

TESE DE DOUTORADO Nº 171

**CARACTERIZAÇÃO BANDA LARGA DE ANTENAS IMPRESSAS SOBRE  
SUBSTRATOS COM PEQUENAS PERDAS: UMA ABORDAGEM VIA FDTD/WP-  
PML E EXPANSÃO EM MULTIPLOS ESFÉRICOS NO DOMÍNIO DO TEMPO**

**Glaucio Lopes Ramos**

DATA DA DEFESA: 16/12/2013

**Universidade Federal de Minas Gerais**

**Escola de Engenharia**

**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

**CARACTERIZAÇÃO BANDA LARGA DE ANTENAS IMPRESSAS  
SOBRE SUBSTRATOS COM PEQUENAS PERDAS: UMA  
ABORDAGEM VIA FDTD/WP-PML E EXPANSÃO EM  
MULTIPOLOS ESFÉRICOS NO DOMÍNIO DO TEMPO**

Glaucio Lopes Ramos

Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Cássio Gonçalves do Rego

Belo Horizonte - MG

Dezembro de 2013

**"Caracterização Banda Larga de Antenas Impressas sobre Substratos com Pequenas Perdas: Uma Abordagem Via FDTD/WP-PML e Expansão em Multipolos Esféricos no Domínio do Tempo"**

**Glaucio Lopes Ramos**

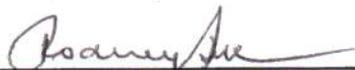
Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 16 de dezembro de 2013.

Por:



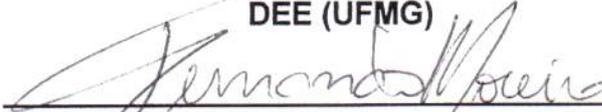
**Prof. Dr. Cássio Gonçalves do Rego  
DELT (UFMG) - Orientador**



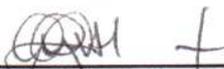
**Prof. Dr. Rodney Rezende Saldanha  
DEE (UFMG)**



**Prof. Dr. Ricardo Luiz da Silva Adriano  
DEE (UFMG)**



**Prof. Dr. Fernando José da Silva Moreira  
DELT (UFMG)**



**Prof. Dr. Adaildo Gomes D'Assunção  
Engenharia de Comunicações (UFRN)**



**Prof. Dr. Odilon Maroja da Costa Pereira Filho  
Centro de Informática (UFPE)**

À minha querida filhinha Ana Beatriz.

”Porque era assim que a humanidade devia ser de acordo com o plano divino: como os músicos de uma única orquestra, como os órgãos de um único corpo.”(C. S. Lewis)

## Agradecimentos

- Agradeço em primeiro lugar a minha filhinha Ana Beatriz. Sem dúvida você foi o maior incentivo para vencer todos os obstáculos que apareceram durante esta jornada. Agora se inicia uma nova etapa na minha vida e na minha carreira e você foi o motivo principal de nunca ter desistido de ir até o fim.
- Sou muito grato ao Prof. Cássio Gonçalves do Rego por todo incentivo na minha carreira: pela indicação para o mestrado, pelo apoio e confiança no início da carreira acadêmica, pela orientação e apoio durante todo este trabalho e pela confiança depositada em mim frente a todos os obstáculos surgidos até a finalização do doutorado.
- Ao Prof. Fernando José da Silva Moreira pelas sugestões, incentivo e apoio no decorrer deste trabalho.
- A Alexandre Ramos Fonseca, por permitir o uso dos computadores da UFVJM e pela ajuda na paralelização do código.
- Ao DETEM/UFSJ, pelo apoio irrestrito e incondicional.
- Ao DECOM/UFES/CEUNES, pelo apoio irrestrito e incondicional durante o tempo em que fui docente nesta instituição.
- A todos da minha família que tanto torceram por mim e me apoiaram em todos os momentos.
- Por fim, e não menos importante, agradeço também a Deus, por ter me proporcionado força para vencer todos os obstáculos e que hoje me permite finalizar este trabalho.

# Sumário

<b>Sumário</b>	<b>vii</b>
<b>Resumo</b>	<b>ix</b>
<b>Abstract</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	2
1.2 Organização do texto . . . . .	4
<b>2 Obtenção da perda de retorno através do método FDTD</b>	<b>6</b>
2.1 Introdução . . . . .	6
2.2 Expressões para o FDTD em três dimensões . . . . .	7
2.3 Condições de contorno absorventes . . . . .	12
2.3.1 WP-PML . . . . .	13
2.3.1.1 WP-PML 2-D para meios com perdas . . . . .	14
2.3.1.2 WP-PML 3-D para meios com perdas . . . . .	16
2.4 Resultados para a perda de retorno das antenas . . . . .	18
2.4.1 Perda de retorno . . . . .	19

2.4.1.1	Método da expansão em momentos de funções temporais e resposta impulsional . . . . .	20
2.4.1.2	Transformada de Fourier não-uniforme . . . . .	22
2.4.1.3	Antena monopolo T . . . . .	24
2.4.1.4	Antena planar multi-banda . . . . .	29
2.4.1.5	Antena de microfita retangular para UWB . . . . .	34
<b>3</b>	<b>Obtenção do diagrama de radiação através da técnica de multipolos esféricos no domínio do tempo</b>	<b>41</b>
3.1	Introdução . . . . .	41
3.2	Expansão em multipolos para o campo eletromagnético . . . . .	43
3.3	Transformada NFF baseada em multipolos esféricos . . . . .	45
3.3.1	Transformada NFF no domínio da frequência . . . . .	45
3.3.2	Transformada NFF no domínio do tempo . . . . .	48
3.3.3	Aproximação linear para o campo próximo . . . . .	50
3.4	Paralelização da técnica de transformada de campo próximo em campo distante através dos multipolos esféricos no domínio do tempo . . . . .	55
3.5	Determinação do diagrama de radiação das antenas . . . . .	59
3.6	Resultados para o diagrama de radiação das antenas . . . . .	61
3.6.1	Validação das técnicas propostas para obtenção de diagramas de radiação no domínio do tempo e frequência . . . . .	61
3.6.2	Obtenção do diagrama de radiação - antena UWB . . . . .	64
<b>4</b>	<b>Conclusões e proposta de continuidade</b>	<b>80</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>83</b>

## Resumo

O objetivo deste trabalho é a implementação de uma metodologia que permita a caracterização completa de antenas impressas sobre substratos de pequenas perdas em faixas de frequência arbitrariamente largas. Para isso foi desenvolvida uma abordagem baseada em métodos em eletromagnetismo computacional no domínio do tempo, a saber, diferenças finitas no domínio do tempo com camadas perfeitamente casadas bem posicionadas (FDTD/WP-PML) e uma expansão em multipolos esféricos desenvolvida recentemente.

A aplicação criteriosa do FDTD/WP-PML sobre geometrias típicas de antenas impressas permite a determinação acurada de suas propriedades elétricas como elementos de circuito: perda de retorno e impedância de entrada. O princípio da equivalência é empregado de maneira a usar os campos tangenciais sobre a grade espacial do FDTD/WP-PML em conjunto com a expansão em multipolos esféricos para se obter uma transformação de campos próximos em campos distantes, de forma que normas de sinais temporais de potência e energia podem ser aplicadas para o cálculo de diagramas de radiação, tanto em regime transiente quanto em regime permanente.

Métodos computacionais no domínio do tempo foram escolhidos na metodologia aqui desenvolvida por permitirem uma caracterização de antenas aplicadas a modernos sistemas de comunicação digitais multi-banda e de faixa ultra-larga (UWB). A principal vantagem das técnicas no domínio do tempo baseadas nos multipolos esféricos é que estas técnicas permitem a obtenção do diagrama de radiação das antenas no domínio do tempo e no domínio da frequência, sendo, portanto, muito útil na caracterização unificada de antenas UWB no domínio do tempo e da frequência.

Resultados são apresentados para a perda de retorno de antenas multi-banda típicas e de antena UWB, bem como para diagramas de radiação de uma antena UWB, atestando a aplicabilidade da metodologia aqui apresentada.

**Palavras-chave:** diferenças finitas no domínio do tempo, multipolos esféricos, expansão em momentos, antenas multibanda

# Abstract

In this work the characterization of wide-band printed antennas with lossy substrates is introduced by means of an approach based on time-domain computational electromagnetics methods, namely, the finite-difference time-domain method with well-posed perfectly matched layers (FDTD/WP-PML) and a recently developed time-domain spherical-multipole expansion.

The application of the FDTD/WP-PML to printed antennas typical geometries allows the determination of their electrical properties as circuit elements: the return loss and input impedance. The equivalence principle is applied to the tangential fields all over the FDTD/WP-PML spatial grid and the use of the spherical-multipole expansion leads to a near-to-far-field transformation, and energy and power norms of temporal signals are used to obtain the antenna radiation patterns for transient and steady-state responses.

Time-domain computational electromagnetics methods have been chosen in this work because of the state of the art in printed antennas characterization intended to their application in modern digital multi-band communication systems, multiple-input multiple-output (MIMO) and ultrawide band systems (UWB). The main advantage of time domain multipole approach is that the radiated fields can be obtained for an antenna excited by any sources with pulsed temporal behavior and thus it allows the characterization of its radiation pattern in time and frequency domains. Such approach is very useful on performing an unified characterization of UWB antennas.

Results are obtained for the return loss of MIMO multi-band and UWB antennas, as well as for the radiation pattern of an UWB antenna, and compared to those determined from standard methods available in the scientific literature in order to show the applicability of the methodology that has been developed herein.

**Keywords:** time-domain finite-difference, spherical multipoles, moment expansion, multiband antenna

# Lista de Figuras

2.1	Posicionamento das componentes vetoriais dos campos $\vec{e}$ e $\vec{h}$ no cubo de Yee.	10
2.2	Geometria da antena impressa Monopolo T.	25
2.3	Campo $E_z$ para a antena monopolo T: (a) $T=500\Delta t$ , (b) $T=1000\Delta t$ , (c) $T=1500\Delta t$ , (d) $T=2000\Delta t$ , (e) $T=2500\Delta t$ e (f) $T=3000\Delta t$ .	27
2.4	FDTD - Perda de retorno da antena monopolo T.	28
2.5	Geometria da antena impressa planar multi-banda.	30
2.6	Campo $E_z$ para a antena planar: (a) $T=1000\Delta t$ , (b) $T=2000\Delta t$ , (c) $T=3000\Delta t$ , (d) $T=4000\Delta t$ , (e) $T=5000\Delta t$ e (f) $T=6000\Delta t$ .	32
2.7	FDTD - Perda de retorno da antena planar multi-banda.	33
2.8	Geometria da antena de microfita retangular para UWB.	35
2.9	Campo $E_z$ para a antena UWB: (a) $T=1000\Delta t$ , (b) $T=2000\Delta t$ , (c) $T=3000\Delta t$ , (d) $T=4000\Delta t$ , (e) $T=5000\Delta t$ e (f) $T=6000\Delta t$ .	37
2.10	FDTD - Perda de retorno da antena UWB.	38
3.1	Princípio da Equivalência de Huygens.	42
3.2	Resultados do paralelismo do código de multipolos esféricos : (a) Ganho de processamento, (b) Tempo de execução normalizado.	58
3.3	Resultados para o dipolo de meia-onda utilizando Fourier: (a) diagrama horizontal, (b) diagrama vertical.	68
3.4	Resultados para o dipolo de meia-onda utilizando expansão em momentos: (a) diagrama horizontal, (b) diagrama vertical.	69

3.5	Antena UWB - amplitude do multipólo (1500 $\Delta t$ ) : (a) $a_{1,1}$ , (b) $b_{1,1}$ , (c) $a_{16,16}$ , (d) $b_{16,16}$ . . . . .	70
3.6	Antena UWB - componentes de campo (1500 $\Delta t$ ) : (a) $E_\theta$ - plano x-y, (b) $E_\phi$ - plano x-y, (c) $E_\theta$ - plano x-z, (d) $E_\phi$ - plano x-z, (e) $E_\theta$ - plano y-z e (f) $E_\phi$ - plano y-z. . . . .	71
3.7	Resultados para antena UWB utilizando multipolos esféricos (4 GHz - 1500 $\Delta t$ ): (a) plano x-y, (b) plano x-z e (c) plano y-z. . . . .	72
3.8	Resultados para antena UWB utilizando multipolos esféricos (7 GHz - 1500 $\Delta t$ ): (a) plano x-y, (b) plano x-z e (c) plano y-z. . . . .	73
3.9	Resultados para antena UWB utilizando multipolos esféricos (10 GHz - 1500 $\Delta t$ ): (a) plano x-y, (b) plano x-z e (c) plano y-z. . . . .	74
3.10	Antena UWB - amplitude do multipólo (3000 $\Delta t$ ) : (a) $a_{1,1}$ , (b) $b_{1,1}$ , (c) $a_{16,16}$ , (d) $b_{16,16}$ . . . . .	75
3.11	Antena UWB - componentes de campo (3000 $\Delta t$ ) : (a) $E_\theta$ - plano x-y, (b) $E_\phi$ - plano x-y, (c) $E_\theta$ - plano x-z, (d) $E_\phi$ - plano x-z, (e) $E_\theta$ - plano y-z e (f) $E_\phi$ - plano y-z. . . . .	76
3.12	Resultados para antena UWB utilizando multipolos esféricos (4 GHz - 3000 $\Delta t$ ): (a) plano x-y, (b) plano x-z e (c) plano y-z. . . . .	77
3.13	Resultados para antena UWB utilizando multipolos esféricos (7 GHz - 3000 $\Delta t$ ): (a) plano x-y, (b) plano x-z e (c) plano y-z. . . . .	78
3.14	Resultados para antena UWB utilizando multipolos esféricos (10 GHz - 3000 $\Delta t$ ): (a) plano x-y, (b) plano x-z e (c) plano y-z. . . . .	79

# Lista de Tabelas

2.1	Largura de banda: antena impressa monopolo T. . . . .	28
2.2	Análise de erro para a largura de banda: antena impressa monopolo T. . .	28
2.3	Frequência de ressonância: antena impressa monopolo T. . . . .	29
2.4	Análise de erro para a frequência de ressonância: antena impressa monopolo T. . . . .	29
2.5	Largura de banda: antena impressa planar multibanda. . . . .	33
2.6	Análise de erro para a largura de banda: antena impressa planar multibanda.	33
2.7	Frequência de ressonância: antena impressa planar multibanda. . . . .	34
2.8	Análise de erro para a frequência de ressonância: antena impressa planar multibanda. . . . .	34
2.9	Largura de banda: antena impressa UWB. . . . .	38
2.10	Análise de erro para a largura de banda: antena impressa UWB. . . . .	38
2.11	Frequência de ressonância: antena impressa UWB. . . . .	39
2.12	Análise de erro para a frequência de ressonância: antena impressa UWB. .	39

# Capítulo 1

## Introdução

Os dispositivos de comunicação sem fio estão em um processo contínuo de redução de tamanho, gerando também uma necessidade de diminuição do tamanho das antenas. O problema que surge com esta evolução tecnológica é que os sistemas atuais não permitem que também ocorra uma redução de desempenho das antenas. Pelo contrário, as necessidades de desempenho estão cada vez mais complexas e mais difíceis de serem atingidas.

Além das necessidades de desempenho cada vez mais complexas, surge atualmente uma nova necessidade e desafio para os projetistas de antenas. Os primeiros sistemas celulares, como o sistema analógico Advanced Mobile Phone System (AMPS), bem como os primeiros sistemas digitais como o europeu Global System for Mobile Communications (GSM), utilizavam dispositivos que operavam em uma única faixa de frequência. Atualmente, surge a necessidade de os dispositivos operarem em mais de uma banda de frequência, incluindo múltiplas faixas de operação do sistema GSM e Universal Mobile Telecommunication System (UMTS), sistemas Wi-Fi (802.11), sistemas Wi-MAX (802.16), entre outros.

Uma antena que opera continuamente na faixa de 824 MHz até 2,5 GHz, por exemplo, é considerada uma antena de banda única, apesar de ser considerada faixa larga. Já uma antena que cobre mais de uma faixa de comunicação é considerada uma antena multi-banda. Por exemplo, uma antena que cobre uma faixa entre 824-960 MHz e outra entre 1,71-1,99 GHz, é considerada uma antena "quadri-banda", já que possibilita a operação

nas faixas do GSM800, GSM900, GSM1800 e GSM1900.

O que se percebe, portanto, é que os projetistas de antenas devem lidar com o desafio de projetar antenas cada vez mais eletricamente curtas, além de fazer com que estas antenas operem em múltiplas faixas de frequências, ou em bandas muito largas.

## 1.1 Motivação

Devido à necessidade de se projetar e analisar antenas que operam em diversas faixas de frequência, diversos artigos têm sido publicados recentemente com o objetivo de projetar antenas impressas que permitem aos dispositivos sem fio o funcionamento de diversos serviços simultâneos, em diferentes faixas de frequência. Dentre as topologias de antenas projetadas para este fim, podem ser citar: antenas fractais impressas [1], [2] e principalmente antenas planares [3–14].

A análise dos parâmetros destas antenas impressas normalmente tem sido feita utilizando métodos no domínio da frequência, como por exemplo, o Método dos Momentos. Dentre as técnicas no domínio do tempo para análise de campo radiados por antenas, destaca-se o método de diferenças finitas no domínio do tempo, que tem mostrado ser eficiente, estável e com implementação computacional relativamente simples [15]. A utilização da técnica de FDTD na simulação de antenas impressas requer o uso de uma eficiente técnica de condição de contorno absorvente. Para se obter uma melhor precisão com os resultados a serem obtidos, é importante a utilização de uma técnica de condição de contorno que permita a inserção de perdas no meio. Para esta finalidade, foi utilizado no algoritmo FDTD a técnica WP-PML [16], que permite a inserção do parâmetro de perdas para as antenas impressas.

Além da necessidade de uma eficiente técnica de condição de contorno absorvente, a técnica FDTD se torna pouco prática para o cálculo do campo distante radiado pelas antenas, sendo necessária uma técnica adicional para a transformada do campo próximo gerado pelo FDTD em campo distante. A primeira técnica desenvolvida com esta finalidade, para o método FDTD, somente fornecia resultados para uma única frequência [17], [18]. Para obter uma resposta para uma faixa de frequência mais larga, uma excitação faixa

larga seguida de uma transformada discreta de Fourier era utilizada [18]. Diversos métodos que envolvem uma soma recursiva das contribuições dos campos tangenciais em uma superfície de Huygens equivalente têm sido utilizados recentemente com a mesma finalidade [19–22]. Estes métodos partem da forma fechada da função de Green no espaço livre e geralmente para cada ponto de observação é necessária uma nova integração através das fontes na superfície de Huygens.

Recentemente foi publicado um trabalho [23] que propõe o uso de uma transformada NFF baseada em multipolos esféricos, tendo como referência a função de Green no espaço livre em sua forma bilinear. A aproximação do campo distante por multipolos esféricos já tem sido utilizada no domínio da frequência [24]. A principal vantagem do uso de multipolos esféricos para a transformada do campo próximo em campo distante, reside no fato que o procedimento é realizado independente dos pontos de observação. Ou seja, diferente das técnicas originais para a transformada de campo próximo em campo distante (que permite o cálculo do campo distante em pontos específicos, definidos antes do início do algoritmo FDTD), após a determinação das amplitudes dos multipolos, o campo distante pode ser obtido em qualquer ponto de observação. Além disto, estas técnicas permitem a obtenção dos campos radiados por antenas alimentadas por qualquer fonte temporal pulsada arbitrária e, portanto, permitem a obtenção do diagrama de radiação das antenas diretamente no domínio do tempo [25], bem como no domínio da frequência, o que é especialmente importante para antenas que operam em largas faixas de frequência, como por exemplo, antenas UWB.

Poucos resultados foram encontrados até o momento na literatura envolvendo o uso desta técnica de multipolos esféricos associada ao algoritmo FDTD, sendo os resultados encontrados descritos em [23], [24], [26]. Os resultados apresentados em [23] mostram a eficiência do método para cálculo de campo distante de uma onda plana espalhada por um cubo dielétrico e por uma esfera condutora e uma aplicação do método para uma antena Vivaldi foi encontrada em [26]. Ambos resultados mostram a potencialidade do método de multipolos esféricos no domínio do tempo para transformada de campo próximo em campo distante associado a um algoritmo FDTD.

Além disto, uma dificuldade em relação ao tempo de simulação computacional surge ao se realizar simulações para cálculo de diagramas de radiação de antenas que operam em bandas muito largas, pois é necessário que sejam obtidos os resultados para diversas faixas de frequência dentro da banda de operação da antena. Existem dois métodos distintos para se obter estes resultados: a antena pode ser alimentada com um pulso Gaussiano e uma transformada de Fourier aplicada no resultado obtido no domínio do tempo para cada frequência onde o diagrama deve ser analisado, ou a antena pode ser alimentada diretamente com a portadora da frequência a ser analisada. O primeiro método pode levar a uma perda de precisão dos resultados obtidos quando a faixa de frequência a ser analisada for muito grande. O segundo método, apesar de ser bem mais preciso, gera a necessidade de execução do programa desenvolvido para cada frequência a ser analisada, sendo na prática inviável. De modo a tornar possível a excitação da antena diretamente com um pulso Gaussiano, este trabalho propõe a utilização de uma técnica de expansão em momentos [27] em conjunto com a técnica de transformada de campo próximo em campo distante, permitindo a análise diretamente no domínio do tempo, bem como uma utilização de uma técnica de transformada não uniforme de Fourier segmentada [28], de forma a se obter o diagrama no domínio da frequência.

Vale também ressaltar que o algoritmo desenvolvido não está limitado a um tipo específico de aplicação de antenas impressas, mas permite a simulação e análise de antenas impressas para sistemas que operam em uma única faixa de frequência, sistemas multibanda, sistemas com banda ultra larga e também conjunto de antenas impressas para aplicações MIMO. Portanto, se constitui de uma ferramenta importante para análise de antenas impressas para aplicações nos sistemas mais modernos de comunicação sem fio.

## 1.2 Organização do texto

Este trabalho tem como objetivo a implementação de uma metodologia que permita a caracterização completa de antenas impressas sobre substratos de pequenas perdas em faixas de frequência arbitrariamente largas. Para isto utiliza-se como base de um código computacional o Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) com

camadas perfeitamente casadas bem posicionadas (WP-PML), que permite o cálculo do campo próximo radiado pelas antenas e uma expansão em multipolos esféricos no domínio do tempo para transformada do campo próximo em campo distante, que permite que seja realizada uma análise da antena na região de campo em distante.

O Capítulo 2 descreve a técnica FDTD e o algoritmo de Yee, mostrando as expressões de campo para o problema tridimensional. Além disso, também descreve a técnica de condição de contorno absorvente, utilizada em conjunto com o FDTD, de forma a estender o domínio de simulação para o infinito. Uma variação da PML original de Berenger, a técnica WP-PML, é descrita neste capítulo, técnica esta que permite a determinação acurada das propriedades elétricas como elementos de circuito de antenas impressas típicas: perda de retorno e impedância de entrada. Neste capítulo também são apresentados os resultados obtidos neste trabalho e uma comparação com resultados previamente obtidos através de medições divulgados na literatura científica. São simuladas algumas configurações de antenas planares multi-banda e antena UWB e apresentados os resultados obtidos para o perda de retorno.

O Capítulo 3 descreve a análise do campo eletromagnético em uma expansão por multipolos esféricos. As equações de Maxwell são decompostas e expandidas utilizando a técnica de multipolos esféricos, que é utilizada para transformar o campo próximo gerado pelo FDTD em campo distante para análise do diagrama de radiação da antena em análise. Este capítulo também apresenta os resultados obtidos para os diagramas de radiação das antenas, atestando a aplicabilidade da metodologia apresentada neste trabalho.

No Capítulo 4 são apresentadas as conclusões e sugestões para continuidade deste trabalho.

# Capítulo 2

## Obtenção da perda de retorno através do método das diferenças finitas no domínio do tempo

### 2.1 Introdução

As técnicas numéricas utilizadas para resolver problemas de eletromagnetismo podem ser basicamente classificadas em duas categorias: técnicas que partem de uma aproximação das equações integrais, normalmente em termos de somas finitas, e técnicas que realizam aproximações para as equações diferenciais, como as aproximações por diferenças finitas.

A análise dos problemas de eletromagnetismo também pode ser realizada no domínio da frequência e/ou no domínio do tempo. A análise no domínio da frequência tem sido bastante utilizada para a obtenção de soluções analíticas para problemas canônicos, sendo inclusive utilizada como forma de validação de uma nova técnica a ser desenvolvida para a solução de aplicações mais específicas.

O recente desenvolvimento de recursos computacionais, como aumento de memória e velocidade dos processadores, bem como o uso de processadores paralelos, têm permitido o avanço do uso de técnicas computacionais no domínio do tempo, já que estes métodos normalmente exigem mais recursos computacionais que as técnicas no domínio da frequência. Sendo assim, técnicas como o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD), desenvolvida originalmente em 1966 por Yee [29], começaram a ser mais

aplicadas na solução de problemas de eletromagnetismo.

A técnica FDTD tem se tornado popular como ferramenta numérica para resolver as equações de Maxwell na medida em que não é necessário o uso de funções de Green ou funções assintóticas, tornando, portanto, a sua formulação mais simples. Além disto, esta técnica permite um melhor entendimento físico do problema a ser resolvido, na medida em que permite a visualização dos campos diretamente no domínio do tempo, a cada iteração a ser realizada.

Diversos tipos de problemas e aplicações têm sido analisados utilizando a técnica FDTD, como por exemplo, problemas de espalhamento, circuitos de micro-ondas, guias de onda, problemas de propagação de ondas eletromagnéticas, bem como diversas aplicações que envolvem antenas, incluindo as antenas impressas, que são objetivo de estudo deste trabalho.

Este capítulo apresenta uma formulação em três dimensões do método das diferenças finitas no domínio do tempo com camadas perfeitamente casadas (FDTD/WP-PML), sendo que esta técnica WP-PML tem mostrado ser mais estável em aplicações que envolvem meios com perdas. Este método, portanto, será aplicado neste trabalho sobre geometrias típicas de antenas impressas para caracterização das propriedades de perda de retorno e impedância de entrada, permitindo, inclusive a inserção das perdas tanto no meio quanto no substrato das antenas. Também será utilizado para gerar o campo próximo das antenas sob análise, campo este que será utilizado para obtenção do diagrama de radiação das antenas.

## 2.2 Expressões para o FDTD em três dimensões

Em 1966, Yee deu origem ao conjunto de equações de diferenças finitas para as equações de Maxwell, considerando meios sem perdas [17], [29].

Os princípios fundamentais do algoritmo de Yee são: Os campos elétrico e magnético são ambos solucionados no tempo e no espaço, tornando a solução mais robusta; o algoritmo de Yee centra as componentes dos campos  $\vec{e}$  e  $\vec{h}$  no espaço tridimensional de forma que cada componente do campo elétrico é circulada por quatro componentes de

campo magnético, e cada componente do campo magnético é circulada por quatro componentes de campo elétrico; o algoritmo de Yee centra as componentes de  $\vec{e}$  e  $\vec{h}$  no tempo. As componentes do campo elétrico em toda a grade espacial são calculadas e armazenadas na memória, usando os valores anteriores armazenados do campo magnético. As componentes do campo magnético são calculadas, utilizando-se as componentes do campo elétrico anteriormente armazenadas. O ciclo continua até que o tempo de simulação chegue ao fim.

O posicionamento das componentes vetoriais dos campos  $\vec{e}$  e  $\vec{h}$  no cubo de Yee pode ser visto na figura 2.1.

As equações de Yee podem ter seus termos espaciais alterados para uma notação mais conveniente para implementação computacional [15], [30]. Desta forma, as equações de diferenças finitas em três dimensões para as equações de Maxwell podem ser escritas conforme as equações a seguir:

$$\begin{aligned} h_x|_{i,j,k}^{n+1/2} &= h_x|_{i,j,k}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}\Delta z} \left( e_y|_{i,j,k}^n - e_y|_{i,j,k-1}^n \right) \\ &- \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}\Delta y} \left( e_z|_{i,j,k}^n - e_z|_{i,j-1,k}^n \right) - \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \left( m_x|_{i,j,k}^n - \sigma_{i,j,k}^* h_x|_{i,j,k}^n \right), \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} h_y|_{i,j,k}^{n+1/2} &= h_y|_{i,j,k}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}\Delta x} \left( e_z|_{i,j,k}^n - e_z|_{i-1,j,k}^n \right) \\ &- \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}\Delta z} \left( e_x|_{i,j,k}^n - e_x|_{i,j,k-1}^n \right) - \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \left( m_y|_{i,j,k}^n - \sigma_{i,j,k}^* h_y|_{i,j,k}^n \right), \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} h_z|_{i,j,k}^{n+1/2} &= h_z|_{i,j,k}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}\Delta y} \left( e_x|_{i,j,k}^n - e_x|_{i,j-1,k}^n \right) \\ &- \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}\Delta z} \left( e_y|_{i,j,k}^n - e_y|_{i-1,j,k}^n \right) - \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \left( m_z|_{i,j,k}^n - \sigma_{i,j,k}^* h_z|_{i,j,k}^n \right), \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$e_x|_{i,j,k}^{n+1} = e_x|_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}\Delta y} \left( h_z|_{i,j+1,k}^{n+1/2} - h_z|_{i,j,k}^{n+1/2} \right) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}\Delta z} \left( h_y|_{i,j,k+1}^{n+1/2} - h_y|_{i,j,k}^{n+1/2} \right) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \left( j_x|_{i,j,k}^{n+1/2} - \sigma_{i,j,k} e_x|_{i,j,k}^{n+1/2} \right), \quad (2.4)$$

$$e_y|_{i,j,k}^{n+1} = e_y|_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}\Delta y} \left( h_x|_{i,j,k+1}^{n+1/2} - h_x|_{i,j,k}^{n+1/2} \right) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}\Delta x} \left( h_z|_{i+1,j,k}^{n+1/2} - h_z|_{i,j,k}^{n+1/2} \right) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \left( j_y|_{i,j,k}^{n+1/2} - \sigma_{i,j,k} e_y|_{i,j,k}^{n+1/2} \right), \quad (2.5)$$

$$e_z|_{i,j,k}^{n+1} = e_z|_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}\Delta x} \left( h_y|_{i+1,j,k}^{n+1/2} - h_y|_{i,j,k}^{n+1/2} \right) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}\Delta y} \left( h_x|_{i,j+1,k}^{n+1/2} - h_x|_{i,j,k}^{n+1/2} \right) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \left( j_z|_{i,j,k}^{n+1/2} - \sigma_{i,j,k} e_z|_{i,j,k}^{n+1/2} \right), \quad (2.6)$$

sendo

$\Delta x$  : incremento espacial na direção x;

$\Delta y$  : incremento espacial na direção y;

$\Delta z$  : incremento espacial na direção z;

$\Delta t$  : incremento discreto no tempo, uniforme no período de observação.;

$n$  : índice das amostras no tempo;

$i,j,k$  : índices das células nas direções x, y e z;

$\vec{e}$  : campo elétrico (V/m);

$\vec{d}$  : densidade de fluxo elétrico (C/m<sup>2</sup>);

$\vec{h}$  : campo magnético (A/m);

$\vec{b}$  : densidade de fluxo magnético (Wb/m<sup>2</sup>);

$\vec{j}$  : densidade de corrente elétrica (A/m<sup>2</sup>);

$\vec{m}$  : densidade de corrente magnética equivalente (V/m<sup>2</sup>);

$\rho_e$  : densidade volumétrica de carga elétrica (C/m<sup>2</sup>);

$\rho_m$  : densidade volumétrica de carga magnética equivalente (Wb/m<sup>2</sup>);

$\epsilon$  : permissividade elétrica (F/m);

$\epsilon_r$  : permissividade elétrica relativa;

$\epsilon_0$  : permissividade elétrica do vácuo;

$\mu$  : permissividade magnética (H/m);

$\mu_r$  : permissividade magnética relativa;

$\mu_0$  : permissividade magnética do vácuo;

$\sigma$  : condutividade elétrica (S/m);

$\sigma^*$  : perda magnética equivalente (Ω/m).

De forma a usar uma notação mais simplificada para as equações (2.1)-(2.6), definem-se coeficientes para o campo  $\vec{e}$  e para o campo  $\vec{h}$ , conforme o seguinte conjunto de equações:

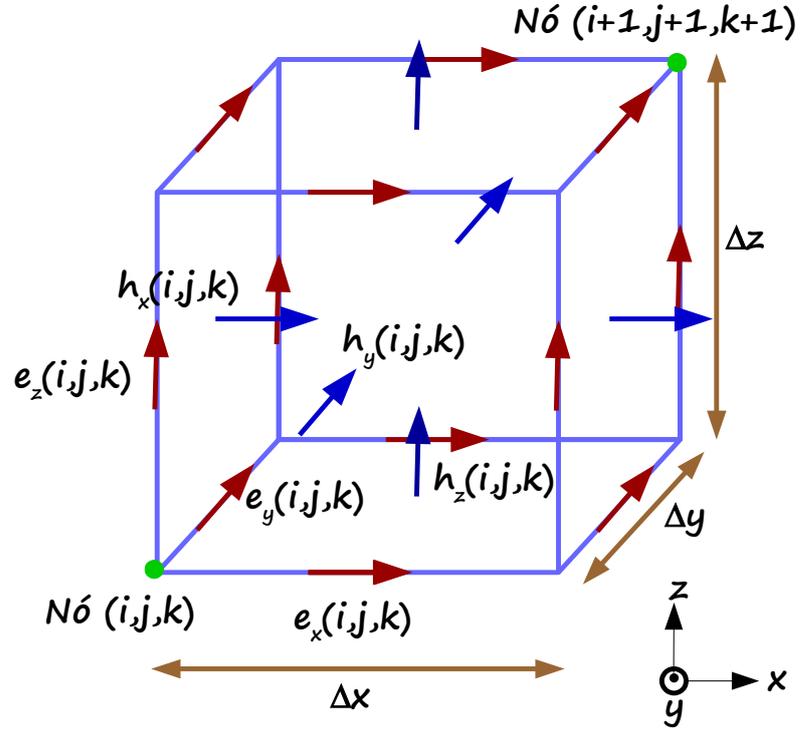


Figura 2.1: Posicionamento das componentes vectoriais dos campos  $\vec{e}$  e  $\vec{h}$  no cubo de Yee.

$$C_{a|i,j,k} = \frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}}, \quad (2.7)$$

$$C_{b|i,j,k} = \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}}, \quad (2.8)$$

$$C_{b1|i,j,k} = \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}\Delta_1}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}}, \quad (2.9)$$

$$C_{b2|i,j,k} = \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}\Delta_2}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}}, \quad (2.10)$$

$$D_{a|i,j,k} = \frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k}^*\Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}^*\Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}, \quad (2.11)$$

$$D_b|_{i,j,k} = \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}^* \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}, \quad (2.12)$$

$$D_{b1}|_{i,j,k} = \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k} \Delta_1}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}^* \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}, \quad (2.13)$$

$$D_{b2}|_{i,j,k} = \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k} \Delta_2}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}^* \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}. \quad (2.14)$$

Nas equações (2.7)-(2.14),  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  são os incrementos espaciais utilizados para o cálculo de cada uma das componente de cada vetor de campo, como por exemplo,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  para a componente  $h_x$ . Utilizando as definições das equações (2.7)-(2.14), são apresentadas as equações para o FDTD em três dimensões, onde as referências (i,j,k) foram suprimidas das novas constantes para simplificar a notação:

$$\begin{aligned} h_x|_{i,j,k}^{n+1/2} &= D_a h_x|_{i,j,k}^{n-1/2} \\ &+ D_{bz} \left( e_y|_{i,j,k}^n - e_y|_{i,j,k-1}^n \right) - D_{by} \left( e_z|_{i,j,k}^n - e_z|_{i,j-1,k}^n \right) - D_b \left( m_x|_{i,j,k}^n \right), \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} h_y|_{i,j,k}^{n+1/2} &= D_a h_y|_{i,j,k}^{n-1/2} \\ &+ D_{bx} \left( e_z|_{i,j,k}^n - e_z|_{i-1,j,k}^n \right) - D_{bz} \left( e_x|_{i,j,k}^n - e_x|_{i,j,k-1}^n \right) - D_b \left( m_y|_{i,j,k}^n \right), \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} h_z|_{i,j,k}^{n+1/2} &= D_a h_z|_{i,j,k}^{n-1/2} \\ &+ D_{by} \left( e_x|_{i,j,k}^n - e_x|_{i,j-1,k}^n \right) - D_{bx} \left( e_y|_{i,j,k}^n - e_y|_{i-1,j,k}^n \right) - D_b \left( m_z|_{i,j,k}^n \right), \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$e_x|_{i,j,k}^{n+1} = C_a e_x|_{i,j,k}^n + C_{by} \left( h_z|_{i,j+1,k}^{n+1/2} - h_z|_{i,j,k}^{n+1/2} \right) - C_{bz} \left( h_y|_{i,j,k+1}^{n+1/2} - h_y|_{i,j,k}^{n+1/2} \right) - C_b j_x|_{i,j,k}^{n+1/2}, \quad (2.18)$$

$$e_y|_{i,j,k}^{n+1} = C_a e_y|_{i,j,k}^n + C_{bz} \left( h_x|_{i,j,k+1}^{n+1/2} - h_x|_{i,j,k}^{n+1/2} \right) - C_{bx} \left( h_z|_{i+1,j,k}^{n+1/2} - h_z|_{i,j,k}^{n+1/2} \right) - C_b j_y|_{i,j,k}^{n+1/2}, \quad (2.19)$$

$$e_z|_{i,j,k}^{n+1} = C_a e_z|_{i,j,k}^n + C_{bx} \left( h_y|_{i+1,j,k}^{n+1/2} - h_y|_{i,j,k}^{n+1/2} \right) - C_{by} \left( h_x|_{i,j+1,k}^{n+1/2} - h_x|_{i,j,k}^{n+1/2} \right) - C_b j_z|_{i,j,k}^{n+1/2}. \quad (2.20)$$

A implementação de um algoritmo para as equações de Maxwell utilizando o FDTD causa dispersão das ondas simuladas no espaço livre no ambiente computacional. Isso significa que a velocidade de fase das ondas simuladas numericamente podem ser diferentes da velocidade da luz, no caso do meio ser o espaço livre, por um fator que depende do comprimento de onda, da direção de propagação e da discretização da grade de simulação. De forma a reduzir a dispersão numérica ao se utilizar o algoritmo FDTD, a grade deve ser amostrado por um fator de no mínimo  $\lambda/10$  [18].

A escolha dos incrementos de espaço ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$ ) e do tempo ( $\Delta t$ ) podem afetar as características de propagação de ondas numéricas ao se utilizar o algoritmo de Yee, causando, portanto, erro numérico. Além do erro numérico deve-se tomar cuidado ao escolher o valor de  $\Delta t$  de forma a garantir estabilidade numérica, conforme a equação abaixo:

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}}, \quad (2.21)$$

onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo.

### 2.3 Condições de contorno absorventes

Boa parte dos problemas de eletromagnetismo são definidos em regiões abertas. Surge aí um problema computacional, pois o domínio computacional correspondente deve ser grande o bastante de forma a envolver a estrutura de interesse e condições de contorno devem ser utilizadas de forma a simular a absorção das ondas eletromagnéticas, com uma ideia similar a uma câmara anecóica [18].

Dentre as técnicas utilizadas para este fim destacam-se as condições de contorno absorventes (ABC - *Absorbing Boundary Conditions*) e a técnica de camadas perfeitamente casadas (PML - *Perfect Matched Layer*). A técnica ABC tem como limitação o fato de que a camada casada para absorção das ondas eletromagnéticas somente é eficaz para ondas planas com incidência normal [18].

De forma a superar as limitações das técnicas ABC, a técnica PML surgiu em 1994 a partir do trabalho de Berenger [31]. A vantagem desta técnica é que ondas planas com incidência, polarização e frequência arbitrária podem ser casadas na fronteira. Além disto, a técnica de Berenger pode ser usada para terminar domínios compostos de meio não homogêneo, dispersivo, anisotrópico e até mesmo meio não linear, o que não era possível com as técnicas ABCs analíticas.

De uma maneira geral, a técnica PML divide cada componente de campo das equações de Maxwell em duas componentes ortogonais. Além disto é realizado um escalonamento dos parâmetros PML de forma a reduzir os erros de discretização nas interfaces dos materiais [17].

Diversos artigos posteriores modificaram a PML original de forma a melhorar sua performance, como por exemplo, UMPL [32], CPML [33] e WP-PML [16]. Neste trabalho foi utilizada a técnica WP-PML, que permite a simulação de meios com perdas. Esta técnica de condição de contorno com camadas perfeitamente casadas bem posicionadas será descrita na próxima seção.

### 2.3.1 WP-PML

O método WP-PML é baseado no conceito de coordenadas complexas, sendo utilizado em condições de contorno absorventes para meios com perdas mais complexos [16]. A técnica de PML proposta por Berenger tem como fundamento a divisão de uma componente de campo em duas componentes artificiais desacopladas [31]. Porém esta técnica tem apresentado alguns problemas de instabilidade mesmo com pequenas perturbações [16]. A técnica WP-PML surge como uma alternativa de condição de contorno absorvente para meios complexos com perdas, sendo que na sua formulação as componentes de campo não são artificialmente desacopladas, apresentando uma estabilidade melhor que as técnicas anteriores.

Para simplificar o entendimento do método, será apresentado inicialmente a utilização do mesmo para um problema em duas dimensões,  $TM_z$ , sendo depois realizada a extrapolação para três dimensões. O processo se inicia a partir das equações de Maxwell

no domínio da frequência e do conceito de continuidade analítica das coordenadas expressas nas equações (2.22), em relação aos quais se obtêm o conjunto de equações dos campos elétrico e magnético que serão descritos a seguir.

Definem-se inicialmente as variáveis complexas para as derivadas parciais, conforme a equação (2.22).

$$\partial x \Rightarrow \left[ a_x + \frac{i\omega_x(x)}{\omega} \right] \partial x, \quad (2.22a)$$

$$\partial y \Rightarrow \left[ a_y + \frac{i\omega_y(y)}{\omega} \right] \partial y, \quad (2.22b)$$

onde  $a_\eta$  é o coeficiente de escalonamento (tem como objetivo acelerar a atenuação de ondas evanescentes em um meio com perdas),  $\omega_\eta$  é o coeficiente de atenuação na camada PML e  $\eta = x, y$  ou  $z$ .

Para o desenvolvimento de WP-PML as seguintes etapas devem ser realizadas: introduzir as variáveis complexas das equações (2.22) nas equações de Maxwell no domínio da frequência, definir as variáveis de campo a serem integradas no tempo, converter as equações para o domínio do tempo e definir variáveis de campo modificadas de forma que os termos que envolvem as derivadas no espaço permaneçam inalteradas nas equações de Maxwell em um meio regular.

### 2.3.1.1 WP-PML 2-D para meios com perdas

Considerando um meio com perdas, as equações de Maxwell no domínio da frequência para o caso  $TM_z$  em duas dimensões são descritas como:

$$-j\omega\mu H_x = -\frac{\partial E_z}{\partial y}, \quad (2.23)$$

$$-j\omega\mu H_y = \frac{\partial E_z}{\partial x}, \quad (2.24)$$

$$-j\omega\varepsilon E_z = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z. \quad (2.25)$$

De forma a simplificar, considerando-se  $a_x = a_y = 1$ , pode-se escrever a seguinte equação:

$$-i\omega\varepsilon E_z = \frac{1}{1 + \frac{i\omega_x}{\omega}} \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{1}{1 + \frac{i\omega_y}{\omega}} \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z. \quad (2.26)$$

Expandindo a equação (2.26) e transformando esta equação para o domínio do tempo, de forma a se obter uma formulação para as equações no domínio do tempo a serem utilizadas em conjunto com o método do FDTD, chega-se à seguinte equação [16]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \left( \omega_{xy} + \frac{\sigma}{\varepsilon} \right) E_z + \left[ \theta_{xy} + \frac{\sigma}{\varepsilon} \omega_{xy} \right] E_z^{(1)} + \frac{\sigma}{\varepsilon} \theta_{xy} E_z^{(2)} \\ = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x} (H_y + \omega_y H_y^{(1)}) - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial y} (H_x + \omega_x H_x^{(1)}), \end{aligned} \quad (2.27)$$

onde  $\omega_{xy} = \omega_x + \omega_y$ ,  $\theta_{xy} = \omega_x \omega_y$ ,

$$\frac{\partial \vec{H}^{(1)}}{\partial t} = \vec{H}, \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial \vec{E}^{(1)}}{\partial t} = \vec{E}, \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial \vec{E}^{(2)}}{\partial t} = \vec{E}^{(1)}. \quad (2.30)$$

De maneira similar, as equações para  $H_x$  e  $H_y$  podem ser escritas como:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} + \omega_y H_x = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y}, \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} + \omega_x H_y = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x}. \quad (2.32)$$

Definindo  $\tilde{H}_x = H_x + \omega_x H_x^{(1)}$  e  $\tilde{H}_y = H_y + \omega_y H_y^{(1)}$ , pode-se reescrever as equações (2.27), (2.31) e (2.32), chegando-se às seguintes equações PML:

$$\frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y} - (\omega_y - \omega_x) \left( \tilde{H}_x - \omega_x H_x^{(1)} \right), \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x} - (\omega_y - \omega_x) \left( \tilde{H}_y - \omega_y H_y^{(1)} \right), \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial t} = & \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} \right) - \left( \frac{\sigma}{\varepsilon} + \omega_x + \omega_y \right) E_z \\ & - \left[ \frac{\sigma}{\varepsilon} (\omega_x + \omega_y) + \omega_x \omega_y \right] E_z^{(1)} - \frac{\sigma}{\varepsilon} \omega_x \omega_y E_z^{(2)}, \end{aligned} \quad (2.35)$$

onde

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_x^{(1)}}{\partial t} = & \tilde{H}_x - \omega_x H_x^{(1)}, \quad \frac{\partial H_y^{(1)}}{\partial t} = \tilde{H}_y - \omega_y H_y^{(1)}, \\ \frac{\partial E_z^{(1)}}{\partial t} = & E_z, \quad \frac{\partial E_z^{(2)}}{\partial t} = E_z^{(1)}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

As equações (2.33)-(2.35) formam o conjunto de equações PML para meios condutores com perdas, sendo que os termos que envolvem as derivadas temporais e espaciais são exatamente os mesmos das equações de Maxwell originais, ou seja, não há necessidade de alterar os termos que envolvem estas derivadas de um meio regular para a região onde a PML será aplicada.

É possível também reescrever as equações PML em forma compacta conforme a equação a seguir:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = A \frac{\partial w}{\partial x} + B \frac{\partial w}{\partial y} + Dw + v, \quad (2.37)$$

onde

$$\begin{aligned} w = & \left[ \tilde{H}_x, \tilde{H}_y, E_z/\eta \right]^t, \\ A = & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c \\ 0 & c & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -c \\ 0 & 0 & 0 \\ -c & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ D = & \text{Diag} \left[ (\omega_x - \omega_y), -(\omega_x - \omega_y), -\left( \frac{\sigma}{\varepsilon} + \omega_x + \omega_y \right) \right], \\ v = & \begin{pmatrix} -\omega_x (\omega_x - \omega_y) H_x^{(1)} \\ \omega_y (\omega_x - \omega_y) H_y^{(1)} \\ -\left[ \frac{\sigma}{\varepsilon} (\omega_x + \omega_y) + \omega_x \omega_y \right] \frac{E_z^{(1)}}{\eta} - \frac{\sigma}{\varepsilon} \frac{\omega_x \omega_y E_z^{(2)}}{\eta} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Verifica-se a simetria das matrizes A e B, sendo, portanto, o sistema de equações WP-PML fortemente estável.

### 2.3.1.2 WP-PML 3-D para meios com perdas

Estendendo o processo da seção anterior para o caso tridimensional, chega-se as equações WP-PML a seguir [16]:

$$\frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial z} \right) - \omega_{yzx} \tilde{H}_x - \phi_{xy} \phi_{xz} H_x^{(1)}, \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} \right) - \omega_{xzy} \tilde{H}_y - \phi_{yx} \phi_{yz} H_y^{(1)}, \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial y} \right) - \omega_{xyz} \tilde{H}_z - \phi_{zx} \phi_{zy} H_z^{(1)}, \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial z} \right) - \left[ \frac{\sigma}{\varepsilon} + \omega_{yzx} \right] \tilde{E}_x \\ &\quad - \frac{\sigma}{\varepsilon} \omega_y \omega_z E_x^{(2)} - \left[ \frac{\sigma}{\varepsilon} \omega_{yzx} + \phi_{xy} \phi_{xz} \right] E_x^{(1)}, \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial x} \right) - \left[ \frac{\sigma}{\varepsilon} + \omega_{xzy} \right] \tilde{E}_y \\ &\quad - \frac{\sigma}{\varepsilon} \omega_x \omega_z E_y^{(2)} - \left[ \frac{\sigma}{\varepsilon} \omega_{xzy} + \phi_{yx} \phi_{yz} \right] E_y^{(1)}, \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} \right) - \left[ \frac{\sigma}{\varepsilon} + \omega_{xyz} \right] \tilde{E}_z \\ &\quad - \frac{\sigma}{\varepsilon} \omega_x \omega_y E_z^{(2)} - \left[ \frac{\sigma}{\varepsilon} \omega_{xyz} + \phi_{zx} \phi_{zy} \right] E_z^{(1)}, \end{aligned} \quad (2.44)$$

onde

$$\begin{aligned} \tilde{\vec{E}} &= \vec{E} + \bar{\omega} \cdot \vec{E}^{(1)}, \quad \tilde{\vec{H}} = \vec{H} + \bar{\omega} \cdot \vec{H}^{(1)}, \\ \frac{\partial \tilde{\vec{E}}^{(1)}}{\partial t} &= \tilde{\vec{E}} - \bar{\omega} \cdot \vec{E}^{(1)}, \quad \frac{\partial \tilde{\vec{E}}^{(2)}}{\partial t} = \vec{E}^{(1)}, \quad \frac{\partial \tilde{\vec{H}}^{(1)}}{\partial t} = \tilde{\vec{H}} - \bar{\omega} \cdot \vec{H}^{(1)}, \\ \omega_{abc} &= \omega_a + \omega_b - \omega_c, \quad \phi_{ab} = \omega_a - \omega_b, \quad (a, b, c) = (x, y, z), \\ \bar{\omega} &= \text{Diag} [\omega_x, \omega_y, \omega_z]. \end{aligned} \quad (2.45)$$

O conjunto de equações (2.39)-(2.44) corresponde à implementação FDTD/WP-PML utilizada neste trabalho para determinação dos parâmetros de perda de retorno e impedância de entrada de geometria típicas de antenas impressas utilizadas em aplicações multi-bandas.

Estas expressões permitem, portanto, a caracterização do campo próximo das antenas impressas e, como consequência, uma análise da perda de retorno. De forma a caracterizar a antena na região de campo distante, utiliza-se neste trabalho o princípio da equivalência de maneira a usar os campos tangenciais sobre a grade espacial do FDTD/WP-PML em conjunto com uma expansão em multipólos esféricos para se obter uma transformada de campos próximos em campos distantes. Esta técnica será descrita com mais detalhes no Capítulo 3.

## 2.4 Resultados para a perda de retorno das antenas

Uma antena de microfita na sua configuração mais simples consiste de um substrato dielétrico ( $\varepsilon_r \leq 10$ ) envolvido de um lado por uma fita condutora e de outro lado por um plano condutor.

As principais vantagens das antenas impressas na faixa de micro-ondas, em relação às antenas tradicionais são: mais leves e ocupam um menor volume; possuem um custo de fabricação menor; polarizações linear e circular obtidas com alimentadores simples; antenas para aplicações em mais de uma frequência e polarização podem ser facilmente fabricadas; podem ser facilmente integradas com circuitos integrados de microondas; linhas de alimentação e redes de casamento podem ser fabricadas simultaneamente com a estrutura da antena.

As principais limitações deste tipo de antena são: dificuldade para projetos de antenas com bandas mais largas; menores ganhos; perdas ôhmicas consideráveis nos alimentadores de conjuntos; limitações de potência radiada.

De forma a caracterizar as antenas impressas com banda ultra larga é necessário caracterizar o parâmetro de reflexão  $s_{11}$  da antena, bem como o seu diagrama de radiação. Com estas duas propriedades, é possível verificar o casamento de impedância de cada uma das faixas em que a antena vai operar, bem como conhecer o formato de radiação da antena sob análise.

Os procedimentos para obtenção do parâmetro  $s_{11}$  e do diagrama de radiação da antena serão descritos a seguir.

### 2.4.1 Perda de retorno

Além dos resultados obtidos diretamente com a simulação dos campos da antena através da técnica FDTD, os coeficientes da matriz de espalhamento (2.46), que são dependentes da frequência, também podem ser facilmente calculados, conforme descrito em [15].

$$[V]^r = [S] [V]^i \quad (2.46)$$

Na equação (2.46),  $[V]^r$  e  $[V]^i$  são os vetores das tensões incidente e refletida, respectivamente, e  $[S]$  é a matriz de espalhamento.

Para determinar os parâmetros de espalhamento, o campo elétrico vertical  $E_z$  no centro de cada porta da microfita que alimenta a antena é amostrado e armazenado a cada intervalo de tempo. Assume-se para isto que o valor do campo é proporcional a tensão (que poderia ser facilmente obtida pela integração numérica do campo elétrico vertical), quando se considera a propagação do modo fundamental.

Para se obter a perda de retorno  $S_{11}(\omega)$  deve-se conhecer as ondas incidente e refletida. A onda simulada com o FDTD é a soma das ondas incidente e refletida. Para se obter a onda incidente é realizada inicialmente a simulação da propagação do campo em uma linha de referência, de comprimento infinito. Esta onda incidente é subtraída do campo gerado pelo FDTD, tendo como resultado o campo refletido. Obtém-se o parâmetro  $S_{11}(\omega)$  aplicando-se a transformada de Fourier no campo da onda refletida.

Para a simulação dos campos das antenas a serem analisadas neste trabalho, utilizou-se um programa na linguagem Fortran desenvolvido por [30]. Este programa, porém, foi desenvolvido para considerar a simulação de antenas impressas com um plano condutor que abrange o plano inteiro da antena impressa, ou seja, ocupa toda a superfície do substrato. Portanto, numa primeira etapa deste trabalho, foi realizada uma adaptação do software desenvolvido por [30] para considerar a simulação de antenas impressas com plano condutor de qualquer comprimento. Para validação desta alteração, foram simuladas as antenas multi-bandas descritas em [3] e [34], sendo estes resultados inicialmente publicados em [35]. Recentemente, foi adicionada a técnica da transformada não uniforme

de Fourier para o cálculo do parâmetro de reflexão destas antenas, sendo os resultados publicados em [36].

#### 2.4.1.1 Método da expansão em momentos de funções temporais e resposta impulsional

A resposta impulsional de um sistema pode ser obtida a partir de uma transformada inversa de Fourier em um processo de deconvolução. Marroco e Bardati apresentaram uma formulação para obtenção da resposta impulsional de um sistema a partir da análise da resposta do circuito a excitação com pulsos Gaussianos [27], [37]. Esta formulação considera uma expansão em momentos, através dos modos presentes na resposta do sistema, tendo se mostrado computacionalmente mais rápida e eficiente do que processos de deconvolução envolvendo transformada de Fourier [27].

Considerando um circuito com excitação em uma porta  $i$ ,  $v_i(t)$  e uma resposta associada a uma porta  $k$ ,  $v_k(t)$ , vale a relação

$$v_k(t) = \int_0^t h_{ik}(t - \tau)v_i(\tau)d\tau = h_{ik}(t) * v_i(t), \quad (2.47)$$

onde  $h_{ik}(t)$  é a resposta impulsional entre as portas  $k$  e  $i$ , definida como

$$h_{ik}(t) = \mathcal{F}^{-1} \left[ \frac{V_k(\omega)}{V_i(\omega)} \right], \quad (2.48)$$

onde  $\mathcal{F}^{-1}$  é a transformada inversa de Fourier,  $V_i(\omega) = \mathcal{F}[v_i(t)]$  e  $V_k(\omega) = \mathcal{F}[v_k(t)]$ . A transformada discreta de Fourier de  $v_i(t)$  e  $v_k(t)$  pode ser obtida via FDTD realizando um processamento de Fourier para as amostras  $v_i(n\Delta t)$  e  $v_k(n\Delta t)$  em cada intervalo de tempo. Sendo assim, a resposta impulsional pode ser obtida através da equação (2.48) ou diretamente no domínio do tempo resolvendo a integral expressa na equação (2.47).

De acordo com [27], ao se considerar pulsos Gaussianos, como os descritos a seguir,

$$\begin{aligned} v_i(t) &= e^{-((t-\tau)^2/2T^2)}, \\ v_i(t) &= -\frac{t-\tau}{T} e^{-((t-\tau)^2/2T^2)}, \end{aligned} \quad (2.49)$$

a resposta impulsional pode ser resolvida de uma forma mais simples e com menor esforço computacional através da técnica de expansão em momentos, utilizando-se a seguinte expansão

$$\frac{1}{V_i(\omega)e^{j\omega t_0}} \approx \sum_{l=0}^N \frac{a_l}{l!} (-j\omega)^l, \quad (2.50)$$

onde  $t_0 = \tau$  e os coeficientes  $a_l$  são obtidos através de uma expansão em Taylor de  $V_i(\omega)e^{j\omega t_0}$ , cujos momentos  $\mu_k$  são os momentos do sinal temporal  $v_i(t)$  obtidos através da seguinte expressão:

$$\left[ \sum_{l=0}^N \frac{a_l}{l!} (-j\omega)^l \right] \left[ \sum_{m=0}^N \frac{\mu_m}{m!} (-j\omega)^m \right] = 1, \quad (2.51)$$

onde

$$\begin{aligned} \mu_m &= \int_{-\infty}^{\infty} (t - t_0)^m v_i(t) dt = \\ &= \sum_{p=0}^m \binom{m}{p} (-t_0)^{k-p} j^p V_i^{(p)}(0), \end{aligned} \quad (2.52)$$

e

$$V_i^{(p)}(0) = \left. \frac{d^p V_i(\omega)}{d\omega^p} \right|_{\omega=0}. \quad (2.53)$$

A resposta impulsional, utilizando a expansão em momentos, pode ser escrita para excitações  $v_i(t)$  de média temporal não-nula como

$$h_{ik}(t) \approx \left( a_0 + \sum_{l=2}^N \frac{a_l}{l!} \frac{d^l}{dt^l} \right) v_k(t + t_0), \quad (2.54)$$

ou para o caso de excitações de média nula

$$h_{ik}(t) \approx \left[ a_0 \int_0^{t+t_0} d\tau + \sum_{l=2}^N \frac{a_l}{l!} \frac{d^{l-1}}{dt^{l-1}} \right] v_k(t + t_0). \quad (2.55)$$

A expansão em momentos conforme descrita nas equações (2.54) e (2.55) converge rapidamente. Porém, erros numéricos podem tornar o resultado impreciso, caso seja utilizada uma elevada ordem para a diferenciação dos dados discretos. Portanto, apenas uma quantidade pequena de termos é utilizada na expansão em momentos, sendo que normalmente é utilizado até o quarto termo, ou seja, uma aproximação de quarta ordem,

quando se trabalha com pulsos em formatos Gaussianos [27]. Utilizando a expansão em quarta ordem, a resposta impulsional entre as portas  $i$  e  $k$  pode ser escrita na forma [27]

$$\begin{aligned} h_{ik}(t) &= \frac{a_4}{24\Delta t^4} [v_k(n+2+n_0) + v_k(n-2+n_0)] \\ &+ \left( \frac{a_2}{2\Delta t^2} - \frac{a_4}{6\Delta t^4} \right) [v_k(n+1+n_0) + v_k(n-1+n_0)] \\ &+ \left( a_0 - \frac{a_2}{\Delta t^2} + \frac{a_4}{4\Delta t^4} \right) v_k(n+n_0), \end{aligned} \quad (2.56)$$

onde os parâmetros  $a_0$ ,  $a_2$ ,  $a_4$  e  $n_0$  são

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}T_0}, \\ a_2 &= -a_0T_0^2, \\ a_4 &= 3a_0T_0^4, \\ n_0 &= \text{int} \left( \frac{t_0}{\Delta t} \right). \end{aligned} \quad (2.57)$$

Esta aproximação pode ser utilizada desde que  $f_{max}^{FDTD} > 1,5f_m$ , onde  $f_{max}^{FDTD} = \frac{c}{n\Delta}$ , sendo  $n$  situado entre 8-10,  $\Delta$  é a maior dimensão da célula utilizada no FDTD e  $f_m$  a maior frequência a ser considerada. Além disto, o pulso Gaussiano deve ser configurado de forma que sua maior componente de frequência,  $f_G$ , considerando o critério de 10% da máxima amplitude do espectro de frequência, esteja situada dentro do intervalo  $[1,5f_m, f_{max}^{FDTD}]$  [27].

#### 2.4.1.2 Transformada de Fourier não-uniforme

A transformada discreta de Fourier (DFT) é a técnica tradicional para realizar a transformada do domínio do tempo para o domínio da frequência, porém sua eficiência computacional é adequada apenas para análise em poucas frequências. Um maneira eficiente de implementar a DFT é a utilização da transformada rápida de Fourier (FFT), onde as frequências a serem analisadas devem estar uniformemente espaçadas e, além disto, toda a sequência temporal do FDTD deve ser armazenada. Recentemente foi desenvolvida uma técnica de transformada não-uniforme de Fourier (NUFFT), que pode aumentar a eficiência computacional do processo DFT [38]. Este algoritmo original foi modificado de forma a implementar uma estratégia de segmentação, eliminando a necessidade do armazenamento de toda a sequência temporal do FDTD, portanto, melhorando

tanto a eficiência computacional do algoritmo original, bem como melhorando a eficiência em termos de armazenamento de amostras [28].

Utilizando o algoritmo NUFFT a DFT é calculada como

$$\tilde{f}_k = \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \alpha_n e^{j2\pi c_k n/N}, \quad (2.58)$$

onde  $\alpha_n = \alpha(n\Delta t)$  são as amostras do FDTD a serem convertidas para o domínio da frequência,  $c_k = \Delta_t f_k N$  e  $N$  é a quantidade de amostras.

O algoritmo NUFFT aproxima uma exponencial pela combinação linear de outras exponenciais. Esta aproximação é realizada ao se determinar  $y_{r-q/2}$ , de forma a satisfazer a seguinte condição:

$$s_n \omega^{n\mu c} = \sum_{k'=[\mu c]-q/2}^{[\mu c]+q/2} x_{k'-[\mu c]}(c) \omega^{nk'}, \quad (2.59)$$

onde  $\omega = e^{j2\pi/N_{FFT}}$ ,  $\mu = N_{FFT}/N$  ( $\mu \geq 1$ ) e  $[\mu c]$  é o inteiro mais próximo de  $\mu c$  [28].

De forma a se obter uma solução fechada para esta aproximação, é utilizando o fator de precisão  $s_n = \cos\left(\frac{\pi n}{N_{FFT}}\right)$  [28].

Na prática,  $y_{r-q/2}$  pode ser calculado como

$$y(c_k) = M^{-1} a(c_k), \quad (2.60)$$

onde  $r = 0, 1, \dots, q$ ,  $q$  é o comprimento do intervalo e  $M$  é uma matriz de Fourier de tamanho  $(q+1) \times (q+1)$ , onde seus elementos são definidos como  $M_{i,j} = N$  se  $i = j$ , se  $i \neq j$  [28]

$$M_{i,j} = \frac{\omega^{(j-i)/2} [\omega^{(i-j)N/2} - \omega^{(j-i)N/2}]}{1 - \omega^{(j-i)}}, \quad (2.61)$$

e

$$a_r(c_k) = -j \sum_{\beta=-1,1} \frac{e^{j\phi_k/N}}{1 - e^{j2\phi_k/N}} \text{sen}\phi_k, \quad (2.62)$$

onde  $\phi_k = \frac{\pi}{2\delta} (2\delta c_k - 2[\delta c_k] + q - 2r + \beta)$ ,  $\delta = N_{FFT}/N$  ( $\delta \geq 1$ ) é a sobretaxa de amostragem,  $\omega = e^{j2\pi/N_{FFT}}$ , e  $[\delta c]$  é o inteiro mais próximo de  $\delta c$ .

Portanto, a NUFFT é determinada como

$$\hat{f}_k = \sum_{r=0}^q \text{Re} [y_{r-q/2}(k)] C_{[\delta c_k] + r - q/2}, \quad (2.63)$$

onde

$$C_k = \sum_{n=-N_{FFT}/2}^{N_{FFT}/2-1} \alpha_n e^{j2\pi nk/N_{FFT}}. \quad (2.64)$$

A estratégia de segmentação utilizada melhora a eficiência computacional do cálculo da NUFFT dividindo a sequência temporal do FDTD em segmentos menores de comprimento  $LN_s$ , onde  $N_s$  é quantidade de amostras por segmento,  $N_s = 2[N_{FFT}/3] - 1$  e  $L = \text{ceil}[N/N_s]$ , sendo  $\text{ceil}$  o inteiro mais próximo, maior ou igual a  $N/N_s$ . Desta forma são realizadas múltiplas NUFFTs, cada transformada com um número menor de amostras [28].

A complexidade numérica da técnica NUFFT pode ser comparada com a técnica padrão de FFT em termos de multiplicações. Para cada frequência a ser analisada, o número total de multiplicações necessárias para a execução do algoritmo FFT é estimado em  $O_{ME} = 3N$  [27], onde  $N$  é o número total de amostras temporais obtidas pelo FDTD. Para o algoritmo NUFFT o número de multiplicações é estimado em  $O_{NUFFT} = N[\delta \log_2(\delta N_s) + 2(q+3)N_f/N_s + 1]$  [28].

### 2.4.1.3 Antena monopolo T

Foi realizada a caracterização do parâmetro de reflexão para uma antena monopolo T multi-banda projetada para uso em redes WLAN que opere nas faixas 2.4/5.2 GHz [34].

A geometria da antena pode ser vista na Figura 2.2. Os monopolos e a linha de microfita foram impressos no mesmo lado de um substrato dielétrico FR4 com espessura 0,8 mm e permissividade relativa  $\epsilon_r = 4,4$ . O condutor e dielétrico foram considerados sem perdas. No outro lado do substrato foi impresso um plano terra com dimensões



onde  $T = 15$  ps e  $t_0 = 3T$ , garantindo o seu início em aproximadamente  $t = 0$ .

Para garantir o correto acondicionamento do campo eletromagnético na fita e também para evitar interferência de campos evanescentes, as simulações de referência de campo elétrico para estudo de matriz de espalhamento foram realizadas a uma distância de 10 células do início da estrutura retangular, ainda na linha de alimentação da antena. O sistema foi simulado durante 3000 passos temporais devido ao seu caráter altamente ressonante. A excitação foi realizada na forma de um plano com a imposição de um campo elétrico vertical  $e_z$  em uma região retangular abaixo da estrutura a ser estudada. Esse tipo de modelo permite a concentração direta da energia sobre a fita sem a dissipação inerente no caso do uso da fonte pontual.

A distribuição espacial do campo elétrico  $e_z$  abaixo do plano da interface é apresentada na Figura 2.3, para os intervalos de tempo entre  $T = 500\Delta t$  a  $T = 3000\Delta t$ , onde pode-se verificar a propagação do campo eletromagnético incidente na estrutura da antena.

O resultado para a perda de retorno utilizando a técnica FDTD, mostrado na Figura 2.4, é comparado com o resultado já obtido anteriormente através de medições, bem como simulações obtidas através de um software comercial [34]. O resultado obtido a partir das simulações do FDTD é transformado para o domínio da frequência utilizando três técnicas diferentes: transformada de Fourier (FFT), transformada não uniforme de Fourier (NUFFT) e expansão em momentos seguida de FFT (ME). Uma comparação é realizada entre os valores simulados por [34] e os obtidos neste trabalho, sendo que foi utilizado como referência para esta comparação o resultado obtido através da técnica tradicional de transformada de Fourier, devido à proximidade dos resultados obtidos através das três técnicas sugeridas neste trabalho. Esta comparação pode ser vista nas Tabelas 2.1 a 2.4. Para determinação da largura de banda, utilizou-se como referência o valor de perda de retorno de - 10 dB. Para o cálculo do erro, utilizou-se como referência os valores obtidos através das medições. O erro foi calculado utilizando a Equação (2.66).

$$Erro = \left| \frac{\textit{simulado} - \textit{medido}}{\textit{medido}} \right| \times 100\% \quad (2.66)$$

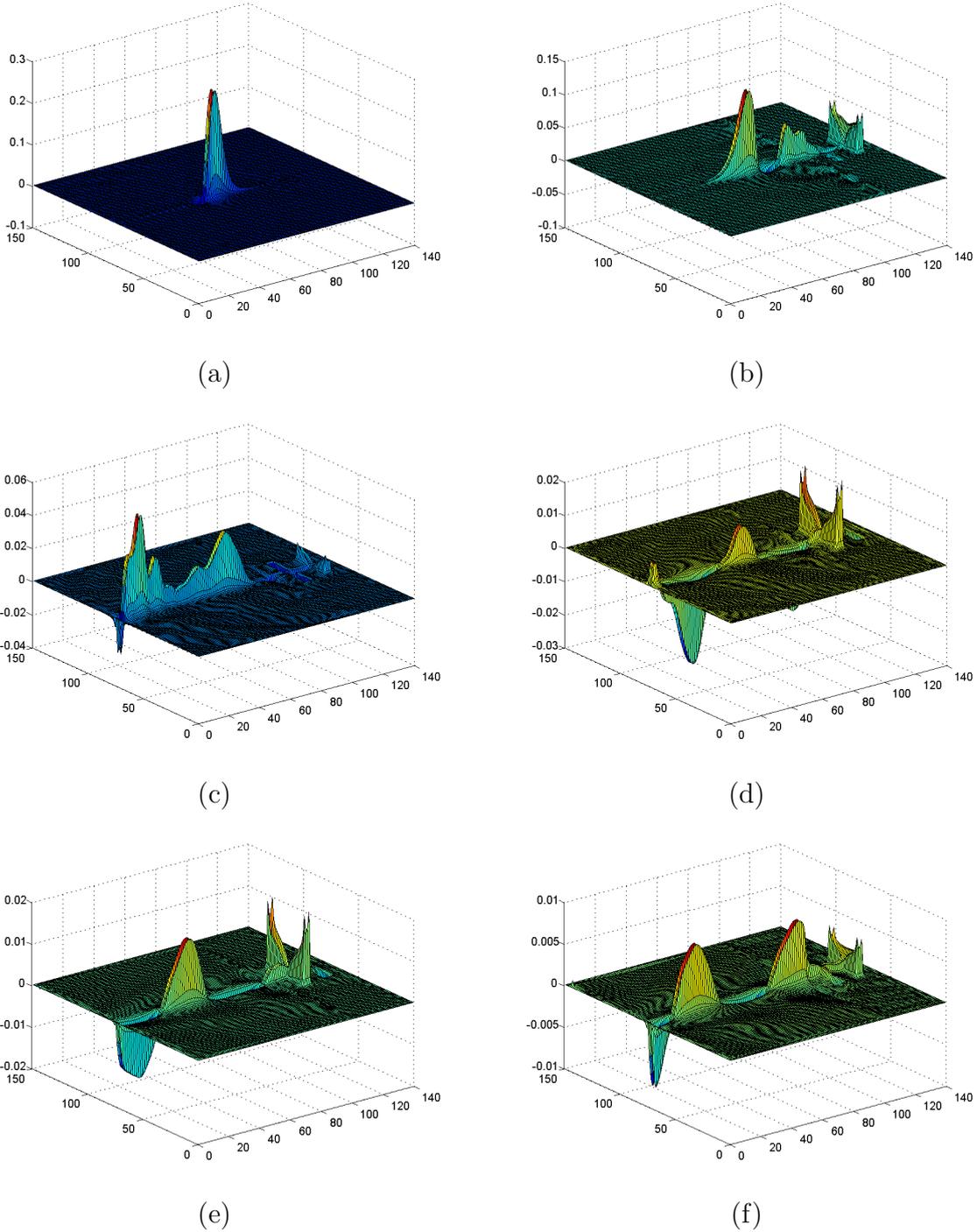


Figura 2.3: Campo  $E_z$  para a antena monopolo T: (a)  $T=500\Delta t$ , (b)  $T=1000\Delta t$ , (c)  $T=1500\Delta t$ , (d)  $T=2000\Delta t$ , (e)  $T=2500\Delta t$  e (f)  $T=3000\Delta t$ .

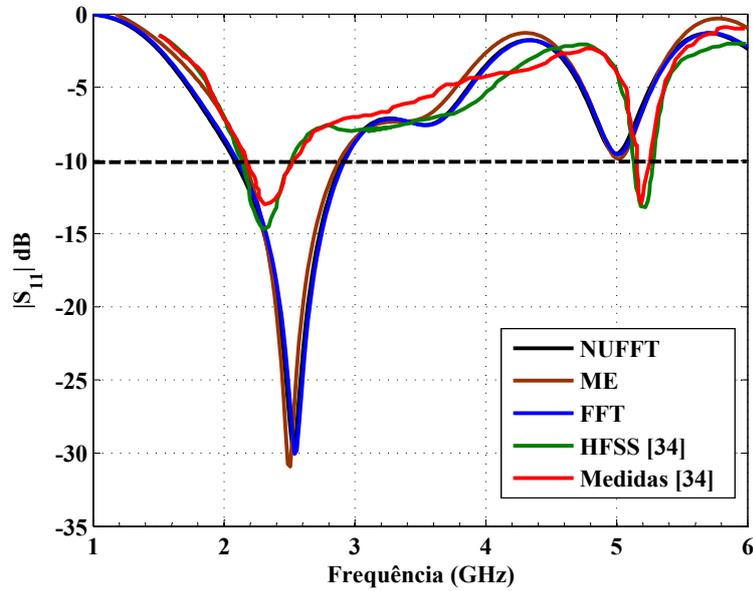


Figura 2.4: FDTD - Perda de retorno da antena monopolo T.

Tabela 2.1: Largura de banda: antena impressa monopolo T.

Método de análise	Faixa 1	Faixa 2
FDTD	800 MHz	-
HFSS	400 MHz	200 MHz
Medidas	300 MHz	100 MHz

Tabela 2.2: Análise de erro para a largura de banda: antena impressa monopolo T.

Método de análise	Erro Faixa 1	Erro Faixa 2
FDTD	166 %	-
HFSS	33 %	100 %

Percebe-se uma diferença significativa nos valores obtidos para a largura de banda (-10 dB) entre os valores obtidos utilizando-se a técnica desenvolvida neste trabalho em

Tabela 2.3: Frequência de ressonância: antena impressa monopolo T.

Método de análise	Faixa 1	Faixa 2
FDTD	-30 dB @ 2,5 GHz	-10 dB @ 5 GHz
HFSS	-15 dB @ 2,3 GHz	-13 dB @ 5,2 GHz
Medidas	-13 dB @ 2,3 GHz	-13 dB @ 5,2 GHz

Tabela 2.4: Análise de erro para a frequência de ressonância: antena impressa monopolo T.

Método de análise	Erro Faixa 1	Erro Faixa 2
FDTD	9 %	4 %
HFSS	0 %	4 %

relação aos valores obtidos através de um software comercial, quando comparados com os valores obtidos através das medições.

Em relação à análise da frequência de ressonância em cada uma das faixas de operação da antena sob análise, percebe-se novamente que os valores obtidos através da simulação com o software comercial encontram-se mais próximos dos valores obtidos através das medições, do que os valores obtidos através das técnicas de simulação propostas neste trabalho. Porém, neste caso, os valores encontram-se muito próximos aos obtidos através das medições.

Diferenças entre estes resultados podem ser explicadas principalmente pelo modelamento da fonte de excitação no código FDTD/WP-PML, já descrito anteriormente, que pode gerar diferenças em relação à implementação real da alimentação da antena monopolo T. Vale destacar que o autor deste trabalho não teve acesso às condições de simulação bem como implementação da antena sob análise.

#### 2.4.1.4 Antena planar multi-banda

Foi também realizada a caracterização da perda de retorno para uma antena planar multibanda projetada para uso em um sistema sem fio que opere nas faixas GSM1800,

PCS1900, IMT2000 [3].

A geometria da antena pode ser vista na Figura 2.5. O monopolo foi impresso em um dos lados de um substrato FR4 de baixas perdas e o plano terra do outro lado do substrato. O substrato tem as seguintes propriedades:  $\epsilon_r$  (2 GHz) = 4,3 e  $\tan\delta$  (2 GHz) = 0,02. As dimensões do substrato são  $l = 45$  mm,  $w = 80$  mm e espessura de 1,52 mm. A outra dimensão do plano terra é  $l_g = 45$  mm. O alimentador da antena tem dimensão  $w_f = 2$  mm. As dimensões do elemento irradiador da antena são  $l_m = 28$  mm,  $l_l = 15,8$  mm,  $w_l = 4$  mm,  $l_r = 10,6$  mm,  $w_r = 4$  mm e  $h_t = 2$  mm acima do plano terra.

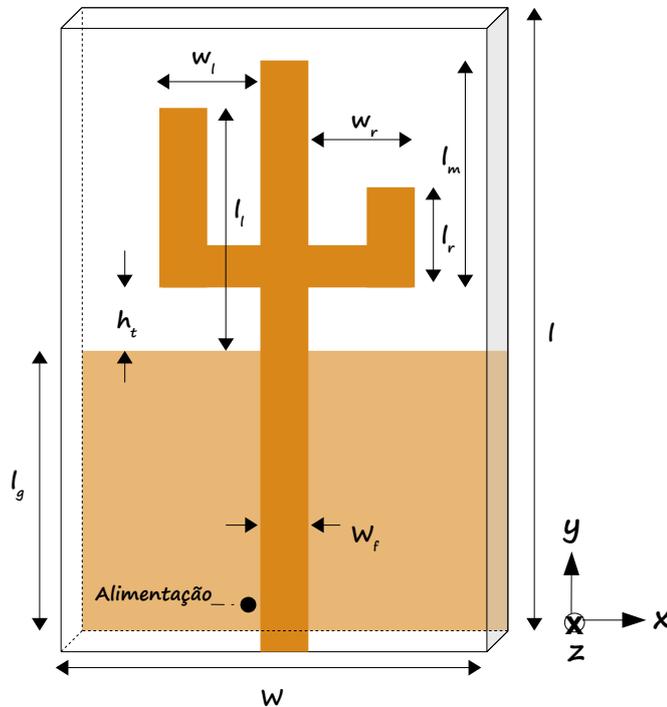


Figura 2.5: Geometria da antena impressa planar multi-banda.

Em relação aos parâmetros FDTD utilizados na simulação, a discretização no espaço foi de  $\Delta x = 0,2$  mm,  $\Delta y = 0,2$  mm e  $\Delta z = 0,51$  mm. O número de células de Yee correspondentes é  $225 \times 400 \times 20$ , o substrato tem a dimensão de três células e foram utilizadas 5 camadas PML. De forma a observar o critério de estabilidade de Courant utilizou-se  $\Delta t = 0,313$  ps como passo temporal. Além disso, o pulso Gaussiano utilizado, conforme a Equação 2.65, teve como parâmetros  $T = 15$  ps e  $t_0 = 3T$ , garantindo o seu

início em aproximadamente  $t = 0$ . O tamanho do domínio está condicionado a um número fixo de células de Yee e o domínio completo a ser simulado tem tamanho 45 mm x 80 mm x 10,2 mm e o substrato 1,53 mm.

Para garantir o correto acondicionamento do campo eletromagnético na fita e também para evitar interferência de campos evanescentes, as simulações de referência de campo elétrico para estudo de matriz de espalhamento foram realizadas a uma distância de 10 células do início da estrutura retangular, ainda na linha de alimentação da antena. O sistema foi simulado durante 8000 passos temporais devido ao seu caráter altamente ressonante. A excitação foi realizada na forma de um plano com a imposição de um campo elétrico vertical  $e_z$  em uma região retangular abaixo da estrutura a ser estudada. Esse tipo de modelo permite a concentração direta da energia sobre a fita sem a dissipação inerente no caso do uso da fonte pontual.

A distribuição espacial do campo elétrico  $e_z$  abaixo do plano da interface é apresentada na Figura 2.6, para os intervalos de tempo entre  $T = 1000\Delta t$  a  $T = 6000\Delta t$ , onde é possível verificar a propagação do campo eletromagnético incidente na estrutura da antena.

O resultado para a perda de retorno utilizando a técnica FDTD, mostrado na Figura 2.7, é comparado com o resultado já obtido anteriormente através de medições, bem como simulações obtidas através de um software comercial [3]. O resultado obtido a partir das simulações do FDTD é transformado para o domínio da frequência utilizando três técnicas diferentes: transformada de Fourier (FFT), transformada não uniforme de Fourier (NUFFT) e expansão em momentos seguida de FFT (ME). Uma comparação é realizada entre os valores simulados por [3] e os obtidos neste trabalho, sendo que foi utilizado como referência para esta comparação o resultado obtido através da técnica tradicional de transformada de Fourier, devido à proximidade dos resultados obtidos através das três técnicas sugeridas neste trabalho. Esta comparação pode ser vista nas Tabelas 2.5 a 2.8. Para determinação da largura de banda, utilizou-se como referência o valor de perda de retorno de - 10 dB. Para o cálculo do erro, utilizou-se como referência os valores obtidos através das medições. O erro foi calculado utilizando a Equação (2.66).

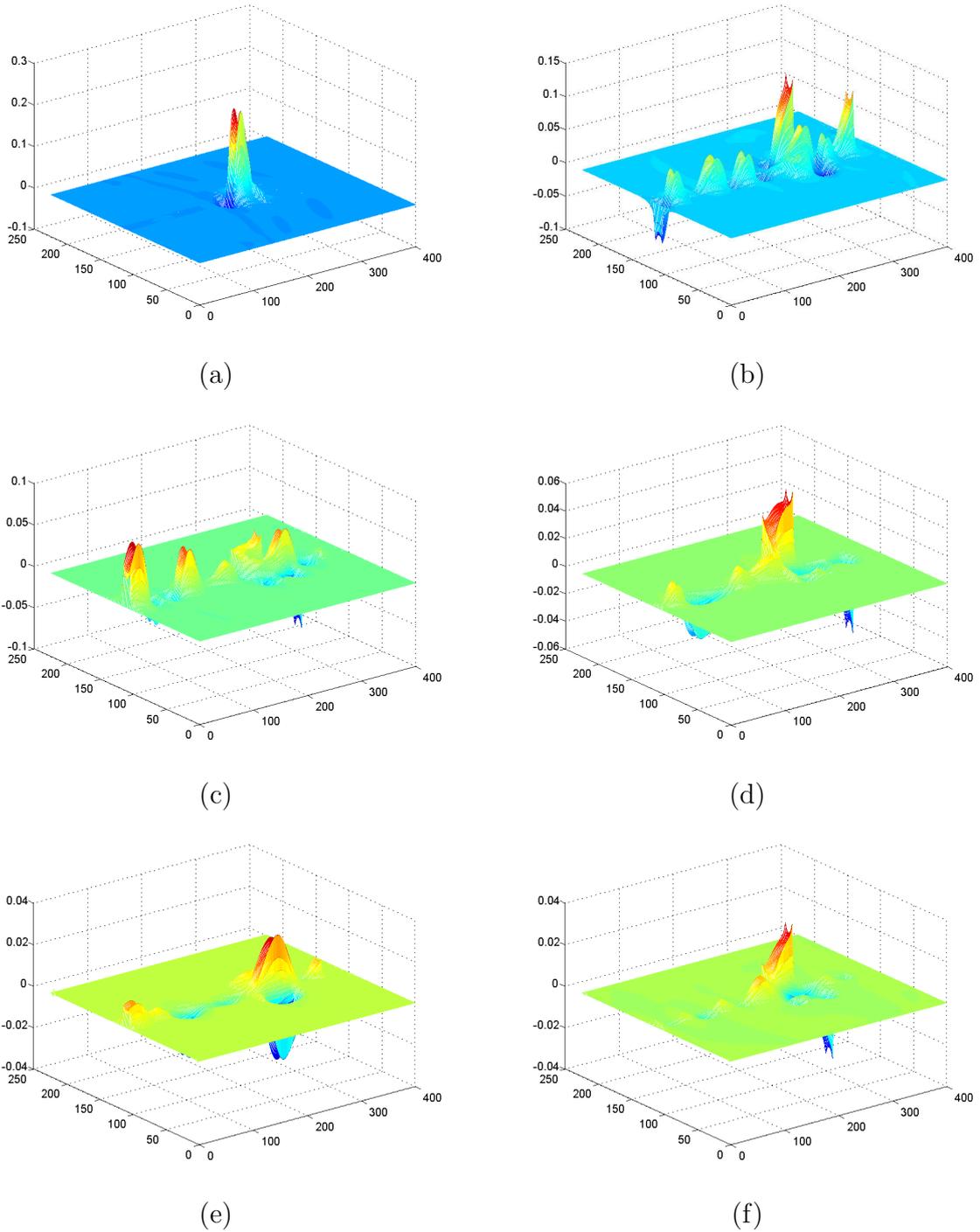


Figura 2.6: Campo  $E_z$  para a antena planar: (a)  $T=1000\Delta t$ , (b)  $T=2000\Delta t$ , (c)  $T=3000\Delta t$ , (d)  $T=4000\Delta t$ , (e)  $T=5000\Delta t$  e (f)  $T=6000\Delta t$ .

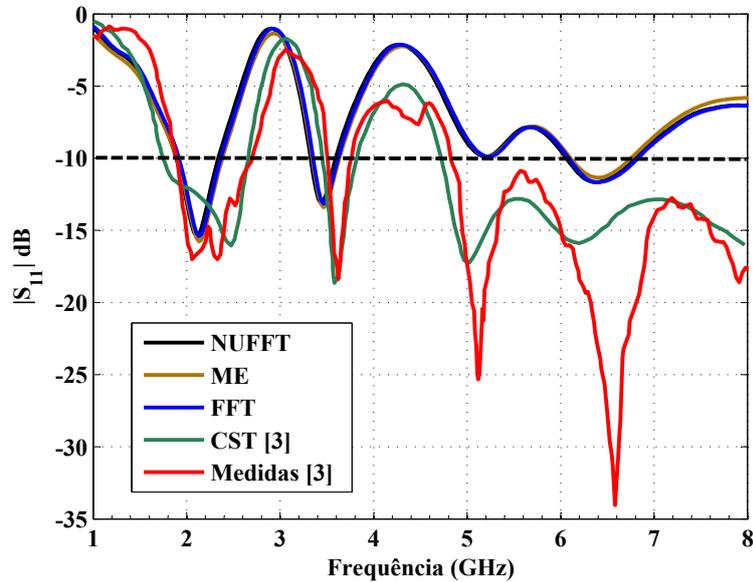


Figura 2.7: FDTD - Perda de retorno da antena planar multi-banda.

Tabela 2.5: Largura de banda: antena impressa planar multibanda.

Método de análise	Faixa 1	Faixa 2	Faixa 3
FDTD	400 MHz	250 MHz	720 MHz
CST	1 GHz	350 MHz	3,3 GHz
Medidas	800 MHz	200 MHz	3,2 GHz

Tabela 2.6: Análise de erro para a largura de banda: antena impressa planar multibanda.

Método de análise	Erro Faixa 1	Erro Faixa 2	Erro Faixa 3
FDTD	50 %	25 %	77 %
CST	25 %	75 %	3 %

Percebe-se uma diferença significativa nos valores obtidos para a largura de banda (-10 dB) entre os valores obtidos utilizando-se a técnica desenvolvida neste trabalho em relação aos valores obtidos através de um software comercial, quando comparados com os

Tabela 2.7: Frequência de ressonância: antena impressa planar multibanda.

Método de análise	Faixa 1	Faixa 2	Faixa 3
FDTD	-15 dB @ 2,1 GHz	-13 dB @ 3,5 GHz	-10 dB @ 5,2 GHz
CST	-16 dB @ 2,5 GHz	-18 dB @ 3,6 GHz	-17 dB @ 5 GHz
Medidas	-17 dB @ 2,1 GHz	-18 dB @ 3,6 GHz	-25 dB @ 5,1 GHz

Tabela 2.8: Análise de erro para a frequência de ressonância: antena impressa planar multibanda.

Método de análise	Erro Faixa 1	Erro Faixa 2	Erro Faixa 3
FDTD	0 %	3 %	2 %
CST	19 %	0 %	2 %

valores obtidos através das medições. É importante ressaltar que, com exceção de uma das faixas de frequência, o software comercial apresenta valores relativamente discrepantes para a largura de banda, quando comparados com os valores obtidos através das medições.

Em relação à análise da frequência de ressonância em cada uma das faixas de operação da antena sob análise, percebe-se que os valores obtidos através da simulação com o FDTD apresentam resultados bem próximos aos valores obtidos através das medições, inclusive em uma das faixas apresentando um resultado melhor do que o obtido com a simulação realizada pelo um software comercial.

Diferenças entre estes resultados podem ser explicadas principalmente pelo modelamento da fonte de excitação no código FDTD/WP-PML, já descrito anteriormente, que pode gerar diferenças em relação à implementação real da alimentação da antena monopolo T. Vale destacar que o autor deste trabalho não teve acesso às condições de simulação bem como implementação da antena sob análise.

#### 2.4.1.5 Antena de microfita retangular para UWB

Foi também realizada a caracterização da perda de retorno para uma antena de microfita retangular para UWB, que apresenta um filtro em U de forma a rejeitar as faixas



Courant utilizou-se  $\Delta t = 0,385$  ps como passo temporal. O número de células de Yee utilizados para o domínio computacional completo foi de  $200 \times 180 \times 63$ , foram utilizadas 5 camadas PML e a antena foi excitada com um pulso Gaussiano conforme definido na Equação 2.65, com parâmetros  $T = 15ps$  and  $\tau_0 = 3T$ . A excitação foi realizada na forma de um plano com a imposição de um campo elétrico vertical  $e_z$  em uma região retangular abaixo da estrutura a ser estudada.

Para garantir o correto acondicionamento do campo eletromagnético na fita e também para evitar interferência de campos evanescentes, as simulações de referência de campo elétrico para estudo de matriz de espalhamento foram realizadas a uma distância de 10 células do início da estrutura retangular, ainda na linha de alimentação da antena. O sistema foi simulado durante 8000 passos temporais devido ao seu caráter altamente ressonante.

A distribuição espacial do campo elétrico  $e_z$  abaixo do plano da interface é apresentada na Figuras 2.9, para os intervalos de tempo entre  $T = 1000\Delta t$  a  $T = 6000\Delta t$ . Pode-se perceber mais uma vez com estes resultados a eficácia da técnica de condição de contorno absorvente WP-PML utilizada, bem como a correta propagação do campo eletromagnético incidente na estrutura da antena.

O resultado para a perda de retorno utilizando a técnica FDTD, mostrado na Figura 2.10, é comparado com o resultado já obtido anteriormente através de medições, bem como simulações obtidas através de um software comercial [39]. O resultado obtido a partir das simulações do FDTD é transformado para o domínio da frequência utilizando três técnicas diferentes: transformada de Fourier (FFT), transformada não uniforme de Fourier (NUFFT) e expansão em momentos seguida de FFT (ME). Uma comparação é realizada entre os valores simulados por [39] e os obtidos neste trabalho, sendo que foi utilizado como referência para esta comparação o resultado obtido através da técnica tradicional de transformada de Fourier, devido à proximidade dos resultados obtidos através das três técnicas sugeridas neste trabalho. Esta comparação pode ser vista nas Tabelas 2.9 a 2.12. Para determinação da largura de banda, utilizou-se como referência o valor de perda de retorno de - 10 dB. Para o cálculo do erro, utilizou-se como referência os valores

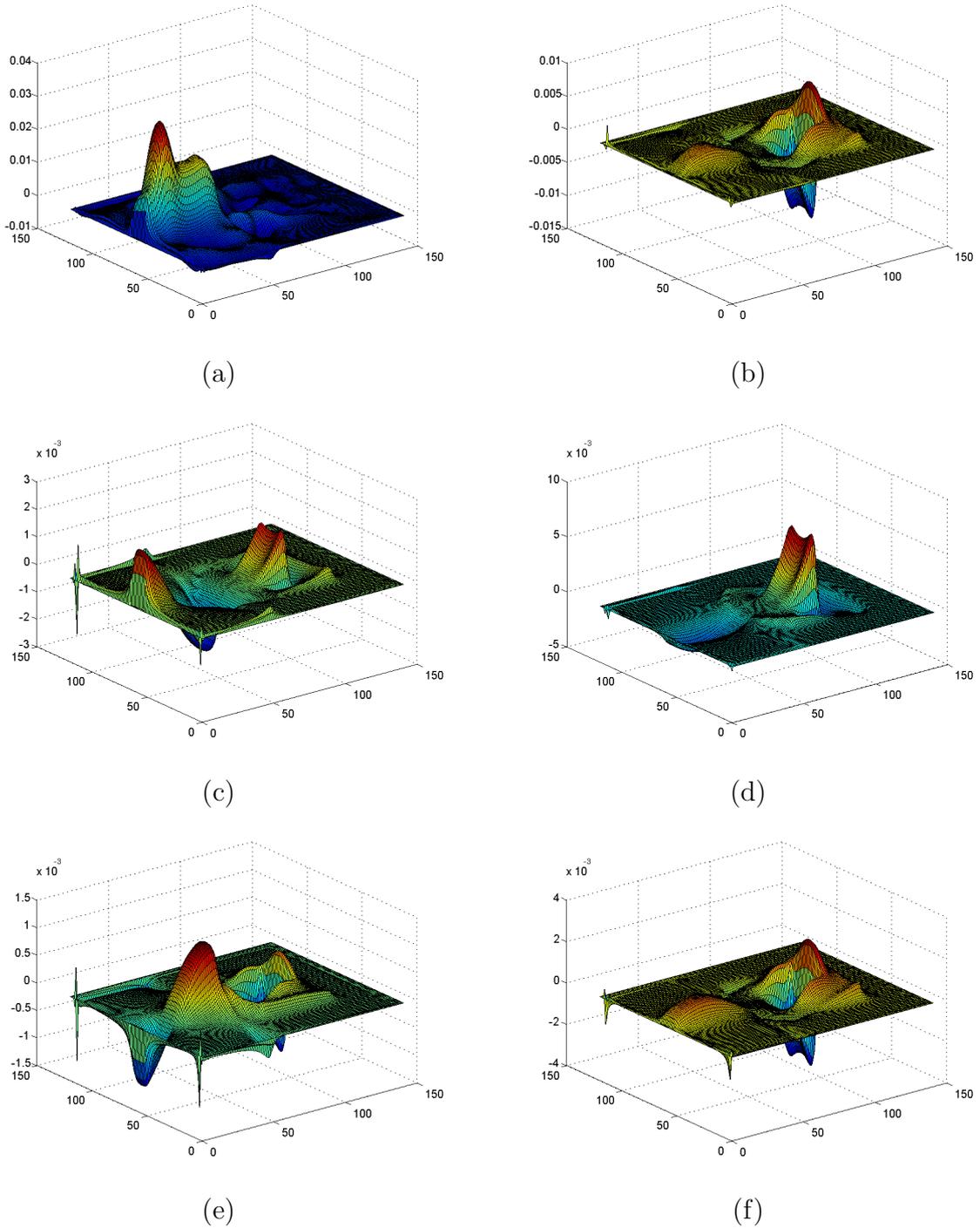


Figura 2.9: Campo  $E_z$  para a antena UWB: (a)  $T=1000\Delta t$ , (b)  $T=2000\Delta t$ , (c)  $T=3000\Delta t$ , (d)  $T=4000\Delta t$ , (e)  $T=5000\Delta t$  e (f)  $T=6000\Delta t$ .

obtidos através das medições. O erro foi calculado utilizando a Equação (2.66).

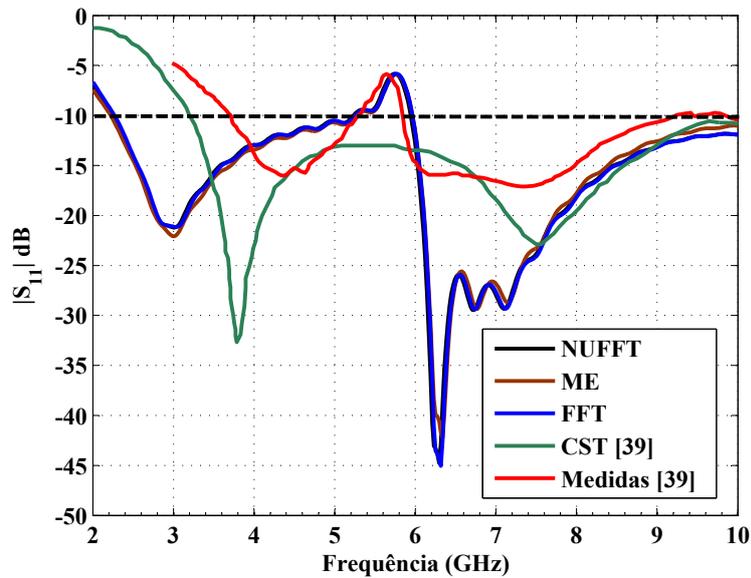


Figura 2.10: FDTD - Perda de retorno da antena UWB.

Tabela 2.9: Largura de banda: antena impressa UWB.

Método de análise	Faixa 1	Faixa 2
FDTD	3 GHz	4 GHz
CST	6,8 GHz	-
Medidas	1,6 GHz	3,4 GHz

Tabela 2.10: Análise de erro para a largura de banda: antena impressa UWB.

Método de análise	Erro Faixa 1	Erro Faixa 2
FDTD	87 %	18 %
CST	325 %	- %

Tabela 2.11: Frequência de ressonância: antena impressa UWB.

Método de análise	Faixa 1	Faixa 2
FDTD	-21 dB @ 3 GHz	-45 dB @ 6,3 GHz
CST	-33 dB @ 3,8 GHz	-23 dB @ 7,5 GHz
Medidas	-16 dB @ 4,4 GHz	-17 dB @ 7,3 GHz

Tabela 2.12: Análise de erro para a frequência de ressonância: antena impressa UWB.

Método de análise	<i>ErroFaixa1</i>	<i>ErroFaixa2</i>
FDTD	32 %	14 %
HFSS	14 %	3 %

Percebe-se que os resultados obtidos a partir do software comercial mostram a perda de retorno abaixo de -10 dB em toda a faixa de simulação. Em relação à faixa de frequência para a qual o filtro foi projetado, o resultado obtido com a simulação do FDTD apresenta um melhor resultado que o software comercial utilizado, inclusive bem próximo ao obtido através das medições. A simulação FDTD mostra claramente uma perda de retorno maior que -10 dB para a faixa situada entre 5,3 e 5,9 GHz, bem próximo ao valor especificado de 5,15 a 5,825 GHz.

Percebe-se uma diferença significativa nos valores obtidos para a largura de banda (-10 dB) entre os valores obtidos utilizando-se a técnica desenvolvida neste trabalho em relação aos valores obtidos através de um software comercial, quando comparados com os valores obtidos através das medições, principalmente para a primeira faixa de frequência.

Em relação à análise da frequência de ressonância em cada uma das faixas de operação da antena sob análise, percebe-se novamente que os valores obtidos através da simulação com o software comercial encontram-se mais próximos dos valores obtidos através das medições, do que os valores obtidos através das técnicas de simulação propostas neste trabalho.

Diferenças entre estes resultados podem ser explicadas principalmente pelo modelamento da fonte de excitação no código FDTD/WP-PML, já descrito anteriormente, que

pode gerar diferenças em relação à implementação real da alimentação da antena UWB. Além disto, as diferenças em relação à frequência de ressonância podem ser explicados por não se ter a informação exata da posição do filtro U utilizado para a simulação e medições realizadas por [39]. Vale destacar que o autor deste trabalho não teve acesso às condições de simulação bem como implementação da antena sob análise.

Os resultados para obtidos para o parâmetro de reflexão da antena UWB, considerando a análise tradicional através da técnica FFT, bem como os resultados obtidos através da técnica de expansão em momentos e transformada não uniforme de Fourier foram publicados pelo autor deste trabalho em [36].

Os resultados apresentados atestam a aplicabilidade da metodologia desenvolvida neste trabalho, sendo portanto o código FDTD/WP-PML desenvolvido uma importante ferramenta para a análise e projeto de antenas impressas.

# Capítulo 3

## Obtenção do diagrama de radiação através da técnica de multipolos esféricos no domínio do tempo

### 3.1 Introdução

O método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD), em conjunto com condições de contorno absorventes e camadas perfeitamente casadas (PML), tem sido empregado com sucesso para análise de problemas de espalhamento e radiação. O FDTD se mostra eficiente na determinação de campos próximos. Porém, para o campo distante é necessário um método de transformada do campo próximo para campo distante (NFF). O objetivo desta transformada é a aplicação de normas de sinais temporais de potência e energia para o cálculo do diagrama de radiação da antena sob análise, tanto em regime transiente quanto em regime permanente.

De uma forma geral, as técnicas de transformada de campo próximo em campo distante podem ser realizadas no domínio do tempo ou no domínio da frequência [40]. Quando é necessário o cálculo dos campos distantes apenas para um número limitado de frequências, ou seja, em análises de sistemas que operam em faixa estreita, utilizam-se técnicas de transformada no domínio da frequência, onde uma transformada discreta de Fourier é aplicada diretamente aos campos próximos ou suas correntes equivalentes. Quando os resultados a serem obtidos para o campo distante são necessários para um sistema operando em banda larga, utilizam-se técnicas de transformada diretamente no

domínio do tempo e, ou seja, os campos distantes são obtidos no domínio do tempo e, caso necessário, uma transformada discreta de Fourier pode ser aplicada aos campos distantes obtidos a partir da técnica de transformada.

As técnicas iniciais de transformadas de campo próximo em campo distante aplicadas ao método FDTD, técnicas estas no domínio da frequência, somente forneciam resultados para uma excitação com portadora, conforme pode ser visto em [17] e [18]. Para se obter uma resposta em uma faixa de frequência mais larga, técnicas a partir de uma excitação faixa larga, através de um pulso Gaussiano, por exemplo, seguida de uma transformada discreta de Fourier eram utilizadas [18]. Diversos métodos que envolvem uma soma recursiva das contribuições dos campos tangenciais em uma superfície de Huygens equivalente, conforme a figura 3.1 têm sido utilizados recentemente com a mesma finalidade [19], [20].

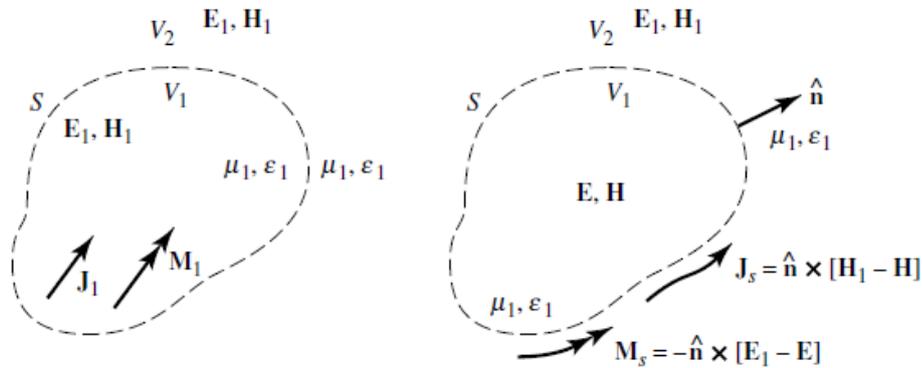


Figura 3.1: Princípio da Equivalência de Huygens [41].

Estes métodos partem da forma fechada da função de Green no espaço livre e geralmente para cada ponto de observação é necessária uma nova integração através das fontes na superfície de Huygens. Isto pode ser evitado usando uma transformada NFF baseada em multipolos, que tem como referência a função de Green no espaço livre em

sua forma bilinear. Um vez obtidas as amplitudes, a expansão em multipolos no domínio do tempo é válida para qualquer ponto na região de campo distante. Conseqüentemente, como a expansão em multipolos esféricos gera uma representação do campo eletromagnético em uma série ortogonal não redundante, toda vantagem deste método analítico pode ser utilizada para o pós-processamento dos dados numéricos obtidos no domínio do tempo. Toda a informação do campo é armazenada em poucas amplitudes dos multipolos escalares, que podem ser utilizadas para caracterizar as propriedades globais do campo.

A técnica de expansão por multipolos é muito utilizada na teoria clássica de campos eletromagnéticos [24]. Cada parte da expansão por série infinita do termo que representa a distância entre a fonte e o ponto de observação, ou seja,  $|\vec{r} - \vec{r}'|$ , pode ser interpretado fisicamente como um multipólo. No campo distante de uma fonte eletrodinâmica a dependência radial da expansão por multipolos esféricos do campo eletromagnéticos é descrito pelas funções esféricas de Bessel e suas derivadas [42]. No campo distante todos os termos multipolos têm o mesmo decaimento radial, proporcional a  $1/r$ .

## 3.2 Expansão em multipolos para o campo eletromagnético

Considerando um domínio homogêneo, as equações de Maxwell podem ser decompostas nas seguintes equações diferenciais parciais [23], [43]:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, \omega) - k^2 \vec{E}(\vec{r}, \omega) = -j\omega\mu_0 \vec{J}_e(\vec{r}, \omega), \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, \omega) - k^2 \vec{H}(\vec{r}, \omega) = -j\omega\mu_0 \vec{J}_m(\vec{r}, \omega), \quad (3.2)$$

onde  $k$  é o número de onda no espaço livre,  $\vec{J}_e$  a densidade volumétrica de corrente elétrica e  $\vec{J}_m$  a densidade volumétrica de corrente magnética.

O número de onda é definido como

$$k = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_c}, \quad (3.3)$$

onde  $\varepsilon_c$  e  $\mu_0$  representam a permissividade complexa e a permeabilidade do meio.

A equação homogênea pode ser representada pelas seguintes funções multipolos esféricas [44]:

$$\vec{L}(\vec{r}, \omega) = \nabla \Psi(\vec{r}, \omega), \quad (3.4)$$

$$\vec{M}(\vec{r}, \omega) = (\vec{r} \times \nabla) \Psi(\vec{r}, \omega), \quad (3.5)$$

$$\vec{N}(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{k} \nabla \times \vec{M}(\vec{r}, \omega). \quad (3.6)$$

onde  $\Psi(\vec{r}, t)$  representa qualquer solução para a seguinte equação escalar homogênea de Helmholtz:

$$\nabla^2 \Psi(\vec{r}, \omega) + k^2 \Psi(\vec{r}, \omega) = 0. \quad (3.7)$$

As funções vetoriais  $\vec{L}$ ,  $\vec{M}$  e  $\vec{N}$  possuem algumas propriedades notáveis que podem ser obtidas diretamente das suas definições:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{L} &= 0, \\ \nabla \cdot \vec{L} &= \nabla^2 \Psi = -k^2 \Psi, \\ \nabla \cdot \vec{M} &= 0, \\ \nabla \cdot \vec{N} &= 0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Se  $\theta = 0$  for parte do domínio da solução, uma solução elementar da equação (3.7) pode ser escrita como [23]

$$\Psi_{n,m}(\vec{r}, \omega) = z_n(kr) Y_{n,m}(\theta, \phi), \quad n = 0, 1, 2, \dots, -n \leq m \leq n. \quad (3.9)$$

Na equação (3.9)  $z_n(kr)$  representa as funções de Bessel esféricas e o termo  $Y_{n,m}$  é conhecido como harmônicos esféricos, um produto de funções de Legendre do primeiro tipo,  $P_n^m(\cos\theta)$  e funções harmônicas,  $e^{jm\phi}$ , definida como [42]:

$$Y_{n,m}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(\cos\theta) e^{jm\phi}. \quad (3.10)$$

Portanto, as funções multipolo-esféricas podem ser representadas como

$$\vec{M}_{n,m}(\vec{r}, \omega) = z_n(kr) \vec{m}_{n,m}(\theta, \phi), \quad (3.11)$$

$$\vec{N}_{n,m}(\vec{r}, \omega) = -\frac{z_n(kr)}{kr} n(n+1) Y_{n,m}(\theta, \phi) \hat{r} \quad (3.12)$$

$$-\frac{1}{kr} \frac{d}{dr} [rz_n(k, r)] \vec{n}_{n,m}(\theta, \phi),$$

onde as funções multipolos esféricas são dadas por

$$\vec{m}_{n,m}(\theta, \phi) = -\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial Y_{n,m}(\theta, \phi)}{\partial \phi} \hat{\theta} + \frac{\partial Y_{n,m}(\theta, \phi)}{\partial \theta} \hat{\phi}, \quad (3.13)$$

$$\vec{n}_{n,m}(\theta, \phi) = \frac{\partial Y_{n,m}(\theta, \phi)}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial Y_{n,m}(\theta, \phi)}{\partial \phi} \hat{\phi}. \quad (3.14)$$

A expansão em multipolos esféricos pode ser escrita como:

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ A_{n,m}(\omega) \vec{N}_{n,m}(\vec{r}, \omega) + \frac{Z}{j} B_{n,m}(\omega) \vec{M}_{n,m}(\vec{r}, \omega) \right], \quad (3.15)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ \frac{j}{Z} A_{n,m}(\omega) \vec{M}_{n,m}(\vec{r}, \omega) + B_{n,m}(\omega) \vec{N}_{n,m}(\vec{r}, \omega) \right], \quad (3.16)$$

onde  $Z = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$  é a impedância intrínseca do meio,  $A_{n,m}(\omega)$  e  $B_{n,m}(\omega)$  os coeficientes da expansão em multipolos, ou, respectivamente, as amplitudes no domínio da frequência dos multipolos elétricos e magnéticos.

### 3.3 Transformada NFF baseada em multipolos esféricos

#### 3.3.1 Transformada NFF no domínio da frequência

Considerando que as correntes fontes estão localizadas no centro de uma esfera imaginária com raio  $r_0$ , no centro do sistema de coordenadas, o campo elétrico fora desta superfície imaginária mínima pode ser descrita por [23]:

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = j\omega\mu_0 \int \int \int_V \Gamma(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}_{el}(\vec{r}', \omega) dv', \quad (3.17)$$

onde a função diádica de Green no espaço livre, na sua forma bilinear, para  $r > r'$ , é dada por:

$$\tilde{\Gamma}(\vec{r}, \vec{r}') = jk \left[ \sum_{n,m} \frac{\vec{N}_{n,m}^{II}(\vec{r}, \omega) \vec{N}_{n,m}^{I*}(\vec{r}', \omega)}{n(n+1)} + \sum_{n,m} \frac{\vec{M}_{n,m}^{II}(\vec{r}, \omega) \vec{M}_{n,m}^{I*}(\vec{r}', \omega)}{n(n+1)} \right]. \quad (3.18)$$

Na equação (3.18) o asterisco representa o conjugado complexo. O índice superior  $I$  indica o uso de funções de Bessel esféricas  $j_n(kr)$  para satisfazer a condição de regularidade e o índice superior  $II$  indica o uso de funções de Hankel esféricas do segundo tipo  $h_n^{(2)}(kr)$  para satisfazer a condição de radiação.

Substituindo (3.18) em (3.17) e usando a relação (3.19) chega-se à seguinte expansão em multipolos esféricos do campo elétrico no domínio da frequência na região exterior à esfera mínima:

$$Y_{n,m}^*(\theta, \phi) = (-1)^m Y_{n,-m}(\theta, \phi), \quad (3.19)$$

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \sum_{n,m} A_{n,m}(\omega) \vec{N}_{n,m}^{II}(\vec{r}, \omega) + \frac{Z}{j} \sum_{n,m} B_{n,m}(\omega) \vec{M}_{n,m}^{II}(\vec{r}, \omega). \quad (3.20)$$

As amplitudes dos multipolos para a densidade de corrente elétrica são dadas por:

$$A_{n,m}(\omega) = -k^2 Z \frac{(-1)^n}{n(n+1)} \int \int \int_V \vec{N}_{n,-m}^I(\vec{r}', \omega) \cdot \vec{J}_{el}(\vec{r}', \omega) dv', \quad (3.21)$$

$$B_{n,m}(\omega) = -jk^2 Z \frac{(-1)^n}{n(n+1)} \int \int \int_V \vec{M}_{n,-m}^I(\vec{r}', \omega) \cdot \vec{J}_{el}(\vec{r}', \omega) dv'. \quad (3.22)$$

As amplitudes dos multipolos para a densidade de corrente magnética são:

$$A_{n,m}(\omega) = jk^2 \frac{(-1)^n}{n(n+1)} \int \int \int_V \vec{M}_{n,-m}^I(\vec{r}', \omega) \cdot \vec{J}_{mag}(\vec{r}', \omega) dv', \quad (3.23)$$

$$B_{n,m}(\omega) = -k^2 Z \frac{(-1)^n}{n(n+1)} \int \int \int_V \vec{N}_{n,-m}^I(\vec{r}', \omega) \cdot \vec{J}_{mag}(\vec{r}', \omega) dv'. \quad (3.24)$$

Considerando-se dipolos elétricos e magnéticos, a uma distância  $\vec{r}_d$ , e representados, respectivamente por  $\vec{J}_{el}(\vec{r}) = \vec{C}_{el} \delta(\vec{r} - \vec{r}_d)$  e  $\vec{J}_{mag}(\vec{r}) = \vec{C}_{mag} \delta(\vec{r} - \vec{r}_d)$ , as amplitudes dos multipolos podem ser escritas conforme as equações a seguir:

$$A_{n,m}(\omega) = -k^2 Z \frac{(-1)^m}{n(n+1)} \vec{N}_{n,-m}^I(\vec{r}_d) \cdot \vec{C}_{el}, \quad (3.25)$$

$$B_{n,m}(\omega) = -jk^2 \frac{(-1)^m}{n(n+1)} \vec{M}_{n,-m}^I(\vec{r}_d) \cdot \vec{C}_{el}, \quad (3.26)$$

$$A_{n,m}(\omega) = jk^2 \frac{(-1)^m}{n(n+1)} \vec{M}_{n,-m}^I(\vec{r}_d) \cdot \vec{C}_{mag}, \quad (3.27)$$

$$B_{n,m}(\omega) = -\frac{k^2}{Z} \frac{(-1)^m}{n(n+1)} \vec{N}_{n,-m}^I(\vec{r}_d) \cdot \vec{C}_{mag}. \quad (3.28)$$

Considerando-se uma distribuição de corrente equivalente, obtida dos campos tangenciais elétricos e magnéticos em uma superfície arbitrária fechada que envolve as fontes do campo em consideração, no contexto dos multipolos esféricos, estas correntes são substituídas por dipolos elétricos e magnéticos. As amplitudes de cada um destes dipolos elementares são dadas pelas equações (3.25)-(3.28).

Este arranjo de dipolos equivalentes é composto de  $L_{el}$  dipolos *Hertzianos* localizados em  $\vec{r}_{el}^{[i]}$  ( $i = 1, 2, \dots, L_{el}$ ) com momentos de corrente elétrica  $\vec{C}_{el}^{[i]}$  ( $i = 1, 2, \dots, L_{el}$ ) e  $L_{mag}$  dipolos magnéticos localizados em  $\vec{r}_{mag}^{[i]}$  ( $i = 1, 2, \dots, L_{mag}$ ) com momentos de corrente elétrica  $\vec{C}_{mag}^{[i]}$  ( $i = 1, 2, \dots, L_{mag}$ ).

Portanto, fora do domínio esférico de raio  $r_H$  que contém todos os dipolos elementares as amplitudes totais dos multipolos são descritas por:

$$A_{n,m}(\omega) = -k^2 Z \left[ \sum_{i=1}^{L_{el}} \frac{(-1)^m}{n(n+1)} \vec{N}_{n,-m}^I(\vec{r}_{el}^{[i]}) \cdot \vec{C}_{el}^{[i]} - \frac{j}{Z} \sum_{i=1}^{L_{mag}} \frac{(-1)^m}{n(n+1)} \vec{M}_{n,-m}^I(\vec{r}_{mag}^{[i]}) \cdot \vec{C}_{mag}^{[i]} \right], \quad (3.29)$$

$$B_{n,m}(\omega) = -k^2 \frac{1}{Z} \left[ \sum_{i=1}^{L_{mag}} \frac{(-1)^m}{n(n+1)} \vec{N}_{n,-m}^I(\vec{r}_{mag}^{[i]}) \cdot \vec{C}_{mag}^{[i]} - \frac{Z}{j} \sum_{i=1}^{L_{el}} \frac{(-1)^m}{n(n+1)} \vec{M}_{n,-m}^I(\vec{r}_{el}^{[i]}) \cdot \vec{C}_{el}^{[i]} \right]. \quad (3.30)$$

A partir destas amplitudes dos multipolos  $A_{n,m}(\omega)$  e  $B_{n,m}(\omega)$  o campo no domínio da frequência pode ser determinado analiticamente em qualquer ponto no domínio  $r > r_H$ . Usando-se uma representação assintótica da função de Hankel de segundo tipo, obtém-se as seguintes expressões para os campos distantes:

$$\vec{E}_\infty(\vec{r}, \omega) = -\frac{e^{-jkr}}{kr} \left[ -\sum_{n,m} j^n A_{n,m}(\omega) \vec{n}_{n,m}(\theta, \phi) - Z \sum_{n,m} j^n B_{n,m}(\omega) \vec{m}_{n,m}(\theta, \phi) \right], \quad (3.31)$$

$$\vec{H}_\infty(\vec{r}, \omega) = \frac{e^{-jkr}}{kr} \left[ -\frac{1}{Z} \sum_{n,m} j^n A_{n,m}(\omega) \vec{m}_{n,m}(\theta, \phi) - \sum_{n,m} j^n B_{n,m}(\omega) \vec{n}_{n,m}(\theta, \phi) \right]. \quad (3.32)$$

As equações (3.29)-(3.32) constituem-se as transformadas campo próximo-campo distante (NFF). Determinou-se empiricamente [23] que a equação a seguir é uma escolha apropriada para determinação do campo distante com uma precisão de  $d$  dígitos.

$$n_{max} \approx kr_0 + 1, 8d^{\frac{2}{3}}(kr_0)^{\frac{1}{3}}, \quad (3.33)$$

onde utiliza-se o número de onda para a maior frequência a ser considerada na solução do problema sob análise.

### 3.3.2 Transformada NFF no domínio do tempo

Aplicando-se a transformada de Fourier inversa na equação (3.31), obtém-se o campo elétrico distante no domínio do tempo conforme a equação a seguir:

$$\vec{e}_\infty(\vec{r}, t) = -\sum_{n,m} a_{n,m} \left( t - \frac{r}{c} \right) \vec{n}_{n,m}(\theta, \phi) + Z \sum_{n,m} b_{n,m} \left( t - \frac{r}{c} \right) \vec{m}_{n,m}(\theta, \phi), \quad (3.34)$$

onde  $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$  é a velocidade da luz no vácuo.

As amplitudes dos multipolos no domínio do tempo são dadas por:

$$a_{n,m}(t) = j^n \frac{c}{r} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A_{n,m}(\omega)}{\omega} e^{j\omega t} d\omega, \quad (3.35)$$

$$b_{n,m}(t) = j^n \frac{c}{r} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B_{n,m}(\omega)}{\omega} e^{j\omega t} d\omega. \quad (3.36)$$

Substituindo (3.29) e (3.30) em (3.35) e (3.36), utilizando o teorema da convolução e o princípio da causalidade, obtém-se as seguintes equações:

$$\begin{aligned} & a_{n,m}(t) \\ &= \frac{(-1)^m}{rn(n+1)} \times \left[ Z \sum_{i=1}^{L_{el}} \int_0^t \vec{\alpha}_{n,m}^{[i]}(t-t') \cdot \vec{c}_{el}^{[i]}(t') dt' + \sum_{i=1}^{L_{mag}} \int_0^t \vec{\beta}_{n,m}^{[i]}(t-t') \cdot \vec{c}_{mag}^{[i]}(t') dt' \right], \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$b_{n,m}(t) = \frac{(-1)^m}{rn(n+1)} \times \left[ \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^{L_{mag}} \int_0^t \vec{\alpha}_{n,m}^{[i]}(t-t') \cdot \vec{c}_{mag}^{[i]}(t') dt' + \sum_{i=1}^{L_{el}} \int_0^t \vec{\beta}_{n,m}^{[i]}(t-t') \cdot \vec{c}_{el}^{[i]}(t') dt' \right], \quad (3.38)$$

sendo  $\vec{c}_{el}^{[i]}(t)$  e  $\vec{c}_{mag}^{[i]}(t)$  os momentos de corrente no domínio do tempo, obtidas diretamente do código FDTD e  $\vec{\alpha}_{n,m}^{[i]}(t)$  e  $\vec{\beta}_{n,m}^{[i]}(t)$  definidos por:

$$\vec{\alpha}_{n,m}^{[i]}(t) = -j^n \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k \vec{N}_{n,-m}^I(\vec{r}^{[i]}) e^{j\omega t} d\omega, \quad (3.39)$$

$$\vec{\beta}_{n,m}^{[i]}(t) = j^{n+1} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k \vec{M}_{n,-m}^I(\vec{r}^{[i]}) e^{j\omega t} d\omega. \quad (3.40)$$

Para se determinar as equações (3.39) e (3.40) utiliza-se a seguinte transformada inversa de Fourier da função de Bessel esférica:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j_n \left( \frac{\omega}{c} r \right) e^{j\omega t} d\omega = \begin{cases} \frac{1}{2} j^n \frac{c}{r} P_n \left( \frac{t}{r} \right) & , \text{ se } |t| < \frac{r}{c} \\ 0 & , \text{ se } |t| > \frac{r}{c} \end{cases} \quad (3.41)$$

onde  $P_n(tc/r)$  são polinômios de Legendre de ordem n.

A partir de (3.9) e (3.41) e utilizando a propriedade de diferenciação no tempo da transformada inversa de Fourier, chega-se à seguinte equação:

$$\begin{aligned} \vec{\beta}_{n,m}^{[i]}(t) &= \frac{j^n}{2\pi c} \left( \int_{-\infty}^{\infty} j\omega j_n(\kappa r^{[i]}) e^{j\omega t} d\omega \right) \vec{m}_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \\ &= \begin{cases} \frac{(-1)^n c}{2} \frac{P_n' \left( \frac{t}{r^{[i]}} \right)}{r^{[i]2}} \vec{m}_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \frac{\partial}{\partial t} & , \text{ se } |t| < \frac{r^{[i]}}{v_c} \\ 0 & , \text{ se } |t| > \frac{r^{[i]}}{v_c} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Usando a relação  $k\vec{N}_{n,m} = \nabla \times \vec{M}_{n,m}$ , determina-se a partir de (3.39), a seguinte expressão para  $\vec{\alpha}_{n,m}^{[i]}(t)$ :

$$\vec{\alpha}_{n,m}^{[i]}(t) = -\frac{j^n}{2\pi} \left[ \nabla \times \int_{-\infty}^{\infty} \vec{M}_{n,m}^I(\vec{r}) e^{j\omega t} d\omega \right]_{\vec{r}=\vec{r}^{[i]}} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned}
 &= -j^n \left[ \nabla \times \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j_n(kr) e^{j\omega t} d\omega \right) \vec{m}_{n,-m}(\theta, \phi) \right]_{\vec{r}=\vec{r}^{[i]}} \\
 &= \begin{cases} \frac{-(-1)^n c}{2} \left[ \nabla \times \frac{P_n\left(\frac{t-c}{r}\right)}{r} \vec{m}_{n,-m}(\theta, \phi) \right]_{\vec{r}=\vec{r}^{[i]}} & , \text{ se } |t| < \frac{r^{[i]}}{c} \\ 0 & , \text{ se } |t| > \frac{r^{[i]}}{c} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Resolvendo-se o rotacional para equação acima, determina-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned}
 &\vec{\alpha}_{n,m}^{[i]}(t) \\
 &= \begin{cases} \frac{-(-1)^n c}{2} \left[ \frac{P_n\left(\frac{t-\frac{c}{r^{[i]}}}{r^{[i]}}\right)}{r^{[i]2} n(n+1)} Y_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \hat{r} + \frac{P'_n\left(\frac{t-\frac{c}{r^{[i]}}}{r^{[i]}}\right)}{r^{[i]3} n} \vec{n}_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \right] & , \text{ se } |t| < \frac{r^{[i]}}{c} \\ 0 & , \text{ se } |t| > \frac{r^{[i]}}{c} \end{cases} \quad (3.44)
 \end{aligned}$$

Os resultados em (3.43) e (3.44) mostram que o campo distante é obtido pela convolução do campo próximo no domínio do tempo com os fatores  $\vec{\alpha}_{n,m}^{[i]}(t)$  e  $\vec{\beta}_{n,m}^{[i]}(t)$  que é diferente de zero numa janela de tempo proporcional à distância do dipolo equivalente ao centro do sistema de coordenadas,  $r^{[i]}$ . Conseqüentemente, o custo numérico da convolução pode ser reduzido posicionando os dipolos equivalentes o mais próximo possível do objeto espalhador.

### 3.3.3 Aproximação linear para o campo próximo

Esta seção descreve uma aproximação linear temporal para o campo próximo, para que estes dados sejam utilizados juntamente com o algoritmo FDTD.

Reescrevendo (3.35) e (3.36) considerando intervalos discretos de tempo  $t = k\Delta t$   $k = 1, 2, 3, \dots$  e usando a notação  $a_{n,m}(k\Delta t) = a_{n,m}^k$  e  $b_{n,m}(k\Delta t) = b_{n,m}^k$ , chegam-se às seguintes equações:

$$\begin{aligned}
 a_{n,m}^k &= \frac{(-1)^m}{rn(n+1)} \\
 &\times \left[ Z \sum_{i=1}^{L_{el}} \int_0^{k\Delta t} \vec{\alpha}_{n,m}^{[i]}(t') \cdot \vec{c}_{el}^{[i]}(k\Delta t - t') dt' + \sum_{i=1}^{L_{mag}} \int_0^{k\Delta t} \vec{\beta}_{n,m}^{[i]}(t') \cdot \vec{c}_{mag}^{[i]}(k\Delta t - t') dt' \right], \quad (3.45)
 \end{aligned}$$

$$b_{n,m}^k = \frac{(-1)^m}{rn(n+1)} \times \left[ \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^{L_{mag}} \int_0^{k\Delta t} \vec{\alpha}_{n,m}^{[i]}(t') \cdot \vec{c}_{mag}^{[i]}(k\Delta t - t') dt' - \sum_{i=1}^{L_{el}} \int_0^{k\Delta t} \vec{\beta}_{n,m}^{[i]}(t') \cdot \vec{c}_{el}^{[i]}(k\Delta t - t') dt' \right]. \quad (3.46)$$

Os momentos de corrente no domínio do tempo  $\vec{c}_{el}^{[i]}$  e  $\vec{c}_{mag}^{[i]}$  também são escritos em termos de aproximações lineares, conforme:

$$\vec{c}_{el}^{[i]}(k\Delta t - t') = \vec{c}_{el}^{k-l,[i]} + \frac{1}{\Delta t}(t' - l\Delta t) \left( \vec{c}_{el}^{k-(l+1),[i]} - \vec{c}_{el}^{k-l,[i]} \right), \quad (3.47)$$

$$\vec{c}_{mag}^{[i]}(k\Delta t - t') = \vec{c}_{mag}^{k-l,[i]} + \frac{1}{\Delta t}(t' - l\Delta t) \left( \vec{c}_{mag}^{k-(l+1),[i]} - \vec{c}_{mag}^{k-l,[i]} \right), \quad (3.48)$$

$$l\Delta t \leq t' \leq (l+1)\Delta t, \quad l = 0, 1, 2, \dots, k-1,$$

sendo  $\vec{c}^{k,[i]} = \vec{c}^{[i]}(k\Delta t)$ .

Substituindo (3.47) e (3.48) em (3.45) e (3.46) obtém-se as seguintes equações:

$$a_{n,m}^k = \frac{(-1)^m}{rn(n+1)} \times \left\{ Z \sum_{i=1}^{L_{el}} \sum_{l=0}^{k-1} \left[ \left( (1+l)\vec{c}_{el}^{k-l,[i]} - l\vec{c}_{el}^{k-(l+1),[i]} \right) \cdot \vec{\zeta}_{n,m}^{l,[i]} + \frac{1}{\Delta t} \left( \vec{c}_{el}^{k-(l+1),[i]} - \vec{c}_{el}^{k-l,[i]} \right) \cdot \vec{\xi}_{n,m}^{l,[i]} \right] + \sum_{i=1}^{L_{mag}} \sum_{l=0}^{k-1} \left[ \left( (1+l)\vec{c}_{mag}^{k-l,[i]} - l\vec{c}_{mag}^{k-(l+1),[i]} \right) \cdot \vec{\chi}_{n,m}^{l,[i]} + \frac{1}{\Delta t} \left( \vec{c}_{mag}^{k-(l+1),[i]} - \vec{c}_{mag}^{k-l,[i]} \right) \cdot \vec{\psi}_{n,m}^{l,[i]} \right] \right\}, \quad (3.49)$$

$$b_{n,m}^k = \frac{(-1)^m}{rn(n+1)} \times \left\{ \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^{L_{mag}} \sum_{l=0}^{k-1} \left[ \left( (1+l)\vec{c}_{mag}^{k-l,[i]} - l\vec{c}_{mag}^{k-(l+1),[i]} \right) \cdot \vec{\zeta}_{n,m}^{l,[i]} + \frac{1}{\Delta t} \left( \vec{c}_{mag}^{k-(l+1),[i]} - \vec{c}_{mag}^{k-l,[i]} \right) \cdot \vec{\xi}_{n,m}^{l,[i]} \right] - \sum_{i=1}^{L_{el}} \sum_{l=0}^{k-1} \left[ \left( (1+l)\vec{c}_{el}^{k-l,[i]} - l\vec{c}_{el}^{k-(l+1),[i]} \right) \cdot \vec{\chi}_{n,m}^{l,[i]} + \frac{1}{\Delta t} \left( \vec{c}_{el}^{k-(l+1),[i]} - \vec{c}_{el}^{k-l,[i]} \right) \cdot \vec{\psi}_{n,m}^{l,[i]} \right] \right\}. \quad (3.50)$$

As funções vectoriais  $\vec{\zeta}_{n,m}^{l,[i]}$ ,  $\vec{\xi}_{n,m}^{l,[i]}$ ,  $\vec{\chi}_{n,m}^{l,[i]}$  e  $\vec{\psi}_{n,m}^{l,[i]}$ , são os resultados das seguintes integrais:

$$\vec{\zeta}_{n,m}^{l,[i]} = \int_{l\Delta t}^{(l+1)\Delta t} \vec{\alpha}_{n,m}^{[i]}(t') dt', \quad (3.51)$$

$$\vec{\xi}_{n,m}^{l,[i]} = \int_{l\Delta t}^{(l+1)\Delta t} t' \vec{\alpha}_{n,m}^{[i]}(t') dt', \quad (3.52)$$

$$\vec{\chi}_{n,m}^{l,[i]} = \int_{l\Delta t}^{(l+1)\Delta t} \vec{\beta}_{n,m}^{[i]}(t') dt', \quad (3.53)$$

$$\vec{\psi}_{n,m}^{l,[i]} = \int_{l\Delta t}^{(l+1)\Delta t} t' \vec{\beta}_{n,m}^{[i]}(t') dt'. \quad (3.54)$$

As integrais (3.51)-(3.54) podem ser determinadas analiticamente, utilizando-se integrais especiais que envolvem polinômios de Legendre [45].

A integral  $\vec{\zeta}_{n,m}^{l,[i]}$  assume os valores listados a seguir, sendo que na condição  $\left| \frac{l\Delta t c}{r^{[i]}} \right| > 1$  esta integral é nula.

Quando  $\left| \frac{(l+1)\Delta t c}{r^{[i]}} \right| < 1$ , temos:

$$\begin{aligned} \vec{\zeta}_{n,m}^{l,[i]} = & \frac{(-1)^n n(n+1)}{2} \frac{(\gamma_n^{l,[i]} - \gamma_n^{l+1,[i]})}{r^{[i]}} Y_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \hat{r} \\ & - \frac{(-1)^n \vec{n}_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]})}{2} \frac{1}{r^{[i]}} \left[ \frac{c(l+1)\Delta t}{r^{[i]}} P_n\left(\frac{c(l+1)\Delta t}{r^{[i]}}\right) \right. \\ & \left. - \frac{cl\Delta t}{r^{[i]}} P_n\left(\frac{cl\Delta t}{r^{[i]}}\right) - (\gamma_n^{l,[i]} - \gamma_n^{l+1,[i]}) \right] \end{aligned} \quad (3.55)$$

Quando  $\left| \frac{l\Delta t c}{r^{[i]}} \right| < 1 < \left| \frac{(l+1)\Delta t c}{r^{[i]}} \right|$ , temos:

$$\begin{aligned} \vec{\zeta}_{n,m}^{l,[i]} = & \frac{(-1)^n n(n+1)}{2} \frac{\gamma_n^{l,[i]}}{r^{[i]}} Y_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \hat{r} \\ & - \frac{(-1)^n \vec{n}_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]})}{2} \frac{1}{r^{[i]}} \\ & \times \left[ 1 - \frac{cl\Delta t}{r^{[i]}} P_n\left(\frac{cl\Delta t}{r^{[i]}}\right) - \gamma_n^{l,[i]} \right] \end{aligned} \quad (3.56)$$

A função auxiliar  $\gamma_n^{l,[i]}$  é definida como:

$$\gamma_n^{l,[i]} = \sqrt{1 - \left(\frac{l\Delta tc}{r^{[i]}}\right)^2} P_n^{-1} \left(\frac{l\Delta tc}{r^{[i]}}\right), \quad (3.57)$$

sendo  $P_n^m$  uma função de Legendre de primeiro tipo, ordem  $n$  e grau  $m$ .

A integral  $\bar{\xi}_{n,m}^{l,[i]}$  assume os valores listados a seguir, sendo que na condição  $\left|\frac{l\Delta tc}{r^{[i]}}\right| > 1$  esta integral é nula.

Quando  $\left|\frac{(l+1)\Delta tc}{r^{[i]}}\right| < 1$ , temos:

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_{n,m}^{l,[i]} &= \frac{(-1)^n}{2c} n(n+1) Y_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \hat{r} \\ &\times \left[ \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{(l+1)\Delta tc}{r^{[i]}}\right)^2}}{(n-1)(n+2)} \lambda_n^{l+1,[i]} - \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{l\Delta tc}{r^{[i]}}\right)^2}}{(n-1)(n+2)} \lambda_n^{l,[i]} \right] \\ &- \frac{(-1)^n}{2c} \vec{n}_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \\ &\times \left[ \left(\frac{\Delta tc}{r^{[i]}}\right)^2 \left[ -l^2 P_n \left(\frac{l\Delta tc}{r^{[i]}}\right) + (l+1)^2 P_n \left(\frac{(l+1)\Delta tc}{r^{[i]}}\right) \right] \right. \\ &\left. - 2 \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{(l+1)\Delta tc}{r^{[i]}}\right)^2}}{(n-1)(n+2)} \lambda_n^{l+1,[i]} + 2 \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{l\Delta tc}{r^{[i]}}\right)^2}}{(n-1)(n+2)} \lambda_n^{l,[i]} \right] \end{aligned} \quad (3.58)$$

Quando  $\left|\frac{l\Delta tc}{r^{[i]}}\right| < 1 < \left|\frac{(l+1)\Delta tc}{r^{[i]}}\right|$ , temos:

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_{n,m}^{l,[i]} &= -\frac{(-1)^n}{2c} n(n+1) \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{l\Delta tc}{r^{[i]}}\right)^2}}{(n-1)(n+2)} \lambda_n^{l,[i]} Y_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \hat{r} \\ &- \frac{(-1)^n}{2c} \vec{n}_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \left[ 1 - \left(\frac{l\Delta tc}{r^{[i]}}\right)^2 P_n \left(\frac{l\Delta tc}{r^{[i]}}\right) + 2 \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{l\Delta tc}{r^{[i]}}\right)^2}}{(n-1)(n+2)} \lambda_n^{l,[i]} \right] \end{aligned} \quad (3.59)$$

A variável auxiliar  $\lambda_n^{l,[i]}$  é definida como:

$$\lambda_n^{l,[i]} = \sqrt{1 - \left(\frac{l\Delta tc}{r^{[i]}}\right)^2} P_n \left(\frac{l\Delta tc}{r^{[i]}}\right) + \frac{l\Delta tc}{r^{[i]}} P_n^1 \frac{l\Delta tc}{r^{[i]}}. \quad (3.60)$$

Se  $n = 1$ ,  $\bar{\xi}_{n,m}^{l,[i]}$  assume as expressões listadas a seguir. Quando  $\left|\frac{(l+1)\Delta tc}{r^{[i]}}\right| < 1$ , temos:

$$\begin{aligned} \vec{\xi}_{n,m}^{l,[i]} &= -\frac{1}{6c} [2Y_{1,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \hat{r} - \vec{n}_{1,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]})] \\ &\times \left\{ \left( \frac{(l+1)\Delta tc}{r^{[i]}} \right)^3 - \left( \frac{l\Delta tc}{r^{[i]}} \right)^3 \right\} \end{aligned} \quad (3.61)$$

Quando  $\left| \frac{l\Delta tc}{r^{[i]}} \right| < 1 < \left| \frac{(l+1)\Delta tc}{r^{[i]}} \right|$ , temos:

$$\vec{\xi}_{n,m}^{l,[i]} = -\frac{1}{6c} [2Y_{1,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \hat{r} - \vec{n}_{1,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]})] \left\{ 1 - \left( \frac{l\Delta tc}{r^{[i]}} \right)^3 \right\} \quad (3.62)$$

A integral  $\chi_{n,m}^{l,[i]}$  assume os valores listados a seguir, sendo que na condição  $\left| \frac{l\Delta tc}{r^{[i]}} \right| > 1$  esta integral é nula.

Quando  $\left| \frac{(l+1)\Delta tc}{r^{[i]}} \right| < 1$ , temos:

$$\vec{\chi}_{n,m}^{l,[i]} = \frac{(-1)^n}{2} \frac{1}{r^{[i]}} \left( P_n \left( \frac{(l+1)\Delta tc}{r^{[i]}} \right) - P_n \left( \frac{l\Delta tc}{r^{[i]}} \right) \right) \vec{m}_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \quad (3.63)$$

Quando  $\left| \frac{l\Delta tc}{r^{[i]}} \right| < 1 < \left| \frac{(l+1)\Delta tc}{r^{[i]}} \right|$ , temos:

$$\vec{\chi}_{n,m}^{l,[i]} = \frac{(-1)^n}{2} \frac{1}{r^{[i]}} \left( 1 - P_n \left( \frac{l\Delta tc}{r^{[i]}} \right) \right) \vec{m}_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \quad (3.64)$$

A integral  $\psi_{n,m}^{l,[i]}$  assume os valores listados a seguir, sendo que na condição  $\left| \frac{l\Delta tc}{r^{[i]}} \right| > 1$  esta integral é nula.

Quando  $\left| \frac{(l+1)\Delta tc}{r^{[i]}} \right| < 1$ , temos:

$$\vec{\psi}_{n,m}^{l,[i]} = \frac{(-1)^n}{2} \frac{1}{c} \left[ \frac{\Delta tc}{r^{[i]}} \begin{bmatrix} -lP_n \left( \frac{l\Delta tc}{r^{[i]}} \right) \\ + (l+1)P_n \left( \frac{(l+1)\Delta tc}{r^{[i]}} \right) \end{bmatrix} \right. \\ \left. + \gamma_n^{l,[i]} - \gamma_n^{l+1,[i]} \right] \vec{m}_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \quad (3.65)$$

Quando  $\left| \frac{l\Delta tc}{r^{[i]}} \right| < 1 < \left| \frac{(l+1)\Delta tc}{r^{[i]}} \right|$ , temos:

$$\vec{\psi}_{n,m}^{l,[i]} = \frac{(-1)^n}{2} \frac{1}{c} \left[ 1 - \frac{l\Delta tc}{r^{[i]}} P_n \left( \frac{l\Delta tc}{r^{[i]}} \right) + \gamma_n^{l,[i]} \right] \vec{m}_{n,-m}(\theta^{[i]}, \phi^{[i]}) \quad (3.66)$$

### 3.4 Paralelização da técnica de transformada de campo próximo em campo distante através dos multipolos esféricos no domínio do tempo

A técnica de transformada de campo próximo em campo distante através dos multipolos esféricos no domínio do tempo não é baseada nos potenciais retardados, eliminando a necessidade de uma nova integração dos campos próximos para cada ponto de observação, o que torna esta técnica interessante computacionalmente quando comparada com as técnicas tradicionais no domínio do tempo. Porém, pode-se perceber pelas equações (3.49) e (3.50) que existe um elevado custo computacional inerente ao processo de convolução envolvido na determinação das amplitudes dos multipolos.

Porém, uma análise destas equações (3.49) e (3.50) mostra que cada conjunto de multipolos dentro do mesmo intervalo de tempo poderia ser calculado de forma independente. Como máquinas com múltiplos núcleos de processamento têm se tornado cada vez mais acessíveis, uma alternativa, portanto, para acelerar o cálculo das amplitudes dos multipolos seria a utilização da técnica de processamento paralelo, onde cada conjunto de multipolos em um mesmo intervalo de tempo, denominado nós, poderia ser calculado em um processador diferente.

Portanto, cada processo de cálculo do conjunto das amplitudes dos multipolos pode ser dividido em  $n$  *threads*, ou linhas de execução. Entre as alternativas para a construção de implementações paralelas destaca-se a OpenMP [46], que é uma API (Application Program Interface). A OpenMP usa diretivas do pré-compilador para indicar onde o código deve ser paralelizado, permitindo a paralelização de rotinas quase sem nenhuma intervenção no código. De forma a se realizar uma implementação do paralelismo de forma eficiente, a distribuição de nós entre as *threads* deve ser feita com cuidado [47]. Uma primeira ideia para a distribuição dos nós seria dividir a quantidade de convoluções a serem realizadas pela quantidade total de processadores, deixando cada processador responsável pelo cálculo de convoluções sequenciais previamente alocadas. Por exemplo, sendo disponível um total de 24 processadores, cada processador com 2 *threads*, para o cálculo de

1000 convoluções, as primeira 48 convoluções seriam alocadas sequencialmente entre os 48 *threads* disponíveis e assim sucessivamente. A desvantagem deste técnica reside no fato de que as primeiras convoluções têm um tempo de processamento mais rápido, na medida em que envolvem um intervalo temporal menor. Ou seja, os processadores responsáveis pelas convoluções iniciais ficariam disponíveis mais rapidamente, enquanto outros processadores ainda teriam convoluções a serem realizadas que não poderiam ser disponibilizadas para estes processadores já liberados. Sendo assim, não seria um procedimento eficiente na alocação dos recursos dos processadores disponíveis. Para contornar esta limitação, adotou-se como uma estratégia mais geral: uma distribuição aleatória de nós entre os *threads*, de forma a que os processadores sejam utilizados da forma mais eficiente possível. Sendo assim, utiliza-se uma função que gera números aleatórios e gera-se um vetor que aloca aleatoriamente as convoluções a serem realizadas por cada processador. Realizando este procedimento, o tempo de utilização de cada processador é praticamente equalizado, sendo, portanto, uma estratégia de distribuição de nós mais eficiente.

Neste trabalho, portanto, foi realizada a paralelização da rotina original de multipolos esféricos no domínio do tempo [24], sendo esta uma contribuição significativa de forma a tornar esta técnica mais eficiente computacionalmente e permitir que seja calculado com mais rapidez o diagrama de radiação de antenas práticas, como por exemplo a antena UWB analisada neste trabalho.

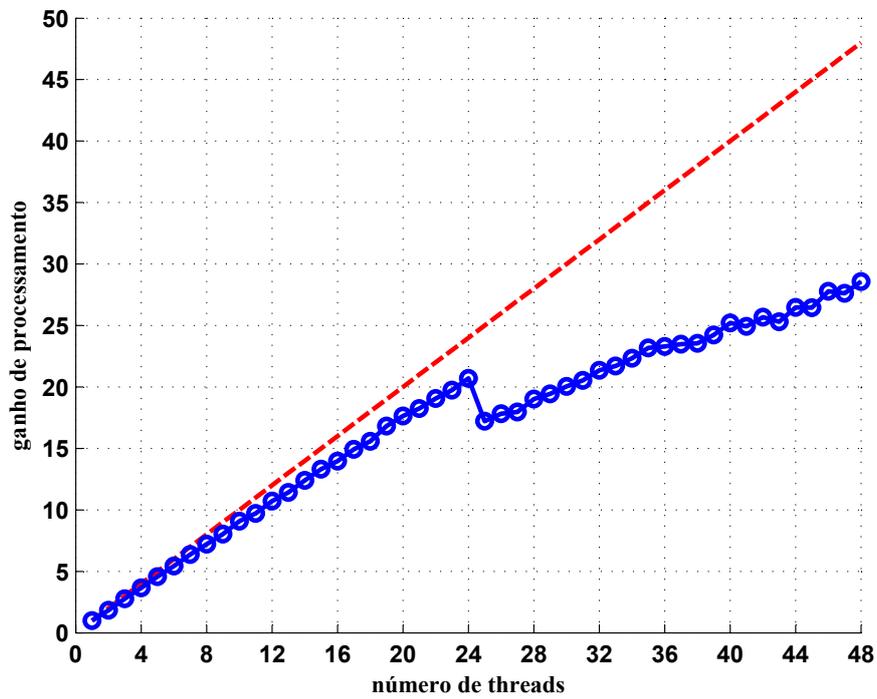
De forma a validar o paralelismo do código, este foi implementado inicialmente para o cálculo do diagrama de radiação de um dipolo de meia-onda na frequência de 10 GHz. Utilizou-se para este fim uma máquina com processadores Intel(R) Xeon(R) CPU E7530 @ 1.87GHz, 128 GB RAM e 24 núcleos, cada núcleo com 2 *threads*, totalizando 48 *threads*. Executou-se inicialmente a rotina de multipolos esféricos com o uso de um único núcleo, o que corresponde à utilização da rotina padrão de transformada de campo próximo em campo distante, e iniciou-se o paralelismo do código com a utilização inicialmente de dois núcleos até se atingir a quantidade máxima de quarenta e oito núcleos disponíveis na máquina. Os resultados obtidos podem ser vistos na figura 3.2, onde verifica-se que o uso do processamento paralelo com até quarenta e oito núcleos torna o tempo do

processamento do código aproximadamente vinte e oito vezes menor.

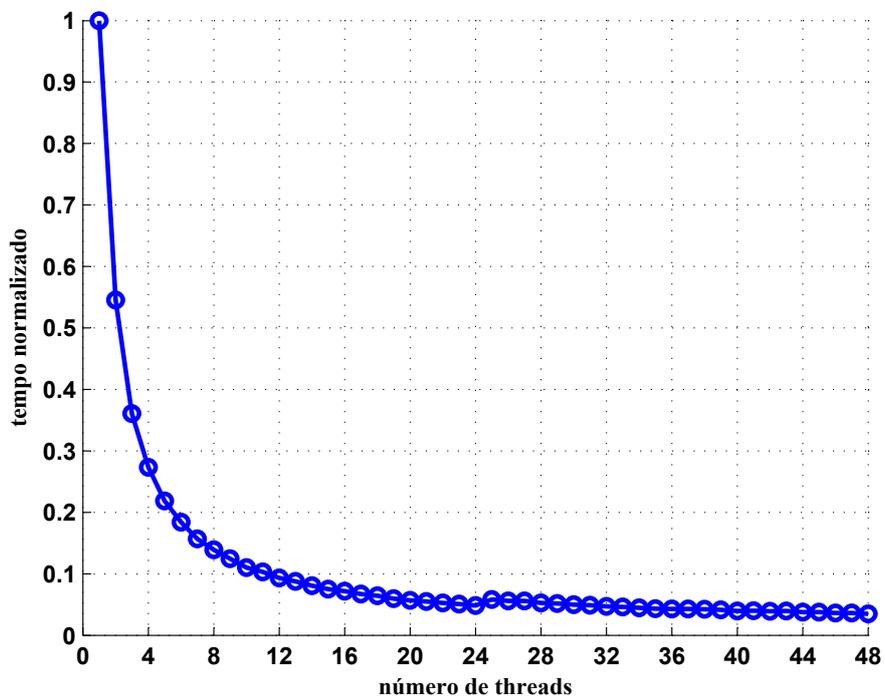
Percebe-se através do resultado da figura 3.2 um ganho inicialmente linear do processamento com o aumento da utilização de *threads*, sendo que após a utilização de aproximadamente seis *threads* este ganho de processamento deixa de ser linear, tendendo a um valor de aproximadamente vinte e oito vezes, com a utilização dos quarenta e oito *threads* disponíveis. Este comportamento pode ser explicado de duas maneiras: o primeiro motivo se deve ao processo utilizado para a distribuição de cargas. Como esta distribuição é aleatória e o tempo de processamento para cada iteração é diferente, alguns núcleos ficarão ocupados por um tempo maior que outros, sendo possível alguns núcleos livres e alguns ainda ocupados nas últimas iterações a serem processadas. O segundo motivo se deve à sincronização das *threads* pelo sistema operacional, que provoca um *overhead*. A *thread* principal precisa disparar as demais *threads* e, ao final, esperar que todas terminem. Quanto maior o número de *threads*, maior o *overhead*.

Além disto, é possível verificar uma redução no ganho do processamento após o uso da vigésima quinta *thread*. A justificativa para este fato se deve ao fato de que a máquina utilizada possui um total de 24 núcleos, cada núcleo com duas *threads*. A simulação do paralelismo do código com o uso de até 24 processadores, faz com que sejam utilizadas uma única *thread* de cada núcleo. Após o uso do vigésimo quinto processador, se inicia o uso da segunda *thread* de cada núcleo, ocasionando uma diminuição na performance do processamento, que poderia ser evitado com o uso de uma máquina com um total de 48 núcleos.

Os resultados iniciais obtidos com o paralelismo da técnica de transformada de campo próximo em campo distante através dos multipolos esféricos no domínio do tempo foram publicados em [48]. Este código com processamento paralelo foi aplicado, em conjunto com a técnica de expansão em momentos, para a análise de uma antena impressa UWB e os resultados podem ser vistos em [49].



(a)



(b)

Figura 3.2: Resultados do paralelismo do código de multipolos esféricos : (a) Ganho de processamento, (b) Tempo de execução normalizado.

### 3.5 Determinação do diagrama de radiação das antenas

Neste capítulo descreveu-se uma técnica que permite que o princípio de equivalência seja empregado de maneira a usar os campos tangenciais sobre a grade espacial do FDTD/WP-PML em conjunto com a expansão em multipolos esféricos de forma a se obter uma transformação de campos próximos em campos distantes.

O objetivo de agregar a técnica de expansão em multipolos ao código FDTD, conforme descrito anteriormente, é permitir que normas de sinais temporais de potência e energia possam ser aplicadas para o cálculo do diagrama de radiação da antena sob análise, tanto em regime transiente quanto em regime permanente.

Sendo assim, a partir da discretização e modelagem da antena impressa sob análise, utiliza-se o algoritmo FDTD/WP-PML juntamente com a aproximação por multipolos esféricos de forma a se obter as amplitudes dos multipolos no domínio do tempo, na região de campo distante, conforme as equações (3.49) e (3.50).

As amplitudes dos multipolos podem ser transformadas para o domínio da frequência, utilizando-se uma transformada de Fourier modificada, conforme as equações a seguir:

$$A_{n,m}(\omega) = j^{-n} \frac{\omega}{c} \int_{-\infty}^{\infty} a_{n,m}(t) e^{-j\omega t} dt \quad (3.67)$$

$$B_{n,m}(\omega) = j^{-n} \frac{\omega}{c} \int_{-\infty}^{\infty} b_{n,m}(t) e^{-j\omega t} dt \quad (3.68)$$

Dessa maneira, após serem obtidas as amplitudes dos multipolos no domínio da frequência, estes multipolos podem ser utilizados para determinar o diagrama de radiação da antena em três dimensões, em todo o espectro do pulso de entrada, a partir da seguinte equação:

$$P(\omega, \theta, \phi) = \frac{4\pi}{k^2 E_0^2} \left| \sum_{n,m} j^n [-A_{n,m}(\omega) \vec{n}_{n,m}(\theta, \phi) - Z B_{n,m}(\omega) \vec{m}_{n,m}(\theta, \phi)] \right|^2 \quad (3.69)$$

A partir da equação (3.69) é possível a obtenção do diagrama de radiação da antena no domínio da frequência. Como a técnica utilizada neste trabalho é uma técnica

no domínio do tempo, seria interessante uma abordagem para o padrão de radiação da antena diretamente no domínio do tempo, evitando assim a utilização da transformada de Fourier descrita pelas equações (3.67) e (3.68). Sendo assim, seria possível obter o padrão de radiação da antena diretamente a partir da expressão do campo próximo no domínio do tempo, conforme a equação (3.46).

Esta abordagem de padrão de energia radiada por uma antena a partir do campo elétrico no domínio do tempo pode ser encontrada em [50] sendo este padrão de energia dado por

$$U_E(\theta, \phi) = \frac{1}{Z} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \vec{E}(t, R, \theta, \phi) \right|^2 R^2 dt J/ster \quad (3.70)$$

onde  $Z$  é a impedância intrínseca do espaço livre,  $R$  é a distância radial na região de campo distante e  $\vec{E}(t, R, \theta, \phi)$  é o campo elétrico na região de campo distante. Este padrão de energia corresponde ao total de energia radiada por unidade de ângulo sólido, que é a integral no tempo da densidade de potência instantânea radiada pela antena.

Este padrão de energia  $U_E$  pode ser normalizada em relação à energia radiada por uma antena hipotética isotrópica, sem perdas, alimentada por uma fonte com a mesma energia disponível, levando a uma expressão de ganho de energia, análoga à expressão convencional de ganho no domínio da frequência, conforme a seguinte equação:

$$G_E(\theta, \phi) = e_\omega \frac{4\pi U_E(\theta, \phi)}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi U_E(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi} \quad (3.71)$$

onde  $e_\omega$  é a eficiência de energia da antena, definida como a razão entre a energia total radiada e a energia total disponível na entrada da antena, ou seja,

$$e_\omega = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_{-\infty}^{\infty} \left| \vec{E}(t, R, \theta, \phi) \right|^2 R^2 \sin\theta dt d\theta d\phi}{\eta_0 \int_{-\infty}^{\infty} (V_s^2(t)/4R_s) dt} \quad (3.72)$$

onde  $V_s$  é a tensão de circuito aberto da fonte e  $R_s$  é a resistência da fonte.

Conforme pode ser constatado nas equações anteriores, a expressão para o padrão de energia é dependente não somente do tipo de antena, mas também do padrão do sinal

da fonte que excita a antena, incluindo os efeitos de descasamento da impedância da antena.

## 3.6 Resultados para o diagrama de radiação das antenas

Para obtenção do diagrama de radiação das antenas, foi utilizada a técnica de multipolos esféricos no domínio do tempo [23], [43]. A rotina para este fim foi desenvolvida num programa C, de forma a ser adicionada à rotina utilizada para cálculo dos campos próximos das antenas sob análise.

A técnica de transformada de campo próximo para campo distante, utiliza a distribuição do campo próximo em uma superfície equivalente de Huygens para simular dipolos elétricos e magnéticos equivalentes, utilizando as correntes destes dipolos para o cálculo do campo distante. Neste trabalho foram simuladas antenas multi-bandas impressas, bem como antena UWB, onde é necessária a verificação do diagrama de radiação da antena em uma larga faixa de frequências. Além disto, para antenas UWB é também interessante a visualização do diagrama de radiação diretamente no domínio do tempo.

Uma limitação da técnica de multipolos esféricos utilizada neste trabalho é o enorme esforço computacional necessário para o cálculo do diagrama de radiação da antena sob análise, gerando um elevado tempo de simulação computacional, principalmente quando é necessário um elevado grau de discretização da antena, de forma a respeitar os critérios de dispersão e estabilidade exigidos pela técnica do FDTD. De forma a reduzir o esforço computacional foi utilizada uma técnica de paralelização da rotina de multipolos esféricos no domínio do tempo, conforme descrito anteriormente.

### 3.6.1 Validação das técnicas propostas para obtenção de diagramas de radiação no domínio do tempo e frequência

Para validação do código de multipolos esféricos no domínio do tempo, optou-se pela simulação inicial de um dipolo de meia-onda, operando em regime harmônico, na frequência de 10 GHz. Desta forma, seria possível a validação do código a partir

da solução analítica obtida em [41]. O dipolo de meia-onda foi simulado inicialmente utilizando o código FDTD/WP-PML desenvolvido. A discretização no espaço foi de  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,484$  mm, sendo que as dimensões da antena correspondem a 21 células na direção do eixo do dipolo. De forma a observar o critério de estabilidade de Courant utilizou-se  $\Delta t = 0,6415$  ps como passo temporal. O número de células de Yee utilizados para o domínio computacional completo foi de  $101 \times 101 \times 101$ , foram utilizadas 6 camadas PML e a antena foi excitada com um pulso Gaussiano conforme a equação (2.65), com parâmetros  $T = 15$  ps and  $\tau_0 = 3T$ . A superfície equivalente de Huygens foi posicionada a uma distância de 10 células a partir do dipolo e foi utilizado um limite para o cálculo dos multipolos de  $n_{max} = 12$ , conforme o critério estabelecido na equação (3.33).

Foram utilizadas duas metodologias distintas para obtenção do diagrama de radiação do dipolo de meia-onda: inicialmente utilizou-se a metodologia padrão, onde as amplitudes dos multipolos foram calculadas diretamente no domínio do tempo e utilizadas para o cálculo do campo distante diretamente no domínio do tempo. Aplicou-se uma transformada de Fourier a este campo distante e o diagrama de radiação foi obtido utilizando-se a equação (3.69). A Figura 3.3 apresenta os resultados obtidos para os diagramas horizontal e vertical do dipolo de meia-onda no domínio da frequência, bem como a comparação com a solução analítica [41], sendo estes resultados publicados em [51]. Observou-se uma boa concordância entre os resultados obtidos pela técnica de multipolos esféricos e a solução analítica, sendo que as diferenças observadas podem ser justificadas principalmente pelo uso de uma superfície de Huygens retangular ao invés de uma superfície virtual esférica padrão. A superfície utilizada tem o formato retangular pela simplicidade de modelamento deste formato na medida em que o algoritmo FDTD utilizada as células cúbicas padrão de Yee [18].

Como a técnica de multipolos esféricos é uma técnica que permite a obtenção do campo distante diretamente do domínio do tempo, torna-se interessante também a validação do código para obtenção do diagrama de radiação no domínio do tempo, o que permite a utilização do código para caracterização de diagramas de radiação para antenas UWB. Como o diagrama das antenas deve ser analisado em diversas frequências da sua

faixa de operação, geralmente as antenas em simulações são alimentadas utilizando-se um pulso Gaussiano que contenha o espectro de frequências a ser analisado. Técnicas padrão para obtenções de diagrama fazem uso de uma transformada de Fourier ao campo distante obtido, de forma a obter o diagrama de radiação na frequência a ser analisada. Este trabalho propõe o uso da expansão em momentos para estimar os campos próximos da superfície equivalente de Huygens para uma única frequência, antes da aplicação da técnica de transformada de campo próximo para campo distante. É interessante ressaltar que a antena continua sendo alimentada com um pulso Gaussiano e a expansão em momentos pode ser interpretada como uma técnica que faz uma realimentação dos campos próximos originalmente obtidos através da alimentação com um pulso Gaussiano, por campos estimados para uma única frequência, eliminando também a necessidade do uso posterior da transformada de Fourier.

Como um pulso Gaussiano é limitado em banda, o cálculo dos campos próximos no domínio da frequência através do FDTD seguido da transformada de Fourier pode ser menos preciso em determinadas regiões da faixa de frequência a ser analisada, dependendo da escolha dos parâmetros computacionais escolhidos [52]. Como consequência deste fato, a técnica de expansão em momentos de quarta ordem, quando comparado com as técnicas tradicionais que utilizam a transformada de Fourier, tem mostrado aumentar a precisão dos resultados, bem como a eficiência computacional para sistemas com alimentação com pulsos Gaussianos, especialmente dentro de uma faixa de frequências específica, conforme demonstrado em [27], [52]. Os parâmetros utilizados para obtenção da resposta impulsiva de um sistema via FDTD em deconvolução por expansão em momentos devem ser  $f_{\max}^{FDTD} > 1,5f_M$ , onde  $f_{\max}^{FDTD} = \frac{c}{n\Delta}$ ,  $n$  deve estar dentro do intervalo [8 – 10],  $\Delta$  é a maior dimensão da célula FDTD e  $f_M$  é a frequência mais elevada a ser analisada. Os parâmetros do pulso Gaussiano também devem ser escolhidos de forma que a amplitude da frequência mais elevada,  $f_G$ , deve estar dentro da faixa  $[1, 5f_M, f_{\max}^{FDTD}]$  [27].

Uma vez obtido o campo distante no domínio do tempo, a técnica da expansão em momentos foi aplicada e utilizou-se a equação (3.71) para obtenção do diagrama diretamente no domínio do tempo. A Figura 3.4 apresenta os resultados obtidos para os

diagramas horizontal e vertical do dipolo de meia-onda no domínio do tempo com a aplicação da expansão em momentos, bem como a comparação com a solução analítica [41] para o diagrama vertical.

É importante destacar que a solução analítica utilizada é descrita para o domínio da frequência. Porém, uma vez que a expansão em momentos foi utilizada, foi realizada uma convolução no tempo da resposta impulsional obtida através da expansão, com o sinal de excitação temporal. Desta maneira, mesmo sendo o digrama obtido diretamente no tempo do tempo, a solução analítica no domínio da frequência pode ser utilizada para validação dos resultados. Observou-se mais uma vez uma boa concordância entre o resultado obtido pela técnica de multipolos esféricos em conjunto com a técnica de expansão em momentos e a solução analítica, sendo que as diferenças observadas podem ser justificadas novamente pelo uso de uma superfície de Huygens retangular ao invés de uma superfície virtual esférica padrão.

#### 3.6.2 Obtenção do diagrama de radiação - antena UWB

Também como contribuição deste trabalho, foi desenvolvido um código FDTD/WP-PML para cálculo dos campos próximos irradiados pela antena e adicionada uma técnica de transformada de campo próximo em campo distante através de multipolos esféricos no domínio do tempo. A contribuição mais importante reside no fato de que o algoritmo original de transformada do campo próximo em campo distante foi paralelizado, de forma a permitir um processamento mais eficiente e rápido da convolução inerente a esta técnica, bem como acrescentada a técnica de expansão em momentos do forma a se obter um resultado mais preciso para o diagrama da radiação da antena, para uma frequência específica sob análise, alimentada com um pulso Gaussiano. Além disto, o código desenvolvido permite que o diagrama de radiação da antena UWB seja caracterizado tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência, por um simples processamento das amplitudes obtidas dos multipolos e/ou do campo distante calculado.

A discretização no espaço foi de  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,25$  mm, sendo que as dimensões da antena correspondem a  $140\Delta x \times 120\Delta y \times 6\Delta z$  células FDTD, na direções

x, y e z, respectivamente. De forma a observar o critério de estabilidade de Courant utilizou-se  $\Delta t = 0,3314$  ps como passo temporal e utilizou-se na simulação um total de 1500 iterações. O número de células de Yee utilizados para o domínio computacional completo foi de  $200 \times 200 \times 200$ , foram utilizadas 5 camadas PML e a antena foi excitada com um pulso Gaussiano conforme definido na equação (2.65), com parâmetros  $T = 15$  ps and  $\tau = 45$  ps. Considerando os parâmetros necessários para a utilização da técnica de expansão em momentos definidos no item 2.4.1.1, temos que a máxima frequência onde será analisado o diagrama da antena é  $f_M = 10$  GHz e  $f_{\max}^{FDTD} = 120$  GHz. Além disto o parâmetro  $f_G = 27,32$  GHz se situa dentro do intervalo  $[15GHz, 57GHz]$ . De forma a respeitar o critério estabelecido na equação (3.33), foi utilizado o valor  $n_{max} = 16$ .

Os valores obtidos para as amplitudes dos multipolos  $a_{1,1}$ ,  $b_{1,1}$ ,  $a_{16,16}$  e  $b_{16,16}$  podem ser vistos na figura 3.5. Percebe-se que ao se utilizar apenas 1500 iterações no tempo as amplitudes dos multipolos ainda apresentam valores absolutos consideráveis, sendo provavelmente necessário aumentar o número de iterações no tempo para se obter uma melhor precisão na obtenção do campo distante da antena e conseqüentemente no seu diagrama de irradiação.

Os valores obtidos para o campo distante nas coordenadas  $\theta = 90^\circ$  e  $\phi = 0^\circ$ , no plano x-y,  $\theta = 0^\circ$  e  $\phi = 0^\circ$ , no plano x-z e  $\theta = 0^\circ$  e  $\phi = 90^\circ$ , no plano y-z, podem ser vistos, respectivamente, na figura 3.6, onde percebe-se mais uma vez que ao se utilizar apenas 1500 iterações no tempo, algumas componentes de campo ainda apresentam valores absolutos consideráveis, principalmente no que diz respeito à componente  $E_\phi$ .

Diagramas de radiação da antena UWB foram simulados tanto no domínio da frequência, utilizando a equação (3.69), quanto no domínio do tempo, utilizando a equação (3.71), e os resultados obtidos para os planos x-y, x-z e y-z, nas frequências de 4, 7 e 10 GHz podem ser vistos nas Figuras 3.7-3.9. Foram realizadas 3 simulações diferentes: diagrama no domínio do tempo, com a utilização da técnica de expansão em momentos - TD (ME) -, diagrama de radiação no domínio da frequência a partir da aplicação de um pulso Gaussiano seguido de uma transformada de Fourier - FD (FFT) - e diagrama de radiação no domínio da frequência a partir da aplicação de um pulso Gaussiano seguido de

uma transformada não-uniforme de Fourier - FD (NUFFT). Os resultados obtidos foram comparados com resultados de medições obtidos em [39]. Os resultados obtidos mostram que a antena apresenta um padrão de radiação omnidirecional, conforme observado em [39]. Algumas diferenças observadas podem ser explicadas pela necessidade de truncar a quantidade de multipolos a ser utilizada para o cálculo do campo distante, bem como na limitação do número de iterações de simulação, de forma a reduzir o tempo total de simulação computacional para o cálculo das amplitudes dos multipolos. Estes resultados foram publicados em [53]. É importante destacar que algumas diferenças entre as medições e simulações utilizando um software comercial já havia sido observadas anteriormente, como, por exemplo, o diagrama no plano y-z em 4 GHz e foram explicadas como sendo causadas pelos efeitos do cabo de alimentação e conectores na linha de alimentação da antena, bem como devido ao efeito do seu suporte de fixação [39].

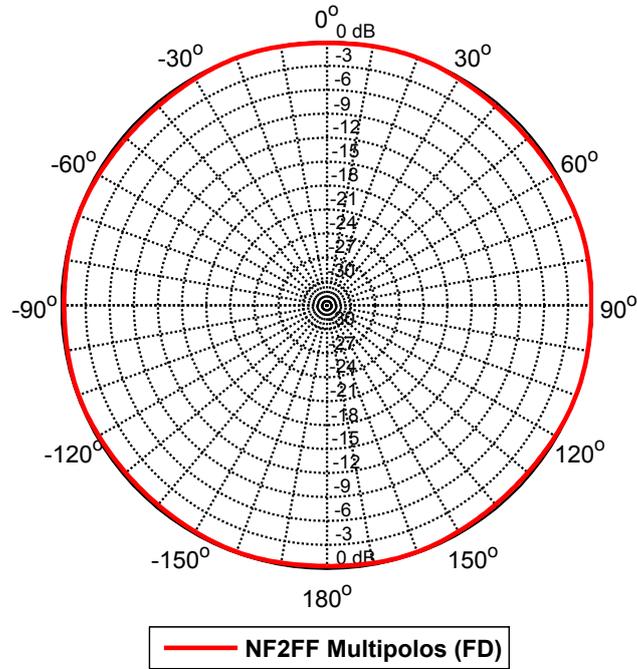
De forma a verificar a influência do número de iterações no resultado final do diagrama de radiação, a rotina de transformada de campo próximo em campo distante através dos multipolos esféricos no domínio do tempo foi novamente aplicada à análise da antena UWB, desta vez com um total de 3000 iterações no tempo, ou seja, o dobro do número de iterações da análise realizada anteriormente.

Os valores obtidos para as amplitudes dos multipolos  $a_{1,1}$ ,  $b_{1,1}$ ,  $a_{16,16}$  e  $b_{16,16}$  podem ser vistos na figura 3.10, onde já se percebe uma diminuição considerável no valor absoluto da amplitude dos multipolos.

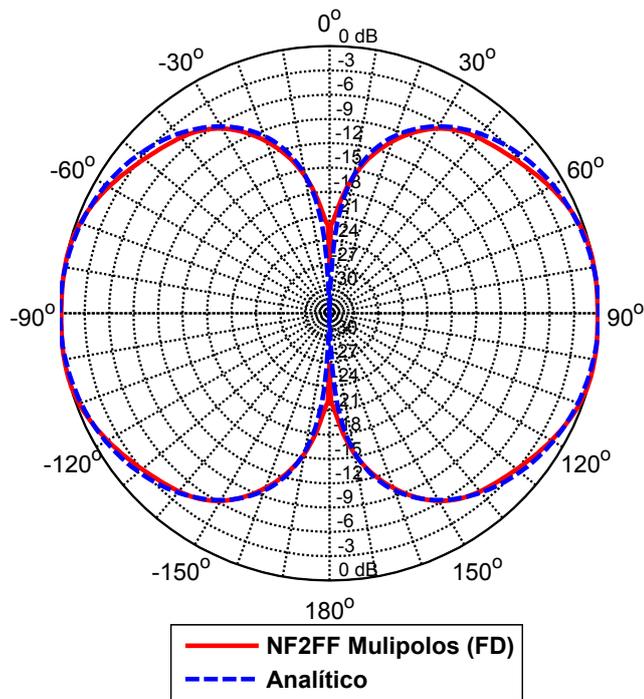
Os valores obtidos para o campo distante nas coordenadas  $\theta = 90^\circ$  e  $\phi = 0^\circ$ , no plano x-y,  $\theta = 0^\circ$  e  $\phi = 0^\circ$ , no plano x-z e  $\theta = 0^\circ$  e  $\phi = 90^\circ$ , no plano y-z, podem ser vistos na figura 3.11. Mais uma vez percebe-se que após esta quantidade de iterações no tempo, os campos já apresentam uma diminuição considerável no valor de suas amplitudes. Portanto, optou-se por não aumentar o número de iterações no tempo, já considerando-se suficiente a contribuição das amplitudes de cada multipolo na determinação do campo distante que será utilizado para determinar o diagrama de radiação da antena.

Os resultados obtidos para os diagramas nos planos x-y, x-z e y-z, nas frequências de 4, 7 e 10 GHz podem ser vistos nas Figuras 3.12-3.14.

Estes resultados mostram que a escolha do número de iterações utilizadas para a determinação do diagrama da antena tem uma influência direta na precisão dos resultados obtidos, principalmente devido ao fato de que a técnica de transformada de campo próximo em campo distante é uma técnica que realiza o cálculo do campo distante radiado pela antena diretamente no domínio do tempo. O número de iterações utilizado é, inclusive a principal limitação da técnica utilizada neste trabalho, na medida em que esta técnica envolve uma convolução temporal com um elevado custo computacional, mesmo levando em consideração a paralelização do código. Sendo a inclusão da técnica da expansão em momentos à rotina de multipolos esféricos no domínio do tempo uma das contribuições deste trabalho, de forma a se obter os diagramas de radiação da antena sob análise, é importante observar que os resultados obtidos com a inclusão desta técnica possuem uma excelente aderência aos resultados obtidos com a aplicação da técnica padrão da transformada de Fourier. Sendo toda a metodologia desenvolvida neste trabalho, seja ela FDTD ou expansão em multipolos esféricos, diretamente no domínio do tempo, destaca-se a contribuição da inclusão da técnica de expansão em momentos, que permite que os diagramas de radiação sejam obtidos diretamente no domínio do tempo, com resultados similares obtidos aos da formulação tradicional, eliminando a necessidade do processamento da transformada do Fourier.

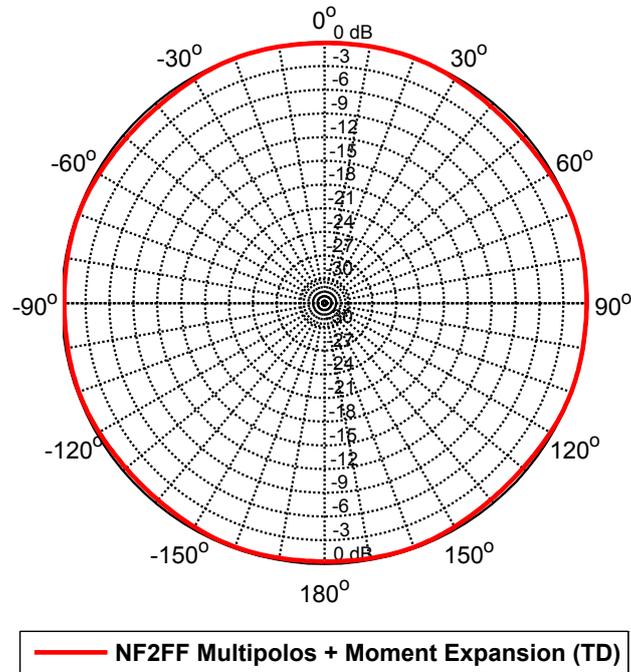


(a)

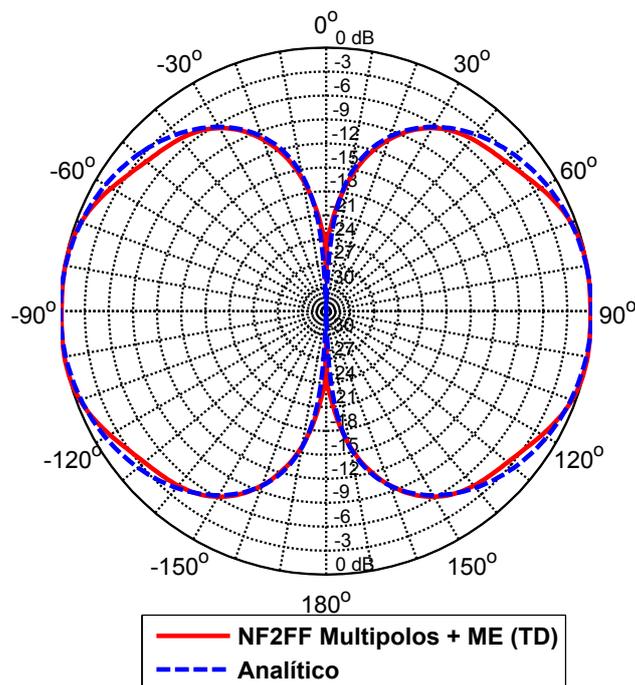


(b)

Figura 3.3: Resultados para o dipolo de meia-onda utilizando Fourier: (a) diagrama horizontal, (b) diagrama vertical.



(a)



(b)

Figura 3.4: Resultados para o dipolo de meia-onda utilizando expansão em momentos: (a) diagrama horizontal, (b) diagrama vertical.

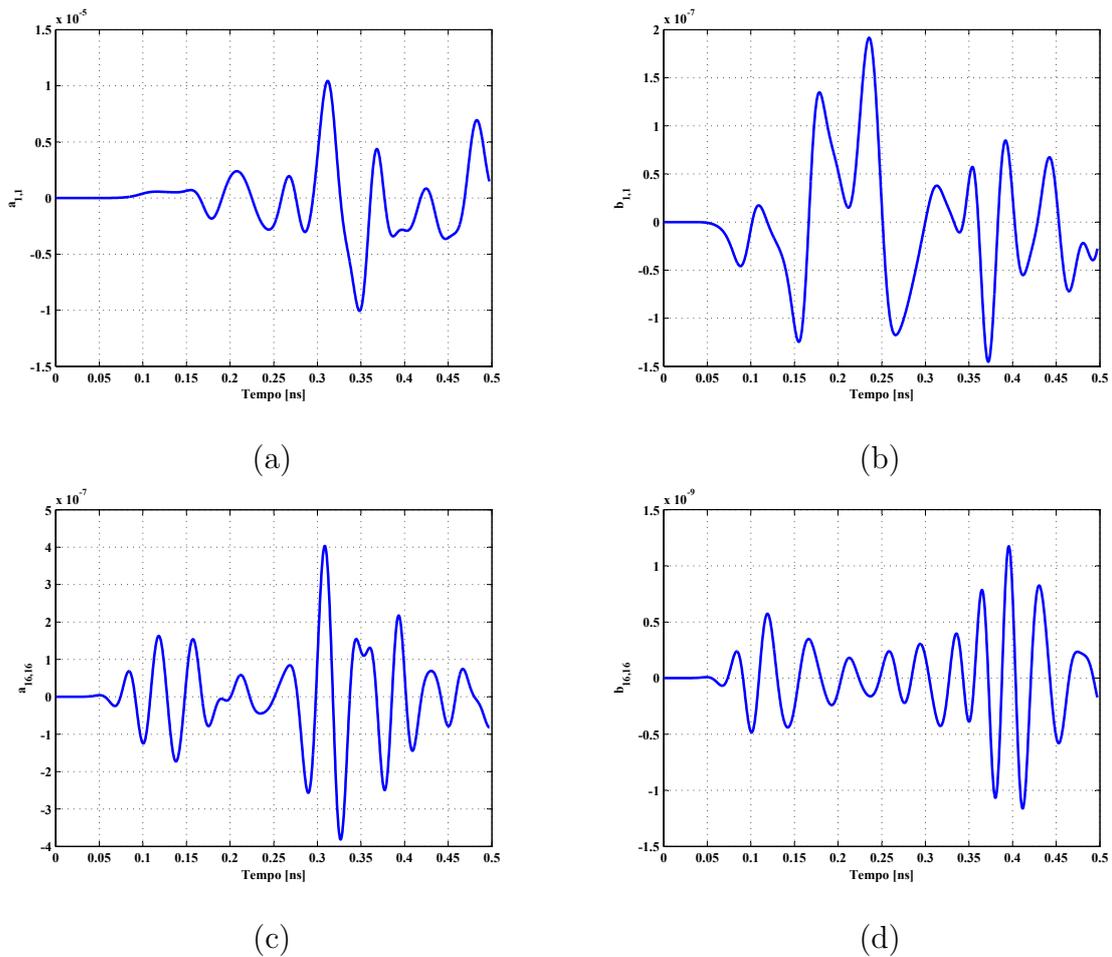


Figura 3.5: Antena UWB - amplitude do multipólo ( $1500 \Delta t$ ): (a)  $a_{1,1}$ , (b)  $b_{1,1}$ , (c)  $a_{16,16}$ , (d)  $b_{16,16}$ .

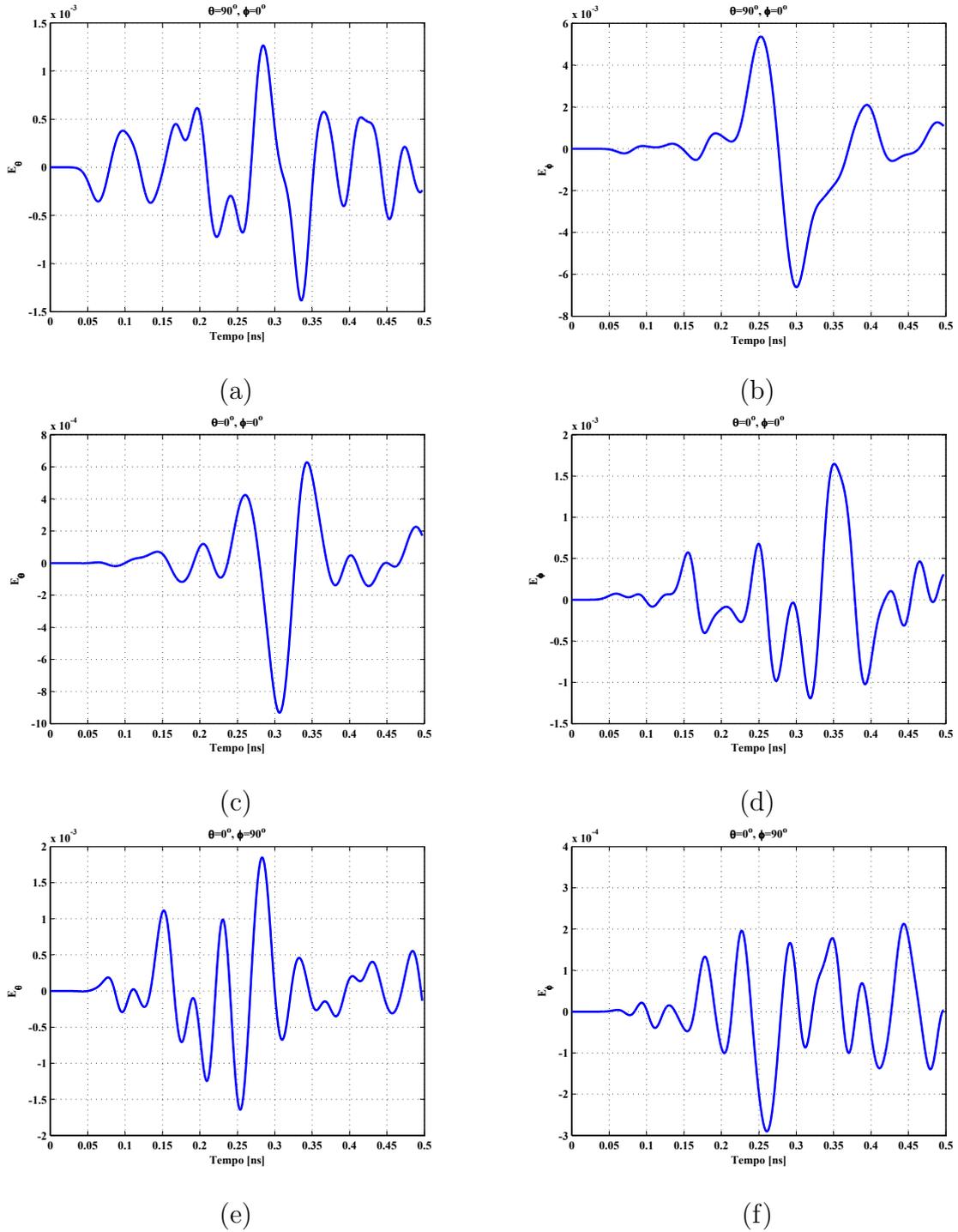
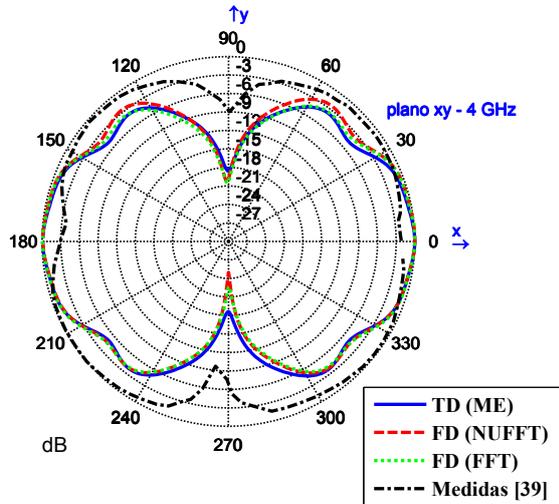
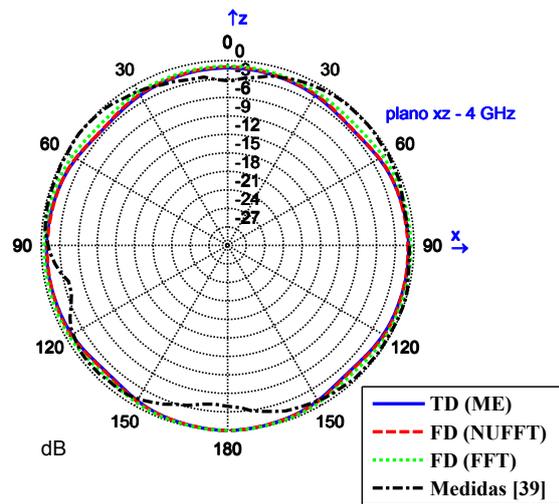


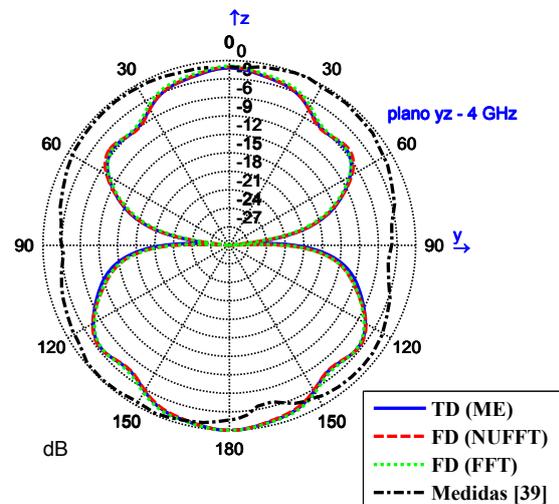
Figura 3.6: Antena UWB - componentes de campo ( $1500 \Delta t$ ): (a)  $E_\theta$  - plano x-y, (b)  $E_\phi$  - plano x-y, (c)  $E_\theta$  - plano x-z, (d)  $E_\phi$  - plano x-z, (e)  $E_\theta$  - plano y-z e (f)  $E_\phi$  - plano y-z.



(a)

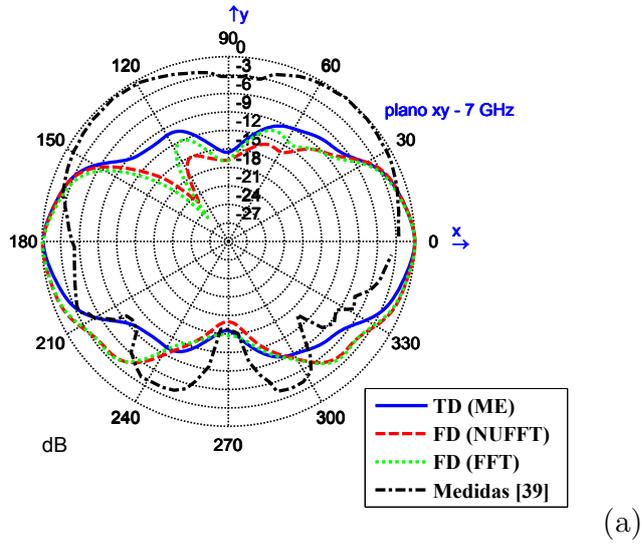


(b)

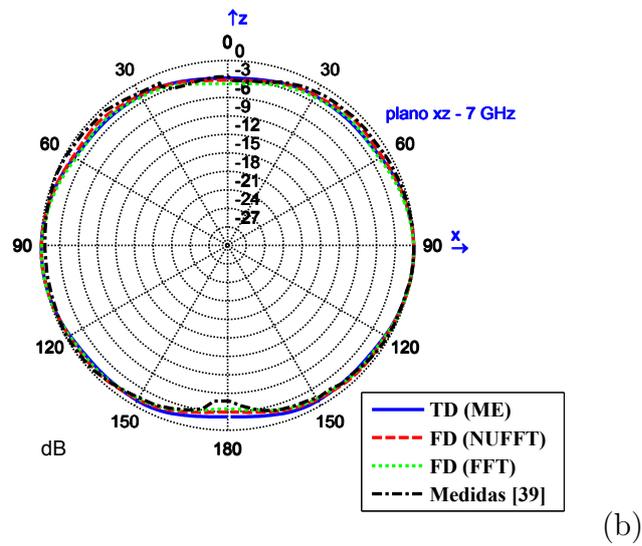


(c)

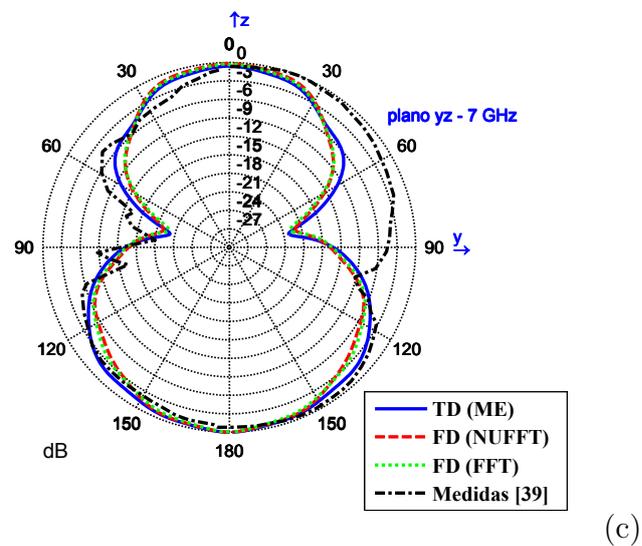
Figura 3.7: Resultados para antena UWB utilizando multipolos esféricos (4 GHz - 1500  $\Delta t$ ): (a) plano x-y, (b) plano x-z e (c) plano y-z.



(a)

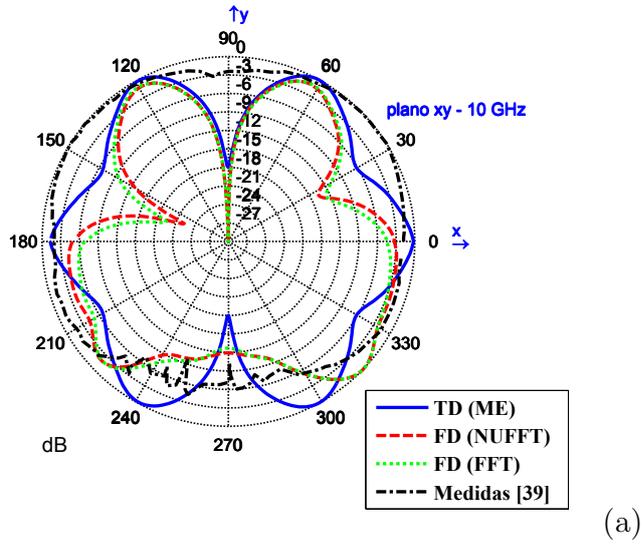


(b)

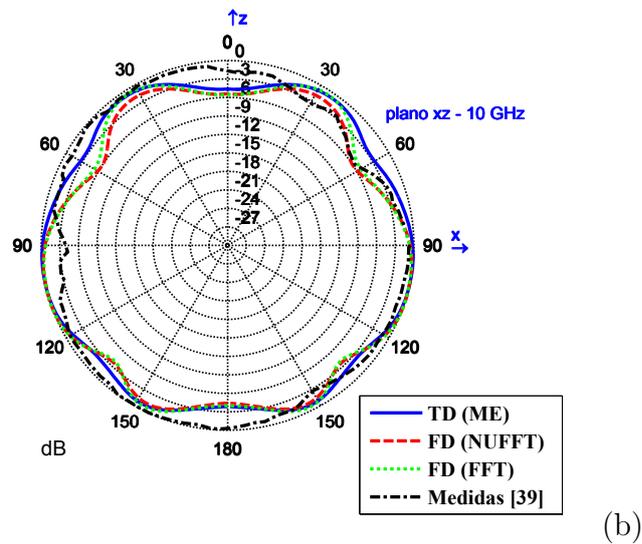


(c)

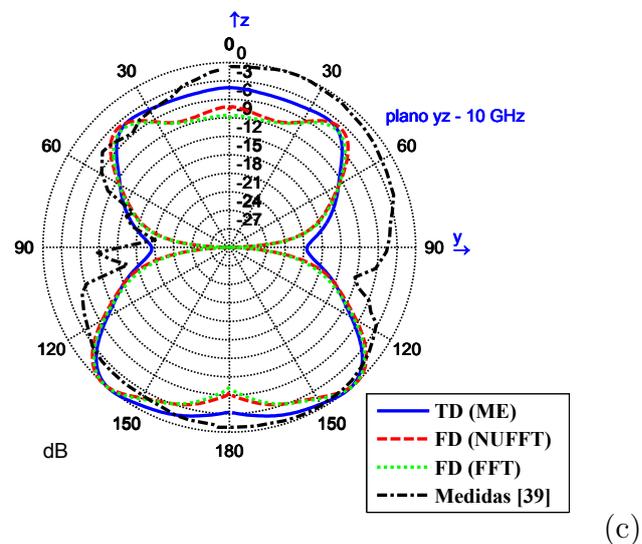
Figura 3.8: Resultados para antena UWB utilizando multipolos esféricos (7 GHz - 1500  $\Delta t$ ): (a) plano x-y, (b) plano x-z e (c) plano y-z.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.9: Resultados para antena UWB utilizando multipolos esféricos (10 GHz - 1500  $\Delta t$ ): (a) plano x-y, (b) plano x-z e (c) plano y-z.

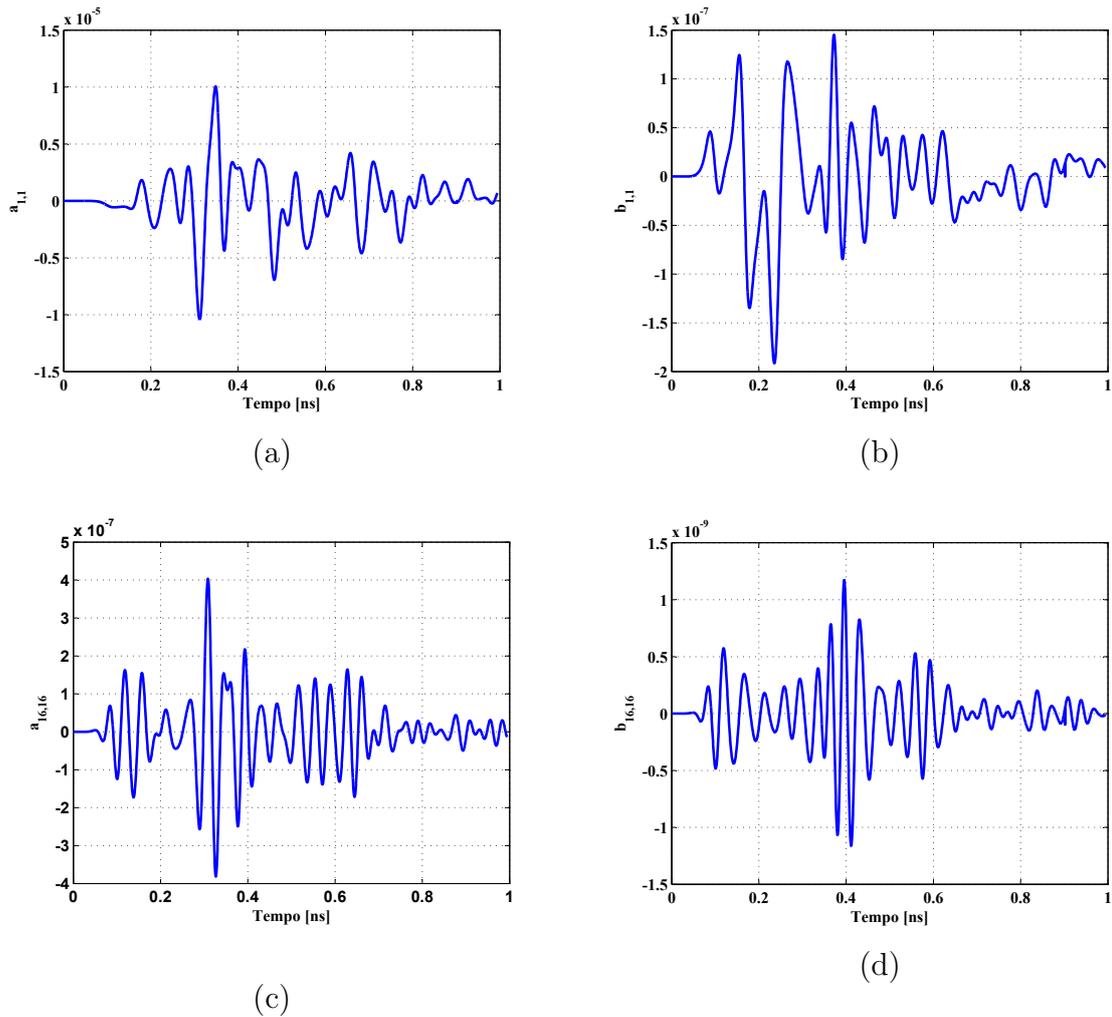


Figura 3.10: Antena UWB - amplitude do multipólo ( $3000 \Delta t$ ) : (a)  $a_{1,1}$ , (b)  $b_{1,1}$ , (c)  $a_{16,16}$ , (d)  $b_{16,16}$ .

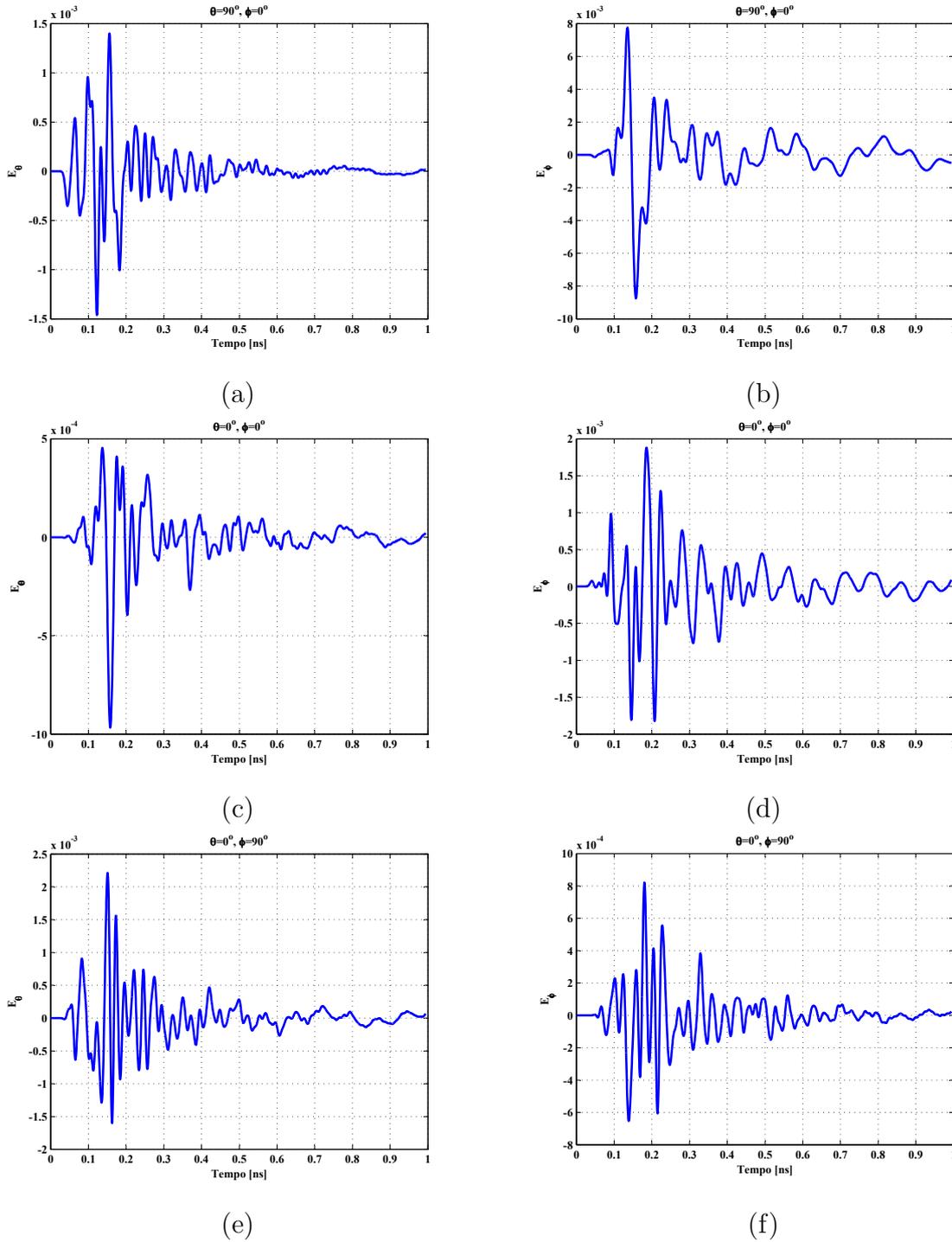
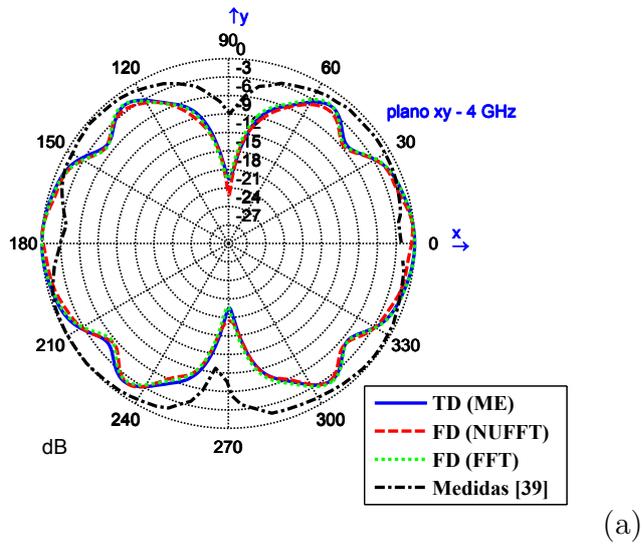
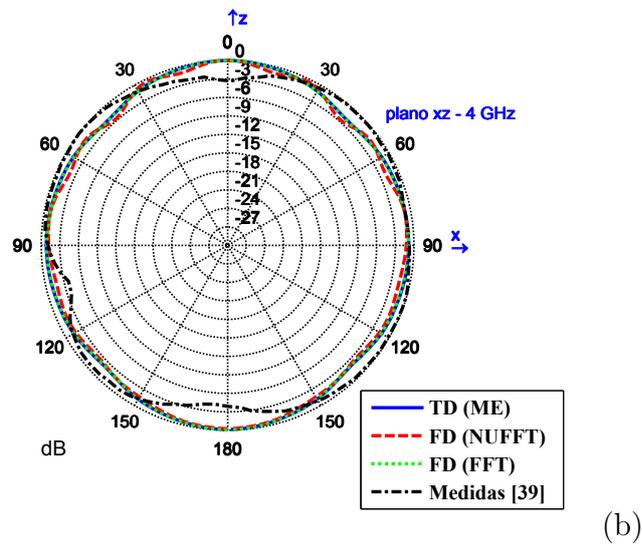


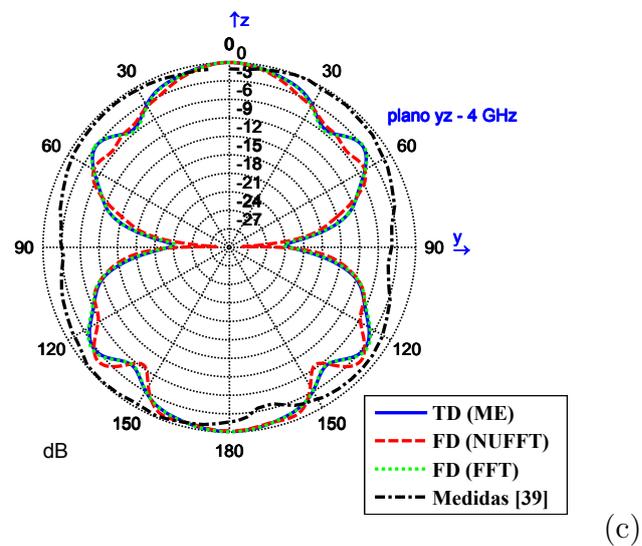
Figura 3.11: Antena UWB - componentes de campo ( $3000 \Delta t$ ): (a)  $E_\theta$  - plano x-y, (b)  $E_\phi$  - plano x-y, (c)  $E_\theta$  - plano x-z, (d)  $E_\phi$  - plano x-z, (e)  $E_\theta$  - plano y-z e (f)  $E_\phi$  - plano y-z.



(a)

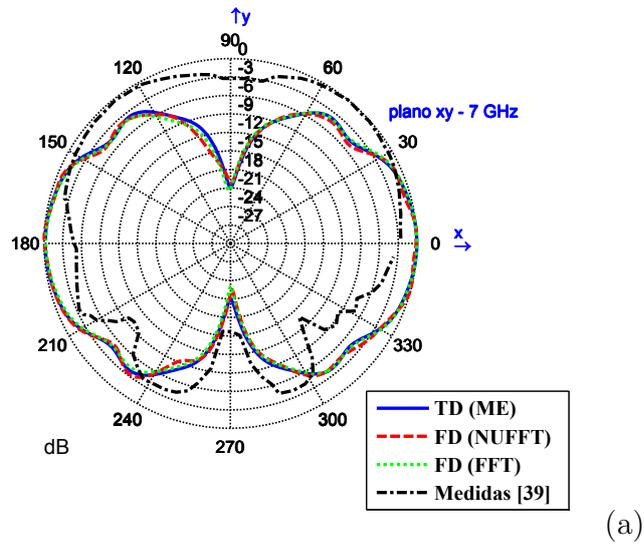


(b)

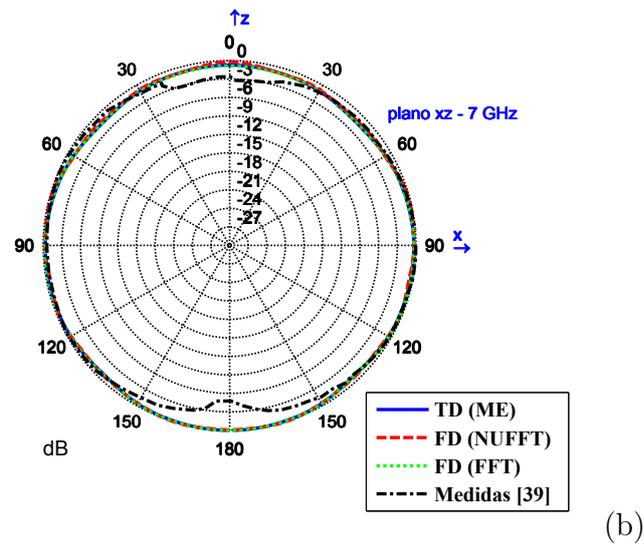


(c)

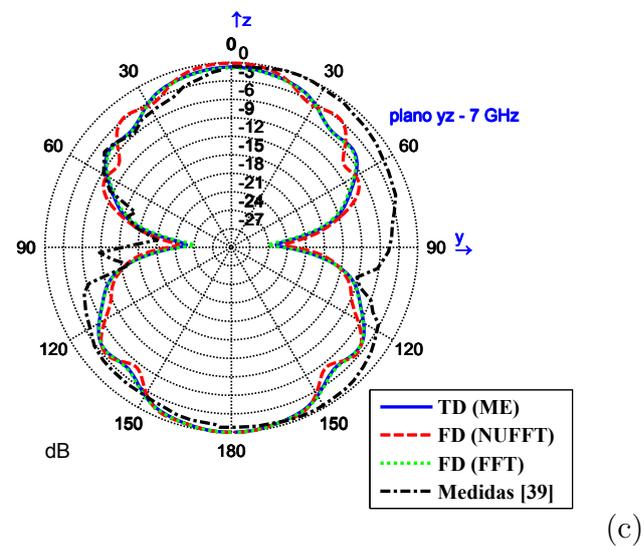
Figura 3.12: Resultados para antena UWB utilizando multipolos esféricos (4 GHz - 3000  $\Delta t$ ): (a) plano x-y, (b) plano x-z e (c) plano y-z.



(a)

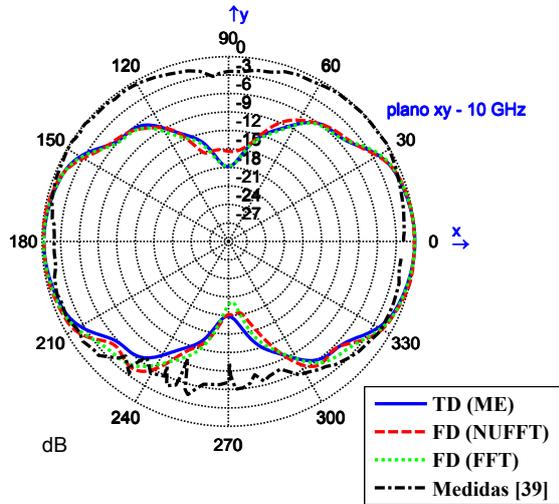


(b)

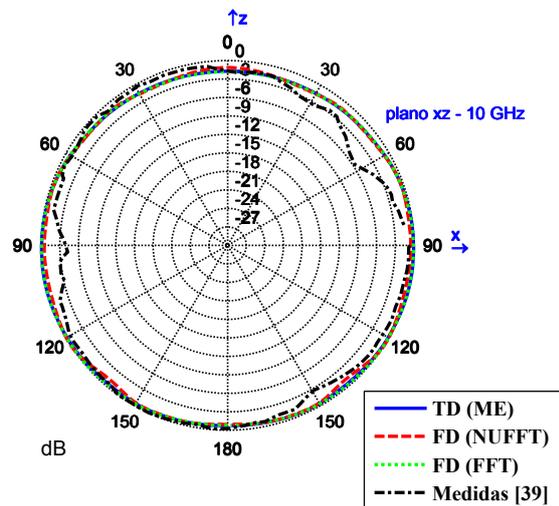


(c)

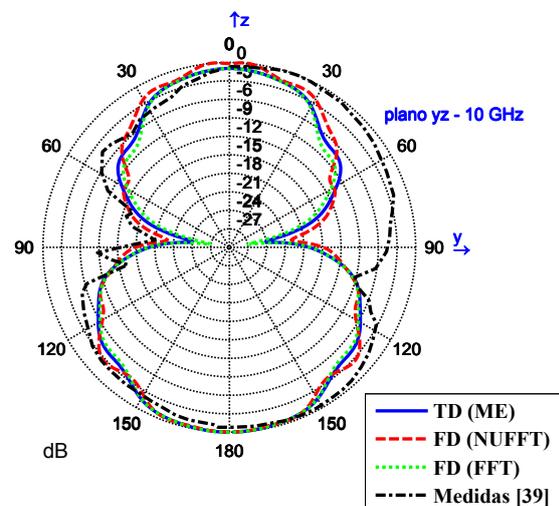
Figura 3.13: Resultados para antena UWB utilizando multipolos esféricos (7 GHz - 3000  $\Delta t$ ): (a) plano x-y, (b) plano x-z e (c) plano y-z.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.14: Resultados para antena UWB utilizando multipolos esféricos (10 GHz - 3000  $\Delta t$ ): (a) plano x-y, (b) plano x-z e (c) plano y-z.

# Capítulo 4

## Conclusões e proposta de continuidade

Neste trabalho foi desenvolvido um programa FDTD na linguagem de programação FORTRAN, para análise da perda de retorno de antenas impressas em bandas ultra largas e um programa na linguagem de programação C++ que implementa uma técnica de transformada em campo próximo para campo distante, de forma a caracterizar o diagrama de radiação das antenas, sendo uma versão paralelizada desta técnica de transformada de campo próximo em campo distante.

Duas antenas impressas multibandas e uma antena UWB foram utilizadas para validar o código desenvolvido. Os resultados obtidos para análise da perda de retorno foram comparados com resultados previamente obtidos através de medições e publicados na literatura científica, mostrando uma boa concordância e demonstrando a eficiência da utilização do código FDTD/WP-PML desenvolvido neste trabalho.

Para a determinação do diagrama de radiação das antenas, utilizou-se a técnica de multipólos esféricos no domínio do tempo para realizar a transformada do campo próximo gerado pelo programa FDTD em campo distante utilizado para o diagrama de radiação. Esta técnica de transformada permite que uma vez calculadas as amplitudes dos multipólos, estes valores calculados sejam válidos para qualquer coordenada arbitrária na região do campo distante, diferente das técnicas tradicionais, baseadas nos potenciais retardados, que exigem uma nova integração no domínio dos campos próximos para cada ponto de observação. Porém, a técnica de multipólos esféricos tem como restrição um grande

esforço computacional no processo de convolução envolvido no cálculo das amplitudes dos multipólos elétricos e magnéticos.

De forma a minimizar o esforço computacional despendido pelo código de transformada do campo próximo em campo distante baseada em multipólos esféricos no domínio do tempo, foi adicionada uma técnica de paralelização desta rotina, especialmente aplicada ao processo de convolução inerente ao método, permitindo que cada amplitude de multipólo em determinado intervalo de tempo seja calculado em um processador independente. A adição desta técnica permitiu que, ao aplicar ao código em uma máquina com processadores Intel(R) Xeon(R) CPU E7530 @ 1,87GHz, 128 GB RAM e 48 *threads*, o tempo de simulação computacional fosse da ordem de vinte e oito vezes menor, quando comparado com o código executado em uma máquina com processamento simples.

Além do paralelismo mencionado anteriormente, foi adicionada à rotina de transformada de campo próximo em campo distante a técnica de expansão em momento de funções temporais. A técnica de expansão em momentos permite que a partir da alimentação da antena com um pulso gaussiano, o diagrama da antena seja calculado para diferentes frequências em consideração, diretamente no domínio do tempo, com resultados similares aos obtidos no domínio da frequência a partir do uso da transformada de Fourier.

Como alternativa à técnica convencional de transformada de Fourier para análise dos resultados no domínio da frequência, também foi sugerido neste trabalho o uso da técnica da transformada não uniforme de Fourier segmentada. Esta técnica permite uma redução do esforço computacional, bem como da necessidade de armazenamento das amostras temporais do FDTD, apresentando resultados similares aos da técnica de referência.

Apesar do paralelismo adicionado à técnica tradicional utilizada para o cálculo do campo distante radiado pelas antenas impressas, verificou-se ainda a necessidade de um grande esforço computacional para obtenção dos resultados, principalmente pela necessidade de uma grande discretização espacial e temporal do domínio de simulação, inerente à técnica FDTD, de forma a garantir os critérios de dispersão e estabilidade numérica. Portanto, sugere-se como continuidade deste trabalho adicionar uma técnica que permite a seleção dos campos próximos no tempo ou no espaço, calculados na técnica de FDTD

e utilizados na rotina de transformada de campo próximo em campo distante, de forma que esta simplificação não comprometa o resultado final do diagrama de radiação das antenas. Sugere-se para este fim o estudo da viabilidade da utilização de um algoritmo de decomposição de superfície multi-nível [54] e o estudo do uso da transformada wavelet de forma a realizar uma compressão da grade do FDTD relacionada aos campos próximos calculados [55–57].

Uma outra alternativa a ser estudada, relacionado ao uso de técnica de processamento paralelo, é o uso de GPU (*Graphic Processing Unit*) aplicado ao paralelismo da rotina de multipólos esféricos no domínio do tempo, na medida em que pode disponibilizar uma grande quantidade de processadores para o cálculo da convolução inerente ao método, embora placas mais acessíveis tenham restrições em relação à quantidade de memória disponível.

Uma outra proposta de continuidade deste trabalho é a adição de uma rotina que permita o cálculo da resposta impulsional de antenas impressas [58], cálculo este que permitiria uma caracterização mais completa de antenas no domínio do tempo, especialmente importante para análise e caracterização de antenas em bandas ultra-largas, como antenas UWB.

# Referências Bibliográficas

- [1] M. Karaboikis, V. Papamichael, C. Soras, and V. Makios, “A multiband diversity antenna system for compact mobile/wireless devices: modeling and performance evaluation,” *International Journal of Antennas and Propagation*, vol. 2008, pp. 1–7, 2008.
- [2] G. Tsachtsiris, C. Soras, M. Karaiboikis, and V. Makios, “A printed folded Koch monopole antenna for wireless devices,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 40, no. 5, pp. 374–378, Mar. 2004.
- [3] M. John and J. Ammann, “Integrated antenna for multiband multi-national wireless combined with GSM1800/PCS1900/IMT2000 + extension,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 48, no. 3, pp. 613–615, Mar. 2006.
- [4] R. Li, B. Pan, J. Laskar, and M. M. Tentzeris, “A compact broadband planar antenna for GPS, DCS-1800, IMT-2000, and WLAN applications,” *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 6, pp. 25–27, 2007.
- [5] C.-W. Chiu, Y.-J. Chi, and S.-M. Deng, “An internal multiband antenna for WLAN and WMAN applications,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 51, no. 8, pp. 1803–1807, Aug. 2009.
- [6] R. Li, B. Pan, J. Laskar, and M. M. Tentzeris, “A novel low-profile broadband dual-frequency planar antenna for wireless handsets,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 56, no. 4, pp. 1155–1162, Apr. 2008.

- [7] W.-C. Liu, "Design of a multiband CPW-fed monopole antenna using a particle swarm optimization approach," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 10, pp. 3273–3279, Oct. 2005.
- [8] S.-H. Yeh and K.-L. Wong, "Integrated F-shaped monopole antenna for 2.5/5.2 GHz dual-band operation," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 34, no. 1, pp. 24–26, Jul. 2002.
- [9] M. Ojaroudi, H. Ebrahimian, C. Ghobadi, and J. Nourinia, "Small microstrip-fed printed monopole antenna for UWB application," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 52, no. 8, pp. 1756–1761, July 2010.
- [10] N. Ojaroudi, H. Ojaroudi, M. Ojaroudi, and N. Ghadimi, "A novel design of 5.5/7.5 ghz dual band-notched ultrawideband antenna," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 55, no. 12, pp. 2910–2915, December 2013.
- [11] A. Moradhesari, M. Naser-Moghadasi, and F. G. Gharakhili, "Design of compact CPW-FED monopole antenna for WLAN/Wimax applications using a pair of F-shaped slits on the patch," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 55, no. 10, pp. 2337–2340, October 2013.
- [12] M. Ojaroudi and N. Ojaroud, "Ultra-wideband slot antenna with frequency band-stop operation," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 55, no. 9, pp. 2020–2023, September 2013.
- [13] H. U. Iddi, M. R. Kamarudin, T. A. Rahman, A. Y. Abdulrahman, M. Khalily, and M. F. Jamlos, "Triple-band CPW-fed-fed planar monopole antenna for Wlan/Wimax application," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 55, no. 9, pp. 2209–2214, September 2013.
- [14] N. Pouyanfar, "CPW-FED UWB antenna with band-stop properties," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 55, no. 7, pp. 1533–1537, July 2013.

- [15] D. M. Sheen, S. M. Ali, M. D. Abouzahra, and J. A. Kong, "Application of the three-dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 38, no. 7, pp. 849–857, Jul. 1990.
- [16] G.-X. Fan and Q. H. Liu, "A strongly well-posed PML in lossy media," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 2, pp. 97–100, 2003.
- [17] A. Taflove, "Application of the finite-difference time-domain method to sinusoidal steady state electromagnetic penetration problems," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 22, no. 3, pp. 191–202, Aug. 1980.
- [18] A. Taflove and S. C. Hagness, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Boston, MA: Artech House, 1995.
- [19] K. Yee, D. Ingham, and K. Shlager, "Time domain extrapolation to the far field based on FDTD calculations," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 39, no. 3, pp. 410–413, Mar. 1991.
- [20] D. Sullivan and J. L. Young, "Far-field time-domain calculation from aperture radiators using the FDTD method," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 49, no. 3, pp. 464–469, Mar. 2001.
- [21] R. Luebbers, K. Kunz, M. Schneider, and F. Hunsberger, "A finite-difference time-domain near zone to far zone transformation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 39, no. 3, pp. 429–433, Mar. 1991.
- [22] M. Barth, R. McLeod, and R. Ziolkowski, "A near and far-field projection algorithm for finite-difference time-domain codes," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 6, no. 1-4, pp. 5–18, Mar. 1992.
- [23] C.-C. Oetting and L. Klinkenbusch, "Near-to-far-field transformation by a time-domain spherical-multipole analysis," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 06, pp. 2054–2063, Jun. 2005.

- [24] L. Klinkenbusch, "Brief review os spherical-multipole analysis in radio science," International Union of Radio Science, Tech. Rep. 324, March 2008.
- [25] A. Shlivinski, E. Heyman, and R. Kastner, "Antenna characterization in the time domain," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, no. 7, pp. 1140–1149, Jul. 1997.
- [26] J. Adam and L. Klinkenbusch, "Numerical multipole analysis of ultrawideband antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 58, no. 12, pp. 3847–3855, December 2010.
- [27] G. Marroco and F. Bardati, "Time-domain macromodel of planar microwave devices by FDTD and moment expansion," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 49, pp. 1321–1328, Jul. 2001.
- [28] Y. H. Liu, Q. H. Liu, and Z. P. Nie, "A new efficient FDTD time-to-frequency-domain conversion algorithm," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 92, pp. 33–46, 2009.
- [29] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 14, pp. 302–307, 1966.
- [30] J. L. R. da Silva, "Algoritmo FDTD para a análise de circuitos passivos em microfita com dielétricos de pequenas perdas," Master's thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, Mar. 2008.
- [31] J.-P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," *Journal of Computational Physics*, vol. 114, pp. 185–200, 1994.
- [32] Z. S. Zacks, D. M. Kingsland, R. Lee, and J. F. Lee, "A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 43, pp. 1460–1463, 1995.

- [33] J. A. Roden and S. D. Gedney, "Convolutional PML (CPML): An efficient FDTD implementation of the CFS-PML for arbitrary media," *Microwave Optical Tech. Lett.*, vol. 27, pp. 334–339, 2000.
- [34] Y.-L. Kuo and K.-L. Wong, "Printed double-t monopole antenna for 2.4/5.2 GHz dual-band WLAN operations," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 51, no. 9, pp. 2187–2192, Sep. 2003.
- [35] G. L. Ramos and C. G. do Rego, "Multi-band printed antennas impedance characterization using a FDTD/WP-PML based methodology," *Proceedings of 2011 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference*, vol. 1, pp. 656–659, Nov. 2011.
- [36] G. L. Ramos, C. G. do Rego, and C. G. Batista, "Moment expansion and nonuniform FFT applied to antenna reflection parameter characterization using a FDTD/WP-PML algorithm," *Proceedings of 2013 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference*, vol. 1, pp. 1–4, Aug. 2013.
- [37] G. Marroco and F. Bardati, "FDTD computation of microwave device impulse response," *Electronic Letters*, vol. 35, no. 3, pp. 223–224, Feb. 1999.
- [38] Q. H. Liu and N. Nguyen, "An accurate algorithm for nonuniform fast Fourier transform (NUFFT's)," *IEEE Trans. Microwave and Guided Lett.*, vol. 8, no. 1, pp. 18–20, 1998.
- [39] T. Vuong, A. Ghiotto, Y. Duroc, and S. Tedjini, "Design and characteristics of a small U-slotted planar antenna for IR-UWB," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 49, no. 7, pp. 1727–1731, Jul. 2007.
- [40] A. Elsherbeni and V. Demir, *The Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetics with Matlab Simulations*. Raleigh, NC: Scitech Publishing, 2009.
- [41] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 3rd ed. Wiley-Interscience, 2005.

- [42] J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*. New York: McGraw Hill, 1941.
- [43] L. Klinkenbusch and C.-C. Oetting, “Correction to: near-to-far-field transformaton by a time domain spherical-multipole analysis,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 55, no. 11, pp. 3367–3367, Nov. 2007.
- [44] W. W. Hansen, “A new type of expansion in radiation problems,” *Physical Review*, vol. 47, pp. 139–143, 1935.
- [45] L. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series and Products*, 6th ed. San Diego, CA: Academic Press, 2000.
- [46] C. Terboven, D. Mey, S. Sarholz, and C. Bischof, “Parallel computers everywhere,” *16th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields, Compumag 2007*, pp. 693–700, 2007.
- [47] A. R. Fonseca, “Algoritmos eficientes em métodos sem malha,” Ph.D. dissertation, Universidade Federal de Minas Gerais, Mar. 2011.
- [48] G. L. Ramos, C. G. do Rego, and A. R. Fonseca, “Improving a time domain spherical multipole near-to-far-field transformation algorithm,” *Proceedings of the 19th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG 2013)*, Jul. 2013.
- [49] —, “Parallel implementation of a combined moment expansion and spherical-multipole time-domain near-field to far-field transformation,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no. 2, 2014.
- [50] J. S. McLean, H. Foltz, and R. Sutton, “Pattern descriptors for UWB antennas,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 1, pp. 553–559, Jan. 2005.
- [51] G. L. Ramos and C. G. do Rego, “Time-domain spherical multipoles applied to radiation pattern characterization,” *Proceedings of MOMAG 2012 - 15º SBMO - Simpósio*

*Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 10º CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*, Aug. 2012.

- [52] G. Talenti, “Recovering a function from a finite number of moments,” *Inverse Problems*, vol. 3, pp. 501–517, 1987.
- [53] G. L. Ramos, C. G. do Rego, and A. R. Fonseca, “Characterization of the radiation pattern of antennas using time-domain spherical-multipole and moment expansion,” *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications (JMoe)*, vol. 12, no. 2, pp. AoP123–AoP136, December 2013.
- [54] A. Shlivinski and A. Boag, “Multilevel surface decomposition algorithm for rapid evaluation of transiente near-field to far-field transformrs,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 57, no. 01, pp. 188–195, Jan. 2009.
- [55] M. Fujii and W. J. R. Hoefer, “A three-dimensional haar-wavelet-based multiresolution analysis similar to the FDTD method-derivation and application,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 46, no. 12, pp. 2463–2475, Dec. 1998.
- [56] G. Carat, R. Gillard, J. Citerne, and J. Wiart, “An efficient analysis of planar microwave circuits using a DWT-based HAAR MRTD scheme,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, no. 12, pp. 2261–2270, Dec. 2000.
- [57] G. Carat, R. Gillard, and J. Wiart, “A discrete wavelet transform (DWT)-based far-field computation using the FDTD method,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 25, no. 04, pp. 241–243, May 2000.
- [58] Y. Duroc, T.-P. Vuong, and S. Tedjini, “A time/frequency model of ultrawideband antennas,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 55, no. 08, pp. 2342–2349, Aug. 2007.