# U F m G UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

# DESELVOLVIMENTO DE UMA TÉCNICA EXPERIMENTAL DE ANÁLISE MODAL SEM CONTATO VIA EXCITAÇÃO ACÚSTICA

LEONARDO DE PAULA SILVA FERREIRA

Belo Horizonte, 27 de janeiro de 2016

# DESELVOLVIMENTO DE UMA TÉCNICA EXPERIMENTAL DE ANÁLISE MODAL SEM CONTATO VIA EXCITAÇÃO ACÚSTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Projetos Mecânicos

Orientador: Prof. Dr. Paulo Henriques Iscold Andrade de Oliveira

Universidade Federal de Minas Gerais Co-orientador: Prof. Dr. Lázaro Valentim Donadon Universidade Federal de Minas Gerais

Belo Horizonte Escola de Engenharia da UFMG 2016

F383d	<ul> <li>Ferreira, Leonardo de Paula Silva.</li> <li>Desenvolvimento de uma técnica experimental de análise modal sem contato via excitação acústica [manuscrito] / Leonardo de Paula Silva</li> <li>Ferreira. – 2016.</li> <li>98 f., enc.: il.</li> </ul>
	Orientador: Paulo Henriques Iscold Andrade de Oliveira. Coorientador: Lázaro Valentin Donadon.
	Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.
	Apêndices: f. 89-98.
	Bibliografia: f. 87-88.
	<ol> <li>Engenharia mecânica - Teses. 2. Análise modal - Teses.</li> <li>Engenharia acústica - Teses. I. Oliveira, Paulo Henriques Iscold Andrade de. II. Donadon, Lázaro Valentin. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.</li> </ol>
	CDU: 621(043)



# "DESELVOLVIMENTO DE UMA TÉCNICA EXPERIMENTAL DE ANÁLISE MODAL SEM CONTATO VIA EXCITAÇÃO ACÚSTICA"

### LEONARDO DE PAULA SILVA FERREIRA

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia Mecânica", na área de concentração de "Projeto Mecânico".

Dissertação aprovada no dia 27 de janeiro de 2016.

Por:

Prof. Paulo Henriques Iscold A de Oliveira Orientador - Departamento de Engenharia Mecânica/UFMG

Prof, Lazaro Valentim Donadon Departamento de Engenharia Mecânica/UNICAMP

**Prof. Wagner Nunes Rodrigues** Departamento de Física/UFMG

"A imaginação é mais importante que a ciência, porque a ciência é limitada, ao passo que a imaginação abrange o mundo inteiro"

Albert Einstein

### AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pois sem Ele nada é possível.

Aos meus pais, José e Laurici, exemplos de vida e modelos que me guiam. Sem seu amor e apoio incondicional não teria chegado onde estou. A eles agradeço todos os ensinamentos e lições de vida.

Aos meus irmãos, Lucas e Guilherme, por sempre me apoiarem nos bons e maus momentos.

Ao meu orientador, Paulo Iscold, por seus ensinamentos e contribuições para minha vida acadêmica.

Ao meu co-orientador Lazaro Donadon, por sua paciência e disposição para ensinar.

E ao Professor Wagner Nunes, pela ideia original que levou ao desenvolvimento do método.

Meus sinceros agradecimentos

# SUMÁRIO

NO	MEN	NCLA	ATURA	7
LIS	TA I	DE F	IGURAS	9
LIS	TA I	DE T	ABELAS	12
RES	SUM	[0		13
ABS	STR	ACT		14
1	IN	ΓROI	DUÇÃO	15
2	AN	IÁLI:	SE DINÂMICA DE SISTEMAS LINEARES	18
2	.1	Sist	emas Lineares	18
	2.1	.1	Resposta ao impulso	19
	2.1	.2	Teorema de Maxwell-Betti	21
2	.2	Aná	ilise Modal	23
	2.2	.1	Sistemas com Múltiplos Graus de Liberdade (MDOF)	23
	2.2	.2	Estimadores da FRF	26
	2.2	.3	Interações Excitador-estrutura	27
	2.2	.4	Ground Vibration Testing (GVT)	29
3	IDI	ENTI	IFICAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES ATRAVÉS DO METODO	DOS
POI	LINĆ	ÌΜΙ	OS ORTOGONAIS	33
3	.1	Mét	todo Polinomial Polireferência (SISO)	34
3	.2	Mét	odo Polinomial Polireferência (MIMO)	37
4	ME	ETOI	DOLOGIA	41
4	.1	Estr	ruturas Analisadas	42
4	.2	Aná	ilises em elementos finitos	43
4	.3	Prog	grama de Identificação de Modos e Frequências Naturais	45
4	.4	Aná	ilise Experimental	46
	4.4	.1	Materiais e equipamentos	46

# SUMÁRIO

	4.4.2	Ensaios com a placa de compósito48
	4.4.3	Ensaio com a asa
	4.4.4	Caracterização dos alto-falantes
5	RESUL	TADOS
5.	.1 Ens	aios com a placa de carbono55
5.	.2 Ens	aios com a asa60
	5.2.1	Sensibilidade à distância do microfone
	5.2.2	Teste com ondas de baixa frequência71
	5.2.3	Caracterização dos alto-falantes
	5.2.4	Construção do alto-falante76
	5.2.5	Avaliação do ruído ambiente
	5.2.6	Avaliação dos estimadores H1, H2 e H381
	5.2.7	Influência da aquisição e tratamento dos dados
6	CONCI	LUSÕES
7	BIBLIC	OGRAFIA
APÉ	ÈNDICE	A
APÉ	ÈNDICE	B94
А	nálise de	94 Fourier
В	.1 Tra	nsformada de Fourier Contínua94
В	.2 Cor	ıvolução96
В	.3 Cor	relação

# NOMENCLATURA

### Letras Latinas

С	Amortecimento [N.s/m]
Cc	Amortecimento crítico [N.s/m]
$C_1 e C_2$	Constantes de integração
$f_a$	Frequência de amostragem
fmax	Frequência máxima do sinal
H(s)	Função de transferência
$H(\omega)$	Função de resposta em frequência
$H_1$ , $H_2 e H_3$	Estimadores da FRF do sistema
k	Constante elástica [N/m]
m	Massa [kg]
S	Variável de Laplace
$S_1 e S_1^*$	Polos complexo conjugados
$S_{x'x'}(\omega)$	Auto espectro da entrada com ruído
$S_{f'f'}(\omega)$	Auto espectro da saída com ruído
$S_{r'x'}(\omega)$	Espectro cruzado entre a entrada e o sinal de referência com ruídos
$S_{r'x'}(\omega)$	Espectro cruzado entre a saída e o sinal de referência com ruídos

## Letras Gregas

α	Receptância
β	Razão entre frequência de excitação e a frequência natural não amortecida [Adimensional]
γ	Coerência [Adimensional]
$\delta$	Função delta-Dirac
ξ	Coeficiente de amortecimento [Adimensional]
$\theta$	Ângulo de fase [radianos]
$\phi_{jr}\phi_{kr}$	Resíduos do modo r
ω	Frequência angular [rad/s]
$\omega_n$	Frequência natural [rad/s]

## NOMENCLATURA

# Frequência natural amortecida [rad/s]

## Siglas e abreviações

CEA	Centro de estudos aeronáuticos
FEA	Finite Element Analysis
FEMAP	Finite Element Modeling And Postprocessing
FFT	Fast Fourier transform
FRF	Função de resposta em frequência
GVT	Ground vibration testing
MDOF	Multiple degrees of freedom
MIMO	Multiple-input multiple-output
MISO	Multiple-input single-output
NB	Número de blocos
PVC	Policloreto de vinila
PZT	Lead zirconate titanate
SDOF	Single degree of freedom
SIMO	Single-input multiple-output
SISO	Single-input single-output
TFA	Transfer function analyzer

 $\omega_d$ 

# LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Função arbitrária não periódica20
Figura 2.2 – Aplicação das cargas no teorema de Maxwell-Betti
Figura 2.3 – Representação de um sistema em múltiplos graus de liberdade. FONTE: Maia e
Silva (1997)
Figura 2.4 – Sistema de medição em malha aberta com sinal externo de referência
Figura 2.5 – Processo de verificação e validação aeroelásticos de aeronaves. Adaptado de Goge
et al. (2007)
Figura 2.6 – Estratégias de excitação dinâmica e identificação de parâmetro em GVT 32
Figura 4.1 – Análises realizadas
Figura 4.2 – Experimentos realizados ao longo do desenvolvimento da técnica de análise 42
Figura 4.3 – Asa da aeronave CEA 311 – Anequim
Figura 4.4 – Modelo numérico da aeronave CEA 311 – Anequim
Figura 4.5 – Interface de entrada e descrição das funções realizadas pelo programa identifica.
Figura 4.6 – Malha de sensores PZT 46
Figura 4.7 – Alto-falante construído47
Figura 4.8 – Exemplo de estimadores de H $_1$ obtidos no ensaio com a placa de carbono 49
Figura 4.9 – Montagem do ensaio com a placa de carbono50
Figura 4.10 – Configuração básica para o ensaio da asa com o alto-falante comercial51
Figura 4.11 – Pontos de medição para o ensaio da asa51
Figura 4.12 – Configuração de ensaio com gerador de sinais externo
Figura 4.13 – Exemplo de estimadores de FRF obtidos nos ensaios com a asa53
Figura 4.14 – Configuração do ensaio de caracterização do alto-falante
Figura 5.1 – Resposta em frequência para os três canais analisados obtida em cada um dos 36
pontos de ensaio: (a) Canal 2 – PZT; (b) Canal 3 – Acelerômetro; (c) Canal 4 – PZT
Figura 5.2 – Resposta em frequência e coerência para os ensaios realizados: Esquerda – ensaio
tradicional; Direita – Excitação sonora
Figura 5.3 – Primeira forma modal: (a) Martelo instrumentado; (b) Excitação acústica; (c)
Elementos Finitos

### LISTA DE FIGURAS

Figura 5.4 - Segunda forma modal: (a) Martelo instrumentado; (b) Excitação acústica; (c)
Elementos Finitos
Figura 5.5 - Terceira forma modal: (a) Martelo instrumentado; (b) Excitação acústica; (c)
Elementos Finitos
Figura 5.6 - Quarta forma modal: (a) Martelo instrumentado; (b) Excitação acústica; (c)
Elementos Finitos
Figura 5.7 - Quinta forma modal: (a) Martelo instrumentado; (b) Excitação acústica; (c)
Elementos Finitos
Figura 5.8 – Cinco primeiros modos de vibração obtidos na simulação numérica: (a) Primeira
flexão – 19,68 Hz; (b) Modos locais do revestimento – 22,05 Hz; (c) Segunda flexão – 62,31
Hz; Segunda flexão com modos de revestimento – 64,57 Hz; (e) Primeira torção – 69,71 Hz.
Figura 5.9 – Varredura senoidal exponencial de 5 Hz a 150 Hz com 10 s de duração
Figura 5.10 – Estimadores H1 para asa: (a) Acelerômetro 1 e (b) acelerômetro 264
Figura 5.11 – Modo de corpo rígido por deformação com o engaste
Figura 5.12 – Primeiro modo de flexão: (a) Frequência experimental = 14,7 Hz; (b) Frequência
numérica = 19,6 Hz
Figura 5.13 – Segundo modo de flexão: (a) Frequência experimental = 41,7 Hz; (b) Frequência
numérica = 62,3 Hz
Figura 5.14 - Segundo modo de flexão com modos locais do revestimento: (a) Frequência
experimental = 47,5 Hz; (b) Frequência numérica = 64,5 Hz67
Figura 5.15 – Primeiro modo de torção: (a) Frequência experimental = 49,4 Hz; (b) Frequência
numérica = 69,7 Hz
Figura 5.16 – Comparação das Respostas em frequência de dois ensaios com rigidez do apoio
diferentes. Cima: maior rigidez no apoio; Baixo: menor rigidez no apoio
Figura 5.17 – Estimador $H_1$ (a) e coerência (b) para o ensaio de sensibilidade da posição do
microfone70
Figura 5.18 – Estimador H <sub>2</sub> e coerência para o ensaio com a placa de carbono
Figura 5.19 – Exemplo de onda utilizada no ensaio de excitação em baixa frequência. (a) Pulsos
modulados por uma varredura senoidal (b) Detalhe dos pulsos que compõe a onda72
Figura 5.20 – Espectro de potência da varredura senoidal utilizada nos ensaios com a asa da
aeronave Anequim73
Figura 5.21 – FRF com aumento de ruído na região entre 60 Hz e 120 Hz
Figura 5.22 – Sinais de entrada e saída do amplificador da caixa Crate BX-25

### LISTA DE FIGURAS

Figura 5.23 - Auto espectro e espectro cruzado dos sinais de entrada e saída do amplificador
da caixa de som comercial76
Figura $5.24 - Comparação$ entre o estimador $H_1$ para asa da aeronave Anequim (a) e coerência
(b) para os alto-falantes utilizando uma mesma excitação77
Figura 5.25 – Comparativo de ruído entre as FRF's obtidas com (a) o alto-falante comercial e
(b) o alto-falante construído
Figura 5.26 - Ruído ambiente para o galpão onde foram realizados os ensaios: (a) de
madrugada e (b) durante o dia
Figura 5.27 – Avaliação da influência do ruído ambiente: (a) Espectro de ruído, (b) Estimadores
da FRF e (c) Coerência
Figura 5.28 – Comparativo dos estimadores H1, H2 e H3 82
Figura 5.29 - Comparativo entre os estimadores H1 gravados no domínio do tempo (a) e
frequência (b)
Figura 5.30 – Influência do tamanho de blocos na quantidade de ruído do estimador H1: (a)
1024 pontos, (b) 2048 pontos, (c) 4096 pontos e (d) 8192 pontos

# LISTA DE TABELAS

Гabela 1 – Propriedades da Fibra de Carbono	42
Tabela 2 – Frequências obtidas da análise em elementos finitos	55
Tabela 3 – Frequências medidas no ensaio com martelo instrumentado	56
Fabela 4 – Comparação entre as frequências numéricas e experimentais	57
Fabela 5 – Coeficientes de amortecimento para os ensaios com martelo e excitação sonora.	58
Γabela 6 – Resultados para a simulação em elementos finitos	61
Γabela 7 – 10 primeiras frequências naturais identificadas	65
Fabela 8 – Propriedades da transformada de Fourier	96

#### **RESUMO**

Na indústria aeronáutica, os testes de vibração em solo são essenciais para a determinação precisa do comportamento dinâmico dos componentes estruturais. Estas informações auxiliam na validação e melhoria dos modelos utilizados em diversos estágios de projeto, especialmente nos cálculos aero elásticos. Dentre outras funções, estes modelos predizem as frequências naturais e as formas modais das estruturas em questão. Os métodos mais comuns utilizam um excitador eletrodinâmico para excitar a estrutura. O uso deste tipo de equipamento pode causar problemas na qualidade dos dados adquiridos bem como danificar a estrutura em teste. Este trabalho apresenta o desenvolvimento de uma metodologia de excitação sem contato através de ondas acústicas. Foram desenvolvidos ensaios de validação com uma placa de material compósito com comportamento vibracional conhecido. Estes ensaios englobaram análises em elementos finitos, análises modais tradicionais e ensaios com excitação acústica. Com a validação da técnica, a mesma foi utilizada para ensaiar a asa da aeronave CEA 311 – Anequim. Os resultados do ensaio foram comparados com resultados de modelos em elementos finitos. A técnica mostrou-se capaz de excitar os modos na região de interesse e fornecer valores de frequência e formas modais condizentes com os previstos pelo modelo dinâmico.

Palavras chave: GVT, análise modal, excitação acústica

#### ABSTRACT

In the aeronautical industry, ground vibration tests are essential for determining the dynamic behavior of structural components. This information assists in the validation and improvement of models used in various stages of design, especially in aero elastic calculations. Among other functions, these models predict the natural frequencies and modal shapes of the structures concerned. The most common methods use an electrodynamics shaker to excite the structure. The use of this type of equipment can cause problems in the quality of the data acquired as well as damage the test structure. This work presents the development of a methodology for non-contact excitation by means of acoustic waves. Validation tests have been developed with a composite material plate with known vibrational behavior. These tests were finite element analysis, modal analysis and acoustic excitation tests. After the validation, the technique was used to test the wing of the CEA 311-Anequim aircraft. The test results were compared with results of finite element models. The technique has shown itself able to excite the modes in the region of interest and provide values for frequency and modal forms consistent with the dynamic model.

Palavras chave: GVT, modal analysis, acoustic excitation

## 1 INTRODUÇÃO

A asa de uma aeronave é uma estrutura elástica e na presença de cargas dinâmicas começa a vibrar. Devido a auto excitação, as frequências de vibração mudam durante o voo. Se a mudança de frequência ocorrer na direção em que um modo de flexão e um de torção ocorrem, pode ocorrer um fenômeno denominado flutter (Scanian and Rosenbaum, 1996). O projeto de uma aeronave deve evitar este fenômeno devido ao seu caráter catastrófico. Uma maneira de predizer a ocorrência de flutter é a utilização de modelos dinâmicos da aeronave. Estes modelos usam, dentre outras as informações vibracionais da aeronave. As frequências naturais e formas modais podem ser obtidas de diversas maneiras, incluindo análises em elementos finitos e análises modais experimentais, conhecidas como Análises de vibração em solo (do inglês *Ground Vibration Testing*, GVT). Geralmente, estes ensaios são realizados em etapas avançadas do desenvolvimento do projeto. O objetivo principal do GVT é determinar experimentalmente os modos de vibrações mais baixos da aeronave para validar e aprimorar os modelos dinâmicos (Peters et al. 2009). Estes modelos são então utilizados para os cálculos das velocidades críticas de flutter e certificação da aeronave.

O desenvolvimento de aeronaves mais complexas e o uso de materiais compósitos aumentou a demanda por testes e modelos mais precisos. Ao mesmo tempo, os períodos de tempo em que a aeronave completamente montada está disponível para testes são curtos devido ao calendário de desenvolvimento e aos altos custos de tempo parado (Allen et al., 2010). Este cenário motivou diversos trabalhos internacionais (Peters et al, 2009).

Um ensaio de vibração típico geralmente envolve uma única força aplicada em uma direção por um excitador eletrodinâmico de alta impedância (Daborn et al., 2014). Em contrapartida, durante o voo, a aeronave está sujeita a excitações em sua superfície externa por forças normais e tangenciais devido a passagem do ar em todas as direções. Deve-se notar também que a interação entre o excitador eletrodinâmico e a estrutura modifica a resposta do sistema como um todo (Maia e Silva, 1997). E, finalmente, os excitadores eletrodinâmicos podem danificar estruturas mais frágeis durante o contato.

#### INTRODUÇÃO

Uma solução para o problema de excitação é a utilização de ondas de pressão sonora para excitar a aeronave. Isto evitaria problemas de contato e pode excitar a estrutura inteira de uma vez. Excitação acústica é utilizada em diferentes situações, dentre elas a detecção de danos (Collini et al, 2011), simulação de carregamento (Assmus et al., 2011), escoamento de fluidos (Zhang et al., 2010) e muitos outros.

Diversas configurações são possíveis, mas a mais simples é utilizar um alto-falante para enviar ondas de pressão acústica pré-determinadas para a estrutura. Além disso, o teste pode ser mais rápido que os tradicionais, pois a montagem inicial é mais rápida e não é necessária a preocupação entre a interação excitador-estrutura. O operador precisa apenas selecionar a forma de excitação, ligar o alto-falante e mover o sensor através da estrutura, por exemplo um acelerômetro ou sensor piezelétrico (PZT).

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia de análise experimental com excitação acústica para verificar experimentalmente os dados analíticos obtidos pela simulação de Elementos Finitos.

Neste trabalho, é proposta uma metodologia de análise utilizando-se excitação sem contato através de ondas sonoras para a realização de um GVT em uma aeronave experimental. Esta metodologia visa evitar problemas e danos causados pelo contato do excitador com a estrutura. O ensaio tem como objetivo a determinação das frequências naturais e formas modais para as estruturas analisadas. Neste tipo de abordagem, não é possível a determinação precisa dos resíduos modais da estrutura. Isto acontece porque não é realizada uma medição exata da força de excitação, sendo medido apenas o valor de pressão que atinge a estrutura. Entretanto, a medição destas grandezas não é o objetivo do GVT em questão, visto que ele será utilizado para a validação de um modelo em elementos finitos, e isto pode ser realizado com base nos valores de frequências naturais e formas modais.

O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre a análise de sistemas lineares invariantes no tempo. É apresentada também uma revisão teórica de análise modal, com os principais conceitos de sistemas de múltiplos graus de liberdade.

O capítulo 3 apresenta uma introdução à identificação de sistemas e a dedução teórica do método de identificação por polinômios ortogonais.

### INTRODUÇÃO

No capítulo 4 são apresentadas as metodologias utilizadas nas análises por Elementos Finitos e para obtenção dos resultados experimentais. São descritos os equipamentos e os procedimentos adotados nos ensaios e nas caracterizações.

No capítulo 5 são apresentados os resultados das análises em elementos finitos e experimentais. Além disso, são avaliados diversos fatores que influenciam no resultado das análises modais, dentre eles os efeitos de ruídos, dos estimadores de função de resposta em frequência (FRF) e do tratamento dos dados.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho e sugestões para desenvolvimento de outros trabalhos nesta área.

Segundo Maia e Silva (1997), vibrações, ou movimentos dinâmicos, são inerentes à vida diária. De fato, no mundo de hoje, maquinas e estruturas estão em praticamente todos os lugares. Sendo sistemas com componentes elásticos, máquinas e estruturas respondem a forças internas e externas com deformações finitas e movimentos. Estas respostas são o objetivo das análises dinâmicas.

O nível de sofisticação do projeto moderno aliado ao desenvolvimento de materiais mais avançados tem levado ao desenvolvimento de estruturas mais leves. Ao mesmo tempo, existe uma demanda constante por estruturas maiores, capazes de carregar mais carga e movidas por motores mais potentes. As consequências destas tendências são o aumento de problemas ligados à dinâmica em termos de vibrações, ruídos e fadiga. Portanto, ferramentas consistentes e robustas de analises vibracionais são requisitos básicos para a engenharia moderna. A análise modal é apenas uma destas ferramentas, que proporcional entendimento das caraterísticas da estrutura, condições de operação e critérios de desempenho.

A análise modal é principalmente uma ferramenta para desenvolver modelos confiáveis para representar a dinâmica das estruturas. Os desenvolvimentos teóricos desta seção têm como base as seguintes considerações:

- A estrutura é um sistema linear cujo comportamento dinâmico pode ser descrito por um modelo de equações diferenciais de segunda ordem;
- ii. A estrutura é invariante no tempo.
- iii. A estrutura obedece ao teorema de reciprocidade de Maxwell-Betti;

#### 2.1 Sistemas Lineares

De acordo com Oppenheim (1996), um sistema pode ser enxergado como um processo que resulta na transformação de sinais. Ou seja, um sistema tem um sinal de entrada e um sinal de saída que são relacionados através das transformações do sistema. Por exemplo, um sistema de som utiliza um sinal de áudio gravado e gera a reprodução deste sinal. Se o sistema de som possibilitar ajustes de equalização, as características do sistema podem ser alteradas para mudar a saída mantendo o mesmo sinal de entrada.

Um sistema linear, seja ele contínuo ou discreto, é aquele em que a regra da superposição se aplica: se uma entrada consiste na soma de vários sinais, então a saída é simplesmente a superposição, ou seja, a soma, de todas as respostas do sistema a cada um daqueles sinais. Matematicamente tem-se,

$$L[x_1(t) + x_2(t)] = L[x_1(t)] + L[x_2(t)] = y_1(t) + y_2(t)$$
(2.1)

Além disso, os sistemas lineares possuem a propriedade da homogeneidade, que diz:

$$L[ax_1(t)] = aL[x_1(t)]$$
(2.2)

Além da linearidade, um sistema possui outras classificações, como:

#### Causal

Um sistema é dito causal ou fisicamente realizável se a resposta ou saída não depende de valores futuros da entrada. Isto pode ser matematicamente representado por:

Se x(t) = 0 para  $t \le \tau$ ; então y(t) = 0 para  $t \le \tau$ 

#### Invariabilidade no tempo

Um sistema é dito invariante no tempo se:

$$L[x(t-\tau)] = y(t-\tau) \tag{2.3}$$

Para qualquer  $\tau$  real.

Sistemas lineares possuem uma importância particular, pois diversos sistemas encontrados na natureza podem ser modelados como lineares e invariantes no tempo.

#### 2.1.1 <u>Resposta ao impulso</u>

Se um sistema linear possui resposta h(t) a uma distribuição  $\delta(t)$  então, pode-se obter a resposta a uma entrada arbitrária x(t) em função de h(t). Para isso, a entrada x(t) deve ser escrita como a soma de entradas elementares, como apresentado na Figura 2.1:



Figura 2.1 - Função arbitrária não periódica

Fazendo  $\Delta \tau$  suficientemente pequeno, pode-se escrever:

$$x(t) = \sum_{i=1}^{N} x_i(t) = \sum_{i=1}^{N} x(\tau_i) \Delta + \delta(T - \tau_i)$$
(2.4)

Como o sistema é linear, pode-se utilizar o princípio da superposição e a resposta será:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{N} y_i(t) = \sum_{i=1}^{N} x(\tau_i) h(t - \tau_i) \Delta \tau$$
 (2.5)

fazendo  $\Delta \tau \rightarrow d\tau$ .

$$y(t) = \int_0^t x(t)h(t-\tau) \, d\tau$$
 (2.6)

Geralmente, a entrada x(t) é definida apenas para tempos positivos (causal), ou seja:

$$x(t) = 0 \quad para \quad t < 0$$

Como o sistema é casual, a resposta do sistema y(t) não pode depender de entradas futuras  $x(\tau > t)$ , ou seja:

$$h(t) = 0$$
 para  $t < 0$ 

Dessa forma, a EQ. (2.6) se torna

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau) \, d\tau = x(t) * h(t)$$
 (2.7)

A EQ. (2.7), conhecida como integral de Duhamel ou convolução, expressa a resposta de um sistema linear causal a uma entrada qualquer. A resposta de um sistema linear a uma excitação qualquer é a convolução do sinal de entrada com a função resposta ao impulso unitário. O Apêndice B apresenta uma breve revisão sobre análise de Fourier.

#### 2.1.2 <u>Teorema de Maxwell-Betti</u>

O teorema de Maxwell-Betti ou reciprocidade diz:

"O trabalho realizado por um esforço, durante o deslocamento do seu ponto de aplicação, devido à ação de outro esforço qualquer é igual ao trabalho realizado pelo segundo esforço, durante o deslocamento de seu ponto de aplicação, devido à ação do primeiro esforço."

Para provar este teorema, deve-se considerar uma estrutura de qualquer tipo e que seja submetida a dois estados de carregamento. No primeiro estado, uma força  $P_1$  é aplicada em qualquer ponto A da estrutura, e no segundo estado, uma carga  $P_2$  atua em qualquer outro ponto B. A Figura 2.2 mostra a aplicação das cargas.



Figura 2.2 - Aplicação das cargas no teorema de Maxwell-Betti

As deflexões nos pontos A e B, para o primeiro estado de carregamento são representadas por  $\delta_{11}$  e  $\delta_{21}$ , respectivamente, e para o segundo estado por  $\delta_{12}$  e  $\delta_{22}$ .

Pelo princípio da superposição, aplicando-se inicialmente  $P_1$  no ponto A e posteriormente  $P_2$  no ponto B, tem-se:



De maneira análoga, aplicando-se inicialmente  $P_2$  no ponto B e posteriormente  $P_1$  no ponto A, tem-se:



Igualando os dois trabalhos realizados nas duas situações de carregamento, obtém-se:

$$\frac{1}{2}(P_1\delta_{11} + P_2\delta_{22}) + P_1\delta_{12} = \frac{1}{2}(P_1\delta_{11} + P_2\delta_{22}) + P_1\delta_{21}$$
$$P_1\delta_{12} = P_2\delta_{21}$$

Se  $P_1 = P_2$ :

$$\delta_{12} = \delta_{21}$$

#### 2.2 Análise Modal

A análise modal, como ferramenta de engenharia, foi utilizada inicialmente em 1940, como ferramenta de entendimento do comportamento dinâmico de aeronaves. De acordo com He e Fu (2001), o primeiro método de análise modal experimental foi proposto por Kennedy e Pancu (1947). Nas décadas seguintes, o desenvolvimento foi lento. A era moderna da análise modal começou com a popularização dos analisadores de espectro por Transformada Rápida de Fourier (FFT – *Fast Fourier Transform*), analisadores de função de transferência (TFA – *Transfer Function Analyzers*) e a aquisição e análise de dados de maneira discreta, aliados à disponibilidade de computadores digitais menores, mais rápidos e mais baratos.

O desenvolvimento experimental também auxiliou no desenvolvimento da teoria de análise modal. As análises tradicionais baseadas nos modelos de amortecimento proporcional foram expandidas com modelos de amortecimento não-proporcional e foi desenvolvida a teoria de modos de vibração complexos.

#### 2.2.1 Sistemas com Múltiplos Graus de Liberdade (MDOF)

Normalmente, estruturas contínuas e não homogêneas são representadas como um domínio discretizado em múltiplos graus de liberdade, como apresentado na Figura 2.3.



Figura 2.3 - Representação de um sistema em múltiplos graus de liberdade. FONTE: Maia e Silva (1997)

Nestes casos, se obtém as equações de movimento do sistema como realizado para o sistema de um grau de liberdade. Porém, neste caso o sistema terá N equações do formato

$$[M]_{NxN}\{\ddot{x}\}_{Nx1} + [C]_{NxN}\{\dot{x}\}_{Nx1} + [K]_{NxN}\{x\}_{Nx1} = \{f\}_{Nx1}$$
(2.8)

Onde  $[M]_{NxN}$ ,  $[C]_{NxN}$  e  $[K]_{NxN}$  são as matrizes simétricas de massa, amortecimento e rigidez do sistema, respectivamente, que descrevem suas propriedades espaciais. Os vetores  $\{\ddot{x}\}_{Nx1}$ ,  $\{\dot{x}\}_{Nx1}$  e  $\{x\}_{Nx1}$  representam a aceleração, velocidade e deslocamento variantes no tempo de cada massa, respectivamente, e o vetor  $\{f\}_{Nx1}$  as forças externas atuantes.

A solução deste sistema fornece um vetor de autovalores de dimensão 2N { $\psi_r$ } (r = 1, 2, ..., 2N), conhecidos como formas modais do sistema, e um vetor de autovalores { $s_r$ } (1, 2, ..., N). A solução possui dimensão 2N porque os autovalores e autovetores são complexos conjugados. Em outras palavras, pode-se dizer que se tem um conjunto de N autovalores complexos  $s_r$  e os correspondentes N autovetores { $\psi_r$ } mais outro conjunto de autovalores complexos  $s_r^*$  e os autovetores { $\psi_r^*$ } correspondentes. Os autovalores são escritos da forma:

$$s_r = -\omega_r \xi_r \pm i\omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2} \tag{2.9}$$

Onde  $\omega_r$  é a frequência natural do modo r

#### $\xi_r$ é definido como o amortecimento modal do modo r

Como os autovetores são quantidades complexas, eles representam valores de amplitude e ângulo de fase. Dessa maneira, a representação gráfica destas estruturas não é possível com apenas uma imagem, pois esta apresentação é baseada no fato de que o movimento de cada coordenada atinge um valor máximo no mesmo instante de tempo. Isto só é possível no caso em que o autovetor é puramente real (positivo ou negativo). No caso das estruturas com amortecimento, a existência de ângulos de fase diferentes de 0° ou 180° significa que as coordenadas atingirão seu máximo em instantes de tempo diferentes. Uma alternativa é a exibição da forma modal como uma série de imagens com a variação do ângulo de fase. Desta maneira, pode-se gerar uma imagem animada da forma modal, dando ideia de como cada ponto da estrutura se movimenta ao longo do tempo.

Resposta de um sistema de múltiplos graus de liberdade é dada por:

$$\{q\} = \begin{cases} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_N \end{cases} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1N} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{N1} & \alpha_{N2} & \cdots & \alpha_{NN} \end{bmatrix} \begin{cases} f_{q_1} \\ f_{q_2} \\ \vdots \\ f_{q_N} \end{cases} = \{\alpha\} \{f\}$$
(2.10)

Onde  $\{q\}$  é um vetor de coordenadas de resposta generalizada e  $\{f\}$  é um vetor de forças de excitação generalizadas. O importante a se considerar é que a matriz de receptância consiste em diferentes elementos que devem ser definidos. Por exemplo:

$$\alpha_{11} = \alpha_{q_1q_1} = \frac{q_1}{f_{q_1}} \qquad \qquad \alpha_{12} = \alpha_{q_1q_2} = \frac{q_1}{f_{q_2}} \qquad \qquad \alpha_{22} = \alpha_{q_2q_2} = \frac{q_2}{f_{q_2}}$$

As receptâncias  $\alpha_{11}$  e  $\alpha_{22}$  são chamadas de receptância diretas, enquanto  $\alpha_{12}$  é chamada receptância cruzada. Pode-se demonstrar que a matriz é simétrica, ou seja:

$$\alpha_{jk} = \frac{\bar{X}_j}{\bar{F}_k} = \alpha_{kj} = \frac{\bar{X}_k}{\bar{F}_j} \tag{2.11}$$

Cada ponto da matriz de receptância pode ser calculado em função dos polos (autovalores) obtidos da solução do problema:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{\bar{X}_j}{\bar{F}_k} = \sum_{r=1}^N \left( \frac{\phi_{jr}\phi_{kr}}{i\omega - s_r} + \frac{\phi_{jr}^*\phi_{kr}^*}{i\omega - s_r^*} \right)$$
(2.12)

Onde  $\phi_{jr}\phi_{kr}$  são os resíduos do modo r.

Esta equação mostra que a resposta do sistema em um ponto é representada pela soma das contribuições de cada modo na frequência de interesse. Quando a frequência de excitação se aproxima da frequência de um modo, o termo no denominador tende a zero, a amplitude de movimento aumenta e a forma modal é dominada por este modo de vibração.

A resposta de um ponto pode ser determinada por:

$$q_1 = \alpha_{11} f_{q_1} + \alpha_{12} f_{q_2} + \dots + \alpha_{1N} f_{q_N}$$
(2.13)

No caso experimental, a medição de qualquer  $\alpha_{jk}$  pode ser realizada tornando-se zero a excitação em todos os outros pontos e mantendo-se apenas a excitação do ponto desejado. Além disso, é possível derivar a matriz completa a partir de determinação de apenas uma coluna dos dados experimentais. Isto é possível pelo fato de as propriedades modais expressadas por  $\{\omega_r\}$  serem globais, ou seja, elas constituem uma característica fundamental do sistema e permanecem as mesmas não importando a FRF escolhida.

#### 2.2.2 Estimadores da FRF

Ruído é inevitável e está sempre presente em uma medição experimental, portanto deve-se considera-lo nos resultados obtidos. Analisando a Figura 2.4, pode perceber que a função de resposta em frequência para o sistema em questão,  $H(\omega)$ , é dada pela relação entre  $X(\omega)$  e  $F(\omega)$ . Entretanto, não é possível medir os valores reais de x(t) e f(t), visto que elas são contaminadas pelo ruído n(t) e m(t), respectivamente. Portanto, em análises experimentais, usa-se estimadores obtidos a partir dos dados com ruído para se caracterizar a receptância do sistema.



Figura 2.4 - Sistema de medição em malha aberta com sinal externo de referência

Segundo Maia e Silva (1997), os estimadores  $H_1(\omega)$ ,  $H_2(\omega)$  e  $H_3(\omega)$  são os mais utilizados na análise prática. Eles são definidos a partir de espectros de potência diretos e cruzados dos sinais:

$$H_1(\omega) = \frac{S_{f'x'}(\omega)}{S_{f'f'}(\omega)} \qquad \qquad H_2(\omega) = \frac{S_{x'x'}(\omega)}{S_{x'f'}(\omega)} \qquad \qquad H_3(\omega) = \frac{S_{r'x'}(\omega)}{S_{r'f'}(\omega)}$$

Onde  $S_{f'x'}(\omega)$  é o espectro cruzado entre a entrada e a saída com ruído  $S_{f'f'}(\omega)$  é o auto espectro da saída com ruído  $S_{x'x'}(\omega)$  é o auto espectro da entrada com ruído  $S_{x'f'}(\omega)$  é o espectro cruzado entre a saída e a entrada com ruído  $S_{r'x'}(\omega)$  é o espectro cruzado entre a saída e o sinal de referência com ruído  $S_{r'f'}(\omega)$  é o espectro cruzado entre a entrada e o sinal de referência com ruído  $S_{r'f'}(\omega)$  é o espectro cruzado entre a entrada e o sinal de referência com ruído

Como  $H_1(\omega)$  e  $H_2(\omega)$  são baseados apenas nos sinais de x(t) e f(t), eles deveriam fornecer o mesmo resultado. Dessa forma, a relação entre estes dois estimadores define um indicador de qualidade da análise chamado coerência ordinária:

$$\frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)} = \frac{S_{f'x'}(\omega)}{S_{f'f'}(\omega)} \frac{S_{x'f'}(\omega)}{S_{x'x'}(\omega)} = \frac{S_{f'x'}(\omega)}{S_{f'f'}(\omega)} \frac{S_{f'x'}^*(\omega)}{S_{x'x'}(\omega)}$$

$$\gamma^{2}(\omega) = \frac{|S_{f'x'}(\omega)|^{2}}{S_{f'f'}(\omega)S_{x'x'}(\omega)}$$
(2.14)

Onde  $\gamma^2(\omega)$  é a coerência ordinária do sistema

A coerência é um coeficiente normalizado de correlação entre a força medida e o sinal de resposta medido em cada valor de frequência. Na prática, a função de coerência é sempre maior do que zero e menor que um. De acordo com Maia e Silva (1997), quedas de coerência são causadas por uma ou mais das seguintes condições,

- O sistema que relaciona f(t) e x(t) não é linear;
- Os estimadores da FRF possuem erros sistemáticos (*polarização*);
- Ruído externo está presente nas medições da FRF;
- A resposta medida deve-se a outras excitações externas além de f(t)

#### 2.2.3 Interações Excitador-estrutura

De acordo com Maia e Silva (1997), tanto os sistemas de excitação quanto os sistemas de medição podem afetar o comportamento dinâmico das estruturas. Entretanto, o primeiro é, geralmente, muito maior do segundo, o que acarreta em uma maior influência.

Segundo Edwin (1984), diversos sistemas de excitação estão disponíveis para uso em ensaios modais. Basicamente, eles podem ser divididos em dois tipos: com contato e sem contato. O primeiro tipo envolve a conexão de um excitador à estrutura, e este permanece conectado à mesma independentemente do tipo de excitação. O segundo tipo envolve dispositivos que ou provocam vibrações sem contato (por exemplo um eletroímã) ou sistemas que permanecem em contato com a estrutura durante um curto período de tempo, como um martelo instrumentado.

Dentre os sistemas de excitação por contato, os excitadores eletromecânicos são os mais utilizados. Neles, o sinal de entrada é convertido em um campo magnético alternado que movimenta um núcleo ferromagnético. Este núcleo é conectado à estrutura por uma haste de forma a induzir o movimento desejado. Nesse caso, a amplitude e a frequência podem ser controlados de maneira independente no sinal de entrada. Os excitadores eletromecânicos possuem a vantagem de operar em uma ampla faixa de frequência e amplitude, dependendo apenas do tamanho do mesmo. Além disso, eles apresentam um menor custo e complexidade quando comparados a excitadores eletro hidráulicos.

Os excitadores por contato precisam ser conectados à estrutura de alguma maneira, normalmente incorporando um transdutor de força ao sistema, e esta conexão pode afetar os resultados do ensaio. Pela definição de mobilidade ou parâmetros da resposta em frequência (equação ( 2.13 )), o termo  $\alpha_{jk}$  é definido como a razão entre a resposta harmônica no ponto j devido a uma força aplicada no ponto k. Para a determinação experimental destes parâmetros, assume-se que a força aplicada no ponto k é a única presente no sistema e provoca o deslocamento no ponto j. Apesar de os sistemas de excitação serem capazes de aplicar forças em apenas uma direção, as estruturas encontradas na vida real apresentam modos de vibração complexos e multidirecionais. Isto significa que quando a estrutura é solicitada em uma direção, em x por exemplo, também ocorrem deslocamento em y e z e rotações em torno dos três eixos. Estes movimentos são característicos das estruturas e definem as formas modais da mesma. Entretanto, se a conexão entre o excitador e a estrutura for rígida nas direções transversais, ele pode limitar estes movimentos e distorcer as formas modais obtidas. Para

contornar este problema, são utilizadas hastes que são rígidas na direção de excitação enquanto são relativamente flexíveis nas outras cinco direções.

A excitação sem contato mais utilizada é a realizada por martelos instrumentados. Apesar de demandar um maior esforço na parte de tratamento de dados, estes dispositivos proporcionam uma maneira relativamente simples de excitar a estrutura. Os equipamentos consistem de um martelo que possui um transdutor de força integrado a uma ponta de prova. Basicamente, a magnitude do impacto é determinada pela massa da cabeça do martelo e a velocidade na qual ele atinge a estrutura. A faixa de frequência excitada no ensaio pode ser controlada alterandose a rigidez da ponta do martelo e a massa do mesmo. Existe uma frequência de ressonância a partir da qual é difícil de se transmitir energia para o sistema, determinada por:

 $\begin{array}{c}
 Rigidez \ de \ contato \\
 massa \ de \ impacto
\end{array}$ 

Sendo assim, pontas mais rígidas elevam o limite de frequência do ensaio, enquanto martelos mais pesados reduzem este limite. Geralmente, a frequência limite é controlada alterando-se a rigidez da ponta de prova. É selecionada a ponta de prova mais macia o possível, de maneira a concentrar a energia do ensaio apenas na faixa de frequência de interesse. O uso de pontas mais rígidas acarretaria em dispersar a energia do ensaio em modos de vibração mais altos em detrimento dos presentes na faixa de interesse.

Com relação aos problemas, os ensaios com martelo apresentam a dificuldade de se garantir que os impactos são aplicados sempre no mesmo ponto e normais à superfície. Ao mesmo tempo, o operador deve evitar a realização de múltiplos impactos ou "quiques" do martelo para não causar problemas durante o tratamento dos dados. E finalmente, deve-se considerar a magnitude do impacto para a estrutura não ser excitada fora dos seus limites elásticos.

#### 2.2.4 Ground Vibration Testing (GVT)

GVTs (do inglês *Ground Vibration Testing*) são testes modais realizados em estruturas de aeronaves em solo. Estes testes combinam importantes papeis na análise dinâmica e nos estudos de segurança em voo. De acordo com Santos et al. (2015), o GVT de uma aeronave é

realizado durante o processo de desenvolvimento, com o objetivo de obter dados experimentais da mesma e validar os modelos estruturais. Usualmente, os modelos de flutter são simples, compostos por barras ou placas para facilitar os ajustes após a obtenção dos resultados experimentais. Nestas representações, os ajustes de massa e rigidez são simples se comparados a modelos estruturais completos. Os modelos atualizados podem então ser utilizados para prever comportamentos dinâmicos do sistema e validar condições de segurança consideradas durante o projeto. A Figura 2.5 apresenta o processo de verificação e validação aeroelásticos de uma aeronave comercial.



Figura 2.5 - Processo de verificação e validação aeroelásticos de aeronaves. Adaptado de Goge et al. (2007)

De acordo com Göge (2007), durante o projeto de uma aeronave, é desenvolvido um modelo de elementos finitos (EF) baseado nas técnicas mais atuais de modelagem e nas experiências anteriores dos projetistas. Quando todas as partes da aeronave são fabricadas, um GVT é realizado no protótipo com diferentes configurações para determinar as características dinâmicas da aeronave nas mais diversas situações. A análise modal fornece as bases de verificação, validação e ajuste do modelo em elementos finitos (AEF). Ainda de acordo com Göge (2007), este processo de validação dura semanas, pois o modelo deve ser o mais preciso possível para prever velocidades críticas de flutter. Após estes cálculos, a aeronave é ensaiada em voo para a determinação de suas características operacionais e os resultados destes ensaios realimentam os modelos ajustados de elementos finitos (AEF) e os modelos aerodinâmicos. Com a determinação experimental das velocidades críticas de flutter, a aeronave pode ser certificada.

O desenvolvimento de aeronaves mais complexas e o uso de materiais compósitos aumentou a demanda por testes e modelos mais precisos. Ao mesmo tempo, os períodos em que a aeronave completamente montada está disponível para testes são curtos, devido ao calendário de

desenvolvimento e aos altos custos de tempo parado (Allen et al., 2010). Este cenário motivou diversos trabalhos internacionais (Peters et al, 2009). Dentre eles, pode-se citar: Molyneux (1958), que estudou a influência do tipo de suporte utilizado nos ensaios; Joshi (1996) e Joshi (1998), que estudou o comportamento de foguetes ensaiados com um e dois pontos de apoio. Ameri et al. (2012) que realizaram o GVT de um helicóptero utilizando técnicas de analise modal operacional, dentre outros.

Os ensaios podem ser realizados com qualquer tipo de configurações de entrada e saída: única entrada e única saída (SISO – *Single Input Single Output*), única entrada e múltiplas saídas (SIMO – *Single Input Multiple Outputs*), múltiplas entradas e uma saída (MISO – *Multiple Input Single Output*) e múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO – *Multiple Input Multiple Output*). Entretanto, em estruturas grandes, as técnicas de MIMO são as mais utilizadas para economizar tempo de ensaio.

De acordo com Göge (2007) o GVT do protótipo de uma grande aeronave é uma tarefa complexa, mas bem estabelecida no processo de certificação. Ele consiste basicamente no uso combinado de métodos de separação de fase (PSM - *Phase Separation Methods*) e métodos de ressonância em fase (PRM - *Phase Resonance Methods*), sendo o segundo utilizado apenas para modos selecionados e detecção de não-linearidades.

Os PSMs se baseiam no fato de que a resposta forçada de uma estrutura linear é a soma ponderada de todos os modos desacoplados da estrutura. Nesta técnica, é medida a resposta para uma excitação conhecida e as propriedades dinâmicas são obtidas a partir de técnicas matemáticas de ajuste de curvas. Esta técnica pode fornecer resultados inconsistentes na presença de não-linearidades na estrutura. Entretanto, o desenvolvimento de analises cada vez mais sofisticadas aliadas ao fato de os métodos de separação de fase serem mais baratos, fáceis de implementar e rápidos quando comparado aos métodos de ressonância em fase tornaram os PSMs predominantes na análise modal contemporânea. Um exemplo de PSM é o teste de impacto por martelo instrumentado.

Os PRMs se baseiam na habilidade de excitar um único modo de vibração com a utilização de vários excitadores espalhados pela estrutura. Estes excitadores produzem excitações senoidais na mesma frequência, podendo sem em fase ou fora de fase com uma fonte de referência. Uma

excitação bem realizada cancela o amortecimento da estrutura – as forças de excitação são distribuídas de forma que cada excitação compense a perda de energia do amortecimento – possibilitando a medição do modo real da estrutura. Nesta condição, a frequência medida é a natural não-amortecida. Este tipo de medição é precisa em sua medição das frequências e eficiente para a comparação com modelos de elementos finitos, devido à ausência do amortecimento nos resultados. Entretanto, a seleção dos locais de excitação, da amplitude das excitações e a escolha das frequências devem ser repetidas para todos os modos de vibração, tornando este tipo de ensaio extremamente longo e caro. A Figura 2.6 apresenta as estratégias mais utilizadas nos ensaios GVT.



Figura 2.6 - Estratégias de excitação dinâmica e identificação de parâmetro em GVT

No caso de aeronaves experimentais leves, não existe uma metodologia padronizada para a realização de GVTs. Os métodos disponíveis para aeronaves de grande porte devem ser adequados para os propósitos escolhidos ou deve-se propor novas maneiras de realizar os ensaios.

# 3 IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES ATRAVÉS DO METODO DOS POLINÔMIOS ORTOGONAIS

De acordo com Maia (1998), a identificação de sistemas é um problema fundamental no estudo das estruturas. Esta área tem como objetivo a identificação das propriedades dinâmicas de uma estrutura a partir de dados medidos em ensaios. A partir do final dos anos 1970 e início dos anos 1980, a identificação de sistemas passou por uma grande evolução com a popularização dos computadores portáteis. As novas ferramentas numéricas, como a FFT, e os novos analisadores de espectro multicanais permitiram a aquisição e tratamento de grandes quantidades de dados. Dessa forma, foi possível evoluir de técnicas bem simples baseadas apenas em uma entrada e uma saída para métodos altamente sofisticados que tratam múltiplas entradas e saídas simultaneamente.

As técnicas de identificação de sistemas dinâmicos podem ser classificadas em várias categorias, mas as principais são pelo domínio de trabalho, pelo tipo de parâmetro estimado e pela quantidade de entradas e saídas.

Com relação ao domínio de trabalho, os métodos podem ser divididos em domínio do tempo e domínio da frequência. Inicialmente, os métodos de frequência eram os mais empregados nas análises. Posteriormente, problemas associados com a resolução em frequência, *leakage* e estruturas com alta densidade modal levaram a maiores estudos com métodos no domínio do tempo. Em termos gerais, métodos no domínio do tempo tendem a fornecer melhores resultados em grandes faixas de frequência ou quando existem muitos modos, enquanto métodos no domínio da frequência tendem a melhores resultados quando a faixa de interesse é limitada e o número de modos é relativamente pequeno. Entretanto, métodos no domínio do tempo tem a desvantagem de conseguirem estimar apenas os modos dentro da faixa de frequência de análise e não levam em conta os efeitos residuais causados pelos modos fora desta faixa. Por isso, os modos no domínio da frequência mostram-se atrativos, e podem ter sua precisão aumentada levando-se em conta os resíduos dos modos fora da faixa de análise ou amentando-se a ordem do modelo.

#### IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES ATRAVÉS DO METODO DOS POLINÔMIOS ORTOGONAIS

Os métodos de identificação também podem ser classificados como indiretos ou diretos. A primeira classe consiste na identificação da FRF através dos parâmetros modais, ou seja, frequências naturais, coeficientes de amortecimento, constantes modais e seus ângulos de fase. A identificação direta determina os parâmetros da espaciais do sistema, ou seja, as matrizes de massa, rigidez e amortecimento globais.

E finalmente, os modelos podem ser classificados em relação a quantidade de entradas e saídas. Eles podem ser apresentar entradas e saídas ou múltiplas, podendo ser classificados como: única entrada e única saída (SISO – *Single Input Single Output*), única entrada e múltiplas saídas (SIMO – *Single Input Multiple Outputs*), múltiplas entradas e uma saída (MISO – *Multiple Input Single Output*) e múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO – *Multiple Input Multiple Output*).

Para o presente trabalho, foi selecionado o método de identificação através de polinômios ortogonais. Este método trabalha com os dados no domínio da frequência e realiza a estimação indireta do sistema. Além disso, ele pode trabalhar com todas as combinações de entrada e saída, ou seja, SISO, SIMO, MISO e MIMO. Este método foi selecionado devido a sua capacidade de identificar modos próximos e baixa sensibilidade a modos computacionais. Além disso, o algoritmo de identificação de sistemas utilizado (Seção 4.3) possui a rotina de cálculo por polinômios ortogonais já implementada.

#### 3.1 Método Polinomial Polireferência (SISO)

De acordo com Richardson e Formenti (1982), pela equivalência entre as representações em frações racionais e parciais, tem-se:

$$H(\omega) = \sum_{k=1}^{n} \frac{R_k}{s - sk} + \frac{R_k^*}{s - s_k} = \frac{\sum_{k=1}^{n} a_k(s)^k}{\sum_{k=1}^{2n} b_k(s)^k}$$
(3.1)

onde:

- $R_k^*$ ,  $R_k$  são os resíduos;
- $s_k^*$ ,  $s_k$  são os polos;
Sem perda de generalidade,  $b_m = 1$ . Desta forma, temos:

$$\sum_{k=0}^{2n-1} b_k(i\omega)^k H(\omega) - \sum_{k=0}^m a_k(i\omega)^k = -H(\omega)(i\omega)^{2n}$$
(3.2)

Reescrevendo matricialmente:

Esta equação é do tipo  $A\Phi = b$  e pode ser resolvida por mínimos quadrados e por métodos conhecidos de decomposição. Os polos são raízes de  $\sum_{k=0}^{2n} b_k(s)^k = 0$ . Esta equação pode ser formulada como um problema de autovalores e autovetores através da matriz companheira:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -b_0 & -b_1 & -b_2 & \cdots & -b_{2n-2} & -b_{2n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ \vdots \\ X_{2n-1} \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ \vdots \\ X_{2n-1} \end{pmatrix}$$
(3.4)

O último passo do método consiste em determinar os resíduos

$$R_{k} = \lim_{s \to s_{\kappa}} H(s)(s - s_{k})$$
$$= \lim_{s \to s_{\kappa}} \frac{(s - s_{k})\Sigma_{k}a_{k}s^{k}}{\Sigma_{n}b_{k}s^{k}}$$

$$= \lim_{s \to s_{\kappa}} \frac{\sum_{i} a_{i} s^{i+1} - s_{k} \sum_{i} a_{i} s^{i}}{\sum_{j} b_{j} s^{j}}$$
(3.5)

E por L'Hôpital obtemos:

$$= \lim_{s \to s_{k}} \frac{\sum_{i} a_{i} s_{k}^{i}(i+1) - s_{k} \sum_{i} i a_{i} s_{k}^{i-1}}{\sum_{j} j b_{j} s_{k}^{j-1}}$$
(3.6)

Portanto,

$$R_{k} = \frac{\sum_{i} a_{i} s_{k}^{i}}{\sum_{j} b_{j} s_{k}^{j-1}}$$
(3.7)

O problema com esta formulação é que a matriz A se torna mal condicionada para m e n grandes.

Utilizando polinômios ortogonais (ex. Chebycheff) para evitar problemas de mal condicionamento na determinação dos coeficientes  $\{a_k\} \in \{b_k\}$  pode-se escrever:

$$H(\omega) = \frac{\sum_{k=1}^{m} \alpha_k \Phi_k}{\sum_{k=1}^{2n} \beta_k \Phi_k}$$
(3.8)

que pode ser escrito como:

$$\sum_{k=0}^{2n-1} \beta_k \Phi_k(\omega) H(\omega) - \sum_{k=0}^m \alpha_k \Phi_k(\omega) = -H(\omega) \Phi_m(\omega)$$
(3.9)

Os polinômios podem ser gerados a partir de fórmulas recursivas de Forsythe, Chebycheff, etc. No caso de polinômios de Chebycheff, tem-se:

$$\Phi_0(x) = 1$$
  

$$\Phi_1(x) = 0$$
  

$$\vdots$$
  

$$\Phi_k(x) = 2x\Phi_{k-2}(x) - \Phi_{k-1}(x)$$

Que são ortogonais na faixa:  $-1 \le x \le 1$ , ou seja

$$\int_{-1}^{1} w(x)\phi_k(x)\phi_e(x)\,dx = 0 \tag{3.10}$$

Onde w(x) é uma função de ponderação  $w(x) = (1 - x^2)^{-1/2}$ . Para determinar  $\alpha_k \in \beta_k$  basta fazer:

O restante do procedimento é análogo.

A conversão de  $\alpha_k$  e  $\beta_k$  em  $a_k$  e  $b_k$  é trivial, já que os polinômios ortogonais são formados a partir de polinômios em séries de potências.

# 3.2 Método Polinomial Polireferência (MIMO)

De acordo com Vold (1990), é possível estender o método de ajuste polinomial para o caso de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO). Para isso, vamos escrever a parcela da matriz de resposta em frequência medida ( $N_o \ x \ N_i$ ) transposta:

$$[H(\omega)] = \frac{\sum_{k=0}^{m} [a_k](s)^k (N_i x N_o)}{\sum_{k=0}^{2n} [b_k](s)^k (N_i x N_o)}$$
(3.12)

onde  $s = i\omega$ ,  $[a_k]$  e  $[b_k]$  são os coeficientes de polinômios matriciais.

Inicialmente, cabe notar que, neste caso, o denominador não se anula para as raízes do polinômio  $s_r$ , r = 1, ..., 2n.  $N_i$  mas ao invés disso, perde posto (rank), ou seja:

$$det\left[\sum_{k=0}^{2n} [b_k] s^k\right] = 0$$
 (3.13)

Sabendo dos problemas de mal condicionamento da matriz A no caso de polinômios em séries de potências, pode-se ir direto à formulação por polinômios ortogonais:

$$[H(\omega)] = \frac{\sum_{k=0}^{m} [\alpha_k] \Phi_k(\omega)}{\sum_{k=0}^{2n} [\beta_k] \Phi_k(\omega)}$$
(3.14)

Fazendo  $[\beta_{2n}] = I_i(N_i x N_i)$  sem perda de generalidade, pode-se escrever:

$$\sum_{k=0}^{2n-1} [H(\omega)]^{H} \cdot \Phi_{k}^{*}[\beta_{k}]^{H} - \sum_{k=0}^{m} \Phi_{k}^{*} I_{o}[\alpha_{k}]^{H} = -\Phi_{2n}^{*}[H(\omega)]^{H}$$
(3.15)

onde H denota o conjugado transposto de uma matriz e \* denota o conjugado complexo de um escalar complexo.

De 3.15 pode-se forma problema de mínimos quadrados para identificação de  $[a_k]$  e  $[\beta_k]$ :

$$\begin{bmatrix} H^{H}\Phi_{0}^{*} & H^{H}\Phi_{1}^{*} & \cdots & H^{H}\Phi_{2n-1}^{*} & -\Phi_{0}^{*}I_{0} & -\Phi_{1}^{*}I_{0} & \cdots & -\Phi_{m}^{*}I_{0} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} [\beta_{0}]^{H} \\ [\beta_{1}]^{H} \\ \vdots \\ [\beta_{2n-1}]^{H} \\ [\alpha_{0}]^{H} \\ [\alpha_{1}]^{H} \\ \vdots \\ [\alpha_{m}]^{H} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{cases} -\Phi_{m}^{*}H^{H} \\ \vdots \\ variar(\omega) \\ \vdots \\ \vdots \end{cases}$$

$$(3.16)$$

Vold (1990) propôs que ao invés de converter os  $[\alpha_k] \in [\beta_k] \in [a_k] \in [b_k]$  para então calcular os autovalores, estes fossem calculados por uma matriz companheira na própria base polinomial ortogonal. De fato, se  $[\sum_{k=0}^{2n} [\beta_k] \cdot \Phi_k]$  perde rank, podemos escrever:

$$\left[\sum_{k=0}^{2n} [\beta_k] \cdot \Phi_k\right] \cdot V = 0$$
 (3.17)

Rearranjando e fazendo  $[\beta_m] = I_i$  tem-se

$$\left[-\sum_{k=0}^{2n-1} [\beta_k] \cdot \Phi_k(\omega)\right] \cdot V = \Phi_m(\omega) \cdot V$$
(3.18)

Mas como os  $\Phi_m(\omega)$  são polinômios de Chebycheff:

$$\Phi_m(s).V = 2s\Phi_{m-1}(s).V - \Phi_{m-2}(s).V$$
(3.19)

O que permite escrever:

$$\begin{bmatrix} -[\beta_0] & -[\beta_1] & \cdots & -[\beta_{2n-1}] \end{bmatrix} \begin{cases} \Phi_0(\omega)V \\ \Phi_1(\omega)V \\ \vdots \\ \Phi_{2n-1}(\omega)V \end{cases} + \Phi_{n-2}(\omega)V = \\ = 2s\{\Phi_{2n-1}(\omega)V\} \end{cases}$$
(3.20)

Arranjando várias equações 3.18 com m variando de 1 a n - 1 e a equação 3.20, pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} [0] & [I_i] & [0] & \cdots & & [0] \\ [I_i] & [0] & [I_i] & \cdots & & [0] \\ [0] & [I_i] & [0] & \cdots & & [0] \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ [0] & [0] & [0] & [0] & \cdots & [I_i] & [0] & [I_i] \\ -[\beta_0] & -[\beta_1] & -[\beta_2] & \cdots & -[\beta_{2n-3}] & -[I_i\beta_{2n-3}] & -[\beta_0] \end{bmatrix} \begin{cases} \Phi_0(\omega)V \\ \Phi_1(\omega)V \\ \vdots \\ \Phi_{2n-1}(\omega)V \end{cases} =$$

# $\begin{aligned} \text{IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES ATRAVÉS DO METODO DOS} \\ \text{POLINÔMIOS ORTOGONAIS} \\ &= s \begin{bmatrix} I_i & [0] & \cdots & [0] \\ [0] & [2I_i] & \cdots & [0] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ [0] & [0] & \cdots & [2I_i] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_0 V \\ \Phi_1 V \\ \vdots \\ \Phi_{2n-1} V \end{pmatrix} \end{aligned}$ (3.21)

Este é um problema de autovalor generalizado, cujos autovalores são raízes  $s_r$ , r = 1, ..., 2n.  $N_i$  procuradas. O método pode ser generalizado para outros tipos de polinômios ortogonais gerados por formas recursivas.

A implementação da técnica de análise modal com excitação acústica foi realizada em duas etapas: ensaios iniciais em uma placa de material compósito com comportamento vibracional conhecido e a aplicação da técnica na asa da aeronave CEA 311 – Anequim.

Os ensaios iniciais na placa de material compósito visaram a validação da instrumentação utilizada, bem como testar a excitação acústica em um corpo simples com frequências e modos de vibração conhecidos. Para comprovar a técnica que seria utilizada na aeronave CEA 311 – Anequim, a placa de carbono foi ensaiada em uma análise modal mais tradicional, feita com excitação impulsiva e simulada numericamente em elementos finitos. Os resultados foram então comparados com a análise modal utilizando excitação acústica. O diagrama apresentado na Figura 4.1 mostra as análises realizadas.



Figura 4.1 - Análises realizadas

As proposições e hipóteses levantadas e testadas ao longo do trabalho, juntamente com os resultados dos ensaios, realimentaram o processo de desenvolvimento da técnica até um estágio em que foi possível obter os modos de vibração desejados da aeronave Anequim. A Figura 4.2 apresenta um fluxograma com a cadeia de experimentos realizados ao longo do trabalho.



Figura 4.2 – Experimentos realizados ao longo do desenvolvimento da técnica de análise

## 4.1 Estruturas Analisadas

A placa de material compósito utilizada nas análises é um laminado de tecido de carbono unidirecional e resina epóxi, com 16 camadas e sequência de empilhamento de [0/45/-45/90]<sub>2S</sub>. Cada camada possui 0,19mm de espessura e a placa possui dimensões de (1000 x 1000 x 3,04) mm. Foram realizados dois furos nas extremidades superiores da placa para suspendê-la por fios de nylon e simular a condição de bordas livres. A Tabela 1 mostra as propriedades da fibra de carbono que foram implementadas na simulação em elementos finitos.

Tabela 1 - Propriedades da Fibra de Carbono

E1 [GPa]	E <sub>2</sub> [GPa]	E <sub>3</sub> [GPa]	G12 [GPa]	G23 [GPa]	G13 [GPa]	Nu <sub>12</sub>	Nu <sub>23</sub>	Nu <sub>13</sub>	ρ [kg/m <sup>3</sup> ]
157	9.31	9.31	5.72	3.58	5.72	0.30	0.34	0.30	1550

A asa da aeronave CEA 311 – Anequim é fabricada inteiramente em fibra de carbono. A estrutura da asa é constituída de um combinado fibra de carbono unidirecional, tecido de carbono, espuma de PVC e madeira. A Figura 4.3 apresenta os principais componentes estruturais da asa.



Figura 4.3 - Asa da aeronave CEA 311 - Anequim

## 4.2 Análises em elementos finitos

As análises numéricas foram feitas utilizando softwares comerciais de elementos finitos. O modelo da placa de carbono foi desenvolvido utilizando Abaqus Unified FEA 6.14 e o modelo da asa foi feito por Silva (2014) utilizando o software FEMAP®/NX NASTRAN®.

A placa de carbono foi modelada como uma estrutura de casca utilizando o elemento SR4, um elemento quadrilateral que possui 4 nós com integração reduzida. A malha utilizada possui tamanho de grão de 20 mm, proporcionando uma malha estruturada com 250.000 elementos. Como condições de contorno, utilizou-se todas as bordas livres, com a placa posicionada na vertical e apenas a aceleração da gravidade agindo na direção de -Y. Para suportar esta aceleração, o deslocamento em Y foi restringido em dois nós próximos às extremidades superiores da placa, de maneira a simular a suspensão por fios de nylon utilizada no procedimento experimental. A análise modal foi realizada utilizando-se o algoritmo de Lanczos, com a obtenção dos 10 primeiros modos de vibração.

O modelo numérico da asa da aeronave CEA 311- Anequim foi criado e aprimorado em uma série de trabalhos de graduação desenvolvidos no CEA – UFMG, dentre eles Guimarães (2011), Lucas (2013) e Silva (2014). Estes trabalhos tiveram o intuito de avaliar critérios de falha e análise de flutter da aeronave. Silva (2014) refinou o modelo com a adição de longarinas secundárias, massas de balanceamento, combustível e rigidez de comandos. Como ressaltado na seção 2.2.4, os modelos de flutter geralmente são simples, compostos apenas de barras ou placas para facilitar os ajustes de rigidez e massa após a obtenção dos dados experimentais.

Entretanto, os testes realizados neste trabalho foram feitos após os voos iniciais da aeronave CEA-311 Anequim. Para garantir a segurança operacional da mesma, optou-se por desenvolver um modelo completo e o mais fiel possível em elementos finitos para um cálculo conservador das frequências naturais da estrutura. Por este motivo, este modelo foi utilizado como base de comparação para os resultados experimentais obtidos durante o desenvolvimento da técnica de excitação acústica.

O modelo da asa foi desenvolvido em malha mista, e é composto majoritariamente por elementos do tipo CQUAD4, com a formulação LAMINATE, para a modelagem dos principais componentes estruturais (longarinas, revestimentos e nervuras). Elementos do tipo MASS foram utilizados para a modelagem da massa do combustível e das propriedades do centro de massa da aeronave. Elementos do tipo RBE3 foram utilizados para a transmissão do peso próprio das massas representativas do combustível para a estrutura. A escala de cores apresentada na Figura 4.4 representa regiões com materiais e/ou laminações com número de camadas diferentes.



Figura 4.4 - Modelo numérico da aeronave CEA 311 - Anequim

As condições de contorno utilizadas por Silva (2014) foram revistas para adequá-las às condições experimentais. Como descrito na Seção 4.4.3, toda a longarina visível da semi asa esquerda foi fixada à uma mesa rígida, representando um engastamento. No modelo, todos os nós desta região tiveram seus deslocamentos e rotações restringidos em todos os eixos. A

análise modal também foi realizada pelo método de Lanczos, com a extração dos 10 primeiros modos. Foi considerada a asa sem combustível.

# 4.3 Programa de Identificação de Modos e Frequências Naturais

O tratamento dos dados foi realizado utilizando-se um programa de identificação de sistemas modais escrito em linguagem *Matlab* chamado *Identifica*. Este programa foi desenvolvido por Arruda et al. (1994) e aprimorado ao longo deste trabalho. Ele é composto por uma interface na qual o usuário fornece os estimadores  $H_1$  ou  $H_2$  (FRF's experimentais), a geometria da estrutura e a faixa de frequência de análise. O programa utiliza o método de identificação dos polinômios ortogonais (Seção 3). Este método foi escolhido devido a sua robustez, capacidade de filtrar modos computacionais e de trabalhar com os dados já no domínio da frequência.

Após a identificação dos modos de vibração, o usuário pode visualizá-los o ou escolher a forma de operação da estrutura em todos os valores de frequência. A Figura 4.5 apresenta uma imagem da interface principal do programa com as funções detalhadas.



Figura 4.5 - Interface de entrada e descrição das funções realizadas pelo programa identifica.

#### 4.4 Análise Experimental

## 4.4.1 <u>Materiais e equipamentos</u>

A placa de carbono ensaiada já foi utilizada em outros projetos e possui uma malha de 16 sensores piezelétricos (PZT's) modelo SML-SP-1/4-0 fabricados pela Accelent Technologies Inc. Estes sensores são integrados a um filme dielétrico que proporciona proteção do ambiente e isolamento de possíveis cargas elétricas. Eles são afixados à placa com espaçamento de 200 mm na horizontal e na vertical, como apresentado na Figura 4.6.



Além dos sensores PZT's já afixados à placa, foram utilizados acelerômetros modelo PCB 333A3 fabricados pela PCB Piezotronics. Estes acelerômetros possuem sensibilidade média de 100 mV/g e foram afixados à placa com cera de abelha.

Nas análises modais experimentais, a excitação foi realizada utilizando-se um martelo instrumentado, um alto-falante comercial e um alto-falante construído ao longo deste trabalho. O martelo instrumentado é do modelo 086C05 fabricado pela PCB Piezotronics. A excitação acústica foi realizada inicialmente utilizando-se um alto-falante Crate, modelo BX-25. Este alto-falante possui um cone de 8" e um amplificador que permite o controle de amplitude e o equalizador de quatro faixas.

Posteriormente, foi construído um alto-falante de 12", como mostrado na Figura 4.7. O cone e sua estrutura de fixação foram adquiridos comercialmente e o mecanismo de excitação foi desenvolvido a partir de um excitador eletromecânico modelo 4809 fabricado pela Brüel & Kjær. O amplificador 2817 também fabricado pela Brüel & Kjær foi utilizado para amplificar o sinal de entrada do excitador.



Figura 4.7 – Alto-falante construído

O sistema de aquisição de dados utilizado em toda a parte experimental foi o Photon II, fabricado pela LDS DACTRON. O Photon II é um analisador portátil de sistemas dinâmicos com 4 canais com alimentação ICP®. Ele possui resolução de 24 bits e taxa de aquisição máxima de 42 kHz por canal. O Photon II permite a aquisição dos sinais temporais e o tratamento no domínio da frequência.

Os dados gravados pelo Photon II foram tratados pelo algoritmo *Identifica* (Seção 4.3) para a identificação das frequências naturais e modos de vibração.

Os sinais enviados para os alto-falantes foram gerados tanto pelo Photon II quanto por um gerador de sinais modelo 33503A fabricado pela Agilent. O Photon II possui a capacidade de geração de ondas simples, como senóides, ruído branco e varredura senoidal. O gerador de sinais possui um programa próprio chamado *Agilent BenchLink Waveform Builder*, que

possibilita a geração de ondas arbitrárias, tanto de maneira gráfica quanto a partir de equações parametrizadas.

A captação do sinal emitido pelo alto-falante foi realizada com um microfone modelo PCB 130E20 fabricado pela PCB Piezotronics. Este microfone possui captação frontal e conexão ICP. De acordo com o fabricante, este apresenta resposta similar a um omnidirecional em baixas frequências, o limite desta condição ocorre em frequências cujo valor é alto suficiente para que o comprimento de onda seja similar às dimensões do microfone. Neste caso ocorrem efeitos de difração que alteram os valores de pressão medidos. Para o modelo PCB 130E20, a frequência limite encontra-se acima de 3 kHz, valor este que está muito além da faixa analisada neste trabalho. Portanto, este microfone pôde ser utilizado como omnidirecional sem prejuízo para as medições.

# 4.4.2 Ensaios com a placa de compósito

Os ensaios com a placa de carbono foram realizados com a finalidade de validar os equipamentos e a metodologia com excitação acústica. Em todos estes ensaios, foi utilizada a condição de bordas livres. Esta condição foi modelada suspendendo-se a placa por fios de nylon presos às duas extremidades superiores. Nestes ensaios, tanto as medições quanto as excitações foram realizadas na malha 36 pontos equidistantes entre si e apresentada na Figura 4.6.

Inicialmente foi realizado um ensaio tradicional com excitação via martelo instrumentado. Este ensaio serviu como base de comparação, juntamente com os resultados numéricos, para os resultados com excitação acústica. Neste ensaio, a placa foi excitada 5 vezes em cada um dos 36 pontos e a resposta medida por três sensores presos a ela: um acelerômetro (x = 160 mm, y = 180 mm) e dois PZT's (x = 400 mm, y = 800 mm) e (x = 800 mm, y = 600 mm). As medições foram realizadas com uma frequência de amostragem de 1280 Hz e intervalo de frequência de 0,31 Hz e foi utilizada uma janela exponencial. A Figura 4.8 mostra um exemplo das FRF's obtidas pelos três sensores em um dos pontos de medição.



Figura 4.8 – Exemplo de estimadores de H1 obtidos no ensaio com a placa de carbono

Os ensaios com excitação acústica utilizaram a mesma configuração experimental do ensaio com martelo instrumentado. Entretanto, após a validação da instrumentação, utilizou-se apenas o acelerômetro devido a facilidade de movimentação do mesmo. Nestes ensaios, o alto-falante e o microfone foram posicionados próximos à placa e o acelerômetro movido através dos pontos de medição. Em cada ponto, foram realizadas 15 médias. A frequência de amostragem foi de 1280 Hz. A Figura 4.9 apresenta a configuração esquemática do ensaio.



Figura 4.9 - Montagem do ensaio com a placa de carbono

Foram realizados testes com três tipos de onda: senóide com frequência constante, varredura senoidal e ruído branco. Os resultados dos ensaios foram comparados quanto ao nível de ruído nos estimadores  $H_1$  e  $H_2$  da FRF e a qualidade da coerência. A varredura senoidal apresentou o melhor resultado em ambos os quesitos, e foi selecionada como forma de excitação para os ensaios subsequentes.

# 4.4.3 Ensaio com a asa

Os ensaios com a aeronave CEA-311 Anequim foram realizados após o término da validação da técnica na placa de carbono. Eles tiveram como objetivo comprovar a eficácia da técnica em estruturas maiores e complexas, refinamento do método experimental e validação dos cálculos realizados para a aeronave Anequim.

Com os resultados numéricos a disposição, os parâmetros dos ensaios foram escolhidos a partir de estimativas e expectativas prévias, e foram realimentados pelos resultados dos ensaios subsequentes. As formas de excitação, a maneira de aquisição e tratamento dos dados e os estimadores utilizados foram alterados ao longo do trabalho até chegar a uma configuração em que foi possível determinar os modos de vibração da asa com precisão e repetibilidade. A Figura 4.10 apresenta a configuração básica para o ensaio.



Figura 4.10 - Configuração básica para o ensaio da asa com o alto-falante comercial

Nos ensaios, a asa foi engastada em toda a região da longarina e o alto-falante posicionado abaixo dela, com o cone virado para cima. O microfone foi posicionado o mais próximo possível da asa, para evitar problemas de diferença de fase entre a onda medida e a onda real que chega à asa. O sinal de entrada para o alto-falante foi gerado inicialmente com o Photon II e, posteriormente, com o gerador 33503A.

As medições foram realizadas em uma malha de 62 pontos distribuídos ao longo da semienvergadura da asa esquerda, como mostrado na Figura 4.11. Esta malha foi refinada na região da ponta da asa, pois nela ocorrem os maiores deslocamentos.



Figura 4.11 - Pontos de medição para o ensaio da asa

A Figura 4.12 apresenta uma montagem do ensaio com o sinal gerado pelo gerador 33503A.



Figura 4.12 - Configuração de ensaio com gerador de sinais externo

A excitação utilizada inicialmente foi uma varredura senoidal com faixa de frequência prédeterminada. Dentre as formas de excitação testadas (Seção 5.2.2), esta onda apresentou o melhor resultado devido a sua capacidade de excitar apenas as frequências de interesse. Ela foi adaptada ao longo dos experimentos para melhorar sua capacidade de excitação em baixas frequências.

Os primeiros ensaios foram realizados com a gravação dos dados no domínio da frequência, devido à facilidade de tratamento posterior e a capacidade de monitorar a qualidade dos mesmos durante a gravação via coerência dos dados. Posteriormente, eles também foram gravados no domínio do tempo para a análise de influência de ruídos e comparação de estimadores. Os estimadores da FRF do sistema (seção 2.2.2) podem ser calculados através das equações

$$H_1(\omega) = \frac{S_{f'x'}(\omega)}{S_{f'f'}(\omega)} \qquad \qquad H_2(\omega) = \frac{S_{x'x'}(\omega)}{S_{x'f'}(\omega)} \qquad \qquad H_3(\omega) = \frac{S_{r'x'}(\omega)}{S_{r'f'}(\omega)}$$

A influência de cada estimador foi avaliada na seção 5.2.1. A Figura 4.13 apresenta um exemplo de estimadores  $H_2$  medidos para cada ponto da asa.



Figura 4.13 - Exemplo de estimadores de FRF obtidos nos ensaios com a asa

Com os estimadores, foi possível aplicar o algoritmo *Identifica* e obter as frequências naturais e modos de vibração para a asa.

# 4.4.4 <u>Caracterização dos alto-falantes</u>

Os ensaios de caracterização dos alto-falantes foram realizados para determinar a capacidade de excitação e a fidelidade dos mesmos ao sinal de entrada. Estes ensaios foram realizados inicialmente na caixa de som comercial, devido a problemas encontrados na faixa de frequência entre 60 Hz e 100 Hz, como apresentado na seção 5.2.

O ensaio foi realizado a partir da comparação entre os sinais de entrada e saída do amplificador, a resposta do cone do alto-falante e o sinal recebido pelo microfone. A Figura 4.14 apresenta um diagrama com as ligações e sinais monitorados no ensaio.



Figura 4.14 - Configuração do ensaio de caracterização do alto-falante

Com base nas alterações das entradas e saídas de cada elemento mostrado na Figura 4.14, podese avaliar o comportamento da caixa de som e determinar a contribuição de cada um para o sinal captado pelo microfone.

A caracterização da caixa de som comercial em conjunto com os ensaios com ondas de baixa frequência (Seção 5.2.2) motivou a construção do alto-falante com um cone de 12". Este alto-falante também teve o seu comportamento caracterizado na faixa de frequência de interesse dos testes realizados.

# 5.1 Ensaios com a placa de carbono

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos na simulação numérica. Pode-se notar que as cinco primeiras frequências estão compreendidas abaixo de 50 Hz.

	f1 [Hz]	f <sub>2</sub> [Hz]	f3 [Hz]	f4 [Hz]	f5 [Hz]
Teórico	11.89	16.09	23.73	29.09	33.17

Tabela 2 - Frequências obtidas da análise em elementos finitos

Avaliando-se o ensaio com o martelo, pode-se comparar as respostas dos diferentes sensores. A Figura 5.1 apresenta as curvas de resposta em frequência para os canais 2, 3 e 4 em cada um dos 36 pontos de excitação. Pode-se notar que, apesar das diferentes escalas de amplitude dos sensores, as frequências medidas são semelhantes. Além da frequência fundamental entre 10 Hz e 15 Hz e as frequências subsequentes, pode-se observar que o sistema apresenta resposta em baixa frequência, abaixo de 5 Hz. Ao avaliar esta região, pode-se perceber que se trata de dois modos de corpo rígido, com frequências de 1.92 Hz e 2.69 Hz. A análise das formas modais confirmou que estes são os dois módulos de pendulo da estrutura, visto que a condição de bordas livres foi simulada pendurando-se a placa por fios de nylon.





Figura 5.1 – Resposta em frequência para os três canais analisados obtida em cada um dos 36 pontos de ensaio: (a) Canal 2 – PZT; (b) Canal 3 – Acelerômetro; (c) Canal 4 – PZT

Utilizando o algoritmo *Identifica* desenvolvido em Matlab<sup>®</sup> (seção 4.3), pôde-se avaliar os resultados e obter os valores de frequência natural. A Tabela 3 apresenta os valores medidos por cada sensor. Pode-se observar que os resultados se apresentaram próximos para todos os canais. A maior diferença foi observada para a segunda frequência, atingindo 10% entre os canais 2 e 4. Apesar desta diferença, comparando os canais 2 e 3 pode-se observar que os resultados para o PZT e para o acelerômetro foram semelhantes. Isto validou a utilização apenas do acelerômetro no ensaio com a excitação sonora. Além disso, os resultados do ensaio com o martelo possibilitaram escolher limite superior de frequência da onda utilizada no ensaio com o som.

		<b>f</b> <sub>1</sub> [ <b>Hz</b> ]	f <sub>2</sub> [Hz]	f3 [Hz]	f4 [Hz]	f5 [Hz]
	PZT 1	12.5	15.9	20.9	27.5	31.0
Martelo	Acelerômetro	12.5	16.0	20.8	27.5	30.9
	PZT 2	12.6	17.4	20.9	27.5	31.0

Tabela 3 - Frequências medidas no ensaio com martelo instrumentado

Após o ensaio com a excitação tradicional, foi realizado o ensaio com excitação sonora, seguindo a metodologia apresentada na seção 4.4.2. A Figura 5.2 apresenta uma comparação entre a resposta em frequência e a coerência do acelerômetro nos dois ensaios realizados. Apesar das diferenças entre as curvas, pode-se notar que os picos de frequência são semelhantes em ambos os ensaios. As coerências, no entanto, apresentaram diferenças.

No ensaio com martelo instrumentado, a coerência foi baixa para frequências abaixo de 5Hz e melhorou a partir deste valor. Já no ensaio com excitação sonora, a coerência foi baixa antes

de 13 Hz e tendeu a 1 após isso, com oscilações em determinados pontos. A baixa coerência era esperada em frequências abaixo da faixa audível por se tratar de um alto-falante comercial preparado para frequências acima de 20 Hz, faixa audível. Foram levantadas duas causas possíveis para o problema de coerência em baixas frequências: o acelerômetro, que possui faixa de operação de 10 Hz a 3 kHz, e o alto-falante, que possui faixa audível entre 20 Hz e 20 kHz. Como os valores de coerência para o ensaio com o martelo não apresentaram os mesmos problemas, o problema pode ser atribuído ao alto-falante.



Figura 5.2 – Resposta em frequência e coerência para os ensaios realizados: Esquerda – ensaio tradicional; Direita – Excitação sonora

Apesar dos problemas com a coerência, os resultados para as cinco primeiras frequências foram muito próximos ao do ensaio de referência. A Tabela 4 mostra a comparação entre o resultado numérico e os resultados experimentais.

	f1 [Hz]	f <sub>2</sub> [Hz]	f3 [Hz]	f4 [Hz]	f5 [Hz]
Numérico	14.96	20.20	30.54	36.57	42.06
Martelo	12.5	16.0	20.8	27.5	30.9
Som	12.8	16.4	21.2	27.5	31.0

Tabela 4 - Comparação entre as frequências numéricas e experimentais

Avaliando as frequências individualmente, os resultados experimentais foram muito próximos entre si, e sempre menores que os numéricos. Esta diferença entre os valores numéricos e experimentais pode ser explicada em parte pela diferença entre as propriedades mecânicas teóricas e reais do material. A Tabela 5 apresenta os coeficientes de amortecimento para ambos os ensaios obtidos através do método dos polinômios ortogonais.

Tabela 5 - Coeficientes de amortecimento para os ensaios com martelo e excitação sonora

	<b>f</b> <sub>1</sub> [ <b>Hz</b> ]	f <sub>2</sub> [Hz]	f <sub>3</sub> [Hz]	f4 [Hz]	f5 [Hz]
Martelo	0.007033	0.005781	0.005040	0.003616	0.003344
Som	0.003968	0.002988	0.001496	0.001871	0.001735

O amortecimento obtido no ensaio com a excitação impulsiva apresentou-se maior do que os obtidos no ensaio com excitação sonora. Em ambos os casos foram utilizadas as janelas exponencial e Hanning, respectivamente, para garantir que o os dados tendam a zero no final da aquisição. Ambas as janelas inserem amortecimento no sistema, mas a janela exponencial provoca uma queda mais acentuada e insere mais amortecimento no resultado final.

As formas modais apresentaram-se muito semelhantes, como mostrado nas Figuras 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7. A maior diferença ocorreu na frequência fundamental, mas ela ainda é reconhecível no ensaio com excitação sonora. Esta diferença pode ser atribuída à faixa de excitação do alto-falante.



Figura 5.3 - Primeira forma modal: (a) Martelo instrumentado; (b) Excitação acústica; (c) Elementos Finitos



Figura 5.4 - Segunda forma modal: (a) Martelo instrumentado; (b) Excitação acústica; (c) Elementos Finitos



Figura 5.5 - Terceira forma modal: (a) Martelo instrumentado; (b) Excitação acústica; (c) Elementos Finitos





Figura 5.6 - Quarta forma modal: (a) Martelo instrumentado; (b) Excitação acústica; (c) Elementos Finitos



Figura 5.7 - Quinta forma modal: (a) Martelo instrumentado; (b) Excitação acústica; (c) Elementos Finitos

A proximidade das frequências obtidas e as calculadas e a semelhança entre as formas modais no ensaio com excitação sonora atestou a capacidade do método em obter as frequências naturais e identificar os modos de vibração.

# 5.2 Ensaios com a asa

A estrutura da asa foi inicialmente simulada em elementos finitos, de acordo com a metodologia descrita na Seção 4.2. As condições de contorno estabelecidas por Silva (2014) foram alteradas de maneira a simular as condições impostas no ensaio. A estrutura do aileron foi removida da simulação numérica, pois os modos deste componente são fortemente dependentes da rigidez de sua estrutura de comando. A Tabela 6 apresenta os valores de frequência obtidos para os 10 primeiros modos de vibração.

Modo	Frequência Natural [Hz]	Descrição do modo
1	19,58	Primeira Flexão
2	22,05	Modos locais do revestimento
3	62,31	Segunda Flexão
4	64,47	Segunda Flexão com modos de revestimento
5	69,71	Torção
6	102,67	Flexão do bordo de fuga próximo ao aileron
7	103,92	Flexão do bordo de fuga próximo ao aileron
8	110,86	2ª Flexão do bordo de fuga próximo ao aileron
9	111,78	2 ª Flexão do bordo de fuga próximo ao aileron
10	123,24	3 ª Flexão do bordo de fuga próximo ao aileron

Tabela 6 - Resultados para a simulação em elementos finitos

Os resultados da simulação numérica mostraram quatro modos da asa vibrando como um todo (modos 1, 3, 4 e 5) e seis modos locais (modos 2, 6, 7, 8, 9 e 10). A frequência fundamental da estrutura obtida através do modelo numérico foi de 19,58 Hz, no primeiro modo de flexão. A Figura 5.8 apresenta os cinco primeiros modos obtidos na simulação numérica.





Figura 5.8 – Cinco primeiros modos de vibração obtidos na simulação numérica: (a) Primeira flexão – 19,68 Hz;
(b) Modos locais do revestimento – 22,05 Hz; (c) Segunda flexão – 62,31 Hz; Segunda flexão com modos de revestimento – 64,57 Hz; (e) Primeira torção – 69,71 Hz.

Avaliando as formas modais, pode-se perceber que todas possuem acoplamento entre flexão e torção. Isto é comum em estruturas com geometrias complexas e/ou construídas com materiais compósitos. A complexidade geométrica da asa, com diferentes quantidades de camadas de revestimento e formato não retangular provoca um desbalanceamento na rigidez global da estrutura. Quanto ao material, a natureza ortotrópica dos compósitos pode levar a uma configuração de laminados com acoplamento entre flexão e torção ou alongamento e cisalhamento. As causas deste acoplamento não são o escopo deste trabalho, e podem ser encontradas com mais detalhes em Kollar e Springer (2003).

Nos ensaios, são realizadas médias com várias medições para a redução do efeito do ruído aleatório. Por isso, uma malha com muitos pontos tornaria o ensaio muito demorado, enquanto uma muito grosseira poderia ocultar algum modo. A malha construída tem 62 pontos, com refinamento na região da ponta da asa, pois ela apresenta os maiores deslocamentos. O aileron também foi incluído na malha, apesar de seus modos de vibração não serem comparados com os simulados numericamente.

A técnica do ensaio de excitação acústica foi desenvolvida a partir de um processo iterativo, onde os ensaios foram propostos a partir de expectativas e hipóteses prévias, e os resultados destes levaram a confirmação ou adequação para novos experimentos. Como exemplo, eram esperados problemas com excitação em faixas inaudíveis e com ruído ambiente. Com a confirmação destas expectativas pelos ensaios preliminares, foram propostas analises e soluções para contornar os problemas encontrados, como apresentado nas seções 5.2.2 e 5.2.5. Dessa maneira, esta seção apresenta os resultados obtidos com a configuração final do ensaio, após a solução dos problemas encontrados nos ensaios preliminares.

Os ensaios com diversas formas de excitação (seção 5.2.2) levaram à varredura senoidal apresentada na Figura 5.9. Esta onda apresentou capacidade de excitação em baixas frequências quando utilizada em conjunto com ao alto-falante fabricado. Além disso, ela excita apenas a faixa de frequências desejada, facilitando o ensaio e o tratamento dos dados.



Figura 5.9 - Varredura senoidal exponencial de 5 Hz a 150 Hz com 10 s de duração

O ensaio foi realizado com o sistema de aquisição Photon II. Foi utilizada uma frequência de amostragem de 320 Hz e 0,156 Hz de variação em frequência, com a janela Hanning. A aceleração foi medida utilizando-se dois acelerômetros PCB 333A3, com número de série 5589 e 5590 e sensibilidade de 100,8 mV/g e 101,1 mV/g, respectivamente. Os acelerômetros foram posicionados a dois pontos de distância um do outro, ou seja, o acelerômetro 1 (5590) foi posicionado inicialmente no ponto 1 e o acelerômetro 2 (5589) no ponto 3. Os dois acelerômetros foram utilizados para se obter duas FRF's e selecionar a com melhor qualidade. Devido às limitações do Photon II (seção 5.2.7), optou-se pela utilização do estimador H<sub>1</sub>. O ensaio foi realizado após as 22h e sem máquinas ligadas, para minimizar a influência de ruídos externos (seção 5.2.5).



Figura 5.10 – Estimadores H1 para asa: (a) Acelerômetro 1 e (b) acelerômetro 2

Pode-se perceber que as FRF's possuem picos de ressonância em regiões semelhantes. As diferenças ocorrem pontualmente, com algumas medições apresentando-se mais ruidosas. Além disso, ocorre uma melhora na identificação de modos em baixa frequência quando comparado ao ensaio realizado com a placa de carbono. É possível identificar um modo em 8,9 Hz, que corresponde à interação de corpo rígido com o apoio. Como apresentado na seção 5.2.4, este modo não era identificado com o uso do alto-falante comercial. Os dados começam a apresentar mais ruído a partir de 80 Hz.

A Tabela 7 apresenta as 10 primeiras frequências identificadas no ensaio e os respectivos coeficientes de amortecimento.

Modo	Frequência [Hz]	Amortecimento []
1	8.90	0.006824
2	14.69	0.006702
3	32.19	0.014230
4	41.72	0.012290
5	47.50	0.006767
6	49.38	0.012740
7	54.53	0.003231
8	58.59	0.021190
9	63.28	0.012890
10	67.66	0.014880

Tabela 7 – 10 primeiras frequências naturais identificadas

Dentre as frequências identificadas, existem modos elásticos próprios da estrutura e modos produzidos pela interação entre ela e o apoio. Por mais rígido que seja o engastamento experimental e o suporte utilizado, eles nunca terão rigidez infinita como a restrição aplicada na análise em elementos finitos. Este fenômeno causa a aparição dos modos de interação mencionados. Como exemplo, tem-se o modo de rotação em torno do apoio, apresentado na Figura 5.11. Neste capítulo serão apresentadas apenas as formas modais dos modos elásticos, com exceção do primeiro modo de corpo rígido causado pela deformação do engaste em 8,90 Hz. Todas as 10 formas identificadas encontram-se disponíveis no Apêndice A.



Frequência Experimental: 8,90 Hz

Figura 5.11 - Modo de corpo rígido por deformação com o engaste

As Figuras 4.11 a 4.15 apresentam a relação entre os modos numéricos e os identificados experimentalmente.







Figura 5.12 – Primeiro modo de flexão: (a) Frequência experimental = 14,7 Hz; (b) Frequência numérica = 19,6 Hz





Figura 5.13 – Segundo modo de flexão: (a) Frequência experimental = 41,7 Hz; (b) Frequência numérica = 62,3 Hz







Figura 5.14 – Segundo modo de flexão com modos locais do revestimento: (a) Frequência experimental = 47,5 Hz; (b) Frequência numérica = 64,5 Hz



Figura 5.15 – Primeiro modo de torção: (a) Frequência experimental = 49,4 Hz; (b) Frequência numérica = 69,7 Hz

As frequências naturais obtidas para todos os modos apresentaram-se inferiores às numéricas. Isto pode estar relacionado à problemas no engastamento, diferenças de massa entre o modelo e a simulação e diferenças nas propriedades dos materiais. A justificativa e ajuste do modelo numérico fogem do escopo deste trabalho e serão deixadas como sugestões para trabalhos futuros.

Avaliando-se as Figuras 4.11 a 4.15 pode-se perceber que as formas modais obtidas experimentalmente aproximaram-se das previstas pelo modelo numérico. Este fato mostra a capacidade do método de excitar e obter as frequências naturais e formas modais de estruturas maiores e mais complexas.

A malha escolhida para os ensaios mostrou-se sensível o suficiente para medir inclusive os modos de flexão do bordo de fuga, retratados nas figuras 4.13 e 4.14 e nos modos de 7 a 10 apresentados no anexo 2.

Para separar os modos elásticos e os de corpo rígido, a rigidez do apoio foi alterada. Isto acarreta em uma mudança significativa nos valores de frequência natural para os modos de corpo rígido, enquanto os modos elásticos não se alteram ou tem poucas variações. A Figura 5.16 mostra esta variação realizada entre dois ensaios.

É possível perceber que alguns modos não tiveram sua frequência alterada ou mudaram pouco, como no caso dos modos em 14,7 Hz e 47,5 Hz por exemplo. Estes estão indicados através das linhas tracejadas. Os modos indicados por setas tiveram seu valor de frequência natural alterado entre um ensaio e outro, mas não tiveram alteração da forma modal, o que caracteriza modos de interação com o apoio.



Figura 5.16 – Comparação das Respostas em frequência de dois ensaios com rigidez do apoio diferentes. Cima: maior rigidez no apoio; Baixo: menor rigidez no apoio

#### 5.2.1 Sensibilidade à distância do microfone

Alterações na posição relativa do microfone podem levar a diferentes medições de pressão devido à perda de energia das ondas acústicas durante a propagação. Para avaliar as alterações provocadas por estas mudanças, foram realizados testes com diferentes configurações.

Nestes ensaios, a distância entre a caixa de som e a asa, bem como a amplitude da onda de excitação, foram mantidas fixas. A distância entre o microfone e a asa foi variada, tendo-se como controle o microfone a 10 mm da mesma. Em seguida, o estimador H<sub>1</sub> foi calculado para o mesmo um ponto da estrutura em cada distância relativa. A Figura 5.17 apresenta estes estimadores e a coerência dos dados para cada ensaio.



Figura 5.17 – Estimador H<sub>1</sub> (a) e coerência (b) para o ensaio de sensibilidade da posição do microfone

Os estimadores  $H_1$  apresentam decréscimo de magnitude aumentando-se a distância relativa, ou seja, afastando-se o microfone da asa e aproximando-o do alto-falante. Uma redução na distância entre o microfone e o cone aumenta o valor da pressão medida e, consequentemente, o valor do autoespectro do sinal. Como o estimador  $H_1$  é calculado através de uma razão entre o espectro cruzado e o autoespectro da entrada, um aumento no denominador reduz a magnitude do estimador como um todo.
Pode-se perceber que a coerência dos dados praticamente não se altera com a distância. Isto ocorre porque a mudança de fase entre a onda captada pelo microfone e a que chega à asa é desprezível. Considerando excitações entre 5 Hz e 150 Hz, tem-se comprimentos de onda de 68,0 m e 2,27m, respectivamente. Estes valores de comprimento de onda são superiores a maior distância ensaiada.

Para os ensaios, foi adotada uma distância fixa igual a 10 mm entre a asa e o microfone, para evitar problemas de compatibilidade entre as FRF's.

#### 5.2.2 <u>Teste com ondas de baixa frequência</u>

Os primeiros ensaios com a placa de carbono e com a asa da aeronave Anequim mostraram problemas de coerência dos dados em baixa frequência, como pode ser observado na Figura 5.18. Pode-se perceber que, abaixo de 15 Hz o ruído no estimador H<sub>2</sub> aumenta, bem como ocorre uma queda na coerência dos dados.



Figura 5.18 – Estimador H<sub>2</sub> e coerência para o ensaio com a placa de carbono

De acordo com Maia e Silva (1997), quedas de coerência são causadas por uma ou mais das seguintes condições

- O sistema que relaciona f(t) e x(t) não é linear;
- Os estimadores da FRF possuem erros sistemáticos (*polarização*);

- Ruído externo está presente nas medições da FRF;
- A resposta medida deve-se a outras excitações externas além de f(t)

Apesar de possuir certo grau de não-linearidade, a asa da aeronave Anequim pode ser considerada linear para pequenos deslocamentos como grande parte das estruturas. O erro sistemático foi minimizado utilizando-se equipamentos com carta de calibração e sempre um mesmo acelerômetro para varrer a asa. Dessa forma, mesmo que o acelerômetro apresente erro absoluto, os resultados serão coerentes entre si. A questão da influência do ruído ambiente no estimador é tratada na seção 5.2.5.

Uma das soluções propostas para contornar o problema de coerência devido à excitação foi o teste de diferentes formas de onda para a excitação em baixa frequência. Dentre as excitações testadas, estão a varredura senoidal exponencial e linear, os ruídos branco, rosa e cinza e uma onda composta de pulsos modulados por uma varredura senoidal. O ruído rosa é um sinal com densidade espectral de potência inversamente proporcional a frequência, ou seja,  $S(f) \propto 1/f$ . Já o ruído cinza é um ruído aleatório sujeito à curva de igualdade sonora físico-acústica, ou seja, o ruído é construído de forma que o ouvinte perceba todas as frequências com mesma intensidade. A onda composta de pulsos modulados por varredura senoidal está apresentada na Figura 5.19 (a). Ela é composta de uma série de pulsos de alta frequência (440 Hz), como apresentado na Figura 5.19 (b), modulados por uma varredura senoidal de 2 a 20 Hz.



Figura 5.19 – Exemplo de onda utilizada no ensaio de excitação em baixa frequência. (a) Pulsos modulados por uma varredura senoidal (b) Detalhe dos pulsos que compõe a onda

Além de diferentes ondas, foi avaliada a influência da amplitude da excitação em função da faixa de frequência. Para isso, variou-se a amplitude das ondas ensaiadas em baixa frequência e foi avaliada sua relação com o nível de ruído dos estimadores e da coerência.

Não houve ganho significativo com o uso de diferentes ondas de excitação. Os melhores resultados continuaram ocorrendo com a varredura senoidal. Dentre as configurações possível para esta onda, a que apresentou melhor resultado em baixas frequências foi uma varredura senoidal exponencial modulada por uma função exponencial, como o apresentado na Figura 5.9. Esta onda varre toda a faixa de frequência do ensaio, mas permanecendo mais tempo em baixas frequências. Quanto à modulação por função exponencial, são necessários maiores níveis de tensão em baixa frequência, pois o cone precisa deslocar uma maior quantidade de ar com o aumento do comprimento de onda.

A Figura 5.20 apresenta o espectro de potência da forma de onda selecionada para os ensaios com a asa. Ela é composta de uma varredura senoidal varrendo de 5 Hz a 150 Hz em 10 segundos, modulada por um exponencial com constante de tempo de 3s. Esta onda é capaz de excitar todos os modos de interesse durante o ensaio e excitar a estrutura em baixas frequências.



Figura 5.20 - Espectro de potência da varredura senoidal utilizada nos ensaios com a asa da aeronave Anequim.

O espectro de potência apresenta caráter oscilatório, principalmente em frequências mais altas. Isto leva a problemas de coerência em altas frequências, mas esta faixa encontra-se acima das frequências de interesse, como descrito na seção 5.2.

Além do problema de excitação, os ensaios em baixa frequência também tem a dificuldade causada pelos sensores utilizados. De acordo com Maia e Silva (1997), sensores piezelétricos, como o acelerômetro e o microfone utilizados, operam em uma faixa ampla de frequência, entretanto não apresentam bons resultados em baixas frequências. Este fato também é

reportado nas cartas de calibração do microfone e do acelerômetro, que possuem faixa de operação de 20 Hz a 20 kHz e 10 Hz a 3 kHz, respectivamente.

Os problemas de coerência em baixa frequências, em conjunto com a caracterização do altofalante comercial (seção 5.2.3), levaram à fabricação de um alto-falante com cone maior.

#### 5.2.3 <u>Caracterização dos alto-falantes</u>

Durante ensaios com faixas de frequência mais altas, percebeu-se um aumento no nível de ruído dos estimadores após 60 Hz, com piora na faixa de 100 Hz, como pode ser observado na Figura 5.21. Isto foi inicialmente atribuído ao ruído provocado por equipamentos elétricos e mecânicos, principalmente rotativos, que possuem frequência de rotação nesta faixa. Entretanto, além da análise da influência de ruídos nos estimadores da FRF (Seção 5.2.5), foi proposta a caracterização da operação do alto-falante na faixa de frequência do ensaio. É importante ressaltar que as alterações apresentadas pelo estimador na faixa acima de 100 Hz são causadas principalmente por uma componente indesejada no sinal de entrada. Este efeito é descrito na seção 5.2.2.



Figura 5.21 - FRF com aumento de ruído na região entre 60 Hz e 120 Hz

O alto-falante comercial possui um amplificador próprio, que permite a equalização do sinal em 4 faixas, sendo elas: Low (até 60 Hz), Low Mid (de 60 Hz até 400 Hz), High Mid (400 Hz até 1 kHz) e High (1 kHz até 10 kHz). Este alto-falante, funcionando sem nenhuma alteração em seus parâmetros de equalização, não apresenta excitação significativa abaixo de 30 Hz. Portanto, para os ensaios modais, foram amplificadas as regiões de Low e Low Mid.

A caracterização do alto-falante comercial foi realizada avaliando-se as alterações sofridas pelo sinal de entrada até ele ser captado pelo microfone, como apresentado na Figura 4.14. Além da adição de ruído, o sinal pode ser distorcido ao passar pelo amplificador, durante a transformação de sinal elétrico em movimento no eletroímã e perdas na propagação da onda de pressão entre o cone e o microfone.

A Figura 5.22 apresenta uma comparação entre a entrada e saída do amplificador da caixa de som comercial. A entrada foi definida com um sweep sine de 10 segundos com frequência inicial de 5 Hz e frequência final de 200 Hz. Esta onda foi modulada por uma exponencial negativa com o intuito de aumentar a potência sonora em regiões de baixas frequências.



Figura 5.22 - Sinais de entrada e saída do amplificador da caixa Crate BX-25

Pode-se perceber que o sinal de saída apresenta uma queda abrupta próxima a 100 Hz e retorna em seguida a um patamar menor. Além disso, o sweep sine modulado é completamente deformado ao passar pelo amplificador, perdendo seu caráter oscilatório e concentrando-se principalmente positivo. Uma análise do espectro de potência do sinal mostra que a queda começa em aproximadamente 110 Hz e possui um mínimo em 130 Hz. Além disso, é possível perceber uma grande queda na potência do sinal de excitação em baixas frequências.



Figura 5.23 – Auto espectro e espectro cruzado dos sinais de entrada e saída do amplificador da caixa de som comercial

A caracterização da caixa em conjunto com os testes de excitação em baixas frequências apontou a necessidade da construção de uma caixa de som maior e com um sistema de amplificação e excitação confiável.

Após o término da construção do alto-falante apresentado na seção 5.2.4, ele foi caracterizado da mesma forma que a caixa de som comercial. Como ele utiliza um amplificador e um excitador de melhor qualidade, tanto a onda de saída do amplificador quanto o movimento do cone apresentam menores distorções quando comparados ao alto-falante comercial.

#### 5.2.4 Construção do alto-falante

Como descrito na seção de Materiais e equipamentos (4.4.1), o alto-falante construído ao longo do trabalho possui um cone de 12" e é movido por um shaker eletromecânico modelo 4809 fabricado pela Brüel & Kjær. Além disso, foi utilizado um amplificador 2718 também fabricado pela Brüel & Kjær. A estrutura da caixa é feita em MDF, como mostrado na Figura 4.7 (a). O cone com diâmetro maior possibilita que mais ar seja deslocado, o que excita frequências menores do que as alcançadas pelo alto-falante comercial. A Figura 5.24 apresenta uma comparação entre os estimadores  $H_1$  e coerência para um ensaio realizado na asa da aeronave Anequim com a alto-falante comercial e o construído.



Figura 5.24 – Comparação entre o estimador H1 para asa da aeronave Anequim (a) e coerência (b) para os altofalantes utilizando uma mesma excitação

Pode-se perceber um ganho significativo na qualidade da FRF e em coerência em baixas frequências. O ensaio com o alto-falante construído apresenta coerência dos dados até um limite inferior de aproximadamente 7 Hz, enquanto a caixa comercial possui uma queda acentuada a partir de 15 Hz. A queda de coerência repentina de coerência em torno de 12 Hz para o alto-falante construído pode ser atribuída ao ruído ambiente, como apresentado na seção (5.2.5), ou pela incapacidade de excitar frequências nesta faixa. A Figura 5.25 apresenta um comparativo entre 62 FRF's obtidas no ensaio da asa com ambos os alto-falantes.



Figura 5.25 – Comparativo de ruído entre as FRF's obtidas com (a) o alto-falante comercial e (b) o alto-falante construído

Pode-se perceber uma significativa melhora nos dados abaixo de 15 Hz. Na Figura 5.25 (a), o primeiro modo de corpo rígido não é identificável. Já na Figura 5.25 (b), ele é facilmente identificável e apresenta uma forma modal com qualidade.

#### 5.2.5 Avaliação do ruído ambiente

Por se tratar de um método via excitação acústica, o resultado dos ensaios é influenciado pelo ruído ambiente. Isto ocorre principalmente em regiões de baixa frequência, onde a relação sinal/ruído é menor. Para caracterizar a influência do ruído nas medições das FRF's, foram feitas medições no CEA (Centro de Estudos Aeronauticos) onde foram realizados os ensaios tanto durante o dia, com pessoas trabalhando e máquinas em funcionamento, quanto de madrugada, quando o ruído ambiente é menor. A Figura 5.26 apresenta o espectro de frequências captado pelo microfone para ambas a condições.



Figura 5.26 – Ruído ambiente para o galpão onde foram realizados os ensaios: (a) de madrugada e (b) durante o dia

Pode-se notar um aumento de picos frequência no espectro captado durante o dia. Os picos marcados em uma estreita faixa de frequência são atribuídos a estruturas ou máquinas que geram perturbações bem determinadas, como motores ou ferramentas pneumáticas. Nestas, a frequência de rotação ou oscilação é praticamente constante, o que leva a picos estreitos no espectro. Como exemplo, a máquina de corte numérico presente na oficina funciona a 8000 RPM ou 133,3 Hz. Este valor pode ser observado no espectro de frequência como o ultimo pico indicado a direita.

Além disso, pode-se perceber um aumento na região entre 50 e 120 Hz, o que explica em parte o ruído observado nas FRF's nesta região. Entretanto, nesta região a relação sinal/ruído é alta, o que reduz a influência do ruído. Esta avaliação da influência do ruído de acordo com a região pode ser realizada observando-se a Figura 5.27. Nela temos o espectro do ruído (a), duas FRF's (b) e as respectivas coerências (c). As funções foram escolhidas de forma a retratar a influência do ruído em pontos de diferentes relações sinal/ruído. O ponto 3 está localizado na raiz da asa, a 400 mm do bordo de fuga. Além disso, ele é próximo a longarina, o que o leva a ter poucos deslocamentos. Já o ponto 53 está localizado na mesma linha ao longo da corda, mas na ponta da asa, o que provoca grandes deslocamentos principalmente nos modos de flexão ou flexotorção.



Figura 5.27 – Avaliação da influência do ruído ambiente: (a) Espectro de ruído, (b) Estimadores da FRF e (c) Coerência

Observando-se as Figura 5.27 (b) e (c), pode-se perceber que, apesar de ambos os pontos terem uma queda abrupta de coerência próximo a 12 Hz, o ponto 3 é mais influenciado pela presença de ruído em baixas frequências. A queda em 12 Hz é causada por um aumento do ruído neste valor, como pode-se perceber na Figura 5.27 (a). Entretanto, após esta queda a coerência do ponto 53 retorna a valores próximos de 1 e permanece nesta faixa, exceto por algumas quedas em picos de antirressonância. Já o ponto 3 apresenta coerência baixa até 20 Hz e ainda possui quedas em algumas frequências ruidosas, como 18 Hz, 38 Hz e 75 Hz. Isto mostra o quanto um ponto de baixo deslocamento é sujeito a interferência de ruído. Cabe ressaltar que as quedas de coerência após 110 Hz estão relacionadas ao sinal de entrada, como discutido na seção 5.2.2. Para este ensaio, as vibrações em baixas frequências são causadas por grandes estruturas que, ou são parte do ambiente, ou são difíceis de serem movimentadas. Vibrações de frequências mais

altas, além de serem audíveis, muitas vezes estão atreladas a máquinas ou pessoas, que podem ser desligadas ou minimizadas. O ruído em um experimento com excitação acústica é difícil de ser eliminado, principalmente quando realizado em um ambiente como uma oficina ou um hangar. Entretanto o método mostrou-se robusto o suficiente para identificar os modos de vibração mesmo com ruídos atuantes. Tendo em vista a aplicação da técnica, este caráter robusto é essencial, pois a movimentação de uma aeronave ou de uma grande estrutura para um local diferente apenas para a realização do ensaio é inviável. Como sugestão para redução de ruído, o ensaio pode ser realizado fora dos horários de trabalho, como noite ou madrugada. Isto evitaria o deslocamento da estrutura e minimizaria o ruído provocado por máquinas e processos próximos ao local do ensaio.

#### 5.2.6 <u>Avaliação dos estimadores H1, H2 e H3</u>

De acordo com Maia e Silva (1997), os três estimadores da função de resposta em frequência mais utilizados são  $H_1(\omega)$ ,  $H_2(\omega)$  e  $H_3(\omega)$ . Ainda segundo este autor, o estimador  $H_3$  é o que sofre a menor influência de ruídos externos.

O sistema de aquisição Photon II possibilita a gravação dos dados no domínio tempo para o posterior tratamento e cálculo do estimador desejado ou a análise no domínio da frequência com o cálculo em tempo real dos estimadores  $H_1$  ou  $H_2$ .

Para a avaliação da influência dos estimadores nos resultados, gravou-se os dados de um ensaio no domínio do tempo e os estimadores foram calculados a partir deles. Nesta comparação, foi utilizada uma frequência de aquisição de 375 Hz e os dados foram gravados durante 120 segundos em cada ponto de medição. Para o tratamento no domínio da frequência, foi utilizado um tamanho de bloco de 2000 pontos e a janela Hanning. A Figura 5.28 apresenta a média dos estimadores no domínio da frequência calculada com as 62 medições.

Pode-se notar que os três estimadores se comportaram de maneira semelhante na região central da faixa de frequência, diferindo principalmente nas extremidades. Os estimadores  $H_1$  e  $H_3$  apresentam menos ruído em baixa frequência quando comparados com o estimador  $H_2$ . Além disso, eles permanecem muito próximos em toda a faixa de frequência, com exceção da região abaixo de 5 Hz.



Figura 5.28 - Comparativo dos estimadores H1, H2 e H3

Apesar de permitir a escolha entre os estimadores  $H_1$  e  $H_2$ , o Photon II grava apenas um dos dois por vez. Sendo assim, é necessário realizar o ensaio duas vezes no domínio da frequência para a gravação de ambos. Por isso, nos ensaios realizados no domínio da frequência, optou-se por utilizar o estimador  $H_1$ , pois este se aproximou mais do estimador  $H_3$ .

#### 5.2.7 Influência da aquisição e tratamento dos dados

Como descrito na seção 5.2.6, o sistema de aquisição Photon II possibilita a gravação dos dados no domínio do tempo ou uma análise no domínio da frequência escolhendo-se entre os estimadores  $H_1$  e  $H_2$ . Este motivou uma comparação dos resultados obtidos em ambos os ensaios nos quesitos influência de ruído e influência do tratamento dos dados.

Os dados gravados no tempo têm a vantagem de serem flexíveis, pois é possível alterar os parâmetros de tratamento como tamanho de bloco e janela de observação. Já os dados no domínio da frequência possibilitam uma análise em tempo real da qualidade das medições através do comportamento da FRF e da coerência dos dados. Entretanto, este método de gravação não permite alterações posteriores nos dados gravados.

Os dados no tempo foram amostrados com 375 Hz de frequência de amostragem e adquiridos durante 120 segundos por ponto de medição. Os dados no domínio da frequência foram adquiridos com uma frequência de amostragem de 320 Hz e tamanho de bloco de 1024 pontos, o que proporciona uma variação em frequência de 0,15625 Hz. Foi utilizada a janela Hanning. A Figura 5.29 apresenta a comparação entre os estimadores H<sub>1</sub> gerados por ambos os ensaios.



Figura 5.29 - Comparativo entre os estimadores H1 gravados no domínio do tempo (a) e frequência (b)

Para esta comparação, os dados no tempo foram tratados com um tamanho de bloco de 1024 pontos e a janela Hanning. Pode-se observar que o estimador H<sub>1</sub> gerado a partir dos dados no tempo apresenta mais ruído do que os gravados diretamente na frequência. Isto se deve à possibilidade de avaliar a qualidade dos dados gravados em frequência em tempo real. Se por algum motivo durante o ensaio a FRF se apresentar ruidosa ou a coerência dos dados cair abruptamente, estes dados podem ser rejeitados e a medição repetida. Com os dados exibidos no domínio do tempo, é difícil avaliar a presença de ruídos ou problemas de medição durante o ensaio, a não ser que estes sejam muito grosseiros, estes problemas só são descobertos após o ensaio, durante a etapa de tratamento dos dados. Por isso, o ideal seria utilizar um sistema de medição que calcula o estimador da FRF em tempo real e grava o histórico dos dados no tempo para análises posteriores.

Os estimadores são influenciados pelos parâmetros de tratamento dos dados, ou seja, o tamanho do bloco e o tipo da janela utilizada na transformada de Fourier. Nos dados gravados no tempo, é possível variar estes parâmetros para avaliar a influência de ambos na qualidade dos estimadores. O número de pontos por bloco influencia a quantidade de médias realizadas com os dados e quantos períodos são considerados em cada transformada de Fourier.

Um tamanho de bloco maior proporciona um menor valor para o incremento de frequência (dF), porém diminui a quantidade de médias, o que aumenta o ruído dos dados na transformada de Fourier. Isso é perceptível na Figura 5.30, onde o aumento do tamanho de bloco aumenta consideravelmente o ruído das medições.



 $\label{eq:Figura 5.30-Influência do tamanho de blocos na quantidade de ruído do estimador H_1: (a) 1024 pontos, (b) 2048 pontos, (c) 4096 pontos e (d) 8192 pontos$ 

A partir de um dado disponível no tempo, deve-se escolher a quantidade de pontos por bloco que forneça a melhor relação entre resolução em frequência e quantidade de ruído no estimador.

## 6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi proposta uma metodologia de análise modal experimental com excitação sem contato através de ondas acústicas. Esta abordagem visa facilitar os ensaios de vibração em solo (GVT) e provocar menos interferência dos excitadores na estrutura como um todo.

Foram realizados ensaios em uma placa de material compósito de comportamento vibracional conhecido. Para esta estrutura, foram utilizados um modelo em elementos finitos e um ensaio tradicional com excitação impulsiva para comparação com os resultados da excitação acústica.

Os resultados para a placa foram condizentes entre as diferentes maneiras de análise. Comparando os experimentos, os resultados obtidos com excitação impulsiva e excitação acústica foram semelhantes entre si, com diferenças menores que 3%. Comparando com os resultados numéricos, estes foram sempre superiores que os experimentais, sendo que esta diferença pode estar atrelada ao material, condições de contorno utilizadas ou outros motivos.

Com a validação da técnica de excitação acústica, a mesma foi aplicada na asa da aeronave CEA 311 Anequim e os resultados experimentais comparados com outros obtidos em um modelo em elementos finitos. A técnica mostrou-se capaz de identificar tanto os modos globais da estrutura como os modos de corpo rígido. Por se tratar de uma estrutura de maior complexidade, ela também possui modos locais que foram identificados principalmente na região do bordo de fuga, por sua menor rigidez.

Também foram analisadas as influências de diferentes formas de excitação, do ruído ambiente, de diferentes estimadores da função de resposta em frequência (FRF) e do tipo de aquisição e tratamento dos dados.

Os resultados obtidos atestam a capacidade da técnica de excitar e identificar modos de vibrações de estruturas complexas. Eles também comprovam a robustez do método à influência de ruído externo, visto que os ensaios foram realizados em um local típico de construção e armazenamento de aeronaves. Isto é desejável porque a movimentação de uma aeronave para um local de baixo ruído ambiente, como uma câmara anecóica, é complicada do ponto de vista logístico.

#### CONCLUSÕES

Este trabalho proporcionou a publicação de três artigos em congressos internacionais, sendo eles:

Ferreira, L. P. S, Dondadon, L. V. Iscold, P. I. Ribeiro, G. M., *Modal Analysis Via Acoustic Excitation – Application on a Carbon Plate*. In: International Symposium on Solid Mechanics (MecSol 2015), 5th, 2015. Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte, 2015

Ferreira, L. P. S, Dondadon, L. V. Iscold, P. I., *Ground Vibration Test Using Acoustic Excitation: Application On A Carbon Wing And Influence Of External Noise*. In: Meeting on Aeronautical Composite Materials and Structures – MACMS 2015, 1st, 2015. São Carlos, Brasil. *Anais*... São Carlos, 2015

Ferreira, L. P. S, Dondadon, L. V. Iscold, P. I., *Ground Vibration Test Using Acoustic Excitation: Application On A Composite Wing*. In: ABCM International Congress of Mechanical Engineering – COBEM 2015, 23rd, 2015. Rio de Janeiro, Brasil. *Anais*... Rio de Janeiro, 2015

Finalmente, o trabalho desenvolvido cria possibilidades de pesquisas, sendo apresentadas algumas sugestões a seguir:

- Realizar ensaios em estruturas com frequências naturais em baixas frequências (menor que 10 Hz);
- Utilização de um sistema de aquisição que possibilite a avaliação instantânea dos dados em frequência e gravação simultânea no tempo;
- Testes com diferentes sensores;
- Melhorar a instrumentação em baixa frequência;
- Analisar as estruturas por faixa de frequência;
- Aplicar a técnica em estruturas tridimensionais.

### 7 BIBLIOGRAFIA

- Allen, B., Harris, C., Lange, D., An Inertially Referenced Noncontact Sensor for Ground Vibration Tests. Sound and Vibration, 2010.
- Ameri, N., Grappasonni, C., Coppotelli G., Ewins D.J., Ground vibration tests of a helicopter structure using OMA techniques, Mechanical Systems and Signal Processing, Volume 35, Issues 1–2, Pages 35-51, 2013.
- Arruda, J. R. F.; Rio, S. A. V.; Santos, L. A. S. B. A Space-Frequency Data Compression Method for Spatially Dense Laser Doppler Vibrometer Measurements. Shock and Vibration, New York, NY, v. 3, n. 2, p. 127-133, 1994.
- Assmus, M., Jack, S., Weiss, K.-A. and Koehl, M., Measurement and simulation of vibrations of PV-modules induced by dynamic mechanical loads. Prog. Photovolt: Res. Appl., 19: 688– 694, 2011
- Brigham, E. O. The fast Fourier transform. New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1974. 252 p.
- Collini, L., Garziera, R., Mangiavacca, F., *Development, experimental validation and tuning* of a contact-less technique for the health monitoring of antique frescoes, NDT & E International, Volume 44, Issue 2, Pages 152-157, 2011
- Daborn, P.M., Ind, P.R., Ewins, D.J., Enhanced ground-based vibration testing for aerodynamic environments, Mechanical Systems and Signal Processing, Volume 49, Issues 1–2, 20, Pages 165-180, 2014
- Ewins, D. J., *Modal Testing: Theory and Practice*, Great Tarmouth, Research Studies Press Ltd., 1984
- Goge, D., Boswald, M., Fullekrug, U., Lubrina, P., *Ground Vibration Testing of Large Aircraft* – *State-of-the-Art and Future Perspectives*. in: Proceedings of the XXV IMAC: Conference & Exposition on Structural Dynamics, Orlando, Florida, 2007
- Guimarães, F. P. Análise Estrutural de Asas de Aeronaves Leves. Trabalho de Graduação. UFMG. 2011. 116p.
- He, J., Fu, Z. F., Modal Analysis, Londres, Butterworth-Heinemann, 2001
- Lucas, D. V. A. L. *Análise de Flutter da Asa da Aeronave CEA-311 Anequim*. Trabalho de Graduação. UFMG. 2012. 72.p
- Maia, N. M. M., Silva, J. M. M., *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Hertfordshire, Research Studies Press, 1997

#### **BIBLIOGRAFIA**

- Molyneux, W.G., B.Sc., *The Support of an Aircraft for Ground Resonance Tests*, Aircraft Engineering and Aerospace Technology, Vol. 30 Iss 6 pp. 160 166, 1958
- Oppenheim, A. V., Willsky, A. S.. *Signals and Systems* (2nd Ed.). Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA, 1996.
- Richardson, M.H. e Formenti, D.L., Parameter Estimation from Frequency Response Measurements Using Rational Fraction Polynomials, Proc. of the 1st Int. Modal Analysis Conference, Orlando, Fl, USA, 1982, 167-181.
- Scanian, R.H., Rosenbaum, R. Aircraft vibration and flutter; 1996.
- Silva, G. S, *Análise De Flutter da Aeronave CEA 311 Anequim*. Trabalho de Graduação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014
- Santos, F. L. M., Peeters, B., Debille, J., Salzano, Carmine., Goés, L. C. S., Desmet, W., The use of dynamic strain sensors and measurements on the ground vibration testing of an F-16 aircraft, International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Saint Petersburg, Russia, 2015.
- Vold, H., Numerically Robust Frequency Domain Modal Parameter Estimation, Sound and Vibration, January 1990, pp. 38-40.
- Zhang, M.M., Katz, J., Prosperetti, A., Enhancement of channel wall vibration due to acoustic excitation of an internal bubbly flow, Journal of Fluids and Structures, Volume 26, Issue 6, Pages 994-1017, 2010

Modos de vibração da asa da aeronave CEA-311 Anequim obtidos através do ensaio de vibração com excitação acústica



### Frequência Experimental: 8.9 Hz



Frequência Experimental: 14.7 Hz













Frequência Experimental: 47.5 Hz



Frequência Experimental: 49.4 Hz







Frequência Experimental: 58.6 Hz





Mode Shape





#### Análise de Fourier

Segundo Brigham (1974), a análise de Fourier é a principal ferramenta de abordagem em diversos campos da ciência. Uma das mais conhecidas aplicações desta técnica matemática é a análise de sistemas lineares invariantes no tempo. A técnica consiste na transformação de uma função ou sinal no tempo para a sua correspondente no domínio da frequência. Isto permite avaliar a composição do sinal original e simplificar operações complicadas no domínio do tempo.

#### **B.1** Transformada de Fourier Contínua

A integral de Fourier é definida pela expressão:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt \qquad (B.1)$$

Se a integral existe para todos os valores do parâmetro f, então a EQ. (B.1)(B.1) define X(f), como a transformada de Fourier de x(t). Tipicamente x(t) é tratada como uma função da variável tempo e X(f) como uma função da frequência. Além disso, funções definidas por letras minúsculas estão no domínio do tempo, enquanto letras maiúsculas definem o domínio da frequência.

Geralmente, a transformada de Fourier é uma quantidade complexa:

$$X(f) = R(f) + jI(f) = |X(f)|e^{j\theta(f)}$$
 (B.2)

Onde:

X(f) é a parte real da transformada de Fourier

I(f) é a parte imaginária da transformada de Fourier

|X(f)| é a *amplitude* ou *espectro de Fourier* de h(t) e é dada por  $\sqrt{R^2(t) + I^2(f)}$  $\theta(f)$  é o ângulo de fase da transformada de Fourier e é dado por tan<sup>-1</sup>[I(f)/R(f)]

A transformada inversa de Fourier é definida como:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df \qquad (B.3)$$

A transformada inversa permite a determinação da função do tempo a partir da transformada de Fourier. Se as funções x(t) e X(f) são relacionadas pelas EQs. (B.1)(B.1) e (B.3) então as duas funções são chamadas de pares de transformada de Fourier e são indicadas pelas notação:

$$x(t)$$
 (B.4)

Se f(t) é periódica ou uma função impulso, então X(f) existe apenas se introduzirmos a teoria de distribuições. Brigham (1974) apresenta uma discussão sobre esta teoria em seu Apêndice A, sendo ela não apresentada aqui por não ser o foco do presente trabalho.

A função impulso é definida como

$$\delta(t - t_0) = 0 \qquad t \neq t_0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) dt = 1$$
(B.5)

Outra definição possível para a função impulso é

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) x(t) dt = x(t_0)$$
 (B.6)

A EQ. (B.6) é conhecida como a propriedade de "shifting". Esta propriedade implica no fato de que a função  $\delta$  assume o valor da função x(t) no intervalo de tempo em que a função  $\delta$  é

aplicada. Se  $t_0$  variar continuamente ao longo de um intervalo, é possível varrer cada valor da função x(t).

#### Propriedades

A Tabela 8 apresenta as principais propriedades da transformada de Fourier com as suas respectivas correlações nos domínios do tempo e da frequência.

Domínio do tempo	Domínio da Frequência
Adição linear	Adição linear
x(t) + y(t)	X(f) + Y(f)
Simetria	Simetria
X(t)	x(-f)
Escala no tempo	$\frac{1}{1} X\left(\frac{f}{f}\right)$
x(kt)	$ k  \langle k \rangle$
$\frac{1}{ k } x\left(\frac{t}{k}\right)$	Escala na frequência
	X(kf)
Translação no tempo	Mudança de fase
$x(t-t_0)$	$X(f)e^{-j2\pi ft_0}$
Modulação	Translação na frequência
$x(t)e^{j2\pi tf_0}$	$X(f-f_0)$

Tabela 8 - Propriedades da transformada de Fourier

#### B.2 Convolução

A convolução de duas funções tem um significado físico importante em diversos campos da ciência. A integral de convolução de duas funções é dada por

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau) d\tau = x(t) * h(t)$$
 (B.7)

A função y(t) é conhecida como a convolução das funções x(t) e h(t).

Teorema da convolução

Segundo Brigham (1974), o teorema da convolução é, possivelmente, uma das mais importantes e poderosas ferramentas da análise científica atual. Este teorema relaciona a EQ. ( B.7) e sua transformada de Fourier. Segundo ele, a convolução de duas funções no domínio do tempo pode ser calculada simplesmente pela multiplicação destas duas funções no domínio da frequência, ou seja,

$$x(t) * h(t) \qquad \qquad \bigtriangleup \qquad X(f)H(f) \qquad (B.8)$$

#### B.3 Correlação

Outra equação integral importante para análise é a integral de correlação

$$z(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t+\tau) d\tau \qquad (B.9)$$

Comparando as equações (B.7)(B.7) e (B.9) pode-se notar que a Convolução e a Correlação são relacionadas. Para o caso em que uma das funções, x(t) ou h(t), é par, a convolução e a correlação são equivalentes.

#### Teorema da correlação

Um teorema similar da convolução pode ser obtido para a correlação. O teorema da correlação diz que a convolução de duas funções x(t) e h(t) no domínio do tempo equivale à multiplicação da primeira pelo conjugado da segunda, ambas no domínio da frequência. Ou seja,

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t+\tau) d\tau \qquad \qquad \sum \qquad X(f)H^*(f) \qquad (0.10)$$

Se h(t) for uma função par, então H(f) é puramente real e  $H(f) = H^*(f)$ . Neste caso, a integral de correlação equivale a convolução.

Se x(t) e h(t) forem a mesma função, a EQ.(B.9) é chamada de *auto correlação*; se x(t) e h(t) forem funções diferentes, então a EQ. (B.9) é chamada de *correlação cruzada*.

A auto correlação é uma ferramenta matemática utilizada para encontrar padrões de repetição, como a presença de um sinal periódico obscurecido pelo ruído, ou para identificar a frequência fundamental em falta em um sinal implícita por suas frequências harmônicas. Já a correlação cruzada é uma medida de similaridade entre dois sinais em função de um atraso aplicado a um deles. A correlação cruzada é utilizada para detectar um sinal conhecido dentro de outro sinal desconhecido. A amplitude de cada amostra do sinal de correlação cruzada é uma medida de quanto o sinal alvo está relacionado com o sinal desconhecido naquele instante.