

TESE DE DOUTORADO Nº 226

**MODELOS AUTORREGRESSIVOS PARA REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS
COM HISTERESE**

Samir Angelo Milani Martins

DATA DA DEFESA: 11/03/2016

Universidade Federal de Minas Gerais

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**MODELOS AUTORREGRESSIVOS PARA REPRESENTAÇÃO DE
SISTEMAS COM HISTERESE**

Samir Angelo Milani Martins

Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Luis Antonio Aguirre

Belo Horizonte - MG

Março de 2016

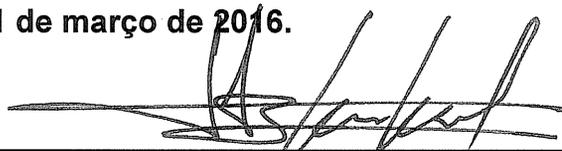
"Modelos Autorregressivos para Representação de Sistemas com Histerese"

Samir Angelo Milani Martins

Tese de Doutorado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 11 de março de 2016.

Por:



**Prof. Dr. Luis Antonio Aguirre
DELT (UFMG) - Orientador**



**Prof. Dr. Alexandre Sanfelice Bazanella
Engenharia Elétrica (UFRGS)**



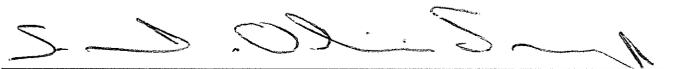
**Prof. Dr. Takashi Yoneyama
Engenharia Eletrônica (ITA)**



**Prof. Dr. Eduardo Mazoni Andrade Marçal Mendes
DELT (UFMG)**



**Prof. Dr. Bruno Otávio Soares Teixeira
DELT (UFMG)**



**Prof. Dr. Fernando de Oliveira Souza
DELT (UFMG)**

Dedicatória

*À minha esposa, Érica.
Aos meus pais, José Antônio e Edy.*

Agradecimentos

A DEUS: ao Criador, ao Redentor e ao Espírito.

Aos meus pais, fonte de sabedoria e inspiração.

À minha esposa Érica, pela compreensão, paciência, companheirismo e principalmente por me ouvir em momentos difíceis. Eu te amo!

Aos meus irmãos Ramon e Gustavo. Meus melhores amigos.

Ao prof. Luis, pelas conversas, orientação e oportunidade de aprendizado. Que Deus o abençoe sempre.

Ao amigo Alípio, pelos trabalhos em comum e contribuições. Valeu, mano!

À CAPES, por financiar parte de meu doutorado.

À UFSJ, onde me iniciei como pesquisador, tendo retornado como professor. Minha morada!

A todos que de alguma forma contribuíram. Vocês fazem parte deste trabalho.

Aos amigos de toda a vida, por compreenderem as ausências decorrentes de muito trabalho.

Epígrafe

“I don't know anything, but I do know that everything is interesting if you go into it deeply enough.”

Richard Feynman.

*“- É pecado sonhar?
- Não, Capitu. Nunca foi.
- Então por que essa divindade nos dá golpes tão fortes de realidade e parte nossos sonhos?
- Divindade não destrói sonhos, Capitu. Somos nós que ficamos esperando, ao invés de fazer acontecer.”*

Dom Casmurro - Machado de Assis.

Sumário

Resumo	xiii
Abstract	xv
Lista de Tabelas	xvii
Lista de Figuras	xx
Lista de Símbolos	xxi
Lista de Abreviações	xxiii
1 Introdução	1
1.1 Objetivos	4
1.1.1 Objetivos específicos	4
1.1.2 Justificativa	5
1.2 Estrutura do texto	5
2 Revisão em Identificação e Controle de Sistemas	7
2.1 Introdução	7
2.2 Identificação de sistemas	8
2.2.1 Teste dinâmico e coleta de dados	8
2.2.2 Escolha da representação matemática	9

2.2.3	Determinação da estrutura do modelo	9
2.2.4	Estimação de parâmetros	10
2.2.5	Validação dos modelos	11
2.3	Modelos NARX	12
2.3.1	Modelos de Hammerstein	13
2.3.2	Agrupamento de termos	14
2.3.3	Pontos de equilíbrio em sistemas autônomos	15
2.3.4	Pontos de equilíbrio em sistemas não autônomos	16
2.3.5	Estabilidade de pontos de equilíbrio	16
2.3.6	Determinação de estruturas de modelos NARX	17
2.4	Controle de sistemas com histerese	20
2.5	Considerações do Capítulo	26
3	Condições Suficientes para Histerese em Modelos Polinomi-	
	ais	27
3.1	Introdução	27
3.2	Definições	28
3.3	Modelos auto regressivos para sistemas com histerese	31
3.3.1	Histerese em modelos ARX	32
3.3.2	Histerese em modelos NARX	34
3.3.3	Exemplos numéricos - histerese em modelos auto re-	
	gressivos	38
3.3.4	Determinação de estruturas	42
3.4	Considerações do Capítulo	44
4	Exemplos Numéricos	47
4.1	Introdução	47
4.2	Identificação de sistemas com histerese	47

4.2.1	Modelos NARX para histerese Bouc-Wen	48
4.2.2	Modelos NARX para histerese LuGre	58
4.3	Compensação de histerese utilizando modelo inverso	63
4.3.1	O sistema de Bouc-Wen para o MRD	63
4.4	Considerações do Capítulo	72
5	Considerações finais e propostas de continuidade	73
5.1	Introdução	73
5.2	Discussões	73
5.3	Perspectivas futuras	75
5.4	Publicações durante o Doutorado	78
A	Modelos Clássicos de Sistemas com Histerese	81
A.1	O Modelo de Bouc-Wen	81
A.2	O Modelo de LuGre	84
A.3	Determinação de Parâmetros	85
B	Modelos para o MRD em espaço de estados	87
B.1	Modelo de Bouc-Wen	87
B.2	Modelo de LuGre	89
C	Propriedade de memória não local	93
	Referências Bibliográficas	104

Resumo

Histerese é um fenômeno severamente não linear comumente encontrado em dispositivos eletromagnéticos e eletromecânicos, que envolvem efeitos de memória entre a saída e o histórico das variáveis do processo. Em sensores e atuadores eletromecânicos, tal efeito está relacionado à memória natural do comportamento inelástico, sendo a força restauradora dependente do histórico de deformação.

Devido a essa não linearidade, são comuns problemas em modelagem e controle de sistemas com histerese, os quais têm sido extensivamente estudados. No âmbito de modelagem, o modelo de Bouc-Wen é visto como um dos modelos clássicos, sendo utilizado ainda em pesquisas atuais. O modelo de LuGre proposto inicialmente para modelar fricção também pode ser utilizado neste contexto. Contudo, a utilização desses modelos em um cenário de controle antecipativo e compensação de histerese é complicada, uma vez que a obtenção da inversa do modelo não é direta. Neste sentido, modelos autorregressivos polinomiais surgem como uma alternativa viável, uma vez que sua utilização em um cenário de compensação de histerese é relativamente fácil. Porém, a ocorrência de histerese nessa classe de modelos é algo ainda não bem explicado. Nesta tese são apresentadas condições suficientes para a ocorrência de histerese em modelos polinomiais. Mostra-se que a utilização de multi funções da primeira diferença da entrada são condições suficientes para que isto ocorra.

Essas condições estão relacionadas aos pontos de equilíbrio do modelo, à função de excitação e a alguns agrupamentos de termos nos modelos polinomiais auto regressivos. Além disso, é proposta uma técnica auxiliar de detecção de estruturas para modelos de sistemas com histerese. Os resultados desta tese são utilizados na identificação e análise de modelos estimados a partir de dados produzidos por modelos de Bouc-Wen e de LuGre de amortecedores magneto-reológicos.

Palavras-chave: Sistemas com histerese, identificação de sistemas, modelos ARX/NARX, Bouc-Wen, LuGre.

Abstract

Hysteresis is a highly nonlinear phenomenon commonly found in electromagnetic and electromechanical devices which involve memory effects among the output and the history of the process variables. In sensors and electromechanical actuators, this effect is related to the natural memory of inelastic behavior, being the restoring force dependent on the history of deformation.

Due to such severe nonlinearity, problems in modeling and control of systems with hysteresis are common and have been exhaustively studied. In the modeling context, the Bouc-Wen model is seen as one of the classic models, being still used in current research. The LuGre model, initially proposed for modeling friction is also used to model hysteresis. However, the use of these models in a feedforward control scenario is a hard task, since its inverse model is not easily obtained. In this sense, auto regressive polynomial models appear as a feasible alternative. However, the reason why there is hysteresis in such model is still not well explained. This thesis presents sufficient conditions for hysteresis in polynomial models. It is shown that using multi functions of the first difference of the input are sufficient to occur hysteresis in such models.

Such conditions are related to the model equilibria, to the forcing function and to certain term clusters in the polynomial models. Besides, a technique for structure selection based on term cluster is proposed in order to identify model structures for systems with hysteresis. The main results of this thesis are used in the identification and analysis of nonlinear models estimated from data produced by magneto-rheological damper (MRD) models (Bouc-Wen and LuGre model).

Keywords: Systems with Hysteresis, system identification, ARX/NARX models, Bouc-Wen, LuGre.

Lista de Tabelas

4.1	Parâmetros do modelo de Bouc-Wen - parte i	49
4.2	Parâmetros do modelo de Bouc-Wen - parte ii	49
4.3	Agrupamento de termos para o MRD (Bouc-Wen - parte i) . .	51
4.4	Agrupamento de termos para o MRD (Bouc-Wen - parte ii) . .	52
4.5	Tabela de índices RMSE para validação (Bouc-Wen)	53
4.6	Parâmetros do modelo de LuGre - parte i	59
4.7	Parâmetros do modelo de LuGre - parte ii	59
4.8	Agrupamentos de termos para o MRD (modelo de LuGre) . .	60
4.9	Tabela de índices RMSE para validação (LuGre)	60
B.1	Parâmetros do modelo de Bouc-Wen - parte i	88
B.2	Parâmetros do modelo de Bouc-Wen - parte ii	88
B.3	Parâmetros do modelo de LuGre - parte i	90
B.4	Parâmetros do modelo de LuGre - parte ii	90

Lista de Figuras

2.1	Modelo de Hammerstein	14
2.2	Controlador repetitivo e linear	24
3.1	Exemplo de curva de histerese $\mathcal{H}_t(\omega)$ e de sinal carga-descarga em tempo contínuo.	29
3.2	Exemplo de curva de histerese $\mathcal{H}_k(\omega)$ e de sinal carga-descarga em tempo discreto.	30
3.3	Exemplo de um modelo de Hammerstein.	34
3.4	Modelo SISO Hammerstein que utiliza um bloco NARX MISO.	37
3.5	Histerese em modelos ARX	39
3.6	Histerese em modelos NARX	40
3.7	Histerese assimétrica em modelos ARX/NARX	41
4.1	Modelo Bouc-Wen referência.	48
4.2	Critério de informação de Akaike (<i>AIC</i>)	53
4.3	Simulação do modelo - dados de validação um.	54
4.4	Curva de histerese do modelo - dados de validação um	54
4.5	Simulação do modelo - dados de validação dois	55
4.6	Curva de histerese do modelo - dados de validação dois	55
4.7	Loop principal de histerese do modelo	56
4.8	Curva de erro da Figura 4.3.	57
4.9	Curva de erro da Figura 4.5.	57
4.10	Validação 1 - Modelo de LuGre	61
4.11	Validação 2 - Modelo de LuGre	61
4.12	Testes de Correlação - LG	62
4.13	Testes de Correlação - LG (cont.)	63
4.14	Curva de erro da Figura 4.10.	64
4.15	Sistema de compensação proposto - Bouc-Wen	64

4.16	Seguimento de referência 1	66
4.17	Compensação da histerese - referência 1	67
4.18	Seguimento de referência 2	68
4.19	Compensação da histerese - referência 2	68
4.20	Seguimento de referência 3	69
4.21	Compensação da histerese - referência 3	69
4.22	Modelo NARX de um MRD sem a multi função	70
4.23	Compensação de um MRD sem a multi função	71
4.24	Compensação de histerese.	71
A.1	Exemplo de curva de histerese	82
A.2	Publicações e citações envolvendo Bouc-Wen.	84
A.3	Publicações e citações envolvendo LuGre.	85
C.1	Efeito de memória não local.	94

Lista de Símbolos

$\Omega_{y^p u^{m-p}}$	Agrupamento de termos;
$\Sigma_{y^p u^{m-p}}$	Coefficiente de agrupamento e termos;
\dot{x}	Derivada primeira de x ;
$\xi(k)$	Erro de modelagem;
\mathbb{Z}	Espaço dos números inteiros;
\mathbb{N}	Espaço dos números naturais;
\mathbb{R}	Espaço dos números reais;
\square	Fim de definição, prova, teorema e corolário;
F^ℓ	Função genérica com grau de não linearidade ℓ ;
$f(\cdot)$	Função matemática;
$-$	Indica valores estáticos;
\mathcal{H}	Estrutura limitante de histerese;
$\mathcal{H}_t(\omega)$	Laço de histerese em tempo contínuo;
$\mathcal{H}_k(\omega)$	Laço de histerese em tempo discreto;
T_s	Período de amostragem;
f_s	Frequência de amostragem;
n_y	Máximo atraso da saída y ;
n_u	Máximo atraso da entrada u ;

- Ψ Matriz de regressores;
- θ Vetor de parâmetros;
- $\hat{}$ Indica valores estimados;
- D Matriz Jacobiana;
- J Função custo;

Lista de Abreviações

AIC	Critério de informação de Akaike;
ARX	Modelo autoregressivo linear com entrada exógena;
ELS	Mínimos quadrados estendidos;
ERR	Taxa de redução de erro;
LS	Mínimos quadrados;
MA	Média móvel;
MACSIN	Modelagem, análise e controle de sistemas não-lineares;
MAPE	Erro médio absoluto percentual;
MERR	Taxa de redução de erro multi-objetivo;
MISO	Sistema com múltiplas entradas e uma saída;
MIMO	Sistema com múltiplas entradas e múltiplas saídas;
NARX	Modelo não-linear, auto-regressivo com entrada exógena;
NARMAX	Modelo não-linear, auto regressivo de média móvel e com entrada exógena;
PEM	<i>Prediction Error Minimization</i> ;
PID	Controlador Proporcional-Integral-Derivativo;
PPGEE	Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da UFMG;
PRBS	Sinal binário pseudo-aleatório;
RMSE	Raiz quadrada do erro médio quadrático;
SISO	Sistema com uma entrada e uma saída;
SRR	Taxa de redução de erro de simulação;
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais;

Introdução

“Desejo que você não tenha medo da vida, tenha medo de não vivê-la. Não há céu sem tempestades, nem caminhos sem acidentes. Só é digno do pódio quem usa as derrotas para alcançá-lo. Só é digno da sabedoria quem usa as lágrimas para irrigá-la. Os frágeis usam a força; os fortes, a inteligência. Seja um sonhador, mas una seus sonhos com disciplina, pois sonhos sem disciplina produzem pessoas frustradas. Seja um debatedor de ideias. Lute pelo que você ama.”

Augusto Cury

Histerese é um comportamento não linear encontrado comumente em atuadores, sensores, conexões mecânicas, servo motores eletromagnéticos e até mesmo em sistemas biomédicos que apresentam efeitos de memória entre a entrada e saída (Ismail et al., 2009; Aguirre et al., 2012). O comportamento histerético pode ser relacionado à memória natural do comportamento inelástico de sistemas, em que a força restauradora não depende somente da deformação instantânea, mas também de seu histórico e do histórico da entrada.

De acordo com Worden et al. (2007), problemas de modelagem encontrados em sistemas com histerese, como erros no seguimento de trajetória e ciclos limite, têm sido estudados extensivamente na ciência, mais especificamente na engenharia. Tal não linearidade traz desafios para a modelagem e o controle de mecanismos que requerem um alto grau de precisão e desempenho (Amthor et al., 2010; Sireteanu et al., 2012). Sendo assim, em busca de alternativas para melhor modelar e controlar tais sistemas, diferentes técnicas vêm sendo constantemente desenvolvidas, sendo estas baseadas ou não em modelos (Visintin, 1994; Hsu e Ngo, 1997; Kerschen et al., 2006; Gunnar et al., 2006; Zhang et al., 2009; De Moerlooze et al., 2010; Romano,

2010; Ding et al., 2011; Assimaki et al., 2011; Mohammadzaheri et al., 2012; Truong et al., 2013; Liu e Dinavahi, 2014).

Dentre os tipos de modelos matemáticos, destacam-se os modelos caixa-preta (MCP), caixa-branca (MCB) e caixa-cinza (MCC). Os modelos caixa-branca, como o nome sugere, são modelos obtidos inteiramente pelo conhecimento físico que se tem do processo envolvido. Em geral, seus parâmetros têm significado físico, de modo que os modelos representem adequadamente os sistemas (Garcia, 2013). Contudo, apesar de suas boas características, a modelagem caixa-branca frequentemente conduz a modelos complexos e de difícil obtenção, dificultando sua utilização em aplicações como compensação de histerese em controle antecipativo.

Alternativamente, a modelagem caixa-preta busca encontrar descrições matemáticas mais simples para os sistemas, baseando-se exclusivamente em dados experimentais coletados por meio de ensaios (Billings, 2013). Apesar de comumente se obter uma descrição simples, dificilmente se encontra nos parâmetros do modelo uma interpretação física do fenômeno modelado.

A modelagem caixa-cinza pode ser vista como um intermédio entre a modelagem caixa-branca e caixa-preta (Aguirre, 2007). A modelagem caixa-cinza busca construir o modelo utilizando, além de dados empíricos, alguma informação do processo que esteja disponível *a priori*.

Em se tratando de modelagem de sistemas com histerese, modelos caixa-cinza são bastante utilizados. Entre os modelos, cita-se o modelo fenomenológico de Bouc-Wen, proposto inicialmente por Bouc (Bouc, 1967) e estendido por Wen (Wen, 1976). Além do modelo de Bouc-Wen, destaca-se o modelo de LuGre (Canudas-de Wit et al., 1995), que surgiu originalmente para modelar comportamento de fricção, mas que também é utilizado para descrever histerese. Em ambos os casos os parâmetros são obtidos utilizando dados empíricos, ajustados caso a caso, geralmente utilizando uma técnica baseada em mínimos quadrados ou algoritmos genéticos.

Modelos como o de Bouc-Wen e o de LuGre representam bem sistemas com histerese e ainda são utilizados ainda em pesquisas atuais, como em (Padthe et al., 2006), (Ikhouane e Rodellar, 2007) e (Talatahari et al., 2012). Porém, a obtenção de um modelo inverso para compensação de histerese e controle antecipativo frequentemente se torna uma tarefa árdua. Além disso, a estimativa de parâmetros pode conduzir a modelos instáveis e não representativos, limitando a aplicabilidade desse tipo de modelo.

Além dos modelos de Bouc-Wen e LuGre, destacam-se outros modelos

também fenomenológicos utilizados para representar sistemas com histerese, como o modelo de Prandtl-Ishlinskii (Ang et al., 2007; Janaideh et al., 2008), modelo de Preisach (Ge e Jouaneh, 1996; Li e Tan, 2005) e até mesmo modelos que utilizam equações diferenciais de ordem fracionária (Zhu e Zhou, 2012). Ainda assim, a utilização desses modelos para controle nem sempre é viável, levando à busca de alternativas para obtenção de modelos para caracterização e controle de sistemas com histerese.

A modelagem caixa-preta (MCP), conforme relatado anteriormente, busca construir o modelo baseado nos dados experimentais coletados do sistema a ser modelado. Nesse contexto podem-se citar as representações NARX (do inglês *Non-linear Auto-Regressive model with eXogenous input*) (Leontaritis e Billings, 1985a,b) e Redes Neurais Artificiais (Hopfield, 1982) (RNA), como duas classes de modelos caixa-preta. No âmbito da modelagem da histerese, modelos NARX polinomiais se mostram capazes de representar o laço de histerese, como mostrado em (Leva e Piroddi, 2002), onde se realizou a modelagem de um amortecedor magneto-reológico. Porém, tal modelo possui regressores de décima potência, elevando em muito o grau de não linearidade requerido na modelagem. Além disso, os autores não explicitam o motivo pelo qual o modelo apresenta histerese, tampouco os regressores suficientes para que tal comportamento ocorra. Du et al. (2006) mostraram que redes neurais artificiais (RNA) são capazes de reconstruir o comportamento apresentado pelo modelo de Bouc-Wen, durante o processo de modelagem de um sistema com histerese, aliando eficiência à simplicidade de obtenção do modelo, o qual possui estrutura bastante complexa.

Ainda sobre MCP, Leva e Piroddi (2002) reportam que a etapa de determinação de estrutura é decisiva na identificação de sistemas com histerese. Nesse sentido, embora a taxa de redução de erro (ERR - *Error Reduction Ratio* (Korenberg et al., 1988)) tenha sido utilizada com sucesso em muitas aplicações (Boynton et al., 2011; Nepomuceno et al., 2007; Billings e Wei, 2005), algumas de suas deficiências podem ser identificadas (Aguirre e Billings, 1994; Piroddi, 2008). Para o caso de sistemas com histerese, fenômeno quase-estático (Ikhouane e Rodellar, 2007), a utilização exclusiva da ERR para obtenção da estrutura não funciona de modo adequado, como será mostrado nesta tese. Dessa forma, utiliza-se aqui análise em estado estacionário em modelos polinomiais auto regressivos para obtenção de modelos para sistemas com histerese, a qual faz uso de conceitos de agrupamento de termos para selecionar a estrutura de modelos autorregressivos polinomiais.

Neste documento, é apresentada uma técnica alternativa de determinação de estruturas utilizando coeficiente de agrupamentos e agrupamento de termos, como forma de obtenção de estrutura de modelos para sistemas com histerese. Além disso, mostram-se matematicamente quais são as condições suficientes para que um modelo polinomial ARX ou NARX produza histerese, além de explicar as razões pelas quais o laço de histerese existe no plano entrada-saída. Mostra-se que modelos autorregressivos simples, compostos por poucos regressores, são capazes de reproduzir laços de histerese, apenas escolhendo de forma adequada os regressores de entrada. A utilização desses modelos em um cenário de compensação de histerese antecipativo também é abordada neste trabalho.

1.1 Objetivos

O principal objetivo da tese consiste em desenvolver uma metodologia para definir estruturas de modelos polinomiais que possam reproduzir comportamento histerético, e investigar a pertinência de sua posterior utilização em técnicas de identificação e compensação de histerese. Justificar, do ponto de vista teórico e matemático, a suficiência de inclusão de determinados agrupamentos no modelo, de modo que o mesmo possa apresentar histerese.

1.1.1 Objetivos específicos

Especificamente, têm-se como objetivos neste trabalho:

1. Contribuir com a modelagem de sistemas com histerese por meio de modelos NARX polinomiais, propondo uma metodologia para tal classe de sistemas;
2. Trabalhar com determinação de estruturas de modelos autorregressivos polinomiais, visando a representação de sistemas com histerese;
3. Identificar agrupamentos de termos e regressores suficientes para modelar sistemas com histerese, usando agrupamento de termos como ferramenta auxiliar na determinação de estrutura;
4. Estabelecer uma relação entre a estrutura de um modelo NARX, seu comportamento em estado estacionário e sua capacidade de representar laços de histerese.

5. Verificar, ainda que de maneira preliminar, a possibilidade de utilização do modelo identificado em um cenário de compensação de histerese.

1.1.2 Justificativa

A abordagem proposta pode ser justificada uma vez que as principais técnicas de identificação de sistemas não lineares presentes na literatura apresentam dificuldades em obter sistematicamente bons modelos para sistemas com histerese (Leva e Piroddi, 2002). Outras vezes, por não conhecer a influência de cada agrupamento de termo na representatividade do laço de histerese, propõem-se modelos de grau de não linearidade bastante elevado para emular um determinado tipo de comportamento, como o caso apresentado em (Du et al., 2006). Assim, a identificação da contribuição de cada agrupamento na composição do laço de histerese é de suma importância, pois torna viável a obtenção de modelos simples e capazes de reproduzir esse comportamento em muitos casos.

1.2 Estrutura do texto

Para uma melhor organização, dividiu-se o texto em cinco principais capítulos. O Capítulo 2 apresenta uma breve revisão bibliográfica acerca das principais técnicas de identificação e controle de sistemas com histerese. No Capítulo 3 são apresentados os procedimentos implementados para modelagem de sistemas com histerese, utilizando conceitos de agrupamentos de termos. São apresentadas algumas definições utilizadas no texto. Mostram-se matematicamente quais são as condições suficientes para a ocorrência de histerese em modelos polinomiais ARX e NARX, destacando as razões pelas quais um modelo é capaz de produzir histerese, confinada pela *estrutura limitante de pontos de equilíbrio*, um conceito introduzido na tese. Ainda no Capítulo 3, são propostas técnicas para obtenção de estruturas de modelos para sistemas com histerese, além da utilização desses modelos em um cenário de compensação de histerese.

Os exemplos de aplicação da proposta apresentada no Capítulo 3 são apresentadas no Capítulo 4. Utiliza-se desde exemplos numéricos ARX e NARX até sistemas-referência de Bouc-Wen e LuGre para teste das técnicas de modelagem e compensação propostas nesta tese.

Os principais comentários e considerações finais, bem como as propostas de continuidade de trabalho são apresentadas no Capítulo 5. No mesmo capítulo também são revistas as principais contribuições do trabalho e sugeridas perspectivas de pesquisas em âmbito de modelagem e controle de sistemas com histerese.

O Apêndice A apresenta modelos clássicos de sistemas com histerese. São apresentados os modelos de Bouc-Wen e de LuGre, utilizados no contexto deste trabalho. Em seguida é mostrada no Apêndice B a representação em espaço de estados para modelos de Bouc-Wen e LuGre de amortecedores magneto reológicos. Por fim, o Apêndice C apresenta a propriedade de memória não local, presente em alguns modelos e sistemas com histerese.

Revisão em Identificação e Controle de Sistemas

“Reconheço e confesso minha excessiva ousadia, sendo ignorante das Sagradas Letras, ao querer meter-me a explicar os sentidos de tão alta contemplação. Mas, assim como minha total submissão ao julgamento de meus superiores pode me fazer desculpar, assim também o que se segue do versículo já explicado: “O testemunho do Senhor é fiel, comunicando a Sabedoria aos pequeninos” me deu esperança de que é possível que a infinita benignidade de Deus possa endereçar à pureza de minha mente um raio mínimo de sua graça pela qual me aclare algum dos escondidos sentidos de suas palavras.”

Galileu Galilei na obra *Ciência e Fé*, p. 46.

2.1 Introdução

Este capítulo apresenta alguns dos principais conceitos de identificação e controle de sistemas com histerese, no que concerne desde a etapa de escolha de sinais para testes até a etapa de validação de modelos. São apresentados conceitos básicos sobre identificação de sistemas, utilizando modelos NARX polinomiais, bem como algumas de suas propriedades e técnicas de determinação de estruturas e parâmetros. Cada etapa do procedimento de identificação de sistemas é devidamente detalhada, servindo como base estrutural para o entendimento do restante da tese.

2.2 Identificação de sistemas

A identificação de sistemas é a área da ciência que busca encontrar uma descrição matemática para diferentes sistemas, baseando-se em dados experimentais coletados. *A posteriori*, os modelos podem ser utilizados para entendimento das principais características e controle de processos. Basicamente, o processo de identificação de sistemas se divide em cinco principais etapas (Ljung, 1987), a saber: i) teste dinâmico e coleta de dados; ii) escolha da representação matemática a ser utilizada; iii) determinação da estrutura do modelo; iv) estimação de parâmetros e v) validação do modelo. Nas subseções que seguem, cada uma destas etapas será descrita e detalhada, a fim de contextualizar o leitor em aspectos teóricos requeridos para o bom entendimento da tese.

2.2.1 Teste dinâmico e coleta de dados

Uma vez que os modelos são obtidos por meio de dados, é necessário que os mesmos sejam coletados do sistema a ser modelado. Além disso, a fim de facilitar o procedimento de identificação, é requerido que os dados sejam ricos em informações sobre o sistema, de modo a facilitar a extração das mesmas pelos algoritmos de identificação. Dessa forma, testes são executados de modo a obter dados para identificação e validação do modelo, separados em duas massas distintas. Nesta etapa, deve-se procurar minimizar os efeitos do ruído nos sinais coletados.

Assim, deve-se escolher apropriadamente o sinal da entrada, de modo que a saída possua as características do sistema a ser modelado. Para modelar a histerese de um sistema, tipicamente se aplica na entrada um sinal periódico com característica de carga e descarga, com amplitude variante no tempo. Como a histerese pode ser vista como um comportamento quase-estático (Ikhouane, 2011), comumente utiliza-se sinais de baixa frequência.

A seguir, faz-se necessária a coleta de dados do sistema. O período de amostragem (T_s) deve ser suficientemente curto, de modo que o sinal possa ser reconstruído *a posteriori*. De acordo com o teorema de Shannon (Shannon, 1949), para que o sinal possa ser reconstruído, a frequência de amostragem ($f_s = T_s^{-1}$) deve ser maior que duas vezes a maior componente de frequência do sinal original. Contudo, em situações práticas, essa frequência é de 5 a 10 vezes a maior componente de frequência do sinal (Aguirre, 2007). Técnicas

baseadas em correlação linear e não linear para a decimação do sinal também podem ser utilizadas para ajudar na escolha de T_s , como apresentado em (Aguirre, 1995).

2.2.2 Escolha da representação matemática

Na modelagem, uma importante questão é a escolha da representação matemática que deverá ser utilizado para modelar o comportamento de um sistema dinâmico (Aguirre et al., 1998). Dentre as representações matemáticas existentes, pode-se citar as representações NARX (Leontaritis e Billings, 1985a,b).

Em particular, modelos NARX polinomiais são bastante utilizados, pois permitem com relativa facilidade a incorporação de informações *a priori* de um sistema no modelo, bem como a extração de informações analíticas do modelo. Ademais, são capazes de descrever não linearidades inerentes a diferentes tipos de sistemas, utilizando modelos relativamente simples.

Pode-se, utilizando esta classe de modelos, incorporar informações que se tenha disponível *a priori* em etapas de determinação da estrutura ou dos parâmetros, como mostrado por (Nepomuceno, 2002) e (Martins et al., 2013b). Neste sentido, tendo em vista a necessidade de se representar histerese em um modelo matemático de um sistema, escolheu-se esta representação para ser utilizada nesta tese, buscando indicar ao modelo restrições que sejam suficientes para que o mesmo seja capaz de reproduzir os laços de histerese requeridos.

2.2.3 Determinação da estrutura do modelo

Pode ser considerada como a etapa mais difícil da identificação de sistemas. Fenômenos como sub ou sobre-parametrização podem ocorrer se a estrutura não for escolhida de forma adequada, degradando a representatividade do modelo. As principais técnicas da literatura usam procedimentos baseados em otimização mono-objetivo. A taxa de redução de erro (ERR - *Error Reduction Ratio* (Korenberg et al., 1988; Billings et al., 1989)), por exemplo, busca quantificar a contribuição de cada termo, ao explicar a variância do erro de modelagem. Aguirre (1994) mostra como coeficientes de agrupamentos podem ser utilizados como ferramenta auxiliar para redução do número de termos candidatos. Recentemente, Martins et al. (2013b) propu-

seram uma técnica multiobjetivo para determinação de estruturas de modelos lineares nos parâmetros. Nesta ocasião, além de dados dinâmicos, utiliza-se de outras informações do sistema que estejam disponíveis *a priori*.

Algumas vezes, quando mais de uma estrutura está disponível para um único sistema, torna-se uma etapa ainda mais complexa, uma vez que, dado um grau de incerteza definido pelo usuário, alguns modelos podem ser considerados estruturalmente equivalentes (Barbosa et al., 2015).

Para sistemas com histerese, Leva e Piroddi (2002) utilizam um algoritmo específico para obtenção do modelo, o qual possui grau de não linearidade dez para um sistema com histerese de Bouc-Wen. Apesar disto, os autores não mostram qual a influência de cada termo na estrutura do modelo para se compor os laços de histerese nem por qual razão o modelo proposto gera o laço de histerese. Destaca-se que, neste contexto, a ocorrência histerese está estritamente relacionada à estrutura do modelo, pois se alguns determinados agrupamentos de termos não forem escolhidos, o modelo se torna incapaz de reproduzir laços de histerese, independentemente dos parâmetros estimados pelo modelo, como será mostrado nesta tese.

2.2.4 Estimação de parâmetros

Uma vez determinada a estrutura do modelo matemático, deve-se determinar o valor de cada parâmetro associado a cada termo, responsável por quantificar sua contribuição e aproximar o modelo das diferentes características pertinentes ao sistema modelado. Estruturas NARX são lineares nos parâmetros, permitindo a utilização de técnicas baseadas em minimização do erro de predição (PEM - *Prediction Error Minimization*), como os mínimos quadrados, para estimação dos parâmetros. Técnicas alternativas, como os mínimos quadrados estendidos podem ser também aplicadas, a fim de se evitar a polarização no processo de estimação de parâmetros, as quais utilizam um modelo média móvel (MA) para o ruído.

Em um passado relativamente recente, Nepomuceno (2002) propôs um método baseado em mínimos quadrados para incorporar outras informações, que não somente proveniente de dados dinâmicos, na obtenção de parâmetros de modelos NARX polinomiais. Este tipo de técnica é vantajoso em casos onde os dados dinâmicos não são ricos o suficiente para obtenção do modelo ou quando se tem alguma informação adicional, externa aos dados dinâmicos, que se deseje inserir nos parâmetros do sistema.

No contexto de modelos de sistemas com histerese, a determinação de parâmetros desempenha um papel muito importante. Dada uma estrutura adequadamente selecionada e capaz de gerar um laço de histerese, tem-se que os parâmetros são responsáveis por determinar o tamanho e o formato dos laços principais e secundários, com será apresentado nesta tese.

2.2.5 Validação dos modelos

A etapa de validação de modelos é bastante ampla, e consiste em analisar se o modelo obtido corresponde ao sistema modelado, representado uma ou várias de suas características. Um determinado modelo pode ser representativo, considerando um determinado aspecto de um sistema e aplicação envolvida e não ser capaz de representar outras características de um sistema.

A validação de modelos é uma das etapas chave da identificação de sistemas, pois é o momento em que se decide se o modelo incorpora as principais características do sistema e, portanto, deve ser bem executada. Caso contrário, reformulações nas etapas anteriores devem ser feitas, de modo a buscar uma representação fiel ao sistema modelado.

Nesse sentido, modelos podem ser analisados, comparados e validados seguindo principalmente duas linhas de raciocínio: i) verificar se os modelos são válidos ou não para aquela determinada aplicação e ii) analisar se o modelo \mathcal{M}_1 é melhor que o modelo \mathcal{M}_2 , de acordo com um critério \mathcal{C} (Aguirre et al., 2006). Considerando o segundo item, pode-se analisar e comparar modelos utilizando índices como *RMSE* (raiz quadrada da média dos erros quadráticos, do inglês *Root Mean Squared Error*) e *MAPE* (erro médio absoluto percentual), para quantificar os resultados, ou comparar o desempenho dos modelos ao do sistema modelado.

Em casos de sistemas caóticos, outras características podem ser analisadas, como a inspeção visual de atratores, análise do maior expoente de Lyapunov, dimensão de correlação, localização e estabilidade de pontos fixos, simetria de atratores e seções de Poincaré.

Para validar modelos de sistemas com histerese, pode-se comparar a reconstrução dos laços de histerese, no que concerne desde o laço principal até laços secundários (Simmernacher et al., 2012). Outro fator que pode ser considerado para validar modelos com histerese é a dependência da taxa de variação do sinal de entrada. Modelos de sistemas com histerese independente da taxa devem, por exemplo, serem capazes de reconstruir o laço

de histerese até mesmo quando a frequência do sinal de entrada tenda para zero. Esse procedimento será usado posteriormente para validar os modelos obtidos neste trabalho.

2.3 Modelos NARX

Modelos NARX (*Nonlinear Autoregressive model with eXogenous input*) polinomiais descrevem sistemas não lineares por meio de equações de diferença, relacionando a saída atual com combinações das saídas e entradas passadas. Este tipo de modelo pode ser utilizado para problemas de controle onde o principal objetivo é encontrar uma descrição simples para o sistema. No caso de sistemas com histerese, a representação NARX polinomial pode ser útil, uma vez que os modelos obtidos podem ser facilmente invertidos e utilizados em uma arquitetura de controle com compensação de histerese. O modelo NARX pode ser representado como (Leontaritis e Billings, 1985a,b; Chen e Billings, 1989):

$$y_k = F^\ell[y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}, x_{k-1}, \dots, x_{k-n_x}], \quad (2.1)$$

em que y_k é a saída e x_k é a entrada exógena. n_y e n_x são os respectivos máximos atrasos. A função F^ℓ pode representar uma grande variedade de funções, incluindo funções lineares. Neste trabalho, F^ℓ é restrita a funções polinomiais de grau de não linearidade ℓ , $k = 1, \dots, N$, sendo $N \in \mathbb{Z}^+$ o número de passos discretos.

No caso particular em que F^ℓ é uma função polinomial, e portanto linear nos parâmetros, o modelo NARX polinomial pode ser expresso por meio de uma regressão linear, de modo que técnicas baseadas em mínimos quadrados possam ser utilizadas para a obtenção dos parâmetros, sendo:

$$y_k = \psi_{k-1}^T \hat{\theta} + \xi_k, \quad (2.2)$$

em que ψ_{k-1} é o vetor que inclui regressores até o instante $(k-1)$, inclusive e $\hat{\theta}$ os parâmetros estimados. Um modelo do tipo 2.2, tomado sobre uma massa de dados, gera restrições que podem ser apresentadas na forma de uma equação matricial por (Aguirre, 2007):

$$\mathbf{y} = \Psi\hat{\theta} + \xi, \quad (2.3)$$

em que \mathbf{y} é a saída do conjunto de dados de identificação e Ψ é a matriz de regressores.

Utilizando a tradicional técnica dos mínimos quadrados (um algoritmo da classe PEM - *Prediction Error Minimization*), os parâmetros podem ser estimados por:

$$\hat{\theta} = (\Psi^T \Psi)^{-1} (\Psi^T \mathbf{y}), \quad (2.4)$$

sendo Ψ a matriz de regressores, $\hat{\theta}$ o vetor de parâmetros estimados e \mathbf{y} a saída do conjunto de dados de identificação.

Técnicas alternativas como o mínimos quadrados estendidos podem ser utilizadas para obter os parâmetros, tendo como objetivo evitar a polarização na estimação de parâmetros em casos onde, por exemplo, há contaminação por ruído. Outras abordagens, como proposta em (Nepomuceno et al., 2007), permitem incluir características que sejam conhecidas *a priori*, no modelo do sistema.

2.3.1 Modelos de Hammerstein

Um modelo não linear utilizado para modelar sistemas dinâmicos é o modelo de Hammerstein. Esse modelo consiste da composição de uma função estática não linear $f(\cdot)$, seguida por um bloco dinâmico linear. Em sistemas de tempo discreto, o modelo de Hammerstein pode ser representado por (Aguirre, 2007):

$$\begin{aligned} X^*(z) &= f(X(z)) \\ Y(z) &= H(z)X^*(z), \end{aligned} \quad (2.5)$$

em que $f(\cdot)$ representa a função estática não linear, $Y(z)$ é a saída do sistema linear $H(z)$, submetido ao sinal intermediário $X^*(z)$.

No caso de sistemas de tempo discreto, a dinâmica linear pode ser representada por um modelo polinomial ARX (caso particular da Equação 2.1 considerando F^ℓ uma função polinomial linear), como mostra a Figura (2.1).

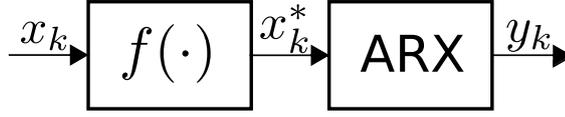


Figura 2.1: Modelo de Hammerstein.

2.3.2 Agrupamento de termos

Em regime permanente, as entradas e saídas de um modelo NARX polinomial assintoticamente estável podem ser expressas como (Aguirre e Mendes, 1996):

$$\begin{aligned} y_{k-1} &= y_{k-2} = \cdots = y_{k-n_y}, \\ x_{k-1} &= x_{k-2} = \cdots = x_{k-n_x}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Considerando F^ℓ uma função polinomial e substituindo a Equação (2.6) na Equação (2.1), tem-se (Aguirre e Billings, 1995b):

$$y_k = \sum_{n_1, n_m}^{n_y, n_x} c_{p, m-p}(n_1, \dots, n_m) \sum_{m=0}^{\ell} \sum_{p=0}^m y_{k-1}^p x_{k-1}^{m-p}, \quad (2.7)$$

sendo as definições de agrupamento de termos e coeficientes dos agrupamentos a seguir apresentadas:

Definição 2.3.1 (Agrupamento de termos). *Na Equação (2.7), o conjunto de termos do tipo $y_{k-1}^p x_{k-1}^{m-p}$, $m = 0, \dots, \ell$ e $p = 0, \dots, m$ é definido como o agrupamento de termos $\Omega_{y^p x^{m-p}}$.*

Definição 2.3.2 (Coeficientes dos Agrupamentos). *$\sum_{n_1, n_m}^{n_y, n_x} c_{p, m-p}(n_1, \dots, n_m)$ na Equação (2.7) são os coeficientes dos agrupamentos de termos $\Omega_{y^p x^{m-p}}$, para $m = 0, \dots, \ell$ e $p = 0, \dots, m$. O coeficiente do agrupamento $\Omega_{y^p x^{m-p}}$ é representado por $\Sigma_{y^p x^{m-p}}$.*

Todos os termos pertinentes a um mesmo agrupamento explicam o mesmo tipo de não linearidade do modelo. Tal conceito pode ser utilizado como ferramenta auxiliar na determinação de estruturas de modelos NARX polinomiais para modelar comportamento dinâmico (Aguirre, 1994; Aguirre e Billings, 1995b).

Se um dado agrupamento se anula ou tem seu sinal invertido à medida que os termos são sequencialmente incluídos, tem-se como um indicativo que aqueles termos não contribuem significativamente para a composição da dinâmica do modelo final, e tal agrupamento deve ser excluído do conjunto de termos candidatos. A histerese pode ser entendida como o comportamento quase-estático de um sistema (Ikhouane, 2011). Nesse sentido, é direta a relação entre conceitos sobre agrupamentos de termos e sua utilização como ferramenta auxiliar ao detectar estruturas de modelos para sistemas com histerese, como será proposto no Capítulo 3.

2.3.3 Pontos de equilíbrio em sistemas autônomos

Seja um modelo discreto autônomo definido por:

$$y_k = F^\ell[y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}], \quad (2.8)$$

em que y_k é a saída no instante k e F^ℓ é uma função polinomial de grau ℓ .

Os pontos de equilíbrio em um sistema discreto autônomo são os pontos tais que:

$$y_k = y_{k-i}, \forall i \in \mathbb{Z}^+. \quad (2.9)$$

Sistemas lineares apresentam um ponto de equilíbrio apenas ($y_k = 0$), enquanto que sistemas não lineares podem apresentar mais de um ponto de equilíbrio, em função do grau de não linearidade do sistema. Um sistema com grau de não linearidade ℓ na variável de saída y tem ℓ pontos de equilíbrio (Aguirre e Mendes, 1996).

Se F^ℓ for uma função polinomial não linear, os pontos de equilíbrio do modelo 2.8 podem ser obtidos pelas ℓ soluções da equação:

$$\Sigma_{y^\ell} y^\ell + \dots + \Sigma_{y^2} y^2 + (\Sigma_y - 1)y + \Sigma_0 = 0, \quad (2.10)$$

sendo Σ_0 o termo constante e $\Sigma_{(\cdot)}$ o coeficiente do agrupamento $\Omega_{(\cdot)}$.

2.3.4 Pontos de equilíbrio em sistemas não autônomos

Como mostrado na Seção 2.3.2, em regime permanente um modelo NARX polinomial, não autônomo, pode ser escrito como apresentado pela Equação 2.7. Considerando valores constantes de $x_k = \bar{x}$, $y_k = \bar{y}$, $\forall k$, essa equação pode ser reescrita em estado estacionário por:

$$\begin{aligned}
\Sigma_y \bar{y}^\ell + \sum_{m=\ell-1}^{\ell} [\Sigma_{x^{m-(\ell-1)}y^{\ell-1}} \bar{x}^{m-(\ell-1)}] \bar{y}^{\ell-1} + \dots \\
+ \sum_{m=p}^{\ell} [\Sigma_{x^{m-p}y^p} \bar{x}^{m-p}] \bar{y}^p + \dots \\
+ \sum_{m=1}^{\ell} [\Sigma_{x^{m-1}y} \bar{x}^{m-1} - 1] \bar{y} + \\
+ \sum_{m=1}^{\ell} \Sigma_{x^m} \bar{x}^m + \Sigma_0 = 0.
\end{aligned} \tag{2.11}$$

O procedimento para obtenção de pontos de equilíbrio em sistemas não autônomos consiste na obtenção das raízes da Equação (2.11). A principal diferença deste caso para o caso autônomo é que, para cada valor constante da entrada \bar{x} , podem ser obtidos até ℓ pontos de equilíbrio. Portanto, tem-se um mapeamento que leva a entrada constante \bar{x} a um ou mais valores para \bar{y} , sendo que os valores gerados por este mapeamento caracterizam a curva estática do modelo para o caso de pontos de equilíbrio reais e estáveis. Para levantar essa curva é importante poder determinar a estabilidade de pontos de equilíbrio, assunto a ser tratado na próxima seção.

2.3.5 Estabilidade de pontos de equilíbrio

A solução da equação 2.11 fornecerá o conjunto de pontos de equilíbrio, para uma dada entrada constante \bar{x} (Aguirre e Mendes, 1996). A estabilidade local do ponto de equilíbrio dependerá exclusivamente dos autovalores da matriz Jacobiana $D|_{\bar{y}, \bar{x}}$, avaliada no ponto de equilíbrio em consideração:

$$D|_{\bar{y}, \bar{x}} = \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \frac{\partial F^\ell}{\partial y_{k-p}} & \frac{\partial F^\ell}{\partial y_{k-p+1}} & \frac{\partial F^\ell}{\partial y_{k-p+2}} & \cdots & \frac{\partial F^\ell}{\partial y_{k-1}} \end{array} \right] \Big|_{y_k=\bar{y}, x_k=\bar{x}}, \quad (2.12)$$

sendo $F^\ell[\cdot]$ o lado direito da equação 2.1, para um dado valor de entrada constante \bar{x} . Se todos os autovalores de $D|_{\bar{y}, \bar{x}}$ tiverem módulo estritamente menor que um, o ponto de equilíbrio é assintoticamente estável. Se um ou mais autovalores de $D|_{\bar{y}, \bar{x}}$ estiver fora do círculo de raio unitário, o ponto de equilíbrio é instável.

2.3.6 Determinação de estruturas de modelos NARX

O máximo grau de não linearidade de modelos afeta a determinação de estruturas de modelos NARX. Isso pode ser observado, uma vez que a expansão do espaço de busca se dá de uma maneira muito rápida, de acordo com o aumento do grau de não linearidade e o máximo atraso dos regressores (Mendes e Billings, 2001).

No caso de sistemas com histerese, Leva e Piroddi (2002) obtiveram um modelo NARX polinomial para um amortecedor magneto-reológico, com grau de não linearidade dez. Portanto, nesse caso, é inerente o alto custo computacional, uma vez que o elevado grau de não linearidade conduz a um espaço de busca muito extenso.

Os fatores que influenciam o tamanho do espaço de busca são o grau de não linearidade e os máximos atrasos dos regressores de entrada e saída (ℓ , n_y e n_x , respectivamente). O aumento de qualquer uma destas grandezas provoca um aumento significativo na quantidade de termos candidatos. Estes, por sua vez, podem ser determinados pela seguinte expressão (Korenberg et al., 1988):

$$n_\theta = M + 1, \quad (2.13)$$

em que n_θ é o número de termos (de processo e de ruído) no modelo e

$$M = \sum_{i=1}^{\ell} n_i, \quad (2.14)$$

$$n_i = n_{i-1} \frac{(n_y + n_x + n_e + i - 1)}{i}, n_0 = 1. \quad (2.15)$$

em que n_y , n_x e n_e são os máximos atrasos dos termos de saída, entrada e modelo de ruído.

Devido ao aumento brusco do número de termos candidatos, tornam-se desejáveis técnicas para reduzir o espaço de busca, de modo a determinar quais regressores, se inclusos no modelo, melhoram sua representatividade. Nesse sentido, conhecimento *a priori* pode ser utilizado, de modo a eliminar alguns agrupamentos do conjunto de termos candidatos e, portanto, reduzir consideravelmente o espaço de busca (Aguirre, 1997).

Além disso, a escolha equivocada dos regressores pode causar fenômenos resultantes da sub ou sobre-parametrização do modelo (Aguirre e Billings, 1995a). Nesse contexto, por apresentar um grande número de termos candidatos, a busca por força bruta mostra-se por várias vezes inadequada e de alto custo computacional. Assim, apresentam-se a seguir duas das principais técnicas de determinação de estruturas de modelos NARX polinomiais, que geralmente são utilizadas simultaneamente para determinação de estruturas de modelos.

Determinação da estrutura via ERR

A taxa de redução de erro - ERR (do inglês *Error Reduction Ratio*) (Korenberg et al., 1988; Billings et al., 1989) é uma das técnicas utilizadas para determinação de estruturas de modelos NARX polinomiais. Tal técnica baseia-se no erro dinâmico de predição, associando cada termo candidato a um índice correspondente à contribuição na redução da variância do erro de modelagem ξ_k .

A fim de definir a taxa de redução de erro, considere o seguinte modelo do sistema:

$$y_k = \sum_{i=1}^{n_\theta} \hat{g}_i w_{i,k-1} + \xi_k, \quad (2.16)$$

em que \hat{g}_i indica cada elemento do vetor de parâmetros \hat{g} , w_i representa os regressores ortogonais sobre os dados, y representa os dados de saída, ξ o erro de modelagem, n_θ o número de parâmetros do modelo e N o tamanho da série.

A cada termo acrescentado ao modelo, a variância do erro de modelagem decresce. O fator de redução da variância devido à inclusão do i -ésimo termo pode ser normalizada em relação ao erro quadrático médio do sinal de saída. Deste modo, a taxa de redução de erro (ERR) devido a inclusão do i -ésimo regressor é (Korenberg et al., 1988; Billings et al., 1989):

$$[ERR]_i = \frac{(g_i^2 w_i^T w_i)}{y^T y}, \quad (2.17)$$

para $1 \leq i \leq n_\theta$.

A taxa de redução de erro pode ser utilizada para quantificar cada regressor, ou seja, qual a parcela de contribuição de cada regressor na redução da variância dos dados de saída. Embora o número de termos que devem ser inseridos no modelo não possa ser determinado por esta técnica, é suficiente, em um grande número de casos a utilização de uma técnica auxiliar, como o critério de informação de Akaike (AIC), a seguir apresentado.

Por fim, ressalta-se como um outro fator limitante da técnica a utilização exclusiva de dados dinâmicos para a quantificação da contribuição de cada regressor do modelo, nos casos em que o sistema não pode ser estimulado por uma entrada persistentemente excitante. Nesses cenários, técnicas alternativas de identificação se fazem necessárias, em que pode-se utilizar outras informações acerca do sistema que estiverem disponíveis (e.g. curva estática, pontos fixos), como nos trabalhos de (Nepomuceno, 2002; Nepomuceno et al., 2007; Barbosa, 2010). Sabe-se também que histerese é um fenômeno quase-estático. Assim, a utilização exclusiva de técnicas que utilizam apenas dados dinâmicos pode não ser adequada.

Ainda nesse sentido, Martins e colaboradores (2013) recentemente propuseram uma extensão multiobjetivo para a ERR (MERR - *Multiobjective Error Reduction Ratio*), em que outras informações, além de dados dinâmicos, podem ser utilizadas na determinação de estruturas. Na ocasião, os autores exemplificam a proposta pela identificação bi-objetivo, em que são considerados informações estáticas e dinâmicas de um conversor CC-CC buck para a obtenção do modelo NARX polinomial.

O critério de informação de Akaike - AIC

Critérios de informação são procedimentos que podem ser utilizados para se estimar o número de termos que devem ser incluídos no modelo, de forma que o mesmo represente o sistema modelado. Um critério de informação frequentemente utilizado é o critério de informação de Akaike, que quando aplicado em conjunto com a ERR (que classifica os termos de modo hierárquico), pode fornecer um modelo, baseado em dados dinâmicos, para representar um sistema.

De acordo com o AIC, o número ideal de termos de um modelo é aquele que minimiza a função custo J_{AIC} (Akaike, 1974):

$$J_{AIC} = N \log(\text{var}[\xi_k]) + 2n_\theta, \quad (2.18)$$

em que N é o tamanho da série temporal dos dados de identificação, n_θ o número de parâmetros do modelo e $\text{var}[\xi_k]$ é a variância dos resíduos. O resultado obtido pelo AIC pode ser visto como um número *ótimo* de termos que devem ser inseridos no modelo.

2.4 Controle de sistemas com histerese

Nessa seção serão apresentadas algumas técnicas de controle de sistemas com histerese presentes na literatura. Destaca-se que a maior parte das técnicas desenvolvidas diferem entre si, basicamente, no tipo de modelo utilizado no controlador antecipativo e como os mesmos são utilizados a fim de compensar o efeito histerético do sistema (Ru et al., 2009), além da técnica de controle utilizada no controlador do ramo de realimentação, a qual busca aumentar a exatidão do seguimento de trajetória. Enfatiza-se que serão apresentadas técnicas desenvolvidas e publicadas em trabalhos com um elevado número de citações, publicações recentes e distribuídas ao longo dos últimos vinte anos.

O artigo de Tao e Kokotovic (1995) foi publicado originalmente no periódico *IEEE Transactions on Automatic Control*. De acordo com o banco de dados *ISI - Web of Knowledge*, o presente artigo foi citado um total de 322 vezes, desde sua publicação, em 1995, até o dia 21/04/2015.

O artigo propõe técnicas de modelagem e controle de plantas com dinâmicas lineares, conhecidas ou não, precedidas por uma característica histerética desconhecida *a priori*. Os autores obtêm um modelo inverso para a carac-

terística de histerese, o qual é posto em cascata com o sistema a fim de contrabalançar o efeito histerético. Por se tratar de uma planta com histerese desconhecida *a priori*, a estimação dos parâmetros é feita de modo adaptativo, sendo os mesmos atualizados de forma online.

No que se refere à modelagem de sistemas com histerese, é ressaltado pelos autores que a maior parte dos modelos para sistemas com histerese apresentam muitas dificuldades em sua utilização para controle, uma vez que a obtenção de sua característica inversa é um fator complicador nesse cenário. Desse modo, é proposto um modelo afim por partes, com parâmetros adaptativos, a fim de aproximar a característica histerética, a qual é parcialmente compensada quando o modelo é colocado em cascata com o sistema.

As constantes que parametrizam o modelo ($m_t, c_t, m_b, c_b, m_r, c_r, m_l, c_l$) são atualizadas de maneira online, baseadas na informação contida nos dados de saída, compondo um modelo caixa-preta adaptativo.

O modelo envolve muitos parâmetros que são adaptados online conforme a evolução do sistema, não descrevendo por completo o ciclo de histerese. Desse modo, o modelo exige uma constante atualização dos parâmetros, feito de modo online, para que o controlador possa funcionar adequadamente e exigindo, por consequência, um tempo inicial até que o controlador opere de modo satisfatório. Entretanto, a simplicidade construtiva do modelo e sua fácil inversão faz com que sua utilização seja apropriada em um cenário de controle antecipativo, buscando compensar o efeito histerético pelo modelo inverso.

Os autores estudaram o desempenho de cinco controladores distintos aplicado a sistemas com histerese desconhecida e dinâmica linear, a saber:

- um controlador linear fixo, sem a utilização do modelo inverso da curva de histerese;
- um controlador linear adaptativo, sem a utilização da característica inversa do modelo no controle;
- um controlador linear fixo, considerando um modelo inverso pouco preciso da característica de histerese;
- um controlador linear fixo, considerando um modelo inverso de histerese adaptativo e
- um controlador linear adaptativo, considerando um modelo inverso de histerese adaptativo.

Os resultados obtidos pelos autores mostram que a utilização exclusiva do controlador linear, fixo ou adaptativo no rastreamento de trajetórias não resulta em um desempenho satisfatório, apresentando um elevado erro de seguimento. A inserção de um modelo inverso de histerese, ainda que não adaptativo e, a princípio não muito representativo, reduz consideravelmente o erro de seguimento, quando utilizado em conjunto com um controlador linear, adaptativo ou não. Ademais, é ressaltado que um bom modelo inverso (adaptativo) da característica de histerese da planta faz com que o desempenho do rastreamento melhore significativamente.

Para a técnica proposta pelos autores, o esforço de controle é claramente reduzido e mais suave quando da utilização de um modelo para representar a característica inversa da histerese do sistema. Além disso, a utilização de modelos inversos para controle de sistemas com histerese faz com que o erro de seguimento tenda para zero ao longo do tempo.

Apesar do controlador seguir o trajetória proposta, a técnica apresentada tem como principal desvantagem a necessidade de se re-estimar os parâmetros do modelo e do controlador por meio de um processo iterativo e adaptativo. Tal abordagem, quando da aplicação em tempo real, pode ser inapropriada, devido ao alto custo computacional. Além disso, há de se ressaltar que o desempenho inicial do sistema de controle, até sua convergência, apresenta erros no seguimento de trajetórias.

Um outro trabalho analisado é o artigo de Ge e Jouaneh (1996), publicado em *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. É um artigo que, de acordo com a base de dados *ISI - Web of Knowledge* foi citado até 21/04/2015 um total de 420 vezes.

De modo análogo ao artigo anterior, os autores utilizam um modelo inverso da característica de histerese em um controlador antecipativo para compensar a histerese, associado a um controlador por realimentação PID, responsável por melhorar o desempenho do controlador, visto como um todo, em um problema de seguimento de trajetórias senoidais. Uma das diferenças entre os trabalhos se dá no tipo de controlador utilizado na realimentação e no tipo de modelo inverso de histerese utilizado. No trabalho de (Ge e Jouaneh, 1996), utilizou-se o modelo de memória não local de Preisach para se estimar a característica inversa de histerese do sistema - um atuador piezocerâmico. O controlador PID foi sintonizado utilizando o método de Ziegler-Nichols.

Na arquitetura apresentada, o modelo inverso de histerese de Preisach é utilizado para obter uma parcela do sinal de controle, responsável por

compensar a característica histerética do sistema. No ramo de realimentação, o deslocamento desejado é comparado com o deslocamento medido e o sinal de erro utilizado para alimentar o controlador PID. Tal controlador computa a componente adicional de controle a ser enviada ao atuador.

Os autores verificaram o desempenho dos controladores operando de modo independente, um por vez, e quando utilizados em conjunto. Mais uma vez o controlador antecipativo implementado utilizando o modelo inverso da histerese teve desempenho superior ao controlador PID. Porém, a associação dos dois controladores apresentou um erro de seguimento de trajetória ainda inferior.

Uma característica positiva do trabalho apresentado é a utilização, com êxito, de um controlador linear no seguimento de trajetória, aplicado a sistemas com histerese, quando a histerese é compensada por modelo inverso. Porém, a obtenção do modelo inverso para histerese não é direta, envolvendo cálculo de inversa de funções integrais.

Além disso, a técnica proposta é aplicável somente no rastreamento de sinais de referência cíclicos com amplitude constante. Isto se justifica uma vez que a alta complexidade estrutural do modelo de Preisach faz com que a aproximação de seu modelo inverso seja válida apenas neste contexto. Os autores ratificam a necessidade de obter modelos globais, de fácil inversão (uma das propostas desta tese), para serem utilizados em cenários de controle como o proposto por eles.

O trabalho de Shan e Leang (2012), publicado em *Automatica*, é a seguir analisado por ser um artigo publicado relativamente recente em um veículo bem conceituado na área.

Ainda que com a diferença temporal de quase vinte anos quando comparado aos demais, os autores também utilizam o conceito de modelo inverso para compensar a característica de histerese, a fim de projetar um controlador para o sistema. A principal contribuição se dá na maneira como o modelo é obtido - a partir de um modelo de Prandtl-Ishlinskii e no projeto do controlador, em que se utiliza um controlador repetitivo (RC) para rastreamento de trajetórias periódicas.

O modelo de Prandtl-Ishlinskii, similarmente ao modelo de Bouc-Wen (Wen, 1976), é um modelo fenomenológico, e foi escolhido pelos autores pela habilidade de implementação em tempo real. Quando o efeito histerético é suficientemente grande a ponto de interferir na qualidade do controlador repetitivo, um controlador antecipativo, que utiliza um modelo Prandtl-Ishlinskii,

é incluído no sistema de controle, a fim de compensar esse efeito.

O controlador repetitivo é um controlador que, em geral, apresenta desempenho em regime transitório não satisfatório, razão a qual é frequentemente utilizado em conjunto com outro controlador, cuja característica seja a rapidez na resposta dinâmica. Controladores repetitivos são controladores os quais apresentam um gerador de sinais periódicos, a fim de eliminar o erro em regime permanente. Em sistemas de tempo discreto, tal controlador pode ser implementado utilizando-se um bloco de atraso com realimentação positiva.

A técnica apresentada é eficiente no controle de sistemas lineares, quando os mesmos não apresentam histerese. Contudo, um sistema com tal não linearidade pode fazer com que haja uma deterioração de até 20% no desempenho do controlador (Shan e Leang, 2012). Desse modo, os autores propuseram um adendo ao sistema de controle repetitivo que fosse capaz de cancelar o efeito de histerese, por meio de compensação via modelo inverso de Prandtl-Ishlinskii. O desempenho do modelo histerético, mediante excitação senoidal na entrada, comparado à saída histerética do sistema é satisfatório e fiel. Foram utilizadas excitações senoidais e triangulares na entrada, com diferentes frequências.

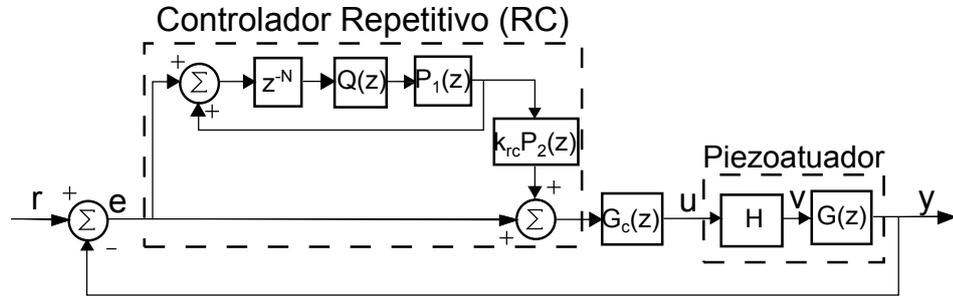


Figura 2.2: Estrutura de um controlador repetitivo, aplicado em conjunto com um controlador linear em um sistema que apresente histerese. Adaptado de (Shan e Leang, 2012). $Q(z)$, $P_1(z)$, $P_2(z)$, $G_c(z)$ e $G(z)$ são funções de transferência em z . N e k_{rc} são constantes e H representa o laço de histerese do sistema controlado.

A Figura 2.2 apresenta a aplicação de um controlador repetitivo e PI, em um sistema que apresente histerese. A técnica proposta pelos autores inclui um operador inverso de histerese em um bloco anterior ao bloco H , que representa a histerese do sistema. Desse modo, o sistema de controle é composto por um controlador repetitivo, um controlador linear PI e um compensador

histerético composto por um modelo inverso de Prandtl-Ishlinskii.

O desempenho do controlador PI (Proporcional-Integral) melhora quando da utilização do modelo inverso para compensação da histerese, uma vez que o erro máximo é reduzido de 13,7% para 12,0%. O valor RMS do erro também é reduzido quando da compensação da histerese pelo modelo. Por fim, a estrutura apresentada composta pelos controladores $PI + RC + H^{-1}$ (Proporcional - Integral + Controlador Repetitivo + Compensador utilizando o modelo inverso) apresenta desempenho superior em relação à não utilização do modelo inverso de histerese ($PI + RC$), por reduzir o erro máximo (de 4,5% para 3,9%) e RMS (de 1,6% para 1,38%). Além disso, a utilização do compensador da histerese pelo modelo também acelera a taxa com que o erro de seguimento converge para um valor específico (de 4,2s para 3,6s).

O trabalho dos autores mostra mais uma vez a importância da utilização do modelo inverso na compensação da curva de histerese em problemas de seguimento de trajetórias de sistemas com histerese. A adição da inversa da histerese, forçando a linearização de tal comportamento, faz com que o erro de seguimento convirja mais rapidamente, além de reduzir seu valor máximo e RMS. Porém, os autores não verificaram o desempenho do sistema de controle para seguimento de trajetórias aperiódicas e com diferentes amplitudes, o que pode ser uma deficiência do sistema de controle proposto.

Por fim, analisa-se o artigo de Chen e colaboradores, (2013), publicado em *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. O trabalho de Chen et al. apresenta o desenvolvimento de um modelo matemático para histerese, baseado no modelo de Prandtl-Ishlinskii. Contudo, a abordagem se difere no fato que o modelo tradicional de Prandtl-Ishlinskii apresenta comportamento histerético simétrico, de modo que no presente artigo tal modelo é modificado a ponto de representar também características histeréticas assimétricas em relação à origem.

Baseado no modelo, um controlador antecipativo é proposto, o qual visa a compensar o efeito de histerese no desempenho do sistema de controle. Além disso, um controlador por realimentação operando simultaneamente é utilizado, a fim de reduzir o erro de seguimento de trajetória.

O conceito de controle inverso, como denominado pelos autores, consiste em obter a característica inversa da não linearidade histerética e utilizá-la em um controlador antecipativo. Uma vez que a histerese do sistema (no caso, um atuador piezoelétrico) é contrabalançada pela do modelo, obtém-se um sistema linear, que pode ser controlado pelas técnicas tradicionais de

sistemas de controle.

O controlador por realimentação utilizado é simplesmente um controlador proporcional, que opera em conjunto com o controlador por realimentação implementado com a utilização da característica inversa do sistema com histerese, obtida pelo modelo de Prantdl-Ishlinksii modificado.

A presença do controlador antecipativo como forma de compensação da não linearidade histerética é responsável pela maior parcela na redução do erro de seguimento. Por outro lado, a adição do controlador linear no ramo de realimentação contribui para o ajuste fino, de modo a reduzir ainda mais o erro de seguimento das trajetórias propostas, minimizando o erro de seguimento para o cenário de controle proposto.

2.5 Considerações do Capítulo

Neste capítulo foram apresentados conceitos básicos sobre identificação de sistemas lineares e não lineares. A princípio, foram considerados conceitos básicos sobre identificação de sistemas por meio de modelos NARX polinomiais, bem como conceitos de estabilidade de modelos NARX e agrupamento de termos, necessários para o entendimento do procedimento apresentado no capítulo que segue. Cada etapa do procedimento de identificação de sistemas foi devidamente discutida e detalhada, servindo como base para o entendimento da teoria proposta no capítulo que segue nesta obra.

No próximo Capítulo são apresentadas as principais teorias desenvolvidas nesta tese para a obtenção de modelos de sistemas com histerese, em que se explica a suficiência em se incluir determinados agrupamento de termos no modelo, para que o mesmo produza o laço de histerese. Apresenta-se também a utilização de agrupamento de termos para seleção de estruturas de modelos de sistemas com histerese. Além disso, é discutida a utilização desses modelos em um cenário de compensação de histerese.

Condições Suficientes para Histerese em Modelos Polinomiais

“A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu, mas pensar o que ninguém ainda pensou sobre aquilo que todo mundo vê.”

Arthur Schopenhauer

3.1 Introdução

No Capítulo 2 foram apresentados alguns conceitos preliminares, além de uma revisão bibliográfica em identificação de sistemas e suas principais características e definições. Foram abordadas também algumas contribuições em controle de sistemas com histerese, as quais utilizam o conceito de compensação da histerese pelo modelo inverso.

Será apresentada no presente capítulo a teoria desenvolvida para modelagem e identificação de sistemas com histerese, utilizando modelos polinomiais auto regressivos. São propostas condições suficientes para que estes modelos apresentem histerese, bem como a maneira com a qual uma estrutura limitante de pontos de equilíbrio \mathcal{H} confina o laço de histerese. É proposto também um método para determinação de estrutura de modelos auto regressivos para sistemas com histerese, o qual utiliza o ERR e o conceito de agrupamento de termos apresentado no Capítulo 2. Além disso, é feita uma investigação preliminar sobre a utilização desses modelos em um cenário de compensação de histerese, de modo a contrabalançar a referida não linearidade.

A seguir serão apresentadas algumas definições, necessárias no desenvolvimento da teoria proposta. No final do capítulo, os principais pontos abor-

dados são retomados, de forma a preparar o leitor para a apresentação dos exemplos numéricos apresentados no Capítulo 4.

3.2 Definições

A seguir é apresentado um conjunto de definições que serão utilizadas ao longo do desenvolvimento deste capítulo.

Definição 3.2.1 (Sinal quasi-estático tipo carga-descarga de tempo contínuo). *Um sinal periódico de tempo contínuo x_t com período $T = (t_f - t_i)$ e frequência $\omega = 2\pi f$ é dito um sinal do tipo carga-descarga se x_t cresce monotonicamente de x_{\min} até x_{\max} , para $t_i \leq t \leq t_m$ (regime de carga) e decresce monotonicamente de x_{\max} até x_{\min} , para $t_m \leq t \leq t_f$ (regime de descarga). Se o sinal carga-descarga variar com $\omega \rightarrow 0$, o sinal é também definido como um sinal quasi-estático (Figura 3.1b).*

Definição 3.2.2 (Sinal quasi-estático tipo carga-descarga de tempo discreto). *Um sinal periódico x_k com período $N = (k_{f_2} - k_{i_1} + 1)$ e frequência $\omega = 2\pi/N$ é dito um sinal do tipo carga-descarga se x_k cresce monotonicamente de x_{\min} até x_{\max} , para $k_{i_1} \leq k \leq k_{f_1}$ (regime de carga) e decresce monotonicamente de x_{\max} até x_{\min} , para $k_{i_2} \leq k \leq k_{f_2}$ (regime de descarga). Se o sinal carga-descarga variar com $\omega \rightarrow \epsilon$, $0 < \epsilon \ll \omega_s/2$, em que ω_s é a frequência de amostragem, o sinal é também definido como um sinal quasi-estático (Figura 3.2b).*

Definição 3.2.3 (Laço de histerese em tempo contínuo $\mathcal{H}_t(\omega)$). *Seja x_t um sinal contínuo no tempo, do tipo carga-descarga, quase estático, aplicado a um sistema de tempo contínuo e seja y_t sua respectiva saída. Seja ainda $\mathcal{H}_t(\omega)$ uma curva fechada no plano $x_t - y_t$, cujo formato depende de ω . Se o sistema apresentar não linearidade histerética, $\mathcal{H}_t(\omega)$, será definida por:*

$$\mathcal{H}_t(\omega) = \begin{cases} \mathcal{H}_t(\omega)^+, & \text{para } t_i \leq t \leq t_m, \\ \mathcal{H}_t(\omega)^-, & \text{para } t_m \leq t \leq t_f, \end{cases} \quad (3.1)$$

em que $\mathcal{H}_t(\omega)^+ \neq \mathcal{H}_t(\omega)^-$, $\forall t \neq t_m$. $t_i \leq t \leq t_m$ corresponde ao regime de carga de x_t , enquanto que $t_m \leq t \leq t_f$ corresponde ao regime de descarga. $\mathcal{H}_t(\omega)^+$ corresponde à parte do laço formado no plano $x_t - y_t$ enquanto $t_i \leq$

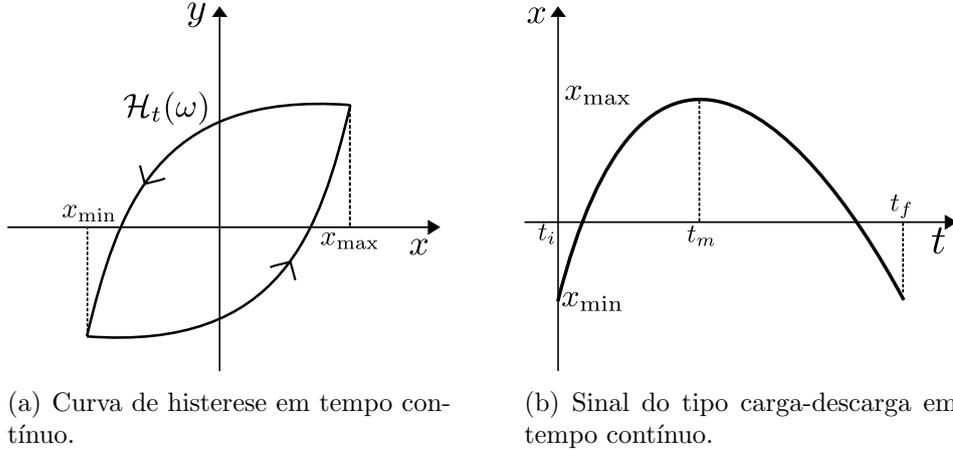


Figura 3.1: Exemplo de curva de histerese $\mathcal{H}_t(\omega)$ e de sinal carga-descarga em tempo contínuo.

$t \leq t_m$ (regime de carga de x_t) ao passo que $\mathcal{H}_t(\omega)^-$ é a parcela do laço formado no plano $x_t - y_t$ para $t_m \leq t \leq t_f$ (regime de descarga de x_t), como mostra a Figura 3.1a.

Definição 3.2.4 (Laço de histerese em tempo discreto $\mathcal{H}_k(\omega)$). *Seja x_k um sinal de tempo discreto do tipo carga-descarga, quase estático, aplicado a um sistema de tempo discreto e seja y_k sua respectiva saída. Seja ainda $\mathcal{H}_k(\omega)$ uma curva fechada no plano $x_k - y_k$, cujo formato depende de ω . Se o sistema apresentar não linearidade histerética, $\mathcal{H}_k(\omega)$ será definida por:*

$$\mathcal{H}_k(\omega) = \begin{cases} \mathcal{H}_k(\omega)^+, & \text{para } k_{i_1} \leq k \leq k_{f_1}, \\ \mathcal{H}_k(\omega)^-, & \text{para } k_{i_2} \leq k \leq k_{f_2}, \end{cases} \quad (3.2)$$

em que $\mathcal{H}_k(\omega)^+ \neq \mathcal{H}_k(\omega)^- \forall k \neq k_{f_1}, k \neq k_{i_2}$. $k_{i_1} \leq k \leq k_{f_1}$ corresponde ao regime de carga de x_k , enquanto que $k_{i_2} \leq k \leq k_{f_2}$ corresponde ao regime de descarga. $\mathcal{H}_k(\omega)^+$ corresponde à parte do laço formado no plano $x_k - y_k$ enquanto $k_{i_1} \leq k \leq k_{f_1}$ (regime de carga de x_k) ao passo que $\mathcal{H}_k(\omega)^-$ é a parcela do laço formado no plano $x_k - y_k$ para $k_{i_2} \leq k \leq k_{f_2}$ (regime de descarga de x_k), como mostra a como mostra a Figura 3.2a.

Observação 3.2.1. *Para sistemas de tempo contínuo sem histerese, $\mathcal{H}_t(\omega)^+ = \mathcal{H}_t(\omega)^- \forall t$, ou seja, a curva no plano $x_t - y_t$ será a mesma tanto para $t_i \leq$*

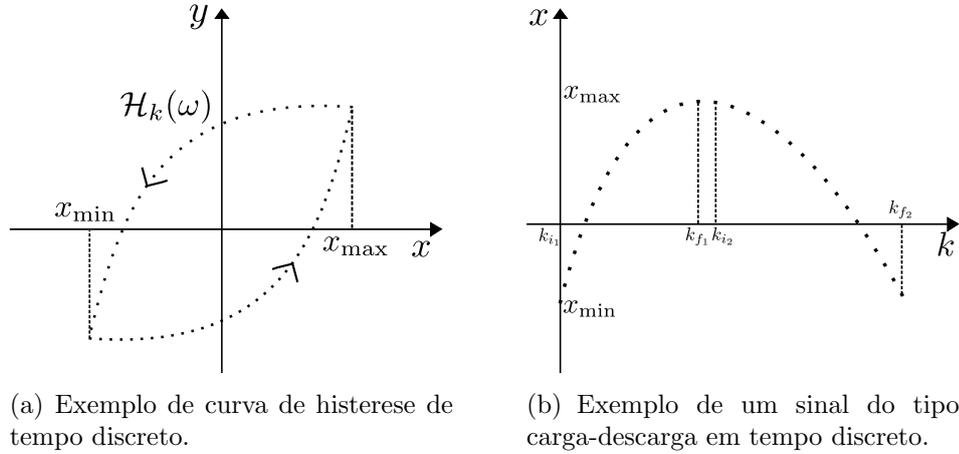


Figura 3.2: Exemplo de curva de histerese $\mathcal{H}_k(\omega)$ e de sinal carga-descarga em tempo discreto.

$t \leq t_m$ (regime de carga de x_t), quanto para $t_m \leq t \leq t_f$ (regime de descarga de x_t). Em sistemas de tempo discreto sem histerese, $\mathcal{H}_k(\omega)^+ = \mathcal{H}_k(\omega)^- \forall k$, seja para $k_{i1} \leq k \leq k_{f1}$ (regime de carga de x_k), ou para $k_{i2} \leq k \leq k_{f2}$ (regime de descarga de x_k).

Definição 3.2.5 (Histerese independente da taxa (*Rate-independent hysteresis - RIH*)). Seja x um sinal periódico de tempo discreto do tipo carga-descarga, quase estático, aplicado à entrada de um sistema de tempo discreto com histerese, representada por uma curva fechada $\mathcal{H}_k(\omega)$ no plano entrada-saída. $\mathcal{H} = \lim_{\omega \rightarrow 0} \mathcal{H}_k(\omega)$ é definida como a estrutura limitante da histerese. Se \mathcal{H} delimita o laço de histerese $\mathcal{H}_k(\omega)$, diz-se que o sistema apresenta histerese independente da taxa (*RIH - Figura 3.2*).

Observação 3.2.2. Como será mostrado a seguir, em caso de *RIH* para sistemas de tempo discreto, \mathcal{H} é formada por mais de um conjunto de pontos de equilíbrio que delimitam uma região no plano entrada-saída no qual o laço de histerese $\mathcal{H}_k(\omega)$ é observado. Há sistemas com histerese em que \mathcal{H} tenderá a um único conjunto de pontos de equilíbrio quando $\omega \rightarrow 0$. Em caso de histerese nestes sistemas, essa será referida como histerese dependente da taxa.

Definição 3.2.6 (Multi função). Seja $\phi(\cdot) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Seja ainda $\Delta x_k = x_k - x_{k-1}$. $\phi(\Delta x_k)$ é uma multi função se:

$$\phi(\Delta x_k) = \begin{cases} \phi_1, & \text{se } \Delta x_k > \epsilon; \\ \phi_2, & \text{se } \Delta x_k < \epsilon; \\ \phi_3, & \text{se } \Delta x_k = \epsilon; \end{cases} \quad (3.3)$$

sendo $\epsilon \in \mathbb{R}$, $\phi_1 \neq \phi_2 \neq \phi_3$. $\phi_i = f(x_k)$, $i = 1, 2, 3$. Para alguns tipos de sinais, $\Delta x_k \neq \epsilon$, $\forall k \in \mathbb{N}$, e o último valor em (3.3) não é utilizado.

Observação 3.2.3. Na Definição 3.2.6, ϕ_i , $i = 1, 2, 3$ podem assumir valores não simétricos com respeito à origem do eixo real. Nesse caso surgem multi funções assimétricas, o que, como será visto nos exemplos desta tese, conduzem à obtenção de modelos com laços assimétricos de histerese. Um exemplo de multi função assimétrica é:

$$\phi(\Delta x_k) = \begin{cases} x^2, & \text{se } \Delta x_k > 0; \\ x - 4, & \text{se } \Delta x_k < 0; \\ 0, & \text{se } \Delta x_k = 0. \end{cases} \quad (3.4)$$

Definição 3.2.7 (Função sinal). Uma multi função (Definição 3.2.6) comumente utilizada é a função $\text{sign}(\cdot) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x > 0; \\ -1, & \text{se } x < 0; \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases} \quad (3.5)$$

3.3 Modelos auto regressivos para sistemas com histerese

Nessa seção são apresentados os métodos utilizados para obter um modelo auto regressivo polinomial para representar um sistema com histerese. Serão apresentados conceitos que justifiquem a aparição de histerese em modelos polinomiais, lineares ou não, bem como propostos regressores suficientes em um modelo para que o mesmo apresente histerese.

Propriedade 3.3.1. Para um modelo, excitado por uma entrada quase-estática do tipo carga-descarga (Definição 3.2.2) produzir um laço de histerese

$\mathcal{H}_k(\omega)$ (Figura 3.2a), é suficiente que ele tenha ao menos um ponto de equilíbrio real e assintoticamente estável. A localização desse ponto de equilíbrio deve ser diferente para regime de carga e descarga.

A propriedade acima pode ser explicada baseando-se na natureza quase estática de um laço com histerese. Considerando um modelo com um ponto de equilíbrio assintoticamente estável cuja localização seja diferente para regimes de carga e descarga da entrada aplicada. Assim, quando a entrada quase estática estiver em regime de carga, a saída do modelo convergirá para a região na qual o ponto de equilíbrio assintoticamente estável está localizado. Em regime de descarga, a localização do ponto de equilíbrio assintoticamente estável se altera, de modo que a saída do modelo convirja para outra região, formando o laço de histerese no plano entrada-saída.

3.3.1 Histerese em modelos ARX

Modelos ARX são modelos auto regressivos definidos no caso particular em que F^ℓ é uma função polinomial linear (Equação 3.6):

$$y_k = F^\ell[y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}, x_{k-1}, \dots, x_{k-n_x}], \quad (3.6)$$

sendo y_{k-n_y} regressor com saída de atraso n_y e x_{k-n_x} regressor de entrada, de atraso n_x . A seguir serão apresentadas condições suficientes para que um modelo ARX apresente histerese no plano entrada-saída, confinada pela estrutura limitante de pontos de equilíbrio \mathcal{H} .

Proposição 3.3.1. *Dado um modelo ARX com ponto de equilíbrio assintoticamente estáveis, com uma entrada e uma saída (Equação 3.6), que também pode ser escrito como:*

$$y_k = \sum_{i=1}^p c_y^i y_{k-i} + \sum_{j=1}^q c_\phi^j \phi(\Delta x_{k-j}), \quad (3.7)$$

em que c_y^i e c_ϕ^j são parâmetros constantes e $\phi(\cdot)$ a função sinal. Se $\phi(\Delta x_k) = \text{sign}(x_k - x_{k-1})$, em que x_k é um sinal quase-estático do tipo carga-descarga (Definição 3.2.2) de frequência ω , haverá um laço de histerese $\mathcal{H}_k(\omega)$ no

plano $x - y$, confinado pela estrutura limitante \mathcal{H} definida pelo conjunto de equilíbrio do modelo.

Prova da Proposição (3.3.1). De acordo com a Propriedade 3.3.1, um modelo produz RIH se pelo menos um ponto de equilíbrio assintoticamente estável depender do regime da entrada. Uma vez que $\phi(\Delta x_k) = \text{sign}(x_k - x_{k-1})$, durante o regime de carga (descarga), $\phi(\Delta x_k)$ será uma constante $\bar{\phi}$, cujo valor dependerá de Δx_k . O ponto de equilíbrio da Equação (3.7) é dado por:

$$\bar{y}(\phi) = \begin{cases} \frac{\Sigma_\phi}{1 - \Sigma_y}, & \text{para } \bar{\phi} = 1 \text{ (carga);} \\ \frac{-\Sigma_\phi}{1 - \Sigma_y}, & \text{para } \bar{\phi} = -1 \text{ (descarga),} \end{cases} \quad (3.8)$$

sendo Σ_ϕ o coeficiente do agrupamento Ω_ϕ e Σ_y o coeficiente do agrupamento Ω_y .

Uma vez que a função sinal é uma multi função e embora o modelo ARX (Equação 3.8) tenha somente um ponto de equilíbrio, sua localização dependerá do regime de carga-descarga da entrada. Uma vez que, por definição, x_k é um sinal quase-estático do tipo carga-descarga, a primeira diferença irá satisfazer (veja Figura 3.2)

$$\Delta x_k = \begin{cases} > 0 & \text{se } k_{i_1} \leq k \leq k_{f_1}; \\ < 0 & \text{se } k_{i_2} \leq k \leq k_{f_2}. \end{cases} \quad (3.9)$$

Uma vez que é assumida a estabilidade assintótica do modelo, a saída convergirá a $\frac{\Sigma_\phi}{1 - \Sigma_y}$ em regime de carga de x_k e para $\frac{-\Sigma_\phi}{1 - \Sigma_y}$ em regime de descarga de x_k , formando portanto o laço $\mathcal{H}_k(\omega)$ no plano $x - y$. Ademais, o equilíbrio (Equação 3.8) é definido como a estrutura limitante \mathcal{H} . A saída do modelo não precisa alcançar o equilíbrio para formar $\mathcal{H}_k(\omega)$. \square

Corolário 3.3.1. *A utilização de uma multi função assimétrica fará com que a estrutura limitante de pontos de equilíbrio \mathcal{H} seja assimétrica, assim como a histerese $\mathcal{H}_k(\omega)$.*

Prova do Corolário 3.3.1. Neste caso, o equilíbrio do modelo (3.7) será dado por:

$$\bar{y}(\phi) = \begin{cases} \frac{\Sigma_\phi \bar{\phi}_1}{1 - \Sigma_y}, & \text{para carga;} \\ \frac{\Sigma_\phi \bar{\phi}_2}{1 - \Sigma_y}, & \text{para descarga.} \end{cases} \quad (3.10)$$

em que Σ_ϕ o coeficiente do agrupamento Ω_ϕ e Σ_y o coeficiente do agrupamento Ω_y e $\bar{\phi}_1, \bar{\phi}_2$ definidos pela multi função assimétrica.

Como neste caso $\bar{\phi}_1$ e $\bar{\phi}_2$ não são simétricos, a estrutura limitante \mathcal{H} que confina o laço de histerese também não será. Como $\mathcal{H}_k(\omega) \rightarrow \mathcal{H}$, quando $\omega \rightarrow 0$, a histerese produzida pelo modelo será assimétrica. \square

Observação 3.3.1. *Para que o modelo 3.7 apresente histerese, embora seja suficiente $\phi(\Delta x_k) = \text{sign}(x_k - x_{k-1})$, outras multi funções também podem ser utilizadas, cumprindo papel semelhante ao de alterar a localização do ponto de equilíbrio em função do histórico de x_k .*

Observação 3.3.2. *Se $\phi(\Delta x_k)$ é tomado como a entrada \tilde{x}_k , o modelo 3.7 se torna um modelo ARX. O laço de histerese $\mathcal{H}_k(\omega)$ é formado no plano $x - y$, e não no plano $\tilde{x}_k - y$.*

Observação 3.3.3. *Equação (3.7) pode ser interpretada como um modelo de Hammerstein (Figura 3.3).*

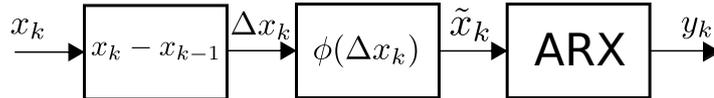


Figura 3.3: Exemplo de um modelo de Hammerstein.

Observação 3.3.4. *A estrutura limitante \mathcal{H} confina o laço de histerese $\mathcal{H}_k(\omega)$. À medida que a frequência do sinal de carga-descarga se tornar menor ($\omega \rightarrow \epsilon$, $0 < \epsilon \ll f_s/2$), o laço de histerese $\mathcal{H}_k(\omega)$ necessariamente convergirá à estrutura limitante de pontos de equilíbrio \mathcal{H} .*

3.3.2 Histerese em modelos NARX

De acordo com a Propriedade 3.3.1, para um modelo NARX polinomial produzir histerese, somente um ponto de equilíbrio assintoticamente estável é requerido, cuja localização dependa do histórico da entrada. Ou seja,

basta que o ponto tenha uma localização para o regime de carga e outra, distinta, para o regime de descarga. Deste modo os termos Ω_{y^p} , $p > 1$ serão automaticamente excluídos na análise que segue. Ademais, termos que envolvem potências de $\phi_k = \text{sign}(x_k - x_{k-1})$ podem ser desprezados, uma vez que potências da função sinal podem descaracterizar sua natureza multi função.

Proposição 3.3.2. *Dado um modelo NARX polinomial com pontos de equilíbrio assintoticamente estáveis:*

$$y_k = \Sigma_0 + \sum_{i=1}^p c_y^i y_{k-i} + \sum_{j=1}^q c_\phi^j \phi(\Delta x_{k-j}) + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q c_{y\phi}^{ij} y_{k-i} \phi(\Delta x_{k-j}), \quad (3.11)$$

em que Σ_0 , c_y^i , c_ϕ^j e $c_{y\phi}^{ij}$ são parâmetros constantes. Se $\phi(\Delta x_k) = \text{sign}(x_k - x_{k-1})$, em que x_k é um sinal quase-estático do tipo carga-descarga de frequência ω (Definição 3.2.2), haverá um laço de histerese $\mathcal{H}_k(\omega)$ no plano $x - y$, confinado pela estrutura limitante \mathcal{H} , a qual é definida pelo conjunto de equilíbrio do modelo.

Prova da Proposição (3.3.2). A prova segue o mesmo raciocínio da prova da Proposição (3.3.1). O equilíbrio da equação (3.11) é:

$$\bar{y}(\phi) = \begin{cases} \frac{\Sigma_\phi + \Sigma_0}{1 - \Sigma_y - \Sigma_{y\phi}}, & \text{para } \bar{\phi} = 1 \text{ (carga);} \\ \frac{-\Sigma_\phi + \Sigma_0}{1 - \Sigma_y + \Sigma_{y\phi}}, & \text{para } \bar{\phi} = -1 \text{ (descarga),} \end{cases} \quad (3.12)$$

sendo Σ_ϕ o coeficiente do agrupamento Ω_ϕ , Σ_0 o coeficiente do agrupamento constante (Ω_0), Σ_y o coeficiente do agrupamento Ω_y e $\Sigma_{y\phi}$ o coeficiente do agrupamento $\Omega_{y\phi}$.

Dado que o modelo possui pontos de equilíbrio assintoticamente estáveis, a saída convergirá para $\frac{\Sigma_\phi + \Sigma_0}{1 - \Sigma_y - \Sigma_{y\phi}}$ para x_k em carga e $\frac{-\Sigma_\phi + \Sigma_0}{1 - \Sigma_y + \Sigma_{y\phi}}$ quando x_k estiver em descarga, formando portanto o laço $\mathcal{H}_k(\omega)$. \square

Uma vez que histerese é um comportamento quase-estático (Ikhouane e Rodellar, 2007), este fenômeno é frequentemente modelado utilizando regressores de atraso unitário (Leva e Piroddi, 2002; Du et al., 2006). Neste caso, a matriz Jacobiana se torna $D = \partial f / \partial y_{k-1} = \Sigma_y + \Sigma_{y\phi} \phi$ e a estabilidade é

garantida se $-1 < \Sigma_y + \Sigma_{y\phi}\phi < 1$. Considerando o regime de carga-descarga de x_k , o domínio de validade para o laço de histerese é:

$$\begin{cases} -1 < \Sigma_y + \Sigma_{y\phi}\phi < 1; \\ -1 < \Sigma_y - \Sigma_{y\phi}\phi < 1. \end{cases} \quad (3.13)$$

Observação 3.3.5. Nas Proposições 3.3.1 e 3.3.2, o agrupamento de termos Ω_ϕ é diretamente responsável pela ocorrência de $\mathcal{H}_k(\omega)$. Sem este agrupamento, \mathcal{H} seria uma curva simples, independente do histórico da entrada, e não delimitaria uma região de área não nula no plano $x - y$, suficiente para ocorrência do laço de histerese RIH.

Observação 3.3.6. Além de Ω_ϕ , os outros regressores indicados na Equação (3.12) irão alterar \mathcal{H} e, portanto, o formato do laço de histerese, mas não irão interferir em sua ocorrência, uma vez que as condições estabelecidas na Proposição 3.3.2 ainda serão alcançadas.

Observação 3.3.7. Como será visto na Proposição 3.3.3, a utilização de mais entradas aumentará a liberdade do modelo e, portanto, da estrutura limitante. Neste caso, um conjunto de pontos de equilíbrio poderá existir para um único valor de x_k , em carga ou descarga.

Proposição 3.3.3. Considere um modelo NARX polinomial com pontos de equilíbrio assintoticamente estáveis, apresentado na Figura 3.4 e representado como

$$\begin{aligned} y_k = & \Sigma_0 + \sum_{i=1}^p c_y^i y_{k-i} + \sum_{j=1}^q c_\phi^j \phi(\Delta x_{k-j}) + \sum_{m=1}^r c_x^m x_{k-m} + \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q c_{y\phi}^{ij} y_{k-i} \phi(\Delta x_{k-j}) + \sum_{i=1}^p \sum_{m=1}^r c_{yx}^{im} y_{k-i} x_{k-m} + \\ & \sum_{j=1}^q \sum_{m=1}^r c_{\phi x}^{jm} \phi(\Delta x_{k-j}) x_{k-m} + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \sum_{m=1}^r c_{y\phi x}^{ijm} y_{k-i} \phi(\Delta x_{k-j}) x_{k-m} + \\ & \sum_{m_1=1}^r \sum_{m_2=m_1}^r c_{x^2}^{m_1 m_2} x_{k-m_1} x_{k-m_2} + \dots \\ & + \sum_{m_1=1}^r \dots \sum_{m_\ell=m_{\ell-1}}^r c_{x^\ell}^{m_1, \dots, m_\ell} x_{k-m_1} \dots x_{k-m_\ell} \end{aligned} \quad (3.14)$$

em que Σ_0 , c_y^i , c_ϕ^j , c_x^m , $c_{y\phi}^{ij}$, c_{yx}^{im} , $c_{\phi x}^{jm}$, $c_{y\phi x}^{ijm}$, $c_{x^2}^{m_1 m_2} \dots c_{x^\ell}^{m_1, \dots, m_\ell}$ são parâmetros constantes. Se $\phi(\Delta x_k) = \text{sign}(x_k - x_{k-1})$, em que x_k é um sinal quase-estático do tipo carga-descarga de frequência ω (Definição 3.2.2), haverá um laço de histerese $\mathcal{H}_k(\omega)$ no plano $x - y$, confinado pela estrutura limitante \mathcal{H} , a qual é definida pelo equilíbrio do modelo.

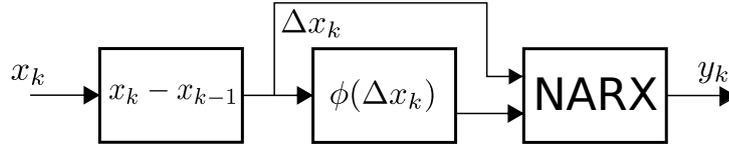


Figura 3.4: Modelo SISO Hammerstein que utiliza um bloco NARX MISO.

Prova da Proposição (3.3.3). A prova segue o mesmo raciocínio utilizado para prova das Proposições até aqui apresentadas. O equilíbrio da Equação (3.14) é:

$$\bar{y}(\phi, \bar{x}) = \begin{cases} \frac{\Sigma_\phi + \Sigma_0 + (\Sigma_{\mathbf{x}}\bar{x} + \Sigma_{\phi\mathbf{x}}\bar{x} + \Sigma_{\mathbf{x}^2}\bar{x}^2 + \dots + \Sigma_{\mathbf{x}^\ell}\bar{x}^\ell)}{1 - \Sigma_y - \Sigma_{y\phi} - (\Sigma_{\mathbf{y}\mathbf{x}}\bar{x} - \Sigma_{\mathbf{y}\phi\mathbf{x}}\bar{x})}, & \text{para carga;} \\ \frac{-\Sigma_\phi + \Sigma_0 + (\Sigma_{\mathbf{x}}\bar{x} - \Sigma_{\phi\mathbf{x}}\bar{x} + \Sigma_{\mathbf{x}^2}\bar{x}^2 + \dots + \Sigma_{\mathbf{x}^\ell}\bar{x}^\ell)}{1 - \Sigma_y + \Sigma_{y\phi} - (\Sigma_{\mathbf{y}\mathbf{x}}\bar{x} + \Sigma_{\mathbf{y}\phi\mathbf{x}}\bar{x})}, & \text{para descarga.} \end{cases} \quad (3.15)$$

em que $\Sigma_{(\cdot)}$ é o coeficiente do agrupamento $\Omega_{(\cdot)}$.

A estrutura limitante neste caso depende não somente de ϕ , mas também do valor estático da entrada \bar{x} . Portanto, a estrutura limitante será formada por dois conjuntos de valores (densos em termos de x), que dependerão da entrada. Uma vez que o modelo possui pontos de equilíbrio assintoticamente estáveis, a saída convergirá para o laço $\mathcal{H}_k(\omega)$ no plano $x - y$. Quanto menor for a frequência da entrada x_k , mais $\mathcal{H}_k(\omega)$ se aproximará da estrutura limitante \mathcal{H} .

A dependência da estrutura limitante com a entrada é uma consequência dos termos em negrito na equação 3.15. Isso mostra como o número de entradas e o tipo de regressores do modelo influenciam o formato da estrutura limitante \mathcal{H} que confina o laço de histerese e, portanto, o laço de histerese. \square

3.3.3 Exemplos numéricos - histerese em modelos auto regressivos

Esta subseção apresentará exemplos numéricos e de sistemas simulados, em que a metodologia proposta na seção anterior foi empregada para obtenção de modelos matemáticos para sistemas com histerese em modelos polinomiais auto regressivos.

São apresentados exemplos que ilustram o fato que ter em um modelo uma multi função (Definição 3.2.6) da primeira diferença da entrada ($\phi(\Delta x_k)$) é suficiente para que o mesmo apresente histerese no plano $x - y$ em modelos ARX e NARX.

Modelo ARX

Como discutido na Seção 3.3, modelos ARX podem apresentar histerese, se um de seus regressores seja descrito em forma de uma multi função da primeira diferença da entrada ($\phi(\Delta x_k)$). A seguir será apresentado um exemplo que ilustra a presença de histerese em um modelo ARX.

Exemplo 3.3.1. *Considere o modelo $y_k = 0,9y_{k-1} + 0,5\phi_{k-1}$, em que $\phi_k = \text{sign}(\Delta x_k)$ e $x_k = \text{sen}(\omega k)$, em que ω é a frequência do sinal de entrada x e k é o instante de tempo. O equilíbrio deste modelo é $\bar{y} = 5$, para $\phi_k = 1$ (carga) e $\bar{y} = -5$, para $\phi_k = -1$ (descarga), sendo que a estrutura limitante \mathcal{H} , definida pelo equilíbrio do modelo, confina o laço de histerese.*

Como pode ser observado na Figura 3.5, a estrutura limitante \mathcal{H} delimita a região de $\mathcal{H}_k(\omega)$, e ainda $\mathcal{H}_k(\omega) \rightarrow \mathcal{H}$ quando $\omega \rightarrow 0$. Neste caso, a dinâmica do modelo não é representada, e seu comportamento, quase estático, representa apenas a histerese do sistema.

Diferentes estruturas limitantes podem facilmente ser obtidas bastando para isso alterar a multi função utilizada, mantendo a simplicidade do modelo. A utilização da multi função

$$\phi_k(\Delta x_k) = \begin{cases} x^2, & \text{se } \Delta x_k > 0; \\ -x^2, & \text{se } \Delta x_k < 0; \\ 0, & \text{se } \Delta x_k = 0; \end{cases} \quad (3.16)$$

fornece uma estrutura limitante \mathcal{H} completamente distinta, não quadrada, alterando a região na qual a curva de histerese $\mathcal{H}_k(\omega)$ é confinada, alterando

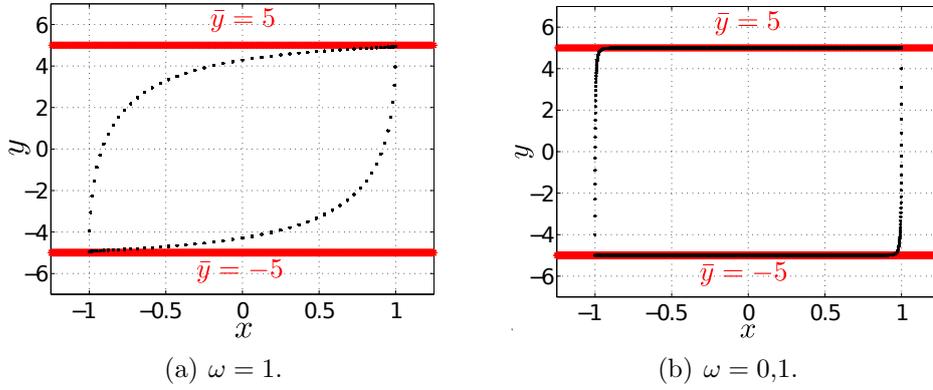


Figura 3.5: Os pontos em preto estão sobre $\mathcal{H}_k(\omega)$ (veja a observaao 3.2.2) para o modelo $y_k = 0,9y_{k-1} + 0,5\phi_{k-1}$, com $\phi_k = \text{sign}(\Delta x_k)$ e $x_k = \text{sen}(\omega k)$. A estrutura limitante \mathcal{H} em vermelho sempre irá confinar $\mathcal{H}_k(\omega)$. O limite superior corresponde à situaao de carga, enquanto que o limite inferior se refere à descarga.

portanto seu formato. A utilizaao de multi funoes assimétricas faz com que a estrutura limitante de pontos de equilíbrio \mathcal{H} seja não simétrica, refletindo, portanto, na simetria e formato de $\mathcal{H}_k(\omega)$.

Modelo NARX

A seguir será apresentado um exemplo de ocorrência de histerese em modelos NARX. Em particular, será apresentado um modelo com duas entradas, em que a segunda entrada é emulada a partir da primeira, de forma a flexibilizar a estrutura limitante, definida pelo conjunto de pontos de equilíbrio. Neste caso, haverá um modelo de Hammerstein SISO, que utiliza um bloco NARX MISO como parte do modelo dinâmico.

Exemplo 3.3.2. *Considere o modelo $y_k = 0,9y_{k-1} + 0,5\phi_{k-1} + 0,25x_{k-1}^3 + 0,75$ em que $\phi_k = \text{sign}(\Delta x_k)$ e $x_k = \text{sen}(\omega k)$, em que ω é a frequência do sinal de entrada x e k é o instante de tempo. Para este modelo, $\Sigma_0 = 0,75$, $\Sigma_y = 0,9$, $\Sigma_\phi = 0,5$ e $\Sigma_{x^3} = 0,25$. O conjunto de equilíbrio do modelo é dado por:*

$$\bar{y}(\bar{\phi}, \bar{x}) = \begin{cases} \frac{0,5 + 0,75 + 0,25\bar{x}^3}{1 - 0,9} = 12,5 + 2,5\bar{x}^3, & \text{para carga;} \\ \frac{-0,5 + 0,75 + 0,25\bar{x}^3}{1 - 0,9} = 2,5 + 2,5\bar{x}^3, & \text{para descarga.} \end{cases} \quad (3.17)$$

em que \bar{x} é a entrada em regime permanente.

Uma vez que o modelo possui o ponto de equilíbrio assintoticamente estável, a saída convergirá para $\bar{y}(\bar{\phi}, \bar{x})$. Para um valor constante de entrada $x = 1 = \bar{x}$, o equilíbrio se encontra em $\bar{y} = 15$ para carga e $\bar{y} = 5$ para descarga. Da mesma forma, para $\bar{x} = -1$, o equilíbrio está em $\bar{y} = 10$ para carga e $\bar{y} = 0$ para descarga, como visto na Equação 3.17 e apresentado na Figura 3.6.

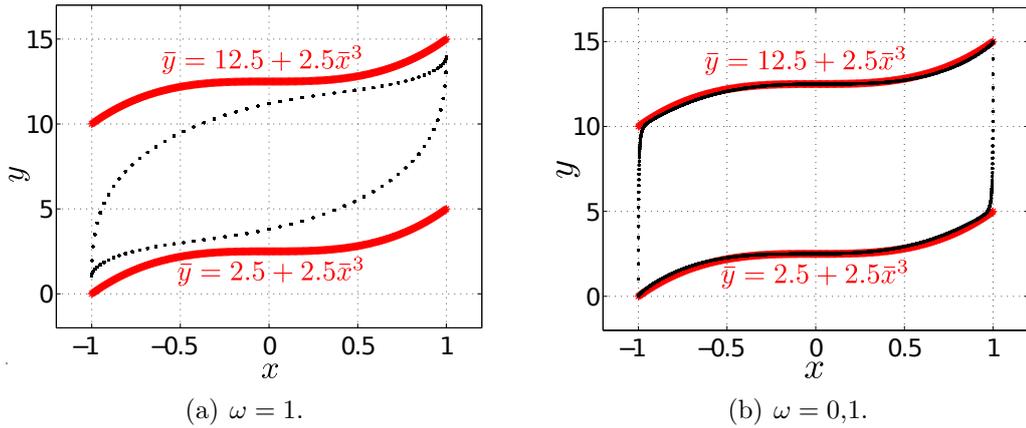


Figura 3.6: Os pontos em preto estão sobre $\mathcal{H}_k(\omega)$ (Veja a Observação 3.2.2) para o modelo $y_k = 0,9y_{k-1} + 0,5\phi_{k-1} + 0,25x_{k-1}^3 + 0,75$ com $\phi_k = \text{sign}(\Delta x_k)$ e $x_k = \text{sen}(\omega k)$. A estrutura limitante \mathcal{H} em vermelho confina $\mathcal{H}_k(\omega)$. Os limites superior (carga) e inferior (descarga) são conjuntos densos em termos de \bar{x} .

É claro que $\mathcal{H}_k(\omega)$ está confinado por \mathcal{H} , e ainda que $\mathcal{H}_k(\omega) \rightarrow \mathcal{H}$, quando $\omega \rightarrow 0$. A utilização da segunda entrada (emulada pela primeira) faz com que se tenha uma maior flexibilidade na estrutura limitante de pontos de equilíbrio, de modo que uma maior variedade de laços de histerese podem ser representados.

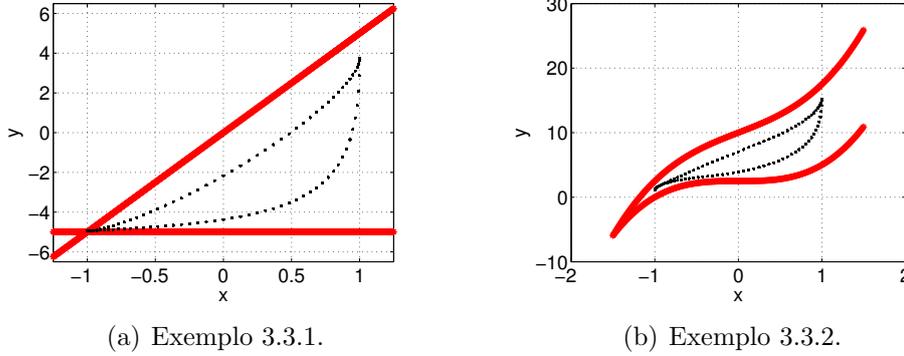


Figura 3.7: A figura (a) apresenta a assimetria do laço de histerese construído pelo modelo em casos de utilização de multi funções assimétricas, especificamente apresentada nas Equações 3.18 e 3.19. Observa-se que embora exista assimetria no laço de histerese, sua ocorrência é garantida pela inclusão da multi função no modelo.

Novamente aqui, a utilização de outras multi funções, simétricas ou não, alterariam o formato da estrutura limitante \mathcal{H} , alterando conseqüentemente o formato do laço de histerese. Para fins de ilustração, os Exemplos 3.3.1 e 3.3.2 foram simulados utilizando duas multi funções assimétricas (equações 3.18 e 3.19 para os exemplos 3.3.1 e 3.3.1, respectivamente), com $\omega = 1$ rad/s, sendo os resultados apresentados na Figura 3.7. Ressalta-se, contudo, que a utilização da função sinal como multi função é suficiente para que o laço ocorra, como provado nas Proposições apresentadas, independentemente de sua simetria.

$$\phi_k(\Delta x_k) = \begin{cases} x_k, & \text{se } \Delta x_k > 0; \\ -1, & \text{se } \Delta x_k < 0; \\ 0, & \text{se } \Delta x_k = 0. \end{cases} \quad (3.18)$$

$$\phi_k(\Delta x_k) = \begin{cases} x_k + 0,5, & \text{se } \Delta x_k > 0; \\ -1, & \text{se } \Delta x_k < 0; \\ 0, & \text{se } \Delta x_k = 0. \end{cases} \quad (3.19)$$

3.3.4 Determinação de estruturas

O modelo de Bouc-Wen é um dos mais utilizados para modelagem de sistemas com histerese. Neste contexto, com o propósito fim de propor uma técnica para determinação de estruturas de modelos com histerese, será analisada a discretização do referido modelo, aproximando a derivada pela primeira diferença.

Desse modo, busca-se identificar quais agrupamentos de termos e relações entre agrupamentos podem ser inclusos no modelo NARX polinomial, de modo que o mesmo seja capaz de representar histerese. Aproximando as derivadas pela primeira diferença na Equação (A.1), chega-se a:

$$\frac{\mathcal{F}_k - \mathcal{F}_{k-1}}{h} \approx g_d[x_{k-1}, \mathcal{F}_{k-1}, \text{sign}(v_{k-1})] v_{k-1}, \quad (3.20)$$

ou ainda:

$$\mathcal{F}_k \approx \mathcal{F}_{k-1} + h g_d[x_{k-1}, \mathcal{F}_{k-1}, \text{sign}(v_{k-1})] v_{k-1}, \quad (3.21)$$

sendo \mathcal{F} a saída histerética, h o passo de integração, x a entrada, $\text{sign}(\cdot)$ a função sinal, v a derivada da entrada avaliada em um instante de tempo específico e $g_d[\cdot]$ uma função não linear discreta dos regressores x_{k-1} , \mathcal{F}_{k-1} e $\text{sign}(v_{k-1})$.

Para valores de h suficientemente pequenos, a estrutura apresentada na Equação 3.21 apresenta histerese. Assim, a estrutura apresentada na Equação 3.21 dá uma noção de possíveis agrupamentos suficientes para representar sistemas com histerese. Observe a inclusão de regressores do tipo $\text{sign}(v_{k-1})$, multi função da primeira diferença da entrada, uma vez que $\text{sign}(v_{k-1}) = \text{sign}(x_k - x_{k-1})$.

Dadas as argumentações acima, espera-se que um modelo de um sistema que possua histerese tenha, no mínimo, agrupamentos lineares da saída (\mathcal{F}_{k-1}), em adição de uma função não linear que envolvam multi funções da primeira diferença da entrada. Além disso, caso o sistema possua alguma dinâmica, além da histerese, o modelo deve ter regressores pertinentes a outros agrupamentos, a fim de representar a dinâmica externa à histerese.

Uma vez que a histerese é um comportamento quase-estático, propõe-se a utilização de agrupamento de termos para determinação de estruturas.

Um pré-requisito é que entre os agrupamentos de termos candidatos esteja presente uma multi função da primeira diferença da entrada ($\phi(\Delta x_k)$), uma vez que a ausência deste agrupamento, como mostrado nas Proposições até aqui apresentadas, dificulta a ocorrência de histerese em um modelo.

A princípio, utilizaram-se conceitos de agrupamentos de termos e coeficientes de agrupamentos (Aguirre, 1994; Aguirre e Billings, 1995b) para classificar agrupamentos candidatos como genuínos ou espúrios. Para tal, gerou-se um conjunto de termos candidatos com máximo atraso e grau de não linearidade fixo. Após, calculou-se a taxa de redução de erro (ERR) para cada termo candidato, definindo então a ordem de inserção dos mesmos no modelo. Os termos foram inseridos um por vez, e os parâmetros estimados via mínimos quadrados estendidos.

Os coeficientes dos agrupamentos, constantemente monitorados, indicavam a presença de agrupamentos espúrios, em caso de mudança de sinal ou convergência para zero. Nesse caso, todos os regressores pertinentes àquele agrupamento eram considerados espúrios e excluídos do conjunto de termos candidatos, e os demais considerados genuínos.

É desejável que se tenha uma descrição tão simples quanto possível, mas ainda fiel ao sistema. Desse modo, após a eliminação dos agrupamentos espúrios, os regressores de atraso unitário pertencentes aos agrupamentos genuínos eram classificados por meio da ERR, aplicada simultaneamente ao critério de informação de Akaike (AIC).

Leva e Piroddi (2002) e Du et al. (2006) relatam que grandes valores de atraso pioram a qualidade do modelo para histerese. Esse comportamento também foi constatado, pois a inserção de regressores com atrasos maiores que a unidade pioravam significativamente a qualidade do modelo, e pode ser explicado pelo fato de que histerese é um comportamento quase-estático.

Como a estrutura limitante de pontos de equilíbrio \mathcal{H} confina a histerese do modelo, apenas um regressor referente a cada agrupamento é suficiente para descrever uma dada estrutura limitante.

Sendo assim, utilizou-se apenas 1 como máximo atraso dos regressores de cada agrupamento genuíno selecionado previamente, como regressores do modelo final. Além disso, como a histerese é um comportamento quase estático, é normal a escolha de regressores de baixa ordem para um modelo.

A quantificação do desempenho do modelo foi feita por meio de comparação com os dados de identificação e validação, utilizando o índice RMSE (Equação 3.22). Caso o valor do índice RMSE seja menor que a unidade

indica que o modelo comete erro quadrático, em média, menor que o erro cometido pela média da série temporal:

$$\text{RMSE} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y_k - \bar{y})^2}}, \quad (3.22)$$

em que y é a série de saída com valor médio \bar{y} , \hat{y} é o valor estimado pelo modelo.

3.4 Considerações do Capítulo

O presente capítulo apresentou propostas de procedimentos para modelagem de sistemas que possuem histerese, utilizando modelos polinomiais auto regressivos. Foram fornecidas proposições que justifiquem a histerese em modelos polinomiais auto regressivos, bem como condições suficientes para que a histerese ocorra. Foi mostrado que a estrutura limitante de pontos de equilíbrio \mathcal{H} delimita a região na qual a histerese $\mathcal{H}_k(\omega)$ ocorrerá. Ainda, mostrou-se a suficiência de se ter agrupamentos como uma multi função da primeira diferença da entrada ($\phi(\Delta x_k)$) como agrupamentos candidatos para se representar sistemas com histerese via modelos auto regressivos.

Mostraram-se exemplos numéricos simples, que elucidaram como a utilização de multi função da primeira diferença da entrada são suficientes para que um modelo ARX/NARX apresentem um laço de histerese. Além disso, mostrou-se como a utilização de multi funções assimétricas fazem com que a estrutura limitante \mathcal{H} seja assimétrica, impondo assimetria também no laço de histerese $\mathcal{H}_k(\omega)$ criado pelo modelo no plano entrada-saída.

Destaca-se neste ponto a simplicidade dos modelos obtidos, os quais são capazes de reproduzir distintos laços \mathcal{H} . Ademais, a flexibilidade de utilização de diferentes multi funções faz com que, ainda mantendo a simplicidade estrutural do modelo - importante em cenário de compensação de histerese - se tenha elevada reprodutibilidade do laço de histerese.

A seguir propôs-se uma metodologia para determinação de estruturas de modelos NARX polinomiais para sistemas com histerese. Nesse contexto, foram definidos os agrupamentos desejados a fim de que se tenha um modelo adequado de um sistema com histerese. A técnica proposta faz uso de conceitos de agrupamento de termos e coeficiente de agrupamentos, e utiliza-se

do fato do comportamento de histerese ser um comportamento quase estático para associar o laço à análise estática em modelos NARX polinomiais.

O capítulo seguinte apresentará os resultados obtidos, após a aplicação das técnicas aqui descritas. Serão detalhados os resultados numéricos utilizando modelos referência de Bouc-Wen e LuGre para amortecedores magneto-reológicos, os quais contém histerese. Será visto como estruturas simples e gerais, composta por poucos regressores de atraso unitário, são capazes de representar uma grande variedade de curvas de histerese.

Exemplos Numéricos

“É muito melhor lançar-se em busca de conquistas grandiosas, mesmo expondo-se ao fracasso, do que alinhar-se com os pobres de espírito, que nem gozam muito nem sofrem muito, porque vivem numa penumbra cinzenta, onde não conhecem nem vitória, nem derrota.”

Theodore Roosevelt

4.1 Introdução

O presente capítulo apresenta a identificação de modelos auto regressivos com histerese, utilizando modelos de Bouc-Wen e de LuGre de amortecedores magneto-reológicos como sistemas teste.

Ademais, os resultados da utilização desses modelos em uma arquitetura de compensação de histerese, o qual utiliza o modelo inverso NARX para a histerese do sistema, são apresentados. Por fim, apresentam-se considerações finais do capítulo, retomando alguns dos pontos principais aqui apresentados.

4.2 Identificação de sistemas com histerese

Esta seção apresenta resultados obtidos quando da aplicação da metodologia apresentada na Seção 3.3.4 para obtenção de modelos de sistemas com histerese. Uma análise teórica acerca dos modelos obtidos também é realizada, com o intuito de se validar a suficiência de uma multi função da primeira diferença da entrada em modelos de sistemas com histerese.

4.2.1 Modelos NARX para histerese Bouc-Wen

Spencer Jr. et al. (1997) propuseram um modelo, baseado na física do processo, para um amortecedor magneto-reológico. Naquele trabalho, a histerese do amortecedor foi modelada como uma histerese do tipo Bouc-Wen, além da dinâmica inerente ao processo. A representação gráfica do modelo do sistema é apresentado na Figura 4.1. Dada a representatividade do modelo proposto em (Spencer Jr. et al., 1997), o mesmo foi utilizado nesse trabalho como sistema teste, como feito por Leva e Piroddi (2002) e Du et al. (2006). A simulação do modelo de Bouc-Wen foi executada utilizando Runge-Kutta de quarta ordem.

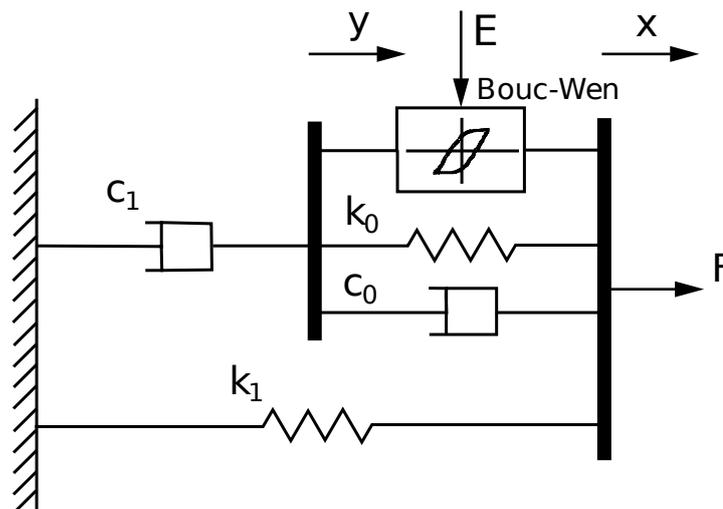


Figura 4.1: Representação gráfica do modelo de Bouc-Wen para um amortecedor magneto-reológico, proposto por (Spencer Jr. et al., 1997), de onde o mesmo foi adaptado.

Matematicamente, o modelo proposto por Spencer Jr. et al. (1997) é escrito como:

$$\begin{aligned}
\mathcal{F} &= c_1 \dot{y} + k_1(x - x_0), \\
\dot{y} &= \frac{1}{c_0 + c_1} [\alpha z + c_0 \dot{x} + k_0(x - y)], \\
\dot{z} &= -\gamma |\dot{x} - \dot{y}| z |z|^{n-1} - \beta (\dot{x} - \dot{y}) |z|^n + A(\dot{x} - \dot{y}), \\
\alpha &= \alpha_a + \alpha_b u_{BW}, \\
c_1 &= c_{1_a} + c_{1_b} u_{BW}, \\
c_0 &= c_{0_a} + c_{0_b} u_{BW}, \\
\dot{u}_{BW} &= -\eta(u_{BW} - E).
\end{aligned} \tag{4.1}$$

A lista dos parâmetros e seus valores pode ser encontrada em (Spencer Jr. et al., 1997), (Leva e Piroddi, 2002) ou em (Du et al., 2006) e será reproduzida nas Tabelas 4.1 e 4.2. A variável z representa a evolução histerética do tipo Bouc-Wen do sistema, ao passo que \mathcal{F} é a força resultante ao deslocamento x . A entrada u_{BW} depende da intensidade da tensão aplicada E .

Tabela 4.1: Parâmetros do modelo de Bouc-Wen.

Parâmetro	Valor
c_{0_a}	21,0 N · s/cm
c_{0_b}	3,50 N · s/cm · V
k_0	46,9 N/cm
c_{1_a}	283 N · s/cm
c_{1_b}	2,95 N · s/cm · V
k_1	5 N/cm
x_0	14,3 cm

Tabela 4.2: Parâmetros do modelo de Bouc-Wen (cont.).

Parâmetro	Valor
α_a	140 N/cm
α_b	695 N/cm · V
γ	363 cm ⁻²
β	363 cm ⁻²
A	301
n	2
η	190 s ⁻¹

Nesse sentido, Leva e Piroddi (2002) propuseram a utilização de uma técnica, em que um regressor do sinal da velocidade ($\text{sign}(\dot{x})$, equivalente à função sinal da primeira diferença da entrada deslocamento - x) foi incluído no espaço de busca de termos candidatos, a fim de encontrar um modelo NARX polinomial capaz de representar o modelo referência proposto em Spencer Jr. et al. (1997) (Equação 4.1). Apesar de obter um modelo NARX polinomial para o sistema em questão, os autores apenas conseguiram tal feito incluindo regressores de grau de não linearidade fracionário, chegando

a utilizar regressores de décima potência.

Conforme relatado por Ikhouane e Rodellar (2007), sabe-se que a histerese é um comportamento quase estático. Assim, para obter um conjunto de dados para identificação do modelo que excursionasse uma larga faixa de operação do sistema, a entrada (x - deslocamento) e o sinal de tensão (E) foram gerados por meio de ruído branco Gaussiano, após a aplicação de filtros passa-baixas, a fim de obter dados para obtenção de modelos da histerese. Foram coletados um total de 3000 amostras do modelo referência (Equação 4.1), sendo a metade utilizada para identificação (método apresentado na subseção seguinte), e outra metade como a primeira massa de dados de validação, utilizando $T_s = 0,002s$.

Com o propósito de validar o modelo em uma maior faixa de operação, uma segunda massa de 2000 amostras de validação com características distintas foi gerada. Nesse caso, os sinais de deslocamento e tensão são sinais puramente senoidais com $\pm 1cm$ de amplitude e 3Hz de frequência para o deslocamento, além de $\pm 0,5V$ de amplitude, frequência de 0,5Hz, com um valor médio de 1,6V para a tensão. Com isso, espera-se excursionar vários laços da curva de histerese, validando o modelo obtido em diferentes pontos de operação. Os sinais foram normalizados e um ruído aleatório gaussiano de média zero e desvio padrão 5% foi adicionado.

Aplicando conceitos de agrupamento de termos e coeficientes de agrupamentos descritos no capítulo anterior (Seção 3.3.4), classificou-se os agrupamentos como *genuínos* ou *espúrios* de acordo com as Tabelas 4.3 e 4.4. A terceira coluna indica como o coeficiente do agrupamento se comportou mediante inserção de termos. + (−) indica que o agrupamento manteve seu valor positivo (negativo), enquanto que +− (−+) indica que o agrupamento oscilou. Nesses casos, nenhum coeficiente de agrupamento convergiu para zero. Dentre os 35 agrupamentos candidatos, somente 6 foram considerados como *genuínos*, reduzindo consideravelmente o número de termos candidatos. Com isso, o espaço de busca é consideravelmente reduzido, diminuindo portanto o custo computacional na etapa de seleção de estruturas.

Após a aplicação dos conceitos de coeficientes de agrupamento para seleção de possíveis agrupamentos *genuínos* e *espúrios*, obteve-se um conjunto de 6 agrupamentos *genuínos*, os quais poderiam compor o modelo final. De fato, a inserção de todos os 6 termos de primeira ordem pertinentes aos agrupamentos genuínos minimiza o AIC (Figura 4.2), quando inseridos pela ordem de maior ERR.

Tabela 4.3: Agrupamento de termos para o MRD (Bouc-Wen - parte i)

Agrupamento	Classificação	Comportamento do coeficiente do agrupamento
Ω_y	<i>Genuíno</i>	+
$\Omega_{u_2^2}$	Espúrio	+−
Ω_{u_3y}	Espúrio	−+
$\Omega_{u_3^2}$	Espúrio	−+
$\Omega_{u_1^2y}$	Espúrio	−+
Ω_{y^3}	Espúrio	+−
Ω_{u_1y}	Espúrio	+−
$\Omega_{u_2^3}$	Espúrio	−+
Ω_{u_3}	<i>Genuíno</i>	+
$\Omega_{u_3u_1^2}$	Espúrio	+−
$\Omega_{u_1y^2}$	Espúrio	−+
$\Omega_{u_3y^2}$	Espúrio	+−
$\Omega_{u_2u_1^2}$	Espúrio	+−
$\Omega_{u_3u_2u_1}$	Espúrio	−+
$\Omega_{u_3u_2^2}$	Espúrio	+−
$\Omega_{u_2^2u_1}$	Espúrio	−+
Ω_{y^2}	Espúrio	+−
$\Omega_{u_2u_1}$	<i>Genuíno</i>	+

Porém, é desejável que se tenha uma descrição tão simples quanto possível, mas ainda fiel ao sistema (modelo referência, no caso). Sendo assim, observou-se a evolução no plano $\langle AIC, N \rangle$ (Figura 4.2, sendo N o número de regressores inseridos) e observou-se que o decréscimo do valor de AIC após a inserção dos regressores 5 e 6 é desprezível. Ou seja, pode-se compor um modelo utilizando apenas quatro regressores com maior ERR, compondo o modelo

$$y_k = 0,8536y_{k-1} + 0,0388u_{3,k-1} + 0,6143u_{2,k-1}u_{1,k-1} - 0,4407u_{3,k-1}u_{2,k-1}y_{k-1} + \Psi_{yx\xi}\hat{\theta}_{yx\xi} + \xi_k, \quad (4.2)$$

em que $\Psi_{yx\xi}\hat{\theta}_{yx\xi} + \xi_k$ indica a parte MA do modelo, que consiste de seis termos não lineares envolvendo entradas, saída e regressores de resíduo. y

Tabela 4.4: Agrupamento de termos para o MRD (Bouc-Wen - parte ii)

Agrupamento	Classificação	Comportamento do coeficiente do agrupamento
$\Omega_{u_2^2 u_1}$	Espúrio	-+
$\Omega_{u_3 u_1}$	Espúrio	+ -
$\Omega_{u_2 y^2}$	Espúrio	-+
$\Omega_{u_3^2 y}$	Espúrio	+ -
$\Omega_{u_3 u_2 y}$	<i>Genuíno</i>	-
$\Omega_{u_2 y}$	Espúrio	-+
$\Omega_{u_3 u_1 y}$	Espúrio	+ -
$\Omega_{u_1^3}$	Espúrio	+ -
$\Omega_{u_2^2 y}$	Espúrio	-+
Ω_{u_2}	Espúrio	+ -
$\Omega_{u_2 u_1 y}$	Espúrio	+ -
$\Omega_{u_3^3}$	Espúrio	-+
$\Omega_{u_1^2}$	Espúrio	-+
$\Omega_{u_3^2 u_2}$	Espúrio	-+
$\Omega_{u_3 u_2}$	Espúrio	+ -
Ω_{u_1}	<i>Genuíno</i>	+
Ω_C	<i>Genuíno</i>	-

corresponde à força \mathcal{F} , u_1 é a tensão E (Equação 4.1), u_2 a velocidade e u_3 corresponde ao regressor da multi função da primeira diferença ($\phi(\Delta x_k) = \text{sign}(x_k - x_{k-1})$).

Uma vez obtido o novo modelo (Equação 4.2) para o sistema referência, é necessário que o mesmo seja validado. A evolução temporal (no plano $\langle f, t \rangle$) e histerética (no plano $\langle f, d \rangle$) são apresentados nas Figuras 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7, de modo a validar, qualitativamente em um primeiro momento, o modelo em três diferentes massas de dados, incluindo o laço principal.

Como pode ser percebido, o desempenho do modelo de quatro regressores de atraso unitário é capaz de descrever bem o sistema na região de operação analisada, possuindo como grande vantagem a simplicidade, quando comparado ao modelo apresentado em Spencer Jr. et al. (1997), Leva e Piroddi (2002) e Du et al. (2006). O índice RMSE foi calculado para cada caso, tendo os valores expostos na Tabela 4.5.

A Figura 4.8 apresenta a curva de erro correspondente à Figura 4.3, en-

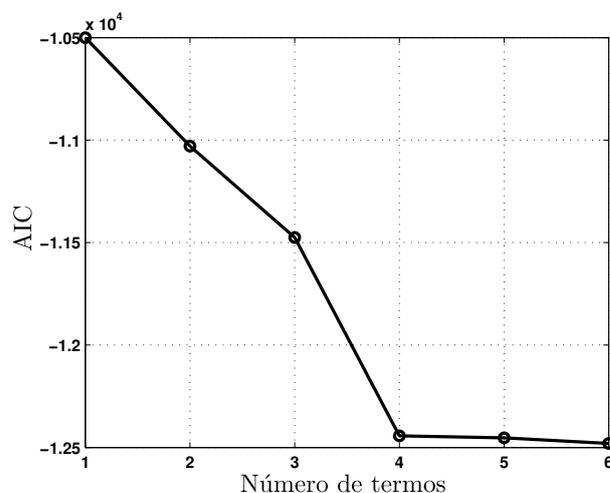


Figura 4.2: Critério de informação de Akaike (AIC) calculado mediante a inserção dos termos, classificados por meio da taxa de redução de erro (ERR). A linha contínua entre pontos foi utilizada apenas para facilitar a visualização, e não tem significado. Percebe-se um decréscimo considerável no valor do índice até a inserção do quarto termo. A partir daí, nota-se que a inclusão de novos termos não contribui significativamente para a redução do valor do AIC .

quanto que a Figura 4.9 apresenta a curva de erro da Figura 4.5. O erro foi computado como a diferença entre os dados e a simulação livre do modelo identificado.

Uma importante questão prática é quando o sistema com histerese apresenta ordem maior que um. Neste caso, espera-se a utilização de regressores com maiores atrasos. Deve ser percebido, no entanto, que a teoria desenvolvida não é limitada à utilização de modelos com regressores de atraso unitário, uma vez que a restrição se refere apenas aos agrupamentos de termos selecionados, mas não limitam o máximo atraso utilizado.

Tabela 4.5: Índice RMSE calculado para duas massas de dados de validação distintas (Bouc-Wen).

	Validação - 1	Validação - 2
RMSE	0,1741	0,1283

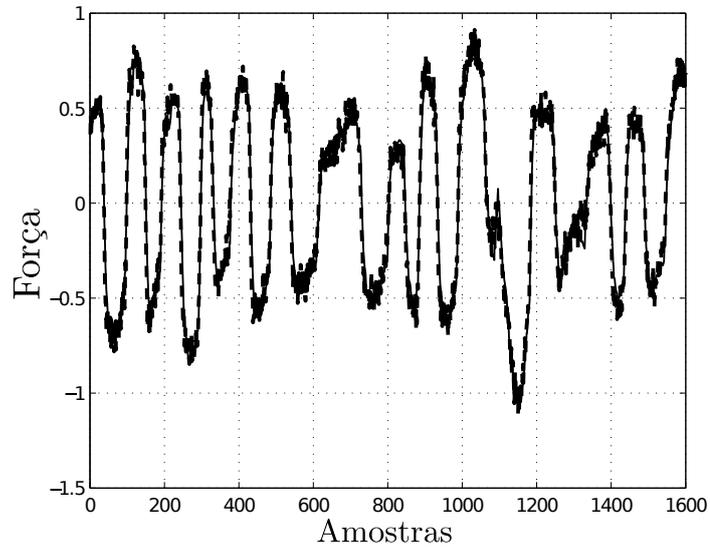


Figura 4.3: Predição livre do modelo utilizando a primeira massa de dados de validação. A linha contínua (—) se refere ao modelo e a linha tracejada (---) aos dados de validação.

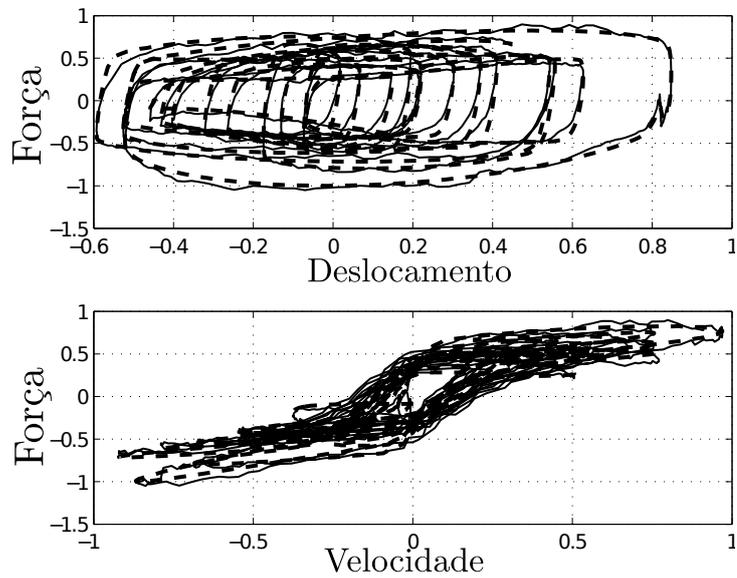


Figura 4.4: Curva de histerese obtida para a primeira massa de dados de validação. A linha contínua (—) se refere ao modelo e a linha tracejada (---) aos dados de validação.

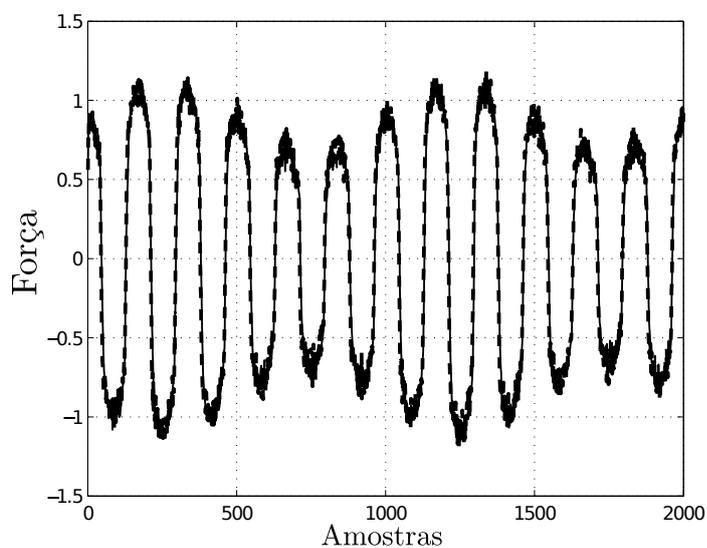


Figura 4.5: Predição livre do modelo utilizando a segunda massa de dados de validação. A linha contínua (—) se refere ao modelo e a linha tracejada (---) aos dados de validação.

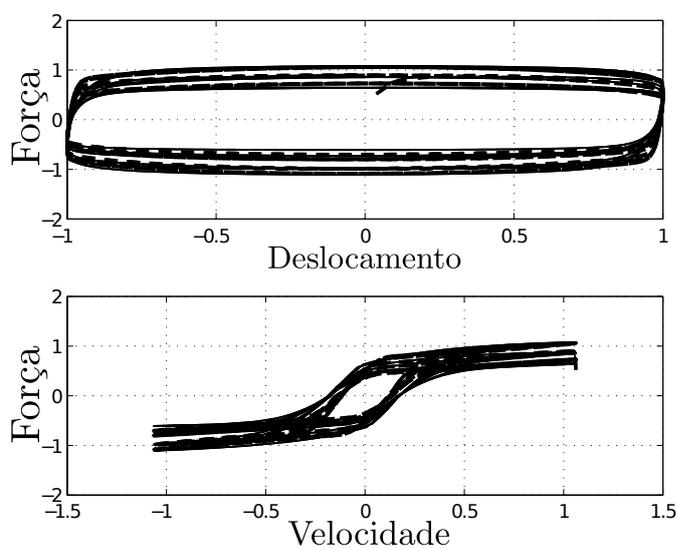


Figura 4.6: Curva de histerese obtida para a segunda massa de dados de validação. A linha contínua (—) se refere ao modelo e a linha tracejada (---) aos dados de validação.

Estrutura limitante e região de operação do laço de histerese (Bouc-Wen)

De acordo com a Proposição (3.3.3), uma vez que o termo u_3 é uma multi função da primeira diferença ($u_{3,k} = \phi(\Delta x_k)$), o modelo produzirá histerese

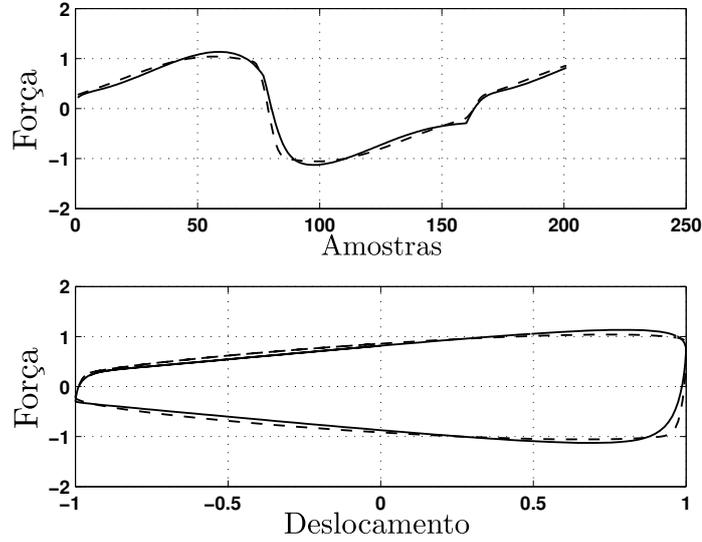


Figura 4.7: Predição livre do modelo utilizando a terceira massa de dados de validação (loop principal). A linha contínua (—) se refere ao modelo e a linha tracejada(--) aos dados de validação.

desde que seu equilíbrio seja assintoticamente estável. Além disso, o modelo 4.2 utiliza mais de uma entrada, o que faz com que a estrutura limitante \mathcal{H} seja mais flexível.

A estabilidade assintótica do modelo 4.2 pode ser garantida matematicamente, como a seguir apresentado. Efetuando uma análise em estado estacionário na Equação 4.2 se obtém:

$$\bar{y}(\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3) = \frac{\Sigma_\phi \bar{u}_3 + \Sigma_{u_1 u_2} \bar{u}_2 \bar{u}_1}{1 - \Sigma_y - \Sigma_{\phi u_2 y} \bar{u}_3 \bar{u}_2}, \quad (4.3)$$

em que $\Sigma_y = 0,8536$, $\Sigma_\phi = 0,0388$, $\Sigma_{u_1 u_2} = 0,6143$, $\Sigma_{\phi u_2 y} = -0,4407$. A equação 4.3 apresenta o conjunto de pontos de equilíbrio que definem a estrutura limitante \mathcal{H} , cuja localização depende do histórico de uma das entradas ($u_3 = \phi(\Delta x_k) = \text{sign}(\Delta x_k)$). O equilíbrio pode também ser escrito como:

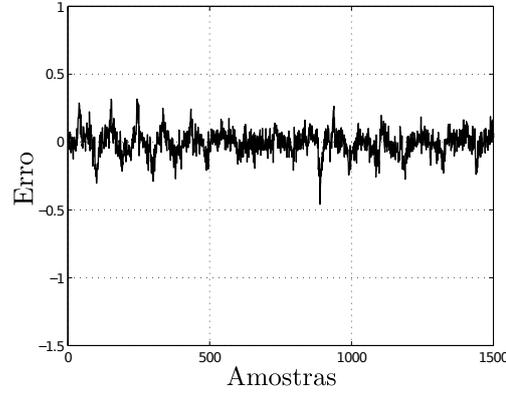


Figura 4.8: Curva de erro da Figura 4.3.

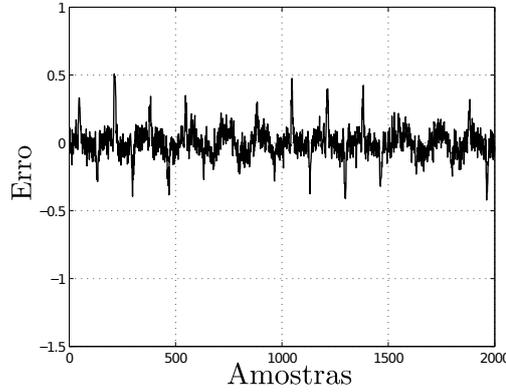


Figura 4.9: Curva de erro da Figura 4.5.

$$\bar{y}(\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3) = \begin{cases} \frac{\Sigma_\phi + \Sigma_{u_1 u_2} \bar{u}_2 \bar{u}_1}{1 - \Sigma_y - \Sigma_{\phi u_2 y} \bar{u}_2}, & \text{para } \bar{\phi} = 1 \text{ (carga);} \\ \frac{-\Sigma_\phi + \Sigma_{u_1 u_2} \bar{u}_2 \bar{u}_1}{1 - \Sigma_y + \Sigma_{\phi u_2 y} \bar{u}_2}, & \text{para } \bar{\phi} = -1 \text{ (descarga).} \end{cases} \quad (4.4)$$

A adição de u_2 e u_3 muda o equilíbrio \bar{y} e, portanto, a estrutura limitante \mathcal{H} que depende de u_1 (multi função da primeira diferença Δx_k), e também de u_2 e u_3 . Neste caso, a estrutura limitante é de maior complexidade, como pode ser ilustrado pela Figura 4.6. A condição de estabilidade local deste modelo é $-1 < \Sigma_y + \Sigma_{\phi u_2 y} \bar{u}_2 \bar{u}_3 < 1$, ou, rearranjando e usando $\Sigma_y = 0,8536$ e $\Sigma_{\phi x_2 y} = -0,4407$, tem-se:

$$-4,2060 < -\bar{u}_2\bar{u}_3 < 0,3322. \quad (4.5)$$

Para carga ($u_3 = 1$), a condição de estabilidade se torna $u_2 < 4,2060$, significando que o conjunto de equilíbrio é localmente estável para valores de velocidade inferiores a 4,2060 vezes a velocidade nominal, uma vez que os dados estão normalizados. Para condição de descarga ($u_3 = -1$), uma análise similar leva a mesma condição, garantindo a estabilidade do modelo dentro da região analisada e, portanto, justificando a histerese apresentada (Propriedade 3.3.1).

4.2.2 Modelos NARX para histerese LuGre

Em Jimenez e Alvarez-Icaza (2004), o modelo de fricção de LuGre é utilizado para modelar a histerese de um amortecedor magneto reológico (MRD). A dinâmica do sistema é acrescida ao modelo de LuGre, de forma a se obter o modelo final, representado matematicamente por:

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \beta(i)z + \gamma(i)\dot{x} + \delta x + f_0 + \epsilon \dot{z} \\ \dot{z} &= \dot{x} - \alpha |\dot{x}| z \\ \beta(i) &= \alpha(q_1 i + q_2) \\ \gamma(i) &= p_1 i^2 + p_2 i + p_3. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Na Equação (4.6), a variável z é responsável por representar a histerese do sistema, enquanto a variável i se refere à corrente aplicada. Os valores constantes de β , δ , f_0 , ϵ , α , q_1 , q_2 , p_1 , p_2 e p_3 são apresentados em (Jimenez e Alvarez-Icaza, 2004) e serão reproduzidos nas Tabelas 4.6 e 4.7. A variável x se refere ao deslocamento do MRD e \mathcal{F} a força de saída, que tem comportamento de histerese. O modelo de LuGre foi simulado utilizando o método de Runge-Kutta de quarta ordem, com passo de integração $T_s = 0,002$ s.

Para identificação e validação, geraram-se duas massas de dados distintas. Para geração da primeira massa de dados, utilizou-se duas realizações independentes de ruído branco Gaussiano, filtrado por um filtro passa-baixas, para deslocamento (x) e corrente (i), as quais eram utilizadas a fim de obter \mathcal{F} (Equação 4.6). Dessa massa de dados, metade foi utilizados para obtenção

Tabela 4.6: Parâmetros do modelo de LuGre.

Parâmetro	Valor
α	3,20 mm ⁻¹
q_1	833,85 N/A
q_2	14,72 N
p_1	-10,80 N·s/(mm A ²)
p_2	17,75 N·s/(mm A)

Tabela 4.7: Parâmetros do modelo de LuGre (cont.).

Parâmetro	Valor
p_3	0,50 N·s/mm
ϵ	0,60 N·s/mm
δ	1,03 N/mm
f_0	-45,82 N

do modelo (identificação) e outra metade para a primeira massa de dados de validação.

Uma segunda massa de dados, com valor de corrente fixo ($i = 0,5A$) e $x = 0,2\text{sen}(6\pi t)$ foi obtida, com o propósito de validar o modelo obtido também em outra região de operação.

Utilizando conceitos de agrupamento de termos apresentados no Capítulo 3, selecionou-se a estrutura do modelo com grau de não linearidade $\ell = 2$. Classificou-se, portanto, os agrupamentos candidatos como *genuínos* ou *espúrios*, de acordo com a Tabela 4.8. A terceira coluna indica como o coeficiente do agrupamento se comportou mediante inserção de termos. + (−) indica que o agrupamento manteve seu valor positivo (negativo), enquanto que +− (−+) indica a maneira na qual o agrupamento oscilou. O número 0 após os sinais algébricos indica os casos em que, após oscilar, o coeficiente do agrupamento convergiu para zero.

Dentre os 15 agrupamentos candidatos, apenas 6 foram escolhidos para compor o modelo final, utilizando regressores de atraso unitário. O modelo obtido é apresentado na Equação 4.7:

$$\begin{aligned}
y_k = & 0,9730y_{k-1} + 0,1699u_{1,k-1}u_{2,k-1} - 0,0010 \\
& -0,0005u_{1,k-1}^2 + 0,0006u_{2,k-1}u_{3,k-1} + 0,0011u_{3,k-1} \\
& + \Psi_{yx\xi}\hat{\theta}_{yx\xi} + \xi_k,
\end{aligned} \tag{4.7}$$

em que $\Psi_{yx\xi}\hat{\theta}_{yx\xi} + \xi_k$ indica a parte MA do modelo, que consiste de dez termos não lineares envolvendo entradas, saída e regressores de resíduo. y é a força \mathcal{F} (saída) do modelo, u_1 corresponde ao valor de corrente i , u_2 o

Tabela 4.8: Agrupamentos de termos para o MRD (modelo de LuGre), sua classificação e comportamento do coeficiente de agrupamento.

Agrupamento	Classificação	Comportamento do coeficiente do agrupamento
Ω_y	<i>Genuíno</i>	+
Ω_{u_2y}	Espúrio	- + 0
$\Omega_{u_3^2}$	Espúrio	- +
Ω_{u_3}	<i>Genuíno</i>	+
$\Omega_{u_1u_2}$	<i>Genuíno</i>	+
Ω_{u_2}	Espúrio	- +
$\Omega_{u_3u_1}$	Espúrio	- + 0
Ω_{u_3y}	Espúrio	- + 0
Ω_{y^2}	Espúrio	- +
Ω_{u_1}	Espúrio	- +
Ω_{u_1y}	Espúrio	- + 0
$\Omega_{u_3u_2}$	<i>Genuíno</i>	-
$\Omega_{u_1^2}$	<i>Genuíno</i>	+
$\Omega_{u_2^2}$	Espúrio	- + 0
Ω_C	<i>Genuíno</i>	-

valor da velocidade \dot{x} e $u_3 = \text{sign}(u_2) = \text{sign}(x_k - x_{k-1})$ é a multi função da primeira diferença da entrada. A validação temporal (no plano $\langle f, t \rangle$) e do laço de histerese (no plano $\langle f, \dot{x} \rangle$) são apresentados nas Figuras 4.10 e 4.11. As Figuras 4.12 e 4.13 apresentam os testes de correlação executados a fim de validar estatisticamente o modelo obtido.

Observa-se que o modelo obtido consegue representar bem o sistema na região de operação analisada, tendo como grandes vantagens a simplicidade do modelo aliada à capacidade de predição. Para quantificar a capacidade de predição, utilizou-se o índice RMSE, apresentado na Tabela 4.9.

Tabela 4.9: Índice RMSE calculado para duas massas de dados de validação distintas (LuGre).

	Validação - 1	Validação - 2
RMSE	0,4075	0,2957

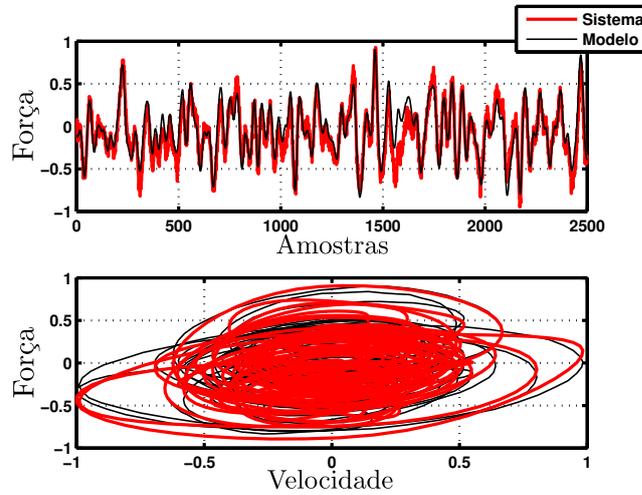


Figura 4.10: Predição livre do modelo utilizando a primeira massa de dados de validação. Modelo NARX para o MRD (LuGre).

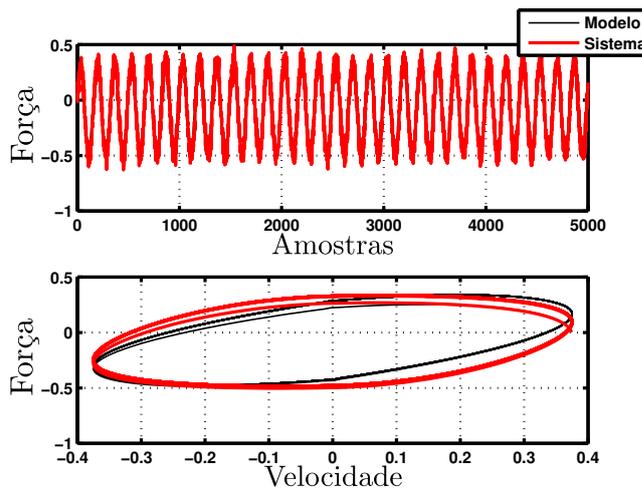


Figura 4.11: Predição livre do modelo utilizando a segunda massa de dados de validação. Modelo NARX para o MRD (LuGre).

Estrutura limitante e região de operação do laço de histerese (LuGre)

Novamente o termo $u_{3,k-1}$ é multi função da primeira diferença (Δx_k), o que faz com que o modelo produza histerese ($\mathcal{H}_k(\omega)$), desde que ele seja assintoticamente estável.

Uma análise em estado estacionário no modelo 4.7 conduz a:

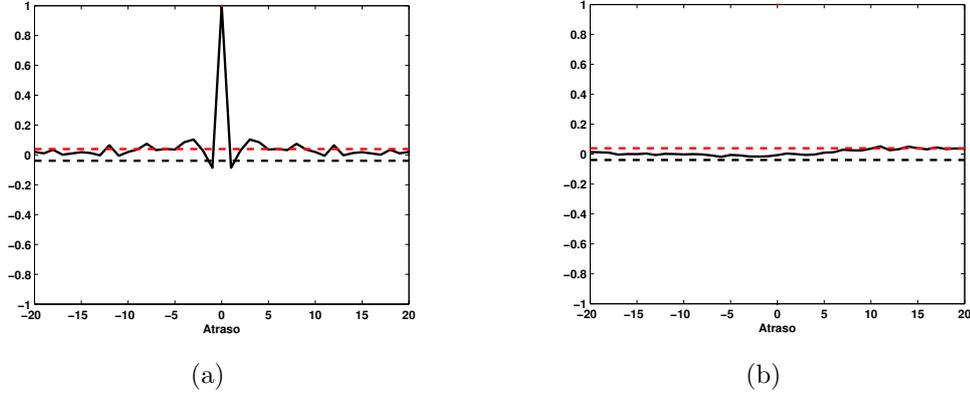


Figura 4.12: Testes de correlação executados. A subfigura (a) corresponde a autocorrelação dos resíduos de identificação enquanto a subfigura (b) corresponde à correlação cruzada dos resíduos de identificação com a entrada u_1 (corrente de alimentação).

$$\bar{y}(\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3) = \frac{\Sigma_{u_1 u_2} \bar{u}_1 \bar{u}_2 + \Sigma_0 + \Sigma_{u_1^2} \bar{u}_1^2 + \Sigma_{u_2 u_3} \bar{u}_2 \bar{u}_3 + \Sigma_{u_3} \bar{u}_3}{1 - \Sigma_y}, \quad (4.8)$$

sendo $\Sigma_y = 0,9730$, $\Sigma_{u_1 u_2} = 0,1699$, $\Sigma_0 = -0,0010$, $\Sigma_{u_1^2} = -0,0005$, $\Sigma_{u_2 u_3} = 0,0006$ e $\Sigma_{u_3} = 0,0011$. A equação (4.8) define o conjunto de pontos de equilíbrio que definem a estrutura limitante \mathcal{H} , que depende do histórico de uma das entradas ($u_3 = \phi(\Delta x_k)$). O equilíbrio também pode ser escrito como:

$$\bar{y}(\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3) = \begin{cases} \frac{\Sigma_{u_1 u_2} \bar{u}_1 \bar{u}_2 + \Sigma_0 + \Sigma_{u_1^2} \bar{u}_1^2 + \Sigma_{u_2 u_3} \bar{u}_2 + \Sigma_{u_3}}{1 - \Sigma_y}, & \text{para } \bar{\phi} = 1; \\ & \text{(carga)} \\ \frac{\Sigma_{u_1 u_2} \bar{u}_1 \bar{u}_2 + \Sigma_0 + \Sigma_{u_1^2} \bar{u}_1^2 - \Sigma_{u_2 u_3} \bar{u}_2 - \Sigma_{u_3}}{1 - \Sigma_y}, & \text{para } \bar{\phi} = -1 \\ & \text{(descarga)}. \end{cases} \quad (4.9)$$

A condição de estabilidade local do modelo ($\Sigma_y < 1$) é atendida. Neste caso, portanto, pela teoria proposta na Proposição (3.3.3), o modelo neces-

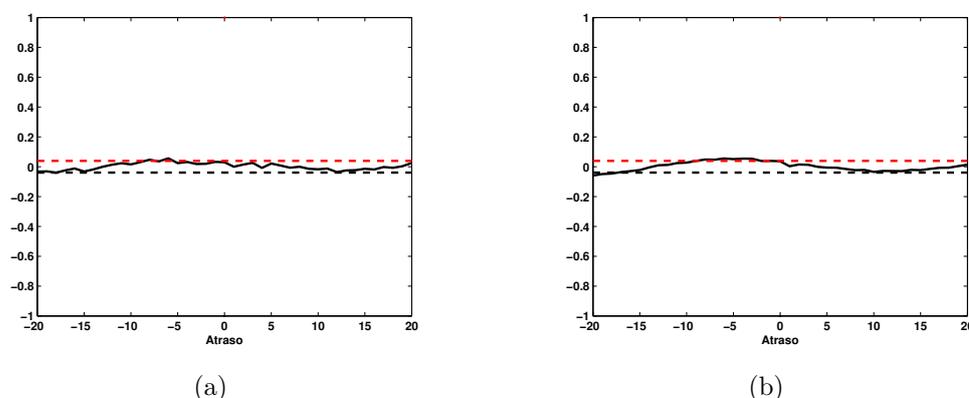


Figura 4.13: Testes de correlação executados. A subfigura (a) corresponde à correlação cruzada dos resíduos de identificação com o sinal algébrico da velocidade ao passo que a subfigura (b) corresponde à correlação cruzada dos resíduos de identificação com a velocidade.

sariamente apresentará histerese no plano entrada-saída.

4.3 Compensação de histerese utilizando modelo inverso

4.3.1 O sistema de Bouc-Wen para o MRD

Nesta seção, o modelo 4.2 será utilizado em uma arquitetura de compensação de histerese, a qual utiliza o inverso do modelo NARX obtido em um ramo antecipativo. Utiliza-se aqui o modelo de Bouc-Wen para o amortecedor magneto-reológico (MRD) como sistema a ser compensado, haja visto que o mesmo foi considerado durante a obtenção do modelo. Deve-se ressaltar que a principal contribuição da tese está no contexto de modelagem matemática. Contudo, por meio desta seção espera-se mostrar que há uma grande possibilidade de avanços futuros na utilização da teoria de modelagem aqui desenvolvida em problemas de controle de sistemas com histerese. A Figura 4.15 ilustra a arquitetura utilizada.

O modelo NARX obtido anteriormente será, por conveniência, repetido abaixo, tendo seus parâmetros substituídos por a , b , c e d , por uma questão de simplicidade:

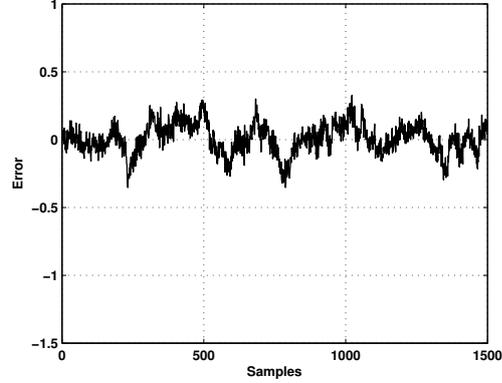


Figura 4.14: Curva de erro da Figura 4.10.

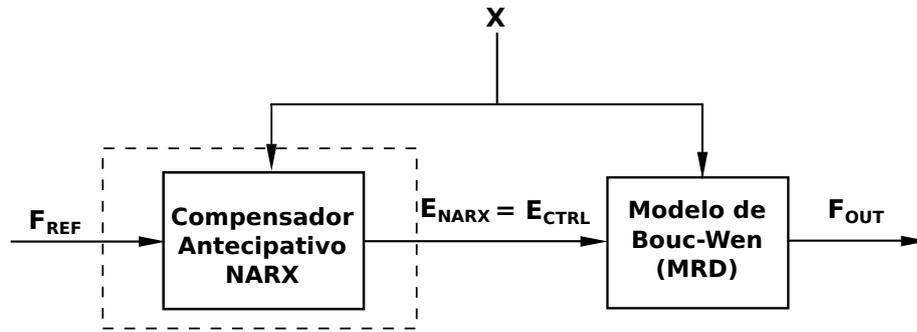


Figura 4.15: Sistema de compensação proposto, utilizando um compensador antecipativo NARX para controlar o amortecedor magneto-reológico, neste momento representado pelo seu respectivo modelo de Bouc-Wen.

$$y_k = ay_{k-1} + bu_{3,k-1} + cu_{2,k-1}u_{1,k-1} + du_{3,k-1}u_{2,k-1}y_{k-1}. \quad (4.10)$$

Uma vez que a entrada u_3 se refere à multi função sinal ($\text{sign}(\cdot)$) da velocidade (u_2), a Equação 4.10 pode ser reescrita como:

$$y_k = ay_{k-1} + b \text{sign}(u_{2,k-1}) + cu_{2,k-1}u_{1,k-1} + d \text{sign}(u_{2,k-1})u_{2,k-1}y_{k-1}, \quad (4.11)$$

reduzindo dessa forma o número de entradas do modelo. Pela definição da função sinal, podemos reescrever o modelo como:

$$y_k = ay_{k-1} + b \frac{|u_{2,k-1}|}{u_{2,k-1}} + cu_{2,k-1}u_{1,k-1} + d \frac{|u_{2,k-1}|}{u_{2,k-1}} u_{2,k-1} y_{k-1}, \quad (4.12)$$

ou ainda, considerando um problema de seguimento de trajetórias suaves, de modo que a velocidade não seja nula:

$$y_k = ay_{k-1} + b \frac{|u_{2,k-1}|}{u_{2,k-1}} + cu_{2,k-1}u_{1,k-1} + d |u_{2,k-1}| y_{k-1}. \quad (4.13)$$

O modelo polinomial, anteriormente descrito por três entradas e com grau de não linearidade cúbica pode ser representado equivalentemente por um modelo NARX racional com grau de não linearidade quadrática e duas entradas, contendo quatro regressores. Nesse ponto, define-se o seguinte problema:

Compensação de Histerese:

Dado um modelo de um sistema com histerese, obter o modelo inverso, de modo que o mesmo possa ser utilizado em um cenário de compensação de histerese, contrabalançando a não linearidade histerética. Para tal, explicitar a entrada de compensação (u_1) do modelo em função da saída de referência (y_{ref}).

Desse modo, busca-se obter o valor da tensão a ser aplicada na entrada (u_1) que conduzirá o sistema à trajetória de referência (y_{ref}). Isolando o regressor u_1 na Equação 4.13, chega-se à lei de compensação de histerese, que se baseia, entre outros fatores, na referência atual a ser seguida ($y_{\text{ref},k} = F_{\text{ref},k}$) e no valor futuro da mesma variável ($y_{\text{ref},k+1}$):

$$u_{1,k} = \frac{1}{cu_{2,k}} (y_{\text{ref},k+1} - ay_{\text{ref},k} - b\text{sign}(u_{2,k}) - d\text{sign}(u_{2,k})y_{\text{ref},k}), \text{ com } u_{2,k} \neq 0. \quad (4.14)$$

A lei de compensação é válida para seguimento de trajetória não constante, já que foi obtida pela divisão de ambos os lados do modelo por $u_{2,k}$, que é a derivada do sinal de entrada. Além disso, quando o deslocamento na entrada tende a um valor constante, há problemas numéricos, devido ao regressor de velocidade ($u_{2,k}$) no denominador da expressão de compensação.

Desse modo, a fim de evitar esse tipo de problema, adota-se $u_{1,k} = u_{1,k-1}$ quando a velocidade se torna próxima de zero. No presente trabalho, utilizou-se $u_{1,k} = u_{1,k-1}$ nos casos em que a velocidade fosse inferior a 2% de seu valor máximo. Assim, embora a saída do sistema de compensação não seja ótima do ponto de vista teórico, é razoável do ponto de vista prático, apresentando um baixo erro de seguimento de trajetória.

Ademais, é conhecido que há uma limitação física na tensão de alimentação do amortecedor magneto-reológico modelado, sendo que a entrada deve estar contida no intervalo $0 \text{ V} < u_1 < 2,25 \text{ V}$. Essa informação de saturação também é utilizada pelo compensador, que não envia um sinal fora desses limites ao sistema.

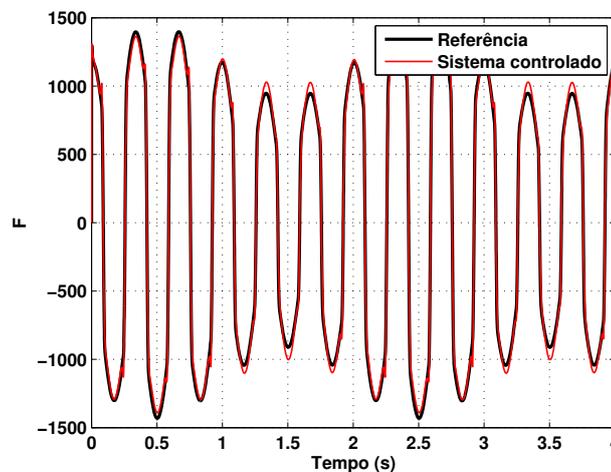


Figura 4.16: Evolução temporal da referência a ser seguida (sinal de referência 1), em preto, e da saída do sistema de compensação antecipativo em vermelho. $\text{RMS}(e) = 58,27 \text{ N}$ ou $\text{RMS}(e) = 4,26\%$, em unidades normalizadas.

A fim de quantificar o desempenho dos controladores no seguimento de trajetórias, foi calculado o valor eficaz (valor RMS) do erro de seguimento de trajetórias, para cada caso. Matematicamente, o índice é definido como:

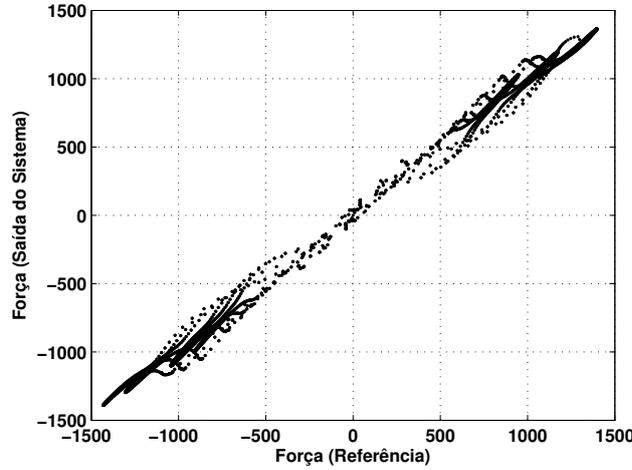


Figura 4.17: Compensação da histerese, comprovada pela curva entre a saída desejada (referência a ser seguida - eixo x) e a força de saída do sistema (eixo y). Sistema de compensação antecipativo em seguimento ao sinal de referência 1.

$$\text{RMS}(e) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (f_{ref}(i) - f_{out}(i))^2}{N}} \quad (4.15)$$

O valor RMS foi calculado em Newton, e também em valores relativos ao valor máximo, em %, a fim de se ter uma melhor ideia do erro de seguimento cometido pelo sistema compensado.

A Figura 4.16 apresenta a primeira referência a ser seguida, em preto, e o sistema compensado. A Figura 4.17 apresenta o espaço composto pela primeira referência a ser seguida (eixo abscissa) e saída do sistema (eixo das ordenadas), comprovando a compensação de boa parte da histerese do sistema pelo controlador antecipativo baseado no modelo NARX. O valor eficaz do erro de seguimento cometido por essa abordagem foi de $\text{RMS}(e) = 58,27 \text{ N}$, ou em termos relativos de $\text{RMS}(e) = 4,26\%$.

As Figuras 4.18 e 4.19 apresentam o seguimento à segunda referência. As Figuras 4.20 e 4.21 apresentam o seguimento à terceira trajetória quando o controlador antecipativo está em funcionamento.

Com a análise dos resultados, pode-se observar que a técnica de compensação baseada em um modelo NARX opera de modo satisfatório no seguimento de diferentes trajetórias.

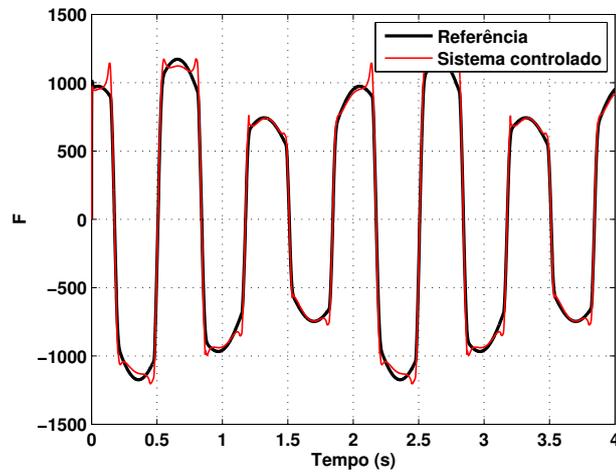


Figura 4.18: Evolução temporal da referência a ser seguida (sinal de referência 2), em preto, e da saída do sistema compensado antecipativo, em vermelho. $RMS(e) = 60,02 \text{ N}$ ou $RMS(e) = 4,39\%$, em unidades normalizadas.

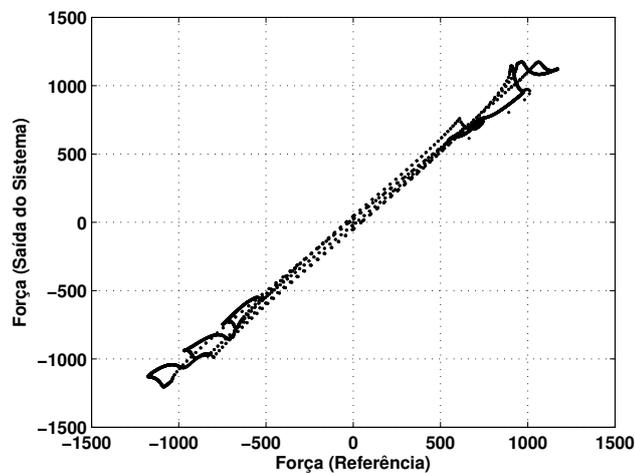


Figura 4.19: Compensação da histerese, comprovada pela curva entre a saída desejada (referência a ser seguida - eixo x) e a força de saída do sistema (eixo y). Sistema compensado em seguimento ao sinal de referência 2.

Por fim, deve-se ressaltar a aplicabilidade da técnica em sistemas que apresentam característica de histerese, em particular histerese do tipo Bouc-

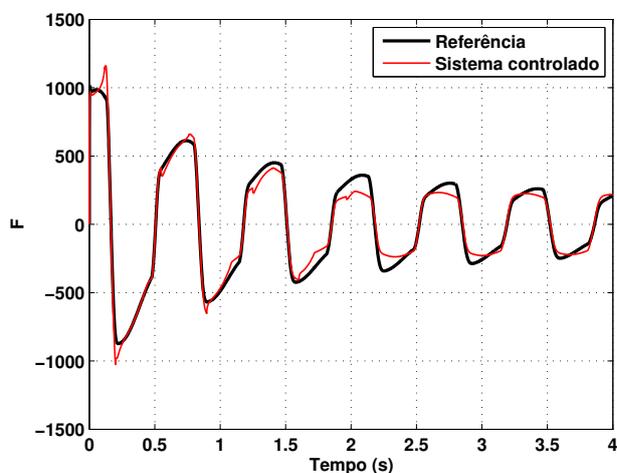


Figura 4.20: Evolução temporal da referência a ser seguida (sinal de referência 3), em preto, e da saída do sistema de compensado, em vermelho. $RMS(e) = 57,38 N$ ou $RMS(e) = 4,19\%$, em unidades normalizadas.

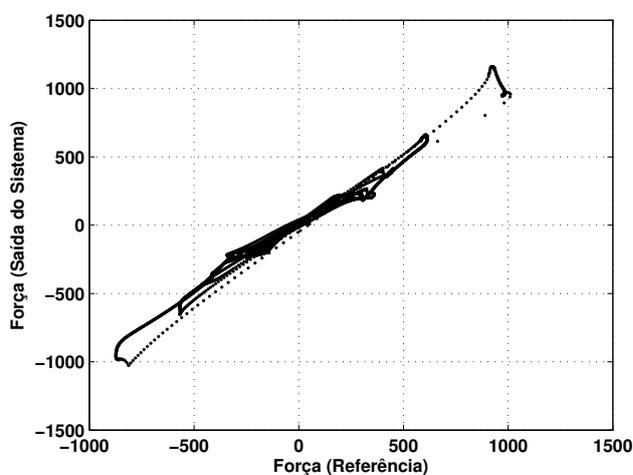


Figura 4.21: Compensação da histerese, comprovada pela curva entre a saída desejada (referência a ser seguida - eixo x) e a força de saída do sistema (eixo y). Sistema compensado, em seguimento ao sinal de referência 3.

Wen, uma vez que o modelo de Bouc-Wen é difícil de ser invertido devido à sua não linearidade. O modelo de Bouc-Wen, embora amplamente utilizado para modelagem de sistemas com histerese, tradicionalmente não é utilizado

para compensação de sistemas com histerese devido à dificuldade citada. Outros modelos, como os de LuGre, Prandtl-Ishlinskii e Preisach também apresentam a mesma dificuldade.

A fim de ilustrar a importância de regressores que envolvam multi funções da primeira diferença da entrada para modelar comportamento de histerese, foi obtido um modelo com a mesma metodologia, mas sem a utilização de $\text{sign}(\Delta x_k)$ como regressor candidato. Por não considerar multi função da primeira diferença da entrada, o modelo não consegue reproduzir histerese, sendo capaz de representar apenas parte da dinâmica do sistema.

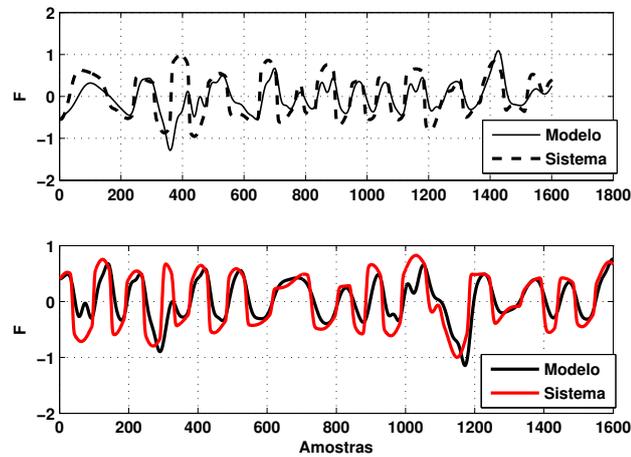


Figura 4.22: Modelo NARX de um MRD obtido sem a utilização de um regressor que envolva uma multi função da primeira diferença da entrada. A subfigura superior se refere aos dados de identificação e a inferior ao primeiro conjunto de dados de validação.

O modelo obtido é composto por oito regressores e tem grau de não linearidade cúbica. Como pode ser visto na Figura 4.22, o modelo consegue seguir suavemente apenas parte dos dados de validação. Ainda assim, há regiões em que o modelo comete erros elevados ao tentar representar o sistema. A Figura 4.23 apresenta o desempenho do mesmo modelo no mesmo cenário de compensação antecipativo.

Como pode ser observado, o desempenho do sistema com histerese compensado não é satisfatório quando o modelo utilizado não possui nenhum regressor que envolva uma multi função da primeira diferença da entrada. Isso é facilmente explicado uma vez que o modelo, embora possa modelar

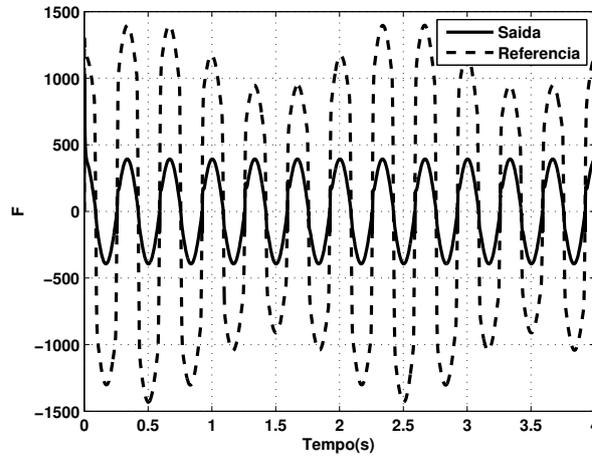


Figura 4.23: Sistema de compensação antecipativo. Utilização de um modelo que não utiliza uma multi função da primeira diferença da entrada como termo candidato.

parte da dinâmica do sistema, não é capaz de modelar a histerese $\mathcal{H}_k(\omega)$ do modelo de Bouc-Wen, uma vez que, como provado anteriormente, o mesmo não possui um regressor que envolva uma multi função da primeira diferença da entrada. Por fim a Figura 4.24 mostra que a histerese, neste caso, não é adequadamente compensada.

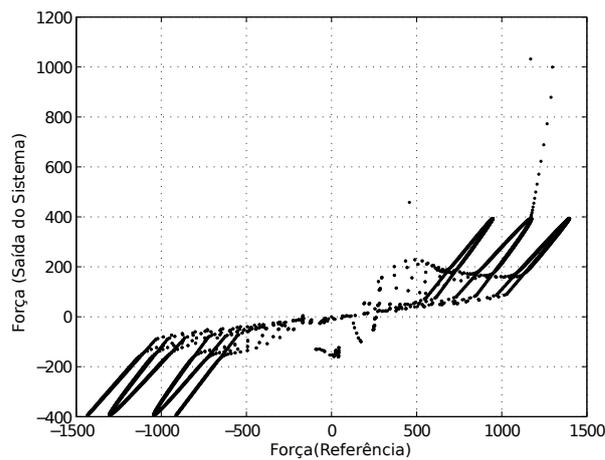


Figura 4.24: Verificação da compensação da histerese - modelo sem o termo $\text{sign}(v)$.

4.4 Considerações do Capítulo

O presente capítulo apresentou os principais resultados obtidos pela identificação de sistemas com histerese, apontando que os modelos obtidos podem ser adequados em aplicações que envolvem compensação de histerese. Mostrou-se como modelos ARX e NARX podem produzir histerese \mathcal{H} , confinada pelo conjunto de pontos de equilíbrio do modelo, e como conceitos de agrupamento de termos podem ser utilizados para obtenção desses modelos.

Foi mostrada a ocorrência de histerese em modelos polinomiais, estáveis, que possuem regressores que envolvam multi função da primeira diferença de entrada. Utilizou-se como sistema-teste um modelo de Bouc-Wen e um modelo de LuGre, ambos utilizados para modelar um amortecedor magneto-reológico.

Por fim, mostrou-se como modelos auto regressivos se comportam quando inseridos em uma arquitetura de compensação de histerese antecipativa, com o propósito de se compensar a não linearidade histerética. Os resultados obtidos foram satisfatórios, e serviram para validar a teoria proposta nesta tese, especificamente no Capítulo 3, bem como apontar possibilidades de pesquisas futuras em um cenário de identificação e controle de sistemas com histerese.

A metodologia aqui desenvolvida pode ser diretamente aplicada a um número elevado de problemas industriais, como será a seguir destacado. Na modelagem e compensação de histerese de sistemas que utilizam fluidos magneto-reológicos (Talatahari et al., 2012), os quais são utilizados frequentemente em aplicações envolvendo amortecimento estrutural. Outra possível aplicação encontra-se na modelagem de atuadores piezoelétricos com histerese (Ru et al., 2009; Shan e Leang, 2012) e na utilização de amortecedores magneto-reológicos para controle de veículos (Savaresi et al., 2005). Ainda pode-se citar aplicações envolvendo modelagem e compensação de histerese em juntas robóticas (Ruderman et al., 2009) ou na modelagem de transformadores de potência (Liu e Dinavahi, 2014). Além das aplicações citadas, a teoria aqui desenvolvida é aplicável a outros processos que requeiram modelagem e compensação de não linearidade histerética.

No próximo Capítulo serão apresentadas as considerações finais e propostas de continuidade em aspectos de modelagem e controle de sistemas com histerese.

Considerações finais e propostas de continuidade

“Cada cientista consciente deveria lutar contra sua própria teoria. E é isso que o torna uma pessoa capaz de perceber o novo.”

Rubem Alves em *Filosofia da Ciência*.

5.1 Introdução

O presente capítulo retoma as principais contribuições da tese em âmbito de modelagem e compensação de histerese, em que foram apresentadas condições suficientes para que modelos auto regressivos apresentassem não linearidade histerética.

No que segue, são apresentados questionamentos sobre modelagem e controle de sistemas com histerese que ainda carecem de profunda investigação, e será tida como objeto de pesquisas futuras.

5.2 Discussões

O presente documento apresentou, além de revisões de conceitos básicos em modelagem e compensação de sistemas com histerese, propostas e contribuições à modelagem dessa classe de sistemas, apresentando condições suficientes para que um modelo auto regressivo produza histerese. A princípio, abordou-se o tema por meio de uma revisão dos principais conceitos na literatura de modelagem e controle de sistemas com histerese. A seguir, apresentaram-se conceitos preliminares, necessários para o bom entendimento

do texto, juntamente com algumas das principais técnicas da literatura para modelagem e controle de sistemas com histerese.

No Capítulo 3, provaram-se as razões pelas quais histerese pode ocorrer em modelos polinomiais auto regressivos lineares e não lineares, bem como condições suficientes para que isso ocorra. Mostrou-se que a utilização agrupamentos de termos que envolvem multi funções da primeira diferença da entrada é suficiente para que um modelo polinomial apresente uma estrutura limitante de pontos de equilíbrio \mathcal{H} , a qual confina o laço de histerese. Ademais, foi proposto um método para determinação de estruturas de modelos com histerese levando em conta conceitos de coeficientes de agrupamentos, bem como a promissora utilização dos modelos obtidos em uma arquitetura de controle antecipativo. Mostrou-se que modelos auto regressivos com poucos termos são capazes de reproduzir comportamentos de histerese, desde que o mesmo possua uma estrutura adequada. Neste sentido, é suficiente que se tenha como termos do modelo uma multi função da primeira diferença da entrada, responsável pela formação da estrutura limitante \mathcal{H} . Exemplos numéricos foram apresentados também no Capítulo 3, como forma de elucidar os conceitos matematicamente apresentados.

No Capítulo 4, foram utilizados modelos de Bouc-Wen e LuGre para amortecedores magneto-reológicos (MRDs) como sistemas com histerese a serem identificados, como exemplos de validação da metodologia anteriormente proposta. Os resultados obtidos se mostram satisfatórios, uma vez que com modelos simples, com poucos termos, mas que envolvem multi funções da primeira diferença da entrada, pode-se reproduzir comportamento de histerese de modelos com elevada complexidade estrutural, como o modelo de Bouc-Wen e LuGre. Em caráter de investigação preliminar, o modelo obtido pela metodologia aqui proposta foi utilizado para compensação de histerese, etapa de linearização da planta com histerese que poderá ser posteriormente controlada. Apesar dos resultados terem se mostrados promissores, carecem de maior investigação, aprofundamento teórico e computacional.

Por fim, entende-se que a principal contribuição da tese se deu em aspectos de modelagem e identificação de sistemas com histerese via modelos polinomiais, em que foi apontado condições suficientes para que um modelo reproduza esse tipo de comportamento.

5.3 Perspectivas futuras

Dentre as propostas de continuidades em modelagem e controle de sistemas com histerese, destacam-se principalmente:

1. Aplicação das técnicas de modelagem e compensação de histerese desenvolvidas nesta tese em controle de sistemas com histerese, em tempo real.

Com isto, espera-se validar experimentalmente a teoria proposta neste documento tanto em aspectos de modelagem, como em um cenário de compensação e controle. Apesar de ter sido testada adequadamente por meio de simulações, a teoria proposta ainda não foi implementada em sistemas físicos. Espera-se que a baixa complexidade estrutural dos modelos auto regressivos obtidos seja um dos grandes benefícios em um cenário de compensação e controle de sistemas de histerese.

2. Verificar a influência da variação dos parâmetros e estrutura do modelo no formato da estrutura limitante \mathcal{H} , bem como a sensibilidade paramétrica e estrutural da estrutura limitante de pontos de equilíbrio, visando possíveis aplicações em controle robusto.

Testes preliminares mostraram que, para um modelo auto regressivo com histerese e estrutura fixa, o formato da estrutura limitante de pontos de equilíbrio \mathcal{H} depende criticamente dos parâmetros. Se por um lado, este fato permite que tenhamos uma série de variedades de laços de histerese representados pela mesma estrutura, por outro, pode ter influência negativa quando da utilização deste modelo em sistemas de controle robusto.

Além disto, deseja-se investigar a influência do formato da estrutura limitante de pontos de equilíbrio \mathcal{H} devido à inclusão de novos agrupamentos de termos em modelos auto regressivos, investigando sua influência quando da compensação de histerese aplicada à controle robusto.

3. Investigar as possíveis maneiras de se validar um modelo especificamente para um sistema com histerese, levando em conta a estrutura limitante \mathcal{H} .

Mostrou-se nesta tese que a estrutura limitante de pontos de equilíbrio \mathcal{H} é a principal responsável pela criação do laço de histerese em modelos

auto regressivos, por confinar o laço de histerese formado pelo modelo no plano entrada-saída. Contudo, baseado em dados experimentais, não se sabe ainda utilizar a estrutura limitante do sistema a ser modelado na etapa de validação do modelo obtido. Desta maneira, pretende-se aprofundar investigações sobre como utilizar a estrutura limitante do modelo obtido para que, de posse dos dados experimentais, se possa executar o procedimento de validação.

4. Desenvolvimento de metodologia para incorporar características de memória não local em estruturas e parâmetros de modelos NARX polinomiais.

Uma propriedade de alguns sistemas com histerese é a propriedade de memória não local. Nela, pontos de reversão do laço de histerese são utilizados na estrutura do modelo.

No contexto desta tese, os modelos utilizados (Bouc-Wen e LuGre) são modelos de memória local. Contudo, outros modelos, como o de Preisach, possuem em sua estruturas informações sobre pontos de reversão, de maneira com que os mesmos possuam memória não local. Assim, nesta etapa pretende-se investigar como incluir na estrutura limitante \mathcal{H} , ou até mesmo na multi função da primeira diferença da entrada aspectos que garantam que os modelos obtidos considerem informações não locais acerca do laço de histerese construído.

5. Investigar teoricamente e com maior profundidade a aplicação dos modelos obtidos em um contexto de técnicas de controle baseadas em modelo.

Nesta etapa pretende-se investigar como os modelos obtidos se comportam quando aplicados a técnicas de controles baseadas em modelos, utilizando os modelos de histerese aqui obtidos. Como grande parte dos controladores baseados em modelos envolvem processos de simulação e otimização, dada a baixa complexidade estrutural e alta equivalência com o sistema modelado, acredita-se que os modelos obtidos sejam adequados para esta aplicação.

6. Considerar a influência do período de amostragem na identificação de sistemas com histerese

Um dos aspectos a serem considerados durante a identificação de sistemas, particularmente durante o projeto de sinais de testes e aquisição de dados é a escolha do período de amostragem. Pretende-se investigar neste tópico como o período de amostragem influencia na obtenção do modelo, utilizando o método de identificação proposto, bem como a maneira com a qual o período de amostragem influencia a estrutura limitante formada pelo modelo obtido.

7. Identificação de Sistemas com histerese utilizando PRBS (*Pseudo Random Binary Signal*) como sinal de excitação e casos em que a histerese não esteja bem representada nos dados.

Um sinal persistentemente excitante comumente utilizado para realização de testes e coleta de dados é o sinal PRBS. O sinal PRBS é um sinal que altera entre dois patamares pré fixados, de maneira determinística, com o propósito de simular as características na frequência de um ruído branco.

Apesar de, por definição, não ser um sinal do tipo carga-descarga, espera-se investigar como obter modelos com estrutura limitante \mathcal{H} , nos casos em que os dados de saída do sistema foram obtidos aplicando-se à entrada um sinal do tipo PRBS. Nestes casos, haverá, além de histerese, dinâmica contida nos dados de saída. Além disso, a primeira diferença da entrada é nula para todo tempo, com exceção do tempo em que há a transição entre níveis do sinal PRBS.

Como foi mostrado nesta tese, multi funções da primeira diferença da entrada são suficientes para que se forme a estrutura limitante de pontos de equilíbrio, e esta informação é utilizada durante o procedimento de identificação proposto. Contudo, uma vez que a primeira diferença do sinal PRBS é majoritariamente nula, espera-se investigar como utilizar este tipo de sinal de excitação para obter modelos capazes de produzir laços de histerese.

8. Identificação diretamente do modelo inverso de histerese, e sua aplicação para compensação de sistemas com histerese.

Para aplicações em compensação de histerese e posteriormente controle, necessita-se de modelos inversos, como apresentado no Capítulo 4. O modelo obtido, quando invertido, pode não ser válido para toda a faixa de operação de interesse, conforme apresentado nesta tese.

Assim, pretende-se investigar como as técnicas aqui propostas se comportam diretamente na obtenção do modelo inverso. Assim, pode-se eliminar uma das etapas (etapa de inversão do modelo) de projetos de compensação e posterior controle de sistemas com histerese.

9. Investigação de casos em que se tem mais de um ponto de equilíbrio

Nesta tese apresentaram-se condições suficientes para que modelos auto regressivos apresentem laço histerético. Para reproduzir o laço de histerese um modelo auto regressivo deve possuir um ponto de equilíbrio assintoticamente estável, real, e sua localização deve ser, para um dado valor de entrada, uma para regime de carga e outra para regime de descarga.

Deve-se ainda investigar casos em que os modelos possuem mais de um ponto de equilíbrio, e como sua estabilidade e sua natureza (reais ou imaginários) fazem com que haja ou não um laço de histerese \mathcal{H} em modelos auto regressivos.

5.4 Publicações durante o Doutorado

Dentre as publicações que aconteceram durante o período de doutoramento, destacam-se a seguir aquelas que diretamente se relacionam com a tese aqui apresentada.

A primeira publicação aconteceu em um dos congressos mais importantes do país na área. Nela, foram apresentados resultados oriundos das simulações até então implementadas, sem que houvesse, naquele instante, uma análise matemática rigorosamente adequada que se propunha a explicar as razões pelas quais havia histerese nos modelos obtidos. A principal contribuição da primeira referência se deu em aspectos de detecção de estruturas de modelos matemáticos, em que se mostrou que modelos auto regressivos com poucos termos são capazes de reproduzir histerese composta por modelo de Bouc-Wen, os quais possuem alta complexidade estrutural.

A segunda publicação consiste da principal contribuição desta tese, principalmente descrita no Capítulo 3 deste documento. Nesta publicação realizou-se um aprofundamento matemático baseado em análise estática, conceitos de agrupamento de termos, coeficientes de agrupamentos e estabilidade de pontos de equilíbrio. Foram explicitadas as razões pelas quais um modelo auto

regressivo é capaz de reproduzir um laço de histerese. Além disso, foram propostas condições suficientes para que um modelo auto regressivo produzisse um laço de histerese.

[1] Martins, S. A. M. e Aguirre, L. A. (2014). NARX modelling of the Bouc-Wen model. *Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática*, 2051-2057.

[2] Martins, S. A. M. e Aguirre, L. A. (2016). Sufficient Conditions for Rate-Independent Hysteresis in Autoregressive Identified Models. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 75 (15), 607-617.

Modelos Clássicos de Sistemas com Histerese

Este Apêndice apresenta dois dos principais modelos para sistemas com histerese. São apresentados conceitos básicos sobre o modelo de Bouc-Wen (Wen, 1976), comumente utilizado para modelagem de sistemas com histerese (Hassani et al., 2014) e também o modelo de LuGre (Canudas-de Wit et al., 1995), ambos utilizados no contexto deste trabalho.

A.1 O Modelo de Bouc-Wen

O modelo de Bouc-Wen é utilizado com grande frequência na área de modelagem de sistemas com histerese ainda em pesquisas atuais (Fung et al., 2009; Talatahari et al., 2012; Ortiz et al., 2013), por ser completo e representativo, apesar de envolver conceitos matemáticos que dificultam a análise e caracterização do sistema modelado como aqui apresentado.

No contexto de sistemas com histerese, considere a curva apresentada na Figura A.1, a qual apresenta o deslocamento como variável de entrada (x - abscissa) e a variável força como saída (\mathcal{F} - ordenada). Claramente, a saída não é função apenas da entrada, uma vez que para um único valor de $x = x_0$ tem-se quatro valores de saída associado. Pela Figura A.1 observa-se também que o valor da saída atual não depende exclusivamente do valor atual de entrada, mas também de seus valores passados e de sua taxa de variação em relação ao tempo.

Bouc (1967) propôs o funcional \mathcal{F} , tal que:

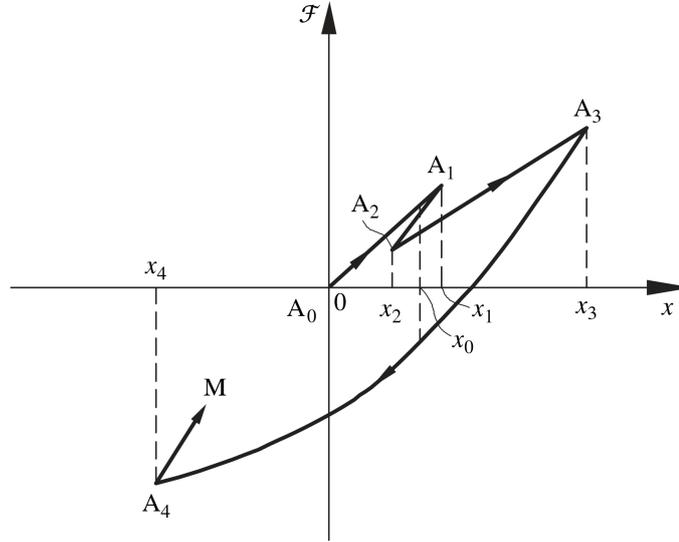


Figura A.1: Exemplo de curva de histerese. Extraído de (Ikhouane e Rodellar, 2007).

$$\frac{d\mathcal{F}}{dt} = g \left[x, \mathcal{F}, \text{sign} \left(\frac{dx}{dt} \right) \right] \frac{dx}{dt}, \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \mathcal{F}(t) = p(t). \quad (\text{A.2})$$

para descrever um comportamento histerético. Nestes modelos, \mathcal{F} é a saída, $g[\cdot]$ é uma função não linear a ser estimada, x o deslocamento e $p(t)$ a entrada.

Ou seja, a taxa de variação da saída \mathcal{F} depende de uma função matemática não linear $g[\cdot]$, que por sua vez depende da entrada x , do sinal da derivada da entrada $\text{sign}(dx/dt)$ e, de forma independente, da variação da entrada em função do tempo dx/dt .

As equações A.1 e A.2 descrevem completamente o comportamento de um oscilador histerético. Para explicitar a função \mathcal{F} , foi proposto inicialmente o uso de uma variante da integral de Stieltjes para $g[\cdot]$, compondo inicialmente o modelo: (Bouc, 1967):

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \mu^2 x(t) + \sum_{i=1}^N z_i = p(t), \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{dz_i}{dt} + \alpha_i \left| \frac{dx}{dt} \right| z_i - A_i \frac{dx}{dt} = 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{A.4})$$

sendo z_i introduzida no modelo como variáveis responsáveis por descrever as N forças restauradoras com comportamento de histerese, x o deslocamento, p a entrada e μ , α_i e A_i constantes a serem estimadas. As equações A.3 e A.4 são conhecidas como o modelo de Bouc, como destacado em (Ikhouane e Rodellar, 2007).

Wen (1976) estendeu o conceito até então proposto por Bouc, propondo pequenas modificações a fim de melhorar o modelo, no que se referem às leis físicas que regem um processo com histerese. Ademais, essas modificações permitem que seja representada maior gama de curvas de histerese por meio do modelo de Bouc-Wen (Wen, 1976), expresso por:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= -\alpha |\dot{x}| z^n - \beta \dot{x} |z^n| + A\dot{x}, \quad \text{para } n \text{ ímpar}, \\ \dot{z} &= -\alpha |\dot{x}| z^{n-1} |z| - \beta \dot{x} z^n + A\dot{x}, \quad \text{para } n \text{ par}, \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

sendo z a saída histerética, x a entrada e (α, n, β, A) parâmetros a serem estimados.

A forma do laço de histerese varia consideravelmente em função dos parâmetros escolhidos para o modelo de Bouc-Wen (Equação A.5). Desse modo, pode-se representar uma grande variedade de sistemas com histerese, modificando somente os parâmetros do modelo de Bouc-Wen. Entretanto, dadas combinações paramétricas conduzem o modelo à instabilidade, sendo portanto a estimação de parâmetros uma etapa fundamental da modelagem de sistemas com histerese via modelos de Bouc-Wen (Ikhouane e Rodellar, 2007).

Além disso, a relevância da utilização e estudo de modelos de Bouc-Wen, no que se refere à modelagem de sistemas com histerese, pode ser justificada pelo conteúdo apresentado na Figura A.2. Nota-se um aumento tanto do número de publicações, quanto do número de citações ao longo dos anos, ratificando a ampla utilização dessa classe de modelos em problemas de modelagem de sistemas com histerese.

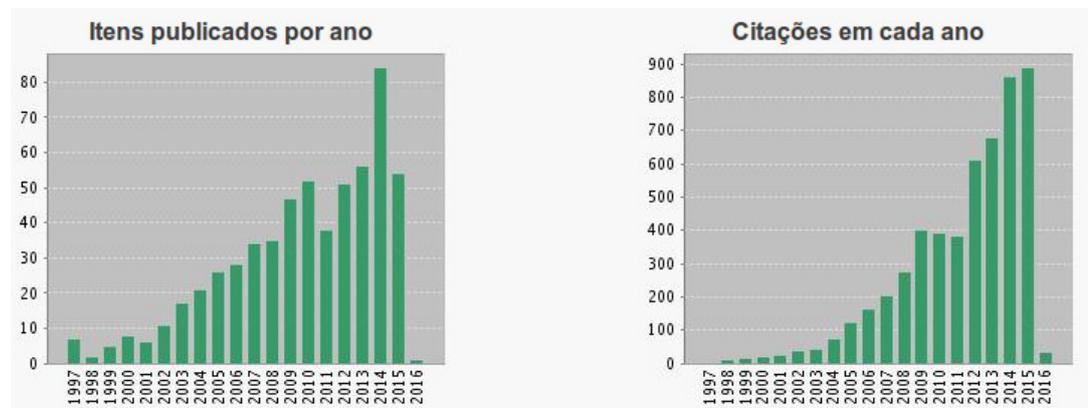


Figura A.2: Número de publicações e citações. Como palavra-chave, utilizou-se o termo “Bouc-Wen” na base *ISI-Web of Knowledge*. Pesquisa realizada em 08 de janeiro de 2016, às 14 horas e 30 minutos.

A.2 O Modelo de LuGre

Assim como o modelo de Bouc-Wen (Wen, 1976), o modelo de LuGre (Canudas-de Wit et al., 1995) surge para corrigir a deficiência do modelo de Dahl (Dahl, 1968), desenvolvido no final dos anos 1960, em explicar fenômenos específicos, importantes ao descrever comportamentos não lineares. O modelo de LuGre foi desenvolvido originalmente para modelar o comportamento de fricção. Contudo, trabalhos como os de Padthe et al. (2006) e Jimenez e Alvarez-Icaza (2004) mostram sua capacidade em descrever também o comportamento de histerese.

Uma das vantagens do modelo de LuGre é o número de parâmetros reduzido quando comparado a outros modelos (Astrom e Canudas-de Wit, 2008). Isso faz com que o processo de ajuste paramétrico seja simplificado. Contudo, ainda apresenta complexidade relevante em sua estrutura, o que torna complexa sua utilização para compensar histerese.

Além disso, a relevância da utilização e estudo de modelos de LuGre, no que se refere à modelagem de sistemas não lineares, pode ser justificada pelo conteúdo apresentado na Figura A.3. Nota-se um aumento tanto do número de publicações, quanto do número de citações ao longo dos anos, ratificando a ampla utilização dessa classe de modelos e em problemas de modelagem de sistemas não lineares.

Matematicamente, o modelo de LuGre é definido como:

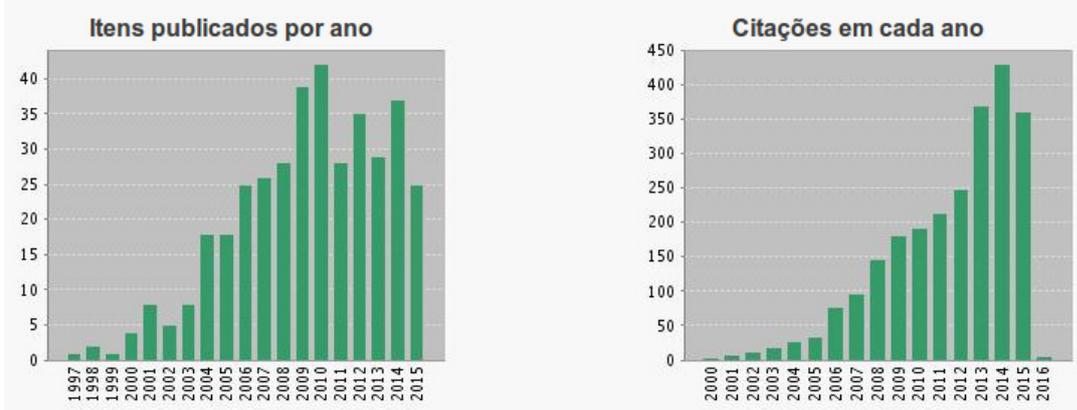


Figura A.3: Número de publicações e citações. Como palavra-chave, utilizou-se o termo “LuGre” na base *ISI-Web of Knowledge*. Pesquisa realizada em 08 de janeiro de 2016, às 14 horas e 36 minutos.

$$\begin{aligned}\dot{z} &= v - \alpha_0 \frac{|v|}{g(v)} z = v - h(v)z \\ \mathcal{F} &= \alpha_0 z + \alpha_1 \dot{z} + f(v),\end{aligned}\tag{A.6}$$

em que v é a velocidade relativa entre duas superfícies em contato, z é o estado interno de fricção (ou histerese) e \mathcal{F} é a força de fricção (saída). $h(v)$, $g(v)$ e $f(v)$ são funções matemáticas dependentes da velocidade, e podem ser determinadas experimentalmente. α_0 , α_1 são constantes que determinam o tipo de comportamento não linear representado pelo modelo.

A.3 Determinação de Parâmetros

Uma vez obtida a estrutura do modelo de Bouc-Wen ou LuGre, os parâmetros devem ser estimados a fim de quantificar a contribuição de cada termo na composição final do modelo. O modelo, com sua estrutura fixa obtida por meio das leis físicas do processo, pode representar uma grande diversidade de dinâmicas com histerese, apenas variando os parâmetros. Assim sendo, grande parte dos esforços na literatura está associada à obtenção de parâmetros dos modelos de Bouc-Wen e LuGre, utilizando diferentes metodologias, sendo esse puramente um procedimento de identificação de sistemas

(Ikhouane e Rodellar, 2007).

Nesse contexto, diferentes técnicas de obtenção de parâmetros vêm sendo desenvolvidas. Sues et al. (1988) propuseram um método determinístico, baseado no método dos mínimos quadrados, para obter os parâmetros do modelo de Bouc-Wen. Um outro método baseado no método dos mínimos quadrados é apresentado em (Ha et al., 2005b). No âmbito de técnicas estocásticas, (Ching et al., 2006) utiliza estatística de Bayes para determinação dos parâmetros dos modelos. Em (Ha et al., 2005a), são apresentadas técnicas de otimização baseada em algoritmo genético mono-objetivo, utilizando codificação real, o qual consegue com destreza obter os parâmetros do modelo.

Em um passado mais recente, Ortiz et al. (2013) propuseram uma técnica multiobjetivo para obtenção dos parâmetros do modelo de Bouc-Wen, considerando para tal informações como área da curva de histerese do sistema e do modelo, erro de predição, erro médio e erro máximo. O processo de otimização, feito via NSGA-II (algoritmo genético multiobjetivo), fornece os parâmetros do modelo de Bouc-Wen. Dada a similaridade dos modelos e generalidade da técnica, pode-se também aplicá-la na obtenção de parâmetros de modelos de LuGre.

Kim et al. (2005) apresentam um método baseado no domínio da frequência para obtenção dos parâmetros do modelo. Para tal, o sistema é excitado por meio de uma entrada periódica e os parâmetros do modelo de Bouc-Wen estimados utilizando uma aproximação do primeiro harmônico. Um maior número de harmônicos para determinação dos parâmetros é considerado em (Ni et al., 1998).

Modelos para o MRD em espaço de estados

Neste Apêndice os modelos de Bouc-Wen (Spencer Jr. et al., 1997) e Lu-Gre Jimenez e Alvarez-Icaza (2004), utilizados nesta tese, serão apresentados de maneira com que facilmente pode-se executar uma simulação matemática para obtenção dos estados e saída.

B.1 Modelo de Bouc-Wen

O modelo proposto por Spencer Jr. et al. (1997) é escrito como:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F} &= c_1 \dot{y} + k_1(x - x_0), \\
 \dot{y} &= \frac{1}{c_0 + c_1} [\alpha z + c_0 \dot{x} + k_0(x - y)], \\
 \dot{z} &= -\gamma |\dot{x} - \dot{y}| z |z|^{n-1} - \beta (\dot{x} - \dot{y}) |z|^n + A(\dot{x} - \dot{y}), \\
 \alpha &= \alpha_a + \alpha_b u_{BW}, \\
 c_1 &= c_{1a} + c_{1b} u_{BW}, \\
 c_0 &= c_{0a} + c_{0b} u_{BW}, \\
 \dot{u}_{BW} &= -\eta(u_{BW} - E).
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

A lista dos parâmetros e seus valores pode ser encontrada em (Spencer Jr. et al., 1997), (Leva e Piroddi, 2002) ou em (Du et al., 2006) e será reproduzida nas Tabelas 4.1 e 4.2. A variável z representa a evolução histerética do tipo Bouc-Wen do sistema, ao passo que \mathcal{F} é a força resultante ao deslocamento x . A entrada u_{BW} depende da intensidade da tensão aplicada E .

Tabela B.1: Parâmetros do modelo de Bouc-Wen.

Parâmetro	Valor
c_{0a}	21,0 N · s/cm
c_{0b}	3,50 N · s/cm · V
k_0	46,9 N/cm
c_{1a}	283 N · s/cm
c_{1b}	2,95 N · s/cm · V
k_1	5 N/cm
x_0	14,3 cm

Tabela B.2: Parâmetros do modelo de Bouc-Wen (cont.).

Parâmetro	Valor
α_a	140 N/cm
α_b	695 N/cm · V
γ	363 cm ⁻²
β	363 cm ⁻²
A	301
n	2
η	190 s ⁻¹

Visando escrever o modelo apresentado na Equação B.1 em espaço de estados, definem-se os estados m_1 , m_2 e m_3 como:

$$\begin{aligned} m_1 &= y; \\ m_2 &= z; \\ m_3 &= u_{BW}; \end{aligned} \tag{B.2}$$

e define-se ainda:

$$\begin{aligned} u_1 &= E; \\ u_2 &= x; \\ u_3 &= \dot{x}; \end{aligned} \tag{B.3}$$

como entradas. Pode-se desta forma escrever o modelo B.1 como:

$$\begin{aligned}
\dot{m}_1 &= \frac{1}{c_0 + c_1} [\alpha m_2 + c_0 u_1 + k_0 (u_2 - m_1)]; \\
\dot{m}_2 &= -\gamma \left| u_3 - \frac{1}{c_0 + c_1} [\alpha m_2 + c_0 u_1 + k_0 (u_2 - m_1)] \right| m_2 |m_2|^{n-1} + \\
&\quad -\beta \left[u_3 - \frac{1}{c_0 + c_1} [\alpha m_2 + c_0 u_1 + k_0 (u_2 - m_1)] \right] |m_2|^n + \quad (\text{B.4}) \\
&\quad A \left[u_3 - \frac{1}{c_0 + c_1} [\alpha m_2 + c_0 u_1 + k_0 (u_2 - m_1)] \right]; \\
\dot{m}_3 &= \eta (m_3 - u_1)
\end{aligned}$$

em que a saída \mathcal{F} pode ser escrita como:

$$\mathcal{F} = \frac{c_1}{c_0 + c_1} [\alpha m_2 + c_0 u_1 + k_0 (u_2 - m_1)] + k_1 (u_2 - x_0), \quad (\text{B.5})$$

sendo os parâmetros c_0 , c_1 e α definidos como:

$$\begin{aligned}
\alpha &= \alpha_a + \alpha_b m_3, \\
c_1 &= c_{1_a} + c_{1_b} m_3, \\
c_0 &= c_{0_a} + c_{0_b} m_3,
\end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

além das constantes apresentadas na Tabelas B.1 e B.2. De posse das Equações B.4, B.5 e B.6, pode-se obter os estados e a saída utilizando Runge-Kutta de quarta ordem, dadas as entradas u_1 , u_2 , u_3 e passo de integração especificados.

B.2 Modelo de LuGre

O modelo proposto por Jimenez e Alvarez-Icaza (2004), é descrito matematicamente por:

$$\begin{aligned}
\mathcal{F} &= \beta(i)z + \gamma(i)\dot{x} + \delta x + f_0 + \epsilon \dot{z} \\
\dot{z} &= \dot{x} - \alpha |\dot{x}| z \\
\beta(i) &= \alpha(q_1 i + q_2) \\
\gamma(i) &= p_1 i^2 + p_2 i + p_3.
\end{aligned} \tag{B.7}$$

Na Equação (B.7), a variável z é responsável por representar a histerese do sistema, enquanto a variável i se refere à corrente aplicada. Os valores constantes de β , δ , f_0 , ϵ , α , q_1 , q_2 , p_1 , p_2 e p_3 são apresentados em Jimenez e Alvarez-Icaza (2004) e serão reproduzidos nas Tabelas 4.6 e 4.7. A variável x se refere ao deslocamento do MRD e \mathcal{F} a força de saída, que tem comportamento de histerese.

Tabela B.3: Parâmetros do modelo de LuGre.

Parâmetro	Valor
α	3,20 mm ⁻¹
q_1	833,85 N/A
q_2	14,72 N
p_1	-10,80 N·s/(mm A ²)
p_2	17,75 N·s/(mm A)

Tabela B.4: Parâmetros do modelo de LuGre (cont.).

Parâmetro	Valor
p_3	0,50 N·s/mm
ϵ	0,60 N·s/mm
δ	1,03 N/mm
f_0	-45,82 N

Para escrever o modelo B.7 em espaço de estados, define-se o estado:

$$m_1 = z; \tag{B.8}$$

e as entradas:

$$\begin{aligned}
u_1 &= i; \\
u_2 &= x; \\
u_3 &= \dot{x};
\end{aligned} \tag{B.9}$$

Pode-se reescrever o modelo B.7 como:

$$\dot{m}_1 = u_3 - \alpha |u_3| m_1, \quad (\text{B.10})$$

em que a saída \mathcal{F} pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \mathcal{F} = & \alpha (q_1 u_1 + q_2) m_1 + (p_1 u_1^2 + p_2 u_1 + p_3) u_3 + \\ & \delta u_2 + f_0 + \epsilon (u_3 - \alpha |u_3| m_1). \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

De posse das equações B.10 e B.11 e das constantes apresentadas na Tabelas B.3 e B.4, pode-se obter o estado e a saída utilizando Runge-Kutta de quarta ordem, dadas as entradas u_1 , u_2 , u_3 e passo de integração especificados.

Propriedade de memória não local

Uma propriedade constantemente mencionada por autores é a propriedade de memória não local, a seguir definida.

Propriedade C.0.1 (Propriedade de memória não local (de Almeida et al., 2003)). *Considere duas trajetórias distintas, com o propósito de se chegar ao mesmo estado final (H_d, M_d) , definidas por:*

$$(H_a, M_a) \searrow (H_b, M_b) \nearrow (H_0, M_0) \searrow (H_d, M_d), \quad (\text{C.1})$$

ou

$$(H_c, M_c) \searrow (H_d, M_d), \quad (\text{C.2})$$

em que \searrow e \nearrow correspondem respectivamente às trajetórias monotonicamente decrescente e crescente.

Uma trajetória sobre o laço de histerese que se origina no ponto (H_d, M_d) e passa pelo estado (H_0, M_0) pode caminhar por duas trajetórias diferentes:

$$(H_d, M_d) \nearrow (H_0, M_0) \nearrow (H_a, M_a), \quad (\text{C.3})$$

ou

$$(H_d, M_d) \nearrow (H_0, M_0) \nearrow (H_c, M_c), \quad (\text{C.4})$$

considerando que o estado (H_d, M_d) foi atingido por meio dos caminhos (C.1) ou (C.2), nesta ordem, como apresentado na Figura C.1.

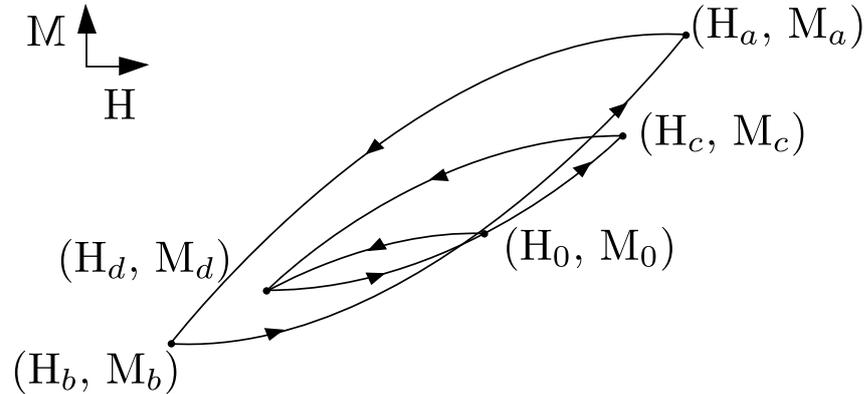


Figura C.1: Efeito de memória não local. Adaptado de (de Almeida et al., 2003).

No contexto de modelagem de sistemas com histerese, os modelos podem ser classificados como modelos de histerese com memória local, os quais não consideram em sua estrutura informações sobre os pontos de reversão. Neste caso, pode-se incluir modelos clássicos como o modelo de Jiles e também o modelo de Bouc-Wen.

Por outro lado, o modelo de Preisach considera em sua estrutura informações sobre os pontos de reversão por meio do armazenamento dos valores extremos passados da entrada, compondo um modelo com memória não local (Tjahjowidodo, 2012).

Apesar de haver por parte de alguns pesquisadores uma preocupação em se reproduzir o efeito de memória não local em modelos de sistemas com histerese, de Almeida et al. (2003) relata que “... *na verdade, não há evidência experimental da persistência de memória não local em materiais reais*”. Desta forma, trabalhou-se nesta tese com modelos de Bouc-Wen e de Lugre, modelos largamente empregados na modelagem de sistemas com histerese que são essencialmente de memória local, por não considerarem informações sobre pontos de reversão não locais em sua estrutura.

Referências Bibliográficas

- Aguirre, L. A. (1994). Some remarks on structure selection for nonlinear models. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 4:1707–1714.
- Aguirre, L. A. (1995). A nonlinear correlation function for selecting the delay time in dynamical reconstructions. *Physics Letters A*, 203(2,3):88–94.
- Aguirre, L. A. (1996). A tutorial introduction to nonlinear dynamics and chaos, Part I: tools and benchmarks. *SBA Controle & Automação*, 7(1):29–49.
- Aguirre, L. A. (1997). On the structure of nonlinear polynomial models: higher order correlation functions, spectra, and term clusters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems Part I: Fundamental Theory and Applications*, 44(5):450–453.
- Aguirre, L. A. (2007). *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. Editora da UFMG. 3ª edição.
- Aguirre, L. A. (2014). Identification of smooth nonlinear dynamical systems with non-smooth steady-state features. *Automatica*, 50(4):1160 – 1166.
- Aguirre, L. A. e Billings, S. A. (1994). Validating identified nonlinear models with chaotic dynamics. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 4(1):109–125.
- Aguirre, L. A. e Billings, S. A. (1995a). Dynamical effects of overparametrization in nonlinear models. *Physica D*, 1-2(80):26–40.

- Aguirre, L. A. e Billings, S. A. (1995b). Improved structure selection for nonlinear models based on term clustering. *International Journal of Control*, 62(3):569–587.
- Aguirre, L. A., Furtado, E. C., e Torres, L. A. B. (2006). Evaluation of Dynamical Models: Dissipative Synchronization and other Techniques. *Physical Review E*, 74(6).
- Aguirre, L. A. e Letellier, C. (2009). Modeling Nonlinear Dynamics and Chaos: A Review. *Mathematical Problems in Engineering*, páginas 1–35.
- Aguirre, L. A. e Mendes, E. M. A. M. (1996). Global nonlinear polynomial models: structure, term cluster and fixed points. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 6(2):279–294.
- Aguirre, L. A., Rodrigues, G. G., e Jácome, C. R. F. (1998). Identificação de sistemas não-lineares utilizando modelos narmax polinomiais – uma revisão e novos resultados. *SBA Controle & Automação*, 9(2):90–106.
- Aguirre, N., Ikhouane, F., Rodellar, J., e Christenson, R. (2012). Parametric identification of the Dahl model for large scale MR dampers. *Structural Controle & Health Monitoring*, 19(3):332–347.
- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 19(6):716–723.
- Amthor, A., Zschaeck, S., e Ament, C. (2010). High precision position control using an adaptive friction compensation approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 55(1):274–278.
- Ang, W.-T., Khosla, P., e Riviere, C. (2007). Feedforward controller with inverse rate-dependent model for piezoelectric actuators in trajectory-tracking applications. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 12(2):134–142.
- Assimaki, D., Li, W., e Kalos, A. (2011). A wavelet-based seismogram inversion algorithm for the in situ characterization of nonlinear soil behavior. *Pure and Applied Geophysics*, 168(10):1669–1691.
- Astrom, K. J. e Canudas-de Wit, C. (2008). Revisiting the LuGre Friction Model. *IEEE Control Systems Magazine*, 1066:101–114.

- Ayala, H. V. H., Habineza, D., Rakotondrabe, M., Klein, C. E., e Coelho, L. S. (2015). Nonlinear Black-box System Identification through Neural Networks of a Hysteretic Piezoelectric Robotic Micromanipulator. In *17th IFAC Symposium on System Identification*.
- Barbosa, A. M. (2010). *Técnicas de otimização bi-objetivo para a determinação da estrutura de modelos NARX*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Barbosa, A. M., C., T. R. H., e Aguirre, L. A. (2015). Equivalence of Nonlinear Model Structures Based on Pareto Uncertainty. *IET Control Theory and Applications*, 9(16):2423–2429.
- Barbosa, A. M. e Martins, S. A. M. (2013). Bifurcação e Caos em Circuitos Eletrônicos: Simulação e Experimento. In *Anais da Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações*.
- Bassi, F. C., Martins, S. A. M., e Nepomuceno, E. G. (2015). Influência do Máximo Atraso na Determinação do Tamanho de Modelos via Critério de Informação de Akaike Multiobjetivo. In *Anais da Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações*.
- Billings, S. A. (2013). *Nonlinear system identification: NARMAX methods in the time, frequency and spatio-temporal domains*. Wiley.
- Billings, S. A., Chen, S., e Korenberg, M. J. (1989). Identification of MIMO non-linear systems using a forward-regression orthogonal estimator. *International Journal of Control*, 49(6):2157–2189.
- Billings, S. A. e Wei, H. L. (2005). A new class of wavelet networks for nonlinear system identification. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 16(4):862–874.
- Bouc, R. (1967). Forced vibration of mechanical systems with hysteresis. In *Proceedings of the Fourth Conference on Nonlinear Oscillation. Praga, Tchecoslovaquia*.
- Boynton, R. J., Balikhin, M. A., Billings, S. A., Wei, H. L., e Ganushkina, N. (2011). Using the NARMAX OLS-ERR algorithm to obtain the most influential coupling functions that affect the evolution of the magnetosphere. *Journal of Geophysical Research-Space Physics*, 116.

- Canudas-de Wit, C., Olsson, K. J., Astrom, K. J., e Lischinsky, P. (1995). A New Model for Control of Systems with Friction. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 40(3):419–425.
- Chen, S. e Billings, S. A. (1989). Representations of non-linear systems: the NARMAX model. *International Journal of Control*, 49(3):1013–1032.
- Chen, Y., Qiu, J., Palacios, J., e Smith, E. C. (2013). Tracking control of piezoelectric stack actuator using modified Prandtl-Ishlinskii model. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 24(6, SI):753–760.
- Ching, J., Beck, J. L., e Porter, K. A. (2006). Bayesian state and parameter estimation of uncertain dynamical systems. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 21(1):81 – 96.
- Dahl, P. (1968). A Solid Friction Model. Technical report, The Aerospace Corporation. El Segundo, CA.
- de Almeida, L. A. L., Lima, A. M. N., Deep, G. S., e Neff, H. (2003). Um modelo Diferencial Para Histerese Magnética: Representação Algébrica Recursiva. *Controle & Automação*, 14(1):58–68.
- de Lima, A. S. (2011). *Identificação experimental de um sistema magneto-reológico*. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ.
- De Moerlooze, K., Al-Bender, F., e Van Brussel, H. (2010). A Generalised Asperity-Based Friction Model. *Tribology Letters*, 40(1):113–130.
- Ding, F., Liu, X. P., e Liu, G. (2011). Identification methods for Hammerstein nonlinear systems. *Digital Signal Processing*, 21(2):215–238.
- Du, H., Lam, J., e Zhang, N. (2006). Modelling of a magneto-rheological damper by evolving radial basis function networks. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 19(8):869–881.
- Fung, R.-F., Hsu, Y.-L., e Huang, M.-S. (2009). System identification of a dual-stage xy precision positioning table. *Precision Engineering*, 33(1):71 – 80.
- Garcia, C. (2013). *Modelagem e Simulação de Processos Industriais e de Sistemas Eletromecânicos*. Editora da Universidade de São Paulo.

- Ge, P. e Jouaneh, M. (1996). Tracking control of a piezoceramic actuator. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 4(3):209–216.
- Gunnar, J., Wernholt, E., Hovland, G., e Brogardh, T. (2006). Nonlinear grey-box identification of linear actuators containing hysteresis. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation. ICRA 2006*, páginas 1818 –1823.
- Ha, J.-L., Fung, R.-F., e Han, C.-F. (2005a). Optimization of an impact drive mechanism based on real-coded genetic algorithm. *Sensors and Actuators A: Physical*, 121(2):488 – 493.
- Ha, J.-L., Fung, R.-F., e Yang, C.-S. (2005b). Hysteresis identification and dynamic responses of the impact drive mechanism. *Journal of Sound and Vibration*, 283(35):943 – 956.
- Hassani, V., Tjahjowidodo, T., e Do, N. T. (2014). A survey on hysteresis modeling, identification and control. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 49(1-2):209–233.
- Hopfield, J. J. (1982). Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 79(8):2554–2558.
- Hsieh, C. e Pan, Y.-C. (2000). Dynamic behavior and modelling of the pre-sliding static friction. *Wear*, 242(1-2):1 – 17.
- Hsu, J. e Ngo, K. D. T. (1997). A hammerstein-based dynamic model for hysteresis phenomenon. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 12(3):406–413.
- Ikhouane, F. (2011). A general framework for the analysis of the quasi-static regime. In *IFAC World Congress. Milão, Itália*.
- Ikhouane, F. e Rodellar, J. (2007). *Systems with hysteresis: analysis, identification and control using the Bouc-Wen model*. John Wiley & Sons.
- Ismail, M., Ikhouane, F., e Rodellar, J. (2009). The hysteresis Bouc-Wen model, a Survey. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 16(2):161–188.

- Janaideh, M. A., Su, C.-Y., e Rakheja, S. (2008). Development of the rate-dependent Prandtl-Ishlinskii model for smart actuators. *Smart Materials and Structures*, 17(3):26–35.
- Jimenez, R. e Alvarez-Icaza, L. (2004). LuGre friction model for a magneto-rheological damper. *Structural Control and Health Monitoring*, 12:91–116.
- Kerschen, G., Worden, K., Vakakis, A. F., e Golinval, J.-C. (2006). Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20(3):505 – 592.
- Khalid, M., Yusof, R., Joshani, M., Selamat, H., e Joshani, M. (2014). Non-linear identification of a magneto-rheological damper based on dynamic neural networks. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 29(3):221–233.
- Kim, S., Spencer, B., e Yun, C. (2005). Frequency domain identification of multi-input, multi-output systems considering physical relationships between measured variables. *Journal of Engineering Mechanics*, 131(5):461–472.
- Korenberg, M., Billings, S., Liu, Y., e Mcilroy, P. (1988). Orthogonal parameter estimation algorithm for non-linear stochastic systems. *International Journal of Control*, 48(1):193–210.
- Leontaritis, I. J. e Billings, S. A. (1985a). Input-output parametric models for non-linear systems - part i: deterministic non-linear systems. *International Journal of Control*, 41(2):303–328.
- Leontaritis, I. J. e Billings, S. A. (1985b). Input-output parametric models for non-linear systems - part ii: stochastic non-linear systems. *International Journal of Control*, 41(2):329–344.
- Leva, A. e Piroddi, L. (2002). NARX-based technique for the modelling of magneto-rheological damping devices. *Smart Materials and Structures*, 11(1):79.
- Li, C.-T. e Tan, Y.-H. (2005). Adaptive output feedback control of systems preceded by the preisach-type hysteresis. *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on*, 35(1):130–135.

- Liu, J. e Dinavahi, V. (2014). A real-time nonlinear hysteretic power transformer transient model on FPGA. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(7):3587–3597.
- Ljung, L. (1987). *System identification: theory for the user*. Prentice-Hall, London.
- Martins, S. A. M. e Aguirre, L. A. (2014). NARX Modelling of the Bouc-Wen Model. In *Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática*, páginas 2051–2057.
- Martins, S. A. M. e Aguirre, L. A. (2016). Sufficient Conditions for Rate-Independent Hysteresis in Autoregressive Identified Models. *Mechanical Systems and Signal Processing*. Artigo aceito para publicação.
- Martins, S. A. M., Barbosa, A. M., e Nepomuceno, E. G. (2013a). Determinação do número de termos de modelos polinomiais: o critério de informação de Akaike multiobjetivo. In *Anais do XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*.
- Martins, S. A. M., Nepomuceno, E. G., e Barroso, M. F. S. (2013b). Improved structure detection for polynomial NARX models using a multiobjective error reduction ratio. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 24:764–772.
- Mendes, E. M. A. M. e Billings, S. A. (2001). An alternative solution to the model structure selection problem. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics: Part A - Systems and Humans*, 31(6):597–608.
- Mohammadzaheri, M., Grainger, S., e Bazghaleh, M. (2012). Fuzzy Modeling of a Piezoelectric Actuator. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 13(5):663–670.
- Mokaberi, B. e Requicha, A. (2008). Compensation of scanner creep and hysteresis for AFM nanomanipulation. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 5(2):197–206.
- Nepomuceno, E. G. (2002). *Identificação multiobjetivo de sistemas não-lineares*. Dissertação de Mestrado, PPGEE, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.

- Nepomuceno, E. G., Takahashi, R. H. C., e Aguirre, L. A. (2007). Multiobjective parameter estimation for non-linear systems: affine information and least-squares formulation. *International Journal of Control*, 80(6):863–871.
- Ni, Y., Ko, J., e Wong, C. (1998). Identification of non-linear hysteretic isolators from periodic vibration tests. *Journal of Sound and Vibration*, 217(4):737 – 756.
- Ortiz, G. A., Alvarez, D. A., e Bedoya-Ruiz, D. (2013). Identification of Bouc-Wen type models using multi-objective optimization algorithms. *Computers & Structures*, 114:121–132.
- Padthe, A., Oh, J., e Bernstein, D. (2006). On the LuGre model and friction-induced hysteresis. In *American Control Conference*, páginas 6 pp.–.
- Piroddi, L. (2008). Simulation error minimisation methods for NARX model identification. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 3(4):392–403.
- Romano, R. A. (2010). *Identificação de Processos Não-lineares e Quantificação de Atrito em Válvulas de Controle*. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo.
- Ru, C., Chen, L., Shao, B., Rong, W., e Sun, L. (2009). A hysteresis compensation method of piezoelectric actuator: model, identification and control. *Control Engineering Practice*, 17(9):1107 – 1114.
- Ruderman, M., Hoffmann, F., e Bertram, T. (2009). Modeling and identification of elastic robot joints with hysteresis and backlash. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(10):3840–3847.
- Savaresi, S. M., Bittanti, S., e Montiglio, M. (2005). Identification of semi-physical and black-box non-linear models: the case of MR-dampers for vehicles control. *Automatica*, 41:113–127.
- Shan, Y. e Leang, K. K. (2012). Accounting for hysteresis in repetitive control design: nanopositioning example. *Automatica*, 48(8):1751–1758.
- Shannon, C. (1949). Communication in the presence of noise. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, 37(1):10–21.

- Simmermacher, T., Cogan, S., Horta, L. G., e Barthorpe, R. (2012). *Topics in model validation and uncertainty quantification*. Springer.
- Sireteanu, T., Giuclea, M., Mitu, A. M., e Ghita, G. (2012). A genetic algorithm method for fitting the generalized Bouc-Wen model to experimental asymmetric hysteretic loops. *Journal of Vibration and Acoustics-Transactions of the Asme*, 134(4):041007.
- Spencer Jr., B. F., Dyke, S. J., Sain, M. K., e Carlson, J. D. (1997). Phenomenological model for magnetorheological dampers. *Journal of Engineering Mechanics*, 123(3):230–238.
- Sues, R. H., Mau, S., e Wen, Y. K. (1988). System identification of degrading hysteretic restoring forces. *Journal of Engineering Mechanics*, 114(5):833–846.
- Swevers, J., Al-Bender, F., Ganseman, C., e Projogo, T. (2000). An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(4):675–686.
- Taghirad, H. D. e Belanger, P. R. (1998). Modeling and parameter identification of harmonic drive systems. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 120(4):439–444.
- Talatahari, S., Kaveh, A., e Rahbari, N. M. (2012). Parameter identification of Bouc-Wen model for MR fluid dampers using adaptive charged system search optimization. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 26(8):2523–2534.
- Tan, X. e Baras, J. S. (2004). Modeling and control of hysteresis in magnetostrictive actuators. *Automatica*, 40(9):1469–1480.
- Tan, Y. e Deng, L. (2014). Modeling the dynamic sandwich system with hysteresis using NARMAX model. *Mathematics and Computers in Simulation*, 97:162–188.
- Tao, G. e Kokotovic, P. V. (1995). Adaptive-control of plants with unknown hystereses. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 40(2):200–212.

- Tjahjowidodo, T. (2012). Theoretical Analysis of the Dynamic Behavior of Presliding Rolling Friction via Skeleton Technique. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 29:296–309.
- Truong, B., Nam, D., e Ahn, K. (2013). Hysteresis modeling and identification of a dielectric electro-active polymer actuator using an APSO-based nonlinear Preisach NARX fuzzy model. *Smart Materials and Structures*, 22(9).
- Visintin, A. (1994). *Differential Models of Hysteresis*. Springer.
- Wen, Y. K. (1976). Method for random vibration of hysteretic systems. *Journal of Engineering Mechanics*, 102(2):249–263.
- Worden, K. e Hensman, J. J. (2012). Parameter estimation and model selection for a class of hysteretic systems using Bayesian inference. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 32(SI):153–169.
- Worden, K., Wong, C., Parlitz, U., Hornstein, A., Engster, D., Tjahjowidodo, T., Al-Bender, F., Rizos, D., e Fassois, S. (2007). Identification of pre-sliding and sliding friction dynamics: Grey-box and black-box models. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21(1):514 – 534.
- Zhang, B. e Billings, S. A. (2015). Identification of continuous-time nonlinear systems: the nonlinear difference equation with moving average noise (NDEMA) framework . *Mechanical Systems and Signal Processing*.
- Zhang, F., Grigoriadis, K. M., e Fialho, I. J. (2009). Linear parameter-varying control for active vibration Isolation systems with stiffness hysteresis. *Journal of Vibration and Control*, 15(4):527–547.
- Zhu, Z. e Zhou, X. (2012). A novel fractional order model for the dynamic hysteresis of piezoelectrically actuated fast tool servo. *Materials*, 5(12):2465–2485.