

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

ESCOLA DE ENGENHARIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Michael David de Souza Dutra

Roteamento de veículos na movimentação de recursos entre canteiros de obras

Belo Horizonte,
ago 2015

Michael David de Souza Dutra

Roteamento de veículos na movimentação de recursos entre canteiros de obras

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Minas Gerais, para a obtenção de Título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Maurício Cardoso de Souza

Belo Horizonte,
ago 2015

**Ficha Catalográfica elaborada pelo autor,
auxiliado pelo Programa de Geração Automática
da Biblioteca Universitária da UFMG**

de Souza Dutra, Michael David.

D278r Roteamento de veículos na movimentação de recursos entre
canteiros de obras / Michael David de Souza Dutra - 2015.
xiv, 70 f., enc.: il.

Orientador: Maurício Cardoso de Souza.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Minas
Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 67-70.

1. Roteamento de veículos. 2. Programação Inteira Mista.
3. Decomposição de Benders. I. Souza, Maurício Cardoso.
II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia.
III. Título.

CDU:658.7(043)



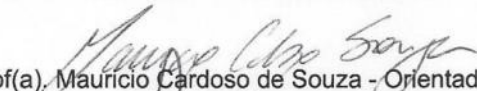
FOLHA DE APROVAÇÃO

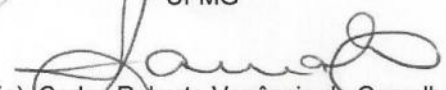
Roteamento de veículos na movimentação de recursos entre canteiros de obras

MICHAEL DAVID DE SOUZA DUTRA

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, como requisito para obtenção do grau de Mestre em ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, área de concentração PESQUISA OPERACIONAL E ENGENHARIA DE MANUFATURA, linha de pesquisa Modelos e

Aprovada em 13 de agosto de 2015, pela banca constituída pelos membros:


Prof(a). Mauricio Cardoso de Souza - Orientador
UFMG


Prof(a). Carlos Roberto Venâncio de Carvalho
UFMG


Prof(a). Ricardo Poley Martins Ferreira
UFMG

Belo Horizonte, 13 de agosto de 2015.

RESUMO

Aplicações reais na América do Norte e na Europa têm mostrado que o uso de sistemas informatizados para o planejamento do processo de transporte de distribuição de mercadorias produziram uma economia significativa nos custos totais de transporte. Assim, uma empresa que utiliza a malha viária, constantemente, começa a ter gastos significativos, não só de combustível, mas de vários fatores que afetam o custo do transporte rodoviário. Neste contexto, o objetivo deste trabalho é resolver um problema real de transporte de uma empresa no Brasil. Este problema se aproxima de um problema de roteamento de veículos com coleta e entrega, múltiplos depósitos, múltiplos recursos e múltiplos veículos capacitados. Para tratá-lo, por conseguinte, no presente trabalho, revisamos uma resolução através de um método híbrido de duas fases, onde a primeira fase é uma heurística e a segunda um método exato, mais especificamente, uma decomposição de Benders sobre um problema de roteamento de veículos com coleta, entrega e veículos capacitados. Propomos um modelo integrado para o problema e comparamos resultados de algumas instâncias de Solomon modificadas e instâncias reais. Os resultados indicaram que é necessário outros métodos para se existir uma viabilidade real de resolução do problema.

Palavras-chave: programação mista, decomposição de Benders, problema de roteamento de veículos.

ABSTRACT

Real applications in North America and Europe have shown that the use of computerized systems for the planning of goods distribution by transport process produced significant savings in total cost of transport. Thus, a company that uses the road network constantly starts to have significant spending, not only fuel, but a number of factors that affect the cost of road transport. In this context, the objective is to solve a real problem of transport of a company in Brazil. This problem approaching a vehicle routing problem with pickup and delivery, multiple warehouses, multiple resources and multiple vehicles capacitated. To treat it, therefore, in this paper, we revised a resolution by a hybrid method of two phases where the first phase is a heuristic and the second an exact method, more specifically, a Benders decomposition on a routing problem vehicles with collection, delivery and capable vehicles. We propose an integrated model for the problem and we compared results of some modified Salomon instances and real instances. The results indicated the need for other methods for a real feasibility of solving the problem.

Keywords: mixed programming, Benders decomposition, vehicle routing problem.

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Problemas de roteamento de veículos	5
2.1	Problema geral de coleta e entrega	5
2.2	Problema com múltiplos depósitos e/ou com periodicidade	12
2.3	Variações e outros problemas de transporte	14
3	Problema de movimentação de recursos em canteiros de obras - MRCO	25
3.1	Situação encontrada na prática	25
3.1.1	Distribuição geográfica	26
3.1.2	Recursos	27
3.1.3	Abordagem executada na prática	28
3.1.4	Exemplo Ilustrativo	30
3.1.5	Itens de custo	34
3.2	Descrição do MRCO	34
3.3	Análise do MRCO em relação à literatura	35
4	Métodos de resolução do MRCO	39
4.1	Método de duas fases	39
4.1.1	Primeira fase - problema de alocação de recursos	39
4.1.2	Segunda fase - problema de roteamento de veículos capacitado com coleta e entrega	43
4.2	Modelo integrado	49
5	Experimentos Computacionais	57
5.1	Instâncias	57
5.1.1	Instâncias reais	57
5.1.2	Instâncias de teste	57
5.2	Resultados	58
5.2.1	Instâncias de teste com 10 obras ($ B = 10$)	58
5.2.2	Instâncias reais ($ B = 30$)	61
5.2.3	Instâncias de porte real ($ B = 29$)	62

Lista de Figuras

2.1	Alguns casos especiais do GPDP	6
2.2	As diferentes funções objetivo conforme Savelsbergh e Sol [38].	8
2.3	Esquema parcial da classificação de problemas de transporte de Parragh, Do- erner e Hartl [33].	9
2.4	Reprodução da ilustração do problema de Chen <i>et al</i> [13].	16
2.5	Esquema representativo de alguns problemas de transporte.	20
2.6	Fluxo de características de problemas - Parte 1.	21
2.7	Fluxo de características de problemas - Parte 2.	22
2.8	Esquema representativo de algumas variações pelo incremento de restrições aos problemas de transporte.	23
3.1	Montagem na ferramenta <i>Maps</i> do Google para representar os canteiros de obras e residências de motoristas existentes.	26
3.2	Ilustração dos insumos necessários para feitura de piso em concreto armado de uma quadra de esportes.	27
3.3	Agrupamento de um conjunto de obras.	28
3.4	Exemplo da obtenção da distância entre dois canteiros de obras quaisquer.	29
3.5	Algumas rotas definidas pelo decisor.	30
3.6	Instância hipotética.	31
3.7	Alocação de recursos entre um par de obras.	32
3.8	Alocação de recursos entre obras.	32
3.9	Solução do exemplo.	33
3.10	Representação do problema a tratar.	34
3.11	Rotas possíveis para o problema.	35
4.1	Exemplo de uma instância do problema original.	40
4.2	Conjunto de nós para formação de um novo grafo.	41
4.3	Formação de alguns pares de origem-destino - 1 aresta.	42
4.4	Formação de alguns pares de origem-destino - 2 arestas.	42
4.5	Nós do problema modificado a partir da instância I_1	43
4.6	Pares origem-destino obtidos através da transformação de I_1	43
4.7	Pares origem-destino com matriz de distância entre nós.	44

4.8	Instância I_3	54
4.9	Solução de I_3	55
4.10	Ilustração da solução de I_3	56

Lista de Tabelas

5.1	Resultados para instâncias C com 10 canteiros de obras.	59
5.2	Resultados para instâncias R com 10 canteiros de obras.	60
5.3	Resultados para instâncias RC com 10 canteiros de obras.	60
5.4	Resultados para instâncias com 10 canteiros de obras após eliminar da variável relativa a tempo de viagem.	61
5.5	Resultados para 3 instâncias reais.	61
5.6	Resultados para algumas instâncias de teste considerando <i>clusters</i>	62
5.7	Resultados para algumas instâncias de teste randomizadas	63
5.8	Resultados para algumas instâncias de teste mistas	64

Capítulo 1

Introdução

"Uma pesquisa mostrou uma variação de 15,57% no preço da gasolina, na cidade de Belo Horizonte".¹ "As condições das estradas geram um aumento médio de 25% nos custos operacionais dos transportadores...Este valor é muito alto e difícil de melhorar..."² (Agosto, 2014).

Estima-se que os custos de distribuição são responsáveis por quase metade do custo total de logística e, em alguns casos, como na indústria de alimentos e bebidas, pode chegar a 70% do valor total de acordo Braÿsy e Gendreau [12]. No Brasil, de acordo com a Confederação Nacional do Transporte (CNT), grande parte do transporte de mercadorias e passageiros é feito em modais rodoviários, onde a necessidade de economias é crescente.

Uma empresa que utiliza a rede rodoviária constantemente começa a ter gastos significativos, não somente com o combustível, mas com vários elementos que afetam o custo do transporte rodoviário, tais como manutenção, pneus, pedágios, impostos, custos de pessoal ou até mesmo a perda de tempo devido ao tráfego congestionado ou a tomada de caminhos desinteressantes.

Segundo Perreira [35], o estudo de problemas de roteamento proporciona o uso eficiente da rede e da frota de veículos, ajudando a reduzir os custos e atenuar outros problemas, como a poluição. Toth e Vigo [41] dizem que algumas aplicações reais na América e na Europa mostraram que o uso de sistemas informatizados para o planejamento do processo de distribuição e transporte produziram uma economia significativa nos custos globais transporte. Assim, estudar meios para realizar o transporte de produtos com menos custo se torna interessante.

Juntando este contexto à necessidade de que empresas de pequeno porte precisam alocar recursos escassos de forma eficiente para obter competitividade, este trabalho tem como objetivo resolver uma demanda de uma empresa no ramo de construção civil, em Belo Horizonte, relativa à organização de seu fluxo de transporte. Mais especificadamente, utilizando-se da

¹Fonte: <http://g1.globo.com/minas-gerais/noticia/2014/03/gasolina-comum-tem-variacao-de-quase-16-em-bh-diz-procon.html> acessado em 18/04/2014.

²Fonte: <http://pesquisarodovias.cnt.org.br/Paginas/principaisDados.aspx?origem=2> acessado em 18/04/2014.

pesquisa operacional que, por definição, é uma ciência voltada para a resolução de problemas reais, conforme SOBRAPO³, temos como objetivo específico resolver um problema de roteamento de veículos com múltiplos depósitos, múltiplos produtos, frota homogênea, coleta e entrega simultânea com divisão de entregas e coletas.

O problema, objeto de estudo deste trabalho, considera um conjunto de canteiros de obras. No planejamento diário dessas obras, algumas delas podem demandar um conjunto de recursos, enquanto outras podem ter recursos ociosos para aquele dia. Diante deste cenário, deseja-se transportar estes recursos ociosos para as obras que os demandam. No entanto, nem sempre o número de um determinado recurso demandado será igual ao número deste tipo de recurso ofertado. Nesta situação, deve-se decidir o conjunto de obras que serão atendidas pela compra ou locação de recursos. Para as obras que terão suas demandas atendidas pela realocação dos recursos entre os canteiros de obras, temos, então, a necessidade de transporte desses recursos. Assim, o problema diz respeito ao fornecimento de recursos aos canteiros de obras conforme suas necessidades para o bom andamento do trabalho, tendo para tanto, um conjunto de motoristas para realizar tal tarefa, tal como possibilidade de compras. Nossa demanda é responder à pergunta sobre qual rota que cada condutor deve fazer e quais os recursos que devem ser comprados para que todas as obras tenham os recursos disponíveis para uso diário. Assim, o objetivo em termos monetários é o de minimizar os custos de transporte, o custo relativo aos itens a serem comprados e o custo relativo ao tempo dos veículos em rota.

Para tanto, o problema foi modelado como um problema de programação linear inteiro misto. Como método de solução foi proposto a utilização do *solver* Cplex em seu *default*. Além disso, propomos um método de duas fases, sendo a primeira fase uma aplicação de um algoritmo para alocação de recursos, e a segunda fase a resolução de um modelo de roteamento de veículos com coleta e entrega. Tal resolução foi feita através do *solver* Cplex em seu *default* e por decomposição de Benders.

As contribuições deste trabalho são: a) sob um ponto de vista empresarial, encontrar uma solução para o problema real solicitado pela empresa; b) sob um ponto de vista acadêmico, propor um modelo integrado para o problema; c) propor métodos para tentar resolver o problema em um tempo viável; e d) ao nosso conhecimento, ser pioneiro no uso de Benders sobre um problema de roteamento de veículos com estas restrições.

Assim, a estrutura desta dissertação consiste em cinco partes. O Capítulo II apresenta uma revisão da literatura sobre problemas de roteamento de veículos, os principais métodos utilizados, além de algumas estratégias empregadas em alguns destes problemas. Alguns resultados da literatura são também abordados. O Capítulo III apresenta uma descrição de forma detalhada do problema real com suas características, que são, então, comparadas à literatura existente. No Capítulo IV há uma revisão de uma forma de enquadrar o problema, por meio do método de duas fases, em um modelo da literatura de programação

³Fonte: http://www.sobrapo.org.br/o_que_e_po.php acessado em 16/04/2015.

matemática cuja resolução foi feita por decomposição de Benders. Além disto, é proposto um outro modelo integrado para alocação de recursos e roteamento de veículos. Os resultados experimentais e algumas propostas para trabalhos futuros são apresentados e discutidos no Capítulo V. Por fim, o Capítulo VI nos remete às conclusões do trabalho.

Capítulo 2

Problemas de roteamento de veículos

Os problemas de transporte que são tratados no escopo deste trabalho são aqueles relacionados a roteamento de veículos, que atuam sobre o objetivo de visitar um conjunto de consumidores/clientes, usando, para tanto, modal rodoviário por intermédio de um conjunto de condutores de veículos sob um critério de otimização de custos.

As vias utilizadas pelos veículos são, normalmente, representadas por um grafo ?? cujas arestas representam estradas e cujos vértices correspondem ao(s) depósito(s) e/ou consumidor(s). O grafo pode ser orientado ou não orientado, segundo a possibilidade de direção das vias. Se a via permite trânsito em mão-dupla, dizemos que o grafo não é orientado, caso contrário ele é orientado. Cada arco ou aresta tem um custo associado à sua utilização, o que pode ser devido ao veículo ou ao período em que a via é atravessada.

O nosso problema é parte desse grupo de problemas. Assim, cabe-se uma revisão da literatura sobre esses problemas. Tentar sistematizar uma enorme literatura, é uma atividade desafiadora e útil que tem atraído esforços consideráveis na comunidade científica. Deste modo, neste capítulo, temos o objetivo de fazer, em um primeiro momento, um resumo dos principais problemas de transporte, encontrados na literatura, que se enquadram no escopo acima.

Este capítulo foi organizado da seguinte forma: primeiro falaremos sobre o problema geral da coleta e entrega - GPDP, após analisaremos os problemas de transporte relacionados ao GPDP. Em seguida, lembraremos de algumas variações encontradas na literatura relativas a problemas de transporte.

2.1 Problema geral de coleta e entrega

Savelsbergh e Sol [38], nos oferece uma idéia sobre problemas de transporte relacionados à coleta e entrega, resultando em um *survey* sobre o assunto. Eles definem o Problema Geral de Coleta e Entrega (GPDP) como um problema no qual rotas, a serem percorridas, cada uma por um único veículo, devem ser selecionadas para satisfazer um conjunto de requisições de clientes. Eles dizem que este problema considera uma frota de veículos capacitados com

origem e destino definidos. Os autores afirmam que cada requisição de transporte tem a informação sobre o peso da carga a ser transportada e a informação dos locais de parada do veículo, que ele define como origem para a coleta de carga e como destino final para o lugar que se entregará a carga. Os autores ressaltam que neste problema não pode haver recarregamento ou descarregamento em depósitos intermediários.

Eles consideram três casos especiais de problemas oriundos do GPDP, o que esboçamos na Figura 2.1.

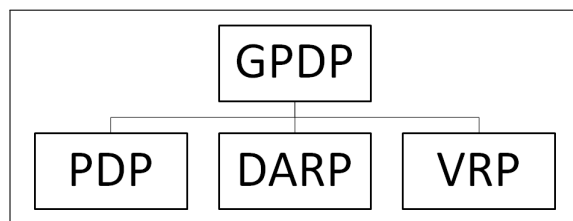


Figura 2.1: Alguns casos especiais do GPDP

O PDP é o Problema de Coleta e Entrega (*Pickup and Delivery Problem*). Segundo os autores, dentro do PDP cada requisição terá um único ponto de origem, onde deverá ser recolhido um único produto, e um único destino final para entregar o produto coletado, sendo a origem e o destino, ambos bem definidos. Além disso, existe um depósito central de onde todos os veículos iniciam sua respectiva rota, e para onde eles têm de voltar. Esses veículos saem do depósito sem qualquer mercadoria. Tais mercadorias serão coletadas no intercurso da rota. Ao final do trajeto, os veículos retornam ao depósito vazios. Considerando janelas de tempo, Li e Lim [28] propoem uma boa definição do problema e trabalham a solução de forma heurística.

O DARP é o *Dial-a-Ride Problem*, problema ainda sem tradução. Neste problema a carga a ser transportada são pessoas. Os pontos de origem e destinos são definidos. Considera-se que o peso das cargas são iguais a 1. Estes problemas são, geralmente, utilizados em sistemas para o transporte de idosos e de deficientes, sendo também referenciado na literatura em aplicações reais de serviços de atendimento por ambulâncias. No Brasil, pode ser aplicado no transporte de estudantes entre suas respectivas residências e suas respectivas escolas. Braekers [11] cita ainda outra aplicação do caso de transporte de pessoas em áreas rurais devido a falta de bons serviços de transporte público.

O VRP é o Problema de Roteamento de Veículos (*Vehicle Routing Problem*). Para Savelsbergh e Sol [38], tal problema é parte do GPDP já que podemos considerar todas as origens ou todos os destinos, num sentido exclusivo para as requisições, como o depósito central.

Na mesma linha, Toth e Vigo [41] dizem que o VRP, considerando sua versão clássica, é um problema que consiste em atender um conjunto de consumidores, usando uma rede de transporte, com um conjunto de veículos. A solução de um VRP requer a determinação de um conjunto de rotas, cada uma utilizada por um único veículo, que começa e termina em um depósito central, de maneira que todas as exigências dos consumidores sejam atendidas,

todas as restrições operacionais sejam respeitadas e o custo global de transporte seja mínimo. Além disso, é desejável reduzir o número de veículos utilizados.

Cordeau *et al* [19] mostram que o Problema de Roteamento Capacitado considerando janelas de tempo é uma generalização do problema capacitado que é obtido pela janela de tempo $[0, \infty]$ para todos os clientes, ou seja, os clientes serão atendidos a qualquer momento. Um artigo sobre aplicações da restrição de janela de tempo pode ser encontrado em [39].

Savelsbergh e Sol [38] nos lembra de muitas características reais que acontecem em situações cotidianas que devem ser consideradas para a resolução dos problemas. Entre elas, eles recordam daquelas relativas às requisições dinâmicas que influenciam a definição de vias e a existência de depósitos.

Os autores afirmam que, em uma situação estática, sabemos de antemão todas as informações sobre todas as requisições quando estamos definindo as rotas na resolução do problema. No entanto, considerando-se as situações em tempo real, algumas requisições são conhecidas ou inclusas após a definição das rotas, por exemplo através de chamadas via celular no depósito, quando os motoristas já estão percorrendo as rotas. Com isso, essas rotas devem ser adaptadas para comportar a nova requisição. Uma estratégia para resolver este problema, seria fazer resoluções do problema de maneira sequencial em situação estática. Assim, sempre que tivermos novas requisições, deve-se fazer uma nova resolução estática do problema considerando as posições atuais dos veículos e as localizações relativas àqueles clientes ainda não atendidos. Com esta abordagem, o conceito de depósito é perdido. Se adotarmos uma sequência de resoluções estáticas para o problema, é certo que em algum momento os veículos irão partir de um ponto que não será um depósito, talvez seja uma residência de um cliente. Na verdade, os veículos estarão dispersos na região cartográfica após algumas resoluções estáticas do problema.

Os autores citados acima discutem, ainda, uma variação do Problema de Coleta e Entrega, que pode ser aplicado a outros problemas, que é o Problema de Coleta e Entrega com Veículo em Carga Completa (*full truck load pickup and delivery problem*). A variação se deve ao caso especial no qual cada carga tem que ser transportada diretamente de sua origem até o seu destino, assim, entre um ponto de coleta e seu respectivo ponto de entrega, nenhuma parada pode ser feita.

Para objetivos de otimização, Savelsbergh e Sol [38] dizem que há vários. A Figura 2.2. os resumem.

Savelsbergh e Sol [38] lembram ainda das restrições de janelas de tempo, dizendo que elas podem estar associadas às requisições, ou seja, aos consumidores, assim como aos veículos numa forma de limitação da quantidade de horas de trabalho dos condutores, por exemplo. Para o *Dial-a-Ride Problem* é comum o uso de restrições para limitar o tempo que um cliente pode ficar dentro do veículo.

Neste contexto de restrições, Xu *et al* [44], baseando seu trabalho em operações reais, acrescentam restrições relativas:

Função Objetivo			
Um veículo		Múltiplos veículos	
Minimizar	Descrição	Minimizar	Descrição
Duração da Viagem	Duração da Viagem é o tempo total que os veículos precisam para percorrer as rotas. O tempo de viagem de uma rota inclui o tempo de viagem entre os locais, tempo de espera, tempo de serviço, tempo de carga e descarga, tempo em congestionamentos, etc.	Número de veículos	O custo associado à um veículo não dá vantagens para a utilização de veículos, assim, devemos usar o menor número de veículos possível.
A data de saída no último cliente	Isto quer dizer minimizar a data na qual o último serviço é prestado. Quando o tempo inicial de saída dos veículos são 0, este objetivo é o mesmo da minimização da duração da viagem.	As perdas	Ou seja, maximizar o lucro. Pode-se combinar todas os outros objetivos para aproveitar o máximo possível. Podemos recusar a demanda de transporte quando é desfavorável transportar a carga correspondente. No entanto, para o Dial-a-Ride Problem, essa rejeição é indesejável.
Tempo de viagem	Queremos minimizar todos os tempos necessários entre dois vértices respectivos dentro das rotas.	A inconveniência	A inconveniência é medida pela diferença entre o tempo de coleta e entrega real e o tempo pré-definido.
Distância percorrida	Apenas a distância total percorrida por todos os veículos é considerada para esta finalidade.		

Figura 2.2: As diferentes funções objetivo conforme Savelsbergh e Sol [38].

1. ao uso de múltiplos tipos de veículos que devem satisfazer um conjunto de restrições de compatibilidade que especificam quais as cargas que não podem ser cobertas por um conjunto de tipos de veículos e quais cargas não podem ser transportadas juntas.
2. à ordem de carregamento e descarregamento para cumprir uma restrição de precedência aninhada que obriga que uma carga x não seja descarregada até que todas as cargas colocadas dentro do caminhão após x sejam descarregadas.

Parragh, Doerner e Hartl [33] e [34] fazem uma classificação com maior nível de detalhes sobre os problemas dentro do GPDP. Eles propuseram um esquema de classificação que é mostrado parcialmente na Figura 2.3.

Na Figura 2.3, nota-se que o problema geral da coleta e entrega é dividido em dois grupos de acordo com a utilização dos depósitos: VRPB (*Vehicle Routing Problems with Backhauls*) faz o transporte do produto, de modo que o depósito participe seja como distribuidor seja como receptor; e VRPPD (*Vehicle Routing Problems with Pickups and Deliveries*) que, no entanto, trata do transporte de mercadorias entre clientes, sendo que o depósito é utilizado apenas para área de estacionamento de veículos durante o tempo em que eles estiverem ociosos.

O problema VRPB se endereça às situações em que todos os produtos a serem entregues terão como origem um ou mais depósitos, e todos os produtos a serem recolhidos serão conduzidos a um ou mais depósitos. Esta definição é a mesma apresentada por Savelsbergh e Sol [38] para o VRP. Neste problema, os consumidores de entrega são nomeados *linehaul customers* e consumidores de coleta como *backhaul customers*. Logo, se considerarmos VRP com *linehaul customers*, significa que o veículo sai do depósito com os produtos. Mas, se considerarmos VRP com os *backhaul customers* teremos veículos retornando aos depósitos com produtos recolhidos. Nesta classe de problemas temos quatro outros sub-problemas: VRPCB (*VRP with Clustered Backhauls*), VRPMB (*VRP with Mixed Linehauls and Backhauls*),

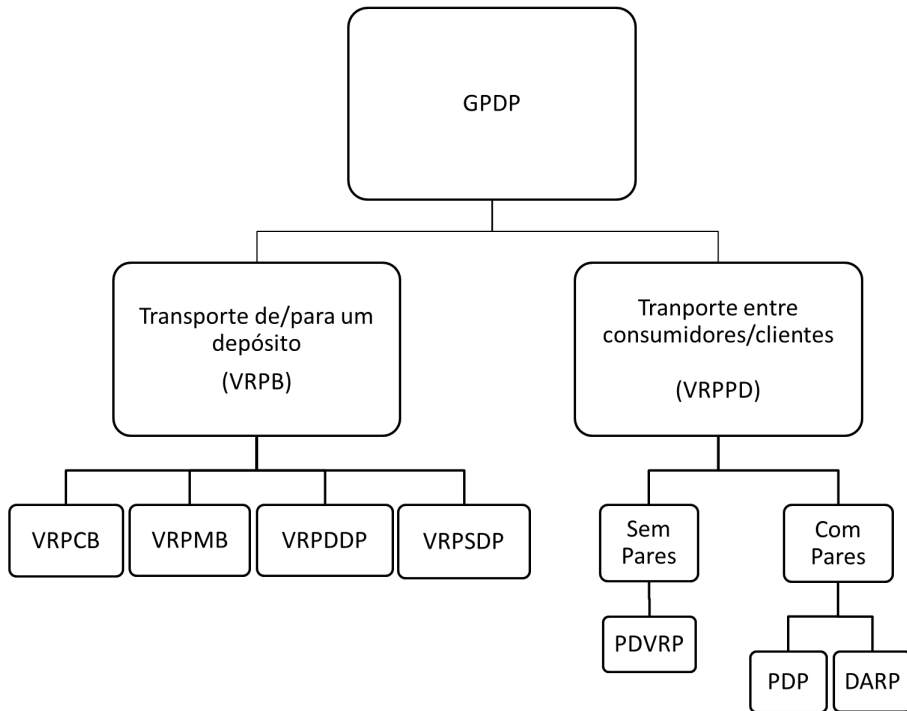


Figura 2.3: Esquema parcial da classificação de problemas de transporte de Parragh, Doerner e Hartl [33].

VRPDDP (*VRP with Divisible Delivery and Pickup*) e VRPSDP (*VRP with Simultaneous Pickup and Delivery*).

Para o VRPCB, cada cliente tem uma única necessidade, ou uma entrega ou uma coleta, nunca as duas. Além disso, todas as entregas de produtos devem ser feitas antes de qualquer coleta de mercadorias.

Para o VRPMB, cada consumidor terá, também, uma única necessidade, ou uma entrega ou uma coleta, nunca as duas. No entanto, as coletas e entregas podem ser feitas de maneira mista, sem a necessidade de realizar todas as entregas previamente ao início do serviço de coletas. Considera-se, porém, que cada consumidor só pode ser visitado uma vez.

Para VRPDDP, os clientes são associados à um pedido no qual há coleta e entrega ao mesmo tempo, com a liberdade de ter no máximo duas visitas a cada cliente, uma para coleta e outra para entrega. O autor cita um tipo de caso interessante dentro do escopo deste problema, que pode ser até uma nova extensão deste subproblema, relativa a possibilidade de permissão de divisão do serviço de entrega ou de coleta, caso denominado na literatura de *split delivery/pickup*. Apesar deste serviço poder não ser conveniente na entrega de produtos a clientes finais, esse tipo de permissão pode ser uma boa opção dentro de outros sistemas, tal como no nosso trabalho.

Por fim, o VRPSDP, é o mesmo problema descrito para o VRPDDP, mas cada consumidor só pode ser visitado uma vez. Logo, no momento da coleta de um produto, deve-se realizar a entrega de outro, se um cliente tiver um pedido com ambas demandas.

O segundo grupo de problemas representado pelo o VRPPD, na Figura 2.3 à direita, inclui

problemas em que os produtos são transportados entre os consumidores, sem a intermediação de armazéns. Temos duas classes de problemas, os desemparelhados e os emparelhados.

Por desemparelhado entendemos que uma coleta e uma entrega de um produto não são relacionadas obrigatoriamente, ou seja, cada unidade de um produto coletado pode ser usada para satisfazer as exigências de qualquer requisição de entrega para aquele produto. Além disso, essa classe de problemas trata os bens como homogêneos. Nesta classe de problemas temos um único caso, o PDVRP - Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega (*Pickup and Delivery VRP*).

Na outra classe de problemas, do VRPPD, temos os problemas emparelhados, entre os quais existem problemas já apresentados: o Problema da Coleta e Entrega (PDP) e *Dial-A-Ride Problem* (DARP). Eles são emparelhados pois as demandas de transporte fazem associação de uma origem a um destino específico, o que resulta numa ligação obrigatória entre os pontos de coleta e os pontos de entrega. A diferença entre esses problemas, como já dissemos, este é o tipo de carregamento: PDP abrange transporte de produtos, enquanto DARP abrange transporte de pessoas.

Dondo *et al* [21] citam dois problemas pertencentes ao VRPPD. O primeiro deles é o Problema de Coleta e Entrega de Empresas de Correios (*courier company pickup and delivery problem* - CCPDP) que trata do transporte de mensagens e correspondências. O outro é o Problema de Transporte de Cadeirantes (*the handicapped person transportation problem* - HTP), este o qual pode ser visto como uma variação do DARP.

Cordeau e Laporte [18] apresentam um *survey* sobre o problema DARP. Para eles, o DARP generaliza alguns dos problemas de transportes tais como o PDVRP e o Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo (VRPTW), tendo como diferença a perspectiva humana. Eles lembram que o problema pode ser tratado de modo estático bem como dinâmico, nos termos de Savelsbergh e Sol [38]. Temos ainda que o problema pode ser expresso considerando múltiplos depósitos ou um único, frota de veículos heterogênea ou homogênea. Cordeau e Laporte [18] abordam alguns objetivos a serem otimizados. Excluindo alguns já citados na Figura 2.2, eles citam um relativo à diferença entre o tempo de partida real e o pretendido de um cliente. Eles citam ainda que alguns critérios podem ser vistos tanto como objetivo, quanto como restrições, conjunto este, que eles incluem as janelas de tempo de cada cliente relativas às horas de partida e chegada. Táxis podem ser utilizados sob uma imposição de penalidade na falta de veículos para suprir toda a demanda.

Ainda no contexto do DARP, Braekers *et al* [11] acrescentam variações interessantes dentro do escopo do problema. Eles abordam que, a princípio, cada veículo deve retornar ao depósito de origem, mas pode haver casos em que o motorista fornece seu próprio veículo para o processo, caso este em que cada depósito tem somente um veículo. O problema que estes autores resolvem é o MD-H-DARP (*Multi-Depot Heterogeneous Dial-a-Ride Problem*) que considera múltiplos depósitos e frota heterogênea. Neste problema, as requisições dos clientes são conhecidas. Eles podem especificar uma janela de tempo na coleta ou, exclusivamente, na entrega. As restrições utilizadas foram janelas de tempo, limitação da duração da rota

e do tempo de permanência dentro do veículo. Frota heterogênea é bem justificado pelos autores, no contexto de necessidade pessoal, devido a presença de requerimentos especiais relativos ao tipo de acomodação para o cliente dentro do veículo: cadeira de rodas, maca, caso este que pode ter acompanhante, assento comum, etc.

Parragh, Doerner e Hartl [33] e [34] fazem, ainda, um estudo, para cada categoria de problema citado na Figura 2.3, sobre formulações de modelos matemáticos, sobre os diferentes métodos de resolução propostos na literatura, seguida pela descrição de instâncias de referência utilizadas, além de aconselhar algumas abordagens de resolução.

Berbeglia *et al* [7] definem os problemas de coleta e entrega (*Pickup and Delivery Problems* -PDPs) em três grupos:

1. *many-to-many*: problemas no qual qualquer vértice pode ser origem ou destino para qualquer produto. A princípio, esta classe de problemas envolve o PDVRP, pois, além dele, podemos ter o *Swapping Problem* no qual considera-se um troca entre clientes de produtos diversos até que todos os clientes tenham os produtos por eles desejados. Voltaremos neste problema mais tarde.
2. *one-to-many-to-one*: problemas que envolvem o depósito seja como fonte, seja como destino. Assemelham-se, assim, ao VRPB.
3. *one-to-one*: problemas que tenham, para cada requisição, origem e destinos definidos. São, portanto, semelhantes à classe VRPPD com pares, descrita acima. Segundo os autores, esta classe dividi-se em três problemas: VRPPD, Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e eEntrega, típicos em serviços de entrega porta a porta, tal como os correios; DARP; e o Problema de Coleta e Entrega com Veículo em Carga Completa.

O foco do trabalho de Berbeglia *et al* [7] é discutir a dinamicidade destes problemas. Eles ampliam o escopo de dinamismo definido em Savelsbergh e Sol [38]. Para os primeiros autores, o aspecto dinâmico é dado pelo fato de dados de entrada serem revelados ou atualizados quando atividades já estão em progresso, dizendo que geralmente, tais dados são requisições. No caso de problemas *one-to-one*, os autores afirmam que, existe a possibilidade de se rejeitar requisições, mas, tipicamente, as requisições conhecidas antecipadamente e aquelas aceitas devem ser atendidas.

Em relação à estratégia de solução, os autores dizem que a estratégia de reotimização devido à nova requisição, abordada por Savelsbergh e Sol [38], pode gastar um tempo de máquina incompatível com a necessidade do decisor, dizendo que uma outra estratégia interessante seria rodar a resolução estática no início do horizonte e atualizar heurísticamente as novidades garantindo um mecanismo rápido com uma certa qualidade.

Berbeglia *et al* [7] citam, ainda, alguns trabalhos relativos a problemas de coleta e entrega estocásticos.

Mitra [30] define o VRPB conforme a definição do VRPCB: existe clientes que tenham um único tipo de demanda, ou coleta ou entrega, não ambas, sendo que todos os clientes de entrega devem ser visitados antes de qualquer cliente de coleta. O problema no qual permite que clientes de coleta sejam visitados antes de um cliente de entrega, a autora define como *mixed* VRPB. Essa definição é a mesma definida para o VRPMB. Apesar desta diferenciação entre as definições, adotamos as nomenclaturas de Parragh, Doerner e Hartl [33] e [34].

Dondo *et al* [21] fazem uma subclassificação do problema de coleta e entrega com janelas de tempo em três classes:

1. *single-vehicle pickup and delivery problem with time windows* - 1-PDPTW: no qual há somente um veículo para atender todos os clientes;
2. *multi-vehicle pickup and delivery problem* - m -PDPTW: no qual consideramos m veículos. Na verdade esse problema coincide com a definição do PDP dos autores citados anteriores, que consideravam mais de uma rota, cada uma percorrida por um carro distinto.
3. *general pickup and delivery problem with multiple vehicle and time windows* m -GPDPTW: problema que considera frota heterogênea, múltiplos depósitos, clientes com necessidades de entrega ou de coleta, mas não ambas simultaneamente.

O foco do trabalho dos autores é o terceiro caso. Uma aplicação heurística foi elaborada para o problema, modelado em MIP, para instâncias com mais de 25 requisições. Nos demais casos foi empregado um método exato. Apesar da classificação de Dondo *et al* [21] em torno de janelas de tempo, tais variações podem ser consideradas de uma forma mais generalista.

2.2 Problema com múltiplos depósitos e/ou com periodicidade

Um *survey* sobre problemas de roteamento de veículos com múltiplos depósitos (MD-VRP) é feito por Montoya *et al* [31]. No trabalho destes autores, eles adaptam um esquema entre problemas relacionados a roteamento de veículos, mostrando além de alguns problemas já descritos na seção anterior, problemas com múltiplos depósitos e problemas periódicos. As características consideradas pelos autores no escopo destes primeiros problemas, como essenciais, são:

1. cada veículo começa e termina sua rota no mesmo depósito;
2. cada cliente é servido por somente um veículo, uma vez;
3. os veículos são capacitados.

Após apresentar um modelo geral para o problema de roteamento de veículos com múltiplos depósitos, eles mostram a existência na literatura de trabalhos que abordam único objetivo e outros que abordam múltiplos objetivos.

Em relação ao MDVRP, Libertad *et al* [40] discutem estratégias para a resolução de uma entre duas fases sugeridas para a resolução do problema. Estes autores corroboram as características essenciais pertencentes ao problema, conforme dissemos acima. O MDVRP é NP-hard para Lenstra *et al* [27] e para Clark *et al* [14]. Um trabalho dedicado a métodos heurísticos para o problema é feito por Dondo *et al* [22].

Vidal *et al* [43] fazem uma apresentação mais detalhada do MDVRP dizendo que este problema pode ser representado por um grafo completo $G = \{V, A\}$ cujo conjunto de vértices V é dividido de modo que $V = V^{depositos} \cup V^{clientes}$ e $|V| = n + d$, em que n é o número de consumidores e d o número de depósitos. Cada $v \in V^{depositos}$ terá m veículos. Cada cliente i tem uma demanda q_i que necessita de um tempo de serviço ao ser entregue. Os arcos $A_{ij} \in A$ representam a possibilidade de viagens diretas de v_i a v_j com um tempo total de viagem igual a c_{ij} . O comprimento de um percurso de um veículo é calculado como o tempo de viagem total mais o tempo de serviço necessário para atender os clientes. Este tempo é limitado a T . O objetivo é conceber rotas que sirvam todos os clientes respeitando as características essenciais em prol da otimização de um objetivo.

Laporte *et al* [20] dizem que o VRP periódico (PVRP), considerando-se um único depósito ou MDVRP periódico (PMDVRP) utilizando uma abordagem múltiplos depósitos, adicionam uma dimensão de tempo ao problema. Nestes problemas, segundo os autores, cada cliente i é caracterizado por uma frequência f_i de serviço, o que representa o número de visitas a serem feitas durante períodos de tempo t . Tais problemas têm, também, uma lista de possíveis combinações que definem os períodos das visitas, ou seja, as visitas só podem ocorrer em uma dessas combinações permitidas. Por exemplo, um cliente pode solicitar ser visitado duas vezes durante um período de $t = 5$ dias, exigindo que estas visitas sejam segunda-feira e quinta-feira ou segunda-feira e sexta-feira. Assim, o PVRP ou o PMDVRP visam estabelecer um programa de entrega para cada cliente, construindo as rotas dos veículos visando minimizar o custo total para todos os períodos. Esta definição é coerente com a utilizada por Coene *et al* em seu estudo de caso em [15].

Um recurso que mostra interessante nas resoluções do último problema, de acordo Coene *et al* [15], é a divisão do problema em duas fases que utiliza algumas abordagens de fixação da variáveis. Por exemplo, em uma primeira abordagem, de Beltrami e Bodin *apud in* Coene *et al* [15], as rotas são elaboradas e, em seguida, atribuídas aos dias da semana; Em outra abordagem dos mesmos autores, os clientes são atribuídos aos dias na primeira fase, enquanto que na segunda fase, o problema de roteamento é resolvido para cada dia, utilizando técnicas convencionais de resolução do VRP.

Contardo [17] diz que o MDVRP pode ser formulado como um PVRP ao perceber que diferentes depósitos podem ser modelados como múltiplos períodos no contexto de um PVRP. O autor resolver o problema por método exato em três partes utilizando, para tanto, formu-

lação conjunta de fluxo de veículos e *set-partitioning* com classes de desigualdades válidas.

Em resumo, Montoya *et al* [31] expressam que diversas variações do VRP com múltiplos depósitos foram ou tem sido pesquisadas. Entre elas, temos a possibilidade de se ter janelas de tempo, frota heterogênea, coleta e entrega, multi-produtos, divisão de entregas (*split delivery*) e restrições de frequência de visitas aos clientes. Problemas de localização e roteamento conjuntos foram também lembrados. Poucos trabalhos envolvendo reabastecimento de produtos dos veículos, já em rota, foram citados.

Todas essas variações citadas pelos autores podem ser agrupadas aos problemas relacionados na Figura 2.3, inclusive a utilização de múltiplos depósitos. Neste contexto, acreditamos ser importante um detalhamento maior das características destes problemas, bem como discutir outros problemas dentro da problemática de transportes.

2.3 Variações e outros problemas de transporte

Ray *et al* [36] trabalham o problema de roteamento de veículos com divisão de entrega, múltiplos depósitos juntamente com a localização de facilidades, no caso, os depósitos (*Multi-Depot Split-Vehicle Routing Problem* - MDS DVRP acrescido do *Facility Location*). Apontando a não efetividade da aplicação de multi-estágios na resolução do problema, os autores propõem uma formulação de programação linear inteira mista, tentando resolvê-la heurísticamente.

Uma diferenciação interessante é feita por Ray *et al* entre o SDVRP que é o Problema de Roteamento de Veículos com Divisão de Entregas e o CVRP (*capacitated vehicle routing problem*). Ambos problemas consideram um depósito. Pelo fato do CVRP permitir que os clientes sejam visitados somente uma vez, uma demanda que tenha volume/peso maior que a capacidade do veículo torna o problema inviável. Além disso, segundo os autores, SDVRP permite uma viabilidade nesse caso devido a divisão da entrega dos pedidos. Nessa mesma linha, eles argumentam que o MDS DVRP é menos restritivo que algumas versões do problema de roteamento por permitir que demandas cujo volume/peso seja superior à capacidade do veículo possam ser atendidas por mais de um veículo. No entanto, essa melhoria não retira o problema da classe NP-Hard, conforme Gulczynski [24].

No contexto de *split delivery*, Gulczynski [24], pioneiros na literatura em relação ao MDS DVRP segundo eles, cita uma aplicação interessante em Taiwan para coleta de resíduos sólidos, no qual existe um local para cidadãos depositarem lixo que serão retirados por veículos algumas vezes durante o dia, justificando bem a idéia de *split delivery*. O problema considera que cada local que necessita de coleta de lixo será visitado por um ou mais veículos, estes por sua vez, tem como destino final um aterro sanitário. O exemplo é bem interessante para ilustrar a controvérsia no termo, já que não se trata de entrega, mas sim de coleta. Portanto, usaremos o termo *split delivery/pickup* para poder contextualizar ambas possibilidades. Considerando como objetivo do MDS DVRP a minimização da distância

total percorrida pela frota, os autores resolveram o problema, modelado como programação inteira, heurísticamente.

Archetti e Speranza [4] agregam muito valor nessa discussão com um *survey* sobre o SDVRP. Segundo elas, o objetivo do problema é minimizar o custo de viagem, dizendo que era um desafio resolvê-lo, sendo que na época somente instâncias com menos de 30 clientes eram resolvidos. Elas mostram exemplos nos quais SDVRP, em relação ao VRP, pode ser pior, igual, ou melhor em termos de otimização de um objetivo. Métodos de resolução, propriedades do problema e um modelo de programação inteira mista é abordado no trabalho. Variações dentro do problema são referenciadas pelas autoras, algumas as quais ainda não comentamos, e portanto o faremos aqui. Uma variação citada pelas autoras é a permissão do serviço de divisão de entregas somente se um percentual mínimo de clientes o desejar. Outra variação, ainda não vista em nosso trabalho, é a utilização de demandas discretas, ou seja, demandas de itens discretos, no qual cada item não é divisível. Além dessas, as autoras citam uma variação definida como *single-commodity many-to-many pickup and delivery problem*. Em resumo, trata-se de um problema próximo ao MDPDVRP acrescentado algumas considerações : frota e produtos homogêneos, demandas que podem exceder a capacidade dos veículos e clientes que podem receber diversas visitas. Essas autoras em [3] apresentam as propriedades do problema e os métodos heurísticos com mais detalhes.

Um problema VRPDDP com *split delivery/pickup* é estudado por Mitra [29]. A autora argumenta que alguns pesquisadores consideram coleta e entrega simultânea interessantes, em contraponto com o VRPMB, por permitir que o espaço vazio em caminhões após a entrega dos produtos seja utilizado para transportar itens retornáveis para o depósito poupando, assim, uma enorme quantidade de custos de transporte. Em relação ao VRPCB, a autora afirma que apesar de haver razões para seu uso, tais como prioridade na entrega ou a eliminação de complicações quanto ao rearranjo ou realinhamento da carga no caminhão, pode-se economizar gastos quando permite-se uma relaxação dessa limitação. Em relação ao *split delivery/pickup*, ela afirma que no contexto de uma única visita ao cliente, a coleta ou a entrega são sempre limitadas à capacidade do caminhão. Neste sentido, ela trabalha um VRPDDP com uma frota homogênea e *split delivery/pickup*. Cada cliente pode ser visitado diversas vezes até pelo mesmo caminhão. Não há janelas de tempo nem restrição sobre tempo máximo de rota de um caminhão. O custo da rota entre dois locais é independente do caminhão. O objetivo do problema é determinar o menor número de veículos necessários para cumprir as exigências dos clientes e minimizar o custo total de rotas. Uma heurística foi proposta para um modelo de programação linear inteiro misto. A mesma autora define este problema em [30] como Problema de Roteamento de Veículos com Divisão de Coleta e Entrega (VRPSPDP). Segundo ela, somente seus trabalhos abordavam o problema até 2013. Neste último trabalho, segundo ela, em [30] o mesmo problema de [29] é trabalhado através de um modelo de programação inteira mista resolvido heurísticamente cujos resultados se mostraram melhores em comparação com o trabalho anterior.

A definição da terminologia do Problema de Coleta e Entrega com Divisão de Entregas

é feita por Nowak *et al* [32] como (*Pickup and Delivery Problem with Split Loads* - PDPSL).

Outra variação interessante dentro do contexto de *split delivery* está contida no Problema de Coleta e Entrega não Pareado com Divisão de Entregas (*Unpaired Pickup and Delivery Problem with Split Loads* - UPDPSL) trabalhado por Chen *et al* [13]. Trata-se de uma variação do PDVRP considerando frota e produtos homogêneos, coleta e entrega simultânea, divisão de entrega e coleta. Porém cada veículo pode visitar cada vértice somente uma vez e o tempo de serviço no cliente é desprezado. Uma ilustração de uma aplicação do problema, confeccionada pelos autores, é reproduzida na Figura 2.4.

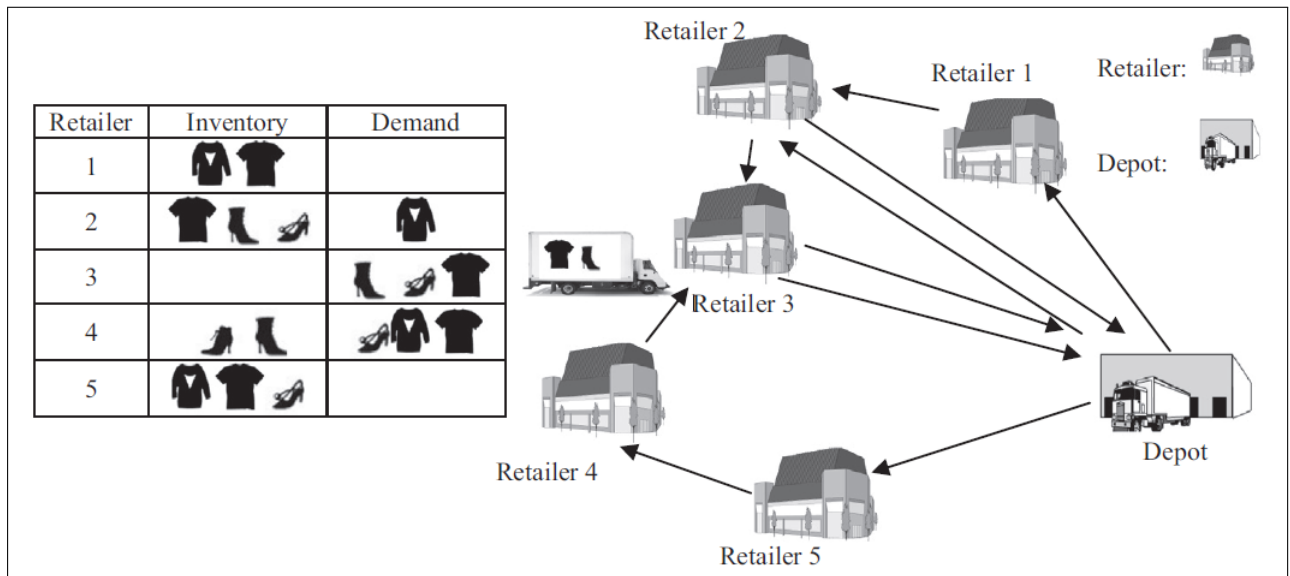


Figura 2.4: Reprodução da ilustração do problema de Chen *et al* [13].

A Figura 2.4 mostra um conjunto de varejistas (*retailers*) e um depósito (*depot*). Alguns clientes tem uma demanda (*demand*) de alguns tipos de produtos, enquanto outros tem uma quantidade excessiva de alguns tipos de produtos no inventário (*inventory*). Nesse contexto, deve-se haver uma realocação desses produtos no sistema entre os varejistas de forma a termos um equilíbrio entre oferta e demanda, ou seja, retirar tipos de produtos em excesso de alguns varejistas para entregá-los aos varejistas demandantes. Os autores argumentam que este tipo de problema, considerando multi-produtos, é mais próximo da realidade comparado a problemas de único produto, citando como exemplo uma problema de logística de uma manufatura de tabaco na China, que necessita determinar um conjunto de rotas para o problema de coleta e entrega de vários materiais entre varejistas fornecedores e demandantes.

Um problema da literatura que amplia o contexto exposto na Figura 2.4 é o *heterogeneous fleet of ships engaged in pickup and delivery of several liquid bulk products* estudado por Khayyal e Hwang [1]. Dado um conjunto de navios diferentes e um conjunto de portos, o problema tem como objetivo definir a quantidade de cada produto a ser transportado de um porto x a um porto y , o momento do transporte e o navio a ser utilizado, sujeito às condições de que todos os portos devem ter garantido um estoque mínimo e máximo de cada

produto. O problema considera ainda que os navios podem carregar diferentes produtos ao mesmo tempo, mas em compartimentos separados. Assim, os autores enquadram o problema como um Problema de Roteamento de Inventário de uma frota heterogênea de navios com compartimentos dedicados considerando coleta e entrega de produtos diversos. Além disso, permite-se que mais de um navio ancore no mesmo porto, em determinado momento, e impõem-se janelas de tempo nos portos.

Outro problema presente na literatura que lembra o contexto exposto na Figura 2.4, é o Problema de Troca (*Swapping Problem*) trabalhado por Anily e Hassin [2]. Neste problema, cada vértice de um grafo completo não direcionado pode conter um tipo de produto. Um estado inicial especifica o tipo de objeto que está localizado em cada vértice. Um estado final considera como devem estar distribuídos tais produtos entre os vértices. Logo, cada vértice está associado a no máximo dois tipos de objetos que representam a sua oferta e a sua demanda. Supõe-se que para cada tipo de objeto a demanda total é igual à oferta total. Um veículo de capacidade unitária, iniciando e terminando sua rota em um vértice arbitrário, transportará os objetos ao longo das arestas do grafo. O objetivo é determinar uma rota de custo mínimo de tal forma que cada oferta e cada procura seja satisfeita. Quando alguns dos tipos de objetos podem ser temporariamente descarregados em alguns vértices intermediários antes de ser transportados a seu destino final, o problema é chamado de Problema de Troca Misto (*Mixed Swapping Problem*) ou também como uma versão *preemptive* do problema. Recentes trabalhos sobre o problema podem ser encontrados em [9], [8] e [10].

No contexto de frota heterogênea, o trabalho de Baldacci *et al* [5] mostra algumas variações. A primeira delas é considerar se o veículo tem um custo por utilização ou não. A segunda variação é a consideração sobre o número de veículos disponíveis: infinito ou limitado. A última variação é se os custos de transporte dos veículos são iguais ou diferentes para cada veículo. Temos ainda que estas variações podem ser combinadas.

Uma variação do CVRP é lembrado por Tsirimpas *et al* [42] no qual existe a permissão de retorno ao depósito para recarregamento, porém considerando uma homogeneidade de produtos a serem entregues, e o sequenciamento de visita aos clientes pré-estabelecido. Nomeado como Problema de Roteamento de Veículos com Retornos ao Depósito (VRDRP), este problema foi resolvido com programação dinâmica. Estes autores propuseram variações deste problema para levar em consideração multi-produtos, a organização destes produtos em seus compartimentos dentro do veículo e a extensão do problema VRDRP considerando coleta e entrega.

Um trabalho interessante sobre algumas variações do CVRP é feito por Kek *et al* [25]. Os autores dizem que uma presunção em torno do VRP é de que todo veículo retorne ao seu depósito de origem. No entanto, eles argumentam que uma relaxação dessa restrição para que um veículo possa retornar a um depósito qualquer pode economizar potencialmente os custos de transporte. Com isso, eles aplicam essa relaxação sobre o Problema de Roteamento de Veículos com Restrição de Capacidade e Distância Percorrida (*distance-constrained capacitated vehicle routing problems* - DCVRP) construindo, assim, o problema DCVRP_Flex.

Neste problema cada cliente é visitado uma única vez e há permissão de retorno ao depósito para recarregamento. Notemos que apesar da nomenclatura não afirmar, este problema contempla múltiplos depósitos.

O Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos, Frota Heterogênea e Múltiplas Tarefas (*Vehicle Routing With Multi-Depot, Multi-Model Vehicles And Multitask Problem*) nomeado aqui como MTVD_VRP, trabalhado por Yang *et al* [45] é um sistema de distribuição. Cada veículo deve sair de seu depósito vazio rumo ao centro de distribuição para carregamento das mercadorias, que serão, em seguida, entregues aos clientes. Existe uma janela de tempo na entrega desses produtos cuja desobediência provoca uma penalidade de custo. O pedido do cliente é entregue exatamente uma vez por um único veículo, ou seja, não há a possibilidade de se dividir a entrega oriunda do pedido. O problema a ser resolvido é o VRP sob as circunstâncias referidas acima.

Uma variação do Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Pareado, nos termos de Parragh, Doerner e Hartl [33] e [34], incluindo janelas de tempo é o VRP capacitado com múltiplas coletas, entregas únicas com janela de tempo (*capacitated VRP with multiple pickup, single delivery and time windows - CVRPMPDTW*) trabalhado em [46]. Pelo fato do nome não ser sugestivo, cabe uma explicação do problema. O problema considera três tipos de vértices: um único depósito, um conjunto de clientes e um conjunto de lojas. Alguns clientes receberão um produto oriundo do depósito. Outros clientes receberão, além do produto do depósito, outro produto, considerado como brinde, que terá origem em uma das lojas. O problema então reside no fato de se escolher para cada cliente i que tenha um brinde x específico, em qual loja coletar o brinde x para entregá-lo a i , além do roteamento comumente realizado. Acrescenta-se capacidade, janelas de tempo, não possibilidade de divisão da entrega e visita única em cada cliente. Os autores argumentam que tal problema é diferenciado na literatura pela existência de uma dimensão de atribuição de lojas aos clientes premiados.

Cordeau *et al* [19] apresentam o Problema de Roteamento de Inventário (*Inventory Routing Problem - IRP*). Este problema tem o objetivo de suprir um conjunto de clientes de matéria-prima no horizonte de tempo de médio prazo, garantindo que nenhum cliente tenha seu estoque de qualquer produto zerado. Segundo os autores, este problema é muito diferente do roteamento de veículos pelo exposto:

1. requisição dos clientes: Em roteamento de veículos as requisições são oriundas dos clientes. No IRP não há requisições de clientes, o fornecedor decide a quantidade de cada produto a ser entregue em cada dia para cada cliente.
2. horizonte de planejamento: Segundo os autores, VRP e suas variantes trabalham num horizonte de planejamento diário, enquanto o IRP considera horizonte maior.

Os problemas de roteamento de veículos tem diversas aplicações. Assim, frente a esta multiplicidade de variações do problema de roteamento de veículos, propomos, a título meramente ditático, um arranjo destes problemas representado pela Figura 2.5.

A Figura 2.5 mostra os problemas apresentados neste capítulo, de forma esquematizada, com suas principais características resumidas. A leitura da Figura deve ser feita da esquerda para a direita, partindo do quadro com o problema GPDP. Excetuando-se este problema, todos os problemas são conectados a algum quadro pela direita. Um problema herda todas as características de um quadro que é conectado a sua direita. Como exemplo, vejamos o problema HTP. Partindo do GPDP, temos que seguir a seguinte sequência de quadros para alcançar o HTP: *GPDP* - *Único Depósito* - *VRPPD* - *Com Pares* - *DARP* - *HTP*. Dessa forma, o HTP herda todas as características dos quadros anteriores. Assim, o HTP tem veículos capacitados, locais de parada definidos, uma rota por veículo, características oriundas do GPDP. Além disso, tem-se único depósito, ausência de depósitos intermediários. Como herança do VRPPD, haverá transporte de carga entre clientes, sem participação de depósitos na distribuição ou recebimento de carga. Cada produto recolhido num ponto de coleta tem especificado o local da entrega, a carga é humana (DARP), e mais especificadamente, é de cadeirantes, característica específica do HTP.

Uma outra forma de visualizar um esquema de características destes problemas é através de um esquema de conjuntos de problemas. As Figuras 2.6 e 2.7 mostram conjuntos de problemas que tenham as mesmas características. Partindo do quadro GPDP, no qual todos os problemas das Figuras supracitadas estão inseridos, percebe-se que todos estes problemas já tem como peculiaridades veículos capacitados, uma rota por veículo e locais de parada bem definidos. A medida que caminhamos pelas linhas, é adicionado outros atributos a estes mencionados, por exemplo, as características *Múltiplos Depósitos* e *Único Depósito* faz uma divisão no conjunto GPDP em dois grandes blocos vermelhos, um representado na Figura 2.6 que contemplam múltiplos depósitos e outro na Figura 2.7 os quais tratam de depósito único. A medida que caminhamos pelas linhas deste esquema, mais propriedades são adicionadas às iniciais, e portanto, mais específicos são os problemas, o que produz conjuntos menores.

As variações pelo incremento de restrições dos problemas apresentados que vimos na literatura são resumidas na Figura 2.8. Apesar de não exaurir todas as possibilidades, podemos ter uma idéia dos problemas encontrados na literatura.

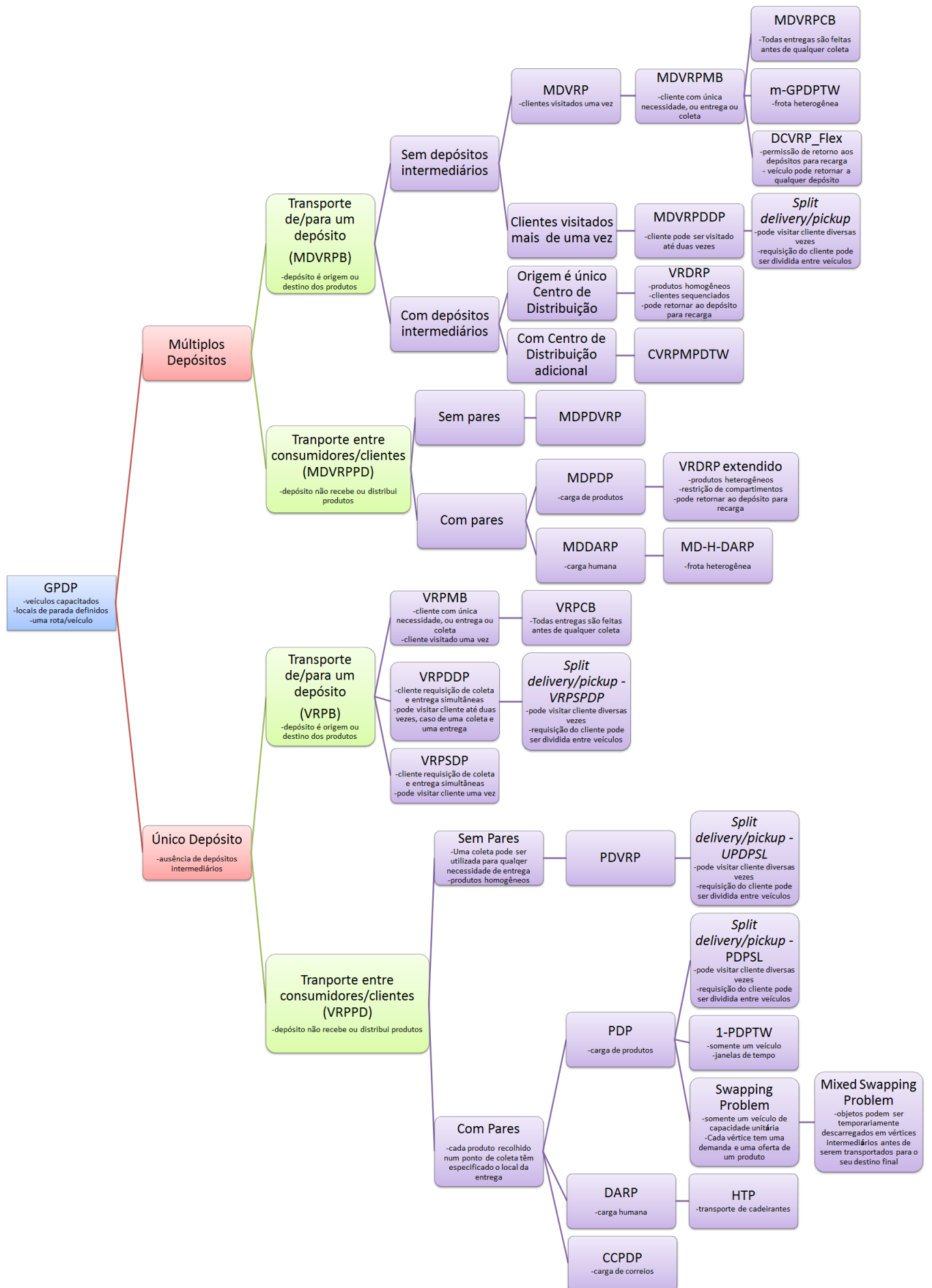


Figura 2.5: Esquema representativo de alguns problemas de transporte.

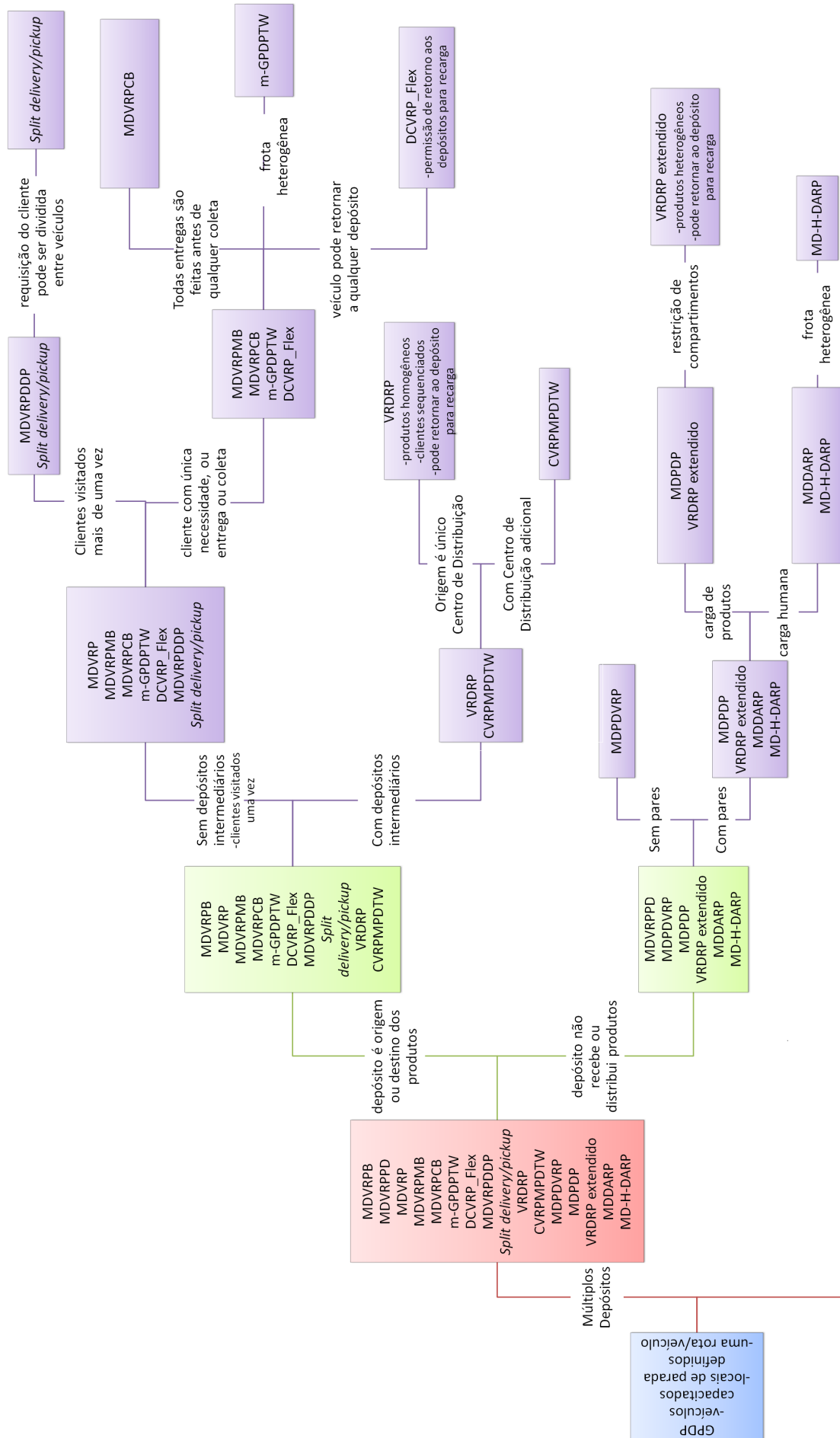


Figura 2.6: Fluxo de características de problemas - Parte 1.

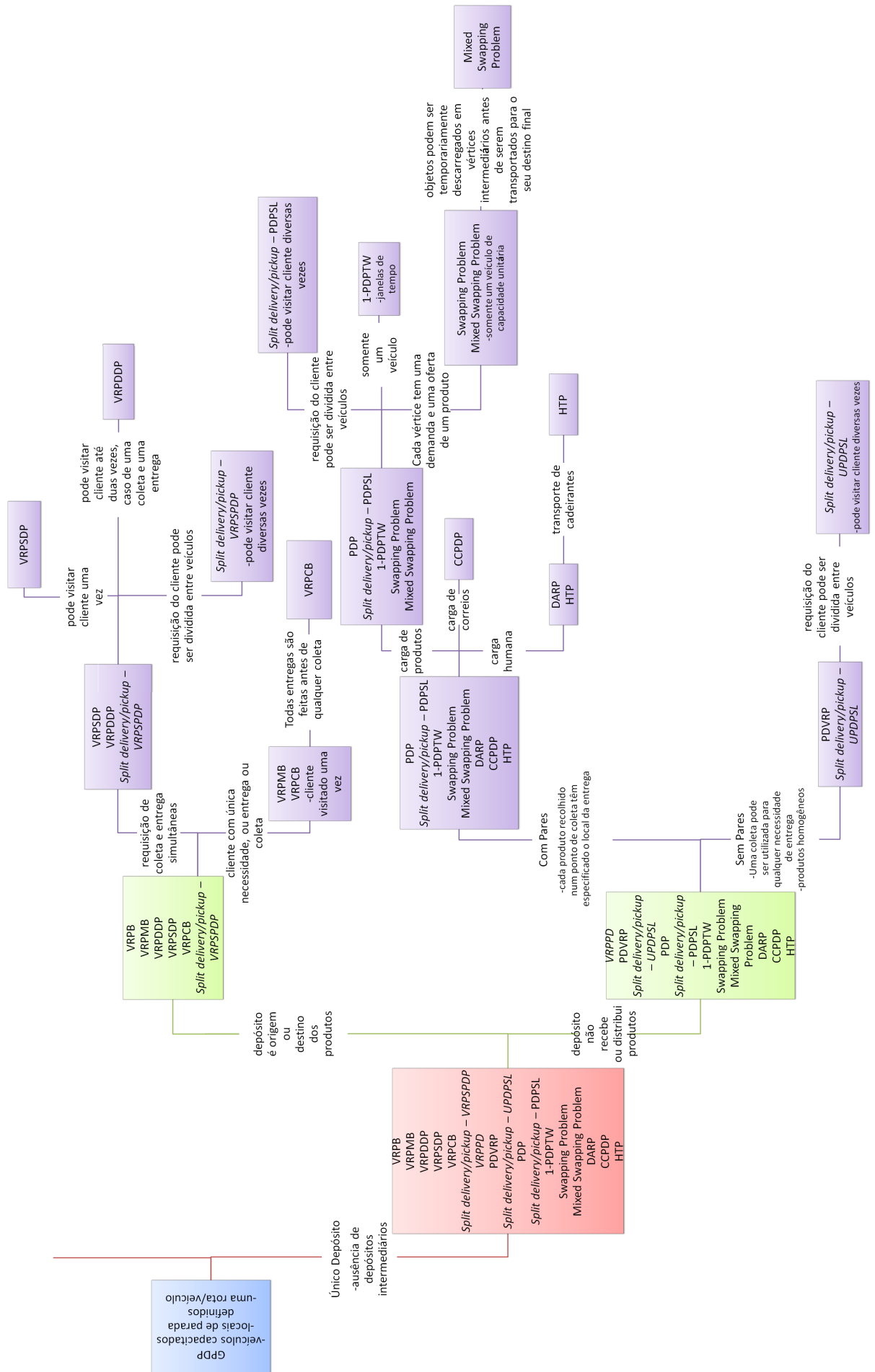


Figura 2.7: Fluxo de características de problemas - Parte 2.

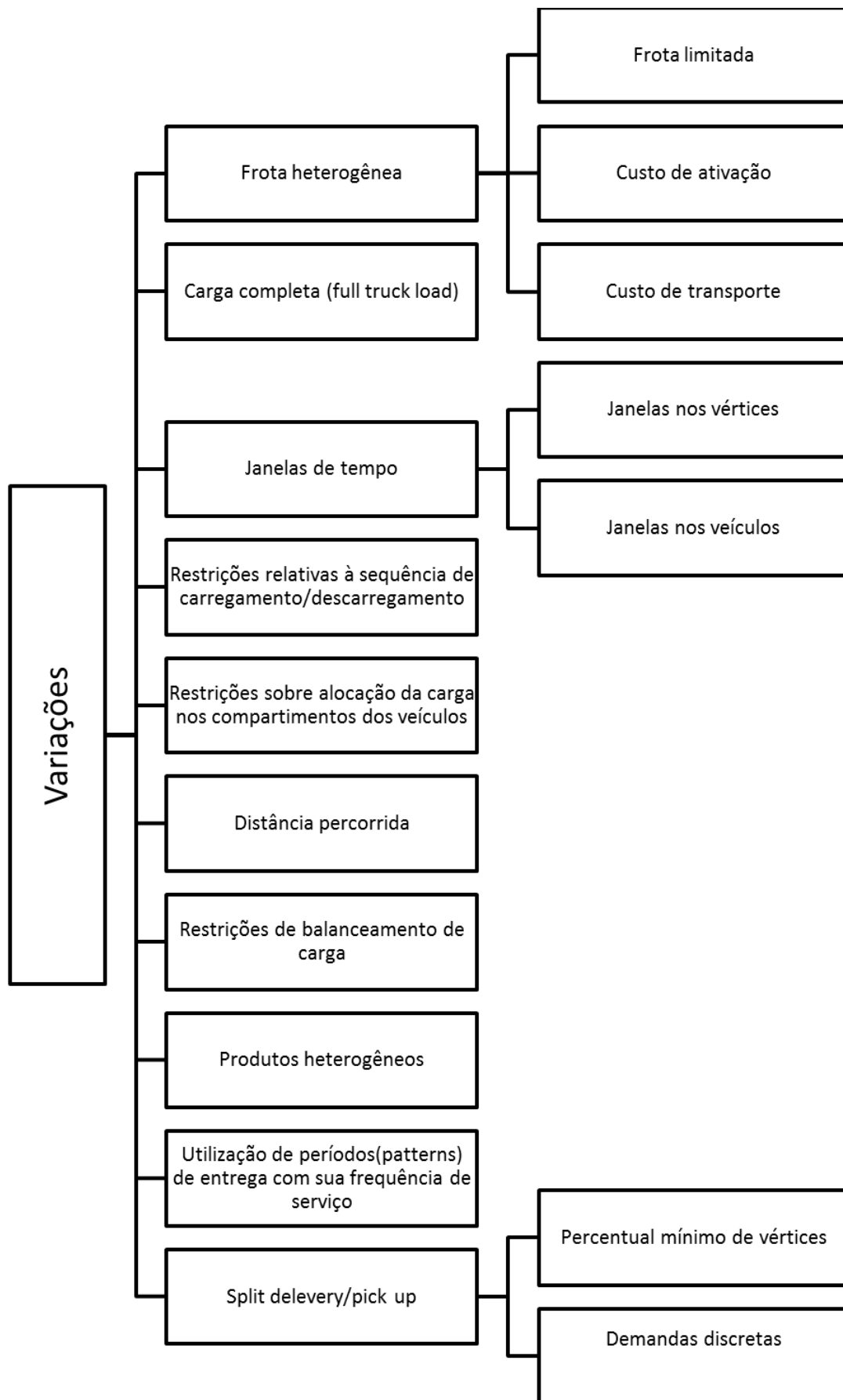


Figura 2.8: Esquema representativo de algumas variações pelo incremento de restrições aos problemas de transporte.

Capítulo 3

Problema de movimentação de recursos em canteiros de obras - MRCO

Este capítulo é dedicado à apresentação do problema objeto de estudo deste trabalho com o intuito de explicar os detalhes do problema a ser resolvido. Além disso, tentaremos identificá-lo como um problema conhecido na literatura, ou presumí-lo como novo. Uma vez respondida essa dúvida, iremos apresentar algumas abordagens desenvolvidas para o problema.

Como referenciaremos muitas vezes o problema em estudo, a partir deste ponto, o nomearemos, "Problema de movimentação de recursos em canteiros de obras - MRCO" que pode ser visto como sendo um problema de roteamento de veículos com múltiplos depósitos, múltiplos produtos, frota homogênea, coleta e entrega simultânea com divisão de entregas e coletas.

Assim, a estrutura deste capítulo é a seguinte: Primeiramente, na Seção 3.1, iremos descrever as características do MRCO em sua realidade, mostrando a localização dos canteiros de obras e residências de motoristas, o conjunto de recursos transportados, e a forma pela qual defini-se a alocação de recursos e a construção de rotas para os veículos, no âmbito da organização. Na Seção 3.2 faremos um resumo sobre o problema. Uma vez descrito o problema, iremos, na Seção 3.3, compará-lo aos problemas vistos na revisão da literatura para concluirmos quais abordagens podem ser possíveis de se aplicar. Concluiremos que MRCO não se encaixa inteiramente nos problemas revisados.

3.1 Situação encontrada na prática

Nesta seção iremos mostrar os detalhes da realidade do problema oriundo de uma empresa no ramo da construção civil. Começaremos com a distribuição geográfica dos canteiros de obras, bem como as residências dos motoristas. Após isto, discutiremos sobre o conjunto

de recursos envolvidos no transporte. Para finalizar, mostraremos a metodologia empregada pela empresa para a definição da alocação de recursos e construção de rotas para os veículos. Ressalta-se que o horizonte de planejamento é diário.

3.1.1 Distribuição geográfica

A Figura 3.1 mostra uma região cartográfica com pontos representando as localizações geográficas dos canteiros de obras e residências de motoristas existentes no escopo da organização considerada.

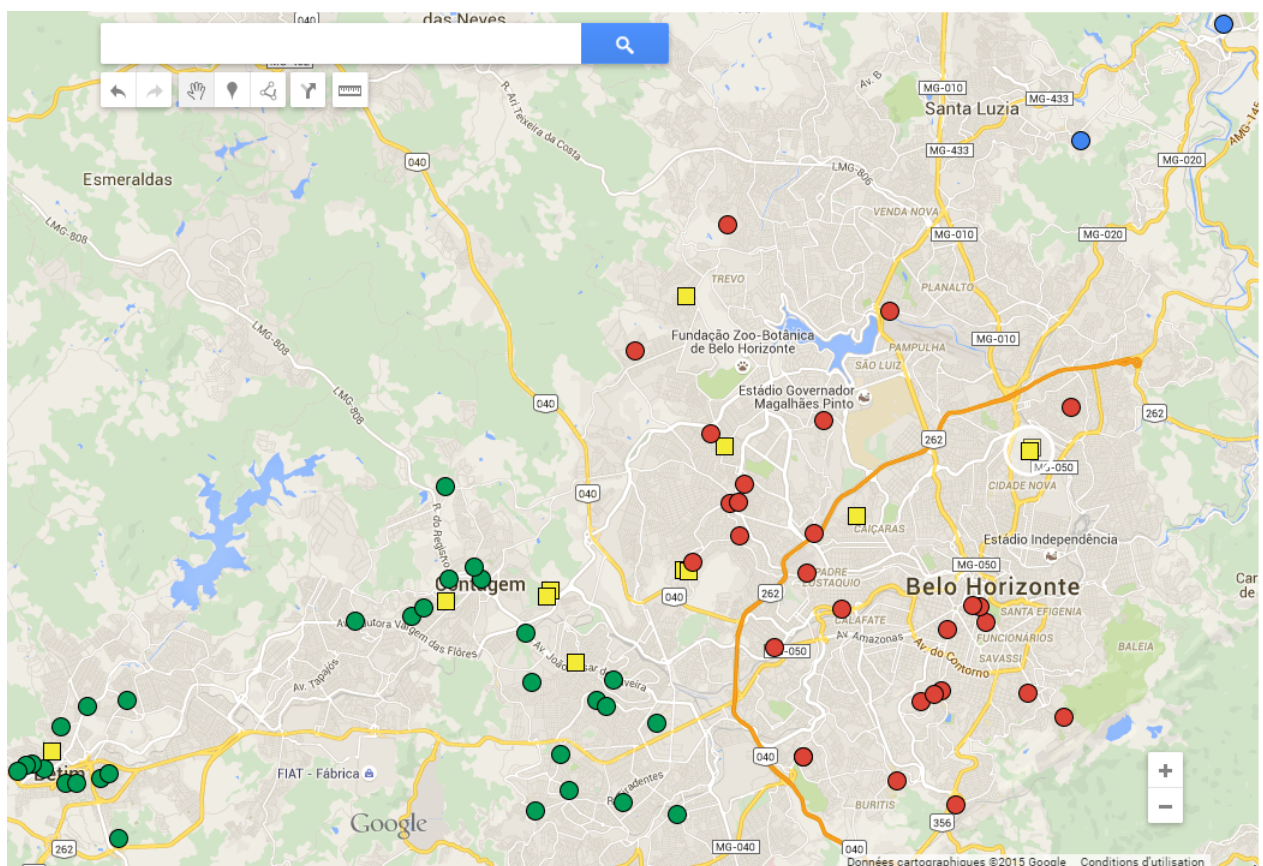


Figura 3.1: Montagem na ferramenta *Maps* do Google para representar os canteiros de obras e residências de motoristas existentes.

Nesta figura, os círculos e quadrados representam, respectivamente, canteiros de obras e residências de motoristas. As cores dos círculos representam os agrupamentos realizados pela empresa, de modo que, cada grupo, ou seja, círculos da mesma cor, será considerado separadamente para o trânsito dos recursos entre seus respectivos componentes, ou seja, seus respectivos canteiros de obras.

Os veículos considerados são *pick-ups* que formam um conjunto que pode ser considerado como homogêneo. As limitações dos veículos são relativas ao peso e ao volume de carga.

3.1.2 Recursos

Os recursos considerados no escopo deste trabalho envolvem profissionais, matérias-primas, ferramentas e máquinas relacionados a atividades no campo da construção civil de pequeno e médio porte. Apesar de cada obra demandar um conjunto de recursos, uma listagem completa destes pode ser visualizada nos relatórios do SINAPI (Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil).

Em relação aos profissionais, cada trabalhador é informado, com antecedência, para qual obra ele deve se dirigir. Pode acontecer que alguns destes profissionais terminem suas tarefas em uma obra qualquer antes do final da jornada de trabalho. Nesta condição, tal operário poderá ser conduzido à outro canteiro de obra.

Em relação às matérias-primas, a estratégia adotada pela empresa é fazer compra em grande escala. Tal compra contempla a entrega destes recursos em um local ou um conjunto de locais dependendo da negociação. A partir deste ponto, há, então, uma distribuição dos recursos para os locais demandantes. Exemplos de matérias-primas são sacos de cimento, manta asfáltica e telhas.

Em relação às ferramentas e máquinas, principais itens de trânsito, referem-se a recursos de custo elevado cuja frequência de utilização não justifica a aquisição de uma unidade para cada canteiro de obra, havendo portanto compartilhamento. A listagem deste tópico também é vasta, incluindo desde máquinas de pequeno porte, tal como furadeiras, maquinas e rompedores até máquinas de médio porte, tal como betoneiras, compactadores, alisadoras de pisos e serras bancada.

Os recursos necessários na construção de uma obra são explicitados para cada item contratado. Por exemplo, na Figura 3.2, fornecida pela empresa, o item relativo à feitura de piso em concreto armado de uma quadra esportiva tem como insumos algumas matérias-primas e alguns profissionais.

QUADRA DE ESPORTES - PISO DE CONCRETO ARMADO
TINTA A BASE DE EMULSAO ACRILICA (PARA PISOS)
MAO DE OBRA / EQUIP. MEC. ROT. / CORTE / LASER
FITA CREPE 25MM X 50M
ARAME RECOZIDO N.18
TINTA BETUMINOSA
TELA TELCON Q-92
ACO CA-50-A \$MD BITOLAS
SARRAFO PINHO 7,5X2,5 CM
CONCRETO DOSADO (CONDICAO A) FCK 25 MPA
PEDRA BRITADA 2
SERVENTE
AJUDANTE DE PINTOR
PINTOR
PEDREIRO
AJUDANTE DE FERREIRO
FERREIRO

Figura 3.2: Ilustração dos insumos necessários para feitura de piso em concreto armado de uma quadra de esportes.

3.1.3 Abordagem executada na prática

Para realizar a alocação de recursos entre obras e construção de rotas para os veículos, precisamos de algumas considerações.

A primeira consideração a ser feita refere-se ao projeto de cada obra. Cada obra tem um projeto cuja execução é planejada considerando os conceitos do PERT-CPM. Desse planejamento extrai-se as tarefas a serem realizadas ao longo do tempo.

A segunda consideração é o agrupamento de canteiros de obras. Dado o conjunto de obras existentes, a empresa seleciona algumas obras para compor um conjunto de obras, o qual denominamos agrupamento. Os recursos que estão em obras de um agrupamento não são transitados para canteiros não pertencentes a este agrupamento. Um exemplo de agrupamento realizado é esboçado na Figura 3.3.

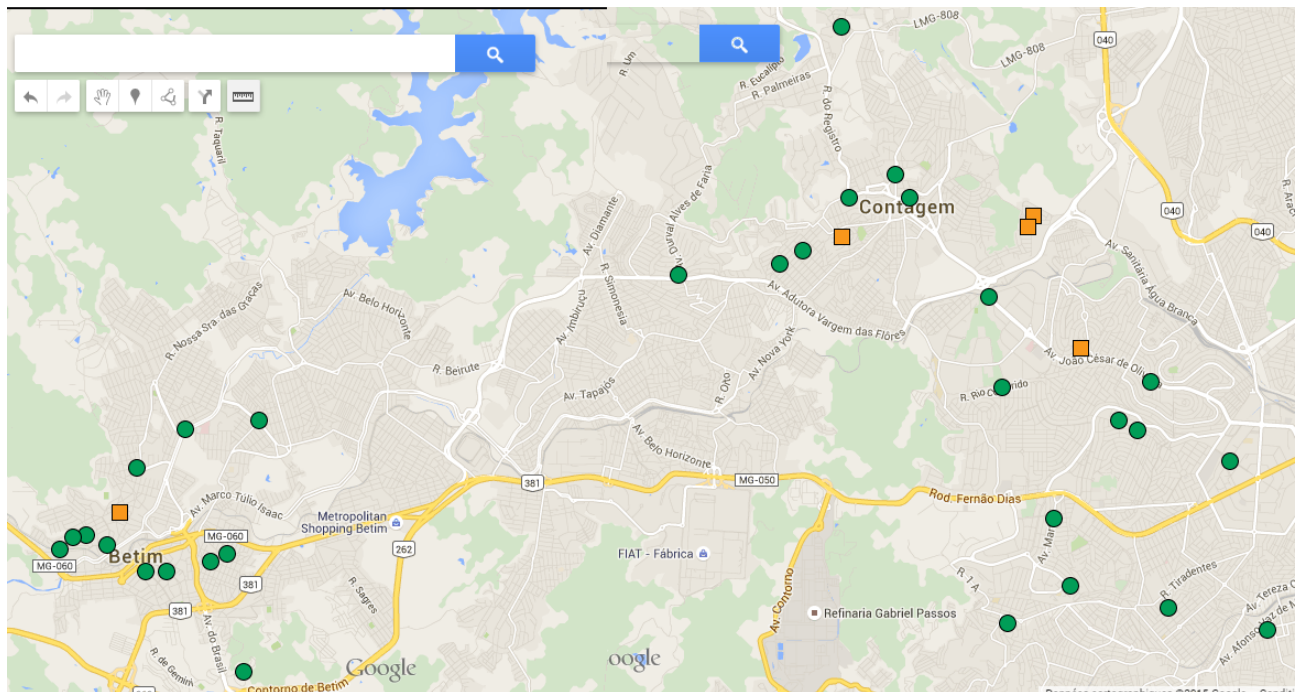


Figura 3.3: Agrupamento de um conjunto de obras.

Por fim, a consideração mais importante é a junção destas primeiras considerações. Conforme o planejamento de execução de cada obra dentro de um agrupamento durante um período de tempo, há uma análise das tarefas a serem realizadas nos próximos dias de trabalho com objetivo de verificar o conjunto de recursos demandados por obra. Para tanto, o decisor estabelece quais são as necessidades por recursos de cada obra em relação às suas tarefas diárias. Com isso, decide-se quais serão as demandas e ofertas de recursos de cada canteiro.

As ferramentas e máquinas, por exemplo, serão alocadas conforme o planejamento das tarefas a serem executadas ao mesmo tempo. Pode-se, por exemplo, imaginar que a construção de piso seja feita ao mesmo tempo que outras tarefas que precisem de concreto, sendo portanto uma possibilidade de uso de betoneira na composição do concreto. No entanto,

pode acontecer de haver uma decisão para que tal concreto seja feito manualmente, necessitando então de pá e enchada. No caso de betoneira, pode-se haver a necessidade de transporte.

Uma vez definido tais demandas, haverá então um conjunto de obras com demanda de recursos. Neste ponto, existe uma verificação de possíveis obras que podem ceder recursos para as demandantes, que constituirão, assim, um conjunto de obras com ofertas de recursos. Os demais canteiros de obras farão parte do conjunto de obras que não demandam nem ofertam recursos. Deste modo, o problema, objeto de estudo deste trabalho, se materializa de forma a decidir a alocação de recursos entre obras e a definição de rotas para que haja transporte destes recursos.

Na prática da empresa, anteriormente à tarefa de alocação de recursos entre obras, há a construção de uma tabela de distâncias entre os canterios de obras considerados no agrupamento. Tal tabela é atualizada quando acontece a contratação que origina uma nova obra dentro da região do agrupamento.

O meio pelo qual tais as distâncias são obtidas é através da ferramenta *Maps* do Google. Para cada par de dois pontos, traça-se uma rota no *Maps* para saber a menor distância entre os pontos, tal como exposto na Figura 3.4, na qual marcamos a estimativa da distância dada pelo *Maps* no transcurso de vias públicas entre duas obras quaisquer que é levada em consideração pelo decisor.

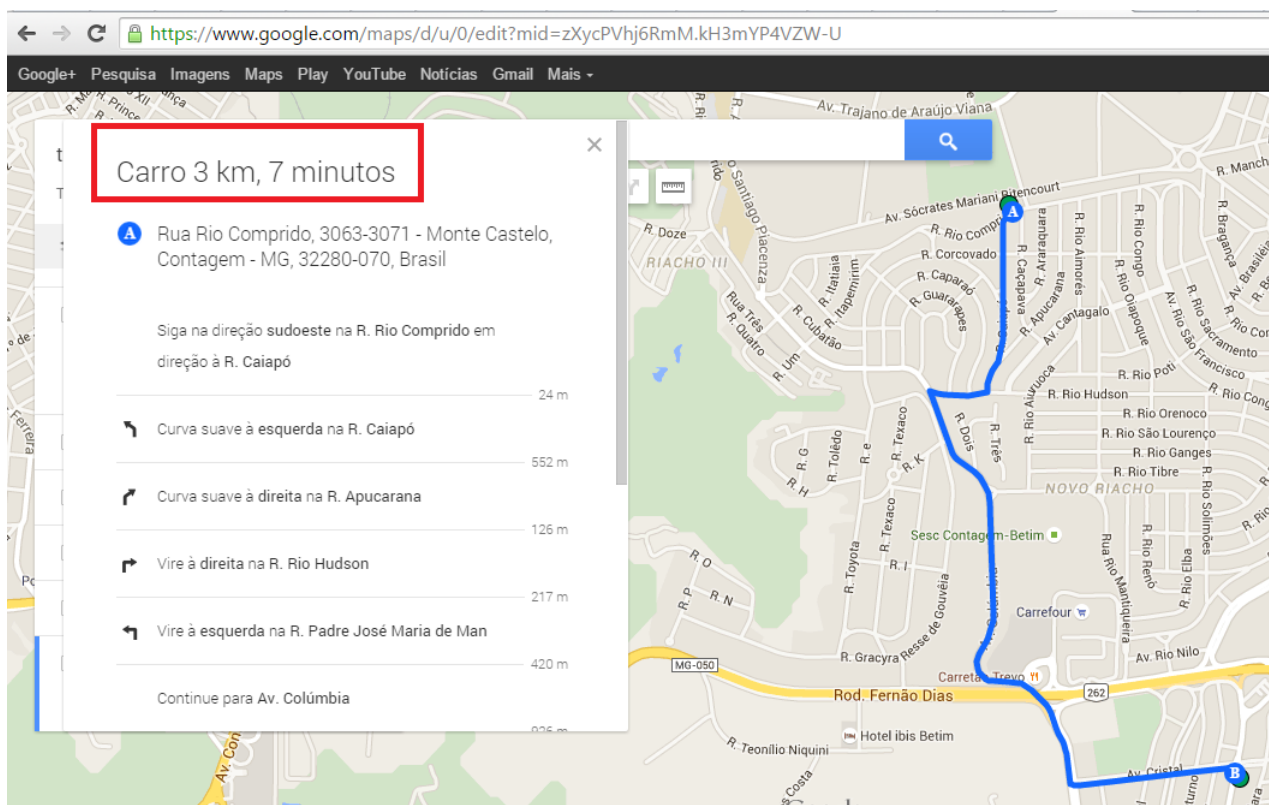


Figura 3.4: Exemplo da obtenção da distância entre dois canteiros de obras quaisquer.

Com isso, obtem-se uma matriz de distâncias entre as obras consideradas. No caso de

novas obras, adiciona-se a essa matriz uma linha e uma coluna relativas a essa nova obra. O preenchimento dessa linha e dessa coluna seguem o mesmo rito descrito acima. Desta forma, essa matriz de distâncias sempre está atualizada.

Uma vez dada a matriz de distâncias supracitada, o decisor tem como primeira decisão fazer uma alocação de recursos entre as obras. Para tanto, dado a demanda de um recurso r por uma obra x , há a decisão de que o atendimento desta demanda será pela obra y que oferte r e que seja a mais próxima de x . Uma vez alocado tais recursos, caso haja demanda sem recurso alocado ou previsto, haverá uma decisão, no sentido de compra ou locação, para obtenção dos recursos faltantes.

Uma vez estabelecida essa ligação entre os canteiros para trânsito de recursos, o decisor constrói rotas para transcurso dos veículos, manualmente na ferramenta *Maps* do Google, tal como exibido na Figura 3.5, escolhendo ao final um conjunto de rotas conforme seu julgamento pessoal.

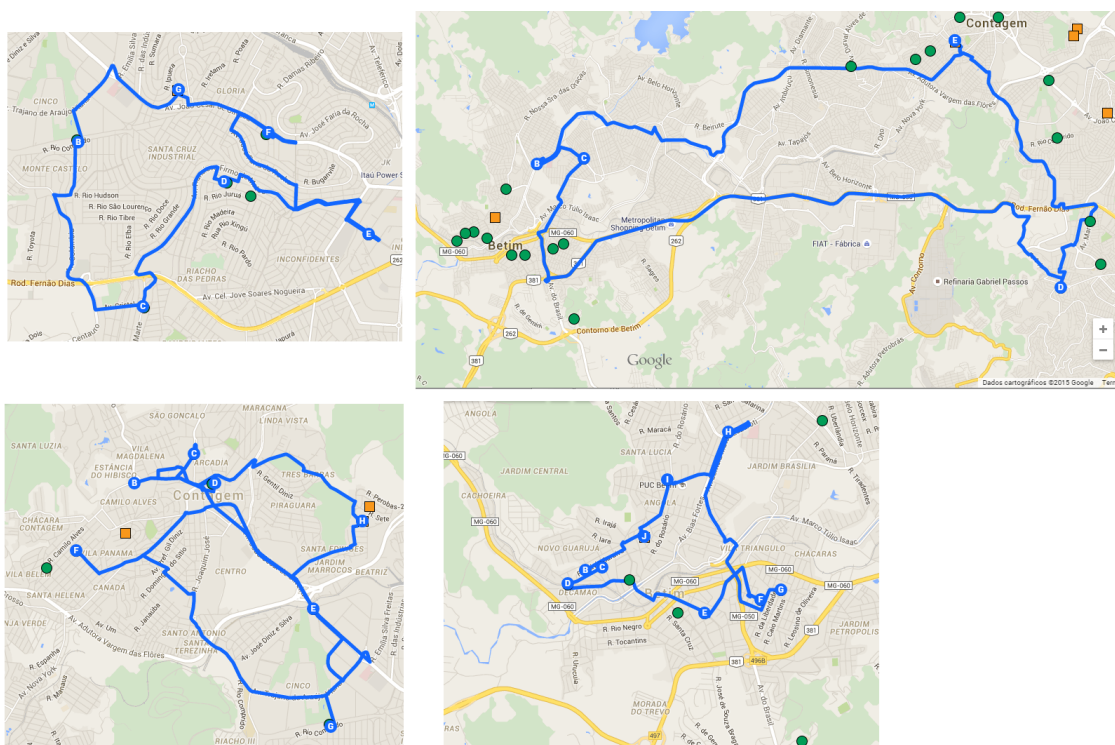


Figura 3.5: Algumas rotas definidas pelo decisor.

Em cada ponto de parada da rota de um motorista, existe uma lista de recursos a serem carregados e outra lista de recursos a serem descarregados. Vale lembrar que o horizonte de planejamento é diário.

3.1.4 Exemplo Ilustrativo

Vamos ilustrar o problema com uma instância hipotética representada na Figura 3.6 que mostra demandas e ofertas de recursos definidos pelo decisor para cada canteiro de obra c_i . Os números sobre as setas, existentes entre cada par de nós, representam distâncias.

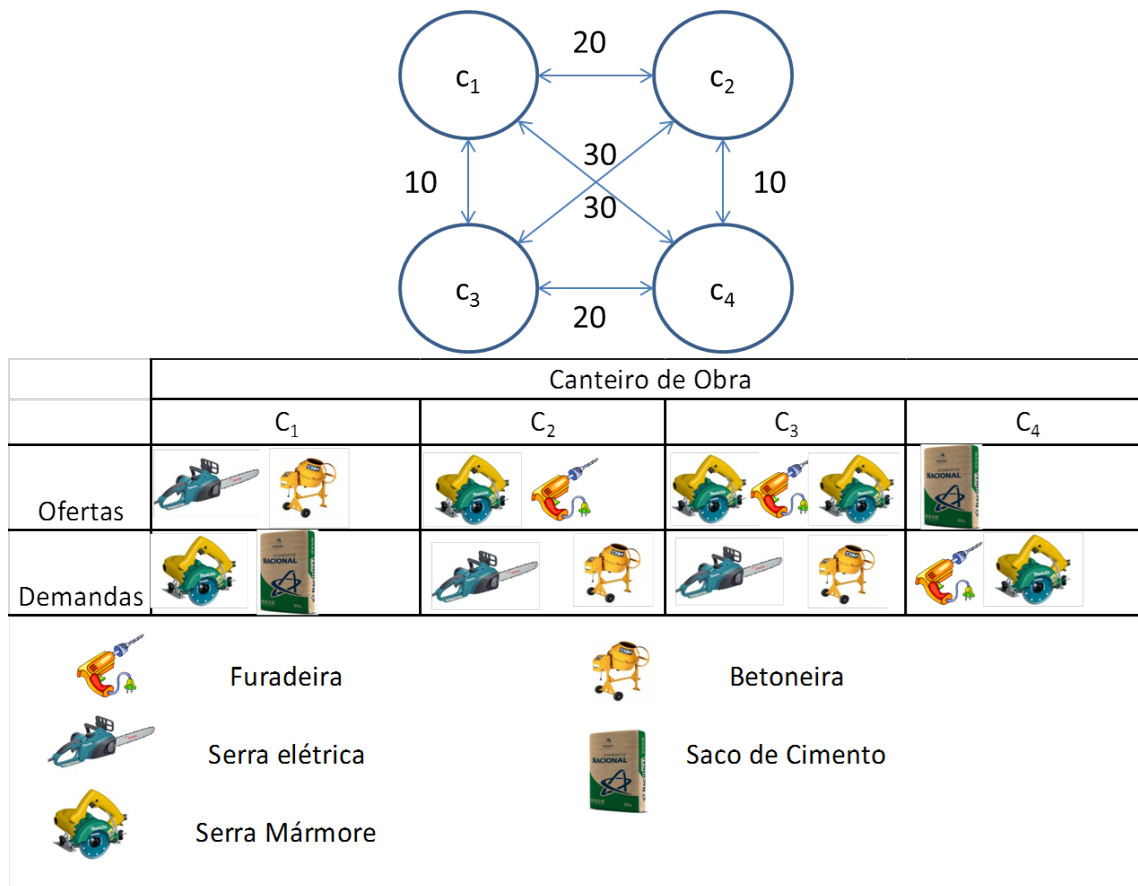


Figura 3.6: Instância hipotética.

Podemos observar na Figura 3.6 que existem, para cada recurso, o quantitativo a seguir:

- serra elétrica : 1 oferta e 2 demandas;
- serra mármore : 3 ofertas e 2 demandas;
- betoneira : 1 oferta e 2 demandas;
- furadeira : 2 ofertas e 1 demanda;
- saco de cimento : 1 oferta e exatamente 1 demanda.

Dado isso, pode-se prever de ante-mão que existe a falta de 1 serra elétrica e de 1 betoneira e excesso de 1 serra mármore e de 1 furadeira. Deseja-se então saber qual será a alocação de recursos entre canteiros e, posteriormente, qual(is) rota(s) deve(m) ser criada(s).

Assim, o decisor ordena todos os arcos existentes entre os canteiros de obras segundo a menor distância, sendo que, em casos de empate, escolhe-se uma delas, aleatoriamente, para fins de ordenação. No exemplo citado, teríamos a sequência seguinte de arestas: $(\{c_1 - c_3\}, \{c_2 - c_4\}, \{c_1 - c_2\}, \{c_3 - c_4\}, \{c_1 - c_4\}, \{c_2 - c_3\})$. Considerando esta sequência, percorre-se essas arestas com o intuito de associar o maior número de recursos entre os canteiros, considerando suas demandas e ofertas. Em nosso exemplo, na aresta $\{c_1 - c_3\}$, primeira da

lista, faríamos o transporte de uma serra elétrica e uma betoneira do c_1 para c_3 , bem como o transporte de 1 serra mármore de c_3 para c_1 . Vejamos a Figura 3.7.

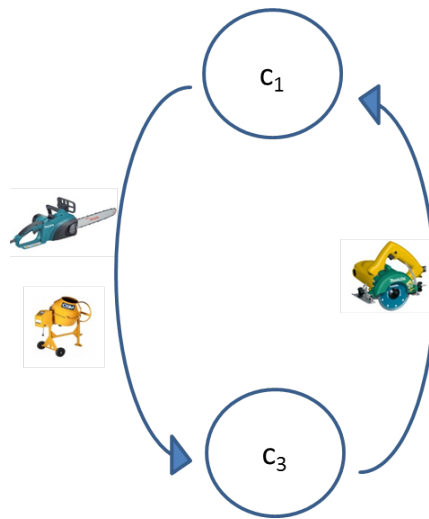


Figura 3.7: Alocação de recursos entre um par de obras.

Após perpassar todas as arestas, teríamos então a alocação de todos os recursos possíveis. Isso resultaria na representação da Figura 3.8.

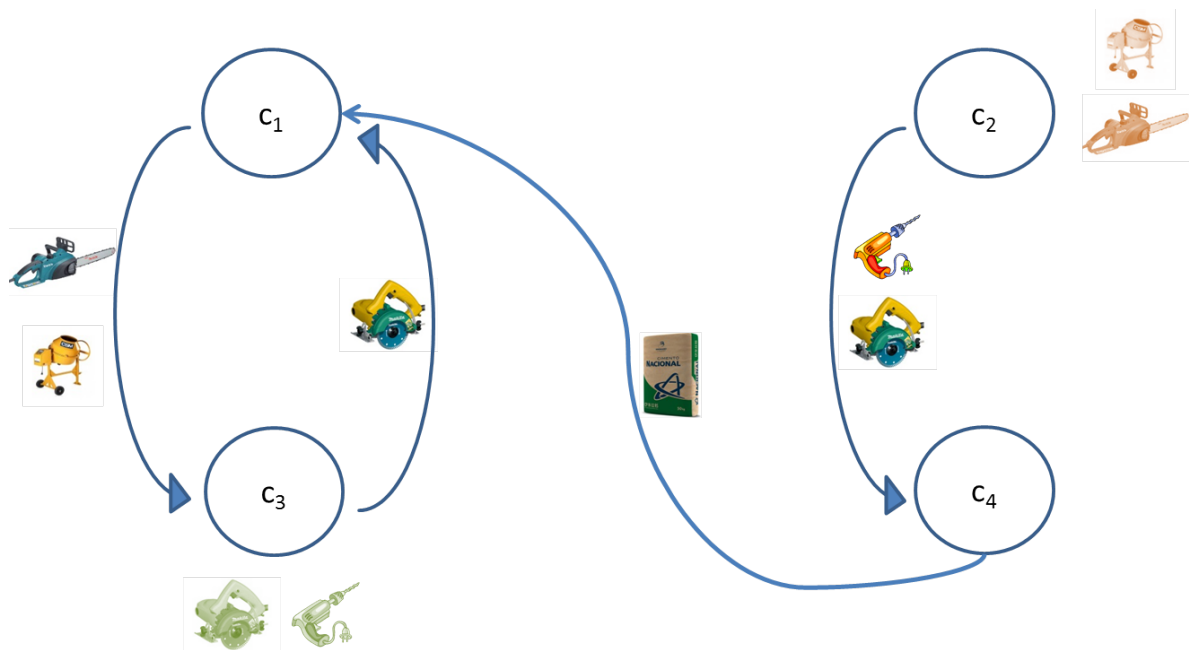


Figura 3.8: Alocação de recursos entre obras.

A Figura 3.8 mostra a alocação de recursos entre os canteiros de obras $c_1 - c_3$, $c_1 - c_4$ e $c_2 - c_4$.

Para demandas que permanecem sem a totalidade de recursos, tal como a obra do canteiro 2 por faltar uma betoneira e uma serra elétrica; e para as ofertas sem destino, tal como uma serra mármore e uma furadeira em c_3 , o decisor irá tratá-las separadamente. De fato, o excesso de oferta não acarreta problemas, mas a falta para atendimento de demandas é fator de geração de custos, seja pela compra, seja pela locação do recurso.

A partir das associações estabelecidas cuja ilustração foi feita na Figura 3.8, faz-se, então a construção das rotas para os motoristas. Considerando apenas um motorista, e que a distância de deslocamento entre a residência deste motorista é desprezível, uma solução para essa pequena instância seria a ilustrada na Figura 3.9.

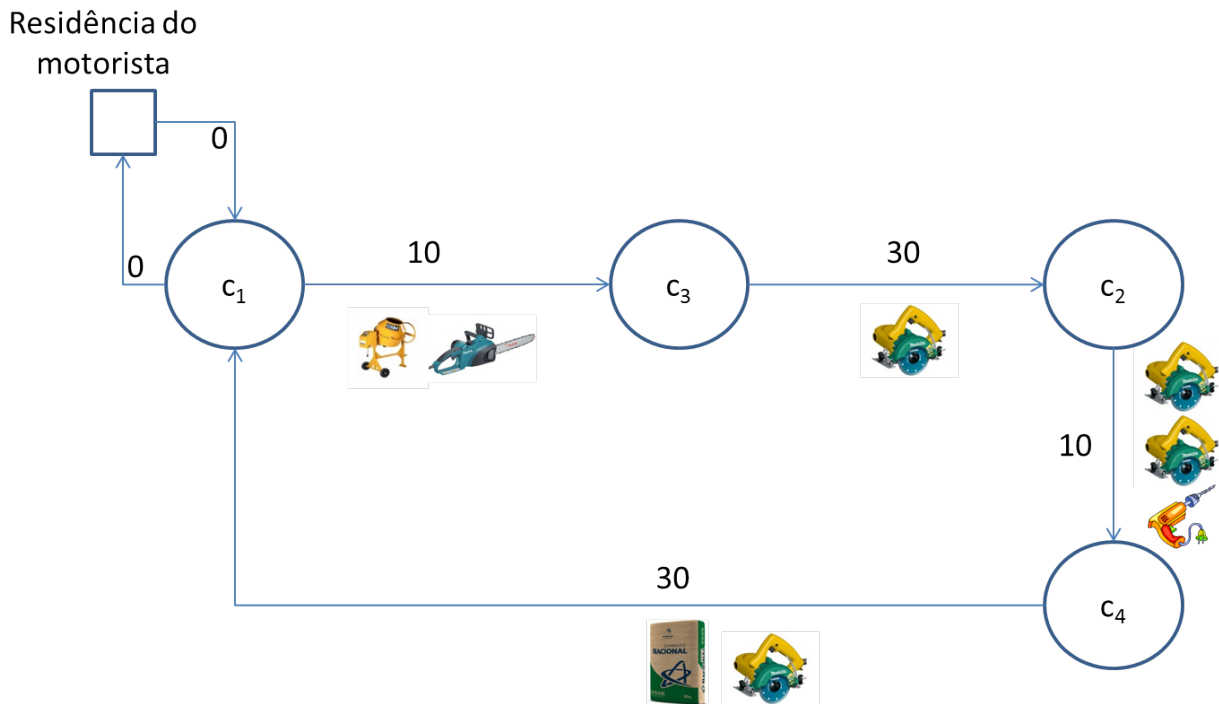


Figura 3.9: Solução do exemplo.

A Figura 3.9 mostra uma solução na qual o veículo parte, em sua viagem 1, da residência do motorista (depósito), vazio, em direção ao canteiro de obra c_1 . Neste canteiro, o veículo é carregado com uma serra elétrica e uma betoneira. Em seguida, o veículo parte, em sua viagem 2, em direção ao canteiro de obra c_3 , local no qual entrega os recursos previamente carregados e coleta uma serra mármore. Após isso, o veículo se dirige para c_2 na sua terceira viagem. Ao chegar neste último canteiro, não há descarregamento de nenhum recurso, porém há o carregamento de mais uma unidade de serra de mármore e uma furadeira. O veículo então parte para c_4 na sua quarta viagem. Em c_4 existe, então o descarregamento de uma das serras mármore e da furadeira. A outra serra mármore continua no veículo. Além disso, carrega-se um saco de cimento. A partir disso, em sua viagem 5, o veículo se desloca novamente para c_1 para ser totalmente descarregado. Assim, em sua sexta viagem, o veículo retorna ao depósito vazio. Em cada uma dessas viagens, teríamos o peso que o veículo transporta, bem como a data de chegada em cada obra que, por sua vez, leva em consideração o tempo de viagem e o tempo de permanência do veículo em canteiros de obras visitados anteriormente.

A idéia central na construção da rota é o trânsito ao vizinho mais próximo considerando as associações estabelecidas. Existe também influência na percepção do decisor em relação ao tempo de tráfego em determinados trechos em função do momento do dia.

3.1.5 Itens de custo

Vale dissertar um pouco sobre os custos oriundos deste serviço.

O primeiro deles é o custo de transporte. Esse custo é recorrente na literatura e vincula-se, em geral, a combustíveis e despesas relacionadas com o veículo.

O segundo tipo de custo refere-se a tempo dos veículos em rota. Na verdade o custo refere-se ao tempo despendido com motoristas. Deseja-se que os motoristas fiquem menos tempo em rota, de modo que o motorista esteja disponível para outras tarefas e não seja utilizado horas extras pelo serviço.

3.2 Descrição do MRCO

O problema MRCO, interpretado da realidade esboçada na seção anterior, é resumido pelo auxílio da Figura 3.10.

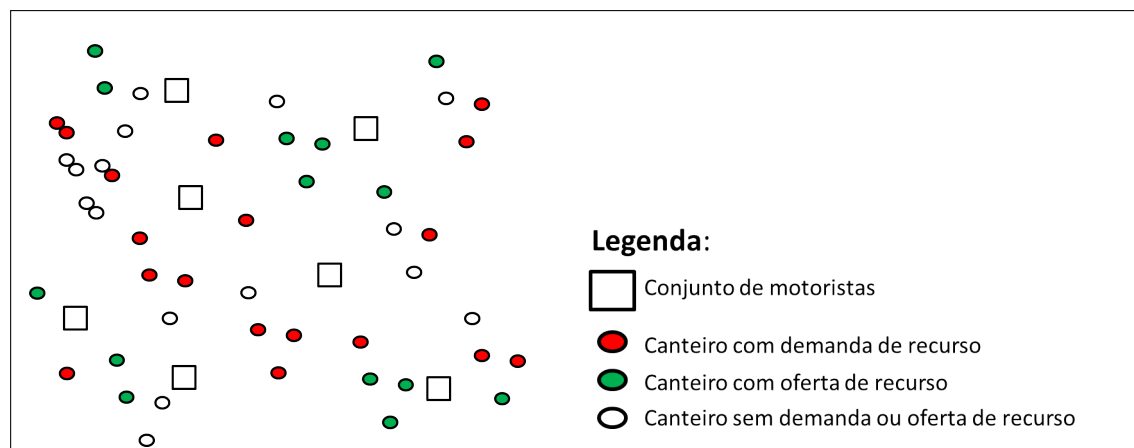


Figura 3.10: Representação do problema a tratar.

Na Figura 3.10, vemos quadrados e círculos. Os círculos representam canteiros de obras ativos da empresa, ou seja, onde há trabalho a ser realizado. Suas cores indicam três diferentes situações :

- branco: todos os recursos do canteiro estão ocupados, ou seja, o canteiro de obra não tem qualquer requisição ou disponibilidade de recursos;
- vermelho: o canteiro tem necessidade de um recurso qualquer ou conjunto de recursos;
- verde: o canteiro oferece um recurso ou conjunto de recursos, em outras palavras, recursos não utilizados.

Os quadrados representam os veículos disponíveis para o trânsito entre as obras, fazendo o transporte dos recursos entre eles. Um detalhe importante é que os canteiros representados por círculos brancos não participam do problema de transporte a ser resolvido.

Assim, o problema que se manifesta é o de resolver, conforme o horizonte de planejamento, ou seja, diariamente, a partilha dos canteiros de obras entre os condutores minimizando os custos de transporte, o custo relativo aos itens a serem comprados e o custo relativo ao tempo dos veículos em rota, de modo que todos os recursos disponíveis possam ser coletados junto às obras que os oferecem e transportados às obras que os demandam. Temos ainda que entregas e coletas levam um período de tempo proporcional ao peso a ser movimentado. As distâncias entre os canteiros são conhecidas. Os veículos são capacitados e o número de viagens é limitado.

Tomando a legenda da Figura 3.10, rotas possíveis para este problema seriam as exemplificadas a seguir na Figura 3.11.

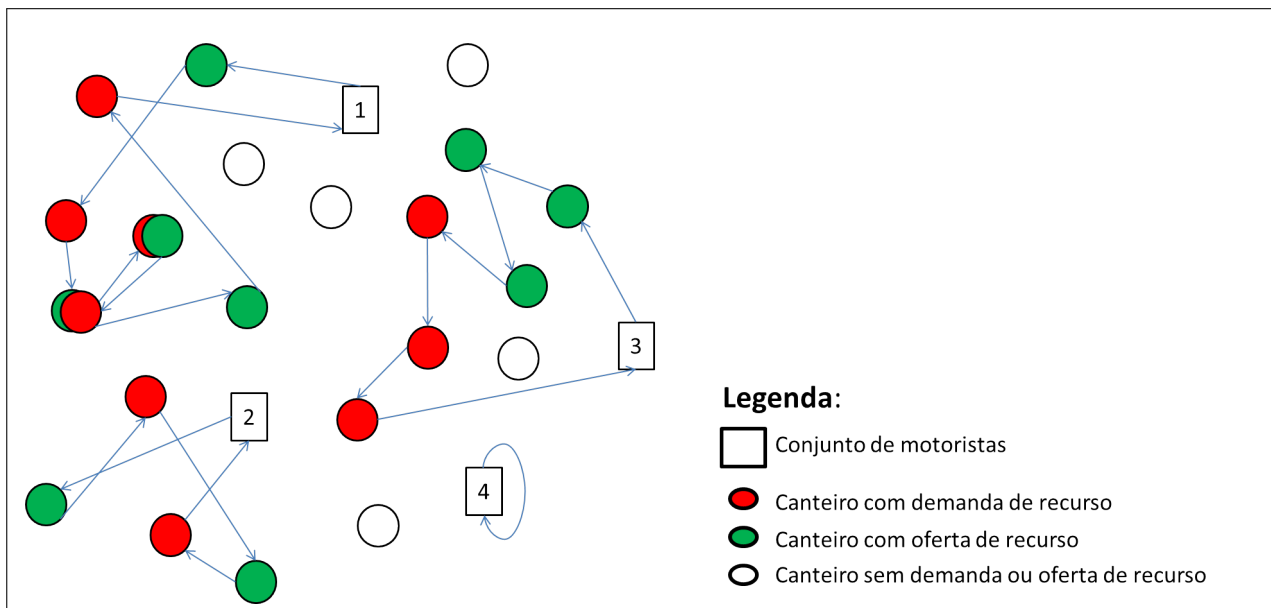


Figura 3.11: Rotas possíveis para o problema.

A Figura 3.11 mostra quatro possíveis rotas para compor uma solução do problema. A rota traçada para o veículo 1 tem dois canteiros com demandas e ofertas de recursos ao mesmo tempo. Estes canteiros estão representados por círculos sobrepostos. Nota-se que há um ciclo entre estes dois canteiros. Isso pode acontecer se uma obra demanda o recurso que a outra obra dispõe e vice-versa. Veículos 2 e 3 visitam obras sem ordenação definida em relação a, por exemplo, coletar todos os recursos primeiramente para depois entregá-los. Isto nos permite a possibilidade de visitá-las em qualquer ordem. Finalmente, o veículo 4 não é utilizado, por isso, permanece em sua casa.

3.3 Análise do MRCO em relação à literatura

Uma vez visto alguns problemas da literatura relativos a roteamento de veículos, analisaremos as características do problema objeto de estudo neste trabalho para tentar aproximá-lo de um problema conhecido, para finalmente, estudá-lo sob um olhar de resolução. Consi-

derando o esquema proposto na Figura 2.5, tentaremos aproximar MRCO a um problema conhecido na literatura.

Seguindo o fluxo do esquema da esquerda para a direita, temos que MRCO se enquadra dentro do problema geral de transporte e coleta, por ter veículos capacitados que farão, se utilizados, rotas exclusivas perpassando por locais de paradas conhecidos. Em relação ao número de depósitos, temos que cada veículo tem como ponto de origem a residência do condutor, como consequência, é considerado para fins de pagamento, que eles retornam para suas respectivas casas no final do dia de trabalho. Considerando as residências dos motoristas como os depósitos, observamos que eles podem ter diferentes localizações geográficas. Assim, o nosso problema é um caso de múltiplos depósitos. Temos ainda que, para cada veículo, o depósito de origem é o mesmo de retorno.

Pela definição do problema, percebemos que estamos num caso no qual as mercadorias são transportadas entre os clientes. Isso quer dizer que trabalhamos com um problema em que as mercadorias são transportadas entre os consumidores, sem a intermediação do armazém. Assim, o MRCO está próximo ao MDVRPPD. Além disso, temos:

- um conjunto de locais que podem ser vistos como consumidores ou seja, que demandam recursos
- um conjunto de locais que podem ser vistos como fornecedores, ou seja, que ofertam recursos
- um conjunto de locais que demandam e ofertam recursos

Um recurso ou um conjunto de recursos serão recolhidos em um dos locais que os têm como oferta para serem entregues a qualquer local(is) que o necessite. Logo, cada recurso coletado em qualquer local pode ser usado para atender as exigências de qualquer pedido de entrega de qualquer outro site, o que nos aproxima mais do MDPDVRP. No entanto, ao contrário do MDPDVRP, no MRCO cada local pode ser visitado muitas vezes por qualquer um dos veículos, inclusive formando ciclos ou circuitos dentro do grafo, além de termos carga heterogênea.

Vale ressaltar que as demandas de um canteiro de obra não podem ser combinadas de forma a ter um único fornecedor, já que pode ser necessário diversos outros canteiros de obras atuando como fornecedores dessas demandas. Por exemplo, se uma obra x demanda 20 sacos de cimento, pode acontecer de 5 sacos vir do canteiro y e o restante do canteiro w . Por motivo semelhante, não se pode combinar as requisições de coleta. Isso exigiria transportar os recursos em conjunto, ou em pacotes, fato que não é existente na realidade, sabendo que nem todos os recursos devem ser transportados de um ou para um só lugar. Assim, não se pode haver conexão entre vértices de coleta e entrega, impedindo a aproximação do MRCO ao MDPDP. Entretanto, continuando nessa linha, consideramos que os recursos são discretizados em itens e que, portanto, tanto a coleta como a entrega podem ser divisíveis. Assim, aplica-se ao MRCO o *split delivery/pickup*.

Em MRCO, a frota de veículos é homogênea, todos os veículos podem transportar qualquer recurso, de modo que, para cada veículo, o peso total da carga de recursos em transporte seja igual ou abaixo de sua capacidade. Temos também que para cada depósito, a frota de veículos tem cardinalidade unitária, respeitando os limites superior e inferior do tamanho das frotas.

As características dos PMDVRP estão distantes do nosso problema, porque não temos frequências de visitas temporais, mas podemos considerar a correlação do MDVRP com o PVRP. Dutra em [23] considerou interessante as estratégias de resolução oriundas deste problema. A fixação da dimensão de tempo para fazer o roteamentos de veículos separadamente proporcionou uma idéia central utilizada em [23] que foi a fixação da dimensão de produtos, permitindo assim, resolver o problema de transporte através de uma aproximação ao PDVRP sem *split delivery/pickup*. O motivo dessa possibilidade reside no fato de que tal fixação permite a conexão de locais de coleta a locais de entrega fazendo para cada recurso a duplicação desses vértices. Veremos tal abordagem na seção 4.1.

Assim, após esta análise de nosso problema em contraponto com a literatura, constatamos que MRCO não está inteiramente dentro de um problema descrito na literatura revisada.

Capítulo 4

Métodos de resolução do MRCO

Este capítulo é dedicado à apresentação de algumas abordagens desenvolvidas para a resolução do problema.

Assim, a estrutura deste capítulo é a seguinte: Primeiramente, na Seção 4.1, enquadraremos MRCO em um problema existente na literatura por meio de uma pré-associação de produtos às obras, o que transforma tal abordagem em um método de resolução de duas fases. Contrapondo essa abordagem, na Seção 4.2, formularemos um modelo integrado para o MRCO.

4.1 Método de duas fases

Em 2014/2015 propomos, através de Dutra [23], um enquadramento do problema a um modelo da literatura no escopo da dissertação para obtenção do título de *Master* em engenharia da computação no l’Institut Supérieur d’Informatique, de Modélisation et de leurs Applications (ISIMA).

De fato, fizemos uma ferramenta de apoio à decisão para o MRCO através de uma implementação de um método de duas fases para resolver este problema, onde a primeira fase é uma heurística para resolver o problema de alocação de recursos e a segunda fase, um método exato, mais especificamente, uma decomposição de Benders sobre um problema de roteamento de veículos capacitado com coleta e entrega.

4.1.1 Primeira fase - problema de alocação de recursos

A motivação da primeira fase é ajustar o problema sob estudo no modelo de roteamento de veículos com coleta e entrega, janela de tempo e múltiplos depósitos proposto por Ropke e Pisinger [37]. Para tanto, precisamos que exista a atribuição de pares origem-destino, ou seja, a ligação entre um nó de coleta x e um nó de oferta y , de modo que a coleta em x será entregue em y . Assim, o objetivo desta fase é criar tais pares origem-destino.

Considerando o objetivo supracitado, se aplicarmos a idéia de duas fases de Coene *et al* [15], podemos supor que, para cada recurso disponível ou solicitado por um canteiro de

obras, podemos criar um vértice, estabelecendo um vínculo entre este recurso e sua respectiva obra. Partindo, então, de um grafo vazio, cada vértice criado da forma mencionada será a ele adicionado.

Como exemplo, suponhamos a instância do problema original, I_1 , representada pela Figura 4.1, com quatro canteiros de obras e cinco tipos de recursos distintos. Suponhamos ainda que o canteiro c_1 precise dos recursos, r_2 e r_5 e disponibilize os recursos r_1 e r_3 . O canteiro c_2 , por sua vez, necessita dos recursos r_1 , e r_3 disponibilizando, entretanto, r_2 e r_4 . O canteiro c_3 precisa dos recursos r_1 e r_3 , ofertando, porém, 2 unidades de r_2 e um recurso r_4 . Por fim, o canteiro c_4 demanda os recursos r_4 e r_2 e oferta r_5 . Os valores nas setas representam distâncias entre obras.

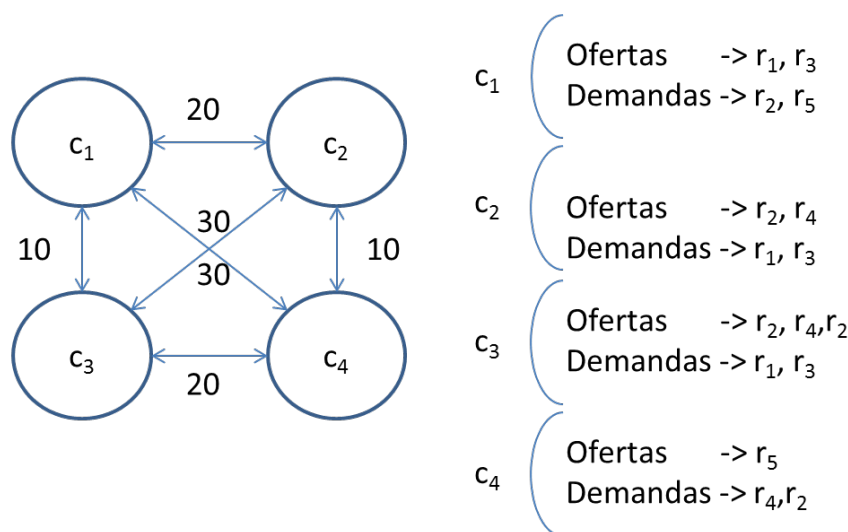


Figura 4.1: Exemplo de uma instância do problema original.

Podemos observar na Figura 4.1 que existem 2 demandas e 1 oferta do recurso r_1 . Além disso, existem 3 ofertas e 2 demandas do recurso r_2 . Em relação ao recurso r_3 tem-se 1 oferta e 2 demandas. Há ainda 2 ofertas e 1 demanda para o recurso r_4 . Por fim, o recurso r_5 tem 1 oferta e exatamente 1 demanda. Observemos também que essa instância é uma generalização da instância hipotética referida na Figura 3.6.

A partir desta instância, para cada par canteiro-recurso existente, criaremos um vértice. Assim, teremos o conjunto resultante de vértices esboçado na Figura 4.2.

Observemos na Figura 4.2 que cada recurso demandado ou ofertado por cada canteiro de obra é representado neste novo grafo por um nó. Em relação ao canteiro de obra c_1 , por exemplo, suas ofertas r_1 e r_3 foram transformados nos nós de oferta c_1r_1 e c_1r_3 ; e suas demandas r_2 e r_5 foram transformados nos nós de demanda c_1r_2 e c_1r_5 .

Neste ponto, uma vez que temos nós representando ofertas e demandas de recursos, necessitamos criar os pares origem-destino. Para tanto, é desejável se ter um meio de atribuir recursos disponíveis em locais que necessitem deles. Podemos escolher como critério de alocação de recursos e, conseqüentemente, um elo entre canteiros de obras, a distância mínima entre os canteiros para coletar e entregar o recurso, tal como feito pelo decisor em

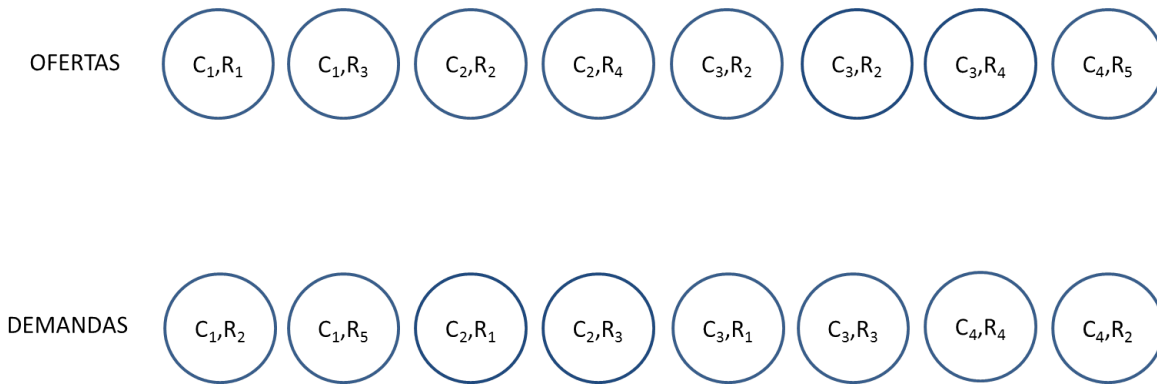


Figura 4.2: Conjunto de nós para formação de um novo grafo.

sua análise.

Considerando G como o grafo original do problema e G_n como o novo grafo em formação, podemos fazer isto da seguinte maneira:

Algorithm 1 Criar pares origem-destino

Função INÍCIO(G)

Ordenar em um vetor v , em ordem crescente, as arestas de G considerando distância.

Enquanto v não estiver vazio **Faça**

Selecionar a primeira aresta de v . (Essa aresta conecta os canteiros i e j em G)

Para cada par de nós $(m, n) \in G_n$, um de oferta e um de demanda **Faça**

Se $m = i$ e $n = j$ e ambos os nós contêm o mesmo recurso **Então**

vincule $(m, n) \in G_n$ como origem-destino

retire o novo par origem-destino, (m, n) , de G_n

Fim Se

Fim Para

retire a aresta selecionada de v

Fim Enquanto

Fim Função

Aplicando esse algoritmo no conjunto de vértices da Figura 4.2, considerando as arestas do grafo original, temos que a primeira aresta a ser escolhida será uma aresta de distância igual a 10. Vamos considerar que escolhemos a aresta entre os canteiros c_1 e c_3 . Nessa aresta pode-se transitar os recursos r_1 e r_3 de c_1 para c_3 bem como um recurso r_2 de c_3 para c_1 . Isso nos dá o esboço da Figura 4.3, cujas linhas pontilhadas representam a ligação de pares de nós origem-destino.

A próxima aresta de v a ser selecionada será aquela entre os canteiros c_2 e c_4 devido ao fato de sua distância ser mínima. Desse modo, através destes vértices podemos transladar os recursos r_2 e r_4 de c_2 para c_4 . Portanto, isso cria mais dois pares origem destino, tal como ilustrado na Figura 4.4.

Ao continuarmos nosso algoritmo conseguiremos construir o máximo de pares origem-destino possível. Em nosso exemplo, isso nos leva à Figura 4.5, cujas linhas pontilhadas representam a ligação de pares de nós origem-destino..

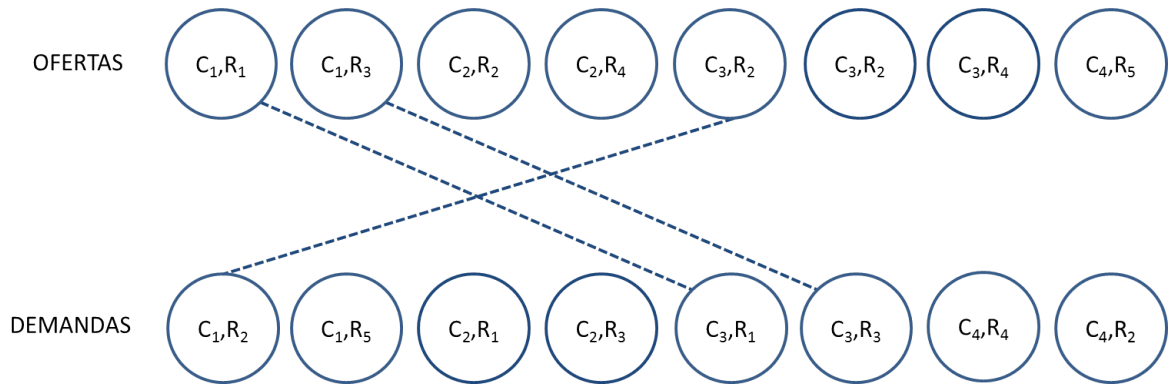


Figura 4.3: Formação de alguns pares de origem-destino - 1 aresta.

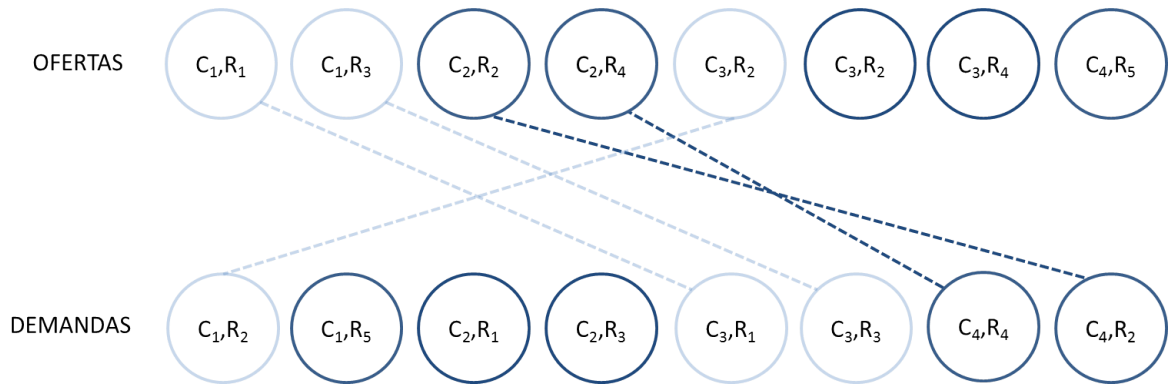


Figura 4.4: Formação de alguns pares de origem-destino - 2 arestas.

Os nós representados em vermelho no grafo, representam nós cuja demanda não foi atendida ou cuja oferta não foi necessária.

Assim, chegamos num conjunto de vértices de um novo grafo com o maior número possível de pares de nós origem-destino. Notemos que as demandas podem não ser equilibradas. No caso de obras que permanecerem sem a totalidade de recursos demandados, é preciso tomar uma decisão externa para abastecê-las, seja através da compra destes recursos, seja através da locação dos mesmos. A mesma idéia se aplica aos locais onde existem ofertas não coletadas pelos veículos. Em suma, a falta ou a sobra de recursos, deve ser tratado pelo decisor externamente. Logo, para fins do nosso grafo, os nós em vermelho da Figura 4.5, serão removidos.

Retirando, assim, os vértices sem ligação da Figura 4.5, ou seja, nós (C_3, R_2) , (C_3, R_4) , (C_2, R_1) e (C_2, R_3) , chegamos à Figura 4.6. Notemos que a linha tracejada representa a ligação de nós como par origem-destino.

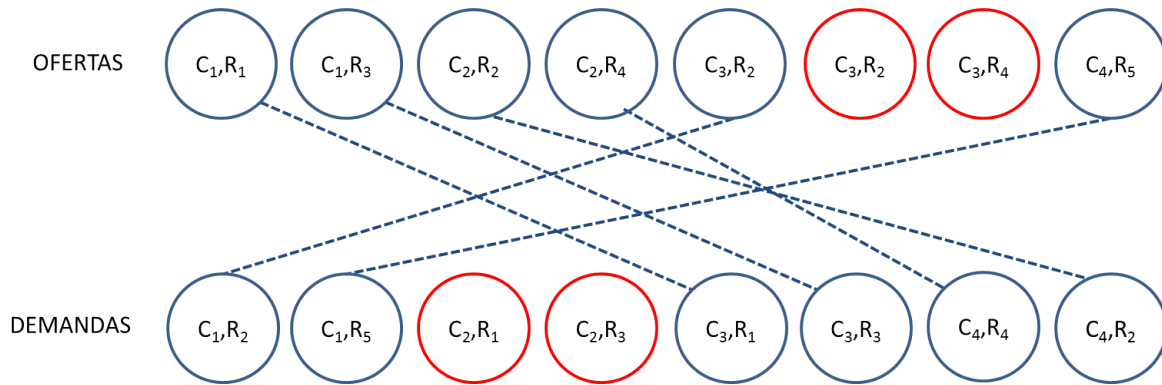


Figura 4.5: Nós do problema modificado a partir da instância I_1 .

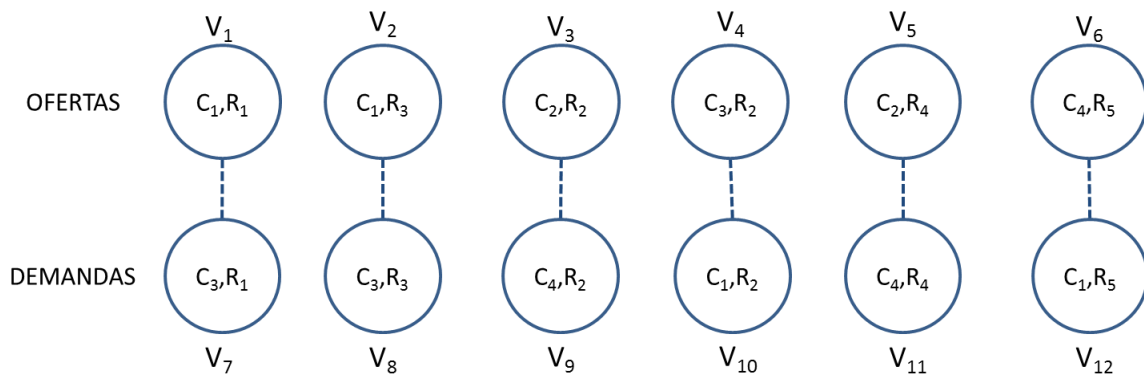


Figura 4.6: Pares origem-destino obtidos através da transformação de I_1 .

Observemos que ao colocar as arestas entre os nós de demanda e os nós de oferta, obteremos um grafo bipartido.

Os canteiros foram ligados considerando, então, distância mínima entre vértices que demandam e ofertam o mesmo produto. Os vértices cuja incidência é nula devem ser removidos do grafo. Além disso, devemos adicionar os vértices correspondentes aos depósitos dos veículos, que em nosso caso é a residência do condutor. Logo, cada veículo terá, distintamente, um lugar para sair e, ao final do dia, um lugar para onde deve voltar. Assim, pode-se também perceber tais residências no sistema de forma bipartida, de um lado os depósitos de saída, de outro, os depósitos de retorno.

4.1.2 Segunda fase - problema de roteamento de veículos capacitado com coleta e entrega

O primeiro ponto a ser considerado na segunda fase é considerar as distâncias entre os componentes do conjunto de pares origem-destino, resultado na primeira fase. Como exemplo, a Figura 4.7 exhibe os pares origem-destino com sua respectiva matriz de distâncias considerando, para isso, as distâncias do grafo original, ou seja, da instância I_1 .

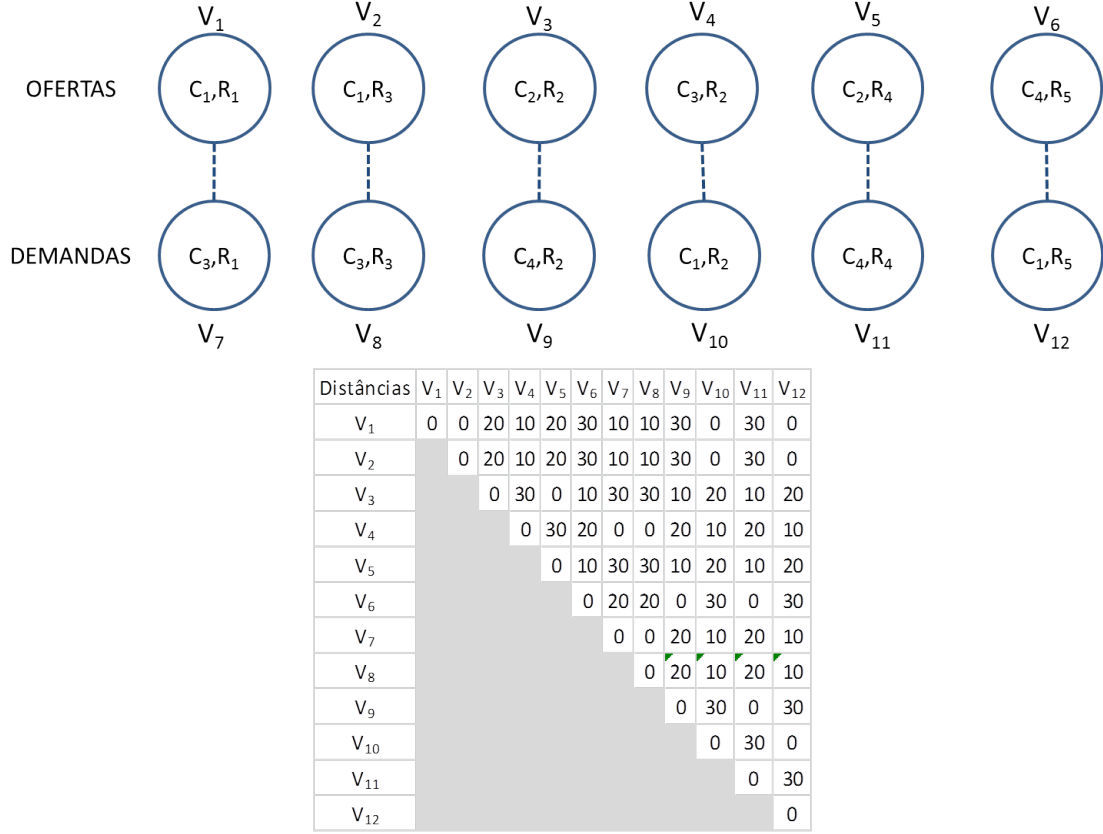


Figura 4.7: Pares origem-destino com matriz de distância entre nós.

Isso nos dá um grafo completo, com pares origem-destino definidos, que será então resolvido como um problema próximo do problema de roteamento de veículos com coleta e entrega, janela de tempo e múltiplos depósitos, trabalhado por Ropke e Pisinger [37]. Para tanto, consideramos o seguinte modelo:

Parâmetros:

$P = 1, \dots, n$: conjunto de vértices nos quais existe oferta de recurso.

$D = n + 1, \dots, 2n$: conjunto de vértices nos quais existe demanda de recurso.

K : conjunto de veículos, sendo $|K| = m$.

$N = P \cup D$: conjunto de vértices de consumidores, clientes.

$\tau_k = 2n + k$: depósito de saída do veículo k .

$\tau'_k = 2n + m + k$: depósito de retorno do veículo k .

$V = \tau_k \cup \tau'_k \cup N$:conjunto de vértices do grafo.

$A = V \times V$: conjunto de arcos do grafo.

d_{ij} : distância entre os vértices i e $j \forall (i, j) \in A$.

t_{ij} : tempo de viagem entre os vértices i e $j \forall (i, j) \in A$.

l_j : peso acrescido ao veículo no vértice j , onde $l_i = -l_{i-n} \forall i \in D$.

s_i : tempo de serviço no vértice i .

Variáveis:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{se o veículo } k \text{ trafegar na aresta } (i, j) \in A \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$s_{ik} \geq 0$: data na qual o veículo k começa o serviço no vértice i .

$l_{ik} \geq 0$: peso do veículo k quando ele sai do vértice i .

Assim, o problema pode ser formulado como:

$$\text{minimizar } \alpha \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ijk} + \beta \sum_{k \in K} s_{\tau'_k k} \quad (4.1)$$

sujeito à

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in P \quad (4.2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} - \sum_{j \in V} x_{j, n+i, k} = 0 \quad \forall k \in K, i \in P \quad (4.3)$$

$$\sum_{j \in P \cup \{\tau'_k\}} x_{\tau_k, j, k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (4.4)$$

$$\sum_{i \in D \cup \{\tau_k\}} x_{i, \tau'_k, k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (4.5)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ijk} - \sum_{i \in V} x_{jik} = 0 \quad \forall k \in K, j \in N \quad (4.6)$$

$$s_{ik} + s_i + t_{ij} - M(1 - x_{ijk}) \leq s_{jk} \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (4.7)$$

$$x_{ijk} + x_{jik} \leq 1 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (4.8)$$

$$s_{n+i, k} \geq s_{ik} \quad \forall k \in K, i \in P \quad (4.9)$$

$$l_{ik} + l_j - M(1 - x_{ijk}) \leq l_{jk} \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (4.10)$$

$$l_{ik} \leq C_k \quad \forall i \in V, k \in K \quad (4.11)$$

$$l_{\tau_k, k} = l_{\tau'_k, k} = 0 \quad \forall k \in K \quad (4.12)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, k \in K \quad (4.13)$$

$$s_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in V, k \in K \quad (4.14)$$

$$l_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in V, k \in K \quad (4.15)$$

A função objetivo (4.1) diz que a soma ponderada das distâncias percorridas e do tempo total de viagem dos veículos deve ser minimizada. A restrição (4.2) garante que cada local de coleta é visitado. A restrição (4.3) garante que, caso o local de entrega i seja visitado pelo veículo k , o local de entrega $n + i$ deva ser visitado pelo mesmo veículo. Restrições (4.4) e (4.5) asseguram que um veículo sairá de seu depósito e retornará obrigatoriamente a ele após sua rota. Caso o veículo saia de seu depósito de saída diretamente para o depósito de retorno, significa, na prática, que tal veículo não foi utilizado. Com a restrição (4.6) garantimos a existência de caminhos consecutivos entre τ_k e τ'_k para cada veículo k . As

restrições (4.7) e (4.8) fazem com que s_{ik} sejam definidos corretamente ao longo do trajeto dos veículos. Essas restrições também eliminam as subrotas, ou seja, ciclos internos na rota. A restrição (4.9) restringe que cada coleta deve ser feita antes da entrega correspondente. As restrições (4.10), (4.8), (4.11) e (4.12) garantem que as variáveis de carga l_{ik} sejam definidas corretamente ao longo dos caminhos e a capacidade dos veículos respeitada. As demais restrições definem o domínio das variáveis de decisão.

A decomposição de Benders [6] é uma técnica para resolver certas classes de problemas difíceis, tais como problemas de programação não-linear inteira mista. Estes problemas têm a característica de ter um conjunto de variáveis complicantes em sua estrutura. Ver por exemplo Conejo *et al* [16] e Lasdon [26]. Considerando estas idéias, o problema 4.1 - 4.15 pode ser escrito assim:

$$\text{minimizar}_{x \in X} \quad \alpha \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ijk} + \beta \sum_{k \in K} s_{\tau'_k, k} \quad (4.16)$$

sujeito à

$$s_{jk} - s_{ik} \geq s_i + t_{ij} - M(1 - x_{ijk}) \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (4.17)$$

$$s_{n+i, k} \geq s_{ik} \quad \forall k \in K, i \in P \quad (4.18)$$

$$l_{jk} - l_{ik} \geq l_j - M(1 - x_{ijk}) \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (4.19)$$

$$C_k \geq l_{ik} \quad \forall i \in V, k \in K \quad (4.20)$$

$$l_{\tau_k, k} = l_{\tau'_k, k} = 0 \quad \forall k \in K \quad (4.21)$$

$$s_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in V, k \in K \quad (4.22)$$

$$l_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in V, k \in K \quad (4.23)$$

onde, X é definido pelo poliedro seguinte:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in P \quad (4.24)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} - \sum_{j \in V} x_{j, n+i, k} = 0 \quad \forall k \in K, i \in P \quad (4.25)$$

$$\sum_{j \in P \cup \{\tau'_k\}} x_{\tau_k, j, k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (4.26)$$

$$\sum_{i \in D \cup \{\tau_k\}} x_{i, \tau'_k, k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (4.27)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ijk} - \sum_{i \in V} x_{jik} = 0 \quad \forall k \in K, j \in N \quad (4.28)$$

$$x_{ijk} + x_{jik} \leq 1 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (4.29)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (4.30)$$

Desta forma, o problema 4.16 - 4.23 pode ser reescrito fixando as variáveis x_{ijk} como:

$$\text{minimizar}_{\bar{x} \in X} \quad \alpha \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} \bar{x}_{ijk} + \beta \sum_{k \in K} s_{\tau'_k} \quad (4.31)$$

sujeito à

$$s_{jk} - s_{ik} \geq s_i + t_{ij} - M(1 - \bar{x}_{ijk}) \quad \forall k \in K, (i,j) \in A \quad (4.32)$$

$$s_{n+i,k} \geq s_{ik} \quad \forall k \in K, i \in P \quad (4.33)$$

$$l_{jk} - l_{ik} \geq l_j - M(1 - \bar{x}_{ijk}) \quad \forall k \in K, (i,j) \in A \quad (4.34)$$

$$C_k \geq l_{ik} \quad \forall i \in V, k \in K \quad (4.35)$$

$$l_{\tau_k,k} = 0 \quad \forall k \in K \quad (4.36)$$

$$l_{\tau'_k,k} = 0 \quad \forall k \in K \quad (4.37)$$

$$s_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in V, k \in K \quad (4.38)$$

$$l_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in V, k \in K \quad (4.39)$$

Observemos que esta formulação corresponde àquela, frequentemente, vista nos livros e trabalhos que abordam a teoria da decomposição de Benders. Considerando as variáveis duais: U_{ijk} , W_{ik} , V_{ijk} , T_{ik} , O_{τ_k} , $R_{\tau'_k}$, respectivamente, para as restrições (4.32), (4.33), (4.34), (4.35), (4.36) e (4.37), podemos fazer a dualização do problema de minimização interna de (4.31) da seguinte maneira:

$$\text{minimizar}_{\bar{x} \in X} \quad \alpha \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} \bar{x}_{ijk} + \text{Max } y \quad (4.40)$$

sujeito à

$$\begin{aligned} y = & \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} U_{ijk} (s_i + t_{ij} - M(1 - \bar{x}_{ijk})) \\ & + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} V_{ijk} (l_j - M(1 - \bar{x}_{ijk})) \\ & + \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} (T_{ik} (-C_k)) \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$0 \geq \sum_{j \in V} (U_{jik} - U_{ijk}) - W_{ik} \quad \forall k \in K, i \in P \quad (4.42)$$

$$0 \geq \sum_{j \in V} (U_{jik} - U_{ijk}) + W_{ik} \quad \forall k \in K, i \in D \quad (4.43)$$

$$0 \geq \sum_{j \in V} (U_{jik} - U_{ijk}) \quad \forall k \in K, i \in \tau_k \quad (4.44)$$

$$\beta \geq \sum_{j \in V} (U_{jik} - U_{ijk}) \quad \forall k \in K, i \in \tau'_k \quad (4.45)$$

$$0 \geq \sum_{j \in V} (V_{jik} - V_{ijk}) - T_{ik} \quad \forall k \in K, i \in N \quad (4.46)$$

$$0 \geq \sum_{j \in V} (V_{jik} - V_{ijk}) - T_{ik} + O_{\tau_k} \quad \forall k \in K, i \in \tau_k \quad (4.47)$$

$$0 \geq \sum_{j \in V} (V_{jik} - V_{ijk}) - T_{ik} + R_{\tau'_k} \quad \forall k \in K, i \in \tau'_k \quad (4.48)$$

$$0 \leq U_{ijk} \quad \forall k \in K, i \in V, j \in V \quad (4.49)$$

$$0 \leq V_{ijk} \quad \forall k \in K, i \in V, j \in V \quad (4.50)$$

$$0 \leq T_{ik} \quad \forall k \in K, i \in V \quad (4.51)$$

$$0 \leq O_{\tau_k} \quad \forall k \in K \quad (4.52)$$

$$0 \leq R_{\tau'_k} \quad \forall k \in K \quad (4.53)$$

A partir deste problema 4.40 - 4.53, notemos que o sub-problema de Benders é a maximização interna em (4.40) sujeito às restrições 4.41 - 4.53. Além disso, podemos construir o problema mestre como:

$$\text{minimizar}_{x \in X} \quad \alpha \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ijk} + \eta \quad (4.54)$$

sujeito à

$$\begin{aligned} \eta &\geq \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} U_{ijk}^p (s_i + t_{ij} - M(1 - x_{ijk})) \\ &\quad + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} V_{ijk}^p (l_j - M(1 - x_{ijk})) \\ &\quad + \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} (T_{ik}^p (-C_k)) \end{aligned} \quad (4.55)$$

$$\begin{aligned} 0 &\geq \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} U_{ijk}^r (s_i + t_{ij} - M(1 - x_{ijk})) \\ &\quad + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} V_{ijk}^r (l_j - M(1 - x_{ijk})) \\ &\quad + \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} (T_{ik}^r (-C_k)) \end{aligned} \quad (4.56)$$

onde os índices p e r nas variáveis duais representam pontos e raios extremos respectivamente.

4.2 Modelo integrado

Uma formulação possível para representar o problema MRCO de forma integrada, em sua plenitude é a seguinte:

Parâmetros:

R : conjunto de recursos/produtos.

K : conjunto de veículos.

B : conjunto de canteiros de obras (nós).

τ : conjunto de depósitos.

A : conjunto de arestas $(i, j) \mid i \in \{B \cup \tau\}, j \in \{B \cup \tau\}, i \neq j$.

$V = \{B \cup \tau\}$: conjunto de vértices do grafo.

τ'_k : depósito de retorno do veículo $k \in K \mid \tau'_k \subset \tau$.

τ_k : depósito de saída do veículo $k \in K \mid \tau_k \subset \tau$.

d_{ir} : demanda do nó $i \in B$ do recurso $r \in R$.

o_{ir} : oferta do nó $i \in B$ do recurso $r \in R$. Obs.: Depósitos não têm demanda ou oferta.

s_{ir} : tempo de serviço necessário para carregar/descarragar uma unidade do recurso $r \in R$ no nó $i \in B$.

t_{ij} : tempo de viagem do nó $i \in V$ até o nó $j \in V$.

c_k : capacidade do veículo $k \in K$.

p_{ir} : penalidade em unidades monetárias por não entregar o recurso $r \in R$ em $i \in B$.

ct : custo vinculado ao tempo de utilização dos veículos.

c_{ij} : custo de transporte devido a utilização da aresta $(i, j) \in A$.

t_{max} : quantidade de viagens máxima que um veículo pode realizar.

l_r : peso do recurso $r \in R$.

$T = \{t \in \mathbb{Z}_+ | t \leq t_{max}\}$: conjunto de viagens.

Variáveis:

$x_{ikr}^t \geq 0$: quantidade do recurso $r \in R$ coletado pelo veículo $k \in K$ no nó $i \in B$ na viagem $t \in T$.

$y_{ikr}^t \geq 0$: quantidade do recurso $r \in R$ entregue pelo veículo $k \in K$ no nó $i \in B$ na viagem $t \in T$.

$s_{ik}^t \geq 0$: data de chegada do veículo $k \in K$ em sua viagem $t \in T$ no nó $i \in V$.

$l_{ik}^t \geq 0$: peso do veículo k em sua viagem $t \in T$ ao chegar no nó $i \in V$.

$w_{ir} \geq 0$: quantidade do recurso $r \in R$ não entregue em $i \in B$.

$$z_{ijk}^t = \begin{cases} 1 & \text{se veículo } k \in K \text{ se desloca pelo arco } (i, j) \in A \text{ na viagem } t \in T \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$\text{minimizar } ct \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} s_{\tau'_k}^t + \sum_{i \in B} \sum_{r \in R} p_{ir} \times w_{ir} + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} c_{ij} \times z_{ijk}^t \quad (4.57)$$

sujeito à

$$\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} x_{ikr}^t \leq o_{ir} \quad \forall r \in R, i \in B \quad (4.58)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} y_{ikr}^t + w_{ir} = d_{ir} \quad \forall r \in R, i \in B \quad (4.59)$$

$$\sum_{t_1 \in T} \sum_{i \in B} x_{ikr}^{t_1} - \sum_{t_2 \in T} \sum_{j \in B} y_{jkr}^{t_2} = 0 \quad \forall k \in K, r \in R \quad (4.60)$$

$$y_{jkr}^{t_2} + \sum_{i \in B} \sum_{\substack{t_1: t_1 < t_2 \\ t_1 \in T}} (y_{ikr}^{t_1} - x_{ikr}^{t_1}) \leq 0 \quad \forall j \in B, r \in R, k \in K, t_2 \in T \quad (4.61)$$

$$x_{jkr}^t - \sum_{i \in \{B \cup \tau_k\}} z_{ijk}^t \times c_k \leq 0 \quad \forall k \in K, j \in B, t \in T, r \in R \quad (4.62)$$

$$y_{jkr}^t - \sum_{i \in \{B \cup \tau_k\}} z_{ijk}^t \times c_k \leq 0 \quad \forall k \in K, j \in B, t \in T, r \in R \quad (4.63)$$

$$\sum_{i \in \{B \cup \tau_k\}} z_{ijk}^t - \sum_{p \in \{B \cup \tau'_k\}} z_{jpk}^{t+1} = 0 \quad \forall k \in K, t \in T \mid t < t_{max}, j \in B \quad (4.64)$$

$$z_{i\tau_k k}^t = 0 \quad \forall k \in K, i \in V, t \in T \quad (4.65)$$

$$z_{\tau'_k ik}^t = 0 \quad \forall k \in K, i \in V, t \in T \quad (4.66)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} z_{ijk}^t \leq 1 \quad \forall k \in K, t \in T \quad (4.67)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} z_{ijk}^{t+1} - \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} z_{ijk}^t \leq 0 \quad \forall k \in K, t \in T \mid t < t_{max} \quad (4.68)$$

$$\sum_{j \in \{B \cup \tau'_k\}} z_{\tau_k jk}^1 - z_{ipk}^t \geq 0 \quad \forall k \in K, i \in B, p \in \{B \cup \tau'_k\}, t \in T \mid t > 1 \quad (4.69)$$

$$\sum_{\substack{t_1 \in T: i \in B \\ t_1 > t_2}} \sum_{i \in B} z_{i\tau'_k k}^{t_1} - z_{jpk}^{t_2} \geq 0 \quad \forall k \in K, p \in B, j \in \{B \cup \tau_k\}, t_2 \in T \quad (4.70)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in \{B \cup \tau_k\}} z_{i\tau'_k k}^t \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (4.71)$$

$$z_{i\tau'_k k_2}^t = 0 \quad \forall i \in V, t \in T, k \in K, k_2 \in K \mid k \neq k_2 \quad (4.72)$$

$$z_{\tau_k ik_2}^t = 0 \quad \forall i \in V, t \in T, k \in K, k_2 \in K \mid k \neq k_2 \quad (4.73)$$

$$s_{jk}^t - (s_{ik}^{t-1} + \sum_{r \in R} (s_{ir} \times l_r (x_{ikr}^{t-1} + y_{ikr}^{t-1})) + t_{ij}) + M(1 - z_{ijk}^t) \geq 0 \quad \forall i \in B, j \in \{B \cup \tau'_k\}, k \in K, t \in T \mid t \geq 2 \quad (4.74)$$

$$s_{ik}^1 - t_{\tau_k i} \times z_{\tau_k ik}^1 = 0 \quad \forall k \in K, i \in V \quad (4.75)$$

$$l_{jk}^t - (l_{ik}^{t-1} + \sum_{r \in R} (l_r (x_{ikr}^{t-1} - y_{ikr}^{t-1}))) + M(1 - z_{ijk}^t) \geq 0 \quad \forall i \in B, j \in \{B \cup \tau'_k\}, k \in K, t \in T \mid t \geq 2 \quad (4.76)$$

$$l_{ik}^1 = 0 \quad \forall i \in V, k \in K \quad (4.77)$$

$$l_{\tau'_k k}^t = 0 \quad \forall t \in T, k \in K \quad (4.78)$$

$$l_{jk}^t - c_k \leq 0 \quad \forall j \in V, k \in K, t \in T \quad (4.79)$$

$$z_{\tau_k j k}^t = 0 \quad \forall t \in T | t > 1, k \in K, j \in V \quad (4.80)$$

$$s_{jk}^t - M \sum_{i \in \{B \cup \tau_k\}} z_{ijk}^t \leq 0 \quad \forall j \in \{B \cup \tau_k'\}, k \in K, t \in T \quad (4.81)$$

$$l_{jk}^t - M \sum_{i \in \{B \cup \tau_k\}} z_{ijk}^t \leq 0 \quad \forall j \in \{B \cup \tau_k'\}, k \in K, t \in T \quad (4.82)$$

$$x_{ikr}^t \geq 0 \quad \forall i \in V, k \in K, r \in R, t \in T \quad (4.83)$$

$$y_{ikr}^t \geq 0 \quad \forall i \in V, k \in K, r \in R, t \in T \quad (4.84)$$

$$s_{ik}^t \geq 0 \quad \forall i \in V, k \in K, t \in T \quad (4.85)$$

$$l_{ik}^t \geq 0 \quad \forall i \in V, k \in K, t \in T \quad (4.86)$$

$$z_{ijk}^t \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V, j \in V, k \in K, t \in T \quad (4.87)$$

$$w_{ir} \geq 0 \quad \forall i \in V, r \in R \quad (4.88)$$

As funções objetivo do problema, 4.57, minimizam os custos relativos ao tempo de utilização dos veículos, os custos devidos à não entrega de recursos em algum dos nós demandantes e os custos de transporte dos veículos. Em relação às restrições temos o seguinte:

Restrição 4.58: O somatório de recursos do tipo $r \in R$ coletados no canteiro de obra $i \in B$ por todos os veículos em todo o horizonte de tempo deve ser no máximo igual à oferta deste recurso r no nó i .

Restrição 4.59: O somatório de recursos do tipo $r \in R$ entregues no canteiro de obra $i \in B$ por todos os veículos em todo o horizonte de tempo acrescido do montante deste recurso r que não foi entregue a i deve ser igual a demanda do recurso r pelo nó i .

Restrição 4.60: Essa restrição é a conservação do fluxo. Para cada carro $k \in K$, o somatório de recursos do tipo $r \in R$ coletados pelo veículo deve ser totalmente entregues aos canteiros de obras, de forma que o veículo retorne ao depósito vazio.

Restrição 4.61: A quantidade entregue do recurso $r \in R$ no nó $j \in B$ pelo veículo $k \in K$ na viagem $t_2 \in T$ deve ser no máximo igual a quantidade deste recurso r coletado anteriormente nas viagens $t_1 \in T | t_1 < t_2$ nos canteiros de obras menos a quantidade deste recurso r entregue anteriormente nas viagens $t_1 \in T | t_1 \leq t_2$ nos canteiros de obras.

Restrição 4.62: Trata-se de uma restrição de ativação da variável x_{jkr}^t . Na viagem $t \in T$ do veículo $k \in K$, somente haverá coleta na obra $j \in J$ de algum recurso $r \in R$ se existe uma viagem deste carro no tempo t vindo de uma obra $i \in B$. Um limite superior para a ativação pode ser a capacidade do veículo k .

Restrição 4.63: Trata-se de uma restrição de ativação da variável y_{jkr}^t . Na viagem $t \in T$

do veículo $k \in K$, somente haverá entrega na obra $j \in J$ de algum recurso $r \in R$ se existe uma viagem deste carro no tempo t vindo de uma obra $i \in B$. Um limite superior para a ativação pode ser a capacidade do veículo k .

Restrição 4.64: O veículo $k \in K$ que chega em $j \in B$ vindo de algum nó $i \in V \setminus \{\tau'_k\}$ na viagem $t \in T | t < t_{max}$, deve sair na viagem $t + 1 \in T$ para uma obra $p \in V \setminus \{\tau_k\}$, de forma que ele não fique parado em j .

Restrição 4.65: Como os depósitos são as residências dos motoristas, fizemos uma duplicação dos vértices dos depósitos num grafo bipartido para representarmos nós do depósito com função de saída de veículos e nós do depósito com função de retorno de veículos. Neste sentido, nenhum carro $k \in K$ em nenhuma viagem $t \in T$ pode retornar ao depósito de saída τ_k , independente de qual obra $i \in B$ tal viagem teve início.

Restrição 4.66: Por motivos similares expostos acima, nenhum carro $k \in K$ em nenhuma viagem $t \in T$ pode originar seu trajeto no depósito de retorno τ'_k , independente de qual obra $i \in B$ tal viagem iria visitar primeiramente.

Restrição 4.67: Cada veículo $k \in K$, para cada viagem $t \in T$, pode realizar somente um transcurso numa aresta $(i, j) \in A$.

Restrição 4.68: Somente pode existir uma viagem $t + 1 \in T$ numa aresta $(i, j) \in A$ com o veículo $k \in K$ se o mesmo veículo k viajou em $t \in T | t < t_{max}$ numa aresta $(i, j) \in A$.

Restrição 4.69: O veículo $k \in K$ somente pode percorrer uma aresta $(i, p) \in A$ numa viagem $t \in T | t > 1$ se o veículo k sai de seu depósito τ_k na primeira viagem.

Restrição 4.70: Se o veículo $k \in K$ utilizar uma aresta $(j, p) \in A$ numa viagem $t_2 \in T$ significa que ele o veículo saiu do depósito. Logo, ele deve retornar ao depósito em alguma viagem $t_1 \in T | t_1 > t_2$ vindo de qualquer $i \in B$.

Restrição 4.71: O veículo $k \in K$ só pode voltar ao seu depósito τ'_k uma única vez.

Restrição 4.72: Nenhum veículo $k_2 \in K$ pode retornar a um depósito τ'_k se $k_2 \neq k$ em qualquer viagem $t \in T$ vindo de qualquer nó $i \in V$.

Restrição 4.73: Nenhum veículo $k_2 \in K$ pode sair de um depósito τ_k se $k_2 \neq k$ em qualquer viagem $t \in T$ indo para qualquer nó $i \in V$.

Restrição 4.74: Essa restrição refere-se ao acoplamento sequencial entre as datas de chegada

de um veículo $k \in K$ quando k se desloca de $i \in V$ a $j \in B$.

Restrição 4.75: A data de chegada do veículo $k \in K$, em sua primeira viagem, em uma obra $i \in B$ deve ser igual ao tempo de viagem de seu depósito τ_k à esta obra i , caso o veículo tenha visitado i logo após sair do depósito. Caso os veículos cheguem em seu respectivo depósito de retorno em sua primeira viagem, temos que $t_{\tau_k \tau_k} = 0$, representando a permanência do carro no depósito. Mesma idéia se aplica quando $i = \tau_k$.

Restrição 4.76: Essa restrição refere-se ao acoplamento sequencial entre os pesos de um veículo $k \in K$ em rota.

Restrição 4.77: O peso que todo veículo $k \in K$ transporta em sua primeira viagem é nulo.

Restrição 4.78: O peso que todo veículo $k \in K$ transporta ao retornar o depósito é nulo.

Restrição 4.79: O peso que todo veículo $k \in K$ transporta em qualquer viagem $t \in T$ ao chegar numa obra $i \in B$ deve ser menor à sua capacidade.

Restrição 4.80: Nenhum veículo pode sair do depósito em uma viagem $t > 1$

Restrições 4.81 e 4.82: Nenhum veículo k pode chegar em uma obra ou em um depósito de retorno j em uma viagem t se ele não tiver vindo de uma obra ou depósito i na mesma viagem. Com isso, o peso do veículo segue a mesma lógica.

As demais restrições delimitam o domínio das variáveis do problema.

Ilustramos, na Figura 4.8, a seguir uma instância, digamos I_3 .

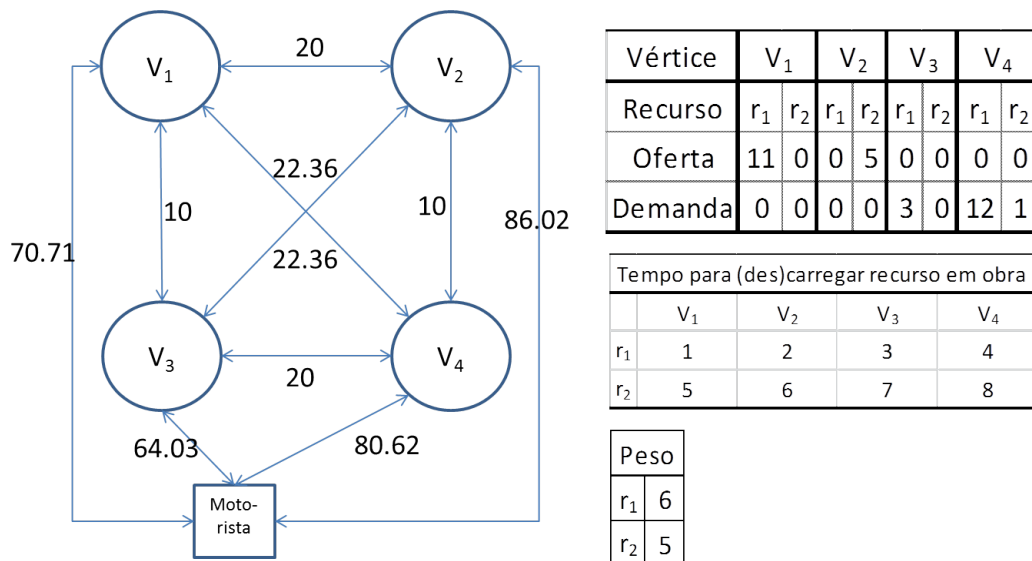


Figura 4.8: Instância I_3 .

A instância I_3 contém 4 canteiros de obras ($\{V_1, V_2, V_3, V_4\}$) e 1 depósito representado pelo quadrado *motorista* compondo o conjunto de vértices do grafo. As setas ligando tais vértices são as arestas do grafo cujo valor representa distância entre dois vértices. Além disso, é dado a quantidade de cada recurso que cada canteiro de obra oferta e demanda. Em relação aos recursos, para cada recurso, são dados o tempo para descarregar/carregar por obra bem como seus pesos.

Consideramos ainda que: a) a penalidade por não entregar um item qualquer de uma demanda é igual a 1.000.000, que será retirado do valor da solução ao final da resolução; b) a capacidade do veículo é suficientemente grande para transportar os recursos; e c) o número de viagens máxima do veículo foi limitado a 5.

Assim, temos como solução, considerando o modelo integrado, o seguinte:

```
*****RESULTS*****
(1) Rota do veículo 1: 5 -----> 1 -----> 2 -----> 4 -----> 3 -----> 5
(2) Recursos no carro 1: - 11r1 1r2 -8r1 -1r2 -3r1 -
(3) Peso do veículo : 0 0 66 71 18 0
(4) Data de chegada : 0 70.71 156.71 196.71 448.71 566.74

Solução Z = 4.00075e+06
Solução Z descontando penalidades de itens não entregues = 751.48

*****END*****
```

Figura 4.9: Solução de I_3 .

Essa solução representa o deslocamento do veículo, ao longo de suas viagens.

A linha (1) - *Rota do veículo 1* mostra que a rota indicada pela solução é a seguinte: 5-1-2-4-3-5, onde 5 representa o depósito. O veículo realizou 5 viagens. Observemos que tanto a saída quanto o retorno ao depósito são consideradas viagens.

A linha (2) - *Recursos no carro 1* mostra quais recursos são carregados e descarregados em cada nó. O veículo sai de seu depósito sem nenhum recurso. Ao chegar em V_1 , o veículo é carregado com 11 unidades de r_1 . Após isso, no vértice 2, o veículo é carregado com 1 unidade de r_2 . Quando este carro chegar em V_4 acontece a entrega de 8 unidade de r_1 e 1 unidade de r_2 . Ao visitar o último canteiro de obra, V_3 , o veículo entrega 3 unidade de r_1 . Com isso, o carro retorna ao depósito vazio.

A linha (3) - *Peso do veículo* diz qual o peso do veículo durante uma viagem. Percebe-se que tal informação é influenciada pelos resultados da linha (2).

Por fim, a linha (4) - *Data de chegada* mostra a data que o veículo chega em cada vértice visitado na rota. Vale lembrar que tal data é influenciada, não somente pelo tempo de viagem entre vértices, mas também pelo tempo para descarregar/carregar recursos.

Em relação ao valor da solução, devemos notar que não forem entregues 4 unidades de r_1 . Com isso, penalizamos a função objetivo em 4.000.000, motivo pelo qual a *Solução Z* é $\approx 4 \times 10^6$. Ao se retirar este valor, encontramos então o valor real da solução, que no caso, foi 751.48 unidades monetárias.

Essa solução pode ser ilustrada também pela Figura 4.10 a seguir:

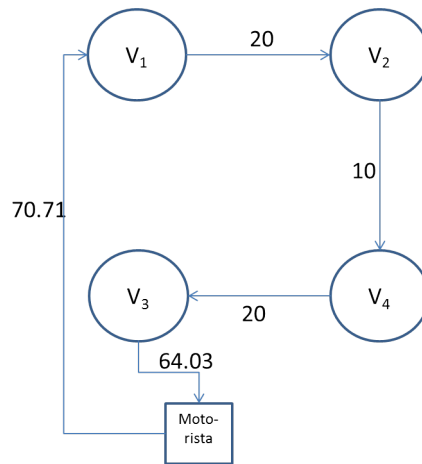


Figura 4.10: Ilustração da solução de I_3 .

Vale ressaltar que o tempo necessário para resolver o problema foi menos de 3 segundos pelo *solver* Cplex. Como contraponto, a resolução desta instância pelo método de duas fases, não consegue integralizar uma solução em 67460 segundos de tempo de CPU, mas apresentou *bound* inferior da solução igual a 678.9500 unidades monetárias.

Capítulo 5

Experimentos Computacionais

Este capítulo é dedicado à apresentação e análise de resultados relativos aos testes aplicados considerando o modelo integrado, o modelo de duas fases e a resolução na metodologia da empresa. Para tanto, apresentaremos algumas instâncias e compararemos resultados entre os métodos empregados.

5.1 Instâncias

Esta seção tem como objetivo descrever as instâncias utilizadas, bem como a forma pela qual foram criadas. Classificamos as instâncias em reais, cujos dados provieram da situação real encontrada; e de teste, que por sua vez, foram construídas a partir de adequações de instâncias *benchmark* da literatura.

5.1.1 Instâncias reais

A construção de instâncias reais se deu considerando os canteiros de obras na região de Contagem e Betim, representados pelo agrupamento de obras e veículos na Figura 3.3. Em relação aos recursos, foram considerados a movimentação diária durante 3 dias. Cada dia compôs, assim, os dados necessários para a formação de uma instância. A número de recursos envolvidos está entre 4 e 14 tipos de recursos, com demandas e ofertas variando entre 0 e 15 unidades. Ressalta-se que, para as instâncias reais, cujo $|B| \approx 30$, o modelo integrado esgotou a memória disponível para carregar a matriz de restrições, não chegando a inicializar a resolução do problema.

5.1.2 Instâncias de teste

Consideramos 56 instâncias *benchmark* de Solomon¹. Elas são classificadas em somente um dos tipos a seguir:

¹Fonte: <http://www.sintef.no/Projectweb/TOP/VRPTW/Solomon-benchmark/100-customers/> acessado em 18/04/2014.

1. R : instâncias nas quais os clientes são divididos aleatoriamente sobre uma região.
2. C : instâncias nas quais os clientes são repartidos em *clusters*, tal como vilarejos.
3. RC : instâncias que mesclam características dos dois primeiros tipos, R e C. Há alguns *clusters* de clientes bem como clientes espalhados numa região cartográfica de forma randômica.

As instâncias de Solomon contêm 100 clientes. No entanto, dado que em nossa realidade temos menos que 30 vértices, foi selecionado, em cada instância original de Solomon, $|B| \leq 30$ primeiros vértices para representar os canteiros de obras. Para obter o número de veículos para cada instância, escolheu-se aleatoriamente um número entre 3 e 5. O mesmo foi feito para o número de recursos existentes para cada instância, uma seleção aleatória de um número entre 10 e 20, cujo peso é também aleatório entre 5 e 30 unidades de peso. O número de depósitos é igual ao número de veículos, pela definição do MRCO. Finalmente, para cada obra, as demandas e ofertas de recursos foram geradas aleatoriamente, com valor entre 0 e o número máximo de recursos, gerados anteriormente.

5.2 Resultados

Esta Seção é dedicada à apresentação de resultados. Uma primeira consideração a ser feita é relativa à ajustes em parâmetros para fins de comparação entre os métodos propostos. Assim, as funções objetivo consideradas pelos modelos (4.1) - (4.15) e (4.57) - (4.88) podem ser igualadas para fins de comparação fazendo com que $p_{ir} = M \forall i \in B, r \in R$, onde M é um número grande suficiente para que seja retirado do valor objetivo para todo w_{ir} não nulo na solução final; $c_{ij} = \alpha d_{ij}$, onde α é um valor estimado do custo de distância percorrida; e $ct = \beta$.

Além disso, é necessário que $s_{ir} = s_i \forall i \in B, r \in R$.

Uma vez definida a forma de comparação, vamos mostrar os resultados dos nossos métodos sobre os conjuntos de instâncias estudadas. Faremos a priori um estudo em instâncias de teste com $|B| = 10$, nas quais a capacidades dos veículos é limitada a 20 unidades de peso. Depois disso, mostraremos os resultados das 3 instâncias reais, e por fim, verificaremos resultados em instâncias de porte real.

5.2.1 Instâncias de teste com 10 obras ($|B| = 10$)

A Tabela 5.1 resume os resultados para instâncias do tipo C, ou seja, em *clusters*:

A primeira coluna da Tabela 5.1 - *I* identifica a instância tratada. Após esta coluna, temos duas macros colunas, *Integrado e Duas Fases - CPLEX*. A primeira apresenta os resultados relativos ao método que considera a resolução do modelo integrado pelo *solver* Cplex em seu default, enquanto a segunda apresenta resultados relativos ao método de duas

I	Integrado					Duas Fases - CPLEX				
	nós B&B	UB	LB	gap(%)	t(s)	nós B&B	UB	LB	gap(%)	t(s)
c101	4	85.441,5	38.491,4	54,95	12.801	158	–	97,7	–	7.221
c102	0	–	60.024,2	–	12.486	0	–	42,6	–	7.215
c103	0	74.675,5	34.111,8	54,32	15.531	25	–	54,7	–	7.208
c104	0	75.252,9	41.005,3	45,51	12.363	9.588	–	177,1	–	7.417
c105	0	–	400.022,8	–	12.748	0	–	35,0	–	7.231
c106	0	80.850,9	34.272,7	57,61	12.398	0	–	64,3	–	7.234
c107	0	118.484,0	27.192,1	77,05	15.701	0	–	59,6	–	7.237
c108	0	–	10.018,2	–	5.539	0	–	57,1	–	7.202
c109	0	–	10.022,5	–	5.909	32.301	–	139,5	–	7.823

Tabela 5.1: Resultados para instâncias C com 10 canteiros de obras.

fases considerando a resolução da segunda fase utilizando o *solver* Cplex em seu default. As colunas *nós B&B* representam o número de nós visitados durante a resolução do problema dentro do pelo *branch-and-bound*.

As colunas *UB* e *LB* representam, respectivamente, o valor de uma solução viável e o valor para um limite inferior de solução para o problema. Vale ressaltar que o *LB* para o método de duas fases é em relação ao ótimo da resolução da segunda fase, e não para o ótimo do problema como um todo. Outra ponto importante é relativo ao *UB* apresentado para o método Integrado. O método Integrado encontra uma solução que pode conter recursos a serem comprados. O custo destes recursos são descontados da solução final do método. Caso a solução aponte que todos os recursos devam ser comprados, o *UB* será igual a —.

A coluna *gap(%)* indica o *gap* em percentual, ou seja, a diferença entre os valores das funções objetivos do problema primal e de seu dual, considerando a melhor solução primal viável encontrada. Por fim, a coluna *t(s)* indica o tempo que o método necessitou, considerando o parâmetro *TiLim* do *solver* Cplex igual a 7.200 segundos.

Em relação ao Integrado, notemos que todas as soluções encontradas têm *gap* superior a 45%. Obteve-se 5 soluções viáveis, representadas pelo *UB* existentes, além de 4 *bounds* de solução. Somente na instância *c101* o método integrado gerou nós de *branch-and-bound*, com módulo igual a 4.

Comparado ao Integrado, o método de duas fases tem maior ou igual número de nós de *branch-and-bound*. O ponto importante na comparação destes métodos é o valor da solução primal. Há uma diferença muito grande entre tais valores. Frente à isto, cogitamos a hipótese de que o tamanho do conjunto de nós é muito grande: Cada recurso no método de duas fases é representado por um nó. Com isso, uma instância original com 4 nós e 5 recursos pode ter, por exemplo, 20 nós para representar os recursos. Devido a essa expansão no número de nós, o modelo se torna mais difícil de resolver, demandando, assim mais iterações do simplex do *solver*, o que acarreta aumento de tempo computacional na resolução do problema.

Os resultados para as instâncias R têm características similares, como vemos na Tabela 5.2:

Conforme observamos na Tabela 5.2, o método Integrado encontrou 6 soluções viáveis

I	Integrado					Duas Fases - CPLEX				
	nós B&B	UB	LB	gap(%)	t(s)	nós B&B	UB	LB	gap(%)	t(s)
r101	0	-	120.143,4	-	5.937	17.983,0	-	153,5	-	7.527
r102	0	-	30.145,9	-	6.025	0,0	-	18,2	-	7.203
r103	2	59.689,4	15.573,0	73,91	7.149	3.882,0	-	161,9	-	7.201
r104	0	-	20.137,0	-	7.083	15.592,0	-	188,3	-	7.684
r105	0	60.163,0	18.758,8	68,82	8.174	14,0	-	145,5	-	7.209
r106	0	20.053,6	5.426,5	72,94	7.748	134,0	-	132,5	-	7.201
r107	35	33.840,0	104,9	99,69	6.502	393.099,0	-	217,4	-	7.297
r108	0	55.361,0	7.434,9	88,57	7.919	34.072,0	-	215,2	-	7.203
r109	30	75.162,0	33.439,6	55,51	7.275	20.316,0	-	140,8	-	7.201

Tabela 5.2: Resultados para instâncias R com 10 canteiros de obras.

num conjunto de 9 instâncias. Existe alto *gap* para as soluções do método Integrado, com valor mínimo em torno de 55%. Para problemas que o método Integrado encontrou uma solução viável, o número de nós de *branch-and-bound* foram pequenos. O número do nós do método Integrado para problemas que não obtiveram soluções viáveis é nulo. Em relação ao método de duas fases, não houveram grandes diferenças em relação aos resultados anteriores.

Para as instâncias RC, vejamos a Tabela 5.3:

I	Integrado					Duas Fases - CPLEX				
	nós B&B	UB	LB	gap(%)	t(s)	nós B&B	UB	LB	gap(%)	t(s)
rc101	0	98.886,5	9.957,8	89,93	16.731	19	-	83,0	-	7.203
rc102	0	13.645,6	3.300,8	75,81	9.657	83	-	49,2	-	7.201
rc103	0	11.456,2	1.142,1	90,03	9.554	41	-	79,4	-	7.201
rc104	0	-	50.043,3	-	9.693	2.399	-	119,6	-	7.200
rc105	0	5.790,4	977,4	83,12	9.711	49	-	160,2	-	7.203
rc106	0	-	170.043,0	-	8.156	49	-	180,4	-	7.204
rc107	0	26.274,6	1.221,7	95,35	10.407	62.803	-	79,1	-	7.235
rc108	0	100.115,0	14.236,4	85,78	11.173	500	-	39,8	-	7.200

Tabela 5.3: Resultados para instâncias RC com 10 canteiros de obras.

O *gap* para estas instâncias tem mínimo em torno de 70% para o método Integrado. Tal método não gerou nenhum nó de *branch-and-bound* nestas instâncias. Os resultados do método de duas fases são similares aos expostos anteriormente.

Percebe-se que o método de duas fases não muda substancialmente seu desempenho devido aos tipos de instâncias.

Com estas instâncias fizemos testes para verificar o comportamento do *solver* no caso da eliminação da variável s_{ik}^t relativa à data de chegada de veículos em obras, do modelo integrado, e eliminação da variável s_{ik} do modelo da segunda fase do método de duas fases. Além disso, eliminou-se as restrições que utilizavam tais variáveis. Com isso, os custos relativos a tempo de viagem foram eliminados da função objetivo dos modelos. Os resultados são exibidos na Tabela 5.4:

I	Integrado					Duas Fases - CPLEX				
	nós B&B	UB	LB	gap(%)	t(s)	nós B&B	UB	LB	gap(%)	t(s)
c101	2.815	115,5	115,4	0,13	31.568	0	–	32,28	–	7.234
c102	0	–	60.024,0	–	7.711	0	–	40,00	–	7.202
c103	8	241,1	200,3	16,93	6.512	0	–	4,46	–	7.203
c104	2.437	88,1	88,1	0,05	20.161	0	–	25,010	–	21.221
c105	3	–	400.016,0	–	12.947	0	–	0,0	–	7.213
c106	0	219,6	219,3	0,14	13.139	0	–	38,46	–	7.213
c107	9	96,5	24,5	74,60	12.566	0	–	0,0	–	7.361
c108	1.128	93,8	93,3	0,52	15.107	0	–	49,23	–	97.455
c109	449	43,1	43,1	0,18	10.838	0	–	10,00	–	113.883
r101	175	442,7	441,7	0,24	14.669	0	–	26,88	–	144.465
r102	3	246,4	21,8	91,14	7.148	0	–	6,00	–	7.211
r103	2.891	276,8	275,6	0,45	34.257	0	–	11,66	–	33.168
r106	29	470,8	469,2	0,32	11.414	0	–	12,80	–	132.469
r107	781	147,5	135,2	8,38	5.080	0	–	42,70	–	113.778
r108	1.195	288,9	284,6	1,49	18.628	0	–	54,14	–	20.293
r109	2.406	398,2	396,4	0,46	29.737	0	–	43,62	–	43.854
rc101	3	–	20.064,0	–	6.395	0	–	32,42	–	40.834
rc102	2	83,6	19,9	76,19	6.201	0	–	17,6	–	64.587
rc103	70	171,2	170,6	0,36	13.995	0	–	11,3	–	53.708
rc107	1.303	231,5	227,7	1,67	38.761	0	–	38,62	–	13.672
rc108	395	206,2	215,1	0,53	21.726	0	–	18,00	–	7.202

Tabela 5.4: Resultados para instâncias com 10 canteiros de obras após eliminar da variável relativa a tempo de viagem.

Observa-se que o desempenho do método Integrado melhorou enquanto o método de duas fases não encontrou solução no tempo considerado. O método integrado apresentou *gap* relativamente baixo em 13/22 instâncias. Deste modo, percebemos que a eliminação da variável s_{ik}^t relativa à data de chegada de veículos em obras pode ser interessante do ponto de vista de resolução computacional se houver uma forma de enquadrarmos o custo relativo a viagem dentro dos custos de transporte.

5.2.2 Instâncias reais ($|B| = 30$)

A Tabela 5.5 mostra resultados das instâncias reais construídas.

I	Empresa	Duas Fases - Benders				
		nós B&B	UB	LB	gap(%)	t(s)
Real_1	330,0	22	290,8	25,0	91,40	96.570
Real_2	600,0	2	440,1	37,0	91,59	72.750
Real_3	680,0	0	800,3	45,1	94,37	97.110

Tabela 5.5: Resultados para 3 instâncias reais.

Os métodos comparados foram o método de duas fases utilizando Benders na resolução da segunda fase e a metodologia de decisão da empresa. O método de duas fases encontrou um *bound* para a segunda fase do problema, porém não encontrou nenhuma solução viável no tempo determinado. Uma solução viável foi obtida com arredondamentos e ajustes no

contexto da organização. A forma como foram feitos tais ajustes foi verificar se a integralização das variáveis binárias davam uma solução viável no contexto da organização. Caso não desse uma solução, havia a tentativa de se realizar ajustes em torno da rota semidefinida para tentar encontrar uma solução. Após uma solução viável ter sido encontrada, notamos que o *gap* do *solver* ainda era alto. No entanto, tal estratégia era eficiente sobre algumas instâncias e outras não para fins de obtenção de solução. Além disso, a existência de solução não garantia melhores resultados em relação à solução corrente da empresa. Voltando a análise para a Tabela, houve ganhos nas duas primeiras instâncias, de, respectivamente, 11,9% e 26,7%; entretanto, perda na terceira instância de 17,7%.

5.2.3 Instâncias de porte real ($|B| = 29$)

Esta seção mostra os resultados obtidos em algumas instâncias de porte real, apresentados por Dutra em [23]. Devemos ter em mente que, para o método de Benders, o fato de que uma iteração gaste mais tempo que o limite pré-estabelecido, não implica problemas de codificação, porque, além da problemática em torno do parâmetro *TiLim*, fizemos o teste de limite de tempo entre as resoluções dos problemas mestres e sub-problemas.

A Figura 5.6 mostra os resultados para alguns dos exemplos de instâncias em *clusters*.

I	Duas Fases - CPLEX			Duas Fases - Benders		
	nós B&B	LB	t(s)	It Benders	LB	t(s)
c101	0	322,8	7.291	5	32,3	14.877
c102	0	40,1	7.263	1	101,4	49.263
c103	0	4,6	7.277	1	6,5	51.096
c104	0	24,9	7.296	2	65,2	8.943
c105	0	0,0	9.988	1	5.797,3	35.532
c106	0	385,1	7.841	1	647,0	50.843
c107	0	0,0	7.282	1	283,8	45.517
c108	0	49,2	7.293	1	55,9	21.673
c109	97	10,0	7.296	2	46,4	11.834
c201	7	33,6	7.293	7	11,6	50.967
c202	8	93,6	7.295	4	178,4	7.335
c203	18	36,2	7.296	22	77,1	8.023
c204	9	99,3	7.297	22	206,6	7.890
c205	178	58,5	7.200	28	152,0	7.247
c206	0	26,1	7.265	1	37,7	48.938
c207	13	45,1	7.295	6	93,7	11.744
c208	0	38,2	7.294	4	55,3	19.936

Tabela 5.6: Resultados para algumas instâncias de teste considerando *clusters*

Para este conjunto de instâncias, o método que utiliza o *solver* CPLEX em seu *default* não gerou nós de *branch-and-bound* em algumas instâncias, fato representado por 0 na coluna *nós B&B*. Por outro lado, o método de Benders necessita de muito tempo para fazer algumas iterações. Em relação à solução, o método de Benders apresentou melhores resultados em 15/17 instâncias. Retirando desse valor, as resoluções que tiveram tempo incompatível para comparação, temos que o método foi melhor em 5/5 instâncias.

A Tabela 5.7 mostra os resultados para algumas instâncias randomizadas.

I	Duas Fases - CPLEX			Duas Fases - Benders		
	nós B&B	LB	t(s)	It Benders	LB	t(s)
r101	4	32,5	7.294	1	77,5	19.284
r102	0	0,0	7.282	2	26,0	47.105
r103	14	22,3	7.296	2	72,2	9.425
r104	28	42,0	7.295	2	200,4	9.046
r105	4	18,0	7.292	1	124,0	51.922
r106	2	15,1	7.293	1	40,3	35.269
r107	11	51,1	7.295	10	85,4	9.257
r108	86	80,0	7.298	18	153,0	7.894
r109	9	64,0	7.293	1	77,7	8.324
r201	0	25,5	7.275	1	47,9	52.314
r202	38	98,1	7.297	4	88,7	9.194
r203	0	52,8	7.283	1	6.593,3	50.858
r204	22	58,5	7.296	2	77,3	8.861
r205	2	62,5	7.293	4	113,8	7.801
r206	0	16,1	7.287	1	36,1	8.696
r207	11	78,5	7.295	1	104,1	7.677
r208	0	40,9	7.287	1	652,5	53.585
r209	0	36,0	7.292	1	56,0	10.501

Tabela 5.7: Resultados para algumas instâncias de teste randomizadas

Por este conjunto de instâncias, os resultados não são diferentes. Para casos em que o método de Benders leva muito mais tempo do que o permitido, a comparação dos métodos é prejudicada. Para os casos em que o tempo exigido pelo método de Benders é próximo àquele do método composto pela aplicação do solver cplex em seu *default*, temos que os limites inferiores foram melhores quando da aplicação de Benders, exceto para *r102*.

Por fim, a Tabela 5.8 mostra os resultados para algumas instâncias mistas que misturam obras aleatórias e aglomerados de obras.

I	Duas Fases - CPLEX			Duas Fases - Benders		
	nós B&B	LB	t(s)	It Benders	LB	t(s)
rc101	34	44,8	7.295	6	92,8	7.395
rc102	0	17,6	7.293	1	17,6	7.842
rc103	0	11,3	7.296	5	37,9	9.051
rc104	11	50,5	7.286	1	78,5	52.127
rc105	0	7,2	7.287	1	734,9	54.009
rc106	0	35,4	7.284	3	47,4	53.789
rc107	42	44,6	7.297	12	77,2	8.986
rc108	17	25,0	7.296	12	68,0	7.324
rc201	0	22,3	7.275	1	32,3	33.085
rc202	24	26,3	7.294	1	32,3	12.335
rc203	14	22,3	7.295	1	17,4	9.724
rc204	8	38,8	7.290	1	78,5	52.127
rc205	0	43,8	7.294	6	95,7	9.192
rc206	72	50,4	7.298	107	94,8	8.835
rc207	0	25,6	7.289	1	43,7	12.822
rc208	4	36,2	7.295	1	41,6	11.434

Tabela 5.8: Resultados para algumas instâncias de teste mistas

Para este conjunto de instâncias, os resultados são similares aos anteriores.

O número de iterações de Benders nos resultados levantou a hipótese de que havia necessidade de muito tempo na resolução do problema mestre. Este fato foi constatado na resolução destas instâncias.

Em resumo podemos concluir que os resultados indicaram que a decomposição de Benders e Cplex precisavam de muito tempo para resolver o problema. Para a decomposição de Benders, foi constatado que 99% do tempo de CPU que o método necessitou era devido ao problema mestre, logo, constatou-se uma oportunidade de melhoria no tratamento desse problema, tal como utilização de técnicas para melhorar cortes de Benders. Em relação à qualidade de solução, a decomposição apresentou bons resultados comparada ao Cplex.

Capítulo 6

Conclusões

Fizemos uma ferramenta de apoio à decisão para um problema relacionado com o transporte de uma empresa de construção civil em Belo Horizonte.

Nós propomos um modelo integrado para o problema de minimização das distâncias percorridas para a distribuição de recursos entre os canteiros de obras da empresa, formulado como um "Problema de roteamento de veículos com múltiplos depósitos, múltiplos produtos, frota homogênea, coleta e entrega simultânea com divisão de entregas e coletas - MRCO". Propomos também um método de duas fases, na qual a primeira fase resolve um problema de alocação de recursos que é insumo para a segunda fase, que por sua vez, resolve um problema de roteamento de veículos com coleta e entrega. Na segunda fase deste método, fizemos resoluções utilizando o *solver* Cplex em seu *default* e decomposição de Benders.

Os resultados sugerem que o método de duas fases concebido não é suficiente para resolver o problema, devido ao longo tempo de máquina necessário para resolução.

O método utilizando modelo integrado é ineficiente para instâncias grandes, mas aparenta ser interessante para utilização de instâncias pequenas, fornecendo em alguns casos soluções viáveis. No entanto, para fins da organização, ele é ainda improdutivo. Uma observação importante no contexto deste método foi a melhoria obtida quando fizemos a eliminação da variável relativa a tempo de viagem, o que forneceu bons gaps para os resultados.

Desta forma, uma possibilidade de trabalho futuro seria verificar se tal eliminação é interessantes para instâncias de porte real, bem como trabalhar decomposição no método integrado. Outra idéia seria trabalhar o método de duas fases para que não houvesse explosão de nós para o problema de otimização. Uma terceira abordagem seria produzir uma heurística para tratar o problema.

Assim, como trabalho futuro cabe-se a exploração de outros métodos para melhorar qualidade de solução e tempo de resolução .

Bibliografia

- [1] AL-KHAYYAL, F. ; HWANG, S. Inventory constrained maritime routing and scheduling for multi-commodity liquid bulk, part i: Applications and model. European Journal of Operational Research 176, 1 (2007), 106–130.
- [2] ANILY, S. ; HASSIN, R. The swapping problem. Networks 22, 4 (1992), 419–433.
- [3] ARCHETTI, C. ; SPERANZA, M. G. The split delivery vehicle routing problem: A survey. In The vehicle routing problem: Latest advances and new challenges, vol. 43. Springer, 2008, pp. 103–122.
- [4] ARCHETTI, C. ; SPERANZA, M. G. Vehicle routing problems with split deliveries. International transactions in operational research 19, 1-2 (2012), 3–22.
- [5] BALDACCI, R. ; BATTARRA, M. . V. D. Routing a heterogeneous fleet of vehicles. In The vehicle routing problem: latest advances and new challenges, vol. 43. Springer, 2008, pp. 3–27.
- [6] BENDERS, J. F. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. Numerische mathematik 4, 1 (1962), 238–252.
- [7] BERBEGLIA, G. ; CORDEAU, J. . L. G. Dynamic pickup and delivery problems. European journal of operational research 202, 1 (2010), 8–15.
- [8] BORDENAVE, C. ; GENDREAU, M. . L. G. A branch-and-cut algorithm for the nonpreemptive swapping problem. Naval Research Logistics (NRL) 56, 5 (2009), 478–486.
- [9] BORDENAVE, C. ; GENDREAU, M. . L. G. Heuristics for the mixed swapping problem. Computers & Operations Research 37, 1 (2010), 108–114.
- [10] BORDENAVE, C. ; GENDREAU, M. . L. G. A branch-and-cut algorithm for the preemptive swapping problem. Networks 59, 4 (2012), 387–399.
- [11] BRAEKERS, K. ; CARIS, A. . J. G. K. Exact and meta-heuristic approach for a general heterogeneous dial-a-ride problem with multiple depots. Transportation Research Part B: Methodological 67 (2014), 166–186.

- [12] BRAÏSY, O.; GENDREAU, M. Vehicle routing problem with time windows, part i: Route construction and local search algorithms. Transportation Science 39, 1 (2005), 104–118.
- [13] CHEN, Q. ; LI, K. . L. Z. Model and algorithm for an unpaired pickup and delivery vehicle routing problem with split loads. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review 69 (2014), 218–235.
- [14] CLARKE, G. ; WRIGHT, J. W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. Operations research 12, 4 (1964), 568–581.
- [15] COENE, S. ; ARNOUT, A. . S. F. The periodic vehicle routing problem: a case study. Journal of the Operational Research Society 61, 1 (2010), 1719–1728. Available at SSRN 1368749.
- [16] CONEJO, A. J. ; CASTILLO, E. . M. R. . G.-B. R. Decomposition techniques in mathematical programming: engineering and science applications. Springer Science & Business Media, 2006.
- [17] CONTARDO, C. ; MARTINELLI, R. A new exact algorithm for the multi-depot vehicle routing problem under capacity and route length constraints. Discrete Optimization 12 (2014), 129–146.
- [18] CORDEAU, J. ; LAPORTE, G. The dial-a-ride problem: models and algorithms. Annals of Operations Research 153, 1 (2007), 29–46.
- [19] CORDEAU, J. ; LAPORTE, G. . S. M. W. P. . V. D. Vehicle routing. Transportation, handbooks in operations research and management science 14 (2006), 367–428.
- [20] CREVIER, B. ; CORDEAU, J. . L. G. The multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes. European Journal of Operational Research 176, 2 (2007), 756–773.
- [21] DONDO, R. ; MÉNDEZ, C. A. . C. J. Optimal management of logistic activities in multi-site environments. Computers & Chemical Engineering 32, 11 (2008), 2547–2569.
- [22] DONDO, R. G. ; CERDÁ, J. A hybrid local improvement algorithm for large-scale multi-depot vehicle routing problems with time windows. Computers & Chemical Engineering 33, 2 (2009), 513–530.
- [23] DUTRA, M. D. S. Décomposition de benders pour un problème réel de transport. Master’s thesis, l’Institut Supérieur d’Informatique, de Modélisation et de leurs Applications, 2014.

- [24] GULCZYNSKI, D. ; GOLDEN, B., AND WASIL, E. The multi-depot split delivery vehicle routing problem: An integer programming-based heuristic, new test problems, and computational results. Computers & Industrial Engineering 61, 3 (2011), 794–804.
- [25] KEK, A. G. H. ; CHEU, R. L. . M. Q. Distance-constrained capacitated vehicle routing problems with flexible assignment of start and end depots. Mathematical and Computer Modelling 47, 1 (2008), 140–152.
- [26] LASDON, L. S. Optimization theory for large systems. Courier Corporation, 2013.
- [27] LENSTRA, J. K. ; KAN, A. H. G. R. Complexity of vehicle routing and scheduling problems. Networks 11, 2 (1981), 221–227.
- [28] LI, H. ; LIM, A. A metaheuristic for the pickup and delivery problem with time windows. International Journal on Artificial Intelligence Tools 12, 02 (2003), 173–186.
- [29] MITRA, S. An algorithm for the generalized vehicle routing problem with backhauling. Asia-Pacific Journal of Operational Research 22, 02 (2005), 153–169.
- [30] MITRA, S. A parallel clustering technique for the vehicle routing problem with split deliveries and pickups. Journal of the operational Research Society 59, 11 (2008), 1532–1546.
- [31] MONTOYA-TORRES, J. R. ; FRANCO, J. L. . I. S. N. . J. H. F. . H.-P. N. A literature review on the vehicle routing problem with multiple depots. Computers & Industrial Engineering 79 (2015), 115–129.
- [32] NOWAK, M. ; ERGUN, O. . W. I. C. C. Pickup and delivery with split loads. Transportation Science 42, 1 (2008), 32–43.
- [33] PARRAGH, S. N. ; DOERNER, K. F. . H. R. F. A survey on pickup and delivery problems: Part i: Transportation between customers and depot. Journal für Betriebswirtschaft 58, 1 (2008), 21–51.
- [34] PARRAGH, S. N. ; DOERNER, K. F. . H. R. F. A survey on pickup and delivery problems: Part ii: Transportation between pickup and delivery locations. Journal für Betriebswirtschaft 58, 2 (2008), 81–117.
- [35] PEREIRA, D. L. Heurísticas e algoritmo exato para o problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas. Master’s thesis, Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais, 2010. Dissertação submetida ao programa de mestrado em informática.
- [36] RAY, S. ; SOEANU, A. . B. J. . D. M. The multi-depot split-delivery vehicle routing problem: Model and solution algorithm. Knowledge-Based Systems 71, 1 (2014), 238–265.

- [37] ROPKE, S. ; PISINGER, D. An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows. Transportation science 40, 4 (2006), 455–472.
- [38] SOL., M. S. M. The general pickup and delivery problem. Transportation Science (1995).
- [39] SOLOMON, M. M. ; DESROSIERS, J. Survey paper-time window constrained routing and scheduling problems. Transportation science 22, 1 (1988), 1–13.
- [40] TANSINI, L., U. M. V. O. Comparing assignment algorithms for the multi-depot vrp. Reportes Técnicos 01-08 (2001).
- [41] TOTH, P. ; VIGO, D. The Vehicle Routing Problem. SIAM, 2001. capítulo: An Overview of Vehicle Routing Problems.
- [42] TSIRIMPAS, P. ; TATARAKIS, A. . M. I. . K. E. G. Single vehicle routing with a predefined customer sequence and multiple depot returns. European Journal of Operational Research 187, 2 (2008), 483–495.
- [43] VIDAL, T. ; CRAINIC, T. G. . G. M. . L. N. . R. W. A hybrid genetic algorithm for multidepot and periodic vehicle routing problems. Operations Research 60, 3 (2012), 611–624.
- [44] XU, H.; CHEN, Z. . R. S. . A. S. Solving a practical pickup and delivery problem. Transportation Science 37, 3 (August 2003), 347–364.
- [45] YANG, H. ; JING, L. . Z. Y. . H. M. Vehicle routing problem with multi-depot and multi-task. In ICEIS (4) (2011), vol. 3, pp. 650–655.
- [46] YANIK, S. ; BOZKAYA, B. . K. R. A new vrppd model and a hybrid heuristic solution approach for e-tailing. European Journal of Operational Research (SI) 236, 3 (2014), 879–890.