. Morabito. Métodos exatos baseados em relaxações lagrangeana e surrogate para o problema de carregamento de paletes do produtor. *Pesquisa Operacional*, 26:403–432, 2006.
- [34] T. Öncan. A survey of the generalized assignment problem and its applications. *Information Systems and Operational Research*, 45(3):123–141, 2007.
- [35] A. A. Pigatti. *Modelos e Algoritmos para o Problema de Alocação Generalizada (PAG)*. PhD thesis, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-RJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2003.
- [36] M. L. Pinedo. *Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems*. Springer, 2008.
- [37] G. Scheithauer, A. Müller, and G. Belov. Solving one-dimensional cutting stock problems exactly with a cutting plane algorithm. *Journal of the Operational Research Society*, 52:1390–1401, 1999.
- [38] G. Scheithauer and J. Terno. A branch & bound algorithm for solving one dimensional cutting stock problems exactly. *Aplicaciones Mathematicae*, 23:151–167, 1995.
- [39] P. Schwerin and G. Wäscher. The bin-packing problem: A problem generator and some numerical experiments with ffd packing and mtp. *Pesquisa Operacional*, 4:337–389, 1997.
- [40] H. Song, V. H. Hsu, and R. K. Cheung. Distribution coordination between suppliers and customers with a consolidation center. *Operations Research*, 56(5):1264–1277, 2008.
- [41] G. Wäscher, H. Haußner, and H. Schumann. An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operations Research*, 183 (3):1109–1130, 2007.

- 
- [42] L. A. Wosley. *Integer Programming*. Wiley-Interscience, 1998.
- [43] Z. Zhang, H. Qin, and A. Lim. A genetic algorithm for the freight consolidation problem with one-dimensional container loading. *Genetic and Evolutionary Computation Conference*, 11:1707–1714, 2011.

# Apêndices

# Apêndice A

## Evolução da modelagem matemática proposta para o problema de montagem de cargas nos caminhões

### A.1 Modelagem matemática proposta inicialmente para o problema de montagem de cargas nos caminhões

Levando-se em consideração as restrições/premissas apresentadas na Seção 4.2 e as formulações encontradas na literatura, apresentou-se inicialmente a seguinte formulação matemática para o problema de montagem de cargas nos caminhões:

1. *Conjuntos considerados no modelo:*

- $J$ : conjunto dos produtos a serem expedidos  $1, 2, \dots, np$ ;
- $K$ : conjunto dos tipos de caminhões disponíveis  $1, 2, \dots, k$ ;
- $T$ : conjunto das transportadoras disponíveis  $1, 2, \dots, nt$ .

2. *Parâmetros considerados no modelo:*

- $np$ : número de produtos a serem expedidos;
- $l_k$ : número de caminhões do tipo  $k$  disponíveis;
- $nt$ : número de transportadoras disponíveis;
- $w_k$ : capacidade dos caminhões do tipo  $k$ ;
- $f_k$ : folga permitida nos caminhões do tipo  $k$ ;



- $b_j$ : peso do produto  $j$ ;
- $a_{ij}$ : matriz de compatibilidade entre produtos  $i$  vs  $j$  em um mesmo caminhão (1: Compatível, 0: Incompatível);
- $r_{jk}^q$ : matriz de compatibilidade do produto  $j$  vs  $q$ -ésimo caminhão do tipo  $k$ . Nesta matriz são consideradas todas as incompatibilidades relacionadas a produtos e caminhões, como tipos de caminhões vs cliente, tipos de caminhões vs regiões e transportadoras vs regiões. (1: Compatível, 0: Incompatível)

3. *Variáveis de decisão consideradas no modelo:*

•

$$x_{jk}^q = \begin{cases} 1 & \text{se o produto } j \text{ é alocado ao } q\text{-ésimo caminhão do tipo } k \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

•

$$y_k^q \geq 0 \begin{cases} 1 & \text{se o } q\text{-ésimo caminhão do tipo } k \text{ é utilizado} \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- $h_k^q$ : folga no  $q$ -ésimo caminhão do tipo  $k$ , ( $h_k^q \geq 0$ );

- $z_k^q$ : peso morto no  $q$ -ésimo caminhão do tipo  $k$ , ( $z_k^q \geq 0$ ).

4. *Modelo proposto:*

$$\text{minimizar } \sum_{k \in K} \sum_{q=1}^{l_k} z_k^q \quad (\text{A.1})$$

$$\text{sujeito à } \sum_{k \in K} \sum_{q=1}^{l_k} x_{jk}^q = 1, \quad \forall j \in J \quad (\text{A.2})$$

$$\sum_{j \in J} b_j x_{jk}^q + h_k^q = w_k y_k^q, \quad \forall k \in K, q = 1, \dots, l_k \quad (\text{A.3})$$

$$x_{ik}^q + x_{jk}^q \leq 1 + a_{ij}, \quad \forall i, j \in J : i < j, k \in K, \\ q = 1, \dots, l_k \quad (\text{A.4})$$

$$x_{jk}^q \leq r_{jk}^q, \quad \forall j \in J, k \in K, q = 1, \dots, l_k \quad (\text{A.5})$$

$$h_k^q - z_k^q \leq f_k, \quad \forall k \in K, q = 1, \dots, l_k \quad (\text{A.6})$$

$$y_k^q - x_{jk}^q \geq 0, \quad \forall j \in J, k \in K, q = 1, \dots, l_k \quad (\text{A.7})$$

$$y_k^q - \sum_{j \in J} x_{jk}^q \leq 0, \quad \forall k \in K, q = 1, \dots, l_k \quad (\text{A.8})$$

$$y_k^q \leq 1, \quad \forall k \in K, q = 1, \dots, l_k, \quad (\text{A.9})$$

$$x_{jk}^q \in \{0, 1\}, \quad y_k^q, z_k^q, h_k^q \geq 0, \quad \forall j \in J, k \in K, \\ q = 1, \dots, l_k \quad (\text{A.10})$$

A função objetivo (A.1), alvo de minimização do modelo, leva em consideração o peso morto em cada tipo de caminhão. As restrições definidas para o problema cuidam para que todos os limites e particularidades especificados sejam respeitados, sendo que o conjunto de restrições (A.2) define que cada produto seja alocado a um único caminhão. O conjunto (A.3) define a folga de cada caminhão, ou seja, calcula a diferença entre a capacidade do caminhão e a carga alocada no mesmo. O conjunto (A.4) atende as incompatibilidades entre produtos. O conjunto (A.5) atende as incompatibilidades produtos *vs* caminhões. O conjunto de restrições (A.6) define o peso morto em cada caminhão, ou seja, calcula a diferença entre a folga efetiva no caminhão e a folga permitida para no mesmo. O conjunto de restrições (A.7) ativa a variável  $y$ , ou seja, permite a alocação de produtos somente à caminhões que estejam sendo utilizados. O conjunto de restrições (A.8) desativa a variável  $y$ , ou seja, atribui valor igual a 0 todos os caminhões que não estão sendo utilizados. Os conjuntos de restrições (A.9) e (A.10) definem o domínio das variáveis do modelo.

### A.1.1 Definição dos experimentos

Para verificar a eficiência do modelo e a influência dos parâmetros na resolução do mesmo, planejou-se 5 configurações de experimentos, sendo que na configuração 1, procurou-se avaliar a eficiência do modelo em função da variação da quantidade de produtos, mantendo os demais parâmetros fixos. Na configuração 2, repetiu-se a configuração 1, passando o tempo limite para 7200 segundos. Nas próximas configurações, manteve-se o número de produtos em 50 unidades e variou-se o número de clientes na configuração 3 e o número de caminhões de cada tipo na configuração 4. Na configuração 5, foram gerados 3 experimentos, sendo que desconsiderou-se as incompatibilidades entre produtos no experimento 1 ( $a_{ij} = 1, \forall i, j$ ), as incompatibilidades produto *vs* caminhão ( $r_{jk}^q = 1, \forall j, k, q$ ) no experimento 2 e todas as incompatibilidades no experimento 3 ( $a_{ij} = 1, \forall i, j$  e  $r_{jk}^q = 1, \forall j, k, q$ ). Para cada experimento de cada configuração gerou-se 10 replicações, totalizando 170 instâncias. A Tabela A.1 apresenta estas configurações.

Tabela A.1: Configurações dos experimentos realizados.

Configuração	Nº Produtos	Nº Caminhões de cada tipo	Nº Clientes Possíveis	Tempo Limite (s)
1	20, 50, 100 e 200	20	85	3600
2	20, 50, 100 e 200	20	85	7200
3	50	20	2, 30 e 60	3600
4	50	10, 50 e 100	85	3600
5	50	20	85	3600

Para gerar as instâncias destas configurações, utilizou-se o gerador de instâncias artificiais

apresentado na Seção 5.5.1.

### A.1.2 Resultados dos experimentos

Nesta seção serão apresentados os resultados dos experimentos realizados. Como o problema foi tratado de forma separada, ou seja, montagem de cargas e posterior sequenciamento de caminhões, foram analisados os resultados de ambos os problemas. Do modelo matemático, foram analisados o número de variáveis binárias, o *GAP* de otimalidade, o tempo de execução e a função objetivo. Já para o problema de sequenciamento, foram analisados o número de *jobs* e o tempo máximo de processamento (*Cmax*). Como foram realizadas 10 replicações de cada experimento, os resultados apresentados na Tabela A.2, referem-se à média e ao desvio padrão dos itens analisados.

Tabela A.2: Síntese dos resultados da configuração 1 - variação do número de produtos e tempo de processamento de 3600 segundos.

Config.	Nº Var. Bin.		GAP (%)		Tempo (s)		FO (t)		N Jobs		Cmax (h)	
	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.
20 prod.	1.716,3	235,4	1,2	3,9	526,9	1.136,0	29,2	9,9	12,2	0,9	0,9	0,1
50 prod.	4.398,0	322,3	34,2	30,1	3.088,2	1.033,5	28,0	7,1	28,5	1,1	2,1	0,2
100 prod.	8.554,4	342,5	72,2	21,9	3.630,7	18,7	45,0	12,3	52,9	2,6	4,1	0,3
200 prod.	17.550,3	714,0	98,8	1,6	3.592,4	7,8	157,5	28,1	104,6	3,1	7,8	0,4

Como pode ser visto, a variação do número de produtos tem forte influência sobre a performance do modelo, estando fortemente correlacionado com o número de variáveis binárias (coeficiente de correlação  $r = 0,95$ ) e com o *GAP* de otimalidade ( $r = 0,99$ ). Em termos de solução ótima, a configuração 1 conseguiu alcançá-la em 9 dos 10 testes; a configuração 2, em 3 dos testes; e as configurações 3 e 4 em nenhum dos testes, sendo que na última configuração, conseguiu-se chegar à soluções inteiras para o problema em apenas 2 dos 10 testes. A Tabela A.3 apresenta a síntese dos resultados da configuração 2.

Procurou-se nesta configuração verificar o ganho de performance que se teria em dobrar o limite de tempo do modelo. Em termos de *GAP* houve uma melhora em torno de 2,60% e em termos de função objetivo em torno de 38,50%. Apesar dessa melhora em termos de função objetivo, o modelo ainda demonstra ser ineficiente para instâncias maiores que 20 produtos. A Tabela A.4 apresenta a síntese dos resultados da configuração 3.

Nesta configuração, procurou-se verificar o impacto da variação do número de possíveis clientes na performance do modelo. Através da análise dos resultados, pode-se verificar que o modelo reagiu muito bem na primeira configuração, com apenas dois clientes, alcançando

Tabela A.3: Síntese dos resultados do configuração 2 - variação do número de produtos e tempo de processamento de 7200 segundos.

Config.	Nº Var. Bin.		GAP (%)		Tempo (s)		FO (t)		N Jobs		Cmax (h)	
	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.
20 prod.	1.716,3	235,4	2,5	5,4	1.915,7	3.088,8	29,2	9,9	11,7	0,5	0,9	0,1
50 prod.	4.398,0	322,3	20,7	22,7	6.012,9	2.025,1	28,0	7,1	28,5	1,2	2,1	0,2
100 prod.	8.554,4	342,5	56,1	27,8	7.023,8	645,2	42,3	11,8	53,0	2,3	4,1	0,3
200 prod.	17.550,3	714,0	96,2	4,5	7.233,8	79,9	97,1	38,2	103,7	2,8	7,8	0,3

Tabela A.4: Síntese dos resultados da configuração 3 - variação do número de possíveis clientes.

Config.	Nº Var. Bin.		GAP (%)		Tempo (s)		FO (t)		N Jobs		Cmax (h)	
	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.
2 clien.	6.534,6	185,0	0,0	0,0	110,4	45,7	0,0	0,0	24,0	0,7	2,0	0,2
30 clien.	5.680,1	116,0	67,8	15,5	3.607,6	6,1	59,6	19,4	29,4	1,6	2,1	0,2
60 clien.	5.583,2	174,0	74,5	9,5	3.607,7	6,5	71,9	23,4	30,8	1,8	2,0	0,1
85 clien.	4.398,0	322,3	34,2	30,1	3.088,2	1.033,5	28,0	7,1	28,5	1,1	2,1	0,2

a solução ótima nos 10 testes realizados. Porém, não se teve um bom desempenho nas outras configurações, gerando-se altos *GAP*'s, além de se atingir o tempo limite em quase todos os testes. A Tabela A.5 apresenta os resultados da configuração 4.

Tabela A.5: Síntese dos resultados da configuração 4 - variação do número de caminhos disponíveis.

Config.	Nº Var. Bin.		GAP (%)		Tempo (s)		FO (t)		N Jobs		Cmax (h)	
	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.
10 cam.	2.802,2	53,1	57,5	19,6	3.604,7	3,4	79,5	24,0	30,5	2,0	2,1	0,3
20 cam.	4.398,0	322,3	34,2	30,1	3.088,2	1.033,5	28,0	7,1	28,5	1,1	2,1	0,2
50 cam.	13.869,2	453,9	87,1	11,5	3.618,2	17,3	80,0	24,8	31,7	2,1	2,1	0,2
100 cam.	28.031,9	1.143,0	98,4	4,3	3.652,9	52,5	61,7	29,0	30,1	1,7	2,0	0,1

Nesta configuração, procurou-se verificar o impacto da variação do número de caminhos na performance do modelo. Através da análise dos resultados, pode-se verificar que o número de caminhos está fortemente correlacionado com o número de variáveis do modelo ( $r = 0,99$ ) e com o *GAP* de otimalidade ( $r = 0,84$ ). Os resultados demonstram que o modelo não se mostrou eficiente em nenhuma das configurações deste experimento, atingindo o tempo limite especificado em quase todos os testes. A Tabela A.6 apresenta

a síntese dos resultados da configuração 5.

Tabela A.6: Síntese dos resultados da configuração 5 - retirada das incompatibilidades entre produtos, entre produtos *vs* caminhões e retirada de todas as incompatibilidades.

Config.	Nº Var. Bin.		GAP (%)		Tempo (s)		FO (t)		N Jobs		Cmax (h)	
	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.	Med.	D.P.
$a_{ij} = 1$	5.550,6	81,2	0,0	0,0	7,9	3,1	0,0	0,0	23,4	1,1	2,0	0,2
$r_{jkq} = 1$	7.404,0	89,3	62,9	26,7	3.338,8	863,5	35,0	14,0	31,5	2,2	2,1	0,1
$a_{ij}, r_{jkq}=1$	7.436,0	62,4	0,0	0,0	12,5	4,3	0,0	0,0	23,0	1,2	2,1	0,2

Nesta configuração, procurou-se verificar o impacto das incompatibilidades entre produtos (parâmetro  $a_{ij}$ ) e produto *vs* caminhão (parâmetro  $r_{jk}^q$ ) na performance do modelo. Os resultados do primeiro experimento demonstram que o modelo é fortemente influenciado pela incompatibilidade entre produtos, conseguindo-se alcançar a solução ótima em todos os testes, com um tempo médio de apenas 7,9 segundos. Esta constatação já tinha sido evidenciada na configuração 3, quando considerou-se apenas 2 clientes. Os resultados do segundo experimento evidenciam que o modelo não sofre muita influência pela incompatibilidade produto *vs* caminhão, uma vez que o *GAP* de otimalidade ficou em torno dos 62,9%, conseguindo-se atingir a solução ótima em apenas 1 teste. Os resultados do terceiro experimento são bastante parecidos com os resultados do primeiro, sendo que o tempo de processamento subiu para 12,9 segundos. Isto pode ser explicado em função do aumento do número médio de variáveis binárias do modelo, passando de 5.550,6 para 7.436,0.

Quanto aos resultados do problema de sequenciamento, a única análise que se pode fazer neste momento é que a média do tempo total de processamento para a maior configuração analisada (200 produtos), foi de 7,8 horas, ou seja, está dentro dos padrões operacionais do CD.

Para uma melhor análise não só dos resultados do problema de sequenciamento, mas como também da estratégia de separação dos problemas, deve-se fazer testes utilizando instâncias reais do problema. Este testes foram deixados para um segundo momento, uma vez que o modelo proposto ainda não foi capaz de resolver problemas nesta dimensão.

## A.2 Modificações no modelo proposto

Em função dos resultados anteriores, procurou-se buscar alternativas para que o modelo de alocação de cargas à caminhões fosse capaz de resolver problemas cujo número de produtos fossem próximos à realidade, sem negligenciar as restrições do modelo.

Como os resultados da Seção A.1.2 indicam que a incompatibilidade entre produtos foi o fator que mais influenciou a performance do modelo (veja os resultados das configurações 3 e 5), partiu-se da formulação inicial (A.1 à A.10) e gerou-se um novo modelo, onde fez-se um agrupamento por clientes. Este agrupamento consiste basicamente em particionar o conjunto de produtos  $J$  em vários subconjuntos menores, sendo que cada um deles contém produtos de um único cliente. Com isso, a restrição (A.4), do modelo inicial, que trata da incompatibilidade entre produtos pôde ser retirada, uma vez que cada cliente passa a ser tratado de forma separada, impossibilitando a alocação de produtos de clientes diferentes em um mesmo caminhão. Como todos os caminhões estarão disponíveis para receber produtos de todos os clientes, uma nova restrição foi incluída ao modelo, de forma a fazer o acoplamento entre todos os clientes e impedir que a quantidade disponível de cada tipo de caminhão seja violada.

Outras modificações foram realizadas no modelo, como a retirada do conjunto de restrições (A.8) que desativa a variável  $y$ , uma vez que os caminhões que forem ativados, mesmo estando sem cargas, podem ser descartados do resultado do modelo. A variável  $y$ , que representa a utilização dos caminhões, passou a ser binária, possibilitando a retirada do conjunto de restrições (A.9), que define o limite superior da variável  $y$ . A modelagem matemática referente a estas modificações é apresentada a seguir.

### A.2.1 Modelo matemático

#### 1. Conjuntos considerados no modelo:

- $C$ : conjunto dos grupos de clientes  $1, 2, \dots, n_{gc}$ .
- $J$ : conjunto de produtos a serem expedidos  $1, 2, \dots, np$ ;
- $J_c$ : conjunto de produtos do grupo de clientes  $c$  a serem expedidos  $1, 2, \dots, np_c$ ;
- $K$ : conjunto dos tipos de caminhões disponíveis  $1, 2, \dots, k$ ;
- $T$ : conjunto das transportadoras disponíveis  $1, 2, \dots, nt$ .

#### 2. Parâmetros considerados no modelo:

- $np$ : número de produtos a serem expedidos;
- $np_c$ : número de produtos do cliente  $c$  a serem expedidos;
- $l_k$ : número de caminhões do tipo  $k$  disponíveis;
- $nt$ : número de transportadoras disponíveis;
- $w_k$ : capacidade dos caminhões do tipo  $k$ ;
- $f_k$ : folga permitida nos caminhões do tipo  $k$ ;
- $b_j$ : peso do produto  $j$ ;



- $r_{ck}^q$ : matriz de compatibilidade do grupo de clientes  $c$  vs  $q$ -ésimo caminhão do tipo  $k$ . Nesta matriz serão consideradas todas as incompatibilidades relacionadas a produtos e caminhões, como tipos de caminhões vs cliente, tipos de caminhões vs regiões e transportadoras vs regiões. (1: Compatível, 0: Incompatível)

3. *Variáveis de decisão consideradas no modelo:*

- 

$$x_{jk}^q = \begin{cases} 1 & \text{se o produto } j \text{ é alocado ao } q\text{-ésimo caminhão do tipo } k, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- 

$$y_{ck}^q = \begin{cases} 1 & \text{se o } q\text{-ésimo caminhão do tipo } k \text{ é utilizado com produtos} \\ & \text{do grupo de clientes } c, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- $h_k^q$ : folga no  $q$ -ésimo caminhão do tipo  $k$ , ( $h_k^q \geq 0$ );
- $z_k^q$ : peso morto no  $q$ -ésimo caminhão do tipo  $k$ , ( $z_k^q \geq 0$ ).

4. *Modelo proposto:*

$$\text{minimizar } \sum_{k \in K} \sum_{q=1}^{l_k} \sum_{c \in C} z_k^q \quad (\text{A.11})$$

$$\text{sujeito à } \sum_{k \in K} \sum_{q=1}^{l_k} x_{jk}^q = 1, \quad \forall c \in C, j \in J_c \quad (\text{A.12})$$

$$\sum_{j \in J_c} b_j x_{jk}^q + h_{kc}^q = w_k y_{kc}^q, \quad \forall k \in K, q = 1, \dots, l_k, c \in C \quad (\text{A.13})$$

$$x_{jk}^q \leq r_{kc}^q, \quad \forall k \in K, q = 1, \dots, l_k, \\ c \in C, j \in J_c \quad (\text{A.14})$$

$$h_{kc}^q - z_{kc}^q \leq f_k, \quad \forall k \in K, q = 1, \dots, l_k, c \in C \quad (\text{A.15})$$

$$y_{kc}^q - x_{jk}^q \geq 0, \quad \forall j \in J_c, k \in K, c \in C \quad (\text{A.16})$$

$$\sum_{q=1}^{l_k} \sum_{c \in C} y_{kc}^q \leq l_k, \quad \forall k \in K \quad (\text{A.17})$$

$$x_{jk}^q, y_{kc}^q \in \{0, 1\} \quad z_k^q, h_k^q \geq 0, \quad \forall j \in J_c, k \in K, \\ q = 1, \dots, l_k, c \in C. \quad (\text{A.18})$$

A função objetivo (A.11), alvo de minimização do modelo, leva em consideração o peso morto em cada tipo de caminhão. As restrições definidas para o problema cuidam para que todos os limites e particularidades especificados sejam respeitados, sendo que o conjunto de restrições (A.12) define que cada produto seja alocado a um único caminhão. O conjunto (A.13) define a folga de cada caminhão, ou seja, calcula a diferença entre a capacidade do caminhão e a carga alocada ao mesmo. O conjunto (A.14) atende as incompatibilidades clientes *versus* caminhões. O conjunto (A.15) define o peso morto em cada caminhão, ou seja, calcula a diferença entre a folga efetiva no caminhão e a folga permitida no mesmo. O conjunto de restrições (A.16) ativa a variável  $y$ , ou seja, permite a alocação de produtos somente à caminhões que estejam sendo utilizados. O conjunto de restrições (A.17) refere-se ao acoplamento, ou seja, faz o acoplamento entre todos os clientes, não permitindo que as quantidades disponíveis de cada tipo de caminhão sejam ultrapassadas. O conjunto de restrições (A.18) define o domínio das variáveis do modelo.

Após realizar as modificações no modelo, partiu-se para a definição de uma maneira para tratá-lo. Primeiramente, gerou-se um grupo de 10 instâncias artificiais, utilizando-se o gerador de instâncias apresentado na Seção 5.5.1. Para permitir uma análise um pouco mais realística do desempenho do modelo, a quantidade de produtos a serem expedidos e a disponibilidade de cada tipo de caminhão foram retirados dos dados reais fornecidos pela empresa, sendo que nestes 10 dias utilizados como referência, foram expedidos uma média de 110 produtos e disponibilizados em média de 64 caminhões por dia de diversos tipos.

### A.2.2 Resultados do modelo modificado em 10 instâncias artificiais

Os resultados dos testes do modelo modificado, considerando-se estas 10 instâncias, podem ser visualizados na Tabela A.7, sendo que a coluna  $FO$  representa a função objetivo, a  $TC(s)$  o tempo computacional e a  $G\%$  o *gap* de otimalidade.

Como era de se esperar, o simples agrupamento por clientes não foi capaz de simplificar o problema, uma vez que a restrição de acoplamento faz com que este modelo tenha as mesmas características do modelo proposto inicialmente. Logo, os resultados demonstram que em apenas um dos casos conseguiu-se encontrar a solução ótima do problema, sendo que nos demais, se quer conseguiu encontrar uma solução inteira dentro do tempo estipulado.

Desta forma, decidiu-se por retirar as restrições de acoplamento A.17, permitindo a violação da quantidade disponível de cada tipo de caminhão. Os resultados destes testes são apresentados na Tabela A.8.

Como pode ser observado, a retirada deste conjunto de restrições permitiu que o problema



Tabela A.7: Resultados do modelo modificado, utilizando-se 10 instâncias artificiais.

Instâncias	Modelo acoplado		
	FO	TC (s)	G (%)
Inst_1	no integer	3.604,48	-
Inst_2	no integer	3.601,49	-
Inst_3	no integer	3.604,26	-
Inst_4	25,92	671,02	0,00
Inst_5	no integer	3.601,93	-
Inst_6	no integer	3.602,56	-
Inst_7	no integer	3.610,35	-
Inst_8	no integer	3.601,47	-
Inst_9	no integer	3.601,28	-
Inst_10	no integer	3.601,75	-
<b>Média</b>	25,92	3.310,06	0,00
<b>Desvio</b>	-	927,27	-

Tabela A.8: Resultados do modelo modificado sem as restrições de acoplamento.

Instâncias	Modelo desacoplado		
	FO	TC (s)	G (%)
Inst_1	34,68	47,89	0,00
Inst_2	21,25	59,34	0,00
Inst_3	10,49	29,04	0,00
Inst_4	16,04	17,06	0,00
Inst_5	14,71	25,21	0,00
Inst_6	9,91	17,94	0,00
Inst_7	7,86	152,06	0,00
Inst_8	13,34	19,51	0,00
Inst_9	27,62	22,62	0,00
Inst_10	9,84	26,72	0,00
<b>Média</b>	16,57	41,74	0,00
<b>Desvio</b>	8,75	41,11	0,00

fosse resolvido em tempo satisfatório em todas as instâncias, porém violando a quantidade de caminhões disponíveis. Esta solução pode ser interessante caso a quantidade de caminhões não seja um recurso escasso.

Ao comparar os resultados do modelo sem as restrições de acoplamento com os resultados da relaxação linear das variáveis inteiras (tabela A.9), observa-se que a retirada das restrições de acoplamento permite alcançar limites inferiores muito mais fortes que a relaxação linear das variáveis inteiras. Sendo assim, como tentativa de resolver o problema, decidiu-se por aplicar a técnica relaxação lagrangeana, conforme apresentada na seção 4.3.

Tabela A.9: Resultados do modelo com a relaxação linear das variáveis inteiras.

Instâncias	Modelo relax. var. inteiras		
	FO	TC (s)	G (%)
Inst_1	0,00	0,74	0,00
Inst_2	0,00	0,77	0,00
Inst_3	0,00	0,12	0,00
Inst_4	0,00	0,24	0,00
Inst_5	0,00	0,16	0,00
Inst_6	0,00	0,16	0,00
Inst_7	0,00	0,42	0,00
Inst_8	0,00	0,28	0,00
Inst_9	15,42	0,84	0,00
Inst_10	0,00	0,47	0,00
<b>Média</b>	1,54	0,42	0,00
<b>Desvio</b>	4,88	0,28	0,00

### A.2.3 Resultados da relaxação lagrangeana no modelo modificado

Os resultados da relaxação lagrangeana nestas 10 instâncias, podem ser visualizados na Tabela A.10.

Tabela A.10: Resultados da relaxação lagrangeana aplicada ao modelo modificado.

Instâncias	Relaxação lagrangeana			
	LI	LS	TC (s)	G (%)
Inst_1	34,68	34,68	9.399,41	0,00
Inst_2	21,25	33,62	61.688,60	36,80
Inst_3	10,49	11,76	28.090,80	10,74
Inst_4	23,01	25,92	15.582,00	11,25
Inst_5	14,71	19,49	116.370,00	24,54
Inst_6	9,91	15,98	85.953,90	38,00
Inst_7	10,94	16,31	55.134,80	32,92
Inst_8	13,34	19,36	90.996,80	31,13
Inst_9	27,62	28,20	88.918,00	2,08
Inst_10	9,84	18,33	100.982,00	46,30
<b>Média</b>	17,58	22,36	65.311,63	23,38
<b>Desvio</b>	8,66	7,81	37.451,78	16,26

Ao analisar os resultados, verifica-se que a relaxação lagrangeana permitiu encontrar soluções inteiras em todas as instâncias, porém a um custo computacional muito alto. Este alto custo computacional pode ser explicado em função da complexidade dos subproblemas lagrangeanos, que em alguns casos demorou muito para provar a otimalidade.

Como forma de exemplificar o funcionamento da relaxação lagrangeana / método do subgradiente, os gráficos da evolução dos limites inferiores e superiores, e dos melhores limites inferiores e superiores referentes à instância 1 são apresentados, respectivamente, nas figuras A.1 e A.2.

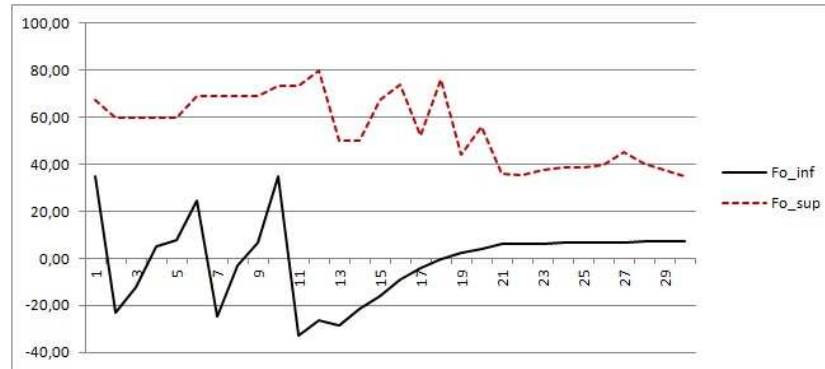


Figura A.1: Gráfico da evolução dos limites inferiores e superiores - instância 1.

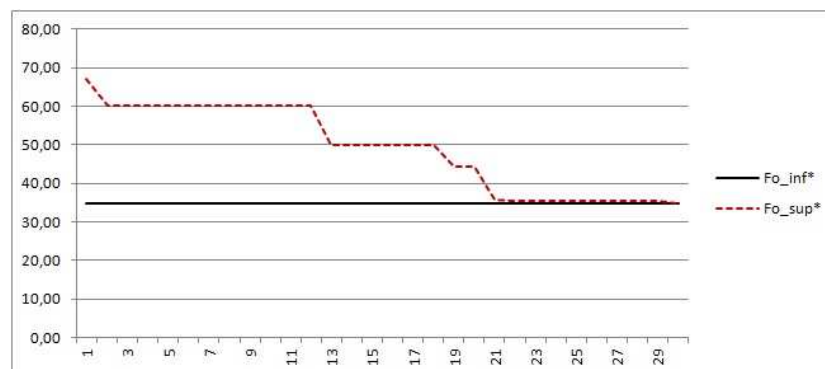


Figura A.2: Gráfico da evolução dos melhores limites inferiores e superiores - instância 1.

Devido ao elevado custo computacional associado à relaxação lagrangeana, ao fato dos limites inferiores se manterem praticamente fixos durante todas as iterações e dos subproblemas apresentarem uma convergência inicial rápida, porém não conseguindo provar a otimalidade rapidamente em alguns casos, propôs-se a heurística *HBRL*, apresentada na Seção 4.4 para tentar obter boas soluções para o problema em tempo aceitável.

#### A.2.4 Resultados da heurística *HBRL* no modelo modificado

Nesta aplicação da heurística *HBRL*, adotou-se um tempo limite de processamento de 10 segundos, tanto para a resolução dos subproblemas, quanto para a viabilização das

soluções e realizou-se três experimentos, variando-se o tempo total de processamento em 120, 600 e 1200 segundos respectivamente. Os resultados destes experimentos nas mesmas instâncias utilizadas na relaxação lagrangeana podem ser visualizados na Tabela A.11.

Tabela A.11: Resultados da heurística *HBRL* aplicada ao modelo modificado.

Instâncias	HBRL - 120	HBRL - 600	HBRL - 1200
	FO	FO	FO
Inst_1	67,11	55,85	49,73
Inst_2	no integer	61,84	30,60
Inst_3	no integer	29,88	15,47
Inst_4	42,82	40,48	40,47
Inst_5	no integer	77,25	24,23
Inst_6	19,84	17,84	19,84
Inst_7	46,63	46,63	13,08
Inst_8	37,10	44,48	41,13
Inst_9	no integer	64,74	46,29
Inst_10	28,98	34,67	24,00
<b>Média</b>	<b>40,41</b>	<b>47,36</b>	<b>30,48</b>
<b>Desvio</b>	<b>16,26</b>	<b>17,86</b>	<b>13,15</b>

Como pode ser observado, os melhores resultados da heurística *HBRL* foi quando utilizou-se o tempo máximo de processamento de 1200 segundos. Comparando-se os resultados da heurística *HBRL*(1200 segundos), com os resultados da relaxação lagrangeana, verifica-se que o desempenho médio da heurística, em termos de função objetivo, foi cerca de 35% pior, porém utilizando-se 1.84% do tempo computacional gasto pela relaxação lagrangeana.

Como forma de consolidar a eficiência da modificação do modelo, gerou-se uma série de experimentos, utilizando-se os mesmos preceitos descritos na Seção 5.1.3, variando-se o número de produtos e o número de caminhões, cujos resultados são apresentados a seguir.

### A.2.5 Resultados do modelo modificado em instâncias artificiais com variação do número de produtos e caminhões

Ao realizar os experimentos com o modelo modificado, verificou-se que a complexidade do problema, aumentou muito em função da disponibilidade de caminhões, sendo que nas instâncias com muitos caminhões disponíveis os *GAP's* de otimalidade foram muito altos, principalmente com 200 produtos. Isso pode ser explicado em função do aumento do número de variáveis do problema. A Tabela A.12 apresenta os resultados destes testes.

Sendo assim, verificou-se a necessidade de realizar outra modificação no modelo. Esta modificação consiste em restringir a disponibilidade de cada tipo de caminhão (parâmetro  $l_k$ ), à um valor mínimo entre o número de produtos de cada cliente a ser expedido e

---

o número máximo de caminhões disponíveis de cada tipo, permitindo uma redução no número de variáveis do modelo, principalmente em situações com grande disponibilidade de caminhões. Através desta modificação, chegou-se ao modelo proposto na Seção 4.2.



Tabela A.12: Resultados do modelo modificado, variando-se o número de produtos e quantidade de caminhões disponíveis.

Instâncias com 20 produtos	Muito restritivo			Pouco restritivo			Muito pouco restritivo		
	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)
Inst_20_prod_1	151,13	22,20	0,00	85,64	0,21	0,00	88,55	2.239,58	0,00
Inst_20_prod_2	227,30	3,76	0,00	57,15	0,23	0,00	44,93	1.021,00	0,00
Inst_20_prod_3	92,28	4,57	0,00	44,37	0,77	0,00	58,96	723,01	0,00
Inst_20_prod_4	112,13	8,86	0,00	38,68	2,72	0,00	92,89	3.612,30	28,93
Inst_20_prod_5	73,15	2,92	0,00	39,59	1,89	0,00	50,15	1.719,09	0,00
Inst_20_prod_6	62,85	7,55	0,00	39,23	0,24	0,00	68,58	1.254,82	0,00
Inst_20_prod_7	132,48	19,84	0,00	49,07	0,15	0,00	58,55	1.346,07	0,00
Inst_20_prod_8	70,27	7,51	0,00	32,02	1,12	0,00	54,80	1.532,41	0,00
Inst_20_prod_9	108,83	5,53	0,00	69,88	0,30	0,00	51,69	936,00	0,00
Inst_20_prod_10	101,17	0,11	0,00	73,77	0,16	0,00	70,21	2.950,89	0,00
<b>Média</b>	113,16	8,29	0,00	52,94	0,78	0,00	63,93	1.733,52	2,89
<b>Desvio</b>	48,78	7,20	0,00	17,96	0,88	0,00	16,14	934,09	9,15
Instâncias com 50 produtos	Muito restritivo			Pouco restritivo			Muito pouco restritivo		
	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)
Inst_50_prod_1	172,62	36,54	0,00	133,31	317,37	0,00	106,00	3.598,73	74,71
Inst_50_prod_2	148,62	428,70	0,00	58,75	62,87	0,00	71,83	3.602,00	80,28
Inst_50_prod_3	146,55	91,74	0,00	51,42	97,26	0,00	88,43	3.593,69	22,98
Inst_50_prod_4	93,96	19,48	0,00	43,62	124,97	0,00	97,80	3.607,74	43,45
Inst_50_prod_5	131,34	231,87	0,00	103,07	33,45	0,00	72,78	3.598,57	18,25
Inst_50_prod_6	134,85	6,97	0,00	65,72	388,18	0,00	103,08	3.604,07	61,40
Inst_50_prod_7	181,83	34,00	0,00	135,76	64,69	0,00	111,02	3.595,59	89,92
Inst_50_prod_8	181,80	22,83	0,00	79,73	112,88	0,00	106,26	3.599,58	66,04
Inst_50_prod_9	119,55	7,72	0,00	61,79	32,97	0,00	97,44	3.624,83	53,62
Inst_50_prod_10	234,40	40,96	0,00	94,03	133,99	0,00	49,76	3.624,76	51,86
<b>Média</b>	154,55	92,08	0,00	82,72	136,86	0,00	90,44	3.604,96	56,25
<b>Desvio</b>	39,60	135,95	0,00	32,89	120,28	0,00	19,71	11,19	23,37
Instâncias com 100 produtos	Muito restritivo			Pouco restritivo			Muito pouco restritivo		
	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)
Inst_100_prod_1	70,58	77,80	0,00	117,78	829,33	0,00	135,61	3.587,88	100,00
Inst_100_prod_2	161,71	3.608,26	3,60	188,96	1.472,51	0,00	107,25	3.581,90	100,00
Inst_100_prod_3	167,64	938,78	0,00	86,56	30,64	0,00	155,03	3.599,13	100,00
Inst_100_prod_4	155,72	368,93	0,00	135,42	1.388,16	0,00	133,44	3.601,13	86,72
Inst_100_prod_5	176,85	1.427,56	0,00	128,42	1.717,19	0,00	134,93	3.587,77	100,00
Inst_100_prod_6	210,68	3.603,18	2,97	112,58	1.817,98	0,00	164,95	3.602,73	100,00
Inst_100_prod_7	220,04	949,90	0,00	220,69	1.032,36	0,00	183,34	3.592,94	100,00
Inst_100_prod_8	210,93	3.609,87	0,03	148,99	1.019,15	0,00	153,49	3.582,05	100,00
Inst_100_prod_9	166,40	479,68	0,00	94,50	136,50	0,00	94,47	3.534,16	100,00
Inst_100_prod_10	128,19	3.603,12	7,05	135,74	1.953,36	0,00	177,14	3.565,20	100,00
<b>Média</b>	166,87	1.866,71	1,37	136,96	1.139,72	0,00	143,97	3.583,49	98,67
<b>Desvio</b>	44,35	1.540,70	2,42	41,15	665,57	0,00	28,60	20,62	4,20
Instâncias com 200 produtos	Muito restritivo			Pouco restritivo			Muito pouco restritivo		
	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)
Inst_200_prod_1	161,85	3.634,69	13,12	156,78	3.619,10	21,34	181,35	3.599,95	100,00
Inst_200_prod_2	120,42	3.595,59	0,51	193,73	3.688,79	7,80	190,71	3.609,98	100,00
Inst_200_prod_3	<i>no integer</i>	3.601,65	-	162,07	3.682,52	30,06	462,16	3.555,13	100,00
Inst_200_prod_4	121,25	3.597,31	12,50	178,01	3.618,77	40,19	197,09	3.625,15	100,00
Inst_200_prod_5	182,59	3.677,18	0,19	164,43	3.644,67	7,33	131,96	3.659,00	100,00
Inst_200_prod_6	131,55	3.617,58	1,21	216,73	3.626,02	20,68	287,83	3.579,25	100,00
Inst_200_prod_7	112,12	3.594,47	14,31	113,27	3.637,53	17,97	156,75	3.656,39	100,00
Inst_200_prod_8	174,70	3.662,75	2,29	242,89	3.743,68	13,70	229,02	3.620,42	100,00
Inst_200_prod_9	217,78	3.654,83	3,11	137,53	3.717,98	34,53	173,59	3.629,89	100,00
Inst_200_prod_10	<i>no integer</i>	3.599,34	-	154,75	3.677,63	59,80	203,40	3.605,92	100,00
<b>Média</b>	152,78	3.623,54	5,91	172,02	3.665,67	25,34	221,39	3.614,11	100,00
<b>Desvio</b>	37,46	31,50	6,22	37,80	43,41	16,24	94,49	31,96	0,00

## Apêndice B

### Resultados completos dos experimentos do Capítulo 5

Tabela B.1: Resultados do modelo, da relaxação lagrangeana e da heurística *HBRL* em instâncias artificiais com nível muito restritivo quanto à disponibilidade de caminhões.

Instâncias com 20 produtos / muito restritivo	Modelo acoplado				Modelo desacoplado			Relaxação lagrangeana				HBRL - 120 seg.	
	RL	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	LI	LS	TC (s)	G (%)	FO	DL (%)
Inst_mr_20_1	0,00	44,90	0,10	0,00	44,90	8,19	0,00	44,90	44,90	13,58	0,00	44,90	0,00
Inst_mr_20_2	6,49	35,43	0,55	0,00	35,43	4,48	0,00	35,43	35,43	4,33	0,00	35,43	0,00
Inst_mr_20_3	0,00	25,83	1,64	0,00	25,83	1,06	0,00	25,83	25,83	6,76	0,00	25,83	0,00
Inst_mr_20_4	0,00	26,42	0,09	0,00	26,42	0,12	0,00	26,42	26,42	1,65	0,00	26,42	0,00
Inst_mr_20_5	0,00	68,55	2,12	0,00	68,55	3,57	0,00	68,55	68,55	15,26	0,00	68,55	0,00
Inst_mr_20_6	0,00	44,29	1,07	0,00	44,29	0,04	0,00	44,29	44,29	1,82	0,00	44,29	0,00
Inst_mr_20_7	5,42	51,59	0,08	0,00	51,59	0,40	0,00	51,59	51,59	2,15	0,00	51,59	0,00
Inst_mr_20_8	0,00	15,28	0,15	0,00	15,28	0,07	0,00	15,28	15,28	1,90	0,00	15,28	0,00
Inst_mr_20_9	6,06	35,79	2,00	0,00	35,79	0,13	0,00	35,79	35,79	8,04	0,00	35,79	0,00
Inst_mr_20_10	0,00	59,64	3,04	0,00	51,25	0,35	0,00	57,82	59,64	34,40	0,03	59,64	0,00
Média	1,80	40,77	1,08	0,00	39,93	1,84	0,00	40,59	40,77	8,99	0,00	40,77	0,00
Desvio	2,90	16,35	1,06	0,00	15,47	2,74	0,00	16,13	16,35	10,20	0,01	16,35	0,00
Instâncias com 50 produtos / muito restritivo	Modelo acoplado				Modelo desacoplado			Relaxação lagrangeana				HBRL - 120 seg.	
	RL	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	LI	LS	TC (s)	G (%)	FO	DL (%)
Inst_mr_50_1	11,19	110,87	14,03	0,00	110,87	37,81	0,00	110,87	110,87	19,70	0,00	110,87	0,00
Inst_mr_50_2	1,84	75,40	3.267,88	0,00	75,40	333,16	0,00	75,40	75,40	114,01	0,00	79,40	-5,31
Inst_mr_50_3	4,51	113,43	18,26	0,00	113,43	12,34	0,00	113,43	113,43	13,33	0,00	113,43	0,00
Inst_mr_50_4	0,00	61,89	17,93	0,00	61,89	9,50	0,00	61,89	61,89	66,77	0,00	62,83	-1,52
Inst_mr_50_5	25,29	138,56	48,28	0,00	138,56	27,08	0,00	138,56	138,56	44,43	0,00	138,56	0,00
Inst_mr_50_6	16,75	118,43	15,59	0,00	118,43	24,47	0,00	118,43	118,43	23,56	0,00	118,43	0,00
Inst_mr_50_7	4,79	99,55	22,79	0,00	99,55	36,41	0,00	99,55	99,55	90,00	0,00	99,55	0,00
Inst_mr_50_8	0,00	51,16	45,22	0,00	51,16	51,15	0,00	51,16	51,16	34,58	0,00	51,30	-0,27
Inst_mr_50_9	9,55	95,50	18,66	0,00	95,50	23,69	0,00	95,50	95,50	16,21	0,00	95,50	0,00
Inst_mr_50_10	0,00	85,10	231,20	0,00	85,10	82,11	0,00	85,10	85,10	19,02	0,00	85,10	0,00
Média	7,39	94,99	369,98	0,00	94,99	63,77	0,00	94,99	94,99	44,16	0,00	95,50	-0,71
Desvio	8,41	27,00	1.020,35	0,00	27,00	96,94	0,00	27,00	27,00	34,91	0,00	26,55	1,68
Instâncias com 100 produtos / muito restritivo	Modelo acoplado				Modelo desacoplado			Relaxação lagrangeana				HBRL - 120 seg.	
	RL	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	LI	LS	TC (s)	G (%)	FO	DL (%)
Inst_mr_100_1	14,74	105,12	83,32	0,00	105,12	181,52	0,00	105,12	105,12	63,97	0,00	105,91	-0,75
Inst_mr_100_2	24,16	134,44	81,40	0,00	134,44	176,62	0,00	134,44	134,44	31,59	0,00	134,44	0,00
Inst_mr_100_3	38,29	139,57	70,73	0,00	139,57	125,22	0,00	139,57	139,57	38,27	0,00	139,57	0,00
Inst_mr_100_4	17,40	161,61	3.602,42	0,20	161,61	1.406,44	0,00	161,61	161,61	114,53	0,00	162,36	-0,46
Inst_mr_100_5	33,43	148,32	374,16	0,00	148,32	218,54	0,00	148,32	148,32	83,56	0,00	148,32	0,00
Inst_mr_100_6	7,49	100,79	152,73	0,00	100,79	176,95	0,00	100,79	100,79	62,13	0,00	104,15	-3,34
Inst_mr_100_7	1,10	94,70	130,80	0,00	94,70	147,43	0,00	94,70	94,70	50,56	0,00	96,85	-2,26
Inst_mr_100_8	21,62	131,44	848,23	0,00	131,44	239,19	0,00	131,44	131,44	63,27	0,00	131,44	0,00
Inst_mr_100_9	17,51	171,17	269,02	0,00	171,17	197,23	0,00	171,17	171,17	52,56	0,00	171,17	0,00
Inst_mr_100_10	10,26	124,80	174,29	0,00	124,80	145,36	0,00	124,81	124,81	251,09	0,00	135,51	-8,57
Média	18,60	131,20	578,71	0,02	131,20	301,45	0,00	131,20	131,20	81,15	0,00	132,97	-1,54
Desvio	11,37	25,55	1.087,79	0,00	25,55	389,76	0,00	25,55	25,55	64,14	0,00	24,68	2,73
Instâncias com 200 produtos / muito restritivo	Modelo acoplado				Modelo desacoplado			Relaxação lagrangeana				HBRL - 120 seg.	
	RL	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	LI	LS	TC (s)	G (%)	FO	DL (%)
Inst_mr_200_1	7,09	52,00	3.640,20	4,92	52,53	3.522,95	1,46	52,00	52,00	340,09	0,00	87,30	-67,90
Inst_mr_200_2	15,03	161,37	3.603,85	17,94	161,03	1.636,98	0,00	161,03	161,03	257,48	0,00	196,37	-21,94
Inst_mr_200_3	21,33	202,66	3.627,54	10,06	202,58	2.860,32	0,00	202,58	202,58	288,39	0,00	234,07	-15,55
Inst_mr_200_4	30,15	112,03	3.613,18	11,01	111,34	3.277,45	0,00	111,34	111,34	402,99	0,00	172,71	-55,12
Inst_mr_200_5	52,79	174,65	3.616,10	14,53	174,65	3.185,32	0,00	174,65	174,65	330,22	0,00	234,98	-34,55
Inst_mr_200_6	47,45	188,54	3.685,59	8,25	188,54	2.093,56	0,00	188,54	188,54	191,39	0,00	225,08	-19,38
Inst_mr_200_7	21,43	87,47	2.589,56	0,00	87,47	1.303,93	0,00	87,47	87,47	189,09	0,00	125,85	-43,88
Inst_mr_200_8	19,59	148,42	3.606,67	7,63	148,42	1.854,55	0,00	148,42	148,42	227,44	0,00	224,03	-50,95
Inst_mr_200_9	33,45	167,63	3.610,46	4,04	167,63	3.418,66	0,00	167,64	167,64	279,71	0,00	260,13	-55,18
Inst_mr_200_10	35,24	213,94	3.597,61	5,33	213,94	3.611,89	0,07	213,94	213,94	344,27	0,00	299,00	-39,76
Média	28,35	150,87	3.519,08	8,37	150,81	2.676,56	0,15	150,76	150,76	285,11	0,00	205,95	-40,42
Desvio	14,31	52,01	327,59	5,27	51,94	867,69	0,46	52,05	52,05	70,38	0,00	62,90	17,48



Tabela B.2: Resultados modelo, da relaxação lagrangeana e da heurística *HBRL* em instâncias artificiais com nível pouco restritivo quanto à disponibilidade de caminhos.

Instâncias com 20 produtos / pouco restritivo	Modelo acoplado				Modelo desacoplado			Relaxação lagrangeana				HBRL - 120 seg.	
	RL	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	LI	LS	TC (s)	G (%)	FO	DL (%)
Inst_pr_20_1	0,00	72,60	0,29	0,00	72,60	0,15	0,00	72,60	72,60	2,97	0,00	72,60	0,00
Inst_pr_20_2	0,00	27,77	0,32	0,00	27,77	4,45	0,00	27,77	27,77	8,87	0,00	27,77	0,00
Inst_pr_20_3	0,00	38,27	0,36	0,00	38,27	6,13	0,00	38,27	38,27	12,08	0,00	38,27	0,00
Inst_pr_20_4	0,00	56,67	11,56	0,00	56,67	0,38	0,00	56,67	56,67	7,25	0,00	56,67	0,00
Inst_pr_20_5	0,00	40,49	24,63	0,00	40,49	0,86	0,00	40,49	40,49	12,09	0,00	40,49	0,00
Inst_pr_20_6	0,00	39,32	14,77	0,00	39,32	0,12	0,00	39,32	39,32	2,86	0,00	39,32	0,00
Inst_pr_20_7	1,31	33,40	1,55	0,00	33,40	0,70	0,00	33,40	33,40	2,72	0,00	33,40	0,00
Inst_pr_20_8	0,00	36,92	1,21	0,00	36,92	9,25	0,00	36,92	36,92	7,48	0,00	36,92	0,00
Inst_pr_20_9	2,07	50,97	51,96	0,00	50,97	0,21	0,00	50,97	50,97	6,85	0,00	50,97	0,00
Inst_pr_20_10	5,32	61,06	5,24	0,00	61,06	0,04	0,00	61,06	61,06	5,35	0,00	61,06	0,00
Média	0,87	45,75	11,19	0,00	45,75	2,23	0,00	45,75	45,75	6,85	0,00	45,75	0,00
Desvio	1,72	14,07	16,46	0,00	14,07	3,24	0,00	14,07	14,07	3,49	0,00	14,07	0,00
Instâncias com 50 produtos / pouco restritivo	Modelo acoplado				Modelo desacoplado			Relaxação lagrangeana				HBRL - 120 seg.	
	RL	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	LI	LS	TC (s)	G (%)	FO	DL (%)
Inst_pr_50_1	1,93	109,04	21,20	0,00	109,04	68,52	0,00	109,04	109,04	11,76	0,00	109,04	0,00
Inst_pr_50_2	0,00	57,74	60,94	0,00	57,74	66,06	0,00	57,74	57,74	21,29	0,00	57,74	0,00
Inst_pr_50_3	15,89	94,99	51,61	0,00	94,99	43,97	0,00	94,99	94,99	23,43	0,00	95,92	-0,99
Inst_pr_50_4	18,27	116,70	390,31	0,00	116,70	64,94	0,00	116,71	116,71	68,79	0,00	116,71	0,00
Inst_pr_50_5	1,64	91,03	39,66	0,00	91,03	19,54	0,00	91,03	91,03	21,71	0,00	91,03	0,00
Inst_pr_50_6	21,02	117,83	30,62	0,00	117,83	35,90	0,00	117,83	117,83	25,11	0,00	117,83	0,00
Inst_pr_50_7	3,00	102,42	28,67	0,00	102,42	26,55	0,00	102,42	102,42	32,34	0,00	102,42	0,00
Inst_pr_50_8	18,02	94,41	121,96	0,00	94,41	46,28	0,00	94,41	94,41	37,14	0,00	94,41	0,00
Inst_pr_50_9	24,66	113,63	30,05	0,00	113,63	4,38	0,00	113,63	113,63	30,07	0,00	113,63	0,00
Inst_pr_50_10	3,11	96,23	332,58	0,00	96,23	53,80	0,00	96,23	96,23	39,50	0,00	96,23	0,00
Média	10,75	99,40	110,76	0,00	99,40	42,99	0,00	99,40	99,40	31,11	0,00	99,50	-0,10
Desvio	9,60	17,65	135,90	0,00	17,65	21,49	0,00	17,65	17,65	15,57	0,00	17,63	0,31
Instâncias com 100 produtos / pouco restritivo	Modelo acoplado				Modelo desacoplado			Relaxação lagrangeana				HBRL - 120 seg.	
	RL	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	LI	LS	TC (s)	G (%)	FO	DL (%)
Inst_pr_100_1	41,20	129,57	376,41	0,00	129,57	111,74	0,00	129,57	129,57	52,78	0,00	140,99	-8,81
Inst_pr_100_2	14,14	129,87	494,76	0,00	129,87	132,85	0,00	129,87	129,87	105,95	0,00	129,87	0,00
Inst_pr_100_3	0,73	75,36	2.213,09	0,00	75,36	296,40	0,00	75,36	75,36	88,94	0,00	75,87	-0,68
Inst_pr_100_4	12,86	108,35	1.663,02	0,00	108,35	351,97	0,00	108,35	108,35	83,26	0,00	109,72	-1,26
Inst_pr_100_5	13,13	92,65	978,62	0,00	92,65	552,09	0,00	92,65	92,65	116,85	0,00	92,72	-0,08
Inst_pr_100_6	9,05	124,74	3.244,64	0,00	124,74	191,25	0,00	124,74	124,74	123,49	0,00	127,11	-1,90
Inst_pr_100_7	25,18	158,18	218,64	0,00	158,17	154,26	0,00	158,17	158,17	103,26	0,00	158,37	-0,13
Inst_pr_100_8	4,93	115,79	3.627,13	1,43	115,79	138,83	0,00	115,79	115,79	77,66	0,00	117,26	-1,28
Inst_pr_100_9	4,26	117,37	216,32	0,00	117,37	145,69	0,00	117,37	117,37	56,42	0,00	117,37	0,00
Inst_pr_100_10	39,26	143,46	3.608,77	1,19	143,46	98,08	0,00	143,46	143,46	128,58	0,00	146,36	-2,02
Média	16,47	119,53	1.664,14	0,26	119,53	217,32	0,00	119,53	119,53	93,72	0,00	121,56	-1,61
Desvio	14,23	23,85	1.418,74	0,56	23,85	143,33	0,00	23,85	23,85	26,53	0,00	24,82	2,64
Instâncias com 200 produtos / pouco restritivo	Modelo acoplado				Modelo desacoplado			Relaxação lagrangeana				HBRL - 120 seg.	
	RL	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	LI	LS	TC (s)	G (%)	FO	DL (%)
Inst_pr_200_1	19,03	146,15	3.593,98	3,35	146,15	3.610,73	0,02	146,16	146,16	337,85	0,00	210,25	-43,86
Inst_pr_200_2	65,04	207,59	3.690,12	5,18	207,59	3.609,32	0,09	207,59	207,59	555,81	0,00	239,95	-15,58
Inst_pr_200_3	25,48	149,65	3.641,28	1,11	148,00	3.652,34	0,01	147,98	147,98	579,92	0,00	211,00	-42,58
Inst_pr_200_4	24,80	150,11	3.613,47	16,63	141,25	3.501,78	3,72	136,00	136,00	343,90	0,00	139,93	-2,89
Inst_pr_200_5	29,86	158,05	3.659,63	3,47	156,78	2.435,82	0,00	156,78	156,78	430,09	0,00	225,19	-43,63
Inst_pr_200_6	35,47	173,47	3.611,25	3,62	172,96	1.414,73	0,00	172,96	172,96	377,29	0,00	198,06	-14,51
Inst_pr_200_7	137,99	264,58	3.645,81	4,69	263,89	3.219,30	0,00	263,89	263,89	310,30	0,00	309,49	-17,28
Inst_pr_200_8	23,08	131,86	3.608,28	12,07	128,61	3.520,52	0,73	127,68	127,68	856,99	0,00	207,64	-62,62
Inst_pr_200_9	34,52	151,24	3.616,42	7,40	150,47	1.828,11	0,00	150,47	150,47	189,04	0,00	170,89	-13,57
Inst_pr_200_10	20,87	179,66	3.600,36	19,99	158,50	2.587,47	0,00	158,50	158,50	241,74	0,00	180,13	-13,65
Média	41,61	171,24	3.628,06	7,75	167,42	2.938,01	0,46	166,80	166,80	422,29	0,00	209,25	-27,02
Desvio	36,35	39,12	30,35	6,34	40,07	821,73	1,17	40,59	40,59	196,23	0,00	45,34	19,42

Tabela B.3: Resultados do modelo, da relaxação lagrangeana e da heurística *HBRL* em instâncias artificiais com nível muito pouco restritivo quanto à disponibilidade de caminhos.

Instâncias com 20 produtos / muito pouco restritivo	Modelo acoplado				Modelo desacoplado			Relaxação lagrangeana				HBRL - 120 seg.	
	RL	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	LI	LS	TC (s)	G (%)	FO	DL (%)
Inst_mpr_20_1	0,00	54,88	0,43	0,00	54,88	0,59	0,00	54,88	54,88	13,27	0,00	54,88	0,00
Inst_mpr_20_2	0,00	55,77	3,49	0,00	55,77	0,47	0,00	55,77	55,77	20,70	0,00	55,77	0,00
Inst_mpr_20_3	3,76	42,33	2,63	0,00	42,33	0,37	0,00	42,33	42,33	25,99	0,00	42,33	0,00
Inst_mpr_20_4	0,00	43,30	2,66	0,00	43,30	0,71	0,00	43,30	43,30	13,06	0,00	43,30	0,00
Inst_mpr_20_5	0,00	42,39	24,79	0,00	42,39	7,97	0,00	42,39	42,39	42,47	0,00	42,39	0,00
Inst_mpr_20_6	5,21	66,16	0,26	0,00	66,16	0,27	0,00	66,16	66,16	19,51	0,00	66,16	0,00
Inst_mpr_20_7	1,13	25,63	0,53	0,00	25,63	0,36	0,00	25,63	25,63	15,62	0,00	25,63	0,00
Inst_mpr_20_8	27,67	79,13	0,77	0,00	79,13	0,67	0,00	79,13	79,13	20,67	0,00	79,13	0,00
Inst_mpr_20_9	0,00	116,52	0,19	0,00	116,52	0,29	0,00	116,52	116,52	50,40	0,00	116,52	0,00
Inst_mpr_20_10	0,80	27,71	0,23	0,00	27,71	0,58	0,00	27,71	27,71	24,38	0,00	27,71	0,00
Média	3,86	55,38	3,60	0,00	55,38	1,23	0,00	55,38	55,38	24,61	0,00	55,38	0,00
Desvio	8,56	26,99	7,55	0,00	26,99	2,37	0,00	26,99	26,99	12,41	0,00	26,99	0,00
Instâncias com 50 produtos / muito pouco restritivo	Modelo acoplado				Modelo desacoplado			Relaxação lagrangeana				HBRL - 120 seg.	
	RL	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	LI	LS	TC (s)	G (%)	FO	DL (%)
Inst_mpr_50_1	3,84	98,95	122,81	0,00	98,95	41,05	0,00	98,95	98,95	82,87	0,00	98,95	0,00
Inst_mpr_50_2	17,24	99,49	64,08	0,00	99,49	79,68	0,00	99,49	99,49	74,38	0,00	99,49	0,00
Inst_mpr_50_3	21,73	96,69	72,44	0,00	96,69	28,61	0,00	96,69	96,69	74,46	0,00	96,69	0,00
Inst_mpr_50_4	0,00	100,31	268,84	0,00	100,31	159,93	0,00	100,31	100,31	77,56	0,00	100,31	0,00
Inst_mpr_50_5	0,00	88,19	98,94	0,00	88,19	42,59	0,00	88,19	88,19	76,75	0,00	88,19	0,00
Inst_mpr_50_6	9,13	75,34	27,70	0,00	75,34	16,05	0,00	75,34	75,34	59,16	0,00	75,34	0,00
Inst_mpr_50_7	5,47	106,36	36,81	0,00	106,36	39,59	0,00	106,36	106,36	78,99	0,00	106,36	0,00
Inst_mpr_50_8	1,75	91,30	299,07	0,00	91,30	140,75	0,00	91,30	91,30	40,28	0,00	91,30	0,00
Inst_mpr_50_9	0,00	39,25	65,69	0,00	39,25	29,88	0,00	39,25	39,25	42,69	0,00	39,25	0,00
Inst_mpr_50_10	20,17	132,52	46,96	0,00	132,52	24,80	0,00	132,52	132,52	75,46	0,00	132,52	0,00
Média	7,93	92,84	110,33	0,00	92,84	60,29	0,00	92,84	92,84	68,26	0,00	92,84	0,00
Desvio	8,68	23,83	95,95	0,00	23,83	50,59	0,00	23,83	23,83	15,40	0,00	23,83	0,00
Instâncias com 100 produtos / muito pouco restritivo	Modelo acoplado				Modelo desacoplado			Relaxação lagrangeana				HBRL - 120 seg.	
	RL	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	LI	LS	TC (s)	G (%)	FO	DL (%)
Inst_mpr_100_1	26,92	95,24	816,36	0,00	95,24	291,98	0,00	95,24	95,24	190,41	0,00	95,24	0,00
Inst_mpr_100_2	15,78	122,82	498,81	0,00	122,82	310,63	0,00	122,82	122,82	163,18	0,00	122,82	0,00
Inst_mpr_100_3	38,84	133,14	743,66	0,00	133,14	359,11	0,00	133,14	133,14	150,10	0,00	133,14	0,00
Inst_mpr_100_4	58,73	227,81	685,51	0,00	227,81	278,69	0,00	227,81	227,81	280,24	0,00	227,81	0,00
Inst_mpr_100_5	27,24	126,78	630,76	0,00	126,78	336,67	0,00	126,78	126,78	146,29	0,00	126,78	0,00
Inst_mpr_100_6	2,96	115,51	307,10	0,00	115,51	124,38	0,00	115,51	115,51	166,49	0,00	115,51	0,00
Inst_mpr_100_7	14,21	146,01	719,79	0,00	146,01	255,19	0,00	146,01	146,01	146,22	0,00	146,01	0,00
Inst_mpr_100_8	13,82	162,04	506,96	0,00	162,04	241,09	0,00	162,04	162,04	193,72	0,00	162,04	0,00
Inst_mpr_100_9	12,08	124,10	470,36	0,00	124,10	250,16	0,00	124,10	124,10	183,62	0,00	124,10	0,00
Inst_mpr_100_10	15,04	105,22	361,12	0,00	105,22	168,35	0,00	105,22	105,22	137,65	0,00	105,22	0,00
Média	22,56	135,87	574,04	0,00	135,87	261,63	0,00	135,87	135,87	175,79	0,00	135,87	0,00
Desvio	16,18	37,48	170,58	0,00	37,48	72,17	0,00	37,48	37,48	41,65	0,00	37,48	0,00
Instâncias com 200 produtos / muito pouco restritivo	Modelo acoplado				Modelo desacoplado			Relaxação lagrangeana				HBRL - 120 seg.	
	RL	FO	TC (s)	G (%)	FO	TC (s)	G (%)	LI	LS	TC (s)	G (%)	FO	DL (%)
Inst_mpr_200_1	45,02	222,16	3.631,08	0,19	221,73	3.435,26	0,00	221,73	221,73	694,73	0,00	245,27	-10,62
Inst_mpr_200_2	28,61	148,65	3.629,53	0,33	148,16	3.599,38	0,00	148,16	148,16	426,22	0,00	148,34	-0,12
Inst_mpr_200_3	43,91	211,77	3.481,41	0,00	211,77	2.313,71	0,00	211,77	211,77	383,14	0,00	212,57	-0,38
Inst_mpr_200_4	11,99	167,12	1.166,20	0,00	167,12	564,35	0,00	167,12	167,12	316,15	0,00	167,48	-0,22
Inst_mpr_200_5	31,65	136,70	3.603,16	10,20	123,03	3.606,21	0,23	123,03	123,03	871,58	0,00	123,15	-0,10
Inst_mpr_200_6	6,21	159,57	3.603,03	2,87	155,05	3.601,31	0,04	155,05	155,05	382,52	0,00	155,05	0,00
Inst_mpr_200_7	47,20	216,52	3.643,61	0,06	216,39	2.890,61	0,00	216,40	216,40	377,57	0,00	228,11	-5,41
Inst_mpr_200_8	27,08	179,88	3.637,90	4,13	172,46	3.346,68	0,00	172,46	172,46	351,39	0,00	173,98	-0,89
Inst_mpr_200_9	22,24	131,58	3.603,67	4,51	125,65	3.599,33	0,00	125,65	125,65	376,55	0,00	125,67	-0,02
Inst_mpr_200_10	20,55	170,85	3.613,12	2,83	166,09	3.720,55	0,05	166,01	166,01	548,24	0,00	169,16	-1,90
Média	28,45	174,48	3.361,27	2,51	170,75	3.067,74	0,03	170,74	170,74	472,81	0,00	174,88	-1,96
Desvio	13,92	32,81	772,65	3,24	35,70	980,13	0,07	35,70	35,70	179,49	0,00	41,49	3,46



Tabela B.4: Resultados da heurística *HBRL* em instâncias artificiais, variando-se o tempo total de processamento.

Instâncias com 200 produtos / muito restritivo	R. Lagrang.	HBRL - 120/10 seg.		HBRL - 600/10 seg.		HBRL - 1200/10 seg.	
	$LS_{med}$	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)
Inst_mr_200_1	52,00	87,30	-67,90	52,42	-0,81	52,00	0,00
Inst_mr_200_2	161,03	196,37	-21,94	161,93	-0,56	161,36	-0,20
Inst_mr_200_3	202,58	234,07	-15,55	208,18	-2,77	212,47	-4,88
Inst_mr_200_4	111,34	172,71	-55,12	127,08	-14,14	122,41	-9,95
Inst_mr_200_5	174,65	234,98	-34,55	176,12	-0,84	177,61	-1,70
Inst_mr_200_6	188,54	225,08	-19,38	189,42	-0,47	195,35	-3,61
Inst_mr_200_7	87,47	125,85	-43,88	98,45	-12,55	100,07	-14,40
Inst_mr_200_8	148,42	224,03	-50,95	148,49	-0,05	153,77	-3,61
Inst_mr_200_9	167,64	260,13	-55,18	174,71	-4,22	168,09	-0,27
Inst_mr_200_10	213,94	299,00	-39,76	215,23	-0,60	214,37	-0,20
<b>Média</b>	150,76	205,95	-40,42	155,20	-3,70	155,75	-3,88
<b>Desvio</b>	52,05	62,90	17,48	50,62	5,25	51,49	4,81
Instâncias com 200 produtos / pouco restritivo	R. Lagrang.	HBRL - 120/10 seg.		HBRL - 600/10 seg.		HBRL - 1200/10 seg.	
	$LS_{med}$	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)
Inst_pr_200_1	146,16	210,25	-43,86	153,55	-5,06	147,35	-0,82
Inst_pr_200_2	207,59	239,95	-15,58	227,44	-9,56	209,06	-0,71
Inst_pr_200_3	147,98	211,00	-42,58	196,60	-32,85	154,73	-4,56
Inst_pr_200_4	136,00	139,93	-2,89	144,68	-6,39	143,76	-5,71
Inst_pr_200_5	156,78	225,19	-43,63	186,23	-18,78	185,97	-18,62
Inst_pr_200_6	172,96	198,06	-14,51	174,91	-1,13	180,07	-4,11
Inst_pr_200_7	263,89	309,49	-17,28	268,16	-1,62	287,84	-9,08
Inst_pr_200_8	127,68	207,64	-62,62	173,34	-35,77	189,65	-48,54
Inst_pr_200_9	150,47	170,89	-13,57	153,69	-2,14	171,14	-13,74
Inst_pr_200_10	158,50	180,13	-13,65	160,12	-1,02	239,58	-51,15
<b>Média</b>	166,80	209,25	-27,02	183,87	-11,43	190,92	-15,70
<b>Desvio</b>	40,59	45,34	19,42	38,43	13,21	44,79	18,84
Instâncias com 200 produtos / muito pouco restritivo	R. Lagrang.	HBRL - 120/10 seg.		HBRL - 600/10 seg.		HBRL - 1200/10 seg.	
	$LS_{med}$	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)
Inst_mpr_200_1	221,73	245,27	-10,62	235,76	-6,32	325,54	-46,81
Inst_mpr_200_2	148,16	148,34	-0,12	242,87	-63,93	239,23	-61,47
Inst_mpr_200_3	211,77	212,57	-0,38	253,39	-19,66	343,06	-62,00
Inst_mpr_200_4	167,12	167,48	-0,22	250,11	-49,66	278,77	-66,81
Inst_mpr_200_5	123,03	123,15	-0,10	289,30	-135,14	217,12	-76,47
Inst_mpr_200_6	155,05	155,05	0,00	290,73	-87,51	160,25	-3,36
Inst_mpr_200_7	216,40	228,11	-5,41	277,85	-28,40	307,19	-41,96
Inst_mpr_200_8	172,46	173,98	-0,89	344,49	-99,75	302,57	-75,45
Inst_mpr_200_9	125,65	125,67	-0,02	184,83	-47,10	252,23	-100,74
Inst_mpr_200_10	166,01	169,16	-1,90	399,39	-140,59	494,27	-197,74
<b>Média</b>	170,74	174,88	-1,96	276,87	-67,80	292,02	-73,28
<b>Desvio</b>	35,70	41,49	3,46	60,11	46,74	89,75	50,71

Tabela B.5: Resultados da heurística *HBRL* em instâncias artificiais, variando-se os limites de tempo de resolução dos subproblemas e da viabilização das soluções.

Instâncias com 200 produtos / muito restritivo	R. Lagrang.	HBRL - 1200/10 seg.		HBRL - 1200/20 seg.		HBRL - 1200/50 seg.	
	$LS_{med}$	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)
Inst_mr_200_1	52,00	52,00	0,00	52,00	0,00	52,00	0,00
Inst_mr_200_2	161,03	161,36	-0,20	161,03	0,00	161,03	0,00
Inst_mr_200_3	202,58	212,47	-4,88	202,58	0,00	202,58	0,00
Inst_mr_200_4	111,34	122,41	-9,95	111,34	0,00	111,34	0,00
Inst_mr_200_5	174,65	177,61	-1,70	174,65	0,00	174,65	0,00
Inst_mr_200_6	188,54	195,35	-3,61	188,54	0,00	188,54	0,00
Inst_mr_200_7	87,47	100,07	-14,40	87,47	0,00	87,47	0,00
Inst_mr_200_8	148,42	153,77	-3,61	148,42	0,00	148,42	0,00
Inst_mr_200_9	167,64	168,09	-0,27	167,64	0,00	167,64	0,00
Inst_mr_200_10	213,94	214,37	-0,20	213,94	0,00	213,94	0,00
<b>Média</b>	150,76	155,75	-3,88	150,76	0,00	150,76	0,00
<b>Desvio</b>	52,05	51,49	4,81	52,05	0,00	52,05	0,00
Instâncias com 200 produtos / pouco restritivo	R. Lagrang.	HBRL - 1200/10 seg.		HBRL - 1200/20 seg.		HBRL - 1200/50 seg.	
	$LS_{med}$	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)
Inst_pr_200_1	146,16	147,35	-0,82	147,12	-0,66	146,16	0,00
Inst_pr_200_2	207,59	209,06	-0,71	207,59	0,00	207,59	0,00
Inst_pr_200_3	147,98	154,73	-4,56	148,26	-0,19	147,98	0,00
Inst_pr_200_4	136,00	143,76	-5,71	136,00	0,00	136,00	0,00
Inst_pr_200_5	156,78	185,97	-18,62	157,73	-0,60	156,78	0,00
Inst_pr_200_6	172,96	180,07	-4,11	174,63	-0,96	172,96	0,00
Inst_pr_200_7	263,89	287,84	-9,08	264,42	-0,20	263,89	0,00
Inst_pr_200_8	127,68	189,65	-48,54	185,62	-45,38	129,59	-1,49
Inst_pr_200_9	150,47	171,14	-13,74	151,27	-0,53	150,47	0,00
Inst_pr_200_10	158,50	239,58	-51,15	160,73	-1,41	160,12	-1,02
<b>Média</b>	166,80	190,92	-15,70	173,34	-4,99	167,15	-0,25
<b>Desvio</b>	40,59	44,79	18,84	38,33	14,20	40,35	0,54
Instâncias com 200 produtos / muito pouco restritivo	R. Lagrang.	HBRL - 1200/10 seg.		HBRL - 1200/20 seg.		HBRL - 1200/50 seg.	
	$LS_{med}$	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)	$FO_{med}$	$DL_{med}$ (%)
Inst_mpr_200_1	221,73	325,54	-46,81	249,52	-12,53	235,11	-6,03
Inst_mpr_200_2	148,16	239,23	-61,47	157,16	-6,07	148,16	0,00
Inst_mpr_200_3	211,77	343,06	-62,00	236,14	-11,51	211,77	0,00
Inst_mpr_200_4	167,12	278,77	-66,81	206,59	-23,62	167,12	0,00
Inst_mpr_200_5	123,03	217,12	-76,47	207,51	-68,66	123,03	0,00
Inst_mpr_200_6	155,05	160,25	-3,36	184,80	-19,19	155,05	0,00
Inst_mpr_200_7	216,40	307,19	-41,96	267,46	-23,60	217,15	-0,35
Inst_mpr_200_8	172,46	302,57	-75,45	218,61	-26,76	200,68	-16,37
Inst_mpr_200_9	125,65	252,23	-100,74	133,19	-6,00	126,32	-0,53
Inst_mpr_200_10	166,01	494,27	-197,74	266,93	-60,79	166,09	-0,05
<b>Média</b>	170,74	292,02	-73,28	212,79	-25,87	175,05	-2,33
<b>Desvio</b>	35,70	89,75	50,71	44,88	21,80	39,06	5,27