

**UM APAGADOR QUÂNTICO COM
ESTADOS DE BELL**

Stephen Patrick Walborn

Agosto de 2000

UM APAGADOR QUÂNTICO COM ESTADOS DE BELL

Stephen Patrick Walborn

Orientador: Prof. Carlos Henrique Monken

Dissertação apresentada à UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS, como requisito parcial para a obtenção do grau de MESTRE EM CIÊNCIAS.

Agradecimentos

Ao meu orientador, Carlos Henrique Monken, pela orientação excelente e ajuda com a língua portuguesa.

Ao João e ao Jafferson e sua família para toda a sua ajuda.

Aos meus amigos da física e da UFMG pela diversão.

À Inêz, à Adriana, ao Carlos e ao Breno; a minha família brasileira.

Ao Grupo de Capoeira República das Palmeiras.

Às agências financiadoras CAPES, CNPq, FAPEMIG e FINEP (PRONEX).

To Osiel and Johnny for their continued support and help with everything from quantum mechanics to tropical birds to assemblage points.

To everyone in PA, OR, CA, CO, WA - especially **TODD**, Katie, Sarah, Kevin, Eric, Matt, Mark; and their families - for being there at various moments of my life.

Thanks to Al Jones, who was left out of the acknowledgements of my undergraduate thesis (“I think you’ve been cheated!”). I would like to take this opportunity to thank him two times and say “I got a letter from the government . . .”

Finally, I would like to thank my dad for his love and support.

Aos meus amigos brasileiros

Sumário

RESUMO	viii
ABSTRACT	ix
1 Introdução	1
1.1 Introdução	1
1.2 História da complementaridade e da dualidade	3
1.3 Onda ou partícula?	4
1.4 O princípio de incerteza	5
1.4.1 O diálogo de Einstein-Bohr	6
1.5 Apagamento quântico	8
2 Estados de Bell	9
2.1 Estados emaranhados: estados de Bell	11
2.2 Conversão paramétrica descendente	12
2.3 Casamento de fases	13
2.4 Gerando estados de Bell com CPD	18

2.5	Experimento de Bell	22
2.5.1	Estado de dois fótons emaranhados	23
2.5.2	Mistura de dois fótons anticorrelacionados	24
2.5.3	Resultados experimentais	25
3	O Apagador Quântico e a Escolha Atrasada	28
3.1	Introdução	28
3.2	O apagador quântico de Scully, Englert e Walther	30
3.3	Placas de um quarto de onda: rotores quânticos	34
3.4	Um apagador quântico com estados de Bell	37
3.4.1	O estado de dois fótons	38
3.4.2	Interferência de dois fótons	38
3.4.3	Os discriminadores de caminho	42
3.5	Recuperando a informação de caminho	45
3.6	A escolha atrasada	46
4	Os Experimentos	49
4.1	O apagador quântico	49
4.1.1	Montagem experimental	49
4.1.2	Resultados	51
4.2	Apagamento quântico atrasado	54

Lista de Figuras

1.1	Fenda dupla recuada de Einstein.	7
2.1	Conversão paramétrica descendente. Um fóton, com vetor de onda \mathbf{k}_3 e frequência ω_3 incide num cristal não linear, e é convertido em dois fótons com vetores de onda \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 e frequências ω_1 e ω_2	12
2.2	Casamento de fases. O eixo óptico forma o ângulo β com o eixo z . O feixe 3, o feixe de luz incidente no cristal, forma o ângulo θ_3 com o eixo C . O feixe 1 e o feixe 2, os eixos de luz convertida, formam ângulos θ_1 e θ_2 com o eixo C , respectivamente.	15
2.3	Os índices de refração do cristal podem ser representados geometricamente. O índice de refração ordinário n_o é constante em relação à direção de propagação da luz, então representa-se como a superfície de uma esfera. O índice de refração extraordinário n_e depende da direção de propagação, e é representado pela superfície de um elipsóide. 16	16
2.4	Casamento de fases colinear. A luz convertida sai na mesma direção que a luz incidente. As superfícies dos elipsóides $2n_e(\theta_3, 2\omega)$ e $n_e(\theta_1, \omega) + n_o(\omega)$ se cruzam. Os vetores de onda que satisfazem o casamento de fases colinear passam pelas curvas de cruzamento.	17

2.5	Casamento de fases não colinear. Os vetores de onda $\mathbf{k}_1 = n_e(\theta_1, \omega)\mathbf{E}\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_2 = n_o(\omega)\mathbf{E}\mathbf{k}_2$ e $\mathbf{k}_3 = 2n_e(\theta_3, 2\omega)\mathbf{E}\mathbf{k}_3$ formam ângulos θ_1, θ_2 e θ_3 com o eixo óptico C . As superfícies dos elipsóides $n_e(\theta_3, 2\omega)$ e $n_e(\theta_1, \omega) + n_o(\omega)$ se cruzam. As condições de casamento de fase não colinear são satisfeitas quando $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3$	19
2.6	Cones de luz gerados pela conversão paramétrica descendente tipo II não colinear.	20
2.7	Experimento de Bell para testar o emaranhamento de polarização de fótons. P_A e P_B São polarizadores lineares.	22
2.8	Probabilidade de detecção de correlação clássica de polarização de dois fótons em função do ângulo de polarização θ_A	24
2.9	Aparato experimental. Dois fótons emaranhados são gerados usando CPD. P_A e P_B são polarizadores lineares. Um arranjo de uma fenda de espessura $600\ \mu\text{m}$ e um filtro de interferência de largura $1\ \text{nm}$ é colocado na frente dos detetores D_A e D_B . Registram-se contagens em coincidência entre D_A e D_B	26
2.10	Contagens de fótons coincidentes em função do ângulo do polarizador $P_A(\theta_A)$. a) $\theta_B = 0$ (●) e $\theta_B = \frac{\pi}{2}$ (○). As visibilidades das duas curvas são $0,99 \pm 0,02$. b) $\theta_B = \frac{\pi}{4}$ (●) e $\theta_B = -\frac{\pi}{4}$ (○). As visibilidades destas duas curvas são $0,95 \pm 0,02$	27
3.1	O apagador quântico de Scully, Englert e Walther. Os átomos de Rydberg incidem nas cavidades de micromaser. O laser excita-os no estado a . Ao passar pelas cavidades, os átomos sofrem a transição $a \rightarrow b$. Em cada cavidade há um obturador, e entre as cavidades há um detector plano e fino. A presença de um fóton numa cavidade destrói o padrão de interferência. Quando os obturadores são abertos a interferência pode ser recuperada.	30
3.2	Placas de onda como rotores quânticos.	35

3.3	O apagador quântico com estados de Bell. As duas placas de $\lambda/4$ marcam os caminhos dos fótons pela fenda dupla. Utilizamos o polarizador para recuperar a interferência.	42
3.4	As placas de um quarto de onda colocam-se na frente de uma fenda dupla.	43
3.5	Uma foto das placas de um quarto de onda montadas na fenda dupla.	44
4.1	A montagem experimental do apagador quântico. As placas de um quarto de onda são posicionadas na frente da fenda dupla para marcar os caminhos dos fótons. O polarizador fica na frente de detector B para recuperar o padrão de interferência.	50
4.2	Contagens simples em função da posição do detector D_A . a) Sem as placas de onda, as contagens simples mostram um padrão de interferência de Young. A visibilidade é de aproximadamente 0,55. b) Colocaram-se as placas de um quarto de onda, e o padrão de interferência desapareceu.	51
4.3	Coincidências de dois fótons em função do deslocamento do detector D_A . a) Sem as placas de onda, as coincidências mostram um padrão de interferência. b) Com as placas de um quarto de onda, e o padrão de interferência é destruído.	52
4.4	Coincidências de dois fótons em função do deslocamento do detector D_A . Colocou-se um polarizador linear na frente de detector D_B com ângulo de polarização α . a) $\alpha = \theta$, onde θ é o ângulo do eixo rápido de uma placa de um quarto de onda. Recuperamos interferência na forma de <i>franjas</i> . b) $\alpha = \theta + \frac{\pi}{2}$. Recuperamos interferência na forma de <i>antifranjas</i>	53
4.5	Montagem experimental para apagamento quântico atrasado. Afasta-se detector B tal que o fóton no feixe A é detectado antes do fóton B	54

4.6	Contagens simples em função da posição do detector D_A . Detecta-se fóton A antes do fóton B . a) O padrão de interferência presente quando não há placas de um quarto de onda na frente da fenda dupla. b) Com as placas de onda posicionadas na frente da fenda dupla, não se observa interferência.	55
4.7	Contagens em coincidência em função do deslocamento do detector D_A . Detecta-se o fóton A antes do fóton B . a) Observa-se um padrão de interferência presente quando não há placas de um quarto de onda na frente da fenda dupla. b) Com as placas de onda posicionadas na frente da fenda dupla, não se observa interferência.	56
4.8	Contagens em coincidência em função do deslocamento do detector D_A . Detecta-se o fóton A antes do fóton B . Colocou-se um polarizador linear na frente de detector D_B com ângulo de polarização α . a) $\alpha = \theta$, onde θ é o ângulo do eixo rápido de uma placa de um quarto de onda. Recuperamos interferência na forma de <i>franjas</i> . b) $\alpha = \theta + \frac{\pi}{2}$. Recuperamos interferência na forma de <i>antifranjas</i>	57

Resumo

Neste trabalho, um experimento óptico de apagamento quântico é realizado, que pode ser considerado um analogia óptica de um experimento proposto por Scully, Englert e Walther (SEW) [1]. Usando fótons em estados emaranhados de Bell, podemos escolher observar informação de caminho ou um padrão de interferência. Um fóton de um par emaranhado incide numa fenda dupla de Young de dimensões adequadas para formar um padrão de interferência de Young num anteparo distante. Placas de um quarto de onda, orientadas tais que os eixos rápidos são ortogonais, estão posicionadas em frente de cada fenda. As placas servem como discriminadores de caminho, e destroem o padrão de interferência. Para recuperar a interferência, mede-se adequadamente a polarização do outro fóton. Um experimento de “apagamento quântico atrasado” é realizado, e uma interpretação errônea do formalismo da mecânica quântica é discutida.

Também, a geração de fótons emaranhados em polarização usando conversão paramétrica descendente é estudada brevemente. Mostra-se que, através de casamento de fase tipo II não colinear, o cristal não linear BBO (β -BaB₂O₄) gera fótons altamente emaranhados. Curvas de interferência de polarização são obtidas, com visibilidades acima de 0,95.

Abstract

In this dissertation, an optical quantum eraser experiment, which can be considered an optical analogy of an experiment proposed by Scully, Englert and Walther (SEW) [1] is performed. Using photons in entangled Bell-states, we can choose whether to observe which-path information or an interference pattern. An appealing feature of this quantum eraser is that the experiment actually uses a Young double-slit to create interference. One photon of an entangled pair is incident on a Young-double slit of appropriate dimensions to create an interference pattern on a distant “screen”. Quarter-wave plates, orientated so that their fast axes are orthogonal, are placed in front of each slit, serve as which-path markers. The presence of the quarter-wave plates destroys the interference pattern. To recover interference, an appropriate polarization measurement on the other entangled photon is performed. In addition, a “delayed quantum erasure” experiment is performed. The dangers of an erroneous interpretation of quantum theory in the delayed erasure situation are briefly discussed.

The generation of polarization-entangled photons using spontaneous parametric down-conversion is briefly studied. It is shown that, through type-II non-collinear phase matching, the non-linear BBO (β -BaB₂O₄) crystal creates highly-entangled photons. Curves of polarization interference are obtained, proportional to $\sin(\theta_A \pm \theta_B)$, with visibilities greater than 0.95.

A onda

a onda anda
aonde anda
a onda?
a onda ainda
ainda onda
ainda anda
aonde?
aonde?
a onda a onda

-Manuel Bandeira

1

Introdução

1.1 Introdução

O trabalho do físico é descrever o comportamento do universo que ele observa. Desde a época de Newton, a física clássica tem tido sucesso em descrever os objetos que vemos no nosso cotidiano. No entanto, no início do século XX ficou claro que existia um reino fora da física clássica, um regime em que a mecânica clássica falhava. Daí nasceu a física quântica.

A mecânica quântica descreve o comportamento da matéria e da radiação na escala atômica. Ela se diferencia da mecânica clássica em muitos aspectos, principalmente na observação das grandezas físicas de um sistema quântico¹. Diferentemente da física clássica, a física quântica limita o nosso conhecimento das propriedades de um sistema. Este comportamento não usual é demonstrado no princípio de complementaridade, que proíbe a observação simultânea de “observáveis complementares”. Dois observáveis são complementares se o conhecimento de um impede o conhecimento do outro. Uma manifestação do princípio de complementaridade é a dualidade onda-partícula, a capacidade de um sistema quântico se comportar como uma

¹Usamos a linguagem “sistema quântico”, para evitar a confusão com o uso da palavra “partícula” na discussão da dualidade onda-partícula. Neste sentido, um sistema quântico pode ser um elétron, um fóton, dois fótons, etc.

partícula ou uma onda.

Um outro exemplo de um fenômeno não clássico é o aparentemente místico *emaranhamento quântico*. O emaranhamento permite a ligação não local de sistemas quânticos. Recentemente, o estudo do emaranhamento levou à realização de experimentos de criptografia quântica e teleportação quântica. Um recurso valiosíssimo deste estudo é a geração de fótons emaranhados.

A óptica quântica, assumiu um papel fundamental no estudo das peculiaridades da física quântica. Em 1970, Burnham e Weinberg [2] observaram um processo chamado luminescência paramétrica. Este processo gera fótons emaranhados no espaço de momento, frequência e, dependendo do tipo de casamento de fase, de polarização. A luminescência paramétrica é uma fonte de emaranhamento de alta qualidade.

Nesta dissertação, utilizamos fótons emaranhados em *estados de Bell* para realizar um experimento de apagamento quântico, um fenômeno quântico demonstrando a dualidade onda-partícula para fótons. O apagamento quântico foi mostrado teoricamente por Scully e Drühl em 1982 [3], e bastante estudado por Scully, Englert e Walther (SEW) [1, 4, 5, 6]. Uma outra possibilidade de apagamento quântico é a *escolha atrasada*, em que a escolha de observar o comportamento ondulatório ou corpuscular de um sistema quântico é feita *depois* da medição. A escolha atrasada cria situações em que é fácil interpretar mal a mecânica quântica. Isto será discutido mais adiante.

O restante deste capítulo é uma introdução à dualidade, à complementaridade e ao apagamento quântico. No capítulo 2, as técnicas experimentais para gerar dois fótons no estado de Bell são descritas. Apresentamos, também, a conversão paramétrica descendente e o casamento de fases, que são os processos ópticos utilizados para gerar o emaranhamento, pré-requisito para o apagador quântico óptico estudado neste trabalho. Mostramos uma prova experimental para testar a qualidade do emaranhamento e apresentamos os resultados experimentais, mostrando que os fótons são bem emaranhados no espaço de polarização.

No capítulo 3, o apagador quântico de SEW é descrito brevemente. Apresentamos o

apagador quântico óptico com estados de Bell, que pode ser considerado um análogo óptico do apagador quântico de SEW. Mostramos que o experimento do apagador quântico óptico permite a observação de interferência, uma propriedade ondulatória, ou informação de caminho, uma propriedade corpuscular. Além disso, discutimos a escolha atrasada, e mostramos como é fácil interpretar mal o significado físico da mecânica quântica.

Os resultados experimentais dos experimentos do apagador quântico e o apagador por escolha atrasada são apresentados e discutidos no capítulo 4. Mostramos que a ordem de detecção dos fótons não afeta os resultados. A discussão e conclusão das idéias apresentadas nesta dissertação são mostradas no capítulo 5.

1.2 História da complementaridade e da dualidade

Cientistas e filósofos, desde o início da civilização, já estudavam a luz. No fim do século XVII havia duas teorias diferentes a respeito da luz. Newton [7] propôs a teoria “corpuscular”, e Huygens [8] propôs a teoria ondulatória. A teoria corpuscular predominou até o início do século XIX, quando a interferência foi descoberta na luz por Thomas Young, em 1801, através do seu famoso experimento de fenda dupla. Interferência é uma propriedade ondulatória que já havia sido vista em outros meios, como na água, por exemplo. A teoria de difração proposta por Fresnel, em 1814, também reforçou a teoria ondulatória. Em meados do século XIX, a teoria ondulatória ficou estabelecida com o importante trabalho de eletromagnetismo de James Clerk Maxwell. No entanto, Einstein, em sua explicação do efeito fotoelétrico [9], reestabeleceu a teoria corpuscular da luz. Neste século, no final da década de vinte, a mecânica quântica se tornou uma teoria bem estabelecida e ficou evidente que a luz e a matéria tinham propriedades ondulatórias, bem como corpusculares.

Nos dias de hoje, sabemos que o fenômeno de interferência da luz é bem explicado pela teoria ondulatória e o efeito fotoelétrico da luz é explicado pela teoria corpuscular. Da mesma forma que na luz, a matéria precisa ser descrita usando tanto a teoria ondulatória quanto a teoria corpuscular. Devido a esta situação, Niels Bohr

introduziu o princípio de complementaridade, um dos aspectos mais interessantes da mecânica quântica, e mais diferentes da física clássica [10]. O princípio de complementaridade proíbe a observação simultânea do comportamento ondulatório e corpuscular. As grandezas físicas que se medem são chamadas de “observáveis”. Dois observáveis são complementares se o conhecimento de um impede o conhecimento do outro. O exemplo mais conhecido de dois observáveis complementares são posição e momento. Se sabemos a posição x de um sistema quântico, todos os valores de uma medida do seu momento p_x têm probabilidades iguais.

1.3 Onda ou partícula?

Quais são as características de uma partícula e de uma onda? Classicamente, pensamos numa partícula como um ponto no espaço, e calculamos a sua trajetória. Então, fica claro que uma posição bem definida é uma propriedade de uma partícula. Por outro lado, a frente de onda não tem uma posição bem definida. As propriedades de frequência, comprimento de onda, fase, etc., são as suas grandezas físicas. Na mecânica quântica, o momento de um sistema quântico relaciona-se com o *comprimento de onda de de Broglie* λ , através da relação

$$p = \frac{h}{\lambda}, \quad (1.1)$$

onde h é a constante de Planck. Logo, o momento bem definido é uma propriedade ondulatória. O princípio de complementaridade dá origem à dualidade onda-partícula, pois ele limita a observação simultânea de posição (uma propriedade corpuscular) e momento (uma propriedade ondulatória).

Experimentalmente, observamos a dualidade onda-partícula com interferômetros. Aqui adotamos o exemplo mais tradicional: a fenda dupla de Young. O comportamento corpuscular é visto através de *informação de caminho*; a capacidade de saber por qual fenda a partícula “passou”. Devido a ausência de uma posição bem definida, o comportamento ondulatório é observado em um *padrão de interferência*, por causa do princípio de superposição.

Classicamente, usa-se o princípio de superposição para calcular a amplitudes de uma

onda. Na mecânica quântica, o princípio de superposição é usado no cálculo das amplitudes de probabilidade de um evento ocorrer. De acordo com este princípio, a amplitude de probabilidade para um evento que tem várias possibilidades de realização indistinguíveis é a soma das amplitudes individuais de todas as possibilidades. Se as duas possibilidades de um evento, 1 e 2, têm amplitudes de probabilidade ϕ_1 e ϕ_2 , respectivamente, a amplitude de probabilidade do evento é dada por

$$\phi = \phi_1 + \phi_2. \quad (1.2)$$

Então, a probabilidade de o evento ocorrer é

$$P = |\phi|^2 = |\phi_1 + \phi_2|^2. \quad (1.3)$$

Os termos cruzados $\phi_1^*\phi_2$ e $\phi_2^*\phi_1$ dão origem à interferência. Se existe uma maneira de saber qual é a possibilidade de realização do evento, os termos cruzados são nulos e a interferência é perdida. Por exemplo, imagine um experimento em que partículas quaisquer incidem numa fenda dupla de Young tal que observa-se um padrão de interferência num anteparo distante. Se bloqueamos a fenda 1, a amplitude de probabilidade de as partículas passarem pela fenda 1 é nula, e então todas as partículas que são detectadas passam pela fenda 2. Portanto, o padrão de detecção não mostra interferência.

Do mesmo modo, se deixarmos as duas fendas abertas e tentarmos observar por qual fenda as partículas passam, a interferência é perdida. Originalmente, foi dito que o princípio de incerteza provoca essa ausência de interferência devido a perturbações do sistema pelo observador. Isto será discutido na próxima seção.

1.4 O princípio de incerteza

O princípio de complementaridade, sendo uma idéia não intuitiva, foi de difícil aceitação por parte dos físicos da época. Várias idéias famosas foram propostas para tentar mostrar violação do princípio de complementaridade. *A fenda recuando* de Einstein e o *espalhamento elétron-luz* de Feynman [11] são famosas idéias que tentaram mostrar as propriedades ondulatórias e corpusculares de um sistema quântico

no mesmo tempo. Ambos tentaram marcar os caminhos de partículas em interferômetros e ver interferência ao mesmo tempo, mas foram refutadas através de argumentos baseados no *princípio de incerteza*. Feynman disse [11]:

The more general statement (of the uncertainty principle) was that one cannot design equipment in any way to determine which of two alternatives is taken, without, at the same time, destroying the pattern of interference.

Explicitamente, o princípio de incerteza limita a precisão de nossa medida de posição e momento tal que

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar/2, \quad (1.4)$$

onde o momento p_x na direção x é conhecido com uma incerteza Δp_x e a posição x é conhecida com uma incerteza Δx .

1.4.1 O diálogo de Einstein-Bohr

No Quinto Congresso Solvay em Bruxelas, Einstein apresentou uma modificação do experimento da fenda dupla de Young, em que ele tentou mostrar a inconsistência da mecânica quântica [12, 13]. Sua idéia é o seguinte: imagine um experimento de fenda dupla com fótons em que a fenda dupla pode movimentar-se na vertical (figura 1.1). Com a fenda dupla fixa, o padrão de interferência é visto ao medir a intensidade da luz na tela. Deixando a fenda dupla solta, é possível obter informação de caminho. Fótons incidentes são desviados pelas fendas e sofrem uma mudança de momento. Por causa da conservação de momento, a fenda dupla também sofre uma mudança de momento na direção oposta. Se este momento fosse medido, poderíamos saber o momento e então os caminhos dos fótons, sem alterar o padrão de interferência.

Niels Bohr, na sua defesa da consistência da mecânica quântica, sustentou que precisamos medir o momento da fenda dupla e a posição do fóton quando ele bate na tela. Se o fóton passasse através da fenda 1, ele sofreria a mudança de momento p_1 . Se ele passasse pela fenda 2, ele teria a mudança de momento p_2 . Para distinguir

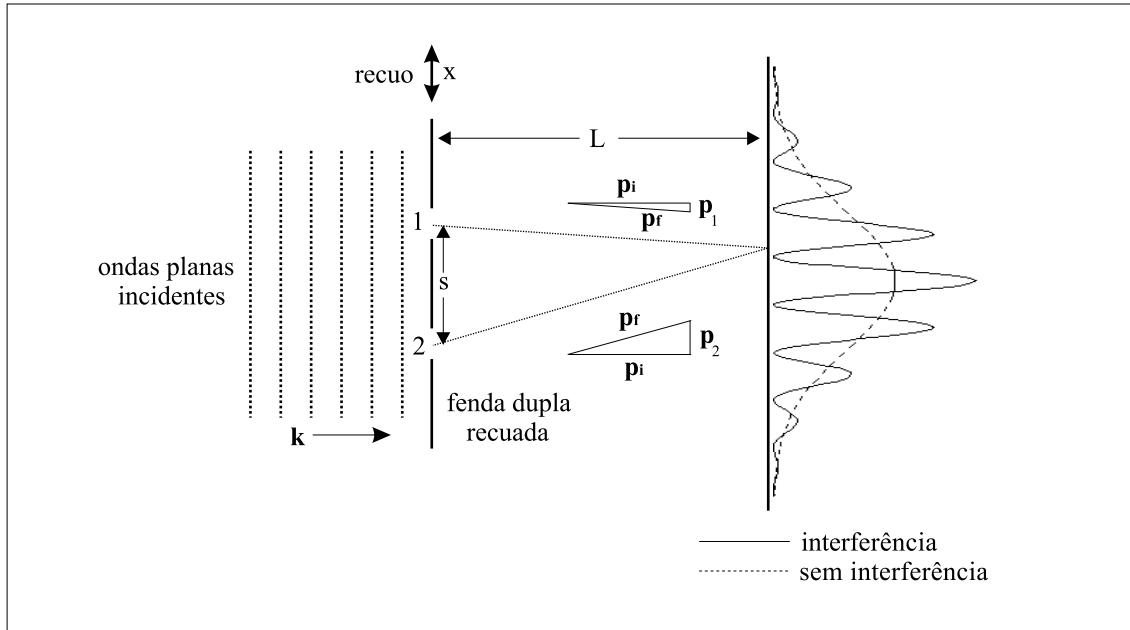


Figura 1.1: Fenda dupla recuada de Einstein.

entre os dois caminhos possíveis, os momentos p_1 e p_2 tem que ser separados por uma resolução R , tal que

$$R \equiv |p_1 - p_2| = \frac{s}{L} |p_i|, \quad (1.5)$$

onde p_i é o momento inicial do fóton, s é a distância entre as fendas e L é a distância entre a fenda dupla e o anteparo.

Seja a medidas dos momentos p_1 e p_2 ter incerteza Δp_x . Então a resolução tem que ser maior do que a soma das incertezas

$$R > 2\Delta p_x. \quad (1.6)$$

Logo

$$\Delta p_x < \frac{hs}{\lambda L}, \quad (1.7)$$

onde λ é o comprimento de onda da luz. Bohr argumentou que, a medida do momento da fenda dupla é, essencialmente, uma medida do momento do fóton, e

então devido ao princípio de incerteza (1.4), a medida da posição do fóton na tela é então limitada por

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2\Delta p_x} > \frac{\lambda L}{2\pi s}, \quad (1.8)$$

que é da ordem do tamanho dos espaços entre os máximos e mínimos do padrão de interferência, ($\sim \lambda L/2s$). Então, *devido ao princípio de incerteza*, o padrão de interferência é destruído.

Veremos mais adiante que é possível marcar os caminhos dos fótons sem perturbá-los. No entanto, a interferência é ainda perdida. A ausência da interferência é devida ao *emaranhamento quântico* entre os fótons e os discriminadores de caminho. Além disso, veremos que é possível num certo sentido *apagar* a informação de caminho e *recuperar* a interferência. Este conceito é chamado *apagamento quântico*.

1.5 Apagamento quântico

Em 1982 Scully e Drühl lançaram o conceito de apagamento quântico [3]. A idéia é a seguinte: se a destruição da interferência não implica na perda de coerência do estado quântico, então deve ser possível recuperar a interferência. Em outras palavras, se a informação de caminho pode ser obtida sem perturbar significativamente o sistema, o “apagamento” dessa informação deveria ser suficiente para trazer de volta a interferência. A teoria de apagamento quântico e os experimentos que o demonstram serão apresentados nos capítulos 3 e 4.

2

Estados de Bell

O formalismo da mecânica quântica é bem sucedido na descrição de fenômenos naturais. Explica vários fenômenos que a mecânica clássica não consegue explicar. No entanto, até hoje há problemas na interpretação conceitual desta teoria. Por exemplo, a mecânica quântica não nos fornece uma descrição *realista local* de todos os eventos, o que não é intuitivo para a mecânica clássica. Além disso, existem problemas com a realidade que se atribuem aos objetos físicos, por exemplo, uma partícula não tem spin definido até que se o meça. São as “perguntas” do observador que decidem quais propriedades físicas têm valores bem definidos.

Em 1935, Einstein, Podolsky e Rosen (EPR) propuseram um experimento (conhecido como o paradoxo EPR) e concluíram que a falta de localidade e realidade na teoria quântica implica que ela é incompleta [14]. Em 1964, John S. Bell deduziu uma desigualdade simples à qual qualquer teoria realista local deve satisfazer [15, 16]. Desde então, várias outras relações foram propostas, sendo as mais conhecidas a desigualdade de Clauser-Horne [17, 18] e a igualdade de Greenberger, Horne e Zeilinger (GHZ) [19]. A violação destas relações pode ser mostrada pelas previsões da mecânica quântica em certas situações. Desde então, muitos experimentos ópticos foram realizados para testar estas relações e os resultados experimentais concordam com as previsões da mecânica quântica [20, 21, 22, 23, 24, 25, 26]. No entanto, existem “loopholes”, problemas técnicos com os experimentos, o maior sendo a baixa

eficiência quântica dos detectores [27, 28, 29, 30, 31], que nos proíbem de concluir finalmente que a natureza é não-local ou não-realista, embora, até hoje, todos os resultados experimentais se mostrem assim.

A não-localidade da mecânica quântica é vista através de certos estados quânticos chamados de estados *emaranhados*, que consistem de mais de um sub-sistema quântico (dois fótons, por exemplo). Hoje a não-localidade desses estados é utilizada para fazer coisas que sistemas clássicos não conseguem fazer. Várias aplicações que usam o comportamento não local de estados emaranhados foram propostas, como criptografia quântica [32, 33, 34, 35], computação quântica [36] e teleportação quântica [37]. Uma nova tecnologia usando emaranhamento está sendo realizada para os atuais sistemas de comunicação. Nesta dissertação, usamos o emaranhamento quântico de pares de fótons, para realizar *apagamento quântico*.

Uma grande ferramenta no estudo de estados emaranhados é a geração de fótons emaranhados. Em 1970, Burnham e Weinberg observaram a geração de pares de fótons emaranhados através de um processo óptico não linear [2]. O processo, chamado de conversão paramétrica descendente (CPD), é um dos métodos mais usados para investigar o comportamento de estados emaranhados. Os fótons gerados pela CPD podem ser emaranhados no espaço de momento, em frequência e em polarização. Nesta dissertação usamos CPD para gerar um estado de dois fótons emaranhados no espaço de polarização.

Neste capítulo descrevemos algumas propriedades de fótons emaranhados e mostramos, de modo simplificado, como gerar um estado de dois fótons emaranhados no espaço de polarização usando CPD e casamento de fases. Calculamos as probabilidades de detecção de dois fótons emaranhados P_q no sistema de polarização e de dois fótons classicamente correlacionados P_c . Apresentamos resultados experimentais que concordam com as previsões de P_q e violam as previsões de P_c .

2.1 Estados emaranhados: estados de Bell

Um estado $|\psi\rangle_{AB}$ composto de dois sistemas quânticos A e B , existe em um espaço de Hilbert dado por

$$H_{AB} = H_A \otimes H_B, \quad (2.1)$$

onde H_A e H_B são os espaços de Hilbert correspondentes aos sistemas A e B , respectivamente, e \otimes é o símbolo de produto tensorial. Seja $|i\rangle_A$ ($i = 1, 2, \dots$) uma base completa ortonormal do espaço H_A e $|j\rangle_B$ ($j = 1, 2, \dots$) uma base completa ortonormal do espaço H_B . Então, qualquer estado $|\psi\rangle_{AB}$ no espaço H_{AB} pode ser escrito como

$$|\psi\rangle_{AB} = \sum_{i,j} c_{ij} |i\rangle_A \otimes |j\rangle_B \equiv \sum_{i,j} c_{ij} |i\rangle_A |j\rangle_B, \quad (2.2)$$

onde os c_{ij} são coeficientes complexos. Seja $|\psi\rangle_{AB}$ normalizado, isto é

$$\sum_{i,j} |c_{ij}|^2 = 1. \quad (2.3)$$

O estado $|\psi\rangle_{AB}$ é chamado de “estado produto” se ele fatoriza, tal que

$$|\psi\rangle_{AB} = |\psi\rangle_A |\psi\rangle_B, \quad (2.4)$$

onde

$$|\psi\rangle_A = \sum_i c_i |i\rangle_A \quad (2.5)$$

e

$$|\psi\rangle_B = \sum_j c_j |j\rangle_B \quad (2.6)$$

são os estados dos sistemas A e B . Se o estado não pode ser escrito como um estado produto, ele é um estado emaranhado. Os exemplos clássicos, em espaços de Hilbert H_A e H_B de dimensão 2 (espaço de spin- $\frac{1}{2}$ ou de polarização por exemplo), são os chamados estados de Bell:

$$|\Psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\uparrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B \pm |\downarrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B \right) \quad (2.7)$$

e

$$|\Phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\uparrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B \pm |\downarrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B \right). \quad (2.8)$$

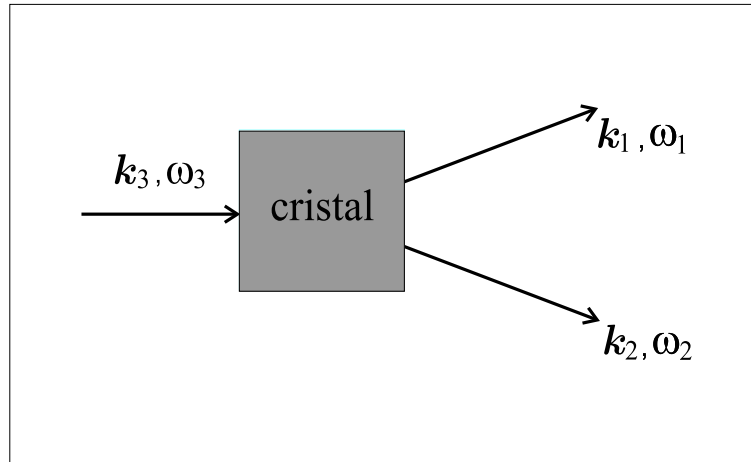


Figura 2.1: Conversão paramétrica descendente. Um fóton, com vetor de onda \mathbf{k}_3 e frequência ω_3 incide num cristal não linear, e é convertido em dois fótons com vetores de onda \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 e frequências ω_1 e ω_2 .

$|\Psi^-\rangle$ é também conhecido como o estado singleto, e $|\Psi^+\rangle$ e $|\Phi^\pm\rangle$ são conhecidos como os estados tripleto. Os estados de Bell formam uma base completa no espaço de Hilbert H_{AB} , com dimensão 4. É importante notar que um estado emaranhado, como (2.7) por exemplo, é emaranhado em qualquer base, desde que se mantenha fixa a distinção entre os sistemas A e B . Os estados dados pela (2.7) mostram anticorrelação para medidas de polarização para dois ângulos ortogonais quaisquer.

2.2 Conversão paramétrica descendente

Nesta dissertação, utilizamos conversão paramétrica descendente (CPD) para gerar um estado de dois fótons emaranhados. CPD é um processo óptico não linear em que fótons com frequência ω_3 , incidentes no cristal não linear birrefringente, geram dois fótons com frequências ω_1 e ω_2 [38]. Figura 2.1 mostra uma diagrama da CPD. O cristal é chamado de não linear por causa da sua resposta ao campo elétrico aplicado ser proporcional a $\chi^{(2)}$, o primeiro termo não linear de sua susceptibilidade. Em geral, $\chi^{(2)}$ é um tensor de terceira ordem. O processo conserva energia e momento

tal que

$$\hbar\omega_3 = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 \quad (2.9)$$

e

$$\hbar\mathbf{k}_3 = \hbar\mathbf{k}_1 + \hbar\mathbf{k}_2. \quad (2.10)$$

Embora (2.9) exija apenas que $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$, no experimento selecionaremos $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3/2$ usando filtros ópticos nos detectores. As equações (2.9) e (2.10) são satisfeitas através do *casamento de fases*, que será discutido na próxima seção. Se escolhermos um sistema de coordenadas tal que \mathbf{k}_3 fica no eixo z , então as componentes transversais de \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 são opostas. Devido à simetria em torno do eixo z e às relações (2.9) e (2.10), a luz convertida sai do cristal em forma de cones de luz.

A descrição da CPD dada aqui é muito simplificada. Um tratamento mais rigoroso é feito através da óptica quântica, em que o cristal funciona como um acoplador dos três campos quânticos 1,2,3. Para esta dissertação, um tratamento bem-simplificado é suficiente.

2.3 Casamento de fases

Podemos satisfazer as condições (2.9) e (2.10) através da birrefringência do cristal não linear. Um cristal birrefringente, como o BBO (β -BaB₂O₄) usado neste trabalho, tem um índice de refração que depende da direção de propagação e da frequência da luz incidente. BBO é um cristal uniaxial, que significa que existe uma direção chamada o “eixo óptico” C ¹. O plano que contém C e o vetor de onda é chamado de *plano principal*. Chama-se de “feixe ordinário” o feixe de luz cuja polarização “ o ” é normal ao plano principal, e “feixe extraordinário” cuja polarização “ e ” é paralela ao plano principal. O índice de refração do eixo ordinário, n_o , não depende da direção de propagação da luz. No entanto, o índice de refração extraordinário, $n_e(\theta)$, depende. Em nossa notação, $n_e(\theta)$ se refere ao índice de refração em função de θ , o ângulo entre a direção de propagação e o eixo óptico. Definimos $n_e \equiv n_e(\frac{\pi}{2})$. O BBO é um cristal negativo, então $n_o > n_e$. Os valores dos índices de refração

¹O eixo óptico é também chamado de “eixo cristalográfico”, ou eixo C [39].

n_o e n_e em função do comprimento de onda (no vácuo) são calculados através das equações de Sellmeier para o BBO [39]

$$n_o^2(\lambda) = 2,7405 + \frac{0,0184}{\lambda^2 - 0,0179} - 0,0155\lambda^2, \quad (2.11)$$

$$n_e^2(\lambda) = 2,373 + \frac{0,0128}{\lambda^2 - 0,0156} - 0,0044\lambda^2. \quad (2.12)$$

Para $\lambda = 702,2$ nm, $n_o = 1,664$ e $n_e = 1,547$.

Podemos ver as condições do casamento de fases usando a relação $k = n\omega/c$ na equação (2.10):

$$n_3(\theta_3, \omega_3)\omega_3\hat{\mathbf{k}}_3 = n_1(\theta_1, \omega_1)\omega_1\hat{\mathbf{k}}_1 + n_2(\theta_2, \omega_2)\omega_2\hat{\mathbf{k}}_2. \quad (2.13)$$

θ_i é o ângulo entre feixe i e o eixo óptico C . Se as polarizações são extraordinárias, os índices dependem também das direções de propagação. Sob estas restrições é possível encontrar condições em que as equações (2.9) e (2.10) estão satisfeitas. Este processo é chamado *casamento de fases*. Existem dois tipos; I e II. No tipo I, os feixes 1 e 2 têm polarizações paralelas e ortogonais à do feixe 3. No tipo II, os feixes 1 e 2 são perpendicularmente polarizados, e um deles é polarizado paralelamente à polarização do feixe 3. O processo é chamado de colinear se os fótons convertidos saem na mesma direção do feixe 3, tal que $\hat{\mathbf{k}}_1 = \hat{\mathbf{k}}_2 = \hat{\mathbf{k}}_3$. Neste caso, (2.10) é escalar. Nesta dissertação, utilizamos casamento de fase tipo II para gerar fótons não colineares.

Neste trabalho, o feixe 3, com vetor de onda \mathbf{k}_3 , índice sobre o cristal com ângulo θ_3 em relação ao eixo óptico, C e com polarização na vertical (coordenadas do laboratório), paralela ao eixo x . A figura 2.2 mostra a geometria do processo. O eixo óptico C forma o ângulo β com o eixo z . O feixe 3 e o eixo óptico ficam no plano principal xz , e o feixe 3 tem um índice de refração extraordinário, $n_3(\theta_3, \omega_3) = n_e(\theta_3, \omega_3)$. Os feixes 1 e 2 formam ângulos α_1 e α_2 com o eixo z . O ângulo entre feixe 1 e o eixo C é $\theta_1 = \beta - \alpha_1$, e o ângulo entre feixe 2 e o eixo C é $\theta_2 = \beta - \alpha_2$. Seja o feixe 1 polarizado na direção extraordinária e feixe 2 polarizado na direção ordinária, tal que os índices de refração são $n_1(\theta_1, \omega_1) = n_e(\theta_1, \omega_1)$ e $n_2(\theta_2, \omega_2) = n_o(\omega_2)$. Agora, a equação (2.13) fica

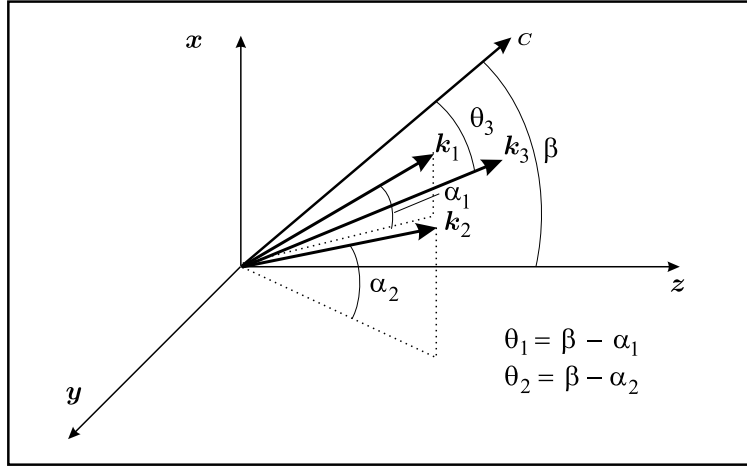


Figura 2.2: Casamento de fases. O eixo óptico forma o ângulo β com o eixo z . O feixe 3, o feixe de luz incidente no cristal, forma o ângulo θ_3 com o eixo C . O feixe 1 e o feixe 2, os eixos de luz convertida, formam ângulos θ_1 e θ_2 com o eixo C , respectivamente.

$$n_e(\theta_3, \omega_3)\omega_3\hat{\mathbf{k}}_3 = n_e(\theta_1, \omega_1)\omega_1\hat{\mathbf{k}}_1 + n_o(\omega_2)\omega_2\hat{\mathbf{k}}_2. \quad (2.14)$$

O índice de refração n_o é constante para qualquer θ , então podemos representá-lo geometricamente como a superfície de uma esfera com raio n_o . O índice de refração extraordinário é máximo quando a direção de propagação é a mesma que a direção do eixo óptico, $n_e(\theta = 0) = n_o$. Também temos $n_e(\theta = \frac{\pi}{2}) = n_e < n_o$. Então podemos representar $n_e(\theta)$ geometricamente como a superfície de um elipsóide que fica dentro da esfera de n_o . A figura 2.3 mostra um octante da esfera n_o e o elipsóide $n_e(\theta)$.

Nas experiências desta tese, estamos interessados no caso em que $\omega_3 = 2\omega$, onde $\omega = \omega_1 = \omega_2$. Agora, (2.14) fica

$$2n_e(\theta_3, 2\omega)\hat{\mathbf{k}}_3 = n_e(\theta_1, \omega)\hat{\mathbf{k}}_1 + n_o(\omega)\hat{\mathbf{k}}_2. \quad (2.15)$$

Agora, para visualizar as condições de casamento de fases, suponhamos que os feixes 1 e 2 são colineares, tal que $\theta_3 = \theta_2 = \theta_1 \equiv \theta$ e (2.15) é uma equação escalar,

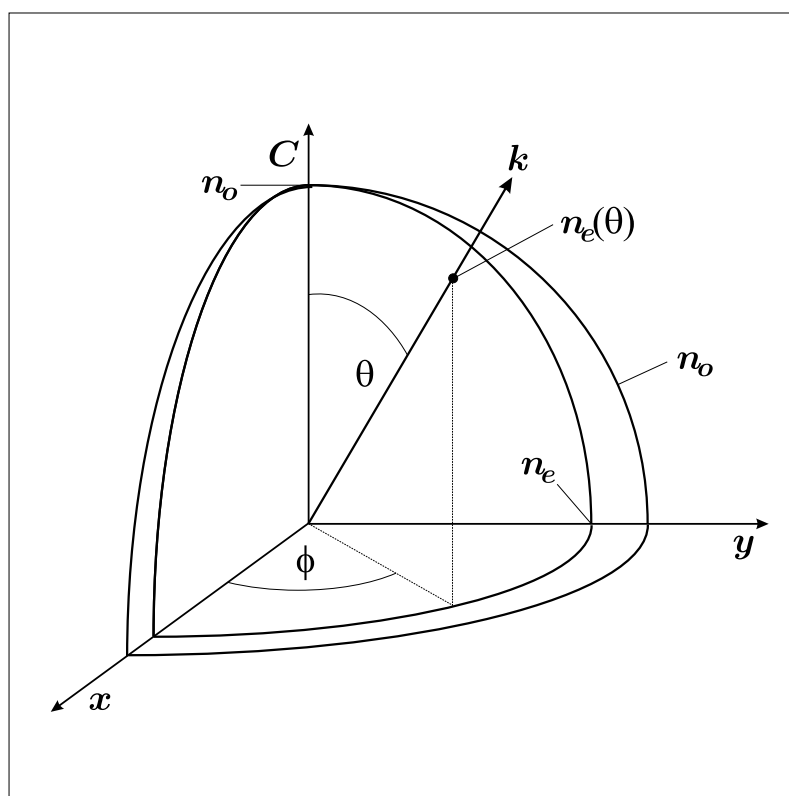


Figura 2.3: Os índices de refração do cristal podem ser representados geometricamente. O índice de refração ordinário n_o é constante em relação à direção de propagação da luz, então representa-se como a superfície de uma esfera. O índice de refração extraordinário n_e depende da direção de propagação, e é representado pela superfície de um elipsóide.

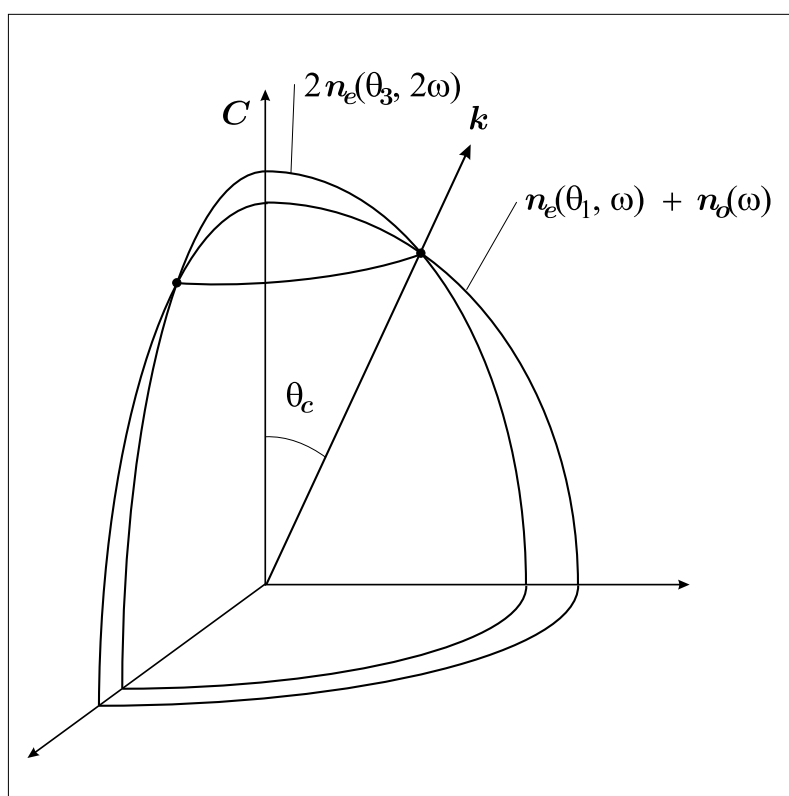


Figura 2.4: Casamento de fases colinear. A luz convertida sai na mesma direção que a luz incidente. As superfícies dos elipsóides $2n_e(\theta_3, 2\omega)$ e $n_e(\theta_1, \omega) + n_o(\omega)$ se cruzam. Os vetores de onda que satisfazem o casamento de fases colinear passam pelas curvas de cruzamento.

$$2n_e(\theta, 2\omega) = n_e(\theta, \omega) + n_o(\omega). \quad (2.16)$$

Já vimos que $n_e(\theta_1, \omega)$ é representado por um elipsóide e $n_o(\theta_2, \omega)$ por uma esfera, então a soma de $n_e(\theta_1, \omega) + n_o(\omega)$ também pode ser representada por um elipsóide. Como o índice de refração do feixe 3, $n_e(\theta_3, 2\omega)$, é representado por um elipsóide, então (2.16) é satisfeito nas curvas onde os dois elipsóides se cruzam, como na figura 2.4. Então quando a direção de propagação dos três feixes em relação ao eixo óptico C é θ_c , o cristal gera fótons propagando conlinearmente.

A figura 2.5 mostra um exemplo de casamento de fases não colinear. Os vetores de onda $\mathbf{k}_1 \equiv n_e(\theta_1, \omega)\hat{\mathbf{k}}_1$, $\mathbf{k}_2 \equiv n_o(\omega)\hat{\mathbf{k}}_2$ e $\mathbf{k}_3 \equiv 2n_e(\theta_3, 2\omega)\hat{\mathbf{k}}_3$ formam ângulos θ_1, θ_2 e θ_3 com o eixo óptico C . Como já vimos, as superfícies dos elipsóides $2n_e(\theta_3, 2\omega)$ e $n_e(\theta_1, \omega) + n_o(\omega)$ se cruzam. A soma vetorial do lado esquerdo de (2.15) é satisfeita entre as duas curvas de cruzamento dos elipsóides, quando $-\theta_c < \theta_3 < \theta_c$.

Os ângulos θ_1 e θ_2 que satisfazem (2.15) são os ângulos em que os fótons gêmeos se propagam (em relação ao eixo óptico C) dentro do cristal. Os feixes sofrem refração quando incidem na fronteira do cristal. Os ângulos externos são dados pela lei de refração $\sin \theta^{\text{ext}} = n_j(\theta) \sin \theta$. Por causa das condições nos ângulos θ_1^{ext} e θ_2^{ext} , a luz convertida sai em dois cones, um composto de luz polarizada na direção ordinária, e o outro de luz polarizada na direção extraordinária. No plano transversal, os feixes 1 e 2 formam duas elipses. Este processo acontece para todas as frequências ω_1 e ω_2 que satisfazem (2.9). Em casamento de fase não colinear, a seção reta dos cones de luz parece um arco-íris circular.

2.4 Gerando estados de Bell com CPD

O cristal não linear birrefringente gera fótons com polarização o , paralela ao eixo ordinário do cristal, e fótons com polarização e , paralela ao eixo extraordinário do cristal. Sejam

$$|o\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad |e\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

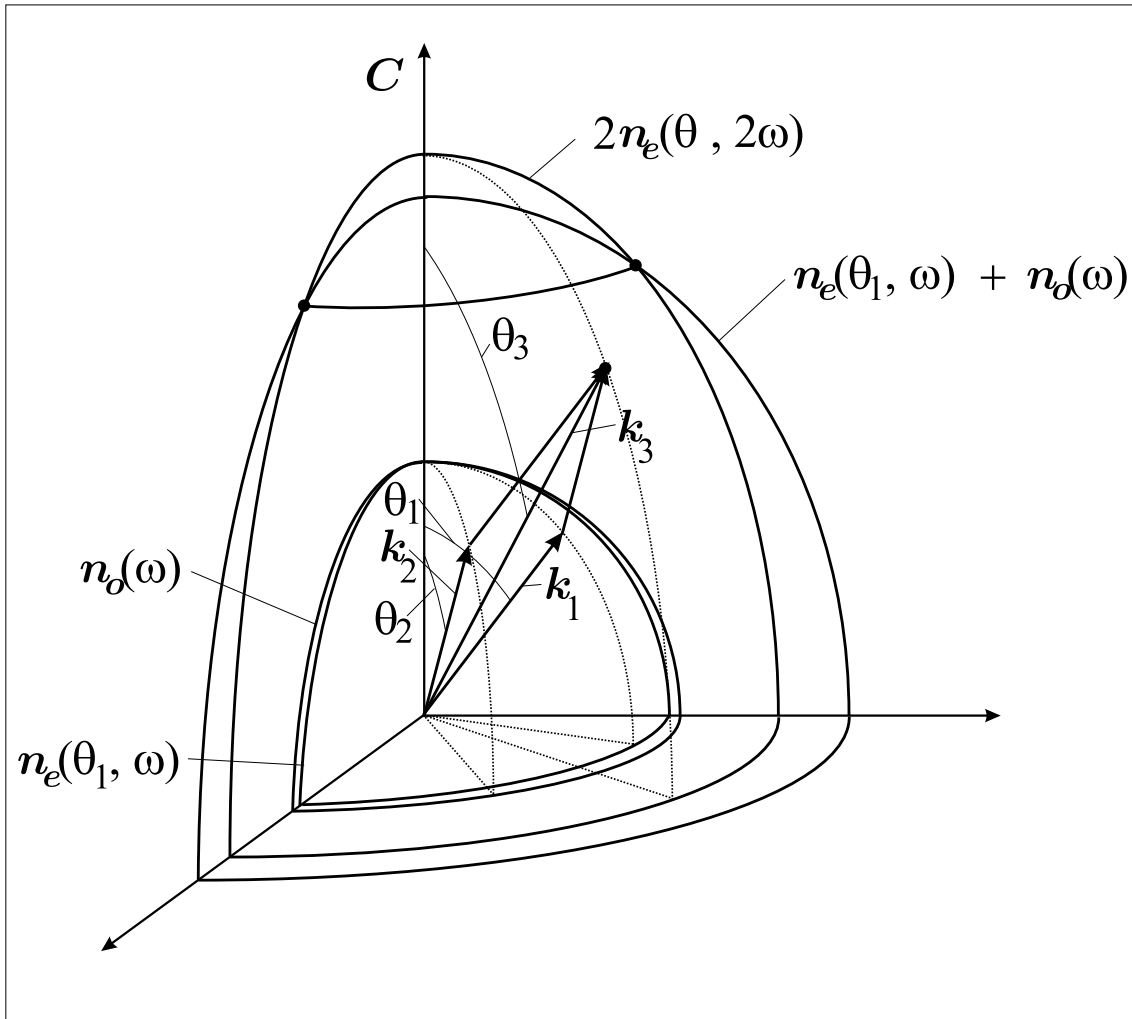


Figura 2.5: Casamento de fases não colinear. Os vetores de onda $\mathbf{k}_1 = n_e(\theta_1, \omega)\hat{\mathbf{k}}_1$, $\mathbf{k}_2 = n_o(\omega)\hat{\mathbf{k}}_2$ e $\mathbf{k}_3 = 2n_e(\theta_3, 2\omega)\hat{\mathbf{k}}_3$ formam ângulos θ_1, θ_2 e θ_3 com o eixo óptico C . As superfícies dos elipsóides $n_e(\theta_3, 2\omega)$ e $n_e(\theta_1, \omega) + n_o(\omega)$ se cruzam. As condições de casamento de fase não colinear são satisfeitas quando $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3$.

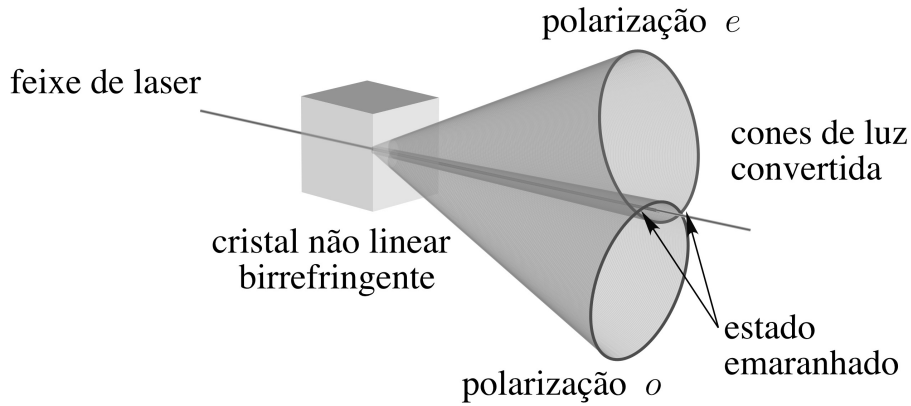


Figura 2.6: Cones de luz gerados pela conversão paramétrica descendente tipo II não colinear.

A luz convertida sai em dois cones de luz, um cone com polarização e e o outro com polarização o . Alinhamos o cristal tal que os cones cruzam em duas regiões. Se detectássemos em só uma destas regiões, teríamos uma mistura estatística de fótons com polarizações o e e . As contagens de fótons com um só detector em uma só região chamamos de “contagens simples”. Para trabalhar com um estado emaranhado, temos que detectar coincidências em duas regiões. Uma “coincidência” ocorre quando um fóton chega no detector A e um fóton chega no detector B no mesmo tempo. Então, detectando coincidências nas duas regiões de cruzamento, temos um estado de dois fótons emaranhados do tipo

$$|\psi\rangle_{AB} = \alpha |o\rangle_A |e\rangle_B + \beta |e\rangle_A |o\rangle_B \quad (2.18)$$

onde A e B são os dois fótons e α e β são constantes complexas. O estado $|\psi\rangle_{AB}$ é normalizado tal que $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Vemos a mistura estatística no subsistema de um só detector, D_A por exemplo, através do traço parcial sobre sistema B da matriz de densidade $\rho_{AB} = |\psi\rangle_{AB} \langle\psi|$, isto é

$$\begin{aligned} \rho_A &= \text{tr}_B \rho_{AB} \\ &= |\alpha|^2 |o\rangle_A \langle o| + |\beta|^2 |e\rangle_A \langle e|. \end{aligned} \quad (2.19)$$

A matriz de densidade reduzida ρ_A representa uma mistura estatística de fótons com polarizações $|o\rangle$ e $|e\rangle$. Se medíssemos a polarização na direção o , acharíamos que

$|\alpha|^2 \times 100\%$ dos fótons têm polarização o . Similarmente, uma medida de polarização e resultaria em $|\beta|^2 \times 100\%$ dos fótons com polarização e .

Procuramos posições dos detectores tais que $|\alpha| = |\beta| = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Podemos verificar isto ao girar polarizadores na frente dos dois detectores e ver que as contagens simples em cada detector ficam constantes (menos o ruído). Agora, notamos que nos dois detectores A e B , temos uma base completa no espaço de polarização, isto é, $|o\rangle\langle o| + |e\rangle\langle e| = 1$. Então a matriz de densidade reduzida do sistema A é

$$\rho_A = \frac{1}{2} \left(|o\rangle_A \langle o| + |e\rangle_A \langle e| \right) = \frac{1}{2} \mathbf{1} \quad (2.20)$$

Então, se $|\alpha| = |\beta|$, girando um polarizador na frente do detector D_A , as contagens simples não se alteram. É fácil verificar isto experimentalmente.

Agora, escrevemos o estado de dois fótons quando $|\alpha| = |\beta| = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Seja $\alpha = |\alpha|e^{i\phi_\alpha}$, $\beta = |\beta|e^{i\phi_\beta}$. A equação (2.18) fica

$$|\psi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{i\phi_\alpha} |o\rangle_A |e\rangle_B + e^{i\phi_\beta} |e\rangle_A |o\rangle_B \right), \quad (2.21)$$

que pode ser escrita como

$$|\psi\rangle_{AB} = \frac{e^{i\phi_\alpha}}{\sqrt{2}} \left(|o\rangle_A |e\rangle_B + e^{i(\phi_\beta - \phi_\alpha)} |e\rangle_A |o\rangle_B \right). \quad (2.22)$$

Qualquer medida de uma grandeza física vai depender de $|\psi_{AB}|^2$. Então a fase global $e^{i\phi_\alpha}$ não nos importa. Podemos definir $\phi = \phi_\beta - \phi_\alpha$ e escrever equação (2.22) como

$$|\psi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|o\rangle_A |e\rangle_B + e^{i\phi} |e\rangle_A |o\rangle_B \right). \quad (2.23)$$

A equação (2.23) descreve o estado de polarização de dois fótons gerados pela conversão paramétrica descendente. Na verdade, este tratamento do estado de polarização gerado pela conversão paramétrica não leva em conta coordenadas espaciais e então é muito simplificado. O objetivo deste tratamento é mostrar, de uma maneira simples, como os estados de Bell podem ser criados dentro do laboratório usando conversão paramétrica descendente. Um tratamento mais rigoroso do estado de dois fótons obtido pela conversão paramétrica pode ser encontrado em [40, 41]. Este

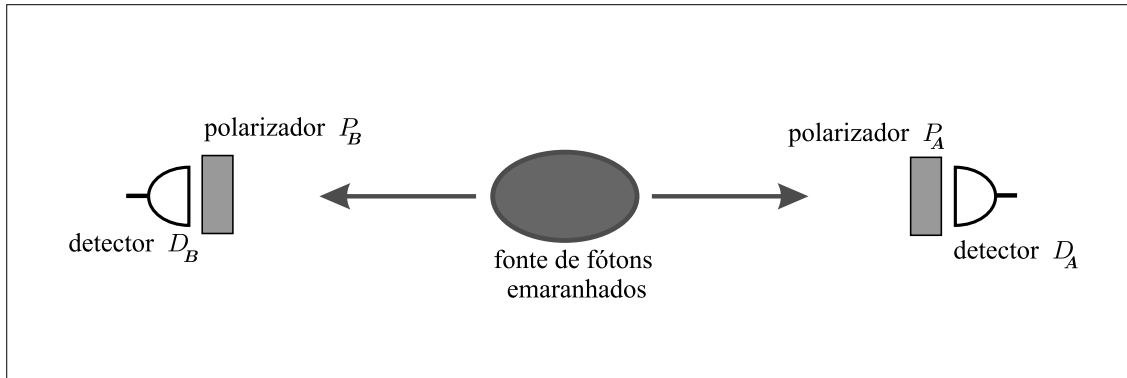


Figura 2.7: Experimento de Bell para testar o emaranhamento de polarização de fótons. P_A e P_B são polarizadores lineares.

tratamento simples é suficiente também para os cálculos feitos neste capítulo. Notamos que se $\phi = 0$, temos o estado de Bell $|\Psi^+\rangle$, e se $\phi = \pi$, temos o estado de Bell $|\Psi^-\rangle$, como foram definidos em (2.7).

Podemos verificar que o estado de dois fótons gerado no laboratório é um verdadeiro estado emaranhado como (2.23) ao usar testes no estilo das desigualdades de Bell. Isto será discutido na próxima seção.

2.5 Experimento de Bell

Agora faremos uma análise de um experimento de Bell com polarização de fótons, mostrado na figura 2.7. Dois detectores de fótons são colocados na frente das duas regiões onde os cones de luz convertida se cruzam, como foi discutido na seção anterior. Na frente dos dois detectores colocamos polarizadores lineares $P_A(\theta_A)$ e $P_B(\theta_B)$, onde θ_A e θ_B são os ângulos de polarização dos polarizadores A e B . Analisaremos dois casos. O primeiro é um estado emaranhado dado pela (2.23) e o outro caso é uma mistura estatística de fótons com polarizações anticorrelacionadas. Mostraremos as condições necessárias para provar que o estado de dois fótons gerado no laboratório é um estado emaranhado como (2.23).

2.5.1 Estado de dois fótons emaranhados

Usando conversão paramétrica descendente, podemos gerar o estado de dois fótons (2.23)

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|o\rangle_A |e\rangle_B + e^{i\phi} |e\rangle_A |o\rangle_B \right).$$

Como foi dito na seção anterior, com $\phi = 0$, temos o estado de Bell Ψ^+ , e com $\phi = \pi$, temos o estado de Bell Ψ^- .

Os polarizadores lineares selecionam os estados

$$|\theta_A\rangle = \cos\theta_A |o\rangle_A + \text{sen}\theta_A |e\rangle_A \quad (2.24)$$

e

$$|\theta_B\rangle = \cos\theta_B |o\rangle_B + \text{sen}\theta_B |e\rangle_B. \quad (2.25)$$

A probabilidade de detecção é dada por

$$P_q(\theta_A, \theta_B, \phi) = |\langle\theta_A, \theta_B|\psi\rangle_{AB}|^2, \quad (2.26)$$

onde $\langle\theta_A, \theta_B| = \langle\theta_A|\langle\theta_B|$. Usando (2.23), (2.24) e (2.25), a probabilidade de detecção é

$$P_q(\theta_A, \theta_B, \phi) = \frac{1}{2} \left(\text{sen}^2(\theta_A + \theta_B) \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) + \text{sen}^2(\theta_A - \theta_B) \text{sen}^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \right). \quad (2.27)$$

Esta expressão mostra a probabilidade de detecção de coincidências de dois fótons em função dos ângulos dos polarizadores e a fase ϕ do estado (2.23). O número de contagens de coincidências é proporcional à probabilidade de detecção. Então experimentalmente, podemos deixar o ângulo θ_B fixo e detectar o número de coincidências em função de θ_A . É interessante examinar dois casos. Se $\phi = 0$, $|\psi\rangle_{AB} = |\Psi^+\rangle$, e a probabilidade de detecção é

$$P_q(\theta_A, \theta_B, 0) = \frac{1}{2} \text{sen}^2(\theta_A + \theta_B). \quad (2.28)$$

Se $\phi = \frac{\pi}{2}$, $|\psi\rangle_{AB} = |\Psi^-\rangle$, a probabilidade de detecção é

$$P_q(\theta_A, \theta_B, \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2} \text{sen}^2(\theta_A - \theta_B). \quad (2.29)$$

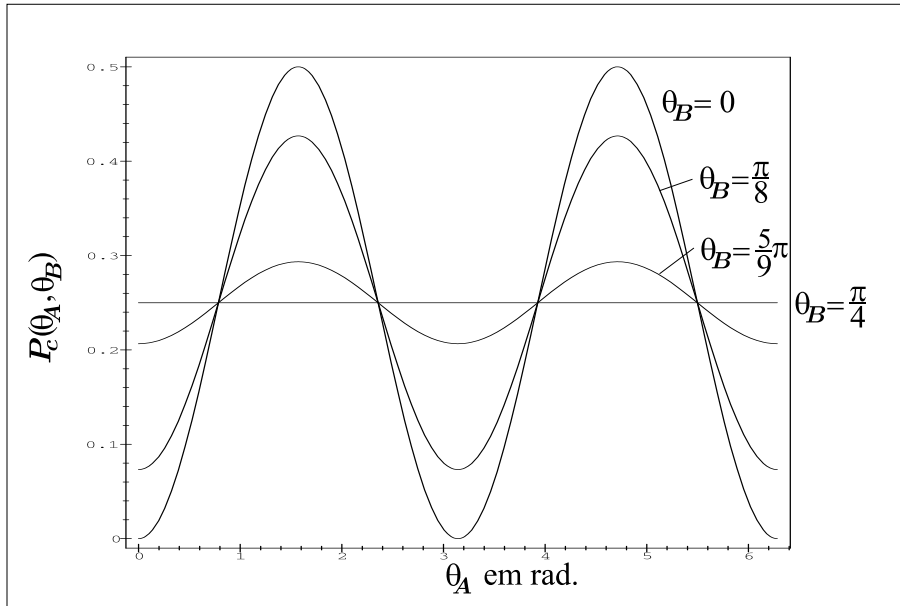


Figura 2.8: Probabilidade de detecção de correlação clássica de polarização de dois fótons em função do ângulo de polarização θ_A .

2.5.2 Mistura de dois fótons anticorrelacionados

Dois fótons anticorrelacionados tal que uma medida de polarização em um fornece a polarização do outro podem ser descritos com a matriz de densidade

$$\rho_{AB} = \frac{1}{2} \left(|o\rangle_A |e\rangle_B \langle e|_A \langle o|_B + |e\rangle_A |o\rangle_B \langle o|_A \langle e|_B \right). \quad (2.30)$$

Esta mistura pode ser feita classicamente ou quanticamente, e o estado que descreve o sistema seria um estado produto. A anticorrelação de (2.30) é uma parecida com a de (2.23). Se medimos um fóton com polarização o , isto indica que o outro tem polarização e e vice versa. Os operadores que representam os polarizadores são os projetores

$$P_A = |\theta_A\rangle \langle \theta_A| \quad (2.31)$$

e

$$P_B = |\theta_B\rangle \langle \theta_B|, \quad (2.32)$$

onde $|\theta_A\rangle$ e $|\theta_B\rangle$ são dados pelas equações (2.24) e (2.25). A probabilidade de detecção é

$$\begin{aligned} P_c(\theta_A, \theta_B) &= \text{tr}_{AB}(P_A P_B \rho_{AB}) \\ &= \frac{1}{2} (\cos^2 \theta_A \sin^2 \theta_B + \sin^2 \theta_A \cos^2 \theta_B). \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$(2.34)$$

Notamos que se $\theta_B = 0$,

$$P_c(\theta_A, 0) = \frac{1}{2} \sin^2 \theta_A, \quad (2.35)$$

que é equivalente às equações (2.28) e (2.29) com $\theta_B = 0$, tal que $P_c(\theta_A, 0) = P_q(\theta_A, 0)$. Um experimento com $\theta_A = 0$ ou $\theta_B = 0$ não distingue entre um estado de dois fótons emaranhados e uma mistura de dois fótons classicamente correlacionados. Obtemos a mesma conclusão para $\theta_B = \frac{\pi}{2}$. No entanto, se $\theta_B = \frac{\pi}{4}$, temos $P_c(\theta_A, \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4}$; a probabilidade de detecção em função do ângulo θ_A é constante. Figura 2.8 mostra várias curvas de $P_c(\theta_A, \theta_B)$. Vemos que a visibilidade de $P_c(\theta_A, \theta_B)$ depende de θ_B .

Para o estado emaranhado,

$$P_q(\theta_A, \frac{\pi}{4}, \phi) = \frac{1}{4} (1 + \sin 2\theta \cos \phi). \quad (2.36)$$

Então um teste capaz de distinguir entre emaranhamento quântico e correlação clássica de polarização de dois fótons seria um experimento em que gira-se θ_A com $\theta_B = \frac{\pi}{4}$ e $\phi \neq \pm \frac{\pi}{2}$. Se obtemos uma curva proporcional à $1 + \mathcal{V} \sin 2\theta$, com visibilidade $\mathcal{V} \simeq \cos \phi$, então o estado de dois fótons é bem emaranhado. Na próxima seção apresentamos os resultados de um tal experimento.

2.5.3 Resultados experimentais

A figura 2.9 mostra o aparato experimental. Fótons no estado emaranhado (2.23) são gerados pela CPD num cristal de BBO (β borato de bário) usando casamento de fases tipo II, como foi discutido na seção 2.3. O feixe de bombeamento é um laser de Argônio na linha 351,1 nm. Os detectores são módulos contadores de fótons (EG&G SPCM 200). Em frente a cada detector há um arranjo composto de uma

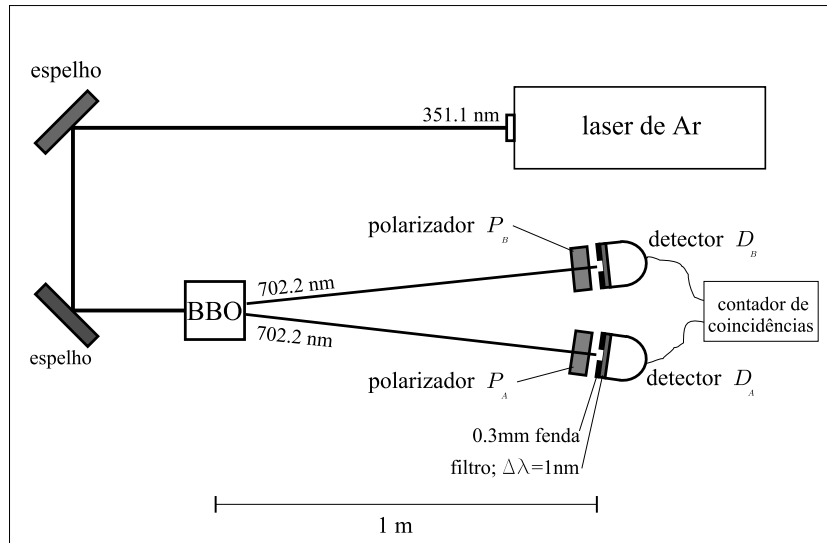


Figura 2.9: Aparato experimental. Dois fótons emaranhados são gerados usando CPD. P_A e P_B são polarizadores lineares. Um arranjo de uma fenda de espessura $600\ \mu\text{m}$ e um filtro de interferência de largura $1\ \text{nm}$ é colocado na frente dos detectores D_A e D_B . Registram-se contagens em coincidência entre D_A e D_B .

fenda simples de espessura $600\ \mu\text{m}$, comprimento $\sim 5\ \text{mm}$, seguido de um filtro de interferência de largura de linha de $1\ \text{nm}$ com pico em $702,2\ \text{nm}$, seguido de uma objetiva de microscópio focalizada na área ativa do detector. Colocam-se polarizadores lineares $P_A(\theta_A)$ e $P_B(\theta_B)$ em frente aos detectores D_A e D_B , respectivamente. As contagens são registrados em coincidência entre D_A e D_B .

Fixamos o ângulo θ_B e medimos coincidências em função do θ_A . A figura 2.10 mostra os resultados experimentais. Na figura 2.10 a), os ângulos são $\theta_A = 0$, paralelo à polarização ordinária do cristal, e $\theta_A = \frac{\pi}{2}$, paralelo à polarização extraordinária do cristal. As duas curvas têm visibilidades de $\mathcal{V} = 0.99 \pm 0.02$. A figura 2.10 b) mostra os resultados com $\theta = \pm \frac{\pi}{4}$. Obtemos visibilidades de $\mathcal{V} = 0.95 \pm 0.02$. Estes resultados mostram que o estado de dois fótons é bem emaranhado no espaço de polarização.

É importante que o estado seja bem emaranhado. A qualidade do apagamento quântico feito nesta tese é muito dependente da qualidade de emaranhamento dos dois fótons.

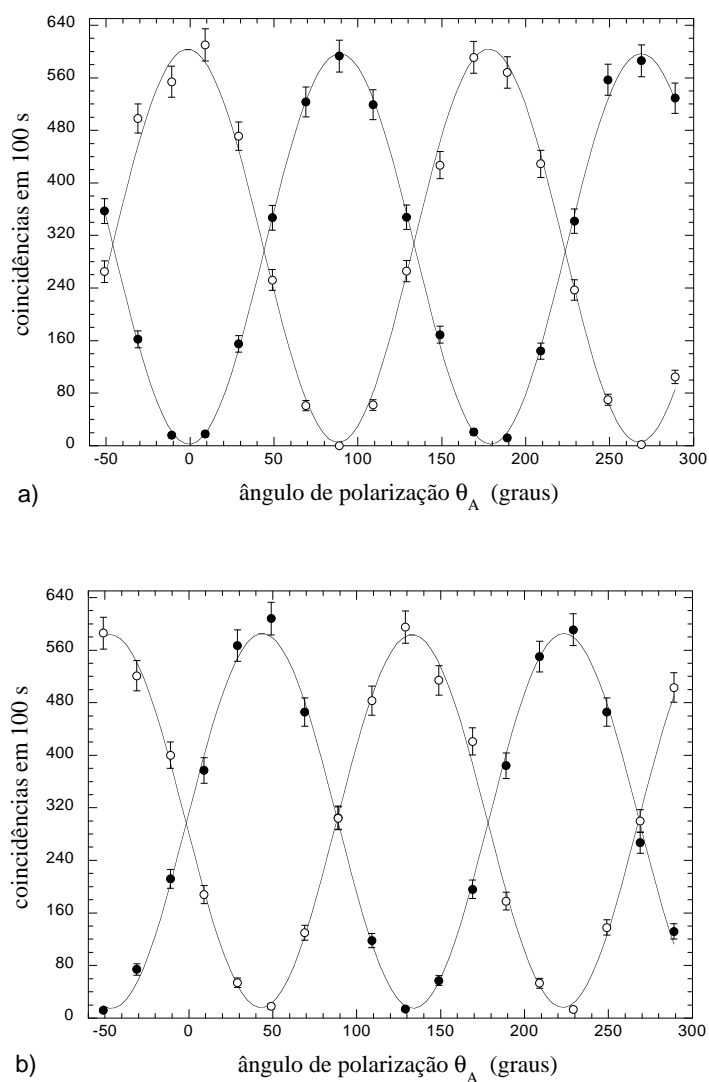


Figura 2.10: Contagens de fótons coincidentes em função do ângulo do polarizador $P_A(\theta_A)$. a) $\theta_B = 0$ (\bullet) e $\theta_B = \frac{\pi}{2}$ (\circ). As visibilidades das duas curvas são $0,99 \pm 0,02$. b) $\theta_B = \frac{\pi}{4}$ (\bullet) e $\theta_B = -\frac{\pi}{4}$ (\circ). As visibilidades destas duas curvas são $0,95 \pm 0,02$.

3

O Apagador Quântico e a Escolha Atrasada

3.1 Introdução

A dualidade onda-partícula, uma das manifestações da complementaridade, suscitou inúmeras discussões acerca do comportamento de partículas em interferômetros. Sabe-se que qualquer tentativa de se determinar as trajetórias das partículas implica inevitavelmente na destruição dos efeitos de interferência. Inicialmente, acreditava-se que os mecanismos responsáveis pela manifestação da dualidade onda-partícula nos resultados experimentais eram baseados no princípio de incerteza, isto é, em perturbações incontroláveis do sistema, provocadas pela ação do observador. Havia várias ideias tentando mostrar interferência e informação de caminho simultaneamente.

A partir dos anos 80, surgiram propostas e experimentos envolvendo interferômetros nos quais a informação do caminho seguido pelas partículas pode ser obtida com perturbações desprezíveis do sistema [1, 3, 4, 5, 42, 43, 31, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52]. Ainda assim, o aparecimento de interferência se mostrou condicionado à ausência de informação de caminho. Em termos mais formais, podemos representar o estado das partículas na saída de um interferômetro (imediatamente antes da

detecção) por

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle), \quad (3.1)$$

onde $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$ representam as possibilidades de a partícula ser proveniente dos caminhos 1 ou 2, respectivamente. Como a probabilidade de detecção de uma partícula é proporcional a $\langle\psi|\psi\rangle$, os termos cruzados $\langle\psi_1|\psi_2\rangle$ e $\langle\psi_2|\psi_1\rangle$ dão origem aos efeitos de interferência.

A introdução de um aparelho M capaz de discriminar o caminho percorrido por cada partícula sem perturbar $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$ pode ser representada pela expansão de espaço de Hilbert do sistema da seguinte maneira:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_1\rangle|M_1\rangle + |\psi_2\rangle|M_2\rangle), \quad (3.2)$$

onde $|M_j\rangle$ é o estado do discriminador de caminho compatível com a possibilidade de passagem pelo caminho j . Se o discriminador de caminho for preparado de maneira que $|M_1\rangle$ seja ortogonal a $|M_2\rangle$, isto é, $\langle M_1|M_2\rangle = 0$, o discriminador será 100% fidedigno. Neste caso, uma medição efetuada sobre M fará com que $|\psi\rangle$ se reduza a um estado compatível com a passagem da partícula pelo caminho 1 ou 2 (dependendo do resultado da medida). Entretanto, o desaparecimento da interferência não está condicionado a uma tal medição. A simples presença do discriminador de caminho já é suficiente, uma vez que os dois termos do lado direito da equação (3.2) são ortogonais e portanto não haverá termos cruzados em $\langle\psi|\psi\rangle$. Ou seja, basta a informação de caminho estar disponível (embora talvez nunca acessada) para que desapareça a interferência.

A incompatibilidade entre informação de caminho e efeitos de interferência foi quantificada através de desigualdades por vários autores [53, 54, 55, 56, 57, 58]. Em geral, é estabelecido um limite máximo para os valores da visibilidade da interferência e da distinguibilidade ou da previsibilidade do caminho.

Em 1982 Scully e Drühl lançaram o conceito do *apagador quântico* [3], cuja lógica é a seguinte: Se a informação de caminho pode ser obtida sem perturbar significativamente o sistema, o “apagamento” dessa informação deveria ser suficiente para trazer de volta a interferência. Além disso, na proposta original, o apagamento

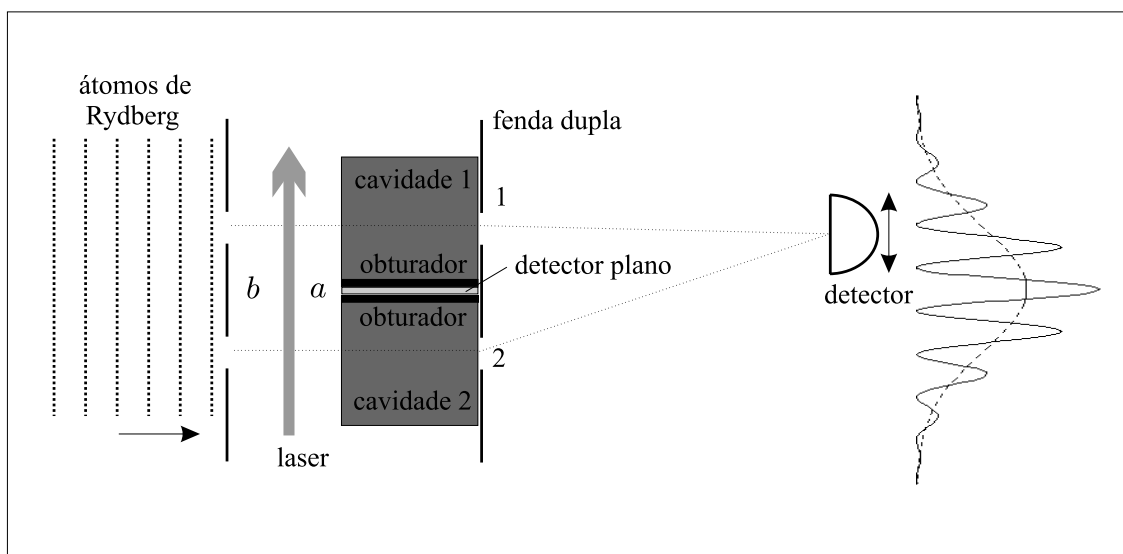


Figura 3.1: O apagador quântico de Scully, Englert e Walther. Os átomos de Rydberg incidem nas cavidades de micromaser. O laser excita-os no estado a . Ao passar pelas cavidades, os átomos sofrem a transição $a \rightarrow b$. Em cada cavidade há um obturador, e entre as cavidades há um detector plano e fino. A presença de um fóton numa cavidade destrói o padrão de interferência. Quando os obturadores são abertos a interferência pode ser recuperada.

poderia ser feito a posteriori, isto é, após a detecção da partícula. Esta possibilidade de apagamento retardado gerou uma discussão a respeito de sua legitimidade, com o argumento de que se poderia dessa forma alterar o passado [59, 60]. Porém, este argumento está fundamentado em uma interpretação errônea do formalismo da mecânica quântica [6, 61], que será discutido na seção 3.6.

3.2 O apagador quântico de Scully, Englert e Walther

Neste trabalho apresentamos um experimento inspirado na proposta de Scully, Englert e Walther [1, 62]. A descrição aqui apresentada da sua proposta segue a dada pela referência [62]. Um feixe de átomos de Rydberg no estado excitado é lançado sobre uma fenda dupla como está mostrado na figura 3.1. Átomos de Rydberg têm alta probabilidade de transição entre estados adjacentes e tempos de vida grandes¹.

¹Um tratamento completo dos átomos de Rydberg e o micromaser é dado em [62], capítulo 13.

A fenda dupla tem dimensões apropriadas para que se forme um padrão de interferência de Young em um anteparo distante. Em frente a cada fenda é colocado um detector de passagem do átomo, que consiste de uma cavidade de micro maser (alta qualidade) e um laser que excita todos os átomos de um nível baixo $|b\rangle$ para um nível excitado $|a\rangle$, antes de passar pelas cavidades. A cavidade é sintonizada na transição atômica $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ e de comprimento tal que a probabilidade de emissão de um fóton por um átomo que a atravessa seja igual a 1. Assim, a presença de um fóton em uma das cavidades é compatível com a passagem do átomo pela fenda correspondente. A perturbação provocada pelas cavidades na parte espacial da função de onda que descreve o estado dos átomos é completamente desprezível². A presença do par de cavidades destrói o padrão de interferência, pois a informação de caminho fica disponível, embora não seja necessário fazer uma medição para saber em qual delas está o fóton emitido pelo átomo.

Esqueçamos por enquanto a parte cavidade-laser do sistema. O feixe atômico, depois de passar a fenda dupla, é descrito pelo estado

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1(\mathbf{r}) + \psi_2(\mathbf{r})) |j\rangle, \quad (3.3)$$

onde \mathbf{r} é a coordenada do centro de massa e $|j\rangle$ se refere ao estado interno do átomo. A densidade de probabilidade de detecção dos átomos no anteparo num certo ponto $\mathbf{r} = \mathbf{R}$ é dado por $|\psi(\mathbf{R})|^2$.

Agora, consideremos a situação em que as cavidades e o laser estão posicionadas antes da fenda dupla. O laser excita os átomos para o estado de Rydberg $|a\rangle$. Ao passar pelas cavidades, os átomos sofrem a transição $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$, e cada um emite um fóton espontaneamente. Consideremos que as cavidades estavam no estado de vácuo inicialmente. O estado representando as cavidades e o feixe dos átomos é dado por

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1(\mathbf{r}) |1_1 0_2\rangle + \psi_2(\mathbf{r}) |0_1 1_2\rangle) |b\rangle, \quad (3.4)$$

onde $|1_1 0_2\rangle$ representa 1 fóton em cavidade 1 e 0 fótons em cavidade 2. Note que o estado (3.4) não é mais um estado produto, mas agora é um estado emaranhado.

²Para uma discussão completa ver referência [62], capítulo 20.

Os produtos do tipo $\langle 1_1 0_2 | 0_1 1_2 \rangle$ zeram, e a densidade de probabilidade é

$$|\psi(\mathbf{r})|^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_1(\mathbf{r})|^2 + |\psi_2(\mathbf{r})|^2), \quad (3.5)$$

que não tem termos cruzados e portanto não exibe um padrão de interferência.

É importante notar que a interferência some porque os estados das cavidades são ortogonais, e não por causa de fatores aleatórios de fase que perturbam as funções de onda espaciais, através da interação dos átomos com os campos nas cavidades, como foi sugerido [63]. Englert, Schwinger e Scully [62, 64] mostraram que o emaranhamento entre as cavidades e os átomos é responsável pelo desaparecimento da interferência, e não é o princípio de incerteza, como foi discutido em seção 1.4.1.

Se a interferência é perdida através do emaranhamento do sistema, e não por causa de fatores aleatórios, então deve ser possível recuperar a coerência do sistema. Esta é a lógica do apagamento quântico [3]. Imaginemos que em cada cavidade temos um obturador, e entre as duas cavidades há um detector plano e muito fino. Quando os obturadores estão fechados, o fóton emitido fica na cavidade 1 ou 2, e a informação de caminho está disponível. No entanto, ao abrir os obturadores, o detector detecta o fóton. Uma detecção de um fóton não tem informação de caminho, pois o fóton pode ser de qualquer uma das cavidades. Agora, vemos franjas de interferência no anteparo? Além disso, há uma questão de ordem de eventos. Que acontece quando abrem-se os obturadores depois de um átomo passar pela fenda dupla? Pela causalidade, ao abrir o obturador depois que o átomo passa não pode afetar a função de onda espacial do átomo. Então haverá interferência ou não³?

Para melhor responder a estas perguntas, temos que incluir os detectores em nosso estado do sistema. Para esta discussão o detector pode ser um átomo de dois níveis. Se o detector está inicialmente no estado $|d\rangle$, o estado total do sistema é

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1(\mathbf{r}) |1_1 0_2\rangle + \psi_2(\mathbf{r}) |0_1 1_2\rangle) |b\rangle |d\rangle. \quad (3.6)$$

Depois de detectar um fóton, o detector fica no estado excitado $|e\rangle$.

³Esta situação é chamada “O paradoxo de Jaynes” [65].

Agora introduzimos os estados simétricos (ψ_+) e antissimétricos (ψ_-) dos átomos de Rydberg, dados por

$$\psi_{\pm}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1(\mathbf{r}) \pm \psi_2(\mathbf{r})). \quad (3.7)$$

Também, definimos os estados simétricos $|+\rangle$ e antissimétricos $|-\rangle$ das cavidades,

$$|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1_1 0_2\rangle \pm |0_1 1_2\rangle). \quad (3.8)$$

Então o estado do sistema pode ser escrito como

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_+(\mathbf{r})|+\rangle + \psi_-(\mathbf{r})|-\rangle)|b\rangle|d\rangle. \quad (3.9)$$

As cavidades são simétricas em relação ao detector. Se o detector fica na origem, a probabilidade de detecção de um fóton é $P(0) \propto \langle \mathbf{E}^-(0) \mathbf{E}^+(0) \rangle$, onde \mathbf{E}^{\pm} são os operadores de campo dados pelas (3.25) e (3.26). É fácil mostrar que $P^-(0) \propto \langle - | \mathbf{E}^-(0) \mathbf{E}^+(0) | - \rangle = 0$. Então a detecção de um fóton só acontece para o estado $|+\rangle$. Por isso, o detector se emaranha com as cavidades. Agora o estado fica

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_+(\mathbf{r})|0_1 0_2\rangle|e\rangle + \psi_-(\mathbf{r})|-\rangle|d\rangle)|b\rangle. \quad (3.10)$$

A densidade de probabilidade de detecção no ponto \mathbf{R} é

$$|\psi(\mathbf{R})|^2 = \frac{1}{2}(|\psi_+|^2 + |\psi_-|^2) = \frac{1}{2}(|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2), \quad (3.11)$$

que não mostra um padrão de interferência. No entanto, observando só o caso em que o detector absorve um fóton, dado pelo estado $|e\rangle$, a densidade de probabilidade de detecção $|\psi_e(\mathbf{R})|^2$ é

$$|\psi_e(\mathbf{R})|^2 = \frac{1}{2}|\psi_+|^2 \quad (3.12)$$

$$= \frac{1}{2}(|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + \text{Re}[\psi_1^*(\mathbf{R})\psi_2(\mathbf{R})]), \quad (3.13)$$

que exibe um padrão de *franjas* de interferência. Por outro lado, olhando só o caso em que não se detecta um fóton, a densidade de probabilidade é

$$|\psi_d(\mathbf{R})|^2 = \frac{1}{2}|\psi_-|^2 \quad (3.14)$$

$$= \frac{1}{2}(|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 - \text{Re}[\psi_1^*(\mathbf{R})\psi_2(\mathbf{R})]), \quad (3.15)$$

que mostra um padrão de *antifranjas* de interferência. Se não observamos o estado final do detector, temos a soma das duas expressões (3.13) e (3.15), e não vemos franjas nem antifranjas de interferência. No entanto, observando o estado final do detector, vemos interferência. Esta escolha divide o nosso *ensemble* de medidas em *subensembles*, um que corresponde à uma detecção $|e\rangle$ (franjas) e o outro em que não há detecção $|d\rangle$ (antifranjas).

Infelizmente, o experimento descrito acima nunca foi realizado explicitamente. Os vários problemas técnicos proíbem a possibilidade de sucesso. Embora o apagador quântico de Scully, Englert e Walther nunca tenha sido feito, experimentos mostrando o fenômeno de apagamento quântico foram relatados [42, 43, 44, 45, 52]. Até hoje, a maioria dos experimentos publicados foram realizados com fótons, por razões de disponibilidade de tecnologia. As correlações necessárias entre as partículas que entram no interferômetro e o discriminador de caminho podem ser facilmente obtidas com pares de fótons em estados emaranhados, como foi discutido no capítulo 2. Não obstante a variedade de resultados publicados ao longo dos últimos anos, só recentemente foi publicado um experimento [52] que pode ser considerado um análogo óptico da proposta original de Scully e Drühl [3].

Nas próximas seções apresentamos um experimento que é um análogo óptico do apagador quântico de Scully, Englert e Walther.

3.3 Placas de um quarto de onda: rotores quânticos

Consideremos a seguinte montagem: Um feixe de um fóton com polarização linear incidindo sobre uma fenda dupla. Como é sabido, se a fenda tiver dimensões adequadas, a probabilidade de se detectar este fóton em um anteparo distante em função da posição será dada por um padrão de interferência de Young. Suponhamos agora que em frente a cada fenda é colocada uma placa de $\frac{\lambda}{4}$ com o eixo rápido formando um ângulo de 45° com a direção de polarização do fóton. Ao atravessar a placa, o fóton adquire polarização circular, e portanto, momento angular [66]. Pela conservação do momento angular, a placa deve adquirir um momento oposto ao do

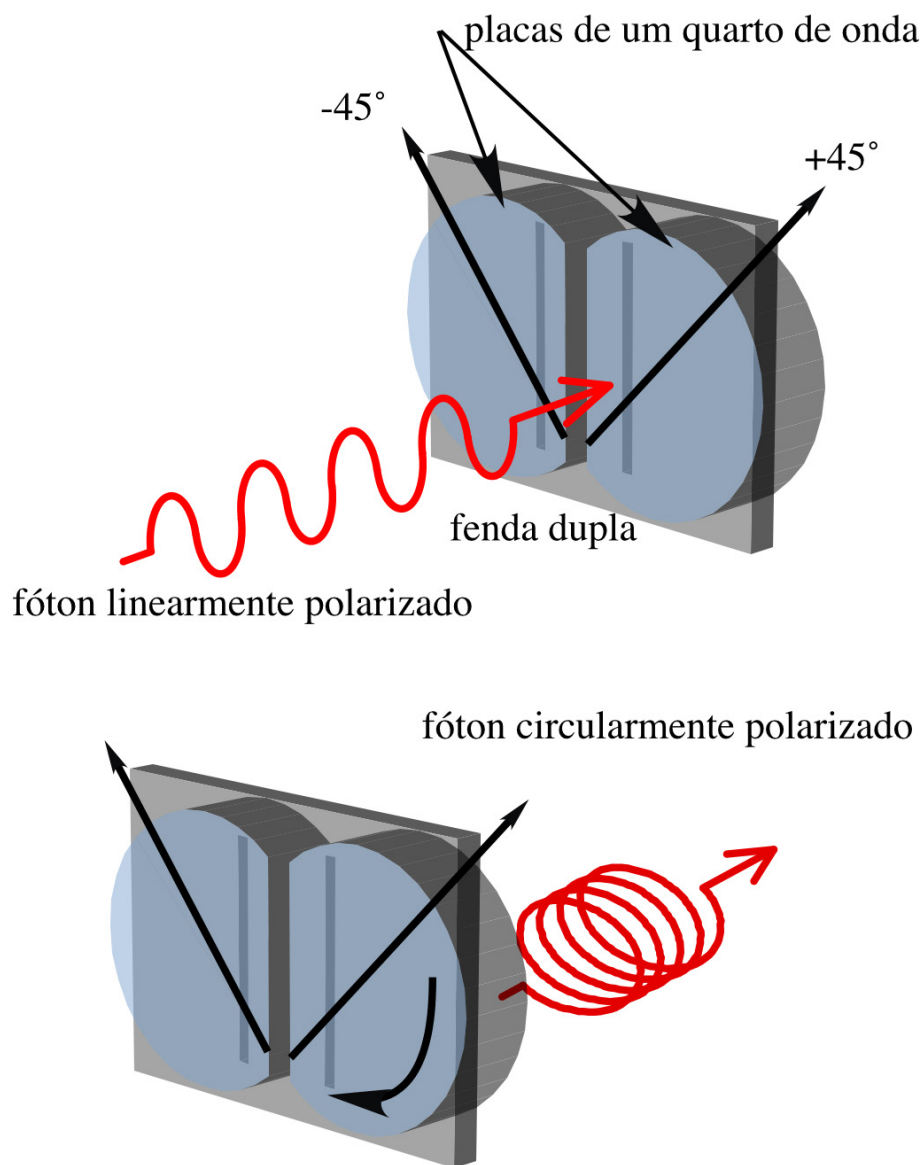


Figura 3.2: Placas de onda como rotores quânticos.

fóton. Supondo que ela está livre para girar, em princípio, a placa deve assumir um movimento de rotação para a esquerda se o fóton tiver polarização circular direita, ou vice-versa. Se tratarmos a placa como um rotor quântico, podemos dizer que a passagem do fóton induzirá uma transição de $\ell = 0$ para $\ell = \pm 1$. Se pudéssemos medir o momento angular das placas, saberíamos por qual caminho o fóton passou. Como a placa não altera de modo significativo a propagação do feixe, temos aí um discriminador de caminho com as características necessárias à implementação de um apagador quântico.

Agora trataremos a placa como um rotor rígido quântico. A parte rotacional da hamiltoniana é [67]

$$\mathcal{H} = \frac{\mathcal{L}^2}{2I}, \quad (3.16)$$

onde I é o momento de inércia da placa, e \mathcal{L}^2 é o operador do momento angular quadrado, dado por

$$\mathcal{L}^2 = -\hbar^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\tan \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right). \quad (3.17)$$

Os autovetores do \mathcal{H} são os harmônicos esféricos $|\ell, m\rangle$. Assim, temos

$$\mathcal{H} |\ell, m\rangle = \frac{\ell(\ell + 1)\hbar^2}{2I} |\ell, m\rangle. \quad (3.18)$$

As energias de cada nível ℓ são os autovalores, $E_\ell = \ell(\ell + 1)\hbar^2/2I$. Então a diferença de energia entre dois níveis consecutivos E_ℓ e $E_{\ell-1}$ é

$$\Delta E \equiv E_\ell - E_{\ell-1} = \frac{\hbar^2 \ell}{I} = \frac{2\hbar^2 \ell}{Mr^2}. \quad (3.19)$$

Porém, a separação entre os níveis de energia de um rotor com a massa $M = 1$ g e raio $r = 1$ cm é da ordem de 10^{-40} eV, que não é acessível com equipamentos modernos⁴.

Embora não possamos medir a transferência de momento angular entre o fóton e a placa, este processo acontece. Sabe-se que a interferência é destruída quando a formação de caminho é, teoricamente, disponível. Então, chegamos à conclusão que

⁴Este experimento é análogo ao experimento de Greenberger and Ya'sin [54], chamado "The haunted measurement." Eles propuseram medir a transferência de momento linear entre uma partícula num braço de um interferômetro e um conjunto de espelhos.

as placas destroem a interferência. Esta conclusão é correta, mas há um detalhe: a informação de caminho é disponível só dentro do *tempo de descoerência*, que é muito curto⁵. Em outras palavras, a placa de onda é um rotor quântico, com informação de caminho do fóton, por um tempo muito curto, que rapidamente vira um objeto clássico, sem informação de caminho. Então, se pudéssemos medir dentro do tempo de descoerência, não haveria interferência. Fora do tempo de descoerência, há interferência. O tempo de descoerência de um objeto, de dimensões comparáveis às de uma placa de onda, calculado por Zurek [68], é $\tau_D \ll 10^{-23}$ segundos. Então, devido ao fenômeno de descoerência, as placas de onda não funcionam como detectores de caminho. No entanto, na próxima seção, veremos uma maneira de construir um discriminador de caminho usando as placas de onda juntamente com o emaranhamento quântico.

3.4 Um apagador quântico com estados de Bell

Nesta seção, apresentaremos um apagador quântico que utiliza placas de um quarto de onda para marcar o caminho dos fótons, como foi apresentado na seção 3.3. No entanto, agora utilizamos as propriedades de emaranhamento de um estado de dois fótons para destruir e recuperar interferência. Ampliando um pouco o sistema discutido na seção 3.3, é possível criar um detector de caminho. Se o feixe que atinge a fenda dupla estiver emaranhado em polarização com um segundo feixe, o efeito das placas de onda sobre o fóton que as atravessa pode ser medido via o segundo fóton. Se as duas placas forem alinhadas com eixos rápidos perpendiculares, o estado de dois fótons será modificado de maneira diferente pela passagem por cada uma das fendas. Assim as placas servem como discriminadores de caminho.

Primeiro discutiremos a interferência de um estado de dois fótons devida a fenda dupla. Mostraremos como as placas de um quarto de onda destroem a interferência. Além disso, veremos como a medida adequada de polarização pode recuperá-la.

⁵Uma discussão completa de descoerência é fora do âmbito desta tese. Aqui é suficiente pensar em descoerência como a transição do comportamento de um objeto de quântico (coerente) para clássico (incoerente).

3.4.1 O estado de dois fótons

Consideremos o estado de dois fótons emaranhados A e B gerados pela conversão paramétrica descendente tipo II, escrito como

$$|\Psi\rangle_{init} = \sum_{\mathbf{k}_A, \mathbf{k}_B} \sum_{\sigma} C_{\mathbf{k}_A, \mathbf{k}_B, \sigma} |\mathbf{k}_A, \sigma\rangle \otimes |\mathbf{k}_B, \tilde{\sigma}\rangle, \quad (3.20)$$

onde $C_{\mathbf{k}_A, \mathbf{k}_B, \sigma}$ são constantes complexas, e $|\mathbf{k}_A, \sigma\rangle$ se refere a um fóton com vetor de onda \mathbf{k}_A e polarização σ . A soma em σ é de duas polarizações ortogonais. A polarização $\tilde{\sigma}$ é a ortogonal à σ . Agora suponhamos que a aproximação de campo distante seja válida [69], tal que cada uma das somas em \mathbf{k}_A e \mathbf{k}_B se tornam um vetor de onda só. Seja $C_{\sigma} = C_{\mathbf{k}_A, \mathbf{k}_B, \sigma}$. O estado fica

$$|\Psi\rangle_{init} = \sum_{\sigma} C_{\sigma} |\mathbf{k}_A, \sigma\rangle \otimes |\mathbf{k}_B, \tilde{\sigma}\rangle, \quad (3.21)$$

Agora consideremos a seguinte situação. No caminho do fóton A , coloca-se um objeto bidimensional plano, chamado genericamente de abertura. Nas próximas seções esta abertura será uma fenda dupla e placas de um quarto de onda. Depois de passar pela abertura o estado é

$$|\Psi\rangle_{final} = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\sigma, \gamma} C_{\sigma} T_{\mathbf{k}_A, \sigma; \mathbf{k}, \gamma} |\mathbf{k}, \gamma\rangle \otimes |\mathbf{k}_B, \tilde{\sigma}\rangle, \quad (3.22)$$

onde $T_{\mathbf{k}_A, \sigma; \mathbf{k}, \gamma}$ é o “matriz de espalhamento” da abertura. $T_{\mathbf{k}_A, \sigma; \mathbf{k}, \gamma}$ é a transformada de Fourier da função que descreve a abertura para um fóton incidente com vetor de onda \mathbf{k}_A e polarização σ e transmitido com vetor de onda \mathbf{k} e polarização γ . $T_{\mathbf{k}_A, \sigma; \mathbf{k}, \gamma}$ é dado por

$$T_{\mathbf{k}_A, \sigma; \mathbf{k}, \gamma} = \int d^3r A_{\sigma, \gamma}(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}, \quad (3.23)$$

onde $A_{\sigma, \gamma}(\mathbf{r})$ é a função que descreve a abertura.

3.4.2 Interferência de dois fótons

Aqui calculamos a amplitude de probabilidade de detecção de dois fótons e mostramos a interferência devida a fenda dupla. A amplitude de detecção serve nos cálculos

mais adiante como se fosse uma função de onda para os fótons. Temos que tratar o formalismo nesta maneira devido aos problemas da localização do fóton [69].

Seja $|\Psi\rangle$ um estado de dois fótons. A probabilidade de detecção nas posições \mathbf{r}_A e \mathbf{r}_B é dada por [62]

$$P(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) \propto \langle \Psi | \mathbf{E}_A^-(\mathbf{r}_A) \mathbf{E}_B^-(\mathbf{r}_B) \mathbf{E}_B^+(\mathbf{r}_B) \mathbf{E}_A^+(\mathbf{r}_A) | \Psi \rangle, \quad (3.24)$$

onde $\mathbf{E}_j^+(\mathbf{r}_j)$ ($\mathbf{E}_j^-(\mathbf{r}_j)$) é a parte positiva (negativa) do operador quântico de campo do feixe j , $\mathbf{E}_j(\mathbf{r}_j)$, e $j = A, B$. Os operadores $\mathbf{E}_j^+(\mathbf{r}_j)$ e $\mathbf{E}_j^-(\mathbf{r}_j)$ são

$$\mathbf{E}_j^+(\mathbf{r}_j) = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\sigma} \hat{\epsilon}_{\mathbf{k},\sigma} \mathcal{E}_k \hat{a}_{\mathbf{k},\sigma} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j - \omega_k t)} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{E}_j^-(\mathbf{r}_j) = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\sigma} \hat{\epsilon}_{\mathbf{k},\sigma} \mathcal{E}_k \hat{a}_{\mathbf{k},\sigma}^\dagger e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j - \omega_k t)}, \quad (3.26)$$

onde

$$\mathcal{E}_{k_j} = \left(\frac{\hbar \omega_k}{2\epsilon_0 V} \right) \quad (3.27)$$

e $\hat{\epsilon}_{\mathbf{k},\sigma}$ é um vetor unitário de uma das duas polarizações σ , V é o volume do espaço e ϵ_0 é a permissividade do espaço livre. $\hat{a}_{\mathbf{k},\sigma}^\dagger$ e $\hat{a}_{\mathbf{k},\sigma}$ são os operadores de criação e destruição de fótons. Os operadores de campo (3.25) e (3.26) criam e destroem fótons de duas polarizações com vetor de onda \mathbf{k} , no ponto \mathbf{r}_j . Fazamos uma aproximação. Usando filtros ópticos, selecionamos luz monocromática, tal que $\omega_k = \omega$, para qualquer \mathbf{k} .

Usando a relação de completeza duas vezes, as propriedades dos operadores \hat{a} e \hat{a}^\dagger e a ortonormalidade dos estados de Fock, podemos escrever a probabilidade de detecção como

$$P(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) \propto \langle \Psi | \mathbf{E}_A^-(\mathbf{r}_A) \mathbf{E}_B^-(\mathbf{r}_B) | 0, 0 \rangle \langle 0, 0 | \mathbf{E}_B^+(\mathbf{r}_B) \mathbf{E}_A^+(\mathbf{r}_A) | \Psi \rangle. \quad (3.28)$$

Definimos a amplitude de probabilidade \mathcal{A} , tal que

$$\mathcal{A} = \langle 0, 0 | \mathbf{E}_B^+(\mathbf{r}_B) \mathbf{E}_A^+(\mathbf{r}_A) | \Psi \rangle \quad (3.29)$$

e

$$P(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) \propto |\mathcal{A}|^2. \quad (3.30)$$

Colocando o estado dado por (3.22) na equação (3.29), a amplitude de probabilidade de detecção é

$$\mathcal{A} = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\sigma} C_{\sigma} T_{\mathbf{k}_A, \sigma; \mathbf{k}, \gamma} \langle 0_A | \otimes \langle 0_B | \left(\mathbf{E}_A^+(\mathbf{r}_A) \otimes \mathbf{E}_B^+(\mathbf{r}_B) \right) | \mathbf{k}, \gamma \rangle \otimes | \mathbf{k}_B, \tilde{\sigma} \rangle. \quad (3.31)$$

Usando o operador de campo (3.25) para luz monocromática e a relação $\langle 0 | \hat{a}_{\mathbf{k}', \sigma} | \mathbf{k}, \gamma \rangle = \delta_{\mathbf{k}', \mathbf{k}} \delta_{\sigma, \gamma}$ temos que

$$\mathcal{A} = \mathcal{E}^2 e^{i(\mathbf{k}_B \cdot \mathbf{r}_B - 2\omega t)} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\sigma, \gamma} C_{\sigma} T_{\mathbf{k}_A, \sigma; \mathbf{k}, \gamma} (\hat{\epsilon}_{\mathbf{k}, \gamma} \otimes \hat{\epsilon}_{\mathbf{k}_B, \tilde{\sigma}}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_A} \quad (3.32)$$

Agora transformamos a soma em \mathbf{k} a uma integral como

$$\sum_{\mathbf{k}} \longrightarrow \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3 k. \quad (3.33)$$

Estamos detectando luz monocromática, então $|\mathbf{k}_A| = |\mathbf{k}| = \text{constante}$ e podemos escrever o $T_{\mathbf{k}_A, \sigma; \mathbf{k}, \gamma}$ como

$$T_{\mathbf{k}_A, \sigma; \mathbf{k}, \gamma} = \delta(k_A^2 - k^2) T_{\mathbf{k}, \sigma, \gamma}. \quad (3.34)$$

Usando $k^2 = q^2 + k_z^2$, onde \mathbf{q} é o componente transversal do vetor de onda \mathbf{k} , $T_{\mathbf{k}_A, \sigma; \mathbf{k}, \gamma}$ pode ser escrito como

$$T_{\mathbf{k}_A, \sigma; \mathbf{k}, \gamma} = \delta(k_A^2 - q^2 - k_z^2) T_{\mathbf{k}, \sigma, \gamma}. \quad (3.35)$$

O argumento da função $\delta(k_A^2 - q^2 - k_z^2)$ é nulo quando $k_z = \sqrt{k_A^2 - q^2}$. Usando as propriedades da função delta, a amplitude fica

$$\mathcal{A} = \frac{V \mathcal{E}^2}{(2\pi)^3} e^{i(\mathbf{k}_B \cdot \mathbf{r}_B - 2\omega t)} \sum_{\sigma, \gamma} C_{\sigma} (\hat{\epsilon}_{\mathbf{k}, \gamma} \otimes \hat{\epsilon}_{\mathbf{k}_B, \tilde{\sigma}}) \int T_{\mathbf{k}, \sigma, \gamma} e^{i(\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\rho}_A - \sqrt{k_A^2 - q^2} z_A)} d^2 q, \quad (3.36)$$

onde $\boldsymbol{\rho}_A$ é o componente transversal do vetor \mathbf{r}_A . Podemos simplificar esta expressão se considerarmos que $k_z \gg q$, então $k_z = \sqrt{k_A^2 - q^2} \approx k_A - q^2/(2k_A)$. Seja $\boldsymbol{\rho}_A = \boldsymbol{\rho}$ e $z_A = z$. Agora a integral fica

$$\int T_{\mathbf{k}, \sigma, \gamma} e^{i(\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\rho} - \sqrt{k_A^2 - q^2} z)} d^2 q = e^{ik_A z} \int T_{\mathbf{k}, \sigma, \gamma} e^{-i \frac{q^2 z}{2k_A}} e^{i\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\rho}} d^2 q. \quad (3.37)$$

Usando o teorema da convolução para a transformada de Fourier [70], temos que

$$e^{ik_A z} \int T_{\mathbf{k}, \sigma, \gamma} e^{-i\frac{q^2 z}{2k_A}} e^{i\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\rho}} d^2 q = e^{ik_A z} \int A_{\sigma, \gamma}(\boldsymbol{\rho}') h(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}', z) d^2 q, \quad (3.38)$$

onde $A_{\sigma, \gamma}(\boldsymbol{\rho})$ é a transformada de Fourier de $T_{\mathbf{k}, \sigma, \gamma}$ dado por (3.23) e $h(\boldsymbol{\rho}, z)$ é a transformada de $e^{-i\frac{q^2 z}{2k_A}}$, que é

$$h(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{k}{2\pi i z} e^{i\frac{k\rho^2}{2z}}. \quad (3.39)$$

Agora, a amplitude de detecção fica

$$\mathcal{A} = \frac{kV\mathcal{E}^2}{iz(2\pi)^4} e^{i(\mathbf{k}_B \cdot \mathbf{r}_B - 2\omega t)} \sum_{\sigma, \gamma} C_{\sigma} (\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}, \gamma} \otimes \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}_B, \bar{\sigma}}) e^{ik_A z} \int A_{\sigma, \gamma}(\boldsymbol{\rho}') e^{i\frac{k}{2z} |\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'|^2} d^2 q. \quad (3.40)$$

Desenvolvendo o termo no exponencial, temos

$$|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'|^2 = \rho^2 + \rho'^2 + 2\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}'. \quad (3.41)$$

Se a dimensão máxima da abertura ρ'_{max} é pequena, então $\frac{k\rho^2}{2z} \gg \frac{k\rho'^2}{2z}$. Agora temos

$$\mathcal{A} = \frac{kV\mathcal{E}^2}{iz(2\pi)^4} e^{i(\mathbf{k}_B \cdot \mathbf{r}_B - 2\omega t)} \sum_{\sigma, \gamma} C_{\sigma} (\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}, \gamma} \otimes \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}_B, \bar{\sigma}}) e^{ik_A z \left(1 + \frac{k\rho^2}{2z^2}\right)} \int A_{\sigma, \gamma}(\boldsymbol{\rho}') e^{i\frac{k}{z} \boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}'} d^2 q. \quad (3.42)$$

Esta aproximação é conhecida como a aproximação de Fraunhofer. Fazendo $z \left(1 + \frac{k\rho^2}{2z^2}\right) \simeq r$, temos

$$\mathcal{A} = \frac{kV\mathcal{E}^2}{iz(2\pi)^4} e^{i(\mathbf{k}_B \cdot \mathbf{r}_B - 2\omega t)} \sum_{\sigma, \gamma} C_{\sigma} (\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}, \gamma} \otimes \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}_B, \bar{\sigma}}) e^{ik_A r} \int A_{\sigma, \gamma}(\boldsymbol{\rho}') e^{i\frac{k}{z} \boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}'} d^2 q. \quad (3.43)$$

A integral acima é a transformada de Fourier espacial da abertura $A_{\sigma, \gamma}(\boldsymbol{\rho}')$, calculada na variável $\frac{k}{z} \boldsymbol{\rho}$. Os termos fora da integral e da soma são constantes, e não contribuem com a interferência, então, para simplificar a notação escrevemos

$$\mathcal{A} = const \cdot \sum_{\sigma, \gamma} C_{\sigma} (\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}, \gamma} \otimes \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}_B, \bar{\sigma}}) \int A_{\sigma, \gamma}(\boldsymbol{\rho}') e^{i\frac{k}{z} \boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}'} d^2 q. \quad (3.44)$$

Agora suponhamos que a abertura é uma fenda dupla com as fendas perpendiculares ao eixo x . A passagem dos fótons pela fenda dupla não afeta as suas polarizações. Podemos representar a abertura da fenda dupla como

$$A(\boldsymbol{\rho}') = A(x') = \delta(x' - x_1) + \delta(x' - x_2), \quad (3.45)$$

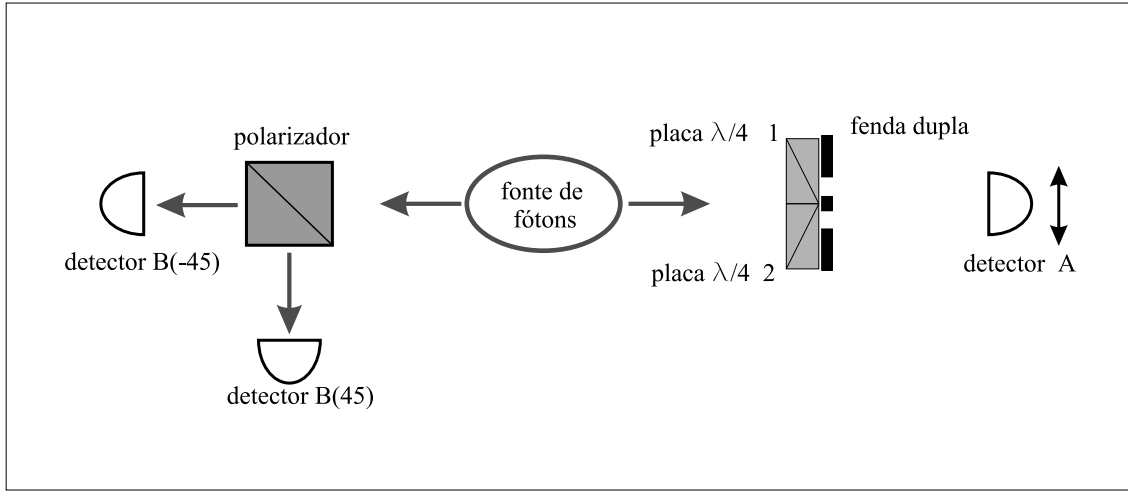


Figura 3.3: O apagador quântico com estados de Bell. As duas placas de $\lambda/4$ marcam os caminhos dos fótons pela fenda dupla. Utilizamos o polarizador para recuperar a interferência.

onde x_1 e x_2 são as posições das fendas 1 e 2, respectivamente. A amplitude de detecção é

$$\mathcal{A} = \text{const} \cdot \left(e^{i\frac{k}{z}xx_1} + e^{i\frac{k}{z}xx_2} \right). \quad (3.46)$$

A probabilidade de detecção fica

$$P(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) \propto 1 + \cos \phi, \quad (3.47)$$

onde $\phi = \frac{k}{z}x(x_2 - x_1)$. A probabilidade de detecção (3.47) mostra interferência por causa do termo oscilatório $\cos \phi$.

3.4.3 Os discriminadores de caminho

Agora consideremos as placas de um quarto de onda como discriminadores de caminho. Colocam-se as placas, uma em frente a cada fenda, orientadas ortogonais e com eixos rápidos a $\pm 45^\circ$, como está mostrado nas figuras 3.4 e 3.5. As placas $P_1(45^\circ)$ e $P_2(-45^\circ)$ ficam na frente das fendas 1 e 2 respectivamente e fazem as seguintes transformações

$$P_1(45^\circ) |X\rangle = |L\rangle \quad P_2(-45^\circ) |X\rangle = |R\rangle, \quad (3.48)$$

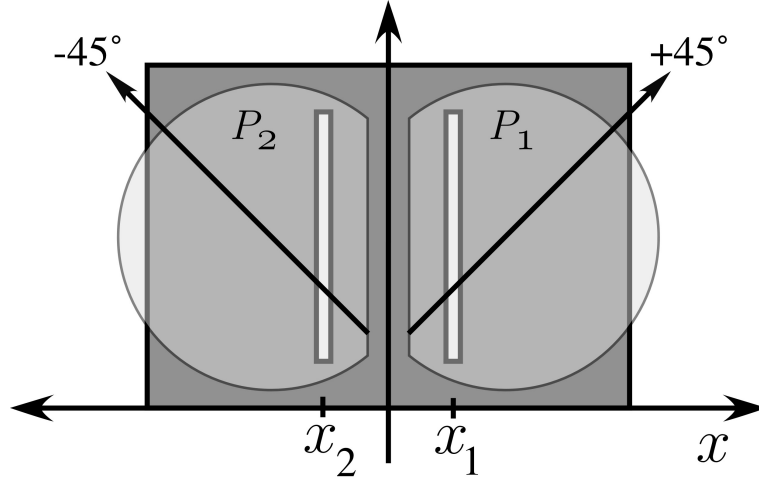


Figura 3.4: As placas de um quarto de onda colocam-se na frente de uma fenda dupla.

$$P_1(45^\circ) |Y\rangle = i |R\rangle \quad P_2(-45^\circ) |Y\rangle = -i |L\rangle, \quad (3.49)$$

Agora a função da abertura depende da polarização. Se um fóton entra com polarização X e sai com polarização R , então a função da abertura é $A_{X,R}(x) = \delta(x - x_1)$. As funções de abertura possíveis são

$$\begin{aligned} A_{X,R}(x) &= \delta(x - x_2) \\ A_{X,L}(x) &= \delta(x - x_1) \\ A_{Y,R}(x) &= i\delta(x - x_1) \\ A_{Y,L}(x) &= -i\delta(x - x_2). \end{aligned} \quad (3.50)$$

Usando (3.44), a amplitude de detecção fica

$$\mathcal{A} = \text{const} \cdot \left\{ \left(\hat{L}_A \otimes \hat{Y}_B + i\hat{R}_A \otimes \hat{X}_B \right) e^{i\frac{k}{z}xx_1} + \left(\hat{R}_A \otimes \hat{Y}_B - i\hat{L}_A \otimes \hat{X}_B \right) e^{i\frac{k}{z}xx_2} \right\}, \quad (3.51)$$

onde \hat{R}_A (\hat{L}_A) é o vetor unitário que representa a polarização circular direita (esquerda) do fóton A e \hat{X}_B (\hat{Y}_B) é o vetor unitário representando a polarização linear na direção x (y) do fóton B . Como os termos $(\hat{L}_A \otimes \hat{Y}_B + i\hat{R}_A \otimes \hat{X}_B)$ e

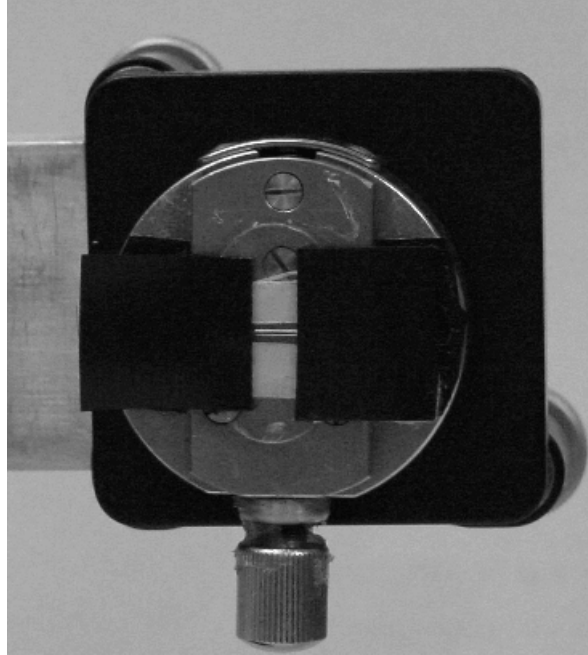


Figura 3.5: Uma foto das placas de um quarto de onda montadas na fenda dupla.

$(\hat{R}_A \otimes \hat{Y}_B - i\hat{L}_A \otimes \hat{X}_B)$ são ortogonais, não haverá interferência. Note que não é clara a maneira com que a informação de caminho está contida na amplitude de detecção. Isto será discutido adiante. Vamos tratar agora de recuperar a interferência apagando a informação de caminho, embora não saibamos ainda como extraí-la. A idéia é fazer uma projeção sobre as combinações simétrica ou anti-simétrica das polarizações. Por exemplo, podemos escrever

$$\hat{X}_B = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\Xi}_B + \hat{\Pi}_B), \quad (3.52)$$

$$\hat{Y}_B = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\Xi}_B - \hat{\Pi}_B), \quad (3.53)$$

$$\hat{R}_A = \frac{1-i}{2}(\hat{\Xi}_A + i\hat{\Pi}_A), \quad (3.54)$$

$$\hat{L}_A = \frac{1-i}{2}(i\hat{\Xi}_A + \hat{\Pi}_A), \quad (3.55)$$

onde “ $\hat{\Xi}$ ” e “ $\hat{\Pi}$ ” representam polarizações $+45^\circ$ e -45° , respectivamente. Reescrevendo os vetores de polarização, a amplitude de probabilidade de detecção é

$$\mathcal{A} = \text{const} \cdot \left\{ (1 - ie^{i\phi})\hat{\Xi}_A \otimes \hat{\Xi}_B + i(1 + ie^{i\phi})\hat{\Pi}_A \otimes \hat{\Pi}_B \right\}, \quad (3.56)$$

onde $\phi = \frac{kx}{z}(x_2 - x_1)$. Olhando a expressão acima, fica claro que a interferência pode ser recuperada se projetarmos o estado do fóton B sobre $\hat{\Xi}_B$ ou $\hat{\Pi}_B$. Experimentalmente, isto pode ser feito colocando-se um polarizador no feixe B e orientando-o a $+45^\circ$ para selecionar $\hat{\Xi}_B$ ou a -45° para selecionar $\hat{\Pi}_B$. O padrão de interferência é recuperado através da detecção em coincidências dos fótons de A e B . Note que as franjas obtidas nos dois casos estão em contrafase, razão pela qual são comumente chamadas de *franjas* e *antifranjas*. Observando somente $\hat{\Xi}_B$ ou $\hat{\Pi}_B$, temos a probabilidade de detecção

$$P_{\hat{\Xi}_B}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) \propto (1 + \text{sen } \phi) \quad (3.57)$$

ou

$$P_{\hat{\Pi}_B}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) \propto (1 - \text{sen } \phi), \quad (3.58)$$

respectivamente.

3.5 Recuperando a informação de caminho

Pela forma da expressão (3.51) e os termos $(\hat{L}_A \otimes \hat{Y}_B + i\hat{R}_A \otimes \hat{X}_B)$ e $(\hat{R}_A \otimes \hat{Y}_B - i\hat{L}_A \otimes \hat{X}_B)$, vemos que só a polarização do fóton B não é um discriminador de caminho, pois os dois termos têm projeções sobre \hat{X}_B e \hat{Y}_B . Por outro lado, se considerarmos também a polarização do fóton A , a informação de caminho é recuperada. Podemos dizer então que a obtenção da informação de caminho neste interferômetro está condicionada à detecção dos dois fótons. Como a chance de detecção para cada polarização é de 50 %, a informação contida em cada uma é nula. O processo de obtenção da informação pode aqui ser separado em duas etapas: A medida da polarização do fóton B fornece o critério de decisão ou a estratégia que será aplicada na interpretação da medida de polarização do fóton A . Por exemplo, se o fóton B for detectado com polarização X , a estratégia é: A detecção do fóton A com polarização R é compatível com a sua passagem pela fenda 1. Polarização L é compatível com a passagem pela fenda 2. Se a detecção do fóton B ocorre antes de o fóton A passar pela fenda dupla, este esquema pode parecer trivial sob o seguinte argumento: A detecção do fóton B com polarização X provoca um colapso do estado (3.20) e equivale a um procedimento de preparação do estado do fóton A com polarização Y

[71]. Pela orientação das placas de onda em frente a cada fenda, um fóton incidente com polarização Y terá necessariamente o comportamento descrito acima, que pode ser também verificado classicamente. Se a detecção do fóton B ocorre depois que o fóton A passa pela fenda dupla, mas antes da sua detecção no detector A , uma simples análise dos termos $(\hat{L}_A \otimes \hat{Y}_B + i\hat{R}_A \otimes \hat{X}_B)$ e $(\hat{R}_A \otimes \hat{Y}_B - i\hat{L}_A \otimes \hat{X}_B)$ tem resultados similares: uma detecção do fóton B com polarização X nos diz que uma detecção de fóton A com polarização R significa passagem pela fenda 1 e L significa passagem pela fenda 2. Porém, há alguns fatos que devem ser considerados na análise, que evidenciam aspectos não triviais da mecânica quântica. No laboratório, pode acontecer que a detecção do fóton B ocorra muito depois da passagem do fóton A pelas fendas, e portanto o argumento do colapso da polarização do fóton A se distancia muito da explicação clássica. Discute-se este problema na seção 3.6.

3.6 A escolha atrasada

A possibilidade de se obter a informação de caminho após a detecção do fóton A (que é o que interfere consigo mesmo na fenda dupla) chama-se *escolha atrasada* (*delayed choice*). A escolha atrasada cria situações nas quais é importante que se tenha uma noção clara do significado físico do formalismo da mecânica quântica. Uma boa discussão sobre esse tema pode ser encontrada nas referências [59], [60], [6] e [61].

Façamos a seguinte análise sobre o experimento descrito na seção 3.4.3. Consideremos apenas uma situação. Suponhamos que o fóton A tenha sido detectado com polarização R e o fóton B ainda não tenha atingido o polarizador. Podemos rapidamente escolher o ângulo de polarização, de maneira a projetar o estado do fóton B em um dos vetores da base \hat{X}_B, \hat{Y}_B ou da base $\hat{\Xi}_B, \hat{\Pi}_B$. No primeiro caso, a detecção do fóton B revelaria a passagem do fóton A pela fenda 1 (\hat{X}_B) ou pela fenda 2 (\hat{Y}_B). A passagem por uma fenda definida (seja 1 ou 2) implicaria que a distribuição de probabilidade de detecção do fóton A sobre o anteparo não apresentaria oscilações, pois não haveria interferência. Já no segundo caso, a detecção do fóton B com polarização “ Ξ ” ou “ Π ” indicaria que o fóton A não teria passado por nenhuma das duas

fendas em particular. Se a polarização for “ Ξ ”, o fóton A pertenceria a um padrão de *franjas*, com probabilidades diferentes para diferentes pontos do anteparo. Se o detector B acusar polarização “ Π ”, o fóton A pertenceria a um padrão de *antifranjas*, cujos pontos de máxima (mínima) probabilidade coincidem com os de mínima (máxima) do padrão de *franjas*. Como tudo isso ocorreria após a detecção do fóton A , surge a seguinte pergunta: Estaria então o fóton B definindo o passado do fóton A ?

Se esta interpretação dos resultados das medidas fosse verdadeira, seríamos forçados a responder “sim” e a mecânica quântica seria algo realmente misterioso. Porém, a análise feita acima é uma falácia. Se estamos adotando a mecânica quântica tradicional, originada da interpretação de Copenhagen, devemos ser fiéis a ela e não tomar como fenômeno algo que não foi medido. Não se pode garantir que o fóton *passou* pela fenda 1 (ou 2), a menos que se coloque um detector exatamente em frente a ela. Podemos dizer que a detecção de dois fótons no estado $\hat{R}_A \otimes \hat{X}_B$ é compatível com a ilusão de que o fóton A saiu da fonte, passou pela fenda 1, passou por um polarizador que seleciona a polarização R e caiu no detector. O que a teoria e seu formalismo nos dizem é que na situação analisada existem quatro subconjuntos de fótons, a saber: $\hat{R}_A \otimes \hat{X}_B$, $\hat{R}_A \otimes \hat{Y}_B$, $\hat{R}_A \otimes \hat{\Xi}_B$ e $\hat{R}_A \otimes \hat{\Pi}_B$. A que subconjunto cada par pertence depende do resultado da detecção. Nada mais. O formalismo da mecânica quântica não diz nada sobre a realidade objetiva do sistema antes da detecção. O próprio termo *detector de caminho* deve ser usado com cuidado. Se por exemplo, obstruímos a fenda 2 e coletarmos apenas fótons A com polarização R e fótons B com polarização Y , jamais teremos uma coincidência (a menos de ruídos no sistema). Por outro lado, se coletarmos $(R_A X_B)$ teremos coincidências. Como só há uma alternativa (fenda 1), dizemos que quando temos uma coincidência $(R_A X_B)$ estamos *detectando* a passagem do fóton A pela fenda 1. Mas este é outro sistema. O experimento do *apagador quântico* é feito com as duas fendas abertas e não podemos aplicar sem risco de falácias as mesmas conclusões tiradas de um teste feito em outro contexto. A situação é análoga à encontrada na análise dos experimentos do tipo de EPR com ou sem desigualdades de Bell, onde não se pode atribuir propriedades objetivas às partículas antes da medição.

A diferença entre esta situação e as situações discutidas na seção 3.5 é que o fóton

que se interfere é detectado *primeiro*. Quando se detecta o fóton B primeiro, estamos preparando o estado do fóton A . Também podemos detectar o A antes do B tal que a detecção do A prepara o estado do B . Tudo bem. As dificuldades resultam de interpretar uma detecção como um passado certo. A palavra importante é *preparação*. A mecânica quântica permite a preparação de estados, mas não fornece uma maneira de determinar o passado.

No próximo capítulo, apresentamos um experimento mostrando que a ordem de detecção não faz diferença no padrão de interferência. Detectando o fóton A antes ou depois do fóton B , os resultados são iguais.

4

Os Experimentos

4.1 O apagador quântico

4.1.1 Montagem experimental

A figura 4.1 ilustra o esquema da montagem experimental do apagador quântico com estados de Bell. O estado de dois fótons (3.20) foi obtido pela conversão paramétrica descendente do tipo II em um cristal de BBO (beta borato de bário) cortado de maneira específica [26, 72], como foi discutido na seção 2.3. O laser de bombeamento foi um laser de argônio trabalhando na linha 351,1 nm e com potência estabilizada (~ 200 mW). Os fótons gerados foram de 702,2 nm propagando em direções que formam ângulos de 3° com a direção de propagação do laser.

A fenda dupla é composta de uma abertura retangular de $600 \mu\text{m} \times 5 \text{ mm}$ em uma placa metálica, sobre a qual é colocado um obstáculo de $200 \mu\text{m} \times 5 \text{ mm}$ no centro, e montadas as placas de um quarto de onda com eixos rápidos ortogonais orientados a $\theta_1 = \theta$ e $\theta_2 = \theta + \frac{\pi}{2}$. A medida das dimensões da fenda dupla e a montagem das placas de onda foram feitas com um microscópio. A possível transmissão de luz entre as placas foi bloqueada com uma lâmina opaca. As placas foram lixadas manualmente, tal que a junção reta entre as duas era de 5 mm de comprimento. A fenda dupla foi colocada à distância $b = 42$ cm do cristal não linear.

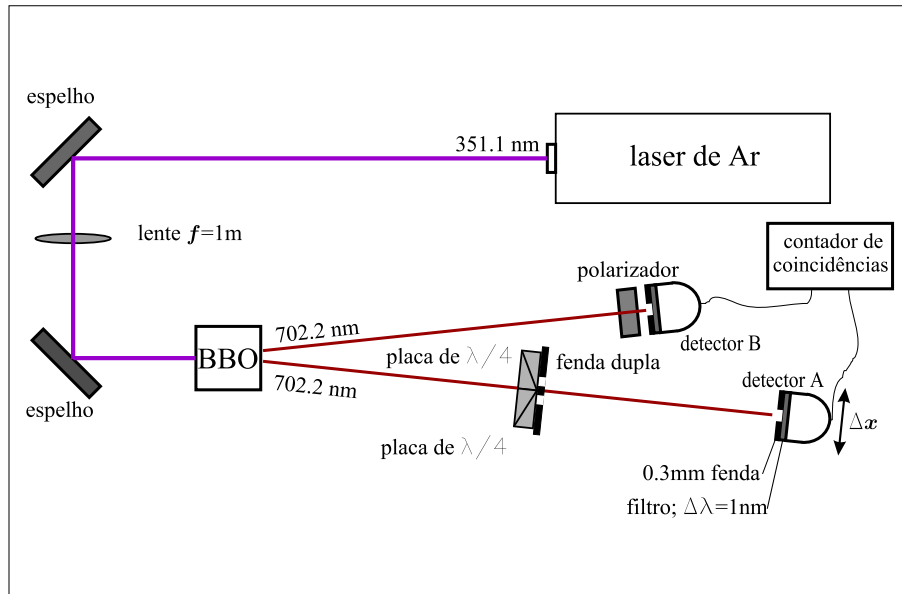


Figura 4.1: A montagem experimental do apagador quântico. As placas de um quarto de onda são posicionadas na frente da fenda dupla para marcar os caminhos dos fótons. O polarizador fica na frente de detector *B* para recuperar o padrão de interferência.

Usando uma lente de distância focal 1m, o feixe de bombeamento foi focalizado no plano do cristal. Isto diminui o tamanho da área de geração de fótons dentro do cristal, que aumenta coêrência transversal e, então, a visibilidade das franjas de interferência. O feixe de laser focalizado tem diâmetro $d = 0.5 \text{ mm}$ [73]. O comprimento de coerência transversal [74] é

$$\ell_c = \frac{\lambda b}{d} = 0,75 \text{ mm}, \quad (4.1)$$

onde $b = 42 \text{ cm}$ é a distância entre a fenda dupla e o cristal e λ é o comprimento de onda. Notamos que ℓ_c é maior do que o tamanho total da fenda dupla, $600 \mu\text{m}$.

Os detectores são módulos contadores de fótons (EG&G SPCM 200). Em frente a cada detector havia um arranjo composto de uma fenda simples de espessura $300 \mu\text{m}$ e comprimento de aproximadamente 5 mm, seguido de um filtro de interferência de largura de linha de 1 nm com pico em 702 nm, seguido de uma objetiva de microscópio focalizada na área ativa do detector. Na frente de detector *B* havia um polarizador linear. As coincidências foram registradas entre detectores D_A e D_B .

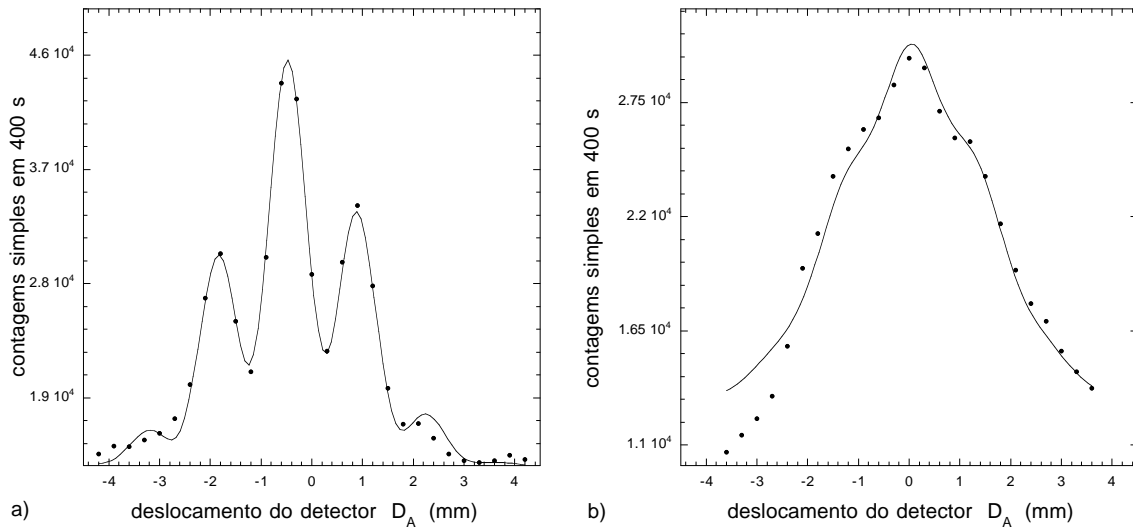


Figura 4.2: Contagens simples em função da posição do detector D_A . a) Sem as placas de onda, as contagens simples mostram um padrão de interferência de Young. A visibilidade é de aproximadamente 0,55. b) Colocaram-se as placas de um quarto de onda, e o padrão de interferência desapareceu.

O detector D_A estava 82 cm da fenda dupla e o detector D_B foi colocado 98 cm do cristal.

Antes das medidas serem feitas, realizamos experimentos de Bell para testar a qualidade do emaranhamento das polarizações dos fótons, como foi discutido na seção 2.5. As curvas obtidas tinham visibilidades acima de 0,95, mostrando uma qualidade de emaranhamento suficiente para realizar o apagamento quântico.

4.1.2 Resultados

As figuras 4.2 - 4.4 mostram os resultados experimentais. As primeiras medidas foram feitas com uma fenda dupla simples, sem as placas de um quarto de onda. A figura 4.2 a) mostra o padrão de interferência de segunda ordem obtido pelas contagens simples do detector D_A em função do seu deslocamento. Todos os dados experimentais foram ajustados pela função

$$f(x) = Ae^{\left(\frac{x-x_0}{2a}\right)^2} (1 + \mathcal{V} \text{sen}(\omega x - \phi)), \quad (4.2)$$

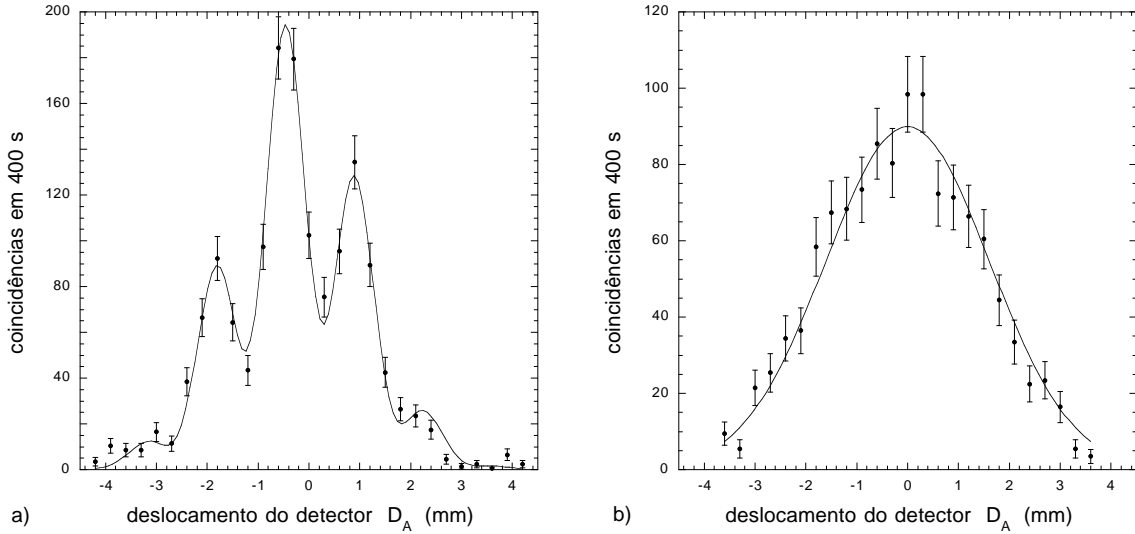


Figura 4.3: Coincidências de dois fótons em função do deslocamento do detector D_A . a) Sem as placas de onda, as coincidências mostram um padrão de interferência. b) Com as placas de um quarto de onda, e o padrão de interferência é destruído.

onde \mathcal{V} é a visibilidade. Os parâmetros ajustáveis foram a amplitude A , o deslocamento da Gaussiana x_0 , a largura a , a frequência ω e a fase ϕ . Para a curva mostrada na figura 4.2 a), $\mathcal{V} = 0,55$, que é perto do valor teórico, dado por [74]

$$\mathcal{V} = \frac{\text{sen} \left(\frac{a\pi d}{b\lambda} \right)}{\frac{a\pi d}{b\lambda}} = 0,59, \quad (4.3)$$

onde $a (= 400 \mu\text{m})$ é a distância entre os centros das duas fendas, $d (= 0,5 \text{ mm})$ é o comprimento transversal da fonte, $b (= 42 \text{ cm})$ é a distância entre a fonte e a fenda dupla e $\lambda (= 702,2 \text{ nm})$ é o comprimento de onda dos fótons convertidos.

A interferência de quarta ordem de um estado de dois fótons é observada através das contagens em coincidência dos detectores D_A e D_B . Sem as placas de onda, observamos também um padrão de interferência nas coincidências, como é mostrado na figura 4.3 a). Os dados apresentados nas figuras 4.2 a) e 4.3 a), e nas figuras 4.2 b) 4.3 b) são das mesmas medidas.

Colocaram-se as placas de um quarto de onda na frente da fenda dupla com os eixos rápidos perpendiculares. As figuras 4.2 b) e 4.3 b) mostram a ausência de

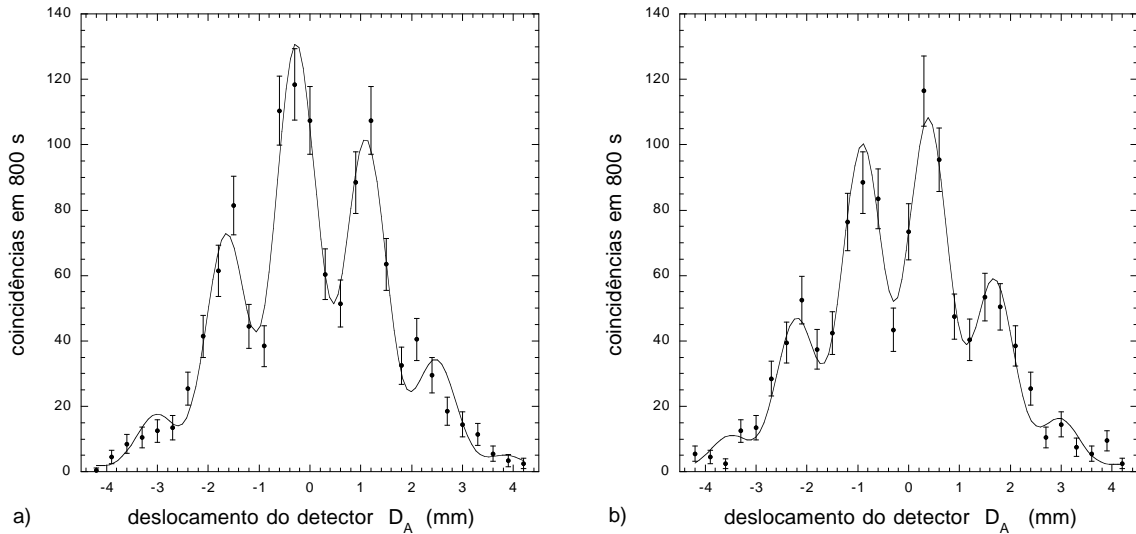


Figura 4.4: Coincidências de dois fótons em função do deslocamento do detector D_A . Colocou-se um polarizador linear na frente de detector D_B com ângulo de polarização α . a) $\alpha = \theta$, onde θ é o ângulo do eixo rápido de uma placa de um quarto de onda. Recuperamos interferência na forma de *franjas*. b) $\alpha = \theta + \frac{\pi}{2}$. Recuperamos interferência na forma de *antifranjas*.

interferência nas contagens simples e as coincidências, respectivamente. Fica claro que a interferência foi destruída. Se existe evidência de interferência nas figuras 4.2 b) e 4.3 b), isto é devido ao erro em lixar e posicionar as placas com os eixos ortogonais. A informação de caminho está presente, embora, para acessá-la, temos que medir as polarizações dos fóton A e B , como foi discutido na seção 3.5.

Para recuperar a interferência, colocou-se o polarizador linear na frente do detector D_B . A recuperação de interferência é vista através das coincidências, porque é necessário medir a polarização do fóton B . Aumentamos o tempo de contagem por causa da diminuição do número de contagens devido ao polarizador. A figura 4.4 a) mostra o padrão de *franjas* de interferência com o ângulo de polarização do polarizador $\alpha = \theta$. θ é o ângulo do eixo rápido de uma das placas de onda. Usando o ângulo de polarização $\alpha = \theta + \frac{\pi}{2}$, paralelo ao eixo rápido da outra placa, um padrão de *antifranjas* é observado, mostrado na figura 4.4 b). A soma das curvas 4.4 a) e 4.4 b) é uma curva parecida com a da figura 4.3 b).

Os dados apresentados aqui mostram que a interferência perdida devido às placas

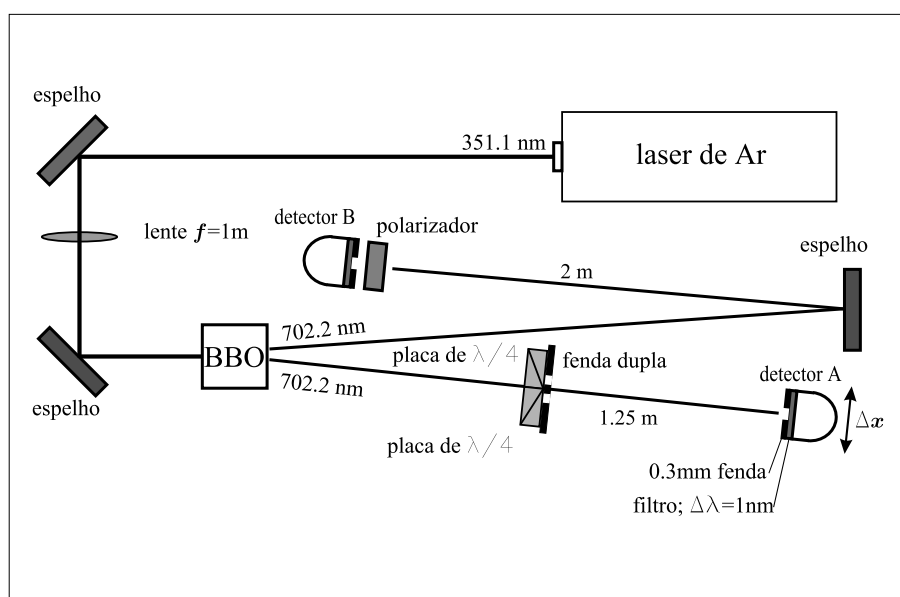


Figura 4.5: Montagem experimental para apagamento quântico atrasado. Afasta-se detector B tal que o fóton no feixe A é detectado antes do fóton B .

de onda pode ser recuperada. Isto verifica que a coerência do estado de dois fótons não é perdida no processo de obter informação de caminho, mostrando que podemos obter informação de caminho sem perturbar o sistema. A destruição da interferência é devido à distinguibilidade dos dois caminhos, *fenda 1* \rightarrow *detector* e *fenda 2* \rightarrow *detector*. Para recuperar a interferência, utilizamos o emaranhamento quântico entre os fótons A e B obtido pela preparação do estado de polarização de dois fótons feita pelo casamento de fase no cristal não linear. É interessante notar que, neste experimento, diferentemente do apagador quântico de SEW, o emaranhamento foi criado *antes* da interação entre os fótons e as placas de um quarto de onda.

4.2 Apagamento quântico atrasado

A figura 4.5 mostra o aparato experimental para apagamento quântico atrasado. Afastou-se o detector D_B tal que o fóton A é detectado antes do que o fóton B . Os comprimentos dos caminhos A e B são 125 cm e 200 cm, respectivamente. O

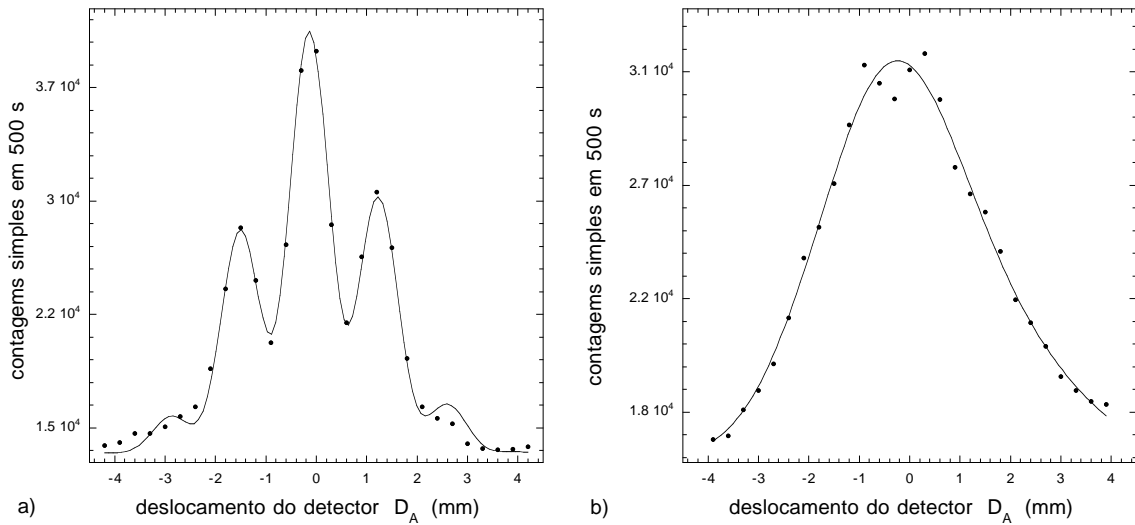


Figura 4.6: Contagens simples em função da posição do detector D_A . Detecta-se fóton A antes do fóton B . a) O padrão de interferência presente quando não há placas de um quarto de onda na frente da fenda dupla. b) Com as placas de onda posicionadas na frente da fenda dupla, não se observa interferência.

tamanho do orifício no detector B foi aumentado para $600 \mu\text{m}$. O motivo disto é detectar fótons no mesmo ângulo sólido do experimento anterior. Utilizamos o mesmo processo de medição descrito na seção 4.1.

Os resultados, mostrados nas figuras 4.6 - 4.8, são similares aos do experimento anterior, no qual detecta-se fóton B primeiro. A figura 4.6 a) mostra o padrão de interferência de segunda ordem obtido nas contagens simples do detector D_A sem as placas de um quarto de onda posicionadas na frente da fenda dupla. Quando as placas são posicionadas na frente da fenda dupla, não há interferência no padrão de segunda ordem mostrado na figura 4.6 b). A figura 4.7 mostra as contagens em coincidência em função do deslocamento do detector D_A para as mesmas duas medidas apresentadas na figura 4.6. A figura 4.7 a) mostra o padrão de interferência de quarta ordem detectado quando não havia placas de um quarto de onda na frente da fenda dupla. Com as placas posicionadas na frente da fenda dupla, a interferência é destruída, como é mostrado na figura 4.7 b).

Depois, o polarizador linear foi colocado na frente de detector B , com ângulo de polarização α . Escolheram-se dois ângulos, $\alpha = \theta$ e $\alpha = \theta + \frac{\pi}{2}$, os ângulos dos eixos

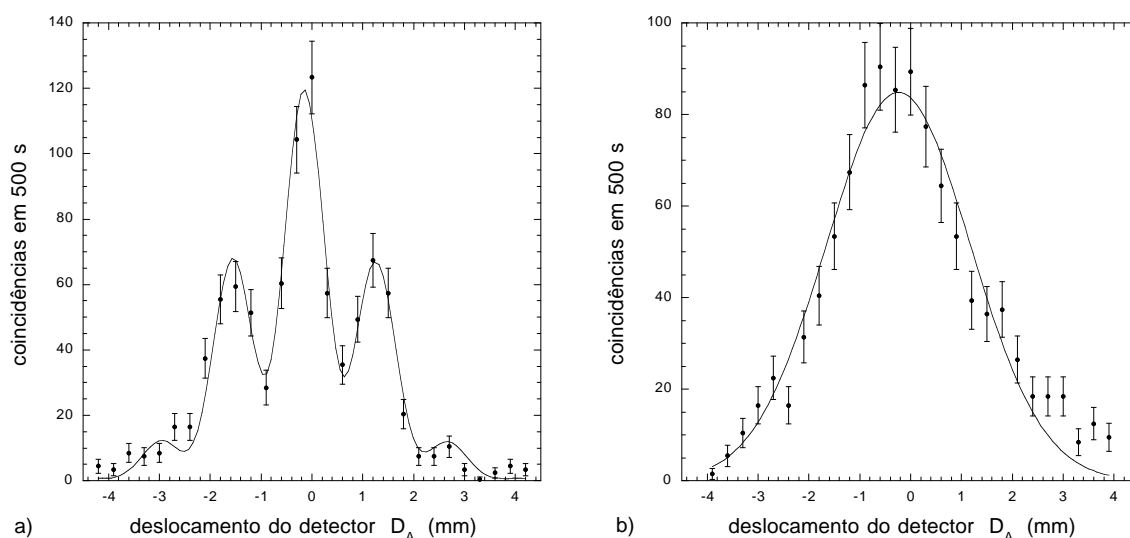


Figura 4.7: Contagens em coincidência em função do deslocamento do detector D_A . Detecta-se o fóton A antes do fóton B . a) Observa-se um padrão de interferência presente quando não há placas de um quarto de onda na frente da fenda dupla. b) Com as placas de onda posicionadas na frente da fenda dupla, não se observa interferência.

rápidos das duas placas de onda. A figura 4.8 a) mostra o padrão de *franjas* de interferência obtido quando $\alpha = \theta$, e a figura 4.8 b) mostra o padrão de *antifranjas* de interferência obtido quando $\alpha = \theta + \frac{\pi}{2}$. Aumentou-se o tempo de cada medida por causa da perda nas contagens de detector D_B devido ao polarizador. O experimento aqui descrito demonstra explicitamente o apagamento quântico atrasado discutido na seção 3.6. Seu valor é essencialmente pedagógico, pois a análise do seu comportamento é fundamentada em medições reais, suscita várias discussões e põe à prova a compreensão dos princípios da mecânica quântica. Pelos dados obtidos neste experimento, fica evidente que a ordem de detecção não altera as contagens de coincidências de fótons detectadas no apagador quântico.

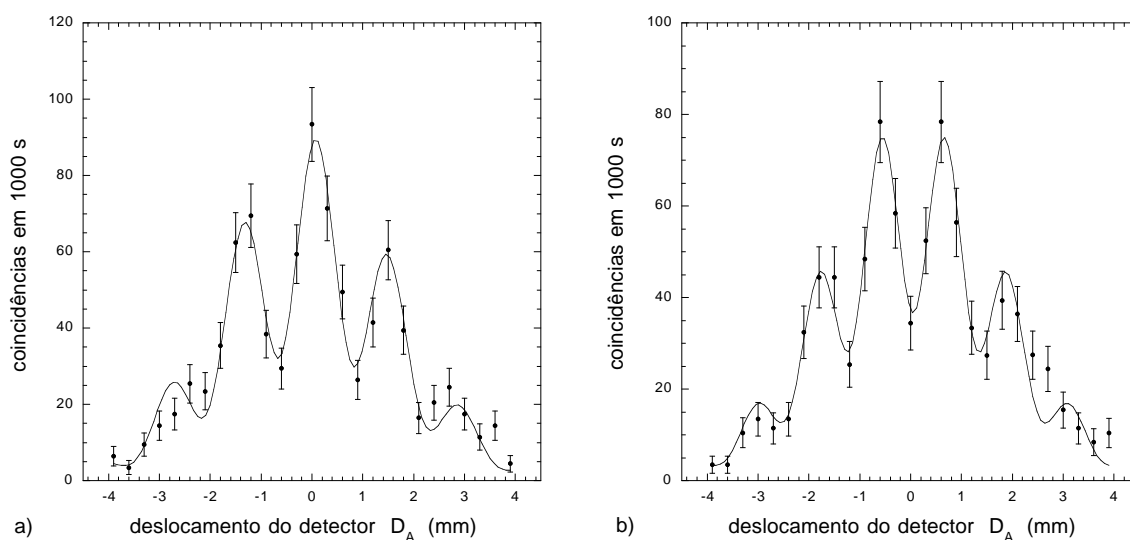


Figura 4.8: Contagens em coincidência em função do deslocamento do detector D_A . Detecta-se o fóton A antes do fóton B . Colocou-se um polarizador linear na frente de detector D_B com ângulo de polarização α . a) $\alpha = \theta$, onde θ é o ângulo do eixo rápido de uma placa de um quarto de onda. Recuperamos interferência na forma de *franças*. b) $\alpha = \theta + \frac{\pi}{2}$. Recuperamos interferência na forma de *antifranças*.

5

Conclusão

Estudamos apagamento quântico através de um experimento utilizando estados emaranhados de dois fótons e uma fenda dupla de Young. O estado de dois fótons foi criado usando conversão paramétrica descendente. O emaranhamento no espaço de polarização foi feito usando casamento de fase tipo II não colinear. Os cones de luz gerados pelo cristal não linear foram cruzados tal que detecção em coincidência nos dois pontos de cruzamento resultou num estado de Bell no espaço de polarização.

Mostramos que os estados gerados pelo cristal não linear são altamente emaranhados em polarização, tal que os resultados experimentais de um teste de emaranhamento dos fótons violam os resultados de uma correlação clássica obtidos teoricamente. As visibilidades das curvas de interferência no espaço de polarização ficaram acima de 0,95, mostrando uma alta qualidade de emaranhamento, que foi necessária para realizar o apagamento quântico.

Discutimos os conceitos do apagador quântico de Scully, Englert e Walther. Apresentamos um análogo óptico, usando placas de um quarto de onda como rotores quânticos para marcar o caminho dos fótons. Mostramos que a ordem de grandeza dos níveis de energia adjacentes é muito pequeno e não pode ser medida experimentalmente. Apresentamos, no entanto, um apagador quântico óptico com estados de Bell e o realizamos experimentalmente. Um fóton de um par emaranhado incidiu

numa fenda dupla. Um padrão de interferência de Young foi observado. Placas de um quarto de onda foram posicionadas na frente da fenda dupla para marcar os caminhos dos fótons, e a interferência foi destruída em favor da informação de caminho. Mediu-se a polarização do *outro* fóton de tal maneira que apagou-se a informação de caminho e a interferência foi recuperada. Os padrões de franjas e anti-franjas de interferência foram observados dependendo da polarização do fóton *B*. Este experimento confirma a validade do princípio de complementaridade e a dualidade onda-partícula da luz, sem usar o princípio de incerteza.

O apagador quântico com estados de Bell realizado nesta tese pode ser considerado um análogo óptico ao apagador quântico de SEW, embora, haja algumas diferenças. No apagador quântico de SEW, o emaranhamento responsável pela destruição da interferência é um produto da interação entre os átomos de Rydberg e as cavidades de micromaser. No apagador quântico com estados de Bell, o emaranhamento foi preparado no cristal não linear, antes dos fótons chegarem na fenda dupla. Criamos e utilizamos emaranhamento como uma ferramenta para recuperar a interferência. Esta criação e utilização de emaranhamento é similar aos sistemas de teleportação quântica e criptografia quântica sendo realizados.

Apresentamos o conceito de apagamento quântico atrasado e realizamos um experimento demonstrando-o. A diferença entre o apagamento quântico e o apagamento quântico atrasado é que, no apagamento atrasado, o fóton *A*, que se interfere, foi detectado *primeiro*. Mostramos que a ordem de detecção dos dois fótons não altera os resultados obtidos. Apresentamos algumas dificuldades com a interpretação da mecânica quântica. Vimos que a mecânica quântica fornece um formalismo para tratar a preparação de estados, mas não fornece uma maneira de determinar o passado.

Hoje em dia, os estados emaranhados estão sendo utilizados para realizar experimentos diretamente ligados com a tecnologia. Sistemas de computadores quânticos, teleportação quântica e criptografia quântica já foram realizados. Em todos destes trabalhos, é necessário gerar um estado bem emaranhado, com alta eficiência de detecção. No laboratório, aprendemos neste trabalho que a fase interna ϕ do estado de Bell de dois fótons varia rapidamente em relação a posição de detecção. Por

isso, orifícios pequenos foram usados na detecção do estado de Bell. Uma idéia de pesquisa para o futuro é o estudo mais detalhado do estado emaranhado gerado pelo cristal não linear. Especificamente, um estudo da variação da fase ϕ seria interessante. Talvez esta variação possa ser utilizada de uma certa forma. Também, a pesquisa de qualquer método disponível para aumentar as eficiências dos detectores seria útil.

Emaranhamento e a dualidade onda-partícula são aspectos fundamentais da mecânica quântica que são ausentes da mecânica clássica. Nesta dissertação, estudamos estes aspectos através de experimentos ópticos. Talvez este trabalho possa ajudar o nosso conhecimento do mundo quântico.

Referências Bibliográficas

- [1] M. O. Scully, B. G. Englert, and H. Walther, *Nature* **351**, 111 (1991).
- [2] D. Burnham and D. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 84 (1970).
- [3] M. O. Scully and K. Drühl, *Phys. Rev. A* **25**, 2208 (1982).
- [4] M. O. Scully and H. Walther, *Phys. Rev. A* **39**, 5229 (1989).
- [5] M. O. Scully, B. G. Englert, and J. Schwinger, *Phys. Rev. A* **40**, 1775 (1989).
- [6] M. O. Scully and H. Walther, *Found. Phys.* **28**, 399 (1998).
- [7] I. Newton, *Optics* (1672).
- [8] C. Huygens, *Traité de la Lumière* (Leyden, 1690).
- [9] A. Einstein, *Ann. Physik* **17**, 132 (1905).
- [10] N. Bohr, *Naturwissenschaften* **16**, 245 (1928).
- [11] R. Feynman, R. Leighton, and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics Vol. III* (Addison-Wesley, Reading, 1965).
- [12] M. Jammer, *The philosophy of Quantum Mechanics* (Wiley, New York, 1974).
- [13] F. Belifante, *Measurement and Time Reversal in Objective Quantum Theory* (Pergammon, New York, 1975).
- [14] A. Einstein, D. Podolsky, and N. Rosen, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).
- [15] J. Bell, *Physics* **1**, 195 (1965).

-
- [16] J. Bell, *Rev. Mod. Phys.* **38**, 447 (1966).
- [17] J. Clauser and M. Horne, *Phys. Rev. D* **10**, 526 (1974).
- [18] J. Clauser and A. Shimony, *Rep. Prog. Phys.* **41**, 1881 (1978).
- [19] D. Greenberger, M. Horne, and A. Zeilinger, *Bell's Theorem, Quantum Theory and Conceptions of the Universe* (Kluwer, Dordrecht, 1989).
- [20] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 91 (1982).
- [21] A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1804 (1982).
- [22] Z. Y. Ou and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 50 (1988).
- [23] Y. Shih and C. Alley, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2921 (1988).
- [24] J. Torgerson, D. Branning, C. Monken, and L. Mandel, *Phys. Rev. A* **51**, 4400 (1995).
- [25] J. Torgerson, D. Branning, C. Monken, and L. Mandel, *Phys. Lett. A* **204**, 323 (1995).
- [26] P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A. V. Sergienko, and Y. Shih, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4337 (1995).
- [27] N. Mermin, in *Techniques and Ideas in Quantum Measurement Theory*, edited by D. M. Greenberger (New York Academy of Sciences, New York, 1986), p. 422.
- [28] E. Santos, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1388 (1991).
- [29] E. Santos, *Phys. Rev. A* **46**, 3646 (1992).
- [30] P. Eberhard, *Phys. Rev. A* **47**, R747 (1993).
- [31] P. G. Kwiat, A. Steinberg, and R. Chiao, *Phys. Rev. A* **49**, 7729 (1994).
- [32] C. Bennett, G. Brassard, and A. Ekert, *Sci. Am.* **267**, 26 (1992).

- [33] T. Jennewein, C. Simon, G. Weihs, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4729 (2000).
- [34] D. Naik, C. Peterson, A. White, A. Berlund, and P. Kwiat, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4733 (2000).
- [35] W. Tittel, J. Brendel, H. Zbinden, and N. Gisin, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4737 (2000).
- [36] A. Ekert and R. Jozsa, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 733 (1996).
- [37] C. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, and W. Wothers, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895 (1993).
- [38] R. Boyd, *Nonlinear Optics* (Academic Press, New York, 1992).
- [39] V. Dmitriev, G. Gurzadyan, and D. Nikoyosyan, *Handbook of Nonlinear Optical Crystals (Springer Series in Optical Sciences Vol. 64)* (Springer-Verlag, New York, 1999).
- [40] L. Wang, *Investigation of Induced Coherence With and Without Induced Emission*, Ph.D. thesis, University of Rochester (1992).
- [41] C. Monken, *Geração de luz com estatística de fótons sub-Poissonian, a partir da conversão paramétrica descendente*, Tese de Doutorado, UFMG (1993).
- [42] A. G. Zajonc, *Nature* **353**, 507 (1991).
- [43] P. G. Kwiat, A. Steinberg, and R. Chiao, *Phys. Rev. A* **45**, 7729 (1992).
- [44] T. J. Herzog, P. G. Kwiat, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3034 (1995).
- [45] C. H. Monken, D. Branning, and L. Mandel, in *CQO7 - Proceedings of the 7th Rochester Conference in Coherence and Quantum Optics*, edited by L. Mandel and J. Eberly (Plenum Press, New York, 1996), p. 701.
- [46] C. C. Gerry, *Phys. Rev. A* **53**, 1179 (1996).
- [47] Z. Y. Ou, *Phys. Lett. A* **226**, 323 (1997).

- [48] S.-B. Zheng and G.-C. Guo, *Physica A* **251**, 507 (1998).
- [49] G. Hackenbroich, B. Rosenow, and H. A. Weidenmüller, *Europhys. Lett.* **44**, 693 (1998).
- [50] S. Dürr, T. Nonn, and G. Rempe, *Nature* **395**, 33 (1998).
- [51] S. Dürr, T. Nonn, and G. Rempe, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5705 (1998).
- [52] Y.-H. Kim, S. Kulik, Y. Shih, and M. Scully, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1 (2000).
- [53] W. K. Wootters and W. H. Zurek, *Phys. Rev. D* **19**, 473 (1979).
- [54] D. M. Greenberger and A. Yasin, *Phys. Lett. A* **128**, 391 (1988).
- [55] L. Mandel, *Opt. Lett.* **16**, 1882 (1991).
- [56] G. Jaeger, A. Shimony, and L. Vaidman, *Phys. Rev. A* **51**, 54 (1995).
- [57] B. G. Englert, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2154 (1996).
- [58] G. Björk and A. Karlsson, *Phys. Rev. A* **58**, 3477 (1998).
- [59] U. Mohrhoff, *Am. J. Phys.* **64**, 1468 (1996).
- [60] U. Mohrhoff, *Am. J. Phys.* **67**, 330 (1999).
- [61] B. G. Englert, M. O. Scully, and H. Walther, *Am. J. Phys.* **67**, 325 (1999).
- [62] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1997).
- [63] A. Luis and L. Sánchez-Soto, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4031 (1998).
- [64] B. G. Englert, M. O. Scully, and H. Walther, e-print quant-ph/9910037 .
- [65] E. Jaynes, in *Foundations of Radiation Theory and Quantum Electronics*, edited by A. O. Barut (Plenum Press, New York, 1980), p. 37.
- [66] R. A. Beth, *Phys. Rev.* **50**, 115 (1936).

-
- [67] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë, *Quantum Mechanics* (Hermann, Paris, 1977).
- [68] W. H. Zurek, *Physics Today* p. 36 (1991).
- [69] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University Press, New York, 1995).
- [70] M. L. Boas, *Mathematical Methods in the Physical Sciences* (John Wiley & Sons, New York, 1983).
- [71] A. Peres, *Quantum Theory: Concepts and Methods* (Kluwer, Dordrecht, 1995).
- [72] A. Garuccio, in *Annals of the New York Academy of Sciences vol. 755 - Fundamental Problems in Quantum Theory*, edited by D. M. Greenberger and A. Zeilinger (The New York Academy of Sciences, New York, 1995), p. 632.
- [73] P. S. Ribeiro, C. Monken, and G. Barbosa, *Applied Optics* **33**, 352 (1994).
- [74] G. R. Fowles, *Introduction to Modern Optics* (Dover, New York, 1989).