

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de  
Minas

Dissertação de Mestrado

**Avaliação do Modelo dos Compartimentos aplicado à  
flotação de minério de cobre**

Autora: Nilce Alves dos Santos  
Orientador: Prof. Afonso Henriques Martins  
Co- Orientador: Prof. Antônio Eduardo Clark Peres  
Co- Orientador: Orivaldo Normando Savassi

Janeiro/2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de  
Minas

Nilce Alves dos Santos

**Avaliação do Modelo dos Compartimentos aplicado à  
flotação de minério de cobre**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
Metalúrgica, Materiais e de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais

Área de Concentração: Tecnologia Mineral

Orientador: Prof. Afonso Henriques Martins  
Co- Orientador: Prof. Antônio Eduardo Clark Peres  
Co- Orientador: Dr. Orivaldo Normando Savassi

Janeiro /2014

A minha mãe, Cecília,  
a meu pai, Hamilton  
e a minha avó, “*Manzinha*” Eutália,  
com gratidão e amor.

## *Agradecimentos*

A Deus, pelo dom da vida, por ter me cercado de pessoas tão especiais e por haver me concedido tantas oportunidades.

Aos três maiores exemplos de vida, garra, força e fé que tenho:

- ≈ A minha mãe, Cecília, pelo exemplo de fé, decisão e ação em todo o tempo, pelo carinho, apoio e cuidado, pelas orações e, principalmente, por nunca ter desistido de acreditar que este trabalho se concluiria. A sua fé me sustenta, a sua alegria me renova, a sua decisão de manter a chama sempre acesa me ilumina. Seu apoio sereno e silencioso produziu frutos.
- ≈ A meu pai, Hamilton, (sempre presente), um grande homem, pelo exemplo de justiça, bondade e simplicidade, por todo o carinho, pelo amor à vida, por haver me ensinado a buscar profundidade em tudo, a gostar de ler e de buscar o conhecimento, a encantar-me com a arte que existe em saber.
- ≈ A minha avó, minha “Manzinha” Eutália (sempre presente), exemplo de imensa garra e determinação, por todo o cuidado, carinho e presença constantes e por ser a primeira mestra que, entre tantas coisas e valores, ensinou-me, desde criança, o valor e a importância do estudo constante e do trabalho bem feito.

Aos meus irmãos queridos, Denise e Antônio, que tanto me alegram com suas brincadeiras e fazem a vida leve.

A Orivaldo Savassi, grande mestre e amigo, mentor do modelo dos compartimentos, por haver me disponibilizado todo o conhecimento que dispunha sobre simulação de flotação, com toda a paciência e confiança. Seu apoio, orientação e ensinamento foram essenciais para que este trabalho se concluísse.

A Vania Andrade, grande mestre e amiga com quem aprendi muitíssimo sobre flotação, por iniciar-me nesta área e pelo apoio, confiança, presença e amizade constantes. Seu suporte é sempre um incentivo.

Aos amigos Paulo Roberto Soutto Mayor Nogueira e Maria Cristina Almeida Valadares, pelo incentivo ao meu desenvolvimento, pela confiança em meu potencial, por haverem provido apoio e suporte e pela amizade. Através deles, agradeço também ao Centro de Desenvolvimento Mineral da Vale.

A Alcides Fontana, Kleber Menezes, Kelly Oliveira, Roberto Rezende, Airton Fonseca, José Maria Silva por todo suporte, atenção e profissionalismo na condução e execução dos testes.

A Rogério Kwitko, por ter conduzido os estudos mineralógicos por QEMScan deste projeto com toda a atenção, disponibilizando-se a encontrar um tempo para realizá-los quando tantos outros projetos demandavam atenção simultânea.

A Gislayne Luz e equipe do laboratório químico que conduziram as análises químicas.

A Reginaldo Sérgio Liberato, pelo suporte e apoio constantes concedidos através da ERIEZ, bem como por me ensinar os aspectos práticos e de desenvolvimento de novos equipamentos para a flotação industrial.

A Fábio Duarte e Wesley Medeiros, pela companhia e apoio e por compartilharem seus conhecimentos de flotação.

A Antônio Eduardo Clark Peres e Afonso Henriques Martins, professores orientadores, por todo apoio e suporte concedidos no período do mestrado.

A todos os amigos e colegas que estiveram envolvidos neste trabalho, direta ou indiretamente, e a todos os que ao longo destes anos, de um modo ou de outro, o incentivaram e acreditaram nele.

*Muito obrigada.*

## Sumário

Capítulo 1 -	Introdução .....	1
Capítulo 2 -	Objetivos .....	4
Capítulo 3 -	Revisão Bibliográfica .....	5
3.1	Subdivisões do Modelo dos Compartimentos .....	10
3.2	Regiões hidrodinâmicas na célula de flotação.....	11
3.3	Descrição Geral do Modelo dos Compartimentos.....	14
3.4	Fenômenos de transferência de massas - Arraste Mecânico .....	20
3.4.1	Modelamento de Arraste Mecânico.....	23
3.5	Fenômenos de transferência de massas - Recuperação na Espuma.....	28
3.5.1	Modelamento da Recuperação de Espuma.....	30
3.6	Recuperação de água .....	38
3.6.1	Modelamento da recuperação de água .....	38
3.7	Flotação Real .....	40
3.8	Resumo do conjunto de modelos .....	41
Capítulo 4 -	Metodologia .....	43
4.1	Escolha, preparação e caracterização do minério .....	43
4.2	Preparação da Mini Planta Piloto.....	44
4.2.1	Cálculo da aeração à pressão atmosférica .....	45
4.2.2	Preparação e medição das células.....	45
4.3	Testes de Calibração .....	47

4.3.1	Balanços de Massas e Determinação das Recuperações .....	51
Capítulo 5 -	Resultados .....	53
5.1	Caracterização da amostra inicial .....	53
5.1.1	Caracterização Química e Granulometria.....	53
5.1.2	Caracterização Mineralógica .....	55
5.2	Parâmetros gerais dos testes de Calibração .....	58
5.2.1	Ajuste da aeração .....	58
5.2.2	Medidas das células para cálculo de volumes de espuma .....	58
5.3	Resultados balanceados dos testes de calibração – Dados Globais .....	58
5.4	Avaliação e escolha de modelos .....	60
5.4.1	Avaliação de modelos de recuperação de água .....	61
5.4.2	Avaliação dos modelos de arraste mecânico .....	64
5.4.3	Recuperação na espuma.....	70
5.4.4	Taxa de flotação na zona de coleta .....	72
5.4.5	Recuperação Global .....	73
Capítulo 6 -	Conclusões .....	74

## Índice de Tabelas

Tabela 3.1- Resumo dos modelos matemáticos avaliados.....	42
Tabela 4.1 – Dosagens de reagentes utilizadas nos testes em planta piloto. ....	48
Tabela 4.2 – Condições gerais utilizadas nos testes de calibração.....	49
Tabela 4.3 – Plano de amostragem para testes de calibração.....	51
Tabela 4.4 – Procedimento para determinação do balanço metalúrgico.....	52
Tabela 5.1 – Resultados de análise química do minério de Sossego – Alimentação dos testes .....	53
Tabela 5.2 – Distribuição granulométrica, teores e distribuição de cobre por fração da alimentação .....	54
Tabela 5.3 – Distribuição granulométrica, teores e distribuição de cobre por fração da alimentação – Base para balanços .....	55
Tabela 5.4 – Resultados de liberação da amostra de alimentação .....	56
Tabela 5.5 – Áreas de seções transversais das células e vazão de ar para cada condição dos testes realizados.....	58
Tabela 5.6 – Balanço de massas teste Cal 01 – 2 cm de espuma .....	59
Tabela 5.7 – Balanço de massas teste Cal 02– 3 cm de espuma .....	59
Tabela 5.8 – Balanço de massas teste Cal 03– 4 cm de espuma .....	59
Tabela 5.9 – Principais resultados de processo da etapa rougher dos testes de calibração.....	60
Tabela 5.10 – Dados relativos à recuperação de água na espuma .....	63
Tabela 5.11 – Grau de arraste mecânico no rougher 1 para os testes Cal 01, Cal 02 e Cal 03.....	64
Tabela 5.12 – Grau de arraste mecânico global no rougher 1 e dados de recuperação de calcopirita e água .....	65
Tabela 5.13 Dados medidos de arraste mecânico e dados calculados com o modelo de Yianatos .....	69

Tabela 5.14 – Resultados globais de recuperação na espuma na etapa rougher	
1 .....	71
Tabela 5.15–Sumário de dados obtidos por simulação e teores de calcopirita	
no concentrado .....	73

## Índice de Figuras

Figura 3.1 – Representação gráfica de estimativas de taxas de adesão para partículas de 60 $\mu\text{m}$ . Valores negativos indicam desprendimento (Koh e Schwarz 2007) .....	11
Figura 3.2 – Regiões hidrodinamicamente distintas na célula de flotação .....	12
Figura 3.3 – Transferência de massa em uma célula de flotação (adaptado de Laplante et al, 1989). .....	15
Figura 3.4 – Diagrama de recuperações nas regiões de polpa e espuma (adaptado de Finch and Dobby, 1990).....	16
Figura 3.5- Etapas do arraste mecânico em uma célula industrial de flotação (adaptado de Smith e Warren, 1989).....	21
Figura 3.6 - A forma da curva empírica para arraste mecânico. ....	27
Figura 3.7 - Diagrama esquemático representando o fluxo de área de superfície de bolha - $S_b$ .....	32
Figura 3.8 - Diagrama simplificado de transferência de massas através da polpa e espuma, sem considerar arraste mecânico.....	35
Figura 3.9 – Taxa de flotação em função da altura da camada de espuma ( Vera et al, 2002) .....	36
Figura 4.1 – Mini Planta Piloto de Flotação .....	44
Figura 4.2 – Foto e diagrama da cuba MPP com crowder. A marca indica a altura de 2 cm .....	46
Figura 4.3 – Imagem da cuba MPP com crowder e diagrama de formas geométricas utilizado para calcular os volumes de espuma.....	46
Figura 4.4 – Diagrama da cuba MPP com crowder indicando as dimensões utilizadas para calcular os volumes de polpa e espuma .....	46
Figura 4.4– Fluxograma e diagrama de disposição das células da MPP para o circuito usado nos testes de calibração .....	48

Figura 5.1 – Distribuição granulométrica e teores de cobre por fração de tamanho .....	55
Figura 5.2 – Gráficos de teor de calcopirita e de recuperações de massa, de calcopirita e de água em função do tempo de retenção do ar na espuma para o rougher 1 .....	60
Figura 5.3 – Recuperação de água em relação ao tempo de retenção na espuma .....	62
Figura 5.4 – Recuperação de ganga e calcopirita em função da recuperação de água .....	62
Figura 5.5 – Recuperação de água em função do tempo de retenção na espuma.....	63
Figura 5.6 – Recuperação de ganga livre em função do tempo de retenção na espuma e da recuperação de água.....	65
Figura 5.7 – Comparação entre o arraste mecânico medido e curvas do modelo de Savassi para as três alturas de espuma .....	67
Figura 5.8 – Comparação entre o arraste mecânico medido e curvas do modelo de Bisshop e White para as três alturas de espuma .....	68
Figura 5.9 – Comparação entre o arraste mecânico medido e curvas do modelo de Yianatos para as três alturas de espuma.....	69
Figura 5.10 – Recuperação de calcopirita calibrada versus recuperação de calcopirita medida para os três testes com diferentes alturas de espuma .....	73

## *Índice de Notações*

Area = área da seção transversal da célula

$C_A$  = concentração do mineral A

$C_{A0}$  = concentração do mineral A no tempo = 0

$C_{At}$  = concentração do mineral A no tempo = t

$C_B$  = concentração de bolhas

$d_b$  = diâmetro médio de Sauter da bolhas

$d_i$  = diâmetro das partículas

$E(t)$  = distribuição de tempos de residência

ENT = fator de arraste mecânico (entrainment)

$F_s$  = vazão de sólidos do concentrado

$h_f$  = altura da camada de espuma

$J_g$  = velocidade superficial do ar

$k$  = taxa cinética de flotação

$k_{CZ}$  = taxa cinética de flotação na zona de coleta

$k_f$  = taxa cinética de flotação na região de espuma

$P$  = probabilidade de flotação

$Q_w$  = vazão de água recuperada

$R$  = recuperação global

$R_{att}$  = recuperação de partículas aderidas às bolhas

$R_C$  = recuperação na zona de coleta, por adesão às bolhas

$R_f$  = recuperação na zona de espuma, por adesão às bolhas

$R_{SUS}$  = recuperação de partículas suspensas

$R_t$  = recuperação global no tempo t

$R_w$  = recuperação de água

$R_{wf}$  = recuperação de água na região de espuma

$S_b$  = fluxo de área superficial de bolha

$t$  = tempo

$V_{ar}$  = vazão volumétrica de ar

$\alpha$  = parâmetro de drenagem de água do modelo de Bisshop and White

$\beta$  = parâmetro de cinética da espuma nos modelos de Gorain e Vera

$\beta_{fw}$  = parâmetro de cinética de drenagem de água no modelo de Gorain

$\delta$  = tamanho de partícula para o qual o grau de arraste mecânico é igual a 50 % no modelo de Yianatos

$\epsilon$  = parâmetro de drenagem de partículas arrastadas do modelo de Bisshop and White

$\varphi$  = parâmetro de drenagem da camada de espuma nos modelos de Savassi e Yianatos

$\kappa_1$  = constante do modelo de Bisshop and White

$\kappa_2$  = constante do modelo de Bisshop and White

$\rho_m$  = densidade do minério e da polpa respectivamente

$\rho_p$  = densidade da polpa

$\tau$  = tempo médio de residência

$\tau_{cz}$  = tempo médio de residência na zona de coleta

$\tau_f$  = tempo médio de retenção do ar na região de espuma

$\xi$  = tamanho de partícula para o qual o grau de arraste mecânico é igual a 20 % no modelo de Savassi

$\omega_{sus}^{con}$  = massa de ganga livre por massa de água no concentrado

$\omega_{sus}^{qz}$  = massa de ganga livre por massa de água na região quiescente de polpa

$\omega_{sus}^{tail}$  = massa de ganga livre por massa de água no rejeito

## **Resumo**

O modelo de flotação dos compartimentos desenvolvido por Savassi em 2005 fundamenta-se na transferência de massas entre as fases de polpa e espuma e integra parâmetros referentes aos principais fenômenos de transferência de massas. Associados a este modelo podem ser utilizados modelos acessórios para cada um dos fenômenos de transferência. O modelo dos compartimentos assim como um conjunto de modelos acessórios que representam a recuperação na espuma, a recuperação de água e o arraste mecânico são avaliados. Para isto, foi utilizado um circuito de flotação simples para concentração de um mineral de calcopirita, em regime contínuo, utilizando a Mini Planta Piloto de flotação. Os resultados mostraram que o modelo dos compartimentos permite uma boa integração dos distintos modelos e fenômenos de flotação tendo sido calibrado de modo bem sucedido.

## **Abstract**

The compartment model, developed by Savassi (2005) to simulate flotation, is based on mass transfer between pulp and froth phases and integrates the parameters related to these main mass transfer phenomena. Associated to this model, parallel models can be used to represent each of these phenomena. The compartment model, as well as a set of models that represent the froth recovery, the water recovery and the entrainment, is assessed. To do so, a simple flotation circuit was used to concentrate a chalcopyrite mineral, in a continuous flow, using a flotation Mini Pilot Plant. Results demonstrated that the compartment model provides a good integration among the parallel models and flotation phenomena, having been successfully calibrated.

## *Capítulo 1 - Introdução*

O modelamento de processos minerais é relevante para vários propósitos: projeto e desenvolvimento, avaliação e análise de desempenho de processos, escalonamento e projeto de equipamentos e, principalmente, simulação, visando prever o comportamento do minério em diferentes condições de processamento.

A flotação é um dos métodos de separação mineral mais usados no mundo. Os princípios fundamentais do processo de flotação são bem entendidos, entretanto, tem sido muito difícil consolidar modelos preditivos quantitativos confiáveis que possam ser utilizados para simular a operação de flotação em células industriais (King, 2001). A razão desta dificuldade encontra-se na complexidade dos diversos subprocessos e condições que se combinam para produzir o resultado final de processo, bem como na existência de um grande número de condições que afetam o desempenho da flotação. Como exemplo, diversas relações matemáticas distintas foram apresentadas para representar a relação entre tamanho de partícula, tamanho de bolha e recuperação na flotação. Cada uma delas era válida dentro das condições testadas, para o minério estudado, mas não necessariamente eram aplicáveis em condições afastadas do intervalo avaliado ou para outros tipos de minério. Dentro deste contexto, é essencial entender as vantagens e limitações do modelamento da flotação.

Nos últimos 40 anos, um grande número de modelos foi proposto e avaliado. Neste período, os avanços em informática, a evolução das técnicas de caracterização mineralógica e química e o desenvolvimento de novos métodos de controle de processo permitiram incluir diversos aspectos e condições de processo que antes não eram mensuráveis. Ainda assim, até o presente, não existe um modelo capaz de representar o processo por completo em todas as suas dimensões, sendo necessário estabelecer um sistema, um conjunto estruturado de modelos. Este, por sua vez, será

mais ou menos adequado para aplicação conforme suas características sejam compatíveis com a natureza das condições a serem simuladas e permitam obter previsões mais confiáveis e com o custo de utilização e/ou tempo de execução menores do que a realização de testes físicos. O desafio atual corresponde a consolidar um sistema confiável que seja capaz de prever comportamentos tanto para o minério como um todo como para diferentes condições de granulometria, de liberação e de processo. Um sistema como este permitiria tanto a simulação da flotação de modo simples, quanto a integração entre moagem, flotação e outras operações unitárias para uma otimização conjunta de todo o circuito nos casos em que é realizada a análise por liberação.

Este trabalho pretende avaliar um dos modelos empíricos propostos recentemente, o modelo dos compartimentos (Savassi, 2005). A vantagem deste modelo está em fundamentar-se na transferência de massas entre as fases de polpa e espuma. O modelo é estruturado a partir de uma equação geral, em torno da qual podem ser utilizados modelos acessórios para cada um dos parâmetros de transferência de massas, formando um conjunto que pode ser flexível em relação à escolha dos modelos acessórios. Esta fundamentação é interessante por diversos fatores:

- A equação geral de cálculo da recuperação fundamenta-se na relação geral de transferência de massas que é válida em qualquer caso.
- As variáveis relevantes da equação geral são modeladas separadamente com maior ou menor grau de detalhe, relacionando-as a condições mais específicas de processo. Mais de um modelo pode ser avaliado para cada uma destas variáveis e aquele mais adequado pode ser adotado para o processo estudado, o que torna a estrutura bastante flexível.
- Ao considerar as fases de polpa e espuma como compartimentos separados, os fenômenos podem ser mais bem representados empiricamente em cada fase.

- A equação geral pode ser aplicada para o minério como um todo bem como por fração granulométrica e por classe de tamanho-liberação, dependendo somente da extensão com que os modelos acessórios apresentam a mesma capacidade de aplicação. Quando este é o caso, é possível atribuir a cada classe valores específicos, cujo somatório define os efeitos de granulometria e da proporção de mineral liberado sobre o processo. Assim, quando a proporção de um determinado tamanho é alterada por mudança de condições de moagem, por exemplo, o modelo continua válido, sendo necessário somente alterar a proporção desta fração de tamanho. A mesma lógica aplica-se a uma mudança de proporção mineral no minério. Deste modo, o modelo é muito adequado tanto para uma aplicação simples e direta na flotação quanto para uma integração geral entre a flotação e moagem, considerando as classes de tamanho e liberação.

Em função destas características, o modelo dos compartimentos tem grande potencial de se consolidar como a referência mais adequada no modelamento semi-empírico de flotação, bem como de se tornar o modelo preferencial para ajuste conjunto de moagem e flotação, permitindo uma otimização integrada do processo.

A avaliação deste modelo proporcionará o conhecimento detalhado de sua estrutura, da fundamentação física ou teórica das equações matemáticas propostas e do processo de obtenção de parâmetros. Os resultados de testes realizados com um minério de cobre calcopirítico de Sossego, na região de Carajás, PA, processado em Mini Planta Piloto de flotação, possibilitarão avaliar a aplicabilidade do modelo nas condições testadas e, eventualmente, propor melhorias, ajustes e novas possibilidades de desenvolvimento.

## **Capítulo 2 - Objetivos**

Esta dissertação tem como objetivo avaliar o modelo dos compartimentos, modelo matemático de flotação desenvolvido por Savassi (2005) que envolve o balanço e a aplicação de equações de transferência de massas e de cinética nas regiões de espuma e de polpa. Serão avaliados:

- A equação geral de cálculo da recuperação, que é a base do modelo.
- Distintos modelos de arraste mecânico e de recuperação na espuma.
- Um modelo de recuperação de água
- O significado físico das variáveis das diversas equações e modelos acessórios que compõem a abordagem do modelo.
- A validade das premissas e dos modelos, suas adequações, aplicabilidade e limitações.
- A qualidade do ajuste matemático das diversas equações em relação aos resultados experimentais.
- A possibilidade de novos desenvolvimentos no modelo.

## Capítulo 3 - Revisão Bibliográfica

Historicamente, o primeiro modelo de flotação cinético foi proposto por Zuniga em 1935 (Brozek e Mlynarczykowska, 2007) e considerava que a interação partícula (A) - bolha (B) seria análoga a uma reação química  $A + B \rightarrow AB$  (Mendez et al, 2009). Seguindo este mecanismo, a concentração do mineral  $C_A$  decresce com o tempo  $t$  em relação à concentração de bolhas  $C_B$ , seguindo a equação:

$$\frac{-dC_A}{dt} = k C_B^m C_A^n \quad 3.1$$

Onde  $m$  e  $n$  representam a ordem da equação para  $C_B$  e  $C_A$  e  $k$  é a taxa de flotação, que somente é constante se todas as condições além de  $C_A$  e  $C_B$  permanecem inalteradas.

Quando a concentração de bolhas também é constante,  $C_B$  pode ser incorporado ao parâmetro  $k$  simplificando a equação para:

$$\frac{-dC_A}{dt} = k C_A^n \quad 3.2$$

E se a cinética é de primeira ordem:

$$\frac{-dC_A}{dt} = k C_A \quad 3.3$$

Utilizando as condições limite

$$C_A = C_{A0} \quad \text{no tempo} \quad t = 0$$

$$C_A = C_{At} \quad \text{no tempo} \quad t = t$$

Tem-se

$$C_{At} = C_{A0} \exp(-kt) \quad 3.4$$

E como a recuperação no tempo  $t$ ,  $R_t$ , corresponde a:

$$R_t = \frac{C_{A0} - C_{At}}{C_{A0}} \quad 3.5$$

Então:

$$R_t = 1 - \exp(-kt) \quad 3.6$$

O tempo  $t$  corresponde ao tempo de residência do mineral A na célula de flotação e, na verdade, é diferente para as diversas partículas de sólidos em polpa, dependendo do regime de escoamento dentro da célula de flotação. O tempo real é representado por uma distribuição de tempos de residência,  $E(t)$ . Assim, a equação 3.4 corresponde a um caso particular de solução da equação geral que, *quando se considera o valor de  $k$  como uma constante única*, seria representada por:

$$C_{At} = C_{A0} \int_0^t \exp(-k \cdot t) \cdot E(t) dt \quad 3.7$$

A distribuição de tempos de residência real  $E(t)$  só pode ser medida através do acompanhamento de traçadores, o que nem sempre é viável. De modo prático, utilizam-se as distribuições que são obtidas em duas condições limite de escoamento em um reator: o regime tubular ou o de mistura perfeita.

No regime tubular, existe uma gradação contínua na concentração dos componentes ao longo do reator ou compartimento, no sentido do fluxo. Neste caso, todas as partículas da saída consomem o mesmo tempo dentro do reator, equivalente ao valor médio de tempo de residência,  $\tau$ , determinado por:

$$\tau = \frac{\text{volume do reator}}{\text{vazão volumétrica}} \quad 3.8$$

E o cálculo de recuperação pode ser feito a partir da equação 3.6 , utilizando-se o tempo médio  $\tau$  . Disto resulta:

$$R = 1 - e^{-k\tau} \quad (\text{regime tubular}) \quad 3.9$$

Na outra extremidade, há o caso onde existe a completa homogeneidade ao longo do reator ou compartimento. Neste caso, todo o material tem igual probabilidade de saída e o regime é conhecido como mistura perfeita. O rejeito de um compartimento como este tem a mesma composição de seu conteúdo.

Para um reator sob regime de mistura perfeita, a distribuição de tempos de residência  $E(t)$  pode ser calculada com base no tempo médio  $\tau$  através da equação seguinte:

$$E(t) = \frac{1}{\tau} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad 3.10$$

E, neste caso, a recuperação é dada por:

$$R = \frac{k\tau}{1 + k\tau} \quad (\text{mistura perfeita}) \quad 3.11$$

As equações 3.9 e 3.11 formam a base dos modelos cinéticos. Nelas,  $k$  corresponde à taxa de flotação da partícula indicando a maior ou menor propensão que o minério apresenta à flotação e, por isto,  $k$  é o principal parâmetro do modelo.

Este modelo cinético básico apresenta bom ajuste para dados em bancada e em escala industrial e permite obter a taxa de flotação do minério a partir do valor de recuperação e do tempo de residência nas células.

Entretanto, sua principal limitação reside no fato de não incorporar, explicitamente, características do minério, condições de flotação e do ambiente químico, o que não possibilita a simulação em condições distintas das que foram utilizadas quando da

determinação do parâmetro  $k$ . Esta limitação foi logo reconhecida. Schuhmann (1942) já mostrava que o comportamento cinético de minerais durante a flotação dependia grandemente das condições de processo e do minério. Desde então, diversos estudos demonstraram que o desempenho no processo depende do tamanho de partícula (Tomlinson and Fleming, 1963; Trahar, 1981; Crawford and Ralston, 1988), da composição do minério, particularmente a liberação (Lynch et al., 1981; Sutherland, 1989; Barberly, 1991) e de fatores que influenciam a hidrofobicidade mineral como o grau de oxidação e a densidade de adsorção do coletor (Klassen and Mokrousov, 1963; Smart, 2003) bem como da hidrodinâmica. Nas últimas décadas, diversas abordagens de modelamento surgiram tendo como base o modelo cinético, alterando-o ou ajustando-o para incluir estas condições, bem como novas abordagens, de cunho empírico ou de caráter mais teórico /fenomenológico foram propostas e avaliadas.

Quanto aos modelos de base cinética, várias formas foram utilizadas para melhorar o ajuste e a representatividade das equações originais ou para incluir condições de processo ou características do minério, muitas vezes criando uma nova estrutura de modelamento. De um modo geral, estas alterações incluem:

- a incorporação de termos para melhorar o ajuste nas equações (3.9) e (3.11), como a recuperação máxima  $R_{max}$ , equivalente à condição limite de flotação no tempo infinito;
- a utilização de outros parâmetros na definição da equação cinética, como tamanho de bolha e de partícula, altura de célula e probabilidades de adesão, estabelecendo não somente uma constante de flotação  $k$  mas um conjunto de parâmetros inter-relacionados e ligados à velocidade de flotação (citar referências)
- a divisão da flotação em compartimentos (polpa e espuma, por exemplo) com aplicação do modelo ou com o estabelecimento de modelos distintos separadamente em cada compartimento. (Flint, 1974; Harris, 1978; Lynch et al., 1981);

- a caracterização do minério e produtos de processo por fração granulométrica e aplicação do modelo por fração granulométrica (Trahar, 1981);
- a caracterização do minério por fração granulométrica e por classe de liberação em cada fração, com avaliação por classes (King, 1976);
- a distribuição da taxa de flotação em uma série de componentes ou através de uma distribuição contínua. O minério é entendido como sendo composto de frações que apresentam taxas de flotação distintas. Estas frações podem ser distribuídas de modo contínuo (Loveday, 1966; Huber-Panu et al., 1976; Klimpel, 1982; Dobby and Savassi, 2005) ou discreto, em um número fixo de componentes de flotação (Kelsall, 1961; Klimpel, 1982; Alexander and Morrison, 1998), como, por exemplo, componente de flotação rápida, flotação lenta e sem flotação;
- Uma combinação de abordagens descritas acima, incluindo modelos distintos para as diferentes fases (ou compartimentos) da flotação (Sutherland, 1989; Savassi, 2005; Amenluxen e Amenluxen, 2009; Welsby et al., 2010).

Também a partir de uma perspectiva mais acadêmica e voltada para a representação matemática de fenômenos fundamentais, diversos modelos foram desenvolvidos. (Mao and Yoon 1997; King, 2001; Pyke, et al. 2003). Entretanto, por apresentarem um grande número de parâmetros, muitas vezes de difícil mensuração, estes modelos tornam-se de pouco uso prático.

Dentre as opções descritas, o modelo dos compartimentos tem como vantagem o fato de considerar os principais fenômenos da flotação na polpa e na espuma, incorporando e relacionando diversos parâmetros dos subprocessos envolvidos, o que permite flexibilidade na simulação para diversas condições de processo e de características de minério. Embora haja uma quantidade considerável de informação e parâmetros a ser obtida, todas as medidas são factíveis ou podem ser estimadas com

razoável precisão seguindo métodos consolidados na literatura. Este modelo tem encontrado boa aceitação, tendo sido utilizado ou referenciado em diversos trabalhos (Yianatos, 2007; Mendez et al., 2009; Welsby et al., 2010).

### **3.1 Subdivisões do Modelo dos Compartimentos**

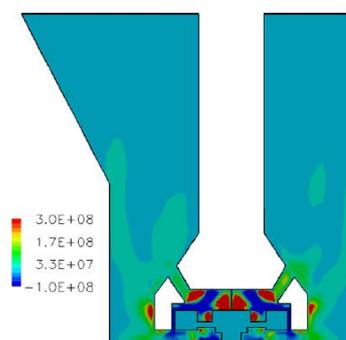
No modelo dos compartimentos, são relevantes três grandes subdivisões realizadas para melhor descrever o processo e sua relação com o minério:

1. *O processo de flotação é representado por uma equação geral que define a recuperação a partir dos principais mecanismos de transferência de massas sendo que a flotação real, o arraste mecânico e a recuperação na espuma e de água são os que mais impactam o concentrado e, portanto, definem o processo. Esta representação é o cerne do modelo.*
2. *Cada um destes mecanismos pode ser representado por um modelo paralelo específico.*
3. *Estes mecanismos de transferência ocorrem em duas fases existentes em cada célula: polpa e espuma, sendo que a polpa pode ser entendida através de uma zona de coleta e uma zona quiescente.*

O entendimento do modelo requer um detalhamento de cada um destes aspectos. Uma descrição geral é feita a seguir, iniciando com a divisão da célula em regiões hidrodinamicamente diferentes, seguindo-se a dedução geral do modelo dos compartimentos e as descrições de cada um dos principais parâmetros de transferência de massas.

### 3.2 Regiões hidrodinâmicas na célula de flotação

A probabilidade de colisão bolha-partícula decresce com o decréscimo da turbulência na polpa (Jameson, 1977; Yoon and Lutrell, 1989). Deste modo, a gradiente de turbulência existente na polpa de uma célula de flotação corresponde a uma gradiente de eficiência da coleta de partícula. A figura 3.1 apresenta uma distribuição de estimativas de taxa de adesão em uma célula Denver de laboratório, feita a partir de técnicas de fluido dinâmica computacional - CFD (Koh e Schwarz 2007). É notável o nível maior de eficiência de coleta nas proximidades do impelidor.



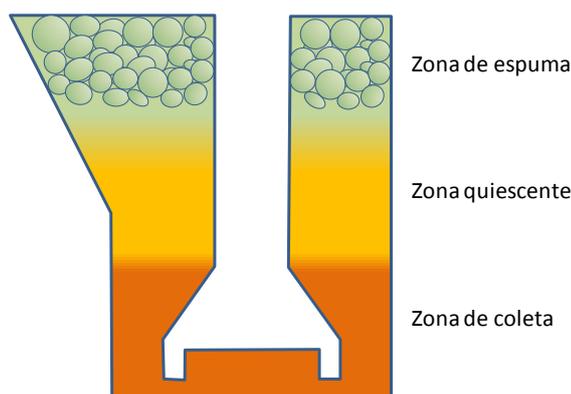
*Figura 3.1 – Representação gráfica de estimativas de taxas de adesão para partículas de 60 µm. Valores negativos indicam desprendimento (Koh e Schwarz 2007)*

No modelo dos compartimentos, como aproximação, a natureza complexa da transferência de massas dentro do espaço físico de uma célula e sua relação com a eficiência do processo de flotação são simplificadas pela consideração de que a célula pode ser dividida em duas regiões: uma região de polpa e uma região de espuma. A região de polpa, por sua vez, pode ser entendida como composta por duas zonas, a zona de coleta e a zona quiescente.

A *zona de coleta*, altamente turbulenta, localiza-se nas proximidades do impelidor, e corresponde à região em que ocorre a adesão bolha partícula sendo que todas as

partículas de uma mesma classe de liberação são coletadas com uma mesma velocidade independentemente da posição espacial das partículas.

Com o aumento da distância do impelidor, há uma transição gradual para uma região menos turbulenta ou *quiescente*, abaixo da espuma. Fabricantes de células observaram que a zona quiescente, sendo menos turbulenta, permite a migração ascendente de bolhas carregadas com chances mínimas de separação bolha-partícula (Smith et al, 1982). Sob a interface polpa-espuma, a ação mecânica dos agregados bolha-partícula faz com que a água e partículas suspensas sejam arrastadas para a *região de espuma*, que corresponde à área de espuma estável. A figura 3.2 representa esta divisão da célula.



*Figura 3.2 – Regiões hidrodinamicamente distintas na célula de flotação*

O regime da zona de coleta é considerado como de mistura perfeita para água e para todas as partículas suspensas. A zona quiescente, por outro lado, será considerada como sendo agitada o bastante para ter o regime de mistura perfeita para água e partículas finas, mas não tanto para provocar recirculação dos agregados bolha-partícula. Na região de espuma, a transferência de massas será considerada em relação ao fluxo de partículas originalmente suspensas e originalmente aderidas que entram na região, o que é o mesmo que tratar a espuma como uma caixa preta. Os principais mecanismos de transferência de massas são modelados como ocorrendo ao mesmo tempo embora sejam originados em diferentes lugares: a flotação real vindo da zona de coleta e arraste mecânico proveniente da zona quiescente. Uma partícula é

reportada como suspensa em água ou como aderida à bolha de ar dependendo de seu estado original antes de atravessar a interface polpa-espuma.

A dedução original do modelo dos compartimentos considera as três divisões separadamente (coleta, quiescente e espuma) e estabelece algumas premissas e simplificações para que todas as informações necessárias ao modelo possam ser obtidas adequadamente. Entretanto, quando todo o conjunto de premissas e simplificações é avaliado em relação às regiões da célula, nota-se que o modelo também pode ser deduzido utilizando-se somente duas regiões, polpa e espuma. Em outras palavras, para efeito de dedução do modelo, ainda que a coleta somente ocorra nas proximidades do impelidor, toda a polpa pode ser entendida como uma única região, já que se assume que os agregados bolha-partícula não serão alterados pela zona quiescente, tampouco recircularão de volta para a zona de coleta, uma vez que dela tenham saído. De fato, para a flotação real, a região quiescente é somente uma caixa de passagem que não altera os balanços. Para a recuperação por arraste, a região quiescente é onde o fenômeno se origina, mas como o arraste só é relevante para partículas finas e estas se distribuem igualmente por toda a polpa, novamente apenas o volume de controle da polpa é o bastante. Estes aspectos e conceitos serão explicados no próximo item.

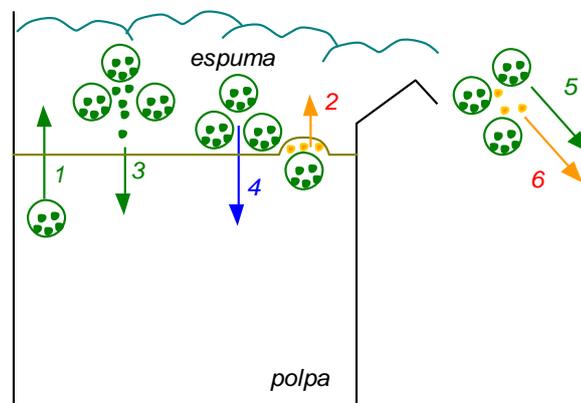
Será apresentada uma descrição geral do modelo dos compartimentos utilizando uma dedução simplificada, com apenas duas regiões efetivas, polpa e espuma - ou *latu sensu* - coleta e espuma. Nesta dedução, a zona quiescente será mencionada, porém, mais do que uma região separada em que devam ser considerados todos os fenômenos de transferência de massas, esta zona deve ser entendida como a porção da polpa logo abaixo a espuma, com menor turbulência, de onde se originam os fenômenos de arraste. O Anexo I contém uma comparação detalhada desta dedução simplificada e a dedução original, demonstrando a equivalência de ambas.

### **3.3 Descrição Geral do Modelo dos Compartimentos**

O entendimento da flotação como um conjunto de subprocessos é bastante antigo. Sutherland (1942) já propunha modelos que incluíam a probabilidade de desprendimento na espuma. Estudos de subprocessos específicos são amplamente descritos por Gaudin (1939, 1957) e Klassen and Mokrousov (1963). Diversos modelos complexos de cunho fundamental foram desenvolvidos representando mecanismos específicos, utilizando parâmetros detalhados. Entretanto, a utilização de modelos envolvendo conjuntos de fórmulas simplificadas que representam e integram mecanismos de transferências de massas é relativamente recente, tendo sido mais desenvolvida a partir de 1990. Em linhas gerais, e sem entrar no mérito das interações químicas, a flotação pode ser entendida através dos seguintes mecanismos de transporte:

1. *Adesão entre bolhas e partículas hidrofóbicas na região de polpa e transporte para região de espuma.*
2. *Arraste mecânico de partículas suspensas na região de polpa independentemente da hidrofobicidade.* O arraste mecânico (entrainment) é um processo que ocorre simultaneamente com a flotação real e relaciona-se à transferência de partículas da polpa para o concentrado, de modo não seletivo, devido à suspensão destas partículas no meio aquoso aprisionado entre as bolhas. Se a flotação real é o processo pelo qual partículas hidrofóbicas seguem a transferência de massas do ar, o arraste mecânico é aquele em que partículas suspensas seguem a transferência de massas da água. (Trahar, 1981)
3. *Desprendimento de parte das partículas na região de espuma devido à coalescência e/ou colapso das bolhas* (as partículas desprendidas ficam suspensas entre as bolhas juntamente com as transportadas por arraste mecânico).

4. *Drenagem de água e de parte das partículas suspensas entre as bolhas na região de espuma.*
5. *Transporte de partículas aderidas às bolhas a partir da espuma para o concentrado.*
6. *Transporte de água e partículas suspensas entre as bolhas para o concentrado (inclui partículas desprendidas). Estes mecanismos estão representados na figura 3.3.*



*Figura 3.3 – Transferência de massa em uma célula de flotação (adaptado de Laplante et al, 1989).*

A equação geral do modelo dos compartimentos consolida estes fenômenos.

Na flotação, a recuperação global,  $R$ , é composta pela recuperação de partículas aderidas às bolhas na região de polpa que permanecem aderidas através da camada espuma até reportarem ao concentrado,  $R_{att}$ , e pela recuperação de partículas suspensas,  $R_{sus}$ , que inclui tanto as partículas originalmente suspensas e arrastadas entre as bolhas como as partículas desprendidas que também são levadas ao concentrado por arraste mecânico. A adesão é o primeiro fenômeno e ocorre quase totalmente na região de coleta, com proporção muito pequena na região quiescente. O arraste é posterior, iniciando na interface entre a região quiescente e a região de espuma e refere-se a partículas suspensas e não aderidas. Tanto a recuperação de partículas suspensas quanto a recuperação de partículas aderidas irão depender das

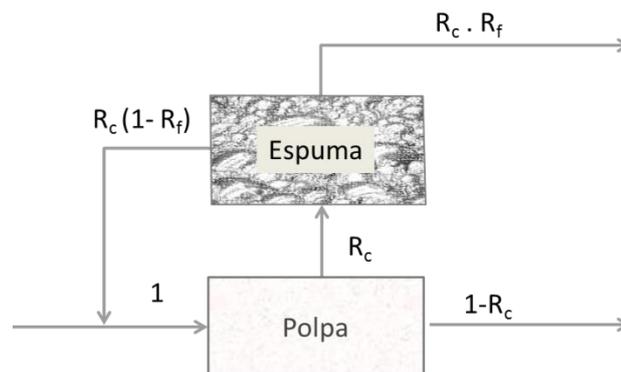
condições na espuma, mas em termos de recuperação global, da alimentação para o concentrado, pode-se afirmar que:

$$R = R_{att} + (1 - R_{att}) R_{sus} \quad 3.12$$

Que também pode ser expressa por:

$$R = R_{att}(1 - R_{sus}) + R_{sus} \quad 3.13$$

Então, para considerar separadamente os efeitos de sub-processos na polpa e na espuma é necessário identificar como as duas recuperações são afetadas em cada região. Finch e Dobby (1990) descreveram estas recuperações interligadas em um balanço na célula considerando-se os volumes de polpa e espuma. Seja  $R_c$  a recuperação de partículas na região de coleta exclusivamente por adesão e  $R_f$  a recuperação destas partículas na região de espuma, reportando ao concentrado. Como, em tese, a região quiescente não causa desprendimento expressivo por apresentar menor turbulência, pode-se considerar que a recuperação da zona de coleta será a mesma após passagem pela zona quiescente, ou seja, a recuperação da zona de coleta se mantém constante na polpa. O diagrama da figura 3.4 apresenta a relação entre os fluxos e estas recuperações na polpa e na espuma.



*Figura 3.4 – Diagrama de recuperações nas regiões de polpa e espuma (adaptado de Finch and Dobby, 1990)*

A partir do balanço, a recuperação de partículas aderidas,  $R_{att}$ , pode ser expressa por:

$$R_{att} = \frac{R_c \cdot R_f}{R_c \cdot R_f + 1 - R_c} \quad 3.14$$

E, deste modo, consolidando as equações (3.13) e (3.14), a recuperação global é expressa por:

$$R = \frac{R_C \cdot R_f (1 - R_{sus})}{R_C \cdot R_f + 1 - R_C} + R_{sus} \quad 3.15$$

Esta relação é a base para a elaboração da equação do modelo dos compartimentos, que detalha um pouco mais a recuperação de partículas suspensas  $R_{sus}$  e a recuperação de partículas aderidas na região de coleta  $R_C$ .

A recuperação de partículas suspensas  $R_{sus}$  está diretamente relacionada ao grau de arraste mecânico gerado no processo (ENT) que é quantificada pela seguinte relação (Savassi, 1998):

$$ENT = \frac{\omega_{sus}^{con}}{\omega_{sus}^{qz}} \quad \text{que equivale a} \quad ENT = \frac{R_{sus}}{R_w} \quad 3.16$$

Onde  $\omega_{sus}^{con}$  = massa de partículas suspensas por massa de água no concentrado

$\omega_{sus}^{qz}$  = massa de partículas suspensas por massa de água na *região quiescente de polpa*

e  $R_w$  = recuperação de água

Para expressar a recuperação de partículas suspensas em função do grau de arraste, novamente, é considerado o balanço de massas, em que, por definição,  $R_{sus}$  é dado pela massa de partículas suspensas que reportam ao concentrado, sobre massa de partículas suspensas na alimentação. Seja  $R_w$  a recuperação de água. A recuperação  $R_{sus}$  pode, então, ser calculada a partir de:

$$R_{sus} = \frac{\omega_{sus}^{qz}}{\omega_{feed}} \cdot ENT \cdot R_w \quad 3.17$$

Onde  $\omega_{sus}^{feed}$  = massa de partículas suspensas por massa de água na alimentação.

A proporção de massa de ganga livre por massa de água na região quiescente  $\omega^{qz}$  é mensurável, mas sua avaliação e associação com condições de processos não é trivial, o que dificulta consideravelmente seu uso para propósitos de simulação. No entanto, em uma célula convencional de flotação, pode-se assumir confiavelmente que o regime é de mistura perfeita para água e partículas finas tanto na região de coleta como na região quiescente. Assim, a composição da polpa é igual à composição do rejeito. Deste modo:

$$\omega_{sus}^{qz} = \omega_{sus}^{tail} \quad 3.18$$

Onde  $\omega_{sus}^{tail}$  = massa de ganga livre por massa de água no rejeito. Portanto:

$$R_{sus} = \frac{\omega_{sus}^{tail}}{\omega_{feed}} \cdot ENT \cdot R_w \quad 3.19$$

Considerando as definições das razões  $\omega$  para o rejeito e alimentação ( $\omega$  = massa de sólidos / massa de água no fluxo), esta expressão da recuperação de partículas suspensas pode ser relacionada à recuperação global sendo reescrita como:

$$R_{sus} = \frac{1-R}{1-R_w} \cdot ENT \cdot R_w \quad 3.20$$

Quanto à recuperação de partículas aderidas na região de coleta, assumindo que, nas proximidades do impelidor, o regime numa célula de flotação convencional é de mistura perfeita e que o processo de adesão ocorre segundo uma cinética de primeira ordem, então a relação é similar à equação (3.11).

$$R_c = \frac{k_{cz} \cdot \tau_{cz}}{k_{cz} \cdot \tau_{cz} + 1} \quad 3.21$$

A diferença entre esta relação (3.21) e a equação (3.11) é que a constante cinética  $k_{cz}$  refere-se exclusivamente à adesão bolha partícula na região de coleta, já que, no modelo dos compartimentos, toda a região de espuma é representada separadamente pela recuperação na espuma. A equação (3.11) também se refere a uma cinética de primeira ordem, mas ao utilizá-la para representar a flotação como um todo, sem considerar os efeitos da espuma separadamente,  $k$  torna-se dependente de um

número maior de fatores, incluindo os relacionados à espuma. Neste sentido, por ser exclusivo da região de coleta,  $k_{cz}$  aproxima-se mais da realidade da cinética da adesão bolha-partícula e pode ser relacionada a outros parâmetros diretamente ligados a este fenômeno.

Por fim, incorporando as equações de  $R_c$  e  $R_{sus}$  (eq. 3.20 e 3.21) à equação da recuperação global  $R$  (eq. 3.15), tem-se a fórmula geral do modelo dos compartimentos, consolidando as relações de transferência de massas, dada por:

$$R = \frac{k_{cz} \cdot \tau_{cz} \cdot R_f \cdot (1 - R_w) + ENT \cdot R_w}{(1 + k_{cz} \cdot \tau_{cz} \cdot R_f) \cdot (1 - R_w) + ENT \cdot R_w} \quad 3.22$$

Os parâmetros de tempo de residência na zona de coleta,  $\tau_{cz}$ , de recuperação na espuma  $R_f$ , de arraste mecânico, ENT, e de recuperação de água,  $R_w$ , são associados a modelos específicos, que relacionam estas variáveis a condições de processo e ao minério. Deste modo, existe flexibilidade em se utilizar modelos paralelos específicos que melhor se ajustem às condições do processo sendo avaliado.

O valor da taxa de flotação na região de coleta  $k_{cz}$  é obtido por retro-cálculo, ou seja, obtendo-se os valores dos parâmetros e de posse da recuperação global em testes de calibração, o valor de  $k_{cz}$  pode ser obtido a partir da equação global, definindo assim a flotabilidade para o minério.

O modelo dos compartimentos foi elaborado para ser aplicado por classes de tamanho e liberação, mas também pode ser utilizado para o minério como um todo ou somente para frações de tamanho. Deve ser observado, no entanto, que a avaliação de arraste mecânico, ENT, sempre que este fator for relevante, deve ser feita por fração granulométrica. Caso o modelo seja utilizado para o minério como um todo, o fator de arraste deve ser calculado a partir dos dados obtidos por fração granulométrica.

Para utilização do modelo, é necessário realizar testes de calibração em condições distintas, que permitam definir e relacionar as variáveis de transferência de massas ao

conjunto de condições utilizadas na flotação, bem como calcular as constantes e parâmetros de cada equação relativa aos subprocessos de transferências de massas. Nestes testes de calibração, o minério e produtos são amostrados e caracterizados e são realizadas as medidas relevantes para a avaliação de cada um destes subprocessos. É feito o balanço de massas global e, quando aplicável, em sequência, o balanço de massas por fração granulométrica e o balanço de massas por classe de liberação. Os valores de teor e recuperação global por classe aliados aos valores das demais condições permitem definir os parâmetros das equações de transferências de massas. Uma vez que as equações estejam parametrizadas, o modelo está pronto para uso em simulação, em condições distintas das testadas originalmente.

A escolha dos modelos paralelos e forma de cálculo para cada um dos fenômenos – arraste, recuperações de água e espuma, constante cinética na região de coleta e tempo de residência - condicionam a forma de condução dos testes e o tipo de informações que devem ser coletadas durante sua execução. Assim, é importante definir antecipadamente que modelos paralelos serão avaliados, que variáveis incluem e como estas variáveis podem ser mensuradas, bem como conhecer a forma que estes modelos interpretam os fenômenos.

Os próximos itens descrevem em maior detalhe estes fenômenos tanto em termos gerais quanto em relação ao modelamento matemático.

### ***3.4 Fenômenos de transferência de massas - Arraste Mecânico***

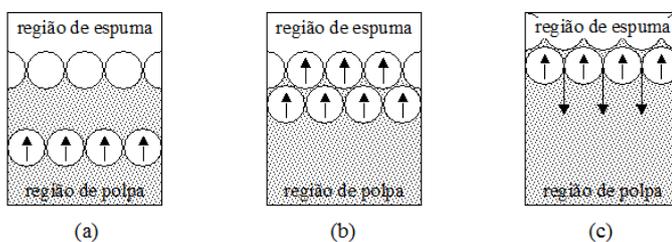
Arraste mecânico (entrainment) é um processo que ocorre simultaneamente com a flotação efetiva e relaciona-se à transferência de partículas da polpa para o concentrado, de modo não seletivo, devido à suspensão destas partículas no meio aquoso aprisionado entre as bolhas. Enquanto a flotação efetiva é o processo pelo qual partículas hidrofóbicas seguem a transferência de massas do ar, o arraste mecânico é aquele em que partículas suspensas seguem a transferência de massas da água.(Trahar, 1981).

Uma vez que tanto a ganga quanto o mineral de interesse estão sujeitos a este fenômeno, o arraste mecânico provoca perda de seletividade no concentrado, com redução do teor, no caso de flotação direta. Por outro lado, no caso de flotação reversa, o arraste mecânico causa redução na recuperação das partículas valiosas.

Muitos estudos foram conduzidos na tentativa de minimizar os efeitos deste mecanismo de modo a elevar o teor do concentrado. Um trabalho de pesquisa abrangente nesta área foi realizado por Jowett (1966) e Johnson et al (1974). As características do arraste de ganga foram descritas em detalhes tanto em bancada como em testes contínuos. O tema foi revisto por Lynch et al(1981), Trahar (1981), Subrahmanyam and Forssberg (1988 b), Smith e Warren(1989) ,Savassi (1998) e Zheng (2006) .

A teoria predominantemente aceita para descrever este mecanismo de arraste é a apresentada por Smith e Warren (1989). Segundo esta teoria, o arraste ocorre de acordo com três subprocessos, ilustrados na figura 3.5.

- a) ascensão de bolhas de ar em direção à região de espuma,
- b) aprisionamento de água e partículas suspensas nos interstícios que se formam na interface entre as regiões de polpa e espuma,
- c) formação de uma nova interface e drenagem de água e partículas suspensas de volta para a polpa



*Figura 3.5- Etapas do arraste mecânico em uma célula industrial de flotação (adaptado de Smith e Warren, 1989).*

Por este mecanismo, observa-se que a quantidade de partículas suspensas que efetivamente segue para o concentrado depende tanto da chegada de nova superfície

de espuma quanto da drenagem. Estes dois fluxos determinam o balanço para o processo de arraste mecânico. (Moys, 1978).

O arraste mecânico apresenta forte relação com a recuperação de água sendo que a concentração de ganga livre no concentrado é proporcional à concentração de ganga livre suspensa na região de polpa. Esta proporcionalidade é a relação principal para definição do arraste e é condicionada pela percentagem de sólidos na polpa, a distribuição granulométrica na alimentação, a estrutura da espuma, o tempo de residência na espuma e a densidade do mineral. (Jowett 1966)

Quanto maior a percentagem de sólidos, maior o efeito do arraste mecânico, uma vez que volume de polpa arrastado contém maior número de partículas.

Em relação à granulometria, o grau de arraste mecânico tende a decrescer significativamente com o aumento do tamanho de partícula. Este efeito é relacionado à drenagem de água e partículas suspensas nos interstícios entre as bolhas na região de espuma. As partículas ultrafinas tendem a ser drenadas com a mesma velocidade da água, enquanto que as partículas grossas tendem a ser drenadas mais rapidamente devido à sua maior velocidade de sedimentação. Partículas muito maiores do que 50 um não são em geral recuperadas por arraste mecânico (Smith e Warren, 1989). Deste modo, os estudos sobre arraste mecânico devem ser conduzidos por fração granulométrica.

Alguns trabalhos demonstraram certo efeito da densidade do mineral sobre o arraste (Bisshop e White, 1976; Maachar e Dobby, 1992). Quanto maior a densidade, menor o arraste resultante. Este comportamento é atribuído à maior facilidade de sedimentação das partículas mais densas, o que lhes favorece a drenagem e reduz a transferência para o concentrado.

A recuperação de sólidos por arraste também decresce com o aumento da profundidade da espuma e com a redução da vazão de ar, já que estes dois fatores

reduzem a recuperação de água na espuma. Deste modo, a recuperação por arraste decresce com o aumento do tempo de residência do ar na espuma.

A estrutura da espuma também afeta a recuperação por arraste. Esta estrutura é afetada por uma série de fatores, como tipo e dosagem de reagentes, vazão de ar e condições hidrodinâmicas da célula. Espumas densas e com bolhas pequenas tendem a favorecer o aumento do grau de arraste devido à menor coalescência e menor taxa de drenagem.

#### **3.4.1 Modelamento de Arraste Mecânico**

Embora já fosse conhecido e mencionado desde os primeiros estudos de flotação (Gaudin et al., 1931, 1942; Sutherland, 1948) o arraste mecânico foi objeto de estudos mais extensos e específicos a partir da década de 1960 (Jowett, 1966). Em um dos primeiros trabalhos voltados ao modelamento de arraste, Johnson et al. (1974) investigaram o comportamento da ganga não sulfetada na flotação de calcopirita. Para cada fração, foi definido um fator de classificação (CF), posteriormente renomeado como grau de arraste (ENT, de entrainment):

$$ENT = \frac{(\text{massa de ganga livre por massa de água})_{\text{concentrado}}}{(\text{massa de ganga livre por massa de água})_{\text{polpa}}} \quad 3.23$$

ou

$$ENT = \frac{\omega^{con}}{\omega^{pulp}} \quad 3.24$$

onde  $\omega$  representa a concentração de ganga livre em unidade de massa por volume de água.

O grau de arraste equivale também à razão entre a recuperação de partículas arrastadas para o concentrado e a recuperação de água, conforme equação 3.25:

$$ENT = \frac{\text{recuperação das partículas arrastadas para o concentrado}}{\text{recuperação da água para o concentrado}} \quad 3.25$$

ou

$$ENT = \frac{R_{SUS}}{R_w} \quad 3.26$$

desde que se considere que a % de sólidos na polpa é igual à % de sólidos no rejeito (regime de mistura perfeita na zona de coleta).

É importante notar que este conceito, tal como definido no trabalho de Johnson et al. (1974) e continuamente referenciado em modelamento de arraste, não inclui todas as partículas suspensas que entram na espuma mecanicamente, mas refere-se somente à partículas de ganga livre. Portanto, esta definição limita-se a uma classe de partículas, a ganga e, em sentido estrito, não abrange o arraste como fenômeno. Apesar disto, a definição é útil para aplicação direta e para o entendimento geral do fenômeno pelos seguintes motivos:

- partículas mineralizadas arrastadas sempre contribuem para a recuperação metálica do concentrado em alguma extensão, mesmo que pequena. Assim, o efeito do arraste deve ser minimizado devido, primordialmente, à ganga livre que é conduzida para o concentrado, reduzindo seu teor. Dito de outra forma, o principal efeito do arraste é a perda de qualidade do concentrado devido à presença de ganga livre transportada mecanicamente e, assim, faz sentido modelar com base na ganga, considerando que o modelo será adequado para representar este efeito mais do que para distinguir entre o fenômeno de arraste e a flotação real para todas as partículas.
- até o momento, não existe método de medida direta que permita identificar quais partículas mineralizadas reportaram ao concentrado por flotação real e quais foram mecanicamente transportadas. Entretanto, utilizando-se como

base esta definição de grau de arraste da ganga livre por fração de tamanho, é possível estimar que um efeito semelhante se aplicaria às outras classes de liberação  $j$  deste mesmo tamanho  $i$ , segundo a distribuição destas classes na polpa. Este efeito pode ser simplesmente aplicado às classes mineralizadas de modo proporcional à sua distribuição mássica ou pode, além disto, ser corrigido de acordo com a densidade da classe de partículas. De fato, há evidências de certo efeito da densidade do mineral sobre o arraste (Bisshop e White, 1976; Maachar e Dobby, 1992), embora o resultado da correção por densidade não seja tão distinto de uma aplicação proporcional em massas.

Assim, em termos práticos, o grau de arraste pode ser obtido de acordo com a equação 3.24 ou 3.26, através da determinação da quantidade, na polpa e na espuma, de uma espécie completamente liberada e não flotável, que pode ser tomada dentre os minerais já existentes no sistema. Um exemplo é a sílica em minérios de cobre. Quando há interesse em verificar o efeito do arraste nas partículas mineralizadas, o valor determinado com os dados do traçador é admitido como o grau de arraste também para as demais espécies presentes no sistema, num dado intervalo de tamanho  $i$ .

Diversos modelos foram propostos para o arraste mecânico, tanto de cunho empírico/fenomenológico (Jonhson et al, 1974; Bisshop e White, 1976; Kirjavainen, 1992; Savassi et al, 1998, Yianatos e Contreras, 2010), quanto de caráter fundamental (Moys, 1978; Neethling e Cilliers, 2002, 2009). Entre os modelos fenomenológicos destacam-se o de Bisshop and White (1976), o de Savassi (1998) e, mais recentemente, o de Yianatos e Contreras (2010). O modelo de Bisshop and White pode ser descrito pelas seguintes equações:

$$ENT = \frac{1+\alpha \cdot \tau_f}{1+\epsilon_i \cdot \tau_f} \quad 3.27$$

$$\alpha = \kappa_1 \cdot (\rho_m - \rho_p) \quad 3.28$$

$$\epsilon_i = \alpha \cdot \exp(\kappa_2 \cdot d_i) \quad 3.29$$

Onde  $\alpha$  e  $\epsilon$  são os parâmetros de drenagem de água e partículas arrastadas, respectivamente,  $\tau_f$  é o tempo de residência na espuma estimado a partir do volume de espuma dividido pelo fluxo de concentrado,  $\rho_m$  e  $\rho_p$  são a densidade das partículas minerais e da polpa respectivamente,  $d_i$  é o diâmetro equivalente de sedimentação das partículas arrastadas e  $\kappa_1$  e  $\kappa_2$  são constantes. Este modelo apresenta um bom ajuste para partículas muito finas, abaixo de 50  $\mu\text{m}$ , mas o ajuste torna-se menos eficaz para partículas acima deste tamanho.

O modelo de Savassi et al(1998) correspondente a uma curva empírica de partição, a qual descreve o efeito do diâmetro,  $d_i$ , das partículas de uma determinada classe de tamanho-liberação sobre o grau de arraste mecânico:

$$ENT_i = \frac{1}{\cosh(A)} \quad 3.30$$

$$A = 2.292 \cdot (d_i / \xi)^B \quad 3.31$$

$$B = 1 - \frac{\ln(\varphi)}{\exp(d_i / \xi)} \quad 3.32$$

A forma da curva empírica de partição é ilustrada na Figura 3.6.

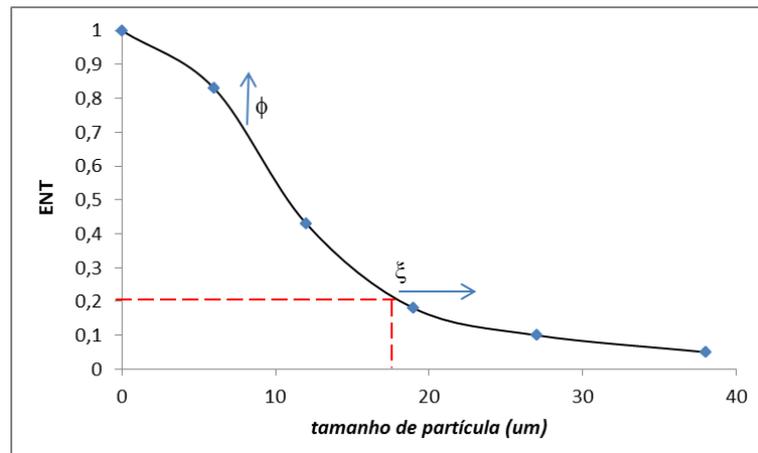


Figura 3.6 - A forma da curva empírica para arraste mecânico.

O parâmetro  $\xi$  representa o tamanho de partícula para o qual o grau de arraste mecânico é igual a 20 %, enquanto que o parâmetro  $\phi$  indica a facilidade de drenagem da camada de espuma, ou seja, um indicativo da "porosidade" da camada de espuma. Um aumento na vazão de ar, ou qualquer outra modificação que venha a causar maior grau de arraste mecânico, é indicada por um aumento no valor de  $\xi$ . Por outro lado, um aumento no valor de  $\phi$  indica uma diminuição na concentração de espumante, ou qualquer outra modificação que venha a causar maior drenagem na região de espuma. Os parâmetros A e B são apenas variáveis auxiliares para facilitar a expressão da fórmula matemática e não possuem significado específico.

Recentemente, Yianatos e Contreras (2010) propuseram um novo modelo, que equivale à seguinte curva de partição:

$$ENT = \exp\left(-0,693\left(\frac{d_i}{\delta}\right)^\phi\right) \quad 3.33$$

Onde  $d_i$  é o tamanho de partícula na  $i$ -ésima classe, o parâmetro  $\delta$  corresponde ao diâmetro médio para o qual o fator de arraste é igual a 0,5 e  $\phi$  é o parâmetro de drenagem, que depende das características do mineral e das condições de operação da

célula. O modelo foi calibrado industrialmente e apresenta bom ajuste para uma faixa ampla de tamanhos.

### ***3.5 Fenômenos de transferência de massas - Recuperação na Espuma***

O papel da espuma foi reconhecido desde o início do processamento por flotação como demonstram as descrições técnicas e estudos realizados por Gaudin (1939, 1957), Taggart (1945) e Sutherland (1955). A espuma é tão relevante que seu aspecto visual tem sido utilizado como forma de controle de qualidade da flotação desde os primórdios do processo e, recentemente, técnicas de análise de imagem tem permitido o uso automatizado da aparência da espuma no controle de produção em usinas industriais. De modo particular, na flotação em colunas, o papel da espuma é preponderante e uma porção significativa de estudos nesta área é dedicada a este tipo de processo.

No momento da formação da espuma, as bolhas são separadas por filmes espessos de água ou de polpa diluída. Por efeito da gravidade e de pressões capilares entre bolhas, ocorre a drenagem deste líquido e o filme é adelgado até tornar-se frágil a ponto de ser rompido por qualquer ação externa, levando ou à ruptura total ou à ruptura parcial e fusão (coalescência) de bolhas adjacentes na espuma. A coalescência provoca desprendimento de partículas aderidas que podem retornar à polpa ou serem recoletadas ainda na espuma. Com a drenagem de líquido, bem como com o processo de coalescência, parte da ganga hidrofílica arrastada e mantida entre as bolhas retorna para a polpa. Assim, em uma extensão relevante, a espuma governa a qualidade do concentrado e a recuperação dos minerais valiosos. A estabilidade da espuma, sua mobilidade, arraste e drenagem das partículas são os fatores mais importantes que afetam a recuperação e o teor. (Mathe, 1998)

A estabilidade de uma espuma é a medida de sua persistência. Esta estabilidade depende da taxa e tempo de aeração, altura da coluna de espuma, composição

química do espumante, pH da polpa, temperatura e concentração do espumante, interação espumante - coletor, tamanho de partículas, hidrofobicidade e concentração de partículas na espuma. (Subramanyan e Fossberg, 1988)

A altura de espuma é também um fator relevante sobre a qualidade do processo, tendo sido amplamente estudada para colunas de flotação. Para células mecânicas, foi demonstrado que o teor e a concentração de várias espécies na espuma variam conforme a altura acima da interface polpa espuma e estes perfis são influenciados significativamente pela taxa de aeração e pelo modo de remoção de concentrado (Cutting et al 1986).

Estes efeitos podem ser compreendidos principalmente como resultantes do aumento na drenagem em maiores espessuras de espuma o que, por sua vez, favorece a remoção de ganga hidrofílica dispersa na polpa, mas também pode gerar desprendimento maior. Assim, espumas mais espessas tendem a gerar concentrados mais ricos e espumas mais delgadas apresentam recuperações mais altas, porém teores menores. Um maior nível de drenagem também afeta o perfil de distribuição de água. Em uma espuma típica, a camada superior é mais seca, devido ao escoamento de líquido em direção à polpa. Deste modo, quanto maior for a altura de espuma, menor será a recuperação de água.

A partir de certo nível, o aumento na altura de espuma também dificulta o transporte de partículas maiores pelas bolhas, principalmente porque no topo da espuma, as bolhas tendem a se tornar mais frágeis, mais suscetíveis à coalescência e ruptura e menos aptas a manter a adesão de partículas maiores e mais pesadas (Ross, 1991).

Estes impactos da altura de espuma sobre a flotação são mais bem representados pela consequente variação no tempo de residência na espuma, que tanto pode ser representada por uma distribuição discreta ou contínua como pode ser simplificada pelo uso de um tempo médio determinado pela razão entre o volume de espuma e a vazão de ar ou outra razão equivalente. A vantagem do uso do tempo de residência é

que nele são incluídos os efeitos da vazão de ar e da geometria da célula, em conjunto com a altura da espuma.

A recuperação na espuma é, também, dependente da taxa de aeração. Para uma mesma altura de espuma, quanto maior a vazão de ar, maior a recuperação na espuma,  $R_f$ , até o limite em que a turbulência gerada pelo aumento na aeração provoca instabilidade. Neste ponto a recuperação cai por colapso excessivo de bolhas resultando em um retorno maior de material para a polpa.

A percentagem de sólidos na polpa também afeta a qualidade da espuma. Polpas mais diluídas tendem a gerar a espumas também mais diluídas, o que favorece uma maior drenagem de ganga, mas resulta em menor recuperação. No outro extremo, polpas com altas percentagens de sólidos perdem em seletividade devido a um maior arraste de ganga, mas apresentam elevadas recuperações.

A influência dos espumantes e coletores bem como da interação entre eles na estabilidade da espuma é também um fator relevante. Entretanto, até o momento, não existe um modelo capaz de lidar com estes aspectos químicos de modo confiável.

Como todos estes parâmetros apresentam forte interrelação, isto torna sua mensuração um tanto quanto complexa. Conseqüentemente, em modelos empíricos, a recuperação na espuma é o fator que tem sido considerado como um parâmetro prático para descrever a influência da espuma na flotação (Mathe, 1998).

### **3.5.1 Modelamento da Recuperação de Espuma**

Embora a espuma tivesse sido estudada logo no início do processo de flotação, foi somente na década de 1960 em que Arbiter and Harris (1962) indicaram que modelos de flotação deveriam considerar duas fases separadamente, polpa e espuma. A partir do final dos anos 60, diversos estudos foram publicados descrevendo em detalhes os eventos que ocorrem na fase de espuma e incluindo representações matemáticas destes eventos nos modelos (Moys, 1978; Moys, 1984; Cutting et al, 1986). Entretanto,

modelos empíricos simples envolvendo estimativas de recuperação na espuma foram desenvolvidos a partir da década de 80, sendo que parte deles inclui os efeitos de arraste no cálculo da recuperação na espuma. Nos anos 90, novos conceitos estabelecidos para flotação em coluna tornaram-se relevantes para modelamento de flotação em geral: a velocidade superficial do ar,  $J_g$ , e área superficial de bolha,  $S_b$ , definida por Finch and Dobby (1990).

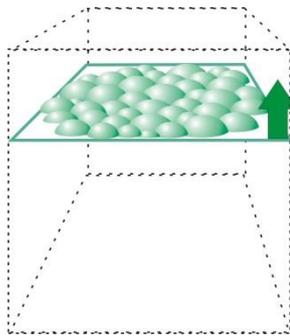
Até então, os modelos procuravam considerar o efeito da vazão de ar e tamanho de bolhas sobre a taxa de flotação real na polpa  $k_{att}$  ou sobre uma estimativa de taxa de transferência da espuma. Verificou-se que a taxa de flotação real aumentava com um aumento na taxa de aeração até atingir um máximo, após o qual aumentos posteriores na aeração afetavam a cinética negativamente, e por fim, afetavam totalmente a estabilidade da espuma. Ambos, a superfície total de bolha e o tamanho de bolha aumentam com o aumento da aeração. O primeiro efeito resulta em um aumento na taxa de flotação, e o segundo, um decréscimo. O primeiro efeito é dominante em baixas taxas de aeração, o segundo é predominante em altas taxas de aeração. Em níveis de aeração intermediários, eles são de magnitude igual e a aeração tem um efeito limitado sobre a taxa de flotação. Daí provinha a necessidade de incluir conceitos que pudessem representar tanto o tamanho de bolha como a taxa de aeração.

A velocidade superficial do ar,  $J_g$  representa a medida da velocidade na qual o ar passa através da célula e é representado pela vazão volumétrica de ar e a área da seção transversal da célula,  $V_{ar}$  e  $Area$ , respectivamente, de acordo com a definição da equação 3.34:

$$J_g = \frac{V_{ar}}{Area} \quad 3.34$$

A velocidade superficial é conveniente porque pode ser utilizada para comparações entre colunas ou células de diferentes diâmetros. Entretanto,  $J_g$  ainda não contém o efeito do tamanho de bolhas.

Um termo que incorpora ambos a velocidade superficial do ar e o diâmetro médio é o fluxo de área superficial de bolha,  $S_b$ , definido como a área total de superfície de bolha que se move ascendentemente em uma célula de flotação através de uma área transversal de célula por unidade de tempo, como mostra a figura 3.7.



*Figura 3.7 - Diagrama esquemático representando o fluxo de área de superfície de bolha -  $S_b$*

Matematicamente,  $S_b$  é expresso pela vazão de ar multiplicada pela razão de superfície de bolha e o volume de bolha, dividido pela seção transversal da coluna ou da célula. Isto resulta em:

$$S_b = \frac{6J_g}{d_b} \quad 3.35$$

Onde  $S_b$  = fluxo de área superficial de bolha (  $1/s$  ou  $\text{cm}^2_{\text{superfície de bolha}}/\text{cm}^2_{\text{área transversal}} \cdot s$  )

$J_g$  = velocidade superficial do ar (cm/s)

$d_b$  = diâmetro médio de Sauter das bolhas (cm). O diâmetro médio de Sauter é uma das formas de expressar o diâmetro médio de uma população de partículas, usado frequentemente em aplicações onde a área superficial é relevante, como é o caso na flotação. O diâmetro de Sauter é definido como o diâmetro da esfera que

apresenta a mesma relação de área superficial sobre volume do que a média de todas as partículas juntas. Matematicamente:

$$d_{32} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{\sum_{i=1}^n d_i^3}$$

Onde  $d_i$  = diâmetro esférico da bolha,  $n$  = tamanho da amostra

Ainda que por definição,  $S_b$  utilize o diâmetro de Sauter, outros diâmetros podem ser utilizados, desde que haja clareza no valor usado. O trabalho de Ventura-Medina e Cilliers (2000) aborda esta questão em detalhes.

O conceito de  $S_b$  mostrou-se bastante útil e tornou-se relevante dentro do modelamento de flotação particularmente após os trabalhos de Gorain (1997), mostrando que a taxa de flotação global  $k$  correlacionava-se linearmente com  $S_b$  e que esta relação era constante para diversos tipos de impelidores. Uma relação linear foi identificada entre  $k$  e  $S_b$  para cada fração tamanho sendo que a inclinação diferia para cada fração, os valores sendo maiores para frações mais finas.

Estudos posteriores (Gorain, 1998) mostraram que esta relação entre  $k$  e  $S_b$  era válida somente em alturas de espuma menores enquanto em espumas de altura intermediárias e profundas a relação não era linear. Com efeito, devido à coalescência de bolhas e consequente mudança no perfil de  $S_b$  ao longo da espuma bem como aos efeitos de desprendimento e drenagem, há significativo impacto no desempenho da flotação quando a altura de espuma é alterada. Foi proposta uma nova relação, indicando que:

$$k = P \cdot S_b \cdot R_f \quad 3.36$$

Onde  $R_f$  é a recuperação na fase de espuma e  $P$  representa a probabilidade de flotação ou flotabilidade do mineral de interesse.

A recuperação na fase da espuma já era reconhecida como um valor relevante, que representaria os efeitos de diversos parâmetros relacionados à espuma. Por ser tão interdependente, a medida da recuperação na espuma está, em vários casos, ligada à

medida da recuperação global e diretamente relacionada ao arraste mecânico. Vários modelos vinham e continuam sendo propostos tanto para representar como para mensurar e determinar este valor.

Até o momento, os métodos existentes para quantificar a transferência de massa de partículas aderidas na região de espuma podem ser divididos em duas categorias:

- Métodos de balanço de massa, nos quais relações de conservação de massa são utilizadas para representar a operação de uma célula de flotação em, pelo menos, duas diferentes condições. Isto permite o retro-cálculo simultâneo da recuperação na região de espuma e da taxa de flotação na zona de coleta (Feteris et al., 1987; Laplante et al., 1989). Esta abordagem pode ser utilizada tanto em escalas de laboratório e piloto como em escala industrial, embora não haja necessariamente uma correlação direta de scale up entre elas. A necessidade de se modificar as condições operacionais, contudo, pode dificultar a implementação desta metodologia em células industriais de flotação.
- Métodos de medida direta, nos quais instrumentos especiais são utilizados para a medida do fluxo de partículas transportadas para a região de espuma por adesão à bolhas de ar (Falutsu e Dobby, 1992; Savassi, 1997; Alexander et al, 2003, Seaman et al., 2004).

Experimentalmente, verificou-se que uma proporção significativa de partículas que entram na espuma retorna para a zona de coleta. Diversos estudos mostram uma recuperação na zona de espuma variando entre 20 e 65%. Como os modelos utilizados neste estudo para recuperação de espuma utilizam os métodos de balanços de massas, esta abordagem é a que será detalhada.

Para os sistemas em que o fenômeno de arraste mecânico não é expressivo ( $ENT = 0$ ), a flotação pode ser representada de modo simplificado a partir de subprocessos entre os dois volumes polpa e espuma, conforme mostra a figura.3.8 (Finch and Dobby, 1990)

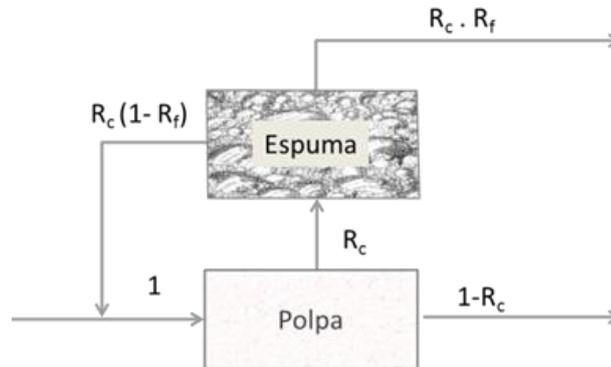


Figura 3.8 - Diagrama simplificado de transferência de massas através da polpa e espuma, sem considerar arraste mecânico

Neste diagrama,

$R_c$  = recuperação na zona de coleta

$R_f$  = recuperação na zona de espuma

E matematicamente, através de balanço de massas, a recuperação pode ser expressa por:

$$R = \frac{R_c R_f}{R_c R_f + (1 - R_c)} \quad 3.37$$

Quando se considera que ambas as regiões de polpa e espuma estão em regime de mistura perfeita, então, tanto  $R_f$  quanto  $R_c$  podem ser expressas pela equação 3.11. Uma substituição na equação 3.37 resulta em:

$$k_f = \frac{k_{cz}}{k} \quad 3.38$$

Apesar de ter sido utilizada em diversos trabalhos e ser ainda hoje mencionada, esta relação é bastante questionável, principalmente porque a região de espuma é mais bem representada por um regime tubular, se a espuma é entendida como um volume único, ou por uma distribuição de tempos de residência, a partir de uma subdivisão em diferentes sub regiões de acordo com o fluxo vertical e horizontal da espuma (Moys, 1984; Ross, 1990).

Não obstante, como, por balanço, a recuperação global  $R$  é dependente da recuperação na espuma  $R_f$  e da recuperação  $R_c$  deve existir uma relação entre  $k$  e  $k_f$  ainda que seja diferente da equação 3.38.

Um destes modelos fundamenta-se na existência de uma relação linear entre a taxa de flotação global e a altura de espuma, que foi descrita em alguns trabalhos (Feteris et al., 1987; Vera et al, 2002). Esta relação é expressa por :

$$k = a - b \cdot h_f \quad 3.39$$

onde  $a$  e  $b$  são parâmetros específicos e  $h_f$  é a altura da camada de espuma.

Neste caso, a metodologia para determinar a recuperação na espuma consiste em operar a célula em diferentes alturas de espuma, mantendo o volume da polpa constante. A recuperação do mineral de interesse é medida em cada altura de espuma, a partir da qual a taxa de flotação é obtida. Valores de  $k$  são plotados em função da altura de espuma,  $h_f$ , e os valores de  $h_f$  quando  $k = 0$  ( $h_{f,k=0}$ ) e de  $k$  quando  $h_f=0$  ( $k_{hf_0}$ ) são obtidos por extrapolação. Teoricamente, isto permitiria o cálculo de  $R_f$  em cada altura de espuma. O gráfico da figura 3.9 ilustra esta relação.

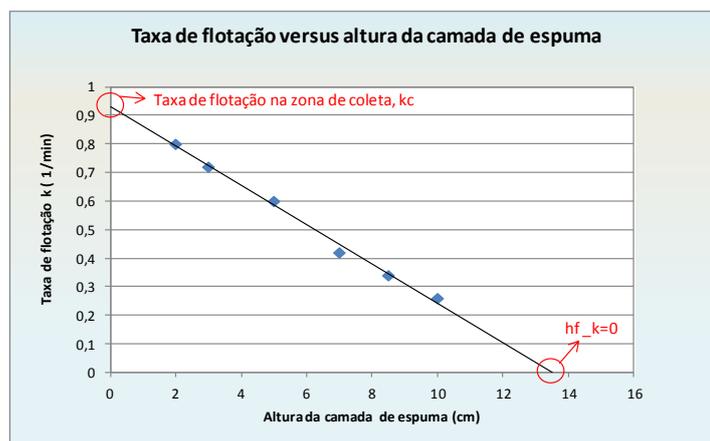


Figura 3.9 – Taxa de flotação em função da altura da camada de espuma (Vera et al, 2002)

Disto resulta a seguinte formulação para o cálculo de  $R_f$ : (Vera, et al. 2002)

$$R_f = 1 - \frac{h_f}{h_{f_{-k=0}}} \quad 3.40$$

O problema desta abordagem é que a relação não é linear para alturas mais elevadas e não inclui o efeito da taxa de aeração, que é bastante relevante na qualidade da espuma. Conforme citado anteriormente, um modo prático de inserir este aspecto é considerar o tempo de residência na espuma.

Entre os modelos que associam a recuperação na espuma ao tempo de residência do ar nesta fase pode-se citar o modelo de Gorain et al (1998) e o de Vera (2002). Neste modelo, desconsiderando-se a recuperação por arraste mecânico, observou-se que a recuperação na espuma era uma função de decaimento exponencial do tempo de retenção, como mostra a equação:

$$R_f = \exp(-\beta \cdot \tau_f) \quad 3.41$$

Onde  $\beta$  é um parâmetro que depende das propriedades físicas e químicas da polpa e, teoricamente, estaria associado à taxa de drenagem. Este modelo, na verdade, corresponde ao modelo cinético em regime tubular para a espuma e  $\beta$  representaria a taxa de transferência de massas da interface polpa espuma para o vertedouro de concentrado. Para determinar  $R_f$ , é necessário realizar testes com diferentes tempos de residência na espuma e ajustar o parâmetro  $\beta$ .

Para incluir o efeito do arraste mecânico, este modelo pode ser escrito como (Harris, 1998; Vera, 2002):

$$R_f = (1 - ENT \cdot R_{wf}) \cdot \exp(-\beta \cdot \tau_f) + ENT \cdot R_{wf} \quad 3.42$$

Há o modelo de Harris (1996) (como referenciado em Gorain, 1997) em que  $R_f$  foi matematicamente representado por:

$$R_f = \frac{\sigma(S_b - S_b^*)}{1 + \sigma(S_b - S_b^*)} \quad 3.43$$

Onde  $\sigma$  é uma constante relacionada à espuma e  $S_b^*$  é o valor mínimo de  $S_b$  para o qual a espuma é capaz de se formar e ser descarregada no concentrado.

### ***3.6 Recuperação de água***

Embora nem sempre seja mencionada explicitamente em diversos modelos, a recuperação de água é um dos fatores relevantes no modelamento e simulação porque está diretamente associada ao cálculo de tempo de residência, assim como à determinação dos volumes de carga circulante.

Ainda que indiretamente, o fenômeno do transporte de água já foi parcialmente descrito nas seções de arraste mecânico e recuperação na espuma. De fato, os principais mecanismos que afetam a recuperação de água em uma célula convencional são o arraste - ou a ação das bolhas de ar no transporte de água da polpa para a espuma e da espuma para o concentrado - e a drenagem causada por escoamento entre as bolhas ou por ruptura de bolhas .

#### ***3.6.1 Modelamento da recuperação de água***

Em termos de modelamento de flotação, foi somente a partir do desenvolvimento dos trabalhos sobre arraste mecânico na década de 70 que a recuperação de água passou a ser examinada com maior cuidado e são desta época os primeiros modelos em que a recuperação de água foi considerada de maneira indireta, por associação com a percentagem de sólidos.

Posteriormente, os modelos corresponderam a correlações empíricas com parâmetros já mensurados para o cálculo da recuperação de sólidos. Zheng (2004) apresenta uma

revisão bastante ampla deste tema, incluindo uma avaliação de diversos modelos, que serão resumidos a seguir.

No modelo de Savassi (1998), a recuperação de água  $R_w$  é associada ao tempo de retenção na espuma  $\tau_f$ :

$$R_w = a \cdot \tau_f^b \quad 3.44$$

Onde  $a$  e  $b$  são parâmetros ajustados.

No JKSimfloat, um pacote de modelamento comercial, a vazão de água recuperada ( $Q_w$ ) é definida por uma função de potência da vazão de sólidos do concentrado  $F_s$  :

$$Q_w = c \cdot F_s^d \quad 3.45$$

Onde  $c$  e  $d$  são parâmetros ajustados.

De modo similar ao já descrito para recuperação mineral, a recuperação de água pode ser entendida através de dois subprocessos: o transporte de água da polpa para a espuma e o transporte da espuma para o concentrado. Uma equação semelhante à de recuperação de sólidos pode ser definida.

$$R_w = \frac{R_{cw} \cdot R_{fw}}{R_{cw} \cdot R_{fw} + (1 - R_{cw})} \quad 3.46$$

Onde  $R_w$  é a recuperação global de água,  $R_{cw}$  é a recuperação de água da polpa para a espuma e  $R_{fw}$  é a recuperação de água na espuma.

Se a recuperação de água na espuma é assumida como apresentando uma relação exponencial, como indica o modelo de Gorain, então:

$$R_{fw} = \exp(-\beta_{fw} \cdot \tau_f) \quad 3.47$$

A equação relativa ao balanço de massas pode ser reescrita como:

$$\frac{R_w}{1-R_w} = \frac{R_{Cw}}{1-R_{Cw}} \cdot R_{fw} \quad 3.48$$

E a inclusão do modelo de Gorain nesta fórmula fornece:

$$\frac{R_w}{1-R_w} = \frac{R_{Cw}}{1-R_{Cw}} \cdot \exp(-\beta_{fw} \cdot \tau_f) \quad 3.49$$

Deste modo, uma vez que os valores globais de  $R_w$  são conhecidos, uma interpolação de  $R_w/(1-R_w) \times \tau_f$  para os três testes permite obter os valores dos parâmetros  $\beta$  e  $R_{Cw}$  e assim, calibrar o modelo.

Embora apresentem expressões matemáticas distintas, os modelos de Gorain e Savassi (1998) para recuperação de água, por sua natureza, tendem a gerar resultados similares, devido ao formato semelhante das curvas que representam a relação da recuperação com o tempo de retenção. O modelo do JKSimfloat depende da massa de sólidos gerada no concentrado e requer a estimativa deste valor, ou seja, não apresenta relação com uma condição de processo, mas com um outro resultado da flotação. Neste caso, é necessário modelar a recuperação de massas para obter a recuperação de água.

Neste estudo, será avaliado o modelo de Gorain.

### 3.7 Flotação Real

Em relação à flotação real, nos sistemas em que a cinética de flotação é de primeira ordem e em que o regime na polpa é de mistura perfeita, a relação entre a constante de flotação na zona de coleta e a recuperação na região de polpa pode ser descrita por (Lynch et al., 1981):

$$R_C = \frac{k_{CZ} \cdot \tau_{CZ}}{1 + k_{CZ} \cdot \tau_{CZ}} \quad 3.50$$

Onde:  $\tau_{CZ}$  = tempo médio de residência na zona de coleta (calculado a partir da razão volume da zona de coleta / vazão de polpa).

$k_{CZ}$  = taxa de flotação na zona de coleta

A taxa de flotação constitui um parâmetro empírico que é sempre retro-calculado e cujo valor depende do volume escolhido para representar a zona de coleta. Deve ser enfatizado que, quando do uso do modelo dos compartimentos para simulação, o valor arbitrado para o volume da zona de coleta durante a calibração deve ser mantido fixo.

### **3.8 Resumo do conjunto de modelos**

Em suma, o modelo dos compartimentos é representado pela equação:

$$R = \frac{k_{CZ} \cdot \tau_{CZ} \cdot R_f \cdot (1 - R_w) + ENT \cdot R_w}{(1 + k_{CZ} \cdot \tau_{CZ} \cdot R_f) \cdot (1 - R_w) + ENT \cdot R_w}$$

que relaciona os principais fenômenos de flotação –arraste, recuperação na espuma, recuperação de água e flotação real - através de relações de balanço de massas.

Cada um destes fenômenos pode ser representado por um modelo específico. Neste trabalho, um ou mais modelos serão avaliados para cada fenômeno, conforme indicado na tabela 3.1.

Tabela 3.1- Resumo dos modelos matemáticos avaliados

Fenômeno	Modelos Avaliados	
Arraste ( ENT )	Bisshop and White	$ENT = \frac{1 + \alpha \cdot \tau_f}{1 + \epsilon_i \cdot \tau_f}$ $\alpha = \kappa_1 \cdot (\rho_m - \rho_p)$ $\epsilon_i = \alpha \cdot \exp(\kappa_2 \cdot d_i)$
	Savassi et al.	$ENT_{i,j} = \frac{1}{\cosh(A)}$ $A = 2.292 \cdot (d_i / \xi_j)^B$ $B = 1 - \frac{\ln(\varphi_j)}{\exp(d_i / \xi_j)}$
	Yianatos and Contreras	$ENT = \exp\left(-0,693 \left(\frac{d_i}{\delta}\right)^\varphi\right)$
Recuperação na espuma	Gorain et al.	$R_f = \exp(-\beta \cdot \tau_f)$
	Vera et al.	$R_f = (1 - ENT \cdot R_{wf}) \cdot \exp(-\beta \cdot \tau_f) + ENT \cdot R_{wf}$
Recuperação de água na espuma	Gorain et al.	$R_{fw} = \exp(-\beta_{fw} \cdot \tau_f)$
Flotação Real na zona de coleta (já inclusa na expressão geral do modelo dos compartimentos).	Cinética de primeira ordem em regime de mistura perfeita	$R_{att}^{CZ} = \frac{k_{CZ} \cdot \tau_{CZ}}{1 + k_{CZ} \cdot \tau_{CZ}}$

## Capítulo 4 - Metodologia

### 4.1 Escolha, preparação e caracterização do minério

Para a realização deste estudo, foi utilizado minério de cobre calcopirítico proveniente do depósito de Sossego, na região de Carajás, PA, Brasil. Este minério foi escolhido por apresentar cobre essencialmente calcopirítico, sem a presença significativa de outros minerais de cobre sulfetados ou que apresentassem flotação em paralelo à calcopirita, o minério continha apenas uma pequena proporção de pirita. Esta característica facilita a análise mineralógica e sua consolidação com os dados de análise química para cobre. Isto permite simplificar a análise do processo considerando somente duas fases minerais principais: calcopirita e ganga.

A amostra de Sossego foi recebida para trabalhos em planta piloto, em matacões de tamanho variável, os maiores apresentando cerca de 60 cm, com menor proporção de material fino.

Esta amostra foi peneirada em 6,3 mm ( $\frac{1}{4}$ "), para retirada de material fino que poderia apresentar problemas de oxidação. Devido à dificuldade em tratar o material excessivamente grande, não foram utilizados os matacões de tamanho superior a 20 cm.

O produto nesta faixa foi britado abaixo de  $\frac{1}{4}$ " e, em seguida, abaixo de 1mm. Foram quarteadas alíquotas para processamento em planta piloto, testes de bancada, análise química e mineralógica. A análise granulométrica foi realizada nas frações 210, 150, 74 e 44  $\mu\text{m}$ , com cyclosizer da fração abaixo de 44  $\mu\text{m}$ . A análise química foi realizada para os elementos Cu, Fe, Si e S, para a amostra global e para frações granulométricas. Estes teores foram utilizados para calcular a mineralogia, utilizando-se, para isto, das relações químicas destes elementos nos minerais calcopirita, pirita e óxidos de ferro. A

análise mineralógica para determinação das classes de liberação foi conduzida para as frações granulométricas -210+150  $\mu\text{m}$ , -150+74  $\mu\text{m}$ , -74+44  $\mu\text{m}$ , -44 +20  $\mu\text{m}$ .

Para a moagem, foi utilizada a granulometria de referência de projeto do Sossego, equivalente a cerca de 80%<210 $\mu\text{m}$  (65#).

## 4.2 Preparação da Mini Planta Piloto

A Mini Planta Piloto (MPP) é um equipamento de condução de testes contínuos de flotação em escala de laboratório, com capacidade de reproduzir circuitos completos. A MPP é composta por 12 células de 1700 ml que apresentam formato semelhante ao das células Denver D12 de laboratório e utilizam o mesmo tipo de rotor e impelidor, porém incluem um controle individual de nível de polpa. O nível de instrumentação é elevado. Cada célula possui um controle digital de aeração, pH/Eh, velocidade do rotor e das espátulas de retirada de espuma. Os concentrados e rejeitos são conduzidos de célula a célula por pequenas bombas peristálticas. Uma grande variedade de circuitos de flotação pode ser reproduzida, incluindo as mais diversas combinações de etapas rougher, scavenger e cleaner. A figura 4.1 mostra este equipamento.



Figura 4.1 – Mini Planta Piloto de Flotação

Por sua forma compacta, sua instrumentação precisa e pelos níveis baixos de vazão dos fluxos (5 - 15 kg/h), a MPP possibilita um grande controle das variáveis de processo. Isto a torna um equipamento bastante adequado à realização de testes voltados para simulação.

#### ***4.2.1 Cálculo da aeração à pressão atmosférica***

Na MPP, cada célula possui um medidor de vazão de ar acoplado a uma válvula ligada à linha de ar comprimido o que permite o controle e a medida da aeração com boa precisão. A pressão na linha de ar comprimido que alimenta a planta também é regulável.

Entretanto, a medida de vazão de ar é feita sob a pressão da linha de ar. Isto significa que, uma vez que o ar é liberado na célula sob pressão atmosférica, ocorre uma expansão e a aeração real é superior à indicada no medidor.

Assim, foi necessário determinar a vazão de ar real, à pressão atmosférica, para um dado valor indicado no painel de controle da MPP, sob pressão. Foi realizada uma série de medidas simples de volume de ar, utilizando-se o volume de água deslocado em uma proveta invertida. Como resultado obteve-se um fator de correção para ajuste.

#### ***4.2.2 Preparação e medição das células***

Para os testes piloto, foi utilizado um constritor de espuma (froth crowder) em todas as células. A utilização deste dispositivo teve como objetivo manter a maior área possível de espuma disponível para coleta, evitando a presença de zonas mortas. A figura 4.2 apresenta uma foto de uma das cubas, montada em célula de laboratório, para ilustração.

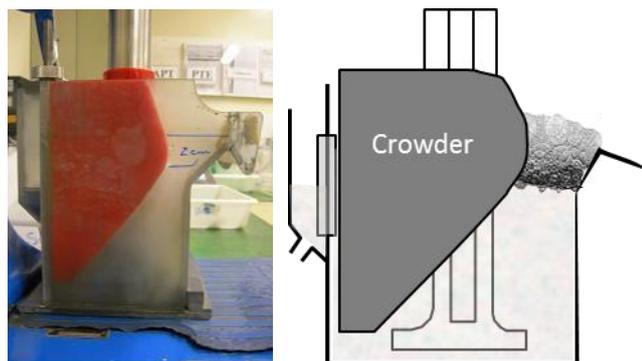


Figura 4.2 – Foto e diagrama da cuba MPP com crowder. A marca indica a altura de 2 cm

A partir das dimensões da cuba e do crowder, foram calculadas as áreas e volumes relativos à espuma e polpa para cada teste. Estas medidas permitem calcular os tempos de residência em cada região da célula. As figuras 4.3 e 4.4 apresentam os diagramas utilizados para calcular os volumes de polpa e espuma.

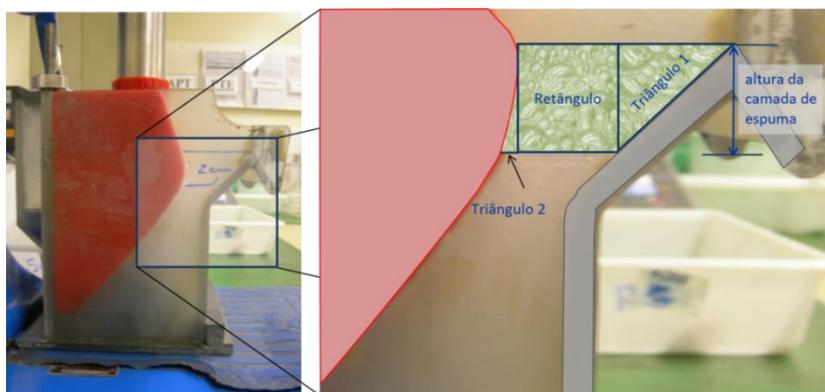


Figura 4.3 – Imagem da cuba MPP com crowder e diagrama de formas geométricas utilizado para calcular os volumes de espuma

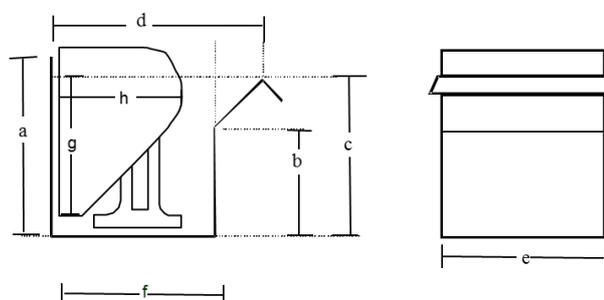


Figura 4.4 – Diagrama da cuba MPP com crowder indicando as dimensões utilizadas para calcular os volumes de polpa e espuma

### **4.3 Testes de Calibração**

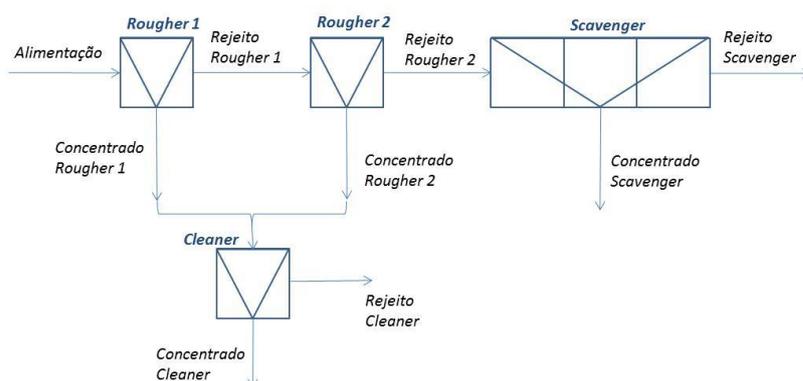
Os testes de calibração são o cerne do desenvolvimento do modelo. Cada teste é realizado com um conjunto de condições e é a relação entre estas condições e seus resultados que possibilita determinar os parâmetros necessários para definir o modelo. Uma vez calibrado, o modelo pode ser utilizado para simular os resultados em outras situações, desde que estas estejam dentro dos limites estabelecidos pelas premissas que definem, matemática ou conceitualmente, as relações de causa e efeito.

A principal alteração entre os testes de calibração corresponde à mudança na altura de espuma, com conseqüente alteração no tempo de retenção nesta fase. A função desta diferença é permitir calcular a recuperação na espuma, bem como garantir a adequada estimativa dos demais parâmetros de processo necessários para a utilização do modelo.

Para os testes de calibração, a moagem inicial do minério foi efetuada em moinho de barras, em bateladas de 20 kg de minério em polpa a 60% de sólidos, por um tempo pré-determinado para atingir a granulometria desejada, de  $80\% < 210\mu\text{m}$ . O produto moído foi levado a um tanque agitado, a percentagem de sólidos foi ajustada para 32% e a polpa foi bombeada para o tanque de alimentação e em seguida para a Miniplanta através de bombas peristálticas. Em todos os testes, a taxa de alimentação correspondeu a 110-118g/min de minério (base seca), equivalentes a cerca de 7 kg/h.

Os testes em escala piloto foram realizados usando um circuito simples, rougher, scavenger e cleaner. Como este circuito teve como objetivo, além de avaliar a recuperação global, prover dados para avaliar as características de flotação de uma classe tamanho-liberação, não houve uma etapa de remoagem de concentrados intermediários, o que requereria uma completa mudança na distribuição granulométrica e, por conseguinte, uma total reelaboração do modelo no meio do circuito, o que fugiria do escopo do trabalho.

Os testes foram realizados em circuito aberto, visando obter uma precisão elevada na determinação dos parâmetros, já que, neste caso, a amostragem dos fluxos não está sujeita a problemas de estabilização de circuito. A figura 4.4 apresenta a configuração utilizada .



*Figura 4.5– Fluxograma e diagrama de disposição das células da MPP para o circuito usado nos testes de calibração*

As condições de reagentes foram ajustadas para o minério avaliado. Como coletores foram utilizados amil xantato de sódio - Aeropromoter 350 (A 350), da Cytec - e isopropil metileno tionofosfato de sódio - SF 632, da Shell. Como espumantes, foram usados éter de polipropileno glicol e etileno glicol - Aerofroth 65 (A65), também da Cytec - e MIBC, metil isobutil carbinol. A tabela 4.1 apresenta as dosagens utilizadas e pontos de adição.

*Tabela 4.1 – Dosagens de reagentes utilizadas nos testes em planta piloto.*

		Dosagem (g/t)	Ponto de adição
Coletores	A 350	10,7	Condicionamento
	SF632	10,7	Condicionamento
Espumantes	A 65	10,7	Rougher 1
	MIBC	10,7	Rougher 1
	MIBC	10,7	Scavenger 1

É importante mencionar que nos modelos avaliados neste trabalho não são consideradas as relações entre o ambiente químico e o minério, ou seja, questões relativas a possíveis variações em dosagem de reagentes, pH, Eh e oxidação superficial não fazem parte da abordagem de calibração e modelamento, que se fundamentam nos aspectos físicos/mecânicos da flotação. Desta forma, em termos quantitativos, os dados obtidos nesta abordagem são válidos para a dosagem apresentada na tabela 4.1.

Para a calibração do modelo foi necessário operar esta configuração utilizando três diferentes alturas de espuma no primeiro rougher. Como isto provoca mudanças na flotação rougher, a altura da espuma e aeração nas demais células foram definidas para compensar o efeito provocado, ou seja, as outras células tiveram as condições ajustadas para possibilitar uma recuperação global equivalente. Cada configuração completa definiu um teste (CAL 1, CAL 2, CAL 3), caracterizado pela altura de espuma da primeira célula rougher. A tabela 4.2 apresenta as condições gerais de aeração.

*Tabela 4.2 – Condições gerais utilizadas nos testes de calibração*

Ponto	Cal 01			Cal 02			Cal 03		
	Altura de Espuma (cm)	Vazão de ar (L/min)	Rotação (rpm)	Altura de Espuma (cm)	Vazão de ar (L/min)	Rotação (rpm)	Altura de Espuma (cm)	Vazão de ar (L/min)	Rotação (rpm)
Condicionamento			938			938			938
Célula Rougher 1	<b>2</b>	1,03	938	<b>3</b>	0,92	938	<b>4</b>	0,92	943
Célula Rougher 2	<b>1,5</b>	0,98	939	<b>2</b>	1,18	937	<b>1,5</b>	1,19	937
Célula Scavenger 1	<b>1,5</b>	1,81	993	<b>1,5</b>	1,81	992	<b>1</b>	1,87	996
Célula Scavenger 2	<b>1,5</b>	1,76	995	<b>1,5</b>	1,78	995	<b>1</b>	1,79	996
Cleaner	<b>1,5</b>	0,72	743	<b>2</b>	0,7	892	<b>3</b>	0,72	732

Em cada teste, a estabilização do circuito foi verificada através das vazões de polpa e sólidos, bem como dos teores de cobre, analisados por RX. A amostragem de cada teste foi conduzida durante tempo suficiente para que houvesse geração de produtos em quantidade bastante para as análises necessárias. Os testes iniciavam-se na configuração completa e os produtos concentrado cleaner, rejeito cleaner e

concentrado scavenger foram coletados por 2:30 horas. Como as vazões de rejeito eram elevadas, a amostragem destes fluxos foi realizada em frações coletadas por um minuto a cada 15 minutos, dentro do período de 2:30 horas. Após a coleta dos produtos cleaner, os concentrados rougher 1 e 2 foram direcionados para coleta de amostras, que seguiu os mesmos critérios de tempo. A tabela 4.3 resume a sequência de amostragem.

Tabela 4.3 – Plano de amostragem para testes de calibração

Ordem	Produto	Tempo de amostragem
1	Alimentação	15 s
2	Concentrado Cleaner	2h 30 min
	Rejeito Cleaner	2h 30 min
	Concentrado Scavenger	2h 30 min
	Rejeito Scavenger	1 alíquota de 1 minuto a cada 15 minutos durante 2h30min
3	Concentrados Rougher 1+2	5 min
4	Concentrado rougher 1	2h 30 min
	Concentrado rougher 2	2h 30 min
	Rejeito Rougher 2	1 alíquota de 1 minuto a cada 15 minutos durante 2h30min
5	Rejeito Rougher 1	1 min
6	Alimentação	1 min

Foram medidas as vazões de sólidos e água em cada uma das correntes, a partir do tempo de amostragem e das massas obtidas. Os produtos foram analisados granulometricamente nas frações 210, 150, 74 e 44  $\mu\text{m}$ , com cyclosizer da fração abaixo de 44  $\mu\text{m}$ , gerando frações de finos que foram agrupadas em -44+20 $\mu\text{m}$  e <20 $\mu\text{m}$ . A análise química foi realizada para os elementos Cu, Fe, Si e S, para a amostra global e para frações granulométricas.

A análise mineralógica para determinação das classes de liberação foi conduzida em QEMScan para as frações granulométricas -210+150 $\mu\text{m}$ , -150+74 $\mu\text{m}$ , -74+44 $\mu\text{m}$ , -44+20 $\mu\text{m}$ , para a alimentação e produtos concentrado rougher 1, rejeito rougher 2, concentrado scavenger, concentrado cleaner e rejeito cleaner. A densidade foi determinada para os produtos globais e frações.

#### 4.3.1 Balanços de Massas e Determinação das Recuperações

Os balanços de massas foram realizados sequencialmente, sendo o resultado de cada balanço utilizado como referência para o balanço subsequente. Para reconciliação dos dados, foram utilizados os softwares Bilmat e Bilco.

O primeiro balanço foi o relativo às vazões de massa, de água e teores de cobre de cada fluxo. Uma vez verificada a coerência dos resultados, os teores de Cu, Fe, S e Si por faixa foram transformados em teores minerais de calcopirita, pirita e ganga. Foi realizado novo balanço de massas e metalúrgico incluindo as frações granulométricas, reconciliando estes valores de modo a manter fixos os teores globais e as vazões obtidas no balanço global.

A distribuição da liberação foi medida em quatro frações granulométricas nos concentrados e alimentações de cada estágio. A distribuição da liberação nas demais correntes foi obtida por balanço de massas.

A tabela 4.4 apresenta o procedimento para determinação do balanço de massas e metalúrgico.

*Tabela 4.4 – Procedimento para determinação do balanço metalúrgico*

	<b>Cálculo</b>	<b>Resultado</b>
1	<i>Balanço Global</i>	<i>Balanço de fluxo de sólidos, de água e de elementos químicos, Cu, Fe, S.</i>
2	<i>Cálculo da composição mineral a partir da composição química dos dados balanceados globais</i>	<i>Teores de calcopirita dos fluxos globais, obtidos a partir dos teores balanceados de Cu, Fe, S.</i>
3	<i>Cálculo da composição mineral das amostras por fração granulométrica a partir da composição química</i>	<i>Teores de calcopirita das frações de tamanho, obtidos a partir dos teores medidos de Cu, Fe, S.</i>
4	<i>Balanço por fração, restringindo ao máximo os fluxos globais de massa de calcopirita e de água aos valores obtidos no primeiro balanço global</i>	<i>Balanço de fluxo de sólidos, de água e de calcopirita por fração granulométrica, coerente com o balanço global</i>
5	<i>Ajuste dos dados de liberação</i>	<i>Dados de liberação condizentes com os teores minerais calculados no balanço por fração</i>
6	<i>Balanço de massas da distribuição de liberação</i>	<i>Distribuição de calcopirita por classe de tamanho e liberação balanceada</i>
7	<i>Cálculo de recuperações</i>	<i>Recuperações por classe de tamanho liberação determinadas.</i>

## Capítulo 5 - Resultados

### 5.1 Caracterização da amostra inicial

#### 5.1.1 Caracterização Química e Granulometria

A amostra de minério utilizada apresentou teor elevado, próximo a 2% de cobre, equivalente a cerca de 6% de calcopirita. Embora este não seja um valor comum, corresponde a um minério rico que eventualmente alimenta a usina de Sossego. A tabela 5.1 apresenta a análise química da amostra. Os teores de cobre, ferro e enxofre foram convertidos em teores de calcopirita e pirita, a partir da relação existente entre estes elementos na composição destes minerais, considerando que estes são os principais sulfetos e que o cobre é essencialmente calcopirítico como demonstrado pela análise mineralógica. Assim, o teor de cobre corresponde a 34,6% da massa de calcopirita –  $\text{Cu Fe S}_2$  - e a diferença entre o enxofre analisado e o conteúdo de enxofre no total de calcopirita (34,9%) equivale a 53,4% do teor de pirita,  $\text{Fe S}_2$ .

*Tabela 5.1 – Resultados de análise química do minério de Sossego – Alimentação dos testes*

Teores amostra de minério			Teores estimados de minerais		
Cu%	Fe %	S %	Calcopirita	Pirita	Ganga
2,11	12,64	2,45	6,10	0,61	93,30

A distribuição granulométrica e teores por fração são apresentados na tabela 5.2. Para esta amostra, o cobre distribui-se de modo relativamente homogêneo entre as frações granulométricas, com cerca de 55% do cobre contido na porção acima de 44 $\mu\text{m}$ .

Tabela 5.2 – Distribuição granulométrica, teores e distribuição de cobre por fração da alimentação

Alimentação												
Tamanho		Distri. Granulométrica (%)			Teor de Cu (%)	Teor de Cu acum (%)	Distribuição de Cu (%)			Teor de Fe(%)	Teor de S (%)	Teor de CPY Calc (%)
Malha / Cyclosizer	µm	retido simples	retido acum.	pass acum			retido simples	retido acum.	pass acum			
Alimentação		100,0%	-	-	2,15		-	-	-	12,39	2,11	6,22
65	210	11,7%	11,71%	88,3%	1,06	1,06	5,8%	5,8%	94,2%	10,67	1,16	3,06
100	149	15,3%	27,04%	73,0%	1,67	1,41	11,9%	17,65%	82,3%	12,73	1,74	4,83
200	74	22,3%	49,31%	50,7%	1,87	1,62	19,3%	37,00%	63,0%	13,71	2,48	5,40
325	44	14,0%	63,30%	36,7%	2,72	1,86	17,7%	54,67%	45,3%	14,74	3,09	7,86
C1	32	6,7%	70,0%	30,0%	5,77	2,23	17,9%	72,54%	27,5%	24,86	6,31	16,68
C2	25	7,8%	77,7%	22,3%	2,45	2,25	8,8%	81,36%	18,6%	11,64	2,74	7,08
C3	20	6,9%	84,6%	15,4%	1,97	2,23	6,3%	87,64%	12,4%	10,87	2,14	5,69
C5	9	3,1%	92,8%	7,2%	1,70	2,19	2,4%	94,40%	5,6%	11,05	1,76	4,91
O/f	3	7,2%	100,0%		1,67	2,15	5,6%	100,00%		11,86	1,64	4,83

Entre as frações 210 e 44 µm, os teores de cobre aumentam ligeiramente para as partículas de menor tamanho. Observa-se um aumento significativo de teor na fração retida em 32µm, correspondente ao primeiro cyclosizer. Este aumento é devido à diferença no método de determinação do tamanho de partícula. Como no cyclosizer o tamanho de partícula é determinado por classificação em ciclones, partículas de menor tamanho, mas de maior densidade tendem a ser retidas juntamente com partículas maiores, porém mais leves. A maior densidade da calcopirita gera uma concentração no primeiro ciclone do cyclosizer, o que leva a um teor aparentemente mais elevado nesta fração, de 32 µm. Para minimizar este efeito, e também para permitir a obtenção de massa razoável para as análises, nas amostras de testes, as frações dos ciclones C1 a C3 do cyclosizer foram misturadas, homogeneizadas e consideradas como uma única fração (-44 + 20 mm). A tabela 5.3 apresenta os resultados. A figura 5.1 mostra a curva granulométrica e o teor de cobre nas frações.

Tabela 5.3 – Distribuição granulométrica, teores e distribuição de cobre por fração da alimentação – Base para balanços

Alimentação												
Tamanho		Distri. Granulométrica (%)			Teor de Cu (%)	Teor de Cu acum (%)	Distribuição de Cu (%)			Teor de Fe (%)	Teor de S (%)	Teor de CPY Calc (%)
Malha / Cycloizer	μm	refido simples	refido acum.	pass acum			refido simples	refido acum.	pass acum			
Alimentação		100,0%	-	-	2,15		-	-	-	12,42	2,10	6,22
65	210	11,7%	11,71%	88,3%	1,06	1,06	5,8%	5,8%	94,2%	10,67	1,16	3,06
100	149	15,3%	27,04%	73,0%	1,67	1,41	11,9%	17,65%	82,3%	12,73	1,74	4,83
200	74	22,3%	49,31%	50,7%	1,87	1,62	19,3%	37,00%	63,0%	13,71	2,48	5,40
325	44	14,0%	63,30%	36,7%	2,72	1,86	17,7%	54,67%	45,3%	14,74	3,09	7,86
C1-C3	20	21,3%	84,6%	15,4%	3,34	2,23	33,0%	87,64%	12,4%	10,87	2,14	9,64
<20	3	10,3%	100,0%	0,0%	1,68	2,15	8,0%	100,00%		11,86	1,64	4,85

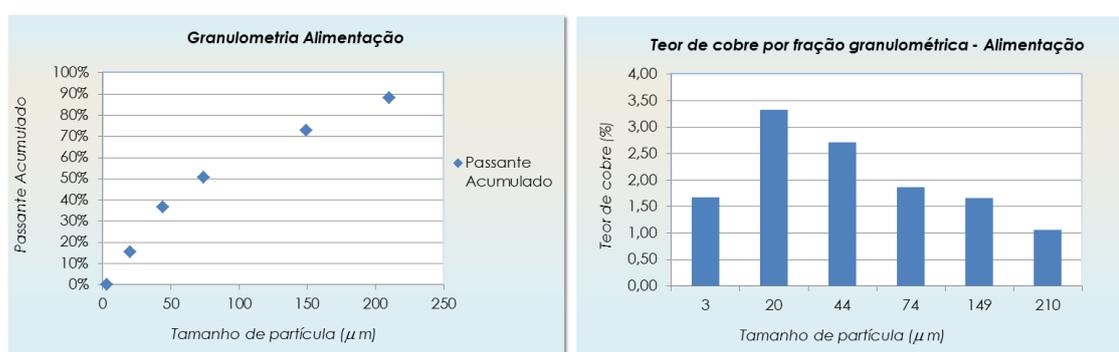


Figura 5.1 – Distribuição granulométrica e teores de cobre por fração de tamanho

### 5.1.2 Caracterização Mineralógica

Na amostra utilizada de Sossego, a calcopirita é o principal mineral de cobre e equivale a cerca de 6% da amostra. Raramente é observada a presença de a covelita (em partículas liberadas ou bordejando a calcopirita), digenita e raríssima malaquita.

De modo geral a calcopirita ocorre:

- em cristais de granulação grossa na forma de partículas 100% liberadas com aproximadamente 1mm de diâmetro, que representam fragmentos de porções originalmente de granulação maior.
- em cristais médios que compõem partículas mistas, na qual a calcopirita ocorre intersticialmente, envolvendo e cimentando cristais de silicatos.
- em cristais muito pequenos (<2μm), predominantemente inclusos em silicatos e carbonatos e ainda na magnetita.

A tabela 5.4<sup>1</sup> apresenta os dados de liberação obtidos para a amostra de alimentação, tal como gerados pelo QEMScan. Os dados das frações -212 até +20  $\mu\text{m}$  foram medidos. As demais frações - + 212 e -20  $\mu\text{m}$  - foram extrapoladas matematicamente pelo próprio QEMScan.

Tabela 5.4 – Resultados de liberação da amostra de alimentação

Tamanho partícula ( $\mu\text{m}$ )	%Retida MEDIDA	Teor de Cpy obtido por A.Quím.(%)	Limites das classes de liberação, de acordo com o teor volumétrico de calcopirita das partículas										
			0	0,1-10%	10-20%	20-30%	30-40%	40-50%	50-60%	60-70%	70-80%	80-90%	90-100%
			Distribuição percentual, em massas, das partículas que contém calcopirita pelas classes de liberação										
+212	11,7%	3,06	n/a	2,29	1,18	2,13	0,00	0,74	0,60	0,00	0,00	0,00	0,63
-212+150	15,3%	4,83	n/a	1,19	2,17	2,33	1,38	1,15	0,48	0,18	0,05	0,00	0,32
-150+74	22,3%	5,40	n/a	2,18	5,44	5,42	3,94	2,81	1,03	0,87	0,87	0,57	0,59
-74+44	14,0%	7,86	n/a	0,44	1,39	1,17	1,52	1,81	1,14	0,69	0,28	0,45	0,89
-44+20	21,3%	9,64	n/a	0,48	1,54	2,60	3,45	3,55	3,11	2,96	3,02	1,88	7,54
-20	15,4%	4,85	n/a	0,00	0,00	1,14	1,56	1,22	1,75	2,30	2,99	1,44	7,19
<b>Total</b>	<b>100%</b>	<b>6,20</b>											
Percentual em relação ao conteúdo de calcopirita total, de acordo com os teores das classes				<b>0,6%</b>	<b>3,6%</b>	<b>7,5%</b>	<b>8,8%</b>	<b>10,3%</b>	<b>8,9%</b>	<b>9,3%</b>	<b>11,1%</b>	<b>7,6%</b>	<b>32,3%</b>
% Acumulado em relação ao conteúdo de calcopirita total, de acordo com os teores das classes 0->100%				<b>0,6%</b>	<b>4,2%</b>	<b>11,7%</b>	<b>20,5%</b>	<b>30,8%</b>	<b>39,7%</b>	<b>49,0%</b>	<b>60,1%</b>	<b>67,7%</b>	<b>100,0%</b>
% Acumulado em relação ao conteúdo de calcopirita total, de acordo com os teores das classes 100% -> 0				<b>100,0%</b>	<b>99,4%</b>	<b>95,8%</b>	<b>88,3%</b>	<b>79,5%</b>	<b>69,2%</b>	<b>60,3%</b>	<b>51,0%</b>	<b>39,9%</b>	<b>32,3%</b>

OBS: Todos os valores nesta tabela correspondem a valores medidos, incluindo a % retida e o teor de calcopirita. Além disto, os valores de distribuição referem-se somente a partículas que contém calcopirita, que são os valores utilizados para liberação.

Nesta amostra, 32% do conteúdo de calcopirita encontra-se liberado ou quase liberado, pertencendo à classe 90-100% cpy.

Tipicamente, nos processos de flotação, a moagem é realizada para gerar um grau de liberação que seja apenas o suficiente para permitir que as partículas mineralizadas reportem ao concentrado da etapa rougher. Este concentrado, de massa muito inferior à alimentação do processo, é remoído até liberação completa e flotado novamente, gerando o concentrado final, num processo economicamente mais favorável, ao minimizar o volume de minério total a ser moído até liberação completa.

Deste modo, quando a análise mineralógica visa estabelecer a liberação para uma etapa rougher, não é necessário atingir 100% de liberação. É possível definir um grau de liberação aplicado à flotação. Este grau de liberação da flotação corresponde ao percentual de mineral que está disponível na superfície das partículas e, deste modo, pode ser coletado pelas bolhas de ar. Literalmente, esta definição requereria a avaliação das imagens e a determinação do conteúdo de calcopirita na superfície

<sup>1</sup> Esta tabela está reproduzida no Anexo II para melhor visualização de dados.

externa das partículas. Entretanto, alguns trabalhos (Welsby 2010, Hunt 2011, Jameson 2012) consideram o conteúdo mineral diretamente tal como determinado pelo teor em área ou volumétrico do equipamento de análise mineralógica. Estes estudos indicam que mesmo partículas com baixa proporção de mineral (10%) são capazes de flotar com uma cinética lenta. Jameson (2012), utilizando os dados de Welsby (2010) mostrou que partículas com minerais de galena em proporção entre 25 e 75% flotam com taxas cinéticas que seguem uma gradação de acordo com o teor mineral, mas que são de mesma ordem de grandeza.

Para esta amostra de Sossego, a granulometria de moagem já corresponde à melhor distribuição de tamanhos para gerar máxima recuperação no rougher. Assim, e considerando as referências citadas, como uma aproximação, pode-se considerar a classe de 30-40% de calcopirita como um possível ponto de corte para uma flotação rougher. Se assim for, conforme os dados da tabela 5.4 verifica-se que 88% da calcopirita presente na amostra estaria disponível para flotação. Quando se considera o teor de 20-30% como um limite inferior, entendendo que o tempo de flotação pode ser estendido, 96% da calcopirita estaria disponível para flotação.

## 5.2 Parâmetros gerais dos testes de Calibração

### 5.2.1 Ajuste da aeração

Como resultado das medidas de volume de ar à pressão atmosférica em comparação com a aeração forçada da célula, obteve-se um fator de correção indicando que, em média, nas células da MPP, quando a vazão indicada nos medidores é igual a 1 L/min, sob uma pressão de 1,05 kgf/cm<sup>2</sup>, o volume real de ar à pressão atmosférica é dado por:

$$V_{\text{real}} = 2,12V_{\text{medido}}$$

O Anexo II apresenta os resultados detalhados deste ajuste.

### 5.2.2 Medidas das células para cálculo de volumes de espuma

As medidas detalhadas das células, usadas para determinar os volumes de espuma e as áreas das seções transversais são apresentadas no Anexo II. A tabela 5.5 mostra os valores destas medidas para os testes de calibração.

*Tabela 5.5 – Áreas de seções transversais das células e vazão de ar para cada condição dos testes realizados*

Etapa	Teste	Altura de		Largura	Volume Espuma	Área Seção transversal -		Área Seção transversal Base Célula (Cz)	Vazão ar injetada sob pressão	Vazão ar ajustada para pressão ambiente
		Espuma	Área Total			Topo Espuma	transversal - Base Espuma			
		cm	cm <sup>2</sup>	cm	cm <sup>3</sup>	cm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	lpm	lpm
RG1	Cal 1	2	9,1	11,4	103,7	61,56	42,18	109,8	1,03	2,2
	Cal 2	3	12	11,4	136,8	61,56	31,92	109,8	0,92	2,0
	Cal 3	4	14,82	11,4	168,9	61,56	30,78	109,8	0,92	2,0

## 5.3 Resultados balanceados dos testes de calibração – Dados Globais

As tabelas 5.6 a 5.8 apresentam os dados amostrados e resultados dos balanços de massas para os testes de calibração Cal 1 a Cal 3.

Tabela 5.6 – Balanço de massas teste Cal 01 – 2 cm de espuma

	Vazão de sólidos			Vazão de Polpa		Água	Teor de Cobre		
	Valores Medidos (g/min)	Valores Estimados (g/min)	Recuperação (%)	Valores Medidos (g/min)	Valores Estimados (g/min)	Valores Estimados (g/min)	Valores Medidos (%)	Valores Estimados (%)	Recuperação (%)
<b>Fluxos</b>									
Alim	114,97	<b>110,26</b>	100,0%	350,74	364,14	<b>253,88</b>	2,14	<b>2,12</b>	100
Conc Rg 1	11,62	<b>11,33</b>	10,3%	53,95	47,32	<b>35,99</b>	16,84	<b>17,56</b>	85,14
Rej Rg 1	100,16	<b>98,93</b>	89,7%	310,52	316,83	<b>217,90</b>	0,40	<b>0,35</b>	14,86
Conc Rg 2	1,31	<b>1,35</b>	1,2%	10,75	10,73	<b>9,38</b>	15,91	<b>16,58</b>	9,56
Rej Rg 2	101,86	<b>97,58</b>	88,5%	332,94	306,10	<b>208,52</b>	0,12	<b>0,13</b>	5,3
Conc Sc	4,59	<b>4,58</b>	4,1%	65,81	64,84	<b>60,26</b>	1,47	<b>1,48</b>	2,89
Rej Sc	91,02	<b>93,01</b>	84,4%	244,91	241,26	<b>148,26</b>	0,06	<b>0,06</b>	2,41
Conc Cl	10,39	<b>10,79</b>	9,8%	38,58	40,50	<b>29,72</b>	19,54	<b>19,00</b>	87,72
Rej Cl	1,84	<b>1,89</b>	1,7%	16,59	17,54	<b>15,65</b>	8,64	<b>8,62</b>	6,98

Tabela 5.7 – Balanço de massas teste Cal 02– 3 cm de espuma

	Vazão de sólidos			Vazão de Polpa		Água	Teor de Cobre		
	Valores Medidos (g/min)	Valores Estimados (g/min)	Recuperação (%)	Valores Medidos (g/min)	Valores Estimados (g/min)	Valores Estimados (g/min)	Valores Medidos (%)	Valores Estimados (%)	Recuperação (%)
<b>Fluxos</b>									
Alim	119,36	<b>118,06</b>	100,0%	351,79	366,73	<b>248,66</b>	2,12	<b>2,12</b>	100
Conc Rg 1	10,10	<b>9,98</b>	8,5%	27,76	28,43	<b>18,45</b>	20,48	<b>20,55</b>	82,01
Rej Rg 1	115,78	<b>108,08</b>	91,5%	352,35	338,30	<b>230,22</b>	0,45	<b>0,42</b>	17,99
Conc Rg 2	2,22	<b>2,25</b>	1,9%	18,09	18,53	<b>16,29</b>	13,68	<b>13,75</b>	12,34
Rej Rg 2	107,20	<b>105,84</b>	89,6%	323,18	319,77	<b>213,93</b>	0,14	<b>0,13</b>	5,65
Conc Sc	2,06	<b>2,10</b>	1,8%	41,56	41,44	<b>39,34</b>	3,18	<b>3,20</b>	2,68
Rej Sc	98,82	<b>103,74</b>	87,9%	277,20	278,33	<b>174,59</b>	0,07	<b>0,07</b>	2,96
Conc Cl	9,07	<b>9,35</b>	7,9%	20,54	20,68	<b>11,33</b>	21,25	<b>21,61</b>	80,78
Rej Cl	2,90	<b>2,88</b>	2,4%	28,47	26,28	<b>23,41</b>	11,76	<b>11,79</b>	13,57

Tabela 5.8 – Balanço de massas teste Cal 03– 4 cm de espuma

	Vazão de sólidos			Vazão de Polpa		Água	Teor de Cobre		
	Valores Medidos (g/min)	Valores Estimados (g/min)	Recuperação (%)	Valores Medidos (g/min)	Valores Estimados (g/min)	Valores Estimados (g/min)	Valores Medidos (%)	Valores Estimados (%)	Recuperação (%)
<b>Fluxos</b>									
Alim	114,02	<b>111,23</b>	100,0%	345,59	358,02	<b>246,78</b>	2,12	<b>2,12</b>	100
Conc Rg 1	8,49	<b>8,70</b>	7,8%	20,91	20,62	<b>11,92</b>	21,89	<b>22,06</b>	81,57
Rej Rg 1	104,29	<b>102,54</b>	92,2%	339,75	337,40	<b>234,86</b>	0,44	<b>0,42</b>	18,43
Conc Rg 2	2,41	<b>2,41</b>	2,2%	19,75	19,30	<b>16,89</b>	11,89	<b>12,09</b>	12,39
Rej Rg 2	104,16	<b>100,13</b>	90,0%	325,56	318,10	<b>217,97</b>	0,13	<b>0,14</b>	6,04
Conc Sc	2,97	<b>2,92</b>	2,6%	52,48	51,86	<b>48,95</b>	2,29	<b>2,27</b>	2,82
Rej Sc	100,88	<b>97,21</b>	87,4%	282,57	266,23	<b>169,02</b>	0,08	<b>0,08</b>	3,22
Conc Cl	9,27	<b>9,62</b>	8,7%	24,25	25,08	<b>15,46</b>	21,38	<b>21,27</b>	87
Rej Cl	1,44	<b>1,48</b>	1,3%	14,10	14,84	<b>13,35</b>	11,03	<b>11,03</b>	6,96

## 5.4 Avaliação e escolha de modelos

Os resultados globais de teor e recuperação de calcopirita mostram o efeito expressivo da variação da altura e do tempo de retenção na espuma, como pode ser visto na tabela 5.9 e na figura 5.2.

Tabela 5.9 – Principais resultados de processo da etapa rougher dos testes de calibração

Etapa	Teste	Altura de Espuma no Rougher 1 cm	Tempo de Retenção ar na espuma ( $\lambda$ ar)	% de sólidos na espuma	Vazão Minério Alimenta g/min	Vazão água Alimenta g/min	Recup Massa Bal Comp	Teor Cpy Conc Bal Comp	Recup Cpy Bal Comp	Massa de água recuperada g/min	Recup Água (Rw)
Rg1	Cal 1	2	2,8	24%	110,3	253,9	10,1%	51,1	84,7%	36,0	14,2%
	Cal 2	3	4,2	35%	118,1	248,7	8,7%	58,4	82,2%	18,4	7,4%
	Cal 3	4	5,2	42%	111,2	246,8	7,7%	65,3	81,2%	11,9	4,8%

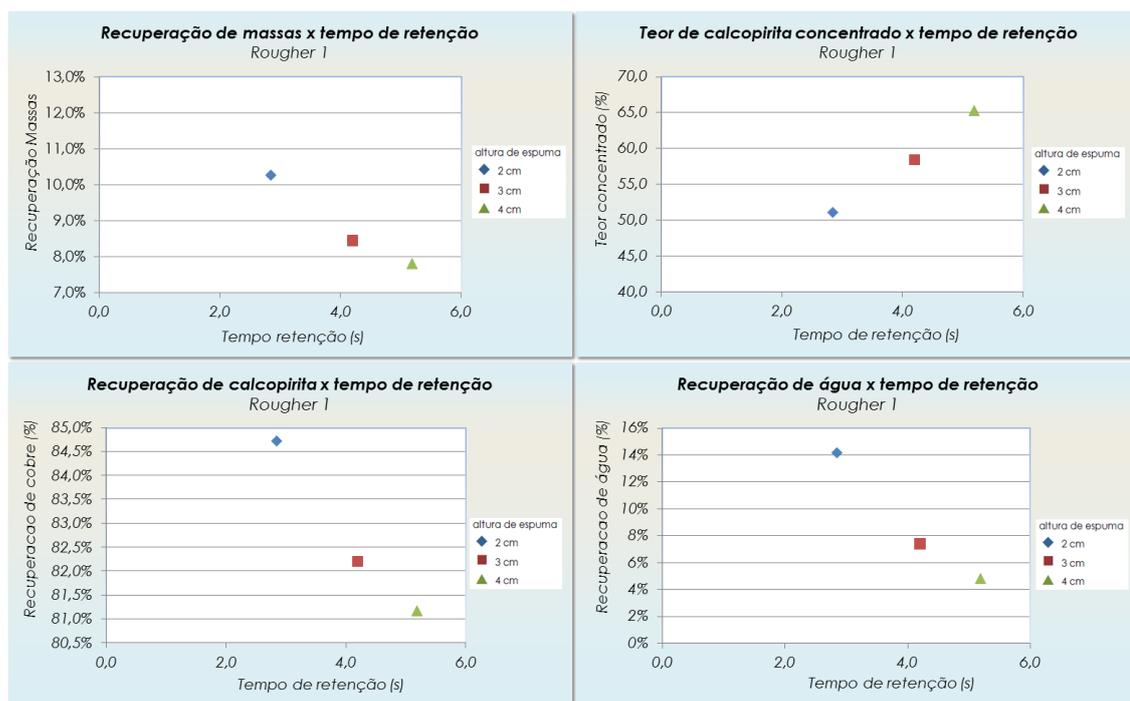


Figura 5.2 – Gráficos de teor de calcopirita e de recuperações de massa, de calcopirita e de água em função do tempo de retenção do ar na espuma para o rougher 1

A mudança na altura da camada de espuma no primeiro rougher provocou alterações significativas na recuperação de massas neste estágio, que reduziu de 10% para cerca de 8% quando o tempo de retenção do ar na espuma passou de 2,8 para 5,2 s. Em

contrapartida, a seletividade aumentou e o teor de concentrado subiu de 51,1% para 65,3% de calcopirita.

Em consequência, a redução na recuperação de calcopirita ocorreu num nível mais modesto, de 85% para aproximadamente 81%. A queda de recuperação de calcopirita é mais expressiva entre os testes Cal 01 e Cal 02, (entre tempos de retenção 2,8 e 4,2 s), e na sequência, o declínio da recuperação de calcopirita é menor entre os testes Cal 02 e Cal 03 (entre tempos de retenção 4,2 e 5,2s) em que o ganho de seletividade quase compensa a perda de massas.

Este aumento na seletividade e redução na recuperação de massas pode ser associado ao aumento de drenagem e consequente aumento na rejeição de ganga arrastada. Estes dados reforçam o efeito e a importância da recuperação na espuma bem como a necessidade de considerar as regiões separadamente nos estudos de modelamento e simulação.

Os itens a seguir descrevem o efeito da camada de espuma e dos outros parâmetros com maior detalhe.

#### ***5.4.1 Avaliação de modelos de recuperação de água***

Como mostrado na tabela 5.5 e ilustrado a seguir na figura 5.3, a recuperação de água caiu de 14 para 5% com o aumento da altura de espuma e do tempo de retenção, o que reflete o aumento da drenagem com o aumento destes parâmetros.

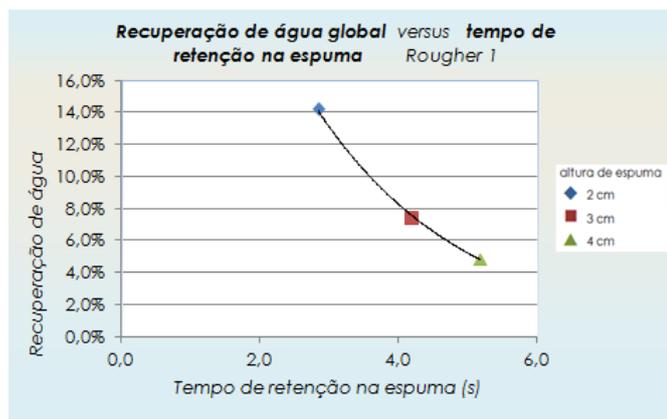


Figura 5.3 – Recuperação de água em relação ao tempo de retenção na espuma

A recuperação de água global mostrou uma relação nitidamente linear com a recuperação de ganga livre, conforme esperado. A recuperação de calcopirita também apresentou linearidade em relação à recuperação de água, como mostram os gráficos da figura 5.4.

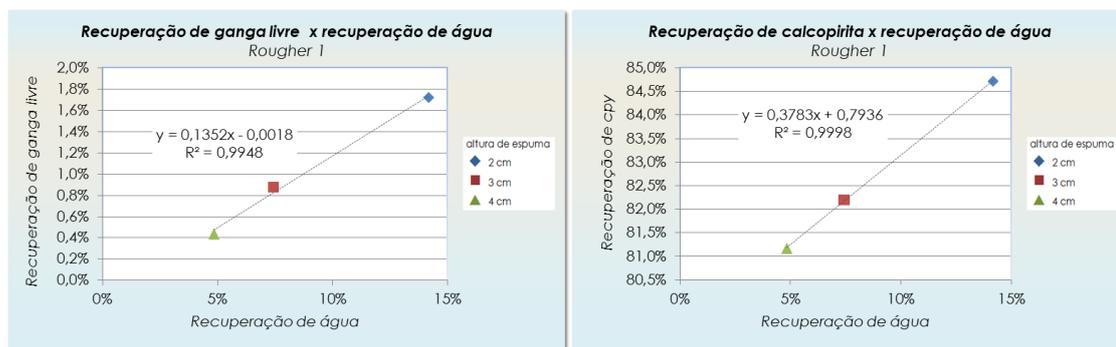


Figura 5.4 – Recuperação de ganga e calcopirita em função da recuperação de água

A recuperação de água total medida é a base para a determinação da recuperação de água na espuma, que é parâmetro necessário para o modelamento da espuma e de arraste mecânico. Para determinar a recuperação específica na espuma, foi avaliado o modelo de Gorain, em que a recuperação de água é expressa por:

$$R_{fw} = \exp(-\beta_{fw} \cdot \tau_{fw})$$

No modelo de decaimento exponencial, para obter o valor de recuperação de água na espuma, foi utilizada a relação de balanço de massas entre a região de coleta e a

região de polpa. De modo similar à equação geral de massas, a recuperação de água pode ser entendida como:

$$\frac{R_w}{1 - R_w} = \frac{R_{cw}}{1 - R_{cw}} \cdot R_{fw}$$

Deste modo, uma vez que os valores globais de  $R_w$  são conhecidos, uma interpolação de  $R_w/(1-R_w)$  x equação de  $R_{fw}$  para os três testes permite obter o valor dos parâmetro  $\beta$  e  $R_{cw}$  assim, calibrar o modelo, conforme equação.

$$\frac{R_w}{1 - R_w} = \frac{R_{cw}}{1 - R_{cw}} \cdot \exp(-\beta_{fw} \cdot \tau_f)$$

A figura 5.5 mostra o ajuste obtido com o modelo de decaimento exponencial em relação ao tempo de retenção do ar na espuma.

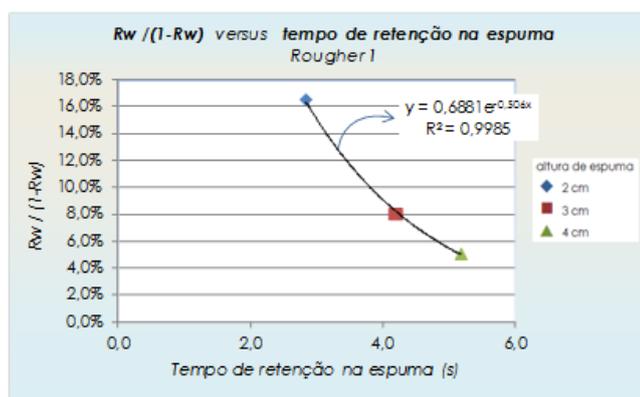


Figura 5.5 – Recuperação de água em função do tempo de retenção na espuma

A tabela 5.9 apresenta os resultados. A recuperação de água na região de coleta foi estimada em 41,6% e a recuperação de água na espuma variou entre 23% e 7,1%.

Tabela 5.10 – Dados relativos à recuperação de água na espuma

Etapa	Teste	Altura de Espuma cm	Tempo de Retenção ar na espuma ( $\tau_f$ ) s	Recup. Água ( $R_w$ ) %	$R_w/(1-R_w)$ %	Recuperação de água na zona de coleta $R_{wc}$ %	Recuperação de água na espuma ( $R_{fw}$ )	
							Beta	Recuperação de água calculada
RG1	Cal 1	2	2,8	14,2%	16,5%		23,1%	14,1%
	Cal 2	3	4,2	7,4%	8,0%	41,6%	11,2%	0,516
	Cal 3	4	5,2	4,8%	5,1%		7,1%	4,7%

Em função destes resultados, o modelo de decaimento exponencial foi o escolhido para representar a recuperação de água na espuma.

#### 5.4.2 Avaliação dos modelos de arraste mecânico

Neste trabalho, o grau de arraste mecânico foi obtido por fração granulométrica a partir da definição dada pela equação :

$$ENT = \frac{(massa\ de\ ganga\ livre\ por\ massa\ de\ água)_{Concentrado}}{(massa\ de\ ganga\ livre\ por\ massa\ de\ água)_{Polpa}}$$

sendo que a massa de ganga livre corresponde à massa da classe de liberação que não contém calcopirita (Classe 0) e as massas de água são obtidas pelo balanço de água. Como apresentado na revisão bibliográfica, esta definição pela ganga livre, embora não represente por completo todas as classes que foram ao concentrado por arraste, é um indicador muito adequado do principal efeito do arraste sobre a qualidade do concentrado, que é a o transporte de ganga livre com consequente redução do teor do material flotado sem qualquer contribuição para a recuperação. A tabela 5.11 apresenta os valores calculados por fração para os testes Cal 1, Cal 2 e Cal 3 na etapa rougher 1. O arraste total na etapa rougher de cada teste foi obtido a partir da ponderação dos valores de recuperação de ganga livre por fração granulométrica com a distribuição de massas por faixa de tamanho.

Tabela 5.11 – Grau de arraste mecânico no rougher 1 para os testes Cal 01, Cal 02 e Cal 03

		Grau de arraste medido no rougher 1 (ENT Med)		
Tamanho (um)	Tamanho médio (um)	Teste Cal 01 espuma = 2cm	Teste Cal 02 espuma = 3cm	Teste Cal 03 espuma = 4cm
212,0	250	0,008	0,009	0,007
150,0	178	0,023	0,030	0,013
74,0	105	0,039	0,019	0,055
44,0	57	0,046	0,065	0,058
20,0	30	0,099	0,034	0,099
10,0	4	0,464	0,577	0,300
Arraste Global		0,122	0,118	0,090
Recuperação de ganga livre		1,7%	0,9%	0,4%

A tabela 5.12 mostra estes resultados consolidados juntamente com os dados relativos à recuperação de água e de calcopirita.

*Tabela 5.12 – Grau de arraste mecânico global no rougher 1 e dados de recuperação de calcopirita e água*

Etapa	Teste	Altura de Espuma (cm)	Tempo de Retenção ar na espuma ( $\tau_f$ ) (s)	Recup Cpy	Recup Ganga	Recup	Recup Água ( $R_w$ ) (%)	Arraste mecânico (ENT)
						Ganga livre ( $R_{sus}$ )		
RG1	Cal 1	2	2,8	84,7%	5,3%	1,7%	14%	0,122
	Cal 2	3	4,2	82,2%	3,5%	0,9%	7%	0,118
	Cal 3	4	5,2	81,2%	2,8%	0,4%	5%	0,090
	Altura Máx	4	8,0					

Os resultados globais são bastante coerentes com a teoria. A recuperação de ganga livre apresentou relação linear nítida em relação à recuperação de água, ambas tendo apresentado redução significativa com o aumento da altura de espuma, refletindo o aumento da drenagem com o aumento da altura e do tempo de retenção, como mostra a figura 5.6.



*Figura 5.6 – Recuperação de ganga livre em função do tempo de retenção na espuma e da recuperação de água*

Para representar estes dados, três modelos de arraste mecânico foram avaliados. O modelo de Bisshop e White:

$$ENT = \frac{1 + \alpha \cdot \tau_f}{1 + \epsilon_i \cdot \tau_f}$$

$$\alpha = \kappa_1 \cdot (\rho_m - \rho_p)$$

$$\epsilon_i = \alpha \cdot \exp(\kappa_2 \cdot d_i)$$

o modelo de Savassi:

$$ENT_{i,j} = \frac{1}{\cosh(A)}$$

$$A = 2.292 \cdot \left( d_i / \xi_j \right)^B$$

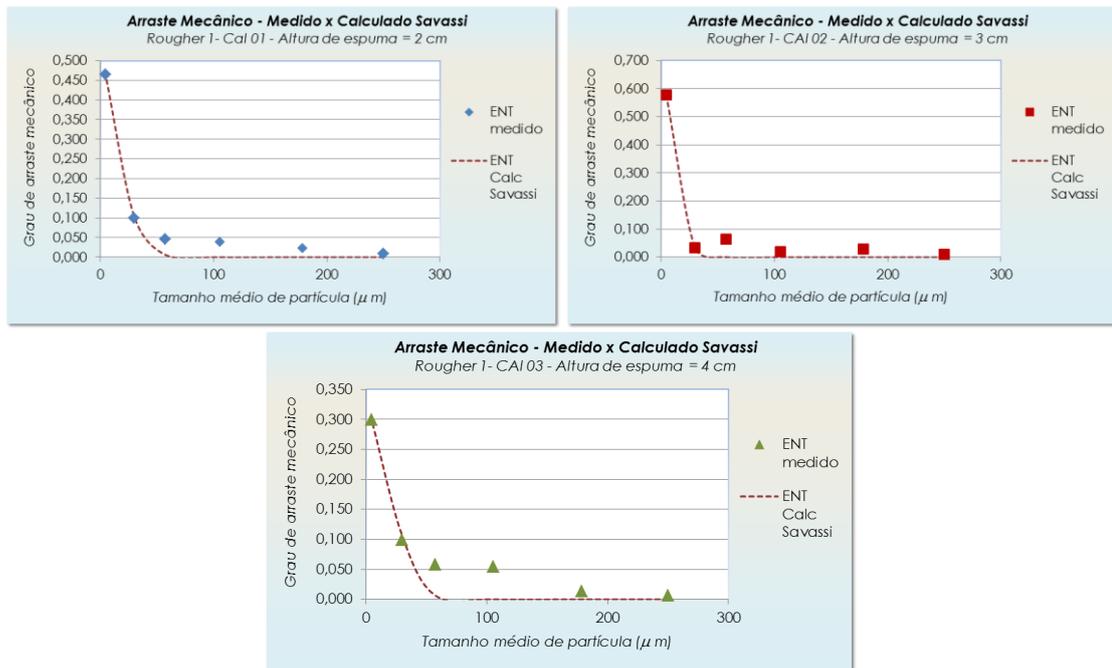
$$B = 1 - \frac{\ln(\varphi_j)}{\exp\left( d_i / \xi_j \right)}$$

e o modelo de Yianatos:

$$ENT = \exp\left( -0,693 \left( \frac{d_{p,i}}{\delta} \right)^\varphi \right)$$

Todos os três modelos foram avaliados por fração granulométrica para a ganga livre.

O ajuste do modelo de Savassi apresentou um valor de correlação  $R^2$  acima de 0,95 em todos os três testes, sendo particularmente adequado para as frações de tamanho inferiores a 44  $\mu\text{m}$ . Entretanto, nota-se que existe um desvio entre os valores medidos e calculados nas frações intermediárias, particularmente entre 44 e 150  $\mu\text{m}$ , como mostram os gráficos da figura 5.7 .



*Figura 5.7 – Comparação entre o arraste mecânico medido e curvas do modelo de Savassi para as três alturas de espuma*

Por sua própria definição e estrutura matemática, o modelo de Savassi apresenta um formato de decaimento em que há forte queda no valor de arraste mecânico com o aumento do tamanho de partícula acima de  $40 \mu m$ , seguida de um valor estável e muito próximo a zero.

Comportamento semelhante pode ser visto no modelo de Bisshop and White, como mostra a figura 5.8.

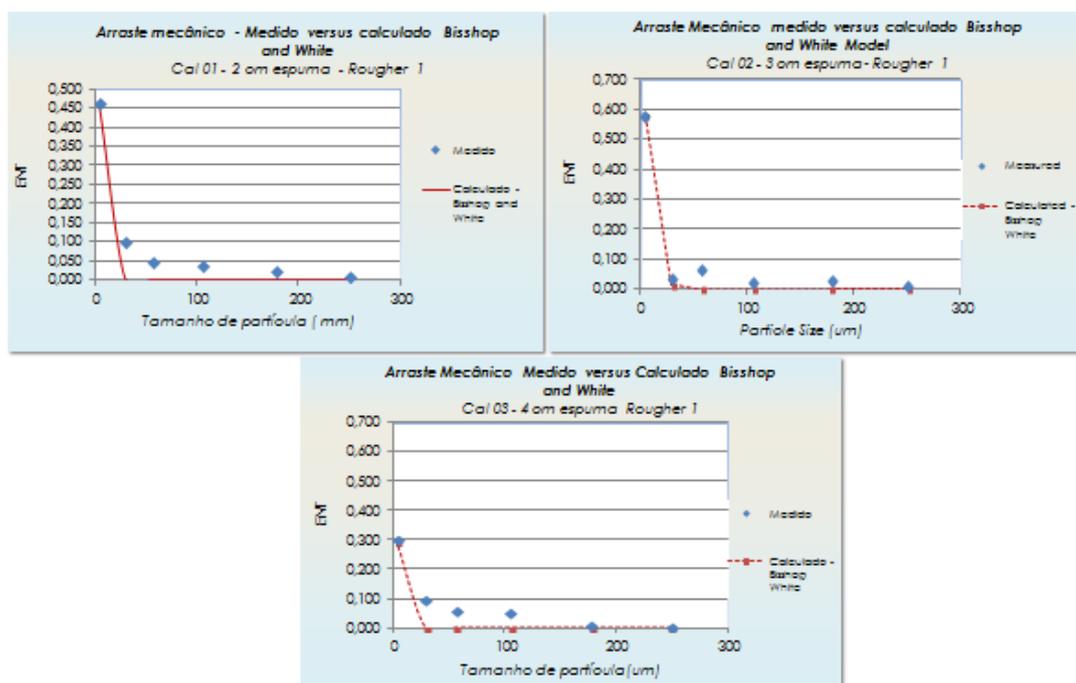


Figura 5.8 – Comparação entre o arraste mecânico medido e curvas do modelo de Bishop e White para as três alturas de espuma

Um ajuste melhor foi alcançado com o modelo de Yianatos, que reproduz o comportamento das partículas intermediárias. Nos três testes, o fator de correlação  $R^2$  foi igual ou superior a 0,99. A figura 5.9 e a tabela 5.13 apresentam os resultados.

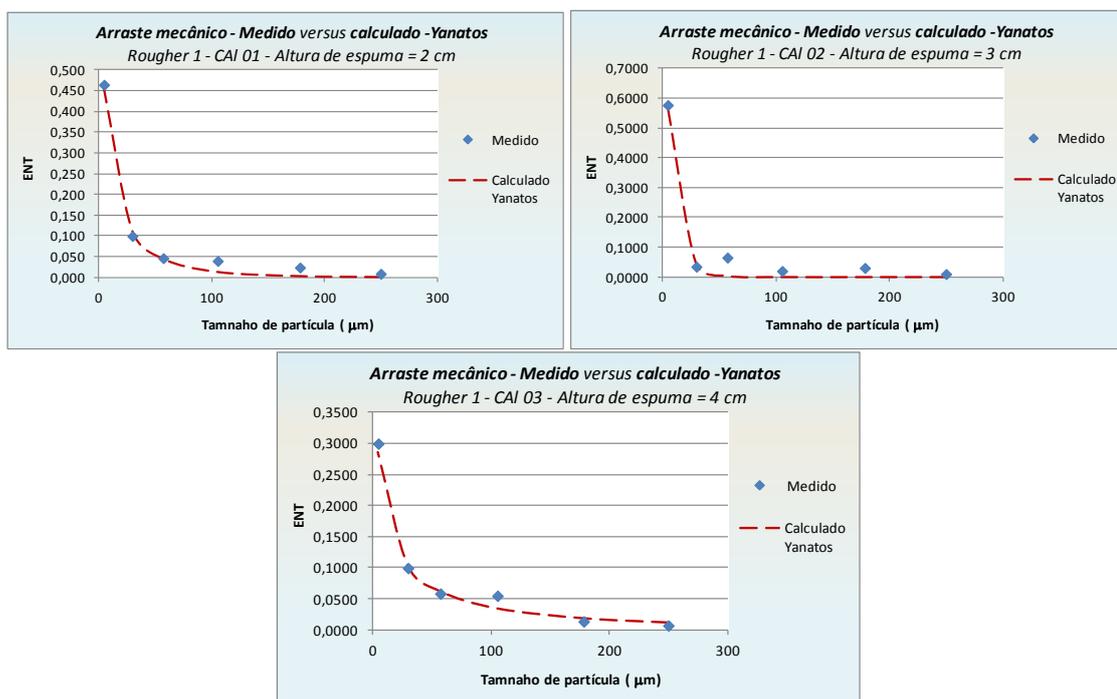


Figura 5.9 – Comparação entre o arraste mecânico medido e curvas do modelo de Yianatos para as três alturas de espuma

Tabela 5.13 Dados medidos de arraste mecânico e dados calculados com o modelo de Yianatos

		Test Cal 01 2 cm espuma		Test Cal 02 3 cm espuma		Test Cal 03 4 cm espuma	
<b>Tempo de retenção do ar na espuma (s)</b>		2,8		4,2		5,2	
<b>Tamanho de partícula (µm)</b>	<b>Tamanho de Partícula médio (µm)</b>	<b>Medido</b>	<b>Calculado Yianatos</b>	<b>Medido</b>	<b>Calculado Yianatos</b>	<b>Medido</b>	<b>Calculado Yianatos</b>
212	250	0,008	0,001	0,009	0,000	0,007	0,012
150	178	0,023	0,003	0,030	0,000	0,013	0,019
74	105	0,039	0,013	0,019	0,000	0,055	0,035
44	57	0,046	0,045	0,065	0,004	0,058	0,063
20	30	0,099	0,114	0,034	0,047	0,099	0,104
10	4	0,464	0,460	0,577	0,575	0,300	0,286
<b>Arraste global</b>		0,122	0,113	0,118	0,095	0,09	0,079
<b>Fator de correlação R2</b>		0,99		0,99		0,99	

Conceitualmente, a presença de ganga de tamanho intermediário no concentrado não é muito compatível com a definição de arraste mecânico. A explicação para esta presença encontra-se no mecanismo de aprisionamento (entrapment) que ocorre para uma altura ou condição de espuma em que a espessura das lamelas e bordas líquidas das bolhas é adelgada até um tamanho semelhante ou inferior ao do tamanho de

partícula (Zheng, 2006). Assim, partículas de ganga de tamanho intermediário ficam retidas entre partículas de mineral aderido nas bolhas, porque não tem espaço o bastante para fluírem com a água e serem drenadas. Este fenômeno explica o patamar de recuperação de ganga livre entre 50 e 150mm observados nestes dados, particularmente para as alturas maiores de espuma.

Assim, a principal diferença entre os modelos de Savassi e Bisshop and White, de um lado, e de Yianatos, de outro, é que os primeiros modelam exclusivamente o mecanismo de arraste, e serão válidos para os casos em que a camada de espuma não é muito espessa. O modelo de Yianatos, pela flexibilidade da curva matemática, pode incluir os dois mecanismos, de arraste e aprisionamento.

#### 5.4.3 Recuperação na espuma

A recuperação na região de espuma foi avaliada utilizando-se 2 modelos:

O modelo de Gorain:

$$R_f = \exp(-\beta \cdot \tau_f)$$

O modelo de Vera:

$$R_f = (1 - ENT \cdot R_{wf}) \cdot \exp(-\beta \cdot \tau_f) + ENT \cdot R_{wf}$$

Para obtenção dos valores de  $R_f$ , há necessidade de determinar o parâmetro  $\beta$  das equações. De modo semelhante ao usado para a recuperação de água, a relação de balanço de massas definida pela equação 3.37 foi usada como base, na forma reescrita como:

$$\frac{R}{(1 - R)} = \frac{R_C}{(1 - R_C)} \cdot R_f$$

Deste modo, uma vez que os valores de recuperações globais (R) são conhecidos, uma interpolação de  $R/(1-R)$  x equação de  $R_f$  de cada modelo nos três testes permite obter os valores dos parâmetros necessários.

Em todos os casos, a recuperação na zona de coleta é assumida como constante e calculada a partir da relação do balanço de massas. Assim sendo, a forma como a recuperação na espuma é definida afeta o resultado obtido para a recuperação na região de coleta.

A tabela 5.13 apresenta os resultados

*Tabela 5.14 – Resultados globais de recuperação na espuma na etapa rougher 1*

Teste	Altura de Espuma cm	Tempo de Retenção ar na espuma ( $\tau_f$ ) s	Arraste mecânico ENT	Recup. Cpy R	Recup. Água Espuma $R_{wf}$	Gorain		Vera		
						$R_f = \exp(-\beta \cdot \tau_f)$		$R_f = (1 - ENT \cdot R_{wf}) \cdot \exp(-\beta \cdot \tau_f) + ENT \cdot R_{wf}$	$\alpha = ENT \cdot R_{wf}$	Rf
Cal 1	2	2,84	0,122	84,7%	24,0%	72,8%	88,3%	2,9%	74,7%	87,9%
Cal 2	3	4,20	0,118	82,2%	11,6%	62,6%	88,3%	1,4%	64,5%	87,9%
Cal 3	4	5,19	0,090	81,2%	7,4%	56,1%	88,3%	0,7%	58,0%	87,9%
Parâmetros						$\beta = 0,112$ $R^2 = 0,976$		$\beta = 0,106$ $R^2 = 0,975$		

Verifica-se que todos os modelos apresentaram bons ajustes. Os modelos de Gorain e Vera apresentaram valores de  $R_f$  muito semelhantes, variando entre cerca de 75% até cerca de 57%.

Estes modelos são a expressão da cinética de primeira ordem num regime tubular para a espuma, e a diferença entre eles corresponde a que o segundo inclui explicitamente o fator de arraste. Nota-se que a semelhança dos resultados é devida ao fato de que, neste caso, o arraste mecânico é muito pequeno e, assim, o modelo de Vera tende ao valor estabelecido pelo modelo de Gorain. Ambos requerem a obtenção de um parâmetro,  $\beta$ , que é equivalente à taxa de transferência de massas da espuma para o concentrado. De modo análogo ao valor de  $k$  para a flotação real na zona de coleta, o parâmetro  $\beta$  incorpora uma série de fatores que afetam a espuma como drenagem,

recoleta, carga de partículas por bolha e aglomeração de partículas, seletivamente ou não. Em outras palavras, estes modelos são mais genéricos, já que o parâmetro  $\beta$  não pode ser diretamente associado a um fenômeno real específico na flotação.

Este conjunto de dados está de acordo com a observação geral de que a recuperação na região de coleta é preponderante na flotação, mas ao mesmo tempo reforça a importância da recuperação na espuma. De fato, considerando que a recuperação na região de coleta é igual a 88,3% e que as recuperações finais variaram entre 85 e 81%, dependendo da recuperação na espuma, vê-se que a espessura da camada de espuma pode provocar uma queda na recuperação que é relevante, chegando a alcançar quase 7 pontos percentuais. É essencial considerar as diferentes regiões de polpa e espuma em separado.

Neste caso, o efeito do arraste mecânico sobre a recuperação é pequeno, inferior a 1 ponto percentual. Entretanto, o aumento na drenagem e a queda do nível de arraste provocaram um aumento significativo de teor no concentrado, como indicado anteriormente na tabela 5.9.

#### **5.4.4 Taxa de flotação na zona de coleta**

Considerando os resultados obtidos nos cálculos de recuperação na espuma, o valor de recuperação na zona de coleta  $R_c$  foi igual a 88,3%, como indicado na tabela 5.13. É interessante notar que este valor é similar à proporção de calcopirita que se distribui nas classes de liberação acima de 30% de calcopirita (88%). A partir deste dado, a classe de liberação de 30% pode ser pensada como um limite teórico, uma referência teórica de corte de teor mínimo de classe para a flotação rougher nas condições avaliadas, dentro do tempo de 2,1 minutos.

Deste valor, é possível obter a constante  $k_{CZ}$  utilizando o tempo de residência na zona de coleta. O volume estimado da zona de coleta foi igual a 600ml e, assim, o tempo de

residência foi calculado como 126 segundos ou 2,1 minutos. Deste modo, o valor da taxa de flotação  $k_{cz}$  foi calculado como  $3,60 \text{ min}^{-1}$ .

#### 5.4.5 Recuperação Global

A recuperação global do primeiro rougher foi recalculada utilizando a equação do modelo dos compartimentos e os dados obtidos com os modelos paralelos. A tabela 5.15 e a figura 5.10 consolidam estes resultados

Tabela 5.15–Sumário de dados obtidos por simulação e teores de calcopirita no concentrado

	Altura de espuma (cm)	Tempo de residência		Constante cinética $k_{cz}$ (1/min)	Rf calculada	ENT calculado	Rw Calculado	Recuperação medida	Recuperação calculada	Teor de calcopirita (%)
		zona de coleta	$\tau_{cz}$ (min)							
Cal 01	2		2,1	3,60	72,8%	0,113	14,1%	84,7%	84,7%	51,1
Cal 02	3		2,1	3,60	62,6%	0,095	7,6%	82,2%	82,6%	58,4
Cal 03	4		2,1	3,60	56,1%	0,079	4,7%	81,2%	80,9%	65,3
									R <sup>2</sup> =	0,972

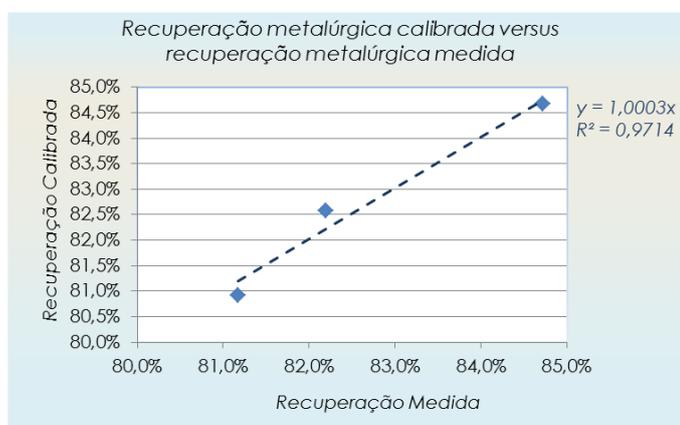


Figura 5.10 – Recuperação de calcopirita calibrada versus recuperação de calcopirita medida para os três testes com diferentes alturas de espuma

A reconciliação de todos os dados no modelo gerou um bom ajuste, com um fator de correlação de 0,97, indicando que a calibração foi bem sucedida. Este resultado positivo é consequência dos bons ajustes dos parâmetros dos modelos paralelos.

## Capítulo 6 - Conclusões

A utilização do modelo dos compartimentos como uma base para o modelamento da flotação forneceu uma boa percepção do impacto de cada fenômeno na flotação por permitir avaliar matematicamente o efeito de cada fenômeno, garantindo, ao mesmo tempo, a integração destes fenômenos. Em outras palavras, o modelo mostrou-se uma ferramenta adequada para avaliar, integrar e utilizar modelos paralelos que representam os fenômenos físicos essenciais da flotação. A integração de modelos distintos permite uma melhor visão das vantagens e limitações de cada modelo em relação ao fenômeno que estes representam e aos parâmetros relativos a aspectos específicos.

Para a composição da recuperação global, a recuperação na região de espuma mostrou um papel essencial. A recuperação na região de coleta foi igual a 88,3% e as recuperações finais variaram entre 85 e 81%, dependendo, principalmente, da recuperação na espuma que, por sua vez, variou entre 73 e 56% quando a espessura da camada aumentou de 2 até 4cm. É interessante notar que a recuperação na zona de coleta da primeira etapa rougher apresentou valor equivalente à proporção de calcopirita presente no conjunto de classes de partículas que contém mais de 30% do mineral. Este pode ser um indicativo de que um limite inferior de conteúdo mineral para que partículas sejam flotadas na primeira etapa rougher seja igual ou esteja em torno de 30%.

Vê-se que a recuperação final pode ser afetada em até 7 pontos percentuais, caindo de 88% (zona de coleta, ou flotação sem espuma) para 81% (4cm de espuma). Em contrapartida, os teores de calcopirita no concentrado aumentaram de 51,1 para 65,3%, com um ganho expressivo de seletividade. Este comportamento é resultante da redução do efeito de arraste mecânico, fruto da drenagem de água, notável pela queda na recuperação de água que caiu de 14% até 5% provocando o retorno de ganga arrastada para a polpa. Também é provável que o regime de mistura na espuma

favoreça uma concentração mais seletiva. Além disto – ou em paralelo a isto – embora o desprendimento causado pelo colapso de bolhas não seja seletivo, é provável que ocorra posterior coleta seletiva na própria espuma.

Novos trabalhos utilizando os dados de classes de tamanho e liberação para estes testes permitirão averiguar a ocorrência deste fenômeno. De todo modo, os resultados obtidos mostram que é essencial considerar as diferentes regiões de polpa e espuma em separado para a simulação e representação da flotação. Modelos cinéticos que utilizam um único  $k$  para modelar as duas fases serão bastante suscetíveis a mudanças na altura de espuma, perdendo sua capacidade preditiva.

O modelamento em separado, no entanto, apresenta questões internas a cada fase. Os modelos de recuperação na espuma considerados, de Gorain(1998) e Vera (2002), representam a cinética de primeira ordem na espuma. A diferença entre eles é que o segundo inclui o arraste mecânico. Ambos apresentaram resultados muito similares e ajustes muito bons. Esta semelhança é devida ao fato de que, para o processo testado, o arraste mecânico é muito pequeno e, assim, o modelo de Vera tende ao valor estabelecido pelo modelo de Gorain. Ambos requerem a obtenção de um parâmetro,  $\beta$ , que é equivalente à taxa de transferência de massas da espuma para o concentrado. De modo análogo ao valor de  $k$  para a flotação real na zona de coleta, o parâmetro  $\beta$  incorpora uma série de fatores que afetam a espuma como drenagem, recoleta, carga de partículas por bolha e aglomeração de partículas, seletivamente ou não. Em outras palavras, estes modelos são mais genéricos, já que o parâmetro  $\beta$  não pode ser diretamente associado a fenômenos que ocorrem na espuma. O ideal seria que os modelos na espuma já incluíssem ou permitissem estabelecer esta correlação.

Entre os modelos de arraste avaliados, o modelo de Yianatos apresentou a melhor correlação com o tamanho de partículas porque, além de representar o arraste mecânico, representa também o mecanismo de aprisionamento (entrapment), que é significativo para partículas intermediárias em espumas espessas. A curva se ajusta bem aos dados e o modelo é bastante apropriado. Em estudos futuros, será

interessante estabelecer correlações entre os parâmetros do modelo a condições operacionais ou a significados físicos.

O modelo de Gorain para a recuperação de água, baseado na cinética de primeira ordem, também gerou um bom ajuste.

Por fim, a recuperação calculada com o modelo dos compartimentos e com modelos paralelos mostrou-se muito próxima aos valores medidos, tanto pela adequação do próprio modelo como em consequência do bom ajuste dos modelos paralelos. A abordagem mostrou-se válida para representar a flotação e pode ser uma base adequada para o desenvolvimento integrado de novos modelos.

### **Referências Bibliográficas**

- Alexander, D.J., e R.D. Morrison. "Rapid estimation of floatability components in industrial flotation plants." *Minerals Engineering*, 1998: 133-143.
- Amenluxen, R., e P. Amenluxen. "Methodology for using laboratory kinetic flotation parameters for plant design and optimization." *Proceedings of the VI International Mineral Processing Seminar, PROCEMIN 2009*. Santiago, Chile, 2009. 357-365.
- Arbiter, N., e C.C. Harris. "Flotation Kinetics." In: *Froth Flotation*, por D.W. Fuesternau ( editor ), 215-246. AIME, 1962.
- Ata, S. "Phenomena in the froth phase of flotation — A review." *Int. Journ. Min. Process.*, 2012: 1-12.
- Barbery, G. *Mineral Liberation Measurement, Simulation and Practical Use in Mineral Processing*. Quebec: Les Editions, G.B., 1991.
- Bishop, J.P., e M.E. White. "Study of particle entrainment in flotation froths." *Trans AIME*, 1976: 191-194.
- Brozek, M., e A. Mlynarczykowska. "Analysis of kinetics models of batch flotation." 2007: 51-65.
- Crawford, R., e J. Ralston. "The influence of particle size and contact angle in mineral flotation." *Int. J. Miner. Process*, 1988: 1-24.
- Cutting, G.W., S.P. Barber, e S. Newton. "Effects of froth structure and mobility on performance and simulation of continuously operated flotation cells." *Int. J. Min. Process.*, 1986.

- Dobby, G., e O.N. Savassi. "An advanced modeling technique for scale-up of batch flotation results to plant metallurgical performance." *Proceedings of the Centenary of Flotation Symposium*. Brisbane, Australia, 2005. 99-103.
- Falutsu, M., e G.S. Dobby. "Direct measurement of froth drop-back and collection zone recovery in a laboratory flotation column." *Minerals Engineering*, 1989: 377-386.
- Fandrich, R.G., C.L. Schneider, e S.L. Gay. "Two Stereological correction methods: allocation method and kernel transformation method." *Minerals Engineering* 11 (1998): 707-715.
- Feteris, S. M., J.A. Frew, e A. Jowet. "Modeling the effect of froth depth in flotation." *Int. J. Min. Process*, 1987: 121-135.
- Finch, J.A., e G. Dobby. *Column Flotation*. London, UK: Pergamon Press, 1990.
- Flint, L.R. "A mechanistic approach to flotation kinetics." *Trans*, 1974: 90-95.
- Gaudin, A.M. *Flotation*. New York: Mc Graw Hill , 1957.
- . *Principles of Mineral Dressing*. Mc Graw Hill, 1939.
- Gorain, B.K., F. Burgess, J.P. Franzidis, e E.V. Manlapig. "Bubble Surface Area Flux - A New Criterion for Flotation Scale-up." *Sixth Mill Operators' Conference*. Mandang - Papua New Guinea: AUSIMM, 6 - 8 October 1997. 141-148.
- Gorain, B.K., M.C. Harris, J.P. Franzidis, e E.V. Manlapig. "The effect of froth residence on the kinetics of flotation." *Miner. Eng.*, 1998: 627-638.
- Harris, C.C. "Multiphase models of flotation machines behaviour." *Int J Miner Process*, 1978: 107-129.

- Huber-Panu, I., E. Ene-Danalache, e D.J. Cojocario. *Mathematical models of batch and continuous flotation*. Vol. 2, em *Flotation, A.M Gaudin Memorial Volume*, 675-724. New York, 1976.
- Hunt, J., R. Berry, e D. Bradshaw. "Characterising chalcopyrite liberation and flotation potential: Examples from an IOCG deposit." *Minerals Engineering*, 2011: 1271–1276.
- Jameson, G.J. "The effect of surface liberation and particle size on flotation rate constants." *Minerals Engineering*, 2012: 132–137.
- Jonhson, N.W., D.J. McKee, e A.J. Lynch. "Flotation Rates of non sulphide minerals in chalcopyrite flotation processes." *Trans. AIME*, 1974.
- Jowett, A. "Gangue mineral contamination of froth." *Brit. Chem. Eng.*, 1966: 330-333.
- Kelsall, D.G. "Application of probability in the assessment of flotation systems." *Trans.Inst.Min.Met*, 1961: 191-204.
- King, R.P. *Modeling and Simulation od Mineral Processing Systems*. 1. Oxford, UK: Butterworth-Heinemann, 2001.
- King, R.P. *The use of simulation in the design and modification*. Vol. 2, em *Flotation, A.M. Gaudin Memorial Volume*, edição: M.C. Fuerstenau, 937– 962. New York: AIME, 1976.
- King, R.P., e C.L. Schneider. "Comparison of stereological correction procedures for liberation measurements." *TransIMM* 104 (1997): 155-161.
- Kirjavainen, V.M. "Review and analysis of factors controlling the mechanical flotation of gangue minerals." *Int. J. Miner. Process.* 46 (1996): 21-34.
- Klassen, V.I., e V.A. Mokrousov. *An introduction to the theory of flotation*. London: Butterworths, 1963.

- Klimpel, R.R. "Selection of Chemical Reagents for Flotation." In: *Mineral Processing Plant Design*, edição: A.L. Mular e R.B. Bhappu, 907-934. New York: SME-AIME, 1982.
- Koh, P.T.L., e M.P. Schwarz. "CFD model of a self-aerating flotation cell." *Int. J. Miner. Process*, 2007: 16-24.
- Loveday, B.K. "Analysis of froth flotation kinetics." *Trans. IMM.* , 1966: C219-C225.
- Lynch, A.J., N.W. Johnson, E.V. Manlapig, e C.G. Thorne. *Mineral and Coal Flotation Circuits Their Simulation and Control*. Edição: D.W. Fuerstenau. Amsterdam: Elsevier, 1981.
- Maachar, A., e G.S. Dobby. "Measurement of feed water recovery and entrainment solids." *Canadian Metallurgical Quarterly*, 1992: 167-172.
- Mao, L., e R.H. Yoon. "Predicting flotation rates using a rate equation derived from first principles." *Int. J. Miner. Process.*, 1997: 171-181.
- Mathe, Z.T., M.C. Harris, C.T. O'Connor, e J.P. Franzidis. "Review of froth modelling in steady state flotation systems." *Minerals Engineering*, 1998: 397-421.
- Mendez, D.A., E.D. Gálvez , e L.A. Cisternas. "State of the art in the conceptual design of flotation circuits." *Int. J. Miner. Process*, 2009: 1-15.
- Moys, M.H. "A study of a plug-flow model for flotation froth behaviour." *Int. J. Miner. Process.*, 1978: 21-38.
- Moys, M.H. "Residence time distributions and mass transport in the froth phase of the flotation process." *Int. Journ. Min. Process.*, 1984: 117-142.
- Neethling, S.J., e J.J. Cilliers. "Modelling flotation froths." *INT. J. Min. Process.*, 2003: 267-287.

- Neethling, S.J., e J.J. Cilliers. "The entrainment factor in froth flotation: model for particle size and other operating parameter effects." *Int. j. Min. Process.*, 2009: 267-287.
- Pyke, B., J. Duan, D. Fornasiero, e J. Ralston. "From turbulence and collision to attachment and detachment: A general flotation model." *Proc of the Strategic Conference Flotation and Flocculation: From Fundamentals to Applications*. Australia: Snap Printing, 2003.
- Ross, V.E. "The behaviour of particles in flotation froths." *Minerals Engineering*, 1991: 959-974.
- Savassi, O.N. "Estimating the recovery of size-liberation classes in industrial flotation cells: A simple technique for minimizing the propagation of the experimental error." *Int. J. Miner. Process*, 2006: 85– 92.
- . "A compartment model for the mass transfer inside a conventional f flotation cell." *Int. J. Miner. Process.*, 2005: 65–79.
- Savassi, O.N., D.J. Alexander, J.P. Franzidis, e E.V. Manlapig. "An empirical model for entrainment in industrial flotation plants." *Minerals Engineering*, 1998: 243-256.
- . "An Empirical Model for Entrainment in Industrial Flotation Plants." *Minerals Engineering*, 1998: 243-256.
- Savassi, O.N., D.J. Alexander, N.W. Johnson, J.P Franzidis, e E.V. Manlapig. "Measurement of froth recovery of attached particles in industrial flotation cells." *Proceedings of the Sixth Mill Operators Conference*. 1997. 149–155.
- Schuhmann, R. "Flotation Kinetics I. Methods for steady state study of flotation problems." 1942: 891-902.

- Seaman, D.R., J.P. Franzidis, e E.V. Manlapig. "Bubble load measurement in the pulp zone of industrial flotation machines: a new device for determining the froth recovery of attached particles." *Int. J. Min. Process.*, 2004: 1-13.
- Smart, R.C., J. Amarantidis, W.M. Skinner, C.A. Prestidge, L.L. Vanier , e S.R. Grano. "Surface Analytical Studies of Oxidation and Collector Adsorption in Sulfide Mineral Flotation." *Topics in Applied Physics*, 2003: 3-62.
- Smith, P.G., e L.J. Warren. "Entrainment of particles into flotation froths." In: *Frothing in Flotation*, 123-145. New York: Gordon and Breach, 1989.
- Spencer, S., e D. Sutherland. "Stereological correction of mineral liberation grade distributions estimated by single sectioning of particles." *Image Anal Stereol* 19 (2000): 175- 182.
- Subrahmanyam, T.V., e E. Fossberg. "Froth Stability, Particle Entrainment and Drainage in Flotation – A Review." *Int. Journ. Min. Process*, 1988: 33-53.
- Sutherland, D.N. "Batch flotation behaviour of composite particles." *Minerals Engineering*, 1989: 351-367.
- Sutherland, K.L., e I.W. Wark. *Principles of Flotation*. Australasian Institute of Mining and Metallurgy, 1955.
- Taggart, A.F. *Handbook of Mineral Dressing*. New York: John Wiley & Sons, 1945.
- Tomlinson, H.S., e M.G. Fleming. "Flotation Rate Studies." Edição: A. Roberts. *Proc VI Int. Miner. Proc. Cong.* Pergamon, 1965. 563-579.
- Trahar, W.J. "A Rational Interpretation of the Role of Particle Size in Flotation." *Int. Journ. Min. Process*, 1981: 289-327.
- Ventura-Medina, E., e J.J. Cilliers. "Calculation of the specific area in flotation." *Minerals Engineering*, 2000: 265-275.

- Vera, M.A., Z.T. Mathe, J.P. Franzidis, M.C. Harris, E.V. Manlapig, e C.T. O'Connor. "The modelling of froth zone recovery in batch and continuously operated laboratory flotation cells." *Int. J. Miner. Process.*, 2002: 135-151.
- Welsby, S.D.D., S.M.S.M. Vianna, e J.P. Franzidis. "Assigning physical significance to floatability components." *Int. J. Miner. Process.*, 2010: 59-67.
- Yianatos, J.B. "Fluid flow and kinetic modelling in flotation related processes - Columns and mechanically agitated cells - A review." *Trans IChemE*, 2007: 1591-1603.
- Yianatos, J.B., e F. Contreras. "Particle entrainment model for industrial flotation cells." *Powder Technology*, 2010: 260-267.
- Yoon, R.H., e G.H. Luttrell. "The effect of bubble size on fine particle flotation." *Miner. Proc. Extract.*, 1989.
- Zheng, X., N.W. Johnson, e J.P. Franzidis. "Modelling of entrainment in industrial flotation cells: Water recovery and degree of entrainment." *Minerals Engineering* 19 (2006): 1191-1203.

***Anexo I***

***Dedução do Modelo dos Compartimentos***

*Comparação entre a dedução original e a dedução  
simplificada*

## Introdução

Na revisão bibliográfica da dissertação, o desenvolvimento do modelo dos compartimentos foi explicado através de uma dedução *simplificada*, obtida a partir da dedução original. Esta dedução simplificada é suportada pelas referências mais usuais da relação entre a zona de coleta e da zona de espuma, bem como por conceitos e relações algébricas mais comuns na literatura de modelamento de flotação.

Esta simplificação:

- representa uma interpretação da dedução original, trazendo-lhe uma nova perspectiva.
- reduz o número de fórmulas necessário para a obtenção do modelo e o tamanho total da dedução, ao tomar balanços e conceitos já consolidados na literatura.
- simplifica o entendimento da origem do modelo, o que facilita o acesso a ele e tende a demonstrar sua robustez de modo mais imediato. Tendo um entendimento mais fácil, o modelo também se torna mais acessível e mais aceito na comunidade científica, não somente para os já familiarizados com o tema, mas também para os novos pesquisadores.

Em todos estes aspectos, permanece a reverência ao modelo e à sua obtenção original que detalha todos os fluxos internos à célula de flotação e traça uma lógica voltada para a transferência de massas, o que é útil para justificar questões conceituais teóricas mais detalhadas.

Ambas as deduções são absolutamente equivalentes. De fato, *a dedução simplificada foi totalmente baseada nas observações do próprio artigo original.*

O texto deste anexo visa demonstrar este fato. Para isto, foi feita uma tradução direta do item 2 do artigo original de O.N. Savassi - "[A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell.](#)" *Int. J. Miner. Process.*, 2005 - que trata especificamente do desenvolvimento do modelo. Esta tradução foi colocada em paralelo com comentários que explicam a equivalência com a dedução simplificada constante na revisão bibliográfica da tese. Os comentários estão em azul. Os textos mencionados dos artigos e da revisão estão em preto.

Estruturalmente, a dedução original é dividida em três partes, cada uma delas detalhada por transferência de massas:

1. Recuperação por arraste
2. Recuperação por flotação real e, por fim,
3. Recuperação global para o qual o modelo é definido

A dedução simplificada tem estrutura ligeiramente diferente:

1. inicia-se com a definição geral da recuperação global,
2. segue com a recuperação por flotação real,
3. continua com recuperação por arraste e
4. retoma a recuperação global para definição do modelo.

Assim, os paralelos são realizados *por tema*, tendo como referência de ordenação o artigo original, que é descrito à esquerda. Os comentários são apresentados à direita.

Os dois principais questionamentos levantados em relação à equivalência das duas formas de dedução referem-se:

- ao uso efetivo de somente duas regiões na dedução simplificada, em vez das três regiões da dedução original. Na dedução simplificada, há somente menções à região quiescente como a região sob a espuma. Efetivamente, na simplificação, são utilizadas polpa e espuma, enquanto na dedução original, os fenômenos são descritos em termos da espuma e de uma subdivisão da polpa em zona quiescente e zona de coleta.
- ao uso de um diagrama de fluxo mais geral para a Recuperação por Flotação Real na dedução simplificada, também em função do uso de duas regiões, em vez das três originais. A figura A1 apresenta estas diferenças em diagramas.

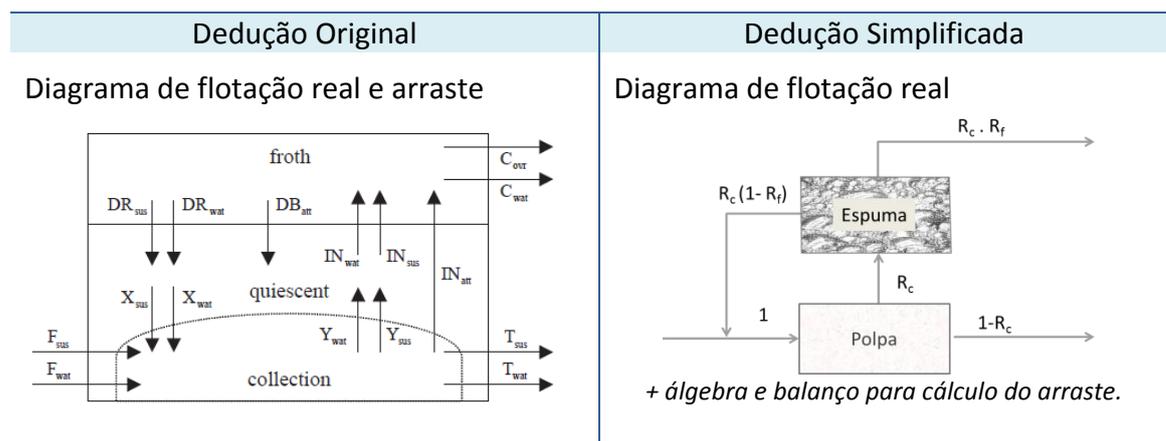


Figura A1 – Comparação entre diagramas e lógica utilizados nas duas deduções

O texto demonstrará que, de fato, as simplificações já estão incluídas nas premissas da dedução original, o que torna as duas formas de explicação equivalentes.

## Demonstração

### Dedução Original do Modelo dos Compartimentos

A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell

#### 2. Desenvolvimento do Modelo

##### 2.1 Recuperação por arraste

O arraste de água e partículas suspensas na espuma é causado pela ascensão das bolhas de ar através da interface polpa-espuma (Subrahmanyam and Forssberg, 1988; Laplante et al., 1989; Smith and Warren, 1989). Este mecanismo é independente das propriedades da superfície das partículas e assim, afeta tanto partículas hidrofóbicas quanto partículas hidrofílicas suspensas na polpa. (Engelbrecht and Woodburn, 1975; Trahar, 1981).

Somente as partículas finas (abaixo de 60  $\mu\text{m}$ ) tendem a ser recuperadas por arraste, já que partículas grossas tem taxas de drenagem muito mais altas a partir da espuma. Sendo causado pelas mesmas bolhas que trazem as partículas aderidas para a espuma, o arraste sempre ocorrerá simultaneamente ao mecanismo de flotação real.

A motivação desta seção do desenvolvimento do modelo é estabelecer uma expressão para a recuperação de uma classe específica de partículas, exclusivamente por arraste mecânico. A flotação real será abordada posteriormente no artigo.

A figura 1 ilustra a transferência de água e partículas suspensas (subscritos “wat” e “sus” respectivamente) em termos dos seguintes fluxos:

- F: alimentação;
- Y suspensão devido à ação do impelidor que tende a ser da mesma magnitude
- IN: fluxo que entra na espuma
- DR: drenagem da espuma
- X: recirculação por ambos, a ação do impelidor e a sedimentação de partículas
- C: concentrado
- T: rejeito

### Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original

OBS: Como as referências bibliográficas mencionadas no texto da dedução original são específicas do artigo, não há neste anexo o detalhamento destas referências. Para detalhes, ver o artigo original: O.N. Savassi - “A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell.” Int. J. Miner. Process., 2005. As referências citadas na dedução simplificada à esquerda fazem parte da dissertação.

**Dedução Original do Modelo dos Compartimentos**

A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell

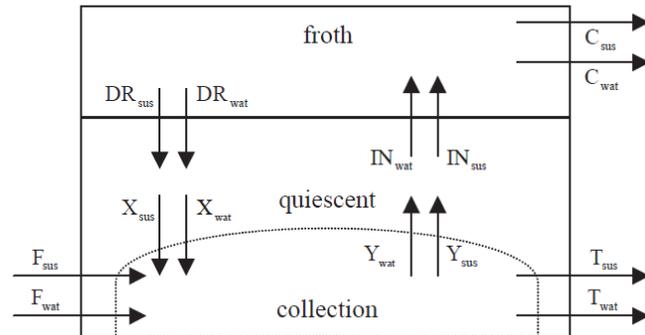


Figura 1 – Transferência de água e partículas suspensas em uma célula convencional

Deve ser enfatizado que o subscrito “sus” quando aplicado à polpa indica partículas suspensas mas o mesmo subscrito quando aplicado à espuma indica partículas que atravessaram a interface polpa espuma por arraste (independentemente de que estas partículas permaneçam ou não suspensas em água em todo o percurso até a calha de concentrado). Como discutido acima, esta abordagem elimina a necessidade de qualquer premissa com respeito à extensão dos subprocessos que ocorrem dentro da região de espuma, simplificando grandemente o modelo.

A relação entre a transferência de água e partículas suspensas em uma célula de flotação é frequentemente quantificada pelo grau de arraste, que é definido pela seguinte razão (Johnson, 1972; Trahar, 1981; Subrahmanyam)

$$\text{Arraste mecânico} = \frac{\text{Rec partículas arrastadas para concentrado}}{\text{Rec de água para concentrado}} \quad \text{Eq. A.1}$$

A vantagem de usar o grau de arraste para propósitos de modelamento é que a razão não é fortemente afetada por variações na recuperação de água para um amplo intervalo de condições (Johnson, 1972). O grau de arraste mecânico é frequentemente calculado com base na alimentação isto é, em termos das recuperações da alimentação para o concentrado (Trahar, 1981):

**Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original**

A figura 1 ao lado divide a célula em três partes, região de coleta, região quiescente e região de espuma e indica o movimento entre estas três áreas. Esta divisão é interessante por detalhar os fluxos e mostrar a dinâmica, mas também poderia ser expressa por somente duas regiões, para efeito do modelo em questão.

Na dedução simplificada, a célula será predominantemente dividida em duas áreas somente, polpa e espuma. A região quiescente é apenas mencionada como a área sob a espuma, apresentando muito mais um caráter descritivo do que efetivo.

Mais adiante, esta divisão em duas partes será mais bem justificada pelas premissas da dedução original

<b>Dedução Original do Modelo dos Compartimentos</b> A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell	<b>Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original</b>
$ENTFEED = \frac{R_{sus}}{R_{wat}} \quad Eq. A.2$	
<p><i>De um ponto de vista fenomenológico, uma abordagem mais rigorosa é calcular o grau de arraste com base na entrada de partículas suspensas na espuma, isto é em termos das recuperações da polpa para o concentrado. (Johnson, 1972; Bisshop, 1974). O grau de arraste através da espuma é assim definido como (o sobrescrito FR indica a região de espuma)</i></p>	
$ENT = \frac{R_{sus}^{FR}}{R_{wat}^{FR}} \quad Eq. A.3$	
<p><i>De acordo com os fluxos representados na figura 1, a recuperação de uma classe de partículas por arraste e a recuperação de água a partir da alimentação para o concentrado são dadas, respectivamente, por:</i></p>	
$R_{sus} = \frac{C_{sus}}{F_{sus}} \quad Eq. A.4$	
$R_{wat} = \frac{C_{sus}}{F_{wat}} \quad Eq. A.5$	
<p><i>Também de acordo com os fluxos da figura 1, a recuperação na espuma de partículas arrastadas e a recuperação na espuma de água (ambas seguindo da polpa para o concentrado) são dadas por, respectivamente:</i></p>	
$R_{sus}^{FR} = \frac{C_{sus}}{IN_{sus}} \quad Eq. A.6$	
$R_{wat}^{FR} = \frac{C_{wat}}{IN_{wat}} \quad Eq. A.7$	

**Dedução Original do Modelo dos Compartimentos**

A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell

Usando o símbolo  $\omega$  para representar a concentração de polpa em termos da massa de sólidos por unidade de massa de água, tem-se:

$$\omega_{sus}^{con} = \frac{C_{sus}}{C_{wat}} \quad \text{Eq. A.8}$$

$$\omega_{sus}^{feed} = \frac{F_{sus}}{F_{wat}} \quad \text{Eq. A.9}$$

$$\omega_{sus}^{tail} = \frac{T_{sus}}{T_{wat}} \quad \text{Eq. A.10}$$

De acordo com a teoria do enxame de bolhas (Bubble swarm) proposta por Smith e Warren (1989), o mecanismo de arraste mecânico conduz a água e partículas suspensas para a espuma na mesma proporção em que elas existem na zona quiescente (sobrescrito QZ), isto é:

$$\frac{IN_{sus}}{IN_{wat}} = \omega_{sus}^{qz} \quad \text{Eq. A.11}$$

A combinação das equações A2, A4, A5, A8 e A9 fornece:

$$ENTFEED = \frac{\omega_{sus}^{con}}{\omega_{sus}^{feed}} \quad \text{Eq. A.12}$$

A combinação das equações A3, A4-A6 e A11 fornece:

$$ENT = \frac{\omega_{sus}^{con}}{\omega_{sus}^{qz}} \quad \text{Eq. A.13}$$

**Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original**

O tema da recuperação de partículas suspensas está no meio da dedução simplificada e se inicia com definição equivalente à equação A13 da original, que também é citada na literatura como definição de arraste mecânico. A equação A13 é algebricamente equivalente à equação A3 de modo direto, e, por isto, esta relação não está detalhada no texto:

A recuperação de partículas suspensas  $R_{sus}$  está diretamente relacionada ao grau de arraste mecânico gerado no processo (ENT) que é quantificada pela seguinte relação (Savassi, 1998):

$$ENT = \frac{\omega_{sus}^{con}}{\omega_{sus}^{qz}} \quad \text{D.3.16 (=A.13)}$$

Onde  $\omega_{sus}^{con}$  = massa de ganga livre (ou partículas suspensas) por massa de água no concentrado

e  $\omega_{sus}^{qz}$  = massa de ganga livre (ou partículas suspensas) por massa de água na região quiescente de polpa

**Dedução Original do Modelo dos Compartimentos**

A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell

**Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original**

Apenas para efeito comparativo entre as considerações algébricas da simplificação e as considerações de transferência de massas do original, esta álgebra é demonstrada a seguir. Considere-se a equação original A13 (que na dissertação é numerada 3.16):

$$ENT = \frac{\omega_{sus}^{con}}{\omega_{sus}^{qz}} \quad \begin{matrix} A.13 \\ D.3.16 \end{matrix}$$

Substituindo as definições já descritas de  $\omega$  na própria equação, tem-se:

$$ENT = \frac{\text{massa partículas susp}^{con} / \text{massa de água}^{con}}{\text{massa partículas susp}^{qz} / \text{massa de água}^{qz}}$$

Como é a espuma que reside entre a zona quiescente o concentrado:

$$R_{sus}^{FR} = \frac{\text{massa partículas suspensas}^{con}}{\text{massa partículas suspensas}^{qz}}$$

E

$$R_{wat}^{FR} = \frac{\text{massa de água}^{con}}{\text{massa de água}^{qz}}$$

Então se verifica a equivalência algébrica da Eq A13 com a Eq A3:

$$ENT = \frac{R_{sus}^{FR}}{R_{wat}^{FR}}$$

O texto segue:

**Dedução Original do Modelo dos Compartimentos**

A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell

As equações A12 e A13 demonstram que não é necessário determinar o fluxo de partículas suspensas para a espuma de modo a estimar o grau de arraste. Em vez disto, é somente necessário medir a concentração de partículas originalmente suspensas na alimentação, na polpa e no concentrado. Além do mais, a relação entre as duas formas de expressar o arraste é dada pela combinação das equações A12 e A13 da seguinte forma:

$$ENTFEED = \frac{\omega_{sus}^{QZ}}{\omega_{sus}^{feed}} \cdot ENT \quad \text{Eq. A.14}$$

Segundo Johnson(1972), partículas de tamanho e densidade similares exibem taxas de drenagem similares e, portanto, graus de arraste ENT similares através da espuma. Entretanto, a equação 14 demonstra que, se uma classe de partículas hidrofóbicas tem uma baixa concentração na polpa devido à recuperação por flotação real, estas partículas irão ter um grau de arraste menor em relação à alimentação ENTFEED em comparação com uma classe hidrofílica de mesmo tamanho e mesma densidade. Neste sentido, o uso do grau de arraste através da espuma é mais conveniente para propósitos de modelamento, uma vez que este fator não é diretamente afetado pelo mecanismo de flotação real. A combinação das equações A2 e A14 para eliminar ENTFEED fornece:

$$R_{sus} = \frac{\omega_{sus}^{QZ}}{\omega_{sus}^{feed}} \cdot ENT \cdot R_{wat} \quad \text{Eq. A.15}$$

**Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original**

Para expressar a recuperação de partículas suspensas em função do grau de arraste, novamente, é considerado o balanço de massas, em que, por definição,  $R_{sus}$  é dado pela massa de partículas suspensas que reportam ao concentrado, sobre massa de partículas suspensas na alimentação. Seja  $R_w$  a recuperação de água. A recuperação  $R_{sus}$  pode, então, ser calculada a partir de:

$$R_{sus} = \frac{\omega_{sus}^{QZ}}{\omega_{sus}^{feed}} \cdot ENT \cdot R_{wat} \quad \begin{matrix} \text{D.3.17} \\ = \text{A.15} \end{matrix}$$

Na dedução simplificada, a passagem de A13 para A 15 é direta, porque considera que a álgebra entre os elementos é direta e visa somente transferir a referência para a alimentação. Considerando que:

$$R_{sus} = \frac{\text{massa partículas suspensas}^{con}}{\text{massa partículas suspensas}^{feed}}$$

$$R_{wat} = \frac{\text{massa de água}^{con}}{\text{massa de água}^{feed}}$$

E incluindo as definições de  $\omega$  como a razão entre massa de partículas e de água para cada região, então:

$$R_{sus} = \frac{\omega_{sus}^{QZ}}{\omega_{sus}^{feed}} \cdot ENT \cdot R_{wat} \quad \begin{matrix} \text{A.15} \\ \text{D.3.17} \end{matrix}$$

**Dedução Original do Modelo dos Compartimentos**

A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell

De modo a usar a equação A15 para propósitos de simulação, é necessário saber do efeito das condições operacionais sobre a concentração de partículas suspensas sob a interface polpa espuma, uma medida que raramente está disponível. Ainda assim, o regime em uma polpa em uma célula convencional pode seguramente ser assumido como sendo de mistura perfeita para água e partículas finas (Johnson, 1972). **De acordo com esta premissa, a concentração de partículas finas suspensas deve ser a mesma em todos os pontos da região de polpa, incluindo a região quiescente e a saída de rejeito, isto é:**

$$\omega_{sus}^{qz} = \omega_{sus}^{tail} \quad \text{Eq. A.16}$$

Onde  $\omega_{sus}^{tail}$  = massa de ganga livre por massa de água no rejeito. Portanto:

$$R_{sus} = \frac{\omega_{sus}^{tail}}{\omega_{sus}^{feed}} \cdot ENT \cdot R_w \quad \text{Eq. A.17}$$

Note que as equações A16 e A17 são estritamente válidas apenas para partículas finas, em vista da dificuldade de manter as partículas grossas suspensas longe dos impelidores. Mesmo assim, é pouco provável que a aplicação destas equações a todo o intervalo de partículas provoque qualquer erro apreciável no modelo, uma vez que nem a recuperação por arraste, nem o grau de arraste é relevante para a recuperação de partículas grossas. Neste sentido, ambos os lados da equação 17 tendem a zero para partículas grossas, independentemente de qualquer aspecto de concentração.

**Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original**

O desenvolvimento desta equação A15 está equivalente nos dois textos. A versão simplificada diz que:

A proporção de massa de ganga livre (ou partículas suspensas) por massa de água na região quiescente  $\omega^{qz}$  é mensurável, mas sua avaliação e associação com condições de processos não é trivial, o que dificulta consideravelmente seu uso para propósitos de simulação. No entanto, em uma célula convencional de flotação, pode-se assumir confiavelmente que o regime é de mistura perfeita para água e partículas finas tanto na região de coleta como na região quiescente. Assim, a composição da polpa é igual à composição do rejeito. Deste modo:

$$\omega_{sus}^{qz} = \omega_{sus}^{tail} \quad \begin{array}{l} \text{A.16} \\ \text{D.3.18} \end{array}$$

É importante notar que, como o regime de mistura é considerado igual tanto na região quiescente como na região de polpa, **para efeito do modelamento das partículas suspensas, isto reduz a região quiescente e a região de coleta a uma única região, a região de polpa, conforme é dito no próprio texto do artigo original (veja ao lado):** “De acordo com esta premissa, a concentração de partículas finas suspensas deve ser a mesma em todos os pontos da região de polpa, incluindo a região quiescente e a saída de rejeito.” Esta premissa da dedução original é essencial para que se possa determinar a recuperação de partículas suspensas.

**Dedução Original do Modelo dos Compartimentos**

A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell

**Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original**

Então, a dedução simplificada chega ao mesmo ponto da dedução original:

Para expressar a recuperação de partículas suspensas em função do grau de arraste, novamente, é considerado o balanço de massas, em que, por definição,  $R_{sus}$  é dado pela massa de partículas suspensas que reportam ao concentrado, sobre massa de partículas suspensas na alimentação. Seja  $R_w$  a recuperação de água. A recuperação  $R_{sus}$  pode, então, ser calculada a partir de:

$$R_{sus} = \frac{\omega_{sus}^{tail}}{\omega_{sus}^{feed}} \cdot ENT \cdot R_w \quad \begin{matrix} A.17 \\ D.3.19 \end{matrix}$$

A dedução simplificada segue com o desenvolvimento desta equação:

Considerando as definições das razões  $\omega$  para o rejeito e alimentação, esta expressão da recuperação de partículas suspensas pode ser relacionada à recuperação global sendo reescrita como:

$$R_{sus} = \frac{1 - R_{ovr}}{1 - R_{wat}} \cdot ENT \cdot R_w \quad \begin{matrix} A.36 \\ D.3.20 \end{matrix}$$

Na dedução original, esta fórmula é obtida de modo idêntico, mas é posicionada quase no fim das demonstrações, como equação A36.

Com isto, a versão simplificada conclui o tema da recuperação de partículas suspensas de modo equivalente à versão original.

<p><b>Dedução Original do Modelo dos Compartimentos</b> A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell</p>	<p><b>Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original</b></p>
<p><b>2.2 Recuperação por flotação real</b></p> <p><i>Em uma célula convencional, a colisão bolha partícula ocorre mais efetivamente nos vórtices turbulentos gerados pelas pás dos impelidores, onde partículas suspensas, pertencentes a um amplo intervalo de tamanho, podem ser aceleradas em direção a bolhas de ar (Degner, 1985; Fallenius, 1987). Entretanto, mesmo nas vizinhanças do impelidor, partículas de inércia muito baixa, (abaixo de 10 μm) não podem ser facilmente deslocadas das linhas de fluxo da polpa e, assim, tendem a deslizar em torno das bolhas com chances muito baixas de colisão (Dobby and Finch, 1987). Esta é, tipicamente, a razão primária para a queda na flotação real observada para partículas ultrafinas. Se uma partícula colide de modo bem sucedido, ela irá deslizar sobre a superfície da bolha devido ao movimento hidrodinâmico das linhas de fluxo. Então, se a partícula é suficientemente hidrofóbica, uma linha de contato trifásica (sólido-líquido-gasoso) irá se formar ao longo do seu contorno, resultando em adesão (Schulze, 1984). A partícula aderida será empurrada pelas linhas de fluxo até que esteja escondida atrás da bolha (sic), permitindo que diversas outras partículas sejam aderidas da mesma forma. Entretanto, se a adesão não ocorre durante o tempo de deslizamento, a partícula é simplesmente varrida para fora da bolha. Os agregados bolha – partícula que são criados nas vizinhanças do impelidor ascendem para a espuma de onde somente uma fração é efetivamente transportada para a calha de concentrado devido a quebra de bolhas e coalescência de bolhas. (Feteris et al., 1987; Falutsu and Dobby, 1992).</i></p> <p><i>A motivação desta seção do desenvolvimento do modelo é estabelecer uma expressão para a recuperação por flotação real, considerando ambos a cinética de coleta na polpa e a eficiência de transporte através da espuma. Isto deve ser feito de modo a permitir que a calibração do modelo a partir dos dados que são prontamente disponíveis na planta.</i></p>	<p>A dedução simplificada começa pela recuperação global e em seguida inclui a recuperação por flotação real e por arraste. A recuperação por arraste já foi descrita em paralelo com o início da dedução original. Entretanto, para que a recuperação real possa ser adequadamente descrita, é necessário utilizar o texto simplificado desde seu início. Assim, a descrição começa com a recuperação global.</p> <p>Na flotação, a recuperação global, R, é composta pela recuperação de partículas aderidas às bolhas na região de polpa que permanecem aderidas através da camada espuma até reportarem ao concentrado, R<sub>att</sub>, e pela recuperação de partículas suspensas, R<sub>sus</sub>, que inclui tanto as partículas originalmente suspensas e arrastadas entre as bolhas como as partículas desprendidas que também são levadas ao concentrado por arraste mecânico. A adesão é o primeiro fenômeno e ocorre quase totalmente na região de coleta, com proporção muito pequena na região quiescente. O arraste é posterior, iniciando na interface entre a região quiescente e a região de espuma e refere-se a partículas suspensas e não aderidas. Tanto a recuperação de partículas suspensas quanto a recuperação de partículas aderidas irão depender das condições na espuma, mas em termos de recuperação global, da alimentação para o concentrado, pode-se afirmar que:</p> $R = R_{att} + (1 - R_{att}) R_{sus} \quad D.3.12$ <p>Que também pode ser expressa por:</p> $R = R_{att}(1 - R_{sus}) + R_{sus} \quad D.3.13$

**Dedução Original do Modelo dos Compartimentos**

A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell

A transferência de uma dada classe de partículas por flotação real é ilustrada na Figura 2. O fluxo DB representa o retorno de partículas aderidas vindas da espuma devido a desprendimento seguido de drenagem. Note que o subscrito "att", quando aplicado à polpa indica partículas aderidas a bolhas, mas o mesmo subscrito, quando aplicado a espuma indica partículas originalmente aderidas a bolhas antes de entrarem na espuma (independentemente de que as partículas permaneçam neste estado todo o caminho até a calha de concentrado)

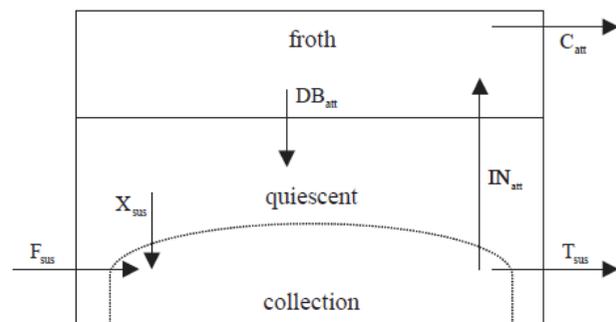


Figura 2– Transferência partículas aderidas na célula

**Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original**

Então, para considerar separadamente os efeitos de sub-processos na polpa e na espuma é necessário identificar como as duas recuperações são afetadas em cada região. Finch e Dobby (1990) descreveram estas recuperações interligadas em um balanço na célula considerando-se os volumes de polpa e espuma. Seja  $R_c$  a recuperação de partículas na região de coleta exclusivamente por adesão e  $R_f$  a recuperação destas partículas na região de espuma, reportando ao concentrado. O diagrama da figura 3.4 apresenta a relação entre os fluxos e estas recuperações na polpa e na espuma.

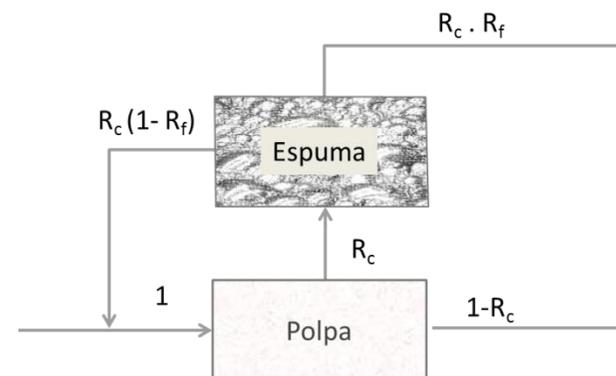


Figura 6.1 – Diagrama de recuperações nas regiões de polpa e espuma (adaptado de Finch and Dobby, 1990)

Este é, sem dúvida, o principal ponto de discussão levantado entre as duas formas de dedução. A adequação do diagrama acima para fins de dedução do modelo foi fortemente questionada. Comentários posteriores demonstrarão sua aplicação como correta. A versão simplificada segue:

**Dedução Original do Modelo dos Compartimentos**

A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell

**Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original**

A partir do balanço, a recuperação de partículas aderidas,  $R_{att}$ , pode ser expressa por:

$$R_{att} = \frac{R_C \cdot R_f}{R_C \cdot R_f + 1 - R_C} \quad \text{D. 6.1}$$

E, deste modo, consolidando as equações (3.13) e (3.14), a recuperação global é expressa por:

$$R = \frac{R_C \cdot R_f (1 - R_{sus})}{R_C \cdot R_f + 1 - R_C} + R_{sus} \quad \text{D. 6.15}$$

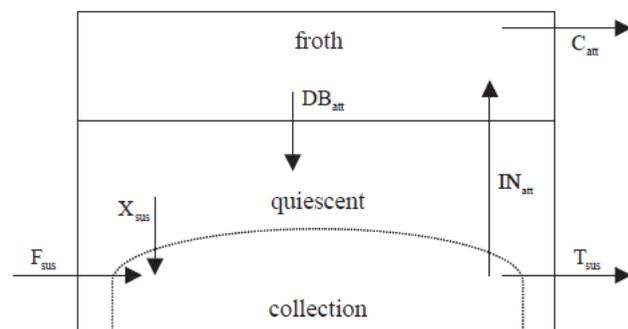
Esta relação é a base para a elaboração da equação do modelo dos compartimentos, que detalha um pouco mais a recuperação de partículas suspensas  $R_{sus}$  e a recuperação de partículas aderidas na região de coleta  $R_C$ .

Este trecho tratou da relação entre  $R_C$  e  $R_f$ , que será utilizada para gerar a fórmula final do modelo dos compartimentos. É importante notar que esta equação da versão simplificada 3.15 é idêntica à equação que será obtida quase ao final da versão original como equação A37.

O texto começa a descrever a recuperação na zona de coleta:

**Dedução Original do Modelo dos Compartimentos**

A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell



De acordo com a figura 2, a recuperação de uma classe de partículas por flotação real é dada por:

$$R_{att} = \frac{C_{att}}{F_{sus}} \quad \text{Eq. A.18}$$

A recuperação da espuma de partículas aderidas, que é um indicador da massa recuperada na célula é definida por:

$$R_{att}^{FR} = \frac{C_{att}}{IN_{att}} \quad \text{Eq. A.19}$$

A recuperação na zona de coleta é calculada com base na entrada de sólidos totais nesta zona, isto é, as partículas no fluxo de alimentação, bem como aquelas sendo recirculadas a partir da zona quiescente.

**Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original**

Quanto à recuperação de partículas aderidas na região de coleta, assumindo que, nas proximidades do impelidor, o regime numa célula de flotação convencional é de mistura perfeita e que o processo de adesão ocorre segundo uma cinética de primeira ordem, então a relação é similar à equação (3.11). *(na dissertação, a equação 3.11 refere-se à fórmula geral de cinética de primeira ordem para regime de mistura)*

$$R_c = \frac{k_{cz} \cdot \tau_{cz}}{k_{cz} \cdot \tau_{cz} + 1}$$

D.

6.21

A.27

A diferença entre esta relação (3.21) e a equação (3.11) é que a constante cinética  $k_{cz}$  refere-se exclusivamente à adesão bolha partícula na região de coleta, já que, no modelo dos compartimentos, toda a região de espuma é representada separadamente pela recuperação na espuma. A equação (3.11) também se refere a uma cinética de primeira ordem, mas ao utilizá-la para representar a flotação como um todo, sem considerar os efeitos da espuma separadamente,  $k$  torna-se dependente de um número maior de fatores, incluindo os relacionados à espuma. Neste sentido, por ser exclusivo da região de coleta,  $k_{cz}$  aproxima-se mais da realidade da cinética da adesão bolha-partícula e pode ser relacionada a outros parâmetros diretamente ligados a este fenômeno.

O que é importante notar é que a equação da cinética da zona de coleta citada na versão simplificada é equivalente à equação original A 27 e não à A.24.

**Dedução Original do Modelo dos Compartimentos**

A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell

$$R_{att}^{CZ} = \frac{IN_{att}}{F_{sus} + X_{sus}} \quad \text{Eq. A.20}$$

O tempo de residência médio da polpa na zona de coleta é definido como:

$$\tau^{CZ} = \frac{\text{volume da zona de coleta}}{\text{fluxo volumétrico total que entra na zona de coleta}} \quad \text{Eq. A.21}$$

Dada a densidade de cada classe de partícula suspensa na polpa,  $q$ , e o volume da zona de coleta,  $V_{CZ}$ , o tempo de residência médio naquela zona pode ser calculado por:

$$\tau^{CZ} = \frac{V^{CZ}}{\sum \left( \frac{F_{sus} + X_{sus}}{\rho} \right) + F_{wat} + X_{wat}} \quad \text{Eq. A.22}$$

Se a aeração nas vizinhanças do impelidor é suficientemente alta para evitar a competição por adesão nas bolhas, a cinética da flotação real pode ser descrita por uma diferencial de primeira ordem do tipo:

$$\frac{d\omega^{CZ}}{dt} = k^{CZ} \cdot \omega^{CZ} \quad \text{Eq. A.23}$$

A constante de flotação  $k^{CZ}$ , na equação A 23 é uma função de probabilidades dos fenômenos de colisão bolha partícula, adesão e desprendimento, bem como do fluxo superficial de área de bolhas (Dobby and Finch, 1987). Assumindo regime de mistura perfeita e integrando esta equação, o resultado fornece a recuperação de partículas aderidas:

$$R_{att}^{CZ} = \frac{k^{CZ} \cdot \tau^{CZ}}{1 + k^{CZ} \cdot \tau^{CZ}} \quad \text{Eq. A.24}$$

**Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original**

De fato, todo o desenvolvimento *da versão original* entre as equações A 18 até A24 refere-se a um processo que ocorre na zona de coleta entre a alimentação e a zona quiescente.

Assim, a equação obtida em A24 requer o conhecimento de dados de balanço relativos à zona quiescente, particularmente o conhecimento do fluxo denominado de  $X_{sus}$ , e do volume de coleta exato,  $V_{CZ}$ , o que é de difícil obtenção, como o próprio artigo mencionará em seguida.

**Dedução Original do Modelo dos Compartimentos**

A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell

Lamentavelmente, a falta de informações detalhadas a respeito da hidrodinâmica da polpa na maioria das aplicações impede o uso das equações A20, A22 e A24 para fins de simulação, já que os termos  $X_{sus}$  e  $V_{CZ}$  não podem ser estimados sem um mapa de vetores de velocidade para cada classe de partículas suspensas na polpa como uma função da velocidade do impelidor. Portanto, outras simplificações são necessárias para desenvolver um modelo que seja dependente somente dos dados normalmente disponíveis na planta. Para esta finalidade, vamos definir uma recuperação aparente de partículas aderidas na zona de coleta em termos do fluxo resultante de partículas suspensas entre a zona de coleta e a zona quiescente como em:

$$* R_{att}^{CZ} = \frac{IN_{att}}{F_{sus} + X_{sus} - Y_{sus}} \quad \text{Eq. A.25}$$

Vamos também definir um tempo de residência médio na zona de coleta, baseado ambos na alimentação e em um valor arbitrário para o volume naquela zona, como em:

$$* \tau^{CZ} = \frac{* V^{CZ}}{\sum \left( \frac{F_{sus}}{\rho} \right) + F_{wat}} \quad \text{Eq. A.26}$$

Finalmente, vamos definir uma constante da taxa de flotação aparente de acordo com:

$$* R_{att}^{CZ} = \frac{* k^{CZ} \cdot * \tau^{CZ}}{1 + * k^{CZ} \cdot * \tau^{CZ}} \quad \text{Eq. A.27}$$

**Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original**

É neste trecho da dedução original que fica demonstrada a equivalência entre os diagramas e formas de dedução. De fato, a partir do momento em que são feitas estas simplificações, a região quiescente deixa de ser essencial como uma região separada para a matemática da dedução e a polpa pode a ser entendida por inteiro para a dedução das fórmulas.

- O tempo de residência na zona de coleta é dado pela alimentação fresca.
- O fluxo de recirculação na zona de coleta, vindo da zona quiescente, é desconsiderado. O que passa a ser de interesse é a resultante do processo. Deste modo, é como se permanecesse somente a zona de coleta e a espuma como elementos principais. A zona quiescente torna-se apenas uma caixa de passagem.

Assim, a equação D3.21 é idêntica à equação A27. Como em relação à recuperação de partículas suspensas também já havia sido dispensada a zona quiescente como algo essencial à matemática da dedução, este trecho do artigo original demonstra, completamente, a equivalência das duas deduções.

<p><b>Dedução Original do Modelo dos Compartimentos</b>                      A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell</p>	<p><b>Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original</b></p>
<p><i>Obviamente, as simplificações introduzidas acima constituem um artefato matemático, que é necessário para superar a falta de informações detalhadas sobre a hidrodinâmica da polpa. Neste sentido, é essencial investigar o impacto destas simplificações sobre a confiabilidade da predição do modelo. Esta é a motivação para os cálculos apresentados no Apêndice (este é o apêndice do artigo, que não será traduzido, mas pode ser visto na publicação original de Savassi et al), que demonstram que um modelo baseado nas Eqs. A25- 27 tem o mesmo poder preditivo do que as baseadas nas equações A20, A22 e A24 sobre um amplo intervalo de variação nas condições operacionais. Além dos mais, <b>qualquer valor arbitrário pode ser usado para representar o volume da zona de coleta para propósitos de calibração, desde que o valor seja mantido fixo durante a simulação.</b></i></p> <p><b>2.3 Recuperação Global</b></p> <p><i>Há uma forte interconexão entre a flotação real e o arraste em uma célula convencional de flotação: a flotação real reduz a concentração de partículas hidrofóbicas suspensas na polpa e assim reduz as chances de que estas partículas sejam arrastadas na espuma, enquanto a drenagem de água faz com que partículas arrastadas retornem da espuma para outra chance de adesão na região de coleta, dependendo da hidrofobicidade das partículas. A motivação desta seção é assim desenvolver uma expressão para a recuperação global de uma classe de partículas considerando a contribuição da flotação real e dos mecanismos de arraste.</i></p> <p><i>A figura 3 ilustra a transferência de massas em uma célula convencional por ambos a flotação real e arraste (o subscrito ovr indica o resultado geral destes dois mecanismos). Note que qualquer partícula individual suspensa na zona quiescente tem três possíveis origens:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>rejeição a partir da espuma devido somente à drenagem <math>DR_{sus}</math></i></li> <li>• <i>rejeição da espuma devido ao desprendimento seguido de drenagem da água <math>DB_{ott}</math></i></li> <li>• <i>e suspensão do fundo da célula devido à ação do impelidor, <math>Y_{sus}</math></i></li> </ul>	

**Dedução Original do Modelo dos Compartimentos**

A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell

Mesmo assim, independentemente de suas origens ou hidrofobicidade, qualquer partícula individual suspensa na zona quiescente pode ser ou transferida para a espuma por entrainment  $IN_{sus}$  ou para a zona de coleta para uma chance de colisão contra uma bolha de ar,  $X_{sus}$ .

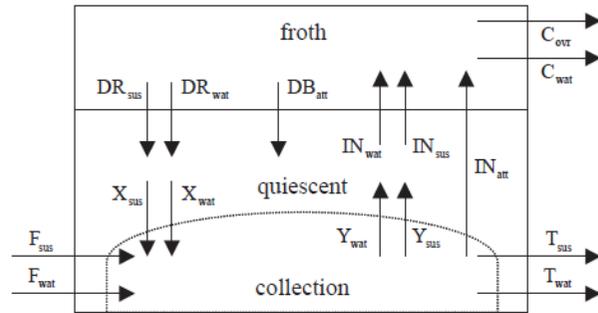


Figura 3 - Transferência de massas em uma célula por flotação real e arraste

De acordo com os fluxos representados na Figura 3, a recuperação global de uma classe de partículas é dada por:

$$R_{ovr} = \frac{C_{ovr}}{F_{sus}} \quad \text{Eq. A.28}$$

O balanço global de massas é expresso por:

$$F_{sus} = C_{ovr} + T_{sus} \quad \text{Eq. A.29}$$

$$F_{wat} = C_{wat} + T_{wat} \quad \text{Eq. A.30}$$

**Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original**

<b>Dedução Original do Modelo dos Compartimentos</b> A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell	<b>Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original</b>
<p><i>O balanço de massas dos sólidos que entram na espuma por arraste ou flotação real é expresso por:</i></p>	
$IN_{sus} = C_{sus} + DR_{sus} \quad \text{Eq. A.31}$	
$IN_{att} = C_{att} + DB_{att} \quad \text{Eq. A.32}$	
<p><i>O balanço de massas de sólidos ao redor da zona quiescente é expresso por:</i></p>	
$Y_{sus} + DR_{sus} + DB_{sus} = X_{sus} + IN_{sus} \quad \text{Eq. A.33}$	
<p><i>O fluxo de sólidos no concentrado consiste de partículas que eram originalmente suspensas na polpa ou originalmente aderidas a uma bolha de ar antes de entrar na espuma, isto é:</i></p>	
$C_{ovr} = C_{sus} + C_{att} \quad \text{Eq. A.34}$	
<p><i>Combinando as equações A4, A18, A28, e A34:</i></p>	
$R_{ovr} = R_{sus} + R_{att} \quad \text{Eq. A.35}$	
<p><i>A recuperação por arraste tem uma relação adicional com a recuperação global na célula, que é dada pela combinação das equações A5, A9, A10, A17, A28-A30 como em:</i></p>	
$R_{sus} = \frac{1 - R_{ovr}}{1 - R_{wat}} \cdot ENT \cdot R_{wat} \quad \text{Eq. A.36}$	<p>A equação A36 é, na versão simplificada, obtida logo depois da descrição da recuperação de partículas suspensas.</p>

**Dedução Original do Modelo dos Compartimentos**

A compartment model for the mass transfer inside a conventional flotation cell

A recuperação por flotação real pode ser expressa em termos da recuperação na zona de coleta e da recuperação na espuma de partículas aderidas pela combinação das equações A4, A18, A 19, A 25, A 31-33, como em:

$$R_{att} = \frac{* R_{att}^{CZ} \cdot R_{att}^{FR} \cdot (1 - R_{sus})}{* R_{att}^{CZ} \cdot R_{att}^{FR} + 1 - * R_{att}^{CZ}} \quad \text{Eq. A.37}$$

Note que a equação A37 é similar àquela proposta na literatura para flotação em colunas, assumindo recuperação por arraste insignificante (Shaning Yu, 1985; Finch and Dobby, 1990). Finalmente, a recuperação global de uma classe de partículas em uma célula convencional incluindo a contribuição simultânea da flotação real e arraste é dada pela combinação das equações A27, A35-A37 como em:

$$R_{ovr} = \frac{* k^{CZ} \cdot * \tau^{CZ} \cdot R_{att}^{FR} \cdot (1 - R_{wat}) + ENT \cdot R_{wat}}{(1 + * k^{CZ} \cdot * \tau^{CZ} \cdot R_{att}^{FR}) \cdot (1 - R_{wat}) + ENT \cdot R_{wat}} \quad \text{Eq. A.38}$$

A equação A 38 expressa o modelo dos compartimentos em termos da taxa de flotação constante, o tempo de residência médio na zona de coleta, a recuperação na espuma de partículas aderidas, o grau de arraste através da espuma e a recuperação de água da alimentação para o concentrado. É importante notar que os termos que consideram a flotação real sempre aparecem juntos no produto. Isto simplifica grandemente a calibração do modelo.

**Dedução simplificada e comentários sobre sua equivalência à dedução original**

Na versão simplificada, esta equação é obtida diretamente do balanço gerado com o diagrama polpa espuma, juntamente com a equação equivalente a A 36, o que mais uma vez, demonstra a equivalência das deduções. Veja que a equação D3.13, 3.14 e 3.15 geram exatamente o mesmo resultado O texto termina:

Por fim, incorporando as equações de R<sub>c</sub> e R<sub>sus</sub> (eq. 3.20 e 3.21) à equação da recuperação global R (eq. 3.15), tem-se a fórmula geral do modelo dos compartimentos, consolidando as relações de transferência de massas, dada por:

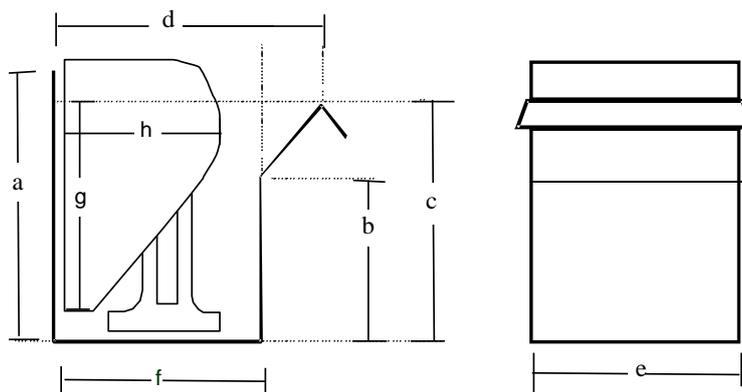
$$R = \frac{k_{CZ} \cdot \tau_{CZ} \cdot R_f \cdot (1 - R_w) + ENT \cdot R_w}{(1 + k_{CZ} \cdot \tau_{CZ} \cdot R_f) \cdot (1 - R_w) + ENT \cdot R_w} \quad \text{D.6.2}$$

Deste modo, com a equivalência resultante das equações D.3.22 e A 38 demonstra-se a equivalência das deduções.

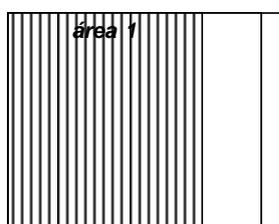
***Anexo II***  
***Condições Operacionais***

Tabela AII 1- Medidas globais das células

<b>Cuba</b>	<b>MPP</b>
<i>dimensões (cm)</i>	
a	19,5
b	10,6
c	15
d	15,4
e	11,4
f	11
g	11
h	9,9



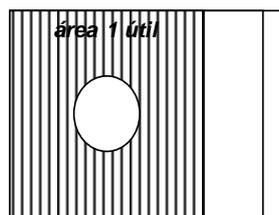
área 1 (e*f) (cm <sup>2</sup> )	125,4
área 1 útil (e* f - rotor)(cm <sup>2</sup> )	109,80
área 2 ((d-f)*e) (cm <sup>2</sup> )	50,16
perímetro do rotor (cm)	14
raio rotor (cm)	2,23
área rotor (cm <sup>2</sup> )	15,60



**Crowder**

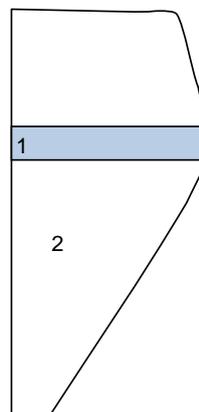
Trapézio 1

Base menor (cm)	<b>9,7</b>
Base maior (cm)	9,9
altura (cm)	1
área (cm <sup>2</sup> )	9,8
volume (cm <sup>3</sup> )	111,7



Trapézio 2

Base menor (cm)	1,5
Base maior (cm)	9,9
altura (cm)	11
área (cm <sup>2</sup> )	62,7
volume (cm <sup>3</sup> )	714,8



volume crowder (cm<sup>3</sup>) **826,5**

Tabela AII 2 - Medidas das células utilizadas para cálculo do volume da espuma

Teste	Altura de Espuma cm	Triângulo 1			Retângulo			Triângulo 2			Área Total cm <sup>2</sup>	Largura cm	Volume Espuma cm <sup>3</sup>	Área Seção	Área Seção	Área Seção	Vazão ar injetada sob pressão lpm	Vazão ar ajustada para pressão ambiente lpm	
		Base	Altura	Área	Base	Altura	Área	Base	Altura	Área				Topo Espuma cm <sup>2</sup>	Base Espuma cm <sup>2</sup>	Base Célula (Cz) cm <sup>2</sup>			
<b>RG1</b>	<b>Cal 1</b>	2	2	2	3,4	2	6,8	0,3	2	0,3	9,1	11,4	103,7	61,56	42,18	109,8	1,03	2,2	
	<b>Cal 2</b>	3	3	4,5	2,2	3	6,6	0,6	3	0,9	12	11,4	136,8	61,56	31,92	109,8	0,92	2,0	
	<b>Cal 3</b>	4	3,8	3,8	7,22	1,5	4	6	1,2	4	2,4	14,82	11,4	168,9	61,56	30,78	109,8	0,92	2,0
	<b>Alt max</b>	4	3,8	3,8	7,22	1,5	4	6	1,2	4	2,4	14,82	11,4	168,9	61,56	30,78	109,8	0,6	1,3

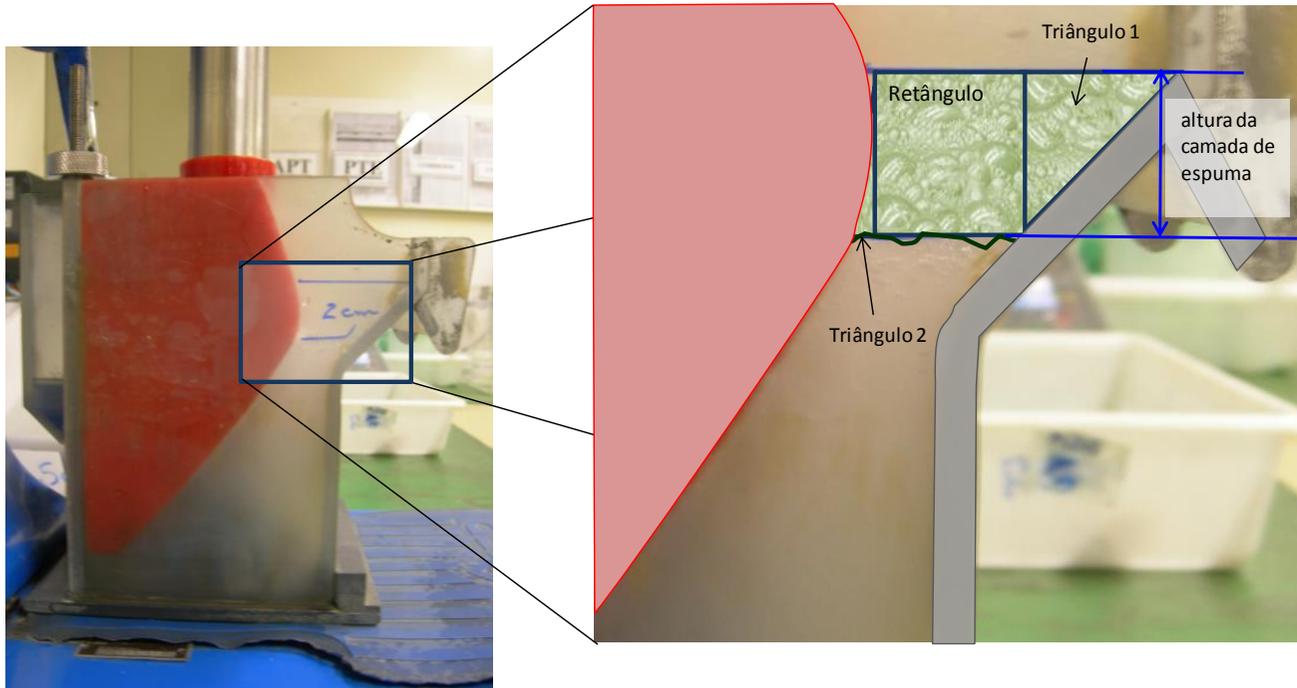


Tabela AII 3 – Determinação do fator de ajuste para calcular a vazão do ar à pressão atmosférica

Pressão de ar indicada na MPP (kg/cm <sup>2</sup> )	1,05	
Vazão de ar indicada na MPP (L/min)	1,0	
Célula	Vazão de ar medida à pressão atmosférica (ml)	Fator de correção
1	2153	2,15
2	2150	2,15
3	2115	2,12
4	2138	2,14
5	2119	2,12
6	2113	2,11
7	2094	2,09
8	2052	2,05
9	2159	2,16
10	2063	2,06
11	2156	2,16
12	2138	2,14
Média		<b>2,12</b>

**Anexo III**  
**Resultados**  
*Planilhas de dados*

## Índice de Tabelas Anexo III

Tabela AIII. 1– Distribuição granulométrica da amostra de alimentação da flotação ( equivale à tabela 5.3 do texto).....	3
Tabela AIII. 2- Resultados de liberação da amostra de alimentação (Equivale à tabela 5.4 do texto).....	4
Tabela AIII. 3– Principais resultados de processo da etapa rougher dos testes de calibração.....	5
Tabela AIII. 4– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Savassi – Teste Cal 01 – 2 cm de espuma.....	6
Tabela AIII. 5– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Savassi – Teste Cal 02- 3 cm de espuma.....	6
Tabela AIII. 6– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Savassi – Teste Cal 03- 4 cm de espuma.....	7
Tabela AIII. 7– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Bisshop and White – Teste Cal 01 – 2 cm de espuma.....	8
Tabela AIII. 8– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Bisshop and White – Teste Cal 02 – 3 cm de espuma.....	9
Tabela AIII. 9– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Bisshop and White – Teste Cal 03 – 4 cm de espuma.....	9
Tabela AIII. 10– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Yianatos e Contreras – Teste Cal 01 – 2 cm de espuma.....	10
Tabela AIII. 11– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Yianatos e Contreras – Teste Cal 02 – 3 cm de espuma.....	10
Tabela AIII. 12– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Yianatos e Contreras – Teste Cal 03 – 4 cm de espuma.....	11

Tabela AIII. 1– Distribuição granulométrica da amostra de alimentação da flotação ( equivale à tabela 5.3 do texto)

Alimentação												
Tamanho		Distri. Granulométrica (%)			Teor de Cu (%)	Teor de Cu acum (%)	Distribuição de Cu (%)			Teor de Fe(%)	Teor de S (%)	Teor de CPY Calc (%)
Malha / Cyclosizer	µm	retido simples	retido acum.	pass acum			retido simples	retido acum.	pass acum			
Alimentação		<b>100,0%</b>	-	-	<b>2,15</b>		-	-	-	13,37	2,44	<b>6,22</b>
65	210	<b>11,7%</b>	11,71%	88,3%	<b>1,06</b>	1,06	5,8%	5,8%	94,2%	10,67	1,16	<b>3,06</b>
100	149	<b>15,3%</b>	27,04%	73,0%	<b>1,67</b>	1,41	11,9%	17,65%	82,3%	12,73	1,74	<b>4,83</b>
200	74	<b>22,3%</b>	49,31%	50,7%	<b>1,87</b>	1,62	19,3%	37,00%	63,0%	13,71	2,48	<b>5,40</b>
325	44	<b>14,0%</b>	63,30%	36,7%	<b>2,72</b>	1,86	17,7%	54,67%	45,3%	14,74	3,09	<b>7,86</b>
C1-C3	20	<b>21,3%</b>	84,6%	15,4%	<b>3,34</b>	2,23	33,0%	87,64%	12,4%	15,53	3,66	<b>9,64</b>
<20	3	<b>15,4%</b>	100,0%	0,0%	<b>1,68</b>	2,15	12,0%	99,66%		11,33	1,79	<b>4,85</b>

Tabela AIII. 2- Resultados de liberação da amostra de alimentação (Equivalente à tabela 5.4 do texto)

			Limites das classes de liberação, de acordo com o teor volumétrico de calcopirita das partículas, QEMScan										
			0	0,1- 10%	10 - 20%	20 - 30%	30- 40%	40- 50%	50 - 60%	60 - 70%	70 - 80%	80 - 90%	90 - 100%
Tamanho partícula (μm)	% Retida MEDIDA	Teor de Cpy obtido por A. Quím. (%)	Distribuição percentual, em massas, das partículas que contém calcopirita pelas classes de liberação										
+212	11,7%	3,06	n/a	2,29	1,18	2,13	0,00	0,74	0,60	0,00	0,00	0,00	0,63
-212+150	15,3%	4,83	n/a	1,19	2,17	2,33	1,38	1,15	0,48	0,18	0,05	0,00	0,32
-150+74	22,3%	5,40	n/a	2,18	5,44	5,42	3,94	2,81	1,03	0,87	0,87	0,57	0,59
-74+44	14,0%	7,86	n/a	0,44	1,39	1,17	1,52	1,81	1,14	0,69	0,28	0,45	0,89
-44+20	21,3%	9,64	n/a	0,48	1,54	2,60	3,45	3,55	3,11	2,96	3,02	1,88	7,54
-20	15,4%	4,85	n/a	0,00	0,00	1,14	1,56	1,22	1,75	2,30	2,99	1,44	7,19
<b>Total</b>	<b>100%</b>	<b>6,20</b>											
Percentual em relação ao conteúdo de calcopirita total, de acordo com os teores das classes				<b>0,6%</b>	<b>3,6%</b>	<b>7,5%</b>	<b>8,8%</b>	<b>10,3%</b>	<b>8,9%</b>	<b>9,3%</b>	<b>11,1%</b>	<b>7,6%</b>	<b>32,3%</b>
% Acumulado em relação ao conteúdo de calcopirita total, de acordo com os teores das classes indo de 0->100%				<b>0,6%</b>	<b>4,2%</b>	<b>11,7%</b>	<b>20,5%</b>	<b>30,8%</b>	<b>39,7%</b>	<b>49,0%</b>	<b>60,1%</b>	<b>67,7%</b>	<b>100,0%</b>
% Acumulado em relação ao conteúdo de calcopirita total, de acordo com os teores das classes indo de 100% -> 0				<b>100,0%</b>	<b>99,4%</b>	<b>95,8%</b>	<b>88,3%</b>	<b>79,5%</b>	<b>69,2%</b>	<b>60,3%</b>	<b>51,0%</b>	<b>39,9%</b>	<b>32,3%</b>

OBS: Todos os valores nesta tabela correspondem a valores medidos, incluindo a % retida e o teor de calcopirita. Além disto, os valores de distribuição referem-se somente a partículas que contém calcopirita, que são os valores utilizados para liberação.

Tabela AIII. 3– Principais resultados de processo da etapa rougher dos testes de calibração

Etapa	Teste	Altura de	Tempo de	% de	Vazão	Vazão	Recup	Teor Cpy	Recup	Massa de	Recup
		Espuma no	Retenção ar	sólidos	Minério	água	Massa	Conc Bal	Cpy Bal	água	Água
		Rougher 1	na espuma ( $\lambda$ ar)	na espuma	Alimenta ção	Alimenta ção	Bal Comp	Comp	Comp	recuperada	(Rw)
		cm			g/min	g/min		%		g/min	%
<b>Rg1</b>	<b>Cal 1</b>	2	2,8	24%	110,3	253,9	10,1%	51,1	84,7%	36,0	14,2%
	<b>Cal 2</b>	3	4,2	35%	118,1	248,7	8,7%	58,4	82,2%	18,4	7,4%
	<b>Cal 3</b>	4	5,2	42%	111,2	246,8	7,7%	65,3	81,2%	11,9	4,8%

**Grau de Arraste Mecânico - Modelo de Savassi  
Rougher 1**

**Arraste Medido**

$$ENT = \frac{(\text{massa de ganga livre por massa de água})_{Concentra\phi}}{(\text{massa de ganga livre por massa de água})_{Polpa}}$$

Ent Global	0,122
Recuperação Ganga livre	1,72%

**Arraste Calculado - Modelo de Savassi**

$$ENT_{i,j} = \frac{1}{\cosh(A)}$$

$$A = 2.292 \cdot (x_i / \xi_j)^B$$

$$B = 1 - \frac{\ln(\delta_j)}{\exp(x_i / \xi_j)}$$

Tabela AIII. 4– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Savassi – Teste Cal 01 – 2 cm de espuma

$\xi$ TR =	21,6
$\delta$ TR	2,3

Tamanho (um)	Tamanho médio (um)	Arraste Medido (ENT Med)	A	B	Arraste Calc (Ent Calc)
212	250	0,008	26,53	1,00	6,0E-12
150	178	0,023	18,92	1,00	1,2E-08
74	105	0,039	11,07	0,99	3,1E-05
44	57	0,046	5,71	0,94	0,007
20	30	0,099	2,94	0,79	0,105
10	4	0,464	1,40	0,31	0,464
Fator de correlação R <sup>2</sup>					<b>0,992</b>

Tabela AIII. 5– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Savassi – Teste Cal 02- 3 cm de espuma

Ent Global	0,118
Recuperação Ganga livre	0,88%

$\xi$ TR =	16,0
$\delta$ TR	1,8

Tamanho (um)	Tamanho médio (um)	Arraste Medido (ENT Med)	A	B	Arraste Calc (Ent Calc)
212	250	0,009	35,75	1,00	5,9E-16
150	178	0,030	25,50	1,00	1,7E-11
74	105	0,019	15,04	1,00	5,9E-07
44	57	0,065	7,98	0,98	6,8E-04
20	30	0,034	4,00	0,90	3,7E-02
OF	4	0,577	1,15	0,54	5,8E-01
Fator de correlação R <sup>2</sup>					<b>0,990</b>

Tabela AIII. 6– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Savassi – Teste Cal 03- 4 cm de espuma

Ent Global	0,090
Recuperação Ganga livre	0,44%

$\xi$ TR =	21,3
$\delta$ TR	2,9

Tamanho (um)	Tamanho médio (um)	Arraste Medido (ENT Med Feed)	A	B	Arraste Calc (Ent Calc)
212	250	0,007	26,89	1,00	4,2E-12
150	178	0,013	19,17	1,00	9,5E-09
74	105	0,055	11,19	0,99	2,8E-05
44	57	0,058	5,71	0,93	6,6E-03
20	30	0,099	2,92	0,73	1,1E-01
OF	4	0,300	1,87	0,13	3,0E-01
Fator de correlação R <sup>2</sup>					<b>0,957</b>

**Grau de Arraste Mecânico - Modelo de Bisshop and White  
Rougher 1**

**Arraste Medido**

$$ENT = \frac{(\text{massa de ganga livre por massa de água})_{\text{Concentra\phi}}}{(\text{massa de ganga livre por massa de água})_{\text{Polpa}}}$$

**Arraste Calculado - Bisshop and White**

$$ENT_i = \frac{1 + \alpha \cdot \tau_{fw}}{1 + \beta_i \cdot \tau_{fw}}$$

$$\alpha = k_1 \cdot (\rho_m - \rho_p)$$

$$\beta_i = \alpha \cdot \exp(k_2 \cdot d_i)$$

Tabela AIII. 7– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Bisshop and White –  
Teste Cal 01 – 2 cm de espuma

Ent Global	0,122
Recuperação Ganga livre	1,72%

Tempo res. Espuma (s) =	2,8
k1	12,45
k2	0,17
$\rho_m$	3,0
$\rho_p$	1,3
$\rho_m - \rho_p$	1,73

Tamanho (um)	Tamanho médio (um)	Arraste Medido (ENT Med)	A	B	Arraste Calc (Ent Calc)
212	250	0,008	21,55	5,23E+19	4,2E-19
150	178	0,023	21,55	2,80E+14	7,8E-14
74	105	0,039	21,55	1,21E+09	1,8E-08
44	57	0,046	21,55	3,39E+05	6,5E-05
20	30	0,099	21,55	3,27E+03	6,7E-03
10	4	0,464	21,55	4,60E+01	4,7E-01
Fator de correlação R <sup>2</sup>					<b>0,973</b>

Tabela AIII. 8– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Bisshop and White –  
Teste Cal 02 – 3 cm de espuma

Tempo res. espuma =	4,2
k1	0,45
k2	0,15
$\rho m$	3,0
$\rho p$	1,27
$\rho m - \rho p$	1,73

Tamanho (um)	Tamanho médio (um)	Arraste Medido (ENT Med)	$\alpha$	$\beta$	Arraste Calc (Ent Calc)
212	250	0,0093	0,771	1,49E+16	0,00
150	178	0,0297	0,771	3,19E+11	0,00
74	105	0,0194	0,771	5,63E+06	0,00
44	57	0,0646	0,771	4,02E+03	0,00
20	30	0,0341	0,771	6,60E+01	0,02
OF	4	0,5767	0,771	1,51E+00	0,58
Fator de correlação R <sup>2</sup>					<b>0,993</b>

Tabela AIII. 9– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Bisshop and White –  
Teste Cal 03 – 4 cm de espuma

Tempo res. espuma =	5,2
k1	5,358
k2	0,270
$\rho m$	3,0
$\rho p$	1,3
$\rho m - \rho p$	1,73

Tamanho (um)	Tamanho médio (um)	Arraste Medido (ENT Med)	$\alpha$	$\beta$	Arraste Calc (Ent Calc)
212	250	0,0067	9,273	1,70E+30	0,0000
150	178	0,0133	9,273	6,93E+21	0,0000
74	105	0,0546	9,273	1,99E+13	0,0000
44	57	0,0581	9,273	4,43E+07	0,0000
20	30	0,0992	9,273	2,75E+04	0,0003
10	4	0,2997	9,273	3,10E+01	0,3039
Fator de correlação R <sup>2</sup>					<b>0,905</b>

**Grau de Arraste Mecânico - Modelo Yianatos & Contreras  
Rougher 1**

<b>Arraste Medido</b>	<b>Arraste Calculado - Yianatos &amp; Contreras</b>
$ENT = \frac{(\text{massa de ganga livre por massa de água})_{Concentra\phi}}{(\text{massa de ganga livre por massa de água})_{Polpa}}$	$EF_i = \exp\left(-0.693\left(\frac{d_{P,i}}{\delta}\right)^\phi\right)$

Tabela AIII. 10– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Yianatos e Contreras –  
Teste Cal 01 – 2 cm de espuma

$\phi$	0,54
$\delta$	3,62

Tamanho (um)	Tamanho médio (um)	Arraste Medido (ENT Med)	Arraste Calc (Ent Calc)	Diferença medido e calculado <sup>2</sup>
212	250,0	0,008	0,001	0,05
150	178,3	0,023	0,003	0,04
74	105,4	0,039	0,013	0,07
44	57,1	0,046	0,045	0,00
20	29,7	0,099	0,114	0,02
10	4,5	0,464	0,460	0,00
Fator de correlação R <sup>2</sup>			<b>0,994</b>	

Tabela AIII. 11– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Yianatos e Contreras –  
Teste Cal 02 – 3 cm de espuma

$\phi$	0,905
$\delta$	5,740

Tamanho (um)	Tamanho médio (um)	Arraste Medido (ENT Med)	Arraste Calc (Ent Calc)	Diferença medido e calculado <sup>2</sup>
212	250	0,0093	0,000	0,01
150	178	0,0297	0,000	0,09
74	105	0,0194	0,000	0,04
44	57	0,0646	0,004	0,37
20	30	0,0341	0,047	0,02
OF	4	0,5767	0,575	0,00
Fator de correlação R <sup>2</sup>			<b>0,989</b>	

Tabela AIII. 12– Dados de calibração para o modelo de arraste mecânico de Yianatos e Contreras –  
 Teste Cal 03 – 4 cm de espuma

$\phi$	0,312
$\delta$	0,671

Tamanho (um)	Tamanho médio (um)	Arraste Medido (ENT Med)	Arraste Calc (Ent Calc)	Diferença medido e calculado <sup>2</sup>
212	250	0,0067	0,0124	0,00
150	178	0,0133	0,0192	0,00
74	105	0,0546	0,0349	0,04
44	57	0,0581	0,0626	0,00
20	30	0,0992	0,1044	0,00
OF	4	0,2997	0,2859	0,02
<b>Fator de correlação R<sup>2</sup></b>			<b>0,991</b>	