

Samira Marx

Previsão Hierárquica Aplicada às Políticas Públicas de Transporte Rodoviário

Brasil

Julho de 2015

Samira Marx

Previsão Hierárquica Aplicada às Políticas Públicas de Transporte Rodoviário

Monografia apresentada ao Departamento de Estatística do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais para conclusão do curso de Especialização em Estatística.

Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG

Instituto de Ciências Exatas

Especialização em Estatística

Orientador: Prof.^a Dr.^a. Ela Mercedes Medrano de Toscano

Brasil

Julho de 2015

Samira Marx

Previsão Hierárquica Aplicada às Políticas Públicas de Transporte Rodoviário/
Samira Marx. – Brasil, Julho de 2015-
61 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof.^a Dr.^a. Ela Mercedes Medrano de Toscano

Monografia de Conclusão de Curso de Especialização em Estatística – Universidade
Federal de Minas Gerais - UFMG
Instituto de Ciências Exatas
Especialização em Estatística, Julho de 2015.

1. Planejamento de Transportes. 2. Previsão Hierárquica 3. Bottom up.
4. Top-Down. 5. Parceria público-privada. 6. MG-050. 7. Nível de serviço. I.
Orientador. II. Universidade Federal de Minas Gerais. III. Instituto de Ciências
Exatas. IV. Título

CDU 02:141:005.7

Agradecimentos

À Prof^ª Ela Mercedes, que pacientemente me orientou neste trabalho.

À Rose, pelo atencioso suporte durante o curso e pelas palavras carinhosas de incentivo e apoio.

Aos meus amigos da Secretaria de Transporte e Obras Públicas de Minas Gerais, especialmente ao Felipe Melo, que dividiu comigo inúmeras batalhas na gestão do contrato de PPP da MG-050, objeto deste trabalho.

Ao meu namorado, Francisco, pelo incentivo constante, pela inesgotável disposição em me ensinar e por me inspirar a ser uma pessoa melhor.

The founding, shaping, and growth of human agglomerations throughout history have been products of complex interactions of many forces. One major force has always been transportation
(Vukan R. Vuchic, 2007)

Resumo

Na administração de concessões rodoviárias é de fundamental importância o acompanhamento do volume de tráfego para a gestão da concessão como um todo e, especialmente, para o planejamento de obras de ampliação. Neste trabalho é abordado o caso prático da PPP da MG-050, a primeira PPP rodoviária do país. Os dados extraídos dessa concessão subsidiaram a análise de aplicação de métodos de previsão hierárquica já que, tão importante quanto as previsões globais de tráfego da rodovia, também são as previsões desagregadas desses fluxos. São comparados quatro métodos de previsão hierárquica, sendo eles *bottom-up* e três variações do método *top-down*, sendo uma delas recentemente proposta na literatura por Hyndman et al (2009).

Palavras-chaves: Planejamento de Transportes. Previsão Hierárquica. Bottom-up. Top-down. Parceria público-privada. MG-050. Nível de serviço.

Abstract

In the administration of highway concessions is of fundamental importance to monitor the traffic volume for the management of the concession as a whole and especially for planning expansion works . This work addresses the practical PPP case of MG-050 , the first road PPP in the country. The data extracted from this concession subsidised the analysis of application of hierarchical forecasting methods, since as important as the overall highway traffic forecasts are desagregated forecasts of such flows. in this work, 4 methods of hierarchical forecast are compared, wich are bottom-up and three variations of the top-down method, one of them recently proposed in the literature by Hyndman et al (2009).

Key-words: Transportation planning. Hierachical forecast. Bottom up. Top-down. Public-private partnership. MG-050. Level of service.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Localização do trecho sob concessão - Rodovias MG-050, BR-491 e BR-265	15
Figura 2 – Mecanismo de pagamento vinculado ao desempenho - PPP MG-050 . .	16
Figura 3 – Indicadores de desempenho da área operacional - PPP MG-050	17
Figura 4 – Diagrama hierárquico de dois níveis	21
Figura 5 – Cálculo de p_j pelo método <i>Top-Down GSA</i>	25
Figura 6 – Cálculo de p_j pelo método <i>Top-Down GSF</i>	26
Figura 7 – Cálculo de p_j pelo método <i>Top-Down Forecast Proportions</i>	26
Figura 8 – Hierarquia das séries temporais do tráfego da MG-050	29
Figura 9 – Tráfego total mensal da PPP MG-050.	35
Figura 10 – Decomposição da série "Tráfego total mensal da PPP MG-050". . . .	36
Figura 11 – Tráfego total mensal da PPP MG-050	37
Figura 12 – Histograma do tráfego total PPP MG-050 - observações mensais. . . .	38
Figura 13 – Tráfego Total na MG-050 de jul/2008 à dez/2014 e as previsões para o período de jul/2014 à dez/2014	39
Figura 14 – Tráfego nas Séries do Nível 1, de jul/2008 à dez/2014 e as previsões para o período de jul/2014 à dez/2014	40
Figura 15 – Boxplot dos Erros Percentuais Absolutos Médios - MAPEs	42
Figura 16 – Séries temporais nível 1 ($k = 1$)	49
Figura 17 – Tráfego nas Séries do Nível 1, de jul/2008 à dez/2014	50

Lista de tabelas

Tabela 1 – Exemplo de séries temporais hierárquicas - Categorias hierarquizadas do estudo de demanda de turismo na Austrália	21
Tabela 2 – Categorias hierarquizadas - Dados de tráfego da PPP da MG-050	28
Tabela 3 – Estatísticas do Tráfego Total Mensal da MG-050	37
Tabela 4 – Comparação dos MAPEs (Total e média dos Níveis Hierárquicos)	43
Tabela 5 – Segmentos homogêneos MG-050	48

Lista de abreviaturas e siglas

PPP	Parceria público-privada
SETOP	Secretaria de Estado de Transportes e Obras Públicas
DER/MG	Departamento de Estradas de Rodagem de Minas Gerais
CODEMIG	Companhia de Desenvolvimento Econômico de Minas Gerais
HCM	<i>Highway Capacity Manual</i>
MAPE	<i>Mean Absolute Percentage Error</i>
RMSE	<i>Root Mean Square Error</i>
MASE	<i>Mean Absolute Scaled Error</i>
MSE	<i>Mean Square Error</i>

Sumário

	Introdução	12
1	SOBRE A PARCERIA PÚBLICO-PRIVADA DA MG-050	14
1.1	Mecanismo de remuneração atrelado ao desempenho	14
1.2	O Indicador Nível de Serviço	17
2	ABORDAGENS PARA MODELOS DE PREVISÃO HIERÁRQUICA	20
2.1	Sobre séries temporais hierárquicas	20
2.1.1	Notações genéricas para representação de séries temporais hierárquicas	21
2.2	Abordagens <i>bottom-up</i> e <i>top-down</i>	23
3	METODOLOGIA	27
3.1	Escopo do estudo	27
3.2	Base de dados	27
3.3	Previsões	30
3.3.1	Métodos de Alisamento Exponencial	30
3.3.2	Modelo Espaço de Estados	31
3.3.3	Seleção dos Modelos de Previsão	32
3.3.4	Geração das Previsões	33
3.4	Medidas de acurácia	33
3.5	Software	34
4	RESULTADOS	35
4.1	Análise Exploratória	35
4.2	Ajuste dos Modelos e geração de previsões	38
4.3	Comparação dos Métodos	41
	Conclusão	44
	REFERÊNCIAS	45
	APÊNDICES	47
	APÊNDICE A – SEGMENTOS HOMOGÊNEOS MG-050	48
	APÊNDICE B – SÉRIES TEMPORAIS DESAGREGADAS	49

APÊNDICE C – MÉDIA DOS ERROS DAS SÉRIES - TODOS OS NÍVEIS	51
APÊNDICE D – MODELOS DE ALISAMENTO EXPONENCIAL UTILIZADOS	58

Introdução

Projetos de concessões de infraestrutura e serviços públicos à iniciativa privada tem ganhado espaço entre políticas públicas mundo afora pelas vantagens que apresentam junto à Administração Públicas e à sociedade. As vantagens mais propagadas dessa forma de execução de serviços públicos decorrem da eficiência econômica derivada de novos arranjos nas relações público-privadas, especialmente a divisão objetiva de riscos e a remuneração atrelada ao desempenho.

Começando pelos ganhos promovidos por meio da transferência de riscos para o setor privado, acredita-se que, de acordo com sua natureza, os riscos podem ser mais bem geridos pelo poder público ou pelo parceiro privado. Ou seja, riscos que dependem ou estão atrelados às ações da Administração, tais como processos de desapropriação, licenciamentos ambientais etc, ou riscos inerentes ao projeto, tais como risco de demanda, possuem um viés público e trazem mais benefícios ao projeto quando alocados sob responsabilidade do poder público. Por outro lado, riscos atrelados ao próprio desenvolvimento de um empreendimento, tais como risco de construção e de operação, trazem mais benefícios quando são assumidos pelo parceiro privado.

Outro ganho de eficiência está na contratação de resultados. A Administração estabelece as diretrizes básicas de atuação da atividade concedida e são pactuados e mensurados resultados, não mera execução de atividades, de forma que ao parceiro privado é concedida uma margem de flexibilidade de como fazer, desde que sejam garantidos os resultados e conforme os limites de atuação estabelecidos em contrato. Ademais, o art. 6º da Lei de Parcerias Público-Privadas, Lei 11.079, de 30 de dezembro de 2004, permite a existência de mecanismos de remuneração variável, ou seja, vinculação do pagamento da contraprestação pecuniária paga pelo parceiro público conforme aos resultados e desempenho do parceiro privado.

O estudo de caso deste trabalho pretende discutir o caso prático da MG-050, no qual estes conceitos de repartição objetiva de riscos e remuneração atrelada ao desempenho consubstanciaram-se em um importante sistema de indicadores de desempenho. Dentre os indicadores existentes destaca-se o indicador Nível de Serviço, que, como será discutido adiante, tem como objetivo medir a densidade de tráfego da rodovia, sinalizando quando serão necessárias obras de ampliação.

A aferição deste indicador demanda um alto grau de detalhamento de dados, especialmente dados classificados de tráfego. No âmbito da PPP da MG-050, a aferição deste indicador é um exemplo de aplicação de previsão hierárquica e será utilizado neste trabalho. Pretende-se discutir procedimentos e métodos para melhorar a acurácia das

previsões de tráfego na rodovia MG-050 considerando-se a natureza hierárquica dos dados.

A ideia central consiste no fator de que, além da importância da previsão de tráfego em toda rodovia, que é insumo para diversas tomadas de decisão no âmbito da administração da rodovia, a previsão categorizada de quais veículos que nela transitarão, por onde passarão e para onde estarão indo também é de grande relevância, e traz grande quantidade de informação.

O tema de previsão de séries temporais hierárquicas já foi objeto de estudos e discussões na literatura estatística, especialmente na segunda metade do século XX. Recentemente, nos anos 2000, Athanasopoulos, Aïmeid e Hyndman retomaram as discussões existentes trazendo novas propostas para o tema.

A fim de trazer estas discussões ao caso prático, pretende-se a comparação empírica dos métodos existentes na literatura. Os dados para este estudo foram extraídos da parceria público-privada da MG-050, que é uma concessão existente há cerca de 8 anos e que terá duração de 25 anos.

Além desta introdução, são apresentados mais quatro capítulos e a conclusão. No capítulo 1, é feita uma contextualização a respeito da PPP da MG-050, que é fonte de dados e objeto de estudo neste trabalho. No capítulo 2, são discutidas algumas abordagens para aplicação do método de previsão hierárquica e também são discutidas as principais referências da literatura. No capítulo 3, é exposta a metodologia de execução adotada neste trabalho. No capítulo 4, são apresentados os resultados do estudo e, por fim, na conclusão são discutidas as considerações finais.

1 Sobre a Parceria Público-Privada da MG-050

O projeto de parceria público-privada da rodovia MG-050 teve seu contrato de concessão patrocinada assinado em 21 de maio de 2007 entre a Secretaria de Estado de Transporte e Obras Públicas - SETOP e a Concessionária da Rodovia MG-050, tendo como intervenientes o Departamento de Estradas de Rodagem - DER/MG, e a Companhia de Desenvolvimento Econômico de Minas Gerais - CODEMIG, conforme licitação por concorrência realizada em 07 de agosto de 2006, homologada em 09 de maio de 2007.

A elaboração do projeto de concessão patrocinada para a rodovia MG-050 foi o primeiro projeto de PPP do país na área de infraestrutura rodoviária, sendo fruto de um esforço conjunto entre o DER/MG, a SETOP, a Unidade PPP, a Advocacia-Geral do Estado, a Companhia de Desenvolvimento Econômico de Minas Gerais, CODEMIG.

O objeto da PPP da MG-050 compreende a exploração, por vinte e cinco anos, de aproximadamente 372 km rodoviários que interligam a região metropolitana de Belo Horizonte à divisa com o Estado de São Paulo, compreendendo os seguintes trechos: MG-050 (entroncamento BR-262, em Juatuba, à São Sebastião do Paraíso), BR-491 (entroncamento MG-050 à entroncamento BR-265) e BR-265 (São Sebastião do Paraíso à divisa MG/SP). As principais obrigações da concessionária da rodovia da MG-050 são a recuperação, ampliação e manutenção da rodovia e o atendimento ao quadro de indicadores de desempenho existente no contrato.

Na Figura 1, é mostrada a localização do trecho objeto de PPP. Os principais municípios influenciados por esse corredor viário são: Juatuba, Divinópolis, Formiga, Passos, Itaúna, Piumhi e São Sebastião do Paraíso.

1.1 Mecanismo de remuneração atrelado ao desempenho

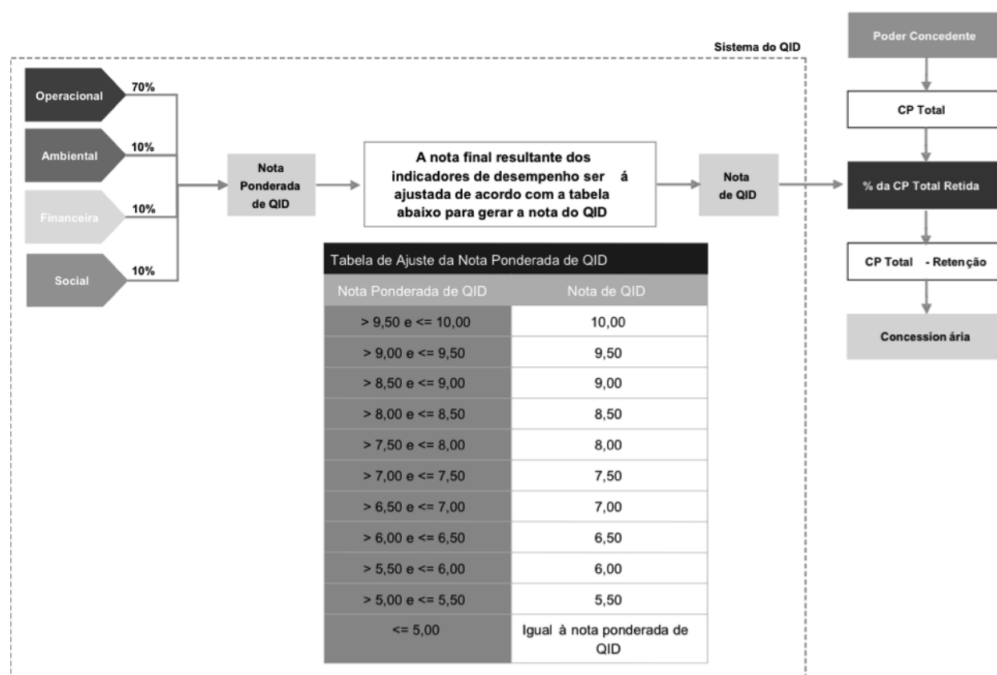
A diferença fundamental entre o modelo de concessão previsto na Lei de Concessões, Lei 8.987, de 13 de fevereiro de 1995, as chamadas “concessões comuns”, e aqueles previstos na Lei de PPPs, Lei 11.079/04, as chamadas “concessões especiais”, é a forma de remuneração do agente privado que recebe os direitos de exploração de um serviço público. Nas concessões comuns, usualmente um serviço ou infraestrutura público é concedido à exploração de um agente privado que assume integralmente os riscos da prestação do serviço e obtém sua remuneração diretamente do pagamento das tarifas pelos usuários. A Lei de PPPs trouxe, porém, a possibilidade de um arranjo mais elaborado para as relações entre público e privado.

as obrigações contrapostas das partes. Com esse arranjo pretende-se aumentar os incentivos econômicos para que o parceiro privado disponibilize o serviço conforme pactuado no contrato, sobretudo quanto aos níveis desejáveis de qualidade.

No contrato de PPP da MG-050, foram estabelecidos um rol de indicadores de desempenho, entre indicadores operacionais, financeiros, ambientais e sociais. Mensalmente, a nota desses indicadores é computada para definir a remuneração mensal que deve ser paga à concessionária.

A nota dos indicadores variam de 0 a 10, fazendo variar proporcionalmente o pagamento mensal que é devido à concessionária. A Figura 2 apresenta o mecanismo de pagamento da contraprestação pecuniária – CP, que é devida mensalmente à concessionária.

Figura 2 – Mecanismo de pagamento vinculado ao desempenho - PPP MG-050



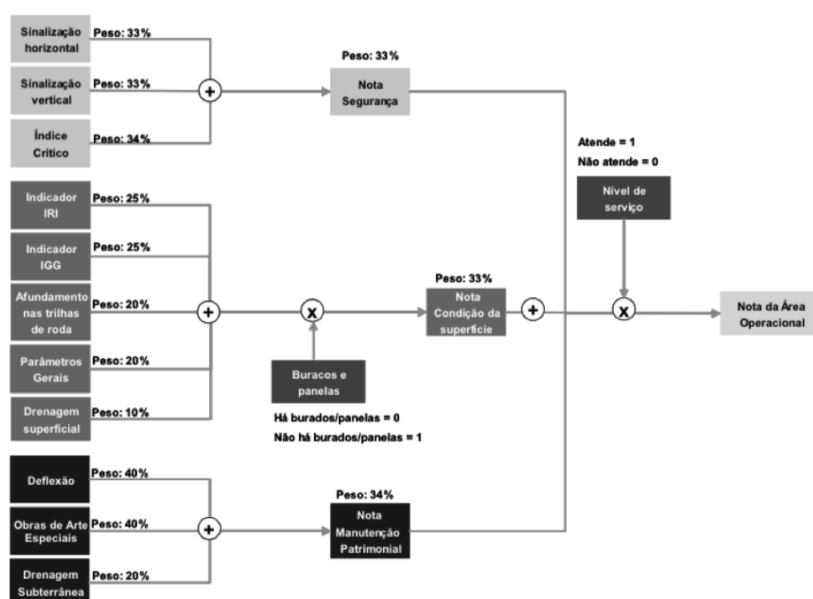
Fonte: Contrato SETOP 007/2007, Anexo V.

Como se pode ver pela Figura 2, os indicadores de desempenho estão divididos em quatro áreas, e, para cada área, atribui-se um peso para cálculo da nota final: operacional (70%), ambiental (10%), social (10%) e financeiro (10%). Os indicadores operacionais são organizados em três grupos: “segurança”, “condição de superfície” e “manutenção patrimonial”, conforme a Figura 3.

A aferição dos indicadores é realizada para cada um dos 20 segmentos homogêneos da rodovia, que, para fins ilustrativos, são apresentados no Apêndice A.

Neste trabalho, um enfoque especial será dado ao indicador nível de serviço, que, pela sua relevância no planejamento de novas obras e na gestão da rodovia, justificou a

Figura 3 – Indicadores de desempenho da área operacional - PPP MG-050



Fonte: Contrato SETOP 007/2007, Anexo V.

realização deste trabalho.

1.2 O Indicador Nível de Serviço

Como já mencionado na introdução, a parceria público-privada da MG-050 é regida por vários indicadores de desempenho, cujas funções são avaliar a qualidade do serviço prestado e, em decorrência, definir o valor a ser pago pelo poder público à concessionária dos serviços – a contraprestação pecuniária. Especial atenção é dada, porém, ao indicador nível de serviço, que, pela sua concepção, figura como um indicador que funciona como uma espécie de “gatilho” para a execução de obras de ampliação da rodovia.

No conceito de nível de serviço, procura-se avaliar o serviço que a estrada proporciona aos seus utilizadores por meio de análise das características da rodovia e do volume de tráfego. O nível de serviço é dado pela quantidade de veículos que passa numa seção da estrada em uma unidade de tempo (SANTOS; MOURÃO, 2014). Atualmente, a metodologia mundialmente reconhecida para cálculo do nível de serviço é aquela apresentada pelo *Highway Capacity Manual* – HCM.

O *Highway Capacity Manual* – HCM foi desenvolvido pelo *Transportation Research Board of the National Academies of Science* dos Estados Unidos. Nele estão contidos conceitos, diretrizes e procedimentos computacionais para o cálculo da capacidade e qualidade do serviço em rodovias. Nesta metodologia, são levados em conta diversos fatores, dentre eles as características da rodovia (largura de pista, quantidade de faixas,

intercessões e cruzamentos, presença de travessias de pedestres, sinalização), características dos fluxos (volume de tráfego, percentual de veículos leves e pesados), dentre outras especificações.

Como resultado da aplicação da metodologia de cálculo do HCM, se chega em uma classificação do nível de serviço para o segmento de rodovia em análise numa escala de A a F, que é uma escala de classificação do escoamento de veículos ou fluidez de tráfego.

(...) seis níveis de serviço (são) designados pelas letras de A a F. O nível de serviço A corresponde ao regime de escoamento livre com condições de circulação muito boas. À medida que as condições de circulação se degradam, faz-se corresponder aos níveis B e C, ainda, um escoamento estável, sendo o nível D atribuído quando o escoamento se aproxima da instabilidade. O nível de serviço E representa condições de escoamento já muito próximas do regime instável, resultantes dos volumes de tráfego serem elevados com valores perto da capacidade, (...) . Ao escoamento em regime de sobressaturação, correspondente a situações de congestionamento, é reservado o nível de serviço F. (COSTA; MACEDO, 2008 apud SANTOS; MOURÃO, 2014)

Desse modo, a aferição do nível de serviço nos diversos segmentos da rodovia indica a qualidade da fluidez do tráfego e permite ao tomador de decisões compreender a urgência bem como a necessidade da realização de obras de ampliação, sejam elas terceiras faixas, duplicações, correções de curvas horizontais e verticais, ou, até mesmo, reformulações de acessos e interseções.

Conforme as regras do contrato de PPP da MG-050, é admitido para os segmentos da rodovia que operem em até 50 horas/ano no nível E. Ou seja, admite-se que, durante cinquenta horas do ano, a rodovia opere próxima ao limite de sua capacidade. Caso ocorram mais que cinquenta horas nesse nível de operação, devem ser iniciadas obras de ampliação na rodovia de modo a que o nível de serviço seja reestabelecido.

Estas cinquenta horas, para as quais se admite baixa qualidade na fluidez de tráfego, são picos excepcionais de volume de tráfego ¹, tais como feriados (carnaval, semana santa, fim de ano) ou possíveis eventualidades às quais se sujeita a rodovia (problemas operacionais na cobrança de pedágio, acidentes com retenção de pista etc). Admite-se que, nessas situações excepcionais, a rodovia opere em condições críticas de escoamento porque seria antieconômico projetar a infraestrutura para situações excepcionais.

Projetar uma rodovia em condições ideais consiste em planejá-la com características para atender à máxima demanda horária prevista para o ano de projeto. Em tal situação, em nenhuma hora do ano ocorreria

¹ A quantidade de horas que podem ser consideradas “excepcionais” no volume de tráfego de uma rodovia é realizada por meio da análise da “curva da enésima hora”. Esta curva consiste na ordenação decrescente de todos os volumes horários anuais, expressos em percentagem do Volume Médio Diário (VMD), designado como fator K. (BRASIL, 2006)

congestionamento. Em contrapartida, o empreendimento seria antieconômico, pois a rodovia ficaria superdimensionada durante as demais horas do ano (DNER, 1999). Assim, o dimensionamento de uma rodovia deve permitir um certo número de horas congestionadas e a decisão de qual número é aceitável e fundamental para a adoção do volume horário de projeto (VHP). (COSTA; MACEDO, 2008 apud SANTOS; MOURÃO, 2014)

Conclui-se, portanto, que o dimensionamento de uma rodovia é uma função tanto do volume de tráfego esperado como dos níveis de desempenho (níveis de serviço) que são admitidos para a mesma.

No caso da PPP da MG-050, o nível de desempenho está definido contratualmente – até 50h/ano operando em nível E. Sendo assim, torna-se relevante uma acurada previsão de tráfego para que as intervenções de ampliação na rodovia ocorram no tempo certo, nem antes do necessário, tampouco após ². Neste contexto, os modelos de previsão hierárquica ganham relevância, haja vista que, para o cálculo do nível de serviço, é necessário uma vasta gama de informações de tráfego, que podem ser entendidas como fragmentações das informações de tráfego global da rodovia, que, por sua vez, podem ser entendidas como séries temporais. Espera-se que a aplicação de métodos de previsão hierárquica de séries temporais contribua para melhorar as previsões dos volumes de tráfego e, dessa forma, seja possível calcular de forma mais acurada o nível de serviço da rodovia.

² Em projetos estruturados sob a forma de *project finance*, a variação dos desembolsos ao longo do tempo trazem impactos no retorno financeiro dos projetos. Portanto, adiantar uma obra não é economicamente desejável. Por outro lado, atrasá-la traz prejuízos à população, pois deteriora a qualidade do serviço.

2 Abordagens para Modelos de Previsão Hierárquica

As abordagens mais comuns para previsão hierárquica de dados são a *top-down* e a *bottom-up*. A maioria da literatura sobre o tema tem focado na comparação da performance destes dois métodos.

Para o método *bottom-up*, é usual uma única forma de agregação das previsões feitas para os níveis desagregados. Em contraponto, para o método *top-down*, existem duas variações metodológicas tradicionais para se proceder à desagregação dos dados, quais sejam, "média histórica das proporções" e "proporções da média histórica".

Além disso, também será apresentado neste trabalho um terceiro método *top-down* proposto por Athanasopoulos, Ahmed e Hyndman (2009), que utiliza as proporções das previsões para a desagregação dos dados.

A seguir, serão apresentados brevemente cada um desses quatro métodos para previsão hierárquica.

2.1 Sobre séries temporais hierárquicas

Segundo Morettin e Tolo (2006), uma série temporal é qualquer conjunto de observações ordenadas no tempo. Diversos outros autores trabalham conceitos que variam marginalmente disso. Para este trabalho, porém, é suficiente entender a natureza sequencial dos dados, ordenados temporalmente.

Em várias ocasiões, observa-se a existência de séries temporais que podem ser agregadas ou desagregadas em diferentes níveis ou grupos de acordo com suas características. Estas são chamadas de séries temporais hierárquicas (ATHANASOPOULOS; AHMED; HYNDMAN, 2009) - Figura 4.

Para melhor compreensão do conceito de dados hierárquicos, tome-se como exemplo o estudo de Athanasopoulos, Ahmed e Hyndman (2009) acerca da demanda de turismo na Austrália, enquanto série temporal hierárquica. Neste estudo, foi considerada a série agregada sobre os dados de turismo na Austrália, que são dados trimestrais do "número de noites de visitantes", ou seja, a quantidade de noites em que pessoas passaram na Austrália estando fora de casa por trimestre.

Estes dados, por sua vez, foram também considerados como séries temporais sob o ponto de vista de cada categoria, como num movimento de desagregação, e assim

sucessivamente, quantos forem os níveis de categorização existentes. Neste sentido, entende-se que a série temporal “número de noites de visitantes” pode ser entendida como a agregação de várias séries temporais mais específicas, como por exemplo “número de noites de visitantes a trabalho” (e assim para as demais categorias de motivo da viagem) e “número de noites de visitantes a trabalho em no estado de Queensland” (e assim para as demais categorias de região de trabalho, combinadas com as categorias de motivo da viagem). Na Tabela 1, são mostradas as categorias adotadas no referido estudo de Athanasopoulos, Ahmed e Hyndman (2009).

Tabela 1 – Exemplo de séries temporais hierárquicas - Categorias hierarquizadas do estudo de demanda de turismo na Austrália

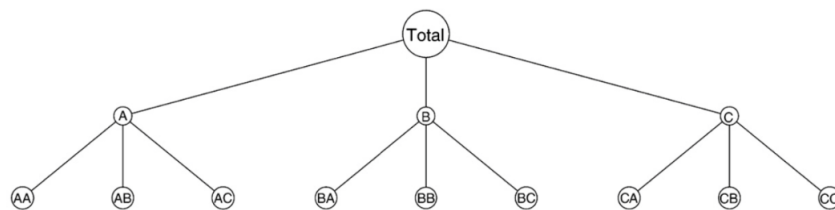
Nível	Número de séries	Total de séries por nível
Australia	1	1
Motivo da viagem	4	4
Estados e territórios	7	28
Capital versus outras	2	56

Fonte: (ATHANASOPOULOS; AHMED; HYNDMAN, 2009)

2.1.1 Notações genéricas para representação de séries temporais hierárquicas

Para demonstração da representação das notações utilizadas para manipulação dos dados hierárquicos, será utilizada a hierarquia de dados conforme exemplo da Figura 4.

Figura 4 – Diagrama hierárquico de dois níveis



Fonte: (ATHANASOPOULOS; AHMED; HYNDMAN, 2009)

Os dados agregados da série temporal são representados por Y_t , no qual t corresponde ao período de observação, $t = 1, 2, \dots, n$. Para se referir de forma genérica às séries dentro da hierarquia estabelecida, os nós da hierarquia, será usada a notação X . Assim, as observações das séries correspondentes a cada nó, serão dadas por $Y_{(X,t)}$, sendo $X = A, B, C, AA, AB, AC, BA, BB, BC, CA, CB, CC$.

Ainda esclarecendo as notações a serem utilizadas, k será utilizado para se referir aos níveis hierárquicos existentes. Conforme exemplo que esta sendo utilizado, $k = 2$. Para $k = 1$, entende-se, portanto, o primeiro nível de desagregação da série original, que engloba os nós $X = A, B, C$; $k = 2$, por sua vez, ao segundo nível hierárquico de desagregação da

série original, que engloba os nós $X = AA, AB, AC, BA, BB, BC, CA, CB, CC$. Conforme explicam os autores, a notação generalizada de todas as séries temporais que compõe uma série hierarquizada é dada por:

$$Y_t = (Y_t, Y'_{(1,t)}, Y'_{(2,t)}, \dots, Y'_{(k,t)}) \quad (2.1)$$

Neste caso, Y_t é um vetor coluna que "empilha" as observações de todas as séries temporais.

$$Y_t = \begin{bmatrix} Y_t \\ Y_{A,t} \\ Y_{B,t} \\ Y_{C,t} \\ Y_{AA,t} \\ Y_{AB,t} \\ \vdots \\ Y_{CB,t} \\ Y_{CC,t} \end{bmatrix}$$

Outra forma bastante útil para denotar os dados é a organização matricial. Neste caso, podemos entender os dados hierarquizados por:

$$Y_t = SY_{(K,t)} \quad (2.2)$$

S é uma matriz resumo de ordem $m \times m_K$, na qual m_i é o número de nós de cada nível K . Assim, $m = m_0 + m_1 + \dots + m_k$). Em nosso exemplo, $k = 2$, $m_0 = 1$; $m_1 = 3$, $m_2 = 9$ e $m = 13$. Ainda mantendo como exemplo a série temporal hierárquica ilustrada na Figura 4, a representação matricial é apresentada abaixo:

Por outro lado, em ideia oposta, está o método *top-down*, "de cima para baixo", que considera as previsão dos dados consolidados, série com nível zero de desagregação, para posterior quebra dos dados em sub-séries, conforme sejam os níveis de desagregação dos dados.

TERSINE, MORRIS e SCHWARZKOPF (1988) estão dentre os diversos estudiosos do tema e apresentaram a ideia de contraposição da seguinte forma:

Some controversy exists about the advocacy of top-down versus bottom-up forecasting strategies. Top-down forecasting refers to the process of forecasting the demand for the aggregate of items in a class and then inferring individual demands according to a percentage of the total; bottom-up refers to separately forecasting the requirements for each individual item.

A título ilustrativo, apresento também a exposição de Dangerfield e Morris (1992) sobre a visão de oposição entre as duas abordagens:

One approach might be referred to as a top-down (TD) strategy since a single forecast model is developed to forecast an aggregate - or family - total which is then distributed to the individual items in the family based upon their historical proportion of the family total. The other approach might be labelled a bottom-up (BU) strategy since multiple forecast models based upon the individual item series are used to develop item forecasts.

Em suma, pode-se dizer que diversos trabalhos foram realizados no sentido de comparar os métodos *bottom-up* e *top-down* e identificar as vantagens e desvantagens de cada método.

A síntese de muitos destes trabalhos foi feita por Athanasopoulos, Ahmed e Hyndman (2009), que conseguiram abstrair as especificidades de cada estudo de caso e, de forma holística e panorâmica, apontar vantagens e desvantagens de ambos os métodos.

Dentre as vantagens do método *bottom-up*, está a pouca perda de informação que ocorre quando os dados são trabalhados em níveis desagregados. Por outro lado, dados desagregados possuem muito ruído e podem ser mais difíceis de serem modelados. Já para o método *top-down*, são considerados como pontos positivos a simplicidade do método e a geração de previsões confiáveis no nível de agregação máximo dos dados. No entanto, a perda de informação quando da desagregação dos dados é um problema que muitos autores relataram.

The greatest advantage of this approach (bottom-up) is that no information is lost due to aggregation. On the other hand, bottom level data can be quite noisy and more challenging to model and forecast. (...) When bottom-level series are noisy, the forecast top-down approach can be more accurate.(ATHANASOPOULOS; AHMED; HYNDMAN, 2009)

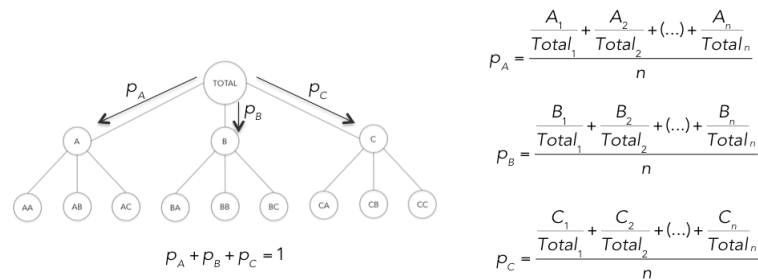
Ainda sobre o método *top-down*, é importante mencionar duas variações do modelo que receberam destaque na literatura. Estas variações ocorrem em função da técnica utilizada para realizar a desagregação dos dados. São elas: a) método *top-down* utilizando-se a média histórica das proporções para a desagregação, e b) método *top-down* utilizando-se a proporção média histórica para a desagregação. Não obstante os conceitos dessas técnicas digam um pouco do que se trata, cabe esclarecer um pouco mais.

Na técnica "a", *top-down* com desagregação pela média histórica das proporções (ou *average historical proportions*), são considerados os valores das séries inferiores à séries agregada, a partir dos quais são extraídas as proporções. Para cada observação, existe uma proporção, que é a relação daquela série com a série agregada. O que é feito então é o cálculo das médias que os valores das proporções de cada série desagregada assumem com relação ao nível superior de agregação. Isso pode ser expresso por:

$$p_j = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{Y_{t,j}}{Y_t}}{n} \tag{2.4}$$

Nesta equação, p_j é, portanto, a proporção de cada série imediatamente inferior à série desagregada que é extraída para a desagregação da previsão, j denota as séries dentro da hierarquia, n o número de observações da série. A Figura 5 ilustra como são calculados p_j .

Figura 5 – Cálculo de p_j pelo método *Top-Down GSA*



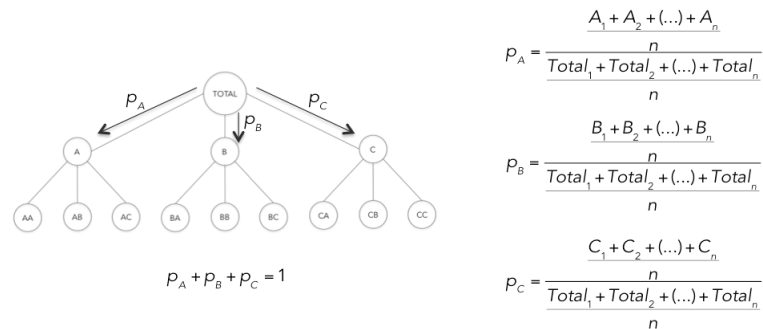
Fonte: Elaboração própria

Na técnica "b", *top-down* com desagregação pela média histórica das proporções (ou *proportions of the historical averages*), são considerados os valores das séries inferiores à série agregada, a partir dos quais são extraídas as proporções. Porém, ao contrário da técnica "a", calcula-se a proporção por meio da relação da soma dos valores assumidos pela série inferior com relação à soma de valores assumidos pela série agregada. Isso pode ser expresso por:

$$p_j = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{Y_{t,j}}{n}}{\sum_{t=1}^n \frac{Y_t}{n}} \tag{2.5}$$

Os elementos desta equação são interpretados da mesma forma da equação 2.4. A Figura 6 ilustra como são calculados p_j .

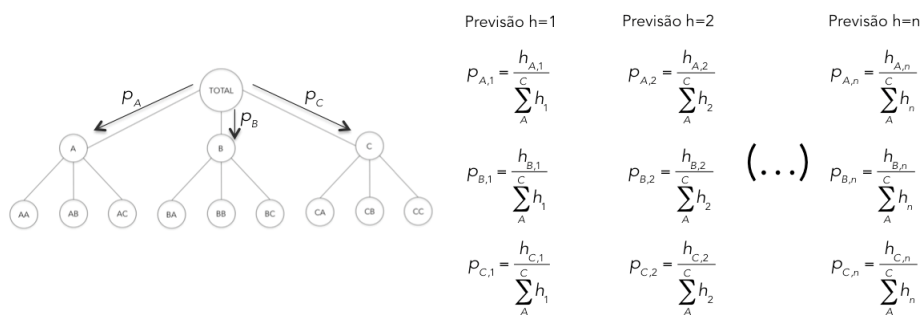
Figura 6 – Cálculo de p_j pelo método *Top-Down GSF*



Fonte: Elaboração própria

Uma variação do método *top-down* foi apresentada por Athanasopoulos, Ahmed e Hyndman (2009) utilizando-se a proporção das previsões como elemento chave para a desagregação da previsão do nível $k = 0$. Este método consiste na desagregação dos níveis inferiores da hierarquia com base na proporção das previsões do nível imediatamente inferior. Ou seja, é um processo iterativo no qual são feitas as previsões de h passos à frente do nível imediatamente inferior ao que se deseja prever. Destas previsões h passos à frente, são extraídas as proporções que serão utilizadas para desagregar a previsão do nível superior. A Figura 7 ilustra como são calculados p_j .

Figura 7 – Cálculo de p_j pelo método *Top-Down Forecast Proportions*



Fonte: Elaboração própria

Devido aos movimentos de agregação e desagregação dos dados nas séries hierárquicas, os autores defendem que não é possível definir os intervalos de predição para as estimações.

3 Metodologia

Neste capítulo, são apresentados o roteiro do estudo, a base de dados, o software e algumas premissas a serem adotadas no trabalho.

3.1 Escopo do estudo

Pretende-se a comparação dos quatro métodos de previsão apresentados: 1) *bottom-up*, 2) *top-down/average historical proportions (GSA)*, 3) *top-down/proportions of historical averages (GSF)* e 4) *top-down/forecast proportions*, tendo como objetivo a melhor acurácia possível para toda a hierarquia para uma previsão de 6 (seis) passos à frente.

A escolha de previsões de 6 (seis) passos à frente está embasada pelo contexto do caso concreto. Acredita-se que um intervalo temporal de 6 (seis) meses é um período adequado ao planejamento de intervenções na rodovia - percepção da necessidade de intervenção, contratação e elaboração de projetos, contratação de intervenção etc. Assim, a manutenção de um horizonte de previsões 6 (seis) passos à frente seria suficiente para alimentar o processo de tomada de decisão inerente à gestão de rodovias.

3.2 Base de dados

Os dados utilizados neste estudo são provenientes da PPP da MG-050 e foram obtidos junto à Secretaria de Estado de Transportes e Obras Públicas de Minas Gerais. São observações mensais do tráfego do trecho concessionado da MG-050. O período observado vai de julho de 2008 à dezembro de 2014, tendo o mês como intervalo temporal adotado para cada observação. Portanto, considerar-se-á uma conjunto de 78 observações, sendo $t_1 = \text{julho}/2008$, $t_2 = \text{agosto}/2008$ e $t_{78} = \text{dezembro}/2014$.

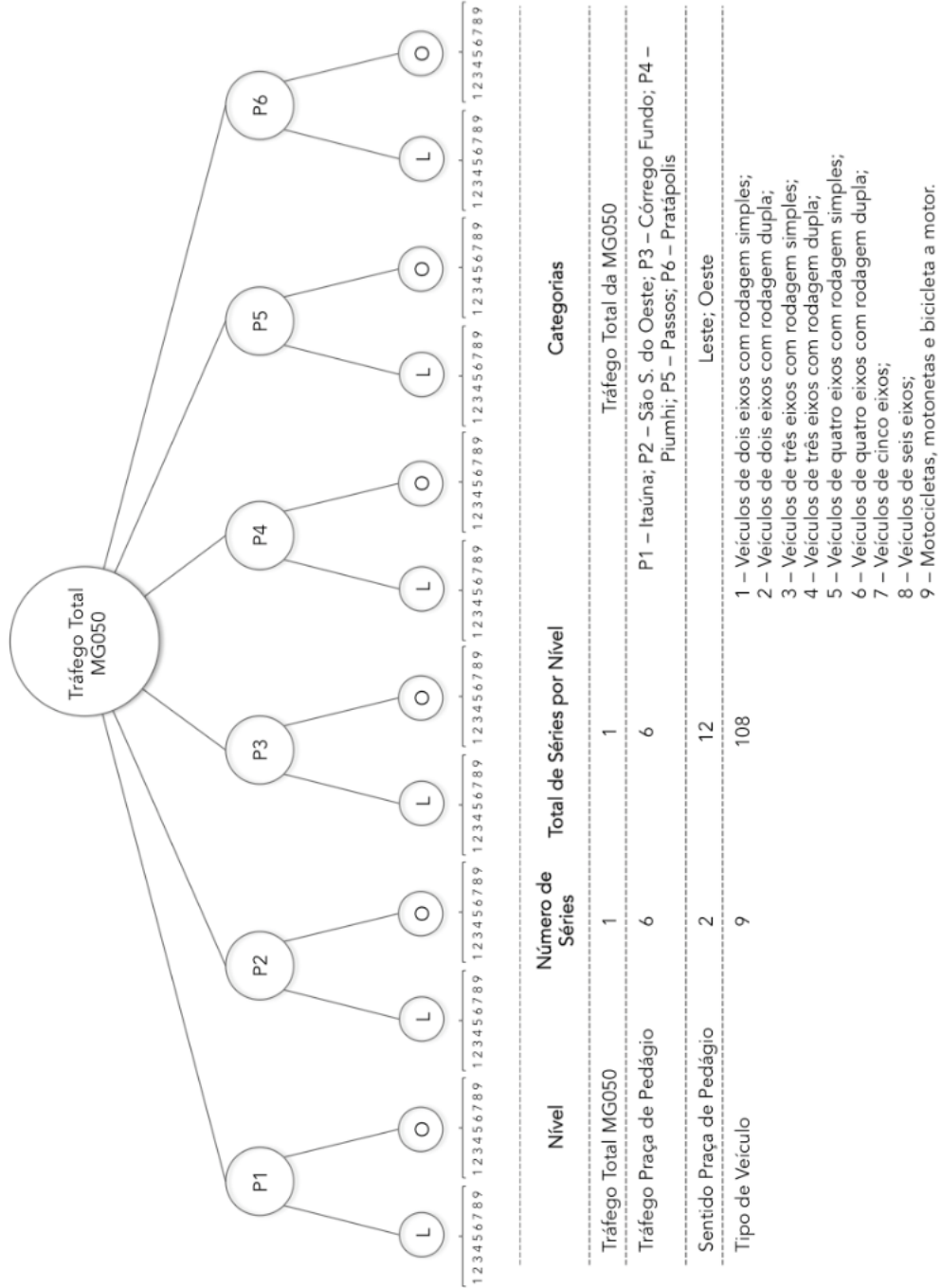
Como apresentado anteriormente, faz-se relevante a análise dos dados a partir de diferentes classificações, tais como: tipo de veículo, sentido de tráfego (leste-oeste ou oeste-leste) e local por onde o veículo trafegou - para esta informação será utilizado o registro da praça de pedágio. A Tabela 2 e a Figura 8 apresentam a hierarquização dos dados deste trabalho.

Tabela 2 – Categorias hierarquizadas - Dados de tráfego da PPP da MG-050

Nível	Número de séries	Total de séries por nível
Tráfego MG-050	1	1
Praças de Pedágio	6	6
Sentido	2	12
Tipo de Veículo	9	108

Fonte: Elaboração própria.

Figura 8 – Hierarquia das séries temporais do tráfego da MG-050



Fonte: Elaboração própria

3.3 Previsões

3.3.1 Métodos de Alisamento Exponencial

Neste trabalho, o modelo de suavização exponencial será utilizado para a previsão de todas as séries da hierarquia. Este tipo de técnica considera que valores extremos são os componentes aleatórios dos dados, e assim, por meio da suavização destes extremos, é possível identificar o padrão básico. A suavização é realizada por meio da determinação de diferentes pesos para as observações (MORETTIN; TOLOI, 2006).

A escolha deste método advém de suas vantagens salientadas por diversos autores e aqui resumidas nas palavras de Morettin e ToloI (2006):

(...) a grande popularidade atribuída aos métodos de suavização exponencial é devida à sua simplicidade, à eficiência computacional e à sua razoável precisão.

Os elementos destacados pelos autores acima são fundamentais para realização deste trabalho, haja vista a grande quantidade de séries temporais a serem trabalhadas - ao todo 127 séries temporais, além do grande número de previsões que serão demandadas em função da iteratividade intrínseca aos métodos de previsão hierárquica.

Especialmente no que tange à eficiência computacional, este tema foi destacado por Hyndman e Khandakar (2008):

Automatic forecast of large number of univariate time series are often needed in business. (...) In these circumstances, an automatic forecasting algorithm must determine an appropriate time series model, estimate the parameters and compute forecast.

Devido à diferente estrutura das séries temporais para as quais serão feitas previsões, os modelos poderão variar entre a suavização exponencial simples, a suavização exponencial de Holt ou a suavização exponencial Holt-Winters.

A utilização da suavização exponencial simples é adequada quando a série temporal em estudo não possui tendência ou sazonalidade. A previsão para o período $t + 1$, feita no período t pode ser expressa por

$$F_{t+1} = F_t + \alpha(Y_t - F_t) \quad (3.1)$$

A suavização exponencial de Holt é uma extensão da suavização exponencial simples que permite a previsão de séries que apresentam tendência linear. Essa característica é obtida por meio da utilização de outra constante de suavização, β , utilizada para suavização

da tendência. As equações descritivas da suavização exponencial de Holt são

$$F_{t+h} = l_t + b_t h \quad (3.2)$$

$$l_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}) \quad (3.3)$$

$$b_t = \beta(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \quad (3.4)$$

onde F_{t+h} é a previsão para o período $t + h$, l_t é o nível suavizado no período t e b_t é a tendência suavizada no período t .

Por fim, o modelo de suavização exponencial de Holt-Winters é uma extensão ao modelo de Holt para tratar do padrão sazonal. Novamente, essa característica é obtida por meio de uma nova constante de suavização, γ , utilizada para suavização da sazonalidade. As equações descritivas da suavização exponencial de Holt-Winters são

$$F_{t+h} = (l_t + b_t h)s_{t-m+h}$$

$$l_t = \alpha \frac{Y_t}{s_{t-m}} + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \beta(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$$

$$s_t = \gamma \frac{Y_t}{l_t} + (1 - \gamma)s_{t-m}$$

onde F_{t+h} é a previsão para o período $t + h$, l_t é o nível suavizado no período t , b_t é a tendência suavizada no período t , s_t é a componente sazonal no período t e m representa o número de períodos da sazonalidade (e.g., número de meses em um ano).

3.3.2 Modelo Espaço de Estados

Os métodos de alisamento exponencial são algoritmos que produzem previsões pontuais. Segundo [Hyndman e Khandakar \(2008\)](#), todos eles também possuem uma representação na forma de um modelo de espaço de estados. Nesta representação as mesmas previsões pontuais são geradas, porém, por tratar-se de um modelo estocástico, também é possível a computação de intervalos de predição, estimação dos parâmetros por máxima verossimilhança, utilização de procedimentos para seleção de modelos, dentre outras propriedades que somente podem ser utilizadas quando trata-se de um modelo estatístico e não apenas um algoritmo.

O modelo geral de espaço de estados envolve um vetor de estados:

$$x_t = (l_t, b_t, s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-m+1})' \quad (3.5)$$

e equações de espaço de estados, na forma:

$$y_t = w(x_{t-1}) + r(x_{t-1})\varepsilon_t \quad (3.6)$$

$$x_t = f(x_{t-1}) + g(x_{t-1})\varepsilon_t \quad (3.7)$$

na qual ε_t é um ruído branco gaussiano, com média e variância σ^2 , e $\mu_t = w(x_{t-1})$. O modelo com erros aditivos tem $r(x_{t-1}) = 1$, então $y_t = \mu_t + \varepsilon_t$. Já o modelo com erros multiplicativos, tem $r(x_{t-1}) = \mu_t$, então $y_t = (1 + \varepsilon_t)\mu_t$ (HYNDMAN; KHANDAKAR, 2008). A apresentação da representação detalhada dos modelos de espaço de estados para modelos de alisamento exponencial está fora do escopo deste trabalho. Para mais informações sobre este tema, vide Hyndman et al. (2008).

Hyndman et al. (2008) apresentaram de forma bastante elucidativa a relação das inovações trazidas pelo modelo espaço de estados no que tange à utilização dos métodos de alisamento exponencial. Segundo os autores, os métodos de alisamento exponencial apesar de intuitivos e de fácil compreensão, possuem fraquezas no que diz respeito a ausência de arcabouço estatístico e isso pode ser trabalhado a partir da aplicação dos modelos de espaço de estados.

"Exponential smoothing methods have been around since the 1950s, and are still the most popular forecasting methods used in business and industry. Initially, a big attraction was the limited requirements for computer storage. More importantly today, the equations in exponential smoothing methods for estimating the parameters and generating the forecasts are very intuitive and easy to understand. As a result, these methods have been widely implemented in business applications. However, a shortcoming of exponential smoothing has been the lack of a statistical framework that produces both prediction intervals and point forecasts. The innovations state space approach provides this framework while retaining the intuitive nature of exponential smoothing in its measurement and state equations. It provides prediction intervals, maximum likelihood estimation, procedures for model selection, and much more."

A partir dos apontamentos feitos nesta seção, foi possível executar este trabalho, haja vista que o pacote do software R utilizado para realização das previsões, pacote "forecast", utiliza as inovações trazidas pelo modelo espaço de estados.

3.3.3 Seleção dos Modelos de Previsão

Uma das formas para seleção de modelos de previsão é utilizando-se o Critério de informação de Akaike - AIC:

$$AIC = L * (\hat{\theta}, \hat{x}_0) + 2q \quad (3.8)$$

na qual, q , é o número de parâmetros em θ mais o número de estados livres de x_0 ; $\hat{\theta}$ e \hat{x}_0 são os estimadores de θ e x_0 . O modelo é, portanto, selecionado a partir da minimização do AIC dentre todos os modelos que são apropriados para os dados. (HYNDMAN; KHANDAKAR, 2008)

3.3.4 Geração das Previsões

Hyndman e Khandakar (2008) desenvolveram uma ferramenta para automatização de métodos comuns de previsão de series temporais, dentre eles, o método de suavização exponencial, que está disponível no pacote estatístico "*forecast*", desenvolvido por estes autores para o software R. O algoritmo do software executa as seguintes etapas:

1. Para cada série são aplicados todos os modelos (de suavização exponencial), otimizando os parâmetros para cada caso;
2. O melhor modelo é selecionado de acordo com o AIC - critério de informação de Akaike.
3. São produzidas as previsões para quantos passos à frente forem solicitados.
4. São gerados intervalos de predição para o modelo selecionado.

O método de suavização exponencial utilizado é escolhido automaticamente pelo algoritmo do pacote estatístico "*forecast*". Nos resultados, é possível identificá-lo por meio de uma sequência de 3 letras. A primeira letra diz respeito ao tipo do erro, a segunda letra denota a componente de tendência, e, a terceira letra denota a componente sazonal incorporada no modelo. À exceção da identificação do tipo de erro, que pode assumir apenas os valores "*A*" (*additive*, em português, aditivo) ou "*M*" (*multiplicative*, em português, multiplicativo), as demais componentes podem ser identificadas como "*N*", "*A*", "*A_d*", "*M*" ou "*M_d*". A letra "*N*" indica não haver a componente, a letra "*A*" indica um comportamento aditivo da componente, a letra "*M*" indica um comportamento multiplicativo da componente e a sinalização com a letra *d* (*damped*, em português, amortecida) indica que a tendência ou a sazonalidade foram amortecidas no modelo. O tipo de suavização exponencial dos modelos ajustados para cada série temporal da hierarquia são apresentados no Apêndice D.

Este pacote será utilizado na geração de previsões neste estudo.

3.4 Medidas de acurácia

Neste trabalho, considera-se importante a aferição da acurácia das previsões em termos absolutos e relativos. Para tanto, foram utilizadas as medidas MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*), ou erro percentual absoluto médio, e RMSE (*Root Mean Square Error*), ou raiz do erro quadrado médio.

Não obstante, Hyndman e Koehler (2006) defendam a utilização do MASE, *Mean Absolute Scaled Error*, para a padronização das medidas de acurácia em estudos que envolvam previsões, a escolha do MAPE, dentre as outras medidas de erro percentuais,

se deu pela sua simplicidade e intuitividade, haja vista que sua aplicação não encontra obstáculos comuns a outras medidas relativas, como valores próximos de zero ou negativos. A forma de cálculo do MAPE é mostrada na equação 3.9

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_t - Y'_t}{Y_t} \right| * 100}{n} \quad (3.9)$$

Com relação ao RMSE, face a importância de que os erros fossem mensurados em termos absolutos, optou-se por esta medida de erro pelo fato dela estar na mesma escala dos dados, diferentemente da MSE (*Mean Square Error*), por exemplo. Apresenta-se na equação 3.10 a forma de cálculo deste tipo de erro.

$$RSME = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n p_i - a_i^2}{n}} \quad (3.10)$$

3.5 Software

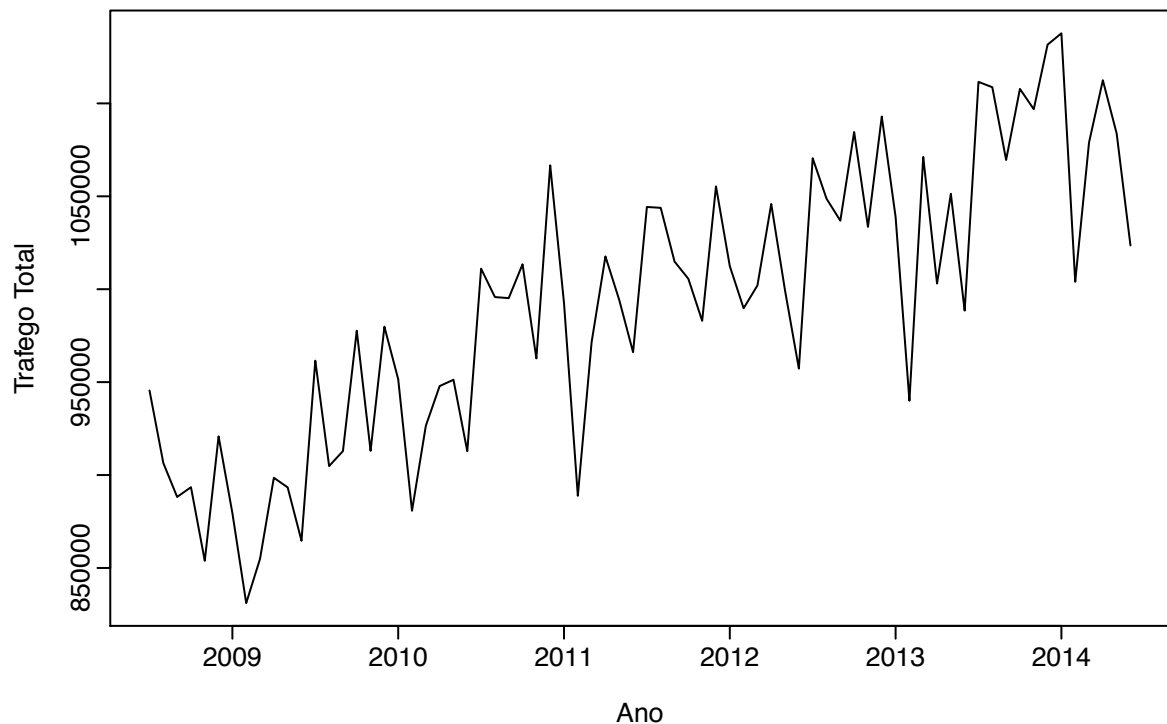
Para elaboração deste trabalho, foi utilizado o software R, versão 3.1.2 (2014-10-31), e os pacotes "*stats*", "*forecast*" e "*hts*".

4 Resultados

4.1 Análise Exploratória

A Figura 9 apresenta o volume total de tráfego nas rodovias que compõe a PPP da MG-050 no período compreendido entre julho de 2008 à dezembro de 2014, totalizando 78 (setenta e oito) observações mensais. Os dados apresentados constituem o nível de maior agregação da série hierárquica deste estudo. A partir da representação gráfica, percebe-se uma tendência de crescimento e uma variabilidade mensal, que aparenta se repetir ano a ano, indicando a possível presença de sazonalidade.

Figura 9 – Tráfego total mensal da PPP MG-050.



Fonte: Elaboração própria

Para explorar a sazonalidade foi efetuada uma decomposição da série temporal por meio de médias móveis aditivas. A decomposição por médias móveis assume que a série temporal Y_t pode ser representada por

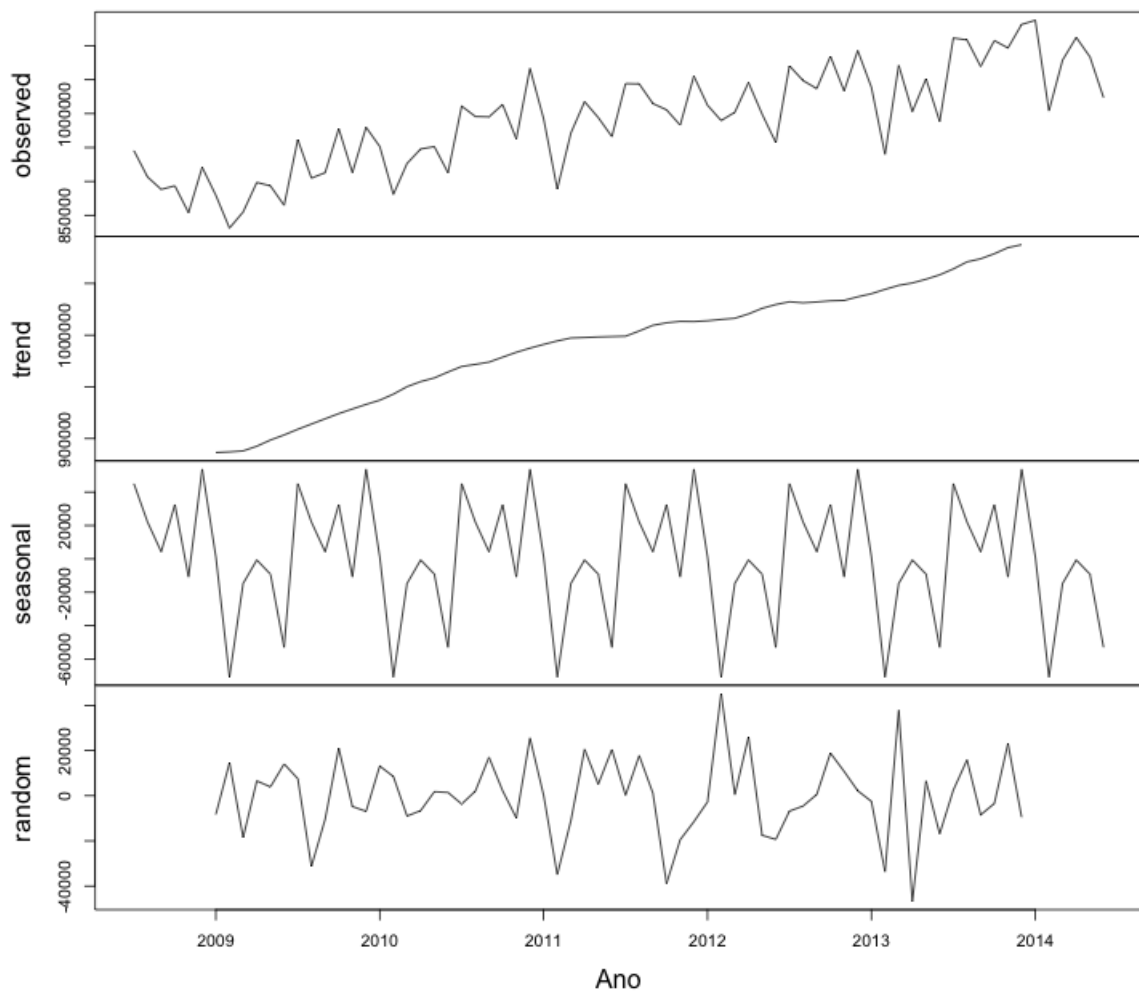
$$Y_t = T_t + S_t + e_t \quad (4.1)$$

onde T_t representa a componente tendência, S_t representa a componente sazonal e

e_t representa a componente aleatória. A componente tendência é determinada por meio de utilização de médias móveis centradas. Posteriormente a componente sazonal é determinada pela média da diferença entre a série original e a componente tendência para todos os meses com um ajuste proporcional realizado no fim para que o somatório dos índices sazonais mensais seja nulo.

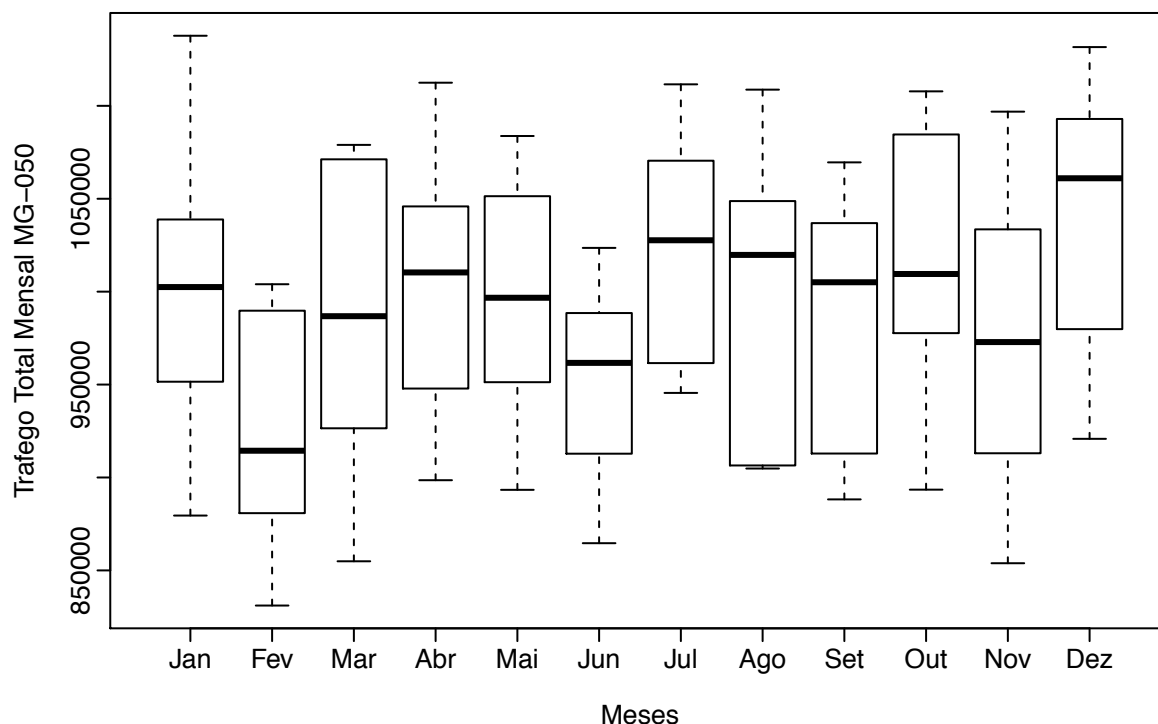
Na Figura 10, são apresentados quatro gráficos: no primeiro gráfico são mostrados os dados observados; no segundo, é mostrada a componente de tendência, que como se observa é crescente ao longo do tempo; no terceiro; é mostrada a componente sazonal, e por fim, no último gráfico é mostrada a componente aleatória. A análise visual do gráfico da componente sazonal confirma a conjectura feita na análise do gráfico de linha, ou seja, uma sazonalidade mensal com valores menores especialmente nos meses de fevereiro e junho e maiores nos meses de julho e dezembro. Essa interpretação também pode ser realizada por meio do boxplot apresentado na Figura 11.

Figura 10 – Decomposição da série "Tráfego total mensal da PPP MG-050".



Fonte: Elaboração própria

Figura 11 – Tráfego total mensal da PPP MG-050



Fonte: Elaboração própria

Ainda no propósito de apresentação dos dados, são apresentadas informações de posição e de distribuição de frequências, respectivamente na Tabela 3 e Figura 12.

Tabela 3 – Estatísticas do Tráfego Total Mensal da MG-050

Min	1° Quartil	Mediana	Média	3° Quartil	Máx	Desvio Padrão	Assimetria	Curtose
831,095	936,610	995,488	991,762	1,046,590	1,137,713	75,775.07	-0.09	-0.89

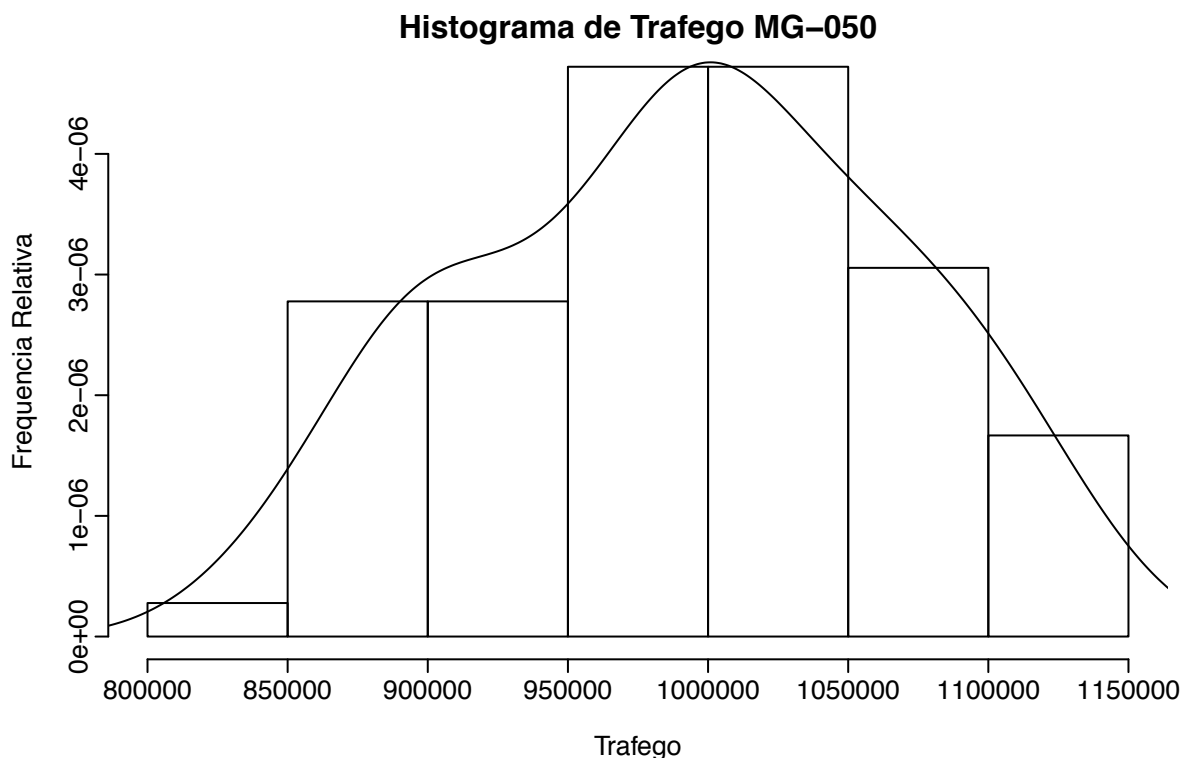
Fonte: Elaboração própria.

O tráfego total, no período observado, apresenta um valor médio de 991,762.0 veículos, com desvio padrão de 75,775.07. A distribuição é aproximadamente simétrica com índice de assimetria de -0.089, o que significa um leve desvio da simetria para direita, e índice de curtose de -0.89, o que significa há menor probabilidade que a distribuição normal de ter valores extremos e próximos da média. Estas evidências podem ser vistas na Figura 12.

No Apêndice B, são apresentadas mais informações das séries para $k = 1$, ou seja, P1 - Itaúna, P2 - São Sebastião do Oeste, P3 - Córrego Fundo, P4 - Piumhi, P5 - Passos e P6 - Pratápolis. É possível perceber que, apesar de diferentes escalas, as séries apresentam comportamentos similares.

Na Figura 14 são apresentados os gráficos com as previsões geradas por cada

Figura 12 – Histograma do tráfego total PPP MG-050 - observações mensais.



Fonte: Elaboração própria

método, para as séries "Tráfego Total"(nível 0) e para as séries para $k = 1$, ou seja, P1 - Itaúna, P2 - São Sebastião do Oeste, P3 - Córrego Fundo, P4 - Piumhi, P5 - Passos e P6 - Pratápolis.

4.2 Ajuste dos Modelos e geração de previsões

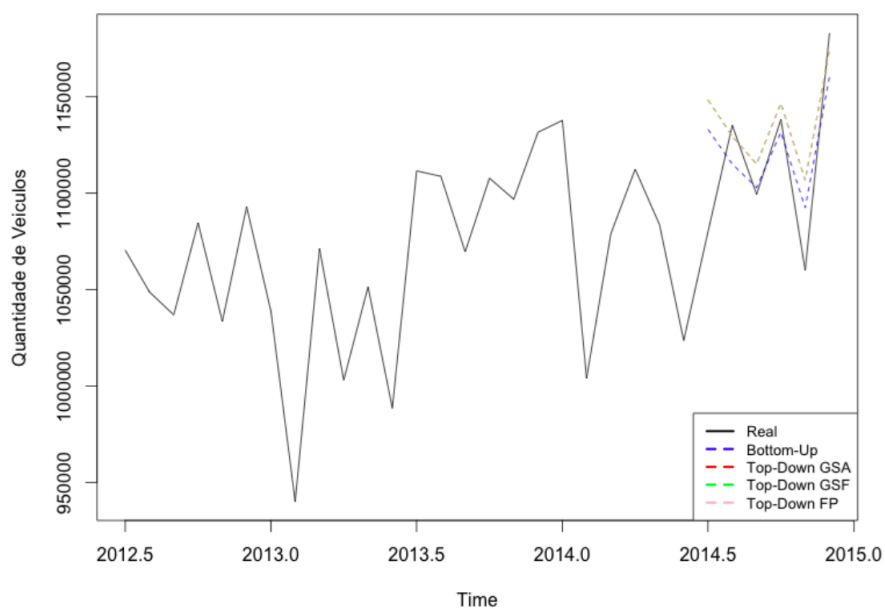
Como apresentado no capítulo 3, os modelos utilizados para a realização das previsões de todas as séries temporais dentro da hierarquia de dados foram estimados por meio da função *"forecast"* do pacote *"forecast"* do R.

Para a definição do modelo, foram utilizados os dados de julho de 2008 a junho de 2014, totalizando 72 observações. Os dados de julho de 2014 a dezembro de 2014, portanto, 6 observações, foram utilizados para avaliação dos erros produzidos pelas previsões.

As previsões foram geradas para todas os níveis hierárquicos e sob a abordagem dos quatro métodos apresentados neste trabalho, quais sejam: 1) *bottom-up*, 2) *top-down GSA*, 3) *top-down GSF* e 4) *top-down FP*, sendo geradas previsões de 6 passos à frente.

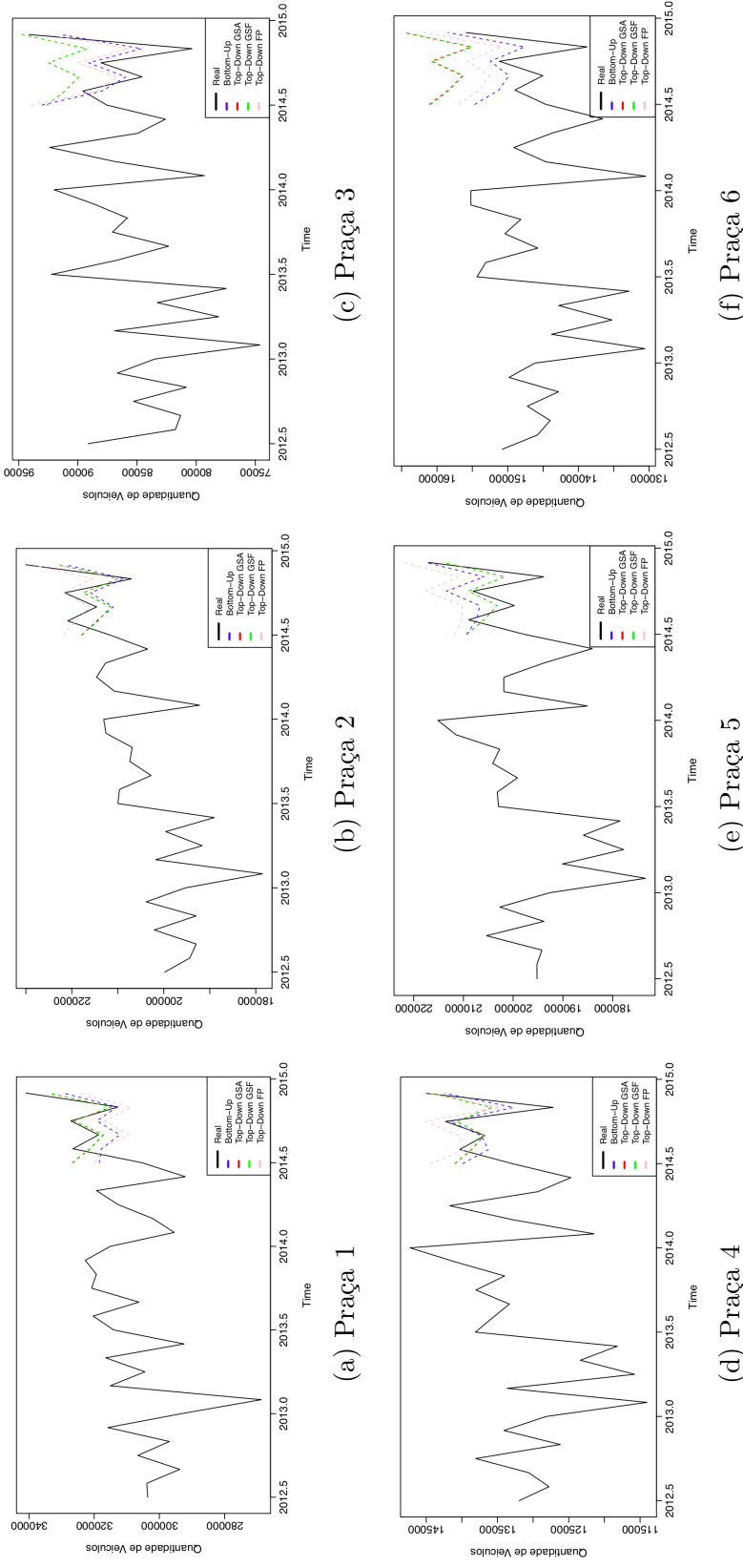
As previsões pontuais para a série Tráfego Total na MG-050, pelos quatro métodos de previsão hierárquica, são apresentadas na Figura 13, e as previsões pontuais para as séries do nível 1, são apresentadas na Figura 14.

Figura 13 – Tráfego Total na MG-050 de jul/2008 à dez/2014 e as previsões para o período de jul/2014 à dez/2014



Fonte: Elaboração própria

Figura 14 – Tráfego nas Séries do Nível 1, de jul/2008 à dez/2014 e as previsões para o período de jul/2014 à dez/2014



Fonte: Elaboração própria

Não foi possível calcular a estimação intervalar das previsões, pelo fato de que as previsões hierárquicas realizadas por todos os métodos são desenvolvidas por processos de agregação e desagregação dos dados, o que dificulta os ajustes necessários para se obter tais intervalos. Segundo Hyndman et al. (2011) devem ser consideradas as correlações intrínsecas entre as séries agregadas e desagregadas. Neste trabalho foram consideradas apenas as estimações pontuais.

4.3 Comparação dos Métodos

A partir das previsões geradas, propôs-se a comparação dos métodos sob a ótica dos erros RMSE e MAPE, conforme já apresentado. A Tabela 4 apresenta os resultados.

Foram calculadas as médias dos erros gerados pelas previsões seis passos a frente. Para uma análise gradativa, considerou-se também a média dos erros por nível, ou seja, a média de erros das séries do nível 1 (A, B, C, D, E, F), a média de erros das séries do nível 2 (AA, AB, BA, ..., FB) e a média dos erros das séries do nível 3. Os erros das séries do nível 3 são apresentados no Apêndice C.

Face ao objetivo de se concluir pelo melhor método, aqui tendo por melhor o método que produziu, globalmente, previsões mais acuradas - ou seja, menor erro total, foram calculadas as médias totais de erros produzidos em cada método, sintetizada na última linha da Tabela 4.

Observou-se que, globalmente, o método que apresentou maior acurácia nas previsões foi o *bottom-up*, que apresentou média de erro de 8,16%, seguido do método *top-down/forecast proportions*, que apresentou erros próximos ao do método *bottom-up*, 8,62%.

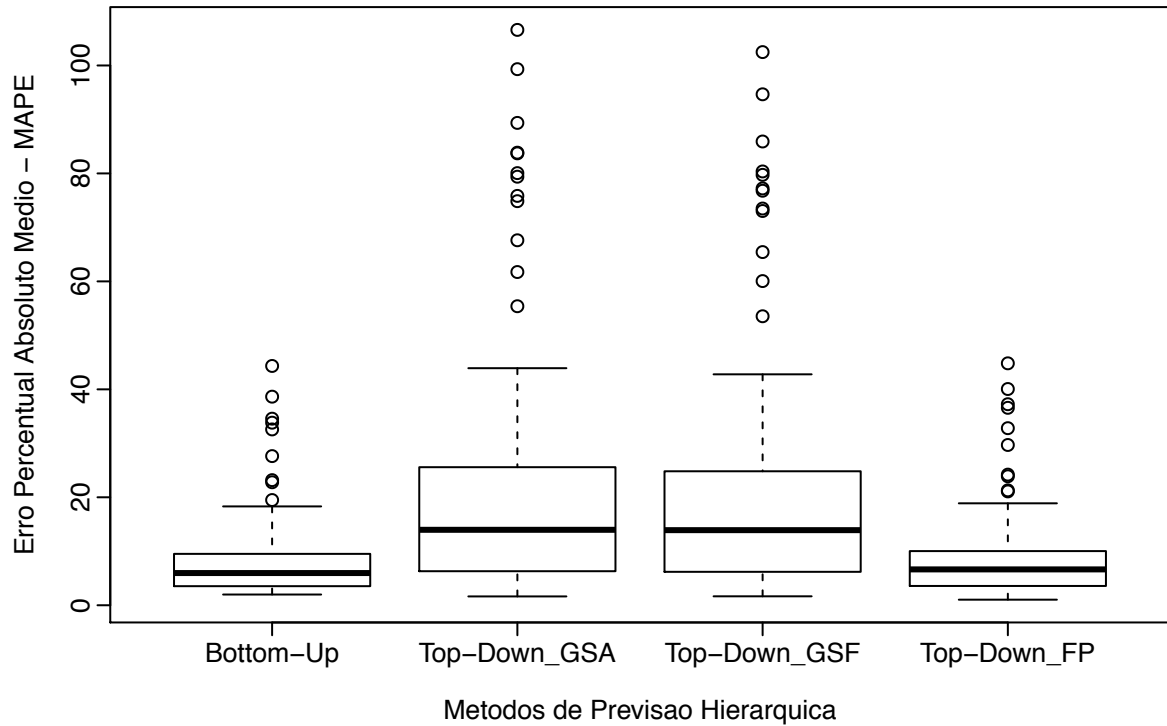
Os métodos tradicionais *top-down (top-down/average historical proportions (GSA))* e *top-down/proportions of historical averages (GSF)* tiveram desempenho muito piores, com erros médios de 20.98% e 20.45%, respectivamente.

Ultrapassando a análise panorâmica dos resultados produzidos pelos diferentes métodos, faz-se conveniente analisar o desempenho nível a nível de cada uma das 4 abordagens. Considerando-se a média dos erros das previsões das séries por nível, observa-se que o método *bottom-up* também teve melhor desempenho.

Sob outra perspectiva, podemos analisar o comportamento dos erros percentuais absolutos médios através do boxplot apresentado na Figura 15. O boxplot traz uma dimensão visual dos dados sumarizados na Tabela 4. O método *bottom-up* foi o que apresentou menor dispersão dos erros e de forma bastante similar se comportou o método *top-down forecast proportions*. Já os métodos *top-down/average historical proportions (GSF)* e *top-down/proportions of historical averages (GSF)* apresentaram nitidamente

resultados muito piores dada a maior dispersão dos MAPEs gerados a partir das previsões realizadas por estes métodos.

Figura 15 – Boxplot dos Erros Percentuais Absolutos Médios - MAPEs



Fonte: Elaboração própria

Uma forma interessante de analisar os dados é partindo da interpretação de como os métodos funcionam. Como já era de se esperar, no método *bottom up*, que agrega os dados de baixo para cima, à medida em que os dados foram sendo agregados, os erros foram reduzidos. Por outro lado, nos métodos tradicionais *top-down*, nos quais ocorrem desagregações a partir da previsão global, à medida que as informações são desagregadas, os erros aumentaram.

Tabela 4 – Comparação dos MAPEs (Total e média dos Níveis Hierárquicos)

	Bottom-Up		Top-Down GSA		Top-Down GSF		Top-Down FP	
	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE
Total	28,413.21	2.09	34,827.68	2.35	34,827.68	2.35	34,827.68	2.35
Nível 1	5,964.71	2.87	7,205.46	3.78	7,189.06	3.75	7,602.92	3.70
A	9,021.58	2.49	9,451.79	2.01	9,484.01	1.99	11,130.88	3.23
B	5,753.55	2.41	5,261.62	2.27	5,299.83	2.29	5,509.86	1.83
C	3,192.96	3.18	5,095.67	5.09	5,079.32	5.07	3,682.23	3.61
D	4,126.07	2.52	4,887.01	2.62	4,924.48	2.62	5,895.91	3.33
E	7,713.00	3.18	6,095.87	2.47	6,122.12	2.48	10,897.82	4.77
F	5,981.10	3.43	12,440.77	8.23	12,224.59	8.08	8,500.82	5.42
Nível 2	3,005.90	2.88	3,739.74	3.91	3,730.18	3.89	3,848.80	3.75
AA	4,677.94	2.63	4,655.18	1.80	4,674.24	1.78	5,523.81	3.25
AB	4,505.56	2.35	5,112.33	2.22	5,121.45	2.19	5,673.24	3.20
BA	2,608.59	2.22	1,986.62	1.64	2,003.92	1.65	2,748.86	1.77
BB	3,163.05	2.60	3,571.19	2.88	3,588.17	2.89	2,835.37	1.94
CA	1,391.89	2.64	3,004.13	6.64	2,970.07	6.56	1,575.71	2.91
CB	1,836.41	3.73	2,342.27	4.64	2,352.53	4.66	2,210.66	4.32
DA	1,865.66	2.28	2,433.81	2.40	2,449.69	2.42	2,508.67	2.72
DB	2,274.14	2.76	2,499.35	2.88	2,517.66	2.88	3,682.12	4.45
EA	3,550.48	2.97	3,531.58	2.89	3,541.74	2.90	5,269.69	4.60
EB	4,198.81	3.52	2,967.12	2.45	2,979.95	2.46	5,641.71	4.94
FA	2,884.93	3.33	6,133.96	7.70	6,037.62	7.56	3,727.12	4.71
FB	3,113.38	3.54	6,639.29	8.84	6,525.12	8.68	4,788.60	6.15
Nível 3	512.03	9.10	1,054.77	24.01	1,034.26	23.39	583.83	9.50
Média Total	—	8.16	—	20.98	—	20.45	—	8.62

Conclusão

Não obstante a dicotomia clássica apresentada pela literatura entre *bottom-up* e *top-down*, podemos defender que, neste caso prático, a comparação dos métodos demonstrou que o método *bottom-up* apresentou os melhores resultados.

Pode-se observar claramente que os maiores erros de previsão estavam nos níveis mais desagregados, como era de se esperar, sendo para estes, portanto, mais difícil de se estabelecer um modelo para previsão.

Por trabalhar em primeiro lugar as séries mais desagregadas, o método *bottom-up* respondeu satisfatoriamente no processo de agregação, valendo-se das informações das séries desagregadas e mantendo a coerência da hierarquia.

Outro ponto que merece destaque foi o desempenho do método apresentado por Hyndman et al. em seus trabalhos dos últimos 10 anos. O método *top-down/forecast proportions* apresentou, predominantemente, resultados próximos aos do método *bottom-up*.

Reconhecendo as limitações de um trabalho de conclusão de curso, algumas melhorias podem ser feitas futuramente para aprimoramento do trabalho.

O refinamento dos modelos de previsão por meio de validação cruzada com múltiplas rodadas é um dos pontos de melhoria, já que o principal foco está na acurácia das previsões geradas. Neste estudo, foi realizada apenas uma partição dos dados, sendo o *training set* definido com 72 observações e o *validation set* com as seis últimas observações. Isso pode ser aprimorado incrementando-se tanto o *training set* com observações futuras e o *validation set*, definindo-se novas partições.

Outro ponto de melhoria é a comparação com outros métodos - combinação ótima e *middle out*, também propostos por Athanasopoulos, Ahmed e Hyndman (2009). Neste último, são combinados os métodos *bottom-up* e *top-down*, as séries do meio da hierarquia são tomadas como base para as previsões. Para as séries superiores, aplica-se o método *bottom-up*, e, para as séries abaixo, aplica-se o método *top-down*.

Por fim, outra continuidade necessária a este trabalho, essa de ordem prática, trata de aferir se as previsões geradas pelo método de previsão hierárquica trazem ganhos com relação ao método atualmente utilizado, quando aplicados ao caso concreto. O método atual não considera nenhum tratamento estatístico para as previsões. Os valores futuros são estimados com base apenas nas proporções da observação mais recente.

Referências

- ATHANASOPOULOS, G.; AHMED, R. A.; HYNDMAN, R. J. Hierarchical forecasts for Australian domestic tourism. *International Journal of Forecasting*, v. 25, n. 1, p. 146–166, jan. 2009. ISSN 0169-2070. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169207008000691>>. Citado 5 vezes nas páginas 20, 21, 24, 26 e 44.
- BRASIL. *Manual de Estudos de Tráfego*. Ministério dos Transportes, Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes, Diretoria de Planejamento e Pesquisa, Coordenação Geral de Estudos e Pesquisas, Instituto de Pesquisas Rodoviárias, 2006. Disponível em: <http://www1.dnit.gov.br/arquivos_internet/ipr/ipr_new/manuais/manual_estudos_trafego.pdf>. Citado na página 18.
- COSTA, A. H. P.; MACEDO, J. M. G. *Manual de acessibilidades e da gestão viária. Níveis de serviço em estradas e autoestradas*. [S.l.]: Porto, Portugal., 2008. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 19.
- DANGERFIELD, B. J.; MORRIS, J. S. Top-down or bottom-up: Aggregate versus disaggregate extrapolations. *International Journal of Forecasting*, v. 8, p. 233–241, 1992. Citado na página 24.
- HYNDMAN, R. et al. *Forecasting with Exponential Smoothing: The State Space Approach*. 2008 edition. ed. Berlin: Springer, 2008. ISBN 9783540719168. Citado na página 32.
- HYNDMAN, R. J. et al. Optimal combination forecasts for hierarchical time series. *Computational Statistics & Data Analysis*, v. 55, n. 9, p. 2579–2589, set. 2011. ISSN 0167-9473. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167947311000971>>. Citado na página 41.
- HYNDMAN, R. J.; KHANDAKAR, Y. Automatic Time Series Forecasting: The forecast Package for R. *Journal of Statistical Software*, v. 27, n. 3, p. 1–22, 2008. ISSN 1548-7660. Disponível em: <<http://www.jstatsoft.org/v27/i03>>. Citado 4 vezes nas páginas 30, 31, 32 e 33.
- HYNDMAN, R. J.; KOEHLER, A. B. Another look at measures of forecast accuracy. *International Journal of Forecasting*, v. 22, n. 4, p. 679–688, out. 2006. ISSN 0169-2070. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169207006000239>>. Citado na página 33.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. *Análise de Séries Temporais*. São Paulo: Edgard Blucher, 2006. ISBN 9788521203896. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 30.
- RIBEIRO, M. P. *Comentários A Lei De PPP-Parceria Público-Privada. Fundamentos Econômico-Jurídicos*. Edição: 1ª. São Paulo, SP: Malheiros, 2010. ISBN 9788574208008. Citado na página 15.
- SANTOS, T. S.; MOURÃO, R. N. Estudo do nível de serviço da concessão sob parceria público-privada da rodovia MG-050 / BR-265 / BR-491. *Revista dos Transportes Públicos*, v. 135, p. 49–60, 2014. Disponível em: <http://www.antp.org.br/_5dotSystem/download/>

[dcmDocument/2014/01/15/8192D815-F758-42FC-8DEF-0E6ED6EB3B38.pdf](#)>. Citado 3 vezes nas páginas 17, 18 e 19.

TERSINE, R. J.; MORRIS, J. S.; SCHWARZKOPF, A. B. Top-down versus bottom-up forecasting strategies. *International Journal of Production Research*, v. 26, n. 11, p. 1833–1843, 1988. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207548808947995>>. Citado na página 24.

Apêndices

APÊNDICE A – Segmentos homogêneos MG-050

Tabela 5 – Segmentos homogêneos MG-050

Segmentos homogêneos	Rodovia	Localização	Extensão (km)	Peso
Segmento 1	MG-050	57,6 - 69,4	11,8	3,18%
Segmento 2	MG-050	69,4 - 80,0	10,6	2,85%
Segmento 3	MG-050	80,0 - 86,5	6,5	1,75%
Segmento 4	MG-050	86,5 - 92,2	5,7	1,53%
Segmento 5	MG-050	92,2 - 126,0	33,8	9,10%
Segmento 6	MG-050	126,0 - 132,0	6,0	1,62%
Segmento 7	MG-050	132,0 - 143,7	11,7	3,15%
Segmento 8	MG-050	143,7 - 164,8	21,1	5,68%
Segmento 9	MG-050	164,8 - 212,8	48	12,47%
Segmento 10	MG-050	212,8 - 261,6	48,8	13,14%
Segmento 11	MG-050	261,6 - 284,7	23,1	6,22%
Segmento 12	MG-050	284,7 - 331,0	46,3	12,47%
Segmento 13	MG-050	331,0 - 354,6	23,6	6,36%
Segmento 14	MG-050	354,6 - 359,3	4,7	1,27%
Segmento 15	MG-050	359,3 - 369,1	9,8	2,64%
Segmento 16	MG-050	369,1 - 372,1	3,0	0,81%
Segmento 17	MG-050	372,1 - 387,7	15,6	4,20%
Segmento 18	MG-050	387,7 - 402,0	14,3	3,85%
Segmento 19	BR-491	0,0 - 4,7	4,65	1,25%
Segmento 20	BR-265	637,2 - 659,5	22,3	6,01%

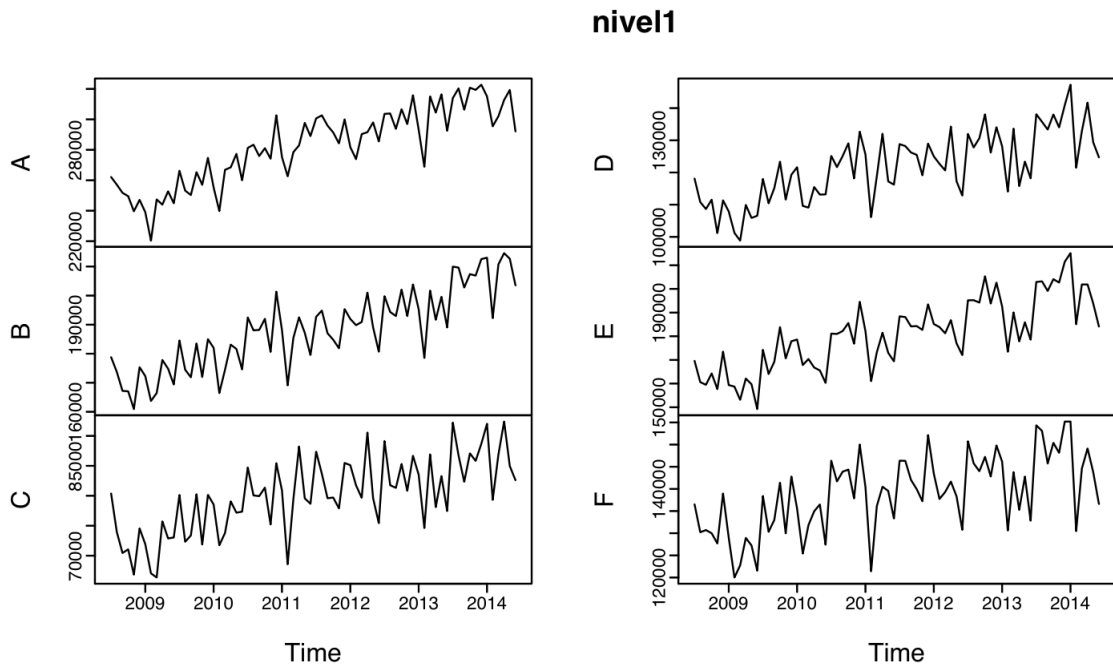
Fonte: Contrato SETOP 007/2007, Anexo V (adaptado).

APÊNDICE B – Séries temporais desagregadas

A título ilustrativo são apresentadas na Figura 16 as séries temporais do primeiro nível de desagregação, $k = 1$.

Para interpretação dos gráficos A = "P1"; B = "P2", C="P3", D="P4", E="P5" e F="P6

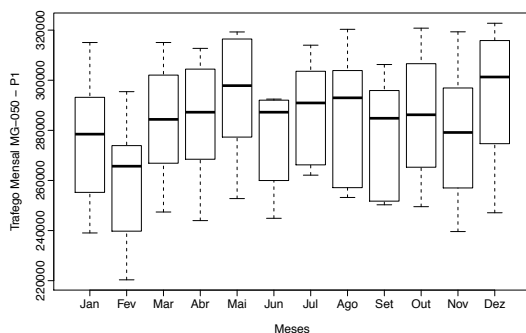
Figura 16 – Séries temporais nível 1 ($k = 1$)



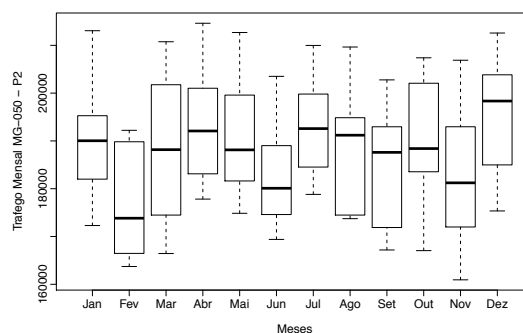
Fonte: Elaboração própria

Abaixo são apresentadas as observações do tráfego mensal por praça de pedágio, que é o primeiro nível de desagregação da série hierárquica, no período entre julho de 2008 à junho de 2014. Os boxplots apresentados reúnem as observações mês a mês, e demonstram que algumas das séries refletem as tendências da série agregada, como as séries da "Praça 1", "Praça 2" e "Praça 5", porém, há outras que possuem comportamentos específicos, como é o caso das séries "Praça 3", "Praça 4" e "Praça 6".

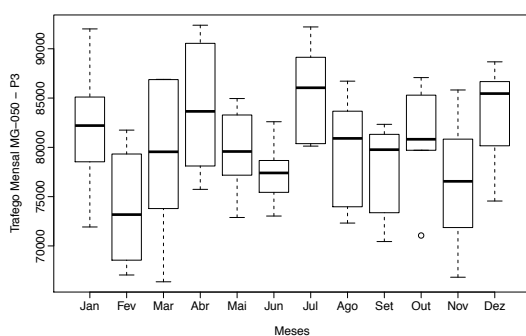
Figura 17 – Tráfego nas Séries do Nível 1, de jul/2008 à dez/2014



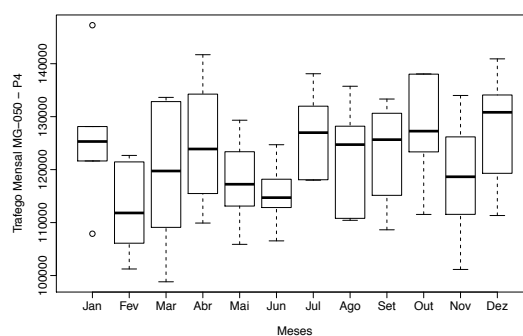
(a) Praça 1



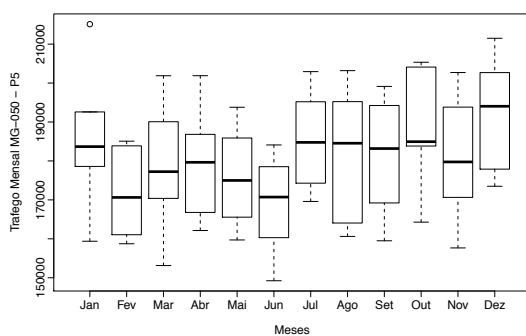
(b) Praça 2



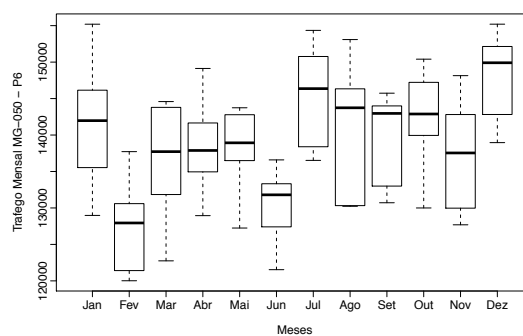
(c) Praça 3



(d) Praça 4



(e) Praça 5



(f) Praça 6

APÊNDICE C – Média dos Erros das Séries

- Todos os Níveis

	Bottom-Up		Top-Down GSA		Top-Down GSF		Top-Down FP	
	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE
Total	28411.18	2.09	34827.68	2.35	34827.68	2.35	34827.68	2.35
A	9021.08	2.49	9451.79	2.01	9484.01	1.99	11130.88	3.23
B	5753.55	2.41	5261.62	2.27	5299.83	2.29	5509.86	1.83
C	3187.48	3.17	5095.67	5.09	5079.32	5.07	3682.23	3.61
D	4126.07	2.52	4887.01	2.62	4924.48	2.62	5895.91	3.33
E	7713.00	3.18	6095.87	2.47	6122.12	2.48	10897.82	4.77
F	5981.10	3.43	12440.77	8.23	12224.59	8.08	8500.82	5.42
AA	4677.01	2.63	4655.18	1.80	4674.24	1.78	5523.81	3.25
AB	4505.75	2.35	5112.33	2.22	5121.45	2.19	5673.24	3.20
BA	2608.59	2.22	1986.62	1.64	2003.92	1.65	2748.86	1.77
BB	3163.05	2.60	3571.19	2.88	3588.17	2.89	2835.37	1.94
CA	1391.35	2.63	3004.13	6.64	2970.07	6.56	1575.71	2.91
CB	1830.95	3.71	2342.27	4.64	2352.53	4.66	2210.66	4.32
DA	1865.66	2.28	2433.81	2.40	2449.69	2.42	2508.67	2.72
DB	2274.14	2.76	2499.35	2.88	2517.66	2.88	3682.12	4.45
EA	3550.48	2.97	3531.58	2.89	3541.74	2.90	5269.69	4.60
EB	4198.81	3.52	2967.12	2.45	2979.95	2.46	5641.71	4.94
FA	2884.93	3.33	6133.96	7.70	6037.62	7.56	3727.12	4.71
FB	3113.38	3.54	6639.29	8.84	6525.12	8.68	4788.60	6.15
P1_LESTE_01	3834.30	2.69	5138.47	4.00	5078.55	3.94	4386.72	3.32
P1_LESTE_02	437.30	2.78	887.65	6.39	878.04	6.30	492.94	3.16

P1_LESTE_03	21.17	5.48	29.51	8.13	29.74	8.22	21.32	5.67
P1_LESTE_04	793.17	6.79	1718.70	17.67	1690.39	17.32	838.69	7.14
P1_LESTE_05	8.81	17.40	7.60	15.11	7.68	15.28	8.93	17.74
P1_LESTE_06	276.69	17.06	414.11	27.36	405.38	26.73	283.50	17.35
P1_LESTE_07	558.56	9.54	3709.48	74.86	3619.40	73.05	570.55	9.90
P1_LESTE_08	582.52	7.13	2035.25	28.59	1938.79	27.20	558.56	6.71
P1_LESTE_09	210.11	3.60	523.58	9.72	520.85	9.68	218.55	3.50
P1_OESTE_01	3976.00	2.38	6137.83	4.22	6041.50	4.13	4622.91	3.27
P1_OESTE_02	407.81	2.56	820.92	5.92	814.64	5.86	513.58	3.37
P1_OESTE_03	22.19	6.55	26.55	7.71	26.68	7.74	22.73	6.74
P1_OESTE_04	757.50	5.93	2004.96	21.12	1966.38	20.66	825.22	6.70
P1_OESTE_05	7.51	18.23	6.61	14.81	6.52	14.65	7.79	18.89
P1_OESTE_06	159.19	7.84	284.39	16.07	291.67	16.56	147.89	6.93
P1_OESTE_07	719.12	11.57	3467.36	61.73	3373.51	60.06	767.57	12.35
P1_OESTE_08	556.26	6.34	2305.54	28.91	2199.68	27.56	501.79	5.39
P1_OESTE_09	168.69	3.19	498.11	9.42	495.21	9.38	188.42	3.54
P2_LESTE_01	2023.68	2.07	3472.11	3.70	3452.60	3.67	2585.62	2.54
P2_LESTE_02	433.52	3.90	573.59	5.47	561.35	5.29	297.56	2.97
P2_LESTE_03	38.16	7.88	35.67	7.77	35.76	7.78	41.85	7.73
P2_LESTE_04	357.62	4.46	1387.37	20.58	1350.05	19.96	254.87	3.52
P2_LESTE_05	11.09	14.49	11.84	19.40	11.73	19.32	10.88	14.71
P2_LESTE_06	92.63	5.05	456.24	30.68	441.76	29.68	79.51	4.70
P2_LESTE_07	126.15	6.87	1253.33	79.39	1212.43	76.80	169.00	9.95
P2_LESTE_08	376.65	8.22	705.38	16.43	681.15	15.76	292.98	5.57
P2_LESTE_09	155.63	3.61	615.38	17.64	592.22	16.88	213.66	4.83

P2_OESTE_01	2599.47	2.46	5263.89	4.47	5225.48	4.43	2529.47	2.73
P2_OESTE_02	484.72	4.42	556.20	5.28	540.86	5.19	349.06	2.55
P2_OESTE_03	39.97	6.51	38.97	6.01	38.69	6.02	44.72	8.29
P2_OESTE_04	259.21	3.47	1610.85	24.70	1555.28	23.79	188.58	2.48
P2_OESTE_05	10.00	10.38	19.59	21.83	19.23	21.73	9.36	10.11
P2_OESTE_06	79.47	5.02	528.88	35.03	520.04	34.43	104.83	6.64
P2_OESTE_07	123.39	5.88	1377.66	75.84	1335.27	73.50	137.84	6.54
P2_OESTE_08	369.92	5.02	1002.08	17.04	963.91	16.20	318.99	5.17
P2_OESTE_09	151.24	3.76	628.05	18.30	602.35	17.45	206.62	5.16
P3_LESTE_01	1544.95	4.83	1441.93	4.34	1453.35	4.40	1679.41	5.12
P3_LESTE_02	156.84	3.01	360.29	8.17	354.89	8.01	137.53	2.80
P3_LESTE_03	25.61	8.35	30.05	11.44	30.12	11.50	26.50	8.66
P3_LESTE_04	175.41	3.33	1464.37	34.80	1427.64	33.89	165.46	2.99
P3_LESTE_05	9.80	44.33	6.09	32.74	6.11	32.92	9.83	44.82
P3_LESTE_06	50.85	3.89	299.44	26.42	292.69	25.79	51.19	4.14
P3_LESTE_07	123.83	11.36	741.66	89.36	713.16	85.92	130.35	11.94
P3_LESTE_08	255.69	9.32	342.81	13.19	335.35	12.86	247.07	8.99
P3_LESTE_09	125.84	9.66	235.99	24.33	226.72	23.46	128.80	10.19
P3_OESTE_01	1921.30	6.04	2339.42	5.93	2342.86	5.99	2158.20	6.67
P3_OESTE_02	153.24	3.27	303.76	6.63	298.14	6.45	125.01	3.03
P3_OESTE_03	33.93	12.21	31.91	10.33	32.02	10.35	32.41	11.86
P3_OESTE_04	117.95	2.31	991.13	22.40	965.19	21.75	111.78	2.26
P3_OESTE_05	7.58	22.79	3.29	8.64	3.26	9.12	7.90	24.20
P3_OESTE_06	46.11	4.55	284.04	29.86	278.46	29.25	52.27	5.08
P3_OESTE_07	90.81	7.51	507.05	55.40	490.33	53.54	95.32	8.50

P3_OESTE_08	192.49	7.12	471.90	15.70	453.56	15.10	191.44	7.29
P3_OESTE_09	148.11	12.82	252.58	27.43	242.89	26.50	160.68	14.50
P4_LESTE_01	2051.66	4.07	2339.77	3.18	2321.20	3.21	2566.83	4.73
P4_LESTE_02	129.37	1.99	476.32	9.11	463.91	8.84	87.24	1.03
P4_LESTE_03	20.66	6.40	27.37	6.32	27.18	6.22	24.19	7.19
P4_LESTE_04	255.71	3.78	1557.91	24.23	1520.93	23.46	332.26	4.82
P4_LESTE_05	10.05	38.65	4.47	15.24	4.50	15.35	10.38	40.06
P4_LESTE_06	131.74	6.82	495.84	32.57	489.83	32.13	122.73	6.09
P4_LESTE_07	135.43	8.96	1066.77	106.59	1025.75	102.48	132.26	9.20
P4_LESTE_08	764.10	14.52	1254.98	24.17	1221.18	23.66	727.56	13.66
P4_LESTE_09	177.12	7.22	528.10	22.87	510.26	21.95	194.12	8.02
P4_OESTE_01	2440.17	4.80	2709.61	3.91	2692.77	3.91	3635.04	6.64
P4_OESTE_02	229.19	4.32	452.21	8.39	439.42	8.11	84.34	1.49
P4_OESTE_03	31.65	8.64	36.05	9.32	35.77	9.07	41.40	12.04
P4_OESTE_04	260.80	4.07	1579.55	23.63	1541.96	22.89	427.38	6.75
P4_OESTE_05	10.99	33.83	6.25	16.55	6.23	16.73	12.21	37.25
P4_OESTE_06	288.10	16.13	673.70	43.48	660.93	42.60	250.76	13.29
P4_OESTE_07	169.43	12.96	934.21	83.73	897.08	80.37	140.71	11.07
P4_OESTE_08	480.55	7.13	1482.57	23.64	1439.02	23.06	344.17	4.44
P4_OESTE_09	113.73	4.51	539.43	22.68	520.70	21.75	175.19	6.68
P5_LESTE_01	3671.53	4.32	4497.68	3.26	4454.59	3.26	4977.35	6.18
P5_LESTE_02	315.48	3.58	751.41	9.28	734.97	9.05	200.32	2.07
P5_LESTE_03	36.39	6.86	58.07	9.02	57.89	9.15	44.69	8.36
P5_LESTE_04	374.73	3.82	1583.57	17.60	1541.60	17.03	520.32	5.73
P5_LESTE_05	15.76	34.57	10.61	19.97	10.51	19.89	16.43	36.58

P5_LESTE_06	166.27	7.88	579.13	32.11	571.41	31.67	140.01	6.04
P5_LESTE_07	169.60	8.18	1487.31	99.32	1417.77	94.66	172.13	7.76
P5_LESTE_08	667.38	7.85	1615.10	22.82	1577.54	22.37	594.86	6.77
P5_LESTE_09	269.18	10.14	957.44	37.85	933.61	36.82	308.48	11.81
P5_OESTE_01	3673.37	4.24	2233.08	2.09	2215.67	2.15	4746.27	5.88
P5_OESTE_02	391.05	4.61	815.47	9.77	799.02	9.53	302.29	3.43
P5_OESTE_03	136.06	27.63	35.37	5.88	35.03	5.89	146.12	29.70
P5_OESTE_04	487.14	5.17	1570.74	17.26	1526.77	16.68	613.40	6.85
P5_OESTE_05	40.69	32.57	45.10	36.82	44.88	36.62	40.30	32.81
P5_OESTE_06	171.73	7.86	671.70	37.38	662.90	36.87	149.19	6.70
P5_OESTE_07	204.82	11.51	1354.42	83.85	1288.58	79.74	193.33	10.41
P5_OESTE_08	458.55	6.81	1589.24	21.16	1545.32	20.63	486.88	7.23
P5_OESTE_09	275.69	10.24	980.69	38.84	955.80	37.75	306.28	11.57
P6_LESTE_01	2717.13	4.71	4032.41	7.58	4035.18	7.59	3290.30	5.93
P6_LESTE_02	177.26	2.42	504.34	8.29	483.95	7.89	149.36	2.22
P6_LESTE_03	71.07	19.49	52.29	13.30	52.97	13.68	76.49	21.09
P6_LESTE_04	572.68	5.96	1688.64	25.29	1639.56	24.42	533.86	5.48
P6_LESTE_05	8.01	23.18	5.54	13.98	5.50	13.91	8.24	23.90
P6_LESTE_06	176.96	9.49	124.60	6.93	128.26	6.75	164.26	8.71
P6_LESTE_07	223.38	12.71	1218.59	80.06	1175.80	77.22	238.47	13.62
P6_LESTE_08	472.65	6.62	520.68	6.29	537.51	6.61	542.79	7.59
P6_LESTE_09	179.75	7.99	864.91	42.21	853.23	41.19	188.54	9.00
P6_OESTE_01	2861.20	5.04	3015.89	5.82	2997.57	5.78	4029.96	7.58
P6_OESTE_02	249.08	3.20	426.73	6.59	405.64	6.16	167.83	2.56
P6_OESTE_03	66.42	18.31	51.05	12.84	52.10	13.14	75.90	21.29

P6_OESTE_04	623.85	7.13	1688.94	25.12	1649.67	24.43	589.14	7.22
P6_OESTE_05	4.67	11.51	3.25	8.02	3.20	8.08	5.46	14.34
P6_OESTE_06	215.31	13.22	367.89	25.87	359.96	25.21	191.65	11.20
P6_OESTE_07	199.58	11.18	1000.34	67.62	968.90	65.44	196.47	11.37
P6_OESTE_08	663.94	9.94	809.88	10.66	823.90	10.86	826.12	12.71
P6_OESTE_09	183.57	7.74	876.36	43.92	863.24	42.78	195.29	9.20

APÊNDICE D – Modelos de alisamento exponencial utilizados

Neste apêndice são apresentados os tipos de modelos de alisamento exponencial escolhido para cada uma das séries integrantes da série temporal hierárquica. A identificação é feita por meio de uma sequência de 3 letras. A primeira letra diz respeito ao tipo do erro, a segunda letra denota a componente de tendência, e, a terceira letra denota a componente sazonal incorporada no modelo.

À exceção da identificação do tipo de erro, que pode assumir apenas os valores "A" (*additive*, em português, aditivo) ou "M" (*multiplicative*, em português, multiplicativo), as demais componentes podem ser identificadas como "N", "A", "A_d", "M" ou "M_d". A letra "N" indica não haver a componente, a letra "A" indica um comportamento aditivo da componente, a letra "M" indica um comportamento multiplicativo da componente e a sinalização com a letra *d* (*damped*, em português, amortecida) indica que a tendência ou a sazonalidade foram amortecidas no modelo.

Séries		Modelo
<i>Nível 0</i>	<i>Tráfego MG-050</i>	M,A,A
<i>Nível 3</i>	<i>Tipo de Veículo</i>	
AAA	P1-Leste-1	M,A,A
AAB	P1-Leste-2	M,N,A
AAC	P1-Leste-3	M,Md,N
AAD	P1-Leste-4	M,N,A
AAE	P1-Leste-5	A,N,N
AAF	P1-Leste-6	A,N,N
AAG	P1-Leste-7	M,N,N
AAH	P1-Leste-8	M,A,N
AAI	P1-Leste-9	A,Ad,A
ABA	P1-Oeste-1	M,A,A
ABB	P1-Oeste-2	A,N,A
ABC	P1-Oeste-3	M,Md,N
ABD	P1-Oeste-4	M,N,A
ABE	P1-Oeste-5	M,N,A
ABF	P1-Oeste-6	M,N,N
ABG	P1-Oeste-7	M,N,N
ABH	P1-Oeste-8	A,A,N
ABI	P1-Oeste-9	M,Ad,A

BAA	P2-Leste-1	M,A,A
BAB	P2-Leste-2	M,N,A
BAC	P2-Leste-3	M,N,A
BAD	P2-Leste-4	M,N,A
BAE	P2-Leste-5	M,N,M
BAF	P2-Leste-6	M,N,A
BAG	P2-Leste-7	M,N,M
BAH	P2-Leste-8	A,N,A
BAI	P2-Leste-9	M,N,A
BBA	P2-Oeste-1	M,A,A
BBB	P2-Oeste-2	M,N,A
BBC	P2-Oeste-3	A,A,N
BBD	P2-Oeste-4	M,N,M
BBE	P2-Oeste-5	A,N,A
BBF	P2-Oeste-6	A,Ad,N
BBG	P2-Oeste-7	M,N,M
BBH	P2-Oeste-8	A,N,A
BBI	P2-Oeste-9	M,N,A
CAA	P3-Leste-1	M,A,A
CAB	P3-Leste-2	M,N,A
CAC	P3-Leste-3	M,Md,N
CAD	P3-Leste-4	M,N,A
CAE	P3-Leste-5	M,N,M
CAF	P3-Leste-6	M,N,A
CAG	P3-Leste-7	M,N,M)
CAH	P3-Leste-8	M,N,A
CAI	P3-Leste-9	M,N,M
CBA	P3-Oeste-1	M,A,A
CBB	P3-Oeste-2	M,N,A
CBC	P3-Oeste-3	M,Md,N
CBD	P3-Oeste-4	M,N,A
CBE	P3-Oeste-5	M,N,A
CBF	P3-Oeste-6	A,N,N
CBG	P3-Oeste-7	M,N,M
CBH	P3-Oeste-8	A,N,A
CBI	P3-Oeste-9	M,N,M
DAA	P4-Leste-1	M,A,A
DAB	P4-Leste-2	A,N,A
DAC	P4-Leste-3	M,A,A

DAD	P14-Leste-4	M,N,A
DAE	P4-Leste-5	A,A,A
DAF	P4-Leste-6	M,N,A
DAG	P4-Leste-7	M,N,M
DAH	P4-Leste-8	M,N,M
DAI	P4-Leste-9	M,N,M
DBA	P4-Oeste-1	M,A,A
DBB	P4-Oeste2	M,N,A
DBC	P4-Oeste-3	M,A,A
DBD	P4-Oeste-4	M,N,M
DBE	P4-Oeste-5	A,A,A
DBF	P4-Oeste-6	A,N,N
DBG	P4-Oeste-7	M,N,M
DBH	P4-Oeste-8	M,N,M
DBI	P4-Oeste-9	M,N,M
EAA	P5-Leste-1	M,A,A
EAB	P5-Leste-2	M,N,A
EAC	P5-Leste-3	M,A,A
EAD	P5-Leste-4	M,N,A
EAE	P5-Leste-5	M,N,M
EAF	P5-Leste-6	A,N,N
EAG	P5-Leste-7	M,N,M
EAH	P5-Leste-8	M,N,M
EAI	P5-Leste-9	M,N,A
EBA	P5-Oeste-1	M,A,A
EBB	P5-Oeste2	M,N,M
EBC	P5-Oeste-3	M,A,M
EBD	P5-Oeste-4	A,N,A
EBE	P5-Oeste-5	M,N,N
EBF	P5-Oeste-6	A,N,N
EBG	P5-Oeste-7	M,N,M
EBH	P5-Oeste-8	M,A,M
EBI	P5-Oeste-9	M,N,A
FAA	P6-Leste-1	M,A,A
FAB	P6-Leste-2	M,N,A
FAC	P6-Leste-3	M,A,A
FAD	P6-Leste-4	M,N,M
FAE	P6-Leste-5	M,N,M
FAF	P6-Leste-6	M,N,N

FAG	P6-Leste-7	M,N,M
FAH	P6-Leste-8	A,Ad,A
FAI	P6-Leste-9	M,N,A
FBA	P6-Oeste-1	M,A,A
FBB	P6-Oeste2	M,N,A
FBC	P6-Oeste-3	M,N,M
FBD	P6-Oeste-4	M,N,M
FBE	P6-Oeste-5	M,N,N
FBF	P6-Oeste-6	A,N,N
FBG	P6-Oeste-7	M,N,M
FBH	P6-Oeste-8	M,A,M
FBI	P6-Oeste-9	M,N,A