



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS
GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**AVALIAÇÃO DO USO DE PLACAS TRACIONADAS PARA
SIMULAR O ENSAIO DE TUBOS DE PAREDE FINA
PRESSURIZADOS INTERNAMENTE**

PEDRO FREIRE FILGUEIRAS

Belo Horizonte, 21 de novembro de 2014

Pedro Freire Filgueiras

**AVALIAÇÃO DO USO DE PLACAS TRACIONADAS PARA
SIMULAR O ENSAIO DE TUBOS DE PAREDE FINA
PRESSURIZADOS INTERNAMENTE**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Projeto Mecânico

Orientador: Prof. Dr. Ernani Sales Palma

Universidade Federal de Minas Gerais

Belo Horizonte

Escola de Engenharia da UFMG

2014

F481a

Filgueiras, Pedro Freire.

Avaliação do uso de placas tracionadas para simular o ensaio de tubos de parede fina pressurizados internamente [manuscrito] / Pedro Freire Filgueiras. – 2014.
xiii, 190 f., enc.: il.

Orientador: Ernani Sales Palma.

Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Anexos: f.143-190.

Bibliografia: f. 138-142.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Plasticidade - Teses. 3. Elasticidade - Teses. 4. Projetos mecânicos - Teses. I. Palma, Ernani Sales, 1959-. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA

Av. Antônio Carlos, 6627 - Campus Universitário
31270-901 - Belo Horizonte - MG
Tel.: +55 31 3409.5145
E-mail: epgmecc@deinmec.ufmg.br

**"AVALIAÇÃO DO USO DE PLACAS TRACIONADAS PARA SIMULAR
O ENSAIO DE TUBOS DE PAREDE FINA PRESSURIZADOS
INTERNAMENTE"**

PEDRO FREIRE FILGUEIRAS

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia Mecânica", na área de concentração de "Projeto Mecânico".

Dissertação aprovada no dia 21 de novembro de 2014.

Por:

Prof. Ernani Sales Palma
Orientador - Departamento de Engenharia Mecânica/UFMG

Prof. Alexander Mattioli Pasqual
Departamento de Engenharia Mecânica/UFMG

Prof. Emerson Giovanni Rabello
Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear/CDTN

Dr. Ronaldo de Faria Antunes
Engenheiro da Empresa VALLOUREC

Agradecimentos

Gostaria de agradecer aos meus pais, Tereza e Sérgio, pelo lar, educação, exemplo de estabilidade e pelo porto seguro sempre à minha espera em Belo Horizonte. À minha irmã, Clara, pelo incentivo e carinho – família que faz mestrado unida, permanece unida! À minha irmã do coração, Raquel, pela bondade e cuidados incondicionais.

À Jéssica, pelo companheirismo, de perto ou de longe, principalmente nas noites em claro e fins-de-semana de trabalho intenso nesses 2 anos.

Ao Alexandre, pelas diversas portas abertas.

Ao Sylvestre e ao Marcelo, pelo apoio e incentivo à continuação dos estudos.

Aos colegas do dia-a-dia, Ana Beatriz, Daniel, Luciana, Pierre e Thiara, por suportarem um companheiro cansado e, por muitas vezes, ausente.

Aos colegas da Vallourec Marcos, Marcelo e Rondinelle, que tornaram possível o acesso aos materiais e dados necessários.

Ao Ernani, pela paciência e orientação.

À equipe do LRSS, principalmente ao Prof. Alexandre Bracarense e ao Ariel, pelo apoio fundamental na realização dos ensaios.

À UFMG e ao Governo Federal, por oferecerem o acesso a uma educação científica gratuita de alto nível.

À CAPES, pelo incentivo financeiro no início do trabalho.

Resumo

Sabe-se que tubos de parede fina, isto é, com grande razão diâmetro-espessura (D/t), pressurizados internamente têm um estado de tensões similar ao de uma placa tracionada. O objetivo deste trabalho é avaliar a adequação do uso da placa plana para simular o ensaio de um tubo de parede fina pressurizado internamente com trinca radial através do método dos elementos finitos. Pretende-se obter uma primeira visão de quais características geométricas e mecânicas poderiam tornar a aproximação admissível. O estudo foi suportado por ensaios mecânicos para obtenção de propriedades em tração e de resistência ao crescimento de trinca de um aço comumente utilizado na indústria do petróleo. A análise da resistência ao crescimento de trinca foi realizada utilizando a teoria da mecânica da fratura elastoplástica. Foi mostrado que para tubos espessos, $D/t \leq 10$, a placa não pode ser utilizada para simular o ensaio em tubos. Por outro lado, para tubos de parede fina, $D/t \geq 25$, a hipótese mostrou-se verdadeira em condições onde a instabilidade à fratura ou o colapso plástico é plenamente dominante como mecanismo de falha. Para a primeira, os erros encontrados para a aproximação foram menores do que 1% para comprimentos de trinca menores do que 15% da espessura. Na instabilidade plástica, caso a carga de colapso seja determinada pela seção nominal, os erros encontrados foram de 11,4%. Foi mostrado que esta diferença é função da relação limite de escoamento-limite de resistência à tração do material, sendo inferior a 5% caso a relação seja superior a 0,9. Caso a instabilidade plástica seja determinada pela seção líquida, os erros encontrados entre a placa e o tubo de parede fina foram inferiores a 1%. Em caso de extensa plastificação e os dois mecanismos sejam importantes para a falha, a mecânica da fratura elastoplástica perde sua validade e o estudo não foi conclusivo.

Palavras-chave: *mecânica da fratura elastoplástica; elasticidade; plasticidade*

Abstract

High diameter-to-thickness ratio (D/t) cylinders under internal pressure are ideally subjected to the same stress state than a plate under traction. The objective of this work is to evaluate, through finite-element modeling, if it is adequate to use a flat plate to simulate tests of thin-walled cylinders with radial crack-like flaw internally pressurized. It is aimed to establish a frame of geometric and mechanical characteristics that could validate this hypothesis. Mechanical tests were performed to define the stress-strain behavior under traction and the crack-growth resistance curve of a steel frequently used by the oil & gas industry. The theory of elastic-plastic fracture mechanics was used to analyze the crack-growth resistance. The results showed that the use of a plate is not adequate to simulate thick-walled cylinders with $D/t \leq 10$. On the other hand, for $D/t \geq 25$, i.e., thin-walled cylinders, the hypothesis might be valid if fracture instability or plastic collapse is the fully dominant failure mechanism. If the former is dominant, the difference between the use of a plate and a cylinder was found to be less than 1% for crack lengths up to 15% of the wall thickness. For the latter, if the limit load is defined by the nominal cross section, the difference was 11.4%. It was showed that this difference is function of the yield-to-tensile stress ratio, being less than 5% for ratios above 0.9. If the limit load is defined by the ligament, the difference was found to be less than 1%. If both plastic collapse and fracture instability play an important role as failure mechanism, the elastic-plastic fracture mechanics loses validity. Thus, for this last case, this study was not conclusive.

Keywords: *elastic-plastic fracture mechanics; elasticity; plasticity*

Sumário

LISTA DE FIGURAS.....	I
LISTA DE TABELAS.....	XIII
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. OBJETIVOS.....	5
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	6
3.1. Modelagem mecânica da plasticidade.....	6
3.1.1 Critério de escoamento.....	9
3.1.2 Encruamento isotrópico.....	11
3.1.3 Relação tensão-deformação para fluxo plástico.....	13
3.1.4 Análise limite.....	14
3.2. Modelagem mecânica da fratura.....	15
3.2.1 Mecânica da fratura.....	17
3.2.1.1. Mecânica da fratura elastoplástica.....	19
3.3. Presença de elementos tubulares para produção de petróleo em ambiente marítimo.....	24
3.3.1 Revestimentos de poço.....	24
3.3.2 Colunas de produção.....	25
3.3.3 Dutos submarinos.....	25
3.4. Análise da resistência à pressão interna de elementos tubulares para a indústria do petróleo.....	27
3.4.1 Modelos de cálculo da resistência à pressão interna para tubos sem trincas.....	28
3.4.2 Modelos de cálculo da resistência à pressão interna em presença de trincas.....	34
3.5. Aproximação do problema do tubo de parede fina por uma placa plana: análise teórica.....	38
3.5.1 Abordagem elástica.....	39
3.5.2 Determinação do colapso plástico.....	42

3.5.3 Abordagem da mecânica da fratura	45
4. METODOLOGIA	50
4.1. Caracterização de propriedades mecânicas	51
4.1.1 Caracterização em tração	51
4.1.2 Caracterização das propriedades da mecânica da fratura	52
4.2. Análise numérica da aproximação do problema do tubo por uma placa plana	59
4.2.1 Análise numérica da placa plana	59
4.2.2 Análise numérica do tubo	67
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	70
5.1. Seleção do material	71
5.2. Caracterização em tração	72
5.3. Resistência à fratura	77
5.3.1 Ensaio CP3e	79
5.3.2 Ensaio CP3	82
5.3.3 Medições finais	85
5.3.4 Avaliação das curvas de resistência à fratura	88
5.4. Convergência da malha em elementos finitos	94
5.5. Avaliação do colapso plástico	98
5.5.1 Metodologia para determinação do colapso plástico das estruturas	106
5.6. Avaliação da instabilidade à fratura	113
5.6.1 Metodologia para determinação da integral J aplicada à trinca	120
5.7. Determinação do mecanismo de falha	125
6. CONCLUSÕES	134
7. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	137
REFERÊNCIAS	138
APÊNDICE A. ANÁLISE FUNDAMENTAL DE TUBOS DE PAREDE FINA PRESSURIZADOS INTERNAMENTE	143
A.1. Análise elástica – Equação de Barlow	143

A.2. Análise elastoplástica	145
APÊNDICE B. ANÁLISE FUNDAMENTAL DE TUBOS DE PAREDE ESPESSE	
PRESSURIZADOS INTERNAMENTE	150
B.1. Análise elástica – Teoria de Lamé.....	150
B.2. Análise elastoplástica	153
B.2.1. Análise da região elástica	154
B.2.2. Análise da região plástica para um material elástico-perfeitamente plástico	155
B.2.3. Análise da região plástica considerando os efeitos de encruamento linear	157
B.2.4. Determinação da pressão de colapso: análise de grandes deformações	159
APÊNDICE C. DERIVAÇÃO DA CARGA DE COLAPSO PLÁSTICO DE UMA	
PLACA PLANA EM ESTADO PLANO DE DEFORMAÇÕES.....	162
APÊNDICE D. ESTUDO DA CONVERGÊNCIA DA MALHA EM ELEMENTOS	
FINITOS	167
D.1. Placa	167
D.2. Tubo	169
APÊNDICE E. MONITORAMENTO DE VARIÁVEIS PARA DETERMINAÇÃO DO	
COLAPSO PLÁSTICO: PLACA E TUBO.....	173
E.1. Placa	173
E.2. Tubo – Modelo 1: $D/t=5$	177
E.3. Tubo – Modelo 2: $D/t=10$	182
E.4. Tubo – Modelo 3: $D/t=25$	186

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Teste de explosão de tubo com gás (Demofonti et al., s.d.)	2
Figura 3.1 – Formato típico da curva tensão-deformação uniaxial de um metal policristalino.....	7
Figura 3.2 – Lugar geométrico dos critérios de escoamento segundo Mises e Tresca representados no plano deviatório – adaptado de Chakrabarty (2006).....	10
Figura 3.3 – Curva tensão-deformação uniaxial típica de um material perfeitamente plástico	11
Figura 3.4 – Expansão do lugar geométrico devido ao encruamento – adaptado de Chakrabarty (2006)	12
Figura 3.5 – Mecanismos de fratura – adaptado de Anderson (2005)	16
Figura 3.6 – Processo de crescimento de trinca por coalescência de microporos – adaptado de Anderson (2005).....	16
Figura 3.7 – Tipos de efeitos na ponta da trinca, dependendo de carregamento e propriedade mecânica.....	19
Figura 3.8 – Comparação do comportamento do material não-linear elástico com o material elastoplástico em tração. Adaptado de Anderson (2005).	20
Figura 3.9 – Contorno ao redor de uma ponta de trinca utilizado para cálculo de J ..	21
Figura 3.10 – Gráfico esquemático da resistência ao crescimento de trinca de um material dúctil. Adaptado de Anderson (2005).	22
Figura 3.11 – Curvas de J aplicado a uma estrutura, em tracejado, sobrepostas à curva J-R, linha cheia, de um material – adaptado de Anderson (2005).....	23
Figura 3.12 – Desenho esquemático de projeto típico de poço.....	25
Figura 3.13 – Desenho esquemático de tubos submarinos – adaptado de Bai e Bai (2010).....	26
Figura 3.14 – Pressão de explosão de tubos em função da relação limite de escoamento-limite de resistência à tração: resultados empíricos e previstos por modelos de fluxo plástico (Zhu; Leis, 2012).	31
Figura 3.15 – Percentual de produtos ofertados por faixa de relação diâmetro/parede	32

Figura 3.16 – Estado de tensões de um tubo de parede fina pressurizado internamente	32
Figura 3.17 – Comparação dos resultados obtidos com modelagem de tubo de parede fina e de parede espessa para a pressão que causa o primeiro escoamento	33
Figura 3.18 – Comparação dos resultados obtidos com modelagem de tubo de parede fina e de parede espessa para a pressão de instabilidade plástica considerando o critério de escoamento de von Mises.....	34
Figura 3.19 – Desenho esquemático de um FAD.....	35
Figura 3.20 – Diagrama de falha considerando diferentes tamanhos iniciais de trinca – retirado de Stewart e Klever (1998).....	38
Figura 3.21 – Comparação dos estados de tensões impostos ao tubo de parede fina pressurizado internamente e à placa plana larga tracionada	39
Figura 3.22 – Relação entre a pressão de colapso equivalente obtida pela placa e aquela obtida pelo tubo de parede fina em função da relação entre limite de escoamento e resistência à tração.....	45
Figura 3.23 – Relação h^1_P/h^1_T para razão comprimento da trinca por espessura do tubo de 1/8 (Kumar; German; Shih, 1981).....	48
Figura 4.1 - Fluxograma da metodologia utilizada.....	50
Figura 4.2 – Desenho do corpo de prova de tração – dimensões em mm	51
Figura 4.3 – Montagem do teste de tração longitudinal.....	52
Figura 4.4 – Desenho do corpo de prova para determinação da curva J-R – dimensões em mm	53
Figura 4.5 – Desenho esquemático da montagem utilizada para os ensaios de obtenção da curva J-R	54
Figura 4.6 – Montagem do teste de obtenção de curva J-R.....	55
Figura 4.7 – Método da complacência elástica para determinação da curva de resistência ao crescimento de trinca	56
Figura 4.8 – Fluxograma utilizado na norma ASTM E 1820 (2011) para estimativa do comprimento da trinca e da integral J aplicada em cada ponto da curva J-R	56
Figura 4.9 – Desenho esquemático da superfície de fratura após tratamento térmico (<i>heat tinting</i>)	58

Figura 4.10 – Pontos de medição do comprimento de trinca na superfície de fratura	58
Figura 4.11 – Geometria e condições de contorno utilizadas no modelo em elementos finitos da placa plana – dimensões em mm	60
Figura 4.12 – Carregamento aplicado ao modelo em elementos finitos da placa plana	62
Figura 4.13 – Exemplo de trinca modelada por linha de junção no Abaqus CAE – adaptado de Dassault Systèmes (2013)	63
Figura 4.14 – Modelagem geométrica da trinca	63
Figura 4.15 – Definição da frente de trinca e da direção da sua extensão virtual	64
Figura 4.16 – Exemplos de nós utilizados em cada um dos contornos para cálculo da integral J.....	65
Figura 4.17 – Malha focalizada na ponta da trinca.....	65
Figura 4.18 – Diferentes tipos de malhas utilizados na placa	67
Figura 4.19 – Geometria e condições de contorno utilizadas no modelo em elementos finitos do tubo – dimensões em mm	69
Figura 4.20 – Desenho esquemático da aplicação de carga no modelo de elementos finitos do tubo através da inserção de um fluido incompressível em uma cavidade virtual.....	69
Figura 5.1 – Valores médios históricos de resistência ao impacto e alongamento em teste de tração simples de diferentes ligas produzidas na Vallourec	71
Figura 5.2 – Resultado dos ensaios de tração – aço E	73
Figura 5.3 – Comparação da curva de tração média em termos de tensão e deformação real e de engenharia.....	74
Figura 5.4 – Curva de tração média separada em regimes elástico e plástico	75
Figura 5.5 – Aparência da fratura por coalescência (esquerda) e por fadiga (direita)	78
Figura 5.6 – Carregamento em função do deslocamento do punção – CP3e.....	79
Figura 5.7 – Carregamento aplicado em função da abertura do entalhe – CP3e.....	80
Figura 5.8 – Resistência ao crescimento de trinca – CP3e.....	80
Figura 5.9 – Determinação do comprimento de trinca inicial corrigido – CP3e	81
Figura 5.10 – Determinação dos limites de validade do ensaio de resistência ao crescimento de trinca – CP3e	82

Figura 5.11 – Carregamento em função do deslocamento do punção – CP3.....	82
Figura 5.12 – Carregamento aplicado em função da abertura do entalhe – CP3.....	83
Figura 5.13 – Resistência ao crescimento de trinca – CP3.....	83
Figura 5.14 – Determinação do comprimento de trinca inicial corrigido – CP3.....	84
Figura 5.15 – Determinação dos limites de validade do ensaio de resistência ao crescimento de trinca – CP3	85
Figura 5.16 – Superfícies de fratura após ensaio de resistência ao crescimento de trinca	86
Figura 5.17 – Medições de tamanho de trinca inicial e final – CP3e.....	87
Figura 5.18 – Medições de tamanho de trinca inicial e final – CP3.....	87
Figura 5.19 – Comparação das medições de trinca realizadas com as estimativas obtidas durante o ensaio	88
Figura 5.20 – Coeficiente de determinação da complacência elástica em função da carga máxima de cada ciclo	90
Figura 5.21 – Crescimento de trinca em um corpo de prova com superfície livre (Anderson, 2005).....	91
Figura 5.22 – Tunelamento de trinca e formação dos planos de cisalhamento. Visão lateral do CP3.....	92
Figura 5.23 – Desalinhamento do entalhe lateral com o entalhe principal – CP4e ...	92
Figura 5.24 – Comparação das curvas de resistência ao crescimento de trinca obtidas com pré-trinca por fadiga e por eletroerosão	94
Figura 5.25 – Comparação das malhas ótimas obtidas para o modelo 1 (esquerda) e o modelo 3 (direita) do tubo, com trinca de 20% da espessura.....	98
Figura 5.26 – Curvas de força aplicada à placa em função do deslocamento para cada modelo.....	99
Figura 5.27 – Superposição das curvas de pressão interna aplicada ao tubo em função do deslocamento obtido para cada comprimento de trinca analisado. Em cima, modelo com razão $D/t=5$, ao meio, modelo de $D/t=10$ e, embaixo, $D/t=25$	100
Figura 5.28 – Carga para atingir o colapso plástico em função do tamanho de trinca, dado em porcentagem da espessura da placa.....	101
Figura 5.29 – Pressão para atingir o colapso plástico em função do tamanho de trinca, dado em porcentagem da espessura de parede do tubo. Em cima, modelo com razão $D/t=5$, ao meio, modelo de $D/t=10$ e, embaixo, $D/t=25$	102

Figura 5.30 – Redução da pressão de colapso plástico em função da profundidade da trinca. Análise pelo método dos elementos finitos realizada por Klever e Stewart (1998).....	103
Figura 5.31 – Regiões que competem pela falha por colapso plástico na placa.....	104
Figura 5.32 – Distribuição da tensão normal ao eixo x atuante no ligamento da trinca	105
Figura 5.33 – Variação da rigidez no ligamento	105
Figura 5.34 – Carga limite da estrutura dominada pela seção nominal da placa com trinca de 2,5% da espessura, à esquerda, e dominada pela trinca de 10% da espessura, à direita.....	106
Figura 5.35 – Curvas de carga aplicada à placa em função do deslocamento obtido para cada geometria	108
Figura 5.36 – Incremento de carga por incremento de deslocamento em função da carga aplicada à placa com trinca de 35% da espessura	110
Figura 5.37 – Incremento de carga por incremento de deslocamento em função da carga aplicada à placa com trinca de 50% da espessura	111
Figura 5.38 – Incremento de pressão interna por incremento de volume em função da pressão interna aplicada ao tubo, $D/t=5$, com trinca de 30% da espessura.....	112
Figura 5.39 – Detalhe do momento próximo à instabilidade da placa com trinca de 40% da espessura.....	113
Figura 5.40 – Integral J aplicada à trinca em função da carga imposta à placa. Resposta de vinte contornos para o modelo de trinca de 35% da espessura.....	114
Figura 5.41 – Integral J aplicada à trinca em função da pressão imposta ao tubo. Resposta de vinte contornos para o modelo de trinca de 50% da espessura.....	114
Figura 5.42 – Nós que compõem o 16 ^o contorno do modelo de trinca de 35% da espessura da placa	114
Figura 5.43 – Curvas de resposta de integral J em função da carga aplicada para cada modelo de placa	115
Figura 5.44 – Curvas de resposta de integral J para a placa em função do comprimento de trinca para valores de carga constantes (cinza) e curva de resistência ao crescimento de trinca obtida no ensaio por eletroerosão	116
Figura 5.45 – Pontos de instabilidade à fratura para cada comprimento de trinca inicial considerando a curva de resistência ao crescimento de trinca obtida no ensaio	

por eletroerosão. Em cima, modelo com razão $D/t=5$, ao meio, modelo de $D/t=10$ e, embaixo, $D/t=25$.	117
Figura 5.46 – Diagrama de crescimento de trinca da placa	118
Figura 5.47 – Diagramas de crescimento de trinca do tubo. Em cima, modelo com razão $D/t=5$, ao meio, modelo de $D/t=10$ e, embaixo, $D/t=25$.	119
Figura 5.48 – Avaliação de integral J em dois contornos dentro da região plástica	121
Figura 5.49 – Evolução do valor da integral J com o contorno avaliado para a placa, em cima, e para o modelo 3 do tubo, embaixo.	122
Figura 5.50 – Desenho esquemático do descarregamento elástico devido ao crescimento da trinca. Adaptado de Anderson (2005)	123
Figura 5.51 – Curva de integral J obtida para cada comprimento de trinca da placa. As linhas pontilhadas mostram as condições de seção remanescente completamente plastificada	124
Figura 5.52 – Diagrama de falha da placa	126
Figura 5.53 – Diagramas de falha do tubo. Em cima, modelo com razão $D/t=5$, ao meio, modelo de $D/t=10$ e, embaixo, $D/t=25$.	127
Figura 5.54 – Comparação dos diagramas de falha dos três modelos de tubo com o da placa	128
Figura 5.55 – Curvas de resistência ao crescimento trinca: original, obtida com o corpo de prova por eletroerosão, e outras com maior e menor tenacidade, equivalente à original multiplicada por 5 e dividida por 8, respectivamente	130
Figura 5.56 – Comparação dos diagramas de falha do modelo 3 do tubo com o da placa utilizando a curva J-R com maior tenacidade	131
Figura 5.57 – Comparação dos diagramas de falha dos três modelos de tubo com o da placa utilizando a curva J-R com menor tenacidade	132
Figura 6.1 – Matriz de validade da abordagem proposta	136
Figura A.1 – Tensões tangenciais em tubo submetido a pressão interna	144
Figura A.2 – Vista do tubo em corte longitudinal	145
Figura B.1 – Carregamentos em um elemento diferencial de um tubo de parede espessa	150
Figura B.2 – Vista do tubo de parede espessa em corte longitudinal	152
Figura B.3 – Avanço da zona plastificada em um tubo de parede espessa	154

Figura B.4 – Gráfico tensão x deformação de um material elástico com encruamento linear	158
Figura B.5 – Exemplo de determinação dos fatores A e B	161
Figura C.1 – Placa plana sob estado plano de deformações	162
Figura D.1 – Estudo da convergência da malha de elementos finitos para a placa com trinca correspondente a 5% da sua espessura.....	168
Figura D.2 – Estudo da convergência da malha de elementos finitos para a placa com trinca correspondente a 50% da sua espessura.....	169
Figura D.3 – Estudo da convergência da malha de elementos finitos para o tubo com trinca correspondente a 5% da sua espessura de parede	171
Figura D.4 – Estudo da convergência da malha de elementos finitos para o tubo com trinca correspondente a 50% da sua espessura de parede	172
Figura E.1 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa sem trinca	173
Figura E.2 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 2,5% da espessura	174
Figura E.3 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 5% da espessura	174
Figura E.4 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 10% da espessura	174
Figura E.5 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 15% da espessura	175
Figura E.6 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 20% da espessura	175
Figura E.7 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 25% da espessura	175

- Figura E.8 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 30% da espessura 176
- Figura E.9 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 35% da espessura 176
- Figura E.10 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 40% da espessura 176
- Figura E.11 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 45% da espessura 177
- Figura E.12 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 50% da espessura 177
- Figura E.13 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, sem trinca..... 178
- Figura E.14 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 2,5% da espessura..... 178
- Figura E.15 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 5% da espessura..... 178
- Figura E.16 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 10% da espessura..... 179
- Figura E.17 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em

função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 15% da espessura.....	179
Figura E.18 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 20% da espessura.....	179
Figura E.19 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 25% da espessura.....	180
Figura E.20 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 30% da espessura.....	180
Figura E.21 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 35% da espessura.....	180
Figura E.22 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 40% da espessura.....	181
Figura E.23 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 45% da espessura.....	181
Figura E.24 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 50% da espessura.....	181
Figura E.25 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, sem trinca.....	182

Figura E.26 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 2,5% da espessura.....	182
Figura E.27 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 5% da espessura.....	183
Figura E.28 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 10% da espessura.....	183
Figura E.29 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 15% da espessura.....	183
Figura E.30 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 20% da espessura.....	184
Figura E.31 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 25% da espessura.....	184
Figura E.32 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 30% da espessura.....	184
Figura E.33 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 35% da espessura.....	185

Figura E.34 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 40% da espessura.....	185
Figura E.35 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 45% da espessura.....	185
Figura E.36 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 50% da espessura.....	186
Figura E.37 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, sem trinca.....	186
Figura E.38 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 2,5% da espessura.....	187
Figura E.39 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 5% da espessura.....	187
Figura E.40 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 10% da espessura.....	187
Figura E.41 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 15% da espessura.....	188
Figura E.42 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em	

função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 20% da espessura.....	188
Figura E.43 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 25% da espessura.....	188
Figura E.44 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 30% da espessura.....	189
Figura E.45 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 35% da espessura.....	189
Figura E.46 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 40% da espessura.....	189
Figura E.47 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 45% da espessura.....	190
Figura E.48 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 50% da espessura.....	190

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Classificação dos modelos de resistência à pressão interna – adaptado de Zhu e Leis (2012)	30
Tabela 3.2 – Estados de tensões aplicados ao tubo de parede fina e à placa plana com restrição de deformação em um dois eixos	41
Tabela 4.1 – Comprimento de trinca da placa em cada geometria criada	62
Tabela 4.2 – Geometrias de tubo utilizadas nos diferentes modelos	68
Tabela 5.1 – Situação dos corpos de prova utilizados nos ensaios de resistência à fratura	78
Tabela 5.2 – Número de elementos utilizados nas diferentes geometrias de placa ..	96
Tabela 5.3 – Número de elementos utilizados nas diferentes geometrias e modelos de tubo	97

1. Introdução

A relevância de tubos na indústria do petróleo é indiscutível. Eles estão presentes em toda a cadeia de produção e refino com funções diversas. Entre outros exemplos, são elementos estruturais importantes para garantia da integridade dos poços e na ancoragem de plataformas tipo *Tension-Leg Platform* (TLP). São eles, também, que permitem o fluxo de hidrocarbonetos pelo poço até a plataforma e, depois para a costa, através da coluna de produção, *risers* e dutos submarinos. Apresentam, ainda, papel importante em trocadores de calor, comandos de equipamento submarinos pelos umbilicais e em todo tipo de processamento em plataforma e em refinarias.

A descoberta de grandes reservatórios de petróleo em condições extremas de temperaturas, chegando a 200°C, pressão, até 70MPa na cabeça de poço, e ambiente corrosivo, com presença de altos teores de gás carbônico e ácido sulfídrico, vem desafiando a indústria nas últimas décadas. No Brasil, alguns dos campos do pré-sal e margem equatorial apresentam estas dificuldades, em maior ou menor grau. Apesar do tamanho dos reservatórios e quantidade de hidrocarbonetos presentes, a viabilidade técnica e econômica em alguns casos pode ser ameaçada pela dificuldade em se construir nestes cenários. Os fornecedores desta indústria respondem com constante desenvolvimento de novas ligas metálicas, processos de fabricação, revestimentos anti-corrosivos e produtos com geometria refinada, possibilitando maior resistência aos diversos cenários de carregamento.

Por outro lado, uma melhor caracterização mecânica dos materiais e produtos existentes e compreensão dos fenômenos atuantes poderia favorecer a utilização de modelos de estado limite, em detrimento de alguns dos modelos ultraconservadores de projeto utilizados atualmente. Com este pensamento, a *American Petrol Institute* (API) lançou, em 2002, um grupo de trabalho para validar as equações de resistência à pressão interna com presença de trincas da Norma ISO 10400 / API 5C3. Estas equações, baseadas na metodologia FAD (*Failure Assessment Diagram*), haviam sido mantidas intactas durante as décadas anteriores, apesar dos significantes avanços da indústria de fabricação de tubos. Apesar desta metodologia ser utilizada em diversos outros setores, ela não é

normatizada para tubos de revestimento de poços de petróleo com presença de H_2S . (Moore; Maldonado, 2005)

O grupo de trabalho realizou uma série de ensaios de tubos pressurizados internamente em ambiente com presença de H_2S . As trincas foram inseridas antes do processo de laminação dos tubos e, portanto, foram submetidas a todos os processos e tratamentos térmicos pelos quais passam um tubo em sua condição normal de manufatura. No entanto, as dificuldades de controle da geometria e orientação da trinca levaram os tubos a falhar em locais longe da trinca inicialmente induzida e devido a trincas nucleadas durante o ensaio. (Cernocky; Moore; Cernocky, 2007)

Após a falha na realização dos ensaios, o grupo de trabalho resolveu realizar ensaios em escala reduzida em tubos de 12,7mm de diâmetro, com objetivo de guiar testes subsequentes em escala real (Cernocky, 2007). A utilização de “mini-tubos” apresenta algumas vantagens para uma etapa preliminar de pesquisa como, por exemplo, a necessidade de aparatos muito menores, com conseqüente redução de custo, e a possibilidade de executar vários ensaios simultâneos, portanto realizáveis por períodos mais longos. Além disso, ensaios de tubos de grande diâmetro com pressão interna imposta por gás são perigosos. A Figura 1.1, retirada do relatório apresentado por Demofonti et al. (s.d.), exemplifica a liberação de energia quando a explosão ocorre. A foto foi tirada após o ensaio de um tubo de 1,4m de diâmetro e 19m de extensão pressurizado com gás (para referência de escala, a seta indica o tubo lançado com o impacto).



Figura 1.1 – Teste de explosão de tubo com gás (Demofonti et al., s.d.)

A utilização de “mini-tubos” apresenta, porém, ela mesma uma série de dificuldades para execução do ensaio. Primeiro, o aparato para aplicação da pressão interna com fluido corrosivo é oneroso e de difícil manuseio. Segundo, a inserção de pré-trincas ao tubo só pode ser feita através de processos de fabricação como a eletroerosão. Por fim, a confecção destes tubos a partir de produtos acabados pode ser complicada devido às pequenas geometrias. Por exemplo, a configuração 346,08mm de diâmetro por 15,87mm de parede é muito utilizada como revestimento em poços de petróleo. Para que um mini-tubo retirado deste tubo pudesse ter a mesma relação diâmetro-espessura da parede (D/t), sua espessura deveria ser de 0,73mm, serviço para o qual os processos de usinagem convencionais não são adaptados. O grupo de trabalho da API admitiu esta dificuldade e realizou ensaios com “mini-tubos” com relação D/t maior do que aquela do tubo original (Cernocky; Moore; Cernocky, 2007). Além disso, comprimentos de trinca usuais na indústria do petróleo entre 5% e 12,5% da espessura da parede, que no exemplo acima, estariam entre 0,036mm e 0,091mm, seriam caros para fabricar, inspecionar e medir.

Ao mesmo tempo, sabe-se que o estado de tensões de um tubo de parede fina pressurizado internamente é dominado pela tensão circunferencial, sendo as tensões radiais desprezadas. Este estado de tensões é idealmente idêntico ao de uma placa plana tracionada. Existiria, portanto, uma relação direta entre os fenômenos que ocorrem previamente à falha do tubo de parede fina e da placa, ambos com trincas transversais à espessura?

As vantagens da utilização de placas para substituição aos “mini-tubos” seriam significativas. O ensaio de placas é simples e barato, necessitando de uma máquina de tração comumente encontrada em laboratórios mecânicos. A sua fabricação a partir de tubos é fácil e realizável com equipamentos habituais a uma oficina mecânica. Por fim, é possível introduzir pré-trincas de fadiga no material, mais adequadas para o estudo da mecânica da fratura do que processo de fabricação por usinagem, corte ou eletroerosão.

Propõe-se, então, neste trabalho, verificar numericamente a adequação da hipótese de que uma placa tracionada pode substituir os ensaios de “mini-tubos” de parede fina e, futuramente, guiar ensaios em escala real. Como não foram encontrados na literatura trabalhos específicos para esta comparação, é almejada

apenas uma primeira abordagem, esperando como resultado uma visão geral sobre a validade da hipótese levantada. Pretende-se determinar também em quais faixas de geometria e propriedades mecânicas existe uma maior probabilidade desta hipótese ser verdadeira.

2. Objetivos

O objetivo geral dessa dissertação de mestrado consiste em avaliar de maneira numérica, utilizando o método dos elementos finitos, a adequação do uso de placas planas para simular o ensaio de um tubo de parede fina com trinca radial externa pressurizado internamente. Como objetivo específico, pretende-se obter uma primeira ideia de quais faixas de relação de diâmetro por espessura de parede do tubo e características mecânicas do material em tração e fratura tornam a aproximação admissível.

3. Revisão Bibliográfica

A presença de trincas pode reduzir a capacidade de uma estrutura sustentar cargas, causando a ruptura de forma dúctil, frágil ou uma combinação dos dois. Por outro lado, mesmo estruturas “perfeitas” podem falhar pelo colapso plástico, caso as deformações impostas ultrapassem os limites suportados. Assim, para uma análise de estado limite último de um componente, é necessário a compreensão mínima da teoria das ciências “Plasticidade” e “Mecânica da fratura”, brevemente apresentadas nas seções 3.1, *Modelagem mecânica da plasticidade*, e 3.2, *Modelagem mecânica da fratura*.

Na seção 3.3, *Presença de elementos tubulares para produção de petróleo em ambiente marítimo*, são apresentados os principais tipos de tubos utilizados na indústria de petróleo, sobretudo aqueles utilizados na sua extração em alto-mar. No item seguinte, 3.4 - *Análise da resistência à pressão interna de elementos tubulares para a indústria do petróleo*, são explicadas as cargas atuantes nestes tubos, com foco na aplicação de pressão interna, e seus cenários mais críticos. Em seguida, são apresentados os principais desenvolvimentos da ciência na tentativa de definir o estado limite último de cilindros com ou sem presença de trincas, bem como a justificativa da aproximação comumente utilizada pelo tubo de parede fina.

Por fim, na seção 3.5, *Aproximação do problema do tubo de parede fina por uma placa plana: análise teórica*, são apresentadas as justificativas para a utilização de uma placa plana tracionada no lugar de um tubo de parede fina sob pressão interna, considerando a presença de uma trinca na direção da espessura dos dois componentes. Foram feitas análises do equilíbrio, via teoria da elasticidade, do colapso plástico, usando as bases da modelagem mecânica da plasticidade, e das tensões atuantes na ponta da trinca, utilizando a teoria da mecânica da fratura.

3.1. Modelagem mecânica da plasticidade

A curva tensão-deformação uniaxial típica de um metal policristalino recozido tem o formato mostrado pela Figura 3.1, onde as letras do alfabeto romano

indicam as tensões e deformações de engenharia (S, e), enquanto as letras do alfabeto grego indicam as tensões e deformações verdadeiras (σ, ε). Em um estado de tração pura, a relação entre deformações e tensões verdadeiras e de engenharia são dadas pelas Equações 3.1 e 3.2.

$$\varepsilon = \ln(1 + e) \quad 3.1$$

$$\sigma = S e^{\varepsilon} \quad 3.2$$

Quando uma tensão crescente é aplicada a uma amostra, a deformação decorrente é inicialmente elástica e as dimensões originais são restabelecidas em caso de descarregamento. No entanto, caso o limite de escoamento, marcado pelo ponto A , seja atingido, deformações plásticas são observadas, deixando de ser proporcionais à carga aplicada. Em caso de descarregamento após atingir o regime plástico, exemplificado pela Figura 3.1 pela linha pontilhada BC , o retorno é elástico, paralelo ao segmento de reta OA , sendo observada uma deformação permanente, mensurada pela distância OC .

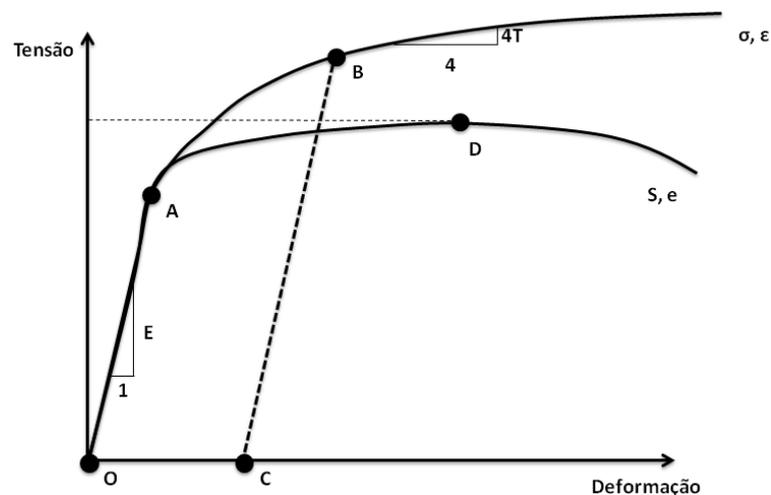


Figura 3.1 – Formato típico da curva tensão-deformação uniaxial de um metal policristalino

Quando um material previamente deformado pela quantidade definida por OC for carregado, seu regime elástico irá se estender até atingir o ponto B , quando deformações plásticas passarão a ser observadas. Devido ao encruamento sofrido

pelo material, a tensão neste ponto é maior do que a necessária para atingir o limite de escoamento do mesmo material em estado recozido. Na maioria dos metais, a tensão precisa ser aumentada para forçar um aumento da deformação plástica, no entanto, o incremento de tensão necessário para se obter um mesmo incremento de deformação plástica é cada vez menor (Hill, 1950). Em outras palavras, a taxa de encruamento se torna cada vez menor e a curva tensão-deformação tende cada vez mais à horizontal.

O módulo de elasticidade E da lei de Hooke é definido como a inclinação da região elástica do material e o módulo tangencial T é a inclinação medida em qualquer ponto da região plástica, como mostrado pela Figura 3.1. O módulo plástico H , é definido como a inclinação da curva tensão-deformação verdadeira, excluindo-se as deformações elásticas. Se um incremento de tensão $d\sigma$ for aplicado ao material, a deformação elástica $\frac{d\sigma}{E}$ é obtida, assim como a deformação plástica $\frac{d\sigma}{H}$ e a deformação total $\frac{d\sigma}{T}$. Assim, a relação entre os módulos é dada pela Equação 3.3.

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{E} + \frac{1}{H} \quad 3.3$$

Em um material recozido, H é consideravelmente maior do que T , mas esses módulos rapidamente se aproximam à medida que as deformações aumentam, tornando os incrementos de deformação elástica desprezíveis em comparação com os incrementos de deformação plástica. Quando as deformações totais são muito grandes, as deformações elásticas tornam-se desprezíveis, justificando a aproximação comumente utilizada de um material rígido/plástico, onde o material não se deforma antes de atingir o limite de escoamento (Chakrabarty, 2006). Toda deformação subsequente é, então, considerada plástica.

O teste de tração convencional, no entanto, não fornece informações exatas do comportamento de um material em condições de grandes deformações. Quando a taxa de redução de área transversal do corpo de prova deixa de ser compensada pela taxa de encruamento do material, a carga externa aplicada atinge um valor máximo, como mostrado pelo ponto D na curva tensão-deformação de engenharia da Figura 3.1. Neste ponto, a deformação passa a ocorrer de forma

confinada na região chamada de “pescoço”, onde a redução da seção transversal se intensifica, enquanto o restante do corpo de prova se descarrega elasticamente. A distribuição de tensões nesta região assume um estado triaxial, variando na seção transversal. (Chakrabarty, 2006) Logo, após a formação do pescoço, o teste não fornece uma relação direta do comportamento da deformação em função da tensão aplicada.

3.1.1 Critério de escoamento

Qualquer tensor de tensões $[\bar{\sigma}]$ pode ser representado por um tensor hidrostático $[\bar{h}]$, calculado como a média das tensões normais σ_x , σ_y e σ_z atuantes, e um tensor deviatório $[\bar{s}]$, como mostrado pelas Equações 3.4 e 3.5.

$$[\bar{\sigma}] = [\bar{s}] + [\bar{h}] \quad 3.4$$

$$[\bar{h}] = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} [I] = \sigma_0 [I] \quad 3.5$$

sendo σ_0 a tensão hidrostática referente ao tensor de tensões $[\bar{\sigma}]$ e $[I]$ a matriz identidade 3×3 .

A Equação 3.4 pode ser escrita na sua forma indicial, como mostrado pela Equação 3.6.

$$\sigma_{ij} = s_{ij} + \sigma_0 \delta_{ij} \quad 3.6$$

Onde o delta de Kronecker δ_{ij} toma o valor unitário se $i = j$ e o valor nulo se $i \neq j$.

Para se realizar uma análise plástica é necessário determinar um critério de escoamento, ponto a partir do qual um carregamento externo passa a impor deformações plásticas irreversíveis somadas às deformações elásticas. Para se desenvolver sua teoria matemática, foi necessário aplicar uma simplificação resultante do fato experimental que o escoamento praticamente não é afetado pela

tensão hidrostática, seja esta em tração ou compressão (Bridgman¹, 1944 apud Chakrabarty, 2006). Resulta-se, portanto, que o escoamento depende unicamente do módulo e direção do vetor de tensões deviatório.

Os critérios de escoamento mais comumente utilizados são os de Tresca e de von Mises, representados no plano deviatório pela Figura 3.2, normal ao tensor hidrostático, onde Y é a tensão de escoamento em tensão uniaxial e σ_1 , σ_2 e σ_3 são as tensões principais atuantes. Qualquer estado de tensões que esteja na superfície do lugar geométrico corresponde a um estado de escoamento, enquanto um estado de tensões que esteja dentro do lugar geométrico representa um carregamento elástico.

Como, habitualmente, o teste de tração uniaxial é utilizado para determinar as propriedades de escoamento de um material, é usual forçar que os dois critérios coincidam nestas condições, de tal forma que as pontas do hexágono de Tresca toque o círculo de von Mises. Assim, os dois critérios possuem o mesmo valor de tensão de escoamento uniaxial Y , porém a diferença máxima ocorre em cisalhamento puro. Para a maioria dos metais, o critério de von Mises representa de maneira mais precisa seu escoamento do que o critério de Tresca (Chakrabarty, 2006).

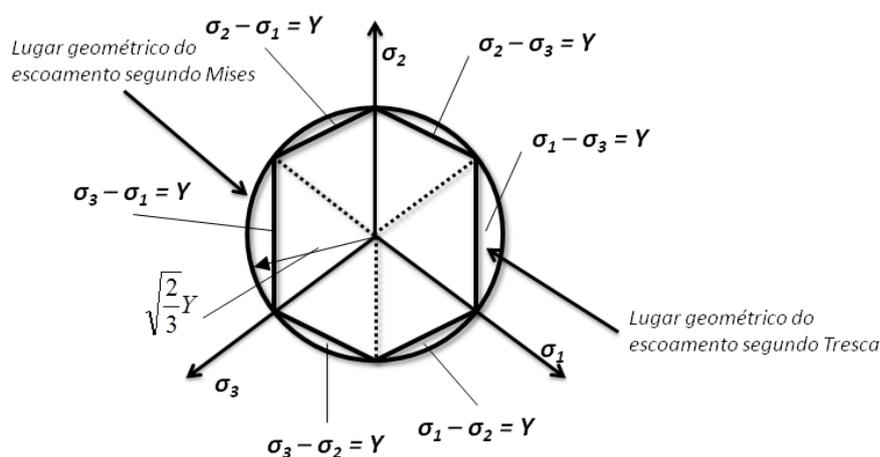


Figura 3.2 – Lugar geométrico dos critérios de escoamento segundo Mises e Tresca representados no plano deviatório – adaptado de Chakrabarty (2006)

¹ Bridgman, P. W. *Metals Technology, Tech. Pub.*, No. 1782 (1944).

3.1.2 Encruamento isotrópico

Um material é do tipo perfeitamente plástico quando sua resistência não aumenta se carregado plasticamente, sendo sua curva tensão-deformação uniaxial característica mostrada pela Figura 3.3. Caso o vetor de tensões deviatório aplicado a este tipo de material atinja o lugar geométrico do escoamento, este irá escoar. No entanto, o estado de tensões plásticas estará sempre sobre um lugar geométrico fixo, imutável.

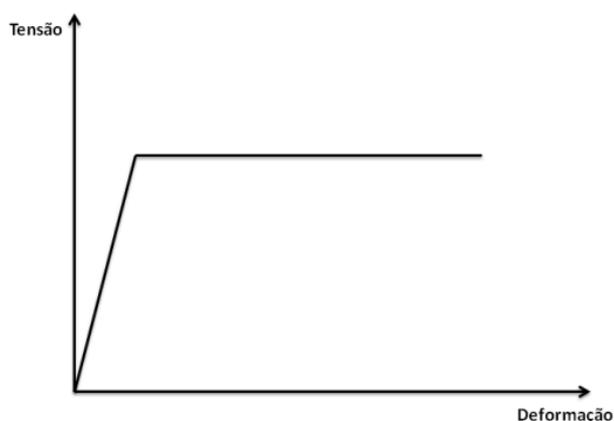


Figura 3.3 – Curva tensão-deformação uniaxial típica de um material perfeitamente plástico

Por outro lado, como visto anteriormente, um metal normalmente aumenta sua resistência à medida que é deformado plasticamente. Neste caso, o tamanho e formato do lugar geométrico do escoamento depende do histórico completo de deformações plásticas desde o último recozimento.

Uma formulação matemática conveniente para o encruamento isotrópico é assumir que o lugar geométrico do escoamento se expande de maneira uniforme sem mudar a sua forma. Na Figura 3.4, é mostrado um exemplo de um material que escoou inicialmente em um estado de tensões P_0 . Porém, devido ao encruamento, a superfície de escoamento se expandiu, exigindo que, para novo escoamento, o estado de tensões P fosse atingido.

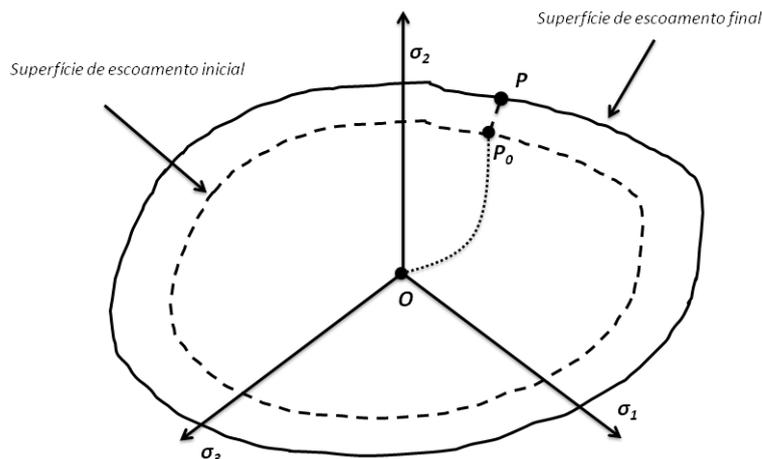


Figura 3.4 – Expansão do lugar geométrico devido ao encruamento – adaptado de Chakrabarty (2006)

Como o lugar geométrico de um material sujeito ao encruamento isotrópico simplesmente aumenta de tamanho, qualquer estado de encruamento pode ser definido por uma tensão de escoamento uniaxial relativa a ele. É necessário relacionar a tensão de escoamento uniaxial com a quantidade de deformação plástica imposta ao material, dado um estado inicial de escoamento. Utiliza-se, então, a tensão equivalente $\bar{\sigma}$ para definir a tensão de escoamento em qualquer ponto e Y como a tensão de escoamento no estado recozido. Utilizando o critério de escoamento de von Mises, a tensão equivalente é definida pela Equação 3.7 (Chakrabarty, 2006).

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 6\tau_{xy}^2 + 6\tau_{xz}^2 + 6\tau_{yz}^2 \right]} \quad 3.7$$

Existem duas hipóteses para quantificação do encruamento, sendo a primeira relacionada ao trabalho plástico total realizado por unidade de volume – *work-hardening* – e a segunda com a deformação plástica equivalente total – *strain-hardening*. A hipótese de *work-hardening* define o novo lugar geométrico do escoamento, através da tensão equivalente, como função dos incrementos de trabalho plástico dW_p , como mostrado pela Equação 3.8 (Hill, 1950).

$$\bar{\sigma} = \phi \left(\int dW_p \right) \quad 3.8$$

A hipótese de *strain-hardening* associa o encruamento com a deformação plástica equivalente total $\bar{\varepsilon}^p$, sendo seu incremento definido pela Equação 3.9 em função dos incrementos de deformação plástica normais e de cisalhamento $d\varepsilon_{ij}^p$.

$$\overline{d\varepsilon}^p = \sqrt{\frac{2}{3} [d\varepsilon_{xx}^p + d\varepsilon_{yy}^p + d\varepsilon_{zz}^p + d\varepsilon_{xy}^p + d\varepsilon_{xz}^p + d\varepsilon_{yz}^p]} \quad 3.9$$

Da mesma forma que a hipótese precedente, a tensão equivalente pode ser calculada pela função da integral dos incrementos da propriedade medida. A função Φ , mostrada pela Equação 3.10, é dada pela relação entre a tensão e deformação uniaxiais verdadeiras. Sua forma implica que a quantidade de encruamento é determinada por todo incremento de deformação plástica, não apenas pela diferença entre as formas iniciais e finais do componente (Chakrabarty, 2006).

$$\bar{\sigma} = \Phi \left(\int \overline{d\varepsilon}^p \right) \quad 3.10$$

3.1.3 Relação tensão-deformação para fluxo plástico

Um material em estado plástico descarrega-se elasticamente em caso de relaxamento das tensões externas aplicadas, movendo-se para um estado de tensão dentro do lugar geométrico do escoamento. Se o material for carregado de novo, o escoamento só irá ocorrer se o estado de tensões aplicado atingir o lugar geométrico do escoamento atual. Para forçar um novo fluxo plástico em um material sujeito ao encruamento, é necessário aumentar a tensão para um ponto fora do lugar geométrico. A parte elástica de um incremento de deformação correspondente a um fluxo plástico é diretamente relacionada ao incremento de tensão pela lei de Hooke, cujos coeficientes mantém-se inalterados (Chakrabarty, 2006).

Para relacionar os incrementos de deformação plástica com o incremento de tensão e o estado de tensões atual, é necessário utilizar uma relação particular para o fluxo plástico. A mais conhecida dessas relações é a de Prandtl-Reuss, em que os incrementos de deformações elásticas são relacionados às tensões deviatórias através do fator $d\lambda$, um escalar positivo que depende do incremento de tensão, como mostrado pela Equação 3.11² (Chakrabarty, 2006).

$$\frac{d\varepsilon_x^p}{s_x} = \frac{d\varepsilon_y^p}{s_y} = \frac{d\varepsilon_z^p}{s_z} = d\lambda \quad 3.11$$

Se o critério de escoamento de von Mises for utilizado, é possível provar que as hipóteses de encruamento *work-hardening* e *strain-hardening* são equivalentes. Neste caso, prova-se a relação entre a tensão equivalente e o incremento de deformação plástica equivalente total mostrada pela Equação 3.12 (Chakrabarty, 2006).

$$d\lambda = \frac{3d\bar{\varepsilon}^p}{2\bar{\sigma}} = \frac{3d\bar{\sigma}}{2H\bar{\sigma}} \quad 3.12$$

3.1.4 Análise limite

O limite de escoamento de um material elastoplástico define o momento em que a deformação plástica se torna possível. Nos momentos subsequentes ao escoamento, um componente carregado externamente mantém-se ainda elástico, embora parcialmente plástico. A taxa com que o carregamento precisa ser aumentado para causar novas deformações dependem da taxa de encruamento e da mudança da geometria do componente. Se a taxa de encruamento em certo

² Lévy e Mises sugeriram a mesma relação que Prandtl-Reuss, porém, ao invés de utilizar incrementos de deformação plástica, usaram incrementos de deformação total, omitindo os sobrescritos. Para muitos casos práticos, onde as deformações plásticas são muito superiores às elásticas, a relação de Lévy-Mises pode ser considerada, o que equivale a assumir um comportamento rígido-plástico para o material. (Chakrabarty 2006)

ponto não for grande o suficiente, um pequeno aumento no carregamento é suficiente para causar grandes deformações. À medida que as taxas de aumento de carregamento vão diminuindo, tendendo para um valor assintótico, as deformações aumentam tão rapidamente que, em uma estrutura real, o resultado equivale ao colapso plástico (Chakrabarty, 2006).

Dois teoremas para definir os limites inferior e superior para o colapso plástico foram estabelecidos para materiais elásticos-perfeitamente plásticos. O teorema do limite inferior determina que a taxa de trabalho realizado pelas cargas reais é maior ou igual àquela realizado por cargas em um campo de tensões estaticamente admissível (Hill, 1950). Ou seja, caso o critério de escoamento seja violado em algum lugar de uma estrutura, esta atingirá o colapso plástico.

Já o teorema do limite superior determina que a taxa de trabalho realizado por um carregamento desconhecido é menor ou igual à taxa de energia interna dissipada em um campo de velocidades cinematicamente admissível (Hill, 1950). Assim, o colapso plástico ocorrerá quando todo o trabalho externo realizado por um carregamento em uma estrutura for dissipado internamente.

3.2. Modelagem mecânica da fratura

A presença de trincas em um material pode fazer com que sua resistência diminua de forma considerável. Se a fratura ocorrer de forma frágil, a falha que se segue é repentina e, muitas vezes, catastrófica. Por outro lado, a fratura dúctil geralmente ocorre com prévio crescimento estável de trinca. A Figura 3.5 ilustra os mecanismos de fratura que governam o tipo de falha.

Materiais dúcteis usualmente falham devido à nucleação, crescimento e coalescência de microporos. A fratura por clivagem, transgranular, é chamada de fratura frágil, apesar de poder ocorrer, também, após crescimento estável de trinca. A fratura intergranular ocorre quando o caminho percorrido por uma trinca está nos contornos de grão. Apesar desta última não ser discutida neste trabalho, ela pode estar envolvida em situações importantes da engenharia como fratura assistida pelo meio, corrosão intergranular e fluência de metais em alta temperatura (Anderson, 2005).

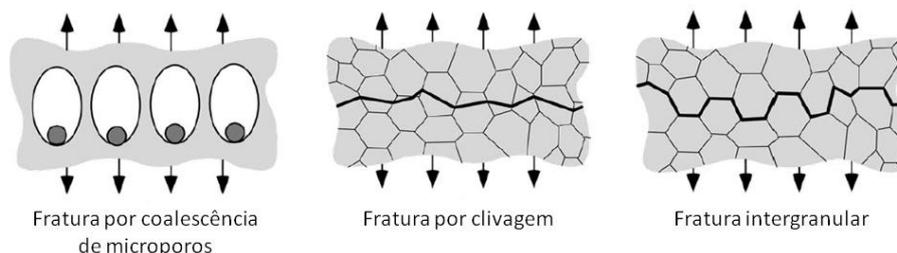


Figura 3.5 – Mecanismos de fratura – adaptado de Anderson (2005)

A presença de trincas diminui a resistência global de um componente aumentando localmente as tensões desenvolvidas. O material nesta região, contudo, não pode se deformar livremente devido à grande quantidade de material em seu entorno que não é afetado pela trinca. Um estado triaxial de tensões de tração se forma, então, na região à frente da trinca.

A primeira etapa da fratura dúctil é a formação de microporos em sua rede cristalina, seja pela perda de coesão de interfaces, seja pela quebra de partículas. Os microporos formam-se em inclusões ou partículas de segunda fase quando as tensões aplicadas são grandes o suficiente para quebrar suas ligações com a matriz do material. Sua formação é facilitada em estados triaxiais de tensão de tração, como os encontrados na ponta de trincas (Anderson, 2005).

Uma vez formados os microporos, caso as tensões aplicadas continuem aumentando, estes poderão crescer e, eventualmente, coalescer. No princípio, cada microporo cresce de forma independente. No entanto, à medida que estes crescem e se aproximam, há a interação entre eles, podendo causar uma instabilidade plástica local. Quando a ligação entre as superfícies livres – trincas e microporos – é rompida, a trinca avança (Anderson, 2005). A Figura 3.6 representa esquematicamente o processo completo.

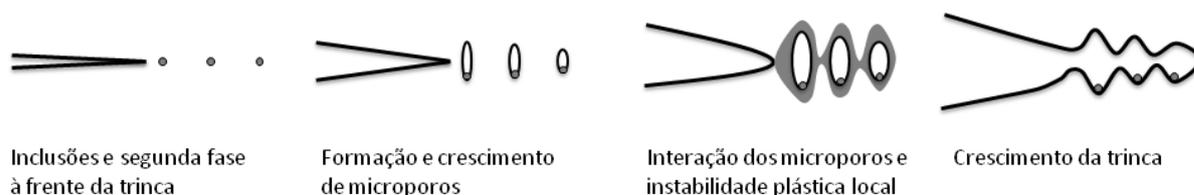


Figura 3.6 – Processo de crescimento de trinca por coalescência de microporos – adaptado de Anderson (2005)

A fratura frágil pelo processo de clivagem ocorre através da propagação rápida da trinca pela quebra de ligações em planos cristalográficos preferenciais. Os planos são aqueles cuja densidade de empacotamento é menor, apresentando o menor número ligações, além da distâncias entre planos ser maior. Visto que a orientação em cada grão é diferente, a direção de propagação da trinca muda a cada contorno de grão transposto, como mostrado pela Figura 3.5. No entanto, a orientação global de propagação da trinca é perpendicular ao plano de tensão principal máxima (Anderson, 2005).

A fratura por clivagem está mais propensa a acontecer quando o fluxo plástico é restringido e maiores tensões tendem a se desenvolver. Dessa forma, a suscetibilidade de um material à clivagem cresce com praticamente qualquer fator que aumente o limite de escoamento do material (Anderson, 2005). Alguns exemplos são a redução da temperatura, triaxialidade de tensões, dano por radiação, altas taxas de deformação e envelhecimento. Uma exceção é o refinamento de grão que, apesar de aumentar o limite de escoamento, tende a aumentar, também, a tenacidade à fratura do material, isto é, a fratura dúctil torna-se dominante.

Portanto, um material não apresenta apenas um tipo de mecanismo de fratura. Ao contrário, dependendo das condições ambientes e de carregamento e de seu histórico, um material pode apresentar um mecanismo predominantemente dúctil, frágil ou mesmo uma associação dos dois.

3.2.1 Mecânica da fratura

A presença de trincas em uma estrutura faz com que as tensões à sua frente sejam aumentadas significativamente em relação às tensões atuantes no resto do componente. Assim, certo grau de plasticidade pode ser desenvolvido nestas regiões muito antes das tensões nominais na estrutura atingirem o limite de escoamento. Para caracterizar as condições singulares na ponta da trinca com apenas um parâmetro, duas ciências foram desenvolvidas. A primeira, pioneira, foi a mecânica da fratura linear-elástica – parâmetro K –, adaptada a materiais frágeis, que suportam pouca deformação plástica. O desenvolvimento da segunda, a

mecânica da fratura elastoplástica – parâmetro CTOD ou J –, tornou-se necessário com o aumento da frequência de análise de materiais tenazes, onde deformações plásticas extensas são possíveis.

Em linhas gerais, existem quatro formas de carregamentos da ponta da trinca, mostrados pela Figura 3.7, dependendo dos níveis de tensão aplicados e das propriedades mecânicas do material. Haverá sempre uma região de atuação de grandes deformações na ponta da trinca, onde não é possível caracterizar as tensões desenvolvidas por um fator único (Anderson, 2005). Se essa região se mantém pequena em relação a uma dimensão característica da estrutura como, por exemplo, o ligamento remanescente, é possível utilizar fatores únicos para determinar o comportamento da trinca.

Na Figura 3.7, os três primeiros casos contêm deformações plásticas de larga escala restringidas, portanto a mecânica da fratura linear-elástica ou elastoplástica são suficientes para caracterizar o comportamento da trinca. No primeiro caso, uma região elástica envolve a região de grandes deformações plásticas, sendo o parâmetro K suficiente para caracterizar o comportamento da trinca³. Na região elástica perto da ponta da trinca, as tensões desenvolvidas são proporcionais a $1/\sqrt{r}$, sendo r a distância a partir da ponta da trinca (Anderson, 2005). Esta condição é conhecida com a singularidade elástica, já que as tensões tendem ao infinito à medida que $r \rightarrow 0$.

Quando deformações plásticas de pequena escala são desenvolvidas ao redor da região de deformação plástica de larga escala, as tensões à frente da trinca podem ser unicamente definidas pelo parâmetro J , como no segundo e terceiro casos. Na segunda situação, as tensões na região de deformação elástica podem ser caracterizadas pelo parâmetro K , mesmo que, devido à presença da região dominada por J , a singularidade $1/\sqrt{r}$ não persista até a ponta da trinca. Por fim, a quarta situação não pode ser definida por um parâmetro único, pois as teorias para

³ Quando as condições na ponta da trinca puderem ser caracterizadas pela mecânica da fratura linear-elástica, existe uma relação direta entre K e J dada por: $J = \frac{K^2}{E'}$, onde $E' = E$ para estado plano de tensões e $E' = E/(1 - \nu^2)$ para estado plano de deformações. (Anderson 2005)

desenvolvimento de J e K não são válidas em presença de deformações plásticas finitas (Anderson, 2005).

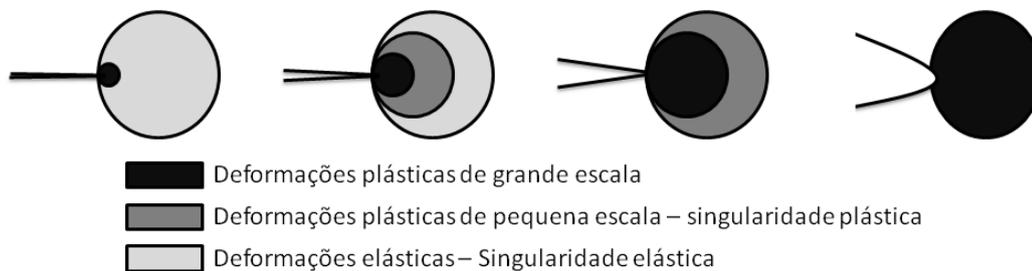


Figura 3.7 – Tipos de efeitos na ponta da trinca, dependendo de carregamento e propriedade mecânica

3.2.1.1. Mecânica da fratura elastoplástica

Os primeiros estudos de mecânica da fratura utilizando as hipóteses lineares elásticas são válidos apenas quando uma deformação não-linear é confinada à região à volta da ponta da trinca. Para muitos materiais, no entanto, deformações plásticas não-lineares de maior alcance se desenvolvem antes da falha da estrutura, sendo, portanto, a metodologia anterior inadequada para seu estudo.

A mecânica da fratura elastoplástica se aplica a materiais que exibem deformações não lineares, como as plásticas. Dois parâmetros foram, historicamente, introduzidos e aceitos pela academia para reproduzirem as condições na ponta da trinca: a integral J e o CTOD (*Crack-Tip-Opening Displacement*). É possível estabelecer uma relação entre ambos, portanto caso uma região seja dominada por J, esta região será, também, dominada pelo CTOD. Os métodos de projeto utilizando o CTOD são baseados em correlações empíricas, tendo sido suplantados por procedimentos que são ancorados a princípios mais fundamentais, como a avaliação direta da integral J e a abordagem FAD (Anderson, 2005), descrita no item 3.4.2.

O trabalho precursor de Rice (1968) lançou a base para extensão da mecânica da fratura linear-elástica para a elastoplástica. O autor idealizou o material como não-linear elástico, simplificação reproduzida nos trabalhos posteriores produzidos no assunto, o que permite uma relação única entre tensão e deformação. O material não-linear elástico tem o comportamento idêntico ao material

elastoplástico em tração. No entanto, o primeiro se descarrega pelo mesmo caminho do carregamento, diferentemente do material elastoplástico. A comparação entre os comportamentos pode ser vista na Figura 3.8.

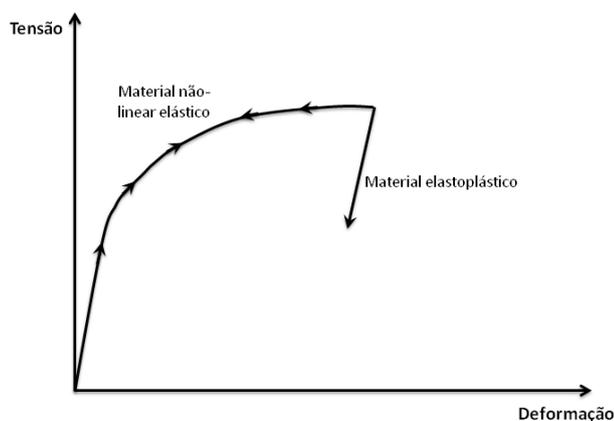


Figura 3.8 – Comparação do comportamento do material não-linear elástico com o material elastoplástico em tração. Adaptado de Anderson (2005).

No mesmo trabalho, Rice apresentou o conceito da integral de contorno J. Se um contorno com sentido anti-horário, como mostrado pela Figura 3.9, for considerado, a integral J é calculada pela Equação 3.13. O autor provou que a integral J será sempre nula para contornos fechados. Em seguida, mostrou que contornos escolhidos de forma arbitrária ao redor da ponta de uma trinca sempre levarão ao mesmo valor, isto é, J é independente do caminho de integração escolhido.

$$J = \oint_{\Gamma} \left(w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad 3.13$$

sendo:

- w a densidade de energia de deformação
- T_i as componentes do vetor de tração
- u_i as componentes do vetor de deslocamentos

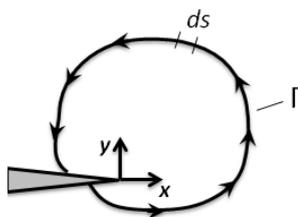


Figura 3.9 – Contorno ao redor de uma ponta de trinca utilizado para cálculo de J

Hutchinson (1968) e Rice e Rosengren (1968) mostraram que, para um material não-linear elástico cujo comportamento em tração pode ser definido por uma lei de potência, as tensões na região à frente da trinca são proporcionais a $\frac{1}{r^{\frac{1}{n+1}}}$, sendo r a distância medida da ponta da trinca e n o coeficiente de encruamento. Esta definição gera, assim como a mecânica da fratura linear-elástica, uma condição de singularidade onde as tensões tendem ao infinito à medida que $r \rightarrow 0$. Esta singularidade é conhecida como HRR, em homenagem aos autores supracitados.

Os autores mostraram, também, que a integral J define a amplitude da singularidade HRR , descrevendo as condições na zona plástica. Para materiais elástico-lineares, onde $n = 1$, as tensões dadas pela singularidade HRR são proporcionais a $1/\sqrt{r}$, como a singularidade elástica. Logo, a integral J define, também, as tensões nesta região, caso uma se forme ao redor da zona plástica, como exemplificado na Figura 3.7. Portanto, a integral J descreve completamente as condições na ponta da trinca, caso o material esteja submetido a deformações de pequena escala. Porém, como a análise que levou à singularidade HRR não levou em consideração o efeito do embotamento da trinca, nem levou em conta a presença de deformações de larga-escala, a singularidade não persiste até a ponta da trinca (Anderson, 2005). Esta região não pode ser caracterizada unicamente por nenhum dos parâmetros da mecânica da fratura apresentados aqui.

O parâmetro J pode ser visto, também, como uma indicação da resistência ao aumento de trinca do material, ou sua tenacidade. Usualmente, quando fazendo referência à propriedade do material, utiliza-se o índice à sua frente: J_R . Materiais dúcteis geralmente não falham de maneira catastrófica para um valor especificado de J aplicado. Ao contrário, estes materiais apresentam uma curva de resistência J - R crescente, onde J_R aumenta com o crescimento da trinca. A Figura 3.10 mostra de forma esquemática o fenômeno. De maneira geral, três fases

ocorrem: (1) pequeno aumento aparente de J_R devido ao embotamento da trinca, (2) com o aumento de J aplicado, o material falha localmente e há a iniciação da trinca e (3) crescimento estável da trinca. A curva J-R é, para condições de deformações de pequena escala, uma propriedade do material, dependendo unicamente do crescimento da trinca (Anderson, 2005).

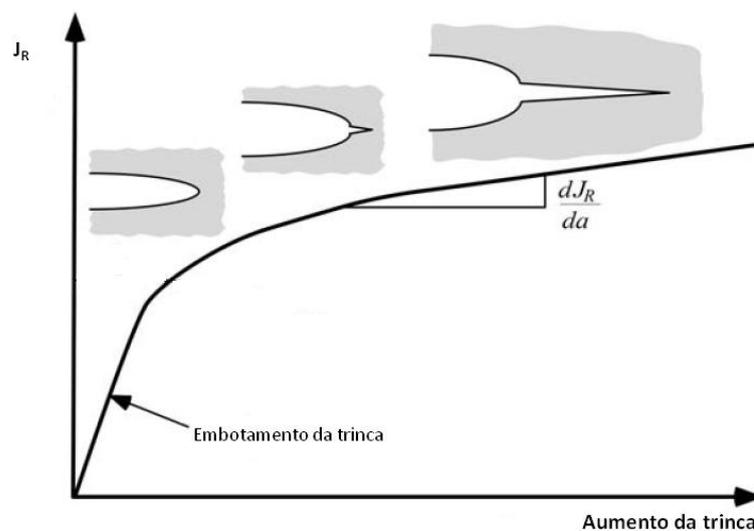


Figura 3.10 – Gráfico esquemático da resistência ao crescimento de trinca de um material dúctil. Adaptado de Anderson (2005).

Da mesma forma que J pode ser utilizado para traçar uma curva de resistência de um material, pode-se usá-lo para definir a condição da ponta de determinada trinca. O valor de J aplicado pode ser estimado em função do material, da geometria da estrutura, do tamanho da trinca e da carga externa imposta. Na Figura 3.11 são mostradas, de forma esquemática, as curvas de J aplicado, em tracejado, a uma estrutura para diferentes valores de carga imposta em função do comprimento de trinca a . Sobreposta, pode ser vista a curva J-R de um material, considerando a existência de uma trinca inicial a_0 .

Deste gráfico, é possível determinar as condições para estabilidade de uma estrutura. A curva de J aplicado para uma carga P_1 cruza com a curva J-R no ponto onde o comprimento de trinca é igual a a_1 . Sob estas condições, a estrutura sofrerá um crescimento de trinca estável de um comprimento inicial a_0 para o comprimento final a_1 . No exemplo da carga P_2 , a curva de J aplicado encontra a curva J-R no ponto onde $a = a_2$. Além disso, a inclinação de ambas as curvas é

igual neste ponto. Neste caso, o crescimento de trinca até o valor de a_2 torna a estrutura instável.

Do exemplo acima, conclui-se que as condições estabilidade da estrutura é função não apenas do valor instantâneo de J , mas também das derivadas das curvas de carregamento e resistência (Anderson, 2005):

$$J = J_R \quad 3.14$$

E

$$\frac{dJ}{da} \leq \frac{dJ_R}{da} \quad 3.15$$

Já a condição para crescimento instável da trinca é (Anderson, 2005):

$$\frac{dJ}{da} > \frac{dJ_R}{da} \quad 3.16$$

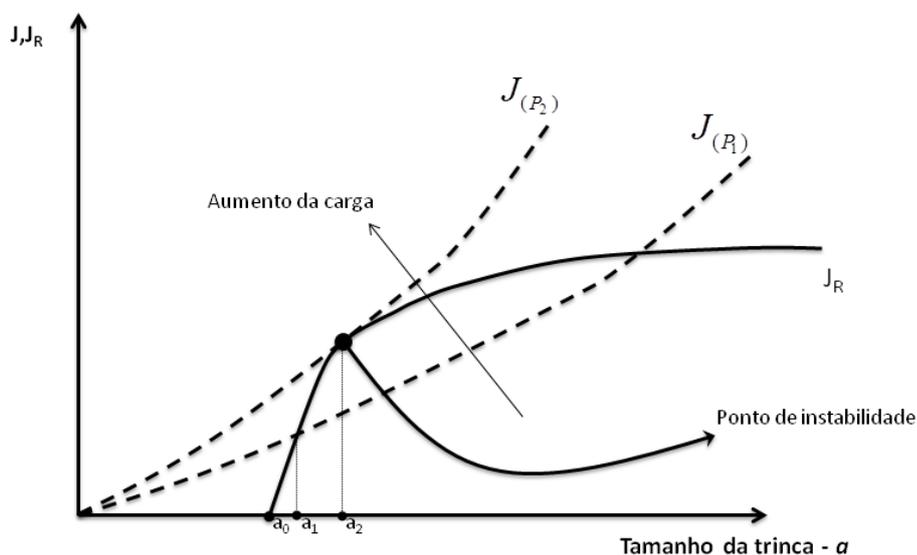


Figura 3.11 – Curvas de J aplicado a uma estrutura, em tracejado, sobrepostas à curva J - R , linha cheia, de um material – adaptado de Anderson (2005)

3.3. Presença de elementos tubulares para produção de petróleo em ambiente marítimo

Os ativos envolvidos na produção de petróleo em ambiente marítimo de interesse deste trabalho podem ser divididos em três grupos, diferenciando-se em localização e funções principais: revestimento de poço, coluna de produção e dutos submarinos. Os dois primeiros são aqueles que estão localizados abaixo do leito marinho, responsáveis por conectar os reservatórios de hidrocarbonetos ao fundo do mar. Já os últimos estão submersos nas águas dos oceanos, ligando as cabeças de poço a plataformas fixas, móveis ou mesmo a instalações em terra (Bai; Bai, 2010).

Invariavelmente, elementos tubulares estão presentes em grande quantidade e com fins diversos nestes dois grupos. Nas próximas seções, uma breve revisão sobre a utilização de tubos em ambos os casos pode ser vista.

3.3.1 Revestimentos de poço

Os tubos de revestimento são os grandes elementos estruturais de um poço para extração de hidrocarbonetos ou para injeção de fluidos em formações geológicas (Mitchell, 2006). A coluna de revestimento provê locação para a instalação de *Blowout Preventer* (BOP), equipamentos de cabeça de poço, obturadores e coluna de produção. Em suma, as principais funções de uma coluna de revestimento de poço submarino são, segundo Thomas (2001):

- prevenir o desmoronamento das paredes do poço,
- permitir o retorno do fluido de perfuração à superfície,
- prover meios de controle de pressão dos fluidos,
- impedir a migração de fluidos das formações,
- sustentar os equipamentos de segurança, de cabeça de poço e outra coluna de revestimento,
- confinar a produção no interior do poço.

Uma coluna de revestimento pode ser constituída por seis tipos básicos de tubo, vistos na Figura 3.12, representação esquemática de um projeto típico de poço submarino. Cada um dos tipos de revestimento e suas funções são detalhados em Mitchell (2006) e Thomas (2001).

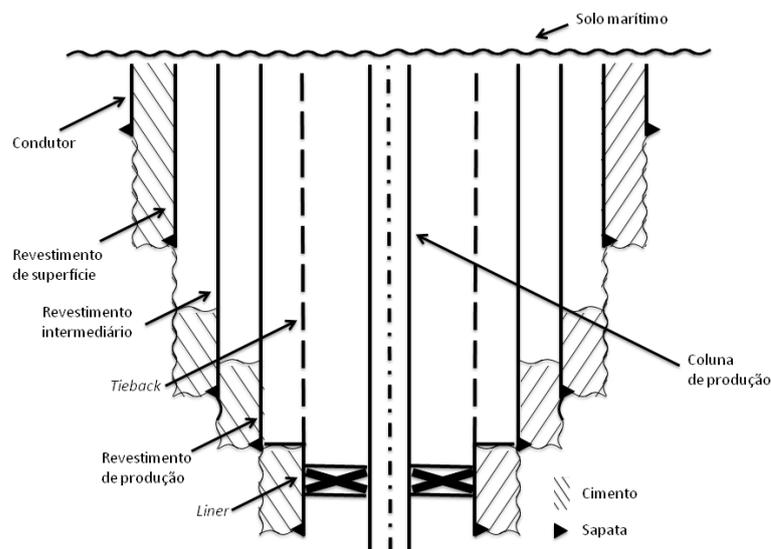


Figura 3.12 – Desenho esquemático de projeto típico de poço

3.3.2 Colunas de produção

Os tubos de produção (*tubings*), cujo posicionamento no poço pode ser visto no esquema da Figura 3.12, têm como objetivo guiar o fluxo de óleo e gás provenientes das formações produtoras para as instalações de superfícies para processamento (Mitchell, 2006). São eles, também, que guiam fluidos para a formação, no caso de poços injetores. Em ambos os casos, a coluna de produção restringe os fluidos em seu interior, isolando-os das colunas de revestimento, evitando que efeitos corrosivos afetem estas últimas (Clegg; Klementich, 2006).

3.3.3 Dutos submarinos

Os elementos tubulares estão presentes em grande número em instalações submarinas na cadeia de produção de petróleo. Estes podem ter função estrutural, como no caso das *Tension Leg Platforms* (TLP), que é ancorada ao fundo

do mar por tendões tensionados (O'Connor; Bucknell; Lalani, 2006). Podem, também, ter funções múltiplas, como no caso dos umbilicais – combinações de tubos, mangueiras e cabos para acionar os equipamentos submarinos de controle ou para realização de recondicionamento de poço (Bai; Bai, 2010). Neste trabalho, no entanto, as tubulações rígidas de interesse são aquelas responsáveis por garantir o fluxo dos fluidos entre poços e instalações de produção, tratamento, refino ou estocagem.

As linhas de fluxo são responsáveis por transportar óleo, gás e água entre poços e equipamentos submarinos ou *risers* de produção. Elas podem, também, carregar fluidos entre plataformas e ligar plataformas a gasodutos/oleodutos de exportação. Estes últimos são responsáveis por enviar a produção das instalações de processamento para a costa (Bai; Bai, 2010).

Os *risers* de produção são responsáveis por conectar as linhas de fluxo submarinas atreladas aos poços às instalações na linha d'água, geralmente plataformas. Um desenho esquemático da utilização de tubos em arranjos submarinos pode ser visto na Figura 3.13.

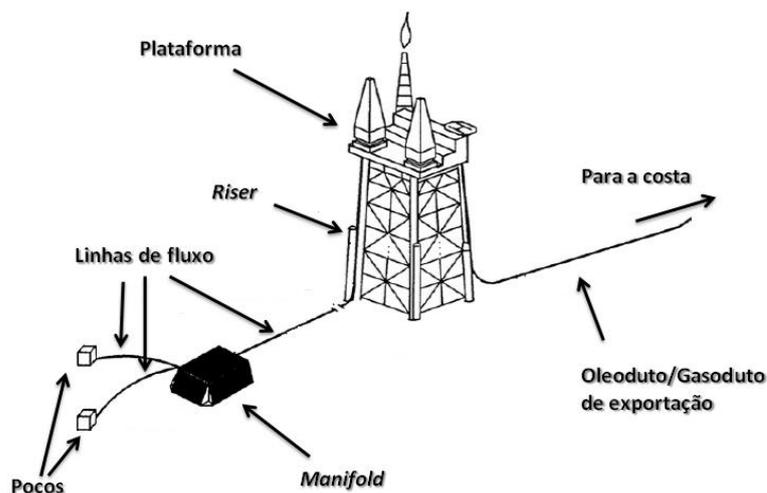


Figura 3.13 – Desenho esquemático de tubos submarinos – adaptado de Bai e Bai (2010)

3.4. Análise da resistência à pressão interna de elementos tubulares para a indústria do petróleo

Elementos tubulares envolvidos na produção de petróleo podem estar submetidos às mais diversas cargas estáticas ou dinâmicas. Uma das principais preocupações em projetos de tubulações é a garantia da sua resistência à pressurização interna. Esta pode ser decorrente de diversos fatores, dependendo do elemento analisado.

Nos projetos de revestimento, o aumento da pressão interna da tubulação pode ocorrer por diferentes motivos e em diferentes etapas da produção. Segundo Adams (2006), durante a fase de perfuração, uma das mais graves ocorrências quando há uma falha no controle do poço é o *kick*. O *kick* ocorre quando a pressão de uma formação perfurada é inesperadamente maior do que a pressão devido ao peso da coluna de fluido de perfuração, forçando a entrada de fluidos dessa formação no poço. Quando o *kick* não é controlado, ele pode aumentar em severidade e resultar em um *blowout*.

Completada a perfuração, é feito um teste de pressão na coluna de revestimento. Este teste é normalmente baseado na máxima pressão na superfície determinada durante o projeto acrescido de uma margem de segurança (Mitchell, 2006).

Durante as operações de produção e injeção, outros fatores determinam as pressões internas máximas às quais a coluna de revestimento estará sujeita. Por exemplo, quando há vazamento da coluna de produção, o fluido antes confinado entrará em contato com o revestimento, caracterizando o *tubing leak*. Outra situação recorrente em poços submarinos é o aumento de pressão dos fluidos enclausurados no espaço anular entre a coluna de revestimento e o poço devido ao aumento da temperatura após o início da produção. Este fenômeno é conhecido como *annular pressure buildup* (Mitchell, 2006).

Já para a coluna de produção, as pressões internas mais altas ocorrem em situações de fechamento de poço ou quando se combina grandes pressões de superfícies e escoamento de fluidos de alta densidade. As situações mais adversas ocorrem em conjunto com baixa pressão anular, tipicamente em casos de perda de

pressão de injeção ou de utilização de fluidos de baixa densidade (Clegg; Klementich, 2006).

Para os dutos submarinos, além das pressões hidrostáticas de produção, a preocupação em relação ao aumento da pressão interna existe quando ocorre o fechamento de válvulas ou desligamento de bombas. Nestas situações, a energia cinética do escoamento é transformada em energia de pressão que pode atingir níveis altos o suficiente para causar o colapso dos dutos (Bai; Bai, 2010).

3.4.1 Modelos de cálculo da resistência à pressão interna para tubos sem trincas

Modelos para resistência à pressão interna de tubos e vasos de pressão vêm sendo desenvolvidos com objetivo de determinar a carga de falha em termos das propriedades mecânicas do material e da geometria do cilindro. Vários destes modelos buscam determinar um limite inferior para a pressão de falha, visando a uma abordagem conservadora. No entanto, definir a pressão exata da explosão (do inglês, *burst*), o estado limite último de um tubo, é crucial para uma correta avaliação de integridade de um componente.

Zhu e Leis (2012) fizeram uma avaliação de diversos modelos desenvolvidos nas últimas décadas para tubos de parede fina e de parede espessa adaptados para parede fina. Segundo os autores, os modelos podem ser divididos, de forma generalizada, em famílias de soluções que se aproximam dos resultados preditos por análises com critério de escoamento de Tresca e naqueles que convergem aos resultados obtidos com o critério de escoamento de von Mises, como mostrado na Tabela 3.1. Para cada uma das famílias, a pressão de falha P_b pode ser determinada por uma análise direta da resistência ou utilizando a teoria do fluxo plástico. As soluções encontradas diretamente pela resistência do material foram explicitadas por Zhu e Leis (2004). A Equação 3.17 mostra o resultado baseado em Tresca, enquanto a Equação 3.18 mostra o resultado baseado no escoamento de von Mises.

$$P_b = \frac{2t}{D} \sigma_{uts} \quad 3.17$$

$$P_b = \frac{4t}{\sqrt{3}D} \sigma_{uts} \quad 3.18$$

sendo:

- t a espessura da parede do tubo;
- D o diâmetro médio do tubo;
- σ_{uts} o limite de resistência à tração do tubo.

Stewart e Klever (1994) fizeram a análise pelo fluxo plástico para tubos de parede fina e chegaram aos resultados mostrados pelas Equações 3.19 e 3.20, respectivamente baseadas no critério de escoamento de Tresca e von Mises. Como pode ser observado, as Equações 3.17 e 3.18 definem os limites superiores dos resultados baseados na análise do fluxo plástico para um coeficiente de encruamento $n = 0$, considerando um material de comportamento em tração seguindo uma lei de potência.

$$P_b = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \frac{4t}{D} \sigma_{uts} \quad 3.19$$

$$P_b = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n+1} \frac{4t}{D} \sigma_{uts} \quad 3.20$$

Zhu e Leis (2012) analisaram, também, qual o resultado limite encontrado para aços com grande relação limite de escoamento-limite de resistência à tração e quando a hipótese de parede fina era aplicada a cada um dos modelos. Observou-se que os modelos convergem para os resultados mostrados pelas Equações 3.17 a 3.20 e as conclusões são mostradas na coluna “Tipo de análise limite” da Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Classificação dos modelos de resistência à pressão interna – adaptado de Zhu e Leis (2012)

Autor	Critério de Escoamento	Tipo de análise limite	Hipótese quanto à parede
Barlow (ver Apêndice A.1)	Tresca	Resistência	Parede fina
Bailey (1930)	Tresca	Resistência	Parede espessa
Bohm e Cloud (1972)	von Mises	Fluxo Plástico	Parede espessa
Christopher et al. (2002)	Tresca	Resistência	Parede espessa
Det Norske Veritas (2003)	von Mises	Fluxo Plástico	Parede fina
Faupel (1956)	von Mises	Resistência	Parede espessa
Stewart e Klever (1994)	Tresca & von Mises	Fluxo Plástico	Parede fina
Law e Bowie (2007)	von Mises	Fluxo Plástico	Parede fina
Marin e Sharma (1958)	von Mises	Fluxo Plástico	Parede fina
Nadai (1950)	von Mises	Resistência	Parede espessa
Soderberg (1941)	von Mises	Resistência	Parede espessa
Svensson (1958)	von Mises	Fluxo Plástico	Parede espessa/fina
Turner (1910)	Tresca	Resistência	Parede espessa
Zhu e Leis (2004)	Zhu-Leis	Fluxo Plástico	Parede fina

Ponderando sobre os trabalhos citados anteriormente, pode-se observar que o problema da definição da resistência de tubos à pressão interna vem sendo estudado há muito tempo, exemplificado pelo trabalho de Turner (1910). No entanto, nenhum destes modelos é preciso para uma grande faixa de produtos, provavelmente pois a maioria baseou-se em derivações analíticas ou resultados empíricos para uma base de testes limitada (Zhu; Leis, 2012). Testes experimentais mostraram que os modelos baseados puramente no critério de Tresca ou de von Mises utilizando as premissas do fluxo plástico servem como limites inferior e superior para a resistência de tubos, como mostrado na Figura 3.14. Algumas das últimas tentativas de desenvolvimento de modelos sugeriram que as melhores precisões seriam obtidas utilizando-se uma média aritmética (Stewart; Klever, 1994) ou ponderada (Zhu; Leis, 2004) entre os critérios de Tresca e von Mises. No entanto, um consenso não existe entre os autores, pois trabalhos mais recentes propuseram modelos baseados em apenas um dos critérios de escoamento (Christopher et al., 2002; Det Norske Veritas, 2003; Law; Bowie, 2007).

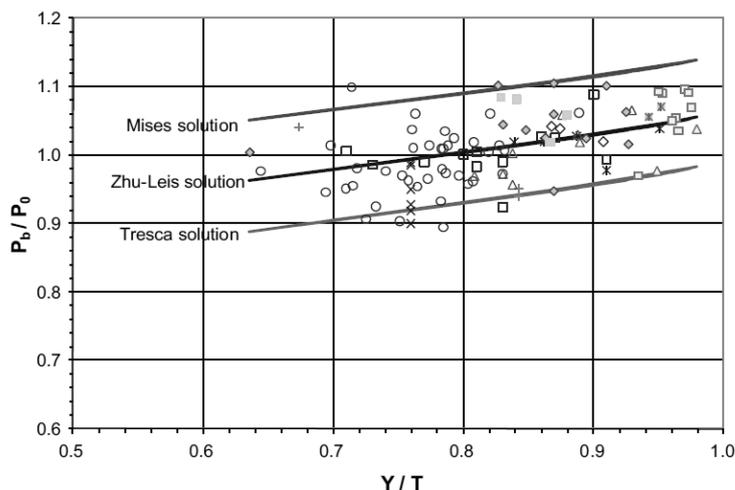


Figura 3.14 – Pressão de explosão de tubos em função da relação limite de escoamento-limite de resistência à tração: resultados empíricos e previstos por modelos de fluxo plástico (Zhu; Leis, 2012).

Outro ponto a salientar é que muitos destes modelos foram desenvolvidos para tubos considerados de parede fina, isto é, quando $D \gg t$. Esta aproximação é comum na indústria do petróleo. Uma das principais normas utilizadas para projetos de dutos submarinos faz esta aproximação (Det Norske Veritas, 2003). Da mesma forma, outra norma muito respeitada para projetos de tubos de revestimento ou de produção, ISO 10400 (International Organization for Standardization, 2007), apropria-se desta hipótese. Para exemplificar àqueles que não têm contato próximo com os produtos desta indústria, foi colocado no gráfico da Figura 3.15 o percentual de tubos de revestimento e produção ofertados pela antiga Vallourec & Mannesmann para relações D/t (Vallourec & Mannesmann Tubes do Brasil, s.d.). É possível ver que a maioria dos produtos ofertados têm o diâmetro muito maior do que a espessura de parede; por exemplo, aproximadamente 90% dentre eles tem a relação D/t maior do que 10.

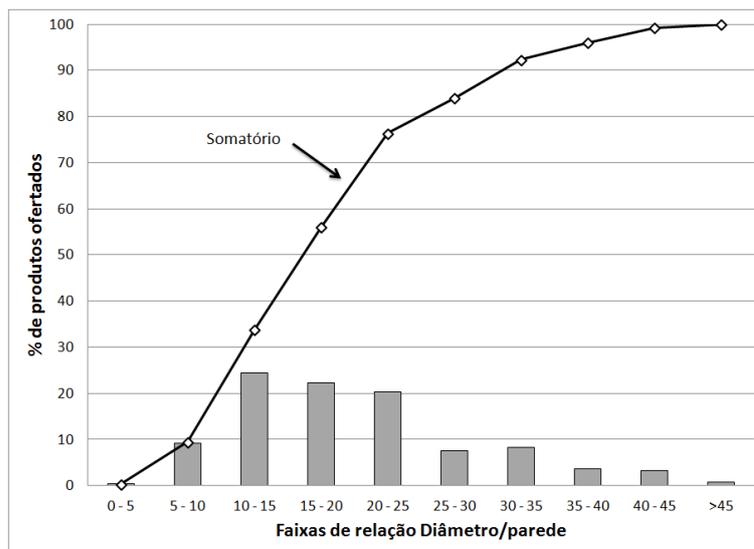


Figura 3.15 – Percentual de produtos ofertados por faixa de relação diâmetro/parede

Teoricamente, as tensões radiais na região interna do tubo deveriam ser iguais à pressão interna aplicada, enquanto na região externa estas equivaleriam à pressão externa aplicada. Como a pressão externa ao tubo é desprezada neste trabalho, o gradiente de tensão radial deveria ser muito grande, considerando um tubo de pequena espessura. Assim, a aproximação por tubos de parede fina consiste em desconsiderar as tensões na direção radial, além de considerar uma tensão circunferencial constante. Para um tubo perfeitamente simétrico, a aplicação de pressão interna uniforme não gera tensões cisalhantes, logo o estado de tensões desenvolvido consiste apenas de tensões normais, como mostrado de forma esquemática na Figura 3.16. Maiores detalhes sobre os cálculos de tensões internas atuantes em um tubo são dados no Apêndice A.1 e no Apêndice B.1.

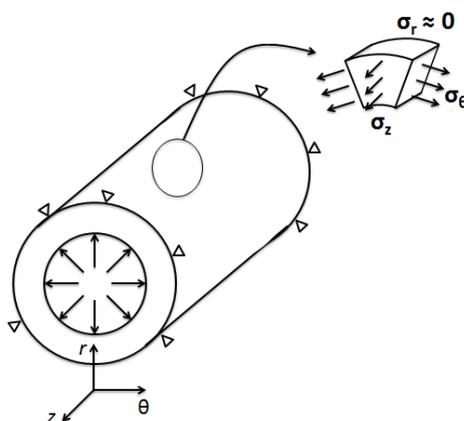


Figura 3.16 – Estado de tensões de um tubo de parede fina pressurizado internamente

Para suportar a aproximação da modelagem com parede fina, compare-se as pressões internas necessárias para causar o primeiro escoamento no diâmetro interno do tubo. Estes cálculos podem ser feitos utilizando uma modelagem com tubo de parede fina, descrita no Apêndice A.1, assim como uma modelagem com tubo de parede espessa, descrita no Apêndice B.1. Como exemplo, considera-se tubos com as pontas fechadas, induzindo um carregamento axial de tração, e um material elástico, cujo critério de escoamento respeita o modelo de von Mises. O resultado comparativo para diferentes valores de razão D/t pode ser visto na Figura 3.17. Observa-se que o desvio encontrado entre os modelos diminui consideravelmente com a diminuição da espessura relativa do tubo, limitando-se a 10% para valores de D/t maiores que 10.

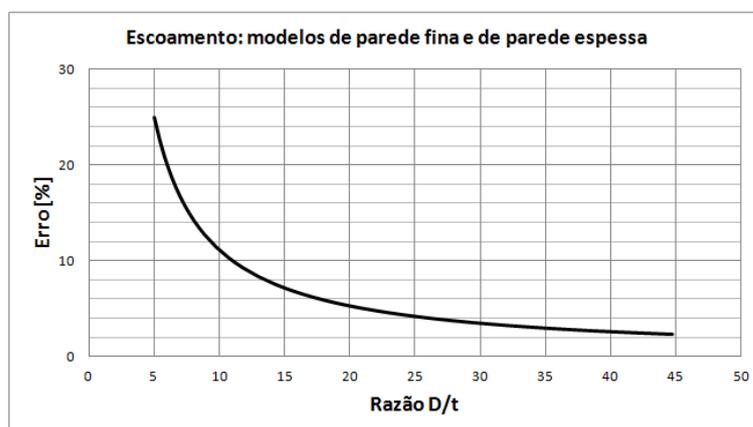


Figura 3.17 – Comparação dos resultados obtidos com modelagem de tubo de parede fina e de parede espessa para a pressão que causa o primeiro escoamento

Uma análise complementar da pressão interna que gera a instabilidade plástica do tubo pode ser feita para suportar a hipótese de parede fina. Para isto, utiliza-se uma modelagem de tubo de parede fina, cuja metodologia é descrita em detalhes no Apêndice A.2, e uma modelagem de tubo de parede espessa, descrita no Apêndice B.2.4. Em ambos os casos, o tubo está sujeito a um estado plano de deformações, induzindo tensões axiais de tração. Para situações onde as deformações elásticas podem ser desconsideradas, este estado gera a mesma condição de carregamento que a situação onde o tubo encontra-se com as pontas fechadas. Como exemplo, considera-se um material elastoplástico com comportamento em tração uniaxial seguindo uma lei de potência, sendo os

coeficientes da Equação A.18 $C = 780\text{MPa}$ e $n = 0,17$, respeitando o critério de escoamento de Tresca e as condições para encruamento isotrópico. O resultado comparativo para diferentes valores de razão D/t pode ser visto na Figura 3.18. Pode-se observar que o desvio encontrado entre os modelos diminui consideravelmente com a diminuição da espessura relativa do tubo, limitando-se a 10% para valores de D/t maiores que 10.

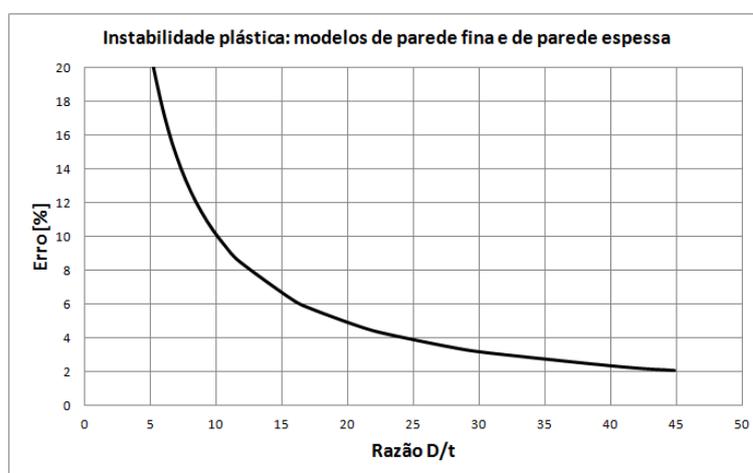


Figura 3.18 – Comparação dos resultados obtidos com modelagem de tubo de parede fina e de parede espessa para a pressão de instabilidade plástica considerando o critério de escoamento de Tresca

3.4.2 Modelos de cálculo da resistência à pressão interna em presença de trincas

A avaliação de integridade estrutural de estruturas com defeitos compreende dois mecanismos de falha fundamentalmente diferentes: colapso plástico e a fratura. Diversos trabalhos já foram realizados para determinar os limites de aplicação de um componente quando os dois mecanismos atuam conjuntamente. Grande parte utiliza a metodologia R6 (British Energy Generation, 2010), normatização da abordagem pela tensão de referência – exemplos para solução de problemas de placas podem ser vistos em Lei (2007) e Hertelé et al. (2013) e para tubos espessos em Kim et al. (2011). Nesta abordagem, a integral J para causar a falha é tratada de forma aproximada de acordo com a Equação 3.21 em função de uma tensão de referência aplicada a um componente σ_{ref} .

$$K_r = \sqrt{\frac{J_{el}}{J}} = \left(\frac{E \varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} + \frac{\sigma_{ref}^3}{2E \varepsilon_{ref} \sigma_y^2} \right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{E \varepsilon_{ref}}{L_r Y} + \frac{L_r^3 Y}{2E \varepsilon_{ref}} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad 3.21$$

Sendo J_{el} a parte linear elástica da integral J aplicada e ε_{ref} a deformação corresponde à tensão σ_{ref} obtida em um teste de tração uniaxial do material. Esta tensão é definida em função da carga aplicada à estrutura P e da carga limite da estrutura P_L , de acordo com a Equação 3.22.

$$L_r = \frac{\sigma_{ref}}{Y} = \frac{P}{P_L} \quad 3.22$$

Com as Equações 3.21 e 3.22, é possível gerar os Diagramas de Análise de Falha (FAD, do inglês *Failure Assessment Diagram*), mostrado de forma esquemática na Figura 3.19.

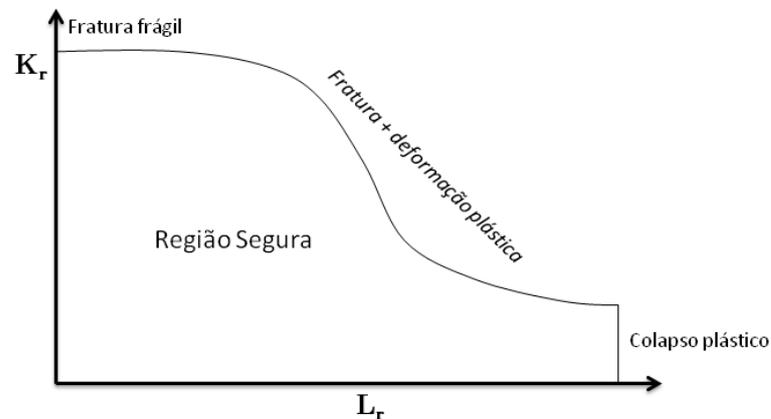


Figura 3.19 – Desenho esquemático de um FAD

Este é provavelmente o método mais utilizado para análise de falha elastoplástica de estruturas, principalmente devido à sua grande versatilidade (Anderson, 2005). Em sua forma mais simples, um FAD aponta o mecanismo de falha dominante para um material, independentemente da geometria da estrutura. Para baixos valores de carga aplicada, representados pelo fator L_r , a fratura é o mecanismo de falha predominante. Para valores altos de L_r , esta ocorrerá pelo

colapso plástico. Em regiões intermediárias, haverá uma interação entre mecanismos.

A independência do FAD da geometria do componente é possível pois seus efeitos foram introduzidos no fator L_r através da carga limite P_L . Portanto, na metodologia R6, é de suma importância a correta definição de P_L , de tal forma que o cálculo da integral J aplicada condiga com a realidade e que esta represente a carga real de falha por excesso de deformação plástica do componente. Geralmente, a carga limite é definida em termos locais ou globais. A carga limite global é aquela para a qual o seu deslocamento torna-se irrestrito, relevante para a falha do estrutura como um todo. A carga limite local é aquela onde grandes níveis de plasticidade são desenvolvidos no ligamento remanescente e podem ser relevantes para a sua fratura (Lei, 2004).

Lei (2004) sugeriu que, com objetivo de melhorar a predição de J , a definição de P_L poderia diferir da carga limite local da estrutura. Mais tarde, em 2006, uma mudança na norma R6 (British Energy Generation, 2006) foi ao encontro da afirmação do autor. Anteriormente, a norma citada não permitia a utilização da carga limite global da estrutura, a menos que cálculos detalhados para casos particulares fossem realizados. Ao contrário, a norma previa que carga limite local na região da trinca deveria ser utilizado.

Lei (2007) realizou um trabalho para dar suporte à mudança proposta na metodologia R6 mostrando que, na realidade, a utilização da carga limite global para determinar o fator L_r de uma placa sob tensão com trinca de superfície leva a análises muito mais precisas da integral J aplicada, com consequente aumento de confiança em um FAD gerado. Por outro lado, Kim e Shim (2005) fizeram uma análise da utilização de carga limite local e global como carga de referência para cilindros com trincas superficiais pressurizados internamente e chegaram à conclusão que o primeiro método é muito conservador, porém o segundo gera valores não conservadores para o cálculo de J .

Alguns dos principais trabalhos conduzidos desde o princípio do século no assunto tentaram definir expressões algébricas para cálculo da carga limite a ser utilizada no caso de cilindros com trincas superficiais pressurizados internamente. A carga limite local foi utilizada por Sattari-Far e Dillström (2004), enquanto a global foi

preferida por Lei (2008), Staat e Vu (2007) e Kim et al. (2011). Kim e Shim (2005), por outro lado, propuseram uma carga de referência para otimizar a resposta obtida para a integral J .

A definição da carga P_L está, portanto, longe de ser única (Hertelé et al., 2013). Considerando que o uso da metodologia R6 utilizando uma carga de referência ainda está em desenvolvimento, principalmente devido às mudanças da norma ocorridas na última década, torna-se necessário utilizar uma abordagem menos ampla para solução do problema do tubo de parede fina com trinca axial pressurizado internamente. Uma das normas mais utilizadas atualmente para projetos de tubos de revestimento ou de produção, ISO 10400 (International Organization for Standardization, 2007), baseia-se no trabalho de Stewart e Klever (1998), complementar àquele realizado quatro anos antes (Stewart; Klever, 1994).

Os autores levaram em consideração a presença de trincas axiais internas infinitamente longas em um tubo de parede fina para estimar o fator de redução da resistência à pressão interna em relação ao tubo perfeito. Utilizando a metodologia descrita no trabalho clássico de Kumar, German e Shih (1981), foram traçados gráficos de integral J para uma carga aplicada à medida que o tamanho de trinca era gradualmente aumentado. Para este cálculo, foram utilizadas as equações derivadas por Hutchinson (1983), cuja precisão foi previamente confirmada por uma análise em elementos finitos para dois tipos de materiais. Em seguida, a análise de instabilidade à fratura foi feita, utilizando as curvas J-R obtidas empiricamente para trincas obtidas por fadiga e por eletroerosão para cada material, seguindo a metodologia descrita no item 3.2.1.1.

Em paralelo, a pressão de colapso plástico da estrutura foi calculada para cada material e tamanho de trinca utilizando-se as equações derivadas em trabalho anterior pelos próprios autores (Klever; Stewart, 1998). A pressão necessária para causar a instabilidade à fratura foi comparada com a pressão necessária para causar o colapso plástico, incluindo o eventual valor de crescimento estável de trinca. O menor dos valores foi considerado como a pressão de falha do tubo. Um exemplo de diagrama é mostrado na Figura 3.20, onde a pressão de falha do tubo normalizada é traçada em função da relação a/t entre comprimento de trinca inicial e espessura de parede do tubo. Pode-se ver que o colapso plástico é o mecanismo

de falha dominante para valores de a/t menores do que 0,15, aproximadamente. Por outro lado, a instabilidade à fratura governa para comprimentos de trinca maiores.

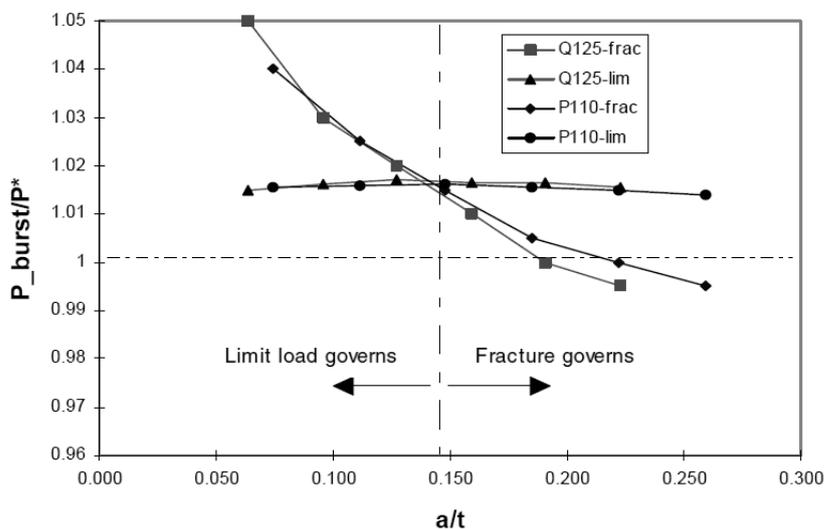


Figura 3.20 – Diagrama de falha considerando diferentes tamanhos iniciais de trinca – retirado de Stewart e Klever (1998)

3.5. Aproximação do problema do tubo de parede fina por uma placa plana: análise teórica

Vários autores desprezam as tensões radiais quando a relação diâmetro por espessura de parede do tubo $\frac{D}{t}$ é grande. Essa hipótese, conhecida como tubo de parede fina, leva a um estado de carregamento dominado pela tensão tangencial, considerada constante, sendo esta a primeira tensão principal. Para um tubo com as extremidades fechadas ou sujeito ao estado plano de deformação, a tensão longitudinal é de tração, definindo a tensão radial nula como a terceira tensão principal.

Se o caso do estado plano de deformações for levado em consideração, o estado de tensões imposto ao tubo se assemelha ao estado de tensões de uma placa plana tracionada em uma de suas direções. A primeira tensão principal de uma placa plana tracionada será equivalente ao valor da tensão externa aplicada. Se a placa for suficientemente larga, as deformações neste sentido podem ser desprezadas, bem como as tensões no sentido da sua espessura.

Pode-se, ainda, considerar o caso do tubo e da placa com trincas no plano da primeira tensão principal e com direção de propagação no sentido da terceira tensão principal. Em ambos os casos, o primeiro modo de carregamento será imposto à trinca, sendo este gerado pela aplicação da primeira tensão principal. O problema completo está ilustrado na Figura 3.21.

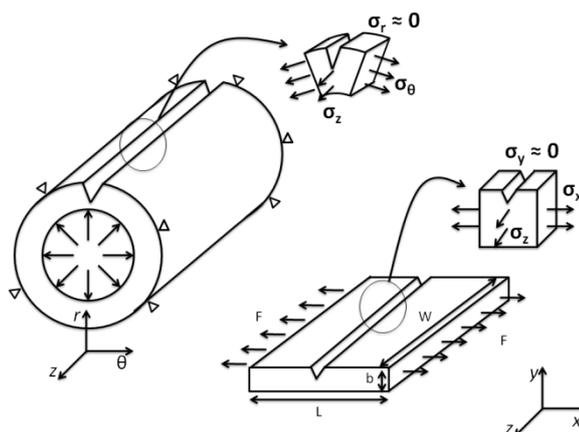


Figura 3.21 – Comparação dos estados de tensões impostos ao tubo de parede fina pressurizado internamente e à placa plana larga tracionada

A análise teórica de ambos os problemas são expandidas nos itens 3.5.1, 3.5.2 e 3.5.3, a fim de melhor embasar a justificativa de utilizar a placa plana tracionada para representar os fenômenos que acontecem no tubo de parede fina pressurizado internamente. São tratados, sucessivamente, a análise do equilíbrio, via teoria da elasticidade, do colapso plástico, usando as bases da modelagem mecânica da plasticidade, e das tensões atuantes na ponta da trinca, utilizando a teoria da mecânica da fratura.

3.5.1 Abordagem elástica

Considerando uma placa de dimensões mostradas na Figura 3.21, as tensões σ_x e σ_z podem ser calculadas utilizando as equações constitutivas da teoria elástica e as equações de equilíbrio (Sadd, 2005). Como $W \gg b$, as deformações na direção de z podem ser desconsideradas ($\varepsilon_z = 0$), isto é, o estado plano de deformações pode ser utilizado para simplificação do problema. Sabendo-se que a

tensão σ_y também é nula e a carga F é aplicada apenas nas faces normais a x , é possível calcular as tensões atuantes no problema:

$$\sigma_x = \frac{F}{W \cdot b} \quad 3.23$$

E

$$E \varepsilon_z = \sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) \rightarrow \sigma_z = \nu \sigma_x = \nu \cdot \frac{F}{W \cdot b} \quad 3.24$$

sendo ν o coeficiente de Poisson do material.

O desenvolvimento da análise elástica para o tubo de parede fina t e diâmetro externo D submetido a uma pressão interna P é mostrado no Apêndice A.1. Se um sistema em estado plano de deformações for considerado, as tensões nas direções circunferencial θ , longitudinal z e radial r são dadas pelas Equações 3.25 a 3.27.

$$\sigma_\theta = \frac{PD}{2t} \quad 3.25$$

$$\sigma_z = \nu \frac{PD}{2t} \quad 3.26$$

$$\sigma_r = 0 \quad 3.27$$

Os estados de tensões no regime elástico aplicados aos dois casos, isto é, tubo de parede fina e placa plana com restrição de deformação no eixo z , podem ser comparados em funções das tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 , como mostrado na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Estados de tensões aplicados ao tubo de parede fina e à placa plana com restrição de deformação em um dois eixos

Tensão Principal	Tubo de parede fina	Placa plana
σ_1	$\sigma_\theta = \frac{PD}{2t}$	$\sigma_x = \frac{F}{W \cdot b}$
σ_2	$\sigma_z = \nu \frac{PD}{2t} = \nu \sigma_1$	$\sigma_z = \nu \cdot \frac{F}{W \cdot b} = \nu \sigma_1$
σ_3	$\sigma_r = 0$	$\sigma_y = 0$

Existe, portanto, considerando as hipóteses levantadas, uma relação linear entre a pressão P e a força F para que os dois sistemas estejam sob o mesmo estado de tensões, dada pela Equação 3.28.

$$F = P \frac{D \cdot W \cdot b}{2t} \quad 3.28$$

Caso a relação mostrada pela Equação 3.28 seja respeitada, as tensões principais atuantes nos dois sistemas serão idênticas. Portanto, segundo o critério de Tresca, o escoamento será atingido no mesmo ponto para os dois sistemas, ou seja, quando a maior tensão principal atingir o limite de proporcionalidade, como mostrado pela Equação 3.29. O mesmo acontece para o critério de Von Mises, Equação 3.30, porém com a correção imposta pela utilização da tensão principal intermediária.

$$Y = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_1 \quad 3.29$$

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} = \sigma_1 \sqrt{1 + \nu^2 - \nu} \quad 3.30$$

Dessa forma, caso a relação dada pela Equação 3.28 seja respeitada, os sistemas de uma placa plana tracionada e de um tubo de parede fina pressurizado internamente, ambos em estado plano de deformações, serão idênticos do ponto de vista da teoria da elasticidade.

3.5.2 Determinação do colapso plástico

Utilizando a teoria da plasticidade, é possível determinar um limite superior para a carga máxima suportada por uma estrutura, onde pequenos aumentos de carga são suficientes para grandes aumentos em sua deformação, equivalente, na prática, ao colapso plástico. Chakrabarty (2006) desenvolveu o problema para um tubo de parede fina de diâmetro externo D e parede t pressurizado internamente com restrição de deformação no sentido longitudinal, sendo mais detalhes vistos no Apêndice A.2. O autor mostrou que, para um material rígido-plástico cujo comportamento em tração corresponde à lei de potência da Equação 3.31, a pressão máxima suportada pelo tubo P_{ins} é dada pela Equação 3.32. A lei de Lévy-Mises foi utilizada para relacionar a incremento de deformações com o estado de tensões do tubo.

$$\bar{\sigma} = C \bar{\varepsilon}^n \quad 3.31$$

$$P_{ins} = \frac{4}{3^{\frac{n+1}{2}}} C n^n e^{-n} \frac{t}{D} \quad 3.32$$

sendo e o número de Neper.

Usando a mesma linha de raciocínio, pode-se derivar, segundo o teorema do limite superior do colapso plástico, a força máxima suportada por uma placa plana tracionada, sendo mais detalhes mostrados no Apêndice C. Considerando uma placa de largura W e espessura b submetida a um estado plano de deformações, a carga de tração máxima suportada F_{max} é dada pela Equação 3.33. As deformações plásticas são consideradas muito maiores do que as elásticas. O material apresenta comportamento em tração corresponde à lei de potência da Equação 3.31 e a lei de Lévy-Mises foi utilizada.

$$F_{max} = C.W.b.e^{-\frac{2n(1-\nu+\nu^2)}{2-\nu}} \cdot \frac{n^n \cdot 4^n}{\sqrt{1-\nu+\nu^2}} \left[\frac{(1-\nu+\nu^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\nu)(2-\nu)} \right]^n \quad 3.33$$

A condição para começar a formar o pescoço em um teste de tração simples é dada por (Chakrabarty, 2006):

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}} = \bar{\sigma} \quad 3.34$$

Substituindo-se a Equação 3.31 na Equação 3.34, chega-se à condição para formação do pescoço em função da deformação total equivalente:

$$nC\bar{\varepsilon}^{n-1} = C\bar{\varepsilon}^n \rightarrow \bar{\varepsilon} = n \quad 3.35$$

Portanto, o limite de resistência à tração de um material escrito em tensão verdadeira σ_T pode ser definido substituindo-se a Equação 3.35 na Equação 3.31.

$$\sigma_T = Cn^n \quad 3.36$$

Substituindo a Equação 3.36 nas Equações 3.32 e 3.33 e levando em consideração a incompressibilidade do material quando sujeito a deformações plásticas, i.e., $\nu = 0,5$, pode-se simplificar as equações para P_{ins} e F_{max} :

$$P_{ins} = \frac{4}{3^{\frac{n+1}{2}}} \sigma_T e^{-n} \frac{t}{D} \quad 3.37$$

$$F_{max} = \frac{2^{n+1}}{3^{\frac{n+1}{2}}} \sigma_T \cdot e^{-n} \cdot W \cdot b \quad 3.38$$

A relação entre as duas cargas pode ser encontrada dividindo-se a Equação 3.37 pela Equação 3.38, como visto na Equação 3.39.

$$\frac{P_{ins}}{F_{max}} = \frac{4}{2^{n+1}} \frac{t}{D} \frac{1}{Wb} \rightarrow P_{ins} = \frac{4t}{2^{n+1} D \cdot W \cdot b} F_{max} \quad 3.39$$

A relação entre a pressão e força aplicadas para garantir um mesmo estado de tensões no tubo e na placa, dada pela Equação 3.28, deve ser levada em consideração para poder comparar os sistemas. A relação é reescrita na Equação 3.40 para definir qual seria a pressão interna equivalente P'_{ins} para colapso plástico de um tubo correspondente à placa analisada. O erro dado para este raciocínio, comparando-se com a solução exata utilizando a teoria da plasticidade, pode ser encontrado dividindo-se a Equação 3.40 pela Equação 3.39, sendo o resultado mostrado pela Equação 3.41.

$$P'_{ins} = \frac{2t}{D \cdot W \cdot b} F_{max} \quad 3.40$$

$$\frac{P'_{ins}}{P_{ins}} = 2^n \quad 3.41$$

Tem-se uma melhor visualização do significado do resultado dado pela Equação 3.41 no gráfico da Figura 3.22, sendo $\frac{P'_{ins}}{P_{ins}}$ dado em função da relação $\frac{Y}{T}$ entre o limite de escoamento e o limite de resistência à tração do material. Esta relação pode obtida diretamente em função do coeficiente de encruamento n , da deformação total necessária para o escoamento ε_0 e da relação entre tensões e deformações de engenharia e verdadeiras, dadas pelas Equações 3.1 e 3.2. A Equação 3.42 mostra o resultado obtido. Para o gráfico da Figura 3.22, ε_0 foi definido como 0,005.

$$\frac{Y}{T} = \left(\frac{\varepsilon_0 \cdot e}{n} \right)^n \quad 3.42$$

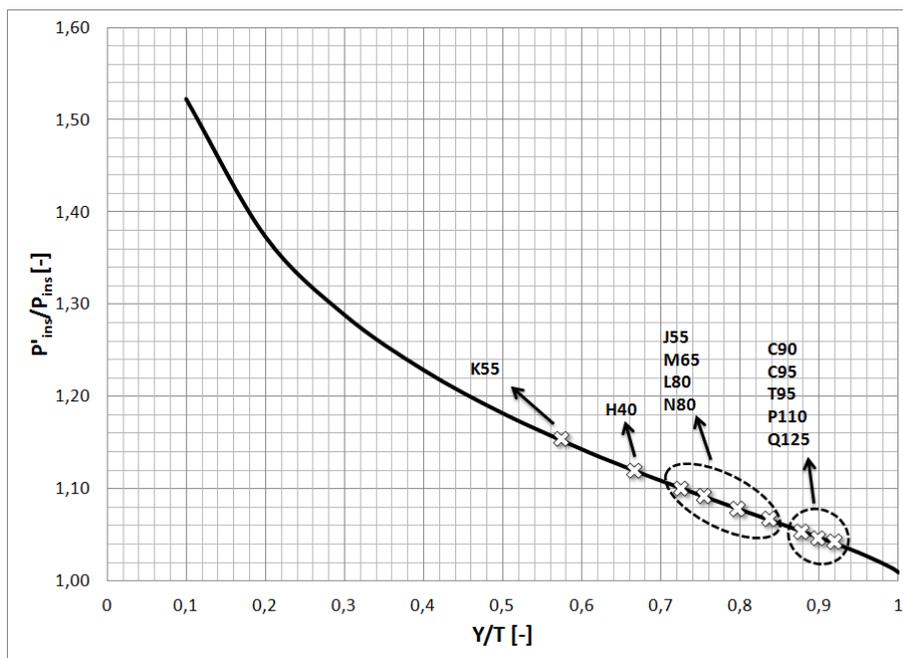


Figura 3.22 – Relação entre a pressão de colapso equivalente obtida pela placa e aquela obtida pelo tubo de parede fina em função da relação entre limite de escoamento e resistência à tração

Como pode ser visto no Figura 3.22, a utilização da equivalência dos estados de tensões entre placa e tubo de parede fina gera bons resultados, principalmente para aços de alta resistência. Quando o limite de escoamento corresponde a mais de 70% do limite de resistência à tração, os erros obtidos são de, no máximo, 10%, sempre com a pressão interna equivalente obtida pelo modelo da placa superior à pressão do tubo. Neste mesmo gráfico, foram inseridos os valores nominais de $\frac{Y}{T}$ para os aços descritos na norma ISO 10400 (International Organization for Standardization, 2004) utilizados para tubos de revestimento e produção de poços de petróleo. Os materiais mais resistentes são aqueles cujos erros causados pela aproximação são menores, restritos a 5%.

3.5.3 Abordagem da mecânica da fratura

Como discutido na seção 3.2, em condições de escoamento de pequena escala, é possível definir as condições de ponta de trinca por apenas um parâmetro: K , J ou $CTOD$. Este parâmetro depende do modo de carregamento da trinca que, tanto no caso do tubo com trinca na direção radial, quanto no caso da placa com

trinca na direção da sua espessura, é o primeiro modo ou de abertura. Este modo de carregamento ocorre devido à presença da primeira tensão principal (σ_θ ou σ_x), como mostrado na Figura 3.21. A tensão principal intermediária (σ_z em ambos os casos) não impõe nenhum dos três modos de carregamento de trinca usualmente definidos na teoria da mecânica da fratura.

Kumar, German e Shih (1981) derivaram em seu estudo as soluções plásticas, elastoplásticas e plásticas para os dois problemas citados no parágrafo anterior. O resultado de J_p , componente plástica da integral J aplicada, ignora a contribuição elástica para o estado de tensões na ponta da trinca. Os resultados aplicados à placa plana e ao tubo no estado plano de deformações com trinca interna podem ser vistos nas Equações 3.43 e 3.44.

$$J_p^P = \alpha \varepsilon_0 Y (b - a) h_1^P \left(\frac{F}{F_0} \right)^{\frac{1}{n}+1} \quad 3.43$$

$$J_p^T = \alpha \varepsilon_0 Y (t - a) h_1^T \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{1}{n}+1} \quad 3.44$$

sendo que os índices P e T indicam, respectivamente, resultados referentes à placa plana e ao tubo e:

- $\alpha, \varepsilon_0, Y, n$ as constantes que definem o comportamento da curva tensão-deformação do material dada por $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \alpha \left(\frac{\sigma}{Y} \right)^{1/n}$
- a o comprimento da trinca
- h_1 o parâmetro da solução plástica obtido por simulação em elementos finitos. h_1^T é função de $\frac{a}{t}$, n e $\frac{t}{D}$, enquanto h_1^P é função de $\frac{a}{b}$ e n .
- F_0 e P_0 , respectivamente, a força e a pressão para colapso plástico da seção remanescente, considerando um material rígido-perfeitamente plástico.

Kumar, German e Shih (1981) sugerem que $P_0 = \frac{2}{\sqrt{3}}(t - a) \frac{Y}{(R_i + a)}$, sendo R_i o raio interno do tubo. Considerando que $a \ll R_i \approx \frac{D}{2}$, a redução de parede devido à trinca e a incompressibilidade do material devido às deformações plásticas ($\nu = 0,5$), a equação prevê o escoamento segundo Mises para a seção remanescente do tubo de parede fina. A semelhança entre as Equações 3.45 e A.9 pode ser percebida facilmente.

$$P_0 = \frac{2}{\sqrt{3}}(t - a) \frac{2Y}{D} \quad 3.45$$

Se o mesmo raciocínio for aplicado para a placa plana, a partir da Equação 3.30 pode-se encontrar o valor de F_0 :

$$F_0 = \frac{2}{\sqrt{3}}YW.(b - a) \quad 3.46$$

Dividindo-se a Equação 3.43 pela Equação 3.44, é possível encontrar a relação entre as integrais J aplicadas ao caso do tubo e da placa plana para uma pressão interna P e uma força F , respectivamente, considerando-se o mesmo tamanho de trinca e material.

$$\frac{J_p^P}{J_p^T} = \frac{(b - a) h_1^P}{(t - a) h_1^T} \left(\frac{F P_0}{F_0 P} \right)^{\frac{1}{n}+1} \quad 3.47$$

Substituindo-se as Equações 3.45 e 3.46 na Equação 3.47 e fazendo a espessura da parede do tubo igual à da placa plana, ou seja, $b = t$, encontra-se:

$$\frac{J_p^P}{J_p^T} = \frac{h_1^P}{h_1^T} \left[\frac{F}{P D.W} \right]^{\frac{1}{n}+1} \quad 3.48$$

A relação entre F e P , dada pela Equação 3.28, pode ser reescrita para levar em consideração a redução da parede devido à trinca, como na Equação 3.49. Com essa mudança, é possível definir a relação entre as integrais J aplicadas à placa e ao tubo apenas pelos fatores h_1 , como mostrado pela Equação 3.50.

$$F = P \frac{D.W.(b-a)}{2(t-a)} = P \frac{D.W}{2} \quad 3.49$$

$$\frac{J_p^P}{J_p^T} = \frac{h_1^P}{h_1^T} \quad 3.50$$

Em Kumar, German e Shih (1981), são propostos valores para h_1^P e h_1^T para diversos valores de $\frac{a}{t}$, $\frac{Y}{T}$ e, para geometrias de tubos $\frac{D}{t}$. Na Figura 3.23, são mostrados os resultados variando-se $\frac{Y}{T}$ e a razão diâmetro-espessura da parede, sendo a razão $\frac{a}{t} = \frac{1}{8}$ mantida constante. Como pode ser visto, a relação proposta pela Equação 3.50 aproxima-se da unidade apenas quando o valor $\frac{D}{t}$ é menor que 22. Porém, a relação aumenta, chegando a mais de 100% de erro para maiores valores de $\frac{D}{t}$. O resultado encontrado é contrário ao esperado, onde a melhor aproximação deveria ser justamente para tubos de aspecto mais esbelto.

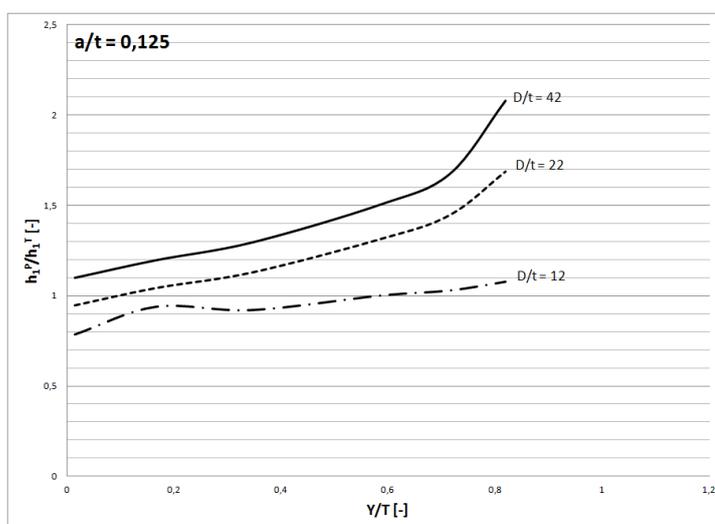


Figura 3.23 – Relação h_1^P/h_1^T para razão comprimento da trinca por espessura do tubo de 1/8 (Kumar; German; Shih, 1981).

A aproximação do tubo de parede fina por uma placa plana parece plausível do ponto de vista da mecânica da fratura, dependendo das propriedades mecânicas e geométricas exploradas. No entanto, a validade desta hipótese deverá ser confirmada ao longo da realização das simulações que se seguem, sobretudo porque a análise descrita acima foi feita de forma analítica e para o problema do tubo com uma trinca interna, enquanto o propósito deste trabalho é estudar o tubo com uma trinca externa.

4. Metodologia

A pesquisa desenvolvida neste trabalho foi de cunho teórico, com solução numérica com apoio experimental. A descrição dos métodos utilizados é feita neste capítulo, dividido em dois itens com abordagens e objetivos diferentes.

Em *Caracterização de propriedades mecânicas*, item 4.1, são descritos os testes experimentais realizados para obtenção das propriedades mecânicas em tração e resistência à fratura do aço E, utilizado como exemplo para a evolução deste trabalho. O outro item é dedicado ao problema central deste trabalho: a justificativa de utilização experimental de placa plana para equivaler a testes em tubos com trincas radiais pressurizados internamente. No item 4.2, *Análise numérica da aproximação do problema do tubo por uma placa plana*, são descritos os modelos e aproximações utilizados nas simulações numéricas do problema do tubo e da placa plana.

O comportamento em tração do aço E foi utilizado como parâmetro de entrada dos modelos numéricos da placa e do tubo com trincas de diversos comprimentos. A partir destes modelos, fez-se a análise limite, determinando a carga para colapso plástico de cada uma das estruturas. Confrontando-se a curva de resistência à fratura do material com a aplicação de cargas na ponta da trinca, obtidas também dos modelos, é possível determinar sua carga de instabilidade à fratura. Por fim, determinou-se a carga de falha de cada estrutura, bem como seu mecanismo predominante, a fim de comparar o comportamento global da placa e do tubo. O raciocínio completo utilizado na metodologia deste trabalho está esquematizado no fluxograma da Figura 4.1.

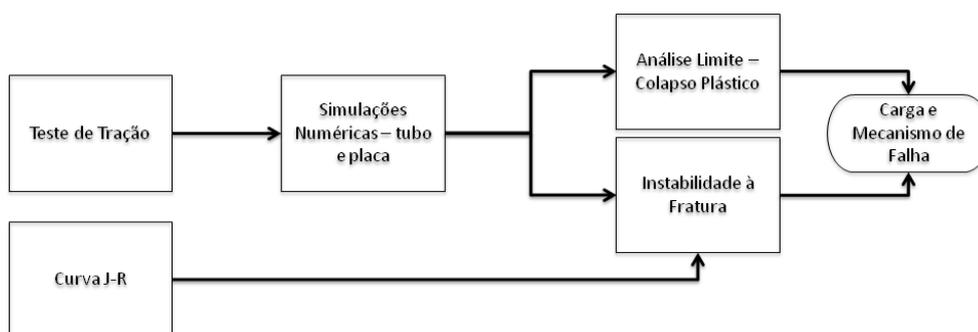


Figura 4.1 - Fluxograma da metodologia utilizada

4.1. Caracterização de propriedades mecânicas

Para desenvolvimento deste trabalho foi utilizado o aço E, laminado a quente e normalizado. O aço foi selecionado devido ao seu comportamento em tração e à fratura, avaliados de forma qualitativa através dos parâmetros alongamento antes da fratura e resistência ao impacto. Estes dados foram obtidos de dados históricos de ensaios de tração a temperatura ambiente e de impacto Charpy, seguindo as recomendações da norma ASTM A 370 (2014), realizados na Vallourec.

Para atender o detalhamento necessário para análise numérica, foram realizados estudos para caracterização deste aço quando tracionado, tratado no item 4.1.1, e de seu comportamento à fratura, explicado no item 4.1.2.

4.1.1 Caracterização em tração

No laboratório de ensaios mecânicos da Vallourec, em Belo Horizonte, foram realizados ensaios de tração uniaxial com três corpos de prova retirados da parede de um tubo de 114,3mm de diâmetro por 6,88mm de espessura confeccionado em condições normais de produção. Assumindo isotropia do tubo, a direção de teste foi paralela à direção longitudinal do tubo, como mostrado na Figura 4.2. Nesta mesma figura, é possível ver as dimensões dos corpos de prova.

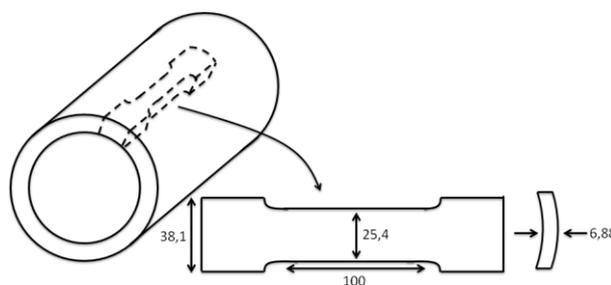


Figura 4.2 – Desenho do corpo de prova de tração – dimensões em mm

Para definição da metodologia de teste, utilizou-se como base a norma ASTM E 8 (2004). A velocidade de carregamento utilizada foi de 3,5mm/min na região elástica da curva, aumentando para 30mm/min na parte plástica. As

velocidades de carregamento citadas correspondem, respectivamente, a uma taxa de deformação de engenharia de 0,07mm/mm/min e 0,7mm/mm/min.

A montagem utilizada nos testes pode ser vista na Figura 4.3. A máquina utilizada foi uma servohidráulica EMIC DL60000 com capacidade de carga de 600kN, instrumentada com uma célula de carga CCE600kN e um extensômetro EE09.01, com alongação máxima de 25mm. Ambos os sensores foram calibrados pelo Laboratório de Calibração da Instron no mês anterior à realização dos testes. A célula de carga apresentou um erro máximo de 0,49%, com acurácia de 0,1% do valor lido. Já o extensômetro apresentou erro máximo de 0,34%, sendo sua acurácia de 0,00004in.

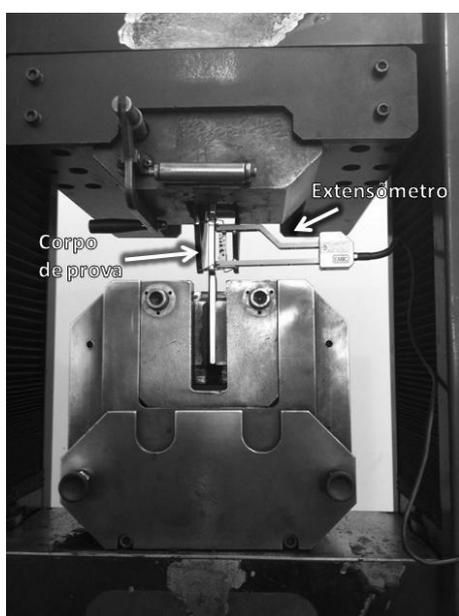


Figura 4.3 – Montagem do teste de tração longitudinal

4.1.2 Caracterização das propriedades da mecânica da fratura

Para caracterizar o comportamento do material durante o período de crescimento de trinca estável e, posteriormente, instável, foi levantada uma curva de resistência ao crescimento de trinca J-R. A metodologia dos testes realizados foi baseada na norma ASTM E 1820 (2011).

Os corpos de prova utilizados, totalizando oito unidades, foram do tipo “*Single Edge Bend*” – SE(B). Estes foram retirados da parede de um tubo de

96,5mm de diâmetro externo por 14,8mm de espessura do aço E oriundo de um lote de produção. Os entalhes foram confeccionados no plano circunferencial e paralelos à direção radial do tubo, como pode ser visto na Figura 4.4. A escolha da posição do entalhe foi feita de acordo com as capacidades de fabricação da oficina onde os corpos de prova foram confeccionados. Nesta mesma figura, é possível ver as dimensões dos corpos de prova utilizados, bem como a dos entalhes. O ângulo de ponta do entalhe, isto é, o ângulo entre as faces que se juntam na ponta do entalhe, foi de 60°.

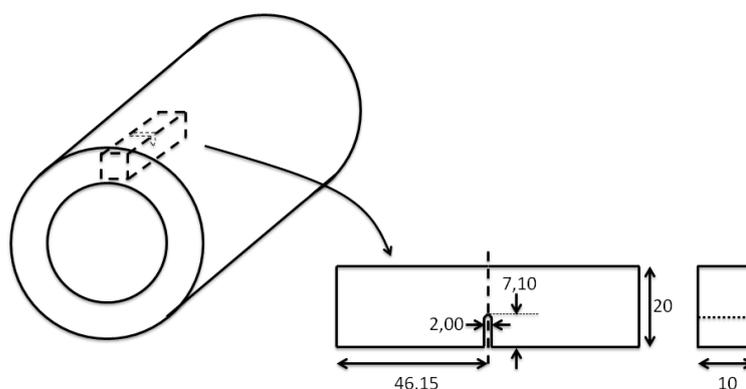


Figura 4.4 – Desenho do corpo de prova para determinação da curva J-R – dimensões em mm

Para realização dos testes, é necessário abrir uma pré-trinca na ponta do entalhe. Estas foram criadas nos corpos de prova por dois métodos distintos, a fim de entender o comportamento do material em diferentes condições de fabricação. Dos corpos de prova disponíveis, quatro tiveram as pré-trincas induzidas por fadiga, seguindo a metodologia proposta em ASTM E 1820 (2011). Neste caso, foi escolhido um carregamento cíclico tal que, para atingir um comprimento de trinca de 12mm, ao menos 10.000 ciclos fossem necessários, evitando desenvolvimento de grande plasticidade na ponta da trinca.

Um segundo método de abertura de pré-trincas após confecção dos entalhes foi empregado nos outros quatro corpos de prova. Estes foram levados à eletroerosão com fio de molibdênio e avanço de 100mm/min, garantindo trincas de comprimento 10mm – dois corpos de prova –, 12mm ou 14mm e raio da ponta de 90 μ m.

O desenho esquemático da montagem feita tanto para abertura da pré-trinca por fadiga, quanto para realização dos testes de tenacidade à fratura pode ser visto na Figura 4.5. As dimensões R , D e S utilizadas foram, respectivamente, 8,00mm, 10,00mm e 78,55mm. Para medição da abertura do entalhe, um *clip gage* foi instalado por encaixe a duas lâminas com 2,0mm de espessura, distantes de 7,0mm uma da outra, coladas ao corpo de prova com cianoacrilato.

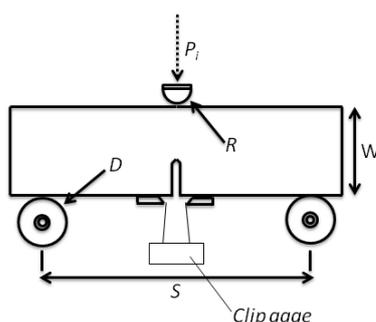


Figura 4.5 – Desenho esquemático da montagem utilizada para os ensaios de obtenção da curva J-R

A máquina utilizada foi uma servohidráulica Instron 8802 com capacidade até 500kN. A instrumentação utilizada foi uma célula de carga Dynacell 2527-113, com capacidade de 250kN, e um *clip gage* modelo 2670-132 com até 4mm de abertura. Os testes foram realizados no laboratório de ensaios mecânicos da Vallourec, em Belo Horizonte, e no Laboratório de Robótica, Soldagem e Simulação (LRSS), pertencente ao Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais. Na Figura 4.6, pode-se ver o conjunto montado para realização dos testes.

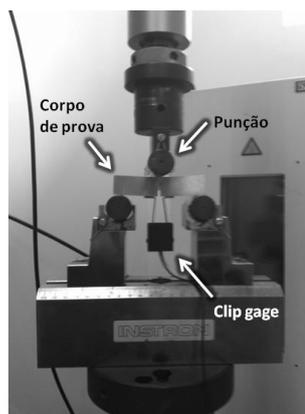


Figura 4.6 – Montagem do teste de obtenção de curva J-R

A obtenção da curva de resistência ao crescimento de trinca para cada corpo de prova foi feita utilizando-se a técnica do descarregamento elástico, controlada pelo *software* comercial ofertado pela *Instron® J_{1c} Fracture Toughness Program* (Instron, 2003). Durante o teste, o corpo de prova é descarregado e carregado diversas vezes. À medida que o comprimento da trinca cresce, o corpo de prova torna-se menos rígido. Calculando sua complacência, isto é, o inverso da rigidez, é possível inferir sobre a integral J aplicada à trinca, bem como sobre seu comprimento (Anderson, 2005). Um desenho esquemático do resultado do teste é mostrado na Figura 4.7, sendo *C* a complacência no ponto medido. O fluxograma para cálculo da integral J aplicada à trinca, bem como para determinação de seu comprimento, pode ser visto na Figura 4.8, onde os números ao lado de cada etapa definem as equações da norma ASTM E 1820 (2011) utilizadas.

O descarregamento foi conduzido até uma redução de 20% da carga aplicada. Uma vez atingido o valor de carga desejado, o carregamento foi reiniciado imediatamente, já que não era esperada relaxação do material. O teste foi conduzido até um dos seguintes acontecimentos: (1) quebra do corpo de prova, (2) queda do *clip gage* ou (3) abertura máxima do *clip gage* atingida.

Antes do primeiro ciclo para determinar os valores de J aplicados, são realizados três carregamentos e descarregamentos com objetivo de determinar o comprimento inicial da trinca a_{0q} . No entanto, este valor tem uma grande influência nos valores de J calculados ao longo do teste. Assim, após a conclusão do teste, é recomendado obter um valor para a_{0q} corrigido pela Equação 4.1 (ASTM International, 2011).

$$a_i = a_{0q} + \frac{J_i}{2Y} + BJ_i^2 + CJ_i^3 \quad 4.1$$

sendo que o índice i indica cada um dos valores medidos ao longo da curva de resistência ao crescimento de trinca. Os valores de a_{0q} corrigido, B e C devem ser determinados pelo método dos mínimos quadrados.

Uma vez concluídos os testes, os corpos de prova foram levados a um forno de indução e aquecidos a 300°C por 30 minutos com objetivo de modificar a sua coloração (*heat tinting*, do inglês). Dessa forma, as regiões da pré-trinca, sejam elas obtidas por eletroerosão ou fadiga, são facilmente distinguidas das regiões de crescimento estável de trinca por rasgamento. Após o tratamento térmico, o corpo de prova foi quebrado com um golpe de martelo, sendo previamente resfriado em um tanque de nitrogênio líquido por 5 minutos. Um desenho esquemático da aparência esperada da superfície de fratura é mostrado na Figura 4.9.

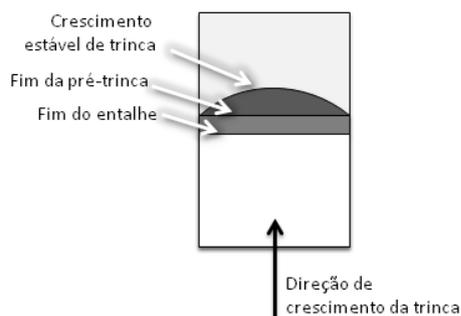


Figura 4.9 – Desenho esquemático da superfície de fratura após tratamento térmico (*heat tinting*)

Por fim, com acesso à superfície de fratura, é possível medir o comprimento da pré-trinca a_0 , assim como o comprimento final da trinca a_f , após crescimento por rasgamento, para comparar com os valores obtidos pelo método do descarregamento elástico. As medições foram feitas em nove pontos igualmente espaçados, desconsiderando-se uma distância de 0,1mm das superfícies livres do corpo de prova, como mostrado na Figura 4.10. O *software* comercial *AxioVision®*, versão 4.9.1.0, foi utilizado para o tratamento das imagens das superfícies de fratura obtidas com um microscópio óptico. Considerando os índices da Figura 4.10, calcula-se a_0 através da Equação 4.2.

$$a_0 = \frac{1}{8} \left[\frac{a_{01} + a_{09}}{2} + \sum_{j=2}^8 a_{0j} \right] \quad 4.2$$

O mesmo raciocínio é válido para calcular a_f .

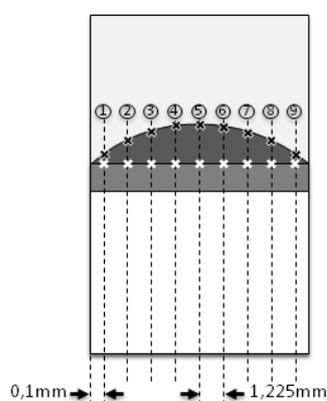


Figura 4.10 – Pontos de medição do comprimento de trinca na superfície de fratura

4.2. Análise numérica da aproximação do problema do tubo por uma placa plana

A análise numérica deste trabalho, utilizando o método dos elementos finitos, objetivou o estudo da evolução dos fenômenos de plasticidade e fratura para o caso de uma placa plana tracionada e de um tubo de parede fina pressurizado internamente. Todo o pré-processamento da simulação, isto é, elaboração da geometria, geração da malha de elementos finitos, aplicação de cargas e condições de contorno e definição de propriedades mecânicas dos materiais foi feito utilizando o pacote comercial *Abaqus CAE*[®]. O processamento foi feito utilizando o pacote comercial *Abaqus Standard*[®], utilizando um incremento de passo mínimo de 10^{-7} . Por fim, o pós-processamento, que inclui a recuperação de dados para confecção de gráficos e a geração de isocurvas de tensões, deformações e deslocamentos foi feito no pacote comercial *Abaqus Viewer*[®].

As simulações da placa e do tubo foram feitas em regime estático no estado plano de deformações. Em ambos os casos, considerou-se a presença de trincas, sendo estas na direção da espessura e perpendiculares ao plano de deformações restringidas.

Nas seções que se seguem, 4.2.1 e 4.2.2, são discutidos os modelos de elementos finitos utilizados para a placa e para o tubo, respectivamente. São detalhados as geometrias, cargas aplicadas, condições de contorno, malhas utilizadas e seus critérios de convergência.

4.2.1 Análise numérica da placa plana

O material aplicado à placa foi caracterizado após obtenção dos parâmetros necessários através dos testes de tração discutidos no item 4.1.1. O aço foi modelado como isotrópico e homogêneo, sendo seu comportamento na região elástica definido pela Lei de Hooke – coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$. A região plástica foi modelada utilizando a teoria incremental da plasticidade, definindo o encruamento como isotrópico e o critério de escoamento de von Mises foi utilizado. Visto que se trata de uma simulação em regime estático, qualquer dependência do

comportamento do material com a taxa de deformação foi desprezada. Como grandes deformações desejam ser observadas, a opção *Nlgeom* foi ativada, forçando o *software* a levar em consideração as deformações não lineares da geometria e, por consequência, recalculando a matriz de rigidez dos elementos a cada iteração.

A placa, de espessura $t = 3,9\text{mm}$, foi desenhada com comprimento total de $L = 300\text{mm}$, de forma a tornar desprezível a influência das pontas na área de interesse, perto da região da trinca. A fim de evitar singularidades devido à aplicação de carga na extremidade da placa, um ressalto foi inserido nesta região, com espessura de 7mm e comprimento de 15mm . Além disso, a extremidade foi modelada com um material praticamente rígido e incompressível ($E = 10^6\text{GPa}$ e $\nu = 0,49$), para evitar deformações excessivas decorrentes do efeito de Poisson na região de aplicação da carga. O local de utilização deste material é mostrado em cinza na Figura 4.11. A transição entre o corpo da placa e o ressalto foi feita através de um arco tangencial ao primeiro, cobrindo uma região horizontal de 15mm .

Considerou-se a simetria do problema na parte central da placa, denominada “Face A” na Figura 4.11, onde se encontra a trinca. Nesta face, foram restringidos os deslocamentos do material no eixo x , bem como as rotações no eixo z . Para evitar a interpretação numérica de movimento de corpo livre na direção do eixo y , os deslocamentos verticais na “Face B”, oposta à “Face A”, foram restringidos, como mostrado na Figura 4.11.

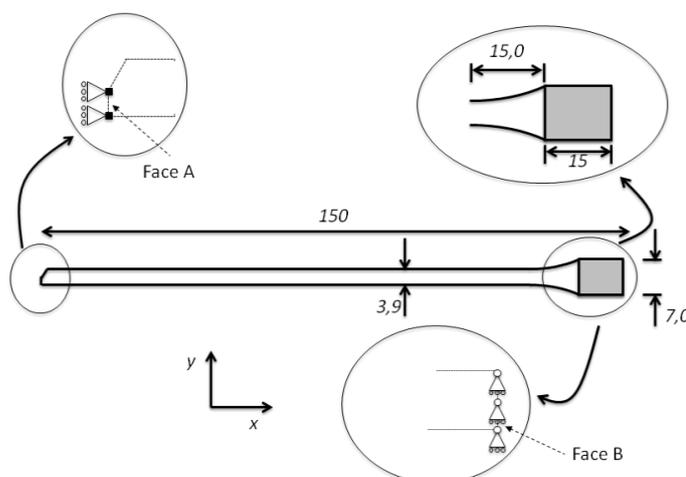


Figura 4.11 – Geometria e condições de contorno utilizadas no modelo em elementos finitos da placa plana – dimensões em mm

Para seguir a metodologia de comparação descrita no item 3.5.1, utilizou-se o estado plano de deformações na direção de z , sendo a largura da placa nesta direção 1m. Ademais, uma força pontual F_T foi aplicada de modo a impor tração à placa. No entanto, a força foi aplicada em um corpo rígido solidário à “Face B” da placa, como mostrado na Figura 4.12, para evitar os efeitos localizados de aplicação da carga em um material elastoplástico, que poderiam mascarar os resultados obtidos. As superfícies foram definidas como solidárias através de uma restrição do tipo *Tie*, com método de discretização “Nó para superfície”, por se tratar de interação envolvendo um corpo rígido. Por esta mesma razão, o corpo rígido deve ser definido como superfície mestra, enquanto a “Face B” foi escolhida a superfície escrava.

Por fim, para adicionar estabilidade mecânica e numérica ao sistema, evitando grandes deslocamentos, sobretudo na iminência do colapso plástico da placa, foi adicionada uma barra de contenção. Esta barra foi modelada com um material elástico, de módulo de elasticidade 1GPa e coeficiente de Poisson 0,3, seção transversal de 10^{-3}m^2 e comprimento 30mm. A barra foi engastada na sua extremidade livre e teve o deslocamento restringido na direção vertical no ponto de junção com a superfície rígida. A barra e a superfície rígida foram modeladas como solidárias com restrição do tipo *Tie*. A análise feita para restrição superfície rígida-placa é válida, também, para este caso.

Devido à configuração escolhida, a resistência à força total F_T é a soma das rigidezes da placa e da barra de contenção. A componente da força total aplicada à barra de contenção F_b pode ser obtida como resposta do modelo em elementos finitos, sendo a força de reação na direção x na sua extremidade engastada. Logo, a força componente F da força F_T aplicada à placa pode ser calculada pela Equação 4.3.

$$F = F_T - F_b \quad 4.3$$

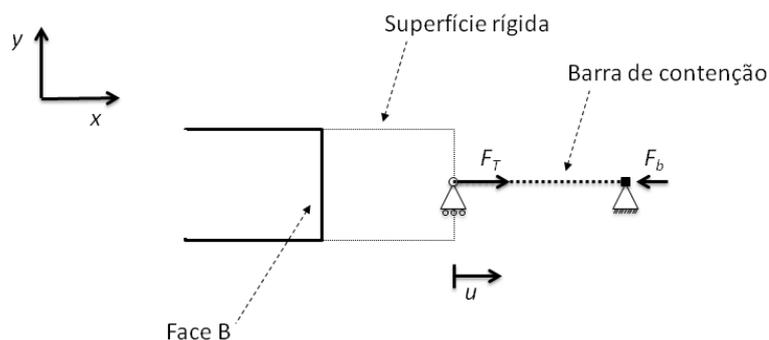


Figura 4.12 – Carregamento aplicado ao modelo em elementos finitos da placa plana

Diversas geometrias foram criadas utilizando a configuração apresentada, somente variando o comprimento a da trinca, como mostrado na Tabela 4.1. Primeiramente, foi criada uma geometria sem trinca, para determinar a carga de falha de referência. Duas geometrias tinham comprimento da trinca correspondendo a 2,5% e 5% da parede. Nas geometrias subsequentes, o comprimento da trinca foi aumentado em 5% da espessura até atingir 50%. Valores acima deste são de pouca ou nenhuma importância prática para as aplicações discutidas na seção 3.3, portanto não foram levados em consideração.

Tabela 4.1 – Comprimento de trinca da placa em cada geometria criada

Geometria	a [mm]	t [mm]	a/t [-]
1	0	3,9	0%
2	0,0975	3,9	2,5%
3	0,195	3,9	5%
4	0,390	3,9	10%
5	0,585	3,9	15%
6	0,780	3,9	20%
7	0,975	3,9	25%
8	1,170	3,9	30%
9	1,365	3,9	35%
10	1,560	3,9	40%
11	1,755	3,9	45%
12	1,950	3,9	50%

A trinca foi modelada no *Abaqus CAE®* utilizando uma linha de junção, isto é, uma face que, originalmente é fechada, porém, com a aplicação de carga, pode-se abrir, como no exemplo da Figura 4.13. Nesta linha de junção, os nós da malha de elementos finitos gerados são duplicados e destacados (Dassault Systèmes, 2013), conferindo a liberdade das faces da trinca para se deslocarem de maneira independente.

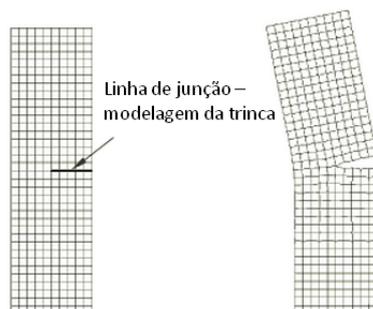


Figura 4.13 – Exemplo de trinca modelada por linha de junção no Abaqus CAE – adaptado de Dassault Systèmes (2013)

Nos modelos gerados neste trabalho, as trincas foram inseridas na região de simetria do problema. Assim, apenas uma das faces da trinca é visível, como na Figura 4.14, onde apenas a região ao entorno da trinca é mostrada. Sua ponta foi modelada com um pequeno círculo vazado, de raio $1\mu m$, na técnica conhecida como “buraco de fechadura” (*keyhole*, do inglês). A utilização de embotamento na ponta da trinca é usual na modelagem por elementos finitos, desde que o seu raio seja pequeno o suficiente para que, nas cargas de interesse, a geometria final não dependa da geometria inicial. A utilização de uma ponta de trinca muito aguda é evitada visando a diminuir problemas de convergência numérica causada pelos enormes gradientes de tensão causados por este tipo de geometria (Dassault Systèmes, 2013).

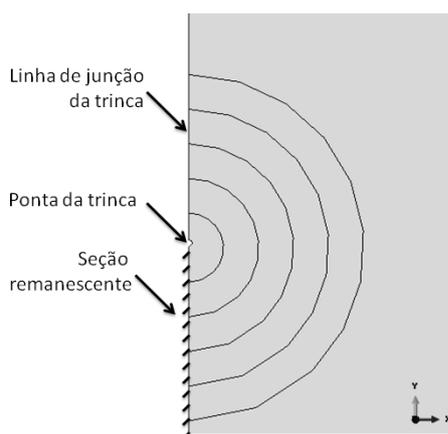


Figura 4.14 – Modelagem geométrica da trinca

O método de cálculo utilizado no Abaqus para estimar a integral de contorno J pelo método dos elementos finitos é a extensão virtual de trincas (*vce*, do inglês *virtual crack extension*) (Dassault Systèmes, 2013). Neste método, o teorema

da divergência é aplicado para reformular a integral de contorno como uma integral de área. A integral J é definida em termos da taxa de liberação de energia associada a um aumento fictício do comprimento da trinca (Brocks; Scheider, 2001). Portanto, é necessário definir a direção de uma possível propagação de trinca, vetor \vec{q} , para aplicação da sua extensão virtual, mostrado na Figura 4.15.

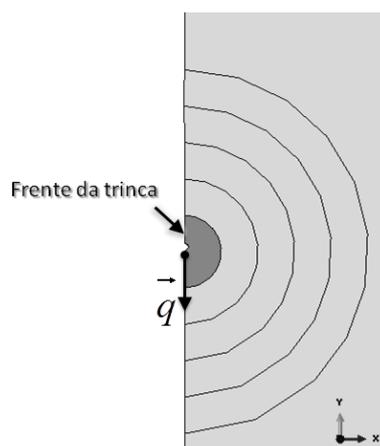


Figura 4.15 – Definição da frente da trinca e da direção da sua extensão virtual

Visto que, na teoria, o valor da integral de contorno J é independente do caminho tomado, qualquer área definida para seu cálculo utilizando o método *vce* deve retornar o mesmo resultado. No *Abaqus*®, existe a possibilidade do cálculo de várias integrais de contorno utilizando diferentes áreas. Para isso, é necessário definir a primeira linha de elementos ao redor da ponta da trinca, chamados de frente da trinca, como mostrado na Figura 4.15. Estes elementos serão utilizados para o cálculo do primeiro contorno. Em seguida, os elementos que circundam a frente da trinca serão adicionados para cálculo do segundo contorno e assim sucessivamente (Dassault Systèmes, 2013). Para este estudo, 20 contornos foram utilizados para cálculo da integral J . Um exemplo de como são escolhidos os nós de elementos para cada um dos contornos é mostrado na sequência da Figura 4.16.

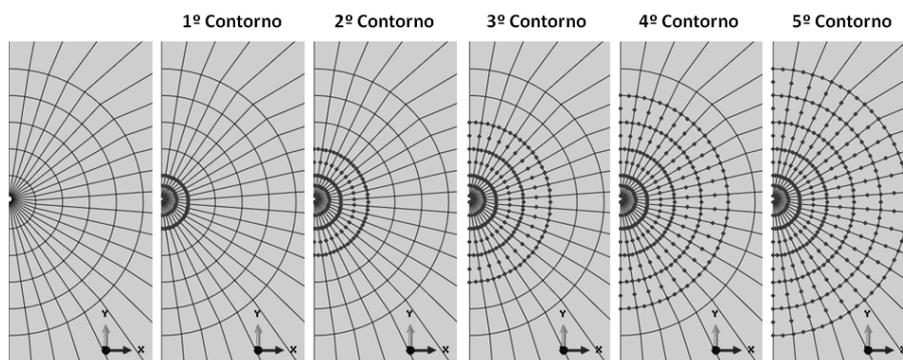


Figura 4.16 – Exemplos de nós utilizados em cada um dos contornos para cálculo da integral J

A malha em elementos finitos foi gerada focalizada na ponta da trinca, tanto em direção quanto em seu refinamento. Na Figura 4.17, são mostradas as cinco regiões em formato de semicírculo criadas ao redor da ponta da trinca, de tal modo que a malha pudesse ser gerada utilizando o método de varredura (*sweep*, em inglês). O tamanho dos elementos cresce à medida que se distancia da ponta da trinca. A título de exemplo, a ordem de grandeza do tamanho dos elementos que tocam a ponta de trinca é de $0,3\mu\text{m}$ e aqueles mais externos, na região 5, têm em torno de $10\mu\text{m}$ de lado.

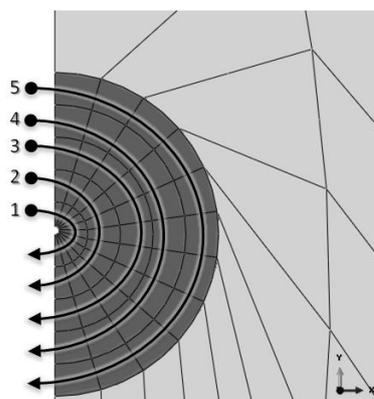


Figura 4.17 – Malha focalizada na ponta da trinca

Por outro lado, a região longe da ponta da trinca provavelmente terá pouca influência na sua resposta, assim como no comportamento da seção remanescente. Assim, não é necessário refinar a malha nesta área, apontada pelo número 8 na Figura 4.18. Foi utilizada uma geração de malha livre (*free*, do inglês), sendo 1mm um tamanho típico de elemento.

Para fazer a transição da malha refinada da ponta da trinca para o corpo da placa, utilizou-se as regiões 6 e 7. Para a primeira, o método de geração de malha estruturada com minimização de transição foi escolhido. Já para a segunda, foi utilizado o método de varredura. Um tamanho típico de elemento utilizado nestas regiões foi de 0,2mm.

O tamanho final dos elementos utilizados em cada região dependerá da configuração de malha ótima decidida após estudo de convergência. Este estudo foi feito para cada configuração de tamanho de trinca, através do método h , isto é, aumentando o número de elementos em cada uma das regiões, sequencialmente, porém sem alterar a ordem do elemento. Uma carga de tração foi aplicada até o colapso plástico da placa, monitorando, também, a curva de integral J aplicada à ponta da trinca. A convergência para cada uma das regiões foi considerada atingida quando os valores de controle – carga para atingir o colapso plástico e o valor de integral J aplicada a 90% da carga de colapso – variaram menos de 2,5% com a duplicação do número de elementos na região estudada. A sequência de estudo da convergência se deu das áreas com menor influência no resultado para aquelas com maior influência, isto é, começou-se pela região 8, em seguida foram estudadas em conjunto as regiões 6 e 7, terminando com as regiões 1 a 5.

Toda a placa foi modelada com elementos quadrilaterais biquadráticos de oito nós com integração reduzida, reproduzindo o estado plano de deformações, cuja nomenclatura no *Abaqus CAE®* é CPE8R. A utilização de elementos quadrilaterais pertencentes a uma malha gerada pelo método de varredura é mandatória no *Abaqus* para avaliação de integrais de contorno. (Dassault Systèmes, 2013). A razão da obrigatoriedade da utilização de elementos quadrilaterais não foi encontrada diretamente no manual de ajuda do software, porém foi discutida por Anderson (2005): a maioria dos algoritmos de pós-processamento que avaliam a integral J definem a região de integração buscando os elementos para fora, partindo da ponta da trinca, usando a matriz de conectividade de elementos. Malhas bem construídas com elementos quadrilaterais, utilizando o método de varredura, resultam em domínios regulares e concêntricos para avaliação de J . No entanto, uma infinidade de elementos triangulares podem estar ligados a um mesmo ponto, orientados arbitrariamente, tornando a definição de contornos regulares e concêntricos utilizando a matriz de conectividade virtualmente impossível.

Elementos de integração reduzida usam um menor número de coordenadas Gaussianas para realizar a integração numérica das suas forças internas e rigidez. Uma aparente perda de precisão é compensada por outras vantagens, dentre elas um menor custo computacional devido à diminuição da matriz a ser integrada e menores limitações numéricas em situações de incompressibilidade do material, caso do escoamento plástico. Elementos com integração completa travam (do inglês “lock”) em situações onde o coeficiente de Poisson se aproximam de 0,5, como na plasticidade, gerando respostas extremamente rígidas, com deslocamentos tendendo a zero (Dassault Systèmes, 2013).

Por fim, a utilização de elementos biquadráticos é geralmente recomendada, exceto em casos de incompatibilidade de elementos, pois, em relação a elementos de primeira ordem, apresentam uma acurácia na solução muito maior por grau de liberdade (Dassault Systèmes, 2013).

A barra de contenção foi modelada com um elemento de treliça linear com dois nós, suportando apenas cargas axiais. O nome de referência no *Abaqus CAE®* é o T2D2.

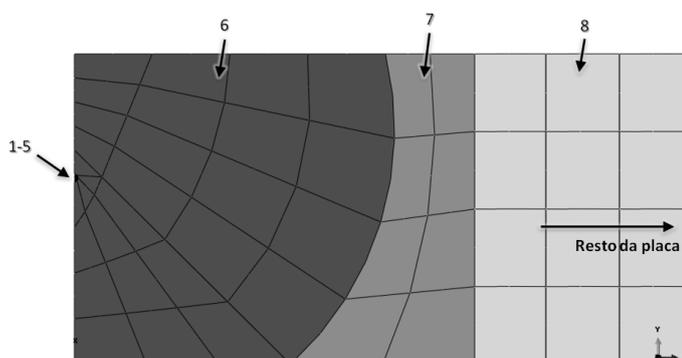


Figura 4.18 – Diferentes tipos de malhas utilizados na placa

4.2.2 Análise numérica do tubo

Toda a discussão sobre o modelo numérico da placa é válida para o modelo do tubo, exceto a descrição da geometria do problema e da forma de aplicação da carga. Assim, a modelagem do material, a caracterização da trinca, a forma de cálculo da integral J aplicada, a malha de elementos utilizada e

metodologia de estudo de sua convergência explicadas no item anterior são apropriadas, também, para este item.

A espessura de parede t , uniforme, do tubo utilizada na análise numérica pelo método dos elementos finitos foi de $3,9\text{mm}$, assim como no problema da placa. A fim de estudar a influência da razão entre o diâmetro externo D do tubo e a espessura de parede, três diferentes valores para $\frac{D}{t}$, definidos na Tabela 4.2, foram utilizados nos modelos analisados. Foram considerados tubos de parede espessa, $\frac{D}{t} = 5$, assim como tubos de parede fina, $\frac{D}{t} = 25$. Um valor intermediário de 10 também foi estudado.

Tabela 4.2 – Geometrias de tubo utilizadas nos diferentes modelos

Modelo	D [mm]	t [mm]	D/t [-]
1	19,5	3,9	5
2	39	3,9	10
3	97,5	3,9	25

Para cada modelo, diversas simulações foram feitas com diferentes valores de comprimento a da trinca, mostrados na Tabela 4.1. Uma simulação foi realizada sem trinca para determinar a pressão interna de referência, aquela suficiente para causar a falha nesta condição.

Foi considerada a simetria do problema, portanto apenas metade do tubo foi representada, como mostrado na Figura 4.19. A face onde se encontra a trinca, denominada “Face A”, e aquela diametralmente oposta, denominada “Face B”, foram definidas como os limites de simetria. Assim, a “Face A” e a “Face B” tiveram seus deslocamentos no sentido de θ , circunferencial, e as rotações no sentido de z restritas, considerando um sistema cilíndrico de coordenadas. Para evitar a interpretação numérica de movimento de corpo livre, um ponto a 90° das faces “A” e “B” teve seu movimento no sentido de θ restringido.

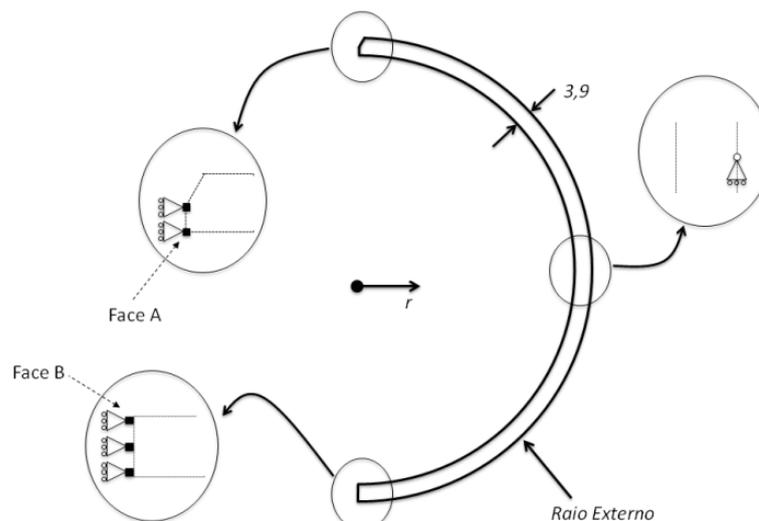


Figura 4.19 – Geometria e condições de contorno utilizadas no modelo em elementos finitos do tubo – dimensões em mm

Para aplicação da pressão interna no tubo, foi criada uma cavidade virtual. A geometria da cavidade foi determinada pela superfície interna do tubo, cuja normal aponta para o centro da circunferência, e o plano de simetria, vistos na Figura 4.20. Esta cavidade foi preenchida por um fluido incompressível, sendo adicionado um volume, cujo total era modificado de acordo com a sensibilidade desejada para a resposta. A pressão deste fluido é, portanto, aquela atuante na parede interna do tubo, sendo a carga de controle do problema. É possível, também, monitorar o volume do fluido, que corresponde ao volume interno do tubo. A variação do volume com a carga aplicada foi monitorada para definir a pressão para colapso plástico do tubo.

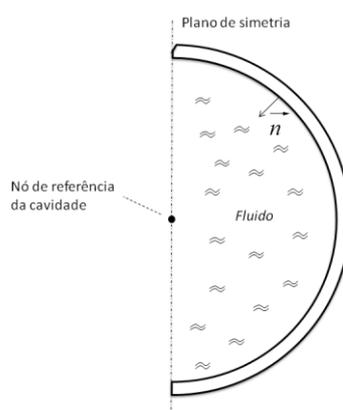


Figura 4.20 – Desenho esquemático da aplicação de carga no modelo de elementos finitos do tubo através da inserção de um fluido incompressível em uma cavidade virtual

5. Resultados e Discussão

Uma abordagem teórica com solução numérica foi escolhida para este trabalho, a fim de determinar se é adequada a utilização da placa plana para reproduzir os fenômenos em um tubo pressurizado internamente. O estudo feito abordou os dois sistemas durante o carregamento elástico, a evolução da fronteira elastoplástica e em condições de plasticidade completa. Em todas as situações, a presença de trincas de tamanhos variados foi levada em consideração, sendo necessário implementar a teoria da mecânica da fratura para análise completa do problema.

A análise numérica utilizando o método dos elementos finitos, teve como objetivo determinar os carregamentos existentes nos sistemas do tubo e da placa plana. As tensões atuantes e a curva da integral J aplicada a diversos tamanhos de trinca foram calculadas para diferentes valores de carregamento. Comparando-se estes valores com as propriedades mecânicas do aço escolhido, foi possível encontrar os valores de carregamento que culminariam em falha.

A análise de ambos os sistemas foi semelhante: mantendo-se a espessura da placa e da parede do tubo constantes e iguais para todas as simulações, determinou-se a carga necessária para causar a instabilidade à fratura para diversos tamanhos de trinca. No passo seguinte, calculou-se a carga para causar o colapso plástico para os mesmos modelos analisados anteriormente. Por fim, foram determinadas as cargas de falha para cada comprimento de trinca e qual mecanismo as engatilhou.

A discussão que se segue aborda todos os passos realizados, dividida em sete itens. No item 5.1, Seleção do material, são explicitadas as razões pelas quais o aço E foi escolhido para esta abordagem preliminar. Os itens 5.2 e 5.3, Caracterização em tração e Resistência à fratura, tratam dos ensaios mecânicos realizados, com análise dos resultados e do procedimento experimental utilizado. Em 5.4, Convergência da malha em elementos finitos, são analisados a metodologia e os critérios usados para estudo de convergência da malha. Nos itens 5.5 e 5.6, Avaliação do colapso plástico e Avaliação da instabilidade à fratura, são discutidos os estudos numéricos para os dois mecanismos de falha tratados, com foco na

validade das hipóteses assumidas e suas consequências nos resultados obtidos. Por fim, o último item, 5.7 – Determinação do mecanismo de falha, é dedicado à comparação dos modelos do tubo e da placa plana, com indicações dos próximos passos a serem tomados no estudo do assunto.

5.1. Seleção do material

No gráfico da Figura 5.1, encontram-se os valores da média de resultados obtidos do alongamento total do corpo de prova e de resistência ao impacto para alguns tipos de aços comumente utilizados na indústria do petróleo, que tiveram seus nomes comerciais propositalmente trocados. Para todos os aços, ambas as propriedades foram normalizadas em relação à maior das médias encontradas.

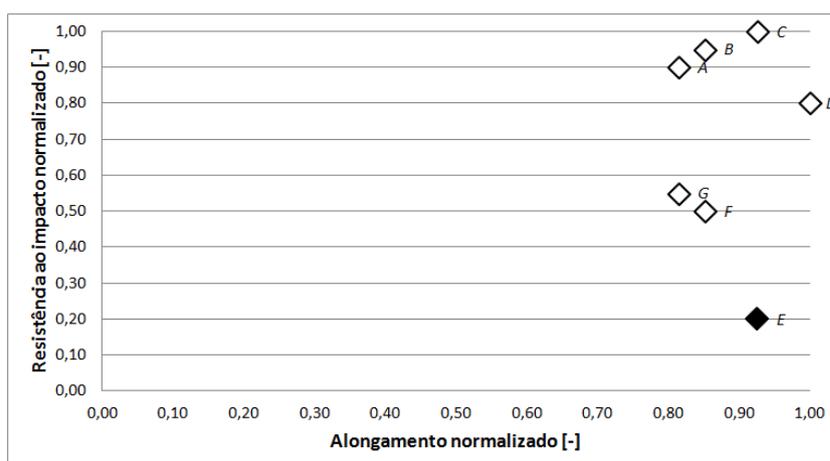


Figura 5.1 – Valores médios históricos de resistência ao impacto e alongamento em teste de tração simples de diferentes ligas produzidas na Vallourec

Neste trabalho, foram realizados ensaios experimentais com corpos de prova com trincas artificiais abertas por fadiga e por eletroerosão. Era esperado que as trincas abertas por eletroerosão tivessem uma tenacidade aparente à fratura maior do que aquelas abertas por fadiga. Mesmo com este aumento, desejava-se que estas trincas pudessem ser caracterizadas pela mecânica da fratura elastoplástica, sem o desenvolvimento de grandes níveis de plasticidade antes do avanço da trinca. Esta condição invalidaria o uso de apenas um parâmetro, neste

caso J, para definir as tensões e deformações na ponta da trinca, conforme mencionado no item 3.2.1.

Ao mesmo tempo, era desejado que o aço utilizado tivesse características de grande ductilidade. Seria possível, portanto, aplicar as teorias clássicas de plasticidade aos problemas analisados, sem a preocupação de uma falha abrupta sem defeitos prévios no material.

Como pode ser visto na Figura 5.1, o aço E possui um alongamento médio tão grande quanto o de seus pares. Este é um indicador de que este aço irá se comportar de forma dúctil, aceitando deformações plásticas importantes antes de se romper. Este aço apresentou, por outro lado, uma resistência média ao impacto muito inferior aos outros, cerca de 20% do aço mais tenaz analisado. Existe, portanto, uma maior probabilidade que o aço E apresente uma menor resistência ao crescimento de trinca, comparando-o com os outros aços existentes. Pelas razões descritas, o aço E foi o material selecionado para análise neste trabalho.

5.2. Caracterização em tração

Os resultados dos três ensaios de tração realizados no aço E são mostrados no gráfico da Figura 5.2. Observa-se que a diferença entre os ensaios 1 e 2 até o limite de resistência à tração é bastante pequeno. Por outro lado, o resultado de limite de resistência à tração do ensaio 3 apresentou um desvio de aproximadamente 3% em relação ao ensaio 2.

Neste mesmo gráfico, foi traçada a curva obtida com a média dos três ensaios realizados, utilizada como parâmetro de entrada nos modelos numéricos. Esta curva foi gerada apenas até o limite de resistência à tração.

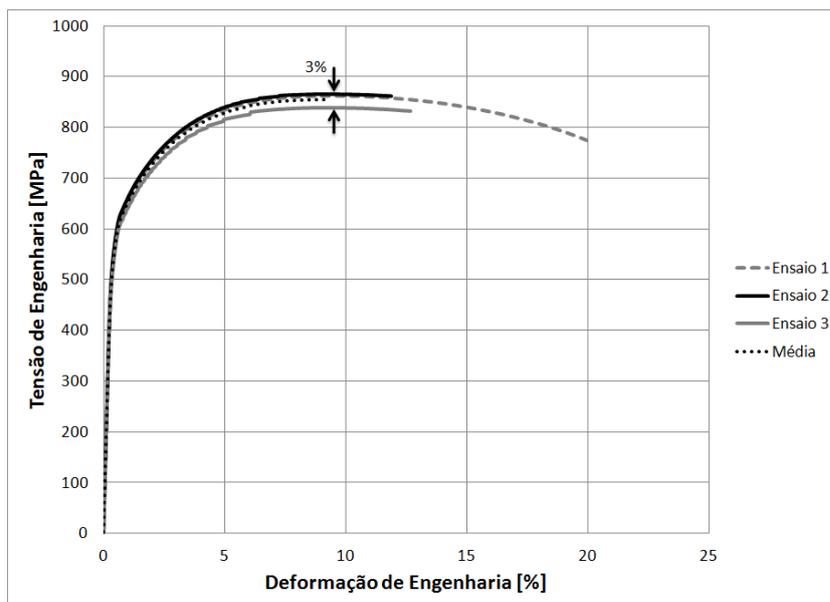


Figura 5.2 – Resultado dos ensaios de tração – aço E

Os três ensaios de tração realizados apresentaram comportamentos similares. O ensaio 3 diferiu dos outros dois, sobretudo no valor de limite de resistência à tração obtido: 838MPa. A diferença máxima encontrada foi de 27MPa para o ensaio 2, cujo limite de resistência à tração foi de 865MPa. Para efeito de comparação da variabilidade do processo, foram analisados mais de 600 ensaios de tração deste mesmo aço realizados em rotinas de qualidade da Vallourec no ano de 2014. A diferença entre os limites de resistência à tração que correspondem ao limite inferior do segundo quartil e superior do terceiro é superior à variação encontrada nos ensaios realizados neste trabalho.

É importante salientar, também, a diferença do alongamento mostrado para o ensaio 1, comparando-o com os outros ensaios. Para os ensaios 2 e 3, os extensômetros foram retirados logo após a formação do pescoço, enquanto no ensaio 1 este foi deixado até uma deformação maior. Assim, mesmo que o comportamento final tenha sido equivalente, as curvas foram truncadas em pontos diferentes. Esta diferença na metodologia não impacta o resto do trabalho, uma vez que foram utilizadas informações apenas até o limite de resistência à tração, a partir de onde a relação entre tensão e deformação deixa de ser direta devido ao estado triaxial imposto pela formação do pescoço.

Para estudo da plasticidade, foi preciso definir a curva utilizada no modelo numérico em termos de tensão e deformação reais. Utilizando as Equações 3.1 e

3.2, válidas até o limite de resistência à tração, foi realizada a conversão da curva média mostrada na Figura 5.2. O resultado obtido é mostrado em comparação com a curva original no gráfico da Figura 5.3.

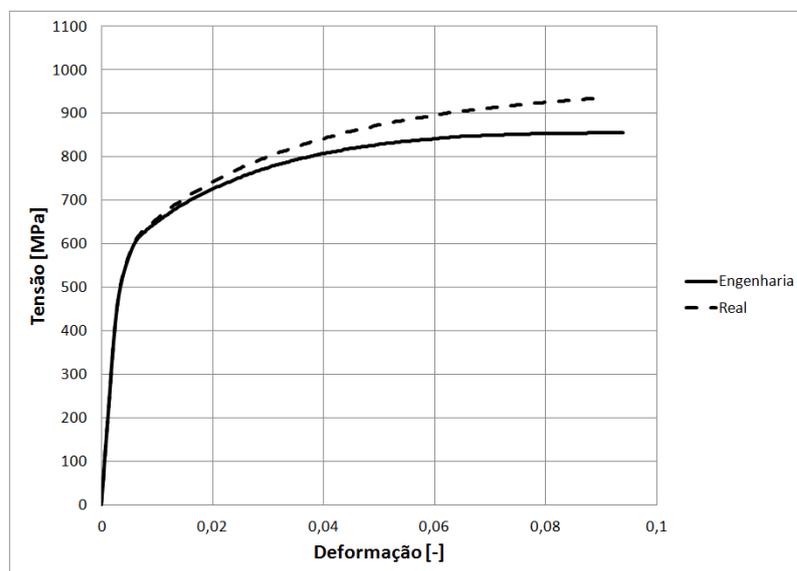


Figura 5.3 – Comparação da curva de tração média em termos de tensão e deformação real e de engenharia

Por fim, foi necessário definir propriamente os regimes elástico e plástico para entrada no modelo numérico. No gráfico da Figura 5.4, são mostrados todos os pontos obtidos na determinação da curva média dos ensaios de tração. Aqueles mostrados em forma de losango compõem o regime elástico, enquanto os marcadores quadrados definem o regime plástico. A regressão linear do regime elástico apresentou um coeficiente de determinação próximo da unidade, resultando em um módulo de elasticidade $E = 166,7GPa$. A deformação plástica dos pontos no regime plástico foram calculadas subtraindo-se a deformação total, obtida dos ensaios, pela deformação elástica de 0,28% relativa ao último ponto considerado como pertencente ao regime elástico.

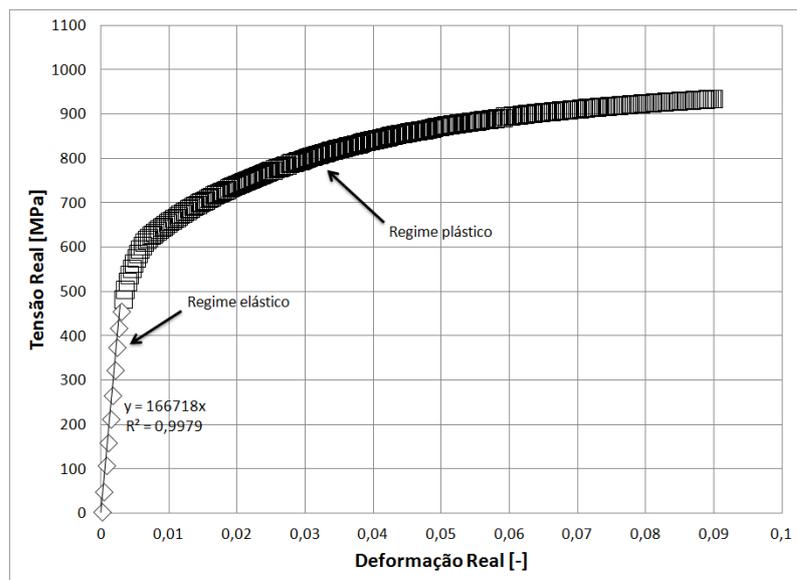


Figura 5.4 – Curva de tração média separada em regimes elástico e plástico

A diferenciação feita entre os regimes elástico e plástico para a curva média obtida, mostrada na Figura 5.4, não foi realizada seguindo qualquer norma aplicável. A transição foi feita de tal modo que os erros provenientes dessa aproximação fossem os menores possíveis, visando a um maior coeficiente de determinação para caracterização da parte elástica. O módulo de elasticidade obtido é, portanto, consequência desta abordagem. Não foram encontradas justificativas para o baixo valor de módulo de elasticidade obtido. Ressalta-se que o resultado foi semelhante para os três corpos de prova utilizados, encontrando-se entre 159,3GPa e 175,9GPa. É descartada, no entanto, a influência do procedimento, que é padronizado e frequentemente auditado no laboratório onde os ensaios foram realizados, e da calibração dos instrumentos, que estavam em dia, conforme descrito no item 4.1.1.

Assim como descrito para o módulo de elasticidade, a determinação do limite de escoamento do material é influenciado pela metodologia utilizada. Assim, o valor de tensão referente ao último ponto dentro da região elástica considerada neste trabalho, aproximadamente 453MPa, não corresponde ao valor de tensão de escoamento de 589MPa obtido através da norma aplicável ASTM A 370 (2014).

A escolha do cálculo das deformações plásticas a serem inseridas no modelo em elementos finitos foi influenciada pela dificuldade em se obter o módulo de elasticidade. Enquanto tentava-se encontrar possíveis problemas no ensaio

mecânico para determinação do módulo de elasticidade, era necessário avançar nas simulações. Como foi observado que os resultados encontrados nas simulações envolviam grandes deformações plásticas, chegando a valores de deformação total muito próximas à relativa ao limite de resistência à tração, as deformações elásticas passaram a ser muito inferiores às plásticas. Foram cogitadas, então, três possibilidades: modelar o material como rígido plástico, utilizar um módulo de elasticidade da literatura ou excluir a deformação elástica (0,28%) prévia ao escoamento. O primeiro caso levou a uma série de dificuldades numéricas e foi descartado. Utilizar um módulo de elasticidade comumente encontrado para aços $E = 200GPa$ (Kim et al., 2011), superestimaria o limite de escoamento em cerca de 20%. Decidiu-se, portanto, utilizar a terceira possibilidade.

Ao final do trabalho, uma vez determinado que o módulo de elasticidade do material era realmente o apresentado no item 0, foi possível calcular o erro devido à aproximação de cálculo da deformação plástica. Segundo a Equação 3.3, a deformação total ε_T é igual à soma da deformação plástica ε_p e da elástica ε_E . A forma exata de cálculo da deformação plástica ε_p^{Ex} é mostrada pela Equação 5.1, enquanto a forma aproximada ε_p^{Ap} utilizada neste trabalho pode ser vista na Equação 5.2.

$$\varepsilon_p^{Ex} = \varepsilon_T - \varepsilon_E \quad 5.1$$

$$\varepsilon_p^{Ap} = \varepsilon_T - 0,0028 \quad 5.2$$

Ao calcular a deformação total imposta ao componente, o modelo em elementos finitos irá levar em consideração a deformação elástica imposta. O cálculo da deformação total na simulação em elementos finitos utilizando a formulação exata da deformação total é dado pela Equação 5.3. A Equação 5.4 mostra o cálculo utilizando a formulação aproximada.

$$\varepsilon_T^{Ex} = \varepsilon_p^{Ex} + \varepsilon_E = \varepsilon_T \quad 5.3$$

$$\varepsilon_T^{Ap} = \varepsilon_P^{Ap} + \varepsilon_E = \varepsilon_T - 0,0028 + \varepsilon_E \quad 5.4$$

O erro obtido entre as formulações exata e aproximada, Equações 5.3 e 5.4, foi inferior a 3% quando a deformação total era superior a 50% da deformação equivalente à tensão de resistência à tração do material.

Visto que este trabalho visa a uma abordagem preliminar ao problema da placa e do tubo, apenas um aspecto geral da curva tensão-deformação do material era necessário para ser utilizado como parâmetro de entrada para o método dos elementos finitos. Portanto, a utilização de uma curva média obtida por vários ensaios é satisfatória, bem como o cálculo utilizado para determinação das deformações plásticas. Em trabalhos futuros, caso um estudo profundo seja efetuado para um material específico e com realização de ensaios de validação dos modelos numéricos, é recomendada a análise de incertezas e de sua consequente propagação e a utilização da formulação exata para cálculo da deformação plástica.

5.3. Resistência à fratura

Devido à natureza do aço utilizado neste trabalho, era esperado que uma trinca presente em seu meio se comportasse de maneira dúctil, crescendo de forma estável pela nucleação e coalescência de poros. A aparência deste tipo de fratura é fibrosa, áspera e acinzentada (Dieter, 1988), conforme pode ser visto na Figura 5.5, à esquerda. O contraste com a fratura por fadiga, cuja aparência é frágil, lisa, sem grandes deformações (Dieter, 1988), é percebido ao compará-la com a foto à direita, na mesma figura. Em ambos os casos, o ângulo de visão é ilustrado de maneira esquemática no desenho abaixo das fotografias da Figura 5.5. A fratura dúctil foi observada em todos os corpos de prova na região de crescimento estável da trinca durante a obtenção da curva J-R, seja a pré-trinca aberta por fadiga ou por eletroerosão.

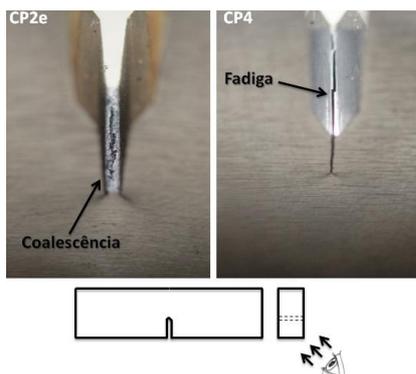


Figura 5.5 – Aparência da fratura por coalescência (esquerda) e por fadiga (direita)

Oito corpos de prova foram confeccionados para estudo da resistência à fratura. Sua numeração foi feita de maneira sequencial, de CP1 a CP4, adicionando o sufixo “e” em caso da pré-trinca ter sido feita por eletroerosão e sem sufixo para os casos de pré-trinca aberta por fadiga.

Dois oitenta e dois corpos de prova, apenas dois, CP3e e CP3, resultaram em ensaios válidos. A princípio, os testes seriam realizados no laboratório de ensaios mecânicos da Vallourec, consumindo dois corpos de prova para *setup*. Após os primeiros ensaios, decidiu-se fazer os seguintes no LRSS, cujos equipamentos são diferentes daqueles disponíveis na Vallourec. Então, outros dois corpos de prova foram perdidos para configuração inicial do teste, conforme descrito na Tabela 5.1. Os corpos de prova CP4e e CP4 não resultaram em ensaios válidos para este trabalho, porém foram úteis para construção da discussão que se segue.

Tabela 5.1 – Situação dos corpos de prova utilizados nos ensaios de resistência à fratura

Corpo de Prova	Pré-trinca	Laboratório	Situação
CP1	Fadiga	Vallourec	Inválido: <i>setup</i>
CP1e	Eletroerosão	Vallourec	Inválido: <i>setup</i>
CP2	Fadiga	LRSS	Inválido: <i>setup</i>
CP2e	Eletroerosão	LRSS	Inválido: <i>setup</i>
CP3	Fadiga	LRSS	OK
CP3e	Eletroerosão	LRSS	OK
CP4	Fadiga	LRSS	Inválido: <i>clip-gage</i>
CP4e	Eletroerosão	LRSS	Inválido: manufatura

São apresentados nos itens 5.3.1 e 5.3.2 os resultados dos corpos de prova CP3e e CP3, respectivamente. No item 5.3.3, são mostradas as medições realizadas na superfície de fratura, mandatórias para validação dos testes. Por fim,

no item 5.3.4, é feita uma avaliação dos resultados obtidos e a determinação da curva de resistência ao crescimento de trinca a ser utilizada na sequência do trabalho.

5.3.1 Ensaio CP3e

A fim de determinar a complacência elástica do corpo de prova, utilizou-se o deslocamento do punção como a variável de controle do ensaio. A resposta de carregamento obtida é vista no gráfico da Figura 5.6. Comparando-a com o desenho esquemático da Figura 4.7, é possível visualizar os ciclos de carregamento e descarregamento imposto durante o ensaio. A complacência foi, então, calculada através da regressão linear de todos os pontos recuperados pelo *software* de controle do ensaio a cada ciclo.

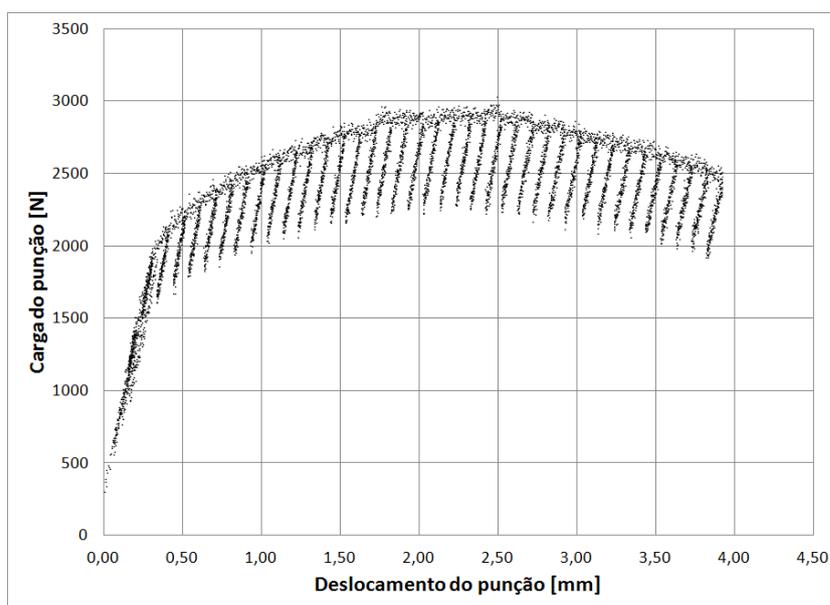


Figura 5.6 – Carregamento em função do deslocamento do punção – CP3e

Da mesma forma, foi possível monitorar a abertura do entalhe ao longo do ensaio com o *clip-gage*, obtendo uma estimativa mais precisa do comprimento de trinca. A carga aplicada em função da abertura do entalhe pode ser vista na Figura 5.7.

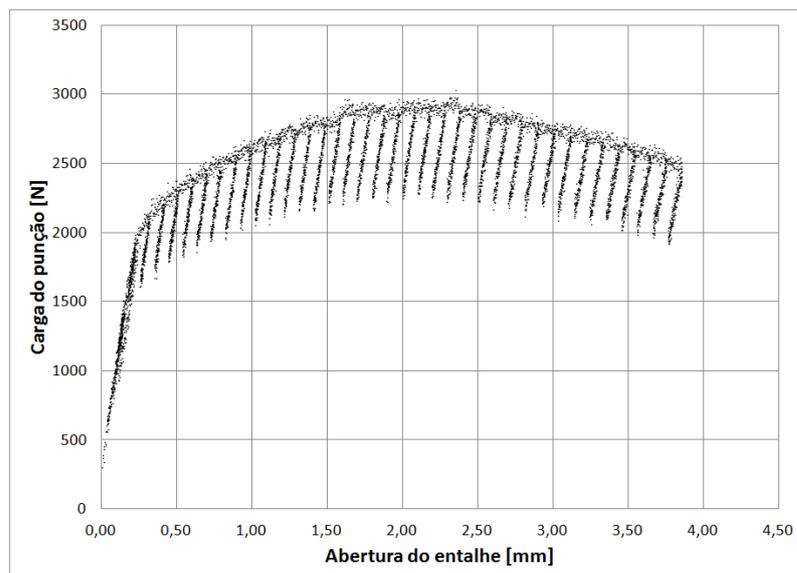


Figura 5.7 – Carregamento aplicado em função da abertura do entalhe – CP3e

A curva de resistência ao crescimento de trinca obtida pode ser vista na Figura 5.8.

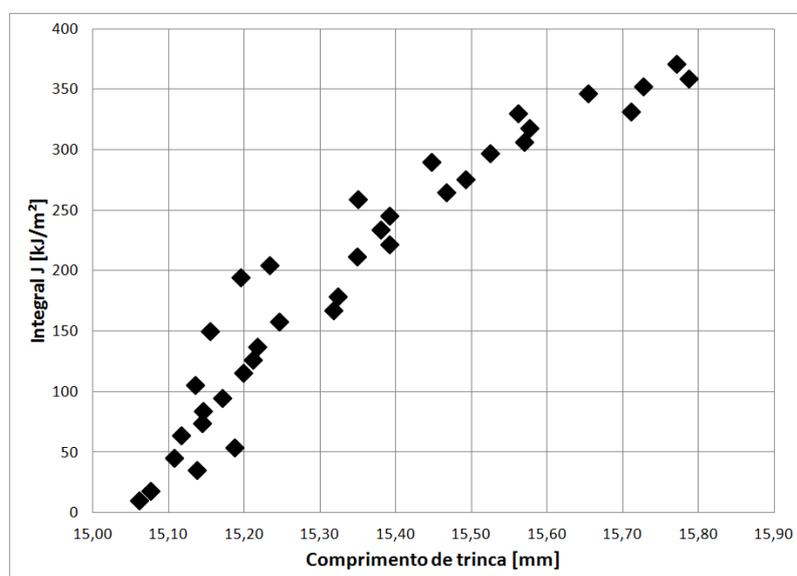


Figura 5.8 – Resistência ao crescimento de trinca – CP3e

Após obtenção da curva de resistência ao crescimento de trinca, foi determinado o comprimento de trinca inicial corrigido através de uma regressão polinomial de 3^o grau. Foi encontrado o valor de $a_{0q} = 15,09\text{mm}$ e um coeficiente de determinação $R^2 = 0,82$, como mostrado na Figura 5.9.

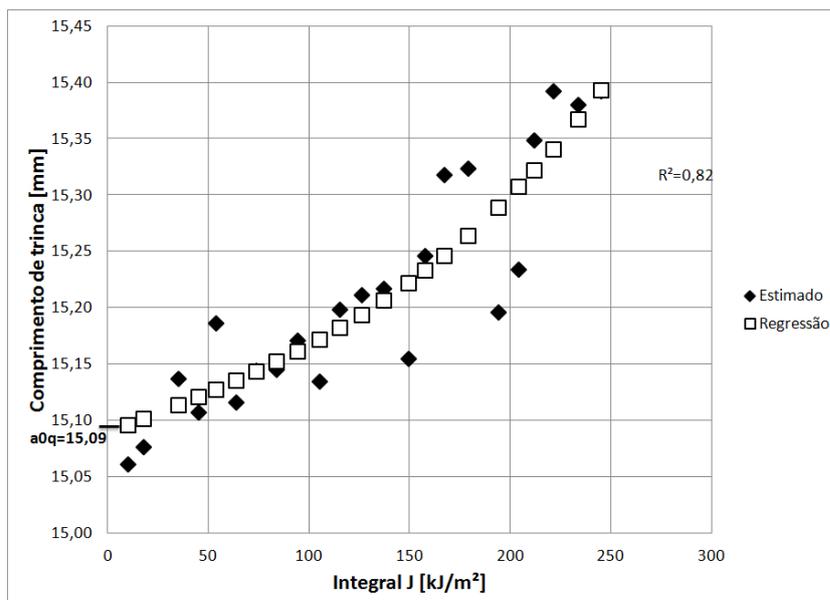


Figura 5.9 – Determinação do comprimento de trinca inicial corrigido – CP3e

Os valores de crescimento de trinca e integral J aplicada foram recalculados utilizando-se o valor de comprimento de trinca inicial determinado no passo anterior. Em seguida, obedecendo as recomendações da norma ASTM E 1820 (2011), foram verificados se os valores obtidos não teriam passado os limites de capacidade do corpo de prova. O limite de integral J aplicado é função do limite de escoamento e resistência à tração do material, bem como da largura e seção remanescente inicial do corpo de prova. Já o crescimento de trinca é limitado por 25% da seção remanescente inicial. Os resultados obtidos são mostrados na Figura 5.10, sendo possível ver que apenas um ponto ultrapassou o valor limite de integral J. Na mesma figura, é traçada a regressão polinomial realizada para se determinar o comprimento inicial de trinca corrigido.

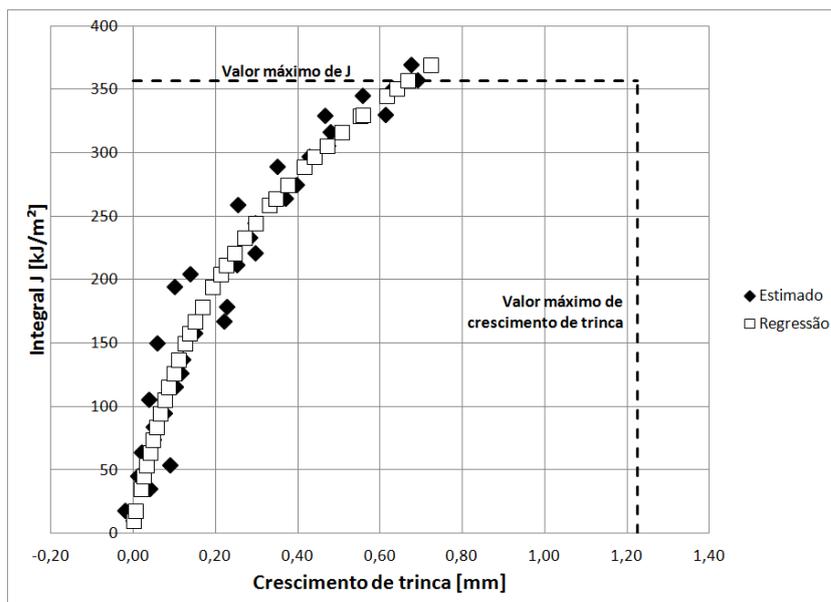


Figura 5.10 – Determinação dos limites de validade do ensaio de resistência ao crescimento de trinca – CP3e

5.3.2 Ensaio CP3

O carregamento aplicado em função do deslocamento do punção para o corpo de prova CP3 pode ser visto no gráfico da Figura 5.11.

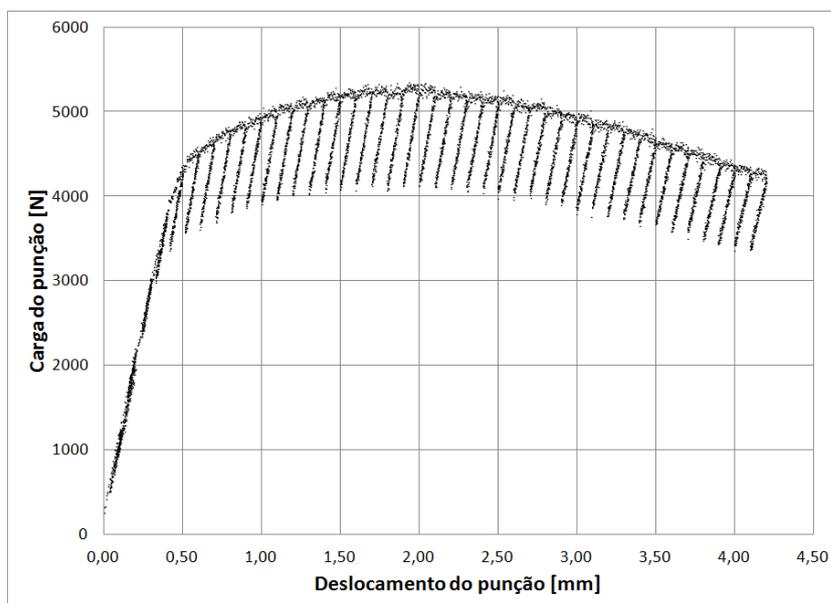


Figura 5.11 – Carregamento em função do deslocamento do punção – CP3

A carga aplicada em função da abertura do entalhe é mostrada na Figura 5.12.

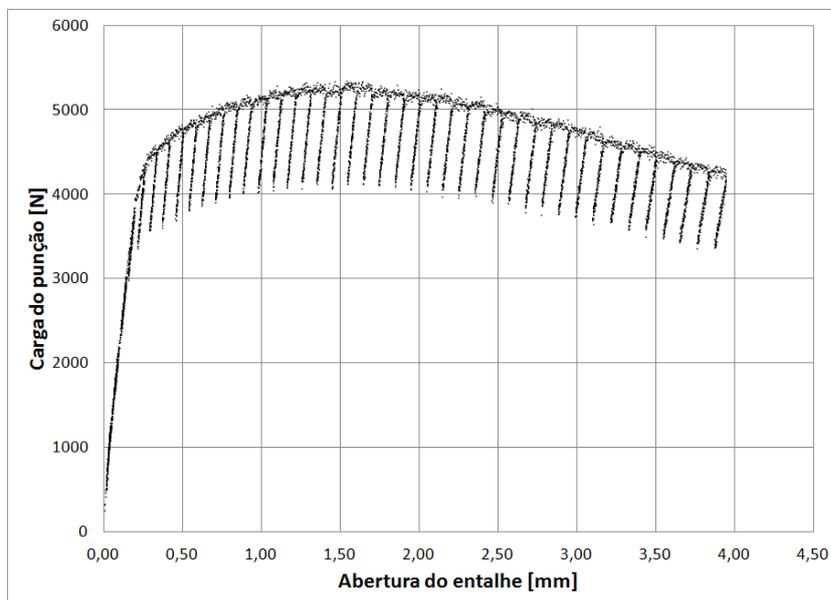


Figura 5.12 – Carregamento aplicado em função da abertura do entalhe – CP3

A curva de resistência ao crescimento de trinca pode ser vista na Figura 5.13.

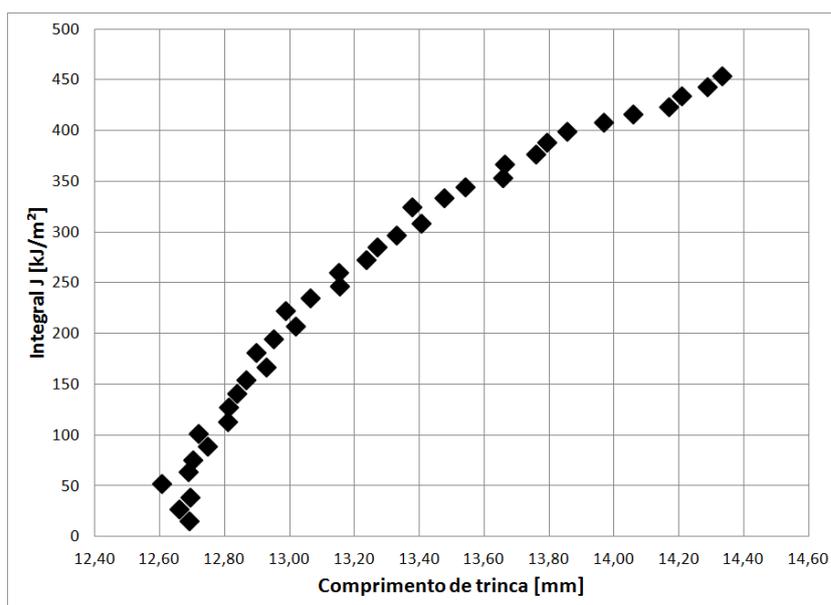


Figura 5.13 – Resistência ao crescimento de trinca – CP3

Após obtenção da curva de resistência ao crescimento de trinca, foi determinado o comprimento de trinca inicial corrigido através de uma regressão polinomial de 3^o grau. Foi encontrado o valor de $a_{0q} = 12,64mm$ e um coeficiente de determinação $R^2 = 0,95$, como mostrado na Figura 5.14.

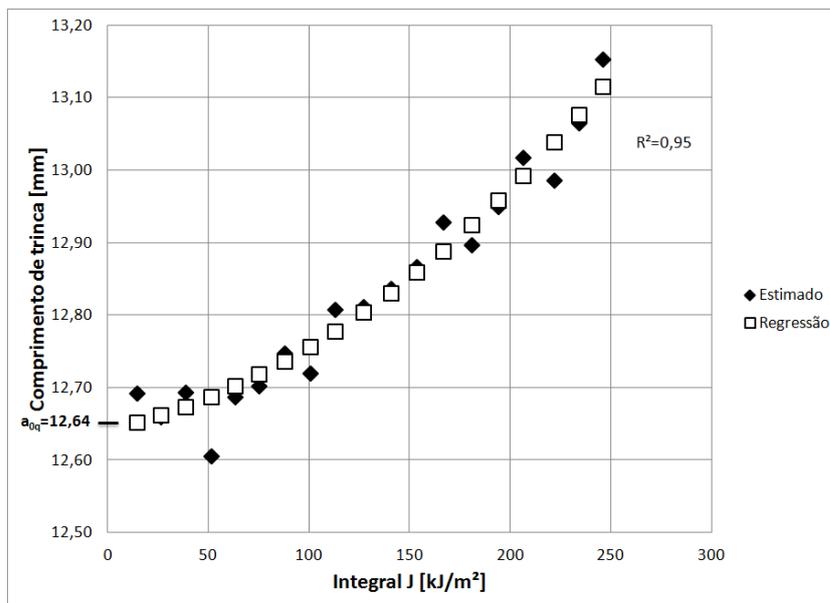


Figura 5.14 – Determinação do comprimento de trinca inicial corrigido – CP3

Os valores de crescimento de trinca e integral J aplicada foram recalculados utilizando-se o valor de comprimento de trinca inicial determinado no passo anterior. Em seguida, foram verificados se os valores obtidos não teriam passado os limites de capacidade do corpo de prova. Os resultados obtidos são mostrados na Figura 5.15, sendo possível ver que os limites de integral J aplicada e de crescimento de trinca não foram atingidos. Na mesma figura, foi traçada a regressão polinomial realizada para se determinar o comprimento inicial de trinca corrigido.

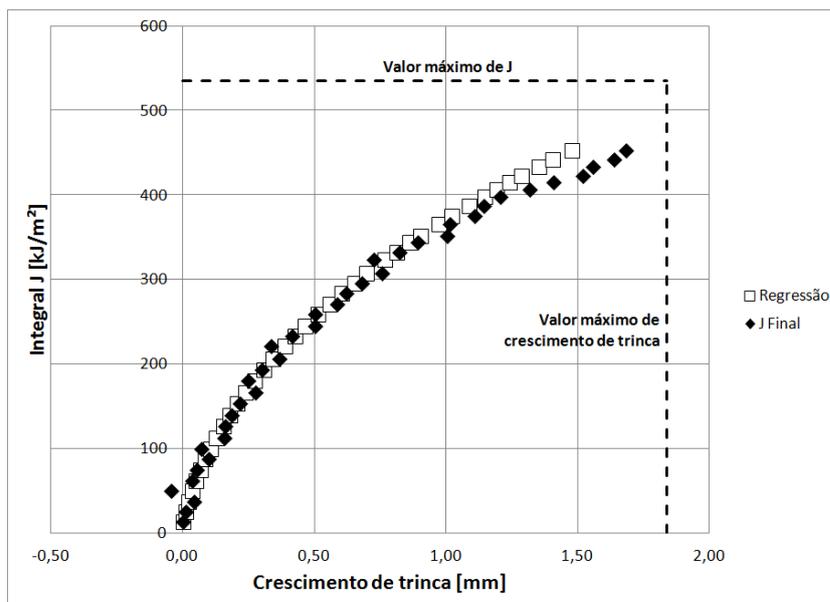


Figura 5.15 – Determinação dos limites de validade do ensaio de resistência ao crescimento de trinca – CP3

5.3.3 Medições finais

Após a realização dos ensaios, tratamento térmico para oxidação das superfícies expostas e quebra dos corpos de prova, as superfícies de fratura foram analisadas. Na Figura 5.16, são mostradas as superfícies de fratura do CP3e, à esquerda, e do CP3, à direita. É possível observar a diferença no aspecto superficial e coloração das formas de abertura da superfície, sendo, portanto, facilmente distinguidas o início e final de cada uma.

A superfície de fratura do CP3e é composta pela abertura do entalhe, lisa e brilhante, na parte de baixo da figura, pela pré-trinca criada por eletroerosão, mais rugosa e escura, ao centro, e pela região de crescimento estável, na parte de cima. As setas da Figura 5.16 apontam o final de cada uma das regiões.

A superfície de fratura do CP3 também é composta por três regiões distintas. A diferença está na região central, referente à pré-trinca que, neste caso, foi aberta por fadiga. Em comparação com a região de abertura por eletroerosão no CP3e, esta faixa é mais clara e lisa. Além disso, o final desta região se dá de forma levemente abaulada, ao contrário da eletroerosão, que é paralela ao entalhe.

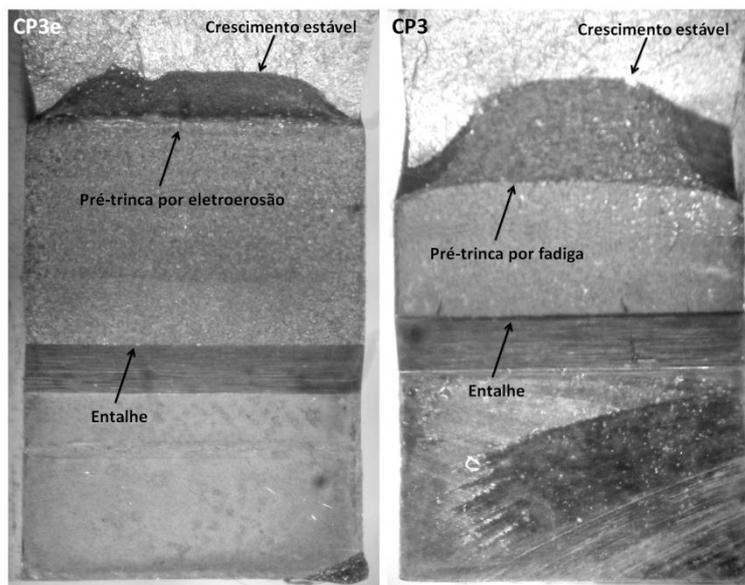


Figura 5.16 – Superfícies de fratura após ensaio de resistência ao crescimento de trinca

As superfícies foram, em seguida, medidas, a fim de estimar o comprimento inicial e final da trinca no ensaio de resistência ao crescimento de trinca, conforme procedimento descrito no item 4.1.2 e mostrado de forma esquemática na Figura 4.10. Para o CP3e, o comprimento inicial da trinca é composto pelo comprimento do entalhe e da região de abertura por eletroerosão. O comprimento final é soma do comprimento inicial com a região de crescimento estável, ou extensão da trinca. Os resultados das medições em nove pontos distintos para o comprimento inicial e final de trinca e sua extensão são mostrados na Figura 5.17. As linhas tracejadas mostram o valor médio obtido para cada uma das geometrias. Já as linhas cheias determinam a maior dispersão que qualquer um dos nove pontos medidos pode ter em relação à média, segundo recomendação da norma ASTM E 1820 (2011). Para a extensão de trinca, este limite é apenas inferior.

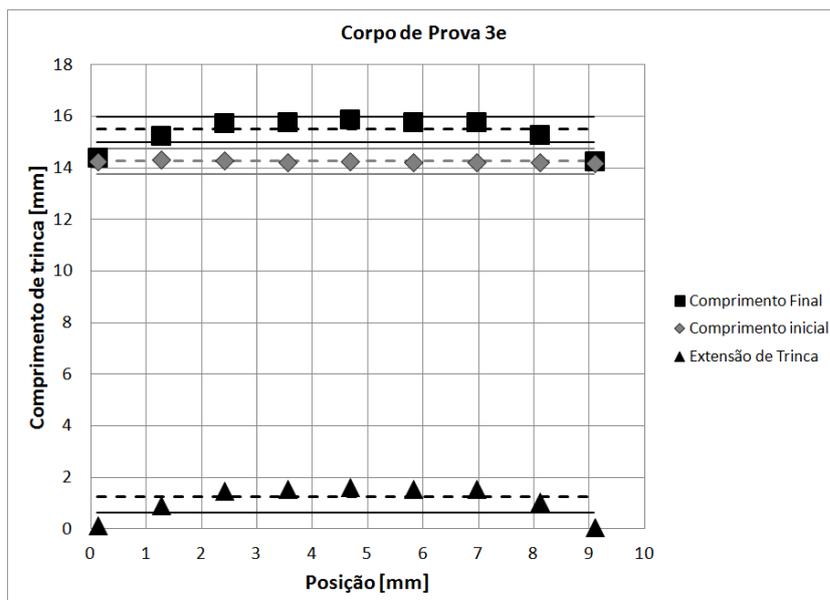


Figura 5.17 – Medições de tamanho de trinca inicial e final – CP3e

Da mesma forma, os comprimentos inicial e final de trinca do CP3 foram medidos. Neste caso, o comprimento inicial da trinca é composto pelo comprimento do entalhe e da região de abertura por fadiga. Os resultados das medições em nove pontos distintos para cada geometria são mostrados na Figura 5.18.

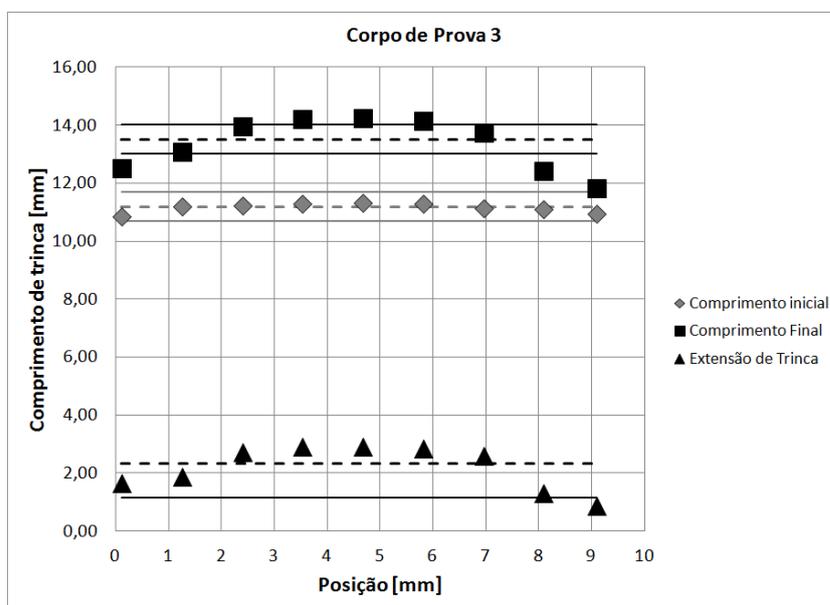


Figura 5.18 – Medições de tamanho de trinca inicial e final – CP3

A norma ASTM E 1820 (2011) determina que as médias de comprimento inicial e extensão de trinca medidos na superfície de fratura devem ser comparadas

com os valores estimados durante o ensaio através do método de descarregamento elástico. No gráfico da Figura 5.19 são mostrados os valores estimados e medidos para o CP3e, à esquerda, e para o CP3, à direita. O desvio máximo para estes valores, definido pela norma, é representado pelas linhas cheias acima e abaixo dos marcadores referentes aos valores medidos.

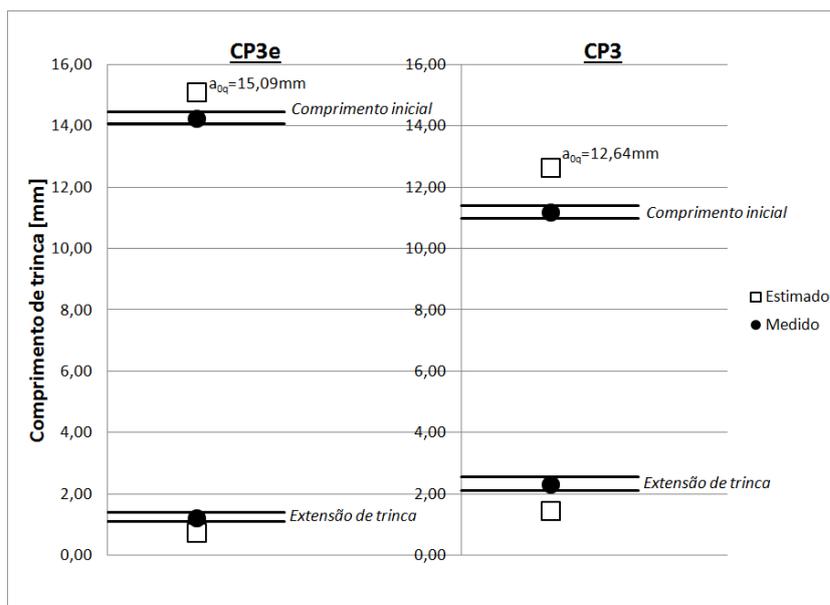


Figura 5.19 – Comparação das medições de trinca realizadas com as estimativas obtidas durante o ensaio

5.3.4 Avaliação das curvas de resistência à fratura

Segundo a norma ASTM E 1820 (2011), três condições distintas são importantes para validar os resultados obtidos no ensaio de resistência ao crescimento de trinca. O primeiro deles define que o coeficiente de determinação da regressão polinomial para obter o comprimento inicial de trinca corrigido deve ser de, pelo menos, 0,96. O resultado obtido para o CP3, mostrado na Figura 5.14, é de 0,95, portanto muito próximo ao desejado. Por outro lado, mesmo que uma tendência clara possa ser observada no comportamento da curva J-R do CP3e, exibida na Figura 5.8, o coeficiente de determinação da regressão é de apenas 0,82, conforme Figura 5.9.

Uma possível explicação para a grande dispersão obtida na curva J-R do CP3e é o baixo nível de carga utilizado durante o seu ensaio. A única célula de

carga disponível tinha uma capacidade de 250kN, sendo que este tipo de célula não apresenta boa linearidade em valores de carga abaixo de 1% deste valor, ou 2500N (Instron, s.d.). Observa-se na Figura 5.6 e Figura 5.7 que, durante os ciclos de descarregamento, a carga aplicada ficou diversas vezes abaixo deste limiar. O mesmo ocorreu apenas nos ciclos iniciais para o CP3, conforme Figura 5.11 e Figura 5.12. Para consolidar esta hipótese, foram traçados no gráfico da Figura 5.20 os coeficientes de determinação obtidos para cada ciclo de descarregamento para cálculo da complacência elástica em função da carga máxima aplicada naquele ciclo. São mostrados os resultados do CP3e, CP3 e CP4, sendo o resultado deste último descartado pois foi utilizado um *clip-gage* com abertura máxima muito pequena, terminando o ensaio prematuramente para obtenção da curva completa. Como pode ser observado, aqueles ciclos cuja carga máxima estavam muito próximas de 2500N apresentaram um coeficiente de determinação significativamente menor do que os outros ciclos, provavelmente impactando na dispersão obtida na curva final de resistência ao crescimento de trinca. Uma vez que quase a totalidade dos ciclos do CP3e ficaram junto a este limiar, seu resultado foi impactado pela baixa precisão da célula neste nível de carga.

A necessidade de uma carga menor para obtenção da curva J-R do CP3e era esperada, pois este corpo de prova tinha uma trinca inicial de aproximadamente 14,3mm, contra uma trinca inicial de 11,2mm do CP3 e 10,4mm do CP4. Assim, para um mesmo valor de integral J aplicado à ponta da trinca, é preciso uma menor força atuante. Na Figura 5.20, pode ser visto que as cargas aplicadas no ensaio do CP4 foram maiores do que aquelas aplicadas no CP3, condizente com o raciocínio apresentado.

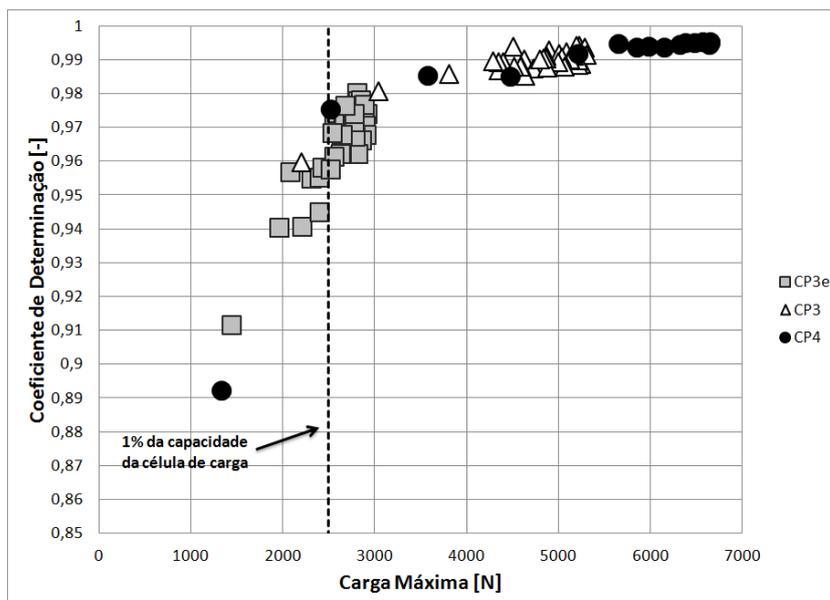


Figura 5.20 – Coeficiente de determinação da complacência elástica em função da carga máxima de cada ciclo

A segunda condição para validação dos resultados obtidos é que o desvio máximo do comprimento de trinca em cada ponto medido em relação à média calculada não ultrapasse os limites determinados. As medições realizadas, bem como os limites para o comprimento inicial, final e, conseqüentemente, a extensão da trinca são mostrados na Figura 5.17 e na Figura 5.18 para o CP3e e o CP3, respectivamente. As trincas iniciais, seja por eletroerosão ou por fadiga, apresentaram-se planas, com todos os pontos medidos dentro dos limites aceitáveis. Por outro lado, em ambos os casos, a frente de trinca em sua extensão final apresentou um formato abaulado, com a parte central avançando mais do que as regiões perto das superfícies. O fenômeno pode ser visto na superfície de fratura dos corpos de prova, Figura 5.16. Como consequência, o crescimento de trinca medido também ficou fora dos limites aceitáveis.

A provável explicação para o fato da frente da trinca ter perdido seu caráter planar é a falta de triaxialidade de tensões nas regiões perto da superfície. Segundo Anderson (2005), a região à frente da trinca no centro do corpo de prova apresenta um alto grau de triaxialidade de tensões, facilitando a nucleação e coalescência de poros. Por outro lado, a região perto da superfície não encontra restrições laterais, apresentando um estado plano de tensões. Neste caso, um plano de 45° com a carga aplicada torna-se o plano preferencial de cisalhamento. Nas

condições descritas, a trinca cresce mais rapidamente na região central, situação chamada de tunelamento, enquanto as regiões perto da superfície ficam para trás, crescendo num plano a 45° do plano do “túnel”. O fenômeno completo é ilustrado na Figura 5.21.

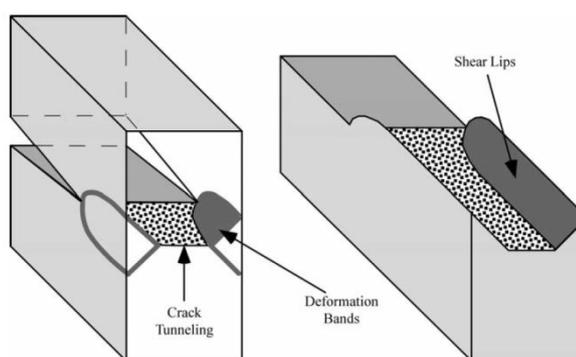


Figura 5.21 – Crescimento de trinca em um corpo de prova com superfície livre (Anderson, 2005)

Nos corpos de prova CP3e e CP3, as circunstâncias descritas foram observadas. Nos dois casos, a região central da trinca avançou mais do que as regiões próximas às superfícies. Além disso, próximo à superfície, a trinca cresceu em planos a 45° do plano principal de aplicação da carga, conforme fotografia tirada em visão lateral do corpo de prova, mostrada na Figura 5.22.

A fim de evitar o problema, a norma ASTM E 1820 (2011) sugere que entalhes laterais sejam adicionados ao corpo de prova, impondo, mesmo perto da superfície, um estado triaxial de tensões. No entanto, todos os corpos de prova disponíveis para este trabalho já estavam confeccionados quando ficou provada a necessidade do entalhe lateral. Uma tentativa foi feita no CP4e, porém não houve sucesso no alinhamento do entalhe principal com o entalhe lateral utilizando as tecnologias disponíveis. Na Figura 5.23, é mostrado o desalinhamento obtidos entre os entalhes.

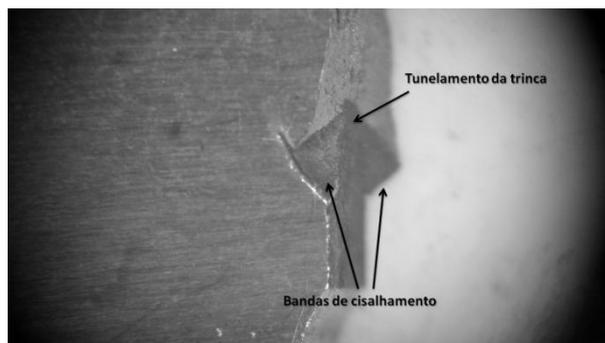


Figura 5.22 – Tunelamento de trinca e formação dos planos de cisalhamento. Visão lateral do CP3

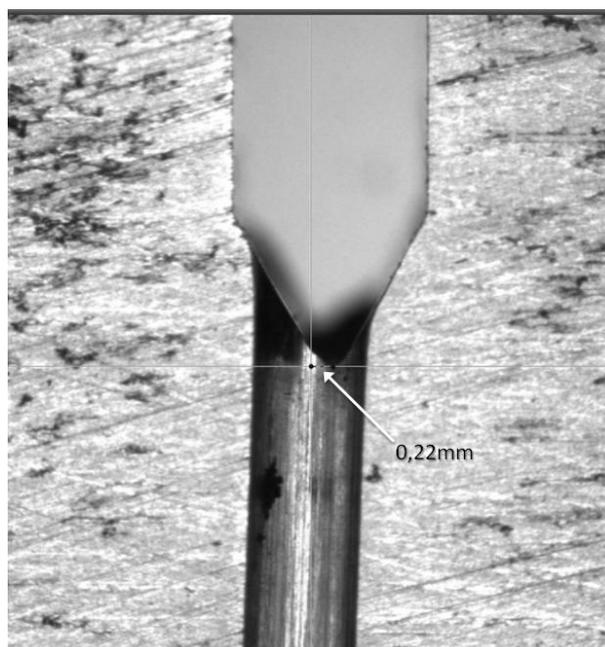


Figura 5.23 – Desalinhamento do entalhe lateral com o entalhe principal – CP4e

Por fim, a terceira condição para validação do ensaio é garantir que os desvios entre o comprimento inicial de trinca e o de sua extensão estimados pelo método do descarregamento elástico e medidos na superfície de fratura não ultrapassem os valores determinados. O comprimento de trinca inicial e sua extensão medidos e estimados, bem como os desvios máximos aceitáveis são mostrados na Figura 5.19. Como pode ser visto, para os dois casos, em ambos os corpos de prova, CP3e e CP3, a diferença entre os valores estimados e medidos superaram os desvios máximos, invalidando os ensaios.

No caso do comprimento de trinca inicial, é provável que o desvio encontrado seja decorrência da baixa carga aplicada, sobretudo no início do teste.

No ensaio do corpo de prova CP3, os três primeiros resultados de complacência elástica foram obtidos utilizando cargas abaixo de 2500N. Como discutido anteriormente, para o corpo de prova CP3e isto ocorreu para quase toda a totalidade do ensaio. Já a extensão de trinca medida e estimada é um fator que depende de ambos os valores iniciais e finais de trinca. Além dos problemas que afetaram a estimativa do comprimento inicial da trinca, a estimativa do comprimento final foi prejudicada pela falta de entalhes laterais aos corpos de prova.

Os ensaios realizados foram, portanto, invalidados em relação às determinações da norma sob os três pontos de vista analisados. Em trabalhos futuros, caso um estudo detalhado seja efetuado para um material específico e com realização de ensaios de validação dos modelos numéricos, é recomendável ponderar sobre a possibilidade de utilizar entalhes laterais e se precaver quanto aos limites inferiores de carga utilizados. Para garantir que um valor mínimo de carga seja aplicável, é sugerido diminuir o comprimento inicial da trinca, aumentar o corpo de prova ou utilizar uma célula de carga menor. Além disto, a realização de análise de incertezas e sua propagação seria desejável.

Apesar dos problemas enfrentados nos ensaios, o objetivo de se obter o aspecto geral da curva de resistência ao crescimento de trinca foi alcançado. Por se tratar de uma abordagem preliminar, assim como para o ensaio de tração, a utilização das curvas obtidas é aceitável para análise de instabilidade à fratura dos sistemas estudados, mesmo que estas tenham sido invalidadas do ponto de vista normativo.

Para uma análise geral do aspecto das curvas, é possível traçar em um mesmo gráfico as curvas de resistência ao crescimento de trinca obtidas com pré-trinca por fadiga e por eletroerosão. No gráfico da Figura 5.24, são mostradas as curvas aproximadas por regressão polinomial do terceiro grau para os corpos de prova CP3e e CP3, exibidas na Figura 5.10 e na Figura 5.15. Como era esperado, devido ao arredondamento da ponta da trinca e conseqüente redução das tensões desenvolvidas, o corpo de prova com pré-trinca por eletroerosão apresentou uma maior resistência ao crescimento de trinca. Assim, para se obter uma mesma extensão da trinca, é necessário aplicar um valor maior de J em corpo de prova pré-trincado por eletroerosão se comparado com o corpo de prova com pré-trinca por fadiga.

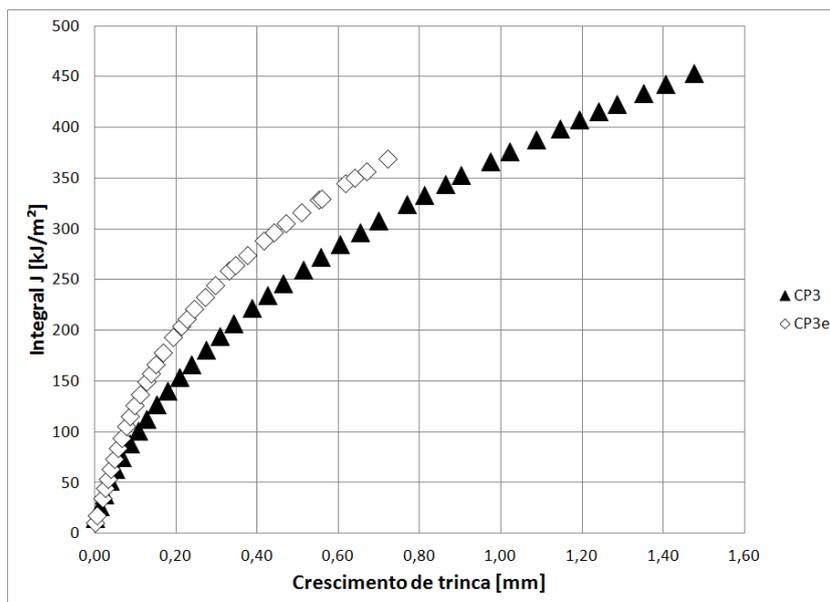


Figura 5.24 – Comparação das curvas de resistência ao crescimento de trinca obtidas com pré-trinca por fadiga e por eletroerosão

5.4. Convergência da malha em elementos finitos

O estudo de convergência da malha em elementos finitos para a placa e para o tubo foi realizado seguindo a ordem descrita no item 4.2.1: as regiões 1 a 5 correspondem aos semicírculos na ponta da trinca, ilustrados em detalhe na Figura 4.17; as regiões 6 e 7 são a transição para a região 8, que compõe o corpo da placa. O estudo se deu apenas aumentando o número de elementos em cada região, mantendo constante a ordem e número de nós dos elementos. A convergência foi tida como atingida caso o número de elementos em uma região dobrasse sem que os parâmetros de controle variassem mais de 2,5%. Os parâmetros utilizados foram, ao mesmo tempo, a carga de colapso e a integral J aplicada à trinca em um carga equivalente a 90% àquela de colapso.

O estudo da convergência foi realizado em geometrias com comprimentos de trinca correspondentes a 5% e 50% da espessura da placa e do tubo. Para o último, o estudo foi realizado apenas no modelo 3, relação $\frac{D}{t} = 25$, e os resultados obtidos foram extrapolados para os outros modelos. As razões para a escolha desta relação diâmetro-parede são discutidas mais adiante neste item.

Os comprimentos de trinca citados anteriormente foram escolhidos pois representavam os extremos estudados. Assim, caso certa configuração de malha se

adequasse a ambos, provavelmente seria adequada às geometrias intermediárias. O estudo foi feito primeiramente para o caso de trinca de 5%, onde diversas configurações de malha foram testadas. Em seguida, para o caso de trinca de 50%, apenas aquelas malhas mais refinadas foram levadas em consideração, com objetivo de conferir se o comportamento observado na primeira geometria se confirmava. À época da realização do estudo de convergência, não estava definida a modelagem do problema com trinca de 2,5% da espessura, porém, devido aos fatores analisados e discutidos a seguir, o estudo realizado pôde ser estendido a esta geometria.

Da Figura D.1 à Figura D.4, Apêndice D, são mostrados os resultados obtidos para diversas malhas testadas para a placa e para o tubo. Os gráficos da esquerda representam, em função do número de elementos em cada região, o estudo considerando a carga de colapso como parâmetro de controle. Nos gráficos da direita, são apresentados os resultados para o estudo da integral J aplicada como parâmetro de controle, também em função do número de elementos em cada região. Os marcadores em branco mostram todas as configurações de malha testadas, enquanto os marcadores pretos representam a malha escolhida como ótima para cada modelo. As barras transversais delimitam o limite de variação aceitável para a variável de controle, correspondente a 2,5% do resultado obtido com a malha ótima.

Como pode ser visto, para todos os modelos e geometrias, independente da região estudada, a carga de colapso manteve-se constante. Logo, devido à estabilidade apresentada para determinação da carga de colapso em geometrias mais complexas, a mesma configuração de malha definida como ótima pôde ser utilizada no caso de estrutura sem trinca e com trinca de 2,5% de sua espessura.

O estudo da malha da região 8, relativa ao corpo da placa ou do tubo, mostrou que sua influência na integral J aplicada à trinca é desprezível. Nos gráficos acima e à direita da Figura D.1 e da Figura D.3, trinca de 5% da espessura, pode-se ver que a variação dos resultados obtidos não apresenta correlação com o número de elementos na região. O mesmo comportamento ocorreu no estudo da malha da região 8 da placa e do tubo com trinca de 50% da espessura, conforme Figura D.4. Devido à recorrência do comportamento observado, o estudo não foi repetido para a placa com trinca de 50% de sua espessura.

Por outro lado, a integral J tem uma correlação forte com as malhas das regiões 1 a 7, diminuindo rapidamente com o aumento do número de elementos e estabilizando em seguida. O comportamento é observado para ambas as estruturas com trinca de 5% da espessura nos gráficos à direita da Figura D.1 e da Figura D.3, no centro e embaixo. A estabilidade do resultado com a utilização de malhas refinadas foi confirmada para as estruturas com trinca de 50% da sua espessura, como mostrado na Figura D.2 e na Figura D.4.

Para todos os modelos, a mesma configuração de malha foi considerada como ótima, trazendo resultados coerentes com malhas refinadas com menor custo computacional possível. Para facilitar a construção e replicação dos modelos, a mesma configuração de malha foi utilizada em todos os casos analisados para o tubo e para a placa. Exemplos do aspecto geral da malha para a placa e para o tubo podem ser vistos na Figura 5.36 e na Figura 5.38, apresentadas no sub-item 5.5.1.

A configuração de malha ótima é definida por 20 elementos em cada semicírculo na ponta da trinca, regiões 1 a 5, e elementos de tamanho médio 0,2mm nas regiões 6 e 7 e 1mm na região 8. Devido às mudanças de geometria, esta configuração resulta em um número diferente de elementos para cada estrutura e modelo. Na Tabela 5.2 e na Tabela 5.3, pode ser visto, respectivamente para a placa e para o tubo, o número de elementos compondo a malha para cada um dos modelos estudados.

Tabela 5.2 – Número de elementos utilizados nas diferentes geometrias de placa

Geometria	a/t [-]	Número de elementos			Total
		Regiões 1 a 5	Região 6 e 7	Região 8	
1	0%	N/A	N/A	586	586
2	2,5%	100	408	575	1083
3	5%	100	373	575	1048
4	10%	100	355	575	1030
5	15%	100	342	575	1017
6	20%	100	331	575	1006
7	25%	100	322	575	997
8	30%	100	315	575	990
9	35%	100	310	575	985
10	40%	100	307	575	982
11	45%	100	306	575	981
12	50%	100	307	575	982

Tabela 5.3 – Número de elementos utilizados nas diferentes geometrias e modelos de tubo

Geometria	a/t [-]	Número de elementos – Modelo 1				Número de elementos – Modelo 2				Número de elementos – Modelo 3			
		Regiões 1 a 5	Região 6 e 7	Região 8	Total	Regiões 1 a 5	Região 6 e 7	Região 8	Total	Regiões 1 a 5	Região 6 e 7	Região 8	Total
1	0%	N/A	N/A	155	155	N/A	N/A	372	372	N/A	N/A	616	616
2	2,5%	100	196	135	431	100	281	275	656	100	437	858	1395
3	5%	100	191	135	426	100	276	275	651	100	431	858	1389
4	10%	100	216	135	451	100	341	330	771	100	453	858	1411
5	15%	100	226	135	461	100	349	330	779	100	416	715	1231
6	20%	100	266	135	501	100	343	330	773	100	426	715	1241
7	25%	100	263	162	525	100	351	330	781	100	436	715	1251
8	30%	100	285	162	547	100	341	275	716	100	431	715	1246
9	35%	100	279	162	541	100	366	275	741	100	471	715	1286
10	40%	100	287	162	549	100	376	275	751	100	466	715	1281
11	45%	100	301	135	536	100	371	275	746	100	476	715	1291
12	50%	100	296	135	531	100	381	275	756	100	486	715	1301

Utilizando a malha ótima, o tempo para conclusão do trabalho realizado pelo processador *Abaqus Standard*[®] variou de acordo com cada modelo. Em linhas gerais, o tempo de processamento ficou entre 55 segundos e 620 segundos utilizando uma estação de trabalho para uso pessoal (PC). Para os trabalhos mais demorados, grande parte do tempo foi gasta nos últimos incrementos de carga, próximo ao ponto de divergência numérica.

O estudo da convergência para o tubo foi realizado apenas no modelo 3, relação $\frac{D}{t} = 25$, e os resultados obtidos foram extrapolados para os outros modelos. A diferença principal entre os modelos de tubo é o aumento das tensões compressivas na direção radial do tubo para os casos de menor relação diâmetro-parede. Estas tensões são facilmente interpretadas por elementos quadráticos de segunda ordem, utilizados neste trabalho. Sua magnitude é, ainda, muito menor do que a das tensões desenvolvidas à frente da trinca. Além disso, os três modelos possuem a mesma espessura de parede, logo o tamanho dos elementos relativo às geometrias características do problema como o comprimento de trinca e o ligamento

remanescente serão os mesmos. Para ilustrar o problema, são mostradas na Figura 5.25 as malhas ótimas obtidas para o modelo 1 e o modelo 3 do tubo com trinca de 20% da espessura. Pode-se ver que o aspecto geral da malha é muito semelhante, mesmo com a diferença de geometria. A grande variação nos números de elementos obtidos para os modelos, apresentados na Tabela 5.3, se dá pela diferença de área superficial. Visto que o tamanho médio dos elementos se mantém constante, aquele com maior área superficial será composto por uma maior quantidade de elementos.

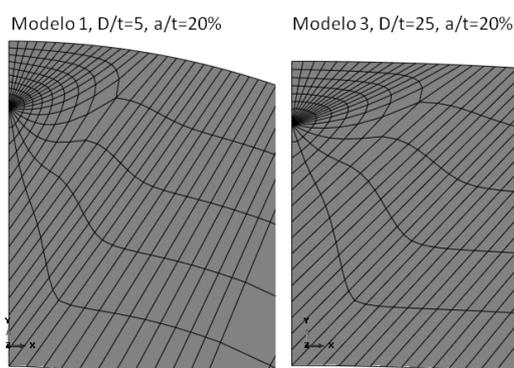


Figura 5.25 – Comparação das malhas ótimas obtidas para o modelo 1 (esquerda) e o modelo 3 (direita) do tubo, com trinca de 20% da espessura

5.5. Avaliação do colapso plástico

As curvas de carregamento aplicado à superfície livre da placa em função do deslocamento resultante para todos os modelos em elementos finitos analisados são exibidas, superpostas, na Figura 5.26. Os marcadores mostram o ponto onde houve colapso plástico. Os rótulos à sua direita definem a qual modelo de placa corresponde cada marcador. Semelhantemente, na Figura 5.27, são exibidas as curvas de pressão interna aplicada aos três modelos tubo em função do aumento do volume interno para todos os comprimentos de trinca analisados.

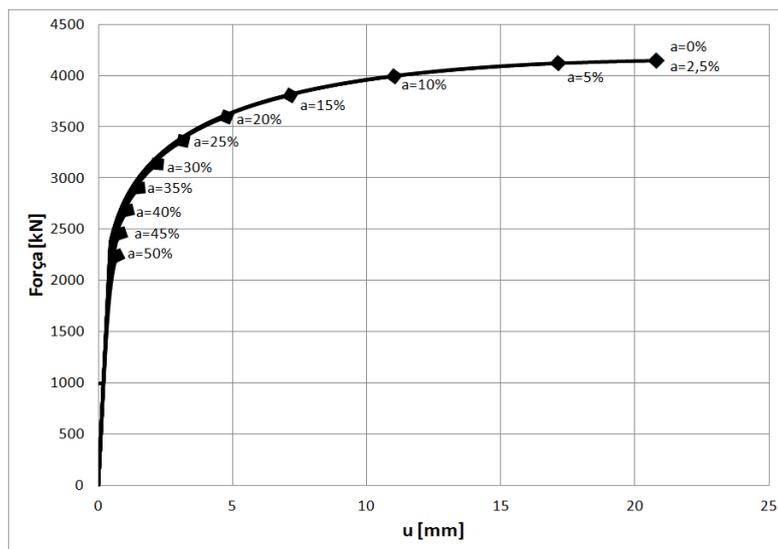


Figura 5.26 –Curvas de força aplicada à placa em função do deslocamento para cada modelo

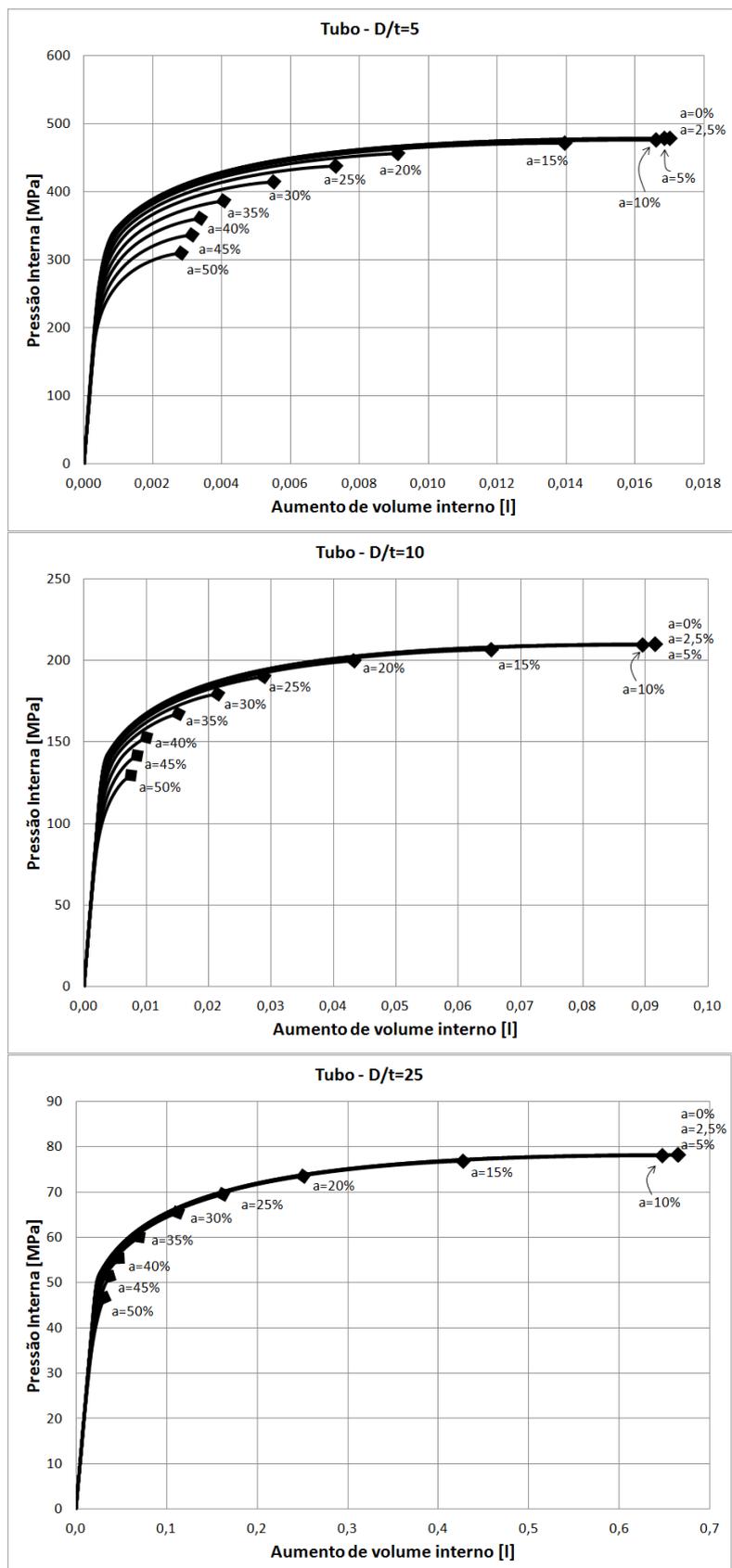


Figura 5.27 – Superposição das curvas de pressão interna aplicada ao tubo em função do deslocamento obtido para cada comprimento de trinca analisado. Em cima, modelo com razão $D/t=5$, ao meio, modelo de $D/t=10$ e, embaixo, $D/t=25$.

Concluídas as análises para cada modelo, foi possível traçar a carga necessária para atingir o colapso plástico em função do tamanho de trinca, dado em porcentagem da espessura da placa ou do tubo. Os resultados obtidos são mostrados nos gráficos da Figura 5.28 e da Figura 5.29, para a placa e para os modelos do tubo, respectivamente. Nestes mesmos gráficos, os valores de força ou pressão são mostrados em forma percentual no eixo vertical secundário, tendo como referência a carga de colapso da estrutura sem trinca.

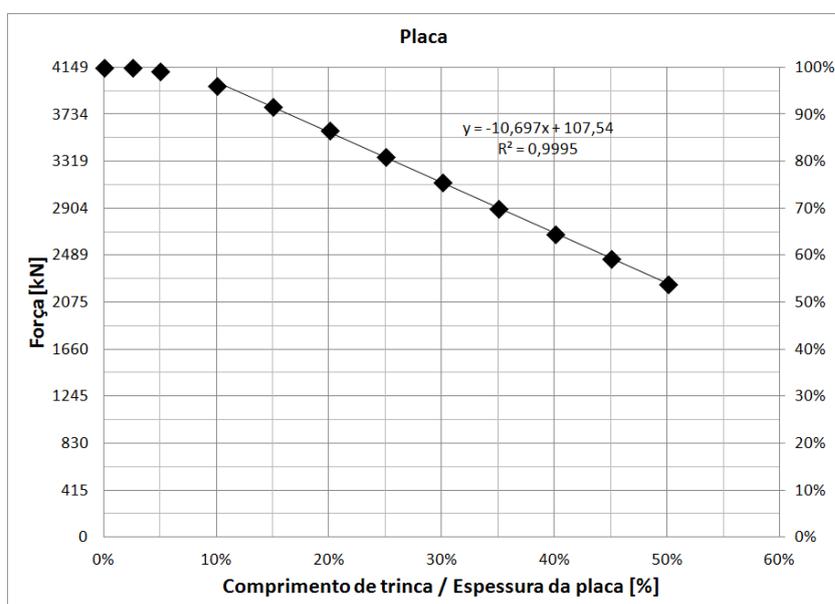


Figura 5.28 – Carga para atingir o colapso plástico em função do tamanho de trinca, dado em porcentagem da espessura da placa

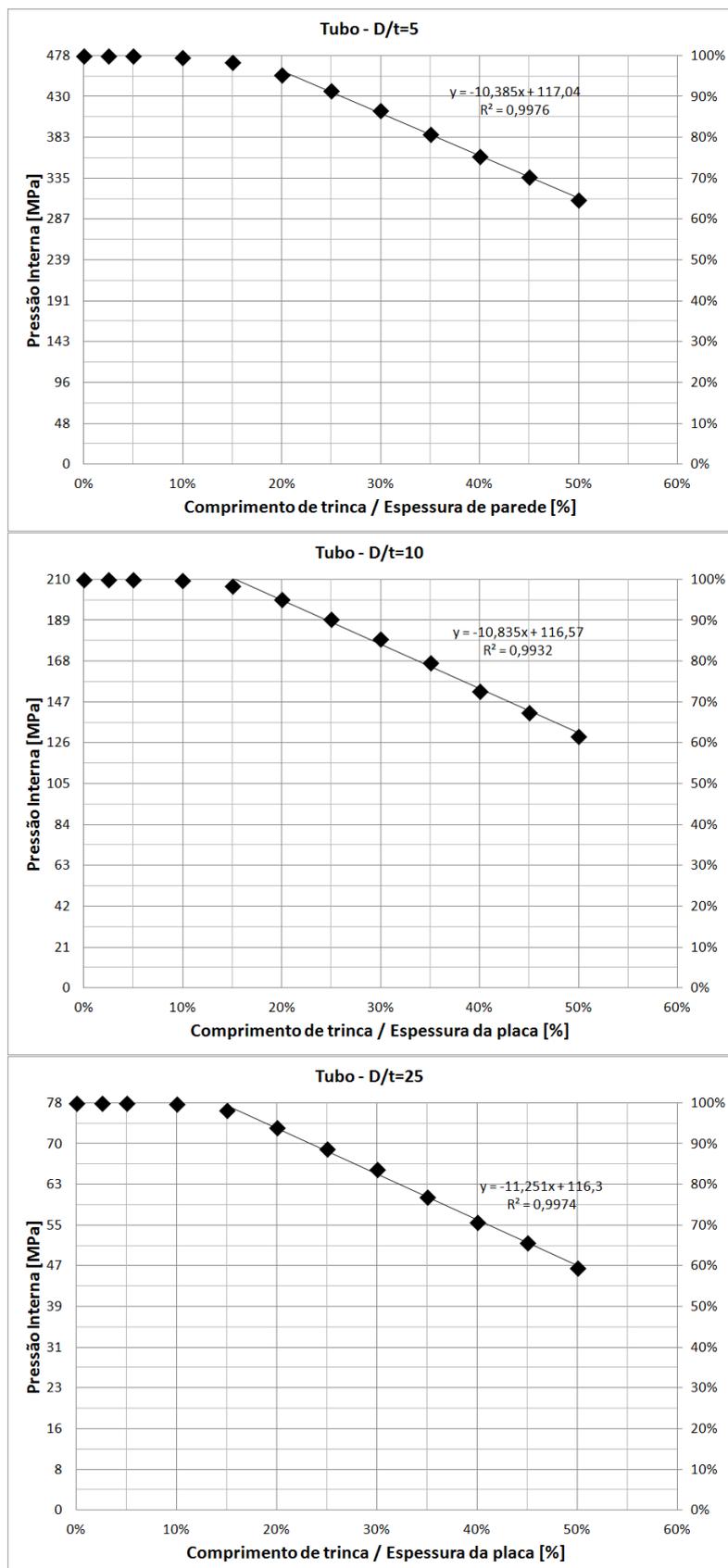


Figura 5.29 – Pressão para atingir o colapso plástico em função do tamanho de trinca, dado em porcentagem da espessura de parede do tubo. Em cima, modelo com razão $D/t=5$, ao meio, modelo de $D/t=10$ e, embaixo, $D/t=25$.

Em todos os modelos analisados, é possível observar que a carga de colapso reduziu pouco em relação à estrutura perfeita para os menores tamanhos de trinca. Por exemplo, para a placa, uma trinca de 5% da espessura causou uma redução de, aproximadamente, 2% da carga de colapso. Já para o tubo espesso, modelo 1, aproximadamente a mesma redução foi obtida para uma trinca de 15% da espessura da parede. Este comportamento havia sido observado por Klever e Stewart (1998) em uma análise pelo método dos elementos finitos de tubos com trincas radiais. O resultado obtido é reproduzido na Figura 5.30, onde os marcadores quadrados correspondem às análises via método dos elementos finitos. Segundo os autores, a restrição da deformação circunferencial evita que a pressão de colapso de um tubo com perda de parede local seja igual à de um tubo cuja parede inteira tenha a espessura da sua menor seção.

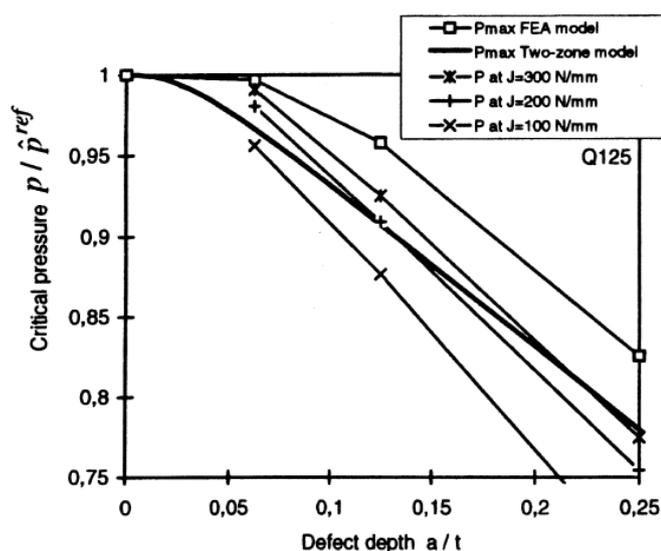


Figura 5.30 – Redução da pressão de colapso plástico em função da profundidade da trinca. Análise pelo método dos elementos finitos realizada por Klever e Stewart (1998)

Como pode ser visto no Apêndice A.2, onde é feita a derivação da carga de colapso plástico de um tubo de parede fina, a tensão circunferencial atuante no tubo aumenta, além da pressão interna aplicada, com o aumento de seu diâmetro e com a diminuição da sua espessura de parede. Quando um tubo expande, deformações radiais, diminuindo a parede, e circunferenciais, aumentando o diâmetro, têm um papel importante na definição da tensão atuante. Se a deformação circunferencial for restringida, por exemplo, por seções de grande resistência

adjacentes à seção com menor área líquida, a deformação equivalente total será menor e, portanto, menores as tensões equivalentes atuando. Logo, um tubo com uma redução de parede localizada tende a ter uma resistência à pressão interna maior do que um tubo com a mesma perda de parede, porém em todo o perímetro.

A justificativa acima não é válida, por razões claras, para os resultados encontrados para a placa. Nos problemas estudados, existem três regiões que competem pela falha pelo colapso plástico, apontadas na Figura 5.31. A região 1 é aquela à frente da trinca, onde a seção transversal é a menor possível. A região 2 está a aproximadamente 45° da seção remanescente, onde as tensões principais atingem o seu maior valor devido à presença da trinca. Já a região 3 é a seção transversal nominal da placa.

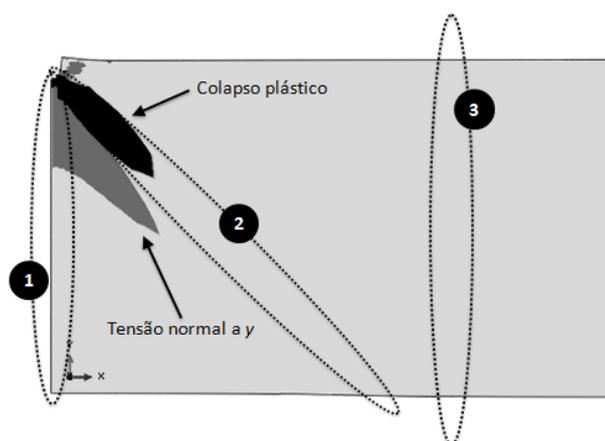


Figura 5.31 – Regiões que competem pela falha por colapso plástico na placa

A região 1, em nenhum dos problemas, foi onde o limite de resistência à tração foi atingido primeiro. Apesar de apresentar a menor seção líquida da estrutura, altas tensões de tração normais ao eixo y (σ_y) foram desenvolvidas devido à presença da trinca. Na Figura 5.31, são mostrados, em cinza escuro, os locais onde $\sigma_y > 50\text{MPa}$, sendo grande parte dentro da região 1. Conforme Equação 3.7, a tensão principal, paralela a x , precisa ser, no mínimo, 8,3% maior nestas regiões do que onde σ_y é nulo para que a tensão equivalente de von Mises atinja o limite de resistência à tração do material.

Além de suportar uma maior carga máxima, a região em cinza alivia a tensão atuante no resto da região 1, como mostrado na Figura 5.32, onde a região

em cinza escuro está sujeita a uma tensão normal ao eixo x (σ_x) no mínimo 10% menor do que a tensão σ_x mínima atuante na região em branco. As regiões em cinza claro estão sujeitas a σ_x de, no máximo, 90% da atuante na região em branco. Este problema se assemelha a um sistema de molas em paralelo com apenas um grau de liberdade, como mostrado ao centro da Figura 5.33. A rigidez de cada região, ou módulo tangencial T , conforme Equação 3.3, é definida pela tensão equivalente atuante localmente e a curva tensão-deformação do material, mostrada à direita da Figura 5.33. Sendo a tensão equivalente atuante na região superior do ligamento for menor do que na região inferior, a sua rigidez, ou módulo tangencial T_1 , é maior. Se uma carga $d\sigma_x$ é aplicada ao sistema, para obter uma mesma deformação $d\varepsilon_x$ em ambas as molas, a carga atuante na região superior deve ser, portanto, maior do que aquela atuante na região inferior, concluindo o raciocínio.

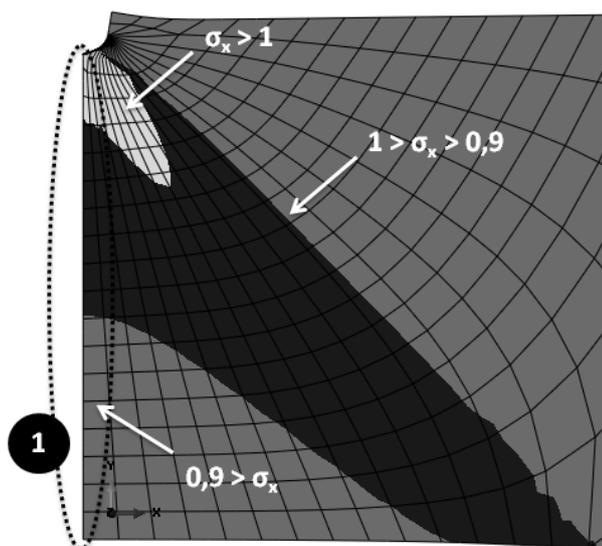


Figura 5.32 – Distribuição da tensão normal ao eixo x atuante no ligamento da trinca

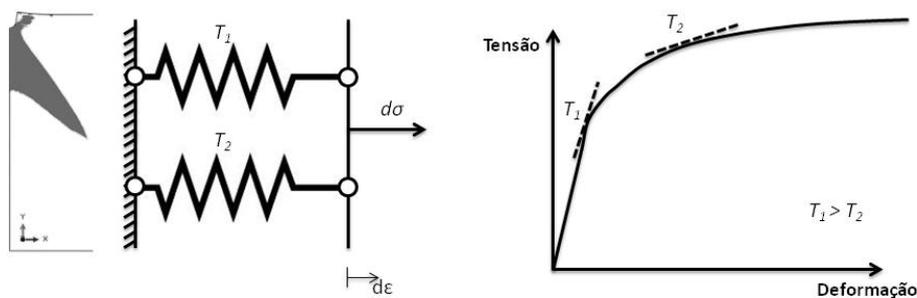


Figura 5.33 – Variação da rigidez no ligamento

O colapso plástico ocorreu, portanto, na região 2 ou na região 3 da Figura 5.31. Em comprimentos de trinca menores, a tensão necessária para colapso plástico da região 3 foi menor do que aquela para causar o colapso plástico da região 2. Logo, mesmo com a presença da trinca, a carga limite foi determinada pela seção nominal da placa. Este caso representa os primeiros pontos do gráfico da Figura 5.28, onde a carga limite é pouco influenciada pelo comprimento da trinca. Um exemplo é mostrado para a placa com trinca de 2,5% da espessura na Figura 5.34, à esquerda, onde a região em branco representa onde o colapso plástico aconteceu.

Já para comprimentos de trincas maiores, com a diminuição da seção remanescente, a carga para causar o colapso plástico da região 2 foi a que determinou a carga limite da estrutura. Os pontos que apresentam comportamento linear no gráfico da Figura 5.28, portanto dependentes do tamanho da trinca, representam a dominância da região 2. O caso é exemplificado para a placa com trinca de 10% da espessura na Figura 5.34, à direita, onde a região em cinza em branco representa onde o colapso plástico aconteceu.

Toda a análise feita para a competição das regiões para determinação do colapso plástico da placa pode ser estendida aos modelos do tubo.

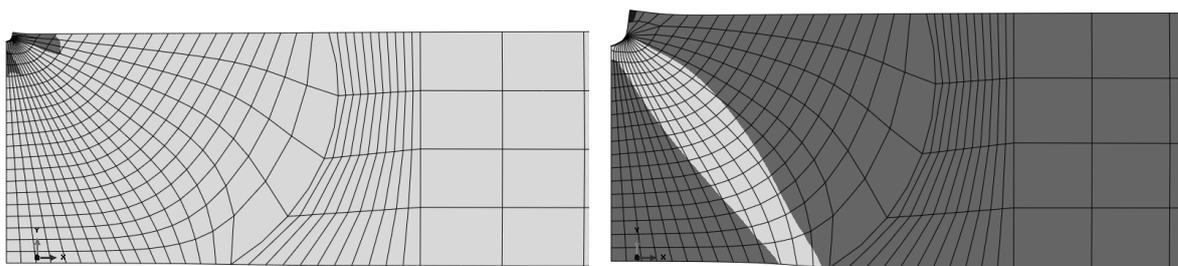


Figura 5.34 – Carga limite da estrutura dominada pela seção nominal da placa com trinca de 2,5% da espessura, à esquerda, e dominada pela trinca de 10% da espessura, à direita

5.5.1 Metodologia para determinação do colapso plástico das estruturas

A determinação do colapso de uma estrutura com defeitos pode ser feita pela carga limite local, quando a seção remanescente plastifica-se completamente, ou global, quando o deslocamento do ponto de carregamento torna-se irrestrito. A utilização da carga limite local, normativa pelo procedimento R6 antes de 2006

(British Energy Generation, 2006), mostrou-se muito conservadora, conforme discutido em alguns trabalhos nas últimas décadas (Lei, 2008; Kim, et al., 2011; Chell, 1990). Para os problemas analisados neste trabalho, definir localmente a carga limite da estrutura é, de fato, extremamente conservador. Para facilitar a visualização dos resultados, a Figura 5.26, onde são mostradas as curvas de carga aplicada à placa em função do deslocamento obtido para cada geometria, foi reeditada na Figura 5.35. As informações contidas em ambas são as mesmas, porém, na segunda, as regiões pré e pós plastificação da seção remanescente são mostradas em linha cheia e pontilhada, respectivamente. O início das curvas foi deslocado horizontalmente, a fim de evitar a sua sobreposição, e o eixo das abscissas foi apagado por conveniência. Como pode ser visto, após atingida a carga limite local, a estrutura ainda suporta grandes deformações e um grande aumento dos esforços aplicados. A carga limite local apresenta-se muito abaixo da carga máxima suportada pela estrutura, sendo a relação variada entre aproximadamente 51% e 59%, dependendo da geometria analisada.

A análise feita não é uma crítica ao procedimento R6, cujo objetivo difere deste trabalho. Enquanto um estudo teórico detalhado é necessário neste trabalho, a fim de comparar o comportamento de duas estruturas com geometrias e condições de carregamentos diferentes, a norma R6 visa à avaliação de estruturas para posterior utilização em campo. Assim, a postura conservadora torna-se adequada para o segundo caso, mas não para o primeiro. Vale ressaltar ainda que, no procedimento R6, a análise de carga limite global ou local é feita utilizando um material elástico perfeitamente-plástico (Hertelé et al., 2013). Portanto, a disparidade entre os resultados obtidos para ambas as cargas limites vista na Figura 5.35 não necessariamente se aplica aos resultados obtidos pela metodologia da norma.

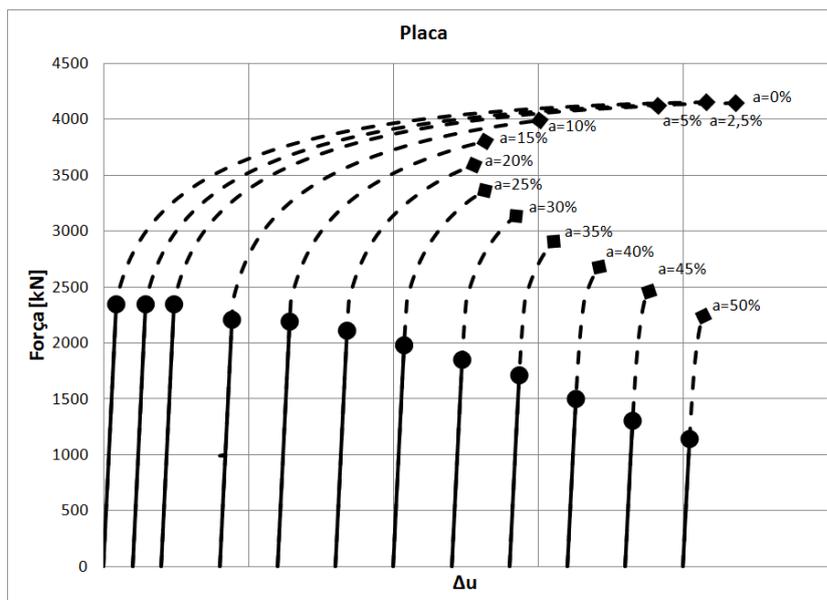


Figura 5.35 – Curvas de carga aplicada à placa em função do deslocamento obtido para cada geometria

Conforme revisão teórica do item 3.1.4, o teorema do limite superior da análise limite define que o colapso plástico acontece quando a totalidade do trabalho externo realizado na estrutura for dissipada plasticamente. Numericamente, esta relação pode ser obtida quando variação da energia dissipada plasticamente em relação ao incremento de trabalho externo realizado na estrutura $\frac{dALLPD}{dALLWK}$ tender à unidade. As variáveis *ALLPD*, energia total do sistema dissipada plasticamente, e *ALLWK*, toda a energia imposta ao sistema, estão disponíveis no arquivo de saída do *Abaqus Standard*[®].

Por outro lado, o colapso plástico pode ser definido quando a deformação imposta a uma estrutura passa a ser irrestrita para um pequeno aumento de carga, ou seja, quando $\frac{dF}{du} = 0$ ou $\frac{dP}{dV} = 0$. A primeira relação, $\frac{dF}{du}$, é o incremento de força *dF* necessário para conseguir um incremento de deslocamento *du* da superfície livre da placa, como mostrado na Figura 4.12. No caso do tubo, a relação carga-deslocamento é dada por $\frac{dP}{dV}$, incremento de pressão interna *dP* necessário para conseguir um incremento de volume interno *dV* do tubo.

Os resultados encontrados utilizando o método dos elementos finitos são vistos da Figura E.1 até a Figura E.48, Apêndice E, sendo, à esquerda, mostrados os monitoramentos do colapso pela energia e, à direita, as relações diferenciais de

carga-deslocamento. Observa-se que, em todos os modelos e geometrias analisados, os gráficos à direita e à esquerda são espelhados no eixo das ordenadas, com $\frac{dALLPD}{dALLWK} \rightarrow 1$ e $\frac{dF}{du} \rightarrow 0$ ou $\frac{dP}{dV} \rightarrow 0$ ao mesmo tempo e da mesma forma. Logo, a análise do colapso através de uma ou outra variável levará às mesmas conclusões.

As curvas do Apêndice E mostram as fases distintas por quais as estruturas passam ao longo do aumento de carregamento. A curva de $\frac{dF}{du}$ em função da carga F aplicada à placa com trinca de 35% da sua espessura, vista na Figura 5.36, serve como exemplo de todas estas fases. Nas imagens desta figura, a placa é mostrada com foco na região da trinca em diferentes etapas do carregamento, conforme apontado pelos algarismos dentro dos balões. Em cinza, são as regiões onde a plastificação já ocorreu; em branco onde o domínio ainda é elástico; e, em preto, onde a tensão equivalente de von Mises atingiu o limite de resistência à tração do material. Antes do ponto 1, a estrutura encontra-se completamente na forma elástica, exceto por regiões muito pequenas na ponta da trinca, que não influenciam seu comportamento geral. A partir do ponto 1, a estrutura começa a perder rigidez devido à ampliação das regiões no domínio plástico. Os pontos 1 e 2 definem, respectivamente, o início e o fim da plastificação da seção remanescente da trinca. A seção plástica continua a se espalhar a partir da trinca e as deformações se concentram nesta região até o salto identificado pelo ponto 3. Neste momento, a tensão nominal na placa atingiu o limite de escoamento do material. Entre os pontos 3 e 4, grandes deformações ocorrem de maneira generalizada. Por fim, no ponto 4, existe uma aceleração da perda de rigidez, que se aproxima muito rapidamente de zero, pois o limite de resistência à tração foi atingido perto da ponta da trinca e se espalha pela seção remanescente. Neste ponto, a estrutura atinge a carga máxima suportada.

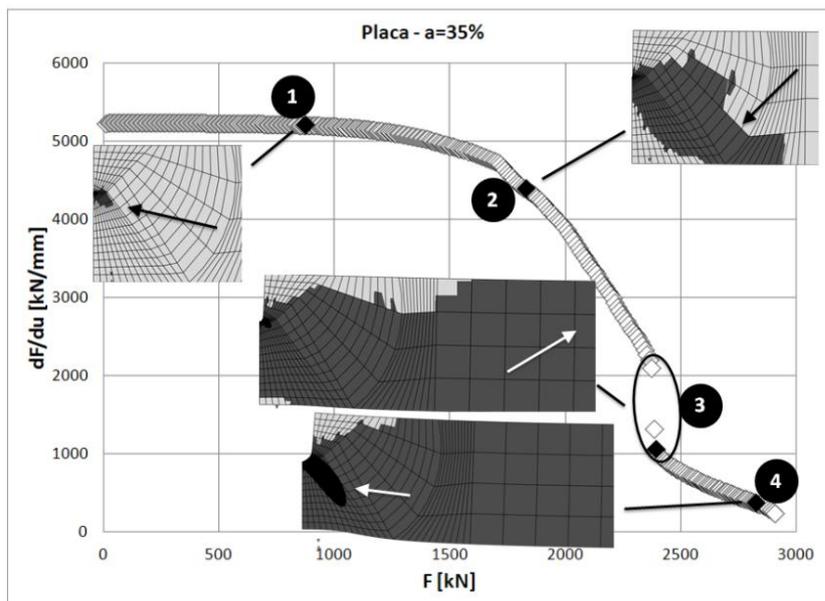


Figura 5.36 – Incremento de carga por incremento de deslocamento em função da carga aplicada à placa com trinca de 35% da espessura

O comportamento exibido pela placa com trinca de 35% da espessura foi observado nos outros modelos, exceto naquele sem trinca e cuja trinca equivale a 50% de sua espessura. Neste último, a carga necessária para atingir o limite de resistência à tração na seção remanescente foi menor do que aquela para atingir o limite de escoamento nominal da placa. Portanto, conforme Figura 5.37, a região apontada pelo número 3 define quando o limite de resistência à tração se espalha pela seção remanescente.

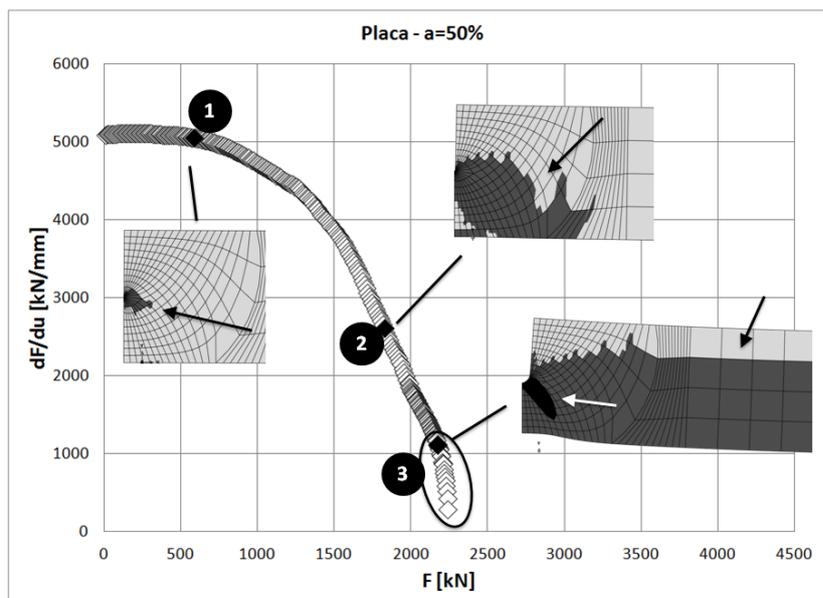


Figura 5.37 – Incremento de carga por incremento de deslocamento em função da carga aplicada à placa com trinca de 50% da espessura

Um comportamento similar ao observado na placa com trinca de 35% da espessura pôde ser visto, também, para o tubo. Duas diferenças são evidentes, no entanto. Primeiro, o salto encontrado na região 3 da Figura 5.36 não é percebido para o tubo, pois existe um avanço da fronteira plástica, do diâmetro interno em direção ao diâmetro externo. Este avanço gradual é visto entre os pontos 1 e 2 na Figura 5.38, onde a rigidez da estrutura diminui consideravelmente, porém sem descontinuidade clara. A segunda diferença é que, devido ao simultâneo acontecimento do avanço mencionado e da plastificação da seção remanescente, esta última não pode ser mostrada se forma isolada no gráfico.

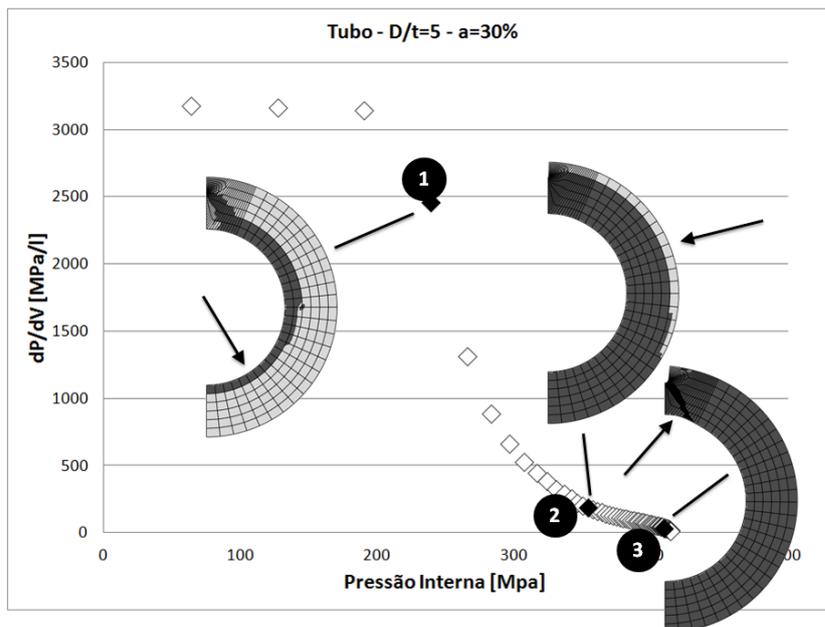


Figura 5.38 – Incremento de pressão interna por incremento de volume em função da pressão interna aplicada ao tubo, $D/t=5$, com trinca de 30% da espessura

A curva de rigidez da estrutura na iminência da instabilidade plástica se torna quase que vertical, se aproximando rapidamente de zero. O comportamento pode ser visto claramente para a placa com trinca de 50% da espessura na Figura 5.37, após o ponto 3. Outro exemplo pode ser visto no detalhe da Figura 5.39, que mostra a aproximação da instabilidade para a placa com trinca de 40% da espessura. Comportamento parecido foi observado em todos os modelos estudados e a visualização detalhada para cada um deles não será mostrada neste trabalho.

Embora o momento da instabilidade plástica não tenha sido capturado pelas simulações, a divergência numérica do processador *Standard*[®] do *Abaqus*, em todos os casos analisados, aconteceu na iminência do evento. Assim, para efeito de simplicidade de análise, a carga de colapso plástico foi definida como aquela a partir de qual a convergência numérica não foi obtida, atingindo o incremento de passo mínimo determinado e, por consequência, abortando o trabalho.

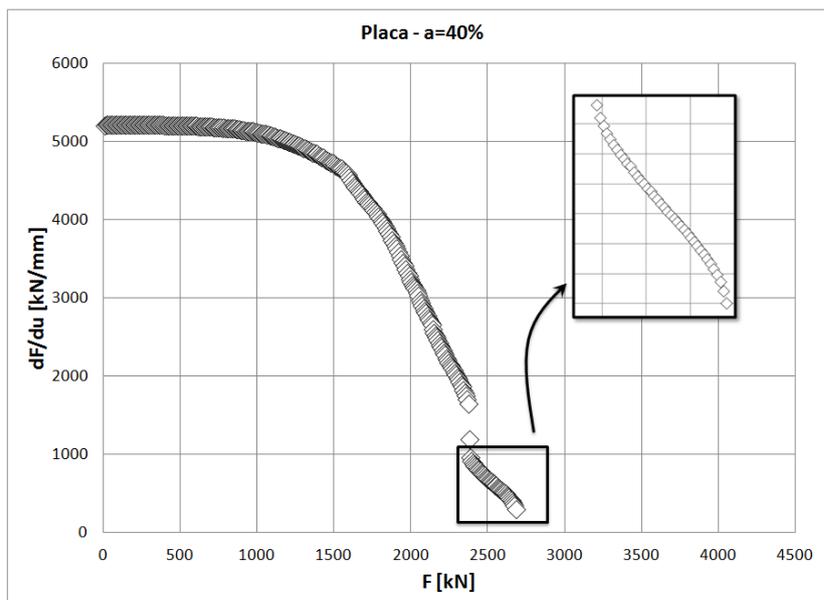


Figura 5.39 – Detalhe do momento próximo à instabilidade da placa com trinca de 40% da espessura

5.6. Avaliação da instabilidade à fratura

A integral J aplicada à trinca em função da carga imposta às estruturas foi monitorada para cada modelo. Como descrito no item 4.2.1, vinte contornos diferentes foram utilizados para obter o valor de J, considerando sua independência ao caminho. No entanto, foi utilizado para determinar o resultado de cada modelo apenas o contorno mais externo possível, sem tocar, porém, a borda da estrutura oposta à trinca na seção líquida. Como exemplo do comportamento observado, são mostrados, na Figura 5.40, os resultados obtidos para os vinte contornos no modelo de trinca correspondente a 35% da espessura da placa e, na Figura 5.41, os resultados do modelo de trinca correspondente a 50% da espessura de parede do tubo de razão $\frac{D}{t}=25$. Para o primeiro, foi utilizado o 16º contorno, composto pelos nós da malha de elementos finitos mostrados na Figura 5.42. No segundo caso, foi utilizado o 13º contorno para obter a resposta do problema.

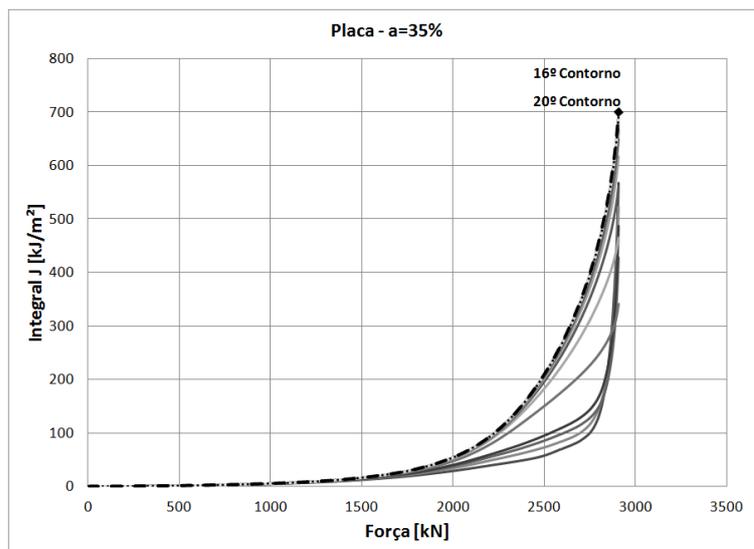


Figura 5.40 – Integral J aplicada à trinca em função da carga imposta à placa. Resposta de vinte contornos para o modelo de trinca de 35% da espessura.

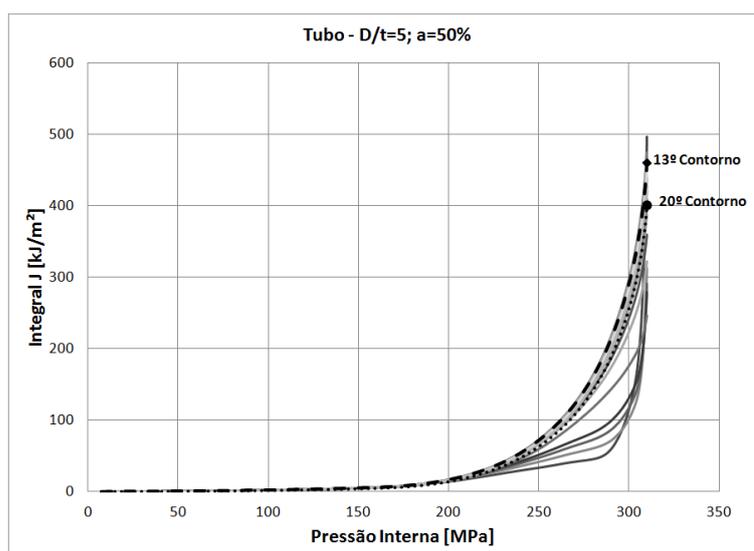


Figura 5.41 – Integral J aplicada à trinca em função da pressão imposta ao tubo. Resposta de vinte contornos para o modelo de trinca de 50% da espessura.

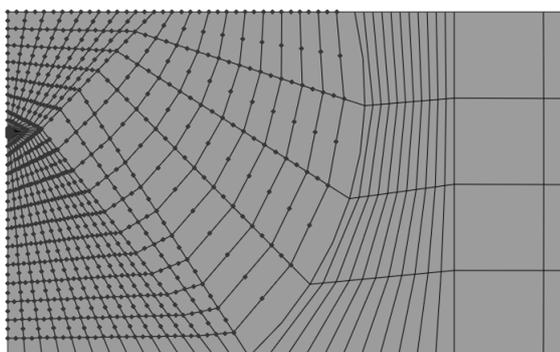


Figura 5.42 – Nós que compõem o 16º contorno do modelo de trinca de 35% da espessura da placa

Definidos os contornos a serem utilizados, foi possível obter as curvas de resposta da integral J em função da carga aplicada a cada modelo. Apenas as curvas referentes à placa são mostradas sobrepostas, como exemplo, no gráfico da Figura 5.43.

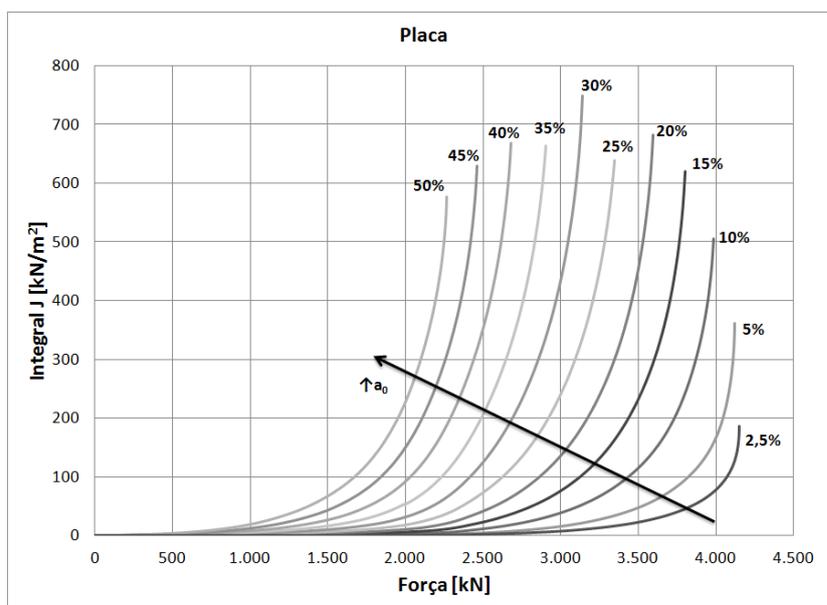


Figura 5.43 – Curvas de resposta de integral J em função da carga aplicada para cada modelo de placa

Em seguida, a relação entre a carga aplicada e a integral J resultante para cada tamanho de trinca foi invertida para exibir a resposta de integral J em função do comprimento de trinca para valores de carga constantes. A partir dos pontos obtidos, as curvas foram traçadas utilizando uma regressão polinomial de sexto grau. O resultado é mostrado para a placa nas curvas pontilhadas na Figura 5.44, sendo os rótulos à direita das curvas indicadores da carga aplicada.

Na Figura 5.44 e no gráfico da Figura 5.45, referente aos modelos do tubo, é mostrada a curva de resistência ao crescimento de trinca obtida com regressão polinomial de terceiro grau no ensaio com pré-trinca por eletroerosão, mostrada na Figura 5.10. A curva foi plotada diversas vezes em linha cheia, sendo o seu começo deslocado horizontalmente para coincidir com o comprimento inicial de trinca referente a cada modelo. O rótulo acima de cada curva refere-se ao comprimento de trinca inicial em porcentagem da espessura da placa.

Além disso, o ponto de instabilidade à fratura para cada comprimento de trinca inicial determinado seguindo a metodologia esquematizada na Figura 3.11 é mostrado pelos marcadores triangulares. Observa-se que, com os resultados obtidos numericamente, não foi possível determinar os pontos de instabilidade para os casos de trinca inicial de 45% e 50% da espessura de todos os modelos e para trinca de 2,5% no modelo 1 do tubo.

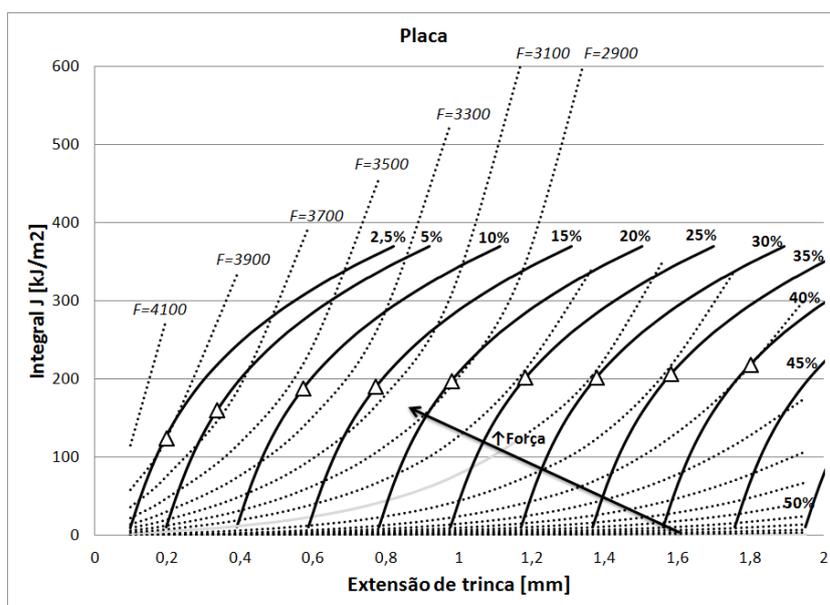


Figura 5.44 – Curvas de resposta de integral J para a placa em função do comprimento de trinca para valores de carga constantes (cinza) e curva de resistência ao crescimento de trinca obtida no ensaio por eletroerosão

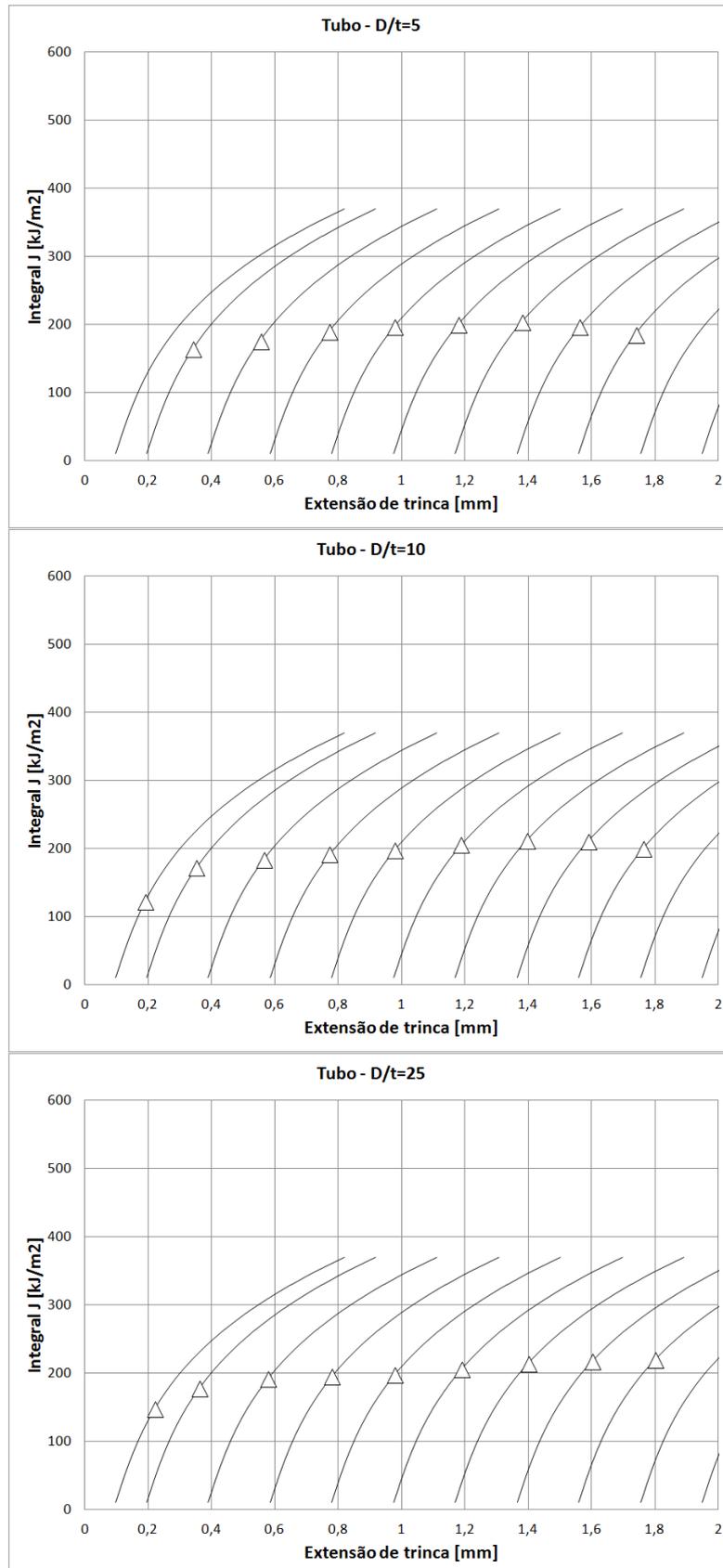


Figura 5.45 – Pontos de instabilidade à fratura para cada comprimento de trinca inicial considerando a curva de resistência ao crescimento de trinca obtida no ensaio por eletroerosão. Em cima, modelo com razão $D/t=5$, ao meio, modelo de $D/t=10$ e, embaixo, $D/t=25$.

As interseções das curvas de integral J aplicada com as curvas de resistência J_R definem os pontos de extensão estável de trinca, indicando qual será seu crescimento. O ponto de tangência define a instabilidade, bem como o crescimento prévio da trinca.

Assim, foi possível definir, para determinado comprimento de trinca inicial, qual será o seu crescimento, seja estável ou instável, dada a carga aplicada. Os resultados obtidos são mostrados no diagrama de crescimento de trinca da placa, visto na Figura 5.46, e do tubo, Figura 5.47. Os rótulos à direita de cada curva referem-se ao comprimento de trinca inicial, dado em porcentagem da espessura da placa. A linha tracejada aponta quando ocorrerá a instabilidade para cada modelo.

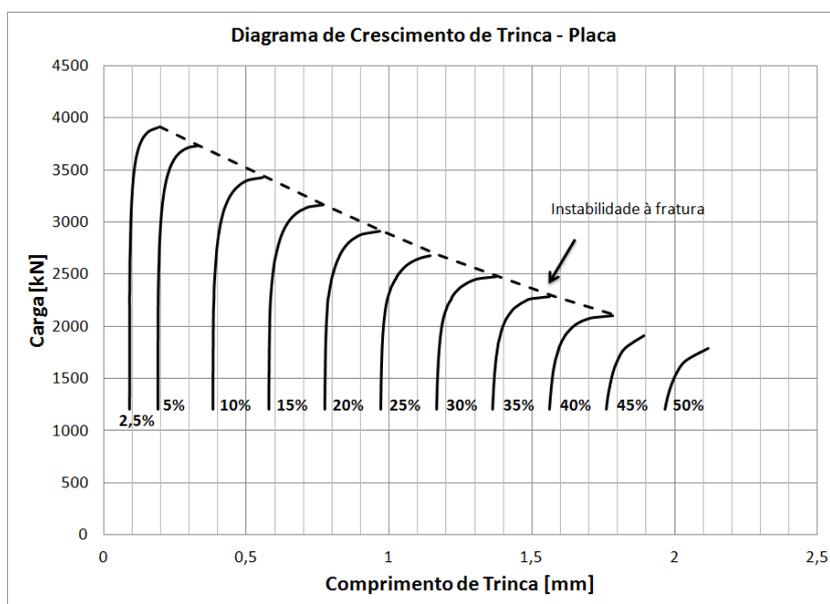


Figura 5.46 – Diagrama de crescimento de trinca da placa

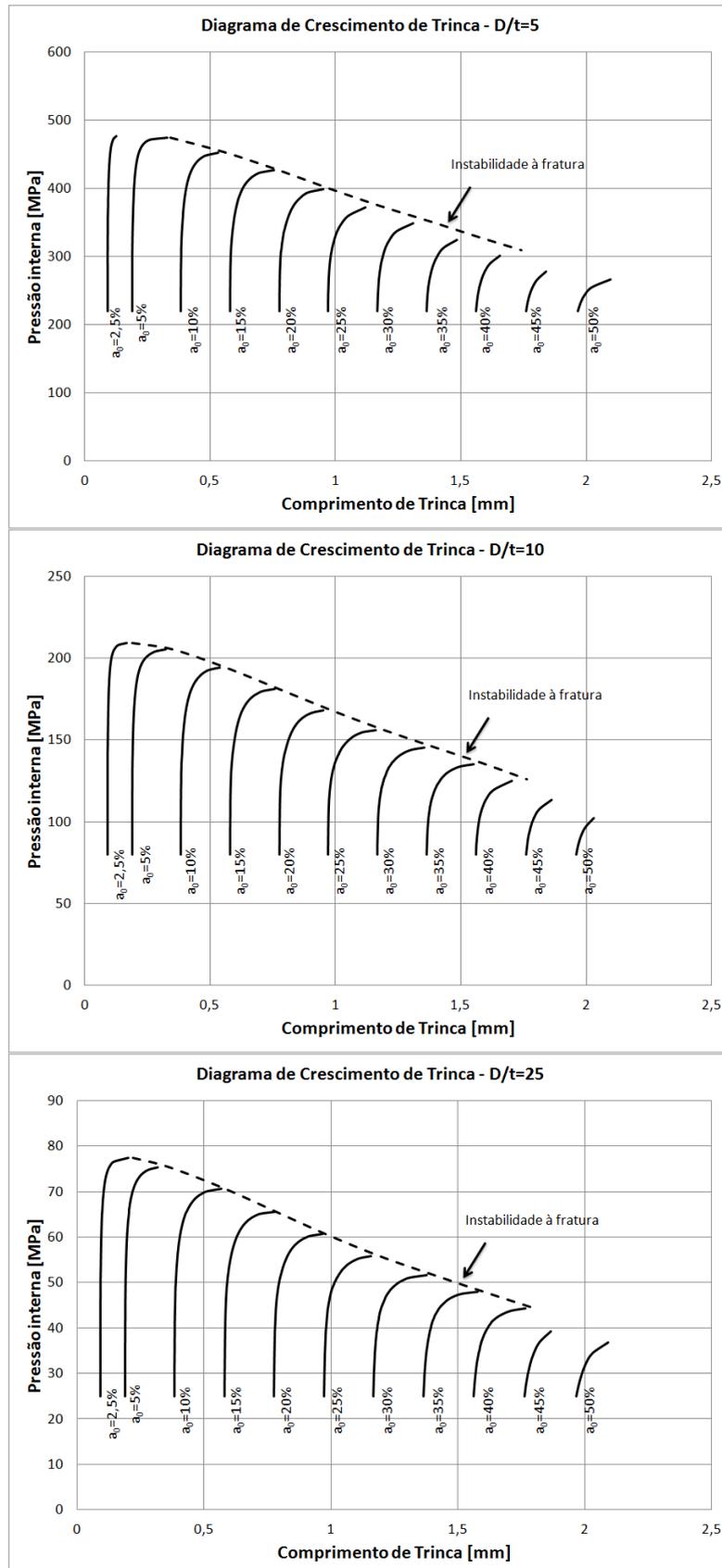


Figura 5.47 – Diagramas de crescimento de trinca do tubo. Em cima, modelo com razão $D/t=5$, ao meio, modelo de $D/t=10$ e, embaixo, $D/t=25$.

5.6.1 Metodologia para determinação da integral J aplicada à trinca

Em seu trabalho pioneiro, Rice (1968) utilizou a aproximação de um material não-linear elástico, onde o caminho de carregamento e descarregamento são sempre os mesmos, conforme Figura 3.8, e existe uma relação única entre tensão e deformação, não sendo necessário utilizar a teoria incremental da plasticidade, mostrada no item 3.1.3. Esta definição possibilitou definir a energia utilizada para deformar o material como um potencial elástico, sendo, portanto, completamente reversível. Como consequência, o autor provou a independência de J com o caminho utilizado.

No entanto, com o embotamento da ponta da trinca, ocorre um significativo rearranjo das tensões atuantes (Brocks; Cornec; Scheider, 2002) e consequente mudança da direção dos caminhos de carregamento. Com esta mudança, as tensões deviatórias atuantes deixam de ser proporcionais, levando à invalidação da teoria de deformação total (Anderson, 2005), utilizada por Rice (1968). Portanto, a teoria incremental para plasticidade é requerida para uma modelagem realística do comportamento de trincas em materiais elastoplásticos (Simha et al., 2008).

Moran e Shih (1987) mostraram que a integral J avaliada em um contorno Γ pode ser vista como a taxa na qual o corpo perde energia devido ao fluxo que passa por Γ . Esse fluxo pode ser dissipado em deformações plásticas ou utilizado para quebra de ligações, estendendo a trinca (Anderson, 2005).

Para avaliar o fluxo dissipado em deformações plásticas, considera-se a integral J avaliada em dois contornos definidos dentro da região plastificada, Γ_1 e Γ_2 , resultando nos valores J_1 e J_2 , conforme Figura 5.48. Do ponto de vista termodinâmico, a dissipação plástica de energia deve ser sempre positiva. Portanto, o fluxo que passa por Γ_1 deve ser necessariamente maior do que aquele que passa por Γ_2 , visto que ocorrerá dissipação plástica entre os dois contornos, região definida pela região cinza escuro. Assim, para materiais elastoplásticos modelados pela teoria incremental da plasticidade, a integral J será dependente do caminho avaliado, aumentando à medida que o contorno se distânciava da ponta da trinca, até

atingir um valor máximo constante, chamado de J de campo distante (Brocks; Cornec; Scheider, 2002).

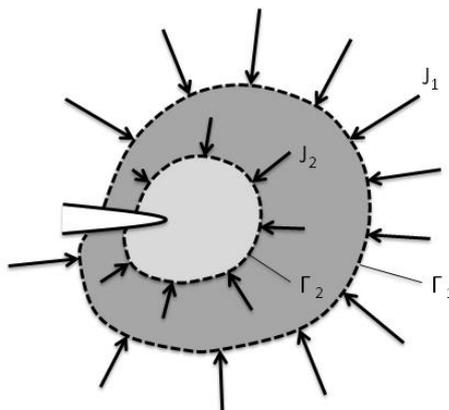


Figura 5.48 – Avaliação de integral J em dois contornos dentro da região plástica

O comportamento do valor de J com o contorno avaliado foi analisado para a placa e para o modelo 3 do tubo, mostrados, respectivamente, à esquerda e à direita da Figura 5.49. O eixo das abscissas mostra o número do contorno avaliado, onde o 1 é o mais próximo da ponta da trinca e o 20 o mais distante. O eixo das ordenadas mostra o valor de J normalizado pelo maior dos valores encontrados. O contorno utilizado para análise de cada estrutura foi o último antes de tocar a borda da estrutura oposta à trinca, sendo mostrado pelo marcador preto. Como pode ser visto, o valor da integral J cresceu até o último contorno válido, condizendo com a análise teórica precedente. Quando os contornos tocam a borda da estrutura, mostrados pelos marcadores em cinza, o vetor de trações para avaliar a integral J , Equação 3.13, passa a ser determinado pelas cargas de superfície e os resultados obtidos são suspeitos. A metodologia foi sugerida como melhor prática em relatório preparado por Brocks e Scheider (2001).

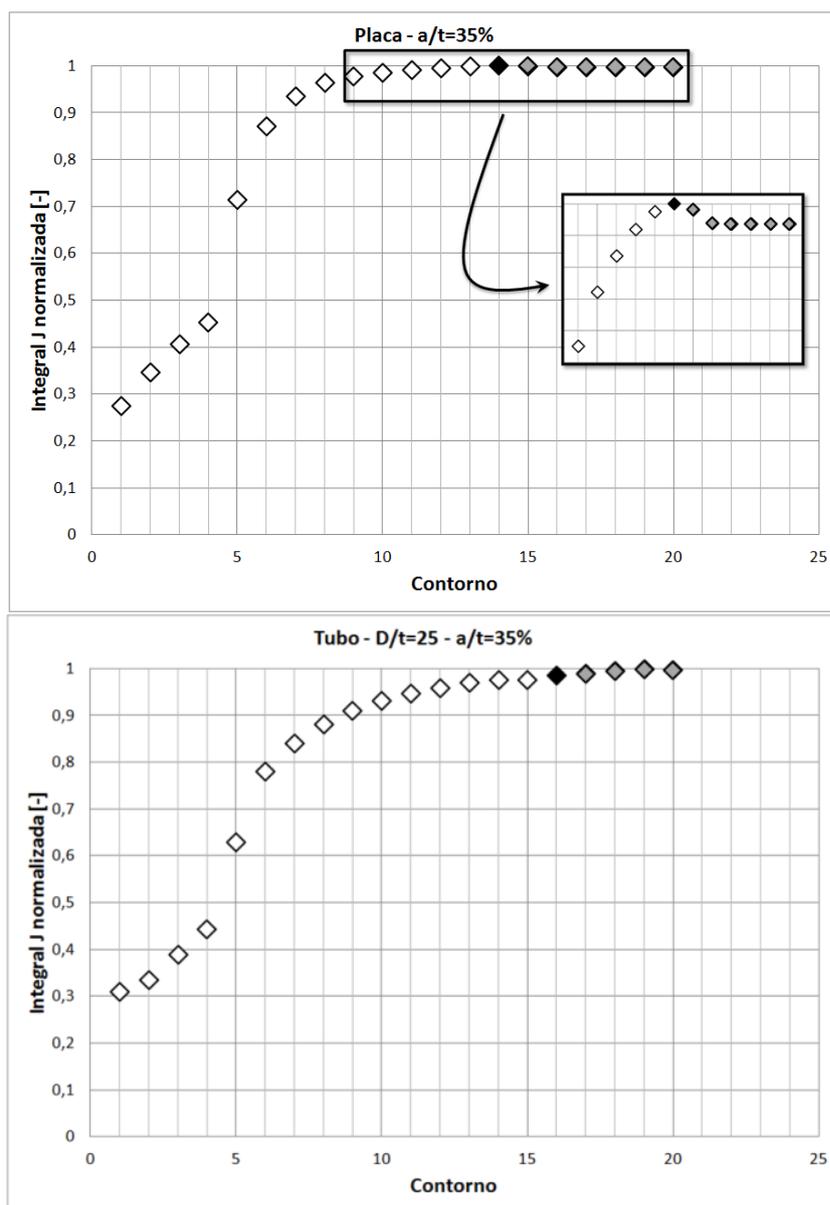


Figura 5.49 – Evolução do valor da integral J com o contorno avaliado para a placa, em cima, e para o modelo 3 do tubo, embaixo

A interpretação acima justifica a utilização do maior contorno possível para avaliação da integral J aplicada à trinca. Outros autores, no entanto, utilizaram a média dos valores obtidos com diversos contornos para avaliar J (Lei, 2007; Kim et al, 2011; Hertelé et al., 2013). Além de não ser justificado do ponto de vista teórico, todos os autores utilizaram o *software* comercial *Abaqus*[®] para os seus trabalhos. Conforme descrito no item 4.2.1, este *software* utiliza o método *vce* para o cálculo de J, onde a integral de contorno é transformada em uma integral de área. Assim, a área utilizada para cálculo de um contorno engloba as áreas de todos os contornos

contidos por ele. Fisicamente, a utilização das médias perde sentido. Não foram encontradas explicações nestes trabalhos para a escolha da metodologia.

O mesmo raciocínio feito para a trinca sujeita a embotamento pode ser aplicado para uma trinca crescente, onde o material na frente da trinca original, porém atrás da sua extensão, se descarrega elasticamente, como mostrado no esquema da Figura 5.50. Este descarregamento elástico em um material elastoplástico resulta em um trabalho irreversível, consumindo parte do fluxo de energia que passa por um contorno Γ . A dissipação de energia em uma trinca real pode, então, ser estendida para dissipação plástica à frente da trinca, pela quebra de ligações para extensão de trinca e consequente irreversibilidade devido ao descarregamento elástico do material (Anderson, 2005).

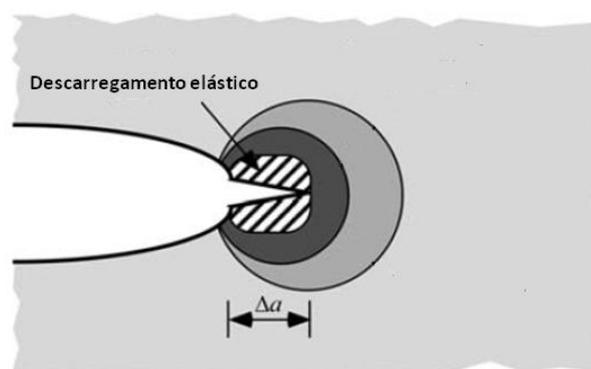


Figura 5.50 – Desenho esquemático do descarregamento elástico devido ao crescimento da trinca. Adaptado de Anderson (2005)

Toda a análise feita neste item leva a um problema maior na utilização de J para caracterização de materiais elastoplásticos. Quando uma estrutura encontra-se completamente plastificada, não é possível determinar um valor de J de campo distante, pois haverá um aumento do valor da dissipação plástica quando um contorno maior for utilizado para avaliar J . Soma-se a este problema o fato de J perder dominância com deformações de grande escala, conforme item 3.2.1 da Revisão Bibliográfica.

Os resultados obtidos para instabilidade à fratura encontrados neste trabalho encontram-se justamente em condição de plastificação completa da seção remanescente do ligamento. A Figura 5.51 é uma reedição da Figura 5.43, porém as linhas cheias representam as condições de carregamento que não plastificaram a

seção remanescente da estrutura e as linhas pontilhadas definem as condições para as quais o ligamento já se encontra completamente plastificado. Como pode ser visto, os valores de carga para instabilidade à fratura obtidos, mostrados pelos marcadores triangulares, encontram-se na região plastificada, distantes do ponto de transição entre estados. Como consequência, não foi possível obter um valor de saturação para a integral J: conforme mostrado nos dois exemplos da Figura 5.49, o valor obtido para J cresceu sem atingir um valor estável até o último contorno antes de tocar a borda. Não existe, portanto, nenhuma evidência de que este é realmente o valor de J de campo distante a ser utilizado.

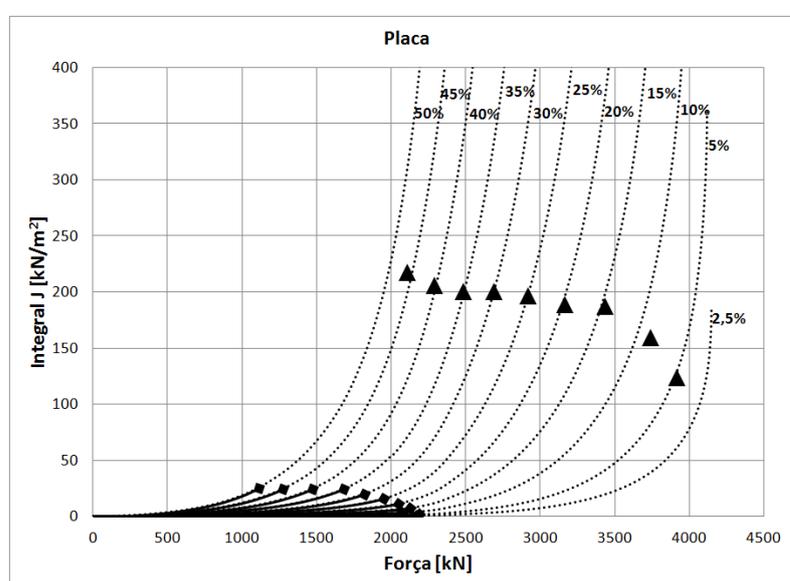


Figura 5.51 – Curva de integral J obtida para cada comprimento de trinca da placa. As linhas pontilhadas mostram as condições de seção remanescente completamente plastificada

Apesar da utilização da integral J não ser estritamente válida para condições de plastificação do ligamento, vários autores utilizaram a abordagem em trabalhos que envolveram grandes deformações da estrutura (Stewart; Klever, 1998; Kumar; German; Shih, 1981; Kim; Shim, 2005; Lei, 2004; Lei, 2007; Goodall; Webster, 2001). Como discutido por O'Dowd e Shih (1991), a tenacidade de uma estrutura pode ser significativamente aumentada quando há perda de restrição – diminuição da triaxialidade de tensões – à frente da trinca. Assim, a abordagem utilizando J considerando a completa restrição é conservadora (Stewart; Klever, 1998). A justificativa é plausível para os trabalhos citados, que visam a determinar os limites de carregamento para estruturas que serão utilizadas em campo.

Por outro lado, neste trabalho, cujo objetivo é determinar o real comportamento da estrutura, a metodologia não deve ser utilizada em condições de deformações de larga escala e para grandes crescimentos de trinca. Em trabalhos futuros, onde tal condição se mostrar presente, a utilização de outras abordagens deve ser ponderada. A utilização de um segundo parâmetro para descrever as condições da ponta da trinca foi largamente avaliado, principalmente as abordagens da tensão T e J-Q, avaliando suas restrições – triaxialidade de tensões (Anderson, 2005). No entanto, estas abordagens não são adequadas para este trabalho, pois a primeira, sendo um parâmetro elástico, não tem significado físico em condições de grandes deformações e a segunda não é aplicável para crescimento de trinca (Anderson, 2005). Modelos de zona coesiva ou de dano do contínuo talvez sejam os mais recomendados por serem capazes de capturar os fenômenos que acontecem na ponta da trinca, separando a energia dissipada em localmente, na região de separação de superfícies, e globalmente, na forma de deformações plásticas generalizadas (Brocks; Cornec; Scheider, 2002).

5.7. Determinação do mecanismo de falha

Conhecidos o comportamento do crescimento de trinca da placa e a carga de colapso para cada um de seus modelos, foi possível sobrepô-los no mesmo gráfico, como mostrado na Figura 5.52. Observa-se que, independentemente do comprimento inicial de trinca, as curvas de crescimento tocam primeiro a linha de instabilidade à fratura. Portanto, para todos os casos de placa analisados, este foi o mecanismo de falha dominante.

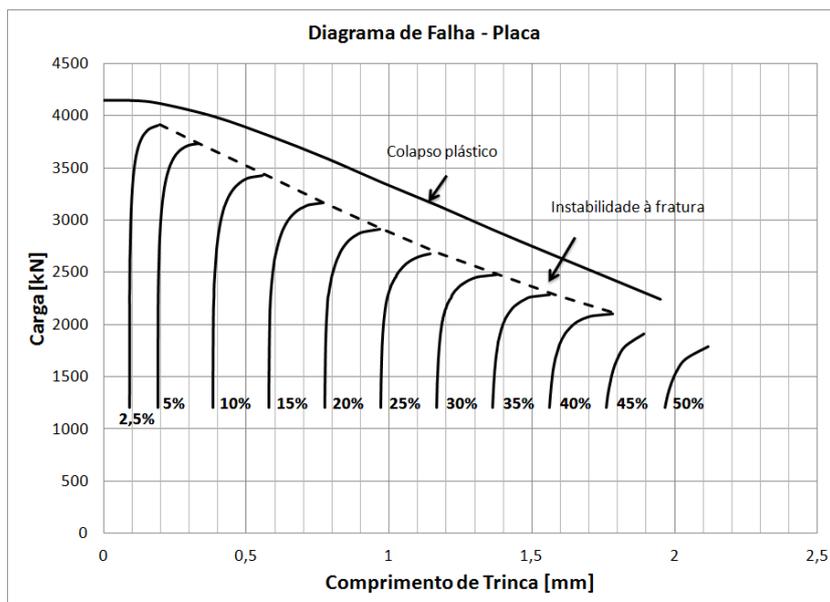


Figura 5.52 – Diagrama de falha da placa

O comportamento do crescimento de trinca do tubo e a pressão de colapso para cada comprimento de trinca foram sobrepostos no gráfico da Figura 5.53. Observa-se que, para os modelos de relação $\frac{D}{t}=10$ e $\frac{D}{t}=25$, independentemente do comprimento inicial de trinca, as curvas de crescimento tocam em primeiro lugar a linha de instabilidade à fratura. Portanto, este será o mecanismo de falha para este tubo. No modelo de $\frac{D}{t}=5$, no entanto, a curva relativa ao comprimento de trinca inicial de 2,5% irá tocar inicialmente a curva de colapso plástico, sendo este o mecanismo de falha dominante para este caso. Para os outros comprimentos de trinca, o mecanismo de falha dominante será a instabilidade à fratura.

Para comparar o modelo da placa com os modelos do tubo, os resultados obtidos para o primeiro, Figura 5.52, foram calculados como uma pressão interna equivalente em um tubo de parede fina, utilizando a Equação 3.28. O produto foi sobreposto aos gráficos da Figura 5.53, conforme mostrado na Figura 5.54, onde as linhas em vermelho representam os resultados equivalentes da placa e aquelas em preto representam os resultados dos modelos de tubo.

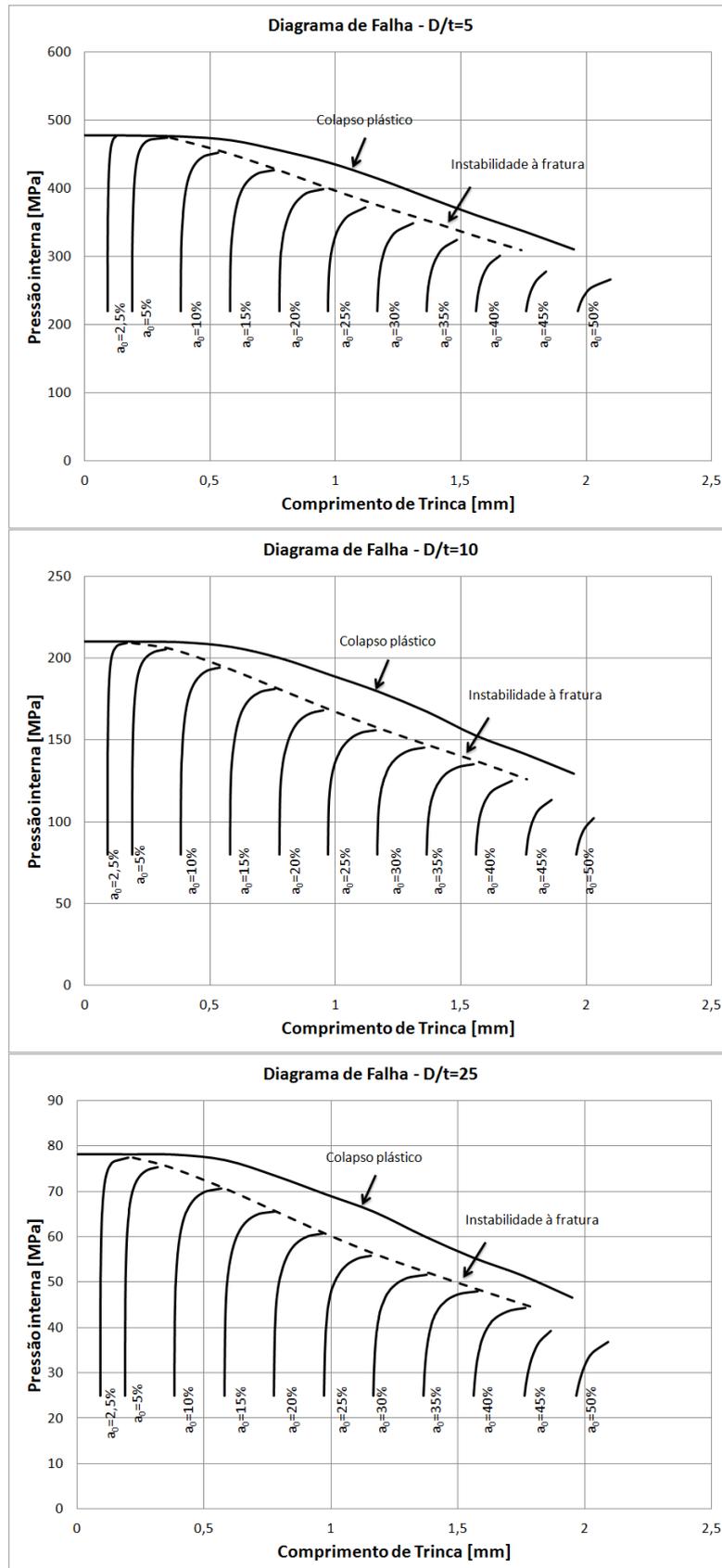


Figura 5.53 – Diagramas de falha do tubo. Em cima, modelo com razão $D/t=5$, ao meio, modelo de $D/t=10$ e, embaixo, $D/t=25$.

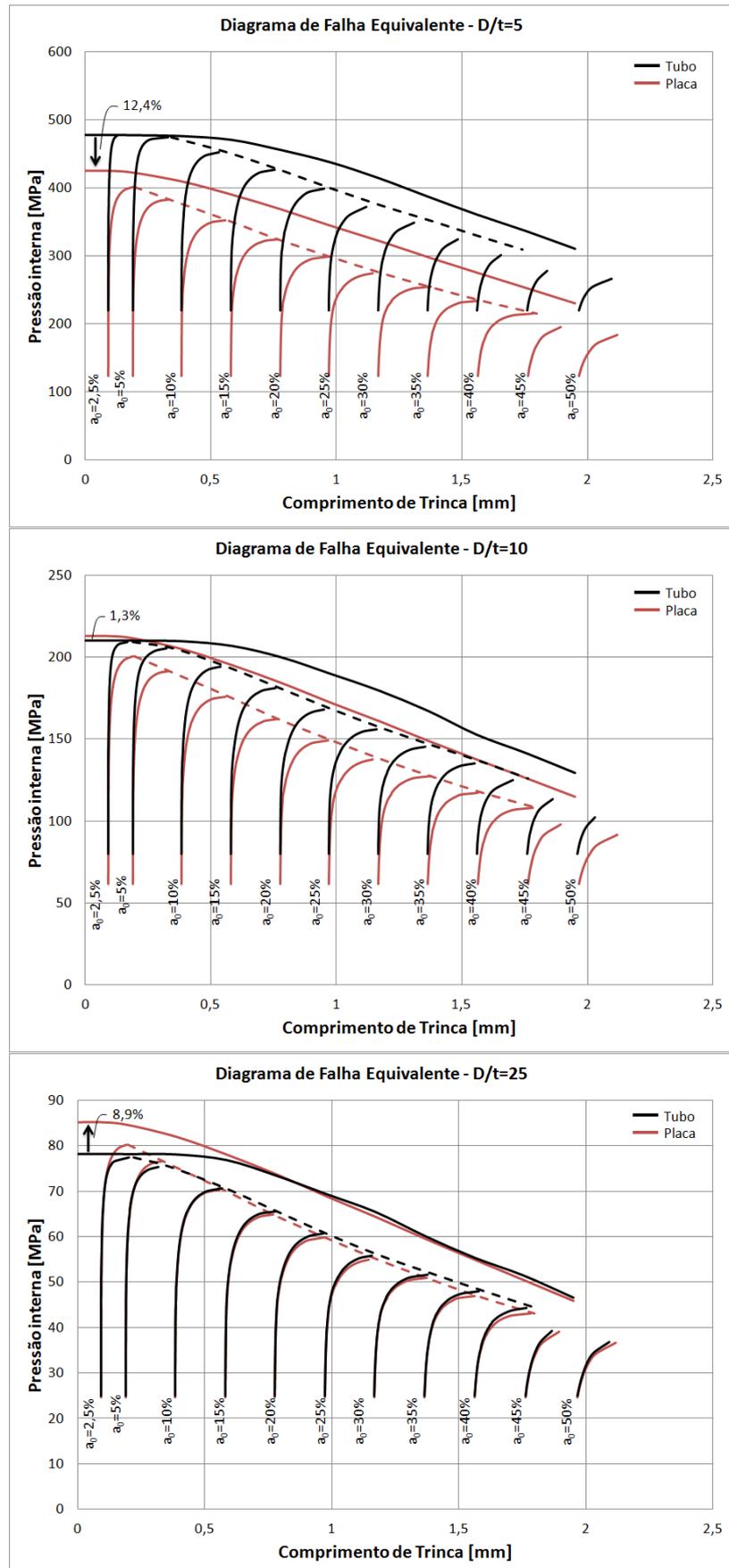


Figura 5.54 – Comparação dos diagramas de falha dos três modelos de tubo com o da placa

A partir dos gráficos, é possível ver que existe uma clara influência da relação diâmetro-espessura de parede do tubo nos resultados obtidos tanto para o colapso plástico, quanto para o crescimento de trinca e consequente instabilidade à fratura. Para um comprimento de trinca de até 5%, em nenhum dos modelos analisados, a carga de colapso plástico é influenciada pela trinca, conforme discutido no item 5.5. Nestas condições, era esperado que a pressão interna equivalente da placa fosse superior à do tubo e que esta diferença fosse controlada pela razão entre o limite de escoamento a 0,5% (Y) e de resistência do material (T), conforme Figura 3.22. Segundo a análise teórica realizada, a razão $Y/T = 0,67$ obtida para o material analisado leva a superestimar a pressão de colapso do tubo em 11,4% quando se utiliza o modelo da placa, conforme Equação 3.41. Considerando que foi utilizada a curva tensão-deformação real do material na modelagem em elementos finitos e não a curva idealizada por uma lei de potência, a comparação do colapso plástico obtido pela placa e pelo modelo 3 mostrou-se satisfatória. Por outro lado, as comparações dos modelos 1 e 2 do tubo com a placa não condizem com a análise teórica. Para o primeiro, a pressão equivalente obtido pela placa é menor do que a do tubo em 12%. Já para o segundo, a diferença ficou em apenas 1%. Esta pequena diferença provavelmente ocorreu pois a relação diâmetro-parede de 10 do modelo 2 está na transição entre os modelos de tubo considerados espessos e finos. Assim, o resultado obtido está na transição entre a subestimação da carga obtida para o modelo 1 e o comportamento esperado para modelos de parede fina, observado no modelo 3.

Ainda sob o ponto de vista do colapso plástico, outro fator que contribui para a aproximação do tubo de parede fina pela placa ocorre quando a carga limite passa a ser determinada exclusivamente pelas deformações no ligamento. Este fenômeno ocorre, conforme discutido no item 5.5, para comprimentos de trincas maiores. Pode ser observado na comparação para o modelo 3 do tubo que, a partir do comprimento de trinca de 15%, as curvas de colapso plástico se sobrepõem, com diferenças inferiores a 1%. Por outro lado, a placa não representa tão bem os outros modelos com parede mais espessa.

Para que a placa possa representar o tubo de parede fina na estimativa do colapso plástico, é necessário que o comportamento em fratura do material não influencie o comportamento final. Assim, o material deve apresentar uma resistência

ao crescimento de trinca grande o suficiente para que, mesmo sob grandes deformações, esta não se estenda e o colapso predomine.

O estudo de crescimento de trinca foi feito para um material fictício mais tenaz que o aço E, sendo a curva original utilizada obtida no ensaio com pré-trinca por eletroerosão multiplicada por 5, resultando na curva de maior tenacidade da Figura 5.55. O resultado obtido é mostrado na Figura 5.56 para mostrar de maneira esquemática uma condição onde o crescimento de trinca não ocorre antes do colapso plástico. Por conveniência, o estudo foi refeito apenas para os valores iniciais de trinca. Dessa forma, o modelo da placa poderia representar o tubo de parede fina, sobretudo para maiores valores de razão limite de escoamento-limite de resistência à tração. Conforme Figura 3.22, materiais de alta resistência utilizado na indústria do petróleo estão numa região onde a diferença obtida pelos modelos reduziriam a 5% ou menos.

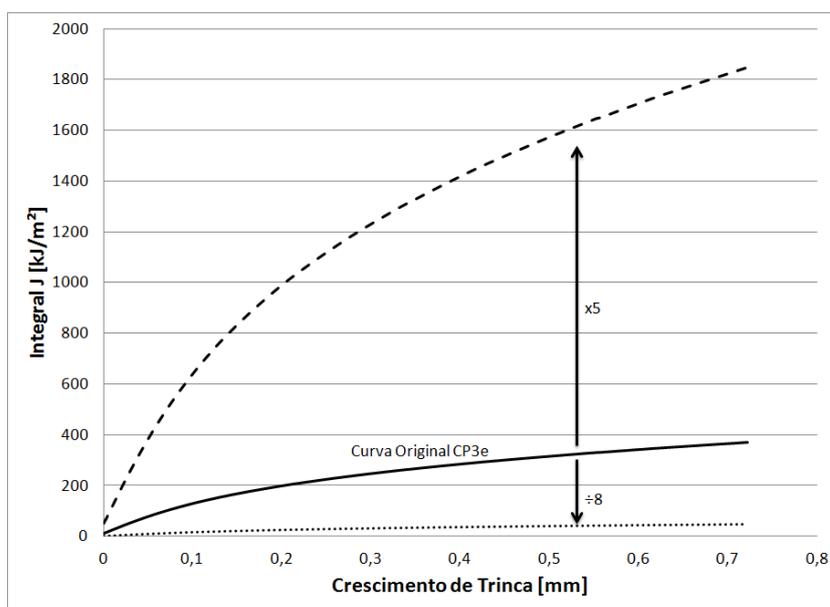


Figura 5.55 – Curvas de resistência ao crescimento trinca: original, obtida com o corpo de prova por eletroerosão, e outras com maior e menor tenacidade, equivalente à original multiplicada por 5 e dividida por 8, respectivamente

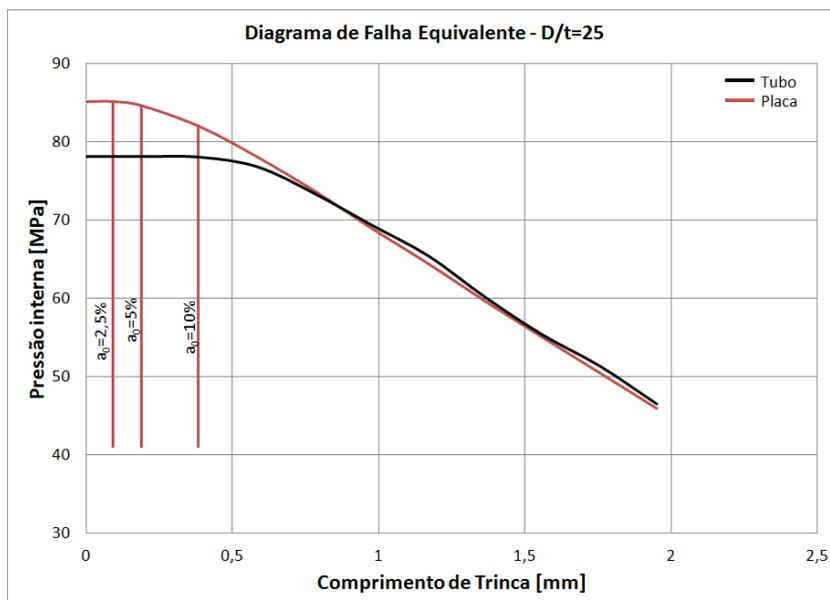


Figura 5.56 – Comparação dos diagramas de falha do modelo 3 do tubo com o da placa utilizando a curva J-R com maior tenacidade

Sob a ótica da mecânica da fratura, conforme discutido no item 5.6.1, os resultados obtidos não são estritamente válidos. No entanto, os resultados mostrados na Figura 5.54 dão uma indicativa de que a placa pode representar o tubo de parede fina. As curvas de crescimento de trinca e de instabilidade à fratura obtidas para a placa e para o modelo 3 do tubo encontram-se sobrepostas na região de maior interesse para a indústria do petróleo, isto é, com trincas de até 15% da espessura da parede. A curva da placa deixa de representar a do tubo quando a carga chega muito próximo daquela de colapso. Para os outros modelos, no entanto, as diferenças observadas são enormes, chegando a 25% no caso do modelo 1.

Para melhor sustentar a hipótese de correlação entre placa e tubo de parede fina no ponto de vista mecânica da fratura, o estudo de crescimento de trinca foi feito para um material fictício, menos tenaz que o aço E. A curva original utilizada obtida no ensaio com pré-trinca por eletroerosão foi dividida por 8, resultando na curva de menor tenacidade da Figura 5.55. Este valor foi escolhido de tal forma que a instabilidade à fratura acontecesse antes da plastificação completa da seção remanescente. Os resultados encontrados para a placa e para o modelo 3 do tubo são mostrados na Figura 5.57. Por conveniência, o estudo foi refeito apenas para os valores iniciais de trinca de interesse da indústria do petróleo, isto é, até 15% da espessura. Pode-se ver que a placa representa o modelo do tubo tanto no

crescimento da trinca quanto na carga de instabilidade, com diferença máxima de carga 1%.

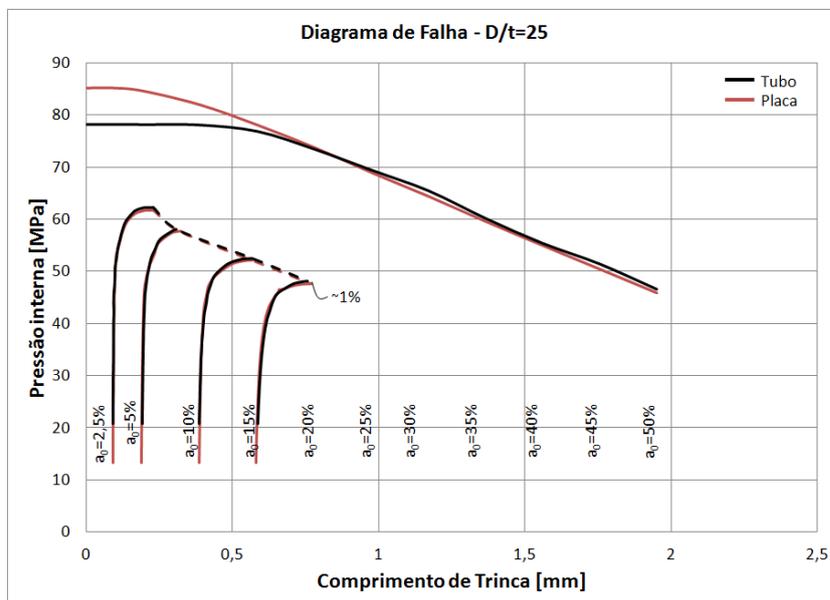


Figura 5.57 – Comparação dos diagramas de falha dos três modelos de tubo com o da placa utilizando a curva J-R com menor tenacidade

Existe, ainda, um longo caminho para determinar os limites de validade da aproximação do tubo de parede fina pela placa. Os resultados obtidos mostraram que existe um grande potencial para tubos com relação diâmetro-parede de 25, porém o mesmo não pode ser afirmado para a razão de 10. A dúvida persiste, portanto, para valores intermediários, que representam aproximadamente dois terços dos produtos da Figura 3.15. Em um próximo trabalho, sugere-se, primeiramente, estender o estudo numérico para valores dentro desta região.

O estudo poderia ser estendido de forma relativamente simples para valores de razão de limite de escoamento-limite de resistência à tração mais altos. O principal objetivo seria de determinar, com base em curvas de tensão-deformação reais, se o colapso plástico de fato pode ser mais bem caracterizado pela placa para estes materiais. Materiais de alta resistência utilizados na indústria do petróleo, como o C90, C95, T95, P110 ou Q125, aparecem como bons candidatos devido às altas razões apresentadas.

Entretanto, mesmo com a necessidade de explorar melhor os limites de legitimidade da aproximação, os bons resultados obtidos neste trabalho para a

relação $\frac{D}{t}=25$ permitem que o estudo possa passar para uma abordagem experimental para validação da modelagem mecânica. O modelo envolvendo a utilização de materiais com uma alta resistência ao crescimento de trinca ou com uma baixa resistência ao crescimento de trinca pode ser aplicado a problemas reais de engenharia.

O primeiro caso poderia ser aplicado para materiais com alta tenacidade. Estes são encontrados à disposição do mercado de óleo e gás, como indicado de forma indireta pelo gráfico da Figura 5.1, e alguns dos projetos de engenharia mais desafiadores utilizam estes tipos de aço.

O segundo caso se aplica, por exemplo, aos aços sujeitos à fragilização pelo meio, como a fragilização por hidrogênio ou por metal líquido, que impactam a curva de resistência ao crescimento de trinca do material (Anderson, 2005). Assim, dependendo do nível de fragilização, situações onde a instabilidade à fratura ocorre antes da plastificação do ligamento poderiam ocorrer. Além disso, apesar de não ser uma constante na indústria do petróleo, muitos aços de alta resistência apresentam baixa tenacidade. Anderson (2005) indica, inclusive, que estes materiais apresentam um comportamento linear elástico na fratura.

Por fim, caso se deseje estudar um material com comportamento intermediário à fratura, a análise pela mecânica da fratura perde sua validade, como discutido no item 5.6.1. São sugeridas, assim, outras abordagens como os modelos de dano do contínuo, que são, também, amplamente suportadas pelos pacotes comerciais do método dos elementos finitos disponíveis atualmente (Dassault Systèmes, 2013).

6. Conclusões

Neste trabalho, foi possível estudar o comportamento de uma placa tracionada e de três modelos de tubo pressurizados internamente, com ou sem presença de trinca. O estudo foi realizado através de modelos numéricos, utilizando o método dos elementos finitos, sendo a influência da malha minimizada por análise prévia de sensibilidade.

As teorias de plasticidade de metais e da mecânica da fratura elastoplástica foram utilizadas para definir a carga e mecanismo de falha das estruturas. Os modelos foram suportados por propriedades mecânicas em tração e de resistência à fratura obtidas de uma amostra de tubo confeccionado em condições normais de produção. Apesar dos ensaios de resistência ao crescimento de trinca terem sido invalidados segundo as práticas normativas mais respeitadas atualmente, obteve-se o aspecto geral da curva, aceitável para a abordagem preliminar proposta.

As principais conclusões deste trabalho são descritas abaixo com ajuda da matriz de conclusão, mostrada na Figura 6.1. A relação $\frac{D}{t}$ está representada no eixo das abscissas, separado em valores de até 10, entre 10 e 25 e acima de 25. Nas ordenadas, está o valor de tenacidade do material, separada qualitativamente em alta, média ou baixa, indicando que o mecanismo de falha dominante é o colapso plástico, misto ou a instabilidade à fratura, respectivamente.

A comparação dos resultados da placa e dos tubos mostrou que a primeira não representa adequadamente os tubos espessos com uma razão diâmetro externo por espessura de parede $\left(\frac{D}{t}\right)$ entre 5 e 10. Esta região é mostrada pelos quadrados vermelhos na matriz da Figura 6.1.

Por outro lado, os resultados obtidos para a placa e para o tubo de relação $\frac{D}{t} \geq 25$ sugerem que são similares, caso o colapso plástico ou a instabilidade à fratura seja totalmente dominante, mostrados pelos quadrados verdes na matriz de conclusão. Se a resistência ao crescimento de trinca for suficientemente pequena e a instabilidade à fratura dominante, as diferenças encontradas para carga de falha

da placa e do tubo de parede fina foram inferiores a 1%, para comprimentos de trinca de até 15% da espessura.

Por outro lado, se a tenacidade do material for suficientemente grande e o colapso plástico dominante, a diferença das cargas de falha depende da região onde esta ocorre primeiramente. Para comprimentos de trinca maiores do que 15%, a falha foi determinada pelo ligamento remanescente e a diferença de cargas de colapso obtidas para ambas as estruturas foi inferior a 1%. Para comprimentos de trinca inferiores a 5%, a carga de colapso foi determinada pela seção nominal da estrutura. Mostrou-se que, nestes casos, a carga limite suportada é independente do tamanho da trinca e que a diferença da placa para o tubo depende idealmente da relação limite de escoamento por limite de resistência à tração. Quanto maior o valor da relação, menor a diferença a ser obtida. Para o aço analisado, a diferença calculada analiticamente foi de 11,4%, enquanto a obtida numericamente foi de 8,9%.

Para razões $\frac{D}{t}$ intermediárias, isto é, entre 10 e 25, o estudo não foi conclusivo, mesmo que um dos mecanismos de falha seja dominante, pois não foram realizadas simulações nesta região de transição entre tubos espessos e finos. A metodologia pode ser facilmente reproduzida para estes casos, mostrados em amarelo na matriz de conclusão.

Para mecanismo de falha misto – caso do material utilizado neste trabalho, a teoria da mecânica da fratura elastoplástica perde sua validade devido à extensa plastificação ocorrida previamente à instabilidade. Portanto, não se pôde concluir sobre a adequação da aproximação e outros modelos de falha de materiais dúcteis devem ser considerados para análise da região mostrada pelos quadrados cinzas na matriz de conclusão.

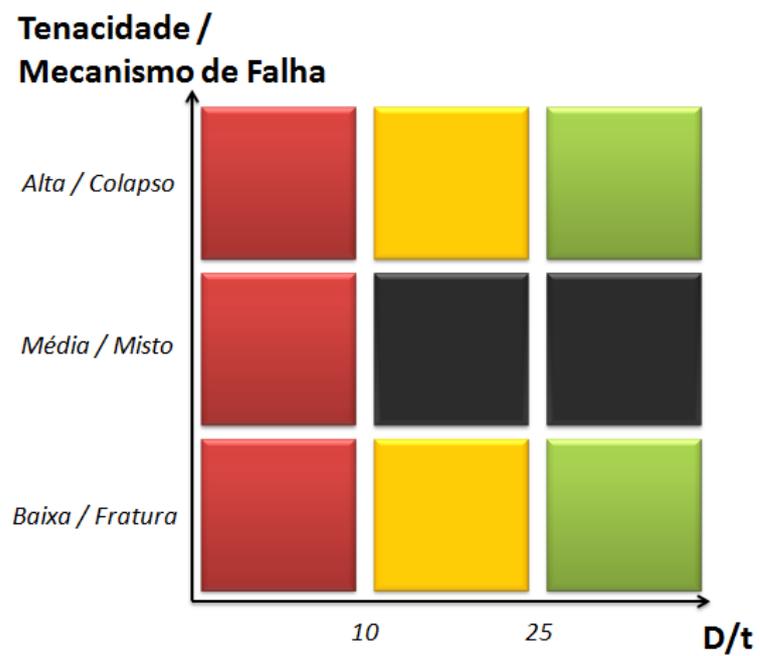


Figura 6.1 – Matriz de validade da abordagem proposta

7. Sugestões para trabalhos futuros

Os resultados obtidos para a relação $\frac{D}{t}=25$ com dominância de um dos mecanismos de falha permitem que o estudo possa passar, em uma próxima etapa, para uma abordagem experimental com objetivo de validação da modelagem mecânica. O modelo envolvendo a utilização de materiais com uma alta ou com uma baixa resistência ao crescimento de trinca pode ser aplicado a problemas reais de engenharia. O primeiro caso poderia ser aplicado para aços com alta tenacidade, comumente encontrados à disposição do mercado de óleo e gás e utilizados em alguns dos projetos de engenharia mais desafiadores. O segundo caso se aplica, por exemplo, aos aços sujeitos à fragilização pelo meio, como a fragilização por hidrogênio ou por metal líquido, que impactam a curva de resistência ao crescimento de trinca do material.

Existe, ainda, a necessidade de melhor explorar os limites de validade de utilização da placa para representar o tubo de parede fina em alguns casos previamente à realização de ensaios experimentais. Primeiro, a utilização da mecânica da fratura mostrou-se inadequada para o estudo de modo de falha misto, sendo recomendável a utilização de modelos de dano do contínuo para abordar estes casos. Segundo, não foi possível tirar conclusões sobre a adequação da utilização da placa para substituir tubos cuja relação diâmetro externo por espessura de parede encontra-se entre 10 e 25. É sugerido, portanto, reproduzir a metodologia de estudo numérico apresentada neste trabalho para estes valores intermediários.

Por fim, todo o estudo realizado foi feito considerando a trinca na superfície externa do tubo. A reprodução do trabalho para trincas presentes na superfície interna, condição mais crítica para o tubo, tornaria a aproximação do tubo pela placa mais atrativa para a indústria.

Referências

Adams, Neal. "Well Control: Procedures And Principles." In *Petroleum Engineering Handbook*, By Editor Robert F. Mitchell. 2006.

Anderson, T.L. *Fracture Mechanics: Fundamentals And Applications*. Boca Raton, 2005.

ASTM International. "A 370 – 14 - Standard Test Methods And Definitions For Mechanical Testing Of Steel Products." 2014.

—. "E 1820 – 11 - Standard Test Method For Measurement Of Fracture Toughness." 2011.

—. "E 8 – 04 - Standard Test Methods For Tension Testing Of Metallic Materials." 2004.

Bai, Yong; Bai, Qiang. *Subsea Engineering Handbook*. Oxford: Elsevier, 2010.

Bailey, R.W. "Thick-Walled Tubes And Cylinders Under High Pressure And Temperatures." *Engineering*, No. 129 (1930): 785-6;818-9.

Bland, D.R. *J. Mech. Phys. Solids*, 1956.

Bohm, G.J.; Cloud, R.I. *Pressure Vessels And Piping - Design And Analysis - A Decade Of Progress*. New York: The American Society Of Mechanical Engineers, 1972.

British Energy Generation. "R6." *Assessment Of The Integrity Of Structures Containing Defects*. 2006.

—. "R6." *Assessment Of The Integrity Of Structures Containing Defects*. 2010.

Brocks, W.; Cornec, A.; Scheider, I. *Computational Aspects Of Nonlinear Fracture Mechanics*. Gkss Forschungszentrum, 2002.

Brocks, W.; Scheider, I. *Numerical Aspects Of The Path-Dependence Of The J-Integral In Incremental Plasticity*. Gkss Forschungszentrum, 2001.

Cernocky, Paul E.; Moore, Peter W.; Cernocky, Leslie J. "Correlation Of Half-Inch Diameter Mini-Pipe Tests With Api Full-Size Tests Of Casing With Internal Pressure In H₂s Environment." *Nace International Corrosion 2007*. 2007.

Cernocky, Paul. "Overview Of Recent Three-Dimensional, Small-Scale, Mini-Pipe Testing Of Carbon Steel Well Tubulars With Internal Pressure, Axial Load, And Internal/External H₂s Exposure." *Nace International Corrosion*. 2007.

Chakrabarty, J. *Theory Of Plasticity*. Third Edition. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2006.

Chell, G.G.. "Application Of The Cegb Failure Assessment Procedure, R6, To Surface Flaws." In *Fracture Mechanics: 21st Symposium. Stp 1074.*, By Jp Gudas, Ja Joyce And Hackett Em, 525-44. Philadelphia: Astm, 1990.

Christopher, T.; Sarma, Rama B.S.V.; Potti, Govindan P.K., Rao, Nageswara B. "A Comparative Study On Failure Pressure Estimations Of Unflawed Cylindrical Vessels." *Int J Pres Ves Piping*, No. 79 (2002): 53-66.

Clegg, Joe Dunn; Klementich, Erich F. "Tubing Selection, Design, And Installation." In *Petroleum Engineering Handbook*, By Editor Robert F. Mitchell. 2006.

Dassault Systèmes. "Abaqus 6.13 Online Documentation." 2013.

Demofonti, G.; Mannucci, G.; Spinelly, C.M.; Barsanti, L.; Hillenbrand, H.G. *Large-Diameter X 100 Gas Line Pipes: Fracture Propagation Evaluation By Full-Scale Burst Test*. Europipe.

Det Norske Veritas. "Dnv Os-F101." *Submarine Pipeline Standard*. 2003.

Dieter, George E. *Mechanical Metallurgy*. Singapore: Mcgraw-Hill, 1988.

Faupel, J.H.. "Yielding And Bursting Characteristics Of Heavy Walled Cylinders." *J Appl Mech*, No. 78 (1956): 1031-64.

Goodall, I.W.; Webster, G.A. "Theoretical Determination Of Reference Stress For Partially Penetrating Flaws In Plates." *Int J Pres Ves Piping*, 2001, 78 Ed.: 687-95.

Hearn, E. J. *Mechanics Of Materials I: An Introduction To The Mechanics Of Elastic And Plastic Deformation Of Solids And Structural Materials*. Third Edition. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1997.

Hertelé, Stijn; Verstraete, Matthias; Denys, Rudi; de Waele, Wim. "Global Collapse And J Integral Analysis For Inner-Diameter Defected Curved Plates In Tension." *International Journal Of Pressure Vessels And Piping*, No. 111-112 (2013): 44-53.

Hill, R. *The Mathematical Theory Of Plasticity*. Oxford: Oxford University Press, 1950.

Hutchinson, J.W. "Fundamentals Of The Phenomenological Theory Of Nonlinear Fracture Mechanics." *J. App. Mech.*, No. 1042 (1983).

Hutchinson, J.W. "Singular Behavior At The End Of A Tensile Crack Tip In A Hardening Material." *Journal Of The Mechanics And Physics Of Solids* 16 (1968): 13-31.

Instron. "Dynacell Brochure."

—. "Fasttrack Software Jic Fracture Toughness Program Reference Manual." *M22-10019-En - Revision B*. 2003.

International Organization For Standardization. "ISO 10400." *Petroleum And Natural Gas Industries -- Equations And Calculations For The Properties Of Casing, Tubing, Drill Pipe And Line Pipe Used As Casing Or Tubing*. 2007.

—. "ISO 11960." *Petroleum And Natural Gas Industries — Steel Pipes For Use As Casing Or Tubing For Wells*. 2004.

Kachanov, L.M. *Fundamentals Of The Theory Of Plasticity*. Londres: North-Holland Publishing Company, 1971.

Kim, Nak-Hyun; Oh, Chang-Sik; Kim, Yun-Jae; Kim, Jong-Sung; Jerng, Dong Wook; Budden, Peter J. "Limit Loads And Fracture Mechanics Parameters For Thick-Walled Pipes." *International Journal Of Pressure Vessels And Piping*, No. 88 (2011): 403-14.

Kim, Yun-Jae; Shim, Do-Jun. "Relevance Of Plastic Limit Loads To Reference Stress Approach For Surface Cracked Cylinder Problems." *International Journal Of Pressure Vessels And Piping*, No. 82 (2005): 687-99.

Klever, F.J., Stewart, G.. "Analytical Burst Strength Prediction Of OCTG With And Without Defects." *Spe Applied Technology Workshop On Risk Based Design Of Well Casing And Tubing*, 1998.

Kumar, V.; German, M.D.; Shih, C.F. *An Engineering Approach For Elastic-Plastic Fracture Analysis*. Electric Power Research Institute, Inc., 1981.

Law, M.; Bowie, G. "Prediction Of Failure Strain And Burst Pressure In High Yield-To-Tensile Strength Ratio Pipeline." *International Journal Of Pressure Vessels And Piping*, No. 84 (2007): 487-92.

Lei, Y. "A Review Of Limit Load Solutions For Cylinders With Axial Cracks And Development Of New Solutions." *International Journal Of Pressure Vessels And Piping*, No. 85 (2008): 825-50.

Lei, Y. "J-Integral And Limit Load Analysis Of Semi-Elliptical Surface Cracks In Plates Under Tension." *International Journal Of Pressure Vessels And Piping*, No. 81 (2004): 21-30.

Lei, Y. "Use Of Local And Global Limit Load Solutions For Plates With Surface Cracks Under Tension." *International Journal Of Pressure Vessels And Piping*, No. 84 (2007): 545-59.

Marin, J.; Sharma, M. "Design Of A Thin Walled Cylindrical Vessel Based Upon Plastic Range And Considering Anisotropy." *Weld Res Coun Bullet*, 1958: 40.

Menon, E. Shashi. *Gas Pipeline Hydraulics*. Boca Raton: Taylor & Francis Group, Llc, 2005.

Mitchell, R. F. "Casing Design." In *Petroleum Engineering Handbook*, By Editor Robert F. Mitchell. 2006.

Moore, P. W.; Maldonado, J. G. "Spe 97578 - Review Of The Recent Api Prac Project Attempt To Evaluate The Iso Dis 10400 Failure Assessment Diagram Through Full Scale Testing Of Pipe Containing Surface Imperfections." *Spe High Pressure / High Temperature Sour Well Design Applied Technology Workshop*. The Woodlands, 2005.

Moran, B., Shih, C.F. "A General Treatment Of Crack Tip Contour Integrals." *International Journal Of Fracture*, 1987: 295-310.

Nadai, A. *A Theory Of Flow And Fracture In Solids*. New York: Mcgraw-Hill, 1950.

O'connor, Patrick; Bucknell, Justin; Lalani, Minaz. "Offshore And Subsea Facilities." In *Petroleum Engineering Handbook*, By Editor Robert F. Mitchell. 2006.

O'dowd, N.P.; Shih, C.F.. "Family Of Crack-Tip Fields Characterized By A Triaxiality Parameter- I. Structure Of Fields." *J. Mech. Phys. Solids*, 1991: 989-1015.

Rice, J.R. "A Path Independent Integral And The Approximate Analysis Of Strain Concentration By Notches And Cracks." *Journal Of Applied Mechanics* 35 (1968): 379-386.

Rice, J.R., And G.F. Rosengren. "Plane Strain Deformation Near A Crack Tip In A Power-Law Hardening." *Journal Of The Mechanics And Physics Of Solids* 16 (1968): 1-12.

Sadd, Martin H. *Elasticity: Theory, Applications, And Numerics*. Oxford: Elsevier, 2005.

Sattari-Far, I.; Dillström, P. "Local Limit Load Solutions For Surface Cracks In Plates And Cylinders Using Finite Element Analysis." *International Journal Of Pressure Vessels And Piping*, No. 81 (2004): 57-66.

Simha, N.K.; Fischer, F.D.; Shan, G.X.; Chen, C.R.; Kolednik, O. "J-Integral And Crack Driving Force In Elastic–Plastic Materials." *Journal Of The Mechanics And Physics Of Solids*, 2008, 56 Ed.: 2876-95.

Soderberg, C.R.. "Interpretation Of Creep Tests On Tubes." *Trans Asme*, No. 63 (1941): 737-48.

Staat, M.; Vu, Duc Khoi. "Limit Analysis Of Flaws In Pressurized Pipes And Cylindrical Vessels. Part I: Axial Defects." *Engineering Fracture Mechanics*, No. 74 (2007): 431-50.

Stewart, G.; Klever, F.J. "Accounting For Flaws In The Burst Strength Of Octg." *Spe Applied Technology Workshop On Risk Based Design Of Well Casing And Tubing*. The Woodlands, 1998.

Stewart, G.; Klever, F.J. "An Analytical Model To Predict The Burst Capacity Of Pipelines." *Proceedings Of International Conference On Offshore Mechanics And Arctic Engineering*, 1994: 177-88.

Svensson, N.I. "Bursting Pressure Of Cylindrical And Spherical Pressure Vessels." *J. Appl Mech*, No. 80 (1958): 89-96.

Thomas, J.E. *Fundamentos De Engenharia De Petróleo*. Edited By Petrobras. Rio De Janeiro: Ed. Interciência, 2001.

Turner, L.B. "The Stress In A Thick Hollow Cylinder Subjected To Internal Pressure." *Trans Camb Philos Soc*, No. 21 (1910): 377-96.

Vallourec & Mannesmann Tubes Do Brasil. " Catálogo Octg."

Zhu, Xian-Kui; Leis, Brian N. "Evaluation Of Burst Pressure Prediction Models For Line Pipes." *International Journal Of Pressure Vessels*, No. 89 (2012): 5-97.

Zhu, X.K.; Leis, BN. "Strength Criteria And Analytical Predictions Of Failure Pressure Of Line Pipes." *International Journal Of Offshore And Polar Engineering*, No. 14 (2004): 125-31.

Apêndice A. Análise fundamental de tubos de parede fina pressurizados internamente

A abordagem mais simples para o problema de um tubo submetido a uma pressão interna é feita quando o tubo é considerado de parede fina. Neste caso, a razão $\frac{D}{t}$, onde D é o diâmetro do tubo e t sua espessura de parede é grande. A discussão deste problema será subdividida em uma análise puramente elástica, feita no item A.1, e uma análise elastoplástica, no item A.2.

A.1. Análise elástica – Equação de Barlow

A análise básica de um tubo de parede fina submetido a tensões elásticas é conhecida como análise de Barlow (Menon, 2005), onde razão $\frac{D}{t}$ é relativamente grande. Com essa premissa, assume-se que as tensões radiais são nulas ($\sigma_R \approx 0$) e que as tensões tangenciais (σ_θ) e axiais (σ_z) são constantes.

A Figura A.1 representa um tubo cortado ao meio no seu sentido longitudinal. Para garantir o equilíbrio de forças do sistema, é necessário que as tensões atuantes no sentido tangencial compensem o somatório das forças devido à pressão P aplicada atuando no sentido contrário. Assim,

$$2\sigma_\theta d_z t - P D d_z = 0 \quad \text{A.1}$$

ou seja,

$$\sigma_\theta = \frac{PD}{2t} \quad \text{A.2}$$

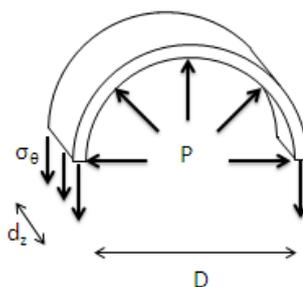


Figura A.1 – Tensões tangenciais em tubo submetido a pressão interna

Se o tubo estiver com suas pontas tampadas, a força devido à tensão axial atuante no tubo deve equivaler à força aplicada pela pressão interna nas tampas, de modo a garantir o equilíbrio do sistema. Na Figura A.2, é possível ver o tubo em vista em corte longitudinal. O somatório de forças pode ser descrito como visto na Equação A.3.

$$\sigma_z \pi D t - P \pi \frac{D^2}{4} = 0 \quad \text{A.3}$$

ou

$$\sigma_z = \frac{PD}{4t} \quad \text{A.4}$$

Caso as pontas do tubo tenham o movimento longitudinal restrito, equivalente ao estado plano de deformações, as equações constitutivas levam à determinação da tensão longitudinal. O desenvolvimento é mostrado pelas Equações A.5 a A.7.

$$E \varepsilon_z = \sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) = 0 \quad \text{A.5}$$

$$\sigma_z = \nu \sigma_\theta \quad \text{A.6}$$

Substituindo a Equação A.2 na Equação A.6,

$$\sigma_z = \nu \frac{PD}{2t} \quad \text{A.7}$$

Onde, E e ν são, respectivamente, o módulo de Young e o coeficiente de Poisson do material.

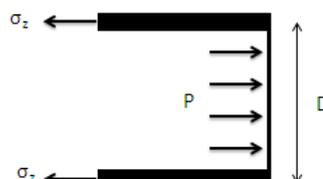


Figura A.2 – Vista do tubo em corte longitudinal

Na abordagem de Barlow, o critério de falha de Tresca é utilizado. Como a terceira tensão principal será sempre nula para os casos mostrados acima, a pressão de colapso será independente das condições de ponta. Portanto, quando a tensão tangencial atingir o limite de escoamento do material (Y), ocorrerá a plastificação das fibras internas do tubo (Menon, 2005). A falha ocorrerá, então, quando a pressão interna atingir o valor mostrado pela Equação A.8.

$$P_y = \frac{2Yt}{D} \quad \text{A.8}$$

Se, por outro lado, o critério de escoamento de von Mises for utilizado, a primeira plastificação quando a pressão interna atingir o valor mostrado pela Equação A.9 (Zhu; Leis, 2004).

$$P_y = \frac{4Yt}{\sqrt{3}D} \quad \text{A.9}$$

A.2. Análise elastoplástica

A análise elastoplástica de um tubo de parede fina submetido a uma pressão interna e um carregamento axial independente N foi feita por Chakrabarty

(2006), considerando o critério de falha de Von Mises. O autor relacionou os carregamentos radiais e axiais através do fator α , visto na Equação A.10.

$$\alpha = \frac{N}{\pi r^2 P} \quad \text{A.10}$$

Sendo $\alpha = 0$ para um tubo com as pontas fechadas apenas submetido a pressão interna.

As tensões tangenciais e longitudinais podem ser obtidas da mesma forma que no item A.1, tornando-se:

$$\sigma_{\theta} = \frac{PD}{2t} \quad \text{A.11}$$

$$\sigma_z = (1 + \alpha) \frac{pD}{4t} \quad \text{A.12}$$

Observa-se que a Equação A.12 também é válida para a condição de tubo apenas submetido à pressão interna, porém no estado plano de deformações, no regime plástico, onde as deformações plásticas são muito maiores do que as deformações elásticas. Visto que não existe qualquer carga longitudinal independente sendo aplicada, $\alpha = 0$. Neste caso, também, o material pode ser aproximadamente incompressível, logo, $\nu = 0,5$. A Equação A.7, para as condições descritas, define:

$$\sigma_z = \nu \frac{PD}{2t} = \frac{PD}{4t} \quad \text{A.13}$$

Considerando que as deformações elásticas são desprezíveis, o modelo rígido-plástico pode ser utilizado. Logo, os incrementos de deformações totais em cada direção ($d\varepsilon_r, d\varepsilon_{\theta}, d\varepsilon_z$) podem ser aproximadas apenas pelas suas respectivas deformações plásticas. Seguindo a lei de Lévy-Mises para escoamento plástico, chega-se às igualdades da Equação A.14.

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{2\sigma_\theta - \sigma_z} = \frac{d\varepsilon_z}{2\sigma_z - \sigma_\theta} = -\frac{d\varepsilon_r}{\sigma_z + \sigma_\theta} = \frac{d\bar{\varepsilon}}{2\bar{\sigma}} \quad \text{A.14}$$

Onde $d\bar{\varepsilon}$ e $\bar{\sigma}$ são, respectivamente, o incremento de deformação equivalente e a tensão equivalente.

Visto que σ_θ e σ_z são interligadas e que σ_r é nula, a tensão equivalente pode ser escrita apenas em função de uma das tensões principais, como mostrado pela Equação A.15.

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma_\theta^2 - \sigma_\theta\sigma_z + \sigma_z^2} = \frac{1}{2}\sigma_\theta\sqrt{3 + \alpha^2} \quad \text{A.15}$$

Logo, os incrementos de deformação em cada direção podem ser escritos em função do incremento de deformação equivalente, como visto na Equação A.16.

$$\begin{aligned} d\varepsilon_\theta &= \frac{(3 - \alpha)}{2\sqrt{3 + \alpha^2}} d\bar{\varepsilon} \\ d\varepsilon_r &= -\frac{(3 - \alpha)}{2\sqrt{3 + \alpha^2}} d\bar{\varepsilon} \\ d\varepsilon_z &= \frac{\alpha}{\sqrt{3 + \alpha^2}} d\bar{\varepsilon} \end{aligned} \quad \text{A.16}$$

Segundo o autor, a deformação do tubo continua até que a taxa de encruamento caia para um valor crítico. Neste instante, a energia interna dissipada em novas deformações se equivale ao trabalho realizado pelas forças externas. Assim, o tubo não suporta mais qualquer aumento de carga, chegando ao colapso. O desenvolvimento completo chega à relação mostrada pela Equação A.17 (Chakrabarty, 2006).

$$\frac{1}{\bar{\sigma}} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}} = \left(\frac{9 + \alpha^3}{3 + \alpha^2} \right) \frac{\sigma_\theta}{2\bar{\sigma}} = \frac{9 + \alpha^3}{(3 + \alpha^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{A.17}$$

Para o caso onde o comportamento do material é regido pela lei de potência mostrada pela Equação A.18, a Equação A.17 pode ser desenvolvida para o caso de pressurização interna sem carregamento axial independente, ou seja, $\alpha = 0$. O resultado encontrado pode ser visto na Equação A.19.

$$\bar{\sigma} = C \bar{\varepsilon}^n \quad \text{A.18}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{n}{\sqrt{3}} \text{ no ponto de instabilidade} \quad \text{A.19}$$

Utilizando as Equações A.15, A.18 e A.19, é possível escrever a tensão radial em função da tensão equivalente, como mostrado pela Equação A.20.

$$\sigma_{\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}} C \bar{\varepsilon}^n = \frac{2}{\sqrt{3}} C \left(\frac{n}{\sqrt{3}} \right)^n \quad \text{A.20}$$

Utilizando as Equações A.11 e A.20, é possível encontrar a pressão interna que causará a instabilidade do tubo.

$$P_{ins} = \frac{4}{3^{\frac{n+1}{2}}} C n^n \frac{t_f}{D_f} \quad \text{A.21}$$

Onde D_f e t_f são, respectivamente, o diâmetro e espessura de parede no ponto de instabilidade.

Para encontrar a relação entre as geometrias iniciais e no ponto de instabilidade, é necessário utilizar as fórmulas da Equação A.16. Para o caso em análise, onde $\alpha = 0$ é constante, a integração dessas fórmulas leva a:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\theta} &= \frac{3}{2\sqrt{3}}\bar{\varepsilon} \\ \varepsilon_r &= -\frac{3}{2\sqrt{3}}\bar{\varepsilon} \\ \varepsilon_z &= 0\end{aligned}\tag{A.22}$$

A variação da espessura de parede final t_f em relação à espessura de parede inicial t_0 pode ser definida como na Equação A.23.

$$\varepsilon_r = \ln\left(\frac{t_f}{t_0}\right)\tag{A.23}$$

Utilizando as Equações A.19, A.22 e A.23, encontra-se:

$$\frac{t_f}{t_0} = e^{-\frac{n}{2}}\tag{A.24}$$

A variação de θ leva à variação do perímetro do tubo. Visto que o perímetro é função do raio, a relação $\frac{\theta_f}{\theta_0} = \frac{D_f}{D_0}$ é válida. Portanto, análise similar à mostrada para a variação da espessura da parede pode ser feita, chegando ao resultado mostrado pela Equação A.25.

$$\frac{D_f}{D_0} = e^{\frac{n}{2}}\tag{A.25}$$

Finalmente, a pressão interna que causará a instabilidade do tubo pode ser reescrita em função da sua geometria inicial:

$$P_{ins} = \frac{4}{3^{\frac{n+1}{2}}} C n^n e^{-n} \frac{t_0}{D_0}\tag{A.26}$$

Apêndice B. Análise fundamental de tubos de parede espessa pressurizados internamente

Ao contrário da análise de tubos de parede fina, as tensões tangenciais não podem ser mais definidas como constantes ao longo da parede, quando considerados tubos de paredes espessas. Da mesma forma, as tensões radiais passam a ser relevantes para o problema, não mais podendo ser desprezadas. A discussão deste problema será subdividida em uma análise puramente elástica, feita no item B.1, e uma análise elastoplástica, no item B.2.

B.1. Análise elástica – Teoria de Lamé

A análise de tubos de parede espessa é feita em regiões centrais, longe de suas pontas, que estão tampadas, para evitar a complexa análise dessas regiões. A pressão é simetricamente aplicada na parede interna e todos os pontos em um elemento anular se deslocarão uniformemente em função de seu raio. Como consequência, tensões de cisalhamento serão nulas e as tensões axiais serão, também, tensões principais (Hearn, 1997).

Para resolução do problema, considera-se um tubo de raio interno r_i e raio externo r_o . Assim a espessura de parede é definida por $t = r_o - r_i$ e o diâmetro externo por $D = 2r_o$. O equilíbrio radial de forças em um elemento diferencial do tubo, mostrado na Figura B.1, é determinado pela Equação B.1.

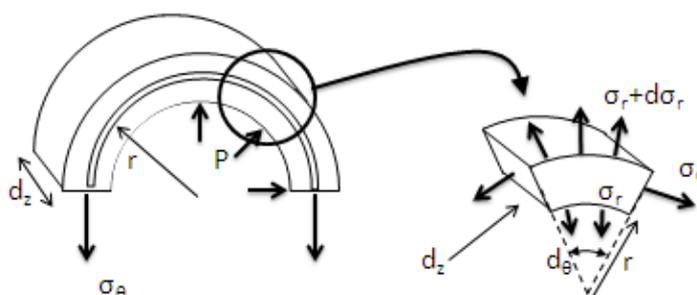


Figura B.1 – Carregamentos em um elemento diferencial de um tubo de parede espessa

$$[(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\theta dz] - [(\sigma_r)(rd\theta)dz] - 2 \left[(\sigma_\theta)(drdz) \operatorname{sen} \left(\frac{d\theta}{2} \right) \right] = 0 \quad \text{B.1}$$

Considerando que, para ângulos muito pequenos, $\operatorname{sen} \left(\frac{d\theta}{2} \right) \cong \frac{d\theta}{2}$ e removendo termos diferenciais de segunda ordem, chega-se à equação de equilíbrio do sistema, mostrada pela Equação B.2.

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} = 0 \quad \text{B.2}$$

Sendo as condições de contorno:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -P ; r = r_i \\ \sigma_r &= 0 ; r = r_o \end{aligned} \quad \text{B.3}$$

Para este problema, as tensões radiais e tangenciais são dadas por (Hearn, 1997):

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{Pr_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \left(1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right) \\ \sigma_\theta &= \frac{Pr_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \left(1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right) \end{aligned} \quad \text{B.4}$$

Assim como para o caso do tubo de parede fina, descrito no item A.1, a tensão atuante no sentido longitudinal do tubo pode ser calculada pelo equilíbrio de forças na tampa do tubo, como feito na B.5. Para tanto, o tubo é considerado longo, de tal modo que seções planas permaneçam planas, isto é, que a deformação na direção longitudinal seja constante ao longo do raio e que a tensão longitudinal seja constante ao longo da espessura da parede. O problema é ilustrado na Figura B.2.

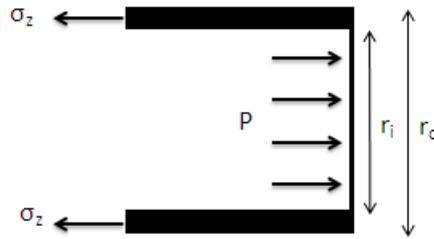


Figura B.2 – Vista do tubo de parede espessa em corte longitudinal

$$P(\pi r_i^2) - \sigma_z[(\pi r_o^2) - (\pi r_i^2)] = 0 \quad \text{B.5}$$

$$\sigma_z = \frac{Pr_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \quad \text{B.6}$$

Para um material cujo limite de escoamento em tensão ou compressão uniaxial atual Y é, o critério de Tresca define que o primeiro ponto do tubo a plastificar é determinado por:

$$Y = \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{2} = 2 \frac{Pr_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \left(\frac{r_o^2}{r^2} \right) \quad \text{B.7}$$

O maior valor da Equação B.7 ocorre para $r = r_i$. Assim, a pressão crítica P_y que levará o tubo à falha na camada interna do tubo segundo o critério de Tresca é definida pela Equação B.8.

$$P_y = \frac{Y r_o^2 - r_i^2}{2 r_o^2} = 2Y \left(\frac{t}{D} \right) \left(1 - \frac{t}{D} \right) \quad \text{B.8}$$

Caso o critério de Von Mises seja aplicado, o primeiro ponto do tubo a plastificar é determinado quando o segundo invariante do tensor de tensões deviatórias atinge o valor de $\frac{Y^2}{3}$ (Kachanov, 1971):

$$\frac{Y^2}{3} = \frac{1}{6}[(\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2] \quad \text{B.9}$$

ou,

$$Y = \sqrt{3} \frac{Pr_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \left(\frac{r_o^2}{r^2} \right) \quad \text{B.10}$$

O maior valor da Equação B.10 ocorre para $r = r_i$. Assim, a pressão crítica P_y que levará o tubo à falha na camada interna do tubo segundo o critério de Von Mises é definida pela Equação B.11.

$$P_y = \frac{4}{\sqrt{3}} Y \left(\frac{t}{D} \right) \left(1 - \frac{t}{D} \right) \quad \text{B.11}$$

B.2. Análise elastoplástica

Caso a pressão interna P aplicada ao tubo atinja e supere a pressão crítica P_y , haverá um avanço da zona plastificada, que se espalhará em direção ao raio externo. A qualquer momento, o raio que define o limite da zona plastificada é chamado de r_y , como mostrado na Figura B.3. A análise deste problema será dividida em três partes. O item B.2.1 será dedicado à análise da região do tubo que ainda se mantém elástica, enquanto o item B.2.2 tratará da região plastificada considerando um material elástico-perfeitamente plástico e o item B.2.3 levará em consideração os efeitos do encruamento. O item B.2.4 leva em consideração a presença de grandes deformações na análise elastoplástica.

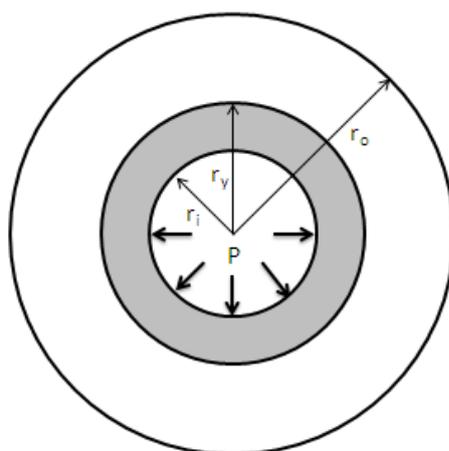


Figura B.3 – Avanço da zona plastificada em um tubo de parede espessa

B.2.1. Análise da região elástica

Sabendo que o material está carregado em seu limite de escoamento no limite $r = r_y$, a tensão radial P_{yc} no limite da zona plastificada pode ser calculada utilizando a Equação B.7, baseada no critério de Tresca, fazendo $P = P_{yc}$. O resultado é encontrado na Equação B.12.

$$P_{yc} = \frac{Y r_y^2}{2 r_o^2} \left(\frac{r_o^2}{r_y^2} - 1 \right) \quad \text{B.12}$$

A qualquer momento, as tensões radiais e tangenciais na região elástica podem ser calculadas utilizando a análise de Lamé, mostrada no item B.1. Para tal, sabe-se que a pressão aplicada na superfície externa do tubo é nula, ou seja, $\sigma_r = 0$ em $r = r_o$ e que a tensão em $r = r_y$ é igual a P_{yc} . Assim, as tensões na região elástica são dadas por (Chakrabarty, 2006):

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= \frac{Y}{2} \left(\frac{r_y^2}{r_o^2} \right) \left(1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right) \\
 \sigma_\theta &= \frac{Y}{2} \left(\frac{r_y^2}{r_o^2} \right) \left(1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right) \\
 \sigma_z &= -E\varepsilon_z + \nu Y \frac{r_y^2}{r_o^2}
 \end{aligned}
 \quad r_y \leq r \leq r_o$$

B.13

Onde,

ε_z → deformação na direção longitudinal

E → módulo de Young do material

ν → coeficiente de Poisson do material

A tensão longitudinal depende do comportamento da região plástica, mas sua derivação não é de interesse neste trabalho. Chakrabarty (2006) mostrou que o fator $E\varepsilon_z$ pode ser definido para tubos com as pontas fechadas:

$$E\varepsilon_z = \frac{(1 - 2\nu)P}{\frac{r_o^2}{r_i^2} - 1}$$

B.14

B.2.2. Análise da região plástica para um material elástico-perfeitamente plástico

Toda a região do tubo que já escoou está no regime plástico, onde os critérios de Tresca (Equação B.7) e Von Mises (Equação B.9) estão ativos. Para um material elástico-perfeitamente plástico, a tensão de escoamento Y é constante, independente das deformações aplicadas, como pode ser visto na Figura 3.3.

Para considerar o critério de Tresca, é preciso utilizar a hipótese de a tensão longitudinal ser a tensão principal intermediária em todos os pontos na região plástica. Utilizando a Equação B.7 na Equação B.2, que determina o equilíbrio de um elemento diferencial mesmo em regiões de plasticidade, é possível determinar as tensões radiais e longitudinais atuando na região plástica. Para tanto, deve-se levar em consideração a continuidade da tensão radial em $r = r_y$ (Chakrabarty, 2006):

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{Y}{2} \left[\frac{r_y^2}{r_o^2} - \ln \left(\frac{r_y^2}{r^2} \right) - 1 \right] \\ \sigma_\theta &= \frac{Y}{2} \left[\frac{r_y^2}{r_o^2} + \ln \left(\frac{r_y^2}{r^2} \right) + 1 \right] \quad r_i \leq r \leq r_y\end{aligned} \quad \text{B.15}$$

A pressão P aplicada na superfície interna do tubo pode, então, ser calculada a partir da equação da tensão radial, invertendo seu sinal e definindo $r = r_i$:

$$P^{NH} = \frac{Y}{2} \left[-\frac{r_y^2}{r_o^2} + \ln \left(\frac{r_y^2}{r_i^2} \right) + 1 \right] \quad \text{B.16}$$

Um ponto de interesse é quando toda a extensão da parede plastificar, ou seja, quando $r_y = r_o$. Utilizando a relação precedente na Equação B.16, encontra-se, então, a pressão de completa plastificação P_{plast}^{NH} do tubo:

$$P_{plast}^{NH} = Y \ln \left(\frac{r_o}{r_i} \right) = Y \ln \left[\frac{1}{1 - 2 \frac{t}{D}} \right] \quad \text{B.17}$$

O desenvolvimento para tubos de parede espessa constituídos por material elástico-perfeitamente plástico mostrado neste item não é válido para valores de $\frac{D}{t}$ muito baixos, pois a condição de σ_z ser a tensão principal intermediária seria infringida, como discutido em Chakrabarty (2006). Para um valor de coeficiente de Poisson típico ($\nu = 0,3$), o valor limitante é $\frac{D}{t} = 2,39$, para a condição de tubo fechado e $\frac{D}{t} = 2,42$, para o estado plano de deformação. Para tubos ainda mais espessos, as deformações impostas ao tubo são muito grandes, sendo, então, necessário considerar a mudança de geometria.

B.2.3. Análise da região plástica considerando os efeitos de encruamento linear

Chakrabarty (2006) expandiu a análise da região plástica do tubo de parede espessa a fim de considerar os efeitos do encruamento. É preciso, no entanto, ter cautela com os resultados obtidos, pois, segundo Kachanov (1971), as teorias de encruamento mais utilizadas não conseguem descrever completamente o comportamento de metais em situações de carregamentos complexos. Ainda, as equações destas teorias são extremamente complicadas e sua utilização para solução de problemas concretos envolve grandes dificuldades matemáticas. Então, costuma-se utilizar as equações de Prandtl-Reuss com encruamento isotrópico ou utilizar as equações da teoria das deformações com carregamento simples, onde a direção do tensor de tensões deviatórias é constante ao longo do histórico de deformações.

Em seu desenvolvimento, Chakrabarty (2006) considerou que o material era regido pelo critério de escoamento de Tresca. Este pode ser escrito como $\sigma_\theta - \sigma_r = \bar{\sigma}$, onde $\bar{\sigma}$ é a tensão de escoamento uniaxial atual do material e a tensão longitudinal σ_z é definida como tensão principal intermediária. Utilizando a teoria do escoamento plástico e encruamento isotrópico, $\bar{\sigma}$ é função apenas do trabalho plástico total, que pode ser definido pela variável independente ε_θ^p , deformação plástica na direção tangencial. Assim:

$$\sigma_\theta - \sigma_r = \bar{\sigma} = f(\varepsilon_\theta^p) \quad r_i \leq r \leq r_y \quad \text{B.18}$$

Onde $f(\varepsilon_\theta^p)$ representa a curva tensão-deformação uniaxial do material. Utilizando as equações de compatibilidade para a deformação tangencial, chega-se a:

$$\frac{\partial \varepsilon_\theta^p}{\partial r} = -\frac{2}{r} \left[\frac{\varepsilon_\theta^p + \frac{(1-\nu^2)\bar{\sigma}}{E}}{1 + \frac{(1-\nu^2)H}{E}} \right] \quad \text{B.19}$$

Onde $H = f'(\varepsilon_\theta^p)$.

A Equação B.19 pode ser utilizada para mudar a variável independente da equação de equilíbrio (Equação B.2) de r para ε_θ^p . A integração da nova equação permite calcular a pressão interna aplicada ao tubo (Bland, 1956 apud Chakrabarty, 2006).

$$P = \frac{Y}{2} \left(1 - \frac{r_y^2}{r_o^2} \right) + \frac{1}{2} \int_0^{\varepsilon_0^p} \left[\frac{1 + \frac{(1-\nu^2)H}{E}}{\varepsilon_\theta^p + \frac{(1-\nu^2)\bar{\sigma}}{E}} \right] \bar{\sigma} d\varepsilon_\theta^p \quad \text{B.20}$$

Onde Y é a tensão de escoamento uniaxial do material em estado recozido e ε_0^p é a deformação plástica circunferencial em $r = r_i$, sendo a deformação plástica circunferencial em $r = r_y$ considerada nula.

Uma solução explícita pode ser encontrada para o caso de um material elástico com encruamento linear, cujo comportamento está representado na Figura B.4 e é descrito pela Equação B.21.

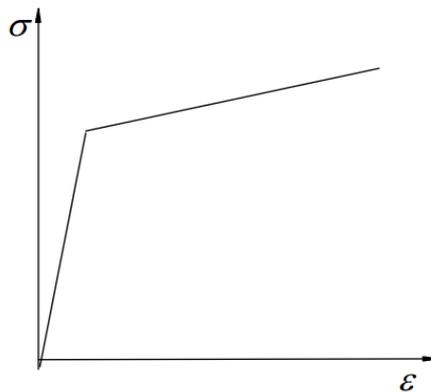


Figura B.4 – Gráfico tensão x deformação de um material elástico com encruamento linear

$$\bar{\sigma} = Y + H\varepsilon_\theta^p \quad \text{B.21}$$

Segundo Chakrabarty (2006), a pressão interna P^{LH} para este caso é determinado pela pressão do tubo cujo material era perfeitamente plástico acrescido de um valor devido ao aumento da resistência pelo encruamento. O efeito, então, é aumentar o valor das tensões atuantes na região plástica em comparação ao caso

anterior, levando a aumentos da pressão interna, sem passar por um valor de máximo.

Nota: esta solução só é válida para deformações plásticas circunferenciais nulas na superfície externa, ou seja, é limitada pela plastificação da fibra externa do tubo.

$$p^{LH} = p^{NH} + \Delta p^{LH} = p^{NH} + \frac{Y \frac{r_y^2}{r_i^2} - \ln\left(\frac{r_y^2}{r_i^2}\right) - 1}{1 + \frac{E}{H(1-\nu^2)}} \quad \text{B.22}$$

B.2.4. Determinação da pressão de colapso: análise de grandes deformações

Quando o tubo pressurizado internamente é submetido a grandes deformações, é necessário levar em conta a variação de sua geometria, uma vez que os deslocamentos da parede interna e externa serão importantes. A sua análise é consideravelmente simplificada quando o material é considerado incompressível ($\nu = 0,5$). Neste caso, a condição de tubo de ponta fechada coincide-se com a condição de estado plano de deformação, sendo a tensão longitudinal dada por:

$$\sigma_z = \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_\theta) \quad \text{B.23}$$

Se r_{i0} , r_{o0} e r_{x0} denotam, respectivamente, os valores do raio interno, externo e de uma posição qualquer e r_i , r_o e r_x os valores destes raios após deformação, a manutenção do volume do material exige que:

$$r_x^2 - r_{x0}^2 = r_i^2 - r_{i0}^2 = r_o^2 - r_{o0}^2 \quad \text{B.24}$$

Utilizando-se as aproximações acima, é possível, a partir das equações de equilíbrio, avaliar a pressão interna P necessária para expandir o raio interno até o valor r_i (Chakrabarty, 2006):

$$P = \frac{Y}{\sqrt{3}} \left(1 - \frac{r_y^2}{r_{o0}^2} \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{\sqrt{3}Y/E}^{1-r_{i0}^2/r_i^2} F \left[-\frac{1}{\sqrt{3}} \ln(1-x) \right] \frac{dx}{x} \quad \text{B.25}$$

Onde,

– F define a curva tensão-deformação uniaxial dada pela equação

$$\sigma = F(\varepsilon)$$

$$- x = \frac{r_i^2 - r_{i0}^2}{r_x^2}$$

Caso a parede do tubo seja suficientemente espessa, a instabilidade do tubo ainda quando este estiver parcialmente plástico. Como definir o seu colapso não é de interesse deste trabalho e maiores informações podem ser encontradas em Chakrabarty (2006), pg. 348.

No caso do tubo não ser suficientemente espesso, o seu colapso ocorre no ato ou após a completa plastificação da sua parede. Neste caso, o critério de escoamento deve ser utilizado para toda a sua extensão, modificando a Equação B.25, do equilíbrio, para (Chakrabarty, 2006):

$$P = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{1-r_{o0}^2/r_o^2}^{1-r_{i0}^2/r_i^2} F \left[-\frac{1}{\sqrt{3}} \ln(1-x) \right] \frac{dx}{x} \quad \text{B.26}$$

Deriva-se a Equação B.26 em relação a r_i e se define $dP/dr_i = 0$ como a condição de instabilidade. A equação pode ser reescrita de uma forma mais conveniente, como mostrado pela Equação B.27 (Chakrabarty, 2006):

$$\phi \left(\frac{r_i^2}{r_{i0}^2} - 1 \right) = \phi \left[\frac{r_{i0}^2}{r_{o0}^2} \left(\frac{r_i^2}{r_{i0}^2} - 1 \right) \right] \quad \text{B.27}$$

Sendo,

$$\phi(x) = \frac{F \left[\frac{\ln(1+x)}{\sqrt{3}} \right]}{1+x}$$

B.28

A Equação B.27 sugere que haverá valores de $A = \frac{r_i^2}{r_o^2} - 1$ e $B = \frac{r_i^2}{r_o^2} \left(\frac{r_i^2}{r_o^2} - 1 \right)$, tal que $\frac{A}{B} = \frac{r_i^2}{r_o^2}$ e que $\phi(A) = \phi(B)$, como exemplificado na Figura B.5.

Caso $A = \frac{\sqrt{3}\sigma_{y0}}{E}$, o tubo colapsará no momento em que a plastificação atingir o diâmetro externo. Se $B > A$, então, o colapso acontecerá após a completa plastificação do tubo (Chakrabarty, 2006).

Conhecendo-se A , é possível determinar o valor instantâneo de r_i e, utilizando a Equação B.24, r_o . Integrando-se numericamente a Equação B.26 com os valores obtidos anteriormente, é possível encontrar a pressão de colapso do tubo.

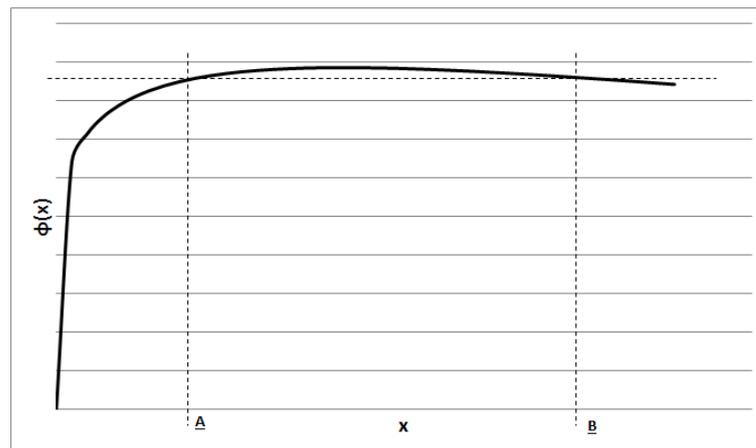


Figura B.5 – Exemplo de determinação dos fatores A e B

Apêndice C. Derivação da carga de colapso plástico de uma placa plana em estado plano de deformações

A determinação da pressão de colapso plástico de uma placa plana sob estado plano de deformações pode ser feita analiticamente considerando certas aproximações. Caso as deformações plásticas sejam muito maiores que as deformações elásticas, estas últimas podem ser consideradas desprezíveis. Se a placa for muito maior em sua largura do que em sua espessura, a consideração de estado plano de deformações pode ser feita, como para o caso mostrado na Figura C.1, onde a placa é muito maior na direção z que na direção y , ou seja, $W \gg b$.

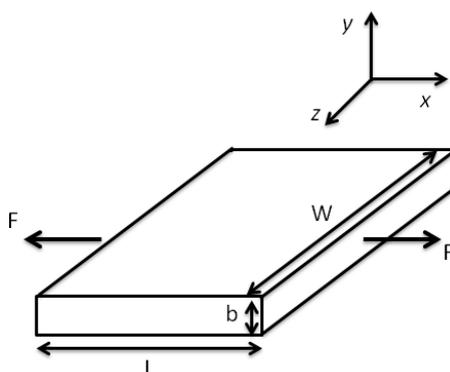


Figura C.1 – Placa plana sob estado plano de deformações

Fazendo estas considerações e definindo a força F , monotônica, aplicada em suas extremidades, como mostrado na Figura C.1, pode-se fazer a derivação analítica do problema. A tensão normal ao eixo x pode ser determinada pela força aplicada na área transversal normal a este mesmo eixo.

$$\sigma_x = \frac{F}{W \cdot b} \quad \text{C.1}$$

Considerando deformações na direção de z nulas, bem como as tensões normais a y , determina-se as tensões normais a estes eixos. As deformações em z sendo nulas e, conseqüentemente, suas deformações plásticas também nulas,

implicam na validade da lei generalizada de Hooke para determinação da tensão atuante nesta direção (Chakrabarty, 2006).

$$\sigma_y = 0 \quad \text{C.2}$$

$$\sigma_z = \nu\sigma_x \quad \text{C.3}$$

As equações de Lévy-Mises, mostradas pelas Equações C.4 e C.5, são utilizadas para determinação da relação entre o incremento infinitesimal de tensão e de deformação plástica durante o fluxo plástico.

$$\frac{d\varepsilon_x^p}{s_x} = \frac{d\varepsilon_y^p}{s_y} = d\lambda \quad \text{C.4}$$

$$\frac{3d\bar{\varepsilon}^p}{2\bar{\sigma}} = d\lambda \quad \text{C.5}$$

Onde, s_i são as tensões deviatórias normais, calculadas pela Equação C.6, $d\varepsilon_i^p$ são os incrementos de deformação plástica e $d\lambda$ é um escalar positivo, dependente do incremento de tensão aplicada. Já $d\bar{\varepsilon}^p$ é parte plástica do incremento de deformação equivalente e $\bar{\sigma}$ é a tensão equivalente de von Mises, Equação C.8. Como determinado anteriormente, em todo momento, a deformação em z é nula, logo $d\varepsilon_z^p = 0$.

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0\delta_{ij} \quad \text{C.6}$$

Onde, δ_{ij} é o delta de Kronecker e $\sigma_0 = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$ a tensão hidrostática do estado de tensões atual. As tensões deviatórias, considerando as Equações C.1, C.2 e C.3, tornam-se, então:

$$s_x = \frac{\sigma_x}{3}(2 - \nu) \quad \text{C.7}$$

$$s_y = -\frac{\sigma_x}{3}(1 + \nu)$$

$$s_z = \frac{\sigma_x}{3}(2\nu - 1)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_y)^2 + 6\tau_{xy}^2 + 6\tau_{xz}^2 + 6\tau_{yz}^2]} \\ &= \sigma_x \sqrt{1 - \nu + \nu^2} \end{aligned} \quad \text{C.8}$$

Juntando-se as Equações C.4, C.5, C.7 e C.8, chega-se à definição dos incrementos de deformação plástica em função da tensão aplicada σ_x , como mostrado pela Equação C.9.

$$\frac{d\varepsilon_x^p}{\sigma_x(2 - \nu)} = -\frac{d\varepsilon_y^p}{\sigma_x(1 + \nu)} = \frac{d\bar{\varepsilon}^p}{2\sigma_x \sqrt{1 - \nu + \nu^2}} \quad \text{C.9}$$

A deformação da placa deixa de ser uniforme quando a taxa de deformação cai para um valor crítico. Neste ponto, a deformação passa a ser localizada, induzindo um estado tri-axial de tensões, conhecido como a formação do pescoço. É razoável assumir que a carga externa aplicada atinge valores estacionários ($dF = 0$) neste momento, que antecede a instabilidade. A derivação logarítmica da tensão aplicada, considerando que as deformações elásticas são irrelevantes perto das deformações plásticas, leva a:

$$\frac{d\sigma_x}{\sigma_x} = d \left[\ln \left(\frac{F}{W \cdot b} \right) \right] = \frac{dF}{F} - \frac{dW}{W} - \frac{db}{b} = -d\varepsilon_z^p - d\varepsilon_y^p = -d\varepsilon_y^p \quad \text{C.10}$$

Portanto, o incremento de tensão na direção de x pode ser calculado utilizando as Equações C.9 e C.10.

$$d\sigma_x = \frac{d\bar{\varepsilon}^p(1+\nu)}{2\sqrt{1-\nu+\nu^2}} \quad \text{C.11}$$

Derivando-se o critério de escoamento de von Mises, é possível chegar à relação abaixo (Chakrabarty, 2006):

$$d\bar{\sigma}d\bar{\varepsilon}^p = d\sigma_x d\varepsilon_x + d\sigma_z d\varepsilon_z = d\sigma_x d\varepsilon_x \quad \text{C.12}$$

Utilizando-se as Equações C.9 e C.11 na Equação C.12, chega-se à relação mostrada pela Equação C.13.

$$\frac{1}{\bar{\sigma}} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}^p} = \frac{(1+\nu)(2-\nu)}{4(1-\nu+\nu^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{C.13}$$

Se o material encruar segundo a lei de potência $\bar{\sigma} = C\bar{\varepsilon}^n$, a parte da esquerda da Equação C.13 torna-se:

$$\frac{1}{\bar{\sigma}} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}^p} = \frac{n}{\bar{\varepsilon}} \quad \text{C.14}$$

Assim, a deformação equivalente no momento precedente à instabilidade pode ser calculada juntando-se as Equações C.13 e C.14. Em seguida, a tensão equivalente $\bar{\sigma}_f$ neste ponto pode ser calculada com ajuda da lei de potência que caracteriza o material.

$$\bar{\varepsilon} = \frac{4n(1-\nu+\nu^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\nu)(2-\nu)} \quad \text{C.15}$$

$$\bar{\sigma}_f = C \left[\frac{4n(1-\nu+\nu^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\nu)(2-\nu)} \right]^n \quad \text{C.16}$$

Para calcular a força máxima F_{max} suportada pela placa, é necessário determinar a espessura da placa neste momento, b_f , e a tensão atuando na direção de x σ_x^f .

$$\sigma_x^f = \frac{F_{max}}{W \cdot b_f} \quad \text{C.17}$$

Conhecendo-se a espessura inicial da placa b_0 , sua espessura pode ser calculada, a qualquer momento, por:

$$\varepsilon_y^p = \ln\left(\frac{b_f}{b_0}\right) \quad \text{C.18}$$

A deformação total na direção de y no momento da instabilidade é calculada integrando-se a Equação C.9, sabendo-se que o carregamento imposto é monotônico, cujo resultado pode ser substituído pela Equação C.15. Consequentemente, b_f é definido pela Equação C.19.

$$b_f = b_0 e^{\frac{2n(1-\nu+\nu^2)}{2-\nu}} \quad \text{C.19}$$

Por fim, a F_{max} pode ser calculada substituindo-se as Equações C.8, C.16 e C.19 na Equação C.17.

$$F_{max} = C \cdot W \cdot b_0 \cdot e^{\frac{2n(1-\nu+\nu^2)}{2-\nu}} \cdot \frac{n^n \cdot 4^n}{\sqrt{1-\nu+\nu^2}} \left[\frac{(1-\nu+\nu^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\nu)(2-\nu)} \right]^n \quad \text{C.20}$$

Apêndice D. Estudo da convergência da malha em elementos finitos

Neste capítulo, são mostrados os resultados obtidos durante o estudo da convergência da malha em elementos finitos. O item D.1 é dedicado à placa e o item D.2 ao tubo.

D.1. Placa

O estudo de convergência da malha de elementos finitos para o modelo da placa foi realizado em duas geometrias com comprimento de trinca correspondente a 5% e 50% da espessura da placa, respectivamente. Na Figura D.1 e Figura D.2, são mostrados os resultados obtidos para diversas malhas testadas. Os gráficos da esquerda representam, em função do número de elementos em cada região, o estudo considerando a carga de colapso como parâmetro de controle. Nos gráficos da direita, são apresentados os resultados para o estudo da integral J aplicada como parâmetro de controle, também em função do número de elementos em cada região. Os marcadores em branco mostram todas as configurações de malha testadas, enquanto o marcador preto representa a malha escolhida como ótima para cada modelo. As barras transversais delimitam o limite de variação aceitável para a variável de controle, correspondente a 2,5% em relação ao resultado obtido com a malha ótima.

Placa – a=5%

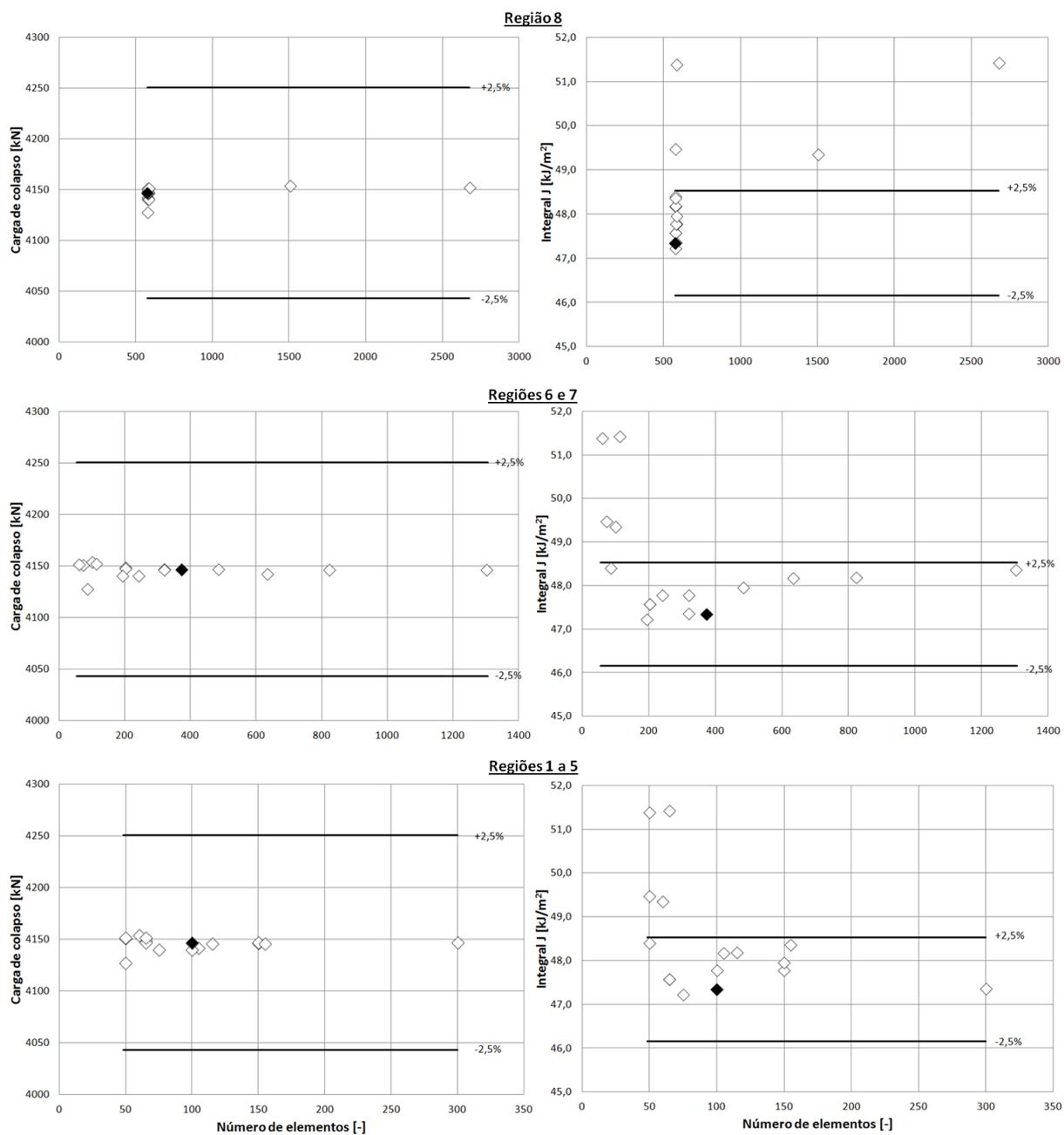


Figura D.1 – Estudo da convergência da malha de elementos finitos para a placa com trinca correspondente a 5% da sua espessura

Placa – a=50%

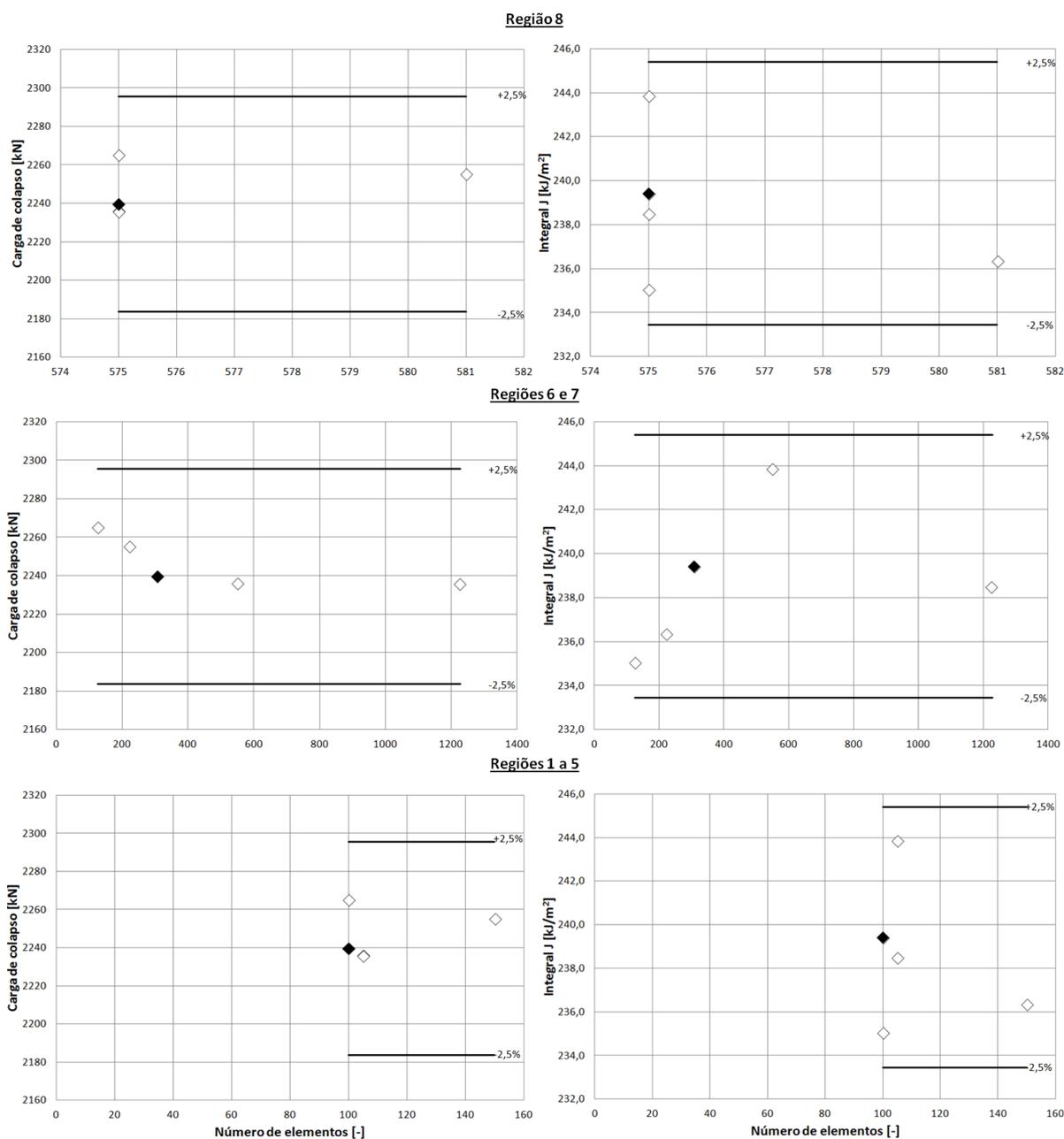


Figura D.2 – Estudo da convergência da malha de elementos finitos para a placa com trinca correspondente a 50% da sua espessura

D.2. Tubo

O estudo de convergência da malha de elementos finitos do tubo foi realizado para o modelo 3, $\frac{D}{t}=25$, em duas geometrias com comprimento de trinca correspondente a 5% e 50% da espessura da placa. Na Figura D.3 e Figura D.4, são

mostrados os resultados obtidos para diversas malhas testadas. Os gráficos da esquerda representam, em função do número de elementos em cada região, o estudo considerando a pressão interna de colapso como parâmetro de controle. Nos gráficos da direita, são apresentados os resultados para o estudo da integral J aplicada como parâmetro de controle, também em função do número de elementos em cada região. Os marcadores em branco mostram todas as configurações de malha testadas, enquanto o marcador preto representa a malha escolhida como ótima para cada modelo. As barras transversais delimitam o limite de variação aceitável para a variável de controle, correspondente a 2,5% em relação ao resultado obtido com a malha ótima.

Tube D/t=25 – a=5%

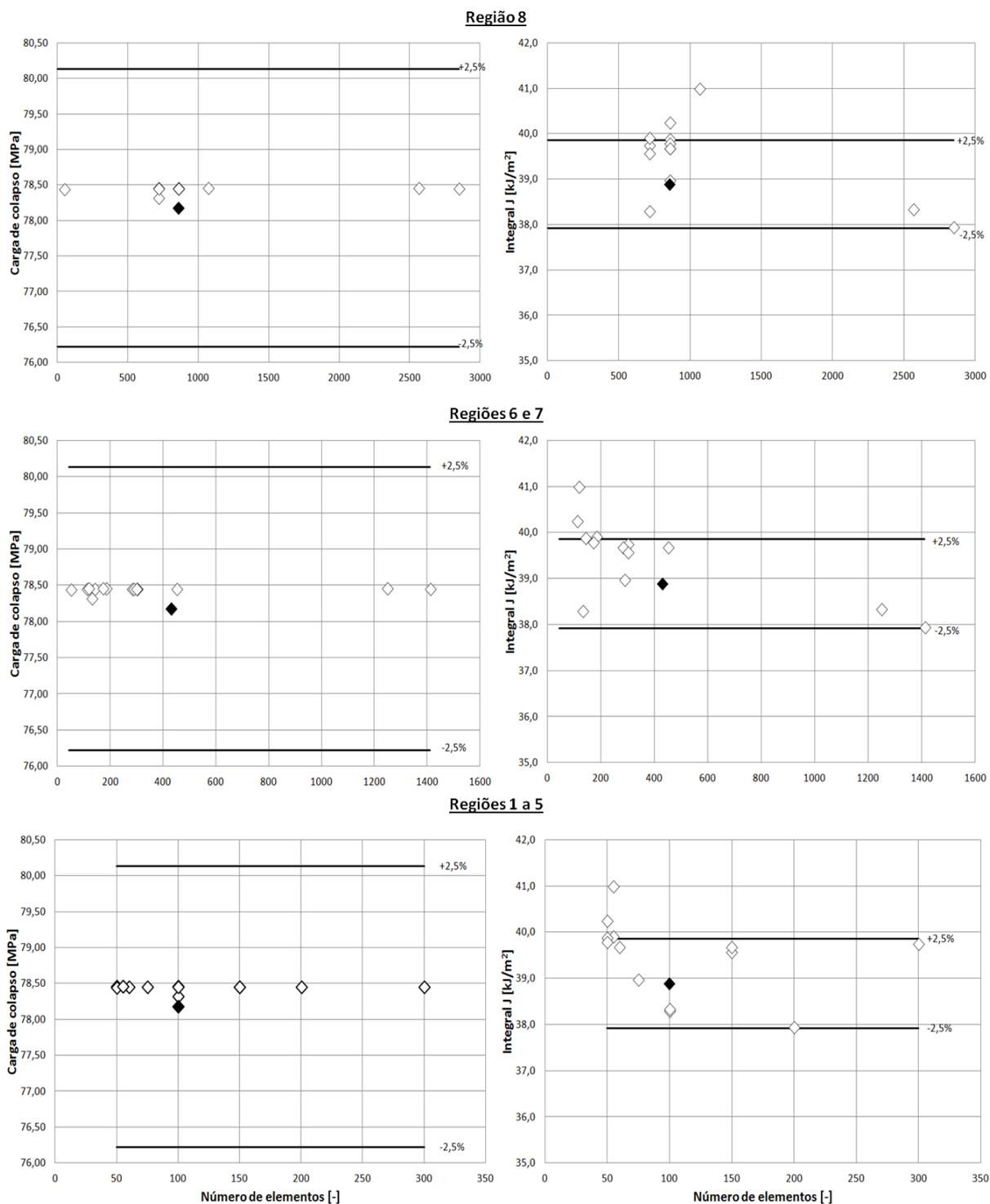


Figura D.3 – Estudo da convergência da malha de elementos finitos para o tubo com trinca correspondente a 5% da sua espessura de parede

Tubo D/t=25 – a=50%

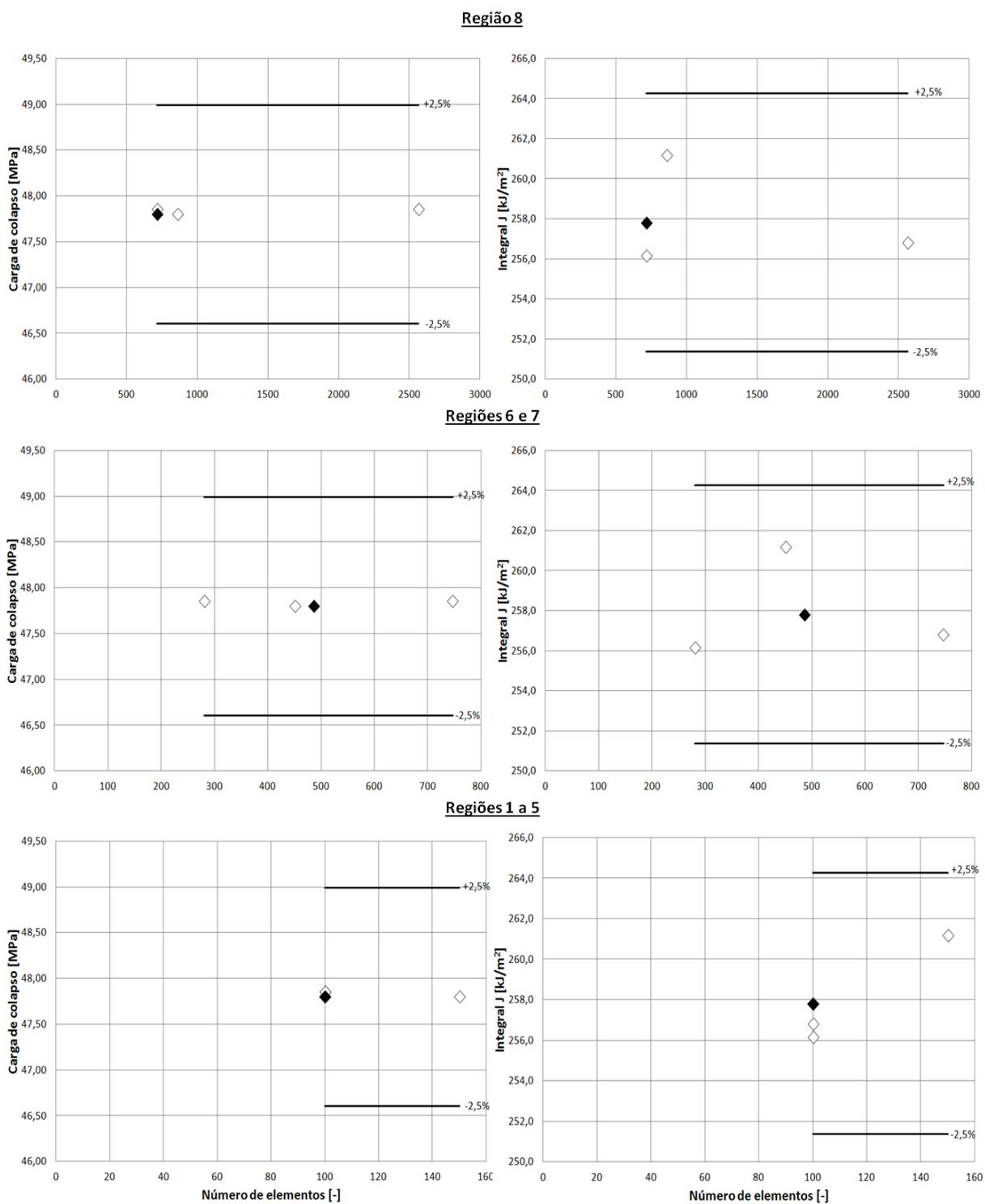


Figura D.4 – Estudo da convergência da malha de elementos finitos para o tubo com trinca correspondente a 50% da sua espessura de parede

Apêndice E. Monitoramento de variáveis para determinação do colapso plástico: placa e tubo

Neste capítulo, são mostrados os resultados obtidos para variáveis que dão indicação indireta da carga de colapso plástico das estruturas analisadas: $\frac{dF}{du}$, o incremento de força dF necessário para conseguir um incremento de deslocamento du da superfície livre da placa, $\frac{dP}{dV}$, incremento pressão interna dP necessário para conseguir um incremento de volume interno do tubo dV , e $\frac{dALLPD}{dALLWK}$, variação da energia dissipada plasticamente em relação ao incremento de trabalho externo realizado na estrutura. O capítulo está dividido em quatro itens, E.1 a E.4, dedicados, respectivamente, à placa e aos modelos do tubo com $\frac{D}{t} = 5$, $\frac{D}{t} = 10$ e $\frac{D}{t} = 25$.

E.1. Placa

Neste item, são mostrados os valores obtidos para as variáveis que indicam, de forma indireta, a carga de colapso plástico da placa. Os resultados são exibidos nos gráficos da Figura E.1 à Figura E.12, sendo $\frac{dALLPD}{dALLWK}$ sempre mostrado à esquerda e $\frac{dF}{du}$ à direita em função da carga F aplicada à placa. Cada par de gráfico representa um modelo com tamanho de trinca diferente, começando por aquele sem trinca e terminando na trinca de 50% da espessura da placa.

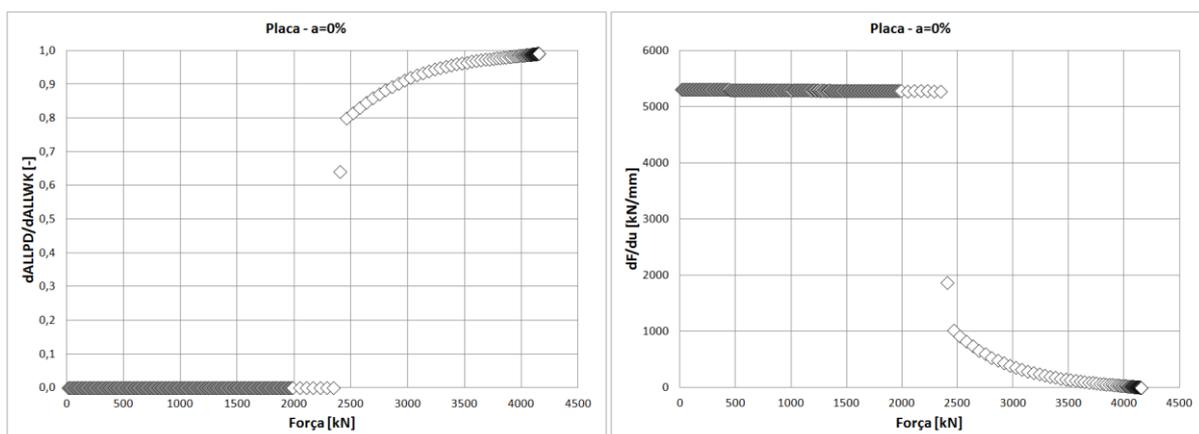


Figura E.1 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa sem trinca

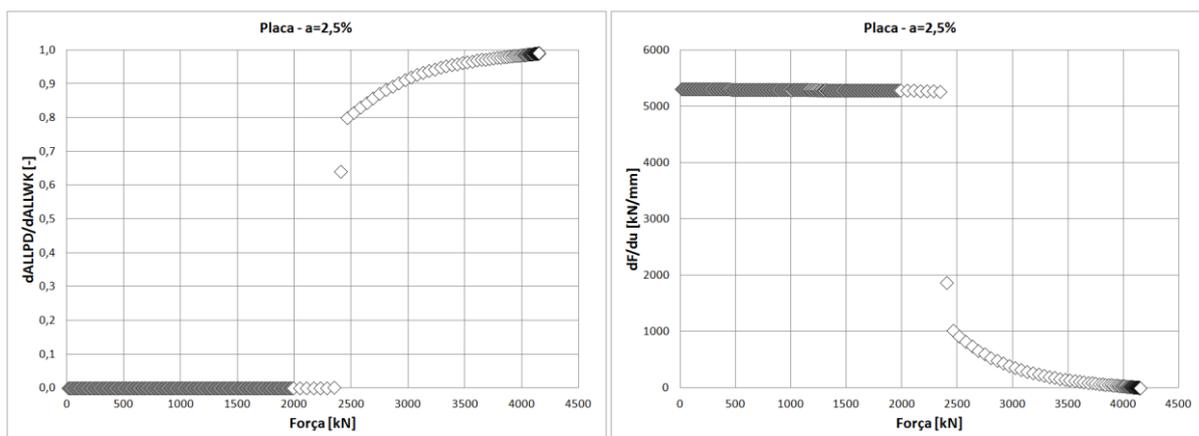


Figura E.2 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 2,5% da espessura

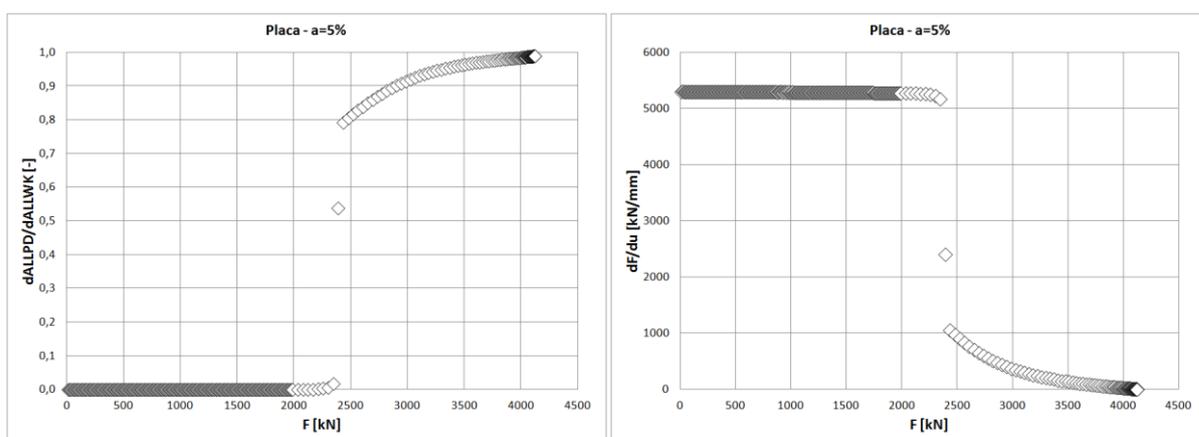


Figura E.3 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 5% da espessura

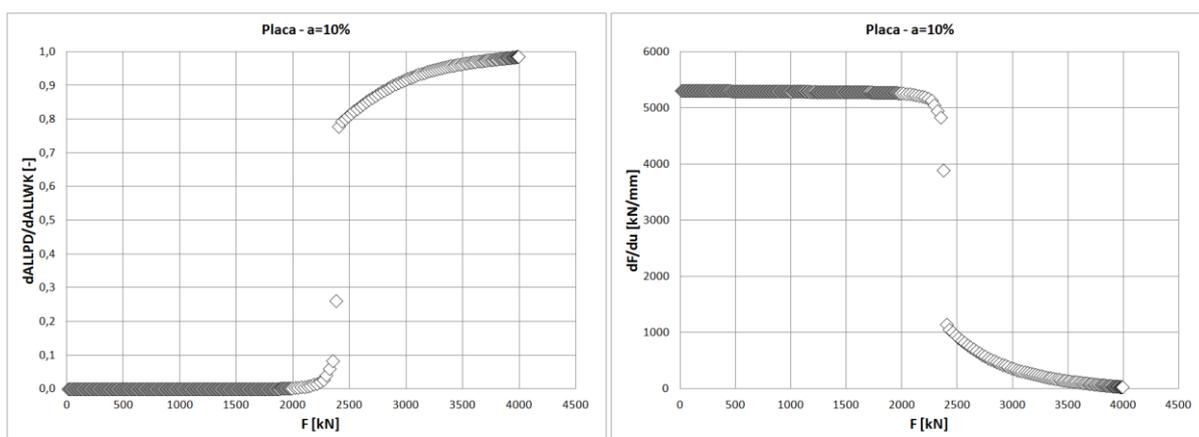


Figura E.4 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 10% da espessura

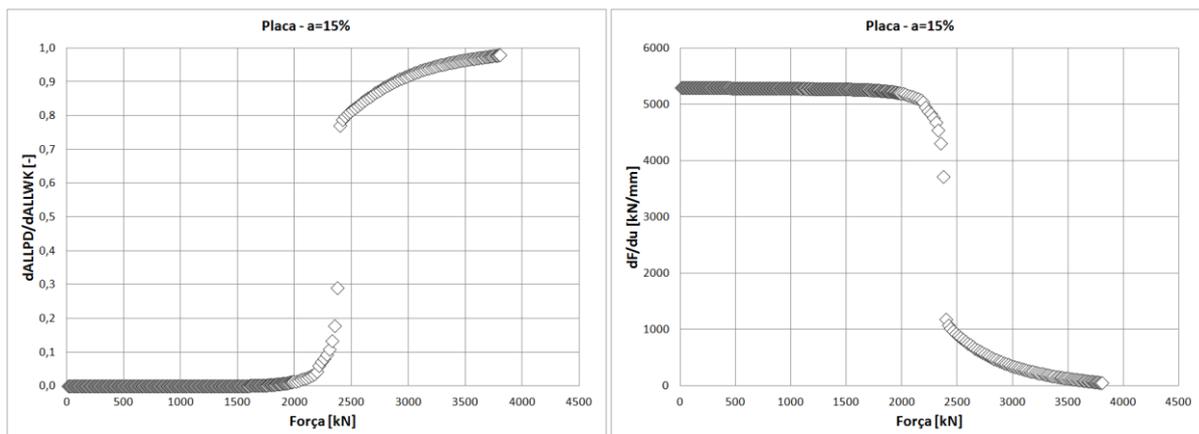


Figura E.5 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 15% da espessura

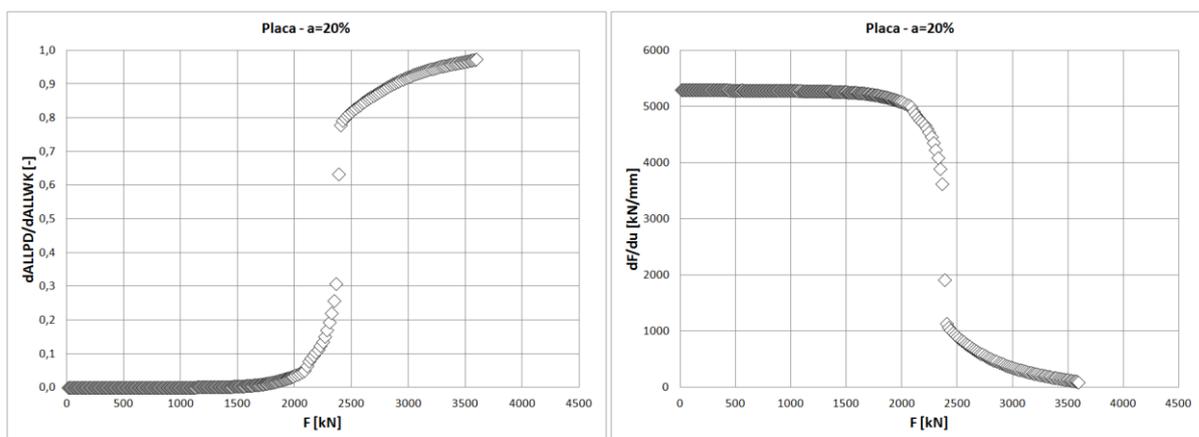


Figura E.6 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 20% da espessura

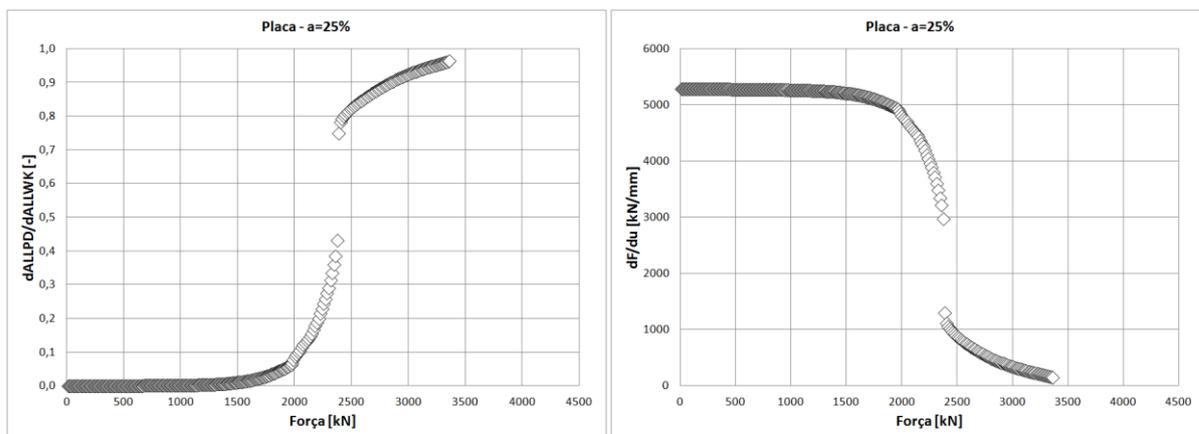


Figura E.7 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 25% da espessura

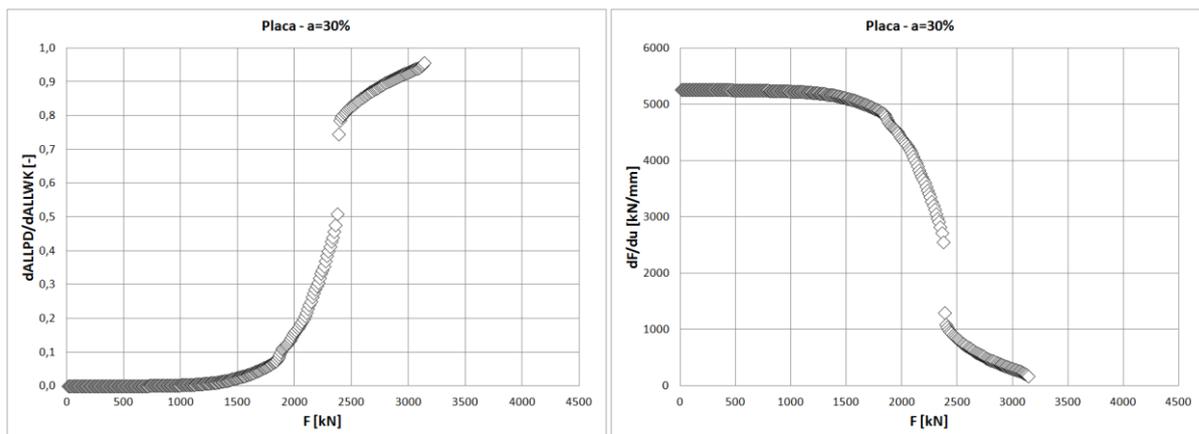


Figura E.8 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 30% da espessura

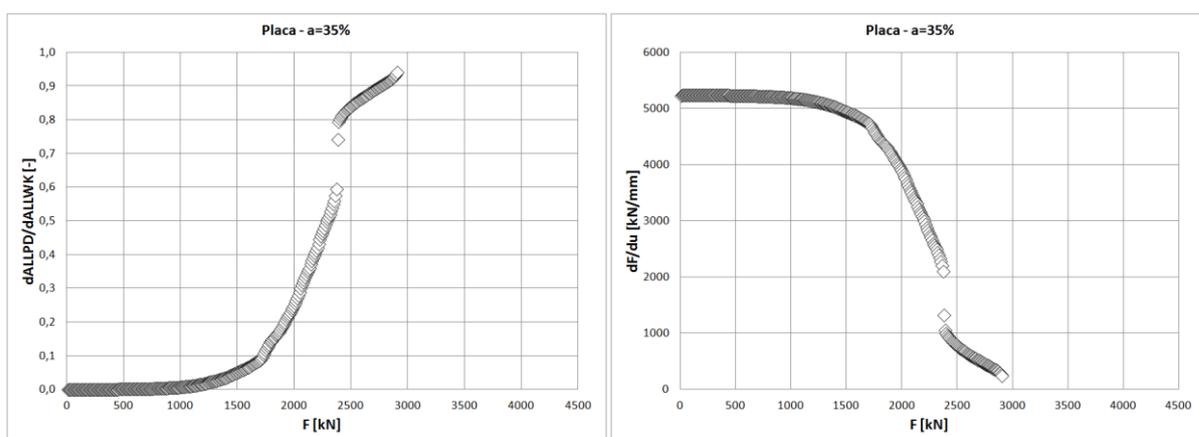


Figura E.9 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 35% da espessura

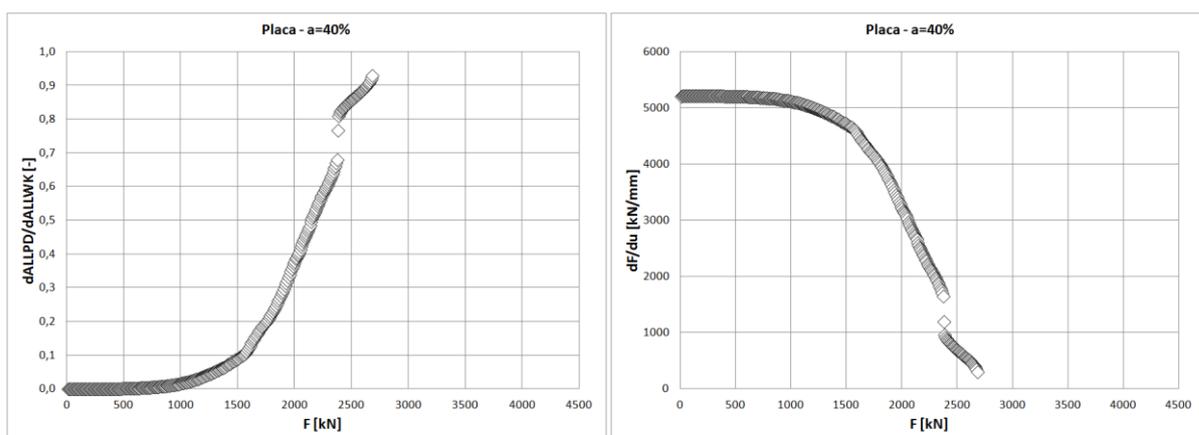


Figura E.10 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 40% da espessura

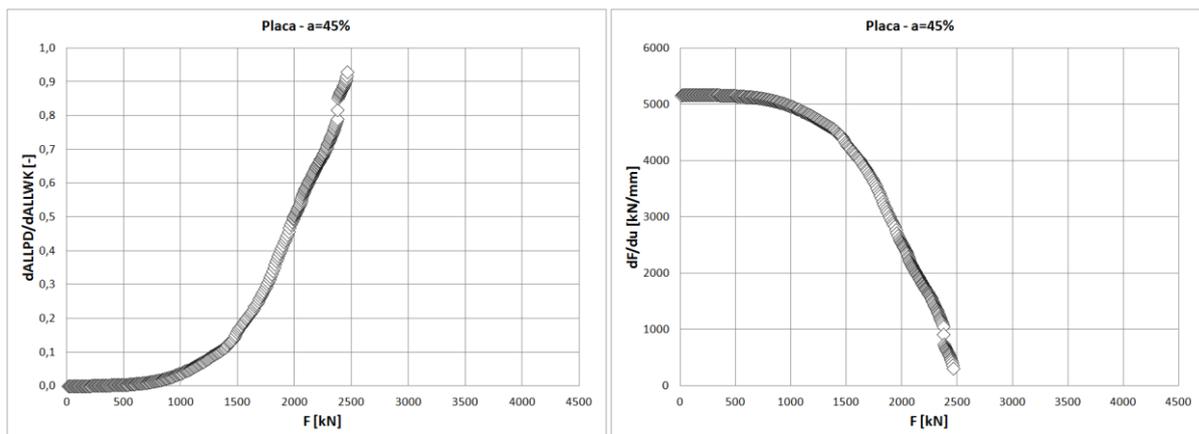


Figura E.11 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 45% da espessura

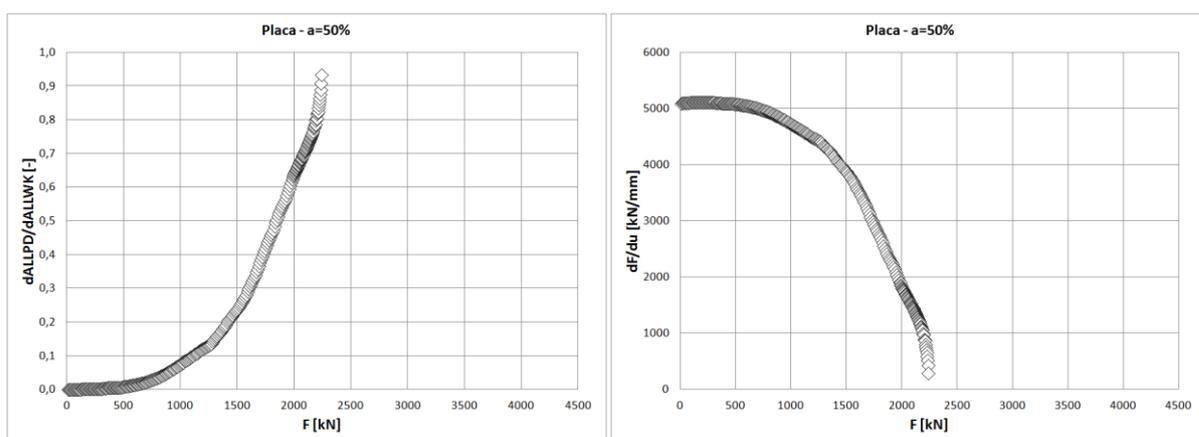


Figura E.12 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de força por incremento de deslocamento (direita) em função da força aplicada na placa para trinca de 50% da espessura

E.2. Tubo – Modelo 1: $D/t=5$

Neste item, são mostrados os valores obtidos para as variáveis que indicam, de forma indireta, a pressão interna para causar o colapso plástico do tubo, modelo 1, relação $\frac{D}{t} = 5$. Os resultados são exibidos nos gráficos da Figura E.13 à Figura E.24, sendo $\frac{dALLPD}{dALLWK}$ sempre mostrado à esquerda e $\frac{dP}{dV}$ à direita em função da pressão interna aplicada ao tubo. Cada par de gráfico representa um modelo com tamanho de trinca diferente, começando por aquele sem trinca e terminando na trinca de 50% da espessura da placa.

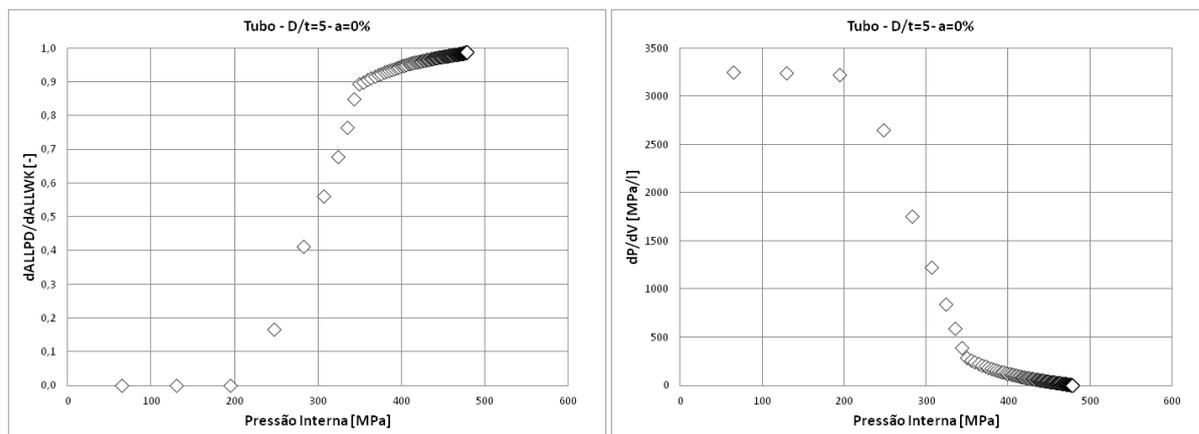


Figura E.13 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, sem trinca

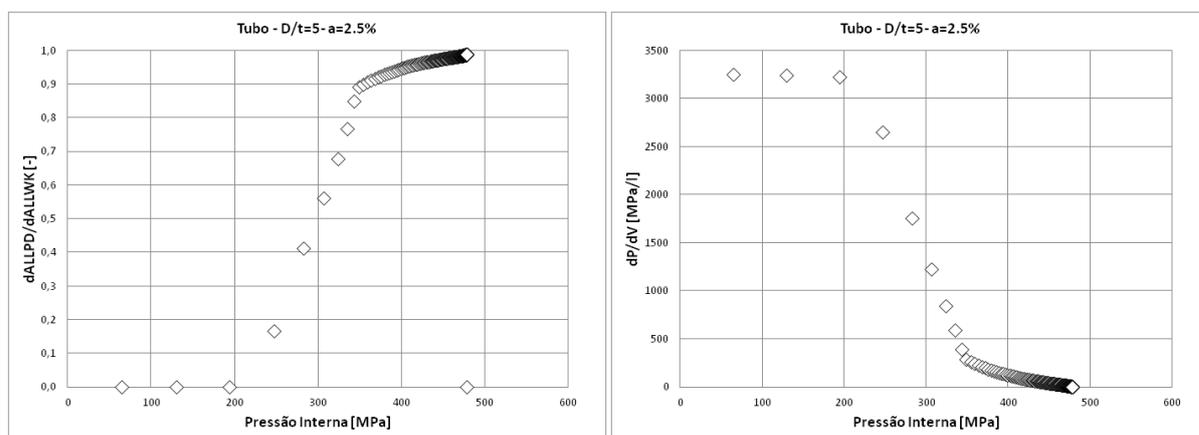


Figura E.14 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 2,5% da espessura

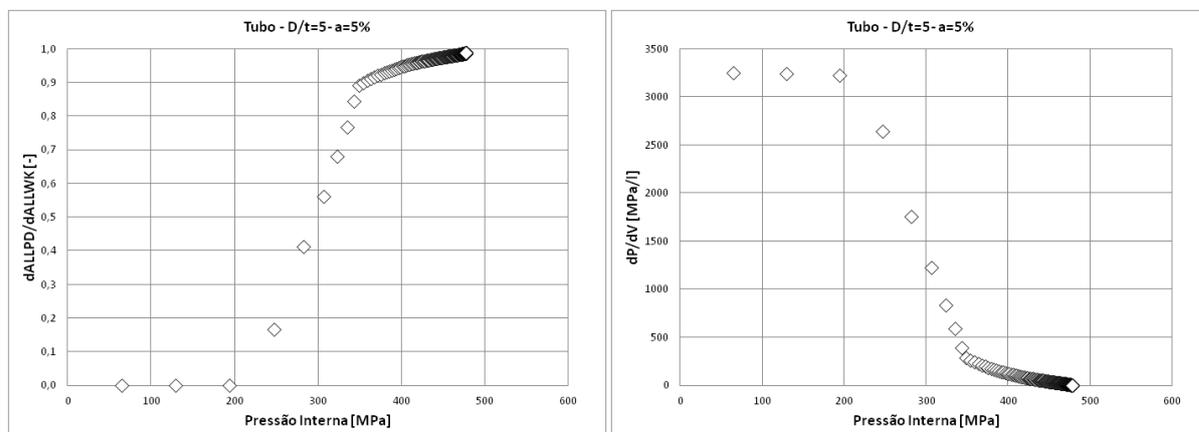


Figura E.15 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 5% da espessura

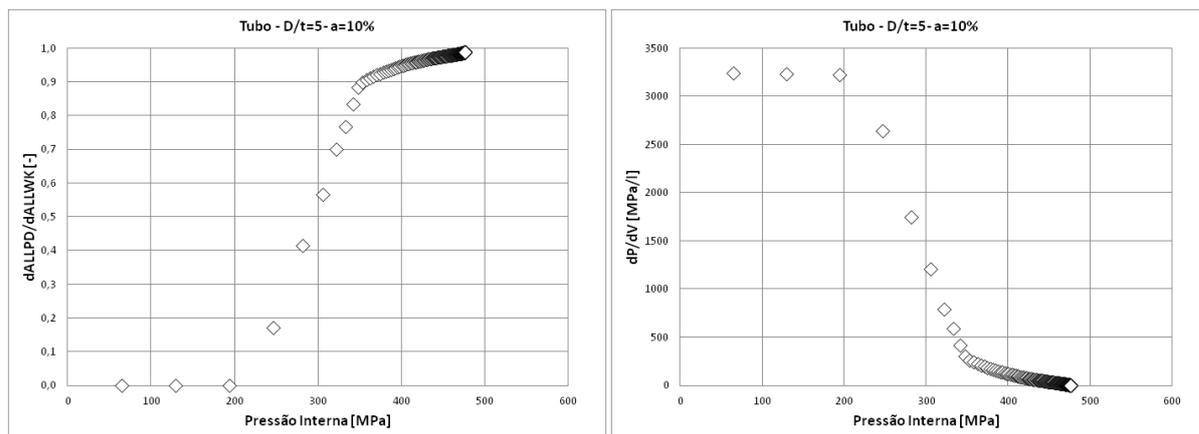


Figura E.16 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 10% da espessura

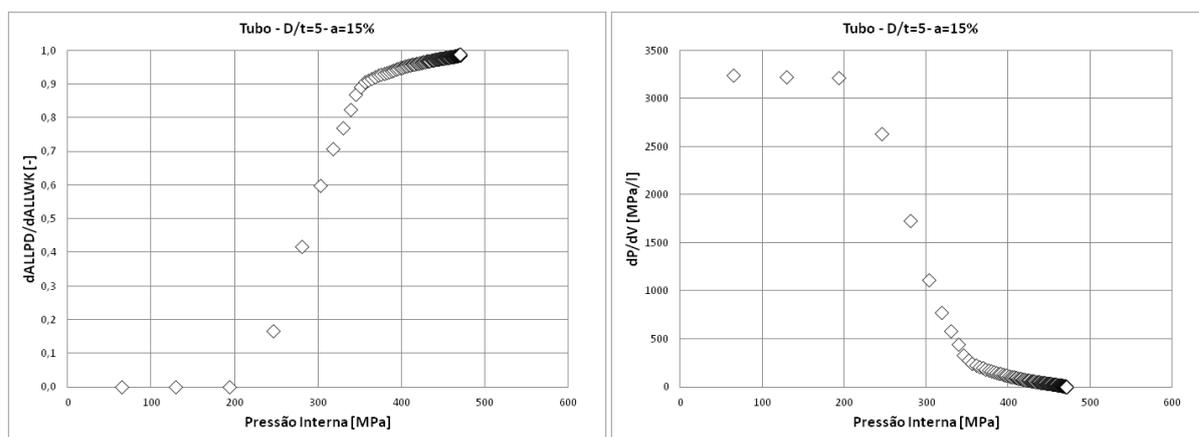


Figura E.17 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 15% da espessura

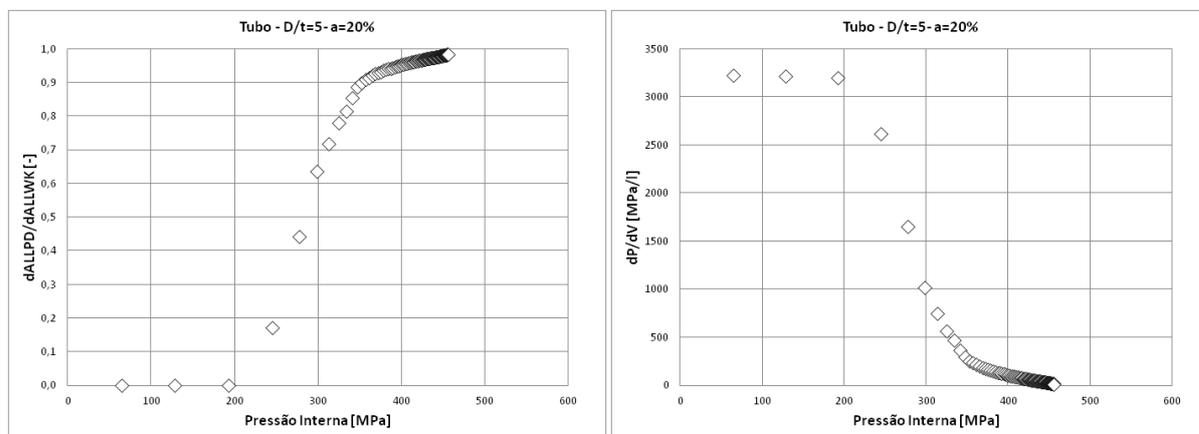


Figura E.18 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 20% da espessura

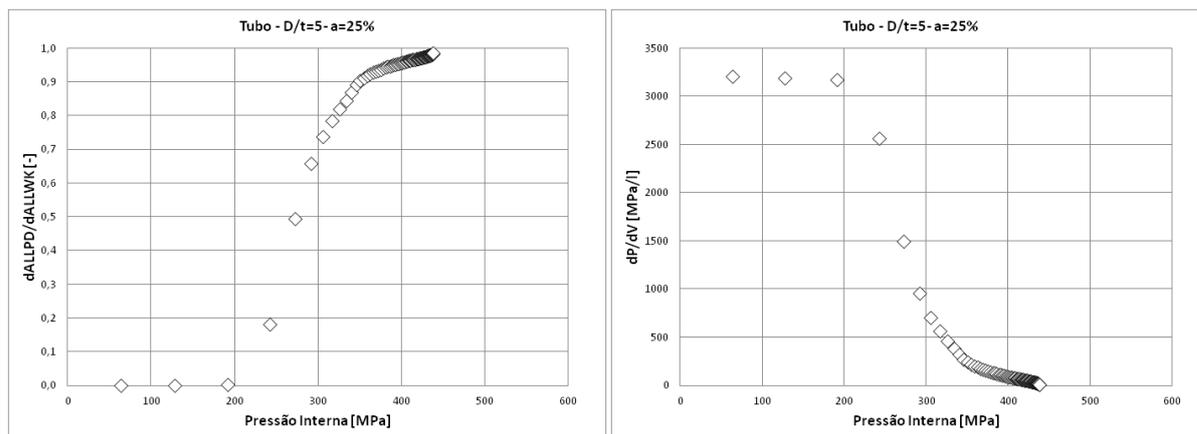


Figura E.19 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 25% da espessura

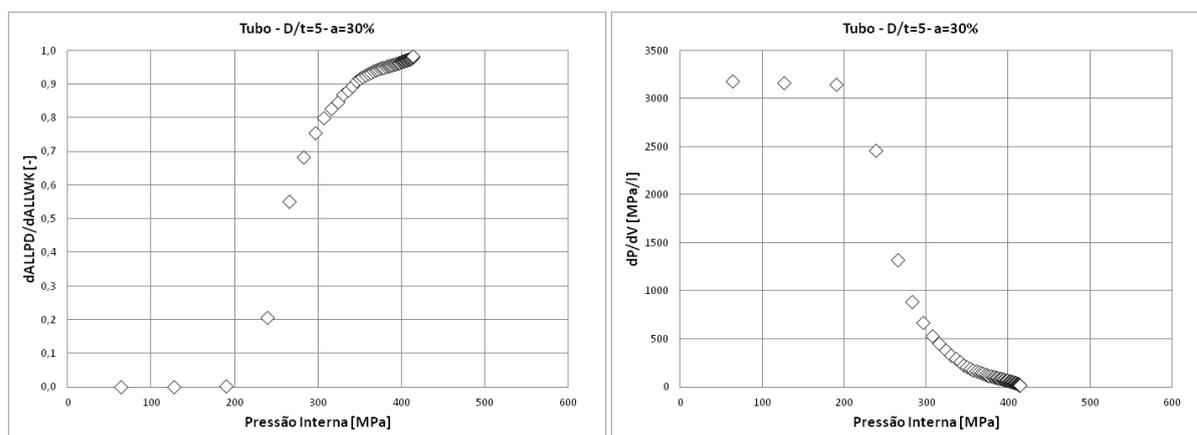


Figura E.20 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 30% da espessura

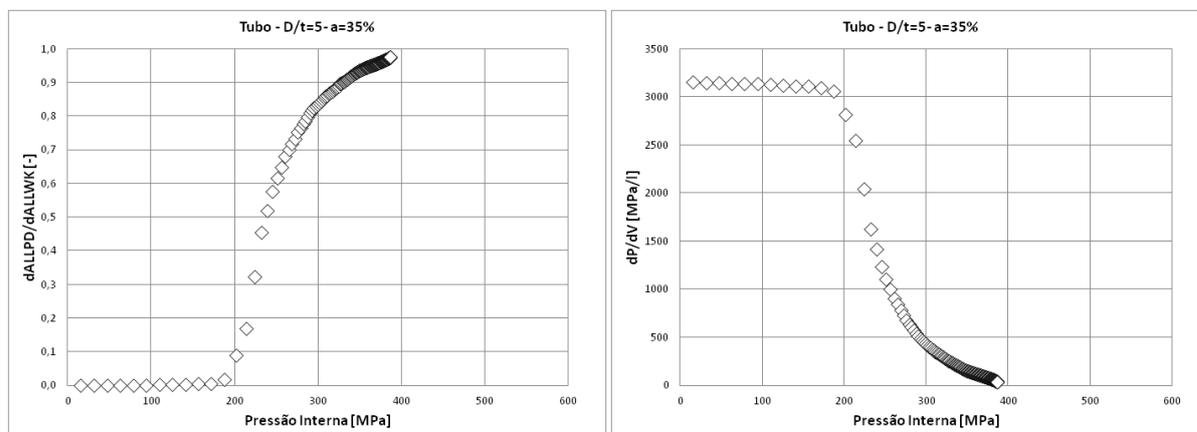


Figura E.21 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 35% da espessura

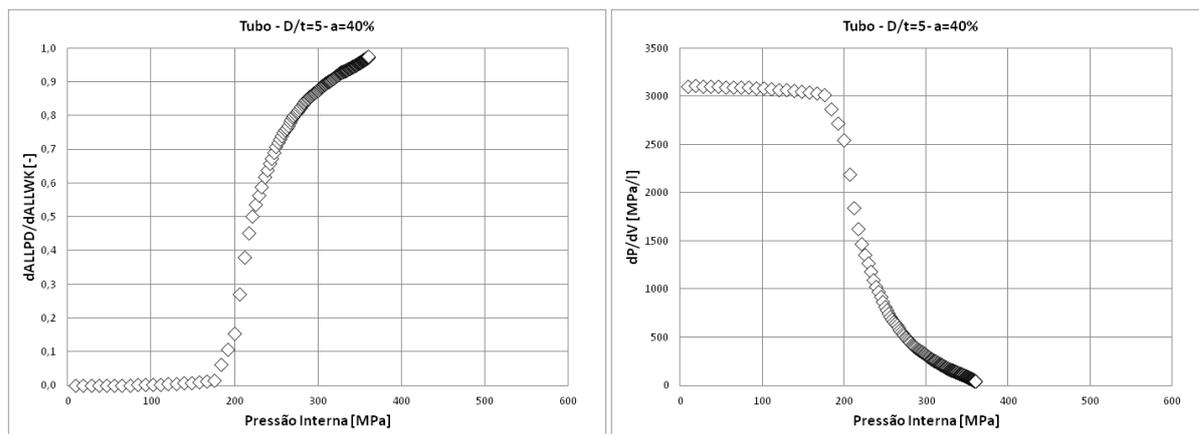


Figura E.22 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 40% da espessura

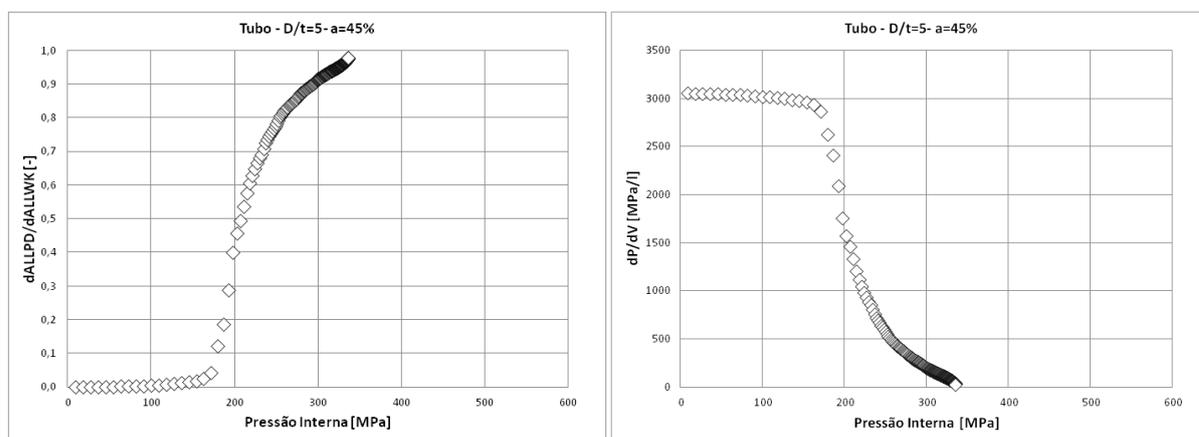


Figura E.23 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 45% da espessura

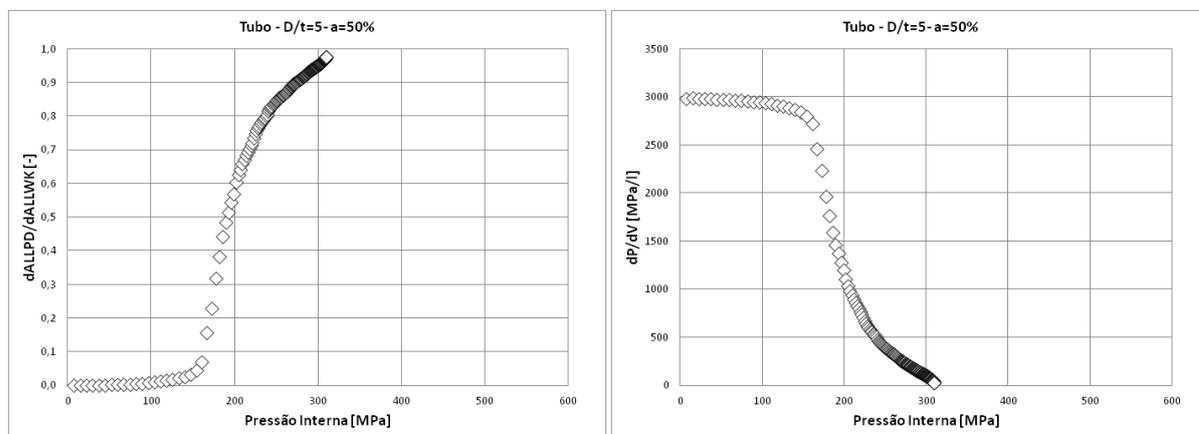


Figura E.24 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 1, para trinca de 50% da espessura

E.3. Tubo – Modelo 2: $D/t=10$

Neste item, são mostrados os valores obtidos para as variáveis que indicam, de forma indireta, a pressão interna para causar o colapso plástico do tubo, modelo 2, relação $\frac{D}{t} = 10$. Os resultados são exibidos nos gráficos da Figura E.25 à Figura E.36, sendo $\frac{dALLPD}{dALLWK}$ sempre mostrado à esquerda e $\frac{dP}{dV}$ à direita em função da pressão interna aplicada ao tubo. Cada par de gráfico representa um modelo com tamanho de trinca diferente, começando por aquele sem trinca e terminando na trinca de 50% da espessura da placa.

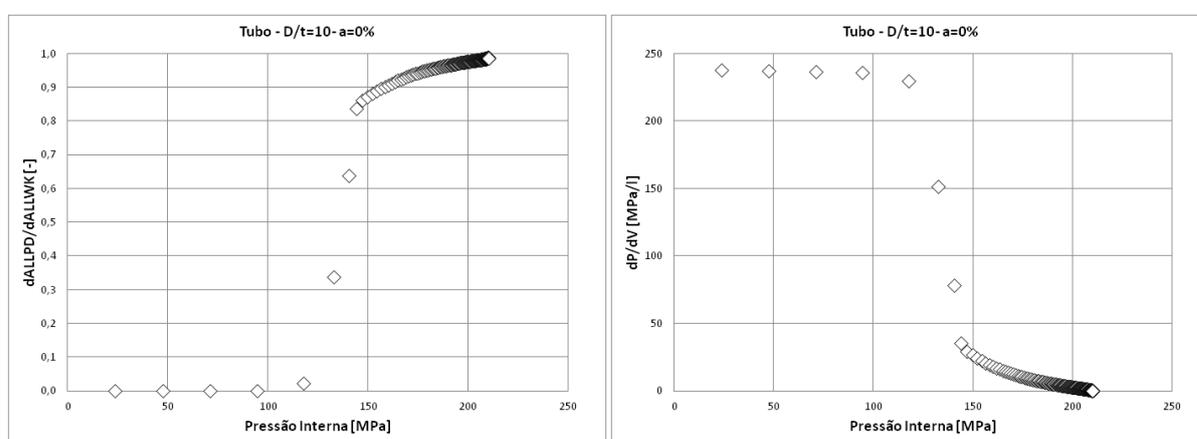


Figura E.25 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, sem trinca

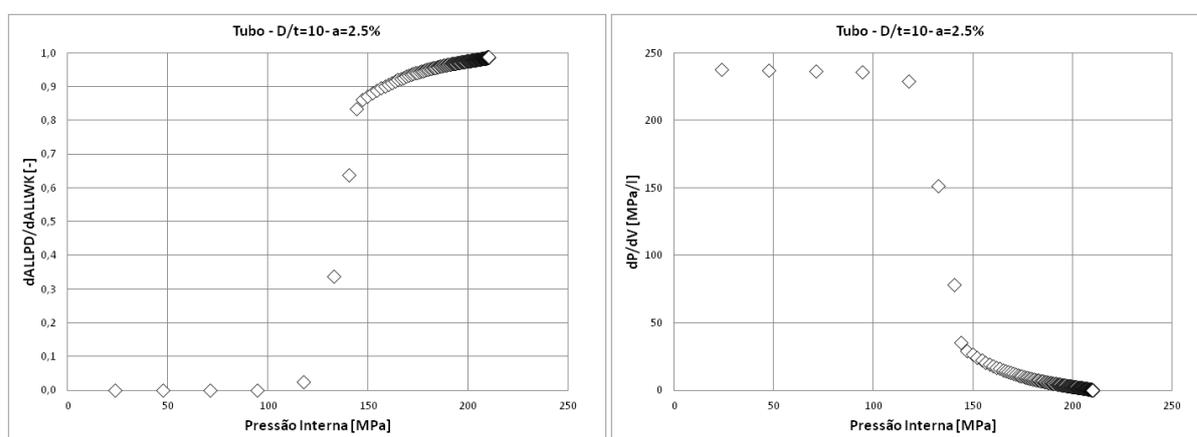


Figura E.26 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 2,5% da espessura

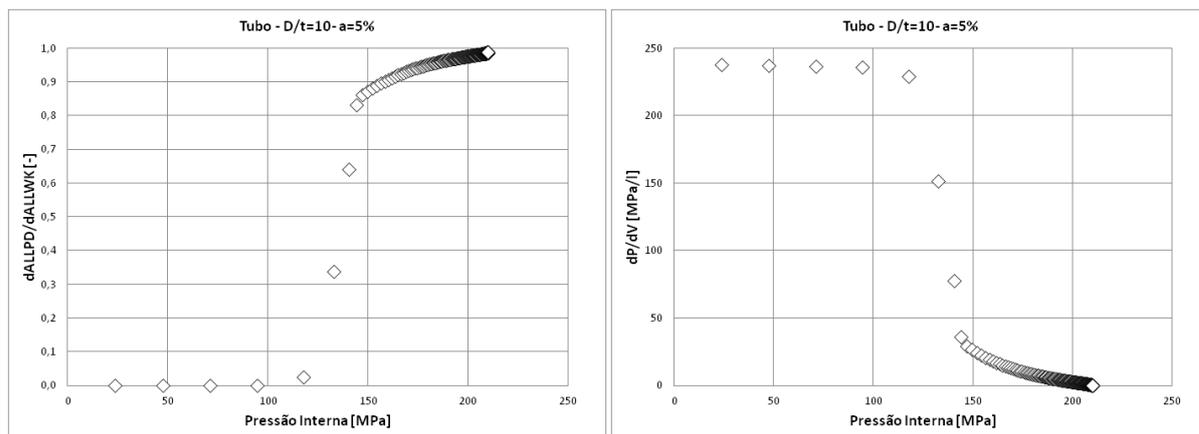


Figura E.27 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 5% da espessura

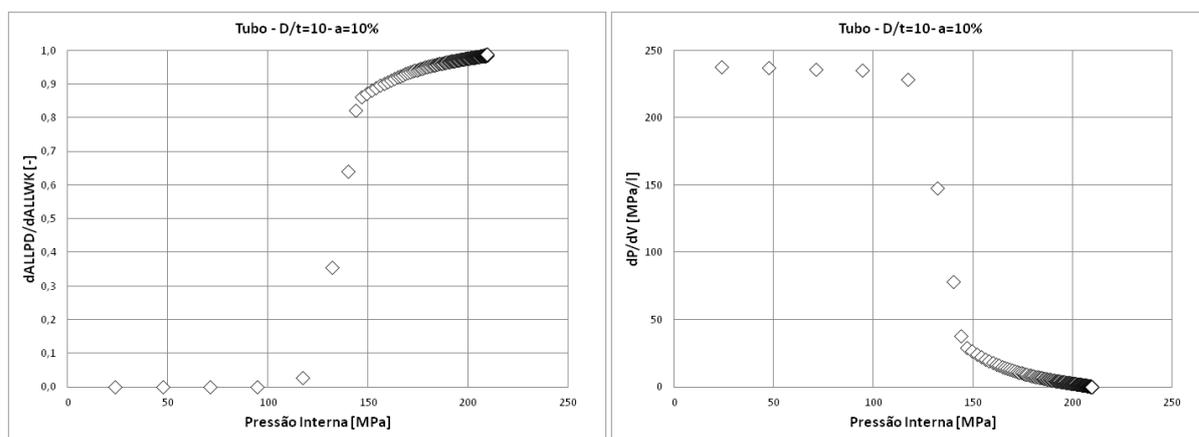


Figura E.28 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 10% da espessura

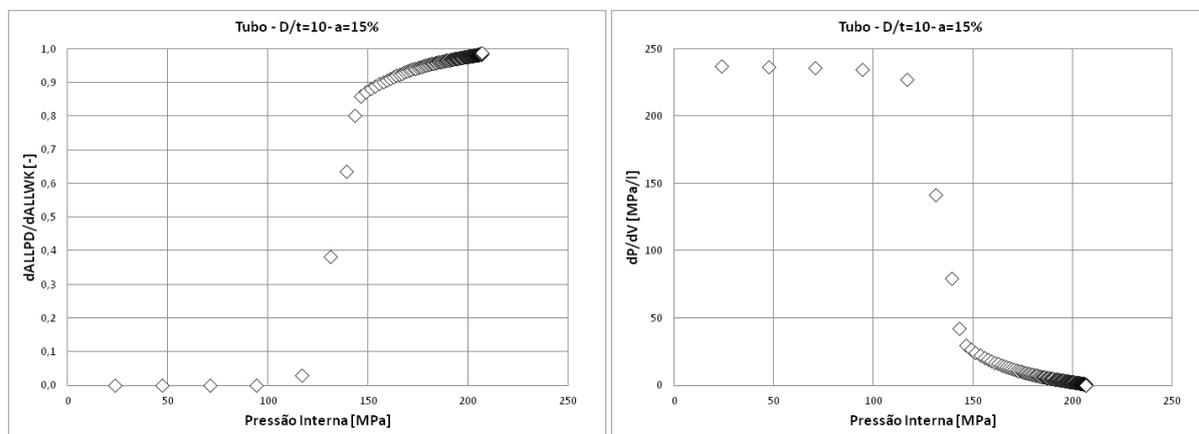


Figura E.29 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 15% da espessura

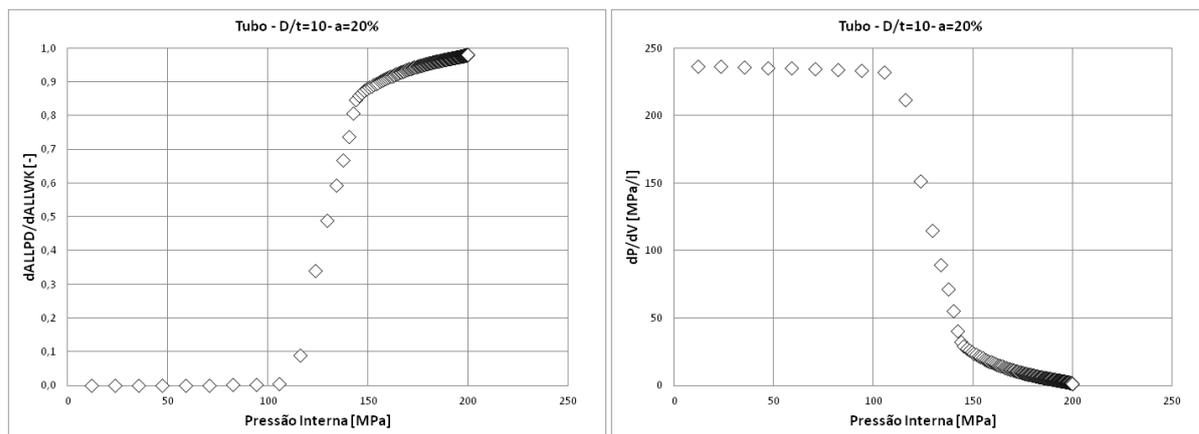


Figura E.30 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 20% da espessura

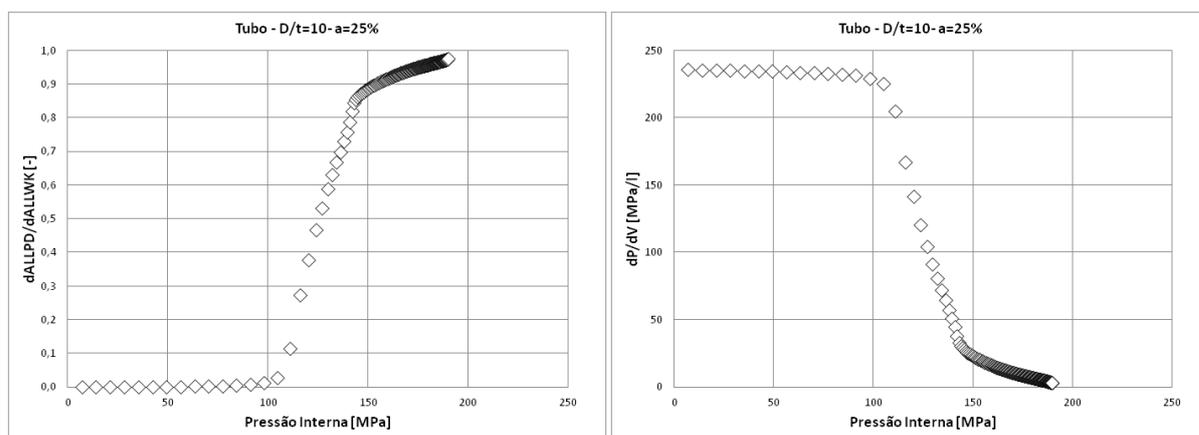


Figura E.31 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 25% da espessura

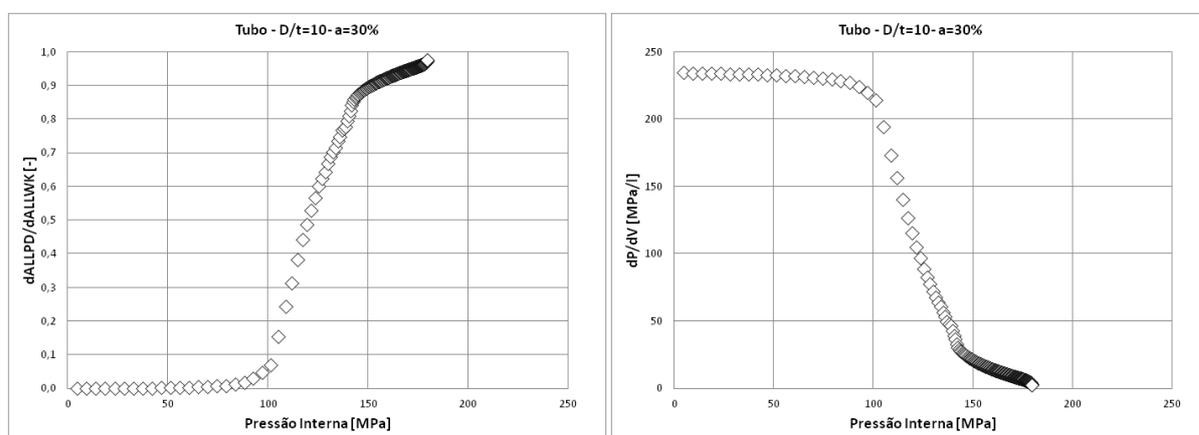


Figura E.32 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 30% da espessura

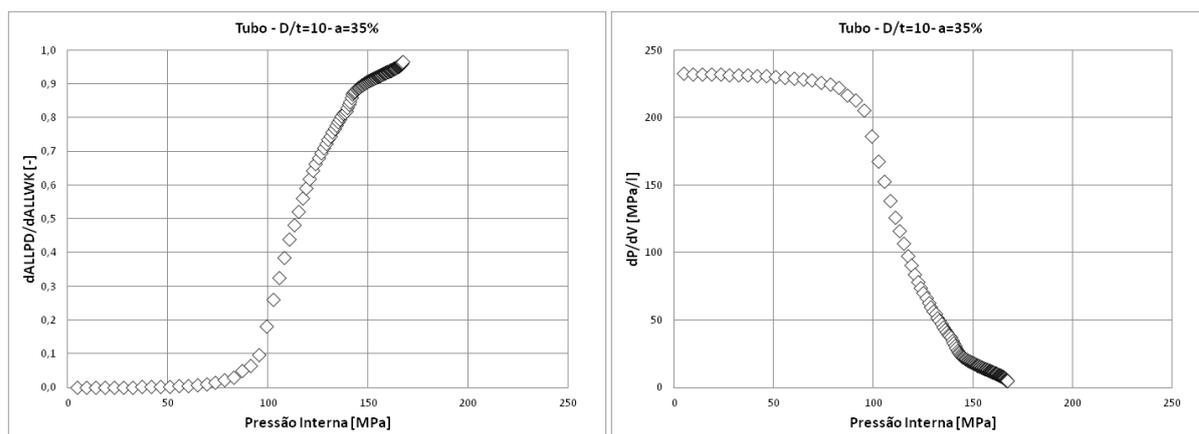


Figura E.33 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 35% da espessura

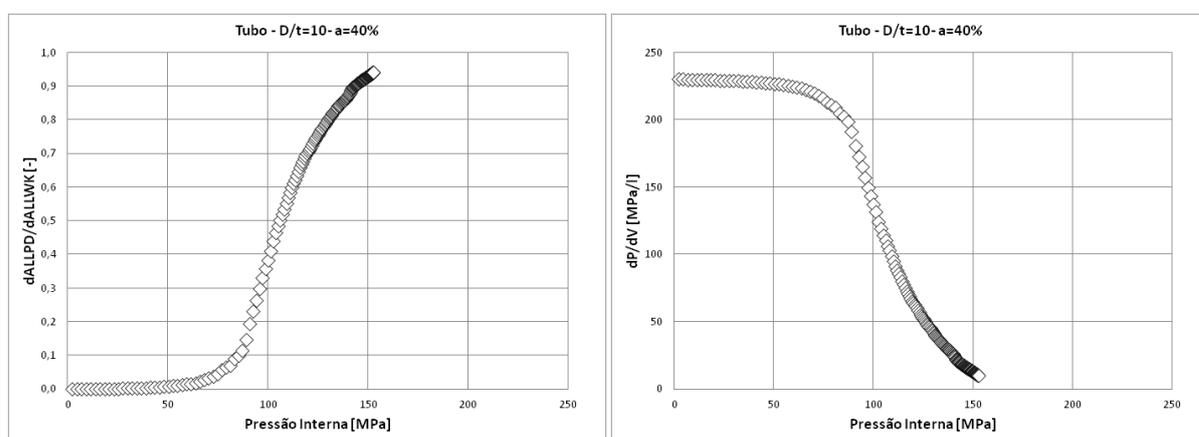


Figura E.34 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 40% da espessura

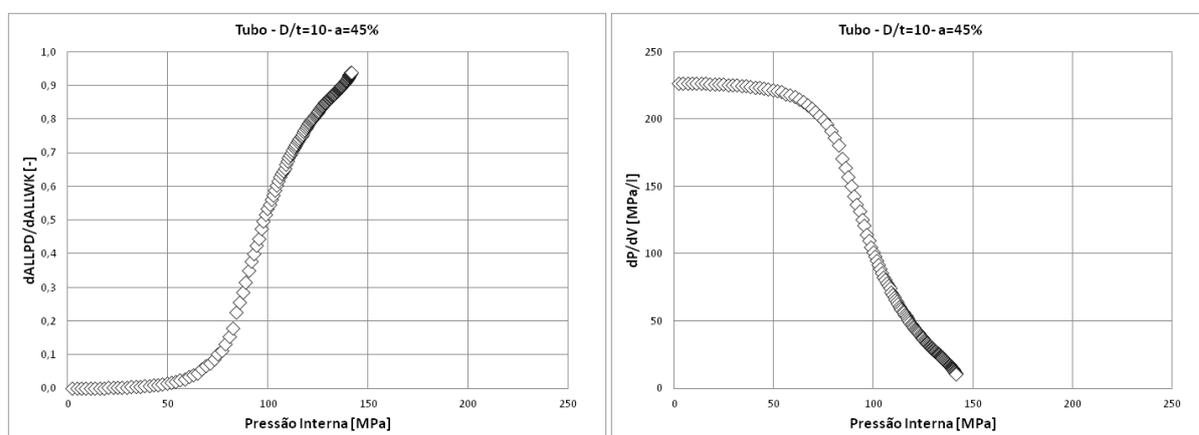


Figura E.35 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 45% da espessura

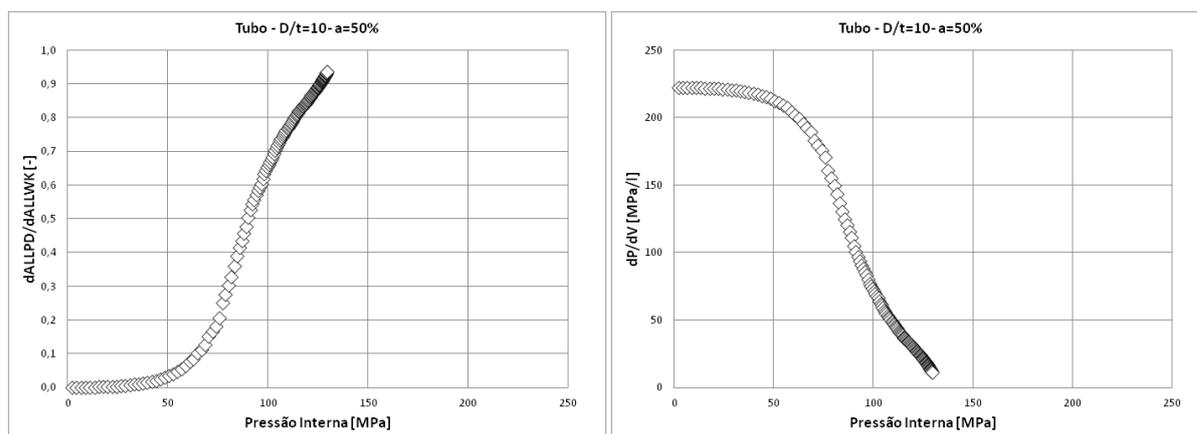


Figura E.36 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 2, para trinca de 50% da espessura

E.4. Tubo – Modelo 3: $D/t=25$

Neste item, são mostrados os valores obtidos para as variáveis que indicam, de forma indireta, a pressão interna para causar o colapso plástico do tubo, modelo 3, relação $\frac{D}{t} = 25$. Os resultados são exibidos nos gráficos da Figura E.37 à Figura E.48, sendo $\frac{dALLPD}{dALLWK}$ sempre mostrado à esquerda e $\frac{dP}{dV}$ à direita em função da pressão interna aplicada ao tubo. Cada par de gráfico representa um modelo com tamanho de trinca diferente, começando por aquele sem trinca e terminando na trinca de 50% da espessura da placa.

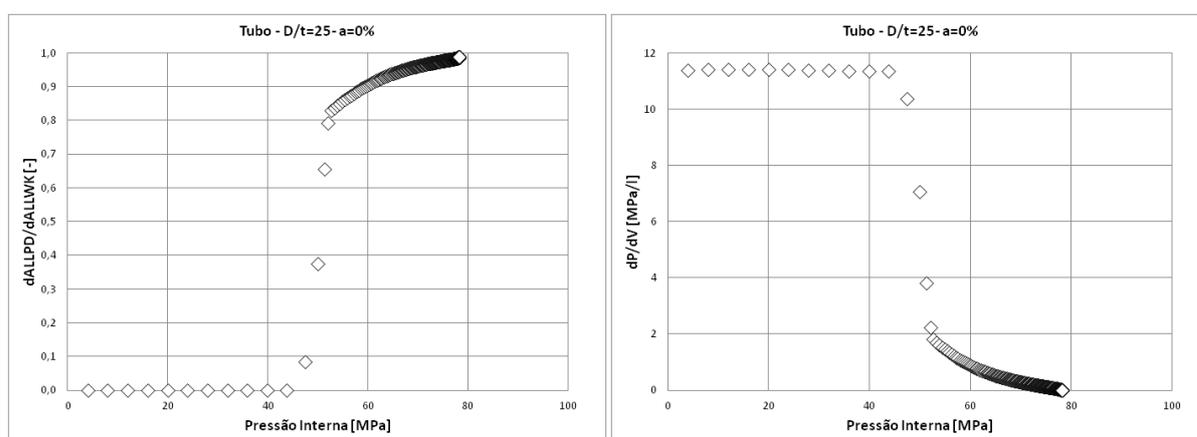


Figura E.37 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, sem trinca

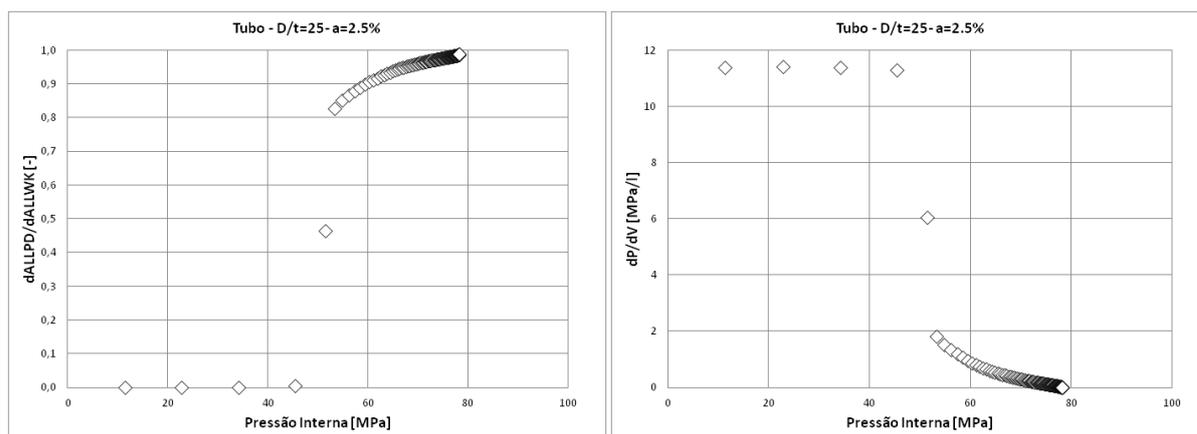


Figura E.38 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 2,5% da espessura

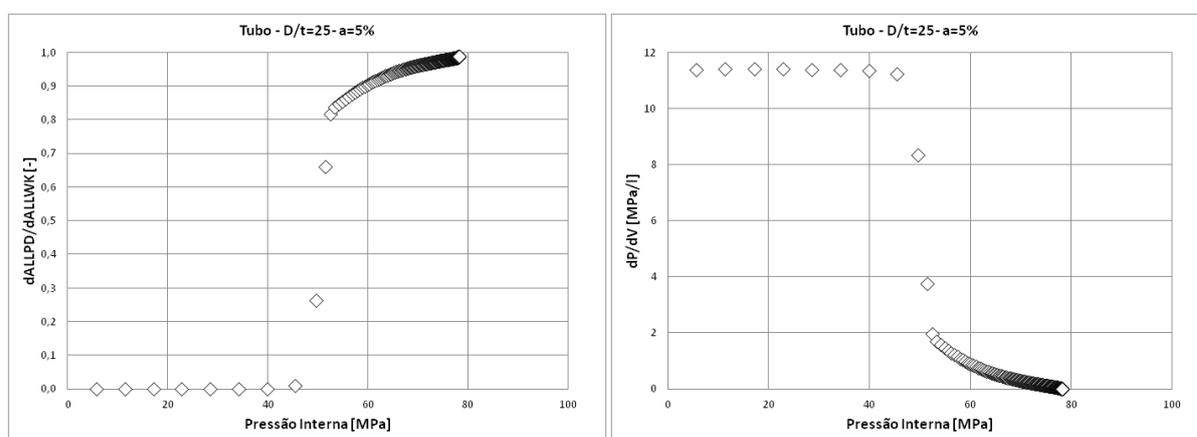


Figura E.39 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 5% da espessura

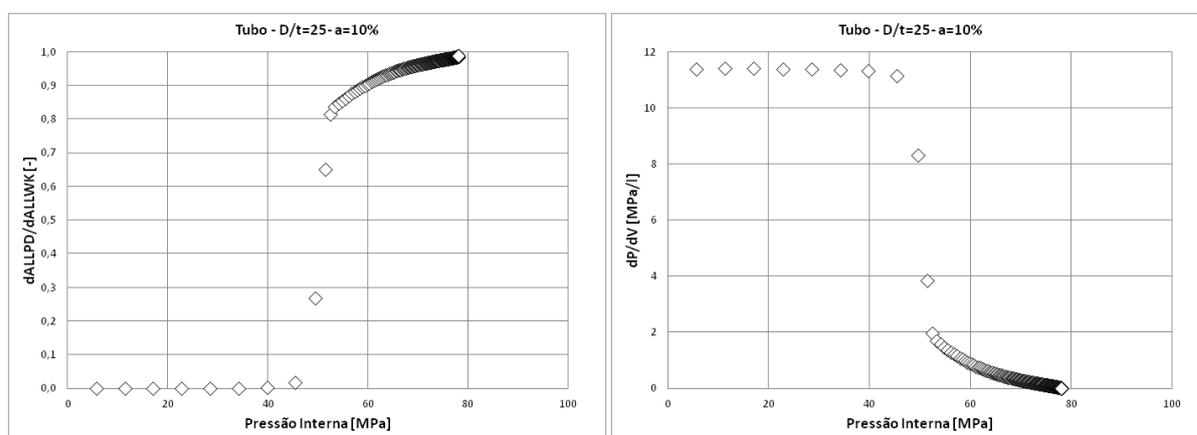


Figura E.40 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 10% da espessura

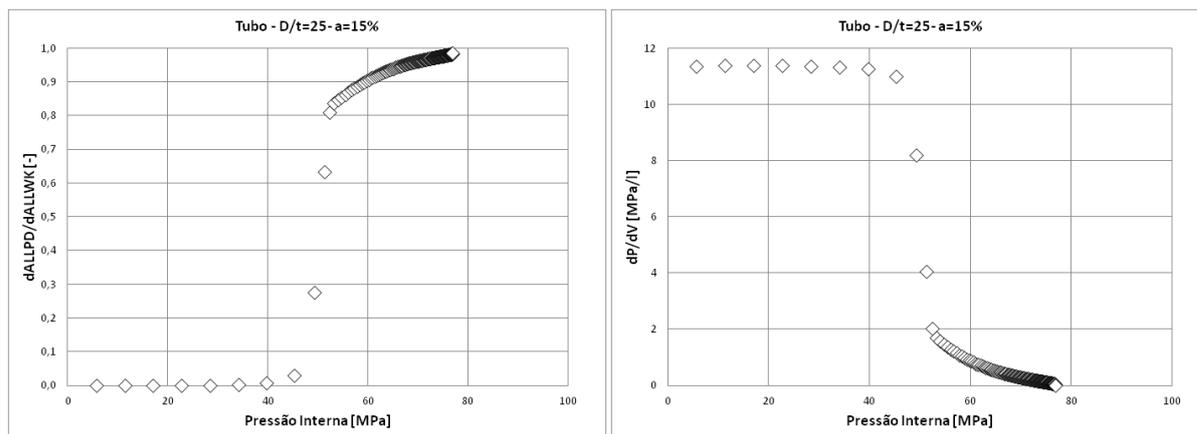


Figura E.41 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 15% da espessura

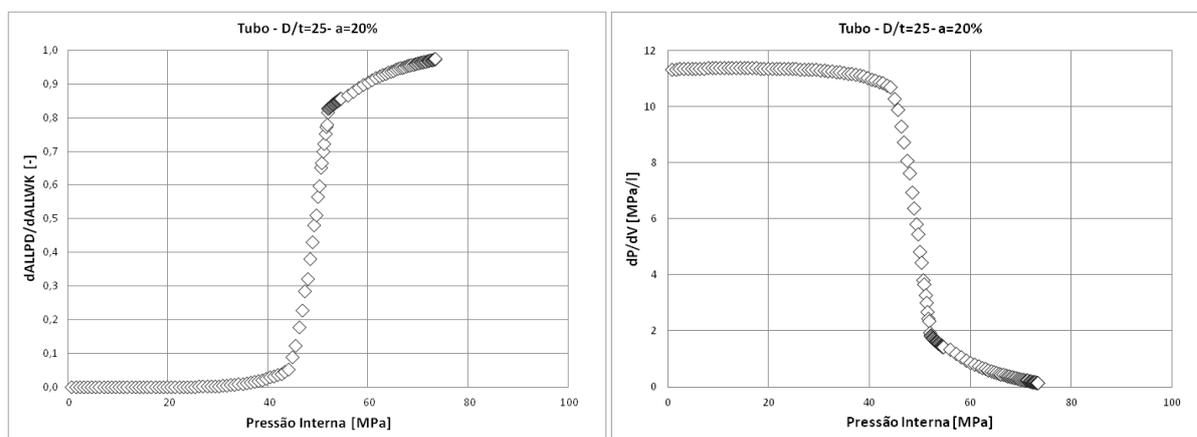


Figura E.42 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 20% da espessura

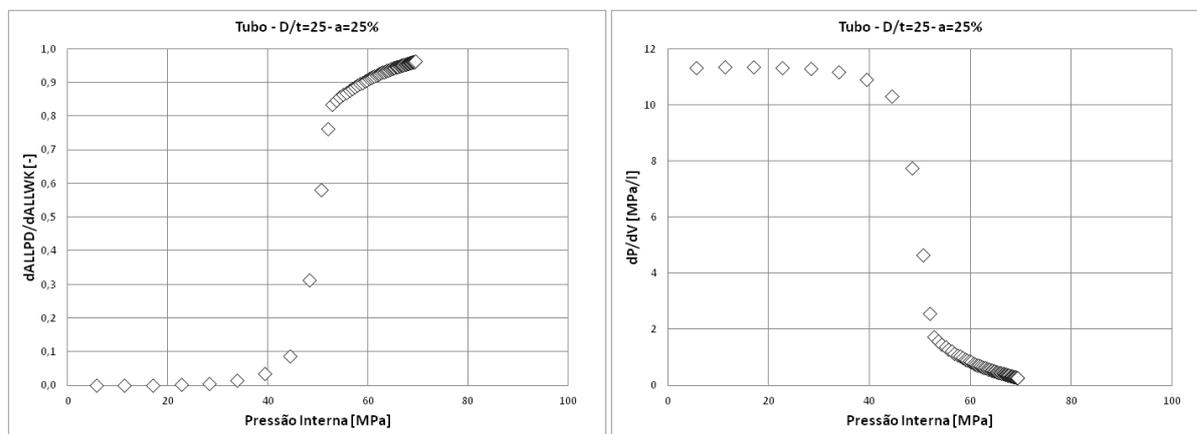


Figura E.43 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 25% da espessura

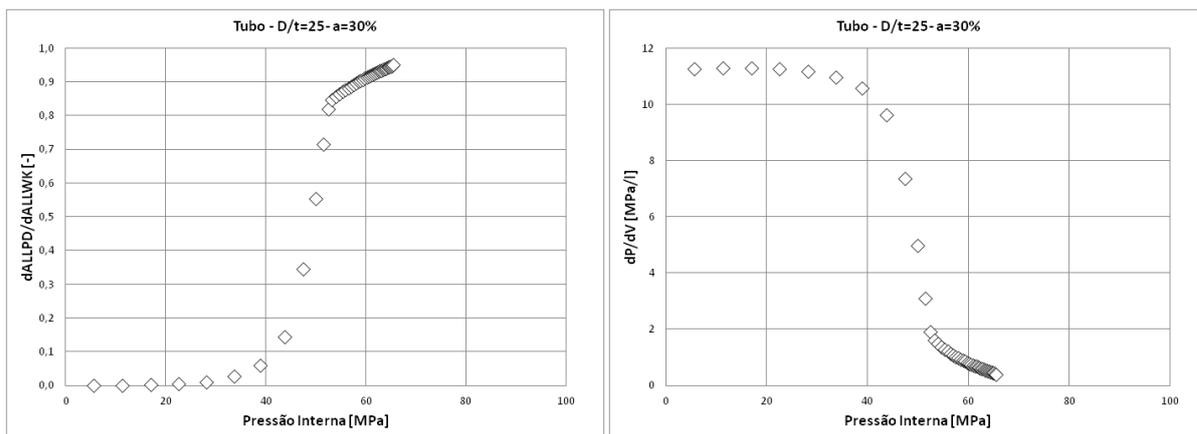


Figura E.44 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 30% da espessura

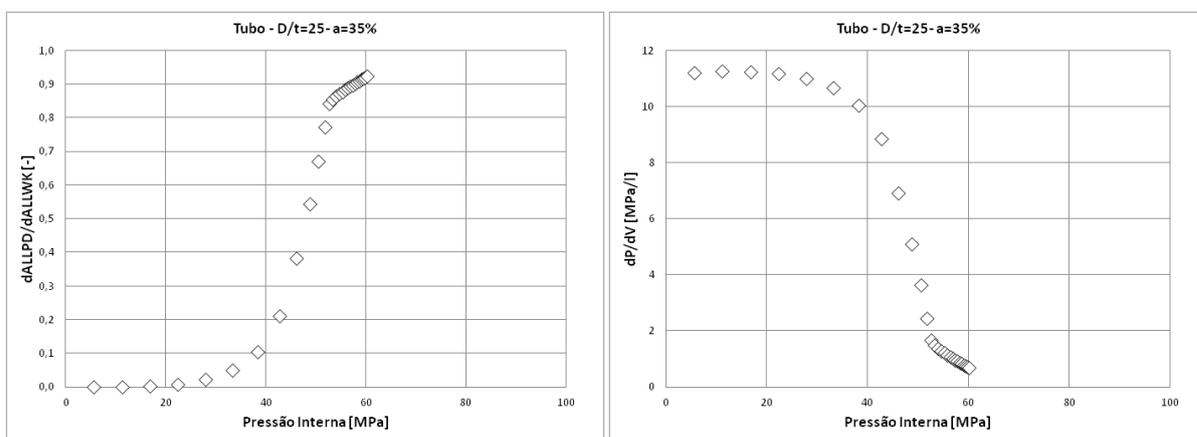


Figura E.45 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 35% da espessura

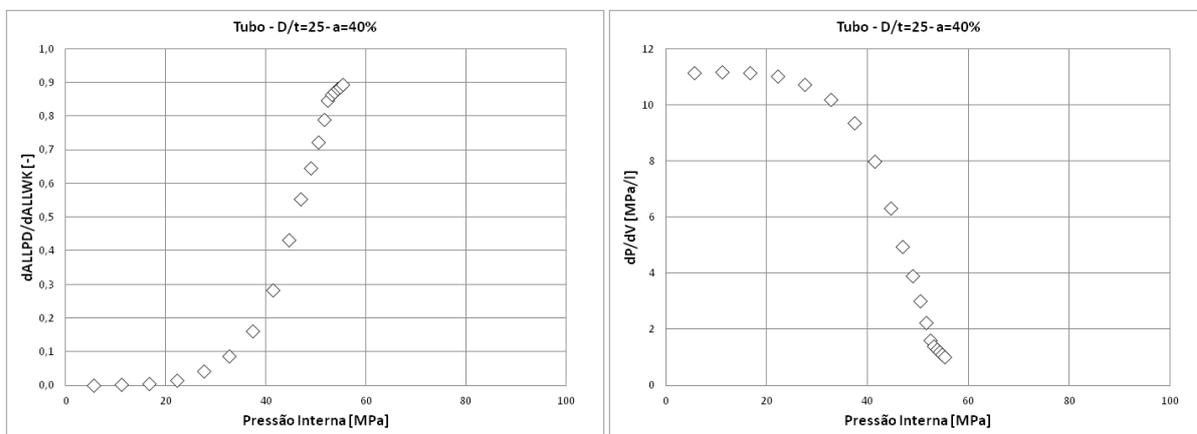


Figura E.46 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 40% da espessura

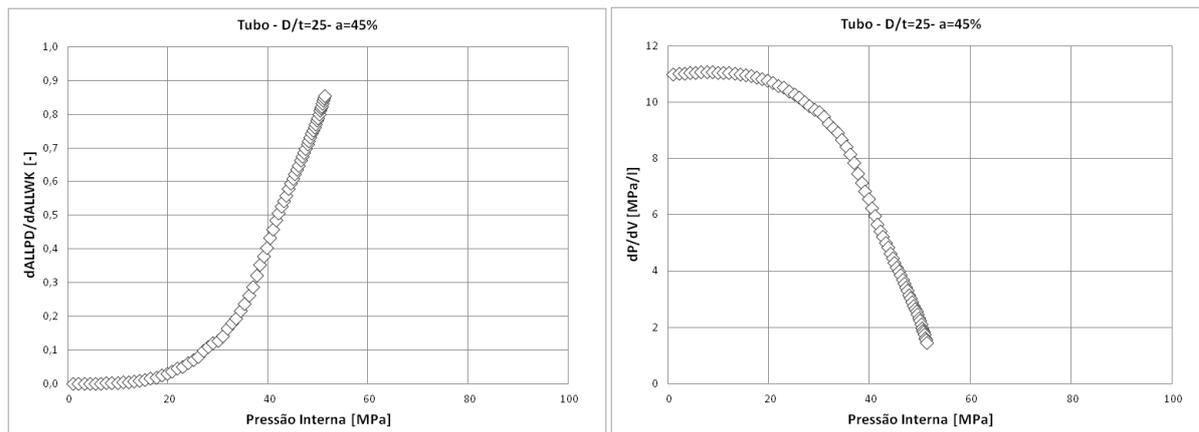


Figura E.47 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 45% da espessura

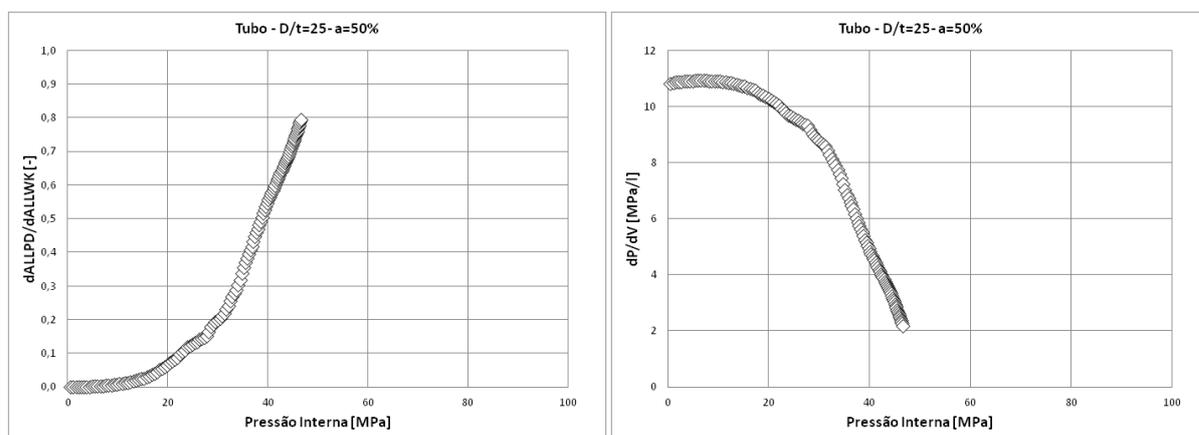


Figura E.48 – Variação da energia dissipada por incremento de trabalho externo realizado (esquerda) e incremento de pressão por incremento de volume (direita) em função da pressão interna aplicada ao tubo, modelo 3, para trinca de 50% da espessura