



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**  
**ENGENHARIA MECÂNICA**

**“INFLUÊNCIA DE ABERTURAS EM LAJES COM FÔRMA  
DE AÇO NERVURADA NA LARGURA EFETIVA DE VIGAS  
MISTAS BIAPOIADAS”**

**RODRIGO DOS REIS MOLINA**

**BELO HORIZONTE, 21 DE MAIO DE 2015**

Rodrigo dos Reis Molina

**“INFLUÊNCIA DE ABERTURAS EM LAJES COM FÔRMA  
DE AÇO NERVURADA NA LARGURA EFETIVA DE VIGAS  
MISTAS BIAPOIADAS”**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Projeto

Orientador: Prof. Dr. Ramon Molina Valle

(Universidade Federal de Minas Gerais)

Coorientador: Prof. Dr. Ricardo Hallal Fakury

(Universidade Federal de Minas Gerais)

Belo Horizonte

Escola de Engenharia da UFMG

2015



**Universidade Federal de Minas Gerais**

**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

Av. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha - 31.270-901 - Belo Horizonte – MG

Tel.: +55 31 3499-5145 - Fax.: +55 31 3443-3783

www.demec.ufmg.br - E-mail:cpgmec@demec.ufmg.br

**“INFLUÊNCIA DE ABERTURAS EM LAJES COM FÔRMA DE  
AÇO NERVURADA NA LARGURA EFETIVA DE VIGAS  
MISTAS BIAPOIADAS”**

**RODRIGO DOS REIS MOLINA**

Dissertação defendida e aprovada em 21, de maio de 2015, pela Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia “Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais”, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de “**Mestre em Engenharia Mecânica**”, na área de concentração de “**Projeto Mecânico**”.

---

**Prof. Dr. Ramón Molina Valle**

Orientador – Departamento de Engenharia Mecânica/UFMG

---

**Prof. Dr. Ricardo Hallau Fakury**

CO-Orientador – Departamento de Engenharia de Estruturas/UFMG

---

**Profa. Dra. Ana Lydia Reis de Castro e Silva**

Departamento de Engenharia de Estruturas /UFMG

---

**Dr. Roberval José Pimenta**

Codeme Engenharia S.A.





## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, que sempre me deram exemplo, força e apoio em todos os momentos da minha vida.

Ao professor Ricardo Fakury, por sua orientação, conhecimento, paciência e perseverança mesmo nos momentos mais difíceis.

Ao Eng. Dr. Roberval Pimenta, pela sugestão do tema e por permitir a utilização dos recursos computacionais na CODEME ENGENHARIA S/A, o que foi fundamental para a realização das análises numéricas.

A Renata pela paciência, compreensão e apoio diário.

# SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	20
1.1. Considerações gerais.....	20
1.2. Objetivos.....	21
1.3. Justificativa.....	21
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	22
2.1. Generalidade sobre vigas mistas.....	22
2.1.1. Comentários iniciais.....	22
2.2. Conceito de Largura Efetiva.....	25
2.3. Determinação da largura efetiva por meio das normas técnicas.....	26
2.3.1. ABNT NBR 8800:2008.....	26
2.3.2. EN 1994-1-1:2004.....	26
2.3.3. ANSI/AISC 360-10.....	27
2.3.4. CAN/CSA-S16-01.....	28
2.4. Estado da arte.....	28
2.4.1. Largura efetiva em vigas com aberturas na laje de concreto.....	28
2.4.1.1. Metodologia de WIESNER et al. (1996) para determinação da variação da largura efetiva da laje.....	28
2.4.1.2. Análise numérica de BAHAROM e XIAO (2011) sobre vigas mistas com aberturas na laje.....	30
2.4.1.3. Análise numérica de WANG e NIE (2014) sobre vigas mistas com aberturas na laje.....	31
3. METODOLOGIA.....	32
3.1. Introdução.....	32
3.2. Elementos finitos adotados.....	32

3.3.	Modelos constitutivos .....	33
3.3.1.	Viga e fôrma de aço incorporada.....	33
3.3.2.	Concreto .....	34
3.4.	Parâmetros do modelo .....	37
3.4.1.	Geometria do modelo e parâmetros da viga mista .....	37
3.4.2.	Dimensões e posições das aberturas.....	38
3.5.	Condições de contorno.....	40
3.6.	Determinação da largura efetiva no modelo em elementos finitos.....	45
3.6.1.	Primeira etapa – Cálculo da tensão ao longo da espessura.....	45
3.6.2.	Segunda etapa – Cálculo da tensão ao longo da seção transversal.....	47
4.	RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	50
4.1.	Modelagem do perfil I de aço .....	50
4.2.	Validação do modelo simplificado .....	53
4.3.	Teste de malha .....	62
4.4.	Análise da viga mista sem aberturas .....	63
4.5.	Análise da viga mista com aberturas .....	67
4.5.1.	Influência da distância das aberturas ao eixo de simetria do perfil de aço (A) 67	
4.5.2.	Influência do comprimento transversal (B).....	88
4.5.3.	Influência do comprimento longitudinal (C).....	99
4.5.4.	Formulação para análise das aberturas .....	108
4.5.5.	Verificação da formulação.....	110
5.	Considerações finais .....	117
5.1.	Conclusões .....	117
5.2.	Proposições para continuidade do trabalho.....	118
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	120



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1 –Exemplos de elementos estruturais mistos. ....	20
FIGURA 2.1 –Tipos usuais de vigas mistas.....	23
FIGURA 2.2 – Configuração deformada de uma viga mista simplesmente apoiada sob ação de cargas verticais. ....	24
FIGURA 2.3 – Distribuição de deformação para interações nula, completa e parcial...	24
FIGURA 2.4 – Distribuição de tensão normal em uma laje mista.....	25
FIGURA 2.5 –Variação da largura efetiva da mesa de concreto ao longo do vão da viga de acordo com o EN 1994-1-1: 2004.....	27
FIGURA 2.6 – Cálculo da largura efetiva da mesa de concreto segundo WIESNER et al. (1996). ....	29
FIGURA 2.7 – Layout do modelo das aberturas na laje das vigas mista analisadas por BAHAROM e XIAO (2011) .....	30
FIGURA 2.8 – Layout dos parâmetros analisados por WANG e NIE (2014). ....	31
FIGURA 3.1 – Elemento finito SOLID 65. ....	32
FIGURA 3.2 – Elemento finito SHELL 181.....	33
FIGURA 3.3 –Curva tensão versus deformação do aço adotado.....	34
FIGURA 3.4 – Modelo constitutivo adotado para concreto à compressão.....	36
FIGURA 3.5 –Modelo constitutivo adotado para o concreto à tração . ....	36
FIGURA 3.6 – Geometria do modelo. ....	37
FIGURA 3.7 – Fôrma de aço adotada. ....	38
FIGURA 3.8 – Configurações adotadas das aberturas na laje. ....	39
FIGURA 3.9 – Critério para nomenclatura dos modelos. ....	40
FIGURA 3.10 – Sistema de coordenadas dos modelos analisados. ....	41
FIGURA 3.11 – Ligação do perfil de aço com a laje de concreto. ....	42
FIGURA 3.12 – Ligação da fôrma de aço com a laje de concreto e o perfil de aço. ....	43

FIGURA 3.13 – Condições de apoio dos modelos.....	44
FIGURA 3.14 – Seccionamento do modelo no sentido transversal.....	45
FIGURA 3.15 – Geometria da malha do modelo.....	46
FIGURA 3.16 – Procedimento de cálculo da tensão média ponderada pela espessura para cada posição da seção transversal.....	47
FIGURA 3.17 – Procedimento de cálculo da largura efetiva pra cada lado da viga mista.....	48
FIGURA 3.18 – Regiões avaliadas no cálculo da largura efetiva. ....	49
FIGURA 4.1 – Configurações analisadas da geometria do perfil de aço.....	50
FIGURA 4.2 – Condições de contorno dos modelos de vigas em balanço.....	52
FIGURA 4.3 – Configuração do modelo simplificado.....	53
FIGURA 4.4 – Tensão de von Mises dos modelos simplificados.....	55
FIGURA 4.5 – Elemento finito SOLID45 .....	56
FIGURA 4.6 – Tensão de von Mises da viga mista simplificada para configuração 3..	57
FIGURA 4.7 – Tensão de von Mises na laje na seção longitudinal do modelo simplificada para configuração 3.....	58
FIGURA 4.8 – Tensão axial na laje na seção longitudinal do modelo simplificada para configuração 3. ....	59
FIGURA 4.9 – Tensão axial na laje na seção transversal no meio do vão da viga dos modelos simplificada para configuração 3. ....	60
FIGURA 4.10 – Tensão axial na laje na seção transversal a 4363 mm do apoio no modelo simplificada para configuração 3.....	61
FIGURA 4.11 – Tensão axial na laje ao longo da seção transversal.....	61
FIGURA 4.12 – Largura efetiva dos modelos simplificados para configuração 3. ....	62
FIGURA 4.13 – Teste de malha para a largura efetiva. ....	63
FIGURA 4.14 – Largura efetiva do modelo M_1800_S e pelo EN 1994-1-1:2004. ....	63
FIGURA 4.15 – Tensão axial no meio do vão da laje de concreto. ....	64
FIGURA 4.16 – Largura efetiva do modelo M_3000_S e pelo EN 1994-1-1:2004. ....	65

FIGURA 4.17 – Linearização da largura efetiva do modelo M_1800_S.....	66
FIGURA 4.18 – Linearização da largura efetiva do modelo M_3000_S.....	66
FIGURA 4.19 – Linearização da largura efetiva dos modelos M_1800_S e M_3000_S. .....	67
FIGURA 4.20 – Resultados dos modelos M_1800_1_300_300_100 e M_1800_1_300_300_300.....	68
FIGURA 4.21 – Tensões axiais do modelo M_1800_1_300_300_100 comparadas com o modelo M_1800_S. ....	69
FIGURA 4.22 – Tensões axiais do modelo M_1800_1_300_300_300 comparadas com o modelo M_1800_S. ....	69
FIGURA 4.23 – Resultados dos modelos M_1800_2_300_300_100 e M_1800_2_300_300_300.....	70
FIGURA 4.24 – Tensões axiais do modelo M_1800_2_300_300_100 comparadas com o modelo M_1800_S. ....	71
FIGURA 4.25 – Tensões axiais do modelo M_1800_2_300_300_300 comparadas com o modelo M_1800_S. ....	71
FIGURA 4.26 – Tensões axiais do modelo M_1800_2_300_300_100 comparadas com o modelo M_1800_S. ....	72
FIGURA 4.27 – Tensões axiais do modelo M_1800_2_300_300_300 comparadas com o modelo M_1800_S. ....	73
FIGURA 4.28 – Resultados dos modelos M_1800_3_300_300_100 e M_1800_3_300_300_300.....	73
FIGURA 4.29 – Resultados dos modelos M_1800_4_300_300_100 e M_1800_4_300_300_300.....	74
FIGURA 4.30 – Tensões axiais do modelo M_1800_4_300_300_100 comparadas com o modelo M_1800_S. ....	75
FIGURA 4.31 – Tensões axiais do modelo M_1800_4_300_300_300 comparadas com o modelo M_1800_S. ....	75
FIGURA 4.32 – Resultados dos modelos M_1800_5_300_300_100 e M_1800_5_300_300_300.....	76
FIGURA 4.33 – Tensões axiais do modelo M_1800_5_300_300_100 comparadas com o modelo M_1800_S. ....	76

FIGURA 4.34 – Tensões axiais do modelo M_1800_5_300_300_300 comparadas com o modelo M_1800_S. ....	77
FIGURA 4.35 – Resultados dos modelos M_1800_6_300_300_100 e M_1800_6_300_300_300.....	77
FIGURA 4.36 – Resultados dos modelos M_1800_3_600_600_100 e M_1800_3_600_600_300.....	78
FIGURA 4.37 – Distância necessária para recuperação total da largura efetiva para os modelos com aberturas na laje e distância entre vigas de 1800 mm. ....	79
FIGURA 4.38 – Ângulo da curva de recuperação da largura efetiva.....	80
FIGURA 4.39 – Perda da largura efetiva local na abertura.....	80
FIGURA 4.40 – Perda percentual da largura efetiva local na abertura. ....	81
FIGURA 4.41 – Resultados dos modelos M_3000_1_300_600_100.....	81
FIGURA 4.42 – Resultados dos modelos M_3000_1_300_300_100 e M_3000_1_300_300_300.....	82
FIGURA 4.43 – Resultados dos modelos M_3000_2_300_300_100 e M_3000_2_300_300_300.....	82
FIGURA 4.44 – Resultados dos modelos M_3000_1_300_600_100 e M_3000_1_300_600_300.....	83
FIGURA 4.45 – Resultados dos modelos M_3000_2_300_600_100 e M_3000_2_300_600_300.....	83
FIGURA 4.46 – Resultados dos modelos M_3000_1_600_300_100 e M_3000_1_600_300_300.....	84
FIGURA 4.47 – Resultados dos modelos M_3000_2_600_300_100 e M_3000_2_600_300_300.....	84
FIGURA 4.48 – Resultados dos modelos M_3000_1_600_600_100 e M_3000_1_600_600_300.....	85
FIGURA 4.49 – Resultados dos modelos M_3000_2_600_600_100 e M_3000_2_600_600_300.....	85
FIGURA 4.50 – Distância necessária para recuperação total da largura efetiva para os modelos com aberturas na laje e distância entre vigas de 3000 mm. ....	86
FIGURA 4.51 – Ângulo da curva de recuperação da largura efetiva.....	87



FIGURA 4.52 – Perda da largura efetiva local na abertura.....	87
FIGURA 4.53 – Resultados dos modelos M_1800_1_300_300_100 e M_1800_1_300_600_100.....	88
FIGURA 4.54 – Resultados dos modelos M_1800_2_300_300_100 e M_1800_2_300_600_100.....	89
FIGURA 4.55 – Resultados dos modelos M_1800_1_600_300_100 e M_1800_1_600_600_100.....	89
FIGURA 4.56 – Resultados dos modelos M_1800_2_600_300_100 e M_1800_2_600_600_100.....	90
FIGURA 4.57 – Resultados dos modelos M_1800_1_300_300_300 e M_1800_1_300_600_300.....	90
FIGURA 4.58 – Resultados dos modelos M_1800_2_300_300_300 e M_1800_2_300_600_300.....	91
FIGURA 4.59 – Resultados dos modelos M_1800_1_600_300_300 e M_1800_1_600_600_300.....	91
FIGURA 4.60 – Resultados dos modelos M_1800_2_600_300_300 e M_1800_2_600_600_300.....	92
FIGURA 4.61 – Curva de recuperação da largura efetiva. ....	92
FIGURA 4.62 – Tensões axiais nos modelos M_1800_2_300_600_100 e M_1800_2_300_300_100.....	93
FIGURA 4.63 – Tensões axiais nos modelos M_1800_2_300_600_300 e M_1800_2_300_300_300.....	93
FIGURA 4.64 – Tensões axiais nos modelos M_1800_1_300_600_300 e M_1800_1_300_300_300.....	94
FIGURA 4.65 – Tensões axiais nos modelos M_1800_1_300_600_100 e M_1800_1_300_300_100.....	94
FIGURA 4.66 – Resultados dos modelos M_3000_1_300_300_100 e M_3000_1_300_600_100.....	95
FIGURA 4.67 – Resultados dos modelos M_3000_2_300_300_100 e M_3000_2_300_600_100.....	95
FIGURA 4.68 – Resultados dos modelos M_3000_1_600_600_100 e M_3000_1_600_300_100.....	96

FIGURA 4.69 – Resultados dos modelos M_3000_2_600_600_100 e M_3000_2_600_300_100.....	96
FIGURA 4.70 – Resultados dos modelos M_3000_1_300_300_300 e M_3000_1_300_600_300.....	97
FIGURA 4.71 – Resultados dos modelos M_3000_2_300_300_300 e M_3000_2_300_600_300.....	97
FIGURA 4.72 – Resultados dos modelos M_3000_1_600_300_300 e M_3000_1_600_600_300.....	98
FIGURA 4.73 – Resultados dos modelos M_3000_2_600_300_300 e M_3000_2_600_600_300.....	98
FIGURA 4.74 – Resultados dos modelos M_1800_1_300_300_100 e M_1800_1_600_300_100.....	99
FIGURA 4.75 – Resultados dos modelos M_1800_2_300_300_100 e M_1800_2_600_300_100.....	100
FIGURA 4.76 – Resultados dos modelos M_1800_1_300_600_100 e M_1800_1_600_600_100.....	100
FIGURA 4.77 – Resultados dos modelos M_1800_2_300_600_100 e M_1800_2_600_600_100.....	101
FIGURA 4.78 – Resultados dos modelos M_1800_1_300_300_300 e M_1800_1_600_300_300.....	101
FIGURA 4.79 – Resultados dos modelos M_1800_2_300_300_300 e M_1800_2_600_300_300.....	102
FIGURA 4.80 – Resultados dos modelos M_1800_1_300_600_300 e M_1800_1_600_600_300.....	102
FIGURA 4.81 – Resultados dos modelos M_1800_2_300_600_300 e M_1800_2_600_600_300.....	103
FIGURA 4.82 – Resultados dos modelos M_3000_1_300_300_100 e M_3000_1_600_300_100.....	104
FIGURA 4.83 – Resultados dos modelos M_3000_2_300_300_100 e M_3000_2_600_300_100.....	104
FIGURA 4.84 – Resultados dos modelos M_3000_1_300_600_100 e M_3000_1_600_600_100.....	105

FIGURA 4.85 – Resultados dos modelos M_3000_2_300_600_100 e M_3000_2_600_600_100.....	105
FIGURA 4.86 – Resultados dos modelos M_3000_1_300_300_300 e M_3000_1_600_300_300.....	106
FIGURA 4.87 – Resultados dos modelos M_3000_2_300_300_300 e M_3000_2_600_300_300.....	106
FIGURA 4.88 – Resultados dos modelos M_3000_1_300_600_300 e M_3000_1_600_600_300.....	107
FIGURA 4.89 – Resultados dos modelos M_3000_2_300_600_300 e M_3000_2_600_600_300.....	107
FIGURA 4.90 – Proposta para a recuperação da largura efetiva. ....	108
FIGURA 4.91 – Redução da largura efetiva. ....	109
FIGURA 4.92 – Modelo para o cálculo da largura efetiva com aberturas na laje de concreto. ....	110
FIGURA 4.93 – Linearização da largura efetiva do modelo M_1800_S com perfil de 600mm de altura. ....	111
FIGURA 4.94 – Tensão axial ponderada pela espessura no meio do vão da laje de concreto para o modelo M_1800_S com perfil de 600mm de altura. ....	112
FIGURA 4.95 – Resultados dos modelos M_1800_1_300_300_300 para viga com altura de 600 mm. ....	112
FIGURA 4.96 – Resultados dos modelos M_1800_1_300_300_300 para viga com altura de 600 mm. ....	113
FIGURA 4.97 – Resultados dos modelos M_1800_2_300_300_300 para viga com altura de 600 mm. ....	113
FIGURA 4.98 – Resultados dos modelos M_1800_2_300_600_300 para viga com altura de 600 mm. ....	114
FIGURA 4.99 – Comparação das perdas locais da larguras efetivas.....	115
FIGURA 4.100 – Modelo final para o cálculo da largura efetiva com aberturas na laje de concreto.....	116

## LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1 – Parâmetros do modelo <i>Concrete</i> disponível no ANSYS.....	34
TABELA 3.2 – Parâmetros das vigas mistas .....	38
TABELA 4.1 – Propriedades geométricas do perfil W360x32,9 da GERDAU .....	50
TABELA 4.2 – Comparação das propriedades geométricas para as configurações do perfil de aço analisado. ....	51
TABELA 4.3 – Comparação dos deslocamentos obtidos para as configurações do perfil de aço analisado.....	52
TABELA 4.4 – Configurações do modelo simplificado da viga mista.....	54
TABELA 4.5 – Comparação entre o momento plástico resistente dos modelos numéricos e da norma ABNT NBR 8800:2008.....	55
TABELA 4.6 – Geometria dos conectores de cisalhamento.....	56
TABELA 4.7 – Comparação dos resultados para os modelos simplificados com e sem conectores de cisalhamento. ....	57
TABELA 4.8 – Dimensões do perfil de aço.....	110
TABELA 4.9 – Dimensões das aberturas dos modelos com perfil com 600 mm de altura. ....	111

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Letras Romanas

$b_{ef}$	- Largura efetiva
$b_{ef,0}$	- Largura efetiva na região do apoio
$b_{ef,i}$	- Largura efetiva de cada lado da linha de centro da viga
$b_{z_i}$	- Largura de influência da tensão nodal
$E$	- Módulo de elasticidade
$E_{ci}$	- Módulo de elasticidade inicial do concreto de densidade normal
$f_1$	- Resistência última biaxial à compressão sob o estado de tensão hidrostático ambiente
$f_2$	- Resistência última uniaxial à compressão sob o estado de tensão hidrostático ambiente
$f_c$	- Resistência última uniaxial à compressão
$f_{cb}$	- Resistência última biaxial à compressão
$f_t$	- Resistência última uniaxial à tração
$f_y$	- Limite de escoamento do aço
$h$	- Altura livre entre as faces internas das mesas do perfil de aço
$I_x$	- Momento de inércia em $x$
$L_{dev}$	- Distância entre vigas
$L_v$	- Vão da viga biapoiada
$M_{PLR,A}$	- Momento plástico resistente
$M_{pl,Rd}$	- Momento plástico resistente da viga mista
$P_d$	- Pressão máxima de projeto na laje de concreto
$P_k$	- Pressão característica na laje de concreto
$q$	- Carga distribuída máxima resistida por uma viga
$t$	- Espessura da capa de concreto
$T_c$	- Coeficiente multiplicador de rigidez para condição fissurada na tração
$t_{n(z_i,y_k)}$	- Espessura de influência da tensão nodal $\sigma_{x_n(z_i,y_k)}$
$t_{nz_i}$	- Espessura da laje localizado na seção transversal $n$ na posição transversal $z_i$ .
$t_f$	- Espessura das mesas do perfil de aço
$V_{R,M}$	- Reações dos apoios

## Letras Gregas

$\varphi$	- Ângulo de orientação da armadura dispersa no elemento SOLID65
$\theta$	- Ângulo de orientação da armadura dispersa no elemento SOLID65
$\mu_a$	- Coeficiente de transferência de cisalhamento para fissura aberta
$\mu_f$	- Coeficiente de transferência de cisalhamento para fissura fechada
$\varepsilon_c$	- Deformação correspondente à tensão máxima de compressão
$\varepsilon_c$	- Deformação
$\varepsilon_{cu}$	- Deformação última à compressão
$\sigma_{ha}$	- Estado de tensão hidrostática ambiente
$\sigma_x$	- Tensão axial na laje de concreto
$\sigma_{x_{max}}$	- Tensão axial máxima na laje de concreto
$\sigma_{x_{n(z_i)}}$	- Tensão média ponderada pela espessura para cada posição da seção transversal $n$ do modelo
$\sigma_{x_{n(z_i, y_k)}}$	- Tensão do nó localizado na seção transversal $n$ na posição transversal $z_i$ e na posição $y_i$ ao longo da espessura
$\sigma_{x_{n(max)}}$	- Máxima tensão de compressão na laje na seção transversal $n$ para cada lac vista mista
$\sigma_{eq}$	- Tensão de von Mises
$\sigma_{xp}$	- Tensão principal na direção $x$
$\sigma_{yp}$	- Tensão principal na direção $y$
$\sigma_{zp}$	- Tensão principal na direção $z$
$\sigma_h$	- Tensão hidrostática
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	- 1ª, 2ª e 3ª tensões principais
$\tau_m$	- Tensão de cisalhamento média
$\xi$	- Ângulo entre a biela de compressão e a mesa tracionada da viga

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

APDL	- ANSYS Parametric Design Language
GUI	- Guide user interface
MEF	- Método dos elementos finitos
X, Y, Z	- Eixos globais

## RESUMO

Em construções de edifícios de andares múltiplos é comum a inserção de aberturas nos pisos para a passagem de dutos, cabos e outros componentes oriundos da compatibilização do projeto estrutural com as demais áreas envolvidas (elétrica, hidráulica, arquitetônica, ar condicionado, etc.). A presença dessas aberturas na laje provocam perturbações no seu fluxo de tensões e, conseqüentemente, uma variação na largura efetiva da mesa de concreto afetando de forma significativa a capacidade resistente à flexão e a rigidez da viga mista.

Apesar de as aberturas em lajes serem usuais em diversos tipos de edificações, a norma brasileira ABNT NBR 8800: 2008 não aborda o dimensionamento de vigas mistas com essas aberturas dentro da sua largura efetiva. Mesmo as normas reconhecidas internacionalmente, como a americana ANSI/AISC 360-10, a canadense CAN/CSA-S16-01 e a europeia EN 1994-1-1:2004, não preveem o dimensionamento de vigas mistas com essas características. É necessário, portanto, desenvolver recomendações e um procedimento para cálculo e projeto que possam representar de maneira adequada o comportamento de tais vigas.

Este trabalho tem como objetivo analisar a influência da posição e dimensões de aberturas em lajes mistas, com forma de aço nervurada, na largura efetiva de vigas mistas de aço e concreto por meio de simulação numérica pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), considerando as não linearidades físicas dos materiais envolvidos. Tem ainda como objetivo propor um procedimento para o cálculo analítico da largura efetiva na região das aberturas e em suas adjacências.

*Palavras Chave: Largura efetiva, viga mista, elementos finitos, aberturas em laje.*

## ABSTRACT

Openings in the floors, in construction of multi-storey buildings, are commonly used to make passage for pipelines, cables and other components derived from the compatibility of the structural design with other areas involved (electrical, hydraulic, architectural, air conditioning, etc.). The presence of these openings in the concrete slab cause disruption in its flow stress and hence a variation in the effective width of the concrete flange significantly affecting the load capacity and flexural stiffness of the composite beam.

Although the openings in slabs are usual in different types of buildings, the Brazilian standard ABNT NBR 8800: 2008 does not provide design methodology of composite beams with such openings within its effective width. Even internationally recognized standards such as the American ANSI / AISC 360-10, the Canadian CAN / CSA-S16-01 and European EN 1994-1-1: 2004, do not provide a design methodology for composite beams with these characteristics. It is therefore necessary to develop recommendations and a procedure for calculation and design that can adequately represent the behavior of such beams.

This paper aims to analyze the influence of the position and dimensions of openings in composite slabs with ribbed steel deck, the effective width of composite steel-concrete beams through numerical simulation using Finite Element Method (FEM), considering non-physical linearity of the materials involved. It also has the objective to propose a procedure for the analytical calculation of the effective width of the openings in the region and its surroundings.

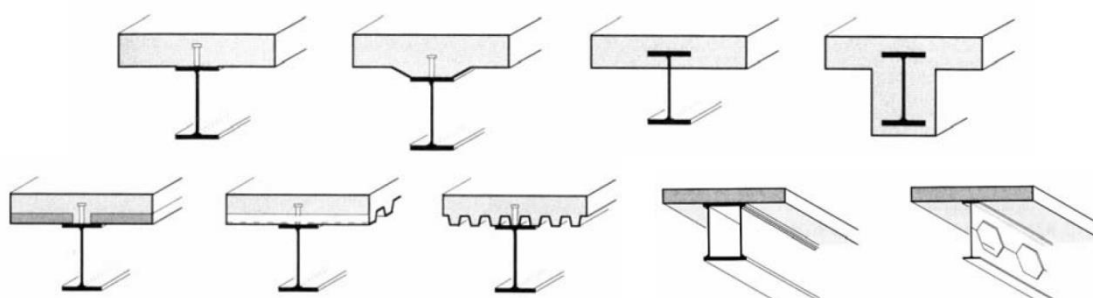
*Keywords: Effective width, composite beams, finite elements, slab opening.*



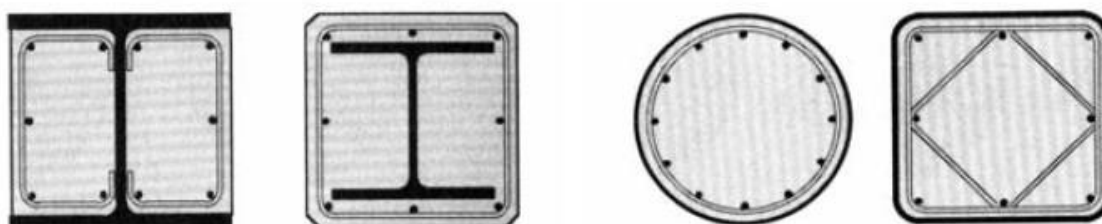
# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Considerações gerais

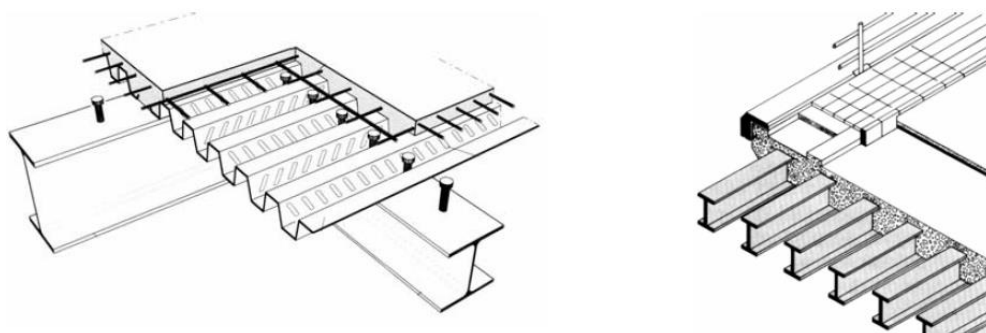
Os sistemas estruturais mistos de aço e concreto são largamente utilizados no exterior e seu uso vem crescendo no Brasil. Exemplos desses elementos são as lajes de concreto com fôrma de aço incorporada (lajes mistas), os pilares mistos constituídos por um perfil de aço I ou H com concreto entre as mesas ou envolvido com concreto ou um tubo de aço preenchido com concreto e as vigas mistas. A FIGURA 1.1 apresenta alguns exemplos de elementos mistos.



a) Vigas mistas



b) Pilares mistos



c) Lajes mistas

FIGURA 1.1 –Exemplos de elementos estruturais mistos.

As vigas mistas de aço e concreto surgiram da utilização de vigas de aço sob lajes de concreto. Inicialmente, as vigas de aço tinham a função de suportar os esforços na laje de

concreto e seus dimensionamentos eram independentes. Posteriormente, a contribuição da laje passou a ser considerada na capacidade resistente da viga, caracterizando um sistema misto.

Para que a viga se comporte, de fato, como mista é necessário haver dispositivos que conectem o perfil de aço à laje de concreto, promovendo um trabalho em conjunto dos dois materiais. Esses dispositivos são geralmente metálicos, denominam-se conectores de cisalhamento, e visam a restringir o escorregamento longitudinal e a separação vertical da interface aço-concreto, garantindo a existência de interação entre a laje de concreto e o perfil de aço.

Em construções de edifícios de andares múltiplos é comum a inserção de aberturas nos pisos para a passagem de dutos, cabos e outros componentes oriundos da compatibilização do projeto estrutural com as demais áreas envolvidas (elétrica, hidráulica, arquitetônica, ar condicionado, etc.). A presença dessas aberturas na laje provocam perturbações no seu fluxo de tensões e, conseqüentemente, uma variação na largura efetiva da mesa de concreto afetando de forma significativa a capacidade resistente à flexão e a rigidez da viga mista.

## **1.2. Objetivos**

Este trabalho tem como objetivo analisar a influência da posição e dimensões de aberturas em lajes mistas, com forma de aço nervurada, na largura efetiva de vigas mistas de aço e concreto por meio de simulação numérica através do Método dos Elementos Finitos (MEF), considerando as não linearidades físicas dos materiais envolvidos. Tem ainda como objetivo propor um procedimento para o cálculo analítico da largura efetiva na região das aberturas e em suas adjacências.

## **1.3. Justificativa**

Apesar de as aberturas em lajes serem usuais em diversos tipos de edificações, a norma brasileira ABNT NBR 8800: 2008 não aborda o dimensionamento de vigas mistas com essas aberturas dentro da sua largura efetiva. Mesmo as normas reconhecidas internacionalmente, como a americana ANSI/AISC 360-10, a canadense CAN/CSA-S16-01 e a europeia EN 1994-1-1:2004, não preveem o dimensionamento de vigas mistas com essas características. É necessário, portanto, desenvolver recomendações e um procedimento para cálculo e projeto que possam representar de maneira adequada o comportamento de tais vigas.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica acerca dos assuntos que envolvem generalidades sobre vigas mistas de aço e concreto, conceito de largura efetiva e metodologia para o cálculo da largura efetiva com e sem aberturas na laje de concreto.

### 2.1. Generalidade sobre vigas mistas

#### 2.1.1. Comentários iniciais

Segundo MALITE (1990), estudos relativos a sistemas mistos de aço e concreto iniciaram-se na Inglaterra em 1914 onde a empresa Redpath Brow and Company iniciou uma série de ensaios a respeito de sistemas compostos para pisos.

Na década de 30 várias pontes foram construídas usando sistema misto e em 1944 as estruturas mistas de aço e concreto foram introduzidas nas normas da American Association of State Highway Officials (AASHO), associação esta que hoje passou a ser denominada AASHTO.

MALITE (1990) menciona que no Brasil, entre 1950 e 1960, a construção mista se limitou a alguns edifícios e pequenas pontes. Na década de 70, a utilização de sistemas mistos praticamente ficou estagnada, dando-se mais preferência a estruturas de concreto protendido e de concreto armado na construção de pontes e edificações. A partir da década de 80, sua utilização vem crescendo consideravelmente na construção de edifícios residências e comerciais, pontes, etc., bem como as pesquisas sobre o assunto em questão.

A utilização do sistema misto se torna viável e de grande vantagem em estruturas de vãos médios a elevados. Esse tipo de estrutura é caracterizado pela rapidez de execução e pela significativa redução do peso total da estrutura, em comparação com estruturas de concreto armado convencional.

O sistema de lajes mistas consiste na utilização de uma fôrma permanente de aço nervurada como suporte para o concreto antes da cura e da atuação das cargas de utilização. Após a cura do concreto, os dois materiais (a fôrma de aço e o concreto) solidarizam-se estruturalmente, formando o sistema misto. A fôrma de aço substitui então, total ou parcialmente, a armadura positiva da laje.

São diversas as funções das fôrmas de aço empregadas nas lajes mistas. Além de suportarem os carregamentos durante a construção e funcionarem como plataforma de trabalho, contraventam a estrutura, desempenhando o papel de diafragma horizontal, distribuem as deformações por retração, evitam a fissuração excessiva do concreto. Adicionalmente, apresentam vantagens como a possibilidade de dispensa do escoramento da laje e facilidade para passagem de dutos e instalações.

O comportamento misto é alcançado após a cura do concreto da laje, quando a fôrma de aço transmite as tensões cisalhantes horizontais na interface com o concreto, através de ligações mecânicas fornecidas por saliências (mossas) existentes na fôrma.

As vigas mistas resultam da associação de um perfil de aço com uma laje de concreto, cuja ligação é feita por meio dos conectores de cisalhamento, geralmente soldados à mesa superior do perfil.

Em edifícios, o perfil de aço mais utilizado é o do tipo "I". As lajes de concreto podem ser moldadas *in loco*, com face inferior plana ou com fôrma de aço incorporada (FIGURA 2.1), ou ainda, podem ser formadas de elementos pré-fabricados.

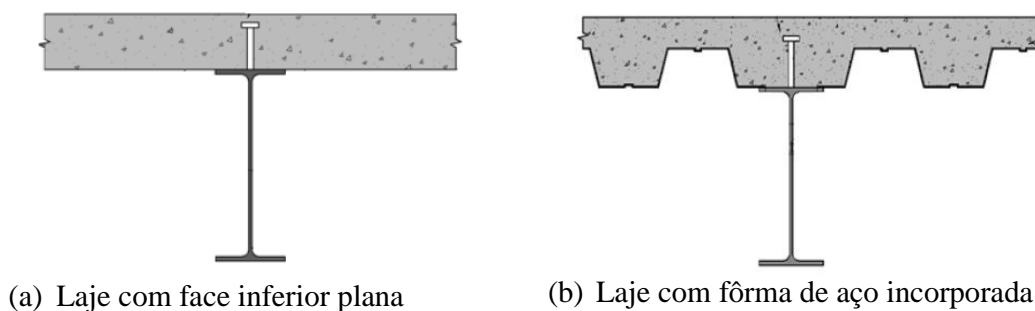


FIGURA 2.1 –Tipos usuais de vigas mistas.

As vigas mistas podem ser biapoiadas, semicontínuas ou contínuas. As biapoiadas são aquelas em que as ligações nos apoios podem ser consideradas como rótulas, as semicontínuas são aquelas que possuem ligação de rigidez parcial nos apoios internos e as contínuas são aquelas em que o perfil de aço e a armadura da laje têm continuidade total nos apoios internos.

As vigas mistas semicontínuas e contínuas, principalmente estas últimas, possuem uma distribuição mais favorável de momentos fletores ao longo de seu comprimento, permitindo a utilização de perfis de aço de menores dimensões, todavia com momentos negativos nos apoios internos. A laje de concreto fornece restrição completa ao deslocamento lateral da mesa superior do perfil de aço.

O dimensionamento de vigas mistas submetidas à flexão depende da caracterização do comportamento ao nível da ligação entre o aço e o concreto. Três situações são conhecidas nesse caso: a interação nula, completa e a interação parcial.

A FIGURA 2.2 apresenta a configuração deformada de uma viga mista de aço e concreto simplesmente apoiada sob efeito de cargas verticais.



FIGURA 2.2 – Configuração deformada de uma viga mista simplesmente apoiada sob ação de cargas verticais.  
 FONTE – Adaptado de QUEIROZ et al. (2001).

Pode ser observado que a fibra de concreto adjacente ao perfil de aço tende a se expandir, enquanto a fibra de aço adjacente à mesma interface tende a se contrair. Essa deformação relativa faz com os conectores de deformem, aplicando uma força sobre o concreto.

A situação descrita corresponde a uma viga mista com interação parcial. Considere agora uma viga mista em que na interface não ocorra a ação de forças restringindo a deformação relativa entre a laje de concreto e a viga de aço (sem conectores e sem atrito). Nesse caso, tem-se interação nula, portanto, a laje trabalha de forma independente da viga de aço, cada uma resistindo a uma parcela dos esforços de flexão.

Em outro extremo tem-se a interação completa, que considera a existência de uma “ligação perfeita” entre o aço e o concreto. Nesse caso, não há escorregamento longitudinal relativo entre os dois materiais, verificando-se a existência de uma única linha neutra, conforme mostra a FIGURA 2.3 (essa figura mostra também as deformações para interações nula e parcial).

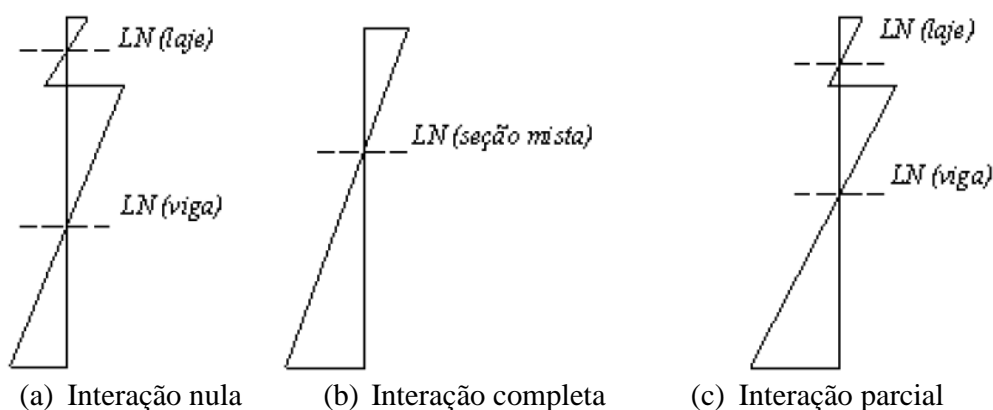


FIGURA 2.3 – Distribuição de deformação para interações nula, completa e parcial.  
 FONTE – Adaptado de QUEIROZ et al. (2001).

## 2.2. Conceito de Largura Efetiva

A teoria elementar da flexão em vigas parte do princípio que a seção permanece plana após a deformação e as tensões longitudinais ao longo da largura da viga são constantes. Entretanto, em viga com mesas largas, observa-se a não uniformidade das tensões axiais e dos deslocamentos relativos ao longo da largura da mesa. Essa não uniformidade das tensões está associada à tensão cisalhante (“shear”), que provoca um atraso (“lag”) no deslocamento axial no centro da mesa em relação ao deslocamento em seus extremos, originando um fenômeno denominado “shear lag”.

A FIGURA 2.4 apresenta a distribuição de tensão em uma laje mista. Como pode ser observado, a tensão normal máxima ocorre no ponto D, que corresponde ao ponto de ligação do perfil metálico na laje de concreto, e diminui à medida que se afasta do centro da viga até chegar ao mínimo nos pontos C e E. Essa variação na tensão faz com que apenas parte da largura da laje contribua para a rigidez e a capacidade resistente ao momento fletor da viga mista, levando ao conceito de largura colaborante ou efetiva. Para obter a largura efetiva, a largura real da mesa B é substituída por uma largura fictícia b, de maneira que a área GHJK seja igual à área ACDEF.

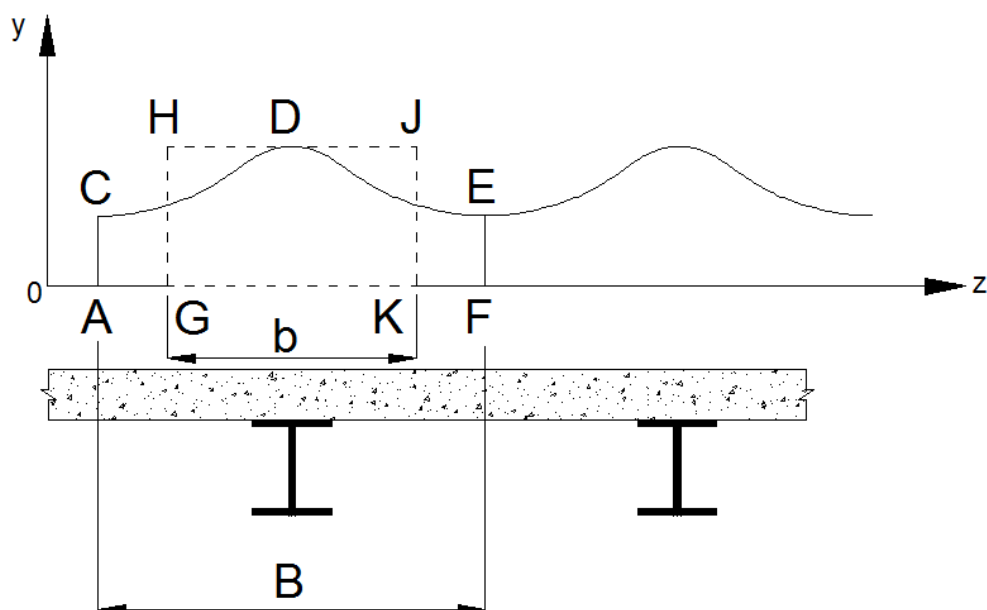


FIGURA 2.4 – Distribuição de tensão normal em uma laje mista.  
FONTE – QUEIROZ et al. (2010).

Conhecida a função que descreve o desenvolvimento das tensões axiais na seção transversal da laje, é possível determinar a área supracitada integrando essa mesma função conforme apresentado na EQUAÇÃO (2.1).

$$b_{ef} = \frac{1}{\sigma_{x_{max}}} \int_0^B \sigma_x(y) dy \quad (2.1)$$

Onde:

$\sigma_x(y)$  é a função que descreve a tensão axial na laje,  $\sigma_{x_{max}}$  é a tensão axial máxima da laje e  $B$  é a largura total da laje.

A posição em que a tensão deve ser obtida não é claramente estabelecida, podendo ser aplicada na superfície superior ou na linha média da laje.

FAHMY e ROBINSON (1986) e ELKELISH e ROBINSON (1986) propuseram uma versão modificada da definição original de como a largura efetiva é obtida. Nessa proposição, a variação da tensão axial ao longo da espessura da laje de concreto também é considerada, conforme apresentado na EQUAÇÃO (2.2).

$$b_{ef} = \frac{\int_{-t/2}^{t/2} \int_0^B \sigma_x(y, z) dy dz}{t \cdot \sigma_{x_{max}}(y, z)} \quad (2.2)$$

Onde:

$t$  é a espessura da laje.

### 2.3. Determinação da largura efetiva por meio das normas técnicas

A seguir são apresentados os procedimentos de cálculo para determinar a largura efetiva de vigas mistas biapoiadas segundo a norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 e as normas estrangeiras EN 1994-1-1:2004, ANSI/AISC 360-10 e CAN/CSA-S16-01.

#### 2.3.1. ABNT NBR 8800:2008

A largura efetiva da mesa de concreto, de cada lado da linha de centro da viga, deve ser igual ao menor dos seguintes valores:

- 1/8 do vão da viga mista, considerado entre linhas de centro dos apoios;
- metade da distância entre linhas de centro da viga analisada e a linha de centro da viga adjacente;
- distância da linha de centro da viga à borda de uma laje em balanço.

#### 2.3.2. EN 1994-1-1:2004

O EN 1994-1-1: 2004 considera a variação da largura efetiva da mesa de concreto ao longo do vão da viga, conforme se vê na FIGURA 2.5 e na EQUAÇÃO (2.3).

$$b_{ef,0} = \sum_{i=1}^2 \beta_i b_{ef,i} \quad (2.3)$$

Onde:

$$\beta_i = \left( 0,55 + 0,025 \frac{L_e}{b_{ef,i}} \right) \leq 1,0$$

$L_e$  é o vão da viga biapoiada;

$b_{ef,i}$  é a largura efetiva da mesa de concreto, idêntica ao proposto pela ABNT NBR 8800:2008.

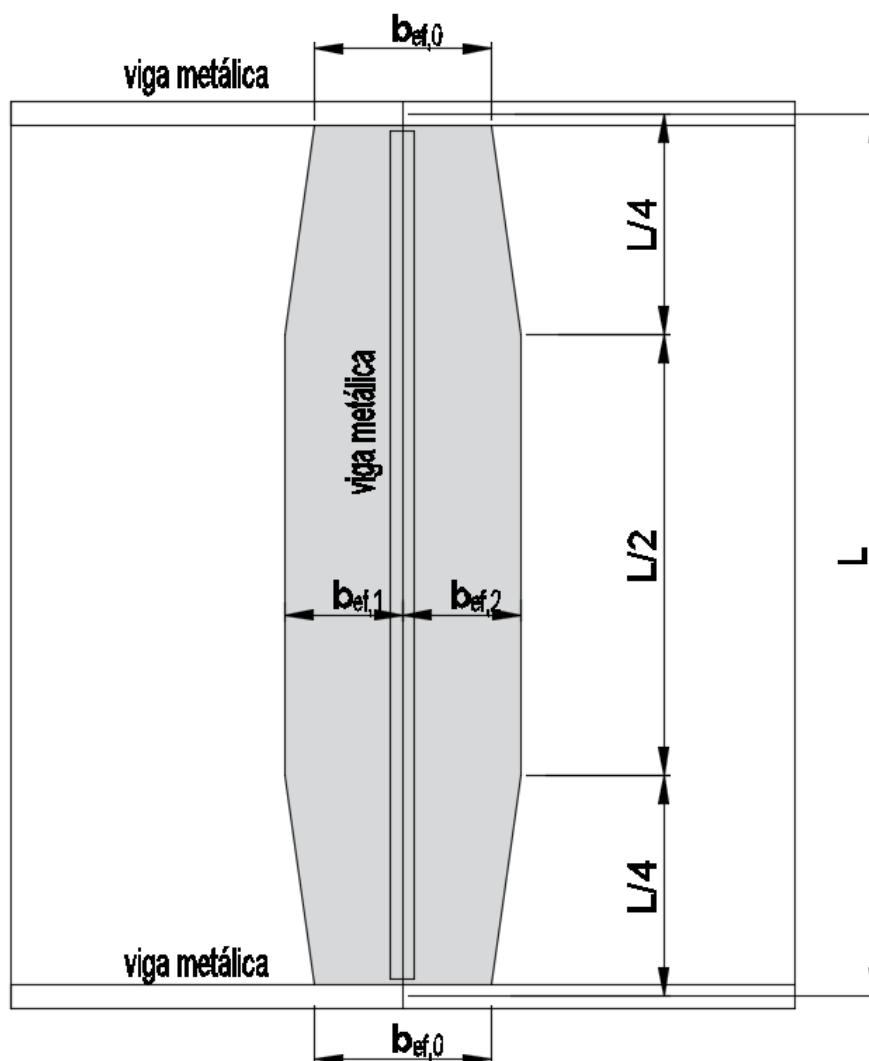


FIGURA 2.5 –Variação da largura efetiva da mesa de concreto ao longo do vão da viga de acordo com o EN 1994-1-1: 2004.

### 2.3.3. ANSI/AISC 360-10

A norma americana ANSI/AISC 360-10 adota o menor entre os seguintes valores para a largura efetiva de cada lado da linha de centro da viga:



- metade da distância da viga em questão à viga adjacente;
- 1/8 do vão da viga.
- distância da linha de centro da viga à borda de uma laje em balanço.

#### 2.3.4. CAN/CSA-S16-01

A norma CAN/CSA-S16-01 diferencia a largura efetiva da mesa de concreto para viga em que a laje se estende em ambos os lados (viga interna) e para vigas que a laje se entende para apenas um de seus lados (viga de borda). Em viga interna, o valor da largura efetiva da mesa de concreto é idêntico ao adotado pela ABNT NBR 8800:2008 e pelo ANSI/AISC 360-10. Para as vigas de borda, é adotado o menor dos dois valores a seguir somados à largura da mesa superior do perfil de aço:

- 1/10 do vão da viga mista;
- metade da distância entre linhas de centro da viga analisada e a linha de centro da viga adjacente.

## 2.4. Estado da arte

### 2.4.1. Largura efetiva em vigas com aberturas na laje de concreto

#### 2.4.1.1. Metodologia de WIESNER et al. (1996) para determinação da variação da largura efetiva da laje

Para o cálculo da viga mista com aberturas na laje, WIESNER et al. (1996) propõem uma simplificação para a variação da largura efetiva da mesa de concreto ao longo do comprimento da viga. Esse procedimento se baseia na construção de uma reta a partir do apoio e cuja tangente do ângulo em relação ao eixo da viga é 0,25. Essa reta limita a largura efetiva máxima da mesa de concreto da viga mista ao longo de seu comprimento, portanto a largura efetiva é dada pela distância perpendicular ao eixo longitudinal da viga à reta supracitada. Nas seções transversais correspondentes às extremidades da abertura, a largura efetiva deve ser subtraída da dimensão da abertura.

A partir da extremidade da abertura, há uma retomada do crescimento da largura efetiva seguindo a mesma reta cuja tangente é 0,25, conforme se vê na FIGURA 2.6.

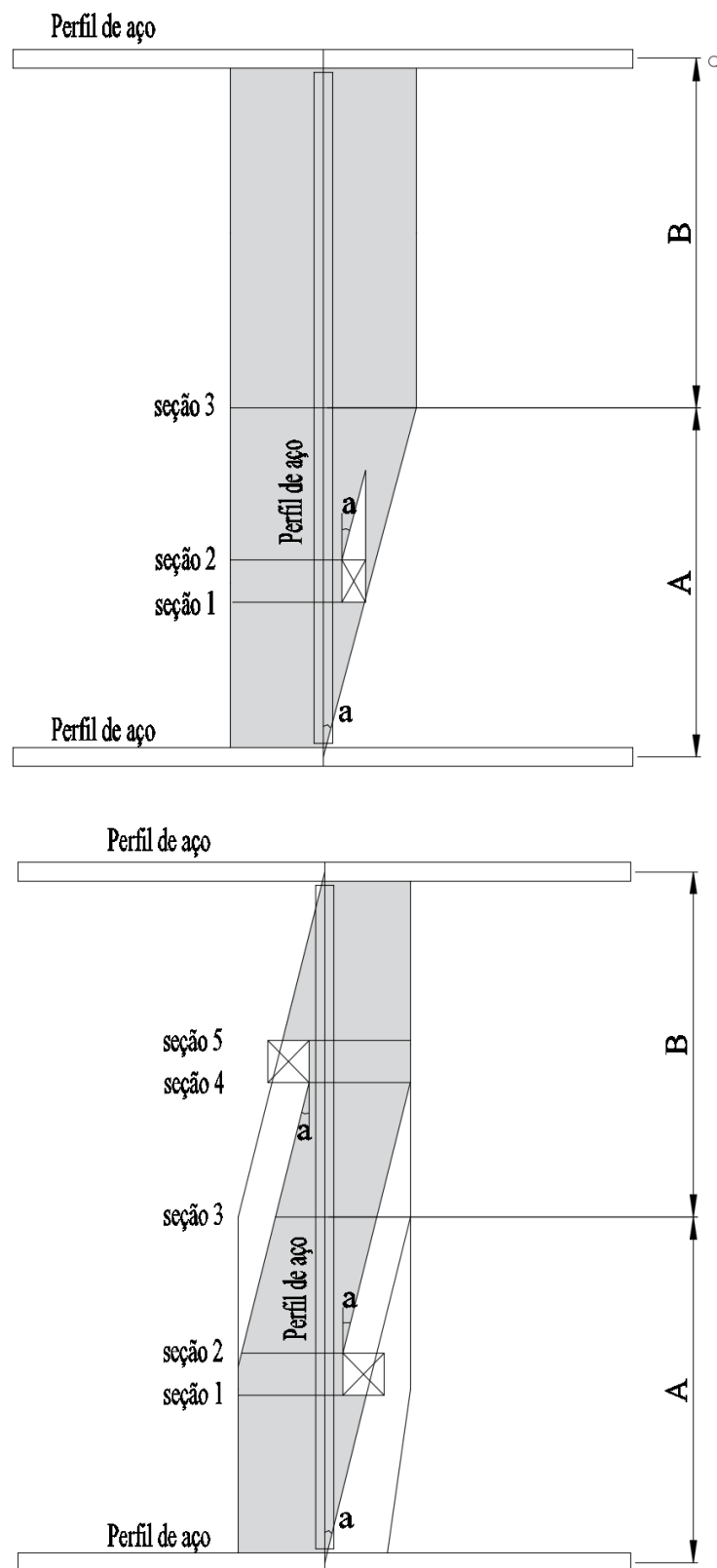


FIGURA 2.6 – Cálculo da largura efetiva da mesa de concreto segundo WIESNER et al. (1996).

Os procedimentos apresentados por WIESNER et al. (1996) são válidos somente para vigas mistas biapoiadas, com momento máximo próximo do meio do vão da viga e com no máximo duas aberturas dentro da largura efetiva da mesa de concreto. Ainda segundo esses autores, os efeitos das aberturas podem ser desconsiderados quando:

- todas as aberturas estiverem localizadas nas extremidades da viga, a uma distância menor que  $1/8$  da distância entre o apoio e o ponto de momento máximo;
- a distância entre o centro da alma do perfil e a aresta da abertura mais próxima não for menor que o maior valor entre  $L/80$  e 152,4 mm (6 polegadas).

#### 2.4.1.2. Análise numérica de BAHAROM e XIAO (2011) sobre vigas mistas com aberturas na laje.

BAHAROM e XIAO (2011) realizaram um estudo paramétrico em elementos finitos de vigas mistas com aberturas na laje de concreto. Nesse estudo foi analisada a influência da dimensão transversal e longitudinal da abertura no momento máximo resistente e no deslocamento para três tipos distintos de fôrmas de aço incorporadas.

Os autores consideraram as aberturas simétricas em relação aos eixos  $z$  e  $x$ . Portanto, apenas a metade do vão da viga foi modelada dando a devida atenção para as condições de contorno dos modelos ao longo da linha de simetria, conforme apresentado na FIGURA 2.7.

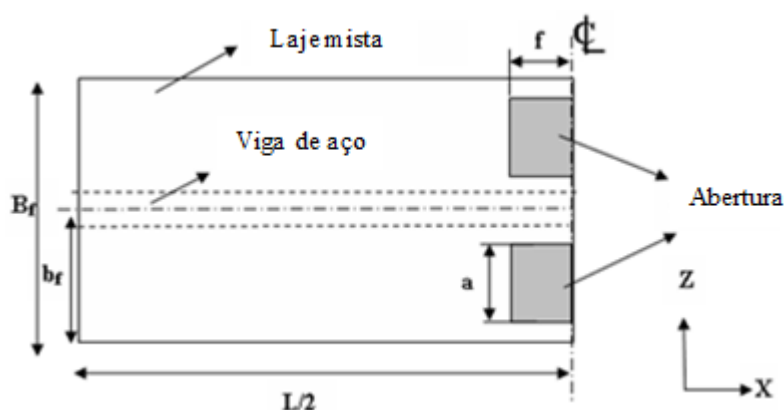


FIGURA 2.7 – Layout do modelo das aberturas na laje das vigas mista analisadas por BAHAROM e XIAO (2011)

FONTE - BAHAROM e XIAO (2011).

Os resultados apresentados por BAHAROM e XIAO (2011) mostraram que o aumento na dimensão da abertura no sentido transversal ( $a$ ) da viga provoca a diminuição da carga última da viga mista. Ao aumentar a dimensão da abertura no sentido longitudinal ( $f$ ) da viga não houve redução significativa na carga final encontrada. Esse comportamento é contrário aos resultados obtidos com a variação da dimensão das aberturas na direção do eixo transversal (eixo  $z$ ). Segundo BAHAROM e XIAO (2011), esse efeito se deve ao fato de a largura efetiva da viga mista não se alterar quando a dimensão longitudinal da abertura varia. Ao se aumentar a dimensão longitudinal da abertura, a largura efetiva se mantém ( $b_{ef} = B_f - 2a$ ). No entanto, ao se aumentar qualquer um das dimensões das aberturas ( $a$  e  $f$ ) foi observada uma redução da rigidez das vigas, a qual foi atribuída à mudança na geometria dessas vigas em relação ao eixo longitudinal (eixo  $x$ ).

### 2.4.1.3. Análise numérica de WANG e NIE (2014) sobre vigas mistas com aberturas na laje.

Em seu estudo paramétrico através do Método dos Elementos Finitos, WANG e NIE (2014) analisaram a influência da largura ( $w$ ), do comprimento ( $l$ ), da distância do furo ao meio do vão ( $d$ ) e da excentricidade ( $e$ ) de abertura na largura efetiva da laje em vigas mistas, conforme apresentado na FIGURA 2.8.

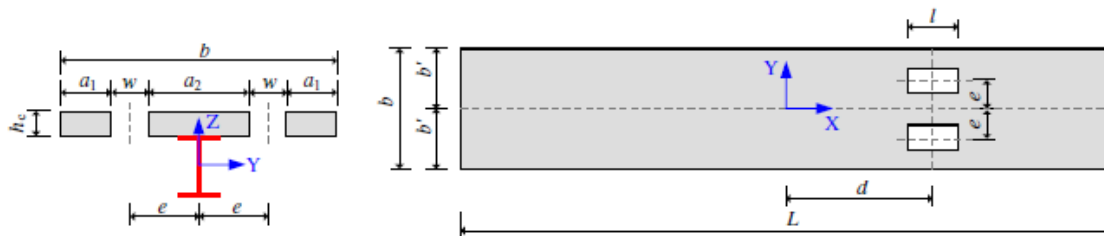


FIGURA 2.8 – Layout dos parâmetros analisados por WANG e NIE (2014).  
FONTE - WANG e NIE (2014)

Os resultados apresentados por WANG e NIE (2014) mostraram que apenas a dimensão transversal da abertura ( $w$ ) possui significativo efeito sobre a largura efetiva da viga mista. Com base nesses resultados, os autores propuseram um fator de redução da largura efetiva da viga mista na região de aberturas na laje para o regime elástico dado por:

$$\eta = 1 - \frac{3b_h}{2b_{ef}} + \frac{b_h^2}{2b_{ef}^2} \quad (2.4)$$

Onde:

$b_h$  é a largura total da abertura na seção e  $b_{ef}$  é a largura efetiva da viga mista calculada através do EN 1994-1-1: 2004.

Dessa forma, combinando a EQUAÇÃO (2.4) com o EN 1994-1-1:2004, WANG e NIE (2014) propuseram a seguinte expressão para obtenção da largura efetiva da viga mista com abertura em lajes:

$$b_{ef} = b_{ef0} \cdot \left( 1 - \frac{3b_h}{2b_{ef0}} + \frac{b_h^2}{2b_{ef0}^2} \right) \quad (2.5)$$

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1. Introdução

No presente trabalho foram desenvolvidos modelos numéricos que representam o comportamento de vigas mistas biapoiadas com perfis I de aço compactos, com aberturas na laje de concreto localizadas dentro da sua largura colaborante. Os modelos foram construídos com lajes mistas com fôrma de aço nervurada. Em todos os casos analisados, a carga atuante foi considerada uniformemente distribuída na laje.

A modelagem numérica foi feita pelo Método dos Elementos Finitos, com a utilização do programa ANSYS 12.1 (2009). Esse programa possui uma vasta biblioteca de elementos, tipos de análise estrutural, recursos numéricos disponíveis e pré e pós-processadores. A entrada de dados dos modelos numéricos foi feita por meio de arquivos-textos contendo a linguagem de projeto do ANSYS (APDL), o que permite a construção de modelos de forma paramétrica com o uso de variáveis, sem a utilização da interface gráfica do usuário (GUI). Esse recurso torna possível utilizar operações matemáticas, rotinas de repetição e comandos para tomada de decisão, facilitando assim efetuar qualquer alteração no modelo que seja necessária.

#### 3.2. Elementos finitos adotados

O ANSYS 12.1 (2009) possui em sua vasta biblioteca um elemento finito sólido com características específicas, chamado SOLID65, que, neste trabalho, será adotado para representar o concreto. Esse elemento é capaz de representar o comportamento de materiais que apresentam fissuração sob tensões de tração e esmagamento sob tensões de compressão. Trata-se de um elemento de forma hexaédrica composto de oito nós, cada um com três graus de liberdade, sendo eles as translações segundo as direções dos eixos x, y e z. Nesse elemento, as armaduras são representadas de maneira distribuída no seu volume, e podem ser incluídas independentemente em cada direção sob a forma de taxas, orientadas segundo os ângulos  $\phi$  e  $\theta$  (FIGURA 3.1), resistindo apenas aos esforços axiais. Os materiais do elemento de concreto e das armaduras são analisados considerando-se as não linearidades físicas.

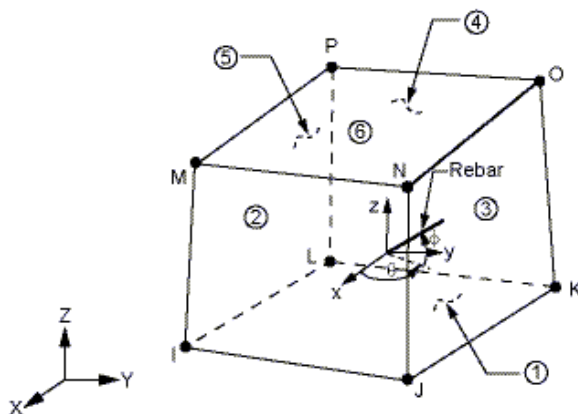


FIGURA 3.1 – Elemento finito SOLID 65.  
FONTE – Documentação do ANSYS 12.1(2009)

O elemento SHELL181 é usado para estruturas de casca de espessura fina ou moderadamente grossa, sendo útil em análises lineares e não lineares, com grandes deslocamentos e grandes deformações, (ANSYS 12.1, 2009). Esse elemento também permite a consideração de plasticidade, fluência e “stress stiffening”. Neste estudo, esse elemento será utilizado para representar o perfil e a fôrma de aço incorporada da laje de concreto.

O elemento SHELL181 é definido por quatro nós e seis graus de liberdade por nó, as translações nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  e as rotações em relação aos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , conforme apresentado na FIGURA 3.2.

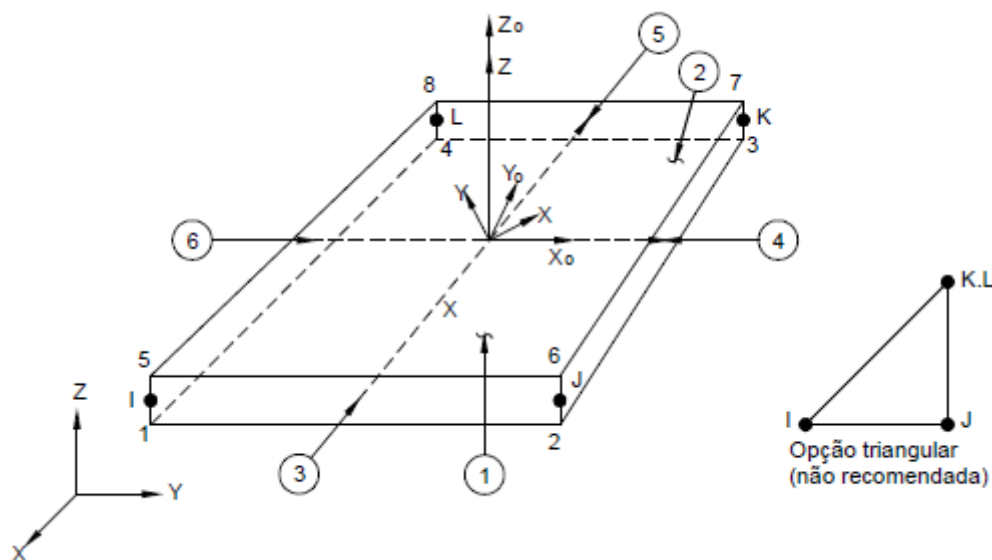


FIGURA 3.2 – Elemento finito SHELL 181.  
 FONTE – Documentação do ANSYS 12.1(2009)

### 3.3. Modelos constitutivos

#### 3.3.1. Viga e fôrma de aço incorporada

O comportamento dos aços do perfil e da fôrma de aço foi adotado como elastoplástico bilinear, onde a primeira reta possui módulo tangente igual ao módulo de elasticidade do aço e a segunda reta possui módulo tangente igual à zero, conforme apresentado na FIGURA 3.3. O módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson dos aços foram considerados iguais a 200000 MPa e 0,3 respectivamente.

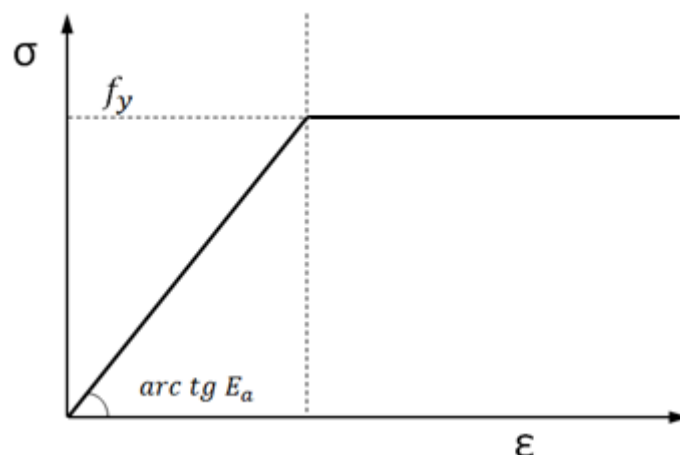


FIGURA 3.3 –Curva tensão versus deformação do aço adotado.

### 3.3.2. Concreto

O comportamento do concreto é representado por meio do modelo *Concrete* disponível no ANSYS 12.1 (2009), que tem como referência o modelo proposto por WILLAM e WARNKE (1975) e permite simular a fissuração do concreto, quando submetido a tensões de tração, e o esmagamento, quando submetido a tensões de compressão. A metodologia utilizada por WILLAM e WARNKE (1975) está explicada com mais detalhes no APÊNDICE A.

TABELA 3.1 –Parâmetros do modelo *Concrete* disponível no ANSYS.

Descrição dos Parâmetros
Coefficiente de transferência de cisalhamento para fissura aberta ( $\mu_a$ )
Coefficiente de transferência de cisalhamento para fissura fechada ( $\mu_f$ )
Resistência última uniaxial à tração ( $f_t$ )
Resistência última uniaxial à compressão ( $f_c$ )
Resistência última biaxial à compressão ( $f_{cb}$ )
Estado de tensão hidrostática ambiente ( $\sigma_{ha}$ )
Resistência última biaxial à compressão sob o estado de tensão hidrostático ambiente ( $f_1$ )
Resistência última uniaxial à compressão sob o estado de tensão hidrostático ambiente ( $f_2$ )
Coefficiente multiplicador de rigidez para condição fissurada na tração ( $T_c$ )

Com base em QUEIROZ et al. (2005), são adotados para os dois primeiros parâmetros da TABELA 3.1 os valores 0,2 e 0,6 respectivamente. Os últimos cinco parâmetros foram omitidos, permitindo ao ANSYS adotar valores pré-estabelecidos para os mesmos.

Apesar de o critério de von Mises ser normalmente utilizado para materiais dúcteis, em CHEN e HAN (2001) cita-se que esse critério e também o de Tresca são

geralmente utilizados em análises preliminares com elementos finitos para o concreto sob tensões de compressão. Esse artifício tem sido utilizado em trabalhos como de LEONEL et al. (2003), QUEIROZ et al. (2005) e KOTINDA (2006). Nesses trabalhos, o critério de von Mises para compressão conseguiu reproduzir a perda de rigidez e levar, com relativa precisão, à carga última da viga mista.

Portanto, o mesmo artifício foi utilizado neste trabalho e a capacidade de esmagamento do concreto no modelo *Concrete* foi desabilitada através da atribuição do valor -1 ao parâmetro. A tensão última uniaxial de tração é tomada de acordo com a ABNT NBR 6118:2007, conforme a EQUAÇÃO (3.1).

$$f_t = 0,3f_c^{2/3} \quad (3.1)$$

Para a compressão do concreto é adotado o modelo multilinear com encruamento isotrópico, cuja curva tensão-deformação proposta pelo EN 1994-1-1:2004 é apresentada na FIGURA 3.4. Essa norma sugere a seguinte relação para o concreto comprimido:

$$\sigma = f_c \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}, \text{ para } 0 < \varepsilon < \varepsilon_c \quad (3.2)$$

Onde:

$$\eta = \varepsilon/\varepsilon_c \quad \varepsilon_c(\%) = 0,7f_c^{0,31} < 2,8 \quad k = 1,1E_{ci}|\varepsilon_c|/f_c < f_c \quad (3.3)$$

Nas expressões anteriores,  $f_c$  é o valor da resistência uniaxial à compressão do concreto para corpo de prova cilíndrico,  $\varepsilon_c$  é a deformação correspondente à tensão máxima de compressão,  $\varepsilon_{cu}$  é a deformação última à compressão, e  $E_{ci}$  é o módulo de elasticidade inicial do concreto de densidade normal, cujo valor é dado pela EQUAÇÃO (3.4).

$$E_{ci} = 5600\sqrt{f_c} \quad (3.4)$$

Da EQUAÇÃO (3.1) à (3.4), as variáveis  $f_c$ ,  $f_t$ , e  $E_{ci}$  são expressas em megapascal (MPa) e  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon_c$  e  $k$  são valores adimensionais expressos em 1/1000 (‰).



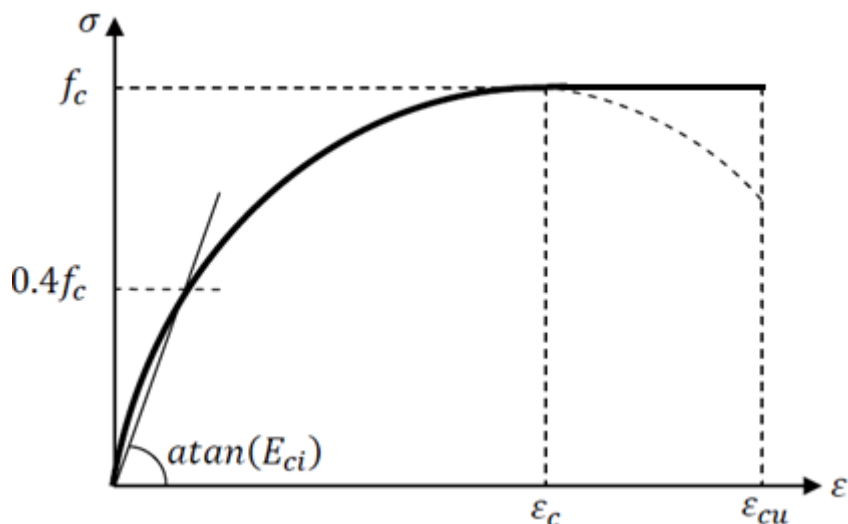


FIGURA 3.4 – Modelo constitutivo adotado para concreto à compressão.

Para o comportamento do concreto à tração, foi considerado que após a abertura de uma fissura, a resistência à tração na direção normal à fissura se anula completamente. Essa consideração foi feita anulando-se o último parâmetro da Tabela 3.1, ou seja, fazendo  $T_c = 0$ . A relação constitutiva adotada para o concreto submetido à tração é mostrada esquematicamente na Figura 3.5.

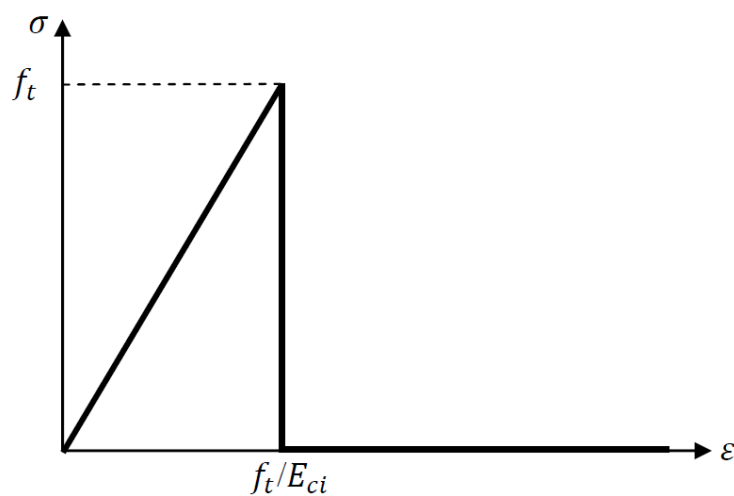


FIGURA 3.5 – Modelo constitutivo adotado para o concreto à tração .

Caso ocorra o fechamento da fissura, todos os esforços de compressão normais à fissura continuam sendo transmitidos, possibilitando ainda a transferência de esforços por cisalhamento no plano da fissura de acordo com o fator de atrito definido na TABELA 3.1.

### 3.4. Parâmetros do modelo

#### 3.4.1. Geometria do modelo e parâmetros da viga mista

Todos os modelos analisados neste trabalho são compostos de três vigas com as nervuras da fôrma de aço da laje mista posicionadas perpendiculares a estas, conforme apresentado na FIGURA 3.6.

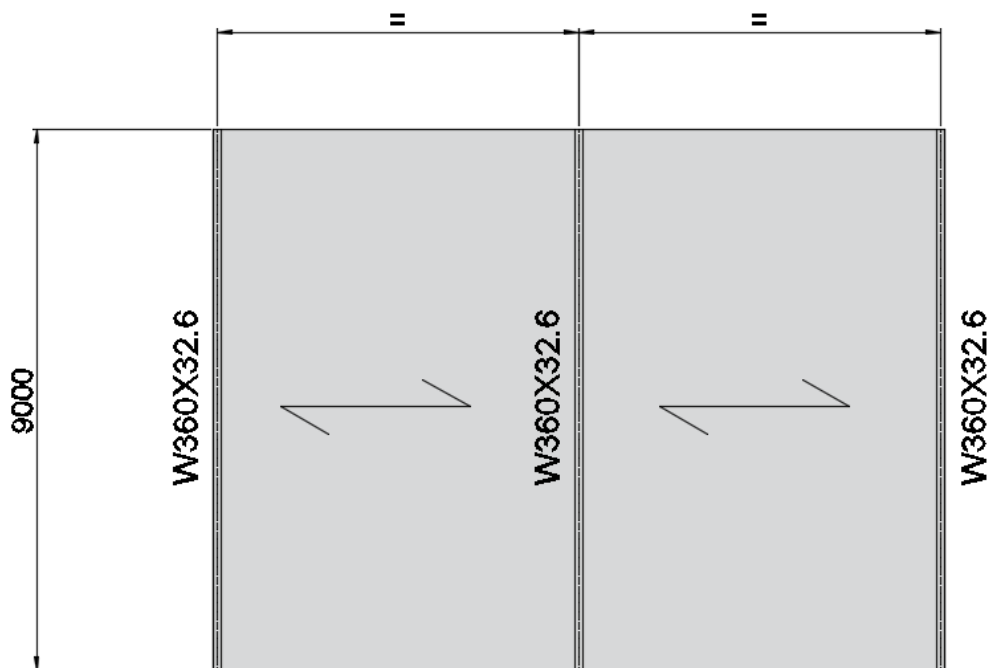


FIGURA 3.6 – Geometria do modelo.

A fim de avaliar a largura efetiva mobilizada nos modelos em elementos finitos, foram analisadas duas distâncias entre as vigas, 1800 mm e 3000 mm. A escolha da primeira distância foi feita de forma que a limitação da largura efetiva teórica, de acordo com a ABNT NBR 8800:2008, fosse dada pela metade da distância entre linhas de centro da viga analisada e da viga adjacente (900 mm) e, da segunda distância, de modo que a limitação fosse de 1/8 do vão da viga mista (1125 mm).

Em todos os modelos analisados foi utilizada a geometria da fôrma MF-75 produzida pela empresa MetForm, conforme apresentado na FIGURA 3.7 .

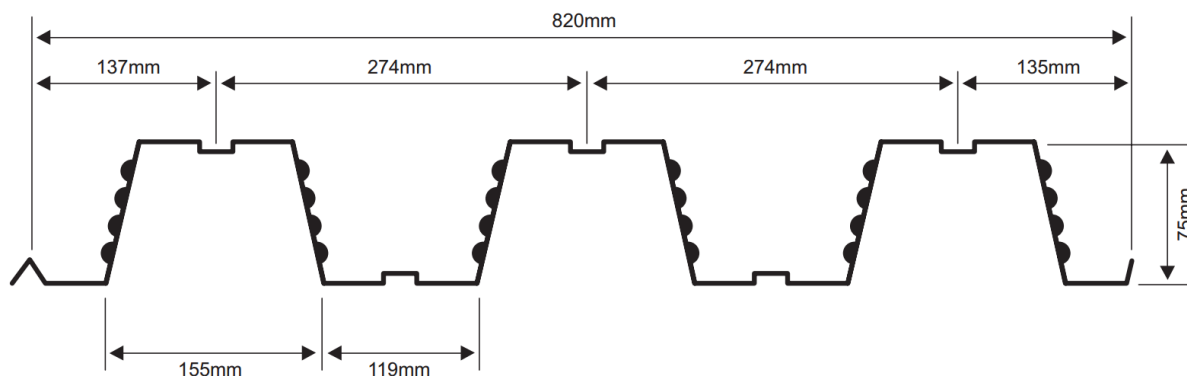


FIGURA 3.7 – Fôrma de aço adotada.  
 FONTE – Catálogo Metform (www.metform.com.br)

A TABELA 3.2 apresenta as propriedades e geometria das vigas mistas analisadas neste trabalho.

TABELA 3.2 – Parâmetros das vigas mistas

Parâmetro	Valores adotados
Resistência característica do concreto à compressão [MPa]	30
Resistência ao escoamento do perfil metálico [MPa]	350
Interação da viga mista	100%
Espessura da capa de concreto [mm]	75
Vão da viga [mm]	9000
Distância entre vigas [mm]	1800 e 3000
Altura do perfil metálico [mm]	349
Largura do perfil metálico [mm]	127
Espessura das mesas do perfil metálico [mm]	8,5
Espessura da alma do perfil metálico [mm]	5,8
Espessura da fôrma de aço incorporada [mm]	0,8
Resistência ao escoamento da fôrma de aço incorporada [MPa]	280

#### 3.4.2. Dimensões e posições das aberturas

Devido às diversas possibilidades de dimensões, geometrias e posição das aberturas na laje de concreto, neste estudo optou-se por abordar apenas aberturas retangulares, sendo avaliadas as seguintes dimensões e posições:

- a posição das aberturas em relação ao vão da viga;
- a distância das aberturas ao eixo de simetria do perfil metálico (A);
- o comprimento transversal das aberturas (B);
- o comprimento longitudinal das aberturas (C).

A fim de estudar a influência da posição das aberturas em relação ao vão da viga, o comprimento total da viga foi dividido em três partes conforme apresentado na FIGURA 3.8. Em todos os casos analisados as aberturas se encontram na posição central da divisão do vão, ou seja, o centro das aberturas se localiza a 1500 mm de cada divisão.

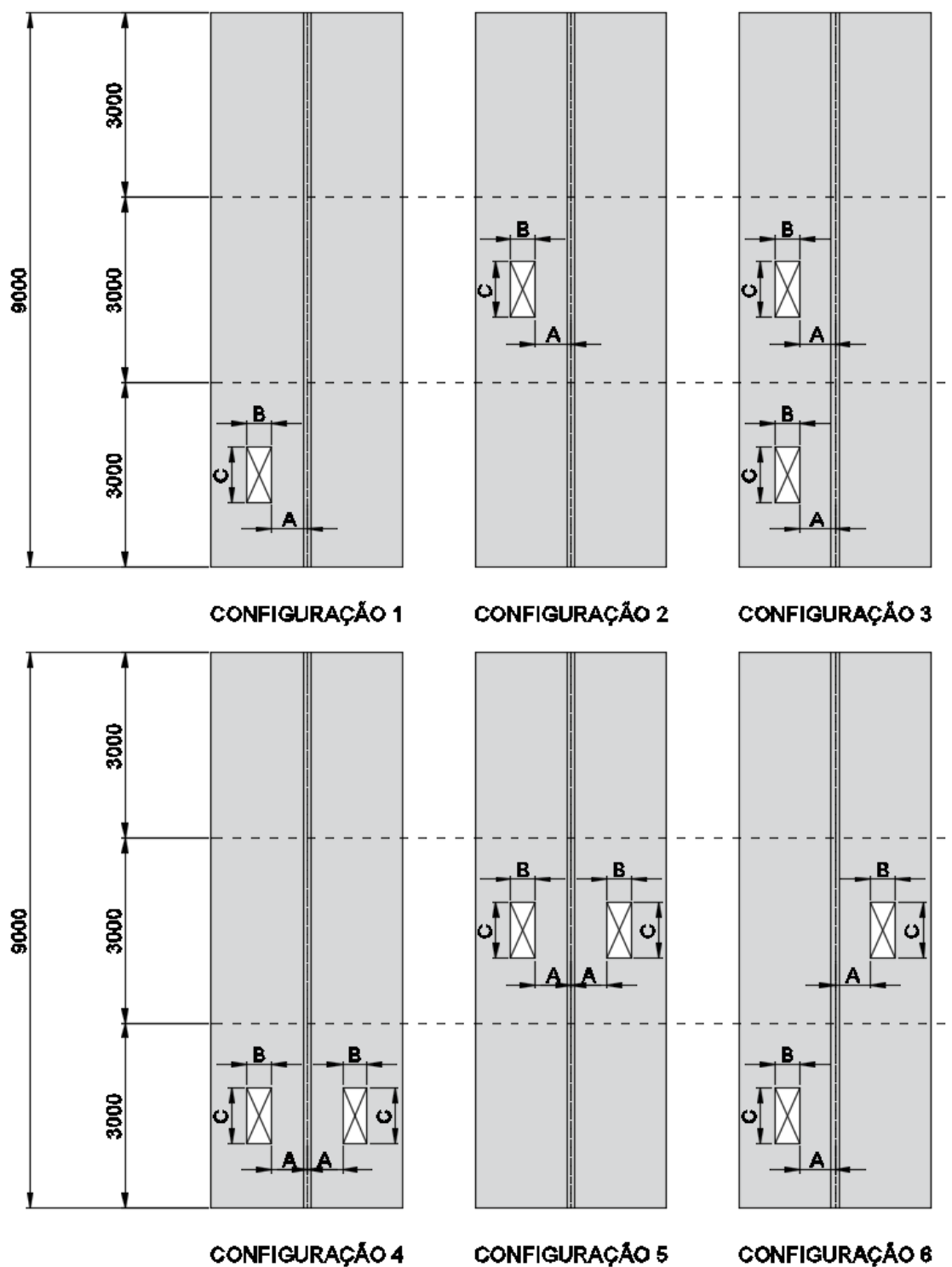


FIGURA 3.8 – Configurações adotadas das aberturas na laje.

A fim de avaliar a influência da distância das aberturas ao eixo de simetria do perfil de aço (A), foram analisadas duas diferentes dimensões:

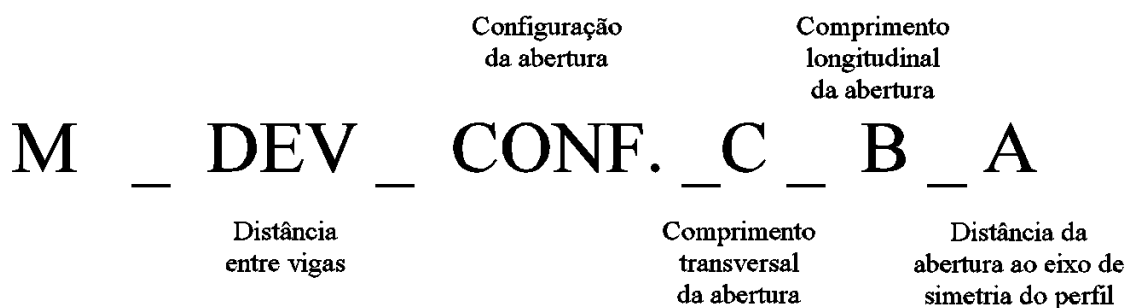
- 100 mm;
- 300 mm.

Com o intuito de analisar a influência do comprimento transversal (B) e longitudinal (C) das aberturas na laje, foram analisadas duas diferentes dimensões:

- 300 mm;
- 600 mm.

A fim de facilitar o entendimento dos resultados os modelos foram nomeados segundo o seguinte critério:

### Modelos com aberturas na laje



### Modelos sem aberturas na laje



FIGURA 3.9 – Critério para nomenclatura dos modelos.

Para avaliar todas as posições e dimensões das aberturas, somando ainda as duas opções de distância entre vigas (1800 e 3000 mm), foi necessário construir 96 modelos diferentes. A fim de comparar os resultados com os da laje sem abertura, foi preciso construir mais dois modelos totalizando 98 modelos.

### **3.5. Condições de contorno**

A definição do sistema de coordenadas global dos modelos analisados neste trabalho está apresentada na FIGURA 3.10.

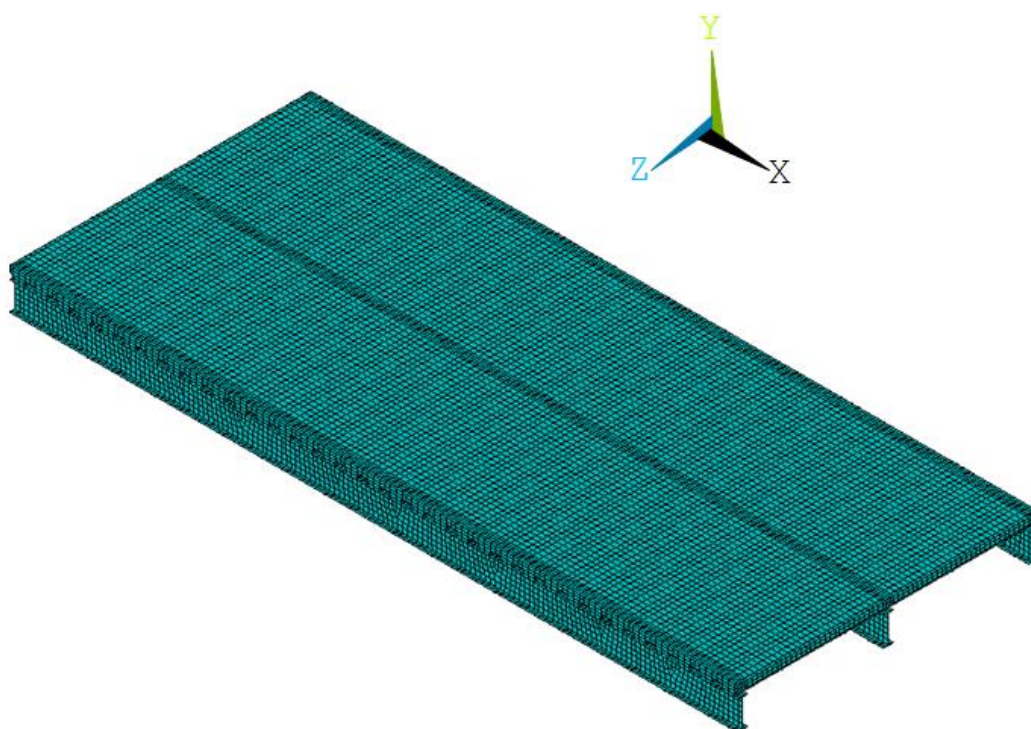


FIGURA 3.10 – Sistema de coordenadas dos modelos analisados.

Como comentado anteriormente, a interação adotada na viga mista foi de 100%. Com o objetivo de simplificar o modelo em elementos finitos, os conectores de cisalhamento não foram modelados. Para evitar o escorregamento longitudinal relativo e garantir a existência de uma única linha neutra, o perfil de aço foi construído solidário à laje de concreto conforme observado na FIGURA 3.11.

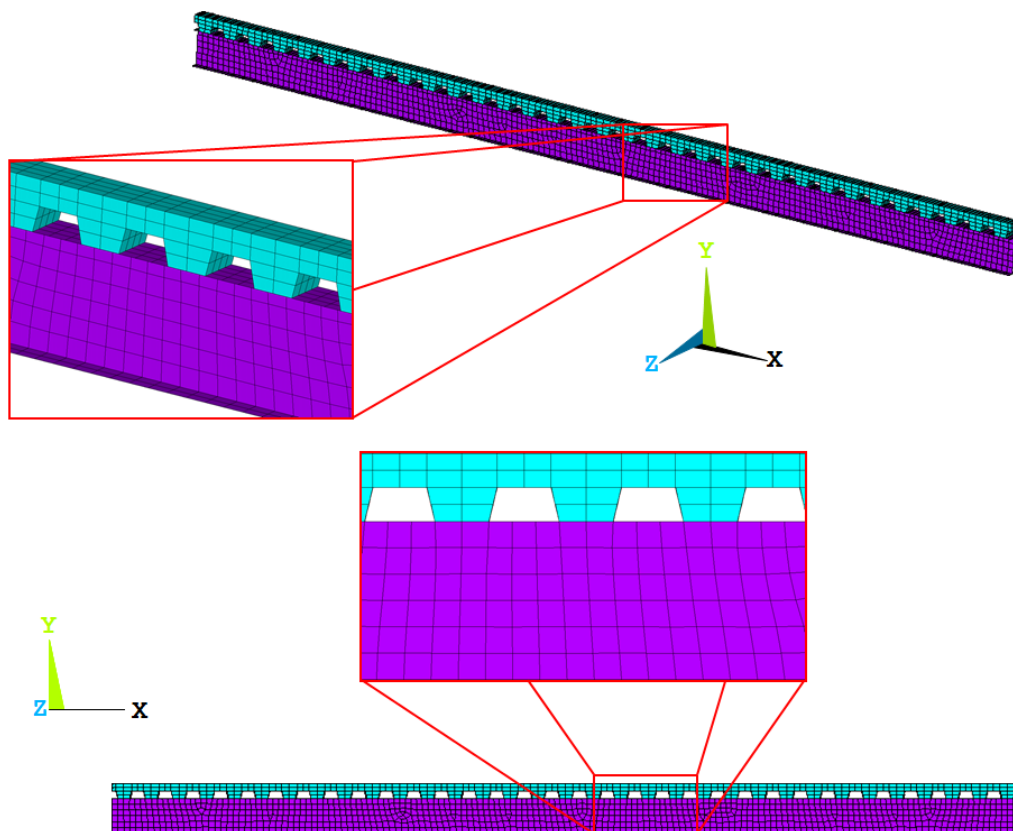


FIGURA 3.11 – Ligação do perfil de aço com a laje de concreto.

A fôrma de aço também foi considerada solidária ao concreto e, nas regiões em que a laje de concreto, o perfil de aço e a fôrma de aço se encontram, a espessura da fôrma foi somada à espessura da mesa superior do perfil, conforme apresentado na FIGURA 3.12.

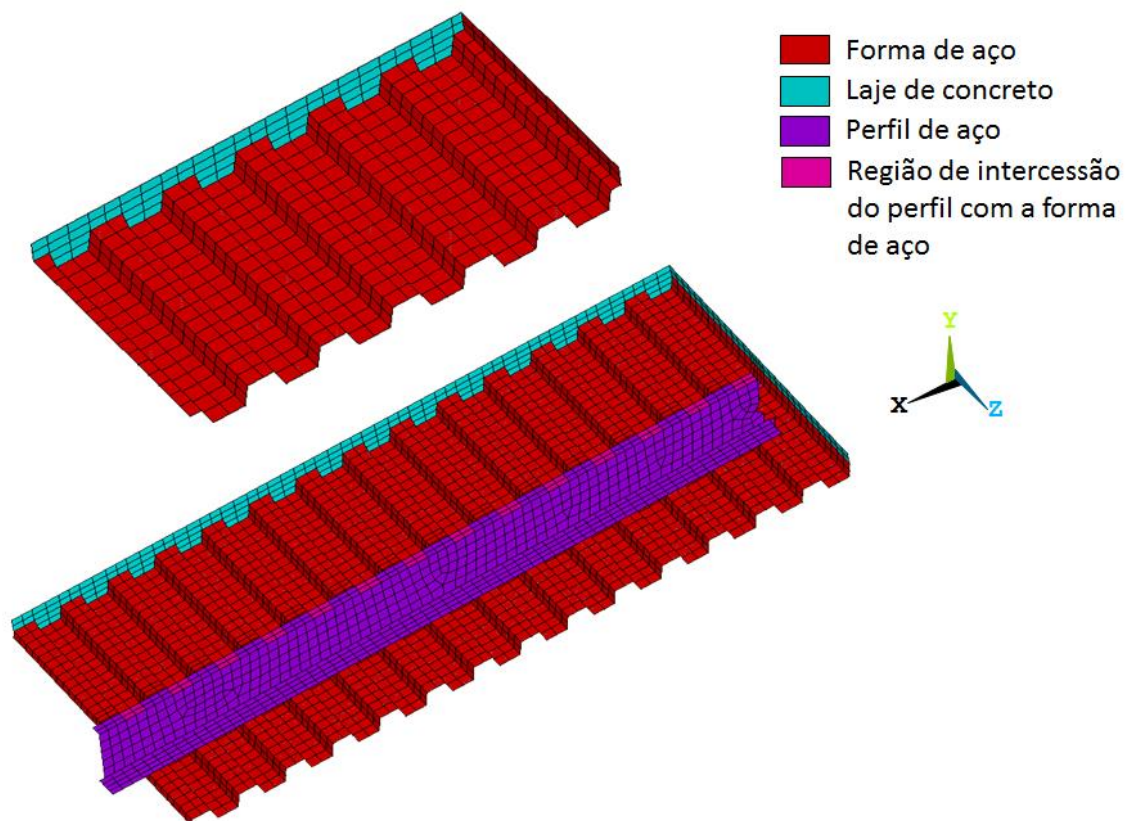


FIGURA 3.12 – Ligação da fôrma de aço com a laje de concreto e o perfil de aço.

As condições de contorno adotadas em todos os modelos construídos estão apresentadas na FIGURA 3.13. A fim de evitar problemas de concentração de tensão nos nós dos apoios, foi utilizada a compatibilização de rotação e deslocamentos dos nós de toda a seção de apoio do perfil de aço, através do comando CERIG.



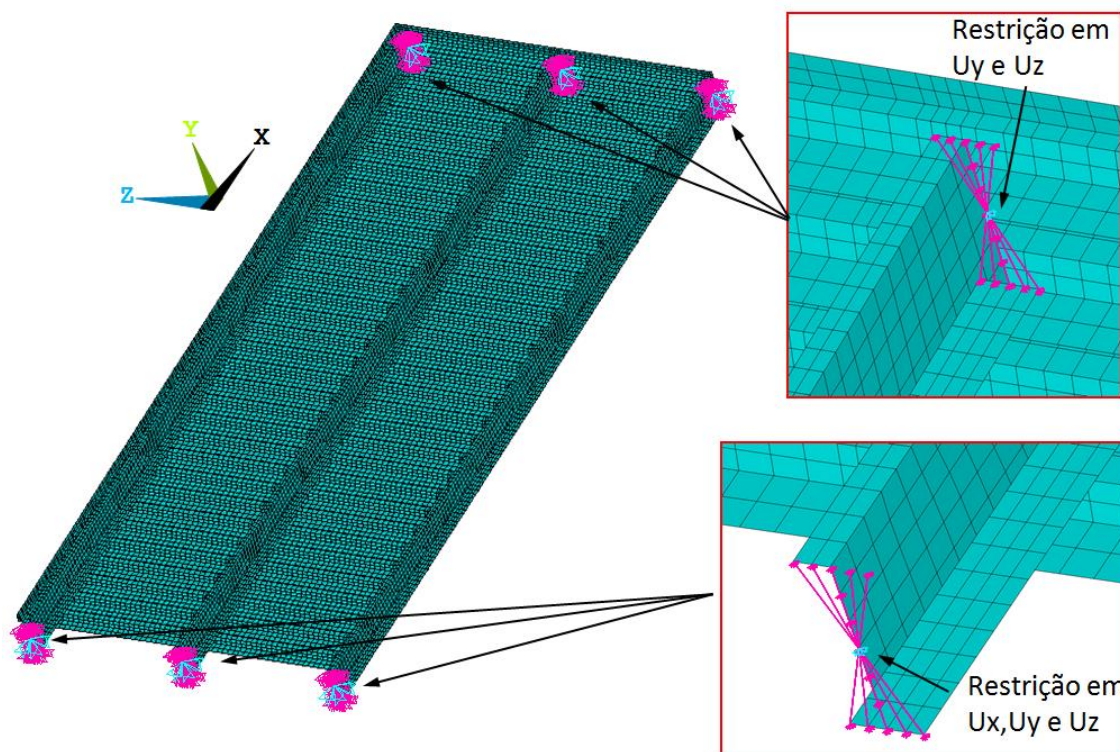


FIGURA 3.13 – Condições de apoio dos modelos.

Considerando que o estado-limite último previsto nessas análises é a formação da rótula plástica na seção central da viga, a pressão máxima de projeto ( $P_d$ ) que pode ser aplicada na laje sem que ocorra seu colapso é dada pela EQUAÇÃO (3.5).

$$P_d = \frac{8 \cdot M_{pl,Rd}}{L_v^2 \cdot L_{dev}} \quad (3.5)$$

Onde:

$L_v$  é o vão da viga,  $M_{pl,Rd}$  é o momento plástico resistente de cálculo da viga (determinado com a resistência ao escoamento do aço minorada pelo coeficiente de resistência igual a 1,10, conforme a ABNT NBR 8800:2008) e  $L_{dev}$  é a distância entre vigas.

Em combinações normais onde estão presentes apenas cargas permanentes e sobrecarga, o valor médio do coeficiente de ponderação das ações é da ordem de 1,4. Com base nessa premissa, a pressão característica na laje é dada pela EQUAÇÃO (3.6).

$$P_k = \frac{P_d}{1,4} = 0,7143 \cdot P_d \quad (3.6)$$

Assim, com objetivo de verificar qual a largura efetiva mobilizada para a carga característica do piso, mais próxima do valor máximo que, efetivamente pode atuar, foi aplicado em todos os modelos analisados uma pressão uniforme de  $0,7143 P_d$  em toda a laje.

### 3.6. Determinação da largura efetiva no modelo em elementos finitos.

O cálculo da largura efetiva da laje no modelo em elementos finitos tomou por base a EQUAÇÃO (2.2), que leva em consideração a variação da tensão axial na espessura e na largura da laje de concreto. Para determinar a largura efetiva em diversas seções transversais da viga mista, o modelo foi seccionado, conforme apresentado na FIGURA 3.14, de modo a garantir a existência de nós em diversas seções pré-determinadas.

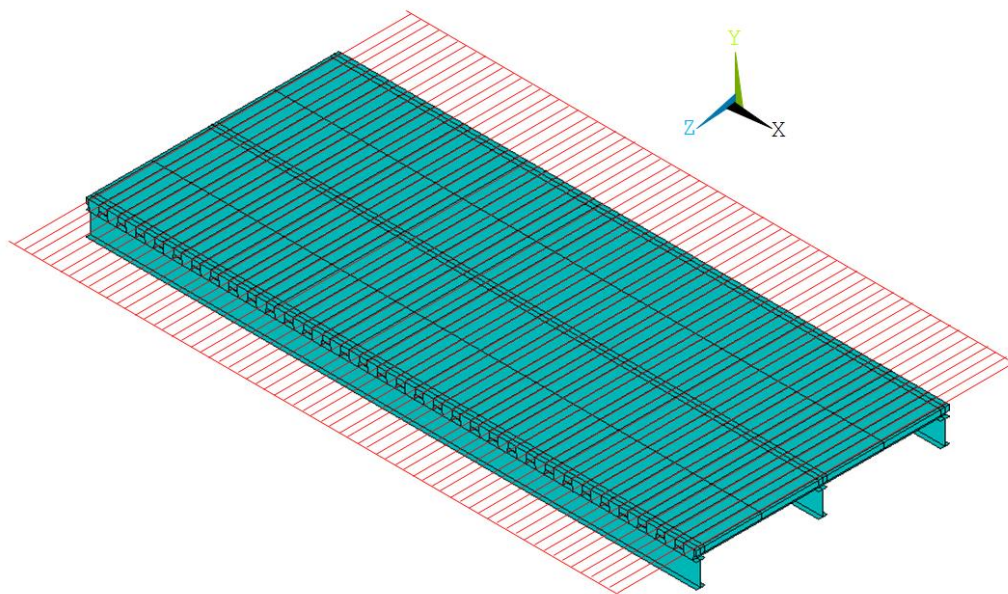


FIGURA 3.14 – Seccionamento do modelo no sentido transversal.

O procedimento para determinar a largura efetiva no modelo em elementos finitos foi dividido em duas etapas, conforme segue.

#### 3.6.1. Primeira etapa – Cálculo da tensão ao longo da espessura

Em todos os modelos analisados, os elementos sólidos apresentaram geometria hexaédrica e os nós dos elementos ficaram colineares ao longo da espessura, conforme apresentado na FIGURA 3.15.

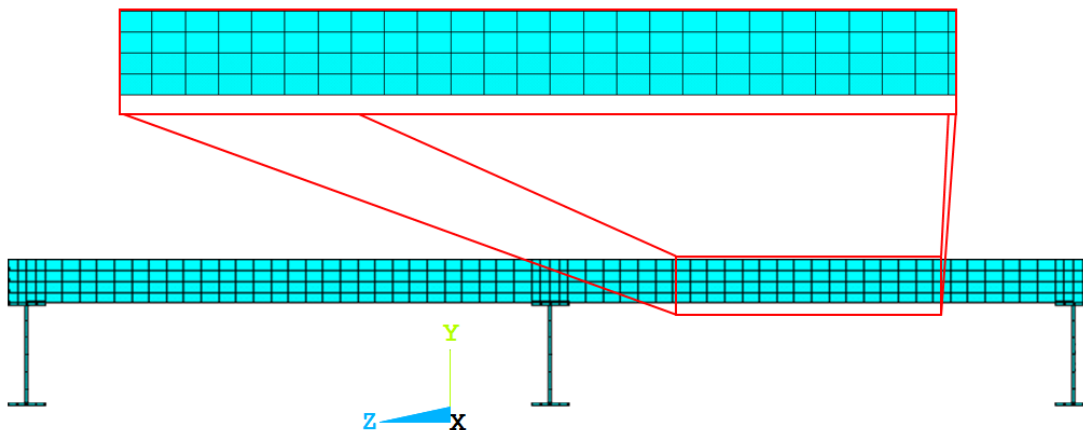


FIGURA 3.15 – Geometria da malha do modelo.

Para uma mesma distância transversal  $z_i$  de uma seção transversal  $n$  da laje, a tensão longitudinal média ponderada pela espessura é dada pela EQUAÇÃO (3.7).

$$\sigma_{x_{n(z_i)}} = \frac{\sum \sigma_{x_{n(z_i, y_k)}} \cdot t_{n(z_i, y_k)}}{t_{n_{z_i}}} \quad (3.7)$$

Onde:

$\sigma_{x_{n(z_i)}}$  é a tensão média ponderada pela espessura para cada posição da seção transversal  $n$  do modelo;

$\sigma_{x_{n(z_i, y_k)}}$  é a tensão do nó localizado na seção transversal  $n$  na posição transversal  $z_i$  e na posição  $y_k$  ao longo da espessura;

$t_{n(z_i, y_k)}$  é a espessura de influência da tensão nodal  $\sigma_{x_{n(z_i, y_k)}}$ ;

$t_{n_{z_i}}$  é espessura da laje localizada na seção transversal  $n$  na posição transversal  $z_i$ .

O procedimento de cálculo pode ser mais facilmente entendido através da FIGURA 3.16.

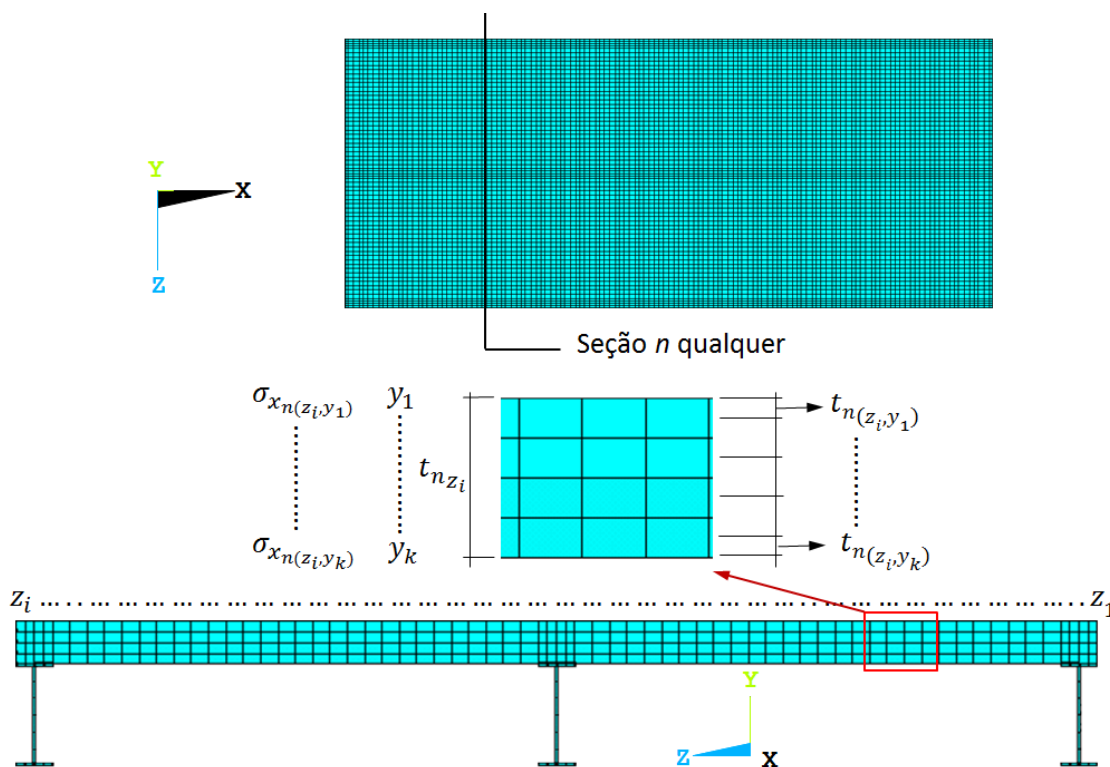


FIGURA 3.16 – Procedimento de cálculo da tensão média ponderada pela espessura para cada posição da seção transversal.

Quando a tensão nodal é de tração, a parcela  $\sigma_{x_n(z_i, y_k)} \cdot t_{n(z_i, y_k)}$  do nó sob tração e dos demais nós localizados abaixo dele não foram computadas no somatório.

### 3.6.2. Segunda etapa – Cálculo da tensão ao longo da seção transversal

Depois de obtida a tensão ponderada pela espessura, a tensão máxima para cada lado da linha de centro da viga em todas as seções transversais da laje ( $\sigma_{x_n(\max)}$ ) foi calculada.

O cálculo da largura efetiva para cada lado da linha de centro da viga e para cada seção transversal  $n$  da viga mista é dado pela EQUAÇÃO (3.8).

$$b_{efn} = \frac{\sum_{i=1}^m \sigma_{x_n(z_i)} \cdot b_{z_i}}{\sigma_{x_n(\max)}} \quad (3.8)$$

Onde:

$b_{z_i}$  é a largura de influência da tensão nodal  $\sigma_{x_n(z_i)}$ ;

$\sigma_{x_n(\max)}$  é máxima tensão de compressão na laje na seção transversal  $n$  para cada lado da vista mista.

O procedimento de cálculo pode ser mais facilmente entendido através da FIGURA 3.17.

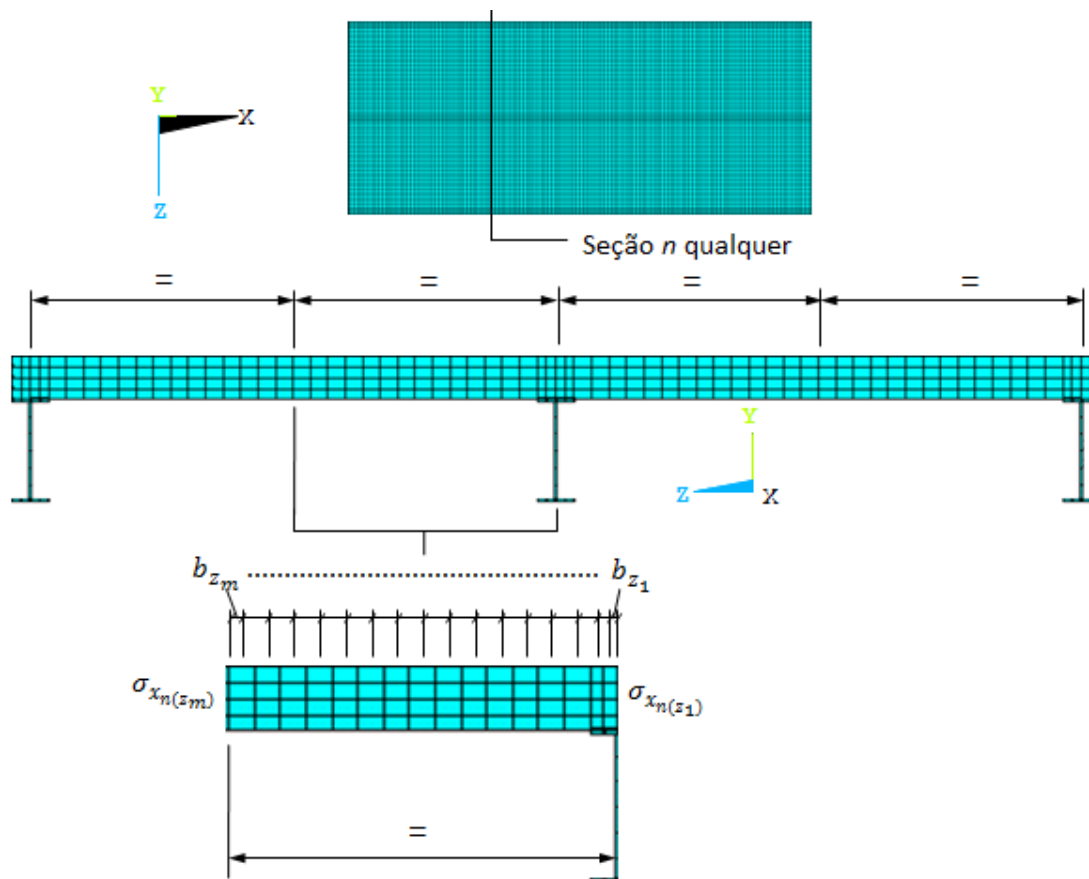


FIGURA 3.17 – Procedimento de cálculo da largura efetiva pra cada lado da viga mista.

Semelhante ao procedimento adotado na primeira etapa em regiões sob tensão de tração, a parcela  $\sigma_{x_n(z_i)} b_{z_i}$  do nó analisado e dos demais nós da extremidade não foram computados no cálculo da largura efetiva.

Para vigas com aberturas, a região após abertura também não foi computada no cálculo da largura efetiva conforme apresentado na FIGURA 3.18.

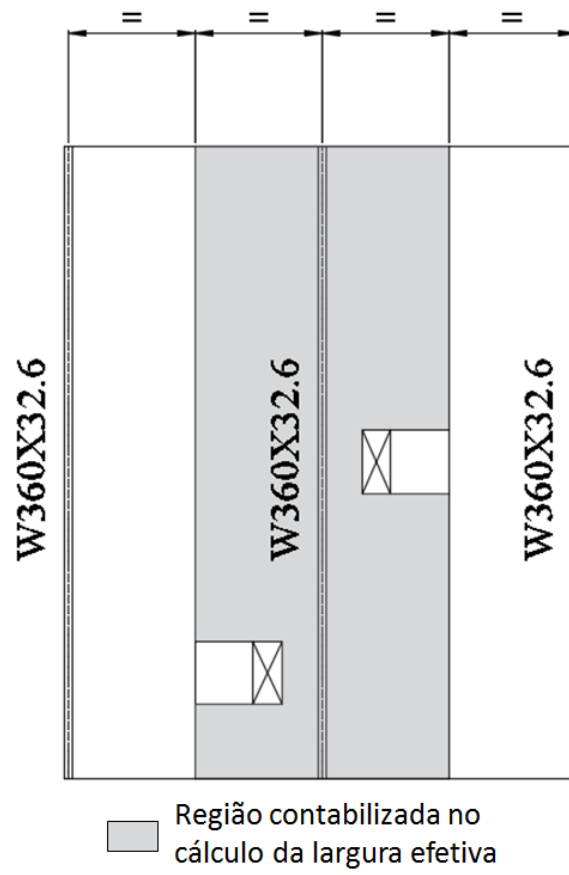


FIGURA 3.18 – Regiões avaliadas no cálculo da largura efetiva. .

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1. Modelagem do perfil I de aço

Ao utilizar um elemento de casca é necessário entrar com a sua espessura. Como padrão, o ANSYS 12.1 (2009) adota que o elemento de casca corresponde ao plano médio da espessura.

O elemento SHELL181 possibilita a inserção de *offsets* nos elemento de casca, alterando assim a referência da posição da espessura com relação ao elemento. Nas análises foi utilizado o perfil laminado W360x32,9, produzido pela GERDAU. A TABELA 4.1 apresenta as propriedades geométricas desse perfil de acordo com o catálogo do fabricante.

TABELA 4.1 – Propriedades geométricas do perfil W360x32,9 da GERDAU

Parâmetro	Valores adotados
Momento de inércia em relação ao eixo x [cm <sup>4</sup> ]	8358,3
Área bruta da seção transversal [cm <sup>4</sup> ]	42,1
Altura do perfil metálico [mm]	349
Largura do perfil metálico [mm]	127
Espessura das mesas do perfil metálico [mm]	8,5
Espessura da alma do perfil metálico [mm]	5,8

Devido ao raio de laminação do perfil utilizado, sua área da seção transversal é aproximadamente 3% maior e seu momento de inércia em relação ao eixo de maior inércia (eixo x tabelado) é aproximadamente 4% maior que a de um perfil soldado com as mesmas dimensões de mesas e alma. Com objetivo de obter maior precisão nos resultados, foi analisada a melhor forma de modelar o perfil de aço da viga mista. A FIGURA 4.1 apresenta as três configurações analisadas.

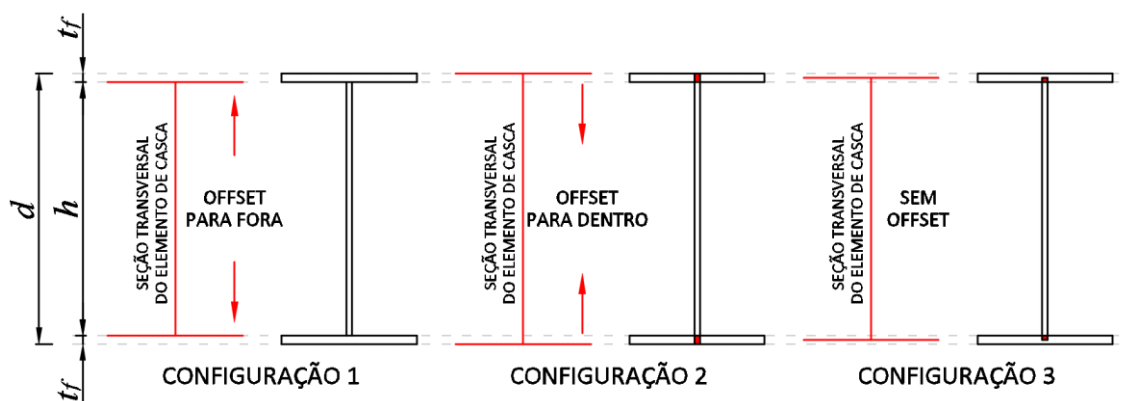


FIGURA 4.1 – Configurações analisadas da geometria do perfil de aço.

Na FIGURA 4.1,  $d$  corresponde à altura real do perfil metálico,  $t_f$  à espessura das mesas e  $h$  à altura livre entre as faces internas das mesas. Na configuração 1, o perfil de aço foi modelado com altura igual a  $h$  e a espessura das mesas foi atribuída com *offsets* para fora do perfil. Na configuração 2, o perfil de aço foi modelado com altura igual a  $d$  e a espessura das mesas foi atribuída com *offsets* para de dentro do perfil. Na configuração 3, o perfil de aço foi modelado com altura igual a  $d$  subtraída de  $t_f$ . Nesse caso, a espessura das mesas foi atribuída sem *offsets*, portanto, esta ficou centrada ao elemento de casca modelado.

Para calcular as propriedades geométricas das configurações propostas na FIGURA 4.1, as áreas sobrepostas na região de interseção da mesa com a alma da viga também foram consideradas. Os valores obtidos do momento de inércia em relação ao eixo x e a área da seção transversal estão apresentados na TABELA 4.2.

TABELA 4.2 – Comparação das propriedades geométricas para as configurações do perfil de aço analisado.

Propriedades	Perfil Laminado	Configuração 1	Configuração 2	Configuração 3
Inércia em x [cm <sup>4</sup> ]	8357,240	8027,903	8313,755	8167,262
$I_{x\_Ansys}/I_{x\_laminado}$	<b>1,000</b>	<b>0,961</b>	<b>0,995</b>	<b>0,977</b>
Área [cm <sup>4</sup> ]	42,08	40,85	41,83	41,34
$A_{Ansys}/A_{laminado}$	<b>1,000</b>	<b>0,971</b>	<b>0,994</b>	<b>0,982</b>

Com o intuito de verificar se a utilização dos *offsets* estava alterando realmente a inércia da viga, foi construído no programa ANSYS três modelos de vigas em balanço conforme apresentado na FIGURA 4.2, com uma carga concentrada atuando na extremidade livre.



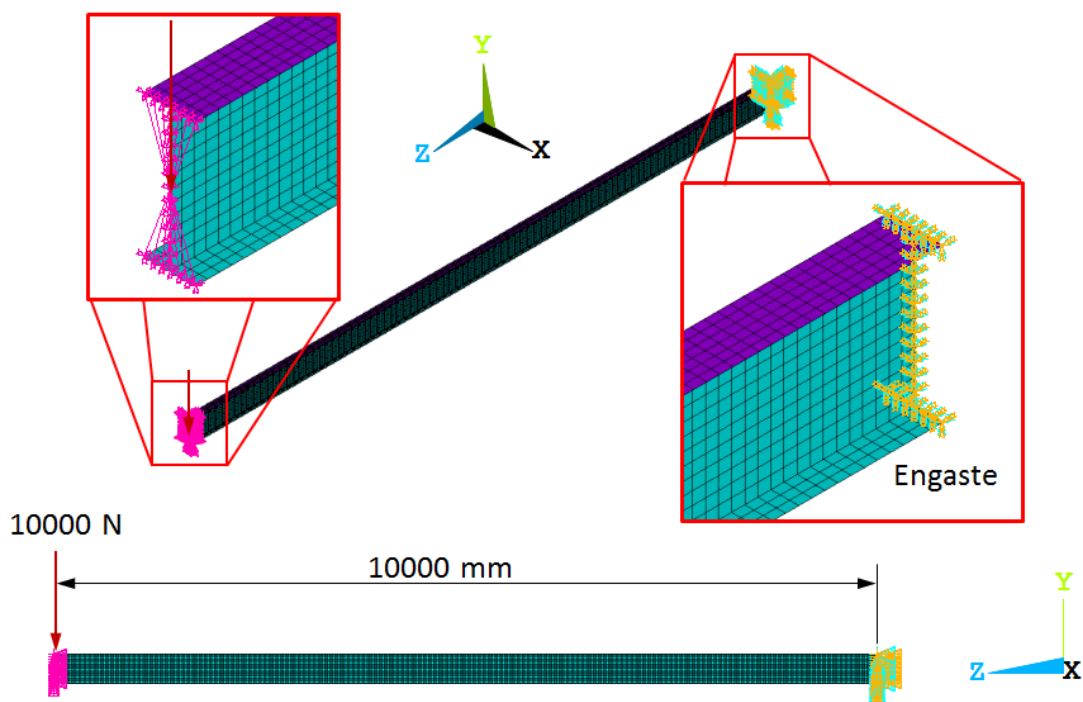


FIGURA 4.2 – Condições de contorno dos modelos de vigas em balanço.

A fim de evitar problemas de concentração de tensão no nó onde a carga concentrada foi aplicada, foi utilizada a compatibilização de rotação e deslocamentos dos nós de toda a seção de através do comando CERIG.

Nessas verificações, a inércia do perfil foi analisada por meio do deslocamento do modelo. Para uma viga em balanço com uma carga concentrada ( $P$ ) em sua extremidade livre, o deslocamento teórico no ponto de aplicação de carga é dado pela EQUAÇÃO (4.1).

$$\text{Flecha máxima} = \frac{PL_v^3}{3EI_x} \quad (4.1)$$

A TABELA 4.3 apresenta uma comparação entre os valores teóricos e os resultados obtidos no ANSYS dos deslocamentos dos modelos para as três configurações analisadas.

TABELA 4.3 – Comparação dos deslocamentos obtidos para as configurações do perfil de aço analisado.

Propriedades	Perfil Laminado	Configuração 1	Configuração 2	Configuração 3
$D_{\text{teórica}}$ [mm]	199,43	207,61	200,47	204,07
$D_{\text{Ansys}}$ [mm]	-	209,074	202,097	205,578
$D_{\text{Ansys}}/D_{\text{teórica}}$ [%]	-	1,0071	1,0081	1,0074
$D_{\text{Ansys}}/D_{\text{Laminado}}$ [%]	-	1,0410	1,0052	1,0233

Conforme observado em todos os resultados obtidos, a configuração 2 apresentou resultados e propriedades geométricas muito próximas dos do perfil W360x32,9, portanto essa configuração foi adotada no modelamento do perfil de aço. Deve-se ainda mencionar que os resultados obtidos com o Programa ANSYS 12.1 (2009) foram sempre superiores aos valores teóricos, o que, certamente, se deve ao fato de que o cálculo por esse programa considerou a deformação por cortante da viga, o que não é previsto na EQUAÇÃO (4.1).

#### 4.2. Validação do modelo simplificado

Na metodologia proposta para construção dos modelos, foi considerada a não linearidade física dos materiais. Ao se aplicar uma pressão uniformemente distribuída na laje, ocorrerá uma redistribuição dos esforços nas vigas oriundas dessa não linearidade, dificultando a comparação com valores das normas de referência. A fim de validar o modelo proposto para a viga mista, este foi simplificado conforme apresentado na FIGURA 4.3.

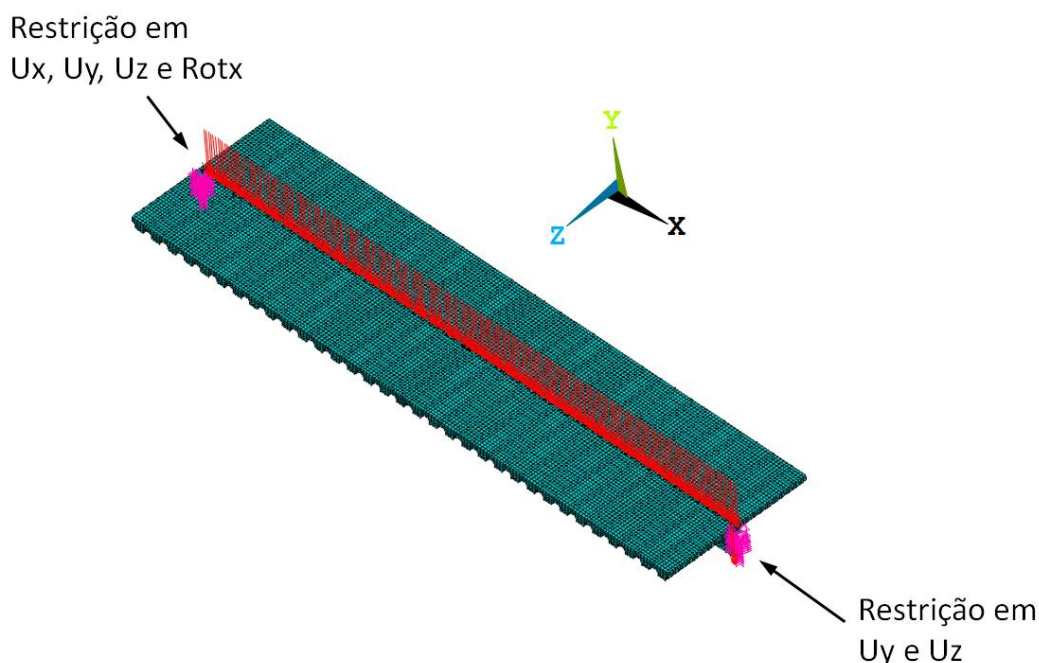


FIGURA 4.3 – Configuração do modelo simplificado.

Como pode ser observado, o modelo simplificado é composto de apenas uma viga e o carregamento foi aplicado uniformemente distribuído sobre a viga de aço, diferentemente da proposta original. Esse processo foi adotado a fim de garantir que toda carga aplicada mobilize apenas a viga em estudo.

Com o objetivo de verificar a capacidade resistente à plastificação da viga mista do modelo simplificado em comparação com a norma ABNT NBR 8800:2008, foram analisadas três configurações desse modelo conforme apresentado na TABELA 4.4.

TABELA 4.4 – Configurações do modelo simplificado da viga mista.

Propriedades	Configuração 1	Configuração 2	Configuração 3
Resistência característica do concreto à compressão [MPa]	20	25	35
Resistência ao escoamento do perfil de aço [MPa]	350	350	350
Espessura da capa de concreto [mm]	75	75	75
Vão da viga [mm]	9000	9000	9000
Largura total da laje [mm]	1500	1750	2250
Perfil de aço	W360x32,9	W360x32,9	W360x32,9
Espessura da fôrma de aço incorporada [mm]	0,8	0,8	0,8
Resistência ao escoamento da fôrma de aço incorporada [MPa]	280	280	280

Com base no momento plástico resistente de cada viga ( $M_{PLR_A}$ ), a carga distribuída máxima ( $q$ ) resistida por uma viga é dada por:

$$q = \frac{8M_{PLR_A}}{L_v^2} \quad (4.2)$$

Onde:

$L_v$  é o vão da viga.

O momento plástico resistente do modelo em elementos finitos foi obtido através da soma das reações dos apoios ( $\sum V_{R_M}$ ), portanto, a razão entre o momento plástico resistente numérico e o analítico é dada por:

$$razão[M_{PLR}] = \frac{\sum V_{R_M}}{qL_v} \quad (4.3)$$

A fim de chegar à carga última resistente do modelo numérico da viga mista, foi aplicada uma carga crescente até um valor 50% maior ( $1,5 \cdot q$ ) que a carga distribuída máxima resistida pela viga.

Os resultados para a carga última resistente dos modelos analisados para uma malha com aresta média de 50 mm estão apresentados na FIGURA 4.4.

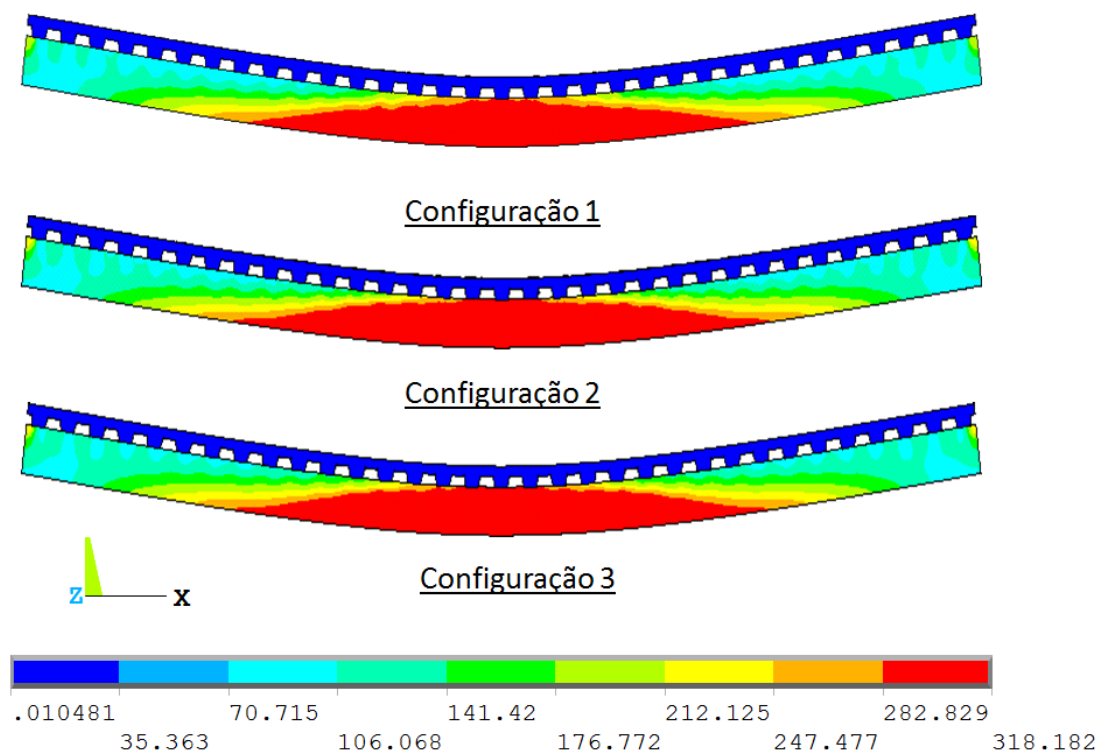


FIGURA 4.4 – Tensão de von Mises dos modelos simplificados.

Em todos os modelos processados, houve a formação da rótula plástica no meio do vão da viga conforme esperado. A TABELA 4.5 apresenta uma comparação entre os resultados para o momento plástico resistente da viga mista obtidos no ANSYS 12.1 (2009) e através da norma ABNT NBR 8800:2008. Vale destacar que no procedimento de cálculo da ABNT NBR 8800:2008, a linha neutra plástica (LNP) situou-se na laje de concreto.

TABELA 4.5 – Comparação entre o momento plástico resistente dos modelos numéricos e da norma ABNT NBR 8800:2008.

Configurações	$M_{PLR\_Ansys}$ [Kgf·m]	$M_{PLR\_NBR\ 8800}$ [Kgf·m]	$M_{PLR\_Ansys}/$ $M_{PLR\_NBR\ 8800}$
1	37321	38528	0,969
2	39001	40075	0,973
3	40618	41575	0,977

Conforme observado na TABELA 4.5, o momento de plastificação da viga mista obtido no modelo em elementos finitos apresentou resultados muito próximos aos da norma ABNT NBR 8800:2008, o que comprova a acurácia do modelo.

Nos modelos propostos, não foram modelados os conectores de cisalhamento. Como a largura efetiva está relacionada com a tensão nos elementos da laje, a ausência dos conectores pode causar uma diferença nos resultados. Com o intuito de avaliar essa possível variação nos resultados, os modelos simplificados foram novamente construídos, mas dessa vez com os conectores de cisalhamento sendo também modelados.

O elemento sólido SOLID45 foi utilizado para representar os conectores de cisalhamento, do tipo pino com cabeça (*stud bolt*). Esse elemento é usado na modelagem tridimensional de estruturas sólidas e permite a consideração de plasticidade, fluência, dilatação, “stress stiffening”, grandes deslocamentos e grandes deformações (ANSYS 12.1, 2009). O elemento SOLID45 é definido por oito nós e três graus de liberdade por nó, as translações nas direções x, y e z, conforme apresentado na FIGURA 4.5.

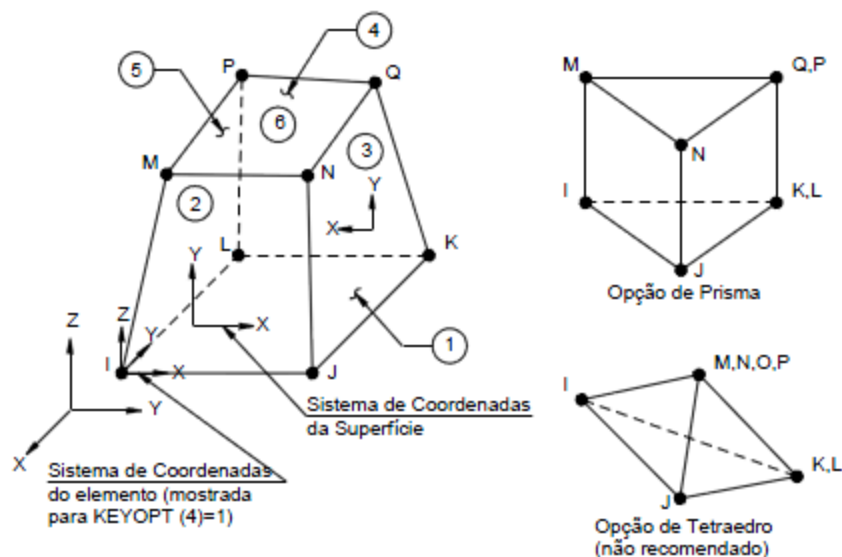


FIGURA 4.5 – Elemento finito SOLID45  
[Fonte: Documentação do ANSYS 12.1, 2009].

O modelo constitutivo adotado para os conectores foi o mesmo apresentado na FIGURA 3.3, com o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson, respectivamente, 200000 MPa e 0,3.

A geometria dos conectores de cisalhamento está apresentada na TABELA 4.6.

TABELA 4.6 – Geometria dos conectores de cisalhamento.

Dimensões	Valores [mm]
Altura	110
Diâmetro do corpo	19
Diâmetro da cabeça	45
Altura da cabeça do conector	15

A TABELA 4.7 apresenta uma comparação entre os resultados para o momento plástico resistente da viga mista obtidos no ANSYS sem conectores, com conectores e através da norma ABNT NBR 8800:2008. No caso do modelo com conectores, foi usada a quantidade mínima desses dispositivos para assegurar a interação completa, conforme a ABNT NBR 8800:2008.

TABELA 4.7 – Comparação dos resultados para os modelos simplificados com e sem conectores de cisalhamento.

Configurações	Sem conectores	Com conectores	$M_{PLR\_NBR\ 8800}$
	$M_{PLR\_Ansys}$ [Kgf·m]	$M_{PLR\_Ansys}$ [Kgf·m]	
1	37321	37839	38528
2	39001	39505	40075
3	40618	41329	41575

Como pode ser observado, os modelos com conector apresentaram capacidade resistente a plastificação mais semelhantes aos calculados pela norma ABNT NBR 8800:2008, quando comparado com os modelos sem conectores. Teoricamente era esperado um resultado contrário ao obtido, pois o modelo sem conectores com a laje solidária ao perfil se aproxima mais do modelo de cálculo teórico. Esta pequena diferença ocorreu devido à alta fissuração da laje nas regiões de ondas baixas, causado pela conexão da laje com o perfil de aço.

Por apresentar valores com maior precisão com o calculado pela norma ABNT NBR 8800:2008, os modelos com e sem conectores de cisalhamento da configuração 3 foram analisados com maior detalhe.

A FIGURA 4.6 apresenta a tensão de von Mises para os modelos da configuração 3 com e sem conectores de cisalhamento.

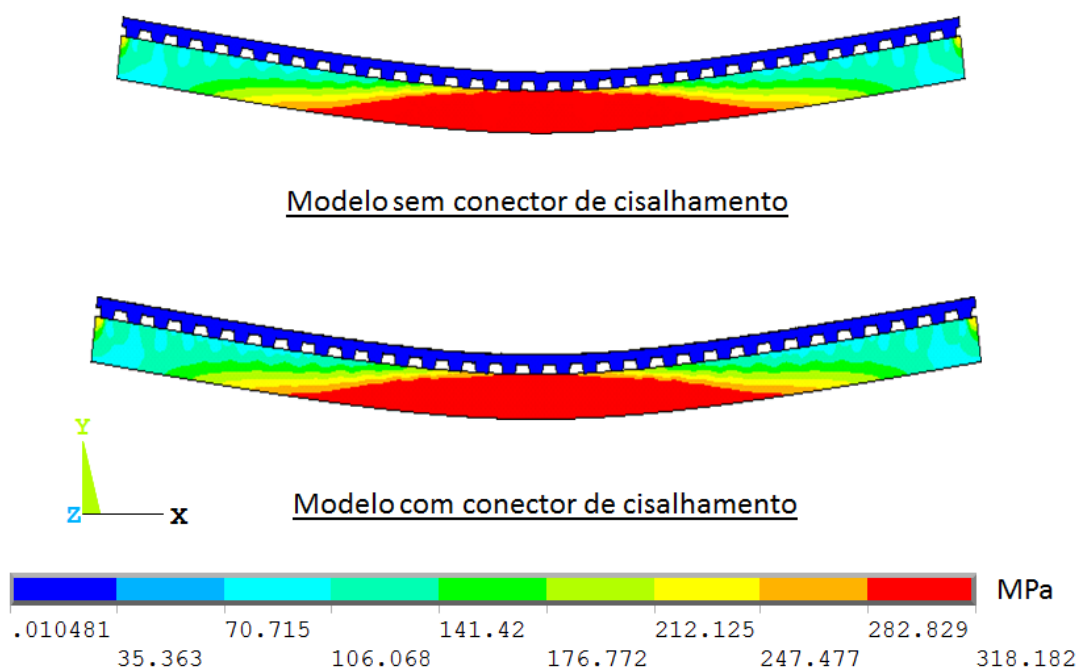


FIGURA 4.6 – Tensão de von Mises da viga mista simplificada para configuração 3.

Como pode ser observado na FIGURA 4.6, o perfil de aço dos modelos apresentaram resultados muito semelhantes ao se analisar a tensão de von Mises. Em ambos

os modelos a tensão atuante se limitou à resistência ao escoamento de projeto ( $f_{yd}=f_y/1,1$ ) e verificou-se a formação de um grande região de plastificação no meio do vão da viga (rótula plástica).

A FIGURA 4.7 apresenta as tensões de von Mises na seção longitudinal da laje (eixo da viga de aço) para os modelos da configuração 3 com e sem conectores de cisalhamento.

Como os modelos apresentaram ligeira variação na tensão atuante, a escala de tensão seria diferente para cada modelo. Para comparar os resultados de uma forma mais adequada, a escala de tensões foi fixada e padronizada limitando-se a resistência característica do concreto à compressão.

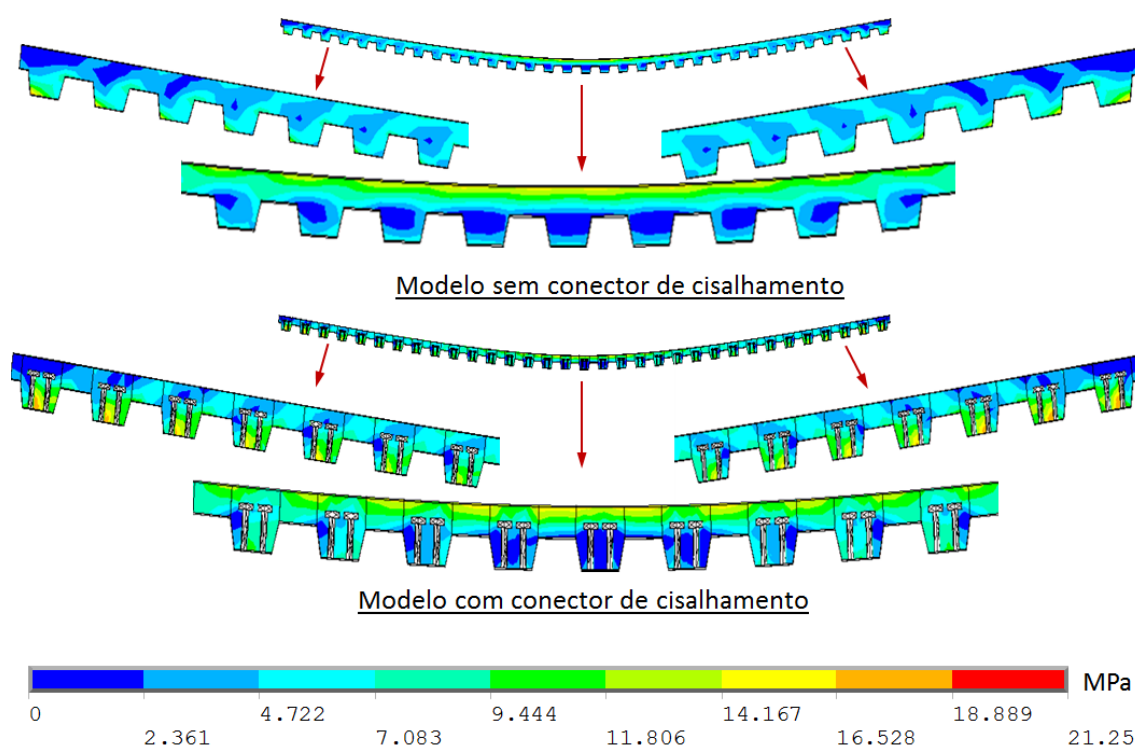


FIGURA 4.7 – Tensão de von Mises na laje na seção longitudinal do modelo simplificada para configuração 3.

Como observado na FIGURA 4.7 a discretização do conector altera consideravelmente a tensão de von Mises nas ondas baixas da laje. Nas ondas altas, as tensões apresentam resultados mais próximos entre os dois modelos.

A FIGURA 4.8 apresenta a tensões axial ( $\sigma_x$ ) na seção longitudinal da laje para os modelos da configuração 3 com e sem conectores de cisalhamento.

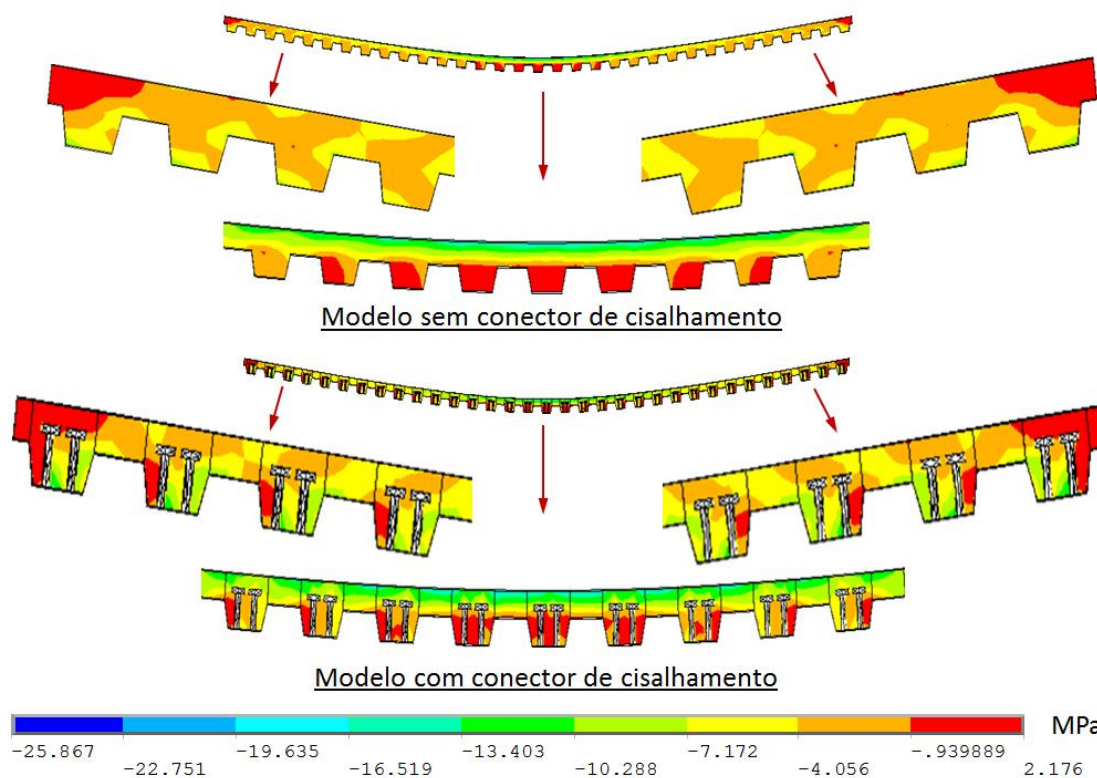


FIGURA 4.8 – Tensão axial na laje na seção longitudinal do modelo simplificada para configuração 3.

Novamente foi observada uma significativa variação na tensão entre os modelos principalmente nas regiões das ondas baixas da laje.

A FIGURA 4.9 apresenta a tensão axial da laje na seção transversal localizada no meio do vão da viga.



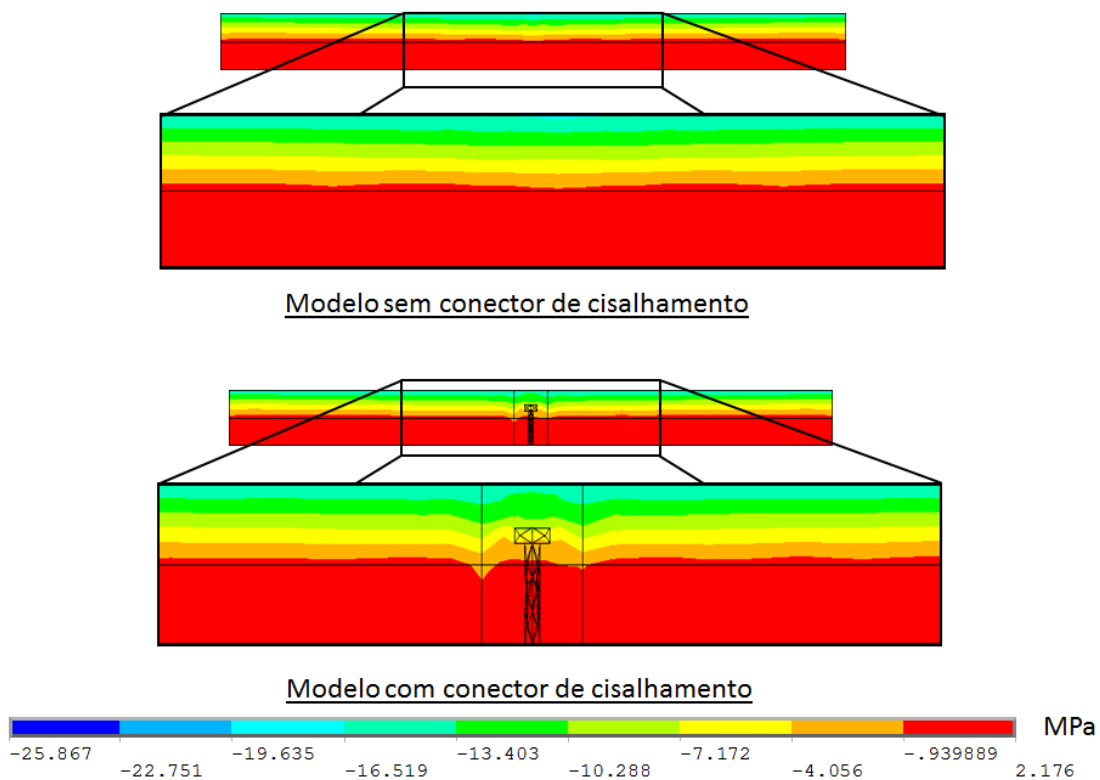


FIGURA 4.9 – Tensão axial na laje na seção transversal no meio do vão da viga dos modelos simplificada para configuração 3.

Na região da laje próxima ao conector de cisalhamento ocorre uma perturbação na tensão axial, mas à medida que se aproxima das bordas as tensões em ambos os modelos apresentam valores semelhantes.

A FIGURA 4.10 apresenta a tensão axial da laje na seção transversal localizada a 4363 mm de um dos apoios, nas regiões de ondas altas.

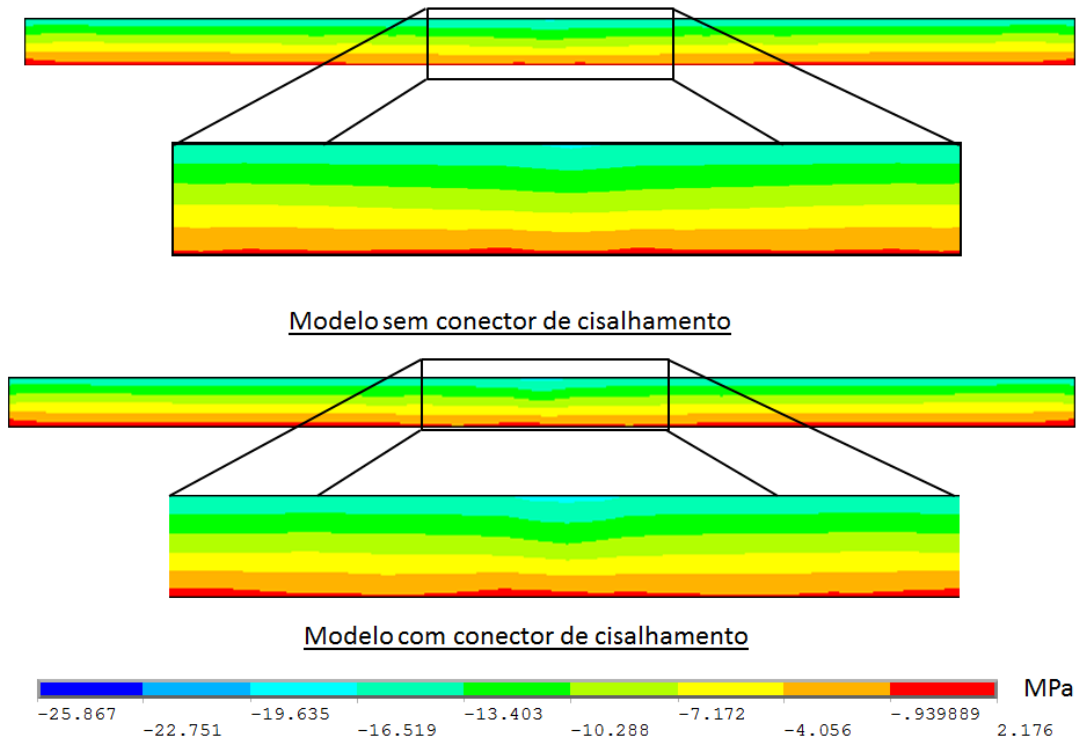


FIGURA 4.10 – Tensão axial na laje na seção transversal a 4363 mm do apoio no modelo simplificada para configuração 3.

Como observado na FIGURA 4.10, a tensão axial na laje não apresentou grande variação entre os modelos com e sem conectores de cisalhamento.

A FIGURA 4.11 apresenta a tensão média ponderada pela espessura para as seções transversais dos modelos simplificados da configuração 3 localizadas a 1134,5 mm, 2230,5 mm, 3326,5 mm e 4577,5 mm de um dos apoios.

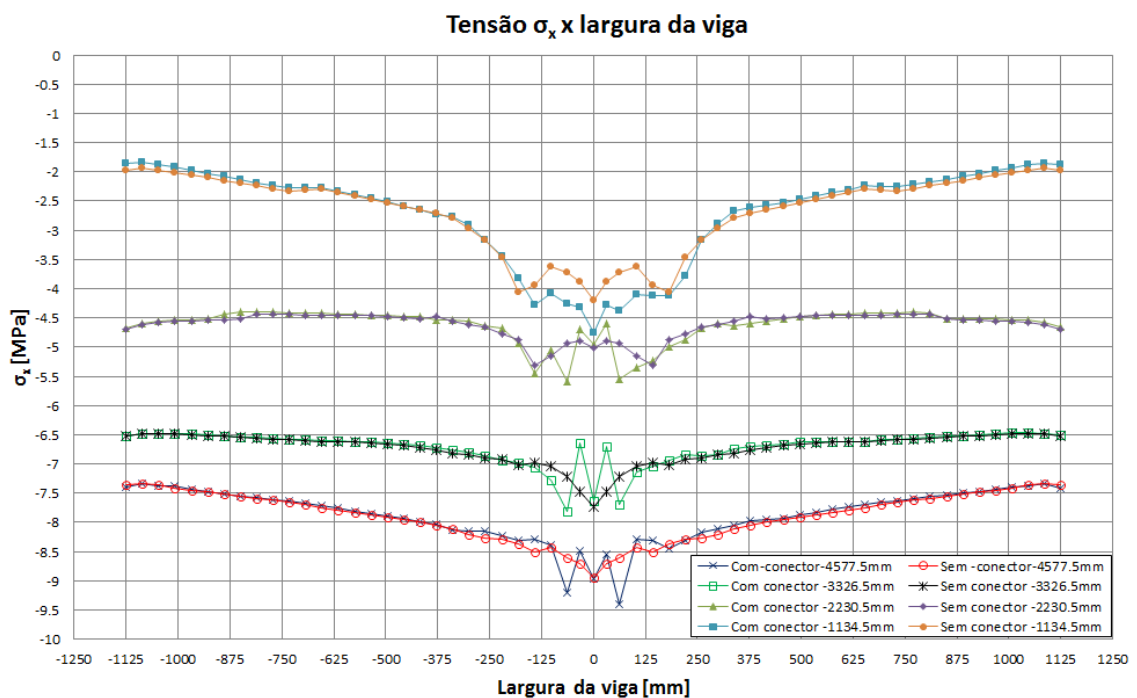


FIGURA 4.11 – Tensão axial na laje ao longo da seção transversal.

Como observado na FIGURA 4.11, a tensão média ponderada pela espessura apresentou variação significativa apenas entre os trechos de -200 mm a 200 mm. A razão máxima entre a tensão de pico dos modelos sem conectores e com conectores para as posições de 1134,5 mm, 2230,5 mm, 3326,5 mm e 4577,5 mm são respectivamente 1,17, 1,13, 1,08, e 1,09.

A FIGURA 4.12 apresenta a largura efetiva calculada para os modelos simplificados da configuração 3.

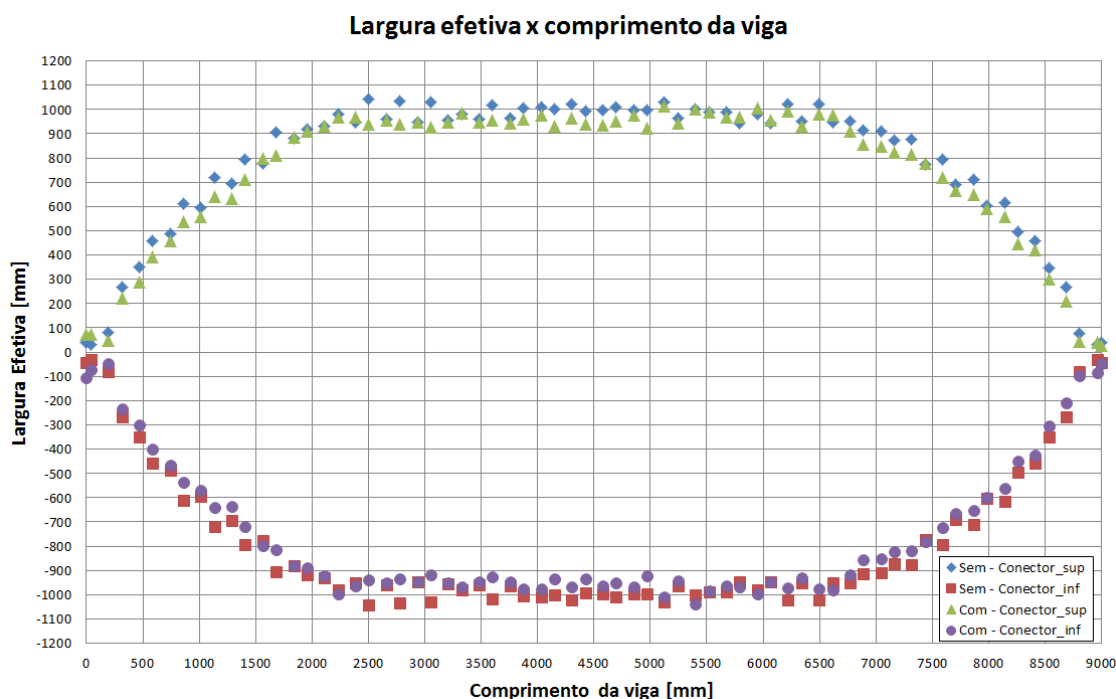


FIGURA 4.12 – Largura efetiva dos modelos simplificados para configuração 3.

Como pode ser observado na FIGURA 4.12, a largura efetiva para os modelos da configuração 3 com e sem conectores de cisalhamento apresentaram uma tendência muito semelhante. Apesar da variação considerável da tensão na laje na região próxima ao conector de cisalhamento, o modelo sem conector obteve o mesmo comportamento global do modelo com conector comprovando a capacidade de representação da viga mista e além de demandar um tempo de processamento computacional muito inferior.

### 4.3. Teste de malha

Com o objetivo de verificar a influência da malha na largura efetiva da laje, o modelo M\_1800\_S foi processado para diversos tamanhos de malha. A FIGURA 4.13 apresenta o resultado obtido para o teste de malha. As malhas com aresta média inferior a 30 mm não convergiram.

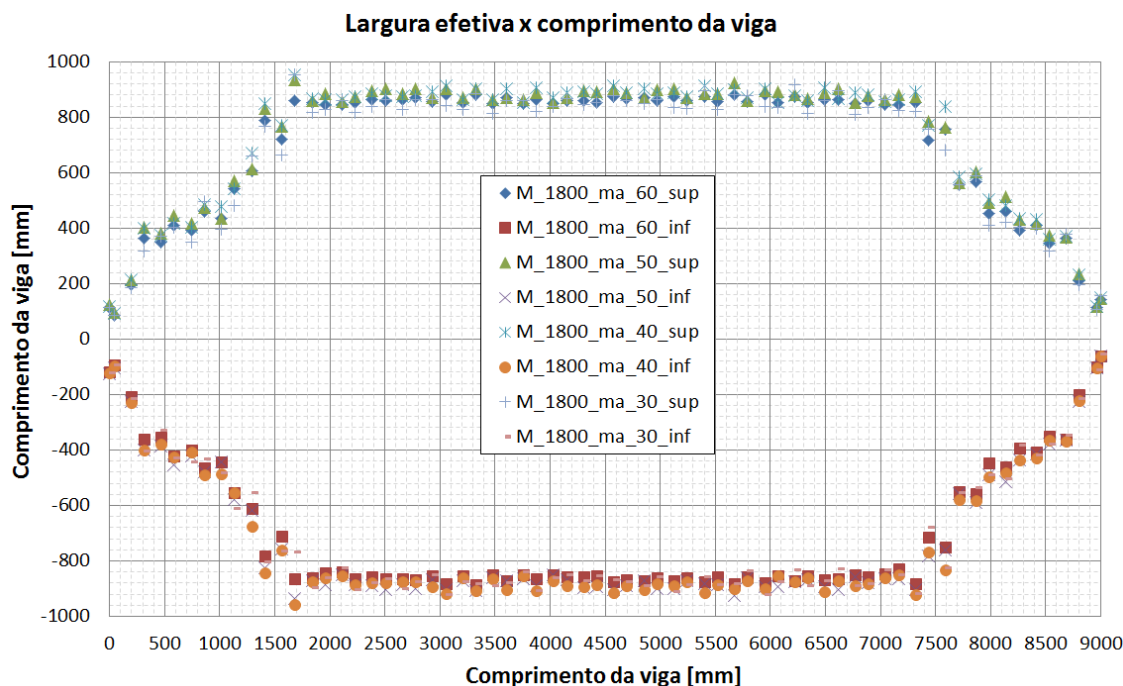


FIGURA 4.13 – Teste de malha para a largura efetiva.

Conforme observado na FIGURA 4.13, para malhas com aresta menor que 60 mm não houve variação significativa da largura efetiva da viga mistas, portanto, a malha utilizada para o processamento dos modelos deste trabalho foi a com aresta de 60 mm.

#### 4.4. Análise da viga mista sem aberturas

A FIGURA 4.14 apresenta os resultados da largura efetiva obtida do modelo em elementos finitos da configuração M\_1800\_S e através da EN 1994-1-1:2004.

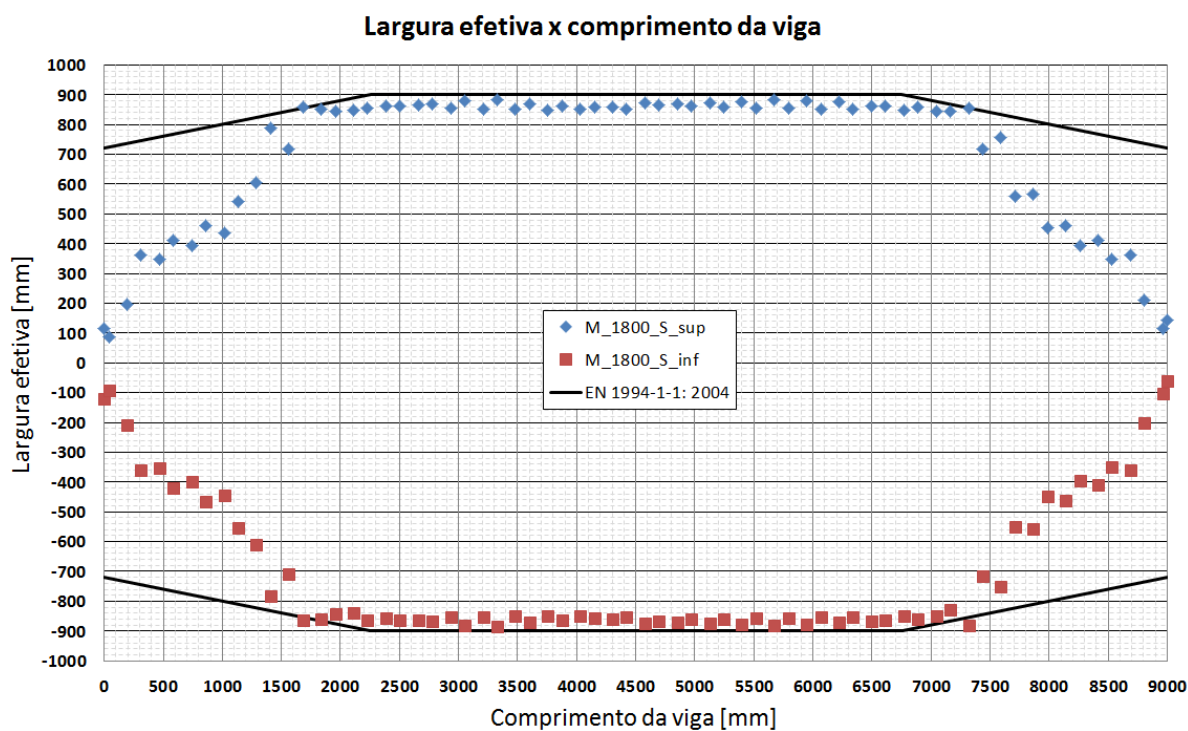


FIGURA 4.14 – Largura efetiva do modelo M\_1800\_S e pelo EN 1994-1-1:2004.

Conforme a FIGURA 4.14, a largura efetiva no modelo M\_1800\_S apresentou variação ao longo do vão similar ao EN 1944-1-1:2004. No entanto, nas regiões próximas aos apoios os valores obtidos foram inferiores aos prescritos no EN 1994-1-1:2004.

Para essa configuração, segundo o EN 1994-1-1:2004, a largura efetiva máxima para cada lado da linha de centro da viga, deve ser igual ao menor valor entre:

- 1/8 do vão da viga mista = 1125 mm;
- Metade da distância entre linhas de centro da viga analisada e a linha de centro da viga adjacente = 900 mm.

A largura efetiva máxima obtida na região central do vão da viga foi de 882 mm na posição 5673,5 mm. A média da largura efetiva de cada lado da viga mista (inferior e superior) foi de 860,88mm da posição 1682,5 a 7317.5 mm aproximadamente.

A FIGURA 4.15 apresenta a tensão axial na laje ponderada pela espessura do modelo M\_1800\_S no meio do da viga.

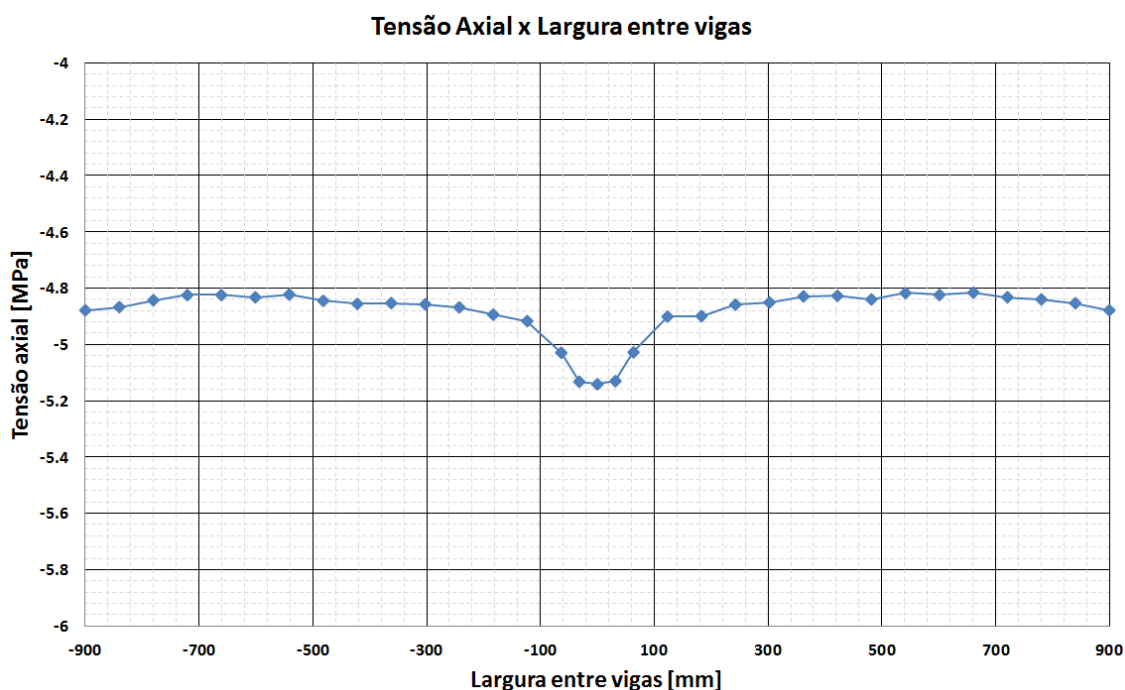


FIGURA 4.15 – Tensão axial no meio do vão da laje de concreto.

Como se vê na FIGURA 4.15, ocorre um pico de tensão na laje de concreto acima da viga de aço devido ao efeito “shear lag”. Nessa metodologia, o cálculo da largura efetiva foi feito entre as metades das distâncias entre as linhas de centro das vigas (-900 e 900), portanto, o que torna muito difícil obter uma largura efetiva igual 900 mm para cada lado, pois qualquer pico de tensão provocará uma redução na largura efetiva.

A FIGURA 4.16 apresenta os resultados da largura efetiva obtido através do modelo em elementos finitos da configuração M\_3000\_S e através do EN 1994-1-1:2004.

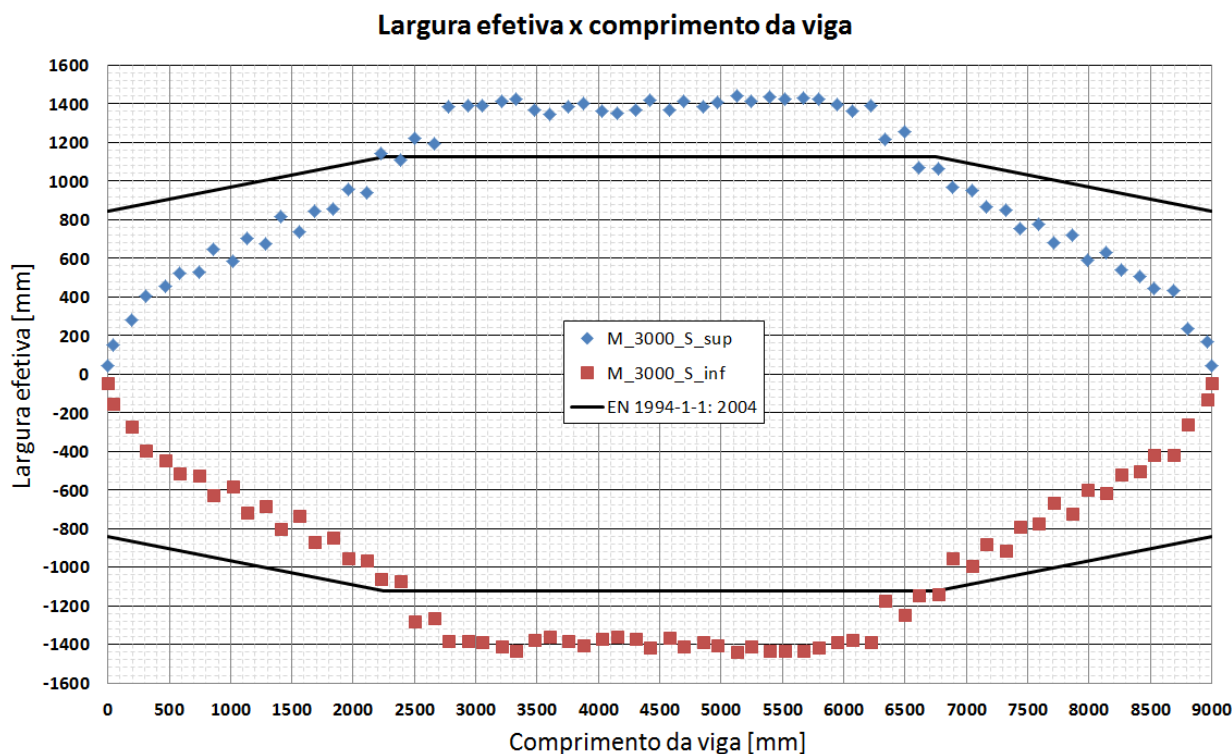


FIGURA 4.16 – Largura efetiva do modelo M\_3000\_S e pelo EN 1994-1-1:2004.

Segundo mostra a FIGURA 4.16, a largura efetiva também apresentou variação ao longo do vão como no modelo M\_1800\_S.

Para essa configuração, segundo o EN 1994-1-1:2004, a largura efetiva para cada lado da linha de centro da viga, deve ser igual ao menor valor entre:

- $1/8$  do vão da viga mista = 1125 mm;
- Metade da distância entre linhas de centro da viga analisada e a linha de centro da viga adjacente = 1500mm.

Entretanto para esse caso, a largura efetiva obtida no modelo de elementos finitos superou as recomendações normativas, atingindo na região do meio do vão uma largura efetiva total média de aproximadamente 2800 mm (valor situado entre os dois valores do EN 1994-1-1:2004, 2250 mm e 3000 mm) e, nas regiões próximas aos apoios, da mesma maneira que no caso anterior, valores inferiores ao prescrito no EN 1994-1-1:2004.

A fim de simplificar a apresentação dos resultados dos modelos com aberturas na laje, as larguras efetivas dos modelos M\_1800\_S e M\_3000\_S foram linearizadas conforme apresentado na FIGURA 4.17 e na FIGURA 4.18.

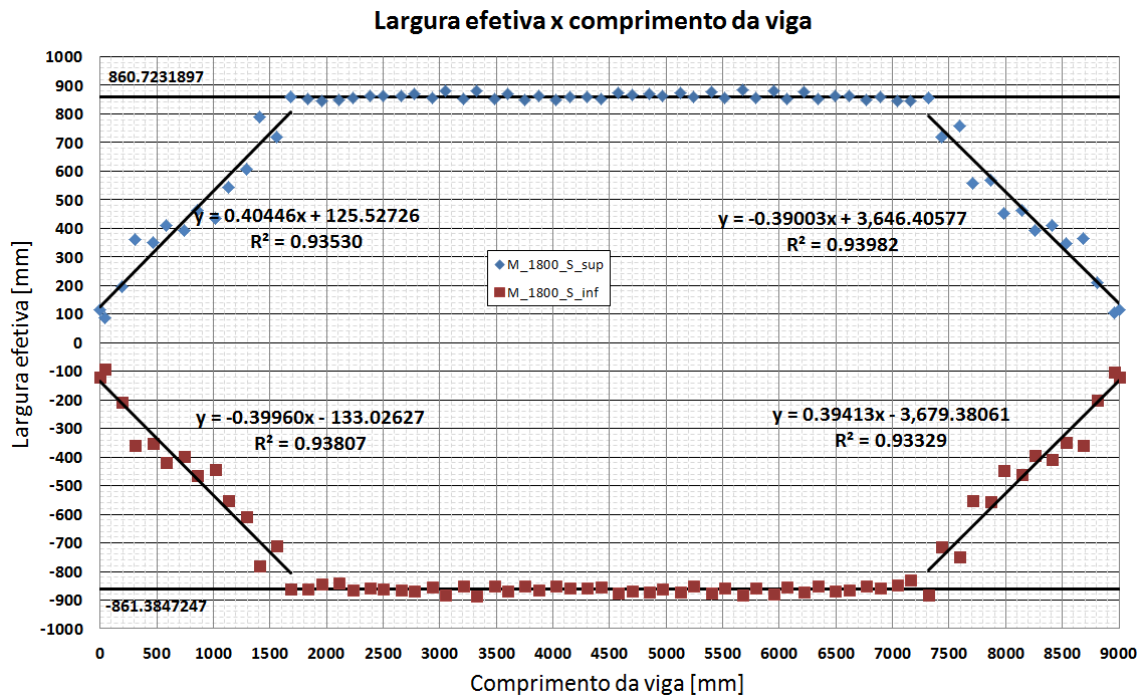


FIGURA 4.17 – Linearização da largura efetiva do modelo M\_1800\_S.

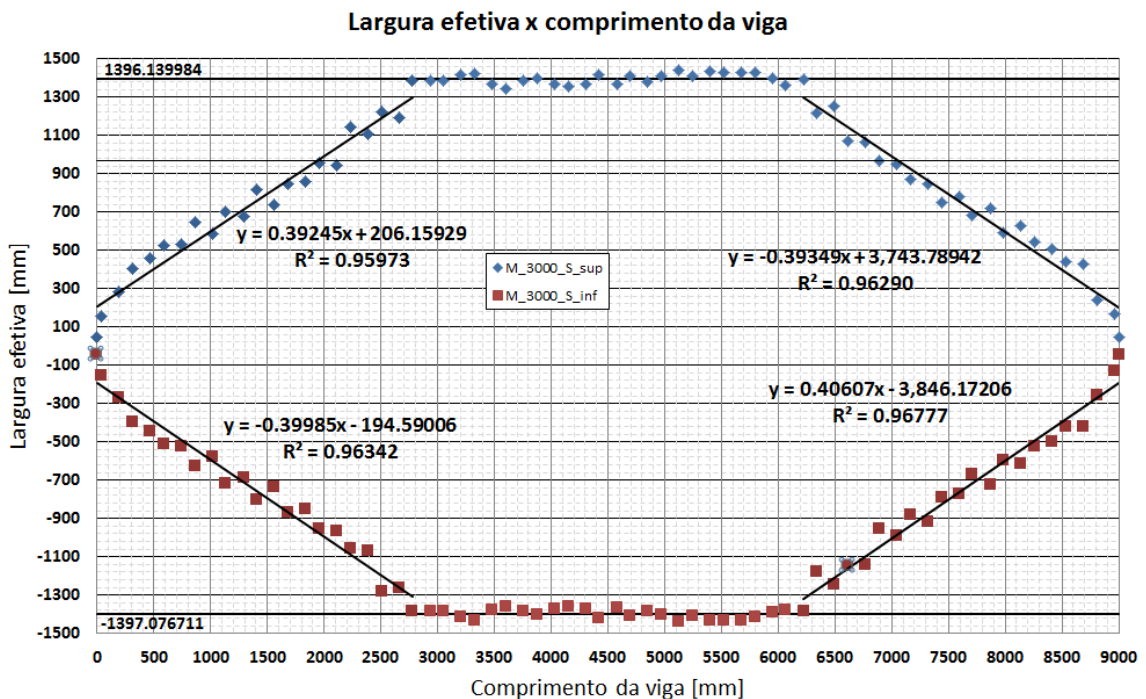


FIGURA 4.18 – Linearização da largura efetiva do modelo M\_3000\_S.

Como pode ser observado na FIGURA 4.17 e na FIGURA 4.18, a inclinação na largura efetiva nas regiões próximas ao apoio se manteve praticamente constante (aproximadamente  $0,4 = 21,8^\circ$ ) em ambos os modelos.

Conforme a FIGURA 4.19, as larguras efetivas linearizadas em ambos os modelos apresentaram um pequeno *offset* nas regiões próximas aos apoios. Esse *offset* apresentou largura de aproximadamente duas vezes a largura da mesa superior do perfil de aço.



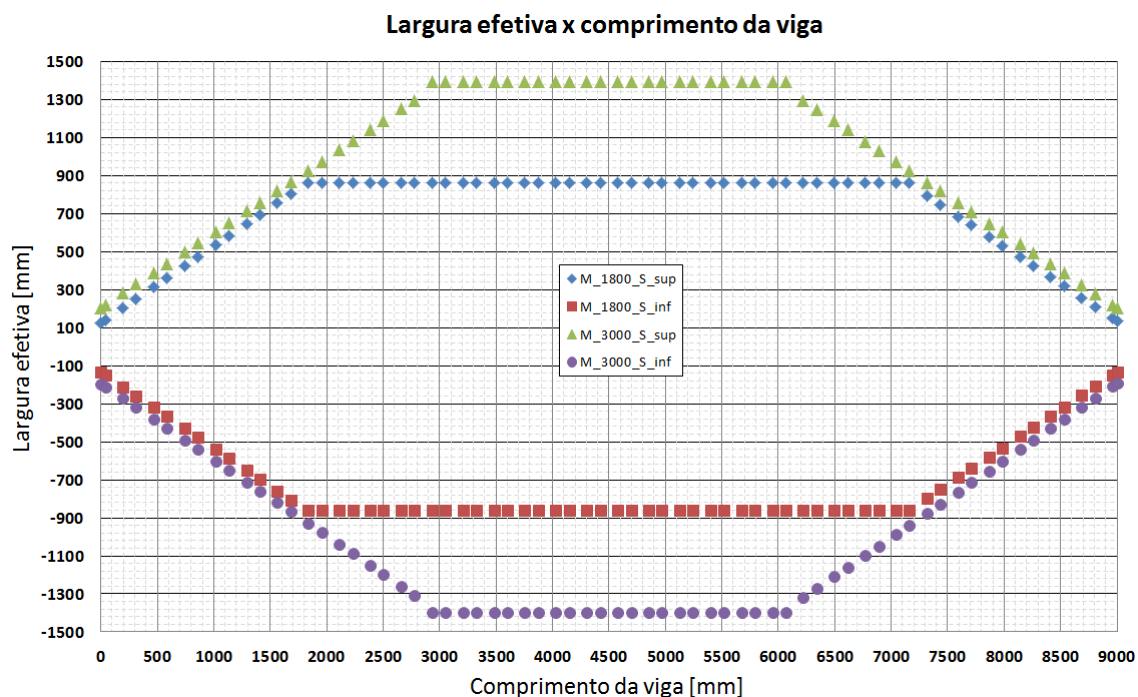


FIGURA 4.19 – Linearização da largura efetiva dos modelos M\_1800\_S e M\_3000\_S.

#### 4.5. Análise da viga mista com aberturas

A fim de facilitar a apresentação dos resultados, as influências da distância das aberturas ao eixo de simetria do perfil de aço (A), do comprimento transversal (B) e longitudinal (C) das aberturas na laje foram analisadas separadamente.

##### 4.5.1. Influência da distância das aberturas ao eixo de simetria do perfil de aço (A)

A FIGURA 4.20 mostra os resultados nos modelos M\_1800\_1\_300\_300\_100 e M\_1800\_1\_300\_300\_300. A linha tracejada sempre liga o início da abertura ao ponto em que a largura efetiva atinge 95% do valor da largura efetiva do modelo sem abertura.



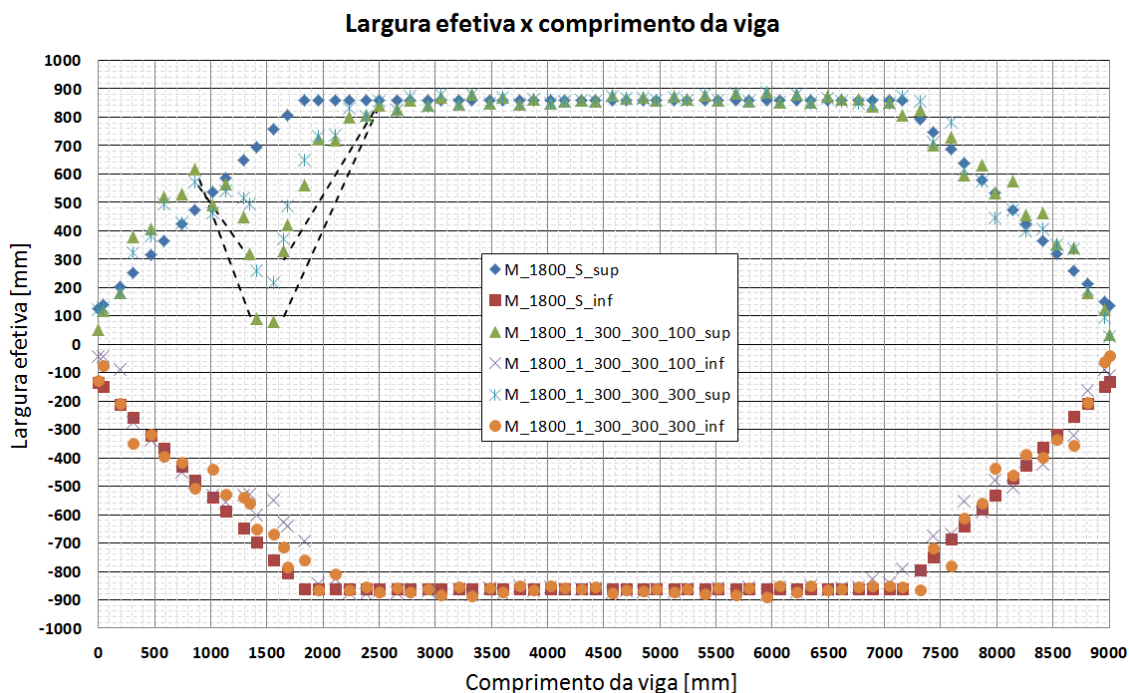


FIGURA 4.20 – Resultados dos modelos M\_1800\_1\_300\_300\_100 e M\_1800\_1\_300\_300\_300.

Conforme pode ser observado na FIGURA 4.20, apesar de os modelos M\_1800\_1\_300\_300\_100 e M\_1800\_1\_300\_300\_300 apresentarem distâncias das aberturas ao eixo de simetria do perfil de aço diferentes, 100 e 300 respectivamente, a largura efetiva apresentou recuperação semelhante em ambos os casos. Em cerca de 300 mm de afastamento da abertura, a largura efetiva dos dois modelos já possuía 80% da largura efetiva do modelo sem aberturas. O comprimento necessário para que a largura efetiva se recupere e volte ao valor base do modelo sem aberturas foi idêntico em ambos os modelos (489,5 mm na região mais próxima ao apoio e 854,5 mm na região mais próxima ao meio do vão).

Como mostrado na FIGURA 4.20, o lado oposto à abertura apresentou uma pequena perturbação na largura efetiva. Esse fenômeno ocorre devido ao aumento da tensão da região central da viga por causa do estrangulamento na laje gerado pela abertura.

A FIGURA 4.21 e a FIGURA 4.22 apresentam as tensões axiais ponderadas pela espessura nas regiões das aberturas nos modelos M\_1800\_1\_300\_300\_100 e M\_1800\_1\_300\_300\_300, respectivamente, comparadas com o modelo sem aberturas (M\_1800\_S) nas posições longitudinais 1350, 1408,5, 1563,5 e 1650 mm.

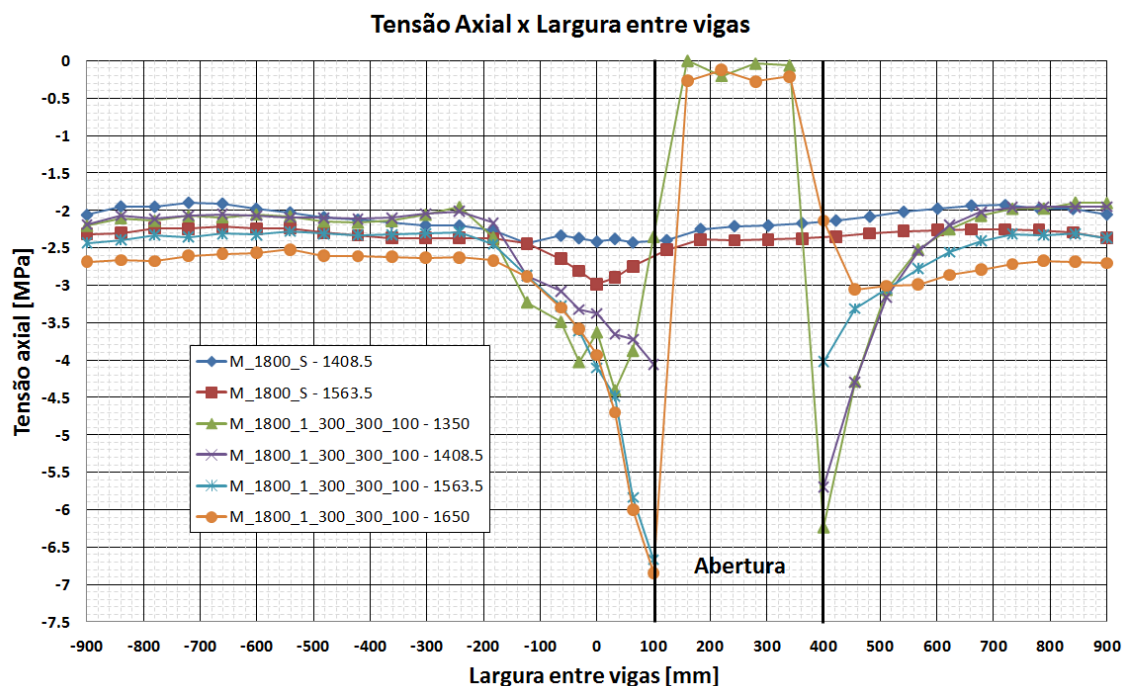


FIGURA 4.21 – Tensões axiais do modelo M\_1800\_1\_300\_300\_100 comparadas com o modelo M\_1800\_S.

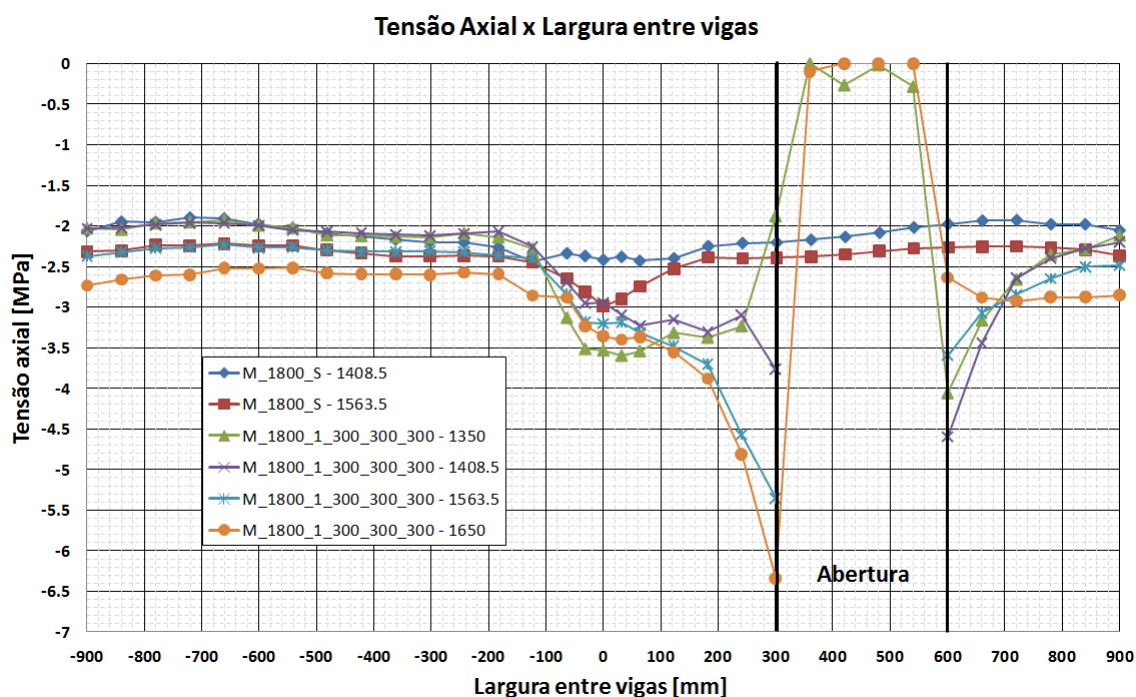


FIGURA 4.22 – Tensões axiais do modelo M\_1800\_1\_300\_300\_300 comparadas com o modelo M\_1800\_S.

Como pode ser observado na FIGURA 4.21 e na FIGURA 4.22, a distância da abertura ao eixo de simetria do perfil de aço influencia nas tensões axiais na laje de concreto. Quanto menor essa distância, maior a tensão no eixo de simetria do perfil de aço e na região junto à abertura. Como a largura efetiva é inversamente proporcional à tensão de pico, quanto

menor essa distância, maior perturbação ocorrerá na laje oposta reduzindo a largura efetiva deste lado. Na metodologia proposta neste trabalho, a laje após a abertura foi desconsiderada no cálculo da largura efetiva. Com pode ser observado, essa consideração é bastante conservadora visto que o nível de tensão na laje após a abertura até o a distância média entre vigas (900 mm) é considerável. Por esse motivo, a largura efetiva nas faces da abertura (posições longitudinais 1350 e 1650) é superior à distância da abertura ao eixo de simetria do perfil de aço.

A FIGURA 4.23 apresenta os resultados da largura efetiva nos modelos M\_1800\_2\_300\_300\_100 e M\_1800\_2\_300\_300\_300.

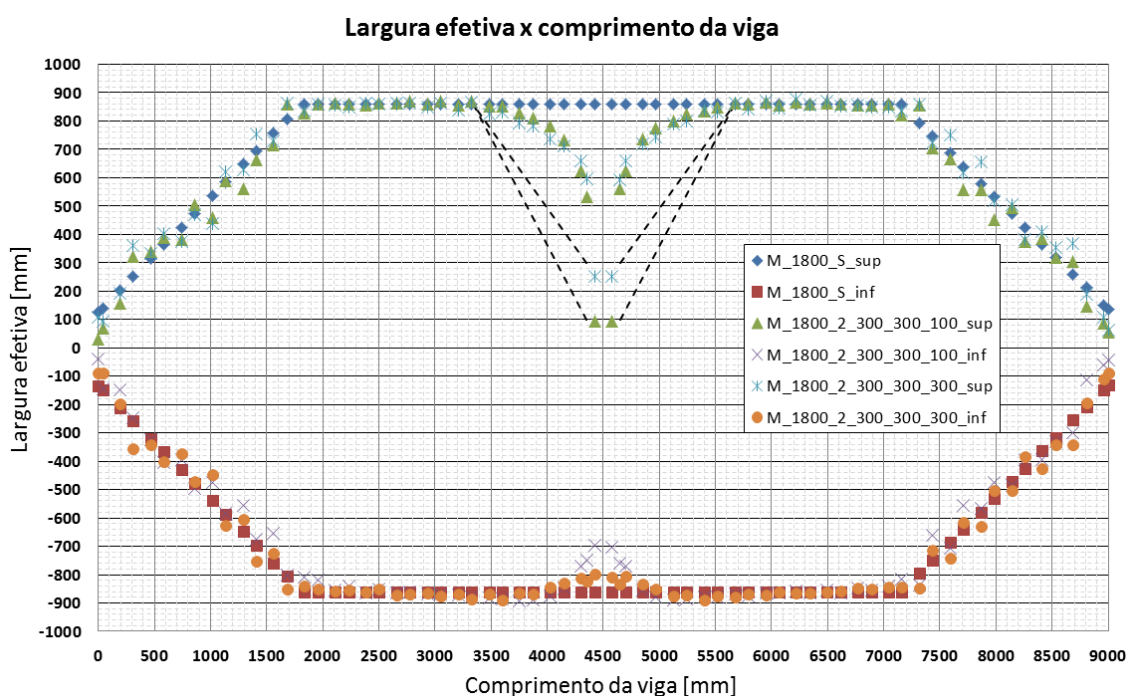


FIGURA 4.23 – Resultados dos modelos M\_1800\_2\_300\_300\_100 e M\_1800\_2\_300\_300\_300.

Como observado anteriormente, a largura efetiva apresentou recuperação semelhante em ambos os casos mostrados na FIGURA 4.23. O comprimento necessário para a recuperação total da largura efetiva nos dois modelos supracitados foi de 749,5 mm. A recuperação da largura efetiva para a configuração de abertura 2 foi mais rápida que na configuração 1. Em cerca de 200 mm de distância da abertura, os modelos M\_1800\_2\_300\_300\_100 e M\_1800\_2\_300\_300\_300 já apresentavam aproximadamente 85% da largura efetiva do modelo sem abertura.

A configuração do modelo com apenas uma abertura central e assimétrica (configuração 2) também apresentou uma perturbação considerável na largura efetiva na laje oposta à abertura, principalmente para o modelo M\_1800\_2\_300\_300\_100.

A FIGURA 4.24 e a FIGURA 4.25 apresentam as tensões axiais ponderadas pela espessura nas regiões das aberturas nos modelos M\_1800\_2\_300\_300\_100 e

M\_1800\_2\_300\_300\_300, respectivamente, comparadas com o modelo sem aberturas (M\_1800\_S) nas posições longitudinais 4350, 4422.5, 4577,5 e 4650 mm.

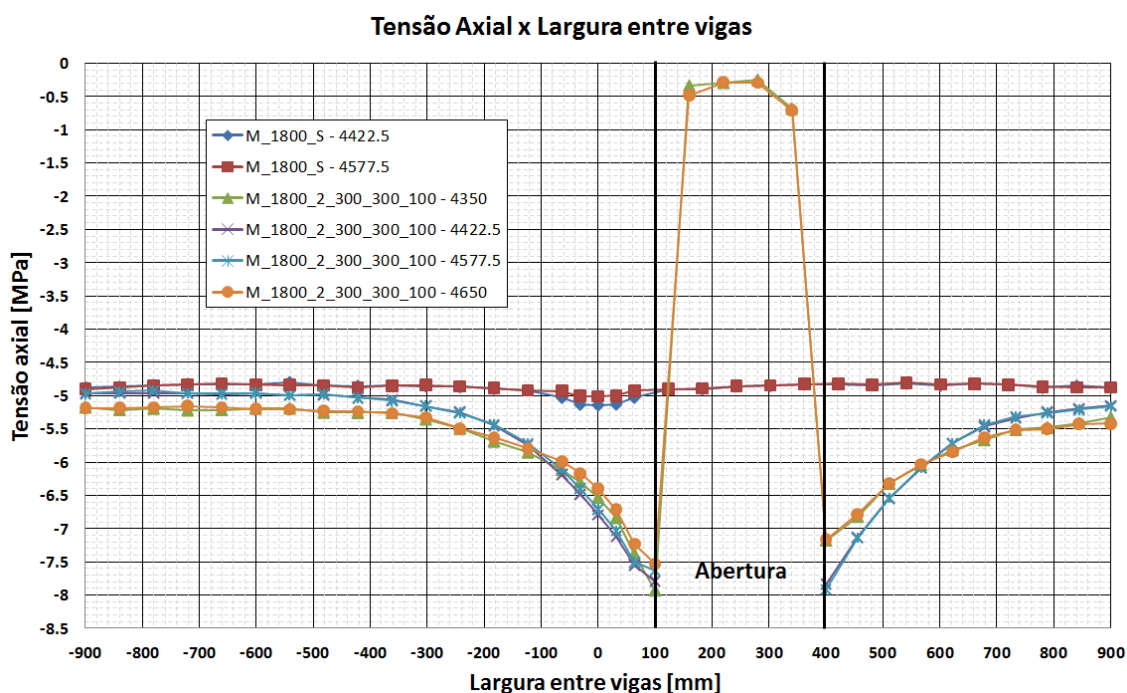


FIGURA 4.24 – Tensões axiais do modelo M\_1800\_2\_300\_300\_100 comparadas com o modelo M\_1800\_S.

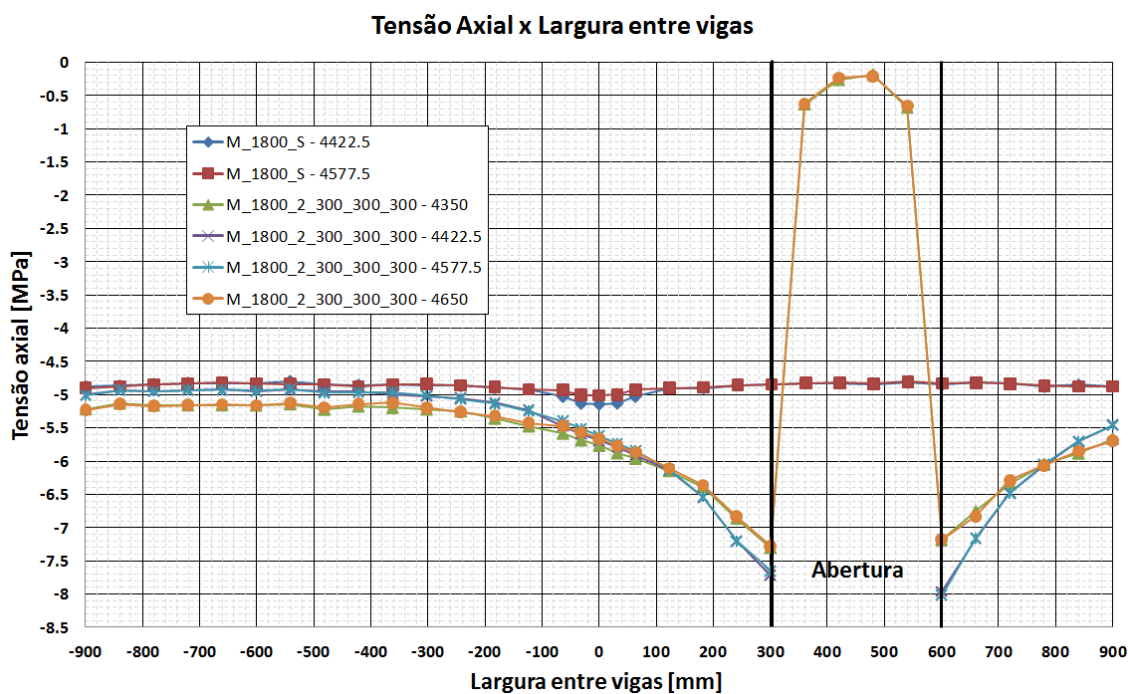


FIGURA 4.25 – Tensões axiais do modelo M\_1800\_2\_300\_300\_300 comparadas com o modelo M\_1800\_S.

Segundo a FIGURA 4.24 e a FIGURA 4.25, a abertura no meio do vão provocou níveis de tensões mais elevados na laje de concreto e maior variação na tensão em relação ao modelo sem abertura. O modelo M\_1800\_2\_300\_300\_100 apresentou maior nível de tensão axial. Esse fato é devido à proximidade da abertura ao perfil de aço, ocasionando uma redução maior na largura efetiva na laje oposta à abertura.

A FIGURA 4.26 e a FIGURA 4.27 apresentam as tensões axiais ponderadas pela espessura nas regiões das aberturas nos modelos M\_1800\_2\_300\_300\_100 e M\_1800\_2\_300\_300\_300, respectivamente, comparadas com o modelo sem aberturas (M\_1800\_S) nas posições longitudinais 3755,5; 3874,5; 4029,5; 4148,5; e 4303,5 mm.

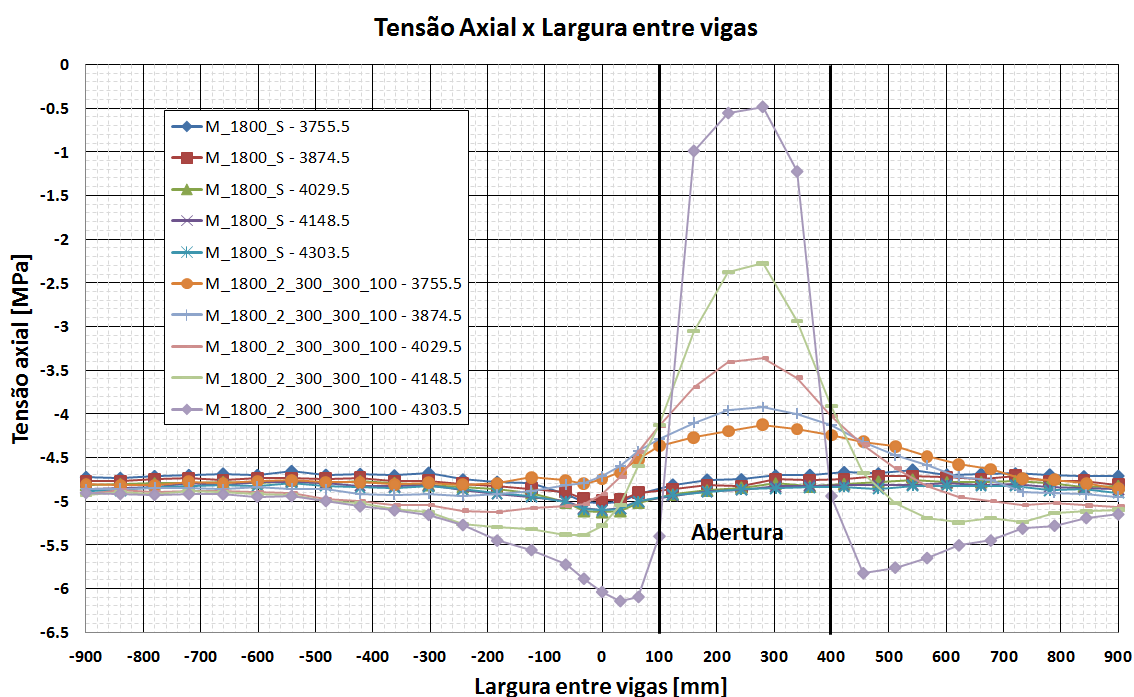


FIGURA 4.26 – Tensões axiais do modelo M\_1800\_2\_300\_300\_100 comparadas com o modelo M\_1800\_S.



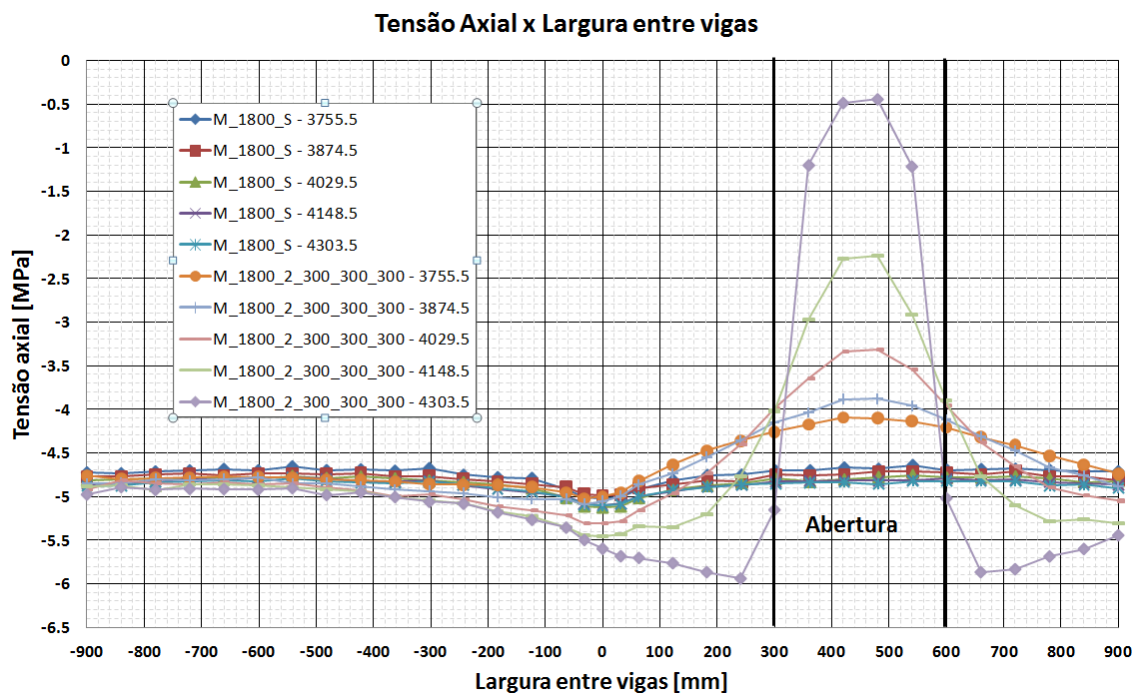


FIGURA 4.27 – Tensões axiais do modelo M\_1800\_2\_300\_300\_300 comparadas com o modelo M\_1800\_S.

Como observado na FIGURA 4.26 e a FIGURA 4.27 a perturbação da tensão axial da laje devido à abertura é amenizada rapidamente ao longo da viga quando a abertura se encontra na região central do vão.

A FIGURA 4.28 apresenta os resultados da largura efetiva nos modelos M\_1800\_3\_300\_300\_100 e M\_1800\_3\_300\_300\_300.

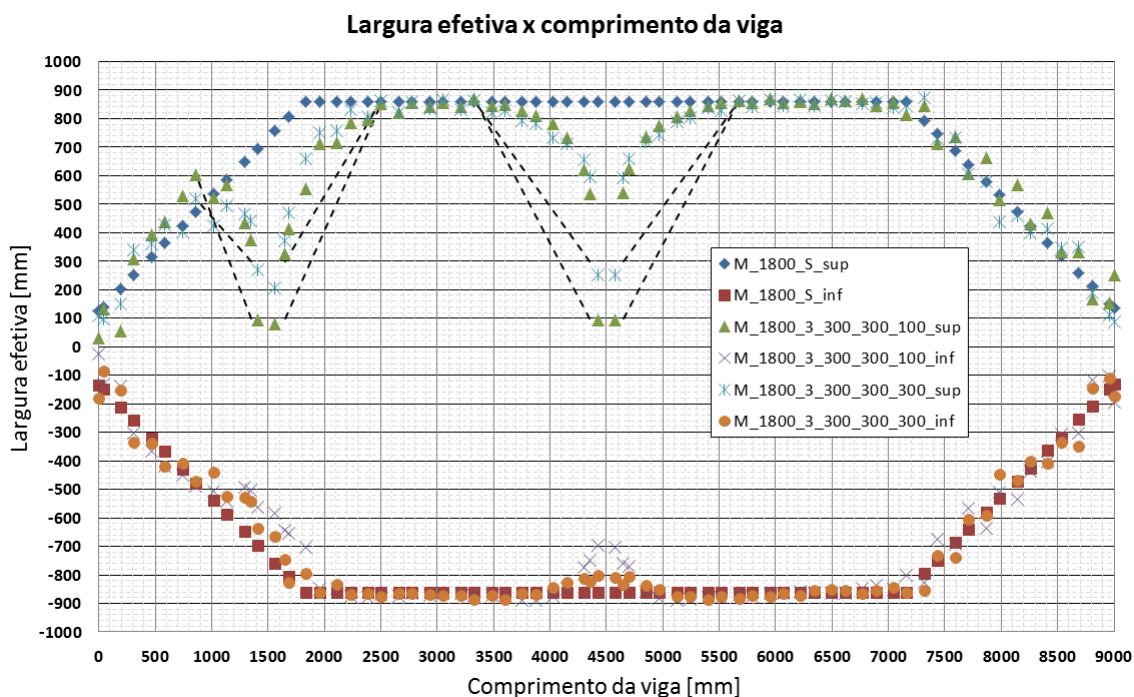


FIGURA 4.28 – Resultados dos modelos M\_1800\_3\_300\_300\_100 e M\_1800\_3\_300\_300\_300.

Devido às dimensões e posições das duas aberturas nos modelos M\_1800\_3\_300\_300\_100 e M\_1800\_3\_300\_300\_300, não houve interação entre as perturbações provocadas por elas, fazendo com que os resultados obtidos fossem muito parecidos com os dos modelos das configurações de abertura 1 e 2.

Os resultados dos modelos M\_1800\_4\_300\_300\_100, M\_1800\_4\_300\_300\_300, M\_1800\_5\_300\_300\_100, M\_1800\_5\_300\_300\_300, M\_1800\_6\_300\_300\_100 e M\_1800\_6\_300\_300\_300 também não apresentaram variações significativas quando comparados com os resultados dos modelos com as mesmas dimensões de aberturas e configurações 1 e 2 conforme mostrado da FIGURA 4.28 à FIGURA 4.35.

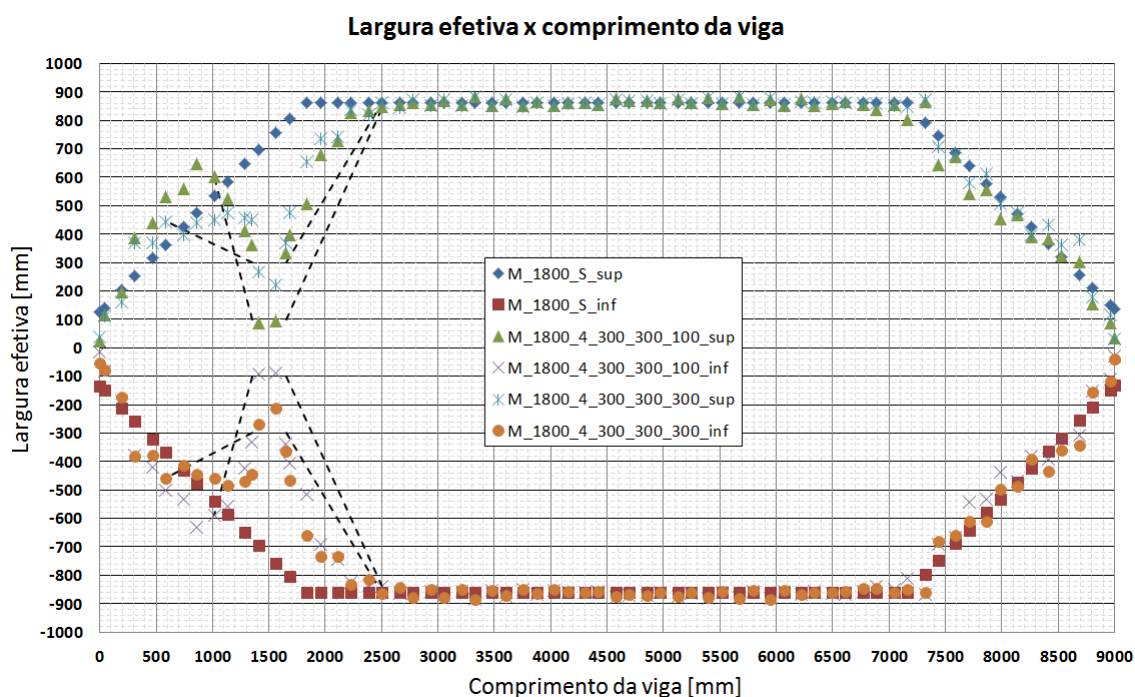


FIGURA 4.29 – Resultados dos modelos M\_1800\_4\_300\_300\_100 e M\_1800\_4\_300\_300\_300.

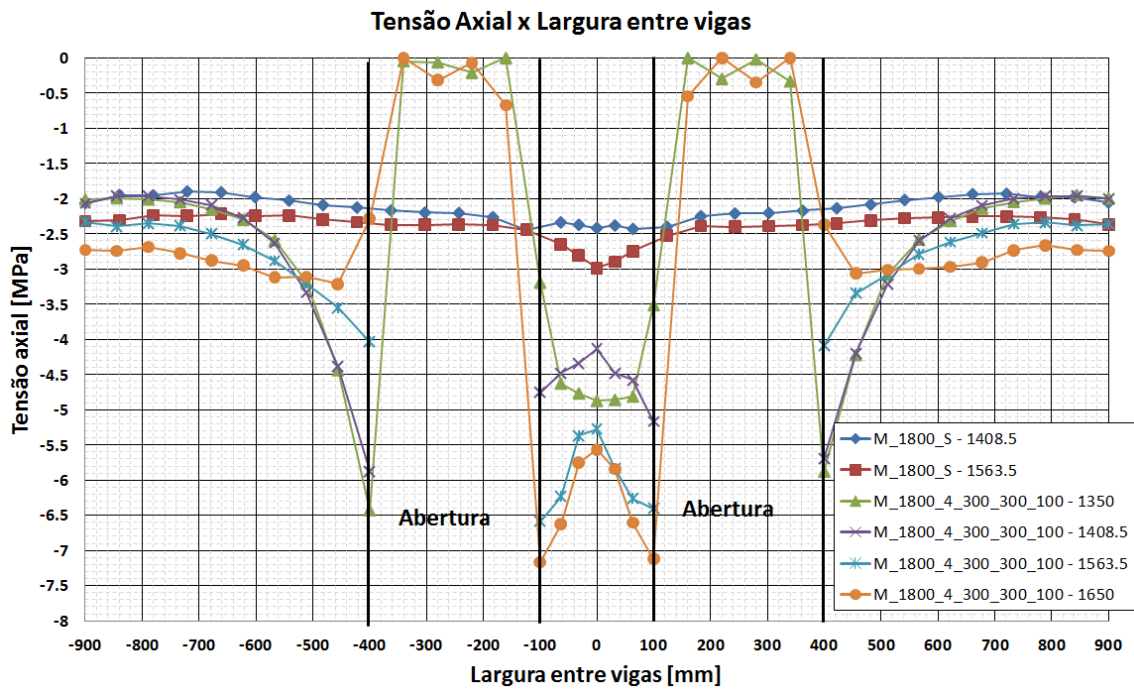


FIGURA 4.30 – Tensões axiais do modelo M\_1800\_4\_300\_300\_100 comparadas com o modelo M\_1800\_S.

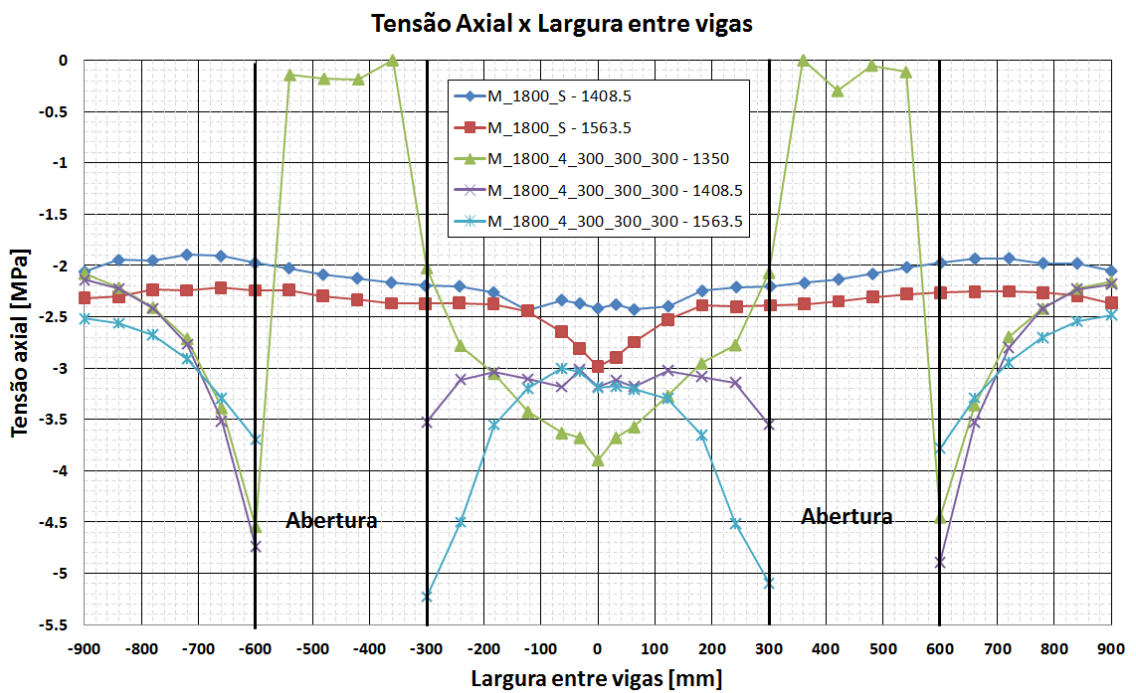


FIGURA 4.31 – Tensões axiais do modelo M\_1800\_4\_300\_300\_300 comparadas com o modelo M\_1800\_S.



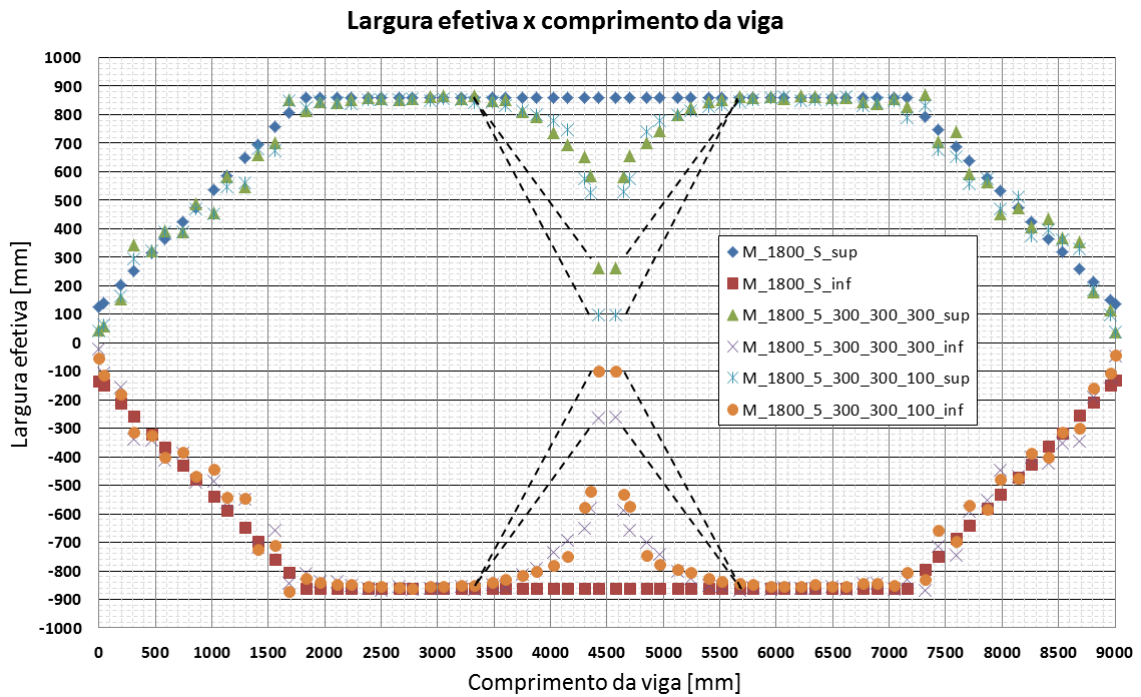


FIGURA 4.32 – Resultados dos modelos M\_1800\_5\_300\_300\_100 e M\_1800\_5\_300\_300\_300.

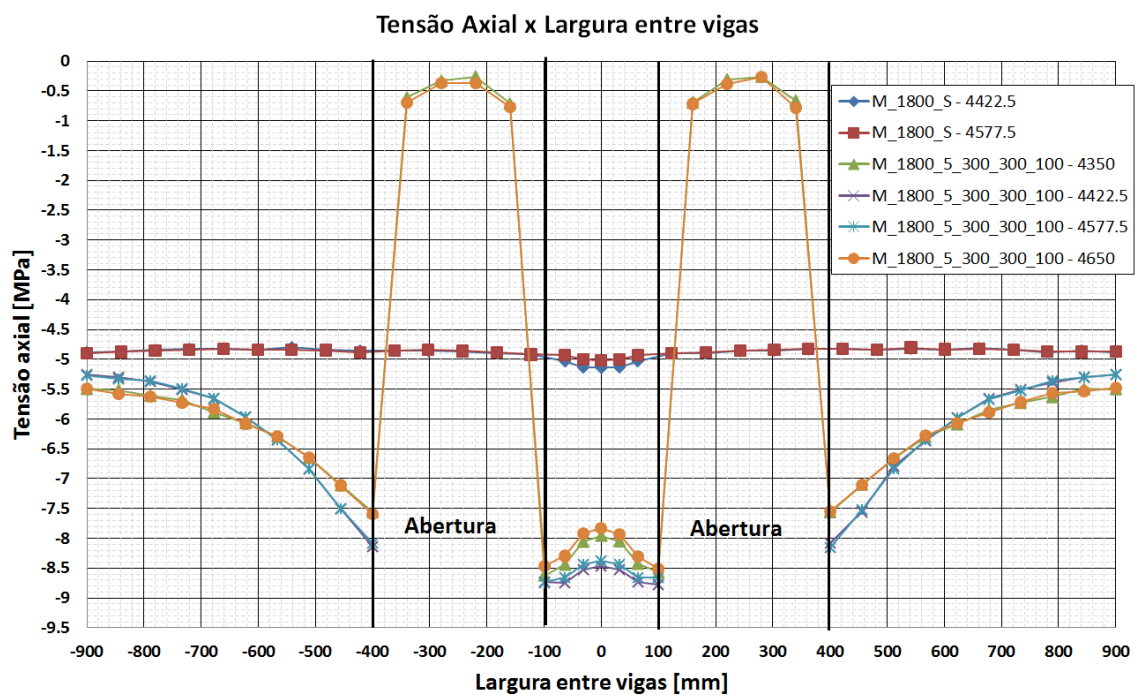


FIGURA 4.33 – Tensões axiais do modelo M\_1800\_5\_300\_300\_100 comparadas com o modelo M\_1800\_S.

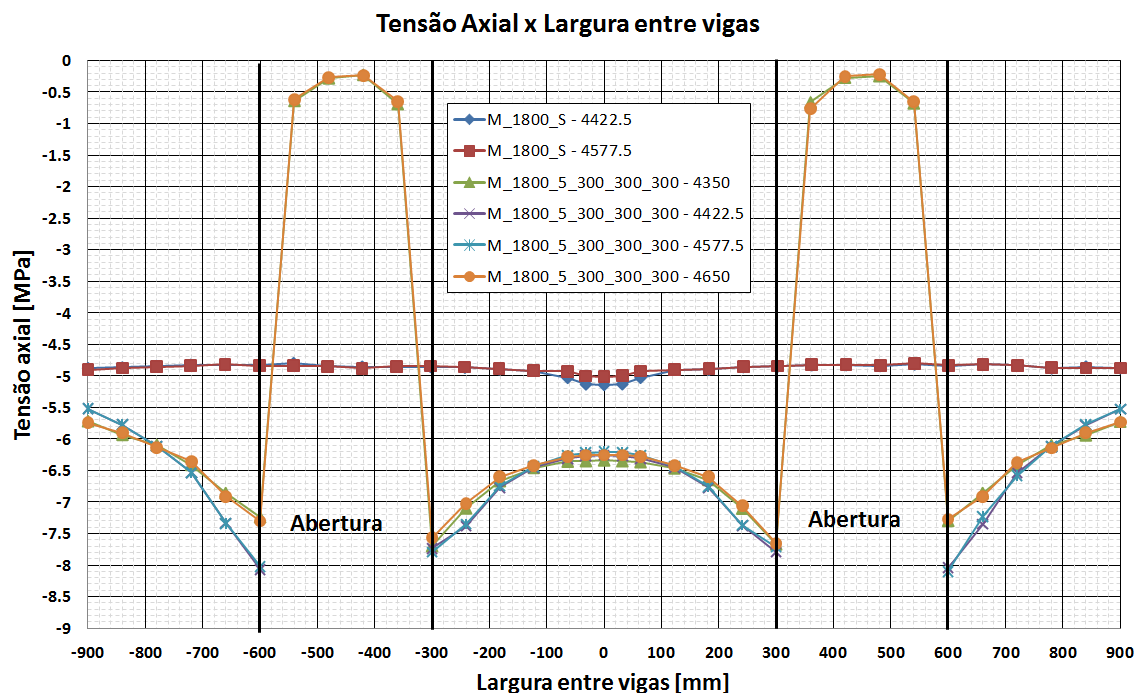


FIGURA 4.34 – Tensões axiais do modelo M\_1800\_5\_300\_300\_300 comparadas com o modelo M\_1800\_S.

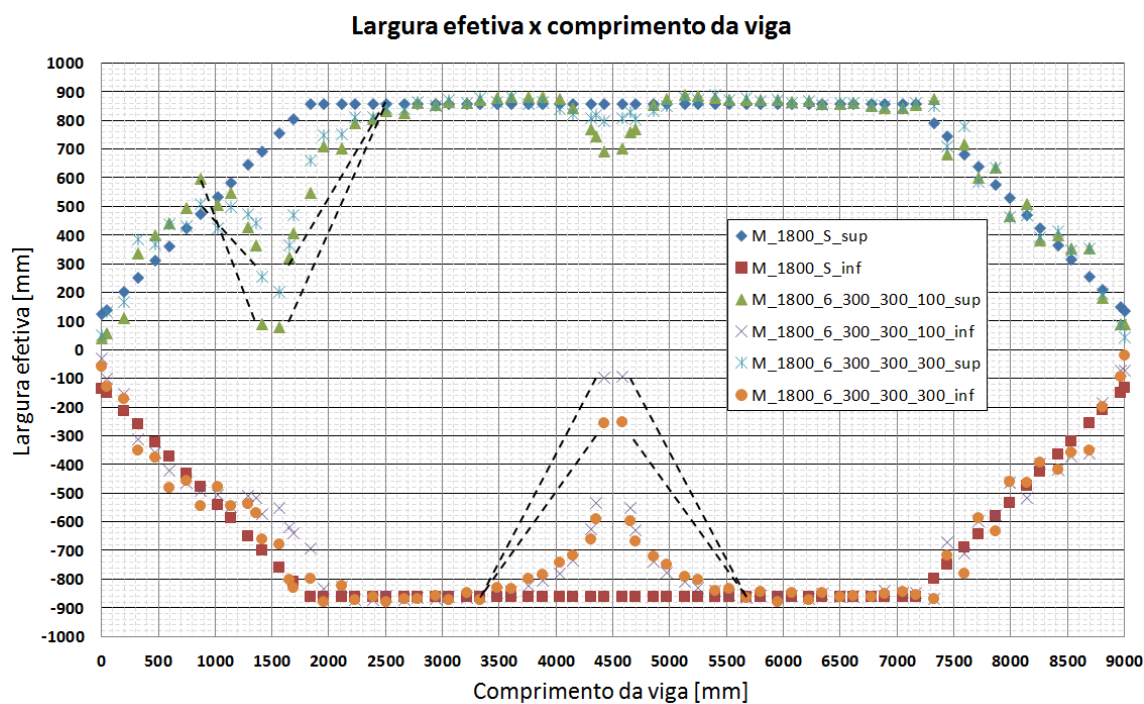


FIGURA 4.35 – Resultados dos modelos M\_1800\_6\_300\_300\_100 e M\_1800\_6\_300\_300\_300.

Como observado na FIGURA 4.28, os modelos com a configuração de abertura 3 representam bem o comportamento de todas as outras configurações (1, 2, 4, 5 e 6), exceto quando a região de recuperação da largura efetiva de uma das aberturas se encontra com a região de recuperação da abertura vizinha, impedindo que a largura efetiva se desenvolva completamente entre aberturas. Dentre os modelos com distância entre vigas de 1800 mm apenas os com comprimento transversal e longitudinal de 600 mm apresentaram tal

perturbação. A FIGURA 4.36 apresenta o desenvolvimento da largura efetiva dos modelos M\_1800\_3\_600\_600\_100 e M\_1800\_3\_600\_600\_300.

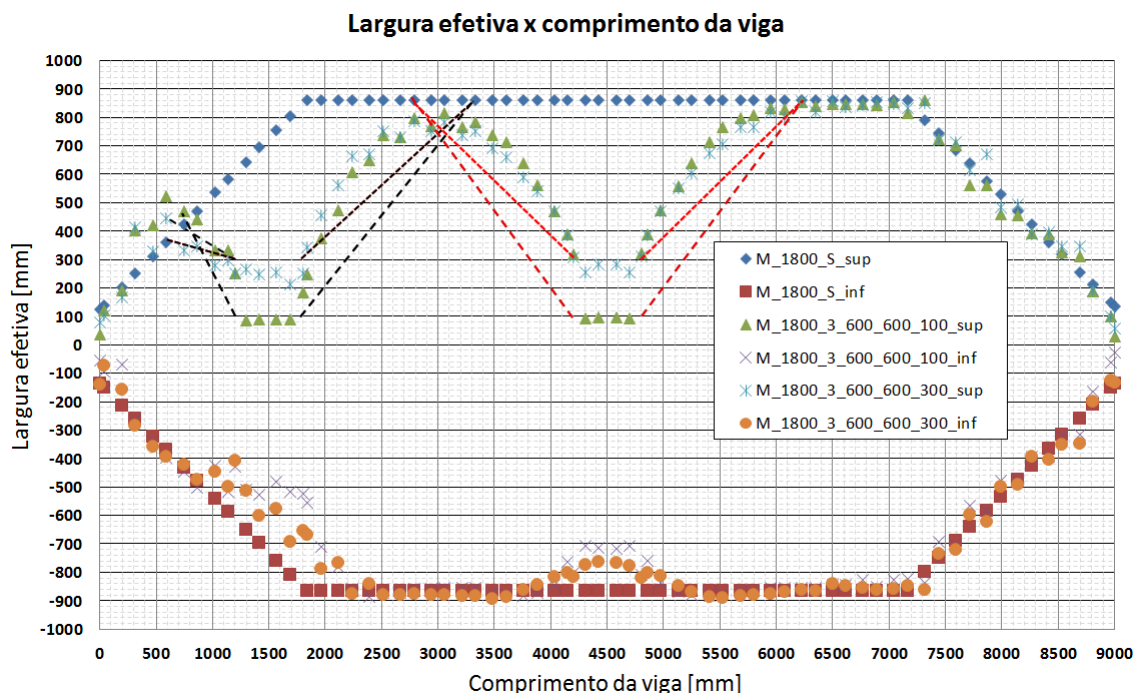


FIGURA 4.36 – Resultados dos modelos M\_1800\_3\_600\_600\_100 e M\_1800\_3\_600\_600\_300.

As linhas tracejadas na FIGURA 4.36 ligam a extremidade da abertura ao ponto em que a largura efetiva se iguala ao do modelo M\_1800\_S com 95% de precisão nos modelos com mesma geometria, mas para as configurações 1 (cor preta) e 2 (cor vermelha). Fica evidente que a reta construída através do ponto de início da abertura até a posição de recuperação total da largura efetiva nos modelos com apenas uma abertura (configurações 1 e 2) consegue prever com razoável precisão a redução da largura efetiva entre duas aberturas. A FIGURA 4.37 apresenta a distância necessária para recuperação total da largura efetiva para os modelos com aberturas na laje (configuração 1 e 2) e distância entre vigas de 1800 mm.

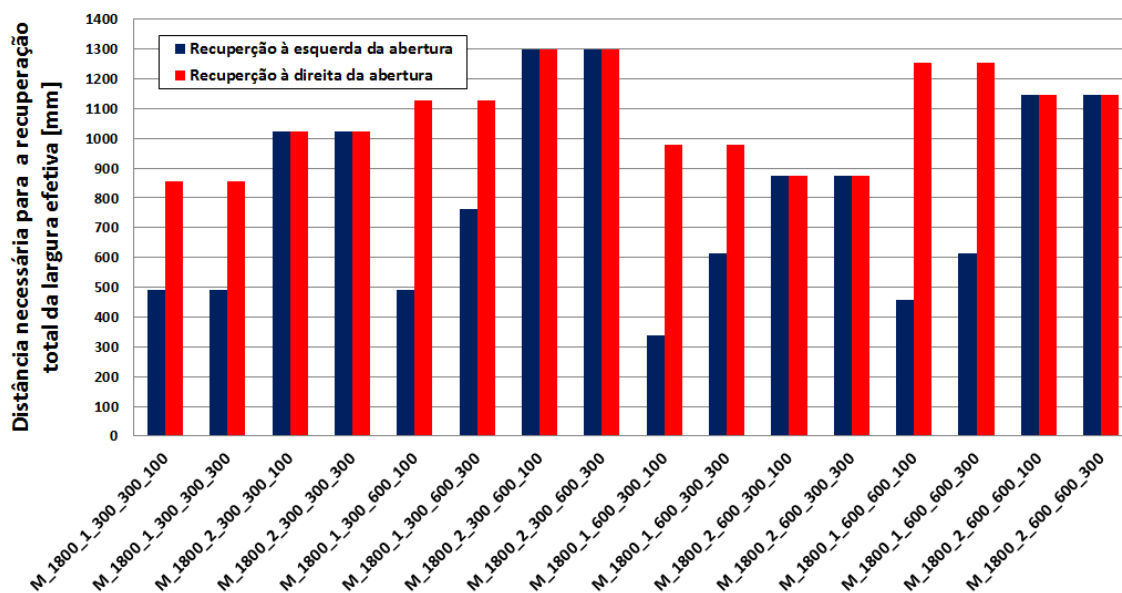


FIGURA 4.37 – Distância necessária para recuperação total da largura efetiva para os modelos com aberturas na laje e distância entre vigas de 1800 mm.

Nos modelos com configuração 2 de abertura, o comprimento necessário para recuperação total da largura efetiva foi idêntico para as distâncias das aberturas ao eixo de simetria do perfil de aço de 100 mm e 300 mm. Os modelos com configuração 2 e com comprimento transversal de 600 mm apresentaram as maiores distâncias necessárias para a recuperação total da largura efetiva. Esse fato está associado ao comprimento transversal da abertura ser superior à largura efetiva dos modelos sem abertura (modelos M\_1800\_S).

Nos modelos da configuração 1, a recuperação à esquerda da abertura apresentou variação nos modelos com comprimento transversal de 600mm e, à direita das aberturas nesses mesmos modelos foram observadas maiores distâncias necessárias para a recuperação total da largura efetiva. Essa variação também foi causada pelo fato de a largura transversal ser superior à largura efetiva da viga sem aberturas na laje. Esse fato fez com que, à esquerda da abertura, a reta que liga a extremidade da abertura ao ponto de recuperação total da largura efetiva fosse quase paralela ao eixo do perfil de aço conforme apresentado na FIGURA 4.38.

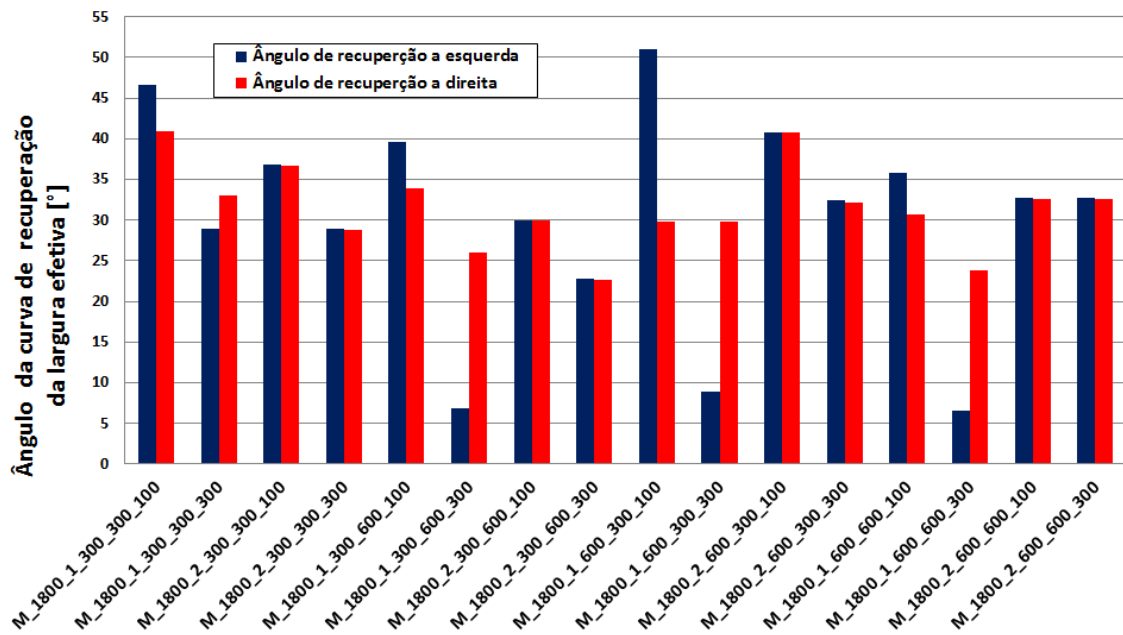


FIGURA 4.38 – Ângulo da curva de recuperação da largura efetiva.

Localmente também foi observada uma redução da largura efetiva na região junto à abertura e na região oposta quando esta é assimétrica (configurações 1,2,3 e 6). A FIGURA 4.39 e a FIGURA 4.40 apresentam a redução da largura efetiva local na região da abertura.

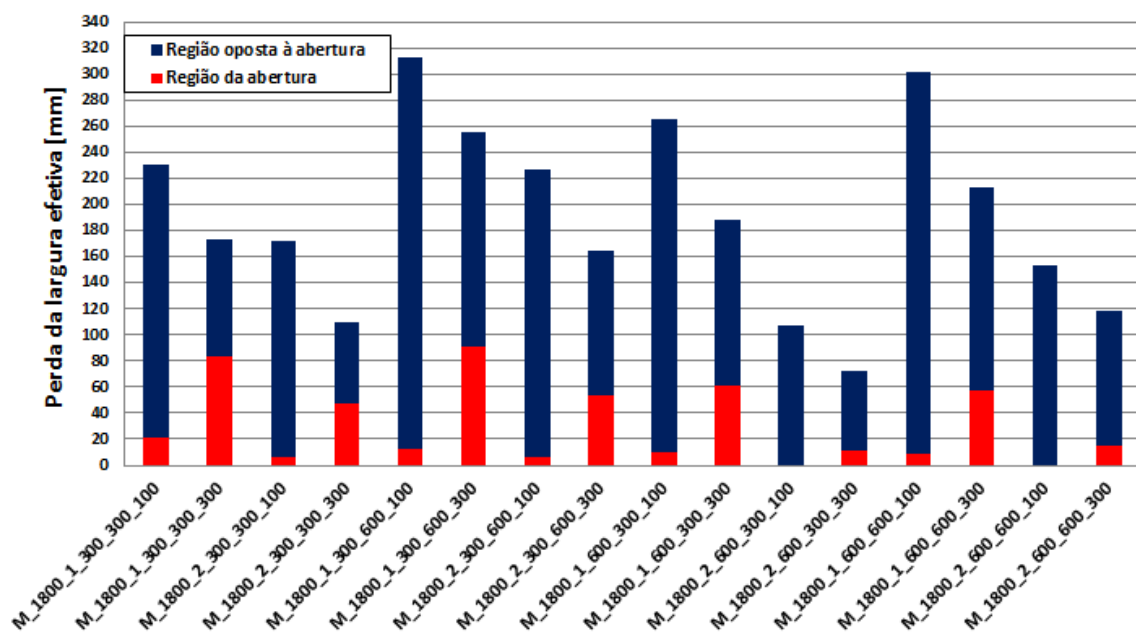


FIGURA 4.39 – Perda da largura efetiva local na abertura.

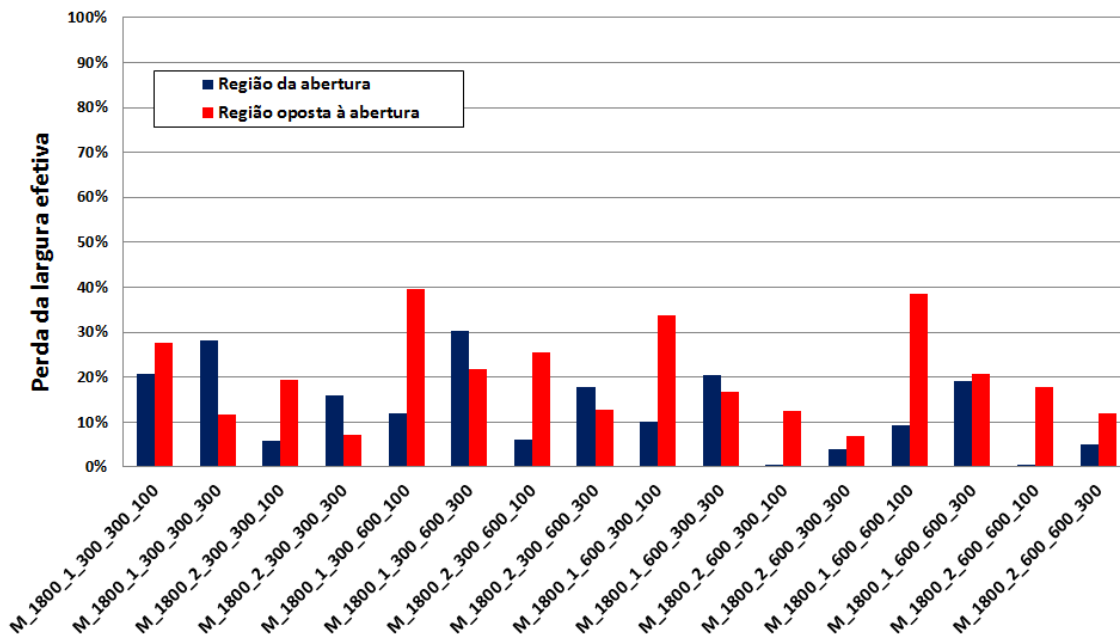


FIGURA 4.40 – Perda percentual da largura efetiva local na abertura.

Como observado na FIGURA 4.40, aberturas na região próxima ao apoio (configuração 1), onde a largura efetiva está em transição, demonstrou maiores perdas da largura efetiva na região oposta à abertura, principalmente se o comprimento transversal da abertura superar a largura efetiva da viga sem abertura na laje. Para o modelo M\_1800\_1\_300\_600\_100 houve uma perda de cerca de 40% da largura efetiva no vão oposto à abertura, como pode ser observado na FIGURA 4.41.

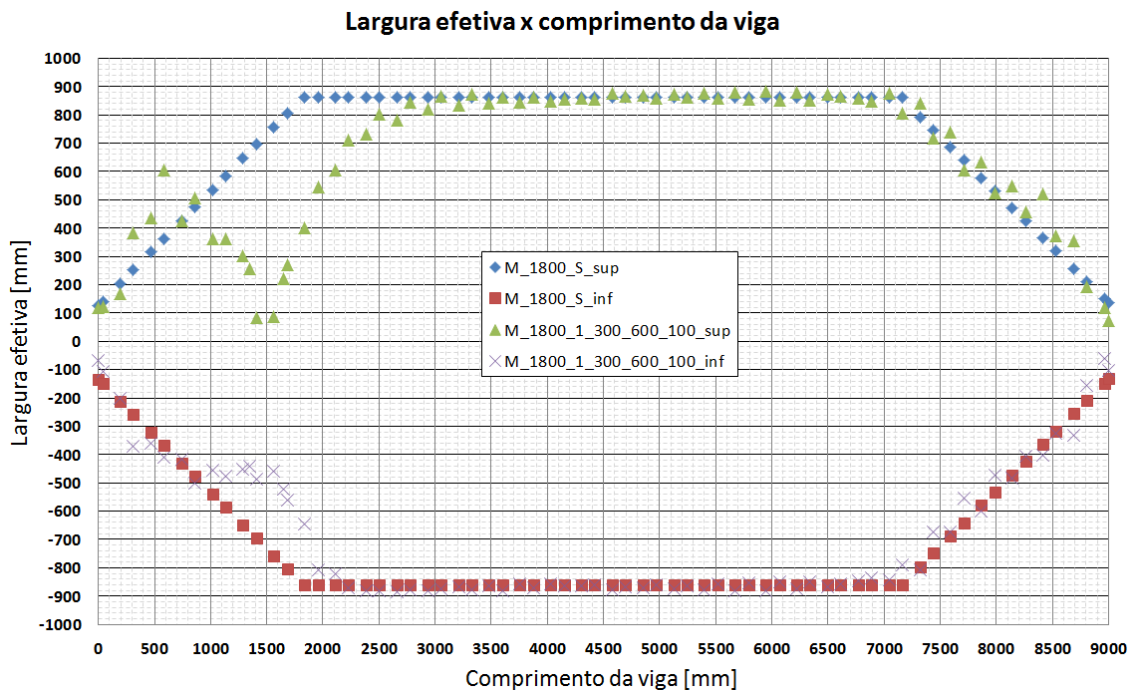


FIGURA 4.41 – Resultados dos modelos M\_3000\_1\_300\_600\_100.



Da FIGURA 4.42 à FIGURA 4.49 são mostrados os resultados dos modelos com distância entre vigas de 3000 mm. Com base nos dados anteriores, serão apresentados apenas os resultados para as configurações 1 e 2.

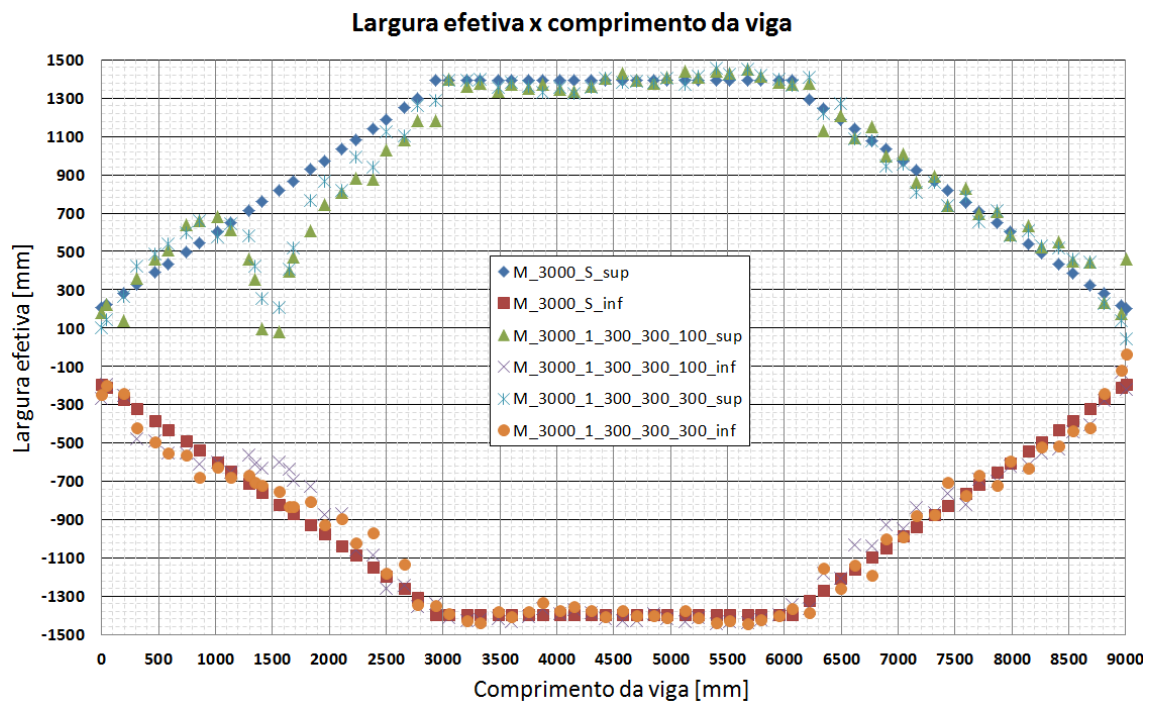


FIGURA 4.42 – Resultados dos modelos M\_3000\_1\_300\_300\_100 e M\_3000\_1\_300\_300\_300.

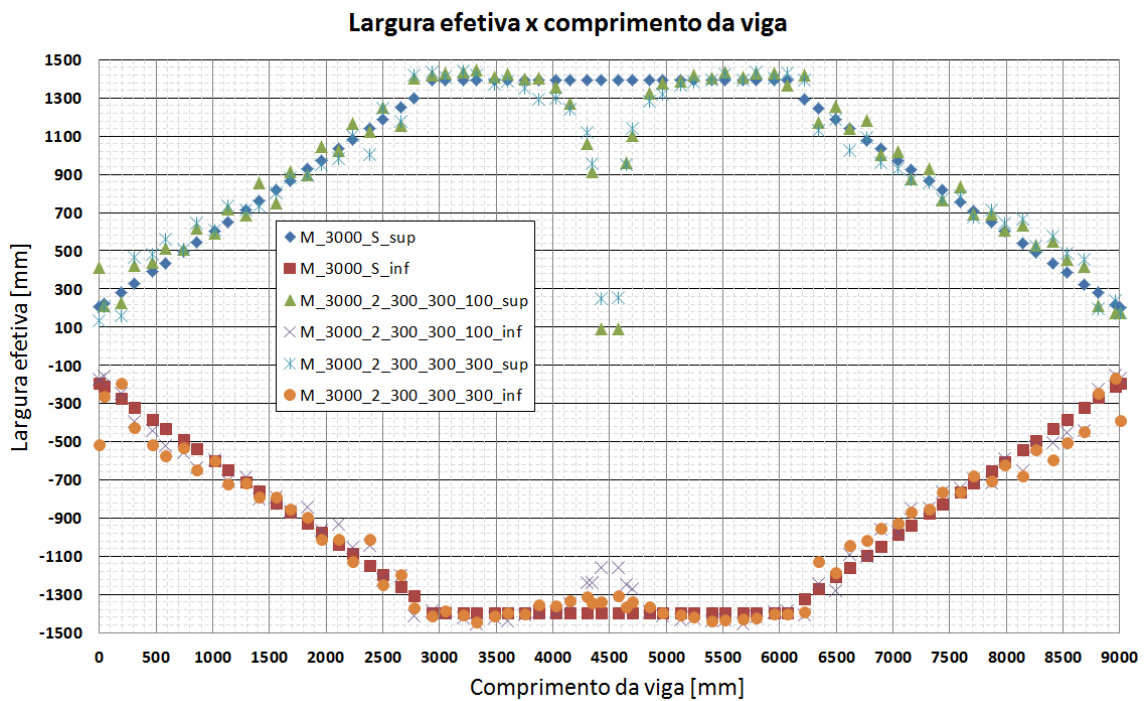


FIGURA 4.43 – Resultados dos modelos M\_3000\_2\_300\_300\_100 e M\_3000\_2\_300\_300\_300

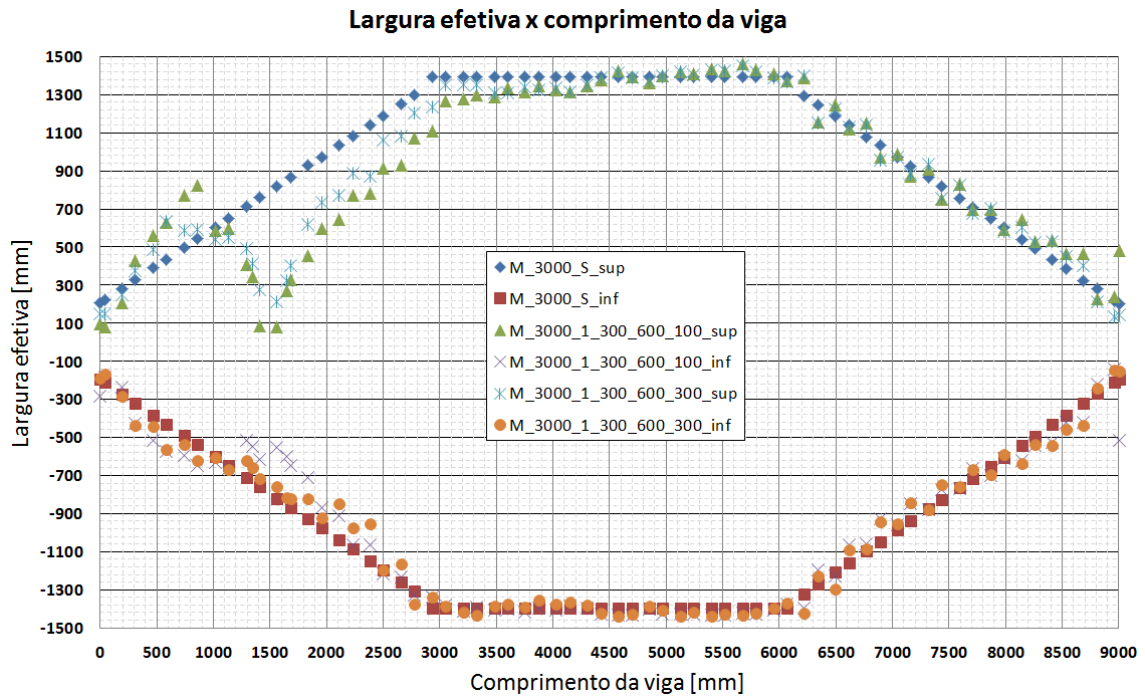


FIGURA 4.44 – Resultados dos modelos M\_3000\_1\_300\_600\_100 e M\_3000\_1\_300\_600\_300

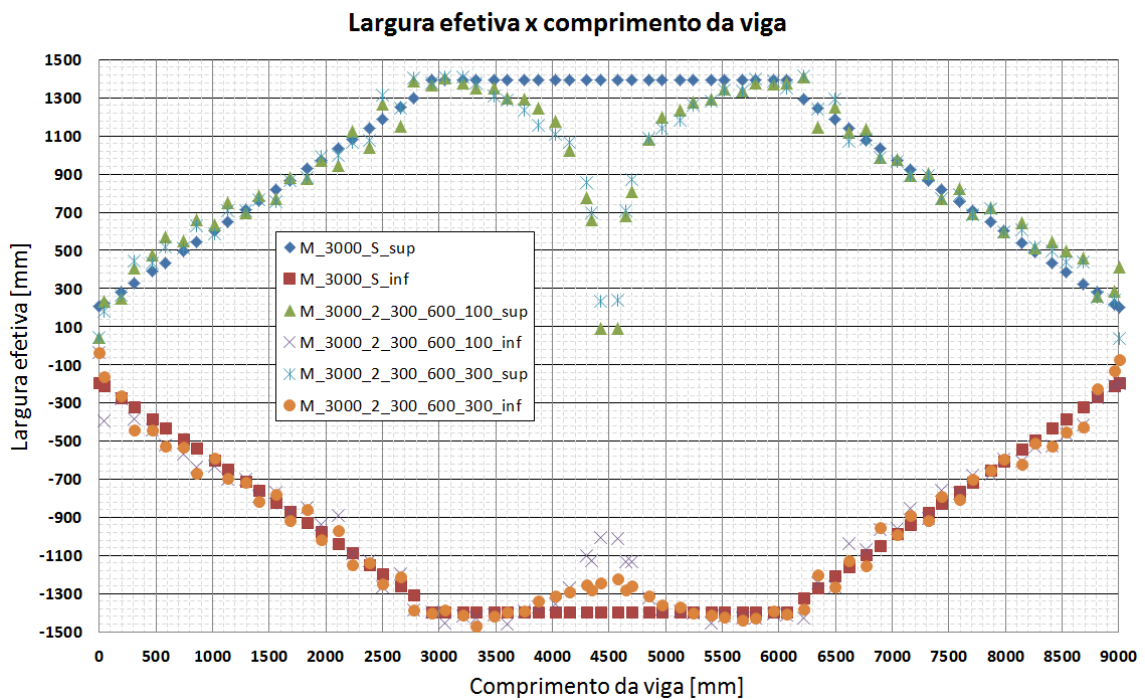


FIGURA 4.45 – Resultados dos modelos M\_3000\_2\_300\_600\_100 e M\_3000\_2\_300\_600\_300



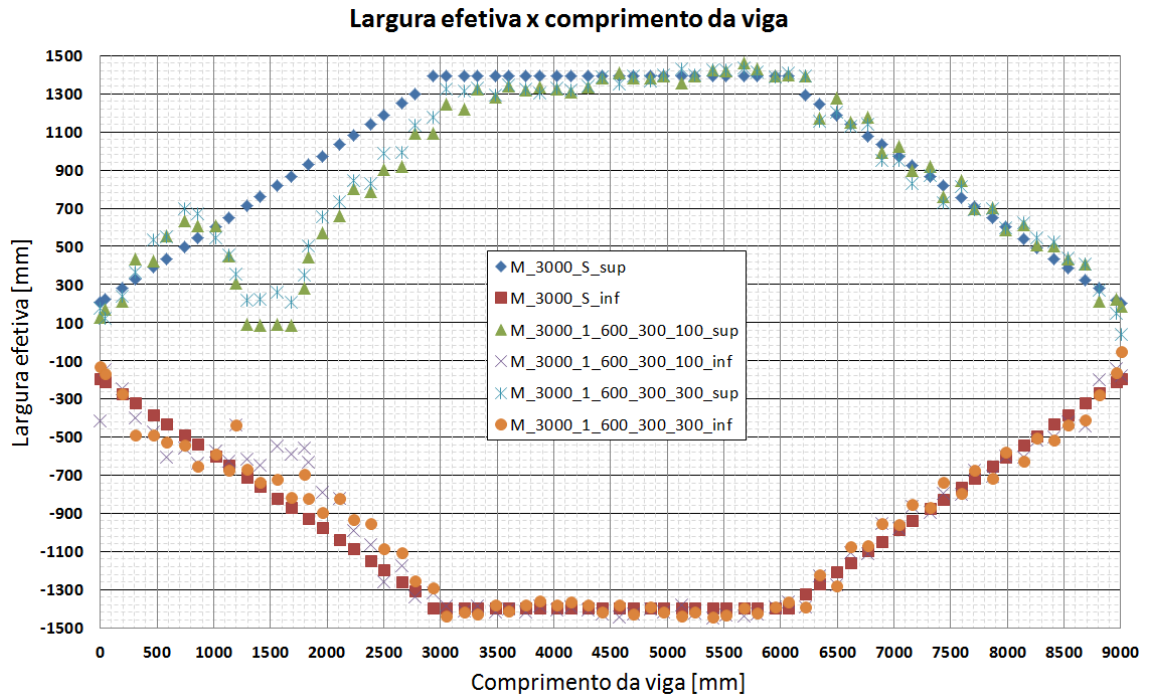


FIGURA 4.46 – Resultados dos modelos M\_3000\_1\_600\_300\_100 e M\_3000\_1\_600\_300\_300

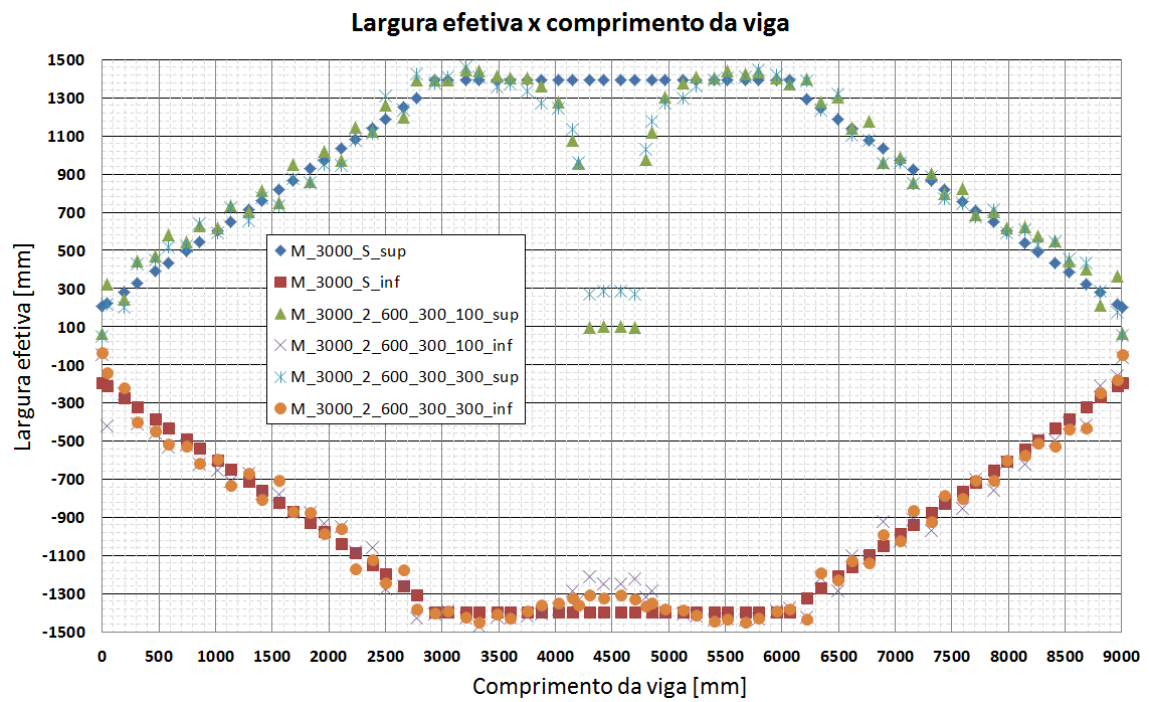


FIGURA 4.47 – Resultados dos modelos M\_3000\_2\_600\_300\_100 e M\_3000\_2\_600\_300\_300

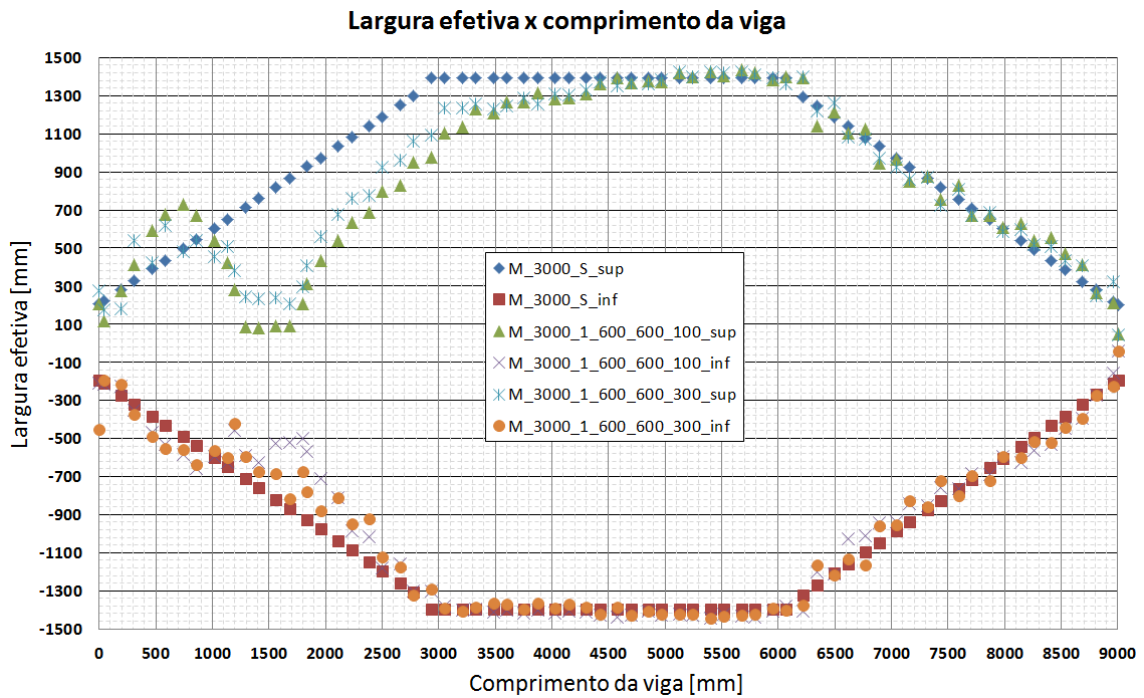


FIGURA 4.48 – Resultados dos modelos M\_3000\_1\_600\_600\_100 e M\_3000\_1\_600\_600\_300

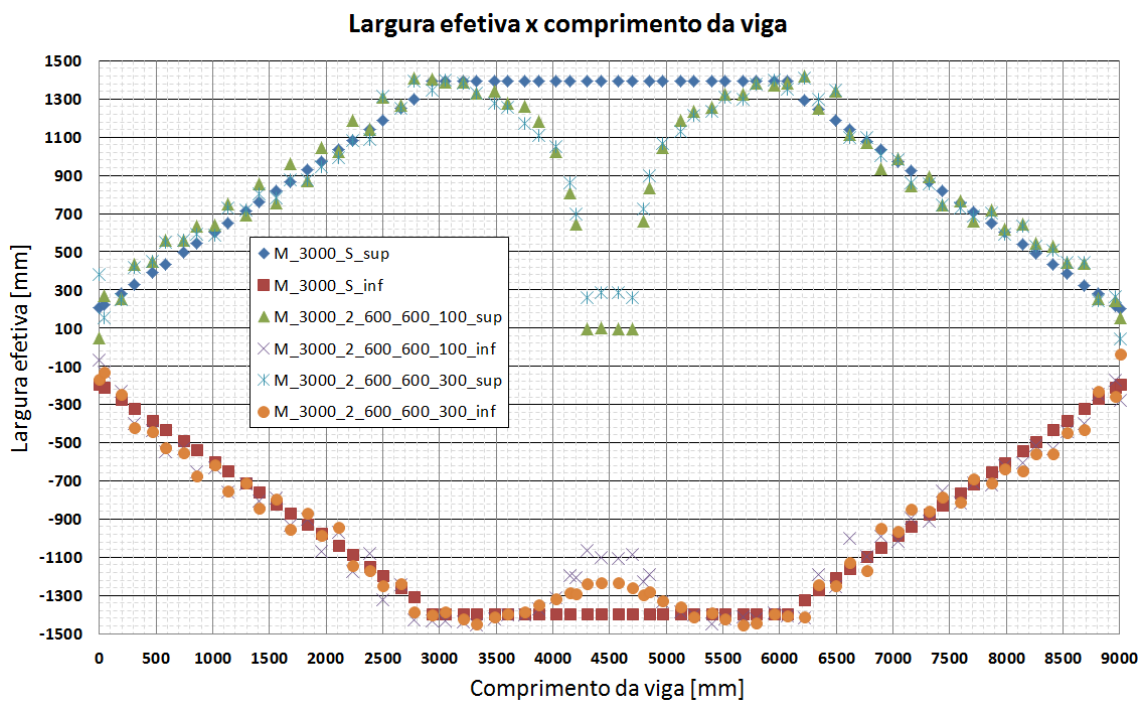


FIGURA 4.49 – Resultados dos modelos M\_3000\_2\_600\_600\_100 e M\_3000\_2\_600\_600\_300

Como pode-se observar, a curva de recuperação da largura efetiva antes e após as aberturas apresentaram um comportamento muito semelhante para as distâncias das aberturas ao eixo de simetria do perfil de aço de 100mm e 300mm.

Na FIGURA 4.50 pode-se ver a distância necessária para recuperação total da largura efetiva para os modelos com aberturas na laje (configuração 1 e 2) e distância entre vigas de 3000 mm.

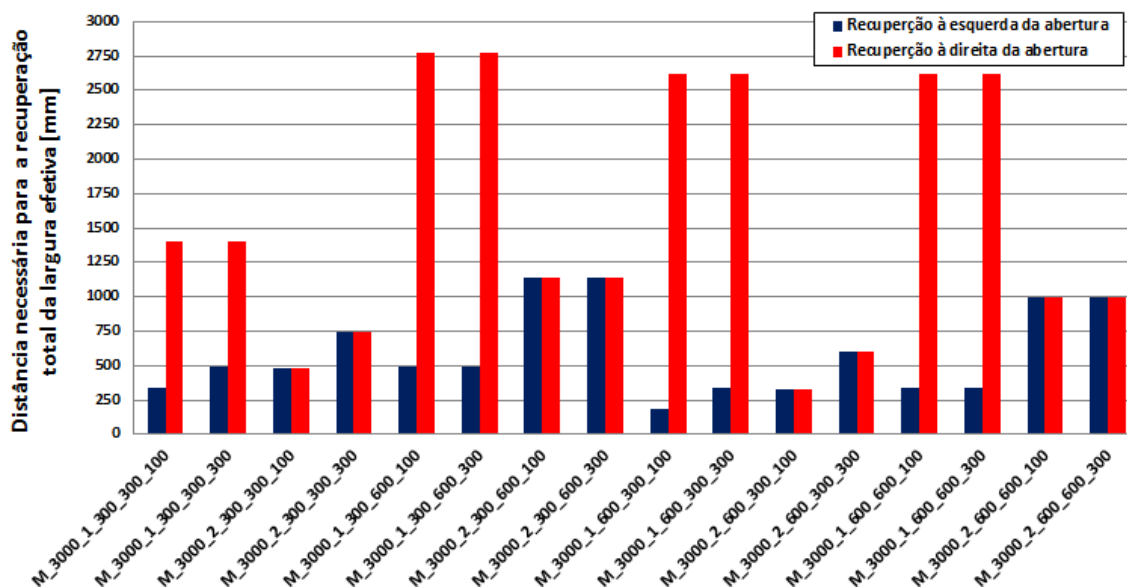


FIGURA 4.50 – Distância necessária para recuperação total da largura efetiva para os modelos com aberturas na laje e distância entre vigas de 3000 mm.

Nos modelos com configuração 2 de abertura, os comprimentos necessários para recuperação total da largura efetiva foram idênticos para distâncias das aberturas ao eixo de simetria do perfil de aço de 100 mm e 300 mm. Nos modelos da configuração 1, a recuperação à esquerda da abertura apresentou variação nos modelos com comprimento transversal de 600 mm.

Os modelos da configuração 1 com comprimento transversal de 600 mm apresentaram uma recuperação mais lenta da largura efetiva. Essa variação ocorreu, pois nestes modelos o comprimento transversal da abertura ultrapassou a largura efetiva da viga sem abertura na laje, o que causou a mudança na curva de recuperação da largura efetiva.

A FIGURA 4.51 apresenta o ângulo de recuperação da largura efetiva para os modelos com distância entre vigas de 3000 mm.

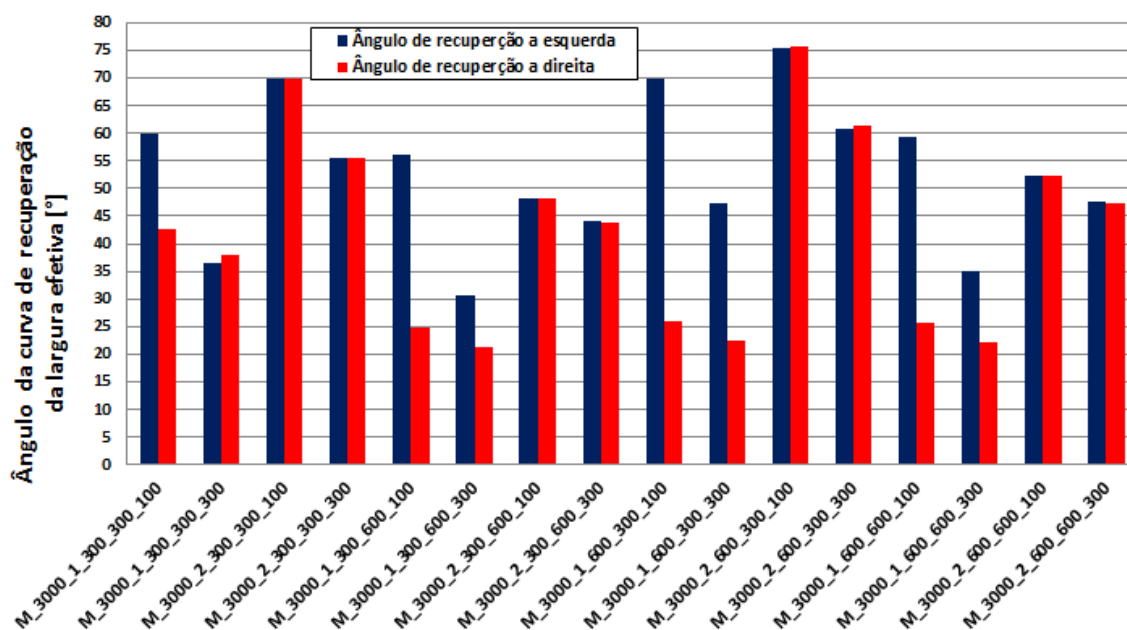


FIGURA 4.51 – Ângulo da curva de recuperação da largura efetiva.

Assim como nos modelos com aberturas e distância entre viga de 1800 mm, os modelos com distância entre vigas de 3000 mm também apresentaram uma redução local da largura efetiva na região junto à abertura e na região oposta quando esta é assimétrica (configurações 1,2,3 e 6). A FIGURA 4.52 apresenta a redução da largura efetiva local na região da abertura.

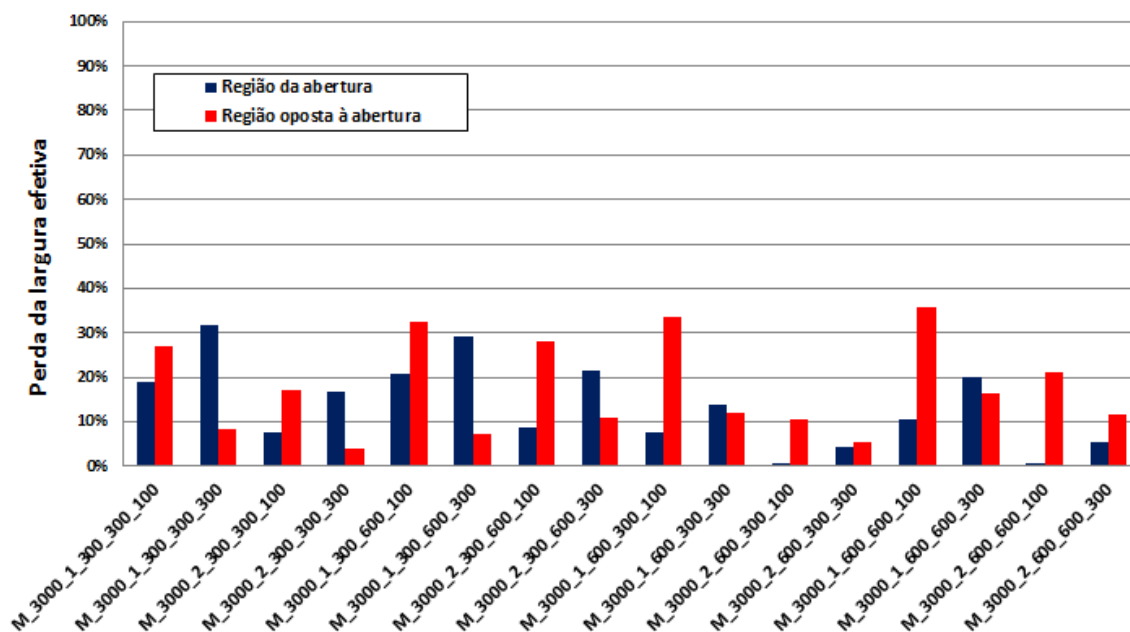


FIGURA 4.52 – Perda da largura efetiva local na abertura.

Como observado na FIGURA 4.52, aberturas na região próxima ao apoio (configuração 1), onde a largura efetiva está em transição, apresentaram uma perda significativa da largura efetiva na região oposta a abertura.

#### 4.5.2. Influência do comprimento transversal (B)

Da FIGURA 4.53 à FIGURA 4.60 estão apresentados os resultados comparativos da influência do comprimento transversal da abertura dos modelos com distância entre vigas de 1800 mm.

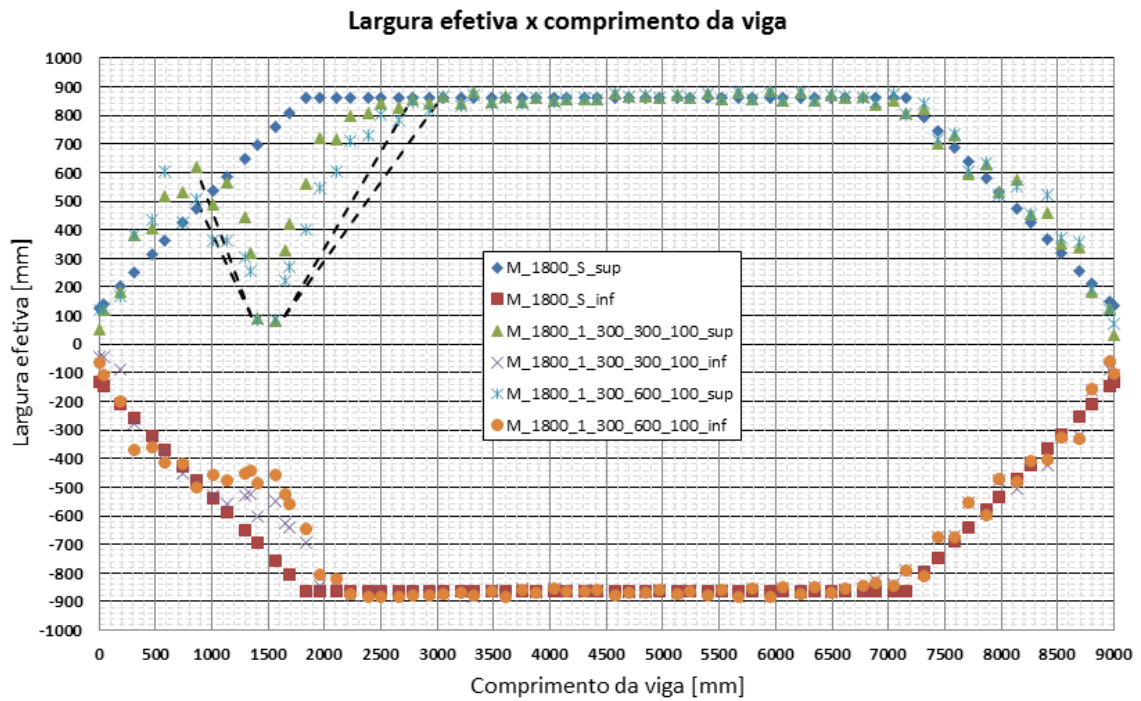


FIGURA 4.53 – Resultados dos modelos M\_1800\_1\_300\_300\_100 e M\_1800\_1\_300\_600\_100.



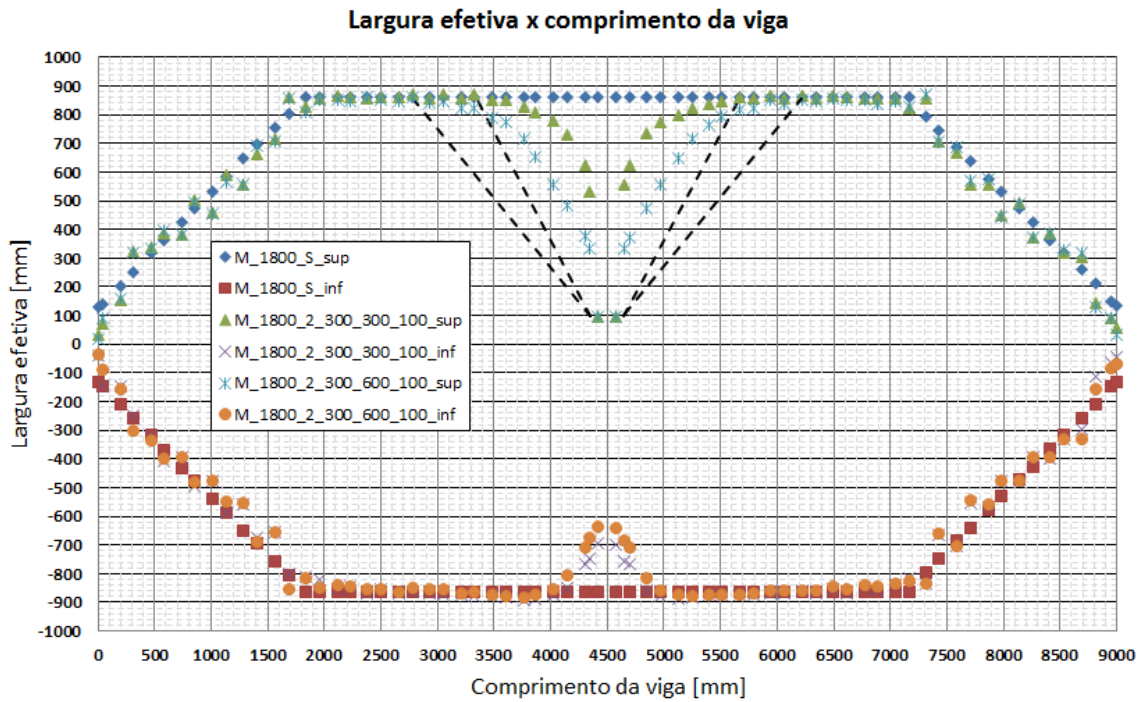


FIGURA 4.54 – Resultados dos modelos M\_1800\_2\_300\_300\_100 e M\_1800\_2\_300\_600\_100.

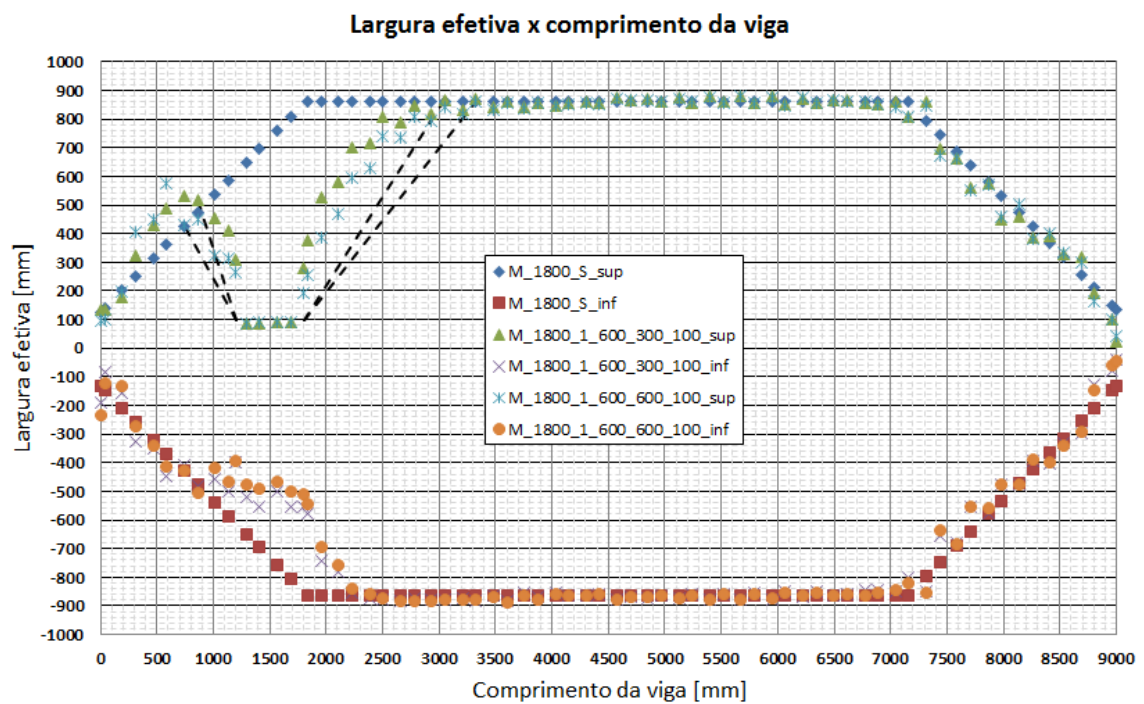


FIGURA 4.55 – Resultados dos modelos M\_1800\_1\_600\_300\_100 e M\_1800\_1\_600\_600\_100.

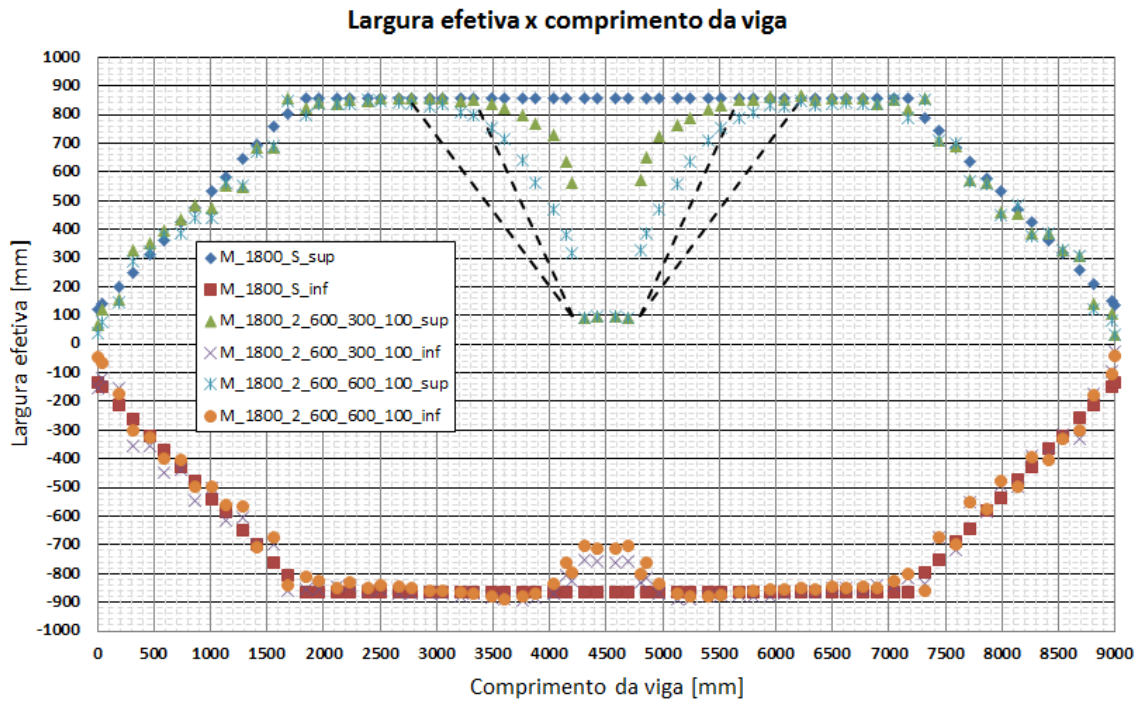


FIGURA 4.56 – Resultados dos modelos M\_1800\_2\_600\_300\_100 e M\_1800\_2\_600\_600\_100.

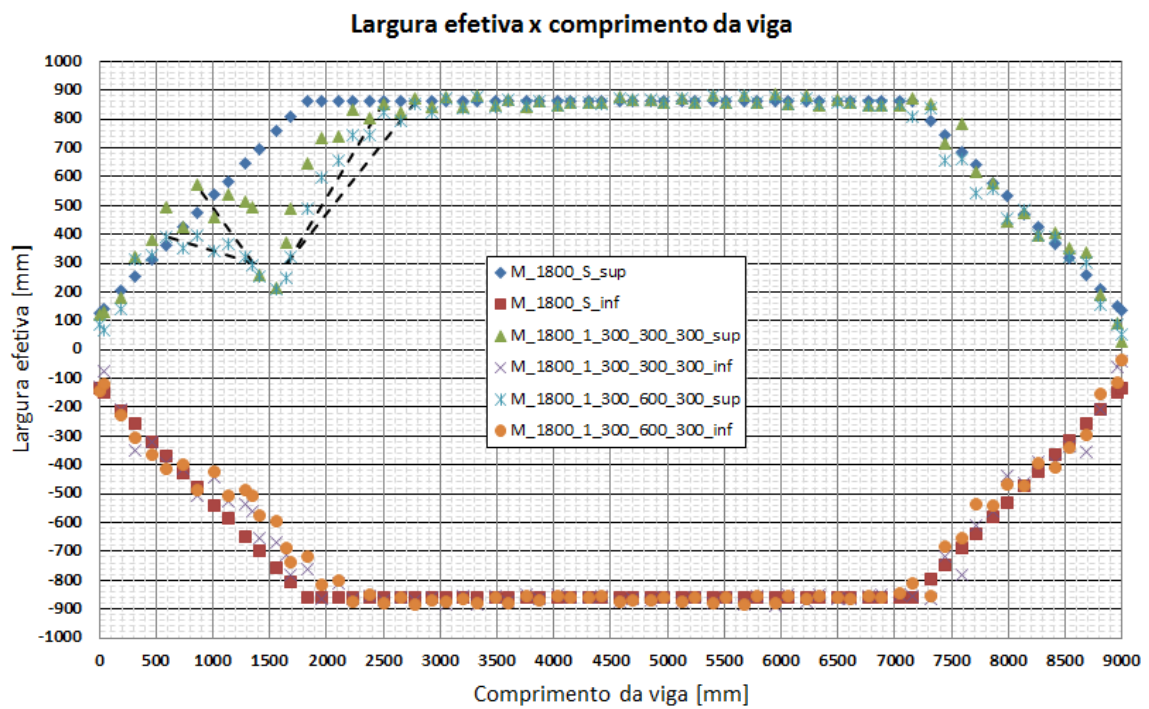


FIGURA 4.57 – Resultados dos modelos M\_1800\_1\_300\_300\_300 e M\_1800\_1\_300\_600\_300.

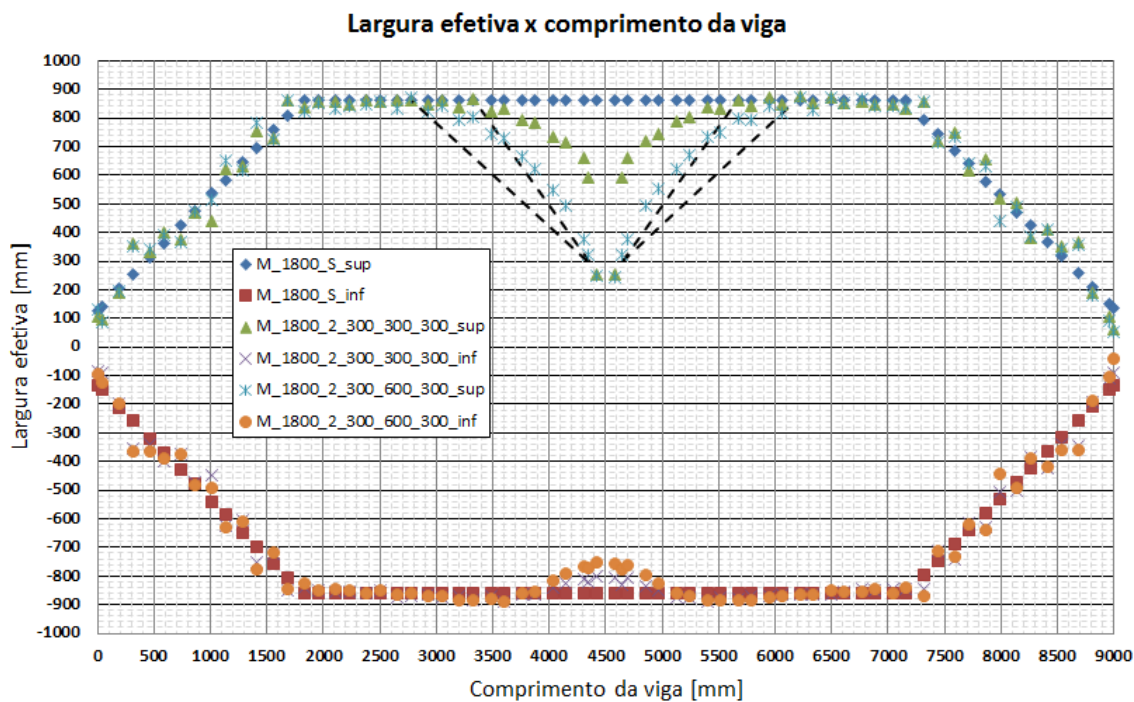


FIGURA 4.58 – Resultados dos modelos M\_1800\_2\_300\_300\_300 e M\_1800\_2\_300\_600\_300.

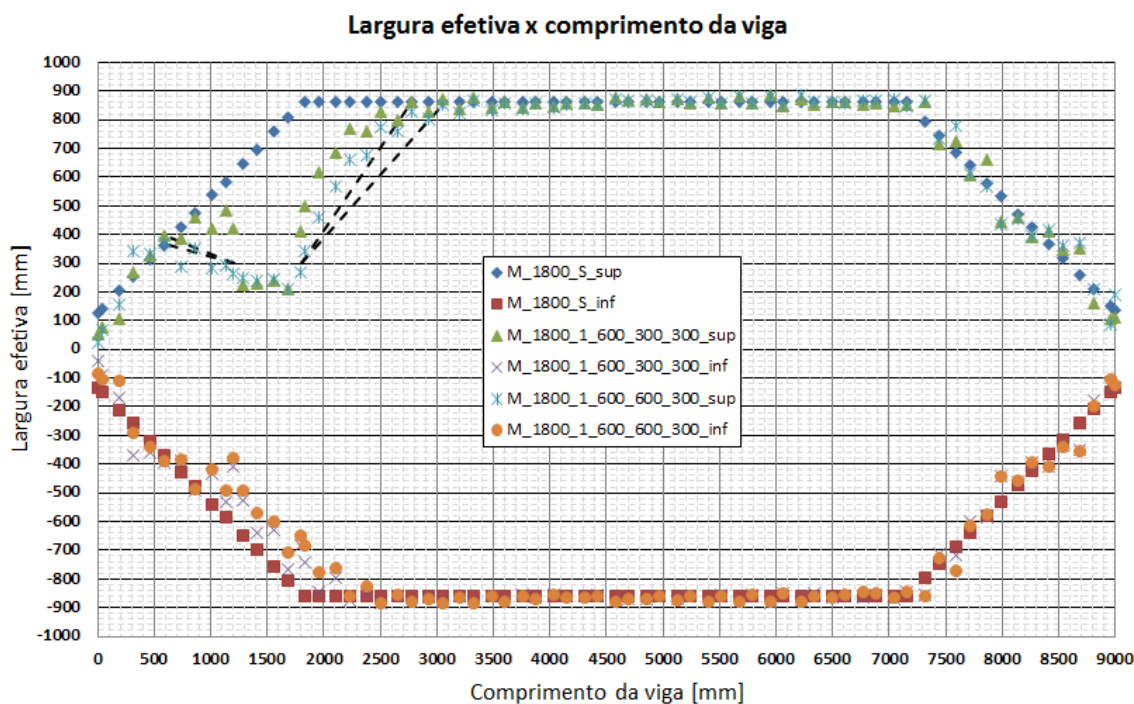


FIGURA 4.59 – Resultados dos modelos M\_1800\_1\_600\_300\_300 e M\_1800\_1\_600\_600\_300.



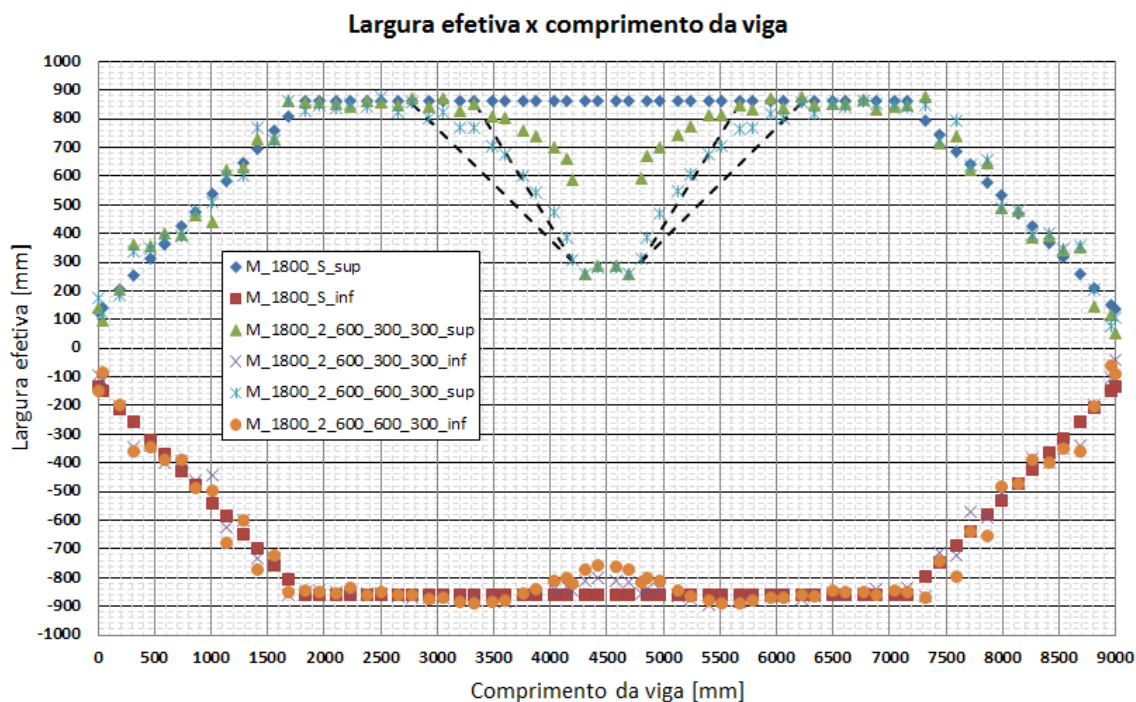


FIGURA 4.60 – Resultados dos modelos M\_1800\_2\_600\_300\_300 e M\_1800\_2\_600\_600\_300.

Como pode ser observado da FIGURA 4.53 à FIGURA 4.60, o aumento do comprimento transversal da abertura afeta a recuperação da largura efetiva. Quanto maior a abertura transversal mais lenta é a sua recuperação.

Nos casos em que o comprimento transversal somado à distância das aberturas ao eixo de simetria do perfil de aço se aproxima da largura efetiva do modelo M\_1800\_S, a inclinação da reta que une a extremidade da abertura ao ponto de recuperação total se aproxima de 0,4 (inclinação da largura efetiva próximo ao apoio no modelo M\_1800\_S), como é melhor apresentado na FIGURA 4.61.

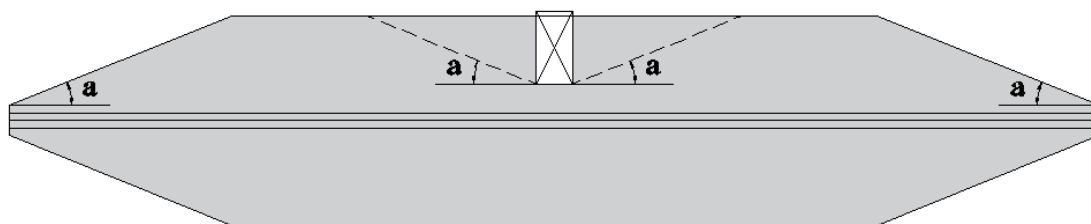


FIGURA 4.61 – Curva de recuperação da largura efetiva.

Como se vê nas FIGURA 4.62 à FIGURA 4.65, o aumento da largura transversal da abertura provoca um aumento da tensão axial na laje reduzindo a largura efetiva na região da abertura e na região oposta à esta.

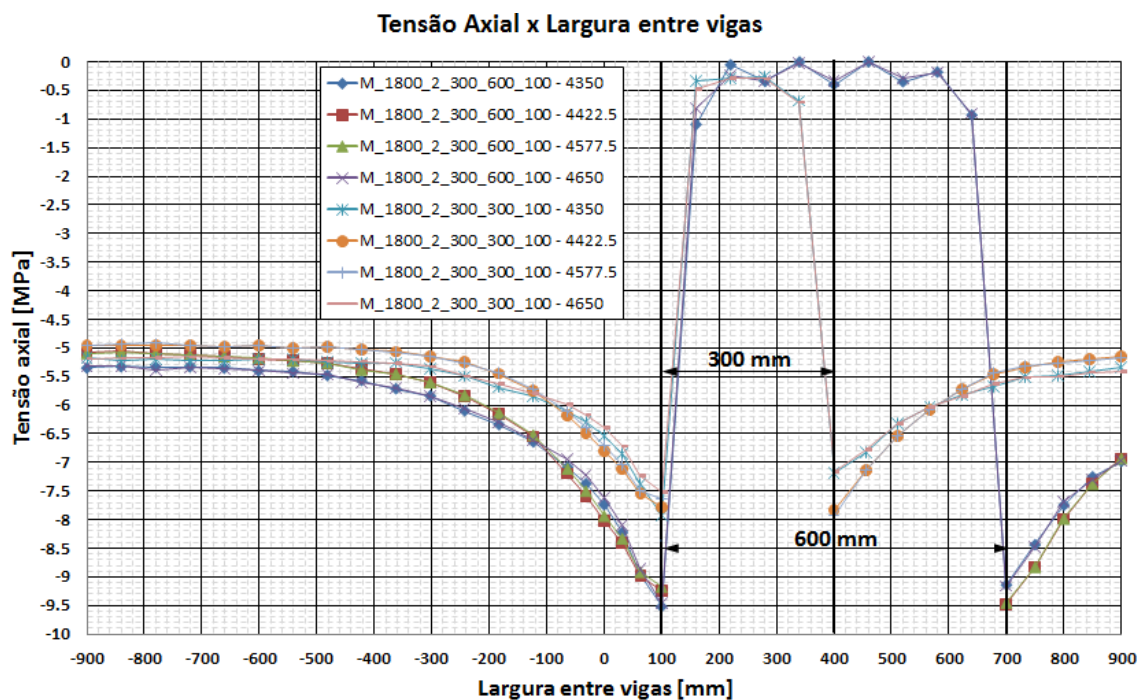


FIGURA 4.62 – Tensões axiais nos modelos M\_1800\_2\_300\_600\_100 e M\_1800\_2\_300\_300\_100.

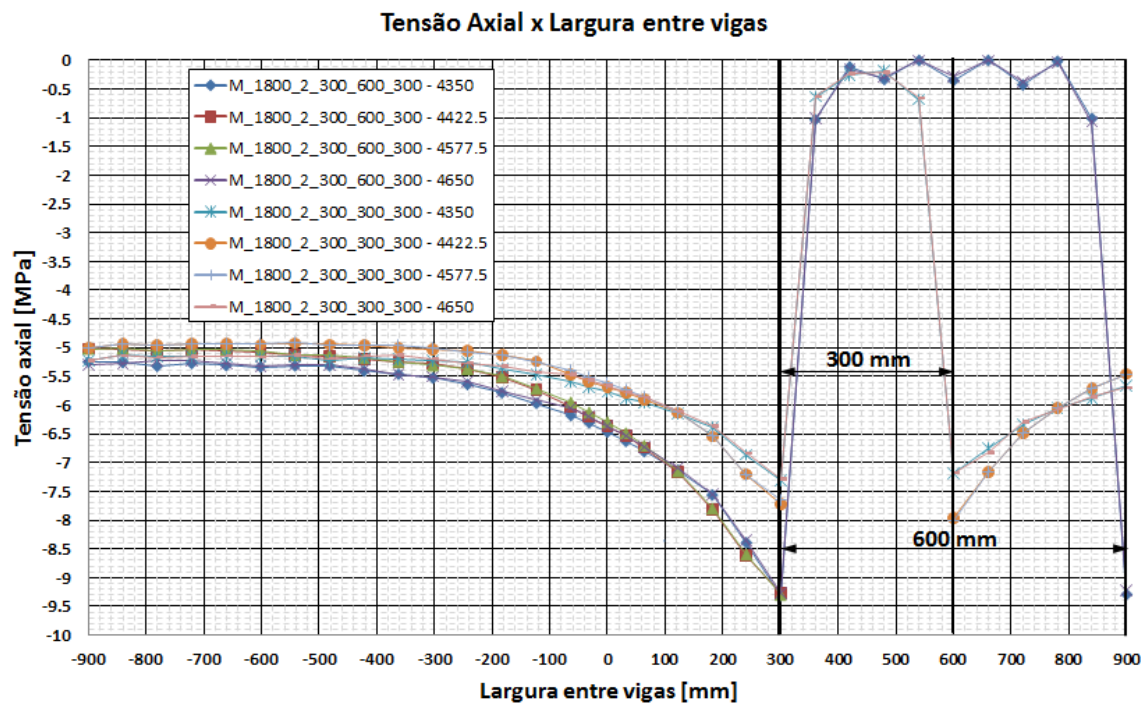


FIGURA 4.63 – Tensões axiais nos modelos M\_1800\_2\_300\_600\_300 e M\_1800\_2\_300\_300\_300.

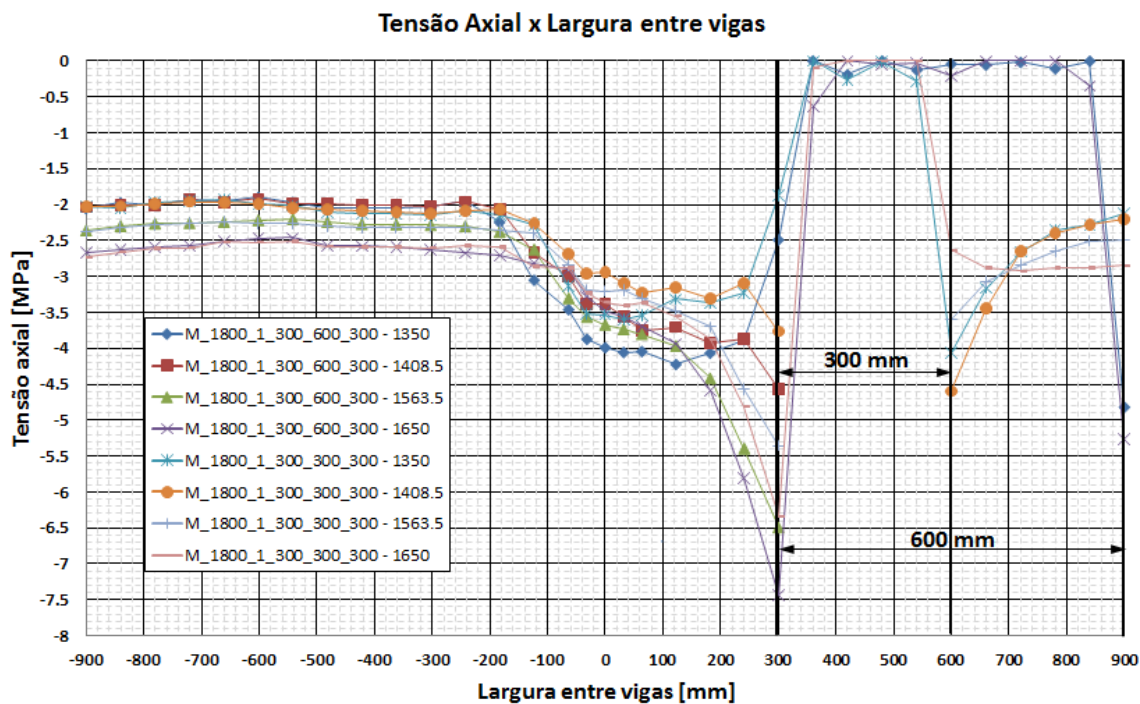


FIGURA 4.64 – Tensões axiais nos modelos M\_1800\_1\_300\_600\_300 e M\_1800\_1\_300\_300\_300.

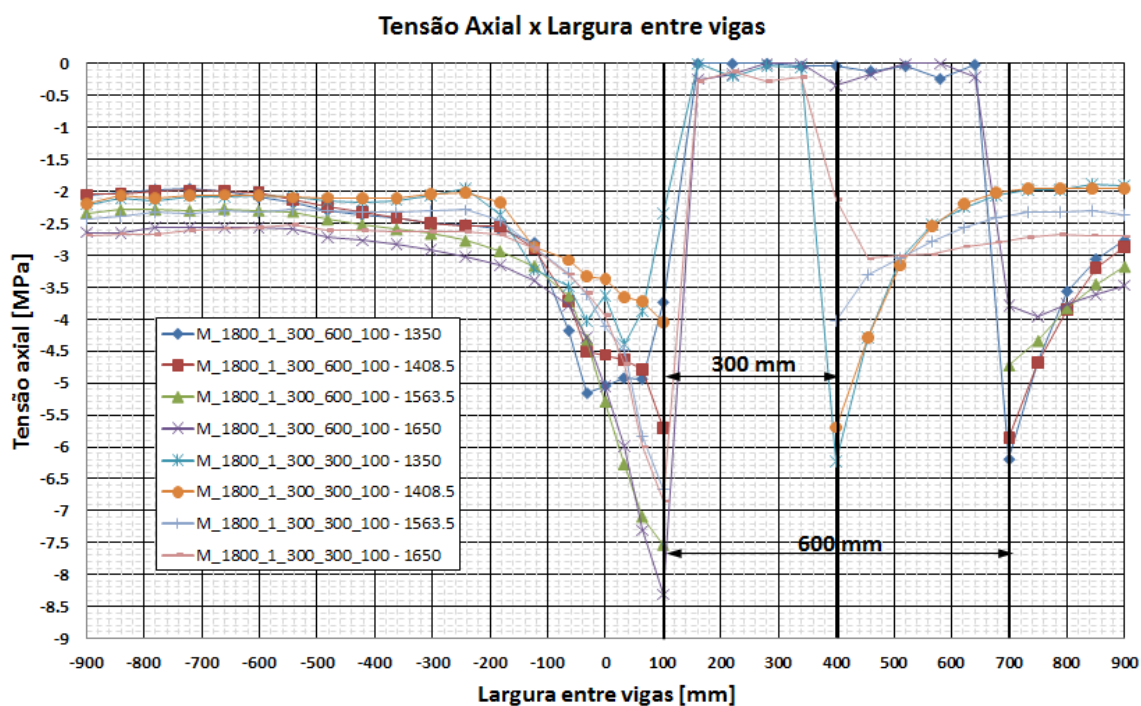


FIGURA 4.65 – Tensões axiais nos modelos M\_1800\_1\_300\_600\_100 e M\_1800\_1\_300\_300\_100.

Da FIGURA 4.66 à FIGURA 4.73 estão apresentados os resultados comparativos da influência do comprimento transversal da abertura dos modelos com distância entre vigas de 3000 mm.

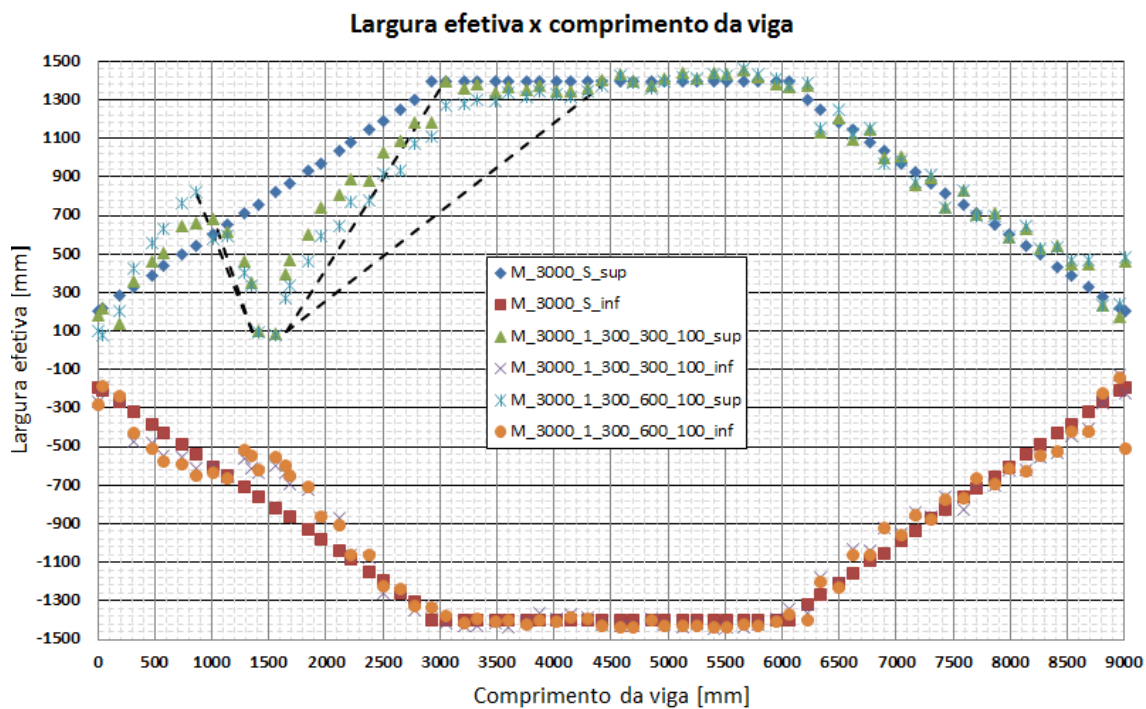


FIGURA 4.66 – Resultados dos modelos M\_3000\_1\_300\_300\_100 e M\_3000\_1\_300\_600\_100.

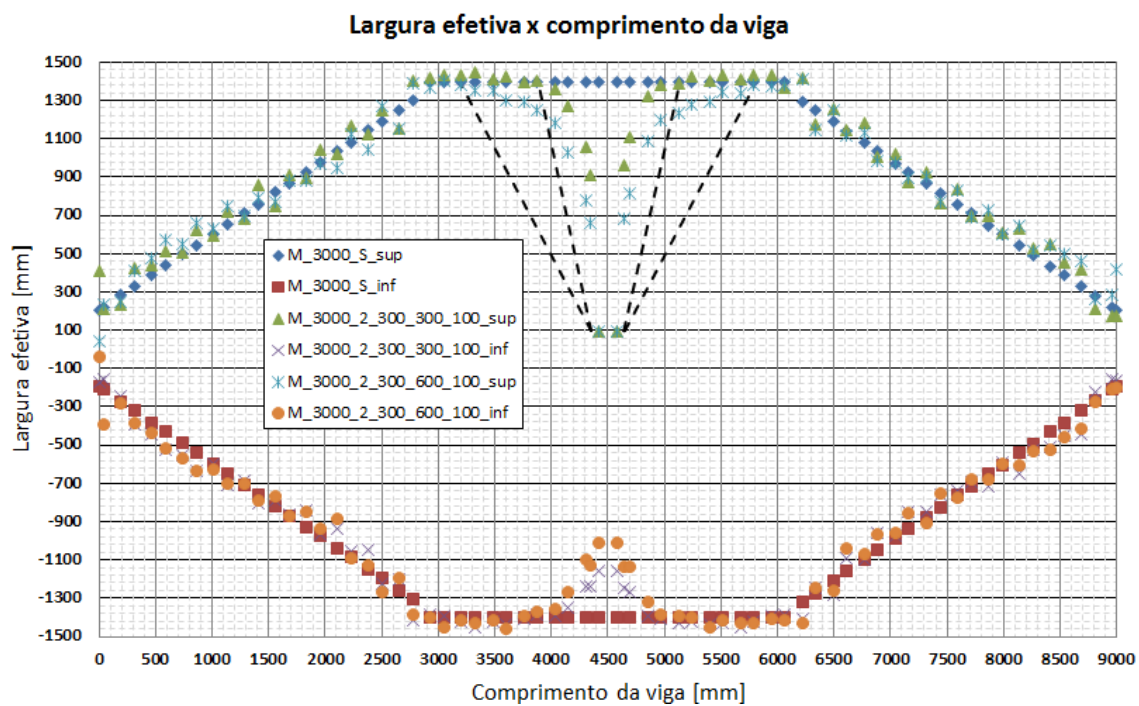


FIGURA 4.67 – Resultados dos modelos M\_3000\_2\_300\_300\_100 e M\_3000\_2\_300\_600\_100.



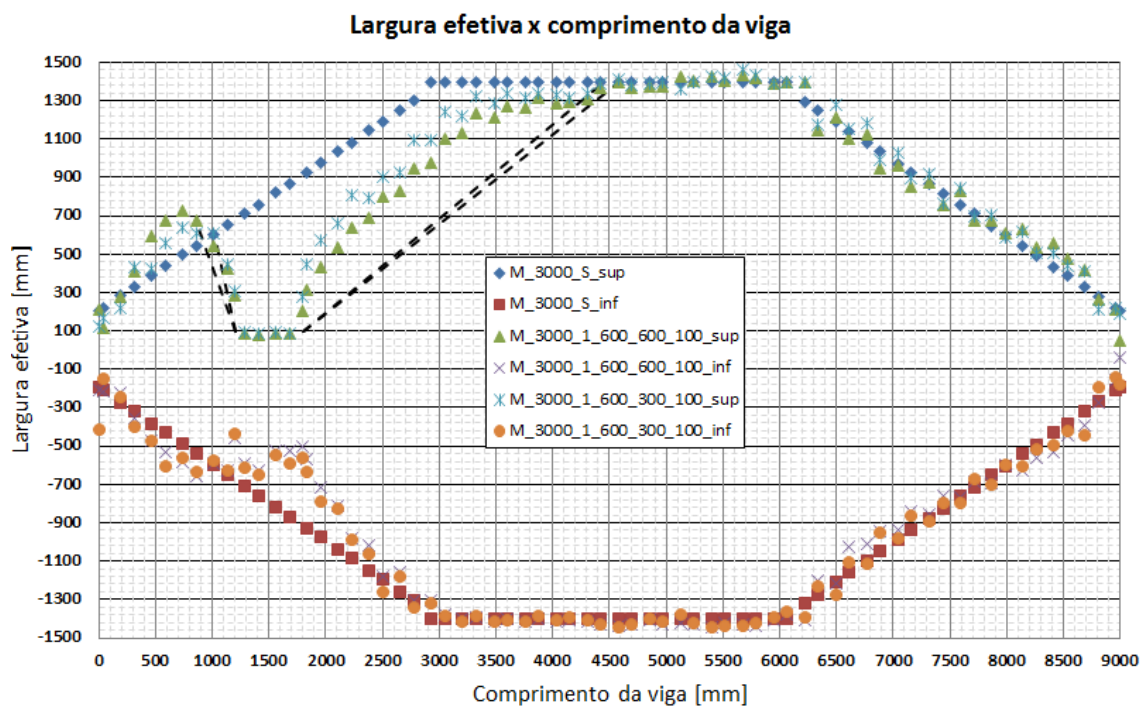


FIGURA 4.68 – Resultados dos modelos M\_3000\_1\_600\_600\_100 e M\_3000\_1\_600\_300\_100.

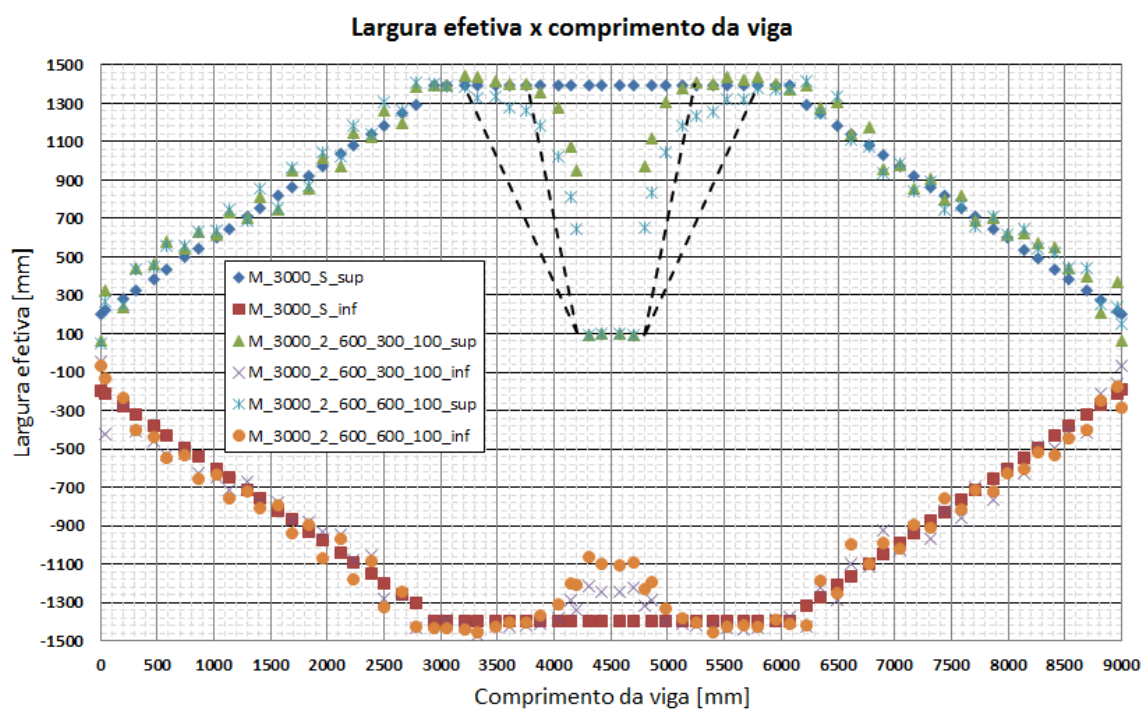


FIGURA 4.69 – Resultados dos modelos M\_3000\_2\_600\_600\_100 e M\_3000\_2\_600\_300\_100.

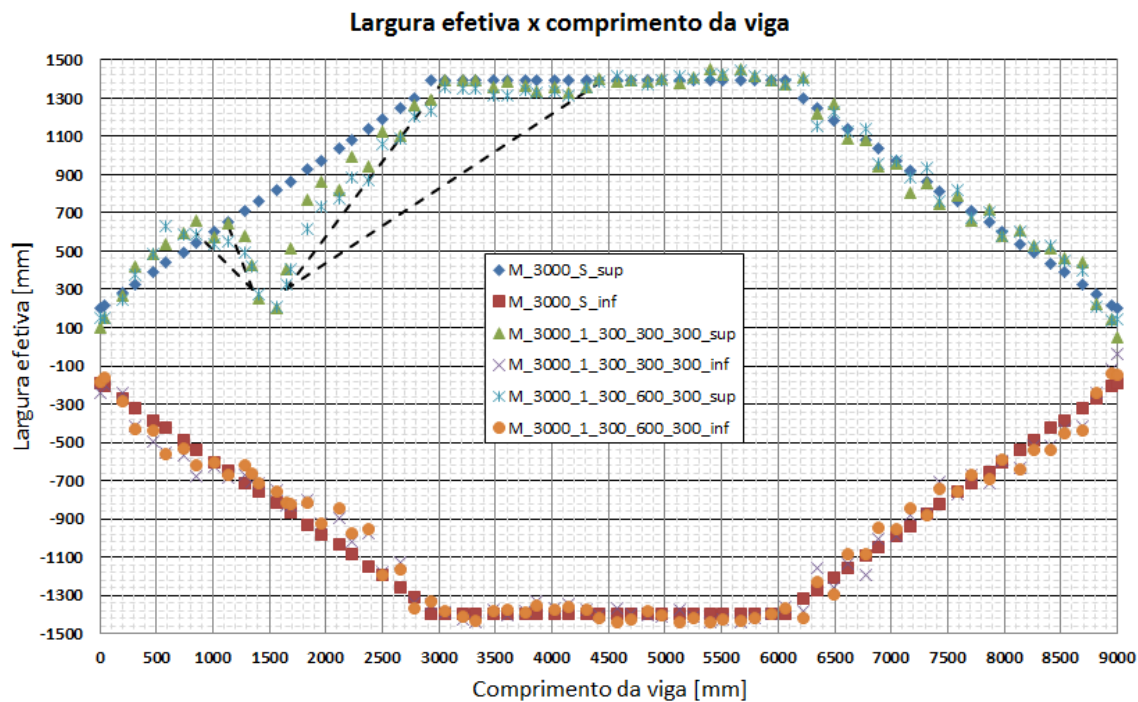


FIGURA 4.70 – Resultados dos modelos M\_3000\_1\_300\_300\_300 e M\_3000\_1\_300\_600\_300.

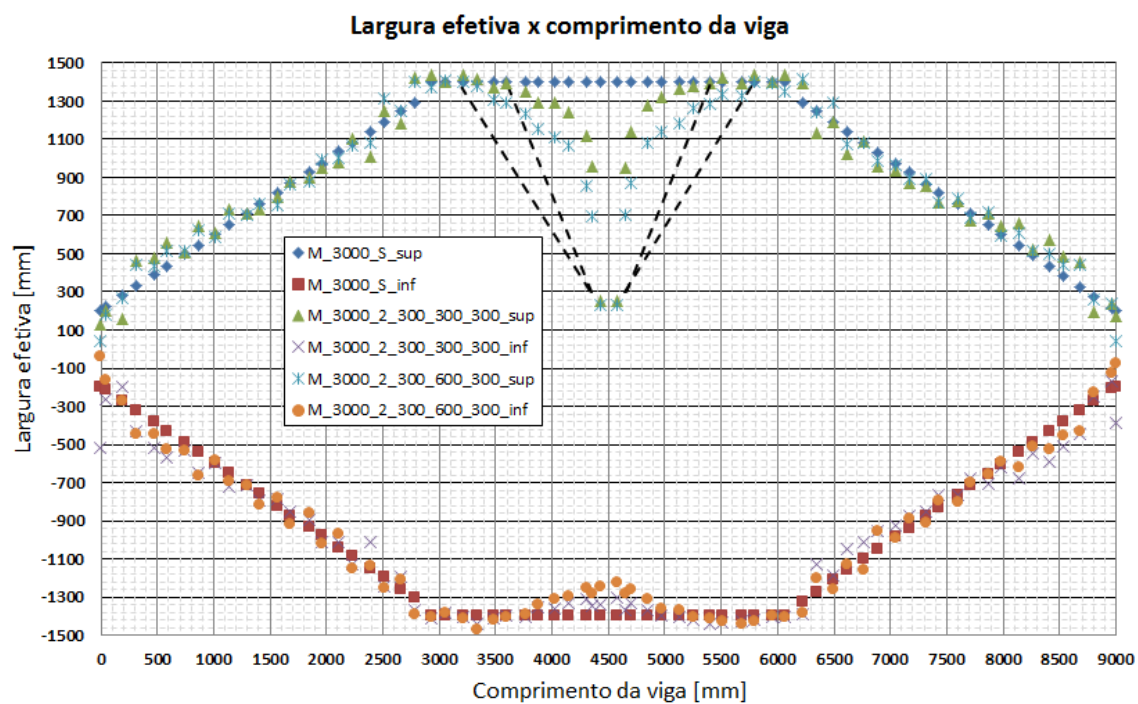


FIGURA 4.71 – Resultados dos modelos M\_3000\_2\_300\_300\_300 e M\_3000\_2\_300\_600\_300.

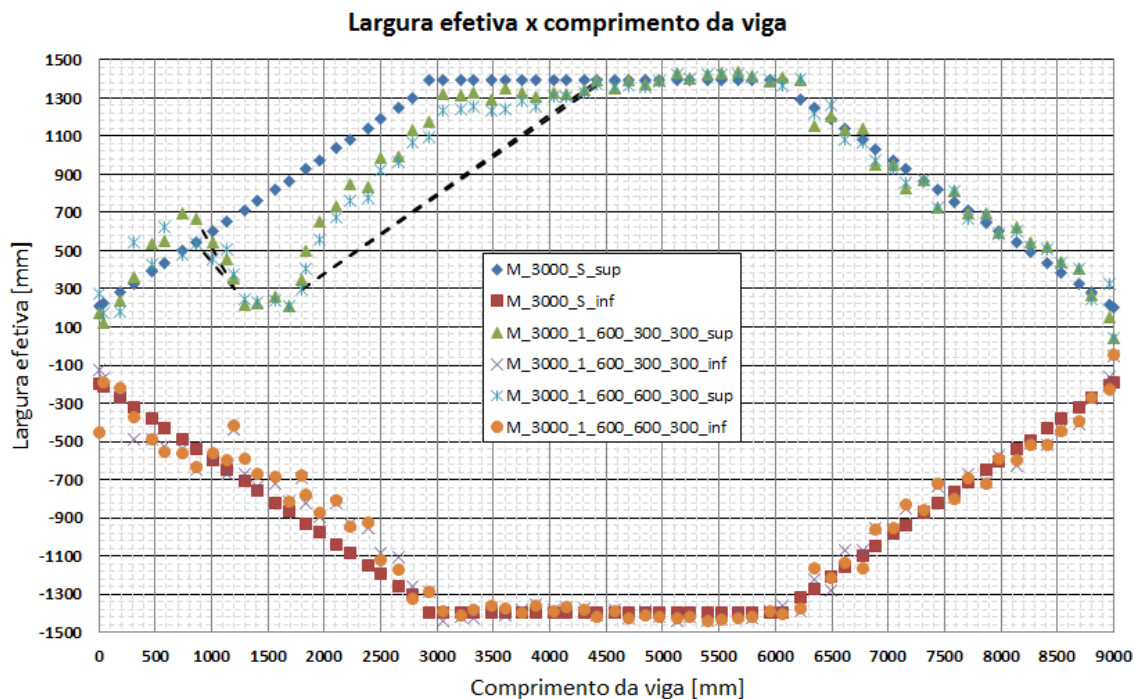


FIGURA 4.72 – Resultados dos modelos M\_3000\_1\_600\_300\_300 e M\_3000\_1\_600\_600\_300.

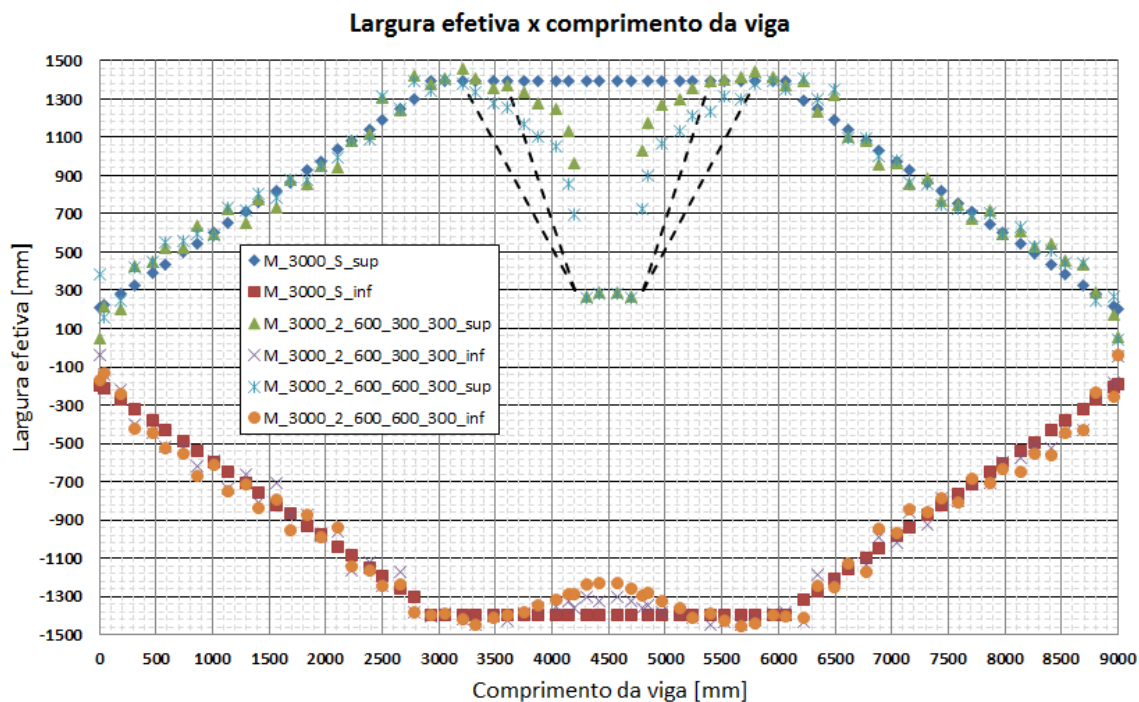


FIGURA 4.73 – Resultados dos modelos M\_3000\_2\_600\_300\_300 e M\_3000\_2\_600\_600\_300.

Como pode ser observado da FIGURA 4.66 à FIGURA 4.73, a variação da largura transversal também apresentou significativas modificações na recuperação da largura efetiva para os modelos com distância entre vigas de 3000 mm. Da mesma forma que nos modelos com distância entre vigas de 1800 mm, quando maior a largura transversal, mais lenta é a recuperação da largura efetiva. Para esses modelos analisados, nenhuma abertura

superou a largura efetiva do modelo da viga sem abertura na laje (M\_3000\_S), portanto, os ângulos da curva de recuperação foram superiores a 21,8°.

#### 4.5.3. Influência do comprimento longitudinal (C)

Da FIGURA 4.74 à FIGURA 4.81 estão apresentados os resultados comparativos da influência do comprimento longitudinal da abertura dos modelos com distância entre vigas de 1800 mm e configurações 1 e 2.

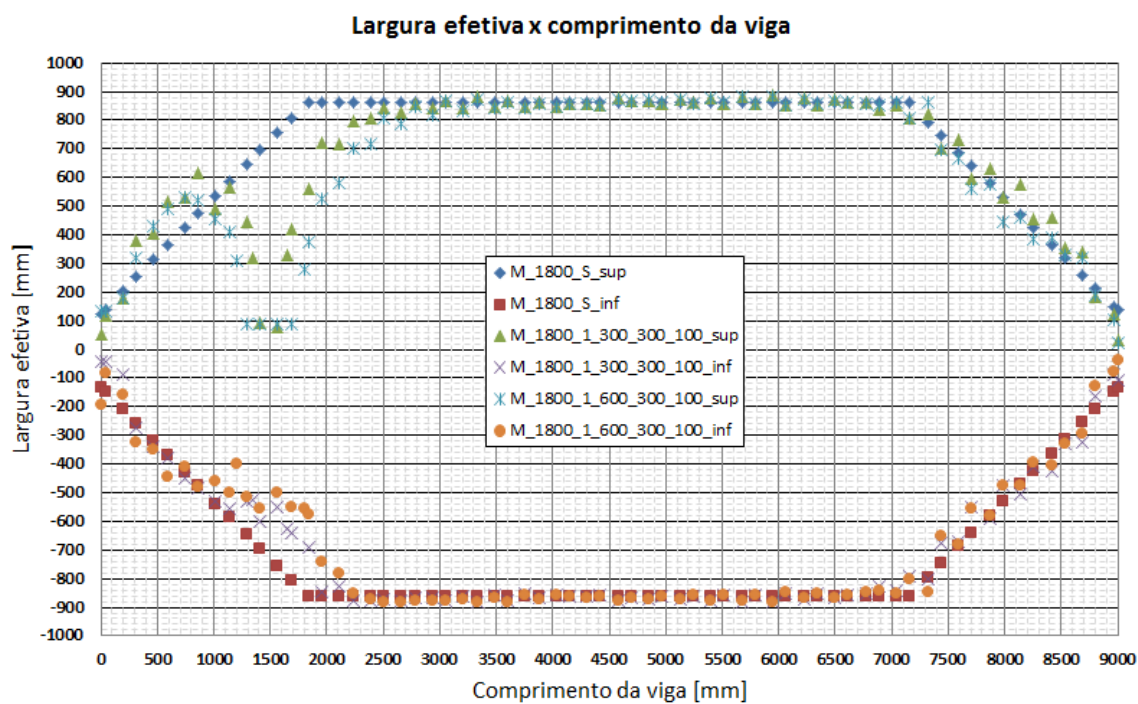


FIGURA 4.74 – Resultados dos modelos M\_1800\_1\_300\_300\_100 e M\_1800\_1\_600\_300\_100.



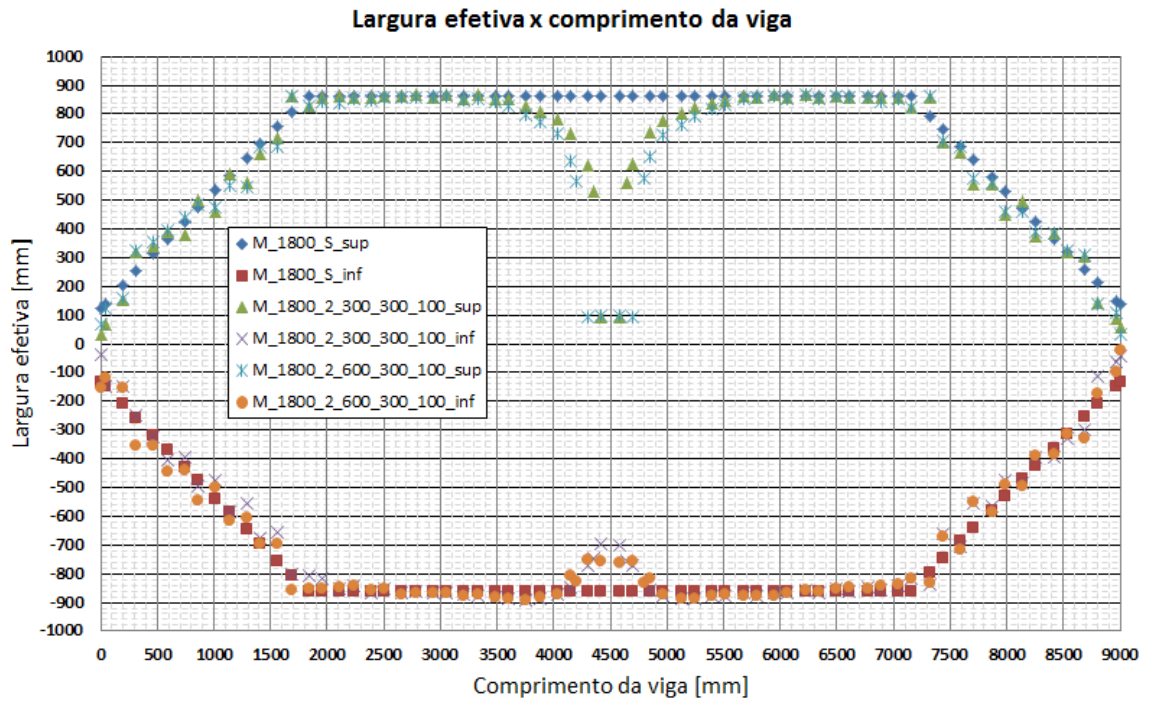


FIGURA 4.75 – Resultados dos modelos M\_1800\_2\_300\_300\_100 e M\_1800\_2\_600\_300\_100.

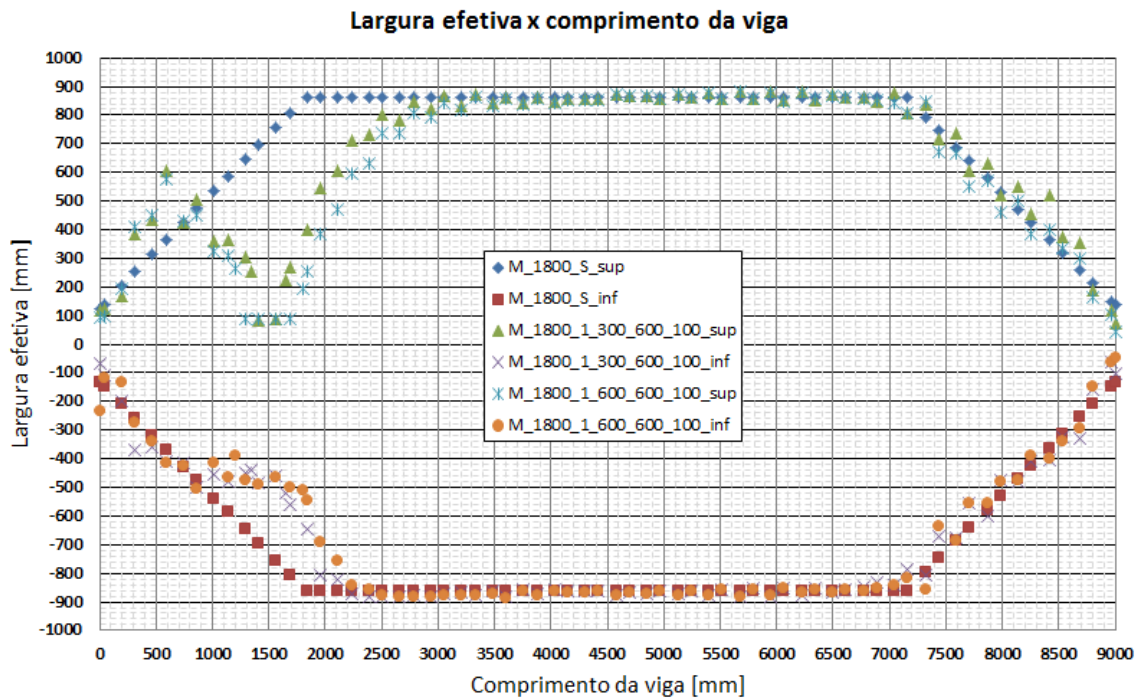


FIGURA 4.76 – Resultados dos modelos M\_1800\_1\_300\_600\_100 e M\_1800\_1\_600\_600\_100.

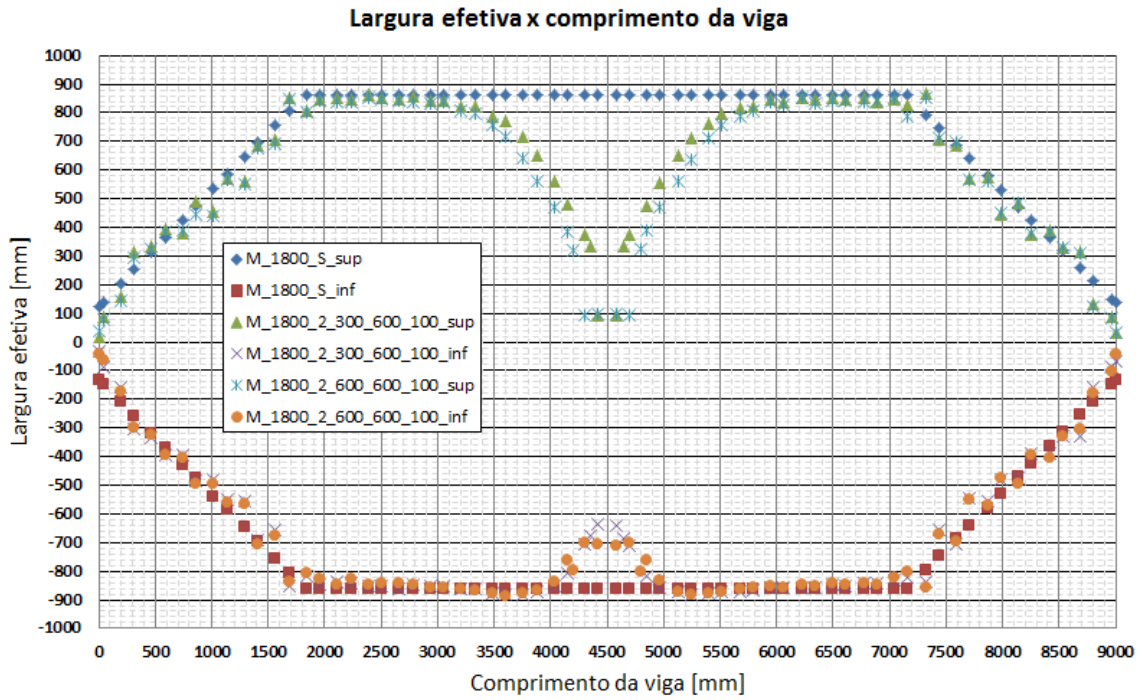


FIGURA 4.77 – Resultados dos modelos M\_1800\_2\_300\_600\_100 e M\_1800\_2\_600\_600\_100.

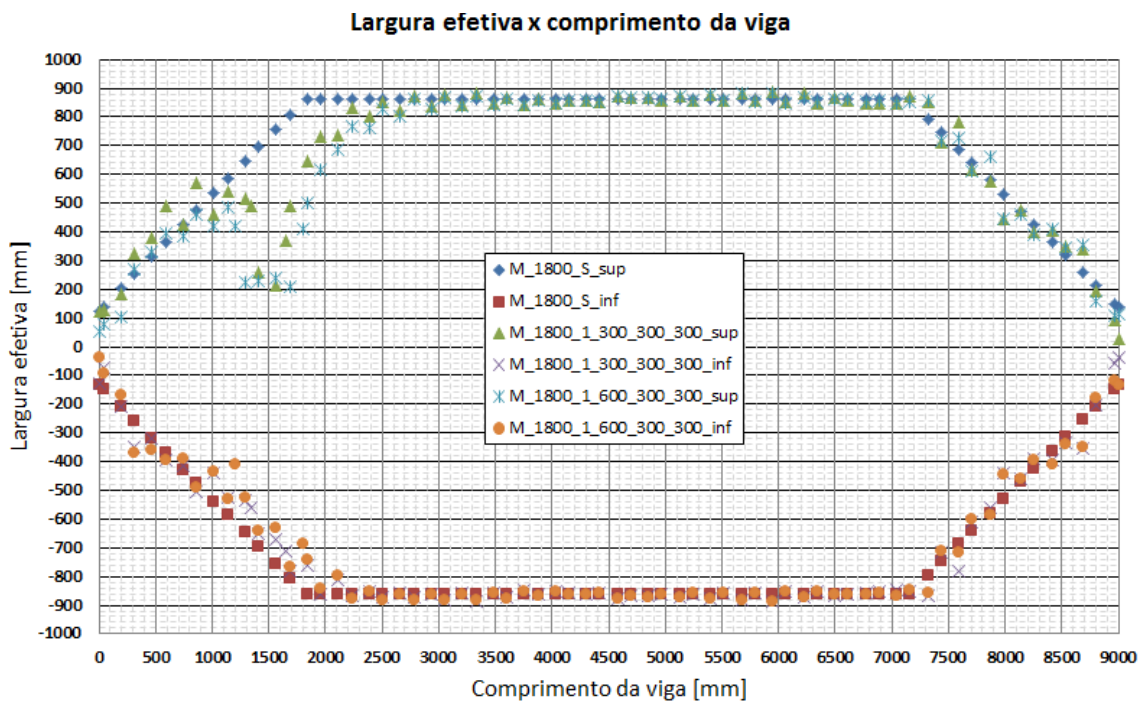


FIGURA 4.78 – Resultados dos modelos M\_1800\_1\_300\_300\_300 e M\_1800\_1\_600\_300\_300.

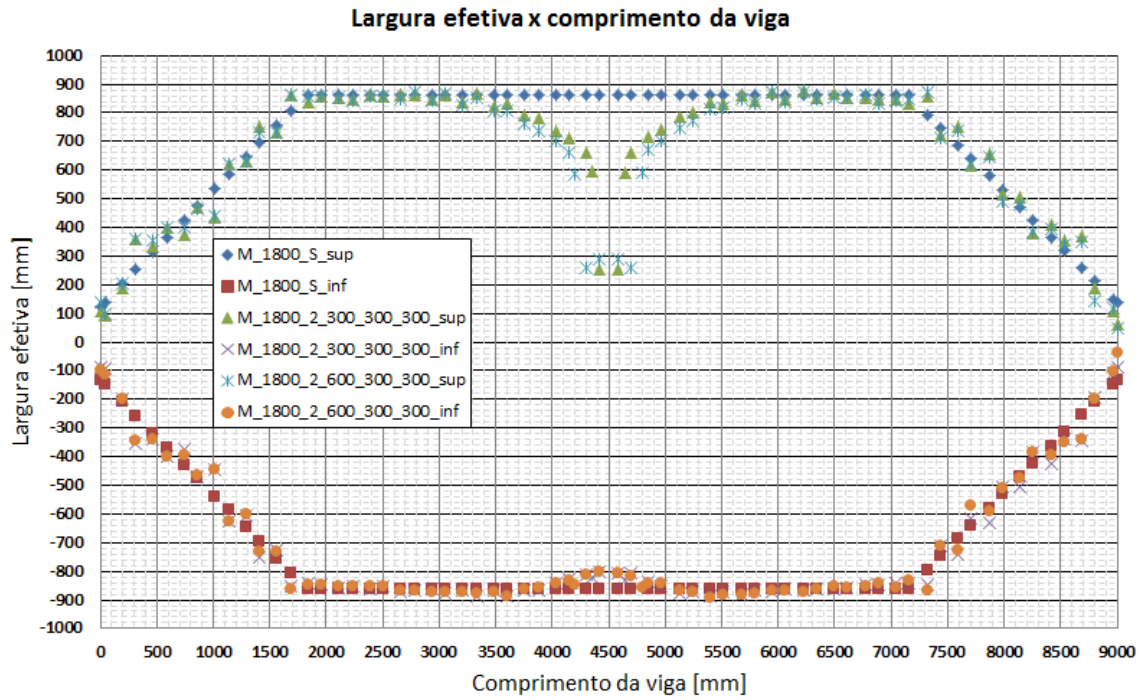


FIGURA 4.79 – Resultados dos modelos M\_1800\_2\_300\_300\_300 e M\_1800\_2\_600\_300\_300.

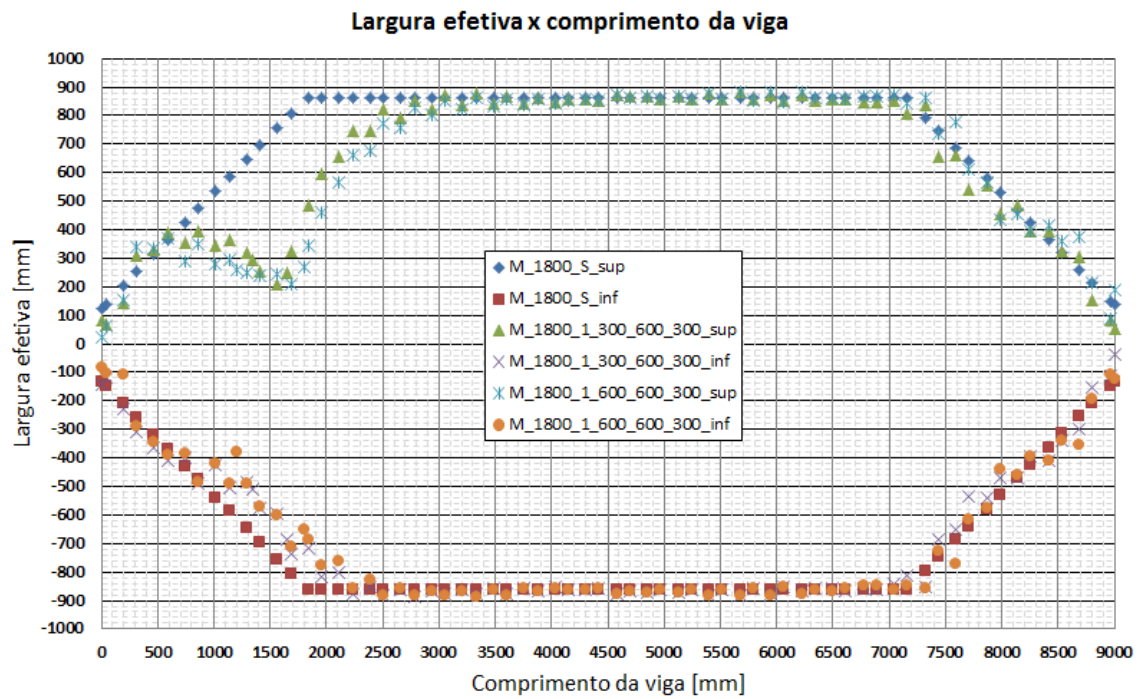


FIGURA 4.80 – Resultados dos modelos M\_1800\_1\_300\_600\_300 e M\_1800\_1\_600\_600\_300.

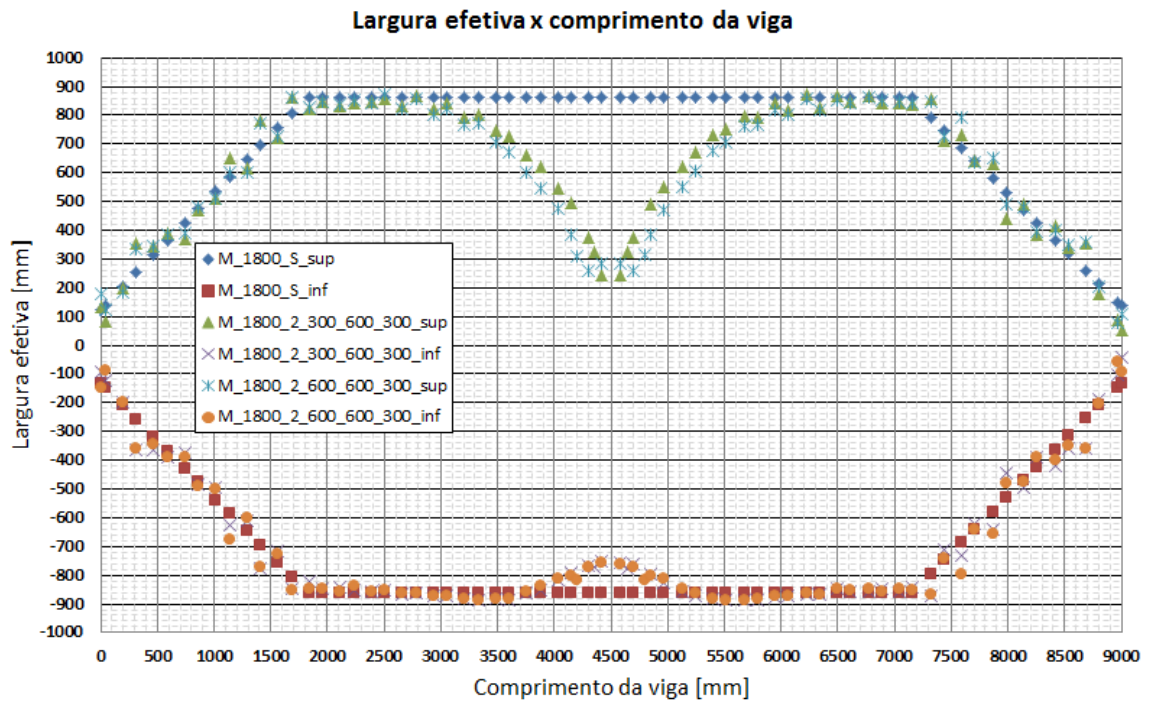


FIGURA 4.81 – Resultados dos modelos M\_1800\_2\_300\_600\_300 e M\_1800\_2\_600\_600\_300.

Como pode-se notar, da FIGURA 4.74 à FIGURA 4.81 o aumento do comprimento longitudinal provoca apenas um *offset* na curva de recuperação da largura efetiva.

Da FIGURA 4.82 à FIGURA 4.89 estão apresentados os resultados comparativos da influência do comprimento longitudinal da abertura dos modelos com distância entre vigas de 3000 mm e configurações 1 e 2.



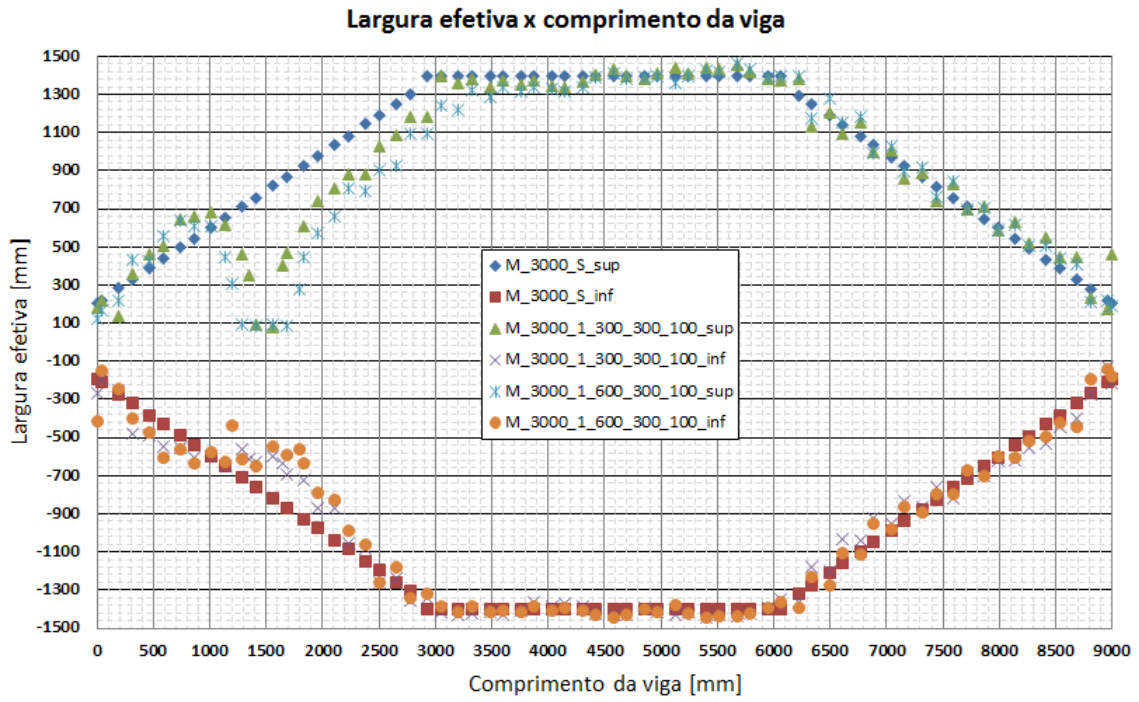


FIGURA 4.82 – Resultados dos modelos M\_3000\_1\_300\_300\_100 e M\_3000\_1\_600\_300\_100.

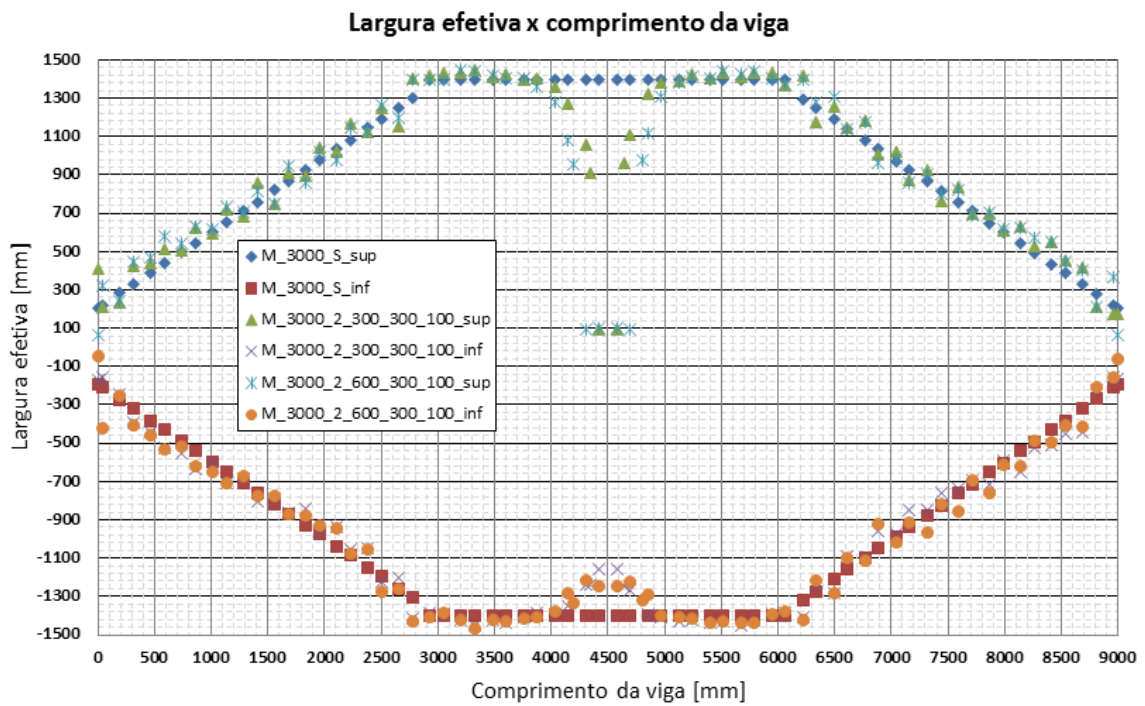


FIGURA 4.83 – Resultados dos modelos M\_3000\_2\_300\_300\_100 e M\_3000\_2\_600\_300\_100.

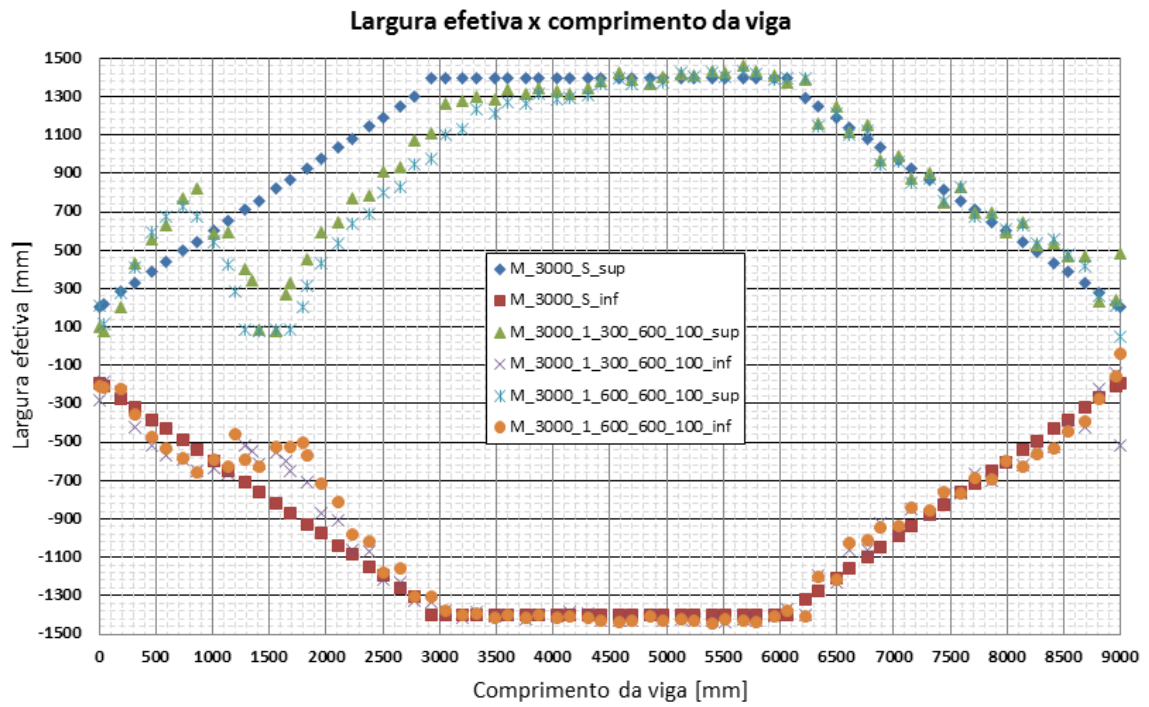


FIGURA 4.84 – Resultados dos modelos M\_3000\_1\_300\_600\_100 e M\_3000\_1\_600\_600\_100.

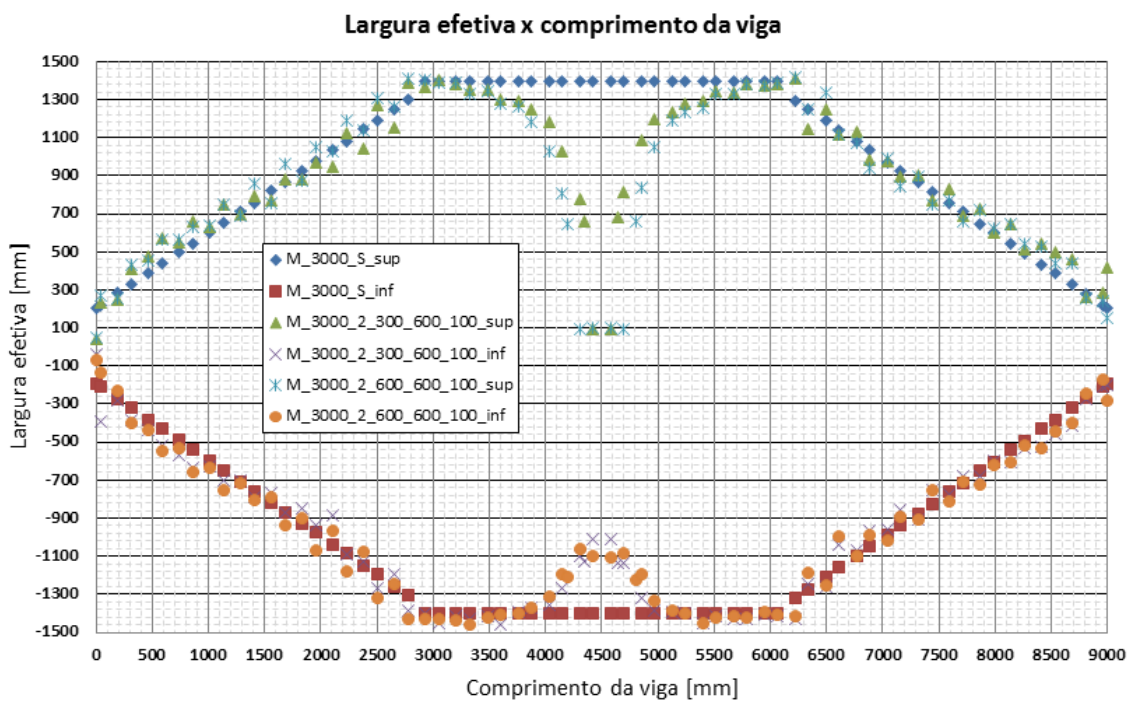


FIGURA 4.85 – Resultados dos modelos M\_3000\_2\_300\_600\_100 e M\_3000\_2\_600\_600\_100.

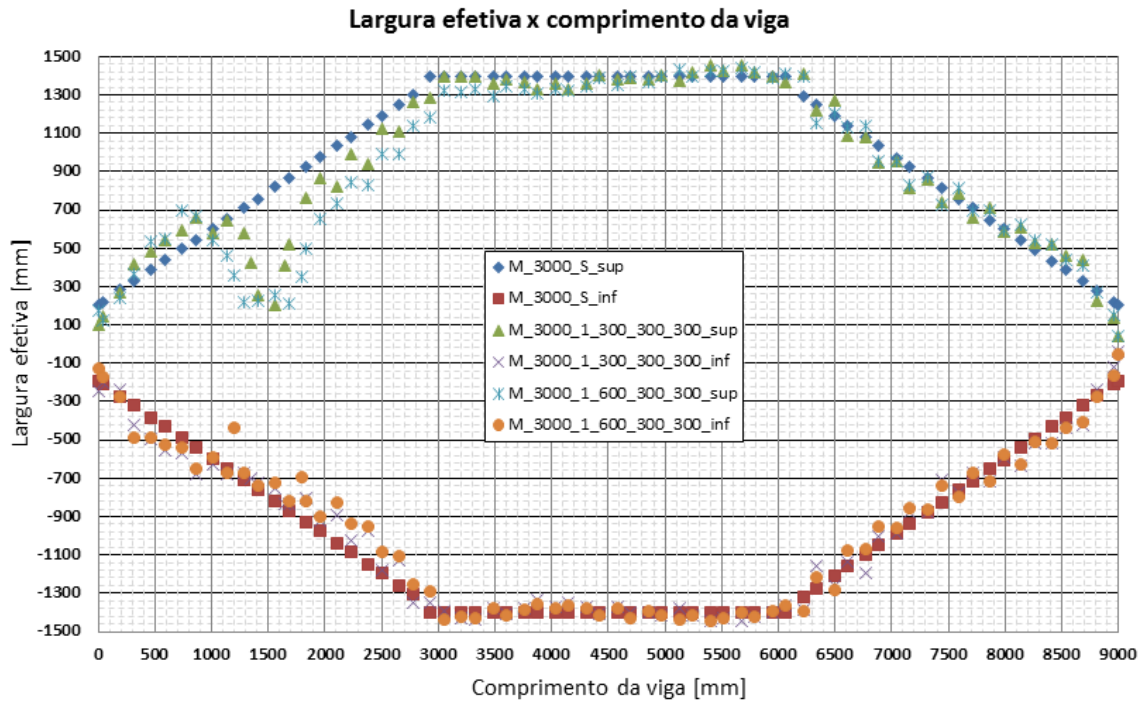


FIGURA 4.86 – Resultados dos modelos M\_3000\_1\_300\_300\_300 e M\_3000\_1\_600\_300\_300.

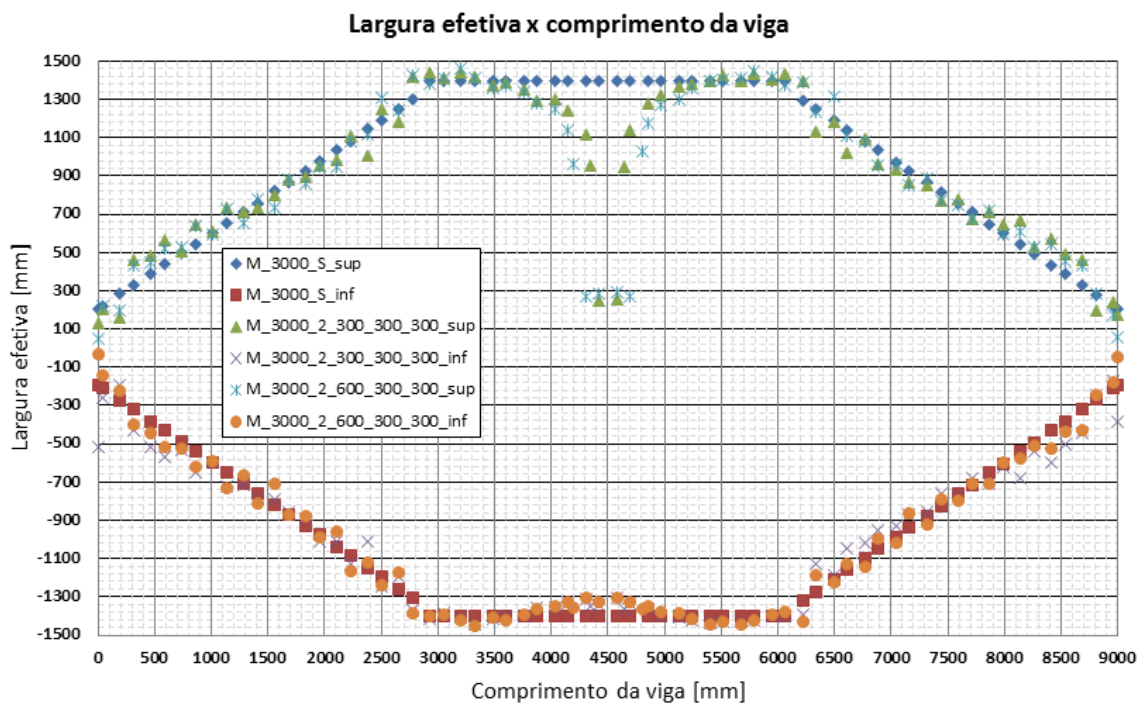


FIGURA 4.87 – Resultados dos modelos M\_3000\_2\_300\_300\_300 e M\_3000\_2\_600\_300\_300.

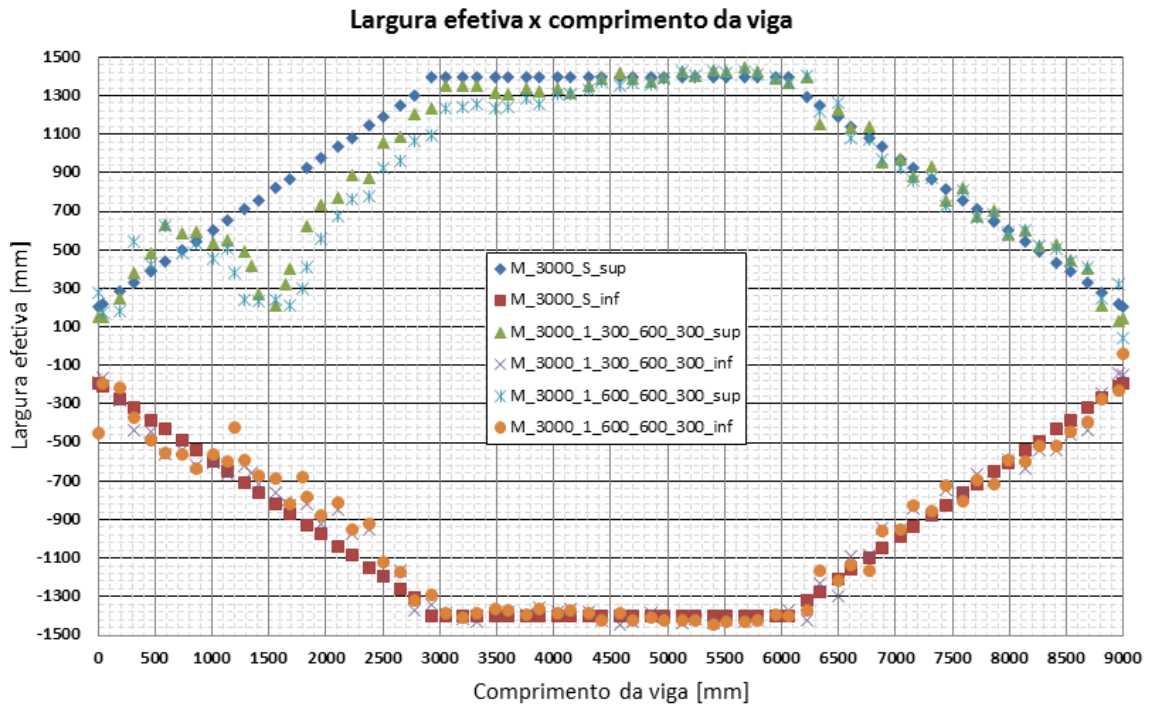


FIGURA 4.88 – Resultados dos modelos M\_3000\_1\_300\_600\_300 e M\_3000\_1\_600\_600\_300.

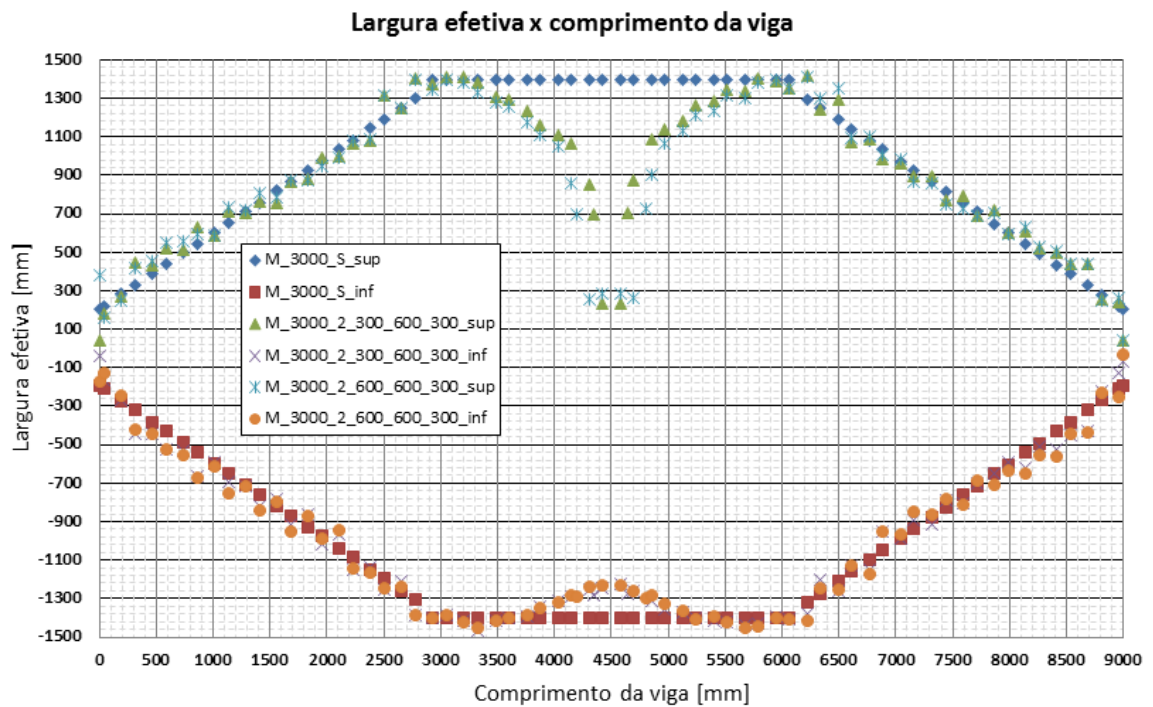


FIGURA 4.89 – Resultados dos modelos M\_3000\_2\_300\_600\_300 e M\_3000\_2\_600\_600\_300.

Os modelos com distância entre vigas de 3000 mm apresentaram a mesma tendência que os modelos com distância entre vigas de 1800 mm. Em ambos os casos, o aumento do comprimento longitudinal provocou apenas um *offset* na curva de uma abertura com comprimento longitudinal menor.



#### 4.5.4. Formulação para análise das aberturas

Como verificado anteriormente o comprimento longitudinal das aberturas não provoca mudanças significativas na curva de recuperação da largura efetiva, bem como a distância das aberturas ao eixo de simetria do perfil de aço.

O fator que mais tem influência na recuperação da largura efetiva é o comprimento transversal. Para os modelos em que esse comprimento ultrapassa a largura efetiva, a inclinação da curva de recuperação diminui se aproximando da inclinação das retas próximas aos apoios do modelo da viga sem aberturas na laje.

Para aberturas com as mesmas dimensões, a distância e o ângulo para recuperação total da largura efetiva nos modelos com distância entre vigas de 1800 mm foram diferentes dos modelos com distância entre vigas de 3000 mm. Não foi encontrada uma relação que correlacionasse a largura transversal com a distância e o ângulo de recuperação para todos os modelos analisados. Entretanto, considerar a inclinação da reta de recuperação da largura efetiva de 0,4 se mostrou conservador, exceto para o lado esquerdo da abertura da configuração 1 dos modelos com largura transversal de 600 mm que possui inclinação zero como observado na FIGURA 4.90.

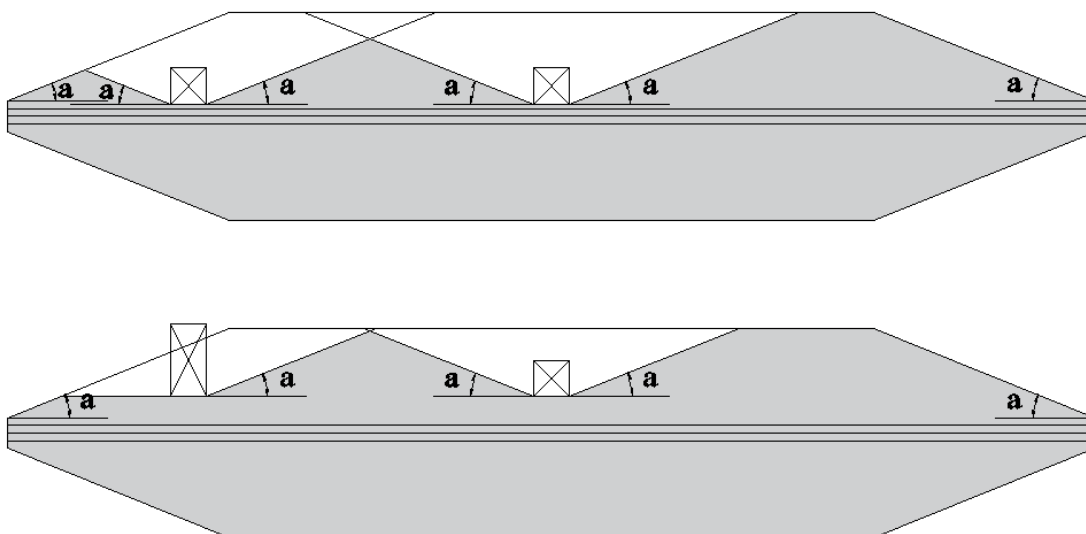


FIGURA 4.90 – Proposta para a recuperação da largura efetiva.

Outro fator observado foi a redução da largura efetiva na região oposta à abertura. Esse fato decorre da modificação do fluxo de tensão axial devido ao afunilamento na laje ocasionado pelas aberturas. Quando aberturas estão localizadas na região em que a largura efetiva não está completamente desenvolvida (configuração 1), a perda da largura efetiva é mais significativa e se intensifica mais ainda se a dimensão da abertura supera a largura efetiva da região.

Como pode ser observado na FIGURA 4.91, a redução da largura efetiva no lado oposto ao da abertura pode ser separado em 4 grupos. O primeiro grupo consiste das aberturas

com comprimento transversal que não ultrapassam a largura efetiva e com a configuração 1. O segundo grupo é aquele com aberturas com a configuração 1 e que o comprimento transversal supera a largura efetiva. O terceiro e quarto grupos correspondem às aberturas com configuração 2 e, respectivamente, em que o comprimento transversal não ultrapassa e ultrapassa a largura efetiva conforme a FIGURA 4.91.

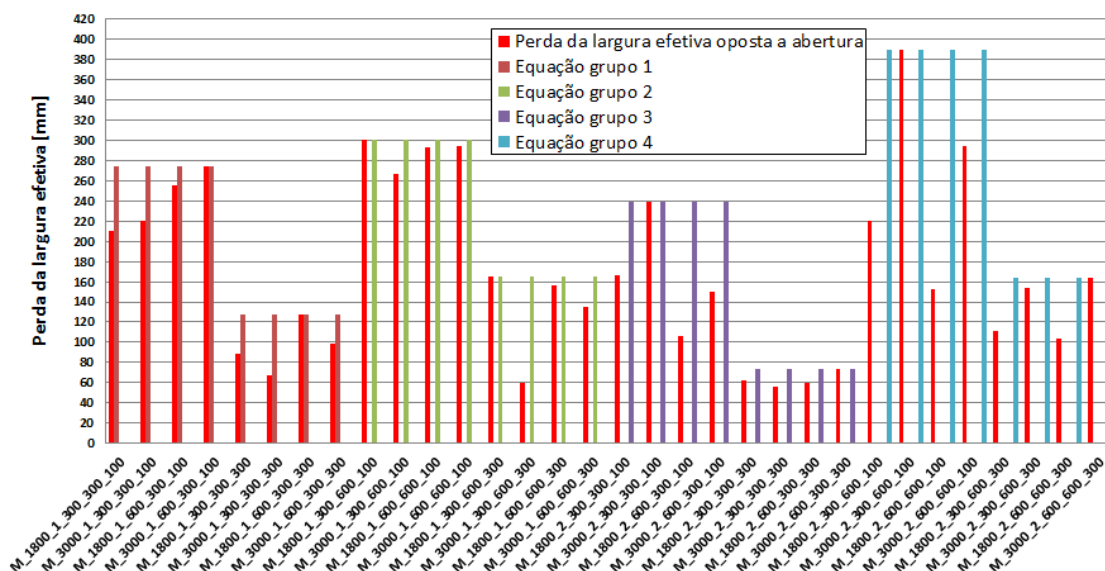


FIGURA 4.91 – Redução da largura efetiva.

Da EQUAÇÃO (4.4) à EQUAÇÃO (4.7) são apresentadas as reduções das larguras efetiva da região oposta às aberturas para os 4 grupos estudados. As equações foram obtidas através das envoltórias da redução da largura efetiva para cada grupo analisado.

$$h_1 = -0,735 \cdot A + 1,158 \cdot B \rightarrow \text{redução da largura efetiva do grupo 1} \quad (4.4)$$

$$h_2 = -0,678 \cdot A + 0,614 \cdot B \rightarrow \text{redução da largura efetiva do grupo 2} \quad (4.5)$$

$$h_3 = -0,828 \cdot A + 1,073 \cdot B \rightarrow \text{redução da largura efetiva do grupo 3} \quad (4.6)$$

$$h_4 = -1,13 \cdot A + 0,839 \cdot B \rightarrow \text{redução da largura efetiva do grupo 4} \quad (4.7)$$

Portanto a configuração final da metodologia proposta neste trabalho para o cálculo da largura efetiva de vigas mistas com aberturas na laje de concreto está apresentada na FIGURA 4.92. Como pode ser observado, o comprimento longitudinal da perda da largura efetiva da laje oposta à abertura foi adotada com a mesma dimensão da abertura que provocou essa redução e a curva de recuperação apresenta a mesma inclinação das outras (0,4). A largura efetiva na região dos apoios foi considerada igual à largura da mesa para cada lado da viga.

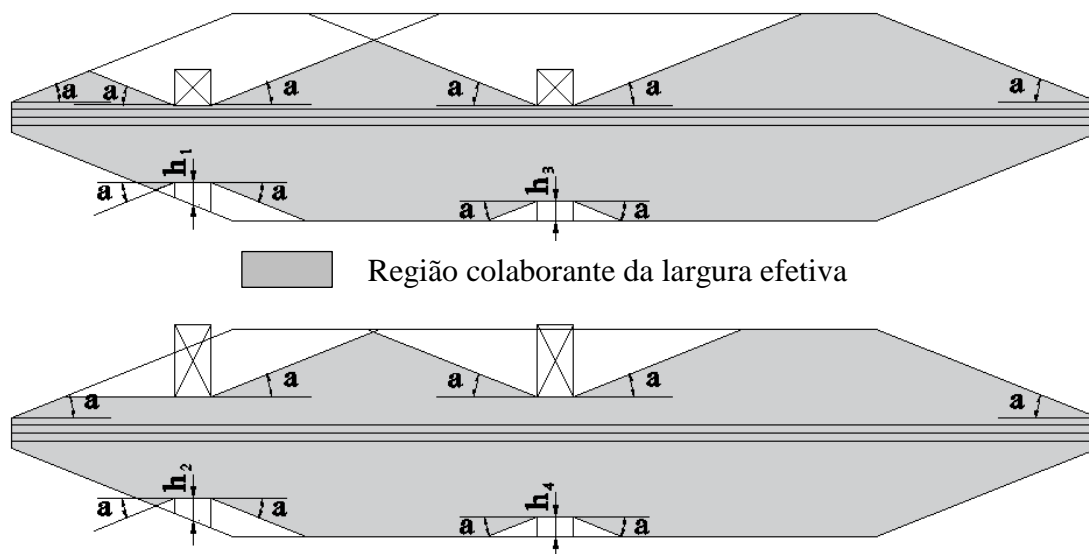


FIGURA 4.92 – Modelo para o cálculo da largura efetiva com aberturas na laje de concreto.

A metodologia proposta se assemelha a solução de WIESNER et al. (1996), onde a curva de recuperação da largura efetiva nas regiões adjacentes às aberturas é uma reta cuja inclinação independe da posição e dimensões da abertura. Porém WIESNER et al. (1996) não prevê a perda da largura efetiva em ambos os lados da abertura e na região da laje oposta à abertura.

#### 4.5.5. Verificação da formulação

A fim de verificar se a formulação proposta representa uma regra geral que pode ser aplicada a todas as vigas mistas biapoioadas com interação completa, laje mista com fôrma nervurada e perfil de aço compacto, mais cinco modelos foram construídos. Nesses modelos apenas o perfil de aço foi alterado para as dimensões mostradas na TABELA 4.8, com o vão de viga se mantendo em 9 m e tomando-se a distância entre vigas igual a 1800 mm.

TABELA 4.8 – Dimensões do perfil de aço.

Dimensões	Valores [mm]
Altura do perfil	600
Largura das mesas	150
Espessura das mesas	9,5
Espessura da alma	9,5

Para estes modelos foram construídas aberturas com a configuração 1 e configuração 2 com as dimensões mostradas na TABELA 4.9.

TABELA 4.9 – Dimensões das aberturas dos modelos com perfil com 600 mm de altura.

Dimensão Transversal [mm]	Dimensão Longitudinal [mm]	Distância da Viga Longitudinal [mm]
300	300	300
600	300	300

Como observado na FIGURA 4.93 a inclinação da linearização da largura efetiva nas regiões próximas ao apoio para os modelos com o perfil de aço com altura de 600 mm e sem aberturas na laje foi significativamente menor que nos resultados obtidos anteriormente para os modelos com perfil W360x32,9.

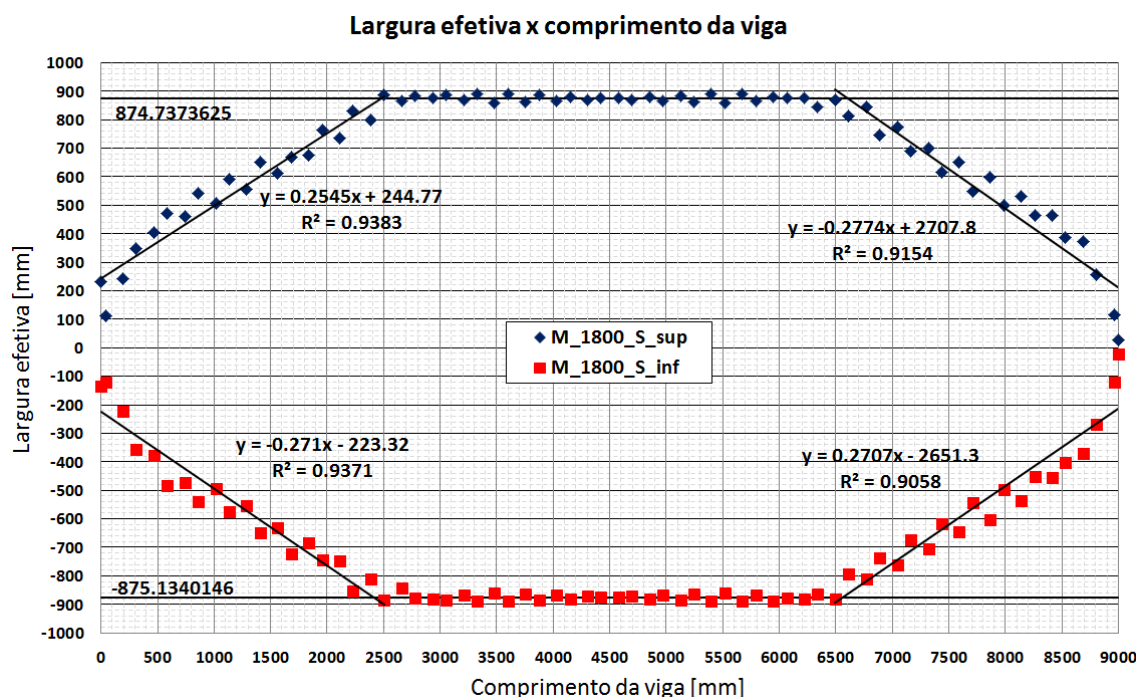


FIGURA 4.93 – Linearização da largura efetiva do modelo M\_1800\_S com perfil de 600mm de altura.

Como era esperado, a tensão axial ponderada pela espessura na laje de concreto para os modelos com perfil de aço de 600 mm de altura são superiores aos obtidos com o perfil W360x32,9, conforme apresentado na FIGURA 4.94 (para modelo com viga W360x32,9, ver FIGURA 4.15). Isso ocorre porque a capacidade resistente ao momento fletor da viga com 600 mm de altura é superior ao da viga com perfil W360x32,9, mas a distância entre vigas e o vão são os mesmos. Portanto a pressão aplicada na laje (ver EQUAÇÃO (3.6)) obtida pela metodologia usada neste trabalho é muito maior para o modelo com viga de 600 mm de altura.

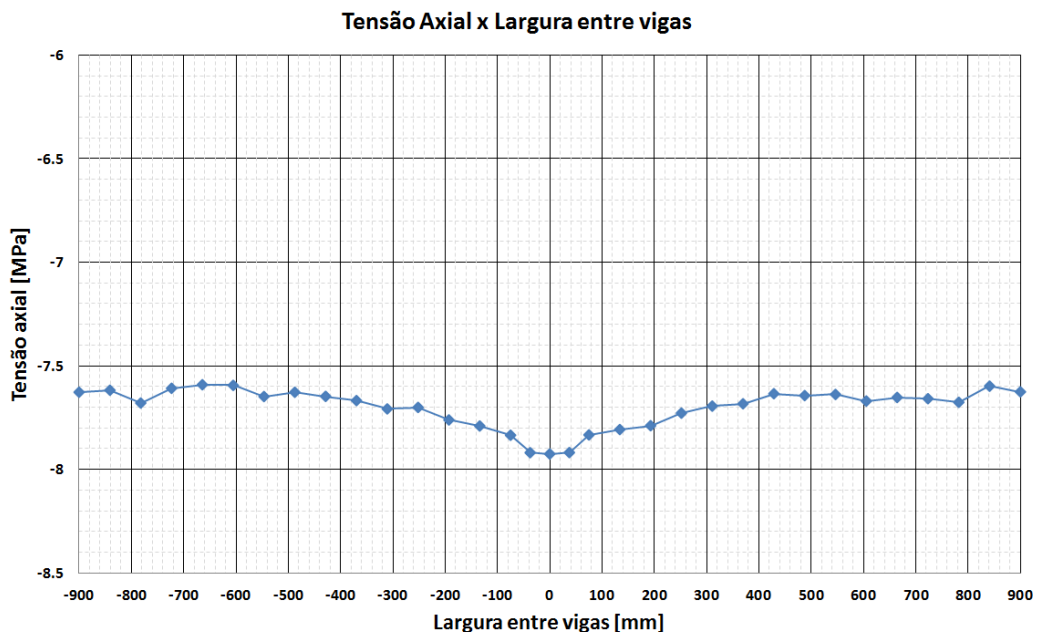


FIGURA 4.94 – Tensão axial ponderada pela espessura no meio do vão da laje de concreto para o modelo M\_1800\_S com perfil de 600mm de altura.

Essa variação na tensão modificou a inclinação da largura efetiva na região próxima aos apoios, portanto a suposição da inclinação constante de 0,4 conforme obtido para os modelos com a vigas de aço W360x32,9 não é conservadora em todos os casos.

Da FIGURA 4.95 à FIGURA 4.98 são apresentados os resultados obtidos para a largura efetiva dos modelos M\_1800\_1\_300\_300\_300, M\_1800\_1\_300\_600\_300, M\_1800\_2\_300\_300\_300 e M\_1800\_2\_300\_600\_300 com viga de aço de 600 mm de altura.

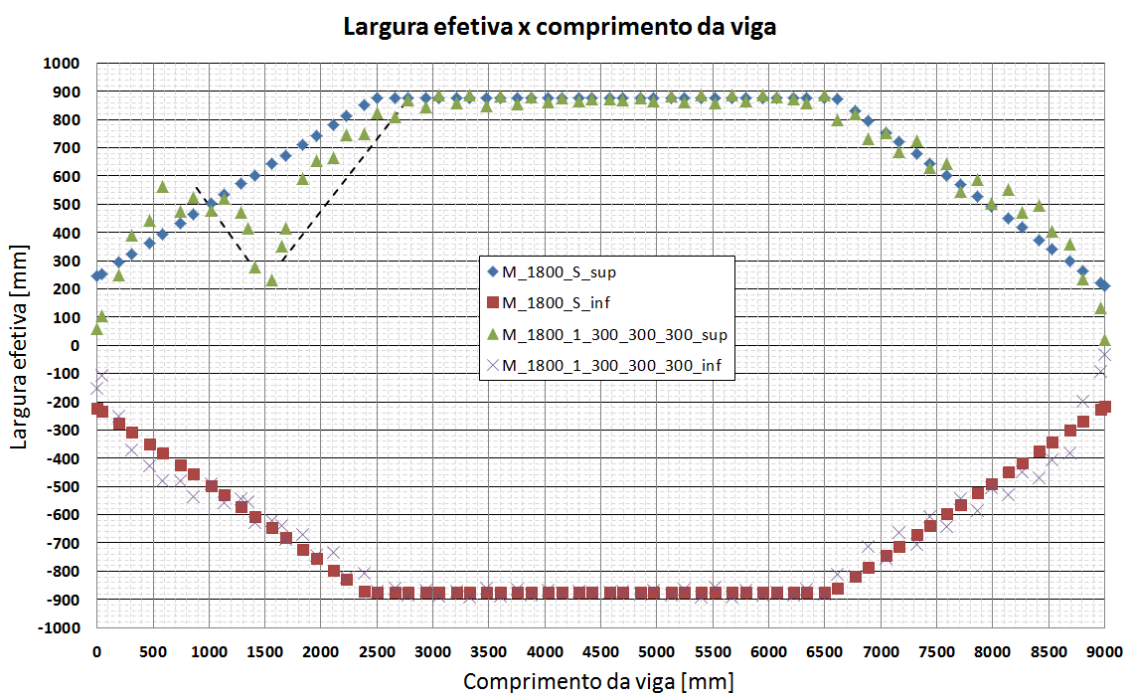


FIGURA 4.95 – Resultados dos modelos M\_1800\_1\_300\_300\_300 para viga com altura de 600 mm.

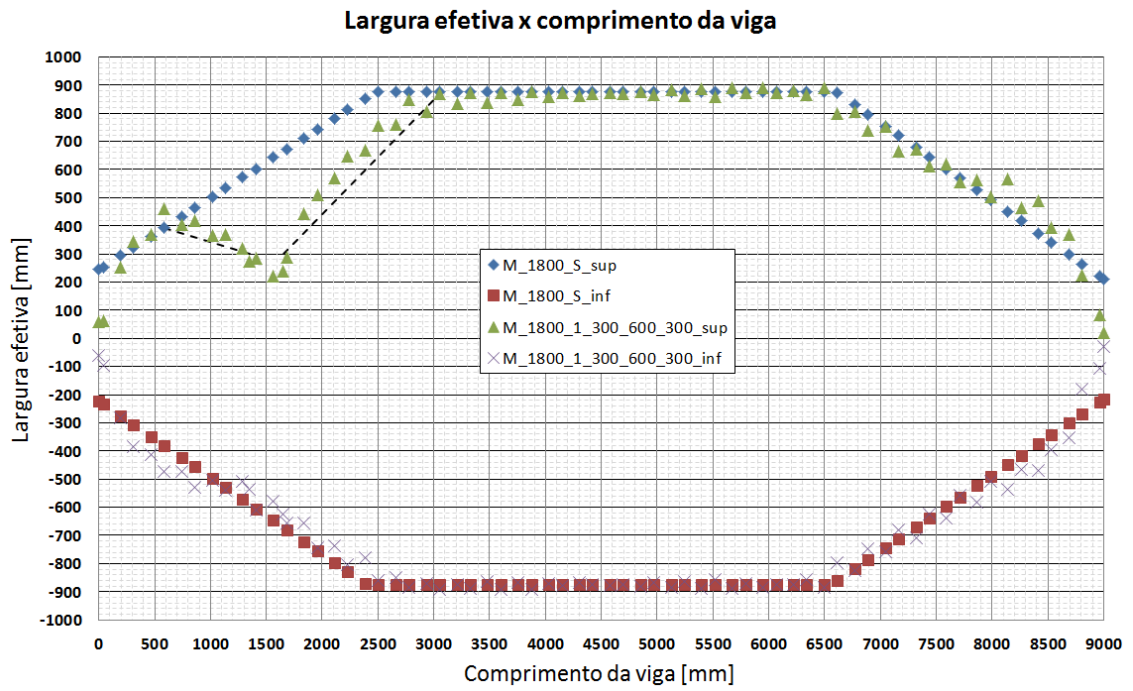


FIGURA 4.96 – Resultados dos modelos M\_1800\_1\_300\_300\_300 para viga com altura de 600 mm.

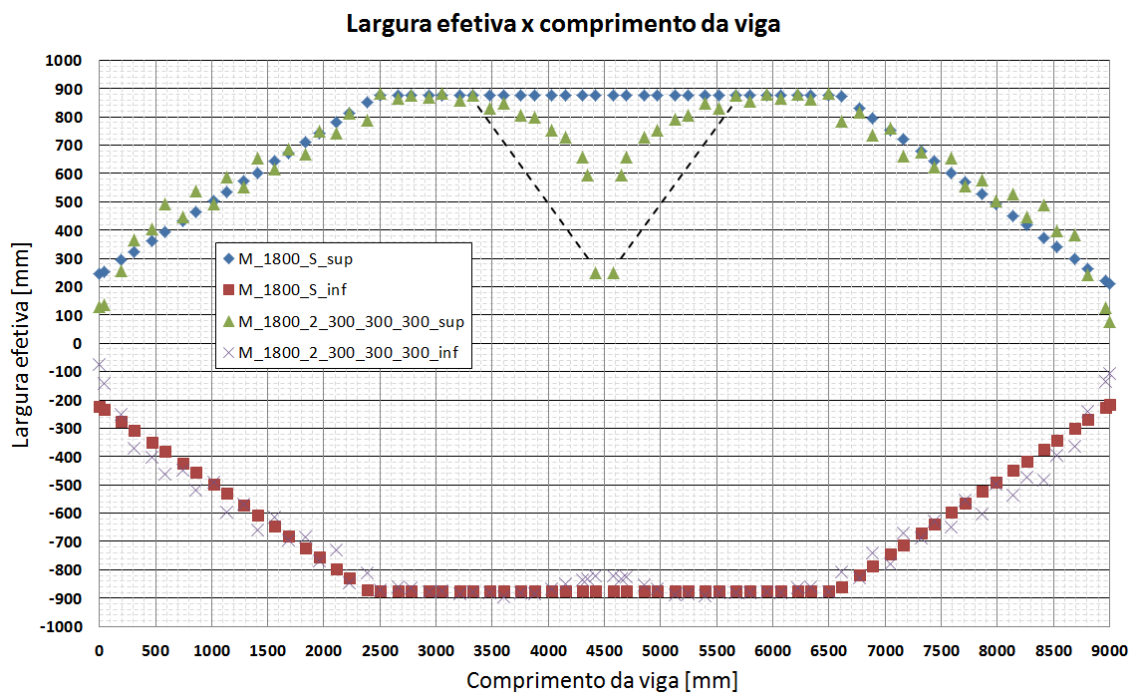


FIGURA 4.97 – Resultados dos modelos M\_1800\_2\_300\_300\_300 para viga com altura de 600 mm.



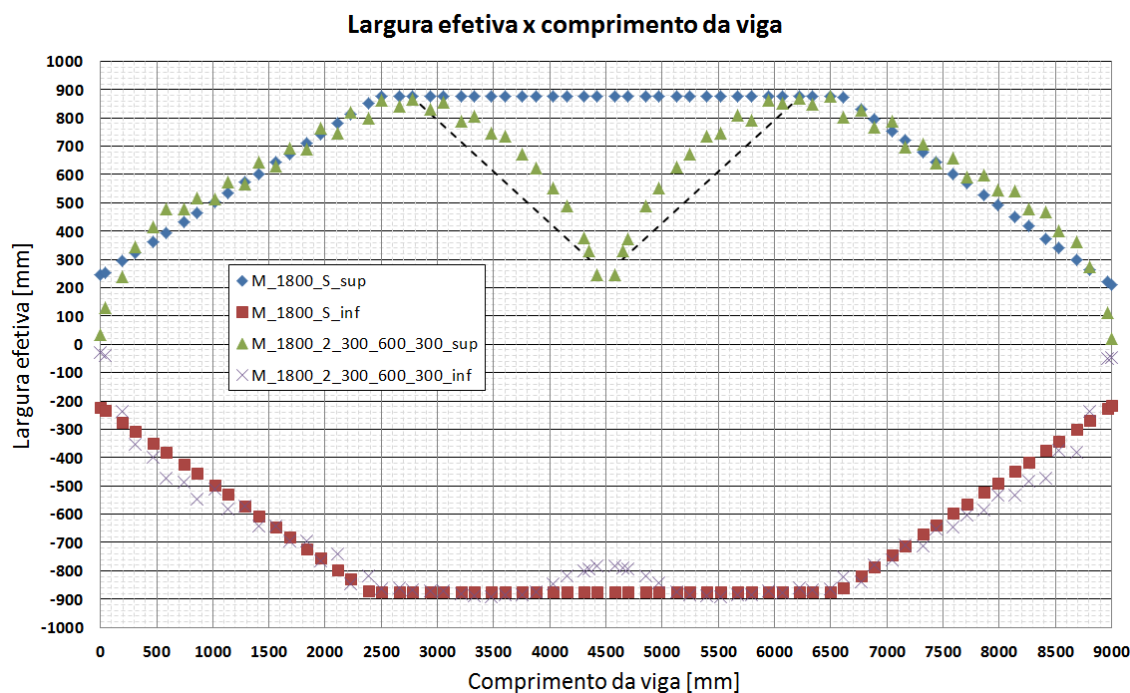


FIGURA 4.98 – Resultados dos modelos M\_1800\_2\_300\_600\_300 para viga com altura de 600 mm.

Nos modelos com perfil de 600mm de altura também foi observado que, quanto maior o comprimento transversal da abertura, mais lenta é a recuperação da largura efetiva. No modelo M\_1800\_1\_300\_600\_300, a abertura ultrapassou a largura efetiva do modelo sem abertura e por isso a inclinação da reta de recuperação da largura efetiva foi menos pronunciada, resultados muito semelhantes ao dos modelos com perfil W360x32,9.

Nos modelos com configuração 1, a perda da largura efetiva na região oposta à abertura foi quase imperceptível, enquanto nos modelos com configuração 2 as perdas foram mais significativas principalmente para o modelo M\_1800\_2\_300\_600\_300.

As perdas locais na largura efetiva para os modelos com viga de 600 mm de altura e os valores obtidos através das equações propostas estão apresentadas na FIGURA 4.99.

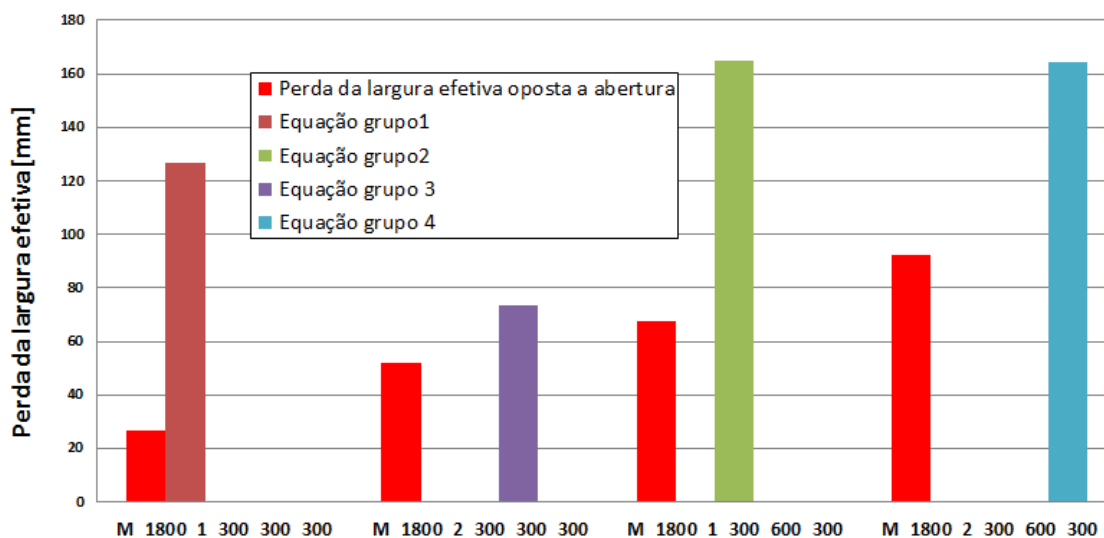


FIGURA 4.99 – Comparação das perdas locais da larguras efetivas.

Como se observa na FIGURA 4.99, as equações propostas para os quatro grupos apresentaram resultados bastante conservadores para os modelos com perfil de altura de 600 mm

Segundo a norma europeia EN 1994-1-1:2004 e norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, a máxima largura efetiva que pode ser desenvolvida para cada lado na viga mista é de 1/8 do vão. Considerando essa hipótese e também adotando que a largura efetiva parte de zero nos apoios e no meio do vão da viga atinge seu valor máximo, a inclinação da reta com tal comportamento é de 0,25, inclinação esta adotada por WIESNER et al. (1996).

A inclinação de 0,25 é muito mais conservadora do que a sugerida anteriormente (0,4) e válida para todos os casos analisados, portanto essa inclinação será adotada na metodologia proposta neste trabalho.

Conforme apresentado nos resultados para as curvas linearizadas nos modelos sem abertura, a largura efetiva no apoio foi sempre maior que duas vezes a largura da mesa superior do perfil de aço. Portanto, no modelo proposto, admitiu-se que a largura efetiva desenvolvida para cada lado da viga nos apoios é igual a uma vez a largura da mesa do perfil, conforme apresentado na FIGURA 4.100.



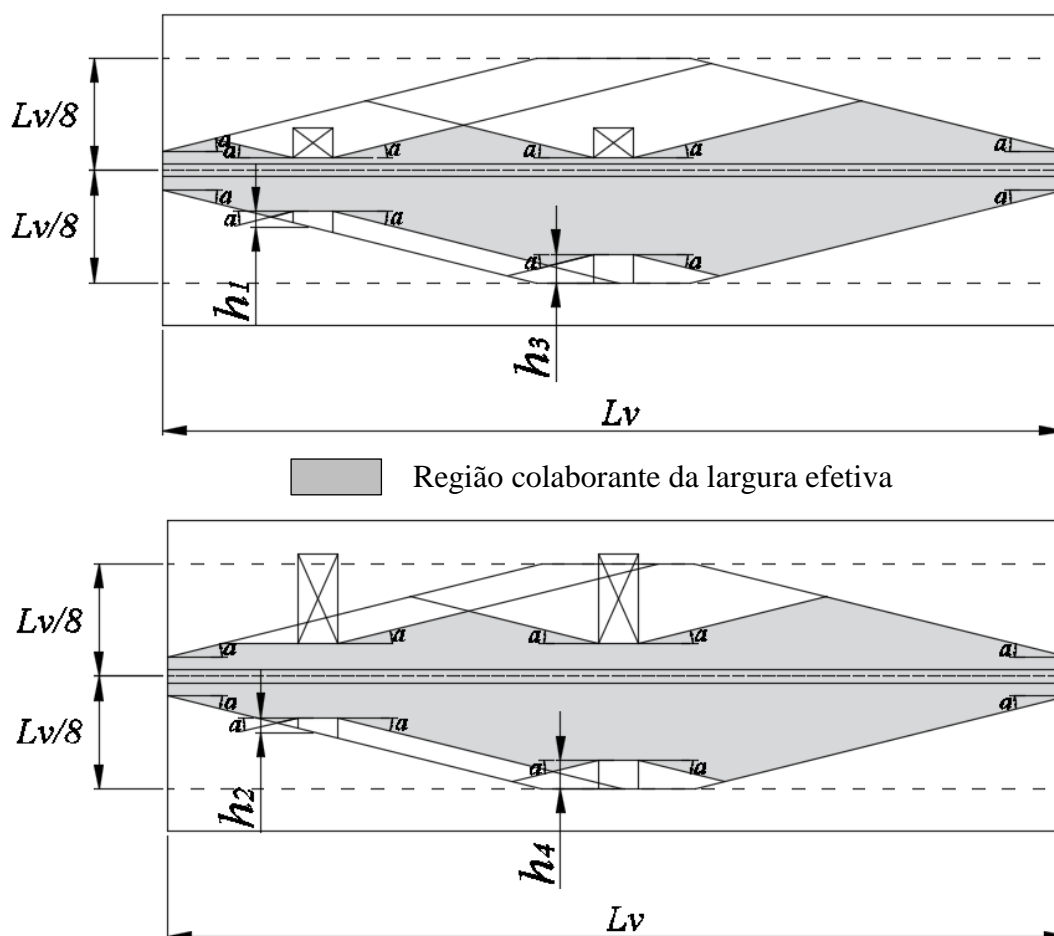


FIGURA 4.100 – Modelo final para o cálculo da largura efetiva com aberturas na laje de concreto.

Para utilização desse modelo a viga mista deve possuir as seguintes características:

- ser biapoiadas;
- possuir fôrma de aço nervurada com as dimensões utilizadas neste trabalho;
- perfil de aço compacto;
- interação completa;
- perfil de aço com altura variando entre 1/25 e 1/15 do vão da viga mista.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 5.1. Conclusões

A largura efetiva no modelo numérico com distância entre vigas de 1800 mm sem aberturas (M\_1800\_S) e com o perfil da viga de aço W360x32,9 apresentou variação ao longo do vão, mas na região próxima aos apoios os valores obtidos foram inferiores ao prescrito na EN 1994-1-1:2004. O mesmo ocorreu para os modelos com distância entre vigas de 3000 mm e sem aberturas (M\_3000\_S). Nesse último modelo, a limitação da largura efetiva segundo o EN 1994-1-1:2004 deveria ser de 1/8 do vão da viga, porém o valor obtido foi aproximadamente 24% superior ao prescrito. A inclinação da reta de tendência da largura efetiva nas regiões próximas ao apoio se manteve praticamente constante (aproximadamente  $0,4 = 21,8^\circ$ ) em ambos os modelos com um pequeno *offset* entre as curvas.

Como observado na análise dos resultados, a inserção de aberturas na laje altera consideravelmente os níveis de tensões axiais na região da abertura e em suas adjacências. As tensões axiais na laje acima da viga de aço apresentam um aumento significativo principalmente na região da abertura. Foi observado que quanto mais próxima a abertura do perfil de aço e quanto maior o comprimento transversal da abertura, maior é o pico de tensão axial na laje. Essas variações nas tensões axiais da laje provocam uma redução da largura efetiva na região da abertura, em suas adjacências e na laje oposta à abertura.

Foi verificado que as variações do comprimento longitudinal da abertura e da distância das aberturas ao eixo de simetria do perfil de aço não provocam mudanças significativamente na curva de recuperação da largura efetiva nas regiões adjacentes à abertura. A dimensão das aberturas que apresentou variação significativa na largura efetiva foi o comprimento transversal. Foi observado que quanto maior é esse comprimento, maior é a distância necessária para a recuperação total da largura efetiva. Quando o comprimento ultrapassa a largura efetiva do modelo sem aberturas, a reta que une a extremidade da abertura ao ponto com até 95% de recuperação da largura efetiva apresenta inclinação semelhante à curva da largura efetiva do modelo sem abertura próximo ao apoio.

Como não foi encontrada uma equação que relacionasse as dimensões da abertura com a perda da largura efetiva, primeiramente considerou-se que a curva de recuperação da largura efetiva com aberturas na laje é uma reta com inclinação de 0,4 em ambas as extremidades da abertura. Para aberturas próximas aos apoios e quando a largura transversal for superior à largura efetiva da região no modelo sem aberturas, a inclinação das curvas nas extremidades mais próximas aos apoios é nula.

Na laje oposta à abertura também foi observada uma redução da largura efetiva. Foi verificado que essa perda está relacionada com a largura transversal da abertura e com a distância da abertura ao eixo de simetria do perfil de aço. A fim de equacionar essa perda, as aberturas foram separadas em grupos que estão relacionados com a posição da abertura no vão da viga e com relação à dimensão do comprimento transversal. No total foram criados 4 grupos e as equações que representam as perdas foram baseadas na máxima perda obtida para

cada grupo. O comprimento longitudinal da perda da largura efetiva da laje oposta à abertura foi adotado com a mesma dimensão da abertura que provocou essa redução e a curva de recuperação apresenta a mesma inclinação.

Com objetivo de validar essa metodologia para todas as situações usualmente encontradas na prática, foram processados mais 5 modelos com vão de 9 m e distância entre vigas de 1800 mm. Esses modelos foram construídos com perfil de aço com 600mm de altura. Nota-se aqui que os perfis de aço anteriores, W 360 x 32,9, tinham altura igual a 1/25 do vão das vigas mistas, e esse perfil de 900 mm tem altura de 1/15 do vão, abrangendo-se assim a totalidade da faixa de utilização mais comum.

As tensões axiais na laje ponderada pela sua espessura nesses novos modelos foi consideravelmente superior ao dos modelos com o perfil de aço W 360 x 32,9. O aumento da tensão na laje provocou uma redução na inclinação da reta da largura efetiva na região próxima ao apoio quando comparada com o modelos com perfil W 360 x 32,9. Essa verificação mostrou que a inclinação de 0,4 não pode ser adotada para todas as vigas mistas. A adoção da inclinação de 0,25 é mais conservadora do que a sugerida anteriormente e válida para todos os casos analisados. Portanto a metodologia final proposta é semelhante à anterior, porém com a inclinação da reta de recuperação igual a 0,25.

## **5.2. Proposições para continuidade do trabalho**

É importante comentar que o tema abordado nesta dissertação de mestrado é muito amplo. É necessária a continuidade das pesquisas para que se tenham informações mais precisas a cerca da influência de aberturas na laje na largura efetiva de vigas mistas. Assim, uma primeira sugestão é a realização de ensaios experimentais para calibrar de modo mais confiável o modelo numérico e compreender melhor o mecanismo de recuperação da largura efetiva nas vigas mistas com lajes com aberturas. Não foi encontrado nenhum ensaio na literatura onde foi construído um modelo com três vigas e aplicada uma pressão uniformemente distribuída na laje como proposto neste trabalho. Os ensaios mais frequentes são feitos com uma viga com cargas concentradas e largura da laje preestabelecida. Dessa forma, não é possível verificar o mobilização real da laje de concreto.

Do ponto de vista apenas de estratégias de análise numérica, são feitas as seguintes sugestões:

- O tempo de processamento das análises numéricas e o espaço utilizado em disco rígido foram alguns dos limitadores para a geração de um número maior de resultados como, também, para a realização de modelos com malhas mais refinadas. É sugerida a realização de processamento em paralelo, seja pela associação de Desktops ou pela utilização de Clusters.
- Recomenda-se a realização do teste de malha para cada tipo de modelo analisado. Da forma como foi feita neste trabalho (realização de apenas um teste de malha), pode-se estar assumindo um erro numérico exagerado ou reduzido para alguns

resultados, implicando na elaboração de modelos mecânicos para dimensionamento demasiadamente conservador ou contrário à segurança.

- Neste trabalho houve grande dificuldade de convergência dos modelos numéricos, principalmente devido aos elementos de concreto modelados com o elemento SOLID65 juntamente com o modelo constitutivo Concrete. É sugerida a criação de um elemento finito customizado dentro do ANSYS, através das UPF's (User-Programmable Features), que consiste na possibilidade de elaboração de sub-rotinas escritas na linguagem FORTRAN. Isso pode permitir a representação de efeitos como o amolecimento e a fissuração do concreto de acordo com parâmetros próprios, calibrados experimentalmente, e também diminuir as dificuldades de convergência.

Após o aprimoramento das metodologias de análise numérica e a calibração dos parâmetros com os resultados experimentais, sugere-se também a extensão do domínio da pesquisa avaliando-se os seguintes tópicos:

- Neste trabalho, a largura efetiva foi sempre estabelecida através das tensões na laje. Em nenhum momento a deformação ou o deslocamento foi verificada a fim de correlacionar a largura efetiva com a rigidez do modelo.
- A influência da geometria da fôrma de aço.
- A influência da espessura da capa de concreto da laje.
- Vigas mistas com lajes maciças e influência da espessura dessas lajes.
- Vigas mistas com perfis de aço monossimétricos e com perfis de aço não compactos.
- Vigas mistas com interação parcial.
- Perfis de aço com a relação da altura e vão da viga mista diferente das analisadas neste trabalho.

Por fim, com base nas experimentações e simulações, deve ser formulado um modelo mecânico definitivo para dimensionamento de vigas mistas com aberturas na laje.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT NBR 6118 “*Projeto de Estruturas de Concreto*”, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2003.

ABNT NBR 8800 “*Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios*”, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2008.

ABNT PR-NBR 8800 “*Projeto e Execução de Estruturas de Aço e Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios*”, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Projeto de Revisão da NBR 8800, 2007.

AISC. AISC-360-05 “*Specification for structural steel buildings*”. Chicago (IL): American Institute of Steel Construction; 2005.

AHN, IL-SANG; CHIEWANICHAKORN, METHEE; CHEN, STUART S.; AREF, AMJAD J.”*Effective flange width provisions for composite steel bridges*“, *Engineering Structures*, 2004, Vol.26(12), pp.1843-1851

AMADIO, C.; FEDRIGO, C.; FRAGIACOMO, M. ; MACORINI, L. ”*Experimental evaluation of effective width in steel-concrete composite beams*”, *Journal of Constructional Steel Research*, 2004, Vol.60(2), pp.199-220

AMADIO, C.; FRAGIACOMO, M. “*Effective width evaluation for steel-concrete composite beams*”, *Journal Of Constructional Steel Research*, 2002 Mar, Vol.58(3), pp.373-388

ANSYS, “*Finite element program user’s manuals*”, Versão 12.0, ANSYS, Inc., Crononsburg, Estados Unidos, 2004.

BAHAROM SHAHRIZAN; XIAO, ROBERT, Y. “*Finite Element Analysis of Composite Beam with Opening in Metal-ribbed Decking Slab*”, *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 5(11): 1911-1923, 2011

CASTRO, J.M.; ELGHAZOULI, A.Y.; IZZUDDIN, B.A. “*Assessment of effective slab widths in composite beams*“, *Journal of Constructional Steel Research*, 2007, Vol.63(10), pp.1317-1327.

CHEN, W.F.; HAN, D.J. (2001). “*Plasticity for structural engineers*”. Editora Springer, 1st.ed. New York.

CHIEWANICHAKORN, METHEE ; AREF, AMJAD J. ; CHEN, STUART S.; AHN, IL-SANG “*Effective flange width definition for steel-concrete composite bridge girder*”, *Journal of Structural Engineering*, December 2004, Vol.130(12), pp.2016-2031

ELKELISH S, ROBINSON H. “*Effective widths of composite beams with ribbed metal deck*”, Canadian Journal of Civil Engineering 1986;13(5):575–82.

EN 1994-1-1:2004: “*Design of composite steel and concrete structures: Part 1.1: general rules and rules for buildings*”, EUROCODE 4, European Committee for Standardization, Bruxelas, Bélgica, 2004.

FAHMY EH, ROBINSON H. “*Analyses and tests to determine the effective widths of composite beams in unbraced multistory frames*”, Canadian Journal of Civil Engineering 1986;13(1):66–75.

GATTESCO, N. (1999). “*Analytical modeling of nonlinear behavior of composite beams with deformable connection*”, Journal of Constructional Steel Research, v.52, p. 195-218.

KOTINDA (2006), T.I. “*Modelagem numérica de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas: ênfase ao estudo da interface laje-viga*”, 116 p. Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

KULAK, G.L.; FISHER, J.W.; STRUIK, J.H.A. (1987). “*Guide to Design Criteria for Bolted and Riveted Joints*”, 2nd ed., New York, USA.

LEONEL, E.D.; RIBEIRO, G.O.; DE PAULA, F.A. (2003). “*Simulação numérica de estruturas de concreto armado por meio do MEF/ANSYS*”, V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto Armado.

MALITE, M. “*Análise do comportamento estrutural de vigas mistas aço-concreto constituídas por perfis de chapa dobrada*”, São Carlos. 253p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1993.

MALITE, M. “*Sobre o cálculo de vigas mistas aço-concreto: ênfase em edifícios*”, São Carlos. 144p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, 1990

NIE, JIAN-GUO ; TIAN, CHUN-YU ; CAI, CHUN-YU. “*Effective width of steel-concrete composite beam at ultimate strength state*”, Engineering Structures, 2008, Vol.30(5), pp.1396-1407

QUEIROZ, F.D.; VELLASCO, P.C.G.S.; NETHERCOT, D.A. (2005). “*Structural assessment of composite beams using the finite element method*”, Proceedings of Eurosteel, v.B, s.4.3, p.49-59.

QUEIROZ, G.; PIMENTA, R.J.; DA MATA. L.A.C. (2001). “*Elementos das estruturas mistas aço-concreto*”. Belo Horizonte: O lutador.

QUEIROZ, G.; PIMENTA, R.J; GALVÃO, A.M. (2010). “*Manual de Construção de Aço – Estruturas Mistas Vol. 1*”, Centro Brasileiro da Construção em Aço – CBCA, 68p. Rio de Janeiro, Brasil.

SEDLACEK, G. ; BILD, S. ”*A simplified method for the determination of the effective width due to shear lag effects*“, Journal of Constructional Steel Research, 1993, Vol.24(3), pp.155-182

WANG, YU-HANG., NIE, JIAN-GUO.”*Effective flange width of steel-concrete composite beam with partial openings in concrete slab*”, Materials and Structures, 2014

WIESNER, KENNETH B. ALLISON, HORATIO. WALSH, MARGARET. YOUNG, WILLIAM. “*Composite beams with slab openings*”, National Steel Construction Conference, 1996.

WILLAM, K.J.; WARNKE, E.D. (1975). “*Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete*”, Proceedings, International Association for Bridge and Structural Engineering. v.19. p.174. ISMES. Bergamo, Italy.

ZOU, BIN; CHEN, AN; DAVALOS, JULIO F.; SALIM, HANI A.” *Evaluation of effective flange width by shear lag model for orthotropic FRP bridge decks*“, Composite Structures, January 2011, Vol.93(2), pp.474-482.

## APÊNDICE A:

### O Modelo *Concrete* Disponível no ANSYS

O modelo constitutivo *Concrete*, disponível no ANSYS versão 12.1, prevê a falha de materiais com o comportamento frágil, como por exemplo, o concreto. De acordo com o modelo proposto por WILLAM e WARNKE (1975), o critério de falha do concreto devido à um estado multiaxial de tensões pode ser expresso da seguinte forma:

$$\frac{F}{f_c} - S \leq 0 \quad (\text{A.1})$$

Onde  $F$  é uma função que depende do estado de tensões principais no elemento  $(\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp})$ ,  $S$  representa a superfície de falha que é função de cinco parâmetros definidos na TABELA 3.1 ( $f_t, f_c, f_{cb}, f_1$  e  $f_2$ ) e  $f_c$  é a resistência última uniaxial à compressão. As variáveis  $\sigma_{xp}, \sigma_{yp}$  e  $\sigma_{zp}$  correspondem às três tensões principais nas direções principais.

Se a Eq. (A.1) for satisfeita, o material irá apresentar fissuração ou esmagamento.

O modelo proposto em WILLAM e WARNKE (1975) permite determinar a superfície de falha em função de apenas dois parâmetros,  $f_t$  e  $f_c$ , de acordo com as seguintes relações:

$$f_{cb} = 1,2f_c \quad (\text{A.2})$$

$$f_1 = 1,45f_c \quad (\text{A.3})$$

$$f_2 = 1,725f_c \quad (\text{A.4})$$

Entretanto, as relações acima são válidas apenas quando o estado de tensões respeita a seguinte condição:

$$|\sigma_h| \leq \sqrt{3}f_c \quad (\text{A.5})$$

Sendo  $\sigma_h$  a tensão hidrostática dada por:  $\sigma_h = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ . A condição mostrada na Eq. (A.5) é aplicável em estados de tensões onde componente hidrostática é pequena. Em situações que essa componente seja elevada, os cinco parâmetros citados acima devem ser especificados.



Quando a capacidade de esmagamento for suprimida, através da adoção de  $f_c = -1$ , a fissuração do material ocorrerá sempre que alguma das componentes de tensão principal exceder  $f_t$ .

A falha do concreto pode ser enquadrada em quatro diferentes domínios, os quais dependem das tensões principais (com  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ), a saber:

- Domínio 1:  $0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  (compressão – compressão – compressão)
- Domínio 2:  $\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  (tração – compressão – compressão)
- Domínio 3:  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$  (tração – tração – compressão)
- Domínio 4:  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$  (tração – tração – tração)

Em cada domínio a função  $F$  e a superfície de falha  $S$  são definidas de forma independente, conforme será mostrado em por menores.

#### DOMÍNIO 1 (Compressão – Compressão – Compressão, $0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ )

Nesse domínio a tensão equivalente  $F$  assume o valor da tensão de cisalhamento média ( $\tau_m$ ), de acordo com a Eq. (A.6).

$$F = F_1 = \frac{1}{\sqrt{15}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.6})$$

A superfície de falha  $S$  é definida a partir do modelo de cinco parâmetros de Willam-Warnke, que pode ser descrita como função dos parâmetros conforme a Eq. (A.7). A representação esquemática da superfície é apresentada na FIGURA A.1.

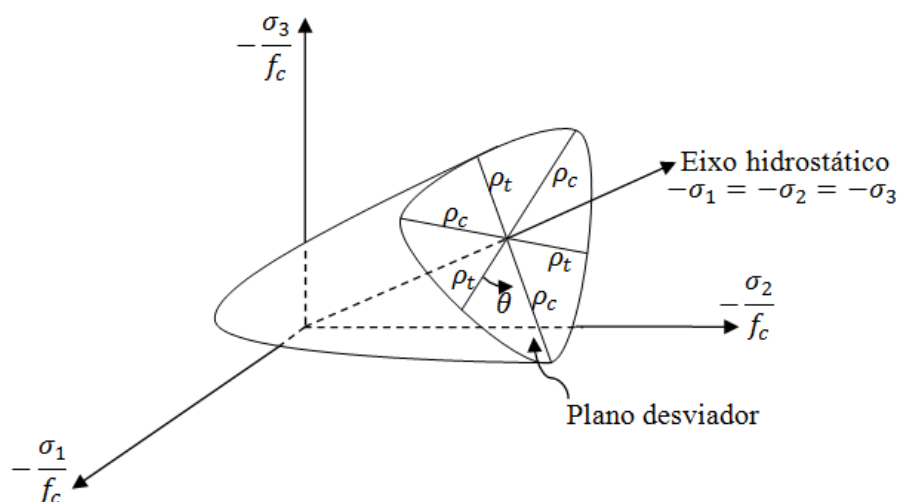


FIGURA A.1 – Superfície de falha 3D no espaço das tensões principais

$$S = S_1 = \frac{2\rho_c(\rho_c^2 - \rho_t^2)\cos\theta + r_c(2\rho_t - \rho_c)[4(\rho_c^2 - \rho_t^2)\cos^2\theta + 5\rho_t^2 - 4\rho_t\rho_c]^{\frac{1}{2}}}{4(\rho_c^2 - \rho_t^2)\cos^2\theta + (\rho_c - 2\rho_t)^2} \quad (\text{A.7})$$

Nas Eq. (A.6) e (A.7) os termos utilizados são definidos por:

$$\rho_t = a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2 \quad (\text{meridiano de tração, } \theta = 0^\circ) \quad (\text{A.8})$$

$$\rho_c = b_0 + b_1\xi + b_2\xi^2 \quad (\text{meridiano de compressão, } \theta = 60^\circ) \quad (\text{A.9})$$

$$\cos\theta = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{A.10})$$

$$\xi = \frac{\sigma_h}{f_c} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{f_c} \quad (\text{A.11})$$

Na FIGURA A.2 é mostrado um corte da superfície de falha normal ao eixo hidrostático, onde nota-se que a seção transversal da superfície é composta por partes de curvas elípticas em cada setor de  $120^\circ$ , sendo que em cada setor existe uma simetria à  $60^\circ$ .

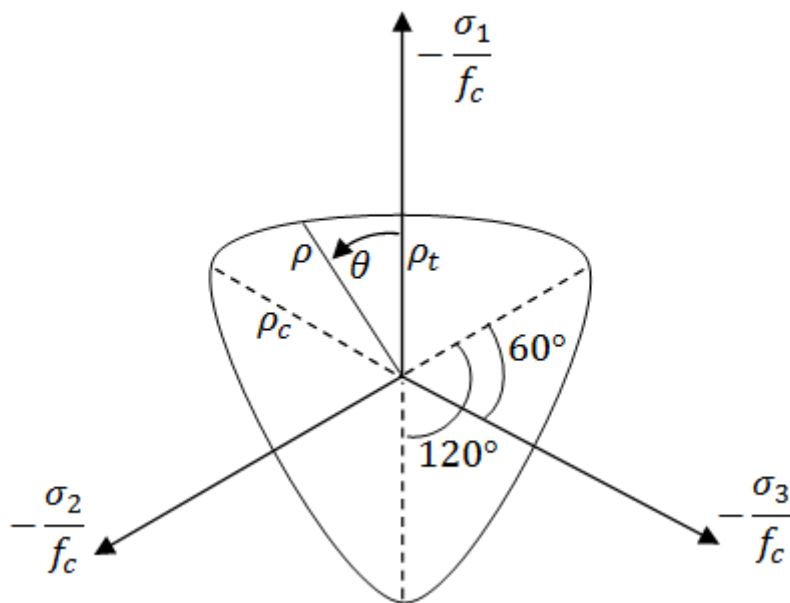


FIGURA A.2 – Seção vista no plano desviador, referente ao modelo de Willam-Warnke

Os meridianos de tração e compressão (Eq. (A.8) e (A.9)) são determinados através do ajuste dos parâmetros  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_0$ ,  $b_1$  e  $b_2$ , de tal maneira que  $f_t$ ,  $f_c$ ,  $f_{cb}$ ,  $f_1$  e  $f_2$  coincidam com a superfície de falha (FIGURA A.3).

A determinação das funções  $\rho_t$  e  $\rho_c$  surge da solução simultânea dos seguintes sistemas de equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = f_t, \sigma_2 = \sigma_3) \\ \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = 0, \sigma_2 = \sigma_3 = -f_c) \\ \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = -\sigma_h^a, \sigma_2 = \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_1) \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & \xi_t & \xi_t^2 \\ 1 & \xi_{cb} & \xi_{cb}^2 \\ 1 & \xi_1 & \xi_1^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -f_t) \\ \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = \sigma_2 = -\sigma_h^a, \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_2) \\ 0 \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 1 & \xi_2 & \xi_2^2 \\ 1 & \xi_0 & \xi_0^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

Os termos presentes nas Eq. (A.12) e (A.13) são definidos conforme abaixo:

$$\xi_t = \frac{f_t}{3f_c}, \quad \xi_{cb} = -\frac{2f_{cb}}{3f_c}, \quad \xi_1 = -\frac{\sigma_h^a}{f_c} - \frac{2f_1}{3f_c}, \quad \xi_2 = -\frac{\sigma_h^a}{f_c} - \frac{f_2}{3f_c} \quad (\text{A.14})$$

Considerando que os meridianos interceptam o eixo hidrostático em  $\xi_0$ , tem-se que:

$$a_0 + a_1\xi_0 + a_2\xi_0^2 = 0 \quad (\text{A.15})$$

Para que a superfície de falha se mantenha convexa a relação  $\rho_1/\rho_2$  deve ser restrita ao intervalo  $0,5 < \rho_1/\rho_2 < 1,25$ . Cabe colocar que o limite inferior 0,5 torna a seção transversal ao eixo hidrostático triangular. Para  $\rho_1/\rho_2 = 1$  a seção transversal ao mesmo eixo é circular.

Adicionalmente os coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_0$ ,  $b_1$  e  $b_2$  devem respeitar as seguintes regras:

$$a_0 > 0, a_1 \leq 0, a_2 \leq 0 \quad \text{e} \quad b_0 > 0, b_1 \leq 0, b_2 \leq 0 \quad (\text{A.16})$$

Satisfeitas estas condições, garante-se que a superfície seja fechada, considerando a ruptura do material para tensões hidrostáticas elevadas ( $\xi > \xi_2$ ), fato que não se verifica experimentalmente.

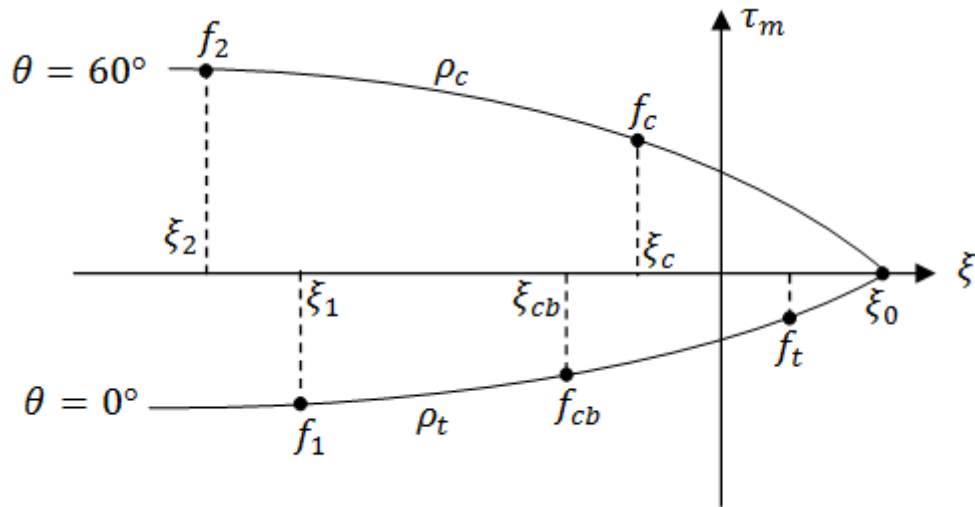


FIGURA A.3 – Meridianos da superfície de falha de Willam-Warneke.

DOMÍNIO 2 (Tração – Compressão – Compressão,  $\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ )

Nesse domínio a tensão equivalente  $F$  é calculada de maneira semelhante ao domínio 1, entretanto, despreza-se a tensão principal de tração  $\sigma_1$  conforme a Eq. (A.17).

$$F = F_2 = \frac{1}{\sqrt{15}} [(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.17})$$

A existência da tensão principal de tração provoca uma redução na resistência do material, portanto, a superfície de falha  $S$  no domínio 2 é reduzida, de acordo com a Eq. (A.18).

$$S = S_2 = \left(1 - \frac{\sigma_1}{f_t}\right) S_1 \quad (\text{A.18})$$

As variáveis  $\rho_t$  e  $\rho_c$  presentes na expressão  $S_1$ , bem como os parâmetros  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_0$ ,  $b_1$  e  $b_2$ , devem ser calculados como no domínio 1, mas desconsiderando-se a tensão principal de tração  $\sigma_1$  na equação de  $\xi$ .

$$\xi = \frac{\sigma_h}{f_c} = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{f_c} \quad (\text{A.19})$$

Caso a Eq. (A.1) seja satisfeita, ocorrerá uma fissura no plano perpendicular à tensão principal de tração  $\sigma_1$ .

DOMÍNIO 3 (Tração – Tração – Compressão,  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$ )

Nesse domínio cada tensão principal de tração é verificada individualmente, e, portanto, a tensão equivalente  $F$  se reduz à própria tensão analisada, conforme a Eq. (A.20).

$$F = F_3 = \sigma_i ; i = 1,2 \quad (\text{A.20})$$

A superfície de falha torna-se então a própria resistência uniaxial à tração (adimensionalizada pela resistência uniaxial de compressão) majorada em função da existência de uma tensão de compressão  $\sigma_3$ .

$$S = S_3 = \frac{f_t}{f_c} \left( 1 + \frac{\sigma_3}{f_c} \right) ; i = 1,2 \quad (\text{A.21})$$

Caso o critério de falha seja satisfeito para ambos os casos ( $i = 1,2$ ), ocorrerão duas fissuras, uma perpendicular à tensão principal  $\sigma_1$  e a outra perpendicular à tensão principal  $\sigma_2$ . Se o critério de falha for satisfeito apenas para  $i = 1$ , ocorrerá apenas uma fissura, perpendicular à  $\sigma_1$ .

DOMÍNIO 4 (Tração – Tração – Tração,  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$ )

De maneira análoga ao domínio 3, a verificação do critério no domínio 4 se dá para cada uma das tensões principais de tração individualmente. Logo, a tensão equivalente  $F$  é definida da seguinte forma:

$$F = F_4 = \sigma_i ; i = 1,2,3 \quad (\text{A.22})$$

Desta maneira, a superfície de falha se reduz à própria resistência uniaxial à tração adimensionalizada pela resistência uniaxial de compressão, como segue:

$$S = S_4 = \frac{f_t}{f_c} ; i = 1,2,3 \quad (\text{A.23})$$

Cada direção verificada ( $i = 1,2,3$ ) que satisfizer o critério de falha indicará o surgimento de uma fissura perpendicular à mesma.

A FIGURA A.4 resume esquematicamente a superfície de falha proposta por Willam-Warnke para um estado de tensão aproximadamente biaxial.

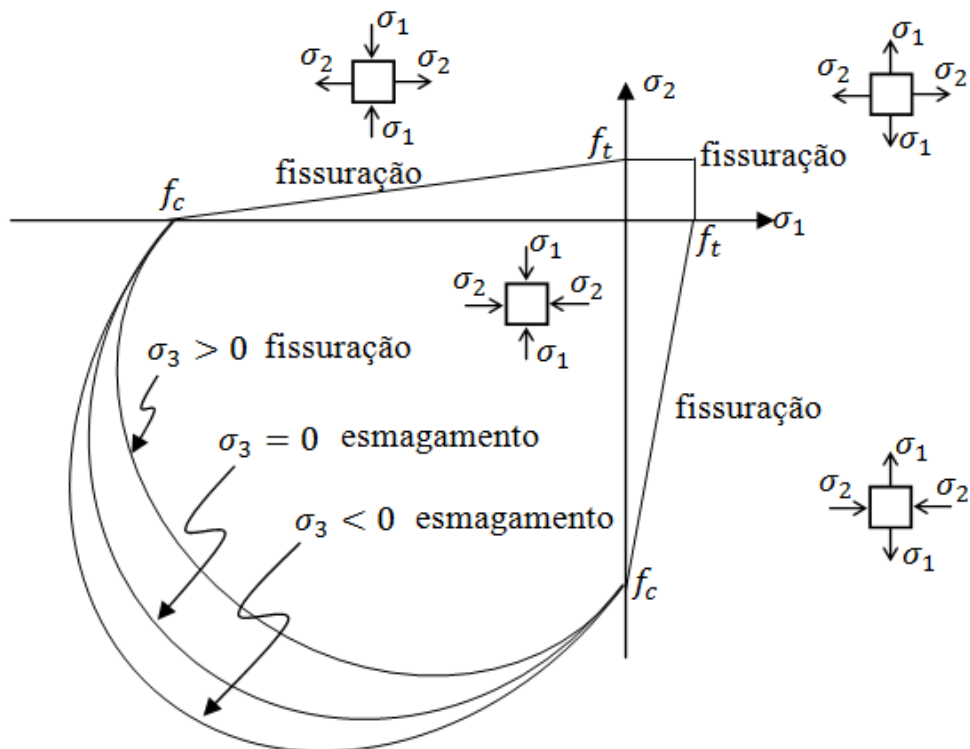


FIGURA A.4 – Superfície de falha de Willam-Warnke para um estado de tensão aproximadamente biaxial [Fonte: Documentação do ANSYS]