

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS – ICE_x
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA
ESPECIALIZAÇÃO EM ESTATÍSTICA COM ÊNFASE EM INDÚSTRIA E
MERCADO

O GRÁFICO DE CONTROLE MULTIVARIADO T^2 DE HOTELLING
APLICADO COMO INSTRUMENTO DE ANÁLISE DE PROCESSO
EM UMA PLANTA DE SINTERIZAÇÃO

Ana Letícia Bhering de Carvalho Costa

Orientador: Professora Sueli Aparecida Mingoti

2015

O Gráfico de Controle Multivariado T^2 de Hotelling Aplicado como Instrumento de Análise de Processo em uma Planta de Sinterização

Monografia apresentada ao Departamento de Estatística da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos para obtenção do título de Especialista em Estatística.

Área de Concentração: Indústria e Mercado

Aluna: Ana Letícia Bhering de Carvalho Costa

Orientadora: Professora: Sueli Aparecida Mingoti – Ph. D. em Estatística

Belo Horizonte

2015

Resumo

O objetivo deste trabalho é aplicar o Gráfico de Controle Multivariado T^2 de Hotelling no processo de Sinterização dentro de uma Usina Siderúrgica Integrada. A caracterização do processo produtivo foi realizada com a finalidade de identificar os pontos críticos.

Inicialmente, realizou-se uma análise estatística e o teste de normalidade das variáveis do processo de sinterização. Em seguida, calculou-se as correlações entre as variáveis cuja distribuição de probabilidade pode ser aproximada pela distribuição normal a fim de identificação daquelas a serem utilizadas na construção da carta de controle multivariada. Com esses dados, iniciou o estabelecimento da Fase 1 e da Fase 2 da Carta T^2 de Hotelling.

Por fim, calculou-se a capacidade do processo através de coeficientes de capacidade apropriados para dados multivariados usando o histórico utilizado para o estabelecimento da Fase 1.

Palavras Chave: Gráfico de Controle Multivariado T^2 de Hotelling, Controle Estatístico da Qualidade; Índices de Capacidades Multivariada, Siderurgia, Sinterização.

Sumário

1 Apresentação do Trabalho	9
1.1 Introdução	9
1.2 Objetivos	11
2 Revisão Bibliográfica	12
2.1 Siderurgia.....	12
2.1.1 História da Siderurgia	13
2.1.2 Usina Siderúrgica Integrada	15
2.2 Processo de Sinterização.....	19
2.2.1 Histórico das Plantas de Sinterização	19
2.2.2 Matérias-primas para a Sinterização	20
2.2.3 Combustíveis Sólidos para uma Planta de Sinterização	22
2.2.4 Processo Geral.....	23
2.2.5 Parâmetros Operacionais.....	30
2.2.6 Qualidade do Sínter Produto	34
2.3 Banco de dados	36
2.4 Gráfico Carta de Controle.....	37
2.4.1 Carta de Controle Univariada e Multivariada	39
2.5 Distribuição Normal Multivariada.....	40
2.6 Teste T^2 de Hotelling	44
2.6.1 Gráfico de Controle T^2 de Hotelling	47
2.6.2 Método de Decomposição.....	50
2.7 Capacidade de Processo.....	51
2.7.1 Capacidade de Processo Multivariado	53
3 Aplicação do Gráfico de Controle Multivariado T^2 de Hotelling em uma Planta de Sinterização e a Determinação da sua Capacidade.....	56
3.1 Coleta e Análise Estatística dos Dados.....	56
3.2 Estabelecimento dos Limites de Controle da Fase 1 para a Construção da Carta de Controle	60

3.3 Estabelecimento dos Limites de Controle da Fase 2 para a Construção da Carta de Controle	63
3.4 Estabelecimento das Fases 1 e 2 por Turno para a Construção da Carta de Controle	65
3.5 Análise da Capacidade do Processo de Sinterização	69
4 Análise dos Resultados	70
5 Considerações Finais	71
6 Referências Bibliográficas.....	72
ANEXO 1	76
ANEXO 2	77

Lista de Figuras

Figura 1: Fluxo simplificado do processo de produção da siderurgia.	13
Figura 2: Fluxo de uma usina siderúrgica integrada.....	16
Figura 3: Perfil de um alto forno.	18
Figura 4: Fotos dos principais tipos de minérios: a) hematita; b) magnetita; c) itabirito; d) limonita. Fonte: Wikipédia, a enciclopédia livre, e Geology.com.....	21
Figura 5: Diagrama de uma sinterização contínua tipo Dwight-Lloyd.	24
Figura 6: a) Ilustração de um corte longitudinal da máquina de síter e o sistema de exaustão b) Cortes longitudinal e c) transversal do leito de sinterização.....	25
Figura 7: Esquema das reações de aglomeração na sinterização.....	27
Figura 8: a) Fluxograma da sinterização com o abastecimento dos altos fornos; b) fluxograma da sinterização com novas matérias-primas.....	29
Figura 9: Perfil de Temperatura das caixas de vento ao longo do leito de sinterização. 33	
Figura 10: Função densidade de uma normal bivariada com correlação igual a 0,85....	43
Figura 11: Função Densidade de uma normal bivariada com correlação igual a 0.....	43
Figura 12: Representação de um processo centralizado e com C_p maior do que 1.	52
Figura 13: Gráfico Boxplot dos resultados diários de produtividade por mês no ano de 2013.	57
Figura 14: Histogramas das variáveis: a) Produtividade; b) Consumo de Combustível; c) Tamanho Médio; d) Velocidade da Máquina de Síter; e) Temperatura dos gases de exaustão; f) Depressão da máquina de síter e g) Basicidade.	60
Figura 15: Gráfico de Controle Multivariado para a estatística T^2 de Hotelling para a Fase 1.....	62
Figura 16: Gráfico de T^2 de Hotelling para a fase de monitoramento do processo (Fase 2).....	65
Figura 17: Gráfico de Controle Multivariado para a estatística T^2 de Hotelling para turno da Fase 1.	67
Figura 18: Gráfico de T^2 de Hotelling para os turno A, B e C da fase de monitoramento do processo (Fase 2).	68

Lista de Tabelas

Tabela 1: Análise descritiva das variáveis e o resultado do teste de normalidade.	58
Tabela 2: Correlações das variáveis a serem utilizadas para a criação da carta multivariada, em que a primeira linha é o coeficiente de correlação de Pearson e abaixo se encontra o seu P-valor.	59
Tabela 3: Tabela com os valores da estatística T^2 de Hotelling calculados para cada m amostra para a Fase 1.	61
Tabela 4: Tabela com os valores da estatística T^2 de Hotelling calculados para cada m amostra da Fase 2 de monitoramento de processo.	63
Tabela 5: Valor de dos coeficientes multivariados C_{pk} e C_{pki} para as 7 variáveis.	70

Lista de Quadros

Quadro 1: Algoritmo para determinação da constante C_{ra}	55
Quadro 2: Demonstração do cálculo para os limites de controle superior (LSC) e inferior (LIC) para a Fase 1.	62
Quadro 3: Demonstração do cálculo para os limites de controle superior (LSC) e inferior (LIC) para a Fase 2.	64

1 Apresentação do Trabalho

O trabalho a ser apresentado foi desenvolvido ao longo dos meses de agosto de 2014 a junho de 2015. De maneira bem abrangente, ele foi construído a partir do passo-a-passo necessário para a aplicação do Gráfico de Controle Multivariado T^2 de Hotelling (MONTGOMERY, 2009) e a análise de Capacidade via método Multivariado (MINGOTI e GLÓRIA, 2008) em uma indústria siderúrgica integrada, mais precisamente no processo de sinterização.

1.1 Introdução

No Brasil, os altos-fornos a coque, carregam em torno de 40% a 100% de sínter auto-fundente como carga ferrífera, e sendo assim a qualidade desta matéria-prima apresenta um efeito significativo no seu desempenho.

Dessa forma, é fundamental, o conhecimento dos itens de qualidade do sínter, bem como a forma de obtê-los em conjunto com um bom desempenho/produzitividade da sinterização.

Segundo Montgomery (2009), a qualidade é determinada através da interação de qualidade de projeto e qualidade de conformidade. Por qualidade de projeto, entende-se pelos diferentes graus de desempenho e de confiabilidade, que são resultados das decisões de engenharia e de gerência. Já a segunda, significa a redução sistemática de variabilidade e a eliminação de defeitos de um produto e/ou serviço.

Em qualquer processo de produção, independentemente de quão bem projetado ele seja, uma variabilidade natural sempre existirá, sendo essa uma consequência do efeito cumulativo de várias pequenas causas inevitáveis. Quando essa variabilidade estiver dentro de um nível aceitável, dentro das especificações dos clientes, ela é chamada, frequentemente, de causas aleatórias ou causas comuns. Ao passo que, quando a variabilidade estiver muito grande em relação às causas aleatórias e estiver ocasionando um não atendimento às especificações de processo e de cliente, diz-se que o processo está fora de controle. O gráfico da carta de controle é uma técnica de monitoração largamente utilizada para detectar rapidamente quando o processo está “fora de controle” de modo que ações corretivas possam ser implementadas rapidamente.

Um gráfico de controle típico, univariado, representa o comportamento de uma característica de qualidade X a partir de uma disposição gráfica dos valores de uma estatística $T(X)$ que foi medida ou calculada em uma amostra de valores de X contra o número de amostras ou o tempo. O gráfico é construído a partir do comportamento de probabilidade de uma estatística que resume a informação dos dados amostrais. Ele contém uma linha central (LC) que representa o valor médio da característica de qualidade correspondendo ao processo em estado sob controle. Duas outras linhas horizontais chamadas de limite superior de controle (LSC) e de limite inferior de controle (LIC) estão representadas. Elas são definidas de modo que se o processo estiver sob controle, praticamente todos os m valores amostrais da estatística usada para monitorar o processo estarão entre elas. Caso algum dos pontos amostrais da estatística esteja fora da região de controle, necessita-se de investigação e definição de ação corretiva para eliminar a causa ou causas do problema detectado.

Portanto, as cartas de controle estão relacionadas com testes de hipóteses realizados para verificar se a amostra está condizente com o valor estipulado para o parâmetro que está sendo monitorado pelo gráfico de controle. Logo, ao utilizar o gráfico de controle está sendo realizado um teste de hipótese sendo que a hipótese nula é a de que o processo está sob controle estatístico no que se refere aos parâmetros que estão sendo por ele monitorados e a hipótese alternativa é a de que o processo está fora de controle estatístico. De forma geral, o gráfico de controle é um registro gráfico das estimativas dos parâmetros das distribuições de probabilidade das variáveis de processo a serem monitoradas, com o objetivo básico de detectar as ocorrências das mudanças nos processos para que sejam tomadas as ações corretivas adequadas.

Mas, um dos problemas das cartas de controle univariadas é que elas são utilizadas para a análise de uma variável de processo de cada vez. Quando a qualidade do produto é medida por mais de uma variável, caso de processos multivariados, várias cartas de controle devem ser utilizadas simultaneamente e separadamente para monitorar o processo. Caso haja correlação entre essas variáveis, essas cartas de controle não incorporam, o que pode gerar conclusões incorretas sobre a estabilidade do processo.

Desse modo, surge a necessidade de se utilizar as Cartas de Controle Multivariadas, que permitem verificar se o processo está ou não sob controle estatístico a partir de uma estatística de teste que considera de forma conjunta todas as variáveis envolvidas assim como as correlações existentes entre elas. Ao levar em consideração a correlação entre as

variáveis, os testes multivariados tendem a ser mais poderosos que os testes univariados quando esses são feitos separadamente para cada variável.

Segundo RIBEIRO (2010), para o controle do vetor de médias pode-se destacar o teste de hipótese de T^2 de Hotelling (1947) e o de Hayter e Tsui (1994), entre outros (MASON et al., 2002). Esses testes estatísticos multivariados têm sido aplicados em várias áreas tais como: agronomia (JORDAN, 1989), ciências sociais aplicadas, pesquisas na área de ensino (LUTZ, 1974), estudos com dados geológicos e espaciais (MARTIN e SCOTT, 2006) e em estudos epidemiológicos (BURKOM et al., 2005), entre outras. Mas, uma das áreas de maior aplicação é em controle estatístico de processos, na qual se propõe e avalia-se testes de hipóteses construídos com a finalidade de monitorar simultaneamente vários parâmetros relacionados com a qualidade do processo.

Porém, as cartas de controle não são suficientes para se determinar se um processo está atendendo as especificações do cliente uma vez que mesmo com o processo com variabilidade controlada e previsível, ainda é possível produzir itens defeituosos (MINGOTI et al., 2011). É onde se encaixa a necessidade de se avaliar de maneira conjunta tanto a carta de controle como a capacidade do processo, onde se avalia o desempenho do processo em relação às especificações do cliente quando ele estiver sob controle estatístico.

Neste trabalho, serão mostrados aspectos teóricos sobre o processo de sinterização, incorporando o gráfico de carta de controle multivariado T^2 de Hotelling, que é uma das cartas multivariadas mais conhecidas, e a determinação da capacidade do processo via método multivariado.

1.2 Objetivos

Aplicar o Gráfico de Controle Multivariado T^2 de Hotelling (MONTGOMERY, 2009) e a análise de Capacidade via método Multivariado (MINGOTI e GLÓRIA, 2008) em uma planta de Sinterização. A caracterização do processo produtivo foi realizada, com a finalidade de se identificar os pontos críticos.

2 Revisão Bibliográfica

Nas próximas seções, será apresentado a revisão bibliográfica feita tanto para o processo de sinterização em uma usina siderúrgica integrada quanto para a metodologia estatística que será aplicada na análise de dados do processo de produção de sinter.

2.1 Siderurgia

A Metalurgia é a arte de extrair dos minérios os metais, elaborá-los e conformá-los com o objetivo de se obter os produtos desejados (MACHADO et al, 2003).

Já a Siderurgia é o ramo da metalurgia que se dedica à fabricação e ao tratamento de aços e ferros fundidos. Por ser abundante e suas ligas possuem propriedades adaptáveis a quase todas as condições requeridas, o ferro se tornou o metal mais empregado. Desde então, a metalurgia passou a se dividir em siderurgia e metalurgia dos não ferrosos.

Afirma-se que a siderurgia se tornou tão importante que passou a servir de padrão medidor do desenvolvimento das nações. São consideradas fortes as nações dotadas de elevadas capacidades de produzir e/ou comercializar produtos siderúrgicos e seus insumos.

As usinas siderúrgicas podem ser integradas, semi-integradas e não-integradas. Na Figura 1 pode ser visualizado um fluxo simplificado da produção de aço. O processo integrado é aquele que possui: a preparação da carga para alimentar os altos-fornos, através da Sinterização ou Pelotização (minério de ferro) e a Coqueria (carvão mineral); a redução nos altos-fornos; o refino nas aciarias e por último a laminação. Enquanto que as semi-integradas operam em duas fases: refino e laminação. Essas usinas partem de ferro gusa, ferro esponja ou sucata metálica adquiridas de terceiros para transformá-los em aço em aciarias elétricas para a sua posterior laminação.

As unidades produtoras chamadas de não integradas, são aquelas que operam apenas uma fase do processo: processamento (laminação ou trefilas) ou redução.

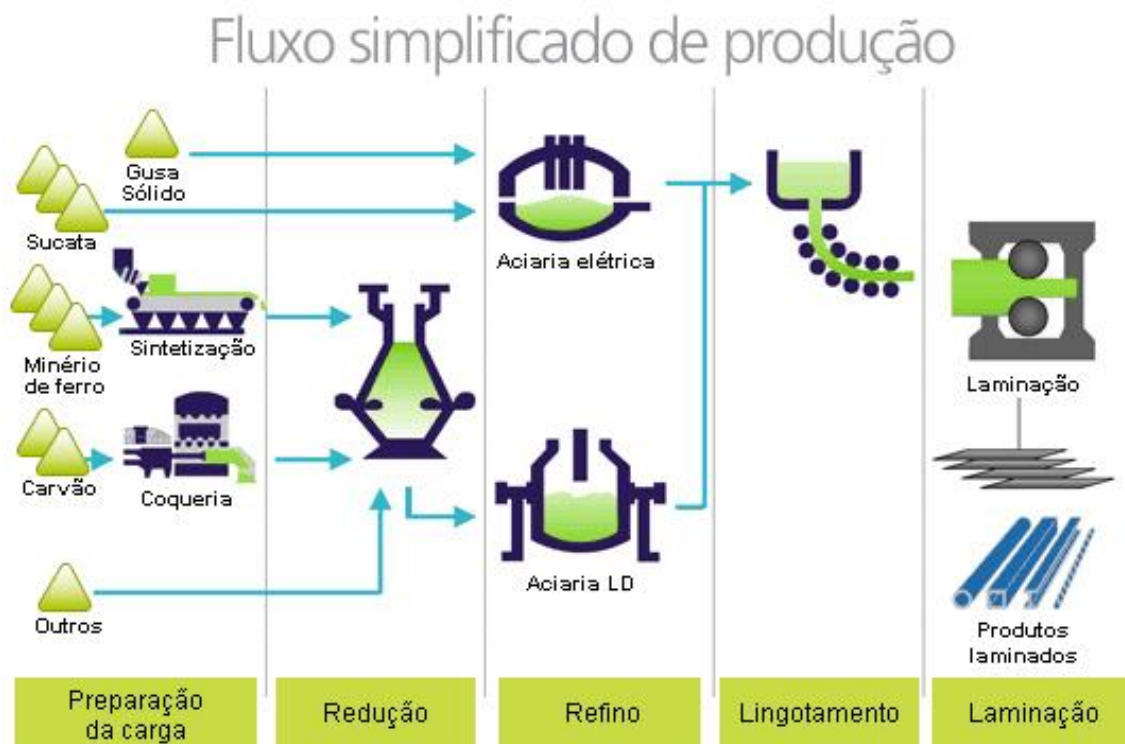


Figura 1: Fluxo simplificado do processo de produção da siderurgia.
 Fonte: Instituto Aço Brasil.

2.1.1 História da Siderurgia

A origem da Siderurgia perde-se na história da humanidade. Segundo Araújo (1997), possivelmente, o primeiro ferro reduzido a partir de minério de ferro tenha sido obtido acidentalmente ao se fundir minério com excesso de carvão de madeira, porém o elevado teor de carbono impedia qualquer processamento posterior de conformação.

Desde 4.000 A. C. há indícios da presença do metal ferro na história, podendo ser citados alguns casos como a presença de contas de ferro nas tumbas de El-Gezirah no Egito em 4.000 A.C.; os pedaços de ferro encontrados em Knossos, Greta, datado de 1800 A. C.; a descoberta por arqueólogos de arados, pás e facas na China produzidas 1.000 A.C; a construção dos portões de Babilônia com pilares e vigas cobertas de cobre e reforçadas com ferro no século VI A.C.; a utilização de fornos de encosta nos séculos II e I A.C. pelas tribos germânicas para produzir artefatos de ferro; etc (ARAÚJO, 2005).

Nas primeiras etapas da evolução, o ferro doce ou o aço doce eram obtidos diretamente do minério, mediante ação do carvão-de-madeira. O monóxido de carbono formado durante a combustão do carvão retirava o oxigênio do minério e, assim, o ferro reduzido ficava associado a um baixo teor de carbono. Para fabricar um quilo de ferro em

barras, necessitava-se de 2 a 2,5 quilos de minério pulverizado e 4 quilos de carvão vegetal (ARAÚJO, 2005).

O primeiro passo importante para a obtenção de quantidades maiores de ferro resultou do aparecimento dos foles acionados mecanicamente. No século XII, começou-se a utilizar a roda d'água para a movimentação dos foles, o que permitiu a construção de fornos maiores. Além disso, esse aumento de capacidade de sopragem resultou na elevação da temperatura de operação, o que permitiu a obtenção de ferro em estado líquido e não mais como uma esponja pastosa. Com isso, já no século XIV, a produção diária de um forno podia atingir 1500 quilos.

Com a combustão do carvão pelo ar soprado por foles, a temperatura atingia mais de 1400°C. A intervalos regulares, o minério não reduzido e as impurezas que decantavam sobre o ferro no cadinho eram retirados como escória e o ferro escorria para leitos de areia. A demanda de madeira aumentava cada vez mais, o que se tornou um fator de limitação para o desenvolvimento da indústria.

O uso do carvão mineral foi mencionado em 1243 na Inglaterra, Newcastle, e em 1429 na Alemanha, Sarre. Mas somente em 1708, a produção de gusa com mistura de carvão mineral e vegetal foi tentada por Abraham Darby na Inglaterra, sendo o resquício de enxofre retido no ferro um dificultador da qualidade do ferro gusa, já que esse elemento fragiliza o metal.

Somente com a disseminação feita por Henry Cort, em meados de 1784 na Inglaterra, do processo de pudlagem (o ferro gusa é agitado ao ar por meio de barras para a redução do teor de carbono, com consequente formação do aço evitando-se o contato direto entre o combustível sólido e a carga metálica), que a qualidade do gusa obtido utilizando-se carvão mineral foi atingida.

Em 1728 na Inglaterra, o inglês John Payne recebeu a patente sobre “trabalho de ferro incandescente entre dois grandes rolos com entalhes ou sulcos apropriados e sua superfície” (ARAÚJO, 2005), o que seria a primeira sobre um laminador de aço.

Com a descoberta do uso industrial do vapor em 1711 por Thomas Newcomen em minas de carvão e, em 1780 com a criação da máquina de vapor dupla por James Watt, começou-se a empregar sopradores em fornos acionados a vapor e em 1786 foi construído o primeiro laminador movimentado por este tipo de tecnologia.

Dessa forma, a fronteira entre o ferro e o aço laminado foi definida na Revolução Industrial, iniciada em meados de 1760, com a invenção de fornos que permitiam não só

corrigir as impurezas do ferro, como adicionar-lhes propriedades como resistência ao desgaste, ao impacto, à corrosão, etc. Além de permitir a sua conformação nos laminadores a vapor. Assim, o tamanho dos altos fornos foi crescendo ao longo do tempo, sendo que em meados do século XIX já se atingia a produção de 20 a 30 toneladas por dia.

Por causa dessas propriedades e do seu baixo custo, o aço passou a representar cerca de 90% de todos os metais consumidos pela civilização industrial.

2.1.2 Usina Siderúrgica Integrada

As usinas siderúrgicas integradas adquirem as matérias-primas no estado bruto, executam todas as fases do processo industrial e vendem os produtos acabados. Em princípio, quanto maior for o grau de integração de uma usina, mais competitivos se tornam seus produtos no mercado uma vez que o custo de produção tende a ser menor. Geralmente, elas são usinas de grande porte, que exigem investimento muito elevado antes de entrarem em operação.

A Figura 2 apresenta o fluxo de uma usina siderúrgica integrada com todas as suas etapas.

Basicamente, o aço é uma liga de ferro e carbono. O ferro é encontrado em toda crosta terrestre, fortemente associado ao oxigênio e à sílica. O carbono é também relativamente abundante na natureza e pode ser encontrado sob diversas formas. Na siderurgia, usa-se carvão mineral, e em alguns casos (altos-fornos pequenos), o carvão vegetal.

O carvão exerce duplo papel na fabricação do aço. Como combustível, permite alcançar altas temperaturas, cerca de 1500°C, necessárias à fusão do minério. Como redutor, associa-se ao oxigênio que se desprende do minério com a alta temperatura, deixando livre o ferro. O processo de remoção do oxigênio do ferro para ligar-se ao carbono chama-se redução e ocorre dentro de um equipamento chamado alto-forno.

Antes de serem levados ao alto-forno, o minério e o carvão são previamente preparados para melhoria do rendimento e economia do processo. O minério é transformado em pelotas e/ou sinter e o carvão é coqueificado em fornos, para obtenção do coque, dele se obtendo ainda subprodutos carboquímicos.

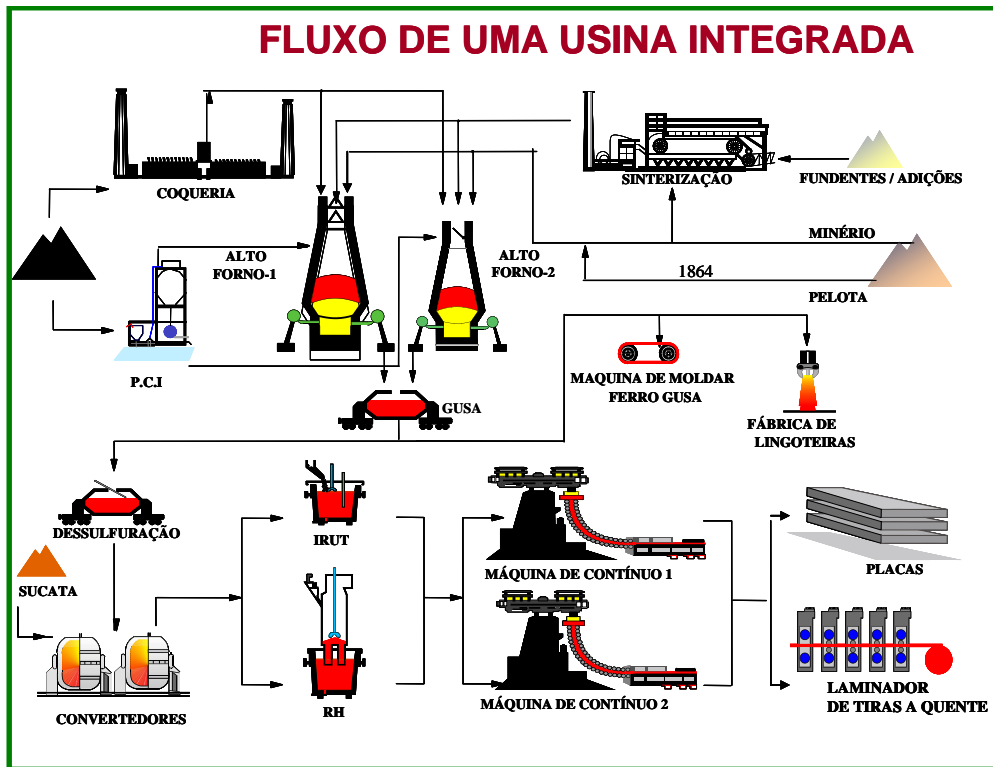


Figura 2: Fluxo de uma usina siderúrgica integrada.
 Fonte: ABM – Curso de aglomeração de minérios de ferro, 2006.

O processo de sinterização consiste em submeter a mistura de minérios, fundentes, aditivos e combustível a uma operação de fusão parcial redutora-oxidante, a temperaturas próximas de 1300°C (AZEVEDO, 2011). Os minérios de ferro, fundentes, adições, síter retomo e combustível sólido (coque, carvão vegetal ou antracito), devidamente umidificados, são misturados em equipamentos adequados e carregados na "unidade de produção" (painéis ou esteira contínua). O combustível da superfície da camada é posto em combustão pelo calor gerado no forno de ignição e o ar é succionado por um sistema de exaustão, fazendo com que todo o combustível da mistura entre em combustão a medida que o ar é succionado pela camada da mistura. Dessa forma, as partículas da carga se unem por caldeamento, obtendo-se um material resistente e poroso denominado síter.

Nas Coquearias, uma bateria de fornos de coque com recuperação de subprodutos é constituída de fornos verticais, em que suas paredes são construídas de tijolo refratário de sílica, de projeto especial para evitar a passagem de gases. O número de fornos numa bateria é bastante variado e pode chegar a ser igual a 200, sendo que cada forno tem portas

removíveis para possibilitar a retirada do coque incandescente com o uso da máquina desenformadora.

O aquecimento do carvão enfiado é indireto, pois, o calor é gerado nos dutos de aquecimento distribuídos no interior das paredes que separam uma retorta da outra. Durante a coqueificação a mistura de carvões é aquecida a 1100°C, numa câmara sem circulação de ar, dotada de uma abertura superior, por onde saem as matérias voláteis, que são succionadas e direcionadas para a planta Carboquímica. A coqueificação do carvão mineral provoca a liberação de gases e o aparecimento de um resíduo sólido, poroso, infusível, basicamente constituído de carbono, que é o coque. Um fator importante na operação de uma bateria é o tempo de coqueificação, que, geralmente, varia entre 16 e 18 horas.

No processo de redução, que ocorre nos altos fornos, o ferro se liquefaz e é chamado de ferro gusa ou ferro de primeira fusão. Impurezas, que são separadas do ferro gusa, como calcário, sílica, entre outros formam a escória, que juntamente com o clínquer é a base da fabricação do cimento.

O alto-forno, que tem seu perfil visualizado na Figura 3, é um tipo de forno de cuba empregado na produção de ferro gusa, pela fusão redutora de minérios de ferro em presença de carvão vegetal ou coque e fundentes. Todo esse material é carregado no topo e, na descida, são transformados pela ação dos gases ascendentes, provenientes da combustão do carvão com o oxigênio soprado pelas ventaneiras, obtendo-se a escória e o ferro gusa líquidos pelo cadinho (MACHADO et al, 2003).

A etapa seguinte do processo é o refino, em que o ferro gusa é levado para a aciaria, ainda em estado líquido, para ser transformado em aço, mediante queima de impurezas e adições. O refino do aço se faz em fornos (convertedores ou conversores) a oxigênio ou elétricos. Mas, o ferro gusa gerado nos altos-fornos possuem elevados teores de enxofre, elemento indesejável na maioria dos aços e de difícil eliminação nos convertedores. Por essa razão, o ferro gusa deve ser dessulfurado, antes de seguir para a aciaria, numa estação de dessulfuração onde se cria as condições ideais (ARAÚJO, 1997).

A transformação do ferro gusa líquido em aço envolve a diminuição dos teores de carbono, silício, fósforo, enxofre e nitrogênio a níveis bastante baixos; a adição de sucata ou minério de ferro para ajustar a temperatura do aço bruto e o ajuste dos teores de carbono, manganês, elementos de liga e da temperatura no forno ou na panela de vazamento (ARAÚJO, 2005). O processo ocorre da seguinte forma: o oxigênio do ar

combina-se com o ferro, formando o FeO que, por sua vez, combina-se com o silício, o manganês e o carbono. Assim, essas impurezas são eliminadas, seja sob a forma de escória (SiO_2 , MnO), ou de gás (CO), que se inflama na boca do convertedor.

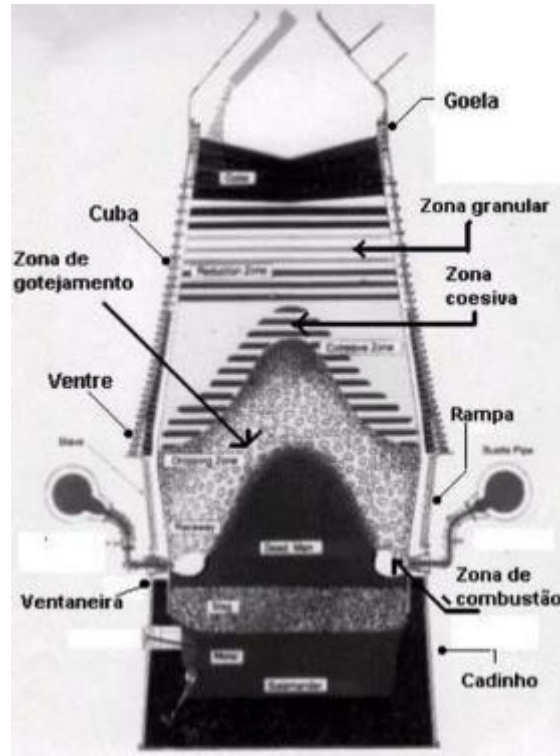


Figura 3: Perfil de um alto forno.
Fonte: MACHADO et al, 2003.

Pelo fato de os processos de fabricação do aço serem processos oxidantes, a quantidade de oxigênio no aço supera os teores admissíveis para alguns produtos. Além disso, durante o vazamento ocorre também a absorção de alguns gases como nitrogênio e hidrogênio. Depois do vazamento, com a perda de temperatura, a solubilidade desses gases no aço diminui drasticamente, formando bolhas e inclusões. Desta forma, foram desenvolvidas técnicas de desoxidação no refino secundário, que também permitem o ajuste de temperatura e da composição química, através da adição de elementos especiais, da dessulfuração para teores abaixo de 0,005%, da desfosforação e da descarburização para teores abaixo de 0,002%.

Finalmente, a terceira fase clássica do processo de fabricação do aço é a laminação. O aço, em processo de solidificação, é deformado mecanicamente e transformado em produtos siderúrgicos utilizados pela indústria de transformação, como chapas grossas e finas, bobinas, vergalhões, arames, perfilados, barras, etc.

2.2 Processo de Sinterização

A sinterização é o processo que aglomera finos de minério de ferro misturados a fundentes e a finos de combustíveis sólidos obtendo um produto granulado, poroso com propriedades físicas, químicas e metalúrgicas ideais para consumo nos altos-fornos (AZEVEDO, 2011). Esse produto é o sinter.

2.2.1 Histórico das Plantas de Sinterização

A rápida exaustão de minério compacto, que alimentava os altos fornos na primeira metade do século XX, e o aumento constante da produção mundial de aço levaram ao desenvolvimento de tecnologias de aproveitamento de minérios muitas vezes pulverizados, que necessitavam de uma concentração ou de um beneficiamento (ARAUJO, 1997).

Uma das finalidades principais da preparação de minério é eliminar, antes do seu carregamento no forno de redução (alto-forno), quantidades consideráveis de impurezas. De não menor importância, é a obtenção de minérios em dimensões uniformes e adequadas a boa operação do forno. O material de tamanho pequeno resultante do processo da mineração e do beneficiamento do minério, que inicialmente não era utilizado, deve, então, passar por um processo subsequente de aglomeração e adequação de granulometria para ser então consumido no alto-forno. Dessa forma, a sinterização tem por objetivo reconstituir, a partir de materiais finos, pedaços “grandes” de minério, adequados ao carregamento e à operação do alto-forno.

O surgimento da idéia do processo de Sinterização data-se de 1897, na Inglaterra, quando Thomas Huntingtn e F. Heberlein obtiveram uma patente para a ustulação (transformação de um composto sólido em outro por meio de uma reação química heterogênea. Normalmente, com a ustulação, objetiva-se transformar sulfetos de metais em óxidos ou em sulfatos) de minério de chumbo contendo enxofre em uma grelha descontínua, queimando carvão vegetal e soprando o ar de combustão de baixo para cima.

A sinterização contínua, como é conhecida atualmente, foi desenvolvida por Artur S. Dwight e Richard L. Lloyd numa mineração de chumbo e de cobre em Cananea,

México, em 1906. Eles empregaram a sucção do ar através da camada a sinterizar de cima para baixo.

Esse processo desenvolvido por Dwight e Lloyd foi aplicado pela primeira vez na aglomeração de minérios de ferro quatro anos mais tarde (ARAUJO, 1997).

As unidades de sinterização foram aumentadas, progressivamente, sendo que o tamanho das máquinas evoluiu de cerca de 30 m² até 600 m² com produção compatível com os grandes altos-fornos (ARAUJO, 1997). Depois da década de 70, iniciou-se a busca pelo o aprimoramento no controle do processo, melhorias da qualidade do sinter e economia energética.

2.2.2 Matérias-primas para a Sinterização

As matérias-primas minerais utilizadas no processo de redução para a obtenção do ferro gusa nos altos-fornos são classificadas em minérios de ferro, fundentes e adições. O processo inicia-se com a aglomeração a frio, a sinterização e finalizando com a redução nos altos-fornos (MACHADO, 2006).

De maneira geral, o minério de ferro ou sinter feed deve ter uma distribuição granulométrica compreendida entre 0,15 e 6,35mm; um teor de ferro entre 60% e 66%; um elevado poder de aglomeração a frio; uma porosidade ideal e uma baixa crepitação.

A forma estável do ferro à temperatura ambiente é na forma oxidada como o cátion Fe²⁺ ou Fe³⁺ associado ao oxigênio na forma do ânion O⁻², compondo assim um óxido (sal). Esta combinação pode ocorrer de várias formas associadas a diversas impurezas, originando minérios de composição química e características físicas muito diferentes. Dentre eles, Figura 4, pode-se citar os seguintes tipos de minério de ferro mais comuns:

- Hematita (Fe₂O₃): predominante nas jazidas originadas nas formações ferríferas e apresenta teor de ferro que varia entre 45 a 68%. Possui coloração cinza brilhante e vermelho-marrom após certo tempo de exposição ao oxigênio do ar;
- Magnetita (FeO·Fe₂O₃ com fórmula geral Fe₃O₄): peróxido, que apresenta teor de ferro variando entre 50 e 70%. Possui coloração cinza escuro a preto. Apresenta forte magnetismo;
- Itabirito: composto por sílica e ferro, com estrutura alternada por silicatos, geralmente, quartzos, e óxidos de ferro como a hematita e a magnetita. Teor de ferro varia entre 30 a 55%. Constitui a maioria dos minérios de Minas Gerais;

- Limonita ($\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot \underline{N}\text{H}_2\text{O}$, \underline{N} = número de moles de água): consiste em uma variedade de misturas de óxidos hidratados de ferro e hidróxidos de ferro. O teor de ferro geralmente fica entre 50 e 66%. Está frequentemente misturada com outras substâncias, incluindo sílica, alumina, argila e hidróxido de alumínio. Sua característica principal é a cor amarela ou marrom-amarelada.



Figura 4: Fotos dos principais tipos de minérios: a) hematita; b) magnetita; c) itabirito; d) limonita.
Fonte: Wikipédia, a enciclopédia livre, e Geology.com.

O poder de aglomeração a frio, que é a capacidade de os minérios sofrerem uma micropelotização sob o efeito da umidade e misturamento, pode ser observado no manuseio do minério (empilhamento e /ou ensilamento). Esta característica provavelmente traduz na facilidade ou não de ocorrer a micropelotização. Testes em laboratório são feitos para se determinar o teor de umidade necessário para ocorrer a aglomeração do minério, que tende historicamente a estar próximo de 7%, e o tamanho das micropelotas obtidas.

Os Fundentes são compostos utilizados para tornarem mais fusíveis as impurezas do minério de ferro, como a sílica (SiO_2) e a alumina (Al_2O_3), que possuem elevado ponto

de fusão. Além disso, os fundentes também precisam ser capazes de fornecer substâncias que combinem preferencialmente com essas impurezas a fim de formar uma escória fluída nos altos fornos. Os fundentes mais utilizados são: calcário (Ca_2CO_3); cal (CaO); dolomita (carbonato duplo de cálcio e de magnésio) e serpentinito (minerais do grupo da serpentina - filossilicato hidratado de magnésio e ferro $\{(\text{Mg}, \text{Fe})_3\text{Si}_2\text{O}_5(\text{OH})_4\}$).

O calcário e a cal contribuem com o CaO necessário para a formação dessa escória. Sendo que o primeiro (CaCO_3), após aquecimento a 725°C , é decomposto em CaO e dióxido de carbono (CO_2). Já o segundo (CaO), também é utilizado como aglomerante a fim de promover, juntamente com a água adicionada, a aglomeração a frio da mistura a sintetizar, contribuindo para a formação de micropelotas com boa resistência mecânica.

A dolomita e o serpentinito têm como objetivo introduzir no processo o óxido de magnésio (MgO) de maneira a ajustar a qualidade do sinter especificado pelo alto forno. As diferenças entre eles são o alto teor de sílica (SiO_2) no serpentinito e a presença de óxido de cálcio (CaO) na dolomita. Como a basicidade, que é a relação CaO/SiO_2 , é uma especificação de qualidade do sinter muito importante para o alto forno, porque o elevado teor de SiO_2 diminui o rendimento metálico do processo, a adição de dolomita e/ou de serpentinito depende, principalmente, do seu teor de SiO_2 e o do teor de SiO_2 do minério de ferro (MACHADO et al, 2003).

Adições são materiais introduzidos no processo para ajustes de qualidade de produto ou para reaproveitamento de resíduos industriais que contenham teor metálico ou algum teor de carbono. Exemplificando os tipos respectivos de aditivos, têm-se o minério de manganês, a carepa das laminações e os resíduos das Coquerias.

2.2.3 Combustíveis Sólidos para uma Planta de Sinterização

Os combustíveis sólidos para a sinterização fazem parte da mistura a sintetizar e além de gerar o calor necessário para a aglomeração da mistura de minérios, têm que promover uma permeabilidade controlada da camada da mistura à medida que se queima, liberando gases de combustão e deixando vários poros ao longo do leito de mistura. São utilizados o coque produzido a partir de carvão mineral nas Coquerias, o coque de petróleo, o antracito e o carvão vegetal.

O coque é combustível mais utilizado porque possui todas as características físicas e químicas desejadas além de aproveitar os finos gerados nas Coquerias que não podem

ser utilizados nos Altos-fornos. O antracito normalmente é utilizado para suprir a falta de coque e também pelo custo mais baixo.

Independentemente do tipo, os combustíveis sólidos devem possuir elevado teor de carbono, granulometria adequada e gerar elevado poder calorífico, já que é o principal responsável por todo aporte térmico inserido no processo.

A participação do combustível sólido na mistura é relativamente baixa se comparado a outras matérias-primas, mas deve ser controlada na faixa de 45 a 55kg por tonelada de sinter produto gerado.

A faixa granulométrica do combustível também é controlada e deve estar entre 0,0 e 4,0mm. Altos valores de fração abaixo de 0,3mm provocam uma queima rápida no processo e a energia obtida não é suficiente para aglomerar suficientemente a mistura. E altos valores de fração acima de 4,0mm provocam uma queima retardada, elevando excessivamente a temperatura do processo com perda de qualidade do sinter.

2.2.4 Processo Geral

O minério fino, que é armazenado em silos de mistura, é alimentado no processo por meios de mesas dosadoras rotativas ou correias alimentadoras dotadas de balanças automáticas. Ele, juntamente com os fundentes (calcário, dolomita, cal, serpentinito), os aditivos e o combustível são descarregados em uma correia transportadora principal.

Inicialmente, a mistura é direcionada a misturadores onde é adicionado água e ocorre a etapa de homogeneização e aglomeração a frio, tendo como resultado micropelotas com teor de umidade controlado.

A mistura segue então para a máquina de sinter, que é constituída de uma esteira de sinterização composta por um grande número de grelhas móveis (setores ou pallets) formando uma correia. Essa esteira possui roletes que deslizam sobre trilhos e é acionada através de motor. Nas extremidades da esteira, os setores engatam em uma roda dentada (ARAÚJO, 2005). Na Figura 5 pode-se visualizar um diagrama de uma sinterização contínua tipo Dwight-Lloyde.

A mistura a sinterizar é depositada sobre essas grelhas da esteira e a sua superfície passa por um processo de ignição, enquanto que se faz a sucção do ar de cima para baixo através das camadas da mistura. Com isso, tem-se uma zona de combustão que se desloca através da camada da mistura no mesmo sentido da sucção do ar.

Normalmente, faz-se a ignição pelo contato direto com a chama de queimadores a gás ou a óleo durante um período de 30 a 50 segundos a fim de se obter uma temperatura suficientemente elevada para que a passagem de ar frio não leve a extinção da combustão.

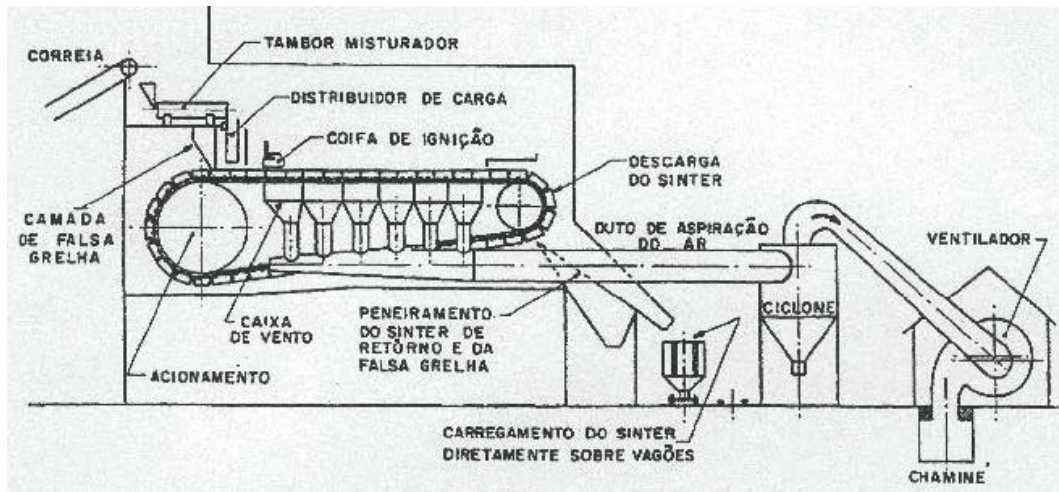


Figura 5: Diagrama de uma sinterização contínua tipo Dwight-Lloyd.

Fonte: ARAÚJO, 2005.

O ar succionado fornece o oxigênio necessário para a reação de combustão do combustível da mistura. Na zona de combustão, a temperatura atinge patamares próximo de 1300°C o que é pouco abaixo do ponto de fusão dos minerais. As partículas se unem pelas zonas de contato em partículas maiores, difundindo-se nos cristais vizinhos e causando uma aglomeração a quente.

O processo de sinterização contínua com o movimento lento dos setores sobre as caixas de vento e o avanço da frente de chama através da camada a aglomerar até chegar ao ponto de descarga do produto poroso, que é o sinter.

A velocidade da máquina de sinter e a espessura da camada depositada sobre as grelhas é definida pela temperatura média do ar nas caixas de vento. Para melhor visualização do posicionamento das zonas de sinterização em um leito contínuo, a Figura 6 apresenta um corte longitudinal e um corte transversal como perfil térmico, em um dado instante do processo.

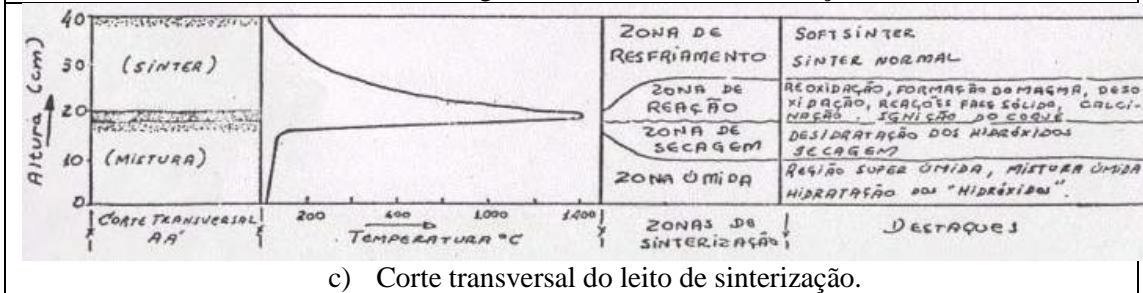
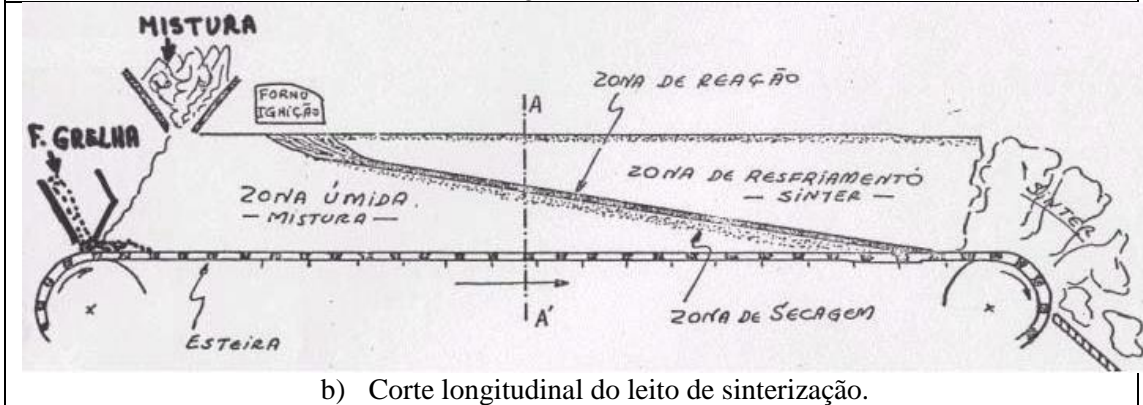
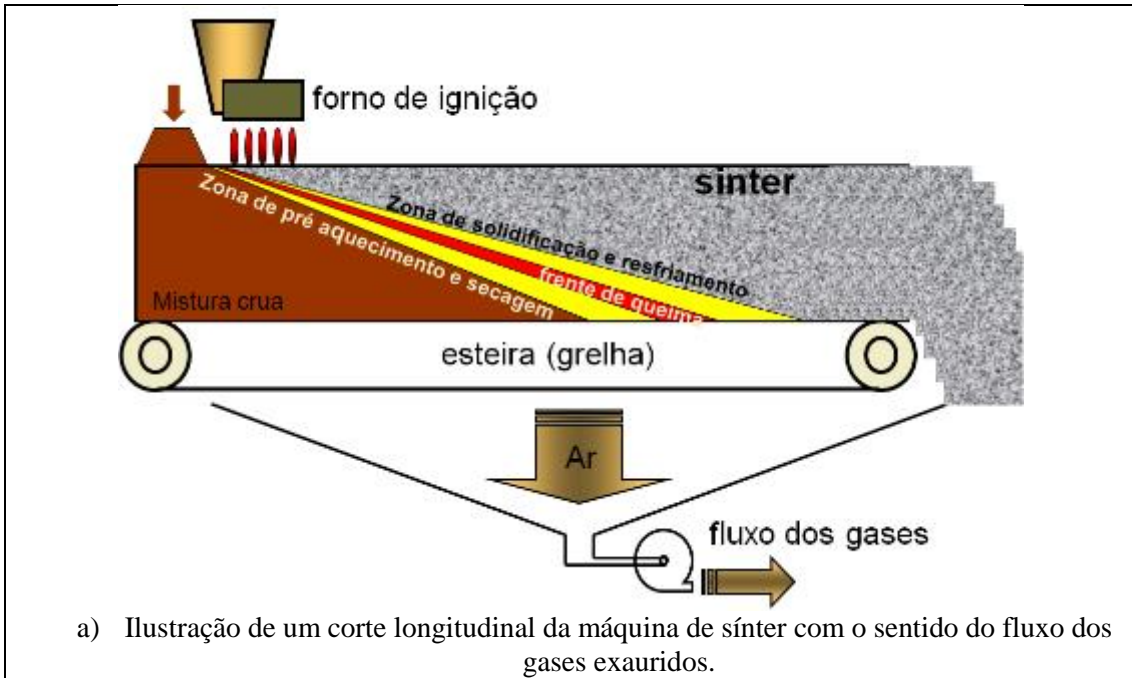


Figura 6: a) Ilustração de um corte longitudinal da máquina de sinter e o sistema de exatuação b) Cortes longitudinal e c) transversal do leito de sinterização.

Fontes: a) Curso de aglomeração de minério de ferro, ABM, 2006. b) e c) MACHADO et al, 2003.

Segundo Machado et al. (2003), podem ser identificadas no processo de sinterização as seguintes zonas principais:

- Zona Úmida que é base do leito da mistura a sinterizar, tem como limite superior a temperatura de 100°C, ocorrendo nela uma super-saturação em água (super-úmida). A hidratação da cal é a única reação química que pode ocorrer durante esta fase. Essa

hidratação atinge intensidade máxima após o misturador primário em que se adicionada água para o controle do teor de umidade.

- Zona de Secagem que tem as temperaturas compreendidas entre 100 e 700°C, ocorrendo inicialmente a evaporação da umidade presente na mistura, depois a desidratação dos hidróxidos e por último o início da combustão dos combustíveis presentes na mistura.
- Zona de Combustão ou de Reação que compreende toda a região acima de 700°C, onde se inicia a combustão do combustível, passando pelo ponto de temperatura máxima do processo, quando se inicia o resfriamento do sínter. As principais reações que ocorrem nessa zona são: combustão do combustível (exotérmica), decomposição dos carbonatos (endotérmica), reações na fase sólida, redução e reoxidação dos óxidos de ferro e finalmente as reações de formação do magma de fase líquida. A reação de combustão do combustível, exotérmica, que eleva a temperatura do leito até cerca de 1350°C: A elevação da temperatura irá desencadear uma seqüência de reações químicas até a formação da fase líquida, que ao solidificar-se provocará a aglomeração dos componentes.
- Zona de Resfriamento que tem início quando termina a reação de combustão. Nessa fase do processo tem lugar o resfriamento e recristalização de todo o magma de sínter, produzindo a estrutura final e conferindo determinadas propriedades ao sínter.

As reações de aglomeração ocorrem em um leito não refratário e onde a temperatura da frente térmica ultrapassa a temperatura inicial de fusão das matérias-primas. Há reações que ocorrem tanto na zona úmida como na zona de combustão e como na zona de resfriamento. Os principais produtos das reações de aglomeração são:

- Ferritos de Cálcio (ou cálcio-ferritos): são os compostos originados da reação entre os óxidos de ferro e de cálcio. Podem ser distinguidos dois tipos morfológicos principais: acicular e colunar (ou ripóide).
- Silicatos não ferrosos: são os mais frequentes, se formam a partir de 500°C. O CaO e a SiO₂ têm afinidade química muito elevada, porém, devido ao número relativamente baixo de contatos entre estes dois compostos na mistura, a sua formação no estado sólido é praticamente desprezível.
- Formação do magma: entende-se por reações de formação do magma as que ocorrem na frente de combustão, onde os componentes da carga, após sofrerem

recondicionamento pelas reações na fase sólida, entram em estado de semi-fusão e depois se recristalizam mais ou menos rapidamente.

Nos sínteres auto-fundentes ácidos (basicidade - $\text{CaO} / \text{SiO}_2 < 1$), há predominância de silicatos de cálcio. E a sílica em excesso combina-se com o óxido de ferro formando a faialita ($2\text{FeO} \cdot \text{SiO}_2$) que é um composto de boa resistência mecânica mas de redutibilidade muito baixa.

Nos sínteres auto-fundentes básicos ($\text{CaO} / \text{SiO}_2 > 1$), à medida que a basicidade vai se elevando os silicatos de cálcio começam a se saturar em CaO, passando de $\text{CaO} \cdot \text{SiO}_2$ para $2\text{CaO} \cdot \text{SiO}_2$ e finalmente para $3\text{CaO} \cdot \text{SiO}_2$. Após saturação em CaO dos silicatos, o CaO começa a reagir novamente com óxidos de ferro, agora na fase líquida, formando cálcio-ferritos.

Um esquema para sintetizar as reações de aglomeração que ocorrem no processo de sinterização de minérios de ferro foi proposto pela NSC (Nippon Steel Corporation), e é apresentado na Figura 7 - Fases do Processo de aglomeração e de Sinterização.

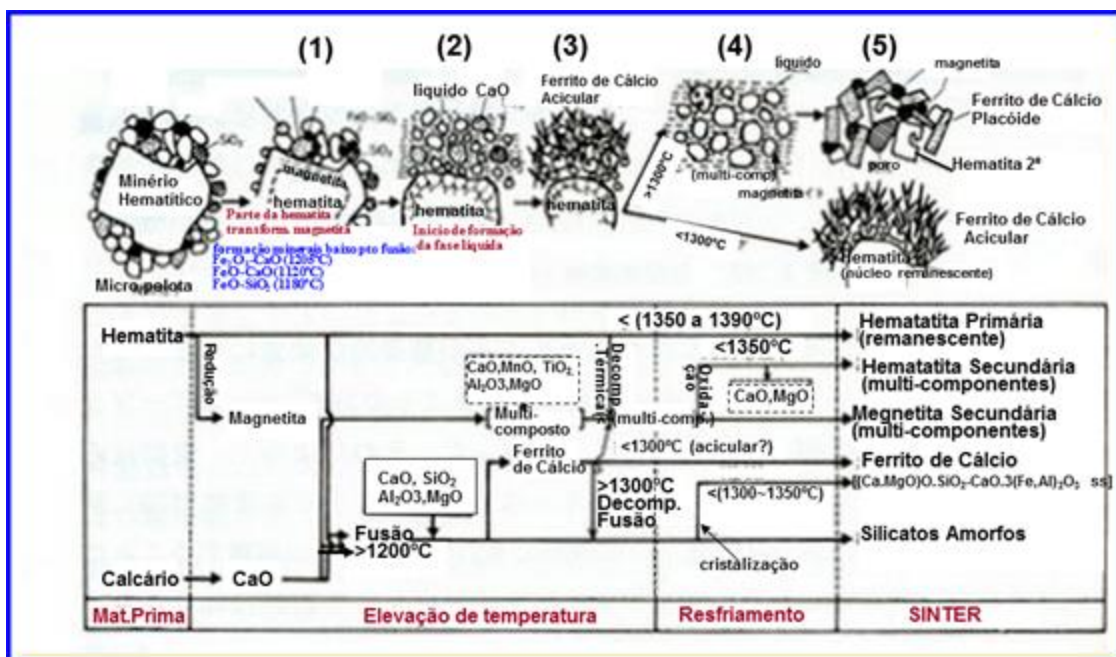


Figura 7: Esquema das reações de aglomeração na sinterização.
Fonte: ABM – Aglomeração de minérios de ferro, 2006.

Segundo esse esquema, as reações se passam como segue:

- A partir de 1200°C forma-se um líquido, consistindo principalmente de Fe_2O_3 e CaO – reação de cálcio – ferrito representada por (1).

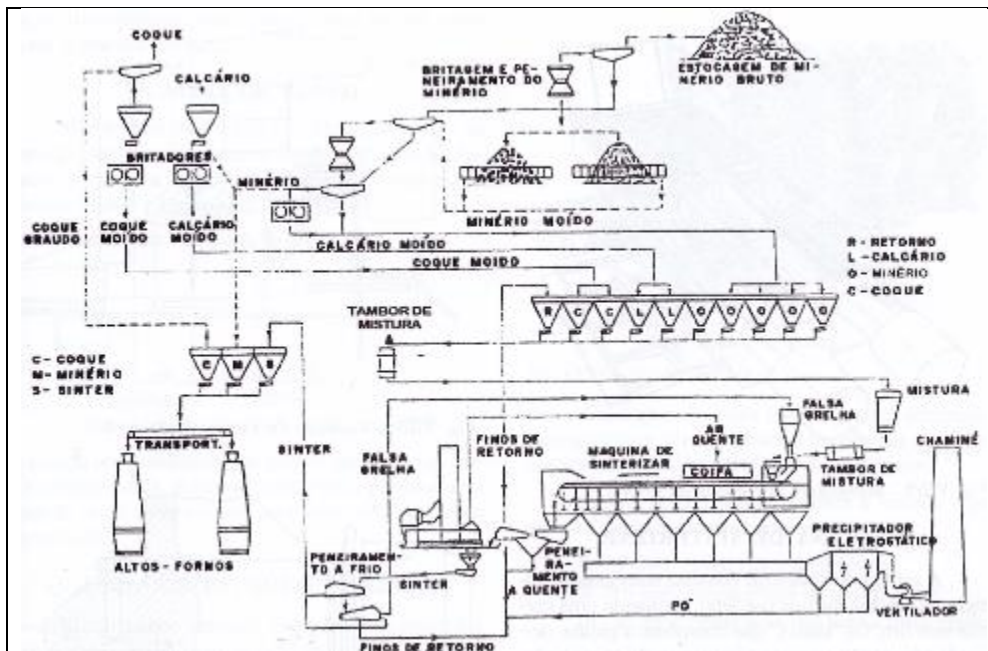
- A seguir esse líquido passa a assimilar os óxidos de ferro e demais materiais (Al_2O_3 , SiO_2 , MgO). Nessa ocasião, pode ocorrer a desagregação superficial das partículas policristalinas maiores, pela penetração do líquido nos contornos de grão, e a formação da chamada "hematita granular", ou seja, cristais desagregados de hematita-reação representada por (2).
- Após o líquido ter parcialmente assimilado o CaO e o Al_2O_3 , ele passa a reagir com o óxido de ferro produzindo um cálcio-ferrito acicular sólido, rico em Al_2O_3 e SiO_2 , reação representada por (3).
- Se a temperatura não exceder a 1300°C , ou se o tempo de retenção for curto, a microestrutura após o resfriamento será parecida com (3), ou seja, um sinter com elevada proporção de cálcio-ferrito acicular ao redor de núcleos porosos de hematita primária sobre uma matriz constituída por silicatos cristalinos, e com o aparecimento de grãos de hematita granular. Esse sinter é chamado sinter heterogêneo.
- Se a temperatura exceder 1300°C , o cálcio-ferrito se dissolve e funde formando hematita ou magnetita e uma escória líquida, que ao se resfriar forma a hematita romboédrica esqueletiforme secundária – representada por (5) e que torna o sinter mais susceptível à desintegração. Esse sinter é chamado sinter homogêneo.

Ao final da máquina de sinter e após todas as reações citadas, o sinter é descarregado ainda incandescente em um britador com barras quebradoras para ser reduzido a pedaços de até 150mm e depois é direcionado para o resfriador. A temperatura do sinter ao deixar a máquina é próxima de 700°C e deve ser reduzida para valores inferiores a 120°C nos resfriadores a fim de se preservar a superfície das correias transportadoras que são de borracha.

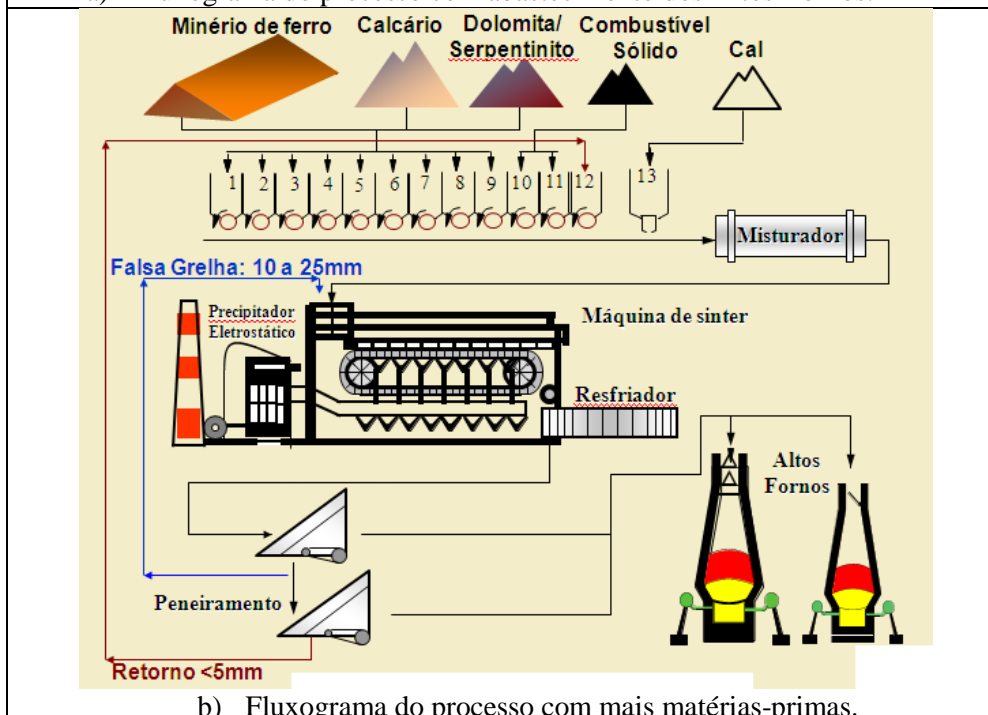
O sinter cominuído e resfriado é, então, direcionado para o peneiramento ou tratamento mecânico, em que é separado de acordo com a sua distribuição granulométrica. A classificação granulométrica do sinter é feita da seguinte forma: sinter produto com granulometria entre 5 e 50mm, falsa grelha entre 10 e 25mm e sinter retomo abaixo de 5mm. O sinter produto é diretamente alimentado nos altos-fornos. O sinter retorno é reprocessado, portando quando menor o seu total, menor é o custo do processo. A falsa grelha é utilizada como uma camada protetora das grelhas da máquina de sinter, impedindo que a frente de combustão atinja as barras de grelha, portanto ela é colocada sobre a esteira da Máquina e encima dela é alimentada a mistura a sinterizar. A altura da

camada da falsa grelha é controlada e varia de acordo com a degradação das grelhas dos setores, normalmente ela é fixada em algo próximo de 40mm.

A Figura 8 apresenta um fluxograma simplificado de uma planta de sinterização. No primeiro caso, exemplificando mais o abastecimento dos altos-fornos e no segundo caso, mostrando outros tipos de matérias-primas que podem ser utilizadas em uma planta de sinterização.



a) Fluxograma do processo com abastecimento dos Altos-Fornos.



b) Fluxograma do processo com mais matérias-primas.

Figura 8: a) Fluxograma da sinterização com o abastecimento dos altos fornos; b) fluxograma da sinterização com novas matérias-primas.

Fonte: a) ARAÚJO, 2005; b) ABM - Aglomeração de minérios de ferro, 2006.

2.2.5 Parâmetros Operacionais

Serão descritos os parâmetros operacionais mais usuais de controle no processo de sinterização.

2.2.5.1 Umidade da Mistura a Sintetizar

É a umidade da mistura a ser alimentada na máquina de sinter. Ela é controlada dentro de limites bastante estreitos, normalmente entre 5,5% e 8,0%, pois ela desempenha um papel muito importante no processo de sinterização, como fator determinístico de permeabilidade.

A umidade ideal é dependente principalmente das características granulométricas de minérios, fundentes, adições e combustíveis sólidos. Mas também de características geológicas das matérias-primas. Em termos práticos, dentro de limites impostos pelas condições operacionais, uma mistura a sinterizar de granulometria mais grosseira exigirá um teor de umidade menor que uma mais fina.

Outro aspecto importante a ser destacado é que a umidade é necessária para promover a formação de micro-aglomerados através das suas interações de Van Der Waals, dando-lhes consistência mecânica suficiente para o transporte da mistura a sinterizar até a esteira da máquina de sinter.

2.2.5.2 Altura da Camada

É a distância entre a superfície superior da mistura carregada na esteira da máquina de Sinter e a superfície da Grelha.

A altura de camada passa a ser o parâmetro operacional que determinará a produtividade efetiva da planta, pois ela está diretamente relacionada com as limitações de projeto (altura útil do setor, depressão da máquina e vazão dos gases de exaustão). Mas para se atender as especificações de qualidade do sinter produto, ela estará diretamente associada à temperatura dos gases de exaustão e à velocidade da máquina de sinter.

2.2.5.3 Altura da Camada de Falsa Grelha

É a distância entre a superfície inferior da mistura carregada e a superfície da Grelha que é constituída por falsa grelha. Normalmente, ela fica em um valor fixo próximo de 40 – 50mm.

2.2.5.4 Velocidade da Máquina de Sínter

É definida pela distância percorrida pela esteira da máquina de sínter em um dado intervalo de tempo. A velocidade da esteira da máquina segue um determinado padrão de operação (altura da camada, aperto de camada e temperatura do forno de ignição). Mas, objetivando-se o máximo de produtividade, ela dependerá fundamentalmente das condições da mistura total (especialmente dos minérios de ferro), teor de umidade e participação de cal na mistura parcial.

2.2.5.5 Aperto de Camada/ Aspecto Superficial da Camada

O aperto de camada é usualmente definido pela diferença de espessura média da camada antes e após a passagem da mistura a sinterizar sob a placa niveladora. O aperto de camada tem influência direta sobre a permeabilidade do leito; aumenta-se a permeabilidade com a diminuição do aperto de camada.

Outro fator importante a ser ressaltado é que o aperto de camada deve ser uniforme ao longo de uma corte transversal à esteira da máquina de sínter.

Deve-se promover um perfeito alisamento da camada superficial da mistura, de tal maneira a facilitar a homogeneidade de queima superficial pela combustão do gás de coqueria e, desta forma, reduzindo ao mínimo a geração de sínter frágil (soft sinter).

2.2.5.6 Depressão da Máquina de Sínter

A depressão da Máquina de Sínter pode ser considerada como uma representação da capacidade de sucção do Exaustor. Quanto maior essa depressão, maior é a capacidade produtiva da máquina de sínter. Por isso, é um parâmetro que se trabalha no limite

permitido por projeto, objetivando-se o máximo em produtividade, mas com altura de camada compatível à qualidade e aos custos. A unidade usualmente utilizada é em mmH₂O.

2.2.5.7 Vazão dos Gases Exauridos

É a medida da quantidade de ar succionada pelo exaustor através da mistura a sinterizar que é medida logo na entrada do próprio exaustor.

2.2.5.8 Temperatura dos Gases de Exaustão

A temperatura dos gases de exaustão é a temperatura dos gases no duto principal do sistema de exaustão. Ela tem que estar no mínimo possível que equivalha à sinterização completa da mistura total, quando se objetiva uma maior produtividade. Mas, para melhorar a qualidade física do sinter, a temperatura dos gases deve ser mais elevada. Portanto, deve-se encontrar o ponto ótimo para a temperatura de forma a se obter uma boa produtividade atendendo as qualidades físicas do produto.

Além disso, ela apresenta uma forte relação com a capacidade de projeto do exaustor, e em parte, depende das características naturais e físicas da mistura a sinterizar.

2.2.5.9 Temperatura das Caixas de Vento

É o perfil de temperatura das caixas de vento ao longo da máquina de sinter, com a temperatura mais baixa logo abaixo da ignição da mistura, caixa de vento 1, que vai aumentando ao longo do leito, objetivando uma operação com o máximo de temperatura no final da esteira, caixa de vento 15, conforme Figura 9. Sendo que a penúltima caixa de vento deve apresentar um valor maior que a última e a antepenúltima, simultaneamente. Dessa forma, garante-se que toda a mistura foi sinterizada e o máximo de produtividade.

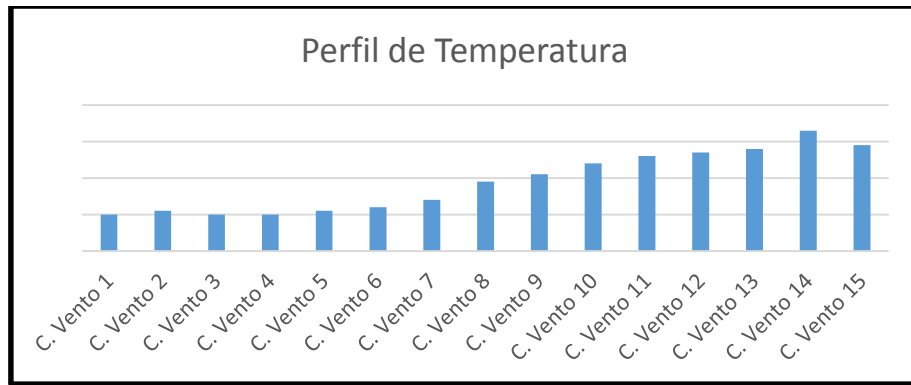


Figura 9: Perfil de Temperatura das caixas de vento ao longo do leito de sinterização.

2.2.5.10 Percentual de Combustível Sólido na Mistura

Desde que a qualidade química, física e metalúrgica atenda à especificação, objetiva-se o menor consumo de combustível sólido possível. Deve ser ressaltado que, além do aspecto econômico, o excesso de combustível sólido é indesejável pelos seguintes fatores:

- Perda de produtividade causada por diminuição de permeabilidade, por sua vez causada pelo alargamento excessivo da frente de combustão;
- Dificuldade ou mesmo impossibilidade de controle de teor de FeO;
- Diminuição da redutibilidade do sinter, causando posteriormente um aumento no consumo específico de coque no alto-forno.

2.2.5.11 Percentual de Cal na Mistura

A cal é o aglomerante mais utilizado e apresenta efeito significativo no aumento de produtividade, mas, desde que a qualidade química, física e metalúrgica atenda à especificação do sinter produto, objetiva-se o menor consumo de cal possível por causa do custo. Junto à umidade, é de fundamental importância para formação da micropelotas, pois efetiva a aglomeração, resultando na formação de partículas maiores e mais resistentes mecanicamente.

2.2.5.12 Percentual de Calcário na Mistura

O calcário, junto com a cal, é o aglomerante mais utilizado. O aumento ou a redução do seu consumo visa atender a especificação do sinter produto e o custo da mistura a

sintetizar. Ao aumentar o consumo de cal, deve-se reduzir o consumo de calcário para atender ao teor de CaO e, conseqüentemente, o de combustível sólido já que não será necessária a energia para a reação de decomposição do carbonato de cálcio (CaCO₃).

2.2.5.13 Percentual de Dolomita/Serpentinito na mistura

O percentual de dolomita e/ou serpentinito na mistura está diretamente relacionado a especificação de qualidade do sinter produto.

2.2.5.14 Nível do silo de sinter retorno

Deve controlar o nível do silo de sinter retorno dentro de um limite mais estreito possível, já que conduz a uma operação mais estável. Ocorrendo uma anormalidade de processo, ela é prontamente detectada e restabelecida uma vez que o nível do silo tende a aumentar.

2.2.6 Qualidade do Sinter Produto

A carga ferrífera dentro do alto-forno passa por alterações de temperatura, de pressão, de queda e de abrasão, o que torna necessário um sinter de boa resistência física e metalúrgica. Além disso, a qualidade química do ferro gusa é especificada pela aciaria e ela é fortemente dependente da qualidade do sinter.

Para se conhecer o sinter produto, são feitos ensaios de qualidades química, granulométrica, física e metalúrgica em laboratório.

A qualidade química é expressa pelos teores abaixo listados:

- FeT: Ferro total;
- CaO: Óxido de cálcio
- SiO₂: Óxido de silício ou Sílica;
- Al₂O₃: Óxido de alumínio ou Alumina;
- MgO: Óxido de magnésio;
- MnT: Manganês total;
- P: Fósforo;
- TiO₂: Óxido de titânio;

- FeO: Óxido de ferro ou wustita.

A partir de uma qualidade especificada para os teores destes compostos ou elementos, o resultado da qualidade fornecido pelo laboratório durante a produção do sínter serve para conhecer o produto e realizar ajustes da carga de modo a garantir a qualidade desejada. Além destes resultados, o alto-forno solicita que se acompanhe os resultados de Basicidade do sínter, que é a relação entre o teor de CaO e o de SiO₂ no sínter (basicidade = [CaO no sínter] / [SiO₂ no sínter]) dentro de determinada faixa de controle.

A resistência física do sínter mede a modificação da granulometria do sínter às solicitações de pressão, queda, impacto ou abrasão, que irão ser submetidas dentro do alto-forno. Usam-se os testes de Queda e/ou de tambor.

No Teste de Queda, uma amostra de 20kg do material, entre 10 e 50mm é submetida a quatro quedas de 2 metros de altura, determinando-se, após, a porcentagem retida na malha de 10mm. O resultado é expresso em %.

No Teste de Tambor, são testados 23 kg de sínter entre 10 e 50mm. A fração retida em 10mm mede a resistência ao tamboramento e a fração < 5mm, mede a abrasão. Um bom sínter tem um índice de tamboramento (>10 mm) acima de 76,5%.

A análise granulométrica visa conhecer a distribuição do sínter produzido, para conhecer o seu Tamanho Médio e para compor amostras que servirão para análise as qualidades química, física e metalúrgica. As amostras são compostas de acordo com distribuição granulométrica, pois elas apresentam concentrações diferentes de elementos químicos e também são mais estáveis à degradação nas faixas granulométricas mais finas.

A qualidade metalúrgica do sínter representa suas características de redutibilidade e de degradação sob as condições de redução no alto-forno. A tendência atual é de se produzir sínter com redutibilidade mais elevada sem comprometer a resistência física a frio e a degradação sob redução (RDI). As características químicas das matérias-primas e do próprio sínter produzido têm influência marcante em suas propriedades metalúrgicas.

2.3 Banco de dados

Para o desenvolvimento deste trabalho, no qual será construída uma carta de controle multivariada e também se determinará a capacidade do processo através de coeficientes de capacidade apropriados para dados multivariados, foram coletadas amostras de fechamento de turno. O dia é composto por três turnos diferentes de 8 horas cada um, quando se diz fechamento de turno quer dizer o resultado dessas 8 horas de trabalho da equipe que estava no horário.

Inicialmente, analisou-se a produtividade acumulada por dia da máquina de síter através de um gráfico de Box-Plot, com o objetivo de se avaliar a estabilidade e a variabilidade do processo ao longo dos 12 meses do ano de 2013. Após a identificação do período mais estável, coletaram-se as amostras de fechamento de cada turno ao longo do dia.

Os 3 turnos que compõem o dia são denominados A, B e C, onde o turno A é aquele que inicia-se às 00:00 horas e termina às 08:00, já o B vai das 08:00 horas até às 16:00 horas e, por fim, o turno C começa às 16:00 horas e termina às 24:00 horas. Assim, têm-se 3 amostras por dia de turnos de 8 horas, sendo que a amostra é obtida através do resultado acumulado do trabalho nas 8 horas. Dessa forma, para cada variável tem-se um valor que sumariza o resultado de cada turno. Isso é explicado da seguinte forma:

- Para as variáveis de consumo e produção, que possuem unidades de medida ligadas a produção de síter, tem-se um resultado acumulado no período. Por exemplo, considerando a variável produtividade, se no turno de 8 horas foram produzidas 2000 toneladas de síter em 8 horas de trabalho em uma máquina com área útil de 200 m², o resultado para a produtividade seria de 30t/m².dia no turno $[(2000 \times 24) / (200 \times 8) = 30]$.
- Para as variáveis relacionadas a qualidade do síter produto, como Tamanho Médio e Basicidade, tem-se uma amostragem automática que ocorre de 2 em 2 horas (incrementos) para formar uma amostra única representativa de todo o turno de 8 horas. Essa amostra é enviada ao laboratório para análise e assim tem-se o resultado de qualidade do síter produzido no turno.
- Para as variáveis de medição on line, como Velocidade de Máquina e Depressão da Máquina de Síter, foram obtidos os seus valores no mesmo momento em que são coletados os incrementos da amostra do síter produto. Assim, em um período de 8

horas de trabalho, são obtidos 4 resultados por variável e calculado o seu valor médio, que será considerado como o resultado da variável para o turno de 8 horas analisado.

Especificadamente, pelo fato de o processo ser contínuo e de a matéria-prima ter uma variabilidade natural, o sínter produzido no turno A não será o mesmo daquele produzido no turno B e nem no turno C. Mas, tendo em vista a padronização e o objetivo de se ter uma estabilidade no processo, deseja-se que o desempenho e o produto final de cada turno sejam o mais próximo possível um do outro. Assim tem-se variáveis com limites de especificação iguais para todos os turnos.

Considerando tudo isso, essas amostras coletadas são consideradas amostras individuais e não agrupadas.

2.4 Gráfico Carta de Controle

Nos processos industriais sempre haverá uma variabilidade natural, que seria a consequência de pequenas causas inerentes ao processo e que são inevitáveis. No sistema de controle estatístico de qualidade, se um processo estiver apenas sob efeito das causas aleatórias de variação, que são essas causas inevitáveis já citadas, diz-se que o processo está sob controle estatístico.

Mas, outros tipos de variabilidade podem estar presentes na saída do processo. Segundo Montgomery (2009), em geral, essas variações surgem de três fontes denominadas causas atribuíveis, são elas: máquinas ajustadas ou controladas de maneira inadequada; erros de operadores e/ou matéria-prima fora da especificação. Essa variabilidade é muito grande quando comparada com o efeito das causas inerentes ao processo. Diz-se que se um processo está operando sob essas causas não-aleatórias, o processo está fora de controle.

Os processos de produção normalmente operam sob controle estatístico e produzindo itens dentro da especificação do cliente. Mas, causas atribuíveis irão inevitavelmente ocorrer, causando uma variabilidade no processo, que podem levar ao não atendimento da especificação do produto.

Através das cartas de controle, é possível detectar rapidamente a ocorrência de causas atribuíveis de maneira que uma ação corretiva imediata seja tomada e o menor número possível de produtos fora da especificação seja produzido.

A carta de controle para monitorar a média do processo contém uma linha central, que é o valor médio da variável monitorada que corresponde ao estado sob controle, e duas outras linhas denominadas limite superior de controle (LSC) e limite inferior de controle (LIC). Essas linhas de limite são definidas de modo que se o processo estiver sob controle estatístico, todos os pontos amostrais da estatística usada para monitorar o processo estarão plotados entre eles. Se houver pontos fora da região delimitada pelos limites de controle, há evidências de que o processo está operando com a presença de causas especiais.

Mas, necessita-se ter cuidado já que mesmo quando todos os valores amostrais estão localizados entre os limites superior e inferior, se houver um comportamento sistemático ou não-aleatório dos dados, isso pode ser indício de que o processo esteja fora de controle. Quando o processo está sob controle, todos os pontos amostrais marcados no gráfico devem seguir um padrão aleatório sem que haja alguma tendência de mudança de patamar.

Pode-se dizer que de certa maneira, a carta de controle é um teste de hipótese no qual a hipótese nula é a de que o processo está sob controle estatístico e a alternativa defini que o processo está fora de controle no que se refere à variável que está sendo monitorado pelo gráfico. Esse teste é feito considerando um nível de significância α , onde $0 < \alpha < 1$. Segundo Montgomery (2009), a determinação dos limites de controle é uma das decisões críticas na construção das cartas de controle. Ao reduzir α , os limites de controle inferior e superior ficam afastados da linha central, o que diminui o risco de ocorrência do erro Tipo I (risco de um valor amostral da estatística utilizada estar fora dos limites determinados quando nenhuma causa especial está presente - chamado de falso alarme), mas aumenta o risco de ocorrência do erro Tipo II (risco de um valor amostral da estatística estar entre os limites determinados quando o processo está fora de controle). Ao aumentarmos α , ocorre o efeito oposto. Quando α é igual a 0,27%, a probabilidade de ocorrência do erro Tipo I é de 0,0027, assim, estima-se que um falso alarme será obtido em apenas 27 de 10.000 amostras. Além disso, a probabilidade de que um valor amostral da estatística utilizada no controle de processo, quando o processo estiver sob controle estatístico, esteja fora da área de controle estabelecida no gráfico, considerando limites de três-sigma (três desvios padrão) em apenas uma direção, processo bilateral, é de 0,135%. É prática padrão determinar os limites de controle com amplitudes relacionadas a um múltiplo do desvio padrão da estatística mostrada no gráfico

(MONTGOMERY, 2009). Esse múltiplo é, em geral, igual a 3, o que leva a um α igual a 0,27%, que será o nível de significância a ser utilizado neste trabalho para a construção da Carta de Controle.

Para a construção de cartas de controle, pode-se criá-las para uma única variável de processo, sendo esse então um controle de processo univariado. E também pode-se construí-la para mais de uma variável, de modo que todas as variáveis de interesse sejam monitoradas simultaneamente, o que caracteriza um controle de processo multivariado.

2.4.1 Carta de Controle Univariada e Multivariada

Em 1924, Walter A. Shewhart desenvolveu o conceito estatístico de gráfico de controle (RIBEIRO, 2010). Inicialmente, ele havia criado uma carta para o monitoramento da porcentagem de defeitos em um processo de produção, mas posteriormente, ele estendeu a sua ideia partindo para a criação das cartas de controle para a média e o desvio padrão de uma variável do processo. Dessa forma, ficou possível controlar tanto a média do processo quanto a sua variabilidade.

O controle da média do processo ou do nível médio da qualidade, segundo Montgomery (2009), é normalmente feito pelo gráfico de controle para médias, ou Gráfico \bar{x} . A variabilidade do processo pode ser monitorada tanto através do gráfico de controle para o desvio-padrão (Gráfico S) quanto a partir do gráfico de controle da amplitude (Gráfico R).

Mas, um dos problemas dessas cartas de controle é que elas são apropriadas apenas para análise individual de apenas uma variável do processo (RIBEIRO, 2010). Assim, como existem inúmeros casos de processos industriais em que a sua performance é baseada no comportamento de um conjunto de variáveis, várias cartas de controle deveriam ser utilizadas simultaneamente de forma independente para que se fosse feito o monitoramento do processo. Entretanto, quando há correlação entre essas variáveis, as cartas de controle feitas simultaneamente não incorporam essas correlações, o que pode levar a conclusões equivocadas sobre o processo. Com isso, o maior interesse está no desenvolvimento de um procedimento de controle de processo que detecte as ocorrências não-usuais considerando esse conjunto de variáveis e as suas correlações ao mesmo tempo.

Segundo Montgomery (2009), cartas de Controle Multivariadas podem ser consideradas como extensões multivariadas de algumas cartas de controle univariadas, sendo o Gráfico T² de Hotelling, para monitoramento do vetor de médias do processo, um análogo ao Gráfico \bar{x} de Shewhart, mas considerando dados multivariados.

O passo-a-passo da construção do Gráfico T² de Hotelling será apresentado na Seção 2.6.1.

2.5 Distribuição Normal Multivariada

No controle estatístico univariado, utiliza-se a distribuição normal para descrever o comportamento de uma variável contínua (MONTGOMERY, 2009). A função de densidade da normal univariada é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right\}, -\infty < x < \infty \quad (1)$$

em que μ é a média da distribuição normal e σ^2 é a sua variância, $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma > 0$.

A função de densidade da distribuição normal multivariada é uma generalização do caso univariado, porém, no caso multivariado trabalha-se com duas ou mais variáveis aleatórias simultaneamente.

Sejam p variáveis aleatórias, dadas por $X_1, X_2, X_3, \dots, X_p$, arranjadas no vetor $X^T = [X_1, X_2, X_3, \dots, X_p]$. Seja $\mu^T = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p]$ o vetor das médias e Σ a matriz positiva definida de dimensão $p \times p$ contendo as variâncias e as covariâncias das variáveis do vetor aleatório X . Os elementos da diagonal principal de Σ são as variâncias de X_j , com $j = 1, 2, \dots, p$, e os elementos fora da diagonal são as covariâncias. O vetor aleatório X terá distribuição normal multivariada se a sua função densidade for dada como em (2).

$$f(x_1, x_2, \dots, x_p) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x-\mu)^T \Sigma^{-1}(x-\mu)\right\} \quad (2)$$

sendo $-\infty < x_j < \infty, j=1, 2, \dots, p$, o “T” denota vetor transposto e $||$ é o determinante.

A distribuição normal univariada é um caso particular da equação dada por (2) em que $p=1$. Quando $p=2$, a distribuição representada em (2) é normal bivariada, que é um bom exemplo para se ilustrar algumas propriedades. Considere X_1 e X_2 duas variáveis

aleatórias com matriz de covariâncias $\Sigma_{2 \times 2}$ e vetor de médias μ , como mostrado na equação (3).

$$\Sigma_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix}; \mu = (\mu_1, \mu_2)^T \quad (3)$$

onde σ_{jj} representa a variância da variável X_j e σ_{kj} representa a covariância entre as variáveis X_k e X_j , $k \neq j$ e $k = 1, 2$.

O coeficiente de correlação de Pearson denotado por ρ_{kj} (ou simplesmente ρ) dado em (4), é utilizado para se determinar o grau de relação linear existente entre as duas variáveis X_k e X_j , $k, j = 1, 2, 3, \dots, p$.

$$\rho = \rho_{kj} = \frac{\sigma_{kj}}{\sqrt{\sigma_{kk} \sigma_{jj}}} \quad (4)$$

O valor do coeficiente de Pearson varia entre -1 e 1. Quando ρ é maior do que zero, as variáveis são correlacionadas positivamente, onde uma é diretamente proporcional a outra. Já quando ρ é menor que zero, as variáveis são correlacionadas negativamente, em que quanto maior uma, menor é o valor da outra. Somado a isso, tem-se que quanto mais próximo de 1 for o módulo do coeficiente, maior é a correlação entre as variáveis, sendo que quando $|\rho| = 1$ a correlação linear é perfeita. Quando $k=j$ o coeficiente de correlação é sempre igual a 1.

É importante ressaltar que o coeficiente de correlação é um dos parâmetros da distribuição normal multivariada já que a covariância entre as variáveis pode ser expressa em função do coeficiente de correlação. Como ilustração, no caso em que $p=2$, tem-se:

$$\sigma_{12} = \rho_{12} \sqrt{\sigma_{11} \sigma_{22}} = \rho \sqrt{\sigma_{11} \sigma_{22}}$$

e logo a função densidade da distribuição normal dada em (2) pode ser expressa em função do coeficiente de correlação, uma vez que:

$$\Sigma_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \rho \sqrt{\sigma_{11} \sigma_{22}} \\ \rho \sqrt{\sigma_{11} \sigma_{22}} & \sigma_{22} \end{pmatrix}$$

sendo o determinante de Σ igual a $|\Sigma| = \sigma_{11}\sigma_{22}(1 - \rho^2)$. A matriz inversa, Σ^{-1} , é dada por:

$$\Sigma^{-1} = \frac{1}{1 - \rho^2} \begin{pmatrix} 1/\sigma_{11} & -\rho/\sqrt{\sigma_{11}\sigma_{22}} \\ -\rho/\sqrt{\sigma_{11}\sigma_{22}} & 1/\sigma_{22} \end{pmatrix}$$

A quantidade $(x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu)$ da equação (2) é referida como a distância de Mahalanobis do vetor aleatório X ao vetor de médias μ (SARTORIO, 2008), que também é denominada distância padronizada ou distância estatística (MINGOTI, 2013) e pode ser expandida para:

$$(x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu) = \frac{1}{1 - \rho^2} \left[\left(\frac{x_1 - \mu_1}{\sqrt{\sigma_{11}}} \right)^2 - 2\rho \left(\frac{x_1 - \mu_1}{\sqrt{\sigma_{11}}} \right) \left(\frac{x_2 - \mu_2}{\sqrt{\sigma_{22}}} \right) + \left(\frac{x_2 - \mu_2}{\sqrt{\sigma_{22}}} \right)^2 \right] \quad (5)$$

Utilizando as informações anteriores tem-se que a função densidade da distribuição normal bivariada é dada por:

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma_{11}\sigma_{22}(1-\rho^2)}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\left(\frac{x_1 - \mu_1}{\sqrt{\sigma_{11}}} \right)^2 - 2\rho \left(\frac{x_1 - \mu_1}{\sqrt{\sigma_{11}}} \right) \left(\frac{x_2 - \mu_2}{\sqrt{\sigma_{22}}} \right) + \left(\frac{x_2 - \mu_2}{\sqrt{\sigma_{22}}} \right)^2 \right] \right\} \quad (6)$$

sendo $x \in \mathbb{R}$; $\sigma_{jj} \in \mathbb{R}^+$, $\rho \in (-1, 1)$, $\mu_j \in \mathbb{R}$ e $j = 1, 2$.

Ilustra-se o gráfico da função densidade da normal bivariada na Figura 10 para uma situação particular na qual há alta correlação entre as duas variáveis aleatórias ($\rho = 0,85$). O vetor de médias da distribuição é $\mu = (0,0)^T$ e as variâncias são iguais a $\sigma_{11} = \sigma_{22} = 1$ (RIBEIRO, 2010).

A correlação entre as variáveis é um fator que influencia na forma geométrica da função da distribuição normal bivariada. Perceba que existe uma concentração da densidade sobre a linha reta imaginária que passa sobre a diagonal do primeiro quadrante do plano cartesiano definido pelas variáveis X_1 e X_2 (ver Figura 10). Esse fato mostra que quando ρ é próximo de 1 ou -1, a superfície fica mais concentrada ao redor do vetor de

médias da distribuição. À medida que o coeficiente de correlação entre as variáveis tende a zero, a superfície fica mais dispersa ao redor do vetor de médias (ver Figura 11).

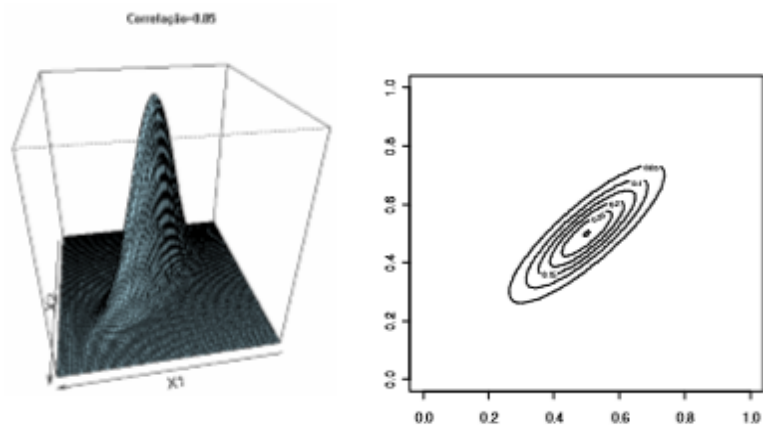


Figura 10: Função densidade de uma normal bivariada com correlação igual a 0,85.
Fonte: Ribeiro (2010).

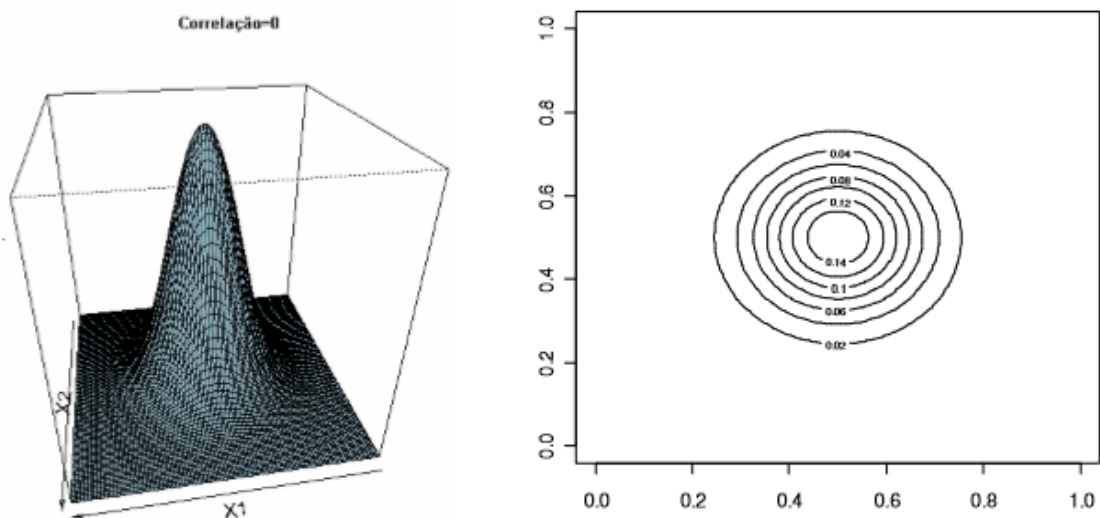


Figura 11: Função Densidade de uma normal bivariada com correlação igual a 0.
Fonte: Ribeiro (2010).

As curvas de nível são elipses, no caso em que $\rho \neq 0$ e círculos no caso em que $\rho = 0$. Quando $p > 2$, as curvas de nível são elipsoides ou esferas. No caso da distribuição normal p -variada, quando duas variáveis forem não correlacionadas, elas também serão variáveis independentes (MINGOTI, 2013).

O estimador do coeficiente de correlação entre as variáveis duas variáveis, X_k e X_j , $k, j=1,2,3,\dots,p$, é o coeficiente de correlação amostral de Pearson definido como:

$$r_{kj} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_k)(x_{ji} - \bar{x}_j)}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_k)^2)(\sum_{i=1}^n (x_{ji} - \bar{x}_j)^2)}} \quad (7)$$

em que x_{ki} e x_{ji} são os valores individuais das variáveis X_k e X_j , $k, j=1, 2, 3, \dots, p$ com $i = 1, 2, \dots, p$; \bar{x}_k e \bar{x}_j são as respectivas médias amostrais.

Para avaliar a significância do coeficiente de correlação entre duas variáveis normalmente distribuídas, é muito comum a realização do teste de hipóteses no qual a hipótese nula é $H_0: \rho_{kj} = 0$ e a hipótese alternativa é $H_1: \rho_{kj} \neq 0$. Segundo Montgomery (2012), a estatística de teste apropriada para testar H_0 é dada por:

$$T_0 = \frac{r_{kj}\sqrt{(n-2)}}{\sqrt{(1-r_{kj}^2)}} \quad (8)$$

sendo que sob a hipótese nula T_0 tem uma distribuição t de student com $(n-2)$ graus de liberdade e r_{kj} é o estimador de ρ_{kj} .

Considerando um nível de significância α , $0 < \alpha < 1$, rejeita-se ou não a hipótese nula de acordo com a probabilidade de significância do teste (P-valor). Quando P-valor é menor do que o nível de significância, rejeita-se a hipótese nula, e assim, a correlação entre as duas variáveis é considerada estatisticamente significativa. Caso contrário, não se rejeita a hipótese nula e com isso a correlação não é considerada estatisticamente significativa. É comum o uso de 5% para o nível de significância.

2.6 Teste T^2 de Hotelling

O procedimento mais usual e comum na literatura estatística para testar a hipótese sobre o vetor de médias de uma população é o teste T^2 de Hotelling, que foi criado por Hotelling em 1947. Esse foi o primeiro teste estatístico multivariado que considerou a estrutura de correlação das variáveis na formulação da estatística de teste.

Hotelling (1947) foi um dos primeiros a analisar variáveis correlacionadas sob uma perspectiva de controle estatístico, utilizando-se de um procedimento multivariado.

Devido à complexidade dos cálculos que envolvem o conhecimento da álgebra matricial, a aceitação dos gráficos de controle multivariados tem sido lenta, mas ainda assim o gráfico T^2 é o mais popular no controle multivariado de processos. Este procedimento é baseado na generalização da estatística t de Student (TAVARES, 2003).

Sejam X o vetor aleatório com dimensão $px1$, μ o vetor de médias e Σ a matriz de covariância correspondentes. Supondo que X tenha uma distribuição normal multivariada e que se tenha uma amostra aleatória de tamanho n , tem-se que a estatística teste T^2 proposta por Hotelling, quando a matriz Σ_{pxp} , é conhecida, é dada por:

$$T^2 = n (\bar{X} - \mu_0)' \Sigma_{pxp}^{-1} (\bar{X} - \mu_0) \quad (9)$$

sendo a hipótese nula equivalente a $H_0: \mu = \mu_0$ e a alternativa igual a $H_1: \mu \neq \mu_0$. Sob a hipótese nula, a equação (9) tem distribuição qui-quadrado com p graus de liberdade. Para um nível de significância α , $0 < \alpha < 1$, a hipótese nula será rejeitada para valores observados de T^2 maiores ou iguais ao valor crítico $\chi_{\alpha,p,c}^2$, sendo $\chi_{\alpha,p,c}^2$ um valor tal que $P[\chi_p^2 \geq \chi_{\alpha,p,c}^2] = \alpha$.

No caso em que a matriz Σ é desconhecida, a estatística T^2 de Hotelling é dada por:

$$T^2 = n (\bar{X} - \mu_0)' S^{-1} (\bar{X} - \mu_0) \quad (10)$$

que sob a hipótese nula, tem uma distribuição que é proporcional a uma distribuição F, isto é, o valor crítico do teste a um nível de significância α , $0 < \alpha < 1$, é dado por:

$$F_c = \frac{p(n-1)}{n-p} F_{1-\alpha,p,n-p} \quad (11)$$

sendo $F_{1-\alpha,p,n-p}$ o quartil referente à probabilidade acumulada igual a $(1 - \alpha)$ da distribuição F com p e $(n-p)$ graus de liberdade, sendo S a matriz de covariâncias amostrais de dimensão pxp e que é um estimador não viciado da matriz de covariâncias Σ (ANDERSON, 1984). Essa matriz é melhor definida na equação (15).

A vantagem do uso do teste T^2 de Hotelling em relação à realização simultânea de p testes univariados t-Student, ou seja um para testar a média da variável de X_j , é que além de conservar o nível de significância global pré-estabelecido para o teste conjunto, ele

leva em consideração possíveis correlações que as variáveis têm entre si, já que a sua estatística de teste é função da matriz de covariância do vetor aleatório \mathbf{X} .

Mas, para utilizá-lo é necessário avaliar se o vetor \mathbf{X} tem distribuição normal multivariada. No entanto, o teste ainda é válido para grandes amostras quando \mathbf{X} não tem essa distribuição, e X_j são variáveis contínuas, $j = 1, 2, \dots, p$, em função do Teorema do Limite Central Multivariado (ANDERSON, 1984).

Segundo Mardia (1975), existem vários métodos para se testar a hipótese de normalidade univariada sendo os mais comuns os seguintes: teste de simetria e curtose; teste de Shapiro-Wilks (SHAPIRO et al., 1965); teste de aderência qui-quadrado (χ^2) (SNEDECOR et al., 1989); teste Kolmogorov-Smirnov (KOLMOGOROV, 1933); Anderson Darling (ANDERSON e DARLING, 1954), dentre outros.

Extensões para o teste de normalidade multivariada a partir dos métodos univariados tem surgido desde que Mardia (1975) apresentou uma extensão do teste de simetria e curtose, que foi baseado na determinação da simetria e da curtose multivariadas, que estão diretamente relacionadas com a distância de Mahalanobis.

Entretanto, quando \mathbf{X} tem distribuição normal p -variada, todas as variáveis X_j do vetor aleatório \mathbf{X} seguem uma distribuição normal univariada, $j = 1, 2, \dots, p$ (ANDERSON, 1984, e JOHNSON e WICHERNT, 2002). Assim, uma forma inicial de se avaliar a suposição de normalidade p -variada é através de testes de hipótese para a normalidade univariada de cada X_j , $j = 1, 2, \dots, p$. Se todas forem normalmente distribuídas, é provável que o conjunto delas tenha distribuição normal p -variada, embora existam contra-exemplos que mostram que é possível ter as variáveis univariadas com distribuição normal sem que o vetor tenha distribuição normal p -variada (JOHNSON e WICHERNT, 2002).

Além do teste T^2 de Hotelling, existem outros testes que são extensões daqueles propostos para o caso univariado. Um exemplo seria o Teste de Hayder e Tsui (1994), que além de testar o vetor de médias, também procura identificar quais são as variáveis responsáveis pela mudança ocorrida no vetor de médias através da construção de intervalos de confiança para a média verdadeira de cada uma das p variáveis (COLENGHI, 2008).

A escolha do teste que o pesquisador julga apropriado é feita sob vários aspectos, tais como: poder do teste, controle da taxa do erro tipo I e, principalmente, sobre as suposições nas quais cada teste é fundamentado.

2.6.1 Gráfico de Controle T^2 de Hotelling

Normalmente, utiliza-se o monitoramento e o controle do processo considerando somente uma variável, o que caracteriza uma perspectiva univariada. Entretanto, a maioria dos casos na indústria envolvem várias variáveis que muitas vezes são dependentes. A aplicação de gráficos de controle univariados para cada variável separadamente é uma solução para a identificação de causas atribuíveis, mas nem sempre, ela será eficaz uma vez que não considera as correlações entre as variáveis do processo.

Segundo Montgomery (2009), os gráficos de controle multivariados funcionam muito bem quando o número de variáveis do processo não é muito grande, tendo no máximo um total de dez. Isso devido ao fato de que a medida que o número de variáveis cresce, os gráficos perdem eficiência em detectar as causas atribuíveis.

Há duas fases distintas na utilização do gráfico de controle. A primeira é o uso dos gráficos para o estabelecimento (estimação) dos limites de controle, permitindo que seja possível testar se a operação (processo) está sob controle estatístico quando m amostras aleatórias preliminares foram obtidas do processo e os valores da estatística usada para o monitoramento do processo foram calculados para cada amostra. Dessa forma, o objetivo da fase 1 é obter um conjunto de observações amostrais do processo sob controle de modo que seja possível estimar os limites de controle que serão usados na segunda fase, que é a de monitoramento de processo.

O procedimento mais comum de controle de um processo multivariado é o Gráfico T^2 de Hotelling para o monitoramento do vetor de médias do processo (MONTGOMERY, 2009).

Pode-se construir o gráfico de controle T^2 de Hotelling utilizando dados amostrais individuais ou subagrupados. Em ambos os casos, m amostras de tamanho n são obtidas sequencialmente ao longo do tempo para as p variáveis observadas no processo, sendo $n = 1$ para o caso de dados amostrais individuais.

Nesta monografia, para a aplicação do gráfico de controle T^2 de Hotelling no processo de Sinterização, foi utilizado o caso de amostras individuais, procedimento que será descrito a seguir. Para um maior entendimento sobre o passo-a-passo da construção da carta de controle multivariada de T^2 de Hotelling para dados subagrupados ver Montgomery (2009).

Dado um conjunto de m amostras aleatórias de tamanho $n=l$ para as p variáveis observadas do processo, deve-se calcular o vetor de médias e a matriz de covariância amostrais.

Primeiramente, determinam-se as médias e as variâncias amostrais para cada variável observada segundo as equações (12) e (13), respectivamente.

$$\bar{X}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_{jk} \quad (12)$$

$$S_j^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (x_{jk} - \bar{X}_j)^2 \quad (13)$$

$j = 1, 2, \dots, p$.

Em seguida, calcula-se a covariância entre as variáveis X_j e X_h observadas usando os m dados amostrais coletados como é apresentado na equação (14), em que $j \neq h$.

$$S_{jh} = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (x_{jk} - \bar{X}_j)(x_{hk} - \bar{X}_h) \quad (14)$$

em que x_{jk} e x_{hk} representam os valores amostrais das variáveis X_j e X_h .

A partir dos valores de S_j^2 e S_{jh} , determina-se, então, a matriz de covariância amostral (S), apresentada em (15), que, segundo Anderson (1984), é um estimador não viciado de Σ_{pxp} .

$$S = \begin{bmatrix} S_1^2 & S_{12} & \dots & S_{1p} \\ & S_2^2 & \dots & S_{2p} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & S_p^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

onde os elementos da diagonal principal de S são as variâncias dadas pela equação (13) e os elementos fora da diagonal principal são as covariâncias dadas conforme equação (14).

Por fim, calcula-se os valores da estatística T^2 para cada uma das m amostras conforme equação (16).

$$T_i^2 = (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}})' S^{-1} (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}}) \quad (16)$$

sendo $(\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}})$ o vetor com dimensão $1 \times p$ e $\bar{\mathbf{X}}$ o vetor contendo as médias amostrais (\bar{X}_j) calculadas para cada variável $X_j, j = 1, 2, \dots, p; i = 1, 2, \dots, m$.

Nesse momento, necessita-se calcular os limites de controle inferior (LIC) e superior (LSC) para a Fase 1. Tracy et al. (1992) indicam que quando n é igual a 1, amostras com dados individuais, os limites de controle da Fase 1 devem basear-se em uma distribuição Beta, o que leva aos limites mostrados na equação (17).

$$\begin{aligned} LSC &= \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{(1-\frac{\alpha}{2}, \frac{p}{2}, \frac{m-p-1}{2})} \\ LIC &= \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{(\frac{\alpha}{2}, \frac{p}{2}, \frac{m-p-1}{2})} \end{aligned} \quad (17)$$

sendo que $\beta_{(1-\frac{\alpha}{2}, \frac{p}{2}, \frac{m-p-1}{2})}$ representa o percentil de uma distribuição beta com parâmetros $p/2$ e $(m-p-1)/2$.

Caso o processo esteja sob controle estatístico de acordo com os limites estabelecidos na Fase 1, inicia-se, então, a Fase 2, onde o processo será monitorado.

Para essa fase considera-se o vetor de médias amostral $\bar{\mathbf{X}}$ e a matriz de covariâncias amostral S calculadas na Fase 1, como os valores dos parâmetros do processo ou seja, para o vetor de médias $\boldsymbol{\mu}$ e matriz de covariâncias $\Sigma_{p \times p}$.

Na Fase 2, novos limites de controle superior e inferior deverão ser determinados usando as expressões dadas em (18) para monitorar o processo usando os novos valores amostrais (amostras rotineiras do processo).

$$\begin{aligned} LSC &= \frac{p(m+1)(m-1)}{m^2 - mp} F_{(1-\frac{\alpha}{2}, p; m-p)} \\ LIC &= \frac{p(m+1)(m-1)}{m^2 - mp} F_{(\frac{\alpha}{2}, p; m-p)} \end{aligned} \quad (18)$$

sendo que $F_{(1-\frac{\alpha}{2}, p; m-p)}$ representa o percentil de uma distribuição F com p e $(m-p)$ graus de liberdade.

Nessa Fase, utiliza-se a mesma equação (16) para a determinação dos novos valores da estatística T^2 para os novos dados amostrais (amostras rotineiras do processo em

operação), utilizando-se o vetor de médias \bar{X} e a estimação da matriz de covariâncias S obtidos através dos dados históricos do processo coletados para o estabelecimento da Fase 1, onde foi determinado que o processo se encontrava sob controle estatístico.

2.6.2 Método de Decomposição

Apesar de a carta de controle T^2 de Hotelling ser uma técnica efetiva para o monitoramento de várias variáveis de um processo simultaneamente, uma das suas dificuldades apresenta-se quando a estatística T^2 indica que um processo está fora de controle estatístico. Isso porque a carta não aponta qual ou quais variáveis estão causando esse problema. Um ponto amostral fora dos limites de controle pode ser causado por uma ou mais variáveis dentre as p observadas quando elas terem suas médias diferentes do que foi postulado na hipótese nula, ou seja, as médias esperadas quando o processo está sob controle estatístico.

Segundo Montgomery (2009), nessa situação a prática padrão consiste em fazer gráficos \bar{x} univariados para as variáveis individuais X_1, X_2, \dots, X_p . Mas assim, as correlações entre as variáveis são desconsideradas. Por isso, outros métodos foram propostos. Uma técnica para realizar o diagnóstico de um sinal fora de controle é a decomposição da estatística T^2 em componentes que remetem a contribuição de cada variável individualmente.

Se T^2 é o valor correspondente da estatística englobando todas as variáveis, $T_{(j)}^2$ é valor para mesma estatística mas sem a contribuição da i -ésima variável, Runger et al. (1996b) mostraram que:

$$d_j = T^2 - T_{(j)}^2 \quad (19)$$

é um indicador da contribuição relativa da j^a variável para a estatística global T^2 . A partir disso, sempre que um sinal fora de controle for gerado na Fase 2 de monitoramento do processo, deve-se calcular os valores de $d_j, j = 1, 2, \dots, p$, a fim de se identificar para quais variáveis os valores de d_j são relativamente grandes. Runger et al. (1996b) sugeriram que um corte apropriado para avaliar a magnitude de um d_j individual seja $\chi_{\alpha,1}^2$, isto é, a ordenada correspondente ao percentil de ordem $(1-\alpha)$ da distribuição qui-quadrado com 1 grau de liberdade.

Outros métodos são sugeridos na literatura, um deles é proposto por Tracy et al. (1995), que também faz uso da decomposição da estatística T^2 , mas o procedimento é mais complexo e requer cálculos matemáticos mais extensos.

2.7 Capacidade de Processo

O gráfico da carta de controle é uma técnica de monitoração utilizada para detectar se o processo está “fora de controle” de modo que ações corretivas possam ser implementadas rapidamente. Entretanto, segundo Mingoti et al. (2011), as cartas de controle “não conseguem por si só avaliar se um processo está operando em conformidade com os limites de especificação determinados pelo cliente”. Assim, um processo mesmo com variabilidade controlada e previsível, sob controle estatístico, pode produzir itens defeituosos, fora das especificações do cliente. Há, então, a necessidade de se utilizar outro método específico para isso. Este método se baseia na avaliação da capacidade do processo, ou seja, na avaliação do desempenho do processo quando ele estiver sob controle, comparando a variabilidade própria do produto com as especificações do cliente.

Nos processos univariados, a capacidade do processo pode ser medida através dos coeficientes de capacidade conhecidos como C_p e C_{pk} (COSTA et al., 2005). Os valores numéricos desses coeficientes estão associados a uma probabilidade de que o processo gere itens não conformes em relação aos limites de especificação. Desse modo, torna-se possível estabelecer faixas de valores para esses índices que possam classificar o processo em capazes ou incapazes. A equação do coeficiente C_p é apresentado em (20).

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{k\sigma} \quad (20)$$

sendo o numerador a amplitude dos limites de especificação superior (LSE) e inferior (LIS) e $k\sigma$ a amplitude do processo, sendo k o valor da distribuição normal univariada padronizada (Z) tal que: $P[|Z| > k] = \alpha, 0 < \alpha < 1$. Quando $\alpha = 0,027$ o valor de k é igual a 3. Os limites 3σ para cada lado da média do processo são denominados de limites de tolerância naturais, já que representam os limites de um processo sob controle para os quais a maioria da produção deve se encontrar (MONTGOMERY, 2012). Assim, 6σ se

refere à largura do processo, que sob normalidade, representa 99,73% dos resultados compreendidos na faixa de 6σ .

A Figura 12 apresenta um processo centralizado com valor de capacidade C_p maior do que 1.

Para valores de referência, tem-se que, o processo é considerado incapaz quando $C_p < 1$, já que produzirá uma alta quantidade de produtos fora da especificação, acima de 2700 ppm (0,27%); o processo é aceitável com $1 \leq C_p \leq 1,33$ com número de itens não conformes variando entre 64 e 2700 ppm (0,0064 a 0,27%) e processo é capaz quando $C_p > 1,33$ pois o total de itens não conformes será menor do que 64 ppm (MONTGOMERY, 2009).

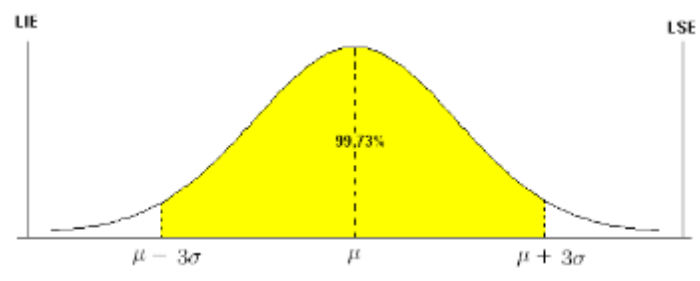


Figura 12: Representação de um processo centralizado e com C_p maior do que 1.

Fonte: Portal Action.

Se o processo não estiver centralizado no valor nominal de especificação, uma medida de capacidade, considerando uma razão unilateral relativa ao limite de especificação mais próximo da média do processo, deve ser determinada (MONTGOMERY, 2012). Esse coeficiente de capacidade é denominada de C_{pk} , e é apresentado em (21).

$$C_{pk} = \text{mín} \left[\frac{LSE - \mu}{k\sigma}, \frac{\mu - LIE}{k\sigma} \right] \quad (21)$$

onde μ e σ podem ser estimados pela média (\bar{x}) e pelo desvio padrão ($\hat{\sigma}$) das amostras da população de um processo sob controle estatístico. Quando o processo estiver centralizado o valor nominal de especificação, o valor de C_p será igual ao de C_{pk} , cujos valores de referência são os mesmos do que para o coeficiente C_p .

2.7.1 Capacidade de Processo Multivariado

Nos processos multivariados, a qualidade do produto é medida por mais de uma variável, sendo então desejável avaliar a capacidade do processo por medidas que levem em consideração todas elas simultaneamente, assim como é realizado na construção da Carta de Controle Multivariada.

Uma solução possível é avaliar a capacidade do processo multivariado através do cálculo dos índices C_p e C_{pk} para cada uma das variáveis separadamente. No entanto, essa solução não considera a possível correlação existente entre elas. Nesse contexto, surgem os índices de capacidade para processos multivariados que de maneira geral propõem estender os coeficientes C_p e C_{pk} do caso univariado para a situação multivariada.

Há várias metodologias para a determinação da capacidade do processo apropriado para dados multivariados. Dentre eles estão os propostos por Chen (1994), Veevers (1998), Niverthi e Dey (2000), Mingoti e Glória (2008), dentre outros. Neste trabalho, será mais detalhado o último método citado.

Mingoti e Glória (2008) desenvolveram alguns índices de capacidade multivariados chamados de C_p^m e C_{pk}^m . Sejam LSL_j e USL_j os limites inferior e superior, respectivamente, de especificação para cada variável X_j , $j = 1, 2, 3, \dots, p$. Sejam $r_j^1 = \mu_j^s - LSL_j$ e $r_j^2 = USL_j - \mu_j^s$, onde μ_j^s é a média nominal da especificação de X_j . Então, o índice de capacidade multivariado C_p^m de Mingoti e Glória é definido por (22) e (23).

$$C_p^m = \min\{C_{pj}^m\} \quad (22)$$

onde

$$C_{pj}^m = \left[\frac{USL_j - LSL_j}{2\sigma_j C_{r\alpha}} \right] = \left[\frac{r_j^2 + r_j^1}{2\sigma_j C_{r\alpha}} \right] \quad (23)$$

sendo $j = 1, 2, \dots, p$.

Segundo Mingoti et al. (2011), valores de C_p^m maiores ou iguais a 1 indicam que o processo é capaz a um nível de confiança de $(1-\alpha)$ 100%. Para um nível de significância α fixo, o valor da constante $C_{r\alpha}$ é o ponto crítico usado no teste estatístico de Hayter e

Tsui (1994) para o vetor de médias populacional. O valor de $C_{r\alpha}$ define a região crítica para rejeição da hipótese nula $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}^0$, sendo a hipótese alternativa $\boldsymbol{\mu} \neq \boldsymbol{\mu}^0$, onde $\boldsymbol{\mu}^0$ é o vetor de médias estabelecido para o processo.

A hipótese nula é rejeitada quando o valor da estatística M , apresentado em (24), for maior do que $C_{r\alpha}$.

$$M = \max\{|Z_j|, j = 1, 2, \dots, p\} \quad (24)$$

onde Z_j é a variável padronizada, representada por: $Z_j = \frac{X_j - \mu_j^0}{\sigma_j}$, $j = 1, 2, \dots, p$, em que μ_j^0 e σ_j são a média e o desvio padrão da variável X_j , respectivamente, sob a hipótese nula e $\boldsymbol{\mu}^0 = (\mu_1^0, \mu_2^0, \dots, \mu_p^0)^T$.

Quando o vetor aleatório $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_p)^T$ tem distribuição normal p -variada com vetor média $\boldsymbol{\mu}^0$ e matriz de covariâncias $\Sigma_{p \times p}$, o vetor aleatório com as variáveis padronizadas, $\mathbf{Z} = (Z_1, Z_2, \dots, Z_p)^T$, também possui distribuição normal p -variada, mas com vetor de médias nulo e matriz de covariâncias igual a matriz de correlação do vetor aleatório \mathbf{X} , isto é $P_{p \times p}$ (MINGOTI et al., 2011)

Mas, há um problema com o coeficiente C_{pk}^m , ele não é sensível a mudanças no vetor de médias do processo em relação ao vetor de médias de especificação. Por isso, Mingoti e Glória (2008) propuseram o coeficiente C_{pk}^m , apresentado em (25), que considera essas mudanças.

$$C_{pk}^m = \min\{C_{pkj}^m\} \quad (25)$$

onde

$$C_{pkj}^m = \min\left\{\frac{\mu_j^0 - LSL_j}{\sigma_j C_{r\alpha}}; \frac{USL_j - \mu_j^0}{\sigma_j C_{r\alpha}}\right\} \quad (26)$$

sendo $j = 1, 2, \dots, p$, μ_i^0 e σ_i são a média e o desvio padrão, respectivamente, da variável X_j .

C_{pkj}^m é a função da diferença entre as médias do processo e os limites inferior e superior nominais de especificação (Mingoti et al., 2011). Como no caso univariado, para

um processo centrado no vetor de médias nominal, os coeficientes C_{pkj}^m e C_p^m terão o mesmo valor.

A constante $C_{r\alpha}$ é obtida utilizando-se um procedimento, que é mostrado no passo-a-passo do Quadro 1, que envolve a simulação de amostras com distribuição normal p -variada com vetor de médias nulo e matriz de covariâncias igual a P_{pxp} . (Hayter e Tsui, 1994). Assim, o valor de $C_{r\alpha}$, acaba por incorporar a correlação entre as variáveis para determinação da região de rejeição da hipótese nula. No caso em que a matriz de covariâncias Σ_{pxp} é desconhecida e conseqüentemente a matriz de correlação P_{pxp} , utiliza-se a matriz de correlação amostral R_{pxp} para estimar a matriz de correlação P_{pxp} . O valor de $C_{r\alpha}$ será obtido com base nessa matriz.

Quadro 1: Algoritmo para determinação da constante $C_{r\alpha}$.

- 1) Obter um grande número de N vetores de observações de uma distribuição normal p -variada com vetor de médias zero e matriz de covariâncias P_{pxp} . Esses vetores devem ser denominados por Z^1, Z^2, \dots, Z^N . Quando a matriz P_{pxp} não estiver previamente especificada, ela será estimada pela matriz de correlação amostral R_{pxp} , utilizando dados amostrais do vetor aleatório X .
- 2) Calcular a estatística M para cada um dos N vetores $Z^i = (Z_1^i, Z_2^i, \dots, Z_p^i)^T$, $i = 1, 2, \dots, N$, gerados no passo 1.

$$M^i = \max\{|Z_j^i|, j = 1, 2, \dots, p\}$$
- 3) Determine a distribuição empírica da estatística M utilizando os vetores, encontre a ordenada correspondente ao quantil de ordem $(1-\alpha)$ e utilize esse valor como o correspondente a constante crítica $C_{r\alpha}$, com $0 < \alpha < 1$.

Hayter e Tsui (1994) sugeriam que um mínimo de $N = 100.000$ simulações deveria ser realizada a fim de se obter um valor de $C_{r\alpha}$ com alta precisão. Mas, Mingoti e Glória (2005), demonstraram que um N de tamanho 10.000 já fornece uma boa estimativa para a determinação da constante $C_{r\alpha}$. No entanto, como a simulação para obter o valor de $C_{r\alpha}$ é muito rápida com $N=100.000$, esse valor poderá ser usado no procedimento.

3 Aplicação do Gráfico de Controle Multivariado T^2 de Hotelling em uma Planta de Sinterização e a Determinação da sua Capacidade

Todos os procedimentos utilizados tanto na coleta e análise dos dados quanto na construção da carta de controle multivariada T^2 de Hotelling e no cálculo dos índices de capacidade serão descritos nas próximas seções. Os programas utilizados para a análise de dados e a construção da Carta de Controle foram o Minitab 16 e o Microsoft Excel 2013.

3.1 Coleta e Análise Estatística dos Dados

Para definição do período mais estável do qual serão obtidos os dados para a construção do Gráfico T^2 de Hotelling e a análise de capacidade do processo, plotou-se o gráfico de Boxplot para a produtividade da máquina de sinter ao longo dos meses de 2013. Esses dados são os resultados acumulados de produtividade durante todo o dia de operação, isto é, eles sumarizam toda a operação do dia. Assim, o total de dias de cada mês representa o total de dados mensais, ou seja, para o mês de janeiro há 31 dados, para o de fevereiro há 28, para o de março há 31 e assim por diante até o mês de dezembro. O gráfico Boxplot da produtividade é apresentado na Figura 13.

Ao analisar o gráfico Boxplot dos resultados diários da Produtividade para cada mês ao longo do ano de 2013, é perceptível uma maior estabilidade da planta a partir de agosto de 2013, com uma menor variabilidade, e também um aumento de patamar da variável, podendo considerar dois processos diferentes: um de janeiro a julho e outro de agosto a dezembro. Nos primeiros 7 meses do ano, houve modificações no processo que promoveram essa mudança de patamar, entre elas estão: aumento da altura de camada da máquina de sinter; tratamento do gás combustível do forno de ignição melhorando a sua qualidade; etc. Considerando tudo isso, optou-se por utilizar os dados de setembro e outubro para a realização da Fase 1 da construção do Gráfico T^2 de Hotelling.

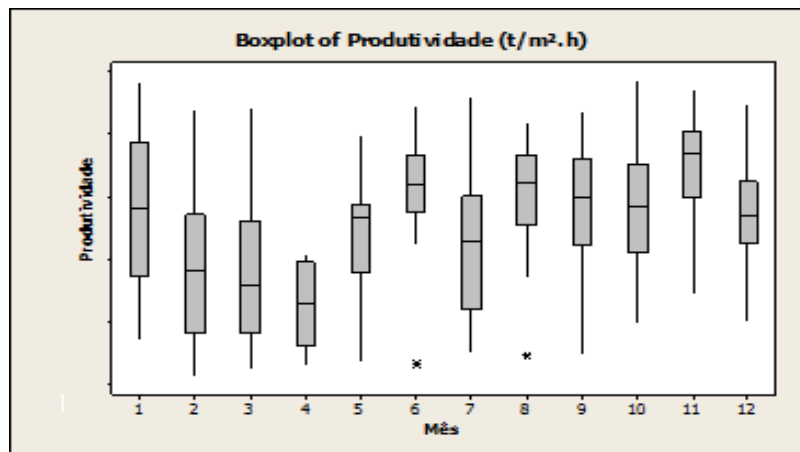


Figura 13: Gráfico Boxplot dos resultados diários de produtividade por mês no ano de 2013.

Referente aos meses de setembro e de outubro, foram relacionados 28 dias para a coleta dos dados das variáveis de processo. Nessa amostragem, foram coletados os resultados acumulados de cada turno de 8 horas, que são denominados de turnos A, B e C, conforme explicitado na Seção 2.3. Assim, para cada variável tem-se um resultado que sumariza o resultado de cada turno. Como cada dia é dividido em 3 turnos, terei ao todo 84 amostras (28 dias x 3 turnos), $m = 84$, cada uma de tamanho n igual a 1. Nos turnos em que houve alguma parada operacional, com a velocidade de máquina de sinter inferior a 1,60 m/min, os dados foram desconsiderados.

Para todos os dados a serem utilizados, foi realizada uma análise estatística das variáveis com teste de normalidade e uma análise descritiva. Por fim, uma matriz de correlação entre as variáveis foi determinada para se decidir quais variáveis seriam utilizadas na construção da Carta de Controle Multivariada de T^2 de Hotelling.

Na seleção das variáveis a serem estudadas, foram desconsideradas aquelas que tendem a ser constantes (tais como altura de camada da mistura a sinterizar, altura de camada da falsa grelha, nível do silo do sinter retorno) e também aquelas que podem ser representadas por uma única variável (tais como vazão dos gases exauridos e temperatura das caixas de vento, que são representadas pela depressão da máquina de sinter e temperatura dos gases exauridos, respectivamente).

Todas as variáveis analisadas são apresentadas na Tabela 1 juntamente com os P-valores para o teste de Normalidade utilizando a estatística proposta por Anderson-Darling (1954) e, também, a sua respectiva estatística descritiva.

As variáveis que não são normalmente distribuídas para um nível de significância de 5%, foram desconsideradas no cálculo dos coeficientes de correlação.

Tabela 1: Análise descritiva das variáveis e o resultado do teste de normalidade.

Nome da variável	Unidade	Teste de Normalidade (P-Valor)	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação	Coefficiente de Assimetria
Produtividade	(t/m ² .dia)	0,82	32,47	1,03	0,03	-0,02
Consumo de Sínter Retorno	(kg/t sínter)	0,25	398,32	24,22	0,06	0,36
Consumo de Combustível Sólido	(kg/t sínter)	0,13	44,55	1,35	0,03	-0,68
Consumo de Cal*	(kg/t sínter)	0,01	40,46	5,18	0,13	0,58
Consumo de Dolomita	(kg/t sínter)	0,30	57,86	3,31	0,06	0,00
Consumo de Calcário	(kg/t sínter)	0,06	55,19	15,13	0,27	0,02
Consumo de Degradado*	(kg/t sínter)	0,01	127,23	7,22	0,06	-2,77
Teor de Ferro Total no Sínter – FeT*	(%)	0,01	56,11	0,52	0,01	-0,66
Teor de Al ₂ O ₃ no Sínter	(%)	0,29	1,94	0,12	0,06	-0,12
Teor de MgO no Sínter*	(%)	0,01	1,45	0,07	0,05	-2,31
Teor de TiO ₂ no Sínter*	(%)	0,01	0,11	0,01	0,09	0,55
Teor de FeO no Sínter	(%)	0,49	7,94	0,58	0,07	0,20
Basicidade do Sínter	NA	0,10	1,60	0,09	0,06	0,49
Volume de Escória no Sínter	(%)	0,10	15,92	0,64	0,04	-0,61
Tamanho Médio do Sínter	(mm)	0,21	18,88	1,31	0,07	0,15
Velocidade da Máquina de Sínter	(m/min)	0,27	1,90	0,07	0,04	-0,31
Temperatura dos gases de exaustão	(°C)	0,45	152,04	9,96	0,07	-0,25
Vazão de sucção dos gases de exaustão	(m ³ /min)	0,91	18.169	636	0,04	-0,17
Teor de O ₂ nos gases de exaustão	(%)	0,11	16,14	0,31	0,02	0,14
Altura de camada *	(mm)	0,01	635	39	0,06	0,94
Umidade da mistura a sinterizar*	(%)	0,01	7,11	0,44	0,06	0,29
Depressão da Máquina de Sínter	(kPa)	0,22	-15,95	0,56	0,04	0,10

* Variável cujos dados não tem uma distribuição normal aproximada a um nível de significância de 5% para a estatística de Anderson Darling.

Na Tabela 2 são apresentadas as correlações das seis variáveis que tiveram correlações significativas a um nível de significância de 5% de acordo com o teste estatístico t-Student, são elas: Produtividade (t/m².diah); Consumo de Combustível (kg/t sinter); Tamanho Médio do Sinter (mm); Velocidade da Máquina de Sinter (m/min); Temperatura dos Gases Exauridos (°C) e Depressão da Máquina de Sinter (kPa).

Tabela 2: Correlações das variáveis a serem utilizadas para a criação da carta multivariada, em que a primeira linha é o coeficiente de correlação de Pearson e abaixo se encontra o seu P-valor.

Parâmetros	Produtividade (t/m ² .dia)	Consumo Combustível (kg/t)	Tamanho Médio (mm)	Velocidade de Máquina (m/min)	Temperatura dos gases (°C)
Consumo Combustível (kg/t)	-0,429				
	0,000				
Tamanho Médio (mm)	-0,454	0,466			
	0,000	0,000			
Velocidade de Máquina (m/min)	0,541	-0,445	-0,513		
	0,000	0,000	0,00		
Temperatura dos gases (°C)	0,390	-0,637	-0,585	0,562	
	0,000	0,000	0,000	0,000	
Depressão (kPa)	0,241	-0,459	-0,275	0,259	0,468
	0,027	0,000	0,012	0,017	0,000

Verifica-se que as correlações entre as variáveis apresentadas na Tabela 2 são moderadas. Mas estão coerentes com a teoria do Processo de Sinterização quando se analisada as correlações positivas e negativas.

As correlações de todas as 15 variáveis cuja normalidade não foi rejeitada (ver Tabela 1) estão apresentadas no Anexo 1 desta monografia.

Além das seis variáveis da Tabela 2, após uma análise técnica, optou-se por incluir na construção da carta a variável Basicidade do Sinter, já que há alguns estudos que mostram o enorme impacto dessa variável tanto na Produtividade como no Tamanho Médio do Sinter (resistência mecânica). Além de a basicidade também englobar indiretamente tanto o consumo de cal como o de calcário na mistura, uma vez que ela é o quociente entre o teor de CaO e Si₂O no sinter produto, e alteram-se esses consumos com base no resultado da basicidade. Com essas sete variáveis selecionadas, inicia-se, então, o desenvolvimento da construção da Carta de Controle T² de Hotelling.

Na Figura 14 são apresentados os histogramas das sete variáveis selecionadas para a construção da Carta de Controle T² de Hotelling.

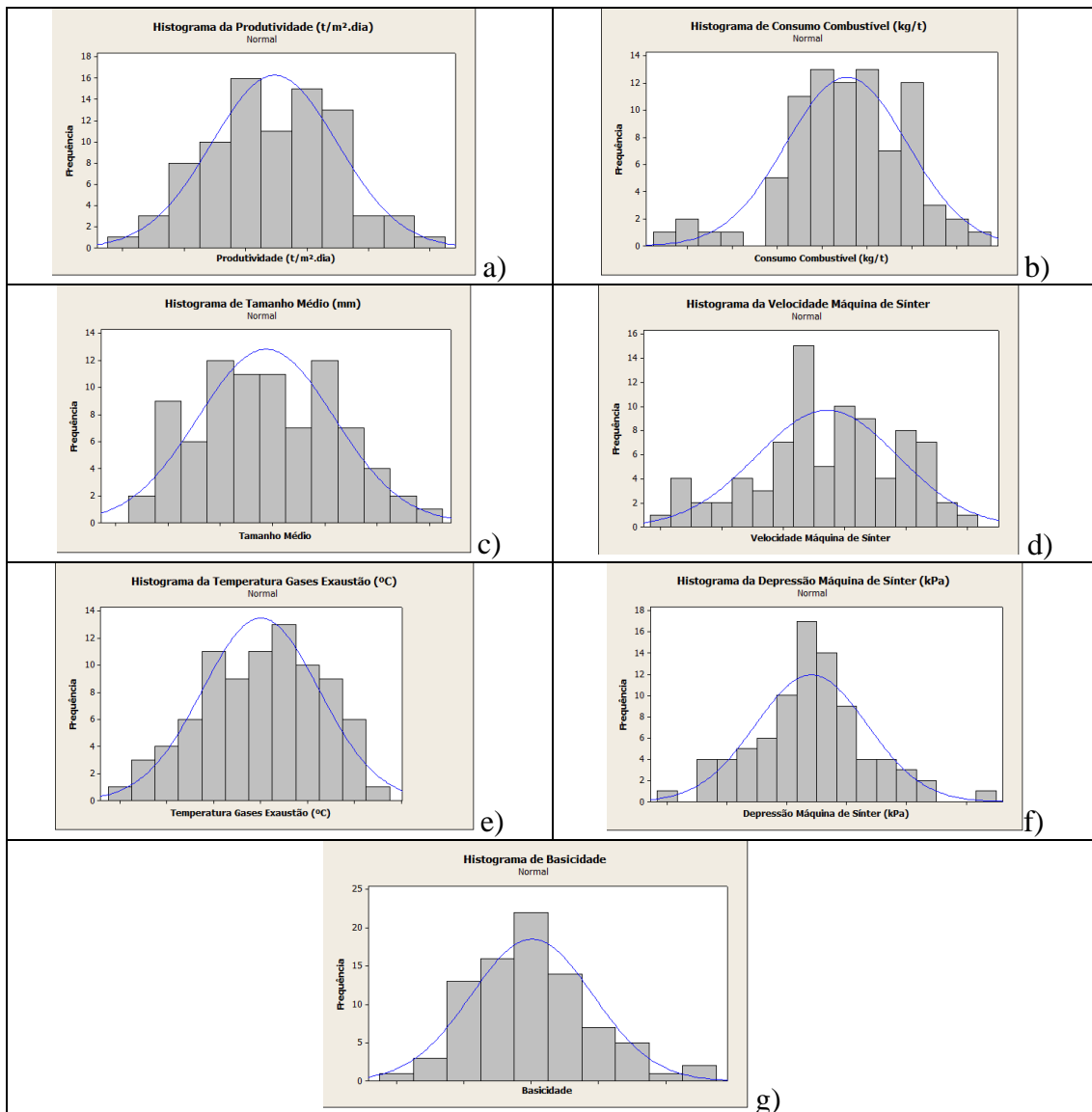


Figura 14: Histogramas das variáveis: a) Produtividade; b) Consumo de Combustível; c) Tamanho Médio; d) Velocidade da Máquina de Sínter; e) Temperatura dos gases de exaustão; f) Depressão da máquina de sinter e g) Basicidade.

3.2 Estabelecimento dos Limites de Controle da Fase 1 para a Construção da Carta de Controle

Nesta etapa, inicia-se o procedimento da análise multivariada do processo, com o cálculo da estatística T^2 de Hotelling para dados individuais, onde $p = 7$ e $m = 84$.

Primeiramente, calculam-se os valores médios e as variâncias de cada variável selecionada (de acordo com a Tabela 2 e mais a Basicidade do Sínter), \bar{X}_j , e S_j^2 respectivamente, segundo mostrado nas equações (12) e (13). Em seguida, as covariâncias entre as variáveis são determinadas, S_{jh} , onde $h \neq j, j = 1, 2, \dots, 7$ e $h = 1, 2, \dots, 7$, conforme (14).

Com os valores de S_j^2 e S_{jh} determinados, estima-se a matriz de covariâncias Σ pela matriz de covariância amostral S de acordo com (15). A matriz de covariâncias S e a sua matriz inversa, S^{-1} , são apresentadas em (27) e (28), respectivamente.

$$S = \begin{bmatrix} 1,06 & -0,60 & -0,61 & 0,04 & 3,76 & 0,03 & 0,14 \\ -0,60 & 1,82 & 0,82 & -0,04 & -8,33 & -0,01 & -0,35 \\ -0,61 & 0,82 & 1,70 & -0,05 & -7,61 & -0,04 & -0,20 \\ 0,04 & -0,04 & -0,05 & 0,01 & 0,36 & 0,00 & 0,01 \\ 3,76 & -8,32 & -7,61 & 0,36 & 91,68 & 0,18 & 2,44 \\ 0,03 & -0,01 & -0,04 & 0,00 & 0,18 & 0,01 & -0,01 \\ 0,14 & -0,35 & -0,20 & 0,01 & 2,44 & -0,01 & 0,32 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} 1,62 & 0,25 & 0,19 & -9,49 & 0,03 & -4,31 & -0,38 \\ 0,25 & 1,07 & -0,06 & 0,69 & 0,07 & -0,44 & 0,47 \\ 0,19 & -0,06 & 1,09 & 3,65 & 0,06 & 2,02 & 0,06 \\ -9,49 & 0,69 & 3,65 & 379,23 & -0,88 & 29,14 & 2,90 \\ 0,03 & 0,07 & 0,06 & -0,88 & 0,03 & -0,34 & -0,10 \\ -4,31 & -0,44 & 2,02 & 29,14 & -0,34 & 141,31 & 9,25 \\ 0,38 & 0,47 & 0,06 & 2,90 & -0,10 & 9,25 & 4,87 \end{bmatrix} \quad (28)$$

Com a matriz de covariâncias inversa determinada, calcula-se os valores de T_i^2 para cada uma das m amostras de acordo com a equação (16). Na Tabela 3, são apresentados alguns valores da estatística T^2 de Hotelling calculados. No Anexo 2 é apresentado todos os valores de T^2 calculados.

Tabela 3: Tabela com os valores da estatística T^2 de Hotelling calculados para cada m amostra para a Fase 1.

Amostras	T^2
1	2,60
2	2,16
3	7,32
4	9,66
...	...
82	11,89
83	9,03
84	11,75

Neste momento, os limites de controle superior (LSC) e inferior (LIC) são determinados. No Quadro 2 é demonstrado todo o passa-a-passo para a determinação destes limites de acordo com a equação (17), onde $m = 84$, $p = 7$ e $\alpha = 0,27\%$.

Quadro 2: Demonstração do cálculo para os limites de controle superior (LSC) e inferior (LIC) para a Fase 1.

	LSC	LIC
Fórmulas	$= \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{(1-\frac{\alpha}{2}; \frac{p}{2}; \frac{m-p-1}{2})}$	$= \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{(\frac{\alpha}{2}; \frac{p}{2}; \frac{m-p-1}{2})}$
$\frac{(m-1)^2}{m}$	82,01	
$\frac{m-p-1}{2}$	38	
Distribuição Beta	$\beta_{(0,99865; 3,5; 38)} = 0,2597$	$\beta_{(0,00135; 3,5; 38)} = 0,0083$
Limites de Controle	21,30	0,68

Com esses valores da estatística T^2 de Hotelling, os limites de controle LIC e LSC, construiu-se a Carta de Controle Multivariada T^2 de Hotelling para a Fase 1 considerando as sete variáveis selecionadas: produtividade (t/m².dia), consumo de combustível (kg/t de sínter), tamanho médio do sínter (mm), velocidade da máquina de sínter, temperatura dos gases de exaustão (°C), basicidade e depressão da máquina de sínter (kPa). A carta de controle é apresentada na Figura 15.

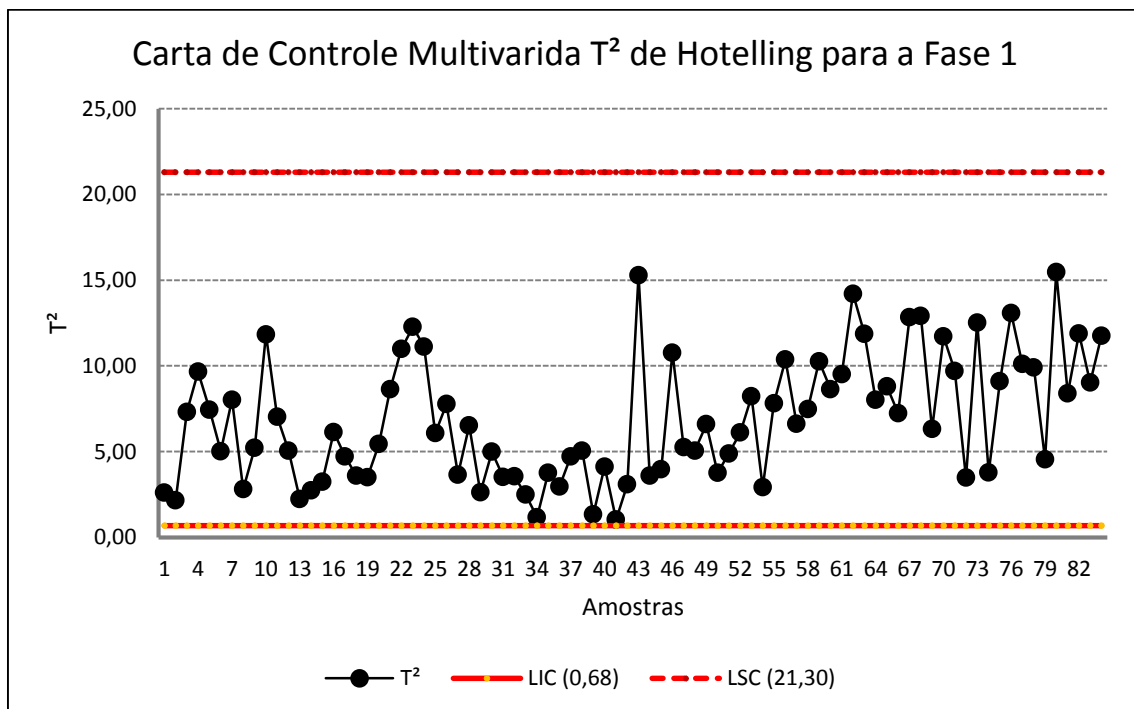


Figura 15: Gráfico de Controle Multivariado para a estatística T^2 de Hotelling para a Fase 1.

Os valores da estatística T^2 de Hotelling calculados para cada amostra coletada estão dentro dos limites superior e inferior da carta de controle apresentada na Figura 15. E estão bem próximos do Limite Inferior de Controle, o que é bom pelo fato de a estatística ser T^2 . Portanto, pode-se concluir que, no período em que foram coletadas as amostras, o processo estava sob controle estatístico a um nível de significância de 0,27%. Com isso, os estimadores de μ e Σ que foram encontrados nessa Fase serão utilizados no estabelecimento da Fase 2 da construção da Carta de Controle T^2 de Hotelling para o monitoramento do vetor de médias do processo de Sinterização.

3.3 Estabelecimento dos Limites de Controle da Fase 2 para a Construção da Carta de Controle

Após a conclusão de que, no período onde foram coletadas as 84 amostras em setembro e outubro de 2013, o processo estava sob controle estatístico, inicia-se então o estabelecimento da Fase 2.

A matriz de covariância S e a sua matriz inversa, S^{-1} da Fase 1 e que foram apresentadas em (27) e (28), respectivamente, serão utilizadas para o cálculo da estatística T^2 da Fase 2 de monitoramento.

Para dar continuidade à Carta de Controle determinada na Fase 1, foram coletadas 27 novas amostras no período subsequente ao da Fase 1 da mesma forma (9 dias de coleta com 3 resultados de turno, dando 27 amostras). Na Tabela 4, são apresentados alguns valores da estatística T^2 de Hotelling calculados para a Fase 2 de monitoramento do processo das 27 novas amostras coletadas.

Tabela 4: Tabela com os valores da estatística T^2 de Hotelling calculados para cada m amostra da Fase 2 de monitoramento de processo.

Amostras	T^2
1	8,30
2	12,61
3	6,81
...	...
26	10,64
27	10,71

As estatísticas T^2 de Hotelling calculadas para as 27 novas amostras foram plotadas juntamente com as 33 últimas que foram determinadas durante a Fase 1. Isso foi feito para se fazer uma análise geral do comportamento do processo, verificando se há alguma tendência.

Agora, os limites de controle superior (LSC) e inferior (LIC) são novamente calculados, mas considerando uma distribuição F, conforme equação (18). No Quadro 3 é demonstrado todo o passo-a-passo para a determinação destes limites, onde $m = 84$, $p = 7$ e $\alpha = 0,27\%$.

Quadro 3: Demonstração do cálculo para os limites de controle superior (LSC) e inferior (LIC) para a Fase 2.

	<i>LSC</i>	<i>LIC</i>
Fórmulas	$\frac{p(m+1)(m-1)}{m^2 - mp} F_{(1-\frac{\alpha}{2}; p; m-p)}$	$\frac{p(m+1)(m-1)}{m^2 - mp} F_{(\frac{\alpha}{2}; p; m-p)}$
$\frac{p(m+1)(m-1)}{m^2 - mp}$	7,64	
$m - p$	77	
Distribuição F	$F_{(0,99865; 7; 77)} = 3,8028$	$F_{(0,00135; 7; 77)} = 0,0912$
Limites de Controle	29,04	0,69

Com esses valores da estatística T^2 de Hotelling, o LIC e o LSC, construiu-se a Carta de Controle Multivariada T^2 de Hotelling para a Fase 2 de monitoramento do processo para as sete variáveis selecionadas. A carta de controle é apresentada na Figura 16.

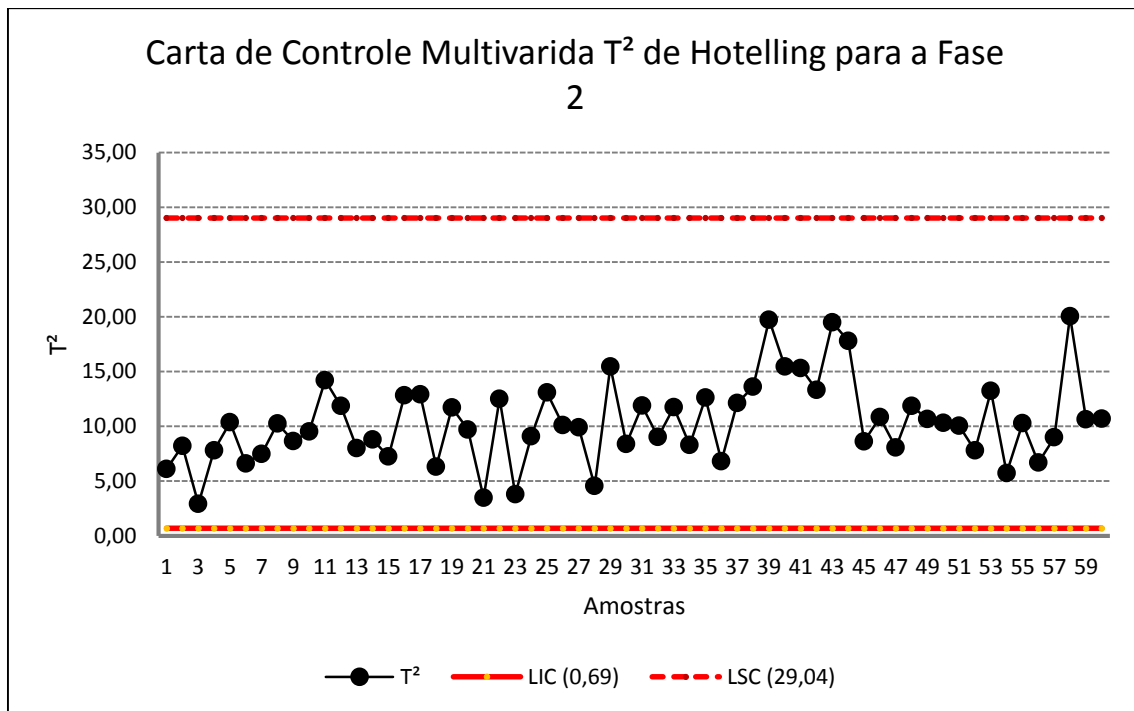


Figura 16: Gráfico de T^2 de Hotelling para a fase de monitoramento do processo (Fase 2).

É possível verificar que o processo está sob controle estatístico, não havendo sinais fora de controle, considerando um nível de significância de 0,27%. Caso houvesse algum sinal fora de controle, seria necessário realizar um diagnóstico para determinação de qual variável provocou isso, uma maneira seria a decomposição da estatística T^2 em componentes que remetem a contribuição de cada variável individualmente.

3.4 Estabelecimento das Fases 1 e 2 por Turno para a Construção da Carta de Controle

Após a determinação das Fases 1 e 2 em que foram utilizados todos os resultados dos turnos (A, B e C) conjuntamente para um tamanho de amostra (n) igual a 1, agora os turnos serão avaliados separadamente. Com isso, o número de amostras (m) que antes era igual a 84, passa a ser igual a 28, com n também igual a 1, para cada um dos turnos A, B e C.

O passo-a-passo é o mesmo das Seções 3.2 e 3.3 feito para as 84 amostras: determinam-se os valores médios e as variâncias de cada variável selecionada segundo mostrado em (12) e (13), em seguida calcula-se as covariâncias entre as variáveis, conforme (14). Com os valores de S_j^2 e S_{jh} determinados, estima-se a matriz de

covariâncias Σ por S de acordo com (15). A matriz de covariância S para cada turno são apresentadas em (29). Isso tudo feito para cada turno A, B e C, individualmente.

$$\begin{aligned}
 S_A &= \begin{bmatrix} 0,86 & -0,16 & -0,27 & 0,03 & 0,50 & 0,01 & 0,03 \\ -0,16 & 1,38 & 0,35 & -0,02 & -6,04 & -0,01 & -0,30 \\ -0,27 & 0,35 & 1,45 & -0,05 & -6,62 & 0,00 & -0,11 \\ 0,03 & -0,02 & -0,05 & 0,01 & 0,30 & 0,00 & 0,01 \\ 0,50 & -6,04 & -6,62 & 0,30 & 91,92 & 0,19 & 2,07 \\ 0,01 & -0,01 & -0,00 & 0,00 & 0,19 & 0,01 & -0,01 \\ 0,03 & -0,29 & -0,11 & 0,01 & 2,07 & -0,01 & 0,42 \end{bmatrix} \\
 S_B &= \begin{bmatrix} 1,38 & -1,04 & -0,93 & 0,05 & 7,00 & 0,02 & 0,20 \\ -1,04 & 2,49 & 1,01 & -0,07 & -9,46 & 0,00 & -0,40 \\ -0,93 & 1,01 & 1,74 & -0,05 & -6,71 & -0,06 & -0,14 \\ 0,05 & -0,07 & -0,05 & 0,01 & 0,40 & 0,00 & 0,01 \\ 7,00 & -9,46 & -6,71 & 0,40 & 82,07 & 0,10 & 2,00 \\ 0,02 & 0,00 & -0,06 & 0,00 & 0,10 & 0,01 & -0,02 \\ 0,20 & -0,40 & -0,14 & 0,01 & 2,00 & -0,02 & 0,29 \end{bmatrix} \\
 S_C &= \begin{bmatrix} 0,99 & -0,63 & -0,65 & 0,04 & 3,83 & 0,05 & 0,20 \\ -0,63 & 1,73 & 1,16 & -0,04 & -10,06 & -0,04 & -0,38 \\ -0,65 & 1,16 & 2,00 & -0,04 & -9,61 & -0,06 & -0,37 \\ 0,04 & -0,04 & -0,04 & 0,00 & 0,42 & 0,00 & 0,01 \\ 3,83 & -10,06 & -9,61 & 0,42 & 101,32 & 0,32 & 3,45 \\ 0,05 & -0,04 & -0,06 & 0,00 & 0,32 & 0,01 & 0,00 \\ 0,20 & -0,38 & -0,37 & 0,01 & 3,45 & 0,00 & 0,25 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{29}$$

A matriz inversa das covariâncias, S^{-1} , para cada turno são apresentadas em (30). Com as matrizes de covariâncias inversa determinadas, calcula-se os valores de T_i^2 para cada uma das m amostras de acordo com a equação (16) para os turnos A, B e C.

$$\begin{aligned}
 S_A^{-1} &= \begin{bmatrix} 1,87 & 0,25 & 0,16 & -14,45 & 0,08 & -4,22 & -0,20 \\ 0,25 & 1,12 & 0,11 & -1,63 & 0,08 & -0,13 & 0,43 \\ 0,16 & 0,11 & 1,30 & 6,73 & 0,09 & -3,16 & -0,23 \\ -14,45 & -1,63 & 6,73 & 412,78 & -0,93 & 17,31 & 0,15 \\ 0,08 & 0,08 & 0,09 & -0,93 & 0,03 & -0,79 & -0,07 \\ -4,22 & -0,13 & -3,16 & 17,31 & -0,79 & 172,82 & 7,55 \\ -0,20 & 0,42 & -0,23 & 0,15 & -0,07 & 7,55 & 3,18 \end{bmatrix} \\
 S_B^{-1} &= \begin{bmatrix} 1,56 & 0,12 & 0,39 & -3,38 & -0,07 & 0,19 & -0,14 \\ 0,12 & 0,92 & -0,15 & 5,06 & 0,05 & -1,84 & 0,48 \\ 0,39 & -0,15 & 1,60 & 7,02 & 0,02 & 11,71 & 0,54 \\ -3,38 & 5,06 & 7,02 & 410,50 & -0,72 & 39,25 & 4,05 \\ -0,07 & 0,05 & 0,02 & -0,72 & 0,03 & -0,17 & -0,07 \\ 0,19 & -1,84 & 11,71 & 39,25 & -0,17 & 256,44 & 16,69 \\ -0,14 & 0,48 & 0,54 & 4,05 & -0,07 & 16,70 & 5,64 \end{bmatrix} \\
 S_C^{-1} &= \begin{bmatrix} 3,17 & 0,84 & 0,00 & -27,38 & 0,23 & -16,73 & -2,96 \\ 0,84 & 1,68 & -0,24 & -8,33 & 0,17 & -3,90 & -0,45 \\ 0,00 & -0,24 & 1,11 & 2,10 & 0,04 & 4,18 & 0,64 \\ -27,38 & -8,33 & 2,10 & 600,29 & -3,70 & 161,00 & 32,33 \\ 0,23 & 0,17 & 0,04 & -3,70 & 0,06 & -1,68 & -0,48 \\ -16,73 & -3,90 & 4,18 & 161,00 & -1,68 & 224,62 & 27,45 \\ 2,96 & 0,45 & 0,64 & 32,33 & -0,48 & 27,45 & 11,50 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{30}$$

Os limites de controle superior (LSC) e inferior (LIC) são determinados para a Fase 1 seguindo o mesmo passo-a-passo do Quadro 2, mas com $m = 28$, $p = 7$ e $\alpha = 0,27\%$. Dessa forma, os limites são: LSC = 17,04 e LIC = 0,75.

Construiu-se a Carta de Controle Multivariada T^2 de Hotelling para a Fase 1 para as sete variáveis selecionadas com esses valores da estatística T^2 de Hotelling, o LIC e o LSC, considerando separadamente os turnos A, B e C. A carta de controle é apresentada na Figura 17.

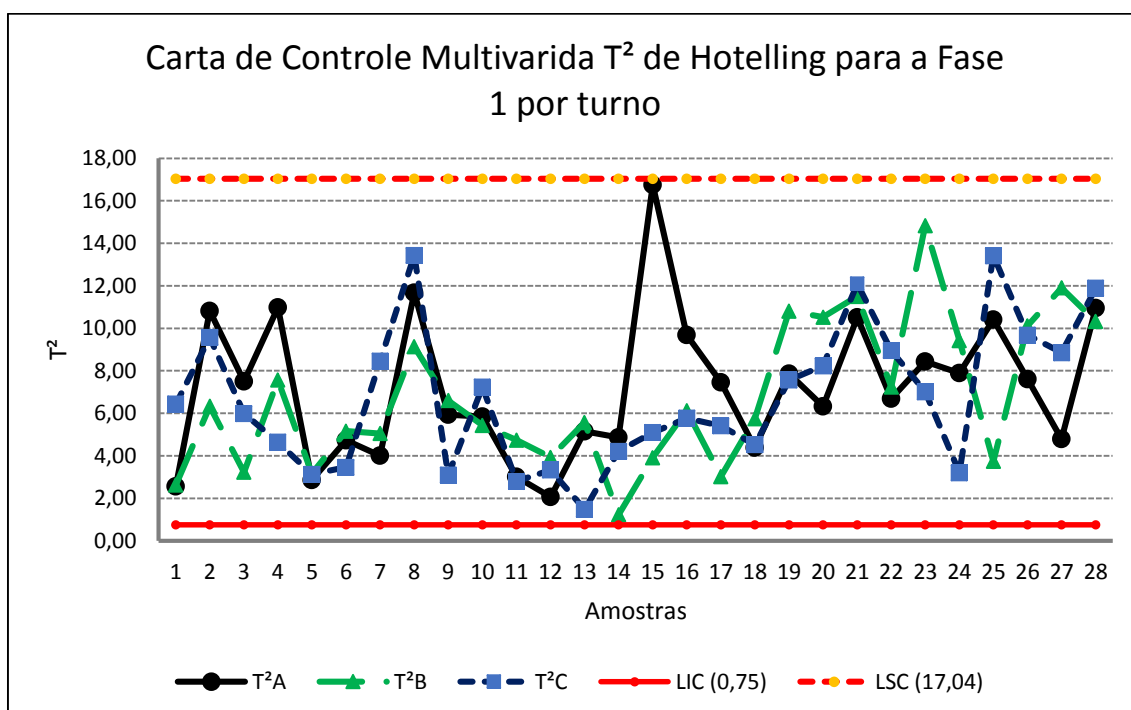


Figura 17: Gráfico de Controle Multivariado para a estatística T^2 de Hotelling para turno da Fase 1.

Os valores da estatística T^2 de Hotelling calculados para cada amostra coletada para cada turno, que são representados como T^2_A , T^2_B e T^2_C , estão dentro dos limites superior e inferior da carta de controle apresentada na Figura 17. Portanto, conclui-se que, no período em que foram coletadas as amostras, o processo estava sob controle estatístico a um nível de significância de 0,27%. Mas, é perceptível uma maior variabilidade no turno A, o que já é esperado por ser o período de trabalho de 0:00 hs a 08:00hs, onde a atenção humana é impactada, principalmente, pelo sono.

Assim, os estimadores de μ e Σ , que foram encontrados na Fase 1, serão utilizados no estabelecimento da Fase 2 da construção da Carta de Controle T^2 de Hotelling para o processo de Sinterização por turno. Assim, a matriz de covariância S e a sua matriz

inversa, S^{-1} , da Fase 1 e que foram apresentadas em (29) e (30), respectivamente, serão utilizadas para o cálculo da estatística T^2 da Fase 2 de monitoramento realizado para cada turno (A, B e C).

Para o mesmo banco de dados da Seção 3.3, onde foram coletadas 27 novas amostras, definiu-se a Fase 2 de monitoramento para cada turno. Dessa forma, essas 27 amostras foram divididas por turno, resultando em 9 amostras para o turno A, 9 para o turno B e 9 para o C. Os limites de controle superior (LSC) e inferior (LIC) são determinados para a Fase 2 seguindo o mesmo passo-a-passo do Quadro 3, mas com $m = 28$, $p = 7$ e $\alpha = 0,27\%$. Dessa forma, os limites são: $LSC = 0,79$ e $LIC = 49,27$.

As estatísticas T^2 de Hotelling calculadas para as 9 novas amostras foram plotadas juntamente com as 11 últimas que foram determinadas durante a Fase 1, como foi feito na Seção 3.3. Construiu-se, então, a Carta de Controle Multivariada T^2 de Hotelling para a Fase 2 para as sete variáveis selecionadas considerando separadamente os turnos A, B e C, que é apresentada na Figura 18.

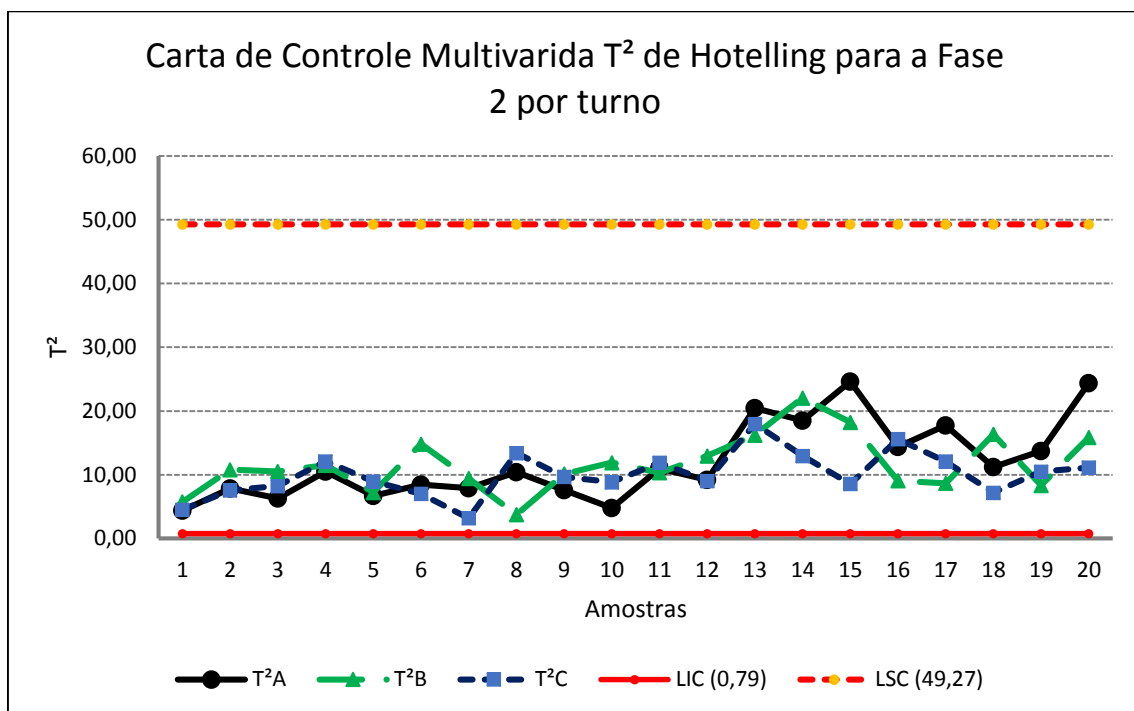


Figura 18: Gráfico de T^2 de Hotelling para os turnos A, B e C da fase de monitoramento do processo (Fase 2).

Verifica-se que o processo está sob controle estatístico para os turnos A, B e C individualmente, considerando um nível de significância de 0,27%. Portanto, fazendo uso dos dados considerando os resultados dos turnos de maneira conjunta ou não, a conclusão

é a mesma. Novamente, é notável que os resultados para o turno A são “piores” em relação aos dos turnos B e C, os valores de T^2 tendem a ser maiores.

3.5 Análise da Capacidade do Processo de Sinterização

Depois da construção da carta de controle multivariada T^2 de Hotelling das Fases 1 e 2 para o processo de sinterização, a próxima etapa consiste no cálculo da capacidade do processo. Isso foi feito a fim de avaliar se um processo está operando em conformidade com os limites de especificação determinados para o processo e o cliente interno da empresa.

Calcularam-se então os índices de capacidade multivariados C_p^m e C_{pk}^m , utilizando as equações (22), (23), (25) e (26). Para o cálculo da constante $C_{r\alpha}$ foi utilizado o algoritmo explicitado no Quadro 1, que envolve a simulação de amostras com distribuição normal p -variada com vetor de médias nulo e matriz de covariâncias igual a P_{pxp} .

Inicialmente, geraram-se 10.000 vetores de observações ($N = 10.000$) de uma distribuição normal p -variada com vetor de médias zero e matriz de covariâncias P_{pxp} , que foi estimada pela matriz de correlação amostral R_{pxp} , mostrada em (31). Essa matriz de correlação amostral R_{pxp} foi resultante das correlações obtidas entre as variáveis conforme mostrado na Tabela 2, acrescida das correlações entre a variável Basicidade e as demais, que pode ser consultada no Anexo 1.

$$R_{pxp} = \begin{bmatrix} 1,00 & -0,43 & -0,45 & 0,54 & 0,39 & 0,30 & 0,24 \\ -0,43 & 1,00 & 0,47 & -0,45 & -0,64 & -0,12 & -0,46 \\ -0,45 & 0,47 & 1,00 & -0,51 & -0,59 & -0,33 & -0,28 \\ 0,54 & -0,45 & -0,51 & 1,00 & 0,56 & 0,13 & 0,26 \\ 0,39 & -0,64 & -0,59 & 0,56 & 1,00 & 0,23 & 0,47 \\ 0,30 & -0,12 & -0,33 & 0,13 & 0,23 & 1,00 & -0,17 \\ 0,24 & -0,46 & -0,28 & 0,26 & 0,47 & -0,17 & 1,00 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Em seguida, calculou-se a estatística M pela equação (24) para cada um dos N vetores $Z^i = (Z_1^i, Z_2^i, \dots, Z_p^i)'$, $i = 1, 2, \dots, N$, gerados no passo 1 do algoritmo do Quadro 1. Com esses valores, ordenou-se a estatística M e utilizou-se o valor correspondente ao quantil de ordem (99,73%) como a constante crítica $C_{r\alpha}$. O valor de $C_{r\alpha}$ encontrado foi de 3,49.

Os valores de C_{pi} e C_{pki} encontrados para as sete variáveis correlacionadas são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5: Valor de dos coeficientes multivariados C_{pk} e C_{pki} para as 7 variáveis.

Coeficientes	Produtividade (t/m ² .dia)	Consumo Combustível (kg/t)	Tamanho Médio do Sínter (mm)	Velocidade Máquina de Sínter (m/min)	Temperatura Gases Exaustão (°C)	Basicidade do Sínter	Depressão máquina de sínter (kPa)
C_{pi}^m	0,59	1,06	0,55	1,45	0,75	0,74	1,28
C_{pki}^m	0,43	0,97	0,41	1,25	0,82	0,60	1,04
	0,75	1,16	0,69	1,64	0,68	0,87	1,51
C_{pki}^m Mínimo	0,43	0,97	0,41	1,25	0,68	0,60	1,04

Os valores de C_p^m e de C_{pk}^m são iguais a 0,55 e 0,41, respectivamente. Ambos são inferiores ao valor 1, portanto, pode-se concluir que o processo não é capaz de produzir atendendo as especificações do cliente apesar de estar sob controle estatístico. Com base nesses valores dos coeficientes, conclui-se que o processo tende a produzir algo próximo de 130.000 ppm (13%) de itens não conformes de acordo com Montgomery (2009).

Com base na definição dos índices de Mingoti e Glória (2008), que é o mínimo entre os índices de capacidade das sete variáveis, é possível identificar quais são as variáveis responsáveis pela determinação de que o processo não é capaz. Nesse caso, percebe-se que o processo é capaz no que se refere às variáveis Velocidade e Depressão da Máquina de Sínter com C_p^m e C_{pk}^m maiores que 1,0, sendo o processo não capaz nas demais variáveis. Mas, é importante frisar que o Consumo de combustível apresentou coeficientes de capacidade bem próximos de 1,0.

Apesar dos baixos valores para os coeficientes de capacidade do processo, normalmente, toda a produção de sínter é ou consumida no alto forno ou comercializada. Mas, uma consequência é a alteração da carga metálica do alto forno, que pode ter a participação do sínter reduzida com um aumento do volume de minério granulado ou da pelota utilizados. Isso é feito com o objetivo de se atender as condições operacionais do alto forno e também da qualidade final do ferro gusa que alimentará a Aciaria.

4 Análise dos Resultados

Ao realizar uma análise dos resultados do Estabelecimento da Fase 1, onde foi considerado todos os turnos conjuntamente compondo um total de 84 amostras individuais, verifica-se que, para o gráfico de controle multivariado, o processo de sinterização se encontra sob controle estatístico a um nível de significância de 0,27%. Em

relação a Fase 2, obteve-se uma Carta de Controle em que a estatística de teste também estava sob controle estatístico considerando o mesmo nível de significância. Mas, é possível verificar que o processo está com uma tendência de mudança de patamar, já que os valores de T^2 estão aumentando ao final do período analisado.

Em relação ao Estabelecimento da Fase 1 para cada turno (A, B e C) com amostras individuais de tamanho igual a 28, verifica-se que, para o gráfico de controle multivariado, o processo de sinterização também se encontra sob controle estatístico a um nível de significância de 0,27%, mas com a estatística T^2 para o turno A apresentando maior variabilidade. Em relação a Fase 2, a conclusão é a mesma. Dessa forma, ao utilizar o banco de dados considerando os resultados dos turnos de maneira conjunta ou individualmente, obtém-se a mesma a conclusão.

A tendência de aumento de valores de T^2 , que foi observada em ambas as análises realizadas para a Carta de Controle Multivariada, mostra que, eventualmente, pode ser necessária uma nova determinação da Fase 1. Essa necessidade provavelmente é decorrente de mudanças no processo e/ou nas matérias-primas. Um exemplo seria o próprio minério de ferro, que por ser natural, tem suas propriedades físicas e metalúrgicas modificadas continuamente. Observa-se que ele está claramente com a tendência de se tornar cada vez mais fino e com características metalúrgicas possivelmente não adequadas ao processo de sinterização.

Somada à análise das Cartas de Controle, tem-se a determinação da Capacidade do Processo, onde pelos cálculos dos índices de capacidade multivariados, C_p^m e C_{pk}^m , verifica-se que o processo de sinterização não é capaz de atender as especificações das variáveis mesmo que ele esteja sob controle estatístico. Essa análise mostra que mesmo com variabilidade controlada e previsível, sob controle estatístico, é produzido itens defeituosos, fora das especificações do cliente.

5 Considerações Finais

Nesse trabalho, foram desenvolvidos os passo-a-passos necessários para a aplicação do Gráfico de Controle Multivariado T^2 de Hotelling (MONTGOMERY, 2009) e a análise de Capacidade via método Multivariado (MINGOTI e GLÓRIA, 2008) em uma planta de Sinterização.

Foi mostrado que o processo se encontra sob controle estatístico a um nível de significância de 0,27% para duas abordagens diferentes. Mas é importante ressaltar que é visível a tendência de aumento da estatística T^2 . Com isso, é provável que uma nova determinação da Fase 1 seja feita caso se confirme a mudança de patamar observada. Essa variação pode ser decorrente de mudanças tanto no processo (equipamentos) como nas matérias-primas (minérios de ferro, combustíveis, aglomerantes e aditivos).

Ao analisar os índices de capacidade multivariados, C_p^m e C_{pk}^m determinados para o processo, verifica-se que mesmo com variabilidade controlada e previsível, sob controle estatístico, é produzido itens defeituosos, fora das especificações do cliente. Para os valores encontrado dos coeficientes C_p^m e C_{pk}^m , conclui-se que o processo tende a produzir algo próximo de 130.000 ppm (13%) de itens não conformes, gerando, assim, um aumento do custo de produção tanto do processo da Sinterização e como também do Alto-Forno. O aumento do custo de produção do alto-forno se deve a maior dificuldade em se atender as condições operacionais ideais e também a qualidade especificada do ferro gusa, sendo necessário aumentar o consumo de combustível ou de algum outro insumo.

Portanto, há uma necessidade clara de se desenvolver trabalhos focados na obtenção de um maior atendimento às especificações das variáveis de processo estudadas para que seja possível uma redução de custo operacional.

6 Referências Bibliográficas

ANÁLISE DE CAPACIDADE. In PORTAL ACTION. Disponível em: <<http://www.portalaction.com.br/analise-de-capacidade/21-indices-de-capacidade-do-processo-cp-e-cpk>>. Acesso durante todo o mês de abril 2015.

ANDERSON, T. W. *An introduction to multivariate statistical analysis*, 2ª Edição, New York, John Wiley, 1984.

ANDERSON, T. W., DARLING, D. A. A test for goodness of fit, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 49, n. 268, p. 765-769, 1954.

Aglomerção de Minérios de Ferro, *Curso ABM*, Vitória, ES, 2006.

ARAÚJO, L. A. *Manual de Siderurgia*, 1º Volume, Editora Discubra, São Paulo, SP, 1997.

ARAÚJO, L. A. *Manual de Siderurgia – Produção Vol. 01*, 2ª Edição, Editora Arte & Ciência, São Paulo, SP, 2005.

AZEVEDO, R. N. Comparação do desempenho de diferentes cales no processo de produção de sínter de minério de ferro, *Departamento de Estatística da Universidade Federal de Minas Gerais*, Belo Horizonte, MG, 2011 (Monografia).

BURKOM, H. S.; MURPHY, S.; COBERLY, J.; MULLEN, K. H. Public health monitoring tools for multiple data streams, *Morbidity and Mortality Weekly Report*, vol. 54, nº 1, p. 55-62, 2005.

CHEN, H. A multivariate process capability index over a rectangular solid tolerance zone. *Statistica Sinica*, v. 4, n. 2, p. 749-758, 1994.

COLENGHI, F. K. R. Estudo Comparativo de Testes de Hipótese Multivariados para o Vetor de Médias via Simulação de Monte Carlo, *Departamento de Estatística da Universidade Federal de Minas Gerais*, Belo Horizonte, Abril de 2008 (Dissertação de Mestrado).

COSTA, F. B.; EPPRECHT, E. K.; CARPINETTI, L. C. R. *Controle Estatístico de Qualidade*. Editora Atlas. São Paulo, 2005.

HOTELLING, H. *Multivariate quality control*, Techniques of Statistical Analysis, editado por Eisenhart, Hastay, e Wallis, MacGraw-Hill, New York, 1947.

INSTITUTO AÇO BRASIL. In Aço Brasil. Disponível em: <<http://www.acobrasil.org.br/site/portugues/index.asp>>. Acesso no mês de setembro 2014.

HAYTER, A. J., TSUI, K. L. Identification and quantification in multivariate quality control problems, *Journal of Quality Technology*, Atlanta, vol. 26, nº 3, p. 197-208, 1994.

HEMATITA. In Wikipédia: a Enciclopédia Livre. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Hematita>>. Acesso dia 15 de setembro de 2014.

ITABIRITO. In Geology.com. Disponível em: <<http://geology.com/minerals/hematite.shtml>>. Acesso dia 15 de setembro 2014.

JOHNSON, R. A.; WICHERN, W. D. *Applied Multivariate Statistical Analysis*, 5ª edição, Editora Prentice Hall, New Jersey, 2002.

JORDAN, N., A statistical analysis for area-of-influence experiments, *Weed Technology*, vol. 3, nº 1, p. 114-121, 1989.

KOLMOGOROV, A. N., Sulla determinazione empirica di una legge di distribuzione, *Giorn. Ist. Ital. Attuar.*, p. 83-91, 1933.

LIMONITE. In Wikipédia: a enciclopédia livre. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Limonite>>. Acessado dia 15 de setembro de 2014.

- LUTZ, J. G. A computer program for Hotelling's 2 T for single or related samples with optional Post-Hoc and contrasting univariate analyses, *Educational and Psychological Measurement*, vol. 34, n° 3, p. 699-701, 1974.
- MACHADO, M. L. P. *SIDERURGIA da Matéria prima ao aço laminado*, Centro Federal de Educação Tecnológica do Espírito Santo, Vitória, ES, 2006.
- MACHADO, M. L. P., SOBRINHO, V. P. F. M., ARRIVABENE, L. F. *Siderurgia para não Siderurgistas*, Curso ABM, Vitória, ES, 2003.
- MAGNETITE. In Wikipédia: a enciclopédia livre. Disponível em: <<http://en.wikipedia.org/wiki/Magnetite>>. Acesso dia 15 de setembro.
- MARDIA, K. V. Assessment of multinormality and the robustness of Hotelling's T^2 test. *Applied Statistics*, London, v. 24, n. 2, p. 163-171, 1975.
- MARTIN, E. B.; SCOTT, E. M. The detection of change in spatial processes, *Environmetrics*, vol. 6, n° 2, p. 141-154, 2006.
- MASON, R. L.; TRACY, N. D.; YOUNG, J. C. Decomposition of T^2 for multivariate control chart interpretation, *Journal of Quality Technology*, v. 27, n. 2, p. 99-108, 1995.
- MASON, R. L.; TRACY, N. D.; YOUNG, J. C. Multivariate control charts for individual observations, *Journal of Quality Technology*, v. 24, n.2, p. 88-95, apr. 1992.
- MASON, R. L., YOUNG, J. C. *Multivariate Statistical Process Control with Industrial Applications*, ASA SIAM, Philadelphia, PA, 2002.
- MINGOTI, S. A. *Análise de Dados Através de Métodos de Estatística Multivariada Uma Abordagem Aplicada*. 2ª Impressão, Editora UFMG. Belo Horizonte, 2013.
- MINGOTI, S. A., GLÓRIA, F. A. A. Comparando os coeficientes de capacidade multivariados de Mingoti e Glória e Niverthi e Dey, *Revista Produção*, v. 18, n. 3, p. 598 - 608, 2008.
- MINGOTI, S. A., GLÓRIA, F. A. A. Comparando os métodos paramétrico e não-paramétrico na determinação do valor crítico do teste estatístico de médias proposto por Hayter e Tsui, *Revista Produção*, v. 15, n. 2, p. 251-262, maio/agosto 2005.
- MINGOTI, S. A., OLIVEIRA, F. L. P, CONCEIÇÃO, M. M. C. Índices de capacidade para processos multivariados independentes: extensões dos índices de Niverthi e Dey e Mingoti e Glória, *Revista Produção*, v. 21, n. 1, p. 94 – 105, janeiro/março 2011.
- MONTGOMERY, D. C., *Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade*, 4ª edição, Editora LTC, Rio de Janeiro, RJ, 2009.
- MONTGOMERY, D. C., RUNGER, G. C. *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros*, 5ª Edição, Editora LTC, Rio de Janeiro, RJ, 2012.

NIVERTHI, M.; DEY, D. K. Multivariate process capability: a bayesian perspective. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, v. 29, n. 2, p. 667-687, 2000.

RIBEIRO, R. L. F. Testes de Hipótese Multivariados para Matrizes de Covariâncias em Processos Autocorrelacionados com Aplicações em Controle de Qualidade, Departamento de Estatística da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Abril de 2010 (Dissertação Mestrado).

RUNGER, G. C.; ALT, F. B.; MONTGOMERY, D. C. Contributors to a Multivariate Statistical Process Control Signal. *Communications in Statistics – Theory and Methods*. Vol. 25, No 10, 1996b.

SARTORIO, S., D. Aplicações de técnicas de análise multivariada em experimentos agropecuários usando o software R, Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba, 2008.

SHAPIRO, S. S., WILK. M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples), *Biometrika*, London, v.52, p.591-609, 1965.

SNEDECOR, G. W., COCHRAN, W. G. *Statistical Methods*, Eighth Edition, Iowa State University Press, 1989.

TAVARES, P. S. O Gráfico de Controle Multivariado T^2 de Hotelling como Instrumento de Análise da Qualidade numa Indústria de Alumínio, Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, novembro de 2003 (Dissertação Mestrado).

VEEVERS, A. Viability and capability indexes for multiresponse processes, *Journal of Applied Statistics*, v. 25, n. 4, p. 545-558, 1998.

ANEXO 1

Quadro de Correlações e o Valor-P														
Parâmetros	Produtividade (t/m ² .dia)	Consumo Retorno (kg/t)	Consumo Combustível (kg/t)	Dolomita (kg/t)	Calcário (kg/t)	Al2O3 (%)	FeO (%)	Basicidade	Volume de Escórias	TM (mm)	Velocidade da Síntese (m/min)	Temperatura gases (°C)	Vazão de Secção (m ³ /min)	% O2 nos gases
Consumo Retorno (kg/t)	-0,347													
Consumo Combustível (kg/t)	0,001													
Dolomita (kg/t)	-0,429	0,457												
Calcário (kg/t)	0,000	0,000												
Al2O3 (%)	-0,229	-0,037	0,174											
FeO (%)	0,036	0,380	0,113											
Basicidade	0,311	-0,400	0,035	-0,413										
Volume de Escórias	0,004	0,000	0,331	0,000										
TM (mm)	0,354	-0,042	-0,362	-0,362	0,255									
Temperatura dos gases (°C)	0,001	0,707	0,000	0,001	0,019									
Vazão de sucção	-0,009	-0,118	-0,286	0,331	-0,240	-0,027								
% de O2 nos gases	0,334	0,287	0,008	0,002	0,028	0,809								
Depressão (kPa)	0,235	-0,275	-0,120	-0,413	0,546	0,173	-0,283							
	0,007	0,011	0,277	0,000	0,000	0,115	0,008							
	0,204	-0,382	-0,167	-0,093	0,543	0,258	0,004	0,373						
	0,062	0,000	0,123	0,400	0,000	0,018	0,370	0,000						
	-0,454	0,219	0,466	0,193	-0,286	-0,473	-0,267	-0,330	-0,251					
	0,000	0,045	0,000	0,079	0,008	0,000	0,014	0,002	0,021					
	0,541	-0,114	-0,445	-0,138	0,027	0,422	0,276	0,128	0,230	-0,513				
	0,000	0,301	0,000	0,210	0,807	0,000	-0,011	0,247	0,036	0,000				
	0,390	-0,214	-0,637	-0,265	0,081	0,560	0,308	0,225	0,127	-0,585	0,562			
	0,000	0,051	0,000	0,015	0,462	0,000	0,004	0,040	0,249	0,000	0,000			
	0,241	0,013	-0,386	0,038	-0,385	0,222	0,160	-0,207	-0,277	-0,220	0,440	0,420		
	0,027	0,307	0,000	0,732	0,000	0,042	0,146	0,058	0,011	0,044	0,000	0,000		
	-0,377	0,193	0,343	0,136	-0,265	-0,462	-0,204	-0,253	-0,463	0,445	-0,646	-0,465	0,221	
	0,000	0,070	0,001	0,216	0,015	0,000	0,062	0,017	0,000	0,000	0,000	0,000	0,043	
	0,241	0,043	-0,453	0,043	-0,391	0,284	0,130	-0,163	-0,368	-0,275	0,253	0,468	0,868	0,251
	0,027	0,661	0,000	0,639	0,000	0,009	0,237	0,125	0,001	0,012	0,017	0,000	0,000	0,021

ANEXO 2

Dados de T² para a Fase 1 da Seção 3.2.

Amostra	T ²
1	2,60
2	2,16
3	7,32
4	9,66
	7,45
6	5,02
7	8,02
8	2,81
9	5,21
10	11,83
11	7,03
12	5,04
13	2,23
14	2,74
15	3,24
16	6,14
17	4,72
18	3,60
19	3,50
20	5,44
21	8,63
22	10,98
23	12,27
24	11,12
25	6,07
26	7,77
27	3,66
28	6,52
29	2,62
30	4,99
31	3,52
32	3,55
33	2,50
34	1,17
35	3,76
36	2,95
37	4,71
38	5,05
39	1,34
40	4,12

Amostra	T ²
41	1,04
42	3,08
43	15,29
44	3,60
45	3,98
46	10,77
47	5,26
48	5,05
49	6,60
50	3,76
51	4,89
52	6,11
53	8,22
54	2,91
55	7,82
56	10,36
57	6,61
58	7,48
59	10,26
60	8,64
61	9,52
62	14,21
63	11,86
64	8,02
65	8,80
66	7,24
67	12,84
68	12,91
69	6,32
70	11,71
71	9,71
72	3,48
73	12,52
74	3,79
75	9,10
76	13,08
77	10,11
78	9,91
79	4,55
80	15,47

Amostra	T ²
81	8,39
82	11,89
83	9,03
84	11,75