

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
FACULDADE DE EDUCAÇÃO  
Programa de Pós-Graduação em Educação:  
Conhecimento e Inclusão Social

**REALIDADE, MATEMÁTICA  
E MODELAGEM:  
as referências feitas pelos alunos**

Ana Paula Francisca Pires da Rocha

Belo Horizonte  
2015

Ana Paula Francisca Pires da Rocha

**REALIDADE, MATEMÁTICA E MODELAGEM:  
as referências feitas pelos alunos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social, da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais (FaE/UFMG), como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação.

Área de concentração: Educação

Linha de pesquisa: Educação Matemática

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Jussara de Loiola Araújo

Belo Horizonte

2015

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
FACULDADE DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO: CONHECIMENTO E  
INCLUSÃO SOCIAL**

Dissertação intitulada **REALIDADE, MATEMÁTICA E MODELAGEM: as referências feitas pelos alunos**, de autoria de **Ana Paula Francisca Pires da Rocha**, analisada pela banca examinadora constituída pelos seguintes professores:

---

Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. Jussara de Loiola Araújo  
Instituto de Ciências Exatas – ICEx/UFMG

---

Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. Maria Queiroga Amoroso Anastácio  
Faculdade de Educação – FacEd/UFJF

---

Prof. Dr. Bernardo Jefferson de Oliveira  
Faculdade de Educação – FaE/UFMG

---

Prof. Dr. Dimas Felipe de Miranda (suplente)  
Departamento de Matemática e Estatística – DME/PUC-Minas

---

Prof. Dr. Orlando G. de Aguiar Júnior (suplente)  
Faculdade de Educação – FaE/UFMG

Belo Horizonte, 14 de agosto de 2015

*A Deus, que, com seu amor ágape, guiou meus passos.*

## AGRADECIMENTOS

Expresso aqui meus agradecimentos às pessoas e instituições que contribuíram para a realização desta dissertação de mestrado.

A Deus por ter colocado pessoas tão especiais ao meu lado.

A meus pais, Maria Aparecida e João, por sempre me incentivarem a estudar e a buscar realizar meus sonhos. Obrigada pelo amor e dedicação!

A meu amado noivo, Marcos Paulo, por estar sempre ao meu lado durante esta caminhada. Esta conquista também é sua, amore!

À minha tia, Didi, pelo carinho e pelo incentivo.

A meus irmãos, Giovani, Grazielle e Juliana, pela torcida. Em especial, agradeço ao Giovani, meu amado irmão e melhor amigo.

A meu sogro, Aristides, por me incentivar e acompanhar com orgulho minhas conquistas.

A todos meus familiares por me apoiarem e entenderem a minha ausência.

Às minhas amigas, Kelly Cristina e Érica Assis, por sempre acreditarem no meu potencial. Obrigada pela amizade!

À professora Vera, minha primeira professora, por acompanhar com orgulho minhas conquistas.

À professora Flávia, por ter aceitado participar da pesquisa, por ter me acolhido e ter desenvolvido o projeto de modelagem com dedicação e entusiasmo. A você Flávia, minha eterna gratidão!

Aos alunos que participaram da pesquisa, pelo carinho e pelos momentos de aprendizagem.

À direção da escola em que foi realizada a pesquisa, por abrirem as portas para que este estudo fosse realizado.

Aos professores, Maria Queiroga Anastácio, Bernardo Oliveira, Dimas Miranda e Orlando Aguiar Júnior, por terem aceitado o convite para participar da banca examinadora e pelas contribuições.

Às professoras da linha de Educação Matemática, pelos ensinamentos compartilhados.

Às professoras Teresinha Kawasaki e Maria Laura Magalhães, por me incentivar desde o período da graduação.

Às professoras Conceição Fonseca e Cristina Ferreira, por terem compartilhado comigo suas sabedorias e experiências.

Ao professor Wagner Auarek, por apoiar minha trajetória acadêmica e profissional.

Aos funcionários do Colegiado de Pós-graduação e da Biblioteca Professora Alaíde Lisboa de Oliveira, pela disponibilidade e simpatia.

À CAPES pelo apoio financeiro.

À RBL, por sempre acreditar no meu potencial. Em especial, à Mônica, pela torcida constante.

Aos todos meus colegas da linha de Educação Matemática e aos meus amigos de mestrado, Bruno, Carol, Cristiane, Fernanda, Glaucia, Neuraci e Sandra. Em especial, agradeço à Fernanda e à Neuraci, pelas conversas e pelos momentos de alegrias.

A todos meus alunos da turma de Matemática do LeCampo. Vocês são muitos especiais. Obrigada pelo carinho e pelas palavras de incentivo!

Aos colegas do grupo de orientação, Alessandra Silva, Bruna Karla, Célio Melillo, Danielle Martins, Edmilson Torisu, Fernando Lima, Francisco Camelo, Ilaine Campos, Rutyale Caldeira, Wanderley Freitas, pelo apoio e pelas contribuições. Um agradecimento especial à Ilaine Campos e à Danielle Martins, pelo incentivo e pela amizade.

Aos colegas do GDMEM, por tantos momentos de aprendizagem.

À Jussara, minha querida orientadora, meu agradecimento e minha homenagem carinhosa. Agradeço por sua responsabilidade direta na construção desta dissertação. Obrigada por aceitar-me como orientanda, incentivar-me, apoiar-me sempre que precisei. Você é um exemplo profissional e pessoal para mim.

**OBRIGADA!**

***Prelúdio***

*Um sonho que se sonha só  
é só um sonho que se sonha só,  
mas sonho que se sonha junto  
é realidade.*

*Raul Seixas*

## RESUMO

Nesta dissertação, apresento uma pesquisa, de cunho qualitativo, sobre relações entre realidade e matemática em ambientes de modelagem matemática. O objetivo da pesquisa foi compreender as referências que os alunos fazem à realidade e à matemática, em ambientes de modelagem, e as relações que estabelecem entre elas. Para fundamentar a pesquisa, baseei-me em algumas discussões filosóficas e no trabalho do educador matemático Ole Skovsmose sobre referência à realidade e à matemática em ambientes de aprendizagem. Em termos empíricos, realizei um projeto de modelagem com alunos de uma turma do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola estadual da rede pública de Belo Horizonte, Minas Gerais. O projeto foi desenvolvido presencialmente, durante as aulas de Matemática, e também em um espaço virtual, no qual os sujeitos inseriram vídeos, reportagens e *links* referentes ao projeto, bem como comentários sobre seu desenvolvimento. A abordagem metodológica foi a observação participante, na qual realizei anotações em um caderno de campo, onde eram registrados o desenvolvimento do projeto, algumas falas e ações dos sujeitos. Para apoiar as observações, as aulas foram gravadas em áudio e vídeo. A partir da análise dos dados, foi possível inferir que as relações estabelecidas em ambientes de modelagem entre as referências à realidade e à matemática estão vinculadas a outras atividades rotineiras da turma e a experiências atuais e anteriores dos participantes. Além disso, tanto a perspectiva de modelagem na educação matemática, que orientou a condução do projeto, quanto a utilização de tecnologias informáticas, caracterizada pelo uso de *softwares* de computadores, contribuíram para questionar o uso da matemática frente à situação da realidade investigada. Os resultados deste estudo sinalizaram também que, em ambientes de modelagem, a matemática ou o modelo matemático podem ser alterados para se confirmar determinada hipótese sobre a situação da realidade, caracterizando, assim, uma inversão de papéis, em comparação com as aulas convencionais de Matemática, em que as situações reais são modificadas para que a matemática utilizada seja a mesma de exercícios habituais. Em vista disso, esta pesquisa apontou uma consideração para além do campo da modelagem: a pertinência de se ater não somente à incorporação de situações reais como também ao uso da matemática diante de tais situações da realidade.

**Palavras-chaves:** Educação Matemática; Referência à Realidade; Referência à Matemática; Modelagem; Filosofia.

## ABSTRACT

In this dissertation, I present a study of qualitative nature, about relationships between reality and mathematics in mathematical modelling environments. The objective of the research was to understand the references that students make to reality and to mathematics in modelling environments, and the relationships established between them. To substantiate the research, I have relied on some philosophical discussions and in work of the mathematical educator Ole Skovsmose about reference to reality and to mathematics in learning environments. In empirical terms, I conducted a modelling project with students of a class of first year of high school at a state public school of the city of Belo Horizonte, MG, Brazil. The project was developed face-to-face, in mathematics classes, and also in a virtual environment, in which the students inserted videos, reportages and links related to the project, and comments on the project development. The methodological approach was the participant observation, in which I took notes in a field notebook, where they were registered the development of the project, some speeches and actions of participants. To provide support to such the observations, the classes were recorded on audio and video. From the analysis of the data, it was possible to infer that the relations established in modelling environments between references to reality and to mathematics are connected to other routine activities of the students, and to the actual and previous experiences of the participants. Additionally to that, both the perspective of modelling in mathematics education, that oriented the project, as the use of information technology, characterized by the use of computer software, they contributed to question the use of mathematics regarding situation of the reality investigated. The results of this study also signaled that in modelling environments, mathematics or mathematical model may be changed to confirm certain hypothesis about the situation of reality, and so characterizing a role reversal, compared with the conventional classes' mathematics in which real situations are often changed to fit exercise patterns. In view of this, this research pointed out a consideration beyond the field of modelling: the relevance to consider not only to the incorporation of real situations, but also the use of mathematics in the face of such situations of reality.

**Keywords:** Mathematical Education; Reference to Reality; Reference to Mathematics; Modelling; Philosophy.

## LISTA DE SIGLAS

**BRT** – *Bus Rapid Transit*

**CAPES** – Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior

**CBC** – Currículo Básico Comum

**CBLol** – Campeonato Brasileiro de *League of Legends*

**CNMEM** – Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática

**CNPq** – Conselho Nacional de Pesquisa

**DME/PUC** – Departamento de Matemática e Estatística da Pontifícia Universidade Católica

**EJA** – Educação de Jovens e Adultos

**FacEd/UFJF** – Faculdade de Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora

**FaE/UFMG** – Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais

**GDMEM** – Grupo de Discussões sobre Modelagem na Educação Matemática

**ICEx//UFMG** – Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais

**IP** – Imaginação Pedagógica

**IBGE** – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

**LeCampo** – Licenciatura em Educação do Campo

**LoL** – *League of Legends*

**NASA** – *National Aeronautics and Space Administration*

**OP** – Organização Prática

**PAC** – Programa de Aceleração do Crescimento

**PCN** – Parâmetros Curriculares Nacionais

**PEC** – Proposta de Emenda à Constituição

**PIBIC** – Programa de Institucional de Bolsas de Iniciação Científica

**RE** – Raciocínio Exploratório

**SA** – Situação Arranjada

**SI** – Situação Imaginada

**SC** – Situação Corrente

**TALE** – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

**TCLE** – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

**TIC** – Tecnologia de Informação e Comunicação

**UFBA** – Universidade Federal da Bahia

**UFMG** – Universidade Federal de Minas Gerais

## **LISTA DE FIGURAS**

FIGURA 1 - Processo de modelagem matemática.....	26
FIGURA 2 - Modelo de pesquisa indicando as situações e os processos.....	69
FIGURA 3 - Charge a que o aluno Vladimir se referiu .....	89

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - Ambientes de aprendizagem .....	44
QUADRO 2 - O terreno da corrida de cavalos .....	45
QUADRO 3 - Atribuições do aluno e do professor nos casos de modelagem.....	80
QUADRO 4 - Cronograma de construção de dados .....	83
QUADRO 5 - Definição das situações-problema.....	99
QUADRO 6 - Pergunta ou objetivo elaborados .....	118
QUADRO 7 - Slides da apresentação do grupo <i>Produção musical</i> .....	148
QUADRO 8 - Slides da apresentação do grupo <i>League of Legends</i> .....	154
QUADRO 9 - Slides da apresentação do grupo <i>Call of Duty x Battlefield</i> .....	158
QUADRO 10 - Slide da apresentação do grupo <i>Existência de vida em outros planetas</i> .....	161
Quadro 11 - Slide da apresentação do grupo <i>Kepler-186f</i> .....	162
Quadro 12 - Slides da apresentação do grupo <i>Eclipse lunar</i> .....	167

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	16
<b>CAPÍTULO 1 - REALIDADE E MATEMÁTICA NO ÂMBITO DA MODELAGEM: CONCEPÇÕES, ORGANIZAÇÃO E REFERÊNCIAS</b> .....	23
1.1. REALIDADE, MATEMÁTICA, CONCEPÇÕES DE MODELAGEM E FORMAS DE ORGANIZAÇÃO DA MODELAGEM NA SALA DE AULA .....	23
1.2. A ABORDAGEM SOBRE REALIDADE E MATEMÁTICA NA MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA .....	29
1.2.1. O debate sobre realidade e modelagem matemática na IX CNMEM.....	34
1.3. A CONCEPÇÃO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA .....	38
1.4. DELINEANDO O PERCURSO TEÓRICO PARA COMPREENSÃO DAS RELAÇÕES ESTABELECIDAS ENTRE REALIDADE E MATEMÁTICA .....	42
<b>CAPÍTULO 2 - REALIDADE E MATEMÁTICA ALÉM DO CAMPO DA MODELAGEM</b> .....	48
2.1. REALIDADE.....	48
2.1.1. Realidade no campo da sociologia .....	49
2.1.2. Realidade no campo da educação matemática .....	50
2.1.3. Realidade no campo da filosofia .....	52
2.2. MATEMÁTICA.....	58
2.2.1. Matemática no campo de ensino .....	58
2.2.2. Matemática no campo da filosofia.....	60
<b>CAPÍTULO 3 - METODOLOGIA, CONTEXTO E SUJEITOS DE PESQUISA</b> .....	64
3.1. RETOMANDO A PERGUNTA DE PESQUISA: <i>DESIGN</i> EMERGENTE .....	64
3.2. A ESCOLHA DO CONTEXTO: SITUAÇÃO ARRANJADA.....	66
3.3. O CONTEXTO DA PESQUISA .....	70
3.4. A PROFESSORA E OS ALUNOS.....	73
3.5. DELINEAMENTO DA PESQUISA.....	75
3.6. O LUGAR DA MODELAGEM NO CONTEXTO.....	78

3.7. A ORGANIZAÇÃO DO AMBIENTE DE MODELAGEM.....	79
3.8. PLANEJAMENTO DA PROFESSORA E DA PESQUISADORA: O PROJETO DE MODELAGEM.....	80
3.9. O USO DE TECNOLOGIAS.....	84
3.10. SELEÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS EMPÍRICOS .....	85

**CAPÍTULO 4 - REFERÊNCIAS À REALIDADE A PARTIR DA ESCOLHA DO TEMA .....** 87

4.1. A MODELAGEM MATEMÁTICA EM UM AMBIENTE DE SEMIRREALIDADE: <i>DESSA VEZ NÃO VAMOS COMPRAR 100 MELÕES?</i> .....	87
4.2. ESCOLHA DO TEMA.....	90
4.2.1. Episódio 1: Temas sugeridos pela professora e pela pesquisadora.....	90
4.2.2. Episódio 2: Temas sugeridos pelos alunos e a votação .....	94
4.2.3. Episódio 3: Delimitando os temas.....	96
4.2.4. Episódio 4: Definição das situações-problema .....	98
4.3. ANÁLISE .....	101

**CAPÍTULO 5 - REFERÊNCIAS À MATEMÁTICA REGIDAS POR LÓGICAS DE PRÁTICAS PEDAGÓGICAS .....** 108

5.1. PESQUISA EXPLORATÓRIA .....	108
5.1.1. Episódio 1 - Grupo <i>Produção musical: Tem a ver com a matemática</i> ....	109
5.1.2. Episódio 2 - Grupo <i>League of Legends: A gente pensou em uma coisa que dá pra usar função</i> .....	110
5.1.3. Episódio 3 - Grupo <i>Call of Duty x Battlefield: Nada aqui tem a ver com os números</i> .....	113
5.1.4. Episódio 4 - Grupo <i>Existência de vida em outros planetas: Nem pensamos na matemática</i> .....	114
5.1.5. Episódio 5 - Grupo <i>Kepler-186f: A gente vai chegar na mesma resposta que eles</i> .....	115
5.1.6. Episódio 6 - Grupo <i>Eclipse lunar: A pergunta parece com os exercícios</i> .....	116
5.1.7. Episódio 7 - Grupo <i>Buraco negro: Tem até aquele texto que fala que buraco negro não existe</i> .....	117
5.2. ANÁLISE .....	118

**CAPÍTULO 6 - RELAÇÕES ENTRE AS REFERÊNCIAS À REALIDADE E À MATEMÁTICA: CATEGORIAS DE INCORPORAÇÃO.....127**

6.1. MATEMATIZAÇÃO .....	127
6.1.1. Episódio 1: <i>É assim que a gente usa matemática na vida.....</i>	128
6.1.2. Episódio 2: <i>Nós não vamos fazer contas?.....</i>	130
6.1.3. Episódio 3: <i>Mas só uma tabela?.....</i>	131
6.1.4. Episódio 4: <i>Eu acho que vai ficar artificial.....</i>	131
6.1.5. Episódio 5: <i>É muito melhor usar o computador, fica mais real a matemática .....</i>	133
6.1.6. Episódio 6: <i>Essa parte eu não vou mexer nada, não. Eu não sei nada de matemática .....</i>	134
6.2. ANÁLISE .....	135

**CAPÍTULO 7 - PAUSA NA ANÁLISE: COMO OS PROJETOS TERMINARAM ...145**

7.1. <i>PRODUÇÃO MUSICAL: SERÁ POR CAUSA DA PEC???</i> .....	145
7.2. <i>LEAGUE OF LEGENDS: VAMOS TER QUE ESPERAR ATÉ O ANO QUE VEM PARA SABER SE O TRABALHO ESTÁ CERTO.....</i>	151
7.3. <i>CALL OF DUTY X BATTLEFIELD: A GENTE TER ACHADO QUE É O MAIS VENDIDO NÃO QUER DIZER QUE É O MELHOR.....</i>	156
7.4. <i>EXISTÊNCIA DE VIDA EM OUTROS PLANETAS: O TRABALHO FICOU ESTRANHO, SEM SENTIDO.....</i>	159
7.5. <i>KEPLER-186F: ISSO NÃO QUER DIZER QUE NÃO PODE TER VIDA LÁ.....</i>	161
7.6. <i>ECLIPSE LUNAR: PARECE QUE VAI SER DE SEIS EM SEIS MESES CERTINHO .....</i>	164
7.7. <i>BURACO NEGRO: ROTEIRO SEM FINAL.....</i>	168

**CONSIDERAÇÕES FINAIS .....**171

**REFERÊNCIAS.....**179

## INTRODUÇÃO

A discussão sobre realidade e matemática sempre circundou minha trajetória escolar, seja enquanto aluna, seja enquanto professora.

Na qualidade de aluna, nos níveis Fundamental e Médio de ensino, frequentemente ouvia meus colegas de turma questionarem nossos professores de matemática sobre a utilidade do conteúdo da disciplina nas situações vivenciadas fora do ambiente escolar que não diziam respeito somente à matemática. Algumas vezes, também ouvia alunos argumentarem que a relação entre determinado conteúdo matemático e as situações da realidade era sem conexão e sem sentido. Nessa visão, se entendia que ou não havia menção a uma situação da realidade ou a situação da realidade aparecia alterada, distinta de acontecimentos vivenciados. Desse modo, os conceitos são ensinados de maneira muito abstrata, e não se aborda a matemática mais próxima dos problemas que a realidade apresenta (JARDINETTI, 1996).

De acordo com Alrø e Skovsmose (2004), as aulas de matemática, em sua maioria, se organizam a partir da exposição de conteúdos ministrados por meio de conceitos e técnicas, os quais são exemplificados e reforçados com a aplicação de exercícios. Nessa forma de organização, em geral, os problemas não contêm referências a situações reais.

Enquanto professora, ouvi (e ainda ouço) a mesma queixa de meus alunos: a matemática ensinada não tem relação com a realidade. Além disso, também percebi que alguns professores têm pensado as propostas para o ensino de matemática a partir da associação com a realidade dos alunos. De acordo com Jardimetti (1996), muitos professores têm defendido a ideia de um ensino mais vinculado à realidade do aluno, pois superaria uma concepção de matemática desconexa e arbitrária.

Segundo Pais (2002),

uma forma de dar sentido ao plano existencial do aluno é através do compromisso com o contexto por ele vivenciado, fazendo com que aquilo que ele estuda tenha um significado autêntico e por isso deve estar próximo a sua realidade (p. 28).

A publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) também apresenta apontamentos para o ensino de matemática a partir do prisma da realidade:

É preciso [...] que a aprendizagem [de matemática] esteja conectada à realidade, tanto para extrair dela as situações-problema para desenvolver os conteúdos como para voltar a ela para aplicar os conhecimentos construídos (BRASIL, 1998, p. 63).

Em meio aos questionamentos dos alunos, da intenção dos professores e das propostas educacionais quanto ao intento de se ministrar a matemática relacionada à realidade do aluno, entendia que se fazia necessário, enquanto professora, buscar alternativas para relacionar os conteúdos matemáticos ensinados à realidade do aluno.

Enquanto aluna de graduação e professora de matemática, participei de um projeto de iniciação científica<sup>1</sup> que me direcionou a uma prática voltada para tal problemática. Nesse projeto, acompanhei turmas que desenvolveram atividades de modelagem matemática, uma das atuais tendências da educação matemática que, em algumas situações, tem a intenção de considerar a realidade vivenciada pelo aluno.

Associada ao termo realidade, a modelagem na educação matemática pode ser entendida como “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2001b, p. 31).

Como atividade subsequente à iniciação científica, ingressei no Grupo de Discussões sobre Modelagem na Educação Matemática (GDMEM)<sup>2</sup> em março de 2012, do qual ainda participo. Neste grupo, tenho ampliado meu horizonte de

---

<sup>1</sup> No período entre agosto de 2011 e julho de 2012, desenvolvi o projeto de iniciação científica intitulado “Projetos de modelagem matemática segundo uma perspectiva crítica de educação matemática”, sob a orientação da Prof<sup>a</sup>. Jussara Araújo e com o auxílio de uma bolsa PIBIC/CNPq.

<sup>2</sup> O Grupo de Discussões sobre Modelagem na Educação Matemática (GDMEM), sediado no Instituto de Ciências Exatas (ICEx) da UFMG, promove discussões sobre as compreensões de Modelagem no campo da Educação Matemática e suas implicações na prática pedagógica. Coordenado pela Prof<sup>a</sup>. Jussara Araújo, o grupo é formado atualmente pelos seguintes componentes: Ana Paula Rocha, Danielle Martins, Fernando Lima, Ludmila Silva, Mariane Araújo, Natália Rocha, Nicole Soares, Petrina Avelar, Pierre de Fermat, Thais Pinto.

percepção em relação à modelagem<sup>3</sup> por meio de discussões de trabalhos da área e do desenvolvimento de atividades de modelagem. Essas experiências contribuíram para que eu me envolvesse com os debates sobre modelagem na educação matemática e a enxergasse como possível alternativa para fazer interagir a matemática com a realidade dos alunos. Como aponta Borromeo Ferri (2010), a modelagem matemática pode propiciar aos estudantes o estabelecimento de conexões entre realidade e matemática “nos dois sentidos: da realidade para a matemática e – isto é importante – no sentido contrário, da matemática para a realidade” (p. 19).

Essas inquietações me conduziram a um aprofundamento das visões defendidas por autores no campo da modelagem na educação matemática, mostrando-me um ambiente que envolvia cada vez mais a problemática de interesse - a discussão acerca do uso da matemática para investigar situações reais - e que, confrontadas com minha vivência, faziam-me questionar sobre as relações entre realidade e matemática estabelecidas em ambientes de modelagem na educação matemática. Assim, a problemática realidade-matemática também passou a envolver minha trajetória como pesquisadora. Dessa maneira, efetivou-se minha proposta de pesquisa em que, ainda sem um foco bem definido, as relações entre realidade e matemática pudessem ser discutidas a partir de situações em sala de aula envolvendo a modelagem matemática.

Uma revisão da literatura<sup>4</sup> possibilitou identificar que a relação entre realidade e matemática diferencia-se para alguns teóricos do campo de modelagem matemática. Biembengut e Hein (2005) argumentam que, “genericamente, pode-se dizer que a matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir” (p. 13).

Contrariando a noção de realidade e matemática como conjuntos disjuntos, Bean (2001, 2005) concebe a matemática como subconjunto da realidade e acredita que a atividade de modelagem matemática interfere na realidade dos indivíduos.

---

<sup>3</sup> No decorrer desta dissertação, utilizarei, por vezes, apenas a palavra modelagem para me referir à modelagem na educação matemática.

<sup>4</sup> Tal revisão será ampliada no capítulo 1 desta dissertação.

Para Bassanezi (2004), essa relação entre realidade e matemática em atividades de modelagem matemática sempre se dará por aproximação: “[...] estamos sempre trabalhando com **aproximações** da realidade, ou seja, [...] estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele” (p. 24, **grifos do autor**).

Instigada pela relação entre realidade e matemática encontrada na literatura de modelagem (BIEMBENGUT; HEIN, 2005; BEAN, 2001, 2005; BASSANEZI, 2004), em um primeiro momento cogitei discutir tal relação do ponto de vista da interação e da aproximação entre elas. Assim, inicialmente, o projeto submetido como proposta de pesquisa tinha a intenção de investigar as relações de interação e aproximação entre realidade e matemática estabelecidas pelos alunos envolvidos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

Embora exista um debate na literatura sobre a relação entre realidade e matemática em atividades de modelagem, quero enfatizar que, nesta pesquisa, esse debate será tratado sob o ponto de vista dos alunos que realizam tais atividades. A discussão acerca da relação entre realidade e matemática é o foco em alguns trabalhos no campo da modelagem na educação matemática (ARAÚJO, 2007; NEGRELLI, 2008; VELEDA, 2010)<sup>5</sup>. Contudo, as abordagens têm sido substancialmente teóricas, não claramente fundamentadas na prática, não considerando assim a visão do aluno em atividades de modelagem matemática.

Dessa maneira, parece-me razoável perguntar sobre como os alunos se posicionam acerca desse importante debate sobre a relação entre realidade e matemática vinculada a atividades de modelagem na educação matemática. Sem ainda definir como direcionaria meu olhar, propus uma primeira pergunta diretriz:

### **Como os alunos relacionam realidade e matemática em ambientes de modelagem matemática?**

Concordando que exista o desejo dos alunos, a intenção dos professores e a menção das propostas curriculares de se trabalhar a matemática atrelada à realidade, e que não há muitas pesquisas sobre as questões que permeiam essa

---

<sup>5</sup> Uma síntese dos conteúdos desses trabalhos é realizada na seção 1.2. , com o propósito de justificar a relevância desta pesquisa e discutir como eles se relacionam com os objetivos aqui propostos.

problemática, penso que esta pesquisa poderá contribuir não só para o campo da modelagem na educação matemática, mas também para a abordagem de situações da realidade nas aulas de matemática.

Com essas ideias norteando o processo investigativo, parti para um aprofundamento sobre a temática da pesquisa. Minha preocupação estava focada em proporcionar situações que permitissem visualizar a relação entre realidade e matemática estabelecida pelos alunos em ambientes de modelagem matemática, buscando, com isso, uma compreensão dos modos pelos quais ambas se constroem mutuamente. Nesse sentido, entendo que seria necessário compreender como realidade e matemática são discutidas na literatura. Desta forma, realizei uma pesquisa teórico-bibliográfica sobre realidade, matemática e modelagem na educação matemática. No primeiro capítulo, exponho uma discussão sobre realidade e matemática no âmbito da modelagem matemática a partir de algumas concepções de modelagem, da perspectiva de educação matemática que orientou a pesquisa e da lente teórica que possibilitou um direcionamento e delineamento na pesquisa.

A natureza desses questionamentos me levou à busca por uma compreensão mais ampla que abrangeu aspectos de outras áreas, envolvendo visões, por exemplo, teórico-filosóficas, que não necessariamente são discutidas no âmbito da educação matemática. Conforme D'Ambrósio (1999), a educação matemática não pode se restringir somente ao foco sobre a matemática. Nesse sentido, a educação matemática também deve se preocupar com os contextos sociopolíticos, econômicos, culturais e filosóficos nos quais está inserida. Apresento, no segundo capítulo desta dissertação, como esses constructos teóricos têm sido debatidos além do campo da modelagem.

Em seguida, caminhei rumo à construção dos dados convidando alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública de Belo Horizonte para participarem do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. O desenvolvimento das atividades foi orientado de acordo com Araújo (2002), segundo a qual a modelagem matemática se caracteriza como uma abordagem, por meio da

matemática, de uma situação-problema essencialmente não matemática, em que as questões da educação matemática crítica<sup>6</sup> norteiem o desenvolvimento do trabalho.

Os detalhes que envolvem o processo metodológico de construção dos dados são expressos no terceiro capítulo desta dissertação. Ainda nesse capítulo, justifico a postura qualitativa assumida e situo a metodologia de pesquisa em consonância com os pressupostos de educação matemática apresentados no primeiro capítulo. Além disso, apresento os sujeitos da pesquisa, o contexto que os envolveu, os critérios de seleção utilizados, a organização do ambiente de aprendizagem, os instrumentos de registro de dados e o modo como os dados foram organizados e analisados. A partir deste momento, o direcionamento se volta para as referências à realidade e à matemática em ambientes de modelagem, e as relações entre elas. A lente teórica, a saber, Skovsmose (2000), e as discussões apresentadas no segundo capítulo levaram a uma reestruturação da pergunta diretriz:

**Como os alunos se referem à realidade e à matemática em ambientes de modelagem, e como eles as relacionam?**

Após a construção dos dados, as falas foram transcritas e se iniciou o processo de análise. Com os dados construídos e organizados, foi possível atender aos seguintes objetivos específicos:

- Identificar e caracterizar momentos da atividade de modelagem matemática em que os alunos se referem à realidade e à matemática.
- Identificar como os sujeitos se referem à realidade e à matemática em uma atividade de modelagem matemática.
- Identificar como os sujeitos relacionam as referências à realidade e à matemática em uma atividade de modelagem matemática.

Para fundamentar a análise, revisei o fichamento da revisão de literatura para os dois capítulos iniciais desta dissertação, procurando, além de tecer compreensões sobre as referências à realidade e à matemática que melhor se

---

<sup>6</sup> Na seção 1.3. serão exploradas algumas questões norteadoras da educação matemática crítica.

inserir no contexto explorado, retomar as ideias que me fizeram encaminhar a pesquisa para o contexto da modelagem matemática.

Entendo que esse processo fornece subsídios para atingir o principal objetivo desta dissertação, que consiste em trazer visões que permitam tanto constituir as referências entre realidade e matemática, quanto compreender as ações dos sujeitos ao investigarem atividades que envolvam situações da realidade por meio da matemática. Sendo assim, o objetivo geral da pesquisa foi:

- Identificar e caracterizar as referências à realidade e à matemática estabelecidas pelos alunos durante uma atividade de modelagem matemática, e as relações que eles fazem entre elas.

A apresentação dos dados foi feita por meio de três fases que contêm distintos episódios, sendo cada uma delas apresentada no quarto, quinto e sexto capítulos, respectivamente. Em cada fase, é realizada uma análise, considerando os referenciais apresentados no primeiro e segundo capítulos desta dissertação. No capítulo sete é apresentado como os projetos de modelagem foram concluídos.

Por último, apresento as considerações finais que visam fazer uma tessitura geral de todos os aspectos apresentados na dissertação. Procuo ainda expor as perspectivas que a pesquisa abre frente ao campo investigativo que abrange a modelagem na educação matemática e alguns desafios encontrados durante a realização da pesquisa. Além desses capítulos, a estrutura da tese conta com as referências utilizadas.

## CAPÍTULO 1

### REALIDADE E MATEMÁTICA NO ÂMBITO DA MODELAGEM: CONCEPÇÕES, ORGANIZAÇÃO E REFERÊNCIAS

Neste capítulo apresento, primeiramente, uma discussão sobre algumas concepções de modelagem<sup>7</sup>, bem como algumas formas de organização e dinâmica de atividades de modelagem em sala de aula a partir de tais concepções. Posteriormente, discuto como realidade e matemática são associadas em pesquisas presentes na literatura da área e como esses estudos se aproximam e diferenciam da presente pesquisa. Em seguida, exponho a concepção de educação matemática assumida nesta pesquisa. Por fim, discorro sobre a lente teórica que possibilitou um direcionamento neste estudo.

#### **1.1. Realidade, matemática, concepções de modelagem e formas de organização da modelagem na sala de aula**

Na Introdução da presente dissertação, ao me referir a um entendimento de realidade, apresentei a concepção de Barbosa (2001b). Entretanto, não há, na literatura referente, uma forma única de entender a modelagem na educação matemática (BARBOSA, 2004).

Observando algumas concepções, identifiquei que é recorrente a menção ao termo realidade. Segundo Anastácio (2010), nas várias concepções<sup>8</sup> de modelagem, o termo realidade ou problema do mundo real, está presente. A autora menciona que “todas as definições se referem, de algum modo, a um problema da realidade que poderá ser solucionado mediante um processo no qual se procurará um modelo matemático que o represente” (p. 6).

---

<sup>7</sup> Neste estudo, tratarei como concepções de modelagem as formas de compreender a modelagem (FERREIRA, 2004; KLÜBER; BURAK, 2008).

<sup>8</sup> Anastácio (2010) utiliza o termo definições.

A fim de expor como a realidade e a matemática são relacionadas no campo da modelagem, apresento algumas dessas concepções, destacando-as a partir dos termos *realidade e matemática*, e seus similares. As concepções apresentadas são defendidas pelos seguintes autores: Burak (1992, 2004), Bassanezi (2004), Biembengut e Hein (2005), Bean (2001, 2003, 2005), Barbosa (2001a, 2001b), Anastácio (1990) e Araújo (2002).

Para Burak (1992), a modelagem matemática constitui-se “em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar **explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano** do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões” (p. 62, **grifos meus**).

A respeito do desenvolvimento do trabalho com a modelagem na sala de aula, Burak (2004) a desenvolve em cinco etapas: escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento dos problemas; resolução do problema por meio de um modelo e o desenvolvimento da matemática relacionada ao tema; análise crítica da solução. O autor também enfatiza a necessidade de o tema escolhido ir ao encontro do interesse do grupo, da comunidade. Em relação ao modelo, o autor o considera como uma representação, admitindo-se, assim, uma lista de preços, a planta de uma casa, por exemplo, como instrumentos matemáticos capazes de ajudar na tomada de decisões (BURAK, 2010).

A partir da concepção de modelagem de Burak (1992), e das demais ideias de sua obra, não há menção explícita sobre a relação entre cotidiano (realidade) e matemática. Burak (*apud* KLÜBER; BURAK, 2014)<sup>9</sup>, em sua dissertação, apresenta um esquema de modelagem em que está representada a separação entre a realidade (o mundo-vida) e a matemática (o mundo matemático). Tal esquema não foi adotado nos textos posteriores do autor.

Para Bassanezi<sup>10</sup> (2004), a modelagem matemática “consiste, essencialmente, na **arte de transformar situações da realidade em problemas**

---

<sup>9</sup> BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática**: uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. 1987. 186f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Biociências, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 1987.

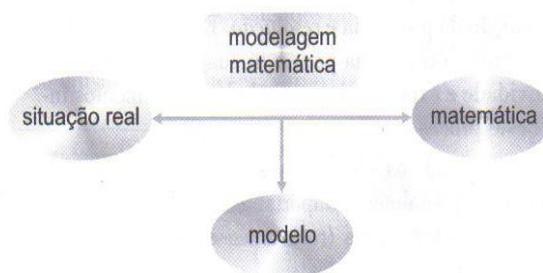
<sup>10</sup> A concepção de Bassanezi (2004) está inserida na matemática aplicada, que, por algum tempo, influenciou fortemente a modelagem no campo da educação matemática.

**matemáticos** cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual” (p. 24, **grifos meus**). O autor propõe que, para trabalhar com a modelagem, deve-se partir da realidade e, através da abstração, construir modelos matemáticos que, resolvidos através de técnicas matemáticas, apresentem soluções. Também há um processo de validação para o modelo. É o processo de aceitação ou não do modelo proposto. Nesta etapa, os modelos, juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas, devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real, levando ou não a uma modificação do modelo.

Para o autor, a relação entre a realidade e a matemática em atividades de modelagem sempre se dará por aproximação, conforme exposto na Introdução, e a representação de um problema da realidade por meio da linguagem matemática é fundamental. Além disso, o autor argumenta que a modelagem “[...] transpõe [...] o problema de alguma realidade para a matemática” (BASSANEZI, 2004, p. 25).

A relação entre realidade e matemática na modelagem, em termos de aproximação, é estabelecida de diferentes formas. Biembengut e Hein (2005) argumentam que, “genericamente, pode-se dizer que **a matemática e a realidade são dois conjuntos disjuntos** e a modelagem é um meio de fazê-los interagir” (p. 13, **grifos meus**). Em termos de etapas, os autores descrevem a *interação*, na qual é feito o delineamento de uma situação que se pretende estudar, a *matematização*, em que a partir da classificação de informações, da seleção de variáveis e símbolos apropriados para descreverem relações entre elas em termos matemáticos, é formulado um problema referente àquela situação focada inicialmente, e a *elaboração de um modelo matemático* para a situação-problema representada. O esquema indicado na Figura 1 ilustra a concepção de modelagem de Biembengut e Hein (2005).

**Figura 1- Processo de modelagem matemática**



Fonte: BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p. 13

Diferentemente de Biembengut e Hein (2005) que colocam realidade e matemática como conjuntos disjuntos, Bean (2001, 2005) concebe a **matemática como parte da realidade** e acredita que a atividade de modelagem interfere na realidade dos indivíduos. Bean (2003) caracteriza a modelagem a partir de cinco componentes: a *problematização*, por meio da qual o modelador reconhece um problema, formulando uma questão ou objetivos para investigá-lo; a *investigação*, na qual o modelador seleciona características do fenômeno que lhe interessam e se mostram pertinentes na construção do modelo matemático; a *formulação do modelo*, em que estabelece os parâmetros e as relações entre as características do fenômeno, por meio de conceitos, propriedades e técnicas matemáticas; a *verificação*, que envolve critérios objetivos, relativos à validação dos procedimentos matemáticos empregados, e critérios subjetivos, que atuam na decisão sobre a adequação ou não do modelo ao problema considerado; e o *fechamento*, que ocorre por meio de uma ação em resposta ao problema investigado.

Além disso, Bean (2005) explicita o que entende por realidade:

Por realidade, entendo nossa interação com o mundo material e abstrato que, da nossa parte, é a unidade da ação mental, física e comunicativa fundamentada nas atividades e conceituações sócio-culturais de uma variedade de comunidades. Tais atividades são reproduzidas e transformadas a fim de satisfazer as necessidades, interesses e aspirações dos membros dessas comunidades. [...] Para compreender nossa **interação com o mundo**, devemos buscar entender que as nossas tradições sócio-culturais e a variedade de “linguagens” e tecnologias que fazem parte do nosso agir no mundo (p. 2-3, **grifos do autor**).

Por fim, Bean (2005) defende que existem múltiplas realidades. Para o autor, devido à diversidade das comunidades, existe uma variedade de maneiras de interagir com o mundo.

O termo *realidade* também aparece na concepção de modelagem apresentada por Barbosa (2001a):

Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou **investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade** (p. 6, **grifos meus**).

Observa-se que, neste caso, o autor situa a matemática como uma área da realidade. Em sua tese de doutorado, Barbosa (2001b) assumiu o entendimento de modelagem com uma modificação: “ambiente de aprendizagem no qual **os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações com referência à realidade**” (p. 31, **grifos meus**).

Há uma mudança de termos: o autor substitui **situações de outras áreas da realidade** por **situações com referência à realidade**. Barbosa (2001b)<sup>11</sup> argumenta que **situações com referência à realidade** são situações que têm origem em uma realidade não matemática, que podem surgir tanto do ambiente extraescolar quanto de outras disciplinas escolares.

Barbosa (2001b) apresenta a noção de ambiente de aprendizagem a partir de Skovsmose (2000), colocando que ambientes de aprendizagem podem ser entendidos como as “condições sob as quais os alunos são incentivados a desenvolver determinadas atividades” (BARBOSA, 2001b, p. 31). Dessa forma, a aula expositiva, configura um ambiente de aprendizagem; a modelagem matemática, outro.

Partindo da concepção de modelagem apresentada por Barbosa (2001b), Klüber e Burak (2014) interpretam que “a realidade seria um todo que possui áreas (compartimentos)” (p. 268). Na visão de Klüber e Burak (2014), a concepção de realidade seria dada *a priori* e “dentro’ dela estariam as demais realidades mesmo

---

<sup>11</sup> Barbosa (2001b) se refere a **situações com referência à realidade**, segundo as ideias de Skovsmose (2000).

sendo um todo e se desenvolvendo em processos, é como se estivesse em um sistema fechado, existente em si mesma” (p. 268).

Anastácio (1990), por sua vez, compreende a modelagem como

**um processo** através do qual, **a partir de problemas e de aspectos da realidade vivida pelos participantes do processo de ensino e aprendizagem da matemática**, chega-se à construção de um modelo matemático. A aplicação de técnicas e teorias matemáticas leva a soluções que podem, ou não, ter correlatos na realidade vivida (p. 94, **grifos meus**).

A autora ainda apresenta o que entende por realidade: “a realidade é o mundo, entendido como horizonte de relações no qual o ser humano vive e se situa” (ANASTÁCIO, 1990, p. 94).

A concepção de Araújo (2002) toma a modelagem como

(...) **uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não matemático da realidade, ou de uma situação não matemática da realidade**, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da educação matemática crítica<sup>12</sup> embasem o desenvolvimento do trabalho (p. 39, **grifos meus**).

Nota-se que, na concepção de modelagem elaborada por Araújo (2002), a matemática não é considerada como algo à parte da realidade. Falar em **situação não matemática da realidade** pressupõe existência de **situação matemática da realidade**, mas esta não é alvo de sua discussão.

Entendo que, mesmo sendo distintas as concepções aqui abordadas, elas evidenciam que a modelagem é uma forma de utilizar a matemática para tratar de problemas/situações reais. Como menciona Araújo (2002), as concepções de modelagem apresentam como objetivo comum tratar algum problema, ou resolver alguma situação não matemática da realidade. Assim, tal discussão apresentada reforça que a modelagem se constitui como um ambiente potencial para observar as relações entre realidade e matemática.

Na seção seguinte, apresento como a discussão específica sobre realidade e matemática tem sido abordada em alguns trabalhos na literatura de modelagem, indicando aproximações e distanciamentos com este estudo.

---

<sup>12</sup> Na seção 1.3 discorro sobre alguns dos pressupostos da educação matemática crítica.

## 1.2. A abordagem sobre realidade e matemática na modelagem na educação matemática

Alguns estudos no campo de modelagem na educação matemática têm demonstrado a preocupação em não desvincular a matemática da realidade (BARBOSA, 2001b; ARAÚJO, 2002; JACOBINI, 2007). Nesta dissertação, foram selecionados quatro trabalhos (NEGRELLI, 2008; VELEDA, 2010; ARAÚJO, 2007; ANASTÁCIO, 1990) em que a discussão acerca da relação entre realidade e matemática em atividades de modelagem matemática constitui-se como foco central.

Negrelli (2008) buscou identificar de que realidade trata a modelagem na educação matemática e como uma caracterização de realidade permite considerar a matemática como uma realidade a ser modelada. A autora sugeriu que a matemática, por meio da manipulação de um modelo matemático, pode ser em parte, desvinculada da realidade. Isto porque a realidade em atividades de modelagem matemática seria dividida em duas realidades: a inicial e a intermediária. Para Negrelli (2008), a realidade inicial é composta por elementos de natureza econômica, social, física e outros. A realidade intermediária é criada pelo sujeito para transpor um problema da realidade inicial para a matemática e então construir um modelo. O modelo matemático seria uma maneira de compreender a realidade inicial por meio da realidade intermediária. Assim, de acordo com Negrelli (2008), em uma atividade de modelagem “parti[mos] de uma realidade inicial, considerada como dada, chegamos a uma realidade intermediária, que é construída, e sobre a qual se elaborará um modelo” (p. 37).

A autora ainda colocou que

o que será modelado matematicamente não é aquela realidade inicial, mas uma representação da mesma, construída, não dada. Essa representação constitui uma nova realidade, a realidade intermediária, como já introduzida, sobre a qual informações serão explicitadas, problemas serão formulados e resolvidos. A resolução de um problema nessa realidade intermediária pode não ter um correspondente naquela realidade inicial (NEGRELLI, 2008, p. 38).

Negrelli (2008), como exemplo, citou o cálculo do volume de uma maçã. De acordo com a autora, a realidade pode ser construída a partir da hipótese de que *a maçã possui uma forma esférica* (realidade intermediária) e, nesse caso, o modelo matemático é dado pela equação  $4\pi r^3/3$ , em que  $r$  representa o raio da maçã. Esse

modelo corresponde à aproximação realizada, isto é, o modelo é construído a partir da realidade intermediária.

Na busca de caracterizar como a realidade é tratada em trabalhos de modelagem na educação matemática, Veleda (2010) analisou quinze concepções de modelagem matemática apresentadas nas IV e V edições da Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM) que utilizam o termo realidade. Para a análise, a autora identificou a corrente filosófica (realismo ou idealismo) que relaciona a realidade à matemática em cada concepção e caracterizou a realidade, conforme expõe Bicudo (2000). A autora, que se baseia em Russ (1994)<sup>13</sup>, entende por idealismo a “concepção segundo a qual o Ser se identifica com a Ideia, tudo o que resulta do desenvolvimento desta última” (VELEDA, 1994, p. 134-135). Por realismo, refere-se a “toda doutrina que afirma que o ser tem uma existência independente de quem o concebe ou de toda representação do espírito” (VELEDA, 1994, p. 247). Para a autora, no idealismo, os elementos matemáticos são criados pelo homem através da interação do homem com o mundo e, no realismo, os elementos matemáticos existem independentemente do mundo do homem, e esses elementos constituem um mundo próprio.

Veleda (2010) identificou quatro caracterizações de modelagem para as concepções analisadas. A primeira característica - um meio de descrever e/ou estudar problemas da realidade - foi identificada em quatro concepções, e para todas elas a corrente filosófica apontada foi o realismo. Na segunda característica - um processo (ou ferramenta) para compreender a realidade - também foi identificada em quatro concepções, sendo o idealismo a concepção filosófica indicada. A terceira característica - um recurso didático que oportuniza tratar de problemas da realidade nas aulas de matemática - foi identificada em três concepções, duas delas apontadas como relacionadas ao realismo e a outra apontada como relacionada ao idealismo. Na quarta característica - um ambiente de aprendizagem que oportuniza aos alunos investigar a realidade por meio da matemática -, a autora a identificou em quatro concepções, todas apontadas como amparadas no idealismo.

---

<sup>13</sup> RUSS, Jacqueline. **Dicionário de filosofia**. Trad. Alberto Alonso Muñoz. São Paulo: Scipione, 1994. 382p.

Araújo (2007) também discute a relação entre realidade e matemática na modelagem na educação matemática em termos filosóficos, porém, dialogando com o platonismo e o formalismo. Segundo a autora, uma compreensão da modelagem matemática baseada no platonismo seria uma forma de descrever a realidade por meio da matemática. No formalismo, a modelagem pode acontecer de duas formas diferentes. A primeira estaria atrelada à construção de uma teoria matemática formal a partir dos objetos e das relações existentes no problema da realidade; a segunda estaria relacionada à incorporação de elementos ideais a alguma teoria formal que poderia ser aplicada a algum problema da realidade. Destaco que, na conclusão da autora, não é suficiente estudar os relatos de pesquisadores, nem analisar a concepção de modelagem adotada por estes para apresentar uma conclusão de qual é a relação entre realidade e matemática subjacente a cada concepção. Apesar da autora não apresentar sugestões, entendo que há um indicativo de que alternativas devem ser realizadas na tentativa de se estabelecer compreensões sobre as relações entre realidade e matemática na modelagem na educação matemática.

Anastácio (1990) procurou apresentar como a matemática é concebida e se desenvolve em situações de ensino e de aprendizagem quando se trabalha com modelagem matemática. Para atingir tal propósito, a autora buscou respostas para as seguintes questões: O que é a modelagem matemática? Em que medida ela desenvolve o conhecimento da matemática enraizado no mundo-vida<sup>14</sup> do aluno? Como procedimentos, a autora apoiou-se em três momentos, denominados momentos de aproximação à modelagem. No primeiro momento, considerou o que as pessoas que trabalhavam com modelagem matemática falavam sobre esse tema em cursos, aulas e encontros de professores de matemática. Em um segundo momento, examinou o que dela falavam os que a praticavam. Em um terceiro momento, observou a prática de professores que utilizaram modelagem matemática durante e após participarem de um curso de treinamento, oferecido por ela, para professores, sobre meios de se trabalhar com modelagem matemática.

---

<sup>14</sup> O termo “mundo-vida”, assim como “realidade vivida” apresentado na concepção de Anastácio (1990), é oriundo da fenomenologia e remete a uma realidade consciente.

Em seguida, a autora elaborou algumas unidades significativas<sup>15</sup> para os dois primeiros momentos: a) modelagem matemática; b) modelos; c) concepções de realidade; d) ação e realidade; e) concepção de matemática; f) concepção de educação e de educação matemática.

Modelagem matemática é apontada como uma representação da realidade por meio da linguagem matemática, levando a uma previsão de fatos. Modelos são caracterizados “como a transcrição em entidades matemáticas das características de uma determinada situação real. Essas entidades mantêm entre si uma relação matemática” (ANASTÁCIO, 1990, p. 60).

Em relação à concepção de realidade, a autora colocou que

os autores, em sua maioria, não incluem a matemática como parte constitutiva da realidade e apresentam a modelagem matemática como a ponte que liga a realidade à matemática. Sendo assim, não concebem a matemática como presente naquilo que chamam de realidade (ANASTÁCIO, 1990, p. 61).

Sobre a unidade significativa ação e realidade, Anastácio (1990) identificou dois tipos de interpretação. Na primeira, a modelagem aparece como instrumento de ação *sobre* a realidade. Na segunda, o trabalho com a modelagem leva a uma aprendizagem como relação dialética reflexão-ação; nesta, como o aluno é parte e observador da realidade, propõe-se uma ação *na* realidade.

No que diz respeito à concepção de matemática, a autora indicou que

a matemática aparece como um instrumento que o homem possui para lidar com o mundo; como um modelo de situações reais expressas em uma linguagem específica; como um corpo de conhecimentos que se caracteriza por sua formalização (ANASTÁCIO, 1990, p. 64).

As concepções de educação e de educação matemática aparecem relacionadas ao fazer matemático de determinados contextos e determinado tempo. A utilização da modelagem na educação matemática é ancorada no contexto social e na experiência vivida do educando, e constituída de significados próprios de uma cultura específica na qual o educando se insere.

---

<sup>15</sup> Anastácio (1990) entende unidades significativas como temas ou assuntos que emergiram dos textos analisados.

No terceiro momento, foram identificadas outras unidades significativas, dentre as quais destaco: a) a modelagem matemática; b) a concepção de matemática; c) o recurso didático; d) a postura do professor; e) a escolha do tema; f) a dificuldade em trabalhar a concepção de matemática.

Neste momento, a modelagem foi identificada como um método de ensino da matemática que implica uma ampliação de conhecimento do aluno e do professor. Na concepção de matemática, a autora identificou que há uma preocupação em definir a matemática tradicional em oposição àquela que se pode ensinar por meio da modelagem. Em relação ao recurso didático, a modelagem é apresentada, principalmente, como recurso que utiliza fatos da realidade e que facilita a aprendizagem matemática. No que diz respeito à unidade postura do professor, a autora colocou que

Quando o professor se propõe a trabalhar com a modelagem matemática, certamente terá que enfrentar dificuldades. Estas dificuldades decorrem de se passar de um método tradicional, que se caracteriza por uma definição prévia do que fazer em sala de aula, para um método em que as situações não podem ser pré-fixadas (ANASTÁCIO, 1990, p. 85).

A escolha do tema apareceu relacionada a duas preocupações. Na primeira, a escolha do tema em atividades de modelagem se apresentou a partir da realidade vivida pelo aluno, e na segunda, a escolha do tema apresentou aplicações imediatas de determinados conceitos matemáticos. Sobre a dificuldade em trabalhar a concepção de matemática, a autora apontou que os professores costumam procurar exemplos na realidade que ilustrem a matemática que querem ensinar.

Por fim, Anastácio (1990) reflete sobre as convergências nos três momentos. As concepções de modelagem matemática identificadas convergiram para a modelagem como um processo que, ao abstrair os traços percebidos na realidade vivida, leva à construção de um modelo matemático. Também convergiram nos três momentos as concepções de matemática que a colocam como estratégia de ação e instrumento que o homem possui para lidar com o mundo. Quanto às concepções capturadas de realidade e de ação e realidade, a autora não identificou convergência. A respeito da concepção de matemática em relação à de realidade, que permeia atividades de modelagem matemática no ensino, Anastácio (1990), identificou que

há os que veem a matemática presente na realidade, servindo de instrumento de análise dessa realidade, ainda que não neguem os aspectos de sua formalização. Nesse caso, a modelagem serve para a construção do conhecimento matemático ao mesmo tempo em que possibilita o desenvolvimento da compreensão da realidade vivida e de sua interpretação (p. 99).

A divergência é mencionada, pois há concepções que não tomam a matemática como parte da realidade, apenas a veem como instrumento para agir sobre ela.

Considerando o objetivo geral desta pesquisa, penso que a discussão levantada por Anastácio (1990) é a que mais se aproxima do objetivo do estudo em questão. A autora buscou entender como a matemática é concebida e desenvolvida quando se trabalha com modelagem. Este estudo, por sua vez, tentou compreender como os alunos estabelecem as relações entre realidade e matemática em ambientes de modelagem. Este estudo pode ser uma alternativa para compreender melhor a relação em questão, pois, diferentemente das pesquisas apresentadas, com exceção do terceiro momento de Anastácio (1990), esta pesquisa não terá apenas um caráter teórico, buscará principalmente compreensões a partir da prática.

Confirmando a atualidade e a pertinência do tema aqui discutido, apresento, na seção seguinte, um intenso debate ocorrido na IX Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (IX CNMEM), apenas três meses antes da conclusão desta pesquisa.

### **1.2.1. O debate sobre realidade e modelagem matemática na IX CNMEM**

Anastácio (2010), em outro momento, retomou duas unidades significativas que descrevem as características do trabalho com a modelagem: i) modelagem matemática e seus procedimentos e ii) concepções de realidade e de matemática. Em relação à segunda unidade, a autora mencionou que a questão da realidade no ambiente da modelagem é algo corrente, porém não se constitui como foco, pois não há muitos autores que se dedicam a discutir sobre essa questão, buscando debater sobre outros aspectos. Talvez este cenário esteja, aos poucos, mudando.

Na IX CNMEM, o debate referente à realidade na modelagem se configurou de maneira marcante na palestra de abertura, conduzida pela Prof<sup>a</sup>. Dra. Gelsa Knijnik (Universidade do Vale do Rio dos Sinos – Rio Grande do Sul), e no debate temático intitulado “Diálogos e debates da Modelagem Matemática e outras Tendências: Práticas e Pesquisas”, com os convidados Prof<sup>a</sup>. Sofia Marinho da Natividade (Escola de 1º Grau Ernestina Carneiro e colaboradora da UFBA), Prof<sup>a</sup>. Dra. Denise Vilela (Universidade Federal de São Carlos), Prof. Dr. Jonei Cerqueira Barbosa (Universidade Federal da Bahia), tendo a Prof<sup>a</sup>. Dra. Jussara Loiola Araújo (Universidade Federal de Minas Gerais) como moderadora do debate.

Gelsa Knijnik, em sua palestra, apontou alguns questionamentos sobre discursos que integram a educação matemática na contemporaneidade. Segundo Knijnik, um discurso que ganha especial ênfase no campo da modelagem e da etnomatemática refere-se à importância de trazer a realidade para as aulas de matemática.

Em um estudo, Knijnik e Duarte (2010) apontam que o enunciado que menciona a importância de trazer a realidade do aluno para as aulas de matemática é tratado, de maneira geral, como possibilidade de significado aos conteúdos matemáticos, suscitando nos alunos o interesse pela aprendizagem, e como importante para transformar socialmente o mundo. Na análise feita para o âmbito da modelagem, identificaram o enunciado relacionado à possibilidade de significado aos conteúdos matemáticos.

Na palestra, Knijnik questionou o que tem sido feito no processo de escolarizar práticas de fora da escola. Nesse sentido, Knijnik, apoiada em Wittgenstein, apontou que práticas matemáticas de formas de vida não escolares, quando transportadas para formas de vida escolares, acabam sendo pedagogizadas, são capturadas pela maquinaria escolar, tornando-se práticas da escola e não, como se poderia idealmente desejar, práticas da “realidade” que, de modo intacto, seriam introduzidas da escola.

Knijnik alertou que, ao trabalharmos com situações da realidade nas aulas de matemática, temos que ter clareza de que as lógicas que regem as práticas de fora da escola são diferentes das lógicas que regem as práticas escolares. Entrelaçando

as ideias, Knijnik também asseverou que não existe apenas uma matemática, a saber, a matemática que é ensinada e praticada nas escolas; há outras matemáticas regidas por lógicas diferentes.

No debate temático, a fala em particular, com a qual me interessa dialogar nesta dissertação, é a da professora Denise Vilela. Vilela tratou, do ponto de vista filosófico, da ideia de realidade. A professora pontuou que é uma boa intenção que a modelagem tenha como proposta partir da realidade nas aulas de matemática. Entretanto, esclareceu que é preciso ter clareza que a noção de realidade é muito complexa no campo da filosofia. A fim de mostrar esta complexidade, considerou uma periodização por paradigmas da história da filosofia. Em um primeiro momento, as perguntas pairavam sobre a realidade em tom da existência da mesma. Essa problematização é associada à possibilidade de se conhecer o real, independentemente do sujeito. Vilela mencionou que esta suposição é problemática porque, além da independência do sujeito ser algo questionável, demandaria que se explique o real a partir de uma linguagem que dê conta de uma maneira precisa e suficientemente clara.

Como conhecer a realidade diretamente não se mostra uma ideia fecunda, em um segundo momento, que se pode associar ao período da modernidade, buscam-se entender e conhecer quais são os limites da razão, no sentido de o que é possível conhecer sobre a realidade. Esse momento é chamado de virada epistemológica. Em um terceiro momento, denominado virada linguística - que não necessariamente elimina os paradigmas dos anteriores -, são questionadas as possibilidades da linguagem e os limites de se conhecer a realidade pela linguagem.

Vilela esclareceu que, em um paradigma denominado giro discursivo, se tem a ideia de que os significados estão no *uso e nos jogos de linguagem*<sup>16</sup>, em que o pensado e o dito contêm representações da realidade.

Vilela finalizou sua fala enfatizando que a modelagem, ao propor partir de situações da realidade, deve problematizá-la, colocando sob suspeita e questionando certezas acerca das questões que permeiam essas situações, bem como sugerindo uma possibilidade de pesquisa em que a prática de modelagem

---

<sup>16</sup> Conceitos da perspectiva filosófica de Ludwig Wittgenstein.

considere suposições distintas, não negando a realidade, mas considerando outras vertentes diferentes das já apontadas na literatura da área.

Entendo que esta pesquisa atende ao que foi proposto pela professora Vilela. Pretendo aqui discutir as relações entre realidade e matemática a partir da ótica dos alunos, e para tal considerarei uma vertente distinta das já apontadas na literatura (BIEMBENGUT; HEIN, 2005; BEAN, 2001, 2005; BASSANEZI, 2004) para direcionar minhas observações<sup>17</sup>.

A temática realidade também se apresentou na IX CNMEM por meio de duas comunicações científicas: Oliveira, Souza e Almeida (2015) e Rocha (2015)<sup>18</sup>.

Na comunicação de Oliveira, Souza e Almeida (2015), o objetivo foi compreender como a relação entre realidade e matemática está expressa nos esquemas de modelagem matemática. Pautados nas ideias de *uso e formas de vida* apresentadas por Ludwig Wittgenstein, os autores identificaram, nos esquemas de modelagem, os *usos* que são feitos dos termos *realidade e matemática*, com o intuito de perceber a relação entre eles, bem como se atentaram para as *formas de vida* nas quais esses esquemas de modelagem estão inseridos para justificar a(s) relação(ões) identificada(s).

A opção pelos *usos* de uma palavra é justificada pela configuração da linguagem de acordo com as experiências, pela compreensão destas em cada contexto específico. Em relação às *formas de vida*, segundo os autores, é a “expressão utilizada por Wittgenstein para designar nossos hábitos, costumes, ações e instituições que fundamentam nossas atividades em geral, envolvidas com a linguagem” (OLIVEIRA, SOUZA; ALMEIDA, 2015, p. 3).

Os esquemas escolhidos por Oliveira, Souza e Almeida (2015) são evidenciados em Bassanezi (2011)<sup>19</sup>, Kaiser (2005)<sup>20</sup>, Borromeo Ferri (2006)<sup>21</sup> e

---

<sup>17</sup> Na seção 1.4. apresento a lente teórica que direcionou o olhar nesta pesquisa.

<sup>18</sup> Esta comunicação é de minha autoria e fruto desta dissertação de mestrado. Por conter dados que serão aqui apresentados, optei por não descrevê-la.

<sup>19</sup> BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 3. ed., 3ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2011.

Almeida e Silva (2012)<sup>22</sup>. Nos esquemas de Kaiser (2005) e Borromeo Ferri (2006), os autores identificaram que os *usos* das palavras indicam uma divisão entre realidade e matemática. Nos esquemas de Almeida e Silva (2012) e Bassanezi (2011), os autores não identificaram uma separação explícita entre realidade e matemática. Mas, no caso de Bassanezi (2011), apontaram que o autor coloca em congruência “realidade” e “não matemático”, o que pode estabelecer, assim, uma relação de separação entre realidade e matemática.

A comunicação de Oliveira, Souza e Almeida (2015) por buscar compreender o *uso* das palavras realidade e matemática, assim como a relação entre elas, se aproxima da discussão desta pesquisa que, recordando, busca compreender as relações estabelecidas entre realidade e matemática. A diferença entre as pesquisas é que Oliveira, Souza e Almeida (2015) observam a relação entre realidade e matemática a partir de alguns esquemas da modelagem e esta dissertação busca observar essa relação a partir da ótica dos alunos envolvidos em uma prática de modelagem.

Antes de sinalizar como especificamente essas relações serão discutidas nesta dissertação, apresento, na próxima seção, a concepção de educação matemática assumida nesta pesquisa, convergente com a concepção de modelagem que orientou a prática.

### 1.3. A concepção de educação matemática

Entendo que a relação entre professor e aluno deve ser democrática, baseada no diálogo, buscando desenvolver a capacidade de interagir em situações sociais e políticas estruturadas pela matemática. Essa é uma das premissas da

---

<sup>20</sup> KAISER, Gabriele. Mathematical modelling in school – examples and experiences. In: Henn, H. - W.; Kaiser, G. (Eds.), **Mathematikunterricht im Spannungsfeld von evolution und evaluation**. Hildesheim: Franzbecker, p. 99-108, 2005.

<sup>21</sup> BORROMEO FERRI, Rita. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. **ZDM – Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, Karlsruhe, v.38, n.2, p. 86-95, 2006.

<sup>22</sup> ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessôa da. Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática: Um olhar sobre os modos de inferência. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 18, n. 3, p. 623-642, 2012.

educação matemática crítica, fundamentação teórica que orientou a prática de modelagem matemática desenvolvida nesta pesquisa.

A educação matemática crítica, que se desenvolveu a partir da educação crítica, é um movimento da educação matemática que surgiu na década de 1980 e se preocupa com os aspectos políticos da educação matemática como, por exemplo, os questionamentos sobre o seu papel na sociedade e sobre a maneira como essa disciplina é estruturada no ensino (SKOVSMOSE, 2001).

Ole Skovsmose (2001), um dos precursores desse movimento, considera que a educação precisa estimular a criticidade dos alunos, de forma a provocar nos alunos maior participação social. Skovsmose (2001) sugere que o ensino tradicional, fundamentado na resolução de exercícios estruturados como uma sequência de ordens, resolva, efetue, calcule, contribua para uma cultura de obediência e submissão. Diferentemente do ensino tradicional, na concepção da educação matemática crítica os alunos e os professores são os responsáveis pelo processo educacional com atitudes democráticas.

O autor identifica três vertentes pedagógicas predominantes na educação matemática: estruturalismo, pragmatismo e orientação ao processo. No estruturalismo, o conhecimento dos estudantes é construído a partir de estruturas e os conteúdos são definidos independentemente dos alunos. Dessa forma, o currículo é elaborado por meio da estrutura conceitual de matemática. No pragmatismo, a essência da matemática não está nas estruturas matemáticas, mas em suas aplicações. Na orientação ao processo, a essência da matemática está nos processos de pensamento, na capacidade da reinvenção. Nesta vertente valorizam-se os processos de pensamento que conduzem aos conceitos matemáticos.

Skovsmose (2001) argumenta que essas vertentes não se aproximam da educação crítica, pois não discutem o papel sociopolítico da educação matemática, a competência matemática para agir democraticamente e a dinamização das potencialidades do sujeito por meio da educação matemática.

Skovsmose (2007) utiliza o sentido de matemática para falar da competência de interagir e agir em situações sociais e políticas estruturadas pela matemática, de forma que

a noção de matemática representa uma competência, que está relacionada à matemática e que, como a noção de Freire sobre letramento, inclui suporte para a cidadania crítica. A noção de matemática inclui não apenas referências à matemática, no amplo sentido do termo, mas também referência ao modo pelo qual a democracia é interpretada como uma forma de vida (p. 241).

A importância de desenvolver, por meio da educação matemática, um olhar crítico sobre as estruturas matemáticas colocadas na sociedade e que seja capaz de valorizar os vários conhecimentos matemáticos desenvolvidos por diferentes setores da sociedade é outra das principais preocupações da educação matemática crítica.

Skovsmose (2001) adverte que a transmissão do conhecimento é de natureza complexa e não é unidimensional. Nesse sentido, ele defende uma educação voltada para o desenvolvimento de três tipos de conhecer distintos, porém interligados e dependentes entre si: o conhecer matemático, o conhecer tecnológico e o conhecer reflexivo. O conhecer matemático é aquele que é ensinado nas aulas de matemática, em que se busca trabalhar as habilidades matemáticas básicas. O conhecer tecnológico está relacionado à construção e à utilização de modelos matemáticos. Para resolver problemas reais, é necessário aliar o conhecer matemático ao conhecer tecnológico, de forma a construir um modelo matemático adequado à situação em questão. O conhecer tecnológico tem crescido em importância à medida que a tecnologia avança em todos os setores da sociedade. No entanto, ele não é suficiente para permitir uma postura reflexiva diante da sociedade. O conhecer reflexivo está relacionado à “competência de refletir sobre o uso da matemática e avaliá-lo. Reflexões têm a ver com avaliações das consequências do empreendimento tecnológico” (SKOVSMOSE, 2001, p. 116).

Na modelagem orientada na educação matemática crítica, sem o conhecer matemático, não há como falar em conhecer tecnológico, e sem o conhecer tecnológico, o conhecer reflexivo não consegue se desenvolver adequadamente. Isso significa que o trabalho com os três tipos de conhecer deve se dar simultaneamente. Esses três tipos de conhecer, em conjunto, são fundamentais para uma postura crítica diante da sociedade. Sendo assim, a educação matemática tem um papel fundamental nesse processo.

A concepção de modelagem que orientou esta pesquisa foi a seguinte:

(...) uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não matemático da realidade, ou de uma situação não matemática da realidade, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da educação matemática crítica embasem o desenvolvimento do trabalho (ARAÚJO, 2002, p. 39).

Aquela concepção relaciona a visão de educação matemática ao desenvolvimento de atividades de modelagem. Dessa maneira, esta pesquisa foi desenvolvida considerando que o conhecer (matemático, tecnológico e reflexivo) deve levar os alunos a uma postura crítica diante da sociedade.

A exemplo de Freitas (2013), decidi implementar uma atividade de modelagem que

carrega dentro de si preocupações em desenvolver procedimentos que coadunam com a perspectiva da educação matemática crítica, ou seja, que dão voz aos integrantes do grupo, que leva os mesmos a compartilharem com seus pares as dúvidas, interrogações e reflexões (p. 141).

Ao dar voz aos participantes da atividade de modelagem orientada na perspectiva da educação matemática crítica, espera-se que sejam percebidos indícios das relações entre realidade e matemática. Araújo, Freitas e Silva (2011) apontam que a modelagem na perspectiva da educação matemática crítica,

além de contribuir para o desenvolvimento de habilidades matemáticas e da capacidade de aplicar a matemática a situações não matemáticas, contribui também para desenvolver uma forma de conceber a matemática como algo da natureza humana, que tem o potencial de refletir e elucidar sobre os papéis da matemática na sociedade (p. 146).

Considerando a singularidade da concepção de educação matemática que orientou a pesquisa, bem como a amplitude do objetivo da pesquisa, entendo que se faz necessário que a discussão sobre realidade e matemática em ambientes de modelagem seja direcionada para algo em específico. Dessa maneira, na próxima seção, aponto uma lente teórica para direcionar o olhar sobre as relações entre realidade e matemática, explorando algumas terminologias adotadas para se referir à realidade no campo da modelagem.

#### **1.4. Delineando o percurso teórico para compreensão das relações estabelecidas entre realidade e matemática**

No campo da modelagem na educação matemática, há uma variedade de termos que são utilizados para se referir à realidade: cotidiano, dia a dia, mundo real, mundo concreto, realidade concreta, realidade objetiva, dentre outros. Porém, muitas vezes, o que se entende por tais terminologias não é apontado.

Cotidiano e dia a dia são utilizados como sinônimos de realidade, mas ao observar suas definições, parece-me que tal utilização não é apropriada. Cotidiano pode ser entendido como aquilo que se faz todos os dias, o que acontece habitualmente (FERREIRA, 2004). Dia a dia é conceituado como a sucessão dos dias, todos os dias (FERREIRA, 2004).

Como apontado por Anastácio (2010), o termo problema do mundo real está presente nas várias definições de modelagem. Entretanto, não se encontra uma explicação quanto ao que seria mundo real. O mesmo ocorre para mundo concreto e realidade concreta. A autora, por sua vez, como já indicado nesta dissertação, entende que realidade é o mundo de relações no qual vivemos e nos situamos.

O termo realidade também é considerado por Skovsmose (2000) quando conceitua ambientes de aprendizagem. Esses ambientes são constituídos a partir de uma combinação entre paradigmas (paradigma do exercício e cenários para investigação) e referências (à matemática pura, à semirrealidade e à realidade). A educação matemática tradicional, em grande parte das salas de aula de matemática, enquadra-se no que o autor denomina de paradigma do exercício. Esse paradigma apresenta, como proposição central, que em cada exercício existe uma, e somente uma, resposta correta. Em oposição a esse paradigma, o autor propõe um ambiente voltado para um trabalho de educação em que os alunos tenham maior autonomia e sejam os principais responsáveis pelo processo investigativo. Este ambiente é chamado de cenário para investigação. Nas palavras do autor, “um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações” (p. 6).

A distinção entre o paradigma do exercício e o cenário para investigação é combinada por Skovsmose (2000) com três tipos diferentes de referências: *referência à matemática*, *referência à semirrealidade* e *referência à realidade*.

Segundo o autor, “as 'referências' [...] visam levar os estudantes a produzirem significados para os conceitos e atividades matemáticas” (p. 74).

O autor ainda afirma que, no campo da Filosofia, a noção de significado em termos de referências é fato de demasiada importância. Pensando no tocante à matemática, a produção de significados pode relacionar-se com os conceitos matemáticos e com as ações realizadas pelos alunos na sala de aula. Como exemplo, Skovsmose (2000) cita que a ideia de fração pode ser introduzida através da ideia de divisão de pizzas, enquanto, mais tarde, o significado de "fração" pode ser desenvolvido pela introdução de outros conjuntos de referências. Além disso, esse autor esclarece que “as referências também incluem os motivos das ações; em outras palavras, incluem o contexto para localizar o objeto da ação (realizada pelo aluno na sala de aula de matemática)” (SKOVSMOSE, 2000, p. 74).

Retomando os tipos diferentes de referência, questões e atividades matemáticas podem se referir à matemática e somente a ela (*referências à matemática pura*); também é possível que as atividades matemáticas se refiram a uma semirrealidade, uma realidade construída, por exemplo, por um autor de um livro didático de Matemática (*referências à semirrealidade*), e alunos e professores podem trabalhar com tarefas com referências a situações da vida real (*referências à realidade*).

Skovsmose usa a noção de *semirrealidade* de forma similar a como Christiansen (1997)<sup>23</sup> refere-se à *realidade virtual*, que é a realidade que é estabelecida pelo exercício matemático. Uma realidade que inclui fazer compras, levantar preços, raciocinar com dinheiro; a partir da lógica dos exercícios matemáticos, que têm uma natureza particular. Na *realidade virtual* as informações fornecidas são necessárias e suficientes, apresentadas com exatidão, conduzindo a apenas uma solução correta.

No caso de *situações com referências à realidade*, as referências são reais, tornando possível aos alunos produzirem diferentes significados para as atividades

---

<sup>23</sup> CHRISTIANSEN, Iben Maj. When Negotiation of Meaning is also Negotiation of Task: Analysis of the Communication in an Applied Mathematics High School Course. **Education Studies in Mathematics**, v. 34, n. 1, p.1-25, oct. 1997.

(SKOVSMOSE, 2000). Barbosa (2001b), como apontado anteriormente, entende que *situações com referência na realidade* são situações que têm origem em uma realidade não matemática, que podem tanto surgir fora do ambiente escolar e de outras disciplinas.

Fazendo uma combinação entre os três tipos de referências e os paradigmas apresentados em relação à prática na sala de aula, Skovsmose (2000) constrói uma matriz com seis possíveis ambientes de aprendizagem (Quadro 1).

**Quadro 1- Ambientes de aprendizagem**

Paradigmas Referências	Exercícios	Cenário para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semirrealidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: SKOVSMOSE, 2000, p. 75

O ambiente tipo (1) é aquele dominado por exercícios apresentados no contexto da “matemática pura”, como por exemplo:

$$(27a-14b) + (23a+5b) - 11a =$$

O ambiente (2) se caracteriza por atividades investigativas, abertas, onde os alunos exploram possibilidades e levantam hipóteses. O conteúdo das atividades são conteúdos matemáticos. “O exemplo introdutório da translação de figuras geométricas numa tabela de números ilustra esse tipo de ambiente” (p. 75).

O ambiente tipo (3) é constituído por exercícios com referências à semirrealidade, com a situação sendo artificial. Esse ambiente pode ser ilustrado com o seguinte exemplo: “Um feirante A vende maçãs a R\$0,85 o quilo. Por sua vez, o feirante B vende 1,2 kg por R\$1,00. (a) Qual feirante vende mais barato? (b) Qual é a diferença entre os preços cobrados pelos dois feirantes por 15 kg de maçãs?” (SKOVSMOSE, 2000, p. 75). Em atividades no ambiente tipo (3), a semirrealidade é totalmente descrita pelo texto do exercício; outras informações são irrelevantes para

a resolução do exercício. A situação de artificialidade provém da possível falta de alguma investigação empírica sobre a maneira como as maçãs são vendidas ou sobre as circunstâncias em que seria relevante comprar 15 kg de maçãs.

Como o ambiente (3), o ambiente (4) também contém referências a uma semirrealidade, mas agora ela não é usada como um recurso para a produção de exercícios: é um convite para que os alunos façam explorações e explicações.

Uma "corrida de grandes cavalos" pode servir como exemplo. A pista de corrida é desenhada na lousa e onze cavalos - 2, 3, 4,..., 12 - estão prontos para iniciar. Dois dados são jogados; a partir da soma dos números tirados, marca-se uma cruz no diagrama. Como mostra a Figura 3, a soma 6 apareceu três vezes, mais vezes que as outras somas. O cavalo 6, portanto, tornou-se o grande vencedor, seguido pelos cavalos 7 e 10. [...] Duas agendas de apostadores organizam-se na sala de aula. Um pequeno grupo de alunos controla cada agenda. Independente das outras, as agendas anunciam os prêmios. O resto da classe, jogadores muito ricos, fazem suas apostas: "Veja, a agenda A paga de volta 8 vezes pelo cavalo número 9. Mas veja a agenda B! Eles pagam 40 vezes pelo cavalo número 10!" [...] Os dados são jogados, as somas são calculadas, as cruzes são feitas e os cavalos correm pelas linhas. [...] De qualquer modo, uma nova corrida está para começar. [...] Novos prêmios, novas corridas, novos ganhadores, novos perdedores. Os cavalos não são mais anônimos e o número 2 é chamado de tartaruga (SKOVSMOSE, 2000, p. 77-78).

### Quadro 2 - O terreno da corrida de cavalos

			x							
			x			x				
x	x		x	x	x	x	x		x	
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	2

Fonte: SKOVSMOSE, 2000, p. 78

No ambiente tipo (4), não há restrições para as investigações, sendo permitidos e incentivados a produção e o aperfeiçoamento de estratégias.

Exercícios baseados na vida real oferecem um ambiente de aprendizagem do tipo (5). Por exemplo, diagramas representando o desemprego podem ser

apresentados como parte de um exercício, e com base nesses diagramas, questões podem ser elaboradas sobre períodos de tempo, países diferentes, etc.

No ambiente de aprendizagem do tipo (6) são explorados projetos em que as referências são reais. Nesse ambiente, o professor tem o papel de orientar e, em geral, novas discussões baseadas na investigação sempre surgem. A modelagem está localizada no ambiente 6.

Mas, em que medida, as ideias aqui apresentadas dialogam com os objetivos desta pesquisa? Considero que, assim como as atividades podem ter referências na realidade ou na matemática, os alunos também podem fazer referências à realidade e à matemática. E já que as referências “visam levar os estudantes a produzirem significados”, é importante saber que significados os alunos produzem, quando fazem referência à realidade e à matemática, e que relações estabelecem entre essas referências.

Neste momento, identifico o quanto o delineamento de um objeto de pesquisa é um trabalho de “grande fôlego”, que se realiza de forma gradual, com constantes retoques e correções, com frequentes idas e vindas, retomando do ponto em que se começou, com a incorporação de aspectos novos.

Essas ideias me remetem à seguinte consideração de Anastácio (1990):

ao considerar a compreensão da realidade desde sua percepção mais particular e individual até aquela mais geral e abstrata, o trabalho de modelagem nessa realidade assim percebida será concebido num esquema em espiral. Na medida em que se avança, seguindo a trajetória desta curva, ao mesmo tempo se avança em extensão e em profundidade no trabalho que se faz (p. 96).

Indo um pouco além da fala da autora, imagino que o trabalho de modelagem a partir da ótica da realidade em conjunto com a matemática será concebido num esquema em espiral.

Até este ponto da dissertação, busquei apresentar alguns elementos centrais da pesquisa, postos conjuntamente: realidade, matemática e modelagem. Julgo que se fez necessário “avançar em extensão e profundidade” nas formas de se referir à realidade e à matemática. Nesse sentido, Araújo (2009) aponta que

abordar ou resolver um problema da realidade por meio da matemática não pode ser entendido de forma objetiva. Há de se perguntar: de que matemática estamos falando? De que realidade estamos falando? E qual é o papel da matemática na realidade? [...], abordar a modelagem segundo a educação matemática crítica implica, inicialmente, nesse tipo de questionamento básico, de cunho filosófico, sobre a natureza do que se fala (p. 65).

Assim, no próximo capítulo, seguindo a trajetória desta curva, proponho-me a apresentar uma discussão teórica sobre realidade e matemática, a fim de compreender como esses constructos teóricos têm sido discutidos além do campo da modelagem na educação matemática.

## CAPÍTULO 2

### REALIDADE E MATEMÁTICA ALÉM DO CAMPO DA MODELAGEM

Neste capítulo, apresento como duas temáticas centrais neste estudo, realidade e matemática, são discutidas além do campo da modelagem. Na primeira seção, apresento algumas concepções de realidade sob o ponto de vista de diferentes campos teóricos. E na segunda seção, exponho algumas discussões acerca da matemática segundo o campo de ensino da matemática e o campo da filosofia.

#### 2.1. Realidade

Pabis (2012) afirma que um entendimento inicial que temos quando nos questionamos a respeito da realidade refere-se a compreender que a realidade é tudo o que nos rodeia, sendo composta pelo meio no qual o sujeito está inserido, levando-nos a considerar a realidade como produto da interação humana.

A autora também aponta algumas questões que surgem quando se reflete sobre o que é realidade:

Em que consiste a realidade? Conhecemos a verdadeira realidade ou o que conhecemos é uma pseudo-realidade? Como se desvenda a autêntica realidade? Como os homens captam a realidade? Todos da mesma forma? Conseguimos captar a realidade como um todo ou a percebemos por parte? A realidade é algo estático ou mutável? A realidade pode ser modificada ou é o indivíduo que modifica o seu pensamento em relação a ela? (PABIS, 2012, p. 6).

A indagação sobre realidade que se apresenta neste momento pode se enunciar da seguinte maneira: Como o constructo realidade é discutido além do campo da modelagem? Algumas das concepções aqui apresentadas são, em geral, discutidas em termos do que é realidade. No entanto, a exemplo de Araújo (2002, p. 19), não tratarei a realidade<sup>24</sup> em termos de definição, pois “definição’ tem um

---

<sup>24</sup> O mesmo tratamento ocorre com matemática.

caráter de universalidade incompatível com a natureza” das discussões que cercam o constructo realidade. Dessa maneira, tratarei como concepções de realidade, ou seja, como alguns autores compreendem, entendem a realidade (FERREIRA, 2004).

As concepções de realidade serão, aqui, discutidas sob o ponto de vista de diferentes campos: o sociológico, o da educação matemática e o filosófico.

### **2.1.1. Realidade no campo da sociologia**

No campo sociológico, apresento a concepção de realidade segundo as ideias de Berger e Luckmann (2004).

Berger e Luckmann (2004) concebem a realidade como uma qualidade pertencente a fenômenos que reconhecemos terem um ser independente de nossa própria vontade. Esses autores acreditam que a realidade é construída socialmente e propõem a existência de múltiplas realidades, impregnadas de signos e símbolos que serão compreendidos pelo sujeito à medida que ele se insere nelas.

Além disso, Berger e Luckmann (2004) consideram que “a realidade da vida cotidiana está organizada em torno do ‘aqui’ do meu corpo e do ‘agora’ do meu presente. Este ‘aqui e agora’ é o foco da minha atenção à realidade da vida cotidiana” (p. 39). No entanto, os mesmos autores afirmam que a realidade não se esgota no “aqui e agora”, pois a vida cotidiana é experimentada

em diferentes graus de aproximação e distância, espacial e temporalmente. A mais próxima de mim é a zona da vida cotidiana diretamente acessível à minha manipulação corporal. Essa zona contém o mundo que se acha ao meu alcance, o mundo em que atuo a fim de modificar a realidade dele, ou o mundo em que trabalho. Neste mundo do trabalho minha consciência é dominada pelo motivo pragmático, isto é, minha atenção a esse mundo é principalmente determinada por aquilo que estou fazendo, fiz ou planejo fazer nele (BERGER; LUCKMANN, 2004, p. 39).

Desse modo, a construção da realidade transcende o “aqui e agora”. Experiências do passado e perspectivas do futuro interagem com a presente realidade.

Assim, entendo que Berger e Luckmann (2004) compreendem a realidade como ‘uma construção social’ e admitem a existência de distintas realidades mediadas a partir das relações do indivíduo com outros e com o mundo.

### **2.1.2. Realidade no campo da educação matemática**

Compreensões sobre a realidade no campo da educação matemática são apresentadas por D’Ambrósio (1996, 1998), Alsina (2007) e Bicudo (2000).

D’Ambrósio (1996) concebe a realidade como um processo dinâmico a partir do ciclo realidade – indivíduo – ação – realidade. Nessa forma de compreensão, os seres humanos podem modificar o seu meio e suas práticas com base na proposta de ação para a transformação da realidade. D’Ambrósio (1996) esclarece sua concepção de realidade a partir da noção de conhecimento. O autor coloca que o conhecimento é constituído pelas formas de lidar e conviver com a realidade e pelas explicações relativas a ela, geradas durante processos de interações e de trocas com o meio, denominados ciclos vitais. O indivíduo, ao ter contato com a realidade, capta as informações que, processadas, fornecem subsídios para a ação do indivíduo sobre a realidade. A ação, por sua vez, modifica a realidade que, em sua nova forma, informa ao indivíduo, iniciando novamente o ciclo. A ação do homem sobre a realidade gera mudanças nela. Em cada novo ciclo, a realidade também altera o sujeito, fazendo-o parte do mundo. Na medida em que vivem, as criações dos sujeitos se incorporam ao mundo e assim vão produzindo alterações no seu entorno. Essas alterações não são apenas de ordem concreta, como as físico-químicas e geográficas; são também abstratas, como as novas maneiras de interpretar e compreender o mundo. Esses novos acréscimos, novos fatos, os concretos e os abstratos que são inseridos à realidade, são denominados por D’Ambrósio (1996) de artefatos e mentefatos. Assim, para o autor, a realidade com a qual o homem interage e produz conhecimento é feita de fatos, artefatos e mentefatos.

Nesse ciclo, o conhecimento pode ser visto como um processo ou um produto. Enquanto processo, contém um caráter dinâmico representado pela sequência de ações que são realizadas quando se recebem, se processam e se elaboram informações da realidade. Como produto, o conhecimento configura-se

como estático, constituído pelas explicações geradas em cada etapa, ou em cada ciclo. A ideia de estaticidade no caso do conhecimento com carácter de produto refere-se a este se configurar como reflexo de um instante “parado”, “congelado”.

Além disso, D’Ambrósio (1998) considera a realidade “[...] como o ambiente, que compreende o natural e o artificial, intelectual e emocional, psíquico e cognitivo, que é a realidade de ideias abstratas e mais íntimas.” (p. 62).

Podemos identificar que o entendimento de realidade de D’Ambrósio (1996, 1998) não reduz a realidade a uma única dimensão, a dimensão natural ou física. O autor também retrata a dimensão social e intelectual ao considerar a ação que o homem realiza na interação que ocorre entre o sujeito e o meio, o sujeito com outros homens, e que envolve relações não apenas com o meio físico e material, mas também com o meio das ideias. Dessa maneira, entendo que o autor, assim como Berger e Luckmann (2004), concebe a realidade como ‘uma construção social’ e admite a existência de múltiplas realidades.

Alsina (2007) discute o constructo realidade a partir de como é referenciado nas explicações de educadores matemáticos. O autor elenca sete tipos de realidade: realidades falsas (distorcidas) e manipuladas; realidades incomuns; realidades expiradas; realidades distantes (remotas); realidades ocultas; realidades inadequadas; realidades inventadas. Realidades falsas (distorcidas) e manipuladas são situações com dados aparentemente reais, mas alterados para resultar em exercícios matemáticos rotineiros. Realidades incomuns são situações de carácter excepcional ou que acontecem raramente e são tratadas como se fossem cotidianas. Realidades expiradas são situações que estiveram presentes em algum momento, mas que deixaram de ocorrer. São situações do passado que, em geral, não se repetem. Realidades distantes (remotas) são situações relacionadas a culturas distantes, com fatos exóticos, folclóricos e curiosos. Realidades ocultas são fatos não diretamente observados, sobre os quais não há intuição ou experiência, resultando em exercícios formais ou em modelos cujos resultados não podem ser comparados. Realidades inadequadas são situações inapropriadas para a idade ou as circunstâncias dos estudantes, ou não corretas, pois podem confundir ou ofender. Realidades inventadas são situações fictícias, maquiadas como situações aparentemente possíveis.

Bicudo (2000), outra autora do campo da educação matemática, entende que realidade é o mundo de relações no qual vivemos e nos situamos. Na obra da autora aparecem quatro modos de compreender a realidade: realidade objetiva, realidade percebida, realidade construída e realidade criada. A realidade objetiva admite a existência de uma realidade independente do conhecimento que temos sobre ela. Essa realidade pode ser conhecida apenas parcialmente, à medida que ela é experimentada e/ou pesquisada. No que diz respeito à realidade percebida, Bicudo (2000) considera que se admite a existência dela, porém, ela não pode ser percebida como um todo, é limitada, restrita à percepção de cada observador. Da compreensão de que a realidade é construída entende-se que cada pessoa concebe a sua própria realidade, ou seja, a realidade é resultado da elaboração mental de cada um, portanto, não existe uma única. A compreensão da realidade como criada admite uma provável realidade que não tem sua existência garantida, bastando que um observador a negue para que seja criada uma nova realidade provável. As concepções de realidade objetiva e percebida partem da admissão da existência prévia de uma realidade. Por outro lado, as concepções de realidade criada ou realidade construída negam a existência de uma realidade objetiva.

Nessa concepção de realidade, “realidade e conhecimento se relacionam de modo indissociável e, de acordo com o ponto de vista no qual nos colocamos, compreenderemos de modo distinto essa relação” (ANASTÁCIO; DOVAL, 2005, p. 6).

### **2.1.3. Realidade no campo da filosofia**

A concepção de realidade identificada em Bicudo (2000), abordada no campo da educação matemática, dialoga com uma concepção de realidade presente no campo filosófico, especificamente na fenomenologia. A fenomenologia, criada pelo filósofo alemão Edmund Husserl, considera a razão uma estrutura da consciência, mas cujos conteúdos são produzidos por ela mesma, independentemente da experiência (CHAUÍ, 2000). Nas palavras de Chauí (2000), a fenomenologia significa o “conhecimento daquilo que se manifesta para nossa consciência, daquilo que está presente para a consciência ou para a razão, daquilo que é organizado e explicado a partir da própria estrutura da consciência” (p. 130).

Chauí (2000) coloca que, para Husserl, o que chamamos de realidade,

não é um conjunto ou um sistema de coisas e pessoas, animais e vegetais. O mundo ou a realidade é um conjunto de **significações** ou de **sentidos** que são produzidos pela consciência ou pela razão. A razão é “doadora do sentido” e ela “constitui a realidade” enquanto sistemas de significações que dependem da estrutura da própria consciência (p. 102, **grifos da autora**).

Além da concepção de Husserl (*apud* CHAÚÍ, 2000), apresento também na vertente filosófica os entendimentos em relação à realidade de Arendt (2008); Kneller (1983); Platão (*apud* MACHADO, 2009); Aristóteles (*apud* MACHADO, 2009); Kant (2001) e Kant (*apud* CHAÚÍ, 2000); Kosik (1985); Duarte Júnior (2004).

Arendt (2008) refere-se à constituição da realidade mediante a validação pelo outro, quando o privado se torna público: “a presença de outros que veem o que vemos e ouvem o que ouvimos garante-nos a realidade do mundo e de nós mesmos” (p. 60). Dessa forma, aquilo que é visto e ouvido pelos outros e por nós mesmos constitui a realidade. Desindividualizar pensamentos e sentidos retira sua natureza da esfera incerta e obscura e a insere em uma espécie de realidade. A autora ainda chama a atenção para a importância do “senso comum” como uma ferramenta inerente ao espírito humano que, juntamente com os cinco sentidos, permite uma avaliação do que venha ser o real, a realidade.

Kneller (1983) apresenta a ideia da realidade como fruto da interação do homem com o meio: “A realidade equivale à interação do ser humano com o meio ambiente, é a soma total do que experimentamos” (p. 23). Segundo este autor, essa ideia é defendida por filósofos pragmatistas como John Dewey e William James.

Observando as concepções de realidade de Arendt (2008) e Kneller (1983), entendo que posso apontar que estas concepções compreendem que a realidade é uma construção social. Arendt (2008) fala em realidade como ‘aquilo que é visto e ouvido pelos outros e nós mesmos’ e Kneller (1983) situa a realidade como ‘uma interação do homem com o meio’.

Ainda no que concerne ao ponto de vista da filosofia, encontra-se também a realidade compreendida como aquilo que existe (BLACKBURN, 1997). As possibilidades, o futuro, o passado, os objetos matemáticos existem? Discutir o que de fato existe é o debate entre realistas e idealistas. Os realistas sustentam que a

realidade existe independentemente do pensamento e da percepção humana; já os idealistas afirmam que a realidade é de algum modo dependente da atividade consciente dos seres humanos (OKASHA, 2002).

No campo do realismo e idealismo, encontram-se as ideias de Platão, Aristóteles e Kant. Machado (2009) afirma que a ideia fundamental do platonismo é que “[...] as entidades verdadeiramente reais – as *formas* ou as *ideias* – eram os modelos ideais dos objetos do mundo físico ou das situações ideais as quais o homem deveria esforçar-se por atingir” (p. 19). O autor considera que a concepção platônica de realidade se insere no idealismo, em que as ideias passam a ter existência absoluta, independente do pensamento. Dessa forma, para Platão, de acordo com Machado (2009), o que elencamos como realidade concreta era um mundo de aparências.

Algo que representa bem essa concepção de realidade é a *alegoria da caverna* ou o *mito da caverna*, proposto por Platão em *A República*. Essa alegoria retrata a vida de alguns prisioneiros que viviam em uma caverna, separada por um muro bem alto, do mundo externo. Na caverna, existia uma fresta pela qual passava um feixe de luz exterior. No fundo da caverna, eram projetadas sombras e as imagens que os prisioneiros viam eram a única realidade que conheciam e acreditavam. Os prisioneiros não conheciam outra coisa senão essas projeções na parede. Essas pessoas nunca tiveram contato com outra realidade, até que um dos prisioneiros da caverna conseguiu libertar-se e descobriu não apenas que as sombras eram feitas por homens como eles, como também pela natureza. Ao retornar à caverna, ele contou o que viu para os outros prisioneiros e tentou libertá-los da escuridão, mas ninguém acreditou em suas palavras, pois as sombras que eles viam eram as únicas verdades em que eles acreditavam. Nessa alegoria, a realidade se apresenta pelo mundo sensível, mundo dos sentidos, das ideias, representado pelas sombras; e pelo mundo inteligível, mundo das formas, representado pelo exterior da caverna, produtor das sombras (PLATÃO, 1956).

Aristóteles, embora tivesse sido discípulo de Platão, afirmava que as *ideias* não constituíam uma realidade separada. A realidade para ele era composta de indivíduos concretos, e só neles existia a *ideia*, a quem chamava de *forma*. No entendimento de Aristóteles, o mundo das *formas* era a verdadeira realidade

(MACHADO, 2009). Dessa maneira, podemos entender que Aristóteles se aproximava das ideais realistas.

Kant pode ser considerado um idealista. Em sua obra *Crítica da razão pura* argumenta que a realidade existe apenas na mente do homem. Quando o homem observa um fenômeno ele o observa de sua ótica, de tal forma que o fenômeno existe além da percepção humana. Contudo para o homem, ele só irá existir da forma com a qual ele o percebeu (KANT, 2001). A ideia de realidade em Kant é caracterizada como uma realidade subjetiva, uma realidade inteiramente criada pela mente humana.

Kant, segundo Chauí (2000), usa duas palavras gregas para referir-se à realidade: a palavra *noumenon*, que significa a realidade em si, racional em si, inteligível em si; e a palavra *phainomenon* (fenômeno), que significa a realidade tal como se mostra ou se manifesta para nossa razão ou para nossa consciência. De acordo com Chauí (2000), Kant afirma que só podemos conhecer a realidade tal como se manifesta para nossa própria consciência e que não podemos conhecer a realidade em si.

Kosik (1985) categoriza a realidade em termos da realidade natural e da realidade social. A realidade natural está relacionada ao mundo físico, enquanto a realidade social se refere ao mundo da política, da arte, da religião, da cultura, da economia, da ciência, enfim se refere às ideias e às relações interpessoais. Na dimensão social, a apreensão da realidade varia conforme a maneira como o indivíduo se relaciona com o mundo; a interpretação da realidade se fundamenta em propósitos práticos: “o homem só conhece a realidade na medida em que ele cria a realidade humana e se comporta antes de tudo como ser prático” (KOSIK, 1985, p. 22). Dessa forma, a apreensão da realidade não ocorre de maneira isolada, mas na relação dos homens entre si e com o mundo.

A discussão acerca da criação ou construção da realidade também é encontrada em Duarte Júnior (2004). Em sua obra *O que é realidade*, o autor menciona que o homem é o construtor da realidade:

A realidade desvelada pela ciência é uma "realidade de segunda ordem", ou seja, construída sobre as relações do dia-a-dia que o homem mantém com o mundo. Antes de a química afirmar a

composição da água, trilhões e trilhões de seres humanos já haviam se relacionado com ela, percebido e atuado sobre a sua "realidade" (DUARTE JÚNIOR, 2004, p. 14).

O autor defende que a realidade é socialmente edificada, ou seja, a realidade é construída com finalidades específicas no encontro incessante entre os sujeitos e o mundo onde vivem, e na forma que é transmitida às gerações posteriores, passa a ser percebida como independente do sujeito. Ainda esclarece que o mundo físico ou as forças naturais não são criados pelo homem, mas a maneira de percebê-las, de interpretá-las e de estabelecer relações com elas, sim. Desse modo, o autor coloca que a realidade se constitui em setores que são mais claros e conhecidos e por setores que são mais obscuros e distantes. O autor denomina os setores mais conhecidos de realidade não problemática, uma realidade em que não são necessários novos conhecimentos ou novas habilidades para resolver as pequenas questões surgidas. Trata-se de uma realidade com a qual estamos acostumados e sobre a qual temos conhecimento, que se configura na realidade mais próxima, a realidade do entorno social desde que o sujeito esteja nele inserido. Se aparece um problema inusitado no cotidiano, o sujeito se vê diante de uma realidade problemática. Essa realidade pode também envolver o cotidiano, mas de uma maneira mais distante e menos conhecida. O autor aponta que, em geral, o sujeito procura resolver o problema inusitado a partir do conhecimento já cristalizado do cotidiano, buscando integrar esta nova realidade problemática àquela não problemática.

Duarte Júnior (2004) exemplifica o entendimento de realidade citando um sujeito que, nunca tendo pescado, ao sair de casa se depara algumas vezes com um pescador. A prática da pesca se constitui como uma realidade não problemática para o pescador, mas para o sujeito que apenas observa tal prática a realidade se apresenta como uma realidade problemática.

O autor ainda defende que por meio da linguagem a realidade ganha sentido e significado, sendo que “na maioria dos diálogos [...] mantemos, a realidade [...] assegurada, ao menos de forma implícita: falamos num mesmo idioma e de coisas conhecidas, que compõem a nossa realidade” (DUARTE JÚNIOR, 2004, p. 72).

Por fim, o autor conclui que existem múltiplas realidades, visto que há zonas distintas de significação e que os conhecimentos são socialmente distribuídos.

Nesse entendimento, um mesmo objeto possui realidades diversas e a construção da realidade depende da maneira como o conhecimento é disposto na sociedade.

Do lado da filosofia, as concepções de realidade apresentadas se referem à realidade segundo distintos paradigmas. Em Arendt (2008) e Kneller (1983), julgo que a realidade é entendida como ‘uma construção social’, enquanto que em Platão e Kant (idealistas), e Aristóteles (realista) a realidade é compreendida como ‘algo dependente ou independente do pensamento humano’. Em Duarte Júnior (2004), entendo que há duas concepções de realidade, como ‘uma construção social’ e como ‘dependente de como o conhecimento é disposto na sociedade’.

Considerando os distintos campos teóricos selecionados e suas respectivas concepções de realidade apresentadas, destaco as concepções identificadas: ‘realidade como uma construção social’; ‘realidade múltipla ou única’; ‘realidade dependente ou independente do pensamento humano’; ‘realidade dependente de como o conhecimento é disposto na sociedade’.

Em que medida as concepções aqui apresentadas podem subsidiar a discussão a respeito das referências feitas pelos alunos?

As maneiras como o constructo realidade pode ser entendido propiciaram, por si só, compreensões de que, teoricamente, existem várias concepções de realidade. Além disso, pensando que pretendo analisar como os alunos se referem ao que chama ou chamamos de realidade, neste momento as discussões realizadas por Bicudo (2000) e Duarte Júnior (2004), ao tratar a realidade a partir do conhecimento, tendem a fornecer subsídios para analisar as referências à realidade feitas pelos alunos no ambiente de aprendizagem de modelagem.

Com a intenção de compreender como o constructo matemática é discutido na literatura, a seguir, apresento algumas discussões que contemplam concepções de matemática, quer sejam consideradas isoladamente ou a partir da sua relação com a realidade.

## **2.2. Matemática**

De acordo com Fiorentini (1995), existem distintas concepções de matemática em relação a como caracterizar a matemática e a que tipos de relações lhe são típicas. Há concepções que destacam a natureza das ideias matemáticas; outras, a maneira de representá-las; ainda outras privilegiam a lógica utilizada em suas relações. Além disso, há diferentes posicionamentos em relação ao conjunto das ações do fazer matemático. Como aborda Fiorentini (1995), há aqueles que concebem a matemática como exata, logicamente organizada e a-histórica ou pronta e acabada; e há aqueles que a concebem como uma ciência viva, dinâmica, historicamente construída pelos homens.

Nesta seção tenho a intenção de apontar algumas concepções que o campo de ensino e o campo filosófico colocam quanto a modos de compreender a matemática. Inicialmente, abordo algumas concepções debatidas por educadores do campo de ensino da matemática.

### **2.2.1. Matemática no campo de ensino**

Do campo de ensino da matemática, trago as discussões de Machado (2009), D'Ambrósio (1996), Ponte (1992) e Fiorentini (1995).

Machado (2009) assinala que uma concepção muito difundida a respeito da matemática refere-se a caracterizá-la como objetiva, precisa, rigorosa, neutra, universal. Essa forma de pensar concebe que “um texto de matemática seria passível de utilização [...] em qualquer país do mundo, adequando-se a qualquer realidade” (MACHADO, 2009, p. 9). O autor argumenta que a relação da matemática com a realidade concreta também aparece de outra forma, com a matemática “regendo” o real, e este se submetendo às leis matemáticas. Dessa forma, ‘a matemática é atrelada a resultados empíricos’. Além disso, o autor coloca que as concepções de matemática têm sofrido um processo de evolução constante no qual se detectam mudanças profundas mesmo em alguns dos seus aspectos mais essenciais. Nesse sentido, o autor dá a entender que existe uma “essência da matemática”, o que revela uma concepção dessa ciência.

Machado (2009) aponta que a matemática também pode se apresentar como um conjunto ordenado de conhecimentos, fazendo, assim, com que a natureza prática, de aplicação mais restrita, ceda lugar a um caráter mais globalizante. Nesse sentido, há uma busca sistemática da axiomatização, da absolutização da matemática com um caráter formal, abstrato.

Com um enfoque na etnomatemática<sup>25</sup>, D'Ambrósio (1996) concebe a matemática como uma das formas de conhecimento ao caracterizar o conhecimento como decorrente da tentativa dos indivíduos de explicar, manejar e conviver com a realidade:

Vejo a [...] matemática como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo da história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural (p. 7).

Ponte (1992), a exemplo de D'Ambrósio (1996) em relação à realidade, se refere à matemática como produto e processo ao afirmar que esta:

pode ser encarada como um corpo de conhecimento, constituído por um conjunto de teorias bem determinadas (perspectiva da matemática como "produto") ou como uma atividade (constituída por um conjunto de processos característicos). Pode-se ainda argumentar que tanto o produto como o processo são igualmente importantes, e só fazem sentido se equacionados em conjunto. Será impossível nesse caso explicar a alguém o que é a matemática sem apresentar um exemplo em que simultaneamente se usem os seus processos próprios e se ilustre com conceitos de uma das suas teorias (p. 200-201).

Fiorentini (1995) discute a concepção de matemática a partir da sua relação direta com a organização da atividade docente. O autor relata a concepção e a prática como itens profundamente relacionados entre si, afirmando que a concepção de matemática ensinada e aprendida está associada à prática do professor e do aluno nas aulas de matemática. Fiorentini (1995) também estabelece em seu trabalho categorias para identificar tendências na concepção de ensino da matemática: a formalista clássica, a empírico-ativista, a formalista moderna, a

---

<sup>25</sup> A etnomatemática é uma tendência da matemática, a qual tem como precursor Ubiratan D'Ambrósio, que apresenta a seguinte origem etimológica para a palavra etnomatemática: "as raízes 'tica', 'matema' e 'etno' para significar que há várias maneiras, técnicas, habilidades (tica) de explicar, de entender, de lidar e de conviver (matema) com distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (etno)" (D'AMBRÓSIO, 1996, p. 111-112).

tecnicista e suas variações, a tendência construtivista e, por último, a tendência socioetnocultural.

A tendência formalista clássica caracteriza-se “pela ênfase às ideias e formas da matemática clássica, sobretudo ao modelo euclidiano e à concepção platônica de Matemática” (FIORENTINI, 1995, p. 5).

A tendência empírico-ativista privilegia o uso de materiais manipulativos e atividades lúdicas, pois defende que as ideias matemáticas são obtidas por meio da descoberta.

Consequência do movimento mundial da Matemática Moderna, a tendência formalista moderna enfatiza o uso preciso da linguagem matemática, o rigor e as justificativas das transformações algébricas pelas propriedades estruturais.

A tendência tecnicista procura reduzir a matemática a um conjunto de técnicas, regras e algoritmos, sem grande preocupação de fundamentá-los ou justificá-los.

Na tendência construtivista, a matemática é como uma construção humana constituída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais ou possíveis.

A tendência socioetnocultural nos traz uma visão de matemática de feição antropológica, social e política, e essas áreas de conhecimento passam a ser vistas como atividades humanas, determinadas socioculturalmente pelo contexto em que são realizadas.

A seguir, abordo o campo da filosofia, destacando as concepções presentes em algumas correntes filosóficas.

### **2.2.2. Matemática no campo da filosofia**

No campo da filosofia, existem algumas concepções de matemática amparadas nas seguintes correntes filosóficas: pitagórica, platônica, aristotélica, absolutista, falibilista.

Segundo Baraldi (1999), na corrente pitagórica, as coisas eram números. Nesta corrente, os números são usados como parte de uma concepção de mundo. A vertente pitagórica foi difundida com as máximas: “os números regem o universo”, “tudo é matemática”. Para os pitagóricos, a matemática explica a ordenação do universo.

Na corrente platônica, a matemática é vista como estática, a-histórica e portadora de dogmas previamente estabelecidos. As ideias matemáticas existem independentemente dos homens; é necessário descobri-la, já que suas ideias preexistem em um mundo ideal, o mundo das ideias (DAVIS; HERSH, 1986). De acordo com Baraldi (1999), a corrente filosófica platônica afirma que toda e qualquer ciência é reduzida à matemática. A matemática se apresenta como descontextualizada (ou contextualizada nela mesma), abstrata. Para Platão, as ideias matemáticas se encontravam no mundo das *ideias* que era distinto do mundo das *formas*. Machado (2009) aponta que, para Platão, a matemática “refere-se a essas entidades que têm existência objetiva, fora da mente do matemático, mas que também não se encontram no mundo empírico” (p. 20).

Posteriormente a Platão, temos as ideias de seu discípulo Aristóteles, que possuía uma concepção distinta da matemática, comparada à concepção de seu mestre. Segundo Machado (2009), a matemática, para Aristóteles, seria “o estudo das abstrações matemáticas elaboradas pelos matemáticos a partir dos objetos do mundo da percepção sensível” (p. 21).

Vários séculos depois, encontramos a corrente absolutista que considera o conhecimento matemático como detentor de verdades absolutas. Tais verdades são “provadas” pelo método dedutivo, “os absolutistas aceitam, sem demonstrações, um conjunto de afirmações básicas, a partir do qual deduzem logicamente outros resultados” (BARALDI, 1999, p. 86). Da corrente absolutista derivam três vertentes: logicismo, formalismo e construtivismo ou intuicionismo (BARALDI, 1999).

Baraldi (1999) argumenta que na linha do logicismo todos os conceitos da matemática podem ser expressos em conceitos lógicos e a linguagem é a maior preocupação da pesquisa matemática. Na vertente logicista, a essência da matemática é a lógica adotada para realizar as deduções. Nessa vertente, acredita-

se que a matemática é a única responsável pelo desenvolvimento do raciocínio lógico.

Na vertente formalista, a matemática é transcrita formalmente, isto é, com termos primitivos, axiomas, postulados, teoremas; em outras palavras, a matemática consiste em fórmulas (BARALDI, 1999). Segundo Machado (2009), no formalismo, a matemática compreende descrições de objetos e construções concretas, culminando no estabelecimento de teorias formais consistentes para a formalização completa da matemática.

Para os construtivistas (ou intuicionistas), a matemática era uma construção mental e a linguagem era vista como secundária (BARALDI, 1999). Contrariamente aos logicistas, os intuicionistas procuravam sistematizar a matemática, partindo sempre da intuição. Machado (2009) argumenta que a matemática, do ponto de vista do intuicionismo, é uma construção de entidades abstratas, a partir da intuição do matemático.

A corrente falibilista substitui a crença na verdade absoluta pela verdade relativa, sujeita a revisões e a erros. Segundo Baraldi (1999),

As concepções [na corrente] falibilista permitem olhar a matemática sem a preocupação dominante de encontrar fundamentos seguros e absolutos para esta ciência, aceitando que os matemáticos e seus produtos são falíveis, incluindo provas e conceitos (p. 12).

Nesta corrente, os conhecimentos matemáticos são construídos e reconstruídos e não podem ser separados dos conhecimentos empíricos (BARALDI, 1999).

Em síntese, nas correntes filosóficas, encontramos as seguintes concepções de matemática: na corrente pitagórica, ‘tudo é matemática’; na corrente platônica, ‘as ideias matemáticas existem independentemente dos homens’; na corrente aristotélica, ‘estudo das abstrações matemáticas’. Nas correntes absolutistas, em que o conhecimento matemático é detentor de verdades, há duas concepções: ‘matemática autônoma ao humano’ (logicismo e formalismo) e ‘matemática como construção mental’ (construtivismo). Na corrente falibilista, ‘o conhecimento matemático é falível e está sujeito a revisões’.

‘A matemática rege o real’; ‘a matemática se adéqua a qualquer realidade’; ‘a matemática é um processo ou um produto para entender, manejar e conviver com a realidade’. Essas concepções de matemática relacionadas à realidade, apontadas na seção anterior, e outras mais, podem estar convivendo nas salas de aula de matemática e também na sociedade, influenciando, assim, as referências que os alunos possuem delas.

Sendo assim, como se configuram as aulas de matemática no contexto no qual foi realizada a pesquisa? A resposta para essa questão é apresentada no próximo capítulo, em que exponho a discussão metodológica, o contexto e os sujeitos desta pesquisa.

## CAPÍTULO 3

### METODOLOGIA, CONTEXTO E SUJEITOS DE PESQUISA

Neste capítulo, apresento o caminho trilhado para a investigação do problema, abrangendo a caracterização da pesquisa e os procedimentos para a sua realização na busca de atingir os objetivos, incluindo toda a explicitação e fundamentação no que diz respeito aos princípios metodológicos. Além disso, apresento o contexto em que a pesquisa foi desenvolvida e seus sujeitos.

O capítulo foi estruturado em dez seções. Na primeira, é retomada a pergunta da pesquisa, destacando seu *design* emergente (ALVES-MAZZOTTI, 2002; ARAÚJO; BORBA, 2012). Na segunda seção, discorro sobre a escolha do contexto, segundo a noção de *situações* de Skovsmose e Borba (2004). A seguir, na terceira seção, apresento o cenário onde ocorreu a pesquisa, seguido de uma breve descrição dos participantes, na quarta seção. Na quinta seção, são expostos alguns apontamentos em direção às questões metodológicas que nortearam a investigação escolhida. Na sexta seção, apresento como a modelagem se situa no contexto da pesquisa. Na sétima seção, é apresentado como o ambiente foi organizado para o desenvolvimento do projeto de modelagem matemática. Uma breve descrição do projeto é apresentada na oitava seção. Na nona seção, é retomada a discussão sobre a noção de *situações* de Skovsmose e Borba (2004), sendo debatido sobre o uso de uma ferramenta de comunicação a partir do constructo teórico seres-humanos-com-mídias de Borba e Villarreal (2005). O método de seleção e análise dos dados empíricos é apresentado na décima seção.

#### 3.1. Retomando a pergunta de pesquisa: *design* emergente

Antes de apresentar os procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa e o contexto em que ela foi desenvolvida, retomo a questão de pesquisa deste estudo. Isto porque, de acordo com Flick (2009), a opção metodológica de

uma pesquisa deve convergir com o assunto e a pergunta de pesquisa; e porque é a partir da pergunta de pesquisa que se esclarece o desenrolar de todo o processo.

A pergunta que, até então, orienta esta pesquisa se enuncia da seguinte maneira:

**Como os alunos relacionam realidade e matemática em ambientes de modelagem matemática?**

Na Introdução do presente texto, relatei o caminho percorrido até o estabelecimento dessa pergunta. A pesquisa teórico-bibliográfica, apresentada nos dois capítulos iniciais desta dissertação, levou-me a uma alteração da pergunta diretriz deste estudo. As bibliografias antes estudadas me levaram a focar a pergunta de pesquisa, inicialmente, do ponto de vista da interação, da aproximação e do distanciamento entre realidade e matemática (BIEMBENGUT; HEIN, 2005; BEAN, 2001, 2005; BASSANEZI, 2004). Dessa forma, o cerne era observar as relações de interação, de aproximação e de distanciamento entre a realidade e a matemática em uma atividade de modelagem. As leituras de novas bibliografias alteraram esse foco, levando-me a considerar as relações que são estabelecidas a partir da análise das concepções de realidade (DUARTE JÚNIOR, 2004; ANASTÁCIO, 2010) e de matemática (BARALDI, 1999; D'AMBRÓSIO, 1996), considerando assim as referências que os sujeitos fazem à realidade e à matemática (SKOVSMOSE, 2000). Dessa maneira, o eixo central se volta para outras relações possíveis a partir da compreensão dos sujeitos. Com esse novo olhar, a pergunta de pesquisa foi alterada:

**Como os alunos se referem à realidade e à matemática em ambientes de modelagem, e como eles as relacionam?**

Assim, não se trata de uma mudança de foco, mas de um amadurecimento da pergunta diretriz (ARAÚJO; BORBA, 2012). Esse acontecimento é decorrente do que Alves-Mazzotti (2002) e Araújo e Borba (2012) chamam de *design* emergente de uma pesquisa qualitativa.

Alves-Mazzotti (2002) afirma que

o termo '*design*' corresponde ao plano e às estratégias utilizadas pelo pesquisador para responder às questões propostas pelo estudo, incluindo os procedimentos e instrumentos de coleta, análise e interpretação dos dados, bem como a lógica que liga entre si diversos aspectos da pesquisa (p. 147).

A qualificação emergente se refere ao fato de que o *design* vai sendo construído à medida que a pesquisa se desenvolve e que alguns passos não podem ser determinados *a priori*. Assim, o *design* emergente pode ser interpretado como um processo de desenvolvimento da pesquisa em que os passos ocorrem de maneira flexível e com o foco da investigação sujeito a sofrer ajustes mais refinados. O caráter emergente do *design* se mostrou presente nesta pesquisa, já que havia um planejamento inicial, mas que foi reestruturado à medida que se fez necessário.

Outras mudanças serão evidenciadas no decorrer das próximas seções. Uma delas se refere à criação do ambiente de aprendizagem no qual a pesquisa foi desenvolvida. O desenvolvimento de atividades de modelagem matemática nos níveis Fundamental e Médio de ensino não é algo que ocorre com frequência. Sendo assim, foi preciso “arranjar uma situação” para que a pesquisa fosse desenvolvida. Tal aspecto será discutido na próxima seção, que discorre sobre o processo de escolha do campo de pesquisa.

### **3.2. A escolha do contexto: situação arranjada**

Meu planejamento inicial era desenvolver a pesquisa em um contexto em que a prática de modelagem já fora antes desenvolvida ou com um professor que já houvesse desenvolvido um projeto de modelagem em suas aulas de matemática. Buscando contextos em que atividades de modelagem fossem desenvolvidas, encontrei poucas indicações de tais locais. Assim, passei a considerar o seguinte critério como campo de pesquisa: um local em que trabalhassem professores que programavam atividades de modelagem em suas aulas de matemática ou que estivessem dispostos a trabalhar com modelagem.

Minha lista inicial de possíveis professores tinha oito nomes. Por motivos diversos, os professores indicaram a impossibilidade de realizar a pesquisa em suas turmas. Fiz uma nova lista, incorporando quatro professores que atuavam no nível Superior de ensino e indicações da orientadora desta pesquisa. Obtive os

assentimentos de um professor que atuava no Ensino Superior e de uma professora que atuava na Educação Básica. O professor que atuava no Ensino Superior costumava desenvolver atividades de modelagem em suas aulas, enquanto que a professora que trabalhava com os níveis Fundamental e Médio de ensino havia pesquisado sobre modelagem em sua Especialização, mas não tinha desenvolvido atividades de modelagem em suas práticas. Optei por realizar a pesquisa na escola em que trabalhava a professora que atuava na Educação Básica. Esta escolha ocorreu em virtude da localidade e do calendário das escolas. Isso é natural, pois

a escolha do campo onde serão colhidos os dados, bem como dos participantes é proposital, isto é, o pesquisador os escolhe em função das questões de interesse do estudo e também das condições de acesso e permanência no campo e disponibilidade dos sujeitos (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 86).

Como a professora não tinha por hábito desenvolver atividades de modelagem em suas aulas de matemática, era necessário que criássemos um ambiente de modelagem para que eu pudesse desenvolver a pesquisa. Podemos entender tal organização a partir da noção de *situações* de Skovsmose e Borba (2004). O contexto educacional encontrado antes da realização da pesquisa é denominado pelos autores de situação corrente (SC). As aulas de matemática da escola em que a professora atuava se caracterizavam como expositivas e eram organizadas a partir de um livro didático. A professora passava determinado conteúdo no quadro, de acordo com a organização do livro, em seguida apresentava exemplos. Posteriormente, os alunos realizavam exercícios do livro, semelhantes aos exemplos propostos.

Um ambiente de aprendizagem no qual os alunos de uma turma desenvolvessem um projeto de modelagem sob a orientação da professora era uma situação imaginada (SI), se comparada à situação corrente. Situações imaginadas são “visões sobre as possibilidades de alternativas” (SKOVSMOSE; BORBA, 2004, p. 213) para a situação corrente. Segundo os autores, a passagem da situação corrente para a situação imaginada se dá por meio de imaginações pedagógicas (IP), que têm a situação corrente como ponto de partida e consistem na exploração de alternativas educacionais para a situação corrente. A imaginação pedagógica pode ser definida como sendo o processo que nos ajuda a perceber que as coisas poderiam ser feitas de um modo diferente, isto é, ela é o ato criativo de imaginar

uma alternativa para a situação corrente. O conhecimento teórico e o conhecimento prático do professor são citados como fontes para a busca dessas alternativas.

Esta era uma alternativa imaginada, mas não foi concretizada da forma idealizada. Como a professora não tinha experiência com atividades de modelagem, ela pediu que eu atuasse no planejamento e execução do projeto, me colocando à frente das orientações para o desenvolvimento da atividade. Assim, um ambiente de aprendizagem em que, sob minha orientação e da professora, fosse desenvolvido um projeto de modelagem foi a situação sobre a qual a pesquisa foi inicialmente desenvolvida, situação denominada por Skovsmose e Borba (2004) de situação arranjada (SA).

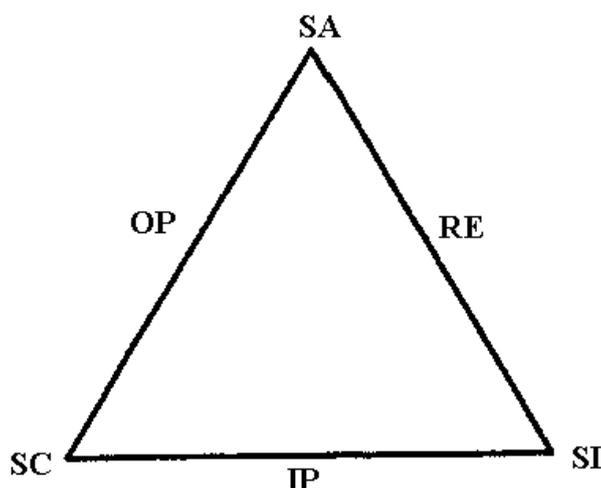
Os autores denominam a relação entre a situação corrente e a situação arranjada de organização prática (OP), que pode ser definida como o planejamento de atividades práticas que criam uma situação que se aproxime da situação imaginada. A situação corrente é o ponto de partida para a organização prática, que pode ser entendida como uma versão mais plausível da imaginação pedagógica. Sendo assim, a organização prática foi um processo de negociação e cooperação entre mim e a professora: o projeto de modelagem seria desenvolvido paralelamente à dinâmica habitual das aulas.

Para transitar entre as situações imaginada e arranjada, Skovsmose e Borba (2004) propõem o raciocínio exploratório (RE). Trata-se de uma estratégia analítica para analisar situações imaginadas com base em observações particulares de situações arranjadas. O raciocínio exploratório representa uma interação crítica entre a imaginação pedagógica e a organização prática. Nesse sentido, o contexto da pesquisa é a situação arranjada, mas ainda se tem em mente a situação imaginada. Desta forma, esta situação arranjada se transforma em uma “janela” através da qual podemos entender melhor e qualificar a situação imaginada. Um modelo, proposto por Skovsmose e Borba (2004), mostrando as situações e os processos que podem se estabelecer em uma pesquisa, é indicado na Figura 2.

Araújo, Campos e Camelo (2015) discorrem sobre a criação de práticas pedagógicas simultaneamente à realização de uma pesquisa. Segundo os autores, “como fruto das práticas pedagógicas e das pesquisas [...], conseguimos construir

novas compreensões não apenas das situações corrente e arranjada, mas também da situação imaginada” (ARAÚJO; CAMPOS; CAMELO, 2015, p. 56).

**Figura 2 - Modelo de pesquisa indicando as situações e os processos**



Fonte: SKOVSMOSE; BORBA, 2004, p. 216

Nesse sentido, há um direcionamento a uma compreensão para a dialética prática pedagógica|pesquisa<sup>26</sup> (ARAÚJO; CAMPOS; CAMELO, 2015). Partimos da problematização de uma situação corrente, vislumbrando outro cenário (situação imaginada), passando pela realização de uma pesquisa em uma situação arranjada que vai se desdobrando até chegar a uma nova situação corrente.

Considerando a concepção de matemática que norteou o desenvolvimento desta pesquisa, a metodologia de pesquisa está em *ressonância* com as preocupações da educação matemática crítica. Segundo Skovsmose e Borba (2004), a noção de ressonância tem a finalidade de conceituar a adequação entre perspectiva teórica e metodologia de uma abordagem de pesquisa.

A ressonância se deve ao fato de esta pesquisa ter considerado não apenas o que estava ocorrendo, como também o que poderia ter tomado lugar e o que poderia ser imaginado como alternativa possível para o que estava ocorrendo (SKOVSMOSE; BORBA, 2004).

<sup>26</sup> A notação, com a barra vertical, utilizada por Araújo, Campos e Camelo (2015), faz menção a: GOULART, Maria Inês Mafra; ROTH, Wolff-Michael. Margin|centre: toward a dialectic view of participation. **Journal of Curriculum Studies**, British Columbia, v. 38, n. 6, p. 679-700, 2006.

Descrito o processo de escolha do contexto e a configuração das situações da pesquisa (SKOVSMOSE; BORBA, 2004), contemplo, na seção a seguir, uma breve descrição do contexto da pesquisa.

### **3.3. O contexto da pesquisa**

O trabalho empírico teve, como campo de estudo, uma escola estadual da rede pública da região Oeste de Belo Horizonte. A região Oeste ocupa uma área de aproximadamente 36,14 quilômetros quadrados do município de Belo Horizonte, com uma densidade demográfica de 8.591 habitantes por quilômetro quadrado (IBGE, 2010), tendo como limites as regiões Noroeste ao norte, Barreiro ao sul, Centro-Sul ao leste e o município de Contagem ao oeste. Segundo o último censo (IBGE, 2010), a população da região é de 308.549 habitantes, distribuídos em 67 bairros.

A topografia da região é muito acidentada, apresentando raros e descontínuos trechos de declividade suave. Assim, boa parte da região é caracterizada pela existência de áreas de risco, formadas por solos de rochas graníticas, de pouca resistência às intempéries e, por isso, de fácil deslizamento. Segundo a Prefeitura de Belo Horizonte, existem, na região, 827.809 metros quadrados de áreas verdes distribuídos entre sete parques municipais (BELO HORIZONTE, 2015).

Um fato de destaque da região refere-se ao processo de expansão urbana. Alguns bairros da região tornaram-se um prolongamento da região Centro-Sul, já altamente congestionada em termos populacionais. Isso, associado ao intenso trânsito da região, levou a prefeitura e o governo federal, através do PAC (Programa de Aceleração do Crescimento), a construir novas vias de acesso na região. A região apresenta disparidade social acentuada, possuindo vilas e aglomerados com alto índice de vulnerabilidade social e bairros de classe média alta.

A escola em que a pesquisa foi realizada se encontra inserida em uma parte da região Oeste onde se verificam a expansão urbana e a disparidade social. Trata-se de uma escola que recebe os níveis Fundamental e Médio de ensino no período

diurno. À noite, ela também oferece o ensino na modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA). Além disso, a escola participava do Projeto Reinventado o Ensino Médio, no qual os estudantes do 1º ano tinham aulas voltadas para a empregabilidade, em um sexto horário. Na escola eram oferecidas aos alunos três áreas: Empreendedorismo e Gestão, Meio Ambiente e Recursos Naturais e Tecnologia da Informação.

Na escola, era comum o desenvolvimento de projetos esportivos e culturais. Em geral, os projetos eram desenvolvidos pela escola em parceria com professores de diferentes disciplinas. Visitas a museus, parques, memoriais e espaços de conhecimentos e participação em eventos esportivos faziam parte desses projetos. Projetos pedagógicos também eram coordenados pelos professores. A escola possuía um projeto a ser desenvolvido em todas as disciplinas que visava à retomada de conteúdos de anos anteriores. Neste projeto, os alunos tinham um caderno específico e realizavam exercícios, já determinados, de revisão de séries anteriores. Esses cadernos deveriam ser entregues periodicamente ao professor da disciplina para correção dos exercícios. O projeto era realizado durante todo o ano letivo e o professor indicava listas de exercícios complementares para os conteúdos críticos verificados na avaliação diagnóstica. Projetos de estímulo à leitura, projetos sobre as eleições, sobre reciclagem, são outros exemplos de projetos desenvolvidos na escola. Além disso, a escola possui um *blog* no qual atualiza todos os projetos desenvolvidos na escola.

Em relação a pesquisas, a direção mencionou que também era comum a presença de estagiários na escola. Entretanto, era a primeira vez que uma pesquisa em nível de pós-graduação seria realizada no local.

No momento da pesquisa, a escola possuía: quatorze salas de aula, sala da diretora, sala de professores, sala de secretaria, laboratório de informática, biblioteca, quadra de esportes, pátio, cozinha, despensa, banheiros. Apesar da variedade de espaços, o espaço físico era considerado um problema na escola, pois as salas de aula eram pequenas e alguns espaços, como o laboratório de informática, não estavam em funcionamento. Cada turma ficava fixa em uma sala, e os professores trocavam de sala de acordo com os horários de cada aula.

A disciplina de matemática, em específico, era desenvolvida considerando a abordagem de cada professor. Entretanto, todos tinham um conteúdo programático para direcionar a prática, considerando o Currículo Básico Comum (CBC) e o livro didático.

A pesquisa foi desenvolvida em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio da escola em questão. O conteúdo programático de matemática para tal ano considerava os seguintes tópicos: números racionais e dízimas periódicas, conjunto dos números reais, potências de dez e ordem de grandeza, função do primeiro grau, função do segundo grau, função exponencial, progressões aritméticas, progressões geométricas, probabilidade, semelhança de triângulos, trigonometria no triângulo retângulo, estatística e matemática financeira. O livro utilizado no primeiro ano do Ensino Médio era *Matemática Completa*, escrito por Giovanni e Bonjorno (2005). Os alunos do Ensino Médio tinham quatro aulas semanais de matemática, cada uma com duração de cinquenta minutos.

Como estratégias de avaliação para a disciplina de matemática para as turmas do Ensino Médio, os professores elencaram as provas, trabalhos e pesquisas, estudos dirigidos, produção de material e temas transversais (projetos). Como recursos, pretendiam utilizar aulas expositivas, jornais e revistas, apresentação e exposição de trabalhos e pesquisas, sala de informática e sala de multimeios.

O quadro de horários das disciplinas na turma foi alterado várias vezes. Em diversas aulas, os alunos não tinham consigo o livro texto da disciplina, já que no horário não constava que iria ter aula de matemática, fazendo com que a professora precisasse passar os exercícios do livro no quadro.

Foi nesse contexto que realizei o projeto de modelagem visando observar as relações estabelecidas pelos alunos entre as referências à realidade e à matemática. Os alunos, assim como a professora da turma, serão descritos na seção a seguir.

### 3.4. A professora e os alunos

A professora da turma, que a partir de agora chamarei de Flávia<sup>27</sup>, não havia anteriormente desenvolvido uma atividade de modelagem em suas turmas. Sua relação com a modelagem se estabeleceu por meio de uma Especialização em que cursou uma disciplina denominada Modelagem Matemática, que se tornou também sua temática na monografia. Quando contatei a professora Flávia, ela mencionou que participar da pesquisa, fazendo com que uma atividade de modelagem fosse desenvolvida em uma de suas turmas, seria uma oportunidade de vivenciar uma atividade de modelagem na prática.

Flávia começou a carreira docente lecionando para as séries iniciais do Ensino Fundamental, após concluir um curso de Magistério. Algum tempo depois, concluiu um curso de licenciatura plena em Matemática e foi aprovada em um concurso público estadual para professor das séries iniciais do Ensino Fundamental. Tempos depois, obteve progressões na carreira, o que lhe possibilitou o direito de lecionar para as séries finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio. Além das experiências docentes já citadas, Flávia também foi alfabetizadora em uma escola rural em Minas Gerais.

No momento da pesquisa, Flávia era professora do Ensino Fundamental II e Ensino Médio da rede estadual de Minas Gerais, na cidade de Belo Horizonte, exercendo essas funções na escola em que realizei a pesquisa, especificamente no período da manhã. Também lecionava no turno da tarde em um colégio da rede privada da mesma cidade. No turno da noite, atuava na modalidade EJA, na mesma escola da rede estadual em que trabalhava no período da manhã. Flávia tinha planos de obter a aposentadoria ao final de 2015 ou 2016.

Flávia era uma professora atuante nos projetos desenvolvidos da escola, sendo responsável por sugerir e coordenar alguns, como o projeto de retomada de conteúdo de anos anteriores. A meu ver, tinha um ótimo relacionamento com os alunos, outros professores e a direção da escola. Na escola em que foi realizada a pesquisa, Flávia dava aulas para uma turma do nono ano do Ensino Fundamental,

---

<sup>27</sup> Adotei um nome fictício para a professora da turma, assim como para os componentes dos grupos que participaram da pesquisa. Fiz isso com a intenção de preservar suas identidades e, portanto, a privacidade, dessas pessoas.

quatro turmas do primeiro ano e uma turma do segundo ano do Ensino Médio. A escolha pela turma do primeiro ano do Ensino Médio se deu em virtude do horário inicial da turma e ao fato de a turma estar adiantada em relação ao conteúdo.

No início da observação das aulas havia na turma 35 alunos. Durante o desenvolvimento do projeto de modelagem, ocorreram algumas alterações nas turmas do primeiro ano do Ensino Médio, provocando mudanças no número de alunos das turmas. Em geral, a mudança de alunos de turmas ocorria em virtude de questões disciplinares. A turma pesquisada passou a ter 41 alunos, sendo 23 rapazes e 18 moças, dos quais 35 aceitaram participar da pesquisa, 18 rapazes e 17 moças. De modo geral, os alunos da turma são de classe baixa e residem no bairro em que se localiza a escola, em vilas próximas à escola ou em bairros vizinhos. A turma era composta por estudantes com idades entre 15 e 16 anos. Dois desses alunos eram repetentes, inclusive em matemática. Três eram novatos na escola, sendo que um deles estudou anteriormente em uma instituição particular de Belo Horizonte.

A professora disse que, em geral, a turma era bastante comprometida com os estudos, mesmo aqueles estudantes que mostravam ter dificuldade com matemática. Os alunos, em sua maioria, não tinham receio de fazer perguntas sobre as dúvidas que possuíam. Os alunos mais tímidos costumavam ou ir à mesa da professora ou pedir que a mesma fosse às suas carteiras. Os alunos da turma apresentavam bom comportamento durante as aulas. No momento da exposição de conteúdos, prestavam atenção às explicações e faziam alguns questionamentos. Não havia grande problema disciplinar, apenas conversa excessiva em alguns momentos das aulas.

Descritos o contexto e os sujeitos da pesquisa, retomo, na próxima seção, a discussão metodológica, apresentando o delineamento da pesquisa e o procedimento utilizado para a construção dos dados.

### 3.5. Delineamento da pesquisa

O objetivo deste estudo é investigar como os alunos se referem à realidade e à matemática e como os alunos as relacionam em ambientes de modelagem. Para alcançá-lo, foi necessário escolher uma abordagem metodológica que tivesse características ressonantes com esses propósitos. Considerando o caráter interpretativo da pesquisa, a metodologia adotada nesta pesquisa é de cunho qualitativo. Para Alves-Mazzotti (2002, p. 131), “a principal característica das pesquisas qualitativas é o fato de que estas seguem a tradição ‘compreensiva’ ou interpretativa”. Assim, o pesquisador, ao utilizar esta abordagem, tem como objetivo compreender de que forma as pessoas, em um contexto particular, pensam e agem em relação a determinado fenômeno.

Pesquisas desenvolvidas à luz do referencial qualitativo, segundo Bicudo (2012), englobam

a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências (p. 116).

Sendo assim, essa abordagem demonstra ser coerente com os objetivos deste estudo, pois considera como os sujeitos compreendem os fenômenos. Esta pesquisa em específico considera como os sujeitos se referem à realidade e à matemática em ambientes de modelagem, e as relacionam.

Além disso, algumas características fundamentais da investigação qualitativa orientaram metodologicamente a construção deste trabalho: (1) a fonte direta dos dados é o ambiente natural e o pesquisador é o principal agente na recolha desses dados; (2) os dados que o pesquisador recolhe são predominantemente de caráter descritivo; (3) os pesquisadores interessam-se mais pelo processo em si do que propriamente pelos resultados; (4) a análise dos dados é feita de forma indutiva, sendo construída a partir do material coletado, evitando-se categorizações ou hipóteses prévias; e (5) o pesquisador interessa-se por tentar compreender os significados que os participantes atribuem às suas experiências (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47-51).

Assim, para identificar as relações estabelecidas pelos sujeitos entre as referências à realidade e à matemática em ambientes de modelagem, esta pesquisa partiu da observação de projetos de modelagem desenvolvidos por alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública localizada no município de Belo Horizonte, perpassando pelo desenvolvimento do projeto e culminando na sua apresentação.

Segundo Lüdke e André (1986), a observação é um dos instrumentos básicos para a construção de dados na pesquisa qualitativa. De acordo com os autores, a observação é uma técnica de construção de dados de forma a obter informação de determinados aspectos do contexto investigado. Remete o investigador a um contato mais direto com o contexto, ajudando-o a identificar e a obter indícios a respeito de aspectos sobre os quais os indivíduos não têm consciência, mas que orientam o seu comportamento (LAKATOS; MARCONI, 1996).

Nesta pesquisa, a observação realizada é do tipo não estruturada (ALVES-MAZZOTTI, 2002). Neste tipo de observação, “os comportamentos a serem observados não são predeterminados, eles são observados e relatados da forma como ocorrem, visando descrever e compreender o que está ocorrendo em uma dada situação” (ALVES-MAZZOTTI, 2002, p. 166).

Inicialmente, ficou combinado que eu iria observar as aulas de todas as turmas da professora Flávia e, ao longo do trabalho de campo, a professora e eu iríamos escolher uma dessas turmas para focalizar as questões que norteiam a pesquisa. Sendo assim, inicialmente, assisti às aulas da professora nessas turmas para conhecer os alunos, explicar o que era e como seria realizada a pesquisa e fazer anotações sobre as aulas no caderno de campo, referentes ao conteúdo estudado e ao comportamento dos estudantes.

O caderno de campo foi a forma de registro de dados utilizado durante as aulas da turma pesquisada. Nele foram descritos alguns diálogos entre os participantes, minhas observações e os detalhamentos dos projetos (ALVES-MAZZOTTI, 2002).

Devido à necessidade de orientar e conduzir, em alguns momentos, a atividade de modelagem, simultaneamente às observações, a estratégia de

pesquisa utilizada foi a observação participante. Na observação participante, "o pesquisador se torna parte da situação observada, interagindo por longos períodos com os sujeitos, buscando partilhar seu cotidiano [...]" (ALVES-MAZZOTTI, 2002, p. 166).

Nesse sentido, estabeleceu-se uma dialética entre prática pedagógica e pesquisa, que são duas atividades que "fazem parte de uma unidade única, se influenciam e se desenvolvem mutuamente, são diferentes, têm propósitos diferentes, podem ser incompatíveis, mas uma pressupõe e constitui a outra" (ARAÚJO; CAMPOS; FREITAS, 2012, p. 10).

Além das orientações quanto à realização do projeto e esclarecimento de dúvidas que surgiram, realizei intervenções em alguns momentos do desenvolvimento do projeto, questionando opiniões de forma a elucidar os posicionamentos dos alunos. Além disso, a professora e eu nos reuníamos a fim de traçar estratégias para as intervenções e de realizar uma avaliação do que ocorria durante o desenvolvimento do projeto.

Para auxiliar no registro dos dados a serem analisados, além do caderno de campo, as aulas foram filmadas e gravadas, sendo utilizados gravadores de áudio e duas filmadoras. As filmadoras ficavam à frente e ao fundo da sala, sendo reposicionadas quando necessário. Cada grupo formado, além da professora e eu, tinha um gravador que registrava as falas do grupo durante o projeto de modelagem. Por último, os registros produzidos pelos alunos foi outra técnica usada. Assim, elegi as técnicas da observação participante com registro das observações através de um caderno de campo, duas filmadoras e nove gravadores de áudio, registros escritos e documentos pesquisados pelos alunos.

Antes de explicitar alguns aspectos sobre nosso planejamento para o desenvolvimento do projeto, na próxima seção, discuto como a abordagem da modelagem matemática era situada na escola no momento da pesquisa.

### 3.6. O lugar da modelagem no contexto

As escolas, em geral, têm sido constantemente orientadas a direcionar suas ações à formação de cidadãos efetivamente capacitados a atender às atuais demandas sociais. O ensino da matemática conectado à realidade é uma perspectiva fundamental que deve, tanto quanto possível, ser estimulado e desenvolvido com os alunos (BRASIL, 1998). A modelagem matemática, na educação matemática, tem ganhado força em relação ao aspecto da conexão entre a realidade e a matemática. Mas, como essa tendência tem se manifestado na grade curricular da escola?

Na escola pesquisada, um dos eixos temáticos do conteúdo programático da disciplina de matemática no Ensino Médio era funções elementares e modelagem. Os eixos temáticos, na escola, eram entendidos como um conjunto de temas para orientar o planejamento das disciplinas. A professora Flávia relatou que não existia clareza sobre o que era essa modelagem. Ela relatou que os professores a interpretavam como uma aplicação, como por exemplo, a distância percorrida por um automóvel cujo movimento envolve paradas e diferentes velocidades durante o percurso. Devido à experiência com a literatura de modelagem na educação matemática, a professora Flávia disse que tinha dúvidas se tal menção no conteúdo programático não se referia a entender a modelagem como uma atividade investigativa que, partindo de uma situação real, analisa um problema por meio da matemática. Independentemente de tal menção, Flávia manifestou que tinha o desejo de introduzir um projeto de modelagem de acordo com tal interpretação.

No entendimento de alguns<sup>28</sup> dos professores de matemática que trabalhavam na escola durante a pesquisa, eles não desenvolviam atividades de modelagem em suas turmas. Esses professores alegavam obstáculos instrucionais e capacitadores. Na escola, as disciplinas tinham programas que deveriam ser cumpridos e a modelagem os interromperia. Além disso, os professores não se sentiam capacitados para desenvolver modelagem, ou por falta de conhecimento do processo, ou por medo de se encontrarem em situações desconfortáveis ligadas a resoluções de problemas em áreas que desconhecem.

---

<sup>28</sup> Não foi possível conversar com todos os professores de matemática da escola sobre a prática de modelagem.

Para a professora Flávia, a inserção de novas tendências de ensino no conteúdo programático é parte das demandas que têm se apresentado aos professores em geral. No caso da modelagem em particular, acreditava que poucos professores a utilizavam na sala de aula, mesmo que houvesse uma recomendação normativa ou em documentos da própria escola.

Na próxima seção, exponho como o ambiente foi organizado, a partir das atribuições dos alunos e da professora, para o desenvolvimento da atividade de modelagem.

### **3.7. A organização do ambiente de modelagem**

Considerando a prática a ser desenvolvida e o cenário da pesquisa, é necessário pensar na metodologia para organizar a atividade de modelagem. Dessa forma, como as atividades de modelagem podem ser introduzidas? Barbosa (2001b), preocupado com essa questão, introduziu, a partir de experiências relatadas na literatura, a noção de *casos*. A proposição de cada um dos *casos* está associada às “possibilidades do contexto escolar, da experiência do professor, dos interesses dos alunos e de outros fatores” (BARBOSA, 2001b, p. 39).

No *caso 1*, os alunos têm uma participação menor na condução da atividade. O professor simplifica e elabora a situação-problema, apresenta os dados necessários para a sua resolução e cabe aos alunos se engajarem nas discussões necessárias para resolver o problema sob a orientação do professor. No *caso 2*, o professor propõe a situação-problema a ser resolvida e os alunos, sob orientação do professor, se responsabilizam pela simplificação da situação-problema, coleta dos dados necessários para a resolução e a resolução propriamente dita. No *caso 3*, todas as etapas são conduzidas pelos alunos sob a orientação do professor. Os *casos* são apresentados em forma esquemática no Quadro 3.

A classificação realizada por Barbosa (2001b) busca mostrar possíveis formas de organização de atividades de modelagem. Entretanto, não se trata de um modelo a ser seguido.

**Quadro 3 - Atribuições do aluno e do professor nos casos de modelagem**

	<i>Caso 1</i>	<i>Caso 2</i>	<i>Caso 3</i>
Elaboração da situação-problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: BARBOSA, 2001b, p. 40

Pensando a dinâmica do processo de desenvolvimento de uma atividade de modelagem sob a ótica dos objetivos desta pesquisa, em que os alunos se constituem como sujeitos centrais, a professora e eu organizamos o ambiente, considerando o caso 3. Nessa organização, os alunos atuariam em todas as etapas do projeto, cabendo-lhes apresentar alguma situação real, coletar e analisar os dados, obter e validar um modelo matemático.

A seguir, explico alguns aspectos sobre o planejamento para o desenvolvimento do projeto.

### **3.8. Planejamento da professora e da pesquisadora: o projeto de modelagem**

A situação arranjada, quando colocada em prática, pode passar a ser uma nova situação corrente, que possivelmente trará inferências que apontarão para novas situações imaginadas e assim por diante. Dessa forma, trata-se de um processo dinâmico e, por tal motivo, a situação arranjada se configura a partir do que é possível. As situações estão longe de serem estáticas, como a Figura 2 pode falsamente indicar. Como abordado anteriormente, a situação corrente na escola pesquisada se referia a uma prática expositiva de conteúdo nas aulas de matemática. A situação imaginada para o desenvolvimento da pesquisa idealizava um professor que realizasse atividades de modelagem em suas aulas. Assim, foi estruturada uma situação arranjada caracterizada por aulas expositivas com exercícios do livro didático intercaladas com aulas em que eram desenvolvidos projetos de modelagem. Descrevo com mais detalhes nesta seção as aulas em que a atividade de modelagem foi desenvolvida.

Sendo o ano letivo dividido em bimestres, as avaliações da disciplina ocorriam por meio de provas e trabalhos totalizando 25 pontos por bimestre. A professora decidiu atribuir o valor de 5 pontos para o projeto de modelagem no terceiro bimestre.

Assim como mencionado anteriormente, escolhemos uma das turmas do primeiro ano do Ensino Médio e fizemos o convite para que os alunos participassem do desenvolvimento do projeto de modelagem. Com a aceitação de boa parte dos alunos da turma, o projeto de modelagem teve início em abril de 2014 e se estendeu até agosto de 2014. A professora Flávia e eu combinamos desenvolver a atividade de modelagem utilizando uma das quatro aulas semanais de matemática da turma. Independentemente disto, assisti a todas as aulas de matemática da turma, que ocorreram do período de 10 de março a 21 de maio.

O projeto de modelagem foi desenvolvido ao longo de dez encontros. No primeiro encontro da atividade de modelagem (01/04/2014), a professora lembrou a turma que iríamos desenvolver, em grupos, projetos de modelagem. Em seguida, trabalhamos com o processo de escolha do tema. A professora e eu tínhamos a intenção de trabalhar com um único tema para toda a turma. Como os alunos nunca haviam tido contato com esse tipo de atividade anteriormente à pesquisa, para exemplificar, a professora e eu apresentamos aos alunos alguns temas que eles poderiam escolher para investigar por meio da matemática. Após a nossa sugestão, motivados pela professora e por mim, os alunos indicaram outros temas de interesse. Por fim, com os temas sugeridos pela professora, pela pesquisadora e pelos alunos, foi realizada uma votação por meio da qual foram selecionados os três temas mais votados. Neste encontro, os alunos ainda não tinham definido os grupos e estavam sentados em fileiras, conforme a disposição das aulas expositivas. Ao final deste encontro, solicitamos aos alunos que formassem grupos, com no máximo seis integrantes, a partir de um dos três temas escolhidos e justificassem a escolha, para que no próximo encontro definíssemos o tema a ser investigado.

No segundo encontro (07/04/2014), com oito grupos formados, os alunos apresentaram o tema escolhido e relataram o motivo da escolha. Também debateram sobre a delimitação dos temas, visto que estes estavam amplos. Em uma

aula posterior, os alunos pediram que cada grupo trabalhasse com o tema em que votou no segundo encontro, o que foi aceito pela professora e por mim.

Entre o segundo e o terceiro encontros, foram criados grupos em um ambiente virtual de uma rede social. A criação dos grupos foi sugerida pelos alunos, sendo que a professora mencionou que nos outros projetos desenvolvidos na escola era comum a adoção de grupos virtuais. Além de considerar o pedido dos alunos, a professora e eu entendemos que a criação de tal espaço seria oportuna em virtude das paralisações frequentes que estavam ocorrendo na escola naquele semestre.

No terceiro encontro (15/04/2014), os alunos continuaram a discutir sobre a delimitação dos temas, definindo situações-problema a ser investigadas. A partir deste encontro, a professora e eu não mais nos posicionamos à frente da sala, mas acompanhávamos cada grupo individualmente. Ainda nesse encontro, formaram-se sete grupos, em virtude das definições das situações-problema.

No quarto (22/04/2014) e quinto (23/04/2014) encontros, os alunos buscaram uma interação com a situação-problema escolhida a partir de pesquisas bibliográficas virtuais. Nesses encontros, os grupos pretendiam simplificar a situação-problema, apontando um objetivo ou uma pergunta.

Com os dados qualitativos e quantitativos explorados, os alunos buscaram responder a pergunta elaborada por meio de matemática. Esta etapa ocorreu no sexto (29/04/2014), sétimo (06/05/2014), oitavo (13/05/2014), nono (14/05/2014) e décimo (20/05/2014) encontros. O nono encontro aconteceu na biblioteca da escola com a presença da pesquisadora e três dos sete grupos. A professora e eu identificamos que esses grupos possuíam algumas divergências de opiniões ou falta de planejamento que estavam impedindo o avanço do desenvolvimento dos projetos de modelagem.

A professora e eu tínhamos planejado que seriam necessários mais dois encontros para finalizar os projetos de modelagem, além dos encontros necessários para a apresentação dos projetos. Em virtude da paralisação que ocorreu na escola, sucedida pelo período de férias, finalizamos as orientações no ambiente virtual e definimos que as apresentações iriam ocorrer após o retorno das aulas. As aulas

retornaram no dia 15 de julho, sendo as apresentações realizadas no período de agosto. O Quadro 4 indica, além dos encontros em que os projetos de modelagem foram desenvolvidos, alguns acontecimentos no contexto durante a pesquisa.

**Quadro 4 - Cronograma de construção de dados**

<b>Aulas</b>	<b>Procedimentos ou acontecimentos</b>
10, 11, 12 e 13 de março	Observação das aulas nas turmas da professora Flávia
17,18 e 19 de março	Paralisação na escola
20 de março	Observação das aulas nas turmas da professora Flávia
24 de março	Definição e observação da turma na qual seria realizada a pesquisa
25, 26 e 27 de março	Observação das aulas na turma na qual seria realizada a pesquisa
1º de abril	Início dos projetos de modelagem: processo de escolha do tema
03 de abril	Paralisação na escola
07 de abril	Delimitação das situações-problema
08 de abril	Prova final do 1º bimestre
11 de abril	Criação do grupo virtual
15 de abril	Delimitação das situações-problema
22 e 23 de abril	Pesquisa exploratória sobre a situação-problema e simplificação
24 de abril	Paralisação na escola
29 de abril, 06, 13, 14 e 20 de maio	Resolução por meio da matemática
21 de maio a 11 de junho	Paralisação na escola
11 de junho a 14 de julho	Férias
14, 20 e 27 de agosto	Apresentações dos projetos

Fonte: Dados da pesquisa

Além do uso do ambiente virtual, alguns grupos utilizaram *softwares* para criar gráficos nos projetos de modelagem. O uso de tecnologias no projeto reconfigurou a

situação arranjada na qual a pesquisa foi desenvolvida e reforçou seu *design* emergente. Na próxima seção, discorro sobre tais aspectos.

### 3.9. O uso de tecnologias

Além do uso do ambiente virtual, alguns grupos utilizaram o editor de planilhas Excel, para criação de gráficos, e um programa de visualização, o PowerPoint, na apresentação dos projetos.

Borba (2001) afirma que a informática

é uma nova extensão de memória, com diferenças qualitativas em relação às outras tecnologias da inteligência e permite que a linearidade de raciocínios seja desafiada por modos de pensar, baseados na simulação, na experimentação e em uma nova linguagem que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea (p. 138).

Borba e Villarreal (2005) defendem que o conhecimento, quando as Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC) se inserem no processo de desenvolvimento cognitivo humano, é algo produzido a partir de um coletivo intelectual, composto por humanos e não humanos. Essa é uma das vertentes que os autores discutem ao proporem o construto teórico seres-humanos-com-mídias. Borba e Villarreal (2005) entendem as mídias, a oralidade, a escrita e a informática como atores não humanos que constituem o coletivo pensante que constrói o conhecimento. Os autores acreditam que as mídias reorganizam o pensamento humano, já que elas moldam as ações quando se busca resolver um determinado problema matemático. Assim, as tecnologias, o contexto e tudo o que está ao redor não são meros acessórios, mas compõem o coletivo seres-humanos-com-mídias. Neste aspecto, Borba e Villarreal (2005) enfatizam uma *moldagem recíproca*, ou seja, ao mesmo tempo em que a mídia condiciona a forma como determinadas ações são desenvolvidas, o usuário é quem decide o que fazer.

A sinergia entre modelagem e as TIC é abordada por alguns autores no campo da educação matemática (BORBA; VILLARREAL, 2005; ARAÚJO, 2002; MALHEIROS; FRANCHI, 2013). Em suma, os autores enfatizam que as TIC em

atividades de modelagem podem facilitar a atividade e ampliar a formulação de questões.

Em relação à reconfiguração da situação arranjada com o uso das TIC, Skovsmose e Borba (2004) relatam que processos de pesquisa críticas referem-se a mudanças, ou seja, as situações podem ser alteradas ou reestruturadas. A pesquisa crítica inclui mudanças como parte do processo de investigação. Isso significa não só mudanças na prática de sala de aula, mas também uma mudança no imaginário pedagógico. Assim sendo, o ambiente de cooperação e interação entre a professora, a pesquisadora e os alunos, propiciou que a pesquisa fosse dinâmica e talvez pudesse apontar outras situações neste ciclo.

Tais alterações também remetem ao *design* emergente apontado como característica desta pesquisa qualitativa na primeira seção deste capítulo. O *design* desta pesquisa foi reestruturado à medida que se fez necessário em busca de respostas às questões que permeiam este estudo (ALVES-MAZZOTTI, 2002).

Tendo sido apresentados os planejamentos para a construção dos dados e a configuração em que a pesquisa se constituiu, apresento, na próxima seção, como os dados foram selecionados e analisados.

### **3.10. Seleção e análise dos dados empíricos**

Após a construção dos dados, assisti aos vídeos e ouvi as gravações das aulas em que os projetos de modelagem se desenvolveram. Em seguida, transcrevi os áudios e os vídeos, realizando uma separação por grupos. Entendendo que o processo de análise também envolve a organização dos dados, realizei uma leitura do caderno de campo e das transcrições de áudio e vídeo, a fim de determinar uma forma de apresentar os dados e uma formulação de interpretação deles.

Para reduzir os dados a segmentos significativos e atribuir nomes aos segmentos (CRESWELL, 2014), dividi-os, inicialmente, por encontros. Esses encontros eram constituídos de transcrições dos vídeos e dos áudios e das anotações do caderno de campo, referentes a uma mesma data. Durante as

transcrições dos áudios e dos vídeos, procurei inserir os *frames*<sup>29</sup>, “comentários que intercalamos no decorrer do episódio, de cujas partes fazemos um pequeno resumo seguido de uma análise inicial. Os dados passam, assim, a possuir um aspecto mais inteligível e apresentável.” (ARAÚJO, 2002).

Era necessário selecionar desses dados, aspectos que fossem relevantes para responder à pergunta desta pesquisa. Dessa forma, passei a selecionar episódios dos encontros em que era possível identificar as referências à realidade e à matemática. Em relação aos episódios, baseei-me na discussão de Araújo (2002, p. 76). A autora esclarece que episódios “são pequenas cenas ocorridas durante o desenvolvimento dos trabalhos” que apresentam algum significado para o estudo. Posteriormente, procurando identificar uma relação entre alguns episódios, procurei agrupá-los. Primeiramente, tentei organizar os episódios a partir das referências à realidade e à matemática. Entretanto, tal organização se mostrou confusa, não permitindo uma clareza dos acontecimentos nos projetos de modelagem.

Analisando novamente os dados, percebi que em alguns momentos existia uma continuidade entre os episódios, marcada pela dinâmica de organização dos projetos de modelagem pela professora e por mim. Assim, os episódios que se referiam à escolha do tema foram combinados entre si. Os episódios referentes à pesquisa exploratória sobre a situação-problema também se agruparam, assim como os episódios interligados pela etapa da matematização. Dessa maneira, criei três fases para os projetos a título de apresentação e análise dos dados: escolha do tema; pesquisa exploratória; matematização. Em seguida, realizei uma análise, considerando as primeiras impressões para cada fase separadamente. A apresentação do material coletado é feita nos capítulos 4, 5 e 6 desta dissertação. Posteriormente, no capítulo 7, apresentei como os projetos de modelagem foram finalizados.

Apontadas as questões sobre a metodologia de pesquisa e os procedimentos adotados, bem como realizadas as apresentações do contexto e dos participantes desta pesquisa, nos próximos capítulos, apresento os dados, assim como sua análise.

---

<sup>29</sup> O termo *frame* é utilizado por Araújo (2002), que faz menção a: SKOVSMOSE, Ole. **Investigando a comunicação na sala de aula sob a perspectiva da Educação Matemática**. 1999. Notas de aula.

## CAPÍTULO 4

### REFERÊNCIAS À REALIDADE A PARTIR DA ESCOLHA DO TEMA

Na última seção do capítulo 3, foi discutido o método de seleção e organização dos dados, considerando a dinâmica de organização do projeto de modelagem e os momentos em que as relações entre as referências à realidade e à matemática foram identificadas. Esses procedimentos levaram à organização de três fases para o projeto, a título de apresentação e análise dos dados, as quais serão tratadas, respectivamente nos capítulos 4, 5 e 6. A análise de cada fase irá se concentrar em três questionamentos: *qual é a referência à realidade que os sujeitos fazem?*; *qual é a referência à matemática que os sujeitos fazem?*; e *como se relacionam essas referências para os sujeitos?*. Neste capítulo, será apresentada a fase *escolha do tema*. As conversas e as expectativas anteriores a essa parte inicial do desenvolvimento do projeto de modelagem são apresentadas na seção a seguir.

#### **4.1. A modelagem matemática em um ambiente de semirrealidade: *Dessa vez não vamos comprar 100 melões?***

No período em que fiquei observando as aulas da professora Flávia e a escola, antes de começar a desenvolver o projeto de modelagem, os alunos demonstravam muita curiosidade em saber sobre o projeto que seria desenvolvido. Quando realizei o convite para que os alunos participassem da pesquisa, falei rapidamente sobre meus propósitos e a que o estudo se referia. Após esse convite, frequentemente alguns alunos perguntavam sobre quando começaríamos o projeto e sobre o que era modelagem.

Como mencionado no capítulo 3, na escola era comum o desenvolvimento de projetos. No entanto, os projetos de que a disciplina Matemática fazia parte eram aqueles que envolviam fixação de conteúdos e resolução de exercícios. Dessa forma, alguns alunos criaram uma expectativa em relação ao projeto de modelagem:

Joseph e Thaísa perguntaram à professora sobre a pesquisa que vamos fazer. Também perguntaram o que era modelagem matemática. Em outro momento, Joseph e George comentaram sobre o fato de a atividade ser realizada em grupo e não envolver um livro. Joseph comentou que acha que o projeto vai ser interessante e que vai torcer para que o projeto seja na turma dele.

(Caderno de Campo, 20/03/2014)

Cláudia, Fernanda e Sophie cobraram da turma que não esquecessem os documentos com as assinaturas<sup>30</sup>. Falaram que estavam curiosas para começar uma atividade de matemática em que tinham que pesquisar.

(Caderno de Campo, 27/03/2014)

Assim, no dia em que o projeto de modelagem foi iniciado, a professora Flávia e eu optamos por começar esclarecendo como seria seu desenvolvimento:

**Pesquisadora:** Pessoal [...], vamos começar hoje a atividade de modelagem [...]. Bom, em atividades de modelagem matemática escolhemos uma situação real e analisamos algum aspecto usando a matemática.

**Professora:** Nesta atividade vamos usar a matemática em situações do cotidiano mesmo.

[...]

**Pesquisadora:** Não vamos criar uma situação-problema para ser resolvida. Vamos usar dados reais. E são vocês quem vão escolher.

**Vladimir:** Dessa vez não vamos comprar 100 melões? [Risos]

**Joseph:** Tipo em Física que tem a aceleração e a gente pega um carro na curva.

**Pesquisadora:** Hum, não. Na primeira etapa da atividade, temos que escolher um tema da realidade para investigar. Eu e a professora trouxemos alguns para vocês entenderem o que é.

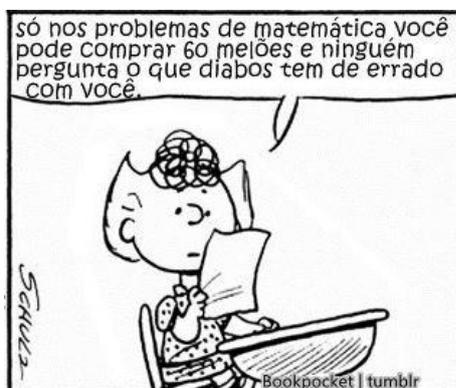
(Transcrição do áudio e vídeo, 01/04/2014)

Neste trecho, podemos identificar, na fala de Vladimir, um questionamento em relação ao teor dos problemas de matemática quando inserem “situações reais”. Ao final da aula, perguntei ao aluno o porquê de seu questionamento e ele disse que estava se referindo à personagem Sally, criada por Charles Schulz nas tirinhas de

<sup>30</sup> As alunas se referiam ao Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e ao Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE), documentos que apresentavam informações sobre a pesquisa e convidavam aos sujeitos para participar voluntária e sigilosamente da pesquisa. O TCLE se destinou aos responsáveis pelos alunos, e o TALE aos alunos.

*Peanuts* (Figura 3). Vladimir completou dizendo que os problemas de matemática não fazem sentido para ele, que no dia a dia os valores não são “redondos”.

**Figura 3 - Charge a que o aluno Vladimir se referiu**



Fonte: [www.albanirasenastm.wordpress.com](http://www.albanirasenastm.wordpress.com)

A fala de Vladimir ilustra algo que problematizei na Introdução desta dissertação. Os alunos questionam sobre a utilidade dos conteúdos de matemática que estão estudando e argumentam que não veem relação destes com as situações reais. No caso de Vladimir, talvez essa relação não seja percebida em virtude do uso de situações fictícias nos problemas de matemática e do uso de situações com dados reais alterados, dando origem ao que Alsina (2007) denomina, respectivamente, realidades inventadas e realidades falsas e manipuladas e ao que Skovsmose (2000) chama de semirrealidade. Essas são situações aparentemente reais (pois contam com palavras e dados de uso cotidiano), mas são modificadas ou criadas para poder dar lugar a exercícios matemáticos rotineiros.

A fala de Joseph se aproxima da fala de Vladimir ao expor a maneira como as atividades associam um conteúdo a uma situação da realidade.

Em suma, Vladimir e Joseph parecem criticar a forma como realidade e matemática se relacionam no contexto escolar: as situações reais alteradas para que a matemática utilizada seja a mesma de exercícios rotineiros ou com as situações reais apresentadas apenas como exemplos de aplicação para determinados conteúdos. Estes apontamentos são anteriores ao desenvolvimento do projeto. As próximas seções e subseções, assim como os próximos capítulos,

irão tratar das referências à realidade e à matemática durante o desenvolvimento do projeto de modelagem.

Após a discussão inicial, a professora e eu apresentamos aos alunos os temas selecionados pela professora e por mim, como relatado a seguir.

## **4.2. Escolha do tema**

Esta fase contempla a escolha do tema e a definição das situações-problema que aconteceram nos dias 01, 07 e 15 de abril de 2014. Os dados apresentados nesta fase são decorrentes das gravações em áudio e vídeo, anotações no caderno de campo e materiais produzidos pelos alunos. As quatro subseções contemplam, cada uma, um episódio referente à fase *escolha do tema*.

### **4.2.1. Episódio 1: Temas sugeridos pela professora e pela pesquisadora**

Os dados descritos nesta subseção são oriundos da gravação em áudio e em vídeo do primeiro encontro para desenvolvimento do projeto de modelagem, realizado no dia 01 de abril de 2014. Naquele momento, os alunos estavam dispostos em fileiras, com os grupos ainda não definidos.

Para esse primeiro encontro, a professora e eu elaboramos uma lista de possíveis temas a serem abordados no projeto de modelagem. Para apresentar aos alunos a nossa lista, a professora e eu apresentamos um vídeo relacionado a um dos temas; para os outros temas, conversamos sobre alguns aspectos a fim de que os alunos participassem da discussão. Informamos que escolheríamos um tema único para toda a turma e que eles, os alunos, poderiam indicar outros temas para uma votação ao final da aula.

O vídeo exibido se referia ao crescimento rápido das redes sociais<sup>31</sup>. Após sua apresentação, questionei os alunos sobre o que tratava o vídeo e apresentei os outros temas:

---

<sup>31</sup> Vídeo disponível em: <<https://vimeo.com/24773193>>. Último acesso em: 31 mar. 2015.

**Pesquisadora:** Sobre o que era o vídeo?

**Vladimir:** Sobre as redes sociais, o Facebook, o Instagram, o MSN.

**Catherine:** É sobre o número de pessoas que usam as redes sociais. Tinham umas ali que eu nunca ouvi falar.

[...]

**Pesquisadora:** Ok, então... esse é um dos temas que estamos propondo pra vocês [Pesquisadora escreve no quadro *o uso das mídias sociais*]. Para os outros temas, pegamos fatos muito discutidos no ano passado e neste ano.

**Vera:** A copa<sup>32</sup>, né?

**Joseph:** Eleições<sup>33</sup>, manifestações<sup>34</sup>...

**Pesquisadora:** Sim. Mas, pensamos em analisar a Copa do Mundo a partir do processo de meia-entrada [no transporte público]. [Pesquisadora escreve no quadro *a Copa do Mundo e o processo de meia-entrada*]

[...]

**Pesquisadora:** Vocês também falaram eleições. Um tema possível que pensamos seriam as eleições relacionadas ao voto facultativo. [Pesquisadora escreve no quadro *eleições no Brasil e o voto a partir dos 16 anos*]

**Joseph:** E as manifestações? [Pesquisadora escreve no quadro *manifestações populares*<sup>35</sup>]

**Pesquisadora:** Vendo alguns acontecimentos aqui no bairro, pensei em sugerir [dois temas]... investigar sobre a desapropriação de moradores e sobre as migrações internacionais. [Pesquisadora escreve no quadro *desapropriação de moradores e a obra Antunes*<sup>36</sup>, e *migrações internacionais*].

**Cecília:** Ah, é. Minha tia teve que sair da casa dela por causa da obra<sup>37</sup>.

[...]

**Vladimir:** E migrações... internacionais? O que é isso?

<sup>32</sup> A 20ª edição da Copa do Mundo de futebol masculino foi realizada no Brasil de 12 de junho a 13 de julho de 2014.

<sup>33</sup> No mês de outubro de 2014 ocorreram no Brasil, em nível federal, eleições para presidente, senador, deputado federal, e em nível regional, eleições para governador e deputado estadual.

<sup>34</sup> Em 2013, ocorreram diversas manifestações populares por todo o Brasil, para contestar o aumento nas tarifas de transporte público, que se estenderam a outras contestações como os gastos públicos em grandes eventos esportivos internacionais (Copa do Mundo), a má qualidade dos serviços públicos e a indignação com a corrupção política em geral. Em 2014, as manifestações populares protestaram contra a realização da Copa do Mundo no país, questionando o gasto nas construções de estádios e outras estruturas.

<sup>35</sup> Este tema, assim como todos os temas escritos no quadro pela pesquisadora, fazia parte da lista elaborada pela professora e pesquisadora.

<sup>36</sup> O nome da via é fictício.

<sup>37</sup> No período que antecedeu a Copa do Mundo, foram realizadas obras nas cidades-sedes, o que ocasionou desapropriação de moradores para a construção de vias.

**Laura:** É quando uma pessoa vai de um lugar, tipo de um país para outro. Tem a ver com os cubanos<sup>38</sup>?

**Pesquisadora:** Sim...

**Catherine:** No posto [de saúde] tem um tanto de cubano trabalhando, eu acho que meu vizinho até alugou a casa pra um.

**Pesquisadora:** Desse jeito um foco é o programa do governo Mais Médicos.

[...]

**Pesquisadora:** Pensamos também em *meio passe estudantil*<sup>39</sup> [...] *planos de internet e violência no futebol*. [Pesquisadora escreve no quadro os três temas]

(Transcrição do áudio e vídeo, 01/04/2014)

A professora e eu pretendíamos que os alunos escolhessem um único tema para que toda a turma investigasse por meio da matemática. Assim, a apresentação dos temas seria uma maneira de orientar e dar exemplos aos alunos para a escolha final da situação-problema a ser investigada<sup>40</sup>, sendo concedida aos alunos a possibilidade de indicar outros temas.

A sugestão dos temas indicados pela professora e por mim não foi feita de forma aleatória. Ao fazermos esse planejamento, pretendíamos que os temas apresentados se direcionassem para o interesse dos alunos (HERMÍNIO, 2009). Para identificar alguns temas de interesses dos alunos da turma em questão, adotamos alguns critérios. Consideramos os comentários mais recorrentes dos alunos durante as minhas observações da turma, até o momento do início da escolha do tema, e as orientações da professora Flávia, que já havia lecionado para a turma no ano anterior. Além disso, conversei com a vice-diretora, outros professores e funcionários da escola, na tentativa de buscar situações de interesse dos alunos. Também explorei *sites* na internet que falavam sobre quais assuntos na atualidade mais despertavam interesse nos jovens. Outra fonte considerada foram os noticiários locais obtidos através de jornais impressos disponibilizados gratuitamente por uma mercearia local. Por fim, a professora e eu fizemos uma

<sup>38</sup> No ano de 2013, o governo federal brasileiro lançou o programa Mais Médicos com o objetivo de trazer médicos de outros países para suprir a carência de médicos nos municípios do interior e nas periferias das grandes cidades do Brasil. O programa recebeu inscrições de portugueses, argentinos, espanhóis e principalmente cubanos, que tinham um regime de contratação diferenciado devido a uma negociação do governo brasileiro com o governo cubano.

<sup>39</sup> Meio passe estudantil se refere ao auxílio transporte escolar.

<sup>40</sup> Nesta pesquisa, entende-se que, inicialmente, se escolhe um tema e que, após delimitações, destaca-se uma situação-problema a ser investigada.

seleção de nove temas a serem apresentados à turma: *o uso das mídias sociais; violência no futebol; Copa do Mundo e o processo de meia-entrada; eleições no Brasil e o voto a partir dos 16 anos; meio passe estudantil; migrações internacionais; desapropriação de moradores: via Antunes; planos de internet; manifestações populares.*

Nem todas as situações decorreram de uma mesma indicação ou motivação. O tema *o uso das mídias sociais* foi sugerido em virtude de os alunos falarem frequentemente sobre assuntos que derivavam de mídias sociais e de este tema ser apontado por determinados *sites* como um tema de interesse dos jovens. *Violência no futebol* também era um tema sobre o qual os alunos falavam frequentemente. Alguns dos meninos da turma estavam tentando se tornar jogador de futebol profissional e os comentários sobre futebol eram recorrentes. Um aspecto muito abordado era a violência entre os próprios jogadores, profissionais e amadores. Além disso, este era um tema muito debatido na mídia esportiva no período inicial da pesquisa<sup>41</sup>. O tema *Copa do Mundo e o processo de meia-entrada* foi sugerido a partir de conversas com os funcionários da escola. Eles apontaram que os alunos demonstravam interesse sobre a Copa do Mundo. A professora Flávia e eu optamos por delimitar o tema associando ao processo de meia-entrada. O tema *eleições no Brasil e o voto a partir dos 16 anos* foi apontado a partir de alguns questionamentos dos alunos sobre as eleições e o voto facultativo entre 16 e 18 anos. O tema *meio passe estudantil* foi apresentado em decorrência de conversas com a professora Flávia e a vice-diretora. *Migrações internacionais e desapropriação de moradores: via Antunes* decorreram dos noticiários locais, que abordavam sobre a presença de imigrantes cubanos, bolivianos e haitianos na região. As reportagens alegavam que a mudança de país estava relacionada a estudos, a trabalho e à busca por melhores condições de vida. Os jornais também noticiavam sobre a desapropriação de moradores para a construção de uma via para dar maior mobilidade, principalmente durante a Copa do Mundo, a moradores e turistas. O tema *plano de internet* foi selecionado em virtude do uso corrente dos dados móveis do celular pelos alunos e por sugestão da professora Flávia. Por fim, o tema *manifestações populares* foi elencado em virtude das participações de alguns dos alunos da escola em reivindicações contra a Copa do Mundo.

---

<sup>41</sup> Esse período corresponde a março de 2014.

Após a indicação dos temas, foi lembrado aos alunos que eles escolheriam o tema a ser investigado e que não precisavam escolher um tema dentre os que foram apresentados. A subseção a seguir contém um episódio em que os alunos sugeriram alguns temas.

#### 4.2.2. Episódio 2: Temas sugeridos pelos alunos e a votação

Os dados descritos nesta etapa foram obtidos do áudio e do vídeo do primeiro encontro do projeto desenvolvido no dia 01 de abril de 2014. Naquele momento, os alunos ainda estavam dispostos em fileiras, com os grupos não definidos.

Após as indicações minhas e da professora, os alunos passaram a sugerir outros temas que foram acrescentados à lista de opções para votação. Os temas sugeridos pelos alunos foram: *Marco Civil da Internet; astronomia; taxas e impostos; Programa Jovem Aprendiz; legalização da maconha; música; BRT (Move); política.*

O trecho a seguir descreve as indicações realizadas pelos alunos:

**Whesley:** No lugar dos planos de internet, acho melhor o Marco Civil da Internet.

**Mário:** O que é isso?

**Whesley:** Não sei explicar direito, sei que é sobre a neutralidade.

**Elizabeth:** É uma lei para controlar a internet no Brasil. [Pesquisadora escreve no quadro *Marco Civil da Internet*]

[...]

**Joseph:** Tem dois temas que eu pensei... astronomia e impostos... taxas e impostos.

**Professora:** Impostos? Mas por quê?

**Vladimir:** Você paga imposto? [Risos]

**Joseph:** Ainda não, não sei... Mas nossos pais pagam, um dia vamos pagar. [Pesquisadora escreve no quadro *taxas e impostos*]

**Pesquisadora:** E astronomia, por quê?

**Beatriz:** Astronomia eu acho legal.

**Cláudia:** Eu também.

**Joseph:** Eu me interesso por esse tema, apesar de que eu não sei muito... Sei lá, pesquisar sobre a teoria da relatividade... [Professora e pesquisadora aparentam surpresa com a indicação]

**Pesquisadora:** Vou colocar astronomia aqui, depois definimos tá? [Pesquisadora escreve no quadro *astronomia*]

**Professora:** O que mais, gente?

**Júlia:** Programa Jovem Aprendiz.

**Vladimir:** Legalização da maconha. [Risos]

**Thomas:** Eu quero pesquisar sobre música. [Pesquisadora escreve no quadro *Programa Jovem Aprendiz e legalização da maconha*]

**Misael:** Boa ideia. [Comentário referente à sugestão do tema *música*]

**Pesquisadora:** O que relacionado à música? [Os alunos não respondem por que são interrompidos pela próxima fala]

**Tháisa:** O BRT, professora. [Pesquisadora escreve no quadro *BRT- Move*]

**Thomas:** Escreve música aí, professora. [Pesquisadora escreve no quadro *música*]

**Francisco:** Política também é interessante. [Pesquisadora escreve no quadro *política*]

(Transcrição do áudio e vídeo, 01/04/2014)

Alertei aos alunos que alguns dos temas precisavam ser delimitados, como por exemplo, *política*, *astronomia* e *música*. Os alunos pediram que os temas fossem considerados e posteriormente a delimitação seria feita caso os temas fossem escolhidos, e também solicitaram que houvesse a possibilidade de votar em mais de um tema. A professora e eu concordamos e propusemos aos alunos que votassem em até dois temas. Antes da votação, alguns comentários chamaram a atenção:

**Tháisa:** Não quero pesquisar sobre rede social, já gasto muito tempo com isso.

[...]

**George:** Manifestações e Copa não, gente, esse assunto já deu.

[...]

**Vladimir:** Legalização da maconha é brincadeira. Só estava testando se podia qualquer coisa mesmo.

(Transcrição do áudio e vídeo, 01/04/2014)

Ao final, realizamos a votação e os temas mais votados foram *música* (com 21 votos), *o uso das mídias sociais* (com 13 votos) e *astronomia* (com 11 votos). *O uso das mídias sociais* foi o único tema proposto pela professora e por mim, escolhido pelos alunos.

Além do questionamento da professora em relação à sugestão do tema *taxas e impostos*, outro tema que nos causou estranheza foi *astronomia*. O trecho abaixo decorre de uma conversa entre a professora e eu ao final da aula:

**Pesquisadora:** Você sabe por que eles escolheram astronomia?

**Professora:** Estranho, né? Eu não sei.

**Pesquisadora:** Tem um cartaz na sala dos professores sobre a Olimpíada Brasileira de Astronomia. Eles [os alunos] estão participando?

**Professora:** Eu não reparei [no cartaz]. Depois temos que olhar.

(Transcrição do áudio, 01/04/2014)

Como *música* havia sido o tema mais votado, a professora, os alunos e eu passamos a dialogar sobre o quê, relacionado à *música*, os alunos gostariam de investigar. Diante das dificuldades dos alunos em apresentar delimitações e das argumentações contrárias dos alunos que votaram em outros temas, a professora e eu definimos que, no encontro seguinte, a turma deveria apresentar qual dentre os três temas gostariam de investigar, apresentando uma situação-problema delimitada e uma justificativa. Para tal, os alunos foram informados que deveriam formar grupos pensando na situação-problema de interesse comum. O segundo encontro, em que aconteceu uma delimitação inicial dos temas, é apresentado na próxima seção.

#### 4.2.3. Episódio 3: Delimitando os temas

Os dados descritos nesta subseção são oriundos da gravação em vídeo do segundo encontro do projeto de modelagem, realizado no dia 07 de abril de 2014. Naquele momento, os alunos estavam organizados em grupos, sentados em círculos. Como os alunos haviam sido orientados a criar grupos ao final do primeiro encontro de acordo com a afinidade com os temas, fora do ambiente da sala de aula, os alunos definiram a formação e chegaram ao segundo encontro com os grupos já formados. Diferentemente do que foi proposto no encontro anterior, alguns grupos haviam se formado a partir das afinidades com os colegas.

Neste encontro, em que se formaram oito grupos, os alunos apresentaram um registro realizado por eles, contendo reflexões sobre o tema escolhido. Dos grupos formados, quatro votaram em *música*, três votaram em *o uso das mídias sociais* e um grupo relatou que estava indeciso. Apenas um dos grupos apresentou uma delimitação: este grupo votou em *o uso das mídias sociais* e registrou que gostaria de investigar a respeito dos *jogos on-line*. Observa-se que neste momento o tema *astronomia* saiu de cena. Conversando com o grupo que estava indeciso, descobri

que estavam indecisos entre *astronomia* e *música*. Como a maioria dos grupos não tinha delimitado a situação-problema a ser investigada e nem mesmo justificado a escolha do tema, a professora e eu pedimos a eles que discutissem situações reais relacionadas à *astronomia*, *o uso das mídias sociais* e *música* e buscassem falar porque pretendiam pesquisar sobre o assunto. *A existência de vida em outros planetas e movimento dos astros* foram situações reais mencionadas em relação à *astronomia*. *Pirataria, cobrança de cachês e ganho com visualizações de vídeos* foram situações apresentadas em relação à *música*. Em relação ao *uso das mídias sociais*, um aluno chegou a cogitar abordar sobre *privacidade*, mas foi convencido pelo grupo de que essa delimitação não seria interessante. As justificativas de todos os grupos, para os temas escolhidos, pareciam envolver dois aspectos: o interesse ou a curiosidade pelo tema.

Durante a delimitação dos temas, questionei um dos grupos sobre a escolha pelo tema *astronomia*:

**Pesquisadora:** Rodrigo, por que seu grupo queria pesquisar sobre astronomia?

**Rodrigo:** Não sei falar porque não, sei que gostaria de estudar, [...] talvez a existência de vida em outro planeta. [Professora e pesquisadora fazem uma expressão de espanto]

[...]

**Pesquisadora:** Vocês haviam votado em astronomia e agora nenhum dos grupos escolheu astronomia. Por que isso?

**Rodrigo:** Eu ainda quero pesquisar sobre astronomia. [...] Mas tem gente do grupo que acha que pesquisar sobre existência de vida em outro planeta é pesquisar sobre coisa que a gente nem sabe se existe.

**Vladimir:** Existe sim. O pessoal de [incompreensível] fala que tem.

**Rodrigo:** Mas tem gente que estuda sobre isso, tem pesquisa que...

**Sophie:** Ah, já vi no jornal que tem planetas que podem ter vida lá.

(Transcrição do áudio e vídeo, 03/04/2014)

Diante dos argumentos dos alunos em defesa da situação escolhida pelos respectivos grupos e do pedido destes para que cada grupo trabalhasse com a situação em que votaram, a professora e eu decidimos que cada grupo abordaria um dentre os três temas que foram mais votados no primeiro encontro. No encontro seguinte, os alunos deveriam trazer a delimitação do tema, e materiais que serviriam

para pesquisa, para, assim, definir um objetivo a ser analisado ou uma pergunta a ser investigada.

#### 4.2.4. Episódio 4: Definição das situações-problema

Os dados apresentados nesta subseção são oriundos de anotações do caderno de campo e trechos do vídeo do terceiro encontro, realizado no dia 15 de abril de 2014. Esse encontro durou menos de 50 minutos em virtude da realização de revisão para uma prova. Assim, os alunos informaram à professora e a mim a situação-problema a ser pesquisada e o motivo da escolha. Com a ocorrência de paralisações na escola e mudanças de horários, a professora e eu decidimos criar um ambiente virtual para que o projeto também fosse discutido a distância. Como boa parte dos projetos realizados na escola tinha um grupo virtual, alguns alunos pediram que fosse criado um para o projeto de modelagem, o que foi consentido pela professora e por mim. Em virtude da definição das situações e do remanejamento de alunos nas turmas da escola, ocorreu alteração nos grupos. Ao final, formaram-se sete grupos. Os temas e as respectivas situações-problema, de cada grupo, são apresentados no Quadro 5.

Apenas um dos grupos escolheu uma situação relacionada à *música*, dois grupos escolheram situações relacionadas ao *uso das mídias sociais* e quatro grupos escolheram situações voltadas às questões de *astronomia*.

Em relação às situações-problema, exponho algumas observações feitas no caderno de campo. O grupo que escolheu a situação *Produção musical* informou que pretendia investigar o processo de gravação de músicas e seus aspectos inerentes, como tecnologias e gastos. A escolha pela situação ocorreu em virtude de o grupo se interessar por música.

O grupo que escolheu a situação *League of Legends (LoL)* relatou que este é um jogo *on-line* em que vários jogadores formam um time que disputam com outras equipes ou contra times controlados pelo computador. É um jogo em que as pessoas jogam gratuitamente, mas têm opções de compra de pontos para personagens e para melhorar a aparência do jogo. Os alunos do grupo

mencionaram que escolheram a situação para investigar porque eles jogavam o LoL e porque gostariam de investigar algumas informações sobre o jogo.

**Quadro 5 - Definição das situações-problema**

<b>Temas</b>	<b>Situações-problema</b>	<b>Alunos</b>
Música	Produção musical	Arnaldo, Carlos, Marco, Mário, Misael, Thomas <sup>42</sup>
Uso das mídias sociais	Jogos <i>on-line</i> : League of Legends	Felipe, Martin, Murilo, Pedro, Whesley
	Jogos <i>on-line</i> : Call of Duty x Battlefield	Caio, Francisco <sup>43</sup>
Astronomia	Existência de vida em outros planetas	Duília, Fernando, Gladys, Rita, Rodrigo, Rosaly
	Existência de vida em outro planeta: Kepler-186f <sup>44</sup>	Cecília, Elizabeth, Sophie, Vera, Yeda <sup>45</sup>
	Eclipse lunar	Beatriz, Cláudia, Fernanda, Marcelle, Susan
	Buraco negro	Catherine, George, Joseph, Laura, Thaísa, Vladimir <sup>46</sup>

Fonte: Dados da pesquisa

O grupo que escolheu *Call of Duty x Battlefield* informou que estes são jogos eletrônicos de tiro ambientados, em sua maioria, na Segunda Guerra Mundial. As séries dos jogos possuem, além da versão para computadores, versão para consoles e portáteis de videogames. Os jogos possuem algumas versões gratuitas. O grupo escolheu essa situação porque jogavam os dois jogos e gostaria de discutir qual dos dois era o melhor jogo.

<sup>42</sup> O grupo tinha oito integrantes, mas dois deles não aceitaram participar da pesquisa. Desta forma, não serão mencionados, assim como suas falas.

<sup>43</sup> O grupo tinha quatro integrantes, mas dois deles não aceitaram participar da pesquisa. Desta forma, não serão mencionados, assim como suas falas.

<sup>44</sup> No dia 15 de abril o grupo definiu que pesquisaria sobre a existência de vida em outro planeta. No dia 18 de abril decidiu considerar esse aspecto apenas para o planeta recém-descoberto Kepler-186f.

<sup>45</sup> O grupo tinha seis integrantes, mas um deles não aceitou participar da pesquisa. Desta forma, não será mencionado, assim como suas falas.

<sup>46</sup> O grupo tinha sete integrantes, mas um deles não aceitou participar da pesquisa. Desta forma, não será mencionado, assim como suas falas.

O grupo que escolheu a *Existência de vida em outros planetas* disse que essa situação se refere à possibilidade de existência de planetas habitáveis, sendo que a escolheu devido à curiosidade sobre o tema e não saber muitas informações sobre a situação.

Em relação à situação *Kepler-186*<sup>47</sup>, o grupo mencionou que é um exoplaneta que foi descoberto em 04 de abril de 2014, que tem o tamanho semelhante ao planeta Terra e que pode ter vida. O grupo escolheu essa situação porque se interessava por temas relacionados à astronomia e tratava-se de uma descoberta recente de que não se tinha muitas informações.

O grupo que escolheu *Eclipse lunar* mencionou que é um fenômeno astronômico que ocorre quando a lua é ocultada totalmente ou parcialmente pela sombra da Terra. O grupo escolheu essa situação porque se interessava por aspectos relacionados à astronomia.

O grupo que escolheu *Buraco negro* disse que se tratava de uma região do espaço que possui uma quantidade tão grande de massa concentrada que nada consegue escapar de sua força gravitacional, nem mesmo a luz. Para este grupo, em específico, não havia uma unanimidade na escolha do tema. Joseph sugeriu o tema e foi apoiado, inicialmente, por Catherine e Thaísa. Os outros integrantes queriam pesquisar outra situação relacionada à astronomia; entretanto, acabaram aceitando a sugestão de Joseph.

A escolha da situação *Buraco negro* causou estranhamento em outros grupos:

**Vera:** A professora disse que tem que ser alguma coisa da realidade e isso não é da realidade.

**Joseph:** Isso está todos os dias na mídia, na TV.

(Transcrição ao áudio e vídeo, 15/04/2014)

No vídeo do terceiro encontro, também foi possível identificar uma troca de olhares entre a professora e eu, e uma expressão de espanto no momento em que um dos grupos disse que iria investigar sobre *Buraco negro*.

<sup>47</sup> A partir de agora irei me referir ao grupo que pesquisou sobre a existência de vida no planeta Kepler-186f, apenas como Kepler-186f.

Apresentados os quatro episódios referentes à fase *escolha do tema*, na seção a seguir analiso os dados expostos considerando os seguintes questionamentos: *qual é a referência à realidade que os sujeitos fazem?*; *qual é a referência à matemática que os sujeitos fazem?* e *como se relacionam essas referências para os sujeitos?*.

### 4.3. Análise

Como pode ser constatado nas subseções anteriores, os episódios 1 a 4 tratam prioritariamente da escolha de temas e a definição de situações-problema, e os sujeitos, na escolha dos temas e das situações-problema, não fizeram referência à matemática. Então, entendo que, nesta fase do projeto, houve referência apenas à realidade por parte dos sujeitos envolvidos.

Em relação ao primeiro episódio, fazendo uma apreciação dos temas apresentados pela professora e por mim, entendo que, para nós, uma interpretação sobre como atender aos interesses dos alunos (HERMÍNIO, 2009) seria propor temas relacionados com a faixa etária e o entorno social dos alunos.

Analisando os temas *eleições e o voto a partir dos 16 anos; Copa do Mundo e o processo de meia-entrada e meio passe estudantil*, percebe-se que os temas são delimitados de tal forma a considerar a faixa etária da turma e a situação dos sujeitos enquanto estudantes. O tema *eleições no Brasil e o voto a partir dos 16 anos* parece especular sobre o fato de que os alunos, dentro de um ou dois anos, poderiam, facultativamente, participar de eleições realizando o exercício do voto. Os temas *Copa do Mundo e o processo de meia-entrada e meio-passe estudantil* se conectam a partir de uma das possíveis condições, a de estudante, para requerer a meia-entrada ou o meio-passe.

No caso dos temas *migrações internacionais e desapropriação de moradores: via Antunes*, há relação direta dos temas com o entorno da escola:

**Pesquisadora:** Vendo alguns acontecimentos aqui no bairro, pensei em sugerir investigar sobre a desapropriação de moradores e sobre as migrações internacionais.

(Transcrição do áudio e do vídeo, 01/04/2014)

Talvez os temas propostos pela professora e por mim tenham sido influenciados pelas nossas referências à realidade. Nossas sugestões de temas e os motivos que nos levaram a fazer tais sugestões indicam, a princípio, que a professora e eu entendíamos a realidade como algo com o qual eles estavam acostumados, como um meio em que os alunos estavam inseridos, como algo que estaria próximo aos alunos: a realidade da faixa etária e a realidade do entorno social, o que Duarte Júnior (2004) denomina de realidade não problemática.

Pabis (2012) afirma que, quando nos questionamos a respeito da realidade, um entendimento que temos se refere a compreender que a realidade é tudo o que nos rodeia, sendo composta do meio físico no qual o sujeito está inserido. Dessa forma, a realidade é entendida em termos da comunidade em que os sujeitos estão inseridos. Nessa afirmação, novamente há o destaque para o entorno social.

Anastácio e Doval (2005), buscando compreender a realidade no processo de modelagem, apoiados em Berger e Luckmann (2004), também concebem a realidade como o entorno social em que os sujeitos estão envolvidos. Além disso, consideram a concepção de múltiplas realidades, repletas de símbolos e signos que o sujeito compreende na medida em que se insere nelas.

Considerando a questão *qual é a referência à realidade que os sujeitos fazem?*, identifico que os temas que fazem referência à realidade, para a professora e para mim, circundavam situações de um contexto próximo ao que os alunos estavam inseridos e pelo qual manifestavam interesse.

No episódio 2, foram apontadas reações de estranhamento minhas e da professora diante da escolha dos alunos em relação à *astronomia*:

**Pesquisadora:** Você sabe por que eles escolheram astronomia?

**Professora:** Estranho, né? Eu não sei.

**Pesquisadora:** Tem um cartaz na sala dos professores sobre a Olimpíada Brasileira de Astronomia. Eles [os alunos] estão participando?

**Professora:** Eu não reparei [no cartaz]. Depois temos que olhar.

(Transcrição do áudio, 01/04/2014)

O mesmo estranhamento ocorreu, por parte da professora Flávia, face à indicação do tema *taxas e impostos*. Podemos, então, concluir que a minha reação e

a da professora diante da escolha dos alunos em relação à *astronomia* e às *taxas e impostos* referem-se a considerar que tais temas não seriam da realidade dos alunos? Levando em conta a forma como, em princípio, a professora e eu fazíamos referência à realidade como um contexto próximo ao que os alunos estavam inseridos e manifestavam interesse, posso dizer que o estranhamento inicial se devia ao fato de não considerarmos os temas como sendo de interesse dos alunos. Na literatura de modelagem, algumas das expressões usadas para se referir a situações reais são situações ou problemas de interesse dos alunos. Malheiros (2004), por exemplo, concebe a modelagem “como uma estratégia pedagógica, na qual os alunos, a partir de um tema ou problema de interesse deles, utilizam conteúdos matemáticos para investigá-lo ou resolvê-lo, tendo o professor como um orientador durante todo o processo” (p. 69).

De certa forma, esse estranhamento também estava ligado à imprevisibilidade da atividade, pois alguns dos temas, por exemplo, *astronomia* e *taxas e impostos*, não tinham sido pensados por nós. A professora mesclava aulas de matemática consideradas tradicionais, com uma abordagem de uma nova estratégia pedagógica em que não se podem prever quais questões irão surgir, transitando, assim, de uma *zona de conforto* para uma *zona de risco* (PENTEADO, 1999).

Ainda em relação ao episódio 2, como podemos interpretar as referências que os alunos fazem à realidade a partir dos temas sugeridos? A indicação do tema *Programa Jovem Aprendiz* entendo como uma referência à realidade a partir do entorno social dos alunos. Além disso, os alunos indicaram que algumas situações do entorno social não despertam interesse pelo fato de os alunos estarem familiarizados com elas e de serem constantemente abordadas:

**Tháisa:** Não quero pesquisar sobre rede social, já gasto muito tempo com isso.

[...]

**George:** Manifestações e Copa não, gente, esse assunto já deu.

(Transcrição do áudio e vídeo, 01/04/2014)

Mas os temas *astronomia* e *taxas e impostos* concebo que não fazem referência a um entorno social sobre o qual os alunos possuem conhecimento:

**Joseph:** Tem dois temas que eu pensei... astronomia e impostos... taxas e impostos.

**Professora:** Impostos? Mas por quê?

[...]

**Joseph:** Ainda não, não sei... Mas nossos pais pagam, um dia vamos pagar.

**Pesquisadora:** E astronomia, por quê?

[...]

**Joseph:** Eu me interesse por esse tema, apesar de que eu não sei muito...

(Transcrição do áudio, 01/04/2014)

No caso de Joseph, há referência à realidade da qual deseja fazer parte ou vir a ter determinado conhecimento. Analisando a partir de Duarte Júnior (2004), essa realidade pode também envolver o cotidiano, como no caso de *taxas e impostos*, mas de uma maneira mais distante e menos conhecida. Dessa maneira, entendo que os alunos não fazem referência à realidade considerando apenas o entorno social no qual estão inseridos, há também referência à realidade da qual desejam fazer parte ou vir a ter determinado conhecimento.

Esta referência à realidade da qual desejam fazer parte ou vir a ter determinado conhecimento fica mais clara no episódio 3. Neste episódio, analisando as primeiras situações-problema apontadas pelos alunos, percebe-se que algumas situações não faziam parte do entorno social no qual os alunos estavam inseridos, como no caso da situação *a Existência de vida em outros planetas*. Foi verificado que os alunos não estavam envolvidos em nenhum projeto relacionado à astronomia, tão pouco tinham alguma atividade na escola, ou fora dela, relacionada ao assunto. O conhecimento que eles tinham sobre a situação era o conhecimento transmitido socialmente, como por exemplo, por meio da mídia:

**Rodrigo:** Eu ainda quero pesquisar sobre astronomia. [...] Mas tem gente do grupo que acha que pesquisar sobre existência de vida em outro planeta, é pesquisar sobre coisa que a gente nem sabe se existe.

**Vladimir:** Existe sim. O pessoal de [incompreensível] fala que tem.

**Rodrigo:** Mas tem gente que estuda sobre isso, tem pesquisa que...

**Sophie:** Ah, já vi no jornal que tem planetas que podem ter vida lá.

(Transcrição do áudio e vídeo, 03/04/2014)

Nesse sentido, aquilo que é visto e ouvido pelos outros e por nós mesmos constitui a referência à realidade, ou seja, “a presença de outros que veem o que

vemos e ouvem o que ouvimos garante-nos a [referência à] realidade do mundo e de nós mesmos” (ARENDR, 2008, p. 60).

A situação a *Existência de vida em outros planetas* adapta-se à percepção da realidade como problemática (DUARTE JÚNIOR, 2004). Os alunos não convivem diretamente com as questões relacionadas à *Existência de vida em outros planetas*, trata-se de uma realidade distante, da qual têm informações que são circuladas por outras pessoas e pela mídia.

Nesse sentido, a referência à realidade da qual desejam fazer parte ou vir a ter determinado conhecimento está associada às informações recebidas, à história e à perspectiva de vida. Assim, esta análise também pode considerar os conceitos de *background* e *foreground* (SKOVSMOSE *et al.*, 2009). De acordo com Skovsmose *et al.* (2009), o *background* está relacionado às origens culturais e sociopolíticas de um indivíduo; o *foreground*, às perspectivas do indivíduo em relação ao futuro. Segundo Campos (2013), o *background* se refere à história de vida do indivíduo e o *foreground* se refere às perspectivas, em relação ao futuro, do que se vislumbra como possível em um contexto particular.

Skovsmose *et al.* (2009) esclarecem que:

[...] o *foreground* não é um *a priori* dado às pessoas: é uma experiência de possibilidades interpretada de forma pessoal. Podemos então falar de múltiplos *foregrounds*, já que eles podem desenvolver-se de maneiras distintas, dependendo da situação. Uma pessoa não sustenta, necessariamente, uma expectativa universal, mas move-se entre diferentes expectativas e perspectivas quanto ao futuro (SKOVSMOSE *et al.*, 2009, p. 242-243).

Considerando, assim, as maneiras distintas de interpretação e as distintas histórias de vida, entendo que os alunos fazem referência à realidade, da qual desejam fazer parte ou vir a ter determinado conhecimento, a partir de aspectos de seu *background* e de seu *foreground*.

Para os alunos que questionaram sobre a existência de tal situação, posso conjecturar que o fato de não ter certeza sobre a veracidade da situação faz com que não considere a situação como algo que exista, algo real. Segundo Duarte Júnior (2004), os conceitos de verdade e realidade caminham juntos e discutir um

implica discutir o outro. Assim sendo, o que não é difundido como verdade não se apresenta como real para determinados sujeitos.

Nota-se que a atividade de modelagem vai, aos poucos, sendo caracterizada pelas referências à realidade que se apresentam (ARAÚJO, 2007). No início, os temas que determinariam uma situação-problema ou um “problema da realidade” se caracterizam, nesta dissertação, como problemas do entorno social de interesse dos alunos. Com as sugestões dos alunos e as escolhas dos temas, foram incorporados “problemas da realidade” que, relacionados ao *background* e ao *foreground* dos alunos (SKOVSMOSE *et al.*, 2009), se referem a uma realidade que pode ser distante e menos conhecida (DUARTE JÚNIOR, 2004). Isto parece reforçar a ideia fenomenológica que faz referência a uma realidade não separada do homem e das interpretações que faz de seu *mundo-vida* (ANASTÁCIO, 1990; BICUDO, 2009). Nesse sentido, Bicudo (2009) nos coloca que o *mundo-vida* pode ser entendido

[...] como a espacialidade (modo de sermos no espaço) e temporalidade (modos de sermos no tempo) em que vivemos com os outros seres humanos e demais seres vivos e natureza, bem como com todas as explicações científicas, religiosas, e de outra natureza. Mundo não é um recipiente, uma coisa, mas um espaço que se estende à medida que as ações são efetuadas e cujo horizonte de compreensão se expande à medida que o sentido vai se fazendo para cada um de nós e para a comunidade (p. 141).

No episódio 4, com a delimitação das situações-problema, a referência a uma realidade distante, que é estabelecida e mantida como realidade por meio da mídia, também é identificada na situação *Buraco negro*:

**Vera:** A professora disse que tem que ser alguma coisa da realidade e isso não é da realidade.

**Joseph:** Isso está todos os dias na mídia, na TV.

(Transcrição ao áudio e vídeo, 15/04/2014)

Além disso, identifica-se que uma mesma situação pode se referir a uma situação da realidade para uns e não para outros. Nesse sentido, Berger e Luckmann (2004), que fazem referência à realidade como uma construção social, propõem que existem múltiplas realidades, repletas de signos ou símbolos que serão compreendidos pelo sujeito à medida que ele se insere nelas. Dessa maneira, parece-me que a forma como Joseph se insere na situação *Buraco negro* é distinta da forma como Vera se insere. Além disso, talvez para Vera a realidade das coisas

esteja relacionada ao que é percebido, ao que é visto, algo defendido pelos empiristas (ANASTÁCIO, 2010).

Entendo que a indicação de temas para a atividade de modelagem teve referências à realidade diferentes para a professora, para mim e para os alunos. A professora e eu fizemos, por meio da indicação dos temas, referência à realidade como pertencente a assuntos de interesse e como situações que envolvem o entorno social próximo. Os alunos fizeram, além dessas referências, referência à realidade como algo distante e menos conhecido. As distintas referências à realidade parecem, até este momento, se caracterizar e caminhar no sentido de um horizonte de relações no qual vivemos e nos situamos, fazendo assim com que cada sujeito crie, construa e perceba a realidade (BICUDO, 2000). As referências à realidade são motivadas a partir de “experiências diferenciadas e emaranhadas umas nas outras, [relacionadas] à realidade que se apresenta no aqui e agora e no lá, no passado e no futuro” (BICUDO, 2009, p. 150).

A partir dessa análise, compreendo que diferentes referências à realidade podem se configurar em um ambiente de modelagem na indicação e escolha de temas. Neste estudo, as referências à realidade se constituem a partir do entorno social, do interesse, da situação da qual se deseja fazer parte ou vir a ter determinado conhecimento. Além disso, as referências à realidade são baseadas no *background* e no *foreground* (SKOVSMOSE *et al.*, 2009). Desse modo, as referências à realidade transcendem o “aqui e agora”. Experiências do passado e perspectivas do futuro interagem com a presente realidade. (BERGER; LUCKMANN, 2004).

Reforço que essas referências à realidade se reportam apenas à fase em que os temas e as situações-problema foram escolhidos, e que, nesta fase, os sujeitos não fizeram referência à matemática. No capítulo a seguir, continuo buscando identificar as referências à realidade, as referências à matemática e como se relacionam essas referências.

## CAPÍTULO 5

### REFERÊNCIAS À MATEMÁTICA REGIDAS POR LÓGICAS DE PRÁTICAS PEDAGÓGICAS

Neste capítulo será apresentada a fase *pesquisa exploratória*. Na análise também me deterei, quando identificado, *na referência à realidade que os sujeitos fazem; na referência à matemática que os sujeitos fazem e em como se relacionam essas referências para os sujeitos*.

#### 5.1. Pesquisa exploratória

Esta parte do projeto se caracterizou por uma pesquisa exploratória na sala de aula, e fora dela, em que os estudantes pesquisavam em jornais, revistas e ambientes virtuais informações a respeito da situação escolhida. A finalidade de tal exploração se destinava a diferentes propósitos, dependendo do nível de delimitação que cada grupo já tinha de seu respectivo projeto.

Alguns grupos, ao delimitarem a situação-problema a ser investigada, já haviam estabelecido o que objetivavam. Esse foi o caso dos grupos que investigaram sobre *Call of Duty x Battlefield*, *Existência de vida em outros planetas*, *Kepler-186f* e *Eclipse lunar*. Esses grupos já tinham uma questão elaborada a partir do problema suscitado pela situação inicial. Assim, a pesquisa exploratória na sala de aula para esses grupos tinha a finalidade de obter dados para tentar analisar a questão.

Os outros três grupos - *Produção musical*, *League of Legends* e *Buraco negro* - elaboraram uma meta a partir do que foi pesquisado sobre as situações. Esses grupos não tinham clareza sobre o que queriam pesquisar e não tinham uma questão definida devido ao desconhecimento sobre a situação, variedades de possibilidades, dentre outros.

Almeida, Silva e Vertuan (2012) entendem tal parte do projeto como o ato de inteirar-se, informar-se sobre, tornar-se ciente de; é nesta fase que a elaboração de uma questão emerge. Além disso, Vertuan (2013) argumenta que a inteiração acontece a partir da escolha de um tema a investigar, sendo possível que, ao conhecer melhor o tema, o problema inicial deixe de existir e outros tomem o seu lugar.

Nas subseções a seguir, apresento episódios que descrevem como ocorreu esse processo de exploração nos grupos formados, destacando a elaboração de um objetivo ou de uma pergunta. Essa fase foi desenvolvida em sala de aula nos dias 22 e 23 de abril de 2014.

### 5.1.1. Episódio 1 - Grupo *Produção musical: Tem a ver com a matemática*

O grupo *Produção Musical* elaborou uma pergunta sobre a situação-problema focalizando os dados numéricos que obtinham. O quinto encontro parece sugerir isto:

**Professora:** Meninos, e então, o que estão fazendo?

**Mário:** A gente já fez, professora. Nós vamos pegar a frequência.

**Professora:** Frequência?

**Mário:** É. A gente começou a ver os números e aí tinha muito número de frequência. A gente também leu que a frequência tem a ver com a matemática na música.

**Marco:** Quando vocês falaram produção musical eu pensei que a gente ia falar de algo relacionado à produção mesmo, tipo *show*, cd, essas coisas.

**Mário:** É mais, aí a gente pesquisou e achou isso que tem a ver com a matemática. [...] Também tem a ver com produção musical.

(Transcrição do áudio, grupo *Produção musical*, 23/04/2014)

Após o diálogo envolvendo a professora Flávia, os alunos continuaram conversando sobre o projeto:

**Marco:** Ah, gente, tem tanta coisa para a gente olhar. Vamos ver algum dado que tem custo ou um padrão matemático, sei lá.

**Thomas:** Custo é fácil achar. Padrão eu não sei não...

**Mário:** Professora... [Mário chama a pesquisadora]

[...]

**Pesquisadora:** Oi...

**Mário:** Tipo, a gente achou uns dados com matemática e... Assim, tem três coisas. Frequência...

**Marco:** Custos e um padrão.

**Pesquisadora:** Frequência? Padrão?

**Marco:** Frequência dos instrumentos. O padrão é que a gente quer perguntar o que a gente pode fazer.

**Pesquisadora:** Vocês podem até pegar um padrão que já exista. Mas, tem que ter relação com o problema de vocês, com uma situação real.

(Transcrição do áudio, grupo *Produção musical*, 23/04/2014)

Posteriormente, fora da sala de aula, o grupo definiu que pesquisaria sobre o custo da produção de CD. Com a pesquisa, o grupo identificou que o valor da produção dependia de vários fatores: quantidade de pessoas envolvidas na produção do CD, quantidade de faixas do CD, qualidade do estúdio em que o CD é gravado, etc. Pesquisando sobre esses fatores e com sugestões minhas, o grupo chegou à Proposta de Emenda à Constituição (PEC) da música e o objetivo foi mais uma vez alterado: avaliar a redução do preço do CD com a aprovação da PEC da música. A PEC da música isenta de impostos os CD e DVD com obras de artistas brasileiros. Com a aprovação, os custos da produção de CD diminuiriam, ocasionando uma possível redução no preço repassado ao consumidor (BRASIL, 2011).

### 5.1.2. Episódio 2 - Grupo *League of Legends*: A gente pensou em uma coisa que dá pra usar função

O grupo *League of Legends*, quando sugeriu a situação-problema, já tinha uma ideia inicial de pergunta, como se observa no diálogo ocorrido no quarto encontro envolvendo os integrantes do grupo e eu:

**Pesquisadora:** Whesley e Felipe postaram alguns vídeos sobre competições *on-line* e tinha um regulamento...

**Whesley:** É o regulamento do CBLol<sup>48</sup>.

**Pesquisadora:** Vocês já pensaram em alguma questão relacionada às competições de LoL?

<sup>48</sup> Campeonato Brasileiro de *League of Legends*.

**Felipe:** Eu vou mandar um *ticket*<sup>49</sup> pra empresa do jogo, perguntando se eles podem me mandar as premiações dos campeonatos anteriores.

**Pesquisadora:** Então vocês querem explorar as competições do jogo a partir das premiações? É isso mesmo?

**Whesley:** A gente pensou em uma coisa que dá pra usar função. [...] É, porque essa questão do crescimento do LoL chama bastante a atenção, professora. Tem o crescimento da popularização, novos escritórios da Riot<sup>50</sup>...

**Felipe:** Profissionalização de jogadores.

**Pedro:** Campeonato mundial.

**Whesley:** O jogo mais jogado.

**Pesquisadora:** Mas qual seria a pergunta ou o problema sobre essa questão das competições ou premiações?

**Whesley:** Não sei, professora, talvez *a premiação do LoL aumentou?*

**Pesquisadora:** Bom, será que para responder a essa pergunta você precisa usar a matemática? Quando a empresa responder o *e-mail* você vai saber a resposta.

[...]

**Felipe:** E se a gente pegar a premiação e comparar com o aumento do número de jogadores?

**Pesquisadora:** Como assim?

**Felipe:** A gente vai ver se tem alguma coisa entre o que é pago e a quantidade de jogadores. Só não sei dizer isso na forma de pergunta.

**Pesquisadora:** Tudo bem, vocês podem pensar na forma de um objetivo. [Pesquisadora pega um papel e escreve] Que é: *Avaliar a relação entre a premiação e o número de jogadores do LoL*. Na forma de pergunta seria: *Qual a relação entre a premiação e o número de jogadores do LoL?*

**Pedro:** Mas, professora, para responder a essa pergunta como vamos usar a matemática? Vai precisar?

**Pesquisadora:** O que vocês acham?

**Martin:** Eu não sei.

**Felipe:** Eu não sei como vamos usar ainda, mas eu acho que vamos ter os números do prêmio e de jogadores, quem vai fazer a relação é a gente. [...] E ainda dá para usar função.

**Pesquisadora:** Então vamos fazer assim. Consigam os dados e no próximo encontro nós pensamos juntos em como usar a matemática.

(Transcrição do áudio, grupo *League of Legends*, 22/04/2014)

<sup>49</sup> A Riot, empresa do jogo, denomina *tickets* aos pedidos de solicitação do jogador em relação ao LoL.

<sup>50</sup> Empresa que desenvolve o jogo *League of Legends*.

Como mencionado anteriormente, os integrantes do grupo queriam pesquisar algo relacionado às competições *on-line*, definindo que focalizariam um jogo específico: o *League of Legends*. LoL era jogado pelos integrantes do grupo e algo que chamava bastante a atenção do grupo era o crescimento do jogo em termos de acesso e popularidade. Nesta fase do projeto, o grupo deixava claro que se preocupava em como a matemática seria utilizada no projeto. Os integrantes do grupo buscaram elaborar uma pergunta em que identificassem que era possível usar o conteúdo de função. Talvez porque, durante uma das aulas expositivas da professora Flávia, ela disse que gostaria que a turma utilizasse o conteúdo de funções para analisar a situação-problema.

O objetivo do grupo precisou ser reformulado. No trecho a seguir, os alunos comunicaram, no ambiente virtual, a resposta da empresa que desenvolve o jogo.

**Whesley:** A empresa não deu os dados.

**Pesquisadora:** Não respondeu?

**Whesley:** Respondeu, mas não do jeito que a gente queria. [...] Procuramos nas notícias e achamos só o número de jogadores. [Whesley disponibiliza no espaço virtual do grupo duas reportagens sobre o número de jogadores]

**Pesquisadora:** Pelas notícias, em 2011, eram 15 milhões; em 2012, 32 milhões e em 2013, 67 milhões.

**Whesley:** Não dá para pegar só o número de jogadores?

**Pesquisadora:** Será que vocês conseguem achar os números de usuários de 2009 e 2010?

**Felipe:** O jogo foi criado em 2009. Não tem os dados de 2010 não. Professora, não vai dar para fazer aquela relação mais, né?

**Pesquisadora:** Felipe, vocês tinham falado sobre a questão do crescimento do jogo. Ainda dá para continuar trabalhando com ela. Com os dados que vocês conseguiram, só vamos olhar para o número de jogadores ao longo do tempo, sem relacionar com a premiação. Vamos analisar o crescimento do jogo pelo número de jogadores.

**Felipe:** Ah tá, vamos analisar o crescimento do LoL pelo número de jogadores. Mas eu estava falando da relação de função. Então ainda dá.

(Transcrição do grupo virtual, grupo *League of Legends*, 25/04/2014)

Para o grupo *League of Legends*, a escolha e reformulação da pergunta sempre circundava a possibilidade de identificar o uso da matemática no projeto. Observa-se que a elaboração da pergunta associava-se à possibilidade de que esta permitisse o uso de função.

### 5.1.3. Episódio 3 - Grupo *Call of Duty x Battlefield*: Nada aqui tem a ver com os números

O grupo *Call of Duty x Battlefield* já havia formulado a pergunta quando definiu o que iria pesquisar. Os integrantes do grupo jogavam *Call of Duty* e *Battlefield* e uma questão que circunda entre os jogadores se refere a discutir qual dos dois jogos é o melhor. Na pesquisa exploratória, os aspectos que os integrantes do grupo estavam considerando para análise de qual jogo é o melhor eram o enredo, os personagens, o visual, efeitos sonoros, dentre outros. Melillo (2010) menciona que, após a escolha da situação-problema, os alunos tendem a levantar aspectos apropriados à situação.

No quinto encontro do projeto de modelagem, pedi que os alunos falassem um pouco mais dos jogos. Durante a conversa, os alunos revelaram que, geralmente, os aspectos referentes aos números não eram considerados nas discussões sobre qual dos jogos era o melhor.

**Pesquisadora:** Deixa eu ver o que vocês fizeram aqui.

**Caio:** A gente tá marcando os jogos. Qual é o melhor.

[...]

**Pesquisadora:** Pegando o quê?

**Caio:** Enredo, personagens...

**Pesquisadora:** Mas vocês estão considerando o que vocês acham? [O grupo fica em silêncio] Gente, vamos lá. Vocês querem investigar qual dos jogos é o melhor. E vão ter que investigar isso usando a matemática. [...] Isso que vocês estão fazendo é um primeiro passo, mas vocês têm que ir além, investigar.

**Caio:** Nada a ver o que a gente estava fazendo.

**Francisco:** Nossa, isso é legal, porque nada aqui tem a ver com os números.

(Transcrição do áudio, grupo *Call of Duty x Battlefield*, 23/05/2014)

Posteriormente, fora do ambiente da sala de aula, o grupo definiu que pesquisaria qual dos jogos é o melhor a partir do número de vendas dos dois jogos para os consoles PlayStation 3 e Xbox 360.

#### 5.1.4. Episódio 4 - Grupo *Existência de vida em outros planetas: Nem pensamos na matemática*

Ao final do quarto encontro, no dia 22 de abril, entreguei para o grupo *Existência de vida em outros planetas* uma reportagem<sup>51</sup> que tratava das condições para um planeta ser habitável. No quinto encontro, conversei com o grupo:

**Pesquisadora:** Vocês leram o texto que passei para vocês?

**Rodrigo:** Sim, mas eu não trouxe ele.

**Pesquisadora:** Vamos retomar a questão de vocês. Vocês estão pesquisando sobre a existência de vida em outros planetas. Qual seria a pergunta de vocês?

**Gladys:** Onde pode existir vida fora da Terra ou se existe vida em outro planeta.

[...]

**Pesquisadora:** Um caminho inicial é considerar as condições para existir vida em outro planeta.

**Gladys:** E os planetas que dizem que têm vida fora da Terra. Professora, nosso grupo está considerando qualquer tipo de vida, até bactéria, tá? [Risos]

**Pesquisadora:** Ok, falando nisso como vocês pretendem usar a matemática no projeto?

**Gladys:** Como assim?

**Pesquisadora:** Vocês vão ter que usar a matemática para ver a possibilidade de vida em outro planeta. Vocês conhecem a equação de Drake?<sup>52</sup> [O sinal de término da aula toca]

**Gladys:** Nossa, é mesmo, mas a gente só pensou na pergunta. Ainda não sei como usar a matemática, nem pensamos na matemática.

(Transcrição do áudio e vídeo, grupo *Existência de vida em outros planetas*, 23/04/2014)

O grupo permaneceu com o objetivo de verificar a existência de vida em outros planetas até o final do projeto.

<sup>51</sup> Disponível em: <<http://noticias.uol.com.br/ciencia/ultimas-noticias/redacao/2014/02/11/clique-ciencia-quais-sao-as-condicoes-para-existir-vida-em-outro-planeta.htm>>. Último acesso em: 14 abr. 2015.

<sup>52</sup> Equação formulada por Frank Drake para estimar o número de civilizações na Via Láctea com as quais se podem ter chances de estabelecer comunicação. Disponível em: <<http://www.cienciamao.usp.br/aliens/drake.php>>. Último acesso em: 14 abr. 2015.

### 5.1.5. Episódio 5 - Grupo *Kepler-186f*: *A gente vai chegar na mesma resposta que eles*

No quarto encontro, entreguei a mesma reportagem que repassei ao grupo *Existência de vida em outros planetas*, que pesquisava uma situação similar, a qual tratava das condições para a existência de vida em outro planeta. O grupo *Kepler-186f* definiu que pesquisaria sobre a existência de vida no recém-descoberto planeta.

**Sophie:** Gente, vamos fazer aqui. [...] Dizem que pode ter vida lá porque o tamanho é parecido com o da Terra. [...] Esse texto da professora, fala de outras condições... Aí a gente pode ver se essas outras coisas também são parecidas.

(Transcrição do áudio, grupo *Kepler-186f*, 22 de abril de 2014)

No sexto encontro, em que alguns grupos começaram a pensar em como utilizar a matemática para analisar a pergunta proposta, o grupo questionou o fato do grupo *Existência de vida em outros planetas* utilizar o mesmo texto e cogitaram mudar a pergunta:

**Sophie:** Professora, o grupo do Rodrigo que também está pesquisando sobre vida em outro planeta está com o mesmo texto que a gente. O trabalho vai ficar parecido, a gente vai chegar na mesma resposta que eles. Pode?

**Pesquisadora:** Você acha que vocês vão chegar na mesma resposta?

**Sophie:** Mais ou menos, porque nós só estamos falando do Kepler. Como eles estão usando os mesmos dados que a gente, acho que vai ficar igual ou parecido no final.

**Pesquisadora:** De que dados você está falando?

**Sophie:** Das condições. A água, oxigênio, temperatura.

**Pesquisadora:** O que você acha, Cecília?

**Cecília:** Não sei, professora. Mas também estou preocupada com isso.

**Sophie:** É tipo assim, se a gente usar os mesmos dados com os números vai ficar igual nessa parte.

**Pesquisadora:** Os grupos podem chegar a uma mesma resposta, mesmo usando caminhos diferentes. Mesmo usando os mesmos dados, não quer dizer que vocês vão chegar na mesma resposta. E isso não quer dizer que um grupo está certo e outro está errado.

**Sophie:** Então a gente não precisa mudar a pergunta?

**Pesquisadora:** Não.

(Transcrição do áudio, grupo *Kepler-186f*, 29/04/2014)

Após essa discussão, o grupo definiu que continuaria com o mesmo objetivo: verificar se o Kepler-186f podia ser habitável.

### 5.1.6. Episódio 6 - Grupo *Eclipse lunar*: A pergunta parece com os exercícios

O grupo *Eclipse lunar* se orientou de forma parecida à do grupo *League of Legends*. Entretanto, ao invés de se concentrar em um conteúdo, o grupo buscou uma pergunta similar às encontradas em exercícios de matemática. O trecho abaixo expõe tal situação:

**Pesquisadora:** E então, meninas, vocês trouxeram algum material que pesquisaram?

**Beatriz e Cláudia:** Não.

**Pesquisadora:** Na folha que me entregaram, vocês escreveram que querem verificar sobre a frequência dos eclipses. E aí, me falem mais sobre isso.

**Cláudia:** É porque aconteceu um no dia... 15 e as reportagens estavam falando muito disso.

**Pesquisadora:** Mas por que a frequência dos eclipses?

**Beatriz:** Tipo com isso dá para usar a matemática, parecido com os exercícios.

**Pesquisadora:** Vocês estão pensando na pergunta pensando na matemática?

**Beatriz:** É tipo assim... A pergunta parece com os exercícios de matemática.

**Fernanda:** Eu acho que vai ser muito pegar os eclipses da lua e do sol, vamos pegar um só, gente.

**Cláudia:** Então vamos pegar o [eclipse] lunar porque ele foi visto aqui.

**Fernanda:** O próximo também?

**Pesquisadora:** Eu trouxe uma informação de um *blog*<sup>53</sup> que fala sobre essa questão. Traz informações dos eclipses lunares de 2011 a 2015, fala o que é um eclipse lunar, os tipos, e tem *links* dos calendários dos eclipses. Mas, eu acho melhor vocês usem os dados do *site* da NASA<sup>54</sup>.

[...]

**Beatriz:** Eu vi na internet que os eclipses acontecem duas vezes no ano.

**Pesquisadora:** Onde você viu isso?

**Beatriz:** Eu não lembro.

<sup>53</sup> Disponível em: <<http://eclipsolarelunar.blogspot.com.br/>>. Último acesso em: 14 abr. 2015.

<sup>54</sup> NASA (sigla em inglês de National Aeronautics and Space Administration-Administração Nacional da Aeronáutica e do Espaço) é uma agência do governo dos Estados Unidos responsável pela pesquisa e desenvolvimento de tecnologias e programas de exploração espacial.

**Pesquisadora:** Seria bom saber onde leu. Cuidado com as fontes [...] Coloquem essas informações no grupo [virtual]. [Cláudia lê o conteúdo impresso]

**Cláudia:** Esse eclipse penumbral eu nunca ouvi falar.

**Pesquisadora:** Como vocês já têm uma questão a ser investigada, acho importante que agora vocês pesquisem também sobre o eclipse lunar. [...] O que é, como acontece, os tipos.

**Cláudia:** É que a gente estava pensando em verificar a frequência de uma vez.

**Pesquisadora:** Vocês também podem fazer isso, mas não devem deixar de pesquisar sobre o assunto.

(Transcrição do áudio e vídeo, grupo *Eclipse lunar*, 22/04/2014)

Neste momento, configurou-se o objetivo do grupo - verificar a frequência dos eclipses lunares -, que se manteve até o final do projeto.

### 5.1.7. Episódio 7 - Grupo *Buraco negro*: *Tem até aquele texto que fala que buraco negro não existe*

O grupo que pesquisou sobre o *Buraco negro* não definiu a pergunta que objetivava analisar durante os encontros na sala de aula. Os registros gravados em áudio e vídeo revelaram que, durante a pesquisa exploratória, parte do grupo quis alterar a situação-problema em virtude da descoberta de um texto que falava que os buracos negros não existiam<sup>55</sup>. Esse texto se referia a um suposto posicionamento do consagrado físico Stephen Hawking, que dedicou parte de seus estudos à Teoria dos Buracos Negros e no qual afirmava que os buracos não existem. Na verdade, Stephen disse que os buracos negros não existem da maneira como, em geral, são descritos. Nessa nova proposta, matéria e energia seriam mantidas aprisionadas temporariamente. O trecho a seguir descreve a discordância entre os integrantes do grupo, em um encontro em que Joseph não foi à escola:

**Pesquisadora:** Thaísa, o que o grupo de vocês está fazendo?

**Thaísa:** Professora, a gente não está concordando, não.

**George:** Ah professora, a gente está falando com o Joseph que não dá para investigar sobre buraco negro e ele não aceita. [...] Tem até aquele texto que fala que buraco negro não existe.

<sup>55</sup> Disponível em: <<http://veja.abril.com.br/noticia/ciencia/stephen-hawking-diz-que-buracos-negros-nao-existem/>>. Último acesso em: 14 abr. 2015.

[...]

**Pesquisadora:** O título dá a entender isso mesmo. Mas e o texto? Tem certeza?

**George:** Ah, eu acho que sim.

(Transcrição do áudio, grupo *Buraco negro*, 23 de abril de 2014)

A discussão do grupo girou em torno da existência ou não dos buracos negros, mas essa não era uma questão que o grupo objetivava pesquisar. Durante tal fase, alguns dos integrantes do grupo foram “recusando o convite” para participar do projeto. Por fim, parte do grupo definiu que queria investigar se o tempo para nas proximidades de um buraco negro.

## 5.2. Análise

O Quadro 6 apresenta a pergunta ou o objetivo elaborado pelos grupos.

**Quadro 6 - Pergunta ou objetivo elaborados**

<b>Temas</b>	<b>Situações-problema</b>	<b>Pergunta ou Objetivo<sup>56</sup></b>
Música	Produção musical	Avaliar o custo de uma produção de CD musical e o valor que eles são vendidos no mercado com a aprovação da PEC da música
Uso das mídias sociais	Jogos <i>on-line</i> : League of Legends	Analisar o crescimento do <i>League of Legends</i>
	Jogos <i>on-line</i> : Call of Duty x Battlefield	Avaliar qual jogo é o melhor
Astronomia	Existência de vida em outros planetas	Onde pode existir vida fora da Terra?
	Existência de vida em outro planeta: Kepler -186f	Analisar a possibilidade de existência de vida no Kepler-186f
	Eclipse lunar	Com qual frequência ocorrem os eclipses lunares?
	Buraco negro	O tempo para nas proximidades de um buraco negro?

Fonte: Dados da pesquisa

<sup>56</sup> As perguntas ou os objetivos são apresentados da maneira como os alunos os escreveram em seus respectivos grupos virtuais.

O processo de formulação de uma pergunta ou um objetivo para três grupos - *Produção musical*, *League of Legends* e *Eclipse lunar* - remete à preocupação dos alunos em elaborar uma pergunta em que fosse possível identificar o uso da matemática.

O grupo *Produção musical*, para elaborar uma pergunta, focou nos dados numéricos referentes ao tema:

**Mário:** É. A gente começou a ver os números e aí tinha muito número de frequência. A gente também leu que a frequência tem a ver com a matemática na música.  
[...]

**Mário:** É mais, aí a gente pesquisou e achou isso que tem a ver com a matemática. [...] Também tem a ver com produção musical.  
[...]

**Marco:** Ah gente, tem tanta coisa para a gente olhar. Vamos ver algum dado que tem custo ou um padrão matemático, sei lá.  
[...]

**Mário:** Tipo a gente achou uns dados com matemática [...]  
(Transcrição do áudio, grupo *Produção musical*, 23/04/2014, grifos meus)

O grupo *League of Legends* pensou em uma pergunta em que pudesse usar o conteúdo de funções:

**Whesley:** A gente pensou em uma coisa que dá pra usar função.  
[...]

**Felipe:** Eu não sei como vamos usar ainda, mas eu acho que vamos ter os números do prêmio e de jogadores, quem vai fazer a relação é a gente. [...] E ainda dá para usar função.  
(Transcrição do áudio, grupo *League of Legends*, 22/04/2014, grifos meus)

**Felipe:** Ah tá, vamos analisar o crescimento do LoL pelo número de jogadores. Mas eu estava falando da relação de função. Então ainda dá.  
(Transcrição do grupo virtual, grupo *League of Legends*, 25/04/2014, grifos meus)

O grupo *Eclipse lunar* pensou em uma pergunta que se parecesse com as perguntas de exercícios de matemática:

**Beatriz:** Tipo com isso dá para usar a matemática, parecido com os exercícios.  
**Pesquisadora:** Vocês estão pensando na pergunta pensando na matemática?  
**Beatriz:** É tipo assim... A pergunta parece com os exercícios.

(Transcrição do áudio e vídeo, grupo *Eclipse lunar*, 22/04/2014, grifos meus)

Em momentos distintos, perguntei aos grupos porque pensaram no objetivo da investigação a partir da matemática:

**Marco:** Por que você está perguntando isso? Está errado fazer assim?

**Pesquisadora:** Não, só quero saber porque vocês pensaram assim.

**Marco:** Primeiro porque é matemática, né? Se fosse aula de História a gente não ia pegar os custos, os preços, não.

**Mário:** Tipo, aqui [no projeto de modelagem], é diferente das aulas de matemática, mas a gente pensou na pergunta como se a gente estivesse lá. [...] Tipo tem um tanto de coisa escrita, mas só importa os números.

(Transcrição do áudio, grupo *Produção musical*, 29/04/2014)

**Whesley:** Assim, a professora lembrou que a gente ia ter que usar a matemática. [...] Aí ela disse outro dia que queria que a gente pegasse função.

[...]

**Felipe:** Por isso que antes a gente queria duas grandezas.

**Pesquisadora:** Se a pergunta não tivesse partido da matemática, vocês acham que não ia dar para usar a matemática na investigação?

**Felipe:** Ah, não sei, eu nunca vi isso.

**Whesley:** É difícil explicar, sei lá. [...] Nos exercícios, a gente usa a matemática assim.

(Transcrição do áudio, grupo *League of Legends*, 29/04/2014)

**Beatriz:** Assim ia ficar mais fácil de fazer, porque a gente ia ter exemplos parecidos.

[...]

**Pesquisadora:** E se a pergunta não fosse parecida com a pergunta dos exercícios, como vocês iam fazer?

**Cláudia:** Eu não sei não professora, por isso a gente pegou essa pergunta.

**Beatriz:** Ah professora, matemática mesmo é isso aí.

(Transcrição do áudio, grupo *Eclipse lunar*, 23/04/2014)

A elaboração de pergunta parece se relacionar com as referências à matemática feitas pelos alunos. Para esses três grupos - *Produção musical*, *League of Legends* e *Eclipse lunar* - em que identifiquei o estabelecimento da pergunta a partir da matemática, a matemática é referenciada a partir de como ela se configura

nas aulas da disciplina: uma matemática como conjunto de conteúdos e exercícios padronizados com foco nos dados numéricos. Os alunos estruturaram a formulação da situação-problema a partir de um conteúdo matemático ou dado matemático. Isto converge para o que foi discutido em Anastácio (1990), ao apontar que a matemática pode ser referenciada como um corpo de conhecimentos que se caracteriza por sua formalização e padronização.

Segundo Oliveira e Barbosa (2007), as estratégias dos alunos podem ser condicionadas pelas sugestões ou direcionamentos do professor ou, ainda, pelo conhecimento prévio acerca do assunto ou por experiências prévias dos alunos sobre determinadas situações. No caso do grupo *League of Legends* isto parece ter ocorrido quando a professora propôs que se utilizasse função. Mesmo durante a elaboração de uma pergunta, os alunos já pensavam em como utilizariam a matemática para investigar a situação-problema. Dessa maneira, acabaram formulando uma pergunta em que a matemática, no caso o conteúdo de função, pudesse ser utilizada. Os grupos *Produção musical* e *Eclipse lunar* estabeleceram a pergunta a partir de suas experiências prévias, focalizando os dados numéricos e fazendo uma pergunta semelhante à dos exercícios de matemática, respectivamente.

Mesmo estando em um cenário em que se buscam as interações entre alunos e professor e se possibilitam as sugestões de distintas estratégias (SKOVSMOSE, 2000), os alunos sofrem influências do ensino de matemática que vivenciam e vivenciaram. Skovsmose (2000) afirma que as aulas de matemática geralmente ocorrem sob o paradigma do exercício, em que os professores explicam o conteúdo para os alunos, mostram alguns exemplos e pedem para resolver exercícios que são repetições dos exemplos. Essas práticas enraizadas nas aulas de matemática acabam construindo as referências de matemática que os alunos têm e fazem.

Anastácio (2005) afirma que a metodologia da disciplina de matemática está inscrita, muitas vezes, no bojo de uma referência mecanicista. Nesta referência, a matemática é transmitida, muitas vezes, do mesmo modo que se aprendeu, privilegiando procedimentos e mecanizações. Posso inferir, que, de certa forma, o mesmo é feito pelos alunos. Mesmo em ambientes diferentes, e com

responsabilidades distintas, os alunos tendem a praticar e a se referir à mesma matemática que aprenderam.

Oliveira, Barbosa e Santana (2009) também argumentam nesse sentido ao afirmar que

O discurso do professor tem uma relevância importante na configuração dos discursos dos alunos. No entanto, discursos anteriores constituídos em outros ambientes ou na escola, também, constituem os discursos dos alunos no ambiente de modelagem (p. 3).

Essa argumentação, ao mencionar os discursos, remete-me à problematização de Knijnik (2015) referente às lógicas que regem as práticas escolares. Knijnik (2015) alertou que quando práticas de fora da escola são transportadas para dentro da escola, acabam sendo pedagogizadas pela maquinaria escolar. Dessa maneira, mesmo em cenários diferentes, com situações de fora da escola, os alunos praticam e referenciam a matemática das aulas de matemáticas experienciadas:

**Marco:** Primeiro porque é matemática, né? Se fosse aula de História a gente não ia pegar os custos, os preços, não.

**Mário:** Tipo, aqui [no projeto de modelagem], é diferente das aulas de matemática, mas a gente pensou na pergunta como se a gente estivesse lá. [...] Tipo tem um tanto de coisa escrita, mas só importa os números.

(Transcrição do áudio, grupo *Produção musical*, 29/04/2014, grifos meus)

**Whesley:** É difícil explicar, sei lá. [...] Nos exercícios, a gente usa a matemática assim.

(Transcrição do áudio, grupo *League of Legends*, 29/04/2014, grifos meus)

**Beatriz:** Ah professora, matemática mesmo é isso aí.

(Transcrição do áudio, grupo *Eclipse lunar*, 23/04/2014, grifos meus)

Dessa maneira, para Marco e Mário, integrantes do grupo *Produção musical*, a matemática é referenciada a partir de direcionamentos a dados numéricos. Para Whesley e Felipe, integrantes do grupo *League of Legends*, a matemática é referenciada a partir de conteúdos. Para Beatriz, integrante do grupo *Eclipse lunar*, a matemática é referenciada a partir de exercícios padronizados. Como unidade

comum, temos, como discute Fiorentini (1995), a referência de matemática a partir da sua relação direta com a organização predominante da atividade docente.

Os dois grupos que pesquisaram a *existência de vida em outros planetas* e o grupo que investigou sobre os jogos *Call of Duty x Battlefield* não elaboraram a pergunta pensando na matemática e estas não tinham um caráter, digamos, quantitativo de investigação.

O grupo *Existência de vida em outros planetas* nem mesmo havia pensado em como utilizar a matemática:

**Pesquisadora:** Vamos retomar a questão de vocês. Vocês estão pesquisando sobre a existência de vida em outros planetas. Qual seria a pergunta de vocês?

**Gladys:** Onde pode existir vida fora da Terra ou se existe vida em outro planeta.

[...]

**Pesquisadora:** Vocês vão ter que usar a matemática para ver a possibilidade de vida em outro planeta. Vocês conhecem a equação de Drake? (o sinal de término da aula toca)

**Gladys:** Nossa é mesmo, mas a gente só pensou na pergunta. Ainda não sei como usar a matemática, nem pensei na matemática.

(Transcrição do áudio e vídeo, grupo *Existência de vida em outros planetas*, 23/04/2014)

No grupo *Kepler-186f*, apesar de a pergunta não ter sido pensada a partir da matemática, houve a preocupação de que os dados utilizados fossem o mesmo de outro grupo. Dessa forma, o procedimento matemático utilizado seria o mesmo, levando a mesma resposta:

**Sophie:** Professora, o outro grupo que também está pesquisando sobre vida em outro planeta está com o mesmo texto que a gente. O trabalho vai ficar parecido, a gente vai chegar na mesma resposta que eles. Pode?

**Pesquisadora:** Você acha que vocês vão chegar na mesma resposta?

**Sophie:** Mais ou menos, porque nós só estamos falando do Kepler. Como eles estão usando os mesmos dados que a gente, acho que vai ficar igual ou parecido no final. [...]

**Sophie:** É tipo assim, se a gente usar os mesmos dados com os números vai ficar igual nessa parte.

**Pesquisadora:** Os grupos podem chegar a uma mesma resposta, mesmo usando caminhos diferentes. Mesmo usando os mesmos dados, não quer dizer que vocês vão chegar na mesma resposta. E isso não quer dizer que um grupo está certo e outro está errado. [...] Vai depender de como vocês vão trabalhar com esses dados.

(Transcrição do áudio, grupo *Kepler-186f*, 29/04/2014)

Penso que, novamente, há referência à matemática praticada dentro da escola. Araújo (2002) levantou a hipótese de que as experiências pedagógicas trazidas pelos alunos podem influenciar suas ações, ocorrendo uma consonância com práticas e vivências escolares apropriadas pelos alunos em suas trajetórias escolares. A fala de Sophie remete à prática tradicional das aulas de matemática, na qual os exercícios têm uma resposta única. As experiências da aluna possivelmente se constituíram dentro de práticas pedagógicas de ensino de matemática que se baseiam no “paradigma do verdadeiro-falso”, no qual os procedimentos matemáticos sempre conduzem os problemas ali explorados para uma resposta única e previsível (FREITAS, 2013).

O grupo *Call of Duty x Battlefield* inicialmente selecionou aspectos (MELILLO, 2010) que já eram considerados nas avaliações dos jogadores de qual jogo era o melhor:

**Caio:** A gente tá marcando os jogos. Qual é o melhor.

[...]

**Pesquisadora:** Pegando o quê?

**Caio:** Enredo, personagens... É isso que usam para ver o melhor...

(Transcrição do áudio, grupo *Call of Duty x Battlefield*, 23/05/2014)

Posteriormente, talvez influenciados por mim, o grupo optou por um aspecto que considerasse dados numéricos - número de venda dos dois jogos -, o que não levava em conta os aspectos elencados pelo grupo:

**Pesquisadora:** Gente, vamos lá. Vocês querem investigar qual dos jogos é o melhor. E vão ter que investigar isso usando a matemática. [...] Isso que vocês estão fazendo é um primeiro passo, mas vocês têm que ir além, investigar. Usar coisas diferentes.

[...]

**Francisco:** Nossa, isso é legal, porque nada aqui tem a ver com os números.

(Transcrição do áudio, grupo *Call of Duty x Battlefield*, 23/05/2014)

Quando o grupo *Call of Duty x Battlefield* foi orientado em relação à utilização da matemática para investigar qual dos jogos é o melhor, o integrante Francisco relacionou a utilização da matemática ao uso de números. Posteriormente, o grupo definiu que pesquisaria qual dos jogos é o melhor a partir do número de vendas dos dois jogos para os consoles PlayStation 3 e Xbox 360.

Em outro momento, perguntei ao aluno Francisco porque ele havia dito que era legal que os fatores antes selecionados não tivessem relação com os números:

**Francisco:** [...] A gente não estava fazendo uma investigação, estava colocando a opinião da gente [...] Eu achei legal porque o que a gente pegou para ver qual jogo era o melhor, era o que a gente sabia dar a opinião, não tinha nada a ver com os números [...] Pra gente colocar a matemática no trabalho, tem que pôr números lá [...] igual a gente faz nas aulas.

(Transcrição do áudio, grupo *Call of Duty x Battlefield*, 13/06/2014)

Fazendo uma aproximação com a concepção de matemática da corrente pitagórica, em que as coisas são números (BARALDI, 1999), para Francisco, a matemática são números. Dessa maneira, a matemática, para Francisco, é referenciada pelos números. Mas, novamente, essa referência parece ocorrer sob a influência das práticas e vivências escolares apropriadas pelos alunos em suas trajetórias escolares (ARAÚJO, 2002). Francisco faz referência à matemática a partir dos números em decorrência de como a matemática se apresenta para ele nas aulas de matemática. Utilizar a matemática na investigação de qual jogo é o melhor, consiste em utilizar os números, assim como é feito nas aulas de matemática.

Independente das perguntas ou dos objetivos terem sido elaborados ou não a partir da matemática, as referências à matemática são estabelecidas a partir das lógicas que regem as práticas de dentro da escola (KNIJINIK, 2015). A lógica que rege a prática de matemática de dentro da escola se refere, em geral, a uma matemática padronizada, repetitiva e com o foco nos dados numéricos.

Assim, as referências à matemática feitas pelos alunos são regidas por lógicas de práticas pedagógicas de matemática. Nesse sentido, como discute Fiorentini (1995), a referência à matemática e a prática de matemática são itens profundamente relacionados entre si, com a referência à matemática associada à prática do professor e do aluno, ensinada e aprendida, nas aulas de matemática.

No capítulo anterior, em que abordei a fase *escolha do tema*, identifiquei algumas referências que os sujeitos fazem à realidade. No presente capítulo, em que abordei a fase *pesquisa exploratória*, identifiquei que, durante a elaboração da pergunta ou do objetivo, os sujeitos fazem referência à matemática. No capítulo a

seguir, apresento a fase *matematização*, buscando identificar as referências à realidade, as referências à matemática e como se relacionam essas referências.

## CAPÍTULO 6

### RELAÇÕES ENTRE AS REFERÊNCIAS À REALIDADE E À MATEMÁTICA: CATEGORIAS DE INCORPORAÇÃO

Neste capítulo será apresentada a fase *matematização*. Na análise também me deterei, quando identificado, *na referência à realidade que os sujeitos fazem; na referência à matemática que os sujeitos fazem e em como se relacionam essas referências para os sujeitos*.

#### 6.1. Matematização

Esta parte do projeto se configurou pela investigação do problema formulado a partir da matemática. Para alguns grupos essa etapa se iniciou no dia 29 de abril e para outros no dia 13 de maio, estendendo-se até o dia 20 de maio de forma presencial e até julho a distância, no ambiente virtual.

A professora Flávia tinha a intenção de explorar, antes de cada grupo escolher um tema diferente, o conteúdo de funções, pois este era o conteúdo que seria trabalhado na maior parte do primeiro semestre de 2015 nas turmas do primeiro ano do Ensino Médio. Como os alunos apresentaram sugestões nas fases *escolha do tema e pesquisa exploratória*, decidimos deixar que eles utilizassem outros conteúdos de matemática caso identificassem tal possibilidade. Essa intenção foi repassada aos alunos apenas uma vez e de maneira rápida pela professora Flávia.

Nas subseções a seguir, apresento episódios que descrevem como a matemática foi tratada pelos alunos diante da investigação da situação-problema.

### 6.1.1. Episódio 1: *É assim que a gente usa matemática na vida*

**Carlos:** Professora, é hoje que a gente vai tentar resolver o problema com a matemática, né?

**Pesquisadora:** Alguns grupos já começaram. O que seu grupo está pensando em fazer?

**Carlos:** A gente está um pouco perdido. Na verdade acho que ansiosos pra ver como a gente pode usar a matemática.

(Transcrição do áudio, grupo *Produção musical*, 13/05/2014)

O trecho acima reflete um sentimento comum dos alunos diante do uso da matemática no projeto: a ansiedade. Em outros momentos, quando não estávamos realizando a atividade de modelagem, era comum os alunos indagarem quando começaríamos a pensar a questão formulada a partir da matemática. Alguns alunos diziam que tinham uma expectativa com relação a como a matemática poderia ser usada no projeto e queriam que essa etapa começasse logo para ver se a hipótese se confirmaria:

**Whesley:** Eu acho que dá para usar função e fazer uns gráficos com isso aqui.

**Murilo:** Gráfico de quê?

**Whesley:** Ainda não sei. Não sei a função. A gente nem sabe a pergunta direito. Primeiro, a gente precisa fazer essa parte.

**Murilo:** A professora falou que depois que a gente escolher a pergunta, nós vamos usar a matemática. Vamos terminar essa parte logo, então.

[...]

**Felipe:** Eu acho que a gente já tem o que vai fazer, tipo o objetivo. A professora mesmo falou isso [...] Vamos perguntar pra ela o que a gente faz agora, se já dá para fazer o gráfico.

(Transcrição do áudio, grupo *League of Legends*, 23/04/2014)

Outros alunos manifestavam satisfação com a atividade de modelagem em virtude de os projetos trabalharem a matemática da maneira como ela é utilizada na vida:

**Mário:** [...] É isso aí que eu falo... aula tem que ser assim. É assim que a gente usa matemática na vida. [...]

**Thomas:** É, mas na aula é diferente, é até difícil acostumar.

**Marco:** É... na escola parece que a matemática só é importante para a matemática.

(Transcrição do áudio, grupo *Produção musical*, 20/05/2014)

Além das manifestações de ansiedade e contentamento frente ao uso da matemática na atividade, ocorreu também o estranhamento dos alunos. Alguns alunos relataram que estavam estranhando não ter lidado com ferramentas matemáticas até aquele momento e que tinham se esquecido de que estavam na aula de matemática:

**Vladimir:** Eu tinha até esquecido que estava na aula de matemática. No começo eu estava achando estranho não pegar uma coisa de matemática para estudar. Agora que a gente vai colocar a matemática, eu não sei não.

**Rodrigo<sup>57</sup>:** Eu também não sei. A gente nunca fez isso. A professora já dá o que tem que fazer e o que a gente vai usar.

**Vladimir:** É mais ou menos isso. [...] Tipo a gente não faz isso nas aulas de matemática.

(Transcrição do áudio, grupo *Buraco negro*, 29/04/2014)

Em alguns grupos, abordar situações reais nas aulas de matemática era um estranhamento para uns e contentamento para outros:

**Tháisa:** Eu estou achando estranho demais esse trabalho.

**George:** Ah, Tháisa. Pra mim é melhor [...] Nas aulas de matemática a gente não vê pra que serve [m] as coisas na vida.

(Transcrição do áudio, grupo *Buraco negro*, 14/05/2014)

Nesta fase do projeto, os alunos questionavam constantemente a forma como a matemática era abordada frente às situações reais nas aulas de matemática. Em suma, os alunos falavam que nas aulas de matemática, expositivas ou não, não se abordava a matemática relacionada a situações reais ou se abordava de maneira que o uso da matemática diante das situações reais apresentadas na escola não correspondesse ao mesmo uso da matemática nas situações reais apresentadas fora da escola.

---

<sup>57</sup> O aluno Rodrigo, como dito anteriormente, fazia parte do grupo *Existência de vida em outros planetas*. No momento que se refere à transcrição apresentada, conversava com os integrantes do grupo *Buraco negro*.

### 6.1.2. Episódio 2: *Nós não vamos fazer contas?*

O grupo de Beatriz e Cláudia, *Eclipse lunar*, estava, no início da etapa de *matematização*, coletando os tipos e as datas dos eclipses lunares para verificar a frequência com que ocorrem esses fenômenos. Beatriz ouviu uma conversa entre eu e integrantes do grupo *League of Legends* em que falávamos sobre o tratamento matemático que seria dado pelo grupo. Beatriz comentou com Cláudia que elas precisavam fazer algum cálculo para resolver a situação escolhida pelo grupo. Cláudia sugeriu que Beatriz conversasse comigo a respeito.

**Beatriz:** Professora, vem aqui.

[...]

**Pesquisadora:** Oi, meninas.

**Beatriz:** Professora, nós não vamos fazer contas?

**Pesquisadora:** Contas? Por que você está perguntando isso?

**Cláudia:** Já te falaram que a gente está numa aula de matemática, né? [Risos]

**Beatriz:** É que a gente sempre faz isso nas aulas de matemática.

**Pesquisadora:** O que você acha, Cláudia?

**Cláudia:** Eu acho que a gente vai ter que fazer alguma conta.

[...]

**Pesquisadora:** Se você quer saber com que frequência acontece alguma coisa, sei lá, os acidentes de carro no seu bairro, na sua rua, o que você faz? O que você faria?

**Fernanda:** Pegaria a data dos acidentes... [Beatriz interrompe a fala de Fernanda]

**Beatriz:** Do mesmo jeito que a gente está fazendo aqui.

**Pesquisadora:** Então, não é só na escola que a gente faz contas.

**Beatriz:** Sim, não é só isso, [...] eu quero usar a matemática do mesmo jeito que uso aqui na escola.

(Transcrição do áudio, grupo *Eclipse lunar*, 23/04/2014)

A aluna Beatriz deixou mais clara sua última fala quando propôs a seu grupo que, após verificar a variação em meses dos eclipses lunares, calculassem a média aritmética a fim de obter a variação média em meses dos eclipses lunares. Após essa sugestão, a aluna disse que assim poderia fazer mais do que fazer cálculos, poderia fazer cálculos e utilizar outros conceitos ou conteúdos matemáticos (CADERNO DE CAMPO, 13/05/2015).

### 6.1.3. Episódio 3: *Mas só uma tabela?*

O grupo *Kepler-186f*, que objetiva verificar a possibilidade de existência de vida no referido exoplaneta, começou a etapa de matematização coletando os fatores considerados como essenciais para ter vida em um planeta, como a existência de água na superfície, distância média em relação ao Sol, temperatura média. Após reunir os dados para o exoplaneta *Kepler-186f*, o grupo coletou os mesmos fatores para os planetas Terra e Marte, e depois dispôs os dados em uma tabela. No último encontro da fase de *matematização*, a professora Flávia questionou o grupo sobre o que tinha feito.

**Professora:** O que vocês fizeram, meninas?

**Sophie:** Uma tabela. A gente pegou as condições para ter vida e...

[...]

**Professora:** [...] Mas só uma tabela? O que vocês vão fazer com isso? [...] Vocês têm que usar a matemática para analisar o problema de vocês.

**Sophie:** Por que eu não posso só fazer uma tabela se a gente faz isso nas aulas?

[...]

**Professora:** Não é que não pode, mas não pode ser só isso. Pensa em um conteúdo para usar.

(Transcrição do áudio, grupo *Kepler-186f*, 20/05/2014)

Após a sinalização da professora Flávia, o grupo decidiu considerar diferentes níveis de importância para os fatores, como se atribuísse pesos a eles.

### 6.1.4. Episódio 4: *Eu acho que vai ficar artificial*

O grupo que pesquisou sobre a *Existência de vida em outros planetas* encontrou bastante dificuldade para utilizar a matemática no projeto. Para este grupo, a matemática não daria uma resposta a esse problema:

**Rodrigo:** A matemática não vai dar uma resposta para isso.

**Gladys:** Eu também acho que não. Eu falei para escolher outra coisa.

[...]

**Fernando:** E aquela equação que a professora falou? Tipo, com o que a gente já tem de matemática não dá para responder, mas se a gente criar uma...

**Gladys:** Criar uma equação ou a matemática? [Risos]

**Fernando:** Ah, sei lá.

**Rita:** Que coisa de doido, vamos criar uma fórmula que não existe para ver coisas que talvez nem existe. [Risos]

**Rodrigo:** Eu acho que vai ficar artificial.

(Transcrição do áudio, grupo *Existência de vida em outros planetas*, 13/05/2014)

No momento a que se refere essa transcrição, eu e a professora não estávamos presentes. Conversando com o grupo em outro momento, Rodrigo disse que, para ele, não fazia sentido usar a matemática para responder se existia vida em outros planetas:

**Rodrigo:** Pra mim a matemática não vai ajudar e pronto. Não dá para usar a matemática para isso. [...] A Gladys também acha isso.

**Pesquisadora:** Por quê?

**Rodrigo:** Porque não. Não sei falar.

[...]

**Pesquisadora:** Você disse que ia ficar artificial criar uma fórmula para analisar o problema, por quê?

**Rodrigo:** Artificial? Eu disse isso? [...] Ah, é porque dá até para usar a matemática, mas não vai fazer sentido. Vai ficar uma coisa forçada. Isso não é artificial?

**Pesquisadora:** Eu ainda não entendi. [...] Artificial é algo não natural.

**Rodrigo:** Então é isso mesmo. Tipo, vamos usar a matemática por usar, mas não vai ter nada a ver. O problema não é que a gente vai criar uma coisa nova, é pôr algo forçado.

(Transcrição do áudio, grupo *Existência de vida em outros planetas*, 20/05/2014)

Para investigar por meio da matemática a possibilidade de existência de vida em outros planetas, o grupo considerou que era necessário chegar a esses planetas para verificar a existência de vida e que o tempo de ida e volta gasto fosse relativamente pequeno. Dessa forma, o grupo pesquisou a distância da Terra a alguns lugares provavelmente habitáveis e, considerando a velocidade de cometas, calculou a duração aproximada para a chegada ao planeta com chances de ser habitável.

Na data da apresentação, utilizando o grupo virtual, perguntei ao grupo como avaliavam o projeto e a forma como a matemática tinha sido utilizada. Também questionei Rodrigo e Gladys se eles ainda consideravam que a matemática que o grupo havia usado no projeto era artificial, algo defendido anteriormente.

**Rita:** Eu achei muito legal o trabalho [...] mas a matemática foi muito estranha. Nosso grupo preocupou com a pesquisa e deixou a matemática de lado.

**Gladys:** Os outros grupos fizeram coisas legais usando a matemática, a gente forçou a barra [...] Eu queria ter usado melhor a matemática. É como o Rodrigo falou, ficou sem sentido.

**Rodrigo:** Ah, professora, eu falei que não ia ficar bom. O trabalho ficou estranho, sem sentido. [...] Pra mim isso é artificial. [...] A matemática está lá, mas tem a ver com outra coisa.

(Transcrição do grupo virtual, grupo *Existência de vida em outros planetas*, 27/08/14)

Rodrigo e Gladys continuaram defendendo que o uso da matemática para analisar a existência de vida em outros planetas ficou artificial e sem sentido.

#### 6.1.5. Episódio 5: *É muito melhor usar o computador, fica mais real a matemática*

Os grupos que pesquisaram sobre os jogos *on-line* - *League of Legends* e *Call of Duty x Battlefield* - utilizaram programas do computador para construir gráficos na fase de *matematização*.

Para alguns alunos do grupo *League of Legends*, usar o computador na análise matemática possibilitava aprender coisas novas e observar dados importantes, ficando mais real o uso da matemática. O trecho abaixo expõe o posicionamento do grupo *League of Legends* sobre o uso de computadores:

**Murilo:** A gente sabia que não era de primeiro grau, parecia uma curva. Mas, não sabia a equação, podia fazer assim?

**Pesquisadora:** Assim, como?

**Murilo:** Usando o programa do computador.

**Pesquisadora:** Sim, pode. Se a gente tivesse mais tempo, ia ensinar vocês a chegar nessa função. É importante que vocês entendam tudo o que estão usando.

[...]

**Felipe:** É muito melhor usar o computador, fica mais real a matemática [...] A gente viu que nosso desenho estava bom e viu muitas possibilidades.

**Murilo:** É mesmo. Com o computador dá para ver direito e aprender coisas novas.

(Transcrição do grupo virtual, grupo *League of Legends*, 11/06/2014)

Durante a apresentação do grupo *Call of Duty x Battlefield*, os outros grupos também se posicionaram a favor do uso de computador:

**Marco:** Ah, eu queria ter usado o computador também na parte da matemática.

**Beatriz:** [...] Aí você faz [o gráfico] no papel e depois compara com o computador... Muito legal, assim aprende mais.

**Fernanda:** Usando o computador parece que a gente entende mais... [...] Fica mais claro o que os meninos fizeram na parte de matemática.

(Transcrição da apresentação, grupo *Call of Duty x Battlefield*, 29/08/2014)

#### **6.1.6. Episódio 6: *Essa parte eu não vou mexer nada, não. Eu não sei nada de matemática***

A participação de alguns alunos da turma no desenvolvimento do projeto de modelagem sofreu modificação na fase em que a matemática foi utilizada para analisar a questão proposta. Nas fases de *escolha do tema* e da *pesquisa exploratória*, os alunos, mesmo não possuindo conhecimento sobre a situação escolhida ou não tendo escolhido a mesma, não apresentaram recusas em relação a tais fases. Na fase de *matematização*, entretanto, alunos que participaram ativamente das decisões dos grupos ao qual pertenciam, passaram a não atuar.

A mudança de participação de alguns alunos, em relação à fase da *matematização* do projeto, era consequência da dificuldade desses alunos com a matéria e/ou com o fato de alguns não gostarem de matemática:

**Caio:** Professora, eu vou falar sério com você. Até agora o trabalho estava legal, mas da matemática eu não gosto, não.

(Transcrição do áudio, grupo *Produção musical*, 29/04/2014)

**Rita:** O Rodrigo faz aí. [...] Essa parte eu não vou mexer, não. Não sei nada de matemática.

(Transcrição do áudio, grupo *Existência de vida em outros planetas*, 29/04/2014)

Vladimir deixou de participar da atividade. Ele diz o tempo todo que não gosta de matemática.

(Caderno de campo, 13/05/2014)

**Professora:** Cláudia, seu grupo não é esse aí, não...

**Cláudia:** As meninas estão fazendo, professora. [...] Não vai adiantar nada eu aí, eu não sei nada mesmo.

(Transcrição do áudio, grupo *Eclipse lunar*, 13/05/2014)

**Sophie:** Eu sei que a matemática é importante na vida. Às vezes, o problema é entender mesmo. [...] Matemática é muito difícil.

(Transcrição do áudio, grupo *Kepler-186f*, 20/05/2014)

Apesar da manifestação dos alunos, a professora Flávia relatou que alguns alunos que possuíam dificuldade em matemática ou que não gostavam de matemática - Sophie, Marco, Gladys, Cláudia - participaram mais na fase de *matematização* do projeto de modelagem do que participavam das aulas expositivas de matemática.

## 6.2. Análise

No episódio 1, podemos observar o estranhamento dos alunos frente ao uso da matemática no projeto ao compararem com a forma como a matemática geralmente se apresenta nos espaços escolares:

**Tháisa:** Eu estou achando estranho demais esse trabalho.

**George:** Ah, Tháisa. Pra mim é melhor [...] Nas aulas de matemática a gente não vê pra que serve as coisas na vida.

(Transcrição do áudio, grupo *Buraco negro*, 14/05/2014)

[...]

**Thomas:** É, mas na aula é diferente, é até difícil acostumar.

**Marco:** É... na escola parece que a matemática só é importante para a matemática.

[...]

(Transcrição do áudio, grupo *Produção musical*, 20/05/2014)

A dinâmica habitual de organização das aulas de matemática pode ter feito com que Thaísa e Thomas estranhassem o desenvolvimento dos projetos de modelagem. No projeto de modelagem, como dito anteriormente, uma organização diferente da que estavam acostumados estava sendo desenvolvida. A atividade foi desenvolvida em um ambiente de aprendizagem que procurava favorecer a investigação. Neste cenário, os alunos foram convidados a formular questões e buscar explicações, sendo os responsáveis pelo processo (SKOVSMOSE, 2000).

No ensino de matemática baseado no paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000), a matemática aparece com papel de destaque, ficando a situação analisada, quando ela existe, em segundo plano. Os alunos, em geral, não têm a oportunidade de expor sua forma de pensar e construir interações com outros alunos e o professor. Nessas aulas, as informações necessárias geralmente são dadas e existe um direcionamento em relação a quais conceitos e conteúdos utilizar. Parece que dessa maneira, os alunos não identificam a utilidade ou aplicação da matemática na vida, nas situações reais, e interpretam que “na escola parece que a matemática só é importante para a matemática” (MARCO, Transcrição do áudio, grupo *Produção musical*, 20/05/2014). Esta fala de Marco pode sinalizar que quando o ensino de matemática se baseia apenas no paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000), e não se aborda a matemática relacionada a situações reais, os alunos podem entender que a matemática não é importante em situações fora do ambiente escolar.

George e Mário, por sua vez, parecem indicar que, na atividade de modelagem, se vislumbra o uso da matemática assim como se utiliza na vida. Dessa forma, os alunos fazem referência à matemática como “um instrumento que o homem possui para lidar com o mundo” (ANASTÁCIO, 1990, p. 61). Nesta visão, ao trabalhar com a modelagem, o aluno propõe uma ação na realidade (ANASTÁCIO, 1990) em diálogo com a matemática.

Assim como apontado no capítulo 5, mesmo que a atividade de modelagem esteja em um cenário para investigação, os reflexos das aulas baseadas nas práticas pedagógicas habituais refletem, a todo o momento, no desenvolvimento da atividade de modelagem.

[...]

**Rodrigo:** Eu também não sei. A gente nunca fez isso. A professora já dá o que tem que fazer e o que a gente vai usar.

**Vladimir:** É mais ou menos isso. [...] Tipo, a gente não faz isso nas aulas de matemática.

(Transcrição do áudio, grupo *Buraco negro*, 29/04/2014)

[...]

**George:** Ah, Thaísa. Pra mim é melhor [...] Nas aulas de matemática a gente não vê pra que serve as coisas na vida.

(Transcrição do áudio, grupo *Buraco negro*, 14/05/2014)

**Mário:** [...] É isso aí que eu falo... aula tem que ser assim. É assim que a gente usa matemática na vida. [...]

(Transcrição do áudio, grupo *Produção musical*, 20/05/2014)

Nas falas de Rodrigo, Vladimir, George e Mário, podemos identificar as referências à matemática tradicional em oposição às referências à matemática por meio da modelagem (ANASTÁCIO, 1990). No caso de George e Mário, identifico que o fator de oposição se refere a como a matemática é tratada frente a uma situação real. Nas aulas tradicionais os alunos indicam que não veem a utilidade ou a aplicação da matemática na vida. Em contrapartida, na atividade de modelagem, indicam que “é assim que a gente usa matemática na vida” (MÁRIO, Transcrição do áudio, grupo *Produção musical*, 20/05/2014).

No episódio 2, novamente as aulas baseadas nas práticas pedagógicas habituais refletem no desenvolvimento da atividade de modelagem:

**Beatriz:** Professora, nós não vamos fazer contas?

**Pesquisadora:** Contas? Por que você está perguntando isso?

**Cláudia:** Já te falaram que a gente está numa aula de matemática, né? [Risos]

**Beatriz:** É que a gente sempre faz isso nas aulas de matemática.

(Transcrição do áudio, grupo *Eclipse lunar*, 23/04/2014)

Além disso, dessa vez, a aluna Beatriz quer incorporar a matemática no projeto da mesma maneira que a utiliza nas outras atividades de matemática na escola:

[...]

**Beatriz:** Sim, não é só isso [...] eu quero usar a matemática do mesmo jeito que uso aqui na escola.

(Transcrição do áudio, grupo *Eclipse lunar*, 23/04/2014)

Incorporar a matemática no projeto da mesma maneira que a utiliza nas outras atividades de matemática na escola também parece ser a intenção de alguns dos integrantes do grupo *League of Legends* como apresentado no episódio 1:

**Whesley:** Eu acho que dá para usar função e fazer uns gráficos com isso aqui.

**Murilo:** Gráfico de quê?

**Whesley:** Ainda não sei. Não sei a função. A gente nem sabe a pergunta direito. Primeiro, a gente precisa fazer essa parte.

**Murilo:** A professora falou que depois que a gente escolher a pergunta, nós vamos usar a matemática. Vamos terminar essa parte logo, então.

[...]

**Felipe:** Eu acho que a gente já tem o que vai fazer, tipo o objetivo. A professora mesmo falou isso [...] Vamos perguntar pra ela o que a gente faz agora, se já dá para fazer o gráfico.

(Transcrição do áudio, grupo *League of Legends*, 23/04/2014)

Além disso, alguns alunos parecem que só incorporaram a matemática em virtude das orientações dadas por mim e pela professora. O grupo *Call of Duty x Battlefield*, por exemplo, começou a avaliar qual dos jogos era o melhor sem usar a matemática. Apenas após orientações minhas, o grupo decidiu analisar qual jogo era melhor a partir do número de venda dos dois jogos.

No episódio 3, encontramos a professora Flávia e a aluna Sophie fazendo referência à matemática a partir da elaboração de um modelo para investigar a situação proposta.

**Professora:** Mas só uma tabela? O que vocês vão fazer com isso? [...] Vocês têm que usar a matemática para analisar a problema de vocês.

**Sophie:** Por que eu não posso só fazer uma tabela se a gente faz isso nas aulas.

[...]

**Professora:** Não é que não pode, mas não pode ser só isso. Pensa em um conteúdo para usar.

(Transcrição do áudio, grupo *Kepler-186f*, 13/05/2014)

A professora Flávia, ao questionar a elaboração apenas de uma tabela e dizer que era preciso usar a matemática para analisar a questão proposta pelo grupo,

parece fazer referência à matemática voltada para a ênfase no conteúdo. Sophie, ao mencionar que nas aulas de matemática são feitas apenas tabelas, faz referência à matemática não voltada apenas para o caráter de formalização. Quando questionei ao grupo como elas identificavam a matemática que tinham utilizado no projeto, Sophie argumentou que a organização dos dados em tabela e a ideia de relação entre as condições para ter vida e os planetas foram as ferramentas matemáticas que o grupo utilizou. A ideia de relação foi introduzida a partir da orientação da professora Flávia: o grupo deveria utilizar algo além da tabela. O grupo parece ter feito uma relação com a noção de função como ela foi introduzida na sala de aula. A professora Flávia começou trabalhando o conceito de função por meio da noção de relações entre grandezas apresentando tabelas. Além disso, para as integrantes do grupo, o fato de se usar tabelas na apresentação de dados nas aulas de matemática faz com que elas constituam uma ferramenta matemática para organização e análise dos dados. Assim, o grupo parece querer incorporar a matemática ao projeto da mesma maneira que a utiliza nas outras atividades de matemática na escola, o que já foi apontado nos episódios 1 e 2.

No episódio 4, o aluno Rodrigo defende que não é possível utilizar a matemática para analisar se existe vida em outros planetas:

**Rodrigo:** A matemática não vai dar uma resposta para isso.

**Vladimir:** E aquela equação que a professora falou? Tipo, com o que a gente já tem de matemática não dá para responder, mas se a gente criar uma.

[...]

**Rodrigo:** Eu acho que vai ficar... artificial.

(Transcrição do áudio, grupo *Existência de vida em outros planetas*, 13/05/2014)

**Rodrigo:** Pra mim a matemática não vai ajudar e pronto. Não dá para usar a matemática para isso.

[...]

**Pesquisadora:** Você disse que ia ficar artificial criar uma fórmula para analisar o problema, por quê?

**Rodrigo:** Artificial? Eu disse isso? [...] Ah, é porque dá até para usar a matemática, mas não vai fazer sentido. Vai ficar uma coisa forçada. Isso não é artificial?

[...]

**Rodrigo:** Então é isso mesmo. Tipo, vamos usar a matemática por usar, mas não vai ter nada a ver. O problema não é que a gente vai criar uma coisa nova, é pôr algo forçado.

(Transcrição do áudio, grupo *Existência de vida em outros planetas*, 20/05/2014)

Penso que, para Rodrigo, a matemática não apresenta uma resposta para todas as situações, ou seja, para o aluno nem tudo pode ser explicado matematicamente. O aluno argumenta que mesmo inserindo algum elemento matemático novo, essa introdução, na situação investigada, ocorrerá de maneira forçada. Neste sentido, parece-me que há uma inversão de papéis em comparação com as aulas convencionais de matemática, em que as situações reais são modificadas para que a matemática utilizada seja a mesma de exercícios habituais. Segundo Alsina (2007), há exercícios de matemática que tratam de realidades falsas ou manipuladas, que são situações aparentemente realistas por contar com palavras e dados de uso cotidiano, mas são alteradas para dar lugar a exercícios matemáticos. Segundo a exposição de Rodrigo, podemos interpretar que no lugar de realidades manipuladas podemos ter matemáticas artificiais, com a alteração das situações reais dando lugar à inserção da matemática de maneira forçada. Dessa maneira, Rodrigo se nega a incorporar a matemática porque vê isso como algo artificial.

A postura questionadora de Rodrigo também pode estar relacionada à competência de refletir sobre o uso da matemática (SKOVSMOSE, 2001) no tratamento da situação-problema no projeto, postura incentivada em ambientes orientados segundo a educação matemática crítica.

Assim, até o momento, há três situações/categorias:

- 1) os alunos, por conta própria, incorporam a matemática na análise da situação real porque estão na aula de matemática. E é a mesma matemática presente nas aulas;
- 2) os alunos só incorporam a matemática na análise da situação real depois que as professoras os orientam a fazer assim. Ou seja, se dependesse deles, eles não incorporariam;
- 3) os alunos se negam a incorporar a matemática na análise da situação real porque veem isso como algo artificial.

Na primeira situação, temos, como exemplo, no episódio 1, o grupo *League of Legends* pretendendo incorporar o conteúdo de funções; no episódio 2, as alunas Beatriz e Cláudia, do grupo *Eclipse lunar*, pretendendo realizar cálculos associados a determinado conteúdo, no caso a média aritmética. Na segunda situação, temos o grupo *Kepler-186f* incorporando a noção de peso apenas depois que a professora orientou o grupo sobre a necessidade de fazer algo além da tabela, e o grupo *Call of Duty x Battlefield*, que decidiu analisar qual jogo era melhor a partir do número de venda dos dois jogos apenas após orientações minhas. Na terceira situação, temos os alunos Rodrigo e Gladys, do grupo *Existência de vida em outros planetas*, se negando a incorporar a matemática ao defender que a disciplina não poderia explicar a existência de vida em outros planetas.

Nas duas primeiras situações, as relações entre as referências à realidade e à matemática são estabelecidas a partir de como a matemática se apresenta nos espaços escolares: na primeira situação, segundo a percepção dos alunos; na segunda situação, na percepção minha e da professora.

Na terceira situação, a relação entre as referências à realidade e à matemática indica que nem tudo pode (ou precisa) ser tratado matematicamente. Nesse sentido, parece-me que há, além da referência em adequar a realidade à matemática, a referência em adequar a matemática à realidade. Não se trata apenas de inserir situações com referência à realidade nas aulas de matemática; a matemática também deve se inserir nessas situações.

No episódio 5, o destaque é para o uso de computadores:

**Felipe:** É muito melhor usar o computador, fica mais real a matemática [...] A gente viu que nosso desenho estava bom e viu muitas possibilidades.

**Murilo:** É mesmo. Com o computador dá para ver direito e aprender coisas novas.

(Transcrição do grupo virtual, grupo *League of Legends*, 11/06/2014)

**Beatriz:** [...] Aí você faz [o gráfico] no papel e depois compara com o computador... Muito legal, assim aprende mais.

**Fernanda:** Usando o computador parece que a gente entende mais... [...] Fica mais claro o que os meninos fizeram na parte de matemática.

(Transcrição da apresentação, grupo *Call of Duty x Battlefield*, 29/08/2014)

Os alunos, ao falarem sobre o uso de *softwares* de computadores, referem-se a uma matemática mais real, mais compreensível, mais clara. Nesse sentido, parece-me que, como apontam Borba e Villarreal (2005), a tecnologia tem um papel ativo na construção do conhecimento. Os autores defendem que o conhecimento é produzido por coletivos de seres-humanos-com-mídias; dessa forma, tecnologias oriundas da informática também são atores no processo de produção de conhecimento. Murilo, Felipe, Beatriz e Fernanda parecem estabelecer relações entre as referências à realidade e à matemática a partir do uso de programas de computadores.

No episódio 6, encontramos algumas falas que apontam a resistência de alguns alunos em continuar participando dos projetos devido à incorporação da matemática:

**Caio:** Professora, eu vou falar sério com você. Até agora o trabalho estava legal, mas da matemática eu não gosto, não.

(Transcrição do áudio, grupo *Produção musical*, 29/04/2014)

**Gladys:** O Rodrigo faz aí. [...] Essa parte eu não vou mexer, não. Não sei nada de matemática.

(Transcrição do áudio, grupo *Existência de vida em outros planetas*, 29/04/2014)

Durante a fase de *matematização*, alguns alunos passaram a manifestar que não gostavam de e/ou não sabiam matemática. A professora Flávia buscava incentivá-los, falando que a participação no projeto era importante para que eles tentassem mudar a relação que tinham com a matemática e percebessem que a matemática era importante também fora do ambiente escolar. Parte desses alunos participou significativamente nas outras fases do projeto, mas na fase da *matematização* esses alunos assumiram uma postura de observação, como é o caso de Gladys. A aluna, ao lado de Rodrigo, era a líder do grupo *Existência de vida em outros planetas*, coordenando as ações do grupo e as atribuições de cada um. Nos encontros em que a investigação envolveu o uso da matemática, a aluna se mostrava mais receosa em comandar o grupo. Em um desses encontros, já fora do ambiente de sala de aula, Gladys justificou para mim que não estava participando dessa fase não porque não queria, mas porque tinha dificuldade com a matemática. Vladimir, integrante do grupo *Buraco negro*, também deixou de atuar na fase de

matematização, no caso dele por não gostar de matemática. Dessa maneira, os alunos não incorporam a matemática ao projeto por não gostarem e/ou não saberem matemática.

Assim, temos as relações entre as referências à realidade e à matemática mediadas pelas seguintes situações:

- 1) os alunos, por conta própria, incorporam a matemática na análise da situação real porque estão na aula de matemática. E é a mesma matemática presente nas aulas;
- 2) os alunos só incorporam a matemática na análise da situação real depois que as professoras os orientam a fazer assim. Ou seja, se dependesse deles, eles não incorporariam;
- 3) os alunos se negam a incorporar a matemática na análise da situação real porque veem isso como algo artificial;
- 4) os alunos, ao incorporarem a matemática na análise da situação real associada ao uso de computadores, veem a matemática como algo mais real;
- 5) os alunos não incorporam a matemática na análise da situação real porque não gostam de matemática e/ou têm dificuldade em matemática.

Apresentadas as fases do projeto de modelagem, e as análises de cada fase, no próximo capítulo farei uma pausa na análise e apresentarei como cada grupo finalizou o projeto de modelagem matemática.



## CAPÍTULO 7

### PAUSA NA ANÁLISE: COMO OS PROJETOS TERMINARAM

Neste capítulo, apresento como cada grupo finalizou seu respectivo projeto. O capítulo está organizado em sete seções, uma para cada grupo. Desse modo, faço uma breve retomada do objetivo do grupo, modificações ocorridas ao longo do projeto e a conclusão a que chegou o grupo ao final da investigação. Além disso, exponho momentos da apresentação final do projeto.

#### **7.1. Produção musical: Será por causa da PEC???**

A primeira intenção do grupo era trabalhar com a frequência dos instrumentos musicais. Os alunos alegavam que havia indicações da relação desse aspecto com a matemática na música. Marco, integrante do grupo, alertou que esse objetivo parecia não ter relação com produção musical e sugeriu pesquisar sobre o custo da produção de CD. Outra ideia apontada foi comparar o valor gasto na produção de CD com o valor pelo qual ele é vendido no mercado.

Ao pesquisarem sobre o valor da produção de um CD musical, o grupo verificou que havia muitos fatores envolvidos, como a quantidade de faixas de um CD; a qualidade do *Studio* e dos equipamentos de som em que o CD é gravado; as horas utilizadas para ensaios na pré-produção; os músicos extras e de apoio contratados; horas para gravações; horas para mixagens; pré-masterização, dentre outros.

**Marco:** Professora, eu não sei fazer a parte de matemática, tem muita coisa. A gente achou que para fazer um CD bom, os custos são na faixa de R\$7.500 e R\$15.000.

**Pesquisadora:** Vocês querem analisar quanto custa a produção de um CD musical, não é isso?

**Marco:** Tem também o valor que o CD é vendido. Achamos que depende do tipo de CD e dos cantores.

**Pesquisadora:** Marco, sobre essa questão do custo, teve alguma coisa que chamou a atenção do grupo?

**Marco:** Tipo o preço [...] preço médio. Dizem que é R\$17,00 há três anos, só que é difícil achar um CD nesse preço. Tinha que ter um jeito de abaixar.

**Pesquisadora:** Tem a PEC da música. [...] Que isenta de impostos.

**Marco:** É, eu vi isso.

[...]

**Marco:** Está aí. Vamos ver a redução do custo.

(Transcrição do grupo virtual, grupo *Produção musical*, 23/05/2014)

A análise da redução do preço do CD com a aprovação da PEC da música foi o objetivo final definido pelo grupo *Produção musical*. Com a aprovação da PEC, em 2013, estimava-se uma redução entre 19% a 25% no preço do CD.

Assim, o grupo escolheu cinco cantores brasileiros que lançaram CD em 2014 e coletaram o preço do CD. Em seguida, coletaram o preço do álbum anterior dos mesmos cantores. Para a escolha dos cantores, o grupo procurou selecionar álbuns que tivessem a mesma quantidade de faixas para o mesmo cantor e não houvesse uma diferença considerável entre as datas de lançamento dos CD. Dessa forma, o grupo esperava avaliar se, com a aprovação da PEC, o preço do CD havia atingido a redução estimada.

Durante a apresentação do projeto, com os dados organizados em uma tabela, Arnaldo comentou que era possível verificar a redução do preço dos CD dos cantores pesquisados, mas não quanto havia diminuído.

**Arnaldo:** Olhando os casos, todos diminuíram. Mas, quanto?

[...]

**Marco:** Aí a gente pegou e usou regra de três para ver quanto reduziu. Pra Pitty era trinta [reais] vírgula oitenta [centavos] antes da PEC; depois, ficou vinte e nove [reais] vírgula noventa [centavos]. Aí multiplicando cruzado, vinte e nove [reais] vírgula noventa [centavos] por cem e dividindo por trinta [reais] vírgula oitenta [centavos], dá noventa e sete... por cento. [...] Fazendo cem menos noventa e sete, dá três. Então, reduziu três por cento.

(Transcrição da apresentação, grupo *Produção musical*, 20/08/2014)

O mesmo procedimento foi adotado para os outros quatro cantores selecionados, como apontado no Quadro 7<sup>58</sup>. Ao final da apresentação, o grupo repassou a pergunta à turma e questionou se a redução dos preços dos CD pesquisados era em virtude da PEC. Os alunos da turma que opinaram disseram que achavam que a aprovação da PEC havia influenciado na redução do preço dos CD. Marco, integrante do grupo, relatou que, como a aprovação da PEC era recente, era possível que a redução dos preços estivesse sendo influenciada por outros fatores.

**Marco:** Reduziu? Reduziu. Mas isso não quer dizer que foi por causa da PEC [...]. A gente tem que tomar cuidado.

[...]

**Pesquisadora:** Tomar cuidado com o quê?

**Marco:** Com a resposta [...]

**Arnaldo:** É [...] assim, professora. Diminui, mas não para todo mundo. Olha a Pitty, diminuiu muito pouco.

**Marco:** Professora, é [...] aquilo que você falou com a gente outro dia, estamos pegando umas... como é mesmo?

**Pesquisadora:** Variáveis?

**Marco:** É... variável, [...] talvez se a gente pegasse outros cantores e se a gente tivesse pegado outros anos junto com esses que a gente pegou. [...] a gente tem que pensar em como a gente usa a matemática.

(Transcrição da apresentação, grupo *Produção musical*, 20/08/2014)

A professora Flávia perguntou, ao final da apresentação, qual era a opinião do grupo sobre o projeto desenvolvido. O integrante Marco, ao responder a pergunta da professora, falou sobre o reconhecimento de um número como dízima e sobre a descoberta de como arredondar um número.

**Marco:** [...] Teve outra coisa legal. Tipo, teve hora que a gente achou uma dízima quando fez a regra de três. Quando a gente viu dízima, foi só dízima. [...] Achei bom porque eu reconheci. E também a professora falou sobre como arredondar esses números, que eu não sabia. [Quando o aluno falou sobre a professora, ele se referiu à pesquisadora]

(Transcrição da apresentação, grupo *Produção musical*, 20/08/2014)

<sup>58</sup> Os *slides* aqui apresentados, assim como os dos demais grupos, não são todos os *slides* utilizados pelo grupo na apresentação do projeto. Foram selecionados apenas os *slides* que correspondem à parte final do projeto.

### Quadro 7 - Slides da apresentação do grupo *Produção musical*

#### PEC da música

- A redução do preço do CD é uma das preocupações das gravadoras.
- Promulgada no Congresso Nacional em 15 de outubro de 2013 a PEC da Música que isenta de impostos obras musicais de autores brasileiros.
- Percentual de desconto estimado no produto final: 19% a 25%.
- Objetivo 2: avaliar a redução do preço dos CDs com a PEC da música

- Escolhemos cinco cantores/bandas do Brasil que lançaram CDs em 2014:
- Pitty;
- Israel Novaes;
- Gustavo Lima;
- Wanessa da Mata;
- Fresno.
- Pegamos os preços dos álbuns de 2014 e do álbum anterior no ano do lançamento para verificar se já é possível ver uma redução dos preços dos CDs.

#### Dados

Cantores	Preço antes da PEC	Preço depois da PEC
Pitty	R\$30,80	R\$29,90
Israel Novaes	R\$21,89	R\$16,90
Gustavo Lima	R\$27,90	R\$19,90
Wanessa da Mata	R\$28,90	R\$23,90
Fresno	R\$21,89	R\$19,90

- Em todos os casos o preços diminuíram.
- Mas quanto diminuíram?

### Pitty

- Usando regra de três:

$$\begin{aligned}
 30,80 &\rightarrow 100 \% \\
 29,90 &\rightarrow x \\
 x &= \frac{29,90 \cdot 100 \%}{30,80}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x &= 97 \% \\
 100 \% - 97 \% &= 3 \%
 \end{aligned}$$

### Israel Novaes

$$\begin{aligned}
 21,89 &\rightarrow 100 \% \\
 16,90 &\rightarrow x \\
 x &= \frac{16,90 \cdot 100 \%}{21,89} \\
 x &= 77 \% \\
 100 \% - 77 \% &= 23 \%
 \end{aligned}$$

**Gusttavo Lima**

$$27,90 \rightarrow 100 \%$$

$$19,90 \rightarrow x$$

$$x = \frac{19,90 \cdot 100 \%}{27,90}$$

$$x = 71 \%$$

$$100 \% - 71 \% = 29 \%$$

**Wanessa da Mata**

$$28,90 \rightarrow 100 \%$$

$$23,90 \rightarrow x$$

$$x = \frac{23,90 \cdot 100 \%}{28,90}$$

$$x = 82 \%$$

$$100 \% - 82 \% = 18 \%$$

**Fresno**

$$21,89 \rightarrow 100 \%$$

$$19,90 \rightarrow x$$

$$x = \frac{19,90 \cdot 100 \%}{21,89}$$

$$x = 90 \%$$

$$100 \% - 90 \% = 10 \%$$

Israel Novaes, Gustavo Lima e Wanessa da  
 Mata estão com redução perto da  
 porcentagem  
  
 Será por causa da PEC?????

Fonte: Dados da pesquisa

### ***7.2. League of Legends: Vamos ter que esperar até o ano que vem para saber se o trabalho está certo***

Inicialmente, o grupo pretendia analisar o crescimento do jogo considerando as premiações dos campeonatos. Os alunos alteraram o objetivo, pois a empresa do jogo não forneceu as informações referentes às premiações. A empresa divulgou, por meio do *site* oficial, o número de jogadores registrados em determinados anos. Assim, o grupo decidiu analisar o crescimento a partir do número de jogadores registrados. Felipe, Murilo e Whesley pretendiam usar o que estavam aprendendo em funções para atingir o objetivo.

**Murilo:** Professora, a gente conseguiu o crescimento em alguns anos.

**Pesquisadora:** Vocês vão pegar quais anos?

[...]

**Felipe:** O jogo começou em 2009.

**Whesley:** No finalzinho [do ano].

**Felipe:** Nós temos dos anos de 2011, 2012 e 2013.

**Pesquisadora:** O que vocês têm?

**Felipe:** Os jogadores.

**Pesquisadora:** Número de jogadores?

**Felipe:** É... jogadores registrados.

**Whesley:** Só de ver os números dá pra ver que está crescendo.

**Pesquisadora:** Quais são os números?

**Murilo:** 15, 32 e 67.

**Pesquisadora:** Milhões?

**Felipe:** É.

**Pesquisadora:** Ok, mas como está sendo o crescimento?

**Whesley:** Como assim?

**Pesquisadora:** Por exemplo, está crescendo de forma constante?

**Felipe:** Hum, não. Primeiro aumentou... 17 e depois... 35.

[...]

**Whesley:** Tipo, dobrou. [...] Fizemos alguns gráficos e uma tabela até agora. Não está aqui. Estamos querendo usar função.

**Pesquisadora:** Vocês estão aprendendo os tipos de funções, não é?

**Felipe:** É.

**Pesquisadora:** De qual função o gráfico se aproxima mais.

**Felipe:** Vamos ter que ver.

(Transcrição do áudio, grupo *League of Legends*, 13/05/2014)

No encontro do dia 20 de maio, explorei rapidamente com o grupo a construção de gráficos por meio do Excel, inserindo os dados obtidos. Após a inserção dos dados, construí um gráfico de dispersão<sup>59</sup>. O trecho a seguir descreve a sequência:

**Pesquisadora:** Quando se desenha um gráfico no Excel, além de traçar os pontos, pode-se inserir uma linha de tendência. Linha de tendência pode ser linear, exponencial, polinomial de 2º grau, 3º grau.

**Felipe:** Tipo de função, né?

**Murilo:** Mas é isso que a gente quer saber. Como a gente vai escolher?

**Pesquisadora:** E o gráfico que vocês fizeram? [...] A gente pode ver qual mais se aproxima e testar. Vou pegar a linear aqui. [...] O que vocês acham?

**Whesley:** Não é linear, porque um ponto não corta o gráfico.

(Transcrição ao áudio, grupo *League of Legends*, 20/05/2014)

Orientei que os alunos deveriam testar as outras possibilidades e exibir uma equação que representasse a função que mais se aproximasse. Em virtude da greve na escola, seguida da paralisação do calendário escolar devido à Copa do Mundo,

<sup>59</sup> Gráficos de dispersão são representações de duas ou mais variáveis organizadas em um gráfico, uma em função da outra.

terminei de auxiliar os alunos virtualmente. O trecho a seguir mostra o momento em que os alunos pediram ajuda na construção do gráfico:

**Felipe:** Os números estão feios. Está certo o que a gente fez?

**Pesquisada:** Que números?

**Whesley:** Da função.<sup>60</sup>

**Pesquisadora:** Sim. [...] Ah, para facilitar vocês podem fazer uma alteração. O 1 vai representar o ano 2011, 2 representa o ano 2012 e 3, o ano 2013.

[...]

**Felipe:** Ok.

**Pesquisadora:** O que vocês estão fazendo com essa função?

**Whesley:** Calculando. Depois a gente manda.

(Transcrição do grupo virtual, grupo *League of Legends*, 21/06/2014)

Os alunos estavam, na verdade, conferindo se a função correspondia aos dados e a usaram para estimar o número de jogadores em 2014. O Quadro 8 mostra a sequência de *slides* utilizada na apresentação do grupo.

Na apresentação do grupo, o integrante Felipe mencionou que para saber se o trabalho estava correto, seria necessário aguardar o próximo ano, 2015, período em que seriam divulgados os números de jogadores registrados em 2014.

**Felipe:** [...] Vamos ter que esperar até o ano que vem para saber se o trabalho está certo.

(Transcrição da apresentação, grupo *League of Legends*, 14/08/2014)

O aluno pareceu estender o tipo de gráfico obtido para todos os outros anos e não tratou o resultado apontado para 2014 apenas como uma estimativa. Felipe considerou que se o número de jogadores registrados em 2014 não correspondesse ao calculado, algo errado havia sido realizado pelo grupo.

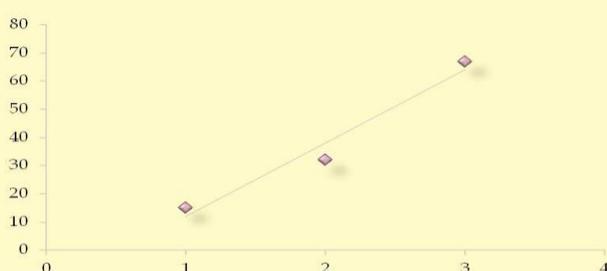
<sup>60</sup> A equação obtida foi  $y = 9x^2 - 36154x + 4E+07$

**Quadro 8 - Slides da apresentação do grupo *League of Legends*****Jogadores registrados**

- 2011: 15 milhões de jogadores
- 2012: 32 milhões de jogadores
- 2013: 67 milhões de jogadores

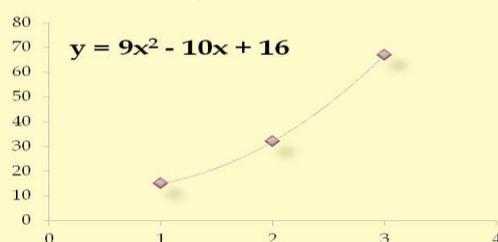
**Números de jogadores (em milhões)  
x ano**

1 representa o ano 2011  
2 representa o ano 2012  
3 representa o ano 2013

**Crescimento linear?**

- O crescimento não é linear porque os pontos não estão sobre a reta isto significa que o crescimento não é constante, não é linear.

**Testando possibilidades: qual das curvas melhor se aproxima dos pontos**



- uma curva polinomial, com a equação polinomial do 2º grau:
- $y = 9x^2 - 10x + 16$ , em que  $x$  representa o ano e  $y$  o número de jogadores.

### Verificando

- Quando  $x=1$ ,  $y=15$
- $y = 9x^2 - 10x + 16 = 9(1)^2 - 10(1) + 16 = 9 - 10 + 16 = 1 + 16 = 15$
- Quando  $x=2$ ,  $y=32$
- $y = 9x^2 - 10x + 16 = 9(2)^2 - 10(2) + 16 = 9 \cdot 4 - 20 + 16 = 36 - 20 + 16 = 16 + 16 = 32$
- Quando  $x=3$ ,  $y=67$
- $y = 9x^2 - 10x + 16 = 9(3)^2 - 10(3) + 16 = 9 \cdot 9 - 30 + 16 = 81 - 30 + 16 = 51 + 16 = 67$

**se o crescimento continuar  
assim qual será o nº de  
jogadores em 2014?**

- Como 1 representa o ano 2011, 2 representa o ano 2012, 3 representa o ano 2013, 4 vai representar o ano 2014
- $y=9x^2-10x+16=9.(4)^2-10(4)+16=114-40+16=120$
- em 2014 League of Legends pode ter 120 milhões de jogadores registrados.

Fonte: Dados da pesquisa

### **7.3. Call of Duty x Battlefield: A gente ter achado que é o mais vendido não quer dizer que é o melhor**

O enredo, os personagens, o visual e os efeitos sonoros eram alguns dos aspectos considerados nas análises de qual dos jogos é o melhor: Call of Duty ou Battlefield.

Com o alerta de que o grupo precisaria utilizar a matemática para avaliar a questão levantada, o integrante Francisco buscou alguma variável que pudesse relacionar com a matemática. Francisco sugeriu ao grupo que focalizassem no número de vendas dos dois jogos.

**Francisco:** Eu achei algumas coisas. [...] Pensei na gente ver sobre o número de vendas. Sei lá, seria um jeito de ver qual é o melhor.

(Transcrição do áudio, grupo *Call of Duty x Battlefield*, 13/05/2014)

Ao pesquisarem sobre o número de vendas dos jogos, os alunos não conseguiram obter o número de vendas para usuários *on-line*. Assim, optaram por coletar os dados dos números de vendas para a versão eletrônica do jogo, considerando os consoles Xbox e PlayStation 3.

Foi localizado um *site*<sup>61</sup> que divulgava as vendas globais dos jogos por plataformas (consoles). O grupo coletou os dados para o período de 2010 a 2013.

<sup>61</sup>Disponível em: <[www.vgchartz.com/gamedb/?name=call+of+duty&publisher&platform=PS3&genre&minSales=0&results=200](http://www.vgchartz.com/gamedb/?name=call+of+duty&publisher&platform=PS3&genre&minSales=0&results=200)>. Último acesso em: 31 mar. 2015.

**Caio:** Teve um problema: o Battlefield de 2005 até 2014 só lançou dois, o Battlefield 3 e Battlefield 4... Como vamos comparar?

**Pesquisadora:** Caio, você está olhando qual plataforma?

[...]

**Caio:** Tava olhando errado. [...] Se a gente pegar de 2010 a 2013, só não tem de 2012.

(Transcrição do grupo virtual, grupo *Call of Duty x Battlefield*, 19/06/2014)

Em seguida, o grupo construiu quatro gráficos de linha combinando o jogo e os dois consoles. Orientei e ensinei o grupo a construir um gráfico de linhas empilhadas a fim de agrupar os gráficos anteriores, como apresentado no Quadro 9. A intenção de construir os gráficos foi em virtude de o grupo considerar que era difícil avaliar pela tabela a venda dos jogos.

**Francisco:** Olhando o gráfico e a tabela, vemos que o jogo que tem mais vendas é o Call of Duty [...]

**Caio:** Então ele é o melhor.

**Francisco:** Eu não acho isso, não. [...] Eu também gosto mais do Call of Duty. Mas, a gente ter achado que é o mais vendido não quer dizer que é o melhor.

(Transcrição do grupo virtual, grupo *Call of Duty x Battlefield*, 17/07/2014)

Durante a apresentação do grupo, a professora Flávia alertou que o grupo havia organizado os dados de 2013 a 2010 e não de 2010 a 2013, como habitualmente é feito. Francisco disse que para ele essa organização não alterava sua percepção dos dados. Outro fator de destaque foi a incorporação do gráfico 3D. Francisco mencionou que através dele era possível ver mais claramente as alterações bruscas de vendas para o Battlefield e a mudança de crescimento dos jogos entre 2012 e 2013.

Ao final, o aluno novamente enfatizou sua posição em relação ao tratamento matemático utilizado pelo grupo:

**Francisco:** Não posso falar que o jogo Call of Duty é o melhor, mas sem dúvida é o mais vendido nas plataformas Xbox 360 e PS3. [...] E é isso, a gente não pode dizer que é assim por causa dos números que estão aí.

(Transcrição da apresentação, grupo *Call of Duty x Battlefield*, 20/08/2014)

**Quadro 9 - Slides da apresentação do grupo *Call of Duty x Battlefield***

**Objetivo:**

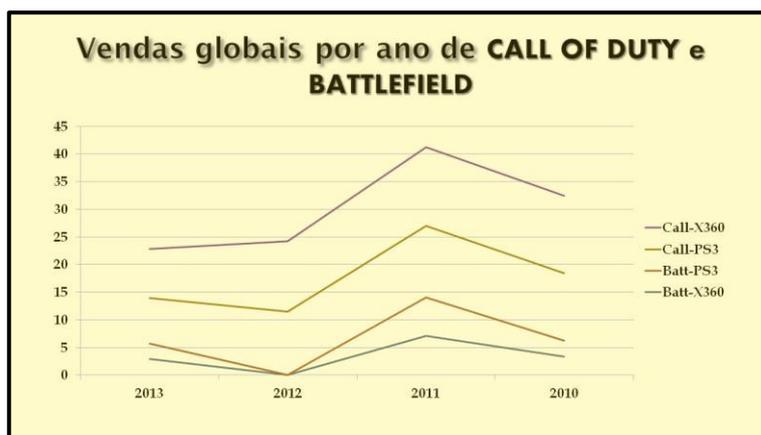
- Comparar o número de vendas dos dois jogos.

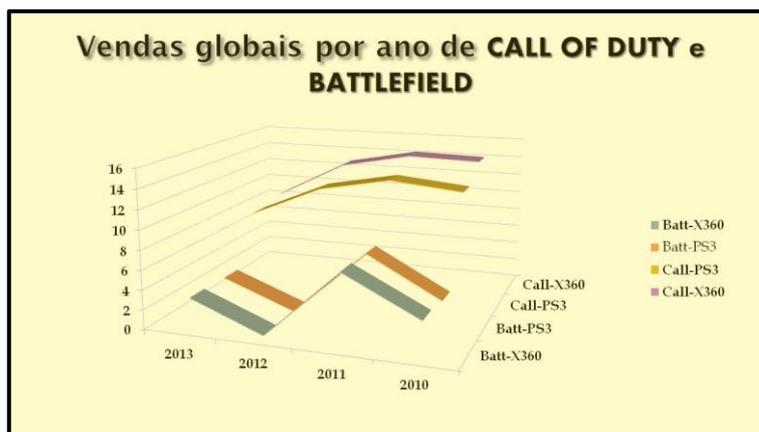
**BATTLEFIELD plataforma X360**

Ano	Vendas globais (em milhões)
2013	2,95
2012	-
2011	7,16
2010	3,39

**CALL OF DUTY plataforma X360**

Ano	Vendas globais (em milhões)
2013	8,87
2012	12,77
2011	14,26
2010	14,07





Com a análise do gráfico e da tabela vemos que o jogo que mais tem venda globais é o Call of Duty. Não se pode dizer que o jogo Call of Duty é o melhor, mas sem dúvida é o mais vendido nas plataformas Xbox 360 e PS3.

Fonte: Dados da pesquisa

#### **7.4. Existência de vida em outros planetas: O trabalho ficou estranho, sem sentido**

O objetivo do grupo era analisar onde poderia existir vida fora da Terra. O grupo começou considerando as condições, abordadas em uma reportagem, para existir vida em outro planeta.

O integrante Rodrigo achava que não seria possível utilizar a matemática para analisar se era possível existir vida em outros planetas. Para o aluno, a matemática não daria uma resposta para o problema. Como apresentado anteriormente, para o aluno, a matemática utilizada para análise seria artificial. Gladys também pensava da mesma forma que Rodrigo.

O grupo optou por não considerar as condições para existir vida fora da Terra. Na análise matemática, o grupo considerou a distância da Terra com relação aos

lugares provavelmente habitáveis e, considerando a velocidade de cometas, calculou a duração aproximada para a chegada ao planeta com chances de ser habitável, como indicado no Quadro 10. O grupo considerou que, para analisar se existe vida em determinado local, era necessário que o tempo de ida e volta gasto fosse relativamente pequeno.

**Gladys:** A gente pegou os lugares que têm chance de ter vida, aí pegou a distância deles da Terra e calculou quanto tempo leva para chegar até lá.

**Professora:** Como vocês calcularam isso?

**Rodrigo:** A gente pegou a velocidade de cometas. [...] Só que a gente não colocou aqui. [...] Tipo os Keplers, não dá para saber se tem vida lá não, olha o tempão que leva para chegar lá. A lua de Júpiter também leva muito tempo.

**Mário:** E sobre Marte?

**Rodrigo:** Chegar lá é até rápido. [Risos] Mas, isso não quer dizer que tem vida lá, não.

(Transcrição da apresentação, grupo *Existência de vida em outros planetas*, 27/08/14)

Na mesma data, utilizando o grupo virtual, perguntei como avaliavam o projeto e a forma como a matemática tinha sido utilizada. Também questionei se Rodrigo e Gladys ainda consideravam que a matemática que o grupo havia usado no projeto era artificial, algo defendido anteriormente. Rodrigo, ao responder a pergunta, falou que, na opinião dele, o projeto de modelagem ficou sem sentido, pois a matemática utilizada não tinha relação com o objetivo do grupo. A investigação por meio da matemática analisou quanto tempo levaria para chegar da Terra a determinados planetas onde há chances de existir vida, e não quais as chances de existir vida nos determinados planetas, o que era o objetivo do grupo.

**Rodrigo:** Ah professora, eu falei que não ia ficar bom. O trabalho ficou estranho, sem sentido. [...] Pra mim isso é artificial. [...] A matemática está lá, mas tem a ver com outra coisa.

(Transcrição do grupo virtual, grupo *Existência de vida em outros planetas*, 27/08/14)

**Quadro 10 - Slide da apresentação do grupo *Existência de vida em outros planetas***

Lugares Habitáveis	Distância da Terra	Duração aproximada para a chegada no planeta
Marte	60 Milhões km	1 ano
Europa	2,8 Bilhões km	30 anos
Lo	3,0 Bilhões km	31 anos
Titã	1,5 Bilhões km	16 anos
Enceladus	1,7 Bilhões km	18 anos
Keplers	20 anos luz	200000000 anos

Fonte: Dados da pesquisa

**7.5. Kepler-186f: Isso não quer dizer que não pode ter vida lá**

O objetivo do grupo era analisar se o exoplaneta Kepler-186f podia ser habitável. Para analisar a questão, o grupo considerou uma reportagem que tratava das condições para existir vida em outros planetas. Fatores como existência de água, a presença de oxigênio, a massa do planeta e o valor da temperatura eram alguns dos apontamentos da reportagem.

**Sophie:** A gente pode fazer assim: pega aquelas condições e vê se o Kepler tem.

**Elizabeth:** Como assim?

**Sophie:** Tipo, a temperatura. Qual é o valor da temperatura?

**Cecília:** Por que a temperatura?

**Sophie:** É por causa daquele texto que fala das condições pra ter vida em outro planeta.

(Transcrição do áudio, grupo *Kepler-186f*, 29/04/2014)

Inicialmente, o grupo considerou os seguintes fatores para coletar os dados: massa; distância média ao sol; temperatura da superfície; densidade média da água; número de satélites naturais; velocidade orbital; raio; período orbital; inclinação; pressão atmosférica; oxigênio; carbono. O próximo procedimento adotado pelo grupo foi coletar esses dados para os planetas Kepler-186f, Terra, Mercúrio e Marte e realizar uma comparação:

**Sophie:** Professora, não consegui tudo.

**Pesquisadora:** É um planeta novo, então considera apenas o que vocês conseguiram. O que vocês vão fazer agora?

**Sophie:** Eu estava pensando aqui, agora. Pra ter vida tem que ser parecido com a Terra. Então a gente podia pegar esses dados da Terra também para comparar.

**Pesquisadora:** Interessante. [...] Por que vocês também não pegam de outros planetas que dizem que não têm vida?

**Sophie:** Nossa, legal. Tipo, aí a gente vai ver se parece mais com um que tem vida ou com outro que não tem.

[...]

**Pesquisadora:** Quais planetas vocês vão pegar?

**Sophie:** Qual é o planeta mais perto do Sol?

**Pesquisadora:** Mercúrio.

**Sophie:** Então, vamos pegar ele. Ele e Marte, por que vai ter um meio termo.

**Pesquisadora:** Não entendi.

**Sophie:** Um que a gente sabe que tem, um que a gente sabe que não tem e um que a gente acha que tem.<sup>62</sup>

(Transcrição grupo virtual, grupo *Kepler-186f*, 13/05/2014)

Posteriormente, o grupo desistiu de considerar o planeta Mercúrio na análise, pois estava encontrando dificuldades para obter os dados sobre o planeta em questão. Assim, o grupo pesquisou os dados apenas para os planetas Terra, Marte e Kepler-186f, como apresentado no Quadro 11.

**Quadro 11 - Slide da apresentação do grupo *Kepler-186f***

	Terra	Marte	Kepler
Temperatura média da superfície	15°C	-63°C	-
Existência de água na superfície	sim	sim	sim
Carbono	0,038%	95,72%	-
Oxigênio	20,95%	0,2%	-
Período de translação (dias)	365	687	130
Velocidade orbital (km/s)	29,8	24,077	129,9459
Inclinação	7,15°	5,65°	89,9°
Aceleração	9,82	3,73	9,01
Distância média ao sol (em milhões km)	149	228	52,4
Massa(kg)	5,9742×10 <sup>24</sup>	6,4191×10 <sup>23</sup>	1,9111×10 <sup>24</sup>
Raio(km)	6 371	3397	7008,1

Fonte: Dados da pesquisa

<sup>62</sup> Sophie se referia respectivamente a Terra, Mercúrio e Marte.

O grupo coletou os dados e os publicou no grupo virtual. Questionei o que seria feito com aqueles dados. Sophie argumentou que iria fazer uma análise no momento da apresentação considerando diferentes níveis de importância para os fatores.

Esta parte não foi incluída de forma escrita no trabalho e foi explicada apenas oralmente. O trecho abaixo foi extraído da apresentação do grupo e mostra que ele não utilizou apenas a tabela na fase de *matematização*:

**Sophie:** Se a gente comparar com a Terra e com Marte, Kepler é parecido com a Terra em algumas coisas, mas não tão parecido assim.

**Cecília:** Tem a massa, tem o raio e a água, que é muito importante.

[...]

**Sophie:** Bom, para analisar se pode ter vida, agora a gente pode pensar assim. Tem coisa que tem mais importância. Ter oxigênio, água, carbono, a temperatura. Outras coisas, nem tanto. Tipo o raio, a massa, a aceleração. Então, se a gente colocar prioridade alta e prioridade baixa para esses fatores, tem mais chance de não ter vida do que de ter.

**Professora:** Como assim, Sophie? [Sophie marca com uma bolinha aspectos com prioridade baixa: raio, massa e aceleração]

**Sophie:** Pelo que a gente leu, estes aqui são menos importantes. Os outros são mais importantes.

**Professora:** Você está usando a ideia de peso. Lembra quando uma prova tem peso diferente de outra?

**Sophie:** Ah, tá. Voltando... se a gente olhar esses fatores, eles são os mais parecidos com a Terra e o Kepler.

**Cecília:** Mas isso não quer dizer que não pode ter vida lá.

**Vladimir:** Ou tem ou não tem.

**Cecília:** Olha só. Oxigênio e temperatura são importantes e ainda não sabemos.

**Sophie:** Então, se a gente considerar que para existir vida tem que ser parecido com a Terra [...] as chances de ter e não ter são parecidas. Fica empatado. Agora se a gente olhar os fatores com a prioridade, tem mais chances de não ter vida lá. [...] isso não quer dizer que não pode ter vida lá.

(Transcrição da apresentação, grupo *Kepler-186f*, 27/08/2014)

Na última fala de Sophie, é possível identificar que a aluna expõe duas interpretações a partir da investigação feita por meio da matemática. Na primeira interpretação, Sophie aponta que a possibilidade de ter vida em Kepler-186f é parecida com a possibilidade de não ter vida em Kepler-186f se considerarmos que para existir vida o planeta tem que ter fatores parecidos com os da Terra. Na

segunda interpretação, Sophie expõe que a possibilidade de não ter vida em Kleper-186f é menor se considerarmos os fatores apontados como prioritários para existir vida.

### **7.6. Eclipse lunar: Parece que vai ser de seis em seis meses certinho**

O interesse do grupo era investigar com que frequência ocorrem os eclipses lunares. O grupo obteve a informação de que ocorrem, em média, dois eclipses lunares por ano. O grupo manteve o propósito, mesmo diante da informação, com dois objetivos: verificar se a informação era válida e buscar uma forma de entender como essa frequência é calculada.

Inicialmente, o grupo considerou as informações de um *blog* que abordava as datas e os tipos de eclipses lunares. Posteriormente, selecionou a data e o tipo de eclipse lunar a partir dos dados coletados no *site* da NASA e acrescentou o objetivo de verificar se o período de Saros era verdadeiro para o período coletado.

**Pesquisadora:** Vocês trouxeram as informações do *site* da NASA?

**Cláudia:** Professora, está tudo em inglês!

**Pesquisadora:** Que informações vocês estão pensando em pegar?

**Fernanda:** A data, o tipo [de eclipse].

**Pesquisadora:** Pelo que me lembro, os anos e os dias não estão escritos por extenso. Talvez só os meses.

**Beatriz:** É, só os meses, mas dá para traduzir, gente.

**Cláudia:** Nós estamos com dificuldade em separar os dados.

[...]

**Pesquisadora:** Vocês precisam separar por anos e registrar a data dos eclipses lunares, por exemplo, 2010, 26 de abril, lunar parcial, 25 de maio, lunar penumbral, etc.

**Fernanda:** Tipo, a gente tem que separar cada ano e, tipo, contar os eclipses?

**Pesquisadora:** Contar não, vocês vão registrar as datas e os tipos.

**Fernanda:** Assim, registrando cada ano separado, né? [Fernanda faz duas colunas, uma para data e outra para o tipo]

**Pesquisadora:** Isso mesmo.

**Fernanda:** Nós vamos pegar um período de 18 anos para ver se é verdade aquele período do texto lá<sup>63</sup>.

**Pesquisadora:** O período de Saros<sup>64</sup>.

**Beatriz:** Agora eu entendi mais ou menos como é para fazer. Vamos também comparar com aquela informação do outro texto<sup>65</sup> que fala que são dois eclipses da lua no ano, né?

**Pesquisadora:** Só não se esqueçam de que falam que são dois eclipses EM MÉDIA. [A pesquisadora enfatiza o termo 'em média']

(Transcrição do áudio, grupo *Eclipse lunar*, 29/04/2014)

Fora do ambiente da sala de aula, as alunas do grupo coletaram as informações, inicialmente considerando o período de 1996 a 2014, selecionando um período de 18 anos que se referia ao ciclo de Saros. Contudo, o grupo identificou que teria que considerar outras variáveis para verificar esse ciclo: o horário em que o eclipse lunar ocorreu e o número correspondente no período de Saros. O grupo optou por não mais analisar a frequência dos eclipses lunares considerando o período de Saros, mas apenas se deter no objetivo inicial de verificar a frequência anual dos eclipses lunares. Dessa forma, não mais adotaram o período de dezoito anos e selecionaram os dados de 2008 a 2014, como apresentado no Quadro 12.

Durante a apresentação, o grupo falou sobre a regularidade encontrada entre o número de tipos de eclipses e o fato de as variações em meses serem, em sua maioria, semestrais.

**Fernanda:** De 2008 a 2014 tem cinco totais, cinco parciais e seis penumbrais.

**Cláudia:** É regular, agora que reparei. Será que se mantém?

[...]

**Cláudia:** Dá para ver aqui, sem fazer contas ainda, que deve... realmente deve acontecer dois eclipses por ano. [...] Um ano tem doze meses, aí de seis em seis, vão ter dois eclipses.

**Beatriz:** Só que fazendo as contas, os eclipses da lua acontecem de cinco em cinco meses.

<sup>63</sup> Disponível em: <<http://www.cdcc.sc.usp.br/cda/aprendendo-basico/eclipses-solares-lunares/eclipses-solares-lunares.htm>>. Último acesso em: 14 abr. 2015.

<sup>64</sup> É um intervalo de tempo em que a sequência dos eclipses se repete na mesma ordem a cada 18 anos, 11 dias e 8 horas. Nesse intervalo de tempo ocorrem 70 eclipses, dos quais 41 são solares e 29 são lunares.

<sup>65</sup> Disponível em: <<https://educacaoespacial.files.wordpress.com/2010/10/eclipse-lunar.pdf>>. Último acesso em: 14 abr. 2015.

**Rodrigo:** Ih, fez conta errada. [Risos]

**Beatriz:** Errada nada. É só uma estimativa.

**Cláudia:** Falar que acontecem dois eclipses por ano não quer dizer que vai ser de seis em seis. [...] E acontecer de cinco em cinco meses, continua acontecendo dois eclipses no ano.

[...]

**Beatriz:** Depois a gente fez uma estimativa. Tipo se é de cinco em cinco, o próximo seria em setembro. Mas aí, de acordo com as previsões da NASA, o próximo vai ser em outubro.

**Rodrigo:** Aí, está vendo, era de seis em seis mesmo.

**Cláudia:** A gente acha que a estimativa foi boa, mas podia melhorar. [...] A gente vacilou, devia ter pegado a variação em dias.

**Professora:** Ou ter considerado um período maior.

**Fernanda:** Nossa, mas aí ia ter dado muito trabalho.

**Pesquisadora:** O Excel calcula quantos dias têm entre duas datas.

**Cláudia:** Depois eu vou ver isso então, nem que pegue um calendário. [Risos]

(Transcrição da apresentação, grupo *Eclipse lunar*, 14/08/2014)

Ao final da apresentação, perguntei ao grupo por que decidiram manter o objetivo da frequência dos eclipses lunares, mesmo verificando a informação de que ocorriam, em média, dois eclipses lunares por ano. A aluna Cláudia argumentou que queria entender o porquê daquela informação e até mesmo verificar se ela era verdadeira.

**Cláudia:** A gente queria entender como eles calculam a data. Pode até ser que o que estava lá também estava errado, vai saber, né? [...] E depois tem essa questão da média que engana muito, tipo, teve época aqui que demorou só um mês para acontecer outro de novo. E parece que vai ser sempre de seis em seis meses certinho.

(Transcrição da apresentação, grupo *Eclipse lunar*, 14/08/2014)

## Quadro 12 - Slides da apresentação do grupo *Eclipse lunar*

### Pergunta: Com qual frequência ocorrem os eclipses lunares?

- Encontramos registros que falam que ocorrem 2 eclipses lunares por ano em média.
- Pesquisamos no site da NASA a frequência de 2008 a 2014 e verificamos se a informação é válida.

Data	Tipo	Variação em meses
21 fevereiro 2008	Total	6
16 agosto 2008	Parcial	6
9 fevereiro 2009	Penumbral	6
7 julho 2009	Penumbral	5
6 agosto 2009	Penumbral	1
31 dezembro 2009	Parcial	4
26 junho 2010	Parcial	6
21 dezembro 2010	Total	6
15 junho 2011	Total	6
10 dezembro 2011	Total	6
4 junho 2012	Parcial	6
28 novembro 2012	Penumbral	5
25 abril 2013	Parcial	5
25 maio 2013	Penumbral	1
18 outubro 2013	Penumbral	5
15 abril 2014	Total	6

### Total de Eclipses 2008 a 2014

- Total: 5
- Parcial: 5
- Penumbral: 6

- Olhando para os meses, os eclipses lunares acontecem de 5 em 5 meses, em média.

$$\frac{6+6+6+5+1+4+6+6+6+6+6+5+5+1+5+6}{16} =$$

$$= \frac{80}{16} = 5$$

### Estimativas

- Eclipses acontecendo de 5 em 5 meses, confirma que tem 2 vezes no ano.
- Por estimativa de meses o próximo eclipse seria no mês de setembro de 2014.
- Segundo previsões da NASA o próximo eclipse lunar será em outubro de 2014.

Fonte: Dados da pesquisa

### 7.7. *Buraco negro: Roteiro sem final*

As discussões do grupo na sala de aula a respeito da situação-problema circundavam sobre a existência ou não dos buracos negros. George e Thaísa, desde o momento em que a situação foi escolhida, apresentaram resistência e falaram que Joseph os convenceu da escolha. Com a descoberta de um texto que supostamente falava da não existência dos buracos negros, George e Thaísa buscaram convencer os outros integrantes do grupo a investigar outra situação-problema. Os outros integrantes não concordaram com a proposta temendo que Joseph deixasse o grupo. Joseph era considerado pelos integrantes do grupo um aluno participativo e que tinha boas ideias. George e Thaísa, com a recusa do restante do grupo em mudar a situação de investigação, não participaram mais das discussões do grupo.

Durante as fases de pesquisa exploratória e matematização, Joseph faltou às aulas algumas vezes, o que fez com o que o grupo só definisse o objetivo do projeto durante o período de férias. Joseph foi o responsável por definir o objetivo do grupo: investigar se o tempo para nas proximidades de um buraco negro.

Além de apresentar o objetivo, o grupo também inseriu no espaço virtual algumas informações sobre a situação investigada, mas não chegou a realizar a fase de matematização. O grupo parou de publicar e de responder aos questionamentos feitos por mim e pela professora no espaço virtual. Quando as datas das apresentações foram marcadas, no início do mês de agosto, Joseph disse que o grupo ainda não tinha concluído o projeto, mas que, se possível, o apresentaria no final do mês de agosto.

Ao se aproximar o final do mês, Catherine escreveu no espaço virtual que o grupo não chegava a um acordo quanto à pergunta. Ela revelou que o grupo, a cada discussão, alterava a pergunta. Surgiram perguntas como: É possível a existência de um Universo Paralelo? É possível viajar no tempo por um buraco negro?

**Catherine:** [...] Meu grupo insiste que quer colocar as perguntas sobre viagens no tempo pelo buraco negro, mas tenho certeza que não vai ser possível encontrar uma resposta através da matemática que estamos aprendendo na escola. Até porque, nem um cientista descobriu essa resposta ainda.

(Transcrição do grupo virtual, grupo *Buraco negro*, 22/08/2015)

Após algumas conversas, o grupo retomou o objetivo inicial: investigar se o tempo para nas proximidades de um buraco negro. O grupo tinha como hipótese que nas proximidades de um buraco negro o tempo parava, pois a gravidade é muito alta e suga a luz, e a gravidade para conseguir sugar a luz é tão rápida ou até mais rápida que a luz, fazendo com que o tempo pare. Para investigar matematicamente a situação, o grupo considerou a Teoria da Relatividade de Einstein. Segundo essa teoria, o tempo passa mais devagar quando perto de forças gravitacionais fortes. Além disso, o grupo pretendia utilizar a velocidade de escape e o Raio de Schwarzschild. A velocidade de escape calcula a velocidade para que um corpo de massa  $m_1$  escape ao campo gravitacional de um corpo de massa  $m_2$ . O Raio de

Schwarzschild determinaria o raio em que a velocidade de escape é igual à velocidade da luz<sup>66</sup>.

Entretanto, o grupo novamente deixou de responder às postagens do grupo virtual. No início do mês de setembro a professora Flávia decidiu que o grupo não apresentaria o projeto. No mês de outubro, Catherine pediu à professora Flávia a oportunidade de apresentar o trabalho para a turma, o que foi concedido pela professora. Contudo, o projeto ainda não havia sido concluído. Como os outros integrantes se recusaram a concluí-lo, Catherine voltou a conversar com a professora e disse que o grupo não faria uma apresentação do seu respectivo projeto de modelagem.

Após apresentar como os projetos de modelagem foram finalizados, no próximo capítulo, para encerrar, teço algumas considerações.

---

<sup>66</sup> Mais informações disponíveis em: <<https://www.algosobre.com.br/fisica/buracos-negros.html>>. Último acesso em: 14 abr. 2015.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

No início desta dissertação, intitulada **REALIDADE, MATEMÁTICA E MODELAGEM: as referências feitas pelos alunos**, apresentei como questões de minha prática discente e docente levaram à elaboração da pergunta inicial da pesquisa. Enquanto aluna e professora, ouvia que “a matemática ensinada não tem relação com a realidade”. Buscando alternativas para estabelecer analogias entre os conteúdos matemáticos ensinados e a realidade do aluno, encontrei na modelagem matemática uma possibilidade para analisar a relação realidade e matemática. Dessa forma, a primeira proposta para a pesquisa foi compreender com os alunos relacionam realidade e matemática em ambientes de modelagem.

No primeiro capítulo, apresentei parte do aprofundamento sobre a temática da pesquisa – realidade, matemática e modelagem na educação matemática –, inicialmente, expondo a discussão sobre realidade e matemática no âmbito da modelagem matemática a partir de algumas concepções de modelagem. Em seguida, indiquei alguns estudos que abordam a temática (NEGRELLI, 2008; VELEDA, 2010; ARAÚJO, 2007; ANASTÁCIO, 1990). Além disso, justificando a pertinência do tema discutido na pesquisa, apresentei o debate ocorrido sobre realidade e modelagem matemática na IX Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (IX CNMEM). Considerando a concepção de modelagem na educação matemática adotada na pesquisa – na qual a modelagem matemática se caracteriza como uma abordagem, por meio da matemática, de uma situação-problema essencialmente não matemática, em que as questões da educação matemática crítica norteiam o desenvolvimento do trabalho (ARAÚJO, 2002) –, tentei, em seguida, esclarecer a concepção de educação matemática subjacente à educação matemática crítica (SKOVSMOSE, 2001). Por fim, no primeiro capítulo, especifiquei como as relações entre realidade e matemática seriam discutidas nesta dissertação: a partir das referências à realidade e à matemática (SKOVSMOSE, 2000).

Tendo em vista algumas inquietações da discussão teórica apresentada no primeiro capítulo, busquei uma compreensão sobre realidade e matemática mais ampla, além do campo da modelagem. Assim, no segundo capítulo, apresentei concepções de realidade e matemática além do campo da modelagem na educação matemática. As concepções de realidade e matemática indicavam que distintas referências à realidade e à matemática poderiam ser feitas pelos alunos e que algumas dessas concepções poderiam influenciar as referências que os alunos fariam com a realidade e a matemática.

Simultaneamente ao aprofundamento sobre a temática, planejei a construção dos dados da pesquisa. Esses dados foram coletados em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública de Belo Horizonte. Nessa turma, juntamente com a professora de matemática, Flávia, planejei e orientei o desenvolvimento de sete projetos de modelagem matemática, dos quais foram retirados episódios das filmagens dos encontros e das transcrições dos grupos virtuais durante a execução dos projetos.

Um aprofundamento sobre a temática e as sinalizações do grupo de orientação me indicaram algumas mudanças no caminho que percorri até que eu chegasse à pergunta que direcionou o estudo, apontada no terceiro capítulo: **Como os alunos se referem à realidade e à matemática em ambientes de modelagem, e como eles as relacionam?** Ao iniciar esta pesquisa, eu tomava realidade e matemática como bem definidas e objetivava apenas olhar para a relação entre elas. Percebi que, teoricamente, existem várias concepções de realidade e de matemática. Assim, para poder compreender as relações estabelecidas pelos alunos entre realidade e matemática, precisei, antes, analisar como os alunos se referem ao que chama de realidade e de matemática.

Ainda no terceiro capítulo, apresentei a discussão metodológica destacando o *design* emergente da pesquisa (ALVES-MAZZOTTI, 2002; ARAÚJO; BORBA, 2012); a noção de *situações*, de Skovsmose e Borba (2004); a metodologia da pesquisa de cunho qualitativo (ALVES-MAZZOTTI, 2002) e o constructo teórico seres-humanos-com-mídias, de Borba e Villarreal (2005). Além disso, introduzi o contexto, os sujeitos da pesquisa, o planejamento do projeto de modelagem e como os dados foram selecionados e analisados.

No quarto, quinto e sexto capítulos, criei, respectivamente, três fases para os projetos a título de apresentação e análise dos dados: *escolha do tema; pesquisa exploratória; matematização*.

Passarei agora a discorrer sobre a análise empreendida nesses três capítulos, nos quais me concentrei sobre três questionamentos: *qual é a referência à realidade que os sujeitos fazem?; qual é a referência à matemática que os sujeitos fazem? e como se relacionam essas referências para os sujeitos?*

Na etapa inicial do projeto, na fase *escolha do tema*, percebi que, ao escolher temas para a atividade de modelagem, distintas referências à realidade estavam sendo feitas, como imaginado anteriormente. Esperávamos nos concentrar nas referências feitas pelos alunos; entretanto, em relação a este aspecto, sobressaíram diferenças entre as minhas referências à realidade e as da professora em comparação com as referências à realidade pelos alunos. Eu e a professora, de certa forma, sugerimos alguns temas pensando naqueles que poderiam ser do interesse dos alunos (BURAK, 2004; HERMÍNIO, 2009). Na análise, identifiquei que os temas apontados pela professora e por mim envolviam, além do possível interesse, a faixa etária e o entorno social dos alunos. Dessa maneira, sinalizei que eu e a professora fazíamos referência à realidade como algo com o qual estamos acostumadas, como um meio em que estamos inseridas (DUARTE JÚNIOR, 2004) e como algo por que manifestamos interesse. Os alunos, por sua vez, não fizeram apenas referência à realidade a partir de situações de interesse e do entorno social. Ocorreram também, por parte dos alunos, referências à realidade da qual se deseja fazer parte ou vir a ter determinado conhecimento, uma realidade distante (DUARTE JÚNIOR, 2004). As distintas referências à realidade se constituíram a partir do entorno social, do interesse, da situação da qual se deseja fazer parte ou vir a ter determinado conhecimento; e se basearam nos aspectos de *background* e *foreground* (SKOVSMOSE *et al.*, 2009).

Mesmo que as dimensões levantadas tivessem sido identificadas em um contexto particular de estudo, esta pesquisa indica que quando os professores escolhem os temas da atividade de modelagem, podem não estar trabalhando com temas a partir da referência à realidade dos alunos.

Dessa maneira, com a questão da realidade se apresentando como fundamental no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática (ANASTÁCIO, 2010), com a escolha do tema sendo um dos primeiros momentos em que podemos identificar referências à realidade, e considerando as distintas referências apresentadas por professoras e alunos, como aponta Anastácio (2010), devemos nos questionar sobre a forma como escolhemos um tema ou um problema da realidade nas atividades de modelagem ou até mesmo, quando possível, como foi discutido por (HERMÍNIO, 2009), deixar que os alunos escolham os temas da atividade de modelagem.

Na fase *pesquisa exploratória*, foram discutidas as referências à matemática a partir do estabelecimento da pergunta ou do objetivo. Na análise, identifiquei grupos que elaboraram a pergunta a partir da matemática, caso do grupo *Produção musical*, que elaborou uma pergunta sobre a situação-problema focalizando nos dados numéricos que obtinham; do grupo *League of Legends*, que buscou elaborar uma pergunta em que identificasse que era possível usar o conteúdo de função; e do grupo *Eclipse lunar*, que buscou uma pergunta similar às encontradas em exercícios de matemática. Também apontei grupos que elaboraram a pergunta sem pensar em como utilizaria a matemática, caso dos grupos *Call of Duty x Battlefield* e *Existência de vida em outros planetas*. O grupo *Kepler-186f* também não elaborou a pergunta pensando em como utilizaria a matemática, mas cogitou alterar a pergunta pensando que chegaria à mesma resposta que o grupo que utilizou, inicialmente, os mesmos dados. Nesta fase, a análise apontou que as práticas enraizadas nas aulas de matemática ou as aulas de matemáticas experienciadas acabam construindo as referências de matemática que os alunos têm e fazem, mesmo que os alunos façam referência à matemática abordada por meio da modelagem em oposição à matemática tradicional (ANASTÁCIO, 1990). Além disso, nesta fase, já existia um indicativo de que, em alguns grupos, quem estava querendo inserir a matemática eram a professora e a pesquisadora.

Nessa direção, esta pesquisa estende aos alunos o que foi discutido por Anastácio (2005) ao colocar que a matemática é transmitida pelo professor, muitas vezes, do mesmo modo que se aprendeu, privilegiando procedimentos e mecanizações. Esta pesquisa aponta que alguns alunos tendem a praticar e a se

referir à mesma matemática que aprenderam ou com o qual estão habituados. Isto alerta para o fato de que, mesmo que o aluno esteja em um ambiente que oferece recursos para fazer investigações (SKOVSMOSE, 2000), ele pode atuar, em alguns momentos, semelhante à maneira como atua em ambiente baseado no paradigma do exercício. Assim, da análise dos dados, entendo que, como em Araújo e Barbosa (2005), esta pesquisa coloca em destaque o papel das experiências prévias do contexto escolar no desenvolvimento de projetos de modelagem matemática.

Na fase de *matematização*, discuti as relações entre as referências à realidade e à matemática a partir de cinco categorias de incorporação da matemática às situações reais:

- 1) os alunos, por conta própria, incorporam a matemática na análise da situação real porque estão na aula de matemática. E é a mesma matemática presente nas aulas;
- 2) os alunos só incorporam a matemática na análise da situação real depois que as professoras os orientam a fazer assim. Ou seja, se dependesse deles, eles não incorporariam;
- 3) os alunos se negam a incorporar a matemática na análise da situação real porque veem isso como algo artificial;
- 4) os alunos, ao incorporarem a matemática na análise da situação real associada ao uso de computadores, veem a matemática como algo mais real;
- 5) os alunos não incorporam a matemática na análise da situação real porque não gostam de matemática e/ou têm dificuldade em matemática.

Nas duas primeiras categorias, as relações entre as referências à realidade e à matemática são estabelecidas a partir de como a matemática se apresenta dentro dos espaços escolares para os alunos e para os professores (ARAÚJO, 2002). Isso sinaliza que a incorporação da matemática na análise da situação real depende das aulas de matemática experienciadas pelos alunos e pelo professor, e das orientações do professor.

A terceira categoria indica que nem toda situação real pode (ou precisa) ser tratada matematicamente. Diante disso, e da insatisfação do grupo *Existência de vida em outros planetas* em relação à forma como incorporaram a matemática na

análise da situação real, entendo que os alunos desejam o estabelecimento de conexões entre realidade e matemática, da realidade para a matemática e da matemática para a realidade (BORRAMEO FERRI, 2010). Assim, os alunos não querem apenas que as situações reais sejam introduzidas nas aulas de matemática; eles querem também que as situações reais possam ser analisadas por meio da matemática e que a matemática abordada seja coerente, ao mesmo tempo, com a situação real e com a matemática abordada na escola.

Na quarta categoria, a relação entre as referências à realidade e à matemática a partir do uso de *softwares* de computadores sinaliza a importância da tecnologia não apenas na construção do conhecimento (BORBA; VILLARREAL, 2005), mas também na identificação da matemática como algo pertencente à realidade ou como algo que tenha aplicação na realidade.

Na quinta categoria temos um indicativo de que os alunos podem questionar as relações entre as referências à realidade e à matemática por não gostar de matemática e/ou por ter dificuldade em matemática.

Além disso, nas fases de *pesquisa exploratória* e de *matematização*, foi assinalado o reconhecimento, por parte dos alunos, da potencialidade da modelagem para se vislumbrar o uso da matemática, assim como se utiliza nas situações reais.

No sétimo capítulo, em que apresentei como cada projeto foi encerrado, entendo que a concepção de educação matemática adotada na pesquisa (SKOVSMOSE, 2001) pode ter levado alguns alunos a criticar a conclusão a que chegaram por meio da matemática, como o aluno Marco, do grupo *Produção musical*, e o aluno Francisco, do grupo *Call of Duty x Battlefield*.

Ainda no sétimo capítulo, a aluna Sophie do grupo *Kepler-186f* parece ter tido seu *foreground* (SKOVSMOSE *et al.*, 2009) em relação à matemática transformado a partir do contato com o projeto de modelagem, como apontado por Campos (2013). A aluna – que antes achava que um problema analisado por meio da matemática, utilizando os mesmos dados, levaria a uma mesma resposta e possuiria uma resposta única – apresentou duas interpretações a partir da investigação feita por meio da matemática. Além disso, o grupo *Buraco negro* parece não ter aceitado

o convite (SKOVSMOSE, 2000) por dois motivos: rejeição de alguns integrantes em relação ao tema e dificuldade de inserção da matemática.

Indo além do que foi apresentado nos capítulos anteriores, quero discorrer sobre alguns desafios encontrados no decorrer da pesquisa e algumas perspectivas em relação a esta pesquisa e ao futuro.

A princípio, foi um desafio, para mim, acompanhar todos os grupos formados no projeto de modelagem. Em algumas aulas, eu e a professora Flávia não conseguíamos orientar todos os grupos. Ademais, os grupos atuavam de maneiras distintas a cada mudança de fase, sendo necessárias constantes reformulações do convite (SKOVSMOSE, 2000). Com o tempo, fui me adaptando à situação arranjada (SKOVSMOSE; BORBA, 2004), e fui me envolvendo com os sujeitos da pesquisa, de maneira que não foi possível considerar apenas alguns grupos da turma pesquisada na análise. Isso tornou árduo o processo de organização e análise dos dados.

Além disso, eu precisava compartilhar com a professora Flávia a atuação como professora e me ater aos meus propósitos enquanto pesquisadora. Mesmo pensando no desenvolvimento da minha pesquisa, ensinava conteúdos e corrigia os erros dos alunos. Ao orientar o desenvolvimento dos projetos de modelagem, considerava meus objetivos de pesquisa. Desse modo, minha atuação, ao mesmo tempo, como professora e pesquisadora, mostrou que “prática e pesquisa fazem parte de uma unidade única, se influenciam e se desenvolvem mutuamente, são diferentes, têm propósitos diferentes, podem ser incompatíveis, mas uma pressupõe e constitui a outra” (ARAÚJO; CAMPOS; FREITAS, 2012, p. 10).

Outro desafio foi discutir sobre *realidade*. A revisão da literatura evidenciou, para mim, o quanto complexas são as discussões que se referem à realidade. Na coleta de dados, a complexidade também ocorreu com os alunos escolhendo investigar sobre *Buraco negro* e *Existência de vida em outros planetas*.

Sem dúvidas, o aspecto mais desafiador foi conviver com as paralisações das aulas e com a iminente paralisação por tempo indeterminado que se anunciava na escola em que se realizou a pesquisa, o que acabou ocorrendo. Foram necessárias constantes alterações no planejamento da pesquisa. Em decorrência disso, a

inserção de um espaço virtual para comunicação com os grupos e com a professora Flávia – que, além de aprovar o desenvolvimento das atividades, participou de sua realização, envolvendo os estudantes nas atividades – contribuiu muito para a efetivação e conclusão da pesquisa.

Em relação às perspectivas, entendo que algumas dimensões levantadas nesta pesquisa podem provocar reflexões no professor no que tange à incorporação de situação com referência à realidade nas aulas de matemática, como, por exemplo, reflexões sobre a maneira como escolhemos um problema da realidade, como orientamos os alunos no desenvolvimento das atividades, como incorporamos a matemática, sobre o uso de recursos tecnológicos no desenvolvimento das atividades de modelagem e, principalmente, se o modo como ensinamos matemática reflete as referências que os alunos fazem a ela.

Além disso, a partir dos resultados aqui apresentados, novas dimensões podem ser levantadas por outros pesquisadores e professores, e estes podem dar continuidade às discussões iniciadas nesta pesquisa. Esta pesquisa apontou que o professor e sua prática na sala de aula podem influenciar nas relações que os alunos estabelecem entre as situações reais e a matemática. Assim, em uma nova dimensão, o pesquisador poderia incidir o foco sobre o professor, e não sobre o aluno, como foi o caso desta pesquisa, e investigar, por exemplo, como o professor aborda situações reais em sua prática.

No que se refere a minha trajetória, muitas ideias que possuía foram sendo transformadas, no decorrer da pesquisa, em função do contato com distintos modos de compreender e se referir à realidade e à matemática, tanto na literatura quanto na turma pesquisada. Isso foi atribuindo um caráter dinâmico às minhas próprias referências à realidade e à matemática. Dessa maneira, posso dizer que as referências à realidade e à matemática aqui apresentadas também são as minhas, bem como são datadas, pertencem a minha interação com o mundo (BEAN, 2005) no momento.

Posso dizer que, para mim, certamente, esta pesquisa contribuiu para que a problematização da realidade relacionada à matemática continue a fazer parte da minha trajetória, não só como educadora, mais também como pesquisadora.

## REFERÊNCIAS

- ALVES-MAZOTTI, Alda Judith. O método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas Ciências Naturais e Sociais**: pesquisa quantitativa e qualitativa. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2002. p. 109-188.
- ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. **Dialogue and learning in mathematics education**: Intention, reflection, critique. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALSINA, Claudi. Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿Cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. **Revista Iberoamericana de Educación**, n. 43, p. 85-10, 2007.
- ANASTÁCIO, Maria Queiroga Amoroso. **Considerações sobre a modelagem matemática e a educação matemática**. 1990. 100f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1990.
- ANASTÁCIO, Maria Queiroga Amoroso. Realidade: uma aproximação através da modelagem matemática. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 2-9, 2010.
- ANASTÁCIO, Maria Queiroga Amoroso; DOVAL, Jean Paulo Magalhães. Modelagem matemática e realidade: um tema em debate. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – IV CNMEM, 4., 2005, Feira de Santana, **Anais...** Feira de Santana: Universidade Estadual de Feira de Santana, 2005. 1 CD-ROM.
- ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Cálculo, tecnologias e modelagem matemática**: as discussões dos alunos. 2002. 173f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.
- ARAÚJO, Jussara de Loiola. Relação entre matemática e realidade em algumas perspectivas de modelagem matemática na educação matemática. In: BARBOSA, J. C; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Modelagem matemática na educação matemática brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. p. 17-32.

ARAÚJO, Jussara de Loiola. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: A perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 55-68, jul. 2009.

ARAÚJO, Jussara de Loiola; FREITAS, Wanderley Sebastião de; SILVA, Alessandra Cristina da. Construção crítica de modelos matemáticos: Uma experiência na divisão de recursos financeiros. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Orgs.). **Práticas de modelagem na educação matemática**: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina: EDUEL, 2011. p. 141-158.

ARAÚJO, Jussara de Loiola; BORBA, Marcelo de Carvalho. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. p. 31-51.

ARAÚJO, Jussara de Loiola; CAMPOS, Ilaine da Silva; FREITAS, Wanderley Sebastião de. Prática pedagógica e pesquisa em modelagem na educação matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – VI SIPEM, 5., 2012, Petrópolis, **Anais ...** Petrópolis: SBEM, 2012.

ARAÚJO, Jussara de Loiola; CAMPOS, Ilaine da Silva; CAMELO, Francisco Javier. Pesquisa o que poderia ser: Uma interpretação dialética para a relação entre prática pedagógica e pesquisa segundo a educação matemática crítica. In: D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Orgs.). **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática**. 1. ed. Campinas: Mercado das Letras, 2015. p. 43-62.

ARENDT, Hannah. **A condição humana**. Trad. Roberto Raposo. 10. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2008.

BARALDI, Ivete Maria. Refletindo sobre as concepções matemáticas e suas implicações para o ensino diante do ponto de vista dos alunos. **Mimesis**, Bauru, v. 20, n. 1, p. 7-18, 1999. Disponível em: <[http://www.usc.br/biblioteca/mimesis/mimesis\\_v20\\_n1\\_1999\\_art\\_01.pdf](http://www.usc.br/biblioteca/mimesis/mimesis_v20_n1_1999_art_01.pdf)>. Último acesso em: 29 jan. 2015.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio de Janeiro: ANPED, 2001a. 1 CD-ROM.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem matemática**: concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001b.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem matemática: o que é? Por que? Como? **Veritati**, Salvador, n. 4, p. 73-80, 2004.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BEAN, Dale. O que é modelagem matemática? **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n. 9/10, p. 49-57, abr. 2001.

BEAN, Dale. Modelagem na perspectiva do pensamento. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – III CNMEM, 3., 2003. **Anais...** Piracicaba: UNIMEP, 2003. 1 CD-ROM.

BEAN, Dale. Realidade como interação com o mundo. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – IV CNMEM, 4., 2005, Feira de Santana, **Anais...** Feira de Santana: Universidade Estadual de Feira de Santana, 2005. 1 CD-ROM.

BELO HORIZONTE. Prefeitura Municipal de Belo Horizonte. Disponível em: <[www.pbh.gov.br/](http://www.pbh.gov.br/)>. Último acesso em: 22 abr. 2015.

BERGER, Peter Ludwig; LUCKMANN, Thomas. **A construção social da realidade**. Rio de Janeiro: Vozes, 2004.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Fenomenologia**: confrontos e avanços. São Paulo: Cortez, 2000.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. O estar-com o outro no ciberespaço. **ETD – Educação Temática Digital**, Campinas, v.10, n.2, p.140-156. jun. 2009.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. p. 111-124.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2005.

BLACKBURN, Simon. **Dicionário Oxford de filosofia**. Trad. Danilo Marcondes. Rio de Janeiro: Zahar, 1997.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, Marcelo de Carvalho. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção de Matemática. SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – I SBPEM, 1., Curitiba, 2001. **Anais...** Curitiba: UFPR, PUC-PR, Universidade Tuiuti do Paraná, v.1. p. 135-146, 2001.

BORBA, Marcelo de Carvalho; VILLARREAL, Mónica Ester. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking**: information and communication

technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005.

BORROMEO FERRI, Rita. Estabelecendo conexões com a vida real na prática da aula de matemática. **Educação e Matemática**: Revista da Associação de Professores de Matemática, Lisboa, n. 110, p. 19-25, nov.-dez. 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Senado Federal. **Proposta de Emenda à Constituição** nº 123, 2011. Disponível em: <  
[http://www.senado.gov.br/atividade/materia/detalhes.asp?p\\_cod\\_mate=103793](http://www.senado.gov.br/atividade/materia/detalhes.asp?p_cod_mate=103793)>. Último acesso em: 22 abr. 2015.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. 1992. 329f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, Dionísio. A modelagem matemática e a sala de aula. In: I ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – I EPMEM, 1., Londrina, 2004. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. p. 1-10.

BURAK, Dionísio. Modelagem matemática sob um olhar de educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

CAMPOS, Ilaine da Silva. **Alunos em ambientes de modelagem matemática**: caracterização do envolvimento a partir da relação com o *background* e o *foreground*. 2013. 203f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2013.

CHAUÍ, Marilena. **Convite à Filosofia**. São Paulo: Ática, 2000.

CRESWELL, John. **Investigação qualitativa e projetos de pesquisa**: escolhendo entre cinco abordagens. 3. ed. Porto Alegre: Penso, 2014.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. A história da matemática: Questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: Unesp, 1999. p. 97-115.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: da teoria à prática. São Paulo: Papyrus, 1996.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo: Ática, 1998.

DAVIS, Philip; HERSH, Reuben. **A experiência matemática**. 3. ed. Trad. João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1986.

DUARTE JÚNIOR, João Francisco. **O que é realidade**. São Paulo: Brasiliense, 2004.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo dicionário Aurélio da língua portuguesa**. 3. ed. Curitiba: Positivo, 2004.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil. **Zetetikê**: Revista de Educação Matemática da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, ano 3, n. 4, p. 1-35, nov. 1995.

FLICK, Uwe. **Introdução à pesquisa qualitativa**. Trad. Joice Elias Costa. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FREITAS, Wanderley Sebastião de. **A matematização crítica em projetos de modelagem**. 2013. 260f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2013.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNIO, José Roberto. **Matemática completa**. 1ª série, Ensino Médio. São Paulo: FTD, 2005.

HERMÍNIO, Maria Helena Garcia Barbosa. **O processo de escolha dos temas dos projetos de modelagem matemática**. 2009. 139f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

IBGE. Censo 2010. Disponível em: <<http://www.censo2010.ibge.gov.br/>>. Último acesso em: 12 abr. 2015.

JACOBINI, Otávio Roberto. Modelagem matemática em sua dimensão crítica: novos caminhos para conscientização e ação políticas. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – V CNMEM, 5., 2007, Ouro Preto. **Anais...** Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto/ Universidade Federal de Minas Gerais. 2007. 1 CDROM.

JARDINETTI, José Roberto Boettger. Abstrato e o concreto no ensino da matemática: algumas reflexões. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, ano 11, n. 12, p. 45-57, 1996.

KANT, Immanuel. **Crítica da razão pura**. Trad. Manuela Pinto dos Santos e Alexandre Fradique Morujão. 5. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Uma metacompreensão da modelagem e da etnomatemática na educação matemática. **Currículo sem Fronteiras**, v. 14, n. 1, p. 260-278, jan.-abr. 2014.

KNELLER, George Frederick. **Introdução à filosofia da educação**. Rio de Janeiro: Zahar, 1983.

KNIJNIK, Gelsa. **Modelagem Matemática na Educação Matemática**: Pluralidades e debates. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – IX CNMEM, 9., 2015. Notas da palestra de abertura da IX CNMEM.

KNIJNIK, Gelsa; DUARTE, Claudia Glavam. Entrelaçamentos e dispersões de enunciados no discurso da educação matemática escolar: um estudo sobre a importância de trazer a “realidade” do aluno para as aulas de matemática. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 23, n. 37, p. 863-886, dez. 2010.

KOSIK, Karel. **Dialética do concreto**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Técnicas de pesquisa**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1996.

LINCOLN, Yvonna Sessions; GUBA, Egon Gotthold. **Naturalistic inquiry**. Califórnia: Sage Publications Inc., 1985.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986. p. 179-202.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e realidade**. 7. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **A Produção Matemática dos Alunos em Ambiente de Modelagem**. 2004. 180f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNESP, Rio Claro, 2004.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos; FRANCHI, Regina Helena de Oliveira Lino. As Tecnologias da Informação e Comunicação nas produções sobre Modelagem no GPIMEM. In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. (Orgs.). **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013. p.175-193.

MELILLO, Célio Roberto. **Modelagem matemática no futebol**: uma atividade de crítica e criação encaminhada pelo método de caso. Dissertação. 2011. 218 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Ouro Preto, Minas Gerais, 2011.

NEGRELLI, Leônia Gabardo. **Uma reconstrução epistemológica do processo de modelagem matemática para a educação (em) matemática**. 2008. 94f. Tese (Doutorado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

OKASHA, Samir. **Philosophy of science: A very short introduction**. Oxford: Oxford University Press, 2002.

OLIVEIRA, Andrea Maria Pereira de; BARBOSA, Jonei Cerqueira. A primeira experiência de modelagem matemática e a tensão do "próximo passo". In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: SBEM, 2007. p. 1-16. 1 CD-ROM.

OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de; BARBOSA, Jonei Cerqueira; SANTANA, Thaine Souza. Modelagem matemática na sala de aula: Uma compreensão acerca da resistência dos alunos. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2009, Brasília, DF. **Anais...** Brasília: Universidade Católica de Brasília, 2009.

OLIVEIRA, Camila Fogaça de; SOUZA, Henrique Cristiano Thomas de; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Leitura de esquemas de modelagem matemática numa perspectiva wittgensteiniana. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – IX CNMEM, 9., 2015, São Carlos. **Anais...** São Carlos: Universidade Federal de São Carlos, 2015. 1 CD-ROM.

PABIS, Nelsi Antônia. Diagnóstico da realidade do aluno: desafio para o professor no momento do planejamento e da prática pedagógica. In: ANPED Sul Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul – IX ANPED, 9., 2012, Caxias do Sul. **Anais...** Caxias do Sul: Universidade de Caxias do Sul, 2012. Disponível em: <<http://www.uces.br/etc/conferencias/index.php/anpedsul/9anpedsul/paper/viewFile/1867/91>>. Último acesso em: 17 fev. 2015.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 3)

PENTEADO, Miriam Godoy. Novos Atores, Novos Cenários: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 297-313.

PLATÃO. Alegoria da caverna. In: \_\_\_\_\_. **A República**. 6. ed. São Paulo: Atena, 1956. p. 287-291.

PONTE, João Pedro da. Concepções dos professores de Matemática e processos de formação. In: **Educação Matemática**: Temas de investigação educacional.

Lisboa: Instituto de Inovação, p. 185-239, 1992. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte>>. Último acesso em: 17 fev. 2015.

ROCHA, Ana Paula Francisca Pires da. A constituição de situações reais e os discursos na modelagem matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – IX CNMEM, 9, 2015, São Carlos. **Anais...** São Carlos: Universidade Federal de São Carlos. 2015. 1 CD-ROM.

SKOVSMOSE, Ole. **Towards a philosophy of critical mathematics education**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação crítica**: incerteza, matemática, responsabilidade. Trad. Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, Ole; BORBA, Marcelo de Carvalho. Research methodology and critical mathematics education. In: VALERO, P.; ZEVENBERGEN, R. (Orgs.). **Researching the socio-political dimensions of mathematics education**: Issues of power in theory and methodology. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004. p. 207-226.

SKOVSMOSE, Ole, et. al. “Antes de dividir temos que somar”: ‘entre-vistando’ foregrounds de estudantes indígenas. **Bolema** : Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 34, p. 237-262, 2009.

SNAPPER, Ernest. As três crises da matemática: o logicismo, o intuicionismo e o formalismo. **Humanidades**, Brasília, v. 2, n. 8, p. 85-93, jul.-set. 1984.

VELEDA, Gabriele Granada. **Sobre a realidade em atividades de modelagem matemática**. 2010. 87f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Atividades de Modelagem Matemática**. 2013. 247p. Tese de Doutorado (Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2013.

VILELA, Denise. **Diálogos e debates da modelagem matemática e outras tendências**: Práticas e pesquisas. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – IX CNMEM, 9, 2015. Notas do debate temático da IX CNMEM.