

Paula de Campos Oliveira

Modelos de Mobilidade Estocásticos Dependentes do Estado em Redes de Telefonia Móvel

Dissertação apresentada ao Departamento de Ciência da Computação do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Universidade Federal de Minas Gerais
Belo Horizonte, março de 2005.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS



FOLHA DE APROVAÇÃO

Modelos de Mobilidade Estocásticos Dependentes do Estado em Redes de
Telefonia Móvel

PAULA DE CAMPOS OLIVEIRA

Dissertação defendida e aprovada pela banca examinadora constituída pelos Senhores:

Prof. FREDERICO RODRIGUES BORGES DA CRUZ - Orientador
Departamento de Estatística - UFMG

Prof. GERALDO ROBSON MATEUS - Co-orientador
Departamento de Ciência da Computação - UFMG

Prof. ANTONIO ALFREDO FERREIRA LOUREIRO
Departamento de Ciência da Computação - UFMG

Prof. RODRIGO LIMA CARCERONI
Departamento de Ciência da Computação - UFMG

Belo Horizonte, 13 de dezembro de 2004.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, pela presença constante, por ter sempre abençoado e guiado a minha vida,

Ao meu orientador Prof. Frederico Rodrigues Borges da Cruz, do Departamento de Estatística da UFMG, que sempre se mostrou paciente, compreensível e disponível para ajudar em todas as etapas desse trabalho, inclusive na escolha do curso de mestrado,

Ao Prof. Geraldo Robson Mateus, por ter aceitado o desafio de co-orientar e me auxiliar com seus conhecimentos sobre comunicação móvel,

Aos amigos do DCC, por me auxiliarem em conceitos para mim desconhecidos e sempre me apoiarem,

Aos amigos do DE, principalmente à Ariane, que colaboraram na construção deste trabalho,

Aos meu pais, luzes da minha vida, que nunca mediram esforços para que minha educação fosse a melhor possível, por terem me apoiado nos momentos difíceis de adaptação em uma nova ciência e sempre me incentivarem,

À minha irmã, Valéria, por ter sempre compreendido minhas frustrações e alegrias, e me incentivar a seguir em frente,

A todos que de alguma forma ajudaram a conclusão deste trabalho.

Resumo

Neste trabalho, apresentamos um novo modelo de mobilidade que pode ser utilizado em um sistema de comunicação móvel. O diferencial do modelo apresentado é que ele depende do estado, ou seja, o modelo leva em consideração o fenômeno de congestionamento, e portanto a velocidade cai quando o número de usuários do sistema aumenta. Antes de apresentar o novo modelo, faremos uma descrição do sistema de comunicação móvel e um estudo sobre os modelos de mobilidade existentes na literatura. Em seguida, apresentaremos o modelo de mobilidade dependente do estado aplicado a tráfego de pedestres e veículos, que pode ser aplicado ao sistema de telefonia móvel. Apresentamos também, uma descrição do modelo de simulação implementado, e as mudanças ocorridas para que possa ser aplicado ao sistema de telefonia móvel. Extensivos experimentos foram realizados para comprovar a eficácia do nosso modelo, demonstrando que a nova abordagem é promissora. Por fim, mostraremos outros problemas que podem ser estudados tendo como base o modelo proposto.

Abstract

In this work, we present a new mobility model, that can be used in a mobile communication system. The differential of the present model are that it depends on the state, or the model takes in consideration the congestion phenomenon, the speed falls when the number of users of the system increases. Before presenting the new model, we will make a description of the mobile communication system and the mobility models in the literature. After that, we present the state-dependent mobility model applied the traffic of pedestrians and vehicles, that can be applied in communication system. We also present, a description of the implemented simulation model, and the occurred changes so that it could be applied to the system of mobile communication. A great number of experiments has been carried through to prove the effectiveness of our model, being demonstrated that the new approach is promising. Finally, we will show other problems that can be studied based on the proposed model.

Sumário

Resumo	iv
Abstract	v
Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xii
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Escopo da Dissertação e Contribuições	2
1.3 Organização da Dissertação	3
2 Sistemas Celulares	4
2.1 Introdução	4
2.2 Sistema de Telefonia Móvel	5
2.3 Modelagem e Procedimentos de uma Rede Móvel Celular	8
2.4 Parâmetros de Mobilidade e Geração de Tráfego	10
2.5 Impacto da Mobilidade na Rede	14
2.6 Principais Contribuições deste Capítulo	15
3 Principais Modelos de Mobilidade Apresentados na Literatura	16
3.1 Modelo Fluido	16
3.2 Modelo de Gravidade	17
3.3 Modelos de Transporte	17
3.4 Modelos Markovianos	18
3.5 Modelo <i>Metropolitan Mobility</i> - METMOD	19
3.6 Modelo de Hong e Rappaport	19
3.7 Modelo de Nanda	20
3.8 Modelo de McMillan	22
3.9 Modelo de Evans	23

3.10	Modelo de Markoulidakis <i>et al.</i>	24
3.11	Modelo de Sadok	25
3.12	Modelo Tabela e Modelo Matemático de Distribuição	26
3.13	Comparação entre os Modelos	27
3.14	Principais Contribuições deste Capítulo	27
4	Modelos de Mobilidade Dependente do Estado	29
4.1	Introdução	29
4.2	Modelo de Mobilidade para Pedestres	30
4.2.1	Modelo de Congestionamento	31
4.2.2	Modelo Analítico	34
4.2.3	Alguns Experimentos Computacionais	36
4.3	Modelo de Mobilidade para Veículos	40
4.3.1	Ajuste do Modelo de Congestionamento	40
4.3.2	Nota sobre o Modelo Analítico de uma Única Pista	49
4.3.3	Experimentos Computacionais	49
4.4	Modelo de Simulação a Eventos Discretos	52
4.4.1	Introdução	52
4.4.2	Estruturas de Dados	53
4.4.3	Algoritmo	57
4.5	Principais Contribuições deste Capítulo	57
5	Experimentos Computacionais em Configurações Básicas	58
5.1	Topologia Série	58
5.2	Topologia Divisão	65
5.2.1	Probabilidade na Divisão Iguais	65
5.2.2	Probabilidade na Divisão Diferentes	71
5.3	Topologia Fusão	77
5.3.1	Taxa de Chegada Iguais	77
5.3.2	Taxa de Chegada Diferentes	83
5.4	Topologia Mista	89
5.4.1	Taxa de Chegada Iguais	89
5.4.2	Taxa de Chegada Diferentes	95
5.5	Principais Contribuições deste Capítulo	101
6	Conclusões e Observações Finais	102
6.1	Trabalhos Futuros	103
Anexo A Modelos de Regressão e a Verificação de suas Su-		
posições		104
A.1	Ajuste Linear	105

A.2 Ajuste Exponencial (Log-Linear)	108
Anexo B Comparação dos Modelos Linear e Exponencial	112
Anexo C Programa Utilizado para Gerar as Curvas de Decres- cimento	114
Referências Bibliográficas	116

Lista de Figuras

2.1	Célula de uma rede celular.	5
2.2	Uma rede de telefonia celular (Silva, 1999).	7
2.3	Procedimento de <i>handoff</i> (Rocha, 2001).	10
2.4	Procedimento de <i>paging</i> (Rocha, 2001).	11
2.5	Diagrama temporal da mobilidade (Zonoozi & Dassanayake, 1997).	12
3.1	Comparação entre os modelos de mobilidade em relação ao tempo de permanência na célula.	28
4.1	Curvas empíricas para tráfego de pedestres (Tregenza, 1976).	31
4.2	Modelos $M/G/c/c$ linear e exponencial, e curvas empíricas para tráfego de veículos (Jain & MacGregor Smith, 1997).	32
4.3	Taxa de serviço <i>versus</i> número de usuários n , $f(n) = V_n/V_1$, para um corredor de $8 \times 2,5$ m ²	34
4.4	Taxa de atendimento <i>versus</i> λ com comprimento fixo em 8,0 m.	36
4.5	Taxa de atendimento <i>versus</i> λ com largura fixa em 2,5 m.	37
4.6	Taxa de atendimento <i>versus</i> comprimento com $\lambda = 5,0$ ped/s.	38
4.7	Taxa de atendimento <i>versus</i> comprimento com largura fixa em 2,5 m.	38
4.8	Taxa de atendimento <i>versus</i> largura para comprimento 8,0 m.	39
4.9	Taxa de atendimento <i>versus</i> largura para $\lambda = 2,5$ ped/s.	39
4.10	Pontos levantados para tráfego de veículos da Av. Antônio Carlos.	42
4.11	Intervalos de 95% de confiança do fluxo de veículos de acordo com o horário.	43
4.12	Boxplots por horário de fluxo.	44
4.13	Análise de variância para a velocidade <i>versus</i> horário.	45
4.14	Verificação de independência dos resíduos.	46
4.15	Verificação de homocedasticidade dos resíduos.	47
4.16	Verificação de normalidade dos resíduos.	47

4.17	Ajuste para o modelo linear.	48
4.18	Ajuste para o modelo exponencial.	49
4.19	Curvas de decrescimento para os dados coletados.	50
4.20	Medidas de desempenho por km, por pista, modelo linear.	52
4.21	Medidas de desempenho por km, por pista, modelo exponencial.	53
4.22	Objeto MgccSimul.	55
4.23	Algoritmo para simulação.	56
5.1	Três células em topologia série.	60
5.2	Tempo entre partidas das células em série para $\lambda = 1000$	61
5.3	Tempo de serviço nas células em série para $\lambda = 1000$	62
5.4	Tempo entre partidas das células em série para $\lambda = 4000$	63
5.5	Tempo de serviço nas células em série para $\lambda = 4000$	64
5.6	Três células em topologia divisão.	66
5.7	Tempo entre partidas das células em divisão para $\lambda = 1000$	67
5.8	Tempo de serviço nas células em divisão para $\lambda = 1000$	68
5.9	Tempo entre partidas das células em divisão para $\lambda = 4000$	69
5.10	Tempo de serviço nas células em divisão para $\lambda = 4000$	70
5.11	Três células em topologia divisão, com probabilidades diferentes.	72
5.12	Tempo entre partidas das células em divisão, com probabilidades diferentes, para $\lambda = 1000$	73
5.13	Tempo de serviço nas células em divisão, com probabilidades diferentes, para $\lambda = 1000$	74
5.14	Tempo entre partidas das células em divisão, com probabilidades diferentes, para $\lambda = 4000$	75
5.15	Tempo de serviço nas células em divisão, com probabilidades diferentes, para $\lambda = 4000$	76
5.16	Três células em topologia fusão.	78
5.17	Tempo entre partidas das células em fusão para $\lambda = 1000$	79
5.18	Tempo de serviço nas células em fusão para $\lambda = 1000$	80
5.19	Tempo entre partidas das células em fusão para $\lambda = 4000$	81
5.20	Tempo de serviço nas células em fusão para $\lambda = 4000$	82
5.21	Três células em topologia fusão com taxas de chegadas diferentes.	84
5.22	Tempo entre partidas das células em fusão, com taxas de chegadas diferentes, para $\lambda = 1000$	85
5.23	Tempo de serviço nas células em fusão, com taxas de chegadas diferentes, para $\lambda = 1000$	86
5.24	Tempo entre partidas das células em fusão, com taxas de chegadas diferentes, para $\lambda = 4000$	87
5.25	Tempo de serviço nas células em fusão, com taxas de chegadas diferentes, para $\lambda = 4000$	88

5.26	Duas células em topologia mista.	90
5.27	Tempo entre partidas das células da topologia mista, com entradas iguais, para $\lambda = 1000$	91
5.28	Tempo de serviço nas células da topologia mista, com entradas iguais, $\lambda = 1000$	92
5.29	Tempo entre partidas das células da topologia mista, com entradas iguais, para $\lambda = 4000$	93
5.30	Tempo de serviço nas células da topologia mista, com entradas iguais, para $\lambda = 4000$	94
5.31	Duas células em topologia mista, com entradas diferentes.	96
5.32	Tempo entre partidas das células da topologia mista, com entradas diferentes, para $\lambda = 1000$	97
5.33	Tempo de serviço nas células da topologia mista, com entradas diferentes, para $\lambda = 1000$	98
5.34	Tempo entre partidas das células da topologia mista, com entradas diferentes, para $\lambda = 4000$	99
5.35	Tempo de serviço nas células da topologia mista, com entradas diferentes, para $\lambda = 4000$	100
A.1	Teste de independência para o modelo linear.	106
A.2	Teste de homocedasticidade para o modelo linear.	106
A.3	Teste de Normalidade para o modelo linear.	107
A.4	Teste de independência para o modelo log-linear.	109
A.5	Teste de homocedasticidade para o modelo log-linear.	109
A.6	Teste de normalidade para o modelo log-linear.	110
C.1	Programa em S-PLUS utilizado para traçar as curvas de crescimento $M/G/c/c$	115

Lista de Tabelas

4.1	Dados coletados para tráfego de veículos na Av. Antônio Carlos.	41
4.2	Medidas de desempenho por km, por pista, modelo linear.	50
4.3	Medidas de desempenho por km, por pista, modelo exponencial.	51
5.1	Tempo entre partidas nas três células em topologia série.	60
5.2	Tempo entre partidas nas três células em topologia divisão.	66
5.3	Tempo entre partidas nas três células em topologia divisão com probabilidades diferentes.	72
5.4	Tempo entre partidas nas três células em topologia fusão.	78
5.5	Tempo entre partidas nas três células em topologia fusão com entradas diferentes.	84
5.6	Tempo entre partidas nas duas células em uma topologia mista com entradas iguais.	90
5.7	Tempo entre partidas nas duas células em uma topologia mista com entradas diferentes.	96
A.1	Análise de regressão, velocidade <i>versus</i> densidade.	105
A.2	Teste de Park para heterocedasticidade, modelo linear.	107
A.3	Análise de regressão, ln(velocidade) <i>versus</i> densidade.	108
A.4	Teste de Park para heterocedasticidade, modelo log-linear.	110
A.5	Teste de Durbin-Watson, regras de decisão para os modelos.	111
B.1	Dados brutos para comparar os dois valores de R^2 .	113

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

A demanda por serviços de telefonia celular tem crescido de maneira impressionante nos últimos anos. Tendo como exemplo somente o Brasil, o número de celulares chegou a 65,6 milhões ¹ em 2004, com o acréscimo de 19,2 milhões de aparelhos em relação a dezembro de 2003. O crescimento no período foi de 41,47%. Em setembro, a Anatel (Agência Nacional de Telecomunicações) chegou a prever que 2004 terminaria com 69,8 milhões de celulares. O ritmo de crescimento desse mercado vem aumentando ano a ano. De 2001 para 2002, houve crescimento de 21,3% na quantidade de celulares. De 2002 para 2003, a quantidade de celulares aumentou 32,9%. O crescimento da telefonia celular contrasta com o cenário de estagnação da telefonia fixa. Ou seja, enquanto a telefonia móvel aumenta a taxas exorbitantes, a telefonia fixa se estabiliza.

A mobilidade proporcionada por estas redes de comunicação móvel introduz novos desafios aos engenheiros de teletráfego, profissionais responsáveis pelo projeto, planejamento e dimensionamento da rede. Nos sistemas móveis o usuário tem a liberdade de se locomover pela região coberta pela rede mantendo-se conectado a ela. Para alcançar esse objetivo a rede deve manter e atualizar periodicamente informações sobre a localização de cada usuário através de procedimentos que geram tráfego de sinalização, tendo um impacto muito grande no desempenho do sistema. Através dos modelos de mobilidade tenta-se prever e dimensionar o tráfego gerado através da mobilidade dos usuários com o objetivo de minimizar os custos da implementação da rede, maximizar a qualidade de serviço oferecida aos usuários, e oferecer uma ferramenta de extrema importância para o projeto e planejamento das

¹Fonte: www.anatel.gov.br

redes de comunicação móveis celulares. Para uma boa qualidade é necessário que a operadora proporcione ao usuário o melhor atendimento, sendo que um dos principais fatores é a conexão. A conexão sendo completada e mantida até sua conclusão, o usuário fica satisfeito. E é essa satisfação do usuário que nos instiga a estudar os efeitos da sua mobilidade e assim verificar o atendimento feito pela operadora. Além disso, trata-se de um tema relativamente novo para a comunidade científica, como muitas questões ainda em aberto, e sem conclusões definitivas sobre a melhor forma de modelar a mobilidade dos usuários em redes móveis celulares complexas.

1.2 Escopo da Dissertação e Contribuições

Nesta dissertação tratamos de sistemas de telefonia móvel nos aspectos de mobilidade dos seus usuários. Questões consideradas de interesse são relativas à caracterização do tráfego de usuários.

Contribuições desta dissertação incluem:

1. descrição geral de uma rede de comunicação móvel celular e seus elementos básicos, em particular os vários parâmetros de caracterização da mobilidade dos usuários;
2. levantamento bibliográfico detalhado dos modelos de maior impacto entre os modelos de mobilidade existentes;
3. apresentação detalhada de uma nova abordagem estocástica dependente do estado, para modelagem da mobilidade dos usuários em sistemas de telefonia;
4. apresentação de um novo modelo de simulação por eventos discretos para análise de tráfegos dependentes do estado aplicado a sistemas de telefonia móvel;
5. condução de extensivos experimentos computacionais que comprovam a eficácia do modelo de simulação proposto;
6. criação de uma metodologia para comparação dos diversos modelos probabilísticos para diversos parâmetros de caracterização da mobilidade dos usuários;
7. apresentação de resultados de experimentos computacionais, de uma forma compreensível, em algumas situações de interesse;
8. descrição de diversas questões em aberto, para futuros estudos na área.

1.3 Organização da Dissertação

Esta dissertação está organizada da seguinte forma. No Capítulo 2, apresentamos os principais elementos e conceitos de uma rede de telefonia móvel. No Capítulo 3, descrevemos os modelos de mobilidade de maior impacto encontrados na literatura. No Capítulo 4 apresentamos o modelo estocástico dependente do estado e o modelo de simulação a eventos discretos propostos. Já no Capítulo 5, reservamos para os resultados referentes aos experimentos computacionais realizados via modelo estocástico dependente do estado. Finalmente, encerramos a dissertação no Capítulo 6, com os principais resultados alcançados e propostas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Sistemas Celulares

Neste capítulo será descrita de forma geral uma rede de comunicação móvel celular com todos os seus elementos básicos, o funcionamento da rede, os procedimentos efetuados para garantir a mobilidade de usuários, e os vários parâmetros de caracterização da mobilidade e da geração de tráfego de chamadas.

2.1 Introdução

A primeira patente industrial na área de comunicações sem fio foi dada ao italiano Guglielmo Marconi na Inglaterra em 1896. Em 1905 ocorreu a primeira transmissão de voz e música em um canal de comunicação sem fio por Reginald Fessenden, e em 1946 o primeiro sistema de telefonia móvel comercial, operado pela empresa americana Bell, foi implantado em St. Louis, Missouri, nos Estados Unidos (Prasad, 1997).

No início da década de 80 surgiram os primeiros sistemas de telefonia móvel celular, similares aos que temos hoje em dia, difundidos numa escala mundial. São os chamados sistemas de 1ª geração. Estes sistemas utilizam a transmissão de dados no modo analógico e a técnica de acesso ao meio utilizada é a FDMA (*Frequency Division Multiple Access*). Os principais problemas com esses sistemas eram a baixa qualidade e capacidade dos canais de comunicação e a incompatibilidade entre os diversos sistemas existentes.

Com a vinda das tecnologias de transmissão digital surgiram os sistemas celulares de 2ª geração. Na Europa foi adotado o sistema GSM (*Global System for Mobile communications*, antigo *Groupe Spécial Mobile*), no Japão o PDC (*Personal Digital Cellular*) e nos Estados Unidos o IS 54/136 (*International Standard 54/136*) e o IS-95. Com a 2ª geração de celulares foram introduzidos novos serviços de comunicação de voz, com maior qualidade e

capacidade de transmissão, possibilitando atender a um maior número de usuários, e também foram criados serviços de transmissão de dados como o serviço de mensagens curtas (*Short Messages Service*, SMS) para transmissão de pequenas mensagens de dados. O sistema desta geração têm o inconveniente de a disponibilização dos serviços ser ainda limitada. E é toda esta evolução e crescimento da área que torna interessante o estudo a seu respeito.

2.2 Sistema de Telefonia Móvel

Os primeiros sistemas de comunicação móvel por rádio possuíam uma única estação base, com a antena em região elevada da cidade e alta potência de transmissão, cobrindo uma grande área contendo todo o espaço de frequências, Figura 2.1.

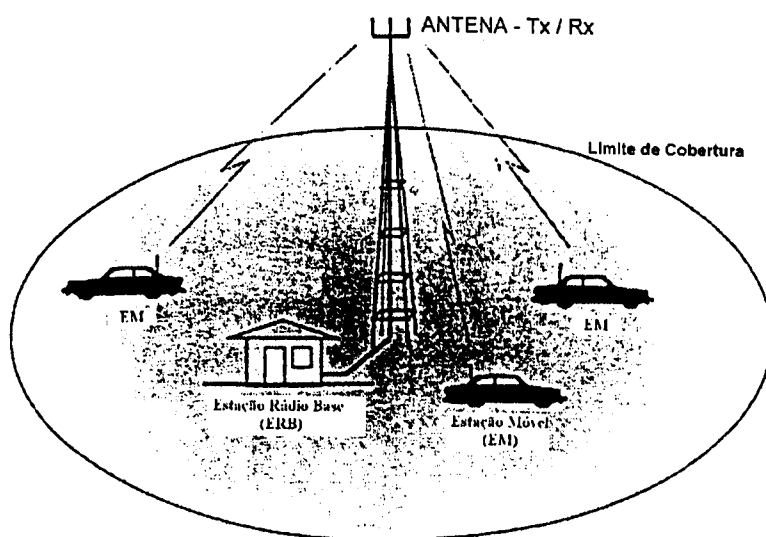


Figura 2.1: Célula de uma rede celular.

Como a comunicação era feita através de uma única antena, o tráfego oferecido era limitado ao espaço de frequências disponível. Como os sistemas deveriam ficar geometricamente separados, a fim de evitar a interferência entre canais, sempre acabava havendo descontinuidade das chamadas em andamento quando o usuário necessitava percorrer duas áreas de serviço distintas.

A escolha da tecnologia adequada depende diretamente do serviço a ser

oferecido. Do ponto de vista da operadora, a alternativa deve oferecer facilidade de planejamento, administração e gerenciamento da rede, em contraste com os custos.

As soluções diferem na topologia básica, na frequência de rádio, na modulação, no protocolo de comunicação, no padrão tecnológico, na disponibilidade para o comércio em massa, nos recursos de *software*, na área de serviço e na técnica de acesso ao meio, ou seja, na forma pela qual os usuários repartem o espaço de frequências.

A Figura 2.2 mostra a arquitetura típica para o sistema de múltiplo acesso por divisão de tempo ou *Time Division Multiple Access* (TDMA), que consiste em um grupo de Estações Rádio Base (ERBs) cobrindo uma determinada área geográfica denominada *área de cobertura* ou *área de serviço*, e interconectadas através de uma rede *backbone* fixa, normalmente usando-se fibra ótica ou antenas de microondas. Este *backbone* por sua vez pode estar ligado ao sistema de telefonia convencional, ou *Public Switch Telephone Network* (PSTN). Essas ERBs são controladas por uma Central de Comutação e Controle (CCC) ou *Mobile Switching Center* (MSC). Todas as ERBs estão conectadas à CCC via OLQNV dedicados de comunicação. A CCC portanto é quem faz a interface entre as Unidades Móveis (UM's) e a rede pública de telefonia comutada. A área de serviço ou região metropolitana onde um usuário é cadastrado é chamada de área de serviço local ou *home service area*. O usuário quando está localizado na sua área de serviço local é chamado de *home subscriber*, mas ele pode se locomover por outras áreas, quando então ele passa a ser denominado *roamer subscriber*. A cobertura de uma *célula* é feita usando-se faixas de espectro eletromagnético semelhante à transmissão de rádio e TV. Obviamente temos também as UMs que podem se movimentar livremente por toda a área de serviço e, diferentemente dos sistemas de comunicação convencionais, não precisam estar fisicamente conectados a nenhum dispositivo para enviar ou receber informação (Rocha, 2001). A seguir uma descrição detalhada de cada entidade de uma rede celular:

Unidade Móvel (UM): É a interface entre o cliente assinante da rede celular e as estações rádio-base, também chamada de estação móvel ou terminal.

Célula: É a área geográfica coberta por uma Estação de Rádio-Base (ERB), ou seja, a região na qual a potência do sinal transmitido pela ERB ainda é forte o bastante para manter a comunicação com a UM. Sua forma geométrica depende de vários fatores como relevo da região, a quantidade de prédios e construções na área, a potência e a altura da ERB, se é uma ERB omnidirecional (transmite em todas as direções) ou setorizada (transmite em uma só direção).

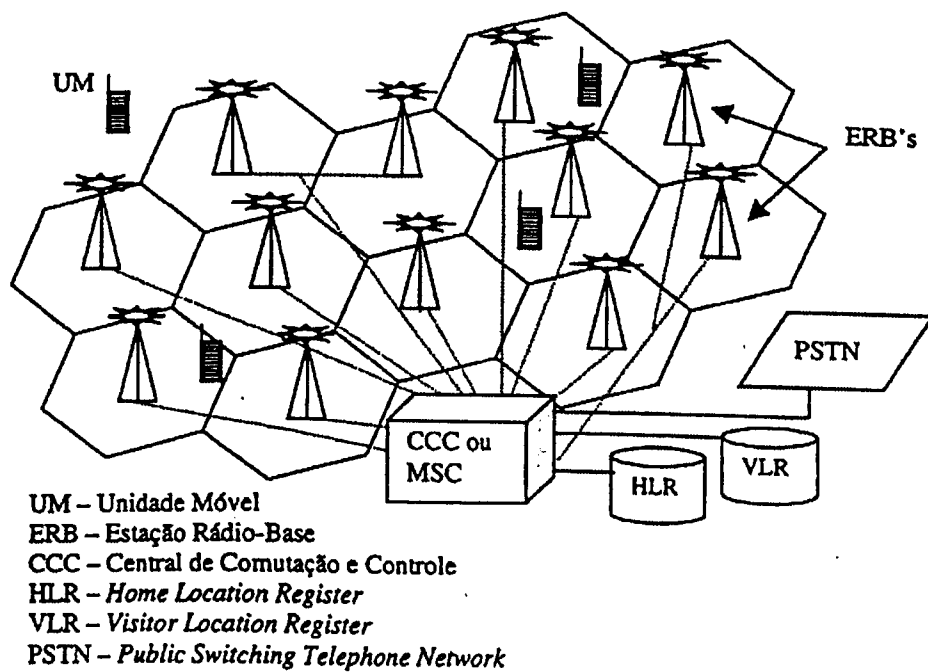


Figura 2.2: Uma rede de telefonia celular (Silva, 1999).

Estação Rádio-Base (ERB): É formada pela unidade de rádio com transmissores receptores, torre e antenas, e pela unidade de controle, através de microprocessadores. A ERB é responsável pelo controle, supervisão e monitoração das chamadas de/para as UM's.

Central de Comutação e Controle (CCC) ou *Mobile Switching Center* (MSC): É uma central telefônica especialmente desenvolvida para redes celulares, além dos serviços de processamento de chamadas normalmente executados por uma central telefônica comum a CCC também realiza serviços como o registro das UM's, gerenciamento e coordenação de *handoff* e *paging* (definidos mais adiante, ainda neste capítulo), entre outros.

Registrador de Localidade Interno (RLI) ou *Home Location Register* (HLR): É uma base de dados de uma área de serviço que contém informações sobre as UM's cadastradas naquela área.

Registrador de Localidade Visitante (RLV) ou *Visitor Location Register* (VLR): É uma base de dados temporária com dados da UM que está fora de sua área de serviço. Funciona em conjunto com os HLR's.

***Public Switched Telephone Network* (PSTN):** É a rede pública de telefonia comutada que trata a CCC como um comutador telefônico comum da rede pública de telefonia.

2.3 Modelagem e Procedimentos de uma Rede Móvel Celular

A caracterização dos parâmetros e variáveis relacionados com o tráfego e a mobilidade de unidades móveis numa rede tem sido estudada por vários autores (Hong & Rappaport, 1986; Rappaport, 1993; Chung et al., 1997; Lin, 1997; Zonoozi & Dassanayake, 1997; Alencar & Sadok, 1999; Campos et al., 1999), com o objetivo de analisar e aperfeiçoar o desempenho da rede. A posição de uma unidade móvel é uma variável aleatória que ocasiona mudanças na sua direção e velocidade, modificando o desempenho da rede. Geralmente, por questões de facilidade nos cálculos e na ausência de uma comprovada distribuição de probabilidade, muitos autores que trabalham com problemas de mobilidade assumem, explícita ou implicitamente, que o tempo de residência na célula i segue uma distribuição exponencial. Entretanto, Zonoozi & Dassanayake (1997) prova por simulação que a distribuição

gama também pode ser usada, uma vez que esta distribuição é derivada da distribuição exponencial. Quando um usuário tenta fazer uma chamada dentro de uma célula ou quando o usuário está numa célula e alguém faz uma ligação para ele, um dos canais de comunicação da ERB daquela célula é disponibilizado para a UM do usuário, sendo estabelecida a ligação. Um situação que pode acontecer é que no momento em que o usuário tenta fazer uma ligação a ERB não tenha um canal disponível e então a nova ligação não é completada originando uma *ligação nova bloqueada*. A quantidade de ligações novas bloqueadas define a qualidade de uma rede celular, ou seja, a rede celular atende mais adequadamente quanto menor a probabilidade de se ocorrer uma ligação nova bloqueada.

No entanto, quando uma UM se move da célula #1 para uma célula #2 durante uma ligação, para se manter a continuidade da ligação, a UM libera o canal da célula #1, onde estava conectada, e estabelece uma conexão com um canal da célula #2. Este procedimento de troca de canais de comunicação é chamado de *handoff*. Se a ligação procurar um novo canal em outra célula e todos os canais da ERB estiverem ocupados, ou seja, não tenha canais disponíveis para ligações de *handoff*, a ligação é forçada a terminar, ou seja, o *handoff* não é bem-sucedido e a ligação cai. Este tipo de ligação é chamada de *handoff* bloqueada. Assim, as ligações podem ser classificadas como (Silva, 1999):

ligação bloqueada: aquela que não conseguiu um canal de comunicação disponível quanto tentou-se iniciar a ligação;

ligação incompleta ou forçada a terminar: aquela que consegue um canal livre para iniciar a conexão com a rede, mas depois cai no meio da ligação;

ligação completa: aquela que o usuário consegue iniciar a ligação e ficar conectado à rede o tempo que deseja até finalizar a chamada por sua própria iniciativa.

Procedimento de *Handoff*

Handoff, ou também chamado de *handover* (Pollini, 1996), é o procedimento que ocorre quando há uma transferência de uma ligação em andamento em um canal de comunicação de uma ERB para um canal de comunicação de outra ERB. Isto acontece quando um usuário está conectado à rede através de uma ligação e se move de uma célula (célula de origem) para outra célula vizinha (célula de destino ou célula de *handoff*), sendo liberado o canal de

comunicação da célula de origem e alocado um novo canal para a ligação do usuário na célula de destino, Figura 2.3.

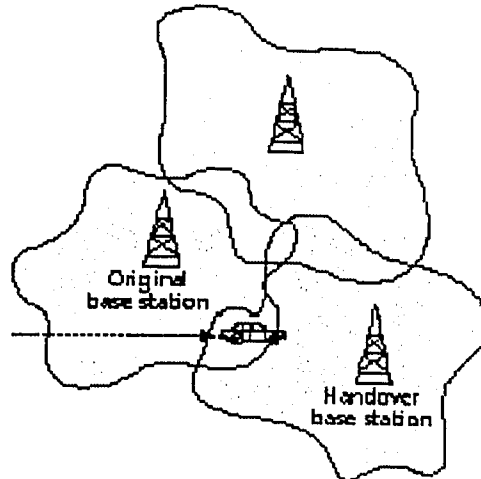


Figura 2.3: Procedimento de *handoff* (Rocha, 2001).

Procedimento de *Paging*

Conforme descrito por Rocha (2001), o processo de *paging* existe para localizar uma determinada UM, Figura 2.4. Um canal de controle é reservado nas células para este fim e todas as UM's o monitoram. Caso alguma notificação seja recebida, a UM envia de volta uma mensagem do tipo ACK (*Acknowledge*). A ERB a controlar a conexão é aquela cujo sinal de ACK tiver a maior intensidade. Caso a UM destino não seja localizada dentro de um tempo limite, o sistema informará àquela unidade (fixa convencional ou móvel) que originou a mensagem a impossibilidade da conexão.

2.4 Parâmetros de Mobilidade e Geração de Tráfego

Para fazer uma análise de desempenho de uma rede de telefonia móvel são observados diversos parâmetros. Observando a Figura 2.5 vemos a trajetória de um usuário por uma rede celular. O usuário inicia seu trajeto na Célula 0, na qual ele tem um tempo de permanência $t_{m,0}$ e inicia sua ligação, denominada nova chamada, o tempo de duração desta chamada nesta célula

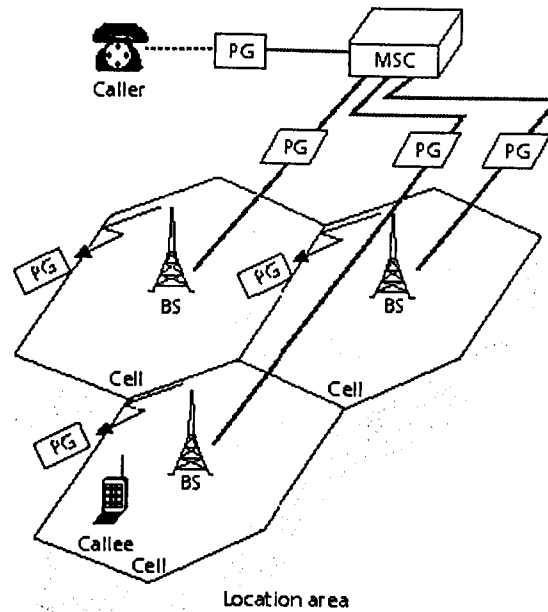


Figura 2.4: Procedimento de *paging* (Rocha, 2001).

é dado por $\tau_{m,0}$. Quando o usuário se locomove para a Célula 1, conectado a rede, esta conexão passa a ser denominada chamada de *handoff*. Assim, o usuário vai se locomovendo dentro da rede até alcançar a Célula i onde encerra a conexão. Entre os parâmetros para se caracterizar a mobilidade de um usuário numa rede móvel, um dos mais importantes é a variável aleatória $t_{m,0}$, Figura 2.5 que representa o tempo que o usuário passa em cada célula, ou seja, $t_{m,0}$ é o tempo que o usuário permaneceu dentro da Célula 0, $t_{m,1}$ é o tempo que ele passou na célula 1, e assim até $t_{m,i}$ que representa o tempo que o usuário passou na Célula i . Essa variável é denominada de “tempo de permanência na célula”, e é esta variável que mais nos interessa e sobre a qual estaremos discutindo em capítulos adiante. Afinal não se tem uma idéia clara da função que melhor represente a função densidade de probabilidade dessa variável. Estaremos discutindo as funções utilizadas no Capítulo 3.

A seguir tem-se uma lista reunindo os conceitos dos parâmetros apresentados anteriormente e também outros parâmetros importantes para se analisar o desempenho de uma rede móvel celular. Estes parâmetros estão agrupados em três conjuntos de parâmetros distintos sendo eles: parâmetros de mobilidade, aqueles que só dependem da movimentação do usuário; parâmetros da geração de tráfego, que representam apenas o comportamento do usuário

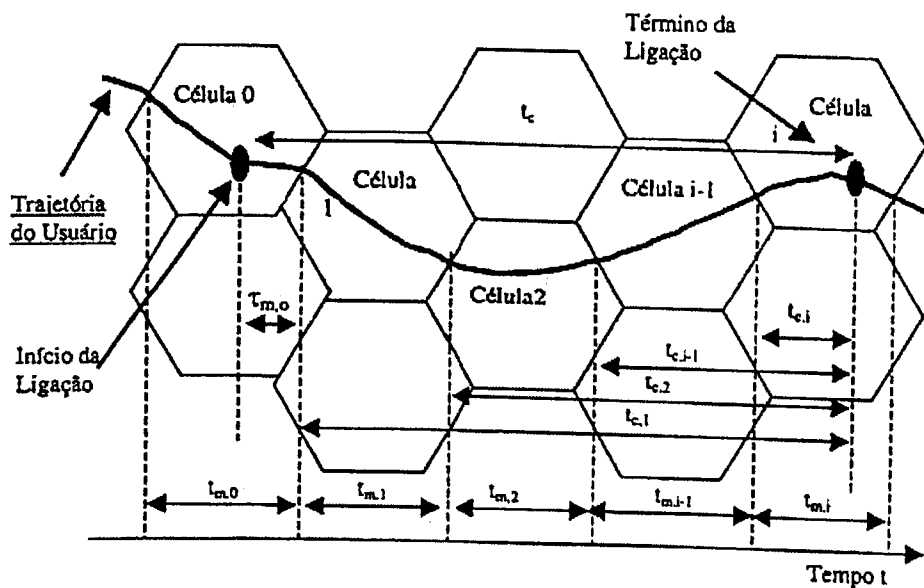


Figura 2.5: Diagrama temporal da mobilidade (Zonoozi & Dassanayake, 1997).

quanto ao tráfego por ele gerado na rede; e parâmetros que dependem da mobilidade e da geração do tráfego.

- Parâmetros de mobilidade:

1. Tempo de permanência na célula, $t_{m,i}$: tempo que o usuário permanece em cada célula i , ou seja, o tempo que o usuário leva para atravessar a célula;
2. Função de densidade de probabilidade do tempo de permanência na célula: é a função matemática que representa a variável tempo que o usuário permanece em cada célula;
3. Média do tempo de permanência na célula, $1/\eta$: é o valor médio do tempo que o usuário passa em cada célula.
4. Taxa de cruzamento de borda de célula: é o número médio de vezes que um usuário cruza a fronteira entre duas células por unidade de tempo.
5. Velocidade V : representa a velocidade com que o usuário se movimenta e influi diretamente no valor dos outros parâmetros de mobilidade.

- Parâmetros da geração de tráfego:
 1. Tempo de duração de uma chamada, t_c : é o tempo que um usuário fica conectado à rede;
 2. Função de densidade de probabilidade do tempo de duração da chamada: é a função matemática que representa a variável tempo de duração de uma chamada;
 3. Média da duração de uma chamada, $1/\mu$: é o valor médio do tempo de duração de uma chamada;
 4. Taxa de geração de chamadas novas, λ_0 : é o número de chamadas novas geradas por unidade de tempo;
 5. Taxa de chamadas completadas: é o número de chamadas que se completam por unidade de tempo.

- Parâmetros que dependem da mobilidade e da geração de tráfego:
 1. Tempo de ocupação do canal por uma nova chamada, t_{do} : é o tempo de duração da chamada nova na célula onde se iniciou a chamada;
 2. Tempo de ocupação do canal por uma chamada de *handoff*, t_{dh} : é o tempo que uma chamada de *handoff* dura na célula na qual se conectou após o início da chamada;
 3. Função de densidade de probabilidade do tempo de ocupação do canal por uma chamada de *handoff*;
 4. Taxa de chegada de chamadas de *handoff* numa célula, λ_h : é o número médio de chamadas de *handoff* que chegam numa célula por unidade de tempo;
 5. Tempo do excesso de vida de duração da chamada, $t_{c,i}$: é o intervalo de tempo entre o instante que o usuário conectado com a rede entra numa célula i e o fim da ligação;
 6. Probabilidade de uma chamada nova fazer um *handoff*: é dada pela probabilidade do tempo de duração de uma nova chamada t_c ser maior que a variável aleatória $\tau_{m,o}$ (tempo entre o início de uma chamada e o instante que o usuário sai da célula onde iniciou a ligação), $P(t_c > \tau_{m,o})$;
 7. Probabilidade de uma chamada de *handoff* fazer um novo *handoff*: é a probabilidade de que o tempo de excesso de vida da duração da chamada seja maior do que o tempo que o usuário passar na célula, $P(t_{c,i} > t_{m,i})$;

8. Probabilidade de uma chamada nova ser bloqueada, p_o : é a probabilidade de que quando uma chamada nova chegar numa célula não exista nenhum canal disponível;
9. Probabilidade de uma chamada de *handoff* ser bloqueada, p_h : é a probabilidade de que quando uma chamada de *handoff* chegar numa célula não exista nenhum canal disponível;
10. Probabilidade de uma chamada não ser completada, p_{nc} : é a probabilidade de que uma chamada não chegue a ser completada pelo usuário;
11. Probabilidade de uma chamada cair durante a ligação, p_{drop} : é a probabilidade de que uma chamada que não foi bloqueada no início venha a cair por realizar algum *handoff* sem sucesso.

Um modelo de um fenômeno para que possa ser o mais realista possível deve levar em conta a aleatoriedade, isto é, os dados do estudo não podem ser previstos com antecedência, uma vez que ocorrerá uma variação inerente. Os modelos de probabilidade devem contemplar esta variação, assim a teoria das filas fornece estes modelos para a avaliação do comportamento de sistemas que tentam prover serviços de demanda aleatória.

2.5 Impacto da Mobilidade na Rede

Os efeitos da velocidade do usuário no desempenho do *handoff* são relativamente conhecidos (Han, 2002). Entretanto, outros aspectos da mobilidade do usuário, como a movimentação livre *versus* movimentação restrita em termos da direção de movimento e espaço alocado, tem sido muito pouco estudado e são pouco conhecidos seus efeitos. O fato de que a simulação de um mesmo método de *handoff* com diferentes modelos de mobilidade produzem diferentes resultados mostra a importância do uso de um modelo adequado para a mobilidade dos usuários. A velocidade dos usuários tem efeito direto na probabilidade de bloqueio de uma chamada e na probabilidade de um *handoff*, conforme Han (2002). Já a capacidade da célula, como era de se esperar, também afeta diretamente a probabilidade de bloqueio de uma nova chamada e de um *handoff*. Com o crescimento da capacidade da célula, ambas as probabilidades de bloqueio de uma nova chamada e de um *handoff* decrescem. Comparando passageiros de um veículo, pedestres ou usuários de um prédio, a movimentação destes é muito menor e a distância percorrida durante uma chamada é curta. Entretanto a probabilidade de *handoff* para os passageiros de um veículo é muito maior (Han, 2002). Com o aumento do

número de usuários os modelos devem ser cada vez mais precisos na previsão do tráfego gerado pela mobilidade dos usuários.

2.6 Principais Contribuições deste Capítulo

As principais contribuições deste capítulo incluem a descrição geral de uma rede de comunicação móvel celular e seus elementos básicos, em particular os vários parâmetros de caracterização da mobilidade dos usuários.

Capítulo 3

Principais Modelos de Mobilidade Apresentados na Literatura

Em seguida apresentaremos os modelos de maior impacto entre aqueles recentemente desenvolvidos para mobilidade de usuários em redes de comunicação móvel celular. Alguns desses modelos foram também explorados em Rocha (2001)

3.1 Modelo Fluido

Este modelo, proposto inicialmente por Tomas et al. (1988), é um dos mais utilizados na literatura para dimensionamento da mobilidade de usuários em redes celulares por sua simplicidade, fácil manipulação analítica e pequeno número de parâmetros requeridos. A movimentação dos usuários é caracterizada ao longo da região coberta pela rede como um fluido numa superfície lisa e plana. São feitas as seguintes suposições para o modelo:

- Os usuários se movimentam independentemente um do outro com direção uniformemente distribuída entre $[0, 2\pi]$;
- Os usuários estão uniformemente distribuídos pela célula;
- A densidade de usuários em uma célula se mantém constante e igual a ρ usuários por unidade de área, ou seja, sendo s a área de uma porção da célula, o número de usuários naquela porção é igual a ρs ;
- e seja $f(v)$ a função de densidade de probabilidade do módulo da velocidade v do usuário.

Com essas suposições acima podemos avaliar o número de usuários que atravessam a borda de uma célula, de dentro para fora em um certo intervalo de tempo. Apesar de ser bastante usado o modelo fica limitado uma vez que estas suposições na prática serão dificilmente satisfeitas, uma vez que este modelo considera que a direção de movimentação dos usuários é uniformemente distribuída em todas as direções, o que dificilmente acontece. Quando a região não é uniforme, o modelo tende a superestimar ou subestimar a taxa de cruzamento de borda de célula dos usuários. Uma outra limitação é o fato de se considerar o número de usuários em uma célula como sendo constante ao longo do tempo, o que raramente acontece principalmente em grande metrópoles onde o número de usuários em uma determinada área varia entre horário de expediente e horário noturno por exemplo.

3.2 Modelo de Gravidade

O modelo da gravidade foi assim denominado por uma analogia com a Lei Gravitacional de Newton. Pela Lei de Newton a força de atração entre dois corpos é proporcional ao tamanho (massa) de cada um e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre eles. E no modelo da gravidade o número de viagens entre duas regiões é proporcional à diferença entre os níveis de desenvolvimento sócio-econômico, o qual pode ser adotado como sendo o total da população da região. Este modelo, da forma como foi proposto em Lam et al. (1997), serviu para prever o tráfego anual de pessoas entre grandes metrópoles americanas e entre os Estados Unidos e países com base na população de cada região, mas a essência da sua idéia também pode ser aplicada para modelar a mobilidade de usuários em uma rede móvel celular em uma região metropolitana. Vale ressaltar que este modelo não leva em consideração a capacidade da rede viária, a velocidade de deslocamento das UM's e que as constantes de proporcionalidade (poder de atração) sejam variáveis em relação ao tempo.

3.3 Modelos de Transporte

Os modelos de transportes são modelos baseados na teoria dos transportes, cujo principal objetivo é auxiliar na análise e desenvolvimento de sistemas de transportes respondendo à questão do tipo: "Dado um sistema de transporte servindo determinada área, qual é a carga de tráfego que esse sistema deve suportar?". Os modelos de transporte foram utilizados em Markoulidakis et al. (1997), chamado de *City Area Model* para modelar a mo-

vimentação de usuários em sistemas de telecomunicação de terceira geração, tendo como parâmetros de entrada:

- **um conjunto de áreas geográficas** - é assumido que cada área geográfica corresponde a uma área da rede como uma macrocélula, ou uma área de serviço;
- **um conjunto de rotas (ruas e estradas)** - conectando e dando suporte às movimentações dos usuários entre as diversas áreas geográficas;
- **um conjunto de pontos de atração de movimento** - distribuídos entre as diversas áreas geográficas da região;
- **a população de usuários da região** - os usuários são agrupados em classes com características semelhantes de mobilidade;
- **um período de tempo** - o intervalo de tempo em que a mobilidade dos usuários vai ser modelada.

Como parâmetros de saída o modelo retorna as seguintes informações:

- total de mensagens de atualização de localização de acordo com um determinado esquema de planejamento das áreas na rede;
- total de mensagens de *paging* trafegando na rede;
- a carga de mensagens de consulta ao banco de dados da rede.

O *City Area Model* utiliza a função de distribuição uniforme para modelar o tempo que os usuários passam em cada região.

3.4 Modelos Markovianos

Um processo de Markov (ou processo markoviano) é caracterizado por um conjunto de estado possíveis e a distribuição de probabilidade da transição entre cada estado, onde a probabilidade do valor do próximo estado depende apenas do estado atual. São encontrados vários estudos sobre modelos de Markov já que estes são especialmente apropriados para modelar a movimentação do usuário em regiões não-uniformes, cortadas por vias de acesso com diferentes capacidades de tráfego, em que podemos determinar uma probabilidade maior do usuário se locomover para a célula vizinha, cuja via de acesso tenha grande capacidade de fluxo de veículos, e uma probabilidade menor dele se movimentar para uma outra célula vizinha, cuja estrada de

acesso seja uma rua com pouco tráfego. Com isso os modelos de Markov eliminam a limitação dos modelos que prevêm tráfego uniforme em todas as direções como o modelo fluido, mas continuam tendo limitações ao se modelar a movimentação de usuários pois através de cadeias de Markov o tempo de permanência do usuário em uma célula é designado, uma vez que a cadeia de Markov só define probabilidades de transição entre os estados e não o tempo de permanência em cada um deles.

3.5 Modelo *Metropolitan Mobility* - MET-MOD

Para modelar a movimentação dos usuários de uma rede móvel celular, Lam et al. (1996) e Lam et al. (1997) propuseram um modelo de simulação que inclui o modelo de Markov como um caso especial de movimentação dos usuários. No modelo são definidos quatro tipos diferentes de movimentações possíveis para cada usuário:

- *stationary*: usuário sem movimentação;
- *simple*: usuário se locomove de acordo com a matriz de probabilidade de movimentação entre as células;
- *round-trip*: o usuário se locomove de uma célula para outra e depois retorna para a célula inicial;
- *return home*: o usuário sai da célula onde está, em direção à célula onde se localiza a sua residência pelo caminho mais direto.

3.6 Modelo de Hong e Rappaport

Hong & Rappaport (1986) utilizam um modelo de mobilidade para tratar o tráfego de chamadas de uma rede móvel celular entre três esquemas de admissão de chamadas de *handoff* diferentes: um esquema que não faz distinção entre chamadas novas e as de *handoff*, e outros dois tendo canais priorizados para *handoff*, sendo que um deles tem a capacidade de enfileirar as chamadas bloqueadas por um certo intervalo de tempo e o outro não. No modelo proposto são feitas as seguintes suposições:

- o formato da célula é hexagonal com lado R;

- a velocidade do usuário e sua direção são tidas como constantes durante a movimentação dentro de uma célula;
- ao cruzar a borda de uma célula para outra o modelo assume que o usuário muda a sua velocidade e direção;
- o valor V da velocidade é uniformemente distribuído entre $[0, V_{\text{MAX}}]$;
- a direção do usuário também é uniformemente distribuída entre $[0, 2\pi[$.

São definidas as seguintes variáveis aleatórias:

- T_n : intervalo de tempo entre o instante que o usuário inicia uma chamada nova e o instante em que o usuário deixa a célula onde a chamada se iniciou;
- T_h : intervalo de tempo entre os instantes em que o usuário realizando uma chamada de *handoff* entra e sai de uma célula.

O modelo de Hong & Rappaport (1986) foi um dos primeiros a calcular analiticamente as distribuições do tempo de permanência numa célula das chamadas novas e das chamadas de *handoff*. Entretanto, as suposições iniciais do modelo de velocidade constante e de direção uniforme tornam o seu uso limitado na modelagem de uma situação real em uma região metropolitana.

Outra crítica ao modelo é que no cálculo da distribuição do tempo de permanência na célula de uma chamada de *handoff* não foi levado em consideração que na célula em que o usuário se localiza quando a ligação é terminada, o tempo de permanência da chamada de *handoff* naquela célula não é igual ao intervalo entre os instantes em que o usuário entra e sai da célula, e sim igual ao intervalo entre o tempo em que o usuário entra na célula e o término da ligação.

3.7 Modelo de Nanda

Nanda (1993) propôs um modelo paramétrico baseado na teoria de tráfego veicular, que se aplica a veículos e pedestres em sistemas celulares urbanos, suburbanos e de auto-estradas.

O número de telefones móveis numa célula, suas velocidades e direções de movimento serão determinados pelas variações num tráfego veicular como engarrafamento e o movimento de pedestres. A principal meta é construir um modelo com um número pequeno de parâmetros críticos. São feitas as seguintes suposições:

- células são retangulares;
- móveis estão distribuídos uniformemente na região;
- direção de deslocamento de móveis está uniformemente distribuída sob $[0, 2\pi[$;
- o tempo de ocupação da chamada foi distribuído exponencialmente.

Além de veículos, o modelo inclui também pedestres em diversos locais (urbano, suburbano e auto-estradas). O mapeamento é feito da seguinte maneira:

- o fluxo determina a taxa de *handoff* e atualizações de localização;
- a densidade (juntamente com o tamanho da célula) determina a taxa de chamadas que chegam, a taxa de *paging* e registros autônomos baseados no tempo.

Resultados obtidos foram:

- a taxa de *handoff* aumenta com a raiz quadrada do aumento nas células por unidade de área em macrocélulas com tráfego homogêneo;
- a taxa de *handoff* é minimizada se as células são modeladas para que as bordas mais extensas estejam ao longo da direção do maior fluxo;
- a taxa de *handoff* aumenta linearmente quando novas bordas são introduzidas ao longo dos caminhos de tráfego. Nas microcélulas, o aumento da taxa de *handoff* é linear com o aumento das células por unidade de área.

Descobriu-se que para os valores de alguns parâmetros as microcélulas são desnecessárias nos ambientes urbanos se a movimentação de pedestres é pequena e que uma arquitetura com microcélulas cobertas por macrocélulas é requerida apenas se a maioria do tráfego é produzida por pedestres. Este modelo proposto não pode ser usado para estudar a alocação de recursos, algoritmos de *handoff* ou outros estudos que requerem modelagem detalhada a nível individual de célula.

3.8 Modelo de McMillan

O principal objetivo do modelo de McMillan (1993) foi investigar políticas de controle de chamadas que dão prioridade a tentativas de *handoff* sob tentativas de novas chamadas, em particular, aquelas que envolvem prioridade de enfileiramento. Cada política de controle possui três partes:

- **uma política de alocação de canal:** determina quais os canais estão em uso em cada célula, ou seja, significa alocar canais a células de forma a obter grande capacidade em cada uma delas para manusear a demanda de tráfego;
- **uma política de aceitação de chamadas:** determina para qual célula uma nova chamada deverá ser conectada e, se necessário, rearranjar chamadas em progresso;
- **uma política de *handoff*:** determina para qual célula uma nova chamada deverá conectar e o caminho em que o *handoff* é realizado.

O modelo adotado foi o mais simples possível para ser usado na análise das políticas de controle de chamadas mencionadas acima, requerendo: taxas de novas chamadas que chegam para as células, taxas de *handoff* para células vizinhas (por usuário) e tempo de ocupação da chamada. Este modelo permite que as células sejam de qualquer forma e tenham qualquer número de vizinhos.

O modelo sugere que uma rede celular possa ser representada como uma rede de filas abertas. Cada fila representa uma célula com o número de servidores sendo igual ao número de canais. Na linguagem de teoria de redes de filas, alocação de canais e políticas de aceitação correspondem a restrições na capacidade da fila enquanto políticas de *handoff* correspondem a restrições a restrições em transições. O modelo de rede de filas terá a seguinte descrição:

- um total de J células na rede;
- usuários chegam à célula j de acordo com o processo de Poisson com taxa v_j ;
- um usuário desejará se mover da célula j para a célula k a uma taxa λ_{jk} (por unidade de tempo);
- um usuário desejará deixar a rede a uma taxa μ (por unidade de tempo).

3.9 Modelo de Evans

Proposto por Evans (1995), este modelo diz respeito ao tráfego de sistemas celulares operando com CDMA e constitui uma tentativa de entender o comportamento desses sistemas sob uma carga variada estocasticamente. Evans (1995) apresenta uma técnica que permite que a capacidade de redes celulares *CDMA* seja estimada. Esta técnica simples, considera cada célula da rede como uma fila $M/G/\infty$ independente e conseqüentemente este estudo proporciona o entendimento de como novas chamadas seriam admitidas no sistema. Esta suposição significa que todas chamadas serão aceitas sem saber se o sistema está sobrecarregado ou não. As suposições do modelo utilizadas foram:

- processos de geração de chamadas em cada célula são modelados pela distribuição de Poisson;
- todas as chamadas que chegam são aceitas e permanecem na rede até a sua duração completa;
- durações das chamadas têm distribuição geral e são independentes dos processos de chegada e de outros tempos de ocupação;
- mobilidade não é modelada e assim a UM é associada à célula de origem da chamada.

Essas suposições implicam que cada célula da rede se comporta como uma fila $M/G/\infty$ independente (Kleinrock, 1976). É estimado o número de chamadas ativas no sistema em estado estacionário. A independência de cada célula na rede implica que a distribuição em estado estacionário, para o número de chamadas ativas em cada célula, é simplesmente um produto de distribuições de Poisson.

Os modelos $M/G/\infty$ não proporcionam nenhuma informação se uma UM requisitante será aceita na rede ou não. Para superar isto, foi assumido que o operador da rede poderá aceitar ou rejeitar pedidos dos móveis baseando-se no estado da rede.

O resultado mais importante deste estudo foi que a variabilidade em interferência intra-célula será, em muitos casos, o efeito dominante para modelagem de tráfego. Isto pode permitir que valores médios sejam empregados para interferência inter-celular, simplificando extremamente a análise e permitindo o estudo de modelos de maior complexidade.

3.10 Modelo de Markoulidakis *et al.*

Este modelo, proposto por Markoulidakis et al. (1998), visa a análise de tráfego para sistemas de telecomunicações móveis de 3ª geração os quais levam em conta uma variedade de serviços (voz, dados, vídeos) e ambientes (prédios comerciais, áreas residenciais, ônibus, carros *etc.*); além do comportamento da mobilidade do usuário. O ponto central do modelo enfoca a estimação da taxa de *handoffs* e a duração da chamada dentro de uma célula. Markoulidakis et al. (1998) adotam as seguintes suposições:

- Considerando uma única célula, o número médio de UM's é invariante.
- UM's ocupadas (com chamadas) entram/deixam uma determinada área da célula de acordo com o processo de Poisson.
- Durante a chamada, uma UM não pode mudar de ambiente.
- UM's são divididas em grupos de acordo com suas velocidades.
- A probabilidade de localização do destino de uma UM fora da área da célula é $\theta_{out}(x)$, em que x representa um grupo específico da UM.

Os fluxos de tráfego são definidos pelos seguintes parâmetros:

- λF : taxa de pedidos que chegam, o que diz respeito aos recursos de uma única célula devido ao fluxo do tráfego F ;
- TF : "tempo de ocupação do recurso" médio para chamadas do fluxo de tráfego de F .

Considerando novas chamadas, as seguintes considerações são feitas:

- A duração da chamada é distribuída exponencialmente.
- O processo de chegada de novas chamadas obedece a uma distribuição de Poisson.

Para ambientes internos, foi considerado um único fluxo de tráfego por serviço e por tipo de ambiente. Para ambientes externos, em geral, a taxa de *handoffs* e o tempo que uma UM gasta dentro de uma área da célula depende da velocidade da UM e do tamanho da célula. Assim, o tráfego oferecido foi estimado para cada grupo de UM's individualmente.

Considerando a estimação da taxa de cruzamento nos limites da célula, Markoulidakis et al. (1998) apresentaram diversas referências sobre várias

propostas que podem ser encontradas na literatura El-Dolil et al. (1989) e Montenegro et al. (1992) destacaram a relação entre a velocidade média do carro e a sua densidade, um fenômeno que exploraremos mais adiante, quando da apresentação do modelo estocástico dependente do estado que estamos propondo.

Para a estimação da taxa de saída de UM's (λ_{out}), utilizou-se o modelo desenvolvido por Markoulidakis & Sykas (1993). Este modelo permite estimar a taxa de saída de UM's para uma célula aleatória localizada na área de serviço.

Para avaliar a precisão do modelo analítico apresentado, foi utilizado a ferramenta de simulação desenvolvida por Lyberopoulos et al. (1994), descrita por Markoulidakis et al. (1998). Esta ferramenta modela o comportamento da mobilidade e do tráfego de usuários podendo considerar diferentes tipos de serviços e grupos de UM sobre um conjunto de cenários de *layout* de célula aplicados em uma área geográfica, representando um centro de uma cidade "típica", modelado como uma grade Manhattan.

A precisão do modelo analítico é verificada por uma série de cargas de tráfego oferecidas, obtidas para várias taxas de penetração de UM nas células. A simulação foi feita de forma a comparar a taxa de penetração de UM's com os valores medidos e os teóricos dos parâmetros: tráfego transportado, probabilidade de bloqueio da chamada, taxa de *handoffs* e probabilidade de queda da chamada. O maior problema deste modelo está justamente nas diversas suposições em que se baseia, e que raramente podem ser verificadas na vida real, a saber:

- que o número médio de UM's por célula é constante e
- que durante uma chamada, uma UM não pode mudar de ambiente - o que vale dizer que, por exemplo, durante uma chamada a UM não pode passar de uma área residencial para uma comercial.

3.11 Modelo de Sadok

Este modelo (Alencar & Sadok, 1999; Cavalcanti et al., 2000) desenvolvido no Projeto NOMADIC e incorporado à ferramenta CELSA por eles implementada, possui também algumas semelhanças com os modelos de transporte e com o METMOD. Nele o ambiente é dividido em três dimensões, a saber:

- **Dimensão pessoal:** que descreve as diferentes classes de usuários com relação à sua mobilidade. Os usuários que apresentam um comportamento semelhante em relação às possíveis regiões de movimentação ao

longo do dia são divididos em grupos, como “usuário trabalhador comum”, “usuário de alta mobilidade” e “usuário residencial”.

- **Dimensão temporal:** que descreve o perfil de mobilidade nos diferentes intervalos de tempo durante o dia.
- **Dimensão espacial:** que descreve o perfil de cada célula (ERB) do sistema, em termos do poder de atração que exerce em cada *zona* definida na dimensão temporal. Cada célula pode ser então classificada como uma região Residencial (R), de Trabalho (T), de Banco (B), de Shopping (S) ou de Lazer (L).

Para cada combinação entre as dimensões pessoal, espacial e temporal é associado um perfil de mobilidade, no qual são definidos o tempo de permanência do usuário na célula, relacionado à velocidade da UM e ao tamanho das células, e um algoritmo que possa prever a célula para a qual o indivíduo deverá se movimentar. Esse algoritmo é implementado através de uma tabela de probabilidades que é fornecida como entrada no simulador.

A rota a ser seguida por uma UM entre as suas células origem e destino é escolhida a partir de uma tabela de rotas, definida pelo usuário. É escolhida sempre a 1ª rota encontrada nessa tabela. Outro parâmetro de entrada é o tempo de permanência na célula destino.

3.12 Modelo Tabelar e Modelo Matemático de Distribuição

Ambos os modelos propostos por Rocha (2001) têm aspectos em comum, a saber: a categorização das UMs, o modelo da área de serviço e a definição das regiões de interesse. A caracterização das UMs define um conjunto de parâmetros que distingue um determinado tipo de UM, tanto no que se refere às características de tráfego assumidas pelas UMs da categoria (distribuição de chamadas, serviços utilizados, entre outros) como também às suas características de mobilidade (quando elas devem se mover e para onde). Cada categoria deve receber um número inteiro e positivo que a identifique, bem como um nome qualquer. Para que as UMs possam se movimentar dentro da área de serviço é preciso ter um modelo de ruas ou caminhos a serem seguidos pelos mesmos. A cada quarteirão da cidade (área quadrada mínima limitada por ruas) é designada uma única classificação de área. Esses tipos ou classes de áreas foram chamados de áreas de interesse. O modelo Tabelar, criado por Rocha (2001) e Silva (1999), requer a construção de tabelas com

parâmetros probabilísticos para programar as atividades das UMs. Já o modelo Matemático de Distribuição é semelhante ao anterior, só que ao invés dos pares local/probabilidade, deve-se fornecer, para cada intervalo de tempo do dia, uma função do tipo $f(x, y)$ que irá representar como as UMs estarão distribuídas dentro de toda a região geográfica. Essa função representa então a densidade populacional naquele intervalo de tempo, este modelo pode se mostrar de grande utilidade no momento em que se tiver acesso a dados reais de deslocamento e chamadas por parte das UMs. Aplicando técnicas já conhecidas de ajuste de curvas, será possível obter funções que descrevem com adequada precisão a densidade da população nas diferentes horas do dia, e aplicar esses dados ao simulador. Esse modelo poderia ser ainda mesclado ao Tabelar, possibilitando assim uma precisão ainda maior na descrição da mobilidade das UMs.

3.13 Comparação entre os Modelos

Vários modelos foram apresentados, cada um com sua particularidade. O que observamos é que todos os modelos adequam distribuições conhecidas, se diferenciando por categorizarem as UMs, ou mesmo nem levam em conta o tempo de permanência da célula. Observando a Figura 3.1 vemos que em sua maioria os modelos de mobilidade usam a distribuição Uniforme e a distribuição Exponencial para estarem modelando o tempo de permanência do usuário na célula. O que estamos propondo é que se o sistema móvel leva em consideração a movimentação dos usuários, este deve considerar o fenômeno congestionamento decorrente do tráfego de veículos/pedestres, o que é uma realidade na maioria dos centros urbanos. Assim no Capítulo 4 descreveremos em detalhes um modelo de mobilidade estocástico dependente do estado, ou seja, com o aumento do número de usuários a velocidade deste decai.

3.14 Principais Contribuições deste Capítulo

As principais contribuições deste capítulo incluem um levantamento detalhado dos modelos de mobilidade de maior impacto em sistemas de comunicação móvel, dentre os mais recentemente publicados na literatura. Foi apresentada, também, uma comparação destes modelos em relação à distribuição do tempo de permanência na célula, justificando assim o modelo de mobilidade estocástico dependente do estado proposto.

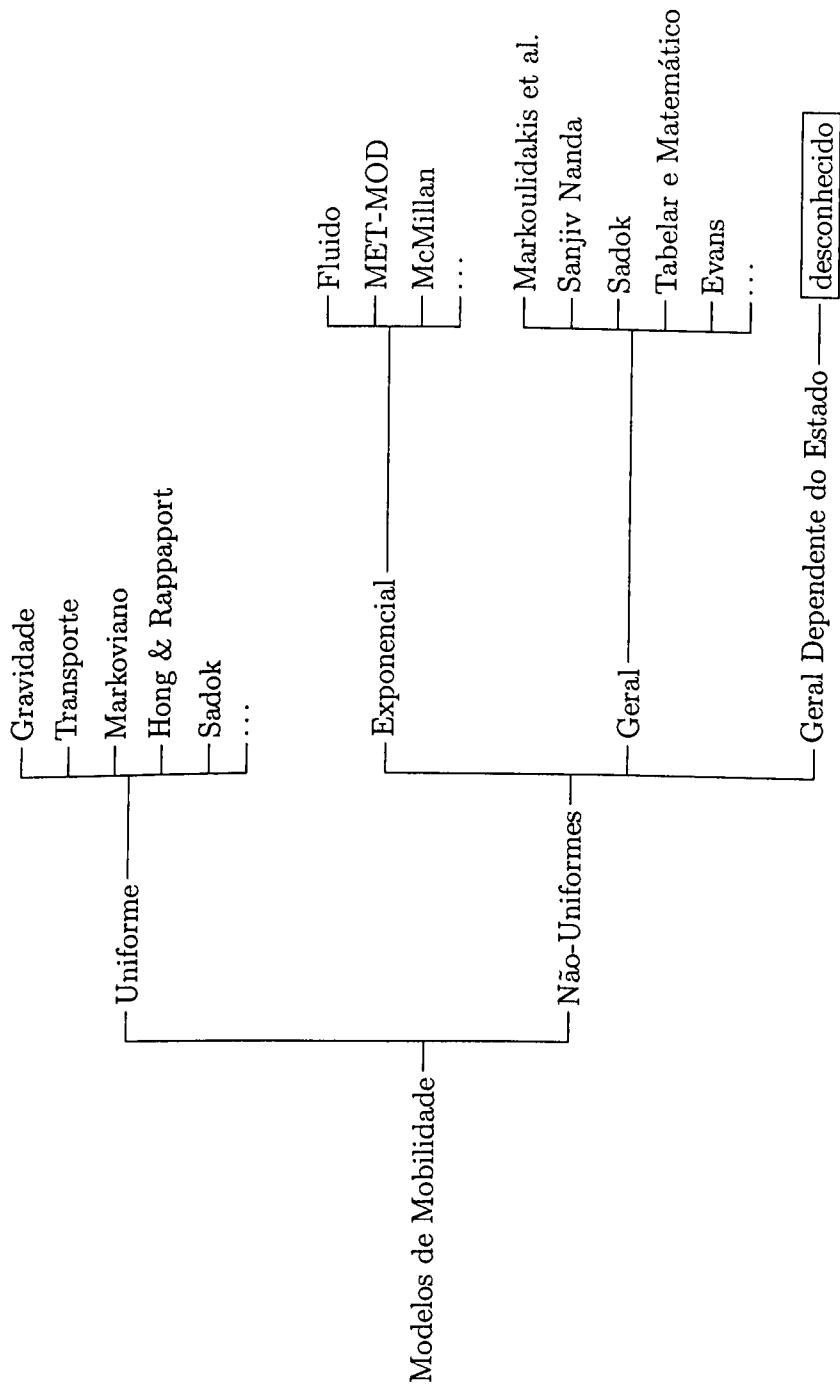


Figura 3.1: Comparação entre os modelos de mobilidade em relação ao tempo de permanência na célula.

Capítulo 4

Modelos de Mobilidade Dependente do Estado

Neste capítulo é apresentado o modelo de mobilidade de usuários dependente do estado que estamos propondo. Este modelo pode ser aplicado em diversos sistemas. Um dos objetivos é usá-lo no contexto de sistemas móveis para o dimensionamento do tráfego de novas chamadas e chamadas em *handoff*. E apesar de no Capítulo 2 estarmos apresentando as definições dos parâmetros de geração de tráfego de chamadas, o que realmente nos interessa neste trabalho é a mobilidade dos usuários. Assim, no texto que se segue quando nos referirmos a tráfego estaremos discutindo o tráfego de usuários e não o de chamadas.

4.1 Introdução

Os problemas de fila de espera consistem em ajustar adequadamente o ritmo de atendimento do processo com o ritmo de chegada do trabalho a ser feito (Costa, 2003). A abordagem matemática das filas se iniciou em 1908, na cidade de Copenhague, Dinamarca. O pioneiro da investigação foi o matemático A. K. Erlang, quando trabalhava numa companhia telefônica, estudando o problema de redimensionamento de centrais telefônicas. Somente a partir da Segunda Guerra Mundial que a teoria de fila foi aplicada a outros problemas. Erlang foi também responsável pela noção de equilíbrio estacionário, pela introdução das equações de balanço de um estado e pela primeira consideração da otimização de sistemas de filas. Seu trabalho foi difundido por outros pesquisadores em diversos países europeus. Na década de 30, dentre as pesquisas nesta área, Kolmogorov, na Rússia, estudava um sistema com entrada Poisson, saída arbitrária em único ou múltiplo aten-

dente.

Ultimamente, os sistemas de redes de filas têm alcançado uma substancial valorização na maioria das aplicações práticas via, principalmente, métodos de simulação intensiva. Há, entretanto, um grande interesse em se investigar o comportamento de um particular conjunto de modelos de filas conhecido como $M/G/c/c$ dependentes do estado (MacGregor Smith, 1996), apropriados para avaliarem o congestionamento em sistemas de tráfego de veículos (Jain & MacGregor Smith, 1997) e pedestres (MacGregor Smith, 1994), assim como outros sistemas de serviço e manufatura (MacGregor Smith & Cruz, 2004), via modelos analíticos. Na notação de Kendall (1953), M indica que a chegada é um processo markoviano, G representa um serviço com distribuição geral e dependente do estado, c refere-se ao número de servidores e, por fim, assume-se que a capacidade total do sistema está restrita a c usuários, incluindo aqueles em serviço. A principal característica do modelo aqui tratado é o decréscimo da taxa de serviço com o aumento do número de usuários no sistema, como mostra a Figura 4.1 (curvas empíricas de situações experimentais para tráfego de pedestres) e Figura 4.2 (curvas empíricas de Macgregor para várias auto-estradas americanas). Neste trabalho empregamos redes de filas $M/G/c/c$ para modelar a mobilidade dos usuários dos sistemas de comunicação móvel. Este modelo tenta se aproximar o máximo possível da realidade, uma vez que considera o fenômeno de congestionamento de veículos/pedestres.

4.2 Modelo de Mobilidade para Pedestres

Muitos estudos sobre a velocidade de caminhada de pedestres foram conduzidos. Um bom exemplo de tais estudos, em interiores de prédios, diz respeito à definição das rotas para as saídas de incêndio. Vários fatores podem ser associados a diferentes velocidades de caminhada. Por exemplo, adultos tendem a andar mais rápido do que crianças e analogias semelhantes podem ser encontradas em diferentes grupos. Quando a densidade do tráfego aumenta, estes fatores têm um efeito grande sobre a velocidade de caminhada de pedestres individuais, conforme podemos observar na Figura 4.1 que nos mostra que quanto maior a densidade (ped/m^2) menor a velocidade (m/s). Portanto, dentro de um corredor, o movimento mais rápido de pedestres tende a tornar-se mais lento à medida em que o espaço do corredor é ocupado por mais pedestres (Cruz et al., 2002).

Por isso propomos modelar a mobilidade de usuários como uma rede de filas $M/G/c/c$ dependente do estado. Tanto no tráfego de pedestres quanto no de veículos, tem-se um grande impacto da densidade sobre a velocidade.

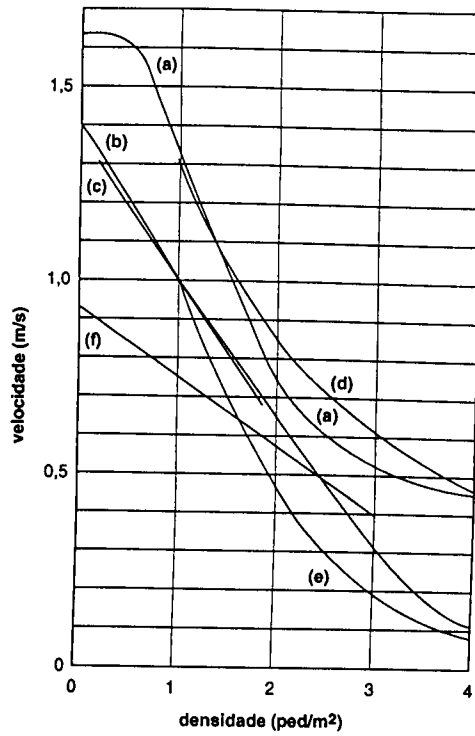


Figura 4.1: Curvas empíricas para tráfego de pedestres (Tregenza, 1976).

Então se a mobilidade do usuário é a locomoção dele entre células numa determinada área de serviço, é razoável pensarmos que a densidade da célula onde o usuário se encontra influencia na sua velocidade de locomoção, que conseqüentemente influencia vários outros parâmetros de desempenho em redes de comunicação móvel como por exemplo a probabilidade de uma nova chamada fazer um *handoff*.

4.2.1 Modelo de Congestionamento

Assim, utilizando-se do modelo de filas $M/G/c/c$ dependentes do estado, um corredor pode ser considerado como servidores para seus ocupantes. O número de servidores em paralelo é igual à capacidade do corredor que também representa o número total de pedestres permitidos simultaneamente no sistema e é dado por:

$$c = \lfloor 5 \times l \times w \rfloor, \quad (4.1)$$

em que l é o comprimento do corredor, w é a largura e c , sua capacidade. De

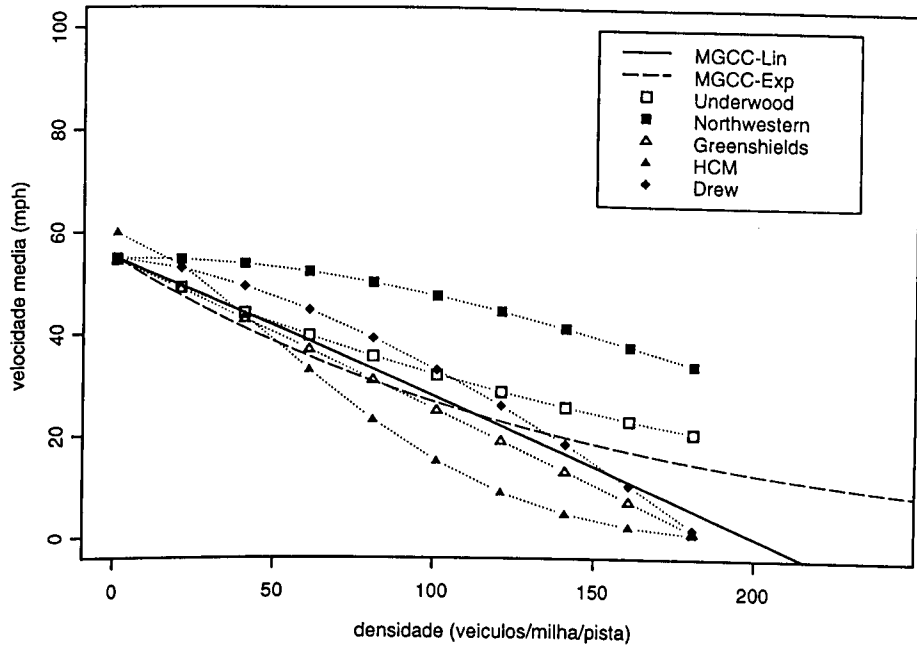


Figura 4.2: Modelos $M/G/c/c$ linear e exponencial, e curvas empíricas para tráfego de veículos (Jain & MacGregor Smith, 1997).

acordo com estudos realizados por Tregenza (1976), pôde-se constatar que 5 ped/m^2 representa a densidade máxima de aglomeração.

No modelo de congestionamento, o fluxo de tráfego unidirecional através de corredores segue uma velocidade média da caminhada de um pedestre V_n , como uma função do número de indivíduos, n , que ocupam o corredor e sua capacidade, c .

Baseado nessa e em outras observações empíricas (Tregenza, 1976), modelos analíticos, linear e exponencial, foram desenvolvidos para essa velocidade (unidirecional) em função do número de pedestres em um corredor (Yuhaski & J. MacGregor Smith, 1989), usando as seguintes definições:

$V_n \rightarrow$ velocidade média para uma ocupação de n pedestres;

$V_1 \rightarrow$ velocidade média de um pedestre sozinho que corresponde a $1,5 \text{ m/s}$;

$V_a \rightarrow$ velocidade média quando a densidade de aglomeração é de 2 ped/m²;

$V_b \rightarrow$ velocidade média quando a densidade de aglomeração é de 4 ped/m²;

γ e β são parâmetros de forma e escala para o modelo exponencial;

$$a = 2 \times l \times w;$$

$$b = 4 \times l \times w.$$

De acordo com Tregenza (1976), a velocidade de um único ocupante no corredor, V_1 , é cerca de 1,5 m/s. Assumindo que uma população de $n = c + 1$ não é possível, V_n é zero para todo $n \geq c + 1$. Uma relação linear que satisfaz a essas condições é como segue:

$$V_n = \frac{V_1}{c}(c + 1 - n). \quad (4.2)$$

Um modelo exponencial parece fornecer uma boa aproximação para a média da velocidade de um pedestre *versus* a densidade de aglomeração, conforme o formato das curvas apresentadas na Figura 4.1, a qual retrata uma predominância de curvas exponenciais. Assim o modelo exponencial de fluxo unidirecional, proposto por Yuhaski & J.MacGregor Smith (1989) é o seguinte:

$$V_n = V_1 \exp \left[- \left(\frac{n-1}{\beta} \right)^\gamma \right], \quad (4.3)$$

em que:

$$\gamma = \ln \left[\frac{\ln(V_a/V_1)}{\ln(V_b/V_1)} \right] / \ln \left(\frac{a-1}{b-1} \right), \quad (4.4)$$

e

$$\beta = \frac{a-1}{[\ln(V_1/V_a)]^{1/\gamma}} = \frac{b-1}{[\ln(V_1/V_b)]^{1/\gamma}}. \quad (4.5)$$

Os parâmetros para o fluxo de tráfego unidirecional seriam $V_a = 0,64$ e $V_b = 0,25$. Adicionalmente, Cheah (1990) constatou que ao estender o estudo para fluxos bi- e multidirecional os valores apresentados permaneciam quase inalterados, sendo $V_a = 0,60$, $V_b = 0,21$, para fluxos bidirecionais, e $V_a = 0,56$, $V_b = 0,17$, para fluxos multidirecionais. A Figura 4.3 mostra o comportamento da taxa de serviço de um pedestre com a densidade, $f(n) = V_n/V_1$, para fluxos unidirecionais.

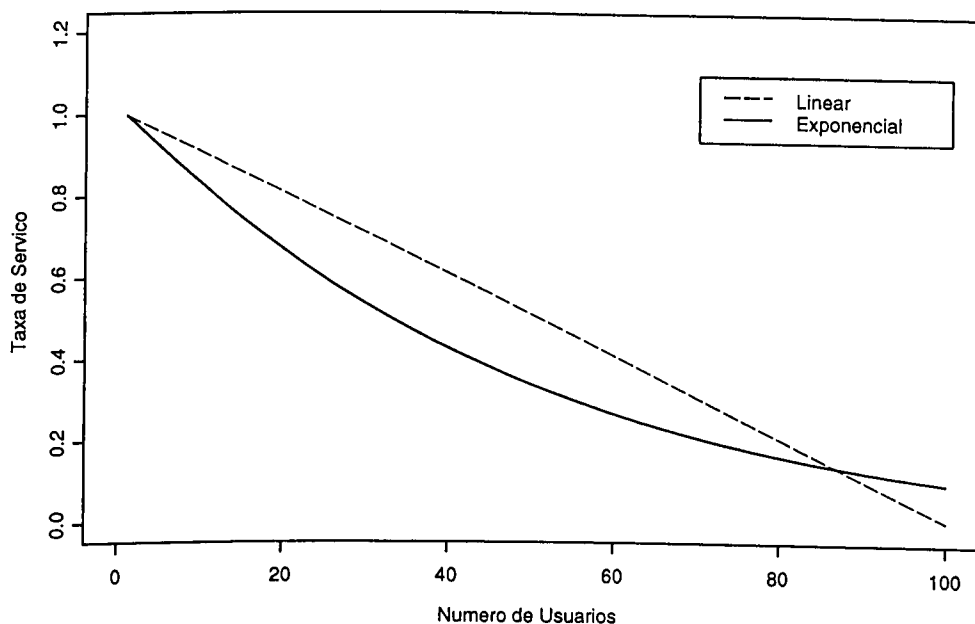


Figura 4.3: Taxa de serviço *versus* número de usuários n , $f(n) = V_n/V_1$, para um corredor de $8 \times 2,5 \text{ m}^2$.

4.2.2 Modelo Analítico

Para o modelo de fila de um único corredor, o tempo de ocupação é igual ao tempo gasto para que um pedestre o atravessasse e a taxa de serviço $f(n)$ depende do número de ocupantes n e segue uma distribuição geral G dependente do estado.

Considera-se, ainda, que a densidade de aglomeração de pedestres dentro do sistema está aproximadamente distribuída de maneira uniforme e que essa densidade determina a velocidade média de um indivíduo. Assim, se existirem n pedestres dentro de um corredor, esses terão uma taxa de serviço $f(n)$, enquanto que numa determinada chegada ou saída, essa taxa de serviço será alterada para $f(n + 1)$ ou $f(n - 1)$, respectivamente.

Sob esse ponto de vista, pode-se expressar a distribuição de probabilidade do número de pedestres $p(n)$ num modelo de fila $M/G/c/c$ dependente do estado, em função da taxa de chegada λ , por (Cheah & MacGregor Smith, 1994):

$$p(n) \equiv P[N = n] = \left[\frac{(\lambda \times E[T_1])^n}{n! f(n) \dots f(1)} \right] \times p(0), \quad n = 1, 2, \dots, c, \quad (4.6)$$

sendo

$$p(0) \equiv P[N = 0] = 1 / \left\{ 1 + \sum_{i=1}^c \left[\frac{(\lambda \times E[T_1])^i}{i! f(i) \dots f(1)} \right] \right\}, \quad (4.7)$$

em que $p(0)$ é a probabilidade de não ter pedestre esperando na fila, $E[T_1]$ é o tempo médio de serviço para um único usuário no sistema e $f(n) = V_n/V_1$ é a taxa de serviço para n usuários simultâneos no sistema.

Utilizando-se (4.6) para o modelo de fila $M/G/c/c$ dependentes do estado, é possível calcular medidas de desempenho. Essas medidas incluem, entre outras, a probabilidade de bloqueio, a taxa de atendimento (*throughput*), o número médio de usuários e o tempo médio no sistema (*work-in-process*). O bloqueio ocorre quando o número de usuários N for igual à capacidade máxima c do sistema:

$$p_{\text{bloq}} \equiv p(c) \equiv P[N = c]. \quad (4.8)$$

A taxa de ingresso efetiva no sistema (ou taxa de atendimento) pode então ser denotada por:

$$\theta = \lambda[1 - p(c)]. \quad (4.9)$$

O número médio (esperado) de usuários no sistema é dado pela definição de esperança matemática:

$$L \equiv E[N] = \sum_{n=1}^c np(n). \quad (4.10)$$

O tempo médio no sistema pode ser dado pela Lei de Little:

$$W \equiv E[T] = \frac{L}{\theta}. \quad (4.11)$$

4.2.3 Alguns Experimentos Computacionais

Analisando as várias propriedades do fluxo de pedestres através de um único corredor, comprova-se a existência de três fatores que afetam significativamente o tráfego e suas correspondentes medidas de desempenho, quais sejam o comprimento, a largura e a taxa de chegada. Dessa forma, variando-se um deles e mantendo-se os outros constantes, pode-se avaliar o efeito do fator no fluxo. Entretanto, Mitchell & MacGregor Smith (2001) mostraram que a largura do corredor parece ter um efeito mais significativo sobre a taxa de atendimento do que seu comprimento.

Mitchell & MacGregor Smith (2001) notaram que para um comprimento fixo a taxa de atendimento para diferentes larguras aumenta de acordo com o aumento da largura, conforme visto na Figura 4.4. Já para uma largura fixa e diferentes comprimentos a taxa de atendimento é praticamente a mesma, conforme apresentando na Figura 4.5.

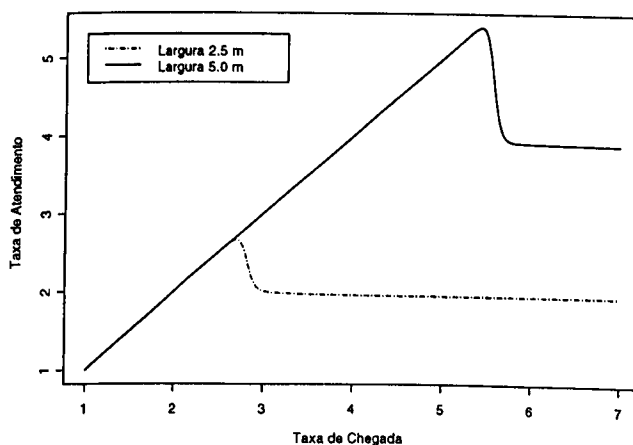


Figura 4.4: Taxa de atendimento *versus* λ com comprimento fixo em 8,0 m.

Os resultados de Mitchell & MacGregor Smith (2001) podem ser confirmados observando-se as Figuras 4.6 e 4.7, que mostram taxas de atendimento praticamente insensíveis ao aumento do comprimento. Adicionalmente, a Figura 4.6 confirma a forte influência da largura na taxa de atendimento, para um mesmo comprimento, e a Figura 4.7, a influência também marcante da taxa de chegada, aumentando a saturação do sistema e reduzindo o valor de estabilização da taxa de serviço.

Finalmente, pela Figura 4.8 vemos que as curvas da taxa de atendimento

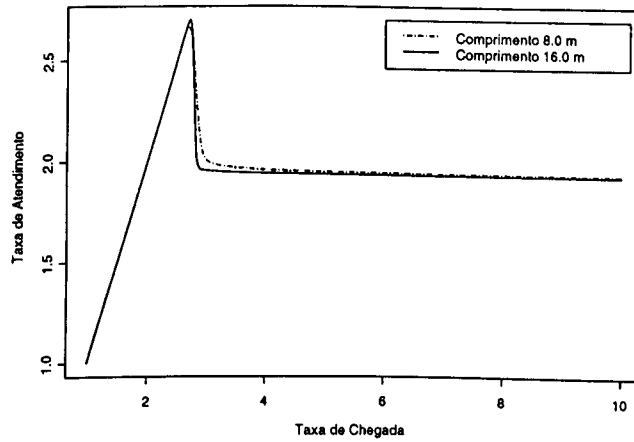


Figura 4.5: Taxa de atendimento *versus* λ com largura fixa em 2,5 m.

versus largura diferem-se bastante, quando o comprimento é mantido fixo, para duas taxas de chegadas diferentes. Por outro lado, na Figura 4.9 notamos curvas praticamente sobrepostas, quando a taxa de chegada é mantida fixa e diferentes comprimentos são considerados, evidenciando a mínima diferença entre as curvas de taxa de atendimento, para dois corredores com comprimentos 8,0 e 16,0 m.

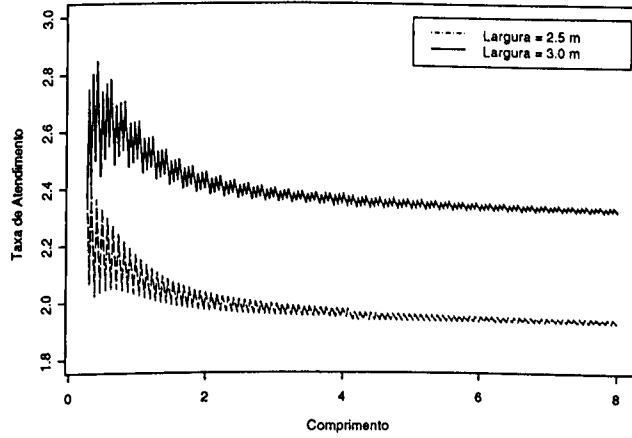


Figura 4.6: Taxa de atendimento *versus* comprimento com $\lambda = 5,0$ ped/s.

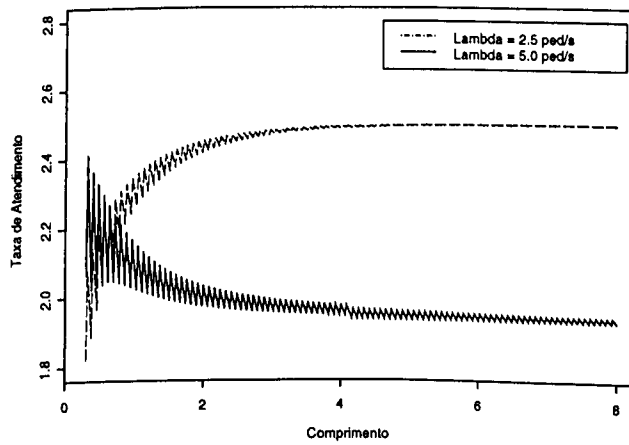


Figura 4.7: Taxa de atendimento *versus* comprimento com largura fixa em 2,5 m.

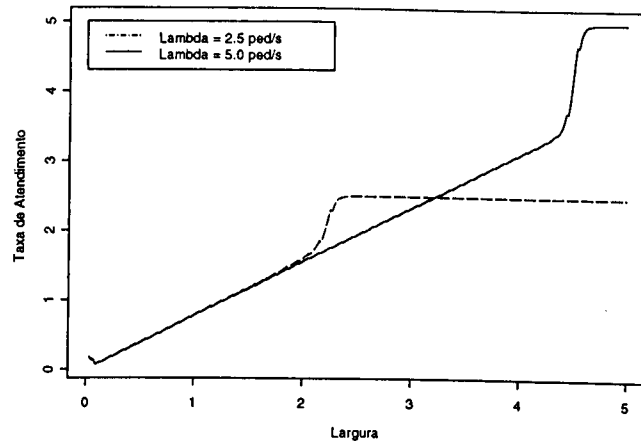


Figura 4.8: Taxa de atendimento *versus* largura para comprimento 8,0 m.

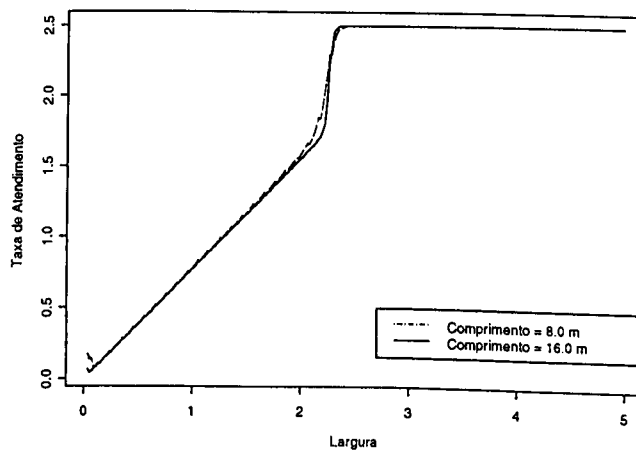


Figura 4.9: Taxa de atendimento *versus* largura para $\lambda = 2,5$ ped/s.

4.3 Modelo de Mobilidade para Veículos

O crescimento do número de automóveis que gera cada vez mais dificuldades no tráfego das rodovias. Estudos realizados anteriormente em rodovias americanas demonstram que a velocidade média do veículo decai à medida que a densidade aumenta, como mostra a Figura 4.2. Isto despertou um grande interesse em analisar vias de acesso brasileiras, e observar se estas apresentam o mesmo tipo de comportamento que as americanas. Por motivos de praticidade e utilidade foi escolhida para a realização deste estudo a Av. Antônio Carlos, umas das maiores e mais utilizadas avenidas de Belo Horizonte, MG.

4.3.1 Ajuste do Modelo de Congestionamento

O objetivo deste estudo é encontrar parâmetros para velocidade e densidade de veículos condizentes com a nossa realidade.

Coleta dos Dados

Os dados deste trabalho foram coletados da seguinte forma. Foi escolhido apenas um motorista, já que a intenção é verificar a influência da densidade sobre a velocidade, e o fator motorista não é relevante para este estudo. O fato de o motorista saber o que se propõe concluir é um fato que colabora com nosso estudo, uma vez que ele terá de ir contra a conclusão esperada. Assim, primeiramente foi escolhido um trecho de 1 km da Av. Antônio Carlos, Belo Horizonte, MG, e que não apresentava nenhum desvio de pista que pudesse interferir no fluxo analisado. Este trecho refere-se às pistas do meio da avenida no sentido bairro-centro. Posteriormente foram definidos três horários de fluxo de veículos, alto, médio e baixo. São eles, respectivamente, de 07:00 às 08:00 h; de 13:00 às 14:00 h e de 21:00 às 22:00 h. Para cada horário foram observados os tempos gastos para percorrer o trecho escolhido e a taxa de saída dos veículos. Estes valores se encontram na Tabela 4.1.

Para cada fluxo (alto, médio e baixo) um veículo realizou o percurso quatro vezes, para exemplificar usaremos o período de baixo fluxo. O motorista saiu do ponto de partida às 21:00 fez o percurso de 1 km desejado, cronometrando o tempo gasto (em segundos) para alcançar o ponto de chegada, retornou ao ponto de partida de onde saiu, novamente, às 21:15, repetiu este processo até que ele completou o mesmo percurso pela quarta vez. Vale ressaltar que o motorista não podia trocar de pista. Após apurarmos o tempo gasto em todos os processos, os mesmos foram transformados para km/h. Estas medições encontram-se nas colunas Tempo (s) e Velocidade (km/h).

Tabela 4.1: Dados coletados para tráfego de veículos na Av. Antônio Carlos.

Fluxo	Horário	Tempo(s)	Velocidade (km/h)	θ_1	θ_2	θ_3	θ_{med} (veic/h/pista)	EPM	Densidade
ALTO	07:00	86	42	109	181	116	812	22,9	19,4
	07:15	104	35	162	191	176	1058	8,4	30,6
	07:30	108	33	182	246	250	1356	22,0	40,7
	07:45	100	36	221	218	239	1356	6,6	37,7
MÉDIO	13:00	87	41	98	110	94	604	4,8	14,6
	13:15	88	41	113	138	140	782	8,7	19,1
	13:30	97	37	126	139	153	836	7,8	22,5
	13:45	96	38	115	123	141	758	7,7	20,2
BAIXO	21:00	80	45	49	76	51	352	8,7	7,8
	21:15	78	46	76	74	53	356	7,4	7,7
	21:30	75	48	74	69	47	346	6,4	7,2
	21:45	75	48	69	73	49	346	7,7	7,2

Para cada 15 minutos observou-se a taxa de saída três vezes (θ_1 , θ_2 e θ_3 , medidos em veic/5min) de 5 em 5 minutos e depois foi calculada a média da mesma, θ -med transformada em veic/h/pista. É importante ressaltar a taxa de saída foi medida para as duas pistas do trecho, uma vez que a olho nu seria quase impossível medir essa taxa observando-se apenas uma pista, por este motivo o θ -med foi dividido por dois. Além disso, foram calculados o erro padrão da média (EPM) e a densidade de veículos em veic/km/pista.

Análise Inicial dos Dados

Através dos dados coletados na Tabela 4.1, foram feitos gráficos que comprovam que a velocidade média de um veículo está diretamente relacionada com o fluxo de veículos, que é diferente para cada horário estabelecido. A Figura 4.10 mostra o decrescimento da velocidade de acordo com o aumento da densidade de veículos, conforme era nossa hipótese inicial.

Observando a Figura 4.11, visualizamos perfeitamente a diferença entre as taxas de saída de acordo com o fluxo de veículos (alto, médio e baixo) que é determinado pelos horários de coleta. Podemos dizer que, para o sentido “bairro-centro”, realmente há um congestionamento maior de veículos no horário de 07:00 às 08:00 h. Provavelmente isto pode ser explicado pelo fato de que a grande maioria dos usuários é de trabalhadores que vão para o centro pegar serviço às 08:00 h. Da mesma maneira, notamos que, para o horário de 13:00 às 14:00 h, o fluxo de veículos é médio se comparado aos outros. Uma possível explicação para este resultado é que um determinado número de pessoas vai almoçar em suas casas, e neste horário está voltando para o trabalho no centro. Já no horário de baixo fluxo de veículos (21:00 às 22:00 h), podemos notar que o decrescimento na taxa de saída é praticamente

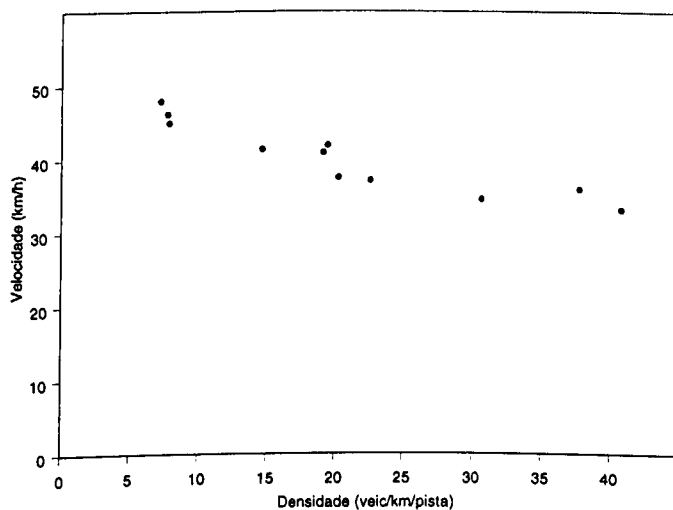


Figura 4.10: Pontos levantados para tráfego de veículos da Av. Antônio Carlos.

nulo, podendo demonstrar que durante a noite, a partir deste horário, esta taxa de saída não se altera.

Análise Descritiva

Através de ferramentas estatísticas vamos nos certificar das “suspeitas” que estamos analisando neste trabalho. Primeiramente foi feita uma análise descritiva utilizando boxplots (Figura 4.12). Parece realmente existir uma relação entre a densidade de veículos, representada pelos três fluxos, e a velocidade dos mesmos. Observamos que a velocidade dos veículos condicionada ao fluxo “alto” é menor que nos demais.

Além disso, podemos observar uma maior variabilidade para este fluxo. Através dos fluxos médio e baixo, notamos também que a velocidade tende a aumentar, à medida que o fluxo de veículos diminui. Outra conclusão que podemos verificar nesta figura é que quanto menor for o fluxo de veículos, menor será a variabilidade para a velocidade.

Análise de Variância

Para verificar se há evidências de que realmente existe diferença significativa entre os horários, que estão representados por fluxo (alto, médio e

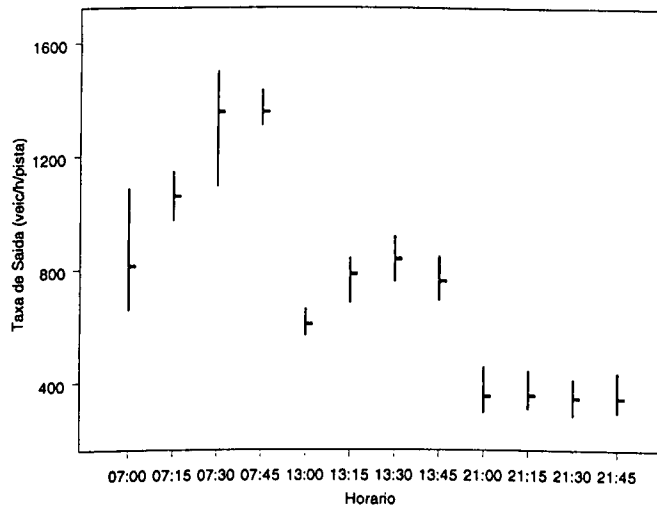


Figura 4.11: Intervalos de 95% de confiança do fluxo de veículos de acordo com o horário.

baixo), foi feita uma análise de variância para comparação das médias, como mostra a Figura 4.13.

Antes de fazer qualquer tipo de conclusão devemos verificar as suposições do modelo referentes aos seus resíduos. Assim temos a Figura 4.14 que apresenta os pontos bem distribuídos, indicando que a suposição de independência dos resíduos foi verificada. Da mesma maneira, observando a Figura 4.15, podemos aceitar que a suposição de homocedasticidade foi verificada, já que parece não haver nenhum tipo de tendência entre os pontos. A suposição de normalidade também foi verificada (Figura 4.16), pois o *valor - p* = 0,272 > 0,05, ou seja, a hipótese nula não pôde ser rejeitada.

Assim, após serem verificadas todas as suposições, podemos dizer que a análise de variância comprova que o fator “fluxo”, com três níveis, alto, médio e baixo, é muito significativo no modelo (*valor-p* < 0,05). Ou seja, este fator influencia diretamente na variável resposta velocidade (km/h). Observando os intervalos de confiança para as médias é nítida a diferença entre os níveis, já que há um aumento na velocidade de acordo com o decrescimento da densidade de veículos (fluxo).

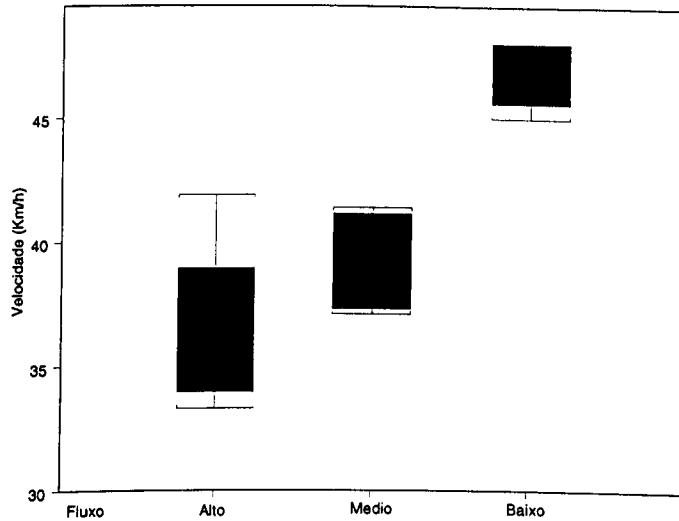


Figura 4.12: Boxplots por horário de fluxo.

Ajuste do Modelo

Utilizando-se o modelo de filas $M/G/c/c$ dependentes do estado, um trecho da via de acesso pode ser considerado como servidor para seus ocupantes. O número de servidores em paralelo é igual à capacidade da via que também representa o número total de veículos permitidos simultaneamente no sistema e é dado pela expressão:

$$c = \lfloor k \times l \times w \rfloor, \quad (4.12)$$

na qual l é o comprimento da rodovia, w é o número de pistas e c , sua capacidade. A constante k representa a densidade máxima de aglomeração. No caso deste estudo, estamos trabalhando por km e por pista, ou seja, l e w são iguais à unidade.

No modelo de congestionamento, o fluxo de tráfego unidirecional através das vias se dá a uma velocidade média V_n , função do número de veículos n que ocupam a via e sua capacidade, c . Baseado nessa e em outras observações empíricas, modelos analíticos, linear e exponencial, foram desenvolvidos para essa velocidade (unidirecional) em função do número de veículos (Yuhaski & J.MacGregor Smith, 1989), usando as seguintes definições, adaptadas aos dados coletados:

$V_n \rightarrow$ velocidade média para uma ocupação de n veículos;

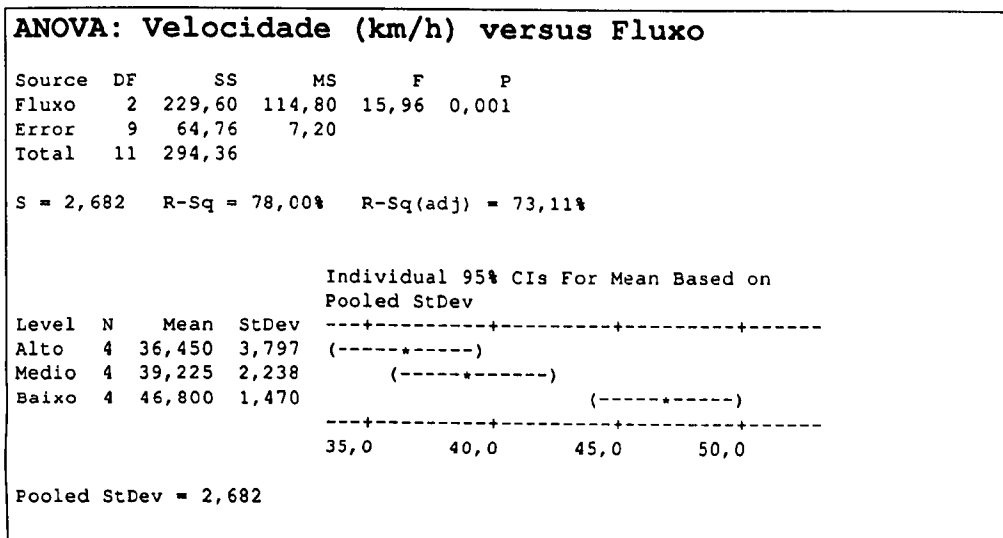


Figura 4.13: Análise de variância para a velocidade *versus* horário.

$V_1 \rightarrow$ velocidade média de um veículo sozinho;

$V_a \rightarrow$ velocidade média quando a densidade de aglomeração é $a=20$ veículos/km/pista;

$V_b \rightarrow$ velocidade média quando a densidade de aglomeração é de $b=40$ veículos/km/pista;

$$a \rightarrow 20 \times l \times w = 20 \times 1 \times 1 = 20;$$

$$b \rightarrow 40 \times l \times w = 40 \times 1 \times 1 = 40.$$

De acordo com Jain & MacGregor Smith (1997), encontrando a velocidade média de um automóvel estando sozinho na pista, V_1 , assumindo que uma população de $n = c + 1$ não é possível, e V_n é zero para todo $n \geq c + 1$, uma relação linear que satisfaz a essas condições é como segue:

$$V_n = \frac{V_1}{c}(c + 1 - n). \quad (4.13)$$

Realizando algumas operações algébricas nesta equação, temos que:

$$V_n = \frac{V_1(c + 1)}{c} - \frac{V_1 n}{c}. \quad (4.14)$$

Ou ainda:

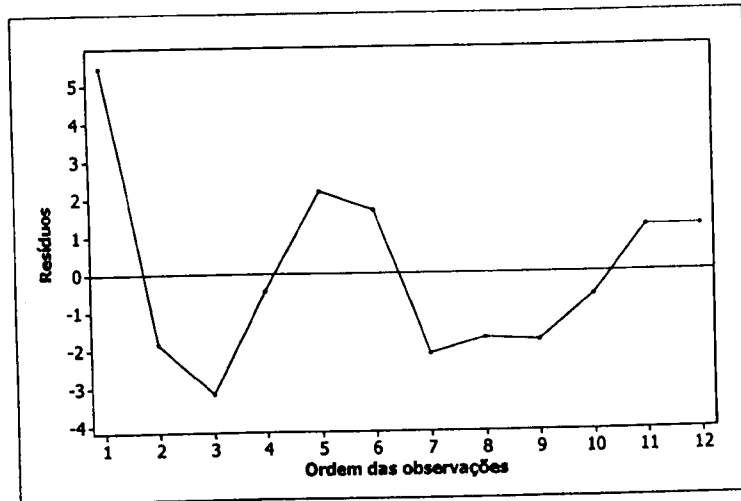


Figura 4.14: Verificação de independência dos resíduos.

$$V_n = \left(\frac{V_1(c+1)}{c} \right) + \left(-\frac{V_1}{c} \right) n. \quad (4.15)$$

Observando (4.15) podemos compará-la com uma reta de regressão, $y = \alpha + \delta x$, em que:

$$\begin{aligned} y &= V_n, \\ \alpha &= \frac{V_1(c+1)}{c}, \\ \delta &= -\frac{V_1}{c}, \\ x &= n. \end{aligned}$$

Um modelo exponencial parece fornecer uma aproximação igualmente razoável para a média da velocidade de um veículo versus a densidade de aglomeração, conforme o formato das curvas apresentadas na Figura 4.2 (Jain & MacGregor Smith, 1997). O modelo exponencial de fluxo unidirecional, proposto por Yuhaski & J. MacGregor Smith (1989), é o seguinte:

$$V_n = V_1 \exp \left[-\left(\frac{n-1}{\beta} \right)^\gamma \right], \quad (4.16)$$

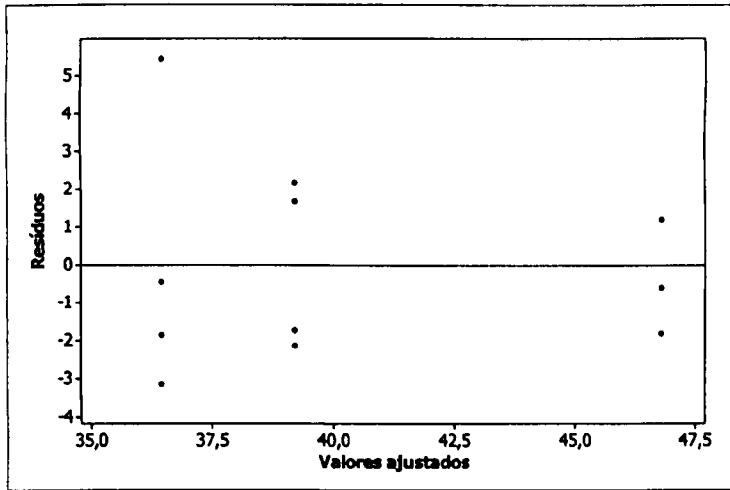


Figura 4.15: Verificação de homocedasticidade dos resíduos.

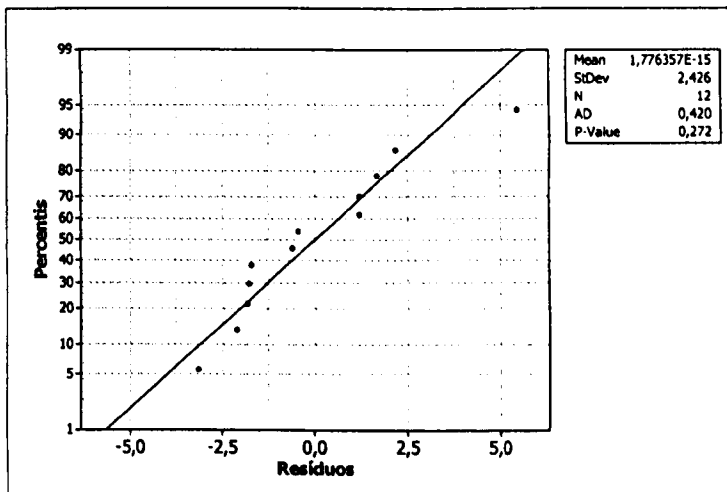


Figura 4.16: Verificação de normalidade dos resíduos.

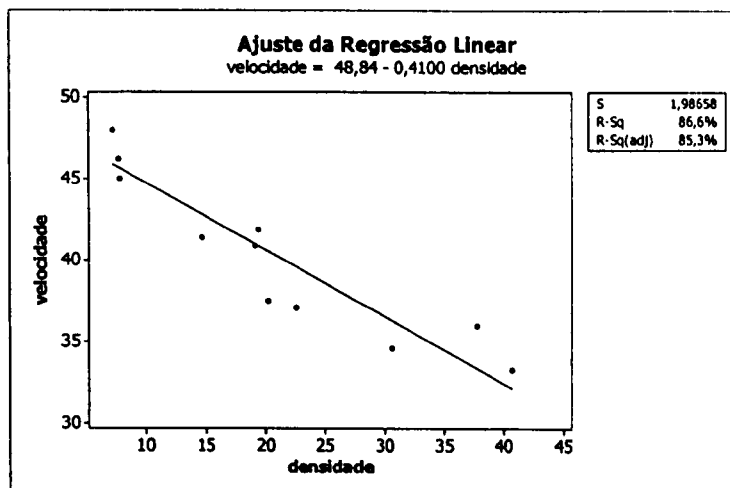


Figura 4.17: Ajuste para o modelo linear.

em que:

$$\gamma = \ln \left[\frac{\ln(V_a/V_1)}{\ln(V_b/V_1)} \right] / \ln \left(\frac{a-1}{b-1} \right), \quad (4.17)$$

e

$$\beta = \frac{a-1}{[\ln(V_1/V_a)]^{1/\gamma}} = \frac{b-1}{[\ln(V_1/V_b)]^{1/\gamma}}. \quad (4.18)$$

Partindo deste princípio, foram ajustadas retas de regressão linear, $y = \alpha + \delta x$ e exponencial, $\ln(y) = \alpha + \delta x$, utilizando a velocidade (em km/h) como variável resposta y e a densidade (em veic/km/pista), como variável explicativa x . As suposições de normalidade, homocedasticidade e independência dos resíduos foram satisfeitas, conforme demonstrado no anexo A. Analisando as Figuras 4.17 e 4.18, suspeita-se que o modelo exponencial parece ser um pouco mais adequado que o linear para esse caso, já que $R^2 = 85,3\%$ (linear) é menor que $R^2 = 86,9\%$ (exponencial), o que é verificado no anexo B.

Através dos valores de α e δ encontrados para as duas retas de regressão, puderam ser encontrados os valores de V_1 , V_a e V_b , para os dois modelos (linear e exponencial), que foram utilizados em um programa na linguagem S-PLUS, disponível no anexo C, para traçar as curvas de decrescimento apresentadas na Figura 4.19, a partir da qual podemos concluir que ambos os modelos

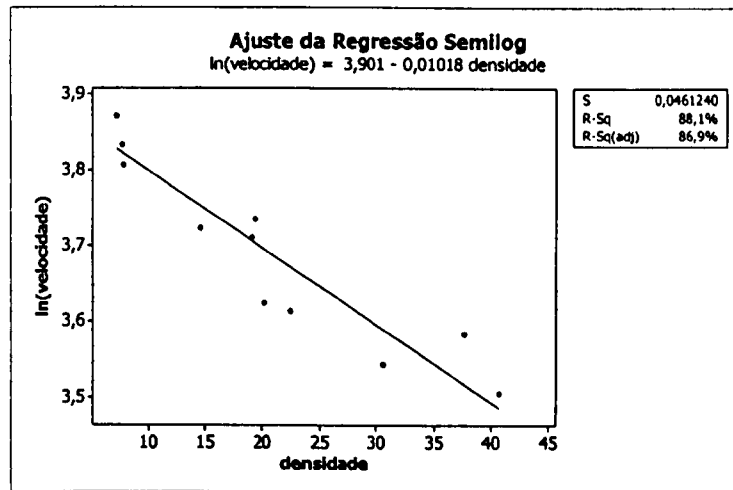


Figura 4.18: Ajuste para o modelo exponencial.

são adequados e apresentam comportamento similar de decrescimento da velocidade em função da densidade de veículos.

4.3.2 Nota sobre o Modelo Analítico de uma Única Pista

De forma similar ao que foi feito na seção 4.2.2, uma vez escolhido um dos modelos de congestionamento, representados por (4.15) ou (4.16), podemos desenvolver modelos analíticos para um único corredor, via substituição de $f(n) = V_n/V_1$ em (4.6). As medidas de desempenho podem então ser imediatamente calculadas. Detalhes não serão apresentados aqui.

4.3.3 Experimentos Computacionais

Para confirmar a precisão dos modelos, foi utilizado um modelo de simulação a eventos discretos (Cruz et al., 2005). Todos os experimentos foram conduzidos em um computador Intel Pentium 4, CPU 1,80 GHz, 512 MB de RAM, com sistema operacional Windows XP versão 2002. Os algoritmos utilizados encontram-se na linguagem de programação C++. Os resultados de simulação foram obtidos com um tempo simulado de 20 horas, sendo descartadas as 10 primeiras horas para estabilização (*warm-up*) das simulações ,

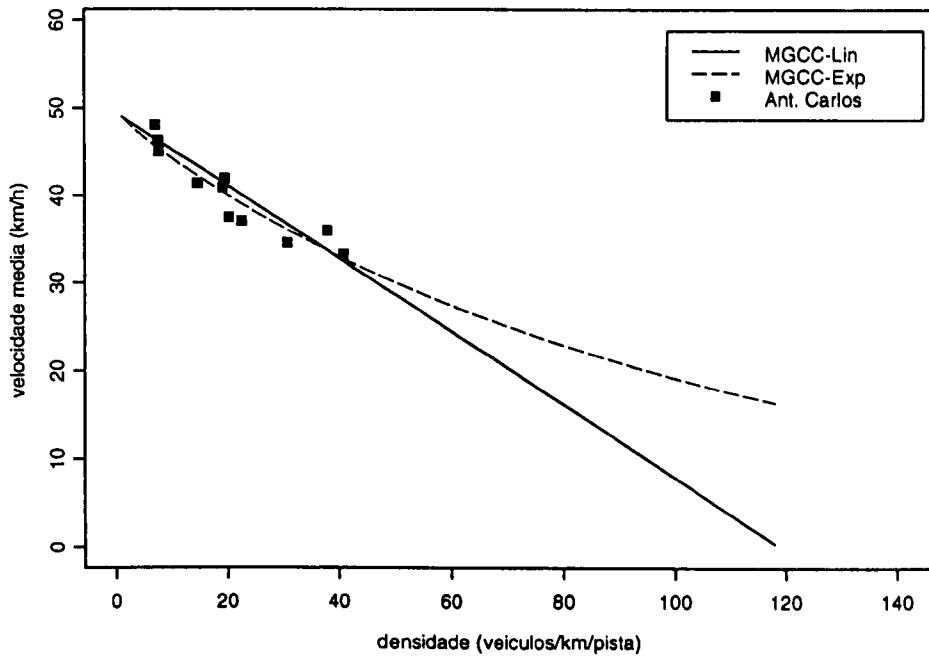


Figura 4.19: Curvas de decrescimento para os dados coletados.

Tabela 4.2: Medidas de desempenho por km, por pista, modelo linear.

Lambda	Modelo	$P(C=c)$	Theta	$E(q)$	$E(ts)$	CPU(s)
1000	Analítico	0,365	634,82	61,67	0,097	
	Simulação	0,000	1001,52	26,47	0,026	4,78
	I.C. 95%	(0,000;0,000)	(997,83;1001,22)	(26,33;26,61)	(0,026;0,026)	
2000	Analítico	0,975	50,27	117,97	2,347	
	Simulação	0,975	49,45	115,98	2,345	4,78
	I.C. 95%	(0,975;0,975)	(49,32;49,59)	(115,67;116,29)	(2,344;2,346)	
4000	Analítico	0,988	49,61	117,99	2,378	
	Simulação	0,988	48,26	114,71	2,377	8,72
	I.C. 95%	(0,988;0,988)	(48,08;48,44)	(114,29;115,13)	(2,376;2,378)	
8000	Analítico	0,994	49,30	117,99	2,393	
	Simulação	0,994	47,20	112,92	2,392	16,77
	I.C. 95%	(0,994;0,994)	(47,20;47,20)	(112,91;112,93)	(2,392;2,393)	
16000	Analítico	0,997	49,15	117,97	2,401	
	Simulação	0,997	147,20	113,30	2,400	33,42
	I.C. 95%	(0,997;0,997)	(47,20;47,20)	(113,29;113,31)	(2,400;2,401)	

Tabela 4.3: Medidas de desempenho por km, por pista, modelo exponencial.

Lambda	Modelo	P(C=c)	Theta	E(q)	E(ts)	CPU(s)
1000	Analítico	0,000	1000,000	27,089	0,027	
	Simulação	0,000	1001,523	27,143	0,027	6,86
	I.C. 95%	(0,000;0,000)	(997,82;1005,23)	(27,01;27,28)	(0,027;0,027)	
2000	Analítico	0,045	1909,34	102,34	0,054	
	Simulação	0,044	1907,78	101,87	0,053	30,41
	I.C. 95%	(0,042;0,046)	(1905,99;1909,57)	(101,34;102,40)	(0,053;0,054)	
4000	Analítico	0,516	1934,94	117,06	0,060	
	Simulação	0,516	1935,05	117,07	0,060	38,24
	I.C. 95%	(0,515;0,517)	(1934,90;1935,19)	(117,06;117,08)	(0,060;0,061)	
8000	Analítico	0,758	1934,85	117,68	0,061	
	Simulação	0,758	1935,15	117,67	0,061	46,9
	I.C. 95%	(0,758;0,758)	(1934,90;1935,19)	(117,67;117,68)	(0,061;0,061)	
16000	Analítico	0,879	1934,80	117,86	0,061	
	Simulação	0,879	1934,79	117,83	0,061	62,12
	I.C. 95%	(0,879;0,879)	(1934,63;1934,95)	(117,82;117,84)	(0,061;0,061)	

e 30 replicações, para construção dos intervalos de 95% de confiança. Foram realizadas simulações para os modelos linear e exponencial, em uma via de uma pista e 1 km, e diferentes taxas de chegada. Os resultados estão nas apresentadas nas Tabelas 4.2 e 4.3 e nas Figuras 4.20 e 4.21).

Quando analisamos o modelo linear (Tabela 4.2 e Figura 4.20), observamos que a probabilidade de bloqueio começa a crescer um pouco antes do que no modelo exponencial (a partir de 1.000 veic/h). Esta sobe bruscamente e depois se estabiliza em um valor próximo de 1,0. A taxa de saída aumenta até uma taxa de chegada próxima de 1.000 veic/h, quando decai bruscamente e se mantém constante em um valor muito baixo. O número esperado de veículos no sistema e o tempo esperado de serviço possuem comportamentos similares aos do modelo exponencial, porém com crescimentos mais bruscos. Neste modelo (linear) alguns pontos encontram-se fora da curva, o que significa que há divergências entre o modelo analítico e o de simulação.

Quando analisamos o desempenho de uma rodovia para diferentes taxas de chegada para o modelo exponencial (Tabela 4.3 e Figura 4.21), notamos que a probabilidade de bloqueio é nula até um valor próximo de 1.500 veic/h, quando esta começa a crescer atingindo uma probabilidade de bloqueio de 0,879. A taxa de saída cresce linearmente com a taxa de chegada e ao atingir mais ou menos 4.000 veic/h, a taxa de saída se estabiliza. Podemos observar também que o tempo de serviço esperado e o número esperado de veículos apresentam o mesmo comportamento, em forma de "S", ambos crescendo à medida que se aumenta a taxa de chegada. Para este caso, os resultados analíticos são confirmados pelas simulações, já que nenhum ponto encontra-se

fora das curvas apresentadas.

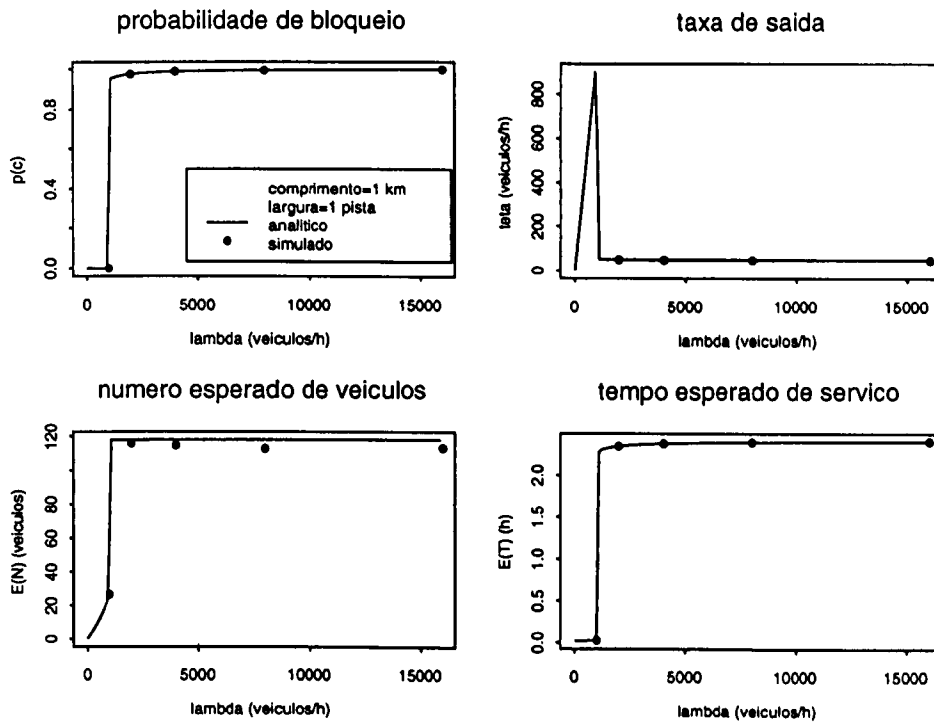


Figura 4.20: Medidas de desempenho por km, por pista, modelo linear.

4.4 Modelo de Simulação a Eventos Discretos

4.4.1 Introdução

As ferramentas de simulação se mostram de grande valor no auxílio ao projeto de sistemas de comunicação celular, mostrando com antecedência o comportamento do sistema e permitindo ao planejador alterar sua programação com base nos resultados desta simulação. Devido à grande flexibilidade, versatilidade e força, a simulação é uma das ferramentas mais utilizadas em Pesquisa Operacional.

Simulações de sistemas com o propósito de análise de desempenho são em geral a eventos discretos. Isto é, a representação do tempo é discretizada e ocorrem eventos somente quando ocorrem mudanças no estado do sistema.

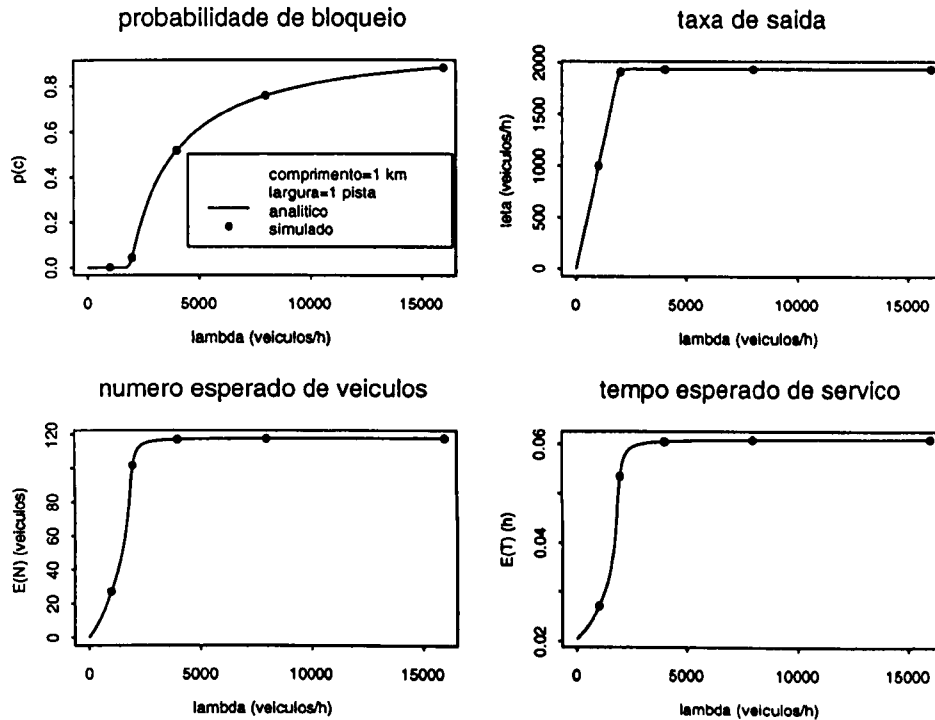


Figura 4.21: Medidas de desempenho por km, por pista, modelo exponencial.

Para comparação, uma simulação contínua modela o tempo como uma progressão contínua. A simulação de eventos discretos possibilita o uso de valores aleatórios que representem o desempenho do sistema, condições do ambiente, eventos inesperados *etc.* Ao mesmo tempo, esses valores são próximos aos reais na medida em que são usados métodos estatísticos para coleta de dados, representação e análise. Conceitualmente, a simulação modela um sistema do mundo real como um programa de computador. A simulação permite que um sistema seja modelado em qualquer nível de detalhe, de uma tradução direta de um modelo de redes de filas, à captura de todo aspecto do comportamento do sistema. Adicionalmente, a simulação suporta qualquer conjunto de métricas de desempenho que possam ser definidas.

4.4.2 Estruturas de Dados

O modelo de simulação proposto foi adaptado do modelo desenvolvido recentemente por Cruz et al. (2005), para um situação similar. O modelo proposto é essencialmente a implementação do objeto `MgccSimul`, apresen-

tado na Figura 4.22, que mostra todas as estruturas de dados dentro do objeto e como elas se interrelacionam. Basicamente, este objeto contém o número de filas $M/G/c/c$ dependentes do estado na rede, `nOfNodes`, o tempo total de simulação, `totalTime`, a matrix origem-destino, `arcs`, um vetor de objetos, `MgccResource`, e uma fila de eventos, `MgccEventQueue`. Os objetos `MgccResource` mantêm todas as estatísticas de interesse, para cada fila $M/G/c/c$, quais sejam a soma de bloqueios, `sumBloc`, as chegadas, `sumArr`, as partidas, `sumDep`, a soma do tempo total no sistema, `sumTime`, e o número corrente de usuários no sistema, `users`. Também parte integrante de cada `MgccResource` é o modelo de congestionamento, `GenCM`, com seus métodos para acesso à capacidade c , ao tempo de serviço esperado para um único usuário no sistema $E[T_1]$ e à velocidade média (taxa de serviço) V_n .

A parte crítica do objeto `MgccSimul` é o objeto `MgccEventQueue`, que implementa a fila de eventos. A fila de eventos é implementada com uma lista dinâmica criada em tempo de execução que mantém controle sobre todos os eventos. Inesperadamente, após muita experimentação, Cruz et al. (2005) perceberam que no caso de redes de filas dependentes do estado a melhor maneira de obterem-se baixos tempos computacionais era não preocupar em manter a fila de eventos ordenada, mesmo com o custo adicional (*overhead*) de inspecionar toda a fila de eventos, no pior caso, para recuperar o próximo evento a ser tratado.

Cada objeto `MgccEvent` da fila de eventos contém a indicação de a qual fila $M/G/c/c$ ele pertence, `whichQueue`, o tempo esperado de ocorrência do evento, `occurTime`, o tipo de evento, `type` (eventos `arrival`, `departure`, ou `end_simulation`), e a entidade ao qual ele se relaciona, `MgccEntity`. O objeto `MgccEntity` representa cada usuário (veículo) da rede de filas $M/G/c/c$ dependente do estado e tem uma representação numérica única, `id`, o momento que chegou ao sistema, `sisArrival`, o momento de chegada na fila corrente, `queueArrival`, o momento da ultima mudança de estado (isto é, quando um usuário entrou naquela fila ou dela saiu) `lastChange`, a posição física do usuário no momento da última mudança de estado, `lastPosition`, e o momento de chegada na célula. As células são definidas como um conjunto de filas e esta informação está armazenada na matriz `Cels`. Se a fila i pertencer à célula j , então temos que:

$$\text{Cels}[i, j] = \text{TRUE}.$$

Assim, a principal mudança foi que antes poderíamos avaliar o desempenho de apenas uma fila (corredor ou pista), e com a introdução do objeto `Cels` temos condições de avaliar quaisquer tipo de sistemas. Ou seja, antes da mudança era como se em cada célula houvesse apenas uma fila, e agora

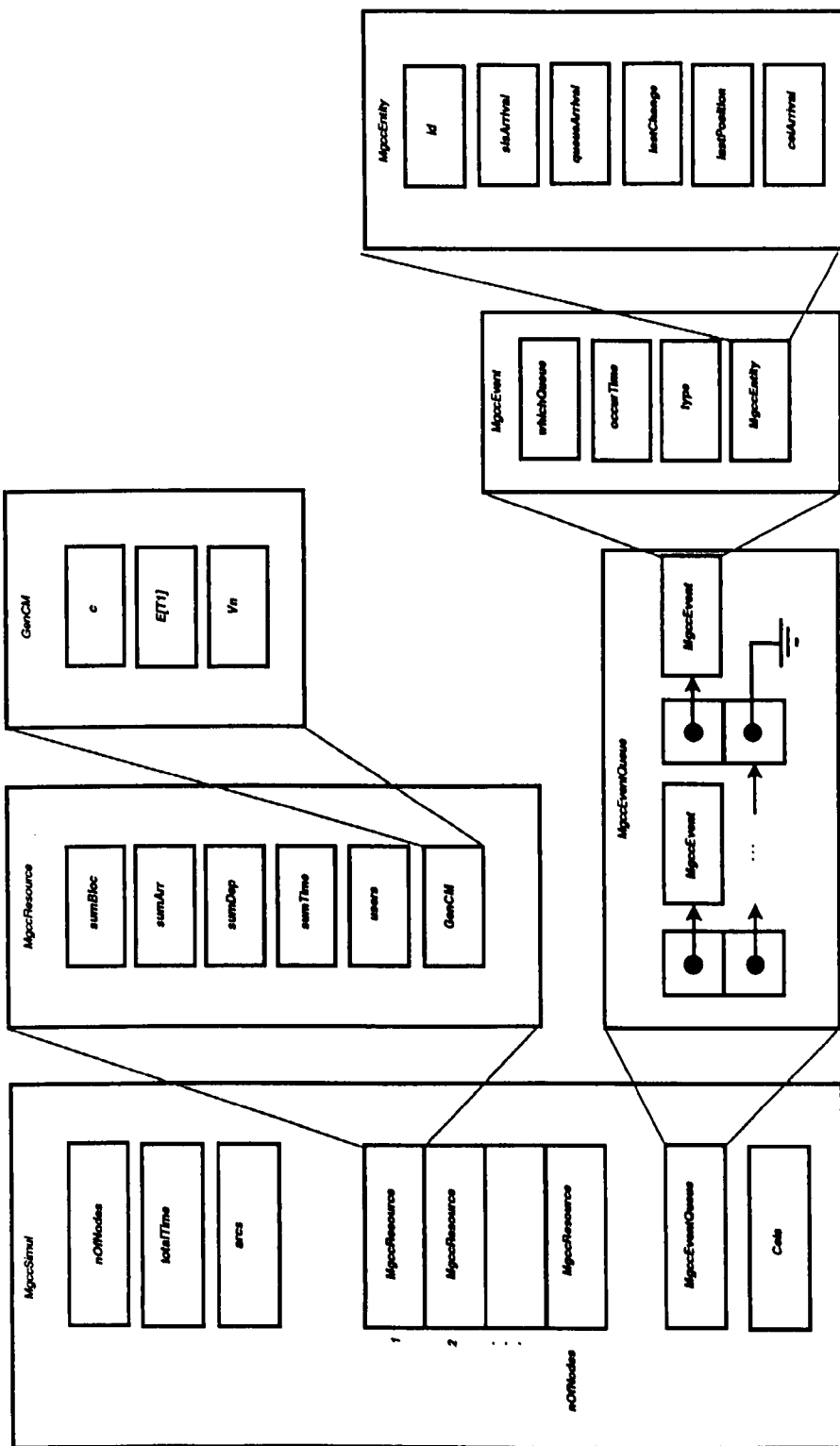


Figura 4.22: Objeto MgccSimul.

```

algorithm Simulate
    /* initialize event queue */
    Inicialize(MgccEventQueue);
    /* create and insert 'last' event */
    MgccEvent ← new();
    MgccEvent.occureTime ← totalTime;
    MgccEvent.type ← end_simulation;
    Insert(MgccEventQueue,MgccEvent);
    /* create and insert 'first' events */
    for  $\forall n | \lambda_n \neq 0$  do
        MgccEvent ← new();
        MgccEvent.whichQueue ←  $n$ ;
        MgccEvent.occureTime ← 0.0;
        MgccEvent.type ← arrival;
        Insert(MgccEventQueue,MgccEvent);
    end for
    /* simulate */
    MgccEvent ← GetNext(MgccEventQueue);
    while MgccEvent.type  $\neq$  end_simulation do
        if MgccEvent.type = arrival then
            ProcessArrival(MgccEventQueue,MgccEvent);
        else if MgccEvent.type = departure then
            ProcessDeparture(MgccEventQueue,MgccEvent);
        else
            error, unknown event
        end if
        MgccEvent ← GetNext(MgccEventQueue);
    end while
    print results
end algorithm

```

Figura 4.23: Algoritmo para simulação.

em uma única célula podemos ter diversas filas conectadas entre si e/ou a filas de células vizinhas, em diversas topologias.

4.4.3 Algoritmo

O algoritmo, em pseudo-código é apresentado na Figura 4.23. Tudo que o algoritmo faz é inicializar a fila de eventos `MgccEventQueue`, via programação do último evento (`end_simulation`) e dos primeiros eventos, que são as primeiras chegadas (eventos `arrival`). Então, o algoritmo iterativamente procura pelo primeiro evento (em ordem de ocorrência) e o processa, até que o evento final (`end_simulation`) seja a próxima ocorrência. Os algoritmos que tratam as chegadas e partidas não serão detalhados aqui, por brevidade, mas eles têm essencialmente a estrutura dos algoritmos de tratamento de chegadas e partidas descritos por Cruz et al. (2005).

4.5 Principais Contribuições deste Capítulo

As principais contribuições deste capítulo incluem a apresentação detalhada de uma nova abordagem estocástica dependente do estado, para modelagem da mobilidade dos usuários, pedestres e veículos, em sistemas de telefonia. Além disso, é também apresentado um novo modelo de simulação a eventos discretos para análise de modelos de filas finitas dependentes do estado aplicado a sistemas de telefonia celular móvel.

Capítulo 5

Experimentos Computacionais em Configurações Básicas

Neste capítulo, apresentamos resultados de experimentos computacionais com o modelo de simulação a eventos discretos proposto, em diversas situações básicas. Os algoritmos foram programados na linguagem C++. Todos os experimentos foram conduzidos em um computador Intel Pentium 4, CPU 1,80 GHz, 512 MB de RAM, sistema operacional Windows XP versão 2002. Todos os resultados foram obtidos via simulação do sistema por 3 horas, sendo descartada a primeira hora, para estabilização (*warm-up*) das simulações, e 30 replicações, para o cálculo das estatísticas descritivas apresentadas.

5.1 Topologia Série

Na Figura 5.1 podemos observar um sistema de telefonia composto por três células, sendo que cada uma delas contém apenas uma via de transporte significativa, sendo modelada cada uma por uma fila $M/G/c/c$, de 1 km de extensão e apenas uma pista. O tempo entre partidas das células (tempo de permanência na célula) pode ser visto na Tabela 5.1, da qual o resultado mais marcante é a equivalência dos modelos estocásticos para as três células. Neste caso, o efeito da dependência do estado não se faz notar, uma vez que todas as três células apresentam configurações equivalentes.

Nas Figuras 5.2 e 5.3 apresentamos o tempo entre partidas e o tempo de serviço, respectivamente, para uma taxa de chegada de 1000 veículos/h, a este sistema de telefonia. Surpreendente é a muito provável aderência do modelo exponencial para modelagem do tempo entre partidas, não importando a célula considerada. Para este nível de carga, notamos que um único

modelo estocástico para o tempo de serviço parece ser adequado a todas as células. Estas são evidências fortes em favor da modelagem via redes de filas $M/G/c/c$, isto é, com entradas markovianas e taxas de serviço gerais.

Entretanto, nas Figuras 5.4 e 5.5, quando a taxa de chegada considerada subiu para 4000 veículos/h, já observamos uma situação consideravelmente diversa àquela anteriormente observada, no que diz respeito aos tempos de serviço. As distribuições apresentam valores esperados significativamente mais elevados e variabilidades significativamente menores, evidenciando uma outra distribuição para os tempos de serviço, com menores coeficientes de variação. Observa-se aqui que os tempos entre partidas das células mantêm-se aderentes ao modelo exponencial, aproximadamente de mesma taxa.

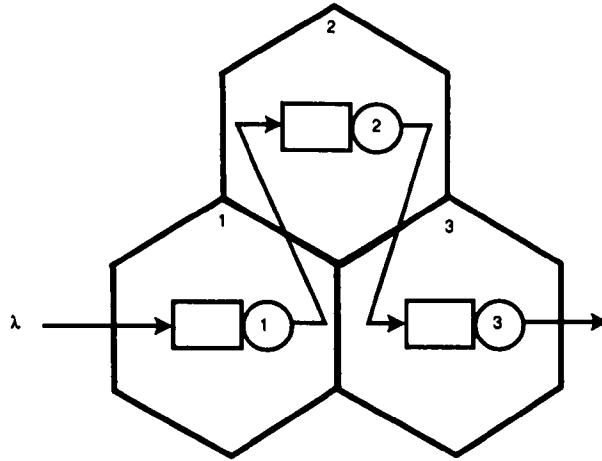


Figura 5.1: Três células em topologia série.

Tabela 5.1: Tempo entre partidas nas três células em topologia série.

λ	célula	Min.	Q1	Mediana	Média	Desvio	Q3	Max
1000	1	0,000828	1,106802	2,540592	3,498892	3,397024	4,799664	31,441930
	2	0,000828	1,097118	2,470644	3,455597	3,349090	4,681863	28,593650
	3	0,000864	1,105938	2,444472	3,457743	3,321247	4,818978	25,805880
2000	1	0,004284	0,558756	1,299492	1,883915	1,878492	2,588652	14,120860
	2	0,003420	0,558756	1,290024	1,866416	1,856290	2,587788	15,278720
	3	0,002556	0,544815	1,289178	1,861744	1,841607	2,554749	15,046960
4000	1	0,003456	0,561339	1,335546	1,867300	1,804027	2,565252	10,890220
	2	0,002592	0,555336	1,332090	1,868716	1,804162	2,595528	11,094480
	3	0,002592	0,569709	1,331676	1,862827	1,787909	2,572146	11,306480
8000	1	0,000000	0,299970	0,737280	1,834044	8,675764	1,537236	105,801800
	2	0,000000	0,296964	0,735570	1,829198	8,731386	1,513431	106,357900
	3	0,000000	0,289881	0,722682	1,825972	8,765267	1,492596	105,799200
16000	1	0,000000	0,143559	0,374220	1,861408	14,215430	0,779553	157,462400
	2	0,000000	0,140760	0,373356	1,862554	14,239060	0,780192	159,063600
	3	0,000000	0,139068	0,366930	1,863218	14,254110	0,780624	159,236500

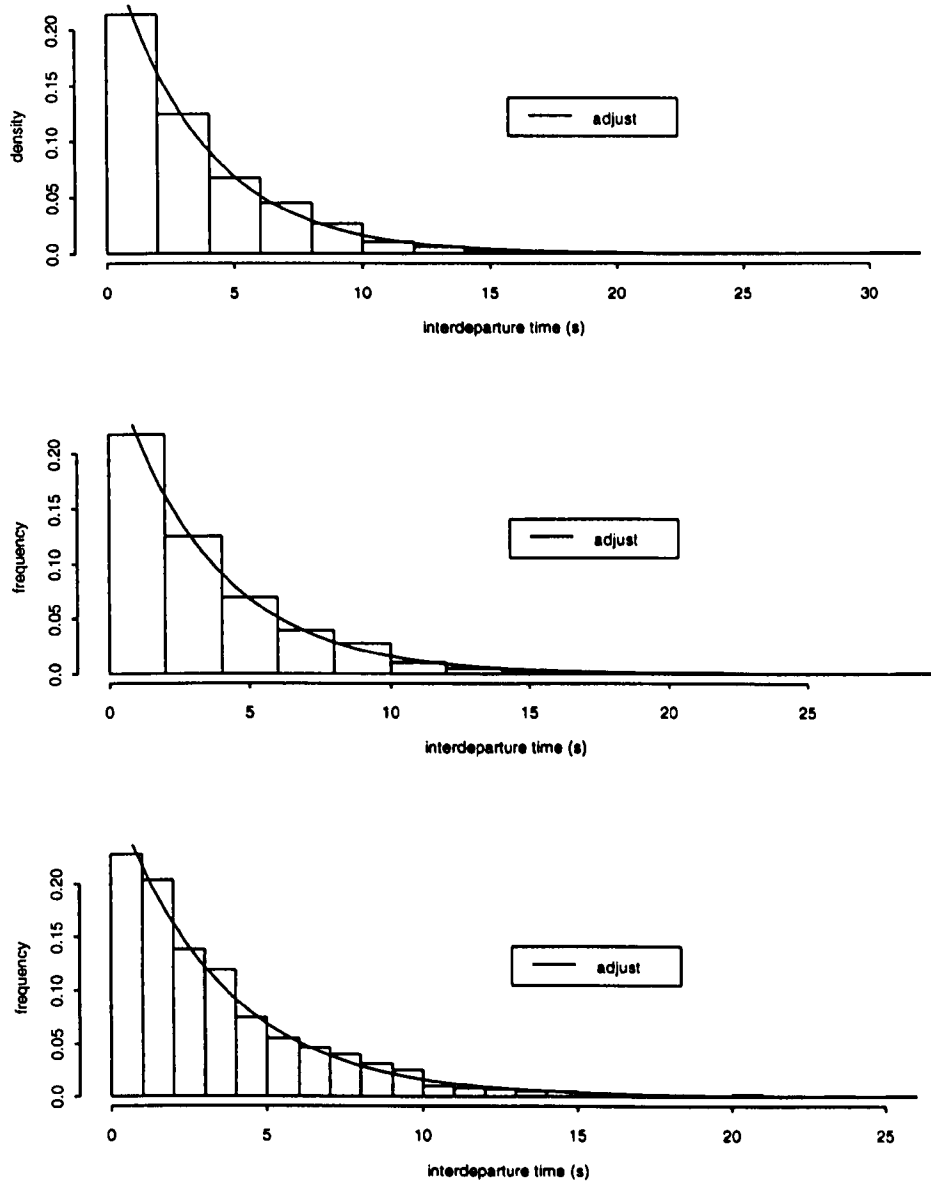


Figura 5.2: Tempo entre partidas das células em série para $\lambda = 1000$.

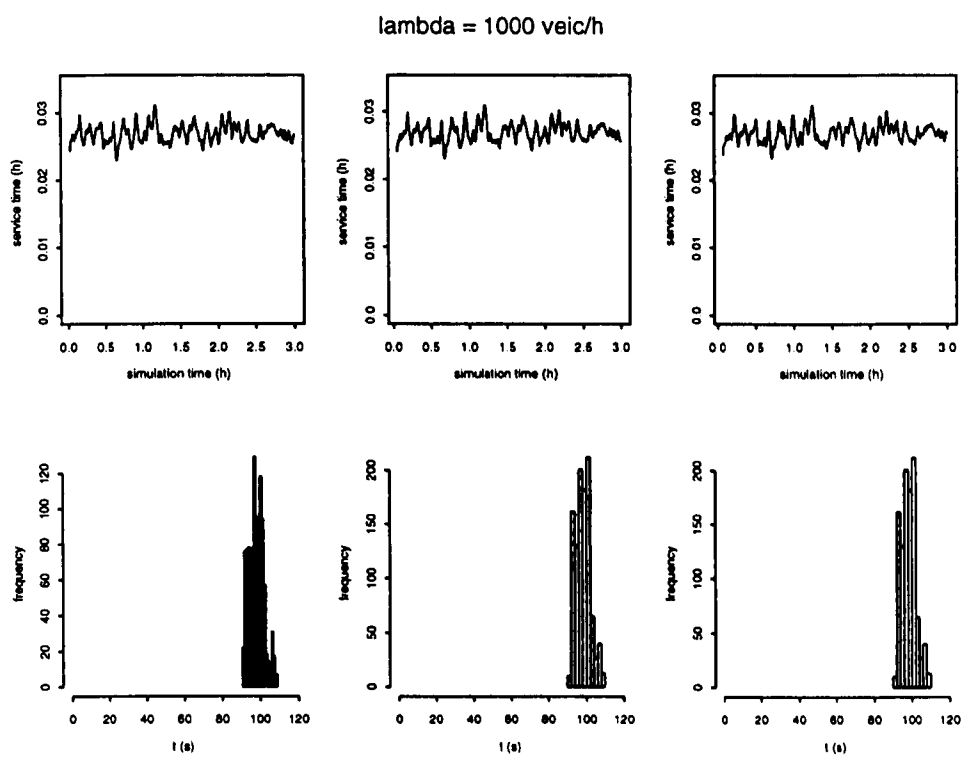


Figura 5.3: Tempo de serviço nas células em série para $\lambda = 1000$.

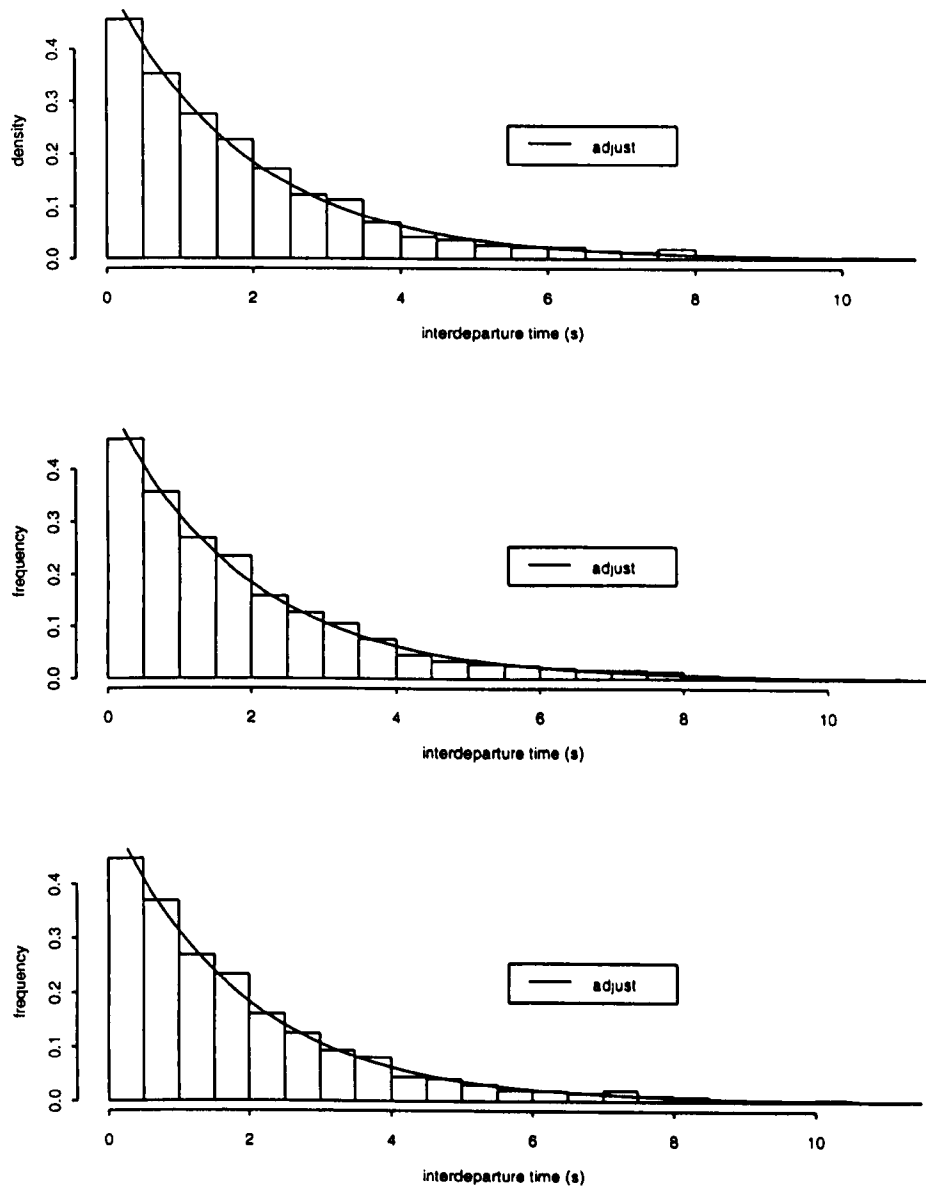


Figura 5.4: Tempo entre partidas das células em série para $\lambda = 4000$.

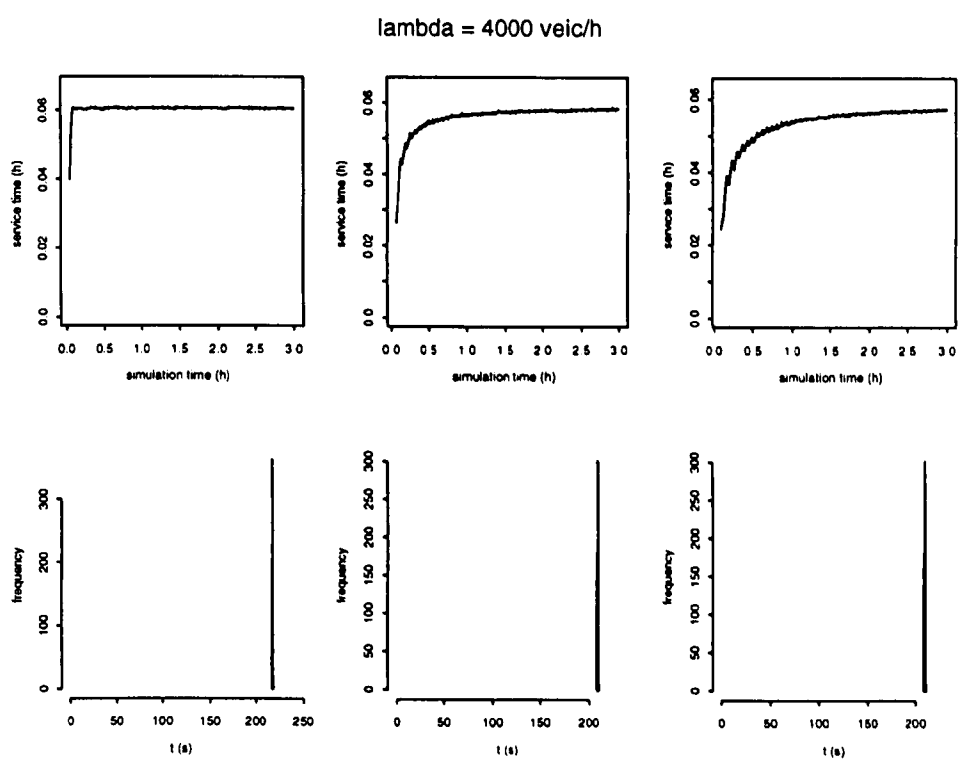


Figura 5.5: Tempo de serviço nas células em série para $\lambda = 4000$.

5.2 Topologia Divisão

Nas Figuras 5.6 e 5.11 podemos observar um sistema de telefonia composto por três células, sendo que agora elas estão configuradas em divisão, cada uma delas contendo apenas uma via de transporte significativa, modelada cada uma por uma fila $M/G/c/c$, de 1 km de extensão e apenas uma pista.

5.2.1 Probabilidade na Divisão Iguais

Neste caso a carga da fila #1 se divide ao meio, conforme Figura 5.6. O tempo entre partidas das células pode ser visto na Tabela 5.2. Relevante na Tabela 5.2 é a diferença significativa entre os modelos estocásticos por trás de cada uma das filas. Note-se que agora, sob diferentes demandas, as filas, apesar de mesma dimensão, têm comportamentos diferentes. A fila #1 está submetida a toda a chegada λ , enquanto que as outras duas estão submetidas à alguma proporção da carga, uma vez que o tráfego se divide.

Assim, nas Figuras 5.7 e 5.8 apresentamos o tempo entre partidas e o tempo de serviço, respectivamente, para uma taxa de chegada ao sistema de 1000 veículos/h. Um modelo exponencial parece ainda ser aplicável, para modelagem do tempo entre partidas, ainda que com taxas de chegadas diferentes. Por outro lado, diferentemente dos resultados observados para a topologia série, mesmo para este nível de carga, notamos que um único modelo estocástico para o tempo de serviço não parece mais ser adequado a todas as células.

Nas Figuras 5.9 e 5.10, quando a taxa de chegada considerada subiu para 4000 veículos/h, observamos que os tempos entre partidas das células mantêm-se aparentemente aderentes ao modelo exponencial, mas houve uma dramática diferença entre os coeficientes de variação dos tempos de serviço das diversas células. Uma taxa de serviço geral parece realmente ser a solução para modelagem desta situação.

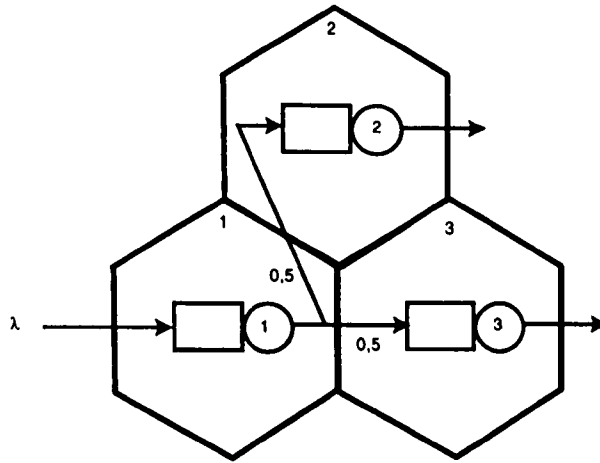


Figura 5.6: Três células em topologia divisão.

Tabela 5.2: Tempo entre partidas nas três células em topologia divisão.

λ	célula	Min.	Q1	Mediana	Média	Desvio	Q3	Max
1000	1	0,000828	1,106802	2,540592	3,498892	3,397024	4,799664	31,441930
	2	0,001728	1,957599	4,568742	6,576835	6,225033	9,215010	35,271250
	3	0,000864	2,377512	4,960152	7,305291	7,097031	9,949500	41,405580
2000	1	0,000828	1,106802	2,540592	3,498892	3,397024	4,799664	31,441930
	2	0,001728	1,957599	4,568742	6,576835	6,225033	9,215010	35,271250
	3	0,000864	2,377512	4,960152	7,305291	7,097031	9,949500	41,405580
4000	1	0,003456	0,561339	1,335546	1,867300	1,804027	2,565252	10,890220
	2	0,003420	1,144980	2,654748	3,879784	3,850236	5,312916	27,060700
	3	0,009432	1,023966	2,429010	3,563139	3,505803	4,874103	21,815600
8000	1	0,000000	0,299970	0,737280	1,834044	8,675764	1,537236	105,801770
	2	0,003456	0,526572	1,561248	4,005246	11,816785	3,480858	98,770500
	3	0,000000	0,523152	1,373292	3,640851	11,091393	3,237534	96,078850
16000	1	0,000000	0,143559	0,374220	1,861408	14,215430	0,779553	157,462400
	2	0,000828	0,264141	0,789228	3,844601	19,803320	1,760814	162,950400
	3	0,000864	0,258129	0,742878	3,605507	18,901050	1,586133	166,887500

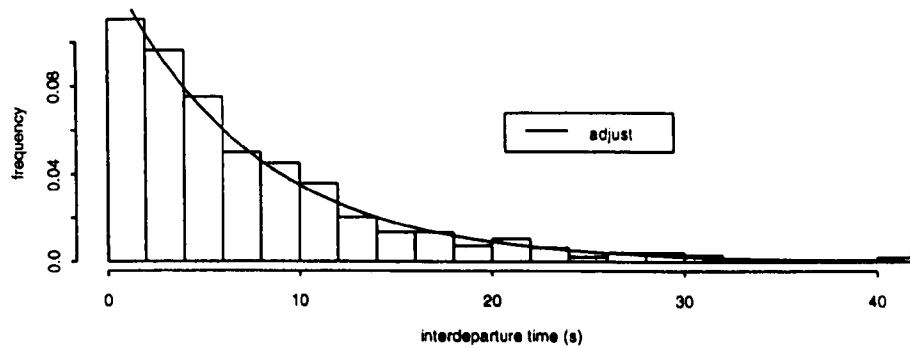
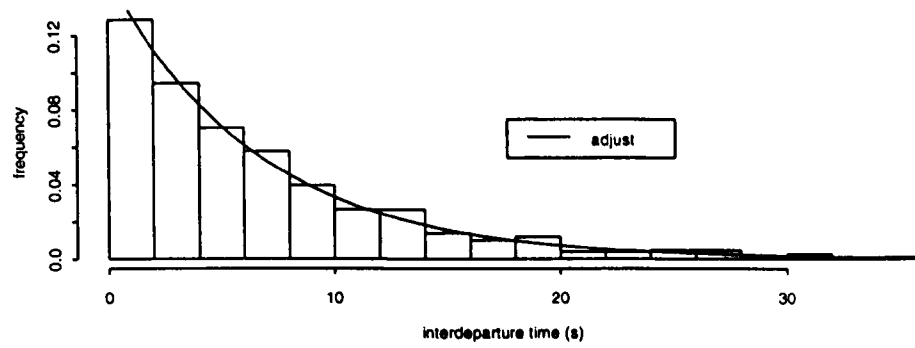
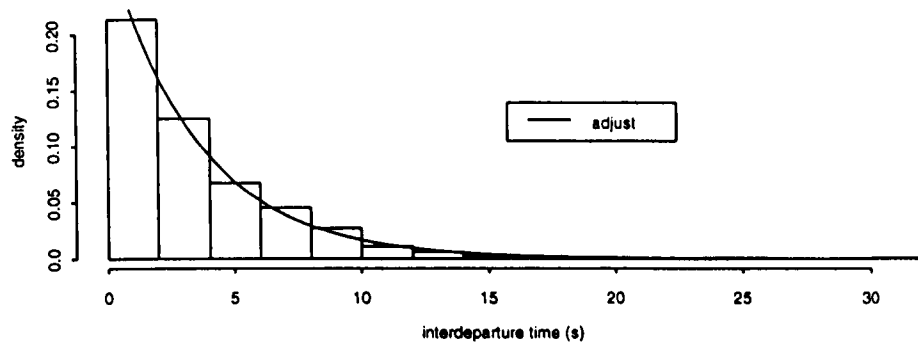


Figura 5.7: Tempo entre partidas das células em divisão para $\lambda = 1000$.

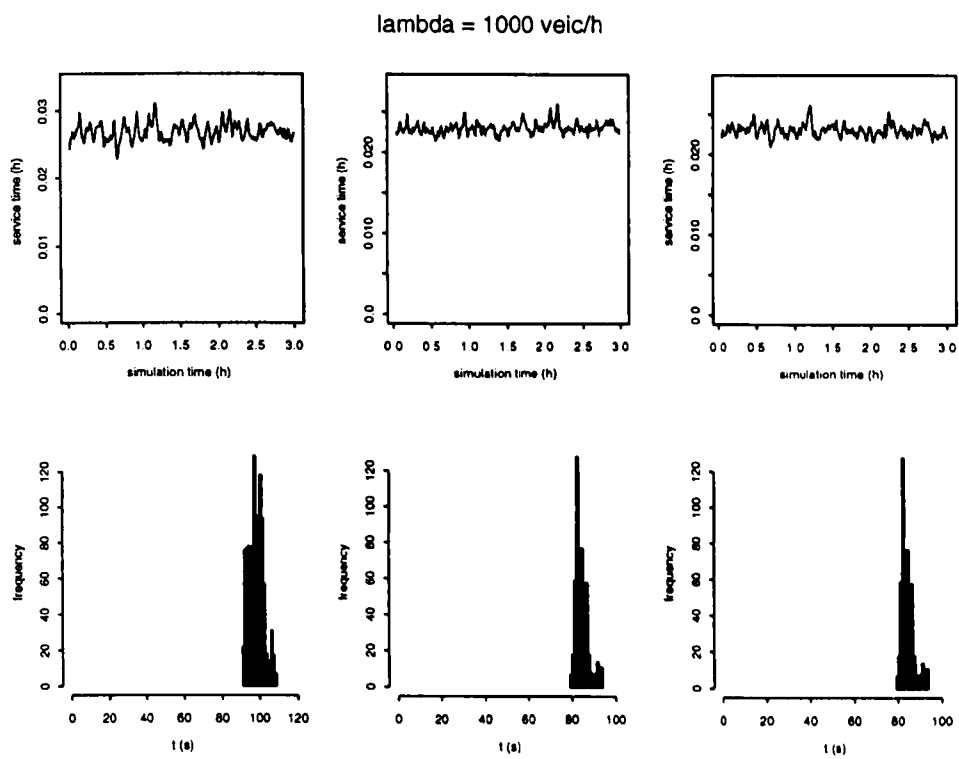


Figura 5.8: Tempo de serviço nas células em divisão para $\lambda = 1000$.

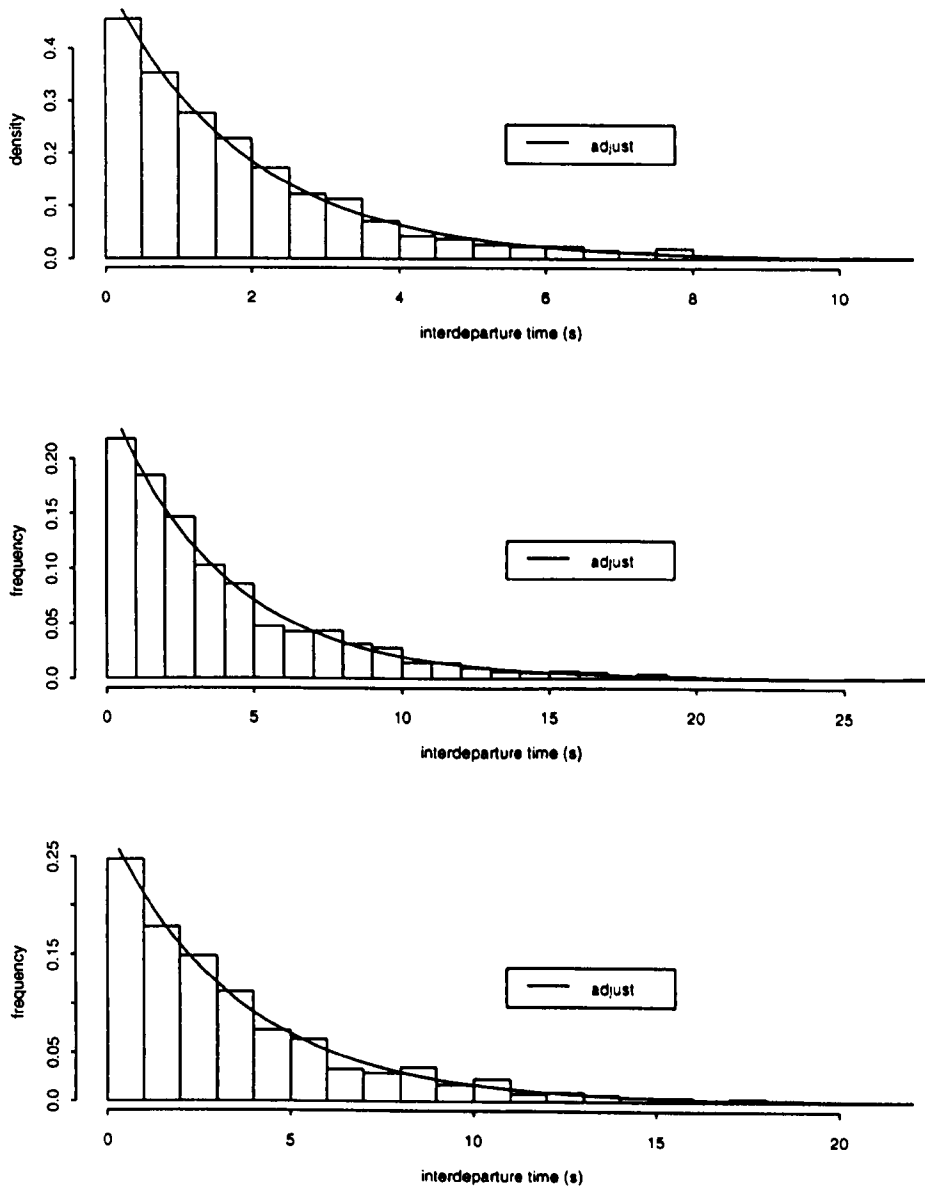


Figura 5.9: Tempo entre partidas das células em divisão para $\lambda = 4000$.

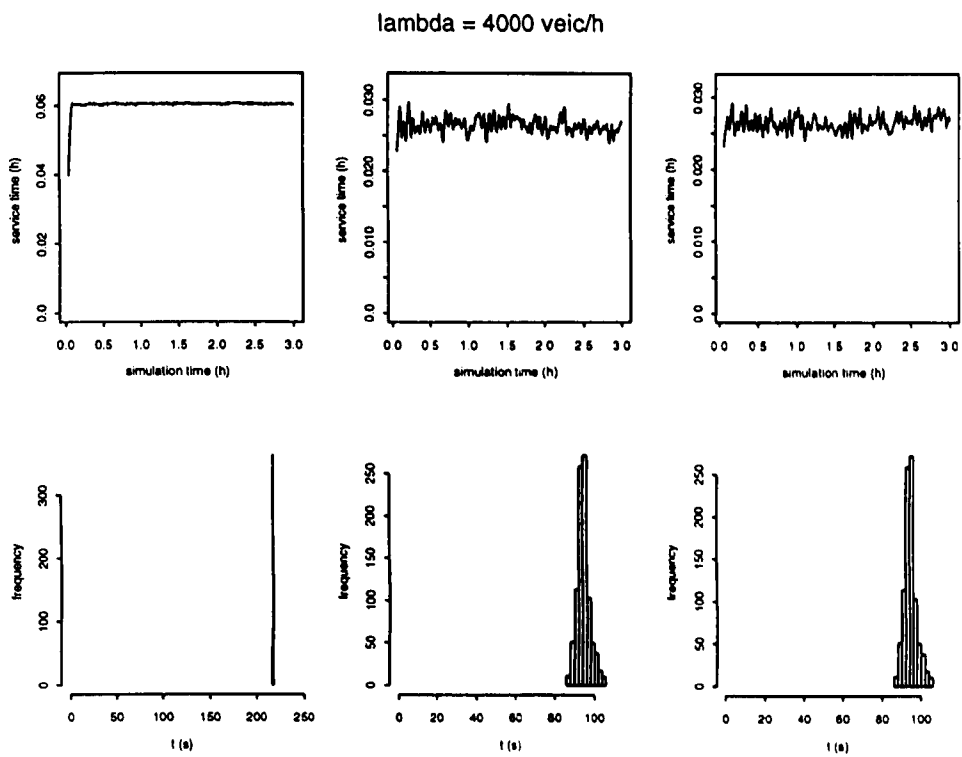


Figura 5.10: Tempo de serviço nas células em divisão para $\lambda = 4000$.

5.2.2 Probabilidade na Divisão Diferentes

Para os experimentos a seguir, utilizamos da topologia em divisão, mas ao contrário da topologia da seção anterior, aqui, quando a divisão ocorre, o usuário tem probabilidade 0.70 de ir para a fila #2 (pertencente a célula #2), e 0.30 de ir para a fila #3 (que se encontra na célula #3).

Podemos observar que podemos modelar o tempo entre partidas das células como uma distribuição exponencial (Figuras 5.12 e 5.14), como na topologia série e divisão com probabilidades iguais. Como era de se esperar temos que a média do tempo entre partidas para a célula #1 é menor que o tempo entre partidas para a células #2 e #3, respectivamente, o que é justificado pois quanto menos tempo entre as partidas, maior é o fluxo na fila. Ou seja, na fila #1 temos todo o fluxo por isso a média é menor, enquanto que a fila #3 recebe menos de um terço do fluxo, justificando assim a média ser maior.

Enquanto isso, observando as Figuras 5.13 e 5.15 o tempo de serviço para a célula 1 é menor que o tempo de serviço da célula #2 e #3, respectivamente. Ao comparar o tempo de serviço para a taxa de chegada $\lambda = 1000$ veic/h, Figuras 5.13 e 5.15 e, $\lambda = 4000$ veic/h, vemos que para a taxa maior o tempo de serviço é menos variável, ou seja, tende a ser determinístico (Figuras 5.13 e 5.15).

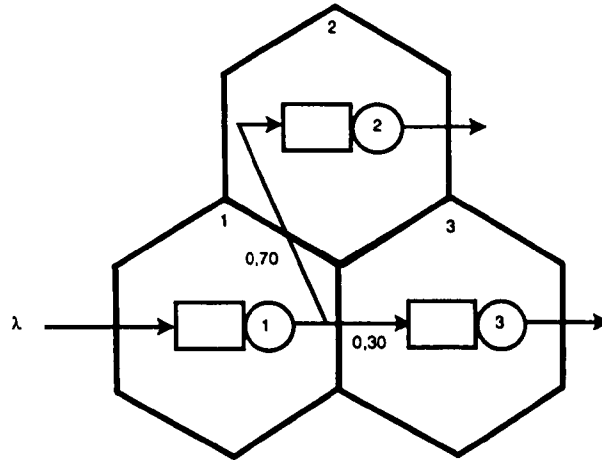


Figura 5.11: Três células em topologia divisão, com probabilidades diferentes.

Tabela 5.3: Tempo entre partidas nas três células em topologia divisão com probabilidades diferentes.

λ	célula	Min.	Q1	Mediana	Média	Desvio	Q3	Max
1000	1	0,000828	1,106802	2,540592	3,498892	3,397024	4,799664	31,441930
	2	0,000828	1,386351	3,354696	4,702884	4,460445	6,753357	32,319540
	3	0,108144	4,197762	9,630630	13,099825	12,321213	18,158121	68,419940
2000	1	0,004284	0,530217	1,278450	1,872489	1,890388	2,593602	13,625600
	2	0,004284	0,717120	1,834200	2,695503	2,734429	3,835350	26,023860
	3	0,004320	1,884852	4,366224	6,029508	6,264639	7,850952	52,997040
4000	1	0,003456	0,561339	1,335546	1,867300	1,804027	2,565252	10,890220
	2	0,003420	0,797580	1,877976	2,650565	2,548009	3,531267	16,627970
	3	0,005148	1,860588	4,166658	6,166645	6,048707	8,772327	44,965840
8000	1	0,000000	0,299970	0,737280	1,834044	8,675764	1,537236	105,801770
	2	0,001728	0,354897	1,065582	2,716086	8,933125	2,421945	88,254540
	3	0,000864	1,019043	2,522124	6,270215	16,285222	5,000067	113,007240
16000	1	0,000000	0,143559	0,374220	1,861408	14,215430	0,779553	157,462400
	2	0,000000	0,186021	0,521406	2,684844	15,895200	1,259991	160,974600
	3	0,002592	0,516249	1,150560	6,055931	25,646180	2,552814	171,155800

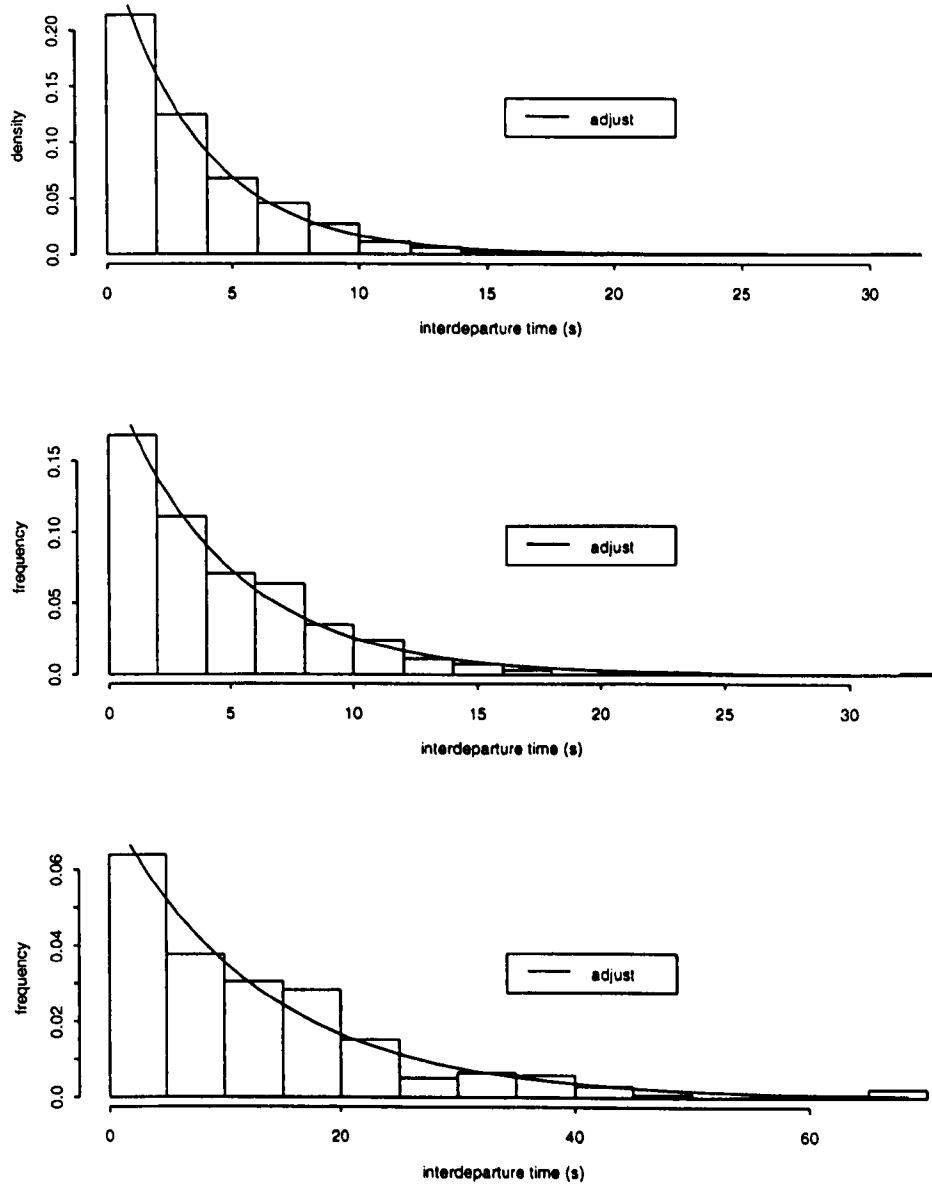


Figura 5.12: Tempo entre partidas das células em divisão, com probabilidades diferentes, para $\lambda = 1000$.

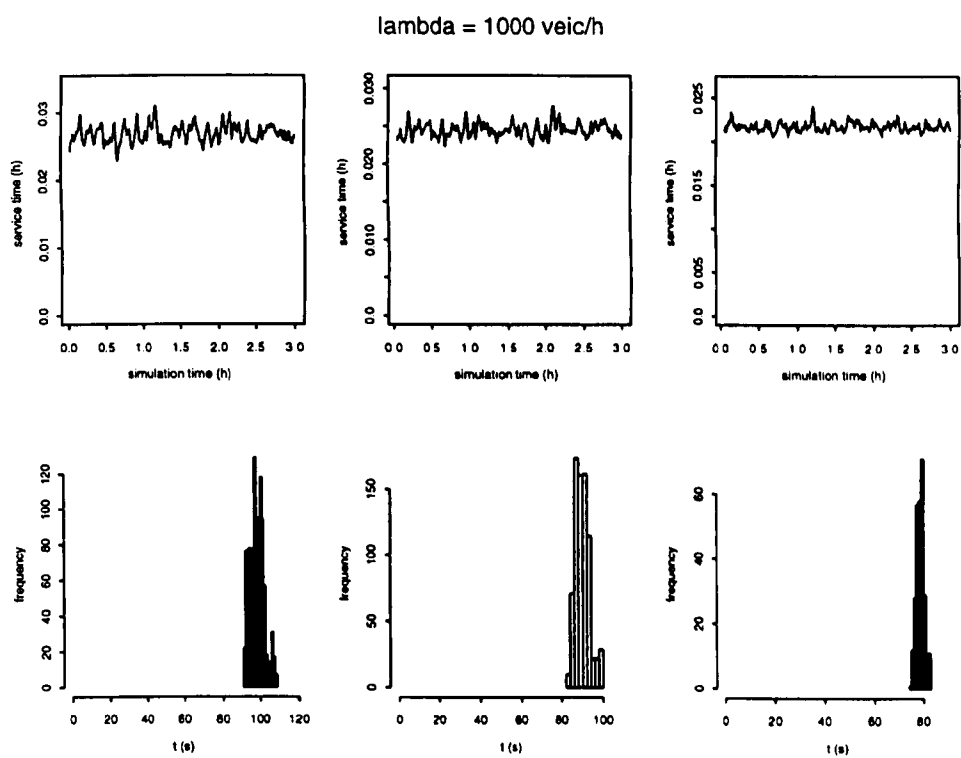


Figura 5.13: Tempo de serviço nas células em divisão, com probabilidades diferentes, para $\lambda = 1000$.

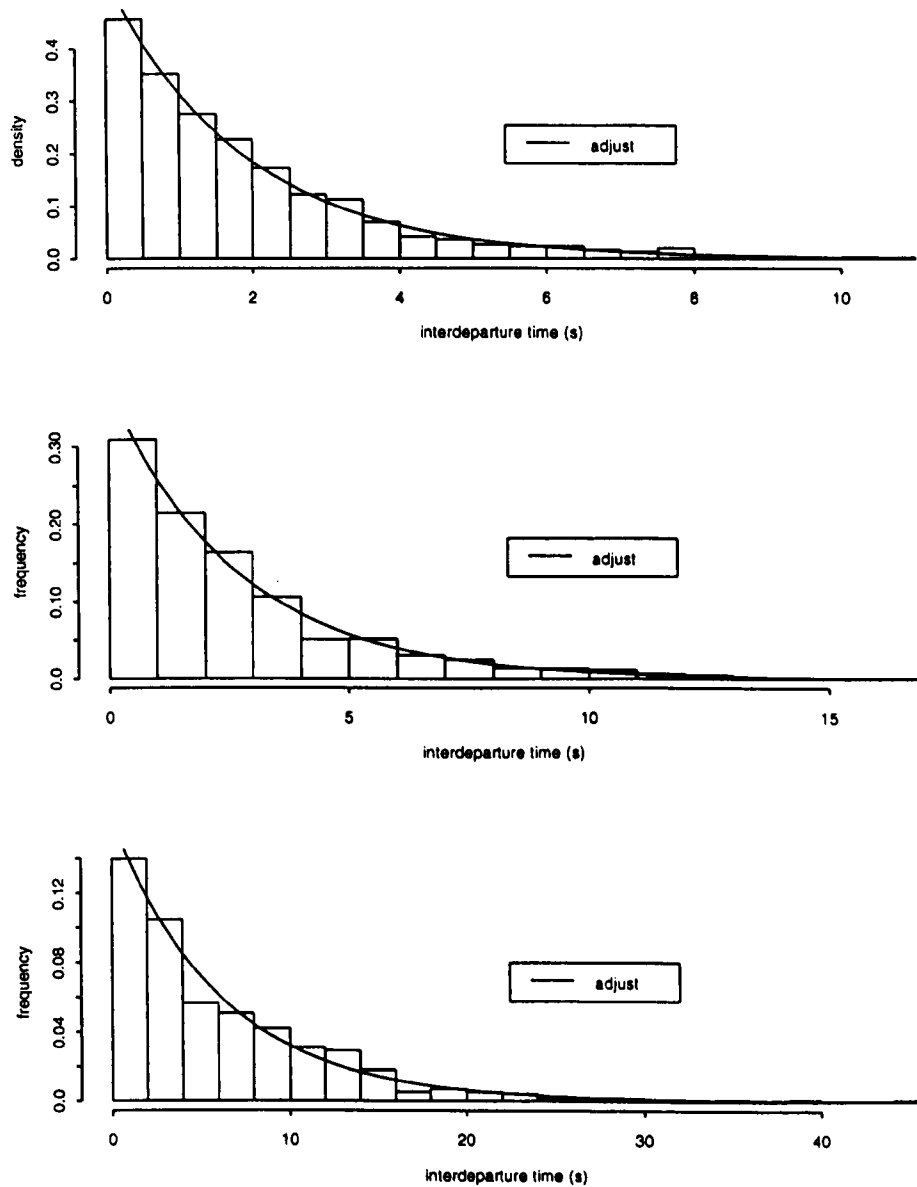


Figura 5.14: Tempo entre partidas das células em divisão, com probabilidades diferentes, para $\lambda = 4000$.

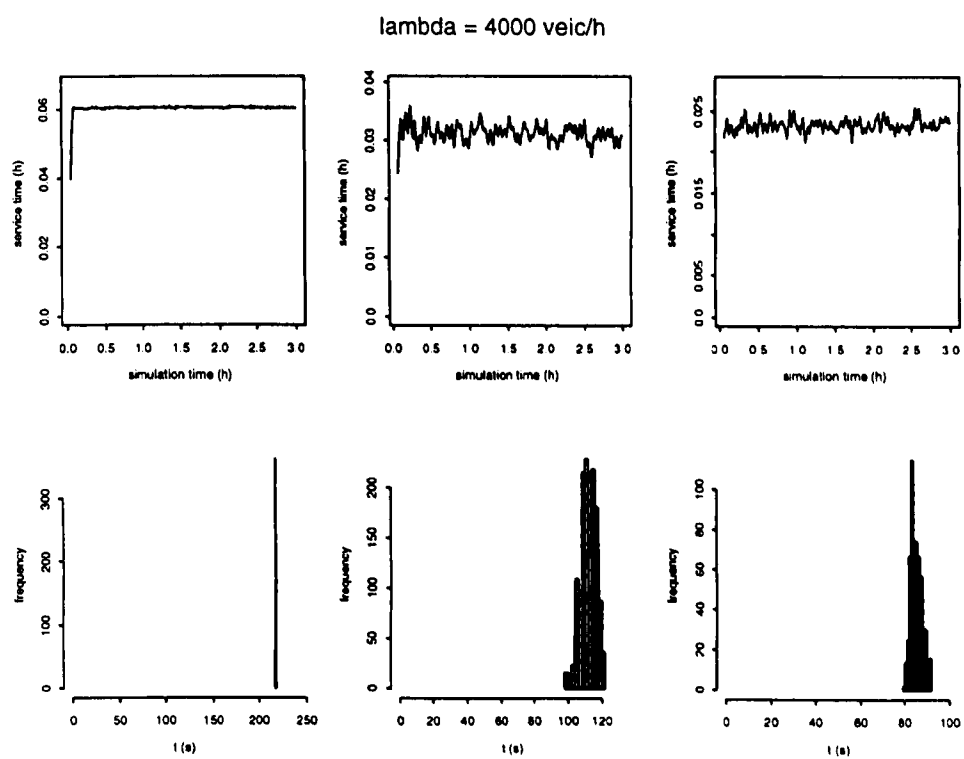


Figura 5.15: Tempo de serviço nas células em divisão, com probabilidades diferentes, para $\lambda = 4000$.

5.3 Topologia Fusão

A topologia fusão é um sistema de telefonia composto por três células, sendo que cada uma delas contém apenas uma via de transporte significativa, sendo modelada cada uma por uma fila $M/G/c/c$, de 1 km de extensão e apenas uma pista, configuradas em fusão. Ou seja, em um certo ponto há uma junção de fluxos.

5.3.1 Taxa de Chegada Iguais

Para os experimentos a seguir iremos considerar as taxas de chegada, para as filas que recebem o fluxo, homogêneas. Ou seja, quando falarmos que temos uma taxa de chegada, por exemplo $\lambda = 1000$, teremos na verdade uma entrada de 500 veic/h nas duas células que recebem o fluxo.

O tempo entre partidas das células pode ser visto na Tabela 5.4, que evidencia a diferença entre os tempos entre partidas. Neste caso, o comportamento tende a ser o simétrico do caso configurado em topologia divisão.

Nas Figuras 5.17 e 5.18 apresentamos o tempo entre partidas e tempo de serviço, respectivamente, para uma taxa de chegada ao sistema de 1000 veículos/h. O comportamento é simétrico ao apresentado para a topologia divisão. O modelo exponencial para modelagem do tempo entre partidas parece ainda ser aplicável, mas confirmamos diferentes distribuições dos tempos de serviço.

Finalmente, nas Figuras 5.19 e 5.20 observamos tempos entre partidas e de serviço, quando a taxa de chegada considerada sobe para 4000 veículos/h. Os tempos entre partidas das células mantêm-se aparentemente exponenciais, mas o coeficiente de variação dos tempos de serviço são diferentes.

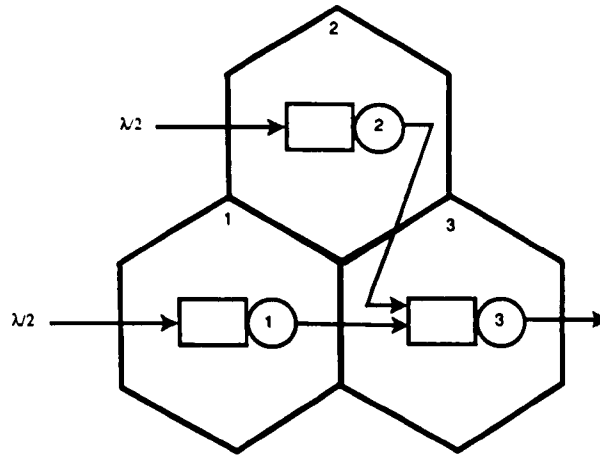


Figura 5.16: Três células em topologia fusão.

Tabela 5.4: Tempo entre partidas nas três células em topologia fusão.

λ	célula	Min.	Q1	Mediana	Média	Desvio	Q3	Max
1000	1	0,001728	2,132460	5,064012	6,939948	7,044194	9,380448	63,567900
	2	0,001692	2,196432	5,066568	7,024543	6,539369	9,800136	49,730290
	3	0,001728	0,984060	2,447892	3,466329	3,335913	4,879044	23,513290
2000	1	0,012852	1,255266	2,736288	3,771023	3,531689	5,405184	24,745000
	2	0,012888	1,011096	2,511396	3,664314	3,836269	4,478652	24,981880
	3	0,012852	0,646308	1,397340	1,857474	1,796000	2,356920	10,029350
4000	1	0,000000	0,921816	2,235888	3,698469	4,704091	4,387644	41,598460
	2	0,000000	0,738972	2,060784	3,709327	4,372321	5,008212	26,821260
	3	0,000000	0,491796	1,063476	1,851803	2,111125	2,541420	10,433590
8000	1	0,000828	0,864324	2,076264	3,699930	4,362563	4,703544	29,760080
	2	0,000864	0,873756	1,953072	3,646014	5,578194	4,252473	47,553620
	3	0,000828	0,448884	1,041984	1,837241	2,162044	2,532852	12,129620
16000	1	0,000864	0,523930	1,448820	3,649483	13,054756	3,012660	105,443000
	2	0,000828	0,431937	1,004220	3,593335	13,971850	2,146608	120,141500
	3	0,000828	0,221436	0,602532	1,810469	9,134978	1,456524	102,084400

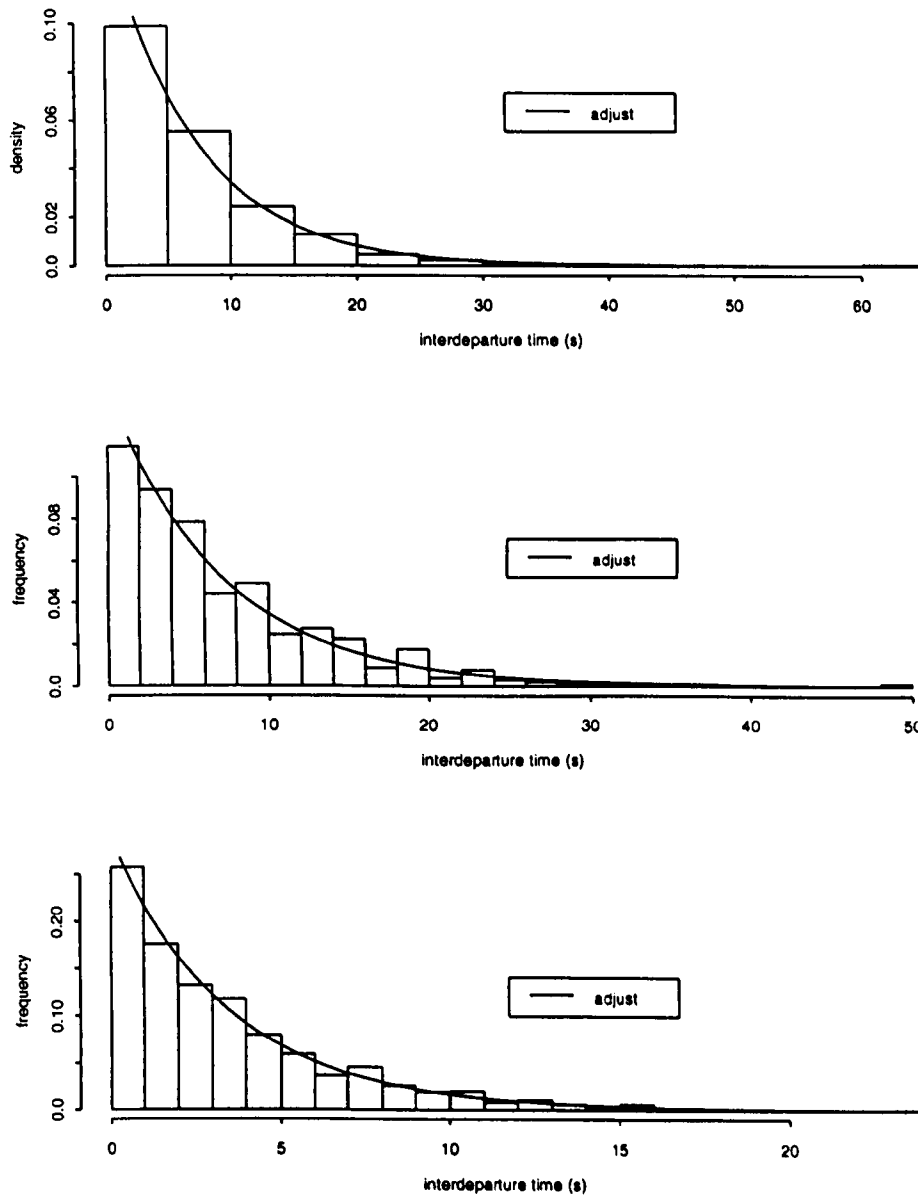


Figura 5.17: Tempo entre partidas das células em fusão para $\lambda = 1000$.

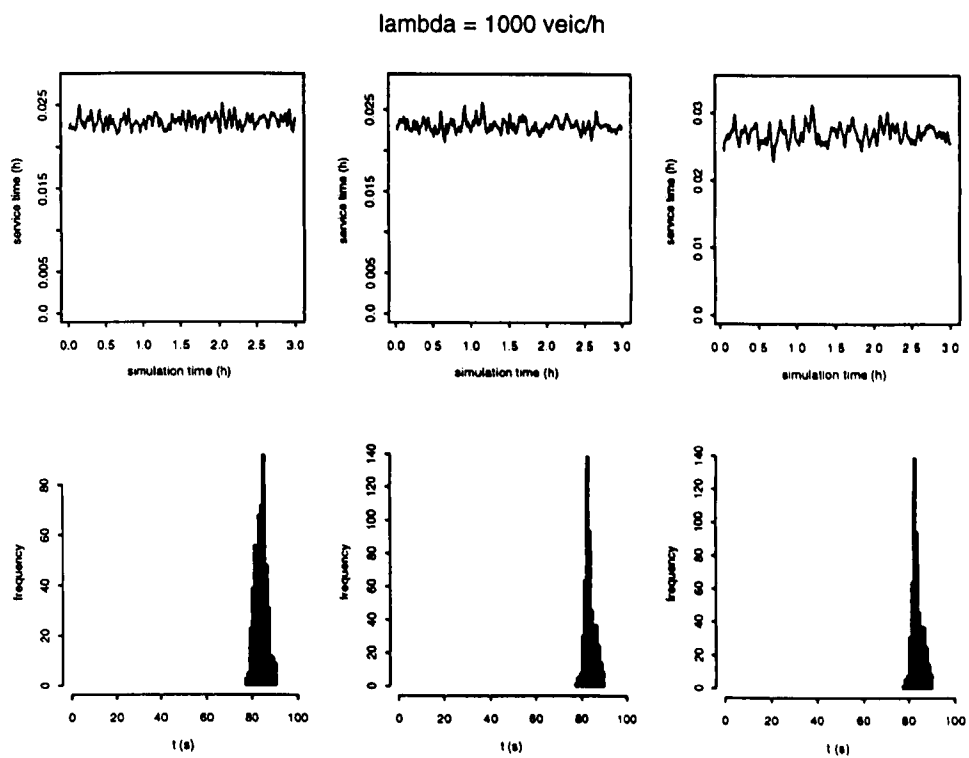


Figura 5.18: Tempo de serviço nas células em fusão para $\lambda = 1000$.

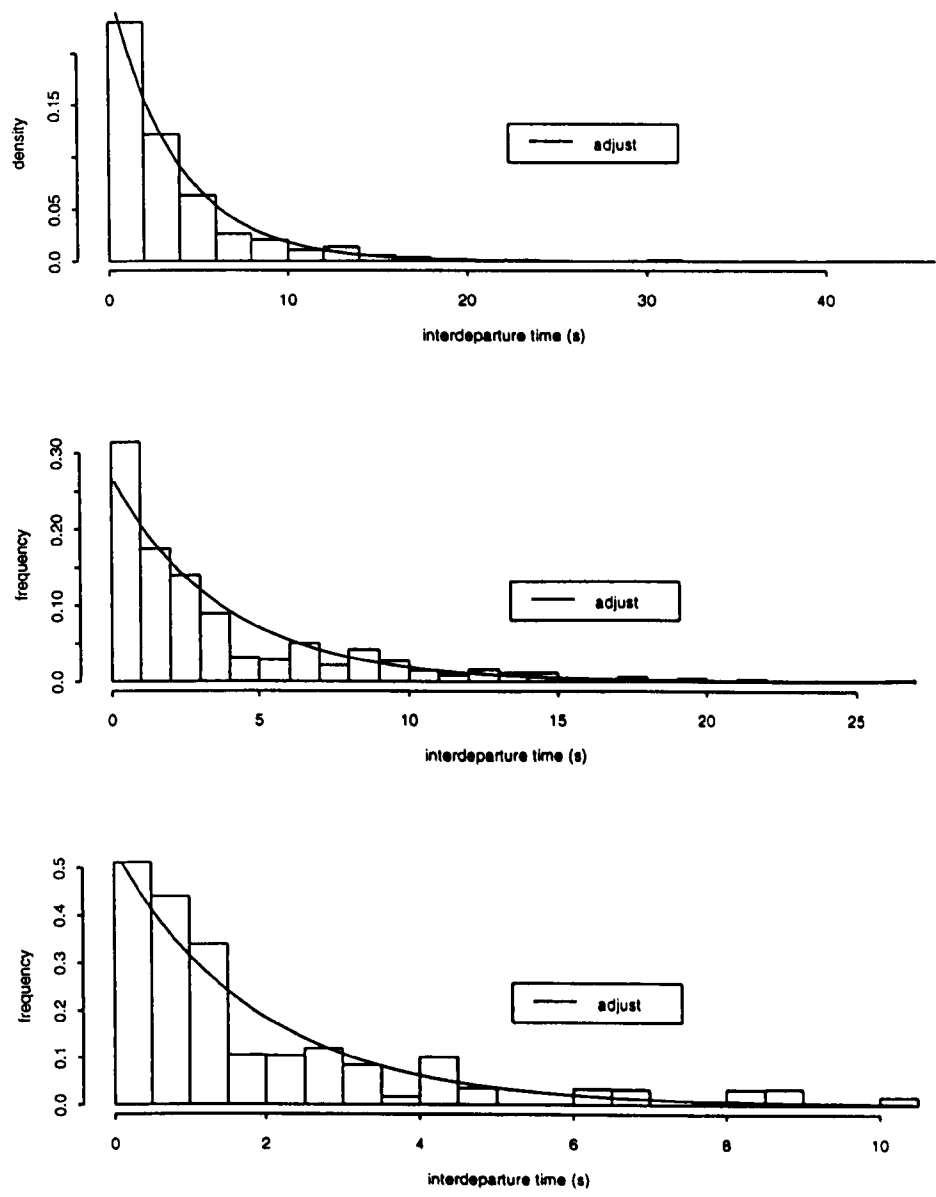


Figura 5.19: Tempo entre partidas das células em fusão para $\lambda = 4000$.

$\lambda = 4000$ veic/h

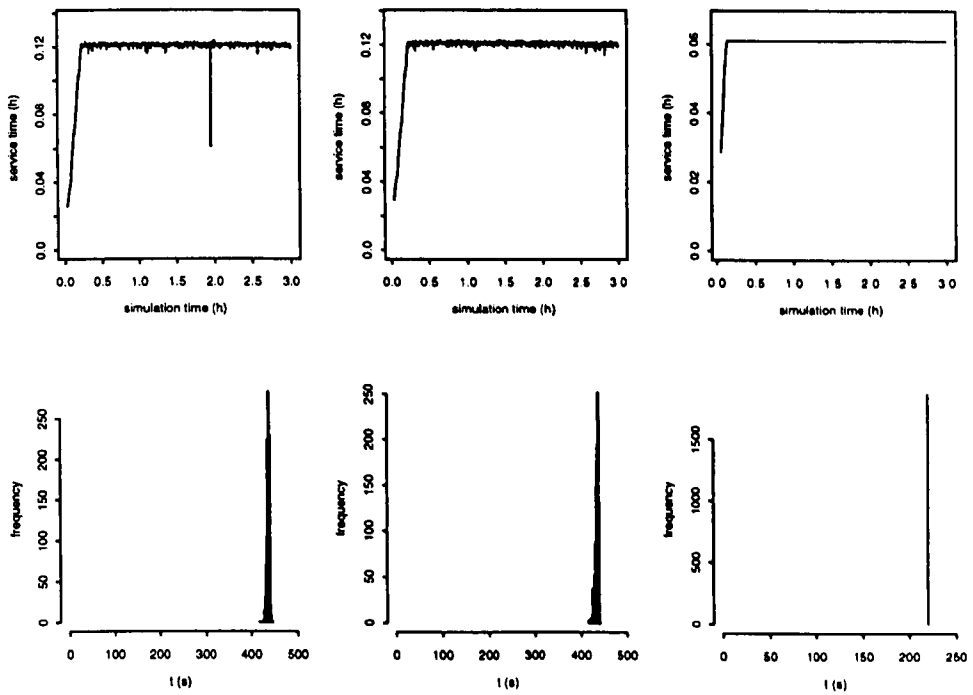


Figura 5.20: Tempo de serviço nas células em fusão para $\lambda = 4000$.

5.3.2 Taxa de Chegada Diferentes

Para os experimentos a seguir, utilizamos da topologia fusão, mas ao contrário da topologia da seção anterior, esta possui taxas de chegada diferentes, sendo que temos 0.30λ como taxa de chegada na fila #1 (localizada na célula #1) e 0.70λ como taxa de chegada na fila #2 (que se encontra na célula #2). A fila #3 recebe todo o fluxo das filas #1 e #2.

O tempo entre partidas das células pode ser visto na Tabela 5.5, que evidencia a diferença entre os tempos entre partidas. Podemos observar também que a média dos tempos entre partidas são diferentes para as três células, sendo que a célula #1 tem maior média, pois é a célula que contém a fila que recebe o menor fluxo, em contrapartida a célula #3 tem a menor média pois recebe todo o fluxo das filas #1 e #2.

Nas Figuras 5.22 e 5.23 apresentamos o tempo entre partidas e tempo de serviço, respectivamente, para uma taxa de chegada ao sistema de 1000 veículos/h. O modelo exponencial para modelagem do tempo entre partidas parece ainda ser aplicável, mas confirmamos diferentes distribuições dos tempos de serviço.

Já nas figuras 5.24 e 5.25, observamos tempos entre partidas e de serviço, quando a taxa de chegada considerada sobe para 4000 veículos/h. Os tempos entre partidas das células mantêm-se aparentemente exponenciais, mas o coeficiente de variação dos tempos de serviço são diferentes.

Comparando as Figuras 5.23 e 5.25, vemos que com o aumento da taxa de chegada o tempo de serviço tende a ser determinístico, ou seja, sua variabilidade é reduzida.

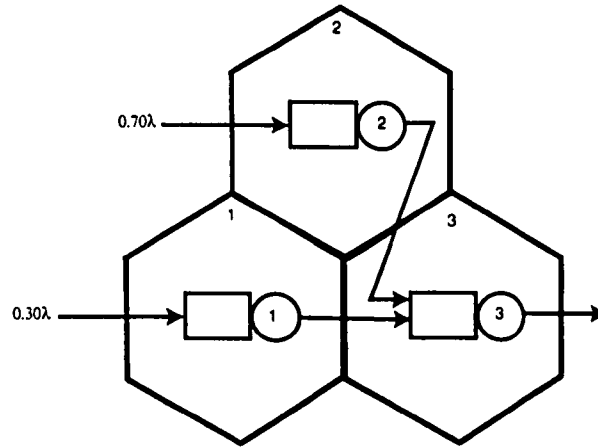


Figura 5.21: Três células em topologia fusão com taxas de chegadas diferentes.

Tabela 5.5: Tempo entre partidas nas três células em topologia fusão com entradas diferentes.

λ	célula	Min.	Q1	Mediana	Média	Desvio	Q3	Max
1000	1	0,005148	3,321648	7,520472	11,743413	12,250100	17,210772	114,244090
	2	0,000864	1,660824	3,705336	4,979730	4,685746	6,720534	33,432770
	3	0,000864	1,052280	2,487384	3,466752	3,243570	4,851141	23,097890
2000	1	0,022320	1,864224	3,992004	5,822415	5,470278	8,204544	31,344520
	2	0,022320	1,025676	1,979280	2,738295	2,458276	3,701016	20,425100
	3	0,022320	0,662616	1,343268	1,862381	1,713666	2,397240	10,444750
4000	1	0,001692	0,958752	2,461608	3,735081	3,690978	5,191902	29,377260
	2	0,001728	0,710676	2,202408	3,686861	6,048420	4,398804	57,627580
	3	0,001692	0,438588	1,213218	1,855508	2,127737	2,376648	14,711400
8000	1	0,026604	0,541584	1,589598	3,683278	6,223115	4,032324	45,540070
	2	0,018000	0,507276	1,510632	3,624988	6,884182	3,832344	54,598640
	3	0,018000	0,413676	1,088352	1,829455	2,673370	2,021328	17,425370
16000	1	0,011988	0,254052	0,978048	3,656210	9,554879	2,348316	79,369380
	2	0,002556	0,425700	0,952704	3,586441	15,279579	1,984401	158,305250
	3	0,002556	0,181944	0,503820	1,811435	6,120680	1,335501	65,181560

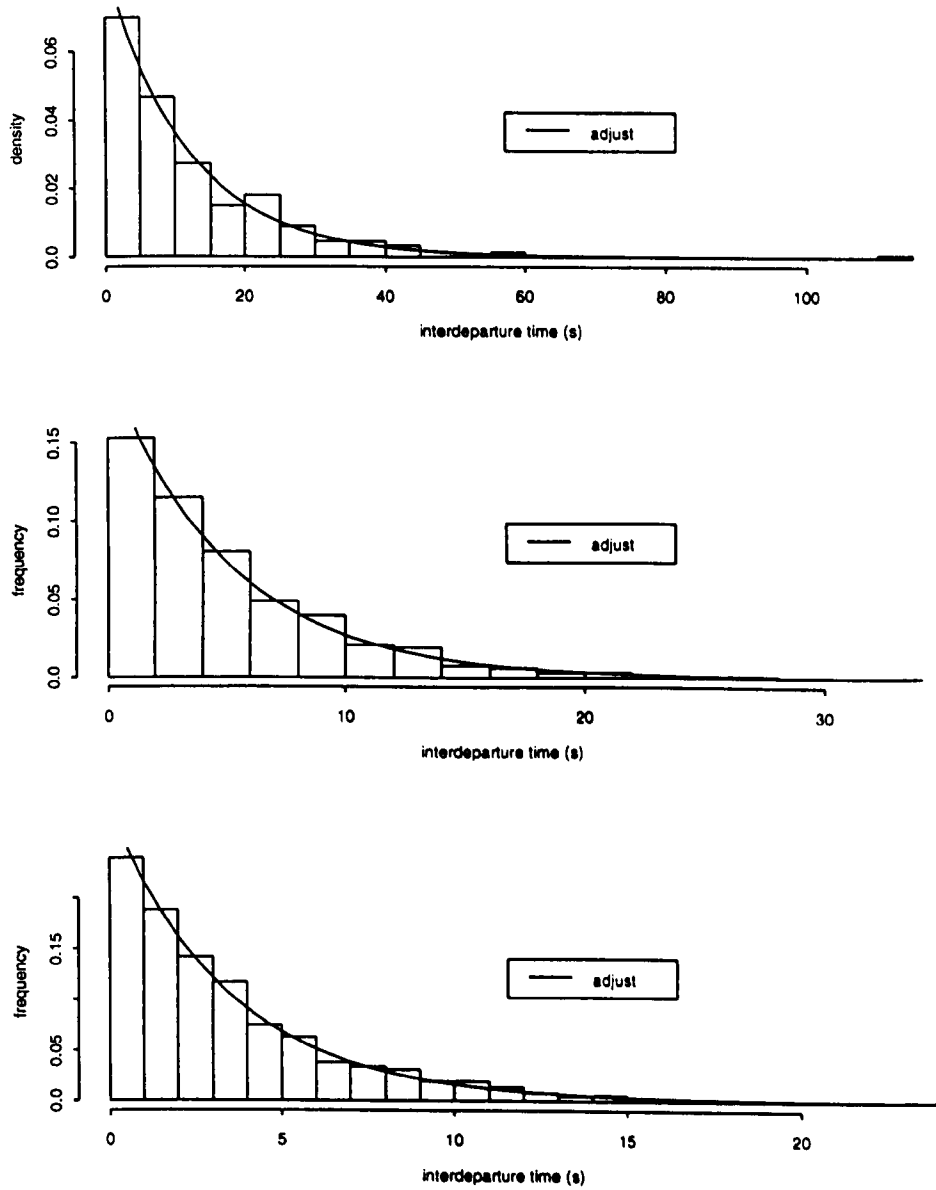


Figura 5.22: Tempo entre partidas das células em fusão, com taxas de chegadas diferentes, para $\lambda = 1000$.

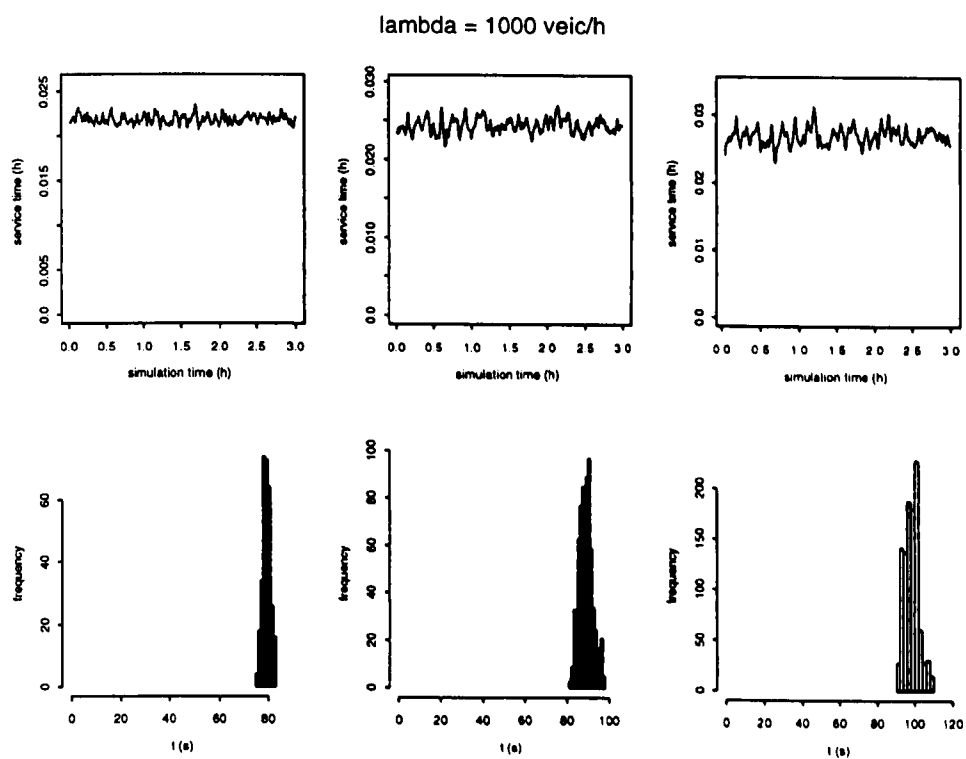


Figura 5.23: Tempo de serviço nas células em fusão, com taxas de chegadas diferentes, para $\lambda = 1000$.

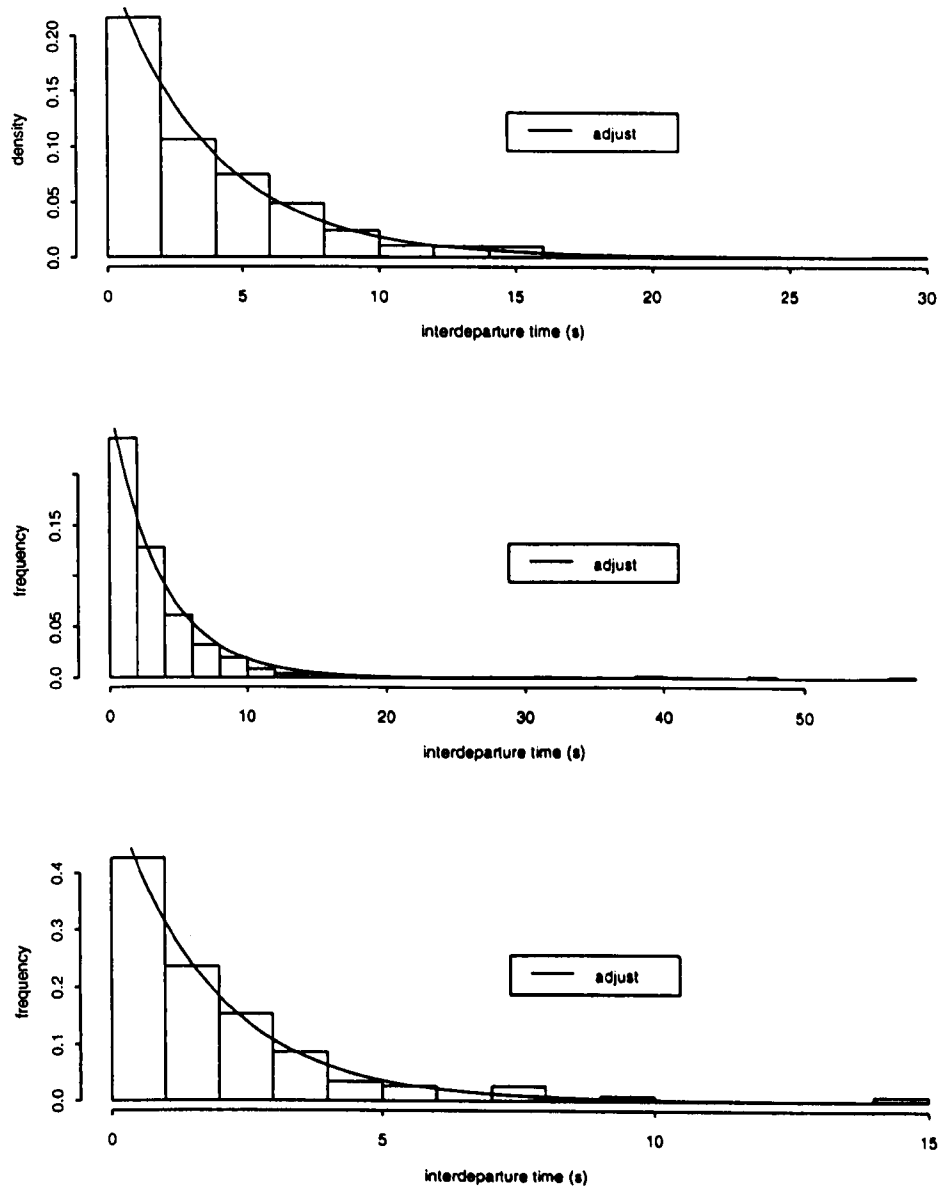


Figura 5.24: Tempo entre partidas das células em fusão, com taxas de chegadas diferentes. para $\lambda = 4000$.

$\lambda = 4000$ veic/h

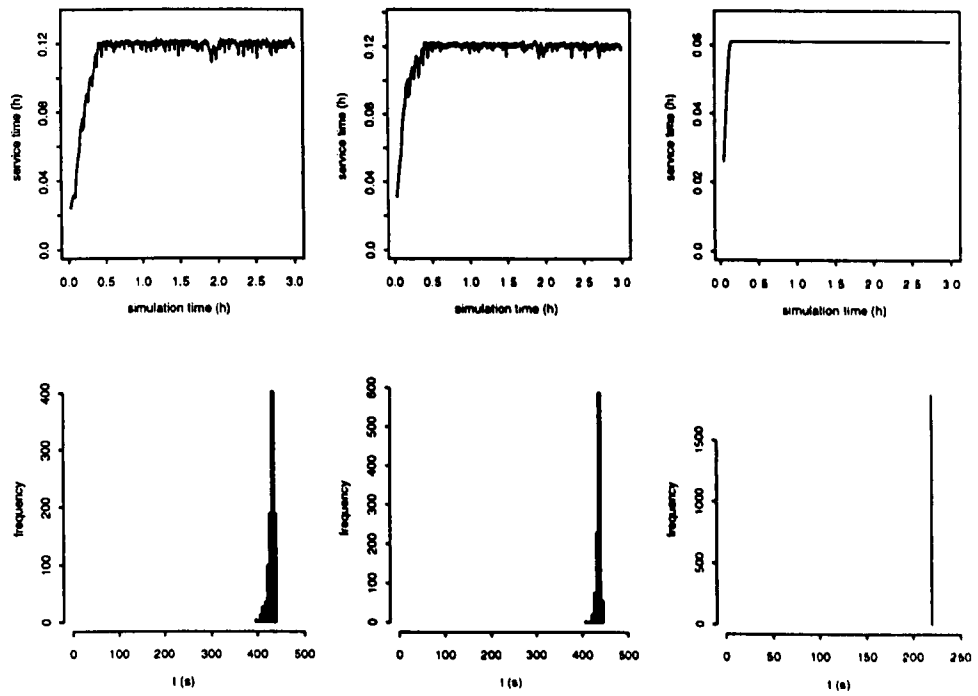


Figura 5.25: Tempo de serviço nas células em fusão, com taxas de chegadas diferentes, para $\lambda = 4000$.

5.4 Topologia Mista

A topologia mista pode ser formada por qualquer tipo de configuração, ou seja, posso ter topologias série, fusão e divisão juntas. No caso analisado, temos a mistura das três topologias, com duas filas em cada célula, comprovando a eficácia do modelo de simulação para várias filas em uma única célula.

5.4.1 Taxa de Chegada Iguais

Para os experimentos a seguir, temos uma configuração homogênea, nas duas células observadas temos a mesma configuração e, além disso, temos a taxa de chegada dividida ao meio, com uma entrada na fila #1 (localizada na célula #1) e a outra entrada na fila #3 (localizada na célula #2), conforme observado na Figura 5.26.

Analisando os tempos entre partidas, através da Tabela 5.6, vemos que as médias das duas células são parecidas para todas as taxas de chegada. Observando as Figuras 5.27 e 5.29, vemos que a distribuição exponencial modela bem o tempo entre partidas. Já através das Figuras 5.28 e 5.30, observamos que o tempo de serviço para as células são bimodais, o que poderia justificar este fato é que nas células temos a soma de processos de congestionamento diferentes, um gerado na própria célula e outro vindo da célula vizinha.

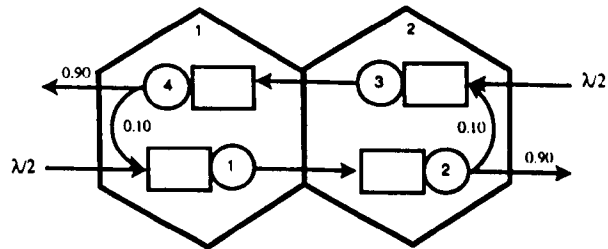


Figura 5.26: Duas células em topologia mista.

Tabela 5.6: Tempo entre partidas nas duas células em uma topologia mista com entradas iguais.

λ	célula	Min.	Q1	Mediana	Média	Desvio	Q3	Max
1000	1	0,001692	0,989613	2,351754	3,287224	3,181554	4,630770	22,740010
	2	0,001692	0,920952	2,289960	3,259978	3,242592	4,617684	24,646280
2000	1	0,000000	0,500832	1,197324	1,696254	1,655977	2,341890	12,157880
	2	0,000000	0,452547	1,184040	1,670427	1,650375	2,300265	15,405770
4000	1	0,000000	0,288396	0,688338	0,970981	0,941735	1,365795	9,025956
	2	0,000000	0,286668	0,681498	0,980095	0,962150	1,378440	8,940960
8000	1	0,000000	0,247212	0,655740	0,956641	1,003019	1,308060	8,387388
	2	0,000000	0,250839	0,640296	0,955014	1,007788	1,307853	9,759816
16000	1	0,000000	0,144189	0,366048	0,936276	5,650573	0,760221	97,733700
	2	0,000000	0,137961	0,368640	0,939566	5,641403	0,757872	95,933810

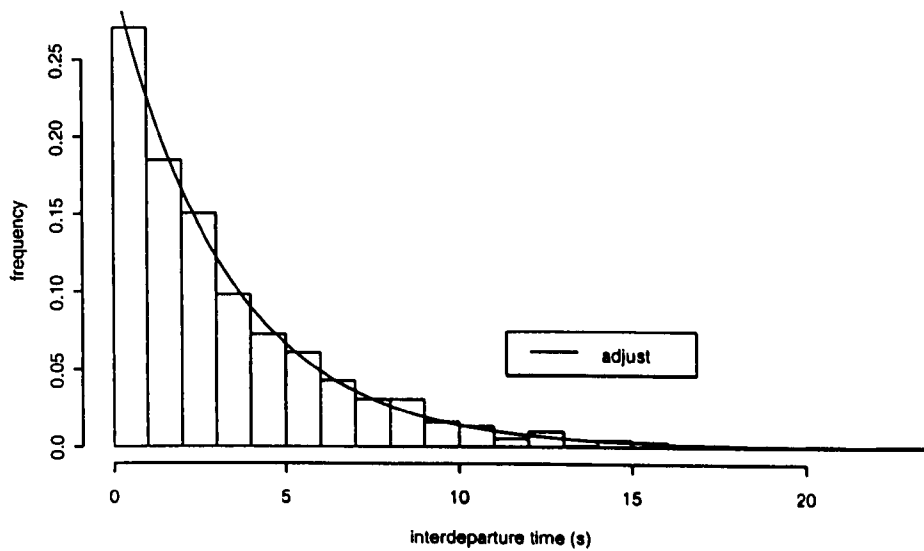
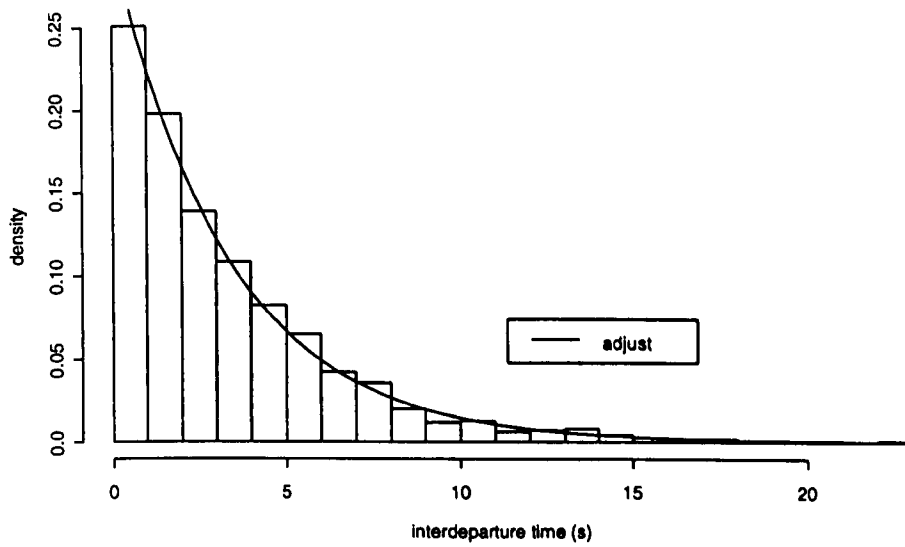


Figura 5.27: Tempo entre partidas das células da topologia mista, com entradas iguais, para $\lambda = 1000$.

lambda = 1000 veic/h

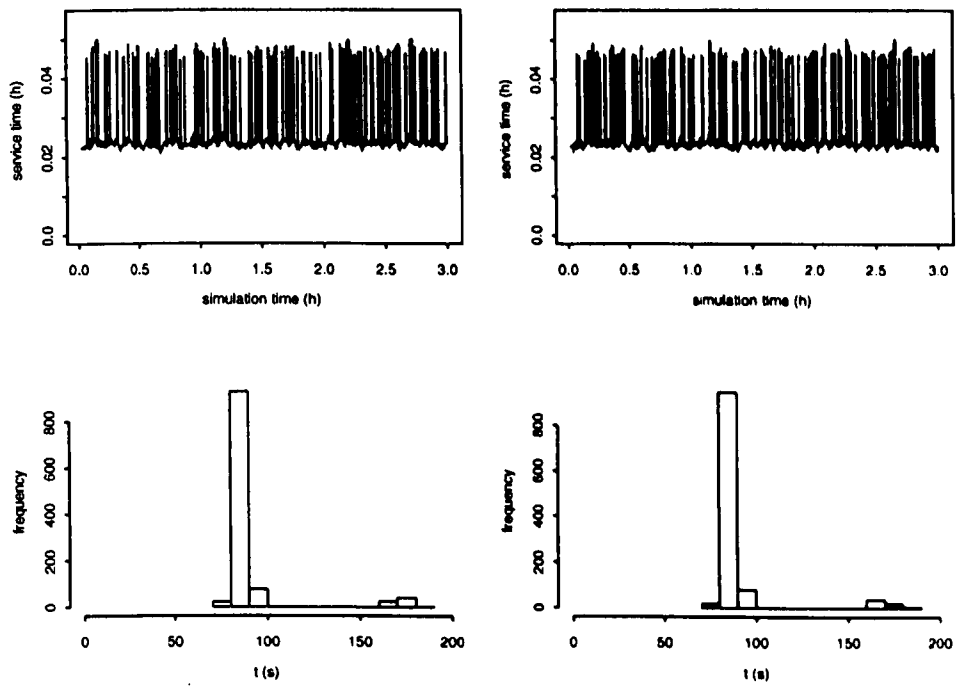


Figura 5.28: Tempo de serviço nas células da topologia mista, com entradas iguais, $\lambda = 1000$.

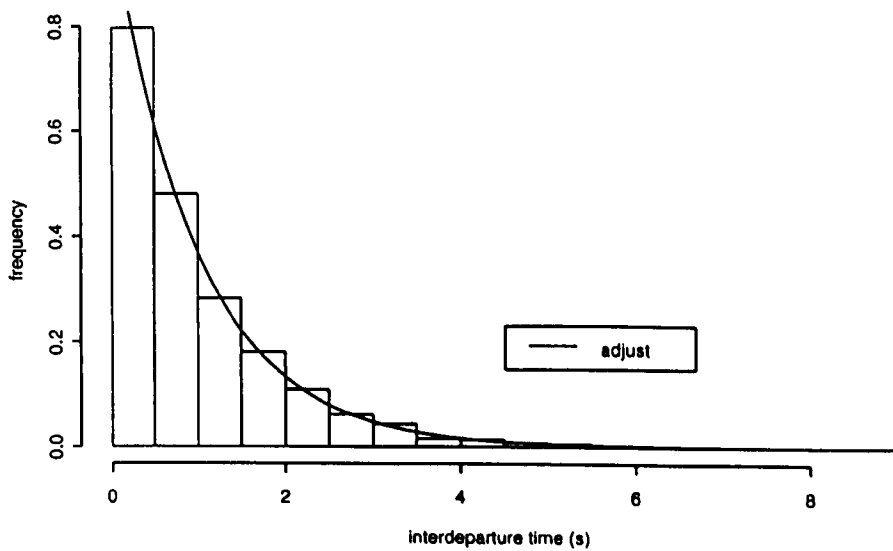
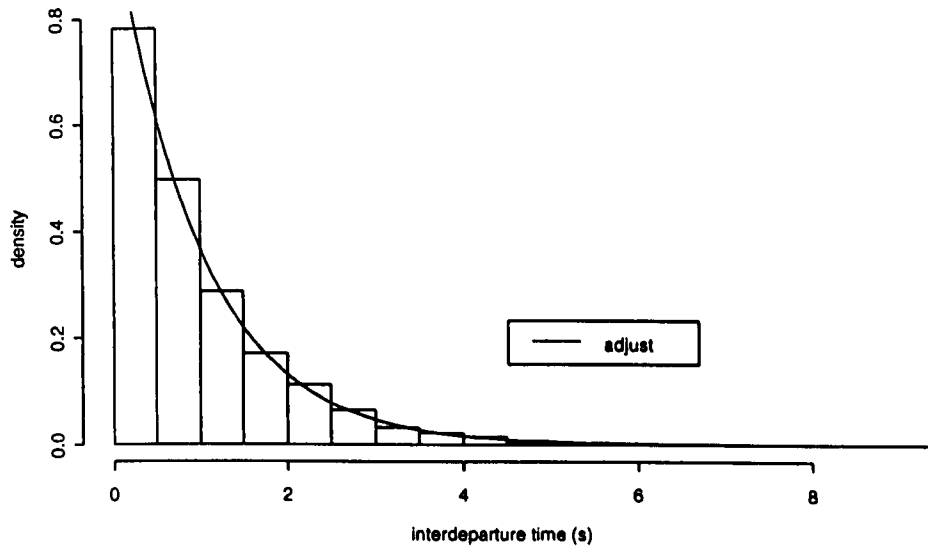


Figura 5.29: Tempo entre partidas das células da topologia mista, com entradas iguais, para $\lambda = 4000$.

lambda = 4000 veic/h

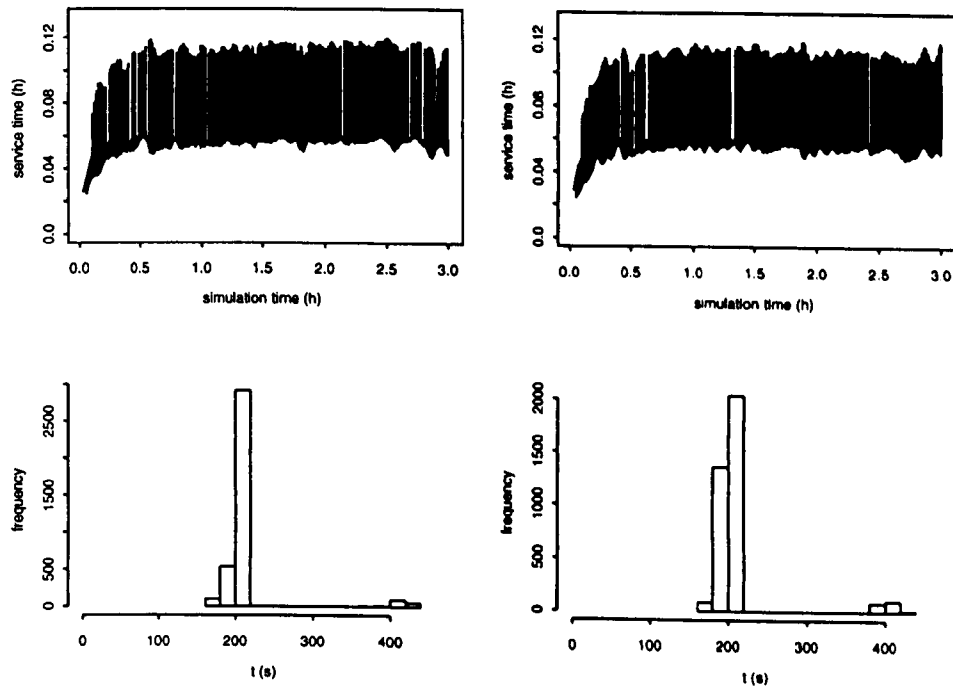


Figura 5.30: Tempo de serviço nas células da topologia mista, com entradas iguais, para $\lambda = 4000$.

5.4.2 Taxa de Chegada Diferentes

Como a topologia mista aceita qualquer tipo de configuração, utilizaremos agora de uma configuração semelhante a da seção anterior, tendo como mudanças a divisão da taxa de chegada e a probabilidade de divisão do fluxo. Observando a Figura 5.31 vemos que a célula #1 tem uma taxa de chegada igual a 0.30λ , mas para contrapor a pequena taxa de chegada, o fluxo vindo da célula #2 com 0.90 de probabilidade continua na célula #1. Já tendo uma taxa de chegada igual a 0.70λ , o fluxo vindo da célula #1 tem 0.90 de probabilidade de sair do sistema. Ou seja, a célula que tem maior taxa de chegada também tem a maior saída. Este fato justifica, as médias do tempo entre partidas, conforme Tabela 5.7, não serem muito discrepantes, apesar de a célula #2 apresentar um menor tempo, que pode ser entendido por a célula #2 apresentar um maior fluxo.

Observando as Figuras 5.32 e 5.34, vemos que a distribuição exponencial se aplica também a esta topologia. Já nas Figuras 5.33 e 5.35 temos o tempo de serviço para as taxas de chegada $\lambda=1000$ veic/h e $\lambda=4000$ veic/h, respectivamente, podemos perceber que como na topologia anterior temos uma distribuição bimodal, sendo que quando a taxa de chegada aumenta a variabilidade diminui e o tempo de serviço aumenta.

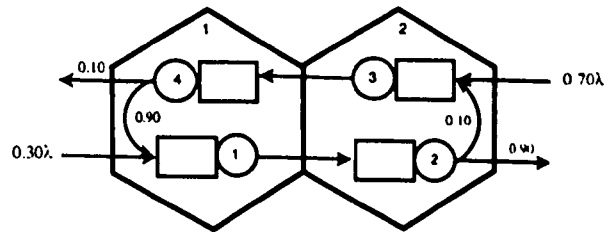


Figura 5.31: Duas células em topologia mista, com entradas diferentes.

Tabela 5.7: Tempo entre partidas nas duas células em uma topologia mista com entradas diferentes.

λ	célula	Min.	Q1	Mediana	Média	Desvio	Q3	Max
1000	1	0,000864	0,919683	2,255184	3,186887	3,169982	4,371561	19,541090
	2	0,000828	0,571644	1,425654	2,021931	1,994584	2,830914	12,647160
2000	1	0,000000	0,465624	1,197360	1,686154	1,697420	2,350908	17,388430
	2	0,000000	0,321012	0,769464	1,084177	1,040457	1,526940	7,555680
4000	1	0,000000	0,446544	1,107216	1,570421	1,607246	2,257569	13,639356
	2	0,000000	0,314136	0,738144	0,964940	0,888116	1,347516	6,850152
8000	1	0,000000	0,360504	1,072026	1,581134	1,959451	1,999872	17,723200
	2	0,000000	0,260280	0,666468	0,950602	1,063142	1,324152	12,194820
16000	1	0,000000	0,213732	0,690948	1,544312	3,286711	1,618776	33,072300
	2	0,000000	0,170793	0,426600	0,927522	2,472465	0,860661	33,072300

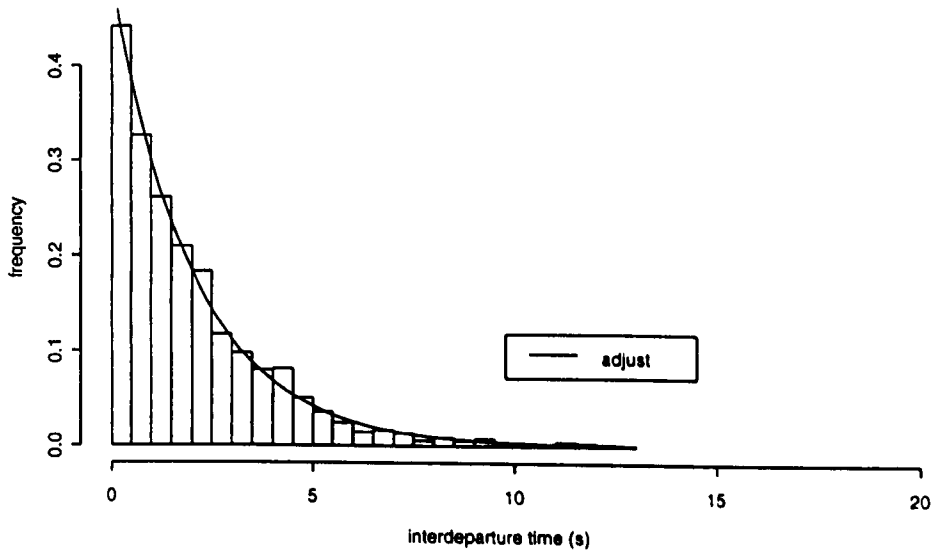
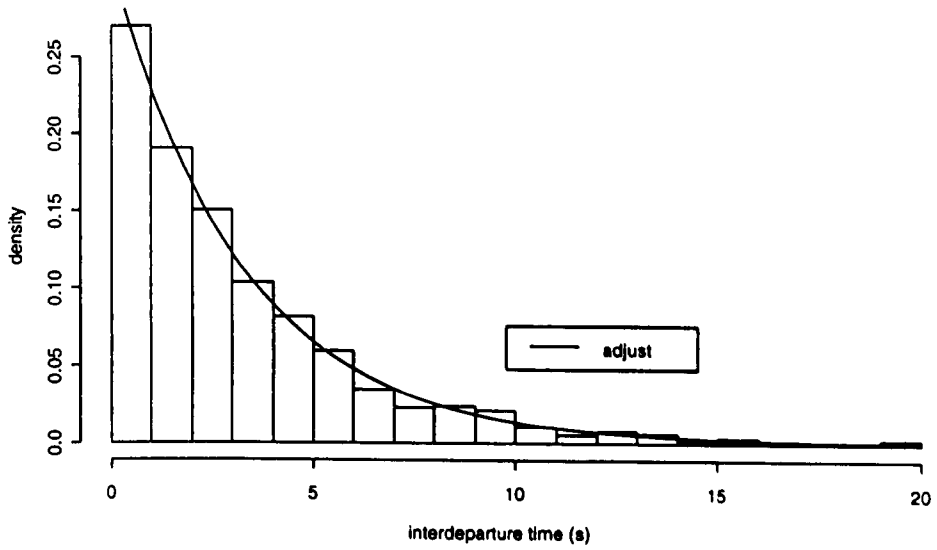


Figura 5.32: Tempo entre partidas das células da topologia mista, com entradas diferentes, para $\lambda = 1000$.

lambda = 1000 veic/h

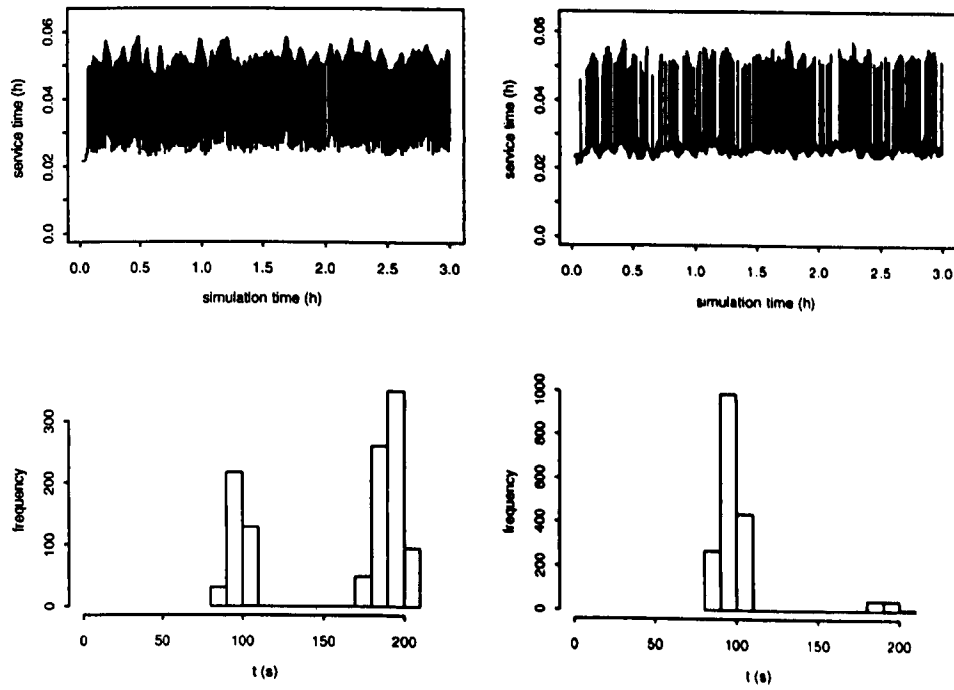


Figura 5.33: Tempo de serviço nas células da topologia mista, com entradas diferentes, para $\lambda = 1000$.

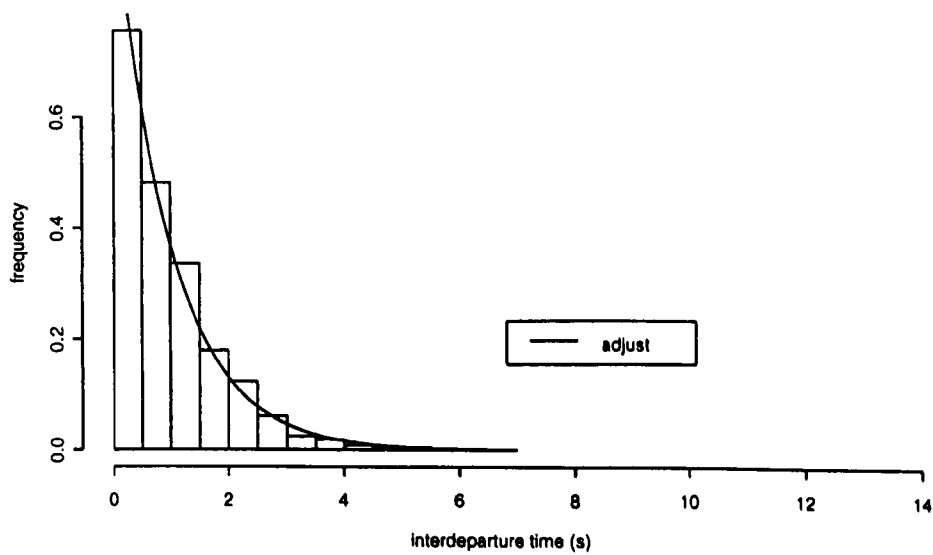
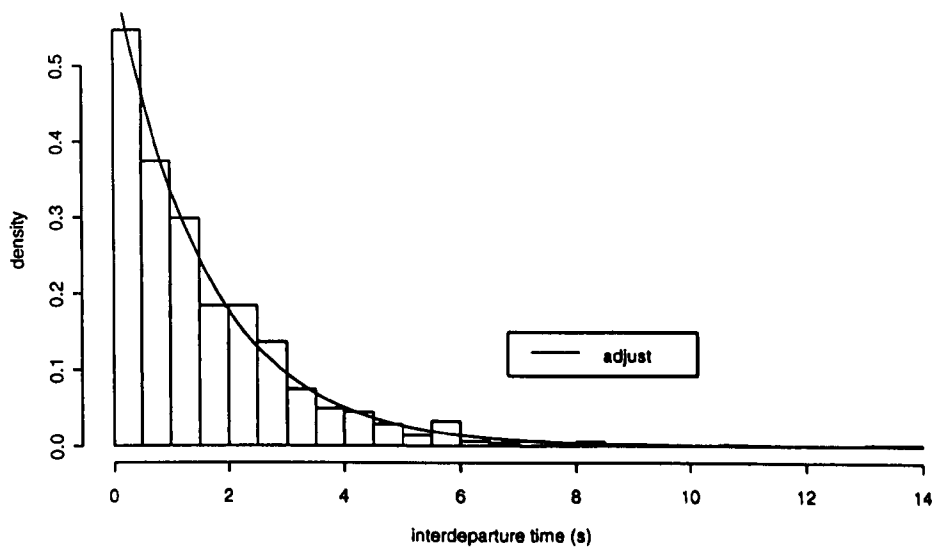


Figura 5.34: Tempo entre partidas das células da topologia mista, com entradas diferentes, para $\lambda = 4000$.

lambda = 4000 veic/h

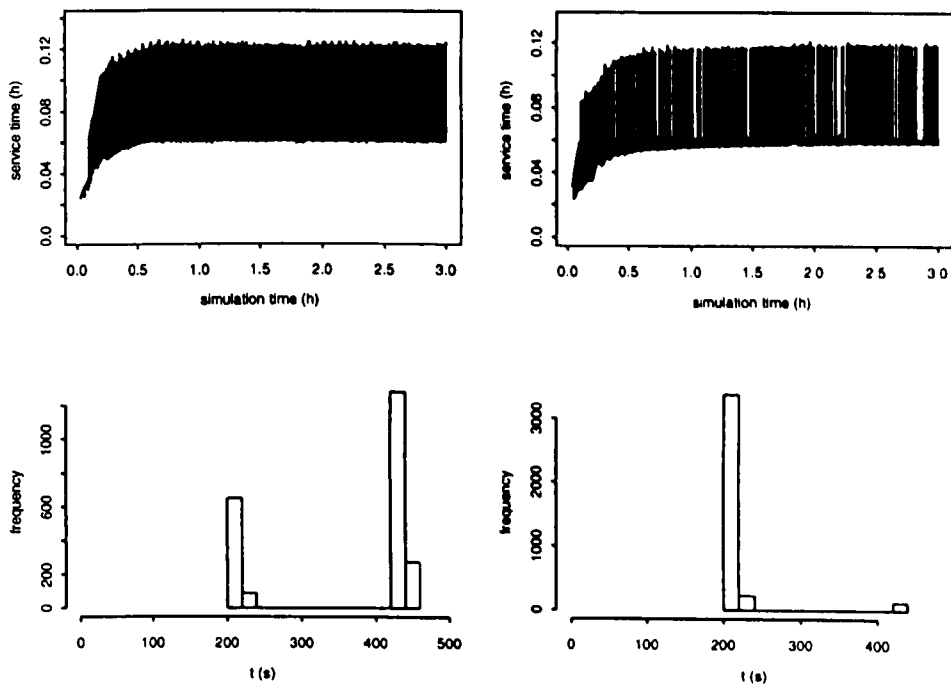


Figura 5.35: Tempo de serviço nas células da topologia mista, com entradas diferentes, para $\lambda = 4000$.

5.5 Principais Contribuições deste Capítulo

As principais contribuições deste capítulo incluem a apresentação de extensivos experimentos computacionais conduzidos, que comprovam a eficácia do modelo de simulação proposto, a criação de uma metodologia para comparação dos diversos modelos probabilísticos, para diversos parâmetros de caracterização da mobilidade dos usuários, e a apresentação de resultados de experimentos computacionais, de uma forma compreensível, em diversas situações de interesse.

Capítulo 6

Conclusões e Observações Finais

Para o desenvolvimento desta dissertação, inicialmente realizamos um detalhada pesquisa bibliográfica sobre os elementos básicos em uma rede de comunicação móvel celular, com especial ênfase nos vários parâmetros que caracterizam a mobilidade de usuários. O objetivo foi identificar as diversas medidas de desempenho que seriam influenciadas pela possibilidade de os usuários se moverem ao longo da rede de comunicação. Com vistas a propor um novo modelo de mobilidade de usuários, alguns dos modelos recentemente desenvolvidos de maior impacto foram detalhadamente descritos.

Propusemos então uma nova abordagem baseada em modelos estocásticos dependentes do estado, utilizada com sucesso em diversas outras aplicações incluindo modelagem de tráfego de veículos e pedestres e sistemas de manufatura. Basicamente, esta nova abordagem não utiliza nada conceitualmente novo em tráfego de veículos e pedestres, que é simplesmente a redução da velocidade de deslocamento com o aumento da densidade de usuários no sistema. Entretanto, no nosso melhor conhecimento, este importante conceito de forte apelo intuitivo não tem sido utilizado de forma explícita na modelagem da mobilidade de usuários em sistemas de telefonia móvel.

Com o objetivo de ressaltarmos o impacto que a inclusão de tal paradigma traria para algumas das importantes medidas de desempenho nestes sistemas, baseados em uma curva de decrescimento de velocidade levantada por meio de dados empíricos originais, propusemos também um modelo de simulação a eventos discretos. Experimentos computacionais extensivos foram então conduzidos, para comparação de diversos cenários de interesse.

6.1 Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros, gostaríamos de destacar:

Simulação em outras configurações de interesse

Apesar de o modelo de simulação aceitar quaisquer tipos de topologias, não testamos todas. Um dos próximos passos poderia ser modelar um sistema real, desde a configuração como as taxas de chegada e então realizar a simulação.

Análise de medidas de desempenho

Neste trabalho, estivemos interessados em apenas mostrar que o tempo de permanência na célula modelado por uma distribuição geral dependente do estado poderia ser aplicado ao sistema de telefonia móvel. No entanto, como um trabalho futuro, poderia se avaliar o impacto deste tipo de distribuição no sistema e qual a sua influência no tráfego de chamadas. Uma das medidas que supomos ser importantes e que poderia ser afetada seria a taxa de chamadas de *handoff*, uma vez que esta distribuição afeta a velocidade, a qual influencia a taxa de cruzamento das bordas das células.

Alocação de capacidades

Uma outra linha seria a alocação de capacidades em redes de telefonia, conforme experiência bem sucedida em aplicações em redes de tráfego de pedestres (Oliveira & Cruz, 2002; Cruz et al., 2002; Oliveira et al., 2004), onde prevemos a capacidade com base em uma certa probabilidade de bloqueio.

Anexo A

Modelos de Regressão e a Verificação de suas Suposições

Neste anexo verificamos as suposições feitas para os modelos de regressão linear e exponencial utilizados no capítulo 4. Primeiramente apresentamos tais verificações para o modelo linear, seção A.1, e logo em seguida para o exponencial, seção A.2. Foram feitos o teste de Park, para verificar a homocedasticidade dos resíduos, e o teste de Durbin-Watson, para verificar a independência dos resíduos, Tabela A.5. Maiores detalhes sobre o teste de Park e de Durbin-Watson podem ser facilmente encontrados em textos básicos da área (veja Gujarati, 2000, por exemplo).

A.1 Ajuste Linear

Primeiramente foi gerado o modelo de regressão linear, Tabela A.1. Em seguida, foram feitos os gráficos dos resíduos para verificação de suas suposições. O primeiro gráfico, Figura A.1, mostra que os resíduos tem uma certa independência, ou seja, um valor não depende um do outro, o que também pode ser comprovado pelo teste de Durbin-Watson, a um nível de confiança de 5%, 1,31147 está na região de não rejeição da independência dos resíduos (Tabela A.5). O segundo gráfico, Figura A.2, mostra os resíduos bem distribuídos em torno da média zero, o que nos faz concluir que a variância é constante, o que pode ser comprovado pelo teste de Park, Tabela A.2, que diz que se não existir um modelo de regressão significativo entre o logaritmo natural dos resíduos ao quadrado e o logaritmo natural da variável explicativa, no nosso caso a densidade, então a variância dos resíduos é constante, o que aconteceu, já que para todos os parâmetros da regressão não se pôde rejeitar a hipótese nula de que todos sejam iguais a zero, a um nível de 5% de confiança. O terceiro gráfico, Figura A.3, comprova através de um teste de normalidade, com valor-p = 0,74, que os resíduos seguem uma distribuição normal com média zero. Logo após todos estes teste concluímos que todas as suposições feitas para o modelo de regressão linear foram satisfeitas.

Tabela A.1: Análise de regressão, velocidade *versus* densidade.

The regression equation is:					
Velocidade = 48,8 - 0,410 Densidade					
Predictor	Coef	SE Coef	T	P	
Constant	48,844	1,151	42,44	0,000	
Densidade	-0,41002	0,05102	-8,04	0,000	
S = 1,98658 R-Sq = 86,6% R-Sq(adj) = 85,3%					
Analysis of Variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	254,90	254,90	64,59	0,000
Residual Error	10	39,47	3,95		
Total	11	294,36			
Durbin-Watson statistic = 1,31147					

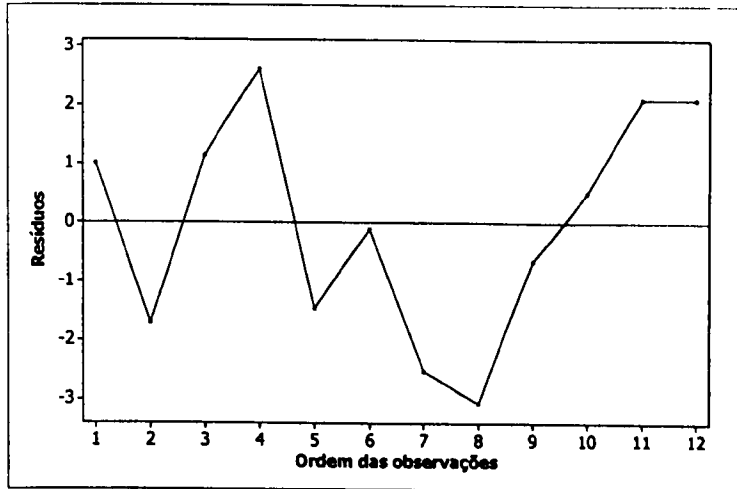


Figura A.1: Teste de independência para o modelo linear.

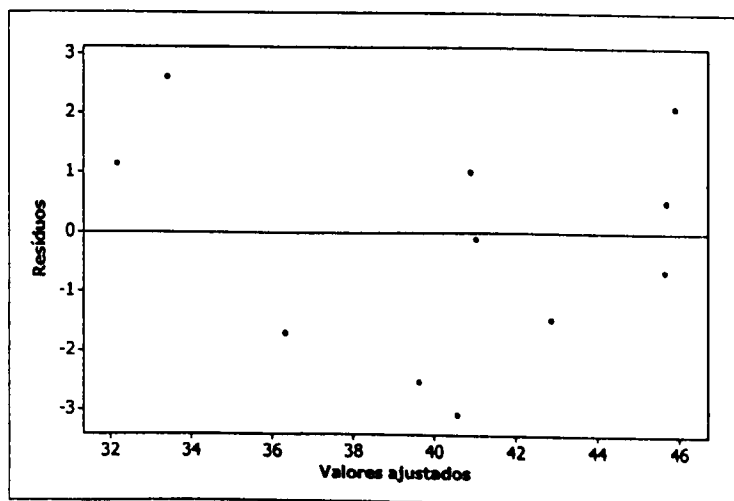


Figura A.2: Teste de homocedasticidade para o modelo linear.

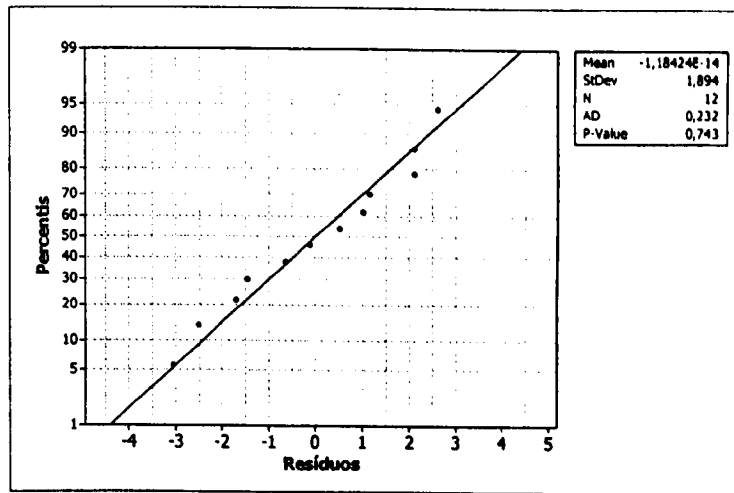


Figura A.3: Teste de Normalidade para o modelo linear.

Tabela A.2: Teste de Park para heterocedasticidade, modelo linear.

The regression equation is:
 $\ln(\text{Resíduos}(\text{Lin})^2) = -0,86 + 0,441 \ln(\text{Densidade})$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-0,856	2,577	-0,33	0,747
$\ln(\text{Densidade})$	0,4412	0,9009	0,49	0,635

S = 1,93135 R-Sq = 2,3% R-Sq(adj) = 0,0%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	0,895	0,895	0,24	0,635
Residual Error	10	37,301	3,730		
Total	11	38,196			

A.2 Ajuste Exponencial (Log-Linear)

Como feito para o modelo linear, primeiramente foi gerada o modelo de regressão exponencial (log-linear), Tabela A.3. Em seguida, foram feitos os gráficos dos resíduos para verificação de suas suposições. O primeiro gráfico, Figura A.4, mostra que os resíduos tem uma certa independência, ou seja, um valor não depende um do outro, o que também pode ser comprovado pelo teste de Durbin-Watson, a um nível de confiança de 5%, 1,48753 está na região de não rejeição da independência dos resíduos (Tabela A.5). O segundo gráfico, Figura A.5, mostra os resíduos bem distribuídos em torno da média zero, o que nos faz concluir que a variância é constante, o que pode ser comprovado pelo teste de Park, Tabela A.4, que diz que se não existir um modelo de regressão significativo entre o logaritmo natural dos resíduos ao quadrado e o logaritmo natural da variável explicativa, no nosso caso a densidade, então a variância dos resíduos é constante, o que aconteceu, já que a análise de variância feita para a regressão apresentou que a variância explicada pela regressão não é significativa, ou seja, a regressão não tem valor significativo, valor-p = 0,482. O terceiro gráfico, Figura A.6, comprova através de um teste de normalidade, com valor-p = 0,81, que os resíduos seguem uma distribuição normal com média zero. Logo após todos estes teste concluímos que todas as suposições feitas para o modelo de regressão exponencial também foram satisfeitas.

Tabela A.3: Análise de regressão, $\ln(\text{velocidade})$ versus densidade.

The regression equation is:					
$\ln(\text{Velocidade}) = 3,90 - 0,0102 \text{ Densidade}$					
Predictor	Coef	SE Coef	T	P	
Constant	3,90104	0,02672	145,99	0,000	
Densidade	-0,010183	0,001185	-8,60	0,000	
S = 0,0461240 R-Sq = 88,1% R-Sq(adj) = 86,9%					
Analysis of Variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	0,15722	0,15722	73,90	0,000
Residual Error	10	0,02127	0,00213		
Total	11	0,17849			
Durbin-Watson statistic = 1,48753					

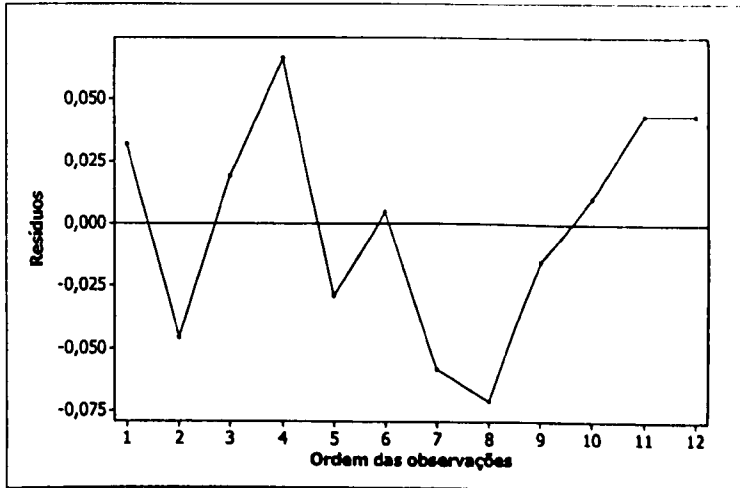


Figura A.4: Teste de independência para o modelo log-linear.

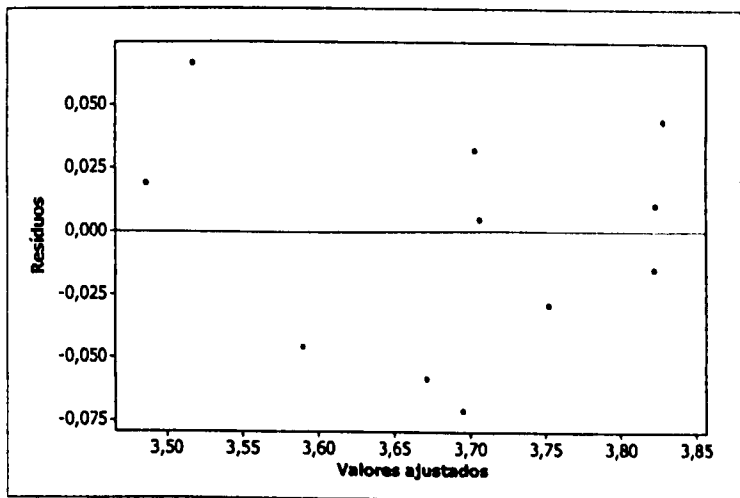


Figura A.5: Teste de homocedasticidade para o modelo log-linear.

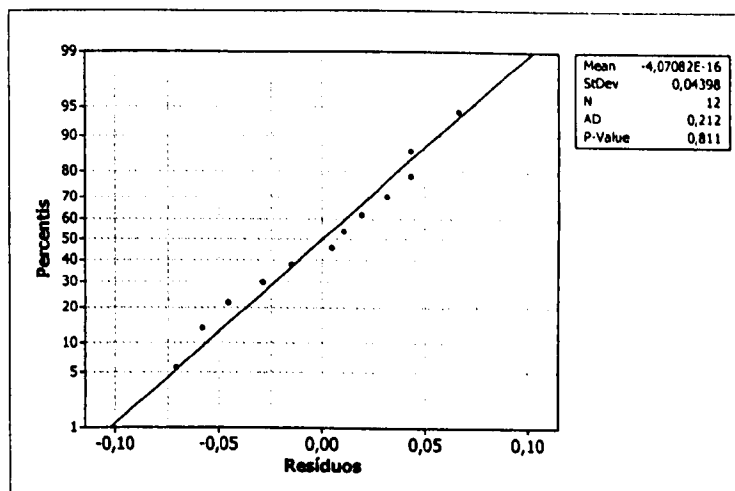


Figura A.6: Teste de normalidade para o modelo log-linear.

Tabela A.4: Teste de Park para heterocedasticidade, modelo log-linear.

The regression equation is:
 $\ln(\text{Resíduos}(\text{LogLin})^2) = -8,73 + 0,579 \ln(\text{Densidade})$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-8,729	2,268	-3,85	0,003
$\ln(\text{Densidade})$	0,5790	0,7927	0,73	0,482

S = 1,69932 R-Sq = 5,1% R-Sq(adj) = 0,0%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	1,540	1,540	0,53	0,482
Residual Error	10	28,877	2,888		
Total	11	30,417			

Hipótese nula	Decisão	Geral	Para os modelos utilizados
Ausência de autocorrelação positiva	Rejeitar	$0 < d < d_I$	$0 < d < 0,697$
Ausência de autocorrelação positiva	Nenhuma decisão	$d_I \leq d \leq d_S$	$0,697 \leq d \leq 1,023$
Ausência de autocorrelação negativa	Rejeitar	$4 - d_I < d < 4$	$3,303 < d < 4$
Ausência de autocorrelação negativa	Nenhuma decisão	$4 - d_S \leq d \leq 4 - d_I$	$2,977 \leq d \leq 3,303$
Ausência de autocorrelação positiva ou negativa	Não rejeitar	$d_S < d < 4 - d_S$	$1,023 < d < 2,977$

Tabela A.5: Teste de Durbin-Watson, regras de decisão para os modelos.

Anexo B

Comparação dos Modelos Linear e Exponencial

Desejamos aqui verificar se os valores de R^2 do modelo linear, $R^2 = 85,3\%$, com o do modelo exponencial, $R^2 = 86,9\%$ são realmente diferentes, ou seja, se o R^2 do modelo exponencial é significativamente maior que o do ajuste linear.

Para os modelos em questão, onde V é a velocidade e D a densidade, temos o modelo linear,

$$V = 48,84 - 0,41D \quad (\text{B.1})$$

e o exponencial,

$$\ln(V) = 3,901 - 0,01018D \quad (\text{B.2})$$

os termos R^2 calculados não podem ser comparados. Isto porque R^2 mede a proporção da variação da variável dependente, densidade, atribuída à variável explicativa, velocidade. Assim, na Equação B.1, R^2 mede a proporção da variação em V explicado pela densidade, enquanto que na Equação B.2, R^2 mede a proporção em $\ln V$, e os dois não são a mesma coisa.

Então para compararmos os valores de R^2 obtidos nos dois modelos cujas variáveis independentes não são as mesmas (Gujarati, 2000), teremos de obter uma equivalência para as duas variáveis, calculando assim $\widehat{\ln V}^1$ do modelo B.1, logo após obtendo seus valores do antilog na base e , ou \exp , e então o valor R^2 entre o \exp de $\widehat{\ln V}$ e V , utilizando a equação:

¹O símbolo $\widehat{}$ se refere ao valor estimado para a expressão em questão, por exemplo \widehat{V} se refere aos valores de velocidade estimados através da equação do modelo linear.

$$R^2 = \frac{[\sum(V_i - \bar{V})(\hat{V}_i - \bar{\hat{V}})]^2}{\sum(V_i - \bar{V})^2 \sum(\hat{V}_i - \bar{\hat{V}})^2}. \quad (\text{B.3})$$

Este valor de R^2 é comparável ao valor de R^2 obtido para o ajuste linear. Usando os dados da Tabela B.1, podemos verificar que o valor de R^2 assim calculado é 88,3% que é maior que 85,3% do modelo linear.

Tabela B.1: Dados brutos para comparar os dois valores de R^2

V	\hat{V}	$\ln \hat{V}$	$\exp(\ln \hat{V})$	$\ln V$	$\ln \hat{V}$
41,900	40,890	3,704	40,589	3,735	3,711
34,600	36,298	3,589	36,214	3,544	3,592
33,300	32,157	3,487	32,675	3,506	3,471
36,000	33,387	3,517	33,688	3,584	3,508
41,400	42,858	3,752	42,622	3,723	3,758
40,900	41,013	3,707	40,713	3,711	3,714
37,100	39,619	3,672	39,328	3,614	3,679
37,500	40,562	3,695	40,260	3,624	3,703
45,000	45,646	3,822	45,678	3,807	3,821
46,200	45,687	3,823	45,725	3,833	3,822
48,000	45,892	3,828	45,958	3,871	3,826
48,000	45,892	3,828	45,958	3,871	3,826

Do mesmo modo, podemos calcular o \ln dos valores da velocidade estimado para o modelo B.1 e então calcular o valor de R^2 entre o valor $\ln(V)$ e o $\ln(\hat{V})$, através da equação B.3. Mais uma vez usando os dados da Tabela B.1, verificamos que o valor de R^2 é 85,7%, que é menor que o R^2 do modelo B.2, 86,9%. Assim podemos concluir que o modelo exponencial é realmente melhor que o modelo linear.

Anexo C

Programa Utilizado para Gerar as Curvas de Decrescimento

O programa apresentado na Figura C.1, escrito em S-PLUS (S-PLUS, 2000), foi utilizado para gerar as curvas de decrescimento do modelo *M/G/c/c*. Nele podemos observar as capacidades para cada modelo, assim como as velocidades, quando há apenas um veículo na pista, bem como quando há 20 e 40 veículos na pista, com as velocidades 40 km/h e 33 km/h, respectivamente.

```

# curva linear
cap _ 118 # veic/km/pista
Vl _ 49 # km/h
xLin _ seq(1, cap, 1)
VnLin _ Vl * (cap + 1 - xLin) / cap

# curva exponencial
cap _ 118 # veic/km/pista
Vl _ 49 # km/h
Va _ 40 # km/h
Vb _ 33 # km/h
dens1 _ 1 # veic/km/pista
densA _ 20 # veic/km/pista
densB _ 40 # veic/km/pista
expGamma _ log(log(Va/Vl)/log(Vb/Vl))/log((densA-dens1)/(densB-dens1))
expBeta _ (densA-dens1)/(log(Vl/Va)**(1/expGamma))
xExp _ seq(1, cap, 1)
VnExp _ Vl * exp(-((xExp-1)/expBeta)**expGamma)

```

Figura C.1: Programa em S-PLUS utilizado para traçar as curvas de decrescimento $M/G/c/c$.

Referências Bibliográficas

- Alencar, B. G. S. & Sadok, D. F. H. (1999), Um modelo de mobilidade de usuários para redes móveis, *in* 'I Workshop de Comunicação Sem Fio', Belo Horizonte, MG, pp. 57-66.
- Campos, M. A., Alencar, B. G. S. & Sadok, D. F. H. (1999), Applied probability to mobility patterns in a cellular environment, *in* 'III Escola Brasileira de Probabilidade', Angra dos Reis, RJ.
- Cavalcanti, D. A. T., Dias, K. L. & Sadok, D. (2000), Estudo dos aspectos de qos e mobilidade no planejamento de uma rede móvel celular, *in* 'Anais do I Workshop do Projeto SIDAM', IME-USP, São Paulo, SP, Brasil, pp. 125-140.
- Cheah, J. (1990), Modeling traffic as $M/G/C/C$ state dependent queues, Dissertação de mestrado, University of Massachusetts, Amherst, MA.
- Cheah, J. & MacGregor Smith, J. (1994), 'Generalized $M/G/C/C$ state dependent queueing models and pedestrian traffic flows', *Queueing Systems & Their Applications* **15**, 365-386.
- Chung, M. Y., Cho, T. S. & Sung, D. K. (1997), 'Modeling of terminal mobility to evaluate the number of location updates', *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* pp. 1266-1269.
- Costa, R. A. C. (2003), Determinação de estoques entre postos em linhas não balanceadas e sujeitas a paradas na indústria de manufatura, Dissertação de mestrado, DEMEC-UFPR, Curitiba, PR.
- Cruz, F. R. B., MacGregor Smith, J. & Medeiros, R. O. (2005), 'An $M/G/C/C$ state dependent network simulation model', *Computers & Operations Research* **32**(4), 919-941.
- Cruz, F. R. B., MacGregor Smith, J., Queiroz, D. C. & Oliveira, P. C. (2002), Capacity allocation in state dependent queueing networks, *in* 'Proceedings

- of XIV Brazilian Automatic Control Conference - XIV C'BA', Natal, RN, Brazil, pp. 209-214.
- El-Dolil, S. A., Wong, W. C. & Steele, R. (1989), 'Teletraffic performance of highway microcells with overlay macrocell', *IEEE Journal of Selected Areas in Communication J-SAC* 7, 71-78.
- Evans, J. S. (1995), Traffic modelling of cellular mobile communications, Dissertação de mestrado, University of Melbourne, Melbourne.
- Gujarati, D. N. (2000), *Econometria Básica*, Makron Books do Brasil Editora Ltda., São Paulo.
- Han, K. (2002), 'Simulation studies of effects of user mobility on the handoff performance of mobile communications', *Simulation Modelling Practice & Theory* 10, 497-512.
- Hong, D. & Rappaport, S. S. (1986), 'Traffic model and performance analysis for cellular mobil radio telephone systems with prioritized and nonprioritized handoff procedures', *IEEE Transactions on Vehicular Technology* VT-35(3), 77-92.
- Jain, R. & MacGregor Smith, J. (1997), 'Modeling vehicular traffic flow using M/G/C/C state queueing models', *Transportation Science* 31(4), 324-336.
- Kendall, D. G. (1953), 'Stochastic processes occurring in the theory of queues and their analysis by the method of imbedded Markov chains', *Annals Mathematical Statistics* 24, 338-354.
- Kleinrock, L. (1976), *Queueing Systems - Volume I: Theory*, John Wiley & Sons, pp. 21-53.
- Lam, D., Cox, D. C. & Widom, J. (1997), 'Teletraffic modeling for personal communications services', *IEEE Communications Magazine* pp. 79-87.
- Lam, D., Jannink, J., Cox, D. C. & Widom, J. (1996), Modeling location management in personal communications services, in 'Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Universal Personal Communications', Vol. 2, Cambridge, Massachusetts, pp. 596-601.
- Lin, Y.-B. (1997), 'Performance modeling for mobil telephone networks', *IEEE Network* pp. 63-68.

- Lyberopoulos, G. L., Markoulidakis, J. G. & Anagnostou, M. E. (1994), 'The impact of evolutionary cell architectures on handover in future mobile telecommunications systems, in 'Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference' 94', Stockholm, pp. 120-124.
- MacGregor Smith, J. (1994), 'Application of state-dependent queues to pedestrian/vehicular network design', *Operations Research* **42**, 414-427.
- MacGregor Smith, J. (1996), 'Topological network design of state-dependent queueing networks', *Networks* **28**, 55-68.
- MacGregor Smith, J. & Cruz, F. R. B. (2004), 'The buffer allocation problem for general finite buffer queueing networks', *IIE Transactions on Design & Manufacturing* . (accepted).
- Markoulidakis, J. G., Lyberopoulos, G. L. & Anagnostou, M. E. (1998), 'Traffic model for third generation cellular mobile telecommunications systems', *Wireless Networks* **4**, 389-400.
- Markoulidakis, J. G., Lyberopoulos, G. L., Tsirkas, D. F. & Sykas, E. D. (1997), 'Mobility modeling in third-generation mobile telecommunications systems', *IEEE Personal Communications* pp. 41-56.
- Markoulidakis, J. G. & Sykas, E. D. (1993), 'Model for location updating and handover rate estimation in mobile telecommunications', *IEEE Electronics Letters* **29**, 1574-1575.
- McMillan, D. W. (1993), *Traffic Modelling and Analysis for Cellular Mobile Networks*, Tese de doutorado, University of Melbourne, Melbourne.
- Mitchell, D. H. & MacGregor Smith, J. (2001), 'Topological network design of pedestrian networks'. *Transportation Research Part B* **35**, 107-135.
- Montenegro, G., Sengoku, M., Yamaguchi, Y. & Abe, T. (1992), 'Time dependent analysis of mobile communication traffic in a ring-shaped service area with non-uniform vehicle distribution', **41**, 243-254.
- Nanda, S. (1993), 'Teletraffic models for urban and suburban microcells: Cell sizes and handoff rates', *IEEE Transactions on Vehicular Technology* **42**(2), 673-682.
- Oliveira, P. C., Amorim, F. G., Toledo, M. L. G. & Cruz, F. R. B. (2004), Otimização de redes de circulação de pedestres sujeitas a congestionamento, in 'XXXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional [CD-ROM]', SOBRAPO, São João del Rei, pp. 1-12.

- Oliveira, P. C. & Cruz, F. R. B. (2002), Alocação de capacidades em redes de filas finitas dependentes do estado, *in* 'Anais da III Semana do Conhecimento - XI Semana de Iniciação Científica', PRPq-UFMG, Belo Horizonte, MG, Brazil. (*trabalho selecionado como um dos melhores da Área de Ciências Exatas e da Terra*).
- Pollini, P. G. (1996), 'Trends in handover design', *IEEE Comumunications Magazine* pp. 82–90.
- Prasad, R. (1997), 'Overview of wireless personal communications: Microwave perspectives', *IEEE Communications Magazine* pp. 104–108.
- Rappaport, S. S. (1993), 'Blocking, handoff and traffic performance for cellular communication systems with mixed plataforms', *IEE Proceedings-I* 140(5), 189–401.
- Rocha, M. N. (2001), Simulação e Gerenciamento de Unidades Móveis em Ambiente de Comunicação sem Fio, Tese de doutorado, Departamento de Ciência da Computação, UFMG, Belo Horizonte, MG.
- S-PLUS (2000), *Programmer's Guide*, Data Analysis Products Division, MathSoft, Seattle.
- Silva, S. L. (1999), QoS e modelos de mobilidade em redes de comunicação móvel, Dissertação de mestrado, Departamento de Ciência da Computação, UFMG, Belo Horizonte, MG.
- Tomas, R., Gilbert, H. & Mazziotto, G. (1988), Influence of the moving of the mobile stations on the performance of a radio mobile cellular network, *in* 'Proceedings of 3rd Nordic Seminar on Digital Land Mobile Radio Communication', artigo n. 9.4, Copenhagen, Dinamarca.
- Tregenza, P. R. (1976), *The Design of Interior Circulation*, Van Nostrand Reinhold Company, New York, USA.
- Yuhaski, S. J. & J.MacGregor Smith (1989), 'Modeling circulation systems in buildings using state dependent models', *Queueing Systems* 4, 319–338.
- Zonoozi, M. M. & Dassanayake, P. (1997), 'User mobility modeling and characterization of mobility patterns', *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* 15(7), 1239–1252.