

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

Carla Cristiane Silva

**Estudo da Influência da Distorção da Alma no Momento
Crítico Elástico de Flambagem Lateral com Torção de
Vigas de Aço de Alma Não Esbelta com Seção I**

2017

S586e

Silva, Carla Cristiane.

Estudo da influência da distorção da alma no momento crítico elástico de flambagem lateral com torção de vigas de aço de alma não esbelta com seção I [manuscrito] / Carla Cristiane Silva. – 2017.

xvi, 115 f., enc.: il.

Orientador: Ricardo Hallal Fakury.

Coorientadora: Ana Lydia Reis de Castro e Silva.

Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 111-115.

1. Engenharia de estruturas - Teses. 2. Aço - Estruturas - Teses. I. Fakury, Ricardo Hallal. II. Castro e Silva, A. L. R (Ana Lydia Reis). III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.

CDU: 624(043)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**“ESTUDO DA INFLUÊNCIA DA DISTORÇÃO DA ALMA NO MOMENTO
CRÍTICO ELÁSTICO DE FLAMBAGEM LATERAL COM TORÇÃO DE VIGAS DE
AÇO DE ALMA NÃO ESBELTA COM SEÇÃO I”**

Carla Cristiane Silva

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de “Mestre em Engenharia de Estruturas”.

Comissão examinadora:

Prof. Dr. Ricardo Hallal Fakury
DEES – UFMG – (Orientador)

Profa. Dra. Ana Lydia Reis de Castro e Silva
DEES – UFMG – (Coorientadora)

Prof. Dr. Armando Cesar Campos Lavall
DEES – UFMG

Profa. Dra. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani
UFES

Belo Horizonte, 02 de fevereiro de 2017

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela vida e por sempre iluminar e guiar meu caminho, me conduzindo na direção certa.

Ao meu pai Carlos Orivaldo Silva e a minha mãe Elena Paulo Silva, pelo amor incondicional, dedicação, apoio e por não medirem esforços para que eu pudesse alcançar meus objetivos.

Às minhas irmãs Paula Elena Silva e Laisa Fernanda Silva, pelo carinho e amizade.

Ao André Henrique Duarte Sousa, pelo companheirismo, carinho, compreensão, aconselhamentos, por sempre me incentivar em direção aos meus objetivos.

Ao orientador deste trabalho, Professor Ricardo Hallal Fakury, do qual eu poderia falar sobre o comprometimento e a disponibilidade com os quais me conduziu, sobre a competência técnica indiscutível, sobre os aconselhamentos pessoais e profissionais que me foram dados, mas do qual prefiro ressaltar a imensa presteza e simpatia que lhe são característicos, e que tornam muito agradável o trabalho ao seu lado.

À coorientadora deste trabalho, Professora Ana Lydia Reis de Castro e Silva, sempre disposta a colaborar, em todos os aspectos.

Aos demais professores do Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG, aos quais atribuo responsabilidade por grande parte de meu desenvolvimento intelectual durante o Mestrado.

Aos companheiros de pós-graduação, sem os quais eu jamais teria chegado até aqui.

Aos colaboradores do Departamento de Engenharia de Estruturas e do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da UFMG.

RESUMO

Neste trabalho é estudada a influência do efeito da distorção da alma no valor do momento crítico elástico de flambagem lateral com torção de vigas de aço com seção I duplamente simétrica de alma não esbelta, incluindo o impacto que esse efeito pode causar nos procedimentos normativos de cálculo. A distorção da alma é um fenômeno pelo qual a alma da viga, durante a flambagem, sofre uma flexão lateral, que provoca redução do momento resistente.

No estudo, são comparados valores do momento crítico obtidos por procedimentos analíticos que não consideram a distorção da alma da viga, alguns deles constantes de normas de projeto, e valores com a distorção incluída obtidos por meio do Método dos Elementos Finitos com modelos numéricos processados com o programa ABAQUS.

Para se chegar a uma gama representativa de resultados, é analisado o comportamento de vigas biapoiadas com comprimento destravado igual ao vão, com as duas mesas livres para se deslocar lateralmente, com vínculo de garfo (torção e deslocamento lateral impedidos e empenamento e rotação lateral livres) ou rígido (torção, deslocamento lateral, empenamento e rotação lateral impedidos) nas duas extremidades, com atuação de momento uniforme e cargas transversais uniformemente distribuída e concentrada na metade do vão aplicadas na mesa tracionada, na semialtura e na mesa comprimida da seção transversal. É analisado, para condições iguais, apenas eliminando-se os casos de momento uniforme e de vínculo rígido nas extremidades, também o comportamento de vigas com uma mesa total ou parcialmente tracionada com contenção lateral contínua (neste último caso, são aplicados momentos nas extremidades de sentidos opostos ao momento gerado pelas cargas transversais). Os parâmetros geométricos avaliados, que influenciam no efeito da distorção, são principalmente o vão das vigas e a esbeltez da alma, e ainda, a esbeltez das mesas.

Ao final, conclui-se que o efeito da distorção da alma aumenta com a redução do comprimento destravado, com a elevação da esbeltez da alma e com a diminuição da esbeltez das mesas nas vigas com as duas mesas livres. Em muitas situações, mostradas detalhadamente no trabalho, a desconsideração desse efeito pode conduzir a resultados bastante superestimados, portanto contrários à segurança. Em outras situações, basicamente quando o comprimento destravado é grande, a esbeltez da alma reduzida e da mesa não muito pequena, esse efeito tem influência pouco significativa no valor do momento crítico, podendo até ser desprezado.

Palavras-chave: Vigas de Aço. Seção I Duplamente Simétrica. Flambagem Lateral com Torção. Distorção da Alma.

ABSTRACT

This work is a study of the influence of the effect of web distortion in the value of the elastic critical moment of lateral torsional buckling of steel beams with doubly symmetric I-sections with non-slender web, including the impact that this effect may have on the analysis of standard procedures. The web distortion is a phenomenon where the steel web, during the buckling, suffers a lateral deflection, which causes reduction of the resistant moment.

The study presents the comparison of critical moment values obtained by analytical procedures that do not consider the web distortion of the beam, some of them presented in the design standards, and the values, distortion included, obtained from Finite Element Method's analysis using the software ABAQUS.

In order to reach a representative range of results, it is analyzed the behavior of simply supported beams with the effective length equal to the span, both flanges free to move laterally, with free warping and restrained twist in the both ends and restrained twist and warping in the both ends, subjected to uniform moment and transversal loads uniformly distributed and concentrated at midspan applied on the tensioned flange, at half height and on the compression flange of the cross section. It is also analyzed, under equal conditions, only eliminating the cases of uniform moment and end supports with restrained twist and warping, the behavior of beams with one flange fully or partially tensioned with continuous lateral restraint. The geometrical parameters evaluated, which influence the effect of the distortion, are mainly the length of the beams and the web slenderness, and also, the flange slenderness.

It was concluded that the effect of the web distortion increases with the reduction of the length, with the increase of the web slenderness and with the decrease of the flange slenderness in beams with both free flanges. In many situations, shown in details in this work, disregarding this effect can lead to highly overestimated results, therefore, contrary to safety. In others situations, basically when the effective length is large, the web slenderness reduced and the flange slenderness not too small, this effect has little influence on the value of the critical moment and can even be neglected.

Keywords: Steel Beam. Doubly Symmetric I-Section. Lateral Torsional Buckling. Distortion of the Web.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABELAS	xii
LISTA DE SÍMBOLOS	xiii
LISTA DE ABREVIATURAS	xvi
1. Introdução	1
1.1 Considerações Gerais	1
1.2 Flambagem Lateral com Torção	2
1.2.1 Definição	2
1.2.2 Fatores que Influenciam o Valor do Momento Crítico Elástico.....	3
1.3 Flambagem Local.....	6
1.4 Influência da Distorção da Alma.....	7
1.5 Objetivos	8
1.6 Justificativa	9
1.7 Metodologia	9
2. Revisão Bibliográfica.....	11
2.1 Considerações Gerais	11
2.2 Estudos Sobre a Influência da Distorção da Alma na FLT	11
3. Normas Vigentes, Métodos Numéricos e Programas Computacionais.....	24
3.1 Considerações Gerais	24
3.2 ABNT NBR 8800:2008 e ANSI/AISC 360-10	25
3.2.1 Considerações Iniciais	25
3.2.2 Esbeltez dos Elementos Componentes dos Perfis I.....	26
3.2.2.1 Alma.....	26
3.2.2.2 Mesa comprimida.....	27
3.2.3 Flambagem Lateral com Torção.....	28
3.3 EN 1993-1-1:2005.....	33
3.4 Procedimento Analítico de Chen e Lui (1987).....	36
3.5 Método da Energia Conforme Reis (1996)	38
3.6 Considerações Sobre a Importância do Momento Crítico Elástico	39
4. Modelagem Numérica e Vigas Analisadas	41
4.1 Considerações Gerais	41

4.2	Vigas Analisadas	41
4.3	Elementos Utilizados e Refinamento da Malha	44
4.4	Generalidades do Modelo Numérico.....	46
4.5	Condições de Contorno	48
4.6	Simulação das Cargas	48
4.7	Restrição Lateral Contínua.....	51
4.8	Confiabilidade do Modelo Numérico.....	52
5.	Resultados e Discussão	53
5.1	Considerações Gerais	53
5.2	Apresentação dos Resultados	54
5.2.1	Vigas com as Duas Mesas Livres e Vínculos de Garfo.....	54
5.2.2	Vigas com as Duas Mesas Livres e Vínculos Rígidos	58
5.2.3	Vigas com Mesa com Contenção Lateral Contínua	62
5.2.3.1	Mesa tracionada com contenção lateral contínua e mesa comprimida livre para se deslocar lateralmente, sem aplicação de momentos nas extremidades	62
5.2.3.2	Uma mesa com contenção lateral contínua e a outra livre para se deslocar lateralmente, com aplicação de momentos nas extremidades com valor de $0,8M_{máximo}$, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades	66
5.2.3.3	Uma mesa com contenção lateral contínua e a outra livre para se deslocar lateralmente, com aplicação de momentos nas extremidades com valor de $0,4M_{máximo}$, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades	71
5.3	Avaliação dos Resultados das Vigas com as Duas Mesas Livres	74
5.3.1	Considerações Iniciais.....	74
5.3.2	Vigas com Vínculos de Garfo	77
5.3.2.1	Momento uniforme.....	77
5.3.2.2	Cargas aplicadas na semialtura da seção transversal (neutras)	77
5.3.2.3	Cargas aplicadas na mesa superior comprimida (desestabilizantes)	78
5.3.2.4	Cargas aplicadas na mesa inferior tracionada (estabilizantes)	79
5.3.2.5	Síntese	79
5.3.3	Vigas com Vínculos de Rígidos	81
5.3.3.1	Momento uniforme.....	81
5.3.3.2	Cargas aplicadas na semialtura da seção transversal (neutras)	81
5.3.3.3	Cargas aplicadas na mesa superior comprimida (desestabilizantes)	82
5.3.3.4	Cargas aplicadas na mesa inferior tracionada (estabilizantes)	83
5.3.3.5	Síntese	83
5.3.4	Comparação Entre Vínculos de Garfo e Rígidos	85
5.3.5	Ilustração da Influência da Distorção da Alma em Resultados Normativos	86

5.4	Avaliação dos Resultados das Vigas com Contenção Lateral Contínua	88
5.4.1	Considerações Iniciais.....	88
5.4.2	Vigas com Mesa Tracionada com Contenção Lateral Contínua e Mesa Comprimida Livre para se Deslocar Lateralmente, Sem Aplicação de Momentos nas Extremidades	90
5.4.3	Vigas com uma Mesa com Contenção Lateral Contínua e a Outra Livre para se Deslocar Lateralmente, com Aplicação de Momentos nas Extremidades.....	91
5.4.3.1	Momentos nas extremidades igual a $0,8M_{máximo}$, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades.....	91
5.4.3.2	Momentos nas extremidades igual a $0,4M_{máximo}$, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades.....	92
5.4.3.3	Considerações sobre a aplicação das prescrições da ABNT NBR 8800:2008.....	93
5.5	Comparação dos Resultados Numéricos com Equação de Bradford (1985).....	95
5.6	Vigas com Variação da Espessura das Mesas	96
6.	Considerações Finais.....	102
6.1	Conclusões	102
6.1.1	Vigas Estudadas e Procedimento Geral para Avaliação do Efeito da Distorção.....	102
6.1.2	Resultados para as Vigas com as Duas Mesas Livres	104
6.1.2.1	Vigas com vínculo de garfo nas extremidades	104
6.1.2.2	Vigas com vínculo rígido nas extremidades.....	105
6.1.3	Resultados para as Vigas com Mesa com Contenção Lateral Contínua.....	105
6.1.3.1	Mesa tracionada com contenção lateral contínua e mesa comprimida livre para se deslocar lateralmente, sem aplicação de momentos nas extremidades	106
6.1.3.2	Vigas com uma mesa com contenção lateral contínua e a outra livre para se deslocar lateralmente, com aplicação de momentos nas extremidades igual a $0,8M_{máximo}$, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades	106
6.1.3.3	Vigas com uma mesa com contenção lateral contínua e a outra livre para se deslocar lateralmente, com aplicação de momentos nas extremidades igual a $0,4M_{máximo}$, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades	107
6.1.4	Sobre a Equação de Bradford (1985)	107
6.1.5	Influência da Variação da Espessura das Mesas	108
6.1.6	Análise Final	108
6.2	Sugestões para Estudos Futuros.....	109
7.	Referências Bibliográficas	111

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Flambagem lateral com torção de viga com seção I.....	2
Figura 1.2 – Modos de flambagem de uma viga de seção I, conforme condições de contorno .	4
Figura 1.3 – Situação de momento fletor mais desfavorável (Reis, 1996).....	4
Figura 1.4 – Nível de aplicação das cargas transversais (Reis, 1996).....	5
Figura 1.5 – Variação da seção transversal da viga (Reis, 1996).....	6
Figura 1.6 – Mesa tracionada com contenção lateral contínua.....	6
Figura 1.7 – Flambagem local (Fakury <i>et al.</i> , 2016).....	7
Figura 1.8 – Modos de flambagem do perfil	8
Figura 2.1 – Tipos de carregamento (Roberts e Jhita, 1983).....	12
Figura 2.2 – Seção transversal estudada por Bradford (1985)	13
Figura 2.3 – Tipos de carregamento estudados por Bradford (1985).....	13
Figura 2.4 – Vigas simplesmente apoiadas com diferentes restrições à flambagem lateral (Bradford, 1986).....	15
Figura 2.5 – FLTD para vigas com restrição a torção em função da rigidez (Bradford, 1988)	16
Figura 2.6 – Condições de contorno nas extremidades (Bradford, 1992a)	17
Figura 2.7 – Viga em balanço com carga na mesa superior (Bradford, 1992b).....	17
Figura 2.8 – Seção transversal e carga concentrada (Hughes e Ma, 1996a)	18
Figura 2.9 – Seção transversal e carga distribuída (Hughes e Ma, 1996b)	19
Figura 2.10 – Distorção da alma (Zirakian e Showkati, 2006)	19
Figura 2.11 – Tipos de solicitações (Samanta e Kumar, 2006a).....	20
Figura 2.12 – Condições de contorno e solicitações (Samanta e Kumar, 2006b).....	21
Figura 2.13 – Posições de travamentos laterais (Samanta e Kumar, 2008).....	22
Figura 3.1 – Mesa livre comprimida em pelo menos uma extremidade.....	29
Figura 3.2 – Mesa livre e mesa contida lateralmente	30
Figura 3.3 – Momento fletor resistente M_{Rk} em função da esbeltez λ	32
Figura 3.4 – Dimensões c_f , t_f , h_w , t_w , d e b_f	34
Figura 3.5 – Variação de χ_{LT} em função λ_{LT} para as curvas de resistência a, b, c e d	35
Figura 4.1 – Vigas com mesa tracionada com contenção lateral contínua.....	42

Figura 4.2 – Vigas com uma mesa com contenção lateral contínua e aplicação de momentos nas extremidades.....	43
Figura 4.3 – Momento Crítico em função do Tamanho do Lado do Elemento e do Tempo de Processamento	46
Figura 4.4 – Representação elemento de casca S4	47
Figura 4.5 – Simulação do momento constante na viga.....	48
Figura 4.6 – Simulação da carga uniformemente distribuída na viga	49
Figura 4.7 – Simulação da carga concentrada na seção central da viga.....	50
Figura 4.8 – Simulação da restrição lateral contínua sem aplicação de momentos.....	51
Figura 4.9 – Simulação da restrição lateral contínua com aplicação de momentos	51
Figura 5.1 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para momento uniforme e vínculos de garfo	54
Figura 5.2 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal e vínculos de garfo	55
Figura 5.3 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na semialtura da seção transversal central e vínculos de garfo	55
Figura 5.4 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa superior e vínculos de garfo	56
Figura 5.5 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa inferior e vínculos de garfo.....	56
Figura 5.6 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa superior e vínculos de garfo	57
Figura 5.7 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa inferior e vínculos de garfo.....	57
Figura 5.8 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para momento uniforme e vínculos rígidos	58
Figura 5.9 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa superior e vínculos rígidos.....	59
Figura 5.10 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal e vínculos rígidos	59
Figura 5.11 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa inferior e vínculos rígidos.....	60
Figura 5.12 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa superior e vínculos rígidos	60

Figura 5.13 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na semialtura da seção transversal e vínculos rígidos	61
Figura 5.14 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa inferior e vínculos rígidos	61
Figura 5.15 – Mesa tracionada com uma contenção lateral contínua e a mesa comprimida livre para se deslocar lateralmente	62
Figura 5.16 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa superior comprimida com a mesa tracionada com contenção lateral contínua (Figura 5.15-a).....	63
Figura 5.17 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com a mesa tracionada com contenção lateral contínua (Figura 5.15-b).....	64
Figura 5.18 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa inferior tracionada com contenção lateral contínua (Figura 5.15-c)	64
Figura 5.19 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa superior comprimida com a mesa tracionada com contenção lateral contínua (Figura 5.15-d).....	65
Figura 5.20 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na semialtura da seção transversal com a mesa tracionada com contenção lateral contínua (Figura 5.15-e).....	65
Figura 5.21 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa inferior tracionada com contenção lateral contínua (Figura 5.15-f).....	66
Figura 5.22 – Mesa com contenção lateral contínua e a outra livre para se deslocar lateralmente com momentos nas extremidades ($x = 0,8$)	67
Figura 5.23 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-a).....	68
Figura 5.24 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-b).....	68
Figura 5.25 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa inferior com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-c)	69

Figura 5.26 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-d).....	69
Figura 5.27 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na semialtura da seção transversal com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-e)	70
Figura 5.28 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa inferior com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-f)	70
Figura 5.29 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-a).....	71
Figura 5.30 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-b).....	72
Figura 5.31 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa inferior com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-c)	72
Figura 5.32 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-d).....	73
Figura 5.33 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na semialtura da seção transversal com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-e)	73
Figura 5.34 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa inferior com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-f)	74
Figura 5.35 – Ilustração da flambagem lateral com torção de viga com vínculos de garfo (carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com L_b igual 4 m e esbeltez da alma de 60)	75
Figura 5.36 – Ilustração da flambagem lateral com torção de viga com vínculos rígidos (carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com L_b igual a 6 m esbeltez da alma de 60)	76
Figura 5.37 – Ilustração da flambagem lateral com torção de viga com vínculos de garfo (carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com L_b igual a 8 m esbeltez da alma de 160)	78

Figura 5.38 – Ilustração da flambagem lateral acompanhada de flambagem local da alma (carga concentrada na semialtura da seção transversal com L_b igual a 4 m e esbeltez da alma de 160)	81
Figura 5.39 – Flambagem lateral com torção acompanhada de flambagem local da alma (carga concentrada na semialtura da seção transversal com L_b igual a 8 m e esbeltez da alma de 160)	84
Figura 5.40 – Momento fletor resistente sem considerar e considerando o efeito da distorção da alma para uma viga específica conforme a ABNT NBR 8800:2008	87
Figura 5.41 – Momento fletor resistente sem considerar e considerando o efeito da distorção da alma para uma viga específica conforme a EN 1993-1-1:2005	87
Figura 5.42 – Ilustração da flambagem lateral com torção de vigas com contenção lateral contínua (carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com L_b igual a 6 m esbeltez da alma de 100)	89
Figura 5.43 – Flambagem lateral com torção de vigas com contenção lateral contínua na mesa superior e submetidas a carga uniformemente distribuída na mesa inferior e momentos nas extremidades (comprimento destravado de 10 m e esbeltez da alma de 60)	92
Figura 5.44 – Razão entre os valores da distorção da alma da Equação (2.1) de Bradford (1985) e deste trabalho	95
Figura 5.45 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para momento uniforme considerando diferentes esbeltezes de mesa	97
Figura 5.46 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa superior considerando diferentes esbeltezes de mesa	97
Figura 5.47 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na semialtura da seção central considerando diferentes esbeltezes de mesa	98
Figura 5.48 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa inferior considerando diferentes esbeltezes de mesa	98
Figura 5.49 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa superior considerando diferentes esbeltezes de mesa	99
Figura 5.50 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na semialtura da seção central considerando diferentes esbeltezes de mesa	99
Figura 5.51 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa inferior considerando diferentes esbeltezes de mesa	100

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Fator de imperfeição	34
Tabela 3.2 – Curva de resistência.....	35
Tabela 4.1 – Estudo do refinamento.....	45
Tabela 5.1 – Valores máximos da influência da distorção da alma na flambagem lateral (%)	85
Tabela 5.2 – Situações em que o uso da Equação (3.8) é conservadora	94

LISTA DE SÍMBOLOS

C_1	fator de modificação que leva em consideração a variação de momento fletor ao longo do comprimento destravado, o nível de aplicação das cargas transversais atuantes e as condições de contorno nas extremidades
C_w	constante de empenamento da seção transversal
C_b	fator de modificação para diagrama de momento fletor não-uniforme
D	centro de torção da seção transversal
E	módulo de elasticidade longitudinal do aço
E_t	módulo tangente
G	módulo de elasticidade transversal
I_y	momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo y
J	constante de torção da seção transversal
L	comprimento do vão
L_b	comprimento destravado da viga
M_0	momento solicitante, tomado com sinal de negativo, que comprime a mesa livre nas extremidades do comprimento destravado
M_1	momento fletor solicitante na outra extremidade do comprimento destravado
M_2	momento fletor solicitante na seção central do comprimento destravado, com sinal positivo se tracionar a mesa livre e sinal negativo se tracionar a mesa com contenção lateral contínua
M_A	momento solicitante, em módulo, na seção situada a um quarto do comprimento destravado, medida a partir da extremidade da esquerda
M_B	momento solicitante, em módulo, na seção central do comprimento destravado
M_C	momento solicitante, em módulo, na seção situada a três quartos do comprimento destravado, medida a partir da extremidade da esquerda
M_{cr}	momento crítico elástico
M_{cr0}	momento crítico elástico para atuação de momento uniforme
$M_{cr,an}$	momento crítico elástico analítico
$M_{cr,num}$	momento crítico elástico numérico
M_{max}	máximo momento fletor solicitante no comprimento destravado
$M_{máximo}$	máximo momento fletor provocado pela carga atuante em uma viga biapojada

M_{pl}	momento de plastificação da seção transversal
M_{Rk}	momento resistente de cálculo
M_r	momento fletor correspondente ao final do regime elástico
$W_{ef, x}$	módulo de resistência elástico efetivo da seção transversal em relação ao eixo x
W_x	módulo de resistência elástico da seção transversal em relação ao eixo x
X_x	módulo de resistência elástico em relação ao eixo x
Z_x	módulo de resistência plástico da seção transversal em relação ao eixo x
b	metade da largura da mesa da seção transversal
b_f	largura da mesa da seção transversal
b_{fi}	largura da mesa inferior da seção transversal
b_{fs}	largura da mesa superior da seção transversal
c_f	metade da largura da mesa da seção transversal
d	altura da seção transversal
f_y	resistência ao escoamento do aço
h	distância entre faces internas das mesas da seção transversal
h_0	distância entre os centroides das mesas da seção transversal
h_w	altura da alma da seção transversal
k_c	coeficiente que leva em conta a eficiência do travamento que a alma proporciona na metade da largura da mesa
k_z	rigidez da restrição à torção
r_y	raio de giração da seção transversal em relação ao eixo y
t_f	espessura das mesas da seção transversal
t_w	espessura da alma da seção transversal

Letras Gregas

α_{LT}	fator de imperfeição geométrica para a flambagem lateral com torção
φ	torção em torno do eixo que passa pelo centro de torção, paralelo ao eixo z
φ_i	torção da mesa inferior
φ_s	torção da mesa superior
φ'	derivada da torção em torno do eixo que passa pelo centro de torção, paralelo ao eixo z
φ_{LT}	parâmetro auxiliar
χ_{LT}	fator de redução para a flambagem lateral com torção
λ_b	parâmetro de esbeltez da viga
$\lambda_{b,p}$	parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação da viga
$\lambda_{b,r}$	parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento da viga
λ_f	parâmetro de esbeltez da mesa
$\lambda_{f,p}$	parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação da mesa
$\lambda_{f,r}$	parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento da mesa
λ_w	parâmetro de esbeltez da alma
$\lambda_{w,p}$	parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação da alma
$\lambda_{w,r}$	parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento da alma
$\bar{\lambda}_{LT}$	parâmetro de esbeltez para flambagem lateral com torção
μ	deslocamento do centro de torção no plano perpendicular ao de flexão
μ_i	deslocamento da mesa inferior no plano perpendicular ao de flexão
μ_s	deslocamento da mesa superior no plano perpendicular ao de flexão
μ'	rotação correspondente a μ
σ_r	tensão residual de compressão das mesas
σ_{FLT}	tensão de flambagem lateral com torção
σ_{FLTD}	tensão de flambagem lateral com torção com distorção da alma
ν	coeficiente de Poisson do aço
ω	empenamento da seção transversal

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

AISC – American Institute of Steel Construction

ANSI – An American National Standard

EN – European Standard

FD – Flambagem Distorcional

FL – Flambagem Local

FLA – Flambagem Local da Alma

FLD – Flambagem Lateral com Distorção

FLM – Flambagem Local da Mesa

FLT – Flambagem Lateral com Torção

FLTD – Flambagem Lateral com Torção com Distorção da Alma

NBR – Norma Brasileira

1

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Gerais

O projeto estrutural deve fornecer, respeitando-se a economia, uma estrutura com características de resistência e rigidez de forma que não sejam atingidos os chamados estados-limites durante sua vida útil, ou seja, que as respostas da estrutura não ultrapassem determinados valores além dos quais ela se tornaria imprópria para a utilização pretendida. Os estados-limites podem ser divididos em duas categorias: estados-limites últimos e estados-limites de serviço.

Os estados-limites de serviço relacionam-se à capacidade da estrutura de desempenhar satisfatoriamente as funções às quais se destina no que se refere à sua utilização econômica, à integridade de equipamentos e materiais de acabamento e ao conforto físico e psicológico dos usuários. Nas vigas de aço de edifícios, os estados-limites de serviço mais comuns são as flechas excessivas, que provocam problemas estéticos e danos a elementos de acabamento, além de outros inconvenientes, como o empoçamento de água, e vibrações inaceitáveis, que causam desconforto aos usuários ou prejuízo ao funcionamento de equipamentos.

Os estados-limites últimos são aqueles relacionados ao esgotamento da capacidade portante da estrutura, ou seja, a sua ocorrência significa um colapso estrutural parcial ou total. Nas vigas de aço de edifícios constituídas por perfil I, os estados-limites últimos em decorrência do momento fletor são:

- a flambagem local da mesa comprimida, referida pela sigla FLM;
- a flambagem local da alma, referida pela sigla FLA;
- a flambagem lateral com torção, referida pela sigla FLT.

Se nenhum desses estados-limites últimos puder ocorrer, o colapso se fará pela plastificação total de uma ou mais seções transversais (formação de rótulas plásticas) da viga.

1.2 Flambagem Lateral com Torção

1.2.1 Definição

As vigas com seção transversal em forma de I são suscetíveis a um modo de colapso denominado flambagem lateral com torção, causado pelo momento fletor atuante em relação ao eixo de maior momento de inércia da seção transversal (eixo x), e caracterizado por uma translação lateral, μ , e uma torção, φ , combinados, conforme ilustra a Figura 1.1. Sucintamente, esses dois movimentos podem ser explicados pelo efeito desestabilizante da parte comprimida da seção transversal que tende a se movimentar lateralmente e é parcialmente contida pelo efeito estabilizante da parte tracionada.

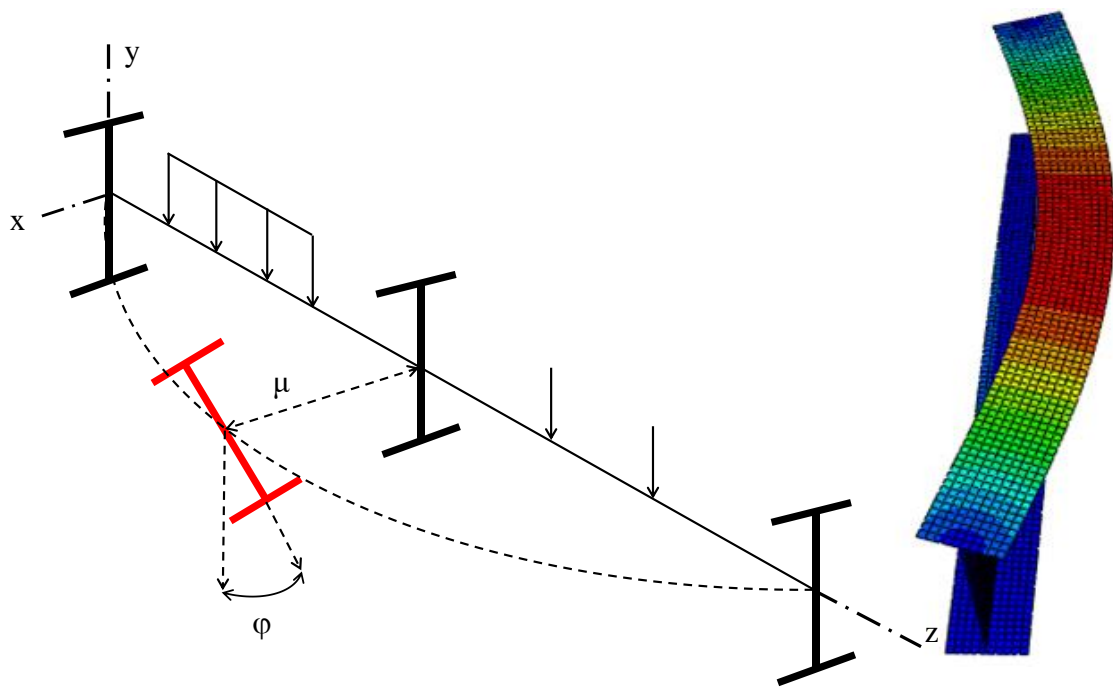


Figura 1.1 - Flambagem lateral com torção de viga com seção I

A flambagem lateral com torção é representada pela sigla FLT e pode ocorrer em regime elástico ou inelástico. As normas de projeto de estruturas de aço, como a brasileira ABNT NBR 8800:2008, a norte-americana ANSI/AISC 360:10 e a europeia EN 1993-1-1:2005, para obtenção do momento fletor resistente, usam como referencial importante o valor do momento

fletor que causa a flambagem de uma viga perfeitamente reta em regime elástico, chamado de momento crítico elástico.

1.2.2 Fatores que Influenciam o Valor do Momento Crítico Elástico

De acordo com Reis (1996), nas seções I fletidas em torno do eixo perpendicular à alma, o momento crítico elástico depende dos seguintes fatores:

a) Comprimento do trecho sem contenção lateral

O comprimento do trecho sem contenção à flambagem lateral com torção, denominado comprimento destravado e representado por L_b , é inversamente proporcional ao valor do momento crítico elástico.

b) Condições de contorno nas extremidades do comprimento destravado

Os quatro deslocamentos mais importantes, que podem ser impedidos em uma seção transversal, restringindo a possibilidade de ocorrência da flambagem lateral com torção, são a torção em torno do eixo longitudinal da barra φ e o empenamento ω , que é uma função de φ' , decorrentes da torção, o deslocamento do centro de torção no plano perpendicular ao de flexão, μ , e a rotação correspondente, μ' . Quanto maior o número desses deslocamentos impedidos, maior também será o momento resistente da viga. Na prática, na maioria das vezes, as condições de contorno costumam apresentar as seguintes características:

- todos os deslocamentos (φ , ω , μ e μ') impedidos, em um tipo de restrição à flambagem lateral com torção denominado “vínculo rígido”;
- os deslocamentos φ e μ impedidos e ω e μ' liberados, em um tipo de restrição à flambagem lateral com torção denominado “vínculo de garfo”.

A Figura 1.2 apresenta os modos de flambagem, em planta, de uma viga de seção I com esses dois tipos de condições de contorno nas duas extremidades do comprimento destravado.

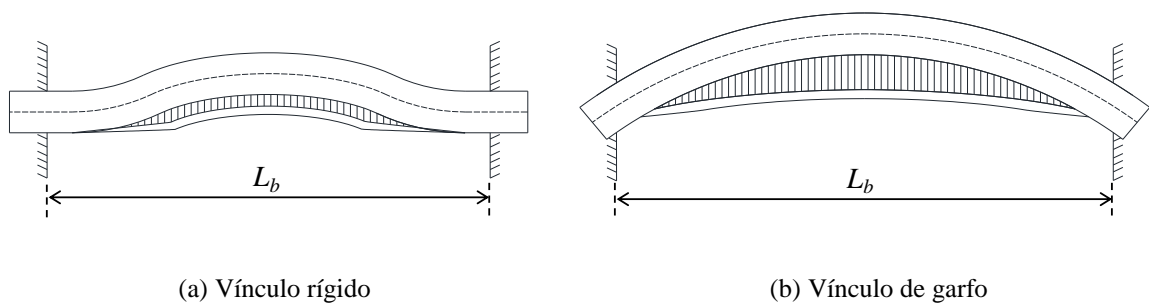


Figura 1.2 – Modos de flambagem de uma viga de seção I, conforme condições de contorno

c) Dimensões da seção transversal

Uma seção transversal pode ser mais ou menos resistente à flambagem lateral com torção, dependendo das suas dimensões. Por exemplo, quando se aumenta o momento de inércia em relação ao eixo y (ver Figura 1.1), a constante de empenamento e a constante de torção, a seção transversal se torna mais resistente à flambagem (ver Equação 3.6).

d) Variação do momento fletor ao longo do comprimento destravado

Quando o momento fletor é constante (Figura 1.3), tem-se a situação mais desfavorável para ocorrência da flambagem lateral com torção, uma vez que esse momento causa compressão de mesma magnitude em uma parte da seção transversal ao longo de todo o comprimento destravado da viga. Todas as outras situações em que o momento fletor é variável são mais favoráveis.

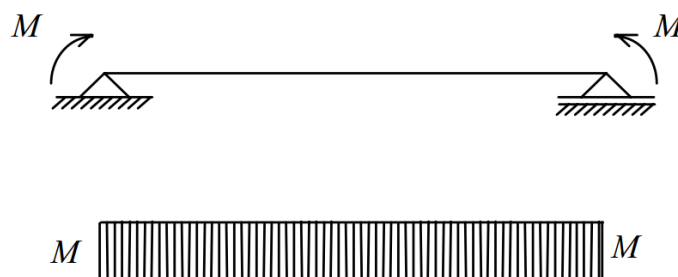


Figura 1.3 – Situação de momento fletor mais desfavorável (Reis, 1996)

e) Nível de aplicação das cargas transversais em relação ao centro de torção

O nível de aplicação das cargas transversais em relação ao centro de torção da seção transversal influi significativamente no valor do momento crítico elástico. Se essas cargas se situam em nível diferente do centro de torção e tendem a reduzir o movimento de torção após o início da flambagem lateral, elas são chamadas de estabilizantes, levando a um aumento do momento resistente da viga a esse tipo de flambagem (Figura 1.4-a). Ao contrário, se as cargas transversais tendem a potencializar o movimento de torção, elas são chamadas de desestabilizantes e levam a uma redução do momento resistente da viga (Figura 1.4-c). Se as cargas se situam no nível do centro de torção, elas são neutras, ou seja, não são nem estabilizantes nem desestabilizantes (Figura 1.4-b). Na prática, situações usuais de cargas estabilizantes e desestabilizantes ocorrem quando estas são aplicadas nas mesas inferior e superior da seção transversal da viga, respectivamente.

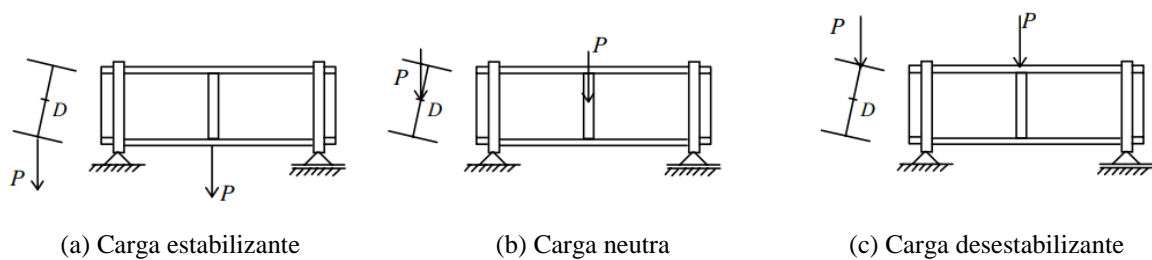


Figura 1.4 – Nível de aplicação das cargas transversais (Reis, 1996)

f) Variação da seção transversal

Os recortes nas mesas das vigas (Figura 1.5-a), para facilitar sua ligação a outros componentes da estrutura, podem reduzir significativamente o momento resistente da viga à flambagem lateral com torção. As aberturas na alma (Figura 1.5-b), usadas, por exemplo, para passagem de dutos, também podem reduzir esse momento. Ao contrário, lamelas colocadas junto a uma ou ambas as mesas da viga (Figura 1.5-c) contribuem no sentido de aumentar o momento resistente.

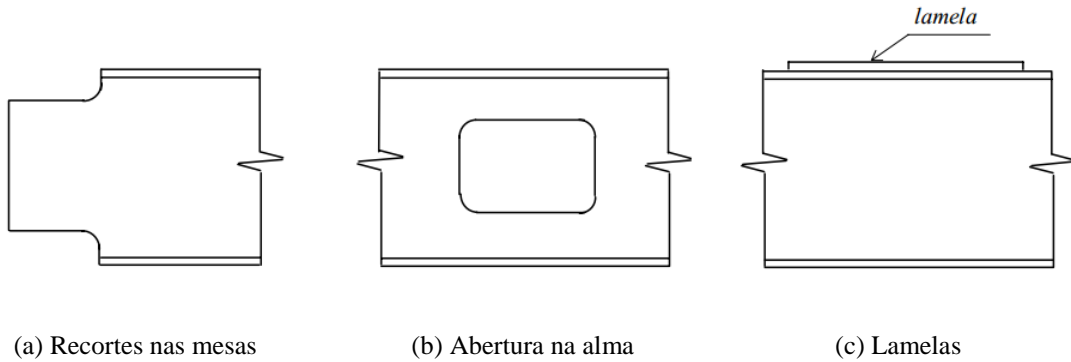


Figura 1.5 – Variação da seção transversal da viga (Reis, 1996)

Além dos fatores citados por Reis (1996), o momento crítico elástico também depende de contenções não totalmente efetivas (caso uma contenção seja totalmente efetiva, a seção onde ela se encontra torna uma seção contida lateralmente) que possa haver ao longo do comprimento destravado. Um caso típico é a contenção contínua contra deslocamento lateral em uma das mesas da viga, sem contenção à torção, quando esta mesa se encontra total ou parcialmente tracionada, com a outra mesa livre, conforme ilustram os exemplos da Figura 1.6. Nas extremidades do comprimento destravado (L_b), pode-se ter qualquer tipo de vínculo para impedir a flambagem lateral, como o vínculo de garfo e o vínculo rígido.

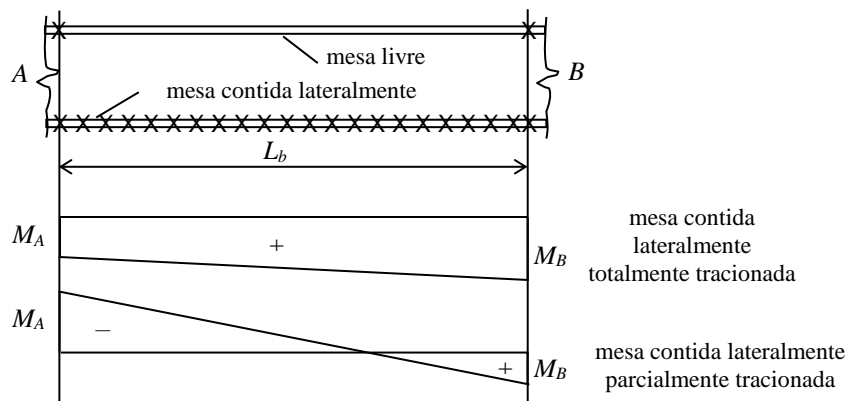


Figura 1.6 – Mesa tracionada com contenção lateral contínua

1.3 Flambagem Local

A flambagem local (FL) é um fenômeno que ocorre nos elementos total ou parcialmente comprimidos da seção transversal, que apresentam deslocamentos perpendiculares a seu plano na forma de semiondas longitudinais. No caso dos perfis I fletidos, esses elementos são a mesa comprimida (totalmente comprimida) e a alma (parcialmente comprimida), como mostram as

figuras 1.7-a e 1.7-b, respectivamente. Pode ainda ocorrer simultaneamente as flambagens locais da mesa comprimida e da alma, conforme ilustra a Figura 1.7-c. A flambagem local é geralmente concentrada nas vizinhanças da seção transversal onde a tensão de compressão no plano do elemento é maior (no caso em que as tensões de compressão são constantes ao longo do elemento, o fenômeno atinge todo o comprimento desse elemento). A flambagem local da mesa comprimida é representada pela sigla FLM e a da alma pela sigla FLA.

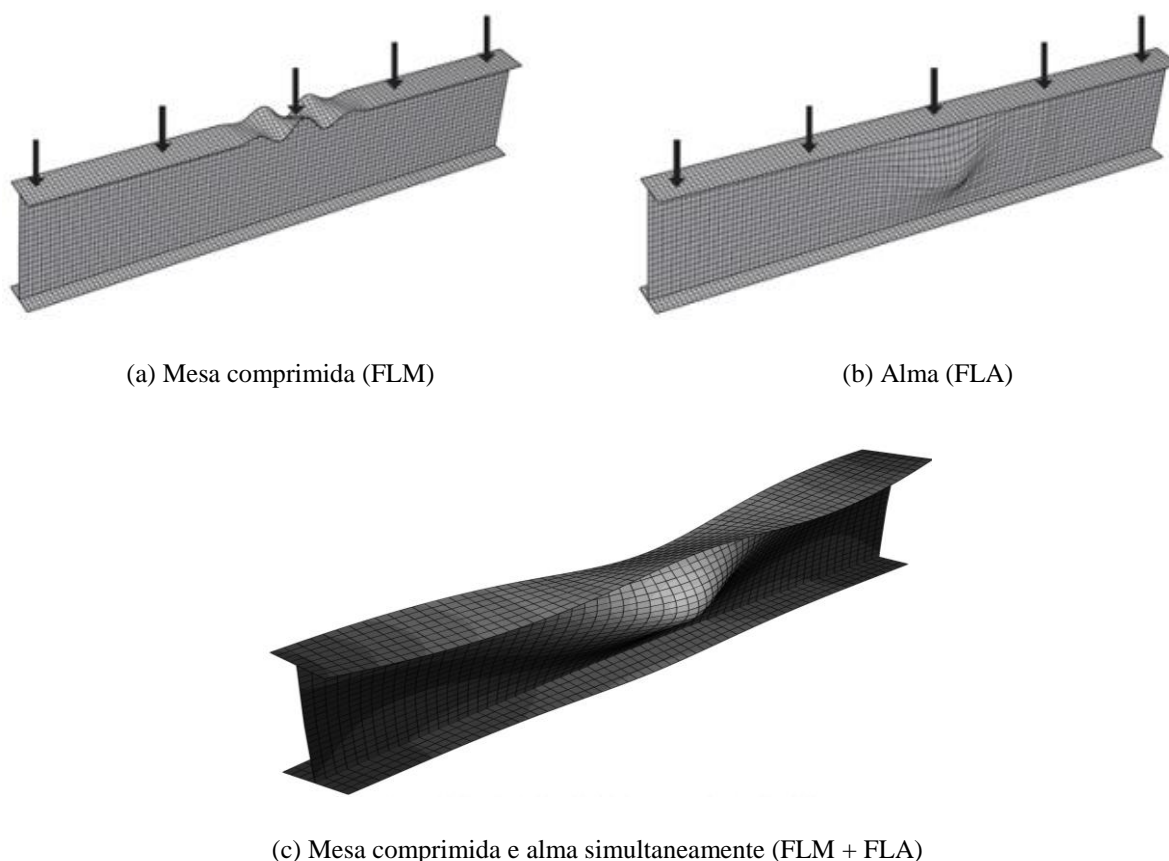


Figura 1.7 – Flambagem local (Fakury *et al.*, 2016)

1.4 Influência da Distorção da Alma

A flambagem lateral com torção (FLT), de acordo com a teoria clássica da estabilidade estrutural, parte do princípio de que, durante o fenômeno, a seção transversal da viga se mantém indeformável no seu plano (Figura 1.8-a). No entanto, a alma dos perfis I pode apresentar flexão lateral (distorção), conforme se vê na Figura 1.8-b, reduzindo o momento fletor resistente da viga. Nesse caso, a flambagem é muitas vezes mencionada na literatura científica como flambagem distorcional (FD), mas neste trabalho será denominada flambagem lateral com

torção com distorção da alma e representada pela sigla FLTD (FLTD, portanto, indicará a flambagem lateral com torção com a consideração adicional do efeito da distorção da alma).

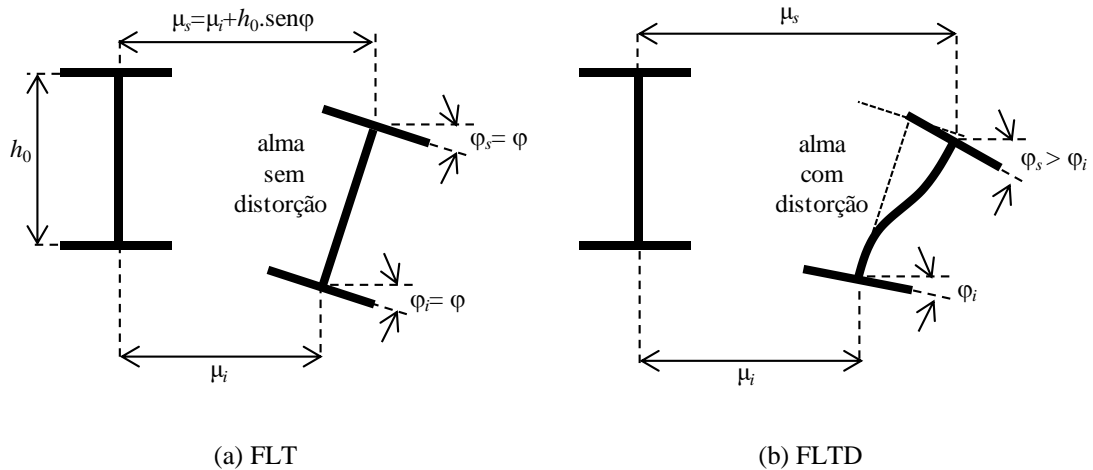


Figura 1.8 – Modos de flambagem do perfil

Evidentemente, pode haver situações em que se manifestem simultaneamente flambagem lateral com torção e flambagem local da mesa comprimida, ambas afetadas pela distorção da alma, e ainda a própria flambagem local da alma.

1.5 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo principal avaliar a influência do efeito da distorção da alma no valor do momento crítico elástico de flambagem lateral com torção de vigas prismáticas de aço com seção I duplamente simétrica, considerando: (i) cargas transversais neutras, estabilizantes e desestabilizantes, e; (ii) as duas mesas livres para se deslocar lateralmente, com vínculo de garfo e rígido nas extremidades do comprimento destravado, ou uma mesa total ou parcialmente tracionada com contenção contínua contra deslocamento lateral, com vínculo de garfo nas extremidades do comprimento destravado.

Adicionalmente, constitui também objetivo mostrar como o efeito da distorção da alma impacta nos procedimentos normativos de determinação do momento fletor resistente de cálculo para o estado-limite último de flambagem lateral com torção.

Somente serão tratadas as vigas de alma não esbelta, conforme definição no Subitem 3.2.2.1, consideradas neste trabalho como aquelas com razão entre altura e espessura da alma de, no máximo, 160.

1.6 Justificativa

Na determinação do momento crítico elástico de vigas de aço com perfil I, a consideração do efeito da distorção da alma pode ser importante. Esse efeito, conforme diversos pesquisadores (ver Capítulo 2), é mais significativo à medida que se eleva o parâmetro de esbeltez da alma (razão entre altura e espessura desse elemento) e se reduz o comprimento destravado da viga.

A norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 e a norte-americana ANSI/AISC 360-10 apresentam procedimentos de cálculo que não consideram o efeito da distorção da alma. Além disso, deve-se destacar que, nessas duas normas, os procedimentos são semelhantes e abrangem apenas a situação de vínculo de garfo nas duas extremidades do comprimento destravado e cargas transversais atuando na semialtura da seção transversal (nos perfis I duplamente simétricos, objeto deste trabalho, a semialtura se situa no nível do centro de torção da seção transversal, o que significa que não são previstas no procedimento de cálculo desses perfis cargas estabilizantes ou desestabilizantes, mas apenas as neutras).

A norma europeia EN 1993-1-1:2005 é mais abrangente, pois deixa a cargo do projetista a determinação do momento crítico, que pode usar qualquer método para isso, inclusive análise numérica, e considerar quaisquer situações quanto às condições de contorno para flambagem lateral com torção (por exemplo, vínculo de garfo ou rígido) e quanto ao nível de aplicação das cargas transversais (neutras, estabilizantes ou desestabilizantes). Ela não cita explicitamente que deve ser considerado o efeito da distorção da alma, mas, evidentemente, essa consideração conduzirá a resultados mais precisos.

É importante destacar que os procedimentos das três normas supracitadas para determinação do momento fletor resistente, seja em regime elástico ou inelástico, dependem fundamentalmente da determinação correta do momento crítico elástico.

Finalmente, deve ser mencionado que a limitação do estudo apenas às vigas de alma não esbelta deve-se ao fato de estas vigas serem as mais utilizadas nas estruturas de edifícios.

1.7 Metodologia

Para alcançar os objetivos deste trabalho, foram cumpridas as seguintes etapas de atividade:

- 1) estudo da flambagem lateral com torção de vigas de aço com seção I duplamente simétrica fletidas em relação ao eixo perpendicular à alma, envolvendo todos os fatores que influenciam no fenômeno;
- 2) revisão bibliográfica específica, limitada aos casos de flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD);
- 3) revisão bibliográfica dos procedimentos de determinação do momento resistente à flambagem lateral com torção da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, norte-americana ANSI/AISC 360-10 e europeia EN 1993-1-1:2005;
- 4) desenvolvimento de modelos numéricos para a determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD), em regime elástico, de vigas de aço utilizando o programa comercial ABAQUS (Hibbitt *et al.*, 2005) e avaliação da acurácia desses modelos;
- 5) processamento de vigas, procurando obter o comportamento sob vários tipos de condições de contorno e de carregamento, variando o parâmetro de esbeltez da alma e o comprimento destravado da viga, e também o parâmetro de esbeltez das mesas, para a obtenção do momento crítico elástico;
- 6) comparação entre os momentos resistentes sem considerar o efeito da distorção da alma, obtidos com base na literatura, incluindo normas técnicas, e os momentos fornecidos numericamente pelo programa ABAQUS (Hibbitt *et al.*, 2005), nos quais esse efeito é levado em conta;
- 7) avaliação dos procedimentos normativos à luz dos valores obtidos numericamente com a consideração da distorção da alma.

2

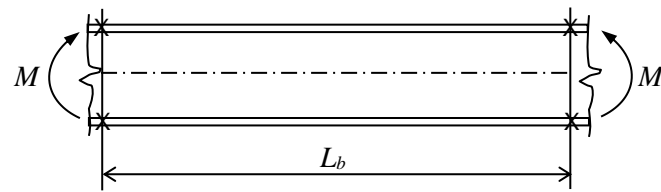
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Considerações Gerais

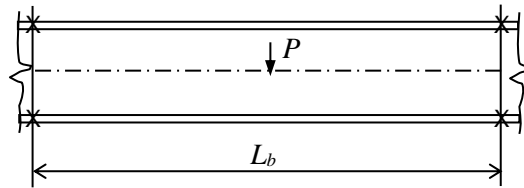
A literatura fornece muitas investigações sobre a influência da distorção da alma na flambagem lateral com torção de perfis I fletidos em relação ao eixo de maior momento de inércia da seção transversal. De modo geral, as investigações indicam que, na determinação do momento crítico elástico, essa influência se eleva à medida que o comprimento destravado se reduz e o parâmetro de esbeltez da alma da seção transversal da viga aumenta e, também, à medida que a espessura ou largura das mesas aumenta. Considerando os regimes elástico e inelástico, os estudos mostraram que o momento resistente é mais influenciado pela distorção quando o cálculo é feito em regime elástico (sem considerar qualquer plastificação) porque esse máximo momento resistente com ou sem distorção da alma tem que ser igual ao momento de plastificação da seção transversal. A seguir, é feita uma descrição dos principais trabalhos consultados sobre o assunto que possuem ligação com o tema da presente pesquisa.

2.2 Estudos Sobre a Influência da Distorção da Alma na FLT

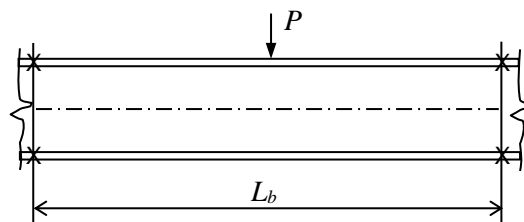
Roberts e Jhita (1983) utilizaram o Método da Energia para analisar os modos de flambagem local (FL), flambagem lateral com torção (FLT) e flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD) de perfis I duplamente simétricos com seções transversais de almas esbeltas e não esbeltas sujeitos a vários tipos de carregamento, tais como momento uniforme (Figura 2.1-a), carga concentrada na semialtura da seção central (Figura 2.1-b) e carga concentrada na mesa superior da seção central (Figura 2.1-c). Os autores concluíram que ocorre redução do momento crítico das vigas devido ao aumento da distorção da alma quando a razão entre a espessura da mesa e a espessura da alma se elevava. Observaram também que essa redução não é muito significativa para vigas com dimensões práticas. Em diversas situações, predominou a flambagem local da alma e da mesa acopladas (FLA + FLM).



(a) Momento uniforme



(b) Carga concentrada na semialtura da seção transversal



(c) Carga concentrada na mesa superior

Figura 2.1 – Tipos de carregamento (Roberts e Jhita, 1983)

Bradford (1985) estudou pelo método dos elementos finitos a influência da esbeltez da alma em vigas com seção I monossimétrica (as duas mesas com a mesma espessura e larguras diferentes - Figura 2.2) na flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD) para atuação de momento uniforme e momento variável linearmente com curvatura dupla e valores iguais em módulo nas duas extremidades do vão, sem contenção lateral entre essas duas extremidades (Figura 2.3). Os resultados para momento uniforme mostraram que a influência da distorção da alma é significativa para comprimentos destravados curtos e intermediários. Os resultados mostraram ainda que essa influência aumenta à medida que a esbeltez da alma aumenta, e que as mesas comprimidas das vigas com almas mais esbeltas se deslocam com uma pequena torção adicional (além da torção que ocorre quando a alma é rígida) durante a flambagem. Por essa razão, a rigidez à torção efetiva é reduzida pela distorção. Para vigas com a mesa menor tracionada, as reduções do momento crítico elástico causadas pela distorção da alma diminuíram com o aumento da monossimetria. Por outro lado, quando a mesa menor

estava comprimida, as reduções do momento crítico causadas pela distorção da alma se elevaram com o aumento da monossimetria. Isso ocorre porque a capacidade resistente à flambagem é provida pela mesa menor. O autor mostrou ainda que a distorção que reduz o momento crítico é mais pronunciada para vigas com mesas mais espessas. Os resultados no caso de momento variável linearmente, com curvatura reversa, mostraram que as reduções do momento crítico aumentam com a elevação da monossimetria da viga. Isso ocorre porque a mesa menor está em compressão na parte direita da viga. Apesar de a mesa menor estar tracionada na parte esquerda (para o qual as reduções diminuem com aumento da monossimetria), a diminuição das reduções devido à menor mesa tracionada é dominada pelo aumento das reduções pela menor mesa comprimida. Conclusões similares do efeito da monossimetria nas reduções do momento uniforme devidas à distorção da alma também foram encontrados para vigas submetidas a momento variável linearmente.

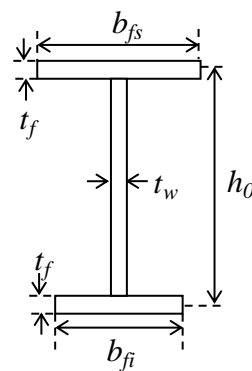
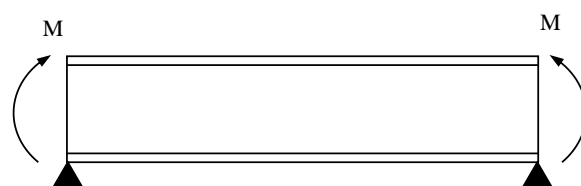
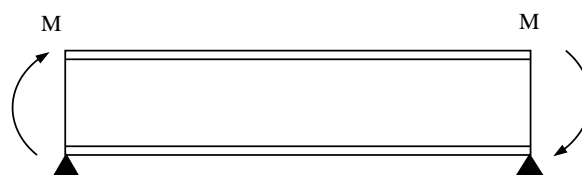


Figura 2.2 – Seção transversal estudada por Bradford (1985)



(a) Momento uniforme



(b) Momento variável linearmente

Figura 2.3 – Tipos de carregamento estudados por Bradford (1985)

Bradford (1985) utilizou ainda uma análise de elementos finitos para obter o momento crítico de FLTD para vigas monossimétricas com seção I e b_{fi}/h_0 igual a 0,5 (b_{fi} é a largura da menor mesa). A aplicação da análise de regressão para o estudo dos parâmetros, para determinar a FLTD de vigas monossimétricas, resultou na seguinte equação (ver Figura 2.2):

$$\frac{\sigma_{FLTD}}{\sigma_{FLT}} = 1 - \frac{490 \left(\frac{t_f}{b_{fi}} \right) \left(\frac{t_f}{t_w} \right) \left(1 - 0,560 \frac{b_{fs}}{b_{fi}} \right)}{\frac{E}{\sigma_{FLT}}} \quad (2.1)$$

sendo σ_{FLTD} a tensão de flambagem lateral com torção com distorção da alma e σ_{FLT} a tensão de flambagem lateral com torção sem distorção da alma. A equação pode ser utilizada para seções transversais com: (i) $1 \leq t_f/t_w \leq 4$; (ii) $1 \leq b_{fs}/b_{fi} \leq 4$, e; (iii) $10 \leq b_{fi}/t_f \leq 20$. Além disso, deve ser aplicada em vigas I monossimétricas com mesa menor comprimida, independente dos casos de variação linear de momento, mas reduções conservadoras para vigas com a mesa menor tracionada podem ser obtidas fazendo a razão b_{fs}/b_{fi} igual a 1.

Bradford (1986) desenvolveu um procedimento analítico com base no método de elementos finitos para obter a capacidade resistente à flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD) em regime inelástico para vigas com seção I duplamente simétrica. O método permitiu que uma análise computacional econômica fosse feita para vigas com vários tipos de carregamento, tais como momento uniforme, carga concentrada na semialtura da seção central e na mesa superior, com as seguintes condições de contorno: (i) simplesmente apoiadas com vínculo de garfo nas extremidades e mesas livres para se deslocar ao longo do comprimento destravado (Figura 2.4-a); (ii) simplesmente apoiadas com restrição somente nos apoios da mesa inferior ao deslocamento lateral e à torção (Figura 2.4-b), e; (iii) simplesmente apoiadas com vínculos de garfo com a mesa superior tracionada continuamente restringida ao deslocamento lateral e à torção (Figura 2.4-c). O autor concluiu que as reduções do momento resistente devidas à distorção da alma para vigas com apenas a mesa inferior apoiada nas extremidades (sem restrição na mesa superior comprimida – Figura 2.4-b) são maiores que para vigas da Figura 2.4-a. A diferença entre os momentos resistentes tendem a se reduzir com a redução do comprimento destravado, em função do avanço do escoamento. O autor concluiu também que a influência da distorção da alma na flambagem lateral com torção é bem

significativa, diminuindo o momento resistente, nas vigas com mesa tracionada completamente restringida (Figura 2.4-c) devido aos efeitos da inelasticidade.

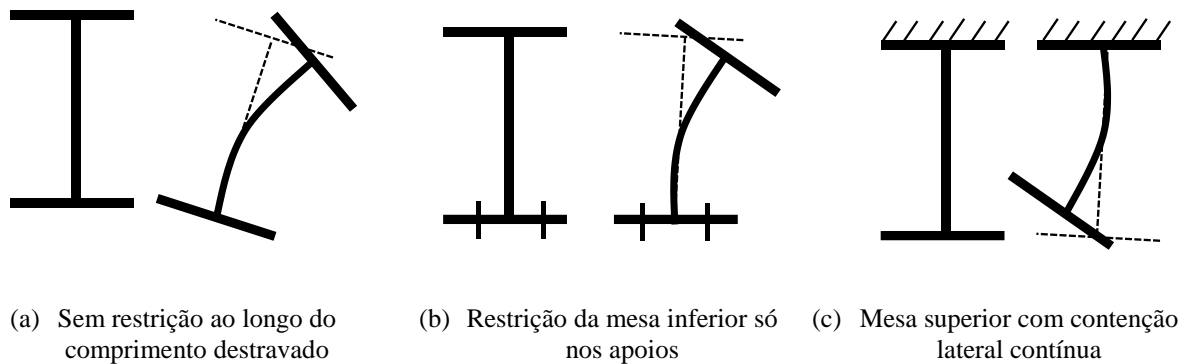


Figura 2.4 – Vigas simplesmente apoiadas com diferentes restrições à flambagem lateral (Bradford, 1986)

Para estudar a flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD), Bradford (1988) desenvolveu uma solução pelo método da energia para vigas monossimétricas com seção I sujeitas a restrições elásticas de translação e torção aplicadas na mesa inferior tracionada, pois os efeitos da distorção da alma são maiores para esses casos de restrição. Mostrou-se que quando a translação lateral em relação ao eixo de menor inércia e a rotação são restringidas, ocorre um aumento da diferença entre momento crítico elástico teórico (FLT) e o momento crítico elástico de flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD) à medida que a rigidez dessa restrição aumenta. A diferença não é tão grande, no entanto, sugerindo que as aproximações para vigas sem restrições podem ser usadas como base para vigas monossimétricas com restrições. Concluiu-se, também, que as soluções para flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD) com restrição à rotação em relação ao eixo longitudinal podem ser aplicadas para restrição à translação lateral. Finalmente, demonstrou-se que momento crítico elástico de vigas com restrição elástica à torção da mesa tracionada fica constante em um valor máximo quando a rigidez da restrição à torção (k_z) aumenta. Isso é ilustrado na Figura 2.5 que mostra que a torção da mesa comprimida interage com a placa da alma e produz FLTD com o aumento de k_z (nessa figura, $k_z L^2 / \pi^2 GJ$ é a restrição dimensional a torção). Isso demonstra não ser correta a hipótese de que a seção transversal permanece indeformável durante a flambagem lateral com torção e que os efeitos da distorção da alma podem ser significativos.

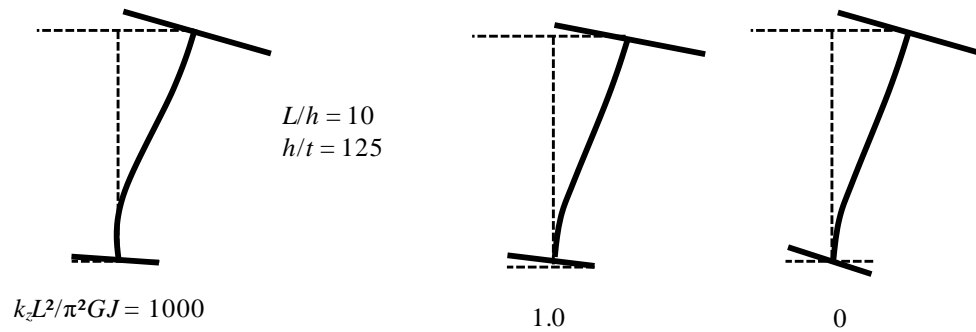


Figura 2.5 – FLTD para vigas com restrição a torção em função da rigidez (Bradford, 1988)

Bradford (1992a) investigou a flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD) elástica através de um método semianalítico e seus estudos indicaram que, para vigas curtas simplesmente apoiadas, submetidas a momento uniforme, o momento resistente se reduz significativamente quando a alma é esbelta e a mesa é espessa. Os estudos mostraram que para vigas monossimétricas quando a mesa menor está comprimida, os efeitos da distorção são consideráveis. Esse autor estudou também a flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD) de vigas submetidas a momento uniforme para oito condições de contorno diferentes nas extremidades do comprimento destravado, como mostra a Figura 2.6. Concluiu que, em geral, a diferença entre considerar e não considerar o efeito da distorção da alma se eleva com o aumento da esbeltez da alma e com a diminuição dos graus de liberdade dos apoios, com uma elevação mais evidente no caso da falta de restrição lateral na mesa comprimida nas extremidades da viga. Concluiu ainda que há um grande aumento da diferença nas vigas onde o deslocamento lateral da mesa tracionada é impedida, porque a mesa comprimida fica restringida somente pela rigidez da alma. Bradford (1992a) descobriu que a tensão de flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD) diminui significativamente abaixo da tensão de flambagem lateral com torção sem considerar a distorção da alma em vigas com comprimentos destravados pequenos, mesas espessas e almas esbeltas. As reduções no momento resistente à flambagem de vigas de aço com seção I devidas à distorção da alma mostraram-se menos severas na flambagem inelástica comparada com a flambagem elástica. Isso se explica pelo fato de o escoamento na flambagem inelástica neutralizar em parte os efeitos da distorção da alma.

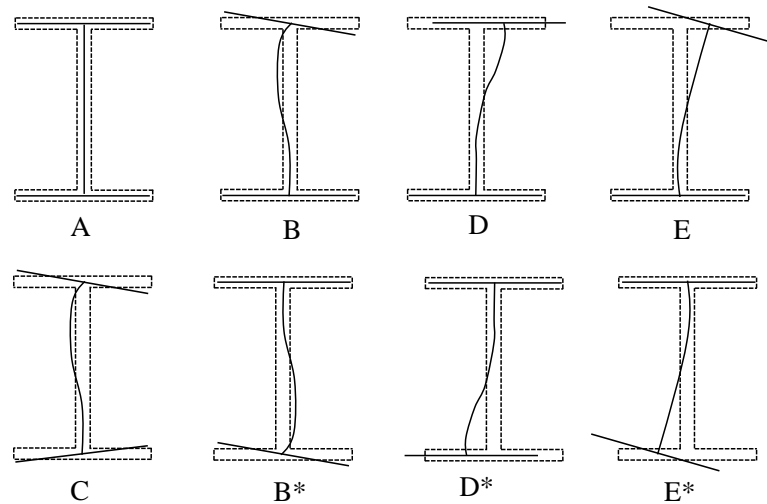


Figura 2.6 – Condições de contorno nas extremidades (Bradford, 1992a)

Bradford (1992b) estudou a flambagem lateral de vigas em balanço com almas esbeltas e com carga transversal aplicada acima do centro de torção na extremidade livre (Figura 2.7), utilizando análise elástica através do Método dos Elementos Finitos, levando em conta a distorção da seção transversal. As análises mostraram que o efeito da distorção da alma na carga crítica de flambagem elástica se torna muito significativo à medida que a esbeltez da alma aumenta e o comprimento destravado diminui. Para comprimentos destravados pequenos, no entanto, a flambagem local pode preceder a flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD). Os efeitos da distorção da alma são, também, acentuados para carga posicionada acima do centro de torção, reduzindo a carga crítica.

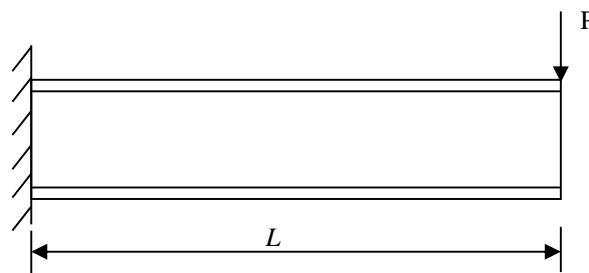


Figura 2.7 – Viga em balanço com carga na mesa superior (Bradford, 1992b)

Hughes e Ma (1996a) apresentaram um procedimento computacional com base no método da energia para cálculo da flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD) de vigas monossimétricas simplesmente apoiadas sujeitas a carga concentrada aplicada no meio do vão (Figura 2.8). A equação da energia no caso estudado requer um conhecimento de distribuição de tensão. A viga sujeita a carga concentrada apresenta uma perturbação local na distribuição

de tensão no ponto de aplicação dessa carga. Devido à dificuldade de se determinar essa perturbação de tensão foi usada uma tensão simplificada. Entretanto, a equação da energia utilizando essa simplificação é idêntica à equação da energia clássica proposta por Timoshenko e Goodier (1951) para viga duplamente simétrica. O método assume que as mesas flambam como um corpo rígido e a alma distorce como uma placa elástica. Foram testados polinômios do terceiro e quinto graus para representar a distorção da alma. Os resultados do método proposto foram comparados com análises numéricas realizadas através do programa ABAQUS e verificou-se que o polinômio de quinto grau é o melhor e o mais econômico para essa representação, com uma diferença muito pequena entre os resultados desse método e os do programa ABAQUS. Mostrou-se que a diferença entre a carga crítica da flambagem considerando e sem considerar a distorção da alma se eleva com o aumento da relação entre a altura da alma e o comprimento destravado da viga, o que indica que, para pequenos comprimentos destravados, o método clássico (alma rígida) superestima a carga crítica.

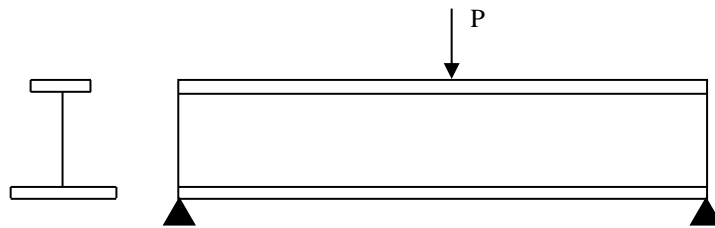


Figura 2.8 – Seção transversal e carga concentrada (Hughes e Ma, 1996a)

Hughes e Ma (1996b) apresentaram outro estudo com base em um método simples que utiliza a teoria elástica não linear para determinar a flambagem lateral com torção com distorção da alma de vigas I sujeitas a carga uniformemente distribuída (Figura 2.9). O modelo de distribuição de tensão foi obtido pela teoria clássica de viga e a expressão da energia potencial total foi derivada usando a teoria clássica não linear. Os resultados obtidos da análise foram comparados com os resultados do ABAQUS. Foram utilizados polinômios do terceiro e quinto graus e verificou-se que os resultados do presente método se aproximaram muito bem dos obtidos com o ABAQUS quando foi utilizado o polinômio de quinto grau. Os autores concluíram que a distorção da alma aumenta à medida que a relação entre altura da alma e comprimento destravado da viga aumenta e que, para comprimentos destravados pequenos, os resultados da flambagem lateral com torção sem considerar a distorção da alma, são superestimados. No entanto, nessas vigas com pequenos comprimentos destravados, outros modos de flambagem podem preceder a flambagem lateral com torção com distorção da alma.

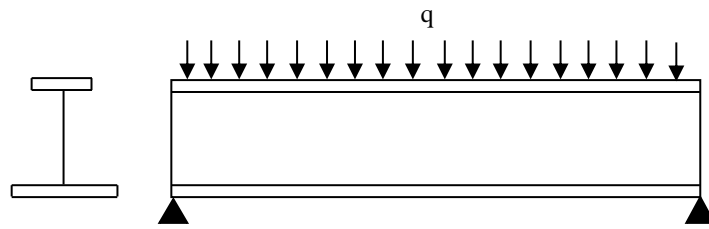


Figura 2.9 – Seção transversal e carga distribuída (Hughes e Ma, 1996b)

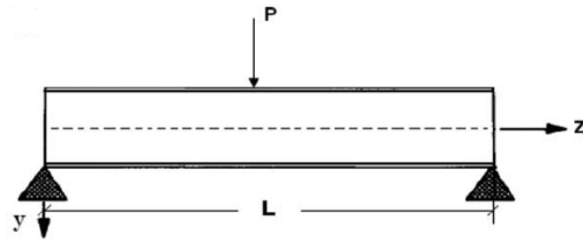
Experimentos com seis vigas casteladas foram realizados por Zirakian e Showkati (2006) para identificar os possíveis modos de flambagem e para verificar a distorção da alma. Os testes foram feitos com vigas simplesmente apoiadas com três diferentes comprimentos destravados e dois tipos de seção transversal com carga no centro do vão e uma contenção lateral e também carga no centro do vão na mesa superior comprimida. Todas as vigas testadas sofreram flambagem lateral com torção com distorção da alma muito bem evidenciada (Figura 2.10).



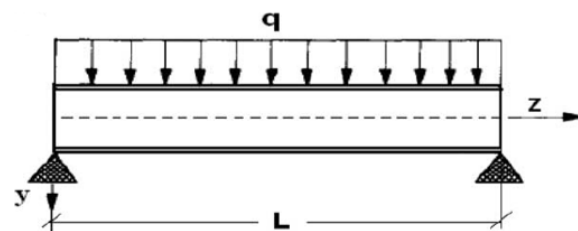
Figura 2.10 – Distorção da alma (Zirakian e Showkati, 2006)

Samanta e Kumar (2006a) investigaram numericamente por meio do Método dos Elementos Finitos a flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD) de perfis I monossimétricos simplesmente apoiados sob três tipos de solicitação: carga concentrada na seção central (Figura 2.11-a), carga uniformemente distribuída (Figura 2.11-b) e momento uniforme (Figura 2.11-c), com as cargas desestabilizantes e estabilizantes, através do programa ABAQUS. Para vigas longas a distorção da alma não foi representativa. No entanto, para vigas curtas, a distorção levou a grandes reduções do momento resistente. A distorção da alma foi mais pronunciada nas vigas com pequenos comprimentos destravados em que a mesa

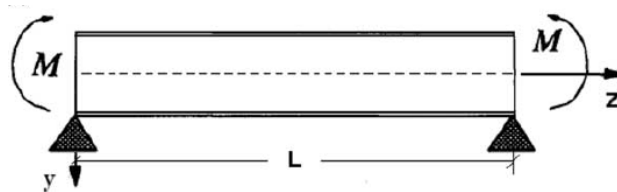
comprimida (superior) era maior que a mesa tracionada (inferior). Observou-se que nas vigas submetidas a momento uniforme, como a alma não está sujeita a tensões de cisalhamento, a influência da distorção da alma foi pequena.



(a) Carga concentrada na seção central



(b) Carga uniformemente distribuída

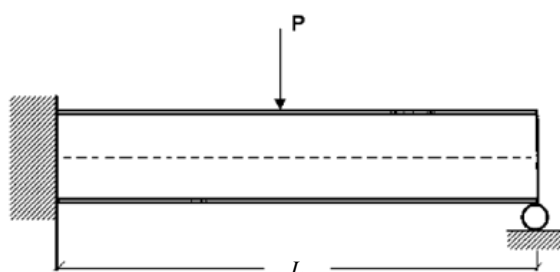


(c) Momento uniforme

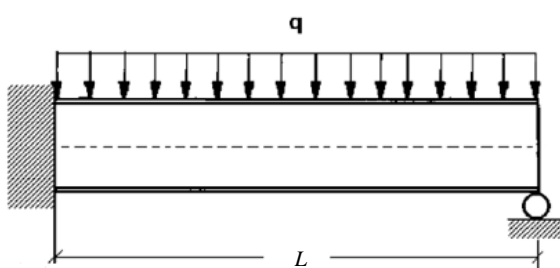
Figura 2.11 – Tipos de solicitações (Samanta e Kumar, 2006a)

Samanta e Kumar (2006b) estudaram também a flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD) de perfis I monossimétricos sujeitos a flexão com curvatura reversa (vigas engastadas-rotuladas) com carga concentrada no centro do vão, Figura 2.12-a, e carga uniformemente distribuída, Figura 2.12-b, ambas aplicadas na mesa superior e na mesa inferior. A flambagem lateral com torção com distorção da alma para essas vigas é mais complexa que nas vigas sujeitas a flexão com curvatura simples, porque ambas as mesas ficam comprimidas em diferentes posições ao longo do comprimento destravado. Fatores de modificação do momento foram obtidos com investigação feita com auxílio do programa ABAQUS e comparadas com prescrições que levam somente a flambagem lateral com torção (alma rígida) em conta. Os resultados apresentados indicaram que quando não se considera a flexão, os

valores dos fatores de modificação do momento ficam superestimados. Os resultados para os dois carregamentos são similares. O desvio aumenta para vigas curtas onde a distorção da alma é mais significativa.



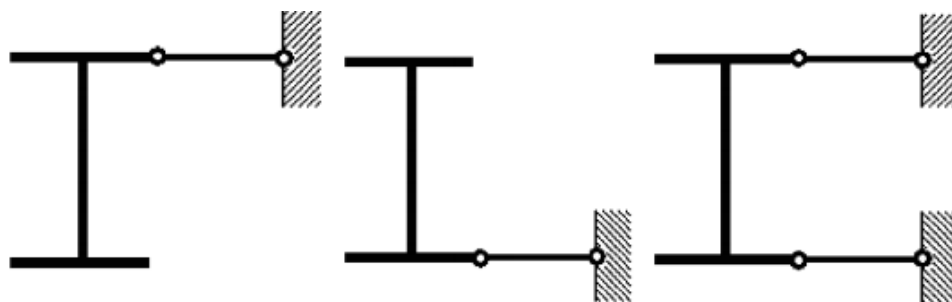
(a) Carga concentrada no centro do vão



(a) Carga uniformemente distribuída

Figura 2.12 – Condições de contorno e solicitações (Samanta e Kumar, 2006b)

Samanta e Kumar (2008) examinaram a influência de travamentos laterais em vigas em balanço submetidas a três tipos de carregamento (carga concentrada na extremidade livre, carga uniformemente distribuída e momento uniforme) através do programa ABAQUS. Os travamentos foram posicionados na mesa superior (Figura 2.13-a), na mesa inferior (Figura 2.13-b) e nas duas mesas simultaneamente (Figura 2.13-c). Com a carga na extremidade aplicada nas faces superior e inferior de um perfil I duplamente simétrico, notou-se que o efeito da distorção da alma é muito maior para a viga menor, com vão sobre altura da seção transversal, L/d , igual a 2, que para a viga maior, com L/d igual a 5,33. Os autores concluíram que os travamentos laterais na mesa superior são efetivos para vigas com mesas inferiores largas quando uma carga concentrada ou uniformemente distribuída age na mesa superior e para o momento uniforme. Por outro lado, travamentos laterais na mesa inferior são efetivos para seções com mesas superiores largas. Travamentos laterais nas duas mesas levam sempre a um momento resistente maior.



(a) Travamento mesa superior

(b) Travamento mesa inferior

(c) Travamento nas duas mesas

Figura 2.13 – Posições de travamentos laterais (Samanta e Kumar, 2008)

Usando o programa de elementos finitos ABAQUS para desenvolver um modelo 3D não linear eficiente, Ellobody (2011) estudou a flambagem lateral com torção com distorção da alma. Foi realizado um estudo paramétrico com as vigas casteladas de aço previamente ensaiadas e em seguida estudados os efeitos da variação da geometria da seção transversal, comprimento destravado e resistência ao escoamento do aço. Os modos de flambagem e os valores dos momentos de flambagem das vigas foram determinados através da análise dos autovalores, os quais foram usados posteriormente na análise de deslocamento não linear para obter as curvas de carga-deslocamento das vigas. Ellobody (2011) mostrou que o efeito da distorção da alma causa consideráveis decréscimos nas cargas de flambagem de vigas casteladas esbeltas e que esse efeito aumenta com a diminuição da esbeltez da mesa comprimida. As cargas críticas de flambagem foram comparadas com as da norma australiana e os resultados se mostraram, em geral, conservadores.

Kallan e Buyukkaragoz (2012) estudaram a flambagem lateral com distorção da alma (FLTD) de perfis I duplamente simétricos numericamente com auxílio do programa ANSYS e, analiticamente, com base nos estudos de Bradford (1992a), Pi e Trahair (2000) e Nethercot e Trahair (1976) *apud* Kallan e Buyukkaragoz (2012), e apresentaram equações de projeto alternativas que levam em conta as reduções nas rigidezes à torção e ao empenamento causadas por possíveis distorções da alma da viga. Foram feitas diversas análises numéricas em regimes elástico e inelástico. Os resultados dessas análises foram comparados com resultados analíticos propostos, com as soluções da FLT das normas norte-americana, europeia e australiana e com resultados experimentais de Zirakian e Showkati (2007). Os autores concluíram que: (i) as reduções nos momentos resistentes pela distorção da alma aumentam quando a esbeltez da alma aumenta; (ii) a solução para a FLT (sem distorção da alma) superestima os momentos resistentes, e; (iii) as soluções propostas para flambagem lateral com torção com distorção da

alma inelástica necessitam ser modificadas para apresentarem resultados mais próximos dos estudos citados anteriormente.

3

NORMAS VIGENTES, MÉTODOS NUMÉRICOS E PROGRAMAS COMPUTACIONAIS

3.1 Considerações Gerais

Neste item serão apresentados os procedimentos de cálculo do momento fletor resistente nominal à flambagem lateral com torção de vigas de seção I duplamente simétrica, objeto do presente estudo, preconizados pelas normas brasileira ABNT NBR 8800:2008, norte-americana ANSI/AISC 360:10 e europeia EN 1993-1-1:2005. A nomenclatura e as definições utilizadas para as diversas grandezas que fazem parte das formulações dessas normas baseiam-se, na medida do possível, sempre na norma brasileira, com alguns ajustes e simplificações para facilitar o entendimento e melhorar a fluência do texto.

Será também apresentado o procedimento analítico de Chen e Lui (1987), que permite a obtenção de forma simples do momento crítico elástico de vigas de aço duplamente simétricas com seção I submetidas a diversas situações de carregamento (incluindo cargas estabilizantes e desestabilizantes) e condições de contorno nas extremidades do comprimento destravado (incluindo vínculo rígido).

Ainda serão apresentados o método da energia conforme Reis (1996) que desenvolveu o Programa MCE, em ambiente DOS, que permite o cálculo do momento crítico elástico de forma rápida e objetiva, com seção I submetida a diversas situações de carregamento, atuação de cargas estabilizantes e desestabilizantes, quaisquer condições de contorno no plano de flexão e nas extremidades do comprimento destravado para flambagem lateral com torção. O Programa MCE é restrito ao regime elástico e foi, posteriormente, estendido para o regime elastoplástico por Souza (1999), que desenvolveu o Programa FLT, que pode ser utilizado em ambiente Windows. Esses programas fornecem resultados bem semelhantes aos do procedimento analítico de Chen e Lui (1987). Logo, por facilidade, será utilizado posteriormente neste

trabalho o Programa FLT como referência para comparação de resultados. O procedimento analítico de Chen e Lui (1987) terá grande importância na análise numérica, para simular a aplicação de forças na semialtura da seção transversal por meio de parcelas nas mesas superior e inferior, o que evitou a ocorrência de colapso localizado na alma dos perfis, como será mostrado no Capítulo 4.

No final deste capítulo, serão feitas considerações a respeito da importância da determinação precisa do momento crítico elástico para a acurácia do dimensionamento de vigas.

3.2 ABNT NBR 8800:2008 e ANSI/AISC 360-10

3.2.1 Considerações Iniciais

As normas brasileira ABNT NBR 8800:2008 e norte-americana ANSI/AISC 360-10 apresentam procedimentos para cálculo do momento fletor resistente nominal à flambagem lateral com torção de vigas de aço com seção I duplamente simétrica bastante semelhantes e que tem por base os mesmos princípios fundamentais. A rigor, para algumas situações, existem diferenças nos resultados, causadas por aproximações em deduções finais de expressões do momento resistente. No entanto, neste trabalho, como essas diferenças são desprezáveis em termos de resultados finais, será apresentado apenas o procedimento da norma brasileira, assumindo-se que o procedimento da norma norte-americana seja igual.

O procedimento da norma brasileira se aplica às seguintes situações:

- vínculo de garfo nas extremidades do comprimento destravado, exceto a extremidade de um balanço, que pode ter todos os deslocamentos livres;
- forças transversais externas, caso existam, aplicadas na semialtura da seção transversal (nas seções duplamente simétricas, a semialtura coincide com o nível do centro de torção, ou seja, não são previstas forças transversais estabilizantes ou desestabilizantes), e;
- seção transversal constante ao longo do comprimento destravado.

3.2.2 Esbeltez dos Elementos Componentes dos Perfis I

3.2.2.1 Alma

A ABNT NBR 8800:2008 apresenta procedimentos de cálculo distintos do momento fletor resistente nominal à flambagem lateral com torção de vigas de alma não esbelta e vigas de alma esbelta, para seção I com dois eixos de simetria e fletidas em relação ao eixo de maior momento de inércia. As vigas de alma não esbelta não podem apresentar flambagem local da alma (FLA) em regime elástico e as de alma esbelta podem apresentar esse modo de colapso.

Em termos objetivos, são vigas de alma não esbelta aquelas em que o parâmetro de esbeltez da alma, λ_w , dado pela relação h/t_w , onde h é a altura da alma (igual à distância entre as faces internas das mesas nos perfis soldados e igual a esse valor menos os dois raios de concordância entre mesa e alma nos perfis laminados) e t_w a espessura, não supera o parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento, $\lambda_{w,r}$, e de alma esbelta aquelas em que λ_w é maior que $\lambda_{w,r}$, com:

$$\lambda_{w,r} = 5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (3.1)$$

onde E é o módulo de elasticidade e f_y a resistência ao escoamento do aço.

O limite de $5,70\sqrt{E/f_y}$ para classificação das vigas em vigas de alma não esbelta e vigas de alma esbelta deve-se a Basler e Thürlimann (1961). Considerando que o módulo de elasticidade dos aços estruturais pode ser tomado como igual a 200.000 MPa, esse limite apresenta, respectivamente, valores de 161, 147 e 136 para aços com resistência ao escoamento de 250 MPa, 300 MPa e 350 MPa, os mais usados no Brasil. Neste trabalho, somente serão consideradas as vigas de alma não esbelta, assumindo-se o limite máximo de 160.

Entre as vigas de alma não esbelta, quando λ_w é inferior ou igual ao parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação $\lambda_{w,p}$, não ocorre FLA, e quando é maior que $\lambda_{w,p}$ e no máximo igual a $\lambda_{w,r}$, a FLA pode ocorrer em regime inelástico, com:

$$\lambda_{w,p} = 3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (3.2)$$

Essa esbeltez tem valores de 106, 97 e 90 para aços com resistência ao escoamento de 250 MPa, 300 MPa e 350 MPa, respectivamente.

3.2.2.2 Mesa comprimida

A mesa comprimida das seções I fletidas não sofre flambagem local (FLM) se o seu parâmetro de esbeltez, λ_f , dado pela relação b/t_f , onde b é metade da largura e t_f a espessura da mesa, é inferior ou igual ao parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação $\lambda_{f,p}$, mas pode apresentar flambagem local em regime inelástico se λ_f é maior que $\lambda_{f,p}$ e no máximo igual ao parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento, $\lambda_{f,r}$, e em regime elástico se λ_f supera $\lambda_{f,r}$, com:

$$\lambda_{f,p} = 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (3.3)$$

e

$$\lambda_{f,r} = 0,95 \sqrt{\frac{Ek_c}{0,7f_y}} \quad (3.4)$$

onde k_c é um coeficiente que leva em conta a eficiência do travamento que a alma proporciona na metade da largura da mesa. Seu valor deve ser tomado como 0,76 nos perfis laminados e nos perfis soldados é igual a:

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{\frac{h}{t_w}}} \quad (3.5)$$

mas limitado entre 0,35 e 0,76.

O parâmetro de esbeltez $\lambda_{f,p}$ tem valores de 10,75, 9,81 e 9,08 para aços com resistência ao escoamento de 250 MPa, 300 MPa e 350 MPa, respectivamente. Por sua vez, o parâmetro de esbeltez $\lambda_{f,r}$ tem valores de 19,00, 17,35 e 16,06 para k_c igual a 0,35 e de 28,00, 25,55 e 23,67 para k_c igual a 0,76.

3.2.3 Flambagem Lateral com Torção

O momento crítico, ou momento fletor de flambagem elástica para o estado-limite último de flambagem lateral com torção de vigas I com dois eixos de simetria, fletidas em relação ao eixo de maior momento de inércia (eixo x), em regime elástico, é dado por:

$$M_{cr} = \frac{C_b \pi^2 EI_y}{L_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} (1 + 0,039 \frac{JL_b^2}{C_w})} \leq M_{pl} \quad (3.6)$$

onde L_b é o comprimento destravado, I_y é o momento de inércia em relação ao eixo que passa pelo plano médio da alma, J é a constante de torção, C_w é a constante de empenamento e M_{pl} é o momento de plastificação da seção transversal.

A Equação (3.6) é o produto da equação clássica da estabilidade para comprimentos destravados de vigas submetidas a momento fletor uniforme (Timoshenko e Gere, 1961), reescrita de outra forma após algumas transformações algébricas, multiplicada por C_b , denominado fator de modificação para diagrama de momento fletor não-uniforme. Esse fator, conforme o nome indica, tem a função de levar em conta a influência da variação do momento fletor e é dado, quando as duas mesas da viga estão livres para se deslocar lateralmente ao longo do comprimento destravado, por:

$$C_b = \frac{12,5M_{max}}{2,5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \leq 3,0 \quad (3.7)$$

onde M_{max} é o máximo momento fletor solicitante no comprimento destravado, M_A é o momento solicitante na seção situada a um quarto do comprimento destravado, medida a partir da extremidade da esquerda, M_B é o momento solicitante na seção central do comprimento destravado e M_C é o momento solicitante na seção situada a três quartos do comprimento destravado, medida a partir da extremidade da esquerda. Todos esses momentos devem ser inseridos na equação em valor absoluto. Essa equação de C_b tem como origem uma fórmula empírica proposta por Kirby e Nethercot (1979), que foi levemente ajustada pela norma norte-americana desde 1999. Ela fornece resultados bastante precisos para todos os tipos de diagramas de momento fletor, como mostrado por Reis (1996) e por Galambos (1968).

Em trechos em balanço, entre uma seção com restrição a deslocamento lateral e à torção e a extremidade livre, deve-se considerar C_b igual a 1,0. Reis (1996) também mostrou que essa

consideração conduz a resultados conservadores, exceto para a situação pouco usual em que um binário solicita a extremidade livre do balanço.

Quando uma das mesas se encontra livre para se deslocar lateralmente e a outra mesa possui contenção lateral contínua contra esse tipo de deslocamento, sem restrição à torção, o fator C_b é dado por:

(a) quando a mesa com contenção lateral contínua estiver tracionada em pelo menos uma extremidade do comprimento destravado, como mostra a Figura 3.1:

$$C_b = 3 - \frac{2 M_1}{3 M_0} - \frac{8 M_2}{3 (M_0 + M_1)} \quad (3.8)$$

onde M_0 é o valor do maior momento solicitante, tomado com sinal de negativo, que comprime a mesa livre nas extremidades do comprimento destravado, M_1 é o valor do momento fletor solicitante na outra extremidade do comprimento destravado (se esse momento comprimir a mesa livre, deve ser tomado com sinal negativo nos segundo e terceiro termos da equação, se tracionar a mesa livre, deve ser tomado com sinal de positivo no segundo termo da equação e igual a zero no terceiro termo) e M_2 é o momento fletor solicitante na seção central do comprimento destravado, com sinal positivo se tracionar a mesa livre e sinal negativo se comprimir essa mesa;

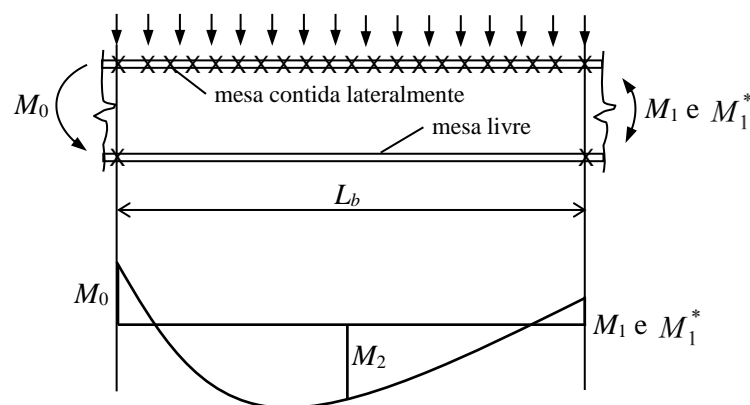


Figura 3.1 – Mesa livre comprimida em pelo menos uma extremidade

(b) em comprimentos destravados com momento nulo nas extremidades, submetidos a uma força transversal uniformemente distribuída, com apenas a mesa tracionada travada continuamente contra translação lateral, como mostra a Figura 3.2, deve-se tomar C_b igual a 2.

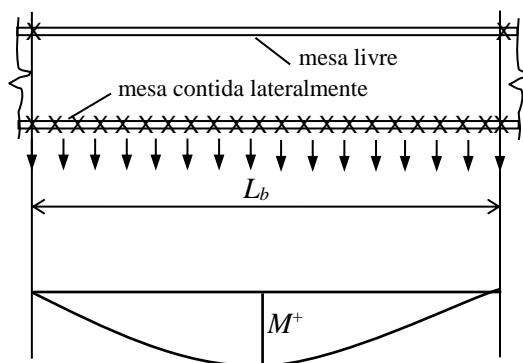


Figura 3.2 – Mesa livre e mesa contida lateralmente

Os valores de C_b para esses casos em que uma das mesas, que se encontra total ou parcialmente tracionada, possui contenção lateral contínua contra deslocamento lateral, sem restrição à torção, advêm de estudos de Yura e Helwig (1995) para diversas situações comuns na prática. Embora esses valores sejam adotados pela norma brasileira (e também pela norma norte-americana), os autores não detalham o procedimento utilizado para sua obtenção, deixando algumas dúvidas a respeito da precisão dos resultados. Ziemian (2010) menciona esses valores, mas também não apresenta o procedimento utilizado. Todos esses autores afirmam que as forças devem ser aplicadas na mesa contida lateralmente, ao contrário das normas brasileira e norte-americana, que aparentemente (os textos não deixam isso muito claro) exigem que as cargas atuem na semialtura da seção transversal da viga. Ziemian (2010) afirma ainda que esses casos se estendam a barras não horizontais desde que se consiga reproduzir as condições mostradas nas figuras 3.1 e 3.2. O caso da Figura 3.1 permite considerar, por exemplo, a situação bastante comum de uma viga contínua ou de uma viga de pórtico (viga ligada rigidamente aos pilares nas extremidades) pertencente ao piso de uma edificação com a mesa superior contida a deslocamentos laterais por uma laje de concreto. O caso da Figura 3.2, a situação de uma viga biapoiada de cobertura com a mesa superior travada a deslocamento lateral sujeita à sucção de vento predominante sobre a carga permanente. Ambos os casos se aplicam a situações de barras verticais sujeitas a forças horizontais, como as decorrentes do vento, com uma mesa contida a deslocamento lateral por uma parede-diafragma ou restrição equivalente. Quando existe restrição também à torção, tem-se um outro modo de instabilidade chamado na ABNT NBR 8800:2008 de flambagem lateral com distorção (FLD), que não será tratado no presente estudo – a FLD é muito bem definida por Johnson (2004) e estudos sobre esse fenômeno foram feitos por diversos autores, entre os quais Calenzani *et al.* (2012), Calenzani (2008), Oliveira *et al.* (2016) e Oliveira (2014), que o abordou em vigas de alma senoidal, e Amaral (2016), que o abordou em vigas de alma plana.

A FLT em regime elástico ocorre se o parâmetro de esbeltez do comprimento destravado, λ_b , for maior que o parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento $\lambda_{b,r}$, com:

$$\lambda_b = \frac{L_b}{r_y} \quad (3.9)$$

e

$$\lambda_{b,r} = \frac{1,38\sqrt{I_y J}}{r_y J \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27C_w \beta_1^2}{I_y}}} \quad (3.10)$$

onde r_y é o raio de giração da seção em relação ao eixo y e

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r)W_x}{EJ} \quad (3.11)$$

sendo W_x o módulo de resistência elástico da seção relativo ao eixo de flexão (eixo x) e σ_r a tensão residual de compressão das mesas, tomada como igual a $0,30f_y$.

Para que o colapso ocorra por meio de plastificação total da seção transversal, condição em que o momento fletor resistente nominal, M_{Rk} , é igual ao momento de plastificação, M_{pl} , o parâmetro de esbeltez λ_b deve ser menor que o parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação da seção transversal, $\lambda_{b,p}$, que é dada por:

$$\lambda_{b,p} = 1,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (3.12)$$

Se o parâmetro de esbeltez λ_b estiver entre $\lambda_{b,p}$ e $\lambda_{b,r}$, a FLT ocorre em regime inelástico e o momento resistente é dado simplificadaamente pela equação de uma reta que une os pontos $(M_{pl}, \lambda_{b,p})$ e $(M_r, \lambda_{b,r})$ multiplicada por C_b (Figura 3.3) e limitada a M_{pl} :

$$M_{Rk} = C_b \left[M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda_b - \lambda_{b,p}}{\lambda_{b,r} - \lambda_{b,p}} \right] \leq M_{pl} \quad (3.13)$$

onde M_r é o momento fletor correspondente ao final do regime elástico, igual a

$$M_r = W_x (f_y - \sigma_r) \quad (3.14)$$

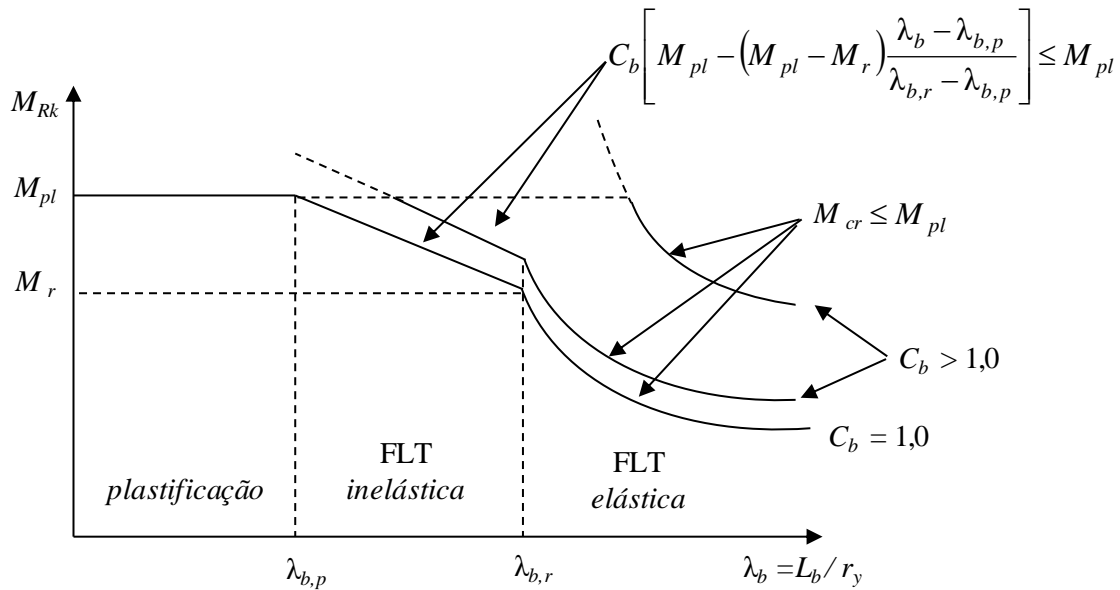


Figura 3.3 – Momento fletor resistente M_{Rk} em função da esbelteza λ

O valor de $\lambda_{b,p}$ é igual a 49,78, 45,44 e 42,07 para aços com resistência ao escoamento de 250 MPa, 300 MPa e 350 MPa, respectivamente. Já $\lambda_{b,r}$ depende de muitas grandezas, mas na maioria das vezes tem valores entre 100 e 140.

O procedimento de cálculo do momento fletor resistente da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 apresenta uma inconsistência teórica quando C_b é maior que 1,0. O final do regime elástico deveria acontecer para o valor de $\lambda_{b,r}$ correspondente à esbelteza em que M_{cr} se iguala a M_r . Logo, como M_{cr} é função de C_b , $\lambda_{b,r}$ também deveria ser. No entanto, o valor de $\lambda_{b,r}$ foi determinado considerando sempre C_b igual 1,0, ou seja, $\lambda_{b,r}$ se tornou independente de C_b . Trata-se de uma simplificação que facilita os cálculos mas, a rigor, faz com que M_r perca seu significado físico de momento fletor correspondente ao final do regime elástico. Contudo, os resultados finais obtidos para o momento resistente não se afastam muito dos resultados de ensaios e atendem ao índice de confiabilidade previsto pela norma.

Observa-se que as equações (3.6) e (3.13) são limitadas por M_{pl} . Essa limitação é necessária porque, dependendo do valor do fator C_b , o momento fornecido por essas equações pode superar M_{pl} , o que fisicamente não é possível.

A Equação (3.6) não leva em conta a distorção da alma. Isso significa que o procedimento da ABNT NBR 8800:2008 não considera esse efeito no cálculo do momento fletor resistente à FLT.

3.3 EN 1993-1-1:2005

Segundo a norma europeia EN 1993-1-1:2005, o momento resistente nominal referente ao estado-limite último de flambagem lateral com torção de vigas de aço com seção I duplamente simétrica fletidas em relação ao eixo de maior inércia (eixo x, perpendicular à alma) é dado pela seguinte expressão:

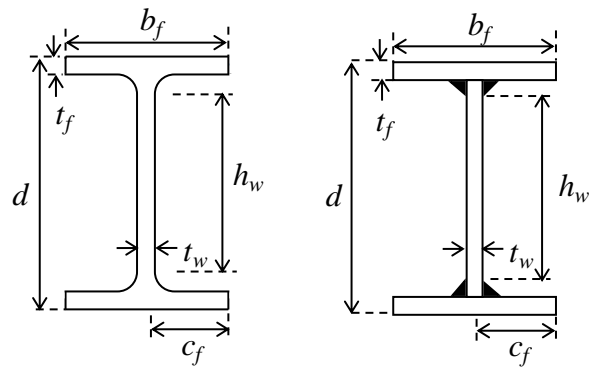
$$M_{Rk} = \chi_{LT} X_x f_y \quad (3.15)$$

onde χ_{LT} é um fator de redução para flambagem lateral com torção e X_x é o módulo resistente da seção transversal em relação ao eixo x. Esse módulo deve ser tomado como:

- plástico (Z_x) para seções transversais de classe 1 ou 2;
- elástico (W_x) para seções transversais de classe 3;
- elástico efetivo ($W_{ef,x}$) para seções transversais de classe 4 (o valor desse módulo deve ser determinado com as larguras efetivas dos elementos sujeitos à flambagem local em regime elástico).

Sinteticamente, com $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$ (tomando-se f_y em N/mm²), a seção tem classe (Figura 3.4):

- 2, no máximo, se pode alcançar o momento de plastificação (para isso é necessário que a relação h_w/t_w não supere 83ε e que a relação c_f/t_f não supere 10ε);
- 3, se pode alcançar a resistência ao escoamento nas fibras extremas, mas a flambagem local impede que ela atinja o momento de plastificação (para isso é necessário que h_w/t_w fique entre 83ε e 124ε ou c_f/t_f fique entre 10ε e 14ε , mas nenhuma dessas duas razões pode ultrapassar o limite superior);
- 4, se a flambagem local ocorre antes de qualquer escoamento (quando h_w/t_w supera 124ε ou c_f/t_f supera 14ε).



(a) Perfil laminado

(b) Perfil soldado

Figura 3.4 – Dimensões c_f , t_f , h_w , t_w , d e b_f

O fator de redução para flambagem lateral com torção é igual a:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\varphi_{LT} + \sqrt{\varphi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0 \quad (3.16)$$

sendo φ_{LT} um parâmetro auxiliar e $\bar{\lambda}_{LT}$ uma esbeltez para flambagem lateral com torção, dados por

$$\varphi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (3.17)$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{X_{xfy}}{M_{cr}}} \quad (3.18)$$

onde α_{LT} é um fator de imperfeição para levar em conta as imperfeições geométricas e de material da viga, que depende da curva de resistência que, por sua vez, depende da seção transversal, conforme as tabelas 3.1 e 3.2, e M_{cr} é o momento crítico elástico calculado com base nas propriedades geométricas da seção bruta levando-se em conta as condições de carregamento, a distribuição de momento fletor e as condições de restrição à flambagem lateral com torção.

Tabela 3.1 – Fator de imperfeição

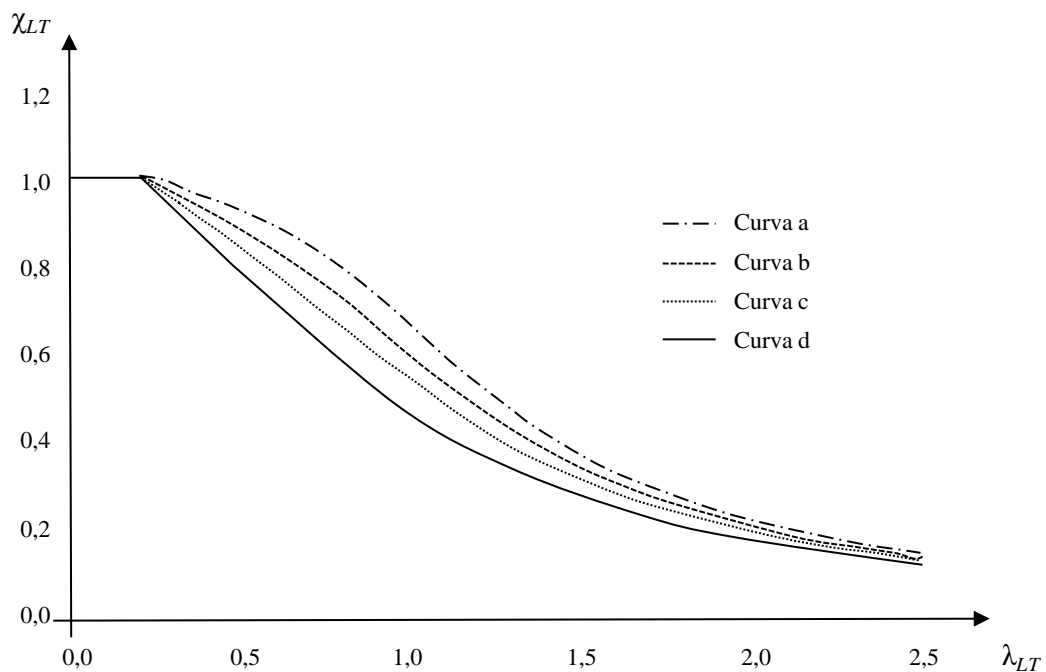
Curva de resistência	a	b	c	d
Fator de imperfeição (α_{LT})	0,21	0,34	0,49	0,76

Tabela 3.2 – Curva de resistência

Seção transversal	Limites*	Curva
Laminada	$d/b_f \leq 2$	a
	$d/b_f \geq 2$	b
Soldada	$d/b_f \leq 2$	c
	$d/b_f \geq 2$	d
Outra	-	d

* d é a altura da seção transversal e b_f a largura da mesa (ver Figura 3.4).

A Figura 3.5 mostra a variação do fator de redução χ_{LT} em função de $\bar{\lambda}_{LT}$ para todas as curvas de resistência da Tabela 3.1.

Figura 3.5 – Variação de χ_{LT} em função λ_{LT} para as curvas de resistência a, b, c e d

O EN 1993-1-1:2005 determina também, que se $\bar{\lambda}_{LT} \leq 0,4$, não é necessária nenhuma verificação no que diz respeito à flambagem lateral com torção.

A norma europeia, diferentemente das normas brasileira e norte-americana, não fornece uma equação para o momento crítico elástico (M_{cr}). O cálculo desse momento, grandeza fundamental para se chegar ao valor correto do momento resistente, fica sob responsabilidade do projetista da estrutura, que deve usar o processo mais preciso possível, envolvendo até, se necessário, uma análise pelo Método dos Elementos Finitos. Contudo, os programas

computacionais têm custo elevado, com alto tempo de processamento, geralmente possuem entrada de dados pouco otimizada e exigem que o usuário tenha uma sólida base teórica e conhecimento prévio sobre a utilização das suas ferramentas. No entanto, permitem que possam ser consideradas quaisquer condições de contorno nas extremidades do comprimento destravado e ao longo desse comprimento e as mais diversas variações do momento fletor e do nível de aplicação das cargas transversais.

É importante salientar que a norma europeia não menciona explicitamente a necessidade de considerar o efeito da distorção da alma na flambagem lateral com torção, mas evidentemente sua consideração levaria a resultados mais precisos.

Outra diferença é que a norma europeia fornece quatro curvas de resistência para o cálculo do momento resistente nominal, levando em conta as imperfeições iniciais conforme as dimensões da seção transversal e o processo de fabricação da viga, e as normas brasileira e norte-americana um único cálculo do momento resistente. Obviamente, o procedimento dessas duas normas é mais simples, mas, apesar disso, seus resultados são compatíveis com resultados de ensaios.

3.4 Procedimento Analítico de Chen e Lui (1987)

Existem diversos procedimentos analíticos para obtenção do momento crítico elástico de vigas de aço duplamente simétricas com seção I. Para efeito deste trabalho, merece atenção especial o procedimento de Chen e Lui (1987), que será utilizado algumas vezes, e se aplica aos casos de cargas estabilizantes e desestabilizantes, e vínculo rígido nas extremidades do comprimento destravado, situações que a formulação da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 não cobre.

Chen e Lui (1987) mostraram que o momento crítico elástico, nos casos de vigas biapoiadas submetidas a cargas transversais ao longo do comprimento destravado, é dado por:

$$M_{cr} = C_1 M_{cr0} \quad (3.19)$$

onde M_{cr0} é o momento crítico para atuação de momento uniforme, podendo ser dado pela Equação (3.6), excluindo-se dessas equações o fator C_b , e sem considerar o limite superior relacionado ao momento de plastificação ou de início do escoamento. Por sua vez, C_1 é um fator que leva em conta a variação do momento fletor ao longo do comprimento destravado, o

nível de aplicação das cargas transversais atuantes em relação ao centro de torção (no caso, a semialtura da viga) e as condições de contorno nas extremidades desse comprimento, sendo expresso por:

$$C_1 = \begin{cases} AB, & \text{para carga atuando na mesa inferior} \\ A, & \text{para carga atuando na semialtura da seção transversal} \\ A/B, & \text{para carga atuando na mesa superior} \end{cases}$$

O fator C_1 , para o caso de momento uniforme, é igual a 1,0.

Os valores de A e B , para a atuação de uma carga concentrada na seção central e vínculo de garfo nas extremidades, é:

$$A = 1,35 \quad (3.20)$$

$$B = 1,0 + 0,649W - 0,18W^2 \quad (3.21)$$

com

$$W = \sqrt{\frac{\pi^2 E C_w}{L_b^2 G J}} \quad (3.22)$$

Para carga uniformemente distribuída e vínculo de garfo nas extremidades, tem-se que:

$$A = 1,12 \quad (3.23)$$

$$B = 1,0 + 0,535W - 0,154W^2 \quad (3.24)$$

Os valores de A e B , para uma carga concentrada na seção central e vínculo rígido nas extremidades, é:

$$A = 1,916 + 1,85W - 0,424W^2 \quad (3.25)$$

$$B = 1,0 + 0,923W - 0,466W^2 \quad (3.26)$$

Para carga uniformemente distribuída e vínculo rígido nas extremidades, vem:

$$A = 1,643 + 1,771W - 0,405W^2 \quad (3.27)$$

$$B = 1,0 + 0,625 W - 0,339 W^2 \quad (3.28)$$

Segundo Chen e Lui (1987), para vigas de aço com seção I e vínculo de garfo, o comprimento destravado L_b , a ser usado na equação do momento crítico elástico – Equação (3.6) –, é igual ao comprimento teórico e, para vínculo rígido, igual à metade do comprimento teórico.

3.5 Método da Energia Conforme Reis (1996)

Com a finalidade de se obter valores bastante precisos do momento crítico elástico, Reis (1996) desenvolveu um procedimento numérico, baseado no método da energia. Esse procedimento foi implementado através de um programa computacional em linguagem Turbo-Pascal denominado Programa MCE, para ambiente DOS (na época, o ambiente padrão nos microcomputadores) com entrada de dados interativa ou em arquivo, que permite considerar:

- qualquer carregamento;
- atuação de cargas neutras, estabilizantes e desestabilizantes;
- qualquer condição de contorno no plano de flexão;
- qualquer condição de contorno para flambagem lateral com torção;
- contenções laterais internas que se comportam como peças contínuas no plano de flambagem;
- variação de seção transversal, em função das lamelas, aberturas na alma e recortes nas mesas para ligação.

Além disso, os resultados são obtidos com rapidez e objetividade e mostram-se bastante confiáveis, com as concordâncias constatadas em inúmeras comparações feitos. Em seu trabalho, Reis (1996) mostra que os resultados obtidos com o Programa MCE são aproximadamente iguais aos resultados obtidos pelo procedimento analítico de Chen e Lui (1987) para vigas biapoiadas.

Posteriormente, o programa MCE, restrito ao regime elástico, foi estendido ao regime elastoplástico, por Souza (1999), por meio da teoria do módulo tangente, trocando-se o módulo

de elasticidade E pelo valor do módulo tangente E_t , tendo em vista a máxima tensão elástica de compressão em cada elemento da viga. Em seguida, foi portado para o ambiente Windows, utilizando o programa Delphi, da Borland, e a linguagem Object Pascal, o que permitiu:

- uma interface mais amigável com o usuário no que se refere à entrada de dados e apresentação de resultados;
- o processamento de vigas com até, aproximadamente, 50.000 elementos (o limite do MCE era de cerca de 100 elementos).

O programa desenvolvido por Souza (1999), denominado Programa FLT, pode ser dividido em três grandes partes. A primeira consiste da entrada dos dados relativos ao problema que se quer analisar, a segunda do procedimento de cálculo, onde todas as verificações necessárias são feitas levando-se em conta as particularidades de cada caso, e a última da montagem de um arquivo com os resultados.

Para efeito de comparação, nos casos estudados, serão usados os resultados do Programa FLT, devido a sua interface no ambiente Windows. Destaca-se que os seus resultados são muito próximos dos do procedimento de Chen e Lui (1987), mas sempre um pouco mais precisos.

3.6 Considerações Sobre a Importância do Momento Crítico Elástico

A flambagem lateral com torção é um fenômeno complexo e que depende de diversos fatores que nem sempre estão previstos com acurácia nas prescrições normativas. Portanto, para se obter resultados mais precisos para determinação do momento fletor resistente a esse modo de instabilidade, muitas vezes é necessária uma cuidadosa análise numérica computacional envolvendo todos os parâmetros mecânicos e geométricos relevantes ao comportamento estrutural do modelo estudado.

Nas normas brasileira ABNT NBR 8800:2008 e norte-americana ANSI/AISC 360-10, a exemplo de outras normas, as formulações fornecidas para o cálculo do momento crítico elástico se aplicam a situações simples em relação às condições de contorno (vínculo de garfo) e às posições das cargas transversais atuantes (semialtura da seção transversal). Nessas duas normas, o primeiro passo para determinação do momento resistente das vigas de alma não esbelta, é determinar a esbeltez da viga, λ_b , e comparar com as esbeltezes limites, $\lambda_{b,p}$ e $\lambda_{b,r}$, para

identificar em qual regime a viga poderá flambar, se elástico ou inelástico. Logo, a definição do momento crítico elástico, M_{cr} , é muito importante para identificar o final do regime elástico. Complementarmente, o valor do M_{cr} interfere no regime inelástico, pois este é caracterizado por uma reta que interpola o início do regime plástico, onde o momento resistente é M_{pl} , e o final do regime elástico, principalmente nos casos em que C_b é maior que 1,0, quando M_r perde seu significado físico de momento fletor correspondente ao final do regime elástico.

A determinação do momento crítico elástico na norma europeia EN 1993-1-1:2005 é extremamente importante, pois é a partir dele que todos demais cálculos são efetuados, até se chegar ao momento resistente da viga.

Nas normas citadas, como se mostrou, a determinação do momento resistente à flambagem lateral com torção de vigas prismáticas de aço com seção I duplamente simétrica, fletidas em relação ao eixo x, depende fundamentalmente da determinação correta do momento crítico elástico. Assim, essa determinação é de extrema relevância e deve ser realizada da forma mais precisa possível, considerando todos os efeitos que influenciam nesse modo de instabilidade. Nessa linha de raciocínio, o estudo da influência da distorção da alma no valor do momento crítico elástico constitui uma contribuição relevante para aprimorar a solução desse tipo de problema.

4

MODELAGEM NUMÉRICA E VIGAS ANALISADAS

4.1 Considerações Gerais

Para investigar o fenômeno da distorção da alma na flambagem lateral com torção foram processados modelos numéricos utilizando o programa comercial ABAQUS (Hibbitt *et al.*, 2005). Esse programa utiliza o Método dos Elementos Finitos, que se baseia na aproximação das condições de equilíbrio de um corpo sob o ponto de vista Lagrangiano, ou seja, cada ponto material do corpo é analisado como sendo uma função do tempo e de suas coordenadas, e as equações de equilíbrio são obtidas a partir do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV).

Neste capítulo serão apresentadas informações a respeito dos modelos numéricos (elementos utilizados, modo de aplicação das forças e momentos, condições de contorno, confiabilidade, etc.) e da geometria das vigas que serão analisadas.

4.2 Vigas Analisadas

As vigas de aço processadas computacionalmente foram modeladas como biapoiadas no plano de flexão, com comprimento destravado igual ao vão e as seguintes condições de contorno para flambagem lateral com torção:

- i. vínculo de garfo nas duas extremidades, e;
- ii. vínculo rígido nas duas extremidades.

As vigas terão as duas mesas livres para se deslocar lateralmente ao longo do vão, e serão submetidas a três tipos de solicitação:

- a. momento uniforme;

- b. carga uniformemente distribuída atuante na semialtura da seção transversal (nível do centro de torção – neutra), na mesa superior (desestabilizante) e na mesa inferior (estabilizante);
- c. carga concentrada atuante na semialtura (nível do centro de torção – neutra), na mesa superior (desestabilizante) e na mesa inferior (estabilizante) da seção central.

Também foram consideradas no estudo vigas de aço, com vão igual ao comprimento destravado e vínculo de garfo nas extremidades, submetidas a carga uniformemente distribuída e carga concentrada nos níveis da semialtura, da face superior e da face inferior da seção transversal, nas seguintes condições:

- uma mesa totalmente tracionada e com contenção lateral contínua (sem contenção à torção) e a outra mesa totalmente comprimida e livre para se deslocar lateralmente, sem aplicação de momentos nas extremidades, com a carga atuando no sentido da mesa livre para a mesa contida (Figura 4.1);

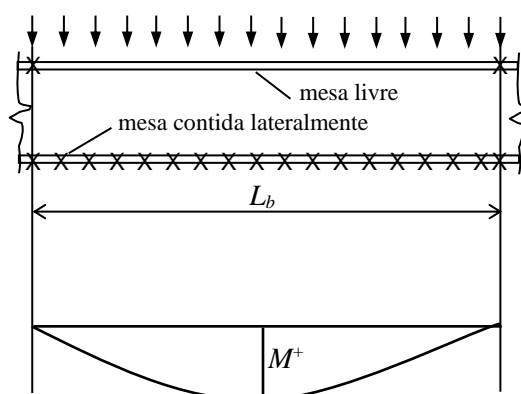
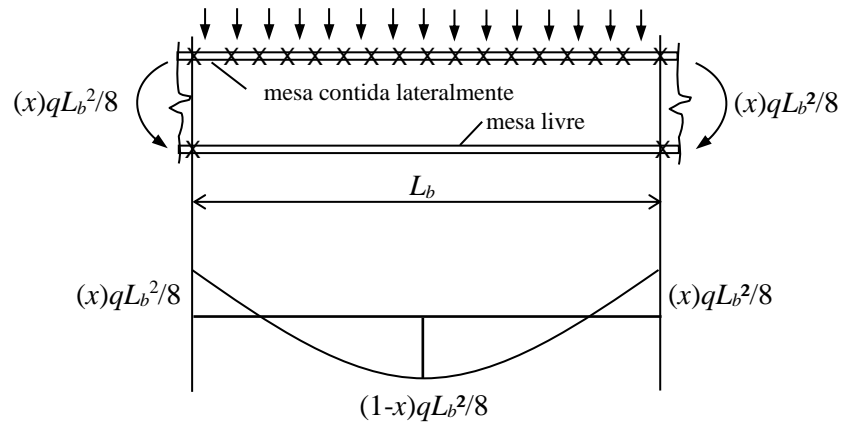
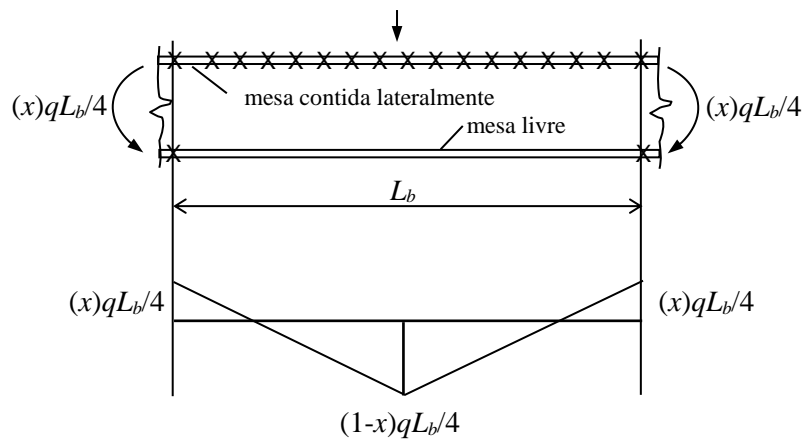


Figura 4.1 – Vigas com mesa tracionada com contenção lateral contínua

- uma mesa com contenção lateral contínua (sem contenção à torção) e a outra livre para se deslocar lateralmente, com aplicação de momentos negativos nas extremidades com valor de 40% e de 80% do momento máximo positivo provocado pela carga uniformemente distribuída ou pela carga concentrada em uma viga biapoiada, de modo que a mesa contida fique tracionada apenas nas duas extremidades, com a carga atuando no sentido da mesa contida para a mesa livre (figuras 4.2-a e 4.2-b, respectivamente, onde x pode ser 0,4 ou 0,8).



(a) carga distribuída com a mesa livre comprimida nas duas extremidades



(b) carga concentrada com a mesa livre comprimida nas duas extremidades

Figura 4.2 – Vigas com uma mesa com contenção lateral contínua e aplicação de momentos nas extremidades

No caso da mesa com contenção contínua tracionada apenas nas extremidades, a aplicação de momentos negativos nas extremidades com dois valores, 40% e de 80% do momento máximo positivo de uma viga biapoiada, tem o intuito de se avaliar a distorção da alma nas situações em que a compressão na mesa livre nas duas extremidades tem um valor mais elevado e um valor mais reduzido.

As análises numéricas têm como finalidade obter o valor das ações atuantes que provocam a flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD) das vigas e, conseqüentemente, o momento crítico elástico.

4.3 Elementos Utilizados e Refinamento da Malha

Visando a definir uma malha de elementos finitos que possuísse um número de elementos adequado e com capacidade de adaptação aos contornos das seções, foi realizada uma avaliação da influência do refinamento da malha na precisão dos resultados, levando em consideração ainda o tempo de processamento, como mostra a Tabela 4.1 e a Figura 4.3.

Para esse estudo, foi utilizado um modelo de viga de 10 m de vão (igual ao comprimento destravado), com as duas mesas livres para se deslocar lateralmente ao longo do vão, altura da seção transversal de 500 mm, larguras e espessura das mesas de 200 mm e 16 mm, respectivamente, e espessura de alma de 23,4 mm (só para refinamento), submetida a momento uniforme, com vínculo de garfo nas extremidades.

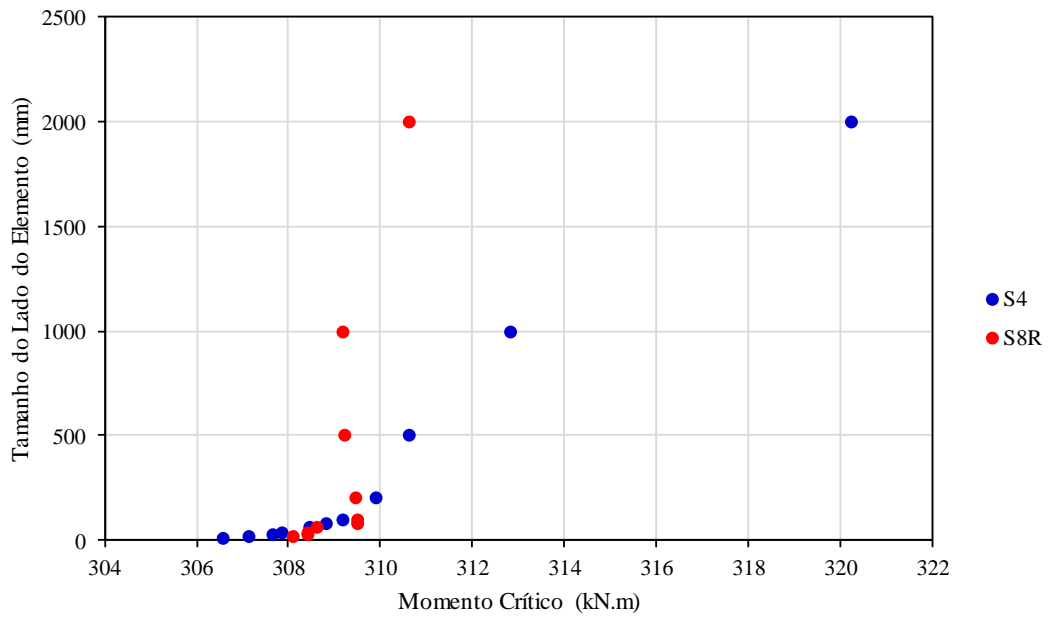
Nesse modelo, foram testadas malhas com dois tipos de elementos de casca, o elemento S4 (elemento de 4 nós e integração completa) e o elemento S8R (elemento de 8 nós e integração reduzida). O elemento de casca S4 foi escolhido porque, dentre os elementos disponíveis, verificou-se que ele é bastante adequado para análise linear de placas e seções de aço, uma vez que permite obter soluções com grande precisão para problemas onde são esperadas flexões no plano e podem ser usados tanto para cascas espessas como para cascas finas. O elemento S8R foi testado para verificar se levaria à obtenção de resultados mais precisos, pois possui uma quantidade de nós maior que o elemento anterior, porém apresentou maior tempo de processamento e maior dificuldade de convergência.

Foram usados elementos S4 com tamanhos de lado de 2000 mm, 1000 mm, 500 mm, 200 mm, 100 mm, 80 mm, 60 mm, 40 mm, 30 mm, 20 mm e 10 mm e elementos S8R com tamanhos de lado de 2000 mm, 1000 mm, 500 mm, 200 mm, 100 mm, 80 mm, 60 mm, 40 mm, 30 mm e 20 mm.

Ao final, optou-se por utilizar uma malha com elementos S4 com lado de 20 mm, que fornece resultados muito bons com um tempo de processamento bastante reduzido, por se tratar da malha mais refinada com esse elemento na qual o tempo de processamento ainda é pequeno, conforme indicam a Tabela 4.1 e a Figura 4.3.

Tabela 4.1 – Estudo do refinamento

Elemento	Tamanho do Lado do Elemento (mm)	Número de Elementos	Tempo de Processamento (s)	Momento Crítico (kN.m)
S8R	2000	30	30	310,64
S4	2000	30	28	320,26
S8R	1000	60	33	309,17
S4	1000	60	33	312,84
S8R	500	120	27	309,24
S4	500	120	27	310,62
S8R	200	300	28	309,47
S4	200	300	30	309,91
S8R	100	800	35	309,49
S8R	80	1250	32	309,49
S4	100	800	15	309,20
S4	80	1.250	15	308,82
S8R	60	2.672	35	308,63
S4	60	2.672	20	308,47
S8R	30	9.324	64	308,42
S8R	40	6.000	53	308,41
S4	40	6.000	19	307,87
S4	30	9.324	22	307,65
S8R	20	22.000	120	308,12
S4	20	22.000	49	307,13
S4	10	88.000	853	306,57



quatro nós de aplicação geral, curvatura dupla, integração completa e com deformação finita de membrana, com 20 mm de lado. Eles apresentam seis graus de liberdade por nó, referentes a três translações e três rotações segundo um sistema de três eixos (x, y e z). A malha de elementos finitos foi estruturada. No modelo com esse elemento, a distorção da alma é naturalmente incorporada aos resultados.

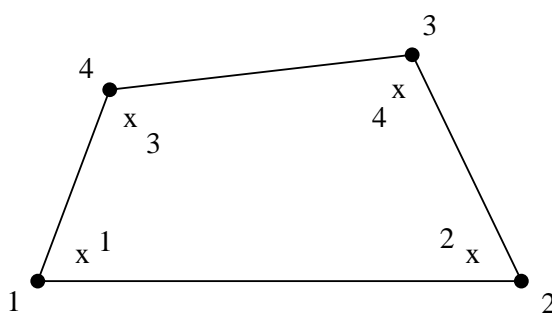


Figura 4.4 – Representação elemento de casca S4

A geometria foi definida pelas linhas médias da seção transversal de acordo com o sistema de coordenadas global do programa ABAQUS (Hibbitt *et al.*, 2005), onde a origem está situada na semialtura da seção e em uma das extremidades. O eixo y está na direção da alma, o eixo x na direção perpendicular à alma e o eixo z na direção longitudinal da viga.

Nos modelos numéricos foi adotado um diagrama tensão *versus* deformação linear do aço, considerando o módulo de elasticidade E igual a 200.000 MPa e o coeficiente de Poisson ν igual a 0,3. Dessa forma, o programa ABAQUS (Hibbitt *et al.*, 2005) pôde considerar um comportamento elástico e isotrópico do aço.

A seção transversal das vigas estudadas tem altura (d) de 500 mm. As mesas possuem largura (b_f) de 200 mm e espessura (t_f) de 16 mm, portanto têm esbeltez ($\lambda_f = 1/2 b_f / t_f$) de 6,25, indicando que esse elemento não pode sofrer flambagem local, conforme a ABNT NBR 8800:2008. Para a alma, foram adotadas espessuras (t_w) hipotéticas de 23,4 mm, 11,70 mm, 7,80 mm, 5,85 mm, 4,68 mm, 3,90 mm, 3,34 mm e 2,93 mm, correspondentes a esbeltezes desse elemento ($\lambda_w = h / t_w$) iguais a 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140 e 160 (a altura h foi tomada igual à distância entre as faces internas das mesas), abrangendo seções transversais em que a flambagem local da alma não pode ocorrer ou que pode ocorrer em regime inelástico. As vigas foram projetadas com comprimentos destravados (L_b) de 10 m, 8 m, 6 m, e 4 m, correspondentes à razão entre altura da seção transversal e vão variando entre 1/20 e 1/8, faixa de utilização que cobre as situações usuais.

Adicionalmente, foram estudados casos de vigas com as duas mesas livres e vínculo de garfo nas extremidades com esbeltez da mesa, λ_f , de 9 e 3, para avaliar a influência da espessura da mesa no valor do momento crítico elástico para o comprimento destravado de 8 m, correspondente à razão L/d de 16, valor bastante usual na prática, e esbeltez da alma, λ_w , de 20, 60, 120 e 160.

4.5 Condições de Contorno

Para simular os apoios rotulados no plano de flexão com vínculos de garfo para flambagem lateral, as translações na direção y foram impedidas em toda a altura da alma, ao passo que as translações na direção x e a rotação em torno de z foram impedidas em todos os nós de ambas as extremidades da viga. A translação na direção z foi restringida apenas no nó situado na semialtura da alma e em somente uma das extremidades da viga.

No caso dos apoios rotulados no plano de flexão com vínculos rígidos para flambagem lateral, foi criado um *MPC Constraint*, que restringe todos os nós da seção transversal a um ponto de referência, para cada extremidade da viga, onde as translações nas direções x e y e as rotações em y e z foram impedidas ao longo de toda seção transversal em ambas extremidades da viga. A translação na direção z foi restringida apenas no nó situado na semialtura da alma e em somente uma das extremidades da viga.

4.6 Simulação das Cargas

O momento constante na viga foi simulado aplicando um binário de forças distribuídas nas mesas nas duas extremidades, com tração na mesa inferior e compressão na mesa superior, como se vê na Figura 4.5. Evidentemente, o momento atuante é igual ao valor da força distribuída multiplicada pela largura das mesas e pela distância entre as linhas médias dessas mesas.

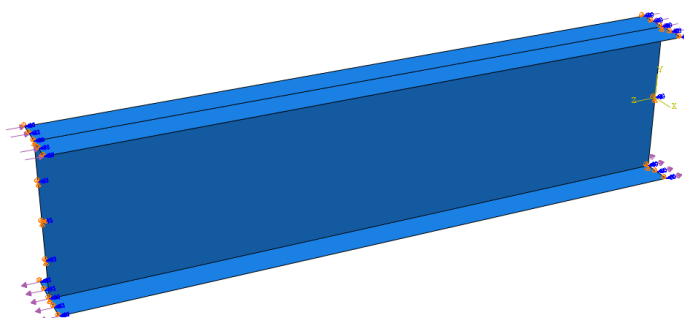
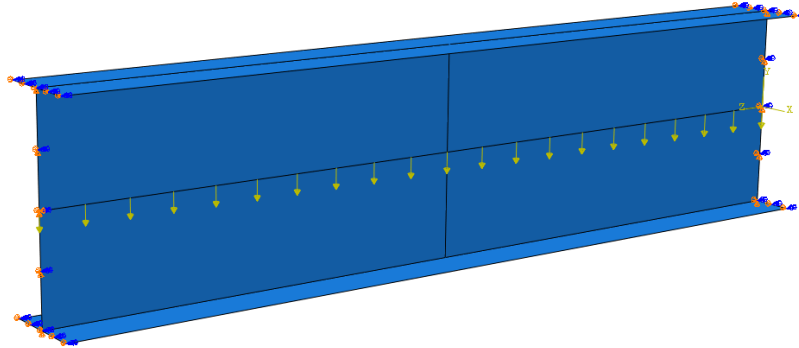
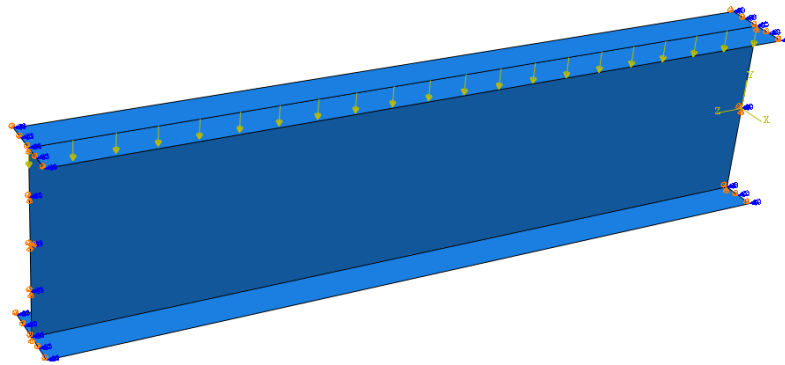


Figura 4.5 – Simulação do momento constante na viga

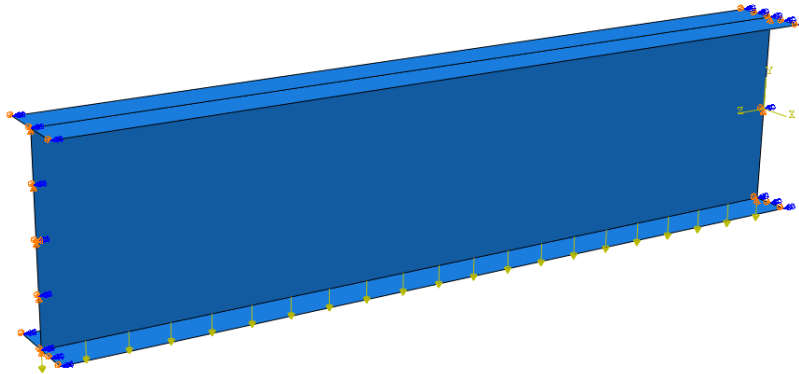
A carga uniformemente distribuída foi posicionada no centro da alma e ao longo de todo o comprimento destravado da viga (Figura 4.6-a), na mesa superior (Figura 4.6-b) e na mesa inferior (Figura 4.6-c).



(a) Na semialtura da seção transversal



(b) Na mesa superior

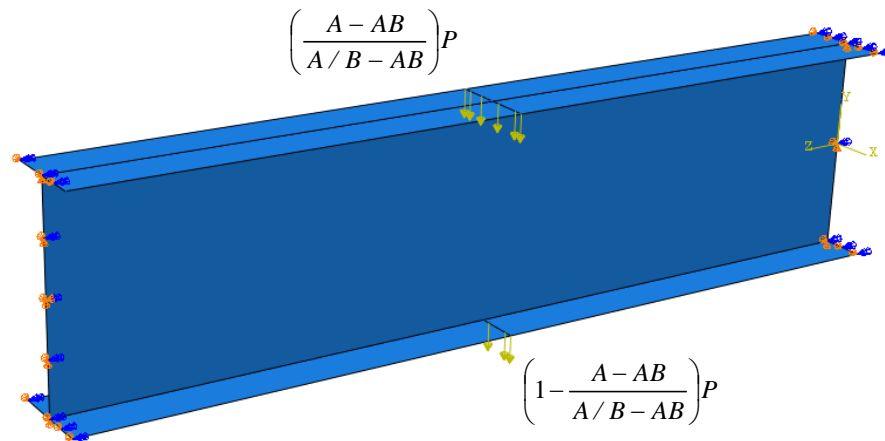


(c) Na mesa inferior

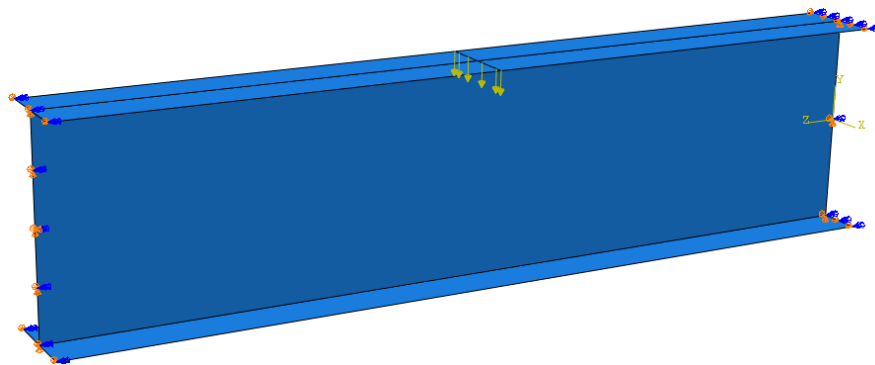
Figura 4.6 – Simulação da carga uniformemente distribuída na viga

Para simular a carga concentrada atuante na semialtura da seção central da viga, foram aplicadas simultaneamente parcelas de cargas distribuídas na largura das mesas superior e inferior, multiplicadas por fatores de equivalência, como mostra a Figura 4.7-a. Esse tratamento evita uma concentração de tensões na alma, que pode causar problemas localizados e prejudicar a precisão dos resultados. Os fatores de equivalência são dados em função dos parâmetros A e B ,

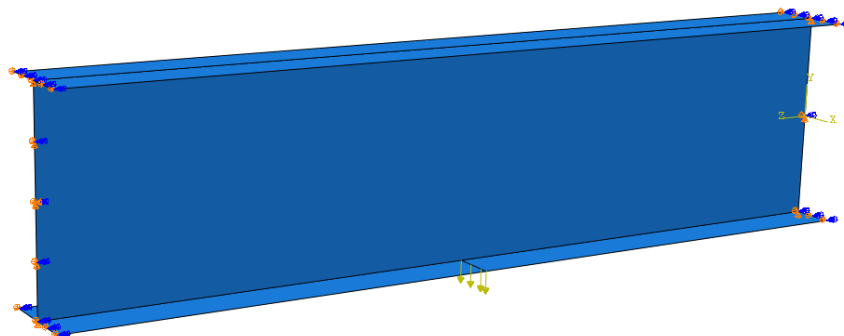
obtidos por Chen e Lui (1987) – ver Item 3.4. Para a parcela de carga aplicada na mesa superior, o fator de equivalência é dado por $(A-AB)/(A/B-AB)$ e, para a parcela aplicada na mesa inferior, por $1-(A-AB)/(A/B-AB)$. Para simular a carga concentrada atuante nas mesas superior e inferior, foram aplicadas cargas distribuídas na largura dessas mesas (figuras 4.7-b e 4.7-c).



(a) Na semialtura da seção transversal



(b) Na mesa superior



(c) Na mesa inferior

Figura 4.7 – Simulação da carga concentrada na seção central da viga

4.7 Restrição Lateral Contínua

Para o caso em que a mesa inferior tracionada possui contenção lateral contínua e a mesa superior comprimida encontra-se livre para se deslocar lateralmente, sem aplicação de momentos nas extremidades (ver Item 4.2 e Figura 4.1), a contenção contínua da mesa tracionada foi simulada restringindo lateralmente todos os nós de uma das suas bordas ao longo do comprimento destravado, como indica a linha vermelha na Figura 4.8.

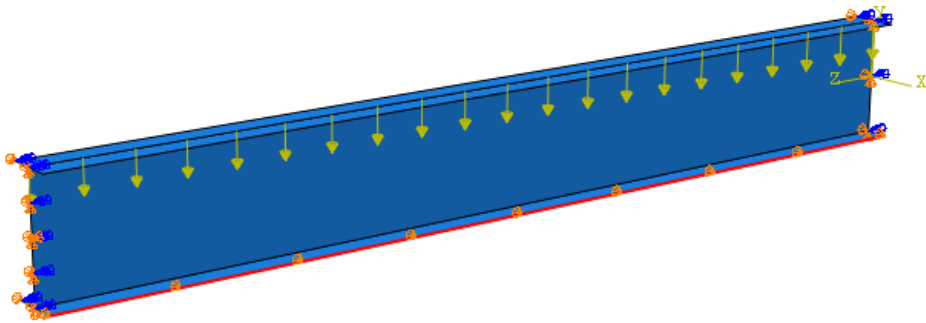


Figura 4.8 – Simulação da restrição lateral contínua sem aplicação de momentos

Já para o caso de a mesa superior ter contenção lateral contínua, com aplicação de momentos nas extremidades (ver Item 4.2 e figuras 4.2-a e 4.2-b), de modo que a mesa inferior, livre para se deslocar lateralmente, fique comprimida nas duas extremidades, a contenção contínua da mesa superior foi simulada restringindo lateralmente todos os nós de uma das suas bordas ao longo do comprimento destravado, como mostra a linha vermelha na Figura 4.9.

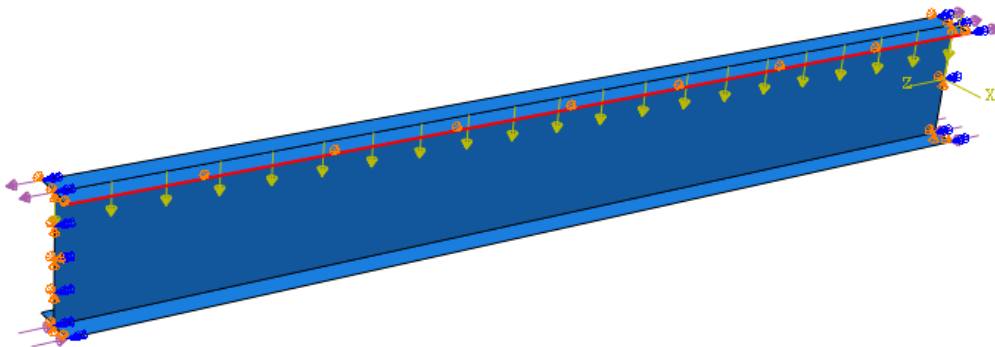


Figura 4.9 – Simulação da restrição lateral contínua com aplicação de momentos

4.8 Confiabilidade do Modelo Numérico

O modelo numérico utilizado neste trabalho é o mesmo empregado por outros autores (elementos utilizados, modo de aplicação das forças e momentos, condições de contorno, etc.), que também trataram da questão da flambagem lateral com torção de vigas de aço considerando a distorção da alma. Esses autores, Fakury *et al.* (2006), Hackbarth Júnior (2006), Abreu *et al.* (2010), Abreu (2011), Bezerra (2011) e Bezerra *et al.* (2013), comprovaram a confiabilidade do modelo (esses autores trabalharam com perfis com diversos tipos de alma, como as senoidais, celulares e casteladas).

5

RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Considerações Gerais

Neste capítulo, os resultados da análise numérica, que levam em conta de forma bastante precisa o efeito da distorção da alma, são comparados com resultados que não consideram esse efeito.

Nas vigas com as duas mesas livres para se deslocar lateralmente ao longo do comprimento destravado, os resultados da análise numérica são comparados com os fornecidos pela norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 para vínculo de garfo nas extremidades e carga atuante na semialtura da seção transversal. Para vínculo rígido ou cargas atuantes na mesa superior ou inferior, os resultados da análise numérica são comparados com os valores analíticos fornecidos pelo Programa FLT de Souza (1999), uma vez que esses casos não são previstos pela formulação da ABNT NBR 8800:2008. Destaca-se que nos casos previstos pela ABNT NBR 8800:2008 – vínculo de garfo nas extremidades e carga na semialtura –, os resultados do Programa FLT e dessa norma são praticamente iguais.

Para as vigas com restrição lateral contínua na mesa total ou parcialmente tracionada, somente foram considerados vínculos de garfo, e os resultados da análise numérica são comparados com os resultados da ABNT NBR 8800:2008.

Os valores da influência da distorção da alma para vigas com seção I, com vínculo de garfo nas extremidades e submetidas a momento uniforme fornecidos pela Equação (2.1), proposta por Bradford (1985), são comparados com os valores dos resultados dos modelos numéricos obtidos com o programa ABAQUS para verificar a aplicabilidade dessa equação.

São também fornecidos os resultados da distorção da alma das vigas com as duas mesas livres e vínculo de garfo nas extremidades em função da variação da esbelteza das mesas.

5.2 Apresentação dos Resultados

5.2.1 Vigas com as Duas Mesas Livres e Vínculos de Garfo

Os valores dos momentos críticos elásticos analíticos calculados segundo a ABNT NBR 8800:2008, que não considera a influência da distorção da alma, foram comparados com os valores encontrados nos modelos numéricos, que levam em conta de modo bastante preciso essa influência, para vigas com as duas mesas livres para se deslocar lateralmente ao longo do comprimento destravado e vínculo de garfo nas extremidades desse comprimento. Para essa comparação, foram traçados gráficos da razão entre os momentos críticos elásticos analíticos e os numéricos ($M_{cr,an}/M_{cr,num}$), mostrados nas figuras 5.1, 5.2 e 5.3, para momento uniforme, carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal e carga concentrada na semialtura da seção central, respectivamente, para os vários comprimentos destravados da viga, em função do parâmetro de esbeltez da alma, h/t_w (esse parâmetro será chamado aqui, por simplicidade, apenas de "esbeltez da alma"). Na Figura 5.1, para o comprimento destravado de 4 m e esbeltez da alma superior a 100 e para o comprimento destravado de 6 m e esbeltez da alma superior a 120, não foi possível obter resultados confiáveis na análise numérica, pois a flambagem local da alma se manifestou com grande intensidade.

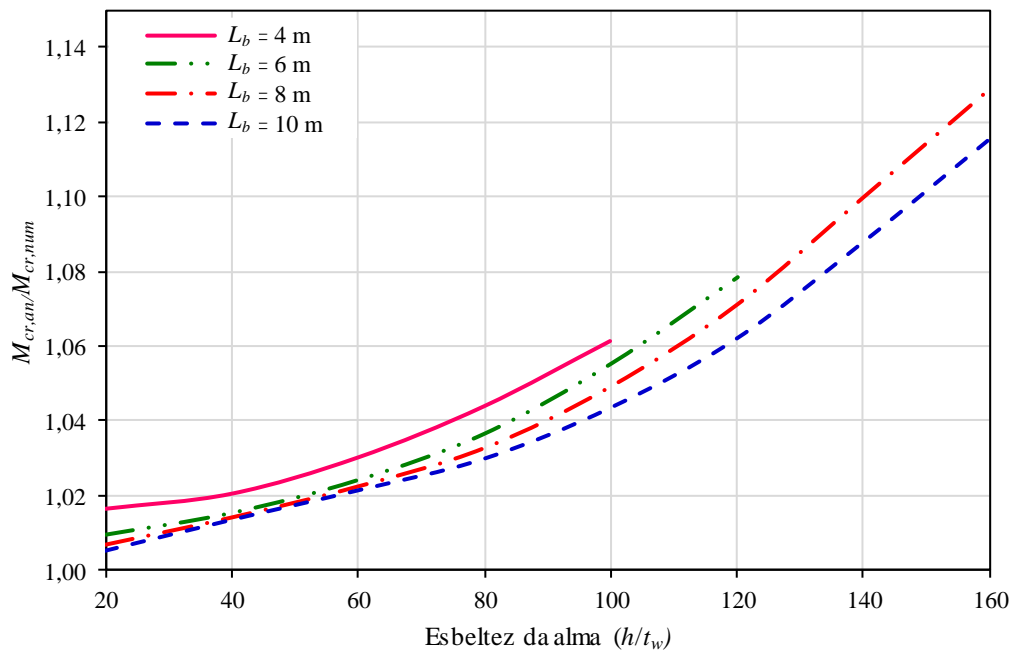


Figura 5.1 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para momento uniforme e vínculos de garfo

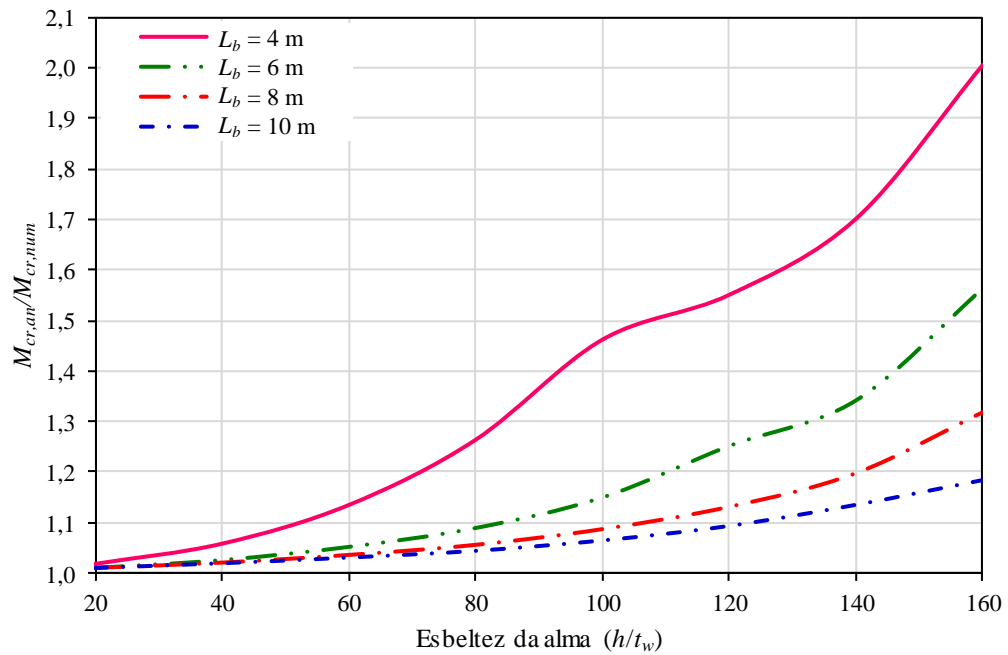


Figura 5.2 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal e vínculos de garfo

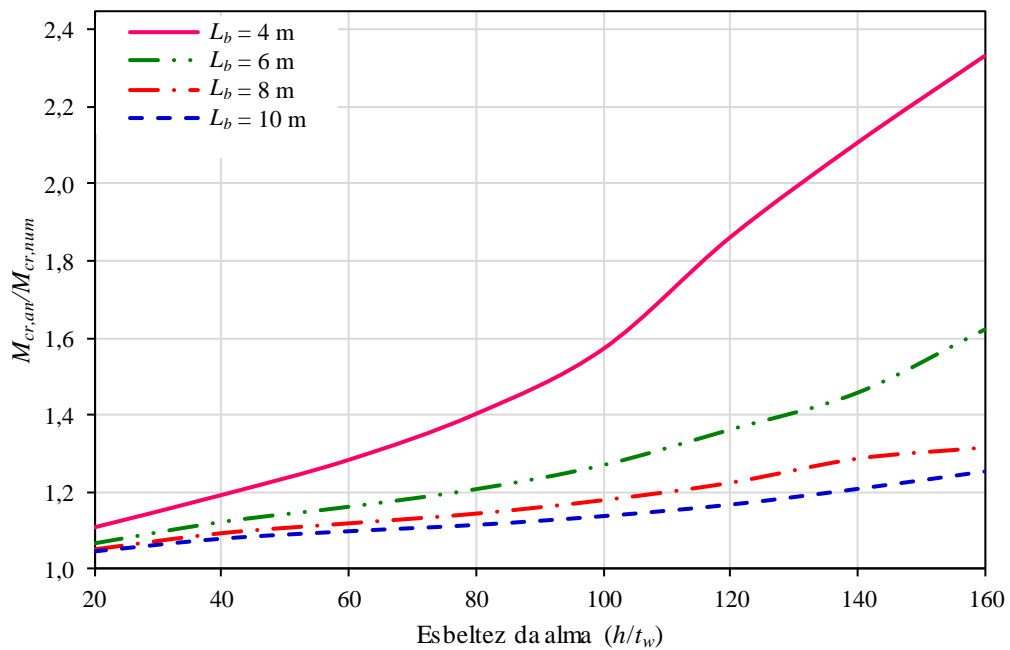


Figura 5.3 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na semialtura da seção transversal central e vínculos de garfo

De forma similar, para a atuação da carga uniformemente distribuída e da carga concentrada na seção central, mas com essas cargas atuando na mesa superior e na mesa inferior, foram também traçados os gráficos da razão entre os momentos críticos elásticos analíticos e os numéricos ($M_{cr,an}/M_{cr,num}$), mostrados nas figuras 5.4 a 5.7. Para essas situações de cargas desestabilizantes

e estabilizantes, os momentos analíticos foram determinados pelo Programa FLT, que se resume no uso do fator C_1 no lugar de C_b na Equação (3.6) sem considerar o limite superior relacionado ao momento de plastificação.

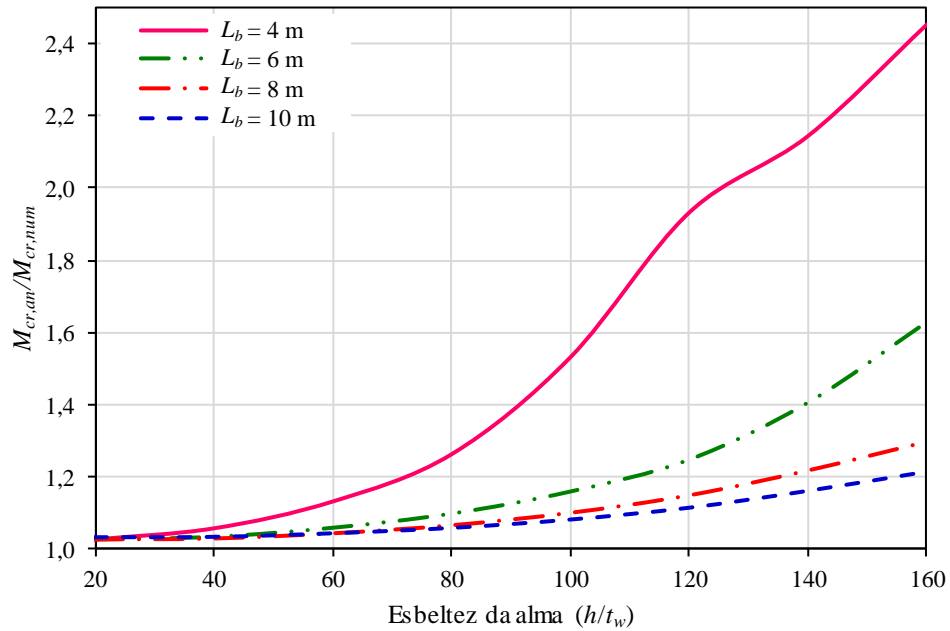


Figura 5.4 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa superior e vínculos de garfo

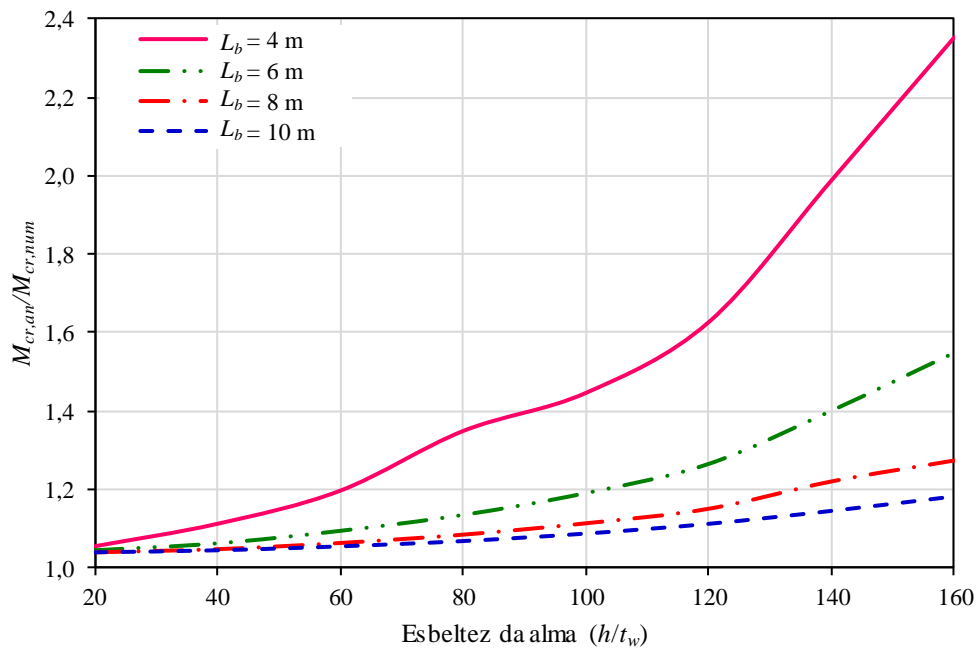


Figura 5.5 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa inferior e vínculos de garfo

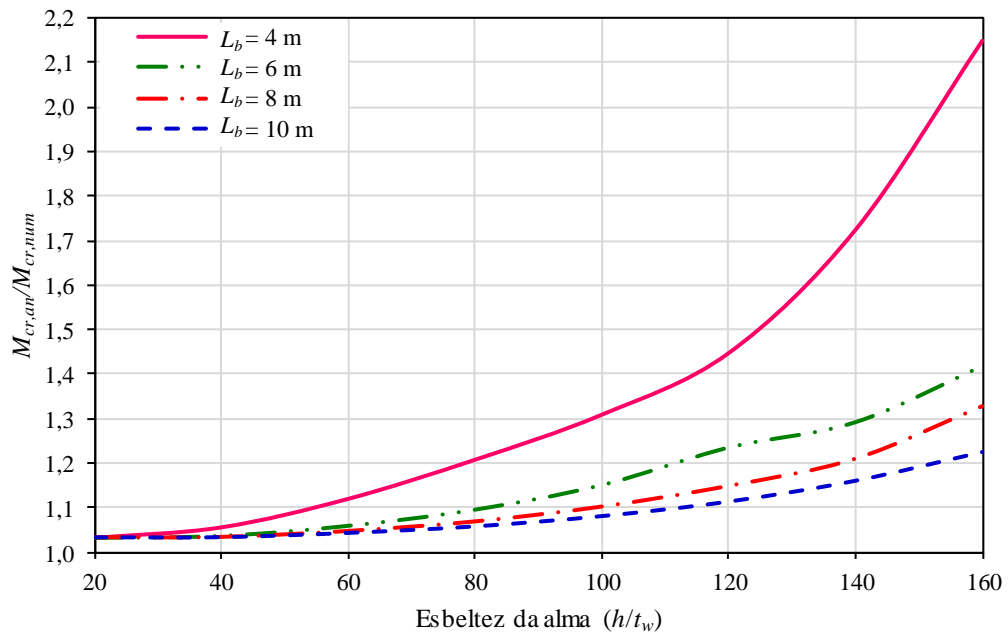


Figura 5.6 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para carga concentrada na mesa superior e vínculos de garfo

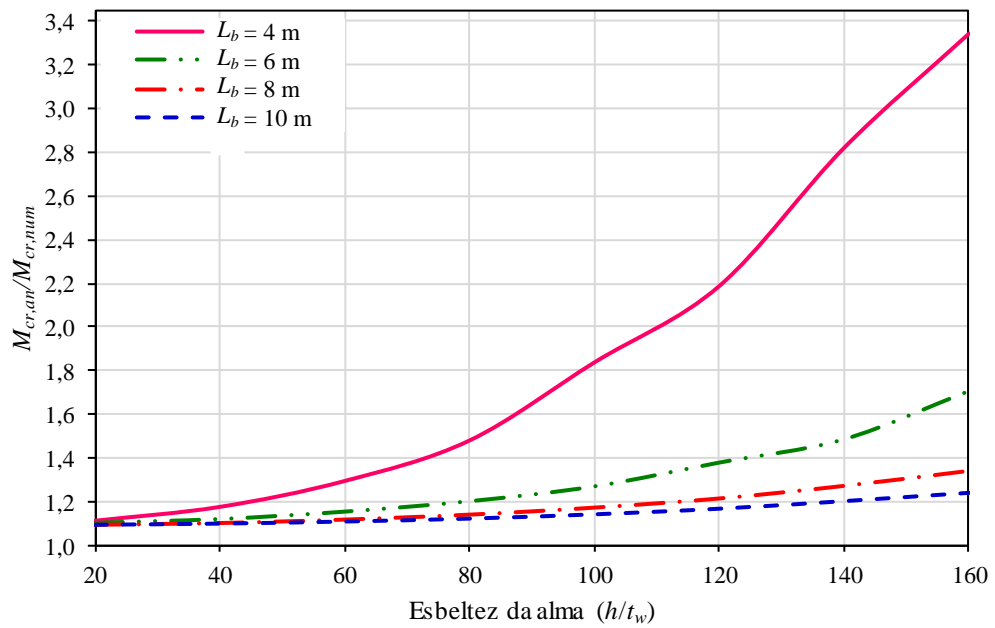


Figura 5.7 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para carga concentrada na mesa inferior e vínculos de garfo

5.2.2 Vigas com as Duas Mesas Livres e Vínculos Rígidos

Da mesma maneira que no subitem precedente, foram traçados os gráficos da razão entre os momentos críticos elásticos analíticos e os numéricos ($M_{cr,an}/M_{cr,num}$), mostrados nas figuras 5.8 a 5.14, para vigas com as duas mesas livres para se deslocar lateralmente e comprimentos destravados com vínculo rígido nas extremidades. Em todos esses gráficos, os momentos analíticos foram obtidos com o Programa FLT, que se constitui no uso do fator C_1 no lugar de C_b e do comprimento destravado L_b como igual à metade do comprimento teórico na Equação (3.6), conforme descrito no Item 3.4.

Na Figura 5.8, para o comprimento destravado de 4 m, 6 m e 8 m e esbeltez da alma superior a 80, não foi possível obter resultados confiáveis na análise numérica, pois a flambagem local da alma se manifestou com grande intensidade, em um comportamento similar ao observado na Figura 5.1 para momento uniforme e vínculo de garfo nas extremidades.

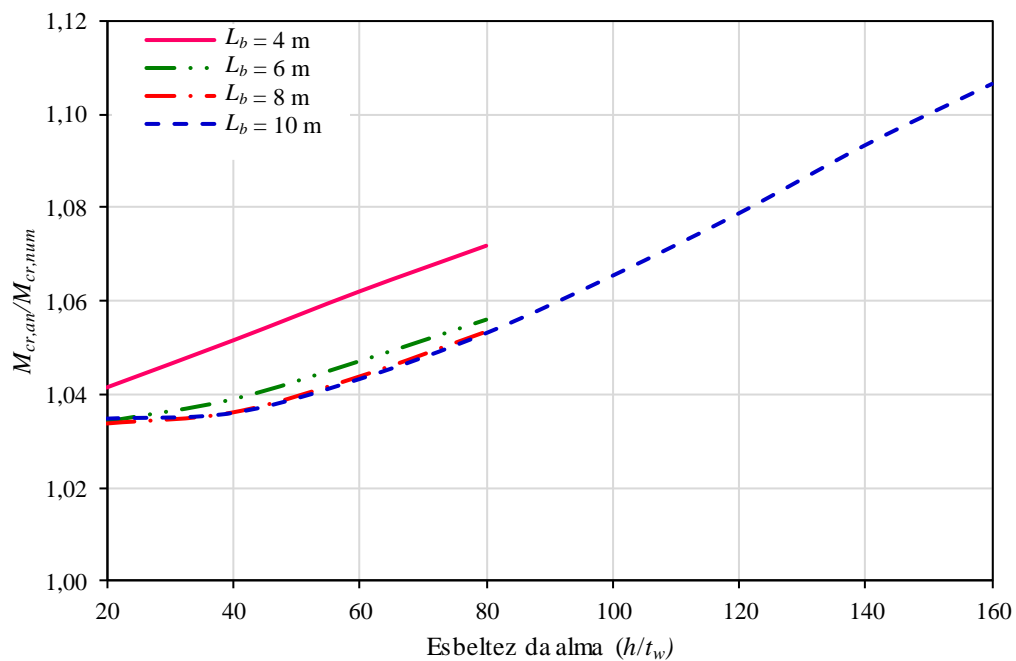


Figura 5.8 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para momento uniforme e vínculos rígidos

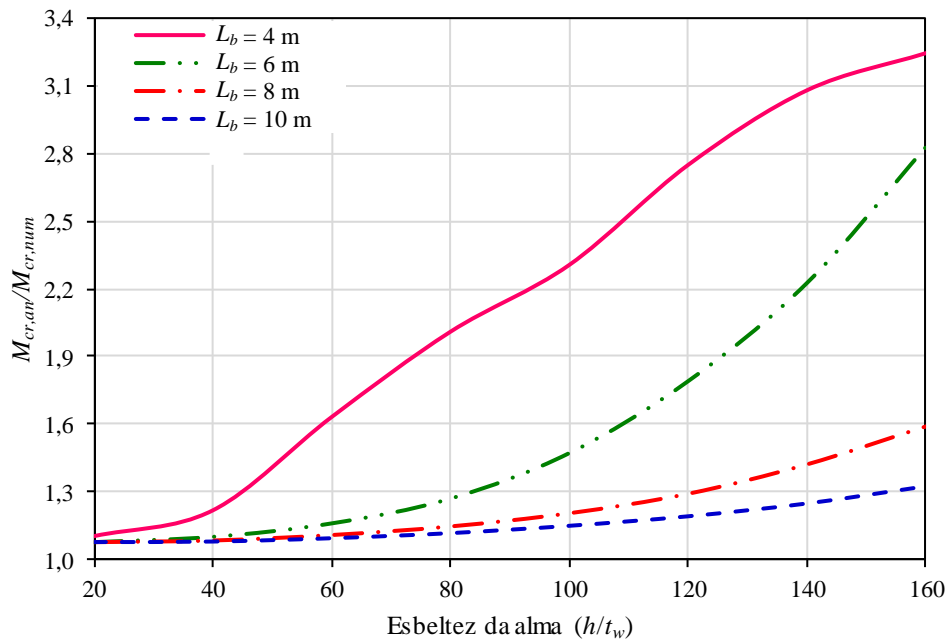


Figura 5.9 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para carga uniformemente distribuída na mesa superior e vínculos rígidos

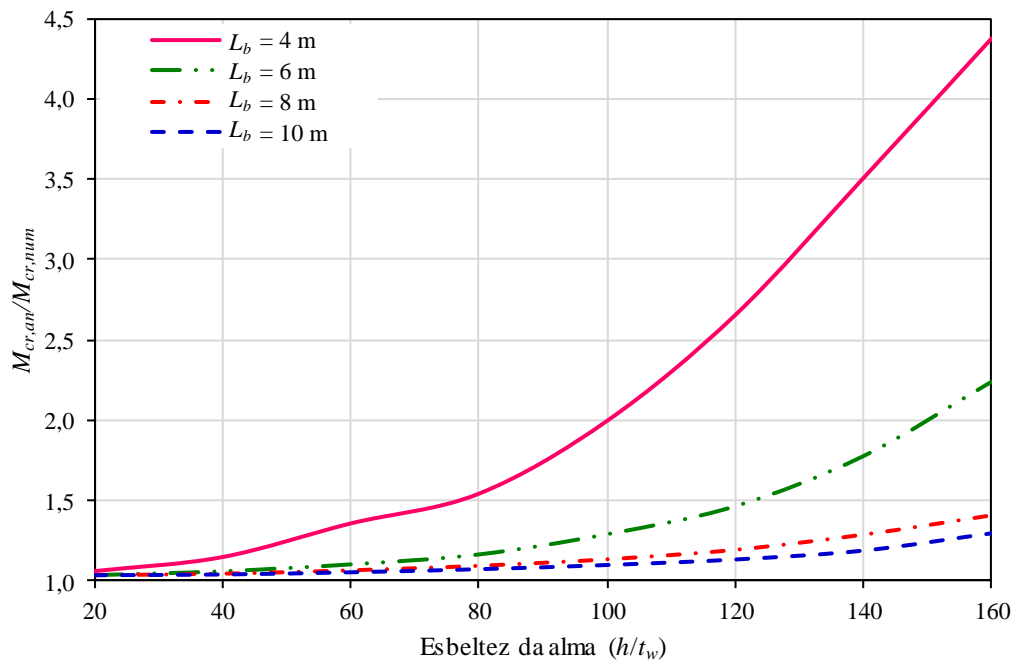


Figura 5.10 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal e vínculos rígidos

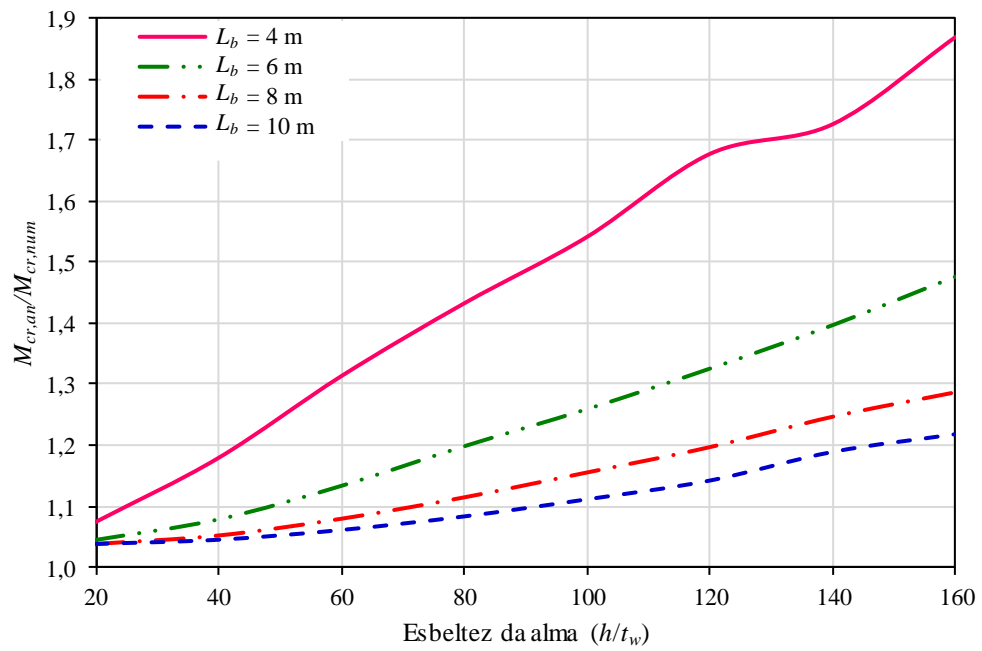


Figura 5.11 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para carga uniformemente distribuída na mesa inferior e vínculos rígidos

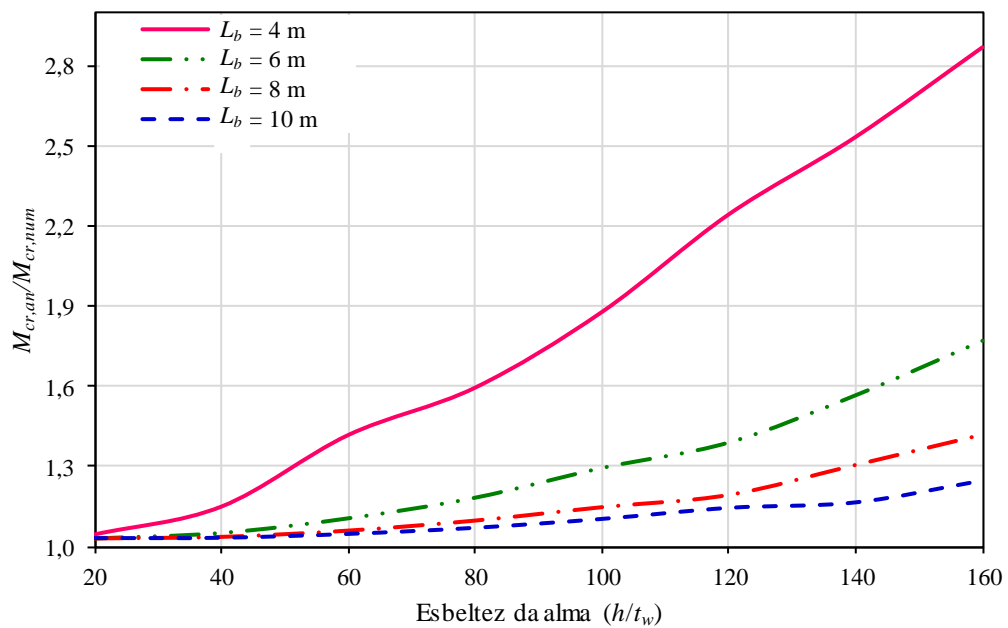


Figura 5.12 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para carga concentrada na mesa superior e vínculos rígidos

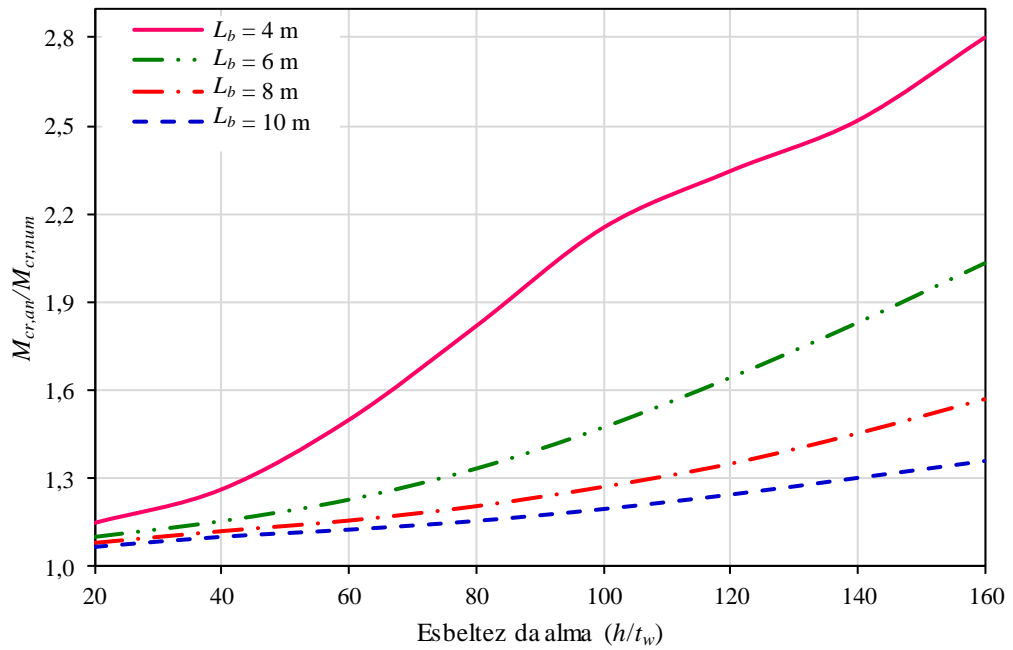


Figura 5.13 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na semialtura da seção transversal e vínculos rígidos

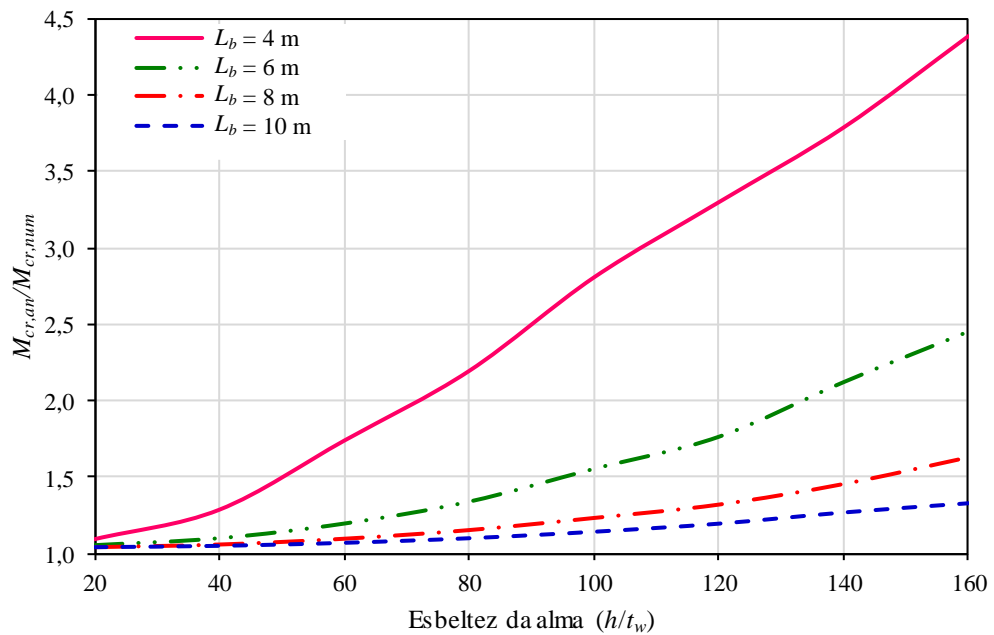


Figura 5.14 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa inferior e vínculos rígidos

5.2.3 Vigas com Mesa com Contenção Lateral Contínua

5.2.3.1 Mesa tracionada com contenção lateral contínua e mesa comprimida livre para se deslocar lateralmente, sem aplicação de momentos nas extremidades

Para avaliar a influência da distorção da alma nos casos em que se tem a mesa tracionada com uma contenção lateral contínua e a mesa comprimida livre para se deslocar lateralmente, sem aplicação de momentos e com vínculo de garfo nas extremidades do comprimento destravado, foram inicialmente calculados os valores dos momentos críticos elásticos analíticos segundo a norma ABNT NBR 8800:2008 (Figura 3.2 como referência e Figura 5.15). De acordo com essa norma, só é prevista a situação de vínculo de garfo nas extremidades do comprimento destravado e carga uniformemente distribuída atuante na semialtura da seção transversal, devendo-se empregar a Equação (3.6) com o fator C_b igual a 2,0 conforme o Subitem 3.2.3, sem considerar o limite superior relacionado ao momento de plastificação. Apesar disso, os resultados para essa situação específica, com o intuito de avaliar mais amplamente o efeito da distorção da alma, foram estendidos para as situações de carga concentrada na seção central da viga, e atuação de cargas na mesa superior e na mesa inferior (Figura 5.15).

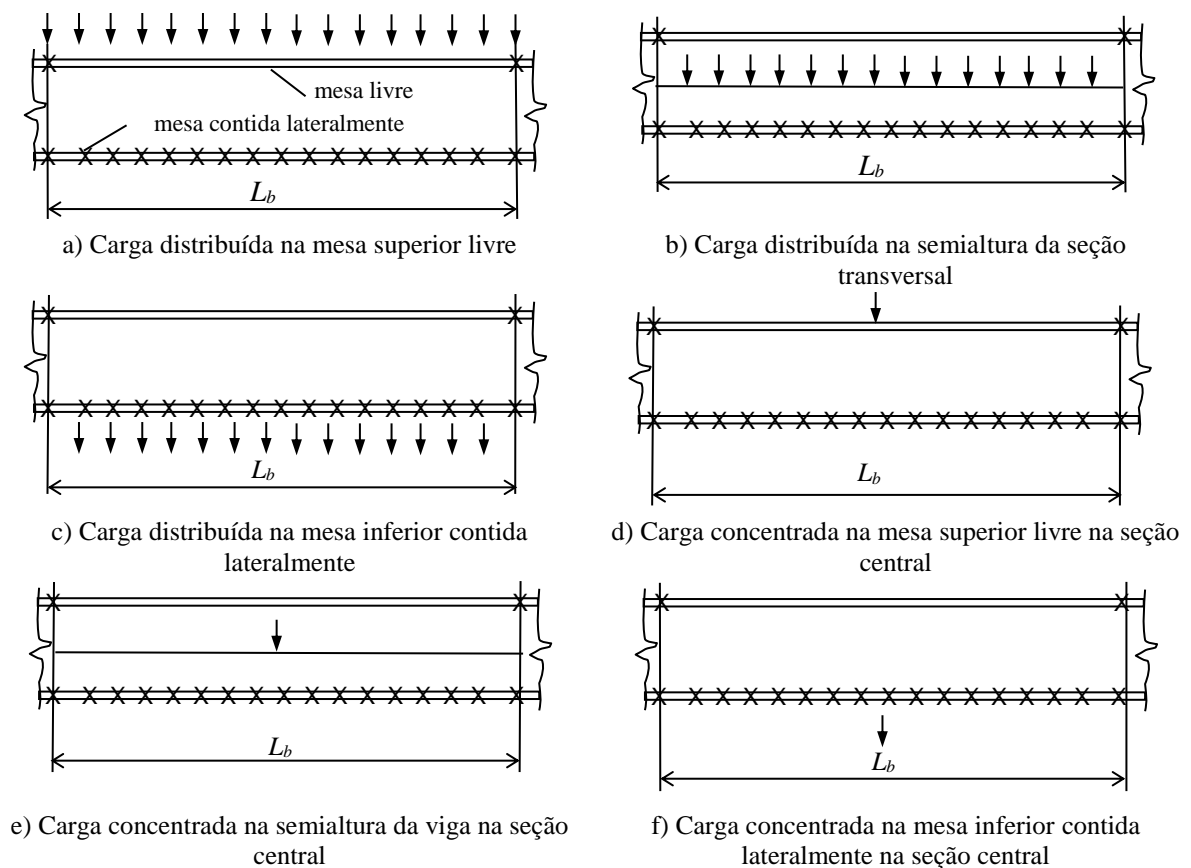


Figura 5.15 – Mesa tracionada com uma contenção lateral contínua e a mesa comprimida livre para se deslocar lateralmente

Em seguida, foram obtidos os valores dos momentos críticos por meio da análise numérica. Finalmente, foram traçados gráficos da razão entre os momentos críticos elásticos analíticos, que não consideram a influência da distorção da alma, e os momentos críticos numéricos, que consideram essa influência de forma bastante precisa, ($M_{cr,an}/M_{cr,num}$), mostrados nas figuras 5.16, 5.17 e 5.18 para carga uniformemente distribuída na mesa superior, na semialtura da seção transversal e na mesa inferior, respectivamente, e nas figuras 5.19, 5.20 e 5.21 para carga concentrada na mesa superior, na semialtura da seção transversal e na mesa inferior, respectivamente, para os vários comprimentos destravados da viga e esbeltezes de alma.

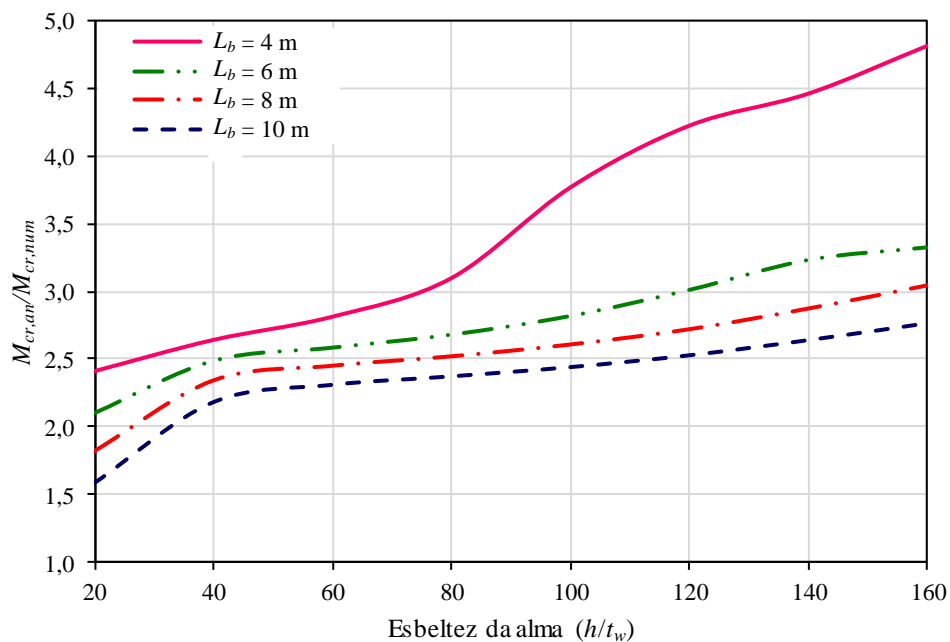


Figura 5.16 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para carga uniformemente distribuída na mesa superior comprimida com a mesa tracionada com contenção lateral contínua (Figura 5.15-a)

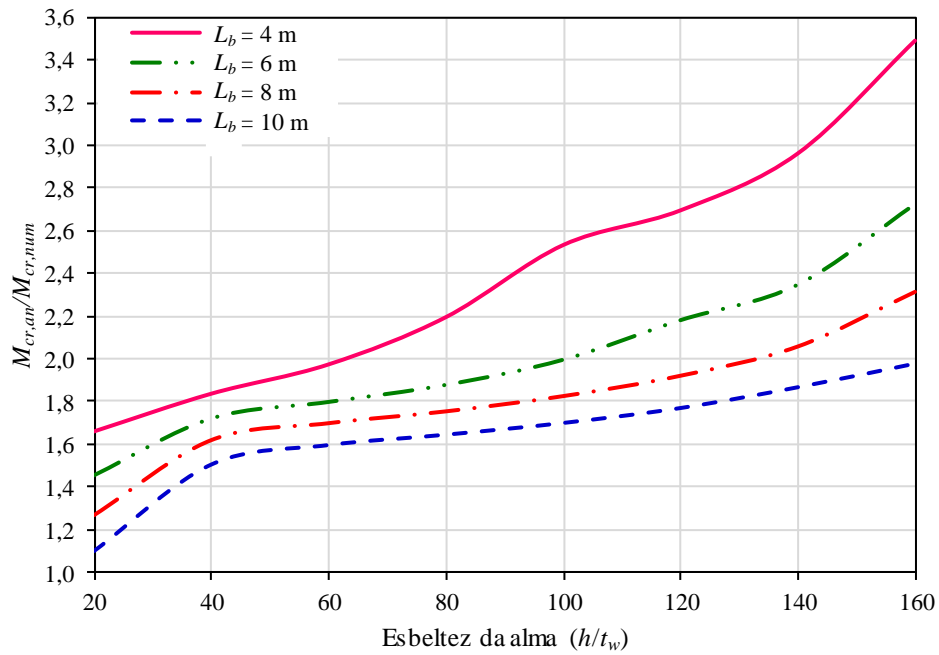


Figura 5.17 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com a mesa tracionada com contenção lateral contínua (Figura 5.15-b)

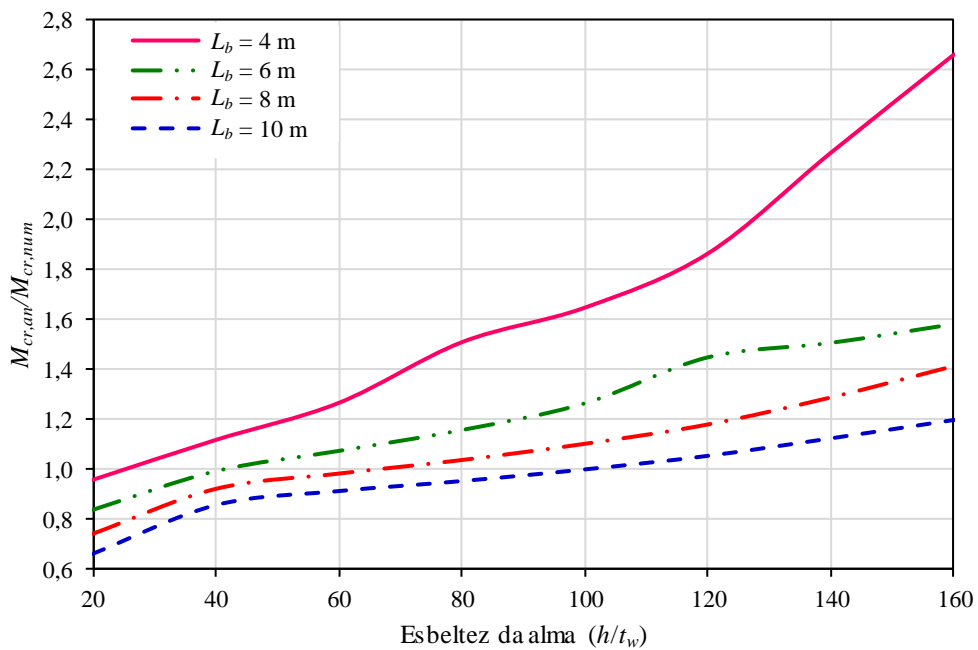


Figura 5.18 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa inferior tracionada com contenção lateral contínua (Figura 5.15-c)

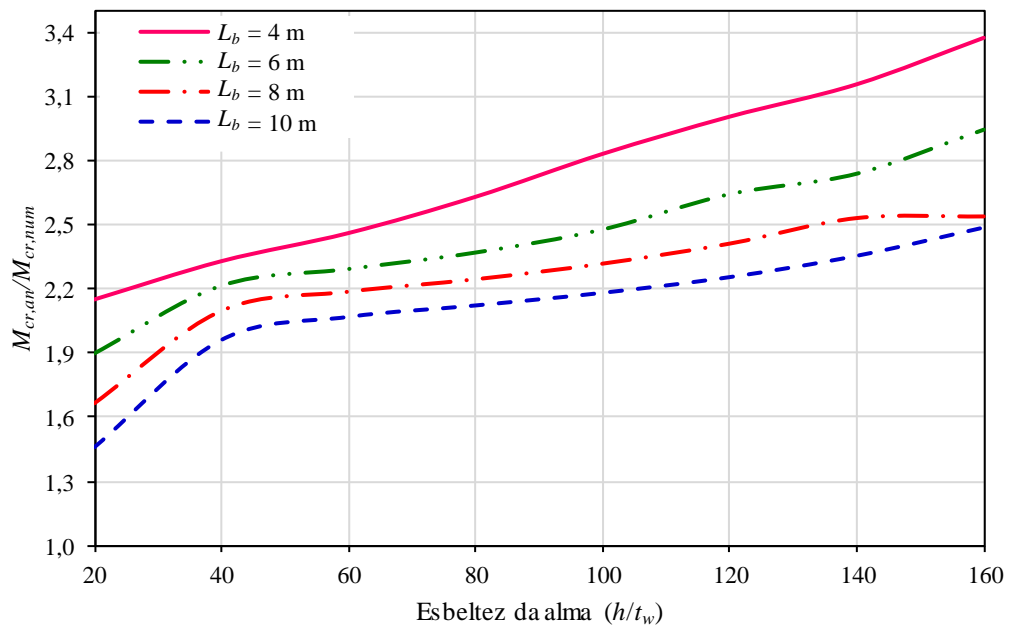


Figura 5.19 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa superior comprimida com a mesa tracionada com contenção lateral contínua (Figura 5.15-d)

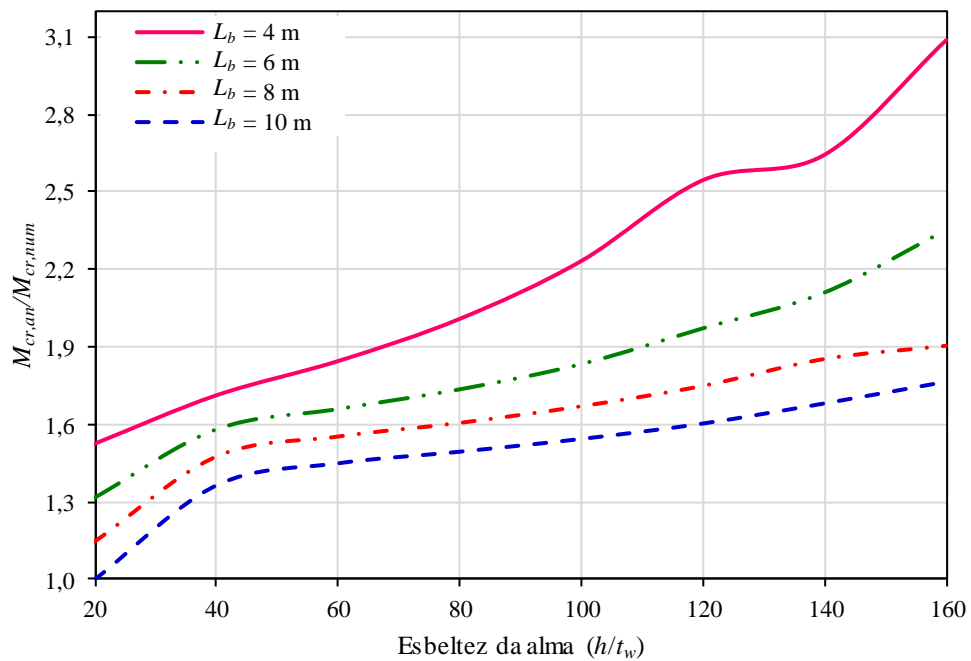


Figura 5.20 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na semialtura da seção transversal com a mesa tracionada com contenção lateral contínua (Figura 5.15-e)

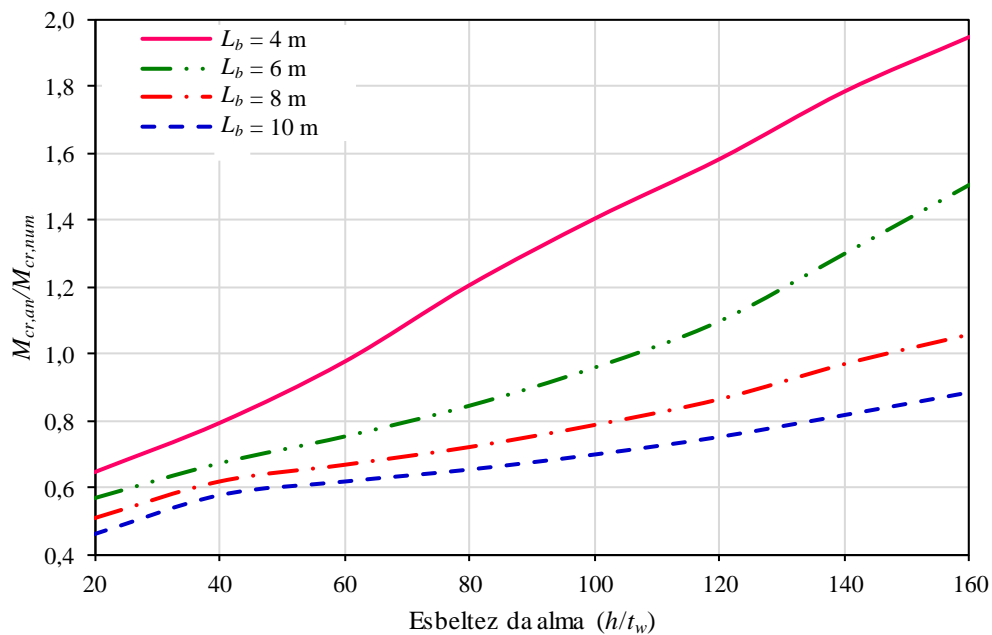


Figura 5.21 – Razão $M_{cr,anl}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para carga concentrada na mesa inferior tracionada com contenção lateral contínua (Figura 5.15-f)

5.2.3.2 Uma mesa com contenção lateral contínua e a outra livre para se deslocar lateralmente, com aplicação de momentos nas extremidades com valor de $0,8M_{máximo}$, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades

Para avaliar a influência da distorção da alma nos casos em que se tem uma mesa com contenção lateral contínua e a outra mesa livre para se deslocar lateralmente, com aplicação de momentos nas duas extremidades com valor de $0,8M_{máximo}$ ($M_{máximo}$ é momento máximo provocado pela carga atuante em uma viga biapoada), de modo que a mesa livre fique comprimida nessas extremidades (a mesa contida, conseqüentemente, fica tracionada nessas duas extremidades), e com vínculo de garfo, foram inicialmente calculados os valores dos momentos críticos elásticos analíticos segundo a norma ABNT NBR 8800:2008. Nessa norma, só é prevista a situação de vínculo de garfo nas extremidades do comprimento destravado e carga atuante na semialtura da seção transversal, devendo-se empregar a Equação (3.6) com o fator C_b dado pela Equação (3.8) conforme o Subitem 3.2.3, que nestes casos é 2,67, sem considerar o limite superior relacionado ao momento de plastificação. Apesar disso, os resultados para essa situação específica, com o intuito de avaliar mais amplamente o efeito da distorção da alma, foram determinados para as situações de carga uniformemente distribuída e concentrada na seção central da viga, atuando, além de na semialtura da seção transversal, também na mesa superior e na mesa inferior, como se vê na Figura 5.22, onde x é igual a 0,8.

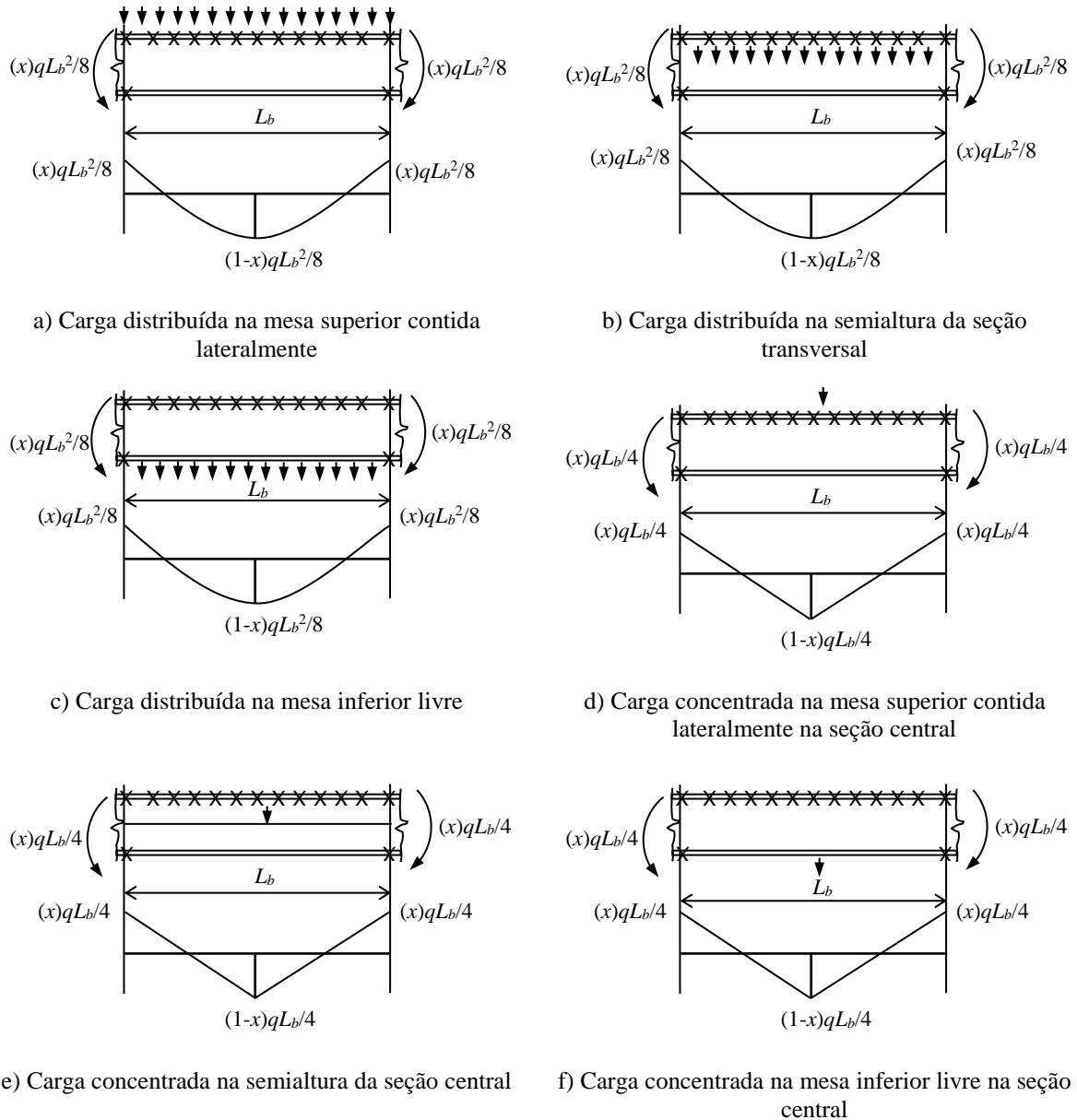


Figura 5.22 – Mesa com contenção lateral contínua e a outra livre para se deslocar lateralmente com momentos nas extremidades ($x = 0,8$)

Em seguida, foram obtidos os valores dos momentos críticos por meio da análise numérica. Finalmente, foram traçados gráficos da razão entre os momentos críticos elásticos analítico, que não consideram a influência da distorção da alma e os momentos críticos numéricos, que consideram a influência da distorção da alma de forma bastante precisa, ($M_{cr,an}/M_{cr,num}$), mostrados nas figuras 5.23, 5.24 e 5.25 para carga uniformemente distribuída na mesa superior, na semialtura da seção transversal e na mesa inferior, respectivamente, e nas figuras 5.26, 5.27 e 5.28 para carga concentrada na mesa superior, na semialtura da seção transversal e na mesa inferior, respectivamente, para os vários comprimentos destravados da viga e esbeltezes de alma.

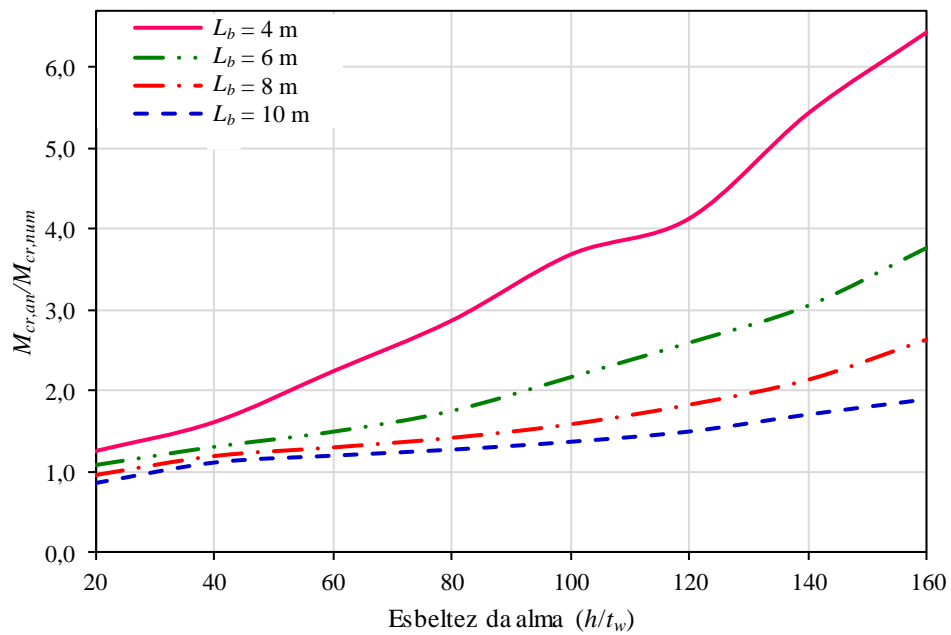


Figura 5.23 – Razão $M_{cr,anl}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-a)

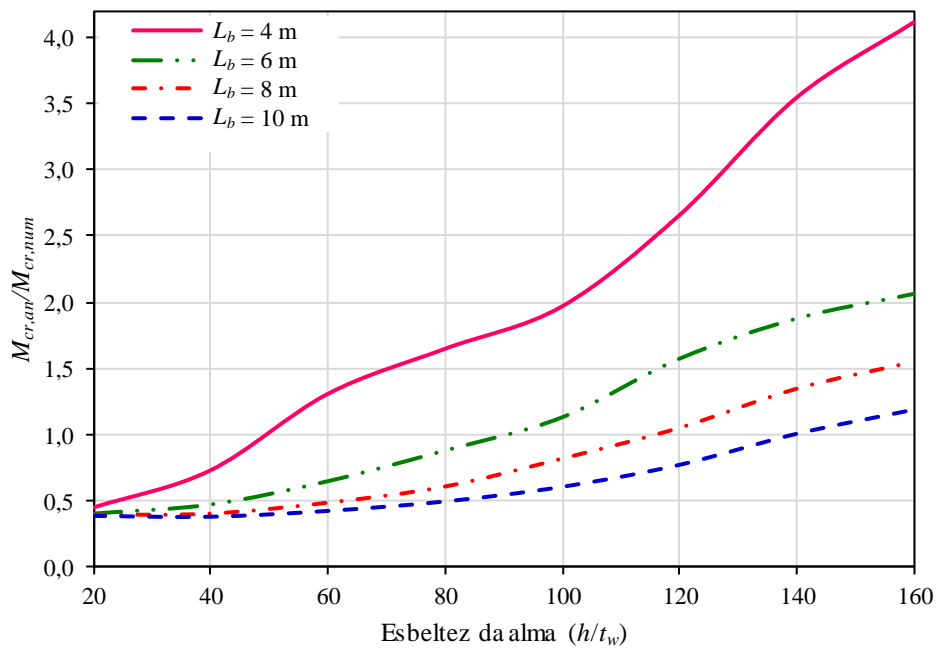


Figura 5.24 – Razão $M_{cr,anl}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-b)

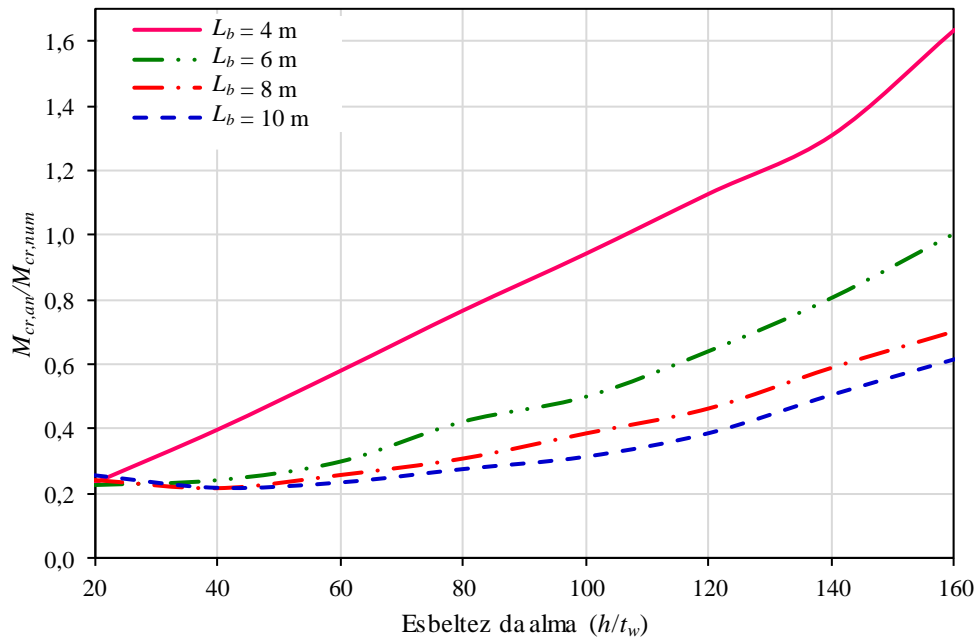


Figura 5.25 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para carga uniformemente distribuída na mesa inferior com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-c)

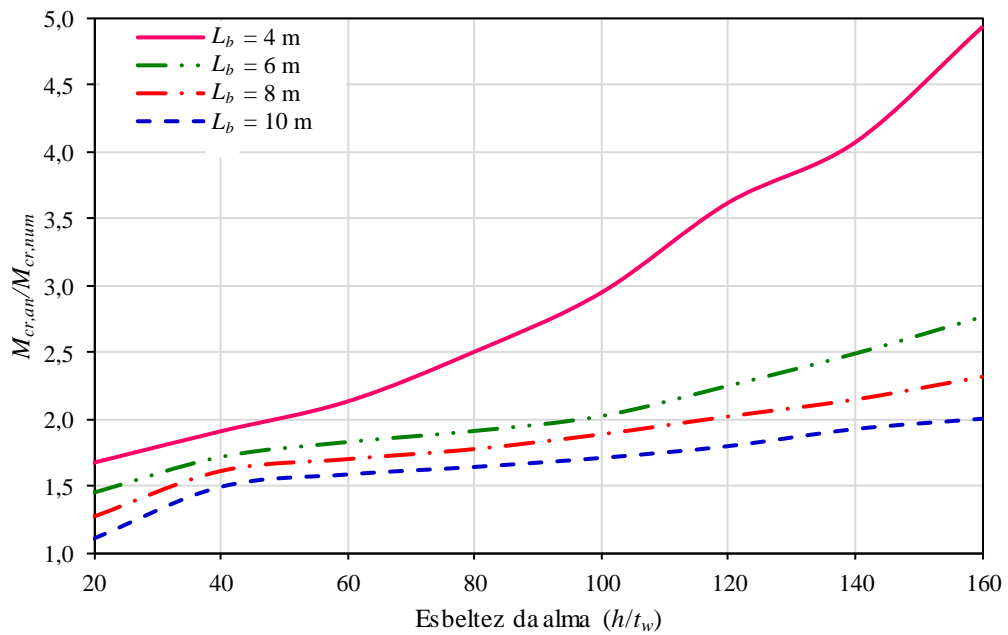


Figura 5.26 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para carga concentrada na mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-d)

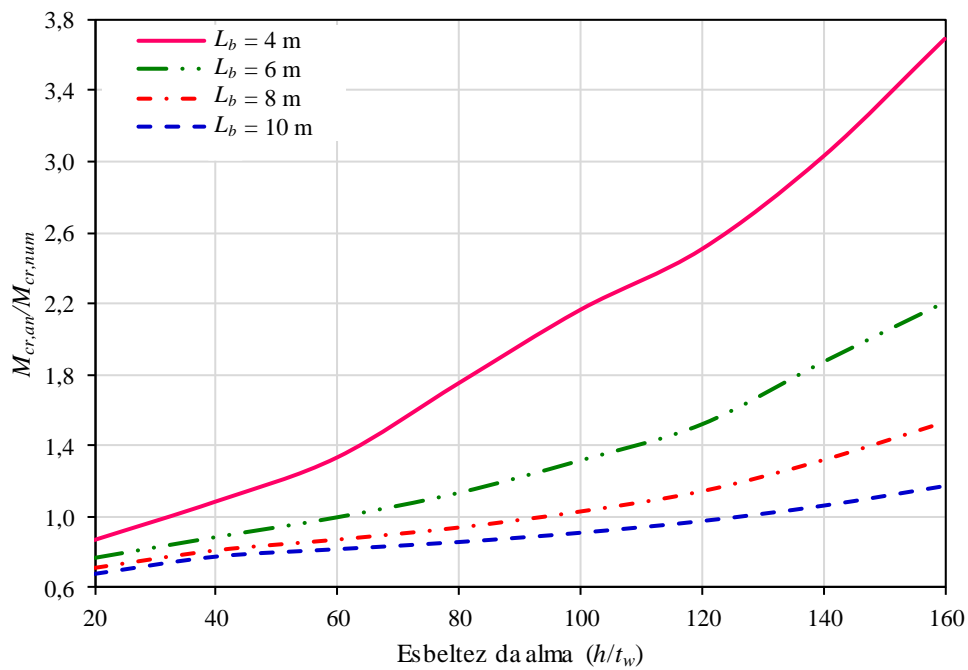


Figura 5.27 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na semialtura da seção transversal com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-e)

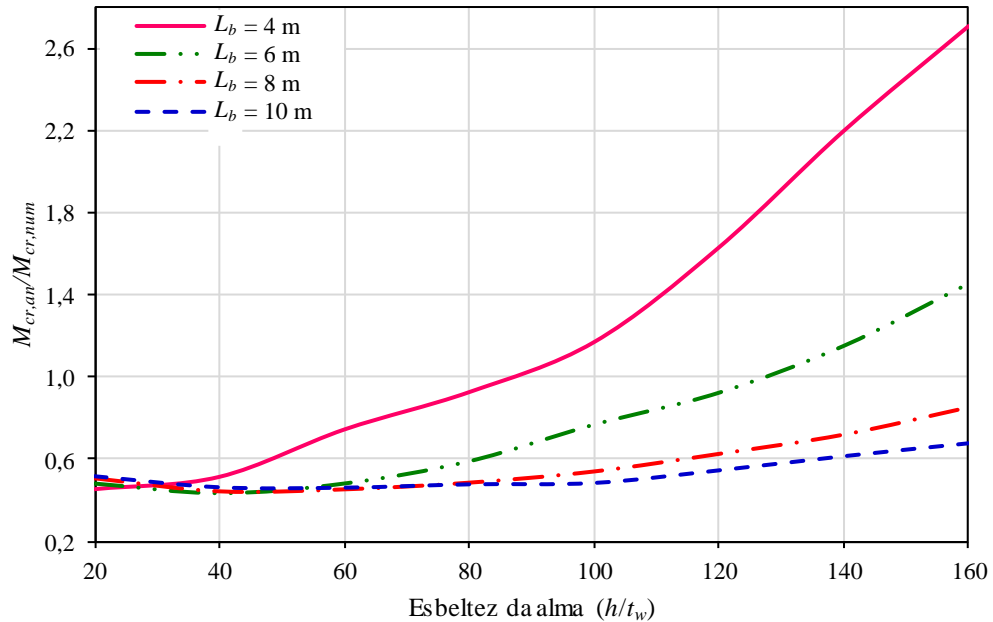


Figura 5.28 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa inferior com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-f)

5.2.3.3 Uma mesa com contenção lateral contínua e a outra livre para se deslocar lateralmente, com aplicação de momentos nas extremidades com valor de $0,4M_{máximo}$, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades

Da mesma maneira que no subitem precedente, mas com aplicação de momentos nas duas extremidades com valor de $0,4M_{máximo}$, foram traçados gráficos da razão entre os momentos críticos elásticos analítico, com C_b igual a 4,33, que não consideram a influência da distorção da alma, e os momentos críticos numéricos, que consideram a influência da distorção da alma de forma bastante precisa, ($M_{cr,an}/M_{cr,num}$), mostrados nas figuras 5.29, 5.30 e 5.31 para carga uniformemente distribuída na mesa superior, na semialtura da seção transversal e na mesa inferior, respectivamente, e nas figuras 5.32, 5.33 e 5.34 para carga concentrada na mesa superior, na semialtura da seção transversal e na mesa inferior, respectivamente, para os vários comprimentos destravados da viga e esbeltezes de alma (ver Figura 5.22 com $x = 0,4$).

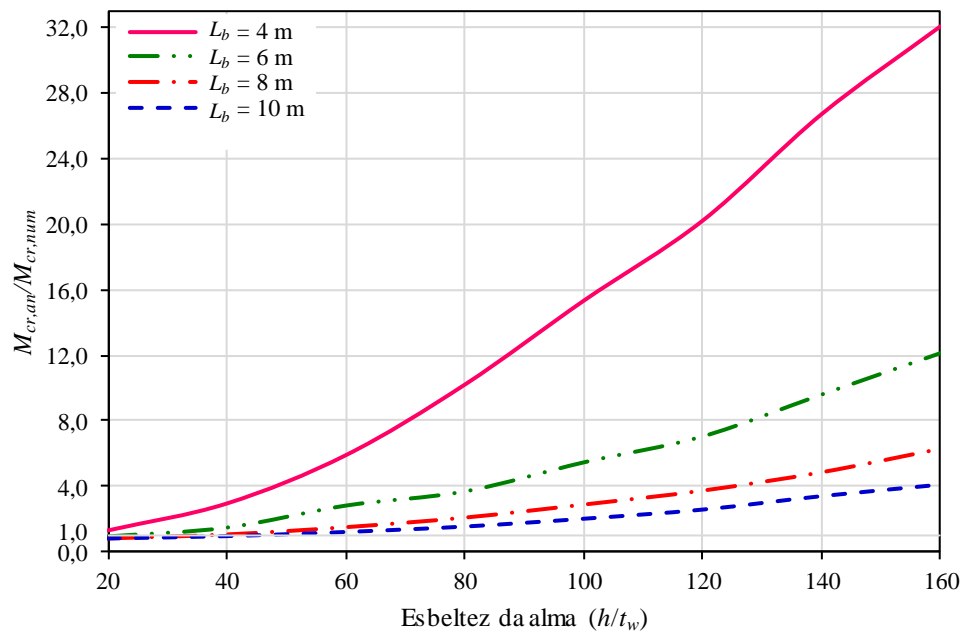


Figura 5.29 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para carga uniformemente distribuída na mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-a)

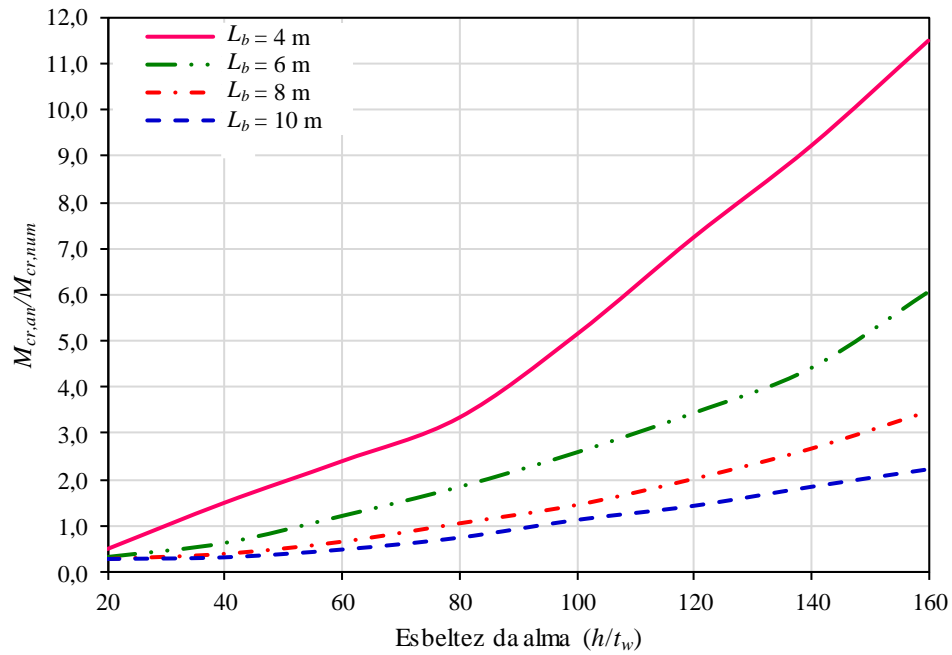


Figura 5.30 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-b)

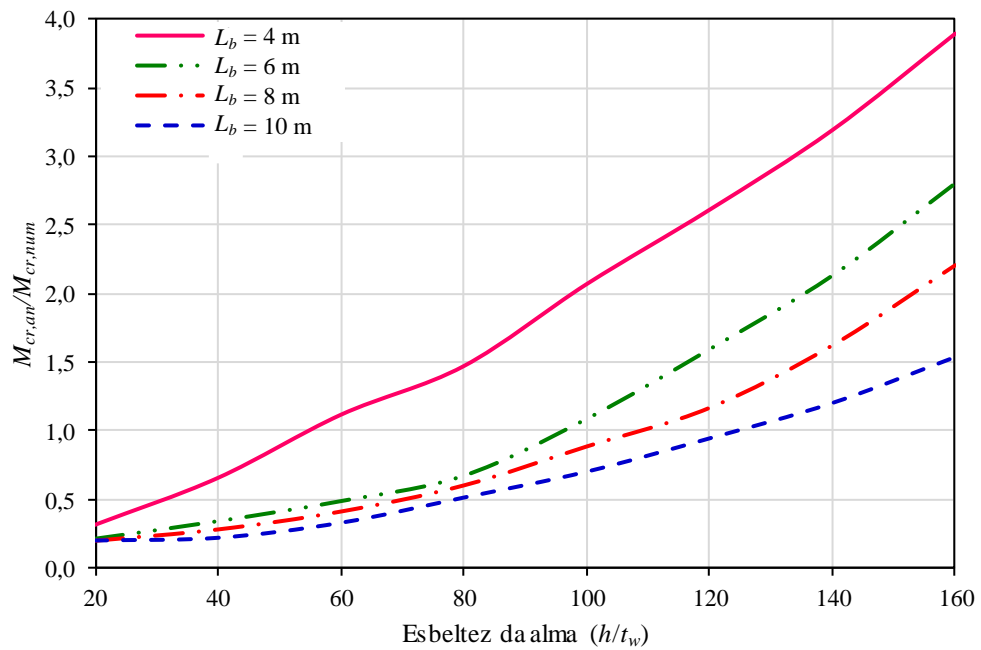


Figura 5.31 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga uniformemente distribuída na mesa inferior com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-c)

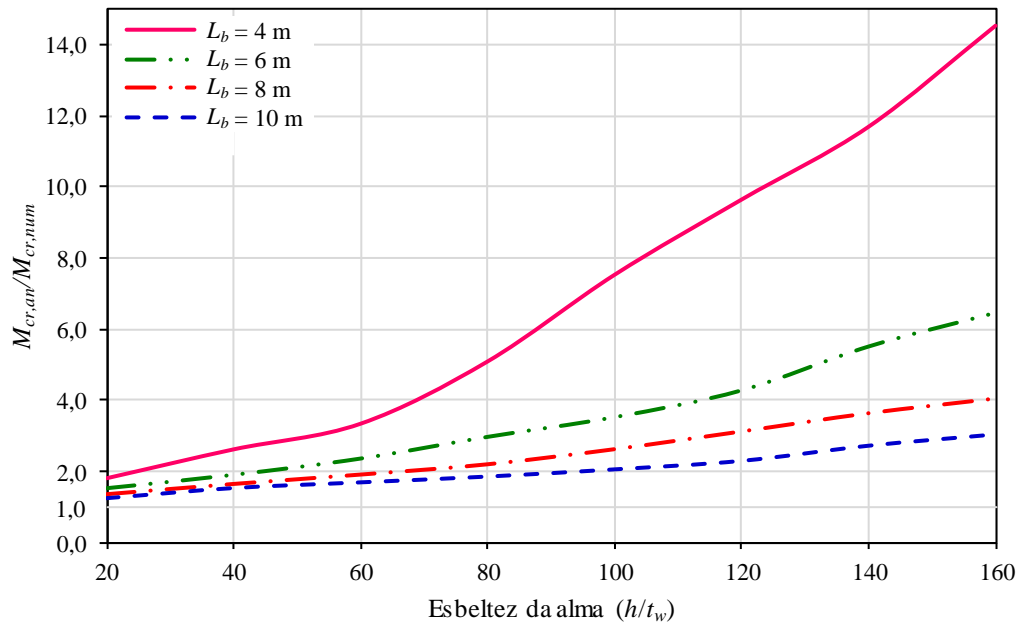


Figura 5.32 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-d)

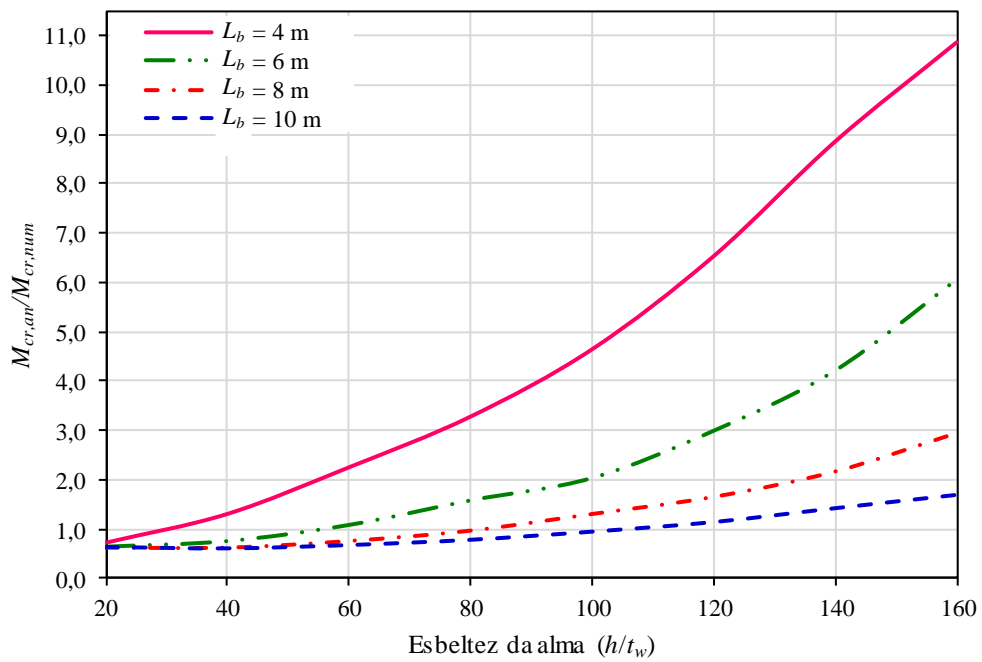


Figura 5.33 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na semialtura da seção transversal com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-e)

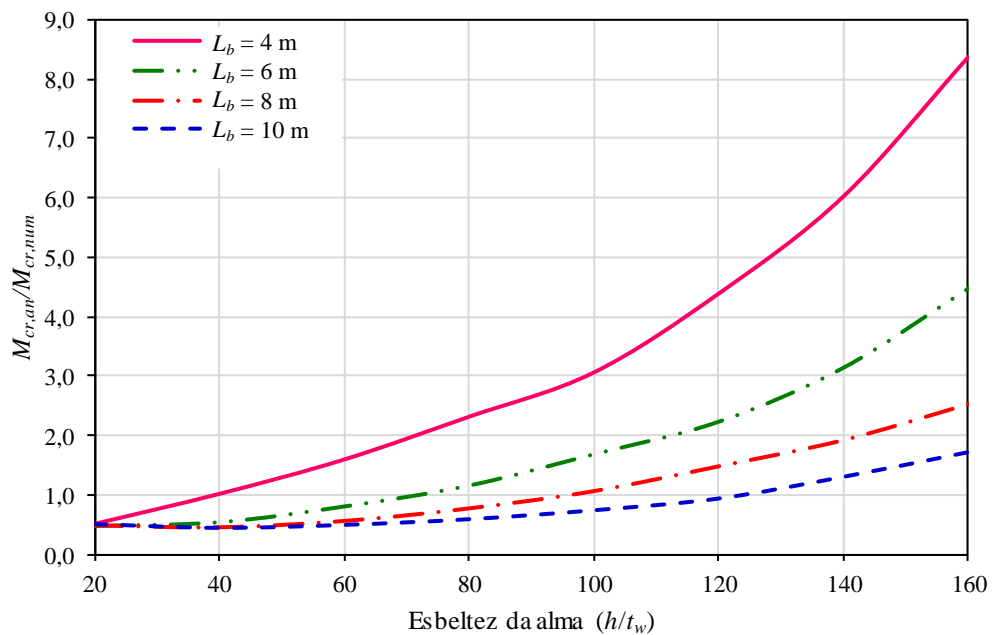


Figura 5.34 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa inferior com a mesa superior parcialmente comprimida com contenção lateral contínua (Figura 5.22-f)

5.3 Avaliação dos Resultados das Vigas com as Duas Mesas Livres

5.3.1 Considerações Iniciais

Para todos os casos de vigas com as duas mesas livres e vínculo de garfo ou vínculo rígido nas extremidades do comprimento destravado estudados, como se verifica pelas figuras 5.1 a 5.14, as curvas com todos os comprimentos destravados apresentam comportamentos similares, com o aumento da razão entre os momentos críticos analítico e numérico, $M_{cr,an}/M_{cr,num}$, com a elevação da esbeltez da alma, indicando crescimento da influência da distorção da alma.

Observa-se ainda que a influência da distorção da alma cresce de forma expressiva à medida que o comprimento destravado se reduz. Assim, essa influência é relativamente pequena para as vigas com vão (igual ao comprimento destravado) de 10 m, ainda reduzida para as vigas com vão de 8 m, aumenta muito para as vigas com vão de 6 m, e se eleva substancialmente para as vigas com vão de 4 m. Deve-se, no entanto, destacar que as vigas de aço, na maioria das vezes, nos projetos usuais, possuem razão entre o vão e a altura da seção transversal, L/d , superior a 15 e, nessa faixa, as curvas representativas são as das vigas com vãos de 8 m ($L/d = 16$) e 10 m ($L/d = 20$). As curvas das vigas com vãos de 6 m ($L/d = 12$) e 4 m ($L/d = 8$) fornecem

informações importantes, mas representam condições de pouca utilização prática para a condição de o vão ser igual ao comprimento destravado, adotada neste trabalho.

É importante ainda observar que as esbeltezes da alma dos perfis I laminados da série W fabricados no Brasil pela Gerdau variam entre o mínimo de 17,42 (no perfil W 150 x 24) e o máximo de 55,78 (no perfil W 410 x 38,8). Já os perfis soldados podem ter esbeltez da alma atingindo o limite de 160 utilizado neste trabalho para as vigas de alma não esbelta, uma vez que são construídos livremente pelos projetistas estruturais (por exemplo, os perfis da série VS da ABNT NBR 5884:2005 possuem esbeltez da alma que alcançam e até superam 160). Nota-se claramente que para as esbeltezes da alma até o limite dos perfis laminados, a distorção é bastante menor que para a esbeltez máxima estudada de 160.

A Figura 5.35 mostra um exemplo da flambagem lateral com torção com a distorção da alma para vigas com vínculos de garfo, submetida a carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com comprimento destravado de 4 m e esbeltez da alma de 60.

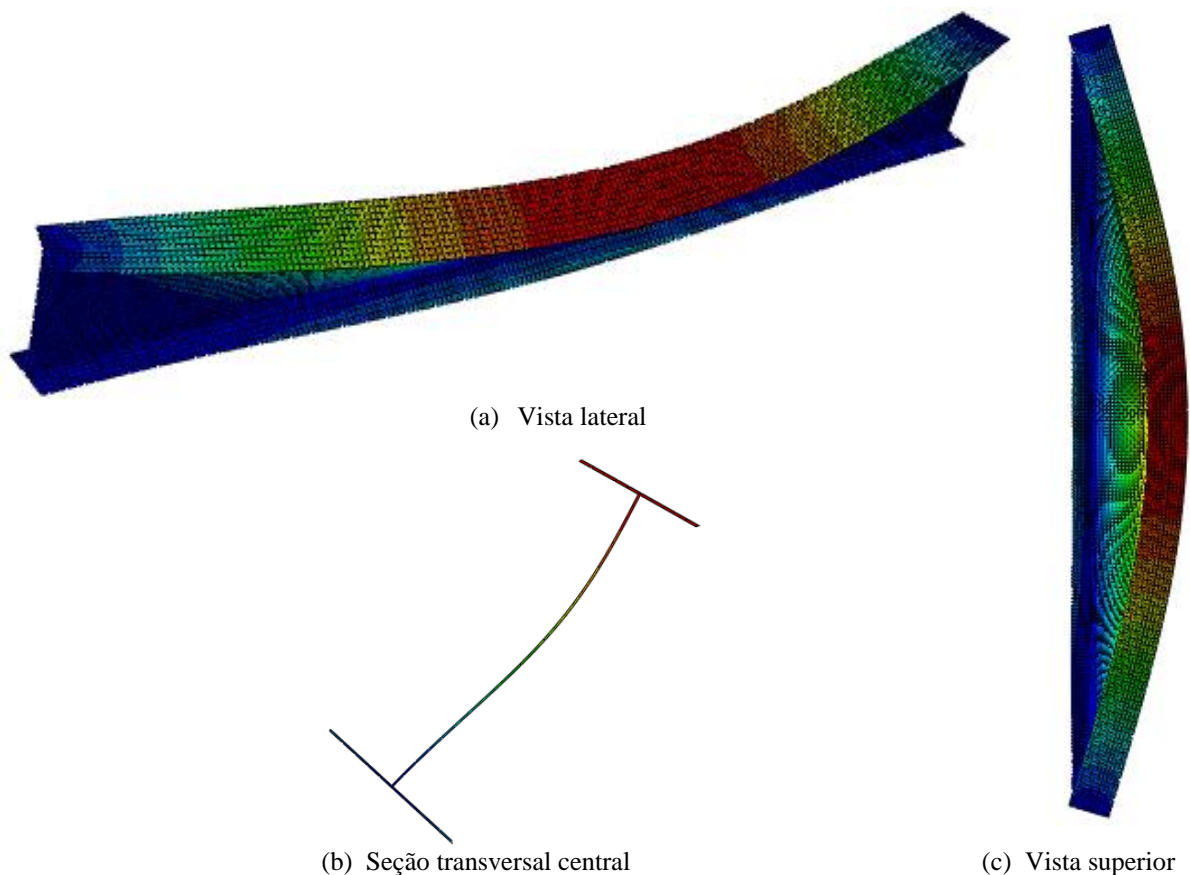


Figura 5.35 – Ilustração da flambagem lateral com torção de viga com vínculos de garfo (carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com L_b igual 4 m e esbeltez da alma de 60)

Por sua vez, a Figura 5.36 apresenta um exemplo da flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD) para vigas com vínculos rígido, submetida a carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com comprimento destravado de 6 m e esbeltez da alma de 60.

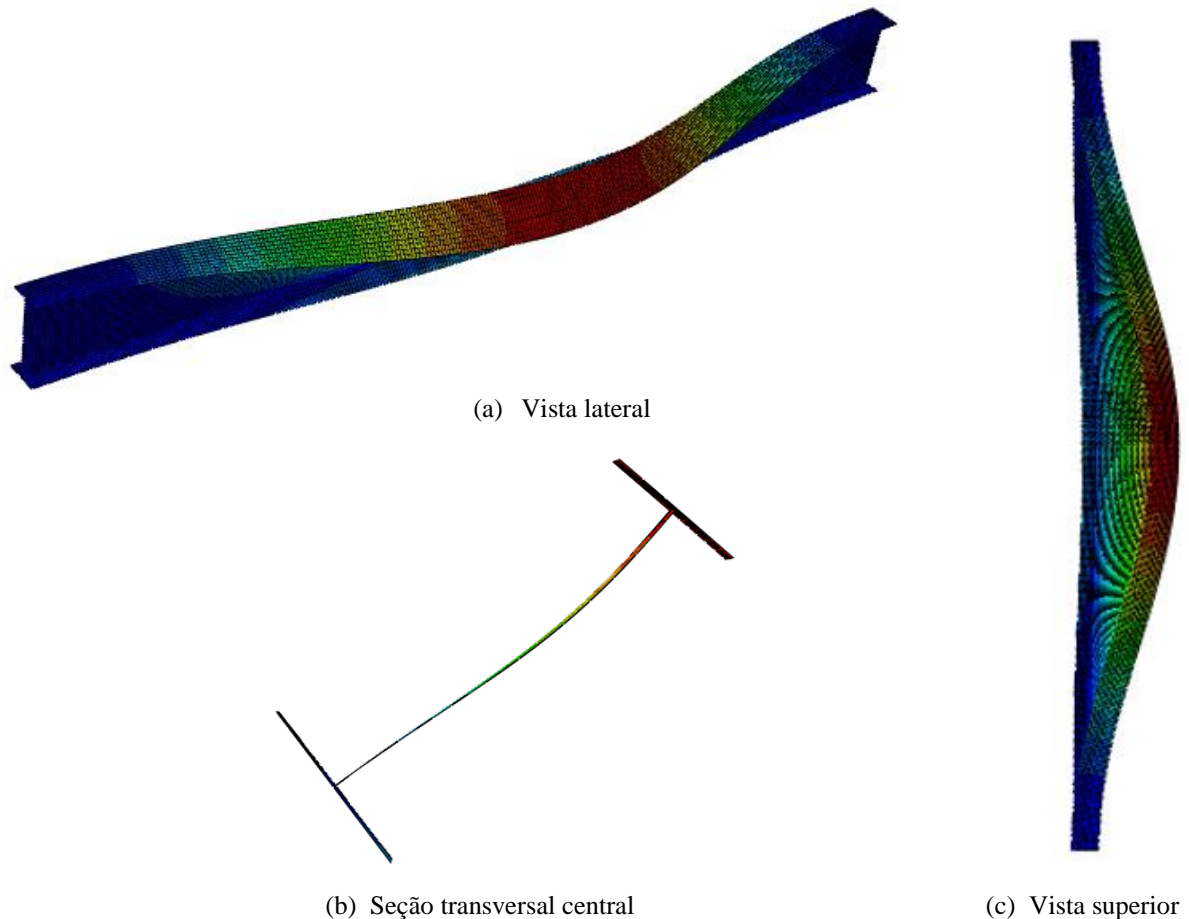


Figura 5.36 – Ilustração da flambagem lateral com torção de viga com vínculos rígidos (carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com L_b igual a 6 m esbeltez da alma de 60)

Com base no exposto, na avaliação dos resultados que será feita nos subitens seguintes, serão frisados os valores máximos da influência da distorção para todas as vigas estudadas, mas com destaque para a viga com vão de 8 m, que se encontra no limite da faixa de utilização prática, e, portanto, possui resultados bastante representativos, pois indicam valores máximos da influência da distorção nas situações usuais. Também será dado destaque para os valores da influência da distorção correspondentes à esbeltez da alma igual a 60, valor superior à máxima esbeltez da alma dos perfis laminados fabricados atualmente no Brasil considerado no estudo.

Os resultados da curva do comprimento destravado de 4 m e esbeltez da alma elevada e em alguns casos da curva do comprimento destravado de 6 m e esbeltezes da alma elevada foram levemente influenciadas pela flambagem local da alma (FLA), por isso as curvas apresentam algumas irregularidades.

5.3.2 Vigas com Vínculos de Garfo

5.3.2.1 Momento uniforme

Nas vigas submetidas a momento uniforme, como se vê na Figura 5.1, a influência máxima da distorção da alma, para as vigas estudadas, é inferior a 13% e, se a esbeltez da alma não supera 60, essa influência pode ser considerada desprezável, não ultrapassando 3%, independentemente do comprimento destravado.

Para o comprimento destravado de 8 m, a influência máxima da distorção da alma é de cerca de 13% e, se a esbeltez da alma não supera 60, essa influência é da ordem de 2%.

Esses resultados corroboram a afirmação de Samanta e Kumar (2006) de que, sob momento uniforme, a alma não apresenta tensões de cisalhamento, ficando totalmente dedicada a suportar a distorção, razão pela qual a influência desse efeito não é grande.

5.3.2.2 Cargas aplicadas na semialtura da seção transversal (neutras)

Nas vigas submetidas a carga uniformemente distribuída (Figura 5.2) e a carga concentrada na seção central (Figura 5.3) aplicadas na semialtura da seção transversal, para todos os comprimentos destravados, a influência da distorção da alma se mostra elevada, tendo em vista que a razão entre os momentos críticos analítico e numérico pode atingir 2,0 para ambos os carregamentos. Tomando a esbeltez da alma de 60, valor máximo dos perfis laminados, essa influência alcança 13% para carga uniformemente distribuída e 23% para carga concentrada. Esses valores máximos ocorrem com o comprimento destravado de 4 m, cuja razão entre esse comprimento e a altura da seção transversal é igual a 8 (valor muito reduzido na prática), o que denota que a obtenção do momento crítico de vigas nessas condições, sem considerar o efeito da distorção da alma, pode levar a resultados superestimados, especialmente se a esbeltez da alma se aproxima do valor de $\lambda_{w,r}$ dado pela Equação (3.1).

Quando se toma como referência o comprimento destravado de 8 m, a influência da distorção atinge um máximo de 32% para carga uniformemente distribuída e 27% para carga concentrada e, quando se limita a esbeltez da alma a 60, essa influência alcança 3% para carga distribuída e 7% para carga concentrada, valores que ainda podem ser considerados pequenos. O fato de a influência da distorção ter sido maior na viga com carga distribuída deveu-se à ocorrência de efeitos localizados nas extremidades da viga para esbeltez da alma elevada (Figura 5.37), fato que não foi observado na viga com carga concentrada.

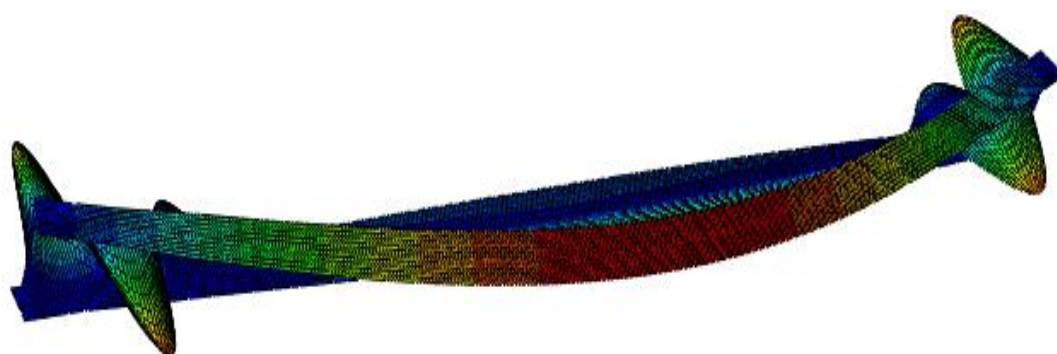


Figura 5.37 – Ilustração da flambagem lateral com torção de viga com vínculos de garfo (carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com L_b igual a 8 m esbeltez da alma de 160)

Ao contrário da situação de momento uniforme, a alma das vigas sujeitas a cargas transversais são solicitadas por tensões de cisalhamento, o que influi mais para a redução da capacidade resistente dessas vigas à flambagem lateral com torção com distorção da alma (FLTD).

5.3.2.3 Cargas aplicadas na mesa superior comprimida (desestabilizantes)

Nas vigas submetidas a carga uniformemente distribuída (Figura 5.4) e a carga concentrada na seção central (Figura 5.6) aplicadas na mesa superior comprimida da seção transversal, para todos os comprimentos destravados, a influência da distorção da alma pode ser muito alta, pois a razão entre os momentos críticos analítico e numérico chega a superar 2,4 para carga uniformemente distribuída e 2,1 para carga concentrada. Para a esbeltez da alma de 60, essa influência atinge valores máximos de 13% para carga uniformemente distribuída e 12% para carga concentrada. Logo, a obtenção do momento crítico de vigas com pequenas razões entre o comprimento destravado e a altura da seção transversal (os valores mencionados ocorrem para o comprimento destravado de 4 m, cuja razão entre esse comprimento e a altura da seção

transversal é igual a 8 – valor muito reduzido na prática), sem considerar o efeito da distorção da alma, pode levar a resultados superestimados, principalmente para altas esbeltezes da alma.

Para o comprimento destravado de 8 m, considerado como o limite mínimo da razão entre esse comprimento e a altura da seção transversal na prática de projeto, a influência da distorção atinge cerca de 30% para ambos os carregamentos e, quando se restringe a esbeltez da alma a 60, essa influência alcança um máximo de 4% para carga distribuída e 5% para carga concentrada, valores muito pequenos.

5.3.2.4 Cargas aplicadas na mesa inferior tracionada (estabilizantes)

Nos casos de vigas submetidas a carga uniformemente distribuída (Figura 5.5) e a carga concentrada na seção central (Figura 5.7) aplicadas na mesa inferior tracionada da seção transversal, considerando todos os comprimentos destravados e esbeltezes da alma estudados, a influência da distorção da alma pode ser muito elevada, pois a razão entre os momentos críticos analítico e numérico chega a superar 2,3 para carga uniformemente distribuída e 3,2 para carga concentrada. Para a esbeltez da alma de 60, essa influência atinge valores máximos de 20% para carga uniformemente distribuída e 24% para carga concentrada. Logo, mais uma vez se verifica que a obtenção do momento crítico de vigas com pequenas razões entre o comprimento destravado e a altura da seção transversal, sem considerar o efeito da distorção da alma, pode levar a resultados superestimados.

Para o comprimento destravado de 8 m a influência da distorção atinge cerca de 29% para ambos os carregamentos e, quando se restringe a esbeltez da alma a 60, essa influência alcança um máximo de aproximadamente 6% para carga distribuída e 7% para carga concentrada, valores muito baixos.

5.3.2.5 Síntese

De acordo com os subitens 5.3.2.1 a 5.3.2.4, para momento uniforme e cargas neutras, estabilizantes e desestabilizantes nas vigas com seção transversal I duplamente simétricas estudadas, o efeito da distorção da alma no valor do momento crítico elástico à flambagem lateral com torção é muito significativo para vigas biapoiadas com vínculo de garfo nas extremidades, com razão entre o vão (igual ao comprimento destravado) e a altura da seção transversal inferior a 8 (curvas com L_b igual a 4 m), e com esbeltez da alma elevada. Pelas

figuras 5.1 a 5.7, pode-se observar que isso também ocorre quando a razão entre o vão e a altura da seção transversal é inferior a 12 (curvas com L_b igual a 6 m). A desconsideração da distorção nesses casos leva a um momento crítico superestimado, que chega a ser até cerca de três vezes maior que o momento calculado de maneira mais correta, ou seja, considerando o efeito da distorção.

Para as situações usuais de projeto, em que a razão entre o vão e a altura da seção transversal supera 15, o efeito da distorção é menos significativo, mas ainda assim importante em muitos casos, atingindo um máximo de cerca de 33% para a esbeltez mais alta estudada, igual a 160. Nessa mesma situação de projeto, mas tomando a esbeltez da alma máxima igual a 60, de modo a cobrir os perfis laminados da série W fabricados no Brasil, a influência da distorção alcança um valor máximo de 7%, o que indica que essa influência pode até ser desprezada no cálculo do momento crítico elástico (salienta-se que outros parâmetros que podem influir na distorção da alma, como as dimensões das mesas, não foram considerados).

A influência da distorção foi menor no caso de momento uniforme. Em seguida, pela ordem, essa influência foi menor no caso de atuação de forças transversais desestabilizantes, neutras e estabilizantes, com diferenças pouco significativas. Com relação à atuação da carga uniformemente distribuída e concentrada, a influência da distorção foi menor no primeiro caso. Esses resultados se justificam pelo fato de que a força cortante, que provoca altas tensões de cisalhamento na alma, reduzindo sua capacidade resistente à distorção, é nula no caso de momento uniforme e menor no caso de carga distribuída que no de carga concentrada, em consonância com Samanta e Kumar (2006).

Na análise numérica, observou-se ainda que em algumas situações extremas em que a viga possuía esbeltezes da alma maiores ou comprimentos destravados menores, a flambagem lateral se manifestava acompanhada de flambagem local da alma (FLA), como ilustra a Figura 5.38.

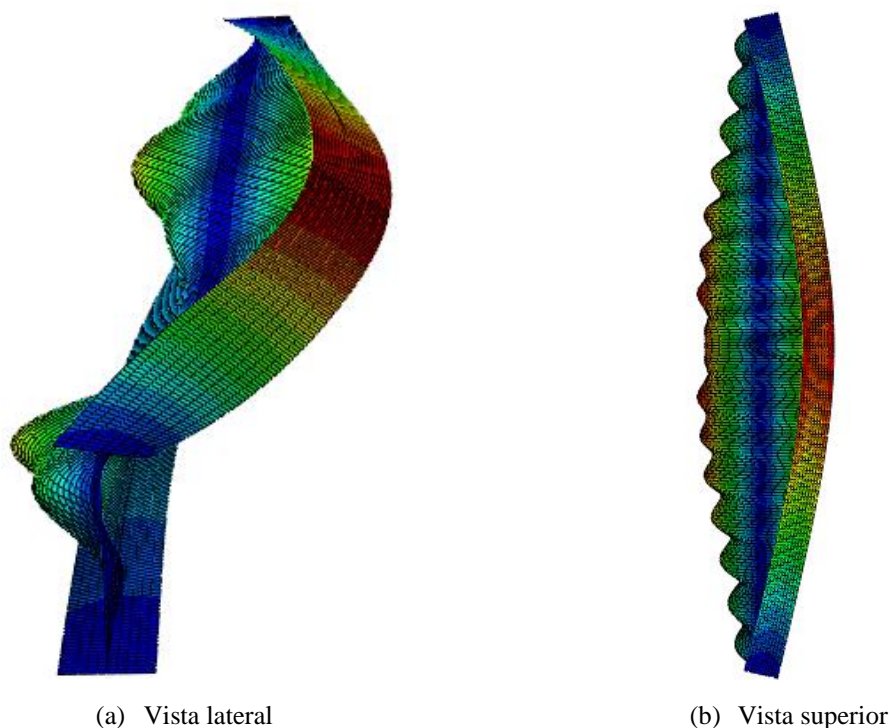


Figura 5.38 – Ilustração da flambagem lateral acompanhada de flambagem local da alma (carga concentrada na semialtura da seção transversal com L_b igual a 4 m e esbeltez da alma de 160)

5.3.3 Vigas com Vínculos de Rígidos

5.3.3.1 Momento uniforme

Nas vigas submetidas a momento uniforme, como se vê na Figura 5.8, a influência máxima da distorção da alma, para as vigas estudadas, é inferior a 11% e, se a esbeltez da alma não supera 60, essa influência não ultrapassa 6%, independentemente do comprimento destravado.

Para o comprimento destravado de 8 m e esbeltez da alma de 60, a influência da distorção da alma é da ordem de 4%.

Como observado nas vigas com vínculos de garfo no subitem 5.3.2.1, a influência da distorção da alma se eleva de forma menor à medida que o comprimento destravado diminui e a esbeltez da alma se eleva.

5.3.3.2 Cargas aplicadas na semialtura da seção transversal (neutras)

Nas vigas submetidas a carga uniformemente distribuída (Figura 5.10) e a carga concentrada na seção central (Figura 5.13) aplicadas na semialtura da seção transversal, para todos os comprimentos destravados, a influência da distorção da alma se mostra extremamente elevada,

tendo em vista que a razão entre os momentos críticos analítico e numérico supera 4,3 e 2,8, respectivamente. Tomando a esbeltez da alma de 60, valor máximo dos perfis laminados, essa influência atinge 35% para carga distribuída e 50% para carga concentrada. Tais valores se manifestam com o comprimento destravado de 4 m, cuja razão entre esse comprimento e a altura da seção transversal é igual a 8 (valor muito reduzido na prática), o que indica que a obtenção do momento crítico de vigas nessas condições, sem considerar o efeito da distorção da alma, pode levar a resultados superestimados, especialmente se a esbeltez da alma é elevada.

Tomando como referência o comprimento destravado de 8 m, a influência da distorção atinge um máximo de 41% para carga distribuída e 57% para carga concentrada e, quando se limita a esbeltez da alma a 60, essa influência alcança 6% para carga distribuída e 16% para carga concentrada, sendo que este último valor já apresenta certa relevância no momento crítico elástico.

5.3.3.3 Cargas aplicadas na mesa superior comprimida (desestabilizantes)

Nas vigas submetidas a carga uniformemente distribuída (Figura 5.9) e a carga concentrada na seção central (Figura 5.12) aplicadas na mesa superior comprimida da seção transversal, para todos os comprimentos destravados, a influência da distorção da alma é muito alta, pois a razão entre os momentos críticos analítico e numérico alcança 3,2 para carga uniformemente distribuída e 2,8 para carga concentrada. Para a esbeltez da alma de 60, essa influência atinge 58% para carga uniformemente distribuída e 42% para carga concentrada. Logo, a obtenção do momento crítico de vigas com pequenas razões entre o comprimento destravado e a altura da seção transversal (os valores mencionados ocorrem para o comprimento destravado de 4 m, cuja razão entre esse comprimento e a altura da seção transversal é igual a 8, valor muito reduzido na prática), sem considerar o efeito da distorção da alma, pode levar a resultados superestimados, principalmente para altas esbeltezes da alma.

Para o comprimento destravado de 8 m, nos casos estudados considerado como o limite mínimo da razão entre esse comprimento e a altura da seção transversal na prática de projeto, a influência da distorção atinge cerca de 54% para carga distribuída e 42% para carga concentrada e, quando se restringe a esbeltez da alma a 60, essa influência alcança um máximo de 6% para ambos os carregamentos, valores muito pequenos.

5.3.3.4 Cargas aplicadas na mesa inferior tracionada (estabilizantes)

Nos casos de vigas submetidas a carga uniformemente distribuída (Figura 5.11) e a carga concentrada na seção central (Figura 5.14) aplicadas na mesa inferior tracionada da seção transversal, considerando todos os comprimentos destravados e esbeltezes da alma estudados, a influência da distorção da alma é bastante elevada, pois a razão entre os momentos críticos analítico e numérico supera 1,8 para carga distribuída e 4,3 para carga concentrada. Para a esbeltez da alma de 60, essa influência atinge 31% para carga uniformemente distribuída e 74% para carga concentrada. Logo, novamente se constata que a obtenção do momento crítico de vigas com pequenas razões entre o comprimento destravado e a altura da seção transversal, sem considerar o efeito da distorção da alma, pode levar a resultados superestimados.

Para o comprimento destravado de 8 m a influência da distorção atinge cerca de 29% para carga distribuída e 63% para carga concentrada, e quando se restringe a esbeltez da alma a 60, essa influência alcança um máximo de aproximadamente 8% para carga distribuída e 10% para carga concentrada, valores que ainda podem ser considerados baixos.

5.3.3.5 Síntese

Conforme os subitens 5.3.3.1 a 5.3.3.4, para momento uniforme e cargas neutras, estabilizantes e desestabilizantes nas vigas estudadas, o efeito da distorção da alma no valor do momento crítico elástico à flambagem lateral com torção é importante para vigas biapoiadas com vínculo rígido nas extremidades, com razão entre o vão (igual ao comprimento destravado) e a altura da seção transversal inferior a 8 (curvas com L_b igual a 4 m), e com esbeltez da alma alta. Pelas figuras 5.8 a 5.14, observa-se que isso acontece também quando a razão entre o vão e a altura da seção transversal é inferior a 12 (curvas com L_b igual a 6 m). A descon sideração da distorção nesses casos conduz a um momento crítico superestimado, que chega a ser quatro vezes maior que o momento calculado considerando o efeito da distorção.

Para as situações usuais de projeto, em que a razão entre o vão e a altura da seção transversal supera 15, o efeito da distorção é um pouco menor, mas ainda muito importante, pois atinge um máximo de 63% para a esbeltez mais alta considerada neste estudo, igual a 160. Nessa mesma situação de projeto, mas tomando a esbeltez da alma máxima igual a 60, para cobrir os perfis laminados da série W fabricados no Brasil, a influência da distorção alcança um valor máximo de 16%, valor que não permite desprezar sem avaliações mais rigorosas a distorção da alma no

cálculo do momento crítico elástico (salienta-se que outros parâmetros que podem influir na distorção da alma, como as dimensões das mesas, não foram considerados).

Da mesma forma que nas vigas com vínculo de garfo nas extremidades, a influência da distorção foi bastante menor no caso de momento uniforme. As diferenças dessa influência nos casos de atuação de forças transversais desestabilizantes, neutras e estabilizantes foram pouco significativas. Quanto à atuação da carga uniformemente distribuída e concentrada, a influência da distorção foi menor no primeiro caso exceto para cargas na mesa superior. Esses resultados se justificam pela mesma razão exposta no Subitem 5.3.2.5.

Na análise numérica, da mesma maneira que nas vigas com vínculos de garfo, verificou-se que em algumas situações em que a viga tinha esbeltezes da alma maiores ou comprimentos destravados menores, a flambagem lateral ocorria em conjunto com a flambagem local da alma (FLA), como se vê na Figura 5.39.

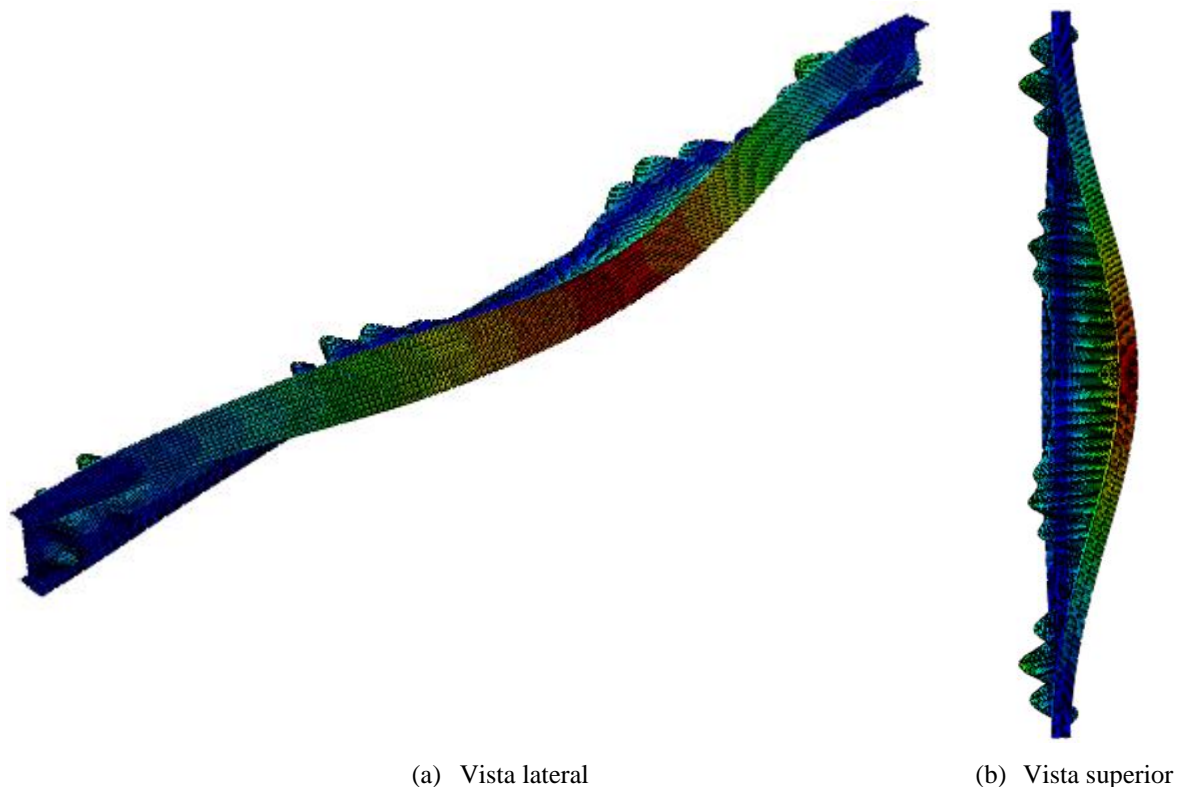


Figura 5.39 – Flambagem lateral com torção acompanhada de flambagem local da alma (carga concentrada na semialtura da seção transversal com L_b igual a 8 m e esbeltez da alma de 160)

5.3.4 Comparação Entre Vínculos de Garfo e Rígidos

A Tabela 5.1 destaca, em percentuais, os valores máximos da influência da distorção da alma para momento uniforme e cargas distribuídas e concentradas na seção central aplicadas na semialtura da seção transversal, na mesa superior e na mesa inferior, com vínculo de garfo e vínculo rígido nas duas extremidades. Esses valores são dados para quatro condições: (i) máximo geral, ou seja, valor da viga com vão de 4 m (mínimo) e esbeltez da alma de 160 (máxima); (ii) máximo considerando a esbeltez da alma de 60 (máxima esbeltez de alma dos perfis laminados fabricados no Brasil), ou seja, valor da viga com vão de 4 m (mínimo) e esbeltez da alma de 60; (iii) máximo para razão entre vão e altura da seção transversal superior a 15 (condição prática), ou seja, valor da viga com vão de 8 m e esbeltez da alma de 160 (máxima), e; (iv) máximo para razão entre vão e altura da seção transversal superior a 15 e esbeltez da alma de 60 (condição prática associada com a máxima esbeltez de alma dos perfis laminados fabricados no Brasil), ou seja, valor da viga com vão de 8 m e esbeltez da alma de 60.

Tabela 5.1 – Valores máximos da influência da distorção da alma na flambagem lateral (%)

Vão e esbeltez da alma	Momento Uniforme		Carga na Semialtura				Carga na Mesa Superior				Carga na Mesa Inferior			
			Distribuída		Concentrada		Distribuída		Concentrada		Distribuída		Concentrada	
	G	R	G	R	G	R	G	R	G	R	G	R	G	R
4 m e 160	-	-	100	338	128	180	146	220	115	187	135	87	229	339
4 m e 60	3	6	13	35	23	50	13	58	12	42	20	31	24	74
8 m e 160	13	-	32	41	27	57	29	54	33	42	28	29	29	63
8 m e 60	2	4	3	6	7	16	4	6	5	6	6	8	7	10

Notas: G significa vínculo de garfo nas extremidades e R vínculo rígido
- significa valor não definido

Observa-se pelos percentuais mostrados na tabela que a influência da distorção da alma é maior para as vigas com duas mesas livres e vínculo rígido do que nas vigas com vínculo de garfo nas duas extremidades do comprimento destravado, exceto para o caso da carga uniformemente distribuída na mesa inferior com comprimento destravado de 4 m e esbeltez máxima de 160.

Isso ocorre porque o vínculo rígido fornece mais restrições à flambagem lateral, o que dificulta esse modo de instabilidade com o movimento da seção como corpo rígido, forçando uma maior participação da distorção da alma.

5.3.5 Ilustração da Influência da Distorção da Alma em Resultados Normativos

Para ilustrar a influência da distorção da alma nos resultados do momento resistente nominal fornecidos pela norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 e europeia EN 1993-1-1:2005 com relação à flambagem lateral com torção, será tomada a viga estudada neste trabalho com esbeltez da alma igual a 100, submetida a uma carga uniformemente distribuída atuante na semialtura da seção transversal, com vínculo de garfo nas duas extremidades do vão (igual ao comprimento destravado L_b) e com resistência ao escoamento do aço suposto como igual a 345 MPa.

A Figura 5.40 mostra as curvas da variação do momento resistente nominal em função da esbeltez da viga de acordo com o procedimento de cálculo da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, apresentado no Subitem 3.2.3, sem considerar (FLT) e considerando o efeito da distorção da alma (FLTD). Na curva em que esse efeito foi considerado (FLTD), os valores do momento crítico elástico foram obtidos conforme a Equação (3.6) e divididos pelo fator $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ fornecidos na Figura 5.2.

A Figura 5.41 mostra as duas curvas de acordo com o procedimento de cálculo da norma europeia EN 1993-1-1:2005, apresentado no Item 3.3. Conforme essa norma, a seção transversal é de classe 3, e foi considerado o fator de imperfeição da curva d. Na região em que λ_b é inferior a 80,26, as curvas são apenas aproximadas, pois não foram feitas análises numéricas com o programa ABAQUS (Hibbitt *et al.*, 2005) nessa faixa, de modo a poder obter a curva considerando a distorção da alma (FLTD).

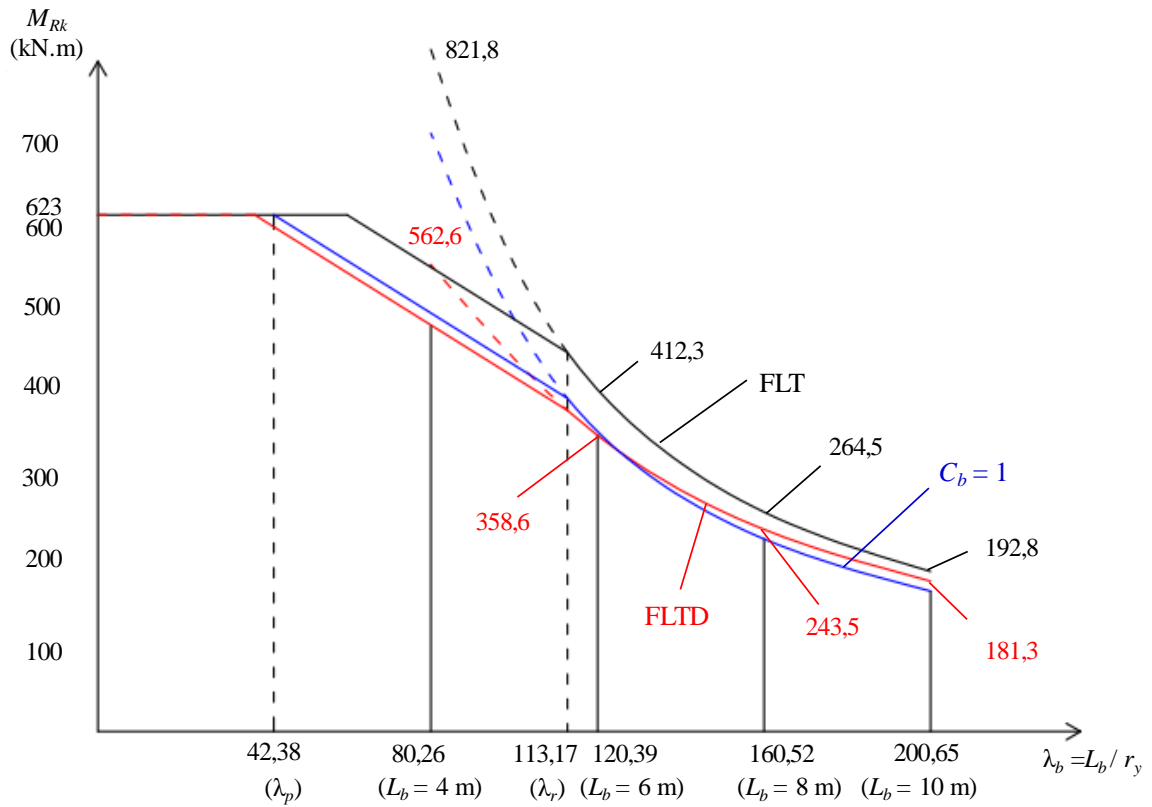


Figura 5.40 – Momento fletor resistente sem considerar e considerando o efeito da distorção da alma para uma viga específica conforme a ABNT NBR 8800:2008

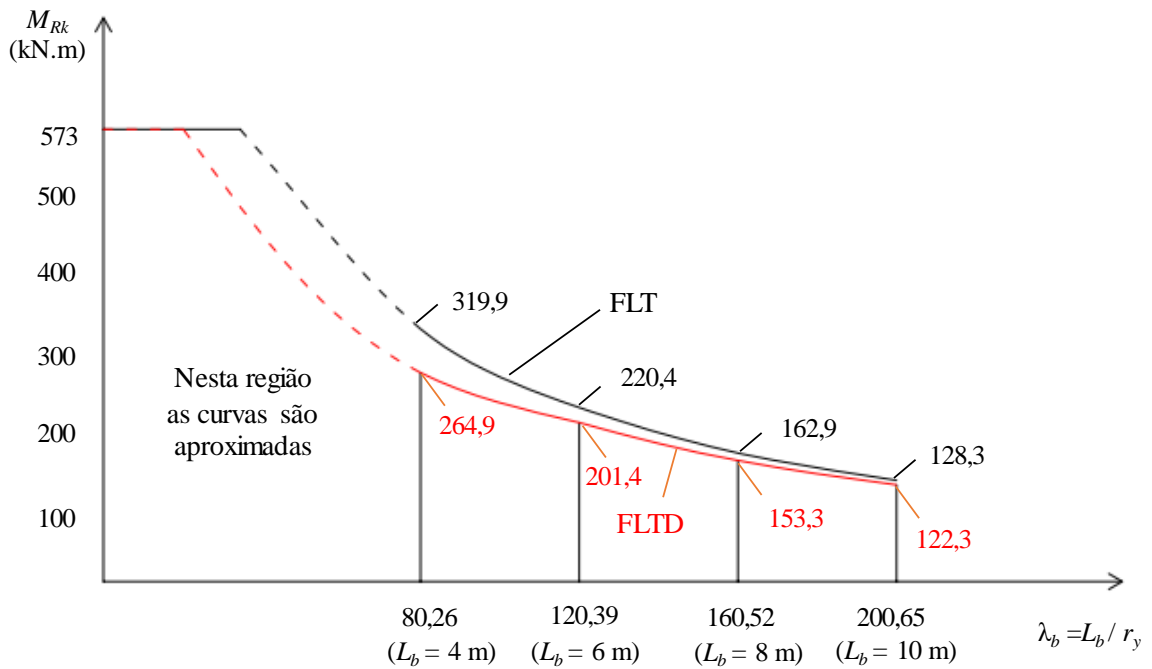


Figura 5.41 – Momento fletor resistente sem considerar e considerando o efeito da distorção da alma para uma viga específica conforme a EN 1993-1-1:2005

Verifica-se que, na norma brasileira, as maiores diferenças ocorreram na esbeltez da viga igual a λ_r , de valor 113,17, e foram de cerca de 15%. Já na norma europeia, ocorreram nas proximidades da esbeltez igual a 80, e foram da ordem de 17%. Para a esbeltez da viga de 160,52, correspondente ao vão de 8 m, ou seja, razão entre vão e altura da viga de 16 (valor a partir do qual as vigas são projetadas na maioria das vezes na prática), as diferenças foram de 8% e de 6% nas normas brasileira e europeia, respectivamente.

5.4 Avaliação dos Resultados das Vigas com Contenção Lateral Contínua

5.4.1 Considerações Iniciais

Para todos os casos de vigas com uma das mesas com contenção lateral contínua e vínculo de garfo nas extremidades do comprimento destravado estudados, conforme as figuras 5.16 a 5.21 e 5.23 a 5.34, observa-se um comportamento similar ao das vigas com as duas mesas livres. Assim, ocorre aumento da razão entre os momentos críticos analítico e numérico, $M_{cr,an}/M_{cr,num}$, com a elevação da esbeltez da alma e a redução do comprimento destravado, indicando crescimento da influência do efeito da distorção da alma.

A Figura 5.42 mostra um exemplo da flambagem lateral com torção com distorção da alma para vigas com mesa tracionada com contenção lateral contínua e mesa comprimida livre para se deslocar lateralmente, sem aplicação de momentos nas extremidades, submetida a carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com comprimento destravado de 6 m e esbeltez da alma de 100.

Conforme já mencionado no Subitem 3.2.3, as normas brasileira ABNT NBR 8800:2008 e norte-americana ANSI/AISC 360:10 para vigas com contenção lateral contínua estipulam que a carga transversal atua na semialtura da seção transversal e apresenta um fator C_b igual a 2, no caso de contenção lateral contínua da mesa tracionada e momento nulo nas extremidades, e C_b dado pela Equação (3.8) para o caso em que a mesa com contenção lateral contínua encontra-se tracionada em pelo menos uma extremidade do comprimento destravado. Contrariamente, de acordo com os estudos de Yura e Helwig (1995), confirmados por Ziemian (2010), esses valores de C_b só podem ser utilizados quando a carga transversal está atuando na mesa contida lateralmente.

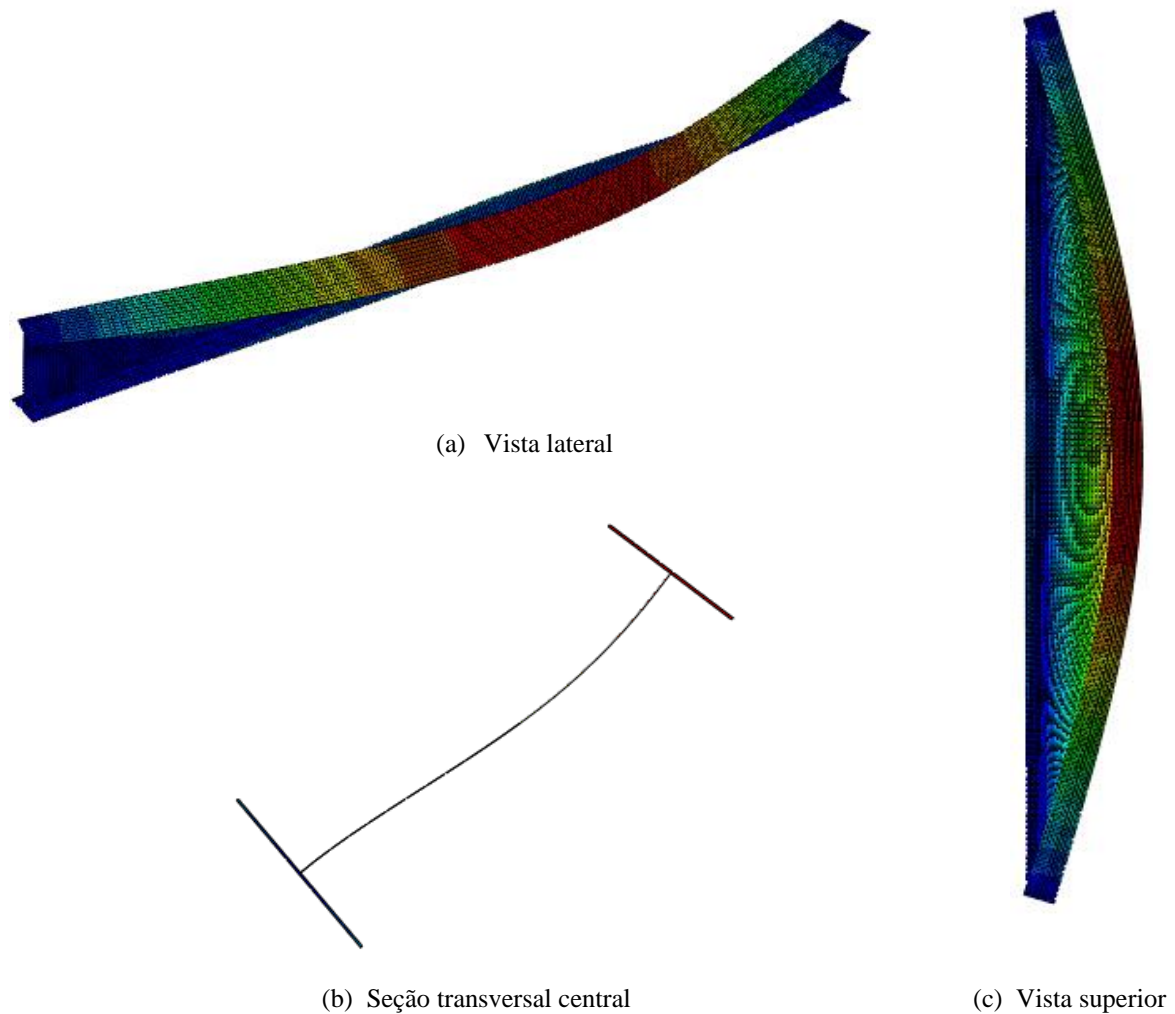


Figura 5.42 – Ilustração da flambagem lateral com torção de vigas com contenção lateral contínua (carga uniformemente distribuída na semialtura da seção transversal com L_b igual a 6 m esbeltez da alma de 100)

Para avaliar a influência do nível de aplicação das cargas transversais, foram processadas vigas com carga transversal distribuída e concentrada na semialtura da seção transversal, na mesa contida lateralmente e na mesa livre.

Os resultados da curva de comprimento destravado de 4 m e esbeltezes da alma elevada e em alguns casos da curva com comprimento destravado de 6 m e esbeltezes da alma elevada foram levemente influenciadas pela flambagem local da alma (FLA), por isso as curvas apresentam algumas irregularidades.

5.4.2 Vigas com Mesa Tracionada com Contenção Lateral Contínua e Mesa Comprimida Livre para se Deslocar Lateralmente, Sem Aplicação de Momentos nas Extremidades

Nas vigas submetidas a carga uniformemente distribuída com a mesa tracionada com contenção lateral contínua sem aplicação de momentos nas extremidades, observa-se que no caso de a carga estar aplicada na mesa comprimida sem contenção lateral (Figura 5.16) e na semialtura da seção transversal (Figura 5.17), a desconsideração do efeito da distorção leva sempre a resultados analíticos superestimados (na pior situação, a razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ se aproxima de 5). No caso de a carga estar aplicada na mesa tracionada contida lateralmente (Figura 5.18), os resultados analíticos com a adoção do fator C_b igual a 2 se mostraram conservadores em uma faixa grande de utilização (vão de 10 m e esbeltez da alma de até 100, vão de 8 m e esbeltez da alma de até 70, vão de 6 m e esbeltez da alma de até 45 e vão de 4 m e esbeltez da alma de até 27).

Para as vigas submetidas a carga concentrada na seção central, o efeito da distorção foi menor que para a carga distribuída. Mesmo assim, no caso de a carga concentrada estar aplicada na mesa comprimida sem contenção lateral (Figura 5.19) e na semialtura da seção transversal (Figura 5.20), a desconsideração do efeito da distorção conduziu sempre a resultados analíticos superestimados (na pior situação, a razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ se aproximou de 3,5). No caso de a carga estar aplicada na mesa tracionada contida lateralmente (Figura 5.21), os resultados analíticos se mostraram conservadores em uma faixa de utilização ampla (vão de 10 m e esbeltez da alma de até 160, vão de 8 m e esbeltez da alma de até 147, vão de 6 m e esbeltez da alma de até 105 e vão de 4 m e esbeltez da alma de até 62).

Esses resultados mostram que o procedimento da norma brasileira só pode ser aplicado quando as cargas atuarem na mesa contida lateralmente. Isso significa um equívoco dessa norma, e também da norma norte-americana, e um maior acerto dos trabalhos de Yura e Helwig (1995) e Ziemian (2010). Mostram ainda que ele pode ser aplicado, conservadoramente, para uma carga concentrada na seção central do comprimento destravado, em uma faixa ainda mais ampla que a da carga distribuída (lembra-se que a norma só prevê carga distribuída).

5.4.3 Vigas com uma Mesa com Contenção Lateral Contínua e a Outra Livre para se Deslocar Lateralmente, com Aplicação de Momentos nas Extremidades

5.4.3.1 Momentos nas extremidades igual a $0,8M_{máximo}$, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades

Nas vigas com uma mesa com contenção lateral contínua e a outra livre para se deslocar lateralmente, com aplicação de momentos nas extremidades com valor de $0,8M_{máximo}$, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades, submetidas a carga uniformemente distribuída, observa-se que no caso de a carga estar aplicada na mesa com contenção (Figura 5.23), a desconsideração do efeito da distorção leva sempre a resultados analíticos superestimados (na pior situação, a razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ se aproximou de 6,5), indicando situação contrária à segurança. No caso de a carga estar aplicada na semialtura da seção transversal (Figura 5.24), os resultados analíticos com a adoção do fator C_b dado pela Equação (3.8) se mostraram conservadores em uma faixa grande de utilização (vão de 10 m e esbeltez da alma de até 140, vão de 8 m e esbeltez da alma de até 115, vão de 6 m e esbeltez da alma de até 90 e vão de 4 m e esbeltez da alma de até 50). No caso de a carga estar aplicada na mesa livre (Figura 5.25), os resultados analíticos foram conservadores em uma faixa ainda maior de utilização (vão de 10 m, 8 m e 6 m e esbeltez da alma de até 160 e vão de 4 m e esbeltez da alma de até 106).

Nas vigas submetidas a carga concentrada na seção central, no caso de a carga estar aplicada na mesa com contenção lateral contínua (Figura 5.26), da mesma maneira que quando a carga é distribuída, a desconsideração do efeito da distorção leva sempre a resultados analíticos superestimados (na pior situação, a razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ se aproxima de 5), indicando situação contrária à segurança. Se a carga está aplicada na semialtura da seção transversal (Figura 5.27), os resultados analíticos se mostraram conservadores em uma faixa grande de utilização (vão de 10 m e esbeltez da alma de até 125, vão de 8 m e esbeltez da alma de até 93, vão de 6 m e esbeltez da alma de até 60 e vão de 4 m e esbeltez da alma de até 32). No caso de a carga estar aplicada na mesa livre (Figura 5.28), os resultados analíticos foram conservadores em uma faixa ainda maior de utilização (vão de 10 m e 8 m e esbeltez da alma de até 160, vão de 6 m e esbeltez da alma de até 127 e vão de 4 m e esbeltez da alma de até 85). Nota-se então uma influência um pouco maior da distorção da alma quando a carga é uniformemente distribuída.

Um fato curioso observado na análise numérica é que para carga uniformemente distribuída e carga concentrada na mesa inferior livre (figuras 5.22-c e 5.22-f, respectivamente), a flambagem lateral ocorre de um modo menos convencional, como ilustra a Figura 5.43. A mesa inferior da viga se movimentada para o lado e sofre simultaneamente torção nas extremidades, mas na seção central do comprimento destravado esse efeito é parcialmente contido. Isso se deve ao fato de a carga ser estabilizante, a viga possuir contenção lateral contínua na mesa superior e a mesa inferior estar tracionada na região central, o que dificulta a ocorrência da instabilidade.

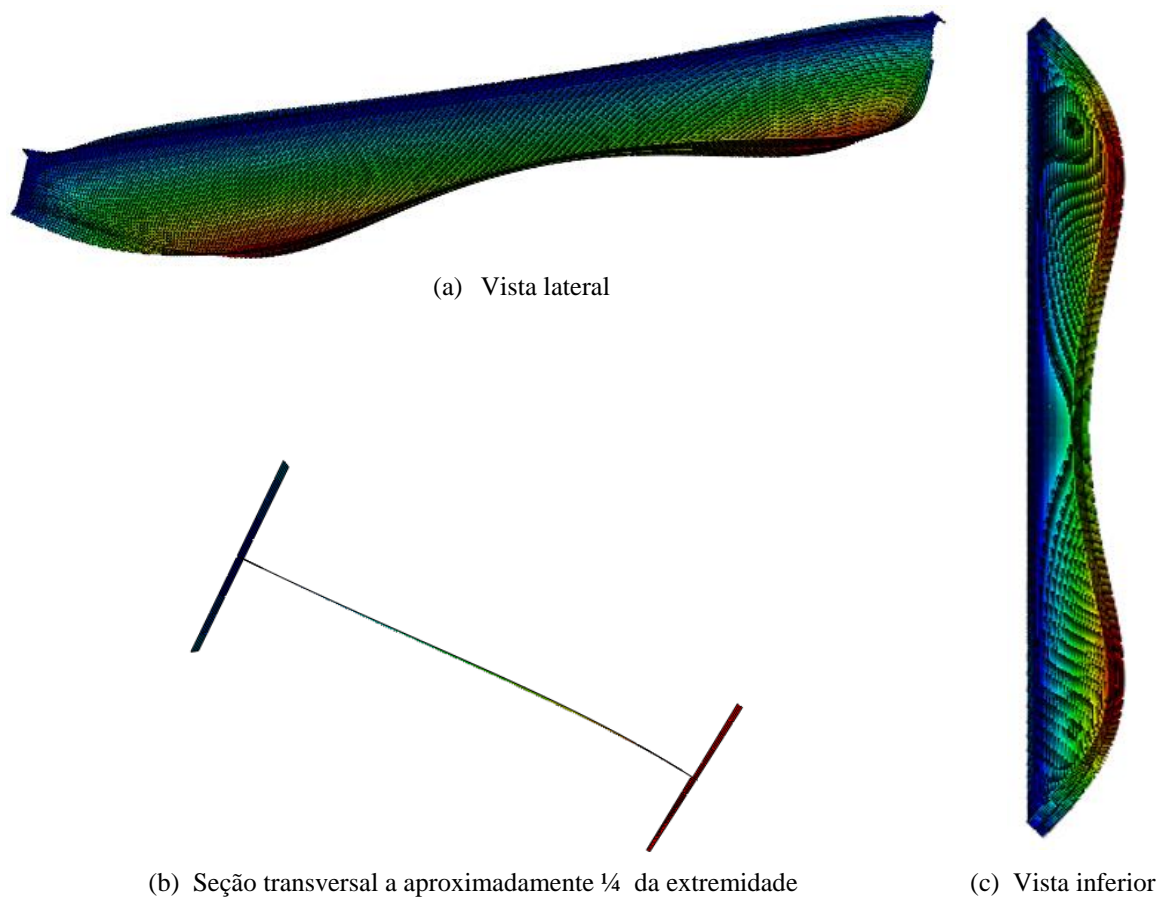


Figura 5.43 –Flambagem lateral com torção de vigas com contenção lateral contínua na mesa superior e submetidas a carga uniformemente distribuída na mesa inferior e momentos nas extremidades (comprimento destravado de 10 m e esbeltez da alma de 60)

5.4.3.2 Momentos nas extremidades igual a $0,4M_{máximo}$, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades

Nas vigas com uma mesa com contenção lateral contínua e a outra livre para se deslocar lateralmente, com aplicação de momentos nas extremidades com valor de $0,4M_{máximo}$, de modo

que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades, submetidas a carga uniformemente distribuída, verifica-se que no caso de a carga estar aplicada na mesa com contenção (Figura 5.29), a desconsideração do efeito da distorção leva sempre a resultados analíticos superestimados (na pior situação, a razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ supera 30), indicando situação bastante contrária à segurança. No caso de a carga estar aplicada na semialtura da seção transversal (Figura 5.30), os resultados analíticos com o uso do fator C_b da Equação (3.8) se mostraram conservadores apenas em uma pequena faixa de utilização (vão de 10 m e esbeltez da alma de até 92, vão de 8 m e esbeltez da alma de até 77, vão de 6 m e esbeltez da alma de até 52 e vão de 4 m e esbeltez da alma de até 30). No caso de a carga estar aplicada na mesa livre (Figura 5.31), os resultados analíticos foram conservadores em uma faixa um pouco maior de utilização (vão de 10 m e esbeltez da alma de até 124, vão de 8 m e esbeltez da alma de até 108, vão de 6 m e esbeltez da alma de até 95 e vão de 4 m e esbeltez da alma de até 55).

Nas vigas submetidas a carga concentrada na seção central, no caso de a carga estar aplicada na mesa com contenção lateral contínua (Figura 5.32), da mesma maneira que quando a carga é distribuída, a desconsideração do efeito da distorção leva sempre a resultados analíticos superestimados (na pior situação, a razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ ultrapassa 14), indicando situação contrária à segurança. Se a carga está aplicada na semialtura da seção transversal (Figura 5.33), os resultados analíticos se mostraram conservadores em uma faixa grande de utilização (vão de 10 m e esbeltez da alma de até 106, vão de 8 m e esbeltez da alma de até 81, vão de 6 m e esbeltez da alma de até 55 e vão de 4 m e esbeltez da alma de até 30). No caso de a carga estar aplicada na mesa livre (Figura 5.34), os resultados analíticos foram conservadores em uma faixa mais estendida (vão de 10 m e esbeltez da alma de até 123, vão de 8 m e esbeltez da alma de até 95, vão de 6 m e esbeltez da alma de até 71 e vão de 4 m e esbeltez da alma de até 40). Nota-se então uma influência da distorção bastante próxima daquela da carga uniformemente distribuída.

5.4.3.3 Considerações sobre a aplicação das prescrições da ABNT NBR 8800:2008

Os resultados dos subitens 5.4.3.1 e 5.4.3.2 mostram que a utilização da Equação (3.8) conduz a resultados conservadores nas situações indicadas na Tabela 5.2.

Com base na tabela, pode-se concluir, contrariamente ao que foi observado nas vigas com contenção lateral contínua sem aplicação de momentos nas extremidades, que o uso do

procedimento da ABNT NBR 8800:2008 não conduz a resultados seguros quando a carga se encontra aplicada na mesa travada, possivelmente por causa da alta distorção da alma. Para os casos de carga aplicada na semialtura da seção transversal, para uma determinada faixa de utilização envolvendo uma combinação de comprimento destravado e esbeltez da alma, esse uso é conservador. Isso significa que a norma está mais correta que os trabalhos de Yura e Helwig (1995) e Ziemian (2010).

Tabela 5.2 – Situações em que o uso da Equação (3.8) é conservadora

POSIÇÃO DA CARGA E VALOR DO MOMENTO DE EXTREMIDADE		CARGA DISTRIBUÍDA		CARGA CONCENTRADA			
		VÃO MÍNIMO (m)	ESBELTEZ MÁXIMA DA ALMA	VÃO MÍNIMO (m)	ESBELTEZ MÁXIMA DA ALMA		
MESA TRAVADA	0,8 $M_{máximo}$	Nenhuma	Nenhuma	Nenhuma	Nenhuma		
	0,4 $M_{máximo}$	Nenhuma	Nenhuma	Nenhuma	Nenhuma		
SEMIALTURA	0,8 $M_{máximo}$	10	140	10	125		
		8	115	8	93		
		6	90	6	60		
		4	50	4	32		
	0,4 $M_{máximo}$	10	92	10	106		
		8	77	8	81		
		6	52	6	55		
		4	30	4	30		
		MESA LIVRE	0,8 $M_{máximo}$	10	160	10	160
				8	160	8	160
6	160			6	127		
4	106			4	85		
0,4 $M_{máximo}$	10		124	10	123		
	8		108	8	95		
	6		95	6	71		
	4		55	4	40		

Para as vigas com esbeltez de alma de até 60 e razão entre comprimento destravado e altura da seção transversal superior a 16 (L_b igual a 8 m), como ocorre com aquelas constituídas por perfis laminados da série W, os resultados obtidos serão sempre seguros, desde que a carga não esteja aplicada na mesa travada.

5.5 Comparação dos Resultados Numéricos com Equação de Bradford (1985)

Como visto no Item 2.2, Bradford (1985) propôs uma equação para cálculo da flambagem lateral com torção com distorção da alma para perfis I monossimétricos e vínculo de garfo nas duas extremidades – Equação (2.1). Para verificar a aplicabilidade dessa equação, foram calculados os valores da influência da distorção da alma com base nessa equação e comparados com os valores obtidos neste trabalho ($M_{cr,an}/M_{cr,num}$) para as vigas com vãos de 4 m, 6 m, 8 m e 10 m e esbeltezes de alma de 40, 60, 80, e 100, valores que atendem os requisitos iniciais de abrangência da equação.

A Figura 5.44 mostra a razão entre os valores fornecidos pela Equação (2.1) de Bradford (1985) e os valores da distorção obtidos neste trabalho.

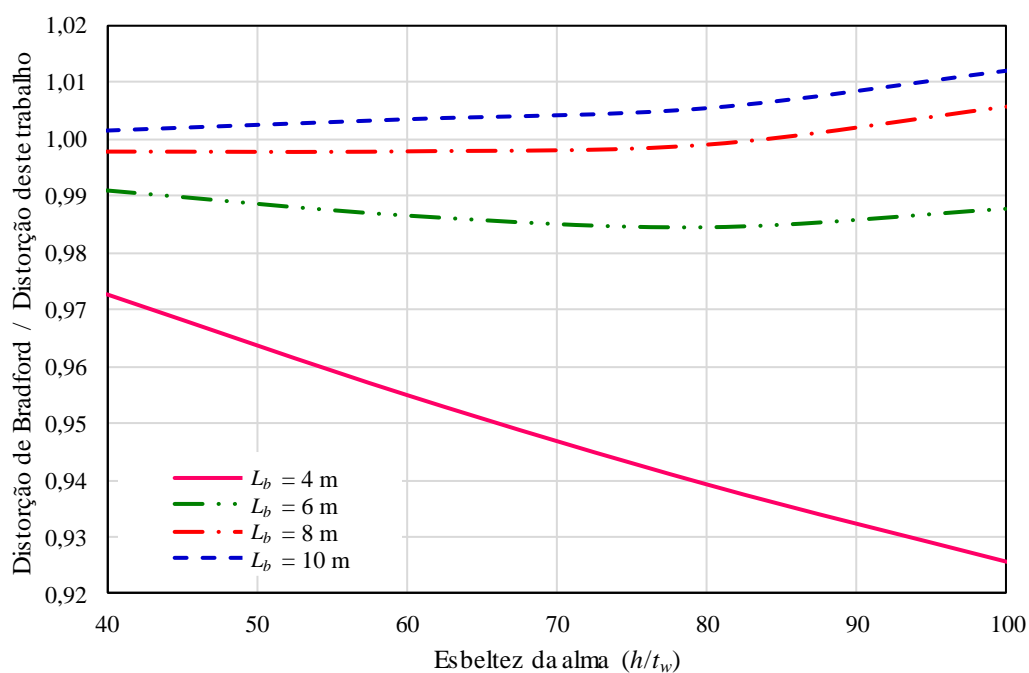


Figura 5.44 – Razão entre os valores da distorção da alma da Equação (2.1) de Bradford (1985) e deste trabalho

Os resultados da Figura 5.44 mostram que, na faixa estudada, a Equação (2.1) de Bradford (1985) fornece resultados muito próximos dos obtidos neste trabalho, com uma diferença máxima para menos de aproximadamente 8% para vigas com razão entre o vão (igual ao comprimento destravado) e a altura da seção transversal inferior a 8 (curva de L_b igual a 4 m) e uma diferença máxima para mais da ordem de 1,2% para as vigas com razão entre o vão (igual

ao comprimento destravado) e a altura da seção transversal superior a 20 (curva de L_b igual a 10 m).

Observa-se que apesar da Equação (2.1) ter sido desenvolvida para seção I com b_{fi}/h_0 igual a 0,5 e, no caso estudado, a seção ter b_{fi}/h_0 de 0,41, os resultados fornecidos por ela são muito bons e podem ser utilizados para vigas que se enquadrem na sua faixa de abrangência submetidas a momento uniforme e, possivelmente, embora não tenha sido testada, a variação linear de momento.

5.6 Vigas com Variação da Espessura das Mesas

De acordo com diversos autores, entre eles Roberts e Jhita (1983), Bradford (1985), Bradford (1992a) e Ellobody (2011), a espessura das mesas (a rigor, a inércia das mesas em relação ao eixo de menor inércia da seção transversal) também tem influência no valor do momento crítico elástico de flambagem lateral com torção com distorção da alma.

Para verificar a influência da distorção da alma com a variação da esbeltez da mesa no valor do momento crítico elástico de flambagem lateral com torção foram estudadas vigas com altura da seção transversal de 500 mm e largura das mesas de 200 mm, como nos outros processamentos, com as duas mesas livres e vínculo de garfo nas extremidades. Foram tomadas espessuras das mesas (t_f) hipotéticas de 11,11 mm, 16 mm e 33,33 mm, correspondentes às esbeltezes da mesa (λ_f), dado pela relação b/t_f , onde b é metade da largura e t_f a espessura da mesa, iguais a 9, 6,25 e 3, ou seja, variando de um valor grande a um valor pequeno, mas dentro da faixa em que não ocorre flambagem local.

Os momentos críticos elásticos analíticos calculados segundo a ABNT NBR 8800:2008, que não considera a distorção da alma, foram comparados com os valores encontrados nos modelos numéricos, que levam em conta essa influência. Para essa comparação, foram traçados gráficos da razão entre os momentos críticos elásticos analíticos e os numéricos ($M_{cr,an}/M_{cr,num}$), mostrados nas figuras 5.45 para momento uniforme, 5.46, 5.47 e 5.48 para carga uniformemente distribuída na semialtura da seção central, mesa superior e mesa inferior, respectivamente, e 5.49, 5.50 e 5.51 para carga concentrada na semialtura da seção central, mesa superior e mesa inferior, respectivamente, para o comprimento destravado de 8 m, em função do parâmetro de esbeltez da alma, h/t_w .

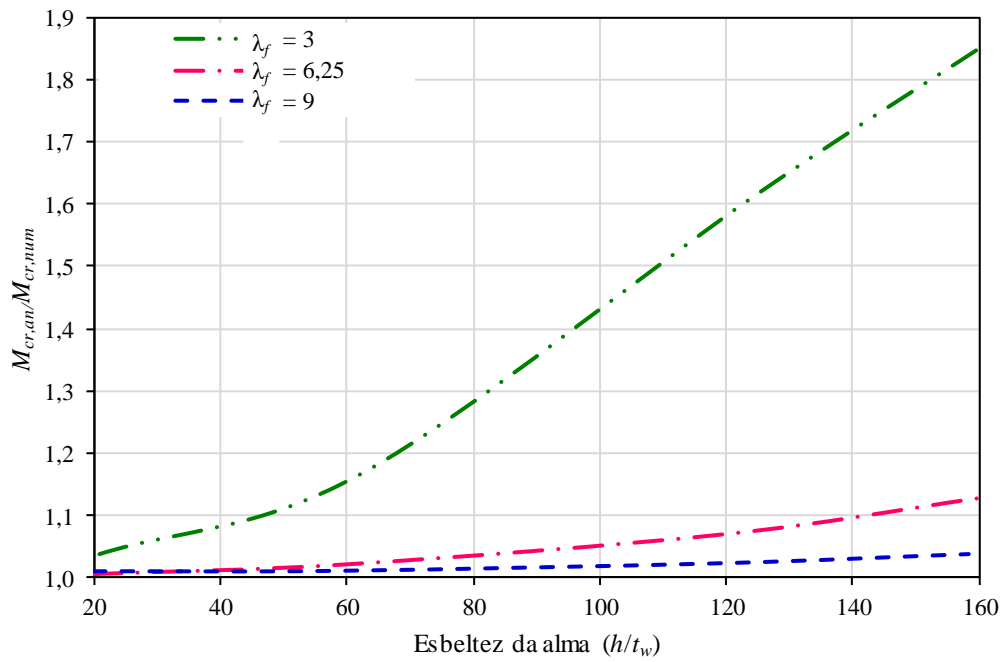


Figura 5.45 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para momento uniforme considerando diferentes esbeltezes de mesa

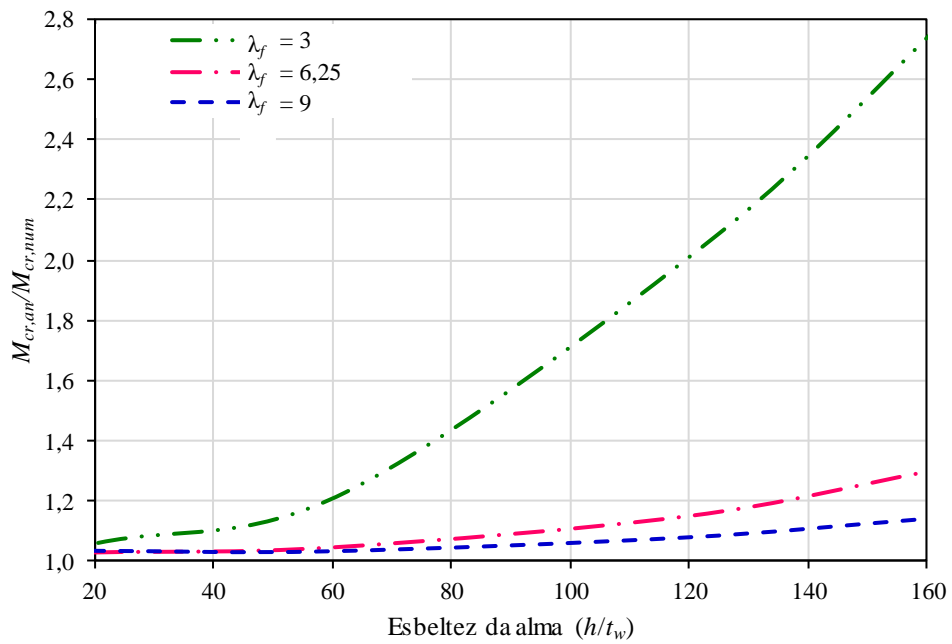


Figura 5.46 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para carga uniformemente distribuída na mesa superior considerando diferentes esbeltezes de mesa

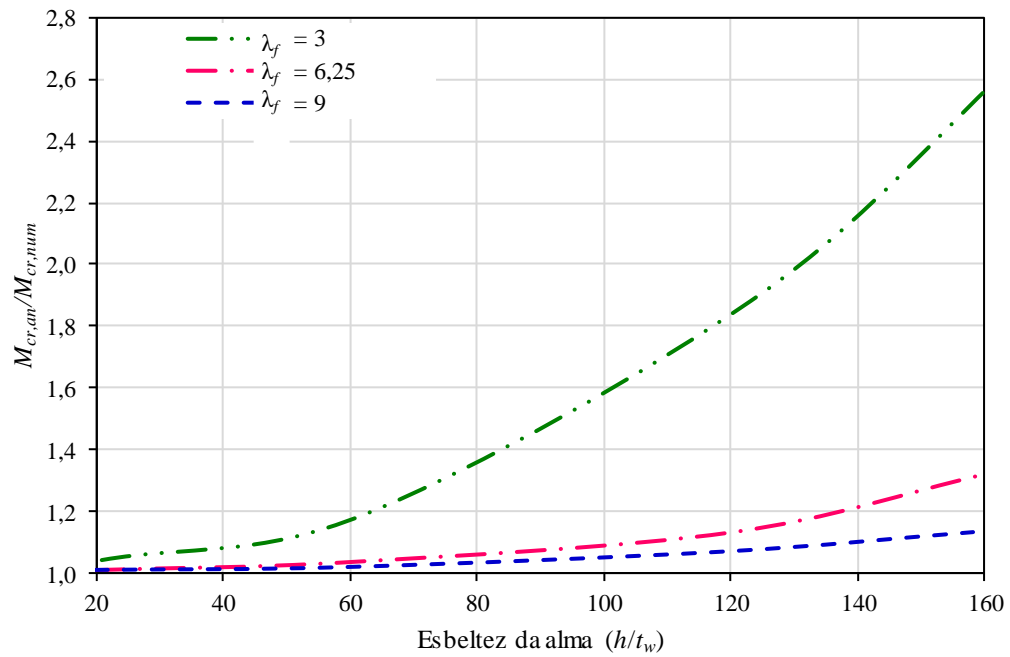


Figura 5.47 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para carga uniformemente distribuída na semialtura da seção central considerando diferentes esbeltezes de mesa

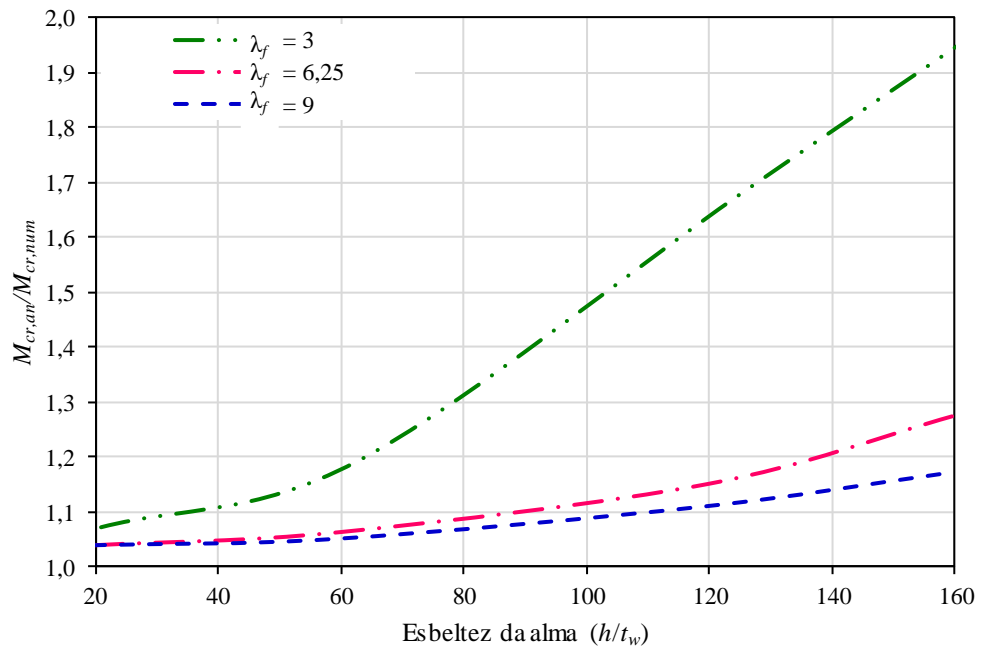


Figura 5.48 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para carga uniformemente distribuída na mesa inferior considerando diferentes esbeltezes de mesa

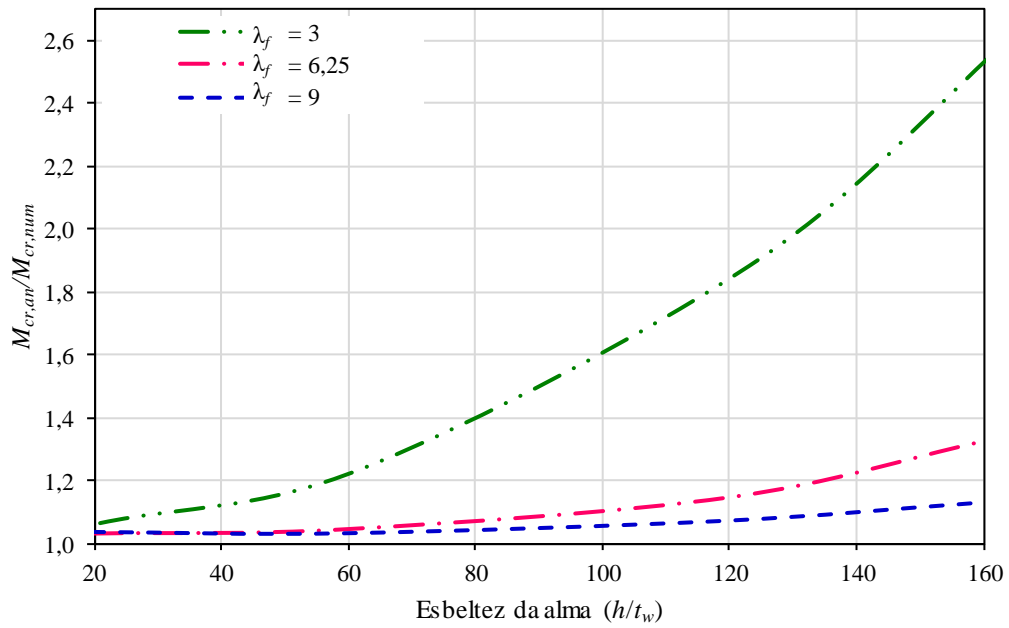


Figura 5.49 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na mesa superior considerando diferentes esbeltezes de mesa

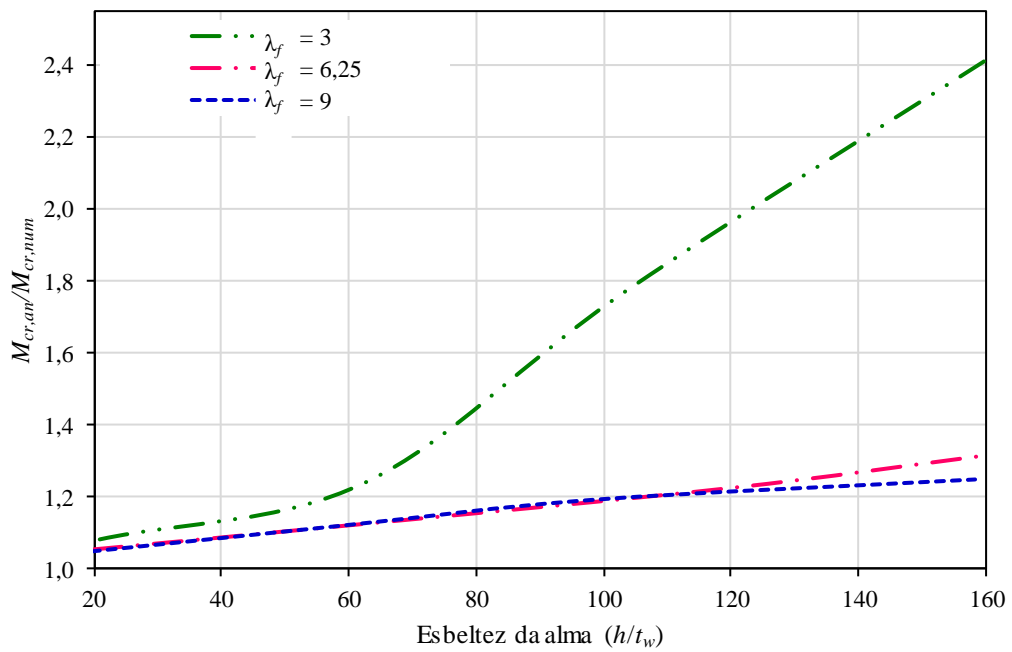


Figura 5.50 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbeltez da alma para carga concentrada na semialtura da seção central considerando diferentes esbeltezes de mesa

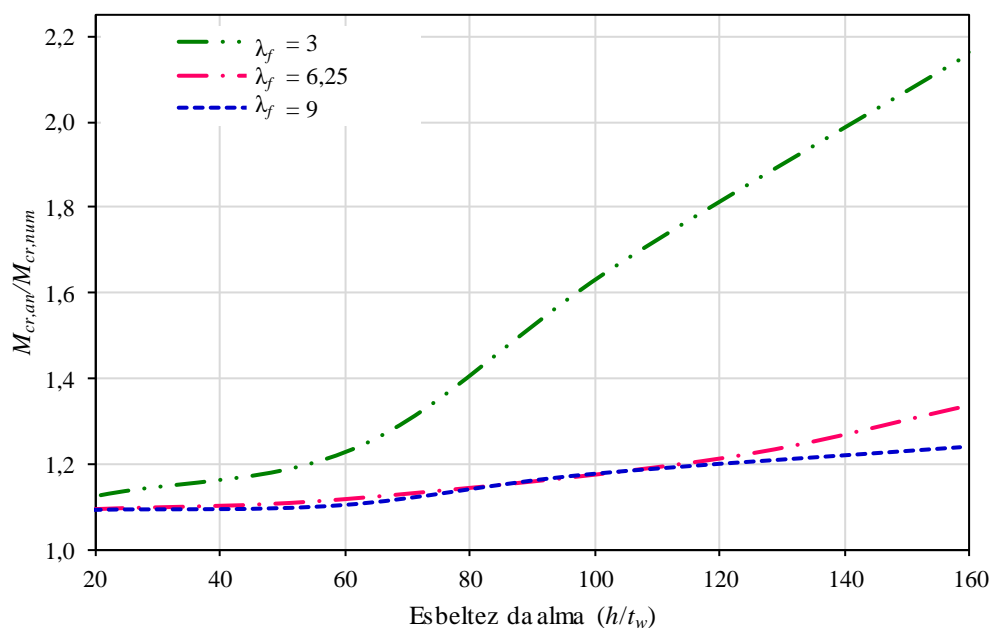


Figura 5.51 – Razão $M_{cr,an}/M_{cr,num}$ em função da esbelteza da alma para carga concentrada na mesa inferior considerando diferentes esbeltezes de mesa

Os resultados das figuras 5.45 a 5.51 mostram o aumento da influência da distorção da alma com a elevação da esbelteza da alma e a diminuição da esbelteza da mesa, sendo que para a mesa mais espessa, esbelteza da mesa de $\lambda_f = 3$, essa influência aumenta consideravelmente com razão entre momentos analíticos e numéricos podendo chegar a quase 3 vezes. Para a esbelteza da mesa maior, $\lambda_f = 9$, a influência da distorção da alma máxima foi de 22% e para a esbelteza da mesa intermediária, $\lambda_f = 6,25$, a influência da distorção máxima foi 33%.

Considerando a esbelteza da alma de 60, valor máximo dos perfis laminados, a influência da distorção da alma máxima foi de 7% para as esbeltezes da mesa de 6,25 e 9 e de 23% para a esbelteza da mesa de 3.

A distorção da alma na flambagem lateral com torção é mais pronunciada em vigas de aço com mesas mais espessas porque, nesses casos, as rigidezes à torção e ao deslocamento lateral como corpo rígido aumentam. Evidentemente, a distorção se torna mais pronunciada nas almas mais esbeltas.

É importante ressaltar que esses valores da influência da distorção da alma são apenas para as vigas de comprimento destravado igual a 8 m ($L/d = 16$) e que eles podem ser bem maiores para

vigas com comprimentos destravados menores, como observado em todos os casos de duas mesas livres e vínculo de garfo.

Em resumo, verifica-se que a influência da distorção da alma depende também da espessura da mesa, além da espessura da alma e do comprimento destravado, ou seja, se eleva com o aumento da espessura das mesas e as reduções da espessura da alma e do comprimento destravado. Essa constatação encontra-se de acordo com a Equação (2.1) de Bradford (1985), pela qual a distorção se eleva à medida que a razão entre a espessura das mesas e da alma e a tensão de flambagem elástica (que depende diretamente do comprimento de flambagem) aumentam.

6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 Conclusões

6.1.1 Vigas Estudadas e Procedimento Geral para Avaliação do Efeito da Distorção

Neste trabalho foi realizado um estudo amplo, analítico e numérico, da influência do efeito da distorção da alma no momento crítico elástico de flambagem lateral com torção de vigas de aço com seção I duplamente simétrica de alma não esbelta, biapoiadas no plano de flexão e com comprimento destravado igual ao vão, compreendendo:

- vigas com as duas mesas livres para se deslocar lateralmente, submetidas a momento uniforme, carga uniformemente distribuída e carga concentrada gravitacionais atuantes na semialtura da seção transversal (nível do centro de torção – neutra), na mesa superior (desestabilizante) e na mesa inferior (estabilizante), com vínculo de garfo ou vínculo rígido nas extremidades do comprimento destravado;
- vigas submetidas a carga uniformemente distribuída e carga concentrada gravitacionais atuantes na semialtura, na mesa superior e na mesa inferior da seção transversal, com a mesa inferior tracionada com contenção lateral contínua (sem contenção à torção) e a mesa superior comprimida livre para se deslocar lateralmente, sem aplicação de momentos nas extremidades e com vínculo de garfo nas extremidades;
- vigas submetidas a carga uniformemente distribuída e carga concentrada gravitacionais atuantes na semialtura, na mesa superior e na mesa inferior da seção transversal com a mesa superior com contenção lateral contínua (sem contenção à torção) e a mesa inferior livre para se deslocar lateralmente, com aplicação de momentos nas extremidades com valor de 40% e de 80% do momento máximo provocado pela carga uniformemente distribuída ou pela carga

concentrada em uma viga biapoiada, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades, com vínculo de garfo nessas extremidades.

O efeito da distorção foi medido por meio da comparação entre o valor do momento crítico elástico obtido em modelos numéricos desenvolvidos no programa ABAQUS (Hibbitt *et al.*, 2005), que leva em conta esse efeito e o valor fornecido pela literatura, incluindo normas de projeto, onde esse efeito não é considerado. Assim, nas vigas com as duas mesas livres para se deslocar lateralmente ao longo do comprimento destravado, os resultados da análise numérica foram comparados com os fornecidos pela norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 para vínculo de garfo nas extremidades e carga atuante na semialtura da seção transversal. Para vínculo rígido ou cargas atuantes na mesa superior ou inferior, os resultados da análise numérica foram comparados com os valores numéricos fornecidos pelo Programa FLT de Souza (1999), uma vez que esses casos não são previstos pela formulação da ABNT NBR 8800:2008. Para as vigas com restrição lateral contínua em uma das mesas total ou parcialmente tracionada, os resultados da análise numérica foram comparados com os resultados da ABNT NBR 8800:2008.

As vigas foram tomadas com altura e largura de mesas constantes (500 mm e 200 mm, respectivamente), variando-se inicialmente o vão (4 m, 6 m, 8 m e 10 m) e a espessura, e conseqüentemente a esbeltez, da alma, entre 20 e 160. Numa avaliação adicional, variou-se também a espessura, e como resultado, a esbeltez, das mesas, entre 3 e 9.

O desenvolvimento do trabalho contemplou primeiramente um estudo dos conceitos fundamentais envolvidos na flambagem lateral com torção e da distorção da alma que se manifesta nesse modo de instabilidade, criando uma base de conhecimento que permitisse a análise crítica dos resultados obtidos. Ainda foram estudadas diversas investigações sobre a influência da distorção da alma na flambagem lateral com torção da literatura científica.

Em seguida foram apresentados os procedimentos de cálculo do momento fletor resistente nominal à flambagem lateral com torção de vigas de seção I duplamente simétrica, preconizados pelas normas brasileira ABNT NBR 8800:2008, norte-americana ANSI/AISC 360:10 e europeia EN 1993-1-1:2005, métodos numéricos e programas computacionais que permitem a obtenção de forma simples do momento crítico elástico de vigas de aço tratadas neste trabalho.

De acordo com o que foi mostrado no Item 3.6, e também no Subitem 5.3.5, quanto mais preciso for o valor do momento crítico elástico M_{cr} , mais correto será o valor do momento fletor resistente para o estado-limite último de flambagem lateral com torção ao se fazer uso dos procedimentos de cálculo das três especificações de projeto de estruturas de aço citadas neste trabalho, independente da instabilidade ocorrer em regime elástico ou inelástico. No entanto, observou-se que estas especificações, tomadas como referência neste trabalho, apresentam uma série de limitações que tornam, para diversas situações, impossível de obter os valores precisos de M_{cr} , e muitas vezes, até mesmo obter qualquer valor para esta grandeza. A literatura técnica especializada também apresenta enormes lacunas no que se refere à determinação correta do M_{cr} .

6.1.2 Resultados para as Vigas com as Duas Mesas Livres

Concluiu-se que, para os casos de vigas estudados com as duas mesas livres e vínculo de garfo ou vínculo rígido nas extremidades do comprimento destravado, as curvas de todos os comprimentos destravados apresentam comportamentos similares, com o aumento influência da distorção da alma com a elevação da esbeltez da alma. Concluiu-se ainda que, a influência da distorção da alma cresce de forma expressiva à medida que o comprimento destravado se reduz.

6.1.2.1 Vigas com vínculo de garfo nas extremidades

Observou-se que para momento uniforme e cargas neutras, estabilizantes e desestabilizantes, o efeito da distorção da alma no valor do momento crítico elástico à flambagem lateral com torção é significativo para vigas biapoiadas com vínculo de garfo nas extremidades, para comprimentos destravados reduzidos e esbeltez da alma elevada. Logo, desconsiderar a distorção nesses casos leva a um momento crítico superestimado.

Para as situações usuais de projeto, o efeito da distorção foi menos significativo, mas ainda importante em muitos casos. Entretanto, para a esbeltez máxima da alma dos perfis laminados da série W fabricados no Brasil (igual a 60), esse efeito pode até ser desprezado no cálculo do momento crítico elástico (salienta-se que outros parâmetros que podem influir na distorção da alma, como as dimensões das mesas, não foram considerados).

A influência da distorção foi menor no caso de momento uniforme. Em seguida, pela ordem, essa influência foi menor no caso de atuação de forças transversais desestabilizantes, neutras e estabilizantes, com as diferenças pouco significativas. Com relação à atuação das cargas uniformemente distribuída e concentrada na seção central, a influência da distorção foi menor no primeiro caso.

6.1.2.2 Vigas com vínculo rígido nas extremidades

Para momento uniforme e cargas neutras, estabilizantes e desestabilizantes, o efeito da distorção da alma no valor do momento crítico se mostrou importante nas vigas biapoiadas com vínculo rígido nas extremidades, para comprimentos destravados reduzidos e esbeltez da alma elevada. Dessa forma, a desconsideração da distorção nesses casos conduz a um momento crítico que pode estar bastante superestimado.

Para as situações usuais de projeto, o efeito da distorção é um pouco menor, mas ainda muito importante e, mesmo para a esbeltez máxima da alma dos perfis laminados da série W fabricados no Brasil, não se deve desprezar sem maiores análises a distorção da alma no cálculo do momento crítico elástico (salienta-se que outros parâmetros que podem influir na distorção da alma, como as dimensões das mesas, não foram considerados).

Da mesma forma que nas vigas com vínculo de garfo nas extremidades, a influência da distorção foi bastante menor no caso de momento uniforme. As diferenças dessa influência nos casos de atuação de forças transversais desestabilizantes, neutras e estabilizantes foram pouco significativas. Quanto à atuação das cargas uniformemente distribuída e concentrada na seção central, a influência da distorção foi menor no primeiro caso, exceto para cargas na mesa superior.

Observou-se que a influência da distorção da alma foi maior nas vigas com vínculo rígido que com vínculo de garfo nas duas extremidades do comprimento destravado.

6.1.3 Resultados para as Vigas com Mesa com Contenção Lateral Contínua

Para todos os casos de vigas com uma das mesas com contenção lateral contínua e vínculo de garfo nas extremidades do comprimento destravado estudados ocorre aumento da razão entre os momentos críticos analítico e numérico, $M_{cr,an}/M_{cr,num}$, com a elevação da esbeltez da alma e

a redução do comprimento destravado, indicando crescimento da influência do efeito da distorção da alma.

As normas brasileira ABNT NBR 8800:2008 e norte-americana ANSI/AISC 360:10 para vigas com contenção lateral contínua estipulam que a carga transversal atua na semialtura da seção transversal, contrariamente aos estudos de Yura e Helwig (1995), confirmados por Ziemian (2010), que utilizam a carga transversal atuando na mesa contida lateralmente.

6.1.3.1 Mesa tracionada com contenção lateral contínua e mesa comprimida livre para se deslocar lateralmente, sem aplicação de momentos nas extremidades

Nas vigas submetidas a carga uniformemente distribuída ou concentrada na seção central com a mesa tracionada com contenção lateral contínua sem aplicação de momentos nas extremidades, observou-se que no caso de a carga estar aplicada na mesa comprimida sem contenção lateral e na semialtura da seção transversal, a desconsideração do efeito da distorção leva sempre a resultados analíticos superestimados. No caso de a carga estar aplicada na mesa tracionada contida lateralmente, os resultados analíticos se mostraram conservadores em uma faixa ampla de utilização englobando maiores vãos e menores esbeltezes da alma, mas fora dessa faixa, ficaram superestimados.

Os resultados obtidos mostraram que o procedimento da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 (que, a rigor, só prevê a atuação de carga distribuída) apenas pode ser aplicado quando as cargas atuarem na mesa contida lateralmente. Isso significa um equívoco dessa norma, que prevê cargas aplicadas na semialtura da seção transversal, e também da norma norte-americana, e uma maior acerto dos trabalhos de Yura e Helwig (1995) e Ziemian (2010), que indicam que as cargas devem, de fato, ser aplicadas na mesa travada lateralmente.

6.1.3.2 Vigas com uma mesa com contenção lateral contínua e a outra livre para se deslocar lateralmente, com aplicação de momentos nas extremidades igual a $0,8M_{máximo}$, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades

Nas vigas com uma mesa com contenção lateral contínua e a outra livre para se deslocar lateralmente, com aplicação de momentos nas extremidades com valor de $0,8M_{máximo}$, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades, submetidas a carga uniformemente distribuída ou concentrada na seção central, observou-se que no caso de a carga estar aplicada na mesa com contenção, a desconsideração do efeito da distorção leva sempre a resultados

analíticos superestimados. No caso de a carga estar aplicada na semialtura da seção transversal, os resultados analíticos se mostraram conservadores em uma faixa grande de utilização. No caso de a carga estar aplicada na mesa livre, os resultados analíticos foram conservadores em uma faixa ainda maior de utilização. Notou-se uma influência um pouco maior da distorção da alma quando a carga é concentrada em comparação com a carga uniformemente distribuída.

Concluiu-se ainda, contrariamente ao que foi observado nas vigas submetidas a carga uniformemente distribuída com a mesa tracionada com contenção lateral contínua sem aplicação de momentos nas extremidades, que o uso do procedimento da ABNT NBR 8800:2008 não conduz a resultados seguros quando a carga se encontra aplicada na mesa travada, possivelmente por causa da alta distorção da alma. Para os casos de carga aplicada na semialtura da seção transversal, para uma determinada faixa de utilização envolvendo uma combinação de comprimento destravado e esbeltez da alma, esse uso é conservador. Isso significa que a norma está mais correta que os trabalhos de Yura e Helwig (1995) e Ziemian (2010).

6.1.3.3 Vigas com uma mesa com contenção lateral contínua e a outra livre para se deslocar lateralmente, com aplicação de momentos nas extremidades igual a $0,4M_{máximo}$, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades

Nas vigas com uma mesa com contenção lateral contínua e a outra livre para se deslocar lateralmente, com aplicação de momentos nas extremidades com valor de $0,4M_{máximo}$, de modo que a mesa livre fique comprimida nas duas extremidades, submetidas a carga uniformemente distribuída ou concentrada na seção central, verificou-se que no caso de a carga estar aplicada na mesa com contenção, a desconsideração do efeito da distorção leva sempre a resultados analíticos superestimados. No caso de a carga estar aplicada na semialtura da seção transversal, os resultados analíticos se mostraram conservadores apenas em uma determinada faixa de utilização. No caso de a carga estar aplicada na mesa livre, os resultados analíticos foram conservadores em uma faixa um pouco maior de utilização.

6.1.4 Sobre a Equação de Bradford (1985)

Os resultados obtidos com a Equação (2.1) de Bradford (1985) apresentaram uma boa aproximação dos resultados da análise numérica com uma diferença máxima de aproximadamente 8% para menos nas vigas com razão entre o vão (igual ao comprimento destravado) e a altura da seção transversal inferior a 8 (curvas com L_b igual a 4 m) e uma

diferença máxima para mais da ordem de 1,2% nas vigas com razão entre o vão (igual ao comprimento destravado) e a altura da seção transversal superior a 20 (curvas com L_b igual a 10 m). Logo, essa equação pode ser utilizada para vigas que atendam aos requisitos de sua aplicação com segurança para prever o valor do momento crítico considerando a distorção da alma para situação de momento uniforme e, possivelmente, de momento com variação linear.

6.1.5 Influência da Variação da Espessura das Mesas

Observou-se que a distorção da alma na flambagem lateral com torção foi mais pronunciada para vigas com esbeltez da mesa pequena do que em vigas com esbeltez da mesa mais elevada. Portanto, a influência da distorção da alma depende também da espessura da mesa, além do comprimento destravado e da esbeltez da alma.

6.1.6 Análise Final

Levando-se em conta o objetivo inicial deste estudo, que foi a proposição de avaliar a influência da distorção da alma no valor do momento crítico elástico de flambagem lateral com torção de vigas prismáticas de aço com seção I duplamente simétrica de alma não esbelta, considerando diversas situações de carregamentos e condições de contorno, torna-se possível agora fazer uma análise final do trabalho realizado.

O estudo realizado mostrou que a análise da influência da distorção da alma, para vigas com as duas mesas livres, é muito importante para determinação correta do momento crítico elástico de flambagem lateral com torção e que essa influência aumenta à medida que a esbeltez da alma se eleva e o comprimento destravado diminui. Ainda mostrou que essa distorção aumenta quando a esbeltez das mesas diminui. Logo, não considerar a distorção da alma pode levar a resultados superestimados e, eventualmente, contrários à segurança.

No caso das vigas com contenção lateral contínua observou que o procedimento utilizado pelas normas ABNT NBR 8800:2008 e ANSI/AISC 360:10 consideram a carga transversal em uma posição diferente daquela considerada neste trabalho como a mais correta, no caso de vigas com mesa tracionada com contenção lateral contínua e mesa comprimida livre para se deslocar lateralmente, sem aplicação de momentos nas extremidades. Não foram encontradas na literatura explicações mais consistentes para os procedimentos prescritos pelas normas para os

casos em que uma das mesas tem contenção lateral contínua, deixando muitas dúvidas com relação a esse assunto.

De modo geral, do que foi observado dos estudos e pesquisas desenvolvidas até o presente e das análises realizadas neste trabalho, considera-se que este estudo contribui para a compreensão e a caracterização da influência da distorção da alma na flambagem lateral com torção de vigas de aço com de perfil I.

6.2 Sugestões para Estudos Futuros

Procurou-se, em todas as etapas de desenvolvimento do estudo, considerar da forma mais precisa possível todos os fatores envolvidos no problema, buscando assegurar uma confiabilidade na análise. A metodologia de abordagem, implementação e verificação adotada se mostrou sempre adequada, e possibilitou o entendimento e a validação dos resultados.

Foram obtidas curvas da influência da distorção da alma em função da esbeltez da alma e do comprimento destravado, e apesar de não haver dados experimentais que atestem a precisão da análise efetuada, considera-se que a concordância numérica dos modelos de referência e a coerência comportamental observada indicam um tratamento correto do assunto abordado, que conduziu a resultados representativos.

Contudo, verificou-se que alguns itens merecem um estudo mais aprofundado, os quais serão apresentados como sugestão para futuras pesquisas. Além disso, existem alguns assuntos correlatos para os quais seria interessante um desenvolvimento semelhante ao que foi apresentado aqui. Portanto sugere-se:

- análise minuciosa da distorção da alma em vigas de aço com seção I duplamente simétrica com a variação de todos os fatores de influência no fenômeno de flambagem lateral com torção com distorção da alma (dimensões da seção transversal e comprimento destravado) para cada tipo de carregamento e condição de contorno dentro da faixa de vigas com dimensões práticas e, ainda para as vigas com contenção lateral contínua em uma das mesas;
- estudo detalhado para averiguar a validade dos valores de C_b considerados pelas normas ABNT NBR 8800:2008 e ANSI/AISC 360:10 para as vigas com contenção lateral contínua;

- verificação da aplicabilidade da formulação de Bradford (1985) para diversos tipos de vigas, além das previstas por ele, e a proposição de eventuais ajustes dessa formulação;
- proposição de um procedimento geral para o cálculo do momento fletor resistente considerando a influência da distorção da alma;
- análise experimental dos perfis estruturais com a medição dos fatores de influência na flambagem lateral com torção com distorção da alma, seguida do desenvolvimento de fórmulas de dimensionamento;
- análise inelástica;
- estudo com vigas de aço com seções I monossimétricas para verificar a influência da largura das mesas na FLTD, sob diversas condições de carregamento;
- estudo da FLTD de perfis I de almas não convencionais (almas corrugadas, viga celular e casteladas);
- estudo da FLTD para outros tipos de seções transversais previstas pela ABNT NBR 8800:2008, como por exemplo as seções U.

7

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, L. M. P. *Determinação do Momento Fletor Resistente à Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço Celulares*. Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011. (Dissertação de Mestrado)

ABREU, L. M. P.; FAKURY, R. H.; CASTRO E SILVA, A. L. R. *Determinação do Momento Fletor Resistente à Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço Celulares*. In. MECOM 2010 – CILAMCE 2010, Buenos Aires. Mecânica Computacional. Buenos Aires: Asociación Argentina de Mecánica Computacional – AMCA, v XXIX, p. 7255-7271, 2010.

AMARAL, T. V. *Avaliação da Influência da Distribuição de Momentos Fletores no Momento Crítico Elástico à Flambagem Lateral com Distorção de Vigas Mistas Contínuas*. Universidade Federal do Espírito Santo, 2016. (Dissertação de Mestrado)

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION – ANSI/AISC 360. *Specification for Structural Steel Building*. Chicago, EUA, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 5884. *Perfil I Estrutural de Aço Soldado por Arco Elétrico – Requisitos Gerais*. Rio de Janeiro, 2005.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 8800. *Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios*. Rio de Janeiro, 2008.

BASLER, K.; THÜRLIMANN, B. *Strength of Plate Girders in Bending*. Fritz Laboratory Reports. Paper 69. Proc. ASCE, 87, (ST6), (Agosto 1961), Reprint No. 185 (61-12), 1961.

BEZERRA, E. M. *Determinação do Momento Fletor Resistente à Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço Casteladas*. Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011. (Dissertação de Mestrado)

BEZERRA, E. M.; CASTRO E SILVA, A. L. R.; FAKURY, R. H.; VERÍSSMO, G. S. *Momento Fletor Resistente de Vigas Casteladas de Aço à Flambagem Lateral com Torção*. Revista da Estrutura de Aço, v. 2, n. 2, p. 95-114, 2013.

BRADFORD, M.A. *Distortional Buckling of Monosymmetric I-Beams*. Journal Constructional Steel Research, n. 5, p. 123-36, 1985.

BRADFORD M.A. *Inelastic Distortional Buckling of I-Beams*. Computers and Structures, n. 24, p. 923–33, 1986.

BRADFORD M.A. *Buckling of Elastically Restrained Beams with Web Distortions*. Thin Walled Structures, n. 24, p. 287–304, 1988.

BRADFORD, M.A. *Lateral-Distortional Buckling of Steel I-Section Members*. Journal Constructional Steel Research, n. 23, p. 97-116, 1992a.

BRADFORD, M.A. *Buckling of Doubly Symmetric Cantilevers with Slender Webs*. Engineering Structures; vol. 14, n. 5, p. 327-334, 1992b.

CALENZANI, A. F. G. *Proposição de Procedimento para a Determinação da Rigidez Rotacional de Vigas Mistas Contínuas e Semicontínuas com Perfis de Alma Senoidal*. Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008. (Tese de Doutorado)

CALENZANI, A. F. G.; FAKURY, R. H.; DE PAULA, F. A.; RODRIGUES, F. C.; QUEIROZ, G.; PIMENTA, R. J. *Rotational Stiffness of Continuous Composite Beams with Sinusoidal-Web Profiles for Lateral-Torsional Buckling*. Journal of Constructional Steel Research, v. 79, p. 22-33, 2012.

CHEN, W.F.; LUI, E.M. *Structural Stability-Theory and Implementation*. Elsevier Science Publishing, Chap. 5, 1987.

ELLOBODY E. *Interaction of Buckling Modes in Castellated Steel Beams*. Journal Constructional Steel Research, n. 67, p. 814–25, 2011.

EN 1993-1-1. *Design of Steel Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings – Eurocode 3*, 2005.

FAKURY, R.H.; CASTRO E SILVA, A.L.R.; CALDAS, R.B. *Dimensionamento de Estruturas de Aço e Mistas de Aço e Concreto*. 1ª Ed São Paulo: Editora Pearson, 2016.

FAKURY, R.H.; HACKBARTH JUNIOR, H.; CALENZANI, A. F. G.; QUEIROZ, G.; PIMENTA, R. J. *Sobre o Momento Fletor Resistente de Vigas de Aço com Seção I Monossimétrica à Flambagem Lateral com Torção*. In: XXXII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, 2006, Campinas, São Paulo: UNICAMP, v. 1, p. 1-1, 2006.

GALAMBOS, T.V., *Structural Members and Frames*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1968.

HACKBARTH JÚNIOR, H. *Estudo da Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço de Alma Senoidal*. Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006. (Dissertação de Mestrado)

HIBBITT; KARLSSON; SORENSEN. *ABAQUS/Standard – User’s Manual*. USA, 2005.

HUGHES O.; MA M. *Lateral Distortional Buckling of Monosymmetric Beams Under Point Load*. Journal of engineering mechanics, vol.122, n. 10, p. 1022-1029, 1996a.

HUGHES O.; MA M. *Lateral Distortional Buckling of Monosymmetric I-Beams Under Distributed Vertical Load*. Thin-Walled Structures. vol.26, n. 2, p. 123-145, 1996b.

JOHNSON, R. P. *Composite Structures of Steel and Concrete: Beams, Columns, Frames, and Applications in Buildings*. Oxford: Blackwell scientific publications, 3 ed, 2004.

KALLAN, I.; BUYUKKARAGOZ, A. *A Numerical and Analytical Study on Distortional Buckling of Doubly-Symmetric Steel I-Beams*. Journal Constructional Steel Research, n. 70, p. 289-297, 2012.

KIRBY; P. A.; NETHERCOT, D. A. *Design for Structural Stability*. John Wiley & Sons Inc., New York, 1979

NETHERCOT D.A., TRAHAIR N.S. *Inelastic Lateral Buckling of Determinate Beams*. Proc ASCE, Journal Structural Engineering, n.102(ST4), p. 701 –17, 1976.

OLIVEIRA, J. P. S. *Determinação do Momento Crítico de Flambagem Lateral com Distorção em Vigas Mistas Contínuas de Aço e Concreto com Perfis de Alma Senoidal*. Universidade Federal do Espírito Santo, 2014. (Dissertação de Mestrado)

OLIVEIRA, J. P. S.; CALENZANI, A. F. G.; FAKURY, R. H.; FERREIRA, W. G. *Elastic Critical Moment of Continuous Composite Beams with a Sinusoidal-Web Steel Profile for Lateral-Torsional Buckling*. Engineering Structures, v. 113, p. 121–132, 2016.

PI Y.L., TRAHAIR N.S. *Distortion and Warping at Beam Supports*. ASCE, Journal Structural Engineering, n. 126, p. 1279–87, 2000.

REIS, A.L.F. *O Método da Energia Aplicado à Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço*. Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Agosto 1996. (Dissertação de Mestrado)

ROBERTS, T. M.; JHITA, P. S. *Lateral, Local and Distortional Buckling of I-Beams*. Thin-Walled Structures, n. 1, p. 289-308, 1983.

SAMANTA, A.; KUMAR, A. *Distortional Buckling in Monosymmetric I-beams*. Thin-Walled Structures, n. 44, p. 51-56, 2006a.

SAMANTA, A.; KUMAR, A. *Distortional Buckling in Monosymmetric I-beams: Reverse-Curvature Bending*. Thin-Walled Structures, n. 44, p. 721-725, 2006b.

SAMANTA, A.; KUMAR, A. *Distortional Buckling in Braced-Cantilever I-Beams*. Thin-Walled Structures, n. 46, p. 637-645, 2008.

SOUZA, L.A. *Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço em Regime Elasto-Plástico*. Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Outubro 1999. (Dissertação de Mestrado)

TIMOSHENKO, S.P.; GERE, J.M. *Theory of Elastic Stability*. 2nd. Ed., Engineering Societies Monographs, McGraw-Hill, New York, 1961.

TIMOSHENKO, S.P.; GOODIER, J.N. *Theory of Elasticity*. 2nd. Ed., Engineering Societies Monographs, McGraw-Hill, New York, 1951.

YURA, J. A., HELWIG, T. A. *Bracing for Stability*. Short course notes, Structural Stability Research Council, Nort American Steel Construction Conference, 1995.

ZIEMIAN, R. D. *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*. 6^a Ed., John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2010.

ZIRAKIAN T., SHOWKATI H. *Distortional Buckling of Castellated Beams*. Journal Constructional Steel Research; n. 62, p. 863–71, 2006.

ZIRAKIAN T., SHOWKATI H. *Experiments on Distortional Buckling of I-Beams*. ASCE, Journal Structural Engineering; n. 133, p. 1009–17, 2007.