

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

**Caracterização e evolução de estados
quânticos fotônicos e atômicos de muitos
níveis**

por

Wanderson Maia Pimenta

Tese submetida como requerimento parcial para a obtenção do
grau de doutor em Física

na

Universidade Federal de Minas Gerais
Departamento de Física

30 de maio de 2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Resumo

Universidade Federal de Minas Gerais
Departamento de Física

por Wanderson Maia Pimenta

O objetivo desta tese é estudar a geração, caracterização e evolução de estados quânticos fotônicos e atômicos gerados pela conversão paramétrica descendente espontânea (CPDE) e por um feixe de átomos frios de rubídio. Fótons gerados pela CPDE são emaranhados em caminho transversal após passarem por fendas múltiplas. Estados de dois qubits e dois qutrits são gerados e seus respectivos operadores densidade são obtidos via processo de tomografia mínima. Discussões sobre o grau de emaranhamento e a qualidade do operador densidade obtido experimentalmente são realizadas. Através da interação de um feixe de átomos frios com um feixe de luz dentro de uma cavidade óptica no regime da eletrodinâmica quântica e na presença de um campo magnético externo, um estado quântico de superposição dos níveis magnéticos do estado fundamental do átomo de ^{85}Rb é gerado, através da detecção de um fóton com polarização horizontal emitido pelo átomo. Medindo-se a função de correlação em intensidade através de um processo homodino, um batimento quântico condicional do estado de superposição fundamental é observado. Através do protocolo de feedback quântico, um estudo da evolução deste estado e de como preservar coerência do mesmo é realizado.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Abstract

Universidade Federal de Minas Gerais
Departamento de Física

por Wanderson Maia Pimenta

The goal of this thesis is to study the generation, characterization and evolution of photonic and atomic quantum states generated by spontaneous parametric down conversion (SPDC) and by a cold atomic beam of rubidium. Photons generated by SPDC are entangled in transversal path after passing through multiple slits. Two qubit and two qutrit states are generated and their density operator are obtained by minimum quantum state tomography. An discussion about the amount of entanglement and the quality of the experimentally obtained density operator is performed. Through the interaction between a cold atomic beam with a light beam inside a cavity in the quantum electrodynamics regime and in the presence of a external magnetic field, a superposition of the magnetic sublevels of the ground state of ^{85}Rb is generated detecting a photon with horizontal polarization. Measuring the intensity correlation function by a homodyne process a conditional quantum beat of the ground state superposition is observed. Through a quantum feedback protocol, an study of evolution and how to preserve coherence is done.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente aos meus pais. A conclusão deste doutorado não é apenas a finalização de um trabalho que começou a 4 anos mas sim de uma batalha que começou a ser travada por eles para tentarem me educar nas condições mais adversas pelas quais passamos no passado.

Ao meu orientador, Sebastião de Pádua, pela confiança em meu trabalho e principalmente pela grande paciência que teve comigo ao longo destes anos. Além de excelente orientador (opinião não só minha, mas de todos os alunos atuais e dos que foram orientados por dele), um excepcional ser humano.

Ao Zé Ferraz pela parceria e pelos ensinamentos dentro do laboratório. Além de como trabalhar no laboratório, me ensinou que para as coisas funcionarem “é preciso dar um passo de cada vez” e que “as vezes para dar um passo pra frente é necessário dar dois para trás”. São ensinamentos que procuro passar para os novos alunos que ingressam no laboratório.

Ao Breno Marques e Thiago Maciel que deram grandes contribuições para os trabalhos de tomografia.

Aos amigos de laboratório Gilberto Júnior (Gil), Breno Marques, Artur Matoso (Tutu), Paula D’avila e Lucas Paresqui pela amizade, discussões e momentos de descontração.

À Andréia pelas aulas de inglês que me fizeram não morrer de fome nos Estados Unidos e pela amizade. Foram muitas conversas em inglês sobre vários questionamentos da vida que me ajudaram bastante.

Ao Prof. Luis Orozco pelos ensinamentos, pelas conversas sobre física, sobre assuntos em geral e por ter me ajudado demais durante meu estágio sanduiche.

Ao Andres Cimmarusti, pela parceria no trabalho de cavidade QED e pela amizade. Me ajudou muito a entender o experimento e a fazer toda a burocracia necessária para me tornar “legal” no país. Um grande amigo.

À todos do Departamento de Física da UFMG que contribuíram para minha formação.

Aos meus amigos que não foram citados aqui mas que de alguma forma deram algum tipo de contribuição ou mesmo pela amizade.

À Alejandra, pela amizade, parceria, companheirismo, e principalmente pela paciência que teve comigo durante a redação da tese. Você é uma grande companheira.

À FAPEMIG, Capes e CNPq pelo apoio financeiro.

Sumário

Resumo	i
Abstract	ii
Agradecimentos	iii
Lista de figuras	viii
Lista de tabelas	x
Abreviações	xi
1 Introdução	1
2 Fundamentos Teóricos	5
2.1 Conversão paramétrica descendente e espontânea	6
2.1.0.1 Hamiltoniano de interação	6
2.1.0.2 Estado fotônico da conversão paramétrica	8
2.1.1 Estados de Fenda	10
2.2 Metais alcalinos	13
2.3 Armadilha magneto-óptica	15
2.3.1 Processo de resfriamento via efeito Doppler	15
2.3.2 Processo de funcionamento de uma AMO	17
2.3.2.1 Fonte intensa de átomos em baixa velocidade	18
2.4 Modelo teórico da preparação do estado quântico dentro da cavidade e sua evolução	20
2.4.1 Hamiltoniano	20
2.4.2 Cálculo do estado	21
2.4.3 Modelo teórico para o sistema quântico do experimento	25
2.5 Função correlação de segunda ordem	27
3 Tomografia Mínima	28
3.1 Qudits	28
3.2 Matriz densidade	29
3.3 Medidas Quânticas	30

3.4	Tomografia	32
3.5	Técnicas utilizadas para a tomografia de dois qubits	34
3.5.1	SIC-POVM utilizado na tomografia de dois qubits	35
3.5.2	Método de Máxima Verossimilhança	36
3.6	Técnicas utilizadas para a tomografia de dois qutrits	39
3.6.1	SIC-POVM utilizado	39
3.6.2	Método de tomografia quântica variacional	40
4	Experimentos de tomografia quântica de dois qubits e dois qutrits	44
4.1	Tomografia quântica de dois qubits	45
4.1.1	Aparato	45
4.1.2	Estratégia experimental para implementar os operadores de medida usando o MEL	47
4.1.3	Geração experimental do estado quântico de dois qubits e a tomografia mínima	50
4.1.4	Discussão	52
4.2	Tomografia quântica de dois qutrits	53
4.2.1	Aparato	53
4.2.2	Estratégia experimental para implementar os operadores de medida usando o MEL	55
4.2.3	Geração experimental do estado quântico de dois qutrits e a tomografia mínima	56
4.2.4	Discussão	59
5	Batimentos quânticos condicionais em uma cavidade óptica	63
5.1	Introdução	63
5.2	Batimentos Quânticos	64
5.3	Experimento	67
5.4	Aparato de detecção	70
5.5	Feedback	72
5.6	Resultados	73
5.6.1	Pós-seleção	74
5.7	Feixes de laser utilizados no experimento	78
5.7.1	Geração dos feixes <i>drive</i> , rebombamento, e bombeamento óptico	78
5.8	Perspectivas: novo aparato experimental	84
6	Conclusões e futuro	88
A	Moduladores Espacial de Luz, Acusto-óptico e Eletro-óptico	91
A.1	Modulador espacial de luz	91
A.1.1	Calibração	92
A.2	Modulador Eletro-óptico	94
A.3	Modulador Acusto-óptico	95
B	Lista de Publicações	97

Referências Bibliográficas

99

Lista de Figuras

2.1	Representação da conversão paramétrica descendente espontânea.	6
2.2	Esquema da evolução do estado da conversão paramétrica até as fendas múltiplas.	11
2.3	Ilustração de uma fenda quádrupla.	12
2.4	Correlação entre os fótons convertidos devido a focalização do feixe de bombeamento no plano das fendas múltiplas.	13
2.5	Estrutura de níveis de energia e linha D2 do ^{85}Rb	14
2.6	Níveis magnéticos do estado fundamental $F = 3$ e excitado $F = 4$	15
2.7	Átomo na presença de dois feixes contrapropagantes com frequência em dessintonia para o vermelho.	16
2.8	Representação da AMO em uma dimensão.	17
2.9	Esquema da AMO usada no experimento.	18
2.10	Esquema de uma fonte intensa de átomos em baixa velocidade	19
2.11	AMO obtida durante meu estágio sanduiche.	20
2.12	Representação da estrutura de níveis magnéticos do estado fundamental e excitado sob a influência de um campo magnético externo e de um feixe de luz.	22
3.1	Esfera de Bloch	29
3.2	Tetraedro inscrito na esfera de Bloch.	37
4.1	Aparato experimental para a tomografia mínima de dois qubits	46
4.2	Imagens de fenda dupla realizadas para testar a implementação dos operadores de medida.	48
4.3	Padrões de fenda dupla para testar a implementação dos operadores de medida.	49
4.4	Imagens correlacionadas e padrões de interferência condicionais de fenda dupla realizadas para a preparação do estado.	50
4.5	Reconstrução tomográfica do estado de saída para dois qubits.	52
4.6	Aparato experimental utilizado para a tomografia mínima de dois qutrits.	54
4.7	Imagens e padrões de interferência de fenda dupla realizados para testar os operadores de medida para dois qutrits.	56
4.8	Imagens de fendas triplas correlacionadas para testar a preparação do estado.	57
4.9	Esquema da fase extra ganha pelos fótons ao passar pela fenda tripla.	58
4.10	Parte real (a) e imaginária (b) do operador densidade medido para o estado de dois qutrits.	60

4.11	Comparação entre o padrão de interferência obtido experimentalmente da preparação do estado com o padrão obtido pelo operador densidade reconstruído.	61
4.12	Quantificadores de emaranhamento em função do número de medidas.	62
5.1	Estrutura de níveis atômicos para átomos tipo V e para átomos tipo Λ	65
5.2	Esquema da cavidade óptica.	67
5.3	Esquema das câmaras a vácuo onde estão a AMO e a cavidade óptica.	68
5.4	Níveis magnéticos dos estados fundamental $F = 3$ e excitado $F = 4$	69
5.5	Aparato de detecção utilizado.	71
5.6	Diagrama do processo de feedback.	72
5.7	Função de correlação de segunda ordem obtida através de simulação computacional e medida no experimento.	73
5.8	Função correlação de segunda ordem medida experimentalmente aplicando o controle de feedback e utilizando o feixe <i>drive</i> com diferentes intensidades.	74
5.9	Função de correlação de segunda ordem obtida por <i>Carmichael et. al.</i>	76
5.10	Simulações da função de correlação de segunda ordem sem pós-seleção e com pós seleção.	76
5.11	Função correlação de segunda ordem obtida sem pós-seleção (curva preta) e utilizando pós-seleção com janela temporal de 100 ns (curva cinza tracejada).	77
5.12	linhas D_2 dos átomos de ^{85}Rb	79
5.13	linhas D_2 dos átomos de ^{87}Rb	80
5.14	Aparato experimental para a geração dos feixe de laser utilizados no experimento.	81
5.15	Sistema de fibras utilizado para acoplar dois feixes de laser.	82
5.16	Imagem da armadilha magneto-óptica construída com o sistema de gaiolas por onde são acopladas as fibras e de onde saem os feixes da MOT e de bombeamento óptico.	82
5.17	Bobina construída com a finalidade de promover transições com ondas de rádio (FM) dos níveis eletrônicos dos átomos.	85
5.18	Magnetômetro introduzido logo abaixo da cavidade.	85
5.19	Almofada para reduzir vibrações mecânicas e cavidade óptica utilizada no experimento.	86
A.1	Tela do MEL com algumas escalas de cinza como ilustração.	92
A.2	Representação esquemática da calibração do modulador espacial utilizado.	92
A.3	Medidas de calibração do MEL utilizado nos experimentos.	95
A.4	Representação de um modulador acústico-óptico.	96

Lista de Tabelas

4.1	Áreas normalizadas sob as curvas de imagem e os elementos diagonais oriundas do operador densidade reconstruído.	60
A.1	Medidas necessárias para a calibração do MEL. PE e PS representam as polarizações de entrada e saída, respectivamente.	93

Abreviações

CPDE Conversão Paramétrica Descendente Espontânea

CNL Cristal não-linear

AMO Armadilha magneto-óptica

QED quantum electrodynamics

LVIS low-velocity intense source

Rb Rubídio

BS Divisor de feixe

PBS Divisor de feixe polarizador

MEL Modulador espacial de luz

MEO Modulador eletro-óptico

MAO Modulador acusto-óptico

PID Proporcional, integral e derivativo

POVM Positive-Operator valued measure

SIC-POVM Symmetric informationally positive-operator valued measure

Dedico esta tese aos meus pais.

Capítulo 1

Introdução

Em geral, manipular estados quânticos experimentalmente é uma tarefa difícil. Esta tarefa fica ainda mais difícil em dimensões maiores. Assim, torna-se um desafio obter informações a respeito do estado quântico gerado, como caracterizá-lo e como quantificar características do mesmo (pureza e emaranhamento, por exemplo).

Uma fonte extremamente útil para a geração de estados quânticos é a conversão paramétrica descendente espontânea (CPDE). Ela é uma fonte de pares de fótons correlacionados muito usada em estudos de óptica quântica [1]. Fótons produzidos pela CPDE são fáceis de se manipular [2] e podem ser correlacionados em diferentes graus de liberdade como polarização [1–3], momento transversal [4], momento longitudinal [5, 6], momento angular orbital [7], energia-tempo [8], tempo [9, 10], e, além disso, em mais de um grau de liberdade quando os fótons são preparados em estados hiper-emaranhados [11–13]. Particularmente, através do grau de liberdade de caminho transversal é muito simples gerar estados quânticos de dimensões maiores, os chamados qudits ou estados de d -níveis. Através de fendas múltiplas posicionadas ao longo do caminho dos fótons gêmeos, é possível gerar estados com a dimensão $d \times d$ sendo d o número de aberturas da fenda múltipla. Assim, uma necessidade de métodos para caracterizar e obter informação a respeito do estado de dois qudits surgiu e é objeto de estudo por muitos grupos de óptica quântica e informação quântica [14–17].

A propriedade mais estranha e fascinante que aparece em alguns sistemas quânticos é o emaranhamento, um certo tipo de correlação entre partes de um sistema quântico. Vários quantificadores de emaranhamento foram criados com o objetivo de medir essa propriedade em sistemas quânticos, motivados por potenciais aplicações desta propriedade [2]. Métodos capazes de identificar se um sistema é emaranhado ou não também são importantes, como por exemplo a medida do observável testemunha de emaranhamento, cujo sinal negativo do seu valor esperado obtido experimentalmente, nos afirma que o

sistema é emaranhado. Na referência [18] é mostrada uma maneira efetiva de se implementar operadores testemunhas de emaranhamento para estados quânticos fotônicos emaranhados em caminho transversal. Outro modo efetivo de obter informação sobre um sistema quântico é determinar seu respectivo operador densidade, procedimento chamado tomografia de estados quânticos [19, 20]. Esta técnica já foi usada para determinar o operador densidade de qudits fotônicos em momento angular orbital [14, 21], *time bin* [22], e caminho transversal [15, 23]. Uma inconveniência desta técnica é o alto número de medidas necessárias para se obter o operador densidade de um estado quântico preparado, e conseqüentemente, a influência da propagação de erro experimental no processo de resolução do sistema de equações necessárias para a determinação da matriz densidade do sistema. Na referência [21], 14400 medidas foram realizadas na reconstrução do operador densidade de um sistema de dois qudits ($d=8$), bem acima do número mínimo de medidas requeridos: 4096 ($d^2 \times d^2$). Logo, se torna claro que um esquema de tomografia mínima que produz a reconstrução do operador densidade é muito importante para se caracterizar sistemas de dimensões altas.

Um método análogo de geração de estados quânticos semelhantes aos gerados após a passagem de fótons por fendas múltiplas pode ocorrer em um átomo de muitos níveis. Átomos que possuem uma estrutura de níveis onde há dois níveis eletrônicos superiores e um nível inferior, com frequências de transição distintas, apresentam um comportamento oscilatório da intensidade total da luz medida (proveniente de decaimentos espontâneos) em função da diferença de frequência destas transições [24] (análogo ao padrão de interferência de fenda dupla de fótons medido no plano focal de uma lente). Este fenômeno é chamado de batimento quântico e átomos que possuem este tipo de estrutura são tradicionalmente chamados átomos do tipo V [25, 26]. Mas, para átomos com estrutura de níveis invertida (um único nível superior e dois níveis inferiores), chamados átomos do tipo Λ , o batimento quântico não é observado [25]. A razão é que medindo a intensidade da luz proveniente de decaimentos espontâneos para os níveis do estado fundamental é possível saber para qual dos dois níveis disponíveis o átomo decaiu, de maneira que estes processos são distinguíveis e a interferência entre as amplitudes de probabilidade oriundas das transições do estado excitado comum para um dos níveis do estado fundamental não é observada. Assim, não existem batimentos quânticos quando o estado excitado decai para os estados fundamentais. Por outro lado, *Norris et al.* mostraram teoricamente e experimentalmente em [24] que para átomos que apresentam uma estrutura de níveis composta de uma combinação das estruturas de níveis dos átomos do tipo V e do tipo Λ , o batimento quântico devido a existência do estado quântico de superposição fundamental é observado.

Preservar a coerência de estados quânticos é de fundamental importância em muitos campos, desde a finalidade de se desenvolver relógios atômicos até para aplicações

em informação quântica [27, 28]. Tentar extrair informações do sistema quântico em estudo (por exemplo a perda de coerência com o tempo) é um dos pilares dos sistemas abertos [26]. Ao interagir com um sistema quântico, perturbamos o mesmo. Assim, tentativas de isolar o sistema para evitar quaisquer tipo de perturbação externa removem a possibilidade de se obter alguma informação a seu respeito, pois ao se realizar qualquer tipo de medição sobre o sistema, interagimos com o ele. Uma ferramenta que está começando a ser estudada e utilizada nestes sistemas atômicos com a finalidade de recuperar e/ou preservar coerência é o chamado feedback quântico [29, 30]. Fatores externos podem introduzir algum tipo de erro atrapalhando o resultado de alguma medida. Através do protocolo de feedback, parte do sinal medido é dividido em um sinal que é utilizado para retirar o ruído da perturbação externa (sinal de erro) e um sinal que vai para o contador. O sinal de erro é enviado novamente ao aparato (através de algum dispositivo eletrônico) e, assim, quaisquer tipos de fatores externos que são fontes de ruído podem ser minimizados. Trabalhos referentes à aplicação de feedback quântico em óptica quântica vêm sendo feitos, mas as escalas temporais necessárias para o controle de feedback ainda são difíceis de se obter experimentalmente. A referência [26] mostra o estudo da coerência do batimento quântico condicional medido com e sem processo de feedback quântico para o estado de superposição dos níveis magnéticos do estado fundamental de átomos de (^{85}Rb).

Portanto, nesta tese, abordarei o estudo da geração de estados quânticos utilizando dois tipos de fontes, fotônica e atômica. A primeira consiste dos pares de fótons provenientes da CPDE emaranhados no grau de liberdade de caminho transversal utilizando-se fendas múltiplas. Os estados quânticos gerados são tomografados através do processo de tomografia mínima. Medidas do estado, do grau de emaranhamento e uma discussão sobre a qualidade da reconstrução da matriz densidade são apresentados. Este estudo é feito para os sistemas de dois qubits e dois qutrits. A segunda fonte consiste de uma fonte de átomos de rubídio aprisionados dentro de uma câmara a vácuo. Os átomos são resfriados e aprisionados utilizando uma armadilha magneto-óptica, e, através de um desbalanceamento da mesma, um feixe de átomos frios é criado. Este feixe é enviado em direção a uma cavidade óptica na presença de luz e de um campo magnético. Da interação destes átomos com a luz dentro da cavidade e com o campo magnético existente, um estado de superposição dos níveis magnéticos do estado fundamental é criado. Medidas da função correlação em intensidade de segunda ordem são realizadas evidenciando o batimento quântico existente no estado fundamental para átomos com estrutura do tipo $V + \Lambda$. Um estudo teórico e experimental do processo de decoerência do estado de superposição e como recuperar a coerência utilizando processo de feedback quântico é apresentado.

Os temas nesta tese estão distribuídos da seguinte maneira: No capítulo 2 são apresentadas as teorias e técnicas experimentais para a geração dos pares de fótons da CPDE e do processo de aprisionamento de átomos em uma armadilha magneto-óptica. Discussões sobre alguns fundamentos teóricos necessários para o entendimento dos experimentos é apresentada. No capítulo 3 é apresentada a teoria necessária para o entendimento dos experimentos de tomografia mínima. Discussões a respeito do formalismo da matriz densidade, medidas quânticas e tomografia são apresentadas. No capítulo 4, são apresentados os experimentos de tomografia mínima para os sistemas de dois qubits e dois qutrits. A matriz densidade é reconstruída e uma análise da qualidade da reconstrução, do emaranhamento e pureza foram realizadas. O capítulo 5 é dedicado ao estudo da geração de um estado quântico de superposição dos níveis magnéticos do estado fundamental de átomos de rubídio (^{85}Rb) e como controlar a coerência do estado gerado na presença de um campo magnético e de um feixe de luz. Um estudo do efeito do protocolo de feedback quântico é apresentado na medida do batimento quântico condicional e suas consequências são apresentadas. Finalmente, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões deste trabalho bem como as perspectivas do mesmo.

A parte desta tese correspondente a interação de um feixe atômico e frio de átomos de rubídio foi realizado durante meu estágio sanduíche com bolsa da FAPEMIG por um período de 11 meses no grupo *Joint Quantum Institute*¹, da Universidade de Maryland, Estados Unidos, sob a orientação do Prof. Dr. Luiz Orozco.

¹<http://jqj.umd.edu/>

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos

Neste capítulo são descritos detalhadamente os processos de geração de fótons emaranhados em caminho transversal utilizados nos experimentos de tomografia de dois qubits e dois qutrits bem como o método de aprisionamento e resfriamento de átomos utilizados no experimento de batimentos quânticos em uma cavidade óptica. Na seção 2.1 é apresentada a teoria quântica da conversão paramétrica descendente espontânea, a fonte de fótons gêmeos. O hamiltoniano do sistema é apresentado e o estado quântico dos fótons gêmeos é calculado após os mesmos passarem por fendas múltiplas (2.1.1). Feito isso, é descrito um método experimental para gerar estados maximamente emaranhados dos fótons em caminho transversal. Na seção 2.2 é apresentado o isótopo de rubídio utilizado no experimento de átomos frios. Uma breve descrição do mesmo é apresentada bem como as vantagens que utilizá-lo em experimentos. Em seguida, na seção 2.3 é feita uma descrição do processo de resfriamento e aprisionamento de uma nuvem de átomos de rubídio dentro de uma câmara a vácuo sob a influência de um campo magnético externo e de feixes de laser. Explicarei como criar um feixe de átomos frios lentos a partir dos átomos aprisionados. Na seção 2.4 é apresentado o modelo teórico simplificado da geração do estado de superposição dos níveis magnéticos do estado fundamental. O hamiltoniano do sistema é apresentado e o cálculo do estado é realizado. Em seguida, é apresentada a adaptação deste modelo para o sistema estudado no laboratório (2.4.3). O estado quântico para o sistema real e equações que relacionam o processo e decoerência com parâmetros experimentais são obtidos. Finalmente, na seção 2.5, é discutido brevemente a teoria de função correlação de segunda ordem.

2.1 Conversão paramétrica descendente e espontânea

A conversão paramétrica descendente espontânea (CPDE) é um processo óptico não-linear, caracterizado por um feixe de bombeamento (*Pump*) que, ao incidir em um cristal não-linear, gera pares de fótons, como mostra a Figura 2.1. Estes fótons são comumente chamados de fótons gêmeos, sinal (*Signal*) e acompanhante (*Idler*) [1].

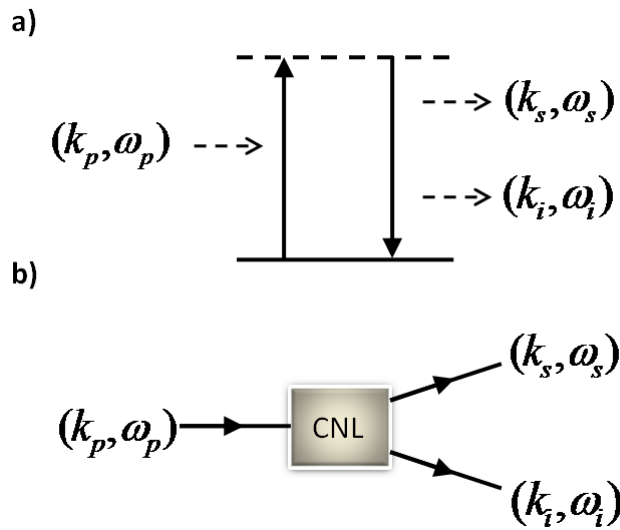


FIGURA 2.1: Representação da conversão paramétrica descendente espontânea. p, s, i representam os feixes de bombeamento, sinal e acompanhante, respectivamente. A Figura a) mostra o diagrama de energia para a conversão paramétrica. Na CPDE a energia é conservada. A Figura b) mostra esquematicamente os feixes de bombeamento, sinal e acompanhante, e a conservação do momento linear no processo de geração dos pares de fótons.

2.1.0.1 Hamiltoniano de interação

Seja a componente i do vetor de polarização elétrica $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ ¹ de um cristal não-linear, expandida até segunda ordem em função do campo elétrico presente no material, [31–33]

$$\mathbf{P}_i(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \int_0^\infty dt' \chi_{ij}^{(1)}(t') E_j(\mathbf{r}, t-t') + \int_0^\infty dt' \int_0^\infty dt'' \chi_{ijk}^{(2)}(t', t'') E_j(\mathbf{r}, t-t') E_k(\mathbf{r}, t-t'') \quad (2.1)$$

onde E_j é a componente j do campo elétrico, ϵ_0 a permissividade elétrica no vácuo e $\chi^{(1)}$ e $\chi^{(2)}$ os tensores de susceptibilidade elétrica de primeira e segunda ordem, respectivamente. O hamiltoniano do campo eletromagnético em um material dielétrico de volume

¹As grandezas representadas em negrito ao longo desta tese são grandezas vetoriais.

V é dado por:

$$H(t) = \frac{1}{2} \int_V d\mathbf{r} [\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)], \quad (2.2)$$

onde $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ é o vetor deslocamento elétrico, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ o campo magnético e $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ é o campo magnético no material.

Como o deslocamento elétrico é relacionado com a polarização do meio, através da expressão $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$, podemos substituir a expressão 2.1 em 2.2. Observamos que o hamiltoniano total será composto por um termo que possui a componente linear da polarização do meio e o outro termo composto pela parte não linear da polarização, ou seja, $H(t) = H_0(t) + H_I(t)$. A componente do hamiltoniano que corresponde à parte não linear da polarização do cristal é dada por

$$\begin{aligned} H_I(t) &= \frac{1}{2} \int_V d\mathbf{r} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{P}_{nl}(\mathbf{r}, t), \\ &= \frac{1}{2} \int_V d\mathbf{r} \int_0^\infty dt' \int_0^\infty dt'' \chi_{ijk}^{(2)}(t', t'') E_i(\mathbf{r}, t) E_j(\mathbf{r}, t - t') E_k(\mathbf{r}, t - t''). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Para quantizar o hamiltoniano acima substituiremos os campos elétricos na expressão acima pelos respectivos operadores de campo. Os operadores de campo elétrico são dados por [34]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}^+(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}^-(\mathbf{r}, t) \\ &= \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}, s} e_{\mathbf{k}, s} [l(\omega) \hat{a}_{\mathbf{k}, s} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} + l^*(\omega) \hat{a}_{\mathbf{k}, s}^\dagger e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}], \end{aligned} \quad (2.4)$$

onde \mathbf{k} é o vetor de onda, s é a polarização do campo, $\hat{a}_{\mathbf{k}, s}$ $\hat{a}_{\mathbf{k}, s}^\dagger$ são os operadores de criação e destruição, $e_{\mathbf{k}, s}$ é um vetor de polarização bidimensional, ω é a frequência e, por fim, $l(\omega)$ é dado por

$$l(\omega) = i \left[\frac{\hbar \omega(\mathbf{k}, s)}{2\epsilon_0 n^2(\mathbf{k}, s)} \right]^{1/2}, \quad (2.5)$$

onde n é o índice de refração do cristal. Substituindo o campo elétrico quantizado (Eq. 2.4) na expressão 2.3, uma expressão que consiste na multiplicação de diversas componentes do campo elétrico para os fons de bombeamento, sinal e acompanhante é obtida. Como o processo deve conservar energia, os termos que não satisfazem esta condição são descartados. Assim, chegamos à seguinte expressão para o hamiltoniano

de interação

$$\begin{aligned}
 H_I = & \frac{1}{V^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}_s, s_s} \sum_{\mathbf{k}_i, s_i} \sum_{\mathbf{k}_p, s_p} l^*(\omega_s) l^*(\omega_i) l(\omega_p) \hat{a}_{\mathbf{k}_s, s_s}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_i, s_i}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_p, s_p} e^{i(\omega_s + \omega_i - \omega_p)t} \\
 & \times [\bar{\chi}_{ijk}^{(2)}(\mathbf{e}_{\mathbf{k}_p, s_p})_i (\mathbf{e}_{\mathbf{k}_s, s_s})_j^* (\mathbf{e}_{\mathbf{k}_i, s_i})_k^*] \int_V d\mathbf{r} e^{-i(\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_p) \cdot \mathbf{r}} + c.H., \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

onde s, i, p representam os fótons sinal, acompanhante e de bombeamento, respectivamente, $c.H.$ é o conjugado hermitiano da expressão acima e $\bar{\chi}_{ijk}^{(2)}$ é dado por

$$\bar{\chi}_{ijk}^{(2)} = \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_p = \omega_s + \omega_i) + \chi_{jik}^{(2)}(\omega_s = \omega_p - \omega_i) + \chi_{kij}^{(2)}(\omega_i = \omega_p - \omega_s), \quad (2.7)$$

com

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega = \omega' + \omega'') = \int_0^\infty \int_0^\infty dt' dt'' \chi_{ijk}^{(2)}(t', t'') e^{-i(\omega't' + \omega''t'')}. \quad (2.8)$$

2.1.0.2 Estado fotônico da conversão paramétrica

O tratamento apresentado nesta seção foi feito em [35]. Na representação de Schrödinger, a evolução de um estado quântico é dada por

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}(t, 0) |\psi(0)\rangle, \quad (2.9)$$

no qual $\hat{U}(t, 0)$ representa o operador evolução temporal do sistema e $|\psi(0)\rangle$ o estado inicial. $\hat{U}(t, 0)$ pode ser expandido em uma série de potências, ficando:

$$\hat{U}(t, 0) = \exp \left[\frac{1}{i\hbar} \int_0^t d\tau \hat{H}_I(\tau) \right] = \hat{I} + \frac{1}{i\hbar} \int_0^t d\tau \hat{H}_I(\tau) + \dots \quad (2.10)$$

Para a determinação do estado dos fótons gerados pela CPDE com laser contínuo, temos que calcular o segundo termo da expansão acima. Usando o hamiltoniano mostrado em (2.6), obtemos

$$\begin{aligned}
 \int_0^t d\tau \hat{H}_I(\tau) \approx & \frac{1}{V^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}_s, s_s} \sum_{\mathbf{k}_i, s_i} \sum_{\mathbf{k}_p, s_p} l^*(\omega_s) l^*(\omega_i) l(\omega_p) \hat{a}_{\mathbf{k}_s, s_s}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_i, s_i}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_p, s_p} e^{i(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3)t/2} \\
 & \times [\tilde{\chi}_{ijk}^{(2)}(\mathbf{e}_{\mathbf{k}_p, s_p})_i (\mathbf{e}_{\mathbf{k}_s, s_s})_j^* (\mathbf{e}_{\mathbf{k}_i, s_i})_k^*] \text{sinc}[(\omega_s + \omega_i - \omega_p)t/2] \\
 & \times \prod_{m=1}^3 \left[\text{sinc}[(\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_p)_m l_m / 2] \right] e^{-i(\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_p) \cdot \mathbf{r}_0} + c.H., \quad (2.11)
 \end{aligned}$$

onde l_m são as dimensões do volume de interação e \mathbf{r}_0 corresponde à origem do sistema de coordenadas. Das funções $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$ presentes na equação acima, obtemos as condições para a conservação de energia bem como para a conservação de momento, já que a CPDE ocorrerá quando estas funções estiverem próximas do máximo, ou seja,

$$\hbar\omega_p = \hbar\omega_s + \hbar\omega_i, \quad (2.12a)$$

$$\hbar\mathbf{k}_p = \hbar\mathbf{k}_s + \hbar\mathbf{k}_i. \quad (2.12b)$$

Assim, no processo da geração, quaisquer fótons cujas frequências ω_i , ω_s e vetores \mathbf{k}_i , \mathbf{k}_s satisfaçam as igualdades 2.12a e 2.12b são gerados. Estas condições são chamadas de casamento de fase e são conseguidas, por exemplo, através da birrefringência dos cristais não-lineares (veja discussão detalhada na Ref. [35]). Os casamentos de fase são classificados em tipo I e tipo II. No tipo I, a polarização dos fótons é a mesma e ortogonal a do feixe de laser. No tipo II, uma das polarizações dos fótons é paralela à do feixe bombeador e a ortogonal a do outro.

Para o cálculo do estado quântico dos fótons gêmeos, as seguintes aproximações são feitas na expressão 2.11.

1. O feixe de bombeamento (laser incidente no cristal) é aproximadamente monocromático e possui polarização bem definida. Isto é feito utilizando filtros de interferência muito estreitos em frequência ($\Delta\omega_j \ll \omega_j$ $j = i, s$) tal que os fótons transmitidos são quase monocromáticos. Esta aproximação é chamada aproximação monocromática.
2. Como o feixe de bombeamento é muito mais intenso que os feixes dos fótons gêmeos, o feixe de bombeamento pode ser tratado classicamente. Assim, o operador de destruição \hat{a}_{k_p, s_p} é substituído por uma amplitude clássica.
3. O cristal é centrado na origem do sistema de coordenadas, $\mathbf{r}_0 = 0$, e o feixe se propaga na direção z .
4. Os campos de bombeamento, sinal e acompanhante são observados somente próximos ao eixo z , isto é, vale a aproximação paraxial.
5. Os somatórios em \mathbf{k} são substituídos por integrais, $\sum_{\mathbf{k}} \mapsto \frac{V}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k}$.
6. A espessura do cristal na direção z é muito pequena, estando na aproximação chamada de cristal fino.

Com estas aproximações a expressão 2.11 pode ser simplificada e reescrita nas variáveis de momento transversal [32, 36]

$$\int_0^t dt' H_I(t') = \eta \int_{\Omega} d\mathbf{q}_s \int_{\Omega} d\mathbf{q}_i v(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i) \hat{a}^\dagger(\mathbf{q}_s) \hat{a}^\dagger(\mathbf{q}_i) + c.H., \quad (2.13)$$

onde η é uma constante, Ω é a região de integração e $v(\mathbf{q})$ é o espectro angular do feixe de bombeamento em $z = 0$. Assim, utilizando as aproximações descritas acima e supondo que o estado inicial do campo eletromagnético é o estado de vácuo ($|vac\rangle$), chegamos que o estado quântico dos fótons gerados pela conversão paramétrica nas variáveis de momento transversal é dado por

$$|\psi\rangle = |vac\rangle + \int_{\Omega} d\mathbf{q}_s \int_{\Omega} d\mathbf{q}_i v(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i) |1\mathbf{q}_s\rangle |1\mathbf{q}_i\rangle, \quad (2.14)$$

onde $|1\mathbf{q}_j\rangle$ é o estado de Fock para o fóton $j = s, i$ com com vetor de onda transversal \mathbf{q}_j .

2.1.1 Estados de Fenda

Para se gerar estados fotônicos emaranhados no grau de liberdade de caminho transversal, fendas múltiplas são posicionadas ao longo do caminho dos fótons gerados pela conversão paramétrica. A Figura 2.2 mostra esquematicamente como é este processo. Através da conversão paramétrica, o estado quântico dos fótons gêmeos gerados, nas aproximações acima e nas variáveis de momento transversal, é dado pela Eq. 2.14, isto é, o estado $|\psi\rangle$ na Fig. 2.2. Para se determinar o estado quântico após os fótons passarem pelas fendas, $|\psi\rangle_{ab}$, o estado quântico $|\psi\rangle$ deve ser propagado ao longo deste caminho. Na referência [35] é mostrado que o espectro angular de um campo satisfaz a equação de Helmholtz e que, resolvendo-a, chegamos à conclusão de que o espectro angular de um campo propagado por uma distância z da origem é dado por

$$v(\mathbf{q}, z) = v(\mathbf{q}, 0) e^{ik_z z}, \quad (2.15)$$

ou seja, o espectro angular propagado é composto pelo espectro numa posição anterior multiplicado por um fator de fase devido ao caminho transladado pelo campo. Utilizando este resultado é possível realizar o cálculo do estado dos fótons propagados até a fenda múltipla, e, conhecendo a função transmissão da fenda múltipla o estado fotônico de caminho após os fótons passarem pelas fendas pode ser calculado.

Assim, o estado quântico dos fótons convertidos logo após estes passarem pelas fendas múltiplas é dado por [32, 33]:

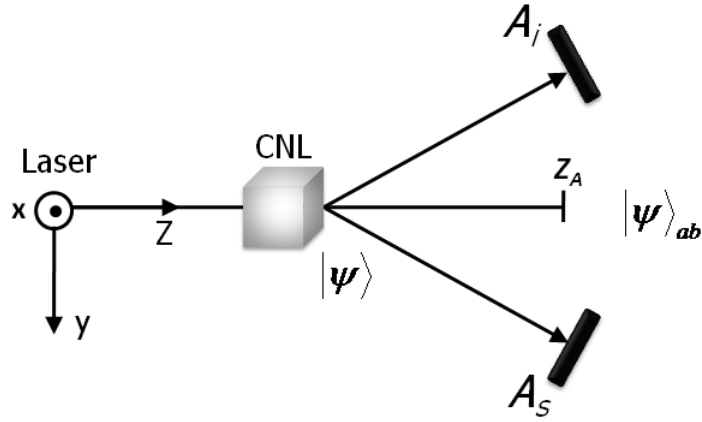


FIGURA 2.2: Esquema da evolução do estado da conversão paramétrica até as fendas múltiplas. CNL representa o cristal não-linear, $|\psi\rangle$ o estado gerado pela conversão, $|\psi\rangle_{ab}$ o estado quântico após os fótons passarem pelas fendas e $A_s(A_i)$ são as funções transmissões das fendas múltiplas posicionadas em z_A .

$$|\psi\rangle_{ab} \propto \int dq_i \int dq_s F(q_i, q_s) |1q_i\rangle |1q_s\rangle, \quad (2.16)$$

onde $F(q_i, q_s)$ é o coeficiente que engloba o espectro angular dos fótons, a fase de caminho obtida durante a propagação do cristal até o plano das fendas e a função de transmissão da fenda múltipla. $F(q_i, q_s)$ é dado por [32, 33, 35]

$$F(q_i, q_s) = \int dx_i \int dx_s A_i(x_i) A_s(x_s) W\left(\frac{x_i + x_s}{2}; z_A\right) \exp\left[\frac{ik}{8z_A}(x_s - x_i)^2\right] e^{-i(q_i x_i + q_s x_s)}. \quad (2.17)$$

Os parâmetros x_i e x_s são as componentes transversais do vetor posição na direção de menor dimensão das fendas, enquanto que q_i e q_s são as componentes transversais dos vetores de onda \mathbf{k}_i e \mathbf{k}_s , respectivamente. As funções A_i e A_s são funções transmissão das fendas múltiplas, enquanto que $W(\rho, z_A)$ descreve o perfil transversal do campo elétrico do feixe de bombeamento na posição z_A (distância longitudinal na qual é posicionada a fenda múltipla). A função transmissão que descreve uma fenda múltipla é dada por

$$A(x) = \sum_{l=-l_D}^{l_D} \Pi\left(\frac{x - l_D}{2a}\right), \quad (2.18)$$

onde Π representa a função degrau, $2a$ representa a abertura da fenda e d é a separação entre elas, como ilustrado na Figura 2.3 para uma fenda quádrupla. O termo l_D contido na Equação 2.18 é dado por $l_D = \frac{D-1}{2}$ onde D representa o número de aberturas de uma dada fenda múltipla. Substituindo a Equação 2.18 na Equação 2.17 e fazendo a

mudança de variável $x'_i = x_i - ld$ e $x'_s = x_s - md$, obtemos

$$F(q_i, q_s) = \sum_{l=-l_D}^{l_D} \sum_{m=-l_D}^{l_D} \exp\left[i\frac{kd^2}{8z_A}(m-l)^2\right] e^{-id(q_i l + q_s m)} W\left(\frac{(l+m)d}{2}; z_A\right) \times \int_{-a}^a dx'_i e^{-iq_i x'_i} \int_{-a}^a dx'_s e^{-iq_s x'_s}. \quad (2.19)$$

Assim, substituindo a Equação 2.19 na Equação 2.16 obtemos o estado do par de fótons logo após passar pelas fendas múltiplas [35]:

$$|\psi\rangle_{ab} \propto \sum_{l=-l_D}^{l_D} \sum_{m=-l_D}^{l_D} W\left(\frac{(l+m)d}{2}; z_A\right) \exp\left[i\frac{kd^2}{8z_A}(m-l)^2\right] |l\rangle_i \otimes |m\rangle_s, \quad (2.20)$$

onde [37]

$$|l\rangle = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \int dq_i e^{-iq_i ld} \text{sinc}(q_i a) |1q_i\rangle \quad \& \quad |m\rangle = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \int dq_s e^{-iq_s md} \text{sinc}(q_s a) |1q_s\rangle, \quad (2.21)$$

que são estados ortogonais para $l \neq m$ [35].

Se considerarmos o caso em que a largura do perfil transversal do feixe de bombeamento no plano das fendas é menor que a separação entre as fendas teremos que o

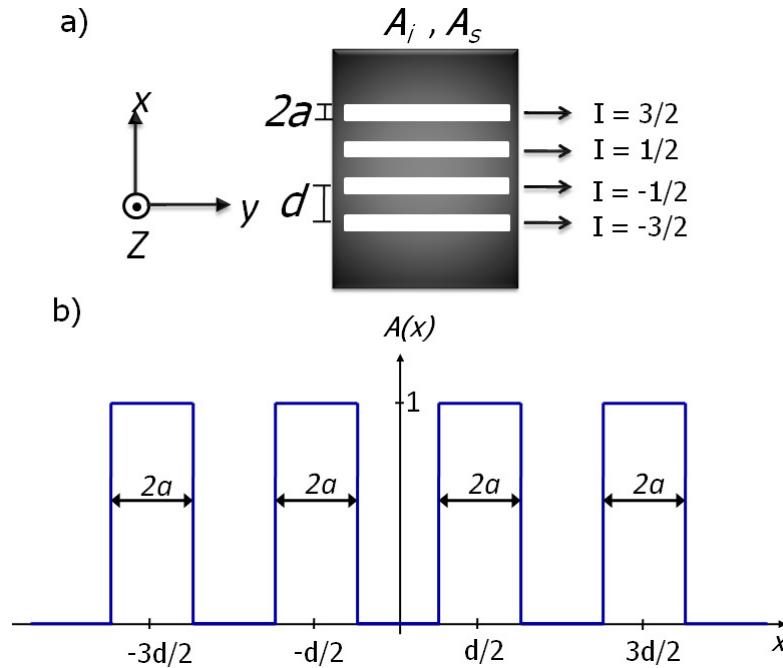


FIGURA 2.3: Ilustração de uma fenda quádrupla (a) e suas respectivas funções retângulo (b).

estado resultante será [35]

$$|\psi\rangle_{ab} \propto \frac{1}{\sqrt{D}} \sum_{l=-l_D}^{l_D} \exp\left[ik \frac{d^2 l^2}{2z_A}\right] |l\rangle_i \otimes | -l\rangle_s, \quad (2.22)$$

que é um estado emaranhado, como discutido na Ref. [4]. Para gerar um feixe de laser com perfil transversal cuja largura é menor que a separação entre as fendas em z_A , basta focalizar o feixe de bombeamento no plano das fendas múltiplas. Fazendo este procedimento, o estado do fóton $|m\rangle$ na expressão 2.20 passará a ser $| -l\rangle$. Sempre que um fóton for detectado atrás de uma determinada fenda, seu gêmeo será detectado após a fenda simetricamente oposta, como ilustrado na Figura 2.4.

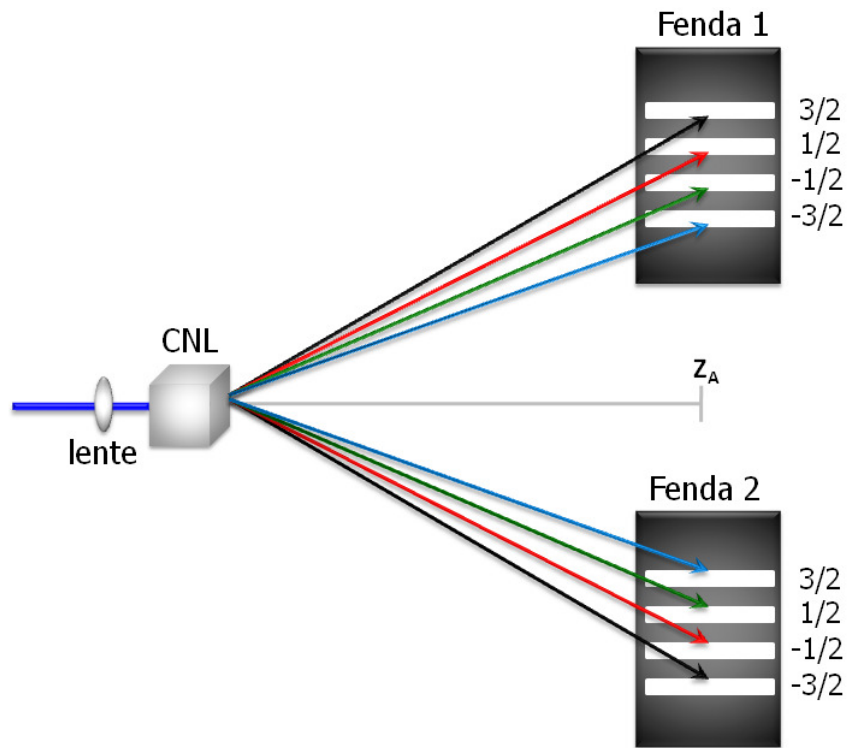


FIGURA 2.4: Correlação entre os fótons convertidos devido a focalização do feixe de bombeamento no plano das fendas múltiplas. As setas servem para indicar os possíveis caminhos dos fótons gêmeos.

2.2 Metais alcalinos

Metais alcalinos em geral são muito utilizados para a realização de experimentos em aprisionamento e resfriamento de átomos pelas seguintes características: (1) a frequência de transição do estado fundamental para o primeiro estado excitado está na região da luz visível, ou seja, entre o azul e o vermelho. Logo, torna-se simples obter

laser que emita nesta faixa de frequência para promover tais transições. (2) Facilidade de se gerar um feixe atômico destes metais utilizando temperaturas da ordem de poucas centenas de graus celsius [38]. Neste trabalho utilizamos o metal alcalino rubídio (isótopo ^{85}Rb).

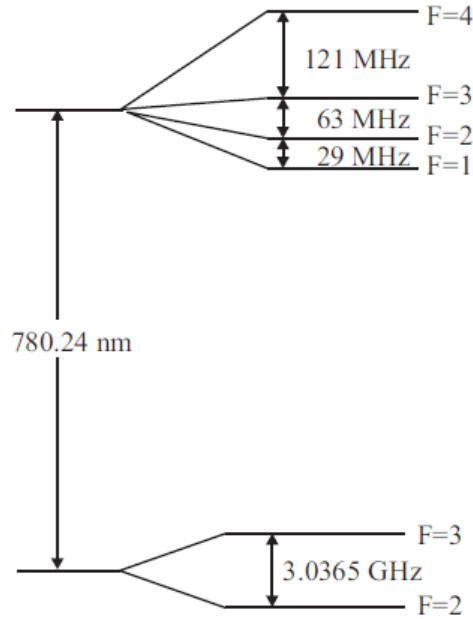


FIGURA 2.5: Estrutura de níveis de energia e linha D2 do ^{85}Rb , transição $5S_{1/2} \mapsto 5P_{3/2}$ [39].

A Figura 2.5 mostra a estrutura de níveis de energia e linha D2 do ^{85}Rb . Nesta figura são mostrados os níveis F da linha D2, $5S_{1/2}$ ² e $5P_{3/2}$, respectivamente. Cada nível hiperfino F é degenerado em $(2F + 1)$. Assim, os níveis magnéticos (m) para cada nível F são:

1. Estado fundamental $5S_{1/2}$
 - (a) $F = 2 \mapsto m = 0, \pm 1, \pm 2$
 - (b) $F = 3 \mapsto m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$
2. Estado excitado $5P_{3/2}$
 - (a) $F = 1 \mapsto m = 0, \pm 1$
 - (b) $F = 2 \mapsto m = 0, \pm 1, \pm 2$
 - (c) $F = 3 \mapsto m = 0, \pm 1, \pm 3, \pm 3$

²Notação de Russell-Saunders: $n^{(2S+1)}L_J$, onde n é o número quântico principal do elétron de valência, S spin, L momento angular orbital e J momento angular total.

$$(d) F = 4 \mapsto m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$$

A Figura 2.6 mostra esquematicamente os níveis magnéticos do estado fundamental $F = 3$ e excitado $F = 4$.

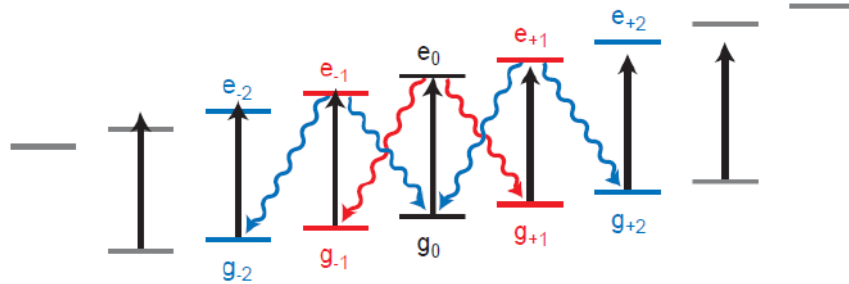


FIGURA 2.6: Níveis magnéticos do estado fundamental $F = 3$ e excitado $F = 4$ [24].

2.3 Armadilha magneto-óptica

Uma armadilha magneto-óptica (AMO) (*magneto-optical trap*) é uma armadilha que possui a função de resfriar e aprisionar átomos em seu interior [38, 40]. Uma fonte de átomos³ envia a uma câmara a vácuo uma nuvem de vapor de átomos. Nesta câmara, seis feixes de laser contrapropagantes (dois feixes que se propagam em direções opostas para cada dimensão) são utilizados para o resfriamento da nuvem atômica que se encontra em seu interior. Além disso, para polarizações específicas dos feixes incidentes na AMO e de um gradiente de campo magnético externo, uma força restauradora é aplicada sobre os átomos e o aprisionamento dos mesmos é obtido [38, 40]. Abaixo explicarei os processos de resfriamento e aprisionamento dos átomos em uma armadilha magneto-óptica.

2.3.1 Processo de resfriamento via efeito Doppler

Considere um átomo se propagando em uma dimensão. Este átomo está situado em uma região onde existem dois feixes de laser contrapropagantes com frequência ω_1 que é menor do que a frequência de ressonância atômica ω_0 , como é mostrado na Figura 2.7. Suponha que este átomo se propague na direção positiva x . Como o átomo se move na direção oposta à direção de propagação do feixe contrapropagante (Fig. 2.7), por efeito Doppler, o átomo absorverá mais luz proveniente do feixe contrapropagante do que do feixe copropagante. A razão é que, no referencial do átomo, o feixe contrapropagante tem uma frequência deslocada de $\omega_{Doppler} = -\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$. Como, neste caso, as direções do vetor de

³Um metal alcalino aquecido dentro de um forno com aberturas acoplado à câmara a vácuo.

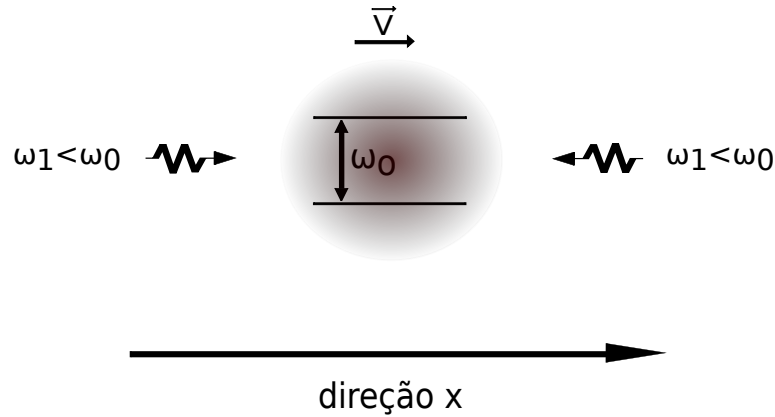


FIGURA 2.7: Átomo na presença de dois feixes contrapropagantes com frequência em dessintonia para o vermelho ($\omega_1 < \omega_0$). O átomo que se move na direção positiva x absorve mais luz do feixe contrapropagante e, através dos momentos transferidos da luz para o átomo, recuos na direção oposta do movimento são provocados.

onda do feixe de laser (\mathbf{k}) e a velocidade do átomo (\mathbf{v}) são opostas, o átomo irá interagir com uma luz com frequência $\omega_1 + kv$, que está mais próxima da frequência de transição (ω_0) do que a frequência $\omega_1 - kv$ do feixe copropagante. Neste sentido, o átomo absorverá mais fótons nesta direção e conseqüentemente sofrerá um maior recuo. Dizemos que o feixe contrapropagante está em dessintonia para o azul por ter frequência maior em relação à ω_1 . Através de uma maior absorção do feixe contrapropagante, o átomo sofrerá um maior recuo na direção contrária do seu movimento, devido a uma maior transferência de momento $\hbar\mathbf{k}$ entre a luz do feixe contrapropagante e o átomo. Ao emitir a luz absorvida em uma transição para o estado fundamental, o átomo recua em uma direção aleatória. Após muitas emissões, a variação média do momento do átomo nas emissões é nulo, ao contrário do processo de absorção, no qual ele tem seu momento desacelerado na direção do feixe contrapropagante. Se a absorção e emissão de luz acontecer muitas vezes, a velocidade média do átomo e conseqüentemente sua energia cinética será reduzida. Como a temperatura de um grupo de átomos é uma medida da energia cinética média dos mesmos, haverá um resfriamento da nuvem atômica. Vejamos a interação do feixe copropagante com este mesmo átomo propagando na direção x positiva. Como \mathbf{k} e \mathbf{v} estão na mesma direção, o átomo “verá” uma luz com frequência $\omega_1 - kv$, de forma que a frequência da luz no seu referencial está mais distante da frequência de transição atômica (a luz neste caso está em “dessintonia para o vermelho”). Para um átomo que esteja em repouso na presença dos feixes contrapropagantes, absorções e emissões ocorrem em ambas as direções, de modo que, na média, este átomo permanece em repouso.

Para o resfriamento de átomos em três dimensões são utilizados seis feixes de laser contrapropagantes, dois para cada dimensão, de forma que os seis se interceptam em um ponto comum.

2.3.2 Processo de funcionamento de uma AMO

Vamos considerar um átomo de dois níveis que possui um estado fundamental com spin $S = 0$ e $m_S = 0$ e estado excitado com spin $S = 1$ e $m_S = -1, 0, 1$. Além disso, consideremos que este átomo se encontra em uma região sob a influência de um campo magnético na direção z da forma $B_z(z) = az$, onde a é uma constante. Devido à interação com o campo magnético, os níveis magnéticos do estado excitado que estavam inicialmente degenerados sofrem um deslocamento devido ao efeito Zeeman. Agora vamos supor que nesta mesma região dois feixes de laser se propagam em direções opostas com polarizações circulares e ortogonais σ^+ e σ^- , como é mostrado na Figura 2.8. Estes feixes possuem frequência ω_1 e estão em dessintonia com a frequência de excitação atômica ω_0 (dessintonia para o vermelho). Pela aproximação de dipolo elétrico, estas polarizações permitem transições com $\Delta m_s = \pm 1$.

O campo magnético utilizado é proveniente de duas bobinas circulares com eixos ao longo da direção z , por onde passam correntes elétricas de mesma magnitude e sentidos contrários, para gerar um campo magnético na região onde estão os feixes contrapropagantes. Este campo magnético possui a característica de ser nulo no centro da armadilha ($z = 0$). Se o átomo se encontra na posição $z = 0$, ele sentirá uma

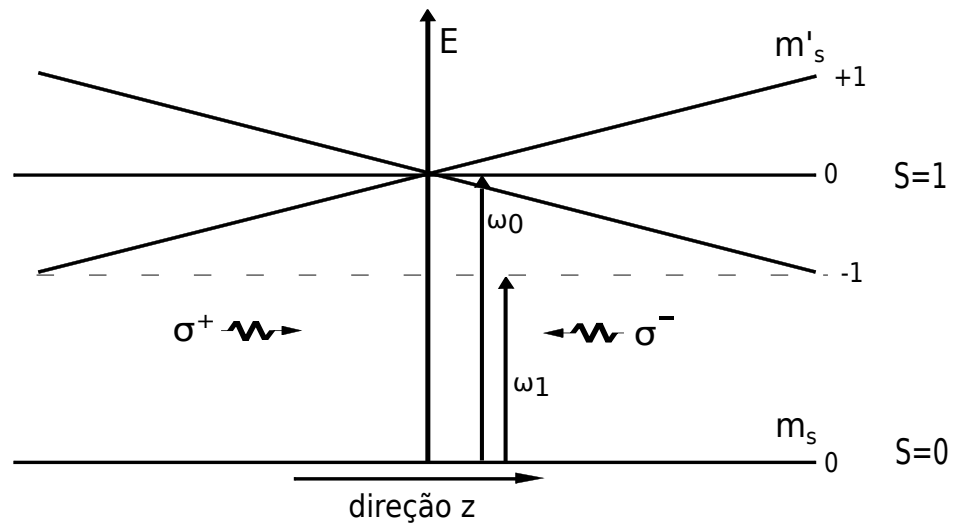


FIGURA 2.8: Representação da AMO em uma dimensão. A linha horizontal e tracejada representa a frequência do laser em dessintonia para o vermelho. Devido ao campo magnético externo, a quebra da degenerescência dos níveis magnéticos é gerada. Para $z > 0$, o nível $\Delta m_s = -1$ está mais próximo da frequência do laser (ω_1) de modo que átomos nesta região absorvem mais luz. O mesmo comportamento ocorre na região $z < 0$ e o nível $\Delta m_s = +1$.

força devido aos feixes contrapropagantes e, na média, sua posição não será inalterada, ficando em repouso. Se o átomo estiver se movendo ao longo da direção z positiva, ele ficará mais ressonante com a luz de polarização σ^- de modo que uma transição entre os

estados $S = 0, m_s = 0$ e $S = 1, m_s = -1$ é realizada. Um processo de recuo ocorrerá de modo que o átomo será empurrado na direção contrária ao seu movimento até que ele se posicione em $z = 0$. De maneira análoga, se o átomo se mover na direção z negativa, o mesmo se tornará ressonante com o feixe de polarização σ^+ e a transição entre os níveis $S = 0, m_s = 0$ e $S = 1, m_s = +1$ ocorrerá. Portanto, o átomo sentirá a influência de uma força restauradora que o empurrará para a posição $z = 0$, a região de equilíbrio. O efeito estudado acima (Fig. 2.8) pode ser estendido para três dimensões acrescentando mais quatro feixes, dois para cada dimensão. A Figura 2.9 mostra um esquema de como é a armadilha magneto-óptica em três dimensões. Seis feixes contrapropagantes com polarizações circulares (σ_+ e σ_-) nas direções x , y e z , bem como um campo magnético (B) criado por bobinas posicionadas com eixo ao longo de uma direção por onde passam correntes (I) de mesma magnitude mas sentidos opostos.

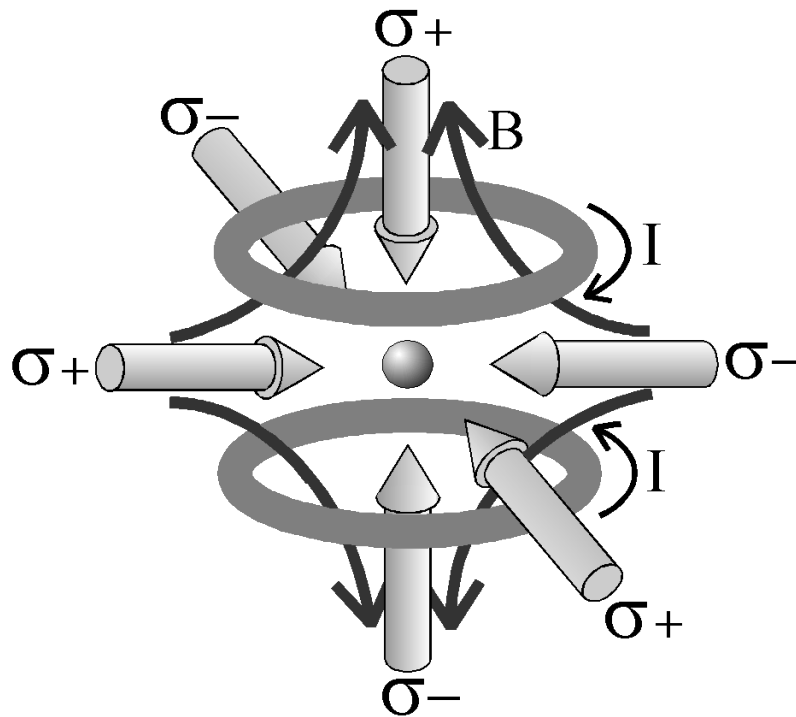


FIGURA 2.9: Esquema da AMO usada no experimento. I representa a corrente elétrica, B o campo magnético criado por uma bobina e σ^- e σ^+ são os feixes de laser com polarizações circulares a direita e a esquerda, respectivamente. Seis feixes contrapropagantes em três direções com polarizações ortogonais são usados para resfriarem os átomos e duas bobinas são usadas para gerarem um campo magnético no interior da câmara a vácuo com a função de aprisionar os átomos [41].

2.3.2.1 Fonte intensa de átomos em baixa velocidade

Como queremos que os átomos interajam com os modos de uma cavidade óptica não é conveniente utilizar a armadilha magneto-óptica balanceada, ou seja, com feixes contrapropagantes em três dimensões e em sentidos opostos, pois assim os átomos ficam

confinados no centro da AMO e não haverá interação dos átomos com a cavidade. Neste sentido usamos uma técnica que nos permite criar uma fonte intensa de átomos em baixa velocidade (*low-velocity intense source - LVIS*) [42], Fig. 2.10.

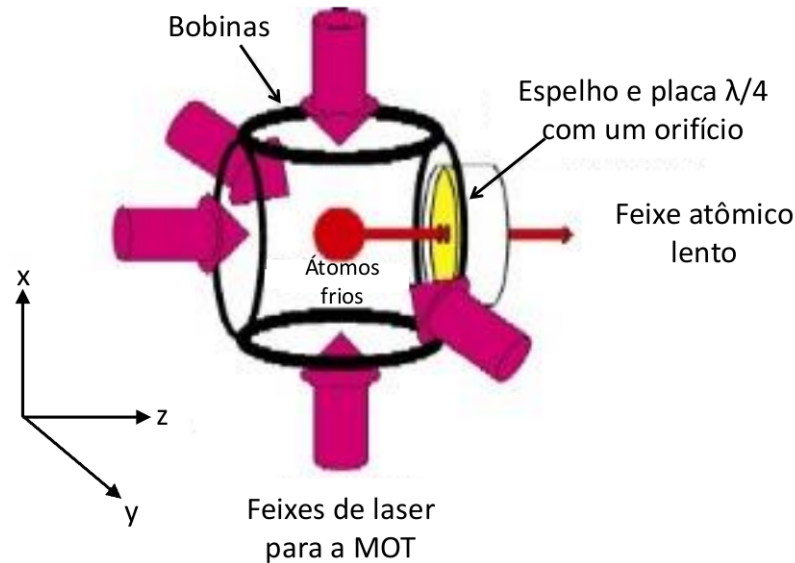


FIGURA 2.10: Esquema de uma fonte intensa de átomos em baixa velocidade. O feixe que propaga no sentido do eixo z positivo é refletido por um espelho com um orifício no centro. Por causa deste orifício o feixe refletido terá no centro de seu perfil transversal uma região onde somente haverá o feixe que se propaga no sentido z positivo. Esta região é denominada coluna de extração e é através dela que um feixe de átomos frios é formado [43].

O aparato da LVIS é quase idêntico ao da AMO, diferenciando apenas em uma dimensão. Como é mostrado na Fig. 2.10, os feixes de luz que se propagam nas direções x e y são idênticos aos de uma AMO convencional, dois feixes contrapropagantes para cada dimensão. Por outro lado, para o eixo z apenas um feixe de laser no sentido do eixo z positivo é usado. Este feixe de laser se propaga no interior da câmara até incidir em uma placa de quarto de onda ($\lambda/4$) e um espelho com um orifício no centro de cada um destes elementos ópticos (em nosso experimento o diâmetro do orifício é 1.5 mm). A luz refletida possui polarização circular e ortogonal ao feixe incidente, mas devido ao orifício existente na placa e no espelho, na região central do perfil transversal haverá apenas o feixe que se propaga em direção ao espelho. Esta região é chamada coluna de extração. Assim, átomos da nuvem atômica sentem uma força devido ao feixe de laser e começam a se movimentar na direção do orifício, criando assim um feixe de átomos frios. Átomos que viajam em direção ao orifício do espelho (eixo z), ainda continuam sentindo o efeito da AMO nas direções x e y , caso se desviem da origem do plano.

A título de ilustração, a Figura 2.11 mostra a imagem da AMO que foi obtida durante meu estágio com bolsa sanduiche no laboratório do Prof. Luis Orozco.

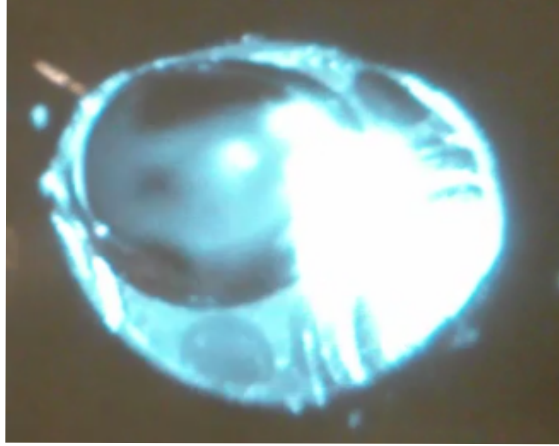


FIGURA 2.11: AMO obtida durante meu estágio sanduiche. A região iluminada na figura corresponde aos átomos que estão aprisionados, esta é a nuvem atômica. A razão de a nuvem não estar centrada no centro da câmara se deve ao fato de, quando está foto foi tirada, ainda estávamos alinhando os feixes da AMO e ajustando a intensidade do campo magnético.

2.4 Modelo teórico da preparação do estado quântico dentro da cavidade e sua evolução

A partir de agora descreverei o cálculo do estado quântico resultante da interação dos átomos de rubídio com um feixe de laser dentro de uma cavidade óptica sob a influência de um campo magnético externo. Em seguida, será feita a adaptação deste modelo para o sistema físico que será estudado no Capítulo 5.

2.4.1 Hamiltoniano

O hamiltoniano utilizado neste tratamento é baseado no hamiltoniano proposto por Jaynes-Cummings (JC) [44]. O hamiltoniano JC é baseado na interação existente entre um átomo que possui dois níveis de energia com um modo do campo eletromagnético no interior de uma cavidade óptica. Esta descrição não inclui termos que descrevem dissipação. Mas, para o sistema físico estudado nesta tese, o hamiltoniano utilizado deve incluir tais termos. Assim, o hamiltoniano utilizado é uma modificação do modelo de JC, com a inclusão de termos de dissipação, além da inclusão de um termo que descreve a interação de um feixe de laser ressonante com a frequência de transição eletrônica dos átomos de rubídio e supondo a existência de um sistema composto de N átomos de dois níveis atômicos. Portanto, na aproximação de onda girante, o hamiltoniano do sistema é dado por:

$$H = H_0 + H_1 + H_2 + H_3 + H_4 \quad (2.23)$$

onde

$$H_0 = \hbar\omega_a \sum_{j=1}^N \sigma_j^z + \hbar\omega_c a^\dagger a; \quad (2.24a)$$

$$H_1 = i\hbar g \sum_{j=1}^N (\sigma_j^+ a - a^\dagger \sigma_j^-); \quad (2.24b)$$

$$H_2 = \sum_{j=1}^N (\Gamma_A \sigma_j^- + \Gamma_A^\dagger \sigma_j^+); \quad (2.24c)$$

$$H_3 = \Gamma_F a^\dagger + \Gamma_F^\dagger a; \quad (2.24d)$$

$$H_4 = i\hbar\epsilon (a^\dagger - a). \quad (2.24e)$$

Na equação 2.24, H_0 representa o hamiltoniano livre, H_1 representa a interação existente entre os átomos e o campo, H_2 descreve a emissão espontânea dos átomos, onde os mesmos são modelados como um acoplamento entre o átomo e um reservatório (Γ_A). H_3 representa o decaimento da cavidade modulada como um acoplamento entre o campo na cavidade e um reservatório (Γ_F). Por fim, H_4 representa o campo interagente (ϵ) com a cavidade. Além disso, a , a^\dagger , $\sigma_j^{\pm,z}$, ω_a e ω_c são os operadores criação, destruição, os operadores de Pauli atômicos, a frequência de transição atômica e a frequência da cavidade, respectivamente.

2.4.2 Cálculo do estado

Para calcularmos o estado quântico de superposição dos níveis magnéticos do estado fundamental do rubídio, consideraremos a estrutura de níveis apresentada na Figura 2.12. Serão considerados os deslocamentos dos níveis magnéticos devido ao campo magnético aplicado para quebrar a degenerescência existente além do deslocamento dos níveis que ocorre devido a interação com o feixe de laser incidente (campo elétrico do feixe de laser produz deslocamento devido ao efeito Stark). Δ_g e Δ_e são os deslocamentos dos níveis devido ao efeito Zeeman, g é a constante de acoplamento de dipolo para transições π , α é a amplitude do feixe de laser *drive* e δ representa a dessintonia da frequência do laser em relação a frequência de transição atômica (sem considerar efeito Zeeman). O estado quântico inicial é preparado na superposição dos níveis magnéticos do estado fundamental, ou seja [45, 46],

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g, -1\rangle + |g, +1\rangle), \quad (2.25)$$

onde $|g, \pm 1\rangle$ representam os estados do átomo, estado “fundamental” (*ground state* - g) com número quântico magnético $m_s = \pm 1$.

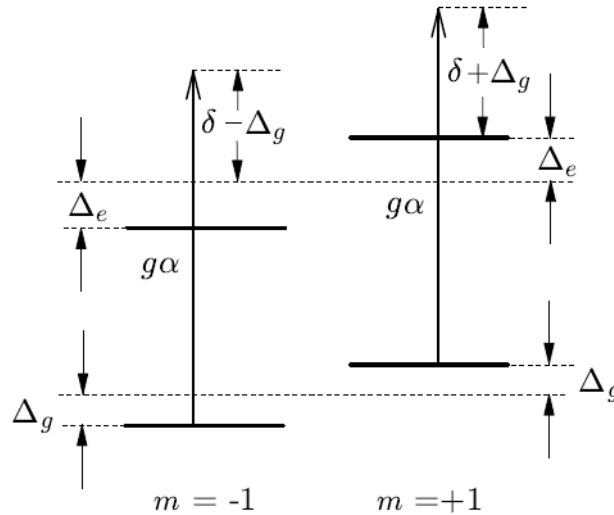


FIGURA 2.12: Representação da estrutura de níveis magnéticos do estado fundamental e excitado sob a influência de um campo magnético externo e de um feixe de luz. Δ_g e Δ_e são os deslocamentos dos níveis devido ao efeito Zeeman, g é a constante de acoplamento de dipolo para transições π , α é a amplitude do feixe de laser *drive* e δ representa a dessintonia da frequência do laser em relação a frequência atômica (sem considerar efeito Zeeman) [45].

Queremos estudar a evolução temporal do estado quântico de superposição atômico na presença de um feixe de luz coerente, considerando decaimentos do estado excitado para o estado fundamental com taxa de decaimento γ . Por simplicidade, as emissões consideradas serão apenas devido a transições π ⁴. O raciocínio para transições σ_{\pm} ⁵ é análogo mas exige a inclusão de outros níveis magnéticos adicionais e constantes de acoplamento, o que tornaria a análise abaixo muito mais complicada.

Por causa da interação com o feixe de laser *drive*, átomos que estão no estado fundamental são promovidos para o estado excitado e, conseqüentemente, após certo tempo estes átomos retornam ao estado fundamental. Assim, em um certo tempo t , o estado quântico resultante será uma superposição dos estados fundamental $|g, -1\rangle$, $|g, +1\rangle$ e dos estados excitados $|e, -1\rangle$, $|e, +1\rangle$ com coeficientes satisfazendo as seguintes relações [45]

$$\frac{dc_{e,\pm}}{dt} = -\frac{\gamma}{2}c_{e,\pm} \mp i\Delta_e c_{e,\pm} + g\alpha e^{i\delta t} c_{g,\pm}, \quad (2.26a)$$

$$\frac{dc_{g,\pm}}{dt} = \mp i\Delta_g c_{g,\pm} - g\alpha^* e^{-i\delta t} c_{e,\pm}. \quad (2.26b)$$

⁴transições onde há a emissão de fótons com polarização vertical.

⁵transições onde há a emissão de fótons com polarização circular. Uma discussão a respeito de transições π e σ será feita no Cap. 5.

As equações 2.26a e 2.26b podem ser colocadas em forma matricial da seguinte maneira

$$\begin{bmatrix} \dot{c}_{e,\pm} \\ \dot{c}_{g,\pm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\gamma}{2} \mp i\Delta_e & g\alpha e^{i\delta t} \\ -g\alpha^* e^{-i\delta t} & \mp i\Delta_g \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_{e,\pm} \\ c_{g,\pm} \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

que é um sistema de equações acoplado nas variáveis $c_{g,\pm}$ e $c_{e,\pm}$. Para desacoplar este sistema, e encontrar os autovalores que nos dão os deslocamentos de fase oriundos do feixe *drive* (efeito Stark) e as taxas de decaimento atômico do estado excitado para o fundamental, é conveniente fazermos as seguintes mudanças de variáveis

$$c_{e,\pm} = \tilde{c}_{e,\pm} e^{-(\gamma/4 - i\delta/2)t} e^{\mp i[(\Delta_e + \Delta_g)/2]t}, \quad (2.28a)$$

$$c_{g,\pm} = \tilde{c}_{g,\pm} e^{-(\gamma/4 + i\delta/2)t} e^{\mp i[(\Delta_e + \Delta_g)/2]t}. \quad (2.28b)$$

Utilizando as mudanças de variáveis acima, as equações 2.26a e 2.26b podem ser reescritas como

$$\frac{d\tilde{c}_{e,\pm}}{dt} = -\left(\frac{\gamma}{4} + i\frac{\delta \pm \Delta}{2}\right) \tilde{c}_{e,\pm} + g\alpha \tilde{c}_{g,\pm}, \quad (2.29a)$$

$$\frac{d\tilde{c}_{g,\pm}}{dt} = +\left(\frac{\gamma}{4} + i\frac{\delta \pm \Delta}{2}\right) \tilde{c}_{g,\pm} - g\alpha^* \tilde{c}_{e,\pm}, \quad (2.29b)$$

ou em forma matricial

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{c}}_{e,\pm} \\ \dot{\tilde{c}}_{g,\pm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\gamma}{4} + i\frac{\delta \pm \Delta}{2}\right) & g\alpha \\ -g\alpha^* & \left(\frac{\gamma}{4} + i\frac{\delta \pm \Delta}{2}\right) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \tilde{c}_{e,\pm} \\ \tilde{c}_{g,\pm} \end{bmatrix}, \quad (2.30)$$

onde $\Delta = \Delta_e - \Delta_g$. Os autovalores da matriz 2×2 da expressão 2.30 expandidos em até primeira ordem em $g^2|\alpha|^2$ são dados por

$$\lambda_1 = +\left(\frac{\gamma}{4} + i\frac{\delta \pm \Delta}{2}\right) - \frac{g^2|\alpha|^2}{\gamma/2 + i(\delta \pm \Delta)}, \quad (2.31a)$$

$$\lambda_2 = -\left(\frac{\gamma}{4} + i\frac{\delta \pm \Delta}{2}\right) + \frac{g^2|\alpha|^2}{\gamma/2 + i(\delta \pm \Delta)}. \quad (2.31b)$$

Dos autovalores obtidos, uma matriz diagonal é construída. Utilizando esta matriz, obtemos um sistema de equações desacoplado dado por

$$\dot{\tilde{c}}_{e,\pm} = \lambda_1 \tilde{c}_{e,\pm}, \quad (2.32a)$$

$$\dot{\tilde{c}}_{g,\pm} = \lambda_2 \tilde{c}_{g,\pm}. \quad (2.32b)$$

Agora, temos que reescrever estas duas equações em termos das variáveis $c_{g,\pm}$ e $c_{e,\pm}$. Para isto, basta substituírmos diretamente as transformações 2.28a e 2.28b no sistema de

equações acima que obtemos relações lineares entre $\dot{c}_{g,\pm}$, $\dot{c}_{e,\pm}$ e $c_{g,\pm}$, $c_{e,\pm}$ com constantes λ_g e λ_e . Ou seja,

$$\dot{c}_{e,\pm} = \lambda_e c_{e,\pm}, \quad (2.33a)$$

$$\dot{c}_{g,\pm} = \lambda_g c_{g,\pm}, \quad (2.33b)$$

onde os autovalores associados aos estados fundamental e excitado são (em primeira ordem em $g^2|\alpha|^2$)

$$\lambda_g = -\frac{\gamma}{2} \frac{g^2|\alpha|^2}{(\gamma/2)^2 + (\delta \pm \Delta)^2} + i \left(\delta \mp \Delta_g + \frac{g^2|\alpha|^2(\delta \pm \Delta)}{(\gamma/2)^2 + (\delta \pm \Delta)^2} \right), \quad (2.34a)$$

$$\lambda_e = -\frac{\gamma}{2} \left(1 - \frac{g^2|\alpha|^2}{(\gamma/2)^2 + (\delta \pm \Delta)^2} \right) - i \left(\delta \pm \Delta_e + \frac{g^2|\alpha|^2(\delta \pm \Delta)}{(\gamma/2)^2 + (\delta \pm \Delta)^2} \right). \quad (2.34b)$$

A parte imaginária de 2.34a inclui o deslocamento dos níveis de energia devido a interação do átomo com o feixe de luz (efeito Stark dinâmico), ou seja [26, 47]

$$\Delta_{AC}^{\pm} = -\frac{g^2|\alpha|^2(\delta \pm \Delta)}{(\gamma/2)^2 + (\delta \pm \Delta)^2}, \quad (2.35)$$

e, portanto, a frequência de batimento é deslocada de

$$\Delta_{AC}^+ - \Delta_{AC}^- = -\frac{2g^2|\alpha|^2[(\gamma/2)^2 + \Delta^2 - \delta^2]}{[(\gamma/2)^2 + (\delta + \Delta)^2][(\gamma/2)^2 + (\delta - \Delta)^2]}. \quad (2.36)$$

A parte real da Eq. 2.34a nos fornece a taxa de decaimento do estado excitado para o estado fundamental [26, 47]

$$\Gamma^{\pm} = \frac{g^2|\alpha|^2(\gamma/2)}{(\gamma/2)^2 + (\delta \pm \Delta)^2}. \quad (2.37)$$

Logo, o estado quântico de superposição não normalizado evoluirá como

$$|\psi_g(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-\Gamma^- t} e^{i(\Delta_g - \Delta_{AC}^-)t} |g, -1\rangle + e^{-\Gamma^+ t} e^{-i(\Delta_g + \Delta_{AC}^+)t} |g, +1\rangle \right) \quad (2.38)$$

Entre saltos quânticos, a oscilação do estado fundamental é transferida para o estado excitado. Assim, através das equações 2.26a e 2.38 obtemos que os coeficientes $c_e^{\pm}(t)$ do estado excitado são dados por

$$c_e^{\pm}(t) = \frac{g\alpha}{\sqrt{2}} \frac{e^{-\Gamma^{\pm} t} e^{i(\delta \mp \Delta_g - \Delta_{AC}^{\pm})t}}{\gamma/2 + i(\delta \pm \Delta)}, \quad (2.39)$$

onde as contribuições de Δ_{AC}^{\pm} e Γ^{\pm} no denominador da Equação 2.39 foram desconsideradas pois estes fatores adicionam correções em ordens maiores em $g|\alpha|$. Da equação

acima observamos que as amplitudes do estado excitado oscilam com as frequências do estado fundamental acrescentado de um deslocamento de fase devido a dessintonia existente entre o feixe de laser *drive* e as duas transições. Assim, o estado de superposição excitado (não normalizado) oscila como

$$|\psi_e(t)\rangle = e^{i\delta t} \frac{g\alpha}{\sqrt{2}} \left(\frac{e^{-\Gamma^- t} e^{i(\Delta_g - \Delta_{AC}^-)t}}{\gamma/2 + i(\delta - \Delta)} |e, -1\rangle + \frac{e^{-\Gamma^+ t} e^{-i(\Delta_g + \Delta_{AC}^-)t}}{\gamma/2 + i(\delta + \Delta)} |e, +1\rangle \right). \quad (2.40)$$

Consequentemente, após a emissão espontânea, o estado de superposição fundamental não normalizado (Equação 2.38) será substituído por

$$|\psi_g(t)\rangle = \frac{g\alpha}{\sqrt{2}} \left(\frac{e^{-\Gamma^- t} e^{i(\Delta_g - \Delta_{AC}^-)t}}{\gamma/2 + i(\delta - \Delta)} |g, -1\rangle + \frac{e^{-\Gamma^+ t} e^{-i(\Delta_g + \Delta_{AC}^-)t}}{\gamma/2 + i(\delta + \Delta)} |g, +1\rangle \right). \quad (2.41)$$

Cada vez que um salto quântico ocorre, as amplitudes do estado de superposição fundamental (2.41) serão multiplicadas por $g\alpha/[\gamma/2 + i(\delta - \Delta)]$ e $g\alpha/[\gamma/2 + i(\delta + \Delta)]$, introduzindo assim um avanço de fase relativo. Mas, para o nosso aparato experimental temos que $\delta \ll \Delta$ e $\Delta \gg \gamma/2$ [26], assim as equações 2.35 e 2.37 são simplificadas como

$$\Delta_{AC}^+ = -\Delta_{AC}^- = \Delta_{AC} = -\frac{g^2|\alpha|^2\Delta}{(\gamma/2)^2 + \Delta^2}, \quad (2.42a)$$

$$\Gamma^+ = -\Gamma^- = \Gamma = \frac{g^2|\alpha|^2\gamma/2}{(\gamma/2)^2 + \Delta^2}. \quad (2.42b)$$

E o estado de superposição do estado fundamental (não normalizado) após um salto quântico será dado por

$$|\psi_g(t)\rangle = \frac{g\alpha}{\sqrt{2}} \left(\frac{e^{i(\Delta_g + \Delta_{AC}^-)t}}{\gamma/2 - i\Delta} |g, -1\rangle + \frac{e^{-i(\Delta_g + \Delta_{AC}^-)t}}{\gamma/2 + i\Delta} |g, +1\rangle \right). \quad (2.43)$$

2.4.3 Modelo teórico para o sistema quântico do experimento

O cálculo apresentado na seção 2.4.2 foi feito para a configuração apresentada na Figura 2.12, onde tanto o estado fundamental quanto o excitado possuem dois níveis magnéticos. Para a situação onde há três níveis magnéticos nos estados fundamental e excitado, ($m_s = 0, \pm 1$) (Fig. 5.4), o raciocínio é análogo. Para o estado preparado dado pela expressão 2.25, após a excitação para o estado excitado e através de decaimentos espontâneos (já incluindo decaimentos com fótons emitidos com polarização σ_{\pm}), detectando um fóton com polarização H preparamos um estado de superposição que evolui no tempo por [26]

$$|\psi_g\rangle = C_0 \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{i(\Delta_g + \Delta_{AC})t} |g, -1\rangle + e^{-i(\Delta_g + \Delta_{AC})t} |g, +1\rangle \right) + C_1 |g, 0\rangle, \quad (2.44)$$

onde o termo Δ_{AC} é dado pela expressão 2.42a. O termo $|g, 0\rangle$ é introduzido porque não é possível saber se o fóton com polarização H medido é oriundo da emissão espontânea ou do oscilador local utilizado no processo de detecção homodina⁶. Analogamente à análise anterior, as amplitudes da Equação 2.44 acoplam com o estado excitado como [26]

$$|\psi_e\rangle = C_0 \frac{g\alpha}{\sqrt{2}} \left(\frac{e^{i(\Delta_g + \Delta_{AC})t}}{\gamma/2 - i\Delta} |e, -1\rangle + \frac{e^{-i(\Delta_g + \Delta_{AC})t}}{\gamma/2 + i\Delta} |e, +1\rangle \right) + C_1 \frac{g\alpha}{\gamma/2} |e, 0\rangle. \quad (2.45)$$

E, após n saltos, o estado de superposição fundamental normalizado será dado por [26]

$$|\psi_g\rangle = \frac{C_0(\gamma/2)^n}{\sqrt{2}\eta_n} \left(\frac{(\gamma/2 + i\Delta)^n}{[(\gamma/2)^2 + (\Delta)^2]^{n/2}} e^{i(\Delta_g + \Delta_{AC})t} |g, -1\rangle + \frac{(\gamma/2 - i\Delta)^n}{[(\gamma/2)^2 + (\Delta)^2]^{n/2}} e^{-i(\Delta_g + \Delta_{AC})t} |g, +1\rangle \right) + \frac{C_1}{\eta_n} [(\gamma/2)^2 + (\Delta)^2]^{n/2} |g, 0\rangle, \quad (2.46)$$

com constante de normalização $\eta_n = \sqrt{|C_0|^2(\gamma/2)^{2n} + |C_1|^2[(\gamma/2)^2 + |\Delta^2]^n}$.

Para obtermos os valores esperados das coerências do estado fundamental calculamos a média do estado mostrado na Eq. 2.46 com distribuição de Poisson com largura Γt ($\Gamma = 2g^2|\alpha|^2/(\gamma/2)$), daí obtemos as seguintes expressões [26]

$$\rho_{g+1,-1} \approx e^{-2i(\Delta_g + \Delta_{AC})t} \frac{|C_0|^2}{2} e^{-(2\Gamma_{decoe} + i2\Delta_{salto})t}, \quad (2.47)$$

e

$$\rho_{g\pm 1,0} \approx e^{\mp i(\Delta_g + \Delta_{AC})t} C_0^* C_1 e^{-(\Gamma_{decoe} \pm i\Delta_{salto})t}, \quad (2.48)$$

onde as seguintes aproximações foram feitas, $2\Delta/\gamma \ll 1$ e $(\gamma/2)^{2n}/\eta_n^2 \approx 1$. Das partes imaginárias das equações 2.47 e 2.48 obtemos a seguinte relação entre a frequência de salto e a frequência devido ao feixe *drive*

$$\Delta_{salto} = \Gamma \frac{2\Delta}{\gamma} = -2\Delta_{AC}, \quad (2.49)$$

onde foi usado $\Gamma = 2g^2|\alpha|^2/(\gamma/2)$. Este termo representa um descolamento de fase no batimento quântico condicional medido devido ao acúmulo dos saltos quânticos produzidos pelos espalhamentos Rayleigh. Os expoentes das equações 2.47 e 2.48 também contêm o termo de amortecimento, que causa a decoerência dos batimentos quânticos com taxa

$$\Gamma_{decoe} = \Gamma \frac{\Delta^2}{(\gamma/2)^2} = 2g^2|\alpha|^2 \frac{\Delta^2}{(\gamma/2)^3}. \quad (2.50)$$

⁶Como será explicado na seção 5.4

Tanto o deslocamento de frequência devido aos saltos quânticos (Eq. 2.49) quanto a taxa de decoerência (2.50) dependem da intensidade do feixe *drive* ($|\alpha|^2$) e dos desníveis dos níveis magnéticos devido ao efeito Zeeman ($\Delta = \Delta_e - \Delta_g$).

2.5 Função correlação de segunda ordem

Para se evidenciar a existência do estado de superposição fundamental a ferramenta utilizada é a função correlação de segunda ordem. Esta função é dada por:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2}, \quad (2.51)$$

onde o termo no denominador é utilizado para normalizar a função correlação. $I(t)$ e $I(t+\tau)$ representam os valores das intensidades do campo no tempo t e no tempo posterior $t+\tau$, respectivamente. Como estamos trabalhando no regime da mecânica quântica a intensidade (I) é substituída pelos operadores criação e destruição, assim a função correlação de segunda ordem ficará:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \psi | a^\dagger(t) a^\dagger(t+\tau) a(t+\tau) a(t) | \psi \rangle}{\langle \psi | a^\dagger a | \psi \rangle^2}, \quad (2.52)$$

onde ψ é dado pelo estado do sistema.

Capítulo 3

Tomografia Mínima

Neste capítulo explicarei a teoria necessária para o entendimento dos experimentos de tomografias quânticas de dois qubits e dois qutrits realizado no laboratório. Na seção 3.1 definirei o que é um qubit e a generalização para mais dimensões. Em seguida, na seção 3.2, definirei o formalismo do operador densidade. Feito isso, na seção 3.3 explicarei a teoria de medição. Começarei falando das medidas projetivas e suas propriedades. Depois generalizarei o conceito de medição para operadores positivos (POVM). Falarei sobre suas propriedades e importância do ponto de vista experimental. Por fim, descreverei uma classe importante de POVM's chamados SIC-POVM's. Definirei-os e apresentarei suas respectivas propriedades. Tendo definido a matriz densidade e como medir as propriedades de um sistema físico, na seção 3.4 explicarei em que consiste o processo de tomografia quântica de estados e como é feita utilizando POVM's. Finalizando, nas seções 3.5 e 3.6 são apresentados os SIC-POVM's e dois métodos utilizados para reconstruir as matrizes densidades através dos dados experimentais.

3.1 Qudits

O bit clássico é um conceito oriundo da computação clássica e consiste de um sistema que pode estar em dois estados bem definidos, sendo a estes estados atribuídos os códigos 0 e 1. Por outro lado, o bit quântico, ou qubit, é um sistema de dois níveis descrito pelos estados $|0\rangle$ ou $|1\rangle$, pertencentes ao espaço de Hilbert. O bit quântico pode estar em um estado de superposição coerente, ou seja

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (3.1)$$

onde α e β são números complexos com $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Diferentemente do bit clássico, o qubit reside em um espaço vetorial e os parâmetros α e β podem assumir quaisquer

valores (respeitando a condição de normalização), logo um contínuo de estados são permitidos. Devido à normalização, o estado acima pode ser reescrito como [2]

$$|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle. \quad (3.2)$$

com $0 \leq \theta \leq \pi$ e $0 \leq \phi \leq 2\pi$. Esta representação é interessante porque podemos agora atribuir um significado geométrico a este estado. Os parâmetros θ e ϕ definem um ponto sobre a superfície de uma esfera de raio unitário, chamada esfera de Bloch, como é mostrado na Fig. 3.1.

Para um sistema com mais de dois qubits o estado resultante é dado pelo produto tensorial dos estados dos qubits individuais

$$|\psi\rangle = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n} \alpha_{i_1, i_2, \dots, i_n} |i_1\rangle \otimes |i_2\rangle \otimes \dots \otimes |i_n\rangle \quad (3.3)$$

com $\sum_{i_1, i_2, \dots, i_n} |\alpha_{i_1, i_2, \dots, i_n}|^2 = 1$.

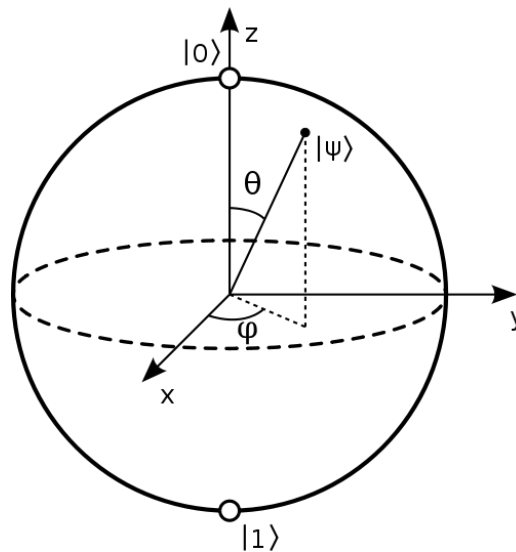


FIGURA 3.1: Esfera de Bloch. Os parâmetros θ e ϕ definem um ponto sobre a superfície da esfera [2].

3.2 Matriz densidade

Quando se realiza algum experimento em mecânica quântica e queremos medir alguma propriedade do sistema (representado pelo estado quântico $|\psi\rangle$), partimos do pressuposto que nossa fonte de estados nos fornece um *ensemble* de estados quânticos identicamente preparados para realizarmos as medidas. Mas, agora, imagine que possuímos uma fonte que gera 25% de estados $|\psi_1\rangle$, 40% de estados $|\psi_2\rangle$ e 35% de estados $|\psi_2\rangle$

aleatoriamente. Neste caso, temos uma mistura estatística de estados quânticos e a descrição do sistema físico através de vetores de estados fica inviável. O estado quântico representado pelos estados $|\psi_i\rangle$ com probabilidade p_i é chamado de estado misto. Neste caso utilizamos o formalismo do operador densidade para descrever o estado do sistema.

Seja um sistema que pode estar nos estados $|\psi_i\rangle$ com probabilidade p_i . O operador densidade para este sistema é definido como

$$\rho \equiv \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, \quad (3.4)$$

onde $\sum_i p_i = 1$. Se o sistema está em um estado puro, o operador densidade é dado $\rho = |\psi\rangle \langle \psi|$. O operador densidade possui as seguintes propriedades:

- É hermitiano $\rho^2 = \rho \rightarrow \rho^\dagger = \rho$;
- Positivo $\rightarrow \langle \psi | \rho | \psi \rangle \geq 0$;
- Possui traço unitário $Tr[\rho] = 1$.

Além disso, o formalismo do operador densidade permite que a probabilidade de se obter um resultado para uma medida pode ser calculada de uma maneira bem direta.

3.3 Medidas Quânticas

Em um sistema isolado, medidas projetivas, ou de Von Neumann, são representados por operadores que realizam projeções ortogonais (projetores) da forma $\Pi_i = |\psi_i\rangle \langle \psi_i|$, onde $\langle \psi_i | \psi_j \rangle = \delta_{ij}$. As medidas projetivas possuem as seguintes propriedades:

$$\Pi_i \Pi_j = \Pi_i \delta_{ij} \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^N \Pi_i = I, \quad (3.5)$$

que correspondem ao fato dos operadores serem hermitianos e vetores que o constituem formarem um conjunto completo, respectivamente. Como deduzido na expressão 3.8 a probabilidade de encontrar o sistema no estado $|\psi_i\rangle$ após a medida é dada por

$$p_i = Tr[\rho \Pi_i]. \quad (3.6)$$

Agora, considere que as medidas quânticas são descritas por operadores de medida $\{M_i\}$, necessariamente não-adjuntos, que satisfazem a relação de completude $\sum_i M_i^\dagger M_i = I$. Assim, se o estado quântico do sistema for $|\psi\rangle$ antes da medida, a probabilidade de

ocorrer i será dada da seguinte maneira [2]: Seja o operador de medida M_m , se o estado inicial do sistema é $|\psi_i\rangle$, a probabilidade de se obter m será [2]

$$p(m|\psi_i) = \langle \psi_i | M_m^\dagger M_m | \psi_i \rangle = \text{Tr}[M_m^\dagger M_m |\psi_i\rangle\langle \psi_i|]. \quad (3.7)$$

Caso o sistema esteja em um estado misto onde os possíveis estados pertencem ao conjunto $\{|\psi_i\rangle\}$, a probabilidade de medir m é dada por $p(m) = \sum_i p_i p(m|\psi_i)$ e temos então que

$$\begin{aligned} p(m) &= \sum_i p_i \text{Tr}[M_m^\dagger M_m |\psi_i\rangle\langle \psi_i|] = \text{Tr}[M_m^\dagger M_m \left(\sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle \psi_i| \right)] \\ &= \text{Tr}[M_m^\dagger M_m \rho]. \end{aligned} \quad (3.8)$$

e o estado após a medida será dado por

$$\frac{M_m \rho M_m^\dagger}{\sqrt{p_m}}. \quad (3.9)$$

Este tipo de formulação utilizando operadores de medida é chamada medidas generalizadas [48].

Tanto medidas generalizadas como medidas projetivas, após um número grande de medidas sobre o sistema preparado no mesmo estado, obtemos duas informações a respeito do sistema: 1) os valores das probabilidades dos diferentes resultados da medida e 2) o estado após a medida. Porém, em muitas aplicações estamos apenas interessados em saber os diversos valores de probabilidade dos resultados possíveis e não temos nenhum interesse no estado final, como em nossos experimentos. Para tais casos usa-se o formalismo POVM (positive-operator valued measure) [2]. Podemos ilustrar a necessidade de se usar o formalismo POVM da seguinte maneira: nas medidas realizadas no laboratório, para obtermos informação a respeito do sistema destruímos o estado após a medida. Através de detectores de avalanche coletamos os fótons preparados no estado que desejamos caracterizar (tomografar¹) e estes fótons são transformados em pulsos elétricos que são enviados a contadores, não havendo estado pós-medida.

Seja uma medida descrita por operadores M_i realizada no estado quântico do sistema $|\psi\rangle$. A probabilidade de se obter um resultado i após uma medida é $p_i = \langle \psi | M_i^\dagger M_i | \psi \rangle = \text{Tr}[E_i \rho]$. Definimos os operadores positivos E_i , em termos dos operadores de medida M_i como

$$E_i = M_i^\dagger M_i. \quad (3.10)$$

¹Na próxima seção será descrito a técnica de tomografia quântica.

O conjunto de operadores positivos $\{E_i\}$, é denominado POVM e cada elemento pertencente a este conjunto é denominado de elemento de POVM [2]. E_i é um operador positivo porque $\langle\psi|E_i|\psi\rangle \geq 0$ e satisfaz a relação de completudeza, $\sum_i E_i = I$. Sendo positivo e respeitando a relação de completudeza, o POVM $\{E_i\}$ é suficiente para se determinar as probabilidades dos diferentes resultados de medições.

Existe ainda uma classe especial de POVM's, denominada simétrico e informacionalmente completo POVM ("symmetric informationally complete positive-operator valued measure - SIC-POVM"). Este POVM peculiar é chamado de informacionalmente completo porque sua estatística é suficiente para determinar completamente a matriz densidade de um sistema quântico de dimensão d [49, 50]. Como existem d^2 parâmetros desconhecidos da matriz densidade de um sistema quântico, um POVM informacionalmente completo também requer d^2 elementos. Os elementos deste POVM são Rank 1, ou seja, os elementos do POVM são proporcionais a projetores ($E_i \propto |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$) [51]. Finalmente, este POVM é simétrico porque o produto interno entre os elementos do POVM são sempre iguais, ou seja

$$|\langle\psi_i|\psi_j\rangle|^2 = \frac{1}{d+1}. \quad (3.11)$$

Portanto um SIC-POVM é um POVM que é informacionalmente completo, mínimo e simétrico.

3.4 Tomografia

Tendo definido o que é uma matriz densidade e a teoria de medição necessária, temos as ferramentas necessárias para explicar em que consiste a tomografia.

Quando por algum motivo de saúde é necessário diagnosticar alguma região do corpo, médicos podem pedir que o paciente faça uma tomografia computadorizada da região em interesse. Basicamente o aparelho tira uma série de fotografias bidimensionais² em profundidades diferentes da região a ser estudada e a partir destas fotografias obtidas, uma imagem tridimensional e fiel da região é construída. O mesmo acontece quanticamente. Na tomografia quântica desejamos conhecer o estado físico em estudo, descrito por ρ , e através de uma série de medidas sobre ρ , usando um conjunto de operadores positivos e conhecidos, conseguimos realizar esta tarefa.

Para exemplificar o método de tomografar um estado quântico consideraremos como exemplo um qubit. Seja o operador densidade de um qubit gerado por uma

²Utiliza-se ressonância magnética e raio X para a obtenção das imagens bidimensionais

determinada fonte

$$\rho = \frac{1}{2}(I + \mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad (3.12)$$

onde $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ é o vetor de Pauli e $\mathbf{s} = (s_x, s_y, s_z)$ é um vetor cujas as componentes desejamos descobrir para determinar a matriz densidade. Precisamos medir as probabilidades de se obter os autovalores das matrizes de Pauli. Utilizando as equações $p_r^{(i)} = \text{Tr}(|u_r^{(i)}\rangle\langle u_r^{(i)}|\rho)$ ($r = x, y, z, i = 1, 2$) e substituindo os p_r obtidos através das contagens experimentais, podemos determinar a matriz densidade ρ . Os autovetores das matrizes de Pauli

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (3.13)$$

são dados por

$$|u_x^{(1)}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |u_x^{(2)}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad |u_y^{(1)}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad |u_y^{(2)}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}, \quad (3.14)$$

e

$$|u_z^{(1)}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |u_z^{(2)}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

A probabilidade de se medir a partícula e se obter um dos autovetores de σ_x é

$$p_x^{(1)} = \text{Tr}(|u_x^{(1)}\rangle\langle u_x^{(1)}|\rho) \quad \text{ou} \quad p_x^{(2)} = \text{Tr}(|u_x^{(2)}\rangle\langle u_x^{(2)}|\rho). \quad (3.15)$$

Utilizando as matrizes de Pauli, o operador densidade da Eq. 3.12 pode ser escrito como

$$\rho = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + s_z & s_x - is_y \\ s_x + is_y & 1 - s_z \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Assim, as probabilidades de detecção dos autovetores de σ_x são dados por

$$p_x^{(1)} = \frac{1 + s_x}{2}, \quad p_x^{(2)} = \frac{1 - s_x}{2}. \quad (3.17)$$

Ao implementar no laboratório ($|u_x^{(1)}\rangle\langle u_x^{(1)}|$) ou ($|u_x^{(2)}\rangle\langle u_x^{(2)}|$) repetidas vezes, obtemos contagens que demonstram a projeção em um dos autovetores de σ_x , ou seja,

$$C_x^{(1)} = A \text{Tr}(|u_x^{(1)}\rangle\langle u_x^{(1)}|\rho) = A(1 + s_x), \quad C_x^{(2)} = A \text{Tr}(|u_x^{(2)}\rangle\langle u_x^{(2)}|\rho) = A(1 - s_x). \quad (3.18)$$

A é uma constante que depende do número de vezes que realizamos as medidas para cada um dos experimentos e da eficiência total de detecção. Observe que

$$s_x = \frac{C_x^{(2)} - C_x^{(1)}}{C_x^{(1)} + C_x^{(2)}}, \quad (3.19)$$

e da mesma forma obtemos para σ_y e σ_z

$$s_y = \frac{C_y^{(2)} - C_y^{(1)}}{C_y^{(1)} + C_y^{(2)}} \quad \text{e} \quad s_z = \frac{C_z^{(2)} - C_z^{(1)}}{C_z^{(1)} + C_z^{(2)}}. \quad (3.20)$$

Vemos que com 6 medidas $C_r^{(i)}$ ($r = x, y, z; i = 1, 2$) obtemos ρ . Resumindo, cada matriz de Pauli possui dois autovalores, e medindo-se a probabilidade de se obter todos os autovalores das matrizes de Pauli, um sistema de 6 equações é obtido, onde as incógnitas são os elementos da matriz densidade. Assim basta resolver este sistema para se obter a matriz densidade.

Logo, a expressão da probabilidade de se obter o resultado m é

$$p(m) = \text{Tr}[E_m \rho], \quad (3.21)$$

onde E_m é um elemento de POVM. Conhecendo-se o POVM $\{E_m\}$ completamente e medindo-se todas as probabilidades $p(m)$ de ser encontrarem os valores m , teremos um sistema linear de $d^2 - 1$ equações com $d^2 - 1$ incógnitas. Assim resolvendo este sistema linear, obtemos os elementos da matriz densidade do sistema. Vale salientar que, devido à propriedade de unitariedade do traço, as incógnitas da matriz densidade se reduzem em princípio por um, assim, totalizando $d^2 - 1$ incógnitas para se determinar. Mas do ponto de vista experimental é necessário medir todos os d^2 elementos de POVM devido a normalização dos dados experimentais, ou seja, a transformação das contagens obtidas no laboratório em probabilidades.

3.5 Técnicas utilizadas para a tomografia de dois qubits

Abaixo, é apresentado a tomografia quântica com SIC-POVM, método utilizado na tomografia de dois qubits. Após esta descrição será apresentado o processo estatístico chamado máxima verossimilhança, método que foi utilizado para reconstruir a matriz densidade a partir dos resultados experimentais.

3.5.1 SIC-POVM utilizado na tomografia de dois qubits

O SIC-POVM utilizado neste trabalho foi proposto por Řeháček *et al.* [52]. Neste trabalho os autores propuseram um conjunto de quatro operadores positivos para a reconstrução tomográfica do estado quântico de um qubit fotônico no grau de liberdade de polarização. Estes operadores propostos possuem a geometria de um tetraedro inscrito na esfera de Bloch (Fig. 3.2). Além disso, os mesmos tornam o processo de tomografia mínimo, mínimo no sentido do número menor de medidas experimentais necessárias para a determinação da matriz densidade. Por exemplo, para um qubit, o número de medidas para a reconstrução da matriz densidade do estado são 6, se os operadores com autoestados de Pauli são medidos, pois para cada coeficiente da matriz densidade dois valores de contagens são necessários. No caso dos operadores que formam o conjunto SIC-POVM proposto, o número de medidas é 4. Mas o caráter mínimo se tornará mais evidente para mais qubits, como será evidenciado a seguir. Os quatro estados que formam os operadores de medida utilizados neste trabalho são os seguintes:

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|1\rangle, \quad (3.22a)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|0\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|0\rangle + e^{i\pi} \sqrt{\frac{2}{3}}|1\rangle, \quad (3.22b)$$

$$|\psi_3\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|0\rangle + i\frac{1}{\sqrt{3}}|1\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|0\rangle + e^{i\pi/2} \frac{1}{\sqrt{3}}|1\rangle, \quad (3.22c)$$

$$|\psi_4\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|0\rangle - i\frac{1}{\sqrt{3}}|1\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|0\rangle + e^{-i\pi/2} \frac{1}{\sqrt{3}}|1\rangle, \quad (3.22d)$$

onde, pela equação 3.2, vemos que $\theta = 109,47^\circ$ em $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$, e $\theta = 70,53^\circ$ em $|\psi_3\rangle$ e $|\psi_4\rangle$. Os operadores de medida construídos para a tomografia de 1 qubit são dados por:

$$E_1 = \frac{1}{2}|\psi_1\rangle\langle\psi_1|, \quad (3.23a)$$

$$E_2 = \frac{1}{2}|\psi_2\rangle\langle\psi_2|, \quad (3.23b)$$

$$E_3 = \frac{1}{2}|\psi_3\rangle\langle\psi_3|, \quad (3.23c)$$

$$E_4 = \frac{1}{2}|\psi_4\rangle\langle\psi_4|. \quad (3.23d)$$

Para mostrar que, utilizando este SIC-POVM, obtemos um número mínimo de medidas farei o cálculo analítico da determinação dos coeficientes da matriz densidade em função

das contagens obtidas experimentalmente para 1 qubit, semelhante ao que foi feito anteriormente, para mostrar que, com apenas 4 medidas, é possível determinar a matriz densidade do estado de um qubit [53].

Os operadores de medida (3.23) representados na forma matricial são dados por

$$\begin{aligned}
 E_1 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}, & E_2 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{\sqrt{2}}{3} \\ -\frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}, \\
 E_3 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -i\frac{\sqrt{2}}{3} \\ i\frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}, & E_4 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & i\frac{\sqrt{2}}{3} \\ -i\frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.
 \end{aligned}
 \tag{3.24}$$

Assim, a probabilidade de se medir cada um dos operadores será dada por (Eq.3.21)

$$p_i = \text{Tr}(E_i \rho).
 \tag{3.25}$$

Utilizando o ρ dado pela expressão 3.16 e como as contagens obtidas no laboratório são dadas por $C_i = \text{ATr}(\Pi_i \rho)$ ($i = 1, 2, 3, 4$), temos que os coeficientes da matriz densidade em função das contagens obtidas experimentalmente são dadas por

$$S_x = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4},
 \tag{3.26a}$$

$$S_y = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{C_4 - C_3}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4},
 \tag{3.26b}$$

$$S_z = 3 \times \frac{C_3 + C_4 - C_1 - C_2}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4},
 \tag{3.26c}$$

que mostra que medindo-se os 4 coeficientes C_1 , C_2 , C_3 e C_4 obtemos o operador densidade do sistema.

Para dois qubits é necessário usar os dezesseis operadores de medida do POVM dados por $\{\Pi_i \otimes \Pi_j\}$ ($i, j = 1, 2, 3, 4$) e o número de medidas utilizando este SIC-POVM para dois qubits são 16 contra as 36 medidas realizadas por uma tomografia usual com operadores construídos com os autovetores das matrizes de Pauli.

3.5.2 Método de Máxima Verossimilhança

Devido a erros experimentais, pode acontecer da matriz densidade obtida experimentalmente não satisfazer algumas das três propriedades citadas anteriormente, ser hermitiana, positiva e possuir traço unitário, assim não correspondendo a um estado físico. Isto pode acontecer por exemplo devido a algum tipo de desalinhamento de algum elemento óptico durante o experimento [54]. Por causa deste problema, muitos autores fazem uso do método de máxima verossimilhança (*Maximum-Likelihood*) [52, 53, 55].

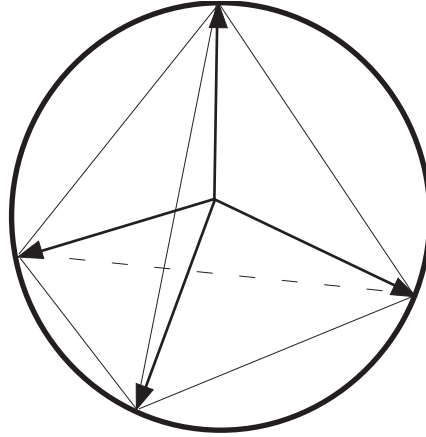


FIGURA 3.2: Representação esquemática de estados que formam um tetraedro inscrito na esfera de Bloch [52].

Este método consiste em encontrar uma matriz densidade que mais se aproxima de uma matriz que descreve um sistema físico (ou seja, que satisfaça as 3 propriedades mencionadas) utilizando os dados obtidos experimentalmente e um processo de maximização numérico [56]. Basicamente são necessários três critérios para a aplicação deste método:

1. Parametrização da matriz densidade;
2. Uma função verossimilhança para ser maximizada;
3. Uma técnica numérica para efetuar a maximização.

A parametrização da matriz densidade consiste na construção de uma matriz que satisfaça as propriedades de uma matriz densidade: hermiticidade, positividade e unitariedade do traço. Esta parametrização é feita da seguinte maneira: Escrevendo a matriz densidade da forma $\hat{\rho} = \hat{T}^\dagger \hat{T}$, observamos que a condição de positividade e hermiticidade são automaticamente satisfeitas, pois

$$\langle \psi | \hat{\rho} | \psi \rangle = \langle \psi | \hat{T}^\dagger \hat{T} | \psi \rangle = \langle \psi' | \psi' \rangle \geq 0, \quad (3.27)$$

onde definimos $\psi' = \hat{T}|\psi\rangle$ e $|\psi\rangle$ representa um estado quântico qualquer. Como $(\hat{T}^\dagger \hat{T})^\dagger = \hat{T}^\dagger (\hat{T}^\dagger)^\dagger = \hat{T}^\dagger \hat{T}$, também garantimos que a condição de hermiticidade seja satisfeita. Por fim, a unitariedade do traço é garantida apenas dividindo a matriz densidade pelo traço de $\hat{T}^\dagger \hat{T}$. Logo

$$\hat{\rho} = \frac{\hat{T}^\dagger \hat{T}}{\text{Tr}\{\hat{T}^\dagger \hat{T}\}}. \quad (3.28)$$

Como para a determinação da matriz densidade precisamos inverter a matriz \hat{T} , é interessante escrevê-la na forma triangular inferior. Assim, para um sistema de n qubits ela é dada por:

$$\hat{T}(\mathbf{t}) = \begin{pmatrix} t_1 & 0 & \cdots & 0 \\ t_{2^{n+1}} + it_{2^{n+2}} & t_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ t_{4^{n-1}} + it_{4^n} & t_{4^{n-3}} + it_{4^{n-2}} & t_{4^{n-5}} + it_{4^{n-4}} & t_{2^n} \end{pmatrix}, \quad (3.29)$$

onde \mathbf{t} é um vetor que contem cada componente t_i . Para dois qubits, o vetor \mathbf{t} é composto por dezesseis componentes enquanto que para um qubit o vetor é composto por apenas quatro. Assim, a matriz \hat{T} para um qubit se reduz a

$$\hat{T}(\mathbf{t}) = \begin{pmatrix} t_1 & 0 \\ t_3 + it_4 & t_2 \end{pmatrix}. \quad (3.30)$$

Portanto, a matriz densidade que satisfaz o primeiro critério é dada por:

$$\hat{\rho}(\mathbf{t}) = \frac{\hat{T}^\dagger(\mathbf{t})\hat{T}(\mathbf{t})}{Tr\{\hat{T}^\dagger(\mathbf{t})\hat{T}(\mathbf{t})\}}. \quad (3.31)$$

Para a determinação da função verossimilhança (segundo critério), assumiremos que o processo de contagens dos detectores é dado por uma distribuição gaussiana. Logo

$$P(n_i) = A \exp\left[-\frac{(n_i - \bar{n}_i)^2}{2\hat{\sigma}_i^2}\right], \quad (3.32)$$

onde A é uma constante de normalização e σ_i representa o desvio padrão da distribuição gaussiana, n_i representa o i -ésimo valor de contagem em coincidência e $\bar{n}_i = N\langle\psi_i|\rho|\psi_i\rangle$ representa seu respectivo valor esperado, N é dado como $N = \sum_i n_i$.

Para encontrar os valores ideais dos coeficientes da matriz $\hat{T}(\vec{t})$ e assim determinar a matriz densidade, precisamos maximizar a função probabilidade definida acima. Maximizar esta função é analogo a maximizar seu logaritmo e equivalentemente minimizar seu argumento negativo. Assim, a função verossimilhança é dada por:

$$L(\mathbf{t}) = \max\{P(n_{i,j})\} = \sum_{i,j} \frac{(\bar{n}_{i,j} - n_{i,j})^2}{2\hat{\sigma}_{i,j}^2}, \quad (3.33)$$

onde a constante de normalização foi desconsiderada, pois a mesma não altera o processo de maximização. Como $\bar{n}_i = N\langle\psi_i|\rho|\psi_i\rangle$ depende dos parâmetros t_i , pois a matriz

densidade foi parametrizada desta maneira, a equação acima também depende implicitamente destes parâmetros. Maximizando esta função, conseguimos obter os valores dos parâmetros t_i , possibilitando a reconstrução da matriz densidade. $n_{i,j}$ representam os valores de contagens obtidos experimentalmente.

Por último, o terceiro critério consiste na utilização de simulação computacional para a realização da maximização. Neste trabalho foi utilizado o programa *MATLAB* para realizar a maximização da função likelihood. Esta rotina foi desenvolvida por Breno Marques, que foi aluno de doutorado em física da UFMG [57].

3.6 Técnicas utilizadas para a tomografia de dois qutrits

De maneira análoga à seção anterior, abaixo apresentarei o SIC-POVM que foi utilizado para a tomografia de dois qutrits e em seguida o método para obter a matriz densidade através de primeiros princípios. Este método, além de não ser estatístico, possui como características o fato de não superestimar estados e emaranhamento. Leva em consideração ruído nas medidas e consegue inferir a matriz densidade e o grau de emaranhamento com uma certa probabilidade utilizando informação incompleta sobre o estado (número de medidas experimentais menor que o mínimo para a reconstrução).

3.6.1 SIC-POVM utilizado

O SIC-POVM utilizado para a tomografia de dois qutrits foi baseado no trabalho de Sanchez *et al.* [58]. Neste trabalho, os autores desenvolveram um SIC-POVM onde os elementos do POVM são construídos com estados quânticos equidistantes e a tomografia só é válida para dimensões ímpares. Analogamente ao caso anterior, para o estado de um qutrit, os operadores de medida na base $\{|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle\}$ são:

$$\hat{\Pi}_j = \frac{1}{9} |\psi_j\rangle\langle\psi_j|, \quad (3.34)$$

onde $|\psi_j\rangle$ com $j = 1, \dots, 9$ são os nove estados quânticos definidos por:

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |2\rangle), \quad (3.35a)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{2\pi i/3}|0\rangle + e^{-2\pi i/3}|2\rangle), \quad (3.35b)$$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-2\pi i/3}|0\rangle + e^{2\pi i/3}|2\rangle), \quad (3.35c)$$

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |0\rangle), \quad (3.35d)$$

$$|\psi_5\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{2\pi i/3}|1\rangle + e^{-2\pi i/3}|0\rangle), \quad (3.35e)$$

$$|\psi_6\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-2\pi i/3}|1\rangle + e^{2\pi i/3}|0\rangle), \quad (3.35f)$$

$$|\psi_7\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|2\rangle + |1\rangle), \quad (3.35g)$$

$$|\psi_8\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{2\pi i/3}|2\rangle + e^{-2\pi i/3}|1\rangle), \quad (3.35h)$$

$$|\psi_9\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-2\pi i/3}|2\rangle + e^{2\pi i/3}|1\rangle). \quad (3.35i)$$

Este SIC-POVM é ótimo [58] para a tomografia de um qutrit e pode ser usado para a implementação da tomografia mínima de um sistema bipartido de dois qutrits. Para este caso, o POVM necessário para a reconstrução do estado de dois qutrits é dado pelo grupo $\{\Pi_{i,j}\}$, $\Pi_{i,j} = \Pi_i \otimes \Pi_j$ gerado pelos estados acima e formando um grupo de 81 elementos. É interessante notar que este POVM $\{\Pi_{i,j}\}$ não é simétrico para o estado de dois qutrits bipartido (embora seja para o estado de um qutrit), e é informacionalmente completo.

3.6.2 Método de tomografia quântica variacional

Este método utilizado para a reconstrução da matriz densidade e obtenção do grau de emaranhamento em nosso experimento foi proposto por Maciel *et al.* [59, 60]. O método consiste pela busca variacional do melhor operador com as propriedades de um operador densidade compatíveis com os dados experimentais. Diferentemente do método de máxima verossimilhança, neste método é possível estimar o operador densidade usando informação incompleta sobre o estado medido e o mesmo pode ser inferido a respeito do emaranhamento. Caso, por algum motivo externo, houver algum desalinhamento do aparato durante o processo de medição, neste método também se pode detectar dados incompatíveis. Basicamente, o método consiste num processo de minimização de uma lagrangeana. Esta lagrangeana é construída levando-se em conta vários

vínculos associados ao experimento, i. e., erros de medição associadas aos dados medidos, informação incompleta a respeito do estado em interesse e traço unitário. Para cada vínculo um multiplicador de Lagrange é associado. Dada que a lagrangeana é construída, o problema se torna o de minimizar este objeto. Este problema é um problema de otimização complexa e é comumente conhecido com computação semidefinida [59, 60].

Modelo

Seja a seguinte matriz densidade, ρ :

$$\rho = C_0 I + \sum_{l=1}^{d+1} \sum_{i=1}^{d-1} C_{il} P_i^l = C_0 I + \sum_{\lambda=1}^{d^2-1} C_\lambda P_\lambda, \quad (3.36)$$

onde $P_i^l = P_\lambda$ são operadores positivos formando uma base completa, I a identidade e λ é um índice usado para simplificar a notação. C_0 é dado por:

$$C_0 = \frac{1 - \sum_{\lambda=1}^{d^2-1} C_\lambda}{d}. \quad (3.37)$$

Supondo que dos $d^2 - 1$ operadores de medida somente N operadores de medida foram medidos. Define-se o operador custo, correspondendo a soma dos operadores que não foram medidos. Esta soma pode ser escrita como o seguinte hamiltoniano:

$$H = \sum_{\lambda=N+1}^{d^2-1} P_\lambda. \quad (3.38)$$

Queremos obter um operador positivo com traço unitário que minimize a função custo:

$$E = Tr(H\tilde{\rho}) = \sum_{\lambda=N+1}^{d^2-1} q_\lambda, \quad (3.39)$$

onde q_λ são as probabilidades que correspondem aos operadores de medida não medidos (representados pela matriz $\tilde{\rho}$). Como queremos minimizar a função custo, temos:

$$\delta E = Tr(H\delta\tilde{\rho}) = 0. \quad (3.40)$$

Assim a lagrangeana do sistema pode ser escrita em função dos vínculos da seguinte maneira:

$$L = E + \alpha[Tr(\tilde{\rho}) - 1] + \sum_{\lambda=1}^N \beta_\lambda[Tr(\tilde{\rho}P_\lambda) - p_\lambda] + \sum_{\lambda=N+1}^{d^2-1} \gamma_\lambda[Tr(\tilde{\rho}P_\lambda) - q_\lambda], \quad (3.41)$$

onde α , β_λ e γ_λ são os multiplicadores de Lagrange correspondentes aos vínculos do sistema, traço unitário, a soma dos operadores medidos e não medidos, respectivamente.

O ruído pode ser introduzido da seguinte maneira: seja um erro ϵ acrescentado as medidas dos dados experimentais, ou seja,

$$\text{Tr}[\rho P_\lambda] \in [p_\lambda - \epsilon, p_\lambda + \epsilon]. \quad (3.42)$$

Assim, no algoritmo, as seguintes relações serão acrescentadas como vínculos

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\tilde{\rho} P_\lambda) &\geq (1 - \Delta_\lambda) p_\lambda, \\ \text{Tr}(\tilde{\rho} P_\lambda) &\leq (1 + \Delta_\lambda) p_\lambda, \\ \Delta_\lambda &\geq \lambda \epsilon [1, N]. \end{aligned} \quad (3.43)$$

O operador densidade será aquele que minimiza o valor de Δ_λ . Para construir uma lagrangeana que incorpore os vínculos apresentados acima usam-se, novamente, os multiplicadores de Lagrange. Assim, a eq. 3.43 pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\hat{\rho} P_\lambda) - (1 - \Delta_\lambda) p_\lambda &= v_\lambda, \\ (1 + \Delta_\lambda) p_\lambda - \text{Tr}(\tilde{\rho} p_\lambda) &= w_\lambda. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Com todos os vínculos que foram apresentados acima, a lagrangeana do sistema que deverá ser minimizada é

$$\begin{aligned} L = E &+ \sum_{\lambda=1}^N (\Delta_\lambda + v_\lambda + w_\lambda) + \alpha [\text{Tr}(\tilde{\rho}) - 1] \\ &+ \sum_{\lambda=N+1}^{d^2-1} \gamma_\lambda [\text{Tr}(\tilde{\rho} P_\lambda) - q_\lambda] \\ &+ \sum_{\lambda=1}^N \{ \zeta_\lambda [(1 + \Delta_\lambda) p_\lambda - \text{Tr}(\tilde{\rho} P_\lambda) - w_\lambda] \\ &+ \eta_\lambda [\text{Tr}(\hat{\rho} P_\lambda) - (1 - \Delta_\lambda) p_\lambda - v_\lambda] \}, \end{aligned} \quad (3.45)$$

onde ζ_λ e η_λ são multiplicadores de Lagrange adicionais. A função acima é a função que se deseja minimizar. $\tilde{\rho}$ é a variável que se deseja conhecer e a eq. acima possui como vínculos as desigualdades apresentadas acima. Este é um processo de otimização convexa que também é chamado de programação semidefinida. O programa semidefinido neste caso será dado por:

$$\text{minimizar } (E + \sum_{\lambda=1}^N \Delta_{\lambda}) \quad (3.46)$$

$$\text{sujeito a } \begin{cases} \tilde{\rho} \geq 0, \\ \text{Tr}(\tilde{\rho}) = 1, \\ \Delta_{\lambda} \geq 0, \\ \text{Tr}(\tilde{\rho}) \geq (1 - \Delta_{\lambda})p_{\lambda} \\ \text{Tr}(\tilde{\rho}) \leq (1 + \Delta_{\lambda})p_{\lambda} \forall \lambda \in [1, N]. \end{cases} \quad (3.47)$$

Este método foi desenvolvido pelos alunos Thiago O. Maciel, André T. Cesário e pelo Prof. Dr. Reinaldo O. Vianna, membros do Departamento de Física da UFMG [59, 60].

Capítulo 4

Experimentos de tomografia quântica de dois qubits e dois qutrits

Neste capítulo serão apresentados os dois experimentos de tomografia quântica que foram feitos, a tomografia de dois qubits e dois qutrits. Na seção 4.1 será apresentado o experimento da tomografia de dois qubits, onde descrevemos detalhadamente o que ocorre no experimento durante o percurso que os fótons gêmeos fazem do cristal até os detectores (seção 4.1.1). Na seção 4.1.2 descrevemos como são implementados experimentalmente o POVM escolhido para a tomografia [Eqs. 3.22 e 3.23]. Em seguida, na seção 4.1.3 descrevemos como é gerado o estado maximamente emaranhado de dois qubits, como é feito o processo de tomografia e apresentamos a matriz densidade de dois qubits emaranhados reconstruída experimentalmente. Finalmente uma discussão quantitativa é feita a respeito dos operadores de medidas implementados e da matriz densidade obtida, seção 4.1.4. A seção 4.2 é exatamente análoga ao experimento da tomografia de dois qubits. O experimento é apresentado e explicado, é mostrado como implementar os operadores de medida para o estado de 2 qutrits, é mostrado como gerar o estado maximamente emaranhado em fenda tripla e por fim a matriz densidade é apresentada e discussões a respeito da pureza e grau de emaranhamento do estado obtido são realizadas.

4.1 Tomografia quântica de dois qubits

4.1.1 Aparato

O esquema do aparato experimental é mostrado pela Fig. 4.1. Um laser de He-Cd de 50 mW de potência operando a 325 nm é usado para bombear um cristal de Iodato de Lítio de 2 mm de espessura e gera, pela CPDE tipo I, pares de fótons não colineares e degenerados. Feixes sinal e acompanhante ($\lambda_{s,i}=650$ nm) passam através de uma placa de meia onda ($\lambda/2$) antes de cruzarem uma fenda dupla colocada perpendicularmente a direção dos feixes sinal e acompanhante. A fenda dupla é posicionada a uma distância de 250 mm do cristal. Uma placa $\lambda/2$ que é usada para rodar a polarização linear dos fótons é colocada logo a frente do modulador espacial de luz - MEL (*spatial light modulator*) porque a modulação do MEL depende da polarização do fóton incidente [61, 62].

Consideramos a direção do feixe de bombeamento como a direção z , o plano da fenda dupla como $x - y$, com a menor dimensão na direção x . Além disso, a largura das fendas é igual a $2a=100 \mu\text{m}$ e estão separadas de $2d'=250 \mu\text{m}$. Uma lente L de comprimento focal de 300 mm, colocada a 50 mm antes do cristal, é usada para focalizar o feixe de bombeamento no plano da fenda dupla de modo que um estado emaranhado de dois fótons em variáveis de caminho transversal é gerado após a fenda dupla [63]. Suponhamos que o perfil do feixe de bombeamento seja estreito na direção x no plano das fendas, tal que possa ser considerado uma função delta $\delta(x)$, Eq. 2.22. O estado do par de fótons previsto neste caso é

$$|\psi_{th}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_s|1\rangle_i + |1\rangle_s|0\rangle_i), \quad (4.1)$$

onde $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ são os estados de caminho devido as fendas, s e i correspondem aos fótons sinal e acompanhante, respectivamente [64]. Como é mostrado teoricamente na Ref. [65] e medido em [4], o perfil do feixe de bombeamento no plano da fenda dupla pode determinar a correlação espacial nas fendas e portanto o emaranhamento do estado quântico dos fótons transmitidos em variáveis de caminho. O perfil transversal do feixe de bombeamento mais estreito que a separação entre as fendas no plano da fenda dupla é requerido para a geração do estado maximamente emaranhado. Nesta condição os fótons sinal e acompanhante sempre serão detectados em fendas opostas.

O MEL é posicionado atrás das fendas múltiplas, a 2,0 mm das mesmas, para prevenir perdas por difração. Os fótons sinal e acompanhante são refletidos pelo MEL, retornando através dos caminhos das fendas. O MEL utilizado é um Holoeye Photonics LC-R 2500 (MEL de reflexão), que possui 1024 x 768 pixels de resolução (cada pixel

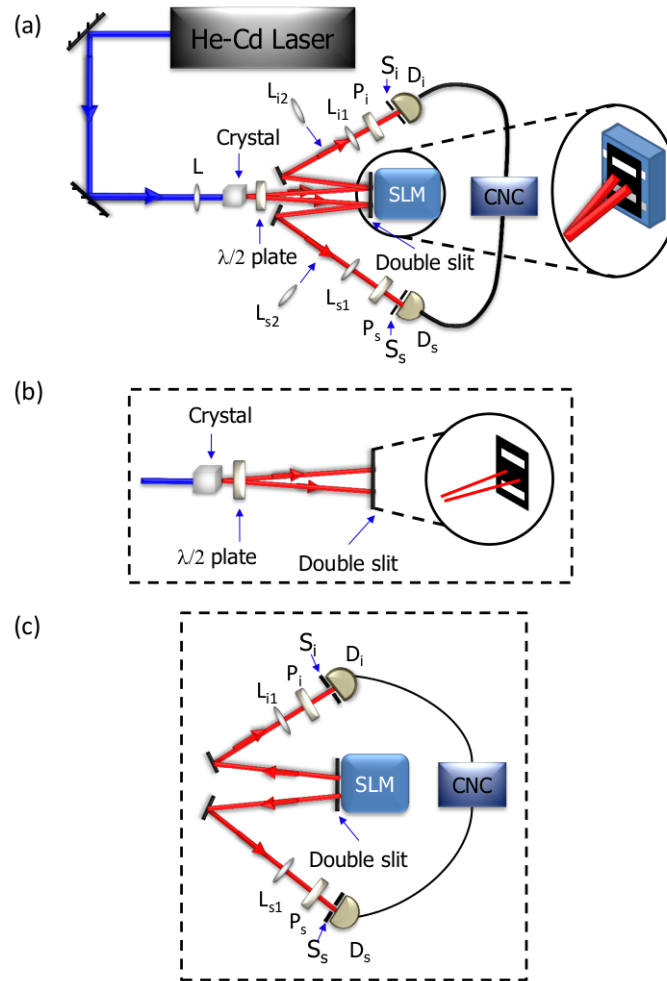


FIGURA 4.1: (a) Esquema do aparato experimental para a tomografia mínima de dois qubits. A lente L focaliza o feixe de bombeamento no plano das fendas duplas; As lentes L_{s1} and L_{i1} são usadas para detectar os feixes sinal e acompanhante refletidos no plano de Fourier, enquanto as lentes L_{s2} e L_{i2} são usadas para projetar as imagem das fendas duplas no plano dos detectores. Uma placa de meia onda é colocada logo apos o cristal e os polarizadores P_i e P_s são posicionados na frente dos detectores APD. CNC representam as contagens em coincidência e SLM é o modulador espacial de luz. (b) Parte de preparação do estado no aparato. (c) Parte de determinação do estado no aparato.

consiste de um quadrado de $19 \times 19 \mu\text{m}$) e é controlado por um computador. Polarizadores P_i e P_s são colocados antes dos detectores porque o MEL adiciona uma fase de caminho aos fótons refletidos e modifica seu estado de polarização. A modulação dos fótons requerida (fase e amplitude) é obtida adicionando-se escalas de cinza específicas ao MEL e posicionando os polarizadores de saída em determinados ângulos de rotação [61, 62]. No Apêndice A é mostrado como foi feito o processo de calibração do MEL.

Duas lentes de comprimento focal de 200 mm L_{s1} e L_{i1} são posicionadas a distância focal dos detectores de modo a produzir um padrão de interferência no plano dos detectores. Por outro lado, a imagem das fendas duplas no plano dos detectores pode

ser obtida trocando as lentes L_{s1} e L_{i1} por lentes L_{s2} e L_{i2} de comprimento focal de 125 mm colocadas a uma distância $2f=250$ mm depois da fenda dupla na configuração $2f-2f$. Todas medidas necessárias para reconstruir o operador densidade ρ são feitas no plano de Fourier. Detectando em $x_i = 0$ ou $x_s = 0$ somos capazes de implementar um operador positivo que é proporcional ao projetor $P = |+\rangle\langle +|$, com $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ [66]. Fendas simples de $100\mu\text{m}$, S_s e S_i , estão posicionadas logo a frente dos detectores. A menor dimensão de cada fenda é paralela a correspondente direção x . Os feixes sinal e acompanhante são focalizados nos detectores por uma lente objetiva microscópica. Dois filtros de interferência, centrados em 650 nm, com 10 nm largura de banda a meia altura, são colocados entre as lentes objetivas e as fendas simples. Pulsos dos detectores são mandados a um contador de fótons e um sistema de detecção em coincidências com 5ns de tempo de resolução.

A Fig. 4.1-(b) mostra a parte de preparação do estado quântico do aparato experimental. Os pares de fótons transmitidos pela fenda dupla estão em um estado próximo ao estado da Eq. 4.1. Isto foi demonstrado teoricamente em [65]. Uma lente posicionada antes do cristal é utilizada para focalizar o feixe de bombeamento no plano da fenda dupla tal que seu perfil transversal seja mais estreito que a separação entre as fendas. Um espelho dicróico colocado depois do cristal, não mostrado na figura, reflete o feixe de bombeamento e transmite os pares de fótons. O MEL reflete os pares de fótons através dos mesmos caminhos das fendas em direção aos detectores.

4.1.2 Estratégia experimental para implementar os operadores de medida usando o MEL

Nas Eqs. 3.22 e 3.23 foi definido o POVM $\{\hat{\Pi}_{ij}\}(i, j = 1, \dots, 4)$ que foi usado para reconstruir o operador densidade de dois qubits com o número mínimo de medidas. Para preparar os operadores de medida devemos ser capazes de modificar a amplitude do estado e as fases dos fótons transmitidos por cada fenda. Foi mostrado em [62] que a modulação de fase e amplitude deste MEL depende dos ângulos de orientação de polarizadores de entrada e saída. O display de cristal líquido foi dividido em quatro regiões, onde cada região possui sua própria escala de cinza. Cada região corresponde a uma fenda e as mesmas atenuam e/ou adicionam fases ao estado de caminho dos fótons definidos pelas fendas. Ajustando o ângulos da placa $\lambda/2$ e dos polarizadores de saída, P_i e P_s , somos capazes de obter o modulação de caminho. Para implementar os operadores de medida é necessário gerar as diferenças de fase de π , $\pi/2$ e $-\pi/2$ entre duas fendas simultaneamente com atenuação de 50% de uma das duas fendas. Além disso, também é necessário gerar atenuação de 50% de uma fenda sem gerar mudança de fase [Eqs. 3.22 e 3.23].

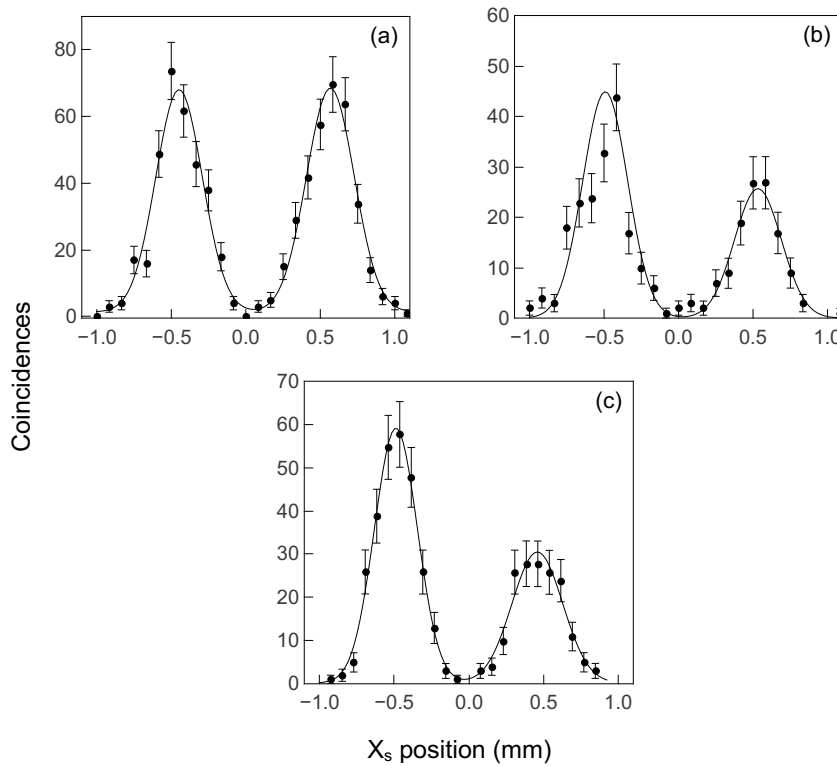


FIGURA 4.2: Imagens de fenda dupla com as escalas de cinza utilizadas para a implementação dos operadores de medida. Em (a) é mostrado a imagem de fenda dupla com o MEL desligado somente para mostrar que sem a influencia do MEL as fendas duplas estão igualmente iluminadas. Em (b) é mostrada a imagem de fenda dupla com escalas de cinza que atenuam 50% uma fenda mantendo a outra inalterada e não fornecendo fase entre as duas fendas. Analogamente a (b), em (c) é mostrado a imagem de fenda dupla com a escala de cinza que atenua em 50% uma fenda e que fornece simultaneamente uma diferença de fase de π entre as fendas. As medidas das imagens foram feitas com tempo de aquisição de 10 segundos.

A Fig. 4.2 mostra as imagens de fenda dupla com as escalas de cinza utilizadas para a tomografia. As imagens mostradas em Fig.4.2(a), 4.2(b) e 4.2(c) foram feitas colocando o detector D_i fixo em $x_i = 0$ (usando a lente L_{i1}), enquanto o detector D_s foi varrido na direção x (e usando a lente L_{s2}). A parte da tela do MEL que reflete o fóton acompanhante foi mantida com a mesma escala de cinza em ambas fendas. A outra parte do MEL que reflete o fóton sinal foi dividida em duas regiões com diferentes escalas de cinza. A Fig. 4.2(a) mostra a imagem das fendas com o MEL desligado somente para mostrar que, sem o efeito do MEL, a fenda dupla está igualmente iluminada. Usando um ajuste gaussiano, uma área de $A_1=(27,4\pm 2)$ e $A_2=(28,2\pm 2)$ em unidades arbitrárias para os picos da esquerda e direita foram obtidos, de fato mostrando igual iluminação. A Fig. 4.2(b) mostra a imagem das fendas com a escala de cinza que atenua o fluxo de fótons refletidos através de somente uma das fendas e não fornece fase entre as fendas. $A_1=(17\pm 2)$ e $A_2=(10,0\pm 0,5)$ em unidades arbitrárias são as áreas dos picos da esquerda

e da direita mostrando 42,2% de atenuação. A Fig. 4.2(c) mostra a imagem das fendas com a escala de cinza que atenua o fluxo de fótons refletidos através de somente uma das fendas e fornece a fase de π . $A_1=(21\pm 2)$ e $A_2=(13,0\pm 0,5)$ em unidades arbitrárias são as áreas dos picos da esquerda e da direita mostrando 38% de atenuação. As medidas que mostram quais fases são adicionadas pelas escalas de cinza usadas nas imagens 4.2(b) e 4.2(c) serão mostradas a seguir.

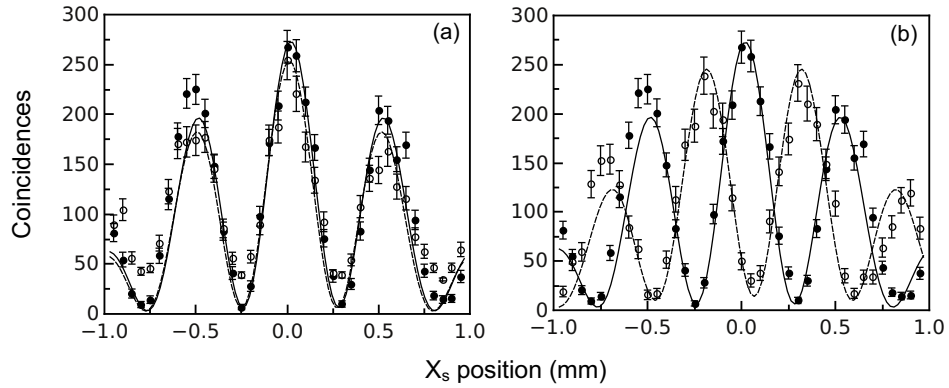


FIGURA 4.3: Padrões de interferência de fenda dupla para testar os deslocamentos de fase das escalas de cinza determinadas para a implementação dos operadores de medida. Nestas medidas, D_i foi mantido em $x_i = 0$ enquanto D_s foi varrido na direção x . Estas medidas foram feitas com os detectores no plano de Fourier usando as lentes L_{s1} e L_{i1} . O padrão de interferência com círculos fechados mostrado nas figuras (a) e (b) foi feito com o EML desligado sendo o mesmo utilizado como referência. Em (a), o padrão de interferência com círculos abertos foi feito utilizando as mesmas escalas de cinza utilizadas na Fig. 4.7(b). Em (b), o padrão com círculos abertos foi feito utilizando as escalas de cinza utilizadas na Fig. 4.7(c). As medidas dos padrões foram feitas com tempo de aquisição de 60s.

Para medir os padrões de interferência e comprovar que as escalas de cinza escolhidas acima de fato dão as diferenças de fase necessárias, o detector D_i foi mantido em $x_i = 0$ e a lente L_{i1} foi utilizada. A parte da tela do MEL que reflete o fóton acompanhante foi mantida com a mesma escala de cinza em ambas fendas. Usando a lente L_{s1} e varrendo o detector D_s na direção x nós medimos os padrões de interferência com (círculos abertos) e sem (círculos fechados) modulação do MEL [Fig. 4.3]. A Fig. 4.3(a) mostra os padrões de interferência com o MEL desligado, usado como referência, e com as escalas de cinza utilizadas para a medida da imagem das fendas da Fig. 4.2(b), círculos abertos. De maneira análoga, a Fig. 4.3(b) mostra os padrões de interferência com o MEL desligado e com as escalas de cinza utilizadas para a medida da imagem das fendas da Fig. 4.2(c). A caracterização prévia do MEL mostra que podemos gerar em um modo controlado os operadores de medida que necessitam atenuação de 50% de uma das fendas com deslocamento de fase aproximadamente de π ou sem deslocamento de fase.

4.1.3 Geração experimental do estado quântico de dois qubits e a tomografia mínima

Para preparar o estado quântico de dois qubits emaranhados em caminho transversal o feixe de bombeamento foi focalizado no plano da fenda dupla, usando a lente L de 300 mm de distância focal, como mostrado na Figura 4.1(b). Imagens de fenda dupla foram medidas para a testar a preparação do estado. Analogamente às medidas de imagem anteriores, o detector D_i foi mantido fixo no plano da imagem de uma das fendas, enquanto o detector D_s foi varrido na direção x . No plano de Fourier, padrões de interferência foram medidos varrendo o detector D_s na direção x enquanto mantendo D_i fixo em $x_i = 0$ mm e $x_i = 0.25$ mm. Esta correlação de imagem juntamente com as franjas condicionais nos padrões de interferência são assinaturas de emaranhamento [6, 64, 67, 68]. As imagens de fenda dupla e os padrões de interferência foram obtidos com o MEL desligado para evitar qualquer influência do mesmo. As imagens correlacionadas e os padrões condicionais estão mostradas na Fig.4.4.

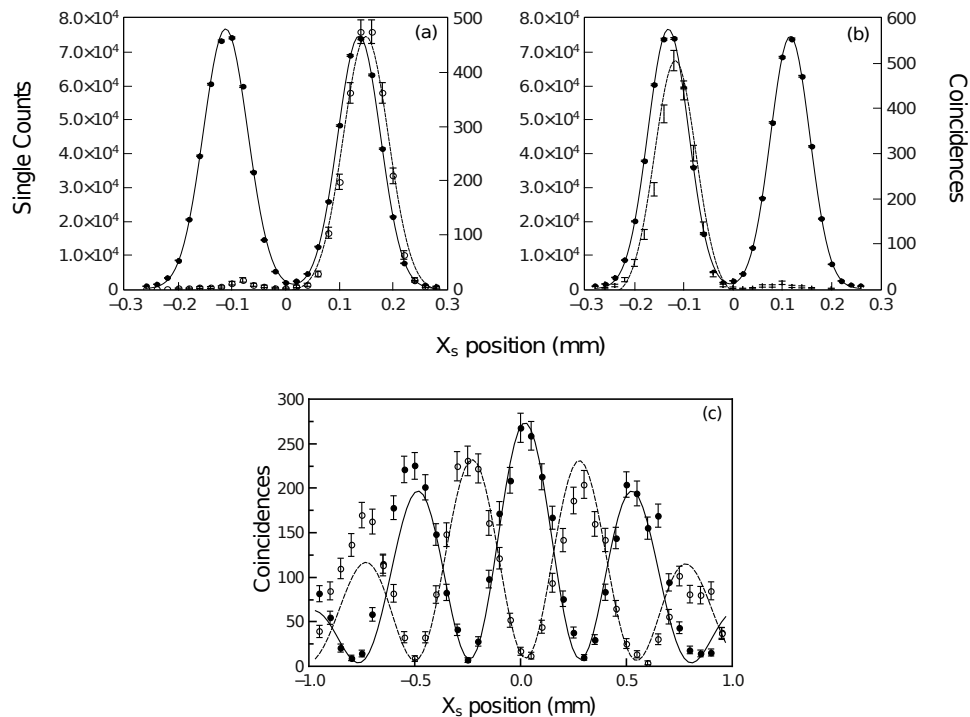


FIGURA 4.4: Imagens correlacionadas e padrões de interferência condicionais de fenda dupla realizadas para a preparação do estado. Em (a) e (b) o detector D_i foi mantido fixo no plano da imagem de uma das fendas, enquanto o detector D_s foi varrido na direção x . Em (c), o detector D_s foi varrido na direção x enquanto D_i foi mantido fixo em $x_i = 0$ mm e $x_i = 0.25$ mm.

Os operadores de medida (3.23) podem ser escritos como as seguintes matrizes:

$$E_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad E_3 = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad E_4 = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

Neste sentido, para cada matriz acima as contagens do detector, obtidas do operador densidade $E_j \rho E_j^\dagger$ ($j = 1, \dots, 4$), serão dadas por:

$$c_j \propto \text{Tr}(E_j \rho E_j^\dagger P) = \text{Tr}(\rho E_j^\dagger P E_j), \quad (4.3)$$

que pode ser reescrita usando $\Pi_j = \frac{2}{3} E_j^\dagger P E_j$, como:

$$c_j \propto \text{Tr}(\rho \Pi_j). \quad (4.4)$$

Até agora, vimos que, com as escalas de cinza e ângulos dos polarizadores determinados, foi possível implementar os mapas E_1 ($\Delta\phi = 0$) e E_2 ($\Delta\phi = \pi$ rad). Com a calibração do MEL utilizada não foi possível implementar os mapas E_3 e E_4 diretamente. Para evitar este problema utilizou-se um caminho experimental: foram encontradas escalas de cinza e ângulos de polarizadores de entrada e saída que nos fornecessem a matriz

$$E' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

dos lados dos feixes sinal e acompanhante. Esta matriz apenas fornece a atenuação necessária para o processo de atenuação utilizando o MEL. Para fornecer a diferença de fase, os detectores não ficaram no centro dos padrões de interferência, como nos mapas anteriores, porém deslocados ao longo do padrão de interferência até a posição onde foi possível implementar a fase $\pi/2$ ($-\pi/2$). Procedendo desta maneira tornou-se possível implementar os mapas 3 e 4.

Como foi possível implementar os operadores de medida, o processo de tomografia se torna direto. Para isto os detectores são posicionados na posição central do padrão de interferência, utilizando as lentes L_{i1} e L_{i1} . Esta posição no padrão de interferência corresponde a implementação do projetor $P = |+\rangle\langle+|$ (Eq. 4.3). Com os detectores posicionados nesta posição¹, os polarizadores e placas de onda são girados para ângulos específicos e as escalas de cinza determinadas, para a implementação dos operadores de medidas, são selecionadas no modulador. Assim, com uma janela de detecção temporal específica, obtemos um valor de contagens em coincidência que é proporcional ao elemento de POVM implementado. O mesmo processo é repetido 36 vezes até que

¹Exceto os operadores de medida que é necessário fornecer a diferença de fase de $\pm\pi/2$. Neste caso os detectores são deslocados para a posição do padrão de interferência que fornece este valor.

todas as contagens em coincidência associadas a cada elemento de POVM necessário para a reconstrução tomográfica forem implementados. Abaixo é mostrada a matriz densidade obtida experimentalmente. No processo de reconstrução da matriz densidade foi utilizado o método de máxima verossimilhança [52]. O tempo de aquisição utilizado na obtenção de cada medida necessária para a reconstrução tomográfica foi de 1500 segundos.

$$\rho = \begin{pmatrix} 0.063 & 0.131 + i0.039 & 0.139 - i0.017 & -0.010 - i0.003 \\ 0.131 - i0.039 & 0.480 & 0.388 - i0.051 & -0.034 + i0.001 \\ 0.139 + i0.017 & 0.388 + i0.051 & 0.455 & -0.027 - i0.004 \\ -0.010 + i0.003 & -0.034 - i0.001 & -0.027 + i0.004 & 0.002 \end{pmatrix}. \quad (4.6)$$

A Fig. 4.5 mostra, esquematicamente, os módulos das partes real e imaginária da matriz densidade obtida.

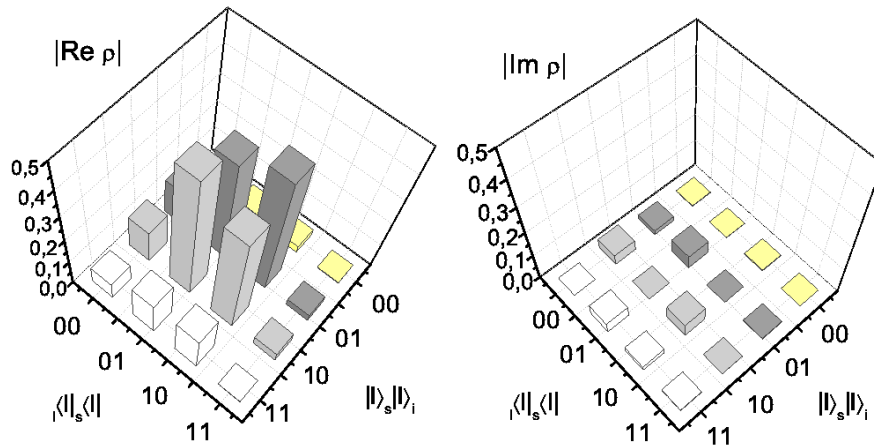


FIGURA 4.5: Reconstrução tomográfica do estado de saída para dois qubits.

4.1.4 Discussão

Para verificar se os operadores implementados experimentalmente realmente aproximam dos teóricos, calculamos a fidelidade entre os operadores experimentais com os teóricos. A fidelidade é definida por $F(\sigma, \rho) = \sqrt{\text{Tr}(\sqrt{\sigma\rho\sigma})}$. Calculando esta grandeza obtemos:

$$F(\Pi_1^{exp}, \Pi_1^{teoria}) = 0,991 \quad \& \quad F(\Pi_2^{exp}, \Pi_2^{teoria}) = 0,995. \quad (4.7)$$

Os operadores Π_3 e Π_4 possuem fidelidades iguais a $F(\Pi_1^{exp}, \Pi_1^{theory})$, mostrando que os operadores implementados são muito similares aos teóricos. Para a matriz tomografada, obtivemos uma fidelidade associada com o estado de Bell $|\Psi^+\rangle$ igual a 0,86. O estado obtido possui pureza² $P(\rho) = 0,83$, e concorrência³ $C = 0,80$, que certifica seu emaranhamento.

4.2 Tomografia quântica de dois qutrits

A partir das próximas seções serão feitas descrições semelhantes para dois qutrits às que já foram feitas na seção acima para a tomografia de dois qubits. Assim, passaremos rapidamente pelos procedimentos semelhantes e, quando algo que foi realizado de maneira diferente aparecer, explicaremos detalhadamente.

4.2.1 Aparato

O aparato experimental utilizado nesta tomografia é o mesmo que foi utilizado na tomografia anterior. As diferenças se devem ao uso nesta montagem de um laser de diodo de 50mW de potência operando a 405 nm utilizado para bombear um cristal de BiB_3O_6 cristal (BIBO) de 2 mm de espessura, que gera, pela CPDE tipo I, pares de fótons não colineares e degenerados. Os feixes sinal e acompanhante ($\lambda_{s,i}=810$ nm) passam através de uma placa de meia onda ($\lambda/2$) antes de cruzarem uma fenda tripla colocada perpendicularmente a direção dos feixes sinal e acompanhante, Fig. 4.6.

A fenda tripla possui as mesmas dimensões da fenda dupla, a largura das fendas $2a=100 \mu\text{m}$ e separação de centro a centro de $2d'=250 \mu\text{m}$. Como desejamos criar um estado emaranhado em momento transversal também focalizamos o feixe de bombeamento no plano da fenda tripla de modo que o feixe de bombeamento neste plano pode ser considerado uma função delta $\delta(x)$. Assim, o estado emaranhado do par de fótons previsto após passarem pela fenda tripla é

$$|\psi_{previsto}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(e^{i\phi}|0\rangle_s|2\rangle_i + |1\rangle_s|1\rangle_i + e^{i\phi}|2\rangle_s|0\rangle_i), \quad (4.8)$$

onde $\{|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle\}$ são os estados de caminho devido as fendas, ϕ é uma fase que depende da separação entre as fendas e da distância entre o centro do cristal e o plano das fendas. No nosso caso, $\phi=1.94$ rad e s e i correspondem aos fótons sinal e acompanhante, respectivamente. Como discutido anteriormente o perfil transversal do feixe

² Pureza: $P(\rho) = \text{Tr}[(\rho)^2]$.

³ Concorrência para sistemas puros: $C(\psi) = |\langle\psi|\psi^*\rangle|$.

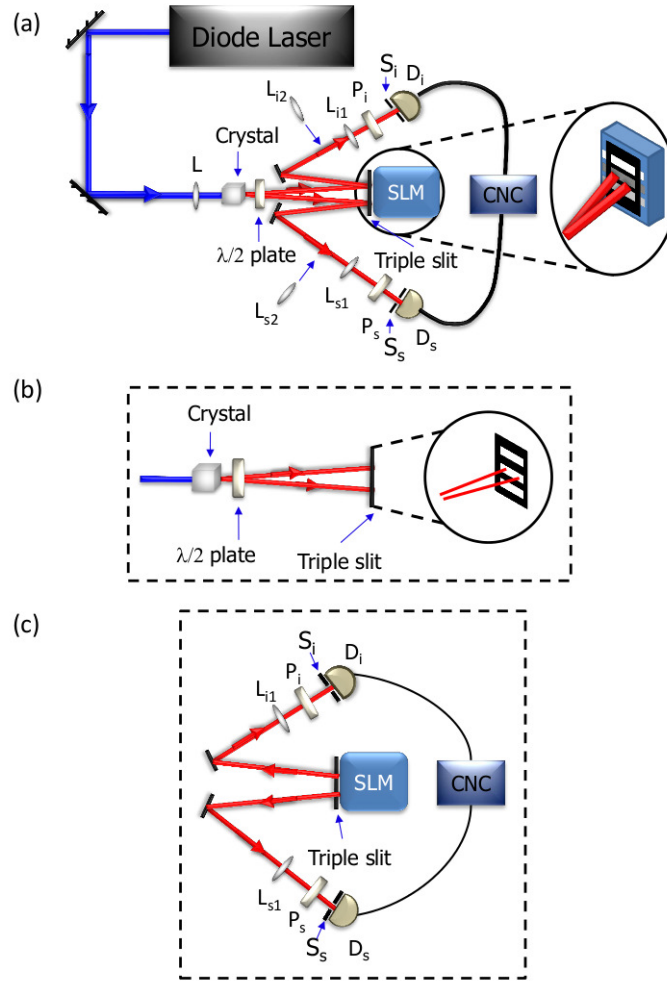


FIGURA 4.6: (a) Esquema do aparato experimental para a tomografia mínima de dois qutrits. Diferentemente da tomografia de dois qubits, neste caso usamos um laser de diodo de 50 mW de potência operando a 405 nm. Além disso usamos um cristal de BiB₃O₆ cristal (BIBO) de 2 mm de espessura que gera pares de fótons não colineares e degenerados com $\lambda_{s,i}=810$ nm. Para gerar o estado quântico de caminho de qutrits substituímos a fenda dupla por uma fenda tripla. Filtros de interferência centrados 810 nm, com 10 nm largura a meia altura, foram colocados na frente dos detectores. As partes (b) e (c) são as mesmas do caso anterior salvo a substituição da fenda dupla pela tripla.

de bombeamento mais estreito que a separação entre as fendas no plano da fenda tripla é requerido para a geração do estado maximamente emaranhado e, nesta condição, os fótons sinal e acompanhante sempre serão detectados após as fendas opostas.

Todas medidas necessárias para reconstruir o operador densidade ρ são feitas no plano de Fourier. Detectando em $x_i = 0$ ou $x_s = 0$ somos capazes de implementar um operador positivo que é proporcional ao projetor $P = |+\rangle\langle +|^4$, com $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(e^{i\phi/2}|0\rangle + |1\rangle + e^{i\phi/2}|2\rangle)$ onde $\phi/2 = 0.81$ rad. Fendas simples de 100 μm S_s e S_i foram posicionadas

⁴Isso pode ser visto da seguinte maneira: cada posição do detector no plano focal de uma lente, corresponde um operador de medida, como mostrado na Equação 4.13.

em frente dos detectores. A menor dimensão de cada fenda é paralela à correspondente direção x . Os feixes sinal e acompanhante são focados nos detectores por uma lente objetiva microscópica. Dois filtros de interferência, centrados em 810 nm, com 10 nm largura de banda a meia altura, são posicionados entre a fenda e a lente microscópica, em cada um dos detectores. Pulsos dos detectores são mandados a um contador de fótons e a um sistema de detecção em coincidências com 5 ns de tempo de resolução.

4.2.2 Estratégia experimental para implementar os operadores de medida usando o MEL

Nas Eqs. 3.34 e 3.35 foi definido o POVM $\{\hat{\Pi}_{ij}\}(i, j = 1, \dots, 9)$ que foi usado neste experimento. Para implementar estes operadores, a tela de cristal líquido foi dividida em seis regiões, onde cada região pode ter a sua escala de cinza modificada independentemente. Cada região corresponde a uma fenda e as mesmas atenuam e/ou adicionam fases ao estado de caminho dos fótons definidos pelas fendas. Para implementar os operadores de medida foi necessário gerar uma diferença de fase de $2\pi/3$ entre duas fendas quaisquer e simultaneamente atenuar completamente a terceira [Eqs. 3.34 e 3.35].

Na Fig. 4.7 mostramos experimentalmente que somos capazes de realizar esse tipo de controle. Substituímos por um momento a fenda tripla por uma dupla porque é mais fácil medir a fase espacial relativa adicionada pelo MEL em um padrão de interferência de fenda dupla ao invés de uma fenda tripla. A Fig. 4.7 mostra as imagens e os padrões de interferência de fenda dupla com as escalas de cinza utilizadas para a implementação do POVM. As imagens mostradas em Fig.4.7(a) e 4.7(b) foram feitas colocando o detector D_i fixo em $x_i = 0$ (usando a lente L_{i1}), enquanto o detector D_s foi varrido na direção x (e usando a lente L_{s2}). A parte da tela do MEL que reflete o fóton acompanhante foi mantida com a mesma escala de cinza em ambas regiões, cada uma delas correspondendo a uma das fendas (Fig. 4.6). A outra parte do MEL que reflete o fóton sinal foi dividida em duas regiões com diferentes escalas de cinza. A Fig. 4.7(a) mostra a imagem das fendas com as escalas de cinza que fornecem uma diferença de fase de $2\pi/3$ sem qualquer atenuação relativa. Usando um ajuste gaussiano, uma área de $A_1=(68\pm 2)$ e $A_2=(72\pm 2)$ em unidades arbitrárias para os picos da esquerda e direita foram obtidos, mostrando que estas duas escalas de cinza de fato não atenuam o fluxo de fótons refletidos. A Fig. 4.7(b) mostra a imagem de fenda dupla com a escala de cinza que atenua o fluxo de fótons refletidos através de somente uma das fendas. $A_1=(70\pm 2)$ e $A_2=(3,3\pm 0,5)$ em unidades arbitrárias são as áreas dos picos da esquerda e da direita mostrando 96% de atenuação. Para medir o padrão de interferência, o detector D_i foi mantido em $x_i = 0$ e a lente L_{i1} foi utilizada. A parte da tela do MEL que reflete o fóton acompanhante foi mantida com a mesma escala de cinza em ambas fendas. Usando a lente L_{s1} e varrendo o detector D_s na

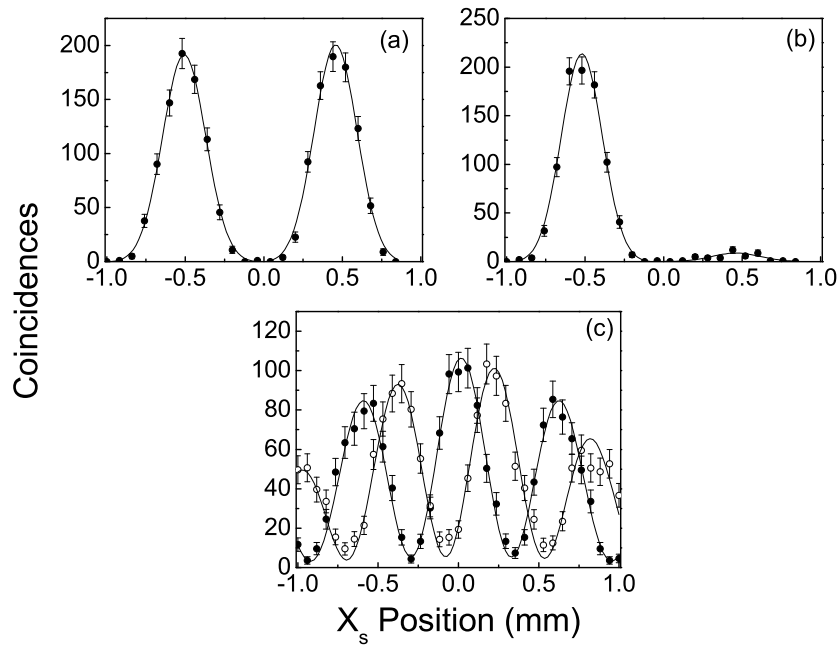


FIGURA 4.7: Imagens e padrões de interferência de fenda dupla são mostrados para demonstrar a habilidade do MEL de bloquear completamente o caminho de um dos fótons e de adicionar a fase relativa desejada entre seus caminhos. Em (a) é mostrado a imagem de fenda dupla com duas escalas de cinza diferentes em cada fenda que proporciona da diferença de fase de $2\pi/3$ sem atenuação. Em (b) é mostrado a imagem de fenda dupla com escalas de cinza que atenuam a máximo possível a imagem de uma fenda em relação a outra. Em (c) são mostrados padrões de interferência de fenda dupla. Os círculos sólidos representam o padrão com o MEL desligado enquanto os círculos abertos representam o padrão com as mesmas escalas de cinza da imagem (a). As medidas das imagens foram feitas em 10s enquanto os padrões foram feitos em 60s.

direção x nós medimos os padrões de interferência com (círculos abertos) e sem (círculos fechados) modulação do MEL [Fig. 4.7(c)]. Por ajuste teórico, a diferença de fase entre os dois padrões ($\Delta\phi=(2,10\pm 0,04)\text{rad}$ ($\approx 2\pi/3$ rad)) foi obtida. A caracterização prévia do MEL mostra que podemos gerar em um modo controlado a requerida diferença de fase e atenuação das fendas com grande precisão. Portanto, possuímos todas as ferramentas necessárias para implementar a tomografia mínima de dois qutrits, usando o SIC-POVM de um qutrit para cada uma das partes do estado.

4.2.3 Geração experimental do estado quântico de dois qutrits e a tomografia mínima

Para preparar o estado quântico de dois qutrits emaranhado em caminho transversal o feixe de bombeamento foi focalizado no plano da fenda tripla, usando a lente L de 300 mm de distância focal, como mostrado na Figura 4.6. Imagens de fenda tripla foram medidas para a testar a preparação do estado, Fig 4.8. Analogamente às medidas

de imagem anteriores, o detector D_i foi mantido fixo na posição de imagem de uma das fendas, enquanto o detector D_s foi varrido na direção x . No plano de Fourier, padrões de interferência foram medidos varrendo o detector D_s enquanto mantendo D_i fixo em $x_i = 0$ mm e $x_i = 350$ mm, ver Fig. 4.11 (círculos fechados e abertos). As imagens de fenda tripla e os padrões de interferência foram obtidos com o MEL desligado.

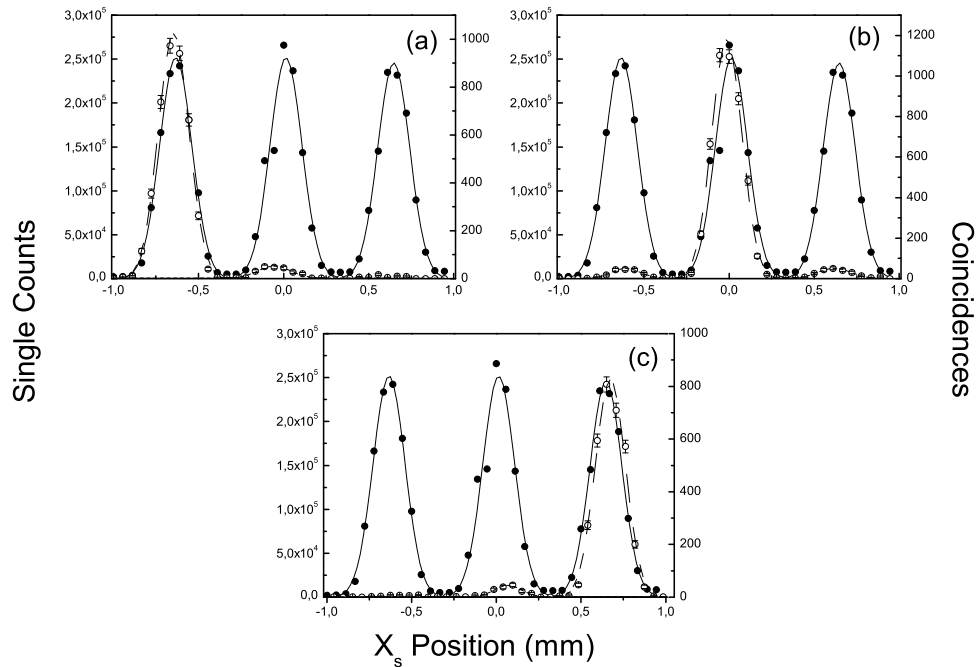


FIGURA 4.8: Imagens de fendas triplas correlacionadas para testar a preparação do estado. Em (a), D_i foi mantido fixo na posição de imagem da terceira fenda ($x_i = 0,6$ mm); em (b), fixo em $x_i = 0,0$ mm e em (c), fixo em $x_i = -0,6$ mm.

As equações 3.34 e 3.35 mostram que os estados que constroem os operadores de medida podem ser escritos como $\Pi_i = |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$ com $|\psi_i\rangle = e^{i\alpha_i}|j\rangle + e^{i\alpha'_i}|k\rangle$, $\alpha_i, \alpha'_i = \{0, 2\pi/3, -2\pi/3\}$ e $j, k = 0, 1, 2$ ($j < k$). Implementação experimental destes operadores de medida requer a detecção de um fóton que viajou através de dois caminhos diferentes (vindo da fenda j ou k) com uma diferença de fase de caminho relativa de 2α . Esta diferença de fase é adicionada pelo MEL. A eliminação do terceiro caminho, não presente no estado do operador de medida $|\psi_i\rangle$, é realizada com a escolha adequada da escala de cinza para este caminho (que gira a polarização do fóton) e do ângulo de orientação dos polarizadores P_s ou P_i . Uma operação de fase de caminho pode ser escrita como uma matriz unitária $U = U_i \otimes U_s$, onde

$$U_e = \begin{pmatrix} e^{i\phi_e} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\phi_e} \end{pmatrix}, \quad (4.9)$$

com $e = i, s$ e ϕ_e é uma fase devido ao caminho percorrido pelo fóton da fenda $|0\rangle$ ou $|2\rangle$ até o detector (veja Fig. 4.9). A Figura 4.9(a) mostra os diferentes caminhos das fendas aos detectores sinal e acompanhante ($r_0 = r_2 \neq r_1$). Na Fig. 4.9(b) a fenda central é bloqueada e a fase relativa entre os diferentes caminhos fotônicos é nula. Em Fig. 4.9(c) a fenda inferior é bloqueada. Neste caso a fase relativa que aparece entre os caminhos remanescentes $\phi_e = \frac{2\pi}{\lambda}(r_0 - r_1)$ ($e = i, s$). Adicionando esta matriz ao POVM vemos que $U^\dagger \Pi_{ij} U = \Pi'_{ij}$, $\Pi'_{i,j}$ ainda continua sendo um POVM unitariamente equivalente ao anterior. Esta fase ϕ_e foi obtida por um ajuste teórico dos padrões de interferência condicionais com um dos caminhos dos fótons atenuados ($|0\rangle$ ou $|2\rangle$). O valor obtido é $\phi_e = 0.922$ rad.

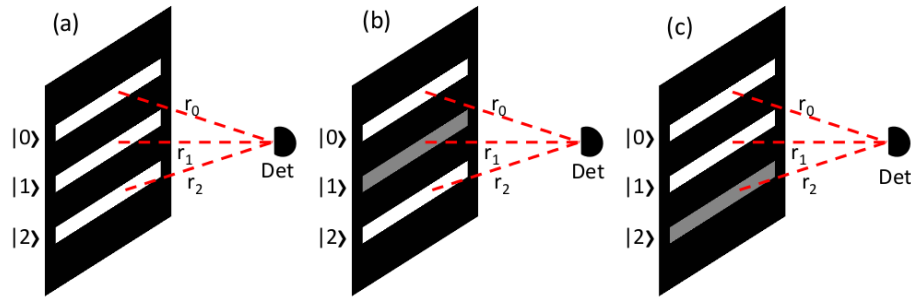


FIGURA 4.9: Fase extra ganha pelos fótons sinal e acompanhante devido as diferentes distâncias entre cada fenda e os detectores ($r_0 = r_2 \neq r_1$). Em (a), vemos os possíveis caminhos que um fóton pode percorrer de cada fenda até um detector. Atenuando a fenda central, como mostrado em (b), significa que a fase de caminho adquirida pelo fóton é a mesma passando através da fenda superior ou a inferior, e isto não afeta qualquer possível implementação de um operador. Em (c) a fenda inferior é bloqueada e fótons que cruzam as fenda remanescentes terão diferentes fases de caminho. Neste caso, esta fase extra tem que ser considerada na implementação dos operadores de medida.

Com as escalas de cinza corretas no MEL, que nos dão as desejadas atenuações e fases, fomos capazes de implementar os 81 operadores de medida $\Pi_{i,j}$ e obtivemos a reconstrução tomográfica do estado. Os detectores dos fótons sinal e acompanhante foram mantidos em $x = 0$, na posição do máximo do padrão de interferência, em todas as medidas necessárias para a reconstrução tomográfica do operador densidade, esquema análogo a tomografia de dois qubits. Para cada elemento de POVM, as escalas de cinza determinadas pela calibração foram selecionadas no MEL e valores de contagens em coincidência foram obtidas. Através dos 81 valores de coincidência obtidos, da resolução do sistema de 81 equações com 81 incógnitas e da utilização do método de determinação da matriz densidade explicado na seção 3.6.2, o operador densidade foi obtido. O operador densidade está escrito na base lógica de dois qutrits, ou seja, $\{|00\rangle, |01\rangle, |02\rangle, |10\rangle, |11\rangle, |12\rangle, |20\rangle, |21\rangle, |22\rangle\}$. As medidas foram feitas com um tempo de aquisição de 1500 s. As partes real e imaginária do operador densidade

($\rho_{tom} = \rho_{tom}^{Re} + i\rho_{tom}^{Im}$) são mostradas nas Eq.(4.10) e (4.11).

$$\hat{\rho}_{tom}^{Re} = \begin{pmatrix} 0.04 & -0.02 & 0.01 & 0.00 & 0.03 & -0.01 & 0.02 & -0.03 & 0.01 \\ -0.02 & 0.02 & 0.00 & 0.01 & -0.01 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & -0.02 \\ 0.01 & 0.00 & 0.18 & 0.01 & 0.18 & 0.03 & 0.21 & 0.04 & 0.00 \\ 0.00 & 0.01 & 0.01 & 0.04 & 0.01 & 0.00 & 0.05 & 0.01 & -0.01 \\ 0.03 & -0.01 & 0.18 & 0.01 & 0.24 & 0.03 & 0.18 & 0.03 & 0.01 \\ -0.01 & 0.00 & 0.03 & 0.00 & 0.03 & 0.02 & 0.04 & 0.03 & 0.01 \\ 0.02 & -0.01 & 0.21 & 0.05 & 0.18 & 0.04 & 0.34 & 0.05 & 0.02 \\ -0.03 & 0.00 & 0.04 & 0.01 & 0.03 & 0.03 & 0.05 & 0.10 & 0.03 \\ 0.01 & -0.02 & 0.00 & -0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.02 & 0.03 & 0.03 \end{pmatrix}, \quad (4.10)$$

$$\hat{\rho}_{tom}^{Im} = \begin{pmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.03 & -0.01 & 0.00 & -0.04 & -0.02 & -0.01 \\ 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.02 & 0.00 & 0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.01 \\ 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.09 & 0.00 & -0.09 & 0.00 & -0.01 \\ 0.03 & -0.02 & 0.00 & 0.00 & 0.03 & 0.01 & 0.02 & -0.02 & 0.02 \\ 0.01 & 0.00 & -0.09 & -0.03 & 0.00 & -0.02 & -0.22 & -0.03 & -0.01 \\ 0.00 & -0.01 & 0.00 & -0.01 & 0.02 & 0.00 & -0.02 & 0.02 & 0.01 \\ 0.04 & -0.02 & 0.09 & -0.02 & 0.22 & 0.02 & 0.00 & 0.00 & 0.02 \\ 0.02 & -0.02 & 0.00 & 0.02 & 0.03 & -0.02 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.01 & -0.01 & 0.01 & -0.02 & 0.01 & -0.01 & -0.02 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

Além disso, a figura 4.10 mostra os histogramas das partes real e imaginária do operador densidade obtido. Os picos que aparecem no histograma da parte imaginária podem ser devidos à fase de Gouy, um deslocamento de fase que uma onda convergente sofre ao ser focalizada. Esta fase longitudinal aparece devido a um posicionamento não ótimo entre as lentes de Fourier (L_{s1}, L_{i1}) e os detectores. Comportamento similar foi observado em [17].

4.2.4 Discussão

Como mencionado acima, medimos as imagens condicionais da fenda tripla por detecção em coincidência entre os fótons sinal e acompanhante no plano da imagem, Fig. 4.8. O detector D_s foi varrido enquanto o detector D_i foi mantido fixo em uma das três fendas da imagem. Três gráficos de contagens em coincidência em termos da posição do detector D_s foram feitos para três posições fixas do detector D_i . As áreas abaixo dos picos nos gráficos, correspondendo a correlação de caminhos dos fótons depois de cruzar as diferentes fendas foi calculada. Estas áreas foram normalizadas dividindo cada uma pela soma total das áreas.

A Tabela 4.1 mostra as áreas normalizadas abaixo de cada pico que correspondem as populações do estado de dois qutrits e, também, a respectiva população obtida pelo

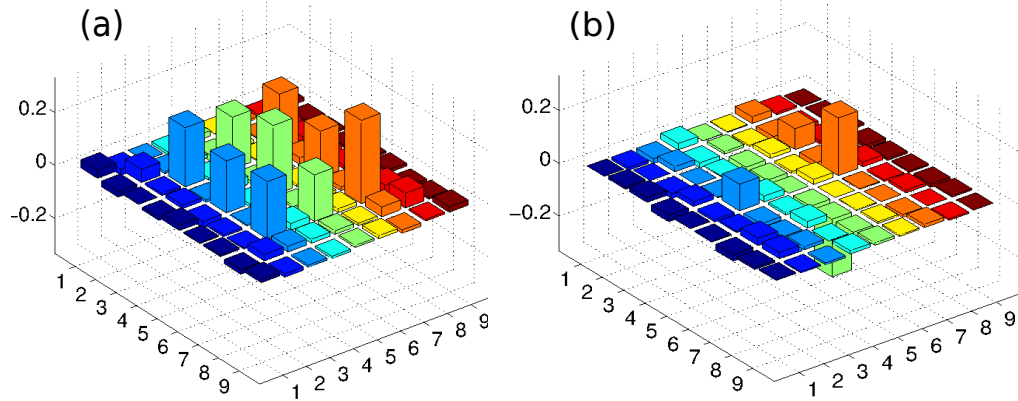


FIGURA 4.10: Parte real (a) e imaginária (b) do operador densidade medido para o estado de dois qutrits.

TABELA 4.1: Áreas normalizadas sob as curvas de imagem e os elementos diagonais oriundas do operador densidade reconstruído.

Estados	Área norm. abaixo da curva	El. diagonais de ρ_{tom}
$ 0\rangle_s 0\rangle_i$	0	0.04
$ 0\rangle_s 1\rangle_i$	0.02	0.02
$ 0\rangle_s 2\rangle_i$	0.23	0.18
$ 1\rangle_s 0\rangle_i$	0.01	0.04
$ 1\rangle_s 1\rangle_i$	0.36	0.24
$ 1\rangle_s 2\rangle_i$	0.01	0.02
$ 2\rangle_s 0\rangle_i$	0.32	0.34
$ 2\rangle_s 1\rangle_i$	0.02	0.10
$ 2\rangle_s 2\rangle_i$	0	0.03

método de tomografia mínima (elementos diagonais da matriz densidade). Vemos que o estado gerado é correlacionado em um modo que, se o fóton acompanhante passar através de uma das fendas, o fóton sinal passará através da fenda simetricamente oposta.

Checamos a qualidade do operador densidade reconstruído comparando o estado teórico que desejamos gerar (Eq. 4.8) com os valores esperados obtidos pelo operador densidade (ρ_{tom}). A fidelidade do ρ medido em relação ao estado previsto teóricamente com uma fase variável foi calculada. Nós obtemos um valor máximo de 0,86 para uma fase de $\phi = 0,58$ rad diferente da fase inicialmente prevista $\phi = 1,94$ rad. Como mencionado acima, esta diferença de fase pode ser devida a fase longitudinal que aparece devido a posição não-ótima das lentes de Fourier (L_{s1}, L_{s1}) em relação aos detectores [17].

Podemos também testar a qualidade do operador densidade reconstruído comparando o padrão de interferência previsto $I(x)$ usando o estado tomografado ρ_{tom} com o padrão de interferência medido independentemente no plano de Fourier. O padrão de interferência previsto devido ao operador densidade é obtido de

$$I(x_i, x_s) = Tr[\Pi_i(x_i)\Pi_s(x_s)\rho_{tom}], \quad (4.12)$$

onde $\Pi_j(x)$ ($j=1,2$) representa o operador de medida das fendas até o plano de Fourier. O operador $\Pi_j(x)$ na Eq. 4.12 é dado por [66]

$$\Pi_j(x_j) = \int_{x_j-b}^{x_j+b} sinc^2\left(\frac{kax'}{2f}\right) \sum_{l,m} e^{\frac{ikd(l-m)x'}{2f}} |l\rangle\langle m| dx' \quad (4.13)$$

onde $2b$, k e f são a largura das fendas em frente ao detector j ($j = i, s$), o número de onda do feixe de bombeamento e o comprimento focal da lente $L_{i1}(L_{s1})$. A soma é sobre todas as fendas l, m ($l, m = 0, 1, 2$). Usando as equações acima nós podemos obter o padrão de interferência e finalmente comparar com o padrão medido. A Fig. 4.11 mostra que o padrão obtido pela tomografia é próximo ao padrão medido no plano de Fourier para a preparação do estado.

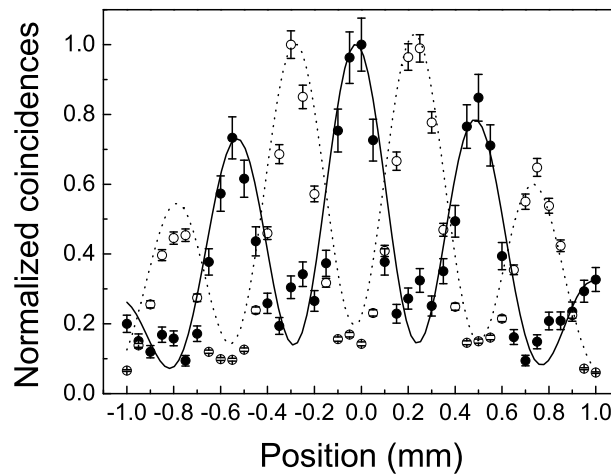


FIGURA 4.11: Comparação entre o padrão de interferência obtido pela tomografia (curvas contínuas e tracejadas) com os padrões medidos no plano de Fourier (círculos fechados e abertos). Na curva de círculos fechados, o detector acompanhante foi mantido fixo em $x_i=0$ e a curva com os círculos abertos o detector acompanhante foi mantido em $x_i = 350 \mu m$.

Quantificamos o emaranhamento do estado de dois qutrits calculando a robustez e a negatividade [2], Fig.4.12. Estes quantificadores foram calculados a partir do operador densidade obtido em função do número de medidas POVM. O método de tomografia variacional [59, 60] nos permite obter um operador densidade com um certo número

de elementos de POVM menores que $d^4 = 81$. Para cada operador densidade obtido utilizando um número $N < d^4$ de operadores de medida e as respectivas probabilidades experimentais, robustesa generalizada⁵ e negatividade⁶ foram calculados. A Figura 4.12 mostra duas medidas de emaranhamento calculadas do ρ_{tom} reconstruído com $N < d^4$ elementos de POVM. Note que o emaranhamento é detectado usando apenas $N > 11$ elementos de POVM da reconstrução e que para $N > 60$ as medidas de emaranhamento foram estabilizadas em torno de 1,3 (valor máximo=2 para dois qutrits).

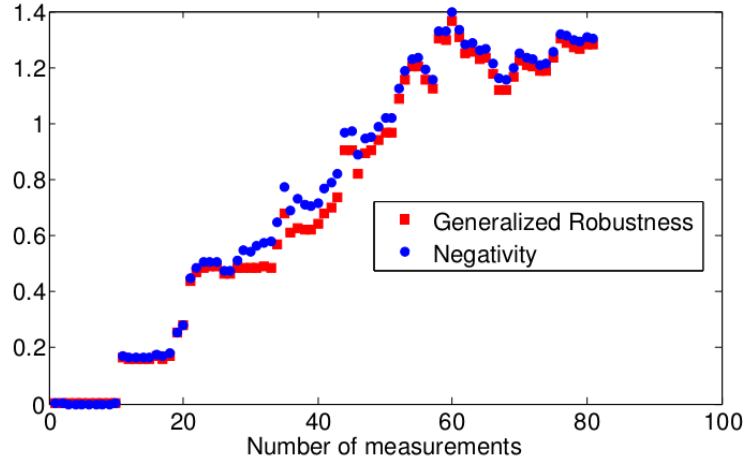


FIGURA 4.12: Dependência entre os quantificadores de emaranhamento e o número de medidas usadas para a reconstrução do operador densidade de dois qutrits. Os quantificadores usados foram a robustesa e a negatividade. Para em estado de dois qutrits estes dois quantificadores possuem o valor máximo de dois.

⁵Robustesa generalizada é uma medida do quão sensível o emaranhamento é para uma mistura de estados. É definida como $R(\rho) = \min t$ de modo que existe um estado Δ de modo a se tornar o seguinte estado separável $\frac{1}{1+t}(\rho + t\Delta)$ [69].

⁶A negatividade é dada por: $N(\rho) = \frac{\text{Tr}\sqrt{\rho^{\Gamma_A}\rho^{\Gamma_A}-1}}{2}$, onde ρ^{Γ_A} é a transposta parcial de ρ com respeito ao subsistema A [70].

Capítulo 5

Batimentos quânticos condicionais em uma cavidade óptica

5.1 Introdução

Neste capítulo será apresentado o experimento no qual participei durante o período de estágio sanduíche sob a orientação do Prof. Luis Orozco do grupo *Joint Quantum Institute*, da Universidade de Maryland, Estados Unidos. Este experimento está descrito detalhadamente na referência [26] e consiste do seguinte: através da interação de um feixe resfriado de átomos de rubídio 85 (^{85}Rb) com um feixe de laser ressonante e um campo magnético externo, dentro de uma cavidade óptica, um estado de superposição fundamental dos níveis magnéticos do átomo de ^{85}Rb é gerado e, através da construção da função correlação de segunda ordem temporal, um batimento quântico é observado. Do um modelo teórico criado para este sistema físico (seção 2.4) e dos resultados experimentais obtivos, observou-se uma forte dependência entre a decoerência em função da intensidade do feixe de laser existente dentro da cavidade. Assim, um estudo de como recuperar e prolongar a coerência do estado é feita. Além disso, participei da construção de um nova montagem experimental que consiste em uma evolução da montagem apresentada em [26]. Para obter uma melhor estatística da medição experimental e para corrigir problemas de estabilidade observados no sistema, uma evolução do aparato experimental foi necessária. Com as melhorias feitas durante minha estadia espera-se que o problemas observados sejam minimizados ao máximo. Uma armadilha magneto-óptica com maior volume e um cavidade com maior finesse foram construídas e

possibilitarão melhor estatística e maior interação entre átomos frios provenientes da armadilha magneto-óptica e feixes de laser dentro da cavidade. Todos os aprimoramentos serão discutidos detalhadamente no seção 5.8.

Este capítulo será apresentado da seguinte maneira: na seção 5.2 explicarei simplificadaamente o que são os batimentos quânticos. Em seguida, na seção 5.3, será apresentado o experimento. Será descrito como é a interação do feixe de átomos frios gerado por uma armadilha magneto-óptica com os modos de polarização da luz em uma cavidade QED e quais transições eletrônicas são permitidas utilizando feixes de laser. Assim, na seção 5.4, será apresentado o aparato de detecção e na seção 5.5 como é feito o processo de feedback. Em seguida, na seção 5.6, serão apresentadas simulações computacionais da função de correlação de segunda ordem com e sem o processo de feedback e os resultados experimentais que foram obtidos neste experimento. Na seção 5.7 será apresentado outra parte do experimento, a parte onde foram gerados os feixes de laser necessários para as transições eletrônicas bem como os feixes utilizados para a AMO. Por fim, na seção 5.8 são apresentadas as conclusões e perspectivas deste experimento.

5.2 Batimentos Quânticos

Batimento quântico é dado pelo comportamento oscilatório da intensidade da luz medida devido a emissão espontânea de átomos [25]. Seja um sistema atômico de três níveis interagindo com um campo magnético e um campo de radiação, onde decaimentos espontâneos acontecem dos níveis e_{-1} e e_{+1} , que estão defasados entre si de $2\hbar\Omega$, para o nível g_0 , como mostrado na Figura 5.1(a). A frequência Ω é proporcional a frequência de Rabi definida por:

$$\Xi = \frac{-eE_0}{\hbar} \langle e_{\pm 1} | r | g_0 \rangle, \quad (5.1)$$

onde $-e$ é a carga do elétron, E_0 é a amplitude do campo elétrico e r é a coordenada do elétron, respectivamente [38].

Vamos agora calcular o valor da intensidade média da luz emitida em um determinado tempo t após o átomo decair do nível $e_{-1}(e_{+1})$ para o nível g_0 . Inicialmente o átomo se encontra no nível e_{-1} ou no nível e_{+1} (bolinhas vermelhas na Fig. 5.1(a)). Assim, nesta configuração, o estado quântico do átomo será dado por [71]

$$|\psi_i(t)\rangle = \alpha e^{i\Omega t} |e_{-1}, 0\rangle + \beta e^{-i\Omega t} |e_{+1}, 0\rangle, \quad (5.2)$$

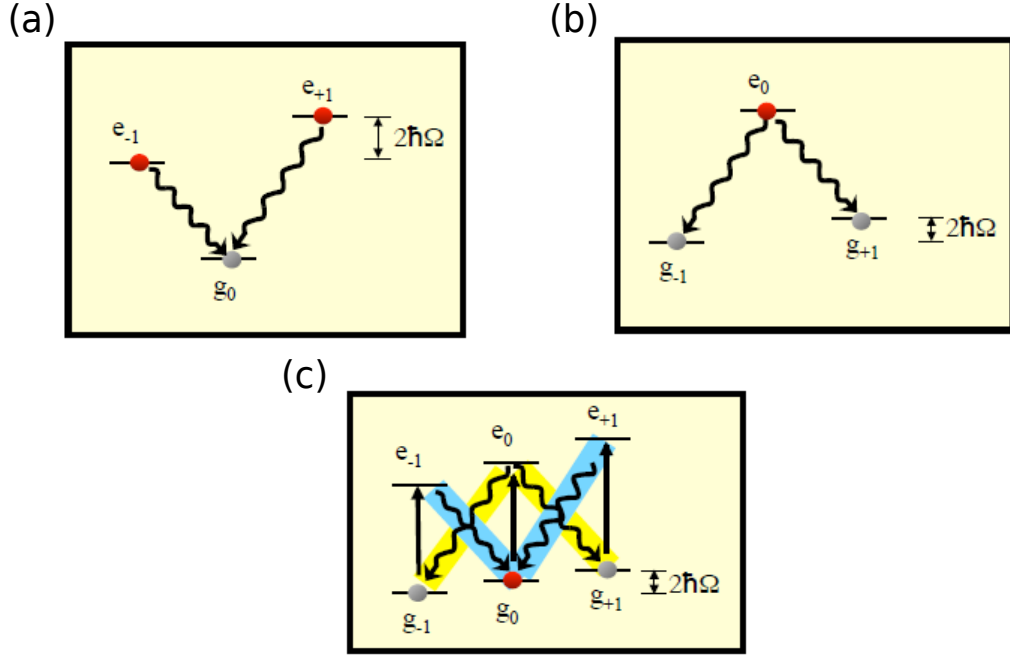


FIGURA 5.1: Estrutura de níveis atômicos para átomos tipo V e para átomos tipo Λ . Em (a) um átomo pode decair para o nível g_0 através do nível e_{-1} ou do nível e_{+1} . Átomos com este tipo de estrutura são denominados átomos do tipo Λ . Por outro lado, em (b) um átomo que se encontra no nível e_0 pode decair espontaneamente para os níveis g_{-1} ou g_{+1} . Átomos com este tipo de estrutura são denominados átomos do tipo V . Em (c) é mostrado uma estrutura de níveis que corresponde a combinação dos níveis de átomos do tipo Λ e do tipo V . [71]

onde o estado $|0\rangle$ representa a ausência de fótons. Após o átomo decair espontaneamente, seu estado quântico resultante será

$$|\psi_f(t)\rangle = \alpha e^{i\Omega t} |g_0, 1\rangle + \beta e^{-i\Omega t} |g_0, 1\rangle, \quad (5.3)$$

onde o estado $|1\rangle$ representa a emissão de um fóton. A probabilidade de detecção de um fóton devido ao decaimento espontâneo será dada por:

$$\begin{aligned} \langle I(t) \rangle &\propto \langle \psi_f(t) | a^\dagger a | \psi_f(t) \rangle \\ &= (\alpha^* \beta e^{-2i\Omega t} + \alpha \beta^* e^{2i\Omega t} + |\alpha|^2 + |\beta|^2) \langle g_0, 0 | g_0, 0 \rangle \\ &= 2|\alpha||\beta| \cos(2\Omega t + \phi) + |\alpha|^2 + |\beta|^2, \end{aligned} \quad (5.4)$$

ou seja, a intensidade média apresenta um comportamento oscilatório. Este comportamento é denominado batimento quântico [25] e átomos que possuem essa estrutura de níveis são chamados átomos tipo V . Assim vemos que para átomos com estrutura tipo V o batimento quântico é observado. Como ambas transições culminam para o mesmo estado, $e_{-1} \rightarrow g_0$ ou $e_{+1} \rightarrow g_0$, não há como determinar se o fóton emitido foi originado devido ao decaimento do nível e_{-1} ou e_{+1} . Devido a essa incerteza na trajetória do

decaimento do átomo, aparecerá um termo de interferência em função da frequência Ω medida na intensidade média resultante. Por outro lado, vamos ver se o mesmo comportamento ocorre para o estado fundamental atômico, como ilustrado na Figura 5.1(b). Analogamente ao caso anterior, o estado quântico do átomo que se encontra no nível e_0 é dado por

$$|\psi_i(t)\rangle = |e_0, 0\rangle. \quad (5.5)$$

Após decair espontaneamente, o estado quântico resultante será:

$$|\psi_f(t)\rangle = \alpha e^{i\Omega t} |g_{-1}, 1\rangle + \beta e^{-i\Omega t} |g_{+1}, 1\rangle, \quad (5.6)$$

e a probabilidade de detecção de um fóton será

$$\begin{aligned} \langle I(t) \rangle &\propto \langle \psi_f(t) | a^\dagger a | \psi_f(t) \rangle \\ &= \alpha^* \beta e^{-2i\Omega t} \langle g_{-1}, 0 | g_{+1}, 0 \rangle + \alpha \beta^* e^{2i\Omega t} \langle g_{+1}, 0 | g_{-1}, 0 \rangle + \\ &+ |\alpha|^2 \langle g_{-1}, 0 | g_{-1}, 0 \rangle + |\beta|^2 \langle g_{+1}, 0 | g_{+1}, 0 \rangle \\ &= |\alpha|^2 + |\beta|^2, \end{aligned} \quad (5.7)$$

mostrando que para átomos que possuem a estrutura de níveis como da Fig. 5.1(b), átomos do tipo Λ , não existe um comportamento oscilatório da intensidade calculada. Todos fótons que são emitidos durante decaimentos espontâneos são emitidos a partir do mesmo nível, e_0 , de forma que temos completa informação de onde os fótons foram emitidos, assim o batimento quântico não é observado.

Agora vamos considerar a situação apresentada na Figura 5.1(c). Esta figura mostra a combinação da estrutura de átomos do tipo V com a estrutura de átomos do tipo Λ . A situação é a que segue: seja um átomo (bolinha vermelha na Fig. 5.1(c)) que está no nível fundamental g_0 . Seu estado quântico é

$$|\psi_i\rangle = |g_0, 0\rangle. \quad (5.8)$$

Este átomo é promovido para o nível e_0 através da interação com um feixe de laser ressonante com a transição eletrônica $g_0 \rightarrow e_0$ e após um determinado tempo ele pode decair espontaneamente para o nível g_{-1} ou para o nível g_{+1} (caminho amarelo e bolinhas cinzas na Fig. 5.1(c))¹. Agora seu estado quântico será representado por [25]

$$|\psi_i^c(t)\rangle = \alpha_c e^{i\Omega t} |g_{-1}, 1\rangle + \beta_c e^{-i\Omega t} |g_{+1}, 1\rangle. \quad (5.9)$$

Novamente, através de interação com luz ressonante, este átomo pode ser promovido para o nível e_{-1} ou e_{+1} ($g_{-1} \rightarrow e_{-1}$ e $g_{+1} \rightarrow e_{+1}$) e decaindo espontaneamente pode

¹Através de regras de seleção. Esta situação será amplamente discutida nas próximas seções.

novamente retornar para o estado inicial g_0 . Neste caso o estado quântico será dado por

$$|\psi_f^c(t)\rangle = \alpha e^{i\Omega t}|g_0, 2\rangle + \beta e^{-i\Omega t}|g_0, 2\rangle. \quad (5.10)$$

Assim, a probabilidade de detecção de um fóton através de decaimentos para um determinado tempo t será dada por

$$\begin{aligned} \langle I(t) \rangle_c &\propto \langle \psi_f^c(t) | a^\dagger a | \psi_f^c(t) \rangle \\ &= (\alpha^* \beta e^{-2i\Omega t} + \alpha \beta^* e^{2i\Omega t} + |\alpha|^2 + |\beta|^2) \langle g_0, 1 | g_0, 1 \rangle \\ &= 2|\alpha||\beta| \cos(2\Omega t + \phi) + |\alpha|^2 + |\beta|^2, \end{aligned} \quad (5.11)$$

ou seja, batimento quântico para átomos no estado fundamental ocorrerá somente se for condicionada a existência de um estado como o da Equação 5.9. Este batimento quântico é chamado batimento quântico condicional [26].

5.3 Experimento

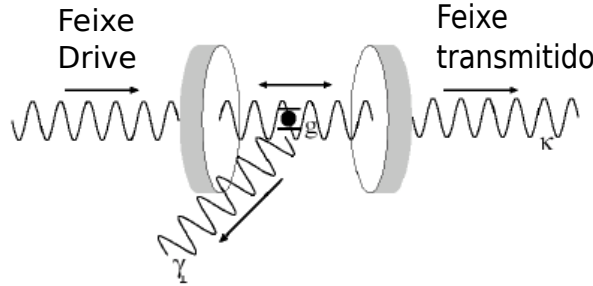


FIGURA 5.2: Esquema da cavidade óptica. Um feixe de laser, *drive* (explicado ao longo do texto), incide sobre a cavidade. Essa luz entra na cavidade e interage com átomos em seu interior. Luz, parte dela devido ao feixe de laser incidente e parte devido a decaimentos espontâneos dos átomos, é transmitida pela cavidade. A constante g representa a constante de acoplamento entre os átomos e a luz dentro da cavidade, k representa a taxa de decaimentos da cavidade e γ a taxa de emissões espontâneas [72], respectivamente.

O sistema utilizado neste experimento é composto de uma fonte de átomos frios [73] e de cavidade óptica no regime da eletrodinâmica quântica (QED)² [74] com acoplamento intermediário. Neste regime, a constante de acoplamento de dipolo entre o átomo e a luz dentro da cavidade³ $g/2\pi = 1.5 \text{ MHz}$ é comparável com a taxa de decaimento da cavidade, $k/2\pi = 3.0 \text{ MHz}$, e com a taxa de emissões espontâneas, $\gamma/2\pi = 6.07 \text{ MHz}$,

²Neste regime é possível estudar a interação entre luz e átomos dentro de uma cavidade óptica onde a natureza quântica da luz é significativa [74].

³ $g = \frac{d \cdot E}{\hbar}$ onde d é o momento de dipolo elétrico e $E = \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2\epsilon_0 V_{ef}}}$ é o campo elétrico de um fóton em uma cavidade com volume efetivo V_{ef} .

como ilustrado na Figura 5.2. Esta cavidade consiste de uma cavidade óptica com separação entre os espelhos de 2 mm, com $56 \mu\text{m}$ de largura do modo, do qual dois modos de polarização ortogonais, H e V, ressonantes com a linha D_2 dos átomos de ^{85}Rb se propagam em seu interior.

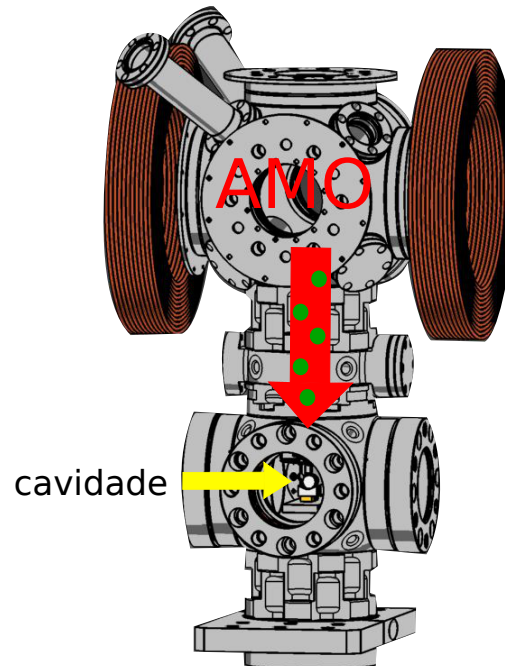


FIGURA 5.3: Esquema das câmaras a vácuo onde estão a AMO e a cavidade óptica. A câmara superior representa a região onde está situada a armadilha magneto-óptica. As duas bobinas são utilizadas para a geração do campo magnético utilizado para aprisionar o átomos. A abertura circular representa uma janela, das 5 existentes, por onde passam os feixes de laser para resfriar os átomos. Átomos resfriados na AMO seguem em direção a cavidade que se encontra localizada na câmara inferior.

Átomos de ^{85}Rb são confinados por uma armadilha magneto-óptica situada a 7.5 cm acima da cavidade, e posteriormente, são encaminhados para a cavidade pelo processo de geração do feixe de átomos frios LVIS [42], como explicado na seção 2.3.2.1. A Figura 5.3 mostra um esquema da estrutura da câmara a vácuo e da cavidade QED. A câmara superior representa a câmara a vácuo utilizada para a AMO. É nesta câmara onde os átomos são confinados. As duas bobinas laterais representam as bobinas que são utilizadas para criar o campo magnético para a AMO. Na câmara inferior está a região onde se encontra a cavidade óptica.

O feixe atômico resultante gerado pelo processo LVIS possui uma velocidade média em torno de 15 m/s dependendo dos parâmetros da AMO. O aparato ainda possui a possibilidade de promover opticamente átomos para o estado fundamental $F = 3, m = 0$ antes de entrar na cavidade (detalhes são apresentados na seção 5.7). Um pequeno campo magnético, 5 Gauss, determina o eixo de quantização alinhado com a polarização vertical (V) do feixe de laser chamado *Drive* (explicado abaixo).

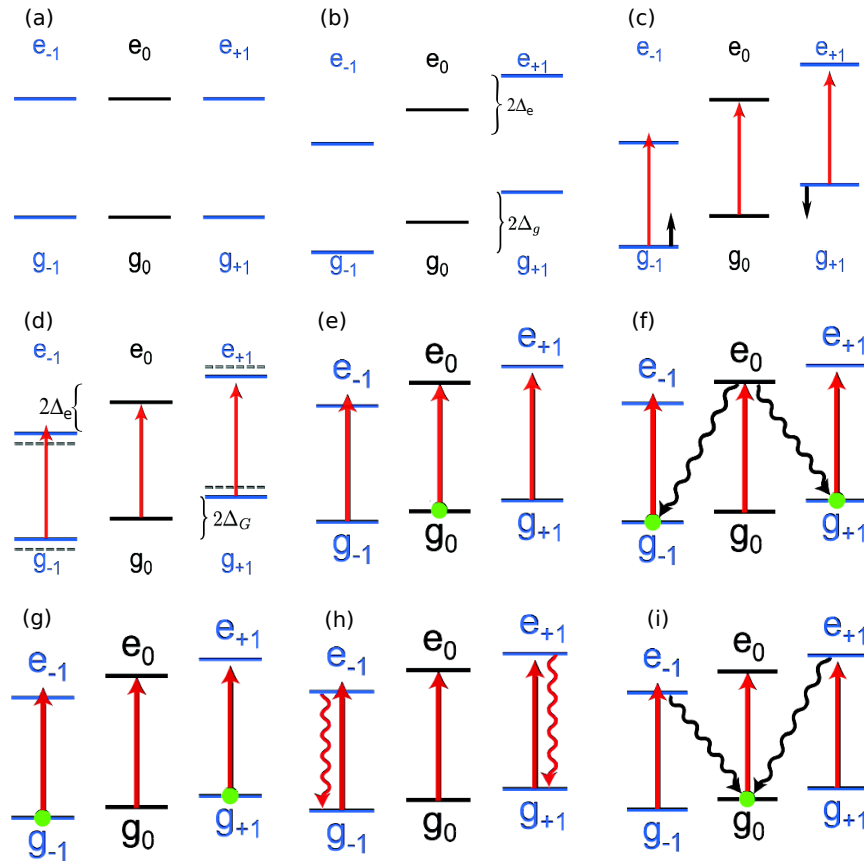


FIGURA 5.4: Níveis magnéticos dos estados fundamental $F = 3$ e excitado $F = 4$. (a) mostra os níveis magnéticos dos estados fundamental e excitado dos átomos de ^{85}Rb sem a influência de um campo magnético. Em (b) estes níveis estão na presença de um campo magnético externo e, conseqüentemente, por efeito Zeeman, um deslocamento de Δ_g em relação ao nível g_0 e Δ_e em relação a e_0 ocorre. Devido à incidência de um feixe de laser na cavidade óptica ocorre um deslocamento dos níveis magnéticos dos níveis $g_{\pm}(e_{\pm})$, (c), de modo que uma diminuição da distâncias entre os níveis deslocados é observada (d). Em (e) vemos que inicialmente o átomo está no nível fundamental g_0 e que através de transições π este átomo será promovido para o estado e_0 . Através de um decaimento espontâneo, (f), o átomo pode ir para o nível g_{-1} ou g_{+1} emitindo um fóton com polarização circular. Devido ao feixe de laser existente, outra transição π pode ocorrer (g). Por causa do espalhamento Rayleigh, (h), o estado de superposição criado perde coerência. E finalmente através da detecção de um segundo fóton com polarização H o átomo é projetado novamente no estado inicial (i) [75].

A Figura 5.4 apresenta esquematicamente a interação ocorrida entre os átomos de ^{85}Rb e os modos da cavidade durante seu trajeto dentro da cavidade. Estão representados apenas os três principais estados magnéticos dos níveis $F = 3$ e $F = 4$ mas na realidade estes níveis possuem 7 e 9 níveis magnéticos, como mostrado na Figura 2.6 e discutido na seção 2.2. A omissão destes níveis na Figura 5.4 se deve ao fato de que as transições entre os estados magnéticos mostrados são muito mais prováveis de acontecer do que os estados adjacentes [38]. O feixe de átomos frios interage com os dois modos ortogonais de polarização da luz ressonantes com a cavidade óptica e, devido ao campo magnético existente, os níveis magnéticos dos níveis eletrônicos $5S_{1/2}, F = 3$ e

$5P_{3/2}$, $F = 4$ que inicialmente estão degenerados (Fig. 5.4(a)) sofrem um deslocamento (efeito Zeeman [38]) quebrando a degenerescência existente (Fig. 5.4(b)). Assim os níveis magnéticos adjacentes do estado fundamental e excitado ficam separados de Δg e Δe , respectivamente. Um feixe de laser transmitido através da cavidade, que possui polarização V, desloca um pouco os níveis magnéticos do estado fundamental e do estado excitado, de modo que a separação entre os níveis magnéticos deslocados pelo efeito Zeeman é diminuída (Fig. 5.4(c) e (d)). Este deslocamento é chamado deslocamento de luz ou deslocamento Stark AC [38]. Além disso, este feixe de laser é ressonante com a transição $F = 3 \rightarrow F = 4$ de modo que ele excita átomos no estado fundamental $F = 3$ para o primeiro estado excitado $F = 4$ (Fig. 5.4(e)). Este feixe de laser será chamado de *drive* e esta transição é denominada transição π e possui regra de seleção $\Delta F = \pm 1$, $\Delta m = 0$ (Fig. 5.4(e)). Durante a emissão espontânea do estado $F = 4$ para o estado $F = 3$, o átomo pode emitir um fóton circularmente polarizado, por regra de seleção $\Delta m = \pm 1$ (Fig. 5.4(f)), e este fóton pode transferir uma componente de sua polarização (circular) para um dos modos ortogonais de polarização, polarização horizontal (H). Logo, através da detecção de um fóton com polarização H, não é possível determinar a origem desta emissão espontânea, ou seja, se o fóton gerado corresponde ao átomo que foi excitado e decaiu via o caminho $|g_0\rangle \rightarrow |e_0\rangle \rightarrow |g_-\rangle$ ou pelo caminho $|g_0\rangle \rightarrow |e_0\rangle \rightarrow |g_+\rangle$, assim uma superposição desses estados magnéticos é gerada. Se o átomo entra na cavidade no estado fundamental $g = 0$, a detecção de um fóton no modo ortogonal H define o átomo em uma superposição dos estados $g = \pm 1$. O estado quântico gerado então evolui na presença de um campo magnético, adquirindo uma fase relativa devido a precessão de Larmor, até que outra transição π transfira a coerência do estado fundamental para o estado excitado. Posteriormente, detectando um segundo fóton de polarização H, este estado é novamente projetado para o estado inicial (Fig. 5.4(i)). Este fóton é oriundo do caminho $|g_0\rangle \rightarrow |e_0\rangle \rightarrow |g_-\rangle \rightarrow |e_-\rangle \rightarrow |g_0\rangle$ ou do caminho $|g_0\rangle \rightarrow |e_0\rangle \rightarrow |g_+\rangle \rightarrow |e_+\rangle \rightarrow |g_0\rangle$. No entanto, pode haver várias emissões espontâneas de polarização V (espalhamento Rayleigh [76]) antes de um segundo fóton com polarização H ser detectado (Fig. 5.4(h)). Cada um desses saltos quânticos pode interromper o dipolo atômico e causa um pequeno deslocamento de fase afetando a coerência do estado fundamental. Este deslocamento leva à decoerência devido à aleatoriedade dos saltos que causa a difusão de fase.

5.4 Aparato de detecção

A Figura 5.5 apresenta um esquema do aparato onde se encontra a cavidade óptica juntamente com o sistema de excitação dos átomos com feedback e detecção. Lembremos que, pelo método LVIS, um feixe de átomos de baixa velocidade penetra o volume

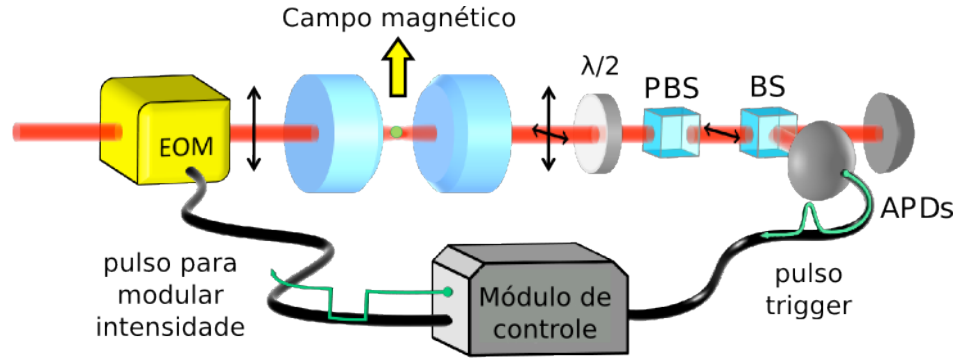


FIGURA 5.5: Aparato de detecção utilizado. A detecção de um fóton gera um pulso eletromagnético que muda a amplitude do feixe *drive* por um tempo pré-determinado. Um modulador eletro-óptico (MEO) delimita a intensidade do feixe *drive*. A luz que sai da cavidade passa por uma placa de meia onda, um divisor de feixe polarizador (PBS) e um divisor de feixe (BS) que mandam os fótons para detectores (*avalanche photodiodes-APD*). Os dois pulsos elétricos gerados pelos detectores são correlacionados com a detecção do primeiro fóton para obter $g^{(2)}(\tau)$ [26].

da cavidade. Durante os $5\mu\text{s}$ de trânsito dentro da cavidade, os átomos interagem com os modos de polarização, H e V, e podem emitir espontaneamente um fóton. O feixe de laser *drive* incide na cavidade QED sendo sua frequência ressonante com a transição $5S_{1/2}, F = 3, m = 0 \rightarrow 5P_{3/2}, F = 4, m = 0$ da linha D_2 dos átomos de ^{85}Rb .

O feixe de laser de polarização vertical que será incidido na cavidade para promover transições π nos átomos é proveniente de um laser de Ti:Sa fabricado pela empresa Coherent ($\lambda = 780\text{nm}$). Este feixe passa através de um modulador eletro-óptico EOS-space (MEO) (*electro-optical modulator*) (ver apêndice A.2) antes de atingir a cavidade. Este dispositivo gera uma modulação de amplitude criando bandas laterais em torno a frequência central do feixe de laser que será usado como *drive*. O feixe com a banda lateral de maior frequência incide sobre a cavidade (*drive*). Com este esquema é possível manipular rapidamente a amplitude deste feixe. Um gerador de atraso digital é usado para gerar um pulso eletrônico rápido, variável com o tempo, que abre um atenuador que alimenta o MEO. Um dos pulsos elétricos proveniente de um dos detectores é dividido antes de chegar no sistema que faz a correlação entre os dois pulsos dos detectores para obter a função de correlação $g^{(2)}(\tau)$. Este sinal que foi desviado é utilizado para a minimização de perturbações externas utilizando o processo de realimentação (*feedback*) mostrado na Figura 5.6. Além da função de minimização de perturbações este sinal também é utilizado como gatilho para o gerador de atraso digital, que então alimenta o atenuador. Assim, este atenuador pode atenuar a intensidade do feixe de laser que incide sobre a cavidade, como também bloqueá-lo completamente.

5.5 Feedback

Um esquema do processo de realimentação (*feedback*) é mostrado na Figura 5.6. Seja um sistema dinâmico onde se incida algum tipo de sinal de entrada e se meça algum sinal de saída. Este sistema pode estar sob a influência de perturbações externas e outros fenômenos que podem adicionar ruído ao sistema e assim obtermos resultados ruidosos. Uma maneira de se reduzir a influência externa no sinal de saída é desviarmos uma parte do sinal de saída, e utilizando um controlador PID⁴, obtermos um sinal de erro que é então enviado para o sinal de entrada do sistema de forma que influências externas possam ser minimizadas [77].

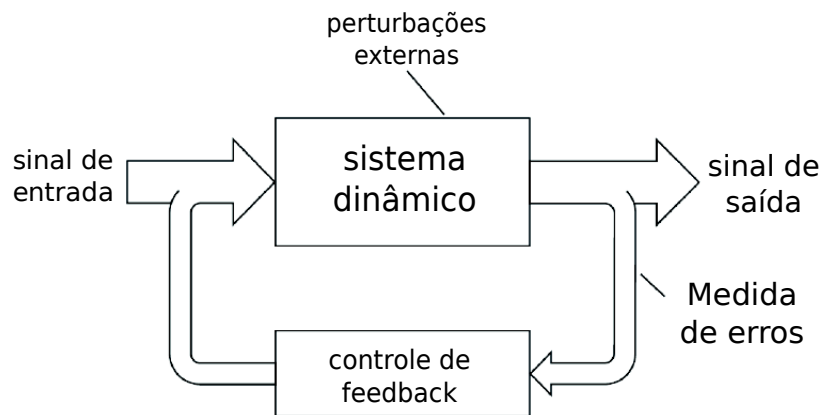


FIGURA 5.6: Diagrama do processo de feedback.

A função correlação $g^{(2)}(\tau)$ é obtida através da detecção condicional dos fótons de polarização H [processos mostrados nas figuras 5.4(f) e 5.4(i)] através de um processo de detecção homodina, onde uma pequena parte do sinal gerado pela emissão espontânea é superposto com a luz transmitida pela cavidade (o feixe *drive* é utilizado como oscilador local⁵), após passar por uma placa de meia onda e um divisor de feixes polarizador, $\lambda/2$ e PBS na Fig. 5.5. Através da obtenção de $g^{(2)}(\tau)$ é possível obter a frequência de Larmor dos níveis magnéticos do estado fundamental. As oscilações da função correlação mostram interferência de dois campos, um que oscila com a frequência de Larmor e outro não.

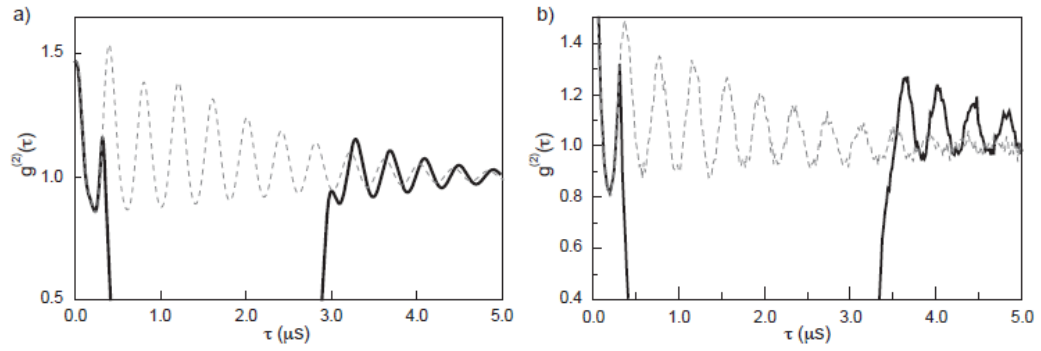


FIGURA 5.7: Função de correlação de segunda ordem obtida através de simulação computacional em (a) ou medida no experimento em (b) [47]. A figura a) mostra a função de correlação sem a ação de feedback (curva tracejada) e com a ação de feedback (curva contínua). A figura b) mostra a intensidade condicional sem feedback (curva tracejada) e com feedback. A intensidade do feixe *drive* é reduzida a 5% da sua intensidade inicial no intervalo de tempo onde ocorre o processo de feedback.

5.6 Resultados

A Figura 5.7(a) mostra uma simulação do experimento via método de Montecarlo [47]. A simulação foi feita mantendo a interação entre os átomos com o feixe de laser *drive* constante e também com a atenuação completa do *drive* por um intervalo de tempo pré-estabelecido (*feedback*). A curva cinza tracejada da Fig. 5.7(a) mostra a função correlação sem a utilização de feedback. O estado de superposição dos subníveis do estado fundamental dos átomos de ^{85}Rb foi criado, deixado evoluir e a função de correlação é medida. O decaimento é visualmente observado (Eq. 2.50). Posteriormente o *feedback* é utilizado⁶ e novamente a função de correlação é medida, linha preta da Fig. 5.7(a). A diferença de fase que aparece entre as curvas sem o controle de feedback e com o controle após o feedback ser ligado é relacionada ao número médio de saltos quânticos que ocorrem (Eq. 2.49). A linha preta e contínua mostra os resultados quando o *drive* é completamente desligado por $2.5\mu\text{s}$. Quando a oscilação retorna há mudança de amplitude e mudança de fase. Todos parâmetros da simulação estão dentro dos parâmetros experimentais da montagem discutida na ref. [26].

A Figura 5.7(b) mostra o mesmo resultado, mas agora obtido experimentalmente [47]. A linha tracejada mostra o resultado da medida para o caso onde não há feedback. As oscilações decaem abruptamente em cerca de $3\mu\text{s}$. Por outro lado, a linha preta mostra o resultado com um pulso de feedback fixo. A intensidade do feixe *drive* foi reduzida

⁴O controlador PID é utilizado para calcular o sinal de erro. Controlador possui três parâmetros: proporcional (P), integral (I) e derivativo (D).

⁵Oscilador local é um feixe de luz coerente auxiliar usado na detecção homodina.

⁶No sentido de que parte do sinal da medida é enviado novamente para o MEO e o mesmo atenua o *drive* incidente na cavidade.

a 5% de sua intensidade inicial, por um intervalo de tempo próximo a $3 \mu\text{s}$. Isto permite observar uma grande mudança no tamanho da oscilação e do deslocamento de fase depois do feixe *drive* ser religado, em comparação com a função correlação medida sem o protocolo de feedback. Desta medida observamos que o efeito do espalhamento Rayleigh que reduz a amplitude do batimento quântico é possível de ser corrigida utilizando o protocolo de feedback.

O valor da amplitude do feixe de bombeamento da cavidade, α , determina o deslocamento de frequência (Eq. 2.49) e a taxa de decoerência (Eq. 2.50). A Figura 5.8 mostra a função correlação medida utilizando-se diferentes valores de intensidade para o feixe de laser *drive* [26]. A curva azul mostra $g^{(2)}(\tau)$ utilizando o feixe *drive* com intensidade total e sem utilizar o processo de feedback. As curvas roxa, preta, vermelha e verde mostram a função $g^{(2)}(\tau)$ medida para diferentes intensidades do feixe *drive* e utilizando o processo de feedback (os valores das intensidades são mostradas na legenda da figura). Observamos claramente que existe uma dependência do deslocamento de frequência em função da intensidade do feixe *drive* ($|\alpha|^2$) e aplicando o protocolo de feedback juntamente com a redução da amplitude $|\alpha|^2$ há uma recuperação significativa da coerência do estado de superposição fundamental.

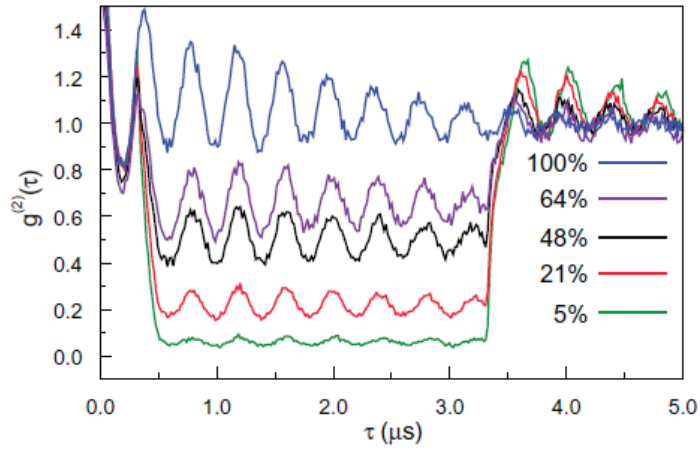


FIGURA 5.8: Função correlação de segunda ordem $g^{(2)}(\tau)$ medida experimentalmente em [26] aplicando o controle de feedback e utilizando o feixe *drive* com diferentes intensidades. A intensidade do feixe *drive* ($|\alpha|^2$) foi reduzida (indicado pela legenda da figura) e $g^{(2)}(\tau)$ foi medida. Foi utilizado um pulso de feedback de largura $3 \mu\text{s}$. Observa-se que tanto a recuperação da coerência quanto o deslocamento de fase dependem fortemente de $|\alpha|^2$.

5.6.1 Pós-seleção

No sistema do laboratório, a função de correlação de segunda ordem medida experimentalmente, além de ter informação a respeito do estado quântico atômico, também

possui informações a respeito de outros processos que ocorrem simultaneamente. Como exemplo, temos um dos termos devido a detecção homodina. Como não estamos interessados neste termo, medidas relacionadas a ele introduziriam um certo tipo de “ruído” na função $g^{(2)}(\tau)$ obtida, prejudicando assim a visualização de fenômenos mais sutis que poderiam vir a acontecer. Assim, a função correlação para um sistema físico real análogo ao do nosso experimento é muito complicada. Ela foi obtida por *Carmichael et al.* na referência [78]. A função obtida por ele possui três termos, um termo de interação entre dois átomos, um termo de interação de um átomo com o campo e um termo de detecção homodina. A Fig. 5.9 apresenta a função de correlação obtida por eles bem como simulações das intensidades de cada termo separadamente e sua função de correlação correspondente. Como através das medidas no laboratório obtemos a função total, é interessante desenvolver um método de pós-seleção com o objetivo de obtermos separadamente a influência de cada interação na medida.

A Figura 5.10 mostra os primeiros resultados utilizando pós-seleção⁷. A Figura 5.10(a) mostra a simulação da função de correlação $g^{(2)}(\tau)$ para o feixe de polarização horizontal na saída da cavidade e após a filtragem do conjunto placa de onda e PBS. Esta figura mostra a função correlação para um longo tempo de coleta de dados de emissões de fótons com componente de polarização H saindo da cavidade, computando também eventos de emissões espontâneas. A linha preta e contínua representa a função correlação calculada considerando todos os possíveis eventos que possam ocorrer, sem pós-seleção. O pequeno termo de anti-agrupamento (*antibunching*) observado em $\tau = 0$ é o resultado de simulações quânticas devido a um átomo fixo e acoplado com os modos de polarização dentro da cavidade. A linha cinza tracejada na figura representa a função correlação utilizando pós-seleção. Foi pré-determinado um máximo de 14 eventos de emissão espontânea durante 300 tempos de vida atômicos ($1/\gamma$), depois da detecção inicial de um fóton com polarização horizontal (quando o estado de superposição dos níveis magnéticos do estado fundamental é preparado). O objetivo desta filtragem é delimitar o número de saltos quânticos que podem ocorrer durante o intervalo de tempo estabelecido (que neste caso é 300 tempos de vida atômicos, onde o tempo de vida atômico é o tempo de vida do estado excitado, i.e., 26ns). Observamos que aplicando esta filtragem, um aumento da coerência da função correlação é observado quando eventos de emissão espontânea são desconsiderados (curva cinza e tracejada). A Figura 5.10(b) mostra a transformada de Fourier da simulação da parte (a), onde a curva preta corresponde a transformada da curva preta da parte (a) e de maneira análoga para a curva cinza. Esta figura mostra que existe uma mudança de frequência devido a retirada de eventos que correspondem

⁷Pós-seleção neste experimento significa após o registro dos dados experimentais de $g^2(\tau)$, isolar cada uma das contribuições para a função de correlação de segunda ordem através da análise de dados. No caso de simulações teóricas, pós-seleção significa poder isolar algumas destas contribuições.

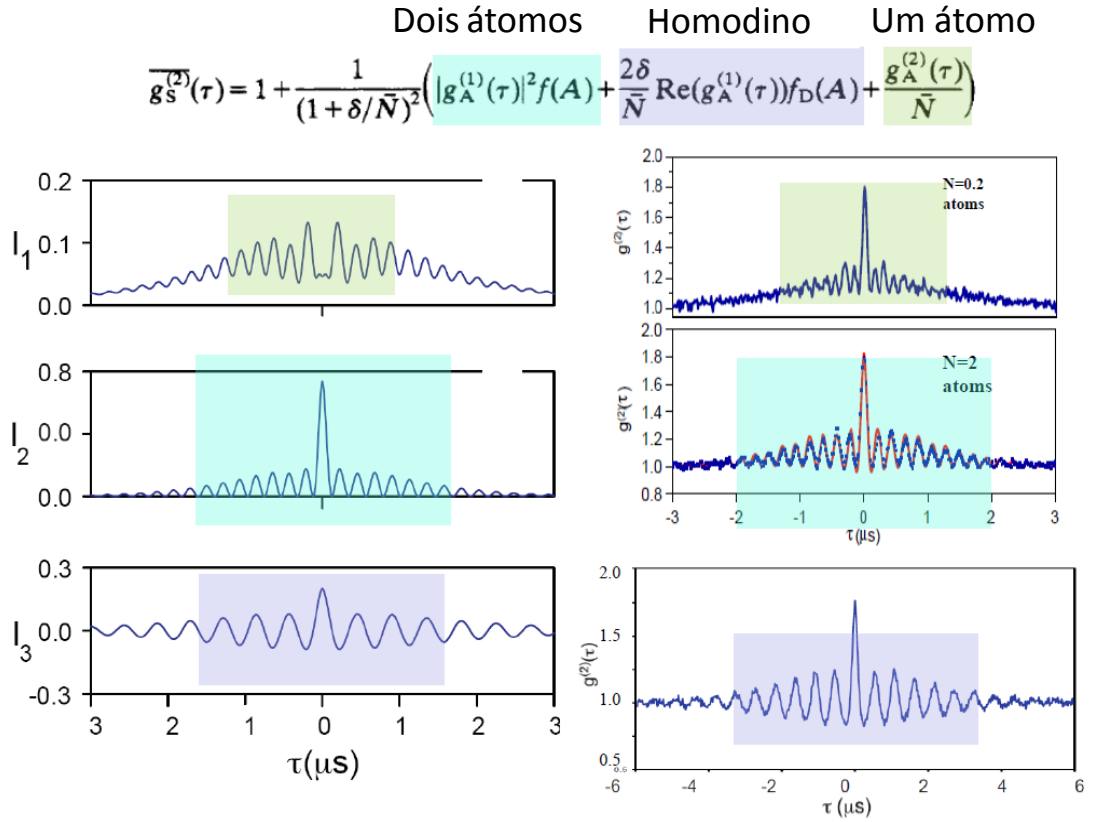


FIGURA 5.9: Função de correlação de segunda ordem obtida por *Carmichael et al.* [78]. A função correlação possui três termos, um referente a interação de dois átomos dentro da cavidade, um termo devido a detecção homodina, e por último, um termo devido somente a um átomo. Abaixo da equação estão simulações das intensidades (I_1 , I_2 , I_3) e das funções de correlação $g^2(\tau)$ plotadas para cada termo separadamente, $\bar{N} = 0, 2$ para evidenciar a interação de um átomo com o campo na cavidade, $\bar{N} = 2$ para a interação de dois átomos e a simulação da detecção homodina. As cores na equação e nos gráficos servem para mostrar quais gráficos representam cada termo da equação [71]. Na equação acima, \bar{N} representa o número médio de átomos e as expressões $f(A)$ e $f_D(A)$ estão explicitamente definidas em [79].

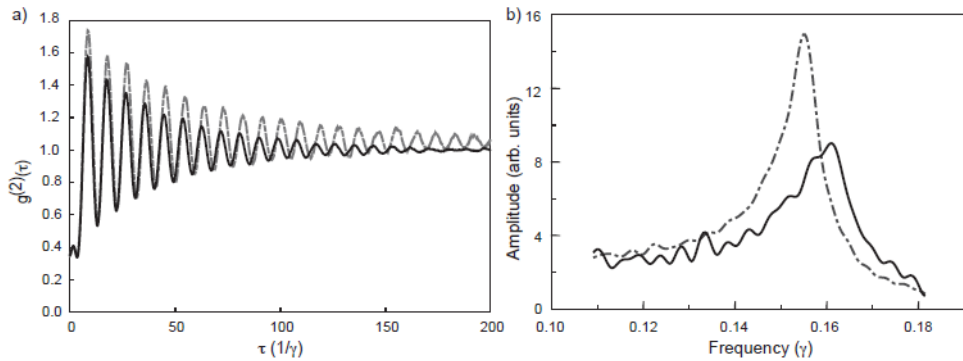


FIGURA 5.10: Simulações da função de correlação de segunda ordem sem pós-seleção (linhas pretas contínuas) e com pós-seleção (linhas cinzas tracejadas). a) mostra simulações de $g^{(2)}(\tau)$ e b) representam as transformada de Fourier dos resultados de a) [47].

a saltos quânticos. Estes cálculos são encorajadores para se realizar uma melhor análise utilizando pós-seleção na nova montagem que será construída (explicada na Seção 5.8).

Além da pós-seleção discutida acima, também foi feito uma modificação no programa de análise de $g^{(2)}(\tau)$ para incluir uma rotina de filtragem temporal. Este processo verifica a detecção do próximo fóton em comparação com a detecção do primeiro fóton (fóton que garante a geração do estado de superposição). Se o tempo entre duas detecções é menor do que uma janela temporal estabelecida, então este fóton como também seu antecessor não são incluídos na construção de $g^{(2)}(\tau)$. A razão para este tipo de filtragem temporal é o interesse na extração de dados referentes a somente um fóton dentro da cavidade. A janela temporal escolhida foi da ordem do tempo de vida do estado excitado, 26 ns, pois se dois fótons forem detectados em um tempo menor que 26 ns sabemos certamente que estes fótons são originados de mais de um átomo. Se houver apenas um átomo dentro da cavidade, deve haver anti-agrupamento em $\tau = 0$. A Figura 5.11 mostra resultados preliminares da função correlação utilizando batimentos quânticos. Foram utilizadas medidas experimentais obtidas na referência [73]. A linha preta não possui pós-seleção enquanto a linha cinza tracejada explicitamente exclui os fótons detectados em uma janela temporal menor do que a janela estabelecida. Isto é um reforço na evidência de anti-agrupamento. Um trabalho para melhorar o algoritmo de filtragem está sendo feito e espera-se observar a função de correlação em torno de $\tau = 0$. Este resultado é também encorajador.

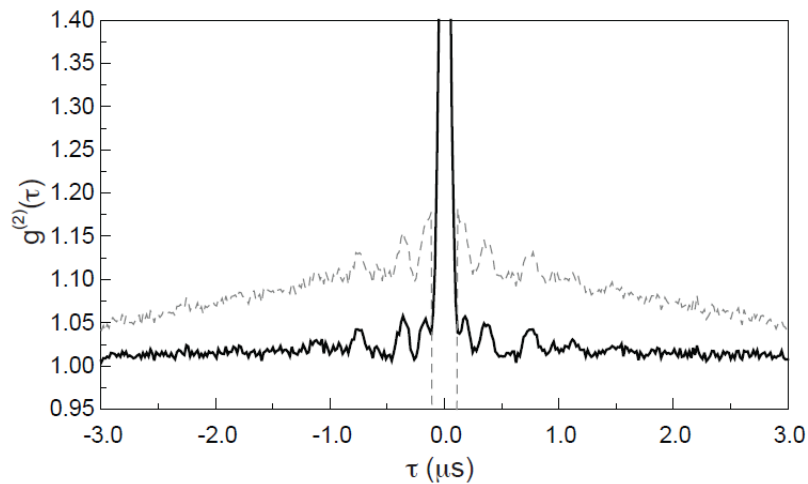


FIGURA 5.11: Função correlação de segunda ordem obtida sem pós-seleção (curva preta) e utilizando pós-seleção com janela temporal de 100 ns (curva cinza tracejada) [47].

5.7 Feixes de laser utilizados no experimento

Até agora mostramos como é realizado o experimento mas nenhuma atenção foi dada em relação a criação dos feixes de laser que são utilizados para a construção da armadilha magneto-óptica e do feixe *drive*. Além disso, uma série de outras transições eletrônicas que podem prejudicar a superposição de níveis atômicos desejada, não foram mencionadas. Assim, nesta seção apresentarei quais são os processos que podem ocorrer e como é possível evitá-los. Além disso, apresentarei a parte do aparato experimental que é utilizada para criar todos os feixes de laser que necessitamos para a realização do experimento. Também serão apresentados a geração de feixes de laser que serão utilizados para excitações eletrônicas de um outro isótopo menos abundante do rubídio, o ^{87}Rb . O novo aparato experimental está sendo construído também para utilizá-lo no experimento.

5.7.1 Geração dos feixes *drive*, rebombeamento, e bombeamento óptico

As Figuras 5.12 e 5.13 mostram as linhas D_2 dos átomos de ^{85}Rb e ^{87}Rb bem como todas as transições ópticas que são utilizadas neste experimento, com as respectivas frequências de transição. As setas vermelhas mostram quais são as frequências dos feixes de laser que são utilizados no experimento bem como as transições eletrônicas que eles promovem. Parte do feixe de laser é utilizado para estabilizar a frequência do laser de Ti:Sa através da técnica de Espectroscopia de Saturação (*Saturation Spectroscopy lock*) [39].

A Figura 5.14(a) mostra o aparato experimental para a geração dos feixes mostrados nas figuras 5.12 e 5.13. Um feixe de laser contínuo de 1,2 W de potência, Ti:Sa ($\lambda = 780\text{nm}$) da Coherent, é acoplado em uma fibra óptica que possui duas saídas. A primeira saída da fibra corresponde a um feixe transmitido com 90% de intensidade do feixe incidente e este feixe será utilizado na criação da AMO. Na outra saída da fibra óptica o 10% restante do feixe incidente é transmitido e superposto com um dois feixes utilizados para a AMO (Fig. 5.15). Abaixo serão analisados cada feixe separadamente, tanto sua função quanto sua geração.

Feixes da armadilha magneto-óptica e feixe de rebombeamento

A Fig. 5.12 mostra o valor da frequência dos feixes de laser usados na armadilha magneto-óptica, que como é mostrado na figura e foi explicado anteriormente, estão com dessintonia para o vermelho em relação a frequência de ressonância da transição

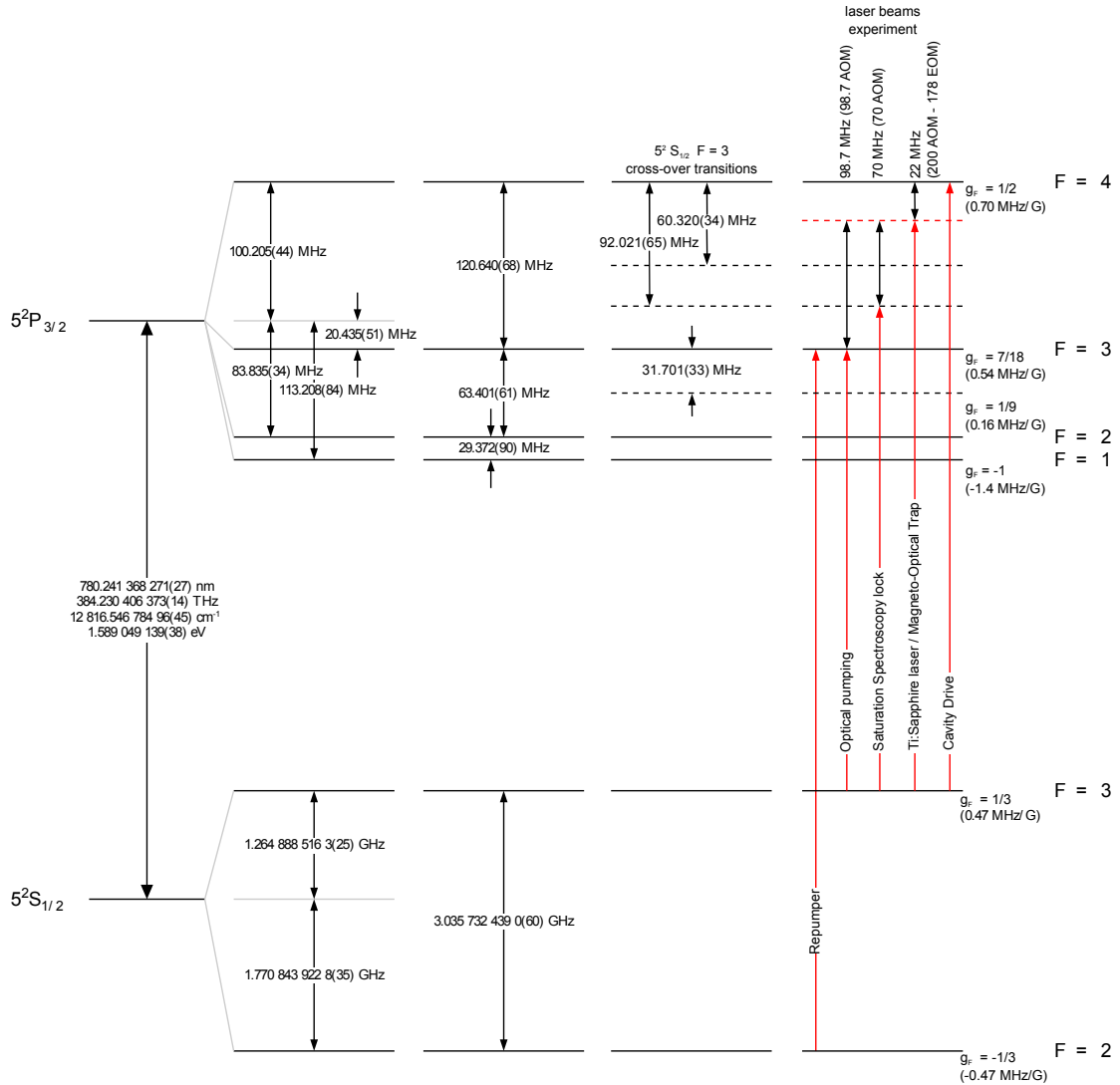


FIGURA 5.12: linhas D_2 dos átomos de ^{85}Rb . Nesta figura são apresentados valores de frequência dos feixes utilizados no experimento. Um dos feixes, designado na Figura por *Saturation Spectroscopy lock* é o feixe utilizado para estabilizar a frequência do feixe de laser Ti:Sa através da técnica de Espectroscopia de Saturação [39].

$F = 3 \rightarrow F = 4$. Pode acontecer dos átomos, que estão no estado excitado $F=3$, invés de decaírem para o estado fundamental $F=3$, decaírem para o estado fundamental $F=2$, de maneira que perdemos parte da população que poderia estar no estado fundamental $F=3$. Para evitar que isto aconteça, utilizamos um feixe de laser chamado feixe de rebombeamento (*repumper* na Fig. 5.12). Este feixe de laser possui a função de promover os átomos do estado fundamental $F=2$ para o estado excitado $F=3$ de maneira que, estando neste estado, os átomos podem decair novamente para o estado fundamental $F=3$.

O feixe utilizado pela AMO está 22 MHz defasado da ressonância da transição $F = 3 \rightarrow F = 4$. Ele é acoplado em uma entrada de um outro sistema de fibras que possui duas entradas e três saídas e a transmissão das três saídas correspondem a um

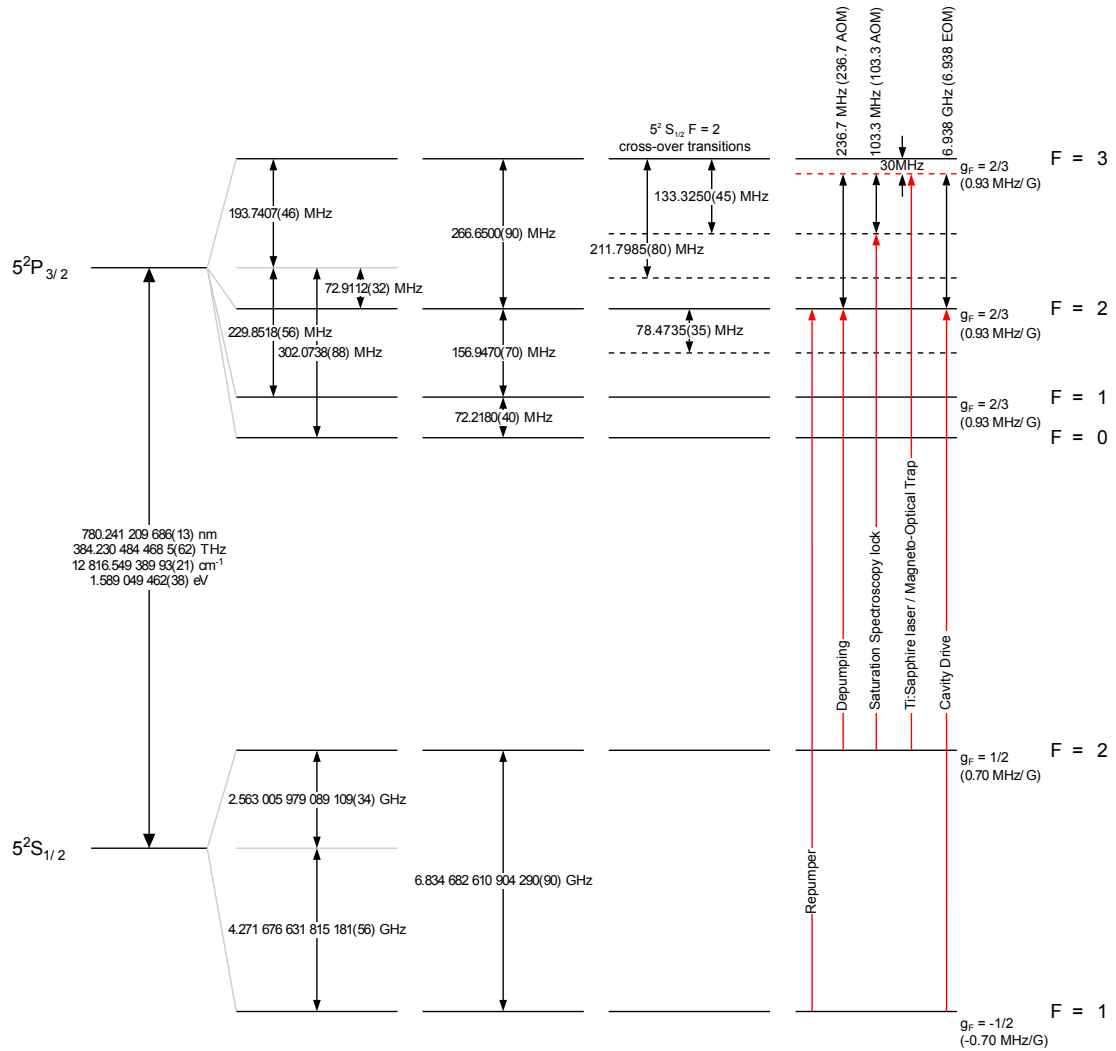


FIGURA 5.13: linhas D_2 dos átomos de ^{87}Rb . Nesta figura são apresentados valores de frequência dos feixes utilizados no experimento. Um dos feixes, designado na Figura por *Saturation Spectroscopy lock* é o feixe utilizado para estabilizar a frequência do feixe de laser Ti:Sa através da técnica de Espectroscopia de Saturação [39].

terço da intensidade do feixe incidente. Na segunda entrada deste sistema de fibras, um segundo feixe de laser é acoplado. Utilizando esta entrada, há a transmissão 20% da luz incidente para apenas duas das três saídas (10% para cada saída) e não há transmissão para a terceira⁸. Este feixe de laser é proveniente de um laser de diodo, Toptica DLX-110 ($\lambda=780\text{nm}$), e que é utilizado como feixe de rebombeamento. A Figura 5.15 exemplifica este sistema de fibras e feixes com intensidades distintas.

Assim, os feixes de laser incidentes nas três saídas desse sistema de fibras se distribuem da seguinte maneira: por duas saídas saem um terço do feixe intenso do Ti:Sa superposto com 10% do feixe de laser de diodo, em cada uma destas duas saídas são

⁸Este sistema de fibras com duas entradas e três saídas foi desenvolvido especificamente para nos fornecer a divisão que foi descrita anteriormente. Assim, cada feixe de laser utilizado terá uma única entrada de acoplamento da fibra para nos fornecer o comportamento desejado.

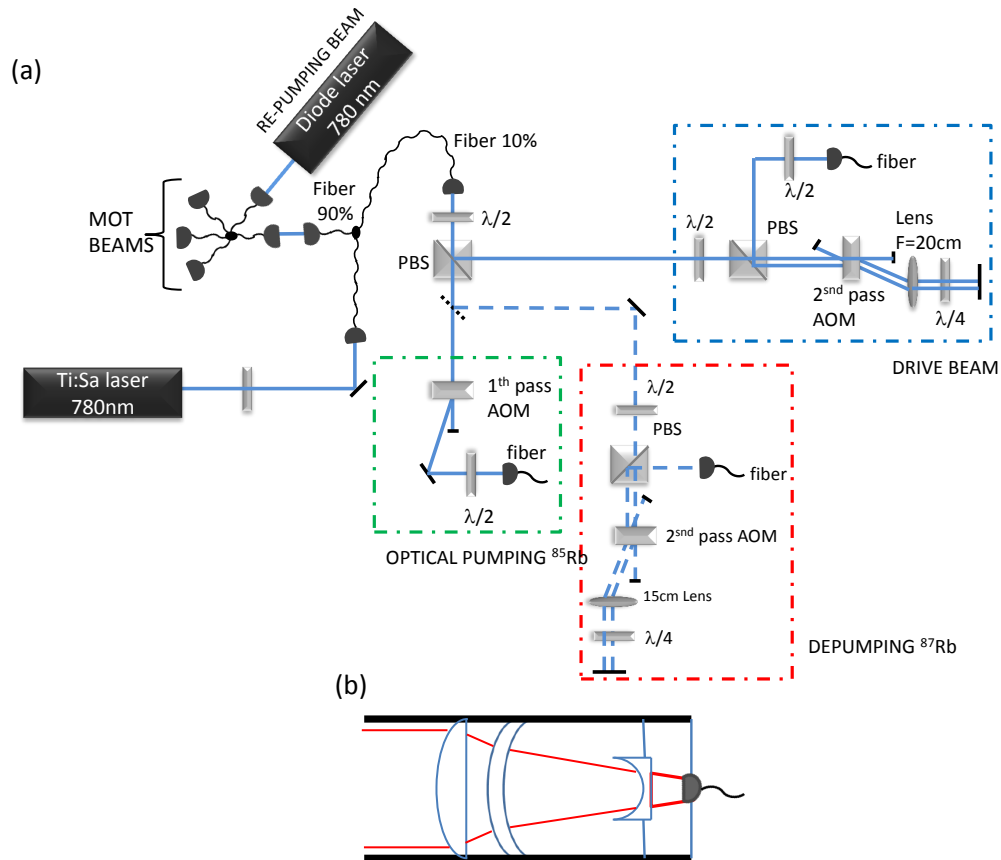


FIGURA 5.14: Aparato experimental para a geração dos feixes de laser utilizados no experimento. (a) representa o caminho óptico por onde o feixe de laser de 780nm percorre, originado do laser Ti:Sa, bem como os elementos ópticos utilizados no processo de geração dos feixes utilizados na armadilha magneto-óptica e na cavidade. AOM é um modulador acusto-óptico. Um segundo laser, de diodo, é usado para gerar o feixe de rebombeamento na armadilha. (b) mostra a estrutura do sistema de lentes em uma gaiola utilizado para acoplar o feixe que sai das fibras à câmara a vácuo.

usadas como os feixes do AMO nas direções x e y , Fig. 5.15. A terceira saída é composta somente por 33.3% do feixe do Ti:Sa e é direcionada ao eixo z para ser utilizada para exercer uma força sobre os átomos da AMO em direção a cavidade pelo método LVIS. Cada uma destas saídas é acoplada em um "sistema de gaiolas" da empresa Thorlabs⁹ com um conjunto de lentes; a Fig. 5.14(b) mostra este esquema experimental. Um sistema de lentes é utilizado nesta gaiola para fazer com que os feixes de laser usados no AMO sejam expandidos e colimados a um feixe com diâmetro de aproximadamente 2,50 cm. Uma placa de quarto de onda é utilizada para fazer com que a polarização de cada feixe do AMO passe a ser circularmente polarizada. Finalmente as três gaiolas são acopladas à câmara a vácuo nas direções x , y , e z e, no extremo oposto da câmara, são colocadas outras gaiolas com placas de quarto de onda e espelhos para criarem os feixes contrapropagantes com polarização circular ortogonal a incidente. A Figura 5.16 mostra

⁹Óptica necessária para montar um sistema de gaiola expansível de 30 mm para 60 mm. Está óptica encontra-se no site da Thorlabs na referência [80]

a câmara a vácuo com as gaiolas onde está a óptica necessária para expandir e colimar os feixes, as fibras ópticas com os feixes de laser e os espelhos para refletir os feixes da armadilha no sentido oposto ao incidente.

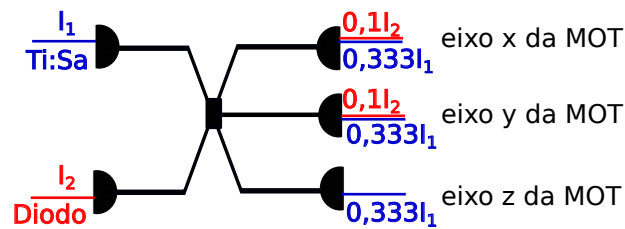


FIGURA 5.15: Sistema de fibras utilizado para acoplar dois feixes de laser originados de lasers distintos. O feixe de laser proveniente de um laser Ti:Sa, feixe azul na figura, é acoplado na entrada superior e possui intensidade I_1 . Este feixe é dividido igualmente pelas três saídas do sistema de fibras. O feixe de laser vermelho, de intensidade I_2 , é proveniente de um laser de diodo e é acoplado na entrada inferior da Figura. Esta entrada foi construída com a finalidade de transmitir apenas 20% da intensidade inicial para duas saídas (10% da intensidade para cada uma). Não há transmissão para a terceira. Assim estas três saídas são conectadas à câmara a vácuo onde se encontra a nuvem atômica. Nas direções x e y encontram-se as saídas das fibras que estão com uma superposição dos feixes de oriundos dos lasers de Ti:Sa e diodo. A saída de fibra em que há apenas o feixe do laser Ti:Sa é utilizada na direção z .

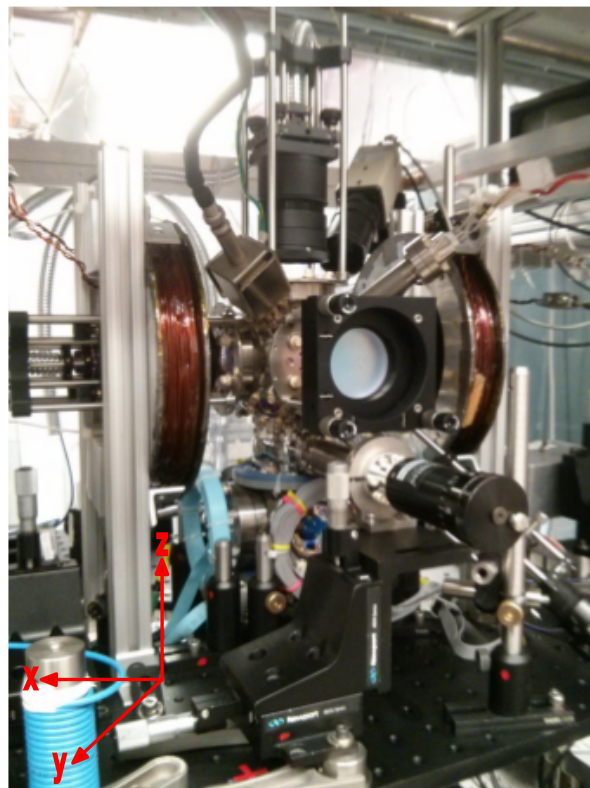


FIGURA 5.16: Imagem da armadilha magneto-óptica construída com o sistema de gaiolas [80] por onde são acopladas as fibras e de onde saem os feixes de laser do AMO e de bombeamento óptico.

O feixe com 10% de intensidade que sai do primeiro sistema de fibras passa por uma placa de meia onda seguida por um PBS com objetivo de controlar a intensidade dos feixes refletidos e transmitidos. O feixe refletido é utilizado na geração do feixe *drive* e o feixe transmitido será utilizado como feixe de bombeamento óptico para ^{85}Rb ou ^{87}Rb .

Feixe de bombeamento óptico para ^{85}Rb

Para direcionar a população dos átomos para o estado $F = 3, m = 0$ é usado o feixe de laser chamado feixe de bombeamento óptico. Usando este feixe com polarização V é suficiente para aumentar a população dos átomos no estado magnético $m = 0$, devido à regras de seleção favoráveis ao bombeamento óptico dos átomos para este nível magnético.

A Figura 5.14(a) mostra a região onde o feixe de bombeamento óptico é gerado. Esta região está representada por um quadrado verde tracejado. O feixe transmitido pelo PBS incide em um modulador acusto-óptico (MAO) [81] (*acusto-optical modulator*) (ver apêndice A.3). Este dispositivo funciona como uma grade de difração e o feixe transmitido pelo MAO possui diversas ordens, cada ordem com um deslocamento de frequência. Bloqueamos todas as ordens de difração, exceto a primeira ordem negativa, que foi utilizada. O deslocamento de frequência é de -98MHz. Este feixe então é acoplado em uma fibra e a saída desta fibra é posicionada paralelo ao feixe *drive* mas deslocado na direção z positiva com a função de incidir no feixe atômico resfriado acima da cavidade antes do mesmo penetrar no volume delimitado pelos espelhos da cavidade.

Drive

A região onde o feixe *drive* é preparado e interage com a cavidade está delimitada pelo quadrado tracejado de azul na Fig. 5.14(a). O feixe refletido pelo PBS passa por uma placa de meia onda, tem sua polarização linear girada para H e é então transmitido por um PBS. Este feixe passa por um MAO e a primeira ordem com frequência negativa é utilizada. O deslocamento de frequência é de -80 MHz. Em seguida foi usado um sistema denominado "olho de gato" [81], que consiste de uma lente mais um espelho perpendicular ao feixe posicionado no foco da lente, faz com que o feixe transmitido pelo MAO volte exatamente pelo mesmo caminho e passe novamente pelo mesmo MAO. Assim um outro deslocamento de frequência é adquirido com valor de -80 MHz. O feixe resultante da passagem dupla pelo MAO e com deslocamento de frequência negativo de -160 MHz é acoplado em uma fibra óptica e utilizado no sistema de feedback e para

bombear a cavidade (Fig. 5.5) utilizando um MEO. O MEO cria bandas laterais neste feixe com a maior frequência, 182 MHz, e este é utilizado para bombear a cavidade.

Feixe de rebombeamento para ^{87}Rb ¹⁰

O feixe de rebombeamento para ^{87}Rb funciona de maneira semelhante ao utilizado para ^{85}Rb . Átomos que estão no estado excitado $F=2$ podem decair tanto para o estado $F=1$ (que é o que queremos) ou para o estado fundamental $F=2$. Assim o feixe de rebombeamento é usado para promover os átomos do estado fundamental $F=2$ para o excitado $F=2$ para que, através de decaimentos espontâneos, os átomos voltem ao estado fundamental $F=1$. Este também é um processo cíclico. A Figura 5.14(a), na região onde se encontra o quadrado tracejado e vermelho mostra a região onde o feixe depumper é gerado.

O processo de geração é análogo ao da geração do feixe drive. A única diferença se deve às frequências que o MAO fornece estes feixes.

5.8 Perspectivas: novo aparato experimental

O experimento apresentado e publicado em [26] sofria de muitos problemas de instabilidade mecânica, tanto os feixes de laser utilizados para promover transições eletrônicas dos átomos, feixes de laser da armadilha magneto-óptica, o feixe *drive* da cavidade, quanto a própria cavidade em si. Afim de reduzir estes problemas tornou-se necessário remodelar o experimento. Abaixo, apresentarei as modificações mecânicas que foram realizadas visando diminuir os problemas de vibração. Mostrarei, também, as modificações que têm como objetivo facilitar o processo de obtenção de informações prévias sobre as grandezas físicas experimentais (campo magnético, velocidade dos átomos).

Para estabilizar os feixes de laser utilizados para a AMO, cavidade e bombeamento dos átomos, uma nova óptica foi adquirida. Anteriormente estes feixes eram propagados no espaço livre em um longo caminho até chegar as câmaras a vácuo. Além disso, para manipular a direção dos feixes era necessário utilizar uma quantidade enorme de espelhos, PBS's e placas de onda. Esta óptica foi substituída por sistema de fibras ópticas, facilitando em muito o acoplamento dos feixes de laser nas câmaras.

A câmara a vácuo utilizada para a armadilha magneto-óptica foi substituída por uma que possui um volume 8 vezes maior do que a anterior. Assim existe a possibilidade

¹⁰Feixe de laser gerado para o estudo deste isótopo do rubídio.

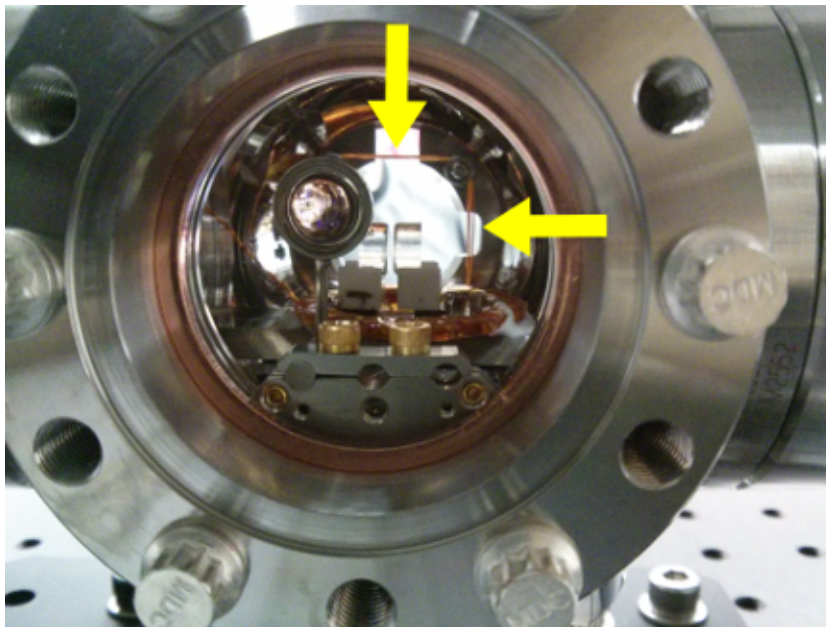


FIGURA 5.17: Bobina construída com a finalidade de promover transições com ondas de rádio (FM) dos níveis eletrônicos dos átomos. As setas amarelas na figura mostram uma bobina, das três que foram introduzidas (direção x , y , z) para promover transições com ondas de rádio (FM) dos níveis eletrônicos dos átomos. Uma pequena lente foi colocada próxima a cavidade para se ter uma idéia de como é a estatística de velocidades do feixe atômico chegando na cavidade.



FIGURA 5.18: Magnetômetro introduzido logo abaixo da cavidade. A seta amarela mostra o magnetômetro introduzido para medir o campo magnético perto da cavidade.

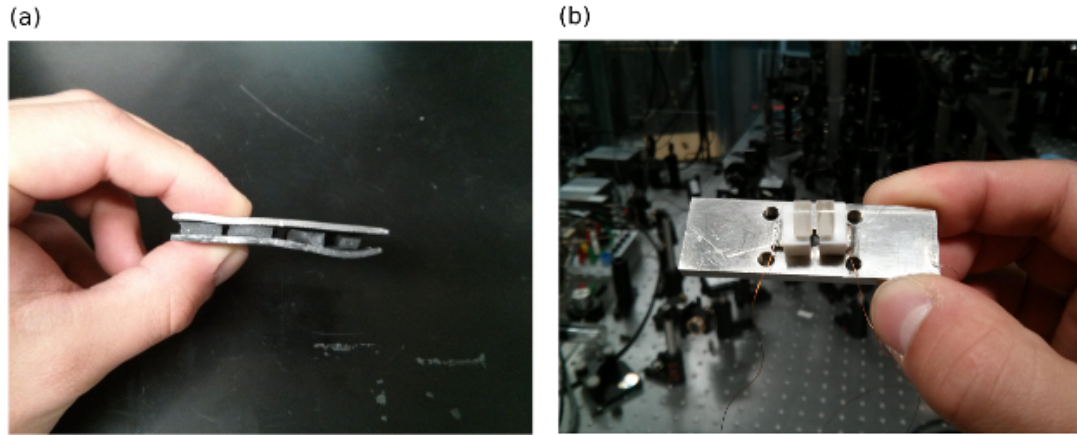


FIGURA 5.19: Almofada para reduzir vibrações mecânicas e cavidade óptica utilizada no experimento. (a) e (b) mostram uma almofada feita de um material que absorve vibrações mecânicas e a cavidade óptica utilizada neste novo experimento, respectivamente.

de se gerar um feixe atômico com um número maior de átomos, o que aumentaria significativamente o fluxo atômico dentro da cavidade óptica.

A figuras 5.17, 5.18 e 5.19 mostram algumas outras modificações que foram introduzidas para obtermos mais informações a respeito do sistema experimental. Foram instaladas pequenas bobinas dentro da câmara onde se encontra a cavidade que serão utilizadas para promover transições via ondas de rádio e microondas, entre os níveis magnéticos do estado fundamental $F=3$ dos átomos de ^{85}Rb ; esta bobina está mostrada na Fig. 5.17. Além disso uma pequena lente foi colocada um pouco acima da cavidade com a função de coletar um pouco da fluorescência do feixe de átomos e assim nos dar uma idéia de como é a distribuição de velocidades dentro da cavidade (Fig. 5.17). Um sensor magnético foi instalado logo abaixo da plataforma onde se encontra a cavidade, Fig. 5.18, para nos dar uma idéia do valor do campo magnético perto da cavidade. Com a finalidade de reduzir ao máximo as vibrações mecânicas da cavidade, uma almofada isolante foi colocada abaixo da cavidade, Fig. 5.19(a). A Figura 5.19(b) também mostra, a título de ilustração, a nova cavidade óptica utilizada. Esta cavidade possui uma finesse aumentada por um fator de dois em relação a anterior ($F=22000$ [26]). Com a possibilidade de haver um número maior de átomos para a realização do experimento, surge a possibilidade de se utilizar os isótopos ^{87}Rb menos abundantes. Diferentemente dos átomos ^{85}Rb , estes átomos possuem apenas três níveis magnéticos em seu estado fundamental ($F = 1$, Fig 5.13), o que os tornariam interessantes na criação do estado de superposição do estado fundamental pois toda população atômica se concentrariam em um destes três estados. Lembremos que átomos de ^{85}Rb possuem 7 estados magnéticos no estado fundamental. Por fim, com o intuito de se aplicar pós-seleção nas análises da função correlação medida, um sistema de detecção para os fótons que saem da cavidade

será construído. Isso possibilitará marcar todos fótons saindo da cavidade com polarização V e realizar pós-seleção com todos os fótons medidos, fótons com polarização H e V.

Com as modificações feitas na nova montagem espera-se que os problemas com estabilidade mecânica acabem, ou sejam reduzidos drasticamente. Além disso, por causa do volume maior da nova armadilha magneto-óptica (oito vezes maior que a anterior [26]) e da maior finesse da cavidade óptica (duas vezes maior que a anterior[26]), é esperado que o fluxo de átomos frios dentro da cavidade óptica seja maior que anteriormente. Espera-se que, com uma melhor estatística, o efeito do deslocamento de fase ocorrido no batimento quântico condicional (Eq. 2.49) utilizando feedback seja evidenciado além da recuperação da coerência do estado de superposição atômico gerado.

Com a instalação de uma magnetômetro logo abaixo da plataforma onde se encontra a cavidade e de uma lente logo acima da mesma (ambos elementos dentro da câmara a vácuo) espera-se que seja possível obter informações a respeito do campo magnético aplicado na nuvem atômica na região onde se encontra a cavidade e nos dar uma idéia de como é fluxo de átomos transitando pelo volume delimitado pelos espelhos da cavidade.

Com a instalação de três bobinas pequenas dentro da câmara a vácuo onde está a cavidade e em torno da mesa, uma para cada dimensão (x , y e z), existe a idéia de se utilizar estas bobinas para criar campos oscilatórios com frequência da ordem de ondas de rádio para promover transições entre os níveis magnéticos adjacentes do estado fundamental dos átomos de ^{85}Rb (Fig. 2.6).

Aproveitando que com a nova montagem será possível aprisionar um número bem maior de átomos, surge a possibilidade de estudar efeitos quânticos do isótopo menos abundante do Rubídio, o ^{87}Rb .

Ambas pós-seleções apresentadas são através de cálculos preliminares, mas são encorajadores o suficiente para a construção na nova montagem experimental de uma porta de detecção para medirmos experimentalmente os fótons gerados com polarização vertical, visto que na montagem anterior este sinal não era utilizado. Isto permitirá termos informações a respeito de todos os fótons gerados e realizar medidas de pós-seleção com os dados completos. Além disso um esforço no aprimoramento do algoritmo de filtragem vem sendo feito e é esperado com isso uma melhor análise da função correlação em torno de $\tau = 0$.

Capítulo 6

Conclusões e futuro

Neste trabalho, realizamos experimentalmente as tomografias mínimas de dois qubits utilizando o SIC-POVM proposto em [52] e dois qutrits usando o SIC-POVM para um qutrit proposto em [58]. Foram utilizados nesta tese estados de qudits fotônicos preparados no grau de liberdade de caminho transversal quando os pares de fótons gerados pela conversão paramétrica descendente atravessam fendas múltiplas. Medidas para a tomografia de dois qubits foram feitas mudando-se as escalas de cinza na tela do modulador espacial e/ou posicionando os detectores dos fótons em posições específicas no plano do padrão de interferência. Com isto, as mudanças de fase e atenuação dos caminhos dos fótons necessárias para a implementação dos operadores de medida foram realizadas. Somente modificando-se as escalas de cinza na tela do modulador espacial foi suficiente para a tomografia de dois qutrits. Nesta tomografia as posições dos detectores permaneceram-se inalteradas e posicionadas no centro do padrão de interferência de dois fótons ($x_s = x_i = 0$). Para dois qubits a qualidade dos operadores de medida foi testada calculando-se a fidelidade entre os elementos do POVM construídos com os respectivos previstos teoricamente. Além disso uma medida da pureza do estado quântico tomografado foi realizada. Para dois qutrits a qualidade da tomografia foi testada comparando-se as imagens condicionais das fendas com os elementos da diagonal da matriz densidade reconstruída e os padrões de interferência de dois fótons medidos independentemente com o previsto teoricamente a partir da matriz densidade reconstruída via tomografia. O emaranhamento do sistema de dois qutrits foi medido via a negatividade e robustez generalizada, calculados através do operador densidade reconstruído, obtido dos elementos de POVM medidos no laboratório. Como perspectiva seria interessante o desenvolvimento de uma técnica experimental de tomografia que utilizasse apenas os caminhos dos fótons sem a utilização dos padrões de interferência. Neste caso, devido ao aumento das contagens, sistemas de dimensões maiores poderiam ser tomografados em tempos realistas. Preparação e tomografia de estados não simétricos de dois qudits

$(n \times m)$ também seria um trabalho importante. A aluna Paula D'Avila iniciou um estudo nesta direção no nosso grupo, na sua dissertação de mestrado.

Como descrito na tese, participei da construção de um novo experimento para o estudo da interação de átomos frios de rubídio com os modos H e V da polarização de um feixe de luz (*drive*) dentro de uma cavidade óptica na presença de um campo magnético externo. Esta montagem é uma evolução da montagem apresentada e explicada detalhadamente por *Cimmarusti et al.* na referência [26]. Um estado de superposição dos níveis magnéticos do estado fundamental foi gerado e o batimento quântico detectado através da função de correlação $g^{(2)}(\tau)$ foi medido. Utilizando um mecanismo de feedback, o feixe de laser *drive* era atenuado e até mesmo bloqueado e, nesta configuração, $g^{(2)}(\tau)$ era medida novamente. Além do aumento da coerência observado no batimento quântico condicional, um pequeno deslocamento de frequência foi detectado. Um modelo teórico (apresentado na seção 2.4) foi desenvolvido para determinar quais efeitos determinam este deslocamento de frequência. Através deste modelo viu-se que o efeito do deslocamento de frequência é significativo na medida de $g^{(2)}(\tau)$ utilizando feedback (Eq. 2.49) As medidas de batimento quântico condicional obtidas experimentalmente estavam muito ruidosas, impossibilitando uma evidência concreta do deslocamento de fase bem como o aumento de coerência. Assim a idéia de remodelar o experimento para obtermos uma nuvem atômica com densidade maior para melhorarmos os resultados obtidos foi necessária. Além disso, na montagem anterior, uma série de problemas de estabilidade mecânica, tanto dos lasers utilizados no experimento quanto da própria cavidade, eram evidentes. Nesta nova montagem, uma série de melhorias mecânicas foram realizadas afim de minimizar ao máximo possível qualquer instabilidade mecânica que possa ocorrer. Para sabermos o valor do campo magnético externo aplicado para a realização do experimento, foi adicionado ao aparato um magnetômetro (dentro da câmara a vácuo), situado logo abaixo da plataforma onde se encontra a cavidade óptica. Para termos uma idéia do fluxo de átomos dentro da cavidade uma lente foi colocada dentro da câmara, logo acima da cavidade, com a função de coletar um pouco de fluorescência e termos uma imagem do fluxo atômico. E, por fim, também dentro da cavidade, foram colocadas três bobinas que possuirão a função de promover transições entre os níveis magnéticos adjacentes do estado fundamental através de estímulos de ondas de rádio (RF). Assim, com a reconstrução do experimento espera-se que medidas obtidas de $g^{(2)}(\tau)$ possuam maior estatística, de forma que fique evidente o deslocamento de fase deduzido pelo modelo teórico desenvolvido [26]. Como a nova AMO possui um volume oito vezes maior que a anterior, espera-se que um número muito maior de átomos de rubídio sejam aprisionados e tenhamos estatística suficiente para estudarmos o menos abundante dos isótopos de rubídio, o ^{87}Rb . Por fim, as análises preliminares de pós-seleção apresentadas na seção

5.6.1 são encorajadoras o suficiente para que na nova montagem experimental seja construída uma nova porta de detecção para medirmos experimentalmente os fótons gerados com polarização vertical, visto que na montagem anterior este sinal não era utilizado. Isto permitirá coletarmos também os fótons com polarização V que saem da cavidade e realizar medidas de pós-seleção com os dados completos. Além disso, um esforço no aprimoramento do algoritmo de filtragem temporal vem sendo feito e é esperado que, com isso, uma melhor análise da função correlação em torno de $\tau = 0$ seja possível, evidenciando a existência da interação de apenas um átomo com o feixe *drive* dentro da cavidade.

Um dos ganhos dos estudos de informação quântica iniciados na década de 80 foi o desenvolvimento de uma série de ferramentas de análise e controle de estados quânticos que podem ser utilizados em sistemas quânticos diferentes. Nesta direção, vemos que as técnicas de tomografia utilizadas nesta tese para estados fotônicos podem ser utilizadas na caracterização de estados atômicos preparados condicionalmente na cavidade, já que se tratam de qudits ou sistemas de muitos níveis.

Apêndice A

Moduladores Espacial de Luz, Acusto-óptico e Eletro-óptico

A.1 Modulador espacial de luz

Moduladores espaciais de luz são aparelhos que nos permitem modular tanto a fase como a amplitude de um feixe de luz incidente sobre sua tela. Existem dois tipos de moduladores espaciais: os moduladores de reflexão e os moduladores de transmissão. Os de reflexão possuem a vantagem de que 70% do feixe incidente é refletido, enquanto que os de transmissão apenas 30% do feixe incidente são transmitidos [82]. Por outro lado MEL's de transmissão podem ser mais facilmente adaptados à elementos ópticos, presentes no aparato experimental.

O MEL utilizado nos experimentos apresentados ao longo do texto foi o modelo *LC-R 2500*, da empresa Holoeye Photonics. O display deste modulador possui uma resolução de 1024 X 768 pixels, onde cada pixel possui 19 X 19 μm^2 de área. A comunicação entre o MEL e o computador é feita através de uma saída DVI (*Digital Visual Interface*), que é conectada na saída de vídeo do computador. O mesmo reconhece o MEL como sendo um segundo monitor. A modulação de amplitude/fase é feita através de um programa que utiliza escalas de cinza como parâmetros de entrada. São 256 escalas de cinza possíveis (da escala 0 correspondente ao preto a escala 255, correspondente ao branco), e para cada escala escolhida, é transmitida ao MEL a respectiva tensão. Esta tensão provoca um reordenamento das moléculas do display, proporcionando assim as alterações desejadas tanto de fase como de amplitude sobre o campo elétrico incidente. A Figura A.1 mostra três escalas de cinza utilizadas em nossos experimentos, como ilustração.

A.1.1 Calibração

A calibração utilizada foi baseada no trabalho de Moreno *et al.* [62]. Neste trabalho mostra-se que é possível calibrar o MEL usando a formulação de Jones para polarização. Basicamente este procedimento é ilustrado na Figura A.2. Um feixe de luz incide na tela do MEL e é refletido. No caminho do feixe incidente existem dois elementos ópticos, um polarizador de entrada e uma placa $\lambda/4$. Estes elementos ópticos possuem a função de manipular a polarização do feixe incidente antes do modulador pois para a calibração é necessário conhecer a polarização do feixe incidente. Analogamente, no caminho do feixe refletido há uma placa $\lambda/4$ e um polarizador de saída. Os mesmos possuem a função de projetar o estado de saída em alguma polarização desejada.

A calibração é feita da seguinte maneira: seja a matriz unitária de Jones para o MEL

$$M = \begin{pmatrix} X - iY & Z - iW \\ -Z - iW & X + iY \end{pmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

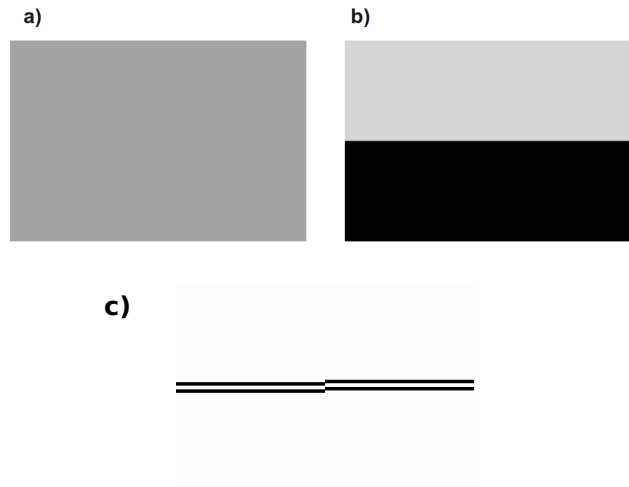


FIGURA A.1: A Fig. (a) mostra a tela do programa do MEL com uma típica escala de cinza. Em (b) é mostrado a mesma tela dividida em duas regiões e em (c) é mostrado fendas triplas, duas pretas (escala de cinza em 255) e uma branca entre (escala de cinza em 0) as pretas do mesmo modo que usamos para fazer a tomografia de dois qutrits.

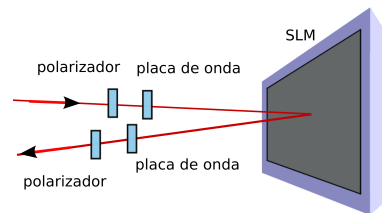


FIGURA A.2: Representação esquemática da calibração do modulador espacial utilizado.

TABELA A.1: Medidas necessárias para a calibração do MEL. PE e PS representam as polarizações de entrada e saída, respectivamente.

Irradiância	PE	PS
$I_1 = \langle 0, 0 M 0, 0 \rangle ^2 = X^2 + Y^2;$	horizontal	horizontal
$I_2 = \langle \pi/2, 0 M 0, 0 \rangle ^2 = X^2 + Y^2$	horizontal	vertical
$I_3 = \langle \pi/4, 3\pi/2 M 0, 0 \rangle ^2 = 1/2(X + W)^2 + 1/2(Y + Z)^2$	horizontal	circular a esquerda
$I_4 = \langle \pi/2, 0 M \pi/4, \pi/2 \rangle ^2 = 1/2(X + W)^2 + 1/2(X - W)^2$	circular a direita	vertical
$I_5 = \langle 0, 0 M \pi/4, 0 \rangle ^2 = 1/2(X + Z)^2 + 1/2(Y + W)^2$	45°	horizontal
$I_6 = \langle \pi/2, 0 M \pi/4, 0 \rangle ^2 = 1/2(X - Z)^2 + 1/2(Y - W)^2$	45°	vertical
$I_7 = \langle \pi/4, 0 M 0, 0 \rangle ^2 = 1/2(X - Z)^2 + 1/2(Y + W)^2$	horizontal	45°

onde os parâmetros X , Y , Z e W satisfazem a condição de normalização $X^2 + Y^2 + Z^2 + W^2 = 1$. Usaremos a notação de Dirac por ser compacta e elegante. Além disso, seja um estado de polarização arbitrário com irradiância normalizada descrito pelo vetor de Jones

$$|P\rangle = |\theta, \phi\rangle = \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta)\exp(i\phi) \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

onde $0 \leq \theta \leq \pi/2$ e $0 \leq \phi \leq 2\pi$. O estado de polarização de entrada $|\theta, \phi\rangle$ é descrito pelos elementos ópticos do feixe incidente da Fig. A.2. De maneira análoga, o estado de polarização de saída é descrito também por uma placa de onda $\lambda/4$ mais um polarizador de saída. A irradiância da luz refletida pelo MEL é dada por:

$$I = |\langle \theta_2, \phi_2 | M | \theta_1, \phi_1 \rangle|^2. \quad (\text{A.3})$$

Dessa forma, a calibração consiste na medida de sete valores de irradiância para sete configurações distintas de polarizações de entrada e saída. A Tabela A.1 mostra as expressões para as tais medidas de irradiâncias ($I = I(g)$, onde g é a escala de cinza mostrada pela tela do modulador) e as configurações das polarizações de entrada e saída.

A partir da determinação dos sete valores de irradiância podemos escrever os coeficientes da matriz de Jones em função as irradiâncias obtidas para cada escala de cinza. Logo,

$$X^2 = \frac{I_1}{1 + (I_7 - I_6)^2}, \quad Y^2 = \frac{I_1}{1 + (I_3 - I_4)^2}, \quad Z^2 = \frac{I_2}{1 + (I_3 - I_4)^2}, \quad W^2 = \frac{I_2}{1 + (I_5 - I_7)^2}. \quad (\text{A.4})$$

Por outro lado, podemos escrever o estado de polarização de saída como

$$|J\rangle = |\theta_2, \phi_2\rangle \langle \theta_2, \phi_2 | M | \theta_1, \phi_1 \rangle = A e^{-i\delta} |\theta_2, \phi_2\rangle, \quad (\text{A.5})$$

com

$$A = |\langle \theta_2, \phi_2 | M | \theta_1, \phi_1 \rangle|, \quad \delta = \arg(\langle \theta_2, \phi_2 | M | \theta_1, \phi_1 \rangle). \quad (\text{A.6})$$

Além disso, para determinar completamente a matriz de Jones é necessário fixar os sinais relativos entre estes parâmetros. Fixando $sign(X) = +1$ para $g = 0$, os outros sinais serão dados por

$$sign(Z) = \frac{sign(I_5 - I_7)}{sign(X)}, \quad sign(W) = \frac{sign(I_3 - I_4)}{sign(X)}, \quad sign(Y) = \frac{sign(I_7 - I_6)}{sign(W)}. \quad (\text{A.7})$$

Considerando somente as polarizações de entrada e saída lineares ($\phi_1 = \phi_2 = 0$) para simplificar o experimento e os cálculos, obtemos as modulações de intensidade e fase em função as escalas de cinza e polarizações de entrada e saída

$$I = |a|^2 = [X \cos(\phi_1 - \phi_2) + Z \sin(\phi_1 - \phi_2)]^2 + [Y \cos(\phi_1 + \phi_2) + W \sin(\phi_1 + \phi_2)]^2 \quad (\text{A.8a})$$

$$\delta = \beta + \arctan\left(\frac{Y \cos(\phi_1 + \phi_2) + W \sin(\phi_1 + \phi_2)}{(\phi_1 - \phi_2) + Z \sin(\phi_1 - \phi_2)}\right) \quad (\text{A.8b})$$

A Figura A.3 mostra os resultados obtidos.

A.2 Modulador Eletro-óptico

O modulador eletro-óptico, MEO (*electro-optic modulator*), é um dispositivo que é utilizado para modular um feixe de luz através de uma tensão aplicada. Basicamente um material que possui um índice de refração que é variável com tensão elétrica é utilizado. Como será mostrado abaixo, através desta modulação cria-se bandas laterais no feixe de laser de modo que modulação de frequência é obtida. Para quantificar este processo vamos supor que um feixe de laser com amplitude do campo elétrico A e frequência ω incida no modulador. Ainda, vamos supor que o campo elétrico do feixe de luz seja

$$E_i = Ae^{i\omega t}. \quad (\text{A.9})$$

Uma tensão que varia senoidalmente com frequência Ω e amplitude β é aplicada no MEO de modo que o campo elétrico do feixe de laser na saída do modulador seja

$$E = Ae^{i\omega t + i\beta \sin(\Omega t)}. \quad (\text{A.10})$$

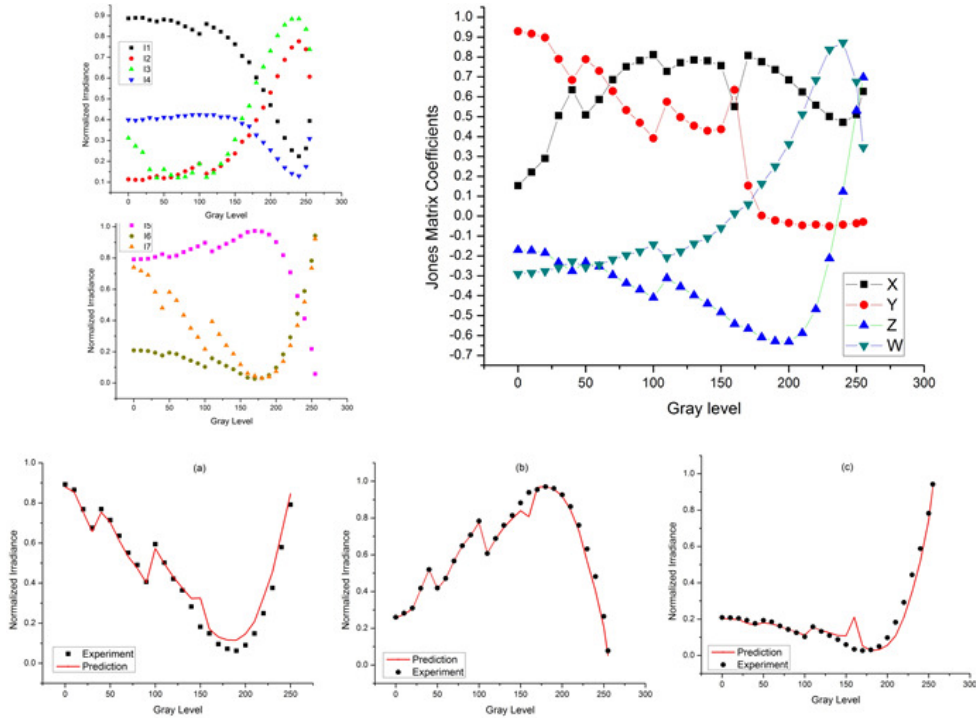


FIGURA A.3: Medidas de calibração do MEL utilizado nos experimentos. (Superior a esquerda) Valores das sete medidas de intensidade normalizadas: (superior a direita) Valores dos parâmetros X,Y,Z e W. Por último (inferior) comparação da modulação da irradiação medida e calculada (Eq. A.8a) com teste para (a) $P_{in} = 90^\circ$ e $P_{in} = 30^\circ$, (b) $P_{in} = 0^\circ$ e $P_{in} = 45^\circ$, e (c) $P_{in} = 45^\circ$ e $P_{in} = 90^\circ$. P_{in} e P_{out} representam as polarizações dos feixes de luz de entrada e saída, respectivamente.

Como a amplitude deste campo senoidal é pequeno, o termo entre parênteses da equação acima pode ser expandido em série de Taylor até primeira ordem dando

$$E = Ae^{i\omega t} \left(1 + \frac{\beta}{2} (e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t}) \right) = A \left(e^{i\omega t} + \frac{\beta}{2} e^{i(\omega+\Omega)t} - \frac{\beta}{2} e^{i(\omega-\Omega)t} \right). \quad (\text{A.11})$$

Assim vemos que através da aplicação do sinal senoidal, dois feixes com frequências $\omega \pm \Omega$ são gerados (sidebands) e como já mencionado anteriormente, o feixe com frequência $\omega + \Omega$ foi utilizado como o feixe *drive* no experimento.

A.3 Modulador Acusto-óptico

O modulador acustico-óptico é um dispositivo usado para aumentar ou diminuir a frequência de um feixe de laser [81]. Este dispositivo é muito utilizado em experimentos de resfriamentos de átomos visto que é necessário haver vários feixes de laser com diferentes frequências para promover excitações atômicas. O princípio de funcionamento destes dispositivos é ilustrado na Figura A.4.

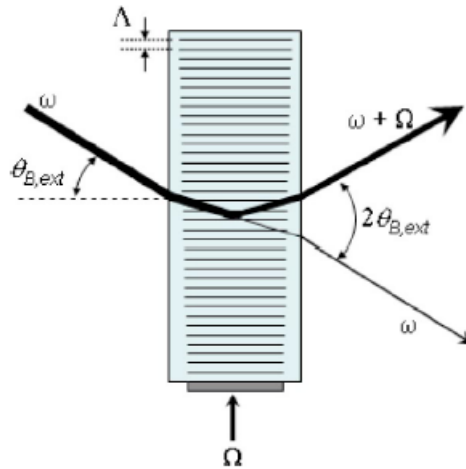


FIGURA A.4: Representação de um modulador acústico-óptico. Λ é dado por $\Lambda = 2\pi/\Omega$, onde Ω é a frequência do sinal introduzido no cristal para a geração das regiões de diferentes densidades [81].

Através de material piezoelétrico conectado a um cristal, uma tensão aplicada e consequentemente um sinal de frequência de rádio (RF) com frequência Ω é enviado para o cristal. Deste modo, regiões de diferentes densidades (altas e baixas) se formam dentro do cristal e elas se propagam na velocidade do som v_s com frequência Ω . A propagação destas regiões de diferentes densidades é análoga a uma grade de difração em movimento. Assim, para um feixe de luz incidente no MAO, temos que o vetor de onda e a frequência do feixe de luz transmitido serão dados por

$$\begin{aligned}\omega_d &= \omega_i \pm \Omega, \\ k_d &= k_i \pm k,\end{aligned}$$

onde i e k correspondem aos feixes de luz incidentes e difratados, respectivamente.

Apêndice B

Lista de Publicações

Relacionados com a tese:

1. W. M. Pimenta, B. Marques, M. A. Carvalho, M. R. Barros, J. G. Fonseca, J. Ferraz, M. Terra Cunha e S. Pádua; Minimal state tomography of spatial qubits using a spatial light modulator, *Optics Express* **18**, 24423 (2010).
2. W. M. Pimenta, B. Marques, T. O. Maciel, R. O. Vianna, A. Delgado, C. Saavedra, and S. Pádua; Minimum tomography of two entangled qutrits using local measurements of one-qutrit symmetric informationally complete positive operator-valued measure, *Physical Review A* **88**, 012112 (2013).
3. Andres D. Cimmarusti, Burkley D. Patterson, W. M. Pimenta, Luis A. Orozco, Pablo Barberis-Blostein, and Howard J. Carmichael; Ground State Quantum Coherences: from Quantum Beats to Strong Control, Optical Society of America, The Rochester Conferences on Coherence and Quantum Optics and the Quantum Information and measurement meeting, 2013.

Não relacionados com a tese:

1. A. J. Gutierrez-Esparza, W. M. Pimenta, B. Marques, A. A. Matoso, J. L. Lúcio M. e S. Pádua; Experimental characterization of two spatial qutrits using entanglement witnesses, *Optics Express* **20**, 26351 (2012).
2. B. Marques, M. R. Barros, W. M. Pimenta, M. A. Carvalho, J. Ferraz, R. Drummond, M. Terra Cunha e S. Pádua; Double-slit implementation of the minimal Deutsch algorithm., *Physical Review A* **86**, 032306 (2012).

3. B. Marques, A. A. Matoso, W. M. Pimenta, A. J. Gutiérrez-Esparza, G. Lima, L. Neves, A. Delgado, C. Saavedra, and S. Pádua; Optimal entanglement concentration for photonic qutrits encoded in path variables, *Physical Review A* **87**, 052327 (2013).

Artigos em preparação:

1. B. Marques, A. A. Matoso, W. M. Pimenta, A. J. Gutierrez-Esparza, M. F. Santos e S. Pádua; Simulation of dissipative dynamics using spatial light modulator on photonic qudits encoded in path variables.

Referências Bibliográficas

- [1] Z. Y. Ou and L. Mandel. Violation of bell's inequality and classical probability in a two-photon correlation experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 61:50–53, Jul 1988. doi: 10.1103/PhysRevLett.61.50. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.61.50>.
- [2] Michael A. Nielsen and Isaac L. Chuang. *Quantum computation and quantum information*. Cambridge university press, 2010.
- [3] Y. H. Shih and C. O. Alley. New type of einstein-podolsky-rosen-bohm experiment using pairs of light quanta produced by optical parametric down conversion. *Phys. Rev. Lett.*, 61:2921–2924, Dec 1988. doi: 10.1103/PhysRevLett.61.2921. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.61.2921>.
- [4] Leonardo Neves, G. Lima, J. G. Aguirre Gómez, C. H. Monken, C. Saavedra, and S. Pádua. Generation of entangled states of qudits using twin photons. *Phys. Rev. Lett.*, 94:100501, Mar 2005. doi: 10.1103/PhysRevLett.94.100501. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.94.100501>.
- [5] J. G. Rarity and P. R. Tapster. Experimental violation of bell's inequality based on phase and momentum. *Phys. Rev. Lett.*, 64:2495–2498, May 1990. doi: 10.1103/PhysRevLett.64.2495. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.64.2495>.
- [6] Alessandro Rossi, Giuseppe Vallone, Andrea Chiuri, Francesco De Martini, and Paolo Mataloni. Multipath entanglement of two photons. *Phys. Rev. Lett.*, 102:153902, Apr 2009. doi: 10.1103/PhysRevLett.102.153902. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.102.153902>.
- [7] Alois Mair, Alipasha Vaziri, Gregor Weihs, and Anton Zeilinger. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons. *Nature*, 412(6844):313–316, 2001.
- [8] J. D. Franson. Bell inequality for position and time. *Phys. Rev. Lett.*, 62:2205–2208, May 1989. doi: 10.1103/PhysRevLett.62.2205. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.62.2205>.

- [9] J. Brendel, N. Gisin, W. Tittel, and H. Zbinden. Pulsed energy-time entangled twin-photon source for quantum communication. *Phys. Rev. Lett.*, 82:2594–2597, Mar 1999. doi: 10.1103/PhysRevLett.82.2594. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.82.2594>.
- [10] Alessandro Rossi, Giuseppe Vallone, Francesco De Martini, and Paolo Mataloni. Generation of time-bin-entangled photons without temporal postselection. *Phys. Rev. A*, 78:012345, Jul 2008. doi: 10.1103/PhysRevA.78.012345. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.78.012345>.
- [11] C. Cinelli, M. Barbieri, R. Perris, P. Mataloni, and F. De Martini. All-versus-nothing nonlocality test of quantum mechanics by two-photon hyperentanglement. *Phys. Rev. Lett.*, 95:240405, Dec 2005. doi: 10.1103/PhysRevLett.95.240405. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.95.240405>.
- [12] Tao Yang, Qiang Zhang, Jun Zhang, Juan Yin, Zhi Zhao, Marek Żukowski, Zeng-Bing Chen, and Jian-Wei Pan. All-versus-nothing violation of local realism by two-photon, four-dimensional entanglement. *Phys. Rev. Lett.*, 95:240406, Dec 2005. doi: 10.1103/PhysRevLett.95.240406. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.95.240406>.
- [13] B. Coutinho dos Santos, K. Dechoum, and A. Z. Khoury. Continuous-variable hyperentanglement in a parametric oscillator with orbital angular momentum. *Phys. Rev. Lett.*, 103:230503, Dec 2009. doi: 10.1103/PhysRevLett.103.230503. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.103.230503>.
- [14] N. K. Langford, R. B. Dalton, M. D. Harvey, J. L. O’Brien, G. J. Pryde, A. Gilchrist, S. D. Bartlett, and A. G. White. Measuring entangled qutrits and their use for quantum bit commitment. *Phys. Rev. Lett.*, 93:053601, Jul 2004. doi: 10.1103/PhysRevLett.93.053601. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.93.053601>.
- [15] G. Lima, L. Neves, R. Guzmán, E. S. Gómez, W. A. T. Nogueira, A. Delgado, A. Vargas, and C. Saavedra. Experimental quantum tomography of photonic qudits via mutually unbiased basis. *Opt. Express*, 19(4):3542–3552, Feb 2011. doi: 10.1364/OE.19.003542. URL <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-19-4-3542>.
- [16] Z. E. D. Medendorp, F. A. Torres-Ruiz, L. K. Shalm, G. N. M. Tabia, C. A. Fuchs, and A. M. Steinberg. Experimental characterization of qutrits using symmetric informationally complete positive operator-valued measurements. *Phys. Rev. A*, 83:051801, May 2011. doi: 10.1103/PhysRevA.83.051801. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.83.051801>.

- [17] Megan Agnew, Jonathan Leach, Melanie McLaren, F Stef Roux, and Robert W Boyd. Tomography of the quantum state of photons entangled in high dimensions. *Physical Review A*, 84(6):062101, 2011.
- [18] A. J. Gutiérrez-Esparza, W. M. Pimenta, B. Marques, A. A. Matoso, J. L. Lucio M., S. Pádua, et al. Experimental characterization of two spatial qutrits using entanglement witnesses. *Optics express*, 20(24):26351–26362, 2012.
- [19] U. Fano. Description of states in quantum mechanics by density matrix and operator techniques. *Rev. Mod. Phys.*, 29:74–93, Jan 1957. doi: 10.1103/RevModPhys.29.74. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.29.74>.
- [20] Daniel F. V. James, Paul G. Kwiat, William J. Munro, and Andrew G. White. Measurement of qubits. *Phys. Rev. A*, 64:052312, Oct 2001. doi: 10.1103/PhysRevA.64.052312. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.64.052312>.
- [21] Megan Agnew, Jonathan Leach, Melanie McLaren, F. Stef Roux, and Robert W. Boyd. Tomography of the quantum state of photons entangled in high dimensions. *Phys. Rev. A*, 84:062101, Dec 2011. doi: 10.1103/PhysRevA.84.062101. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.84.062101>.
- [22] Hiroki Takesue and Yuita Noguchi. Implementation of quantum state tomography for time-bin entangled photon pairs. *Optics express*, 17(13):10976–10989, 2009.
- [23] Gen Taguchi, Tatsuo Dougakiuchi, Masataka Iinuma, Holger F. Hofmann, and Yutaka Kadoya. Reconstruction of spatial qutrit states based on realistic measurement operators. *Phys. Rev. A*, 80:062102, Dec 2009. doi: 10.1103/PhysRevA.80.062102. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.80.062102>.
- [24] D. G. Norris, L. A. Orozco, P. Barberis-Blostein, and H. J. Carmichael. Observation of ground-state quantum beats in atomic spontaneous emission. *Phys. Rev. Lett.*, 105:123602, Sep 2010. doi: 10.1103/PhysRevLett.105.123602. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.123602>.
- [25] Marlan O. Scully and M. Suhail Zubairy. *Quantum optics*. Cambridge university press, 1997.
- [26] A. D. Cimmarusti, C. A. Schroeder, B. D. Patterson, L. A. Orozco, P. Barberis-Blostein, and H. J. Carmichael. Control of conditional quantum beats in cavity qed: amplitude decoherence and phase shifts. *New Journal of Physics*, 15(1):013017, 2013.
- [27] Howard J. Carmichael. *Statistical Methods in Quantum Optics 1: Master Equations and Fokker–Planck Equations*, volume 1. Springer, 1999.

- [28] Howard J. Carmichael. *Statistical Methods in Quantum Optics 2: Non-Classical Fields*, volume 2. Springer, 2008.
- [29] Ivan H. Deutsch and Poul S. Jessen. Quantum control and measurement of atomic spins in polarization spectroscopy. *Optics Communications*, 283(5):681–694, 2010.
- [30] P. Barberis-Blostein, D. G. Norris, L. A. Orozco, and H. J. Carmichael. From quantum feedback to probabilistic error correction: manipulation of quantum beats in cavity qed. *New Journal of Physics*, 12(2):023002, 2010.
- [31] C. K. Hong and L. Mandel. Theory of parametric frequency down conversion of light. *Phys. Rev. A*, 31:2409–2418, Apr 1985. doi: 10.1103/PhysRevA.31.2409. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.31.2409>.
- [32] C. H. Monken, P. H. Souto Ribeiro, and S. Pádua. Transfer of angular spectrum and image formation in spontaneous parametric down-conversion. *Phys. Rev. A*, 57: 3123–3126, Apr 1998. doi: 10.1103/PhysRevA.57.3123. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.57.3123>.
- [33] Stephen P. Walborn, C. H. Monken, S. Pádua, and P. H. Souto Ribeiro. Spatial correlations in parametric down-conversion. *Physics Reports*, 495(4):87–139, 2010.
- [34] Rodney Loudon. *The quantum theory of light*. Oxford university press, 2000.
- [35] Leonardo Teixeira Neves. *Estados Emaranhados de Qubits e Qudits Criados com Pares de Fótons Produzidos na Conversao Paramétrica Descendente*. Tese de doutorado. Belo Horizonte, MG, Brasil: Universidade Federal de Minas Gerais, 2006.
- [36] C. H. Monken. *Transferência do espectro angular e correlações transversais na conversão paramétrica descendente*. Notas de aula do curso de Óptica. Departamento de Física, Universidade Federal de Minas Gerais, não publicado, 2002.
- [37] Ayman F. Abouraddy, Bahaa E. A. Saleh, Alexander V. Sergienko, and Malvin C. Teich. Role of entanglement in two-photon imaging. *Phys. Rev. Lett.*, 87:123602, Aug 2001. doi: 10.1103/PhysRevLett.87.123602. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.87.123602>.
- [38] Harold J. Metcalf and Peter Van der Straten. *Laser cooling and trapping*. Springer, 1999.
- [39] Thomas Rieger and Thomas Volz. Doppler-free saturation spectroscopy. Technical report, Max Planck Institute fur Quantenoptek, Garching., -. URL <http://www.ph.tum.de/studium/praktika/fopra/text/userguide-05.en.pdf>.

- [40] M. T. de Araújo. *Medidas das Constantes da Mola, de Amortecimento e da Temperatura para Átomos Aprisionados e para uma de suas Variantes Espaciais*. Tese de doutorado. São Carlos, SP, Brasil: Universidade de São Paulo, 1995.
- [41] Toshio Torii, -. URL http://maildbs.c.u-tokyo.ac.jp/~torii/bec/tutorial/chapter2_1.html.
- [42] Z. T. Lu, K. L. Corwin, M. J. Renn, M. H. Anderson, E. A. Cornell, and C. E. Wieman. Low-velocity intense source of atoms from a magneto-optical trap. *Physical review letters*, 77(16):3331, 1996.
- [43] Yuri B. Ovchinnikov. Compact magneto-optical sources of slow atoms. *Optics Communications*, 249(4–6):473 – 481, 2005. ISSN 0030-4018. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.optcom.2005.01.047>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030401805000684>. -.
- [44] Andrés D cimmarusti. *Control protocols for manipulation of ground-state quantum beats in a cavity QED system*. Phd Thesis. College Park, MD, United States: Joint Quantum Institute, University Of Maryland, 2014.
- [45] Howard J. Charmichael. *Spontaneous emission induced frequency shift and decoherence of ground state quantum beats*. Cálculo feito para a determinação do estado quântico de superposição do estado fundamental dos átomos de Rubídio para o experimento, não publicado, -.
- [46] D. G. Norris, A. D. Cimmarusti, L. A. Orozco, P. Barberis-Blostein, and H. J. Carmichael. Anomalous light shift through quantum jumps in quasiresonant rayleigh scattering. *Phys. Rev. A*, 85:021804, Feb 2012. doi: 10.1103/PhysRevA.85.021804. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.85.021804>.
- [47] Andres D. Cimmarusti, Burkley D. Patterson, Luis A. Orozco, Wanderson M. Pimenta, Pablo Barberis-Blostein, and Howard J. Carmichael. Ground state quantum coherences: from quantum beats to strong control. *arXiv preprint arXiv:1401.3218*, 2014.
- [48] Giuliano Benenti, Giulio Casati, and Strini Giuliano. *Principles of quantum computation and information: Basic tools and special topics*, volume 2. World scientific, 2007.
- [49] Steven T. Flammia, Andrew Silberfarb, and Carlton M. Caves. Minimal informationally complete measurements for pure states. *Foundations of Physics*, 35(12):1985–2006, 2005.

- [50] Steven T. Flammia. On sic-povms in prime dimensions. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 39(43):13483, 2006.
- [51] Joseph M. Renes, Robin Blume-Kohout, A. J. Scott, and Carlton M. Caves. Symmetric informationally complete quantum measurements. *Journal of Mathematical Physics*, 45(6):2171–2180, 2004. doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.1737053>. URL <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jmp/45/6/10.1063/1.1737053>.
- [52] J. Řeháček, B.-G. Englert, and D. Kaszlikowski. Minimal qubit tomography. *Phys. Rev. A*, 70:052321, Nov 2004. doi: 10.1103/PhysRevA.70.052321. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.70.052321>.
- [53] Wanderson Maia Pimenta. *Tomografia Experimental de Estados Quânticos: Implementação de tomografia mínima*. Dissertação de mestrado. Belo Horizonte, MG, Brasil: Universidade Federal de Minas Gerais, 2010.
- [54] G. Lima, F. A. Torres-Ruiz, Leonardo Neves, A. Delgado, C. Saavedra, and S. Pádua. Measurement of spatial qubits. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 41(18):185501, 2008.
- [55] Daniel F. V. James, Paul G. Kwiat, William J. Munro, and Andrew G. White. Measurement of qubits. *Physical Review A*, 64(5):052312, 2001.
- [56] J. B. Altepeter, E. R. Jeffrey, and P. G. Kwiat. Photonic state tomography. *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 52:105–159, 2005.
- [57] Breno Marques. *Modulador de luz espacial para processos quânticos: algoritmo de Deutsch, concentração de emaranhamento e simulação de sistemas quânticos abertos*. Tese de doutorado. Belo Horizonte, MG, Brasil: Universidade Federal de Minas Gerais, 2013.
- [58] C. Paiva-Sánchez, E. Burgos-Inostroza, O. Jiménez, and A. Delgado. Quantum tomography via equidistant states. *Phys. Rev. A*, 82:032115, Sep 2010. doi: 10.1103/PhysRevA.82.032115. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.82.032115>.
- [59] Thiago O. Maciel and Reinaldo O. Vianna. Viable entanglement detection of unknown mixed states in low dimensions. *Phys. Rev. A*, 80:032325, Sep 2009. doi: 10.1103/PhysRevA.80.032325. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.80.032325>.
- [60] Thiago O. Maciel, André T. Cesário, and Reinaldo O. Vianna. Variational quantum tomography with incomplete information by means of semidefinite programs. *International Journal of Modern Physics C*, 22(12):1361–1372, 2011.

- [61] W. M. Pimenta, B. Marques, M. A. Carvalho, M. R. Barros, J. G. Fonseca, J. Ferraz, M. Terra Cunha, and S. Pádua. Minimal state tomography of spatial qubits using a spatial light modulator. *Optics Express*, 18(24):24423–24433, 2010.
- [62] I. Moreno, P. Velásquez, C. R. Fernández-Pousa, M. M. Sánchez-López, and F. Mateos. Jones matrix method for predicting and optimizing the optical modulation properties of a liquid-crystal display. *Journal of applied physics*, 94(6):3697–3702, 2003.
- [63] Hideharu Mikami and Takayoshi Kobayashi. Remote preparation of qutrit states with biphotons. *Phys. Rev. A*, 75:022325, Feb 2007. doi: 10.1103/PhysRevA.75.022325. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.75.022325>.
- [64] E. J. S. Fonseca, J. C. Machado da Silva, C. H. Monken, and S. Pádua. Controlling two-particle conditional interference. *Phys. Rev. A*, 61:023801, Jan 2000. doi: 10.1103/PhysRevA.61.023801. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.61.023801>.
- [65] Leonardo Neves, S. Pádua, and Carlos Saavedra. Controlled generation of maximally entangled qudits using twin photons. *Phys. Rev. A*, 69:042305, Apr 2004. doi: 10.1103/PhysRevA.69.042305. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.69.042305>.
- [66] Gilberto Ferreira Borges Júnior. *A contextualidade da interferência condicional de dois fótons: um estudo em múltiplos cenários*. Dissertação de mestrado, 2013.
- [67] Daniel M. Greenberger, Mike A. Horne, and Anton Zeilinger. Multiparticle interferometry and the superposition principle. *Physics Today*, 46:22–22, 1993.
- [68] Leonardo Neves, G. Lima, E. J. S. Fonseca, L. Davidovich, and S. Pádua. Characterizing entanglement in qubits created with spatially correlated twin photons. *Physical Review A*, 76(3):032314, 2007.
- [69] Michael Steiner. Generalized robustness of entanglement. *Phys. Rev. A*, 67:054305, May 2003. doi: 10.1103/PhysRevA.67.054305. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.67.054305>.
- [70] Martin B. Plenio. Logarithmic negativity: A full entanglement monotone that is not convex. *Physical review letters*, 95(9):090503, 2005.
- [71] L. A. Orozco. *Conditional Dynamics in Quantum Systems*. 2nd Summer School of Centro de Optica y Fotonica, Universidad de Concepcion, Chile, January, 2011.
- [72] L. A. Orozco. *The Semiclassical method*. 2nd Summer School of Centro de Optica y Fotonica, Universidad de Concepcion, Chile, January, 2011.

- [73] D. G. Norris, A. D. Cimmarusti, L. A. Orozco, P. Barberis-Blostein, and H. J. Carmichael. Spontaneous creation and persistence of ground-state coherence in a resonantly driven intracavity atomic ensemble. *Physical Review A*, 86(5):053816, 2012.
- [74] Herbert Walther, Benjamin T. H. Varcoe, Berthold-Georg Englert, and Thomas Becker. Cavity quantum electrodynamics. *Reports on Progress in Physics*, 69(5):1325, 2006. URL <http://stacks.iop.org/0034-4885/69/i=5/a=R02>.
- [75] L. A. Orozco. *Ground state quantum coherences; from quantum beats to strong control*. Coherence and Quantum Optics X, University of Rochester, Rochester NY, June, 2013.
- [76] H. Uys, M. J. Biercuk, A. P. VanDevender, C. Ospelkaus, D. Meiser, R. Ozeri, and J. J. Bollinger. Decoherence due to elastic rayleigh scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 105:200401, Nov 2010. doi: 10.1103/PhysRevLett.105.200401. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.200401>.
- [77] L. A. Orozco. *Towards Quantum Feedback*. 2nd Summer School of Centro de Optica y Fotonica, Universidad de Concepcion, Chile, January, 2011.
- [78] H. J. Carmichael, P. Drummond, P. Meystre, and D. F. Walls. Intensity correlations in resonance fluorescence with atomic number fluctuations. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 11(5):L121, 1978. URL <http://stacks.iop.org/0305-4470/11/i=5/a=007>.
- [79] Herman Z Cummins and Edward Roy Pike. *Photon correlation and light beating spectroscopy*. Plenum Press, 1974.
- [80] -. URL http://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=1750.
- [81] E. A. Donley, T. P. Heavner, F. Levi, M. O. Tataw, and S. R. Jefferts. Double-pass acousto-optic modulator system. *Review of Scientific Instruments*, 76(6):063112, 2005. doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.1930095>. URL <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/rsi/76/6/10.1063/1.1930095>.
- [82] -. URL <http://holoeye.com/spatial-light-modulators/>.