

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS ADMINISTRATIVAS
CENTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM ADMINISTRAÇÃO

AVALIAÇÃO DA EFICÁCIA DOS MODELOS DE *ASSET
LIABILITY MANAGEMENT* E *LIABILITY DRIVEN
INVESTMENT* PARA UM FUNDO DE PENSÃO BRASILEIRO

SABRINA AMÉLIA DE LIMA E SILVA

BELO HORIZONTE

2015

SABRINA AMÉLIA DE LIMA E SILVA

AVALIAÇÃO DA EFICÁCIA DOS MODELOS DE *ASSET
LIABILITY MANAGEMENT* E *LIABILITY DRIVEN
INVESTMENT* PARA UM FUNDO DE PENSÃO BRASILEIRO

Dissertação apresentada ao Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Administração.

Linha de Pesquisa: Finanças

Orientador: Prof. Dr. Aureliano Angel Bressan

Coorientador: Prof. Dr. Bruno Pérez Ferreira

BELO HORIZONTE

2015

Ficha Catalográfica

S586a
2015

Silva, Sabrina Amélia de Lima e.
Avaliação da eficácia dos modelos de *Asset Liability Management* e *Liability Driven Investment* para um fundo de pensão brasileiro [manuscrito] / Sabrina Amélia de Lima e Silva. – 2015.
134 f. : il., gráfs, tabs.

Orientador: Aureliano Angel Bressan.
Coorientador: Bruno Pérez Ferreira.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Centro de Pós Graduação e Pesquisa em Administração.
Inclui bibliografia (f. 115-122) anexos.

1. Fundos de pensão – Teses. 2. Previdência privada – Teses.
I. Bressan, Aureliano Angel. II. Ferreira, Bruno Pérez, 1978-. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Centro de Pós Graduação e Pesquisa em Administração. IV. Título.

CDD: 332.67254



Universidade Federal de Minas Gerais
Faculdade de Ciências Econômicas
Departamento de Ciências Administrativas
Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração

ATA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ADMINISTRAÇÃO da Senhora **SABRINA AMÉLIA DE LIMA E SILVA**, REGISTRO Nº 553/2015. No dia 12 de fevereiro de 2015, às 08:00 horas, reuniu-se na Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, a Comissão Examinadora de Dissertação, indicada pelo Colegiado do Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração do CEPEAD, em 20 de janeiro de 2015, para julgar o trabalho final intitulado "Avaliação da Eficácia dos modelos de Asset Liability Management e Liability Driven Investment para um Fundo de Pensão Brasileiro", requisito para a obtenção do Grau de Mestre em Administração, linha de pesquisa: Finanças. Aberto a sessão, o Senhor Presidente da Comissão, Prof. Dr. Aureliano Angel Bressan, após dar conhecimento aos presentes o teor das Normas Regulamentares do Trabalho Final, passou a palavra à candidata para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arquiração pelos examinadores com a respectiva defesa da candidata. Logo após, a Comissão se reuniu sem a presença da candidata e do público, para julgamento e expedição do seguinte resultado final:

APPROVAÇÃO:

APPROVAÇÃO CONDICIONADA A SATISFAÇÃO DAS EXIGÊNCIAS CONSTANTES NO VERSO DESTA FOLHA, NO PRATO FINADO PELA BANCA EXAMINADORA (NÃO SUPERIOR A 90 NOVENTA DIAS)

REPROVAÇÃO:

O resultado final foi comunicado publicamente à candidata pelo Senhor Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, o Senhor Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente ATA, que será assinada por todos os membros participantes da Comissão Examinadora, Belo Horizonte, 12 de fevereiro de 2015.

NOMES

ASSINATURAS

Prof. Dr. Aureliano Angel Bressan.....
ORIENTADOR (CEPEAD/UFMG)

Prof. Dr. Robert Aldo Iquispaza Coaguila.....
(CEPEAD/UFMG)

Prof. Dr. Bruno Pérez Ferreira.....
(CEPEAD/UFMG)

Prof. Dr. Alexandre Vasconcelos Aronne.....
(IBMEC/MG)

AGRADECIMENTOS

À minha Maria e ao meu José, por proporcionarem paz de espírito e por serem acolhida e razão de quaisquer conquistas da vida. Aos meus irmãos, Luciana, Natália e Rafael, por serem tão preciosos.

À Universidade Federal de Minas Gerais, pelos seis últimos anos de convívio e pela oferta de ensino de qualidade. Ao Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração, pela oportunidade de realização do Programa.

Ao Professor Aureliano Angel Bressan, pela orientação, pelas discussões, pelo incentivo, pela confiança, pela paciência e pelo exemplo profissional.

Ao Professor Bruno Pérez Ferreira, por me acompanhar desde a graduação, pelo auxílio ímpar e pelas sugestões, enriquecendo sobremaneira esta pesquisa.

Aos professores Robert Iquiapaza, Alexandre Aronne, Leonardo Santiago e Silvio Júnior pela participação nas bancas de qualificação e defesa com valiosas contribuições a este trabalho.

À Rodarte Nogueira, pela cessão de tempo, pela confiança e pelo incentivo à realização deste mestrado de excelência. À fundação estudada, pela disponibilização dos dados e pela contribuição à realização desta pesquisa.

Aos meus colegas do Programa de Pós-Graduação, em especial a Lorena, Leandro, Carolina e Milena pela amizade que não se limita ao âmbito acadêmico. À minha querida amiga/irmã Jordana, por ser quem é.

Aos que torceram e torcem pela minha caminhada.

RESUMO

Os fundos de pensão brasileiros assumem notória relevância no mercado financeiro, tanto que seus ativos atingiram 669 bilhões de reais em dezembro de 2013 ou 13,8% do Produto Interno Bruto brasileiro. O cenário econômico conjuntural dos últimos anos trouxe desafios para a gestão de ativos e passivos, com destaque para o comportamento tendencial de queda gradual das taxas de juros da economia. A saber, essa variável macroeconômica é uma das que mais afetam os resultados financeiros e atuariais dos planos de benefícios. O propósito deste estudo é avaliar a eficácia dos modelos de *Asset Liability Management (ALM)* e de *Liability Driven Investment (LDI)* em uma entidade fechada de previdência complementar por meio da divergência não planejada. Para tanto, realizou-se uma avaliação atuarial para apurar o passivo e a respectiva reserva matemática do plano, a projeção de cenários econômicos para modelagem das rentabilidades dos segmentos investidos, aplicação de programação estocástica multiperíodo no desenvolvimento do ALM e adoção de correspondência entre taxa de retorno dos investimentos e meta atuarial orientada ao passivo como modelo de LDI. A avaliação da eficácia com base na divergência não planejada mostrou que o modelo de LDI apresenta maior aderência à realidade, revelando sua relevância especialmente em cenários em que o foco recai sobre o passivo atuarial. Contudo, o modelo de ALM também teve sua eficácia atestada, gerando, inclusive, resultados superavitários.

Palavras-chave: *Asset Liability Management. Liability Driven Investment.* Entidades Fechadas de Previdência Complementar. Divergência não Planejada.

ABSTRACT

Brazilian pension funds assume notable relevance in financial market, so that its assets reached 669 billion reais in december 2013 or 13.8% of Brazilian Gross Domestic Product. The economic environment of recent years has brought challenges in management of assets and liabilities, with emphasis being placed on the gradual decline behavior of interest rates in economy. Namely, this macroeconomic variable is one that most affects the financial and actuarial results of benefit plans. The purpose of this study is to evaluate the effectiveness of Asset Liability Management (ALM) and Liability Driven Investment (LDI) in a pension fund through Tracking Error measure. To do this, the actuarial valuation was carried out to ascertain the liabilities and the corresponding mathematical reserve of the plan, the projection of economic scenarios to model the returns of segments of investments, application of stochastic multiperiod programming in development of ALM and the adoption of correspondence between investments return rate and actuarial target oriented to the liability as a model of LDI. The effectiveness evaluation based on Tracking Error showed that the LDI model is closer to reality, revealing its relevance especially in scenarios where the focus is on the actuarial liability. However, the ALM model also had its effectiveness assured, generating even surplus results.

Keywords: Asset Liability Management. Liability Driven Investment. Pension Funds. Tracking Error.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Ativos <i>versus</i> passivos em fundos de pensão no período de 2005 a 2012.	17
Figura 2 - Estrutura previdenciária no Brasil	27
Figura 3 - Esquema geral de funcionamento de um fundo de pensão	29
Figura 4 - Mudanças no passivo devido a alterações de premissas.....	57
Figura 5 - Geração linear de cenários	59
Figura 6 - Geração em árvore de cenários.....	59
Figura 7 - Características de modelos de ALM apresentados na literatura.....	61
Figura 8 - Dinâmica do processo de decisão em ALM multiperíodo.....	85

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Despesa previdencial por época	91
Gráfico 2 - Receita previdencial por época	91
Gráfico 3 - Fluxo da gestão previdencial.....	92
Gráfico 4 - Reserva matemática do plano.....	93
Gráfico 5 - Retorno mensal histórico CDI, INPC e IGP-M	94
Gráfico 6 - Retorno histórico Ibovespa	94
Gráfico 7 - Retorno projetado para o segmento de renda fixa (% ao ano)	96
Gráfico 8 - Retorno projetado para o segmento de renda variável (% ao ano)	96
Gráfico 9 - Retorno projetado para o segmento de investimentos estruturados (% ao ano) ...	97
Gráfico 10 - Retorno projetado para o segmento de imóveis (% ao ano).....	97
Gráfico 11 - Retorno projetado para o segmento de oper. com participantes (% ao ano).....	98
Gráfico 12 - Passivo atuarial	99
Gráfico 13 - Meta atuarial por época.....	99
Gráfico 14 - ETTJ para DI em dias úteis (DU)	100
Gráfico 15 - ETTJ para IGP-M em dias úteis (DU).	100
Gráfico 16 - ETTJ para IPCA em dias úteis (DU).	101
Gráfico 17 - ETTJ para IBOVESPA em dias úteis (DU).	101
Gráfico 18 - Carteira Otimizada para 2015	104
Gráfico 19 - Carteira otimizada para 2022	105
Gráfico 20 - Receita dos investimentos e despesa previdencial	106
Gráfico 21 - Saldo por época (Liquidez)	107
Gráfico 22 - Evolução patrimonial do plano	108
Gráfico 23 - Resultado do plano até distribuição de superávit.....	109
Gráfico 24 - Rentabilidade LDI <i>versus</i> rentabilidade ALM <i>versus</i> meta Atuarial.....	111
Gráfico 25 - Divergência não planejada	112

LISTAS DE QUADROS

Quadro 1 - Comparação entre os métodos de financiamento.	38
Quadro 2 - Características de modelos de ALM apresentados na literatura (continua).....	61
Quadro 3 - Premissas utilizadas na avaliação atuarial de 2014.....	66
Quadro 4 - Modalidade, regime e método atuarial empregados no plano em estudo	67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Métodos de financiamento utilizados no Brasil – Ano 2009.	38
Tabela 2 - Tábuas de mortalidade geral utilizadas pelas EFPC.	41
Tabela 3 - Limites gerais de aplicação por segmento.	45
Tabela 4 - Faixas de alocação por segmento.	69
Tabela 5 - Alocação em investimentos estruturados.	78
Tabela 6 - Matriz de covariância da classe de ativos do estudo ALM.	79
Tabela 7 - Contribuição e folha dos participantes do plano	89
Tabela 8 - Balancete Atuarial de 30.09.2014	89
Tabela 9 - Custo do Plano – Método agregado.	90
Tabela 10 - Retorno esperado pela entidade e benchmark de cada segmento.....	93
Tabela 11 - Matriz de correlação para os ativos	95
Tabela 12 - Decomposição de Cholesky	95
Tabela 13 - Resultados projetados pela Entidade.....	98
Tabela 14 - Composição de LDI.....	102
Tabela 15 - Fluxo de investimentos.....	105
Tabela 16 - Ativo versus passivo.....	109

LISTA DE SIGLAS E ABREVIACÕES

ABRAPP - Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar
ALM - *Asset Liability Management*
ANBIMA - Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais
ARCH - Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
AT 2000 - Annuity Table 2000
AT-83 - Annuity Table 1983
BAC - Benefícios a Conceder
BACEN - Banco Central
BC - Benefícios Concedidos
BD - Benefício Definido
BM&FBOVESPA - Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros
BOVESPA - Bolsa de Valores de São Paulo
CD - Contribuição Definida
CDI - Certificados de Depósito Interbancário
CGPC - Conselho Geral de Previdência Complementar
CMN - Conselho Monetário Nacional
CNPIC - Conselho Nacional da Previdência Complementar
COPOM - Comitê de Política Monetária
CV - Contribuição Variável
CVM - Comissão de Valores Mobiliários
DnP - Divergência não Planejada
EAPC - Entidades Abertas de Previdência Complementar
EFPC - Entidades Fechadas de Previdência Complementar
ERISA - Employee Retirement Income Security Act
ETTJ - Estrutura a Termo das Taxas de Juros
EWMA - Exponentially Weighted Moving Average
FII - Fundo de Investimento Imobiliário
FIP - Fundo de Investimento em Participações
GARCH - Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
IAIS - International Association of Insurance Supervisors
IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IGP-M - Índice Geral de Preços do Mercado

IMA - Índice de Mercado ANBIMA
INPC - Índice Nacional de Preços ao Consumidor
INSS - Instituto Nacional do Seguro Social
IPCA - Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo
LDI - *Liability Driven Investment*
LFT - Letras Financeiras do Tesouro
LTN-Pré - Letras do Tesouro Nacional Pré Fixadas
MPAS - Ministério da Previdência e Assistência Social
MPS - Ministério da Previdência Social
NTN - Notas do Tesouro Nacional
OCDE - Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Económico
PIB - Produto Interno Bruto
PMBAC - Provisões Matemáticas de Benefícios a Conceder
PMBC - Provisões Matemáticas de Benefícios Concedidos
PREVIC - Secretaria de Previdência Complementar
PUC - Crédito Unitário Projetado
RGPS - Regime Geral de Previdência Social
RPPS - Regimes Próprios dos Servidores Públicos
SELIC - Sistema Especial de Liquidação e de Custódia
SOA - *Society of Actuaries*
SPC - Superintendência de Previdência complementar
SRB - Salário Real de Benefício
TIR - Taxa Interna de Retorno
UC - Unidade de Crédito
VAC - Valor Atuarial das Contribuições

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Contexto da pesquisa	19
1.2	Problema de pesquisa	21
1.3	Justificativa.....	22
1.4	Objetivos	26
1.5	Estrutura da dissertação	26
2	REFERENCIAL TEÓRICO	27
2.1	A indústria de fundos de pensão.....	27
2.2	Tipos de riscos	30
2.3	Modelagem atuarial	32
2.3.1	<i>Modalidade dos planos de benefícios.....</i>	<i>32</i>
2.3.2	<i>Métodos de financiamento.....</i>	<i>36</i>
2.3.3	<i>Premissas atuariais</i>	<i>39</i>
2.3.4	<i>Fluxos de caixa e avaliação atuarial</i>	<i>42</i>
2.4	Modelagem ativa	44
2.5	Divergência não planejada	49
3	REVISÃO DE LITERATURA	52
3.1	Modelagem por <i>Liability Driven Investment</i>	52
3.2	Programação estocástica em <i>Asset Liability Management</i>	57
3.3	Estudo de caso	64
3.3.1	<i>Caracterização do plano</i>	<i>64</i>
3.3.2	<i>Política de investimentos</i>	<i>67</i>
4	METODOLOGIA	70
4.1	Modelagem do passivo atuarial	70
4.2	Modelagem dos ativos.....	76

4.2.1	<i>Cômputo de risco e retorno</i>	79
4.2.2	<i>Matriz de correlação</i>	80
4.3	Implementação do <i>Liability Driven Investment</i>	82
4.4	Programação estocástica em <i>Asset Liability Management</i>	84
5	RESULTADOS	89
5.1	Resultados da avaliação atuarial	89
5.2	Projeção dos Ativos do Plano	93
5.3	<i>Liability Driven Investment</i>	98
5.4	<i>Asset Liability Management</i>	104
5.5	Divergência não planejada	110
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	113
	REFERÊNCIAS	116
	ANEXO 1 - SIMBOLOGIA CONSTANTE EM NOTA TÉCNICA ATUARIAL	124
	ANEXO 2 – RESULTADOS DA AVALIAÇÃO ATUARIAL	129

1 INTRODUÇÃO

Uma entidade fechada de previdência complementar – EFPC ou fundo de pensão é uma fundação ou uma sociedade civil sem fins lucrativos cujo objetivo é proporcionar a seus associado como complementação de benefícios recebidos pela seguridade social básica, proporcionada pelo governo. Segundo a Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (ABRAPP, 2014), os ativos dos fundos de pensão brasileiros chegaram a R\$ 669 bilhões em março de 2014, representando 13,8% do Produto Interno Bruto, estimado neste período em 4,92 trilhões de reais. Devido à acumulação de alto volume de reservas, os fundos de pensão são atualmente o mais importante investidor institucional do país, sendo que a gestão e administração de seus investimentos constituem um fator para a manutenção de seu equilíbrio financeiro e operacional (LEAL, SILVA e RIBEIRO, 2012).

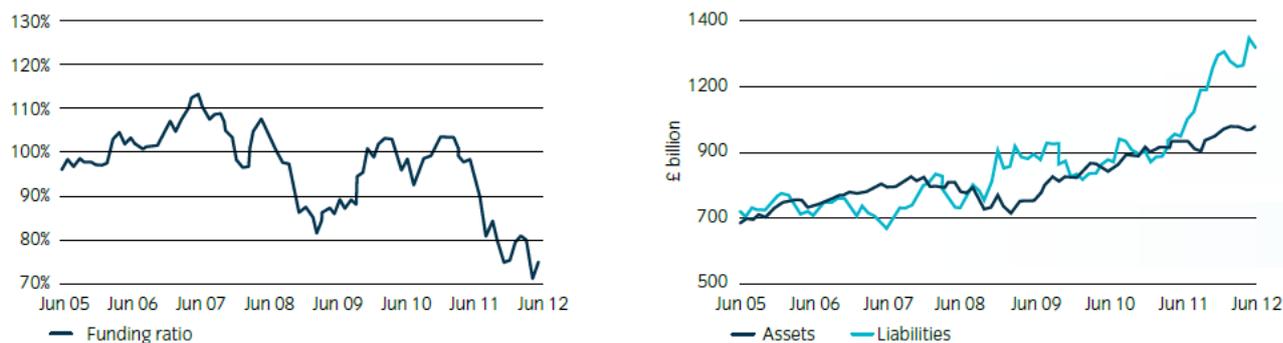
Do montante de ativos, descontam-se as despesas previdenciárias oriundas do pagamento de benefícios aos participantes do plano, aferidas mediante a realização de avaliação atuarial, configurando, assim, o passivo, que corresponde ao valor calculado atuarialmente dos benefícios acumulados pelos participantes até a data da avaliação. O cálculo do passivo atuarial é elaborado sobre duas massas de segurados. A primeira é composta pelos participantes que já estão recebendo o benefício de prestação continuada, configurando-se o passivo atuarial de benefícios concedidos e a segunda é composta pelos segurados que ainda não estão recebendo o benefício de prestação continuada, configurando o passivo atuarial de benefícios a conceder.

Inserem-se nesse contexto os modelos de *Asset Liability Management* (ALM), que, segundo definição da *Society of Actuaries* (2003), consistem na prática da gestão de um negócio de modo que as decisões e ações tomadas com relação aos ativos e aos passivos sejam coordenadas. O ALM pode ser definido como o processo de formulação, implementação, monitoramento e revisão de estratégias relacionadas a ativos e a passivos em uma organização financeira, dada a tolerância ao risco da organização e outras restrições. Tal abordagem é fundamental para a boa gestão das finanças de qualquer organismo que invista para atender as suas necessidades de fluxo de caixa futuros, como é o caso dos fundos de pensão.

Segundo a *BNY Mellon Company* (2013), a medida básica da capacidade de um regime de pensões para cumprir seus compromissos (reserva matemática) é o nível de financiamento, que mede o quanto de seu passivo total é abrangido pelos ativos. Por sua vez, as estratégias de *Liability Driven Investment* (LDI) levam em conta os fatores que podem afetar o valor dos ativos e, mais importante, o valor do passivo. Assim, a abordagem via LDI visa aumentar a certeza de que os objetivos de um regime de pensões serão atendidos, melhorando o nível de financiamento e reduzindo os riscos. Potter (2011) define LDI como uma estratégia baseada nos fluxos de caixa necessários para financiar as responsabilidades futuras e que, naturalmente, funciona porque estas dívidas podem ser previstas com algum grau de precisão.

Por muitos anos, os regimes de aposentadorias estiveram focados principalmente em seus ativos, colocando ênfase menor no o impacto das mudanças no valor do passivo. Assumiu-se também que o patrocinador seria capaz de fazer contribuições substanciais ao longo do tempo. Porém, nos últimos anos os níveis de financiamento têm sido voláteis visto que a evolução dos ativos não tem acompanhado os passivos, como evidenciado na Figura 1, a qual trata dos fundos de pensão ingleses.

Figura 1- Ativos *versus* passivos em fundos de pensão no período de 2005 a 2012.



Fonte: BNY Mellon Company, 2013.

É fundamental acompanhar o movimento de ativos e passivos. Isso foi feito com base na divergência não planejada, que é uma medida de *Tracking Error* que afere o desvio-padrão da diferença entre os retornos do portfólio e os retornos do benchmark. Esta pesquisa visa aplicar os modelos de *Asset Liability Management* e *Liability Driven Investment* em um plano de benefícios de uma entidade fechada de previdência complementar estruturado na modalidade de benefício definido e avaliar a eficácia de cada uma destes modelos, com base

na divergência não planejada. Um relevante fato que justifica também a adoção de tais modelos é a oscilação da taxa básica de juros, a qual afeta diretamente os resultados do plano, uma vez que ativos e passivos sofrem influência desta variável. As estratégias de gestão propostas serão baseadas principalmente nos trabalhos de Dert (1995), Kouwenberg (2001), Ferstl e Weissensteiner (2011), os quais se configuraram como essenciais ao desenvolvimento da função objetivo do ALM e do desenvolvimento do LDI. Por sua vez, a modelagem passiva se pautou principalmente nos trabalhos de Bowers (1986) e Winklevoss (1993).

Optou-se pela escolha da divergência não planejada (DnP), calculada pela diferença entre a rentabilidade dos investimentos e a meta atuarial do fundo de pensão, como medida de avaliação da performance, dado que a Instrução Normativa da Superintendência de Previdência Complementar (SPC) e do Ministério da Previdência Social (MPS) 04/2003 demanda que as entidades fechadas de previdência complementar utilizem tal medida como instrumento de controle de risco. Segundo Jorion (2003), as medidas de risco de mercado ou de investimentos devem quantificar o risco de perdas decorrentes de alterações no comportamento de variáveis que influenciem os ativos de investimento. Este autor considera que a DnP atende este requisito.

Em 25 de setembro de 2003, o Banco Central (BACEN) editou a Resolução CMN 3.121, alterando e centralizando os dispositivos legais que versavam sobre as aplicações das reservas legais e técnicas das EFPC. Esta resolução introduziu uma nova exigência para as entidades: manter sistemas de controles de risco com base no cálculo da divergência não planejada entre o valor de uma carteira e o valor projetado para esta, em comparação no mínimo à meta atuarial. Inicialmente, não foram determinados quais seriam os procedimentos operacionais para a apuração da DnP, motivo pelo qual foi mantido o cálculo do Valor em Risco (VaR) até que se concluísse a regulamentação. As EFPC tiveram que indicar estatutariamente um administrador para ficar responsável pela manutenção desse sistema de controle (DnP), respondendo civil e criminalmente.

Em 28 de novembro de 2003, a Secretaria de Previdência Complementar editou a Instrução Normativa 4, exigindo o cálculo da DnP para períodos discretos de um mês, bem como seu acúmulo mensal, por plano, segmento ou carteira. Em 1 de junho de 2007, após um período de intensos debates sobre a questão da regulamentação/controle dos ativos de investimentos dos fundos de pensão, o BACEN, por meio da CMN editou a Resolução

3.456/07 que foi um aprimoramento da Resolução 3.121/03. A referida resolução manteve o cálculo da DnP e revogou a exigibilidade da apuração do valor em risco.

Foi utilizado neste estudo, como fonte de dados um fundo de pensão. A busca por uma EFPC real objetivou-se manter a coerência das premissas utilizadas no estudo com as adotadas pelo mercado, além da consideração do contexto legislativo brasileiro.

1.1 Contexto da pesquisa

A promulgação da Lei 6.435, de 15 de julho de 1977, representou o primeiro ordenamento jurídico-legal aplicável aos fundos de pensão. Este ordenamento estabeleceu que a ação do Poder Público fosse exercida com o objetivo de determinar padrões mínimos adequados de segurança econômico-financeira para a preservação da liquidez e da solvência dos planos de benefícios isoladamente, e da entidade de previdência privada, em seu conjunto. Duas leis apresentaram um grande avanço em relação a Lei 6.435/77, uma vez que reafirmaram que solvência, liquidez e equilíbrio são balizadores em fundos de pensão. Estas foram as ainda vigentes Leis Complementares 108 e 109, ambas de 29 de maio de 2001.

No que tange à mensuração do passivo atuarial, a Resolução do Conselho Geral de Previdência Complementar (CGPC) 18, de 28 de março de 2006, estabeleceu parâmetros técnico-atuariais para a estruturação de planos de benefícios de EFPC, colocando a obrigatoriedade de realização de avaliação atuarial anual, entendida como estudo técnico desenvolvido por atuário habilitado, tendo como base a massa de participantes, de assistidos e de beneficiários do plano de benefícios de caráter previdenciário, admitidas as hipóteses biométricas, demográficas, econômicas e financeiras. Esta foi realizada com o objetivo principal de dimensionar os compromissos do plano de benefícios e de estabelecer o nível de custeio, de forma a manter o equilíbrio e a solvência atuarial, bem como o montante das reservas matemáticas e fundos previdenciais.

O passivo atuarial é componente fundamental para implementação dos modelos de ALM e LDI, sendo sua correta mensuração imperativa para a factibilidade dos resultados obtidos. Todas as premissas utilizadas na avaliação atuarial do plano passaram por testes de

aderência, visando a sua adequação à massa, conforme prega a CGPC 18/2006. A Resolução MPS/CGPC 13, de 1 de outubro de 2004, estabeleceu os princípios, regras e práticas de governança, gestão e controles internos a serem observados pelas entidades fechadas de previdência complementar, atribuindo aos órgãos estatutários, no âmbito de suas competências, a tarefa de zelar pela adequação e aderência da política de investimentos e das premissas e hipóteses atuariais dos planos de benefícios. O ALM insere-se neste contexto regulamentar especialmente ao se tratar dos riscos inerentes aos fundos de pensão e de seu monitoramento.

Em se tratando dos ativos, a Resolução CMN 3.792, publicada em 24 de setembro de 2009, dispunha sobre as diretrizes de aplicação dos recursos garantidores dos planos administrados pelas EFPC e, mais uma vez, cita a necessidade de observar os princípios de solvência e liquidez. Esta resolução ainda estabelecia os limites legais máximos por segmento de aplicação para os fundos de pensão, sendo estes: renda fixa, renda variável, imóveis, investimentos estruturados, investimentos no exterior e operações com participantes. Todos estes segmentos, com seus respectivos limites, foram utilizados na geração de cenários para a projeção das rentabilidades do plano.

A renda fixa, que inclui os títulos públicos, é o único segmento não limitado pela Resolução CMN 3.792/2009, respondia em dezembro de 2013 por 60,4% da carteira de investimentos dos fundos de pensão, conforme consolidado estatístico da ABRAPP (2013). Um cenário de inflação controlada e de taxas de juros reduzidas obrigaria, segundo Motta (2001), as EFPC a buscarem alternativas de investimentos que representem melhores oportunidades de rentabilidade de longo prazo com risco maior. Rabelo e Conde (2004) ressaltam o fato de as taxas de juros e de as tábuas biométricas serem as variáveis mais significativas no cálculo das reservas matemáticas de planos de benefícios, pois estas afetam diretamente o valor do benefício a ser recebido como também o prazo de recebimento. É neste contexto que cresce a importância do gerenciamento de ativo e passivo na elaboração das políticas de investimentos, de tal sorte a fixar como meta a melhor relação retorno *versus* risco. Além disso, a velocidade da redução ou elevação da taxa de juros poderá fazer com que as políticas de investimentos sejam mais ou menos agressivas.

Ainda segundo a Resolução CMN 3.792/2009, a EFPC deve gerenciar os ativos de cada plano de forma a garantir o permanente equilíbrio econômico-financeiro entre estes ativos e o passivo atuarial, remetendo ao tema central desta pesquisa, que visa examinar a

implementação e a avaliação da eficácia de modelos que garantam o referido equilíbrio. Adicionalmente, a EFPC deve acompanhar e gerenciar o risco e o retorno esperado dos investimentos diretos e indiretos, mediante o uso de modelo que limite a probabilidade de perdas máximas toleradas para os investimentos e, até a implementação de modelo próprio de monitoramento do risco mencionado na Resolução, a EFPC deve calcular a DnP entre o resultado dos investimentos e o valor projetado para estes.

Tradicionalmente, a principal preocupação de um investidor é o risco do investimento. Em um plano de benefício definido, além do risco de investimento, o passivo ainda pode flutuar, devido a alterações nas taxas de juros, fazendo com que a situação do custeio do plano possa mudar, mesmo sem levar em conta o resultado dos ativos. Segundo Potter (2011), é esta relação que criou a necessidade do LDI, em que o retorno sobre os ativos é menos importante do que o retorno utilizado para descontar os passivos. Sendo assim, esta abordagem é focada essencialmente nas obrigações do plano. Kendall (2007) pondera que os gestores de planos de benefício definido devem considerar as estratégias de LDI como parte das ferramentas de controle de risco e proteção dos próprios planos de benefícios.

Os modelos de gestão de ativos e passivos passaram por avanços desde sua concepção até os dias atuais. Técnicas baseadas na correspondência entre taxas de retorno e meta atuarial, como as apresentadas por Dechow (2004) e Sullivan (2007), caracterizadas como LDI, são consideravelmente utilizadas por instituições financeiras, bem como os modelos de ALM que contemplam programação estocástica, como nos trabalhos de Dert (1995) e Kouwenberg (2001), balizadores deste trabalho.

1.2 Problema de pesquisa

Qual dentre os modelos *Asset Liability Management* ou *Liability Driven Investment* é mais eficaz utilizando a métrica da Divergência não Planejada, no gerenciamento de ativos e passivos de uma EFPC?

1.3 Justificativa

As entidades fechadas de previdência complementar movimentam anualmente bilhões de reais com o objetivo de proporcionar a seus associados uma aposentadoria complementar aos benefícios e pensões da previdência pública. No primeiro semestre de 2013, a rentabilidade estimada dos fundos de pensão ficou em -0,69%, resultado abaixo da taxa mínima atuarial (INPC +5,75% a.a.) de então, 6,23%. A renda fixa com 61,4% da carteira de investimentos variou -0,64%, enquanto a renda variável, com 28,6% dos recursos, apresentou queda de -2,63%. O segmento com maior rentabilidade nos seis primeiros meses de 2013 foi o de imóveis com retorno de 6,99% no período (ABRAPP, 2013).

A política de investimentos dos fundos de pensão, a qual determina os percentuais de aplicação em cada segmento, varia significativamente, como reflexo dos distintos contextos institucionais e regulatórios, do grau de desenvolvimento e diversificação dos mercados de capitais domésticos e de fatores macroeconômicos, tais como: taxa de inflação, nível do déficit público, tendências das taxas de juros e nível de rentabilidade das empresas que buscam recursos nos mercados financeiros (FIABV, 2002). Todavia, há de ressaltar-se a capacidade do gestor financeiro na seleção dos ativos e na definição e execução da política de investimentos. Em atendimento ao art. 7º da Resolução do CMN 3.792/2009, o Conselho Deliberativo designou a diretora financeira como administradora estatutária tecnicamente Qualificada (AETQ), pela responsabilidade civil e criminal da gestão de recursos das EFPC. Motta (2001) ressalta que há correlação entre mercado de capitais forte e a solvência dos fundos de pensão, sendo que a existência de melhores alternativas de investimento permite que os administradores dos fundos previdenciários obtenham maior retorno na carteira, reduzam o risco e aumentem a credibilidade dos fundos, resultando em melhores aposentadorias.

A projeção de que os ativos dos fundos de pensão alcancem 26% do PIB em 2021, bem como a cobertura de atuais 2,39 milhões de participantes (ABRAPP, 2013), caracterizam a relevância do desenvolvimento de modelos de gestão integrada de ativos e passivos. Nesse ínterim, um correto processo de seleção de carteiras é fundamental para melhorar o desempenho e a eficiência de diversos agentes do mercado financeiro, como bancos comerciais, investidores particulares, fundos de investimento e os próprios fundos de pensão.

Os trechos a seguir, retirados do Guia Previc – Melhores práticas de investimentos (2011) e do Guia Previc – Melhores práticas de governança (2011), corroboram aspectos relevantes tratados anteriormente:

Os estudos de gerenciamento de ativos e passivos e as estratégias de carteiras específicas para cada período da vida dos participantes devem considerar as restrições legais para obtenção de carteiras ótimas. Uma análise histórica e transparente no que tange às rentabilidades por segmento de investimento é recomendável para verificar como cada segmento se comportou no passado, especialmente o mais recente.

A gestão da EFPC reveste-se de grande relevância e interesse de todos, devendo seguir princípios, regras e práticas de governança, gestão e controles internos adequados ao porte, complexidade e riscos inerentes aos planos de benefícios, de modo a assegurar o pleno cumprimento de seus objetivos. As boas práticas de governança convertem-se em princípios e recomendações objetivas, capazes de harmonizar interesses dos participantes, patrocinadores e dirigentes das EFPC.

A importância de técnicas de gestão de ativos e passivos é destacada pela *International Association of Insurance Supervisors (IAIS)* em sua publicação 13 (2006), bem como em estudos feitos pela *Oracle Financial Services* (2008). Booth et. al. (1999) salientam que os modelos integrados de gestão dos ativos e passivos nas EFPC são cruciais para a seleção de portfólios, permitindo o pagamento de aposentadorias ao menor custo e com maior segurança possíveis.

O foco deste trabalho é na gestão de planos do tipo benefício definido, nos quais os benefícios programados têm seu valor ou nível previamente estabelecidos, sendo o custeio determinado atuarialmente, de forma a assegurar sua concessão e manutenção. Os planos estruturados em benefício definido possuem um passivo certo, uma vez que o valor dos benefícios é previamente acordado com o participante, sendo a contribuição ajustada para acúmulo do capital necessário. Devido à forma de estruturação, os riscos inerentes a essa modalidade são maiores fazendo com que esses planos necessitem da adoção de técnicas rebuscadas de gestão.

O plano de benefícios estruturado na modalidade de benefício definido disponibilizado pela EFPC em estudo encontra-se fechado para novas adesões, não sendo prevista a entrada de novos participantes. Em 2013, a massa era composta por mais de 500 assistidos, 1.100 dependentes e cerca de 400 participantes ativos. Este plano foi fechado em 2007, devido à criação de um novo plano nesta EFPC na modalidade de contribuição variável, sendo que os

novos ingressantes integram os participantes do plano na modalidade CV. A maturidade do plano e a não adesão de novos participantes reafirmam a necessidade de abordagens gerenciais como os modelos de *Asset Liability Management* e *Liability Driven Investment*.

Recentemente, a queda no patamar das taxas de juros de renda fixa, importante fonte de receitas para as EFPC, tem tornado a busca pelo equilíbrio financeiro e atuarial dessas instituições uma tarefa ainda mais desafiadora, justificando a busca de novas estratégias gerenciais. Se, de um lado, não haverá mais a alta rentabilidade aliada ao baixo risco de crédito dos títulos de renda fixa emitidos pelo governo, por outro, as obrigações atuariais de uma população que vive com mais qualidade de vida e, conseqüentemente, maior expectativa lançam os fundos de pensão em um grande desafio: manter a saúde financeira advinda desta mudança estrutural na relação ativo *versus* passivo (PINTO JÚNIOR, 2010).

Assim como os vários agentes de uma economia, as EFPC estão sujeitas aos reflexos de mudanças estruturais, principalmente aquelas de ordem econômica, que podem alterar de patamar variáveis vitais para o atendimento de seus objetivos, como é o caso da taxa de juros. Após a estabilização econômica no Brasil, a taxa de juros real da economia reduziu gradualmente até chegar a níveis inferiores às taxas de descontos utilizadas nas projeções atuariais da maioria das entidades no sistema previdência complementar brasileiro. Essa queda nas taxas de juros interfere diretamente na política de investimento das entidades, fazendo com que busquem investimentos alternativos ou incorram na assunção de maiores riscos.

O objetivo principal de uma EFPC é pagar benefícios a seus participantes, tanto benefícios programados quanto benefícios de risco. Para fazer isso, é necessário rentabilizar os recursos aportados, por participantes e patrocinadores, a uma taxa de desconto ou meta atuarial. A taxa de desconto, ou meta atuarial, é um dos parâmetros mais importantes na avaliação financeiro-atuarial de um fundo de pensão, embora outros fatores, como crescimento salarial e tábua atuarial, também possuam um grande impacto.

O principal debate concernente à meta atuarial, ou taxa de desconto, diz respeito a duas vertentes. A primeira sustenta que o passivo deve ser descontado a taxas que reflitam os retornos esperados de longo prazo em relação ao ativo do plano. A segunda vertente indaga se as obrigações do passivo devem ser descontadas a taxas de mercado, no caso, ativos livres de risco, ou títulos públicos do governo. A diferença de opinião reflete uma percepção evolutiva

do papel dos fundos de pensão, ligados a suas crescentes maturidades e concomitantes a mudanças na estrutura de seus passivos (PEREIRA, 2013). A avaliação de passivos requer o uso de taxas de desconto apropriadas para calcular seu valor presente e, então, comparar com o valor dos ativos do plano para verificar seu nível de financiamento.

A meta atuarial, que representa o percentual mínimo de rentabilidade do plano para que este consiga arcar com seus compromissos, era facilmente atingida por meio de ativos emitidos pelo governo, que pagavam altas taxas de juros no curto prazo. Tão logo se vislumbrou uma queda de taxa de juros no Brasil, acendeu-se um alerta sobre a necessidade de se buscar títulos federais que ainda pagam taxas acima da meta atuarial, com vencimentos que se aliam mais ao perfil de longo prazo dos fundos e indexados a um índice de inflação. Pinto Júnior (2007) observa que a elaboração e utilização de modelos de ALM são condições fundamentais para se avaliar os impactos da redução da taxa de juros nos balanços dos fundos de pensão, bem como qualquer mudança nas premissas atuariais, regras dos planos e cenários macroeconômicos. Sullivan (2007) coloca os principais fatores que impactam o valor presente do passivo do plano, elencando como as três principais: taxa de juros, inflação e longevidade. As taxas de juros de longo prazo são usadas pela maioria dos regimes de pensão para determinar as taxas de desconto utilizadas para calcular o valor presente das suas responsabilidades.

A crise financeira global ocorrida em 2008 evidenciou a fragilidade dos sistemas bancários e financeiros de países desenvolvidos e a grande exposição de bancos comerciais e de investimento para o risco excessivo. Porém, a crise também destacou a situação financeira precária dos planos de benefícios definidos, que, pela segunda vez em uma década, apresentaram em vários países da OCDE grandes lacunas de financiamento. As deficiências foram causadas tanto por acentuadas quedas nos preços das ações quanto por grandes aumentos nos passivos atuariais. Os últimos foram resultados das taxas de juros muito baixas, especialmente em títulos do governo (WATSON, 2012).

Os modelos de LDI têm sido cada vez mais utilizados pelos planos de aposentadoria, especialmente devido a um cenário de volatilidade no nível de financiamento. Como o valor futuro dos pagamentos de pensão está diretamente ligado a inflação, taxas de juros e longevidade dos membros, buscam-se investimentos ligados a tais fatores. Se o valor dos ativos e passivos reagir a esses fatores na mesma forma, a volatilidade do nível de financiamento pode ser reduzida. Esse foco na redução da volatilidade do nível de

financiamento está no cerne do LDI. Adicionalmente, nos modelos de ALM as flutuações na taxa de juros influenciam não apenas as obrigações do plano dadas pelo passivo atuarial, mas também as rentabilidades, tornando o casamento dos fluxos tarefa capital.

1.4 Objetivos

O objetivo central desta pesquisa consiste em verificar a eficácia, por meio da divergência não planejada, dos modelos de *Asset Liability Management* e *Liability Driven Investment* em um fundo de pensão brasileiro na modalidade de benefício definido.

Os objetivos específicos do trabalho são:

- a) Apurar a reserva matemática projetada por época e o passivo atuarial, até findar as obrigações do plano de benefícios da EFPC;
- b) Desenvolver a função objetivo, visando maximizar o retorno e atender às restrições regulamentares, implementando um modelo de *Asset Liability Management* via programação estocástica multiperíodo;
- c) Selecionar ativos que supram com seus rendimentos a meta atuarial por período como estratégia de hedge em *Liability Driven Investment*;
- d) Comparar os resultados para a divergência não planejada visando avaliar a eficácia dos modelos.

1.5 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está organizada em seis capítulos, sendo o primeiro deles esta Introdução. No segundo capítulo apresenta-se o referencial teórico, com o objetivo de oferecer contextualização e consistência à investigação. No terceiro capítulo, oferece-se a revisão bibliográfica que trata especialmente da evolução histórica dos modelos de ALM e LDI. No quarto capítulo, aborda-se a metodologia de pesquisa, definindo-se os procedimentos utilizados para a modelagem do problema no fundo de pensão. Com o quinto capítulo procede-se com a apuração dos resultados da pesquisa. No sexto capítulo, formulam-se as conclusões da dissertação.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo apresenta-se o referencial teórico da pesquisa, trazendo um breve histórico sobre o sistema previdenciário brasileiro, conceitos fundamentais sobre fundos de pensão e modelagem do passivo atuarial e das rentabilidades.

2.1 A indústria de fundos de pensão

O sistema previdenciário brasileiro se estrutura em um regime básico universal, que contempla o Regime Geral de Previdência Social (RGPS), juntamente com os Regimes Próprios dos Servidores Públicos (RPPS), e uma previdência complementar facultativa. A Figura 2 mostra a estrutura da oferta de serviços de previdência no Brasil:

Figura 2 - Estrutura previdenciária no Brasil



Fonte: Elaboração da autora

A previdência complementar estrutura-se em dois pilares: Entidades Abertas de Previdência Complementar (EAPC), com fins lucrativos, que operam planos individuais e coletivos; e as Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC), sem fins lucrativos, que operam planos coletivos decorrentes de vínculo empregatício, chamados “patrocinados”, ou associativo chamados “instituídos”. Este trabalho concentra-se nas EFPC.

Na década de 1970 foram formados os primeiros fundos de pensão vinculados às empresas estatais e grandes grupos econômicos privados, com a promulgação da Lei 6435/77, que dispunha sobre as entidades abertas e fechadas de previdência privada, e do Decreto

81.240/78, que regulamentou as disposições legais relativas às entidades fechadas (PINHEIRO, 2007).

Ainda segundo Pinheiro (2007), na década de 1980 houve a criação dos fundos de pensão das empresas privadas, sucedida por conta do processo inflacionário vivenciado pela economia brasileira, em um período de acumulação de recursos, notadamente no segmento de aplicação de renda fixa. Os anos de 1990 foram marcados pelas privatizações das empresas estatais, que contaram com a participação decisiva dos recursos financeiros dos fundos de pensão.

Na primeira década de 2000, foram realizadas alterações importantes na legislação da previdência complementar, tendo sido aprovadas as Leis Complementares 108 e 109, em maio de 2001, que focalizaram os planos de benefícios, enquanto na legislação anterior (Lei 6.435/77) o centro era a EFPC. Foram criados os institutos de portabilidade e benefício proporcional diferido, ou *vesting*, e regulamentados, conjuntamente, os institutos do autopatrocínio e resgate de contribuições. A Lei Complementar 109/01 revogou a Lei 6.435/77 e definiu as regras gerais da previdência complementar aberta ou fechada no país, buscando inserir nas entidades de previdência complementar uma nova estrutura normativa, refletindo a contínua evolução do setor ao longo de sua existência. A Lei Complementar Nº 108/01, por sua vez, trata da relação dos patrocinadores de empresas públicas, sociedades de economia mista e o ente federado, com seus respectivos fundos de pensão. Pela nova legislação de 2001, o regime de previdência privada tem caráter complementar, é organizado de forma autônoma em relação ao regime geral da previdência social e se baseia na constituição de reservas que garantam o benefício oferecido por entidades de previdência complementar. Foi viabilizada também pela nova legislação a formação de planos de benefícios por pessoas jurídicas de caráter profissional, classista ou setorial, conhecidos como Instituidores, passando as EFPC a ser acessíveis aos associados dessas entidades.

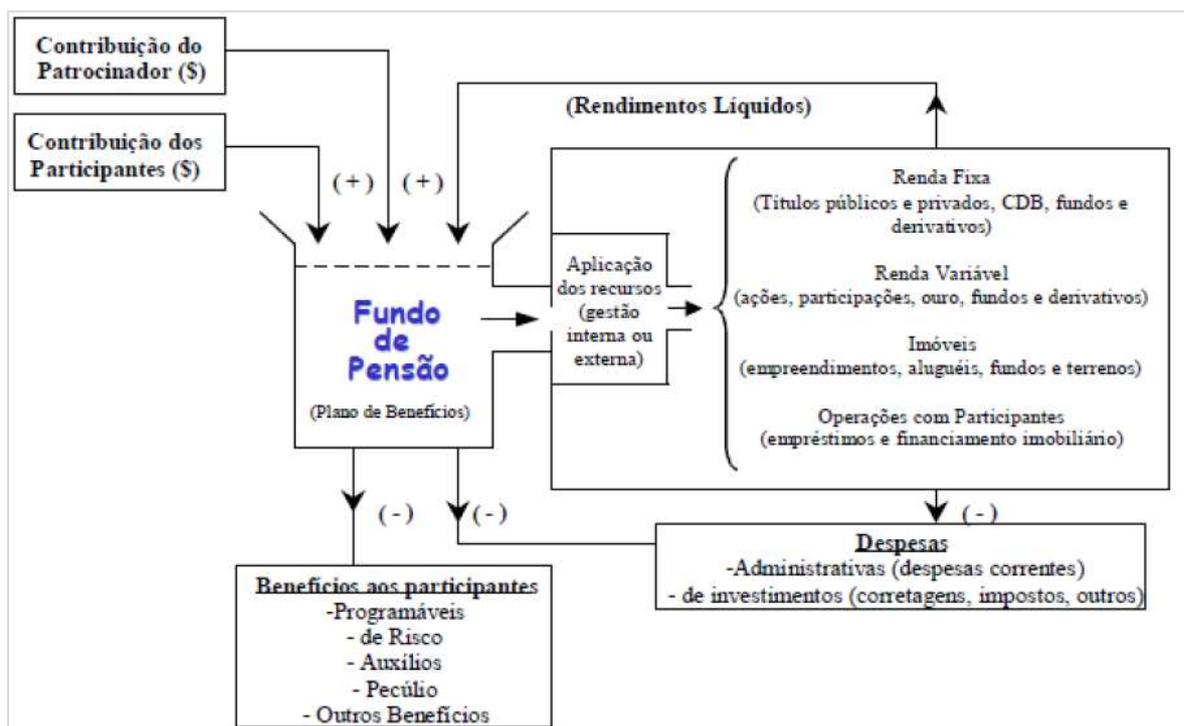
Segundo a ABRAPP, em 2009 os ativos dos fundos de pensão alcançavam meio trilhão de reais, representando 16% do Produto Interno Bruto (PIB) da época, que montava em R\$3,143 trilhões. Nessa ocasião, mais de dois milhões de participantes contribuintes e mais de quatro milhões de dependentes compunham o sistema fechado e cerca de 700 mil assistidos recebiam benefícios de fundos de pensão. Em 2010, a poupança constituída pelos fundos de pensão no Brasil, de R\$537,04 bilhões, passou a representar 14,6% do PIB daquele

ano, percentual significativo, mas ainda muito baixo quando comparado ao de países mais desenvolvidos.

Segundo levantamento realizado pela consultoria Towers Watson em 2011, os ativos administrados por entidades fechadas de previdência complementar de 13 países (Austrália, Canadá, França, Alemanha, Hong Kong, Irlanda, Japão, Alemanha, África do Sul, Suíça, Reino Unido, Estados Unidos e Brasil) totalizaram US\$ 26,5 trilhões ao final de 2010, um recorde que representa uma expansão de 12% em relação a 2009. Os países que apresentaram a maior relação ativos/PIB em 2010 foram Holanda, com 134%, Suíça (126%) e Estados Unidos (104%). No Brasil, a relação ativos/PIB era de 17% ao final de 2010, o que indica o enorme potencial de crescimento do segmento.

A dinâmica do funcionamento financeiro de um fundo de pensão pode ser visualizada de forma simplificada na Figura 3. No início do processo, os fundos de pensão recebem contribuições dos patrocinadores e dos participantes. Com a estrutura administrativa já em funcionamento, investem os recursos financeiros nos segmentos de aplicação autorizados pela legislação que regula tais investidores institucionais, visando obter rendimentos líquidos que se acumulam às reservas para pagamento dos benefícios previdenciários aos participantes.

Figura 3 - Esquema geral de funcionamento de um fundo de pensão



Fonte: Pinheiro, 2007.

As contribuições vertidas por participantes e patrocinadores, acrescidas do retorno das aplicações, devem fluir para o fundo em ritmo suficiente para pagar benefícios no curto prazo – que podem incluir desde aposentadoria até seguros de invalidez, morte e desemprego – e para honrar as obrigações de longo prazo do fundo de pensão, observando os princípios de liquidez e solvência, conforme determinado em legislação.

O custo de um plano de benefícios depende diretamente do nível de riscos atuariais por ele assumidos; da qualidade no gerenciamento dos riscos envolvidos, do desempenho da carteira de investimentos do fundo de pensão e da administração de seus respectivos riscos financeiros, e do custo geral de gestão e supervisão da entidade previdenciária. Anualmente, com o objetivo de verificar o funcionamento da EFPC, são elaboradas demonstrações financeiras e contábeis, avaliações atuariais e política de investimentos, que são disponibilizadas aos participantes, aos assistidos e ao órgão executivo fiscalizador, para acompanhamento e supervisão das atividades e operações dos planos de benefícios dos fundos de pensão. Os estudos de ALM e LDI encontram-se neste contexto.

2.2 Tipos de riscos

Visando compreender os riscos envolvidos na administração de um fundo de pensão estruturado na modalidade de planos de benefício definido, cabe analisar primeiramente as questões mais importantes que o gestor do fundo deve enfrentar na determinação da alocação ótima dos ativos ao longo do tempo. De acordo com Dempster et al. (2002), têm-se como questões fundamentais as seguintes:

- Natureza estocástica dos retornos dos ativos e do passivo - tanto o fluxo de pagamentos de benefícios quanto o retorno futuro dos ativos são desconhecidos, ou seja, são variáveis aleatórias. Os benefícios, em particular, são gerados a partir de eventos atuariais e devem ser cobertos pelos ativos. Logo, cada decisão de alocação dos ativos deve levar em consideração o nível das obrigações, as quais são diretamente relacionadas à política de contribuição exigida pelo fundo.
- Horizontes de longo prazo para os investimentos - o horizonte típico de investimento é muito longo, por volta de trinta anos. Isso significa que a carteira do fundo terá que ser

rebalanceada algumas vezes, o que pode tornar a otimização de carteiras sob o estilo Markowitz ineficiente.

- Risco de subfinanciamento - existe uma exigência muito importante para monitorar e gerir a probabilidade de subfinanciar tanto clientes individuais quanto o fundo como um todo. Isto é, o nível de confiança com a qual o fundo de pensão será capaz de atingir suas metas sem recair na garantia da patrocinadora.
- Restrições de gerenciamento - a gestão de um fundo de pensão é também ditada pelo atendimento a um número de regras de solvência, que são estabelecidas por autoridades regulatórias apropriadas. Essas restrições afetam as alocações sugeridas e devem ser sempre consideradas. Além disso, como a carteira do fundo deve ser ativamente gerida, os spreads de mercado, taxas e outros elementos que afetam o fundo também devem ser modelados.

Considerando tais características dos fundos com planos de benefício definido, podem-se definir agora os riscos mais comumente observados na gestão dos mesmos:

a) Risco de mercado - é o risco de perda no valor da carteira de investimentos, que no futuro fará jus ao pagamento dos benefícios, fruto da não ocorrência dos retornos esperados dos investimentos devido a flutuações nos preços de commodities, títulos e ações e nas taxas de mercado (taxas de juros e câmbio, por exemplo).

b) Risco de crédito – é o risco de mudança na qualidade do crédito, seja por piora ou por default, reduzindo o valor da carteira. Para um fundo de pensão, a maior fonte de risco de crédito são os empréstimos a participantes, mas também existe risco de crédito em outros instrumentos financeiros, tais como títulos de renda fixa, opções, ações e swaps.

c) Risco de liquidez - o risco financeiro oriundo de uma possível perda de liquidez. Pode ser de mercado ou de produto, quando não se consegue se desfazer de determinado investimento a seu preço normal de mercado, tendo que se reconhecer o prejuízo não esperado; e de fluxo de caixa ou obtenção de recursos, com o advento da portabilidade é possível ao participante deixar o fundo ao qual está atrelado e levar todas as suas contribuições e, também, as contribuições da patrocinadora para outro fundo, podendo gerar um problema de falta de caixa. A portabilidade pode alterar significativamente a premissa de rotatividade e a política de investimentos do fundo.

d) Risco demográfico - está associado a mudanças significativas no perfil dos participantes do plano em relação à evolução da sobrevivência do grupo ou às premissas de elegibilidade aos benefícios. Essas mudanças são resultantes da ocorrência de fatos distintos daqueles inicialmente previstos quando do desenho do plano de benefícios, pois neste momento a tábua de mortalidade (ou sobrevivência) e as regras de concessão de benefícios são definidas para o grupo em análise.

e) Risco operacional - está associado à operação do negócio e pode ser subdividido em três tipos: risco de pessoas (erro ou fraude), risco de processos e risco de tecnologia.

Todos estes riscos podem levar ao risco de descasamento entre o ativo e o passivo, uma vez que podem gerar valores de ativo insuficientes ou excessivos para o que é exigido como valores de reserva matemática.

2.3 Modelagem atuarial

2.3.1 Modalidade dos planos de benefícios

Como exposto por Chan, Silva e Martins (2010), o sistema de previdência complementar vem crescendo no Brasil não só em quantidade de entidades como também em quantidade de segurados e em volume de recursos envolvidos. Segundo a ABRAPP (2013), estão cobertos pelo regime de previdência complementar 2,39 milhões de participantes ativos, distribuídos em 324 fundos de pensão no País. Coloca-se ainda a existência de 2815 empresas patrocinadoras e 471 instituidoras. Os planos de benefícios oferecidos por essas entidades têm o objetivo primordial de pagar benefícios aos participantes, visando garantir o padrão de vida após a aposentadoria.

Existem duas modalidades principais de benefícios: os programados e os de risco. Os benefícios programados são aqueles cuja data de ocorrência para cada participante é previsível, como a aposentadoria por tempo de contribuição, especial ou por idade. Os benefícios de risco são aqueles que não permitem qualquer previsão quanto à data de sua ocorrência, como auxílio-doença, invalidez e morte. Além disso, a Resolução CGPC 16/2005, publicada pela Secretaria de Previdência Complementar, disciplina o parágrafo único do art 7º da Lei Complementar 109/01, classificando os planos, quanto a seus benefícios

programados, em: benefício definido, de contribuição definida e de contribuição variável. Segundo tal resolução, entende-se por plano de benefício de caráter previdenciário na modalidade de benefício definido (BD), aquele cujos benefícios programados têm seu valor, ou nível, previamente estabelecido, sendo o custeio determinado atuarialmente, de forma a assegurar sua concessão e manutenção.

Entende-se por plano de benefícios de caráter previdenciário na modalidade de contribuição definida (CD) aquele cujos benefícios programados têm seu valor permanentemente ajustado ao saldo de conta mantido em favor do participante, inclusive na fase de percepção de benefícios, considerando-se o resultado líquido de sua aplicação, os valores aportados e os benefícios pagos. É um programa de poupança dirigido à aposentadoria, não sendo o benefício programado diretamente vinculado ao salário final. O risco é do participante, dado que se a contribuição for deficiente ou a capitalização incipiente a empresa patrocinadora não cobre as perdas. Nos planos CD, o benefício final depende da capitalização das contribuições definidas *a priori*. Baseado no valor do saldo de conta acumulado em nome do participante, o benefício só é definido à época da concessão. Assim, permite os seguintes tipos de renda: renda mensal por prazo indeterminado e renda mensal por prazo determinado.

Entende-se por plano de benefícios de caráter previdenciário na modalidade de contribuição variável (CV) aquele cujos benefícios programados apresentem a conjugação das características das modalidades de CD e BD. Os benefícios programados são de CD na fase de formação da poupança, transformando-se em BD após a concessão, pela garantia de uma renda mensal vitalícia, reajustada anualmente por um índice de atualização monetária definido. Os benefícios de risco decorrentes de doença, invalidez e morte podem ser estruturados tanto na modalidade de BD quanto na de CD.

Chan, Silva e Martins (2010) observam no Brasil e no mundo uma migração dos planos do tipo benefício definido para planos do tipo de contribuição definida. De modo geral, os motivos dessa migração decorrem do fato de que os planos de benefícios definido não estão atrelados aos montantes arrecadados e à rentabilidade dos ativos durante o período de acumulação, o que os torna mais arriscados para os patrocinadores e difíceis de gerenciar do que um plano de contribuição definida. É neste controle de risco atrelado ao gerenciamento dos planos BD que se insere o ALM, uma vez que o custo de um plano estruturado no modelo individual será sempre superior ao de um plano coletivo.

Nos Estados Unidos, em 1980, mais de 80% dos planos eram de benefício definido e em 2001 eram menos de 40%. Nessas duas décadas, 97% das novas companhias deram preferência por constituir para seus empregados planos de contribuição definida. Em princípio, deve-se considerar o argumento de que exista uma tendência mundial à adoção de planos CD em substituição aos planos BD. Porém, o crescimento dos planos CD é um fenômeno recente, ocorrido nos Estados Unidos, onde, por força da legislação tributária e da regulamentação baixada pelo governo federal a partir de 1974 (*ERISA – Employee Retirement Income Security Act* de 1974), houve incentivo à criação dessa modalidade de plano.

Para Ross e Wills (2002), uma explicação para essa mudança na preferência baseia-se na teoria segundo a qual os trabalhadores de hoje têm mais mobilidade no trabalho e, como consequência, é pouco provável que se aposentem na mesma empresa em que começaram a trabalhar. A empresa não mais enxerga seus empregados como trabalhadores vitalícios, e vice-versa. Devido às mudanças na cultura, tecnologia e educação, os trabalhadores foram levados a ser mais independentes e a romper vínculos empregatícios. Os trabalhadores precisam, então, redirecionar suas contas de aposentadoria para planos de benefícios que ofereçam a portabilidade dos recursos acumulados. Os planos de contribuição definida são mais flexíveis e se adaptam melhor à necessidade dos trabalhadores, em termos de portabilidade e de alocação de recursos financeiros.

Ippolito (1997) levanta algumas hipóteses que envolvem o crescimento dos planos de contribuição definida, como os crescentes custos de regulação fiscal, atrelados ao aumento dos custos administrativos dos planos de benefícios definidos, e a ampliação das atividades no setor de serviço que possuem baixa taxa de sindicalização entre os empregados, o que favorece a adoção desses planos para as pequenas empresas.

Então, surge a questão: Porque estudar modelagens para planos do tipo BD em um ambiente que cada vez mais favorece a adoção de planos tipo CD ou misto? Os planos do tipo BD ainda representam a maioria do mercado, fundamentalmente, quando observada a participação dos BD nos ativos totais. A modalidade BD representa 59% (R\$200,6 bilhões), ao passo que as modalidades CD e misto juntos representam 41% (R\$139,4 bilhões), em 2012.

Como outra característica favorável ao estudo de planos BD, tem-se que estes atendem melhor as classes de trabalhadores com baixa rotatividade, por exemplo, os servidores públicos, ou às empresas que desejam reter os melhores empregados. Os planos BD também oferecem maiores desafios de planejamento e gestão para atuários e demais técnicos envolvidos em sua execução e manutenção, o que fomenta o desenvolvimento profissional dos mesmos.

Outro argumento utilizado na defesa dos CD é que estes seriam planos mais baratos que os BD porque sua gestão seria mais fácil de ser administrada. No entanto, conforme Santos (2000), planos BD utilizados para assegurar benefícios de aposentadoria são mais eficazes, pois, ao permitirem uma alocação mais planejada das reservas, possibilitam que suas contribuições sejam inferiores às de planos CD quando considerados longos períodos de contribuição. Vale lembrar que nos planos CD os benefícios de risco são cobertos por contribuições adicionais, já que a contribuição normal e o sistema de capitalização individual não contemplam benefícios dessa natureza.

O maior temor em relação aos planos BD é a possibilidade de estes virem a gerar déficits, uma vez que, sendo a renda de aposentadoria garantida, é imprescindível que a evolução das reservas durante o período de acumulação esteja sempre de acordo com a previsão de gastos futuros para o pagamento dos benefícios. Desde os primeiros planos BD até os atuais, muitas alterações já foram feitas em relação à participação da patrocinadora na contribuição e no pagamento de déficits. A tendência claramente se verifica para uma menor participação dela, o que resulta na maior necessidade de se calcular com mais precisão o pagamento de contribuições e de se evitar déficits.

Paralelamente, os órgãos reguladores estão mais exigentes para salvaguardar os direitos dos participantes dos planos e cada vez mais requerem estudos detalhados de reservas, investimentos e contribuições. Conforme ressalta Cairns (1994), em um plano BD durante muito tempo se pensou que se a taxa de contribuição tivesse sido muito baixa no passado os patrocinadores poderiam cobrir a diferença mais tarde. Enquanto esta premissa valeu irrestritamente, esta posição confortável, provavelmente, retardou o progresso da matemática atuarial para pensões por décadas, uma vez que não havia, essencialmente, nenhuma penalidade para uma má avaliação. Atualmente, as penalidades se verificam tanto para a patrocinadora quanto para o membro do plano, o participante. Com isso, tem-se observado o desenvolvimento de inúmeras novas abordagens de gestão de fundos de pensão,

justamente com o objetivo de melhor precisar o nível de contribuição e a probabilidade de se incorrer em déficit e, em última instância, a probabilidade de insolvência do plano.

Assim, apesar dessa migração entre modalidades, coloca-se que os planos estruturados em benefício definido são os que mais carecem de acompanhamento contínuo das entidades. Assim, os modelos implementados neste trabalho consideraram um plano estruturado em benefício definido, considerando os motivos acima expostos.

2.3.2 Métodos de financiamento

Quando um sistema previdenciário é modelado, uma das principais questões a ser resolvida é o método de acordo com o qual será financiado. Por método de financiamento entende-se o arranjo que permitirá a existência de um fluxo de recursos para fazer face às despesas com benefícios e, possivelmente, com a administração do sistema à medida que essas ocorrem. Em outras palavras, refere-se ao mecanismo que determina o valor e a periodicidade das contribuições ao sistema (IYER, 2002). Os métodos de financiamento podem ser divididos em: regimes de repartição simples e regime de capitalização.

O regime de repartição simples, também conhecido como “pay as you go” (PAYGO), constitui um sistema previdenciário que não acumula fundos e está baseado em equilíbrios orçamentários de períodos, no qual o montante das contribuições equivale ao montante dos benefícios, implicando que a razão de dependência, ou razão entre beneficiários e contribuintes, seja igual à razão entre taxa de contribuição e taxa de benefício. Pela forma como se estrutura, esse regime é utilizado para avaliar benefícios de pagamento único ou temporários de curta duração, tais como auxílio-doença, auxílio-natalidade, auxílio-funeral, pecúlio por morte e pecúlio por invalidez.

O regime de capitalização, conforme descrito por Keyfitz (1988), constitui um sistema que acumula fundos. Está baseado em equilíbrios orçamentários de coortes, no qual o montante dos benefícios recebidos pelos membros de uma geração a partir da aposentadoria equivale ao montante acumulado no fundo, sendo igual a zero quando da extinção completa da coorte. Por esse regime, os recursos dos contribuintes ativos são investidos de forma a gerar um fundo do qual serão sacados, no futuro, os benefícios pagos a eles próprios. Embora possa ser aplicável a todos os benefícios, este regime é obrigatório, pela legislação da previdência privada no Brasil, para os benefícios de pagamento em prestações que sejam

programadas e continuadas, por exemplo, a aposentadoria por tempo de contribuição, a aposentadoria especial e a aposentadoria por idade.

No regime de capitalização, ainda há de se determinar o método pelo qual os recursos serão acumulados. Segundo Pinheiro (2007), a escolha do método de financiamento dos benefícios previdenciários está relacionada ao interesse dos agentes que participam dos fundos de pensão, importando para o empregador uma melhor e flexível distribuição cronológica das contribuições e para o empregado a continuação do fundo e a garantia da recepção futura dos benefícios prometidos. Trowbridge (1952) menciona a existência de pelo menos sete métodos de financiamento. Aqui serão expostos apenas os mais comumente utilizados pelos fundos de pensão brasileiros.

a) Método de repartição de capitais de cobertura - todas as contribuições no exercício se destinam a constituir um fundo igual ao valor atual dos benefícios a serem pagos nesse mesmo exercício. Conforme Pinheiro (2007), este método representa um regime financeiro intermediário entre o regime de repartição simples e o de capitalização, pois constitui reserva financeira suficiente para garantir o fluxo dos pagamentos futuros para os benefícios que se iniciaram neste mesmo período. Aplica-se este regime híbrido para financiar benefícios de renda (temporários ou vitalícios) cujas probabilidades de ocorrência se mostrem estáveis ao longo do tempo, por exemplo, os benefícios de pensão por morte, auxílio-reclusão e pecúlios.

b) Método de Unidade de Crédito (UC), capitalização individual ou prêmio único – uma derivante desse método é chamada de “Crédito Unitário Projetado” (PUC), em que se considera a hipótese de crescimento salarial, sendo os benefícios calculados levando-se em conta os salários projetados até a data de elegibilidade do benefício. Este método individual baseia-se no princípio de que a aposentadoria a ser concedida é dividida em muitas unidades durante os anos de vida ativa do participante, tendo a cada ano o crédito fundado relativo a esses anos (PINHEIRO, 2007). Esta modalidade de financiamento provê o valor presente do benefício em tantas unidades quantos forem os anos de filiação como ativo que o participante terá ao atingir a elegibilidade para o recebimento do benefício. Dessa forma, quando ele se tornar elegível ao benefício o valor presente do benefício já estará integralizado. Por isso, quanto mais longe estiver da aposentadoria, mais módica será a constituição dessas unidades de créditos, pois essa contribuição passará anos rendendo juros.

c) Métodos de Prêmio Nivelado Individual (*Individual Level Premium Method*), conforme Vilhena (2012), este método atribui o custo do benefício de aposentadoria de cada empregado durante o período, desde a data de filiação ao plano até a data da aposentadoria, mediante importâncias anuais uniformes ou por uma porcentagem fixa do salário.

d) Método Global (*Aggregate Method*) - usa os mesmos princípios básicos do método de prêmio nivelado individual, porém é aplicado ao plano como um todo, e não a cada empregado individualmente. O custo dos benefícios é alocado ao longo do tempo de serviço médio dos empregados em atividade.

Pinheiro (2007) sintetiza as características dos métodos de financiamento comumente empregados pelas EFPC (Quadro 1):

Quadro 1 - Comparação entre os métodos de financiamento.

Métodos	Contribuição Normal	Velocidade de Capitalização
Crédito Unitário	Individual e crescente	Menor velocidade no início da capitalização e maior velocidade no final
Crédito Unitário Projetado	Individual e crescente	Menor velocidade no início da capitalização e maior velocidade no final
Agregado	Coletiva, constante ou crescente	Velocidades variáveis, conforme o prazo de capitalização adotado e rentabilidade obtida.
Prêmio Nivelado Individual	Individual e crescente	Mesma velocidade desde o início da capitalização até o final

Fonte: Pinheiro (2007)

Segundo a PREVIC (2009), o método de financiamento mais utilizado no Brasil é o de Capitalização Financeira (35%), seguido pelo Agregado (28%).

Tabela 1 - Métodos de financiamento utilizados no Brasil – Ano 2009.

Métodos	Utilização
Crédito Unitário	6%
Crédito Unitário Projetado	13%
Idade Normal de Entrada	7%
Agregado	28%
Prêmio Nivelado Individual	4%
Capitalização Financeira	35%
Outros	7%

Fonte: PREVIC (2009)

Mesmo com as definições estritas dos métodos de financiamento existentes, segundo Iyer (2002), qualquer função de contribuição que satisfaça a equação fundamental que iguala o valor presente da série de contribuições futuras e o valor presente das despesas futuras constitui um método de financiamento teoricamente possível para um novo sistema de previdência. No entanto, ressalta o autor, questões práticas e legais impõem restrições sobre os valores possíveis das contribuições, benefícios e reservas do fundo de pensão. A imposição dessas e de outras restrições conduz a métodos de financiamentos diversos.

2.3.3 *Premissas atuariais*

O custo futuro de um sistema de aposentadorias é determinado pelas características demográficas e econômicas da população coberta. É influenciado, ainda, por uma série de fatores que ocorrerão durante a existência do plano. Neste contexto de incerteza, insere-se a componente de risco presente nas projeções atuariais. Pode-se definir risco como a probabilidade de ocorrência de determinado evento que gere prejuízo econômico. Segundo Jorion (2003), risco é a volatilidade de resultados inesperados, normalmente, relacionados ao valor de ativos ou passivos de interesse.

O risco atuarial é aquele decorrente da adoção de premissas atuariais que não se confirmem ou que se revelem agressivas e pouco aderentes à massa de participantes ou ao uso de metodologias que se mostrem inadequadas. É decorrente das oscilações das trajetórias de vida da população (mortalidade, invalidez, desligamento etc.) em relação às premissas adotadas.

As premissas atuariais representam o conjunto de variáveis ou de hipóteses admitidas nas avaliações anuais para a projeção dos compromissos do plano. As mais comuns são as tábuas de mortalidade que contemplam as probabilidades de ocorrência de determinado evento, por idade. As tábuas de mortalidade são aquelas relacionadas à mensuração de eventos como morte, sobrevivência, invalidez e morbidez dos participantes e assistidos, conforme relata Vilhena (2012). As EFPC utilizam para a mensuração de probabilidades capazes de gerar custeio ao plano: a tábua de mortalidade geral, a tábua de mortalidade de inválidos, tábua de entrada em invalidez e morbidez.

A tábua de mortalidade geral mede as chances de morte por idade a que todos os participantes do plano estão sujeitas. Este tipo de tábua é elaborada com base em um grupo inicial de indivíduos de mesma idade que são acompanhados até a data de seus óbitos. Assim, o número de indivíduos vivos a cada ano sofre decrementos devido às mortes ocorridas na população até o momento em que não haja mais nenhum indivíduo vivo.

A tábua de entrada em invalidez e a tábua mortalidade de inválidos também são muito importantes para determinação do passivo atuarial. As relações entre as funções destas tábuas são as mesmas das tábuas de mortalidade geral, alterando-se apenas a simbologia. Segundo Chan, Silva e Martins (2010), o conceito de invalidez tem se alterado bastante ao longo do tempo, dada a própria transição epidemiológica pela qual o Brasil passou. Além disso, deve ser levado em consideração que as tábuas de invalidez e de mortalidade de inválidos utilizadas pelo mercado advêm de longa data, aumentando consideravelmente o risco de não aderência aos participantes do fundo.

Conforme a Resolução MPS/CGPC 18/2006, que estabelece parâmetros técnico-atuariais para a estruturação de plano de benefícios de entidades fechadas de previdência complementar, as hipóteses biométricas, demográficas, econômicas e financeiras devem estar adequadas às características da massa de participantes e assistidos e ao regulamento do plano de benefícios de caráter previdenciário. Assim, com periodicidade mínima anual, as premissas adotadas pelas EFPC passam por testes de adequação que visam garantir sua aderência à massa do plano.

Ainda conforme a Resolução MPS/CGPC 18/2006, a tábua biométrica utilizada para a projeção da longevidade dos participantes e assistidos do plano de benefícios será sempre aquela mais adequada à respectiva massa, não se admitindo, exceto para a condição de inválidos, tábua biométrica que gere expectativas de vida completa inferiores às resultantes da aplicação da tábua AT-83. Nota-se, segundo Consolidado Estatístico da ABRAPP, a migração para a tábua AT2000 em detrimento da tábua mínima estabelecida pela legislação (AT83). Tal comportamento é esperado uma vez que a tábua AT 2000 gera expectativas de vida maiores do que a AT83, uma vez que nesta as probabilidades de morte são mais elevadas.

Tabela 2 - Tábuas de mortalidade geral utilizadas pelas EFPC.

Tábua	2009	2010	2011	2012
AT2000	38%	45%	48%	61%
AT83	53%	45%	42%	31%
IBGE	3%	4%	4%	4%
RP 2000	1%	1%	2%	2%
Outras	5%	5%	4%	2%

Fonte: Consolidado Estatístico da ABRAPP de setembro de 2013

As tábuas atuariais são tabelas que relatam a evolução de uma população inicial sobre determinado evento. Tábuas que sofrem decrementos ao longo do tempo por um único evento são chamadas de “tábuas unidcrementais”, como as apresentadas na Tabela 2. Porém, os fundos de pensão utilizam também a combinação das tábuas com decremento simples para formar tábuas multidecrementais. Tais tábuas mostram, hipoteticamente, a evolução do número de empregados de um grupo populacional original, sujeito aos efeitos de todas as taxas decrementais das hipóteses demográficas do fundo, que permanecem no plano a cada idade atingida futura.

Não obstante, a resolução CGPC 18/2006 estabelece que a adoção e a aplicação das hipóteses biométricas, demográficas, econômicas e financeiras são de responsabilidade dos membros estatutários da EFPC, na forma de seu estatuto, bem como do atuário que tenha proposto ou validado as hipóteses adotadas na avaliação atuarial do plano de benefícios e do atuário responsável pela auditoria atuarial. Os cálculos atuariais são realizados com base em premissas a respeito do futuro, tais como as tábuas biométricas e a taxa de juros. Segundo Chan, Silva e Martins (2006) as premissas atuariais podem ser classificadas da seguinte maneira:

a) Premissas econômicas - taxa de inflação de longo prazo, ganho real dos investimentos, escala de ganhos salariais, indexador dos benefícios, teto de benefício do sistema público, custeio administrativo.

b) Premissas biométricas - mortalidade de válidos, mortalidade de inválidos, entrada de invalidez, rotatividade.

c) Outras premissas - composição familiar, idade presumida de aposentadoria, idade de entrada no emprego, idade de adesão ao sistema público de aposentadoria e formas opcionais de escolha de benefícios.

A escolha das premissas atuariais deve ser a mais fidedigna possível, para não subavaliar ou sobreavaliar o passivo da instituição. Assim, todas as hipóteses adotadas na projeção do passivo foram submetidas a testes de aderência específicos.

2.3.4 Fluxos de caixa e avaliação atuarial

As entradas e saídas monetárias projetadas no fundo de pensão decorrentes das contribuições dos participantes e patrocinadores e dos benefícios pagos aos assistidos constituem o fluxo de caixa atuarial. Para se avaliar qual deveria ser a provisão do montante dos recursos em determinado momento, calcula-se a reserva matemática, que é dada pelo valor presente esperado dos benefícios futuros menos o valor presente esperado das contribuições futuras. Assim, tem-se que o fluxo de caixa é dado pela diferença entre o pagamento de benefícios e a arrecadação de contribuições. Quando se traz tal fluxo a valor presente, tem-se o fluxo de caixa atuarial. Por sua vez, a reserva matemática (RM) corresponde ao valor presente dos fluxos atuariais (FCA) do fundo de pensão no período inicial.

$$RM_0 = \sum_{t=1}^T v_t FCA_t \quad (1)$$

Como o fluxo de caixa atuarial não é conhecido no momento de avaliação, o atuário deve dispor de um método para projetar os benefícios e as contribuições futuras. Dessa forma, diferente da matemática financeira tradicional, a matemática atuarial deve trabalhar sobre fluxos de caixa incertos (CHAN, SILVA e MARTINS, 2010).

Saad e Ribeiro (2006) destacam que as quedas das taxas de inflação ocorridas após 1994 permitiram que as projeções dos passivos dos planos de aposentadoria ganhassem confiabilidade. Além disso, as significativas quedas das taxas de juros reais ocorridas após a flutuação cambial em 1999 provocaram a reavaliação do paradigma de se fazer uma gestão de ativos voltada à superação de uma meta de rentabilidade atuarial do tipo IGP-M mais 6% a.a., sem se considerar as particularidades do passivo de uma entidade.

Para Rieche (2005), pode-se interpretar o objetivo básico de um fundo de pensão como sendo o de decidir – a cada momento – uma taxa de contribuição (mínima) e uma estratégia de investimentos de forma que os passivos sejam cobertos com alta probabilidade, com base em três fontes de recursos: a) receitas do portfólio de ativos; b) contribuições regulares feitas pelos patrocinadores e/ou pelos participantes ativos; e c) contribuições emergenciais feitas pelos patrocinadores para cobrir déficits.

As reservas matemáticas que constituem o passivo atuarial do plano são aferidas por meio de avaliação atuarial. Segundo Afonso (1996), a avaliação atuarial é o processo executado pelo atuário para medir a situação financeira do plano, estimando o valor acumulado dos compromissos e a necessidade do fluxo financeiro no futuro, de forma a manter o equilíbrio atuarial. Para tanto, consideram-se, entre outros fatores: o desenho do plano, população abrangida, experiência, premissas atuariais e econômicas, atendimento à legislação.

Os principais objetivos da avaliação atuarial são os seguintes:

- I. Determinar a “saúde” financeira do plano em uma determinada data;
- II. Avaliar a experiência passada;
- III. Determinar o nível de contribuições para o próximo ano e avaliar os impactos financeiros de longo prazo;
- IV. Identificar e propor a necessidade de estudos adicionais e/ou ajustes;
- V. Atender às exigências legais.

Para fins de mensuração dos compromissos atuariais e do seu financiamento, são efetuados os seguintes passos:

- I. Determinação do fluxo de benefícios futuros e do seu valor atual (presente)
- II. Determinação do fluxo de contribuições, considerando a equação de equilíbrio:
valor presente dos benefícios + despesas administrativas = valor presente das contribuições + patrimônio.

Há diversas formas (regimes e métodos) pelas quais é possível equalizar a fórmula descrita acima. Tais regimes e métodos foram os apresentados ao longo deste referencial teórico.

2.4 Modelagem ativa

A gestão do risco de descasamento entre ativos e passivos visa garantir o pagamento de aposentadorias ao menor custo e maior segurança possíveis. Todavia, segundo o *trade off* clássico entre risco e retorno, os ativos mais seguros são também aqueles que apresentam menores retornos esperados. Assim, devem ser assumidos riscos para que se aumentem as possibilidades de maiores retornos. Além disso, persegue-se estabilidade e a confiança. Ou seja, nos planos com benefícios definidos pretende-se que as contribuições feitas por participantes e/ou empresas sejam estáveis. Analogamente, nos planos com contribuições definidas os benefícios devem ser estáveis (BOULIER & DUPRÉ, 2003).

As EFPC fazem parte do Sistema Financeiro Nacional na qualidade de operadoras. A função de entidade de fiscalização e supervisão cabe à Secretaria de Previdência Complementar (PREVIC), enquanto a função de órgão regulador cabe ao Conselho Nacional da Previdência Complementar (CNPC), órgão colegiado integrante da estrutura do Ministério da Previdência Social. Ao Conselho Monetário Nacional (CMN) cabe a tarefa de determinar as diretrizes referentes às aplicações dos recursos dos fundos de pensão. Essa regulamentação se dá por meio de resoluções que estabelecem limites máximos de aplicação em diferentes classes de ativos, seguindo o disposto no parágrafo segundo do art. 9º da Lei Complementar 109/2001, que veda “o estabelecimento de aplicações compulsórias ou limites mínimos de aplicação”.

Conforme Riechie (2005), nos últimos anos a legislação referente a investimentos tem passado por várias mudanças, seja para permitir a aplicação em novos instrumentos financeiros, seja para estabelecer a adoção de determinados procedimentos ou instrumentos de gestão de riscos. Deve-se ter especial atenção, porque mudanças constantes nas normas demandam tempo para os ajustes necessários e podem até dificultar a gestão dos recursos.

Atualmente, a principal norma relacionada a investimentos de fundos de pensão é a Resolução CMN 3.792/2009, com suas alterações. No art. 17, são previstos seis possíveis segmentos de aplicação dos recursos dos planos administrados pelas entidades fechadas de previdência complementar: renda fixa; renda variável; investimentos estruturados; investimentos no exterior; operações com participantes; e imóveis. Na modelagem das rentabilidades, foram utilizados índices representativos de cada um dos segmentos de

aplicação das EFPC, projetados por horizonte de duração das obrigações do fundo, conforme feito em Kouwenberg (2001) e Ferstl e Weissensteiner (2011).

A Tabela 3 mostra os limites de alocação máximos para estes segmentos e em seguida, detalham-se as tipologias de investimentos mais comuns para os fundos de pensão brasileiros:

Tabela 3 - Limites gerais de aplicação por segmento.

Segmento	Limite
Renda fixa	100%
Renda variável	70%
Investimentos estruturados	20%
Investimentos no exterior	10%
Operações com participantes	8%
Imóveis	15%

Fonte: Resolução CMN 3.792/2009

a) Renda fixa - investimentos em renda fixa são aqueles no qual se sabe no momento da aplicação o retorno do capital investido. Esse conhecimento acerca da rentabilidade pode decorrer de uma operação com retorno pré-fixado, em que o fluxo de caixa do título é predeterminado, ou de um fluxo em que os índices de atualização são preestabelecidos, como índices de inflação ou taxas de juros.

Representando o segmento de renda fixa, o IMA (Índice de Mercado ANBIMA) é utilizado como benchmark ou parâmetro para a avaliação e cobrança de taxa de performance por 138 fundos de investimento do mercado brasileiro, que somavam mais de R\$ 64 bilhões de ativos sob gestão até setembro de 2011. O objetivo da família de índices do IMA é oferecer a gestores e investidores um indicador de desempenho do mercado secundário de títulos públicos. Ele é formado por um conjunto de subíndices construídos para retratar a estrutura da dívida pública brasileira. Segundo a área de Preços e Índices da ANBIMA, o IMA e seus subíndices foram construídos de forma a possibilitar aos gestores replicarem as carteiras e, ao mesmo tempo, a oferecer uma série de indicadores que permitem a avaliação de portfólios de renda fixa com características distintas.

Neste trabalho, utilizaram-se as séries históricas das Letras Financeiras do Tesouro (LFT), das Notas do Tesouro Nacional (NTN) e das Letras do Tesouro Nacional Pré Fixadas (LTN-Pré).

b) Renda variável - segue os segmentos mais comuns da Bovespa que possuem ações passíveis de aplicações pelos fundos de pensão. Essas estratificações são utilizadas pelas instituições regulatórias para restringir as aplicações de fundos de pensão. Implantados em dezembro de 2000 pela antiga Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA), o Novo Mercado e os Níveis Diferenciados de Governança Corporativa – Nível 1 e Nível 2 – são segmentos especiais de listagem desenvolvidos com o objetivo de proporcionar um ambiente de negociação que estimulasse, ao mesmo tempo, o interesse dos investidores e a valorização das companhias. Embora tenham fundamentos semelhantes, o Novo Mercado é direcionado principalmente à listagem de empresas que venham a abrir capital, enquanto os Níveis Diferenciados 1 e 2 destinam-se a empresas que já possuem ações negociadas na atual Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros (BM&FBOVESPA).

Em renda variável, coloca-se que, de acordo com a BM&FBOVESPA (2012), os índices da bolsa são referenciais de desempenho de um conjunto de ações; ou seja, mostram a valorização de determinado grupo de papéis ao longo do tempo. Os preços das ações podem variar por fatores relacionados à empresa ou por fatores externos, como crescimento do país, do nível de emprego e da taxa de juros. Assim, as ações de um índice podem apresentar um comportamento diferente no mesmo período, podendo ocorrer valorização ou, ao contrário, desvalorização. A carteira de ações foi representada então pela série mensal do Ibovespa, índice amplamente utilizado pelas EFPC como indicativo do mercado de ações.

c) Investimentos estruturados - há quatro segmentos que se enquadram, segundo a legislação, em investimentos estruturados:

I - as cotas de fundos de investimento em participações e as cotas de fundos de investimentos em cotas de fundos de investimento em participações;

II - as cotas de fundos de investimento em empresas emergentes;

III - as cotas de fundos de investimento imobiliário;

IV - as cotas de fundos de investimento e as cotas de fundos de investimento em cotas de fundos de investimento classificados como multimercado cujos regulamentos observem exclusivamente a legislação estabelecida pela CVM, aplicando-se os limites, requisitos e condições estabelecidos a investidores que não sejam considerados qualificados, nos termos da regulamentação da CVM.

Dentre estes, o segmento mais comumente utilizado por fundos de pensão é o das cotas de fundos de investimento classificadas como multimercado. Em um levantamento nas

políticas de investimentos dos fundos de pensão disponíveis em seus sítios eletrônicos, o principal benchmark utilizado para este segmento é o Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC), divulgado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, desde 1979.

d) Em investimentos no exterior - estão neste segmento as seguintes alternativas de aplicação para os fundos de pensão:

I - os ativos emitidos no exterior pertencentes às carteiras dos fundos constituídos no Brasil, observada a regulamentação estabelecida pela CVM;

II - as cotas de fundos de investimento e as cotas de fundos de investimento em cotas de fundos de investimento classificados como dívida externa;

III - as cotas de fundos de índice do exterior admitidas à negociação em bolsa de valores do Brasil;

IV - os certificados de depósito de valores mobiliários com lastro em ações de emissão de companhia aberta ou assemelhada com sede no exterior – Brazilian Depositary Receipts (BDR), conforme regulamentação estabelecida pela CVM; e

V - as ações de emissão de companhias estrangeiras sediadas no Mercado Comum do Sul (MERCOSUL).

O segmento mais comum dentre estes é o dos certificados de depósito de valores mobiliários com lastro em ações de emissão de companhia aberta ou assemelhada com sede no exterior que são investimentos fora do país de origem feitos via fundo de investimento em imóveis. Segundo o Consolidado Estatístico da ABRAPP de setembro de 2013, há apenas 0,1% dos ativos das EFPC aplicados neste segmento. A Entidade que é objeto de estudo deste trabalho não aplica em Investimentos no Exterior, sendo assim, não se faz necessária a definição de um indicador para este segmento.

e) Imóveis - considerado como um dos segmentos mais simples, os imóveis englobam:

I - os empreendimentos imobiliários;

II - os imóveis para aluguel e renda;

III - outros imóveis.

O segmento mais comum são os empreendimentos imobiliários. Para representar tal segmento, utilizou-se o Índice Geral de Preços do Mercado – IGP-M.

f) Operações com participantes - estão aqui abrangidos:

I - os empréstimos feitos com recursos do plano de benefícios aos seus participantes e assistidos;

II - os financiamentos imobiliários feitos com recursos do plano de benefícios aos seus participantes e assistidos.

Este segmento pode ser visto como uma forma de a entidade beneficiar o participante com uma linha de crédito melhor que a do banco. Estes segmentos – empréstimos e financiamentos - são consideravelmente seguros para a entidade, uma vez que, na maioria das vezes, a cobrança dos valores emprestados é feita em folha. Para este segmento, utilizou-se o Certificados de Depósito Interbancário (CDI).

Para representar a inflação, foi adotado o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), fornecido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

Conforme exposto, a carteira de renda fixa representa o maior percentual de aplicação dos fundos de pensão, inserindo-se neste segmento os títulos públicos. Em 30 de janeiro de 2002, a Resolução CGPC 04 determinou que os títulos e os valores mobiliários adquiridos pelos fundos de pensão deveriam ser classificados nas seguintes categorias: títulos para negociação, com o propósito de serem negociados; e títulos mantidos até o vencimento, desde que tenham prazo superior a doze meses e sejam classificados como sendo de baixo risco de crédito. O procedimento de marcar a mercado (*Mark-to-market*) os títulos quantifica o verdadeiro valor de uma carteira. O critério anterior, estabelecido pela Portaria MPAS 4.858, de 26/11/1998, era de que todos os títulos deveriam ser classificados na curva, independentemente da estratégia da EFPC de mantê-los em carteira até o vencimento ou não. Na hipótese de liquidação total da entidade antes do vencimento, haveria uma inconsistência entre os valores reais e contabilizados dos títulos.

Há exigência de contratação de agentes custodiantes (responsáveis pela custódia, registro e liquidação dos ativos financeiros) e de pessoa jurídica credenciada na Comissão de Valores Mobiliários (CVM) para a prestação do serviço de auditoria independente, controles externos que têm o intuito de mitigar os fatores de risco operacional. Além disso, a EFPC deve discriminar, controlar e contabilizar os recursos administrados por cada plano de benefícios.

Com relação à gestão ativo-passivo, o art. 6º da Res. 3.121 estabelece que “incumbe aos administradores das EFPC determinar a aplicação dos recursos com vistas à manutenção do necessário equilíbrio econômico-financeiro entre os seus ativos e o respectivo passivo atuarial e as demais obrigações”. Por sua vez, o art. 7º do regulamento anexo à Res. 3.121 enfatiza que os limites de alocação estabelecidos pela política de investimentos devem estar parametrizados de acordo com os compromissos atuariais. Contudo, não há regulamentação específica nos moldes do que aconteceu com o VaR e, atualmente, com a divergência não planejada. Rieche (2005) coloca que é possível que no futuro isso ocorra, tendo em vista a popularização cada vez maior dos modelos de ALM, com o conseqüente aumento da oferta de soluções técnicas, a redução do custo de implementação e a necessidade crescente de gerir o risco de descasamento.

2.5 Divergência não planejada

Existem diversas metodologias para quantificar o risco em relação ao retorno obtido nos investimentos, razão pela qual os órgãos de controle procuraram criar normas que atendessem a esse objetivo. A Resolução BACEN/CMN 3.121/2003 foi um desses instrumentos. Dentre outros quesitos determinados nesse normativo, os Fundos de Pensão devem encaminhar relatórios periódicos à Secretaria de Previdência Complementar (SPC) objetivando comprovar a aderência dos investimentos à política de investimentos elaborada pelos fundos de pensão, que é traçada considerando as necessidades dos planos de benefícios.

O relatório para esse fim foi denominado pela SPC de “Divergência não planejada”, que na realidade, é uma expressão numérica que quantifica o desvio-padrão do retorno de uma carteira em relação a uma meta a ser atingida, o *Tracking Error*. O principal objetivo da análise da aderência dos investimentos à política de investimentos é identificar possíveis distorções nas rentabilidades projetadas, identificando a necessidade de mudanças na composição da carteira, com base nos resultados obtidos.

A variável central tratada nesta análise é o fator de solvência, obtido pela razão entre o ativo e o passivo. Em uma entidade com contas equilibradas e que opere com configurações mais arriscadas de investimentos podem ser projetadas melhoras da situação patrimonial, mas aumenta a probabilidade de déficit. A obtenção de superávits consistentes pode permitir a

redução do valor da contribuição pelos participantes e a consecução de déficits pode levar à necessidade de aumento dela.

Os participantes e as patrocinadoras dos fundos de pensão, por certo, têm preferência pela estabilidade de seu fluxo de pagamentos ao longo do tempo, razão pela qual é tão importante estar acompanhando a gestão do risco com uma ferramenta adequada. Para a avaliação da eficácia dos modelos de *Asset Liability Management* e *Liability Driven Investment*, foi adotada a Divergência não planejada.

Segundo Jorion (2003), as medidas de risco de mercado ou de investimentos devem quantificar o risco de perdas decorrentes de variações no comportamento de variáveis que influenciam os ativos de investimento, como a taxa de juros. Há diversas formas de se mensurar riscos de investimentos, tais como medidas de sensibilidade e análise de cenários. Porém, ainda segundo o mesmo autor, tais metodologias apresentam uma percepção intuitiva dos riscos, de maneira a dificultar uma constatação quantitativa das probabilidades de perdas de um investimento.

O controle do risco de mercado foi contemplado, na Resolução CMN 2.829/2001, com a obrigatoriedade do cálculo de *Value at Risk* (VaR) para as carteiras de renda fixa e variável. Porém, a Resolução CMN Nº 3.121/2003 substituiu esse instrumento pela exigência de manutenção de sistema de controle da divergência não planejada (DnP) entre o valor de uma carteira e o valor projetado para essa mesma carteira considerando-se a taxa mínima atuarial. Pena (2005) coloca que a DnP é uma técnica que avalia um desvio registrado no desempenho dos investimentos em relação à meta de rentabilidade estipulada para o fundo. Neste estudo, foi considerada a divergência não planejada calculada nos últimos anos para o plano de benefícios em estudo, o que ressaltou a necessidade de adotar modelos como o ALM e o LDI. O cálculo da DnP se deu segundo a formulação retirada de Pinheiro (2004):

$$DNP = r_t - I_t = r_t - \left\{ \left[(1+i) \times (1+\pi_t) \right] - 1 \right\} \quad (2)$$

Em que:

r_t é o retorno do fundo no momento t ;

I_t , a meta atuarial no momento t ;

i , a taxa de desconto financeiro e;

π , a taxa de inflação indexada à meta atuarial.

Transformando a DnP em uma medida de risco, tem-se o desvio padrão dado por:

$$\sigma_{DnP_t} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (DnP_t - DnP_{t-1})^2}{n-1}} \quad (3)$$

Em que se considera a DnP entre intervalos, sendo n o número de observações do período analisado e σ_{DnP} o desvio padrão da DnP.

3 REVISÃO DE LITERATURA

Apresentam-se a seguir produções acadêmicas relativas ao problema-alvo de pesquisa, especialmente sobre a evolução histórica dos modelos de *Asset Liability Management*, sobre a técnica de *Liability Driven Investment* e a importância destes para as entidades fechadas de previdência complementar.

3.1 Modelagem por *Liability Driven Investment*

Modelos de dedicação foram a primeira forma de *Liability Driven Investment* praticada por planos de previdência como organizações de investimentos independentes. Estiveram em voga, especialmente, durante o ambiente de alta taxa de juros no final dos anos de 1970 e início dos anos de 1980. Leibowitz (1986) foi o primeiro a referir-se à correspondência de fluxo de caixa como dedicação, porque exigia que um fluxo de entradas de caixa (ativos) se ajustasse a um fluxo de saídas de caixa (passivos), em que cada entrada seria "dedicada" ao pagamento de uma saída particular, desde que o passivo seja o orientador do ativo.

O modelo de dedicação por LDI assume uma carteira de títulos levada integralmente até o vencimento, na qual a busca se dá pelo conjunto mais barato de títulos que forneça condições de liquidez ao longo do horizonte do plano.

Segundo Ryan (2013), algumas vantagens da dedicação são:

- I. os fluxos de caixa são previsíveis, pois os títulos são mantidos até o vencimento;
- II. redução do risco de mercado e de reinvestimento;
- III. alocação simples dos ativos: 100% em títulos;
- IV. gestão passiva.

Tal modelo possui também desvantagens, que fizeram com que estes não sejam tão utilizados como estratégia para os planos de aposentadoria dos fundos de pensão:

- I. dificuldade de construção;
- II. modelos matemáticos complicados;
- III. exigência precisa do pagamento dos benefícios projetados;

Em suma, esta estratégia pode ser utilizada para suprir a necessidade de pagamento dos benefícios já em curso, por meio do casamento de fluxos de caixa. De maneira simplificada, tal técnica consiste na aquisição de ativos cujo resgate ou pagamento de direitos ocorram na mesma data do pagamento dos benefícios aos assistidos e em volume suficiente para cumpri-los. A aplicabilidade desta técnica é reduzida, devido à dificuldade de aquisição de ativos cujas maturidades coincidam com as datas de pagamento dos benefícios. Esta estratégia é mais utilizada quando se trata de curto prazo e, mesmo em horizontes menores, o alcance do equilíbrio é bastante dificultado pela sensibilidade às variações da taxa de juros.

Redington (1952) introduziu o conceito de imunizar os ativos e passivos a mudanças nas taxas de juros, por meio do casamento de durações. Nos últimos anos, uma série de fatores se combinou para orientar a atenção dos gestores de fundos de pensão na correspondência de ativos e passivos por meio do LDI. O mercado de pós-bolha, o status subfinanciado posterior de muitos planos de aposentadoria e as alterações legislativas recentes nas regras de pensão atraíram cada vez mais a atenção dos patrocinadores do plano para as estratégias de LDI, tanto na América do Norte como na Europa. Embora apenas uma minoria dos planos realmente tenha implementado o LDI, a adoção desta abordagem poderia ser maior, como apontam estudos do *The Brandes Institute* (2007), que relataram:

- Apenas 20% dos planos de previdência atualmente usam uma abordagem de investimento orientada para a responsabilidade do passivo, ou LDI.
- Um terço dos planos não está considerando LDI.
- No entanto, outros 12% dos planos iriam utilizar uma abordagem LDI até o final de 2007.
- Outros 35% vão considerar uma estratégia LDI em 2008 ou mais tarde.

Este estudo considerou 226 planos de pensão no Canadá, Holanda, Estados Unidos e no Reino Unido em abril e maio de 2007. Cada um dos planos possuía ativos entre US\$30 milhões e US\$5 bilhões.

Entre os entrevistados, também foi relatado:

- Metade dos planos de pensão deve usar títulos de duração de curto prazo para financiar o passivo circulante.
- 76% já utilizam, ou estão considerando utilizar, títulos de longa duração.

Durações maiores podem ajudar os planos a replicar os fluxos de caixa necessários para pagar os benefícios. Mas, como aponta o *Financial Times*, há um problema em potencial, que pode, por analogia, ser aplicado ao mercado brasileiro: a oferta limitada de títulos e o aumento da demanda por parte dos planos de previdência por títulos de longa duração, mas com taxas não tão baixas. Na década de 1980, modelos de dedicação ou de casamento de fluxos de caixa deram lugar à imunização, especialmente devido à dificuldade e à deficiência no casamento simples de fluxos. Macaulay (1938) definiu formalmente o conceito de duração e estabeleceu as condições gerais para a imunização de um portfólio.

A duração é uma medida da sensibilidade do preço de um título a mudanças na taxa de juros com base na qual o título é descontado (BENNINGA, 2000). É uma medida amplamente utilizada da quantificação do risco de um título. Assim, a duração de um instrumento de renda fixa é uma média ponderada dos períodos nos quais os pagamentos são feitos, sendo os pesos dados pelo valor presente de cada fluxo de caixa individual. Para visualizar esta relação, considere-se a fórmula básica de precificação de um título livre de opções, em que C refere-se ao pagamento de cupons, M o principal e y a taxa de juros:

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{M}{(1+y)^n} = \frac{C}{(1+y)^1} + \frac{C}{(1+y)^2} + \dots + \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{M}{(1+y)^n} \quad (4)$$

De modo a determinar a variação aproximada de preço para uma pequena variação no retorno, calculou-se a primeira derivada da equação anterior com relação ao retorno exigido:

$$\frac{dP}{dy} = \frac{(-1)C}{(1+y)^2} + \frac{(-2)C}{(1+y)^3} + \dots + \frac{(-n)C}{(1+y)^{n+1}} + \frac{(-n)M}{(1+y)^{n+1}}$$

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{1}{(1+y)^1} \times \left[\frac{(1)C}{(1+y)^1} + \dots + \frac{(n)C}{(1+y)^n} + \frac{(n)M}{(1+y)^n} \right] \quad (5)$$

O termo entre colchetes é o prazo médio ponderado até o vencimento dos fluxos de caixa do título – os pesos são os valores presentes dos fluxos de caixa. Dividindo ambos os membros da equação por P, tem-se a variação percentual aproximada de preço:

$$\frac{dP}{dy} \frac{1}{P} = -\frac{1}{(1+y)^1} \times \left[\frac{(1)C}{(1+y)^1} + \dots + \frac{(n)C}{(1+y)^n} + \frac{(n)M}{(1+y)^n} \right] \frac{1}{P} \quad (6)$$

A expressão entre colchetes dividida pelo preço é a duração de Macaulay (D):

$$D = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{tC}{(1+y)^t} + \frac{nM}{(1+y)^n}}{P} \quad (7)$$

A razão entre a duração de Macaulay e $1+y$ é conhecida como Duração modificada (D^*):

$$D^* = \frac{D}{1+y} \quad (8)$$

A formulação acima indica que há uma relação inversa entre a duração modificada e a variação percentual aproximada de preço para uma dada variação de retorno, o que é de se esperar, em função do princípio de que os preços de títulos variam no sentido contrário ao da variação das taxas de juros. Se definida de outro modo, a duração pode ser vista como sendo a elasticidade do preço de um título com relação à sua taxa de desconto, o que explica por que esta pode ser usada para medir a volatilidade e o risco de um título (BENNINGA, 2000).

Koopmans (1942) apontou que se a duração das obrigações detidas em carteira for pareada com a duração dos passivos, os efeitos de mudanças na taxa de juros poderiam ser mitigados ou anulados completamente, ou seja, a carteira estaria imunizada. Samuelson (1945) formula, essencialmente, o mesmo conceito, chamando a duração de "período de tempo médio ponderado".

Redington (1952) introduziu o termo imunização para significar investimentos de ativos, de tal forma que o negócio existente é imune a uma mudança geral na taxa de juros. Ryan (2013) pondera que estes trabalhos foram amplamente ignorados até 1971, quando Fisher e Weil reintroduziram o termo imunização. Pouco tempo depois, Vanderhoof (1972) reafirmou o casamento de durações como uma estratégia de LDI.

Muitos trabalhos que criticaram as estratégias de imunização foram escritos por estudiosos quantitativos durante este tempo. Entre eles, citam-se Keintz e Stickney (1980), que trataram da sensibilidade de pressupostos atuariais como fatores que afetavam a imunização de Fundos de Pensão. Fong e Vasicek (1984) e Fooladi (2000) trabalharam com estratégias de minimização do risco para uma carteira imunizada. Keintz e Stickney (1980) alertaram que os programas de imunização eram vulneráveis a estes riscos.

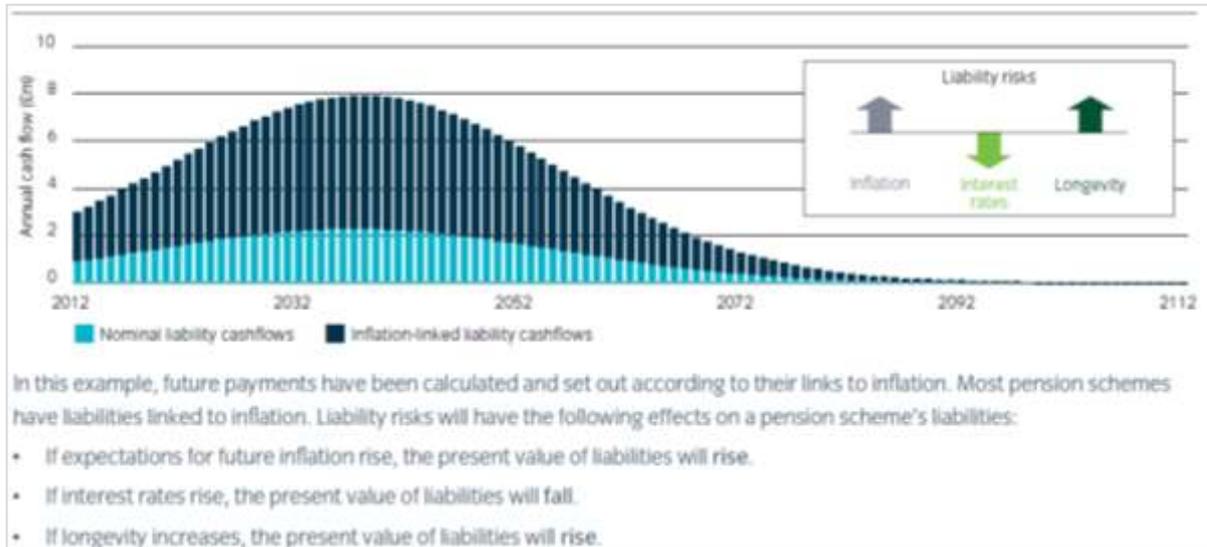
Como alternativa para os problemas com a imunização, Leibowitz e Weinberger (1982) ofereceram a chamada "imunização contingente", que funcionava aos moldes dos

seguros atuais. Nesta imunização, a carteira permanece com uma gestão ativa, na tentativa de alcançar um benchmark de mercado, desde que o valor dos ativos da carteira esteja acima de algum valor mínimo pré-especificado em relação ao passivo. A carteira entra em um modo de imunização apenas quando cai abaixo desse valor; isto é, quando for absolutamente necessário para garantir um retorno mínimo prometido. A imunização contingente parecia oferecer o melhor dos dois mundos, dada a busca do máximo retorno baseado em uma gestão ativa e na limitação do risco de queda por meio da imunização (RYAN, 2013).

Kosmidou e Zopounidis (2004) ponderam que o problema da análise da duração é que ela é apenas uma medida linear de risco, não sendo uma medida perfeita, mas uma aproximação do risco da taxa de juros, uma vez que a relação entre os preços dos títulos e as taxas de juros não é linear. Títulos e compromissos com prazos mais longos, como ocorre nas carteiras de muitos fundos de pensão, são mais sensíveis a mudanças nas taxas de juros que os títulos e os compromissos com prazos mais curtos. Assim, conforme Marques (1999), a técnica de imunização de carteiras de renda fixa trata-se de um modelo de LDI tão mais interessante quanto menores forem as incertezas sobre os passivos. Em se tratando da volatilidade do passivo, trabalhos como os de Renaud e Mason (2007) e Senoski (2008) seguem a linha da proposta de *Liability Driven Investment* pela técnica de casamento de durações.

Como exposto, os modelos de LDI são focados no passivo, sendo então primordial determinar quais são os fatores que os afetam. A Figura 4 sintetiza como mudanças na taxa de juros, inflação e longevidade afetam o valor das obrigações do plano, na qual nota-se que a redução na taxa de juros e o aumento da longevidade e da inflação fazem com que o custo do passivo seja elevado, implicando a necessidade de controle e acompanhamento dessas premissas.

Figura 4 - Mudanças no passivo devido a alterações de premissas.



Fonte: Insight Investment (2001)

3.2 Programação estocástica em *Asset Liability Management*

Segundo Riechie (2005), as estratégias de ALM ficaram, em princípio, restritas ao mercado bancário, mas com o passar do tempo tornaram-se ferramentas de uso comum nas EFPC. Nos modelos de modelagem mais recentes, como posto por Booth et al. (1999), o uso do ALM para a determinação da carteira de ativos dos fundos de pensão tem substituído as abordagens focadas unicamente em ativos, nas quais se insere o trabalho de Markowitz (1952). Conforme Ryan (2013), os modelos de ALM surgiram em bancos e companhias de seguros objetivando que os investimentos atendam a demandas específicas dadas pelas obrigações. O trabalho de Redington (1952) é considerado um dos pioneiros no assunto ao procurar avaliar o impacto nas contas das instituições em relação a mudanças nas taxas de juros. Essa perspectiva evoluiu com Kusy e Ziemba (1985) e Wise (1987a, 1987b), ao considerarem também a variação dos retornos de diversas classes de ativos. No fim da década de 1980 e 1990, trabalhos como os Dufresne (1989) e Exley et al. (1997), focalizaram a semelhança entre os modelos adotados pelos bancos e pelos fundos de pensão e passaram a abordar de maneira conjunta a ponderação dos ativos da carteira e a política de contribuição aplicada no fundo. Em 1998, Carino e Ziemba utilizaram a metodologia de programação linear estocástica multiestágio para determinar uma política ótima de aplicação de recurso

para uma seguradora japonesa cujo processo de otimização tratava ativos e passivos conjuntamente.

Uma das principais diferenças entre os modelos de ALM e os modelos de otimização de carteiras baseados na teoria de média-variância está no fato de que estes foram desenvolvidos para situações em que somente ativos são levados em consideração (MARQUES, 2011). Mostrou-se, ainda, que técnicas de imunização de carteiras aplicam-se parcialmente para a otimização de carteiras de EFPC no Brasil, dado que a duração dos ativos de renda fixa no País disponíveis no mercado pode não ser suficiente para alcançar a duração dos passivos dos planos de benefícios. Assim, fica evidenciada a importância da capacidade dos modelos estocásticos de ALM, inclusive por contemplarem restrições impostas ao processo de otimização.

Com a evolução dos algoritmos numéricos e da capacidade dos computadores, surgiram diversos modelos de resolução do problema de alocação ótima, o que refletiu no crescente uso de algoritmos de programação estocástica para a solução dos problemas de macroalocação utilizados em modelos de ALM. Huynh, Lai e Soumaré (2006) ressaltam que a programação estocástica pode ser utilizada em análises financeiras porque a maioria dos fenômenos em finanças varia de forma aleatória. Marques (2011) cita algumas vantagens da utilização de programação estocástica em ALM: possibilidade de rebalanceamentos do portfólio para adaptação aos últimos acontecimentos, diferentes apetites ao risco dos gestores e inclusão de restrições que não seriam possíveis de se calcular em metodologias analíticas.

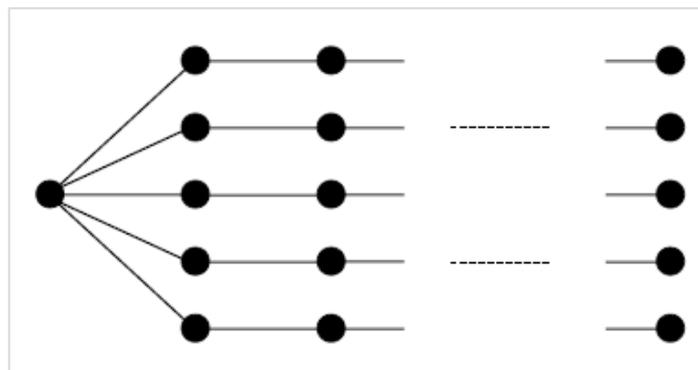
Mais adiante, foram desenvolvidos modelos de otimização com recurso simples. Kallberg, White e Ziemba (1982) publicaram o primeiro importante trabalho que descreveu um modelo de programação estocástica de recurso simples, ou seja, de dois estágios. A carteira dinâmica proposta por este modelo pode descrever melhor alguns aspectos do problema de um fundo de pensão. Estes modelos foram rapidamente evoluídos para os modelos de programação estocástica multiestágio, que permitiam representar o problema de forma mais realista. Tal modelagem é a que foi utilizada neste trabalho.

A aleatoriedade envolvida no problema de programação linear estocástica quando se lida com variáveis aleatórias discretas é representada por uma estrutura de árvore de cenários. Cada subdivisão desta estrutura, denominada “nó”, coincide com os momentos em que as decisões são tomadas. Tais decisões levam em consideração a incerteza representada pelas

múltiplas trajetórias que tem origem naquele nó. Esta possibilidade de inserção de aleatoriedade no problema de programação linear estocástica em cenários com estrutura em árvore representa um papel fundamental na modelagem de ALM.

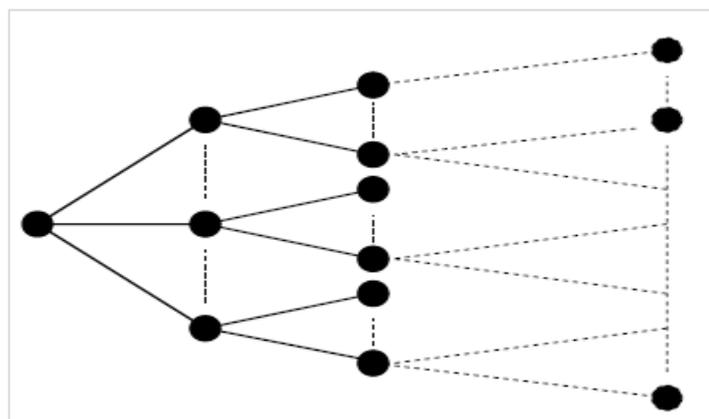
A geração de cenários em árvore é descrita por Kouwenberg (2001). O autor apresenta uma modelagem de programação estocástica e também descreve uma metodologia eficaz na geração de cenários em árvore. Reproduz-se a seguir, a estrutura de programação linear em árvore, conforme exposto no trabalho de Kouwenberg (2001):

Figura 5 - Geração linear de cenários



Fonte: Kouwenberg, (2001)

Figura 6 - Geração em árvore de cenários



Fonte: Kouwenberg (2001)

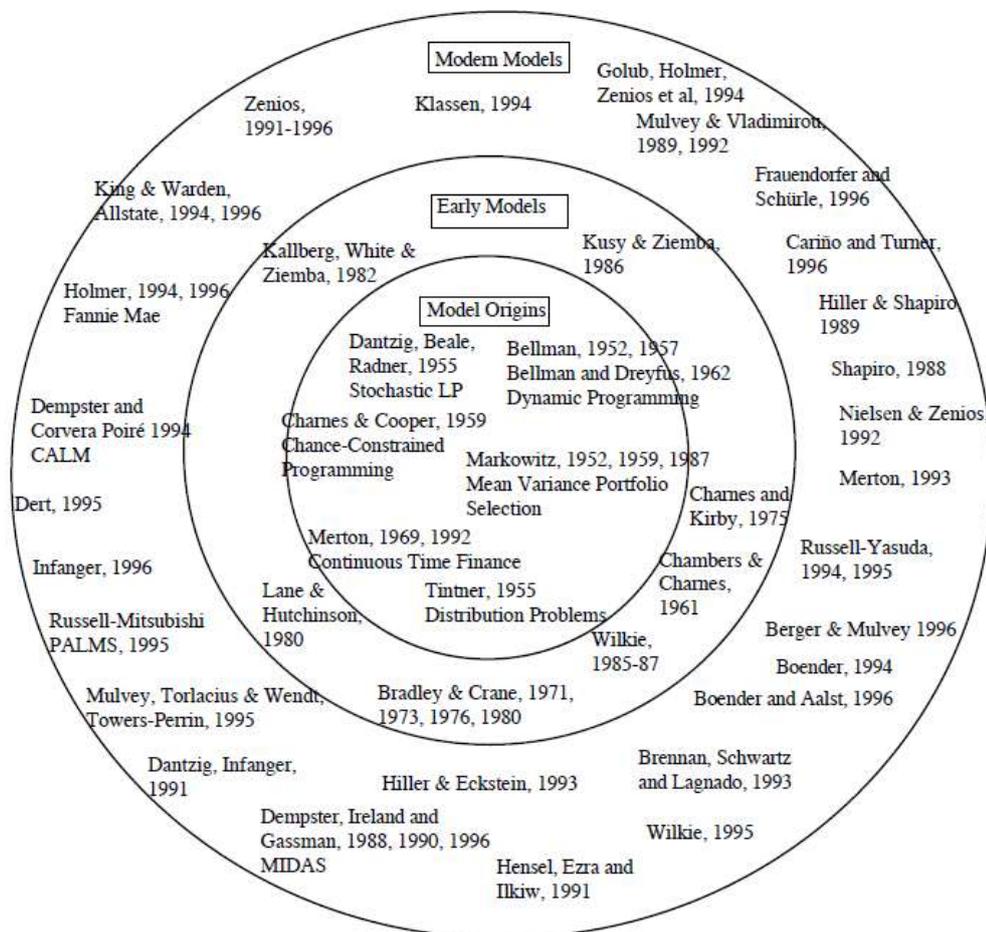
A facilidade de implementação e o menor esforço computacional do modelo de Kouwenberg fazem deste método uma forma eficiente de geração de cenários estruturados em árvore usando um modelo econométrico para os fatores de risco.

Os problemas de programação estocástica são resolvidos por meio de algoritmos, que, segundo Vilhena (2012), consistem em uma série de regras bem definidas para a resolução de uma tarefa em um intervalo de tempo finito. Os algoritmos funcionam como “receitas”, descritas em linguagem informal, pseudoformal ou formal, que, se aplicadas a uma determinada entrada de dados, atribuirão um valor de saída.

A escolha do horizonte de planejamento depende da aplicação do modelo ALM. Horizontes de médio prazo se relacionam a aplicações para bancos, como Kusy e Ziemba (1986), ou seguradoras, como Carino e Ziemba (1998). Horizontes de longo prazo, por sua vez, são caracterizados por modelos para fundos de pensão, como Dert (1995), Drijver, Haneveld e Vlerk (2000), Koivu, Pennanen e Ranne (2004) e o próprio trabalho de Kouwenberg (2001) tratado acima.

A função objetivo apresenta duas linhas de modelagem. Primeira - Kusy e Ziemba (1986), Carino e Ziemba (1998) e Koivu, Pennanen e Ranne (2004) maximizam a riqueza (ou lucro) esperada ao final do horizonte. Especificamente para os fundos de pensão, instituições sem fins lucrativos, maximizar o lucro é equivalente a minimizar as contribuições pagas. Segunda - a minimização do conhecido *cost of funding* é adotada por Dert (1995), Drijver, Haneveld e Vlerk (2000) e Kouwenberg (2001). As duas linhas de modelagem da função objetivo tem como variáveis de decisão a política de investimento dos ativos. No entanto, para a segunda linha são acrescentadas variáveis relacionadas à política de contribuições do fundo.

Além dos modelos já apresentados, diversos outros modelos de gestão de ativos e passivos têm sido considerados na literatura para fundos de pensão. Para ilustrar a diversidade dos modelos de ALM disponíveis, a Figura 7, reproduzida de Ziemba (1998), e o Quadro 2 reproduzido de Vilhena (2012), apresentam as principais características de alguns desses modelos:

Figura 7 - Características de modelos de ALM apresentados na literatura

Fonte: ZIEMBA (1998)

Quadro 2 - Características de modelos de ALM apresentados na literatura (continua)

AUTOR	FUNÇÃO OBJETIVO	VARIÁVEIS DE DECISÃO	METODOLOGIA DE PESQUISA OPERACIONAL	OBSERVAÇÕES
Haberman (1994)	<ul style="list-style-type: none"> - Minimização da variância das contribuições e da variância dos valores dos ativos, e - Minimização da variância dos valores presentes das futuras contribuições 	<ul style="list-style-type: none"> - Período de amortização do excedente; - Atraso na implantação de novas contribuições, - Frequência de avaliações atuariais; - Escolha do método de financiamento. 	- Solução analítica	- Encontradas soluções para os casos em que as rentabilidades projetadas dos ativos (taxas de avaliação atuarial) são intertemporariamente independentes nos casos que são dependentes (Auto-regressivos de ordem 1 e 2).

(Continua)

AUTOR	FUNÇÃO OBJETIVO	VARIÁVEIS DE DECISÃO	METODOLOGIA DE PESQUISA OPERACIONAL	OBSERVAÇÕES
Wright (1998)	- Minimizar as taxas de contribuição	- Percentual alocado nas diversas classes de ativos; - Nível de risco dado por percentual de insolvência desejado.	- Otimização por simulação; - Solução analítica	- Utiliza o modelo estocástico de Wilkie (1995); - Propõe método analítico para minimizar os números de simulações.
Consigli e Dempster (1998)	- Maximizar uma função utilidade da riqueza terminal.	- Compras vendas e manutenção das classes de ativos: ações, depósitos bancários, imóveis, títulos de renda fixa pré-fixados e pós-fixados - Manutenção ou venda de passivos;	- Programação Estocástica multi-estágio (solução por diversos métodos, como: Simplex, Pontos Interiores, Decomposição Aninhada de Benders)	- Utilização do modelo estocástico de Wilkie (1995); - Análise do modelo da Watson & Sons Consulting Actuaries, como um exemplo de modelos <i>Computer-aided Assets and Liabilities Management</i> - CALM ¹ ; - Comparação dos softwares utilizados; - Constatação da superioridade da Decomposição Aninhada de Benders como algoritmo de solução de problemas lineares de larga escala.
Yakoubov, Teegeer e Duval (1999)	- Maximizar o nível de capitalização do fundo de pensão; - Minimizar as taxas de contribuição;	- Percentual alocado nas diversas classes de ativos: Dinheiro, Títulos de renda fixa pré-fixados e pós-fixados, Ações Domésticas e, Ações Internacionais.	- Otimização por simulação (método da "força bruta")	- Modelo estocástico de investimento de longo prazo que incorpora a estrutura subjacente entre as variáveis; - Inspirado no modelo estocástico de Wilkie (1986) ² - Adota uma estrutura em cascata com a inflação influenciando a correção dos salários e os retornos dos outros ativos.

¹ Outros exemplos bem sucedidos de modelos de Programação Estocástica em fundos de pensão referidos pelos autores são: Modelo de Russel- Yasuda Kasai, discutido em Cariño, Myers e Ziemba (1995), e o modelo da Towers Perrin, discutido em Mulvey (1992).

² Segundo Booth *et. al.* (1999) modelos estocásticos de longo prazo geralmente incorporam séries passadas e variáveis econômicas para realizar simulações de longo prazo. Uma vez que as otimizações realizadas por simulação são menos restritivas, o uso da técnica permite resolver uma ampla gama de problemas práticos de seleção de portfólio e alocação de ativos. Wright (1998) afirma que os modelos estocásticos de longo prazo desenvolvidos por Wikie (1986) e Wilkie (1995) são os melhores modelos conhecidos e mais utilizados na Inglaterra.

(Conclusão)

AUTOR	FUNÇÃO OBJETIVO	VARIÁVEIS DE DECISÃO	METODOLOGIA DE PESQUISA OPERACIONAL	OBSERVAÇÕES
Haberman e Sung (2002)	Minimizar a distancia entre as razões Ativos/Reserva Matemática, FR_t , e Contribuição sobre Reserva Matemática, CR_t , das razões alvo para essas variáveis, fr_t e cr_t .	Razão da Contribuição sobre a Reserva Matemática, CR_t .	Programação Dinâmica em tempo discreto e variável contínua. (Com solução analítica)	- Analisa os efeitos dos “ <i>delays</i> ” do processo de avaliação atuarial; - Permite variáveis estocásticas econômicas e demográficas; - Função objetivo tipo <i>tracking-error</i> .
Sharpe (2002)	- Maximizar uma função utilidade dada pelo retorno esperado menos variância (incluindo a covariância de ativos e passivos) dado uma tolerância a risco.	- Percentual alocado nas diversas classes de ativos	Programação Não Linear	- Otimização no contexto média-variância; - Inclui o estudo do uso de fatores principais para previsões mais robustas.
Gerber e Shiu (2003)	- Maximizar o valor presente esperado do pagamento de bônus aos participantes	- Grau de capitalização em que se pode distribuir bônus aos participantes.	- Solução analítica.	- Modela a evolução dos ativos em um intervalo de capitalização mínimo e máximo.
Vlerk (2003)	Minimização do custo esperado do fundo (contribuições normais e emergenciais)	- Contribuição emergencial do patrocinador; - Valores alocados, comprados e vendidos por classe de ativos: Ações, Imóveis, Renda Fixa e Caixa; - Taxa de contribuição; - Valor total dos ativos por período; - Superávit no último período;	- <i>Individual Chance-Constrained Programming</i>	- Modelo incorpora as características regionais (Holanda); - Restrição do tipo <i>Individual Chance-Constrained Programming</i> é para garantir com grande confiabilidade que a razão ativos/ valor presente dos passivos estará maior que um certo nível especificado pelos reguladores.
Huang e Cairns (2005)	Minimização da variância das contribuições e da variância dos valores dos ativos	- Variáveis que impactam na taxa de contribuição (período de amortização do excedente e retornos anormais futuros esperados.	- Solução Analítica.	- Estrutura à termo para as taxas de juros de curto prazo; - Uso de três classes de ativos com dependência temporal.

AUTOR	FUNÇÃO OBJETIVO	VARIÁVEIS DE DECISÃO	METODOLOGIA DE PESQUISA OPERACIONAL	OBSERVAÇÕES
Hilli, Koivu, Penmanen e Ranne (2007)	Maximizar a função utilidade dada pelo valor presente do nível de cobertura das reservas (por faixa) e pagamento de bônus aos participantes.	- Compras, vendas e manutenção das classes de ativos: dinheiro, títulos de renda fixa, ações, imóveis e empréstimos aos participantes; - Pagamento de bônus aos participantes (limitado em restrição); - Nível de cobertura das reservas matemáticas (diversas faixas com diferentes penalidades associadas)	Programação Estocástica Multi-estágio Não Linear Convexa resolvida com o Método dos Pontos Interiores	- Modelo incorpora as características regionais (Finlândia); - Discretização de cenários.
Valladão (2008)	Maximizar a função utilidade esperada da riqueza do fundo ao final do horizonte de estudos	- Percentual alocado em cada classe de ativos: Ações, Imóveis, Renda Fixa e Caixa	Programação Linear Estocástica Multi-estágio	- Modelo incorpora as características regionais (Brasil); - Modelo determinístico para os passivos, modelo estocástico para os ativos; - Modelo de geração de cenários em árvore.

Fonte: VILHENA (2012)

3.3 Estudo de caso

3.3.1 Caracterização do plano

O Plano de Previdência Privada em estudo foi criado na década de 1970, como uma iniciativa pioneira de contribuir para a promoção da segurança e do bem-estar dos empregados e seus beneficiários. São membros do plano: um patrocinador instituidor, um patrocinador não instituidor, participantes ativos, assistidos e seus beneficiários. O plano foi fechado para ingresso de novos participantes em 2011 e encontra-se em manutenção.

O plano é estruturado na modalidade de benefício definido, conforme normatização expressa na Resolução CGPC 16/2005. O regulamento vigente está adaptado aos ditames da Lei Complementar 109/01, e prevê, portanto, o direito aos institutos de portabilidade, benefício proporcional diferido, resgate e autopatrocínio, bem como a concessão dos seguintes benefícios: (1) Quanto aos Participantes ativos e autopatrocínados: complementação do auxílio-doença; complementação da aposentadoria por invalidez; complementação da

aposentadoria por idade; complementação da aposentadoria por tempo de contribuição; complementação da aposentadoria especial; e complementação de abono anual. (2) Quanto aos Beneficiários do participante ativo ou autopatrocinado: auxílio-reclusão; complementação da pensão por morte; pecúlio por morte; complementação do abono anual. (3) Quanto aos Beneficiários do assistido: complementação da pensão por morte; complementação do abono anual; e pecúlio por morte.

O atual custeio dos benefícios oferecidos pelo Plano é atendido pelas seguintes fontes de receitas:

- I. Contribuição normal mensal dos patrocinadores, dos participantes e autopatrocinados e dos assistidos em gozo de aposentadoria programada que recebem o abono de aposentadoria;
- II. Contribuições extraordinárias dos participantes ativos e autopatrocinados (joia);
- III. Contribuição extraordinária mensal da patrocinadora, fixada atuarialmente, para integralização da reserva de tempos anteriores;
- IV. Contribuições dos patrocinadores, dos participantes e dos assistidos, destinadas ao custeio de déficits e outras finalidades não incluídas nas contribuições normais;
- V. Dotações da patrocinadora;
- VI. Receita de aplicação do patrimônio;
- VII. Doações, subvenções, legados, etc.

Os benefícios de prestação continuada serão reajustados anualmente pela variação acumulada do Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, apurada nos doze meses imediatamente anteriores ao mês de reajuste.

As premissas atuariais representam o conjunto de variáveis ou hipóteses admitidas nas avaliações anuais para projeção dos compromissos do plano avaliado. Os itens seguintes registram as principais hipóteses adotadas nessa avaliação atuarial (Quadro 3).

Quadro 3 - Premissas utilizadas na avaliação atuarial de 2014

Item	AA 2014
Indexador Econômico do Plano	IPCA - IBGE
Taxa real anual de juros (adotada no desconto a valor presente)	5,60%
Inflação anual futura estimada (fator de capacidade)	4,5%
Taxa anual esperada de retorno dos investimentos	Indexador econômico + 5,60% a.a
Crescimento real anual esperado dos salários	Variável de acordo com o cargo e o nível, conforme informado pelo patrocinador.
Fator de determinação do valor real ao longo do tempo	Dos salários: 1,00 Dos benefícios: 0,98
Hipóteses sobre rotatividade anual (informada pelo patrocinador)	Nula.
Tábua de mortalidade geral	AT 2000
Tábua de entrada em invalidez	Álvaro Vindas desagravada em 50%;
Tábua de mortalidade de inválidos	Winklevoss desagravada em 50%;
Expectativa de vida para cálculo do fator previdenciário	Tábua IBGE 2011
Hipótese sobre composição de famílias	Ativo: Considera-se que 95% dos participantes são casados, a esposa é 4 (quatro) anos mais jovem, com dois filhos dependentes que alcançam a maioridade quando o participante atinge 55 anos; Assistido: considera-se a estrutura familiar e a idade real do cônjuge.
Data - Base de Dados	30.09.2014

Fonte: Elaboração da autora

Os regimes financeiros e os métodos atuariais têm por objetivo estabelecer a forma de acumulação dos recursos garantidores dos benefícios previstos pelo plano, ou seja, o modo de financiar esses benefícios (PINHEIRO, 2007). Nessa avaliação, admitiram-se o Regime de Capitalização e o Método Agregado para financiamento de todos os benefícios e Institutos do Plano, exceto para o benefício de auxílio-doença, mantido por um período inferior a dois anos, avaliado pelo método de Repartição Simples, e para o benefício de auxílio-reclusão, considerado imaterial.

O Regime de Capitalização pressupõe o financiamento gradual do custo dos benefícios futuros durante a vida ativa do participante. A forma como se dá essa distribuição define o método atuarial. O método então empregado, o agregado, pressupõe a repartição do custo total dos benefícios pelo tempo de serviço médio dos empregados em atividade, mediante a

fixação de importâncias anuais uniformes ou em percentual fixo da folha salarial. Não há cálculo separado do custo relativo ao serviço passado. Já o Regime de Repartição Simples pressupõe o financiamento no ano do custo correspondente às despesas anuais previstas com o pagamento do benefício no mesmo período, sem previsão de constituição de reserva matemática, sendo previsto aumentos das taxas contributivas ao longo do tempo, porém não de forma tão gradativa quanto em outro regime. Por tudo isso, ele só deve ser aplicado a benefícios de pagamento único ou temporário.

O Quadro 4 resume para cada benefício e instituto oferecido pelo plano, a modalidade em que estão estruturados e o regime financeiro e o método atuarial em que estão avaliados:

Quadro 4 - Modalidade, regime e método atuarial empregados no plano em estudo

Benefícios	Modalidade	Regime	Método de
		Financeiro	Financiamento
Aposentadoria por idade	Benefício definido	Capitalização	Agregado
Aposentadoria por tempo de contribuição		Capitalização	Agregado
Aposentadoria especial		Capitalização	Agregado
Aposentadoria por invalidez		Capitalização	Agregado
Auxílio-doença		Repartição Simples	-
Pensão por morte		Capitalização	Agregado
Auxílio-reclusão		-	-
Pecúlio por morte		Capitalização	Agregado
Benefício proporcional diferido		Capitalização	Agregado
Benefício decorrente de recursos portados		Capitalização	Capitalização Financeira
Resgate		Capitalização	Agregado
Abono anual		Capitalização	Agregado

Fonte: Elaboração da Autora

3.3.2 Política de investimentos

A política de investimentos de um fundo de pensão inclui a decisão de alocação de ativos, a seleção dos investimentos e a mensuração de desempenho. A alocação dos ativos, provavelmente, é a decisão mais importante que o gestor do fundo deve fazer. A política de investimentos da entidade utilizada foi preparada para assegurar e garantir a continuidade do gerenciamento prudente e eficiente dos ativos. Contém as seguintes diretrizes:

- Faixas de alocação estratégica entre os diversos segmentos de aplicação;
- Faixas de alocação e concentração por emissor;
- Concentração por investimento;
- Objetivos da gestão de cada segmento;
- Restrições a alocações de ativos;
- Critérios para a seleção dos gestores de recursos;
- Critérios para avaliação da gestão e acompanhamento de resultados;
- Política para o controle e avaliação de riscos;
- Política para o uso de derivativos;
- Perfil de Investimentos;
- Princípios de responsabilidade sócios ambientais
- Projeção da rentabilidade.

Os investimentos do plano são realizados por gestão própria ou de terceiros, compostos por ativos que obedecem às regras contidas na política de investimento e na Resolução 3.792/09 e demais regulamentações aplicáveis. Visando ao acompanhamento e análise dos resultados, os gestores de recursos devem assumir o compromisso de divulgar ampla e imediatamente, qualquer fato relevante relativo aos investimentos dos recursos sob sua administração, de modo a garantir à Diretoria Executiva o acesso às informações que possam, direta ou indiretamente, influir em suas decisões quanto à permanência dele.

Os investimentos específicos dentro do segmento de renda variável deverão ser avaliados com base na relação risco/retorno dos ativos e análise fundamentalista. Para os investimentos no segmento de renda fixa, deverão ser avaliados os riscos, impactos de mudanças macroeconômicas nas curvas de mercado de cada indexador (análise de “stress”), análise de crédito dos emissores (para o caso de títulos privados), liquidez e prazo para o vencimento. Os investimentos estruturados deverão ser avaliados com base na relação risco/retorno dos ativos, liquidez e estrutura da operação, quando for o caso.

Para apreçamento dos ativos financeiros, o plano utiliza-se de gestão externa e gestão interna.

a) Gestão Externa - os títulos e valores mobiliários integrantes das carteiras e fundos de investimentos, exclusivos ou não, nos quais a Fundação aplica recursos devem ser

marcados a valor de mercado, de acordo com os critérios recomendados pela CVM e pela ANBIMA. Cabe aos gestores determinar a estratégia ótima para a compra e a venda de títulos, sempre visando a atingir as metas de rentabilidade esperadas e buscando não infringir os limites de risco tolerados nos mandatos específicos. A aquisição de títulos públicos na gestão externa deverá ocorrer de preferência no mercado primário ou no mercado secundário eletrônico, representados neste último caso por plataformas eletrônicas de negociação.

b) Gestão Interna - renda fixa: para evitar a existência de negociações no mercado secundário de títulos públicos com preço discrepante dos padrões de mercado, que podem acarretar perdas financeiras ou risco de imagem, a Fundação opera por meio de plataforma eletrônica de negociação ou por cotação via e-mail a no mínimo três instituições autorizadas pelo BACEN. Os títulos e valores mobiliários nos quais a Fundação aplica recursos podem ser marcados a valor de mercado, de acordo com os critérios recomendados pela CVM e pela ANBIMA e os constantes no manual de precificação do custodiante, ou contabilizados até o vencimento pela taxa do papel, método usualmente chamado de “marcação na curva”, previsto pela Resolução MPAS/CGPC 4/2002 e pela Resolução 3.086 do Banco Central. Renda variável: o preço e o momento de investimentos/desinvestimento neste segmento deverão considerar as expectativas de mercado, o cenário macroeconômico e as análises setoriais e fundamentalistas. No caso específico de novos investimentos, também deverá ser considerada a análise de tolerância ao risco do plano de benefícios. Como fonte de referência especificamente para as ações foi utilizado a BM&FBovespa. Investimentos estruturados: para este segmento não haverá gestão interna, de modo que qualquer aplicação será feita por meio de fundos de investimentos, dentro dos limites e condições estabelecidas na Resolução 3.792/09 e demais legislações vigentes e nesta política de investimentos.

Com o objetivo de garantir o equilíbrio de longo prazo entre os ativos e as obrigações, foram determinadas faixas de alocação de ativos nos segmentos (Tabela 4).

Tabela 4 - Faixas de alocação por segmento.

Segmentos	Alocação Objetivo	Limites	
		Inferior	Superior
Renda Fixa	58%	0%	100%
Renda Variável	17%	0%	70%
Investimentos Estruturados	12%	0%	20%
Investimentos no Exterior	6%	0%	10%
Imóveis	5,5%	0%	8%
Operações com Participantes	1,5%	0%	15%

Fonte: Elaboração da Autora

4 METODOLOGIA

Neste capítulo, é explicitada a maneira pela qual se buscou responder à questão orientadora da pesquisa: Qual dentre os modelos *Asset Liability Management* ou *Liability Driven Investment* é mais eficaz utilizando a métrica da divergência não planejada no gerenciamento de ativos e passivos de uma EFPC?

O propósito do estudo foi aplicar um modelo de *Asset Liability Management* e de *Liability Driven Investment* para uma entidade fechada de previdência complementar que possui plano do tipo benefício definido. O processo de estruturação da modelagem utilizada para o fundo de pensão consistiu, em síntese, nas seguintes etapas:

- a) Realização de avaliação atuarial;
- b) Modelagem estocástica das rentabilidades dos ativos e inflação;
- c) Desenvolvimento da função objetivo, visando minimizar as chances de inadimplência pelo fundo e atender às restrições regulamentares, implementando um modelo de *Asset Liability Management* via programação estocástica multiperíodo;
- d) Seleção de ativos que supram com seus rendimentos a meta atuarial como estratégia de hedge em *Liability Driven Investment*;
- e) Utilização da divergência não planejada para avaliar a eficácia dos modelos.

4.1 Modelagem do passivo atuarial

Para a modelagem do passivo, realizou-se a avaliação atuarial, que é um estudo técnico que tem como finalidade avaliar o fluxo das despesas e receitas de um plano de benefícios, determinar as provisões matemáticas a partir destes fluxos e confrontá-las com o patrimônio de cobertura do plano, para verificar a solvência e o equilíbrio financeiro do plano. Para tanto, deverá considerar: o plano de benefícios, a modalidade dos benefícios e institutos, o cadastro de participantes e assistidos, as hipóteses biométricas, demográficas, financeiras e econômicas, o regime financeiro e o método atuarial adotados no financiamento dos compromissos do plano e o plano de custeio vigente. Assim, a avaliação atuarial foi desenvolvida considerando-se:

- a) o Regulamento do Plano de Benefício Previdenciário, designado apenas plano, cuja última alteração foi aprovada pela Portaria da SPC 3.223, de 11/12/2009;
- b) as informações cadastrais de participantes abrangidos pelo em setembro/2014;
- c) os demonstrativos contábeis de 2014;
- d) as premissas e hipóteses quanto à projeção de crescimento salarial futuro e à rotatividade, definidas e justificadas pelo patrocinador na nota técnica;
- e) os testes de adequação das hipóteses atuariais.

Os fluxos de caixa atuariais individuais foram projetados para um horizonte de cinquenta anos. A escolha do período de projeção deveu-se ao fato de que horizontes mais longos diminuem a possibilidade de subestimação do risco do fundo. Considerando que a modelagem foi feita para um grupo fechado de participantes, é esperado que ao final do horizonte projetado os indivíduos mais novos ainda vivos apresentem idade próxima aos oitenta anos; dessa forma, com custos atuariais e financeiros pouco significativos no instante inicial.

Para cálculo das reservas matemáticas, adotou-se a metodologia constante na nota técnica atuarial do plano, na qual se especificam os itens referentes à expressão de cálculo dos benefícios e institutos, das contribuições, dos valores atuais das contribuições e encargos futuros, do custo do plano, das reservas matemáticas, doravante provisões matemáticas, e das suas projeções mensais. A referida metodologia adota o cálculo individual para avaliação dos fluxos das despesas previstas com pagamento de benefícios e das receitas contributivas futuras. O valor presente do fluxo dessas despesas resulta no valor atual dos encargos e o valor presente do fluxo das receitas contributivas, no valor atual das contribuições futuras. A diferença entre o valor atual dos encargos e o valor atual das contribuições futuras equivale à respectiva reserva matemática.

As reservas matemáticas, doravante provisões matemáticas, expressam o valor monetário do comprometimento de uma entidade previdencial com um grupo segurado por um plano de benefício em uma data específica, valor este variável no tempo e que depende, fundamentalmente:

- a) dos compromissos assumidos, de acordo com o plano de benefícios tanto pela entidade em relação aos participantes do plano (promessas de benefícios)

quanto pelos membros do plano em relação à entidade (promessas de contribuição);

- b) do perfil etário-salarial da massa abrangida no cálculo;
- c) das hipóteses atuariais;
- d) do regime financeiro e do método atuarial; e
- e) do plano de custeio.

As provisões matemáticas dividem-se em: provisões matemáticas de benefícios a conceder (PMBAC), relativas aos participantes que ainda não estão em gozo de benefício pelo plano, e provisões matemáticas de benefícios concedidos (PMBC), atinentes àqueles em gozo de benefício. Para os benefícios avaliados pelo regime de capitalização e pelo método agregado, as respectivas provisões matemáticas equivalem à diferença entre a soma do valor atual dos correspondentes encargos e a soma do valor atual das respectivas contribuições futuras. Para os benefícios avaliados pelo regime de repartição simples, são, por definição, nulas as correspondentes provisões matemáticas.

A seguir, apresenta-se a formulação constante em Nota Técnica Atuarial, implementada em Visual Basic³, contemplando as expressões de cálculo dos benefícios e institutos previdenciais e dos respectivos valores presentes dos encargos.

I. Aposentadoria normal (tempo de contribuição, idade ou especial)

Participantes (ativos e autopatrocinados):

- a) Renda Mensal Vitalícia de Aposentadoria Normal do Participante de idade x e idade na aposentadoria $x\mathcal{E}$

$$RV_{x\mathcal{E}}^A(p) = \max \left\{ RV_{x\mathcal{E}}^{A*}(p); \frac{RP_{x\mathcal{E}}(p)}{fat_{x\mathcal{E}}} \right\}, \text{ Em que:} \quad (9)$$

$$RV_{x\mathcal{E}}^{A*}(p) = \max \left\{ \max \left[0; SRB_{x\mathcal{E}}^p - BPA_{x\mathcal{E}}^p \right] + \delta^1 \times \min \left(TP_{x\mathcal{E}}^*; SRB_{x\mathcal{E}}^p \right); \delta^2 \times SRB_{x\mathcal{E}}^p; \delta V \right\} \quad (10)$$

$$TP_{x\mathcal{E}}^* = URDC_{x\mathcal{E}}; \quad (11)$$

$$fat_{x\mathcal{E}} = ns \times fcap \times \left[\ddot{a}_{x\mathcal{E}}^{(12)} + (CF + CI) \times \left(\ddot{a}_{y\mathcal{E}}^{(12)} - \ddot{a}_{x\mathcal{E}y\mathcal{E}}^{(12)} \right) \right] \quad (12)$$

³ O código completo implementado em Visual Basic não foi apresentado neste trabalho devido ao tamanho. Todavia, ele encontra-se disponível mediante solicitação à autora.

$$RP_{x\varepsilon}(p) = RP_x(p) + nc \times fcap \times \sum_{t=0}^{x\varepsilon-x-1} C_{x+t}(p), \quad (13)$$

Assistidos:

- a) Renda mensal vitalícia do Assistido de idade x em gozo de Aposentadoria Normal

$$RV_x^A(a) = \text{benefício atual}. \quad (14)$$

- b) Valor Presente, na data da avaliação, do Encargo Líquido de Aposentadoria Normal do Assistido de idade x em gozo desse benefício

$$VpE_x^A(a) = ns \times fcap \times \left[RV_x^A(a) - (1 - \varpi) \times C_x^A(a) \right] \times \ddot{a}_x^{(12)} \quad (15)$$

- c) Valor Presente, na data da avaliação, do Encargo de Pensão por Morte do Assistido de idade x em gozo de Aposentadoria Normal

$$VpE_x^{PA}(a) = ns \times fcap \times RV_x^A(a) \times \ddot{B}_x^{A(12)}, \quad (16)$$

sendo $\ddot{B}_x^{A(12)}$ determinado de acordo com a respectiva estrutura familiar do assistido em gozo de benefício de renda programada.

II. Aposentadoria por Invalidez

- a) Renda mensal vitalícia do Assistido de idade x em gozo de Aposentadoria por Invalidez

$$RV_x^I(a) = \text{benefício atual}. \quad (17)$$

- b) Valor Presente, na data da avaliação, do Encargo Líquido de Aposentadoria por Invalidez do Assistido de idade x em gozo desse benefício

$$VpE_x^I(a) = ns \times fcap \times \left[RV_x^I(a) - (1 - \varpi) \times C_x^I(a) \right] \times \ddot{a}_x^{i(12)} \quad (18)$$

- c) Valor presente, na data da avaliação, do encargo de pensão por morte do assistido de idade x em gozo de aposentadoria por invalidez:

$$VpE_x^{PI}(a) = ns \times fcap \times RV_x^I(a) \times \ddot{B}_x^{i(12)}, \text{ sendo } \ddot{B}_x^{i(12)} \text{ determinado de acordo com (19)}$$

respectiva estrutura familiar do assistido em gozo de benefício por invalidez.

III. Pensão por morte

- a) Renda mensal vitalícia de pensão por morte do participante de idade x ao atingir a idade $x+t$

$$RV_{x+t}^P(p) = RV_{x+t}^I(p) \quad (20)$$

- b) Valor Presente, na data da avaliação, do Encargo de Pensão por Morte em Atividade do Participante de idade x

$$VpE_x^P(p) = ns \times fcap \times \sum_{t=0}^{x\varepsilon-x-1} RV_{x+t}^P \times \frac{D_{x+t}^{ac}}{D_x^{ac}} \times q_{x+t} \times \ddot{B}_{x+t}^{P(12)} \quad (21)$$

sendo

$$\ddot{B}_{x+t}^{P(12)} = pc \times \left\{ CF \times \left(\ddot{a}_{m1_t}^{(12)} + m1_t / \ddot{a}_{y+t}^{(12)} \right) + CI \times \left(\ddot{a}_{y+t}^{(12)} + \sum_{k=1}^{np-1} \ddot{a}_{mk_t}^{(12)} \right) \right\} \quad (22)$$

$$m1_t = \max \left\{ \left[\frac{(55-x+t)}{2} + 0,5 \right]; 0 \right\} \quad \text{e} \quad m2_t = \max \{ m1_t - 1; 0 \}. \quad (23)$$

- c) Valor Presente, na data da avaliação, do Encargo de Pensão por Morte em Atividade dos Participantes

$$VpE^P(p) = \sum_{p=1}^{Np} VpE_x^P(p). \quad (24)$$

Após dadas as expressões de cálculo dos benefícios, apresenta-se a formulação constante em Nota Técnica Atuarial, implementada em Visual Basic, para cálculo das contribuições e do respectivo valor presente de participantes (ativos e autopatrocinados), assistidos e patrocinador:

IV. Participantes (ativos e autopatrocinados):

- a) Contribuição no ano t do Participante de idade x

$$C_{x+t}(p) = pg_{x0} \times SP_{x+t}(p) + pa1 \times \max(0; SP_{x+t}(p) - 1,25 \times TP_t) + pa2 \times \max(0; SP_{x+t}(p) - 3,75 \times TP_t) \quad (25)$$

No caso do Autopatrocinado, não há projeção de crescimento salarial real futuro e a contribuição é acrescida da parcela relativa à contribuição patronal também para efeito de resgate.

$$C_{x+t}(p) = (1 + f_c^P) \times \left[p g_x \times SP_{x+t}''(p) + pa1 \times \max(0; SP_{x+t}''(p) - 1,25 \times TP_t) + pa2 \times \max(0; SP_{x+t}''(p) - 3,75 \times TP_t) \right] \quad (26)$$

- b) Valor Presente, na data da avaliação, das Contribuições Normais do Participante de idade x

$$VpC_x(p) = nc \times fcap \times \sum_{t=0}^{x\mathcal{E}-x-1} C_{x+t}(p) \times \frac{D_{x+t}^{ac}}{D_x^{ac}}. \quad (27)$$

Na Aposentadoria Normal

- a) Contribuição na Aposentadoria Normal do Participante de idade x e idade na aposentadoria $x\mathcal{E}$

$$C_{x\mathcal{E}}^A(p) = p_a \times RV_{x\mathcal{E}}^A(p) \quad (28)$$

- b) Valor Presente, na data da avaliação, das Contribuições Normais Futuras na Aposentadoria Normal do Participante de idade x e idade na aposentadoria $x\mathcal{E}$

$$VpC_x^A(p) = ns \times fcap \times C_{x\mathcal{E}}^A(p) \times \frac{D_{x\mathcal{E}}^{ac}}{D_x^{ac}} \times \ddot{a}_{x\mathcal{E}}^{(12)}. \quad (29)$$

Na Aposentadoria por Invalidez

- a) Contribuição na Aposentadoria por Invalidez do Participante de idade x que se invalida na idade $x+t$ com direito ao abono aposentadoria

$$C_{x+t}^I(p) = p_a \times RV_{x+t}^I(p) \quad (30)$$

- b) Valor Presente, na data da avaliação, das Contribuições Normais Futuras na Aposentadoria por Invalidez do Participante de idade x que se invalida na idade $x+t$

$$VpC_x^I(p) = ns \times fcap \times \sum_{t=0}^{x\mathcal{E}-x-1} C_{x+t}^I(p) \times \frac{D_{x+t}^{ac}}{D_x^{ac}} \times i_{x+t} \times \ddot{a}_{x+t}^{i(12)} \quad (31)$$

V. Assistidos em gozo de Aposentadoria Normal

- a) Contribuição na Aposentadoria Normal do Assistido de idade x

$$C_x^A(a) = p_a \times RV_x^A(a) \quad (32)$$

- b) Valor Presente, na data da avaliação, das Contribuições Normais Futuras do Assistido de idade x em gozo de Aposentadoria Normal

$$VpC_x^A(a) = ns \times fcap \times C_x^A(a) \times \ddot{a}_x^{(12)}. \quad (33)$$

- c) Valor Presente, na data da avaliação, das Contribuições Normais Futuras dos Assistidos em gozo de Aposentadoria Normal

$$VpC^A(a) = \sum_{a=1}^{Na} VpC_x^A(a) \quad (34)$$

VI. Patrocinador

Valor Presente, na data da avaliação, das Contribuições Normais Futuras em correspondência a dos Participantes Ativos, excetuados a dos autopatrocinados:

$$VpC(P) = f_c^P \times \sum_{p=1}^{Np - Nap} VpC_x(p). \quad (35)$$

Valor Presente, na data da avaliação, das Contribuições Normais Futuras Sobre os Benefícios Futuros dos Participantes:

- a) Na Aposentadoria Normal

$$VpC_p^A(P) = f_c^P \times VpC^A(p) \quad (36)$$

- b) Na Aposentadoria por Invalidez

$$VpC_p^I(P) = f_c^P \times VpC^I(p) \quad (37)$$

A simbologia adotada na formulação acima se encontra no Anexo 1.

4.2 Modelagem dos ativos

Devido à maior necessidade de investir em ativos com maior risco, afastando-se da alocação quase que completamente em ativos de renda fixa, as entidades de previdência terão que cada vez mais investir esforços para melhor mensurar as características dos ativos da sua carteira de investimentos. Nesse contexto, para o cálculo das premissas de risco e retorno de determinada carteira é necessário entender como se comporta cada ativo que a compõe. Usualmente, adota-se uma distribuição de probabilidade normal para descrever o retorno dos

ativos. Essa distribuição de probabilidade é totalmente identificada por meio de dois parâmetros: média e desvio-padrão.

O primeiro passo consiste em distribuir os recursos garantidores do plano de benefícios administrado pela entidade em classes de ativos de acordo com os segmentos da Resolução CMN 3.792/2009 e atribuir uma expectativa de retorno nominal para classe do ativo. O retorno poderá ser atribuído tendo como base o benchmark da classe de ativos. Por exemplo: para a estratégia passiva de bolsa o retorno a ser atribuído pode ser calculado com base num período recente dos retornos do índice Ibovespa. Como o estudo ALM ou o estudo de otimização de carteira visam ao futuro, é importante que expectativas futuras de cenários econômicos possam ser consideradas no estudo.

Referências consagradas, como Consigli (1998), Dert (1998) e Dondi (2007), abordam a utilização da estrutura a termo da taxa de juros da economia para a evolução dos ativos em modelos de ALM, notadamente ativos de renda fixa. Porém, a experiência no plano em estudo demonstra que os melhores resultados são obtidos quando se atribuem benchmarks para classe de ativos. A premissa de risco também pode ser extraída dos retornos de um índice benchmark por meio da utilização de técnicas de cálculo de volatilidade com periodicidade equivalente à do estudo em questão.

A alocação dos recursos respeitou a posição dos investimentos em 30/09/2014 considerando a precificação a mercado, cuja metodologia de cálculo é disponibilizada pelo custodiante da entidade, assim como os limites impostos pela Resolução 3.792/09. Foi necessário efetuar o rebalanceamento de algumas posições em determinados exercícios. A taxa de reinvestimento utilizada para remunerar os recursos oriundos de juros, cupons, vencimentos e desinvestimentos provenientes de rebalanceamento da carteira foi de IPCA + 4,90% a.a, equivalente à taxa de juros real de longo prazo retirada do relatório Focus de 18/11/2014 acrescida de 0,10% com o prêmio pelo custo de oportunidade dos exercícios até 2018, cuja taxa de retorno apresenta-se superior.

Para o segmento de renda fixa, foi considerado o relatório Focus do Banco Central de 18/11/2014 para apurar os indicadores de correção dos ativos, compreendido por títulos públicos federais e ativos de crédito privado. Importante ressaltar que para a projeção dos títulos públicos foi considerada a estrutura a termo das taxas de juros, adicionando-se o componente de correção monetária. Após o ano de 2018, os ativos foram corrigidos

considerando as taxas deste último ano, data esta a máxima disponível no Banco Central. Utilizou-se nas projeções o retorno histórico das LFT, NTN e LTN-Pré.

Para o segmento de renda variável, consideraram-se como o retorno um prêmio de 3,50% sobre o ativo livre de risco, a meta da taxa Selic, valor este definido em consonância com o comitê de investimentos da entidade. Este valor é uma média de prêmios de risco encontrados em 19 mercados de ações, conforme descrição em Damodaran (2004). A alocação em renda variável apresentou largura da banda de rebalanceamento de 2,5 pontos percentuais acima ou abaixo da alocação de 16% do total dos recursos garantidores, sendo o segmento de renda fixa a contraparte do rebalanceamento. Utilizou-se ainda o retorno histórico do Ibovespa nas projeções.

Em investimentos estruturados, com presença dos fundos de investimentos em participações e imobiliário, FIP's e FII, foi considerada a rentabilidade-alvo de cada ativo investido, conforme a Tabela 5. Importante ressaltar que não foi considerada a valorização imobiliária dos fundos imobiliários investidos.

Tabela 5 - Alocação em investimentos estruturados.

Fundo	Indexador	Taxa de Retorno (% a.a.)
FII Agências Caixa	-	9
FII BTG Corporate OFC	-	9
BTG Infra II FIC FIP	INPC	15
FIP Lacan Florestal	INPC	11
Patria Est III	INPC	15
Patria Est II	INPC	15
LIFE I EE	-	0

Fonte: Elaboração da autora

Na projeção do segmento de operações com participantes, representado por operações de empréstimos, a taxa de juros cobrada é de IPCA+0,84% a.m. A alocação nesta classe de ativo apresentou largura da banda de rebalanceamento de 1 ponto percentual acima ou abaixo da alocação de 1,6% do total dos recursos garantidores, sendo o segmento de renda fixa a contraparte do rebalanceamento.

Para o segmento de imóveis, foi considerado, segundo levantamento na entidade, um retorno de aluguel dos imóveis locados de 0,74% a.m, corrigidos anualmente pelo IPCA. Esta taxa de retorno estimada baseia-se nos contratos atuais de locação. Não foi considerada valorização dos imóveis da carteira de investimento. A alocação nesta classe de ativo

apresentou largura da banda de rebalanceamento de 2,5 pontos percentuais acima ou abaixo da alocação de 5,16% do total dos recursos garantidores, sendo o segmento de renda fixa, novamente, a contraparte do rebalanceamento.

A entidade em estudo não investe no segmento de investimentos no exterior, e conforme constante em política de investimentos, não se prevê aplicações neste nos próximos exercícios.

4.2.1 Cômputo de risco e retorno

Para a evolução dos ativos no estudo ALM criaram-se cenários estocásticos para os benchmarks, baseando-se nas propriedades estatísticas dos cenários aprovados pela entidade para o período. Criaram-se 20 mil cenários por um período de cinquenta anos. Ou seja, são criadas 20 mil trajetórias para cada uma das classes que serão utilizadas na evolução das carteiras no ALM. Para o processo de simulação de cenários, é preciso gerar valores aleatórios dos retornos dos ativos que levem em consideração a matriz de correlação entre as classes.

Seja Z uma variável aleatória de distribuição normal com média 0 e variância 1. Para obter-se uma variável Y com distribuição normal com média μ e variância σ^2 , faz-se a seguinte transformação linear:

$$Y = \mu + \sigma Z \quad (37)$$

A maioria dos softwares estatísticos e matemáticos possui rotinas eficientes para gerar números aleatórios da distribuição normal padrão. No entanto, para a projeção de cenários, o interesse é gerar um vetor aleatório de tamanho N (número de classes possíveis do ALM), nesse caso, cinco, levando em consideração a correlação entre os elementos deste vetor. Aqui se considera uma matriz de covariância Σ representada pela Tabela 6:

Tabela 6 - Matriz de covariância da classe de ativos do estudo ALM.

ID Classe Ativo	1	2	3	4	5
1	σ_1^2	$\sigma_1\sigma_2\rho_{12}$	$\sigma_1\sigma_3\rho_{13}$	$\sigma_1\sigma_4\rho_{14}$	$\sigma_1\sigma_5\rho_{15}$
2		σ_2^2	$\sigma_2\sigma_3\rho_{23}$	$\sigma_2\sigma_4\rho_{24}$	$\sigma_2\sigma_5\rho_{25}$
3			σ_3^2	$\sigma_3\sigma_4\rho_{34}$	$\sigma_3\sigma_5\rho_{35}$
4				σ_4^2	$\sigma_4\sigma_5\rho_{45}$
5					σ_5^2

Fonte: Elaboração da autora

Sendo μ^* o vetor de médias dos ativos, Z o vetor com números aleatórios Normais independentes e A uma matriz dada pela raiz quadrada da matriz de covariância Σ , o vetor aleatório é criado por meio da equação generalizada da transformação linear apresentada anteriormente:

$$Y^* = \mu^* + AZ \quad (38)$$

Em que a matriz A é obtida por meio da decomposição de Cholesky. Esta decomposição é a generalização para a obtenção da raiz quadrada de um número, que pode ser aplicada a uma matriz. A decomposição é feita obtendo uma matriz A tal que: $AA' = \Sigma$.

4.2.2 *Matriz de correlação*

Para o cômputo das correlações entre as classes de ativos do ALM, que corresponde a um elemento importante para determinar a alocação ótima de cada classe, além de contabilizar para o efeito diversificação, sugere-se fazer uso de fatores de risco utilizando índices de mercado para cada classe de ativo e, a partir de então, calcular as correlações entre os retornos desses índices.

Para o uso de índices de mercado para cômputo das correlações entre as classes de ativos, as seguintes premissas devem ser levadas em consideração:

- a) o período da amostra deve ser o mesmo para todos os índices utilizados; e
- b) a periodicidade das observações deve ser a mesma - ou seja, se os retornos a serem considerados forem mensais, todos os índices utilizados devem possuir cotações mensais.

Observadas as premissas acima, o cômputo das correlações pode ser dado pelos seguintes passos:

(i) Definição do fator de risco (índice de mercado). Baseando-se nas características de cada classe de ativo, deve-se escolher o índice de mercado mais adequado para definir as correlações, podendo ser um único ou uma composição de índices. Por exemplo, para uma classe de ativos de renda variável de estratégia passiva ao índice Ibovespa o próprio índice Ibovespa poderá ser utilizado. Para uma classe de renda fixa cuja política de investimentos seja investir em títulos públicos de longo prazo, atrelados a índices de preços, com, por exemplo, 40% de NTN-C e 60% em NTN-B, pode-se utilizar uma composição entre o IMA-C

e o IMA-B, ponderados pela proporção a ser alocada em cada ativo. Ou seja, o índice benchmark para essa classe de ativos poderia ser composta por 40% do IMA-C e 60 % do IMA-B.

(ii) Cálculo de retornos. Para diminuir os impactos da alta volatilidade diária, comum no mercado de capitais, sugere-se a utilização de retornos mensais. No mercado de capitais brasileiro existem vários índices, tanto de renda fixa quanto de renda variável, com séries mensais superiores a 60 observações, o que permite bons estudos acerca de seu comportamento. Sejam P_t a cotação do índice estudado no mês t e P_{t-1} a cotação desse índice no mês anterior. O cômputo dos retornos mensais pode ser dado por meio da fórmula:

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \quad (39)$$

Caso se esteja trabalhando com retornos logarítmicos, utiliza-se a expressão:

$$R_t = \log \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (40)$$

(iii) Cômputo das correlações. Em estatística descritiva, o coeficiente de correlação de Pearson mede o grau da correlação (e a direção dessa correlação, se positiva ou negativa) entre duas variáveis. Esse coeficiente, normalmente representado por ρ , assume valores entre -1 e 1. A correlação positiva indica que os movimentos são na mesma direção, de forma que altas ou quedas das duas variáveis ocorrem em conjunto, em média. Uma correlação negativa indica movimentos contrários. A alta de uma variável é acompanhada pela queda da outra variável, em média. Um valor $\rho = 0$ significa que as duas variáveis não dependem linearmente uma da outra. Portanto, a análise do coeficiente de correlação indica a relação linear entre duas variáveis. O sinal indica a direção, se a correlação é positiva ou negativa, e a magnitude dessa medida indica o grau de comovimentos entre as duas variáveis.

Para a apuração da variância, utilizou-se o procedimento de médias móveis exponencialmente ponderadas (Exponentially Weighted Moving Average - EWMA), que atribui maiores pesos para observações mais recentes. Adicionalmente, pode-se estimar a variância por meio de modelos autorregressivos com heterocedasticidade condicional (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity – ARCH, Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity – GARCH, ou variações desses). Para mais detalhes, consultar Alexander (2001).

Uma vez calculadas as correlações entre cada par de classes de ativos, pode-se construir a matriz de correlações. Essa matriz é simétrica, com diagonal principal, tendo seus valores iguais a 1. Finalmente, com base nas variâncias individuais de cada classe de ativos e utilizando-se a matriz de correlações, pode-se chegar à matriz de variâncias-covariâncias.

Em seguida, simulou-se o comportamento de variáveis aleatórias independentes de maneira a consolidar um vetor com uma variável aleatória para cada índice. Cada variável aleatória foi aplicada na função inversa de probabilidade de cada variável adotada, apurada pela série histórica (dez anos).

Registraram-se os cenários constituídos, por meio dos resultados obtidos na constituição de vetores com números aleatórios com uma distribuição adequada à volatilidade de cada uma das variáveis. Esses vetores passaram a incorporar a correlação entre as variáveis, por meio do produto vetorial do vetor aleatório com a transposta da matriz de Cholesky, obtida a partir da decomposição da matriz de correlações. A matriz de Cholesky foi utilizada objetivando-se dar consistência em relação ao comportamento conjunto das variáveis entre os indicadores adotados, o que é fundamental para o desenvolvimento de simulações em finanças.

4.3 Implementação do *Liability Driven Investment*

Os princípios por trás do LDI e, especificamente, no que tange à proteção do passivo são relativamente simples, mas a implementação pode ser complexa, sendo necessária a consideração de vários fatores. A dinâmica do mercado pode afetar a implementação de soluções de LDI de várias maneiras, no que tange às taxas de juros e inflação, além do apetite ao risco do gestor.

A abordagem LDI exige que os passivos sejam mensurados com a maior confiabilidade possível. Neste estudo, a realização de avaliação atuarial baseada na formulação estabelecida em nota técnica validada pelo órgão fiscalizador garante maior confiabilidade no fluxo de despesas a ser cumprido.

É possível para um regime de aposentadorias investir para que o valor de seus ativos mude de acordo com as variações do valor de seus passivos. Isto é normalmente conhecido como “cobertura de responsabilidade civil”. Muitos regimes de pensões usam títulos para cobrir alguns desses seus riscos de responsabilidade, pois podem oferecer uma programação previsível dos pagamentos futuros e, como passivos, eles mudam de valor em resposta a movimentos nas taxas de juros.

A estratégia de LDI aqui utilizada foi a de imunização, conforme Redington (1952) e Boyle (1978), em que o propósito clássico é gerar um retorno garantido para os ativos do fundo de pensão ao longo do horizonte do tempo de investimento. Segundo Blake (1998), isto é alcançado por meio da eliminação do risco do excedente financeiro ou resultado técnico (superávit ou déficit). Tal eliminação é obtida estruturando os ativos do fundo de pensão de modo a possuírem duration das obrigações (passivos) e os retornos correlacionados com as variações no valor das obrigações.

Para fazer o casamento de taxas de retorno dos investimentos com a meta atuarial, representando a taxa que permite honrar o passivo, é necessário definir as classes de ativos que irão compor a carteira de ativos do fundo, normalmente, incluindo-se ativos de renda fixa, de renda variável, imóveis e uma carteira de empréstimos para os participantes. Todavia, conforme observa Veiga (2003), estas duas últimas componentes não são cotadas em mercado, o que impõe uma dificuldade suplementar ao problema.

De posse da composição da carteira de investimentos da entidade, verifica-se concentração em renda fixa e renda variável. Assim, sob a luz destas informações, as *proxies* utilizadas neste trabalho para substituir estes ativos são: IGP-M, IPCA, IBOVESPA, IBRX-50 e DI. Coletou-se então a Estrutura a Termo das Taxas de Juros (ET TJ) de cada um desses indicadores na BM&FBOVESPA.

Em contraparte, no que tange ao passivo, após a realização de avaliação atuarial, criou-se uma estrutura por época com taxas de meta atuarial que correspondam às obrigações do plano. Sobre a meta atuarial, com a publicação da Resolução CNPC 15, de 19 de novembro de 2014, que alterou a Resolução CGPC 18, de 28 de março de 2006, foram modificados os limites para a definição da taxa de juros real anual a ser utilizada nas avaliações atuariais dos planos de benefícios. Pela nova regra, a entidade poderá adotar uma taxa de juros real anual superior ao limite atual de 5,5% a.a. sem a necessidade de autorização

prévia da Previc, dependendo da duração do passivo do respectivo plano de benefícios, conforme dispõem o item 1.4, inciso III e o item 4.2 do Anexo à Resolução CGPC 18/2006, com nova redação dada pela Resolução CNPC 15/2014. Nesse sentido, foi publicada no Diário Oficial da União do dia 25 de novembro de 2014 a Portaria 615, de 24 de novembro de 2014, que dispõe sobre os critérios para a definição da taxa de juros parâmetro para o exercício de 2014 e inclui, entre outras informações, os limites inferior e superior associados à referida taxa. Vale ainda destacar que continua sendo obrigatória para a adoção da taxa de juros real anual a elaboração de estudo técnico que demonstre a convergência das hipóteses de rentabilidade dos investimentos ao plano de custeio e ao fluxo futuro de receitas de contribuições e de pagamento de benefícios.

De posse da ETTJ de cada um dos ativos e da meta atuarial por época dada pela Portaria 615, representando as obrigações do passivo, procedeu-se à imunização por meio da busca pelo casamento de taxas. Como frequentemente não é possível encontrar um único título que satisfaça o passivo por época, serão necessárias, por vezes, combinações de títulos para atender tal casamento. Assim, é necessário fazer uma composição com o menor número possível de índices, de modo que a taxa de retorno final total dessa composição seja igual à meta atuarial que representa o fluxo de pagamento de benefícios. Algumas composições podem ser obtidas, ou por tentativa e erro ou por programação matemática. Neste trabalho, a escolha dos ativos orientados pelas taxas do passivo se deu por um sorteio aleatório.

Um último ponto a ser colocado refere-se à não disponibilidade de ativos em todos os períodos de modo a cumprir perfeitamente as obrigações do plano. Neste caso, optou-se pelo título com vencimento mais próximo da obrigação a ser coberta, pressupôs-se sua liquidação no vencimento e carregou-se tal taxa até a data de interesse, aplicando-se sobre o montante apenas correção monetária.

4.4 Programação estocástica em *Asset Liability Management*

A função objetivo é um dos pontos de maior relevância na modelagem de *Asset Liability Management*, uma vez que esta define e mensura o principal objetivo do modelo. O objetivo escolhido para o fundo de pensão foi a minimização da probabilidade de ocorrência

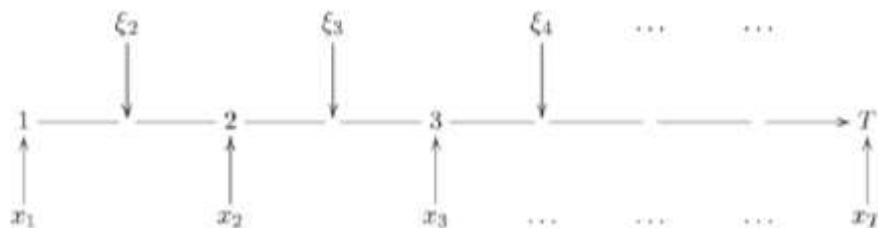
de inadimplência em qualquer um dos cinquenta anos da projeção dos fluxos de caixa atuariais. A motivação para a adoção dessa função objetivo apoia-se em sua coerência com a atividade sem finalidade lucrativa das EFPC e com seu principal objetivo, qual seja: honrar os compromissos assumidos em seu plano de benefícios.

O modelo matemático para a solução do problema contempla um horizonte de planejamento indicado por T e a natureza estocástica é introduzida por meio de cenários probabilísticos representados pela árvore de cenários, sendo esta uma estrutura constituída por nós. O nó inicial, ou nó raiz, representa a condição inicial conhecida e uma sequência de nós partindo do nó inicial e terminando em uma folha é denominada cenário. Aos arcos que saem do mesmo nó são atribuídas probabilidades cuja soma é igual a unidade. As probabilidades de transição podem ser atribuídas, por exemplo, pela utilização de um modelo multinomial ou por qualquer outro modelo discreto. Outra forma de atribuir probabilidades a esses eventos é pela utilização de informações fornecidas por especialistas. Ressalta-se que cada nó da estrutura é caracterizado por um vetor de variáveis aleatórias definidas no modelo. Assim, a transição entre dois nós representa a transição de um vetor aleatório multivariado.

Parte-se neste momento para a definição da notação, das variáveis e dos parâmetros utilizados no modelo de programação estocástica. Define-se a notação N_t como o número de nós no estágio $t \in \{1, \dots, T\}$, e $n_t \in \{1, \dots, N_t\}$ representando um nó qualquer no mesmo instante. Os parâmetros utilizados podem ser fixos ou variantes com a posição relativa na árvore. Os fixos são conhecidos como parâmetros determinísticos e os variantes como parâmetros estocásticos ou fatores de risco.

A Figura 8 retrata uma visão do problema apresentado nesse trabalho:

Figura 8 - Dinâmica do processo de decisão em ALM multiperíodo



Fonte: Dert (1998)

Na Figura 8, $\{x_1, \dots, x_t\}$ representam as decisões tomadas nos instantes $\{1, \dots, T\}$. O vetor x_1 caracteriza as decisões tomadas no momento inicial, antes que seja possível observar o comportamento das variáveis aleatórias, de modo que este vetor é considerado determinístico.

No momento posterior, em $t = 2$, foi tomada uma nova decisão, considerando as decisões x_1 e a realização do vetor aleatório ε_2 , constituindo-se assim $x_2(x_1; \varepsilon_2)$. Como se trata de uma árvore de cenários, a ligação entre os tempos 1 e 2 é feita pelos nós que saem do arco inicial, fazendo com que o número de decisões $x_2(x_1; \varepsilon_2)$ seja tanto quanto forem os arcos. Cada arco representa uma realização do vetor aleatório ε_2 . Assim, pode-se formar o vetor seguinte após a observação da realização desse vetor aleatório. O processo se estende até T , momento em que toda a informação aleatória já terá sido revelada, configurando-se a decisão $x_T(x_1 \dots x_T; \varepsilon_2 \dots \varepsilon_T)$, a qual contempla toda a dinâmica estocástica.

A cada ano, contribuições serão pagas por participantes e patrocinadores, benefícios serão pagos aos participantes e, eventualmente, contribuições extraordinárias poderão ser cobradas de participantes e patrocinadores. No final de cada ano, foi apurado o valor do ativo e do passivo atuarial do fundo de pensão. Conhecidos esses elementos, a relação entre Ativo – A_t e Passivo – P_t , foi apurada.

O fundo foi considerado em desequilíbrio financeiro quando o valor dos ativos foi inferior ao valor dos passivos em qualquer instante do tempo. Desta forma, sendo S_t o valor do saldo entre ativos já líquido do pagamento dos passivos no instante t , foi construído o indicador de inadimplência $Inad$, definido conforme Vilhena (2012) por:

$$Inad \begin{cases} 1, & \text{se } S_t < 0 \text{ (para } t = 1, 2, \dots, 50) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (41)$$

Desta maneira, para a função objetivo foi adotada a seguinte fórmula de aproximação da função mencionada:

$$\underset{x}{\text{Minimizar}} \frac{\sum_{i=1}^{\omega} Inad_i}{\omega} \quad (42)$$

Assim, a sequência de ações para o problema se deu da seguinte maneira: a) Em cada ano indica-se a composição ótima do portfólio do fundo de pensão, utilizando-se da projeção dos ativos realizada anteriormente, por segmento. b) pelo portfólio ótimo, calcula-se o valor da carteira de investimentos; e c) de posse do Passivo originado da realização de avaliação atuarial, apura-se o saldo entre ativo – A_t menos passivo – P_t . Caso seja verificado que o saldo S_t manteve-se abaixo de certo valor, como indicativo de inadimplência, durante n períodos consecutivos, será cobrada uma contribuição extraordinária dos participantes e patrocinadores, com vistas a cobrir a inadimplência apurada.

Para computar a função objetivo foi construída uma função no software estatístico R⁴, que se consistiu das seguintes partes: a) parâmetros, b) simulação de rentabilidades e inflação, c) dinâmica entre ativos e passivos, d) valor de resposta para a função objetivo. Assim, o problema aqui tratado configura-se como de programação estocástica multiperíodo. Este tipo de modelo de programação estocástica é baseado em uma árvore de eventos que constituem as variáveis aleatórias. A abordagem de programação estocástica vai determinar uma carteira ótima para cada nó da árvore de eventos, dada a informação disponível no momento.

Na determinação da fronteira eficiente, dois portfólios ganham destaque: o portfólio de mínima variância (PMV) e o portfólio de mercado ou tangente (PT). O PT é aquele para onde em determinado risco tem-se o maior retorno possível, enquanto o PMV para um determinado nível de retorno tem-se o menor risco possível. O portfólio ideal para o investidor avesso ao risco está na curva da fronteira eficiente, onde se encontrará a melhor carteira com o menor risco em relação a suas expectativas, o que contribui para escolhas mais assertivas por parte dos investidores. Como o modelo de Markowitz não sugere qual ponto da fronteira é o melhor para o problema desenvolvido no estudo, foi escolhido o portfólio de risco necessário ao pagamento dos passivos.

Desta forma, é possível obter de uma carteira ótima por período e, em consequência, proceder-se com a evolução do patrimônio seguindo:

$$Patrimônio_t = (RF \times (1 + r_{RF_t}) + FP) + RV \times (1 + r_{RV_t}) + IE \times (1 + r_{IE_t}) + OP \times (1 + r_{OP_t}) + IM \times (1 + r_{IM_t})$$

Em que: (43)

r_{RF} = rentabilidade do segmento de renda fixa no tempo t ;

⁴ Devido ao tamanho, o código implementado em R não foi apresentado neste trabalho.

r_{RV} = rentabilidade do segmento de renda variável no tempo t ;

r_{IE} = rentabilidade do segmento de investimentos estruturados no tempo t ;

r_{OP} = rentabilidade do segmento de operações com participantes no tempo t ;

r_{IM} = rentabilidade do segmento de imóveis no tempo t ;

RF = montante investido no segmento de renda fixa no tempo t ;

RV = montante investido no segmento de renda variável no tempo t ;

IE = montante investido no segmento de investimentos estruturados no tempo t ;

OP = montante investido no segmento de operações com participantes no tempo t ;

IM = montante investido no segmento de imóveis no tempo t ;

FP = Fluxo previdenciário. Corresponde à diferença entre receitas (contribuições) e despesas (pagamento de benefícios) da gestão previdencial.

A taxa de contribuição é uma variável que desempenha papel fundamental nos planos estruturados em benefício definido, como neste estudo. Além da contribuição feita pelos participantes, é comum que os assistidos e os patrocinadores também façam contribuições para o fundo de pensão. Neste trabalho, as contribuições dos participantes, patrocinadores e assistidos foram consideradas como um único objeto de valor apurado mediante a evolução de receitas e despesas da avaliação atuarial.

Como consequência de variações de ativos e passivos desiguais, modela-se, ainda, a instituição de contribuição extraordinária. Neste trabalho, caso seja verificada uma repetição de valores da relação entre A_t/P_t abaixo de um valor previamente especificado, sendo este determinado segundo o disposto na Resolução CGPC 26/2008, a qual trata de equacionamento de déficits, será instituída contribuição adicional.

Dessa maneira, deseja-se que o evento, $\frac{A_t}{P_t} < \alpha$ ocorra com $\alpha > 1$. Assim, sempre que a relação entre ativos e passivos implicar déficit durante n vezes consecutivas, será cobrada do participante e dos patrocinadores uma contribuição extraordinária de valor pelo menos igual a $(\alpha P_t - A_t)$. E, uma vez pago esse valor, a desigualdade $\frac{A_t}{P_t} \geq \alpha$ torna-se verdadeira.

Para modelar a situação da instituição de contribuição extraordinária, é necessário criar uma variável binária para determinar a ocorrência de desequilíbrios e, em seguida, criar outra variável que conte o número de desequilíbrios consecutivos. A seguir, determina-se o valor a ser cobrado de participantes e patrocinadores para devolver ao fundo de pensão sua condição de equilíbrio.

5 RESULTADOS

Os resultados serão apresentados conforme a seguinte estrutura: a) Resultados da avaliação atuarial e projeção das obrigações do plano; b) Projeção dos ativos do plano, conforme metodologia apresentada, c) *Liability Driven Investment*, d) *Asset Liability Management*, e e) Avaliação da eficácia por meio da divergência não planejada.

5.1 Resultados da avaliação atuarial

A primeira fase deste trabalho consistiu na realização de avaliação atuarial para o Plano em estudo, visando, principalmente, apurar o passivo atuarial. A Tabela 7 registra o valor atual do fluxo contributivo futuro avaliado de acordo com o plano de custeio vigente e o valor atual das folhas sobre as quais incidem as taxas contributivas vigentes. Para os cinco anos subsequentes, estima-se que não haja aumento das taxas contributivas.

Tabela 7 - Contribuição e folha dos participantes do plano

Parâmetros	Avaliação
Valor atual contribuições – geração atual	R\$70.855.263
Valor atual folhas – geração atual	R\$ 431.700.064

Fonte: Resultados da avaliação atuarial

As provisões matemáticas de benefícios concedidos e a conceder representam o valor atual das obrigações do plano. Nota-se que o plano apresenta características de maturidade, uma vez que a PMBAC é consideravelmente menor que a PMBC. O Balancete Contábil de 30.09.2014 do plano (Tabela 8) apresenta a configuração sintetizada abaixo, quando registradas as provisões matemáticas da avaliação, o qual revela déficit técnico de 4,50% das provisões matemáticas:

Tabela 8 - Balancete Atuarial de 30.09.2014

Ativo (R\$)		Passivo (R\$)	
		Exigível	26.939.848
		Patrimônio social	730.447.498
Disponível	215.387	Patrimônio de cobertura do plano	724.958.465
Realizável	757.171.959	Provisão matemática total	759.133.621
Permanente	-	PMBC	600.262.042
Gestão assistencial	-	PMBAC	158.871.579
		Déficit	(34.175.156)
		Fundo administrativo (PGA)	5.489.033
Total do Ativo	757.387.347	Total do Passivo	757.387.347

Fonte: Resultados da avaliação atuarial

No que tange aos custos dos benefícios avaliados pelo método agregado, pondera-se que este corresponde à diferença entre o total dos compromissos avaliados por este método e a parcela patrimonial constituída, não sendo, portanto, prevista a especificação de custo por benefício.

A Tabela 9 registra o valor do custo previdencial dos benefícios avaliados pelo método agregado nessa avaliação:

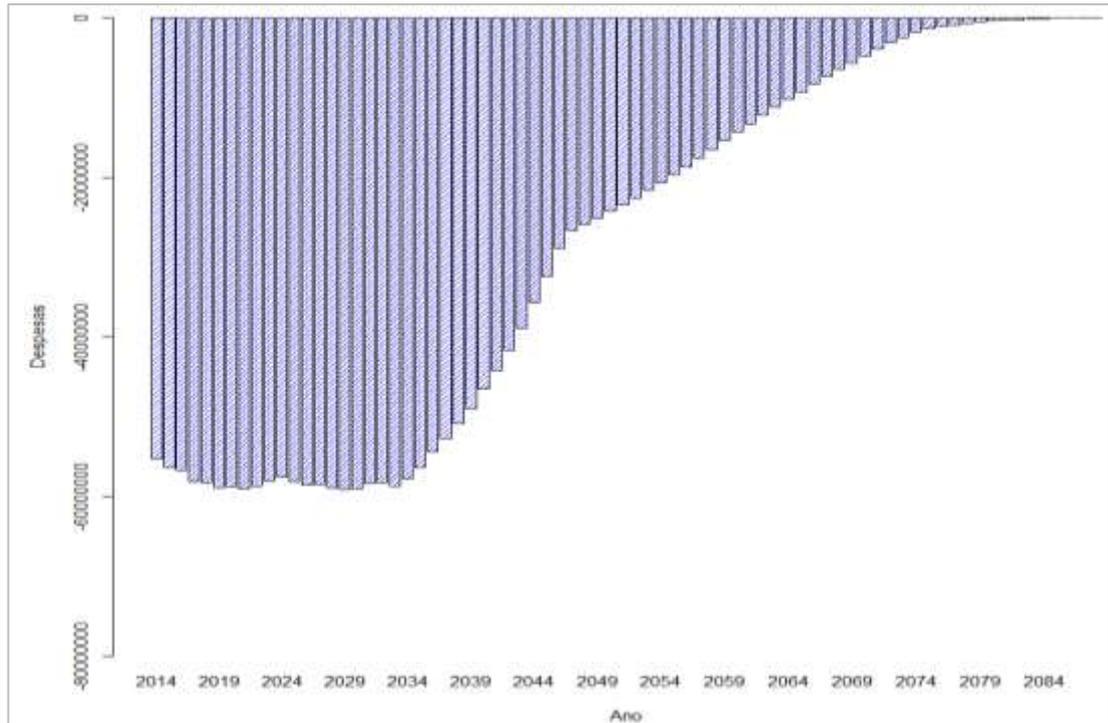
Tabela 9 - Custo do Plano – Método agregado.

Parâmetro	Valor
Valor atual dos compromissos (BAC + BC)	R\$ 956.037.917
Patrimônio de cobertura do plano (-)	R\$ 724.958.465
Custo previdencial	R\$ 231.079.452

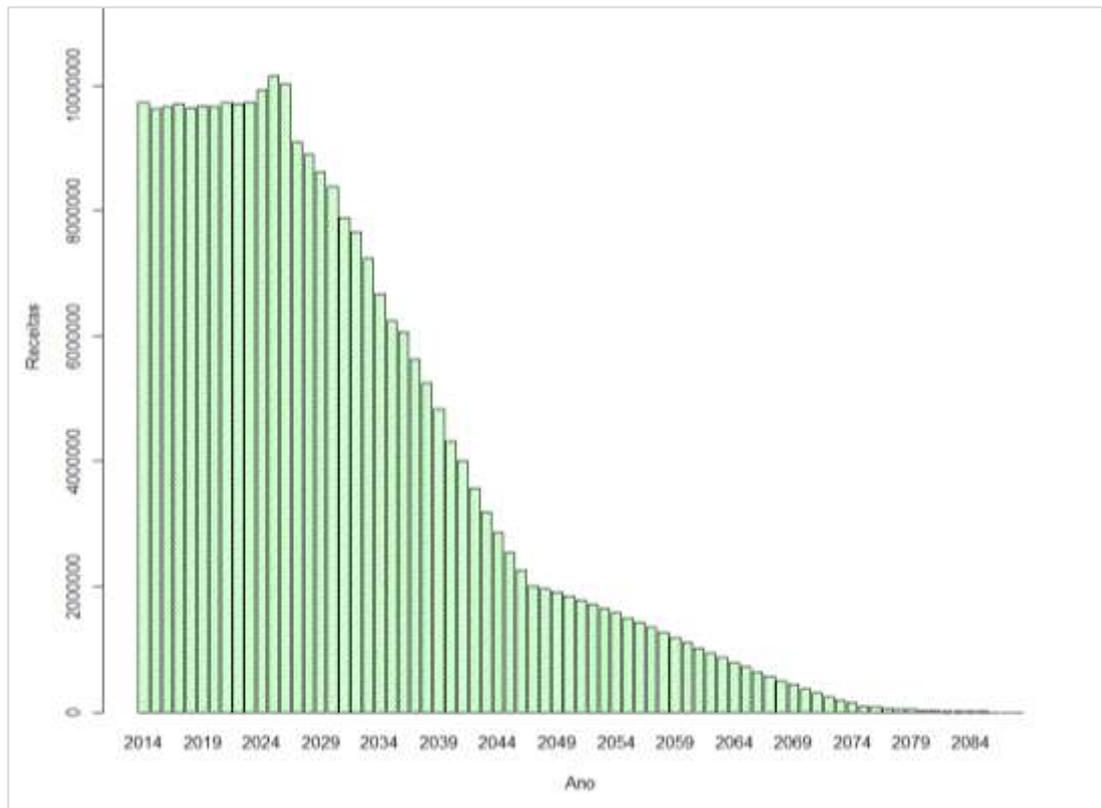
Fonte: Resultados da avaliação atuarial

Como esperado, haja vista o déficit técnico verificado na data base da avaliação, o plano de custeio vigente gera receitas destinadas ao custeio dos benefícios avaliados pelo método agregado inferiores ao custo desses benefícios em 30.09.2013, sendo a respectiva diferença (R\$ 231.079.452 - R\$ 196.904.297 = R\$ 34.175.155), correspondente ao valor do déficit técnico apurado na mesma data.

Após as apurações da situação econômico financeira do plano em setembro de 2014, data-base do estudo, parte-se para a projeção das receitas e despesas, para o cálculo da provisão matemática por época, por meio da formulação estabelecida em nota técnica atuarial e apresentada anteriormente na metodologia. O Anexo 2 apresenta, por época, a projeção dos benefícios concedidos e dos benefícios a conceder, as contribuições e a receita administrativa. Cada um destes itens é utilizado para apuração do encargo e da receita final por época, conforme apresentados nos gráficos 1 e 2.

Gráfico 1 - Despesa previdencial por época

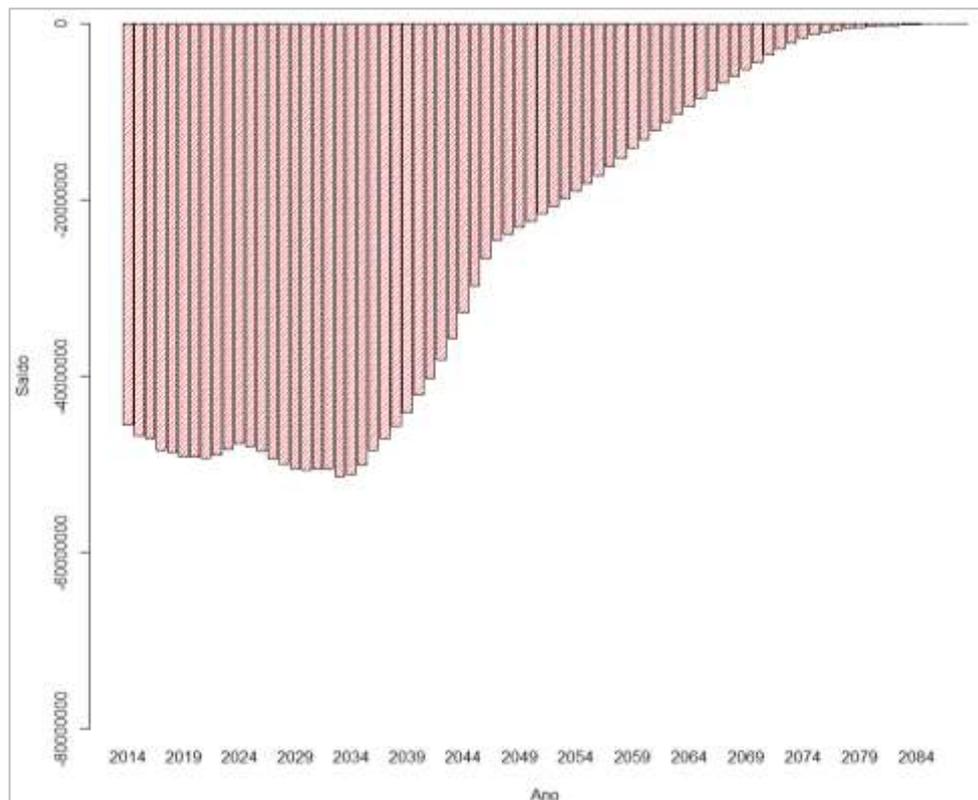
Fonte: Resultados da avaliação atuarial

Gráfico 2 - Receita previdencial por época

Fonte: Resultados da avaliação atuarial

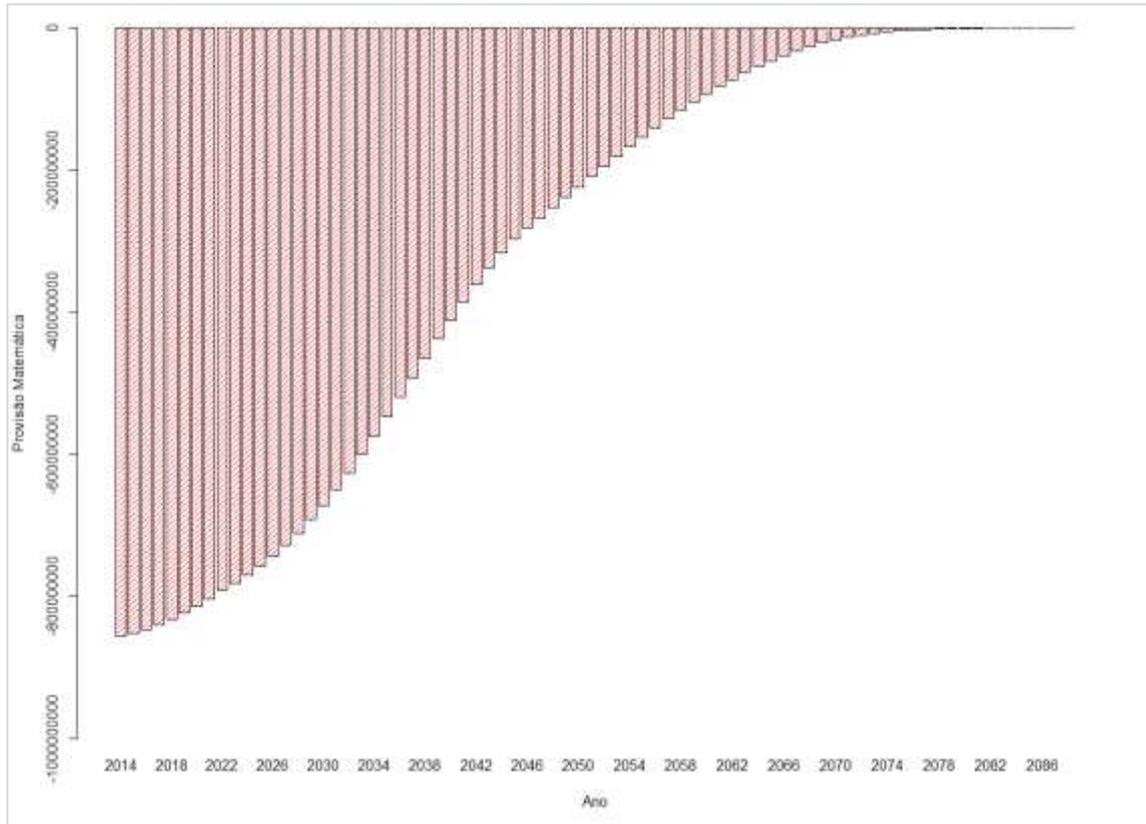
Pela análise dos gráficos 1 e 2, verifica-se que o plano apresenta peculiaridades de um plano maduro, uma vez que suas despesas com pagamento de benefícios são bastante superiores às receitas, oriundas das contribuições de seus membros em todo o período avaliado. Conseqüentemente, o fluxo líquido da gestão previdencial (receitas – despesas) é sempre negativo, conforme se observa no Gráfico 3.

Gráfico 3 - Fluxo da gestão previdencial



Fonte: Resultados da avaliação atuarial

O valor presente do fluxo dessas despesas resulta no valor atual dos encargos e o valor presente do fluxo das receitas contributivas, no valor atual das contribuições futuras. A diferença entre o valor atual dos encargos e o valor atual das contribuições futuras equivale à respectiva reserva matemática, conforme apresentada no Gráfico 4.

Gráfico 4 - Reserva matemática do plano

Fonte: Resultados da avaliação atuarial

5.2 Projeção dos Ativos do Plano

A projeção dos investimentos do plano se dará conforme os segmentos estabelecidos pela Resolução CMN 3.792/2009, considerando-se, ainda, a política de investimentos da entidade. São considerados neste estudo cinco dos seis segmentos de aplicação, com benchmarks e expectativas de retorno dados pela Tabela 10:

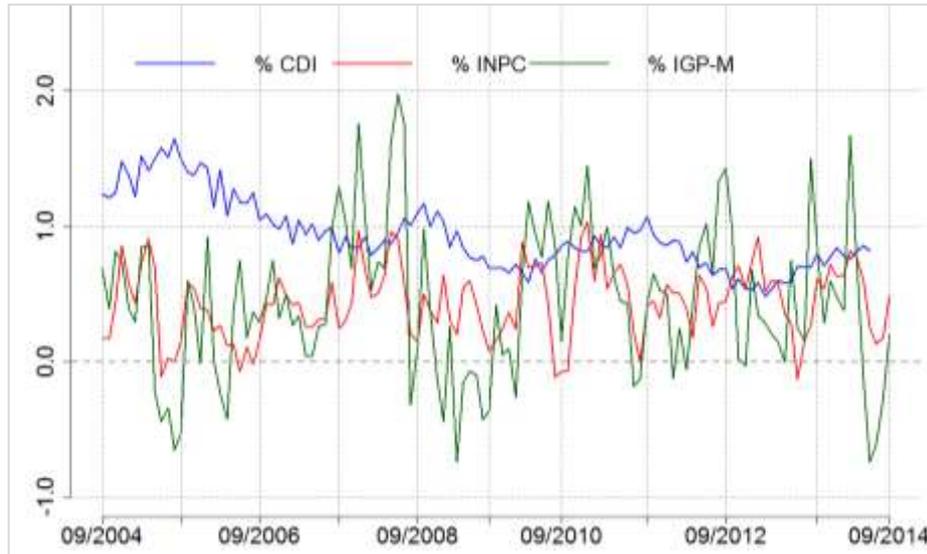
Tabela 10 - Retorno esperado pela entidade e benchmark de cada segmento

Segmento	Retorno da Entidade	Benchmark
Renda fixa	IMA	LFT, NTN e LTN-Pré
Renda variável	3,5% a.m. sobre Selic	IBOVESPA
Investimentos estruturados	-	INPC
Imóveis	IGPM+ 0,74% a.m.	IGP-M
Operações com participantes	IPCA + 0,84% a.m.	CDI

Fonte: Elaboração da autora

Os gráficos 5 e 6 apresentam as séries históricas dos benchmarks utilizados na projeção. Apresentam-se primeiro os gráficos para investimentos estruturados, imóveis e operações com Participantes:

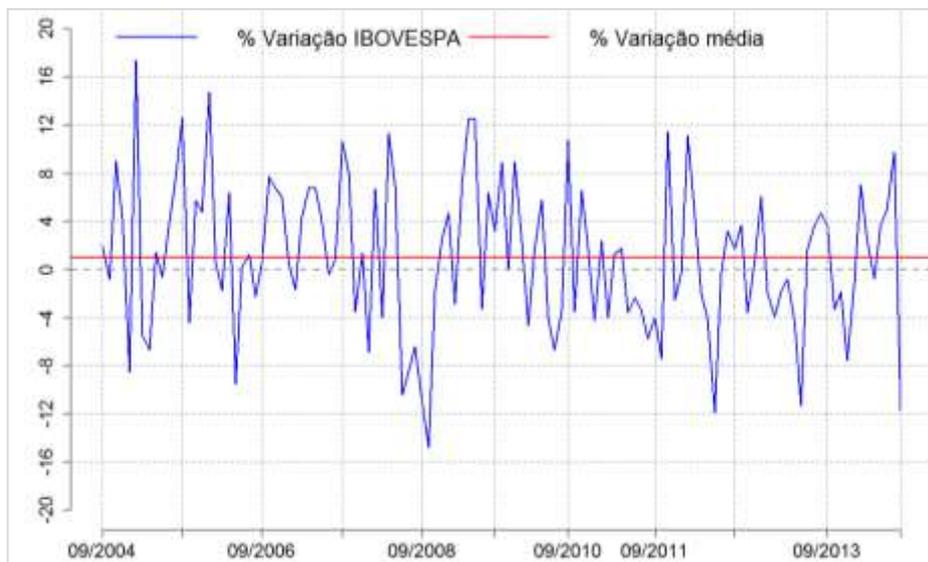
Gráfico 5 - Retorno mensal histórico CDI, INPC e IGP-M



Fonte: Elaboração da autora

Verificam-se maiores oscilações para o INPC e, especialmente, para o benchmark de imóveis, o IGP-M. Ressalta-se, porém, que a escala gráfica varia apenas de -1,00% a 2,00% ao mês. Por sua vez, o Gráfico 6, mostra o retorno histórico para a renda variável, com oscilações consideravelmente maiores que os benchmarks anteriores.

Gráfico 6 - Retorno histórico Ibovespa



Fonte: Elaboração da autora

Para a renda fixa, não havia disponíveis as séries completas dos benchmarks. Todavia tal fato não impossibilitou a projeção para este segmento. O desvio-padrão das séries é utilizado como componente de risco, conforme definido pela entidade. De posse deste, apura-se a matriz de correlações das classes de ativos do estudo de ALM. Os resultados são dados na Tabela 11.

Tabela 11 - Matriz de correlação para os ativos

Segmento	RF	RV	IMO	EST	OP
RF	1	-0,0529	-0,3609	0,0537	0,9251
RV	-0,0529	1	-0,1877	-0,1388	0,0667
IMO	-0,3609	-0,1877	1	0,4945	-0,1899
EST	0,0537	-0,1388	0,4945	1	-0,2091
OP	0,9251	0,0667	-0,1899	-0,2091	1

Fonte: Elaboração da autora

A transformação de Cholesky deve viabilizar, por meio de uma rotina de cálculo, a geração de comportamentos aleatórios coerentes com as correlações entre os ativos presentes em um portfólio. Essa técnica pode ser efetivada também por meio da decomposição da matriz de correlações entre as variáveis utilizadas para o desenvolvimento da simulação (Tabela 12).

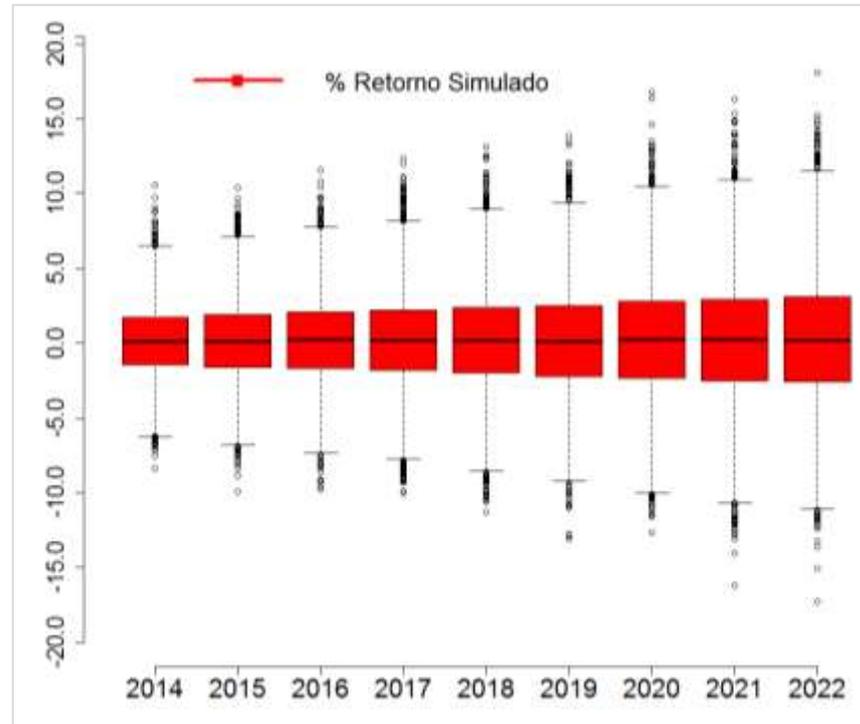
Tabela 12 - Decomposição de Cholesky

Segmento	RF	RV	IMO	EST	OP
RF	1	0	0	0	0
RV	-0,0529	0,9985	0	0	0
IMO	-0,3609	-0,2071	0,9092	0	0
EST	0,0537	-0,1361	0,5341	0,8326	0
OP	0,9251	0,1158	0,1847	-0,4104	0,4394

Fonte: Elaboração da autora

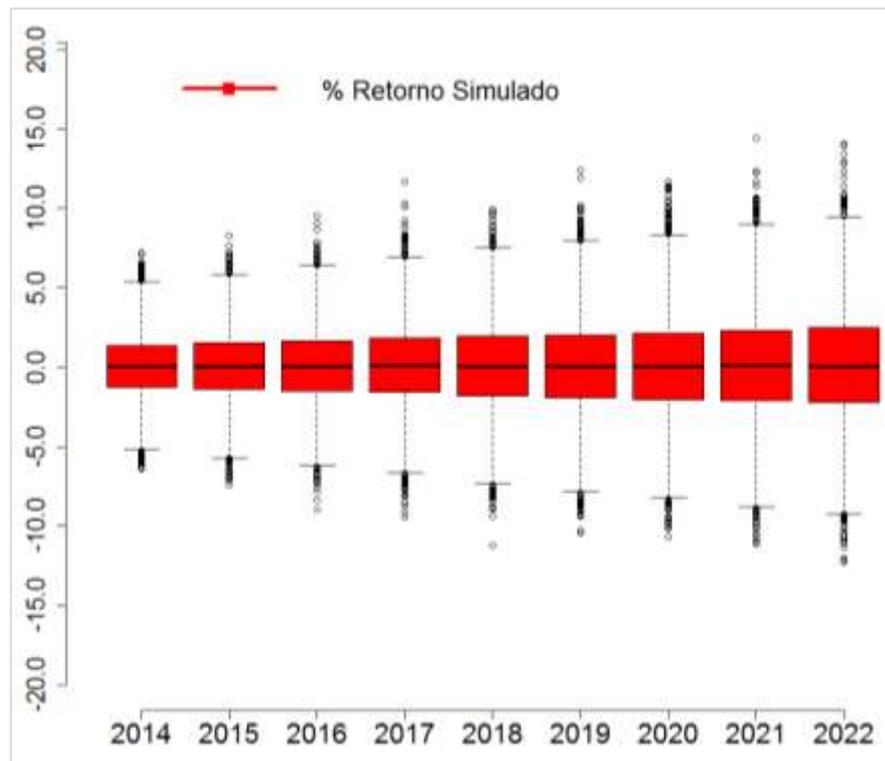
De posse do retorno e do risco, dado pelo desvio-padrão, apurados via série histórica, e da Matriz de Cholesky, parte-se para a simulação dos retornos por ano. Apresentam-se a seguir os resultados obtidos para cada um dos segmentos, em forma de boxplot, para o período da *duration* do passivo do plano. Este foi o período escolhido para a apresentação dos resultados, uma vez que a Instrução Normativa da PREVIC 01, de 2013, coloca que após o período da *duration* do plano, a projeção pode manter os valores estimados para o último ano (Gráficos 7, 8 ,9, 10 e11).

Gráfico 7 - Retorno projetado para o segmento de renda fixa (% ao ano)



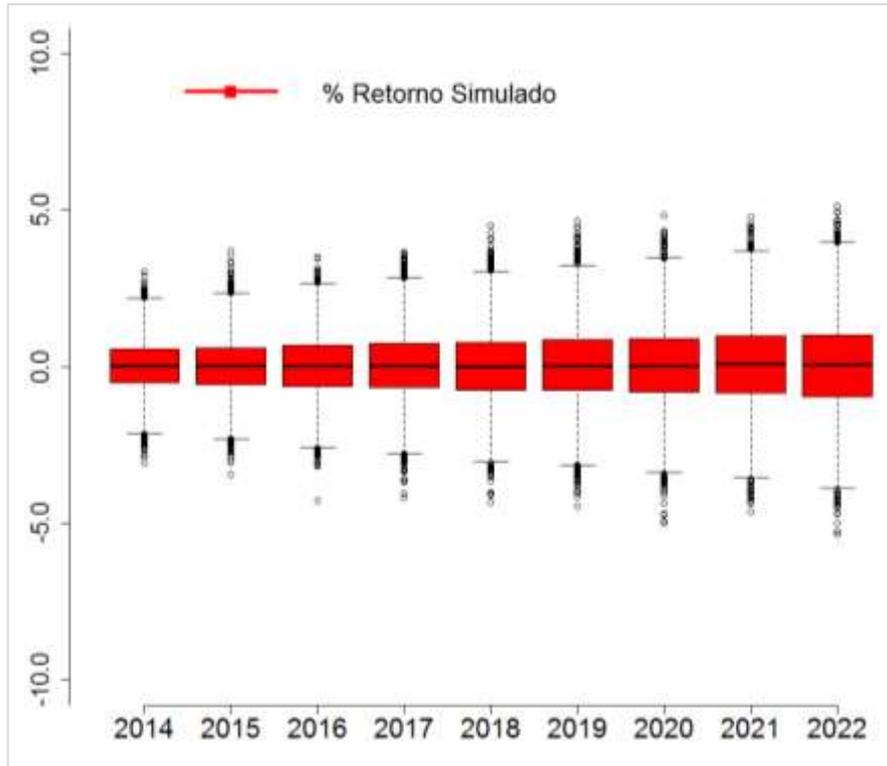
Fonte: Elaboração da autora

Gráfico 8 - Retorno projetado para o segmento de renda variável (% ao ano)



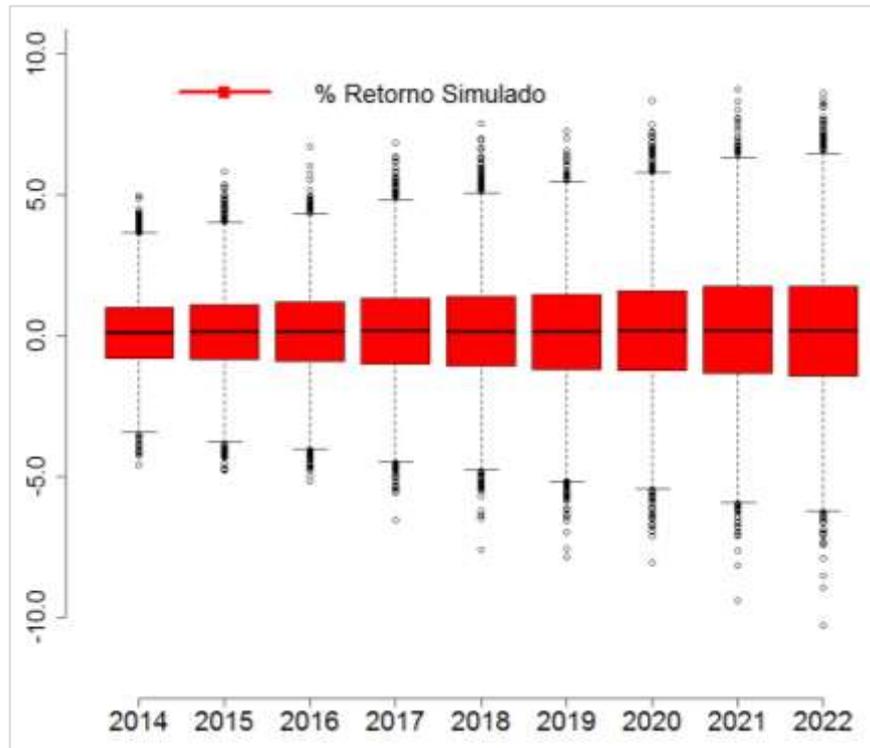
Fonte: Elaboração da autora

Gráfico 9 - Retorno projetado para o segmento de investimentos estruturados (% ao ano)

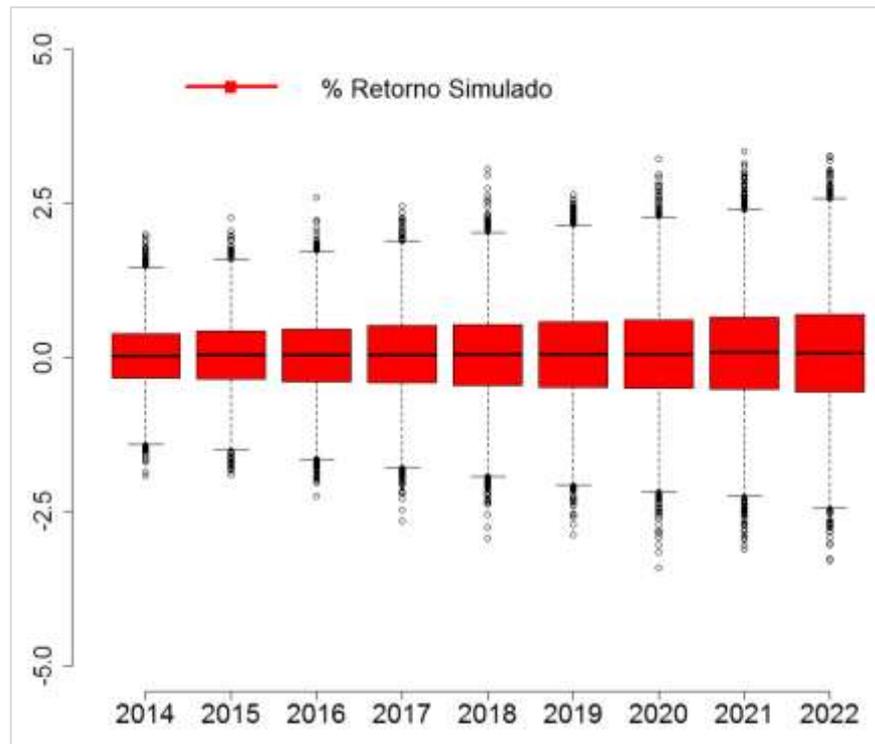


Fonte: Elaboração da autora

Gráfico 10 - Retorno projetado para o segmento de imóveis (% ao ano)



Fonte: Elaboração da autora

Gráfico 11 - Retorno projetado para o segmento de oper. com participantes (% ao ano)

Fonte: Elaboração da autora

As simulações se deram até a extinção do plano. A entidade forneceu suas expectativas de projeção para os ativos. Os resultados encontram-se na Tabela 13.

Tabela 13 - Resultados projetados pela Entidade

Indexador	2014	2015	2016	2017	2018
Selic	10,91	11,97	11,50	10,75	10,00
IPCA	6,47	6,03	5,50	5,50	5,18
IGPM	6,56	5,50	5,38	5,03	5,08
Bolsa	14,41	15,47	15,00	14,25	13,50
Multimercado	12,00	13,17	12,65	11,83	11,00
Operações com participantes	17,02	16,58	16,05	16,05	15,73
Imóveis	9,25	9,85	10,44	11,02	11,62

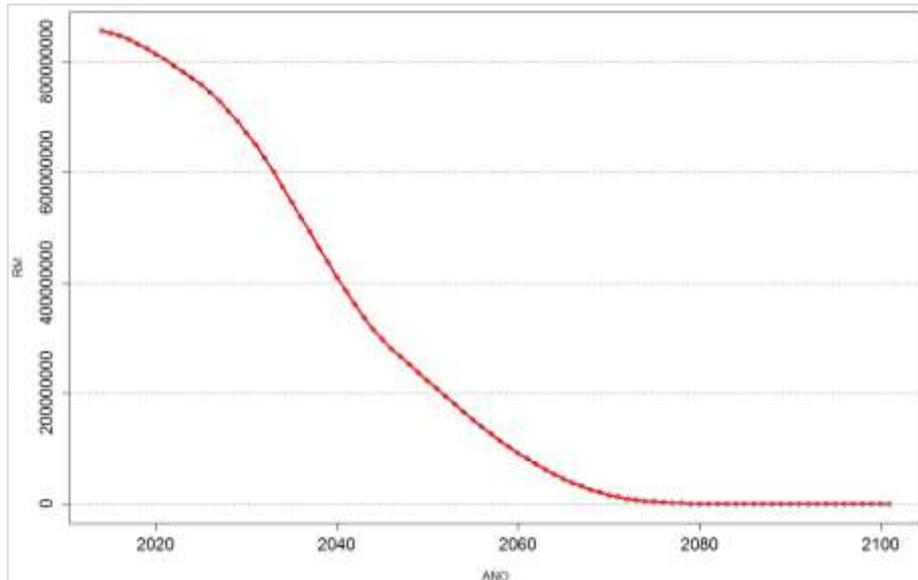
Fonte: Plano de benefícios estudado

5.3 *Liability Driven Investment*

O propósito da estratégia de LDI utilizada neste trabalho foi gerar um retorno garantido para os ativos do fundo de pensão ao longo do horizonte do tempo de investimento, de modo que as rentabilidades das classes de ativos disponíveis supram a demanda da meta atuarial. A

abordagem LDI exige que os passivos sejam mensurados com a maior confiabilidade possível. Assim, apresenta-se a curva do passivo em valores monetários (Gráfico 12).

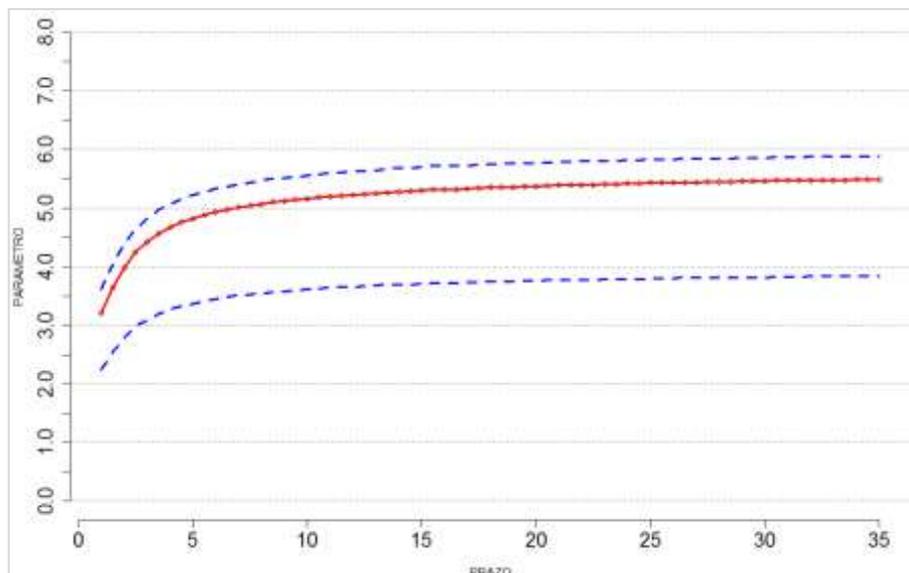
Gráfico 12 - Passivo atuarial



Fonte: Resultados da avaliação atuarial

Após tal mensuração, criou-se uma estrutura por época com taxas de meta atuarial que correspondam às obrigações do plano. A meta atuarial foi apurada conforme preconiza legislação através da Portaria 615, de 24 de novembro de 2014, e sua estrutura é apresentada a seguir (Gráfico 13).

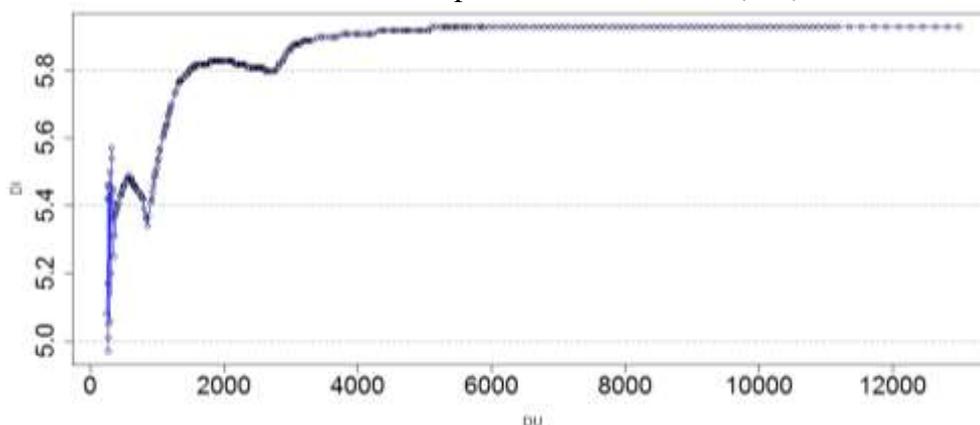
Gráfico 13 - Meta atuarial por época



Fonte: Elaboração da autora

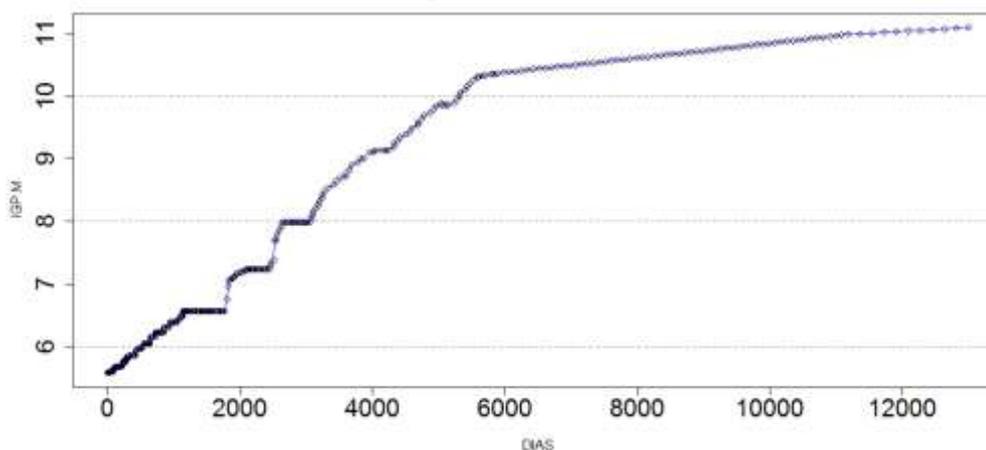
A meta atuarial deve-se manter entre dois limites, sendo o inferior equivalente a 70% da própria meta e o superior equivalente à meta acrescida de 0,4. O plano de benefícios em estudo utiliza inflação sobre a meta de 4,5% ao ano para as projeções futuras, e esta foi a adotada nesse momento. Coletou-se, ainda, para suprir as metas atuariais apresentadas no Gráfico 13, a estrutura a termo das taxas de juros (ETTJ) por segmento de aplicação. Tais curvas são apresentadas a seguir para DI, IGP-M, IPCA e IBOVESPA (Gráficos 14, 15, 16 e 17).

Gráfico 14 - ETTJ para DI em dias úteis (DU)

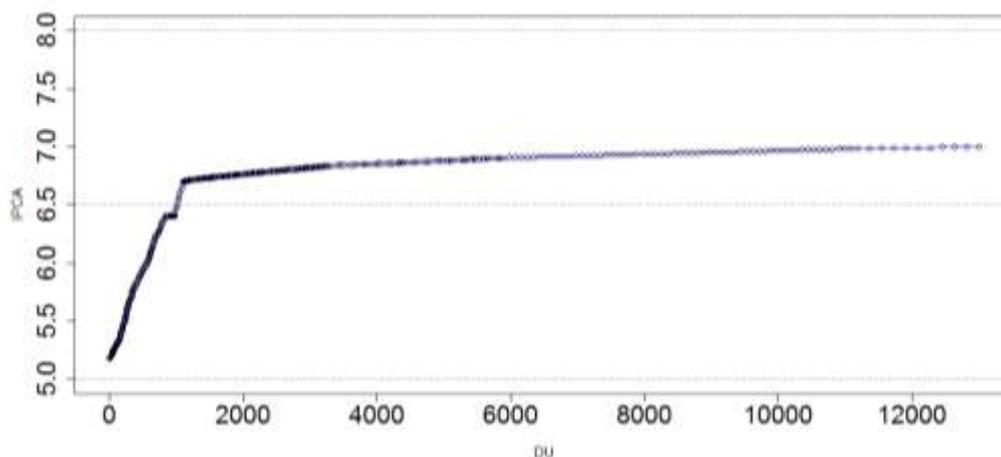


Fonte: Elaboração da autora

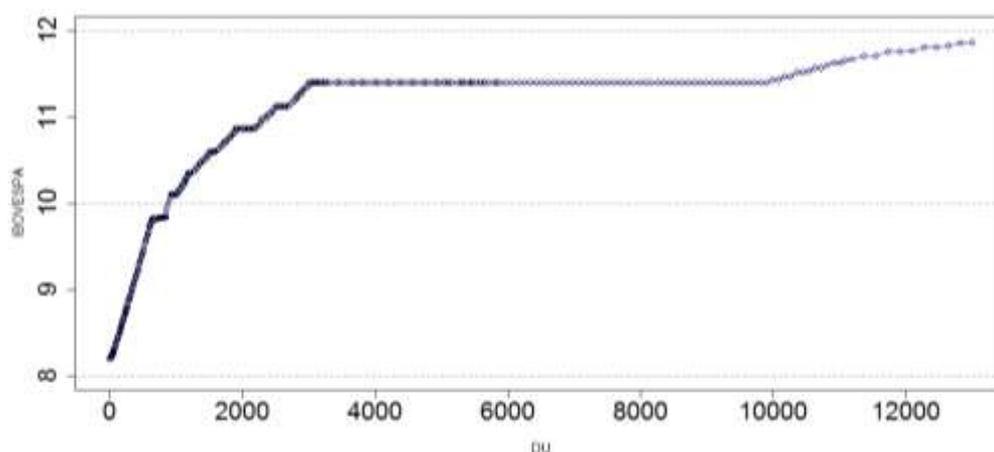
Gráfico 15 - ETTJ para IGP-M em dias úteis (DU).



Fonte: Elaboração da autora

Gráfico 16 - ETTJ para IPCA em dias úteis (DU).

Fonte: Elaboração da autora

Gráfico 17 - ETTJ para IBOVESPA em dias úteis (DU).

Fonte: Elaboração da autora

As curvas referenciais dos gráficos 14 a 17 foram retiradas da BM&F Bovespa, em que os gráficos representam o retorno esperado em dias úteis a partir de dezembro de 2013. Considerando-se que um ano equivale a 252 dias úteis, as curvas apresentam a ETTJ até cerca de 47 anos (12.000 DU). Procedeu-se, então, à imunização mediante a busca pelo casamento de taxas. Em alguns anos, foi necessária a combinação de índices para satisfazer o passivo por um sorteio aleatório. Devido à não disponibilidade de ativos em todos os períodos, de modo a cumprir perfeitamente às obrigações do plano, nesta estratégia de LDI, optou-se pelo ativo com taxa mais próxima da obrigação a ser coberta. Pressupôs-se sua liquidação no vencimento e carregou-se tal taxa até a data de interesse. Outro ponto refere-se ao fato de a meta atuarial ser projetada para os próximos 35 anos, sendo este o prazo utilizado no modelo de LDI.

A Tabela 14 mostra como se deu a composição de ativos para atender à meta atuarial. Utilizaram-se de duas estratégias. A primeira apresenta composição de índices, visando totalizar os 100% da carteira de investimentos da entidade. A segunda coloca apenas um ativo para suprir a meta:

Tabela 14 - Composição de LDI

ANO	META + 4,5 (%)	DI (%)	IBOVESPA (%)	IGP-M (%)	IPCA (%)	CARTEIRA
1	7,85	2	64	28	6	8,46
2	8,67	0	65	33	2	9,07
3	9,12	0	63	23	14	9,38
4	9,38	6	65	21	8	9,67
5	9,54	7	59	29	5	9,64
6	9,65	0	64	31	5	10,08
7	9,74	14	69	10	7	10,28
8	9,80	0	64	33	3	10,48
9	9,85	0	55	18	27	10,10
10	9,89	12	47	40	1	10,00
11	9,93	9	49	34	8	10,22
12	9,97	0	45	19	36	10,06
13	9,99	0	57	32	11	10,97
14	10,02	0	61	30	9	11,21
15	10,04	0	46	38	16	10,73
16	10,06	3	54	32	11	11,02
17	10,07	16	40	40	4	10,39
18	10,09	3	42	33	22	10,56
19	10,10	21	47	16	26	10,97
20	10,11	5	31	41	23	10,45
21	10,13	14	35	31	20	10,24
22	10,14	24	51	19	6	10,57
23	10,15	4	25	45	26	10,53
24	10,16	3	42	17	38	10,34
25	10,17	10	40	37	13	10,91
26	10,17	24	63	10	3	10,84
27	10,18	0	34	36	30	10,73
28	10,20	16	47	25	12	10,75
29	10,21	8	67	17	8	11,51
30	10,21	22	47	16	15	10,35
31	10,22	1	52	41	6	11,82
32	10,23	16	32	45	7	10,85
33	10,23	0	70	25	5	12,09
34	10,24	6	51	43	0	11,83
35	10,24	10	36	39	15	10,92

Fonte: Elaboração da autora

Nem todos os anos apresentavam estrutura de taxa de juros para corresponder à meta atuarial. Apenas os anos 1, 2 e 10 apresentavam índices com vencimentos para este casamento. Para os demais, utilizou-se a taxa de juros com vencimento anterior mais próximo.

A primeira coluna da Tabela 14 apresenta a meta atuarial a ser suprida conjugada com a inflação utilizada pelo plano. As colunas para DI, IBOVESPA, IGP-M e IPCA apresentam o percentual alocado na carteira de modo a se obter a rentabilidade apresentada na última coluna, que contém o retorno total do portfólio que foi utilizado em comparação à meta atuarial. A combinação de índices visou obter maior proximidade da meta, tendo em vista que as EFPC são fundações sem fins lucrativos.

Analisando a composição das carteiras, o principal ponto a se destacar é a exposição em renda variável, representada pelo IBOVESPA. Na seleção dos percentuais de aplicação em cada índice, o IBOVESPA foi limitado a 70% de participação, conforme preconiza a Resolução CMN 3.792/2009. O ano 20 foi o que apresentou menor percentual alocado nesse índice, com 30% de participação. Em vários momentos, especialmente nos dez primeiros anos, o limiar de 70% é quase atingido. Seguem o IBOVESPA e os índices IGP-M, IPCA e DI, em percentual de participação no total.

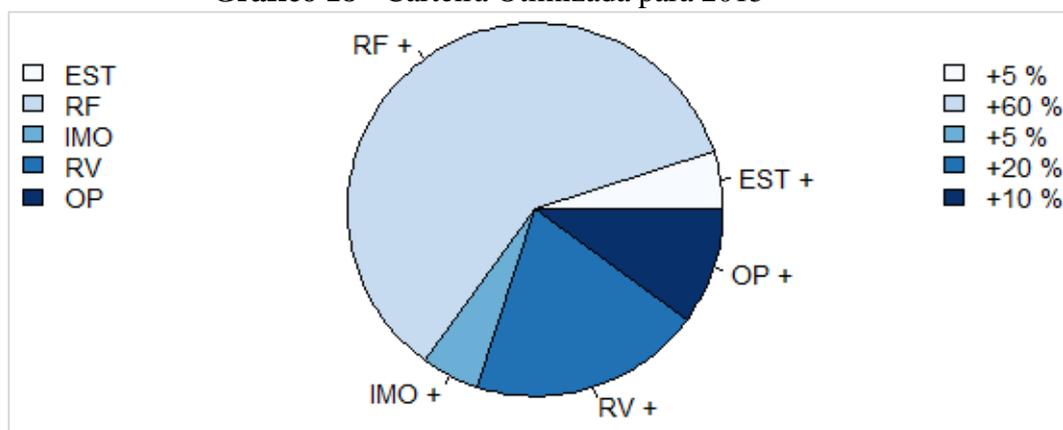
As composições do modelo de LDI ressaltaram a redução do percentual alocado em renda fixa com a migração para os demais segmentos permitidos em lei, tais como renda variável, representada pelo IBOVESPA e ainda o IGP-M, utilizado no ALM como benchmark para o segmento de imóveis. Coloca-se, ainda, a baixa participação do DI na carteira final, sendo que em alguns anos, como de 12 ao 15, 27 e 33, sequer houve alocação neste segmento.

A estratégia 2 do LDI consiste em utilizar 100% da carteira alocada em apenas um ativo. Todavia, o único índice que permitiria que ao longo dos 35 anos a meta fosse suprida, é o IBOVESPA, que por limitações legais, não pode compor mais de 70% do portfólio das EFPC. A conjugação entre IBOVESPA e IGP-M permitiria a cobertura da meta, mas aplicações em apenas dois segmentos não são comuns nem recomendáveis em termos de risco para os planos de benefícios dos fundos de pensão.

5.4 *Asset Liability Management*

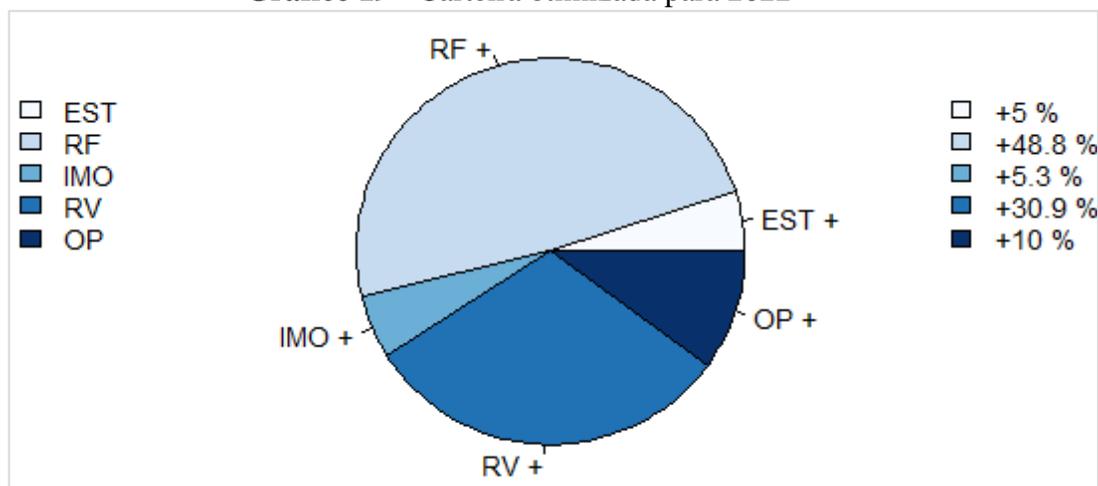
O primeiro passo no modelo de ALM implementado foi indicar a composição ótima do portfólio do fundo de pensão, utilizando-se da projeção dos ativos realizada anteriormente, por segmento, respeitando-se as restrições impostas pela resolução CMN 3.792/2009. Apresenta-se, a seguir, a composição obtida para os horizontes de tempo 1 ano (2015) e 11 anos (2026), correspondente ao prazo da duração do passivo (Gráfico 18).

Gráfico 18 - Carteira Otimizada para 2015



Fonte: Elaboração da autora

A análise da carteira para 2015 mostra que as alocações se aproximaram do objetivado pela entidade e expresso em sua política de investimentos. O alvo para a renda fixa é de 58% e a alocação obtida pelo ALM ficou apenas 2% acima deste alvo. Situação semelhante ocorre na renda variável, em que o objetivo é 17% para 2015 e a otimização indicou 20%. Em operações com participantes, o ALM indicou 10%, porém a entidade almeja aplicar apenas 1,5% dos seus recursos. Imóveis e investimentos estruturados obtiveram, cada um, 5% da carteira. Transpondo o resultado para 2022, prazo da *duration* do passivo do Plano, há redução da alocação em renda fixa, com aumento da participação em renda variável e imóveis. O Gráfico 19 apresenta o percentual de alocação da carteira otimizada para 2022:

Gráfico 19 - Carteira otimizada para 2022

Fonte: Elaboração da autora

Após a apuração da carteira ótima por período com os percentuais de alocação para cada segmento, calculou-se o valor monetário para cada portfólio, por época.

A Tabela 15 apresenta o fluxo de investimentos do plano.

Tabela 15 - Fluxo de investimentos

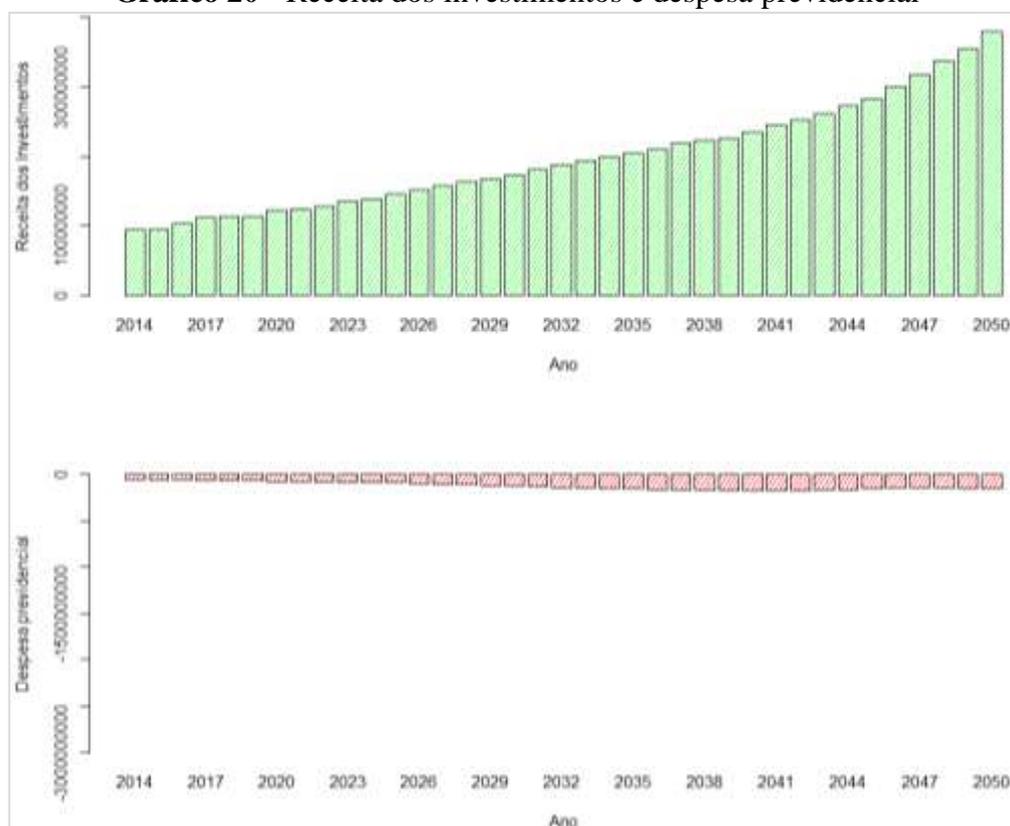
Ano	Investimentos	Ano	Investimentos
2015	53.847.253,57	2033	147.070.321,58
2016	57.204.399,97	2034	153.584.165,36
2017	62.053.950,99	2035	158.238.356,57
2018	65.566.973,86	2036	160.610.773,65
2019	69.781.319,56	2037	164.306.012,14
2020	73.291.335,16	2038	167.413.821,53
2021	77.358.223,98	2039	170.118.389,55
2022	80.834.768,15	2040	170.995.624,61
2023	83.891.911,63	2041	171.379.090,97
2024	87.081.068,64	2042	170.814.002,86
2025	92.230.075,74	2043	168.370.822,74
2026	98.074.269,32	2044	162.769.529,84
2027	104.743.710,89	2045	155.149.732,44
2028	111.372.021,87	2046	145.750.130,35
2029	118.390.996,84	2047	141.535.619,73
2030	124.562.488,88	2048	144.657.781,88
2031	130.698.223,05	2049	147.521.941,60
2032	137.564.567,75	2050	150.081.768,32

Fonte: Elaboração da autora

Buscou-se ainda confrontar o fluxo da carteira de investimentos apresentado com o fluxo do pagamento de benefícios, para constatar o atendimento da condição de liquidez,

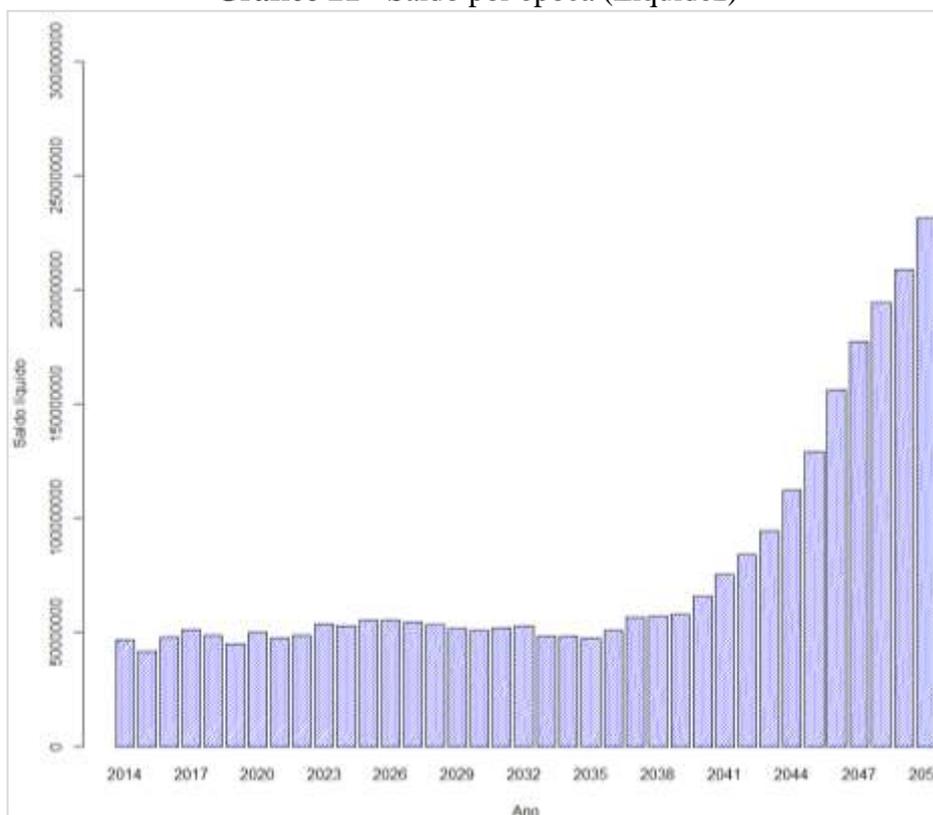
imputada aos planos de benefícios por legislação, como a Resolução CMN 3.792/2009. Tal resolução, que dispõe sobre as diretrizes de aplicação dos recursos garantidores dos planos administrados pelas EFPC, cita a necessidade da observação dos princípios de solvência e liquidez. Assim, as contribuições vertidas por participantes e patrocinadores, acrescidas do retorno das aplicações, devem fluir para o fundo em ritmo suficiente para pagar benefícios no curto prazo e para honrar as obrigações de longo prazo do fundo de pensão. O Gráfico 20 retrata o fluxo da receita dos investimentos e da despesa previdencial esperados por época. Para viabilizar a análise comparativa da ordem de grandeza dos montantes, utilizou-se a mesma escala gráfica.

Gráfico 20 - Receita dos investimentos e despesa previdencial



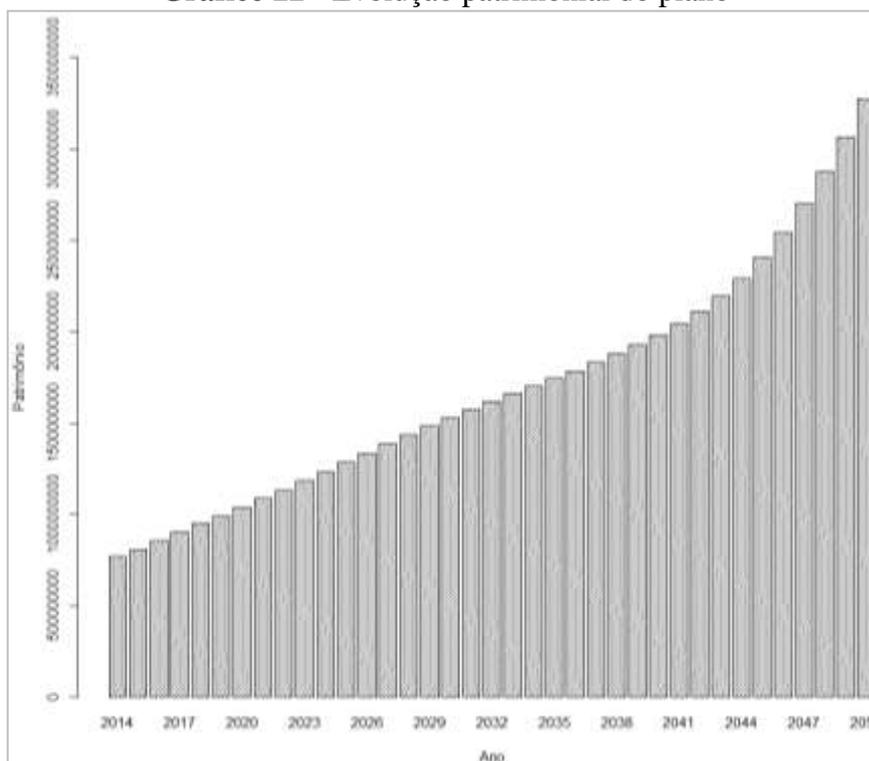
Fonte: Elaboração da autora

Verifica-se que a receita dos investimentos se mostra crescente especialmente a partir de 2069. Para verificar o atendimento da liquidez, o Gráfico 19 retrata o saldo dos referidos fluxos, mostrando que o princípio da liquidez é atendido, dado que o saldo líquido é sempre positivo.

Gráfico 21 - Saldo por época (Liquidez)

Fonte: Elaboração da autora

O fluxo de investimentos é utilizado então para medir a evolução do patrimônio do plano conforme formulação 135. O resultado é apresentado no Gráfico 22, no qual se nota que o patrimônio do Plano se mostra crescente ao longo dos anos, reflexo este decorrente do fato de a receita dos investimentos ser maior do que a despesa previdencial, fazendo com que o déficit existente em 2014 se reverta para situações de superávit.

Gráfico 22 - Evolução patrimonial do plano

Fonte: Elaboração da autora

Com o passivo originado da realização de avaliação atuarial, apura-se o saldo entre Ativo – At (Patrimônio) menos Passivo – Pt. A modelagem de ALM aqui utilizada considerou que se fosse verificado que o saldo S_t , resultante desta diferença, fosse mantido abaixo de certo valor, como indicativo de inadimplência, durante n períodos consecutivos, seria cobrada uma contribuição extraordinária dos participantes e patrocinadores, com vistas a cobrir a inadimplência apurada. Todavia, como já se nota pelo gráfico 21, tal situação não ocorreu.

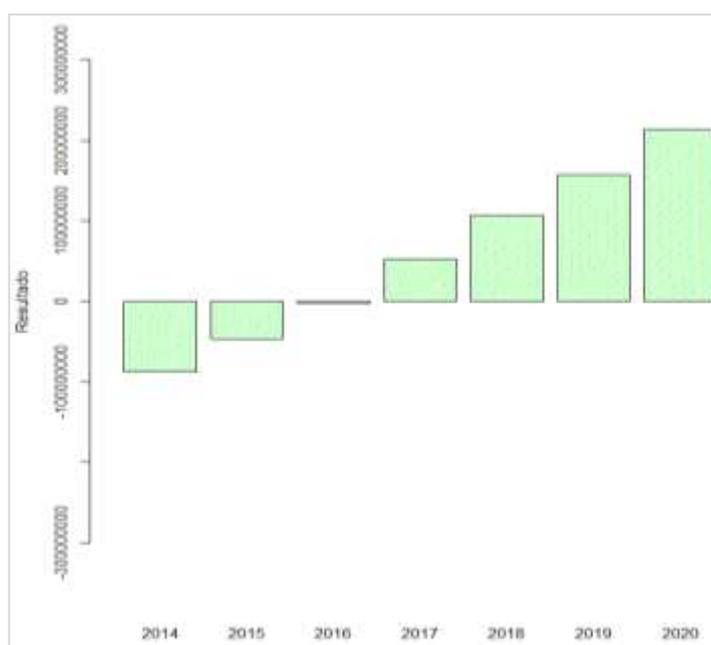
A Tabela 16 apresenta até o prazo da duração o valor do patrimônio em comparação à reserva matemática com a razão entre ativo e passivo. Como exposto anteriormente, o plano apresenta características de uma massa madura, em que a maioria dos participantes já é aposentada, refletindo no fato de a PMBAC ser consideravelmente menor que a PMBC. Deste feito, ao passo que os participantes vão falecendo as obrigações do plano vão diminuindo até se findarem, enquanto o fluxo dos investimentos cresce, implicando aumento do patrimônio.

Tabela 16 - Ativo versus passivo

Ano	Patrimônio	Provisão	Resultado	Ativo/Passivo	% Resultado/PM
2014	767.262.734	855.304.178	-88.041.444	0,90	-10,29
2015	807.381.540	851.687.518	-44.305.979	0,95	-5,20
2016	853.430.107	847.087.259	6.342.848	1,01	0,75
2017	902.739.352	840.528.219	62.211.133	1,07	7,40
2018	949.454.809	832.695.568	116.759.241	1,14	14,02
2019	992.246.070	823.584.520	168.661.550	1,20	20,48
2020	1.039.506.693	813.877.245	225.629.448	1,28	27,72
2021	1.084.301.154	803.261.560	281.039.594	1,35	34,99
2022	1.130.265.026	792.261.911	338.003.115	1,43	42,66
2023	1.181.036.007	781.255.275	399.780.733	1,51	51,17
2024	1.231.075.603	770.245.527	460.830.076	1,60	59,83
2025	1.283.187.008	758.080.007	525.107.000	1,69	69,27
2026	1.334.981.243	744.413.225	590.568.018	1,79	79,33

Fonte: Elaboração da autora

Por se tratar de uma série muito longa, não é possível identificar na análise gráfica o resultado projetado para os próximos anos. Dessa forma, o Gráfico 23, apresenta o resultado do Plano até 2020, momento em que haveria o primeiro processo de distribuição de superávit projetado.

Gráfico 23 - Resultado do plano até distribuição de superávit

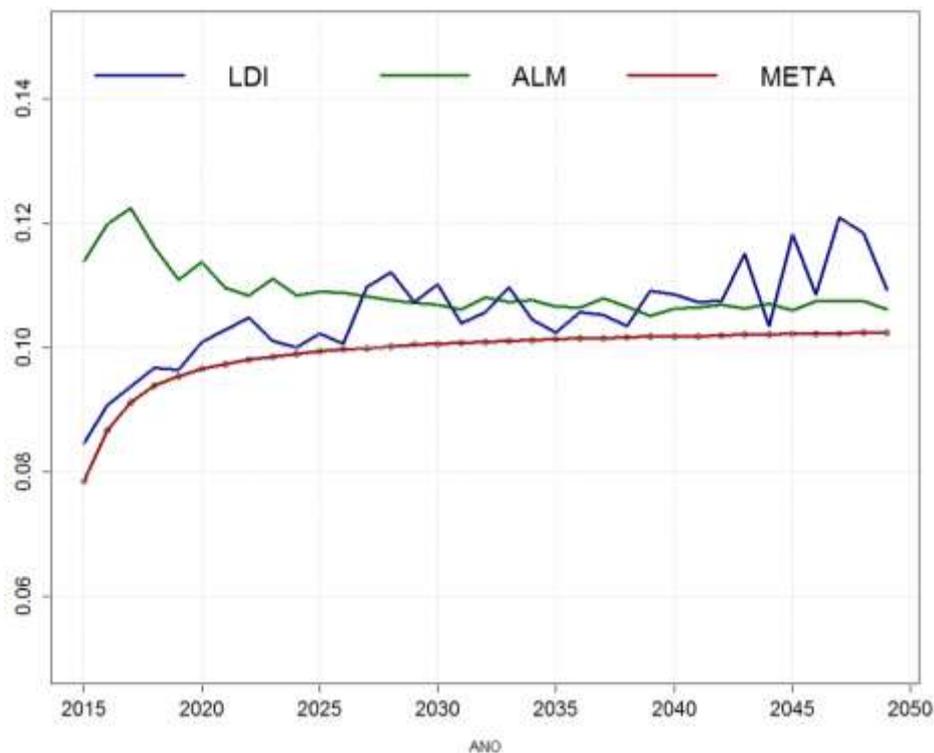
Fonte: Elaboração da autora

Nos dois primeiros anos, o Plano encontra-se em déficit, que se reverte num pequeno superávit em 2016. A partir de 2020 o resultado ultrapassa os 25% da reserva matemática, caracterizando, conforme a Resolução CGPC 26/2008, a constituição de reserva especial para revisão do Plano. Caso este resultado se mantenha, conforme se espera para os anos seguintes, poderá haver suspensão de contribuição acompanhada de melhora nos benefícios, visando reequilibrar o plano.

5.5 Divergência não planejada

O conceito de DnP diz que se deve adotar como base para o cálculo a diferença entre o percentual de rentabilidade do segmento e a taxa de juros adotada na avaliação atuarial acrescida do indexador do plano para o mesmo período. A instrução ainda complementa que, adicionalmente, as entidades deverão efetuar o controle da DnP com base na metodologia de cálculo do desvio-padrão. De acordo com os dados obtidos na entidade, foram calculados os dados relativos à rentabilidade dos diversos segmentos e, também, a DnP de cada um destes segmentos para o modelo de LDI e ALM.

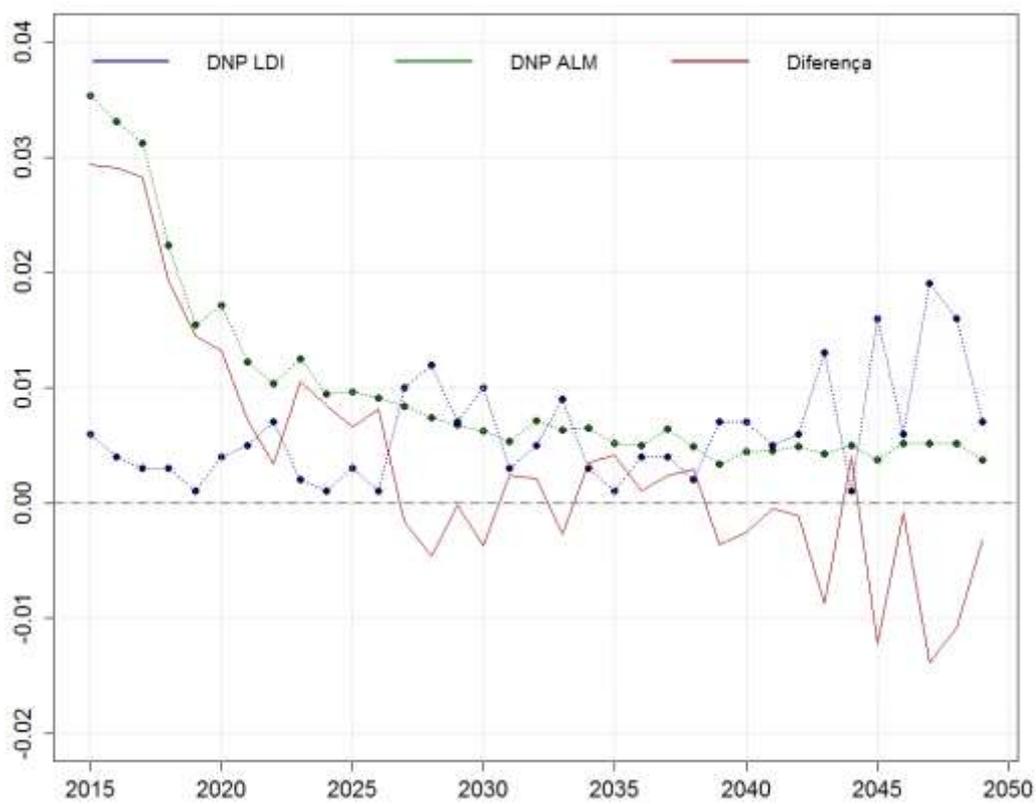
O Gráfico 24 apresenta as rentabilidades por época obtidas no modelo de ALM, LDI e as compara com a meta atuarial. Notam-se oscilações entre a proximidade à meta, mas na maior parte dos anos o retorno obtido pelo LDI se aproxima mais desta, haja vista os resultados superavitários verificados no modelo de ALM. A DnP nada mais é que a diferença entre a rentabilidade obtida pelos investimentos e a meta atuarial. Portanto, não existe um efetivo controle de risco pelo uso da ferramenta proposta pelo órgão regulador do sistema. Para o gestor de investimentos dos recursos dos planos previdenciários o objetivo é sempre conseguir um retorno superior à meta atuarial, o que acontece pela modelagem aqui utilizada, sem exposição superior a riscos, principalmente para garantir que eventuais déficits estruturais tenham cobertura de superávits financeiros.

Gráfico 24 - Rentabilidade LDI versus rentabilidade ALM versus meta Atuarial

Fonte: Elaboração da autora

O Gráfico 25 demonstra a divergência não planejada calculada no período em estudo para cada um dos modelos. Conforme se pode observar, em todos os meses a DnP foi positiva, significando que a rentabilidade obtida pelo plano foi suficiente para atender à necessidade de rentabilidade imposta pelo indexador atuarial. Pode-se observar que em alguns períodos a DnP para o ALM é bem superior ao indexador, enquanto para o modelo de LDI, esta acompanha melhor a meta.

Em anos como 2028 e 2036, as DnP para LDI e ALM praticamente coincidem, fazendo com que a linha vermelha no Gráfico 23, que representa a diferenças entre a DnP do ALM e a DnP do LDI, praticamente toque a linha média traçada no zero. Pondera-se, ainda, pela queda da linha de diferenças, mostrando que com o passar dos anos as DnPs se aproximam, sendo que nos anos finais este resultado para o LDI ultrapasse o ALM. Calculou-se ainda o desvio-padrão para a DnP em cada um dos modelos, sendo os resultados encontrados equivalentes a 0,55% para o LDI e 0,24% para o ALM.

Gráfico 25 - Divergência não planejada

Fonte: Elaboração da autora

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, o objetivo central consistiu em verificar a eficácia, por meio da divergência não planejada de modelos de *Asset Liability Management* e *Liability Driven Investment* em um fundo de pensão brasileiro na modalidade de benefício definido. As estratégias de *ALM* e *LDI* foram aplicadas em um fundo de pensão real brasileiro. O plano de benefícios em estudo está estruturado na modalidade de benefício definido e é um plano fechado para adesões, configurando-o com características de um plano maduro.

Inicialmente, realizou-se avaliação atuarial para a apuração da reserva matemática por época. Os resultados em longo prazo mostraram que o plano apresenta peculiaridades de um plano maduro, uma vez que suas despesas com o pagamento de benefícios são bastante superiores às receitas, oriundas das contribuições de seus membros em todo o período avaliado. Conseqüentemente, o fluxo líquido da gestão previdencial ficou sempre negativo. Isso impacta o Plano, especialmente na liquidez. De todo modo, verificou-se que a condição de liquidez é atendida, uma vez que o patrimônio e o resultado dos investimentos são suficientes para pagar os benefícios.

Com o passivo mensurado, partiu-se para a projeção dos ativos. Foram considerados os segmentos em que a entidade aplica, com base na Resolução CMN 3.792/2009, estabelecendo, ainda, os limites legais de aplicação. A entidade forneceu a projeção das rentabilidades propiciando com que fosse feito um comparativo com as projeções feitas por meio da simulação de Monte Carlo e decomposição de Cholesky (variáveis correlacionadas).

A estratégia de *LDI* utilizou-se da *ETTJ* dos benchmarks para os segmentos de aplicação e buscou atender a meta atuarial por época. Verificou-se a não oferta de títulos para todos os períodos. Porém, nestes casos, pressupôs-se a liquidação no momento anterior disponível e que os valores aferidos fossem utilizados para cobrir a meta da época. Em vários momentos tal fato ocorreu.

Para a modelagem *ALM*, utilizaram-se o passivo atuarial e a projeção das rentabilidades dos investimentos e procurou-se, por época, otimizar a carteira de investimentos, reduzindo a probabilidade de inadimplência do fundo de pensão. Pela projeção realizada, espera-se que em 2020 a reserva de contingência atinja o patamar de 25%

da reserva matemática do Plano, o que acarretaria em ações necessárias para a distribuição de superávit, como redução de contribuições e estabelecimento de benefícios temporários. Verifica-se, também, que o resultado deficitário do Plano, que em 31.12.2014 correspondia a, aproximadamente, 8% das reservas matemáticas totais, é totalmente revertido ao final de 2016 e, a partir de 2017 o patrimônio supera o valor das reservas e proporciona resultados superavitários.

Após a realização de LDI e ALM, avaliou-se a eficácia dessas técnicas com base na divergência não planejada, por meio da diferença entre o percentual de rentabilidade do segmento e a taxa de juros adotada na mensuração do passivo. A estratégia de ALM buscou otimizar o fluxo de ativos, de forma a honrar sempre o passivo por época. Em casos de déficit, implementou-se, ainda, uma condição de instituição de contribuição extraordinária. Dessa maneira, o fluxo dos ativos torna-se superior ao do passivo. Por sua vez, o LDI depende da disponibilidade de ativos com vencimentos específicos para suprir a meta atuarial, o que nem sempre é factível.

Este estudo concluiu que a modelagem por ALM, especialmente quando se consideram as restrições legais e o resultado do plano a cada época, apresenta maior índice na relação entre ativo e passivo, fazendo com que haja maior sobra de recursos. Dado que as EFPC não possuem fins lucrativos, tal resultado nem sempre é desejado. Pela análise da divergência não planejada, notou-se que a rentabilidade obtida pelo plano foi suficiente para atender à necessidade de rentabilidade imposta pela meta atuarial nos cinquenta anos considerados. Pôde-se observar que em alguns períodos a DnP para o ALM é bem superior ao indexador, enquanto para o modelo de LDI esta acompanha melhor a meta. Calculou-se, ainda, o desvio-padrão para a DnP sendo os resultados encontrados equivalentes a 0,55% para o LDI e 0,24% para o ALM.

Tanto o modelo de LDI quanto o ALM conferem à EFPC em estudo um ferramental estatístico e financeiro para o planejamento e o acompanhamento de riscos de longo prazo, inclusive entre os mais atualizados do setor previdenciário brasileiro. Todavia, os modelos aqui propostos podem ser aperfeiçoados. Entre os aprimoramentos vislumbrados colocam-se: a) a implementação de algoritmos de otimização das carteiras baseados em processos computacionais paralelizados, permitindo a utilização de maior quantidade de carteiras geradas aleatoriamente e projetá-las em maior quantidade de cenários, porém sem implicar aumento de tempo de execução que impeça sua utilização; b) a utilização de premissas

variáveis na mensuração do passivo, como tábuas geracionais e taxas de juros flutuantes, de modo a permitir maior aderência nas projeções e mensuração das obrigações; c) com o aumento do número de planos estruturados em contribuição definida e variável, sugere-se que modelos análogos sejam desenvolvidos para essa modelagem; d) uso de ativos individuais como variáveis de decisão, ao invés de classes de ativos; e) desenvolvimentos de metodologias para projeções em intervalos mensais, ao invés de anuais, o que exigiria o uso de técnicas de interpolações nas tábuas atuariais; f) investigação sobre o tempo ótimo de amortização de déficits e ainda estudos sobre o reconhecimento de superávits, caso realmente sejam superávits.

Entende-se que a implantação de modelos de LDI e ALM em fundos de pensão exige o envolvimento de equipes multidisciplinares das áreas de investimentos, benefícios, riscos e suporte tecnológico, dificultando a execução destes trabalhos. Todavia, a atividade previdenciária, pelo seu caráter de longo prazo e elevado impacto na vida de famílias, caracteriza a necessidade de utilização desses modelos. Além disso, é frequente a utilização da temática de LDI e, principalmente, ALM nos congressos e encontros de EFPC brasileiras, demonstrando que o assunto encontra-se em evidência, mesmo que vários fundos de pensão ainda não tenham esses modelos ajustados a suas peculiaridades.

REFERÊNCIAS

AFONSO, L. E. **Previdência social e fundos de pensão**. São Paulo: FUNENSEG, 1996.

Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar, ABRAPP. **Consolidado Estatístico**. Disponível em: <http://www.abrapp.org.br/Documentos%20Pblicos/ConsolidadoEstatistico_09_2013.pdf> Acesso em: 05 Dez 2013.

BENNINGA, S. B. **Financial Modeling**. The MIT Press. USA, 2000.

BNY Mellon Company. “**An introduction to Liability Driven Investment: Helping Pension Schemes Achieve Their Ultimate Goal**”. Insight Investment, 2013.

BODIE, Z.; MARCUS, A. J., MERTON, R. C. **Defined benefit versus defined contribution pension plans: What are the real trade-offs?** In: Pensions in the US Economy. Edited by Zvi Bodie, John B. Shoven, and David A. Wise. Chicago: University of Chicago Press, 1988.

BOOTH, K. NICHOLAS, J. **Human Rights in Global Politics**. Cambridge: Cambridge University Press, 31-70. 1999.

BOULIER, J. F; DUPRÉ, D. **Gestão Financeira dos Fundos de Pensão**. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2003.

BOWERS, N. L. **Actuarial mathematics**. 2nd ed. Schaumburg. Society of Actuaries, 1986.

BRASIL. Lei nº 6.435, de 15 de julho de 1977. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 20 jul. 1977.

BRASIL. **Lei Complementar nº 108, de 29 de maio de 2001**. Dispõe sobre a relação entre a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, suas autarquias, fundações, sociedades de economia mista e outras entidades públicas e suas respectivas entidades fechadas de previdência complementar, e dá outras providências. Disponível em:<http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/lcp/lcp108.htm> Acesso em: 3 de março 2013.

BRASIL. **Lei Complementar nº 109, de 29 de maio de 2001**. Dispõe sobre o Regime de Previdência Complementar e dá outras providências. Disponível em:<http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/lcp/lcp109.htm> Acesso em: 3 de março 2013.

BRASIL. Ministério da Previdência e Assistência Social. Secretaria de Previdência Complementar. Portaria nº 3.223, de 11 de dezembro de 2009. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 14 dez. 2009.

BRASIL. Ministério da Previdência Social. Portaria nº 4.858 de 26 de setembro de 1998. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 17 fev. 1999, Seção 1, p. 36 a 59.

BRASIL. Conselho de Gestão da Previdência Complementar. Resolução nº 16, de 22 de novembro de 2005. Normatiza os planos de benefícios de caráter previdenciário nas modalidades de benefício definido, contribuição definida e contribuição variável, e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF , 22 nov. 2002, Seção 1, p. 122.

BRASIL. Conselho de Gestão da Previdência Complementar. Resolução nº 04, de 30 de janeiro de 2002. Estabelece critérios para registro e avaliação contábil de títulos e valores mobiliários das entidades fechadas de previdência complementar. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF , 30 jun. 2003, Seção 1, p. 122.

BRASIL. Conselho de Gestão da Previdência Complementar. Resolução nº 26, de 29 de setembro de 2008. Dispõe sobre as condições e os procedimentos a serem observados pelas entidades fechadas de previdência complementar na apuração do resultado, na destinação e utilização de superávit e no equacionamento de déficit dos planos de benefícios de caráter previdenciário que administram, e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF , 01 out. 2008, Seção 1, p. 59.

BRASIL. Conselho de Gestão da Previdência Complementar. Resolução nº 13, de 01 de outubro de 2004. Estabelece princípios, regras e práticas de governança, gestão e controles internos a serem observados pelas entidades fechadas de previdência complementar - EFPC. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF , 06 out. 2004, Seção 1, p. 52.

BRASIL. Conselho Nacional de Previdência Complementar. Resolução nº 15, de 19 de novembro de 2014. Altera a Resolução nº 18, de 28 de março de 2006, do Conselho de Gestão da Previdência Complementar, que estabelece parâmetros técnico-atuariais para estruturação de plano de benefícios de entidades fechadas de previdência complementar. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF , 24 nov. 2014, Seção 1, p. 232 e 233.

BRASIL. Conselho Nacional de Previdência Complementar. Resolução nº 9, de 29 de novembro de 2012. Altera a Resolução nº 18, de 28 de março de 2006, do Conselho de Gestão da Previdência Complementar, que estabelece parâmetros técnico-atuariais para estruturação de plano de benefícios de entidades fechadas de previdência complementar, e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF , 24 jan. 2013, Seção 1, p. 35.

BRASIL. Conselho Monetário Nacional. Resolução nº 3.792, de 24 de setembro de 2009. Dispõe sobre as diretrizes de aplicação dos recursos garantidores dos planos administrados pelas entidades fechadas de previdência complementar. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 28 set. 2009, Seção 1, p. 39 a 41.

BRASIL. Conselho Monetário Nacional. Resolução nº 2.829, de 30 de março de 2001. Aprova regulamento estabelecendo as diretrizes pertinentes à aplicação dos recursos das entidades fechadas de previdência privada. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 31 mar. 2001, Edição Extra, p. 2 a 6.

BRASIL. Conselho Monetário Nacional. Resolução nº 3.121, de 25 de setembro de 2003. Altera e consolida as normas que estabelecem as diretrizes pertinentes à aplicação dos recursos dos planos de benefícios das entidades fechadas de previdência complementar. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 26 set. 2003, Seção 1, p. 16 a 20.

BREALEY, R. A.; MYERS, S. C.; ALLEN, F. **Principles of Corporate Finance**. New York: McGraw-Hill Irwin, 2006.

CAIRNS, A.J.G. **An introduction to stochastic pension fund modeling**. Vancouver Interest Rate Risk Workshop. 1994. Disponível em: <http://www.ma.hw.ac.uk/~andrewc/papers/>. Acesso em 15 de junho de 2013.

CARIÑO, D. R.; ZIEMBA, W. T. **Concepts, technical issues, and uses of the Russell-Yasuda Kasai financial planning model**. Research Report, Frank Russell Company, Tacoma, Washington, 1998.

CHAN, B. L.; SILVA, F. L. e MARTINS, G. A. **Fundamentos da previdência complementar – Da Atuária à Contabilidade**. 2ª Edição. São Paulo: Editora Atlas, 2010.

COPELAND, T. E.; WESTON, J. F.; SHASTRI, K. **Financial Theory and Corporate Policy**. 4ª ed. Pearson Addison. Wesley, 2005.

DECHOW, P. M. **Implied Equity Duration: A New Measure of Equity Risk**. Review of Accounting Studies. Kluwer Academic Publishers. Manufactured in The Netherlands. 2004.

DELT, C. L. **Asset Liability Management for Pension Funds: A multistage Chance Constrained Programming Approach**. PhD thesis, Erasmus University, Rotterdam, The Netherlands, 1995.

DOMENEGHETTI, V. **Gestão financeira de fundos de pensão**. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração de Organizações da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo. São Paulo. 2009.

DRIJVER, S. J.; HANEVELD, W. K. K.; VLERK M. H. **Asset Liability Management modeling using multistage mixed-integer Stochastic Programming**. University of Groningen. Set.,2000.

DUAN, L. WAN-LUNG, N. **Optimal Dynamic Portfolio Selection: Multiperiod Mean-Variance Formulation**. Mathematical Finance, Vol 10, Nº 3. July, 2002.

DUFRESNE, D. **Stability of pension systems when rates of return are random**. Insurance: Mathematics and Economics 8, 71-76, 1989.

EXLEY, C. J.; MEHTA, S. J. B., SMITH A.D. **The Financial Theory of Defined Benefit Pension Schemes**. British Actuarial Journal, Vol. 3. 1997

FERSTL, R.; WEISSENSTEIRER, A. **Asset-liability management under time-varying investment opportunities**. Journal of Banking & Finance. Elsevier, p. 182–192. 2011.

FIABV – FEDERACIÓN IBEROAMERICANA DE BOLSAS DE VALORES. Poupança privada e desenvolvimento econômico: mecanismos de estímulo e papel das bolsas de valores. Buenos Aires. 66 p. 2002.

FIGUEIREDO, A. M.; SOUZA, S. R. G. **Como elaborar projetos, monografias, dissertações e teses: da redação científica à apresentação do texto final**. 3. ed. Rio de Janeiro: Lumen Juris, 2010.

FISHER, L.; WEIL, R. **Coping with the Risk of Interest-Rate Fluctuations: Returns to Bondholders from Naïve and Optimal Strategies**. Journal of Business, Vol. 44, N° 4. October, 1971.

FONG, H. G.; VASICEK, O. **A Risk Minimizing Strategy for Portfolio Immunization**. Journal of Finance, Vol. 39, N° 5. December, 1984.

FOOLADI, I. J. **Risk Management with Duration Analysis**. Managerial Finance, Vol. 26, N° 3, 2000.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4ª Ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GUIA PREVIC: **Melhores práticas de investimentos**. Novembro de 2011. Disponível em: <http://www.previdencia.gov.br/arquivos/office/3_111207-171554-035.pdf>. Acesso em 12 Maio 2013.

HABERMAN, S. **Autoregressive rates of return and the variability of pension fund contributions and fund levels for a defined benefit pension scheme**. Insurance: Mathematics and Economics 14, 219-240, 1994.

HABERMAN, S; SUNG, J. H. **Dynamic Programming Approach to Pension Funding: The Case of Incomplete State Information**. ASTIN Bulletin 32 , 129-142 S. 2002.

HUYNH, H. T.; LAI V. S.; SOUMARÉ, I. **Simulation stochastiques et applications en finance avec programmes matlab**. Economica. França, 2006.

INTERNATIONAL ASSOCIATION OF INSURANCE SUPERVISORS – IAIS. **Standard on Asset-Liability Management**. IAIS Standard N° 13. October, 2006.

IPPOLITO, R. **Pension Plans and Employee Performance: Evidence, Analysis, and Policy**. University of Chicago Press. Chicago. 1997.

JORION, P. **Value at risk: a nova fonte de referência para a gestão do risco financeiro.** São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros, 2003.

KALLBERG, J. G.; WHITE, R. W.; ZIEMBA, W. T. **Short Term Financial Planning under Uncertainty.** Management Science, Vol. 28, Nº 6. Jun, 1982.

KEINTZ, R. J.; STICKNEY, C. P. **Immunization of Pension Funds and Sensitivity to Actuarial Assumptions.** Journal of Risk and Insurance, Vol. 47, Nº 2, June, 1980.

KEYFITZ, N. **Some demographic properties of transfer schemes: how to achieve equity between the generations.** In: LEE, R. D., ARTHUR, W. B., RODGERS, G. (Eds.) Economics of changing age distributions in developed countries. Oxford: Clarendon, 1988. Cap.5, p.92-105.

HILLI, P.; KOIVU, M.; PENNANEN, T. ; RANNE, A. **A stochastic programming model for asset liability management of a Finnish pension company.** Ann. Oper. Res. 2007.

IYER, S. **Matemática Atuarial dos Sistemas de Previdência Social.** Coletânea da Previdência Social. Brasília: Tradução do MPAS, 2002.

KOOPMANS, T. C. **The Risk of Interest Fluctuations in Life Insurance Companies.** Penn Mutual Life Insurance. Philadelphia, 1942.

KOSMIDOU, K.; ZOPOUNIDIS, C. **Goal programming echniques for bank asset Liability management.** Kluwer Academic Publisher, EUA, 2004.

KOUWENBERG, R. **Scenario generation and stochastic programming models for asset liability management.** European journal of operational Research, Vol. 134 Erasmus University Rotterdam, The Netherlands, 2001.

KUSY, M. I. ; ZIEMBA, W. T. **A bank asset and liability management model.** Operations Research. Vol 34. 356-376, 1986.

LEAL, R. P. C.; SILVA, T.; RIBEIRO, A. L. C. **Alocação ótima de ativos em fundos de pensão brasileiros.** UFRJ/COPPEAD. Rio de Janeiro, 2012.

LEIBOWITZ, M. L. **The Dedicated Bond Portfolio in Pension Funds - Part I: Motivations and Basics.** Financial Analysts Journal, Vol. 42, Nº 1. January/February, 1986.

LEIBOWITZ, M. L.; WEINBERGER, A. **Contingent Immunization - Part I: Risk Control Procedures.** Financial Analysts Journal, Vol. 38, Nº 6. November/December, 1982.

LINTNER, J. **The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets.** Review of Economics and Statistics, February, 1965.

MACAULAY, F. R. **The movements of Interest Rates. Bond Yields and Stock Prices in the United States since 1856.** New York: National Bureau of Economics Research, 1938.

MARQUES, D. **Asset and Liability Management (ALM) para entidades fechadas de previdência complementar no Brasil. Validação de um modelo de otimização com a aplicação de um caso prático.** Dissertação de Mestrado. Centro de Estudos em Regulação de Mercados, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2011.

MARKOWITZ, H. **Portfolio Selection.** Journal of Finance, USA, 1952.

MOSSIN, J. **Equilibrium in a Capital Asset Markets.** Econometrica, October, 1966.

MOTTA, J. R. S. T. **Uma análise da relação entre Mercado de capitais e desenvolvimento.** Brasília. Consultoria Legislativa. 2001.

Oracle Financial Services. **Asset Liability Management: An Overview.** Oracle White Papers. 2008. Disponível em <www.oracle.com/us/industries/financial-services/045581.pdf>. Acesso em 18 Set. 2013.

OECD. **Fifteen principles for the regulation of private occupational pensions schemes.** 2001. Disponível em: www.oecd.org. Acesso em 20 Set. 2013

PENA, M. A Convergência do VaR para DnP Normalizada. **Anais do 26º Congresso Brasileiro dos Fundos de Pensão.** Porto Alegre: Abrapp, 2005.

PINHEIRO, R. P. **Opções de Investimentos pelos Participantes: as experiências do Fundos de Pensão.** Brasília: Ministério da Previdência Social, 2004.

PINHEIRO, R. P. A demografia dos fundos de Pensão. Coleção da Previdência Social. MPAS. Volume 24. Brasília. 2007.

PINTO JÚNIOR, L. G. **Coletânea de Artigos sobre tábuas de mortalidade, taxas de juros e métodos de financiamento. Impacto da Taxa de Juros nos Fundos de Pensão.** Secretaria de Previdência Complementar. Brasília, DF, 2007.

POTTER, G. **A primer on Liability Driven Investing.** Westminster Consulting. [s.l.] October, 2011.

PRAJOGI, R.; MURALIDHAR, A. e VAN DER WOUDE, R. J. P. **An Asset-Liability Analysis of the Currency Decision for Pension Portfolios.** Derivatives Quarterly Winter. 2007.

RABELLO, F. M.; CONDE, N. C. **Análise dos Parâmetros Atuariais dos Planos Fechados de Previdência Complementar**. Banco Nacional do Desenvolvimento Econômico e Social. 2004.

REDINGTON, F. M. Review of the principles of life office valuations. **Journal of the Institute of Actuaries**, 78, p. 187-203, 1952.

RENAUD, M. J.; MASON, G. R. **Liability Driven Investment Strategies – What ERISA fiduciaries need to know**. In: *The Investment Lawyer*, Vol. 14, Nº 9. Aspen Publishers. 2007.

RIECHE, F. C. **Gestão de Riscos em Fundos de Pensão no Brasil: Situação Atual da Legislação e Perspectivas**. Revista do BNDES, Vol. 12, Nº 23, Rio de Janeiro: Banco Nacional do Desenvolvimento Econômico e Social, 2005.

RYAN, A. J. **The evolution of Asset Liability Management**. The research foundation of CFA Institute. 2013.

SAAD, N. S.; RIBEIRO, C. O. **Um Modelo de Gestão de Ativo/Passivo: Aplicação para Fundos de Benefício Definido com Ativos de Fluxo Incerto**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo. 2006

SAMUELSON, P. **The Effect of Interest Rates Increases on the Banking System**. *American Economic Review*, Vol. 35, March, 1945.

SENOSKI, K. J.; **Liability-Driven Investing: Risk Metrics and Strategy Evaluation**. In: Pyramis Global Advisors. Research Paper, 2008.

SHARPE, W. **Capital Asset Prices, A Theory of Market Equilibrium**. *Journal of Finance*, September, 1964.

SOA, Society Of Actuaries. **Professional Actuarial Specialty Guide Asset-Liability Management**. Disponível em: <<http://www.soa.org/news-and-publications/publications/>> Acesso em 23 Nov. 2013.

SULLIVAN, R. **Pensions Slow to Employ LDI**. *Financial Times*. June 11, 2007.

TOWERS WATSON. **FUNDOS DE PENSÃO**. Revista da Abrapp/ICSS/Sindap. Nº 361, São Paulo, 2011.

TROWBRIDGE, C. L. **Fundamentals of pension funding**. Illinois: SOA, [s.d.] p.101-132. (50^o Anniversary Monograph). 1952. Disponível em: <http://library.soa.org/library/monographs/others/m-av99-1/m-av99-1_II.pdf> Acesso em 27 Set. 2013.

VANDERHOOF, I.T. **The Effects of Interest Rate Assumption and the Maturity Structure of the Assets of a Life Insurance Company.** Transactions of the Society of Actuaries, Vol. 24, N° 69. May and June, 1972.

VILHENA, F. A. A. **Gestão de Ativos e Passivos em Entidades Fechadas de Previdência Complementar.** CEPEAD/UFMG. Belo Horizonte. 2012.

WILKIE A. D. **Portfolio Selection in the Presence of Fixed Liabilities: A Comment on The Matching of Assets to Liabilities.** Journal of the Institute of Actuaries, 112, 229–277, 1986.

WILLIAMS, E. **Managing Asset/Liability Portfolios – An Overview.** AIMR Conference Proceedings. 1992.

WINKLEVOSS, H. E. **Pension mathematics with numerical illustrations.** 2nd ed. Philadelphia. Pension Research Council, Wharton School of the University of Pennsylvania and University, 1993.

WISE, A. J. **Matching and Portfolio Selection: Part 1.** Journal of the Institute of Actuaries, 114, 113–133, 1987a.

WISE, A. J. **Matching and Portfolio Selection: Part 2.** Journal of the Institute of Actuaries, 114, 551–568, 1987b.

WILLS, L.; ROSS, D. **Towards a Model of the Personal:Retirement Savings Decision.** The Pensions Institute. Birkbeck College, University of London. London. UK. November 2002

ANEXO 1 - SIMBOLOGIA CONSTANTE EM NOTA TÉCNICA ATUARIAL

A_x : valor presente de um benefício unitário de pagamento único devido imediatamente após a morte de um válido de idade x . É expresso por:

$$A_x = \sum_{\kappa=0}^{\omega-x} \frac{v^{x+\kappa+1} \times d_{x+\kappa}}{D_x} .$$

$\ddot{a}_{\overline{m}|}$: valor atual de renda mensal certa unitária temporária por m anos, com pagamento devido no início de cada mês. É expresso por:

$$\ddot{a}_{\overline{m}|}^{(12)} = \frac{1-v^m}{j \times v} - \frac{11}{24} \times (1-v^m) .$$

$\ddot{a}_x^{(12)}$: valor atual de renda mensal vitalícia e unitária, com pagamento devido no início de cada mês, prevista para um válido de idade x . É expresso por:

$$\ddot{a}_x^{(12)} = \sum_{\kappa=0}^{\omega-x} v^{\kappa} \times {}_{\kappa}P_x - \frac{11}{24} .$$

$\ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(12)}$: valor atual de renda mensal unitária temporária por m anos para um válido de idade x , com pagamentos devidos no início de cada mês. É expresso por:

$$\ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(12)} = \ddot{a}_x^{(12)} - m / \ddot{a}_x^{(12)} .$$

${}_m / \ddot{a}_x^{(12)}$: valor atual de renda mensal unitária vitalícia, diferida por m anos, com pagamentos devidos no início de cada mês, prevista para um válido de idade x . É expresso por:

$${}_m / \ddot{a}_x^{(12)} = \ddot{a}_{x+m}^{(12)} \times \frac{D_{x+m}}{D_x} .$$

${}_m / \ddot{a}_{xy}^{(12)}$: valor atual de renda mensal vitalícia e unitária, diferida por m anos, com pagamento devido no início de cada mês, prevista para duas pessoas válidas, uma de idade x outra de idade y . É expresso por:

$${}_m / \ddot{a}_{xy}^{(12)} = \ddot{a}_{x+m, y+m}^{(12)} \times \frac{D_{x+m}}{D_x} \times \frac{l_{y+m}}{l_y} .$$

$\ddot{a}_x^{i(12)}$: valor atual de renda mensal vitalícia e unitária, com pagamento devido no início da cada mês, prevista para ser paga a um inválido de idade x . É expresso por:

$$\ddot{a}_x^{i(12)} = \sum_{\kappa=0}^{\omega-x} v^{\kappa} \times {}_{\kappa}P_x^i - \frac{11}{24} .$$

$\ddot{a}_{xy}^{i(12)}$: valor atual de renda mensal vitalícia e unitária, com pagamentos devidos no início de cada mês, prevista para ser paga a um inválido de idade x ou a um válido de idade y , de acordo com as respectivas tábuas de mortalidade. É expresso por:

$$\ddot{a}_{xy}^{i(12)} = \sum_{\kappa=0}^{\overline{w-x}} v^{\kappa} \times {}_{\kappa}p_x^i \times {}_{\kappa}p_y - \frac{11}{24}.$$

$\ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{i(12)}$: valor atual de renda mensal unitária temporária por m anos, com pagamentos devidos no início de cada mês, prevista para ser paga a um inválido de idade x , considerando a tábua de mortalidade inválida. É expresso por:

$$\ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{i(12)} = \ddot{a}_x^{i(12)} - {}_m p_x \ddot{a}_x^{i(12)}.$$

${}_m \ddot{a}_{xy}^{i(12)}$: valor atual de renda mensal vitalícia e unitária, com pagamentos devidos no início de cada mês, prevista para ser paga, com diferimento de m anos, a um inválido de idade x ou a um válido de idade y , de acordo com as respectivas tábuas de mortalidade. É expresso por:

$${}_m \ddot{a}_{xy}^{i(12)} = \ddot{a}_{x+m y+m}^{i(12)} \times \frac{D_{x+m}^i}{D_x^i} \times \frac{l_{y+m}}{l_y}.$$

C_m^n : valor total das contribuições normais pagas no mês m de cálculo.

$C_{x+t}(p)$: contribuição do participante de idade x prevista para ser paga ao atingir a idade $x+t$, na forma estabelecida no plano de custeio.

$C_x^A(a)$: contribuição do assistido de idade x em gozo de aposentadoria normal, na forma estabelecida no plano de custeio.

d_x : número de mortes esperada à idade x , de acordo com a base biométrica adotada (mortalidade geral).

D_x : comutação adotada na avaliação a valor presente dos compromissos futuros dos benefícios a conceder de um participante de idade x . É expressa pela fórmula:

$$D_x = l_x \times v^x$$

D_x^a : comutação adotada na avaliação a valor presente dos compromissos futuros dos benefícios a conceder de um participante remido de idade x , considerando o decréscimo de invalidez. É expressa pela fórmula:

$$D_x^a = l_x^{aa} \times v^x$$

D_x^{ac} : comutação adotada na avaliação a valor presente dos compromissos futuros dos benefícios a conceder de um participante de idade x , considerando os decréscimos

- de invalidez e rotatividade .
- D_m^{bc} : despesa com pagamento de benefício no mês m de cálculo.
- $D_m^{Pr}(bc)$: despesa com pagamento dos benefícios definidos programados, avaliados em capitalização, no mês m de cálculo.
- $D_m^{nPr}(bc)$: despesa com pagamento dos benefícios definidos não programados, avaliados em capitalização, no mês m de cálculo.
- e_x : expectativa de vida de um válido de idade x , considerando a tábua de mortalidade válida.
- $E(x\varepsilon)$: expectativa de sobrevivência à idade $x\varepsilon$ determinada pelo IBGE para o cálculo do fator previdenciário.
- $E_{x,t}^{AD}(p)$: encargo de auxílio-doença dos primeiros 24 meses, no ano t , do participante de idade x .
- $E_{x,t}^{AD}(R)$: encargo de auxílio-doença dos primeiros 24 meses, no ano t , do remido de idade x .
- $E_{x,t}^{AD}(a)$: encargo de auxílio-doença dos primeiros 24 meses, no ano t , do assistido de idade x .
- E_t^{cc} : encargo global, ano t , referente aos compromissos avaliados em capitais de cobertura ou repartição simples.
- $F_t^{SP}(p)$: folha de salário de participação, no ano t , dos participantes.
- $F_{x,t}^{SP}(p)$: folha de salário de participação, no ano t , do participante de idade x .
- $PMBAC$: provisão matemática de benefícios a conceder aos participantes do plano, posicionada na data da avaliação.
- $PMBAC_m$: provisão matemática de benefícios a conceder transposta por método recorrente para o mês m de cálculo.
- ${}_{\kappa}P_x$: probabilidade de um participante válido de idade x alcançar a idade $x+\kappa$, considerando a tábua de mortalidade geral.
- ${}_tP_x^{aa}$: probabilidade de um participante válido de idade x alcançar válido a idade $x+t$, considerando a tábua de mortalidade válida, gerada a partir das bases biométricas adotadas (mortalidade geral, entrada em invalidez e mortalidade de inválidos).
- ${}_{\kappa}P_x^i$: probabilidade de um inválido de idade x alcançar a idade $x+\kappa$, considerando a tábua de mortalidade inválida.
- q_x : probabilidade de o participante de idade x morrer antes de completar a idade $x+1$,

- considerando a tábua de mortalidade geral.
- $RMAC_{x,t}(p)$: Reserva Matemática Atuarialmente Calculada, no ano t , para o participante de idade x na hipótese de sua opção pelo benefício proporcional diferido na idade $x+t$.
- $RP_x(p)$: saldo acumulado na reserva de poupança, na data da avaliação, do participante de idade x .
- $RP_{x\varepsilon}(p)$: saldo acumulado na reserva de poupança do participante de idade x ao atingir a idade na aposentadoria ($x\varepsilon$).
- $RV_x^A(a)$: renda mensal vitalícia do assistido de idade x em gozo de aposentadoria normal.
- $RV_{x\varepsilon}^A(p)$: renda mensal vitalícia de aposentadoria normal prevista para o participante de idade x ao se aposentar com idade $x\varepsilon$.
- $RV_x^I(a)$: renda mensal vitalícia do assistido de idade x em gozo de aposentadoria por invalidez.
- $RV_{x+t}^I(p)$: renda mensal vitalícia de aposentadoria por invalidez do participante de idade x que se invalida na idade $x+t$.
- $RV_{x+k}^{I''}(p)$: renda mensal vitalícia de aposentadoria por invalidez do participante de idade x que se invalida na idade $x+k$, considerando-se hipótese nula de projeção de crescimento salarial.
- $RV_g^P(a)$: renda mensal vitalícia de pensão por morte paga ao grupo g de pensionistas do participante falecido.
- $RV_{x+t}^P(p)$: renda mensal vitalícia de pensão por morte do participante de idade x caso venha a falecer a idade $x+t$.
- $RV_{x+k}^{P''}(p)$: renda mensal vitalícia de pensão por morte do participante de idade x caso venha a falecer a idade $x+k$, considerando-se hipótese nula de projeção de crescimento salarial.
- $SRB_{x+k}^{P''}$: salário-real-de-benefício no ano k do participante na idade x , apurado com base nos salários de participação projetados, considerando-se nula a evolução salarial futura.
- $SRB_{x\varepsilon}^P$: salário-real-de-benefício previsto para o participante de idade x ao se aposentar com idade $x\varepsilon$, calculado com base nos salários de participação projetados de acordo com a premissa de evolução salarial.
- TCP_{x+t} : tempo de contribuição para a previdência básica alcançado no ano t pelo participante de idade x .

- $TCP_{x\varepsilon}$: tempo previsto de contribuição para a previdência básica na data da aposentadoria normal do participante de idade x e idade na aposentadoria $x\varepsilon$. Para o cálculo do fator previdenciário do participante feminino, este tempo é acrescido de 5 anos.
- $VpC(p)$: valor presente, na data da avaliação, das contribuições normais futuras dos participantes.
- $VpC(P)$: valor presente, na data da avaliação, das contribuições normais futuras do patrocinador em correspondência a dos participantes.
- $VpE(a)$: valor presente, na data da avaliação, do encargo total dos assistidos do plano.
- $VpE''_{x,t}(p)$: valor presente, no ano t , do encargo líquido global correspondente aos benefícios previdenciários do participante de idade x , considerando-se hipótese nula de projeção de crescimento salarial
- $VpE_x(R)$: valor presente, na data da avaliação, do encargo líquido global do participante remido de idade x .
- $VpE^A(a)$: valor presente, na data da avaliação, do encargo líquido de aposentadoria normal dos assistidos em gozo desse benefício.
- $VpE^I(a)$: valor presente, na data da avaliação, do encargo líquido de aposentadoria por invalidez dos assistidos em gozo desse benefício.
- $VpE^I(p)$: valor presente, na data da avaliação, do encargo líquido de aposentadoria por invalidez dos participantes.
- $VpE^I_x(a)$: valor presente, na data da avaliação, do encargo líquido de aposentadoria por invalidez do assistido de idade x em gozo desse benefício.
- $VpE^I_x(p)$: valor presente, na data da avaliação, do encargo líquido de aposentadoria por invalidez do participante de idade x .

ANEXO 2 – RESULTADOS DA AVALIAÇÃO ATUARIAL

2.1 BENEFÍCIOS A CONCEDER

Época	Aposentadoria	Invalidez	Pensão	Resgate
0	2.684.169,00	26.400,44	47.591,54	103.880,48
1	3.757.688,02	51.885,66	92.876,54	105.470,82
2	4.194.393,16	78.235,82	139.216,09	110.953,30
3	5.740.386,30	105.033,10	184.767,21	119.083,40
4	6.187.054,98	133.268,49	233.009,44	123.035,88
5	7.161.779,63	162.996,24	282.270,85	132.715,63
6	7.541.187,39	194.045,71	332.810,25	138.766,42
7	8.332.146,87	227.857,45	385.062,10	150.044,30
8	8.654.233,88	264.093,34	439.204,66	156.383,70
9	8.765.622,30	304.559,61	497.604,35	166.576,48
10	9.152.744,60	348.429,00	559.114,55	178.440,27
11	10.644.296,58	388.899,65	614.957,60	185.870,00
12	12.142.329,35	425.787,89	662.756,53	183.879,36
13	13.261.971,39	461.946,43	707.502,55	174.740,63
14	14.913.409,41	497.703,26	746.915,37	174.806,81
15	16.611.912,73	531.198,87	779.713,03	161.143,97
16	17.936.629,01	562.859,08	805.556,55	157.095,88
17	18.998.061,48	593.498,98	825.847,39	146.892,67
18	20.559.419,56	623.048,78	838.576,69	141.967,27
19	22.876.302,69	647.927,27	841.870,07	130.301,39
20	23.989.311,42	667.454,42	835.830,76	106.893,15
21	24.643.706,15	683.918,68	824.024,03	93.716,15
22	24.910.697,54	697.721,45	808.936,77	85.147,64
23	25.499.626,34	709.873,48	790.377,88	76.636,63
24	26.109.339,92	717.988,71	766.347,17	64.720,38
25	26.721.869,17	720.556,57	734.577,99	52.334,16
26	26.952.401,05	717.342,33	693.665,99	40.252,99
27	27.166.213,28	711.560,14	650.441,96	32.254,49
28	27.253.009,44	701.647,73	603.361,38	24.857,46
29	27.213.741,22	688.694,63	555.539,35	14.344,35
30	26.805.349,80	673.458,18	507.975,05	7.711,84
31	26.315.547,27	656.827,23	463.593,34	4.154,62
32	25.795.080,76	638.853,81	416.687,50	1.628,39
33	25.158.163,53	619.684,67	372.015,28	43,29
34	24.485.547,70	599.540,53	328.139,25	44,55
35	23.777.233,28	578.421,61	287.019,48	45,79
36	23.033.220,26	556.328,27	248.540,70	47,00
37	22.257.648,93	533.254,90	212.614,50	48,20
38	21.442.236,34	509.191,59	180.521,07	40,89
39	20.591.120,38	484.151,74	151.061,04	0,00
40	19.704.301,07	458.135,36	124.888,59	0,00
41	18.781.778,40	431.142,43	102.663,30	0,00
42	17.823.552,37	403.172,97	82.974,64	0,00
43	16.829.622,98	374.226,98	65.848,68	0,00
44	15.799.990,23	344.304,45	51.143,45	0,00
45	14.755.099,25	313.405,38	39.243,28	0,00
46	13.701.692,41	281.529,77	29.056,70	0,00

Época	Aposentadoria	Invalidez	Pensão	Resgate
47	12.721.783,14	249.852,80	21.187,62	0,00
48	11.758.849,76	218.960,36	14.753,63	0,00
49	10.776.555,69	191.437,97	10.122,30	0,00
50	9.831.718,26	172.262,60	6.588,49	0,00
51	8.918.539,24	152.937,76	3.912,15	0,00
52	8.007.175,33	133.027,75	2.223,48	0,00
53	7.076.240,84	114.441,57	1.289,29	0,00
54	6.202.406,36	95.625,07	654,86	0,00
55	5.410.183,60	78.257,34	319,73	0,00
56	4.595.171,57	63.188,39	142,41	0,00
57	3.757.370,25	49.926,55	52,59	0,00
58	3.014.083,86	38.382,98	26,81	0,00
59	2.337.418,11	29.629,91	18,18	0,00
60	1.724.353,30	22.862,79	12,03	0,00
61	1.231.595,28	17.581,61	4,37	0,00
62	991.315,47	13.083,27	1,98	0,00
63	787.933,00	9.902,81	0,64	0,00
64	589.114,72	7.576,78	1,21	0,00
65	444.716,13	5.862,94	0,30	0,00
66	330.416,89	4.104,09	0,00	0,00
67	234.982,55	2.883,49	0,00	0,00
68	161.452,78	1.740,34	0,00	0,00
69	103.112,68	1.051,72	0,00	0,00
70	55.374,97	669,23	0,00	0,00
71	23.619,74	314,55	0,00	0,00
72	10.836,13	155,06	0,00	0,00
73	4.436,98	83,16	0,00	0,00
74	879,50	35,54	0,00	0,00
75	700,86	20,24	0,00	0,00
76	517,46	11,77	0,00	0,00
77	329,29	9,42	0,00	0,00
78	136,36	7,01	0,00	0,00
79	0,00	4,55	0,00	0,00
80	0,00	2,23	0,00	0,00

2.2 BENEFÍCIOS CONCEDIDOS

Época	Aposentadoria	Invalidez	Pensão
0	47.844.469,96	718.344,35	3.402.334,19
1	47.799.264,63	717.592,53	3.397.298,43
2	47.663.648,65	715.337,07	3.382.191,14
3	47.437.622,02	711.577,97	3.357.012,33
4	47.121.184,73	706.315,21	3.321.761,98
5	46.714.336,79	699.548,83	3.276.440,12
6	46.217.078,20	691.278,80	3.221.046,72
7	45.629.408,95	681.505,12	3.155.581,80
8	44.951.329,04	670.227,81	3.080.045,37
9	44.182.838,48	657.446,85	2.994.437,39
10	43.323.937,27	643.162,24	2.898.757,90
11	42.374.625,41	627.374,00	2.793.006,89
12	41.334.902,89	610.082,12	2.677.184,34
13	40.204.769,71	591.286,59	2.551.290,26
14	38.984.225,90	570.987,43	2.415.324,66
15	37.673.271,42	549.184,62	2.269.287,54
16	36.271.906,29	525.878,16	2.113.178,90
17	34.780.130,49	501.068,08	1.946.998,73
18	33.197.944,05	474.754,32	1.770.747,02
19	31.525.346,98	446.936,95	1.584.423,81
20	29.762.339,22	417.615,94	1.388.029,03
21	27.908.920,84	386.791,28	1.181.562,77
22	25.965.091,78	354.462,94	965.024,97
23	23.930.852,07	320.631,02	738.415,63
24	21.806.201,70	285.295,43	501.734,78
25	19.591.140,68	248.456,19	254.982,38
26	17.285.669,02	210.113,32	0,00
27	14.889.786,67	170.266,82	0,00
28	12.403.493,69	128.916,65	0,00
29	9.826.790,07	86.062,85	0,00
30	7.159.675,81	41.705,41	0,00
31	4.402.150,88	0,00	0,00
32	1.554.215,30	0,00	0,00
33	0,00	0,00	0,00
34	0,00	0,00	0,00
35	0,00	0,00	0,00
36	0,00	0,00	0,00
37	0,00	0,00	0,00
38	0,00	0,00	0,00
39	0,00	0,00	0,00
40	0,00	0,00	0,00
41	0,00	0,00	0,00
42	0,00	0,00	0,00
43	0,00	0,00	0,00
44	0,00	0,00	0,00
45	0,00	0,00	0,00
46	0,00	0,00	0,00
47	0,00	0,00	0,00
48	0,00	0,00	0,00

2.3.CONTRIBUIÇÕES

Época	Contribuição Participante	Contribuição Patrocinadora	Contribuição Assistido + Patrocinadora
0	2.981.435,54	2.978.696,63	3.790.840,06
1	2.886.367,82	2.886.361,66	3.868.564,97
2	2.899.480,05	2.891.754,55	3.891.513,72
3	2.908.255,80	2.826.650,87	3.993.330,09
4	2.834.072,31	2.832.505,13	4.006.300,80
5	2.826.645,65	2.826.061,19	4.053.920,77
6	2.824.637,31	2.812.433,26	4.048.926,09
7	2.856.017,78	2.826.806,48	4.069.585,13
8	2.855.380,14	2.830.112,74	4.048.591,48
9	2.872.097,64	2.872.097,64	4.007.182,95
10	3.051.450,59	2.920.506,00	3.983.960,65
11	3.327.795,21	2.812.626,41	4.043.113,40
12	3.367.462,17	2.602.590,22	4.087.283,51
13	2.519.997,45	2.510.716,85	4.094.260,21
14	2.441.400,17	2.344.804,51	4.137.470,26
15	2.308.284,02	2.156.729,12	4.177.809,43
16	2.237.329,21	1.993.352,04	4.181.326,58
17	1.884.024,36	1.869.278,09	4.156.936,23
18	1.772.399,42	1.739.611,51	4.166.208,20
19	1.560.269,41	1.472.865,26	4.229.762,29
20	1.277.211,32	1.228.703,16	4.189.529,34
21	1.082.131,43	1.072.707,89	4.105.631,17
22	1.107.603,14	978.573,39	3.983.812,55
23	879.490,98	877.943,83	3.881.297,56
24	764.177,58	729.655,46	3.773.791,48
25	596.414,40	596.414,40	3.659.844,82
26	413.989,34	413.989,34	3.508.413,76
27	334.209,24	334.209,24	3.348.966,12
28	201.585,59	201.585,59	3.172.603,99
29	112.738,78	112.738,78	2.979.404,18
30	60.053,32	60.053,32	2.749.758,55
31	27.936,82	27.936,82	2.506.562,45
32	10.317,13	10.317,13	2.255.330,62
33	321,16	321,16	2.029.565,59
34	323,81	323,81	1.975.304,16
35	326,33	326,33	1.918.162,84
36	328,69	328,69	1.858.141,64
37	222,42	222,42	1.795.574,56
38	0,00	0,00	1.729.793,39
39	0,00	0,00	1.661.131,96
40	0,00	0,00	1.589.590,25
41	0,00	0,00	1.515.168,27
42	0,00	0,00	1.437.866,03
43	0,00	0,00	1.357.683,51
44	0,00	0,00	1.274.620,72
45	0,00	0,00	1.190.327,02
46	0,00	0,00	1.105.346,32
47	0,00	0,00	1.026.294,84

Época	Contribuição Participante	Contribuição Patrocinadora	Contribuição Assistido + Patrocinadora
48	0,00	0,00	948.612,84
49	0,00	0,00	869.368,97
50	0,00	0,00	793.146,81
51	0,00	0,00	719.478,60
52	0,00	0,00	645.956,83
53	0,00	0,00	570.856,25
54	0,00	0,00	500.362,06
55	0,00	0,00	436.451,67
56	0,00	0,00	370.702,82
57	0,00	0,00	303.115,50
58	0,00	0,00	243.152,92
59	0,00	0,00	188.564,77
60	0,00	0,00	139.107,46
61	0,00	0,00	99.355,56
62	0,00	0,00	79.971,65
63	0,00	0,00	63.564,33
64	0,00	0,00	47.525,21
65	0,00	0,00	35.876,25
66	0,00	0,00	26.655,47
67	0,00	0,00	18.956,57
68	0,00	0,00	13.024,76
69	0,00	0,00	8.318,33
70	0,00	0,00	4.467,22
71	0,00	0,00	1.905,46
72	0,00	0,00	874,17
73	0,00	0,00	357,94
74	0,00	0,00	70,95
75	0,00	0,00	56,54
76	0,00	0,00	41,74
77	0,00	0,00	26,56
78	0,00	0,00	11,00
79	0,00	0,00	0,00
80	0,00	0,00	0,00

2.4. RECEITA ADMINISTRATIVA

Época	Receita Administrativa	Época	Receita Administrativa
0	964.381,87	41	149.851,81
1	953.534,62	42	142.206,53
2	957.634,45	43	134.276,39
3	962.133,31	44	126.061,39
4	956.658,29	45	117.724,65
5	959.996,14	46	109.319,97
6	957.955,71	47	101.501,69
7	964.524,01	48	93.818,85
8	962.711,64	49	85.981,55
9	964.422,02	50	78.443,09
10	984.651,16	51	71.157,22
11	1.007.162,80	52	63.885,84
12	994.681,57	53	56.458,31
13	902.470,01	54	49.486,36
14	882.561,26	55	43.165,55
15	854.784,65	56	36.662,92
16	831.956,82	57	29.978,46
17	782.331,30	58	24.048,09
18	759.384,31	59	18.649,26
19	718.308,49	60	13.757,88
20	662.186,75	61	9.826,37
21	619.167,41	62	7.909,28
22	600.328,59	63	6.286,58
23	557.676,83	64	4.700,30
24	520.973,85	65	3.548,20
25	479.934,75	66	2.636,26
26	428.873,98	67	1.874,83
27	397.323,75	68	1.288,16
28	353.648,09	69	822,69
29	316.966,33	70	441,81
30	283.832,82	71	188,45
31	253.427,74	72	86,46
32	225.095,43	73	35,40
33	200.789,79	74	7,02
34	195.423,80	75	5,59
35	189.772,96	76	4,13
36	183.837,27	77	2,63
37	177.628,29	78	1,09
38	171.078,47	79	0,00
39	164.287,78	80	0,00
40	157.212,22		