#### UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas

Dissertação de Mestrado

# "DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA PARA DIMENSIONAMENTO, ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO DE CIRCUITOS DE PREPARAÇÃO DE MINÉRIOS"

Autor: Henrique Gonçalves Teixeira

Orientador: Professor Roberto Galery

Belo Horizonte, Fevereiro/2013

#### UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas

#### Henrique Gonçalves Teixeira

# "DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA PARA DIMENSIONAMENTO, ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO DE CIRCUITOS DE PREPARAÇÃO DE MINÉRIOS"

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais

Área de concentração: Tecnologia Mineral

Orientador: Professor Roberto Galery

Belo Horizonte

Escola de Engenharia da UFMG

"Em tempo de crise, enquanto uns choram, outros vendem lenços".

Outdoor de escola de publicidade, divulgado na cidade de São Paulo, em fevereiro de 1999, auge da crise na economia brasileira.

> À minha mãe, padrasto, familiares e amigos que sempre estiveram dispostos a me incentivar e ajudar.

#### **Agradecimentos**

Agradeço a todos que de forma direta ou indireta colaboraram para a execução deste trabalho e, em particular:

Minha mãe, Sônia Maria Gonçalves Teixeira, que sempre me apoia nos meus estudos. Ao me padrasto, Aurecyl Dalla Bernardina Júnior, pela ajuda e conhecimento compartilhado.

Ao professor Roberto Galéry, pela orientação e amizade.

A empresa Irmãos Ayres S/A, principalmente aos irmãos Mário Ayres e Lincoln Aires, pelo grande apoio e acreditarem na ideia desde o começo.

Ao engenheiro Leonardo Santos que acreditou nos meus estudos sobre simulação e deixou aplicá-lo na usina e pelos conhecimentos repassados. A equipe da Mundo Minerals a qual tive a oportunidade de desenvolver grande parte dos meus conhecimentos.

Ao Dirceu Valares pela amizade e toda ajuda oferecida durante este percurso.

E aos meus companheiros durante esse trajeto.

## Sumário

1		Introdu	ıção	.15
2		Objetiv	/os	.16
3		Revisã	o Bibliográfica	.17
	3.	1. Brit	agem	. 17
		3.1.1.	Seleção de Britadores	. 17
		3.1.2.	Ângulo de Ataque	. 18
		3.1.3.	Função Quebra – Padrão	. 19
		3.1.4.	Britadores de Mandíbulas	. 20
	3.	.2. Cap	acidade dos Britadores de Mandíbulas	. 21
		3.2.1.	Método de Taggart	. 21
		3.2.2.	Método de Gieseking – Britadores tipo Blake	. 22
		3.2.3.	Método de Gieseking – Britadores de 1 eixo	. 24
		3.2.4.	Método de Hersam	. 28
		3.2.5.	Método de Broman	. 29
		3.2.6.	Método de Rose e English	. 30
	3.	.3. Brit	adores Giratórios	. 35
		3.3.1.	Capacidade	. 38
		3.3.2.	Método de Taggart	. 38
		3.3.3.	Método de Hersam	. 39
		3.3.4.	Método de Broman	. 39
		3.3.5.	Método de Gaudie	. 40
		3.3.6.	Método de Rose e English	. 41
		3.3.7.	Consumo de Energia	. 41
		3.3.8.	Velocidade Crítica	. 43
		3.3.9. Mandíb	Simulação da Distribuição Granulométrica do Produto dos Britadores	
		3.3.10.	Dimensionamento	. 45
		3.3.11.	Projeto de um Britador de Mandíbulas	. 45
		3.3.12.	Velocidade de Operação Crítica	
		3.3.13.	Consumo de Energia	. 46

	3.3.14.	Dimensões dos Britadores Giratórios	47
	3.3.15.	Velocidade de giro da cabeça	55
3.	4. Per	neiramento	55
	3.4.1.	Modelo Tradicional de Capacidade de Peneiras	55
	3.4.2.	Transmissão de eficiência no peneiramento	59
	3.4.3.	Área Aberta da Peneira	61
	3.4.4.	Profundidade do Leito	62
	3.4.5.	Dados de Projeto	62
3.	5. Mo	inho de Bolas	68
	3.5.1.	Estimação da Energia (Moinhos de Barras e Bolas)	68
	3.5.2.	Estimação da Potência	69
	3.5.3.	Rotação do Moinho e velocidade Crítica	70
	3.5.4.	Altura da Carga	72
	3.5.5.	Tamanho da bola em uma carga inicial	74
	3.5.6.	Desgaste da Carga	76
	3.5.7.	Distribuição da Carga moedora	76
	3.5.8.	Simulação da Carga moedora	77
	3.5.9.	Nomenclatura desta secção	87
3.	6. Mo	inhos de Barras	89
	3.6.1.	Projeto de moinhos de Barras	89
	3.6.2.	Operação do moinho de barras	90
	3.6.3.	Comprimento da barra	91
	3.6.4.	Diâmetro da barra	91
	3.6.5.	Diâmetros das barras na substituição	92
	3.6.6.	Capacidade do moinho de barras	92
	3.6.7.	Correções para a potência real dos moinhos (bolas e barra)	93
	3.6.8.	O método do trapezoide de Possibilidade	98
3.	7. Hid	rociclones	99
	3.7.1.	Função Classificação	100
	3.7.2.	Modelos Empíricos	102
	3.7.3.	Capacidade	104
	3.7.4.	Geometria dos Hidrociclones	107
	Matéria	as e Métodos	113

4

	4.1.	Método Simplex	113
	4.2.	Britadores de Mandíbulas	114
	4.3.	Britadores Giratórios	117
	4.4.	Peneiramento	119
	4.5.	Moagem	120
	4.6.	Hidrociclonagem	121
	4.7.	Geral	124
5	Re	esultados e Discussões	125
	5.1.	Britador de Mandíbulas	125
	5.2.	Britador giratório	130
	5.3.	Moinho de Bolas	140
	5.4.	Moinho de Barras	143
	5.5.	Peneiras Vibratórias	151
	5.6.	Hidrociclones	156
	5.7.	Circuitos Interligados	167
6	Co	onclusão	182
7	Sı	ugestões para Trabalhos Futuros	183
8	Re	eferências Bibliográficas	184

# Lista de Figuras

Figura 3.1 - Ângulo de Ataque (Gomide, 1980).	19
Figura 3.2 - Tipos de britadores de mandíbulas (Wills, 2006).	21
Figura 3.3: Diagrama das mandíbulas de um britador	22
Figura 3.4 : valores do fator "n" ( revoluções do volante) (Gieskieng, 1951)	23
Figura 3.5: Valores do fator "u" (Gieskieng, 1951)	24
Figura 3.6: Localização do ângulo de mediadas do ângulo de ataque em britadores de mandíbulas do tipo	0
BLAKE OU 1 EIXO (GIESKIENG, 1951).	25
Figura 3.7: Fator de Realização (r) (Gieskieng, 1951)	26
Figura 3.8: Comparação das curvas de Gieseking para o fator de realização da alimentação real (linha pi	RETA)
COM AS CURVAS DAS AJUSTADAS (LINHA ALARANJADA).	27
Figura 3.9: Diagrama esquemático de um britador de mandíbulas, mostrando como medir o fator "e"	28
FIGURA 3.10: ESQUEMA DE DESLIZAMENTO DO MATERIAL (HERSAM, 1923)	28
Figura 3.11: Parâmetros do método de Broman	30
Figura 3.12: Geometria das mandíbulas. O movimento destas é aproximadamente paralelo (Rose e Englis	Н,
1967)	31
Figura 3.13: Mudança na capacidade do britador de acordo com frequência das mandíbulas onde Qs é	
CAPACIDADE EM ALTA FREQUÊNCIA E <b>Q</b> F EM A CAPACIDADE EM BAIXA FREQUÊNCIA E <b>V</b> C A FREQUÊNCIA CRÍTICA <b>(</b> C	SUPTA
e Yan, 2008)	33
Figura 3.14: Relação entre $P_K$ , $(P_K)$ , $\beta$ e $f(\beta)$ (Rose e English, 1967)	35
Figura 3.15: Movimento recessivo circular em britadores giratórios (Chaves e Peres, 2009)	36
Figura 3.16: Seção de britagem dos britadores (Chaves e Peres, 2009).	36
Figura 3.17: Britador Giratório	37
Figura 3.18: Diagrama britadores família giratórios, raio médio	38
Figura 3.19: Câmara de trabalho de um britador cônico (Hersam, 1923)	39
Figura 3.20: Esquema de um britador giratório, o tamanho do britador é projetado pelo gape e o diâmet	RO DO
BRITADOR (GUPTA E YAN, 2008)	47
Figura 3.21: Esquema de um britador giratório mostrando as variáveis de projeto	48
Figura 3.22: Relação entre o deslocamento (c) e o gape dos britadores giratórios	49
Figura 3.23: Seção de um britador giratório (Gupta e Yan, 2008).	50
Figura 3.24: Relação gape x velocidade de operação dos britadores giratórios da Nordberg (1992)	50
Figura 3.25: relação entre o gape e a abertura de saída na posição aberta (APA) máxima e mínima dos	
BRITADORES DA NORDBERG (1992)	51
Figura 3.26: Dimensões de um britador giratório (Thssenkrupp).	52
Figura 3.27: Padrões de perfuração de peneiras nas placas a — padrão de abertura circular de 60°; b —	
ABERTURA CIRCULAR EM UM QUADRADO PADRÃO; C – ABERTURA RETANGULAR (GUPTA E YAN, 2008)	61
Figura 3.28: Relação do tamanho da malha com a rotação recomendada	64
Figura 3.29: Relação tamanho da malha com a amplitude recomendada	64
Figura 3.30: Relação da rotação com a amplitude	65
Figura 3.31 – Correlação entre a inclinação da peneira e o tamanho da abertura da tela	67
Figura 3.32: Forças de equilíbrio realizadas em uma bola encostada no revestimento do moinho devido a	4
ROTAÇÃO DESTE (GUPTA E YAN, 2008)	70
Figura 3.33: Bolas e altura da Carga (Gupta e Yan, 2008).	72
Figura 3.34: Medição da profundidade do leito (Gupta e Yan, 2008)	73
FIGURA 3.35: BOLA SOBRE A BARRA ELEVADORA (LIFTER) EM UM MOINHO ROTATIVO (POWELL, 1990)	78

FIGURA 3.36: FORÇAS SOBRE UMA BOLA EM CONTATO COM O LIFTER (POWELL, 1990)	79
Figura 3.37: Forças sobre uma esfera rolando para baixo de uma encosta de inclinação variável, $\gamma(t)$ (Powell, 1990).	
Figura 3.38: Resolução das velocidades para uma bola repousando na extremidade do lifter (Powell,	
Figura 3.39: Trajetória parabólica da bola no seu ponto de desprendimento da barra elevadora (Pow	
1990)	
FIGURA 3.40: TIPOS DE MOINHOS ROTATIVOS (GUPTA E YAN, 2008).	
FIGURA 3.41: VARIAÇÃO DO MULTIPLICADOR DE INEFICIÊNCIA, F <sub>2</sub> , COM O TAMANHO DO PRODUTO DE CONTROLE PA	
MOAGEM EM MOINHOS DE BOLAS (GUPTA E YAN, 2008).	
FIGURA 3.42 - FLUXOGRAMA DE APLICAÇÃO DOS FATORES DE EFICIÊNCIA QUE DEPENDEM DO DIÂMETRO E COMPRIM	
MOINHO: VERSÃO ATUALIZADA (PERES E MACHADO, 1989)	
FIGURA 3.43 – NOMENCLATURA DAS PARTES DO HIDROCICLONE (GUPTA E YAN, 2008)	
FIGURA 3.44- DEFINIÇÃO DOS SÍMBOLOS UTILIZADOS NESTA SEÇAO (HOFFMANN E STEIN, 2010)	109
FIGURA 3.45 - TIPOS DE VOLUTAS CIRCULARES (HOFFMANN E STEIN, 2010).	110
FIGURA 3.46 - ILUSTRAÇÃO DE UMA VOLUTA CIRCULAR DE 135º (HOFFMANN E STEIN, 2010)	111
FIGURA 3.47 - A) PADRÃO DE VOLUTA LOGARÍTMICA DE 360º, B) INTEGRAÇÃO DA VOLUTA COM O HIDROCICLONE	
(HOFFMANN E STEIN, 2010)	112
FIGURA 4.1 - QUADRO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MINIMIZAÇÃO UTILIZANDO O SIMPLEX MOLITERNO (2011	) 113
Figura 4.2 – Fluxograma da metodologia utilizada para o dimensionamento dos britadores de mandíe	BULAS
CONTIDOS NO CIC.	115
Figura 4.3 - Correlações geométricas das polias e correia (Budynase e Nisbett, 2008)	116
FIGURA 4.4 – FLUXOGRAMA DE CÁLCULO PARA DIMENSIONAMENTO DE BRITADORES GIRATÓRIO USADO NO SOFTWAI	RE CIC.
	117
FIGURA 4.5 - FLUXOGRAMA DE CÁLCULO PARA DIMENSIONAMENTO DE PENEIRAS USADO NO SOFTWARE CIC	120
FIGURA 4.6 - FLUXOGRAMA DE CÁLCULO PARA DIMENSIONAR O DIÂMETRO DE MOINHOS USADO NO SOFTWARE CIC.	121
FIGURA 4.7 - FLUXOGRAMA DE CÁLCULO PARA DIMENSIONAR OS HIDROCICLONES USADO NO SOFTWARE CIC	122
FIGURA 4.8 – SIMULAÇÃO DE HIDROCICLONES UTILIZANDO O MODELO DE BY PASS DE NAGESWARARAO E COMPARAN	IDO COM
os dados reais de uma mineração de ouro. Sendo OF, UF e AL os fluxos de overflow, underflow	
ALIMENTAÇÃO RESPECTIVAMENTE. AS SIGLAS CALC E EXP SIGNIFICAM OS DADOS CALCULADOS PELO MODELO E	OS
DADOS REAIS RESPECTIVAMENTE.	_
FIGURA 4.9 - SIMULAÇÃO DE HIDROCICLONES UTILIZANDO O MODELO DE BY PASS DE NAGESWARARAO E COMPARAN	
os dados reais de uma mineração de fosfato. Sendo OF, UF e AL os fluxos de overflow, underflo	
ALIMENTAÇÃO RESPECTIVAMENTE. AS SIGLAS CALC E EXP SIGNIFICAM OS DADOS CALCULADOS PELO MODELO E	
DADOS REAIS RESPECTIVAMENTE.	
FIGURA 5.1 - DADOS DE ENTRADA DA ALIMENTAÇÃO DO APLICATIVO (CIC)	
FIGURA 5.2 - DADOS DE ENTRADA DO BRITADRO DE MANDÍBULAS	
FIGURA 5.3 - RESULTADO OBTIDOS PELO CIC PARA UM BRITADOR DE MANDÍBULAS COM CAPACIADE DE 40 T/H	
FIGURA 5.4 - RESULTADO DA ANÁLISE GRANULOMÉTRICA OBTIDA PELO CIC PARA UM BRITADOR DE MANDÍBULAS COI	
CAPACIDADE 40T/H, APF 40MM E WI DE 10kWH/T.	
FIGURA 5.5 – EQUIPAMENTO INDICADO PELO FABRICANTE PARA UM BRITADOR DE APF DE 40MM E CAPACIDADE DE	-
(METSO, 2005)	
FIGURA 5.6 - DADOS DE ENTRADA DA ALIMENTAÇÃO (CIC).	
FIGURA 5.7 - PARÂMETROS DE ENTRADA DO BRITADOR GIRATÓRIO (CIC).	
FIGURA 5.8 - RESULTADO DO DIMENSIONAMENTO DE UM BRITADOR GIRATÓRIO FEITO PELO CIC.	
FIGURA 5.9 - RESULTADO DO DIMENSIONAMENTO DE UM BRITADOR GIRATÓRIO FEITO PELO CIC	
FIGURA 3.10 - IVIODELO DE TAGGART PARA CAPACIDADE COMPARADO COM OS VALORES DA IVIETSO (2005)	135

$FIGURA \ 5.11 - MODELO \ DE \ TAGGART \ AJUSTADO \ PARA \ CAPACIDADE \ COMPARADO \ COMOS \ VALORES \ DA \ METSO \ (2005).$	135
FIGURA 5.12 - MODELO DE HERSAM PARA CAPACIDADE COMPARADO COM OS VALORES DA METSO (2005)	136
FIGURA 5.13 - MODELO DE HERSAM AJUSTADO PARA CAPACIDADE COMPARADO COM OS VALORES DA METSO (2005)	136
FIGURA 5.14 - MODELO DE GAUDIE PARA CAPACIDADE COMPARADO COM OS VALORES DA METSO (2005)	137
FIGURA 5.15 - MODELO DE GAUDIE AJUSTADO PARA CAPACIDADE COMPARADO COM OS VALORES DA METSO (2005)	137
FIGURA 5.16 - MODELO DE BROMAN PARA CAPACIDADE COMPARADO COM OS VALORES DA METSO (2005)	138
FIGURA 5.17 - MODELO BROMAN AJUSTADO PARA CAPACIDADE COMPARADO COM OS VALORES DA METSO (2005)	138
FIGURA 5.18 - MODELO ROSE ENGLISH PARA CAPACIDADE COMPARADO COM OS VALORES DA METSO (2005)	139
FIGURA 5.19 - MODELO ROSE ENGLISH AJUSTADO PARA CAPACIDADE COMPARADO COM OS VALORES DA METSO (2005)	).
	139
FIGURA 5.20- DADOS DE ENTRADA DA ALIMENTAÇÃO DO MOINHO (CIC)	140
FIGURA 5.21 - DADOS DE ENTRADA DO MOINHO DE BOLAS (CIC).	141
FIGURA 5.22 - RESULTADO DA SIMULAÇÃO DAS ESPECIFICAÇÕES DO MOINHOS DE BOLAS (CIC).	142
FIGURA 5.23 – COMPARAÇÃO DO RESULTADOS DO CIC SEM CALIBRAÇÃO COM OS DADOS DE SIMULAÇÃO CALIBRADOS PE	LO
Moly-Cops Tool.	143
FIGURA 5.24 - DADOS DE ENTRADA DA ALIMENTAÇÃO DO MOINHO DE BARRAS.	145
FIGURA 5.25 - DEMONSTRAÇÃO DO SOFTWARE APENAS COM OS DADOS DE ALIMENTAÇÃO	145
FIGURA 5.26 - DADOS DE ENTRADA DO MOINHO DE BARRAS (CIC).	146
FIGURA 5.27 - DEMONSTRAÇÃO DO SOFTWARE APÓS A ENTRADA DE DADOS DO MOINHO E DA ALIMENTAÇÃO (CIC)	
FIGURA 5.28 - RESULTADO DA ESPECIFICAÇÃO DO MOINHO DE BARRAS (CIC).	147
FIGURA 5.29 – RESULTADO DA CARGA MOEDORA DO MOINHO DE BARRAS (CIC).	
FIGURA 5.30 - CONFIGURAÇÃO DOS PARÂMETROS DO LIFTER DO MOINHO DE BARRAS (CIC)	148
FIGURA 5.31 – CONFIGURAÇÃO DOS PARÂMETROS DE MINÉRIO DO MOINHO DE BARRAS (CIC).	
FIGURA 5.32 - RESULTADO DA ANÁLISE GRANULOMÉTRICA DO MOINHOS DE BARRAS (CIC).	
FIGURA 5.33 – INDICAÇÃO DA UNIÃO DOS PARÂMETROS DE ALIMENTAÇÃO E MOAGEM (CIC).	
FIGURA 5.34 - SIMULAÇÃO DAS TRAJETÓRIAS DE BOLAS E BARRAS EM UMA CONDIÇÃO IDÊNTICA	
FIGURA 5.35 - DADOS INFORMADOS PELO FABRICANTE A RESPEITO DO MATERIAL QUE IRÁ ALIMENTAR A PENEIRA A SER	
DIMENSIONADA	151
FIGURA 5.36 - DADOS VISUALIZADOS NO SOFTWARE, APÓS O PREENCHIMENTO DAS INFORMAÇÕES SOBRE A ALIMENTAÇÃ	O DA
PENEIRA.	152
FIGURA 5.37 - JANELA DO CIC SOLICITANDO AS INFORMAÇÕES BÁSICAS DA PENEIRA.	152
FIGURA 5.38 - ÍCONE NO QUAL DEVERÁ SER CLICADO PARA CALCULAR A PORCENTAGEM DE ÁREA ABERTA DA PENEIRA	153
FIGURA 5.39 - TELA DE CÁLCULO DA PORCENTAGEM DE ÁREA ABERTA DA PENEIRA.	153
FIGURA 5.40 - ÍCONE NO QUAL DEVERÁ SER CLICADO PARA CALCULAR A INCLINAÇÃO DA PENEIRA	154
FIGURA 5.41 – TELA DE OPÇÕES DE INCLINAÇÕES DA PENEIRA.	154
FIGURA 5.42 - DEMONSTRAÇÃO DO SOFTWARE APÓS FAZER A UNIÃO DE DOIS OBJETOS	155
FIGURA 5.43 - RESULTADO DO DIMENSIONAMENTO DA PENEIRA VIBRATÓRIA	155
FIGURA 5.44 - ANÁLISE GRANULOMÉTRICA DA ALIMENTAÇÃO DA HIDROCICLONAGEM	157
FIGURA 5.45 - ÍCONE A SER CLICADO PARA ADICIONAR ÁGUA AO SISTEMA	158
Figura 5.46 - Quantidade de água adicionada no estudo de caso.	158
Figura 5.47 - Resultado da adição de água no sistema	159
FIGURA 5.48 - VISUALIZAÇÃO DA INTERAÇÃO DO FLUXO DE ALIMENTAÇÃO COM A ADIÇÃO DE ÁGUA (CIC)	160
FIGURA 5.49 - PARÂMETROS DE ENTRADA DA HIDROCICLONAGEM (CIC)	160
FIGURA 5.50 - DADOS DA GEOMETRIA DOS HIDROCICLONES CALCULADO PELO CIC	161
FIGURA 5.51 - ALTERAÇÃO DA GEOMETRIA DOS HIDROCICLONES CONFORME A UTILIZADO NA EMPRESA Y. DESTAQUE EM	
VERMELHO, PARA O BOTÃO NO QUAL DEVERÁ SER CLICADO APÓS AS MUDANÇAS DESEJADAS	162
FIGURA 5.52 - DADOS DE PROCESSO MOSTRADOS PELO CIC NA ETAPA DE HIDROCICLONAGEM.	163

Figura 5.53 - Geometria da voluta mostrada pelo CIC na etapa de hidrociclonagem	164
Figura 5.54 - Geometria dos hidrociclones mostrados pelo CIC na etapa de hidrociclonagem	165
Figura 5.55 - Parâmetros dos hidrociclones mostrados pelo CIC na etapa de hidrociclonagem	166
Figura 5.56 - Dados da Alimentação	168
Figura 5.57 - Quantidade de água adicionada na alimentação nova	168
Figura 5.58 - Resultado da adição de água na alimentação nova	169
Figura 5.59 - Parâmetros de entrada da hidrociclonagem	170
Figura 5.60 - Resultado da hidrociclonagem antes do circuito entrar em equilíbrio	171
Figura 5.61 - Parâmetros da moagem	171
Figura 5.62 - Resultado da moagem antes do circuito entrar em equilíbrio	172
Figura 5.63 - Quantidade de água adicionada na descarga do moinho	173
Figura 5.64 - Resultado da adição na água na descarga do moinho, antes do circuito entrar em equilíbri	o.173
Figura 5.65 - Resultado do produto antes do circuito entrar em equilíbrio.	174
Figura 5.66 - Resultado do fluxograma do antes do circuito entrar em equilíbrio	175
Figura 5.67 - Visualização da localização do botão Rodar no CIC, responsável por fazer o números de	
INTERAÇÕES INDICADAS NA TELA (NESTE CASO IGUAL A $100$ ), COM O OBJETIVO FAZER COM QUE O CIRCUITO ENTR	EEM
EQUILÍBRIO.	176
Figura 5.68 - Resultado do fluxograma do CIC com o circuito em equilíbrio	177
Figura 5.69 - Resultado da hidrociclonagem com o circuito em equilíbrio.	178
Figura 5.70 - Resultado da moagem com o circuito em equilíbrio	179
Figura 5.71 - Resultado da adição de água na descarga do moinho com o circuito em equilíbrio	180
FIGURA 5.72 - RESULTADO DO PRODUTO COM O CIRCUITO EM EQUILÍBRIO.	181

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1: Valores do coeficiente f (Gieskieng, 1951).	23
Tabela 3.2: Valores de f (Gieskieng, 1951)	24
Tabela 3.3: Tipo de Produto em relação ao WI e características do material (King, 2001)	44
Tabela 3.4: Dimensões dos britadores giratórios (Thssenkrupp)	53
Tabela 3.5: Dimensões dos britadores da Thssenkrupp dividido pelo gape (fator/gape)	54
Tabela 3.6: Relação das dimensões do britador em função do gape (Thssenkrupp)	54
Tabela 3.7: Fator capacidade da peneira para diferentes aberturas (King, 2001)	59
Tabela 3.8: Fator capacidade de umidade de superfície para peneiras (King, 2001)	59
Tabela 3.9: Frequências e amplitudes recomendadas (Faço, 1975).	63
Tabela 3.10: Seleção de frequências para peneiras vibratórias horizontais (Nordberg, 1992)	66
Tabela $3.11$ : Relação da amplitude e frequência da peneira com $A_C$ (aceleração do equipamento em $$ relação	A C
GRAVIDADE)	66
Tabela 3.12: Relação entre o ângulo de inclinação do deck e o tamanho das aberturas (Nordberg,1992)	66
Tabela 3.13: Fator k para moinhos de bolas (Rowlads e Kjos,1980)	75
Tabela 3.14: Distribuição das bolas em equilíbrio no inicio da moagem (Bond. 1958)	77
Tabela 3.15: Equilíbrio da carga para tamanhos de barras máximos (Rowland e Kios,1980)	92
Tabela 3.16: Fator de correção da alimentação, F <sub>8</sub> , para operações dos moinhos de barras	97
Tabela 3.17 - Correlação diâmetro dos ciclones com as demais geometrias deste (Hoffmann e Stein, 2010).	
	108
Tabela 4.1 - Potência (HP) das correias padrões em V (Budynase e Nisbett, 2008).	
Tabela 5.1 - Capacidade britadores giratório MK-II (Metso).	
Tabela 5.2 - Dados técnicos Metso.	134
TABELA 5.3 - POTÊNCIA DOS MOINHOS DE BARRAS NO EIXO PINHÃO, DADOS DA METSO (2005)	143

#### Resumo

Antes da implantação de um projeto de usina de beneficiamento diversas simulações são realizadas, no intuito de antever possíveis problemas e minimizá-los. Existem recursos computacionais que auxiliam estas previsões, no entanto são softwares complexos que além de onerosos não possuem o objetivo de dimensionar equipamentos. A estruturação dos parâmetros de entrada, destes programas, não é compatível com os dados utilizados na prática industrial.

Observando as dificuldades no âmbito mineral, o presente trabalho teve como foco a elaboração de um software, denominado CIC (Circuito Integrado de Cominuição), para dimensionar equipamentos utilizados nas indústrias de processos minerais, sendo estes: britadores de mandíbulas e giratórios, peneiras vibratórias, moinhos de barras e bolas e hidrociclones.

O CIC possui uma interface intuitiva para facilitar a operação, evitando a necessidade de cursos para o entendimento de tal. Os parâmetros por ele utilizados são de conhecimento prático industrial. Após fornecer os dados solicitados pelo software, o usuário obterá as especificações necessárias para que um engenheiro mecânico possa desenvolver e projetar tal equipamento. O programa também contém simulações dos produtos dos equipamentos dimensionados. Tais informações poderão ser utilizadas pelos profissionais da área de beneficiamento mineral para confrontar os equipamentos disponíveis no mercado, verificando se as dimensões indicadas pelos fabricantes estão condizentes com o projeto.

O princípio do CIC e os modelos por ele utilizados estão apresentados neste trabalho.

#### **Abstract**

Before an execution of a mineral plant design, several simulations are realized to predict and minimize some errors. There are computational resources that help with these predictions, however these software are complex, expensive and they don't have the objective to design a mineral equipment. The input variables of these software isn't consistent with the data used in industrial practice.

Noticing the difficulties on mineral plant, the present work aims an elaboration of a software, called CIC (Comminution Integrated Circuit), to design equipment used on mineral processing plant, as jaw crushers, gyratory crushers, screens, rod mill, ball mill and hyrdocyclones.

The CIC has a intuitive interface to facilitate the operation, avoiding the necessity of courses to understand it. The parameters used by CIC are from industrial practical knowledge. After data input, the user will get the necessary specifications for a mechanical engineer design and develop such equipment. The software also contains the simulation of design equipment products. Such information may be used by a mineral professional to compare the equipment available in the market, checking if the dimensions given by the manufacturers are consistent with the project.

The principle of the CIC and the models used by it are stated on this work.

#### 1 Introdução

Antes da implantação de uma usina de beneficiamento mineral diversas simulações são realizadas para evitar futuros erros. Devido à diversidade de equipamentos utilizados, torna-se complexo avaliar como a alteração de uma determinada etapa de tratamento de minério poderá influenciar a usina como um todo. Desta forma os profissionais da área mineral utilizam simulações, em grande parte baseadas em modelos empíricos, para mitigar o cenário que irá propor uma melhor relação de custo beneficio.

A utilização de tais ferramentas de simulação é onerosa e de difícil entendimento prático. Tornando-se utilizadas somente por grandes empresas e em grades projetos. É comum encontrar companhias de beneficiamento utilizando equipamentos fora de suas condições ótimas, pois foi previsto um tipo de operação na planta, mas na realidade encontra-se outra completamente diferente. Devido ao alto custo de investimento aplicado, vários profissionais ficam obrigados a operar em condições de baixa eficiência.

Normalmente há momentos em que as usinas sofrem ampliações ou até mesmo modificações, em determinadas etapas quando estas estão trabalhando em condições de baixa eficiência. Nestes casos a prática mais comum, mesmo em grandes companhias, é reunir com os principais fabricantes dos equipamentos almejados e solicitar a estes as características do produto vendido. No entanto existe uma ampla faixa de opções, dificultando a seleção da melhor alternativa. Enquanto o ideal seria simular toda a usina em função das modificações realizadas.

Há alguns softwares consagrados no mercado que fazem estas simulações. King (2001) desenvolveu um aplicativo com diversos modelos, no entanto trabalhar com tal ferramenta torna-se uma tarefa árdua, pois não há tratamento de erros no programa e sua funcionalidade não é trivial. O UsimPac também não é intuitivo e o usuário precisa realizar um curso para operá-lo, embora seja o que possua mais recursos de modelos de empíricos, mesmo assim não é voltado para o dimensionamento, sendo os parâmetro de entrada pouco usual na prática. O JKSimMet é mais intuitivo, contudo com poucos recursos, quando comparado com os demais.

Os dois últimos softwares citados são os mais usuais e onerosos, desta forma, a licença destes, em empresas de grande porte, fica limitada a poucas pessoas. A área técnica, responsável pela produção e manuseio dos equipamentos, raramente sabem utilizá-los. Em companhias de pequeno porte raramente encontramos o uso de tal ferramenta. Em suma, é pequena a população de profissionais da área mineral que possui o acesso a tais aplicativos.

Observando as dificuldades, percebe-se que os profissionais do âmbito mineral necessitavam de um software que fosse simples e intuitivo de utilizá-lo para dimensionar seus equipamentos. Sendo os parâmetros de entrada conhecido por grande parte dos profissionais das indústrias de beneficiamento mineral.

## 2 Objetivos

Desenvolver um sistema computacional, para projetar e simular um circuito de cominuição integrado. Permitir, aos engenheiros mecânicos, informações necessárias para projetar e construir o equipamento. Possibilitar aos engenheiros de processo mineral o desprendimento a fabricantes específicos.

Criar uma interface amigável e intuitiva para que pessoas com pouco conhecimento técnico possam operá-lo.

Este software contemplará os seguintes equipamentos: Britador de mandíbulas, britador giratório, moinho de bolas, moinho de barras, peneiras vibratórias e hidrociclones. O programa permitirá também fazer o balanço de massa do sistema.

### 3 Revisão Bibliográfica

#### 3.1. Britagem

A britagem é o primeiro estágio mecânico de cominuição na qual o principal objetivo é a liberação das partículas dos minerais úteis dos minerais de ganga e permitir sua separação, através dos processos de concentração, em concentrados, rejeitos e produtos intermediários (Wills, 2006).

#### 3.1.1. Seleção de Britadores

A escolha de um britador para um dado serviço deve atender uma série de exigências, cada qual independente das demais. Algumas dessas exigências são:

1. Condição de Recepção: A distância entre as duas mandíbulas na extremidade superior do britador é muito importante e é denominada gape. Este deve ser suficientemente grande para deixar passar o material de maior tamanho da alimentação. Não só fazê-lo passar, mas permitir com que alcance uma posição dentro da câmara de britagem em que haja condição dele ser britado. Isto é traduzido pela condição de recepção:

$$gape = \frac{tamanho \ da \ maior \ partícula \ da \ alimentação}{0.8 \ a \ 0.85}$$

O britador também deve possuir um ângulo de ataque adequado de forma que o material não se expelido pelo gape. O estudo deste ângulo é mostrado na secção seguinte.

Condição de processo: O britador deve gerar a distribuição granulométrica desejada pelo engenheiro de processo. Isto significa que ele operar em uma determinada APA (abertura na posição aberta). Cada britador possui uma série limitada de regulagens e é preciso verificar se ele pode operar na abertura desejada.

2. Capacidade: O britador possui uma capacidade que varia com o seu tamanho e, para cada tamanho, com a abertura. Para as vazões maiores os britadores giratórios são mais convenientes. Taggart (1951) estabeleceu um critério para optar por britadores de mandíbulas ou giratórios:

$$X = \frac{vazão \ em \ t/h}{(gape \ em \ polegas)^2}$$
 3.2

Se X>0,115, sugere-se adotar britador giratório, caso contrário de mandíbulas (Taggart, 1951).

### 3.1.2.Ângulo de Ataque

O ângulo de abertura das mandíbulas é geralmente inferior a 30° para evitar que as partículas alimentadas sejam expelidas pelo equipamento. Pode-se estabelecer uma relação entre este ângulo, o tamanho da alimentação e o coeficiente de atrito entre o material e as mandíbulas. Considere uma partícula de diâmetro D a qual é alimentada a um britador Blake. O ângulo máximo entre as mandíbulas é  $2\alpha$  (ver Figura 3.1). Se este ângulo for excedido, a partícula será expulsa do britador. Esta medida,  $2\alpha$ , é chamada ângulo de ataque, aprisionamento ou captura. Seu valor poderá ser obtido como segue (Gomide, 1980).

Desprezando o peso da partícula, dois tipos de forças atuam nos pontos de contato com as mandíbulas:

- a) duas forças radiais F<sub>r</sub>,
- b) duas forças de atrito,  $F_t$ , atuando tangencialmente à partícula. Estas forças relacionam-se com as forças radiais através do coeficiente de atrito  $\mu$ :

$$F_t = \mu F_r \tag{3.3}$$

As componentes de  $F_t$  segundo a bissetriz do angulo  $2\alpha$  tendem a conduzir a partícula para baixo, ao passo que as componentes de  $F_r$  nessa mesma direção tendem a expelir a partícula. A condição de aprisionamento é:

2 Ft 
$$cos(\alpha)$$
> 2Fr  $sen(\alpha)$  3.4

$$2μFr cos(α)$$
>Frsen (α) 3.5

ou seja:

 $\tan \alpha < \mu$  3.6

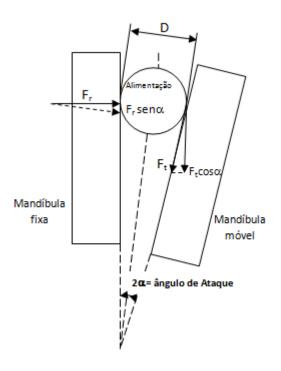


Figura 3.1 - Ângulo de Ataque (Gomide, 1980).

Valores experimentais de  $\mu$  para rochas em aços medianos são de aproximadamente 0,3, portanto  $2\alpha$ = 33°39'.

Os valores do coeficiente de atrito comumente encontrados na prática são de  $\alpha$  entre 10° e 15°, isto é, o ângulo de ataque varia entre 20° e 30° (Gomide, 1980).

#### 3.1.3. Função Quebra - Padrão

Diversos trabalhos têm tentado descrever, matematicamente, a função quebra. A expressão usada por Broadbent e Callcott (1956) é mais fácil de ser aplicada para determinar a distribuição das partículas após a quebra. Neste caso, se d<sub>i</sub> é o tamanho original da partícula, a qual está sujeita a redução de tamanho e B(d<sub>i</sub>) a fração de partículas menores que o tamanho d<sub>i</sub>, então a distribuição dos produtos da quebra é obtida pela matriz quebra a qual permite a determinação dos elementos individuais:

$$B(d_i) = \frac{1 - e^{-\frac{d_i}{d_j}}}{1 - e^{-1}} = 1,58 \left(1 - e^{-\frac{d_i}{d_j}}\right)$$
3.7

Esta expressão é independente do material e por isso pode ser apenas uma aproximação.

Na definição da matriz assume-se que as partículas de diferentes tamanhos são quebradas de uma maneira similar e que não há aglomeração. B é uma matriz NxN onde os elementos de B denotam a proporção de material que ocorrem naquela faixa de tamanho particular após a quebra. Como se supõe que não há aglomeração é óbvio que os elementos acima da diagonal serão zero. Assim pode-se escrever B como uma matriz triangular inferior (Gupta e Yan, 2008).

$$\begin{bmatrix} B_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ B_2 & B_1 & 0 & \dots & 0 \\ B_3 & B_2 & B_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ B_N & B_{N-1} & B_{N-2} & \dots & B_1 \end{bmatrix}$$

#### 3.1.4. Britadores de Mandíbulas

Britadores de mandíbulas são formados por placas (mandíbulas) dispostas uma em frente a outra em forma de V, uma das quais é fixa e a outra esta em movimento por um movimento de oscilação ao redor de um eixo horizontal gerado por meio de um sistema de biela excêntrica e placas de articulação (abanadeiras). O material introduzido na parte superior é fragmentado devido à aproximação da mandíbula móvel e desce para a câmera de trituração com o afastamento da dita mandíbula. Este retrocesso de mandíbula móvel permite os fragmentos gerados descer até a parte mais estreita, onde se submeterão a uma nova compressão ao avanço da mandíbula. Finalmente o material britado sai do britador pela abertura inferior.

Os britadores de mandíbulas são classificados pelo método de articulação e oscilação da mandíbula como indica a Figura 3.2. Nos britadores tipo Blake a articulação é na parte superior tendo uma área de recebimento fixa e uma abertura de descarga variável. Nos britadores tipo Dodge a articulação é na parte superior, tendo sua área de alimentação variável, mas área de saída é fixa. Os britadores Doge são restritos para uso de laboratórios, onde é necessário concluir o dimensionamento e nunca usado para serviços de britagem pesados, pois entope facilmente. O britador universal

possui uma articulação em uma posição intermediaria, obtendo assim uma área variável de entrada e saída do material (Wills, 2006).

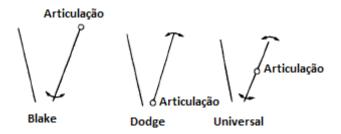


Figura 3.2 - Tipos de britadores de mandíbulas (Wills, 2006).

#### 3.2. Capacidade dos Britadores de Mandíbulas

Devido à complexidade da natureza dos britadores de mandíbulas e giratório, não há um fórmula exata que dê a capacidade real deles.

Broman (1984) diz de maneira simplificada que os cálculos de capacidade são feitos baseados somente na área de descarga.

A seguir serão mostrados os principais métodos usados no cálculo de capacidade deste equipamento.

#### 3.2.1. Método de Taggart

Há uma fórmula antiga de Taggart (1951) que permite efetuar estimativas rápidas da capacidade dos britadores de mandíbulas, com base na medida da boca de alimentação (gape) e na abertura de descarga, ou seja, a área de descarga do material:

$$C = 0.0845$$
. L. S 3.8

Onde:

C = Capacidade em t/h.

L = Comprimento da boca de alimentação paralela ao plano da mandíbula fixa (cm).

S = afastamento máximo de abertura de descarga (cm).

A Figura 3.3 mostra um diagrama esquemático dos parâmetros da fórmula de Taggart.

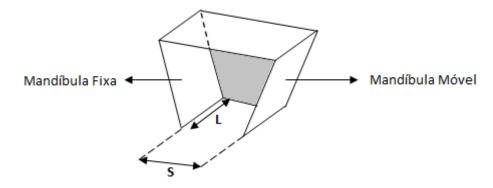


Figura 3.3: Diagrama das mandíbulas de um britador

## 3.2.2. Método de Gieseking - Britadores tipo Blake

A capacidade dos britadores pode-se calcular a partir da fórmula de Gieseking que se encontra abaixo.

Capacidade = 
$$f. \rho_a. l. r. t. n. a. u$$
 3.9

Onde:

C - Capacidade em t/h.

f – coeficiente em função da natureza dos britadores e do tratamento prévio da alimentação para eliminar os finos. Ver Tabela 3.1.

Composição dos finos	Mandíbula Lisa	Mandíbulas Onduladas
Com fino naturais	0,000144	0,000106
Finos eliminados sobre grelha fixa	0,000126	0,000088
Finos eliminados cuidadosamente	0,000108	0,000072

Tabela 3.1: Valores do coeficiente f (Gieskieng, 1951).

ρ<sub>a</sub> – densidade aparente da alimentação, estima-se como 60% da real (g/cm³).

I – largura da câmera de britagem em cm.

r – é a abertura máxima (APA - é medida da ponta inferior da mandíbula móvel, no caso de placas onduladas do canto da rugosidade na mandíbula móvel ao vale oposto da placa estacionaria) (cm).

t – recorrida à amplitude do movimento cm. Normalmente varia entre 25% e 40% do ajuste na posição aberta. Se não conhece coloca-se o valor médio de 0,33r.

n – número de oscilações por minuto, igual a rev/min do volante. Se desconhecido pode obter pela Figura 3.4 em função da largura do gape.

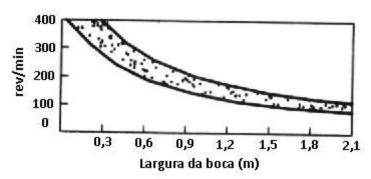


Figura 3.4 : valores do fator "n" (revoluções do volante) (Gieskieng, 1951).

a - Coeficiente que depende do ângulo das mandíbulas e que vale uma unidade para 26° e 3 por cento (3%) a mais para cada decréscimo de ângulo. Por exemplo, um ângulo de ataque de 20° possui um valor de 1,18.

u – Coeficiente que depende da forma de alimentação dos britadores em relação ao maior tamanho da partícula alimentada pela largura da boca (gape). Calculado pelo gráfico mostrado na Figura 3.5.

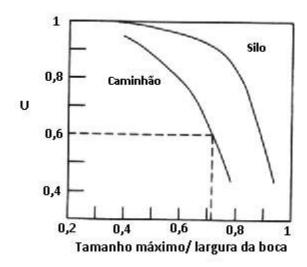


Figura 3.5: Valores do fator "u" (Gieskieng, 1951).

#### 3.2.3. Método de Gieseking - Britadores de 1 eixo

Gieseking (1984) calcula a capacidade dos britadores de um eixo também conhecidos por excêntrico superior de maneira quase idêntica aos britadores do tipo Blake. Na fórmula há apenas um acréscimo de um novo termo, r, como mostra a Equação 3.10:

$$C = 1,1. f. d. l. y. t. n. a. e. r$$
 3.10

Onde:

C = Capacidade em toneladas por hora.

f = Valores de "f" é o fator de alimentação que depende da presença de finos na alimentação e da característica do revestimento das mandíbulas.

Valores de "f" são mostrados na Tabela 3.2:

Tabela 3.2: Valores de f (Gieskieng, 1951)

Composição dos finos	Mandíbula Lisa	Mandíbulas Onduladas
Com fino naturais	0,0000414	0,0000319
Finos eliminados sobre grelha fixa	0,0000368	0,0000252
Finos eliminados cuidadosamente	0,0000312	0,0000215

d = densidade aparente, cerca de 60% da densidade real em libras por pés cúbicos,

I = largura da câmera de britagem em polegadas,

y = a abertura máxima na saída em polegadas (é medida da ponta inferior da mandíbula móvel e no caso de placas onduladas do canto da rugosidade na mandíbula móvel ao vale oposto na placa da mandíbula estacionaria),

t = o comprimento do golpe da mandíbula em polegadas na parte inferior da câmera de britagem. É a diferença entre a posição aberta e fechada do comprimento da saída,

n = é o rpm ou ciclo de britagem por minuto,

a = Coeficiente que depende do ângulo de ataque. Vale uma unidade para 26° e 3 por cento (3%) a mais para cada decréscimo de ângulo. Por exemplo, um ângulo de ataque de 20° possui um valor de 1,18 e um anglo de 30° possui um valor de "a" igual a 0,88. Ver Figura 3.6,

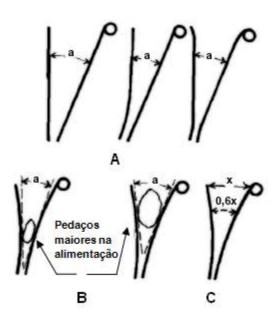


Figura 3.6: Localização do ângulo de mediadas do ângulo de ataque em britadores de mandíbulas do tipo Blake ou 1 Eixo (Gieskieng, 1951).

r = é o fator de realização. É uma unidade para uma alimentação perfeitamente uniforme, usualmente menor para condições de operações atuais de acordo com os métodos de alimentação empregados. Valores aproximados são dados na Figura 3.7. Esses são ainda mais reduzidos pela alimentação intermitente (não contínuo como é o caso de silos com alimentação não convergente).

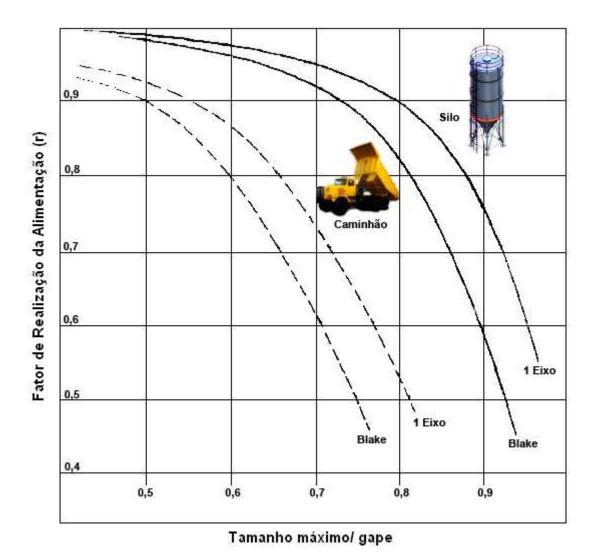


Figura 3.7: Fator de Realização (r) (Gieskieng, 1951).

Foram realizadas estimativas das equações das curvas do gráfico mostrado acima, os resultaram foram satisfatórios, ajustando as curvas a um polinômio de 2º grau. Quando a alimentação é feita pelo basculante do caminhão os valores de R², coeficiente de relação, foram 0,998 e 0,9988 para os britadores Blake e de 1 eixo respectivamente. Como o coeficiente chegou a um valor muito próximo de 1 (um) as equações abaixo são válidas:

$$r_{BLAKE} = -3.8348R^2 + 3.1767(R) + 0.2744$$
 3.11

$$r_{1EIXO} = -3.1168(R)^2 + 2.7227(R) + 0.3551$$
 3.12

Onde R é a razão do tamanho máximo (top size) pelo gape.

Lembrando que as Equações 3.11 e 3.12 são para britadores que recebem alimentações providas diretamente de caminhões.

As curvas do fator r, para a situação em que a alimentação se dá por silos, foram ajustadas por polinômios de 3º e 4º grau. Os coeficientes de relação também foram satisfatórios obtendo os valores de 0,9997 e 0,9996 para britadores Blake e 1 eixo respectivamente.

As equações das curvas encontram-se abaixo.

$$r_{RIAKE} = -9.942R^3 + 17.404R^2 - 10.338R + 3.0474$$

$$r_{1EIXO} = -22,561R^4 + 55,954R^3 - 52,095R^2 + 21,335R - 2,2316$$
 3.14

As Equações 3.13 e 3.14 são empregadas nas situações nas quais o silo alimenta o britador. É preciso evitar extrapolar essas equações. Por exemplo, na Equação 3.14 para "r" menores que 0,45 ela pode não ser satisfatória. Como pode ser visto na figura abaixo.

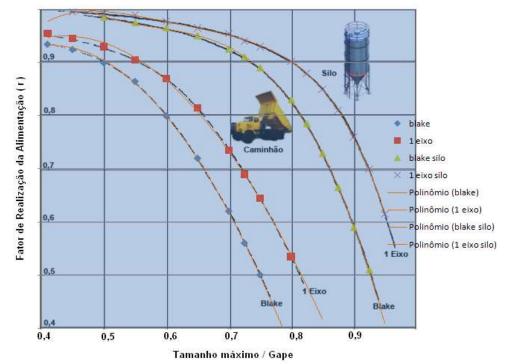


Figura 3.8: Comparação das curvas de Gieseking para o fator de realização da alimentação real (linha preta) com as curvas das ajustadas (linha alaranjada).

A Figura 3.8 indica a comparação das quatro equações anteriores.

e = é o deslocamento ou diâmetro de rotação dos britadores excêntricos de um eixo, também conhecido por throw, em polegadas. Ver Figura 3.9

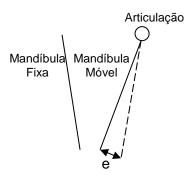


Figura 3.9: Diagrama esquemático de um britador de mandíbulas, mostrando como medir o fator "e"

#### 3.2.4. Método de Hersam

Hersam (1923) descreve o volume de material expulsado em cada movimento da mandíbula móvel corresponde ao prisma bb' cc' cuja altura h representa a trajetória de queda em queda livre por um fragmento de material da camada bb', durante o tempo de retrocesso da mandíbula móvel. Ver Figura 3.10.

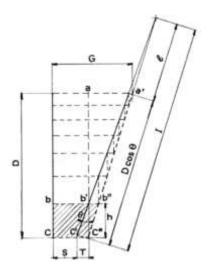


Figura 3.10: Esquema de deslizamento do material (Hersam, 1923).

O método propõe à seguinte correlação:

$$C = 30 \frac{T^2 + 2ST}{G - S} \cdot n. L. D. \delta. k$$
3.15

Onde;

C = produção horária em toneladas métricas (t/h) se D, G, S, T e L são expressos em metros.

T = Throw ou excêntrico que pode ser calculado pela diferença entre o APA e o APF [m]

L = Largura do britador [m].

δ =Densidade aparente do material [kg/m³].

n = revoluções por minuto.

k = é o coeficiente de rendimento que Hersam propõem estabelecer é um valor médio convencional de 0,75 que segundo a literatura pode variar de 0,5 a 1.

#### 3.2.5. Método de Broman

Broman (1984) sugere a seguinte correlação para britadores de mandíbulas.

$$C = L.S.T.\cot(\alpha).k.60n$$
3.16

Onde:

C = Capacidade em m<sup>3</sup>/h.

L = é a largura da câmera de britagem em metros.

K = constante do material varia entre 1,5 e 2,5.

S = abertura de saída na posição aberta (APA) em metros.

T = deslocamento (throw ou excentrico) que pode ser calculado pela diferença entre a abertura na posição aberta e fechada (APA - APF) em metros.

n = revoluções por minuto.

 $\alpha$  = ângulo de ataque.

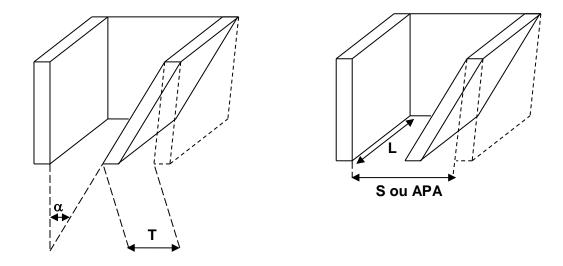


Figura 3.11: Parâmetros do método de Broman.

#### 3.2.6. Método de Rose e English

Rose e English (1967) determinaram a capacidade dos britadores de mandíbulas considerando o tempo gasto e a distância percorrida pelas partículas entre duas placas, depois de estarem submetidas a repetidas forças de britagens entre as mandíbulas. Portanto uma parte das partículas que se encontram entre o nível A até B (Ver Figura 3.12) devem deixar o britador no próximo momento inverso da mandíbula. O tamanho máximo das partículas que abandonam o britador (d<sub>MAX</sub>) será determinada pela distância máxima da abertura de saída na posição aberta (APA) entre as duas placas (L<sub>MAX</sub>, deslocamento ou throw). A taxa na qual as partículas britadas passam entre as mandíbulas deve depender da frequência de inversão do movimento das mandíbulas.

Gupta e Yan (2008) dizem que a distância h, entre A e B é igual à distância que a partícula deve percorrer durante metade de um ciclo do excêntrico fornecido do britador, a frequência do ciclo permite tempo suficiente para a partícula percorrer a distância h. Se v é o número de ciclos/minutos, então o tempo para um ciclo completo é (60/v) segundos e o tempo para metade de um ciclo é (60/2v). Portanto h, a maior distância, em metros, através da qual os fragmentos deverão cair livremente durante este período, será:

$$h = \frac{1}{2}g\left(\frac{30}{v^2}\right)^2 = \frac{4414,50}{v^2} \ (metros)$$

Onde  $g = 9.81 \text{m/s}^2$ .

Assim:

$$v = \frac{66.4}{\sqrt{h}}$$

Portanto para uma partícula fragmentada cair uma distância h no britador, a frequência deve ser menor do que o valor da Equação 3.17. À distância h pode ser expressa em termos de  $L_{MIN}$  e  $L_{MAX}$ , proporcional ao ângulo entre as mandíbulas,  $\theta$ , na Figura 3.12 pode-se ver que:

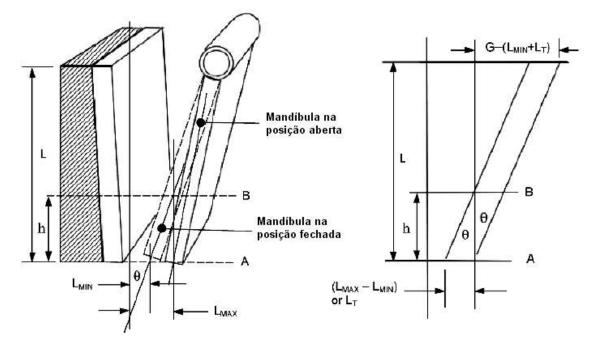


Figura 3.12: Geometria das mandíbulas. O movimento destas é aproximadamente paralelo (Rose e English, 1967).

$$tan\theta = \frac{(L_{MAX} - L_{MIN})}{h}$$

Ou

$$h = \frac{(L_{Max} - L_{MIN})}{tan\theta}$$
 3.18

Isto segue que h pode diminuir pelo estrangulamento diferente entre a abertura máxima e mínima de saída e também pelo aumento do ângulo  $\theta$  entre as mandíbulas.

Rose e English observaram que o aumento na frequência do movimento das abanadeiras provocava um aumento na produção até um determinado valor, mas decresce com um aumento adicional na frequência. Por meios de comparações dos movimentos das mandíbulas e frequências lentas, Rose e English derivaram a capacidade do britador, Q<sub>s</sub>, como:

$$Q_{s} = 60L_{T}vL(2L_{MIN} + L_{T})\left(\frac{R}{R-1}\right)$$
3.19

Onde:

 $L_T$  = Deslocamento (m).

V = frequência (ciclos/minutos).

L = largura das chapas das mandíbulas (m).

L<sub>MIN</sub> = Abertura de saída na posição fechada (APF em metros).

R = taxa de redução do britador (gape/abertura de saída).

 $Q_S$  = capacidade (baixa frequência) em termos de volume de material no produto por horas (m³/h).

A Equação 3.19 indica que a capacidade,  $Q_s$ , é diretamente proporcional à frequência. Quando a mandíbula permanece em um movimento de alta frequência onde a partícula não pode percorrer a distância completa, h, durante a metade do ciclo, percebeu-se que  $Q_F$  é inversamente proporcional à frequência e pode ser expressa pela relação:

$$Q_{F} = 132435L(2L_{MIN} + L_{T})\left(\frac{1}{v}\right)$$
3.20

Onde  $Q_F$  é a capacidade (em alta frequência) em termos de volume de material no produto por horas (m³/h).

A correlação entre a frequência de operação e a capacidade do britador de mandíbulas pode ser visto na Figura 3.13. Esta figura é plotada para valores de  $L_T$  = 0,228m, L = 1,2m,  $L_{MIN}$  = 0,10m, R= 10, G= 1 e os valores de v vaiam entre 50 e 300 rpm .

A Figura 3.13 indica que abaixo das condições de operação, 93 ciclo/minuto é aproximadamente a frequência crítica para além da qual a produtividade diminui. A frequência critica do britador,  $v_{\rm C}$ , é dada por:

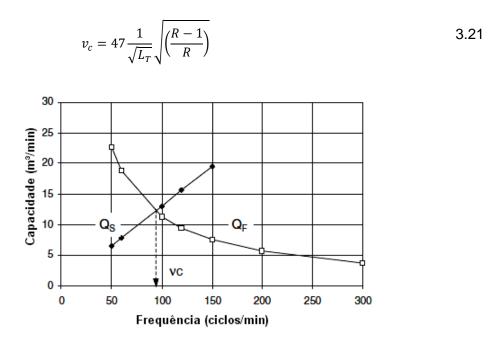


Figura 3.13: Mudança na capacidade do britador de acordo com frequência das mandíbulas onde Qs é capacidade em alta frequência e Qf em a capacidade em baixa frequência e Vc a frequência crítica (Gupta e Yan, 2008).

Nesta frequência crítica a capacidade máxima é apresentada por:

$$Q_{M} = 60. L. L_{T} (2L_{MIN} + L_{T}) \left(\frac{R}{R-1}\right) 47 \frac{1}{\sqrt{L_{T}}} \sqrt{\left(\frac{R-1}{R}\right)}$$

$$Q_{M} = 2820 L \sqrt{L_{T}} (2L_{MIN} + L_{T}) \sqrt{\left(\frac{R}{R-1}\right)}$$
3.22

Deve-se ter notado que enquanto considera a taxa de volume, não foram consideradas a mudança da densidade do material ou a fração de porosidade. Contudo durante a operação de britagem a densidade do minério muda quando ele é direcionado para baixo da descarga do britador. A extensão depende das mudanças em (Gupta e Yan, 2008):

> A granulometria da alimentação,

- As características de quebra as quais deve ser diferentes para minérios friáveis, frágeis e duros,
- As características de empacotamento (arranjo do material)
- > A densidade inicial do minério,
- Características da superfície do material.

Rose e English (1967) definiram as características do empacotamento,  $P_K$ , como a taxa da diferença do tamanho máximo ( $d_{MAX}$ ) e mínimo ( $d_{MIN}$ ) da alimentação para o tamanho médio ( $d_{MEAN}$ ):

$$P_K = \left(\frac{d_{MAX} - d_{MIN}}{d_{MEAN}}\right) \tag{3.23}$$

Gupta e Yan (2008) consideram  $P_K$  como uma função da distribuição granulométrica e relacionada a capacidade por alguma função  $f(P_K)$ . Como as partículas diminuem de tamanho, enquanto são repetitivamente britadas entre as mandíbulas, a quantidade de material descarregado para uma dada abertura de saída diminui. Definimos essa relação como  $\beta$  e pode ser escrita como:

$$\beta = \frac{Abertura\ de\ s\'aida\ do\ material}{d_{MEAN}} \end{3.24}$$

Gupta e Yan (2008) descrevem que a capacidade é então dependente de alguma função a qual deve ser escrita como  $f(\beta)$ . As Equações 3.23 e 3.24 devem, portanto, ser incorporadas dentro da equação de capacidade. Expressando a capacidade como massa do produto do britador produzida por unidade de tempo, a capacidade (C) pode ser escrita como:

$$C = (Volume \ na \ saida \ por \ uniade \ de \ tempo) \rho_s f(P_K) f(\beta) S_c$$
 3.25

Onde  $S_C$  indica um parâmetro relacionado com as características da superfície do material e  $\rho_S$  é a densidade do minério. Combinando a Equação 3.22 com a 3.25 a capacidade máxima,  $C_M$ , do britador será:

$$C_{M} = 2820W\sqrt{L_{T}}(2L_{MIN} + L_{T})\sqrt{\left(\frac{R}{R-1}\right)}\rho_{S}.f(P_{K}).f(\beta).S_{C}t/h$$
3.26

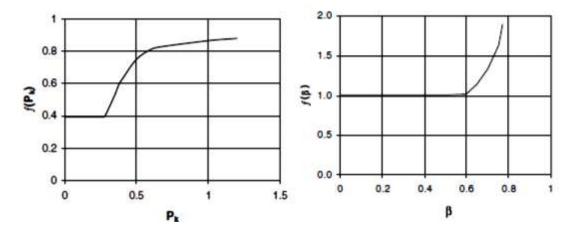


Figura 3.14: Relação entre  $P_K$ ,  $(P_K)$ ,  $\beta$  e  $f(\beta)$  (Rose e English, 1967).

A densidade do empacotamento dependerá da distribuição granulométrica. A relação entre  $P_K$ ,  $f(P_K)$ ,  $\beta$  e  $f(\beta)$  é mostrada na Figura 3.14. Ela é baseada na densidade de agregação máxima possível de 40% (Gupta e Yan, 2008).

Como o tamanho da abertura na posição fechada (APF) deve ser menor que o tamanho de alimentação,  $f(\beta)$  talvez seja tomado igual a 1 para todas as práticas propostas. A capacidade máxima de produção pode ser teoricamente alcançada na velocidade crítica de oscilação do movimento das mandíbulas (Gupta e Yan, 2008).

Para velocidade dos britadores reais, a capacidade real do britador é dada por:

$$C_A = Q_M \frac{v}{v_c}$$
 para  $v < v_c$  
$$C_A = Q_M \frac{v_c}{v}$$
 para  $v > v_c$  3.27

#### 3.3. Britadores Giratórios

е

Estes britadores têm um elemento móvel, denominado cone, e um elemento fixo, chamado de manto (também referido como côncavo). O cone possui um movimento excêntrico. Desta forma, ele se aproxima e se afasta das paredes internas do manto em um movimento recessivo circular, como mostra Figura 3.15.

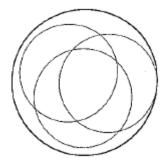


Figura 3.15: Movimento recessivo circular em britadores giratórios (Chaves e Peres, 2009).

O britador giratório funciona da mesma maneira que o britador de mandíbulas, exceto que a ação de cominuição ocorre num volume superior. Isto é proveniente da secção deste volume ser uma coroa circular, como mostra Figura 3.16. Portanto a capacidade deste britador é superior ao de mandíbulas (Chaves e Peres, 2009).

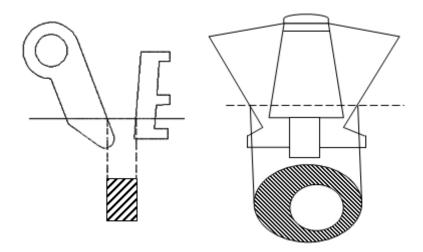


Figura 3.16: Seção de britagem dos britadores (Chaves e Peres, 2009).

Outra vantagem deste equipamento é a opção de ser alimentado por qualquer lado, indistintamente, além de permitir uma pequena armazenagem no seu topo (Figura 3.17).

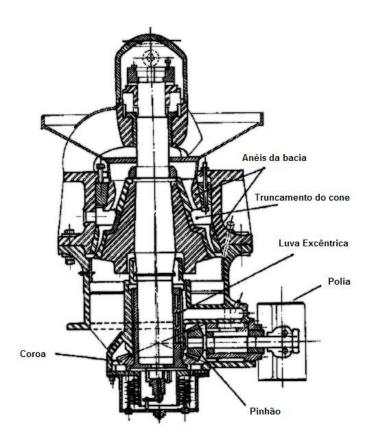


Figura 3.17: Britador Giratório.

## 3.3.1. Capacidade

O modo de ação dos britadores giratórios sobre a fragmentação dos materiais é exatamente o mesmo que nos britadores de mandíbulas, portanto pode-se aplicar a teoria estabelecida para os britadores giratórios clássicos (Gupta e Yan, 2008).

# 3.3.2. Método de Taggart

Método idêntico ao dos britadores de mandíbulas onde L, comprimento, é substituído por 2πRm, sendo Rm o raio médio da saída do britador.



Figura 3.18: Diagrama britadores família giratórios, raio médio.

$$C = 0.0845.2\pi$$
. Rm. S 3.28

Onde:

C = Capacidade em [t/h],

Rm = Raio médio da abertura de saída da descarga do britador [cm],

S = afastamento máximo de abertura de descarga ou APA [cm].

## 3.3.3.Método de Hersam

A produção máxima possível é calculada igual aos britadores de mandíbulas, substituindo a largura (L) pelo comprimento desenvolvido pelo anel de saída, ou seja,  $2\pi Rm$ , sendo Rm o raio médio da saída da descarga do britador.

$$C = 30 \frac{T^2 + 2ST}{G - S} \cdot n. 2\pi. Rm. D. \delta. k$$
3.29

Onde:

C = produção horária em toneladas métricas (t/h) sendo Rm, G, e T expressos em metros.

Rm = Raio médio da abertura de saída do britador em metros.

 $\delta$  = Densidade aparente do material [kg/m<sup>3</sup>].

n = revoluções por minuto.

Para mais detalhes veja esse método nos britadores de mandíbulas, pois as unidade e explicações das variáveis são idênticas.

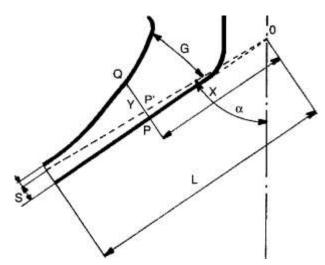


Figura 3.19: Câmara de trabalho de um britador cônico (Hersam, 1923).

## 3.3.4. Método de Broman

Broman sugere a seguinte fórmula para britadores giratórios:

$$Q = (D - S)\pi . S. d. \cot(\alpha) . k. 60n$$
 3.30

Onde:

 $Q = \text{capacidade em } [\text{m}^3/\text{h}].$ 

D = diâmetro interno no ponto de descarga do britador ou diâmetro do manto [m].

K = constante do material varia entre 1,5 e 2,5.

S = abertura de saída na posição aberta (APA) [m].

d = deslocamento ou a diferença entre da abertura de saída na posição aberta e fechada [m].

n = revoluções por minuto [RPM].

 $\alpha$  = ângulo de ataque [°].

#### 3.3.5. Método de Gaudie

A expressão de Gaudie (1939) para a capacidade ótima é:

$$C = 0.35\pi . \sin\theta . (L_{MAX} + L_{MIN})g . H\sqrt{(\sin\theta + \mu\cos\theta)}$$
3.31

Onde:

C = Capacidade [t/h].

L<sub>MAX</sub> = Distância máxima entre a cabeça giratória e a carcaça [m].

L<sub>MIN</sub> = Distância mínima entre a cabeça giratória e a carcaça [m].

θ= Inclinação do cone para a horizontal [º].

g = Aceleração da gravidade [m/s<sup>2</sup>].

H = altura vertical da câmera [m].

# 3.3.6. Método de Rose e English

De acordo com Rose e English (1967) a equação a seguir pode ser usada para determinar a capacidade (C) dos britadores giratórios.

$$C = \frac{W_i D \rho_S \sqrt{L_{MAX} - L_{MIN}} (L_{MAX} + L_{MIN}) K}{2 \left(\sqrt{\frac{R}{R-1}}\right)}$$
3.32

Onde:

C = Capacidade [t/h].

Wi = Work Index de Bond [kW.h/t].

D = Diâmetro do manto na descarga [m].

L<sub>MAX</sub> = abertura na posição aberta (APA) [m].

L<sub>MIN</sub> = Abertura de saída na posição fechada (APF) [m].

R = Taxa de redução.

K = fator estatístico.

Para materiais macios como carvão e coque, k = 1. Agora para materiais duro como quartzo e granito, k = 0,5.

## 3.3.7. Consumo de Energia

Para computar a energia consumida pelos britadores giratórios é necessário o conhecimento do WI e a capacidade do britador. De maneira simples a energia consumida pode ser calculada por:

$$P = W_i Q \left[ \frac{\sqrt{F_{80}} - \sqrt{P_{80}}}{\sqrt{F_{80}}} \right] \sqrt{\frac{100}{P_{80}}}$$
 3.33

Onde:

P = Energia [kW].

 $W_i = Work Index [kWh/t].$ 

C = Capacidade [t/h].

F<sub>80</sub> = Tamanho através do qual 80% do material é passante na alimentação [μm].

P<sub>80</sub> = Tamanho através do qual 80% do material é passante no produto [µm].

Motz (1980) diz que quando o WI é desconhecido uma aproximação grosseira pode ser obtida pela expressão:

$$W_i = \frac{0.0485(\text{m\'edia de resist\'encia ao impacto})}{\rho_S}$$
3.34

Onde a média de resistência ao impacto é em J/m.

Motz expressou a energia requerida dos britadores giratórios pela expressão:

$$P = \frac{10 W_i (\sqrt{F_{80}} - \sqrt{P_{80}})}{\sqrt{F_{80}} P_{80}} kw$$
 3.35

Atualmente têm se utilizado, na prática, a seguinte regra básica para os britadores primários:

Total 
$$kW = Capacidade de britagem x kWh/t x K$$
 3.36

Para britadores primários, K= 0,75 e para secundários, K = 1.

## 3.3.8. Velocidade Crítica

Em ambas as equações de capacidade "n" é o número de batidas por minuto, o qual não deve exceder um valor crítico. Este valor é função do deslocamento (throw) e do ângulo de ataque, como mostrado na Equação 3.37 (Broman, 1984).

$$n = \frac{66,6}{\sqrt{d.\cot(\alpha)}}$$
3.37

Onde:

d = deslocamento ou a diferença entre a abertura na posição aberta e fechada [m]
 α = ângulo de ataque [°].

# 3.3.9. Simulação da Distribuição Granulométrica do Produto dos Britadores de Mandíbulas

A distribuição do produto é caracterizada pelo tamanho relativo definido pela abertura de saída na posição aberta (APA) (King, 2001).

$$r_i = \frac{D_i}{OSS}$$
 3.38

Onde:

**OSS** é a abertura de saída na posição aberta (APA) do britador e  $\mathbf{D}_i$  o diâmetro da partícula i. Sendo  $\mathbf{r}_i$  a relação de tamanho do produto i com a abertura de saída na posição aberta. As unidades destas variáveis não são importantes, caso utilizem a mesma unidade para ambas as variáveis.

King (2001) informa que a distribuição dos produtos também é caracterizada pelo "Tipo de Produto", P<sub>T</sub>, o qual é especificado em termos da fração de produtos que são menores do que a abertura de saída na posição aberta. Este parâmetro é relacionado à natureza do material, como mostra a Tabela 3.3.

WI de Britagem	Características do Material	Tipo de Produto - P <sub>T</sub>
5 - 10	Macio	90
3 - 10	Macio esponjoso	85
10 - 13	Médio	90
10 - 13	Esponjoso médio	85
·	Duro - Frágil	90
> 13	Duro - resistente	82

Tabela 3.3: Tipo de Produto em relação ao WI e características do material (King, 2001)

Dois parâmetros são derivados de P<sub>T</sub>, como é indicado a seguir (King, 2001):

Duro - (lamelar)

$$K_{U} = \left[ \ln \left( \frac{1}{1 - P_{T}} \right) \right]^{-0.67}$$
 3.39

75

$$K_L = 0.5 \left[ ln \left( \frac{1}{1 - P_b} \right) \right]^{-1.18}$$
 3.40

Com

$$P_b = 1 - exp \left[ -\left(\frac{0.5}{K_U}\right)^{1.5} \right]$$
 3.41

A distribuição granulométrica é dada por (King, 2001):

$$P(D) = 1 - exp\left[-\left(\frac{r}{\kappa_U}\right)^{1.5}\right] \quad \text{para r} > 0.5$$
 
$$P(D) = 1 - exp\left[-\left(\frac{r}{\kappa_U}\right)^{0.85}\right] \quad \text{para r} \leq 0.5$$
 3.42

Onde: P(D) é o passante acumulado de tamanho i.

Essas equações podem levar a resultados inconsistentes uma vez que não leva em consideração a granulometria da alimentação. Este modelo somente deve ser utilizado quando a abertura de saída do britador é menor que o  $d_{50}$  (tamanho no qual 50% do material é passante) da alimentação (King, 2001).

#### 3.3.10. Dimensionamento

Serão agora discutidas as dimensões dos equipamentos, velocidade de operação, energia gasta e etc.

# 3.3.11. Projeto de um Britador de Mandíbulas

Gupta e Yan (2008) indicam as principais relações geométricas dos britadores primários, como o britador de mandíbula.

Gape = 1,2 x Tamanho da maior partícula	3.43
Altura vertical do Britador $\approx 2 x$ Gape	3.44
$1,3 \ x \ Gape < Largura \ da \ mandíbula < 3,0 \ x \ Gape$	3.45
$Deslocamento = 0.0502(Gape)^{0.85}$	3.46

Onde o Gape e demais unidades são informadas em metros.

# 3.3.12. Velocidade de Operação Crítica

Rose e English (1967) e Kelly e Spottiswood (1989), descrevem que as empresas recomendam operar os britadores em uma velocidade ótima, dada pela relação:

$$v_{\text{otima}} = 280 \exp(-0.212G^3) \pm 20\%$$
 3.47

## 3.3.13. Consumo de Energia

Para determinar o tamanho através do qual 80% da alimentação é passante, foi analisado um grande banco de dados, relacionando o tamanho máximo do material e a quantidade passante. Desta relação foi concluído que  $F_{80}$  foi aproximadamente igual a 0,7 vezes o tamanho da maior partícula. Uma vez que o top size do britador é aproximadamente 90% do tamanho do gape, o  $F_{80}$  pode ser escrito como (Rose e English 1967):

$$F_{80} = 0.9 x Gx 0.7 x 10^6 = 6.3 x 10^5 x G [\mu m]$$
 3.48

Onde o gape, G é dado em metros e  $F_{80}$  em  $\mu$ m.

Rose e English (1967) consideraram que o maior tamanho do material na descarga do britador deve ocorrer no APA (abertura na posição aberta), portanto:

$$P_{80} = 0.7(L_{MIN} + L_{T})10^{6} = 7.0x10^{5}(L_{MIN} + L_{T})$$

$$P_{80} = 0.7(L_{MIN} + L_{T})10^{6} = 7.0x10^{5}(L_{MIN} + L_{T})$$
3.49

Onde  $L_{MIN}$  (APF) e  $L_{T}$  (deslocamento ou throw) são dados em metros e  $P_{80}$  em  $\mu$ m.

Tendo estimado  $F_{80}$  e  $P_{80}$ , a energia requerida é expressa em termos do Work Index de Bond como:

$$Energia = 10W_i C \left[ \frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right] \quad kW$$

3.50

Onde:

C = capacidade do britador em t/h.

W<sub>i</sub> = é o Work índex em kWh/t.

 $P_{80}$  e  $F_{80}$  são dados em  $\mu$ m.

As Equações 3.48 e 3.49 podem ser usadas para substituir  $F_{80}$  e  $P_{80}$  na Equação 3.50 para obter a energia em termos das dimensões do gape, APF (Abertura na posição fechada) e deslocamento.

$$P = 0.01195W_i C \left[ \frac{\sqrt{G} - 1.054\sqrt{L_{MIN} + L_T}}{\sqrt{G}\sqrt{(L_{MIN} + L_T)}} \right]$$
 3.51

A energia máxima no sistema irá ocorrer na velocidade crítica. Portanto, C na Equação 3.51 é substituído por  $C_M$  da Equação 3.26 Obtendo:

$$P_{max} = 67.4 wW_i \sqrt{L_T} \left( L_{MIN} + \frac{L_T}{2} \right) \sqrt{\frac{R}{R-1}} \rho_S \sqrt{\frac{\sqrt{G} - 1,054 \sqrt{(L_{MIN} + L_T)}}{\sqrt{G} \sqrt{(L_{MIN} - L_T)}}} f(P_k).f(\beta).S_C$$
3.52

## 3.3.14. Dimensões dos Britadores Giratórios

Na Figura 3.20 há um típico esquema de um britador giratório industrial, indicado para reduzir o tamanho de grandes pedaços de rochas gerados durante o desmonte na mina.

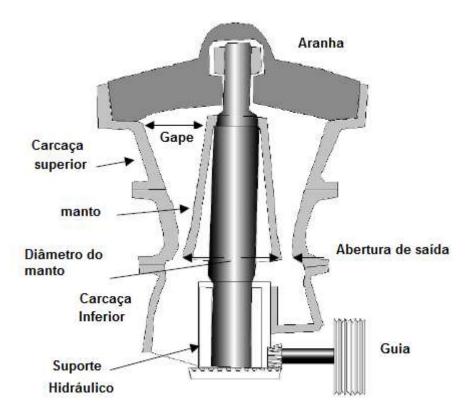


Figura 3.20: Esquema de um britador giratório, o tamanho do britador é projetado pelo gape e o diâmetro do britador (Gupta e Yan, 2008).

De acordo com Gupta e Yan (2008) o principio básico para descrever as dimensões dos britadores giratórios pode ser resumido como:

Para gape (G) < 66 cm a circunferência ao longo da abertura (L<sub>E</sub> ou 2πRm, sendo Rm o raio médio na descarga do britador) é 8 à 10 vezes o tamanho do gape (medida ao longo do perímetro externo).

$$8G \le L_E \le 10G \tag{3.53}$$

ightharpoonup Para G > 66 cm L<sub>E</sub> é 6,5 a 7,5 vezes o tamanho do gape.

$$6,5G \le L_E \le 7,5G$$
 3.54

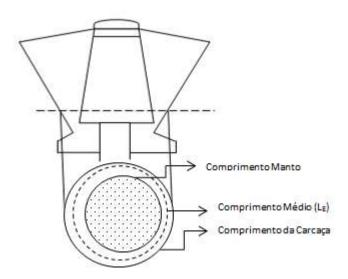


Figura 3.21: Esquema de um britador giratório mostrando as variáveis de projeto

A razão entre o diâmetro do manto (D) e o gape é de 1,3 a 1,95

$$1,5 \le \frac{D}{G} \le 1,95 \tag{3.55}$$

As seguintes premissas foram seguidas:

O tamanho do maior material na alimentação é de 80% a 90% o tamanho do gape

# A variação da taxa de redução é de 3:1 a 10:1

O deslocamento do cone ou "throw" (c) foi analisado, de acordo, com o manual da Nordberg (1992) e foram constatadas algumas relações com o gape. O resultado é indicado na Figura 3.22.

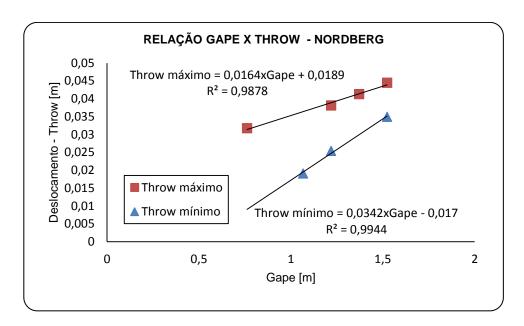


Figura 3.22: Relação entre o deslocamento (c) e o gape dos britadores giratórios.

Portanto pelo gráfico da Figura 3.22 chega-se às seguintes equações:

$$T_{MAX} = 0.0164G + 0.0189 3.56$$

$$T_{MIN} = 0.0342G - 0.017 3.57$$

 $T_{MIN}=0.0342$ G-0.017Onde  $T_{MAX}$ ,  $T_{MIN}$  e G,são os deslocamentos máximo, mínimo e gape respectivamente em metros. A Figura 3.23 mostra o corte de um britador na horizontal.

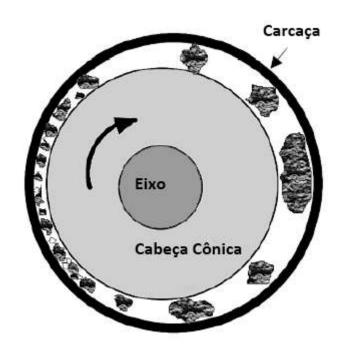


Figura 3.23: Seção de um britador giratório (Gupta e Yan, 2008).

Analisado os dados da Nordberg (1992) foi constituída uma correlação do gape com a velocidade de operação, a Figura 3.24 mostra o resultado.

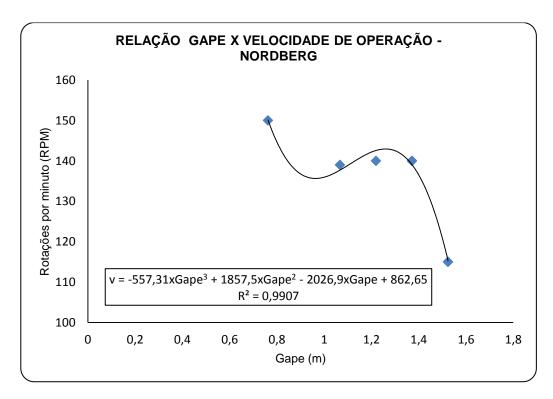


Figura 3.24: Relação gape x velocidade de operação dos britadores giratórios da Nordberg (1992).

$$v = -557,31G^3 + 1857,5G^2 - 2026,9G + 862,65$$
 3.58



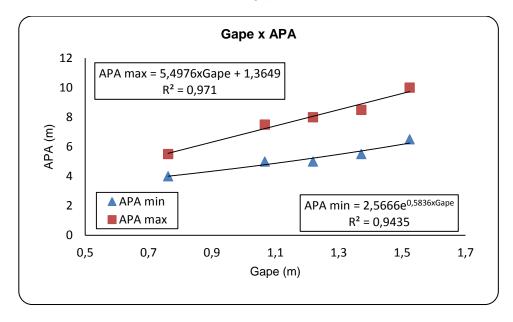


Figura 3.25: relação entre o gape e a abertura de saída na posição aberta (APA) máxima e mínima dos britadores da Nordberg (1992)

$$C_{MAX} = 5,4976G + 1,3649 3.59$$

$$C_{MIN} = 2,5666e^{0,5836G} 3.60$$

Onde  $C_{MAX}$  e  $C_{MIN}$  são os valores da APA máximo e mínimo respectivamente, dados da Nordberg (1992), G o gape. Todas as unidades estão em metros.

Avaliando alguns dados da empresa Thssenkrupp nota uma grande relação das dimensões dos britadores giratórios em relação ao gape. As dimensões analisadas são expostas na figura abaixo:

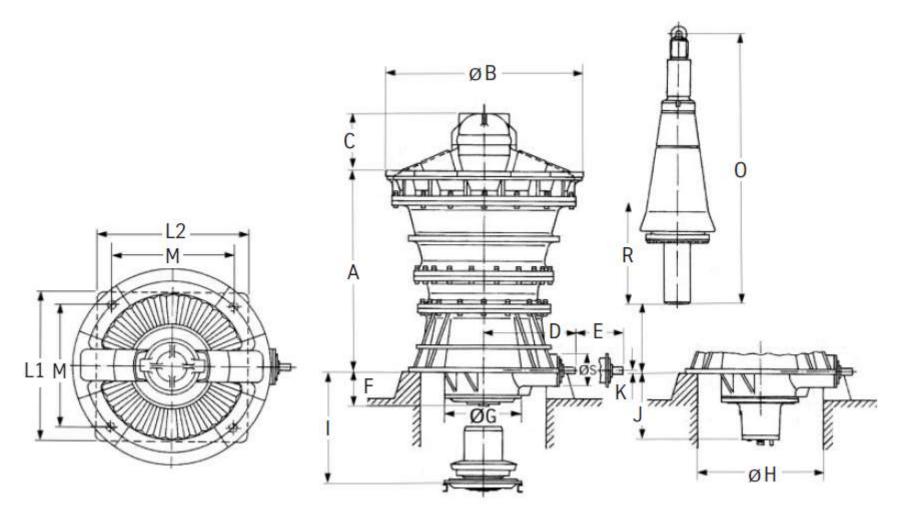


Figura 3.26: Dimensões de um britador giratório (Thssenkrupp).

Tabela 3.4: Dimensões dos britadores giratórios (Thssenkrupp)

		U	Jnidade	s em ce	ntímetros	5				Unidades em centímetros								
Gape	φ Manto	Α	В	С	D	Е	F	Н	ı	J	k	L1	L2	М	0	Р	R	S
87	170	366	385	125	204,5	115	75,3	280	200	147,5	2	330	330	270	533	140	165	72
105	190	393	441	163	247,5	135	90	340	232	175	2	390	390	300	605	146	200	88
137	190	447,5	460	157,2	238,5	135	90	340	232	174,5	2	390	390	300	621, 5	146	265	88
152	230	560	553	184	270	155	98	400	240	208	2	450	450	360	780	188	315	90
152	280	602	603	226	319	180	113	460	285	245	2	530	530	430	875	200	340	110
160	290	624	645	227,3	322,5	200	0	500		233,5	10,5	550	550	450	863, 5	210	316	105

Tabela 3.5: Dimensões dos britadores da Thssenkrupp dividido pelo gape (fator/gape)

			Fatore	es em re	lação a	o gape	(g) - Fa	tor/Gap	9								
φ Manto	Α	В	С	D	Е	F	Н	I	J	k	L1	L2	M	0	Р	R	S
1,95	4,21	4,43	1,44	2,35	1,32	0,87	3,22	2,30	1,70	0,02	3,79	3,79	3,10	6,13	1,61	1,90	0,83
1,81	3,74	4,20	1,55	2,36	1,29	0,86	3,24	2,21	1,67	0,02	3,71	3,71	2,86	5,76	1,39	1,90	0,84
1,39	3,27	3,36	1,15	1,74	0,99	0,66	2,48	1,69	1,27	0,01	2,85	2,85	2,19	4,54	1,07	1,93	0,64
1,51	3,68	3,64	1,21	1,78	1,02	0,64	2,63	1,58	1,37	0,01	2,96	2,96	2,37	5,13	1,24	2,07	0,59
1,84	3,96	3,97	1,49	2,10	1,18	0,74	3,03	1,88	1,61	0,01	3,49	3,49	2,83	5,76	1,32	2,24	0,72
1,81	3,90	4,03	1,42	2,02	1,25	0,00	3,13	0,00	1,46	0,07	3,44	3,44	2,81	5,40	1,31	1,98	0,66

Tabela 3.6: Relação das dimensões do britador em função do gape (Thssenkrupp)

	Fatores em relação ao gape (g) - Fator/Gape																	
	φ Manto	Α	В	С	D	Е	F	Н	ı	J	k	L1	L2	M	0	Р	R	S
Máximo	1,95	4,21	4,43	1,55	2,36	1,32	0,87	3,24	2,30	1,70	0,07	3,79	3,79	3,10	6,13	1,61	2,24	0,84
Mínimo	1,39	3,27	3,36	1,15	1,74	0,99	0,00	2,48	1,58	1,27	0,01	2,85	2,85	2,19	4,54	1,07	1,90	0,59
Médio	1,72	3,79	3,94	1,38	2,06	1,17	0,63	2,95	1,93	1,51	0,02	3,37	3,37	2,69	5,45	1,32	2,00	0,71

## 3.3.15. Velocidade de giro da cabeça

Um dos fatores importantes na operação dos britadores giratórios é determinar a velocidade de giro. Esta informação é necessária para que o produto da britagem alcance a faixa granulométrica adequada. Em geral, a velocidade de rotação é inversamente proporcional ao tamanho da alimentação. Se a alimentação aumenta a velocidade de giro diminui. Há algumas evidências de que a rotação requerida para produzir materiais com tamanhos menores que um tamanho d não deve ser menor do que equação produzida a seguir (Gupta e Yan, 2008):

$$v \ge \frac{665(\sin\theta - \mu\cos\theta)}{\sqrt{d}}$$
 ciclos por minutos

Onde  $\theta$  = inclinação do cone para a horizontal em graus.

μ = coeficiente de fricção do material.

d = tamanho do produto do britador em centímetro.

## 3.4. Peneiramento

A peneira apresenta uma barreira para a passagem do material oversize (material que fica retido na peneira) enquanto o material passante (undersize) atravessa a abertura.

Na prática cada partícula possui diversas oportunidades para alcançar a abertura da peneira. Estas podem ser estacionarias ou vibratórias a qual aumenta a taxa de contato das partículas com a peneira.

## 3.4.1. Modelo Tradicional de Capacidade de Peneiras

O método tradicional de avaliação do desempenho da peneira é a medida da capacidade. A mais importante suposição, nessa aproximação, é que este parâmetro é diretamente proporcional a área de superfície. A capacidade básica é especificada em toneladas curtas de alimentação por hora por metro quadrado de peneira. Esta quantidade é representada por I<sub>U</sub>. O cálculo utiliza as condições de operações padrões usando um material padrão pré-definido. Como há mudanças na característica do material e nas condições de operação, a capacidade atual da peneira altera. Irá aumentar para condições menos árduas e diminuir para condições mais intensas do que a padrão. Essas alterações são representadas pelos fatores de capacidade, os

quais multiplicam a capacidade unitária padrão da peneira para obter a capacidade real da peneira (King, 2001).

Taxa da capacidade de alimentação na peneira =  $I_U K_1 K_2 ...$ 

Taxa da capacidade de alimentação na peneira = 
$$I_U \prod_i K_i \frac{tons}{hr.m^2}$$
 3.61

Onde os separadores Ki são os fatores de capacidade, para derivação das condições padrões.

A capacidade unitária básica varia primeiramente com o tamanho da abertura da peneira, aberturas grandes estão aptas a lidar com grandes quantidades de material na alimentação. Uma típica relação entre  $I_U$  e o tamanho da malha é:

$$I_U = 0.783h + 37$$
 para h  $\ge 25 \text{ mm}$  3.62

$$I_U = 20.0h^{0.33} - 1.28$$
 para h < 25 mm 3.63

Onde  $\mathbf{l_U}$  é em tons/hr.m² e  $\mathbf{h}$  é o tamanho da malha em milímetros. Cada fabricante de peneira possui suas próprias correlações de capacidade de acordo com o tamanho da malha. As expressões acima são somente significativas para definir uma tendência típica.

#### O fator da área aberta - K1

A condição padrão indica 50% de área aberta, a capacidade é proporcional a área aberta disponível.

$$K_1 = \frac{\% \text{ Á}rea Aberta}{50}$$
 3.64

Para materiais que possuem densidade menor que 800kg/m³ a área de abertura padrão é 60% em vez de 50% e a Equação 3.64 deve ser modificada de acordo.

## O fator metade do tamanho - K2

Alimentações que contém uma larga proporção de material que é consideravelmente menor do que a o tamanho da malha da peneira será guiado mais facilmente pela tela.

A condição padrão é definida como 40% do material na alimentação ( $P^F$ ) menor do que a metade do tamanho da malha. (King, 2001).

$$K_2 = 2P^F(0.5h) + 0.2$$
 3.65

#### O fator Oversize - K<sub>3</sub>

Uma peneira pode lidar com uma grande quantidade de material. No entanto alimentação precisa conter uma grande quantidade de material no oversize, ou seja, material maior que sua malha. Este material passa diretamente sobre a tela e não precisa ser transportado através da malha. Isto é considerado pelo fator oversize K<sub>3</sub>, o qual possui o valor de uma unidade para a alimentação padrão contendo 25% de material oversize. Este fator aumenta muito rapidamente caso a fração de oversize aumente. Ele é dado por:

$$K_3 = 0.914 \exp[\exp(4.22\bar{P}^F(h) - 3.50)]$$
 3.66

Na equação abaixo  $\bar{P}^F(h)$  é a fração de material na alimentação que possuem tamanhos maiores do que o tamanho da malha da peneira h. Isso é relacionado ao tamanho acumulado da função distribuição (fração passante acumulada) como indica abaixo:

$$\bar{P}^F(h) = 1 - P^F(h)$$
 3.67

#### O fator densidade - K4

Materiais densos serão transmitidos mais facilmente do que os mais leves. Um fator K<sub>4</sub> leva em conta este efeito quando a densidade difere do padrão de 1600 kg/m<sup>3</sup>.

$$K_4 = \frac{\rho_B}{1600}$$
 3.68

## O fator posição do deck - K5

Peneiras que estão em decks (plataforma) inferiores recebem o undersize da tela acima e pode lidar com menos material do que uma malha que recebe alimentação nova. A capacidade diminui conforme a posição para o fator K<sub>5</sub>.

$$K_5 = 1,1 - 0,1S 3.69$$

Onde S representa a posição do deck, 1 para o deck superior, 2 para o segundo e assim por diante.

## O fator ângulo da peneira - K<sub>6</sub>

A inclinação padrão da peneira possui um ângulo de  $15^{\circ}$ . Inclinações menores aumentam a área projetada da abertura da tela no plano horizontal. Portanto a malha pode lidar com um carregamento maior. Isto é considerado pelo fator  $K_6$ .

$$K_6 = 1.0 - 0.01(\alpha - 15)$$
 3.70

Onde  $\alpha$  é o ângulo de inclinação em graus.

#### O fator peneiramento a úmido - K<sub>7</sub>

O Peneiramento de material fino pode ser realizado a úmido, adicionando sprays com água ao longo da peneira. O fator  $K_7$  considera este efeito.

$$K_7 = 1.0 + 2.4x10^{-4}(25 - h)^{2.5}$$
 para h  $\leq 25$ mm 
$$K_7 = 1.0$$
 para h  $> 25$ mm

# O fator forma da abertura - K<sub>8</sub>

A peneira padrão tem abertura quadrada, outras formas influenciam a capacidade como é mostrado na tabela abaixo:

Tabela 3.7: Fator capacidade da peneira para diferentes aberturas (King, 2001).

Forma da abertura da peneira	K <sub>8</sub>
Circular	0,8
Quadrada	1
2 para 1 abertura retangular	1,15
3 para 1 abertura retangular	1,2
4 para 1 abertura retangular	1,25

## O fator forma da partícula - K9

Partículas alongadas e argilosas (plásticas) são mais difíceis para peneirar do que as que são essencialmente isométricas. Se a alimentação contém aproximadamente 15% de argila ou partículas alongadas. O fator K<sub>9</sub> deve ser fixado em 0,9. Grandes quantidades deste tipo de material podem gerar problemas significantes e seria necessário ser investigado especialmente.

## O fator umidade da superfície - K<sub>10</sub>

Superfícies úmidas tendem a fazer as partículas se aderirem, fazendo com que a capacidade seja reduzida. O fator  $K_{10}$  considera este efeito de acordo com Tabela 3.8.

Tabela 3.8: Fator capacidade de umidade de superfície para peneiras (King, 2001).

Condição da alimentação	K <sub>10</sub>
Material molhado, lamacento ou pegajoso	0,75
Material de pedreira com superfície molhada, retirado de uma pilha superficial com mais de 15% de umidade	0,85
Material seco britado	1
Material seco naturalmente ou artificialmente	1,25

# 3.4.2. Transmissão de eficiência no peneiramento

Idealmente a peneira deveria direcionar todo o material menor do que tamanho da tela para o undersize. Na prática, contudo, nem todo esse material passa através da tela e a fração que passa é referida como a eficiência. Esta pode ser calculada é pela Equação 3.61. A eficiência de transmissão diminui se a peneira trabalhar com um excesso acima de 80% da tonelagem nominal, pois dificulta o contanto entre partículas e superfície da tela. A eficiência também diminui à medida que a tonelagem da

alimentação nominal cai abaixo de 80% da capacidade, pois as partículas tendem a pular e fazem pouco contato com a superfície da peneira.

Se  $W^F$  representa a alimentação atual, então estimativa da taxa (RR) é obtida por:

$$RR = \frac{W^F}{I_U \prod_i K_i \ x \ \text{área da peneira}}$$
 3.72

E a eficiência de transmissão (e) é dada por:

$$e = 0.95 - 0.25(RR - 0.8) - 0.05(RR - 0.8)^{2}$$
 para RR  $\ge 0.8$  
$$e = 0.95 - 1.67(0.8 - RR)^{2}$$
 para RR  $< 0.8$ 

A atual tonelagem passante para o fluxo do undersize é:

$$W^U = eP^F(h)W^F 3.74$$

Cada classe de tamanho menor do que a malha está sujeita a mesma eficiência do fator "e", então a distribuição granulométrica das partículas no fluxo do underflow é calculada como:

$$p_i^U = \frac{ep_i^F W^F}{ep^F(h)W^F} = \frac{p_i^F}{p^F(h)}$$
 para  $d_{pi} < h$  
$$p_i^U = 0$$
 para  $d_{pi} \ge h$ 

Onde  $p_i^U$  é a fração do fluxo do underflow na classe de tamanho i e  $p_i^F$  essa fração no fluxo de alimentação.

A atual tonelagem passante para o fluxo do overflow  $W^0$  é:

$$W^{O} = [1 - P^{F}(h)]W^{F} + (1 - e)P^{F}(h)W^{F} = W^{F}[1 - eP^{F}(h)]$$
3.76

A análise granulométrica no fluxo do overflow é dada por:

$$p_i^O=rac{(1-e)p_i^F}{[1-eP^F(h)]}$$
 para  $d_p < h$  
$$p_i^O=rac{p_i^F}{1-eP^F(h)}$$
 para  $d_p \ge h$ 

#### 3.4.3. Área Aberta da Peneira

Placas feitas de carbono puro ou ligas de aços, incluindo o aço inoxidável são usadas para fazer telas perfuradas. Plásticos duros, tais como o poliuretano e borracha também são usados com razoável sucesso. Os furos são perfurados podendo ser feitos por um punção ou moldado diretamente durante o processo de fabricação das placas. As formas das aberturas são geralmente circular, quadrada ou retangular. Os orifícios circulares são igualmente espaçados nos cantos de um triângulo equilátero ou a quatro cantos de um quadrado padrão ou retangular alongada. Padrões simples de aberturas são ilustrados na Figura abaixo (Gupta e Yan, 2008):

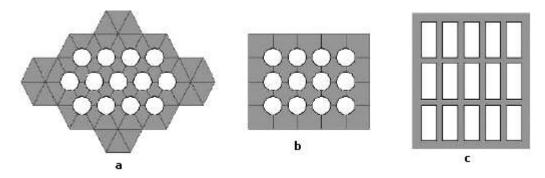


Figura 3.27: Padrões de perfuração de peneiras nas placas a – padrão de abertura circular de 60°; b – abertura circular em um quadrado padrão; c – abertura retangular (Gupta e Yan, 2008).

#### 3.4.4. Profundidade do Leito

De acordo com Matthews (1985) para peneiras de comprimento de 1,8 m a profundidade do leito na descarga final deverá ser no mínimo aproximadamente 1,5 à 2,0 vezes o tamanho médio das partículas, e de aproximadamente 2,5 à 3,0 para comprimentos de 7,2 m. Assim se uma tela possui comprimento de 2m e o tamanho médio das partículas é de 850  $\mu$ m, a altura mínima do leito na descarga final deverá ser de aproximadamente 1,3 mm (Gupta e Yan, 2008).

A relação geral relativa entre a profundidade do leito, taxa de alimentação e largura da peneira, de acordo com Osborne (1977) é:

$$D = \frac{50 \, Q_O}{3. W_E. v_F. \rho_B}$$
 3.78

Onde:

D = profundidade do leito [mm].

Q<sub>O</sub> = tonelagem de material no oversize [t/h].

v<sub>F</sub> = taxa de transporte sobre a peneira [m/min].

W<sub>E</sub> = largura efetiva da peneira [m].

 $\rho_B$  = densidade [t/m<sup>3</sup>].

A área efetiva da peneira (a área total menos a área de braçadeiras e acessórios) é obtida aproximadamente pela equação:

$$A_F = (W - 0.15)L$$
 3.79

Onde W e L são a largura e o comprimento da peneira em metros respectivamente.

## 3.4.5. Dados de Projeto

#### Como escolher motovibradores - VIMOT

No caso de peneiramento as partículas do material sobre a tela devem ser vibradas com boa frequência, oscilação equivalente ou maior que a abertura da tela e uma

relação entre a aceleração vibratória e a aceleração da gravidade entre 3,5 e 6,5. Isto significa que a aceleração do equipamento ou peneira vibratória deve ser de 3,5 a 6,5 vezes a aceleração da gravidade (aprox. 981 cm/s²) (VIMOT, 2010).

Se a peneira for horizontal usam-se dois motovibradores, um girando em sentido contrário ao outro, de forma a eliminar vibrações horizontais desnecessárias. Caso seja inclinada (aproximadamente 30 graus) basta apenas um motovibrador, pois a componente de transporte é dada pela inclinação. A aceleração do equipamento  $(A_{\text{E}})$  é dada pela seguinte fórmula (VIMOT, 2010):

$$A_E = 0.0039 \ x \ A \ x \ N^2$$
 3.80

#### Rotação, Amplitude e Frequência em Peneiras Inclinadas Convencionais

Há uma relação direta entre frequência e amplitude adequadas para cada faixa de peneiramento. A tabela abaixo foi extraída do manual da Faço (1975), mostra os valores recomendados àquela época.

Tabela 3.9: Frequências e amplitudes recomendadas (Faço, 1975).

Malha [mm]	101,6	76,2	50,8	25,4	12,7	6,35	1,17	1,18
Rotação [rpm]	800	850	900	950	1000	1400	1500	1600
Amplitude [mm]	6,5	5,5	4,5	3,5	3	2	1,5	1

Esta tabela é válida para peneiras inclinadas convencionais. Através desses dados analisou algumas correlações entre o tamanho da malha com a rotação e amplitude desejáveis.

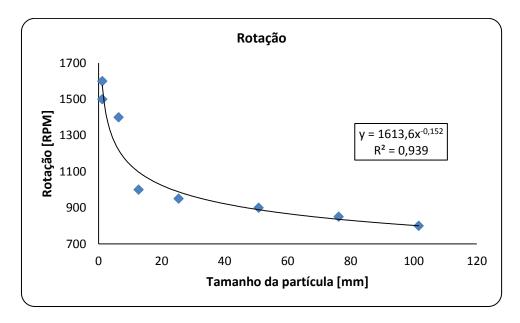


Figura 3.28: Relação do tamanho da malha com a rotação recomendada

$$N = 1613, 6. A_p^{-0,152} 3.81$$

Onde N é o número de rotações em rpm e A<sub>P</sub> é abertura da peneira em milímetros.

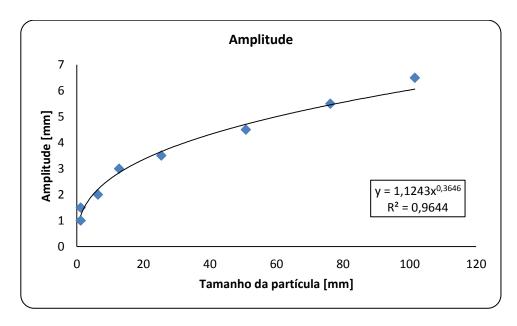


Figura 3.29: Relação tamanho da malha com a amplitude recomendada

$$A = 1,1243A_p^{0,3646} 3.82$$

Sendo  $\bf A$  a amplitude da peneira e  $A_P$  a abertura da malha, todas as unidade são dadas em milímetros.

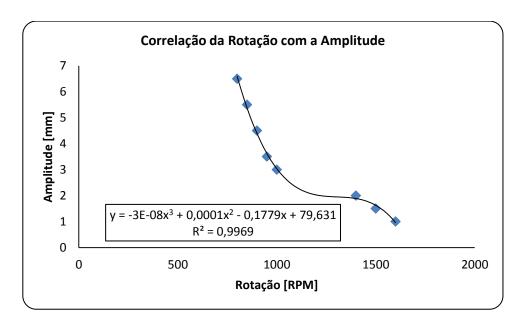


Figura 3.30: Relação da rotação com a amplitude

$$A = -3x10^{-8}N^3 + 0,0001N^2 - 0,1779N + 79,631$$
3.83

Sendo **A** a amplitude em milímetros e **N** o número de rotações em RPM.

## Rotação, Amplitude e Frequência em Peneiras Horizontais

A tabela abaixo mostra a relação entre frequência e amplitude adequadas a uma faixa de peneiramento, considerando um material seco e de densidade aparente de 1,6 t/m³.

Tabela 3.10: Seleção de frequências para peneiras vibratórias horizontais (Nordberg, 1992)

Amplitude	Freqüência	Ma	Malhas de peneiramento (horizontal)									
(")	(c.p.m.)	< 10"	4 a 10"	½ a 4"	1 a ½"	2 a 1"	4 a 2"					
3/8	950	O	Pl	<u>P</u>	<u>A</u>	<u>P</u>	<u>P</u>					
7/16	900	<u>C</u>	<u>A</u>	<u>P</u>	<u>P</u>	<u>P</u>	<u>P</u>					
1/2	850	<u>C</u>	<u>P</u>	<u>A</u>	<u>P</u>	<u>P</u>	<u>P</u>					
5/8	800	<u>C</u>	<u>P</u>	<u>A</u>	<u>A</u>	<u>P</u>	<u>P</u>					
3/4	750	O	P	<u>P</u>	<u>A</u>	<u>A</u>	<u>P</u>					
	C: Consultar	fabrican	te; <u>P:</u> Pre	ferido; <u>A</u>	: Aceitáv	el						

Apesar de existir uma faixa de tamanhos com a mesma frequência e amplitude esses valores estão dentro da faixa de aceleração indicados pela Vimot, como pode ser visto na tabela abaixo.

Tabela 3.11: Relação da amplitude e frequência da peneira com A<sub>C</sub> (aceleração do equipamento em relação a gravidade).

Amplitude [cm]	Frequência [c.p.m.]	Aceleração do equipamento
0,95	950	3,42
1,11	900	3,58
1,27	850	3,65
1,59	800	4,04
1,91	750	4,26

Nota-se que o fator responsável por indicar quantas vezes o equipamento é acelerado em relação à gravidade (A<sub>C</sub>), estão todos na faixa de 3,5 a 6,5 exceto o primeiro valor da tabela, no entanto, este está próximo de 3,5. Portanto este fator pode ser utilizado para calcular a amplitude e frequência da peneira.

# Ângulo de Inclinação (declive do deck)

As peneiras vibratórias inclinadas apresentam inclinações variando entre 15° e 35° e transportam o material do leito a uma velocidade de 18 a 36 m/min, dependendo da inclinação.

Tabela 3.12: Relação entre o ângulo de inclinação do deck e o tamanho das aberturas (Nordberg,1992)

Ângulo (°)	20	19	15	10
Malhas (polegadas)	6 a 4	4 a 1	21/2 a 1/2	1 a 1/8

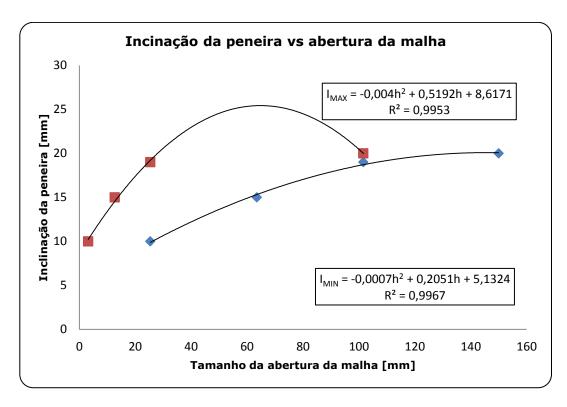


Figura 3.31 – Correlação entre a inclinação da peneira e o tamanho da abertura da tela.

## Determinação da Largura e Comprimento das Peneiras

Nas grelhas fixas quando existem na alimentação grande quantidades de grossos, a largura da peneira (W) é considerada três vezes o tamanho do maior fragmento (A), se a quantidade de grossos fosse menor, é adotado o valor, W, de duas vezes o tamanho do maior fragmento com um acréscimo de 100 mm. Por regra geral o comprimento da peneira (L) é duas vezes a largura, na prática estão entre 3,5 a 6 m (Metso, 2005).

A inclinação oscila entre 37 a 45° no caso de minérios e entre 30 a 35° para carvão mineral, quando a umidade produz aderências, as inclinações aumentam entre 5 a 10° a mais (Metso, 2005).

Portanto, para pouca quantidade de material grosseiro utiliza-se:

$$W = 100 \, mm + 2A \tag{3.84}$$

Para material Grosseiro:

$$W = 3A 3.85$$

$$L = 2W 3.86$$

A fórmula genérica de largura da peneira é:

$$W = \frac{100.T}{6.S.D} + 0.5$$
 3.87

A espessura da camada é calculada por:

$$D = \frac{100.T}{6.S(W - 0.15)}$$
3.88

Onde:

D: espessura de camada de material [mm].

T: capacidade em m³/h (dividir a capacidade em t/h pela densidade aparente do material em t/m³).

S: Velocidade de transporte de material [m/min].

W: largura nominal da peneira [m].

#### 3.5. Moinho de Bolas

## 3.5.1. Estimação da Energia (Moinhos de Barras e Bolas)

A capacidade de um moinho de bolas depende de suas dimensões, do tipo (overflow ou diafragma), a velocidade na qual ele está girando, carregamento, tamanho do produto requerido, tamanho da alimentação, work índex, a potência no eixo do moinho e a densidade específica da rocha. Considerando esses parâmetros Bond (1961) propôs uma relação entre a capacidade do moinho e a potência no seu eixo (P<sub>M</sub>). A energia requerida está relacionada com a redução do tamanho, isto é, work índex (Wi).

Bond expressou a relação por uma equação derivada empiricamente (Gupta e Yan, 2008).

$$Q = \frac{P_M}{E} t/h$$
 3.89

Onde: P<sub>M</sub> = a potência do moinho em kW e

E = a energia em kWh/t.

Sendo:

$$E = Wi \left( \frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}} \right)$$
 3.90

Sendo esta equação também válida para moinhos de barras.

## 3.5.2. Estimação da Potência

Rose e Sullivan (1957) derivaram teoricamente a potência requerida por moinhos, assumindo que a esta era consumida proporcionalmente à fração da velocidade critica,  $\phi_{C}$ , e que as partículas de minério se deslocavam da mesma maneira que as bolas. Eles também admitiram que a porosidade da carga (bolas mais minério) era igual a 0,4. A potência final do moinho para moagem a seco foi definida como:

$$P_{M} = 1{,}12x10^{-3} \left(D^{2,5}L\rho_{b}\right) \left(1 + \frac{0{,}4\rho_{S}U}{\rho_{b}}\right) \phi_{C}f(J_{B})$$
3.91

Onde:

 $\rho_S$  = densidade do material sólido [kg/m<sup>3</sup>].

 $\rho_b$  = densidade das bolas [kg/m³].

L = comprimento do moinho [m].

D =diâmetro do moinho [m].

U = fração de espaço entre bolas e o resto que está preenchido com minério sólido,

 $P_M$  = potência do moinho [kW].

 $f(J_B)$  = uma função do carregamento de bolas,  $J_B$ .

A expressão é válida quando a velocidade do moinho é menor do que 80% da velocidade crítica. A função  $J_B$  foi determinada experimentalmente por Austin et al (1984) os quais descobriram que a potência aumenta até aproximadamente 50% do carregamento e então diminui. Para uma faixa de 0-50%, a relação da potência da carga de bolas pode ser expressa por um polinômio da forma:

$$f(J_B) = K_1 J_B + K_2 J_B^2 + K_3 J_B^3 + K_4 J_B^4$$
 para  $J_B < 0.5$ 

Os valores das constantes foram estabelecidos como: k1 = 3,045, k2 = 4,55, k3 = 20,4, k4=12,9.

# 3.5.3. Rotação do Moinho e velocidade Crítica

Para determinar a velocidade crítica ( $V_C$ ) é necessário conhecer o diâmetro do moinho, D, e o diâmetro, d, da maior bola ou barra presente como corpo moedor. A Figura 3.32 mostra o equilíbrio das forças de uma bola encostada na posição **A** contra o revestimento do moinho durante a rotação.

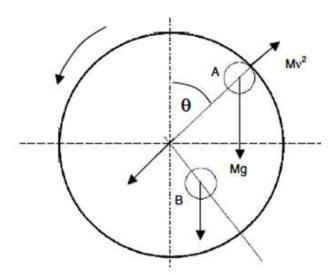


Figura 3.32: Forças de equilíbrio realizadas em uma bola encostada no revestimento do moinho devido a rotação deste (Gupta e Yan, 2008).

Na posição **A** a bola está encostada contra a parede com força Mv² e considerando que não há deslizamento entre a bola e a carcaça nas condições de equilíbrio. A posição **B** denota-se o centro de gravidade de todo o carregamento, onde a distribuição das forças é similar para **A**, mas envolve diversos fatores desconhecidos como força de fricção. Devido a complexidade da distribuição das forças será considerada somente a posição **A** onde, no equilíbrio, a componente centrípeta das forças devido a gravidade, Mg.cosθ é igual a força centrífuga oposta Mv²/(R-r). Isso é (Gupta e Yan, 2008):

$$Mg\cos\theta = \frac{Mv^2}{(R-r)}$$
 3.92

Ou

$$\cos\theta = \frac{v^2}{(R-r)g}$$

Onde:

M = massa da bola [kg].

g = aceleração da gravidade [m/s<sup>2</sup>].

 $\theta$  = ângulo que a bola subtende com a vertical.

v = velocidade linear (m/s) da bola.

R,r = raio do moinho e da bola respectivamente.

Na velocidade rotacional  $\omega$ , v=2 $\pi$ (R-r)  $\omega$ /60. Substituindo este valor de v na 3.92:

$$\cos \theta = \frac{[2\pi (R - r)\omega]^2}{9.81(R - r)60^2}$$
3.93

Em  $\theta$ =0,  $\cos\theta$  =1, a força da gravidade tende a puxar a bola para fora da parede e precisará da velocidade máxima requerida para superar essa força, esta velocidade é conhecida como velocidade crítica. Denota-se velocidade crítica como  $v_C$ , podendo substituir a velocidade v por  $v_C$  e o raio da trajetória (R-r) pode ser escrito como (D-d)/2. Substituindo esses valores na Equação 3.93, a velocidade crítica será obtida por:

$$v_C = \frac{42,3}{\sqrt{(D-d)}}$$
 3.94

Sendo que o diâmetro da bola e do moinho é dado em metros.

Sabendo que o D>>d a Equação 3.94 pode ser simplificada para:

$$v_C = \frac{42,3}{\sqrt{D}} \tag{3.95}$$

Sendo esta equação a utilizada para calcular a velocidade crítica do moinho no software, pois é mais simplificada e o resultado muito próximo da Equação 3.94.

## 3.5.4. Altura da Carga

A Figura 3.33 ilustra um moinho de bolas em repouso com minério e bolas. Bond (1961) mediu a altura,  $H_C$ , para diversos preenchimentos e obteve uma relação estatística:

$$\% Carga = 113 - (63H_C/R)$$
 3.96

 $H_C$  = altura vertical da carga no nível das bolas até o revestimento interno no centro do moinho e R o raio interno do moinho (Figura 3.33).

Contudo Morrell (1998) demonstrou que grandes erros podem ser encontrados com a Equação 3.96 para cargas de bolas pequenas, menores do que aproximadamente 20%. No entanto em alguns casos será mais apropriado medir o volume da carga de acordo com as dimensões mostradas na Figura 3.34.

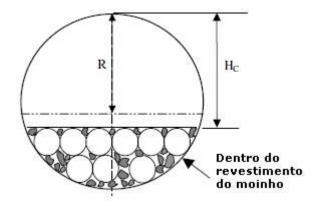


Figura 3.33: Bolas e altura da Carga (Gupta e Yan, 2008).

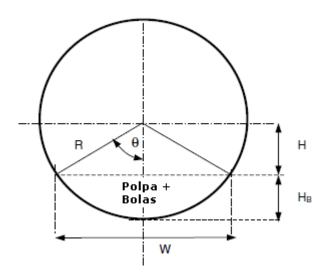


Figura 3.34: Medição da profundidade do leito (Gupta e Yan, 2008).

Neste caso a altura do leito, H<sub>B</sub>, é feita do fundo do moinho. Esta altura obtida por:

$$H_B = R(1 - \cos \theta) \tag{3.97}$$

Ε

$$W = 2R\sin\theta 3.98$$

Como é difícil medir o ângulo  $\theta$  na prática será conveniente eliminar ele das Equações 3.97 e 3.98. A altura do leito pode ser escrita em termos do raio (R) e largura (W) da carga do moinho como:

$$R = 0.5H_B + \frac{0.125W^2}{H_B}$$
 3.99

Uma aproximação da área transversal da carga do moinho,  $A_{\text{C}}$ , (segmento do circulo) será:

$$A_C \approx \frac{H_B}{6W} (3H_B^2 + 4W^2)$$
 3.100

Como a área da secção transversal do moinho é  $\pi R^2$ , a fração preenchida pela carga será:

$$J_B = \frac{A_C}{\pi R^2} = \frac{H_B}{6W} (3H_B^2 + 4W^2) \frac{1}{\pi R^2}$$
 3.101

Por geometria simples, o seguimento de circulo também é dado pela equação:

$$A_C = R^2 cos^{-1} \left(\frac{H}{R}\right) - H\sqrt{R^2 - H^2}$$
 3.102

E da relação da Figura 3.33 e Figura 3.34:

$$H_C = R + H = D - H_B$$

$$H = R - H_B \quad e$$

$$W = 2\sqrt{R^2 - H^2}$$
3.103

# 3.5.5. Tamanho da bola em uma carga inicial

Os tamanhos das bolas comercialmente avaliados para carregamento de moinhos estão na faixa de 10 a 150 mm. O número, tamanho e massa de cada bola usada dependem do carregamento e se o moinho será carregado pela primeira vez ou se estão substituindo cargas usadas.

Na determinação do tamanho das bolas para iniciarem a carga de um processo moagem Coaghill e De Vaney (1937) indicaram que o tamanho inicial estava relacionado ao tamanho máximo da alimentação. Empiricamente eles relacionaram o tamanho da bola com o tamanho da alimentação pela equação:

$$d_B = 0.4K\sqrt{F} 3.104$$

Onde:

F = o tamanho da alimentação [cm].

 $d_B = o$  diâmetro da bola [cm].

K = uma constante de proporcionalidade descrita como um fator de moagem.

Para minérios duros o valor de K é 37,4 e 29,8 para minérios macios. Lawrison (1974) atribuiu um valor de 55 para cherts e 35 para dolomita. O fator de moagem, K, incorporou importantes variáveis de operação. Essas operações foram identificadas na alimentação como:

- 1. Work Index,
- 2. Maior tamanho da partícula e distribuição granulométrica,
- 3. Peso específico dos sólidos e densidade da polpa.

#### E para o moinho:

- 1. Diâmetro do moinho,
- 2. Velocidade de rotação (fração da velocidade crítica).

Rowland e Kjos (1980) consideraram essas variáveis para determinarem o tamanho da maior bola que deveria ser usada para iniciar a moagem. Assim se  $d_B$  é o diâmetro da bola (mm), Wi, o work índex do material (kWh/t),  $F_{80}$  o tamanho da alimentação (tamanho passante 80%, em micros) e  $\phi_C$  a fração da velocidade crítica do moinho, então o maior tamanho da bola pode ser estimado por:

$$d_B = 25.4 \left[ \left( \frac{F_{80}}{K} \right)^{0.5} \left( \frac{\rho_S W i}{100 \phi_C (3.281D)^{0.5}} \right) \right]$$
 3.105

Onde:

D = diâmetro interno do moinho [m],

K = uma constante designada como o fator do moinho.

Os valores de k foram determinados por Rowlads e Kjos (1980) são informados na tabela seguinte:

Tabela 3.13: Fator k para moinhos de bolas (Rowlads e Kjos, 1980)

Tipo de moinho	Moagem	Circuito	k
Over flow	via úmida	Aberto	350
Over flow	via úmida	Fechado	350
Diafragma	via úmida	Aberto	330
Diafragma	via úmida	Fechado	330
Diafragma	via seco	Aberto	335
Diafragma	via seco	Fechado	335

Para cálculos do diâmetro dos cylpebs, d<sub>C</sub>, provém a formula de Bond modificada (Gupta e Yan, 2008):

$$d_C = 18,15 \left[ \left( \frac{F_{80}}{k} \right)^{0,5} \left( \frac{\rho_S W i}{100 \phi_C(D)^{0,5}} \right)^{0,33} \right]$$
 3.106

Sendo d<sub>C</sub> dado em milímetros.

Se o tamanho médio da fórmula estimar uma bola menor do que 25 mm ou cylpeb de tamanhos menores do que 22 x 22 mm são recomendados que o tamanho seja aumentado de 20 á 30%.

# 3.5.6. Desgaste da Carga

Bond (1963) mediu o desgaste no meio da moagem em termos de massa perdida por unidade de energia gasta pelo moinho. De acordo com este autor a média de massa perdida pela moagem a úmida ou a seco é:

Moagem á úmido 
$$\left[\frac{kg}{kWh}\right] = 0.16(Ai - 0.015)^{0.33}$$
 3.107

$$Moagem \'a seco \left[ \frac{kg}{kWh} \right] = 0,023Ai^{0,5}$$
 3.108

Onde Ai é o índice de abrasividade.

Rowland e Kjos (1980) usa uma constante de 0,175 na Equação 3.107 ao invés de 0,16.

## 3.5.7. Distribuição da Carga moedora

Na prática, no startup do moinho em vez de carregar um único tamanho de bolas, usualmente uma faixa de tamanhos diferentes é adicionada. Fazendo isto o espaço

entre as bolas é preenchido com bolas menores, isto aumenta a eficiência de moagem. Opções da distribuição são de certa maneira determinadas pela experiência (Gupta e Yan, 2008).

A distribuição dos tamanhos das bolas nos moinhos sugerida por Bond é visualizada na

Tabela 3.14.

Tabela 3.14: Distribuição das bolas em equilíbrio no inicio da moagem (Bond. 1958).

Tamanho Max das Bolas [mm]	Distribuição em percentagem de Massa							
	114	101	89	76	63.5	51	38	25.4
114	23							
101	31	23						
89	18	34	24					
76	15	21	38	31				
63.5	7	12	20.5	39	34			
51	3.8	6.5	11.5	19	43	40		
38	1.7	2.5	4.5	8	17	45	51	
25.4	0.5	1	1.5	3	6	15	49	100
	100	100	100	100	100	100	100	100

## 3.5.8. Simulação da Carga moedora

Uma bola em repouso na barra elevadora (lifter) e contra a carcaça do moinho alcança o ponto de equilíbrio, onde o somatório das forças atuantes nela é zero. Aqui o conjunto de forças sobre a bola paralelas ( $\parallel$ ) a ela é radialmente perpendiculares ( $\perp$ ) ao movimento da bola são zero. A bola então começará a rolar ou deslizar sobre a face da barra elevadora (Powell, 1990).

# Ponto de equilíbrio

Referindo a Figura 3.35 e Figura 3.36 as forças atuando na bola são as seguintes:

- 1. Força gravitacional, atuando verticalmente para baixo (mg),
- 2. Força centrífuga direcionada radialmente para fora da carcaça do moinho  $(m\Omega^2r)$ ,

- 3. Força normal da barra elevadora (N),
- 4. Força de fricção entre a bola e a barra elevadora a qual é paralela a face em direção a carcaça do moinho (f).

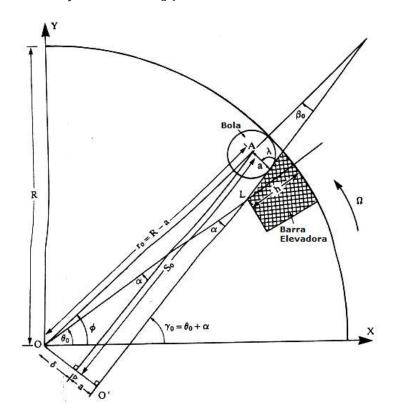


Figura 3.35: Bola sobre a barra elevadora (lifter) em um moinho rotativo (Powell, 1990).

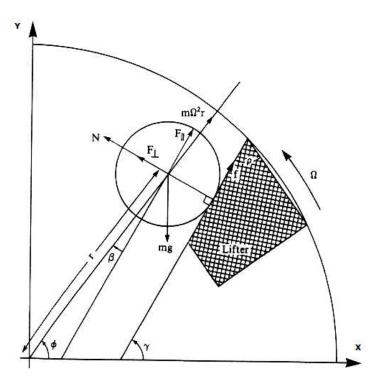


Figura 3.36: Forças sobre uma bola em contato com o lifter (Powell, 1990).

Todos os símbolos que são usados aqui estão listados no final da seção e também sãos mostrados na Figura 3.35 e Figura 3.36. A posição do centro da bola no ponto de equilíbrio é obtida por:

$$\gamma_0 = k - \lambda + \arccos\left(-\frac{\Omega^2}{g}r_0.\sin(\lambda + \beta_0 - k)\right)$$
 3.109

# Rolamento da bola sobre a face da barra elevadora

Se as forças que atuam na esfera são como se ela rolasse em um plano inclinado e considerando que está sujeita a uma velocidade angular constante, as seguintes equações podem ser derivadas, usando a Figura 3.37 (Powell, 1990):

Normal à inclinação:

$$N - mg.\cos\gamma - m\Omega^2\delta = 0$$
3.110

No plano de inclinação:

$$m\Omega^2 s - mg.\sin\gamma + f = m\ddot{s}$$
 3.111

Torque sobre o centro de massa (cm):

$$\Gamma_{cm} = I_{cm}\alpha \tag{3.112}$$

Onde  $\gamma = \gamma_0 + \Omega^2 t$ .

A única força que atua na distância do centro de massa é f, então:

$$f.a = I_{cm}\alpha$$

Para uma esfera:

$$I_{cm} = \frac{2}{5}ma^2$$

Este momento de inércia sobre o centro de massa é o único fator que diferencia entre o movimento de uma bola e uma barra quando estão rolando sobre um plano. Para uma barra  $I_{cm} = \frac{1}{2} ma^2$ , que é o único fator que precisa ser mudado para que os cálculos posam ser aplicados para barras.

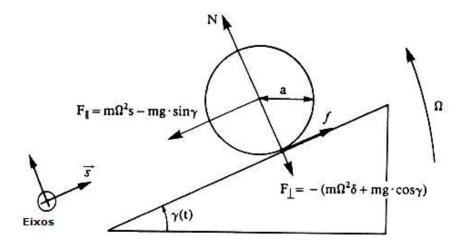


Figura 3.37: Forças sobre uma esfera rolando para baixo de uma encosta de inclinação variável,  $\gamma(t)$  (Powell, 1990).

Enquanto a bola não desliza a aceleração angular é diretamente proporcional à aceleração linear por:

$$\alpha = -\frac{\ddot{s}}{a}$$
 3.113

Onde  $\ddot{s}$  é negativo para um valor positivo de  $\alpha$ , pois é um resultado de orientação dos eixos. Assim:

$$f = -\frac{2m\ddot{s}}{5}$$
 3.114

A substituição da equação acima na Equação 3.111 obtém:

$$\ddot{s} - \frac{5}{7}\Omega^2 s = -\frac{5}{7}g.\sin\gamma$$
3.115

A solução desta equação diferencial linear não homogênea de segunda ordem na qual as condições consistente de fronteira são conhecidas, onde de s(0)= $s_0$  e  $\dot{s}_{t=0}=0$  (pois a bola ainda não iniciou o rolamento) é:

$$s(t) = \left(s_0 - \frac{5g}{12\Omega^2}\sin\gamma_0\right) \cdot \cosh\sqrt{\frac{5}{7}} \cdot \Omega t - \frac{\sqrt{35}g}{12\Omega^2} \cdot \cos\gamma_0 \cdot \sinh\sqrt{\frac{5}{7}} \cdot \Omega t + \frac{5g}{12\Omega^2} \cdot \sin\gamma$$
3.116

Para barras a Equação 3.116 é alterada para:

$$s(t) = \left(s_0 - \frac{2g}{5\Omega^2}\sin\gamma_0\right) \cdot \cosh\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \Omega t - \frac{\sqrt{6}g}{5\Omega^2} \cdot \cos\gamma_0 \cdot \sinh\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \Omega t + \frac{2g}{5\Omega^2} \cdot \sin\gamma$$
3.117

A velocidade da bola é descrita pela Equação 3.117 abaixo:

$$\dot{s} = \sqrt{\frac{5}{7}}\Omega\left(s_0 - \frac{5g}{12\Omega^2}.\sin\gamma_0\right).\sinh\sqrt{\frac{5}{7}}\Omega t - \frac{5g}{12\Omega}.\left(\cos\gamma_0.\cosh\sqrt{\frac{5}{7}}\Omega t - \cos\gamma\right)$$
3.118

Já a velocidade da barra pode ser escrita como:

$$\dot{s} = \sqrt{\frac{2}{3}}\Omega\left(s_0 - \frac{2g}{5\Omega^2} \cdot \sin\gamma_0\right) \cdot \sinh\sqrt{\frac{2}{3}}\Omega t - \frac{2g}{5\Omega} \cdot \left(\cos\gamma_0 \cdot \cosh\sqrt{\frac{2}{3}}\Omega t - \cos\gamma\right)$$
 3.119

Estas equações descrevem a posição e velocidade da bola e barra para rolamento puro descendo a face da barra elevadora (Powell, 1990).

# Ângulo máximo para rolamento puro

Há um limite na força (f) dada por  $\mu_s N$ , então para um dado coeficiente de fricção  $(\mu_s)$  e parâmetros de moagem há um ângulo máximo,  $(\gamma_m)$ , acima do qual o rolamento puro irá ocorrer. Além desse ângulo a aceleração linear também é alta, para Equação 3.113, se manter a superfície da esfera deve iniciar a deslizar sobre a face do lifter. O ângulo teórico máximo para rolamento puro pode ser calculado das equações que expressam as forças no rolamento da esfera e a aceleração da mesma (Powell, 1990):

$$f = \frac{2m}{7}(g.\sin\gamma - \Omega^2 s)$$
3.120

 $f \le \mu_S N$ , então da Equação 3.110 e 3.120:

$$\sin \gamma_m - \frac{7}{2}\mu_S \cdot \cos \gamma_m \le \frac{\Omega^2}{g} \left( \frac{7}{2} \delta \mu_S + s \right)$$
 3.121

Contudo s=s(t), logo isto somente pode ser resolvido numericamente. A solução da Equação 3.121 quando s=s<sub>L</sub> resulta em  $\gamma_m$  (min), o qual é o valor mínimo possível de  $\gamma_m$  no limite. A Equação 3.116 também pode ser resolvida numericamente para s= s<sub>L</sub>. Contudo se  $\gamma_L > \gamma_m$  (min), estão deverá haver uma transição de rolamento puro para rolamento e deslizamento.

#### Transição do rolamento puro para rolamento combinado com deslizamento

A resolução simultânea das Equações 3.121 e 3.116 para  $\gamma_m$  e s(t) resulta o limite do rolamento puro. O resultado da equação é:

$$\frac{7}{12}\sin\gamma_{m} - \frac{7}{2}\mu_{S} \cdot \cos\gamma_{m}$$

$$\leq \frac{7\Omega^{2}}{2g}\delta\mu_{S} + \left(\frac{s_{0}}{g}\Omega^{2} - \frac{5}{12}\sin\gamma_{0}\right)\cosh\sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \Omega^{2}t_{I} - \frac{5\sqrt{3}}{12} \cdot \cos\gamma_{0} \cdot \sinh\sqrt{\frac{7}{2}} \cdot \Omega^{2}t_{I}$$
3.122

Pode ser resolvido aumentando t até a desigualdade estar satisfeita para  $t=t_I$ , onde  $t_I$  é o tempo no qual ocorre a transição de rolamento para deslizamento. Usando as Equações 3.116 e 3.117 a localização e velocidade da bola podem ser calculadas no ponto de transição.

#### Rolamento combinado e deslizamento

Uma vez que a bola começa a deslizar seu movimento é retardado pelas forças decorrentes do coeficiente cinético de fricção. Uma combinação de rolamento e deslizamento resulta em um movimento linear que é equivalente ao deslizamento puro sobre fricção. Como há um torque sobre o centro de massa deverá haver uma aceleração angular sobre o centro de massa, mas nas condições de deslizamento isto não é dependente do movimento linear. Alguma da energia gravitacional que poderia ser perdida devido à fricção, no caso de um bloco de fundo chato, é de outra maneira convertida para movimento rotacional da bola sobre o seu centro. Da Equação 3.112 deriva-se que (Powell, 1990):

$$f.a = \frac{2}{5}ma^2.\alpha$$

Agora:

$$f = \mu_k . N = \mu_k (mg. \cos \gamma + m\Omega^2 \delta)$$

Então:

$$\alpha = \frac{5\mu_k}{2a}(g.\cos\gamma + \Omega^2\delta)$$
3.123

O que resulta a aceleração angular da bola uma vez iniciado o deslizamento.

#### **Deslizamento**

Quando é considerado o deslizamento puro sobre a face da barra elevadora e (com referência a Figura 3.36) resolvendo as forças paralelas e perpendiculares para a face do lifter, tem-se o seguinte:

A aceleração linear é encontrada pela expressão em termos de s e  $\delta$ :

$$\ddot{s} - \Omega^2 s = g(\mu_k \cdot \cos \gamma - \sin \gamma) + \Omega^2 \mu_S \delta$$
 3.124

Do ponto de transição é fácil começar com um novo tempo, o qual pode ser designado por  $\tau$ . As condições de fronteira em  $\tau=0$  são dadas como:

$$s(0) = s_I e \dot{s}_{\tau=0} = \dot{s}_I$$

A solução desta equação diferencial que é consistente com essas condições de fronteiras é:

$$s(\tau)$$

$$= \left[ s_I + \mu_k \delta + \frac{g}{2\Omega^2} (\mu_k \cdot \cos \gamma_I - \sin \gamma_I) \right] \cosh \Omega \tau + \left[ \frac{\dot{s}_I}{\Omega} - \frac{g}{2\Omega^2} (\mu_k \cdot \sin \gamma_I + \cos \gamma_I) \right] \sinh \Omega \tau$$

$$- \frac{g}{2\Omega^2} [\mu_k \cdot \cos(\gamma_I + \Omega \tau) - \sin(\gamma_I + \Omega \tau)] - \mu_k \delta$$
3.125

$$= \Omega \left[ s_I + \mu_k \delta + \frac{g}{2\Omega^2 (\mu_k \cdot \cos \gamma_I - \sin \gamma_I)} \right] \sinh \Omega \tau + \left[ \dot{s}_I - \frac{g}{2\Omega} (\mu_k \cdot \sin \gamma_I + \cos \gamma_I) \right] \cosh \Omega \tau - \frac{g}{2\Omega} \left[ -\mu_k \cdot \sin(\gamma_I + \Omega \tau) - \cos(\gamma_I + \Omega \tau) \right]$$
3.126

A Equação 3.125 é resolvida numericamente para  $s(\tau)=s_L$  e encontrando  $\tau$  obtêm-se a velocidade e posição,  $\gamma$ , para a bola na extremidade da barra elevadora. O  $\tau$  é iniciado em zero no ponto de transição entre rolamento e deslizamento, então esse tempo de movimento total ao longo do lifter é  $t_L=t_I+\tau$ .

# Trajetória em queda livre

Na extremidade da barra elevadora a bola é imediatamente projetada em queda livre, pois não há um acréscimo significativo na interação com a extremidade do lifter nem no resultado da velocidade angular. A Figura 3.38 ilustra claramente a razão porque a bola escapa. Devido a bola ser um corpo rígido todas suas partes viajam com a

mesma velocidade, como o centro da bola, devido a uma diferença na velocidade entre o ponto em que a bola esta em contato com extremidade do lifter e a extremidade dela mesma.

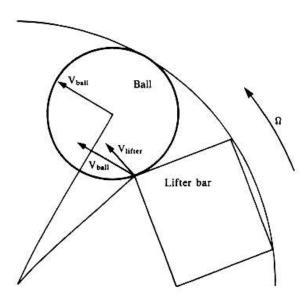


Figura 3.38: Resolução das velocidades para uma bola repousando na extremidade do lifter (Powell, 1990).

Se a barra elevadora estiver gasta ou arredondada na extremidade, então o ponto no qual o arredondamento inicia é efetivamente a extremidade. A curvatura da superfície do lifter resulta em um decréscimo da face do ângulo e menor a face do ângulo da barra elevadora menor a altura de carregamento da bola. Portanto logo que a bola se movimenta ao longo do lifter e encontra uma face de baixa inclinação ela deve cair em queda livre do ponto de equilíbrio e não se movimentará ao longo do lifter totalmente (Powell, 1990).

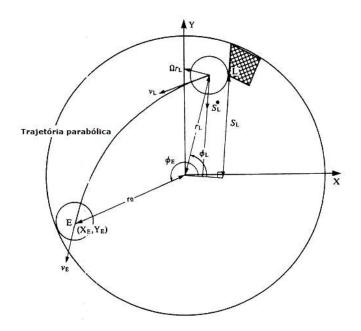


Figura 3.39: Trajetória parabólica da bola no seu ponto de desprendimento da barra elevadora (Powell, 1990).

A trajetória em queda livre é ilustrada na Figura 3.39. Na extremidade da barra elevadora as seguintes variáveis são conhecidas:  $\dot{s}_L, s_L, \theta_L, \beta_L, \gamma_L$ . As coordenadas polares da bola são:

$$(r_L; \phi_L) = \left(\frac{s_L}{\cos \beta_L}; \gamma_L - \beta_L\right)$$
 3.127

Uma vez em queda livre a bola segue uma trajetória parabólica a qual é dada por:

$$x = x_L + v_{xL}t 3.128$$

$$y = \gamma_L + v_{yL}t - \frac{1}{2}gt^2$$
 3.129

O ponto no qual a bola bate na carcaça do moinho, assumindo que não há interação com a carga moedora no caminho, é satisfeito pela condição:

$$x_E^2 + y_E^2 = r_0^2 3.130$$

As componentes da velocidade são dadas por:

$$(v_{xE}; v_{yE}) = (v_{xL}; v_{yL} - gt)$$
 3.131

Portanto a velocidade de impacto com a carcaça do moinho é:

$$v_E = \sqrt{v_{yE}^2 + v_{xE}^2} 3.132$$

O ângulo  $\sigma_E$  com a horizontal:

$$\sigma_E = \arctan\left(\frac{v_{yE}}{v_{xE}}\right)$$

Os cálculos do caminho completo da bola na queda e suas condições de impacto com a carcaça foram obtidos. Com a análise teórica completa do movimento de uma bola isolada em um moinho rotativo com barra elevadora de face plana de qualquer ângulo e altura.

## 3.5.9. Nomenclatura desta secção

Aqui encontram todas as variáveis utilizadas nas fórmulas da simulação das cargas moedoras

#### Variáveis Gerais

a = raio da bola.

 $\alpha$  = aceleração angular da bola.

 $\delta = \sin \alpha (R - h) - a \equiv \text{uma constante}.$ 

f = força de fricção entre a face do lifter e a bola.

F= força resultante na bola.

 $g = \text{aceleração gravitacional (9,8 m.s}^{-2}).$ 

h =altura radial do lifter.

I = momento de inércia.

m = massa da bola.

N =força normal exercida pelo lifter na bola.

R = raio interno do moinho.

```
r = distância do centro do moinho ao centro da bola.
```

 $\vec{r}$  = vetor direcionado do centro do moinho ao centro da bola.

 $r_0 = R - a$ .

 $s = r \cdot \cos \beta$ .

 $\vec{s}$  = vetor paralelo a face do lifter, direcionado da extremidade a base.

 $\dot{s}$  = velocidade linear da bola ao longo da face do lifter.

 $\ddot{s}$  = aceleração linear da bola ao longo da face do lifter.

t = tempo.

 $\tau$  = tempo de deslizamento.

 $\Gamma$  = Torque.

 $\mu_S$  = coeficiente estático de fricção entre a bola e o lifter.

 $\mu_k$  = coeficiente cinético de fricção entre a bola e o lifter.

v = velocidade líquida da bola no sistema de coordenadas cartesiano.

 $\Omega$  = velocidade angular do moinho.

x = coordenada cartesiana horizontal do centro da bola.

y = coordenada cartesiana vertical do centro da bola.

| = paralelo.

 $\perp$  = vertical.

# Ângulos

```
\alpha = entre a face do lifter e a linha radial que passa através da extremidade do lifter bar.
```

 $\beta$  = entre o vetor do raio da bola e a face do lifter.

 $\gamma$  = subtendido por  $\vec{s}$  e o eixo x.

 $\phi$  = subtendido por  $\vec{r}$  e o eixo x.

 $\rho$  = entre a face do lifter e sua base.

 $\sigma$  = para a horizontal do vetor velocidade da bola.

 $\theta$  = subtendido no centro, entre a extremidade do lifter e o eixo x.

 $\lambda$  = subtendido no ponto de contato da bola no lifter, entre o centro da bola e a base do lifter.

 $\kappa$  = ângulo de fricção, equivalente a  $\mu_S$ .

#### Subscrito

0 = o ponto de equilíbrio.

L = extremidade do lifter.

cm = aproximadamente o centro de massa.

m = máximo.

I = ponto de transição de rolamento para deslizamento.

 $\rho$  = ponto de contato entre a bola e a face do lifter.

x= na direção do eixo x.

y = na direção do eixo y.

E = ponto no qual a bola colide com a carcaça do moinho.

| = paralelo a.

r =componente radial.

 $\perp$  = perpendicular a.

#### 3.6. Moinhos de Barras

Moinhos rotativos industriais carregados com barras como corpos moedores são usados para a moagem primária de rochas e minerais. As barras são colocadas em paralelo ao comprimento do moinho. O comprimento delas é aproximadamente 150 mm menores do que o comprimento interno dos moinhos. A ação de quebra é quase similar aos moinhos de bolas, mas neste caso o comprimento total da barra é responsável pela quebra das partículas ao longo da extensão do comprimento dos moinhos. As barras caem de uma altura e rolam para baixo do moinho, então as barras transmitem uma força de impacto bem com uma ação abrasiva. Como há alimentação entre em uma extremidade do moinho há sempre uma tendência para acumulação nessa extremidade, de modo que a redução do tamanho inicial começa maior ou menor no final da alimentação. Com o tempo essa ação é mais dispersa ao longo do comprimento do moinho. O tamanho do produto dos moinhos de barras é mais uniforme do que os de bolas, mas a média é mais grosseira. Assim geralmente um moinho de barras precede um moinho de bolas no circuito de moagem especialmente onde um produto de material fino é requerido (Gupta e Yan, 2008).

# 3.6.1. Projeto de moinhos de Barras

As características de projeto de um moinho de barras industriais são similares aos moinhos de bolas. A maioria dos moinhos de barras usada no processamento mineral é do tipo descarga por overflow como ilustrado na Figura 3.40 (Gupta e Yan, 2008).

Dados de Rowland (1985) indicam que relação comprimento pelo diâmetro dos moinhos varia de 1,2 a 2,3. O maior comprimento é aproximadamente 7 (sete) metros. A razão do comprimento das barras pelo diâmetro do moinho deve ser maior do que 1,25 para evitar o risco de emaranhamento. É recomendado uma taxa de 1,4 à 1,6 Gupta e Yan, 2008).

Os revestimentos dos moinhos de barras são feitos de borracha ou aço e são aparafusados a carcaça com ou sem revestimento protetor de borracha. Os revestimentos possuem de 65 a 75 mm de espessura e 60 à 90 mm de altura Gupta e Yan, 2008).

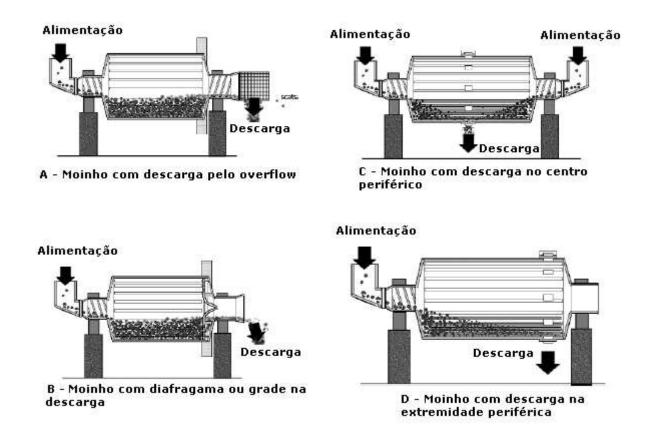


Figura 3.40: Tipos de moinhos rotativos (Gupta e Yan, 2008).

## 3.6.2. Operação do moinho de barras

A carga do moinho de barras usualmente ocupa aproximadamente 45% do volume interno. Uma carga de forma compacta com barras de tamanho único tem uma porosidade de 9,3%. Com uma carga misturada de pequenos e grandes diâmetros de barras a porosidade de uma carga estática pode ser reduzida ainda mais. Contudo um arranjo compacto raramente ocorre e uma porosidade de operação do leito comum é de 40%. Uma sobrecarga resulta em uma moagem pobre e perdas devido à abrasão das barras e do revestimento. Uma carga muito baixa também promove mais abrasão das barras. A altura (ou profundidade) da carga é medida da mesma forma como nos moinhos de bolas. Os tamanhos das partículas para um moinho de barras são mais grosseiros do que para moinhos de bolas. O tamanho da alimentação varia de 6 – 25 mm (Gupta e Yan, 2008).

A densidade aparente de uma carga de bolas nova é de aproximadamente 6,25 t/m³. Com o tempo devido ao desgaste a densidade diminui. Quanto maior os diâmetros dos moinhos maiores serão a reduções da densidade aparente. Por exemplo, a densidade das barras usadas depois de um tempo específico de moagem poderá ser 5,8 t/m³ para um diâmetro de moinho de 0,91 metros. Nas mesmas condições de

operação a densidade poderá ser 5,4 t/m³ para um moinho de diâmetro de 4,6 metros (Gupta e Yan, 2008).

Durante a moagem a úmida a carga de polpa para moinhos é normalmente mantida entre 60 – 75% de sólidos por massa (Gupta e Yan, 2008).

# 3.6.3. Comprimento da barra

Barras de comprimentos maiores do que 6 metros são raramente retas. Barras curvas promovem o emaranhamento e devem ser evitadas. A dimensão deste corpo moedor é também uma função inversa da velocidade, o que significa que com altas velocidades de rotação barras menores em maiores números devem ser igualmente eficazes como um número menor de barras de diâmetros maiores. A razão para isto é que em altas velocidades mais energia é transmitida para a carga para quebrar as partículas de minério e o número de impactos por tempo também será maior. As barras devem ser 152 mm mais curtas do que o comprimento nominal do moinho. As barras possuem uma tendência de quebrarem durante a operação, portanto a qualidade das destas devem ser cuidadosamente escolhida. De acordo com Rowland e Kjos (1980) a relação recomendada do comprimento das barras pelo diâmetro nominal do moinho precisa ser entre 1,4 e 1,6 para um rendimento aceitável da vida dos corpos moedores com o mínimo de quebras.

#### 3.6.4. Diâmetro da barra

A escolha do diâmetro da barra está também relacionada às características do minério principalmente ao work índex, tamanho da alimentação (F<sub>80</sub>) e a densidade do minério. Rowland e Kjos (1980) consideram essas variáveis e tiveram uma relação estabelecida como mostra a Equação 3.133 (Gupta e Yan, 2008).

$$d_R = 25.4 \left[ \frac{F_{80}^{0.75}}{160} \left( \frac{W_i \rho_S}{100 \phi_C (3.281D)^{0.5}} \right)^{0.5} \right]$$
 3.133

Sendo:

 $W_i$  = work index do moinho de barras [kWh/t].

 $\rho_S$  = peso específico da alimentação de minério.

 $\phi_{\mathcal{C}}$  = Fração da velocidade critica.

D = diâmetro do moinho [m].

 $d_R$  = diâmetro inicial da barra [mm].

# 3.6.5. Diâmetros das barras na substituição

Durante a operação dos moinhos as barras precisam ser substituídas ocasionalmente, pois elas estão sujeitas ao desgaste e a quebra. A taxa de substituição deve ser igual à taxa na qual o material se deteriora para que o equilíbrio seja mantido. Bond (1958) determinou o equilíbrio dos tamanhos das barras da mesma maneira que para a carga de bolas. Os resultados são produzidos na tabela a seguir.

Tabela 3.15: Equilíbrio da carga para tamanhos de barras máximos (Rowland e Kjos,1980).

Diâmetro máximo das barras [mm]	125	115	100	90	75	65
125	18					
115	22	20				
100	19	23	20			
90	14	20	27	20		
75	11	15	21	33	31	
65	7	10	15	21	39	34
50	9	12	17	26	30	66
Total %	100	100	100	100	100	100

# 3.6.6. Capacidade do moinho de barras

Como no moinho de bolas o projeto da potência de um moinho de barras é produto da capacidade e do work index. A potência do moinho é também aumentada pelo aumento da carga de barras e velocidade, enquanto a potência e a capacidade ambas são aumentadas pelo aumento do comprimento do moinho.

Baseado nessas observações e trabalhando com moinhos do tipo overflow via úmida Rowland e Kjos (1980) sugeriram que a potência extraída do eixo pinhão (pinion shaft) por massa de barras é dado por:

$$\frac{P_M}{M_R} = 1,752D^{0,33}(6,3-5,4J_R)\phi_C$$
3.134

Onde:

 $P_M/M_R$  = potência do moinho de barras por massa de barras [kW/t].

D = diâmetro interno do moinho [m].

J<sub>R</sub> = fração do volume ocupado por barras.

 $\phi_C$  = fração da velocidade crítica.

# 3.6.7. Correções para a potência real dos moinhos (bolas e barra)

Nas situações industriais onde as condições diferem das estabelecidas por Bond (1961), Rowland e Kjos sugeriram em uma série de artigos que as equações de Bond podem ser usadas e depois corrigidas para as diferentes situações encontradas na prática industrial. Austin et al (1984) também apontou correções similares. Estas correções são mostradas abaixo para determinadas condições e são aplicadas para ambos os moinhos de bolas e barras. Mais de um fator de correção pode ser aplicado. Todos os fatores são considerados separadamente e a correção total é determinada (Gupta e Yan, 2008).

## 1. Correção para moagem a seco (F<sub>1</sub>)

potência de moagem via seca = potência de moagem via úmida  $x F_1$ 

F<sub>1</sub> varia de 1,1 a 2,0, mas para a maioria dos materiais é tomado como 1,3.

$$F_1 = 1.3$$
 3.135

# Correção para circuito aberto em moagem via úmida – moinho de bolas

Potência para circuito aberto por via úmida  $= Potência \ para \ circuito \ fechao \ por \ via \ úmida \ x \ F_2$ 

F<sub>2</sub> é conhecido como o fator de ineficiência para circuitos de moagem por via úmida fechado. Isto é função do tamanho da peneira usada para determinar o valor do work índex, Wi, e a porcentagem passante neste tamanho de controle. Esta função foi determinada para diferentes porcentagens passantes no tamanho da malha de controle da peneira como mostrado na Figura 3.41 (Gupta e Yan, 2008).

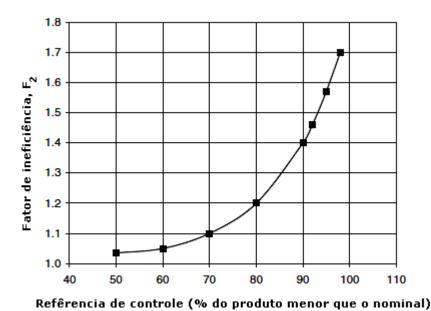


Figura 3.41: Variação do multiplicador de ineficiência, F<sub>2</sub>, com o tamanho do produto de controle para moagem em moinhos de bolas (Gupta e Yan, 2008).

Quando não for especificada ou obtida nenhuma referência de controle, usar  $F_2 = 1,2$ .

## 3. Correção para o diâmetro do moinho (Fator eficiência do diâmetro)

Para considerar o efeito do diâmetro do moinho que é diferente de 2,44 m, usado por Bond na determinação do WI, a potência precisa ser multiplicada pelo fator F<sub>3</sub>, dado abaixo:

Para D < 3,81 m 
$$F_3 = \left(\frac{2,44}{D}\right)^{0,2}$$
 Para D  $\geq$  3,81 m 
$$F_3 = 0,914$$

# 4. Correção para o oversize da alimentação

O oversize foi definido por Austin (1984) quando o tamanho da alimentação,  $F_{80}$ , excede o valor dado por:

$$F_{80} > \sqrt{\frac{14,3}{W_{i(teste)}}}$$
 3.138

O tamanho de alimentação ótimo sugerido por Rowland e Kjos (1980) para um moinho de barras é:

Para moinhos de barras:

$$F_{OPT} = 1600 \sqrt{\frac{14,3}{W_i}}$$
 3.139

Para moinhos de bolas:

$$F_{OPT} = 4000 \sqrt{\frac{14,3}{W_i}}$$

O fator de correção F<sub>4</sub> é obtido em termos do work índex por Rowland e Kjos (1980) como:

$$F_4 = 1 + \frac{\left(\frac{W_i}{1,1} + 7\right)\left(\frac{F_{80} - F_{OPT}}{F_{OPT}}\right)}{R}$$
 3.140

Este fator não é necessário para moinhos de bolas alimentados por moinhos de barras ou se  $F_4$  é menor do que 1,0.

## 5. Correção para moagem de finos - Moinho de Bolas

Um fator de correção para moagem de finos é aplicado quando mais do que 80% do produto do material é menor do que 75µm. O fator de correção é:

$$F_5 = \frac{P_{80} + 10.3}{1,145 \, P_{80}} \tag{3.141}$$

## 6. Correção para a taxa de redução (alta ou baixa) - Moinho de Barras

Esta correção é principalmente para baixas taxas de redução. O fator de correção F<sub>6</sub>, não precisa ser aplicado se:

$$-2 < (R - R^*) < +2$$

Onde:

$$R^* = 8 + \frac{5L_R}{D}$$
 3.142

 $L_R$  = comprimento da barra, [m].

D = diâmetro interno do forro do moinho, [m].

Para moinhos de barras de descarga central periférica, a taxa de redução ótima será a metade do R\* calculado.

O fator de correção, F<sub>6</sub>, é estimando usando a equação:

$$F_6 = 1 + \frac{(R - R^*)^2}{150}$$
 3.143

A correção não é sempre necessária para altas taxas de reduções, mas é usada se o Wi dos moinhos de bolas e barras for maior do que 7 (sete).

## 7. Correção para baixas taxas de reduções - Moinho de Bolas

Se a taxa de redução do moinho de bolas é menor do que 6 (seis) então um fator de correção, F<sub>7</sub>, é aplicado:

$$F_7 = \frac{2(R-1,35) + 0,26}{2(R-1,35)}$$
3.144

# 8. Correção de Eficiência - Moinho de Barras

Para uma operação eficiente dos moinhos de barras a alimentação deve ser preferencialmente uniforme no tamanho superior. A forma na qual o moinho é alimentando, seja por correias transportadoras, diretamente de silos ou calhas afeta a potência consumida e o desempenho da moagem. A preparação correta da alimentação é difícil. A regra sugerida por Rowland e Kjos (1980) é resumida na Tabela 3.16.

Tabela 3.16: Fator de correção da alimentação, F<sub>8</sub>, para operações dos moinhos de barras.

# A - Moinho de barras operando isoladamente

Condição	Correção (F <sub>8</sub> )
Alimentação preparada por um circuito de britagem aberto	1.4
Alimentação preparada por um circuito de britagem fechado	1.2

#### B - Circuito: Moinho de barras + moinho de bolas

Condição	Correção (F <sub>8</sub> )
Alimentação do moinho provida por um circuito aberto de britagem	1.2
Alimentação do moinho provida por um circuito fechado de britagem	1

O fator de correção total, F<sub>T</sub>, a potência do moinho é então:

$$F_T = F_1.F_2.F_3.F_4.F_5.F_6.F_7.F_8$$
3.145

Quando em uma condição de moagem não se aplica em um determinado fator, este deve ser ignorado (valor igual a um). A potência total do moinho será então:

$$P_{M} = W.F_{T}.Capacidade 3.146$$

# 3.6.8.0 método do trapezoide de Possibilidade

Ao aplicar-se o Método Computadorizado de Dimensionamento de Moinhos objeto da dissertação de mestrado do engenheiro Ivan Caetano Machado (1985) a diversos moinhos em operação no Brasil, com intuito de conceber um Sistema Controlador e Otimizador de operações de moagem de massas minerais, verificou-se, acidentalmente, que o Fator de Correção de Potência de Bond – Rowland associados a razões de redução fora dos limites ideais F<sub>6</sub>, no caso de moinhos de barras diverge acentuadamente para razões de redução muito elevadas (Peres e Machado, 1989).

A literatura especializada recomenda-se a aplicação de incondicional do Fator Eficiência  $F_6$  de Bond — Rowland no caso de baixas razões de redução. A utilização desse fator é sempre para o valor WI for superior a 7,0kWh/st, nada registrado para os casos em que o WI é inferior.

A partir de dados concretos (moinhos em operação) verificou-se que as fórmulas associadas a  $F_6$  não são válidas nesses casos, para os quais, a adoção de  $F_6$  =1,2 (máximo) foi deduzida e comprovada experimentalmente (Peres e Machado, 1989).

Desta forma o fluxograma de Cálculo pertinente apresentado na Figura 3.42, sumariza a versão atualizada que se recomenda para a adoção e aplicação de F<sub>6</sub> (Peres e Machado, 1989).

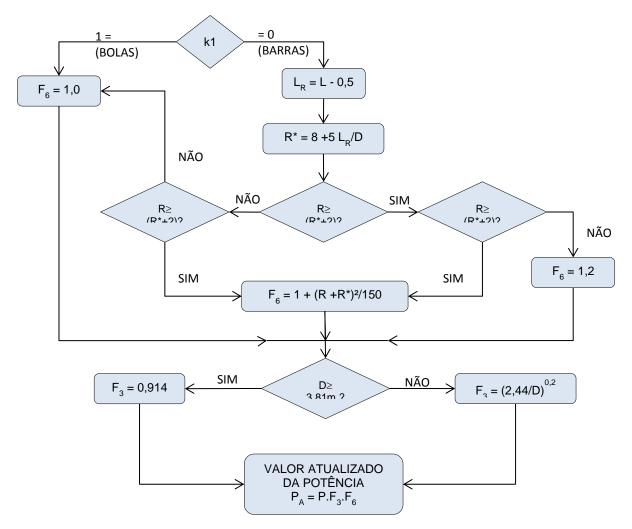


Figura 3.42 - Fluxograma de aplicação dos fatores de eficiência que dependem do diâmetro e comprimento do moinho: Versão atualizada (Peres e Machado, 1989).

## 3.7. Hidrociclones

Infelizmente nenhum classificador opera perfeitamente e não divide uma população de partículas em duas partes de tamanhos particulares e bem definidos. Todos os classificadores são caracterizados por uma função distribuição que informa a eficiência de separação em qualquer tamanho, esta função pode ser inclinada dependendo da eficiência de separação. Esta é chamada curva de partição (algumas vezes chamada curva de Tromp) ela mostra a fração de partículas de um tamanho particular que será direcionada para a fração grosseira. O formato de "S" da curva é típico de todos classificadores industriais (King, 2001).

King (2001) diz que se a ação de classificação ideal das unidades é descritas pela função classificação  $e(d_p)$  e a fração  $\alpha$  de alimentação em curto circuito direcionada para produto grosseiro, então um simples balanço de massa informa a curva de classificação real como:

$$c(d_p) = \alpha + (1 - \alpha)e(d_p)$$
3.147

 $e(d_p)$  é chamado de função classificação corrigida e  $c(d_p)$  a função de classificação real.

O parâmetro importante que caracteriza a operação do classificador é o tamanho no qual  $e(d_p)$  é igual a 0,5. Este tamanho é frequentemente conhecido como tamanho de corte corrigido  $d_{50c}$ .  $d_{50c}$  e  $d_{50}$  são definidos como (King, 2001).:

$$e(d_{50c}) = 0.5$$

е

$$c(d_{50}) = 0.5$$

# 3.7.1. Função Classificação

Embora modelos físicos tivessem sido desenvolvidos para os principais tipos de classificadores não existe um procedimento completamente satisfatório para o cálculo da função classificação em nenhum tipo de classificador. Contudo, há modelos empíricos eficientes que conseguem descreverem a função classificação ideal. As mais usadas são (King, 2001):

Rosin-Rammler:

$$e(d_p) = 1 - \exp(-0.693^{\lambda})$$
 3.148

Soma exponencial:

$$e(d_p) = \frac{\exp(\lambda x) - 1}{\exp(\lambda x) \exp(\lambda) - 2}$$
 3.149

Logística:

$$e(d_p) = \frac{1}{(1 + x^{-\lambda})}$$
 3.150

Nessas equações  $x=\frac{d_p}{d_{50c}}$  e  $\lambda$  são os parâmetros que quantificam a inclinação da

classificação que é relativamente fácil de estimar em termos do índice de inclinação por:

$$SI = \frac{d_{25}}{d_{75}}$$

Com  $e(d_{25}) = 0.25$  e  $e(d_{75}) = 0.75$ . SI possui um valor entre 0 e 1, sendo que quanto mais próximo de 1 mais perfeita é a classificação no tamanho de corte  $d_{50}$ .

O parâmetro  $\lambda$  é relacionado ao índice de inclinação para cada caso dado abaixo:

Rosin-Rammler:

$$(SI)^{-\lambda} = 4,819$$
  
 $SI = \exp(-1,572/\lambda)$   
 $\lambda = \frac{-1,572}{\ln(SI)}$ 
3.151

Soma exponencial:

$$SI = \frac{\ln\left(\frac{2 + \exp \lambda}{3 \exp \lambda}\right)}{\ln\left(\frac{3 \exp \lambda - 2}{\exp \lambda}\right)}$$
3.152

Logística:

$$(SI)^{-\lambda} = 9$$

$$SI = \exp\left(\frac{-2,1972}{\lambda}\right)$$

$$\lambda = \frac{-2,1972}{\ln(SI)}$$
3.153

Essas funções são eficientes para uma descrição quantitativa do comportamento das várias unidades de classificação, mas é necessário validar as três relevantes condições de operações para a unidade em questão.

# 3.7.2. Modelos Empíricos

O modelo desenvolvido por Lynch e Rao (1975) foi obtido como um produto de ralações individuais de cada variável com o  $d_{50}$ . Utilizando um hidrociclone da Krebs de 508 mm de diâmetro, encontraram que o  $d_{50}$  era função do tamanho das partículas e da geometria do hidrociclone. O modelo é escrito como:

$$\log d_{50C} = 4.18D_0 - 5.43D_U + 3.04D_I + 0.0319C_{MS(F)} - 3.6Q_{V(F)} - 0.0042(\% + 420) + 0.0004(\% - 53)$$
3.154

Onde:

 $C_{MS(F)}$  - Porcentagem de sólidos por massa na alimentação [%].

 $Q_{V(F)}$  - Vazão volumétrica da alimentação [m³/s].

 $C_{+420}$  - Porcentagem de material retido na peneira de 420  $\mu$ m na alimentação.

 $C_{-53}$  - Porcentagem de material passante na peneira de 53  $\mu m$  na alimentação.

 $D_O, D_I, D_U$  - Diâmetros do overflow, alimentação (inlet) e underflow respectivamente [m].

 $d_{50C}$  - Tamanho de corte [µm].

Estas constantes intrinsecamente são aplicadas para o ciclone da Krebs e polpa de calcário, mas é ampliada para muitas outras polpas com boa precisão. Para minerais de densidade diferente ao do calcário um fator de correção pode ser aplicado como mostrada na equação abaixo:

$$\frac{(d_{50C})_1}{(d_{50C})_2} = \sqrt{\frac{(\rho_{S2} - \rho_L)}{(\rho_{S1} - \rho_L)}}$$
3.155

O modelo de Lynch e Rao foi subsequente modificado por Nageswararao (1995) que incluiu o ângulo do cone do hidrociclone e condições que impedem a sedimentação. Este fator de sedimentação é escrito como:

$$H_S = \frac{10^{1,82V_{S(F)}}}{8,05(1 - V_{S(F)})^2}$$
 3.156

Onde:

 $V_{S(F)}$  = Fração volumétrica de sólidos na alimentação da polpa.

Napier et al (1996) fizeram uma pequena modificação para:

$$\frac{d_{50C}}{D_C} = K_{D0} \left(\frac{D_O}{D_C}\right)^{0.52} \left(\frac{D_U}{D_C}\right)^{-0.47} \left(\frac{P}{\rho_{SL}gD_C}\right)^{-0.22} \left(\frac{D_I}{D_C}\right)^{-0.5} \left(\frac{L_{CYL}}{D_C}\right)^{0.15} \theta^{0.15} D_C^{-0.65} H_S^{0.93}$$
3.157

Onde:

P - Pressão na alimentação [kPa].

g - aceleração devido à gravidade [m/s].

θ - Ângulo do cone [°].

H<sub>S</sub> - Fator de impedimento a deposição.

K<sub>D0</sub> - constante do material dependentes da densidade especifica e da análise granulométrica da alimentação.

L<sub>CYL</sub> - comprimento da secção cilíndrica [m].

D<sub>C</sub> - diâmetro da secção cilíndrica [m].

ρ<sub>SL</sub> - densidade da polpa na alimentação [t/m³].

 $d_{50C}$  - tamanho de corte [µm].

Para validar a equação acima  $K_{D0}$  precisa ser determinado para cada caso. Como isto não é possível esta variável ser estimada em laboratório usando um hidrociclone piloto e ajustado para as demais condições específicas.

Utilizando sílica pura em suspensão, Plitt (1967) et al (1980) e mais tarde Arterburn (1982), desenvolveram modelos matemáticos relacionados as variáveis operacionais e o tamanho de corte. Ambos os modelos foram derivados empiricamente de dados experimentais obtidos em hidrociclones de laboratórios.

De acordo com Plitt:

$$d_{50C} = \frac{k_1 2689, 2D_C^{0,46} D_I^{0,6} D_O^{1,21} \mu^{0,5} \exp(0,063C_{VS(F)})}{D_U^{0,71} L_{VF}^{0,38} Q_{V(F)}^{0,45} (\rho_S - \rho_L)^{0,5}}$$
3.158

Onde:

 $L_{VF}$  - Altura livre do vortex (distância do final do vortex finder até o Apex)[m].

 $D_C$  - Diâmetro do cilindro [m].

 $D_U$ ,  $D_I$ ,  $D_O$  - Diâmetros do underflow, inlet e overflow respectivamente [m].

 $Q_{V(F)}$  - Vazão volumétrica da alimentação [m<sup>3</sup>/s].

 $C_{VS(F)}$  - Porcentagem volumétrica de sólidos na alimentação [%].

 $d_{50\textit{C}}$  - Tamanho de corte corrigido [μm].

μ - viscosidade do líquido [mPa].

 $\rho_{\rm S}, \rho_{\rm L}$  - Densidade dos sólidos e do líquido respectivamente [kg/m³].

 $K_1$  - Fator de calibração (igual a 1, quando não possuir esta informação).

Austin et al (1984) declaram que os modelos defendidas por Lynch, Rao e Plitt forneciam valores de  $d_{50}$  que dependiam das condições de determinação e eram mais adequadas para polpas diluídas. Apesar disso, estas expressões são extensivamente utilizadas para projetar e operar ciclones industriais.

Arterburn (1982) derivou uma relação mais simples que também é muito utilizada principalmente para projetos de hidrociclones. De acordo com o autor para um hidrociclones típico da Krebs:

$$d_{50C} = \frac{8253,5D_C^{0,67}}{\Delta P^{0,28} (\rho_S - \rho_L)^{0,5} (1 - 1,9V_{S(F)})^{1,43}}$$
 3.159

Onde  $D_{\mathcal{C}}$  em metros,  $\Delta \mathrm{P}$  in kPa,  $\rho_{\mathrm{S}}$  e  $\rho_{\mathrm{L}}$  in kg/m³ e  $d_{50\mathcal{C}}$  em  $\mu \mathrm{m}$ .

#### 3.7.3. Capacidade

A avaliação dos hidrociclones tem sido estudada por diversos autores. A relação geralmente para capacidade,  $Q_{V(F)}$ , é obtida por (Gupta e Yan, 2008):

$$Q_{V(F)} = kP^{0,5}$$

Empiricamente, os valores do expoente da pressão têm variado em uma faixa de 0,44 a 0,56. A constante k é uma função das dimensões do ciclone, pressão e característica da polpa. De acordo com Dahlstrom (1988), a capacidade é também proporcional ao quadrado do diâmetro do ciclone e é obtida pela relação:

$$Q_{V(F)} = 10^{-3} k P^{0.5} D_C^2 3.160$$

Fitch e Roberts (1985) consideraram o diâmetro do vortex finder,  $D_O$ , o diâmetro do inlet,  $D_I$ , e a entrada de pressão,  $\Delta P$ , para calcular a capacidade dos ciclones,  $Q_{V(F)}$ , calculada por:

$$Q_{V(F)} = 105,5D_O^{0,73}D_I^{0,86}\Delta P^{0,42}$$
 3.161

A unidade de  $Q_{V(F)}$  é m³/minuto com  $D_O$ ,  $D_U$  e  $D_I$  em metros e a pressão em kPa.

Nageswararao (1995) considerou todas varáveis do hidrociclone e formulou uma relação entre as variáveis com a vazão do fluxo e geometria, obtendo a seguinte equação:

$$Q_{V(F)} = K_{Q0} \frac{D_C^{1,9}}{\theta^{0,1}} \left(\frac{\Delta P}{\rho_{SL}}\right)^{0,5} \left(\frac{D_O}{D_C}\right)^{0,67} \left(\frac{D_I}{D_C}\right)^{0,45} \left(\frac{L_C}{D_C}\right)^{0,2}$$
3.162

Onde  $K_{Q0}$  é uma constante dependente da porcentagem de sólidos na alimentação e determinada experimentalmente em hidrociclones de laboratório com os parâmetros conhecidos. Após esta etapa é feito um redimensionamento para hidrociclones industriais.

As dimensões D e L, definidas na Figura 3.43, estão em metros, o ângulo do cone,  $\theta$ , em graus,  $\Delta P$  em kPa e  $Q_{V(F)}$  em m³/h. A equação acima foi determinada utilizando calcário e hidrociclones com diâmetros variando entre 102 à 381 mm. A equação é uma versão revisada de Lynch Rao (1975) e mais tarde modificada por Lynch e Morrell (1992).

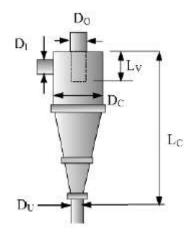


Figura 3.43 – Nomenclatura das partes do hidrociclone (Gupta e Yan, 2008).

Plitt (1976) desenvolveu uma série de modelos para descrever o comportamento de um hidrociclone. Esses modelos estimam o  $d_{50C}$ , queda de pressão, formato da separação e divisão do fluxo.

A equação para divisão do fluxo é:

$$S = \frac{Q_{V(U)}}{Q_{V(O)}} = \frac{k_2.3,79 \left(\frac{D_U}{\overline{D}_O}\right)^{3,31} L_{VF}^{0,54} (D_U^2 + D_O^2)^{0,36} \exp(0,0054C_{VS(F)})}{H^{0,24} D_C^{1,11}}$$

Ou
$$S = \frac{Q_{V(U)}}{Q_{V(O)}}$$

$$= \frac{k_2.6,56 \left(\frac{D_U}{D_O}\right)^{3,31} \rho_{SL}^{0,24} L_{VF}^{0,54} (D_U^2 + D_O^2)^{0,36} \exp(0,0054C_{VS(F)})}{\Delta P^{0,24} D_C^{1,11}}$$
3.163

Onde

H - Pressão na alimentação em metros de polpa.

P - Queda de pressão [Pa].

 $Q_{V(U)}$ ,  $Q_{V(O)}$  - fluxo volumétrico no underflow e overflow respectivamente [m<sup>3</sup>/h].

C<sub>VS(F)</sub> - Fração volumétrica de sólidos na alimentação [%].

D, L - Dimensões em metro.

 $\rho_{SL}$  - densidade da polpa [kg/m³].

 $k_2$  - Fator de correção (igual a 1,0 caso não haja informações disponíveis).

Outros modelos propostos por Plitt são:

$$P = \frac{k_3 0,0651 Q_{V(F)}^{1,8} \exp(0,0055 C_{V(F)})}{D_C^{0,37} D_I^{0,94} L_{VF}^{0,28} (D_U^2 + D_O^2)^{0,87}}$$
3.164

Onde Q<sub>V(F)</sub> é o fluxo volumétrico na alimentação em m³/h e:

$$m = k_4 10,10 \exp(-1,58R_V) \left(\frac{D_C^2 L_{VF}}{Q_{V(F)}}\right)^{0,15}$$
3.165

Onde:

m = formato da separação,

 $k_3$ ,  $k_4$  = Fator de correção (tomados iguais a 1,0 quando não possui informações disponíveis),

 $R_V$  = Recuperação do volume da alimentação no underflow.

$$R_V = \left(\frac{S}{1+S}\right) \tag{3.166}$$

## 3.7.4. Geometria dos Hidrociclones

Foram selecionados diversos ciclones Hoffmann e Stein (2010), Castilho e Medronho (1999) e comparou-se o diâmetro do hidrociclone com as demais geometrias deste, o resultado pode ser visto na Tabela 3.17.

Tabela 3.17 - Correlação diâmetro dos ciclones com as demais geometrias deste (Hoffmann e Stein, 2010).

Modelo	D/D	D <sub>x</sub> /D	S/D	H/D	(H-H <sub>c</sub> )/D	a/D	b/D	D <sub>d</sub> /D
Standart Dewatering	100%	44%	75%	342%	134%	56%	22%	41%
Muschelknautz E	100%	25%	46%	137%	25%	25%	9%	34%
Muschelknautz D	100%	33%	89%	242%	73%	52%	15%	55%
Storch 4	100%	45%	68%	622%	350%	100%	15%	35%
Storch 3	100%	56%	104%	428%	241%	87%	31%	48%
Storch 2	100%	48%	106%	488%	206%	84%	24%	37%
Storch 1	100%	34%	39%	532%	150%	27%	27%	18%
Tengbergen C	100%	33%	43%	276%	55%	30%	30%	33%
Tengbergen B	100%	53%	107%	288%	154%	85%	27%	53%
Tengbergen A	100%	40%	57%	234%	65%	49%	27%	73%
TSN-11	100%	39%	70%	276%	63%	53%	16%	44%
TSN-15	100%	59%	132%	423%	221%	62%	23%	45%
Stairmand HE	100%	50%	50%	400%	150%	50%	20%	38%
Stairmand HF	100%	74%	87%	397%	149%	74%	37%	37%
Van Tongeren AC	100%	31%	100%	379%	134%	46%	21%	40%
Vibco	100%	39%	43%	252%	80%	39%	31%	23%
Barth	100%	33%	73%	258%	69%	53%	13%	33%
Leith and Licht 1	100%	20%	50%	400%	150%	50%	20%	38%
Leith and Licht 2	100%	30%	58%	317%	133%	58%	21%	50%
Leith and Licht 3	100%	28%	106%	287%	153%	84%	26%	53%
Leith and Licht 4	100%	47%	105%	287%	152%	84%	25%	53%
Rongbiao Xiang 1	100%	50%	50%	250%	100%	40%	16%	63%
Rongbiao Xiang 2	100%	50%	50%	250%	100%	40%	16%	50%
Rongbiao Xiang 3	100%	50%	50%	250%	100%	40%	16%	38%
H. Safikhani 1	100%	50%	63%	400%	100%	50%	25%	25%
H. Safikhani 2	100%	50%	63%	400%	200%	50%	25%	25%
H. Safikhani 3	100%	63%	113%	300%	100%	50%	25%	50%
ANOVA	100%	48%	120%	500%	150%	55%	27%	30%
Bohnet	100%	33%	73%	258%	69%	53%	13%	33%
Lapple GP	100%	50%	63%	400%	200%	50%	25%	25%
Média	100%	44%	75%	342%	134%	56%	22%	41%

# Onde:

a = altura do inlet.

b = largura do inlete.

 $D_x$  = diâmetro do vortex.

 $D_d$  = diâmetro do apex.

D = diâmetro do ciclone,

S = comprimento do vortex dentro hidrociclone,

H = altura do hidrociclone.

H<sub>c</sub> = Comprimento da seção cônica.

A Figura 3.44 demonstra melhor estas variáveis.

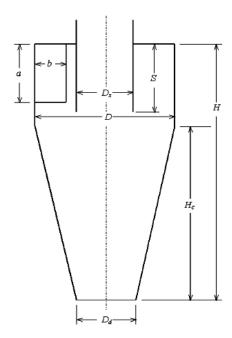


Figura 3.44- Definição dos símbolos utilizados nesta seçao (Hoffmann e Stein, 2010).

## Voluta

Alguns dos tipos de volutas circulares são de 90° e 180° como pode ser visto na Figura 3.45, há também de 270° e 360°, sendo os quatro modelos comumente encontrados na prática.

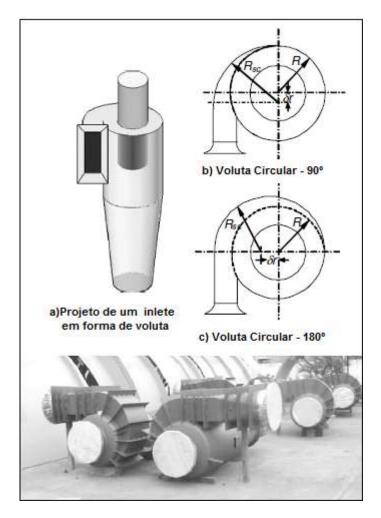


Figura 3.45 - Tipos de volutas circulares (Hoffmann e Stein, 2010).

Nota-se que, ao contrario das volutas logarítmicas (ver abaixo), o raio de curvatura destas volutas circulares não mudam com o anglo da voluta  $\theta$ . Isto faz com elas sejam relativamente fáceis de serem fabricadas. Para as volutas circulares pode-se assumir que a distância do deslocamento,  $\delta_r$  é:

$$\delta_r = R_{SC} - R \tag{3.167}$$

Onde R<sub>SC</sub> e R são os raios da voluta e da seção cilíndrica do ciclone respectivamente.

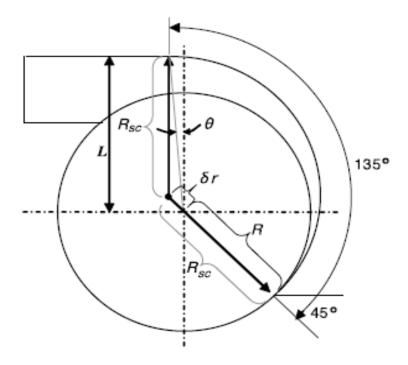


Figura 3.46 - Ilustração de uma voluta circular de 135º (Hoffmann e Stein, 2010).

Outro tipo é a voluta logarítmica. Esta configuração é caracterizada por uma constante mudança no raio de curvatura,  $R_{SC}$ , em função do anglo da voluta,  $\theta$ , como ilustrado na Figura 3.47.

Em geral uma voluta logarítmica deste tipo pode ser representada pela expressão:

$$\ln\left(\frac{R_{SC}}{R_{ini}}\right) = \left[\frac{1}{\theta_{fin}}\ln\left(\frac{R_{fin}}{R_{ini}}\right)\right]\theta$$
3.168

Ou por:

$$R_{SC} = R_{ini} \left( \frac{R_{fin}}{R_{ini}} \right)^{\frac{\theta}{\theta_{fin}}}$$
 3.169

Onde  $\theta$  é a coordenada angular da voluta em radianos,  $R_{SC}$  é o raio no ângulo  $\theta$ ,  $R_{ini}$  é raio da voluta no começo  $(\theta_{ini}=0^{\circ})$  e  $R_{fin}$  é o raio final da voluta  $(\theta=\theta_{fin})$ .

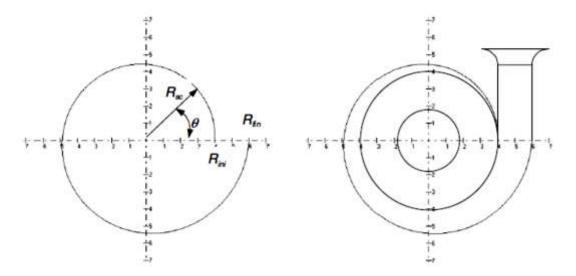


Figura 3.47 - a) padrão de voluta logarítmica de 360º, b) Integração da voluta com o hidrociclone (Hoffmann e Stein, 2010).

#### 4 Matérias e Métodos

Para o desenvolvimento do aplicativo utilizou-se um microcomputador com compilador para a linguagem de programação C#. O software faz uso dos modelos empíricos apresentados na revisão bibliográfica junto com o método simplex para otimizar e projetar os equipamentos de acordo com as condições almejadas.

# 4.1. Método Simplex

Moliterno (2011) define o Método Simplex como um procedimento matricial para resolver o modelo de programação linear na forma normal. Começando com  $X_0$ , o método localiza sucessivamente outras soluções básicas viáveis acarretando melhores valores para a função objetivo até ser obtida a solução ótima.

Para os problemas de minimização (empregado no CIC), o método simplex utiliza o quadro mostrado na Figura 4.1.

$$\begin{array}{c|cccc}
 & X^{T} \\
\hline
X_{0} & C_{0} & A & B \\
\hline
 & C^{T} - C_{0}^{T} A & - C_{0}^{T} B
\end{array}$$

Figura 4.1 - Quadro de resolução de problemas de minimização utilizando o simplex Moliterno (2011).

#### Onde:

C<sup>T</sup> = vetor linha dos custos correspondentes,

X = é o vetor coluna de incógnitas (incluindo variáveis de folga, excesso e artificiais),

A = é a matriz de coeficientes das equações de restrições.

B = é o vetor coluna dos valores à direita das equações representando as restrições.

 $X_0$  = é o vetor coluna de variáveis de folga e artificiais,

C<sub>0</sub> = é o vetor coluna de custo associado com as variáveis em X<sub>0</sub>.

Moliterno (2011) informa os seguintes passos a serem tomados na resolução do método simplex.

- 1 Localizar o número mais negativo da última linha do quadro simplex, excluir a última coluna, e chamar a coluna em que este número aparece de coluna de trabalho. Se existir mais de um candidato a número mais negativo, escolha um.
- 2 Forme quocientes da divisão de cada número positivo da coluna de trabalho pelo elemento da última coluna da linha correspondente (excluindo-se a última linha do quadro). Designe por pivô o elemento da coluna de trabalho que conduz ao menor quociente. Se mais de um elemento conduzir ao mesmo menor quociente, escolha um. Se nenhum elemento da coluna de trabalho for positivo, o problema não terá solução.
- 3 Use operações elementares sobre as linhas a fim de converter o elemento pivô em 1 (um) e, em seguida, reduzir a zero todos os outros elementos da coluna de trabalho.
- 4 Substituir a variável x existente na linha pivô e primeira coluna pela variável x da primeira linha e coluna pivô. Esta nova primeira coluna é o novo conjunto de variáveis básicas.
- 5 Repita os passos de 1 a 4 até a inexistência de números negativos na última linha, excluindo-se desta apreciação a última coluna.
- A solução ótima é obtida atribuindo-se a cada variável da primeira coluna o valor da linha correspondente, na última coluna. Às demais variáveis é atribuído o valor zero. O valor ótimo da função objetivo é o número resultante na última linha, última coluna, nos problemas de maximização ou o negativo deste número, nos problemas de minimização.

### 4.2. Britadores de Mandíbulas

Antes de iniciar a abordagem sobre como dimensionar um britador de mandíbulas três conceitos devem ser lembrados.

Primeiro: O gargalo de qualquer britador é o tamanho da saída deste, portanto quanto maior a APA (abertura na posição aberta) maior será sua capacidade.

Segundo: O gape precisa ser pelo menos 10% maior do que o top size, pois o material precisa entrar na câmara de britagem para que haja fragmentação.

Terceiro: Para realizar a simulação somente é necessário o top size da alimentação. Esta é uma grande vantagem devido à dificuldade de amostrar o ROM.

Com estes conceitos em mente e considerando um grau de redução de no máximo 12. Não se pode esperar que o gape de um britador de mandíbulas ultrapasse o valor de 12 vezes o tamanho da APA.

A vantagem deste britador é a existência do grande número de trabalhos técnicos publicados a respeito de como dimensionar este equipamento.

A Figura 4.2 indica a metodologia do dimensionado do britador de mandíbulas pelo software CIC.

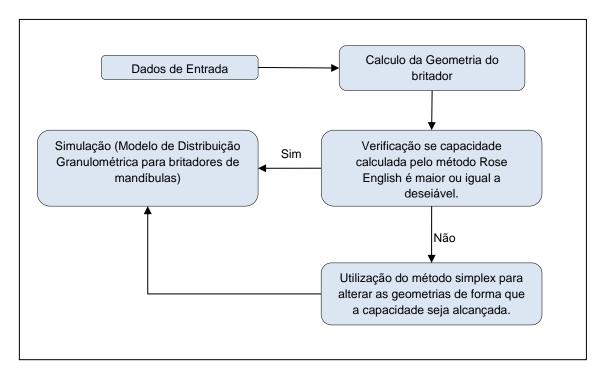


Figura 4.2 – Fluxograma da metodologia utilizada para o dimensionamento dos britadores de mandíbulas contidos no CIC.

Embora não esteja demonstrado no fluxograma acima o método simplex também é utilizado para calcular o número de correias necessárias, o tamanho da polia motora e do volante do britador.

Quanto maior o diâmetro do volante do britador de mandíbulas melhor, mesmo que o motor necessite de uma energia maior para iniciar o seu movimento. Em contrapartida quando iniciado é difícil de ser parado devido a sua maior inércia. Portanto, após a mandíbula chocar com o minério, o motor precisará de menos energia para fazer com que o volante continue com a mesma velocidade de rotação inicial.

O tamanho do volante fica limitado às correias fabricadas em tamanhos padrões, pois embora possa criar uma correia especial, esta não seria encontrada facilmente no mercado e dificultaria a manutenção do equipamento.

A Figura 4.3 mostra como calcular o comprimento da correia através das polias e distância entre elas.

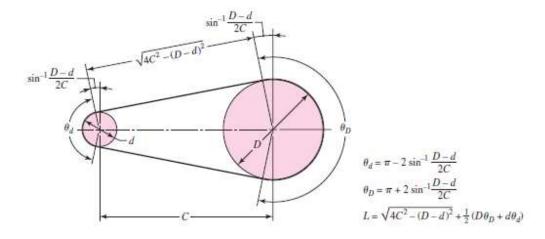


Figura 4.3 - Correlações geométricas das polias e correia (Budynase e Nisbett, 2008).

Tabela 4.1 - Potência (HP) das correias padrões em V (Budynase e Nisbett, 2008).

Belt	Sheave Pitch	Belt Speed, ft/min											
Section	Diameter, in	1000	2000	3000	4000	5000							
A	2.6 3.0 3.4 3.8 4.2 4.6 5.0 and up	0.47 0.66 0.81 0.93 1.03 1.11 1.17	0.62 1.01 1.31 1.55 1.74 1.89 2.03	0.53 1.12 1.57 1.92 2.20 2.44 2.64	0.15 0.93 1.53 2.00 2.38 2.69 2.96	0.38 1.12 1.71 2.19 2.58 2.89							
В	4.2 4.6 5.0 5.4 5.8 6.2 6.6 7.0 and up	1.07 1.27 1.44 1.59 1.72 1.82 1.92 2.01	1.58 1.99 2.33 2.62 2.87 3.09 3.29 3.46	1.68 2.29 2.80 3.24 3.61 3.94 4.23 4.49	1.26 2.08 2.76 3.34 3.85 4.28 4.67 5.01	0.22 1,24 2,10 2,82 3,45 4,00 4,48 4,90							
С	6.0 7.0 8.0 9.0 10.0 11.0 12.0 and up	1.84 2.48 2.96 3.34 3.64 3.88 4.09	2.66 3.94 4.90 5.65 6.25 6.74 7.15	2.72 4.64 6.09 7.21 8.11 8.84 9.46	1.87 4.44 6.36 7.86 9.06 10.0 10.9	3.12 5.52 7.39 8.89 10.1 11.1							
D	10.0 11.0 12.0 13.0 14.0 15.0 16.0 17.0 and up	4.14 5.00 5.71 6.31 6.82 7.27 7.66 8.01	6.13 7.83 9.26 10.5 11.5 12.4 13.2 13.9	6.55 9.11 11.2 13.0 14.6 15.9 17.1 18.1	5.09 8.50 11.4 13.8 15.8 17.6 19.2 20.6	1,35 5,62 9,18 12,2 14,8 17,0 19,0 20,7							
E	16.0 18.0 20.0 22.0 24.0 26.0 28.0 and up	8.68 9.92 10.9 11.7 12.4 13.0 13.4	14.0 16.7 18.7 20.3 21.6 22.8 23.7	17.5 21.2 24.2 26.6 28.6 30.3 31.8	18.1 23.0 26.9 30.2 32.9 35.1 37.1	15.3 21.5 26.4 30.5 33.8 36.7 39.1							

Através das correlações da Figura 4.3 e das potências que cada correia pode transmitir pela Tabela 4.1, o método simplex foi utilizado para fornecer o tamanho máximo do volante dos britadores de mandíbulas.

#### 4.3. Britadores Giratórios

Não há muitos trabalhos técnicos publicados a respeito do dimensionamento destes britadores. Contudo, existem diversos modelos empíricos que correlacionam a geometria com a capacidade. Desta forma o dimensionamento é obtido pelo método simplex, de maneira que atenda as especificações técnicas e capacidade desejada.

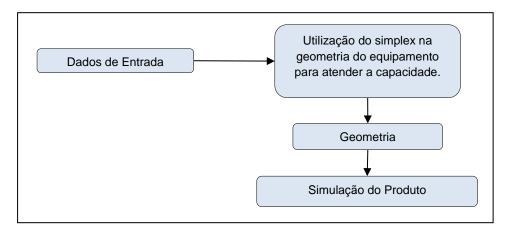


Figura 4.4 – Fluxograma de cálculo para dimensionamento de britadores giratório usado no software CIC.

Após realizar uma análise dos modelos empíricos clássicos de cálculo de capacidade notou-se que havia correlação, no entanto os valores calculados sempre eram inferiores do que os indicados pelos fabricantes.

Utilizando do recurso, função, Proj.Lin do Microsoft Excel<sup>™</sup>, os modelos de Taggart, Hersam, Gaudie, Broman e Rose English foram modificados para que os valores fornecidos por estes modelos ficasse mais condizentes com indicados pelos fabricantes.

Correção modelo Taggart:

Onde:

D = Diâmetro do manto [cm].

C = Capacidade [t/h].

Rm = Raio médio da abertura de saída do britador [cm].

S = afastamento máximo de abertura de descarga [cm].

O modelo corrigido de Hersam:

$$Q = \left(30 \frac{T^2 + 2ST}{G - S}. n. 2\pi. Rm. D. \delta. k\right). 5,87 + 1534,2D - 878,47G - 5316$$

Onde:

Q = produção horária em toneladas métricas sendo D, G, S e T expressos em metros.

G = gape.

T = Diferença da APA com a APF (Throw).

Rm = Raio médio da abertura de saída do britador [m].

 $\delta$  =Densidade aparente do material.

n = revoluções por minuto.

A expressão de Gaudie corrigida:

$$Q = 0.35\pi . \sin\theta . (L_{MAX} - L_{MIN})g . H\sqrt{(\sin\theta + \mu\cos\theta)} . 53.7 + 2334.D - 1249G - 996L_{MIN} - 2273$$

Onde:

L<sub>MAX</sub> = Distância máxima entre a cabeça giratória e a carcaça.

L<sub>MIN</sub> = Distância mínima entre a cabeça giratória e a carcaça.

 $\theta$  = Inclinação do cone para a horizontal.

g = Aceleração devido à gravidade.

 $\mu$  = coeficiente de fricção do material.

H = altura vertical da câmera.

A correção da equação de Broman se altera para:

$$Q = 3.51(D - S)\pi.S.d.\cot(\alpha) \cdot \rho.60n + 234.39D + 3725.1G - 7204.1S - 40479$$

A seguir a correção do método de Rose e English:

$$Q = \frac{2,41W_i D\rho_S \sqrt{L_{MAX} - L_{MIN}} (L_{MAX} + L_{MIN})}{2\left(\sqrt{\frac{R}{R-1}}\right)} + 533D + 2536G - 3500L_{MAX} - 3328,4$$

$$4.5$$

Onde:

Wi = Work Index de Bond,

D = Diâmetro da carcaça em uma dada secção cortada,

L<sub>MAX</sub> = distância máxima entre a carcaça e menor borda do manto,

L<sub>MIN</sub> = distância mínima entre a carcaça e a menor borda (Abertura de saída na posição fechada),

R = Taxa de redução.

### 4.4. Peneiramento

O dimensionamento de peneiras consiste basicamente em desenvolver uma melhor correlação entre o comprimento e largura desta, de forma a atender a capacidade e otimizar a eficiência.

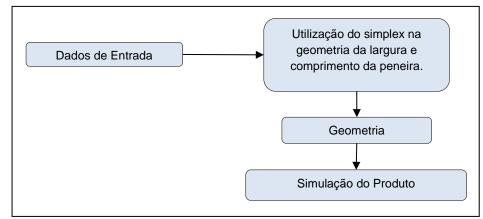


Figura 4.5 - Fluxograma de cálculo para dimensionamento de peneiras usado no software CIC.

Os demais cálculos utilizados nesse modelo estão apresentados na revisão bibliográfica deste trabalho.

# 4.5. Moagem

Há uma dificuldade de isolar o diâmetro dos moinhos em função da capacidade, pois há fatores de correções que também depende desta variável. Para facilitar os cálculos deste parâmetro, o método simplex foi utilizado para encontrar um valor que atenda a capacidade desejada já com os fatores de correções inclusos (Rowland e Kjos e o método dos trapezoides das possibilidades).

A trajetória do corpo moedor é calculada pelo procedimento de Powell (1990). A análise granulométrica do produto é simulada pelo modelo cinético, desenvolvido por Austin (1984). Este método foi escolhido por ter somente variáveis que dependem exclusivamente do minério e ser muito utilizado.

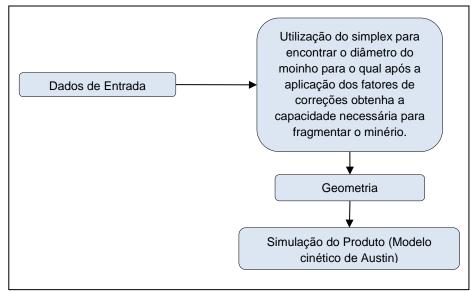


Figura 4.6 - Fluxograma de cálculo para dimensionar o diâmetro de moinhos usado no software CIC.

Os demais cálculos utilizados nesse modelo estão apresentados na revisão bibliográfica deste trabalho.

# 4.6. Hidrociclonagem

Este é o método que consome maior recurso computacional, devido à quantidade de modelos e parâmetros.

A variável mais importante, neste modelo, é o  $d_{50}$  que precisará ser informado pelo usuário. É importante ressaltar que esta é a única etapa que o software informa mais de um equipamento, motivo pelo qual foi escolhido  $d_{50}$  como a principal parâmetro.

Para muitos autores o  $d_{95}$  é a principal variável da ciclonagem, sendo o autor desta obra totalmente de acordo. No entanto em uma visão de tratamento de minérios. Pois informar o  $d_{50}$  de um hidrociclone não diz muito a respeito sobre o seu corte, já com  $d_{95}$  e  $d_{80}$  é possível perceber com maior clareza a partição do ciclone.

Utilizando essa ideia como ponto de partida, o método simplex foi empregado para otimizar a geometria do hidrociclone de forma a obter o d<sub>95</sub> desejado. Entretanto percebeu-se que os dados informados não eram condizentes com a realidade. Pois houve casos que as resposta foram hidrociclones de diâmetros enormes com um apex muito aberto e vortex muito fechado ou vice versa. Isto implica em uma grande

quantidade de ciclones com baixa vazão em um de seus produtos. Enquanto isso poderia ser evitado utilizando ciclones menores.

Portanto para projetar os hidrociclones, a variável escolhida para otimizar a geometria foi o d<sub>50</sub>. Para o cálculo deste foram disponibilizados cinco modelos e três para a curva de partição.

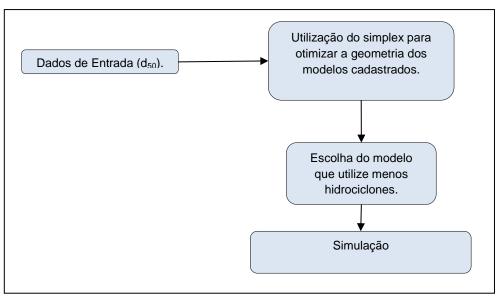


Figura 4.7 - Fluxograma de cálculo para dimensionar os hidrociclones usado no software CIC.

O modelo escolhido para calcular o by pass foi o de Nageswararao, pois ao utilizá-lo em duas circunstâncias diferentes, mineração de ouro e outra de fosfato, em ambas o resultado foi satisfatório.

A Figura 4.8 e Figura 4.9 são alguns dos exemplos utilizando este modelo e comparados com a prática industrial.

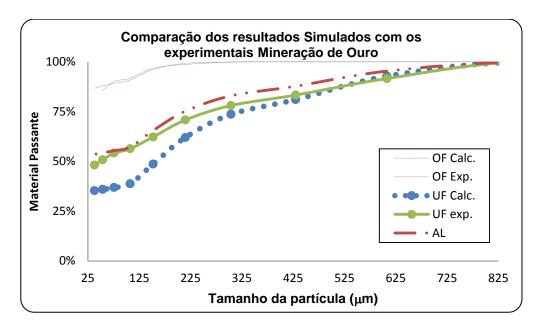


Figura 4.8 – Simulação de hidrociclones utilizando o modelo de by pass de Nageswararao e comparando com os dados reais de uma mineração de ouro. Sendo OF, UF e AL os fluxos de overflow, underflow e alimentação respectivamente. As siglas Calc e Exp significam os dados calculados pelo modelo e os dados reais respectivamente.

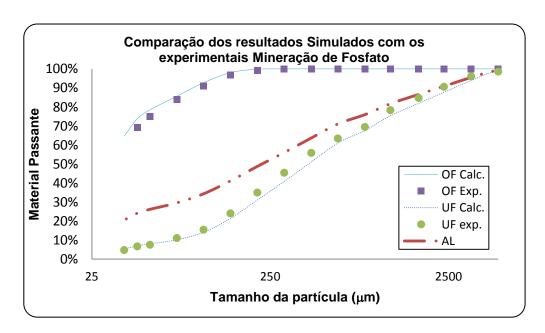


Figura 4.9 - Simulação de hidrociclones utilizando o modelo de by pass de Nageswararao e comparando com os dados reais de uma mineração de fosfato. Sendo OF, UF e AL os fluxos de overflow, underflow e alimentação respectivamente. As siglas Calc e Exp significam os dados calculados pelo modelo e os dados reais respectivamente.

# 4.7. Geral

O aplicativo trabalha de forma interativa, para um melhor entendimento imagine um circuito em batelada. Suponha que após alimentar um britador o produto passe por uma peneira e o oversize desta volte para ser britado novamente. Quando houver a primeira interação ou batelada, a alimentação nova irá passar pelo britador e em seguida pela peneira, onde uma parte será o produto e uma segunda direcionada novamente para o britador, portanto nesta primeira interação a carga circulante é igual a zero. Ou seja, é como se estivesse alimentando a usina pela primeira vez. No entanto após a segunda batelada o britador irá receber a alimentação nova mais a carga circulante, proveniente do oversize da peneira. Este raciocinio é seguido nas demais interações até o sistema entrar em equilíbrio.

Portanto haverá casos que na primeira interação o equipamento receberá uma massa menor do que nas demais etapas. Isto faz com que o software redimensione os equipamentos com as novas massas que neles são alimentados.

## 5 Resultados e Discussões

Diversos dimensionamentos foram realizados no software CIC e comparados com dados indicados pelos fabricantes e industriais. Nas seções seguintes estão alguns desses exemplos para cada equipamento contido no software.

### 5.1. Britador de Mandíbulas

O software foi utilizado para dimensionar um britador de mandíbulas, cuja masa alimentada possui um valor de 40 t/h. Sendo o tamanho da maior partícula igual a 400 mm e a densidade do minério de 1,6 g/cm³. Tais dados podem ser visualizados Na Figura 5.1.

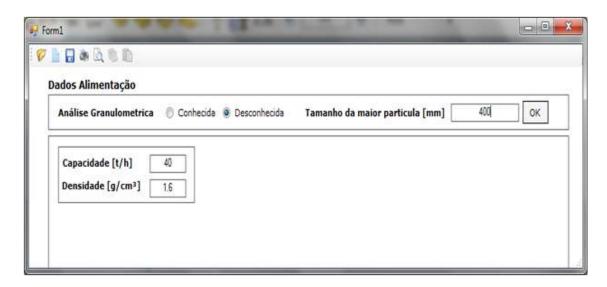


Figura 5.1 - Dados de entrada da alimentação do aplicativo (CIC).

O CIC precisa de algumas informações básicas para alimentar os dados do equipamento. No caso dos britadores de mandíbulas é necessário diponibilizar o valor do W.I. do minério, neste exemplo o valor utilizado foi de 10 kW.h/t. Outra informação imprescindível é o conhecimento da abertura na posição fechada, sendo de 40 mm neste caso. É também solicitado o tipo do material, o qual pode ser estimado pelo valor do work index. Estas informações podem ser vistas na Figura 5.2.

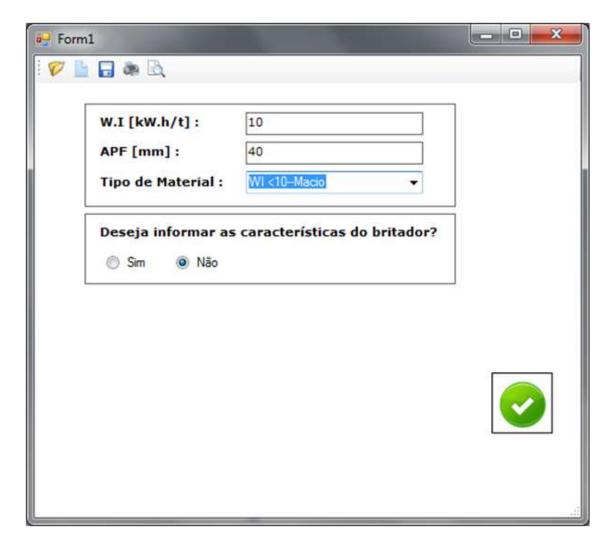


Figura 5.2 - Dados de entrada do britadro de mandíbulas.

Após unir as características da alimentação e do britador, o CIC informa os dados de dimensionamento e granulometria do produto que podem ser visualizadas na Figura 5.3 e Figura 5.4 respectivamente.

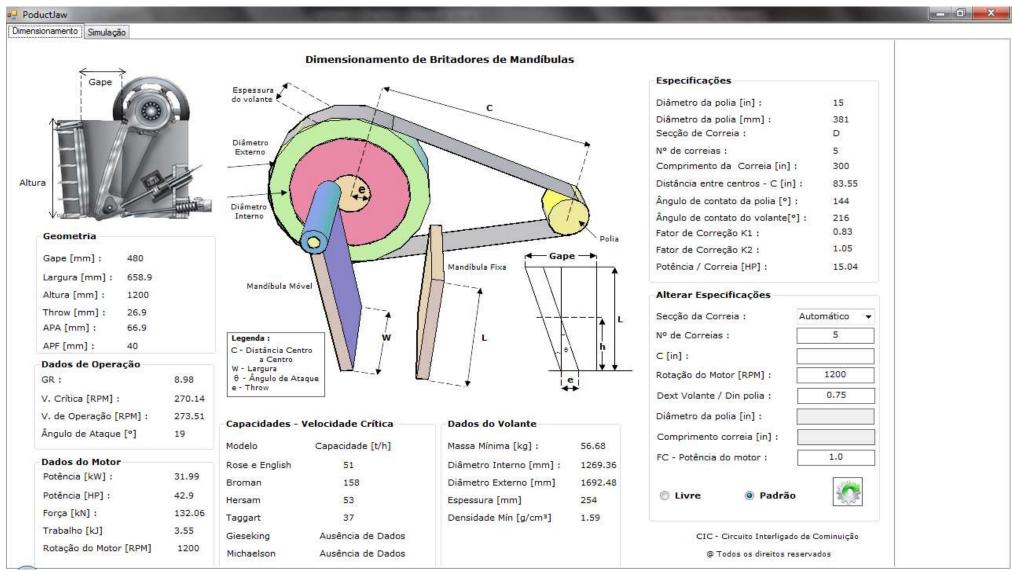


Figura 5.3 - Resultado obtidos pelo CIC para um britador de mandíbulas com capaciade de 40 t/h.

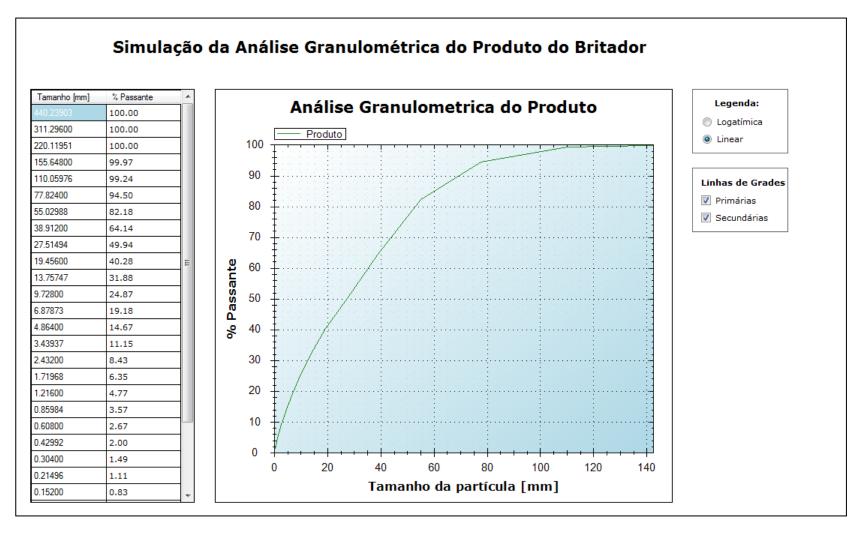


Figura 5.4 - Resultado da análise granulométrica obtida pelo CIC para um britador de mandíbulas com capacidade 40t/h, APF 40mm e WI de 10kWh/t.

Analisando os britadores contidos no Manual de Britagem da Metso (2005) o equipamento mais indicado é o C63 com um APF de 40 mm e capacidade de 40 t/h.

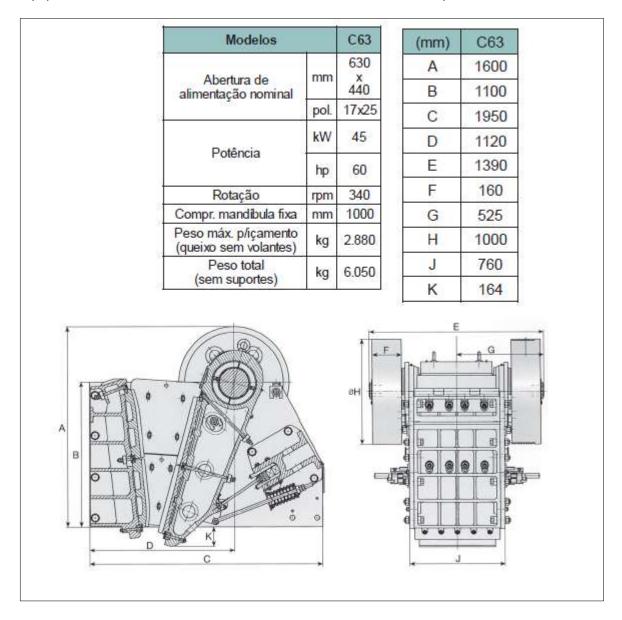


Figura 5.5 – Equipamento indicado pelo fabricante para um britador de APF de 40mm e capacidade de 40t/h (Metso, 2005).

Verificando os dados geométricos é possível perceber uma grande semelhança. Há uma pequena variação na potência, o modelo do software indica um valor de 43HP, enquanto o fabricante fornece um motor de 60HP. Contudo, é muito importante ressaltar que neste valor não está discriminado um fator de correção ou projeto. Portanto esta seria a potência mínima necessária para fragmentar o minério no tamanho desejado.

É de suma importância saber que os motores padrões encontrados no mercado possuem potências de 40, 50 e 60HP. Desta forma, seria necessário um motor de no mínimo 50HP. Sabendo que o fabricante não leva em consideração a dureza do material (work index), a instalação um motor de 60HP (Fator de projeto igual a 1,4) seria a opção mais viável. Portanto, analisando criticamente os dados não há muita divergência entre as potências.

O diâmetro do volante possui uma diferença significativa, mas isto já era esperado, pois o aplicativo maximiza o tamanho deste. Isto também ocorre devido ao fato do software considerar perdas máximas na transmissão de potência das correias. Tal ocorrência pode ser vista no modelo em que há 5 correias de perfil D, com potência de 15HP cada, enquanto só precisaria de três ou substituir por correias do tipo "V", por serem mais utilizadas.

Decorrente do problema citado acima, no software (CIC) foi acrescentada a opção de alterar as especificações das correias. De maneira que pessoas especializadas nessa área possam escolher o melhor perfil e relação entre as polias, de modo a obter a solução mais econômica e de fácil manutenção.

O método utilizado na simulação do produto necessita do parâmetro dureza do material (W.I.). Obtendo assim, uma vantagem em relação aos dados fornecidos pelos fabricantes atuais, os quais consideram a mesma curva, independente da característica do material.

O modo como os dados são dispostos no software facilita a compressão e retiradas de informações sobre o equipamento dimensionado. Por exemplo, é gerada uma tabela com os valores das abscissas e coordenadas da análise granulométrica. Outro recurso é ao passar o ponteiro do mouse sobre a curva granulométrica, no CIC, há a indicação do valor no ponto em que o ponteiro se encontra. Portanto o profissional dispõe de informações mais precisas e rápidas, ao invés de ficar analisando curvas em manuais impressos e estimando valores para um determinado tamanho.

### 5.2. Britador giratório

Com o intuito de dimensionar um britador giratório no CIC, estipulou-se uma alimentação de 1880 t/h, cuja densidade possui um valor de 1.6 g/cm³, sendo de 1200 mm o tamanho do maior fragmento de rocha. Essas características podem também ser visualizadas na Figura 5.6.



Figura 5.6 - Dados de Entrada da alimentação (CIC).

Os dados solicitados pelo britador foram preenchidos com um work index de 10kW.h/t, abertura na posição aberta (APA) igual a 150 mm e um tipo de material denominado como macio. O modelo escolhido foi o de Gaudie Modificado. As demais variáveis não foram alteradas, permanecendo com os valores padrões indicado pelo CIC. Tais informações estão demonstradas na Figura 5.7.

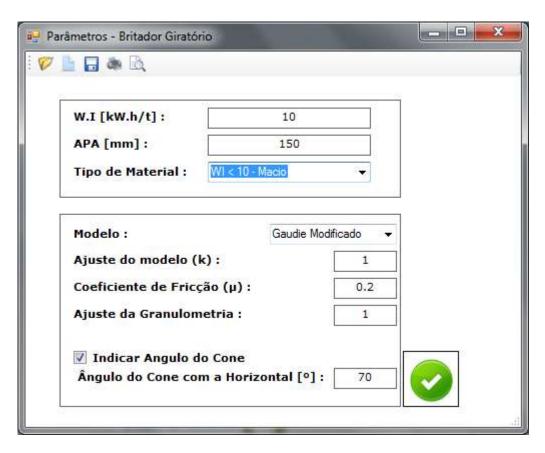


Figura 5.7 - Parâmetros de entrada do britador giratório (CIC).

Os resultados do dimensionamento estão expostos na Figura 5.8 e Figura 5.9.

Uma vez que há pouca informação publicada a respeito da melhor maneira de dimensionar um britador giratório, sua geometria foi determinada pelo retrocálculo, através do método o Simplex. Ou seja, utilizou-se um modelo empírico de capacidade, neste exemplo o de Gaudie modificado, que correlaciona as dimensões do britador com a capacidade. Empregando a ferramenta de otimização os parâmetros (geometria) são alterados de forma a obter a capacidade almejada.

Como as dimensões deste equipamento são obtidas pelo simplex, de forma a encontrar a capacidade desejável e APF (abertura na posição fechada), foi acrescentada a opção de poder alterar a geometria do britador e visualizar o impacto destas modificações.

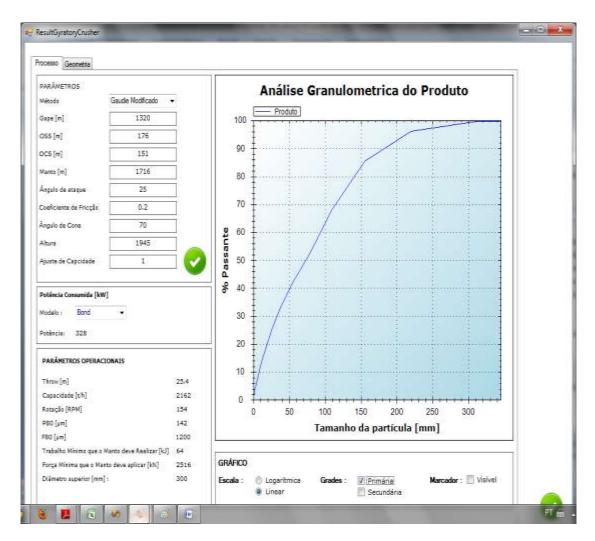


Figura 5.8 - Resultado do dimensionamento de um britador giratório feito pelo CIC.

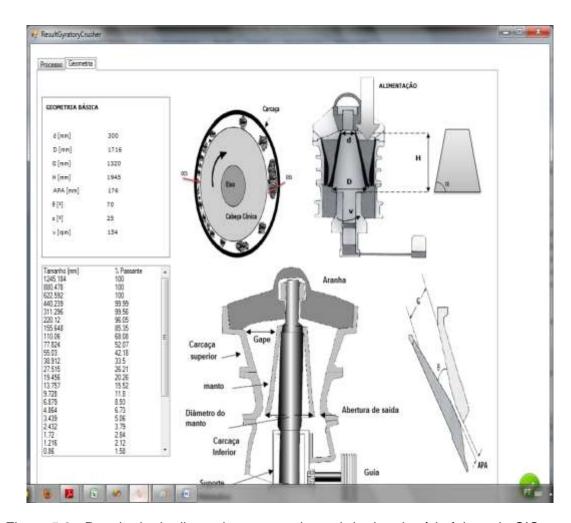


Figura 5.9 - Resultado do dimensionamento de um britador giratório feito pelo CIC.

De acordo com a característica do material e as condições almejadas de britagem, o software dimensionou um britador com uma APA de 151 mm e capacidade de 2162 t/h. Analisando o Manual de Britagem da Metso (2005) foi selecionado o equipamento denominado MK-II (50-65), cujas características estão expostas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Capacidade britadores giratório MK-II (Metso).

Modelo		Abertura de saída - posição aberta (APA) - mm (pol.)														
	140 (5 1/2")	150 (6")	165 (6 1/2")	175 (7")	190 (7 1/2")	200 (8")	215 (8 1/2")	230 (9")	240 (9 1/2")	250 (10")						
42-65	1635	1880	2100	2320												
50-65		2245	2625	2760												
54-75		2555	2855	3025	3215	3385										
62-75		2575	3080	3280	3660	3720										
60-89			4100	4360	4805	5005	5280	5550								
60-110				5575	5845	6080	6550	6910	7235	7605						

Os dados técnicos do britador de modelo 50-65 podem ser visto abaixo na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Dados técnicos Metso.

Modelo	50-65				
Abertura de	mm	1270			
Alimentação	pol.	50			
Peso total	kg	145.370			
Eixo completo	kg	28.120			
Conjunto mais pesado (Carcaça sup. c/revest.)	kg	52.520			
Potência	kW	375			
(elétrica)	hp	500			
Velocidade do pinhão	rpm	600			

A descrição 50-65, no modelo do equipamento, significa os valores do gape e diâmetro do manto respectivamente em polegadas. As dimensões estipuladas pelo CIC foram de 1716 mm e 1320 mm para o diâmetro do manto e gape respectivamente, resultando em um erro máximo de 4% em relação ao obtido pelo software. Portanto em termo de geometria os dados estão condizentes com os indicados pelos fabricantes.

Assim como nos britadores de mandíbulas, a potência calculada é inferior a indicada nos manuais de fabricantes. Sendo o motivo, idêntico para ambos os britadores, devido ao valor calculado não ter um fator projeto, como é utilizado pelos fabricantes. Esta correção é necessária, pois a maioria dos fornecedores não considera a dureza do material.

Portanto o software indica a potência mínima necessária, para fragmentar o material na condição especificada, neste caso 320 kW. Para equiparar ao indicado pelo fabricante é necessário acrescentar 17% no valor calculado, ou seja, um fator de 1,2. Resultado usual em projetos.

Como já mencionado, na metodologia, os modelos de Taggart, Hersam, Gaudie, Broman e Rose English foram modificados para que a capacidade calculada fosse semelhante aos dados dos fabricantes atuais.

As comparações dos modelos modificados e clássicos estão expostas a partir da Figura 5.10 a Figura 5.19.

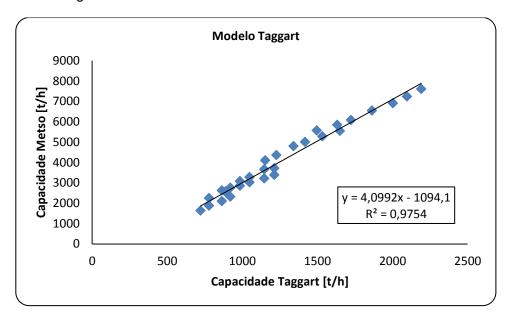


Figura 5.10 - Modelo de Taggart para capacidade comparado com os valores da Metso (2005).

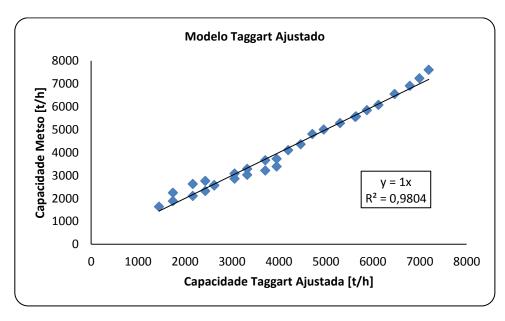


Figura 5.11 - Modelo de Taggart Ajustado para capacidade comparado com os valores da Metso (2005).

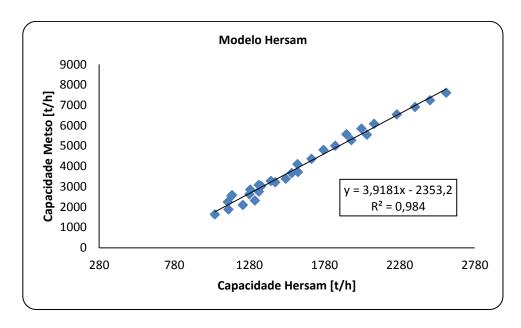


Figura 5.12 - Modelo de Hersam para capacidade comparado com os valores da Metso (2005).

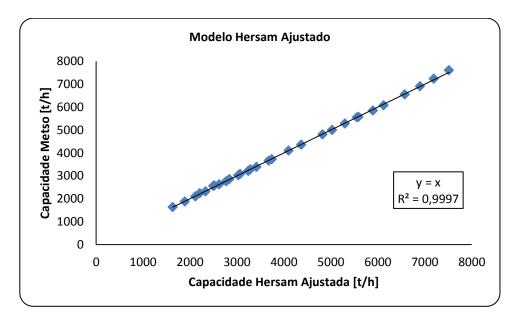


Figura 5.13 - Modelo de Hersam Ajustado para capacidade comparado com os valores da Metso (2005).

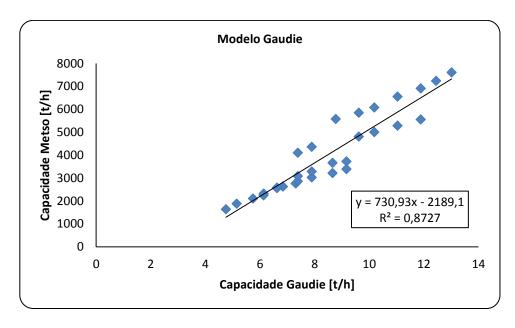


Figura 5.14 - Modelo de Gaudie para capacidade comparado com os valores da Metso (2005).

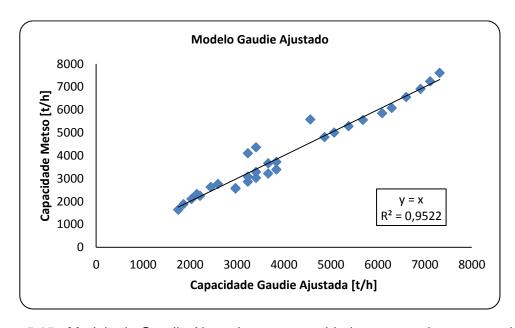


Figura 5.15 - Modelo de Gaudie Ajustado para capacidade comparado com os valores da Metso (2005).

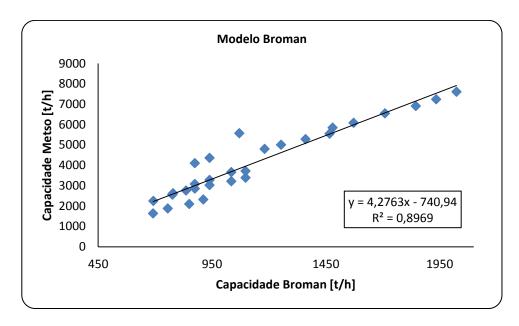


Figura 5.16 - Modelo de Broman para capacidade comparado com os valores da Metso (2005).

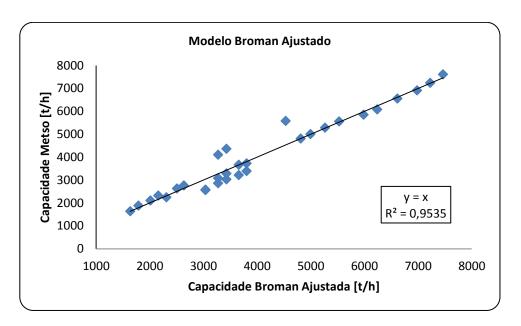


Figura 5.17 - Modelo Broman Ajustado para capacidade comparado com os valores da Metso (2005).

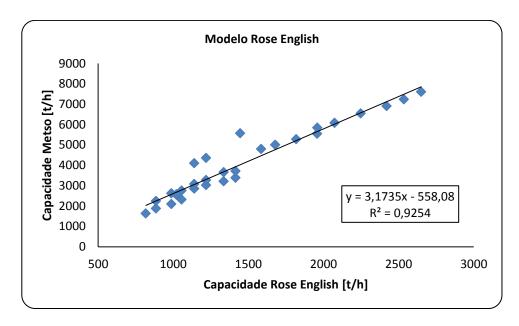


Figura 5.18 - Modelo Rose English para capacidade comparado com os valores da Metso (2005).

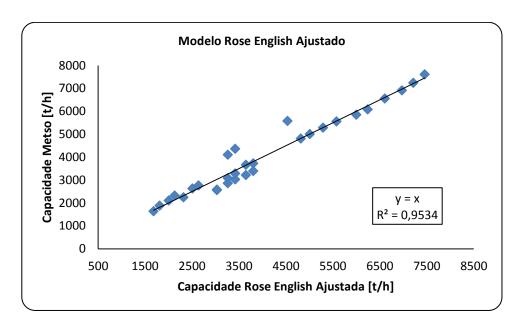


Figura 5.19 - Modelo Rose English Ajustado para capacidade comparado com os valores da Metso (2005).

Através dos gráficos acima, é compreendido que após a alteração nos modelos a correlação entre a capacidade calculada e a disponibilizada pela Metso (2005) aumenta.

### 5.3. Moinho de Bolas

Mazzinghy (2009) encontrou um enchimento ótimo de 23% no moinho de Cuiabá, propriedade da AngloGold Ashanti, localizado no Município de Sabará. Devido ao fato do estudo encontrar a melhor situação para um determinado equipamento. Utilizou-se o CIC para fazer o caminho inverso, ou seja, o software foi alimentado com as condições ideais. Podendo assim verificar se o resultado informado pelo software se assemelha com os dados industriais.

A especificação desejada foi uma alimentação de 723 t/h (base seca), cuja densidade fosse de 3 g/cm³ e a distribuição granulométrica mencionada na Figura 5.20.

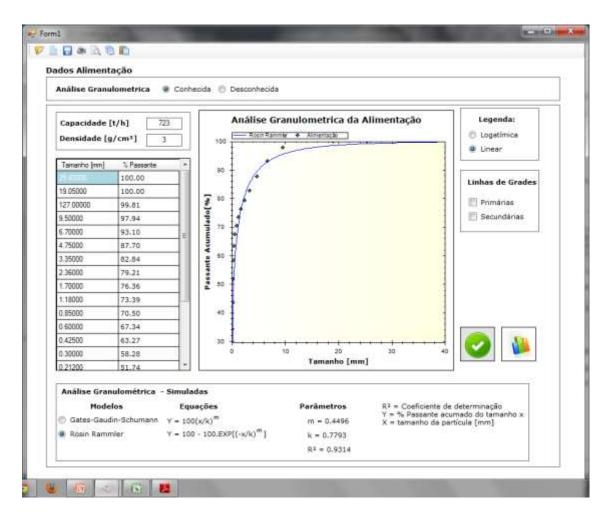


Figura 5.20- Dados de entrada da alimentação do moinho (CIC).

Os moinhos são os equipamentos que mais exigem informações para dimensioná-los de maneira correta. Desta forma, algumas opções foram inseridas para auxiliarem o usuário. Uma delas é a escolha do material, possuindo uma lista com diversos

minérios com os valores de work index e índice de abrasividade correspondente. Tal alternativa foi inserida ao perceber que usualmente os profissionais da área mineral não possuem estas informações.

É necessário informar qual o  $P_{80}$  desejado para que o software dimensione o equipamento. O valor indicado foi 300  $\mu$ m, pois este foi o mencionado no trabalho de Mazzinghy (2009). Foi selecionado ainda um moinho do tipo diafragma, cuja matéria prima do corpo moedor fosse de aço. Estas informações são suficientes para dimensionar o moinho, no entanto insuficientes para simular o produto deste. Sendo preciso conhecer a função seleção, quebra e modelo do lifter para que seja possível estimar a granulometria da moagem.

Avaliada a dificuldade do fornecimento de tais informações para obter a simulação do equipamento. Implementou-se o software com dados médios obtidos por simulações de dados industriais. Podendo assim o usuário utilizar tais valores ou substituí-los caso tenha os resultados reais. Estas informações ainda podem ser modificadas após o dimensionamento. A Figura 5.21 indica os dados de moagem utilizados acima.

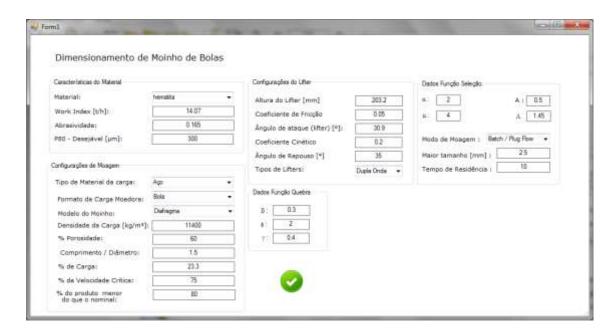


Figura 5.21 - Dados de entrada do moinho de bolas (CIC).

Embora Mazzinghy (2009) forneça os valores da função quebra e seleção, tais resultados não foram utilizados, propositalmente, para avaliar os dados fornecidos pelo CIC.

Os resultados da simulação após interagir a alimentação mais 170,7 m³/h de água com os dados do moinho podem ser visualizado na Figura 5.22.

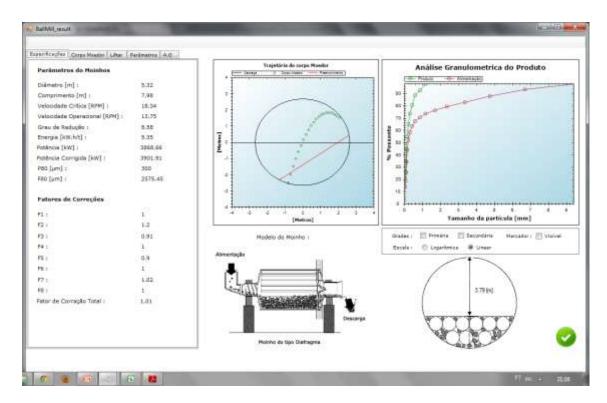


Figura 5.22 - Resultado da simulação das especificações do moinhos de bolas (CIC).

O CIC forneceu um diâmetro de 5,32 m e comprimento de 7,98 m já os dados industriais foram 5,03 m e 7,62 m respectivamente. Obtendo um erro máximo de 5,4%, ou seja, pode-se afirma que o resultado encontrado foi satisfatório.

Houve também bons resultados na simulação do produto da moagem do CIC. Lembrando que os dados utilizados na simulação foram os padrões fornecidos pelo software. A Figura 5.23 compara do CIC com a simulação feita pelo Moly-Cops Tool utilizando os parâmetros calibrados.

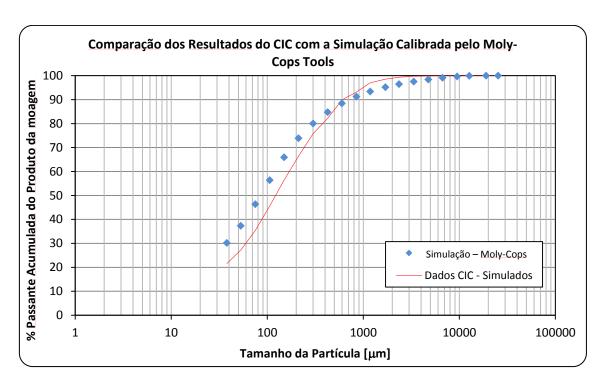


Figura 5.23 – Comparação do resultados do CIC sem calibração com os dados de simulação calibrados pelo Moly-Cops Tool.

O software, CIC, dimensionou e simulou com eficiência o moinho de bolas, mesmo com poucas informações e utilizando valores padrões fornecidos pelo programa. Portanto cumpriu o seu propósito de dimensionar o equipamento de forma simples.

# 5.4. Moinho de Barras

Analisando os dados da

Tabela 5.3 a média da razão do comprimento do moinho pelo seu diâmetro é próxima de 1,4. Portanto este valor foi utilizado como dado de entrada nos parâmetros do moinho de barras.

Tabela 5.3 - Potência dos moinhos de barras no eixo pinhão, dados da Metso (2005).

Diametro interno nominal Comprimento nominal			Comprimento das barras (L)		L/D	Velocidade do moinho			Densidade aparente da carga de barras		Peso da carga de barras t métricas % volume da carga			Potência do moinho ( hp )			Diámetro ( D ) interior ao revestimento		
m	pés	m	pés	m	pés		rpm	% Cs	fpm	kg/m³	lb/ft³	35%	40%	45%	35%	40%	45%	m	pés
0,91	3,0	1,22	4	1,07	3,5	1,4	36,1	74,5	284	5847	365	1,0	1,13	1,27	7	8	8	0,76	2,5
1,22	4,0	1,83	6	1,68	5,5	1,57	30,6	74,7	336	5847	365	2,24	2,58	2,9	23	25	26	1,07	3,5
1,52	5,0	2,44	8	2,29	7,5	1,67	25,7	71,2	363	5847	365	6,91	7,95	8,89	57	61	64	1,37	4,5
1,83	6,0	3,05	10	2,90	9,5	1,73	23,1	70,7	399	5847	365	13,1	15,0	16,8	114	122	128	1,68	5,5
2,13	7,0	3,35	11	3,20	10,5	1,62	21,0	69,9	428	5766	360	20,0	27,8	25,5	181	194	204	1,98	6,5
2,44	8,0	3,66	12	3,51	11,5	1,53	19,4	69,3	457	5766	360	29,0	33,2	37,4	275	295	310	2,29	7,5
2,59	8,5	3,66	12	3,51	11,5	1,44	18,7	69,0	470	5766	360	33,0	37,7	42,5	318	341	359	2,44	8,0
2,74	9,0	3,66	12	3,51	11,5	1,38	17,9	67,5	470	5766	360	36,0	41,1	45,5	344	369	388	2,55	8,35
2,89	9,5	3,96	13	3,81	12,5	1,41	17,4	67,6	483	5606	350	42,7	48,8	54,9	416	446	470	2,70	8,85
3,05	10,0	4,27	14	4,11	13,5	1,44	16,8	67,0	493	5606	350	51,5	59,0	63,8	507	544	572	2,85	9,35
3,20	10,5	4,57	15	4,42	14,5	1,47	16,7	66,4	501	5606	350	61,4	70,1	78,9	609	653	687	3,00	9,85
3,35	11,0	4,88	16	4,72	15,5	1,50	15,8	66.8	517	5606	350	72,5	82.8	93,5	735	788	823	3,15	10,35
3,51	11,5	4,88	16	4,72	15,5	1,43	15,5	66,6	528	5606	350	79,7	90,7	103	819	878	924	3,31	10,85
3,66	12,0	4,88	16	4,72	15,5	1,37	15.1	66,4	538	5606	350	82,7	99.8	112	906	972	1023	3,46	11,35
3,81	12,5	5,49	18	5,34	17,5	1,48	14,7	66,0	547	5446	340	104	119	134	1093	1173	1234	3,61	11,55
3,96	13.0	5.79	19	5.64	18,5	1.50	14.3	65.6	555	5446	340	120	137	154	1264	1356	1426	3,76	12.35
4,11	13,5	5,79	19	5,64	18,5	1,44	14.0	65.5	569	5446	340	130	146	166	1385	1486	1562	3,92	12.85
4,27	14.0	6.10	20	5,94	19,5	1,46	13.6	64.9	570	5446	340	147	169	190	1580	1695	1783	4,07	13,35
4,42	14,5	6,10	20	5,94	19,5	1,41	13.3	64.6	579	5446	340	159	181	204	1715	1840	1935	4,22	13,85
4,57	15,0	6,10	20	5.94	19,5	1,36	13.0	64,3	586	5446	340	171	194	219	1853	1988	2091	4,37	14,35

Os dados da alimentação da moagem podem ser visualizados na Figura 5.24. Após preencher todas as informações e clicar no botão verde, confirmando os dados, é possível escolher aonde será colocado o ícone que representa a alimentação. A Figura 5.25 visualiza esta informação.

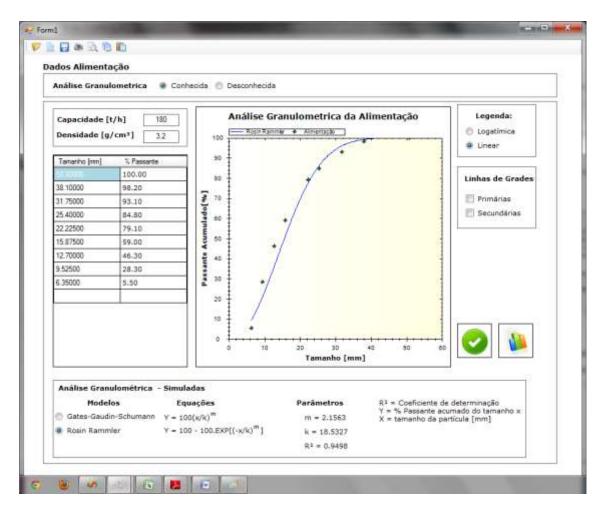


Figura 5.24 - Dados de entrada da alimentação do moinho de barras.

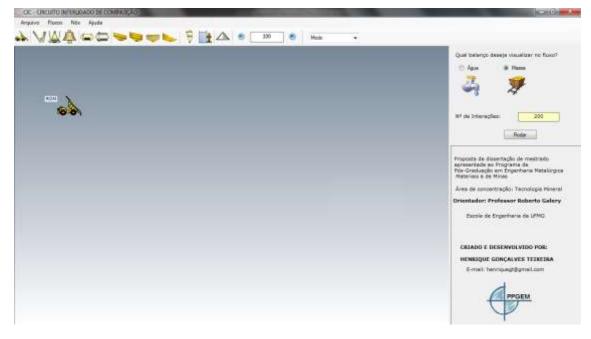


Figura 5.25 - Demonstração do software apenas com os dados de alimentação.

Os parâmetros da moagem estão informados na Figura 5.26 e o resultado após a confirmação é visualizado na Figura 5.27.

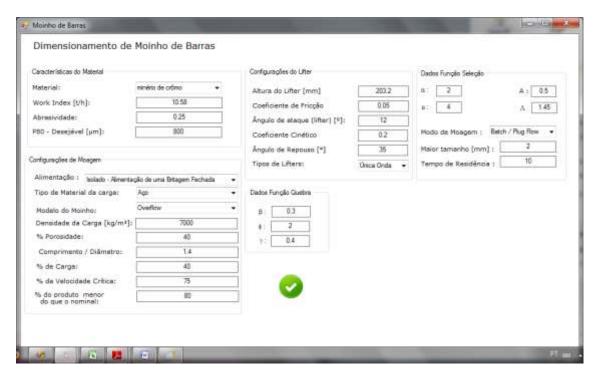


Figura 5.26 - Dados de entrada do moinho de barras (CIC).

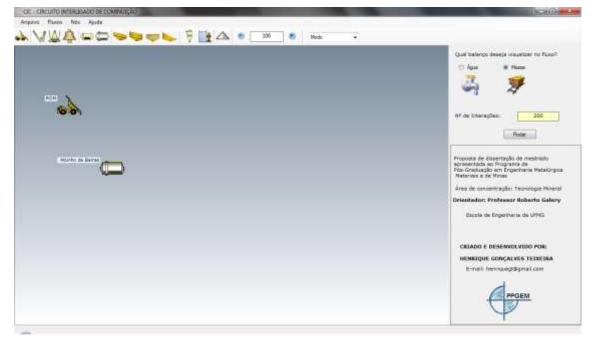


Figura 5.27 - Demonstração do software após a entrada de dados do moinho e da alimentação (CIC).

Os resultados de dimensionamento e simulação obtidos pelo CIC podem ser analisados a partir da Figura 5.28 a Figura 5.32.

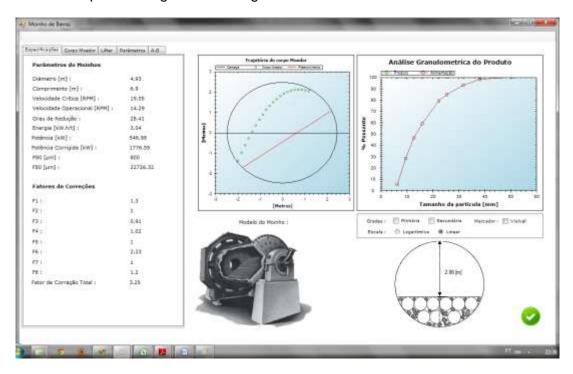


Figura 5.28 - Resultado da especificação do moinho de barras (CIC).

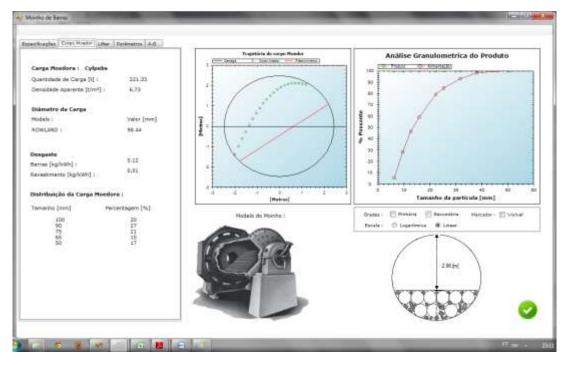


Figura 5.29 – Resultado da carga moedora do moinho de barras (CIC).

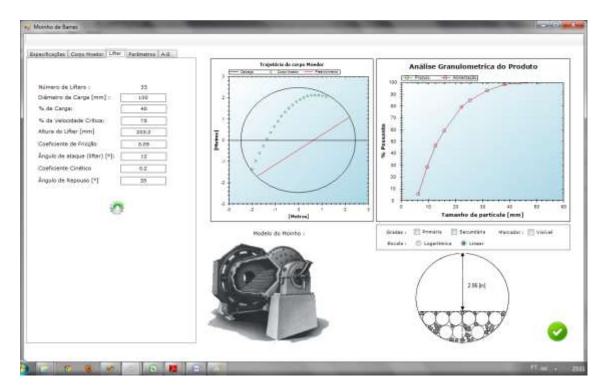


Figura 5.30 - Configuração dos parâmetros do lifter do moinho de barras (CIC).

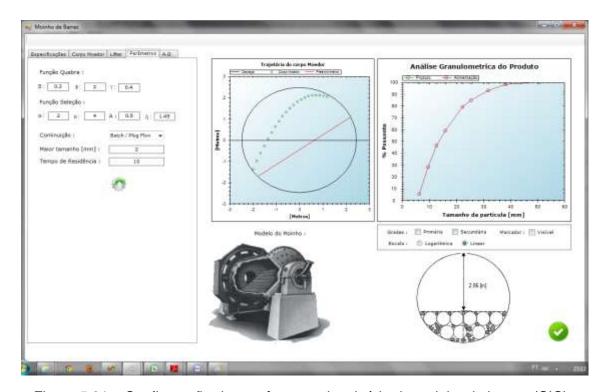


Figura 5.31 – Configuração dos parâmetros de minério do moinho de barras (CIC).

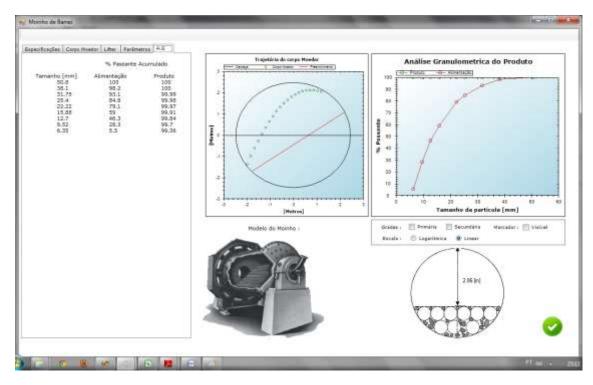


Figura 5.32 - Resultado da análise granulométrica do moinhos de barras (CIC).

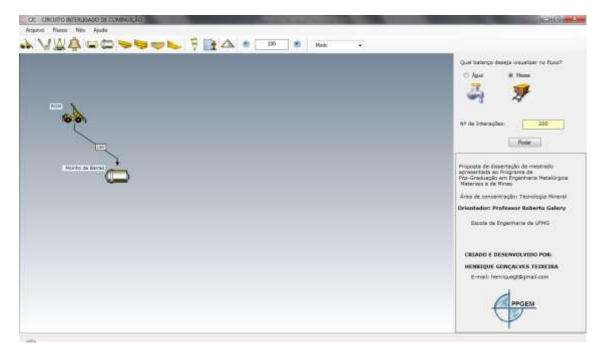


Figura 5.33 – Indicação da união dos parâmetros de alimentação e moagem (CIC).

De acordo com os dados fornecidos pelo CIC, o moinho responsável para atender a demanda desejada necessita de um diâmetro de 4,93 m e comprimento de 6,9 m, cuja potência fosse de 1777kW (Ver Figura 5.28). Para uma potência semelhante na

Tabela 5.3 o valor mais próximo encontrado foi de 1840 kW. Com 4,42m e 6,1m de diâmetro e comprimento respectivamente.

Embora os dados estejam acima dos valores fornecidos pelo fabricante a diferença não é muito significativa. Portanto os dados fornecidos pelo CIC estão condizentes.

A vantagem do software é a informação sobre a trajetória da barra, trabalho feito complementando o estudo do Powell (1991). A Figura 5.35 mostra um comparativo das trajetórias entre barras e bolas em uma mesma condição.

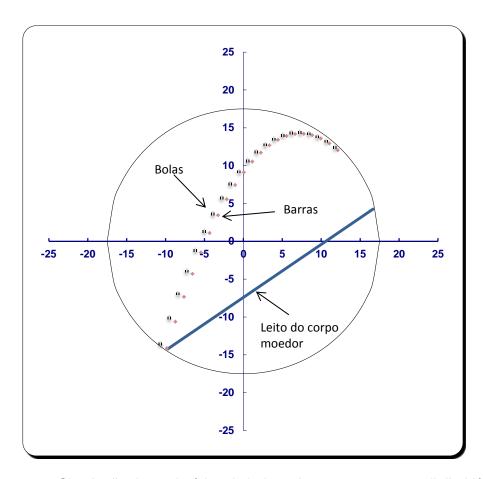


Figura 5.34 - Simulação das trajetórias de bolas e barras em uma condição idêntica.

Nota-se que as barras são elevadas em uma altura menor. Pois de acordo com os dados de Powell (1991) há uma maior quantidade de energia perdida pelo atrito nas barras. Desta forma há menos energia disponível para elevar as barras.

### 5.5. Peneiras Vibratórias

Com o intuito de verificar o dimensionamento das peneiras vibratórias, foram coletados dados de uma empresa x, a qual possui uma alimentação de 1800 t/h (base seca) em sua peneira, cuja densidade do minério é de 1,7 g/cm³ e a distribuição granulométrica está representada na Figura 5.35.

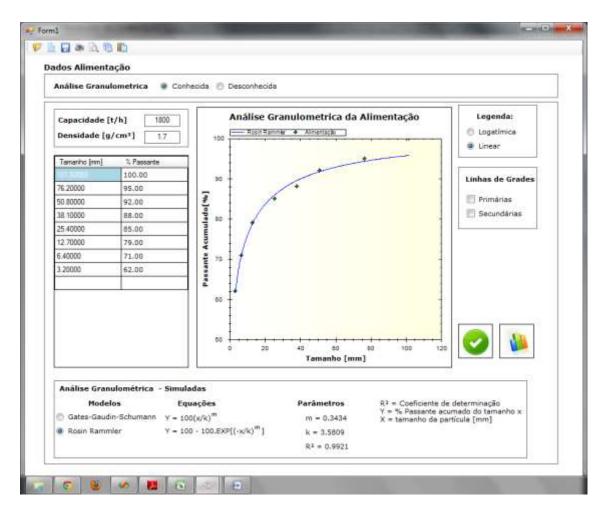


Figura 5.35 - Dados informados pelo fabricante a respeito do material que irá alimentar a peneira a ser dimensionada.

Após a confirmação dos dados, o usuário escolherá o local no qual deseja inserir o ícone, que representa a alimentação, como pode ser visualizado na Figura 5.36.

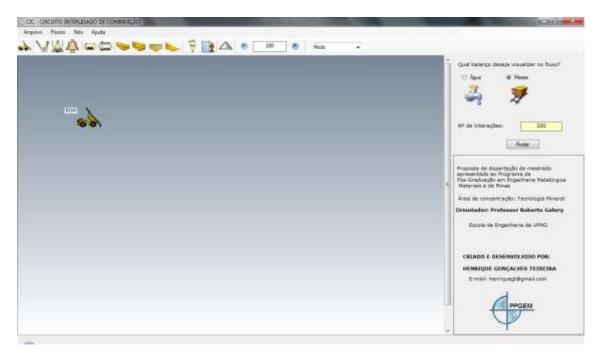


Figura 5.36 - Dados visualizados no software, após o preenchimento das informações sobre a alimentação da peneira.

Ao clicar sobre ícone da peneira de um deck, localizada na barra superior do software, será exibida uma tela, Figura 5.37, solicitando os dados de projetos desta.

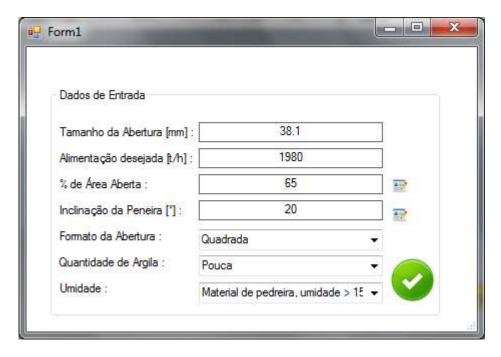


Figura 5.37 - Janela do CIC solicitando as informações básicas da peneira.

A Figura 5.37 contém as informações da empresa x. Os dados de porcentagem de área aberta e inclinação da peneira são de 65% e 20º respectivamente, pois estes valores são indicados pelo fabricante. No entanto o software, CIC, possui a opção de calcular tais parâmetros. Estas alternativas podem ser visualizadas na Figura 5.39 e na Figura 5.41.

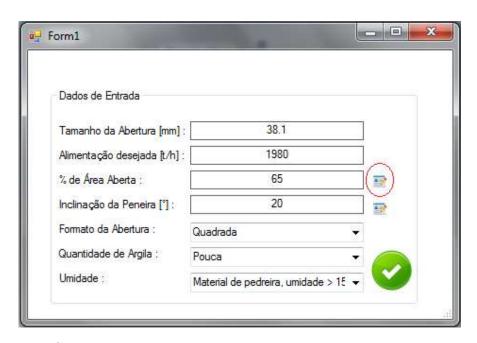


Figura 5.38 - Ícone no qual deverá ser clicado para calcular a porcentagem de área aberta da peneira.

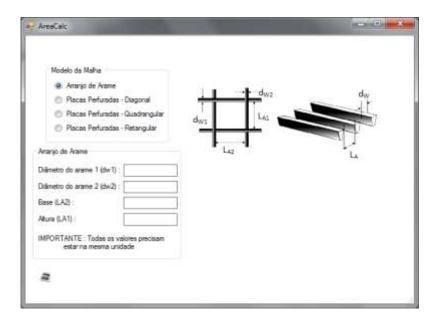


Figura 5.39 - Tela de cálculo da porcentagem de área aberta da peneira.

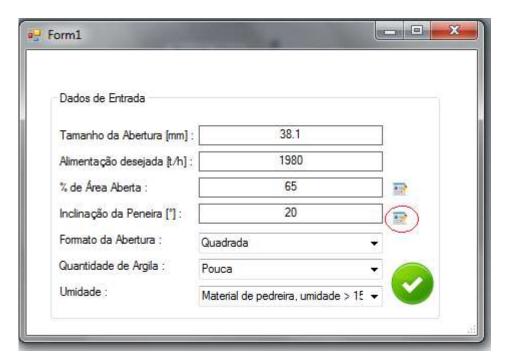


Figura 5.40 - Ícone no qual deverá ser clicado para calcular a inclinação da peneira.

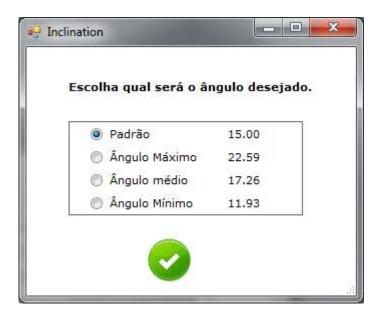


Figura 5.41 – Tela de opções de inclinações da peneira.

Nota-se que os ranges oferecidos pelo CIC, Figura 5.41, está dentro do indicado pelo fabricante de 20°.

Após todos os dados básicos de projeto preenchidos é necessário unir os dois objetos, alimentação e peneira respectivamente para que o CIC dimensione a peneira vibratória desejada, Este elo é mostrado na Figura 5.42.

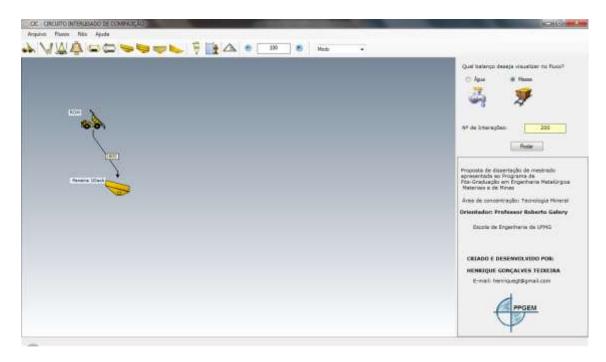


Figura 5.42 - Demonstração do software após fazer a união de dois objetos.

Feita a ligação entre os objetos uma tela com os resultados do dimensionamento é mostrada, como indica a Figura 5.43.

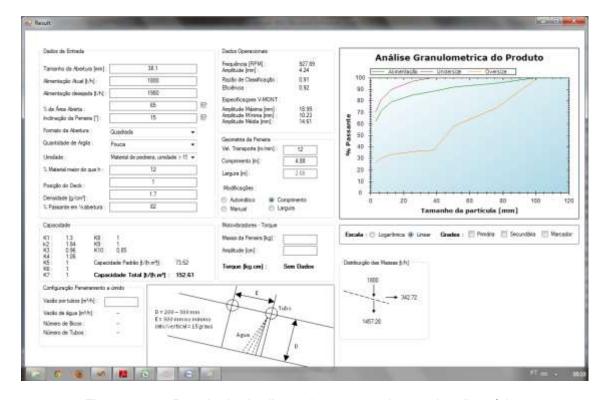


Figura 5.43 - Resultado do dimensionamento da peneira vibratória.

O CIC informa as dimensões na peneira automaticamente, assim como, possui a alternativa de fixar uma dimensão para que ele calcule a outra. A segunda opção foi determinada, neste caso, por se tratar de uma comparação de resultados.

Indicou-se o comprimento da peneira de 4,88 m igual ao informado pelo fornecedor, como consequência o software recomendou uma largura de 2,66 m contra 2,44 m do aconselhado pelo fabricante. A eficiência informada é de 90% e o resultado obtido pela simulação foi de 92%. A amplitude média calculada pelo CIC é de 14 mm, já o dado do fornecedor é de 10 mm.

O único valor que realmente difere do simulado pelo real é a velocidade de rotação do eixo. O indicado pelo fabricante é de 800 rpm contra 928 rpm informado pelo software. Contudo a velocidade de rotação não é muito importante, pois no equipamento pode ser instalado um inversor de frequência. É importante ressaltar que a adição deste acessório não irá aumentar o custo total da peneira significativamente.

Portanto, os valores dimensionados ficaram semelhantes aos indicados pelo fornecedor da empresa x, garantindo a confiabilidade dos modelos utilizados no software para o dimensionamento deste equipamento.

#### 5.6. Hidrociclones

Através dos dados amostrados em uma empresa Y, realizou-se a simulação com um cenário semelhante, ou seja, hidrociclone idênticos informando a massa da alimentação, assim como as características desta. Este trabalho foi realizado com o objetivo de analisar se o software calcularia uma quantidade de hidrociclones próxima ao arranjo da industrial.

A alimentação total na hidrociclonagem, proveniente de um balanço de massa, é de 480 t/h (base seca), sendo a densidade do minério igual a 3,2 g/cm³. A distribuição granulométrica das partículas pode ser visualizada na Figura 5.44.

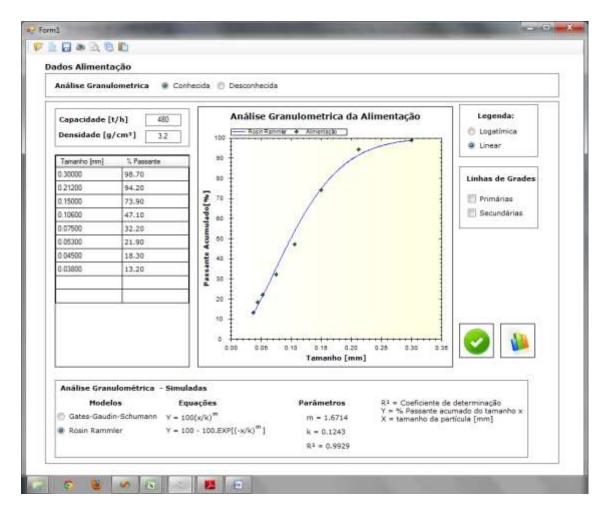


Figura 5.44 - Análise Granulométrica da Alimentação da hidrociclonagem.

A porcentagem de sólidos no fluxo da alimentação representa 48,98%. Contudo, os dados indicados na Figura 5.44 dizem respeito a característica do material seco, ou seja, será preciso adicionar 500 m³/h, considerando a densidade da água igual a 1 g/cm³. A Figura 5.45 mostra o ícone que deve ser clicado para informar a adição de água.

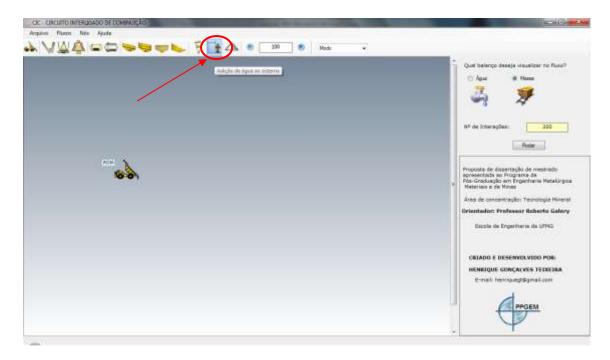


Figura 5.45 - Ícone a ser clicado para adicionar água ao sistema.

A Figura 5.46 indica os parâmetros que foram utilizados para atender a percentagem de sólidos informada pela empresa. Após a confirmação dos dados, fez-se a união da alimentação com o ícone de adição de água, o resultado é indicado na Figura 5.47.

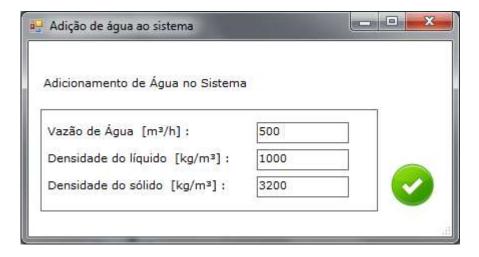


Figura 5.46 - Quantidade de água adicionada no estudo de caso.

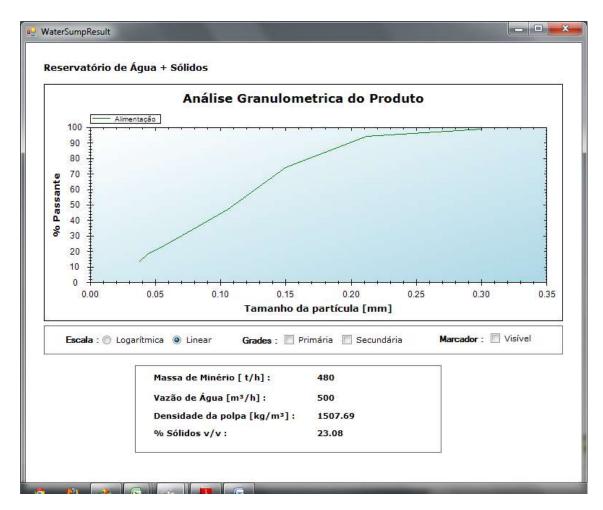


Figura 5.47 - Resultado da adição de água no sistema.

Após os objetos unidos conforme a Figura 5.48, os dados de hidrociclonagem mostrados na Figura 5.49 foram adicionados ao CIC. Nesta figura a opção perda de carga encontra-se na opção fixa, enquanto que no software o indicado como padrão é a configuração variável. No entanto, empregou esta escolha, pois esta é a pressão utilizada na empresa Y.

De modo a verificar o método empregado no software não houve mudanças nos fatores de correções calibrados para minério de ouro, embora neste exemplo o material seja outro. Esta é uma escolha intencional com o objetivo de verificar os resultados do CIC para situações adversas, onde o usuário possui pouco conhecimento a respeito dos hidrociclones. A Figura 5.49 indica os fatores padrões usados no CIC.

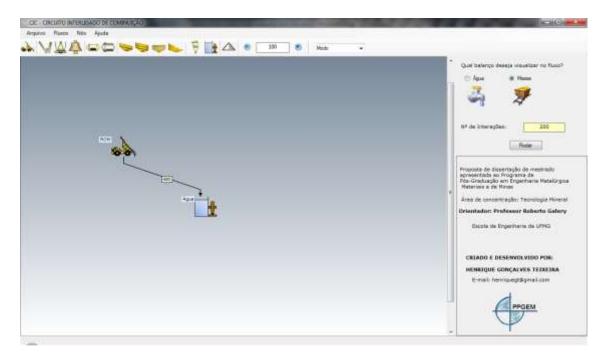


Figura 5.48 - Visualização da interação do fluxo de alimentação com a adição de água (CIC).

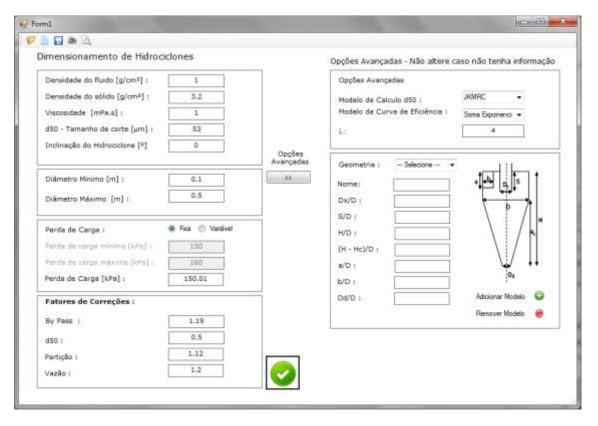


Figura 5.49 - Parâmetros de entrada da hidrociclonagem (CIC).

É importante enfatizar que o software foi desenvolvido para dimensionar equipamentos sem a geometria destes, portanto ao informá-lo os dados acima ele irá especificar a configuração da Figura 5.50. Para comparar os dados da empresa Y com as informações do CIC a geometria dos hidrociclones foi modificada de acordo com os dados industriais, sendo estes mostrados na Figura 5.51.

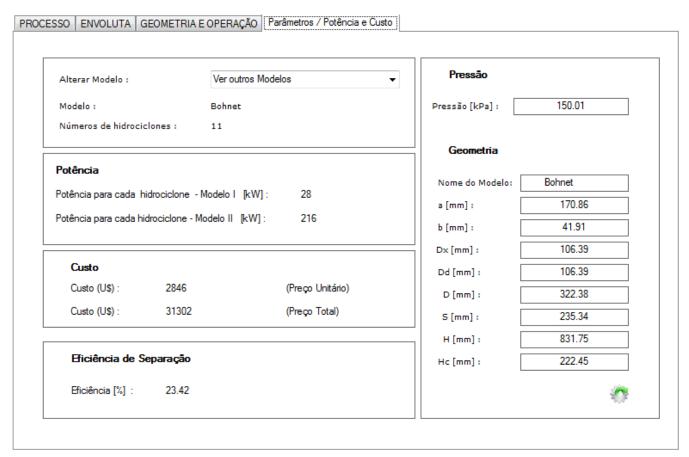


Figura 5.50 - Dados da geometria dos hidrociclones calculado pelo CIC.

Alterar Modelo :	Ver out	ros Modelos	rressao	Pressão	
Modelo :	Bohnet		Pressão [kPa] :	150	
Números de hidroci	iclones: 10				
			Geometria		
Potência		Nome do Modelo:	Bohnet		
	hidrociclone - Modelo I	a [mm] :	170.86		
otência para cada h	idrociclone - Modelo II	b [mm] :	41.91		
			Dx [mm] :	140	
Custo			Dd [mm] :	89	
Custo (U\$):	3473	(Preço Unitário)	D [mm] :	381	
Custo (U\$):	34728	(Preço Total)	S [mm]:	235.34	
			H [mm] :	831.75	
Eficiência de S	Separação	Hc [mm] :	222.45		
Eficiência [%] :	24.23		Botão a ser clicad mudanças deseja	.0	

OCESSO ENVOLUTA GEOMETRIA E OPERAÇÃO Parâmetros / Potência e Custo

Figura 5.51 - Alteração da geometria dos hidrociclones conforme a utilizado na empresa Y. Destaque em vermelho, para o botão no qual deverá ser clicado após as mudanças desejadas.

Após as modificações a quantidade de hidrociclones necessários cai de 11 para 10, sendo esta a quantia de ciclones utilizados pela empresa na qual os dados foram consultados.

A partir da Figura 5.52 a Figura 5.55 são mostrados os dados simulados de processo, como porcentagem de sólidos e distribuição granulometrica de cada produto, projeto da voluta, geometria dos hidrociclones e custos respectivamente.

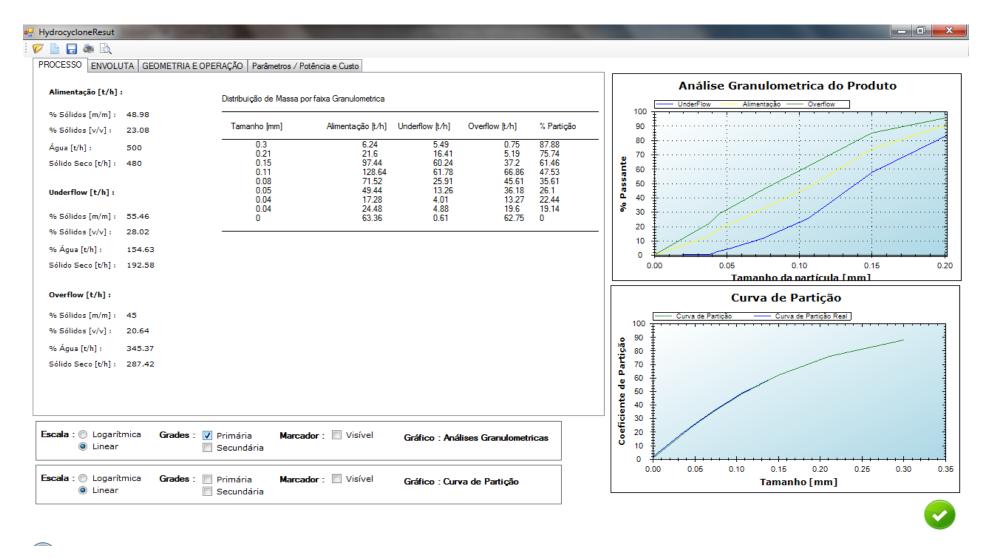


Figura 5.52 - Dados de processo mostrados pelo CIC na etapa de hidrociclonagem.

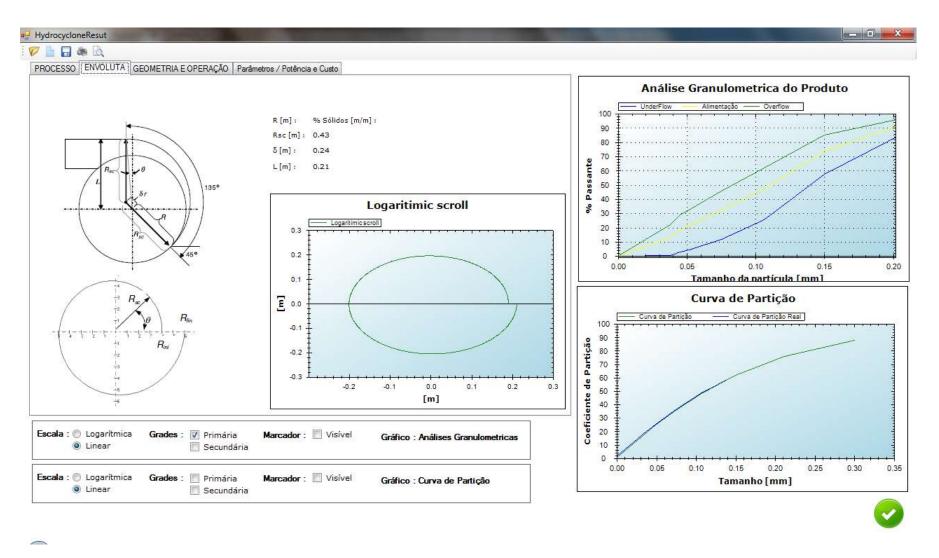


Figura 5.53 - Geometria da voluta mostrada pelo CIC na etapa de hidrociclonagem.

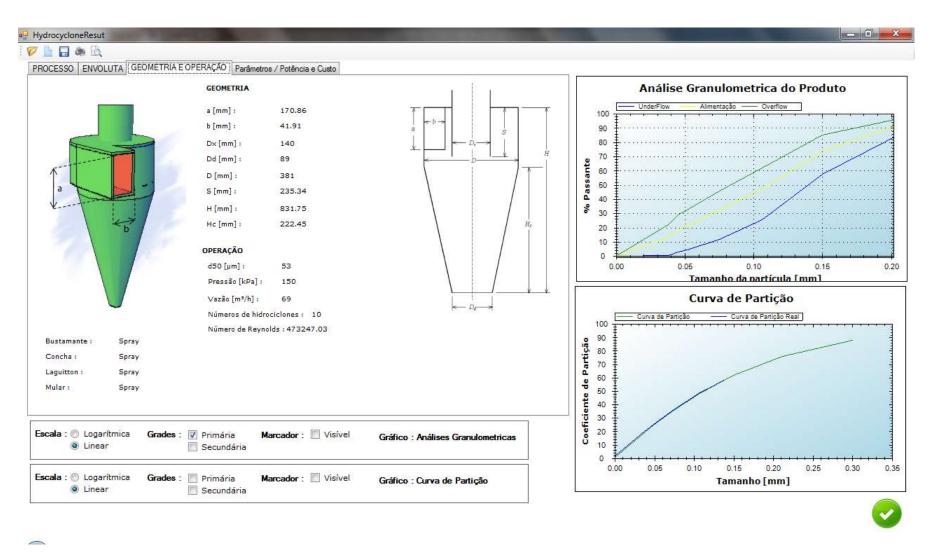


Figura 5.54 - Geometria dos hidrociclones mostrados pelo CIC na etapa de hidrociclonagem.

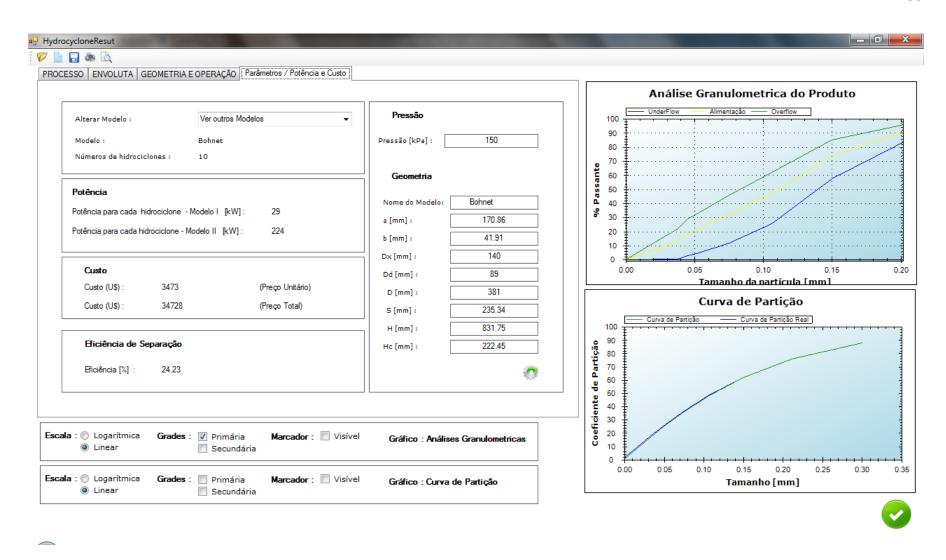


Figura 5.55 - Parâmetros dos hidrociclones mostrados pelo CIC na etapa de hidrociclonagem.

A quantidade de 10 hidrociclones calculados pelo CIC foi idêntica à utilizada na industrial, indicando o quão foi competente o modelo empregado na simulação.

Outro ponto positivo são os fatores de correções, utilizados de forma padrão. É importante ressaltar que estes foram calibrados para minério de ouro, enquanto no exemplo simulado o material foi outro, no entanto os resultados foram representativos, indicando confiança no software e no método por ele utilizado.

### 5.7. Circuitos Interligados

O aplicativo CIC faz com que os equipamentos unidos se comuniquem automaticamente. Portanto ao ligar o produto de um britador em uma peneira o software já entende qual será a massa alimentada nesta, assim como granulometria, etc. Isto faz a tarefa de dimensionar um circuito de cominuição torne-se algo fácil, pois a maioria dos dados dos equipamentos seguintes encontra-se nas etapas anteriores.

A seguir será explicado um circuito fechado de moagem, cuja classificação é realizada por hidrociclones. A Figura 5.56 mostra os dados da alimentação do circuito, cuja alimentação é de 250 t/h de material seco, sendo a densidade deste de 3,2 g/cm³.

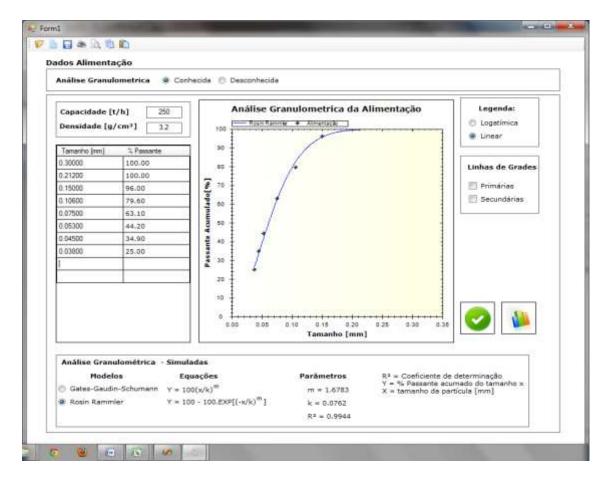


Figura 5.56 - Dados da Alimentação

A Figura 5.57 indica a quantidade água adicionada na alimentação nova do circuito.

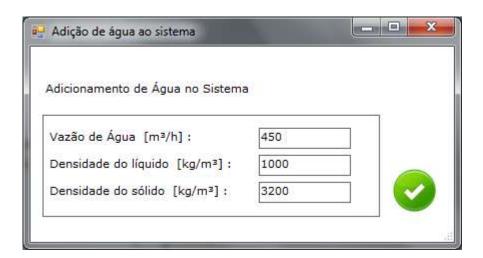


Figura 5.57 - Quantidade de água adicionada na alimentação nova.

A Figura 5.58 mostra o resultado após unir os dois objetos: alimentação nova mais água.

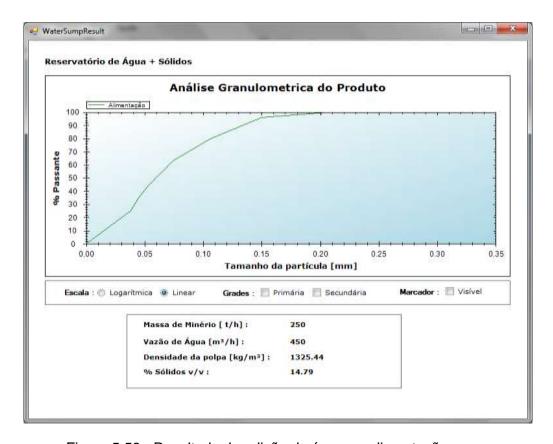


Figura 5.58 - Resultado da adição de água na alimentação nova.

A Figura 5.59 indica os parâmetros empregados na hidrociclonagem, cujo valo de  $D_{50}$  escolhido foi de 53  $\mu m$ .

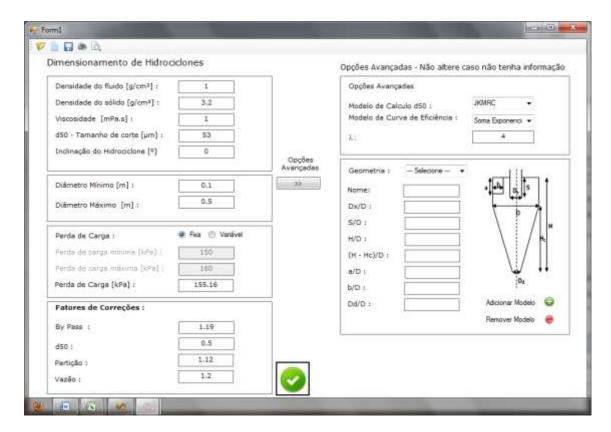


Figura 5.59 - Parâmetros de entrada da hidrociclonagem.

A Figura 5.60 informa o resultado encontrado, após unir os dados da alimentação com água (polpa) na etapa de ciclonagem antes do circuito entrar em equilíbrio.

Nesta seção não está mostrando os detalhes de cada equipamento, pois já foram visualizadas nos tópicos anteriores. O objetivo deste tópico é demonstrar que o software realiza diversas interações alterando a massa e demais características de cada fluxo até encontrar o ponto de equilíbrio do circuito. A cada interação o aplicativo redimensiona seus equipamentos para atender a massa que nele é alimentado.



Figura 5.60 - Resultado da hidrociclonagem antes do circuito entrar em equilíbrio.

A Figura 5.61 indica quais parâmetros foram utilizados na moagem, sendo o principal deles um  $P_{80}$  de 75  $\mu m$ .

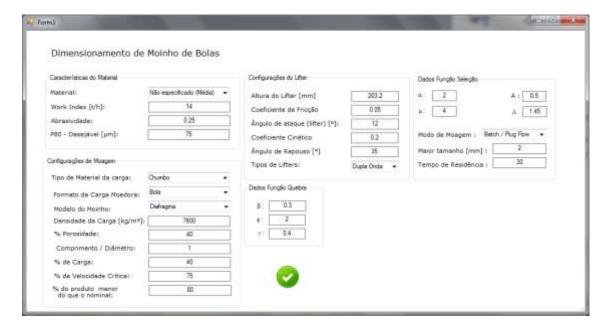


Figura 5.61 - Parâmetros da moagem.

A Figura 5.62 indica o resultado da moagem informado pelo CIC após unir o underflow da hidrociclonagem no moinho, antes do circuito entrar em equilíbrio.

Parâmetros do Moinhos	
Diâmetro [m] :	3.7
Comprimento [m] :	3.7
Velocidade Crítica [RPM] :	21.99
Velocidade Operacional [RPM] :	16.49
Grau de Redução :	1.73
Energia [kW.h/t] :	3.89
Potência [kW] :	431.92
Potência Corrigida [kW] :	633.75
P80 [μm] :	75
F80 [µm] :	130.11
Fatores de Correções	
F1:	1
F2:	1.2
F3:	0.92
F4:	1
F5:	0.99
F6:	1
F7:	1.34
F8:	1
Fator de Corração Total :	1.47

Figura 5.62 - Resultado da moagem antes do circuito entrar em equilíbrio.

A Figura 5.63 indica a quantidade de água adicionada na descarga do moinho para regular a porcentagem de sólidos do fluxo, pois este será direcionado para a hidrociclonagem.

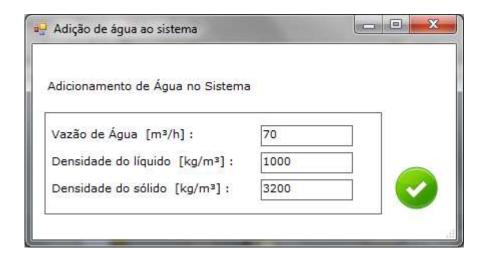


Figura 5.63 - Quantidade de água adicionada na descarga do moinho.

Abaixo, na Figura 5.64, possui o resultado da interação da descarga do moinho com o acréscimo de água, antes do circuito entrar em equilíbrio.

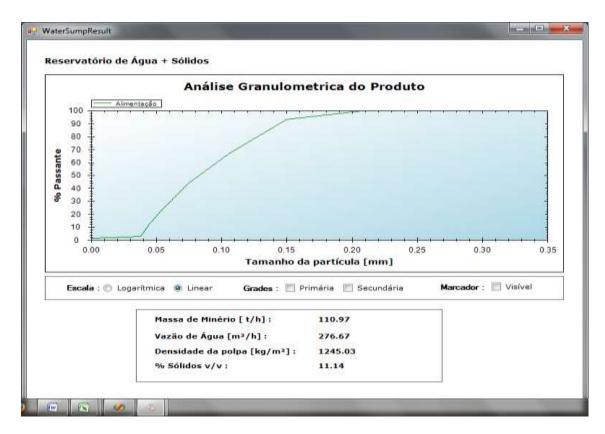


Figura 5.64 - Resultado da adição na água na descarga do moinho, antes do circuito entrar em equilíbrio.

A Figura 5.64 mostra o resultado do produto final, overflow da hidrociclonagem, antes do circuito entrar em equilíbrio.

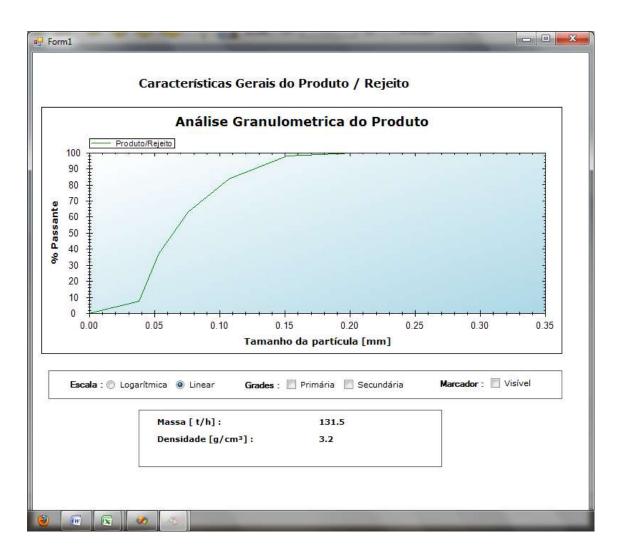


Figura 5.65 - Resultado do produto antes do circuito entrar em equilíbrio.

A Figura 5.66 mostra o fluxograma com todos os equipamentos unidos, apenas com a primeira interação. Observe que a quantidade de massa nova no circuito, 250t/h, é diferente dos dados de saída 131,5 toneladas, ou seja, o circuito não está em equilíbrio.

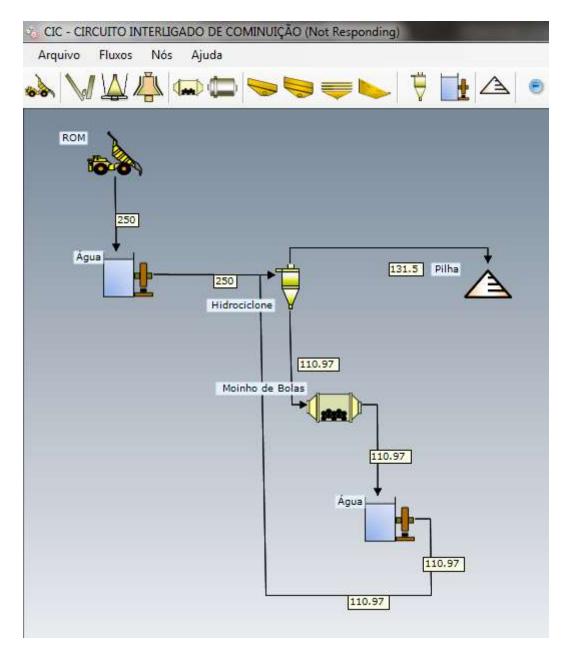


Figura 5.66 - Resultado do fluxograma do antes do circuito entrar em equilíbrio.

Após todos os dados preenchidos e equipamentos unidos é necessário fazer com que o circuito entre em equilíbrio. Ao clicar no botão rodar mostrado na Figura 5.57 o programa realiza o número de interações indicados. Portanto haverá um aumento de massa em alguns equipamentos, desta maneira, estes poderão ser redimensionados caso a capacidade destes não atenda ao aumento de massa.



Figura 5.67 - Visualização da localização do botão Rodar no CIC, responsável por fazer o números de interações indicadas na tela (neste caso igual a 100), com o objetivo fazer com que o circuito entre em equilíbrio.

A Figura 5.68 mostra o circuito após 100 interações. Da Figura 5.69 a Figura 5.72 serão mostrados as novas configurações dos equipamentos e fluxos.

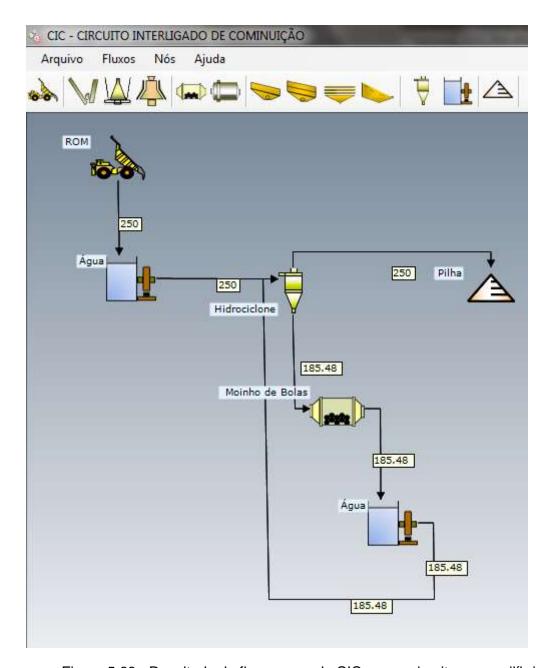


Figura 5.68 - Resultado do fluxograma do CIC com o circuito em equilíbrio.

Alterar Modelo :	Ver or	utros Modelos	Pressão	
Modelo :	Bohne	et	Pressão [kPa] :	155.16
Números de hidrocic	ones: 12			
			Geometria	
otência otência para cada bir	drociclone - Modelo I	Nome do Modelo:	Bohnet	
		a [mm] :	184.81	
otência para cada hidrociclone - Modelo II [kW] : 271			b [mm] :	45.33
			Dx [mm] :	115.07
Custo			Dd [mm] :	115.07
Custo (U\$):	3060	(Preço Unitário)	D [mm] :	348.7
Custo (U\$):	36715	(Preço Total)	S [mm]:	254.55
			H [mm] :	899.63
Eficiência de Separação			Hc [mm] :	240.6
Eficiência [%] :	21.31			sign

Figura 5.69 - Resultado da hidrociclonagem com o circuito em equilíbrio.

Parâmetros do Moinhos	
Diâmetro [m] :	4.26
Comprimento [m]:	4.26
Velocidade Crítica [RPM] :	20.49
Velocidade Operacional [RPM] :	15.37
Grau de Redução :	1.76
Energia [kW.h/t] :	3.97
Potência [kW] :	736.8
Potência Corrigida [kW] :	1058.68
P80 [μm] :	75
F80 [µm] :	131.83
Fatores de Correções	
F1:	1
F2:	1.2
F3:	0.91
F4:	1
F5:	0.99
F6:	1
F7:	1.32
F8:	1
Fator de Corração Total :	1.44

Figura 5.70 - Resultado da moagem com o circuito em equilíbrio.

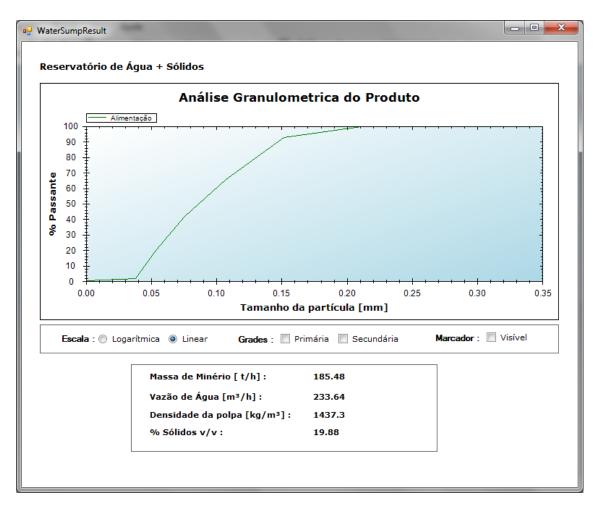


Figura 5.71 - Resultado da adição de água na descarga do moinho com o circuito em equilíbrio.

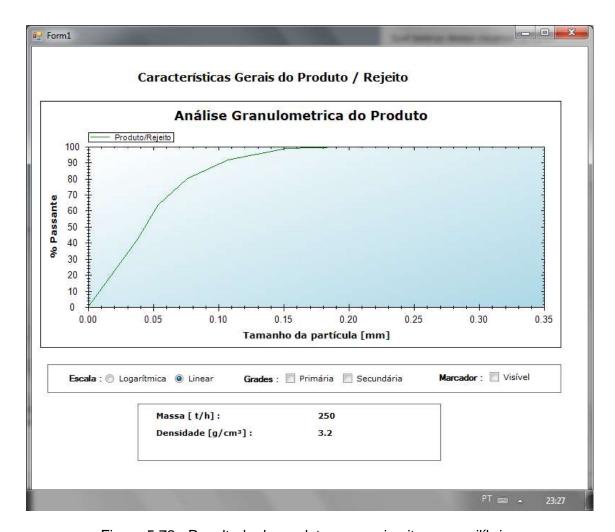


Figura 5.72 - Resultado do produto com o circuito em equilíbrio.

É possível perceber que há um aumento de massa na alimentação do moinho e na hidrociclonagem, sendo necessária a adição de um hidrociclone e aumentar o diâmetro do moinho de 3,7 m para 4,3 m. Outra observação é que após 100 interações a massa da alimentação nova é idêntica ao do produto, mostrando que o circuito encontra-se em equilíbrio.

### 6 Conclusão

O software CIC permite alternativas simples que facilitam o dimensionamento de britadores primário, uma delas é a não obrigatoriedade da distribuição granulométrica do ROM. Devido à dificuldade de obter este dado, empregou-se um modelo que utiliza somente o top size da britagem. Os resultados proporcionados, nesta etapa, foram condizentes com as especificações técnicas apresentadas pelos fabricantes, principalmente em relação aos britadores de mandíbulas.

No dimensionamento das peneiras industriais os parâmetros de largura, comprimento e amplitude apresentaram valores próximos aos utilizados nas usinas de beneficiamento. Contudo a frequência calculada pelo CIC esteve em média superior a 16% em relação aos dados de referência. No entanto esta não é uma variável significativa, pois existe a opção de colocar um inversor de frequência no equipamento, caso haja necessidade. A adição de tal aparelho não provocará um aumento significativo no custo total da peneira vibratória.

A etapa de moagem obteve resultados satisfatórios, principalmente os moinhos de bolas, os quais não houve divergência significativa na diferença entre a geometria informada pelo fabricante e a calculada pelo CIC. Um diferencial nesta etapa é a simulação da trajetória dos corpos moedores. É importante enfatizar que esta informação não se encontra, hoje, disponível nos programas mais utilizados pelos profissionais de tratamento de minérios.

A fim de verificar o modelo e a metodologia utilizada no programa para a etapa de classificação por hidrociclones, alimentou-se o CIC com os dados industriais. Como decorrência houve a indicação da necessidade de se trabalhar com 10 ciclones, sendo esta a quantidade utilizada pela empresa na qual os dados foram obtidos.

O CIC permite prever, por simulação, o balanço de massa do circuito nele projetado. Há também a possibilidade de visualizar e alterar as interações realizadas pelo software até que este encontre o ponto de equilíbrio do circuito. Esta ferramenta possibilita ao usuário perceber quais fluxos estão ocorrendo aumento na vazão de sólidos e alguns possíveis gargalos.

O circuito integrado de cominuição (CIC) atendeu aos seus objetivos de possuir uma interface intuitiva, amigável e parâmetros fáceis de serem mensurados. Transformando estas informações em resultados confiáveis e detalhados, necessários para o dimensionamento dos equipamentos localizados no software. Possibilitando uma maior interação entre a engenharia mecânica e mineral.

# 7 Sugestões para Trabalhos Futuros

Estudar o dimensionamento dos britadores cônicos, pois não há informação suficiente sobre este assunto na literatura. A indisponibilidade deste subsídio restringe os profissionais da área mineral aos dados de fabricantes.

Realizar um estudo mais elaborado correlacionando a capacidade do britador com a distância e velocidade do excêntrico.

Elaborar um novo modelo de simulação, preferencialmente em três dimensões, de corpos moedores equacionando toda a carga do moinho.

Examinar e estabelecer um método eficaz para calcular a frequência e amplitude de peneiras vibratórias.

Acrescentar ao software CIC modelos de britadores cônicos e de rolos, etapas de flotação e separação magnética.

# 8 Referências Bibliográficas

ANDERSEN, J.S. & NAPIER-MUNN, T.J. 3º Mill Operators Conference, Cobar, Australia, 1988.

ANON, Nordberg (1992) Reference Manual, Third edition, 1992.

ARTERBURN, R.A. in Design and Installation of Communication Circuits, A.L. MULAR AND G.V. Jorgensen (eds), AIME, 1982, pp. 592-607.

AUSTIN, L. G., KLIMPEL, R. R., LUCKIE, P. T. Process Engineering of Size Reduction, SME AIME, pp. 79-117, 1984.

AUSTIN, L.G. & KLIMPEL, R.R. Powder Technology, 41,1985.

AUSTIN, L.G., KLIMPEL, R.R. & LUCKIE, P.T. Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling, SME/AIME, New York, 1984.

BERALDO, J. L. Moagem de Minérios em Moinhos Tubulares, São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda, 1987.

BLANC, E.C., Calcul du debit des concasseurs à mâchoires – Le Génie Civil – T.148 – Nº 1 – Janvier 1971

BOND, F. C. Crushing and Grinding Calculations, Br. Chem. Eng., 6, pp. 378-385, 543-548, 1961.

BOND, F. C. The Third Theory of Comminution, Transaction AIME (Mining), Vol. 193, pp. 484-494, 1952.

BOND, F.C., British Chemical Eng., 6 (1961) 378, 543

BROMAN, J(1984). Optimizing capacity and economy in jaw and gyratory crushers. Engng. And Min. J. (June) 69, 1984).

BROMAN, J. Engineering and Mining Journal, June (1984) 69.

BUDYNAS, R. & NISBETT, K. Shigley's Mechanical Engineering Design, 8ed, 2006, Mcgraw-Hill.

CHAVES, A.P. & PERES, A. E. C. Teoria e Prática do Tratamento de Minérios. Volume 3. 4ª Edição. 2009.

COGHILL, W.H., VANEY, F.D. U.S. Bureau of Mines Tech Bulletin Publication No. 581,1937.

DAHLSTROM, D.A., KAM WAI-PING. International Journal of Mineral Processing, 22 (1988)239.

DAVIS, E. W. Fine Crushing in Ball Mills, Trans. AIME, Vol. XVI, 1919.

DOERING INTERNATIONAL. Disponível em: < http://www.cylpebs.com/mahlkoerper/fragebogen/formula.htm> Aceso em 10 Dez. 2003.

FAÇO - Manual de Britagem. 5ª edição, 1994.

FITCH, B., ROBERTS, EJ. in SME Mineral Processing Handbook, N.L. Weiss (Ed), AIME, 1985, pp. 3D 1-10.

FUEYO, L. Equipos de Trituración, Molienda y Classificación – Tecnología, Dieseño y Aplicación. 2ª Edição. 1999.

GALÉRY, R. Moagem: Modelagem de Parâmetros de Quebra Através da Análise da Energia de Fragmentação, Belo Horizonte, Tese de Doutorado, CPGEM, Universidade Federal de Minas Gerais, 2002.

GAUDIN, A.M. Principles of Mineral Dressing, McGraw-Hill, New-York, 1939.

GAULDIE, K. Engineering, London, April 30, 1954.

GAULDIE, K. Engineering, London, Oct 9, 1953, 456 pp.

GIESKIENG, D.H. Jaw crusher capacities, Blake and Single – Toggle Or Overhead Eccentric Types. Mining Engineering. (November) 971, 1951.

GOMIDE, R. Operações Unitárias - Operações com sistemas sólidos granulares. 1º Vol, 1980.

GUPTA, A. & YAN, D.S. Mineral Processing Design and Operations An Introduction, Elsevier, 2006.

HAN, Y., CHEN, B. XVIII International Mineral Processing Congress, Sydney, AusIMM, 1993, pp. 263-265.

HERBST, J. A., RAJAMANI, R. K., MULAR, A. L., FLINTOFF, B. Mineral Processing Plant Design, Practice and Control, Published by Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Chapter - Circuit Simulators: An Overview, pp. 383, 2002.

HERSAM, E.A. Trans. AIME, 68, 1923, 463 pp.

HOFFMANN, A.C. & STEIN, L.E. Gas Cyclones and Swirl Tubes: Principles, Design and Operation. 2ed, Springer.

KELLY, E. G. & SPOTTISWOOD, D. J. Introduction to Mineral Processing, J. Wiley & Sons, New York, 1982.

KELLY, E.G & SPOTTISWOOD, D.J. Introduction to Mineral Processing, Mineral Engineering Services, 1989.

KING, R. P. Modeling & Simulation of Mineral Processing Systems, Department of Metallurgical Engineering, University of Utah, USA, Oxford, 2001.

LAWRISON, G.C. Crushing and Grinding, Butterworth, 1974.

LYNCH, A. J. Mineral Crushing and Grinding Circuits Their Simulation, Optimizations, Design and Control, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, Oxford, New York, pp. 137-162, 1977.

LYNCH, A.J, RAO, T.C. in Proceedings Eleventh International Mineral Processing Congress, Cagliari, Italy, 1975, pp. 2 45-269.

LYNCH, A.J. Mineral Crashing and Grinding Circuits, Elsevier, 1977.

LYNCH, A.J. Mineral Crushing and Grinding Circuits, Elsevier Sc. Publishing, 1977.

LYNCH, A.J., MORRELL, S. in Comminution Theory and Practice, S.K. Kawatra (ed.), AIME, 1992,405

LYNCH, L.G., KLIMPEL R.R., LUCKIE P.T. Process Engineering of Size Reduction: ball milling, SME/AIME, 1984.

MACHADO, I.C. Um Método Computadorizado para o Dimensionamento de Moinhos, Belo Horizonte, Dissertação de Mestrado, Depto. De Engenharia Metalúrgica da EEUFMG, 384p, Belo Horizonte, 1985.

METSO – Manual de Britagem. 6ª edição, 2005.

METSO 2002, Basics in Mineral Processing, 1st Edition, Metso Minerals.

MOLITERNO, C. Método Simplex: Quadro Simplex. Disponível em:<a href="http://www.celiomoliterno.eng.br/Arquivos/Pesop/Metodo%20Simplex.pdf">http://www.celiomoliterno.eng.br/Arquivos/Pesop/Metodo%20Simplex.pdf</a>>Acesso em 02 Dez. 2011.

MORRELL, S. & NAPIER-MUNN, T. J. Comminution-Theory and Practice, SME, Article - The Prediction of Power Draw in Comminution Machines, pp. 233-247, 1992.

MORRELL, S. Proceedings of the Fifth Mill Operators Conference, Roxby Downs, AusIMM, 1994, pp. 109-114.

MORRELL, S. Trans. Inst. Min. Metall., 105 (1996) C43, C54.

MORRELL, S., Proceedings of the Fifth Mill Operators Conference, Roxby Downs, AusIMM, 1994, pp. 109-11.

NAGESWARARAO, K. Aus.IMM Proceedings, 300 No. 2 (1995) 21.

NAPIER-MUNN, T.J., MORRELL, S, MORRISON., R, KAJOVIC, T. Mineral Comminution Circuits Their Operation and Optimisation, JKMRC, 1996.

NORMAN, T.E. & Decker, J.D. in Mineral Processing Handbook, SME/AIME, 1985, pp. 3C 31-33.

PLITT, L. R. A Mathematical Model for the Hydrocyclone Classifier, CIM Bulletin, pp. 114, December, 1976.

PLITT, L.R. CIM Bull, 69 (1976)114.

PLITT, L.R., FINCH, J.A., FLINTOFF, B.C. in Euro. Symposium Particle Tech,

POWELL, M.S., The effect of liner design on the motion of the outer grinding elements in a rotary mill. Int. J. Min. Proc., 1991, 31, p.163-93.

ROSE, H.E. & ENGLISH, J.E. Trans. Inst of Mining and Metallurgy, 76, 1967, C32.

ROSE, H.E. & SULLIVAN, R.M.E. Ball, Tube and Rod Mills, Constable, London, 1957.

THYSSENKRUPP. Gyratory Crushers. Disponível em:<a href="http://pt.scribd.com/doc/80851552/ThyssenKrupp-Gyratory-Crushers">http://pt.scribd.com/doc/80851552/ThyssenKrupp-Gyratory-Crushers</a> Acesso em 15 Fev. 2011.

VIMOT. Disponível em: < http://www.mavi.com.br/brasil/vimot/escolha\_peneira.htm> Aceso em 20 Jan. 2010.