

KARINA LISSETTE LLACSA SARAVIA

**MODELOS E ALGORITMOS PARA O FLOWSHOP
HÍBRIDO COM TEMPOS DE PREPARAÇÃO
DEPENDENTES DA SEQUÊNCIA E DA
MÁQUINA**

Belo Horizonte
Fevereiro de 2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**MODELOS E ALGORITMOS PARA O FLOWSHOP
HÍBRIDO COM TEMPOS DE PREPARAÇÃO
DEPENDENTES DA SEQUÊNCIA E DA
MÁQUINA**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Produção.

KARINA LISSETTE LLACSA SARAVIA

Belo Horizonte
Fevereiro de 2016



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

FOLHA DE APROVAÇÃO

Modelos e Algoritmos para o FlowShop Híbrido com tempos
de preparação dependentes da sequência e da máquina

KARINA LISSETTE LLACSA SARAVIA

Dissertação defendida e aprovada pela banca examinadora constituída por:

Ph. D. GERALDO ROBSON MATEUS – Orientador
Universidade Federal de Minas Gerais

Ph. D. MAURÍCIO CARDOSO DE SOUZA
Universidade Federal de Minas Gerais

Ph. D. MARTIN GOMEZ RAVETTI
Universidade Federal de Minas Gerais

Belo Horizonte, Fevereiro de 2016

Resumo

O presente trabalho tem como foco o problema de sequenciamento Flow Shop Híbrido com tempos de preparação dependentes da sequência e máquina, considerando inicialmente três critérios de desempenho: Minimização do *makespan*, do tempo de processamento e o do número de tarefas atrasadas. Para a contextualização do problema estudado são apresentadas técnicas utilizadas para a resolução de problemas afins. Inicialmente, modelos de programação linear inteira mista (PLIM) são adaptados para representar o problema abordado. Estes modelos foram implementados usando uma ferramenta de modelagem e resolvidos por um software comercial, sendo as instâncias de teste criadas aleatoriamente. Os experimentos computacionais realizados fornecem a solução ótima do problema em um tempo limite, mas para instâncias maiores os resultados se distanciam do ótimo. Em seguida, são desenvolvidos algoritmos de resolução baseados na heurística Relax and Fix, os quais são trabalhados sobre o PLIM que obteve melhor resultado; é desenvolvida uma heurística condicionando características do problema, e finalmente uma metaheurística ILS, desta vez considerando somente um critério de desempenho: Minimização do *makespan*. Os resultados destes algoritmos são reportados e comparados avaliando o comportamento do critério de desempenho.

Palavra-chaves: Sequenciamento; Flowshop Híbrido; Makespan; Heurística; Relax and Fix; Metaheurística; ILS.

Abstract

This work focuses the Hybrid Flow Shop scheduling problem with sequence-dependent setup time, as well as machine, considering initially three performance criteria: Minimize makespan, time processing and the number of overdue tasks. For contextualization of the problem studied, are shown techniques used to solve similar problems. Initially, models of mixed integer linear programming (MILP) are adapted to represent the problem addressed. These models were implemented using a modeling tool and solved by a commercial software, being test instances generated randomly. The computational experiments provide the optimal solution in a time limit. However, the solutions are going away from the optimum for large instances. In addition, are proposed algorithms based on "Relax and Fix" heuristic which are worked on outperformed MILP model, is developed a heuristic that determines some features of the problem and finally, is developed a ILS metaheuristic, this time considering only one performance criterion: Minimize makespan. The results of these algorithms are reported and compared evaluating the performance criterion behavior

Keywords: Scheduling; Hybrid Flowshop; Makespan; Heuristic; Relax and Fix; Metaheuristic; ILS .

À minha família;

“ O que sabemos é uma gota e o que ignoramos é um oceano. ” (Isaac Newton)

Agradecimentos

À Deus.

Ao Programa de Estudantes-Convênio de Pós-Graduação – PEC-PG da CNPq - Brasil, pelo incentivo financeiro concedido e imprescindível para a dedicação integral ao mestrado.

Ao professor Geraldo Robson Mateus pela orientação, paciência, ensinamentos e valiosos conselhos durante estes dois anos.

Aos professores, funcionários e colegas do Departamento de Engenharia de Produção, pela contribuição na minha formação profissional e pessoal.

Aos colegas da engenharia, em especial ao André Maravilha, Débora Ribeiro e Karol Santos pelo companheirismo, paciência e disponibilidade em me ajudar sempre ao longo do meu percurso acadêmico.

Aos meus pais León e Agustina, à minha tia Rita e à meu irmão Leonel, por sempre acreditar e me incentivar.

À Silvia e família, Gregorio e família que me acolheram desde meu primeiro dia no Brasil.

Aos meus amigos da turma peruana, brasileira e da máfia colombiana, e a todos aqueles que, de um modo ou de outro, tornaram possível a realização do presente trabalho.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Justificativa	2
1.2	Organização do Texto	2
2	Contextualização	3
2.1	Revisão da literatura	3
2.2	Descrição do problema	7
3	Modelos Matemáticos	12
3.1	Definições	12
3.2	Modelo baseado em variáveis de precedência	13
3.3	Modelo baseado em variáveis de fluxo em rede	15
3.4	Modelo baseado nas variáveis de posição na sequência	17
3.5	Modelo baseado em variáveis indexadas no tempo	19
3.6	Resultados Computacionais	21
3.7	Análise dos Resultados	22
4	Heurística Relax and Fix e Heurística com Restrições Adicionais	32
4.1	Heurísticas propostas para o problema HFS	32
4.1.1	Relax and Fix - 1	33
4.1.2	Relax and Fix - 2	33
4.1.3	Heurística com Restrições Adicionais - HRA	34
4.2	Resultados computacionais	34
4.3	Análise dos resultados	40
5	Metaheurística ILS	41
5.1	Metaheurísticas ILS propostas para o problema HFS	41
5.2	Resultados computacionais	44
5.3	Análise dos resultados	51
6	Conclusões	53

I	Apêndices	54
A	Resultados detalhados dos testes para cada grupo de instâncias	55
A.1	Resultados da prova de otimalidade e da relaxação linear simples	55
A.2	Resultados da Heurística “Relax and Fix” e da Heurística de condição	66
A.3	Resultados da Metaheurística “ILS”	69
	Referências Bibliográficas	73

Lista de Figuras

2.1	Representação gráfica do sequenciamento em um ambiente Flow Shop . . .	4
2.2	Representação gráfica do sequenciamento em um ambiente Flow Shop Híbrido	5
2.3	Emulsão química das substâncias <i>I</i> e <i>II</i>	7
2.4	Reatores químicos	8
2.5	Embalagem: Cilindros (200kg)	9
2.6	Embalagem: Tanques IBC (1000kg)	9
2.7	Embalagem: Flexitank(22000kg)	9
2.8	Estágios críticos do processo de produção	10
3.1	Exemplo HFS considerando $n = 4$, $m = 2$, $e = 2$	25
4.1	Resultados originais comparados com os da Heurística RF1	35
4.2	Resultados originais comparados com os da Heurística RF2	36
4.3	Resultados originais comparados com os da Heurística HRA	36
4.4	Grupos de instâncias (10)	37
5.1	Solução Inicial para $n = 6$	42
5.2	Representação gráfica da Metaheurística ILS	43
5.3	Resultados originais comparados com os da Heurística ILS1	45
5.4	Resultados originais comparados com os da Heurística ILS2	46
5.5	Resultados originais comparados com os da Heurística ILS3	46
5.6	Resultados originais comparados com os da Heurística ILS4	47
5.7	Resultado do modelo Ma comparado com os algoritmos desenvolvidos: RF1, RF2, HRA, ILS1, ILS2, ILS3, ILS4	48
5.8	Resultados do modelo Ma comparado com os algoritmos desenvolvidos: RF1, RF2, HRA, ILS1, ILS2, ILS3, ILS4	50
A.1	FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum C_{max}$ 4_2_2	56
A.2	FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum C_{max}$ 4_3_2	57
A.3	FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum C_{max}$ 8_2_2	58
A.4	FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum C_{max}$ 8_3_2	59

A.5	FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum C_{max}$	12_2_2	60
A.6	FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum C_{max}$	12_3_2	61
A.7	FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum C_{max}$	16_2_2	62
A.8	FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum C_{max}$	16_3_2	63
A.9	FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum C_{max}$	20_2_2	64
A.10	FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum C_{max}$	20_3_2	65
A.11	Relax and Fix 1		67
A.12	Relax and Fix 2		68
A.13	Heurística de restrições adicionais		70
A.14	Metaheurísticas ILS1, ILS2, ILS3 e ILS4 para duas máquinas		71
A.15	Metaheurísticas ILS1, ILS2, ILS3 e ILS4 para três máquinas		72

Lista de Tabelas

3.1	Resultados de Otimalidade FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum C_{max}$	26
3.2	Resultados de Otimalidade FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum T_j$	27
3.3	Resultados de Otimalidade FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum N_j$	28
3.4	Resultados da Relaxação Linear FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum C_{max}$	29
3.5	Resultados da Relaxação Linear FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum T_j$	30
3.6	Resultados da Relaxação Linear FH2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum N_j$	31
4.1	Resultados das Heurísticas RF1 e RF2, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum C_{max}$	38
4.2	Resultados das Heurísticas RF1, RF2 e HRA, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum C_{max}$	39
5.1	Resultados da Metaheurística ILS, $(RM)_k s_{ijl}^k \sum C_{max}$	52

Lista de Algoritmos

1	RF1	33
2	RF2	33
3	HRA	34
4	ILS	41

Capítulo 1

Introdução

O sucesso de uma empresa de produção está relacionado com os recursos que ela dispõe e com o uso deles. Cada empresa após conseguir o necessário para a produção, tem que resolver o problema de como utilizar eficientemente esses recursos. O sequenciamento de ordens-tarefas de produção ajuda resolver este problema. Ele consiste em encontrar a melhor sequência na execução de um conjunto de tarefas a serem alocadas segundo a disponibilidade de recursos-máquinas, com a finalidade de otimizar alguma função objetivo chamada de critério de desempenho. O primeiro estudo sobre sequenciamento de tarefas surgiu na década dos 50, com [Johnson \(1954\)](#) e desde então, tem atraído um grande interesse no meio científico. Na literatura de Pesquisa Operacional, é um dos problemas mais estudados dentro do planejamento de produção. A dificuldade para encontrar uma solução ótima ou uma aproximação a ela dependerá sempre das características do problema: ambiente fabril ou shop, restrições do processo e tipo de critério de desempenho [Pinedo \(2008\)](#). Existem procedimentos exatos para dar solução a este problema que conseguem atingir a solução ótima, mas a complexidade dos problemas que geralmente as empresas devem solucionar não são compatíveis com os tempos computacionais necessários para o problema ser resolvido. Como consequência, muitos trabalhos tem adotado procedimentos heurísticos e metaheurísticos que não garantem otimalidade, mas sim se aproximam à solução ótima e conseguem trabalhar com instâncias maiores que não tinham sido resolvidas devido a sua complexidade.

O presente trabalho é desenvolvido num ambiente fabril chamado flow shop com restrições do processo e critérios de desempenho específicos, os quais são descritos com maior detalhe ao longo do texto. Para a solução do problema são adaptados quatro modelos matemáticos da literatura, desenvolvidas heurísticas baseadas no Relax and Fix e de condição de características e finalmente, uma metaheurística ILS (Iterates Local Search).

1.1 Justificativa

Existe uma tendência crescente em tratar problemas de sequenciamento que possuem características mais realísticas. No entanto, o esforço no sentido de fornecer modelos para problemas de programação complexas ainda é limitado.

O problema de Sequenciamento considerando um ambiente fabril Flow shop Híbrido, tem sido muito trabalhado como abordado na Seção 2.1 mas este trabalho tem características específicas que justificam seu desenvolvimento no âmbito acadêmico, por apresentar novos modelos matemáticos baseados na literatura e por fazer uso de métodos heurísticos para a obtenção de resultados de forma a servir como base para trabalhos futuros; e no âmbito prático, devido ao impacto positivo que pode trazer para um sistema de produção em quanto ao planejamento dela.

1.2 Organização do Texto

O texto da dissertação é organizado da seguinte maneira: No capítulo 2 é apresentada a contextualização do trabalho mostrando a revisão da literatura e descrevendo o problema e suas características específicas. No capítulo 3 são definidos os modelos matemáticos trabalhados e são mostrados os resultados computacionais e análise correspondente. No capítulo 4, é desenvolvida a Heurística Relax and Fix e Heurística com Restrições Adicionais, e são expostos os resultados computacionais. No capítulo 5, é desenvolvida a Metaheurística ILS bem como os resultados computacionais e análise correspondente. Finalmente, no capítulo 6 são relatadas as conclusões do trabalho.

Capítulo 2

Contextualização

O capítulo de contextualização apresenta o ambiente onde se insere a pesquisa, a revisão da literatura e a descrição específica do problema.

2.1 Revisão da literatura

Existem várias formas de construir modelos matemáticos de acordo com as variáveis binárias usadas para capturar as decisões de sequenciamento. Os quatro tipos de variáveis binárias mais conhecidas são: As de precedência [Manne \(1960\)](#), as de fluxo em rede [Miller et al. \(1960\)](#), as baseadas na posição na sequência [Wagner \(1959\)](#) e as indexadas no tempo [Sousa and Wolsey \(1992\)](#).

Explorando essas formas diferentes de representar os modelos, muitos trabalhos comparativos para vários tipos de problemas de sequenciamento têm aparecido nos últimos anos. [Pan and Chen \(2005\)](#) compararam cinco modelos matemáticos existentes na literatura para os problemas job shop, flow shop e flow shop permutacional, constatando que os modelos baseados nas variáveis de precedência [Manne \(1960\)](#) apresentavam os melhores resultados. [Keha et al. \(2009\)](#) apresentaram uma comparação de quatro modelos matemáticos inteiro-mistos para problemas com máquina única e diferentes critérios de desempenho. [Unlu and Mason. \(2010\)](#) avaliaram quatro modelos matemáticos para o problema de sequenciamento com máquinas paralelas idênticas, tempo de preparação implícito e tendo como critérios de desempenho o somatório dos tempos de conclusão com pesos e o makespan. [Demir and Isleyen \(2013\)](#) avaliaram cinco modelos matemáticos para o problema job shop flexível, sendo quatro compilados da literatura e um com variáveis indexadas no tempo proposto pelos autores.

Por outro lado, o problema de sequenciamento em um ambiente fabril flow shop é um dos mais estudados e caracteriza-se pelo processamento de um conjunto de tarefas

em um conjunto de máquinas dispostas em série. Ele considera que as tarefas apresentam o mesmo fluxo de produção, quer dizer que elas visitam as máquinas na mesma ordem; as tarefas são processadas primeiro pela máquina 1, depois pela dois e assim por diante, sendo que cada máquina representa um estágio da linha de produção em série e que não é possível para nenhuma tarefa voltar à mesma máquina. Ver Figura (2.1)

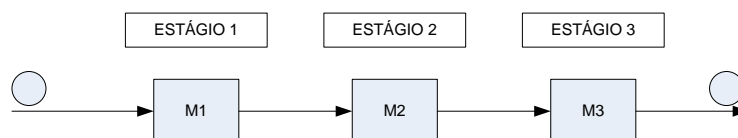


Figura 2.1: Representação gráfica do sequenciamento em um ambiente Flow Shop

Sun et al. (2010) fizeram uma revisão sobre algoritmos exatos e heurísticas para resolução multiobjetivo de problemas de sequenciamento em ambientes flowshop. Entre os algoritmos abordados estão branch-and-bound, Busca Tabu, Simulated Annealing, Colônia de Formigas e Algoritmos Genéticos. Naderi and Ruiz (2010) apresentaram seis modelos matemáticos para uma generalização do problema flowshop de permutação. O objetivo foi a minimização do makespan. Os modelos foram testados com instâncias de 4 até 16 tarefas e nenhum deles foi capaz de alcançar a solução ótima em tempo de processamento aceitável para todas as instâncias. Em seguida, foram propostos 14 métodos heurísticos para resolução desse problema. Ultimamente o sequenciamento em ambientes flow shop tem sido muito criticado devido à excessiva simplificação do processo de produção e por não se adaptar aos casos reais onde usualmente precisa-se usar mais de uma máquina em cada estágio para corrigir gargalos ou balancear a linha de produção e precisa-se considerar tempos de preparação ou setup, que são operações não produtivas que devem se realizar sobre uma máquina antes de começar o processo. Estas operações as vezes são muito importantes podendo demorar até o mesmo tempo de fabricação da tarefa pelo qual é importante considerá-las. Portanto, um sistema flow shop classico não é o suficientemente prático para simular a maioria das linhas de produção, pelo qual são adicionadas características específicas nascendo de esta forma o flow shop híbrido.

O ambiente de tipo flowshop híbrido consiste em uma serie de estágios, cada um com um conjunto de máquinas paralelas (idênticas, uniformes, não relacionadas) onde se tem um conjunto de tarefas que devem ser processadas nesses estágios. A figura (2.2) exhibe um esquema flow shop híbrido com três estágios e várias máquinas em cada estágio. As setas mostram a rota de execução que tem sido definida para o procesamiento de uma determinada tarefa. O problema consiste em determinar para

cada tarefa, em qual máquina de cada estágio deve ser processada e em que instante de tempo.

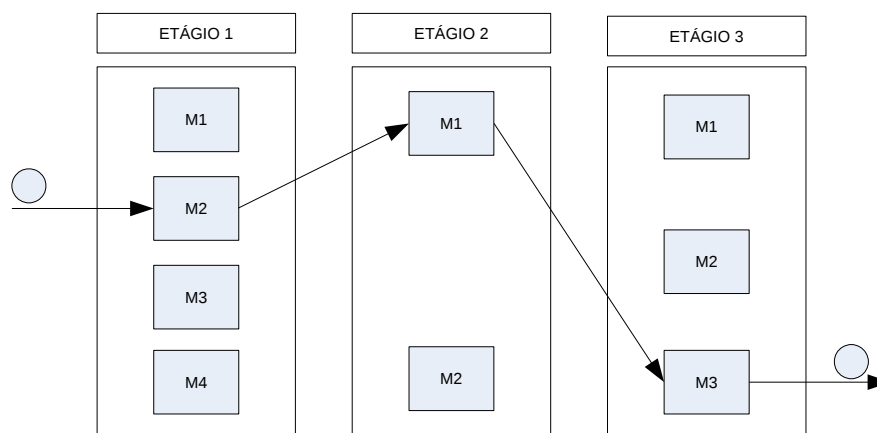


Figura 2.2: Representação gráfica do sequenciamento em um ambiente Flow Shop Híbrido

O fato de trabalhar com problemas de sequenciamento com mais de um estágio onde em pelo menos um estágio exista mais de uma máquina, já envolve o denominado problema de sequenciamento flow shop híbrido ou *Hybrid Flow Shop* - HFS. Segundo Ribas et al. (2010) os trabalhos de pesquisa sobre HFS apareceram na década dos 1970, uns dos primeiros foi sobre a modelagem do um sistema de produção em uma indústria de obras sintéticas. Seido et al. (2008) optaram pela aplicação de um algoritmo genético construtivo para minimização do makespan, obtendo resultados competitivos para o sequenciamento flow shop. Carpov et al. (2012) sugereram a aplicação de heurísticas para o problema de HFS com dois estágios, considerando máquinas paralelas não-relacionadas no segundo estágio e à minimização do makespan como critério de desempenho. Nishi et al. (2010) apresentaram um método de relaxação lagrangeana com geração de cortes para esse problema com a minimização do somatório dos atrasos ponderados como critério de desempenho. Azzi et al. (2011) utilizaram um algoritmo baseado em uma estratégia de agregação e separação em um problema de HFS com o objetivo de minimizar o makespan e aumentar a capacidade produtiva das máquinas. Morais and Moccellini (2010) apresentaram uma investigação sobre HFS considerando tempos de preparação (setup) das máquinas assimétricos e dependentes da sequência, e propuseram métodos heurísticos construtivos para a minimização do tempo médio de fluxo o qual procura uma esposta rápida à demanda e à redução do estoque em processamento.

Considerando problemas de HFS com dois estágios, Figielska (2014) propôs uma heurística para HFS dois estágios com uma máquina só no primeiro estágio e máquinas

paralelas não relacionadas no segundo estágio, onde os recursos são compartilhados por ambos estágios. [Rabiee et al. \(2014\)](#) consideraram dois estágios sem espera com máquinas paralelas não relacionadas e propuseram um algoritmo híbrido baseado no algoritmo competitivo imperialista. [Gerstl and Mosheiov \(2014\)](#) estudaram o HFS dois estágios com uma decisão importante referindo-se ao número de máquinas a serem utilizadas. As tarefas são agrupadas por lotes e é considerado um tempo de preparação entre lotes. [Wang and Liu \(2014\)](#) apresentaram uma busca tabu multi-objetivo para HFS de dois estágios com manutenção preventiva, com somente uma máquina no primeiro estágio e máquinas paralelas idênticas no segundo. [Wang and Liu \(2013b\)](#) consideraram um HFS dois estágios com máquinas dedicadas e propuseram um método heurístico baseado no algoritmo branch and bound (BB). [Wang and Liu \(2013a\)](#) expuseram um algoritmo genético (AG) para o HFS dois estágios sem espera.

O ambiente HFS é mais próximo da realidade das empresas sendo encontrado em diversas indústrias de equipamentos eletrônicos, papel, têxtil, produção de concreto, filmes fotográficos, entre outros, além de ambientes não fabris como engenharia civil, arquitetura de serviços de internet e sistemas de manuseio de containers [Ruiz and Vázquez-Rodríguez \(2010\)](#). A maioria dos 200 trabalhos de HFS analisados por ele, que propõem soluções através de algoritmos exatos, heurísticas e metaheurísticas para o HFS, abordam máquinas idênticas, enquanto pouco mais de 11% dos trabalhos abordam o HFS com máquinas paralelas não-relacionadas. A literatura envolvendo o HFS com máquinas paralelas idênticas e tempo de preparação implícito é vasto, enquanto os trabalhos considerando os tempos de preparação dependentes da máquina e da sequência são raros. E assim, existem diferentes exemplos de trabalhos de sequenciamento abordados com diferentes características o que motivou a escolha do HFS proposto, pois este possui dois estágios e as máquinas paralelas são não-relacionadas considerando tempo de preparação dependente da máquina e da sequência.

Uma das principais direções de pesquisa em sequenciamento de tarefas em máquinas, é determinar a complexidade do problema. Resultados de complexidade para problemas de sequenciamento são apresentados em [Brucker et al. \(2002\)](#), onde a maioria dos problemas são classificados como NP-difíceis. O HFS é um problema NP-difícil, pois [Gupta et al. \(1997\)](#) mostrou que para instâncias do HFS com dois estágios, sendo que um estágio possua duas máquinas e o outro estágio possua apenas uma máquina, o problema já é NP-difícil.

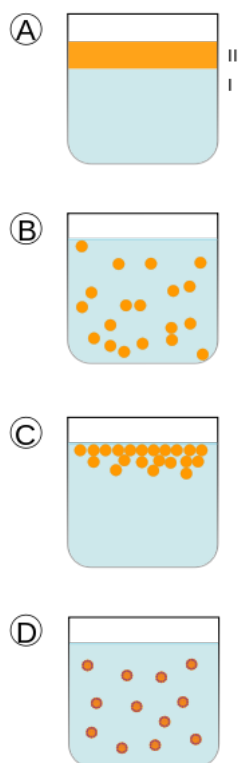
No percurso do texto, a seguinte notação de [Graham et al. \(1979\)](#) para o problema de sequenciamento será usado: o trio $\alpha|\beta|\gamma$; onde α descreve a máquina envolvida; β fornece detalhes das características do processo e das restrições podendo conter de nenhuma a várias entradas; γ descreve o critério de desempenho ou objetivo a ser minimizado. Com base nesta nomenclatura o problema proposto neste trabalho é

classificado como $FH|(RM)_k, s_{ijl}^k|FO$, onde $FH2$ significa que se trata de um problema flowshop híbrido, $(RM)_k$ significa que são m máquinas paralelas não relacionadas em cada estágio k , e s_{ijl}^k representa que o tempo de preparação é dependente da máquina e da sequência, e FO representa o critério de desempenho adotado segundo o trabalho a desenvolver. Devido à presença de máquinas paralelas em cada estágio neste tipo de problema-HFS, surge a necessidade de: Alocar as tarefas as máquinas paralelas em cada estágio e Sequenciar as tarefas alocadas em cada máquina.

No capítulo seguinte os modelos matemáticos adaptados para o HFS são descritos.

2.2 Descrição do problema

O problema de sequenciamento Flow shop Híbrido HFS a ser tratado neste trabalho está relacionado com características reais de uma empresa de produção, a qual produz e comercializa emulsões químicas como produtos específicos que servem de insumos para outras empresas químicas como as de tintas e vernizes, as têxteis e as de mineração. Entende-se como emulsão química ao processo pelo qual consegue-se uma “mistura” de dois ou mais líquidos no início “imiscíveis”, obtendo como resultado uma solução que tem suspensas pequenas partículas de substâncias do líquido disperso. Figura (2.3).



Em *A*, se mostra duas substâncias imiscíveis, em *B* as substâncias são forçadas a tentar se misturar, em *C* as partículas que resistem e em *D*, com ajuda de agentes químicos, as partículas permanecem suspensas.

Figura 2.3: Emulsão química das substâncias *I* e *II*

A fabricação dos produtos é contínua e é realizada em etapas. As etapas ou estágios são:

- Inicialização: Neste estágio, se tem “reatores iniciadores” onde se faz a dosagem das soluções iniciadoras da fabricação do produto
- Reação: No estágio de reação do processo, se tem “reatores de reação” que realizam o processo de reação das matérias primas propriamente dito para a obtenção da característica principal do produto. Esse estágio é considerado crítico.
- Mistura: Neste estágio se tem “reatores de mistura” que realizam a agitação do produto depois da reação do mesmo. Também é considerado um estágio crítico.
- Filtragem: Máquinas “filtradoras” que têm como objetivo filtrar o produto obtido da máquina misturadora.
- Embalagem: Recursos para a embalagem nos quais os produtos são embalados para finalmente serem armazenados ou levados até o cliente.

Cada estágio possui máquinas ou recursos específicos para o desenvolvimento do processo. Nos primeiros três estágios as máquinas são chamadas “Reatores” (Figura (2.4)), no quarto estágio existe a máquina filtradora e no quinto os recursos específicos são aqueles para a embalagem.



Figura 2.4: Reatores químicos

No estágio 5, os tipos de embalagem são cilindros de 200 kg, Figura (2.5); ou tanques IBC de 1000 kg, Figura (2.6), os quais podem ser transportados ao armazém. Existe um terceiro tipo de embalagem chamado Flexitank (22000 kg), Figura (2.7) o

qual é preenchido diretamente desde o chão de fábrica por uma máquina filtradora, e o qual não pode permanecer no armazém. O transporte dos produtos é via terrestre ou marítima segundo o cliente a atender.



Figura 2.5: Embalagem: Cilindros (200kg)



Figura 2.6: Embalagem: Tanques IBC (1000kg)



Figura 2.7: Embalagem: Flexitank(22000kg)

A empresa tem dois estágios considerados críticos e demorados em todo o processo: Estágios de Reação e estágio de Mistura. Cada um com o mesmo número de máquinas em cada estágio. (Ver Figura (2.8)) Cada máquina tem uma velocidade relativa para cada tarefa, ou seja, as máquinas são não-relacionadas. O tempo de processamento de uma tarefa é definido pela divisão entre o tempo de processamento padrão pela velocidade relativa da máquina.

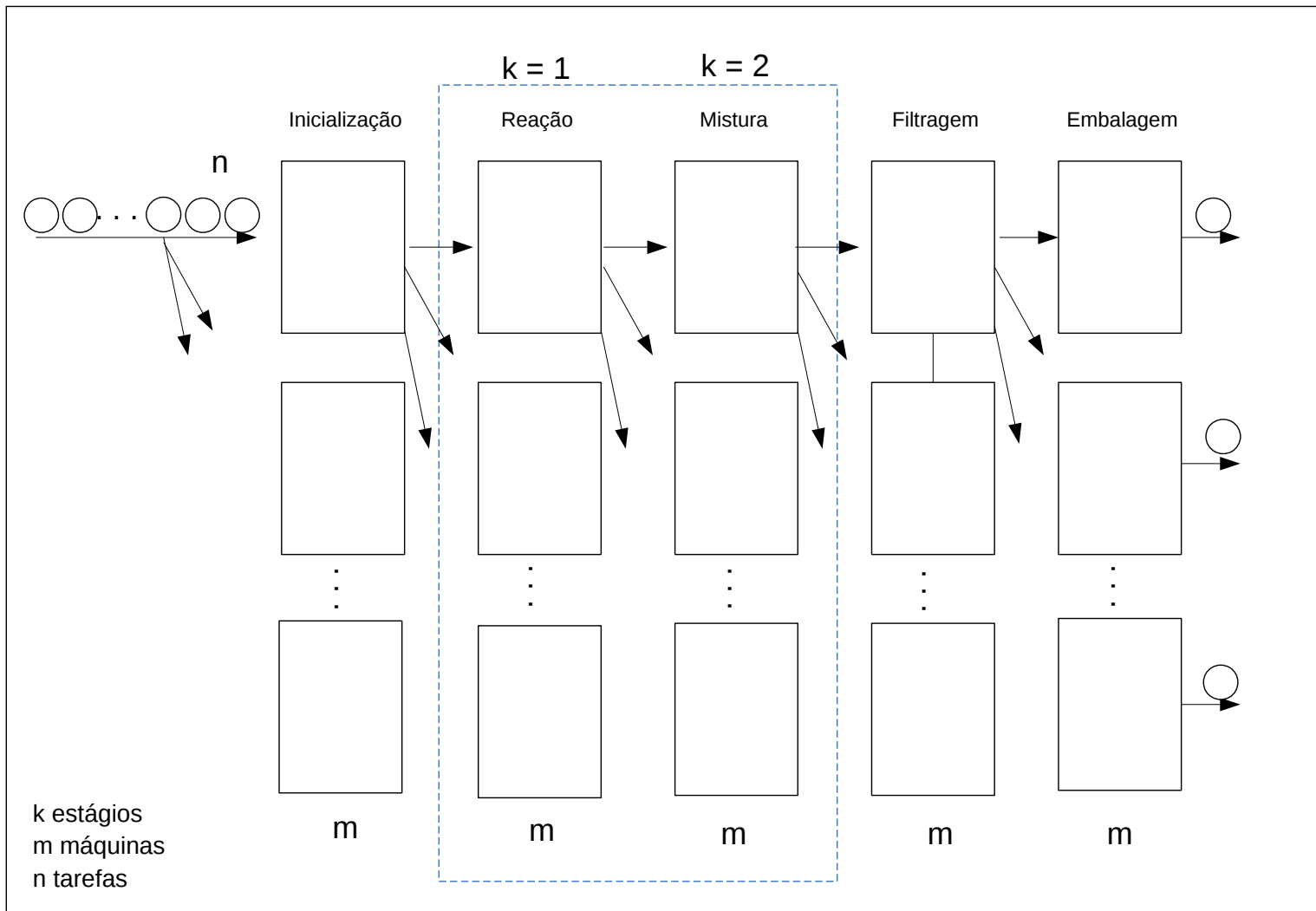


Figura 2.8: Estágios críticos do processo de produção

As tarefas e as máquinas estão disponíveis no tempo zero.

A capacidade do estoque intermediário é ilimitada, a fabricação é contínua, não existe bloqueio das máquinas por espera, já que a acumulação de estoque entre as etapas do processo de fabricação (Reação e Mistura) é ilimitada devido à existência de tanques externos através dos quais o produto é trasladado para o seguinte estágio.

Os tempos de setup ou de preparação são dependentes das máquinas e das sequências. Supõe-se que não existe tempo de preparação inicial, então o tempo de preparação da máquina para o processamento da primeira tarefa na sequência é igual a zero. Os dados do problema são determinísticos e conhecidos com antecedência. No capítulo (3)- Modelos matemáticos , características específicas são apresentadas.

Geralmente a demanda é grande, os pedidos dos clientes são diversos e a produção é muito variada, o plano de produção é realizado semanalmente e a fabricação dos produtos é alocada às máquinas segundo a disponibilidade dos recursos e respeitando uma sequência dada.

Capítulo 3

Modelos Matemáticos

Neste capítulo, são apresentadas as notações e formulações usadas nos modelos matemáticos que foram adaptados para a versão do HFS, [Regis \(2014\)](#). Descreve-se os conjuntos, parâmetros e variáveis comuns usadas nos modelos matemáticos, lembrando que nem todas as notações são requeridas em cada modelo e que notações específicas de cada modelo são definidas quando necessárias.

3.1 Definições

Conjuntos

$I^k = \{1, \dots, m\}$ - conjunto de m máquinas paralelas no estágio k .

$J = \{1, \dots, n\}$ - conjunto de n tarefas.

$J^0 = \{0, \dots, n\}$ - conjunto de n tarefas, onde 0 é uma tarefa fictícia de início e conclusão de execução das tarefas em cada máquina i .

$K = \{1, \dots, e\}$ - conjunto de e estágios

Parâmetros

d_j - data de entrega da tarefa j .

s_{ijl}^k - tempo de preparação dependente da sequência e da máquina máquina i no estágio k , onde l precede j .

pp_j^k - tempo de processamento padrão da tarefa j no estágio k .

v_{ij}^k - velocidade relativa da máquina i , para a tarefa j no estágio k .

p_{ij}^k - tempo de processamento da tarefa j na máquina i no estágio k .

$$p_{ij}^k = pp_j^k / v_{ij}^k.$$

M - constante suficientemente grande.

Variáveis

c_j^k - tempo de conclusão da tarefa j no estágio k .

c_{max} - maior tempo de conclusão entre todos os tempos de conclusão das tarefas j .

$$c_{max} = \max\{c_j^k\}, \text{ para todo } k = \text{último estágio}.$$

T_j - atraso da tarefa j .

$$T_j = \max(0, c_j^k - d_j), \text{ para todo } k = \text{último estágio}.$$

$$N_j \begin{cases} 1, & \text{se a tarefa } j \text{ está atrasada,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A seguir são apresentadas as funções objetivo para cada um dos critérios de desempenho:

$$\min \mathcal{C}_{max} \tag{3.1}$$

$$\min \sum_{j \in J} T_j \tag{3.2}$$

$$\min \sum_{j \in J} N_j \tag{3.3}$$

A função objetivo (3.1) minimiza o makespan da sequência de tarefas. A função objetivo (3.2) minimiza o somatório dos atrasos das tarefas. A função objetivo (3.3) minimiza o número de tarefas atrasadas.

Para cada modelo é apresentada a estrutura comum e em seguida as equações adicionais para cada função objetivo.

3.2 Modelo baseado em variáveis de precedência

O primeiro modelo proposto: *Ma* é baseado nas variáveis de precedência de [Manne \(1960\)](#). A seguir são apresentadas as variáveis específicas desse modelo.

$$\alpha_{ij}^k \begin{cases} 1, & \text{se a tarefa } j \text{ é designada à máquina } i \text{ no estágio } k \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$\beta_{jl}^k \begin{cases} 1, & \text{se a tarefa } j \text{ é processada antes, não necessariamente imediatamente antes,} \\ & \text{que a tarefa } l \text{ na máquina } i \text{ no estágio } k \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

t_j^k - tempo de início do processamento da tarefa j no estágio k .

$$\sum_{i \in I^k} \alpha_{ij}^k = 1 \quad \forall k \in K; j \in J \quad (3.4)$$

$$(2 - \alpha_{ij}^k - \alpha_{il}^k)M + (1 - \beta_{lj}^k)M + t_j^k \geq t_l^k + p_{il}^k + s_{ilj}^k \quad \forall k \in K; j, l \in J; j \neq l; j < l; i \in I^k \quad (3.5)$$

$$(2 - \alpha_{ij}^k - \alpha_{il}^k)M + \beta_{lj}^k M + t_l^k \geq t_j^k + p_{ij}^k + s_{ijl}^k \quad \forall k \in K; j, l \in J; j \neq l; j < l; i \in I^k \quad (3.6)$$

$$t_j^k \geq t_j^{k-1} + \sum_{i \in I^{k-1}} p_{ij}^{k-1} \alpha_{ij}^{k-1} \quad \forall k \in K; j \in J; k \neq 1 \quad (3.7)$$

$$t_j^k \geq 0 \quad \forall k \in K; j \in J \quad (3.8)$$

$$\alpha_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K; j \in J; i \in I^k \quad (3.9)$$

$$\beta_{ijl}^k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K; j \in J; l \in J; j \neq l; i \in I^k \quad (3.10)$$

As restrições (3.4), asseguram que cada tarefa será designada a apenas uma máquina em cada estágio. As restrições (3.5) e (3.6) descrevem as relações de precedência entre as tarefas, ou seja, para cada par de tarefas (l, j) , ou j é executado depois que l , ou l é executado depois que j . As restrições (3.7) fazem a ligação entre os dois estágios, ou seja, uma tarefa só pode começar no segundo estágio após ser concluída no primeiro estágio. Por fim, as restrições (3.8) a (3.10) definem as condições de não negatividade e integralidade das variáveis.

$$c_{max} \geq t_j^k + \sum_{i \in I^k} p_{ij}^k \alpha_{ij}^k \quad \forall j \in J; k = 2 \quad (3.11)$$

$$T_j \geq (t_j^k + \sum_{i \in I^k} p_{ij}^k \alpha_{ij}^k) - d_j \quad \forall j \in J; k = 2 \quad (3.12)$$

$$T_j \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (3.13)$$

$$MN_j \geq T_j \quad \forall j \in J \quad (3.14)$$

As restrições (3.11) calculam o makespan da sequência. As restrições (3.12) calculam o atraso de cada tarefa. As restrições (3.13) define a não negatividade da variável. As restrições (3.14) calculam se uma tarefa está atrasada ou não.

O modelo proposto baseado nas variáveis de precedência de Manne usado para minimizar o makespan é composto pela função objetivo (3.1), as restrições (3.4) a (3.10) e as restrições (3.11). O mesmo modelo proposto, mas usado para minimizar o tempo total de atraso das tarefas é composto pela função objetivo (3.2), as restrições (3.4) a (3.10) e as restrições (3.12) e (3.13). Finalmente, o modelo usado para minimizar o número de tarefas atrasadas é composto pela função objetivo (3.3), as restrições (3.4) a (3.10) e as restrições de (3.12) a (3.14).

3.3 Modelo baseado em variáveis de fluxo em rede

O segundo modelo: Mi é baseado nas variáveis de fluxo em rede Miller et al. (1960). A variável específica deste modelo é apresentada a seguir:

$$x_{ijl}^k \begin{cases} 1, & \text{se a tarefa } j \text{ é designada imediatamente antes da tarefa } l \text{ na máquina } i \text{ no} \\ & \text{estágio } k \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$\sum_{i \in I^k} \sum_{j \in J^0: j \neq l} x_{ijl}^k = 1 \quad \forall k \in K; l \in J \quad (3.15)$$

$$\sum_{i \in I^k} \sum_{l \in J^0: j \neq l} x_{ijl}^k = 1 \quad \forall k \in K; j \in J \quad (3.16)$$

$$\sum_{j \in J} x_{i0j}^k \leq 1 \quad \forall k \in K; i \in I^k \quad (3.17)$$

$$\sum_{l \in J^0: l \neq j} x_{ijl}^k - \sum_{h \in J^0: h \neq j} x_{ihj}^k = 0 \quad \forall k \in K; j \in J; i \in I^k \quad (3.18)$$

$$c_j^k \geq c_l^k + s_{ilj}^k + p_{ij}^k - M(1 - x_{ijl}^k) \quad \forall k \in K; l \in J^0; j \in J; j \neq l; i \in I^k \quad (3.19)$$

$$c_j^k \geq c_j^{k-1} + p_{ij}^k - M(1 - \sum_{l \in J^0} x_{ijl}^k) \quad \forall k \in K; k \neq 1; j \in J; i \in I^k \quad (3.20)$$

$$c_j^k \geq p_{ij}^k x_{i0j}^k \quad \forall k \in K; j \in J; i \in I^k \quad (3.21)$$

$$c_0^k = 0 \quad \forall k \in K \quad (3.22)$$

$$x_{ijl}^k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K; j \in J^0; l \in J; j \neq l; i \in I^k \quad (3.23)$$

As restrições (3.15) asseguram que cada tarefa tem somente um antecessor em cada estágio. As restrições (3.16) asseguram que cada tarefa tem somente um sucessor em cada estágio. As restrições (3.17) asseguram que no máximo uma tarefa é designada como primeira tarefa em cada máquina em cada estágio. As restrições (3.18) são conhecidas como restrições de conservação de fluxo que asseguram que se uma tarefa é sequenciada em uma máquina em um estágio, então seu antecessor e predecessor devem existir na mesma máquina no mesmo estágio. As restrições (3.19) a (3.21) garantem a ordem correta das tarefas em cada estágio, evitando ciclos e calculando corretamente os tempos de conclusão de tarefas em cada estágio.

De acordo com as restrições (3.19) caso $x_{ilj}^k = 1$, em qualquer estágio, o tempo de conclusão da tarefa j deve ser maior ou igual ao tempo de conclusão da tarefa l , mais os tempos de preparação e produção correspondentes; Se $x_{ilj}^k = 0$, a restrição se torna redundante devido a constante M , suficientemente grande. As restrições (3.19) calculam o tempo de conclusão corretamente observando apenas a máquina em que está a tarefa, não levando em consideração o tempo de conclusão no estágio anterior. Isto é assegurado pelas restrições (3.20) que garantem que o tempo de conclusão de uma tarefa em cada estágio é maior ou igual à soma do tempo de conclusão da tarefa no estágio anterior, mais o tempo de processamento no estágio atual.

As restrições (3.21) garantem que o tempo de conclusão da primeira tarefa designada a uma máquina em qualquer estágio é maior ou igual ao tempo de liberação desta máquina neste estágio (ou seja, maior ou igual ao tempo de processamento da tarefa nessa máquina e estágio, já que o tempo de preparação inicial é nulo).

As restrições (3.22) atribuem zero ao tempo de conclusão da tarefa fictícia de cada estágio. Finalmente, as restrições (3.23) definem as condições de integralidade das variáveis.

$$c_{max} \geq c_j^k \quad \forall j \in J; k = 2 \quad (3.24)$$

$$T_j \geq c_j^k - d_j \quad \forall j \in J; k = 2 \quad (3.25)$$

As restrições (3.24) calculam o makespan da sequência. As restrições (3.25) calculam o tempo de atraso de cada tarefa, juntamente com as restrições (3.13)

O modelo baseado em variáveis de fluxo em redes, usado para minimizar o makespan é composto pela função objetivo (3.1), as restrições (3.15) a (3.23) e as restrições (3.24). O mesmo modelo proposto, mas usado para minimizar o tempo total de atraso das tarefas é composto pela função objetivo (3.2), as restrições (3.15) a (3.23) e as restrições (3.13) e (3.25). Finalmente, o modelo usado para minimizar o número de tarefas atrasadas é composto pela função objetivo (3.3), as restrições (3.15) a (3.23),

as restrições (3.13) a (3.14) e as restrições (3.25).

3.4 Modelo baseado nas variáveis de posição na sequência

O terceiro modelo: W proposto é baseado nas variáveis de posição na sequência [Wagner \(1959\)](#). O conjunto e as variáveis específicas desse modelo são apresentados a seguir.

Conjuntos

$O = \{1, \dots, n\}$ - conjunto de n posições.

Variáveis

$$\alpha_{ij}^{ko} \begin{cases} 1, & \text{se a tarefa } j \text{ é designada à máquina } i \text{ no estágio } k \text{ na } o\text{-ésima posição} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$\beta_{ijl}^{ko} \begin{cases} 1, & \text{se a tarefa } j \text{ é processada imediatamente antes da tarefa } l \text{ no estágio } k \text{ na } o\text{-ésima posição,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

t_i^{ko} - tempo de início do processamento na máquina i no estágio k na o -ésima posição.

$$\sum_{i \in I^k} \sum_{o \in O} \alpha_{ij}^{ko} = 1 \quad \forall k \in K; j \in J \quad (3.26)$$

$$\sum_{j \in J} \alpha_{ij}^{ko} \leq 1 \quad \forall k \in K; i \in I^k; o \in O \quad (3.27)$$

$$\sum_{j \in J} \alpha_{ij}^{ko} \leq \sum_{l \in J} \alpha_{ij}^{k(o-1)} \quad \forall k \in K; i \in I^k; o \in O; o \geq 2 \quad (3.28)$$

$$\beta_{ijl}^{k(o-1)} + 1 \geq \alpha_{ij}^{k(o-1)} + \alpha_{il}^{ko} \quad \forall k \in K; j, l \in J; j \neq l; i \in I^k; o \in O; o \geq 2 \quad (3.29)$$

$$t_i^{ko} \geq t_i^{k(o-1)} + \sum_{j \in J} p_{ij}^k \alpha_{ij}^{k(o-1)} + \sum_{j \in J} \sum_{l \in J: l \neq j} s_{ijl}^k \beta_{ijl}^{k(o-1)} \quad \forall k \in K; i \in I^k; o \in O; o \geq 2 \quad (3.30)$$

$$t_{i'}^{ko'} \geq t_i^{(k-1)o} + p_{ij}^{k-1} + (\alpha_{ij}^{(k-1)o} + \alpha_{i'j}^{ko'} - 2)M \quad \forall k \neq 1; j \in J; i \in I^1; i' \in I^2; o, o' \in O \quad (3.31)$$

$$t_i^{ko} \geq 0 \quad \forall k \in K; o \in O \quad (3.32)$$

$$\alpha_{ij}^{ko} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K; j \in J; i \in I^k; o \in O \quad (3.33)$$

$$\beta_{ijl}^{ko} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K; j, l \in J; j \neq l; i \in I^k; o \in O \quad (3.34)$$

As restrições (3.26) asseguram que cada tarefa será designada a apenas uma máquina e uma posição em cada estágio. As restrições (3.27) asseguram que no máximo uma tarefa será designada a cada posição. As restrições (3.28) garantem que uma tarefa está designada a uma posição o , ($o \geq 2$), um outra tarefa deve estar designada à posição $o - 1$ da mesma máquina.

As restrições (3.29) determinam a ordem de processamento das tarefas nas máquinas em cada estágio. As restrições (3.30) calculam o tempo de início das posições alocadas em cada estágio. As restrições (3.31), considerando a existência de apenas dois estágios, fazem a ligação entre o primeiro e segundo estágio, pois asseguram que o tempo de início da tarefa na sua posição no segundo estágio é maior ou igual ao tempo de início desta mesma tarefa na sua posição no primeiro estágio mais o tempo de processamento correspondente.

Por fim, as restrições (3.32) a (3.34) definem as condições de não negatividade e integralidade das variáveis.

$$c_{max} \geq t_i^{ko} + p_{ij}^k - (1 - \alpha_{ij}^{ko})M \quad \forall i \in I^2; j \in J; k = 2; o \in O \quad (3.35)$$

$$T_j \geq t_i^{ko} + p_{ij}^k - (1 - \alpha_{ij}^{ko})M - d_j \quad \forall i \in I^2; j \in J; k = 2; o \in O \quad (3.36)$$

As restrições (3.35), calculam o makespan da sequência. As restrições (3.36), juntamente com as restrições (3.13), calculam o atraso de cada tarefa.

O modelo baseado nas variáveis de posição na sequência Wagner, usado para minimizar o makespan é composto pela função objetivo (3.1), as restrições (3.26) a (3.34) e as restrições (3.35). O mesmo modelo proposto, mas usado para minimizar o tempo total de atraso das tarefas é composto pela função objetivo (3.2), as restrições (3.26) a (3.34), e as restrições (3.13) a (3.36). Finalmente, o modelo usado para minimizar o número de tarefas atrasadas é composto pela função objetivo (3.3), as restrições (3.26) a (3.34), restrições (3.13), (3.14) e as restrições (3.36).

3.5 Modelo baseado em variáveis indexadas no tempo

O quarto modelo proposto : $S-W$ é baseado nas variáveis indexadas no tempo de [Sousa and Wolsey \(1992\)](#). As definições e variáveis específicas deste modelo são apresentadas a seguir.

Parâmetros

H_i^k - horizonte de planejamento da máquina i no estágio k . Porque cada máquina pode ter um tempo de início diferente.

γ_{ijl}^k - tempo de processamento da tarefa j na máquina i no estágio k mais o tempo de preparação da máquina para processar a tarefa l em seguida.

$$\gamma_{ijl}^k = p_{ij}^k + s_{ijl}^k$$

Variáveis

$$x_{ijt}^k \begin{cases} 1, & \text{se a tarefa } j \text{ começa a ser processada na máquina } i \text{ no tempo } t \text{ no estágio } k. \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

c_j - tempo de conclusão da tarefa j .

$$c_j \geq 0.$$

$$\sum_{i \in I^k} \sum_{t=1}^{Hi^k - p_{ij}^k} x_{ijt}^k = 1 \quad \forall k = 1; j \in J \quad (3.37)$$

$$\sum_{i \in I^k} \sum_{t=r_j}^{Hi^k - p_{ij}^k} x_{ijt}^k = 1 \quad \forall k = 2; j \in J; r_j = \min_{i \in I^1} (p_{ij}^1) \quad (3.38)$$

$$x_{ijt}^k + \sum_{q=t}^{t+\gamma_{ijl}^k - 1: t+\gamma_{ijl}^k - 1 \leq Hi^k - p_{ij}^k} x_{ilq}^k \leq 1 \quad \forall k = 1; j, l \in J; j \neq l; i \in I^1; t = 1, \dots, H_i^1 - p_{ij}^1 \quad (3.39)$$

$$x_{ijt}^k + \sum_{q=t}^{t+\gamma_{ijl}^k - 1: t+\gamma_{ijl}^k - 1 \leq Hi^k - p_{ij}^k} x_{ilq}^k \leq 1 \quad \forall k = 2; j, l \in J; j \neq l; i \in I^2; t = \min_{i \in I^1} (p_{ij}^1), \dots, H_i^2 - p_{ij}^2 \quad (3.40)$$

$$x_{i'jt}^k \leq \sum_{i \in I^{k-1}} \sum_{q=1}^{t-p_{ij}^{k-1}} x_{ijq}^{k-1} \quad \forall k \neq 1; j \in J; i' \in I^2; t = \min_{i \in I^1} (p_{ij}^1), \dots, H_{i'}^2 - p_{i'j}^2 \quad (3.41)$$

$$c_j \geq \sum_{i \in I^k} \sum_{t=r_j}^{Hi^k - p_{ij}^k} (t - 1 + p_{ij}^k) x_{ijt}^k \quad \forall k = 2; j \in J; r_j = \min_{i \in I^1} (p_{ij}^1) \quad (3.42)$$

$$x_{ijt}^k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K; j \in J; i \in I^k; t = r_i^k, \dots, H_i^k - p_{ij}^k \quad (3.43)$$

Considerando apenas dois estágios, o valor $r_j = \min_{i \in I^1} (p_{ij}^1)$ que aparece em algumas restrições representa o menor valor de t que uma tarefa j pode assumir em uma máquina i no segundo estágio. As restrições (3.37) e (3.38) asseguram que cada tarefa é executada uma vez em cada estágio. As restrições (3.39) e (3.40) asseguram que se uma tarefa é alocada a um determinado tempo, outra tarefa só poderá ser alocada após esta ser concluída. As restrições (3.41) asseguram que se uma tarefa é iniciada no tempo t no primeiro estágio, só poderá ser iniciado no segundo estágio após o tempo $t + p_{ij}^1$. As restrições (3.42) calculam o tempo de conclusão final de cada tarefa. Finalmente, as restrições (3.43) definem as condições de integralidade das variáveis.

$$c_{max} \geq c_j \quad \forall j \in J \quad (3.44)$$

$$T_j \geq c_j - d_j \quad \forall j \in J \quad (3.45)$$

As restrições (3.44) calculam o makespan da sequência. As restrições (3.45), juntamente com as restrições (3.13) calculam o tempo de atraso de cada tarefa.

O modelo baseado em variáveis indexadas no tempo, usado para minimizar o makespan é composto pela função objetivo (3.1), as restrições (3.37) a (3.43) e as restrições (3.44). O mesmo modelo usado para minimizar o tempo total de atraso é composto pela função objetivo (3.2), as restrições (3.37) a (3.43) e as restrições (3.13) e (3.45). Finalmente, o modelo usado para minimizar o número de tarefas atrasadas é composto pela função objetivo (3.3), as restrições (3.37) a (3.43), as restrições (3.13) , (3.14) e as restrições (3.45).

3.6 Resultados Computacionais

Para analisar os quatro modelos matemáticos propostos são geradas aleatoriamente instâncias de teste, uma vez que não foram disponibilizadas as instâncias de outros trabalhos. Os valores dos parâmetros pp_j^k , v_{ij}^k e s_{ijl}^k são determinados através de distribuições uniformes. O tempo de entrega de cada tarefa d_j é calculado a partir dos parâmetros anteriores, usando uma fórmula desenvolvida com base em [Rajendran and Ziegler \(2003\)](#) e adaptada para o problema em questão, apresentada a seguir.

$$d_j = \sum_k \bar{p}_j^k + (\bar{p} + \bar{s})(n/m) - 1)U[a, b] \quad (3.46)$$

Sendo:

\bar{p}_j^k - tempo médio de processamento da tarefa j em cada estágio.

\bar{p} - tempo médio de processamento considerando todas as tarefas, em todas as máquinas e estágios.

\bar{s} - tempo médio de preparação considerando todas as tarefas, em todas as máquinas e estágios.

n - número de tarefas.

m - número máximo de máquinas em um único estágio.

a, b - parâmetros para apertar ou afrouxar os tempos de entrega.

Os valores das distribuições uniformes usadas para gerar os parâmetros são:

$$pp_j^k : U[10, 100]$$

$$v_{ij}^k : U[0.7, 1.3]$$

$$s_{ijl}^k : U[10, 30]$$

Em (3.46), para as datas de entrega são usados os valores $a = 0, 2$ e $b = 0, 5$, já que esses valores, em testes preliminares, proporcionaram valores para datas de entrega que balancearam o número de tarefas atrasadas.

As instâncias são geradas usando combinações de dois níveis:

$$n(4, 8, 12, 16, 20) \text{ e}$$

$$m(2, 3)$$

Consequentemente, para cada combinação são geradas 10 instâncias, o que faz um total de 100 instâncias.

Os experimentos foram planejados para estudar a qualidade de cada uma das quatro formulações para o HFS proposto nos dois critérios de desempenho. Para isso, alguns indicadores são usados: Capacidade de encontrar soluções ótimas no tempo máximo, qualidade das formulações e tempo de execução para encontrar a solução ótima quando possível.

Os modelos matemáticos foram implementados usando a ferramenta de modelagem AMPL - "A Mathematical Programming Language" e resolvidos pelo software de otimização CPLEX 12.6.0.0. Os testes experimentais foram executados numa estação com processador Intel Xeon X5690 3.4Ghz, 132GB de memória RAM e sistema operacional Linux Ubuntu x86 64. O tempo limite ou tempo máximo de execução estabelecido para cada instância foi de 3600s.

3.7 Análise dos Resultados

Os resultados dos experimentos, tanto da prova de otimalidade como da relaxação linear correspondentes para cada critério de desempenho proposto, são sumarizados nas Tabelas (3.1) a (3.6). Se é de interesse do leitor, no Apêndice (A) mostra-se em detalhe os resultados dos testes para cada grupo de instâncias. Cada linha representa os resultados de uma formulação para o conjunto de 10 instâncias da combinação número de tarefas (n), número de máquinas (m) e número de estágios ($e = 2$ estágios).

- A linha de *Ótimos* apresenta o número de soluções ótimas encontradas

- UB a média dos limites superiores - Upper Bound.
- LB a média dos limites inferiores - Lower Bound.
- $Gap(\%)$ corresponde ao Gap médio encontrado das dez instâncias que pertencem a cada grupo. Se o modelo avaliado não conseguir resolver todas as instâncias, a média é calculada considerando somente os valores e o número de instâncias que conseguiram ser resolvidas.

Para os resultados de otimalidade (Tabelas (3.1), (3.2) e (3.3)), o $Gap(\%)$ é calculado como:

$(\text{melhor limitante obtido} - \text{melhor valor obtido}) * 100\% / (\text{melhor limitante obtido})$, e nos dá uma medida do quão longe estamos do valor da solução ótima. Quando o $Gap(\%) = 0$ significa que a solução ótima foi atingida.

Para os resultados de relaxação linear (Tabelas (3.4), (3.5) e (3.6)) o $Gap(\%)$ é calculado similarmente ao $Gap(\%)$ de otimalidade:

$(\text{melhor limitante de relaxação linear obtido} - \text{melhor valor obtido}) * 100\% / (\text{melhor limitante de relaxação linear obtido})$,

e serve para avaliar a qualidade do limitante da relaxação linear dos modelos

- $Var.$ a média do número de variáveis geradas.
- $Rest.$ a média do número de restrições geradas.
- $Nós B\&B$ a média do número de nós do método Branch and Bound que são explorados.
- $T(s)$ corresponde ao tempo médio usado na resolução dos problemas.

Com respeito à prova de otimalidade:

Para o critério de desempenho FH2, $(RM)_k | s_{ijl}^k | \sum c_{max}$ - minimizar o makespan, foram testados os 10 grupos de instâncias. Pode-se observar na Tabela (3.1) que para o grupo de instâncias de 4_2_2 e 4_3_2 todos os modelos matemáticos obtêm solução ótima, número de ótimos ($\acute{O}timos = 10$) no tempo limite estabelecido. Para o grupo de instâncias de 8_2_2 e 8_3_2, o modelo de Wagner consegue atingir o ótimo para 4 de 10 instâncias, enquanto o modelo de Sousa-Wolsey consegue iniciar o processo de resolução do problema, mas não atinge o ótimo para nenhuma instância durante o tempo estabelecido. Para instâncias maiores nenhum modelo consegue achar o ótimo no tempo limite, por isso o valor do $gap(\%)$ torna-se diferente de “zero”.

O modelo de Manne é consistentemente melhor resolvendo instâncias maiores e ao mesmo tempo apresentando o menor $gap(\%)$.

Para o critério de desempenho $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum T_j$ - minimizar o tempo de processamento e critério de desempenho $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum N_j$ - minimizar o número de tarefas atrasadas, foram testados alguns grupos de instâncias. Na Tabela (3.2) e Tabela (3.3) pode-se observar que para o grupo de instâncias de 4_2_2 todos os modelos matemáticos obtêm solução ótima no tempo limite. Para o grupo de instâncias de 8_3_2, o modelo de Wagner não consegue atingir o ótimo para nenhuma instância e finalmente, o modelo de Sousa-Wolsey não consegue nem iniciar com a resolução do problema.

Com respeito à relaxação linear:

Para o critério de desempenho FH2, $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum C_{max}$ - minimizar o makespan, foram testados os 10 grupos de instâncias, pode-se observar na Tabela (3.4) que para o grupo de instâncias de 4_2_2, 4_3_2, 8_2_2 e 8_3_2 de todos os modelos matemáticos, as formulações correspondentes ao modelo de Manne - *Ma* e ao modelochand-bound, Busca Tabu, Simulated Annealing, Colônia de de Souza-Wolsey - *S - W*, são as melhores pois têm o $gap(\%)$ mais próximo a "zero", as demais formulações: Miller - *MI* e Wagner - *W* apresentam um $gap(\%)$ de 100% para todos os grupos de instâncias. A partir do grupo de instâncias de 12 tarefas, a formulação de Sousa-Wolsey não consegue resolver o problema para nenhuma instância.

Para o critério de desempenho $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum T_j$ - minimizar o tempo de processamento, foram testados os 10 grupos de instâncias. Na Tabela (3.5) pode-se observar que para os grupos de instâncias testados, nenhum dos modelos matemáticos obtêm $gap(\%)$ próximo a "zero", pelo contrário, todos os valores do $gap(\%)$ são 100% os quais indicam que os modelos para esses critérios de desempenho não são bons.

Para o critério de desempenho $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum N_j$ - minimizar o número de tarefas atrasadas, foram testados os 10 grupos de instâncias. Na Tabela (3.6) pode-se observar que para os grupos de instâncias testados, nenhum dos modelos matemáticos obtêm $gap(\%)$ próximo a "zero", pelo contrário, todos os valores do $gap(\%)$ são 100% os quais indicam que os modelos para esses critérios de desempenho $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum N_j$ não são bons.

Em suma, considerando a prova de otimalidade e a relaxação linear, o modelo matemático Manne - *Ma*, obteve um melhor desempenho para o critério avaliado, sendo um resultado não esperado devido ao comportamento padrão que o modelo de Manne

apresenta para problemas de sequenciamento similares.

Considerando o exemplo da figura (3.1) que faz uso de uma instância pequena $4_{2,2}$, pode se observar a máquina onde as tarefas são alocadas e a seqüência ou ordem que segue cada tarefa influenciam no resultado final do C_{max} .

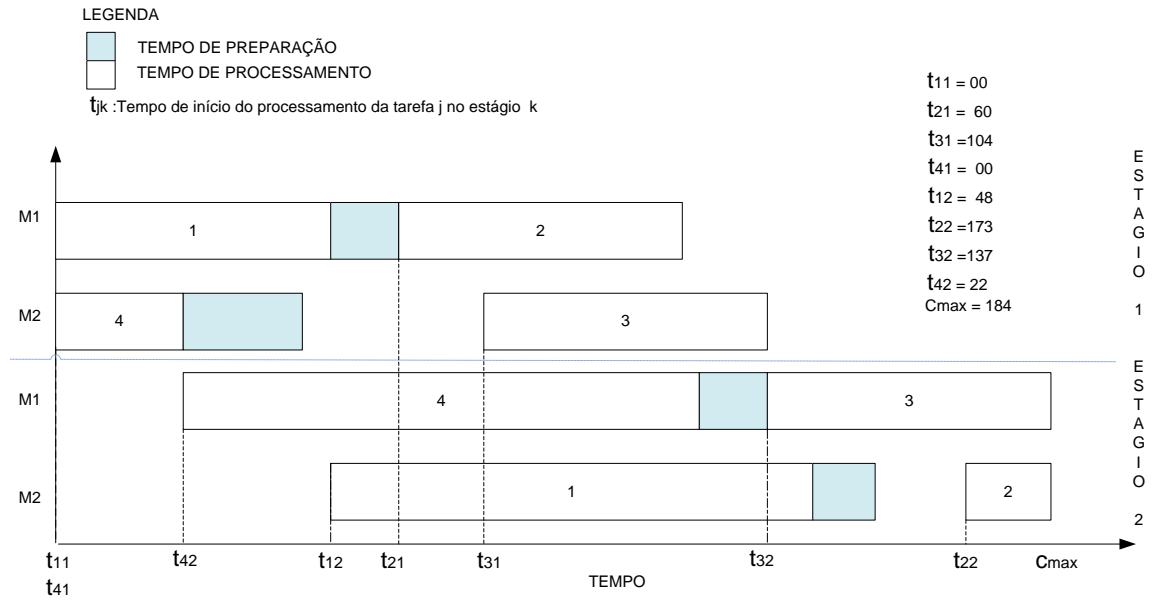


Figura 3.1: Exemplo HFS considerando $n = 4$, $m = 2$, $e = 2$

A heurística proposta no capítulo seguinte foi desenvolvida sobre este modelo.

Tabela 3.1: Resultados de Otimalidade FH2, $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum C_{max}$

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
4_2_2	Ótimos	10	10	10	10
	UB	190	190	190	190
	Gap(%)	0,00	0,00	0,00	0,00
	Var.	73	89	225	4157
	Rest.	112	128	480	12703
	Nós B&B	441	295	1815	337
	T(s)	0	0	1	43
4_3_2	Ótimos	10	10	10	10
	UB	151	151	151	151
	Gap(%)	0,00	0,00	0,00	0,00
	Var.	105	129	337	5553
	Rest.	160	182	908	16410
	Nós B&B	1577	0	2213	1201
	T(s)	0	0	2	25

8_2_2	Ótimos	10	10	4	0
	UB	304	304	311	313
	Gap(%)	0,00	0,00	13,08	13,34
	Var.	273	305	1857	7491
	Rest.	480	380	3848	48440
	Nós B&B	20465	193159	788768	2324
	T(s)	12	45	3609	3602
8_3_2	Ótimos	10	10	5	0
	UB	221	221	226	241
	Gap(%)	0,00	0,00	12,60	33,40
	Var.	401	449	2785	11188
	Rest.	704	550	7300	71559
	Nós B&B	48374	30027	467891	1
	T(s)	23	36	3018	3605

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
12_2_2	Ótimos	0	0	0	-
	UB	423	442	525	-
	Gap(%)	23,99	58,54	82,21	-
	Var.	601	649	6433	-
	Rest.	1104	760	13168	-
	Nós B&B	2282960	1580003	26268	-
	T(s)	3600	3650	3602	-
12_3_2	Ótimos	0	0	0	-
	UB	303	317	428	-
	Gap(%)	33,14	45,19	88,15	-
	Var.	889	961	9649	-
	Rest.	1632	1110	24924	-
	Nós B&B	3555382	1197182	13269	-
	T(s)	3600	3659	3602	-

16_2_2	Ótimos	0	0	0	-
	UB	579	618	782	-
	Gap(%)	53,20	72,69	87,70	-
	Var.	1057	1121	15489	-
	Rest.	1984	1268	31512	-
	Nós B&B	1184413	1750729	31300	-
	T(s)	3600	3690	3600	-
16_3_2	Ótimos	0	0	0	-
	UB	388	426	524	-
	Gap(%)	55,85	62,60	98,02	-
	Var.	1569	1665	23233	-
	Rest.	2944	1862	59540	-
	Nós B&B	1516123	1682109	10282	-
	T(s)	3600	3625	3601	-

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
20_2_2	Ótimos	0	0	0	-
	UB	722	785	1053	-
	Gap(%)	69,90	78,18	98,98	-
	Var.	1641	1721	30561	-
	Rest.	3120	1904	61952	-
	Nós B&B	760115	5365005	8182	-
	T(s)	3600	3612	3602	-
20_3_2	Ótimos	0	0	0	-
	UB	485	540	1061	-
	Gap(%)	65,05	69,32	100,00	-
	Var.	2441	2561	45841	-
	Rest.	4640	2806	116908	-
	Nós B&B	1414494	1526452	837	-
	T(s)	3600	3621	3604	-

Tabela 3.2: Resultados de Otimalidade FH2, $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum T_j$

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
4_2_2	Ótimos	10	10	10	10
	UB	58	58	58	58
	Gap(%)	0,00	0,00	0,00	0,00
	Var.	76	102	228	3709
	Rest.	112	130	480	11123
	Nós B&B	709	658	4590	403
	T(s)	0	0	1	15
4_3_2	Ótimos	10	10	10	10
	UB	23	23	23	23
	Gap(%)	0,00	0,00	0,00	0,00
	Var.	108	132	340	5556
	Rest.	160	182	908	16410
	Nós B&B	2358	145	2795	74
	T(s)	0	0	2	27

8_2_2	Ótimos	10	10	10	-
	UB	289	292	372	-
	Gap(%)	0,00	1,28	28,72	-
	Var.	280	312	1864	-
	Rest.	480	380	3848	-
	Nós B&B	1164833	1118435	197720	-
	T(s)	683	2171	3602	-
8_3_2	Ótimos	10	10	0	-
	UB	174	174	221	-
	Gap(%)	0,00	0,00	27,11	-
	Var.	408	482	2792	-
	Rest.	704	552	7300	-
	Nós B&B	5473372	702758	283402	-
	T(s)	949	718	3616	-

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
12_2_2	Ótimos	0	0	0	-
	UB	757	859	1549	-
	Gap(%)	3,00	7,50	44,76	-
	Var.	612	660	6444	-
	Rest.	1104	760	13168	-
	Nós B&B	3045755	5895090	29032	-
	T(s)	3601	3649	3602	-
12_3_2	Ótimos	0	0	0	-
	UB	383	477	844	-
	Gap(%)	1,90	12,44	50,84	-
	Var.	900	972	9660	-
	Rest.	1632	1110	24924	-
	Nós B&B	4369880	2437214	14065	-
	T(s)	3602	3602	3602	-

16_2_2	Ótimos	0	0	0	-
	UB	447	1755	4245	-
	Gap(%)	11,02	22,71	80,18	-
	Var.	900	1136	15504	-
	Rest.	1632	1268	31512	-
	Nós B&B	4369880	3334794	3180	-
	T(s)	3602	3604	3602	-
16_3_2	Ótimos	0	0	0	-
	UB	919	1082	4456	-
	Gap(%)	18,79	21,13	65,36	-
	Var.	1584	1680	23248	-
	Rest.	2944	1862	59540	-
	Nós B&B	2521842	2420178	3964	-
	T(s)	3602	3603	3604	-

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
20_2_2	Ótimos	0	0	0	-
	UB	2806	4243	19831	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	1660	1740	30580	-
	Rest.	3120	1904	61952	-
	Nós B&B	1122941	772724	538	-
	T(s)	3601	3601	3601	-
20_3_2	Ótimos	0	0	0	-
	UB	1742	2980	14487	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	2460	2580	45860	-
	Rest.	4640	2806	116908	-
	Nós B&B	1678536	239376	540	-
	T(s)	3601	3603	3604	-

Tabela 3.3: Resultados de Otimalidade FH2, $(RM)_k | s_{ijl}^k | \sum N_j$

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
4_2_2	Ótimos	10	10	10	10
	UB	2	2	2	2
	Gap(%)	0,00	0,00	0,00	0,00
	Var.	80	96	232	3713
	Rest.	116	132	484	11127
	Nós B&B	363	107	2605	1199
4_3_2	T(s)	0	0	2	52
	Ótimos	10	10	10	10
	UB	1	1	1	1
	Gap(%)	0,00	0,00	0,00	0,00
	Var.	112	136	344	6663
	Rest.	164	186	912	20705
8_2_2	Nós B&B	190	0	2110	0
	T(s)	1	0	1	27
	Ótimos	0	0	0	0
	UB	11	12	16	16
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	100,00
	Var.	1680	1760	30600	30600
20_2_2	Rest.	3140	1924	61972	61972
	Nós B&B	2094491	1691708	7402	7402
	T(s)	3602	3602	3602	3602
	Ótimos	0	0	0	0
	UB	11	13	18	18
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	100,00
20_3_2	Var.	2480	2600	45880	45880
	Rest.	4660	2826	116928	116928
	Nós B&B	1090331	1827588	714	714
	T(s)	3621	3602	3601	3601
	Ótimos	0	0	3	3
	UB	7	9	11	11
16_2_2	Gap(%)	100,00	100,00	50,00	50,00
	Var.	1088	1152	15520	15520
	Rest.	2000	1284	31528	31528
	Nós B&B	1722241	3620980	31250	31250
	T(s)	3603	4471	4021	4021
	Ótimos	0	0	3	3
16_3_2	UB	7	8	11	11
	Gap(%)	100,00	100,00	50,00	50,00
	Var.	1600	1696	23264	23264
	Rest.	2960	1878	59556	59556
	Nós B&B	1711921	862466	17729	17729
	T(s)	3602	3950	3601	3601
8_2_2	Ótimos	10	10	10	-
	UB	4	4	4	-
	Gap(%)	0,00	0,00	0,00	-
	Var.	288	320	1872	-
	Rest.	488	388	3856	-
	Nós B&B	21745	42237	649837	-
8_3_2	T(s)	20	37	3601	-
	Ótimos	10	10	5	-
	UB	3	3	4	-
	Gap(%)	0,00	0,00	40,00	-
	Var.	416	464	2800	-
	Rest.	712	558	7308	-
16_2_2	Nós B&B	145502	119714	259984	-
	T(s)	438	383	3611	-
	Ótimos	0	0	3	-
	UB	7	9	11	-
	Gap(%)	100,00	100,00	50,00	-
	Var.	1088	1152	15520	-
16_3_2	Rest.	2000	1284	31528	-
	Nós B&B	1722241	3620980	31250	-
	T(s)	3603	4471	4021	-
	Ótimos	0	0	3	-
	UB	7	8	11	-
	Gap(%)	100,00	100,00	50,00	-
16_3_2	Var.	1600	1696	23264	-
	Rest.	2960	1878	59556	-
	Nós B&B	1711921	862466	17729	-
	T(s)	3602	3950	3601	-
	Ótimos	0	0	3	-
	UB	7	9	11	-
16_3_2	Gap(%)	100,00	100,00	50,00	-
	Var.	1600	1696	23264	-
	Rest.	2960	1878	59556	-
	Nós B&B	1711921	862466	17729	-
	T(s)	3602	3950	3601	-
	Ótimos	0	0	3	-
16_3_2	UB	7	9	11	-
	Gap(%)	100,00	100,00	50,00	-
	Var.	1600	1696	23264	-
	Rest.	2960	1878	59556	-
	Nós B&B	1711921	862466	17729	-
	T(s)	3602	3950	3601	-

Tabela 3.4: Resultados da Relaxação Linear FH2, $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum C_{max}$

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
4_2_2	LB	133	0	0	134
	UB	190	190	190	190
	Gap(%)	28,98	100,00	100,00	28,89
	Var.	73	89	225	4157
	Rest.	112	128	480	12703
	B&B	374	295	1849	248
	T(s)	0	0	0	49
4_3_2	LB	137	0	0	137
	UB	151	151	151	151
	Gap(%)	9,50	100,00	100,00	11,26
	Var.	105	129	337	5553
	Rest.	160	182	908	16410
	B&B	1974	0	3394	355
	T(s)	0	0	1	24

8_2_2	LB	159	0	0	147
	UB	304	304	311	313
	Gap(%)	47,42	100,00	100,00	53,08
	Var.	273	305	1857	7491
	Rest.	480	380	3848	48440
	Nós B&B	27697	115059	2404135	3064
	T(s)	17	31	3077	3623
8_3_2	LB	155	0	0	154
	UB	221	221	228	245
	Gap(%)	29,79	100,00	100,00	35,92
	Var.	401	449	2785	11188
	Rest.	704	550	7300	71559
	Nós B&B	30322	26933	1265834	677
	T(s)	16	36	3601	3684

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
12_2_2	LB	157	0	0	-
	UB	423	439	482	-
	Gap(%)	62,80	100,00	100,00	-
	Var.	601	649	6433	-
	Rest.	1104	760	13168	-
	Nós B&B	8936848	7191982	181367	-
	T(s)	3266	3607	3608	-
12_3_2	LB	159	0	0	-
	UB	303	310	372	-
	Gap(%)	47,42	100,00	100,00	-
	Var.	889	961	9649	-
	Rest.	1632	1110	24924	-
	Nós B&B	13859609	5512548	91849	-
	T(s)	3603	3607	3602	-

16_2_2	LB	167	0	0	-
	UB	579	609	699	-
	Gap(%)	70,96	100,00	100,00	-
	Var.	1057	1121	15489	-
	Rest.	1984	1268	31512	-
	Nós B&B	5325906	3354777	60195	-
	T(s)	3603	3609	3603	-
16_3_2	LB	159	0	0	-
	UB	388	425	626	-
	Gap(%)	59,14	100,00	100,00	-
	Var.	1569	1665	23233	-
	Rest.	2944	1862	59540	-
	Nós B&B	6286997	2977577	17596	-
	T(s)	3603	3838	3604	-

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
20_2_2	LB	170	0	0	-
	UB	722	779	1123	-
	Gap(%)	76,36	100,00	100,00	-
	Var.	1641	1721	30561	-
	Rest.	3120	1904	61952	-
	Nós B&B	3219283	2864599	14063	-
	T(s)	3602	3889	3605	-
20_3_2	LB	165	0	0	-
	UB	485	530	1061	-
	Gap(%)	65,90	100,00	100,00	-
	Var.	2441	2561	45841	-
	Rest.	4640	2806	116908	-
	Nós B&B	3456627	1572659	3722	-
	T(s)	3602	3632	3611	-

Tabela 3.5: Resultados da Relaxação Linear FH2, $(RM)_k |s_{ij}^k| \sum T_j$

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
4_2_2	LB	0	0	0	0
	UB	58	58	58	58
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	100,00
	Var.	76	102	228	3709
	Rest.	112	130	480	11123
	Nós B&B	531	760	3011	1074
	T(s)	0	0	0	19
4_3_2	LB	0	0	0	0
	UB	23	23	23	23
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	100,00
	Var.	108	132	340	5560
	Rest.	160	182	908	16414
	Nós B&B	2334	142	6145	0
	T(s)	0	0	1	31

8_2_2	LB	0	0	0	-
	UB	23	290	331	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	108	312	1864	-
	Rest.	160	380	3848	-
	Nós B&B	2334	1171602	616892	-
	T(s)	0	2176	3740	-
8_3_2	LB	0	0	0	-
	UB	174	174	221	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	408	482	2792	-
	Rest.	704	552	7300	-
	Nós B&B	12023910	426688	221176	-
	T(s)	1523	657	3607	-

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
12_2_2	LB	0	0	0	-
	UB	758	860	1146	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	612	660	6444	-
	Rest.	1104	760	13168	-
	Nós B&B	2872088	2111150	142321	-
	T(s)	3601	3604	3602	-
12_3_2	LB	0	0	0	-
	UB	438	532	678	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	900	972	9660	-
	Rest.	1632	1110	24924	-
	Nós B&B	3869880	1433229	60498	-
	T(s)	3602	3603	3601	-

16_2_2	LB	0	0	0	-
	UB	447	1770	2481	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	900	1136	15504	-
	Rest.	1632	1268	31512	-
	Nós B&B	4369880	4196993	30369	-
	T(s)	3602	3611	3602	-
16_3_2	LB	0	0	0	-
	UB	919	1090	1750	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	1584	1680	23248	-
	Rest.	2944	1862	59540	-
	Nós B&B	2521842	1769149	13904	-
	T(s)	3602	3604	3605	-

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
20_2_2	LB	0	0	0	-
	UB	2606	4119	13856	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	1660	1740	30580	-
	Rest.	3120	1904	61952	-
	Nós B&B	1023921	824082	1923	-
	T(s)	3601	3605	3607	-
20_3_2	LB	0	0	0	-
	UB	1742	2695	14487	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	2460	2580	45860	-
	Rest.	4640	2806	116908	-
	Nós B&B	1375536	427822	548	-
	T(s)	3601	3606	3705	-

Tabela 3.6: Resultados da Relaxação Linear FH2, $(RM)_k | s_{ijl}^k | \sum N_j$

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
4_2_2	LB	0	0	0	0
	UB	2	2	2	2
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	100,00
	Var.	80	96	232	3713
	Rest.	116	132	484	11127
	Nós B&B	391	104	2815	1459
	T(s)	0	0	2	78
4_3_2	LB	0	0	0	0
	UB	1	1	1	1
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	100,00
	Var.	112	136	344	6486
	Rest.	164	186	912	19397
	Nós B&B	190	0	1568	1
	T(s)	0	0	1	31

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
12_2_2	LB	0	0	0	-
	UB	5	6	7	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	624	672	6456	-
	Rest.	1116	772	13180	-
	Nós B&B	916412	2427890	110194	-
	T(s)	3604	3610	4506	-
12_3_2	LB	0	0	0	-
	UB	4	6	7	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	912	984	9672	-
	Rest.	1644	1122	24936	-
	Nós B&B	1171935	1700301	66550	-
	T(s)	3602	3749	3706	-

n_m_e		Ma	Mi	W	S-W
20_2_2	LB	0	0	0	-
	UB	11	13	16	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	1680	1760	30600	-
	Rest.	3140	1924	61972	-
	Nós B&B	942209	2348858	5030	-
	T(s)	3803	3603	3609	-
20_3_2	LB	0	0	0	-
	UB	2	13	18	-
	Gap(%)	20,00	100,00	100,00	-
	Var.	496	2600	45880	-
	Rest.	932	2826	116928	-
	Nós B&B	187870	1297335	800	-
	T(s)	728	3602	3619	-

8_2_2	LB	0	0	0	-
	UB	4	4	4	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	288	320	1872	-
	Rest.	488	388	3856	-
	Nós B&B	11114	34763	682699	-
	T(s)	14	34	3601	-
8_3_2	LB	0	0	0	-
	UB	3	3	4	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	416	464	2800	-
	Rest.	712	558	7308	-
	Nós B&B	250249	37411	279451	-
	T(s)	24	40	3623	-

16_2_2	LB	0	0	0	-
	UB	8	8	13	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	1088	1152	15520	-
	Rest.	2000	1284	31528	-
	Nós B&B	1636316	3517660	36437	-
	T(s)	3602	4413	4021	-
16_3_2	LB	0	0	0	-
	UB	7	8	11	-
	Gap(%)	100,00	100,00	100,00	-
	Var.	1600	1696	23264	-
	Rest.	2960	1878	59556	-
	Nós B&B	1779057	900720	17789	-
	T(s)	3641	3952	3605	-

Capítulo 4

Heurística Relax and Fix e Heurística com Restrições Adicionais

4.1 Heurísticas propostas para o problema HFS

Algumas estratégias usadas nas heurísticas relax-and-fix consistem em fixar diferentes grupos de variáveis inteiras e relaxar outras, [Toso et al. \(2009\)](#). Implementações na área de planejamento da produção consideram particionar o horizonte de tempo e seguir para frente ou para trás fixando variáveis inteiras. Dependendo do problema, pode-se ter várias opções de partições do conjunto de variáveis inteiras, tais como: particionar o conjunto de variáveis de acordo com períodos, itens e estágios, [Ferreira and Morabito \(2006\)](#). Diferentes tipos de heurísticas relax-and-fix já foram aplicadas com grande sucesso em outros problemas, veja [Brahimi \(2014\)](#) e [Ferreira and Morabito \(2006\)](#). Neste trabalho as variáveis binárias são indexadas por máquinas, tarefas e estágios. Estes conjuntos e a combinação entre elas são opções na definição das partições a serem usadas na heurística relax and fix . O critério para a fixação das variáveis também é flexível.

Neste caso, a heurística baseada na técnica Relax and fix é desenvolvida e trabalhada sobre o modelo matemático Ma . Essa mesma heurística é utilizada primeiramente focando-se no primeiro estágio (Relax and Fix - 1) e posteriormente, focando-se no segundo estágio (Relax and Fix - 2), e o caso reverso. A idéia é aproveitar ao máximo a vantagem dos resolvidores do CPLEX tentando resolver o problema por etapas, onde em cada etapa explora-se a integralidade de um conjunto de variáveis.

Além disso, é desenvolvida uma heurística com restrições adicionais, também trabalhada sobre o modelo matemático Ma , a qual obriga manter os tempos de conclusão das tarefas no primeiro estágio e usá-los como tempo iniciais das mesmas tarefas no segundo estágio.

Em seguida, são apresentados os algoritmos utilizados e os resultados e análise correspondente.

4.1.1 Relax and Fix - 1

Algoritmo 1: RF1

- 1 Para o estágio $k = 1$, deixe a variável binária α_{ij}^k com relaxação linear ativa.
 - 2 Resolva o modelo Ma .
 - 3 Guarde os valores para $\alpha_{ij}^1 = 0$ ou $\alpha_{ij}^1 = 1$.
 - 4 Fixe esses valores para serem inicializados como parâmetros no estágio seguinte.
 - 5 Garanta a integralidade da variável no estágio 2: α_{ij}^2 .
 - 6 Resolva o modelo Ma .
-

No passo 1: Sendo a variável α_{ij}^k quem define se a tarefa j é ou não designada à máquina i no estágio k , α_{ij}^1 é relaxada e pode ter valores entre 0 e 1.

No passo 2: O modelo matemático Ma definido no capítulo (3) subseção (3.2), é resolvido apenas para o primeiro estágio fazendo uso do solver *Cplex*.

Nos passos 3 e 4: Dos resultados obtidos para a variável binária relaxada no *passo1*, os valores inteiros ($\alpha_{ij}^1 = 0$ ou $\alpha_{ij}^1 = 1$) são salvos e fixados para serem inicializados como parâmetros no estágio seguinte.

No passo 5: Aquelas variáveis não fixadas, são definidas como binárias para posteriormente resolver o problema inteiro (somente naquelas variáveis).

No passo 6: O modelo matemático Ma é resolvido novamente.

4.1.2 Relax and Fix - 2

Algoritmo 2: RF2

- 1 Para o estágio $k = 2$, deixe a variável binária α_{ij}^k com a relaxação linear ativa
 - 2 Resolva o modelo Ma
 - 3 Guarde os valores para $\alpha_{ij}^2 = 0$ ou $\alpha_{ij}^2 = 1$
 - 4 Fixe esses valores para serem inicializados como parâmetros no estágio anterior.
 - 5 Garanta a integralidade da variável no estágio 1: α_{ij}^1 .
 - 6 Resolva o modelo Ma
-

No passo 1: Sendo a variável α_{ij}^k quem define se a tarefa j é ou não designada à máquina i no estágio k , α_{ij}^2 é relaxada e pode ter valores entre 0 e 1.

No passo 2: O modelo matemático Ma definido no capítulo (3) subseção (3.2), é resolvido fazendo uso do solver *Cplex*.

Nos passos 3 e 4: Dos resultados obtidos para a variável binária relaxada no *passo1*,

os valores inteiros ($\alpha_{ij}^2 = 0$ ou $\alpha_{ij}^2 = 1$) são salvados e fixados para serem inicializados como parâmetros na etapa seguinte.

No passo 5: Aquelas variáveis não fixadas, são definidas como binárias para posteriormente resolver o problema inteiro (somente naquelas variáveis).

No passo 6: O modelo matemático Ma é resolvido novamente.

4.1.3 Heurística com Restrições Adicionais - HRA

Algoritmo 3: HRA

- 1 Resolva o modelo Ma para o estágio 1.
 - 2 Se estágio $k = 1$ e $\alpha_{ij}^1 = 1$, calcule os valores dos tempos de conclusão de cada tarefa. $c_{j1} = t_{j1} + p_{ij}^1$.
 - 3 Salve esses valores e fixe-os para serem inicializados como parâmetros no estágio seguinte.
 - 4 Adicione as restrições de tempos de início de cada tarefa com os valores guardados, $t_{j2} \geq c_{j1}$
 - 5 Resolva o modelo Ma para o estágio 2.
-

No passo 1: O modelo matemático Ma definido no capítulo (3) subseção (3.2), é resolvido fazendo uso do solver *Cplex* apenas com o estágio 1.

No passo 2: Sendo a variável $\alpha_{ij}^1 = 1$ quem define que a tarefa j é designada à máquina i no estágio 1, são calculados os valores dos tempos de conclusão de cada tarefa através de $c_{j1} = t_{j1} + p_{ij}^1$.

No passo 3: Os resultados obtidos no *passo 2*, são salvos e fixados para serem inicializados como parâmetros no estágio seguinte.

No passo 4: A variável tempo de início de cada tarefa t_{j2} no estágio 2, recebe a restrição correspondente $t_{j2} \geq c_{j1}$

No passo 5: O modelo matemático Ma é resolvido novamente para o estágio 2 com as restrições adicionais.

4.2 Resultados computacionais

Os resultados dos experimentos computacionais das heurísticas Relax and Fix1 - RF1, Relax and Fix2 -RF2 e da Heurística de Restrições Adicionais-HRA, aplicadas ao modelo matemático Manne - Ma com critério de desempenho FH2, $(RM)_k | s_{ij}^k | \sum C_{max}$, são sumarizados nas Tabelas (4.1) e (4.2), onde pode se observar uma columnna com a descrição *Dif%* que especifica a diferença média entre o valor atingido por o algoritmo (RF1, RF2 ou HRA) e o valor original Ma . Sendo *Dif%* positivo quando o algoritmo

atinge uma solução maior (pior) comparada com a original Ma . sendo $Dif\%$ negativo quando o algoritmo atinge uma solução menor (melhor) comparada com a original Ma .

O comportamento dos resultados do modelo Ma comparados com os resultados do algoritmo RF1, RF2 e HRA podem ser avaliados nos gráficos (4.1), (4.2) e (4.3) respectivamente.

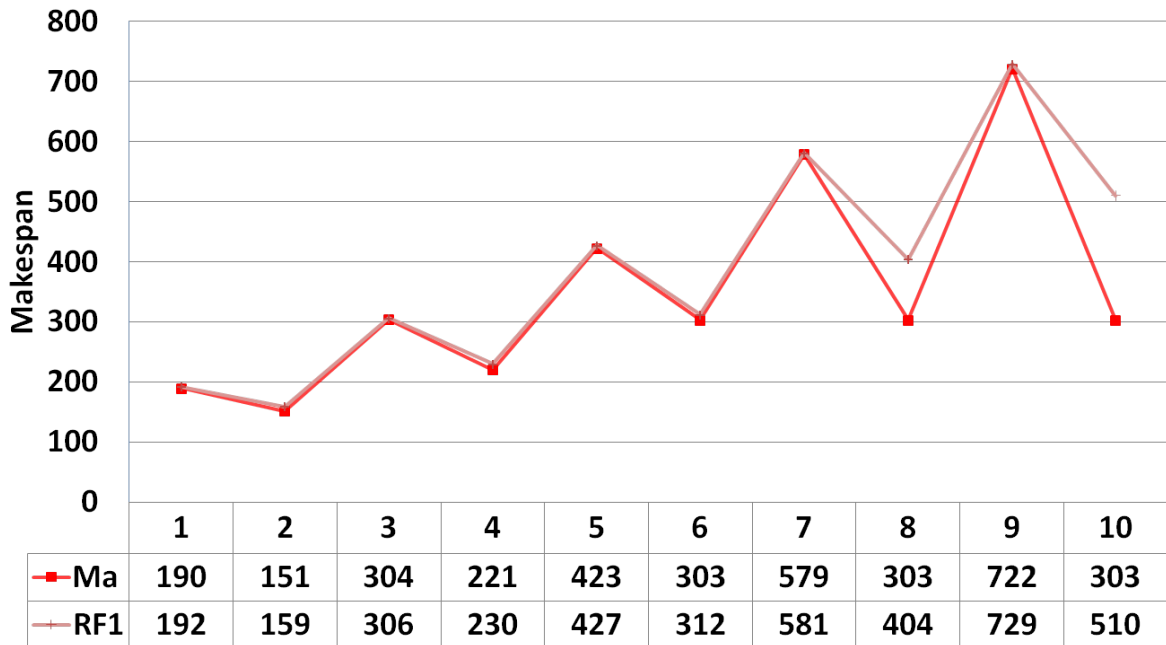


Figura 4.1: Resultados originais comparados com os da Heurística RF1

Sendo o eixo horizontal de cada gráfico, o número dos grupos de instâncias (4.4)

Se é de interesse do leitor, no Apêndice (A) mostra-se em maior detalhe os resultados dos testes para cada grupo de instâncias.

Os testes experimentais foram executados numa estação com processador Intel Xeon X5690 3.4Ghz, 132GB de memória RAM e sistema operacional Linux Ubuntu x86 64. Todos os experimentos foram feitos considerando 3600 segundos como tempo limite.

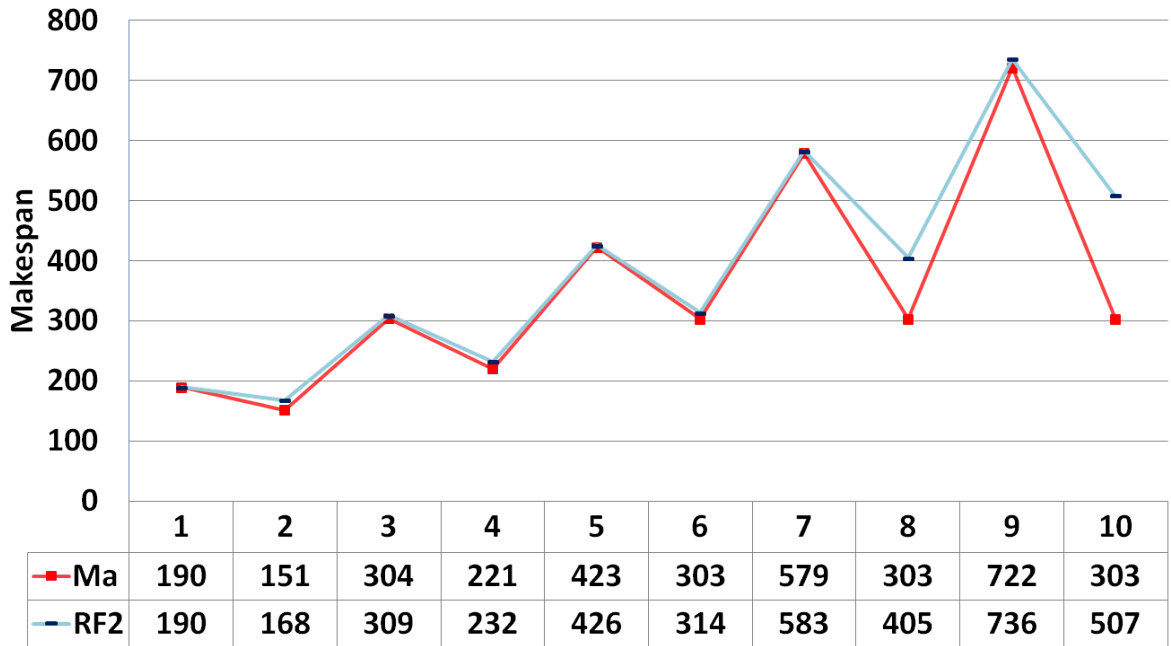


Figura 4.2: Resultados originais comparados com os da Heurística RF2

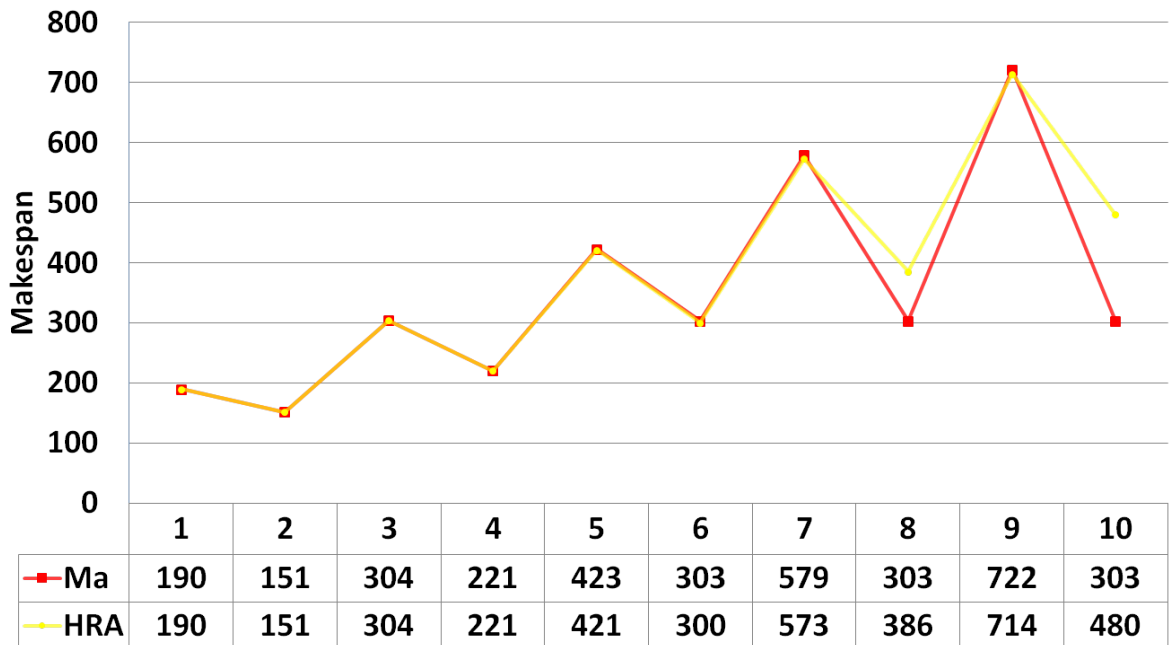


Figura 4.3: Resultados originais comparados com os da Heurística HRA

Grupo de instâncias:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n_m_e	4_2_2	4_3_2	8_2_2	8_3_2	12_2_2	12_3_2	16_2_2	16_3_2	20_2_2	20_3_2

Figura 4.4: Grupos de instâncias (10)

Tabela 4.1: Resultados das Heurísticas RF1 e RF2, $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum C_{max}$

n_m_e		Ma	RF1	Dif.(%)	RF2	Dif.(%)
4_2_2	F.O	190	192	1,35	190	0,05
	Var.	73	73	0,00	73	0,00
	Rest.	112	112	0,00	112	0,00
	Nós B&B	441	67	84,81	98	77,78
	T(s)	0	0	0,00	0	0,00
4_3_2	F.O	151	159	4,07	168	9,33
	Var.	105	105	0,00	105	0,00
	Rest.	160	160	0,00	160	0,00
	Nós B&B	1577	136	91,38	121	92,33
	T(s)	0	0	0,00	0	0,00
8_2_2	F.O	304	306	0,50	309	1,82
	Var.	273	273	0,00	273	0,00
	Rest.	480	480	0,00	480	0,00
	Nós B&B	20465	9645	52,87	9840	51,92
	T(s)	12	18	31,11	24	48,33
8_3_2	F.O	221	230	4,25	232	4,82
	Var.	401	401	0,00	401	0,00
	Rest.	704	704	0,00	704	0,00
	Nós B&B	48374	30027	37,93	3033	93,73
	T(s)	23	33	29,09	15	35,90
12_2_2	F.O	423	427	1,01	426	0,71
	Var.	601	601	0,00	601	0,00
	Rest.	1104	1104	0,00	1104	0,00
	Nós B&B	2282960	2870032	20,46	1561634	31,60
	T(s)	3600	4214	14,56	3230	10,29

n_m_e		Ma	RF1	Dif.(%)	RF2	Dif.(%)
12_3_2	F.O	303	312	2,78	314	3,19
	Var.	889	889	0,00	889	0,00
	Rest.	1632	1632	0,00	1632	0,00
	Nós B&B	3555382	983641	72,33	86682	97,56
	T(s)	3600	5861	38,57	5847	38,42
16_2_2	F.O	579	581	0,30	583	0,73
	Var.	1057	1057	0,00	1057	0,00
	Rest.	1984	1984	0,00	1984	0,00
	Nós B&B	1184413	2029152	41,63	2096554	43,51
	T(s)	3600	7202	50,01	7202	50,01
16_3_2	F.O	388	404	3,81	405	4,06
	Var.	1569	1569	0,00	1569	0,00
	Rest.	2944	2944	0,00	2944	0,00
	Nós B&B	1516123	434717	71,33	513856	66,11
	T(s)	3600	7205	50,03	7203	50,02
20_2_2	F.O	722	729	1,02	736	1,94
	Var.	1641	1641	0,00	1641	0,00
	Rest.	3120	3120	0,00	3120	0,00
	Nós B&B	760115	1573001	51,68	1475735	48,49
	T(s)	3600	7202	50,01	7202	50,01
20_3_2	F.O	485	510	4,68	507	4,38
	Var.	2441	2441	0,00	2441	0,00
	Rest.	4640	4640	0,00	4640	0,00
	Nós B&B	1414494	283179	79,98	250499	82,29
	T(s)	3600	7204	50,02	7203	50,02

Tabela 4.2: Resultados das Heurísticas RF1, RF2 e HRA, $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum C_{max}$

n_m_e		Ma	RF1	Dif.(%)	RF2	Dif.(%)	HRA	Dif.(%)
4_2_2	F.O	190	192	1,35	190	0,05	190	0,00
	Var.	73	73	0,00	73	0,00	73	0,00
	Rest.	112	112	0,00	112	0,00	112	0,00
	Nós B&B	441	67	84,81	98	77,78	251	43,02
	T(s)	0	0	0,00	0	0,00	0	0,00
4_3_2	F.O	151	159	4,07	168	9,33	151	0,00
	Var.	105	105	0,00	105	0,00	105	0,00
	Rest.	160	160	0,00	160	0,00	160	0,00
	Nós B&B	1577	136	91,38	121	92,33	746	52,68
	T(s)	0	0	0,00	0	0,00	0	0,00
8_2_2	F.O	304	306	0,50	309	1,82	304	0,00
	Var.	273	273	0,00	273	0,00	273	0,00
	Rest.	480	480	0,00	480	0,00	480	0,00
	Nós B&B	20465	9645	52,87	9840	51,92	16225	20,72
	T(s)	12	18	31,11	24	48,33	26	51,75
8_3_2	F.O	221	230	4,25	232	4,82	221	0,00
	Var.	401	401	0,00	401	0,00	401	0,00
	Rest.	704	704	0,00	704	0,00	704,00	0,00
	Nós B&B	48374	30027	37,93	3033	93,73	27495	43,16
	T(s)	23	33	29,09	15	35,90	73	67,77
12_2_2	F.O	423	427	1,01	426	0,71	421	-0,41
	Var.	601	601	0,00	601	0,00	601	0,00
	Rest.	1104	1104	0,00	1104	0,00	1104	0,00
	Nós B&B	2282960	2870032	20,46	1561634	31,60	2048344	10,28
	T(s)	3600	4214	14,56	3230	10,29	7177	49,84

n_m_e		Ma	RF 1	Dif.(%)	RF 2	Dif.(%)	HRA	Dif. (%)
12_3_2	F.O	303	312	2,78	314	3,19	300	-1,13
	Var.	889	889	0,00	889	0,00	889	0,00
	Rest.	1632	1632	0,00	1632	0,00	1632	0,00
	Nós B&B	3555382	983641	72,33	86682	97,56	2752494	22,58
	T(s)	3600	5861	38,57	5847	38,42	7087	49,20
16_2_2	F.O	579	581	0,30	583	0,73	573	-0,98
	Var.	1057	1057	0,00	1057	0,00	1057	0,00
	Rest.	1984	1984	0,00	1984	0,00	1984	0,00
	Nós B&B	1184413	2029152	41,63	2096554	43,51	1416313	16,37
	T(s)	3600	7202	50,01	7202	50,01	7201	50,01
16_3_2	F.O	388	404	3,81	405	4,06	386	-0,70
	Var.	1569	1569	0,00	1569	0,00	1569	0,00
	Rest.	2944	2944	0,00	2944	0,00	2944	0,00
	Nós B&B	1516123	434717	71,33	513856	66,11	1741490	12,94
	T(s)	3600	7205	50,03	7203	50,02	7202	50,01
20_2_2	F.O	722	729	1,02	736	1,94	714	-1,06
	Var.	1641	1641	0,00	1641	0,00	1641	0,00
	Rest.	3120	3120	0,00	3120	0,00	3120	0,00
	Nós B&B	760115	1573001	51,68	1475735	48,49	975324	22,07
	T(s)	3600	7202	50,01	7202	50,01	7201	50,00
20_3_2	F.O	485	510	4,68	507	4,38	480	-1,05
	Var.	2441	2441	0,00	2441	0,00	2441	0,00
	Rest.	4640	4640	0,00	4640	0,00	4640	0,00
	Nós B&B	1414494	283179	79,98	250499	82,29	1183741	16,31
	T(s)	3600	7204	50,02	7203	50,02	7201	50,01

4.3 Análise dos resultados

- Pode se observar na Tabela (4.1) que:
 - O valor da função objetivo($F.O$) que obtem a Heurística relax-and-fix $RF1$ para cada grupo de instâncias é próximo ao valor da solução original. Os melhores casos acontecem para os grupos de instâncias 8_2_2 , e 16_2_2 com diferenças médias ($Dif.(%)$) de $0,5\%$ e $0,3\%$ respectivamente, e o máximo de $4,68\%$ para o grupo de instâncias 20_3_2 .
 - O valor da função objetivo($F.O$) que obtem a Heurística relax-and-fix $RF2$, é da mesma forma que a heurística anterior, também consegue valores muito próximos à solução original. Neste caso, os valores mais próximos acontecem para os grupos de instâncias 4_2_2 , 12_2_2 , e 16_2_2 com diferenças médias ($Dif.(%)$) de $0,05\%$, $0,71\%$ e $0,73\%$ respectivamente.
 - A diferença média $Dif.(%)$ para os grupos de instâncias que trabalham com duas máquinas sempre é menor que a diferença média para os grupos de instâncias que trabalham com três máquinas. E a tendência da diferença média para duas máquinas, pelo menos na heurística $RF2$, é aumentar a medida que o número de tarefas cresce; e para três máquinas, diminui enquanto o número de tarefas aumenta.
- Pode-se observar que na Tabela (4.2), que adiciona os resultados da Heurística de Restrições Adicionais HRA :
 - Os resultados obtidos por HRA são melhores aos obtidos por $RF1$ e $RF2$. Para os grupos de instâncias 4_2_2 , 4_3_2 , 8_2_2 , e 8_3_2 com diferenças médias ($Dif.(%)$) de $0,00\%$, ou seja, que HRA atinge os mesmos valores ótimos que o modelo matemático de Manne. E para os demais grupos de instâncias, onde o modelo de Manne não consegue o ótimo, HRA apresenta valores menores para a função objetivo de minimização do makespan.

O Tempo $T(s)$ médio de $7200s$ para alguns grupos de instâncias nas heurísticas é devido à estrutura do algoritmo, já que ele chama o solver duas vezes e o tempo limite estabelecido é de $3600s$ para cada chamada.

Capítulo 5

Metaheurística ILS

5.1 Metaheurísticas ILS propostas para o problema HFS

O algoritmo ILS é baseado na ideia de que um procedimento de busca local pode ser melhorado a partir da geração de novas soluções de partida, sendo estas novas soluções obtidas por meio de perturbações em uma solução ótima local, [Lourenço et al. \(2003\)](#).

A princípio é descrito o procedimento básico do algoritmo padrão ILS.

Algoritmo 4: ILS

```
1  $s_0$  = Solução inicial gerada();  
2  $s$  = Busca Local ( $s_0$ );  
3 enquanto (a condição de parada não seja cumprida) do  
4 end  
5 retorna(melhor solução encontrada  $s$ );
```

O algoritmo possui quatro etapas básicas: (i) geração de uma solução inicial; (ii) busca local, que retorna uma solução melhorada; (iii) perturbação, que modifica uma solução e; (iv) critério de aceitação, que decide qual solução será utilizada na próxima iteração do algoritmo.

Em resumo, o algoritmo mostra que a ILS parte de uma solução inicial s_0 , e a esta aplica uma busca local, obtendo s . Posteriormente, o método efetua iterativamente os seguintes passos: i) Perturba a solução corrente s , obtendo s' ; ii) Realiza uma busca local a partir de s' , obtendo s'' que é um possível ótimo local; iii) Se o critério de aceitação for satisfeito, então retorna s'' para a nova iteração, senão retorna a melhor solução conhecida até o momento para que seja efetuada uma nova iteração. Se s'' for melhor que a melhor solução obtida até o momento, então ele atualiza a melhor solução. Este procedimento é repetido até que um critério de parada seja satisfeito.

A solução inicial é obtida a través de movimentos aleatórios considerando a alocação de tarefas nas máquinas do estágio um e dois. Na figura (5.1) é mostrado um desenho para exemplificar a obtenção da solução inicial trabalhando com $n = 6$ tarefas. Se tem um vetor com as 6 tarefas organizadas em ordem ascendente, é realizado um movimento aleatório obtendo um novo vetor; Considerando a ordem das tarefas nesse novo vetor, são alocadas as tarefas nas máquinas de cada estágio, também de forma aleatória. No exemplo, para o primeiro estágio a tarefa 3 é alocada na máquina 1, a tarefa 6 na máquina 2, a tarefa 2 na máquina 1, a tarefa 1 na máquina 1 novamente, a tarefa 4 na máquina 2 e finalmente a tarefa 5 na máquina 1. Após a alocação de tarefas no primeiro estágio, é realizado outro movimento aleatório para obter um novo vetor e alocar as tarefas agora nas máquinas no estágio 2.

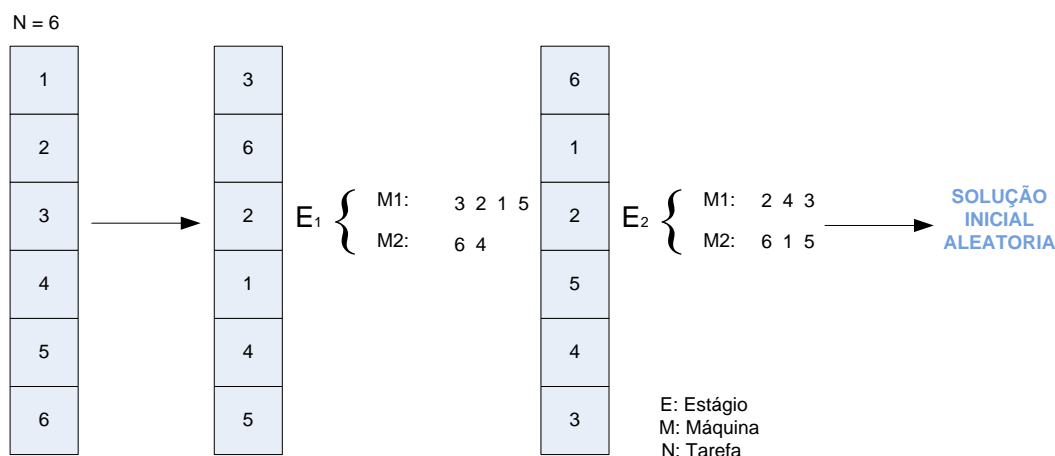


Figura 5.1: Solução Inicial para $n = 6$

Na Figura (5.2) podemos observar a representação gráfica da Metaheurística ILS.

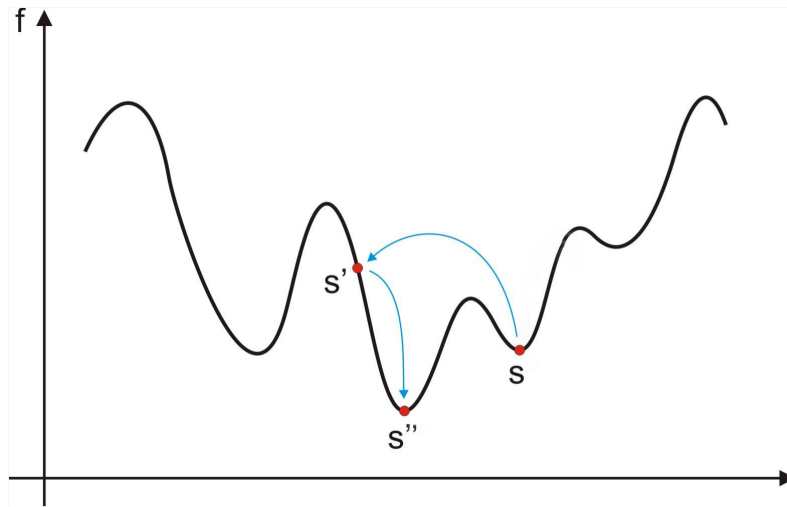


Figura 5.2: Representação gráfica da Metaheurística ILS

Em seguida, são descritos os tipos de Solução Inicial, Perturbação, Busca Local e critérios de parada para as Metaheurísticas ILS1, ILS2, ILS3 e ILS4.

- Solução Inicial: Obtida através de uma solução inicial aleatória.
- Perturbação: Esta deve ser dosada de tal maneira que as alterações sejam suficientes para escapar de possíveis ótimos locais e explorar diferentes regiões, mesmo se causarem a perda de características do possível ótimo local corrente.

Foram utilizados dois tipos de perturbações: Perturbação - P1, que seleciona a máquina mais sobrecarregada, retira todo o seu conjunto de tarefas e troca pelo conjunto das tarefas alocadas a máquina mais folgada. Faz isso para cada estágio em particular.

Perturbação 2 - P2, aproveita um método utilizado comumente no roteamento de veículos chamado *Ejection Chain*. Consiste na realocação de um consumidor de uma rota $R1$ em uma rota $R2$, outro da rota $R2$ em uma rota $R3$, e assim sucessivamente até que um consumidor da última rota seja inserido na primeira rota. O equivalente neste trabalho seria a realocação de uma tarefa de uma máquina $M1$ em outra máquina $M2$, outra da máquina $M2$ em uma máquina $M3$, e assim por diante até que uma tarefa da última máquina seja inserida na primeira máquina. As tarefas a serem realocadas são escolhidas e inseridas de forma aleatória.

- Busca Local: Nesta etapa realiza-se a exploração da vizinhança de uma solução com o objetivo de encontrar outras soluções não dominadas para o problema.

Neste trabalho foram utilizados dois métodos de busca local: A Busca Local 1 - BL1, verifica nos dois estágios qual é a máquina mais sobrecarregada, retira a tarefa de maior duração e avalia a sua alocação as outras máquinas em todas as posições possíveis no estágio de onde a tarefa foi retirada. A Busca Local 2 - BL2, faz todas as trocas possíveis das tarefas, em todas as diferentes máquinas e em todas as posições possíveis. Faz isso para cada estágio em particular. Calcula qual entre todas as trocas feitas teve o melhor ganho e realiza aquela troca.

- Critério de Aceitação e de Parada: O critério de aceitação utilizado foi de soluções correntes até 0,0001% melhores que a melhor solução encontrada, como forma de diversificar o processo de busca. Com relação ao critério de parada, definiu-se um número de 10000 iterações como forma de lidar com os diferentes problemas resolvidos, uma vez que o tempo computacional de cada iteração pode variar de um problema para outro.
- ILS - 1: Desenvolvida fazendo uso da Busca Local BL1 e Perturbação P1.
- ILS - 2: Desenvolvida fazendo uso da Busca Local BL1 e Perturbação P2.
- ILS - 3: Desenvolvida fazendo uso da Busca Local BL2 e Perturbação P1.
- ILS - 4: Desenvolvida fazendo uso da Busca Local BL2 e Perturbação P2.

A comparação das heurísticas pode ser vista na Tabela (5.1).

5.2 Resultados computacionais

Existem grupos de instâncias para 4, 8, 12, 16 e 20 tarefas considerando 2 e 3 máquinas, totalizando 10 grupos. Cada grupo contém 10 instâncias: i, ii, iii, iv, v, vi, vii, viii, ix e x; resumindo 100 instâncias.

Considerando que os algoritmos ILS são inicializados a partir de uma solução aleatória, cada uma das 10 instâncias que compõem cada grupo, foi rodada dez vezes para trabalhar com a média dos resultados.

Os testes experimentais foram executados numa estação com processador Intel Xeon X5690 3.4Ghz, 132GB de memória RAM e sistema operacional Linux Ubuntu x86 64 utilizando a linguagem de programação C++. Todos os experimentos foram feitos

considerando 10000 iterações e partindo de uma solução aleatória para inicializar o algoritmo ILS.

Os resultados dos experimentos computacionais das heurísticas ILS1, ILS2, ILS3 e ILS4 aplicadas ao modelo matemático de Manne - Ma com critério de desempenho FH2, $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum C_{max}$, são sumarizados na tabela Tabela(5.1).

O comportamento dos resultados do modelo Ma comparados com os resultados do algoritmo ILS1, ILS2, ILS3 e ILS4, podem ser avaliados nos gráficos (5.3), (5.4), (5.5) e (5.6) respectivamente.

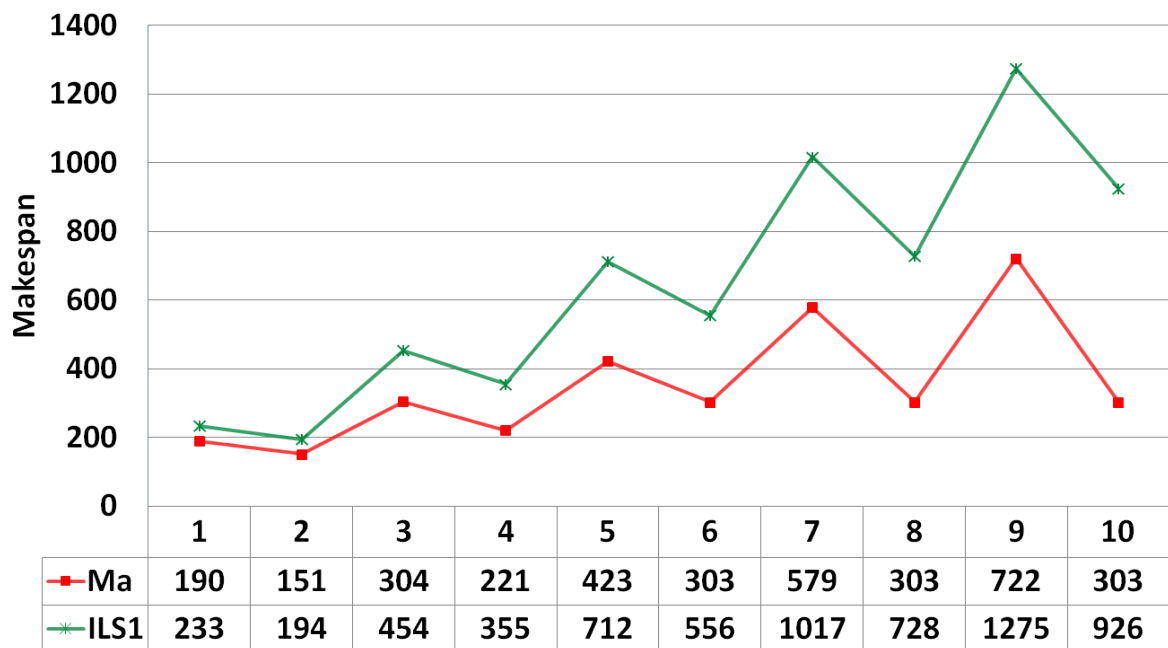


Figura 5.3: Resultados originais comparados com os da Heurística ILS1

O comportamento do *makespan* para o modelo Ma e algoritmos RF1, RF2, HRA, ILS1, ILS2, ILS3 e ILS4, pode ser avaliado no gráfico (5.7).

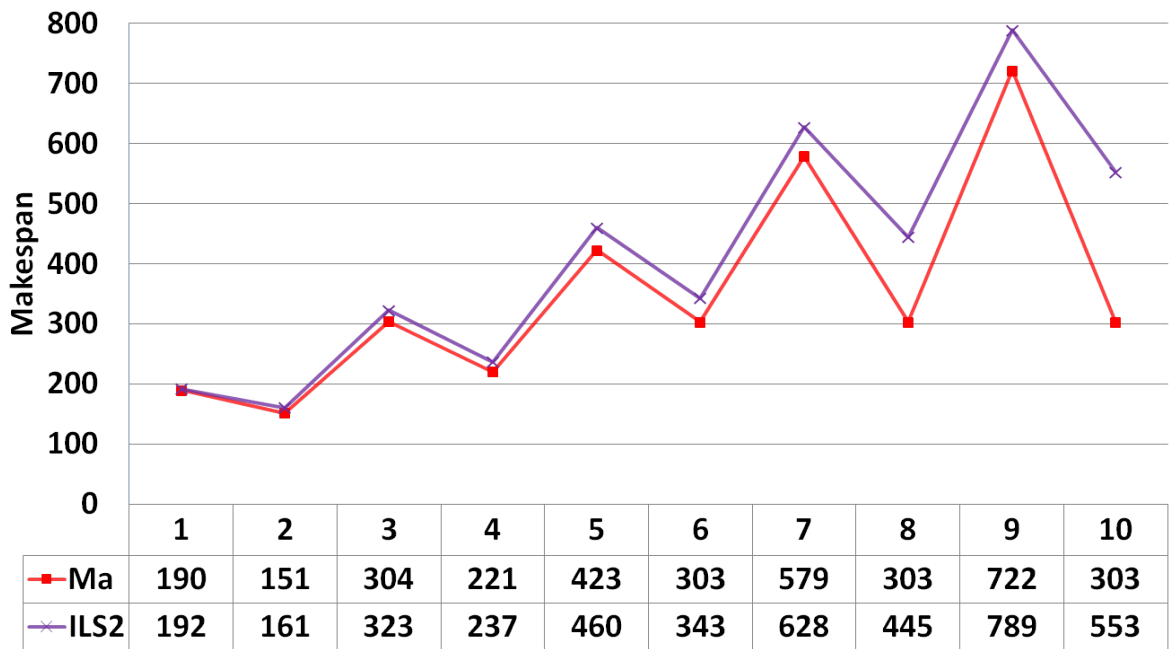


Figura 5.4: Resultados originais comparados com os da Heurística ILS2

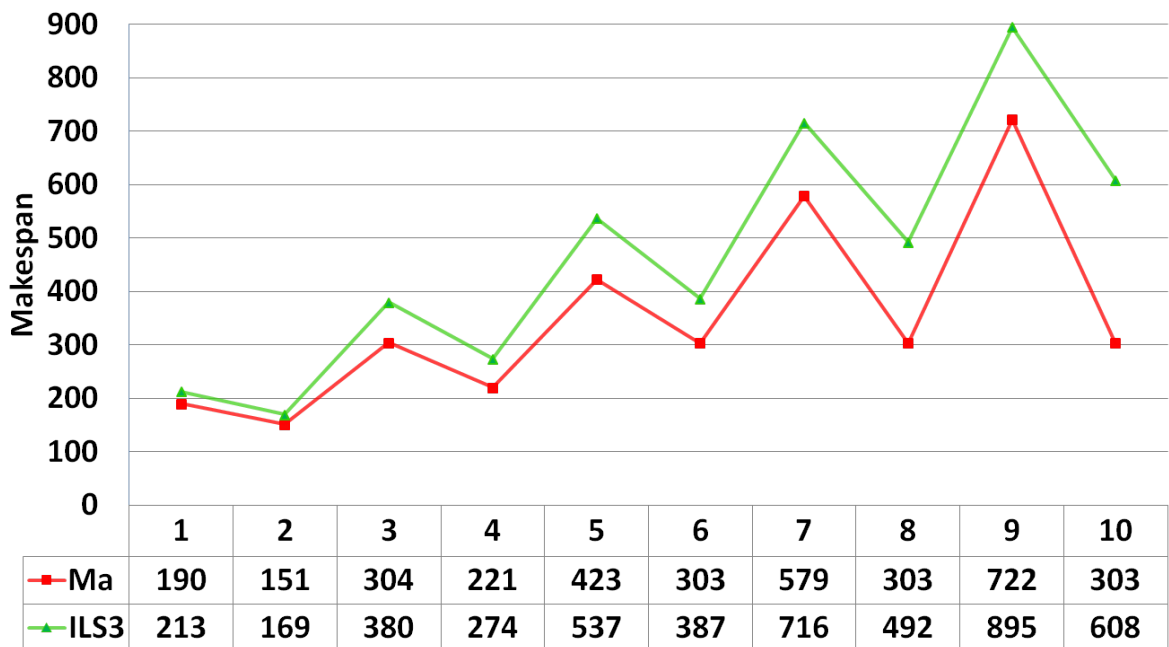


Figura 5.5: Resultados originais comparados com os da Heurística ILS3

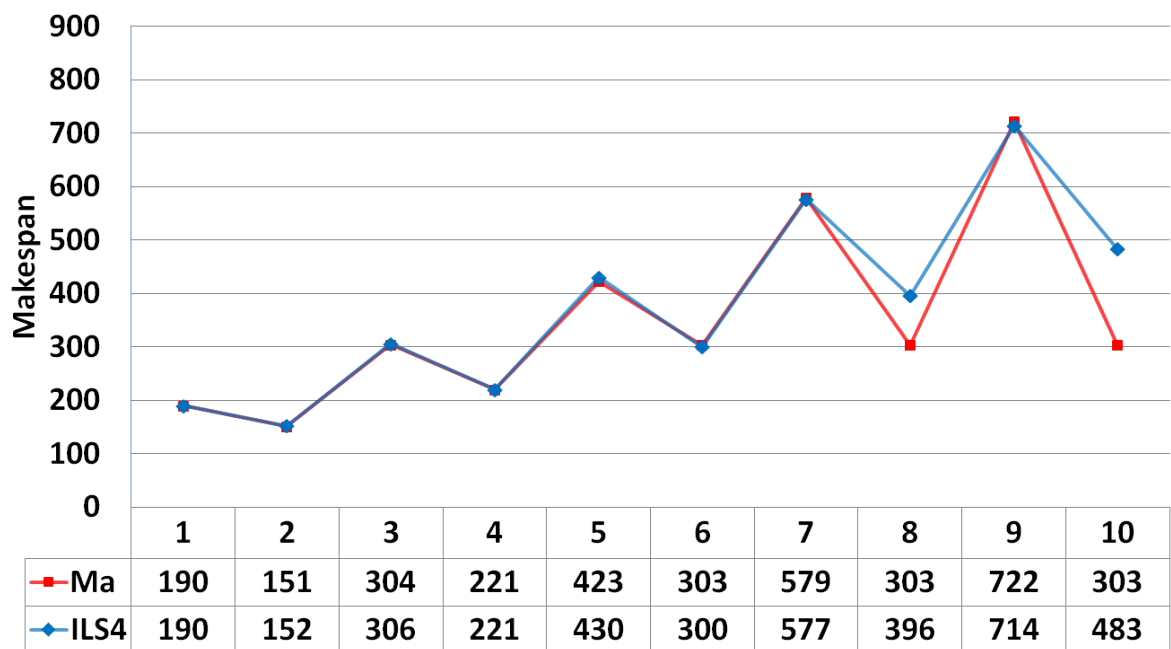


Figura 5.6: Resultados originais comparados com os da Heurística ILS4

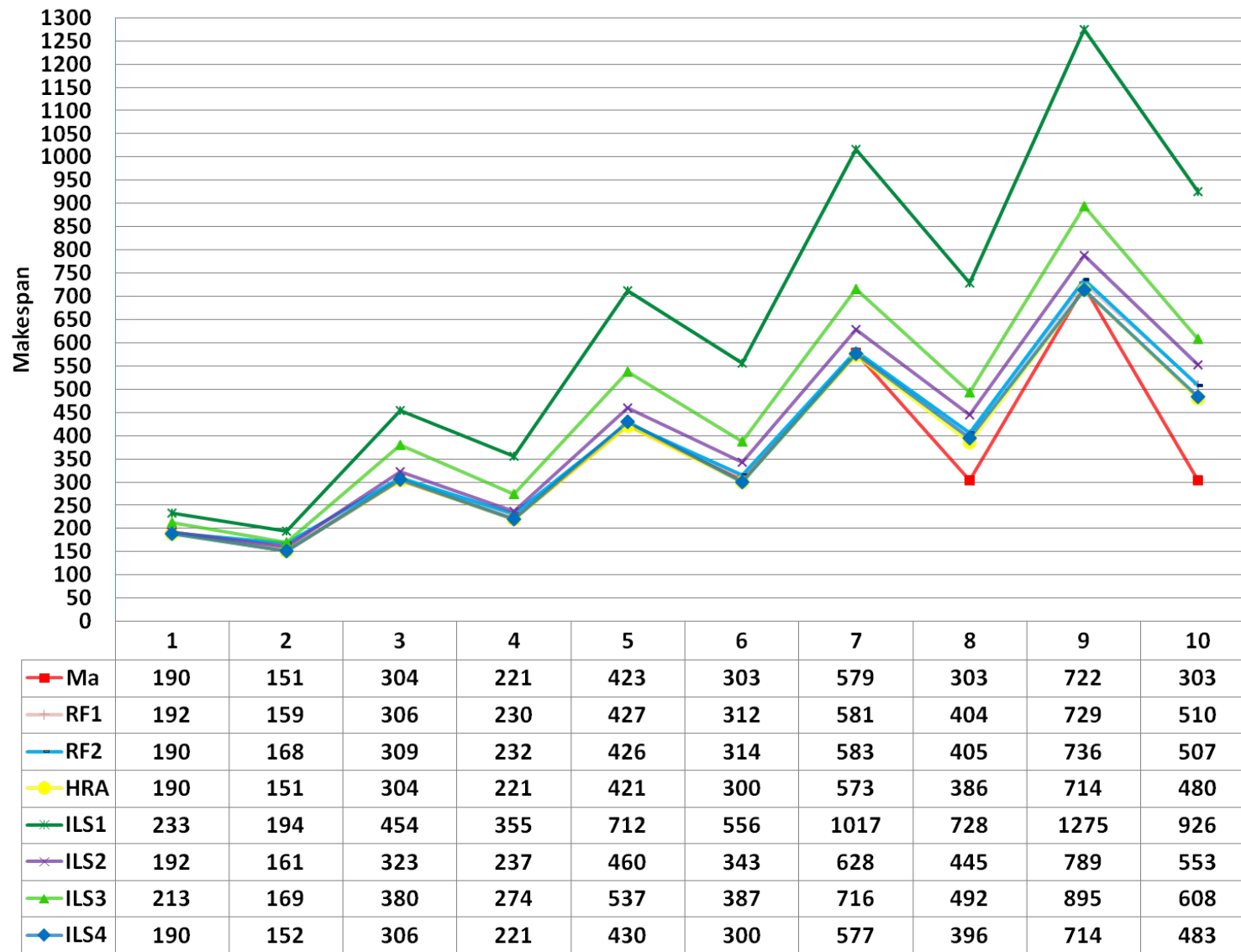


Figura 5.7: Resultado do modelo Ma comparado com os algoritmos desenvolvidos: RF1, RF2, HRA, ILS1, ILS2, ILS3, ILS4

O comportamento do *tempocomputacional* para o modelo *Ma* e algoritmos RF1, RF2, HRA, ILS1, ILS2, ILS3 e ILS4, pode ser avaliado no gráfico (5.8).



Figura 5.8: Resultados do modelo Ma comparado com os algoritmos desenvolvidos: RF1, RF2, HRA, ILS1, ILS2, ILS3, ILS4

Se é de interesse do leitor, no Apêndice (A) mostra-se em maior detalhe os resultados dos testes para cada grupo de instâncias.

5.3 Análise dos resultados

Considerando que BL2 contém BL1, se espera que o ILS3 seja melhor que o ILS1 e que o ILS4 seja melhor que o ILS2.

- Pode-se observar pela Tabela (5.1) que:
 - Os resultados obtidos são fortemente dependentes dos mecanismos de perturbação e busca local utilizados.
 - A Heurística ILS4 é a que melhor se aproxima ao valor da solução original.
 - A Heurística ILS4 consegue valores menores para a função objetivo nos grupos de instâncias 16_2_2, 20_2_2 e 20_3_2
 - A Heurística ILS-1 é a que menos se aproxima ao valor da solução original com diferença média $Dif(\%)$ até de 46,63% e 47,54% para os grupos de instâncias 16_3_2, e 20_3_2 respectivamente.

Em termos gerais, o ILS4 é o algoritmo com melhores resultados a nível valores da função objetivo e tempo computacional utilizado.

Tabela 5.1: Resultados da Metaheurística ILS, $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum C_{max}$

n_m_e		Ma	ILS-1	Dif.(%)	ILS-2	Dif.(%)	ILS-3	Dif.(%)	ILS-4	Dif.(%)
4_2_2	F.O	190	233	18,84	192	1,22	213	10,66	190	0,03
	T(s)	0	0		0		0		0	
4_3_2	F.O	151	194	22,33	161	6,17	169	10,63	152	0,68
	T(s)	0	0		0		0		0	
8_2_2	F.O	304	454	33,03	323	5,79	380	19,84	306	0,58
	T(s)	12	0		0		1		1	
8_3_2	F.O	221	355	37,63	237	6,81	274	19,38	222	0,79
	T(s)	23	0		0		1		3	
12_2_2	F.O	423	712	40,67	460	8,20	537	21,24	430	1,77
	T(s)	3600	0		0		2		3	
12_3_2	F.O	303	556	45,32	343	11,43	387	21,52	311	2,56
	T(s)	3600	0		0		4		7	
16_2_2	F.O	579	1017	43,09	628	7,80	716	19,25	577	-0,32
	T(s)	3600	0		0		4		7	
16_3_2	F.O	388	728	46,63	445	12,67	492	21,08	396	-1,83
	T(s)	3600	0		0		7		16	
20_2_2	F.O	722	1275	43,33	789	8,49	895	19,34	714	-1,04
	T(s)	3600	0		0		7		13	
20_3_2	F.O	485	926	47,54	553	12,26	608	20,26	483	-0,30
	T(s)	3600	0		0		12		29	

Capítulo 6

Conclusões

En síntese, neste trabalho, foram avaliados modelos matemáticos adaptados da literatura para o problema específico de sequenciamento num ambiente Flow Shop Híbrido HFS com tempos de preparação dependentes da sequência e máquina, escolhendo um critério de desempenho para a avaliação posterior.

Foram desenvolvidas heurísticas baseadas no Relax and Fix, uma heurística com restrições adicionais, e foi proposta uma adaptação do algoritmo ILS para resolução de problemas de sequenciamento no ambiente HFS, inicializando o algoritmo a partir de uma solução aleatória e considerando dois tipos de busca local e dois tipos de perturbação. Este algoritmo adaptado do ILS para HFS, finalmente, mostrou-se como uma técnica eficiente, principalmente para instâncias que envolveram um número maior de tarefas, observando-se um bom tempo computacional de resposta abrindo a possibilidade de trabalhar o mesmo problema com instâncias muito maiores. As soluções encontradas pelas heurísticas foram na maioria, pelo menos tão boas quanto as melhores conhecidas, obtidas com métodos previamente desenvolvidos, para todas as instâncias consideradas.

A abordagem proposta permite ainda que sejam feitas muitas melhorias. Como sugestão, pode-se considerar realizar os seguintes trabalhos futuros: Continuar explorando mecanismos de perturbação e busca local incluindo sempre o caminho crítico, já que segundo [Urlings et al. \(2010\)](#), melhorar o valor makespan movendo uma operação que não está no caminho crítico é muito improvável. Portanto, só se aplica a busca local para as operações no caminho crítico. Propor um método de inicialização da solução para o algoritmo ILS. Desenvolver o algoritmo Iterated Greedy Search-IGS para HFS, que apresenta bons resultados para problemas flow shop flexível.

Parte I
Apêndices

Apêndice A

Resultados detalhados dos testes para cada grupo de instâncias

A.1 Resultados da prova de otimalidade e da relaxação linear simples

Figura A.1: FH2, $(RM)_k |s_{ij}^k| \sum C_{max}$ 4_2_2

F	Inst	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	182	0,00	73	112	196	0
	2	157	0,00	73	112	1647	1
	3	135	0,00	73	112	420	0
	4	223	0,00	73	112	229	0
	5	221	0,00	73	112	220	0
	6	230	0,00	73	112	907	0
	7	189	0,00	73	112	125	0
	8	184	0,00	73	112	145	0
	9	203	0,00	73	112	358	0
	10	171	0,00	73	112	162	1

F	Inst	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	182	0,00	89	128	474	0
	2	157	0,00	89	128	314	0
	3	135	0,00	89	128	189	0
	4	223	0,00	89	128	504	0
	5	221	0,00	89	128	658	0
	6	230	0,00	89	128	74	0
	7	189	0,00	89	128	421	0
	8	184	0,00	89	128	73	0
	9	203	0,00	89	128	127	0
	10	171	0,00	89	128	115	0

F	Inst	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	182	0,00	225	480	1726	1
	2	157	0,00	225	480	2045	1
	3	135	0,00	225	480	1791	1
	4	223	0,00	225	480	1601	1
	5	221	0,00	225	480	1911	0
	6	230	0,00	225	480	1843	0
	7	189	0,00	225	480	1804	1
	8	184	0,00	225	480	1673	1
	9	203	0,00	225	480	2056	1
	10	171	0,00	225	480	1699	1

F	Inst	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
SOUZA - WOLSEY	1	182	0,00	3927	12001	33	37
	2	157	0,00	3399	10611	988	41
	3	135	0,00	3025	9397	359	51
	4	223	0,00	4855	14831	918	56
	5	221	0,00	4709	14343	803	39
	6	230	0,00	5125	15735	3	46
	7	189	0,00	4211	12655	3	59
	8	184	0,00	4123	12568	11	24
	9	203	0,00	4435	13657	252	50
	10	171	0,00	3761	11228	3	28

FUNÇÃO OBJETIVO Min Cmax: Makespan

n: Número de tarefas
m: Número de máquinas
e: Número de estágios
of: Função objetivo

F: Formulações
Inst: Instâncias
Ma: Manne: Precedencia
Mi: Miller: Fluxo em rede
W: Wagner: Posição na sequência
S-W: Souza-Wolsey: Indexada no tempo

n = 4
m = 2
e = 2

Média Original

F	Otimos	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	10	190	0,00	73	112	441	0
Mi	10	190	0,00	89	128	295	0
W	10	190	0,00	225	480	1815	1
S-W	10	190	0,00	4157	12703	337	43

Média Relaxação linear

F	LB	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	133	190	28,98	73	112	374	0
Mi	0	190	100,00	89	128	295	0
W	0	190	100,00	225	480	1849	0
S-W	133	190	29,01	4157	12703	248	49

Relaxação linear

F	Inst	LB	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	122,00	182	32,97	73	112	188	0
	2	103,00	157	34,39	73	112	1538	1
	3	114,00	135	15,56	73	112	424	0
	4	145,00	223	34,98	73	112	171	0
	5	160,00	221	27,60	73	112	266	0
	6	136,00	230	40,87	73	112	408	0
	7	143,00	189	24,34	73	112	49	0
	8	125,00	184	32,07	73	112	145	0
	9	155,00	203	23,65	73	112	440	0
	10	131,00	171	23,39	73	112	112	1

F	Inst	LB	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	0,00	182	100,00	89	128	375	0
	2	0,00	157	100,00	89	128	314	1
	3	0,00	135	100,00	89	128	189	0
	4	0,00	223	100,00	89	128	453	0
	5	0,00	221	100,00	89	128	693	0
	6	0,00	230	100,00	89	128	84	0
	7	0,00	189	100,00	89	128	421	0
	8	0,00	184	100,00	89	128	153	0
	9	0,00	203	100,00	89	128	144	0
	10	0,00	171	100,00	89	128	120	0

F	Inst	LB	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	0,00	182	100,00	225	480	1700	0
	2	0,00	157	100,00	225	480	2708	0
	3	0,00	135	100,00	225	480	1967	0
	4	0,00	223	100,00	225	480	1601	1
	5	0,00	221	100,00	225	480	1970	0
	6	0,00	230	100,00	225	480	1859	0
	7	0,00	189	100,00	225	480	1277	0
	8	0,00	184	100,00	225	480	1656	0
	9	0,00	203	100,00	225	480	2056	1
	10	0,00	171	100,00	225	480	1698	0

F	Inst	LB	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
SOUZA - WOLSEY	1	122,04	182	32,94	3927	12001	23	40
	2	103,00	157	34,39	3399	10611	494	37
	3	114,00	135	15,56	3025	9397	1140	62
	4	145,19	223	34,89	4855	14831	623	69
	5	160,00	221	27,60	4709	14343	0	63
	6	136,15	230	40,80	5125	15735	3	49
	7	143,01	189	24,33	4211	12655	3	63
	8	126,18	184	31,43	4123	12568	3	25
	9	155,00	203	23,65	4435	13657	186	54
	10	129,11	171	24,50	3761	11228	3	29

Figura A.2: FH2, $(RM)_k |s_{ij}^k| \sum C_{max} 4_3_2$

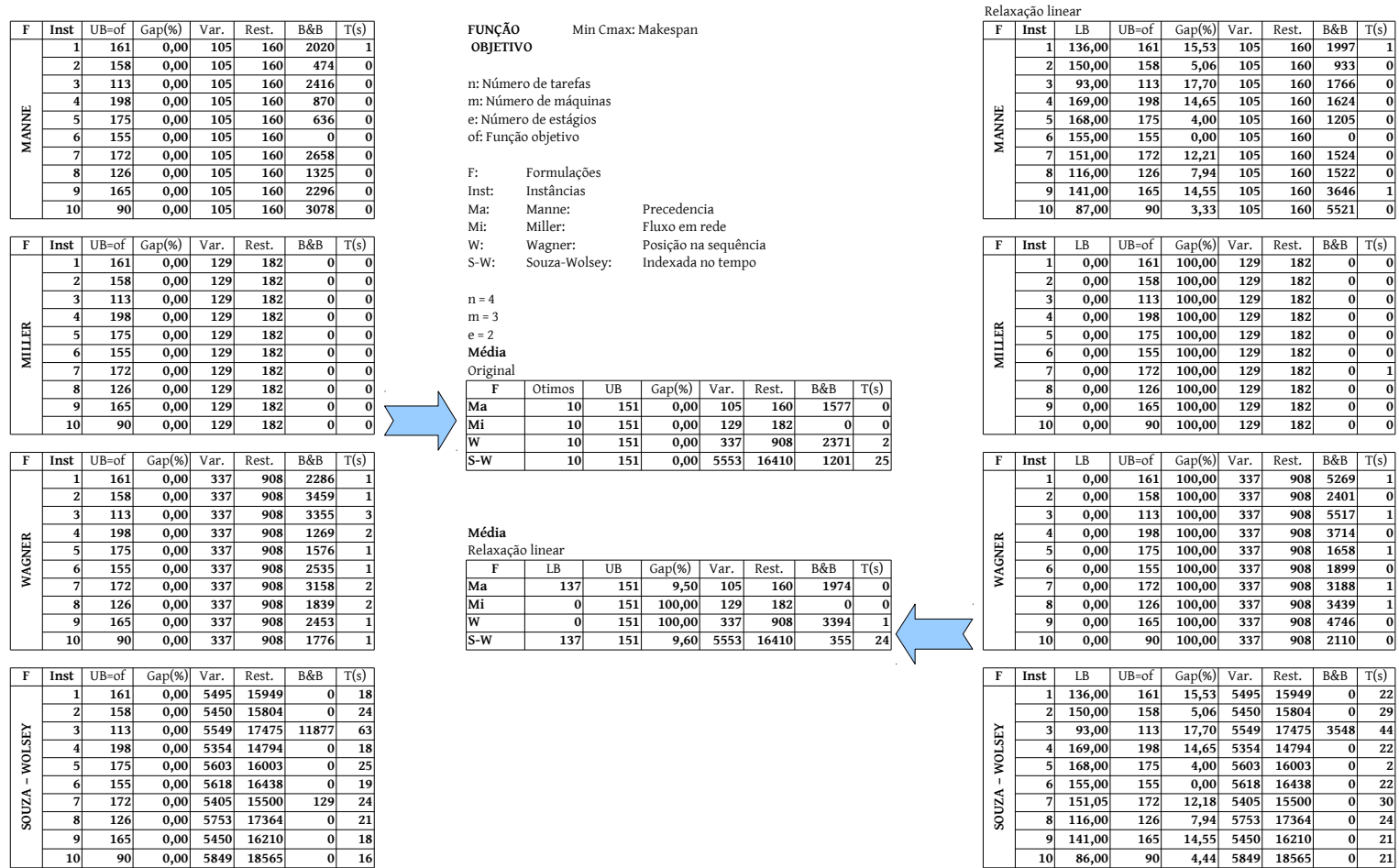


Figura A.3: FH2, $(RM)_k |s_{ij}^k| \sum C_{max}$ 8_2_2

F	Inst	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	314	0	273	480	4988	3
	2	347	0	273	480	40485	24
	3	313	0	273	480	10403	6
	4	326	0	273	480	38968	26
	5	250	0	273	480	26710	18
	6	274	0	273	480	2376	1
	7	269	0	273	480	39142	21
	8	282	0	273	480	11685	7
	9	360	0	273	480	26943	16
	10	306	0	273	480	2951	2

F	Inst	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	314	0	305	380	19015	8
	2	347	0	305	380	138984	40
	3	313	0	305	380	119905	31
	4	326	0	305	380	239403	65
	5	250	0	305	380	25821	12
	6	274	0	305	380	1101303	217
	7	269	0	305	380	142397	32
	8	282	0	305	380	83828	24
	9	360	0	305	380	40172	14
	10	306	0	305	380	20764	8

F	Inst	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	320	9,06	1857	3848	830950	3600
	2	349	24,36	1857	3848	908419	3600
	3	313	0	1857	3848	945888	3601
	4	348	31,03	1857	3848	874328	3601
	5	250	0	1857	3848	534000	3600
	6	294	36,39	1857	3848	851864	3600
	7	269	0	1857	3848	831852	3600
	8	290	13,1	1857	3848	612497	3686
	9	374	16,84	1857	3848	799713	3600
	10	306	0	1857	3848	698170	3600

F	Inst	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
SOUZA - WOLSEY	1	341	11,92	7413	46448	3751	3602
	2	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-
	5	301	20,94	7611	50386	0	3602
	6	-	-	-	-	-	-
	7	303	15,22	7493	49536	0	3602
	8	311	13,32	7475	48412	4774	3603
	9	-	-	-	-	-	-
	10	310	5,29	7463	47416	3097	3603

FUNÇÃO Min Cmax: Makespan
OBJETIVO

n: Número de tarefas
m: Número de máquinas
e: Número de estágios
of: Função objetivo

F: Formulações
Inst: Instâncias
Ma: Manne: Precedencia
Mi: Miller: Fluxo em rede
W: Wagner: Posição na sequência
S-W: Souza-Wolsey: Indexada no tempo

n = 8
m = 2
e = 2

Média Original

F	Otimos	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	10	304	0,00	273	480	20465	12
Mi	10	304	0,00	305	380	193159	45
W	4	311	13,08	1857	3848	788768	3609
S-W	0	313	13,34	7491	48440	2324	3602

Média Relaxação linear

F	LB	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	159	304	47,42	273	480	27697	17
Mi	0	304	100,00	305	380	115059	31
W	0	311	100,00	1857	3848	2404135	3077
S-W	147	313	53,08	7491	48440	3064	3623

Relaxação linear

F	Inst	LB	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	145,00	314	53,82	273	480	8397	5
	2	157,00	347	54,76	273	480	45957	25
	3	193,00	313	38,34	273	480	19224	12
	4	175,00	326	46,32	273	480	68799	40
	5	113,00	250	54,80	273	480	21536	16
	6	154,00	274	43,80	273	480	1839	2
	7	153,00	269	43,12	273	480	25889	13
	8	178,00	282	36,88	273	480	9163	6
	9	181,00	360	49,72	273	480	60097	38
	10	145,00	306	52,61	273	480	16067	10

F	Inst	LB	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	0,00	314	100,00	305	380	23628	12
	2	0,00	347	100,00	305	380	113768	31
	3	0,00	313	100,00	305	380	50452	19
	4	0,00	326	100,00	305	380	121245	31
	5	0,00	250	100,00	305	380	31244	24
	6	0,00	274	100,00	305	380	645301	106
	7	0,00	269	100,00	305	380	52667	22
	8	0,00	282	100,00	305	380	54191	33
	9	0,00	360	100,00	305	380	38059	23
	10	0,00	306	100,00	305	380	20037	6

F	Inst	LB	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	0,00	320	100,00	1857	3848	1353114	2610
	2	0,00	349	100,00	1857	3848	2818108	3601
	3	0,00	313	100,00	1857	3848	3019409	3600
	4	0,00	348	100,00	1857	3848	2775431	3608
	5	0,00	250	100,00	1857	3848	1863430	2384
	6	0,00	294	100,00	1857	3848	2737226	3601
	7	0,00	269	100,00	1857	3848	2656500	3601
	8	0,00	290	100,00	1857	3848	2425894	2736
	9	0,00	374	100,00	1857	3848	3129787	3601
	10	0,00	306	100,00	1857	3848	1262451	1427

F	Inst	LB	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
SOUZA - WOLSEY	1	145,00	341	57,48	7413	46448	4056	3612
	2	-	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-	-
	5	113,00	301	62,46	7611	50386	0	3640
	6	-	-	-	-	-	-	-
	7	153,00	303	49,50	7493	49536	0	3608
	8	178,00	311	42,77	7475	48412	7038	3643
	9	-	-	-	-	-	-	-
	10	145,09	310	53,20	7463	47416	4228	3611

Figura A.4: FH2, $(RM)_k |s_{ij}^k| \sum C_{max}$ 8_3_2

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	211	0,00	401	704	73568	37
	2	237	0,00	401	704	41066	20
	3	224	0,00	401	704	241872	101
	4	242	0,00	401	704	20994	12
	5	230	0,00	401	704	9839	7
	6	199	0,00	401	704	22883	14
	7	213	0,00	401	704	21070	12
	8	215	0,00	401	704	7952	6
	9	244	0,00	401	704	35102	19
	10	190	0,00	401	704	9393	6

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	211	0,00	449	550	28182	39
	2	237	0,00	449	550	6110	9
	3	224	0,00	449	550	140915	125
	4	242	0,00	449	550	7411	14
	5	230	0,00	449	550	13132	20
	6	199	0,00	449	550	34240	46
	7	213	0,00	449	550	10310	18
	8	215	0,00	449	550	10204	16
	9	244	0,00	449	550	7779	11
	10	190	0,00	449	550	41986	61

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	219	20,09	2785	7300	601712	3600
	2	254	25,14	2785	7300	430622	3600
	3	224	0,00	2785	7300	616329	3601
	4	242	0,00	2785	7300	102955	689
	5	245	37,14	2785	7300	463716	3636
	6	199	0,00	2785	7300	479480	2810
	7	213	0,00	2785	7300	191658	1442
	8	215	0,00	2785	7300	565153	3601
	9	252	15,16	2785	7300	552100	3600
	10	197	28,43	2785	7300	675181	3601

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
SOUZA - WOLSEY	1	228	29,41	11208	72759	1	3604
	2	-	-	-	-	-	-
	3	246	30,49	11124	70998	3	3607
	4	256	25,78	11139	68659	2	3605
	5	-	-	-	-	-	-
	6	318	54,40	11214	72742	0	3605
	7	223	31,50	11379	72372	0	3604
	8	226	39,45	11001	69673	0	3604
	9	-	-	-	-	-	-
	10	193	22,80	11250	73713	0	3604

FUNÇÃO Min Cmax: Makespan
OBJETIVO

n: Número de tarefas
 m: Número de máquinas
 e: Número de estágios
 of: Função objetivo

F: Formulações
 Inst: Instâncias
 Ma: Manne: Precedencia
 Mi: Miller: Fluxo em rede
 W: Wagner: Posição na sequência
 S-W: Souza-Wolsey: Indexada no tempo

n = 8
 m = 3
 e = 2

Média Original

F	Otimos	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	10	221	0,00	401	704	48374	23
Mi	10	221	0,00	449	550	30027	36
W	5	226	12,60	2785	7300	467891	3018
S-W	0	241	33,40	11188	71559	1	3605

Média

Relaxação linear

F	LB	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	155	221	29,79	401	704	30322	16
Mi	0	221	100,00	449	550	26933	36
W	0	226	100,00	2785	7300	1265834	3601
S-W	148	241	38,10	11188	71559	677	3684

Relaxação linear

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	146,00	211	30,81	401	704	56144	28
	2	158,00	237	33,33	401	704	31791	17
	3	171,00	224	23,66	401	704	51837	23
	4	186,00	242	23,14	401	704	15378	9
	5	152,00	230	33,91	401	704	19648	14
	6	145,00	199	27,14	401	704	12199	7
	7	149,00	213	30,05	401	704	9610	6
	8	132,00	215	38,60	401	704	11843	6
	9	157,00	244	35,66	401	704	74188	36
	10	149,00	190	21,58	401	704	20586	12

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	0,00	211	100,00	449	550	32834	44
	2	0,00	237	100,00	449	550	6109	8
	3	0,00	224	100,00	449	550	86495	94
	4	0,00	242	100,00	449	550	7812	12
	5	0,00	230	100,00	449	550	21887	34
	6	0,00	199	100,00	449	550	26131	36
	7	0,00	213	100,00	449	550	6623	7
	8	0,00	215	100,00	449	550	13480	24
	9	0,00	244	100,00	449	550	10326	18
	10	0,00	190	100,00	449	550	57629	81

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	0,00	219	100,00	2785	7300	1240233	3601
	2	0,00	254	100,00	2785	7300	909989	3601
	3	0,00	224	100,00	2785	7300	895048	3601
	4	0,00	242	100,00	2785	7300	1317787	3601
	5	0,00	245	100,00	2785	7300	1244595	3601
	6	0,00	199	100,00	2785	7300	1497254	3602
	7	0,00	213	100,00	2785	7300	1437904	3600
	8	0,00	215	100,00	2785	7300	1434530	3601
	9	0,00	252	100,00	2785	7300	1416171	3601
	10	0,00	197	100,00	2785	7300	1264833	3602

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WOLSEY-SOUZA	1	146,00	228	35,96	11208	72759	4735	3804
	2	-	-	-	-	-	-	-
	3	178,25	246	27,54	11124	70998	0	3644
	4	186,07	256	27,32	11139	68659	0	3638
	5	-	-	-	-	-	-	-
	6	145,00	318	54,40	11214	72742	0	3739
	7	102,28	223	54,14	11379	72372	0	3684
	8	133,93	226	40,74	11001	69673	0	3632
	9	-	-	-	-	-	-	-
	10	141,66	193	26,60	11250	73713	4	3644

Figura A.5: FH2, $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum C_{max} 12_2_2$

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	463	29,21	601	1104	1332130	3600
	2	405	23,21	601	1104	1020138	3600
	3	470	36,91	601	1104	10879404	3601
	4	397	21,41	601	1104	1106116	3600
	5	406	23,57	601	1104	1285289	3600
	6	443	24,29	601	1104	2011733	3601
	7	432	31,32	601	1104	1335427	3600
	8	419	29,00	601	1104	1510263	3601
	9	402	20,85	601	1104	969639	3600
	10	390	0,13	601	1104	1379459	3600

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	487	60,71	649	760	1695943	3600
	2	423	55,56	649	760	1469479	3627
	3	494	61,74	649	760	1783629	3765
	4	406	65,38	649	760	1053805	3601
	5	432	60,16	649	760	1951225	3601
	6	482	60,82	649	760	1558464	3601
	7	446	54,71	649	760	1566135	3681
	8	431	51,74	649	760	1652030	3696
	9	413	54,24	649	760	1687383	3730
	10	407	60,36	649	760	1381937	3600

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	559	79,79	6433	13168	19937	3603
	2	509	82,51	6433	13168	19911	3601
	3	603	87,06	6433	13168	29260	3601
	4	460	81,96	6433	13168	17436	3601
	5	499	81,36	6433	13168	25987	3603
	6	554	85,20	6433	13168	34199	3611
	7	474	79,54	6433	13168	27746	3600
	8	634	83,91	6433	13168	29339	3600
	9	481	81,29	6433	13168	35266	3601
	10	477	79,45	6433	13168	23595	3601

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
SOUZA - WOLSEY	1	-	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-
	9	-	-	-	-	-	-
	10	-	-	-	-	-	-

FUNÇÃO Min Cmax: Makespan
OBJETIVO

n: Número de tarefas
 m: Número de máquinas
 e: Número de estágios
 of: Função objetivo

F: Formulações
 Inst: Instâncias
 Ma: Manne: Precedencia
 Mi: Miller: Fluxo em rede
 W: Wagner: Posição na sequência
 S-W: Souza-Wolsey: Indexada no tempo

n = 12
 m = 2
 e = 2

Média Original

F	Otimos	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	0	423	23,99	601	1104	2282960	3600
Mi	0	442	58,54	649	760	1580003	3650
W	0	525	82,21	6433	13168	26268	3602
S-W	-	-	-	-	-	-	-

Média

Relaxação linear

F	LB	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	157	423	62,80	601	1104	8936848	3266
Mi	0	442	100,00	649	760	7191982	3607
W	0	525	100,00	6433	13168	181367	3608
S-W	-	-	-	-	-	-	-

Relaxação linear

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	168,00	463	63,71	601	1104	10413915	3603
	2	142,00	405	64,94	601	1104	7567853	3602
	3	153,00	470	67,45	601	1104	10040089	2658
	4	140,00	397	64,74	601	1104	8628591	3603
	5	154,00	406	62,07	601	1104	9693963	3603
	6	178,00	443	59,82	601	1104	7886349	3603
	7	178,00	432	58,80	601	1104	9571353	3602
	8	181,00	419	56,80	601	1104	13208989	3604
	9	131,00	402	67,41	601	1104	3456372	1181
	10	147,00	390	62,31	601	1104	8901002	3600

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	0,00	487	100,00	649	760	8561130	3605
	2	0,00	423	100,00	649	760	6972380	3606
	3	0,00	494	100,00	649	760	6074602	3608
	4	0,00	406	100,00	649	760	6326375	3608
	5	0,00	432	100,00	649	760	9464553	3606
	6	0,00	482	100,00	649	760	6392208	3609
	7	0,00	446	100,00	649	760	6495334	3607
	8	0,00	431	100,00	649	760	7719438	3605
	9	0,00	413	100,00	649	760	6918914	3607
	10	0,00	407	100,00	649	760	6994888	3606

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	0,00	559	100,00	6433	13168	183095	3600
	2	0,00	509	100,00	6433	13168	124913	3601
	3	0,00	603	100,00	6433	13168	347570	3602
	4	0,00	460	100,00	6433	13168	126469	3668
	5	0,00	499	100,00	6433	13168	149719	3601
	6	0,00	554	100,00	6433	13168	250826	3601
	7	0,00	474	100,00	6433	13168	194350	3601
	8	0,00	634	100,00	6433	13168	186562	3601
	9	0,00	481	100,00	6433	13168	95561	3603
	10	0,00	477	100,00	6433	13168	154600	3601

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WOLSEY-SOUZA	1	-	-	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-
	9	-	-	-	-	-	-	-
	10	-	-	-	-	-	-	-

Figura A.6: FH2, $(RM)_k |s_{ij}^k| \sum C_{max} 12_3_2$

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	303	25,57	889	1632	2233178	3600
	2	331	40,57	889	1632	1931922	3600
	3	310	34,08	889	1632	1589599	3600
	4	299	18,55	889	1632	2359501	3601
	5	310	34,32	889	1632	1720712	3601
	6	327	25,72	889	1632	1641183	3600
	7	271	32,80	889	1632	2688103	3600
	8	282	34,04	889	1632	16297985	3601
	9	331	41,17	889	1632	2675483	3600
	10	270	44,56	889	1632	2416153	3600

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	317	54,57	961	1110	1968608	3600
	2	343	44,02	961	1110	925817	3623
	3	336	43,15	961	1110	837602	3601
	4	313	48,56	961	1110	1459831	3600
	5	321	45,73	961	1110	1568200	3601
	6	340	43,53	961	1110	836143	3610
	7	285	46,76	961	1110	1142648	3828
	8	292	39,04	961	1110	1215140	3601
	9	348	44,25	961	1110	1143273	3926
	10	272	42,28	961	1110	874557	3600

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	409	84,60	9649	24924	6506	3605
	2	486	100,00	9649	24924	3853	3601
	3	462	100,00	9649	24924	3701	3601
	4	439	84,74	9649	24924	2031	3605
	5	410	95,61	9649	24924	30914	3605
	6	406	89,66	9649	24924	40179	3600
	7	347	77,23	9649	24924	13494	3604
	8	510	83,33	9649	24924	3943	3600
	9	481	78,79	9649	24924	6897	3601
	10	330	87,58	9649	24924	21175	3600

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
SOUZA - WOLSEY	1	-	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-
	9	-	-	-	-	-	-
	10	-	-	-	-	-	-

FUNÇÃO Min Cmax: Makespan
OBJETIVO

n: Número de tarefas
m: Número de máquinas
e: Número de estágios
of: Função objetivo

F: Formulações
Inst: Instâncias
Ma: Manne: Precedencia
Mi: Miller: Fluxo em rede
W: Wagner: Posição na sequência
S-W: Souza-Wolsey: Indexada no tempo

n = 12
m = 3
e = 2

Média Original

F	Otimos	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	0	303	33,14	889	1632	3555382	3600
Mi	0	317	45,19	961	1110	1197182	3659
W	0	428	88,15	9649	24924	13269	3602
S-W	-	-	-	-	-	-	-

Média Relaxação linear

F	LB	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	159	303	47,42	889	1632	13859609	3603
Mi	0	317	100,00	961	1110	5512548	3607
W	0	428	100,00	9649	24924	91849	3602
S-W	-	-	-	-	-	-	-

Relaxação linear

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	144,00	303	52,48	889	1632	14832210	3603
	2	150,00	331	54,68	889	1632	13733397	3604
	3	176,00	310	43,23	889	1632	11764521	3602
	4	161,00	299	46,15	889	1632	16052644	3604
	5	168,00	310	45,81	889	1632	13846905	3604
	6	155,00	327	52,60	889	1632	14872542	3602
	7	151,00	271	44,28	889	1632	13955674	3601
	8	178,00	282	36,88	889	1632	14501309	3604
	9	194,00	331	41,39	889	1632	15061265	3604
	10	117,00	270	56,67	889	1632	9975618	3603

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	0,00	317	100,00	961	1110	5117498	3609
	2	0,00	343	100,00	961	1110	5174230	3608
	3	0,00	336	100,00	961	1110	8080518	3603
	4	0,00	313	100,00	961	1110	5256987	3604
	5	0,00	321	100,00	961	1110	5337018	3606
	6	0,00	340	100,00	961	1110	5168507	3605
	7	0,00	285	100,00	961	1110	4867405	3611
	8	0,00	292	100,00	961	1110	5369237	3608
	9	0,00	348	100,00	961	1110	4892000	3608
	10	0,00	272	100,00	961	1110	5862075	3607

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	0,00	409	100,00	9649	24924	148935	3603
	2	0,00	486	100,00	9649	24924	74322	3601
	3	0,00	462	100,00	9649	24924	63094	3601
	4	0,00	439	100,00	9649	24924	31587	3603
	5	0,00	410	100,00	9649	24924	97818	3601
	6	0,00	406	100,00	9649	24924	155924	3603
	7	0,00	347	100,00	9649	24924	83483	3602
	8	0,00	510	100,00	9649	24924	68736	3602
	9	0,00	481	100,00	9649	24924	83627	3601
	10	0,00	330	100,00	9649	24924	110960	3602

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WOLSEY-SOUZA	1	-	-	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-
	9	-	-	-	-	-	-	-
	10	-	-	-	-	-	-	-

Figura A.7: FH2, $(RM)_k |s_{ij}^k| \sum C_{max}$ 16_2_2

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	485	57,16	1057	1984	1532073	3601
	2	637	68,30	1057	1984	1087536	3600
	3	557	37,23	1057	1984	994491	3600
	4	553	39,45	1057	1984	1459647	3600
	5	652	57,47	1057	1984	1176536	3600
	6	580	49,40	1057	1984	896412	3600
	7	536	55,67	1057	1984	1398890	3600
	8	570	54,32	1057	1984	945171	3600
	9	588	52,51	1057	1984	1307347	3600
	10	630	60,48	1057	1984	1046029	3600

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	530	71,51	1121	1268	2182219	3601
	2	682	74,78	1121	1268	1183473	3871
	3	599	69,62	1121	1268	1098986	3830
	4	587	71,55	1121	1268	1352771	3763
	5	689	74,46	1121	1268	1410699	3635
	6	641	74,73	1121	1268	1516402	3601
	7	558	67,03	1121	1268	1840542	3600
	8	601	78,87	1121	1268	3393130	3602
	9	657	74,28	1121	1268	2584343	3600
	10	640	70,05	1121	1268	944728	3792

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	599	85,31	15489	31512	24455	3600
	2	763	87,29	15489	31512	31521	3601
	3	1077	92,01	15489	31512	24345	3600
	4	776	89,30	15489	31512	23495	3601
	5	806	87,72	15489	31512	30702	3600
	6	702	85,76	15489	31512	40332	3600
	7	832	90,14	15489	31512	38703	3600
	8	739	87,14	15489	31512	32202	3601
	9	741	87,99	15489	31512	26393	3600
	10	780	84,36	15489	31512	40853	3601

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
SOUZA - WOLSEY	1	-	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-
	9	-	-	-	-	-	-
	10	-	-	-	-	-	-

FUNÇÃO Min Cmax: Makespan
OBJETIVO

n: Número de tarefas
m: Número de máquinas
e: Número de estágios
of: Função objetivo

F: Formulações
Inst: Instâncias
Ma: Manne: Precedencia
Mi: Miller: Fluxo em rede
W: Wagner: Posição na sequência
S-W: Souza-Wolsey: Indexada no tempo

n = 16
m = 2
e = 2

Média Original

F	Otimos	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	0	579	53,20	1057	1984	1184413	3600
Mi	0	618	72,69	1121	1268	1750729	3690
W	0	782	87,70	15489	31512	31300	3600
S-W	-	-	-	-	-	-	-

Média Relaxação linear

F	LB	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	167	579	70,96	1057	1984	5325906	3603
Mi	0	618	100,00	1121	1268	3354777	3609
W	0	782	100,00	15489	31512	60195	3603
S-W	-	-	-	-	-	-	-

Relaxação linear

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	151,00	485	68,87	1057	1984	6668243	3603
	2	172,00	637	73,00	1057	1984	4412256	3602
	3	180,00	557	67,68	1057	1984	6124441	3603
	4	167,00	553	69,80	1057	1984	4688678	3603
	5	174,00	652	73,31	1057	1984	5095535	3603
	6	159,00	580	72,59	1057	1984	5585117	3603
	7	184,00	536	65,67	1057	1984	4376965	3602
	8	127,00	570	77,72	1057	1984	4932376	3602
	9	169,00	588	71,26	1057	1984	6251661	3603
	10	191,00	630	69,68	1057	1984	5123787	3602

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	0,00	530	100,00	1121	1268	4013761	3607
	2	0,00	682	100,00	1121	1268	4043829	3606
	3	0,00	599	100,00	1121	1268	4912036	3606
	4	0,00	587	100,00	1121	1268	3280759	3610
	5	0,00	689	100,00	1121	1268	1831828	3621
	6	0,00	641	100,00	1121	1268	3519462	3607
	7	0,00	558	100,00	1121	1268	3181056	3606
	8	0,00	601	100,00	1121	1268	3636220	3608
	9	0,00	657	100,00	1121	1268	3248446	3607
	10	0,00	640	100,00	1121	1268	1880377	3608

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	0,00	599	100,00	15489	31512	40112	3602
	2	0,00	763	100,00	15489	31512	69103	3604
	3	0,00	1077	100,00	15489	31512	95334	3611
	4	0,00	776	100,00	15489	31512	47082	3602
	5	0,00	806	100,00	15489	31512	74528	3602
	6	0,00	702	100,00	15489	31512	47112	3602
	7	0,00	832	100,00	15489	31512	52283	3603
	8	0,00	739	100,00	15489	31512	64438	3602
	9	0,00	741	100,00	15489	31512	52982	3602
	10	0,00	780	100,00	15489	31512	58977	3602

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WOLSEY-SOUZA	1	-	-	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-
	9	-	-	-	-	-	-	-
	10	-	-	-	-	-	-	-

Figura A.8: FH2, $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum C_{max} 16_3_2$

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	380	50,45	1569	2944	1610434	3600
	2	390	58,83	1569	2944	1332546	3601
	3	420	48,85	1569	2944	1712783	3600
	4	373	58,09	1569	2944	1305357	3600
	5	380	55,47	1569	2944	1748759	3600
	6	399	56,28	1569	2944	1837584	3600
	7	364	53,11	1569	2944	1594641	3601
	8	358	58,20	1569	2944	1422905	3600
	9	398	59,53	1569	2944	1258854	3600
	10	422	59,64	1569	2944	1337369	3600

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	437	64,90	1665	1862	796854	3697
	2	441	64,13	1665	1862	1290848	3600
	3	453	60,09	1665	1862	2919753	3600
	4	382	59,95	1665	1862	1031748	3704
	5	413	63,20	1665	1862	996321	3641
	6	449	61,47	1665	1862	1654508	3600
	7	402	59,95	1665	1862	2019276	3601
	8	401	64,09	1665	1862	1645948	3600
	9	444	64,64	1665	1862	2228650	3602
	10	434	63,59	1665	1862	2237182	3600

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	501	80,24	23233	59540	16997	3603
	2	648	100,00	23233	59540	9398	3600
	3	534	100,00	23233	59540	18645	3601
	4	494	100,00	23233	59540	7429	3601
	5	484	100,00	23233	59540	9192	3600
	6	507	100,00	23233	59540	10875	3601
	7	515	100,00	23233	59540	3109	3600
	8	491	100,00	23233	59540	8153	3601
	9	422	100,00	23233	59540	12662	3601
	10	646	100,00	23233	59540	6363	3601

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
SOUZA - WOLSEY	1	-	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-
	9	-	-	-	-	-	-
	10	-	-	-	-	-	-

FUNÇÃO Min Cmax: Makespan
OBJETIVO

n: Número de tarefas
m: Número de máquinas
e: Número de estágios
of: Função objetivo

F: Formulações
Inst: Instâncias
Ma: Manne: Precedencia
Mi: Miller: Fluxo em rede
W: Wagner: Posição na sequência
S-W: Souza-Wolsey: Indexada no tempo

n = 16
m = 3
e = 2

Média
Original

F	Otimos	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	0	388	55,85	1569	2944	1516123	3600
Mi	0	426	62,60	1665	1862	1682109	3625
W	0	524	98,02	23233	59540	10282	3601
S-W	-	-	-	-	-	-	-

Média

Relaxação linear

F	LB	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	159	388	59,14	1569	2944	6286997	3603
Mi	0	426	100,00	1665	1862	2977577	3838
W	0	524	100,00	23233	59540	17596	3604
S-W	-	-	-	-	-	-	-

Relaxação linear

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	153	380	59,74	1569	2944	6017277	3602
	2	158	390	59,49	1569	2944	6264252	3603
	3	177	420	57,86	1569	2944	6897449	3603
	4	153	373	58,98	1569	2944	6077948	3603
	5	152	380	60,00	1569	2944	6242117	3602
	6	173	399	56,64	1569	2944	6659743	3603
	7	161	364	55,77	1569	2944	6877973	3603
	8	144	358	59,78	1569	2944	6170079	3602
	9	157	398	60,55	1569	2944	5857885	3602
	10	158	422	62,56	1569	2944	5805251	3602

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	0	437	100,00	1665	1862	4233698	3607
	2	0	441	100,00	1665	1862	2811105	3675
	3	0	453	100,00	1665	1862	3166568	3608
	4	0	382	100,00	1665	1862	1042355	5486
	5	0	413	100,00	1665	1862	3766682	3604
	6	0	449	100,00	1665	1862	2976355	3608
	7	0	402	100,00	1665	1862	2979040	3607
	8	0	401	100,00	1665	1862	3191246	3604
	9	0	444	100,00	1665	1862	3191246	3966
	10	0	434	100,00	1665	1862	2417473	3611

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	0	501	100,00	23233	59540	44489	3604
	2	0	648	100,00	23233	59540	4128	3604
	3	0	534	100,00	23233	59540	7983	3605
	4	0	494	100,00	23233	59540	16069	3605
	5	0	484	100,00	23233	59540	7755	3605
	6	0	507	100,00	23233	59540	18846	3604
	7	0	515	100,00	23233	59540	17649	3605
	8	0	491	100,00	23233	59540	11128	3604
	9	0	422	100,00	23233	59540	8538	3604
	10	0	646	100,00	23233	59540	39379	3604

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WOLSEY-SOUZA	1	-	-	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-
	9	-	-	-	-	-	-	-
	10	-	-	-	-	-	-	-

Figura A.9: FH2, $(RM)_k |s_{ijl}^k| \sum C_{max} 20_2_2$

F	Inst	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	721	60,75	1641	3120	863526	3600
	2	773	70,74	1641	3120	897465	3600
	3	724	71,69	1641	3120	833416	3601
	4	764	73,75	1641	3120	670968	3600
	5	724	71,78	1641	3120	710645	3602
	6	701	72,34	1641	3120	944623	3600
	7	665	64,25	1641	3120	797642	3601
	8	660	70,92	1641	3120	686058	3600
	9	735	69,06	1641	3120	615444	3600
	10	752	73,71	1641	3120	581365	3600

F	Inst	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	802	80,05	1721	1904	39176288	3601
	2	838	82,22	1721	1904	2597667	3601
	3	743	74,02	1721	1904	1327373	3600
	4	851	77,32	1721	1904	756048	3600
	5	744	79,03	1721	1904	1490586	3600
	6	739	79,16	1721	1904	1307371	3601
	7	774	74,16	1721	1904	2460636	3601
	8	738	76,69	1721	1904	1286649	3600
	9	800	77,38	1721	1904	1131473	3713
	10	821	81,73	1721	1904	2115963	3601

F	Inst	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	1052	100,00	30561	61952	14418	3600
	2	1004	100,00	30561	61952	7950	3601
	3	816	99,77	30561	61952	4082	3619
	4	1812	99,39	30561	61952	1210	3601
	5	953	100,00	30561	61952	3151	3600
	6	1021	100,00	30561	61952	10492	3601
	7	977	100,00	30561	61952	4171	3600
	8	980	100,00	30561	61952	6613	3601
	9	1002	90,62	30561	61952	10623	3600
	10	913	100,00	30561	61952	19114	3601

F	Inst	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
SOUZA - WOLSEY	1	-	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-
	9	-	-	-	-	-	-
	10	-	-	-	-	-	-

FUNÇÃO Min Cmax: Makespan
OBJETIVO

n: Número de tarefas
 m: Número de máquinas
 e: Número de estágios
 of: Função objetivo

F: Formulações
 Inst: Instâncias
 Ma: Manne: Precedência
 Mi: Miller: Fluxo em rede
 W: Wagner: Posição na sequência
 S-W: Souza-Wolsey: Indexada no tempo

n = 20
 m = 2
 e = 2

Média Original

F	Otimos	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	0	722	69,90	1641	3120	760115	3600
Mi	0	785	78,18	1721	1904	5365005	3612
W	0	1053	98,98	30561	61952	8182	3602
S-W	-	-	-	-	-	-	-

Média Relaxação linear

F	LB	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	170	722	76,36	1641	3120	3219283	3602
Mi	0	785	100,00	1721	1904	2864599	3889
W	0	1053	100,00	30561	61952	14063	3605
S-W	-	-	-	-	-	-	-

Relaxação linear

F	Inst	LB	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	154,00	721	78,64	1641	3120	2907120	3602
	2	149,00	773	80,72	1641	3120	3009370	3602
	3	193,00	724	73,34	1641	3120	3015831	3603
	4	193,00	764	74,74	1641	3120	3093395	3602
	5	156,00	724	78,45	1641	3120	3372226	3602
	6	154,00	701	78,03	1641	3120	3171243	3602
	7	200,00	665	69,92	1641	3120	3436948	3602
	8	172,00	660	73,94	1641	3120	3100205	3602
	9	181,00	735	75,37	1641	3120	3815234	3603
	10	147,00	752	80,45	1641	3120	3271256	3603

F	Inst	LB	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	0,00	802	100,00	1721	1904	4405331	3603
	2	0,00	838	100,00	1721	1904	3845361	3808
	3	0,00	743	100,00	1721	1904	2792500	3602
	4	0,00	851	100,00	1721	1904	3738639	3605
	5	0,00	744	100,00	1721	1904	2588274	3798
	6	0,00	739	100,00	1721	1904	5179288	3604
	7	0,00	774	100,00	1721	1904	1000879	3622
	8	0,00	738	100,00	1721	1904	1076483	3622
	9	0,00	800	100,00	1721	1904	1742945	5847
	10	0,00	821	100,00	1721	1904	2276293	3782

F	Inst	LB	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	0,00	1052	100,00	30561	61952	36744	3605
	2	0,00	1004	100,00	30561	61952	2176	3604
	3	0,00	816	100,00	30561	61952	34239	3604
	4	0,00	1812	100,00	30561	61952	27960	3605
	5	0,00	953	100,00	30561	61952	5111	3605
	6	0,00	1021	100,00	30561	61952	5046	3604
	7	0,00	977	100,00	30561	61952	8336	3605
	8	0,00	980	100,00	30561	61952	5779	3605
	9	0,00	1002	100,00	30561	61952	4073	3605
	10	0,00	913	100,00	30561	61952	11168	3604

F	Inst	LB	UB-of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WOLSEY-SOUZA	1	-	-	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-
	9	-	-	-	-	-	-	-
	10	-	-	-	-	-	-	-

Figura A.10: FH2, $(RM)_k |s_{ij}^k| \sum C_{max} 20_3_2$

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	514	70,95	2441	4640	1025374	3600
	2	507	67,62	2441	4640	1175312	3601
	3	510	63,83	2441	4640	887280	3600
	4	462	64,61	2441	4640	991539	3600
	5	449	63,85	2441	4640	1022133	3600
	6	496	66,28	2441	4640	1007258	3600
	7	436	63,99	2441	4640	1130163	3600
	8	448	60,37	2441	4640	1073409	3600
	9	516	61,94	2441	4640	978305	3600
	10	512	67,08	2441	4640	4854165	3601

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	564	74,47	2561	2806	2081865	3601
	2	582	74,23	2561	2806	1556284	3600
	3	545	67,71	2561	2806	2012967	3601
	4	546	70,51	2561	2806	1605969	3601
	5	489	65,64	2561	2806	1503983	3600
	6	568	72,18	2561	2806	2168232	3601
	7	499	69,74	2561	2806	875767	3600
	8	478	62,76	2561	2806	727886	3808
	9	584	66,78	2561	2806	770816	3600
	10	545	69,17	2561	2806	1960748	3601

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	1039	100,00	45841	116908	1395	3601
	2	1305	100,00	45841	116908	503	3600
	3	797	100,00	45841	116908	603	3600
	4	1167	100,00	45841	116908	923	3601
	5	735	100,00	45841	116908	34	3611
	6	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-
	9	1180	100,00	45841	116908	2333	3604
	10	1205	100,00	45841	116908	70	3613

F	Inst	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
SOUZA - WOLSEY	1	-	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-
	9	-	-	-	-	-	-
	10	-	-	-	-	-	-

FUNÇÃO Min Cmax: Makespan
OBJETIVO

n: Número de tarefas
m: Número de máquinas
e: Número de estágios
of: Função objetivo

F: Formulações
Inst: Instâncias
Ma: Manne: Precedencia
Mi: Miller: Fluxo em rede
W: Wagner: Posição na sequência
S-W: Souza-Wolsey: Indexada no tempo

n = 20
m = 3
e = 2

Média
Original

F	Otimos	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	0	485	65,05	2441	4640	1414494	3600
Mi	0	540	69,32	2561	2806	1526452	3621
W	0	1061	100,00	45841	116908	837	3604
S-W	-	-	-	-	-	-	-

Média

Relaxação linear

F	LB	UB	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
Ma	165	485	65,90	2441	4640	3456627	3602
Mi	0	540	100,00	2561	2806	1572659	3632
W	0	1061	100,00	45841	116908	3722	3611
S-W	-	-	-	-	-	-	-

Relaxação linear

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	144,00	514	71,98	2441	4640	2777416	3602
	2	150,00	507	70,41	2441	4640	3240029	3602
	3	176,00	510	65,49	2441	4640	3765398	3602
	4	161,00	462	65,15	2441	4640	3436376	3602
	5	168,00	449	62,58	2441	4640	3671227	3602
	6	158,00	496	68,15	2441	4640	3708606	3602
	7	151,00	436	65,37	2441	4640	3300372	3602
	8	178,00	448	60,27	2441	4640	3818099	3602
	9	194,00	516	62,40	2441	4640	3438634	3602
	10	168,00	512	67,19	2441	4640	3410114	3602

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MILLER	1	0,00	564	100,00	2561	2806	1397904	3856
	2	0,00	582	100,00	2561	2806	2618364	3605
	3	0,00	545	100,00	2561	2806	1800678	3611
	4	0,00	546	100,00	2561	2806	669548	3606
	5	0,00	489	100,00	2561	2806	1454072	3605
	6	0,00	568	100,00	2561	2806	2067933	3608
	7	0,00	499	100,00	2561	2806	1326499	3603
	8	0,00	478	100,00	2561	2806	1311365	3610
	9	0,00	584	100,00	2561	2806	1297848	3608
	10	0,00	545	100,00	2561	2806	1782382	3607

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WAGNER	1	0,00	1039	100,00	45841	116908	3962	3612
	2	0,00	1305	100,00	45841	116908	3375	3611
	3	0,00	797	100,00	45841	116908	4162	3611
	4	0,00	1167	100,00	45841	116908	3492	3611
	5	0,00	735	100,00	45841	116908	1904	3611
	6	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-
	9	0,00	1180	100,00	45841	116908	3710	3612
	10	0,00	1205	100,00	45841	116908	5452	3611

F	Inst	LB	UB=of	Gap(%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
WOLSEY-SOUZA	1	-	-	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	-
	7	-	-	-	-	-	-	-
	8	-	-	-	-	-	-	-
	9	-	-	-	-	-	-	-
	10	-	-	-	-	-	-	-

A.2 Resultados da Heurística “Relax and Fix” e da Heurística de condição

Figura A.11: Relax and Fix 1

n_m_e:
4 2 2

		R & F							
F	Inst	R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)	
MANNE	1	189	182	3,70	73	112		3	0
	2	162	157	3,09	73	112		2	0
	3	135	135	0,00	73	112		145	0
	4	235	223	5,11	73	112		75	0
	5	221	221	0,00	73	112		0	0
	6	230	230	0,00	73	112		279	0
	7	192	189	1,56	73	112		53	0
	8	184	184	0,00	73	112		30	0
	9	203	203	0,00	73	112		19	0
	10	171	171	0,00	73	112		59	0

1,35

4 3 2

		R & F							
F	Inst	R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)	
MANNE	1	173	161	6,94	105	160		105	0
	2	169	158	6,51	105	160		62	0
	3	120	113	5,83	105	160		162	0
	4	225	198	12,00	105	160		64	0
	5	175	175	0,00	105	160		264	0
	6	155	155	0,00	105	160		0	0
	7	185	172	7,03	105	160		144	0
	8	126	126	0,00	105	160		311	0
	9	169	165	2,37	105	160		181	0
	10	90	90	0,00	105	160		70	0

4,07

8 2 2

		R & F							
F	Inst	R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)	
MANNE	1	314	314	0,00	273	480		2259	13
	2	348	347	0,29	273	480		4694	14
	3	313	313	0,00	273	480		7426	23
	4	326	326	0,00	273	480		2696	6
	5	250	250	0,00	273	480		31194	40
	6	274	274	0,00	273	480		1973	5
	7	269	269	0,00	273	480		8299	15
	8	290	282	2,76	273	480		6444	8
	9	360	360	0,00	273	480		23882	45
	10	312	306	1,92	273	480		7578	13

0,50

8 3 2

		R & F							
F	Inst	R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)	
MANNE	1	223	211	5,38	401	704		6711	30
	2	256	237	7,42	401	704		1380	24
	3	231	224	3,03	401	704		7074	167
	4	252	242	3,97	401	704		3533	13
	5	230	230	0,00	401	704		1877	9
	6	207	199	3,86	401	704		2125	17
	7	227	213	6,17	401	704		5697	32
	8	216	215	0,46	401	704		1560	7
	9	253	244	3,56	401	704		24031	23
	10	208	190	8,65	401	704		1501	6

4,25

n_m_e:
12 2 2

		R & F							
F	Inst	R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)	
MANNE	1	468	463	1,07	601	1104		2284365	4678
	2	411	405	1,46	601	1104		2587837	3681
	3	470	470	0,00	601	1104		2311426	4045
	4	409	397	2,93	601	1104		3102702	4478
	5	408	406	0,49	601	1104		3122330	4473
	6	454	443	2,42	601	1104		2475183	4674
	7	432	432	0,00	601	1104		3807937	4599
	8	423	419	0,95	601	1104		2881595	3851
	9	403	402	0,25	601	1104		3358940	3943
	10	392	390	0,51	601	1104		2768004	3718

1,01

12 3 2

		R & F							
F	Inst	R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)	
MANNE	1	321	303	5,61	889	1632		1090339	5535
	2	330	331	-0,30	889	1632		1350992	6584
	3	310	310	0,00	889	1632		919639	5057
	4	310	299	3,55	889	1632		11248	3628
	5	327	310	5,20	889	1632		1791080	7202
	6	336	327	2,68	889	1632		1358867	4571
	7	281	271	3,56	889	1632		319138	4429
	8	290	282	2,76	889	1632		1052564	7202
	9	353	331	6,23	889	1632		919304	7201
	10	266	270	-1,50	889	1632		1023240	7201

2,78

16 2 2

		R & F							
F	Inst	R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)	
MANNE	1	488	485	0,61	1057	1984		2492150	7202
	2	636	637	-0,16	1057	1984		2156334	7202
	3	566	557	1,59	1057	1984		2276384	7202
	4	543	553	-1,84	1057	1984		2238451	7202
	5	661	652	1,36	1057	1984		1752588	7202
	6	578	580	-0,35	1057	1984		1776156	7202
	7	536	536	0,00	1057	1984		2497534	7202
	8	577	570	1,21	1057	1984		1599995	7202
	9	595	588	1,18	1057	1984		1665514	7202
	10	626	630	-0,64	1057	1984		1836414	7203

0,30

16 3 2

		R & F							
F	Inst	R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)	
MANNE	1	407	380	6,63	1569	2944		453686	7201
	2	429	390	9,09	1569	2944		311005	7201
	3	430	420	2,33	1569	2944		507936	7201
	4	387	373	3,62	1569	2944		493808	7202
	5	400	380	5,00	1569	2944		294967	7203
	6	424	399	5,90	1569	2944		310290	7216
	7	382	364	4,71	1569	2944		191905	7212
	8	372	358	3,76	1569	2944		278355	7203
	9	399	398	0,25	1569	2944		1001752	7202
	10	409	422	-3,18	1569	2944		503467	7205

3,81

FUNÇÃO

OBJETIVO Min Cmax: Makespan

Fixando variáveis no estágio 1

n: Número de tarefas

m: Número de máquinas

e: Número de estágios

F: Formulação

Inst: Nº de Instancia

R & F: Resultados Relax and Fix

sol.: Resultado Original

Δ (%): Diferença entre R&F e sol.

Var.: Nº de variáveis

Rest.: Nº de restrições

B&B: Nós de Branch and Bound

T(s): Tempo em segundos

n_m_e:

20 2 2

		R & F							
F	Inst	R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)	
MANNE	1	728	721	0,96	1641	3120		1047653	7201
	2	782	773	1,15	1641	3120		1492249	7203
	3	698	724	-3,72	1641	3120		1800086	7201
	4	778	764	1,80	1641	3120		1518432	7201
	5	739	724	2,03	1641	3120		1682353	7202
	6	699	701	-0,29	1641	3120		1430393	7201
	7	689	665	3,48	1641	3120		1835694	7202
	8	689	660	4,21	1641	3120		1838735	7202
	9	739	735	0,54	1641	3120		1656853	7201
	10	752	752	0,00	1641	3120		1427558	7202

1,02

20 3 2

		R & F							
F	Inst	R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)	
MANNE	1	521,00	514	1,34	2441	4640		161759	7201
	2	516,00	507	1,74	2441	4640		109604	7203
	3	506,00	510	-0,79	2441	4640		153301	7201
	4	505,00	462	8,51	2441	4640		238203	7212
	5	471,00	449	4,67	2441	4640		557825	7201
	6	503,00	496	1,39	2441	4640		190626	7206
	7	553,00	436	21,16	2441	4640		328991	7204
	8	446,00	448	-0,45	2441	4640		245230	7201
	9	553,00	516	6,69	2441	4640		328991	7204
	10	525,00	512	2,48	2441	4640		517257	7202

4,68

Figura A.12: Relax and Fix 2

n_m_e:
4 2 2

F	Inst	R & F						
		R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	182	182	0,00	73	112	82	0
	2	157	157	0,00	73	112	188	0
	3	135	135	0,00	73	112	200	0
	4	223	223	0,00	73	112	182	0
	5	221	221	0,00	73	112	60	0
	6	230	230	0,00	73	112	23	0
	7	189	189	0,00	73	112	45	0
	8	185	184	0,54	73	112	25	0
	9	203	203	0,00	73	112	168	0
	10	171	171	0,00	73	112	3	0

0,05

n_m_e:
12 2 2

F	Inst	R & F						
		R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	465	463	0,43	601	1104	1037607	5936
	2	415	405	2,41	601	1104	1871745	3680
	3	471	470	0,21	601	1104	2478312	4622
	4	397	397	0,00	601	1104	1216173	3090
	5	407	406	0,25	601	1104	2291880	3836
	6	456	443	2,85	601	1104	2236382	3921
	7	431	432	-0,23	601	1104	306364	567
	8	422	419	0,71	601	1104	2541288	3807
	9	404	402	0,50	601	1104	493576	1032
	10	390	390	0,00	601	1104	1143009	1810

0,71

FUNÇÃO OBJETIVO Min Cmax: Makespan
Fixando variáveis no estágio 1

n: Número de tarefas
m: Número de máquinas
e: Número de estágios

F: Formulação
Inst: Nº de Instancia
R & F : Resultados Relax and Fix
sol.: Resultado Original
 Δ (%): Diferencia entre R&F e sol.
Var. : Nº de variáveis
Rest. : Nº de restrições
B&B: Nós de Branch and Bound
T(s): Tempo em segundos

4 3 2

F	Inst	R & F						
		R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	167	161	3,59	105	160	0	0
	2	158	158	0,00	105	160	129	0
	3	115	113	1,74	105	160	439	0
	4	248	198	20,16	105	160	2	0
	5	175	175	0,00	105	160	47	0
	6	187	155	17,11	105	160	9	0
	7	197	172	12,69	105	160	0	0
	8	149	126	15,44	105	160	5	0
	9	170	165	2,94	105	160	547	1
	10	112	90	19,64	105	160	36	1

9,33

12 3 2

F	Inst	R & F						
		R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	308	303	1,62	889	1632	1051957	7204
	2	335	331	1,19	889	1632	721846	7208
	3	318	310	2,52	889	1632	130186	4153
	4	307	299	2,61	889	1632	549443	7201
	5	340	310	8,82	889	1632	447638	4548
	6	336	327	2,68	889	1632	904945	1865
	7	283	271	4,24	889	1632	1427483	7201
	8	286	282	1,40	889	1632	1809732	7200
	9	346	331	4,34	889	1632	1246172	7203
	10	277	270	2,53	889	1632	317419	4691

3,19

8 2 2

F	Inst	R & F						
		R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	314	314	0,00	273	480	3284	10
	2	348	347	0,29	273	480	53195	120
	3	319	313	1,88	273	480	6410	22
	4	326	326	0,00	273	480	3902	16
	5	267	250	6,37	273	480	6248	20
	6	274	274	0,00	273	480	2059	9
	7	277	269	2,89	273	480	3535	10
	8	299	282	5,69	273	480	9929	21
	9	364	360	1,10	273	480	6679	8
	10	306	306	0,00	273	480	3155	6

1,82

16 2 2

F	Inst	R & F						
		R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	484	485	-0,21	1057	1984	2905498	7202
	2	645	637	1,24	1057	1984	2330648	7202
	3	573	557	2,79	1057	1984	1733285	7202
	4	565	553	2,12	1057	1984	1838325	7202
	5	650	652	-0,31	1057	1984	2343787	7203
	6	584	580	0,68	1057	1984	2047772	7202
	7	531	536	-0,94	1057	1984	2100328	7202
	8	586	570	2,73	1057	1984	1978514	7202
	9	591	588	0,51	1057	1984	1928584	7203
	10	622	630	-1,29	1057	1984	1758800	7203

0,73

n_m_e:
20 2 2

F	Inst	R & F						
		R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	748	721	3,61	1641	3120	1075416	7202
	2	760	773	-1,71	1641	3120	1398077	7202
	3	715	724	-1,26	1641	3120	1317634	7201
	4	801	764	4,62	1641	3120	1312889	7202
	5	748	724	3,21	1641	3120	1760299	7202
	6	732	701	4,23	1641	3120	1142468	7202
	7	692	665	3,90	1641	3120	1840859	7202
	8	678	660	2,65	1641	3120	2207358	7202
	9	748	735	1,74	1641	3120	1439646	7202
	10	740	752	-1,62	1641	3120	1262708	7202

1,94

8 3 2

F	Inst	R & F						
		R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	226,00	211	6,64	401	704	6246	20
	2	243,00	237	2,47	401	704	1857	13
	3	229,00	224	2,18	401	704	4784	14
	4	262,00	242	7,63	401	704	1518	7
	5	259,00	230	11,20	401	704	2309	22
	6	209,00	199	4,78	401	704	5091	24
	7	223,00	213	4,48	401	704	1142	8
	8	215,00	215	0,00	401	704	1879	8
	9	255,00	244	4,31	401	704	3588	23
	10	199,00	190	4,52	401	704	1920	13

4,82

16 3 2

F	Inst	R & F						
		R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	440,00	380	13,64	1569	2944	537850	7202
	2	410,00	390	4,88	1569	2944	743273	7202
	3	432,00	420	2,78	1569	2944	810978	7201
	4	387,00	373	3,62	1569	2944	811196	7201
	5	372,00	380	-2,15	1569	2944	330581	7201
	6	402,00	399	0,75	1569	2944	300534	7206
	7	374,00	364	2,67	1569	2944	451045	7202
	8	384,00	358	6,77	1569	2944	507762	7204
	9	432,00	398	7,87	1569	2944	365742	7201
	10	421,00	422	-0,24	1569	2944	279602	7205

4,06

20 3 2

F	Inst	R & F						
		R & F	sol.	Δ (%)	Var.	Rest.	B&B	T(s)
MANNE	1	509,00	514	-0,98	2441	4640	176719	7213
	2	510,00	507	0,59	2441	4640	166308	7202
	3	530,00	510	3,77	2441	4640	201669	7201
	4	509,00	462	9,23	2441	4640	197779	7201
	5	478,00	449	6,07	2441	4640	188971	7202
	6	535,00	496	7,29	2441	4640	714603	7203
	7	470,00	436	7,23	2441	4640	429760	7202
	8	461,00	448	2,82	2441	4640	97214	7207
	9	545,00	516	5,32	2441	4640	148163	7201
	10	525,00	512	2,48	2441	4640	183807	7201

4,38

A.3 Resultados da Metaheurística “ILS”

Figura A.13: Heurística de restrições adicionais

n_m_e	HRA										MEDIA
	Instâncias										
4 2 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
F.O	182	157	135	223	221	230	189	184	203	171	190
Δ (%)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Var.	73	73	73	73	73	73	73	73	73	73	73
Rest.	112	112	112	112	112	112	112	112	112	112	112
Nós B&B	90	633	69	382	254	370	283	21	318	93	251
T(s)	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
4 3 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
F.O	161	158	113	198	175	155	172	126	165	90	151
Δ (%)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Var.	105	105	105	105	105	105	105	105	105	105	105
Rest.	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160
Nós B&B	1200	0	2093	300	21	0	1315	460	2045	29	746
T(s)	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
8 2 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
F.O	314	347	313	326	250	274	269	282	360	306	304
Δ (%)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Var.	273	273	273	273	273	273	273	273	273	273	273
Rest.	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480
Nós B&B	3307	29253	7570	31232	17187	1872	39441	7913	16504	7972	16225
T(s)	5	64	13	49	31	3	43	12	29	8	26
8 3 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
F.O	211	237	224	242	230	199	213	215	244	190	221
Δ (%)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Var.	401	401	401	401	401	401	401	401	401	401	401
Rest.	704	704	704	704	704	704	704	704	704	704	704
Nós B&B	34798	66590	45356	3767	3312	5831	13296	10139	84135	7728	27495
T(s)	121	92	103	65	16	86	47	33	131	32	73
12 2 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
F.O	461	405	470	397	398	442	431	416	400	390	421
Δ (%)	0,43	0,00	0,00	0,00	1,97	0,23	0,23	0,72	0,50	0,00	0,41
Var.	601	601	601	601	601	601	601	601	601	601	601
Rest.	1104	1104	1104	1104	1104	1104	1104	1104	1104	1104	1104
Nós B&B	2030752	1939258	2244270	2058885	2073104	2063892	1929577	2447931	1875145	1820625	2048344
T(s)	7201	7201	7201	7201	7201	7201	7201	7201	6965	7201	7177
12 3 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
F.O	296	321	310	295	308	327	271	276	331	265	300
Δ (%)	2,31	3,02	0,00	1,34	0,65	0,00	0,00	2,13	0,00	1,85	1,13
Var.	889	889	889	889	889	889	889	889	889	889	889
Rest.	1632	1632	1632	1632	1632	1632	1632	1632	1632	1632	1632
Nós B&B	2792360	2807639	2418743	2722498	2625631	2956935	2933293	3201721	3038334	2027787	2752494
T(s)	7201	7201	7202	6053	7202	7202	7201	7202	7202	7202	7087
16 2 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
F.O	478	620	557	553	652	580	517	568	585	622	573
Δ (%)	1,44	2,67	0,00	0,00	0,00	0,00	3,54	0,35	0,51	1,27	0,98
Var.	1057	1057	1057	1057	1057	1057	1057	1057	1057	1057	1057
Rest.	1984	1984	1984	1984	1984	1984	1984	1984	1984	1984	1984
Nós B&B	1560436	1314584	1583102	1186325	1123898	1411140	1350397	1444700	1654073	1534474	1416313
T(s)	7201	7202	7201	7201	7201	7201	7201	7202	7201	7201	7201
16 3 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
F.O	380	390	412	373	380	389	359	358	398	417	386
Δ (%)	0,00	0,00	1,90	0,00	0,00	2,51	1,37	0,00	0,00	1,18	0,70
Var.	1569	1569	1569	1569	1569	1569	1569	1569	1569	1569	1569
Rest.	2944	2944	2944	2944	2944	2944	2944	2944	2944	2944	2944
Nós B&B	1527666	1612864	2251808	1446452	1872252	1671126	1640210	1869243	1729279	1794004	1741490
T(s)	7202	7202	7202	7201	7201	7201	7201	7202	7202	7202	7202
20 2 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
F.O	720	760	702	764	713	701	665	649	716	752	714
Δ (%)	0,14	1,68	3,04	0,00	1,52	0,00	0,00	1,67	2,59	0,00	1,06
Var.	1641	1641	1641	1641	1641	1641	1641	1641	1641	1641	1641
Rest.	3120	3120	3120	3120	3120	3120	3120	3120	3120	3120	3120
Nós B&B	857756	777248	875920	961086	1209090	816184	1361097	1196123	858030	840709	975324
T(s)	7201	7201	7201	7201	7201	7201	7202	7202	7201	7201	7201
20 3 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
F.O	495	507	504	456	446	496	425	443	516	512	480
Δ (%)	3,70	0,00	1,18	1,30	0,67	0,00	2,52	1,12	0,00	0,00	1,05
Var.	2441	2441	2441	2441	2441	2441	2441	2441	2441	2441	2441
Rest.	4640	4640	4640	4640	4640	4640	4640	4640	4640	4640	4640
Nós B&B	994900	1300662	1333572	1195226	1175643	1093696	1118421	1253728	1166771	1204793	1183741
T(s)	7201	7201	7202	7201	7201	7201	7201	7201	7201	7202	7201

F.O: Função Objetivo
 Δ (%): Diferencia entre F.O Manne e HRA

Figura A.14: Metaheurísticas ILS1, ILS2, ILS3 e ILS4 para duas máquinas

4_2		Ma	gap(%)	BL1_P1	t(s)	Δ (%)	BL1_P2	t(s)	Δ (%)	BL2_P1	t(s)	Δ (%)	BL2_P2	t(s)	Δ (%)
i		182	0	224	0,10	18,79	182	0	0,00	204	0,3	10,65	182	0,30	0,00
ii		157	0	196	0,00	19,90	159	0	1,26	171	0	7,97	158	0,20	0,32
iii		135	0	160	0,20	15,78	140	0	3,57	148	0,1	8,54	135	0,30	0,00
iv		223	0	257	0,10	13,09	233	0,1	4,29	243	0,3	8,27	223	0,30	0,00
v		221	0	272	0,00	18,78	221	0	0,00	263	0,1	15,94	221	0,30	0,00
vi		230	0	271	0,20	15,25	230	0,2	0,04	255	0,2	9,84	230	0,20	0,00
vii		189	0	243	0,10	22,35	191	0	1,10	218	0	13,26	189	0,30	0,00
viii		184	0	231	0,00	20,21	185	0	0,54	197	0,1	6,60	184	0,30	0,00
ix		203	0	240	0,00	15,45	206	0	1,36	222	0,3	8,35	203	0,30	0,00
x		171	0	240	0,00	28,84	171	0,1	0,00	207	0,2	17,19	171	0,40	0,00
MEDIA		189,5		233	0,07	18,84	192	0,04	1,22	213	0,16	10,66	190	0,29	0,03

8_2		Ma	gap(%)	BL1_P1	t(s)	Δ (%)	BL1_P2	t(s)	Δ (%)	BL2_P1	t(s)	Δ (%)	BL2_P2	t(s)	Δ (%)
i		314	0	451	0,00	30,41	323	0	2,76	403	1,3	22,05	316	1,50	0,66
ii		347	0	488	0,00	28,92	359	0,1	3,37	412	0,9	15,86	349	1,00	0,60
iii		313	0	434	0,00	27,83	331	0	5,32	381	0,9	17,80	315	1,40	0,67
iv		326	0	525	0,10	37,95	343	0	4,98	430	0,9	24,22	327	1,30	0,28
v		250	0	378	0,00	33,86	268	0,1	6,68	308	0,9	18,73	252	1,10	0,71
vi		274	0	411	0,10	33,35	310	0,1	11,56	342	0,7	19,77	275	1,40	0,44
vii		269	0	419	0,00	35,83	281	0,1	4,41	329	0,7	18,31	269	1,30	0,00
viii		282	0	459	0,10	38,50	305	0,1	7,57	351	0,9	19,66	285	1,60	0,98
ix		360	0	521	0,00	30,88	384	0	6,18	451	0,8	20,18	361	1,20	0,22
x		306	0	455	0,00	32,81	322	0,1	5,03	391	0,9	21,80	310	1,40	1,19
MEDIA		304,1		454	0,03	33,03	323	0,06	5,79	380	0,89	19,84	306	1,32	0,58

12_2		Ma	gap(%)	BL1_P1	t(s)	Δ (%)	BL1_P2	t(s)	Δ (%)	BL2_P1	t(s)	Δ (%)	BL2_P2	t(s)	Δ (%)
i		463	29,21	775	0,00	40,28	511	0,2	9,39	602	1,2	23,04	474	3,00	2,36
ii		405	23,21	697	0,00	41,90	452	0,2	10,46	511	2,4	20,73	417	3,30	2,78
iii		470	36,91	743	0,00	36,70	509	0	7,64	574	1,9	18,08	481	3,30	2,33
iv		397	21,41	659	0,00	39,78	436	0	8,90	507	2,5	21,65	401	3,50	1,05
v		406	23,57	683	0,30	40,54	441	0,1	7,92	512	2	20,63	409	3,70	0,73
vi		443	24,29	756	0,00	41,37	484	0,1	8,49	565	2,5	21,58	453	3,10	2,16
vii		432	31,32	726	0,10	40,45	461	0,2	6,31	569	1,7	24,13	440	3,40	1,86
viii		419	29	715	0,10	41,43	454	0	7,63	520	1,5	19,41	425	3,40	1,30
ix		402	20,85	680	0,10	40,89	431	0	6,66	514	1,5	21,76	407	3,20	1,13
x		390	0,13	689	0,00	43,36	427	0,1	8,56	496	2	21,37	398	3,50	1,96
MEDIA		422,7		712	0,06	40,67	460	0,09	8,20	537	1,92	21,24	430	3,34	1,77

16_2		Ma	gap(%)	BL1_P1	t(s)	Δ (%)	BL1_P2	t(s)	Δ (%)	BL2_P1	t(s)	Δ (%)	BL2_P2	t(s)	Δ (%)
i		485	57,16	896	0,10	45,85	527	0,2	7,93	617	4,3	21,36	480	7,60	-0,99
ii		637	68,3	1077	0,00	40,83	689	0	7,57	766	3,4	16,81	637	7,10	-0,06
iii		557	37,23	976	0,20	42,90	600	0,3	7,18	697	3,8	20,04	557	7,10	0,02
iv		553	39,45	982	0,00	43,68	611	0,1	9,55	693	4,8	20,17	555	7,20	0,29
v		652	57,47	1177	0,10	44,60	702	0,1	7,08	774	4,2	15,75	654	7,00	0,35
vi		580	49,4	1062	0,20	45,38	630	0,1	7,89	729	4	20,43	582	7,20	0,41
vii		536	55,67	1009	0,10	46,90	587	0	8,69	701	4,9	23,55	541	7,30	0,87
viii		570	54,32	986	0,20	42,16	610	0	6,56	714	4,4	20,15	561	7,00	-1,60
ix		588	52,51	996	0,10	40,96	638	0,3	7,88	710	3,7	17,16	586	7,40	-0,37
x		630	60,48	1011	0,10	37,65	682	0	7,64	760	2,9	17,08	617	7,20	-2,13
MEDIA		580,6		1017	0,11	43,09	628	0,11	7,80	716	4,04	19,25	577	7,21	-0,32

20_2		Ma	gap(%)	BL1_P1	t(s)	Δ (%)	BL1_P2	t(s)	Δ (%)	BL2_P1	t(s)	Δ (%)	BL2_P2	t(s)	Δ (%)
i		721	60,75	1254	0,00	42,52	780	0,2	7,59	886	8,5	18,60	712	12,50	-1,23
ii		773	70,74	1360	0,20	43,17	828	0,1	6,59	957	6	19,24	754	12,30	-2,51
iii		724	71,69	1247	0,20	41,95	767	0,1	5,58	882	4,5	17,89	694	12,60	-4,20
iv		764	73,75	1417	0,10	46,08	869	0,2	12,09	953	7,4	19,83	771	13,00	0,84
v		724	71,78	1273	0,30	43,14	782	0,1	7,36	889	9,2	18,58	711	12,50	-1,77
vi		701	72,34	1229	0,10	42,97	762	0,3	7,94	866	7,5	19,05	695	12,20	-0,80
vii		665	64,25	1159	0,20	42,62	760	0,2	12,49	845	10,7	21,26	669	13,10	0,54
viii		660	70,92	1203	0,00	45,12	730	0	9,64	826	7	20,12	660	12,50	0,03
ix		735	69,09	1289	0,00	42,99	820	0,5	10,39	920	6,4	20,11	735	13,20	0,01
x		752	73,71	1315	0,00	42,79	794	0,1	5,24	925	7,5	18,70	742	12,20	-1,33
MEDIA		721,9		1275	0,11	43,33	789	0,18	8,49	895	7,47	19,34	714	12,61	-1,04

Figura A.15: Metaheurísticas ILS1, ILS2, ILS3 e ILS4 para três máquinas

4_3		Ma	gap(%)	BL1_P1		BL1_P2		BL2_P1		BL2_P2				
				t(s)	Δ (%)	t(s)	Δ (%)	t(s)	Δ (%)	t(s)	Δ (%)			
i	161	0	216	0	25,50	171	0	5,79	187	0,5	13,86	168	0,2	4,28
ii	158	0	201	0	21,55	163	0,1	3,13	182	0,6	13,19	158	0,7	0,00
iii	113	0	135	0,1	16,30	119	0	5,28	121	0,5	6,22	114	0,6	0,88
iv	198	0	241	0,2	17,88	204	0	2,70	221	0,6	10,20	198	0,4	0,00
v	175	0	229	0,1	23,51	195	0,2	10,12	196	0,5	10,90	175	0,7	0,00
vi	155	0	194	0,1	20,06	164	0	5,66	176	0,3	11,68	155	0,5	0,00
vii	172	0	223	0	22,84	177	0,1	2,71	189	0,6	8,75	172	0,5	0,00
viii	126	0	174	0,2	27,71	145	0	13,28	146	0,6	13,58	128	0,6	1,64
ix	165	0	204	0,1	19,12	173	0	4,79	174	0,6	5,34	165	0,3	0,00
x	90	0	126	0	28,80	98	0,1	8,26	103	0,1	12,54	90	0,4	0,00
MEDIA	151		194,39	0,08	22,33	160,93	0,05	6,17	169,33	0,49	10,63	152,33	0,49	0,68

8_3		Ma	gap(%)	BL1_P1		BL1_P2		BL2_P1		BL2_P2				
				t(s)	Δ (%)	t(s)	Δ (%)	t(s)	Δ (%)	t(s)	Δ (%)			
i	211	0	339	0,1	37,78	229	0,1	7,66	257	1,7	17,83	213	2,6	0,85
ii	237	0	418	0,1	43,29	250	0,1	5,35	282	1,4	15,87	241	2,8	1,82
iii	224	0	313	0	28,46	234	0	4,27	271	1	17,19	225	2,8	0,22
iv	242	0	373	0,1	35,14	266	0,1	8,92	300	1,4	19,31	246	3	1,47
v	230	0	373	0,1	38,39	247	0	6,92	297	1,2	22,48	232	2,7	0,95
vi	199	0	336	0,1	40,79	217	0,1	8,38	244	1,2	18,31	202	2,6	1,34
vii	213	0	322	0,1	33,81	224	0	5,08	279	1,6	23,68	213	2,3	0,09
viii	215	0	339	0,2	36,62	230	0	6,44	272	1,5	21,01	215	2,7	0,09
ix	244	0	421	0	42,07	260	0,2	6,12	299	0,9	18,39	245	2,4	0,57
x	190	0	316	0	39,93	209	0,1	8,92	237	1,3	19,76	191	2,4	0,52
MEDIA	221		355,11	0,08	37,63	236,56	0,07	6,81	273,63	1,32	19,38	222,30	2,63	0,79

12_3		Ma	gap(%)	BL1_P1		BL1_P2		BL2_P1		BL2_P2				
				t(s)	Δ (%)	t(s)	Δ (%)	t(s)	Δ (%)	t(s)	Δ (%)			
i	303	25,57	540	0	43,87	338	0,1	10,28	378	3,2	19,76	308	6,8	1,50
ii	331	40,57	538	0,2	38,42	375	0,1	11,78	409	5,5	19,05	339	7	2,22
iii	310	34,08	568	0	45,41	358	0	13,41	400	2,8	22,48	322	7,4	3,85
iv	299	18,55	575	0	47,99	350	0,2	14,47	396	4,2	24,42	304	6,9	1,58
v	310	34,32	601	0	48,39	350	0,2	11,48	416	3,1	25,43	319	7,2	2,82
vi	327	25,72	623	0	47,55	366	0,2	10,58	404	2,8	19,12	334	7,1	1,95
vii	271	32,8	503	0,1	46,08	303	0,1	10,41	345	2,8	21,34	284	7,4	4,64
viii	282	34,04	507	0,3	44,32	319	0	11,65	350	3	19,50	286	7,6	1,54
ix	331	41,17	626	0	47,15	372	0,1	10,95	413	3,9	19,93	343	7,2	3,58
x	270	44,56	482	0	43,97	298	0,1	9,27	356	3,8	24,18	275	7	1,89
MEDIA	303		556,15	0,06	45,32	342,74	0,11	11,43	386,63	3,51	21,52	311,39	7,16	2,56

16_3		Ma	gap(%)	BL1_P1		BL1_P2		BL2_P1		BL2_P2				
				t(s)	Δ (%)	t(s)	Δ (%)	t(s)	Δ (%)	t(s)	Δ (%)			
i	380	50,45	737	0,2	48,40	448	0,30	15,18	487	5,9	21,94	394	15,3	3,53
ii	390	58,83	753	0,2	48,19	451	0,1	13,43	503	8,3	22,39	405	15,4	3,66
iii	420	48,85	764	0,1	45,02	482	0,1	12,84	514	5,9	18,24	430	16	2,26
iv	373	58,09	687	0,1	45,72	436	0,2	14,37	483	5,5	22,71	379	15,3	1,45
v	380	55,47	682	0,3	44,25	432	0,1	11,98	473	7,1	19,63	382	15,9	0,63
vi	399	56,28	736	0	45,76	461	0,4	13,43	511	7	21,93	404	16	1,24
vii	364	53,11	687	0,1	46,98	411	0	11,46	473	8,9	23,00	373	15,7	2,49
viii	358	58,2	728	0,3	50,84	411	0	12,92	444	6,8	19,31	367	15,6	2,48
ix	398	59,53	741	0,1	46,32	459	0,3	13,21	518	6,1	23,14	414	15,5	3,84
x	422	59,64	765	0,1	44,81	458	0	7,84	518	7,1	18,50	408	15,333	-3,32
MEDIA	388		727,83	0,15	46,63	444,73	0,15	12,67	492,15	6,86	21,08	395,56	15,60	1,83

20_3		Ma	gap(%)	BL1_P1		BL1_P2		BL2_P1		BL2_P2				
				t(s)	Δ (%)	t(s)	Δ (%)	t(s)	Δ (%)	t(s)	Δ (%)			
i	514	70,95	944	0,1	45,56	551	0,1	6,65	609	10,4	15,56	491	26,8	-4,42
ii	507	67,62	917	0,4	44,71	574	0,4	11,72	644	12,3	21,21	502	29	-1,01
iii	510	63,83	989	0,1	48,45	576	0,4	11,40	621	10,4	17,83	513	29,5	0,64
iv	462	64,61	933	0,1	50,49	538	0,1	14,17	603	11,3	23,34	466	27,6	0,75
v	449	63,85	955	0,1	52,97	519	0,5	13,55	572	16,2	21,50	452	28,6	0,64
vi	496	66,28	965	0,1	48,60	576	0,2	13,90	638	11,7	22,29	495	29,2	-0,24
vii	436	63,99	798	0	45,35	499	0,2	12,59	562	15,8	22,45	437	28,7	0,30
viii	448	60,37	860	0,2	47,91	512	0,5	12,57	548	12,5	18,22	442	28,8	-1,41
ix	516	61,94	979	0,1	47,27	597	0,1	13,54	652	6,5	20,85	519	29,2	0,52
x	512	67,08	916	0,1	44,13	585	0,3	12,51	635	15,7	19,38	518	28,1	1,22
MEDIA	485		925,63	0,13	47,54	552,75	0,28	12,26	608,29	12,28	20,26	483,47	28,55	-0,30

Referências Bibliográficas

- Azzi, A., Faccio, M., Persona, A., and Sgarbossa., F. (2011). Lot splitting scheduling procedure for makespan reduction and machine capacity increase in a hybrid flow shop with batch production. *International of Advanced manufacturing technology*, v59:777–780.
- Brahimi, N. (2014). A relax-and-fix heuristic for a production planning problem with order acceptance and flexible due dates. In *International Conference on Industrial Engineering and Operations Management*. Department of Industrial Engineering and Management. University of Sharjah, United Arab Emirates.
- Brucker, P., Dhaenens-Flipo, C., Knust, S., Kravchenko, S. A., and Werner, F. (2002). Complexity results for parallel machine problems with a single server. *Journal of Scheduling*, 5(6):429–457.
- Carpov, S., Carlier, J., Nace, D., and Sirdey, R. (2012). Two-stage hybrid flowshop with precedence constraints and parallel machines at second stage. *Computers and Operations Research.*, 39:736–740.
- Demir, Y. and Isleyen, K. S. (2013). Evaluation of mathematical models for flexible job-shop scheduling problems. *Applied Mathematical Modelling*, 37:977–988.
- Ferreira, D. and Morabito, R. (2006). Estratégias relax-and-fix na solução de um problema de dimensionamento e sequenciamento na produção de refrigerantes. In ., Goiânia. XXVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional.
- Figielska, E. (2014). A heuristic for scheduling in a two-stage hybrid flowshop with renewable resources shared among the stages. *European Journal Operational Research*, 236:433–444.
- Gerstl, E. and Mosheiov, G. (2014). The optimal number of used machines in a two-stage flexible flowshop scheduling problem. *Journal of Scheduling*, 17:199–210.

- Graham, R. L., Lawler, E. L., Lenstra, J. K., and Kan, A. (1979). Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: A survey. *Annals of Discrete Mathematics*, 5:287–326.
- Gupta, J., Hariiri, A., and Potts, C. (1997). Scheduling a two-stage hybrid flow shop with parallel machines at the first stage. *Annals of Operations Research*, 69:171–191.
- Johnson, S. (1954). Optimal two-and three-stage production schedules with setup times included. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1:60–65.
- Keha, A., Ketan, K., and Fowler, W. (2009). Mixed integer programming formulations for single machine scheduling problems. *Computers and Industrial Engineering*, 56:357–367.
- Lourenço, H., Martin, O., and Stutzle, T. (2003). Iterated local search. *Hand-book of Metaheuristics*, F. Glover and G. Kochenberger, Eds. Kluwer Academic Publishers.
- Manne, A. (1960). On the job-shop scheduling problem. *Operations Research*, 8(2):219–223.
- Miller, C. E., Tucker, A. W., and Zemlin, R. A. (1960). Integer programming formulations and traveling salesman problems. *Journal of the Association for Computing Machinery*, 7:326–329.
- Morais, M. and Moccasin, J. (2010). Métodos heurísticos construtivos para redução do estoque em processo em ambientes de produção flow shop híbridos com tempos de setup dependentes da sequência. *Gestão & Produção*, 17:367–375.
- Naderi, B. and Ruiz, R. (2010). The distributed permutation flowshop scheduling problem. *Computers and Operations Research*, 37:754–768.
- Nishi, T., Hiranaka, Y., and Inuiguchi, M. (2010). Lagrangian relaxation with cut generation for hybrid flow shop scheduling problems to minimize the total weighted tardiness. *Computers and Operations Research*, 37:185–195.
- Pan, J. and Chen, J. (2005). Mixed binary integer programming formulations for the reentrant job shop scheduling problem. *Computers and Operations Research*, 32(5):1197–1212.
- Pinedo, M. L. (2008). *Scheduling: Theory, Algorithms and Systems*. Prentice Hall, third edition edition. Springer Science- Business Media, LLC, New York NY.

- Rabiee, M., Rad, R. S., Mazinani, M., and Shafaei, R. (2014). An intelligent hybrid meta-heuristic for solving a case of no-wait flexible flow shop scheduling with unrelated parallel machines. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 71:1229–1245.
- Rajendran, C. and Ziegler, H. (2003). Scheduling to minimize the sum of weighted flowtime and weighted tardiness of jobs in a flowshop with sequence-dependent setup times. *European Journal of Operational Research*, 149:513–522.
- Regis, F. (2014). Projeto de doutorado. *Comunicação Pessoal*.
- Ribas, I., Leisten, R., and Famiñan., J. (2010). Review and classification of hybrid flow shop scheduling problems from a production system and a solutions procedure perspective. *Computers and Operations Research*, 37:1439–1454.
- Ruiz, R. and Vázquez-Rodríguez, J. (2010). The hybrid flow shop scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 205 (1):1–18.
- Seido, M., Rui, R., and Nogueira, L. (2008). A constructive genetic algorithm for permutation flowshop scheduling. *Computers & Industrial Engineering*, 55:195–207.
- Sousa, J. P. and Wolsey, L. A. (1992). A time-indexed formulation of nonpreemptive single machine scheduling problems. *Mathematical Programming*, 54:353–367.
- Sun, Y., Zhang, C., Gao, L., and Wang, X. (2010). Multi-objective optimization algorithms for flow shop scheduling problem: a review and prospects. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 55(723-739).
- Toso, E. A., Morabito, R., and Alistair, R. (2009). Lotsizing and sequencing optimization at an animal fee plant. *Computers and Industrial Engineering*, 57(3):813–821.
- Unlu, Y. and Mason., S. (2010). Evaluation of mixed integer programming formulations for non-preemptive parallel machine scheduling problems. *Computers and Industrial Engineering*, 58:785–800.
- Urlings, T., Ruiz, R., and Stützle, T. (2010). Shifting representation search for hybrid flexible flowline problems. *European Journal of Operational Research*, 207:1086–1095.
- Wagner, H. W. (1959). An integer linear-programming model for machine scheduling. *Naval Research Logistic Quarterly*, 6 (2):131–140.
- Wang, S. and Liu, M. (2013a). A genetic algorithm for two-stage no-wait hybrid flow shop scheduling problem. *Computers and Operations Research*, 40:1064–1075.

Wang, S. and Liu, M. (2013b). A heuristic method for two-stage hybrid flow shop with dedicated machines. *Computers and Operations Research*, 40:438–450.

Wang, S. and Liu, M. (2014). Two-stage hybrid flow shop scheduling with preventive maintenance using multi-objective tabu search method. *International Journal of Production Research*, 52:1495–1508.