

Universidade Federal de Minas Gerais

Escola de Engenharia / Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Laboratório de Modelagem, Análise e Controle de Sistemas Não-Lineares

Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901 Belo Horizonte, MG Brasil

Fone: +55 31 3409-3470



Identificação de Modelos de Hammerstein e Wiener para Sistemas Não Lineares Multivariáveis Utilizando Métodos de Subespaços

Marcus Vinicius de Paula

Dissertação de mestrado submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Bruno Otávio Soares Teixeira, Dr.

Belo Horizonte, 01 agosto de 2016

P324i Paula, Marcus Vinicius de.
Identificação de modelos de Hammerstein e Wiener para sistemas não lineares multivariáveis utilizando métodos de subespaços [manuscrito] / Marcus Vinicius de Paula. – 2016. xxvi, 88 f., enc.: il.

Orientador: Bruno Otávio Soares Teixeira.

Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 83-87.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Identificação de sistemas - Teses. 3. Sistemas não lineares - Teses. 4. Wiener-Hopf, Operadores de - Teses. I. Teixeira, Bruno Otávio Soares. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621.3(043)

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO Nº 939

**IDENTIFICAÇÃO DE MODELOS DE HAMMERSTEIN E WIENER PARA
SISTEMAS NÃO LINEARES MULTIVARIÁVEIS UTILIZANDO MÉTODOS DE
SUBESPAÇOS**

Marcus Vinicius de Paula

DATA DA DEFESA: 01/08/2016

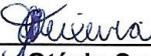
**"Identificação de Modelos de Hammerstein e Wiener para
Sistemas Não Lineares Multivariáveis Utilizando Métodos de
Subespaços"**

Marcus Vinicius de Paula

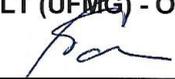
Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 01 de agosto de 2016.

Por:



Prof. Dr. Bruno Otávio Soares Teixeira
DELT (UFMG) - Orientador



Prof. Dr. Eduardo Mazoni Andrade Marçal Mendes
DELT (UFMG)



Prof. Dr. Dimas Abreu Dutra
DEMEC (UFMG)

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a Deus, primeiramente, pois sem ele não teria conseguido vencer todas as etapas do curso.

Agradeço aos meus pais Divino e Rosemary por todo o apoio. Sem eles nada teria sido possível.

Aos professores do PPGEE-UFMG, pelos ensinamentos científicos e de vida durante o curso de mestrado.

Aos inúmeros amigos que conheci durante estes dois anos de curso, em especial aos dos laboratórios MACSIN, MACRO e DIFCOM. Obrigado por todo o suporte nos momentos de dificuldade.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES, pelo suporte financeiro.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Bruno Otávio Soares Teixeira, pela dedicação incondicional durante as pesquisas, pela paciência e também pelos ensinamentos de vida.

Em especial ao grande amigo de Pós-Graduação, ex-professor e companheiro de pesquisas Rodrigo Augusto Ricco, pela confiança depositada, quando me designou, ainda na graduação, para dar continuidade às pesquisas por ele iniciadas.

A todos aqueles que de alguma forma contribuíram com o meu progresso como aluno e como pessoa, deixo aqui meu muito obrigado.

Sumário

Agradecimentos	v
Resumo	xi
Abstract	xiii
Lista de Figuras	xvii
Lista de Tabelas	xix
Lista de Símbolos	xxi
Lista de Acrônimos	xxv
1 Introdução	1
1.1 Motivação e Justificativa	1
1.2 Formulação do Problema	3
1.3 Objetivos	4
1.4 Estrutura da Dissertação	5
2 Modelos de Blocos Interconectados e Identificação por Subespaços	7
2.1 Introdução	7
2.2 Modelos de blocos interconectados	7
2.2.1 Modelo de Hammerstein	8
2.2.2 Modelo de Wiener	9
2.2.3 Modelo de Hammerstein-Wiener	9

2.2.4	Modelo de Wiener-Hammerstein	10
2.2.5	Modelo com realimentação estática	11
2.3	Identificação por subespaços para sistemas lineares	12
2.3.1	Matriz em Blocos de Hankel	13
2.4	Identificação por subespaços para sistemas não lineares	18
2.4.1	Identificação não iterativa em único estágio	18
2.4.2	Identificação não iterativa em dois estágios	20
2.4.3	Identificação iterativa	22
2.5	Considerações finais	22
3	Identificação de Modelos de Hammerstein e Wiener Multivariáveis	25
3.1	Introdução	25
3.2	Identificação por múltiplos degraus	27
3.2.1	Modelo de Hammerstein	28
3.2.2	Modelo de Wiener	35
3.3	Identificação com entradas harmônicas	40
3.3.1	Método da simetria de sinais e estimativa das curvas estáticas	41
3.3.2	Identificação do modelo de Wiener	50
3.4	Considerações finais	51
4	Resultados	55
4.1	Introdução	55
4.2	Sistema de Tanques Acoplados	55
4.2.1	Estimação das curvas estáticas do modelo de Hammerstein: método dos múltiplos degraus	57
4.2.2	Estimação das curvas estáticas do modelo de Wiener: método dos múltiplos degraus	57
4.2.3	Estimação das curvas estáticas do modelo de Wiener: método das entradas harmônicas	59
4.2.4	Identificação dos blocos dinâmicos lineares e validação dos modelos	61
4.3	Reator Químico	68

4.3.1	Estimação das curvas estáticas do modelo de Hammerstein: método dos múltiplos degraus	70
4.3.2	Estimação da curva estática do modelo de Wiener: método dos múltiplos degraus	71
4.3.3	Estimação da curva estática do modelo de Wiener: método das entradas harmônicas	72
4.3.4	Identificação dos blocos lineares e validação dos modelos	73
4.4	Considerações Finais	76
5	Conclusões	79
5.1	Considerações Gerais	79
5.2	Trabalhos futuros	81
	Bibliografia	87

Resumo

Os métodos de subespaços para identificação de sistemas são uma poderosa ferramenta para modelagem de sistemas lineares multivariáveis diretamente no espaço de estados. Tais métodos não exigem que todos os estados sejam diretamente mensuráveis. Aliando os métodos de subespaços a outras técnicas, é possível identificar sistemas dinâmicos não lineares multivariáveis por meio de modelos de blocos interconectados. Estes modelos são estruturas constituídas de um bloco dinâmico linear e de curvas estáticas não lineares interconectadas em série. No entanto, a literatura a respeito desta forma de modelagem aplicada a sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) ainda é escassa. Este trabalho nasce do interesse de gerar uma discussão sobre esse tema e tem como principais objetivos (i) investigar as ferramentas existentes de identificação por subespaços aplicadas a sistemas não lineares SISO e MIMO e (ii) propor abordagens para a identificação de sistemas não lineares do tipo MIMO, no subespaços, por meio de modelos de blocos interconectados de Hammerstein e Wiener. A parcela estática não linear dos modelos de blocos interconectados é determinada por meio de duas metodologias distintas: testes estáticos e testes harmônicos. O bloco dinâmico linear dos modelos é estimado por meio do algoritmo MOESP de identificação por subespaços. Os métodos sugeridos são aplicados a sistemas simulados a fim de ilustrar as particularidades e extensão de cada técnica.

Palavras-chave: Identificação de sistemas não lineares; Identificação de sistemas multivariáveis no subespaços; Modelos de Hammerstein e Wiener.

Abstract

The subspace methods for system identification are a powerful tool for modeling multivariable linear systems in state space. These methods do not require that all states are directly measured. Combining the methods of subspace to other techniques, it is possible to identify nonlinear dynamical systems by means of multivariable models of interconnected blocks. These models consist of a linear dynamic block interconnected with static nonlinear curves. However, the literature on this form of modeling applied to multiple input and multiple output systems (MIMO) is still scarce. Thus, this work addresses this topic and has the objectives of (i) investigating the existing subspace methods for both SISO and MIMO nonlinear systems and of (ii) proposing methods for the identification of nonlinear MIMO systems, using block-structured Hammerstein and Wiener models. The nonlinear static block of the interconnected block models is determined by two different methods: static tests and harmonics tests. The linear dynamic block of models is estimated by the classical MOESP subspace method. The investigated methods are tested in simulated examples in order to illustrate the particularities of each technique as well the extension of their applicability.

Keywords: Nonlinear systems identification; Subspace identification of multivariable systems; Hammerstein and Wiener models.

Lista de Figuras

1.1	Modelos de Hammerstein e Wiener multivariáveis.	4
2.1	Modelo de Hammerstein monovariável.	9
2.2	Modelo de Wiener monovariável.	10
2.3	Modelo de Hammerstein-Wiener monovariável.	10
2.4	Modelo de Wiener-Hammerstein monovariável.	11
2.5	Modelo com realimentação estática monovariável.	12
2.6	Projeção ortogonal do espaço de linhas do vetor α sobre o espaço de linhas do vetor β	14
2.7	Projeção oblíqua do espaço de linhas do vetor α alinhado ao espaço de linhas do vetor β sobre o espaço de linhas do vetor γ	15
2.8	Modelo de Wiener monovariável.	18
2.9	Algoritmo de identificação do modelo de Wiener em dois estágios.	21
2.10	Revisão bibliográfica: identificação de modelos de Hammerstein e Wiener por meio dos métodos de subespaços.	23
3.1	Modelo de Hammerstein original e modelo modificado em escala.	26
3.2	Modelo de Wiener original e modelo modificado em escala.	27
3.3	Sinais de entrada e saída utilizados no processo de identificação das curvas estáticas não lineares do modelo de Hammerstein.	32
3.4	Curvas estáticas não paramétricas estimadas para o modelo de Hammerstein MIMO por meio de teste estáticos.	33
3.5	Sinais de entrada e saída utilizados na identificação da parcela linear e validação do modelo de Hammerstein.	34
3.6	Validação por simulação livre do modelo de Hammerstein MIMO.	35
3.7	Sinais utilizados para identificar as curvas estáticas do modelo de Wiener por meio do método dos múltiplos degraus.	39
3.8	Curvas estáticas não paramétricas estimadas para o modelo de Wiener MIMO por meio de ensaios estáticos.	40
3.9	Sinais de entrada e saída utilizados na identificação da parcela linear e validação do modelo de Wiener.	41
3.10	Validação por simulação livre do modelo de Wiener MIMO.	42

3.11	Sinais utilizados no processo de identificação das curva estáticas do modelo de Wiener MIMO.	44
3.12	Ilustração do algoritmo de busca de simetria aplicado aos sinais de saída do sistema.	45
3.13	Ilustração do índice do erro de simetria dos sinais de saída do sistema.	47
3.14	Curvas estáticas não paramétricas estimadas para o modelo de Wiener MIMO por meio do método da simetria de sinais.	49
3.15	Sinais de entrada e saída utilizados na identificação da parcela linear e validação do modelo de Wiener (método da simetria de sinais).	52
3.16	Validação por simulação livre do modelo de Wiener MIMO (método da simetria de sinais).	53
4.1	Diagrama do sistema de tanques interconectados.	56
4.2	Sinais de entrada e saída utilizados no processo de identificação das curvas estáticas não lineares do modelo de Hammerstein para o sistema de tanques acoplados.	58
4.3	Curvas estáticas não paramétricas estimadas para o modelo de Hammerstein do sistema de tanques interconectados.	59
4.4	Sinais utilizados no processo de identificação das curvas estáticas do modelo de Wiener para o sistema de tanques acoplados.	60
4.5	Curvas estáticas estimadas para o modelo de Wiener do sistema de de tanques acoplados.	61
4.6	Sinais utilizados no processo de identificação das curvas estáticas do modelo de Wiener por meio de entradas harmônicas.	62
4.7	Curvas estáticas estimadas para o modelo de Wiener por meio dos ensaios com sinais harmônicos.	62
4.8	Sinais utilizados no processo de identificação da parcela dinâmica linear dos modelos.	63
4.9	Comparativo entre os autovalores das parcelas dinâmicas lineares dos modelos estimados para o sistema de tanques acoplados.	65
4.10	Comparação entre as respostas em frequência dos modelos lineares estimados.	66
4.11	Validação por simulação livre dos modelos estimados para o sistema de tanques acoplados.	67
4.12	Diagrama esquemático de um reator químico.	68
4.13	Curvas estáticas não paramétricas estimadas para o modelo de Hammerstein do reator químico.	71
4.14	Estimativa não paramétrica da curva estática do modelo de Wiener para o reator químico.	72
4.15	Sinais utilizados no processo de identificação da curva estática não linear do modelo de Wiener por meio de entradas harmônicas.	73

4.16	Sinais utilizados no processo de identificação da parcela dinâmica linear dos modelos para o reator químico.	74
4.17	Comparativo entre os autovalores das parcelas dinâmicas lineares dos modelos estimados para o reator químico.	75
4.18	Comparação entre as respostas em frequência das parcelas dinâmicas lineares dos modelos estimados para o reator químico.	76
4.19	Validação por simulação livre dos modelos estimados para o reator químico.	77

Lista de Tabelas

4.1	Variáveis utilizadas no processo de identificação das curvas estáticas do sistema de tanques acoplados via método das entradas harmônicas. . . .	61
4.2	Validação quantitativa dos modelos estimados para o sistema de tanques acoplados.	67
4.3	Parâmetros e variáveis utilizadas para simular o modelo do reator químico.	69
4.4	Variáveis utilizadas no processo de identificação das curva estáticas do modelo de Hammerstein para o reator químico via método dos múltiplos degraus.	70
4.5	Variáveis utilizadas no processo de identificação da curva estática do modelo de Wiener para o reator químico via método dos múltiplos degraus.	71
4.6	Variáveis utilizadas no processo de identificação da curva estática do reator químico via método das entradas harmônicas.	72
4.7	Validação quantitativa dos modelos estimados para o reator químico. . .	75

Lista de Símbolos

Capítulo 1

u_k	Sinal de entrada no instante $k \in \mathbb{R}^p$;
y_k	Sinal de saída no instante $k \in \mathbb{R}^m$;
v_k	Sinal intermediário no instante k ;
N	Número de medições;
$N_{(\cdot)}(\cdot)$	Curva estática não linear;
$A_{(\cdot)}$	Matriz dinâmica do sistema $\in \mathbb{R}^{n \times n}$;
$B_{(\cdot)}$	Matriz de entrada $\in \mathbb{R}^{n \times p}$;
$C_{(\cdot)}$	Matriz de saída $\in \mathbb{R}^{m \times n}$;
$D_{(\cdot)}$	Matriz de transmissão direta $\in \mathbb{R}^{m \times p}$;
ω_k	Vetor de ruído de processo $\in \mathbb{R}^n$;
v_k	Vetor de ruído de medição $\in \mathbb{R}^m$;

Capítulo 2

K	Ganho total do modelo de Hammerstein;
$\hat{\lambda}$	Inversa do ganho atribuído à curva estática do modelo de Hammerstein;
LIT_H	Bloco dinâmico linear e invariante no tempo do modelo de Hammerstein;
LIT_W	Bloco dinâmico linear e invariante no tempo do modelo de Wiener;
LIT_{HW}	Bloco dinâmico linear e invariante no tempo do modelo de Hammerstein-Wiener;
p_k	Sinal intermediário dos modelos de Hammerstein-Wiener, Wiener-Hammerstein e do modelo com realimentação estática;
e_k	Vetor de ruído de processo $\in \mathbb{R}^n$;
LIT_R	Bloco dinâmico linear e invariante no tempo do modelo com realimentação estática;
x_k	Vetor de estados no instante $k \in \mathbb{R}^n$;
p	Número de entradas do sistema;
m	Número de saídas do sistema;
n	Ordem do modelo em espaço de estados;
i e j	Índices definidos pelo usuário $\in \mathbb{N}$, tal que, $i \geq n$ e $j \gg i$;
$U_{0 2i-1}$	Matriz em blocos de Hankel da entrada $\in \mathbb{R}^{2pi \times j}$;
U_p e U_f	Notações utilizadas na matriz em blocos de Hankel da entrada para dividi-la;
$Y_{0 2i-1}$	Matriz em blocos de Hankel da saída;
Y_p e Y_f	Notações utilizadas na matriz em blocos de Hankel da saída para dividi-la;
W_p	Matriz em blocos de Hankel definida pelo empilhamento de entradas e saídas;
α/β	Projeção ortogonal do espaço de linhas do vetor α sobre o espaço de linhas do vetor β ;
$\alpha/\beta\gamma$	Projeção oblíqua do espaço linha de α ao longo do espaço linha de β no espaço linha de γ ;
$H = USV^T$	$\left(\begin{array}{cc} U_1 & U_2 \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} V_1^T \\ V_2^T \end{array} \right)$, decomposição em valores singulares de H ;
$\min(\bullet)$	Função mínimo;
r	Posto da matriz H ;
σ	Vetor de valores singulares;
$(\bullet)^{\dagger}$	Pseudo-inversa de Moore-Penrose de uma matriz;
Γ_i	Matriz de observabilidade estendida;
g_i	i -ésimo termo de expansão da função de base que representa a não linearidade estática;
α_i	Parâmetro correspondente ao termo g_i ;
Y_k	Saída do modelo de Wiener representada no espaço de estados;
\tilde{C}	Matriz de saída cujos parâmetros carregam informações da curva estática do modelo de Wiener;
\tilde{D}	Matriz de transmissão direta cujos parâmetros carregam informações da curva estática do modelo de Wiener;
$\tilde{\nu}_k$	Sequência de ruídos de medição transformada pelos parâmetros da curva estática do modelo de Wiener;
U_k	Entrada modificada pela curva estática do modelo de Hammerstein;
B_α	Matriz de entrada cujos parâmetros carregam informações da curva estática do modelo de Hammerstein;
D_α	Matriz de transmissão direta cujos parâmetros carregam informações da curva estática do modelo de Hammerstein;
$\hat{\lambda}$	Ganho atribuído ao bloco linear do modelo de Wiener;
$\overline{\Gamma}_i$	Γ_i sem o último bloco linha;
$\underline{\Gamma}_i$	Γ_i sem o primeiro bloco linha;
Γ_i^{\perp}	Matriz de posto completo que satisfaz $\Gamma_i^{\perp} \Gamma_i = 0$;
\mathcal{S}_k	Matriz que substitui $\Gamma_i^{\perp} Y_f U_f^{\dagger}$;
\mathcal{N}_k	Matriz que substitui Γ_i^{\perp} ;
H_i^d	Matriz inferior de Toeplitz;

Capítulo 3

\mathcal{L}_H	Bloco dinâmico linear do modelo de Hammerstein;
λ_H	Vetor de ganhos reais das curvas estáticas do modelo de Hammerstein;
$\hat{\lambda}_H$	Vetor de ganhos atribuídos às curvas estáticas do modelo de Hammerstein (fatores de escala);
\mathcal{L}_W	Bloco dinâmico linear do modelo de Wiener;
λ_W	Vetor de ganhos reais das saídas do bloco linear do modelo de Wiener;
$\hat{\lambda}_W$	Vetor de ganhos atribuídos às saídas do bloco linear do modelo de Wiener (fatores de escala);
A_{min}	Valor mínimo da amplitude dos sinais aplicados nas entradas do sistema;
A_{max}	Valor máximo da amplitude dos sinais aplicados nas entradas do sistema;
q	Número de variações de patamares do sinal de entrada;
M	Número de amostras que garante que a resposta do sistema ao degrau chegue ao regime permanente;
B_0	Valor do acréscimo do sinal de entrada;
G_{ij}	Função de transferência que ocupa a posição ij em uma matriz de transferência;
$\hat{A}_{(\cdot)}$	Matriz dinâmica estimada dos modelos de Hammerstein ou Wiener;
$\hat{B}_{(\cdot)}$	Matriz de entrada estimada dos modelos de Hammerstein ou Wiener;
$\hat{C}_{(\cdot)}$	Matriz de saída estimada dos modelos de Hammerstein ou Wiener;
$\hat{D}_{(\cdot)}$	Matriz de transmissão direta estimada dos modelos de Hammerstein ou Wiener;
b_1 e b_2	Número de bits dos sinais PRBS;
σ_p	Desvio padrão da sequência de ruídos de processo;
σ_m	Desvio padrão da sequência de ruídos de medição;
p_1 e p_2	Autovalores da matriz dinâmica A ;
\hat{p}_1 e \hat{p}_2	Autovalores da matriz dinâmica estimada \hat{A} ;
A_0	Amplitude do sinal harmônico senoidal;
Ω_0	Frequência da onda senoidal (em rad/amostra);
ϕ_i	Deslocamento de fase (em rad) entre os sinais de entrada e o i – <i>esimo</i> sinal intermediário;
N_0	Número de amostras em um período dos sinais harmônicos de entrada;
δ	Posição pré determinada nos sinais harmônicos de entrada;
ε_1 e ε_1	Deslocamentos de fase (em amostras) entre os sinais harmônicos de entrada e os sinais intermediários, calculados em relação a δ ;
w	Quarta parte de N_0 ;
$\Delta_{(\cdot)}^{(\cdot)}$	Soma da diferença do módulo de cada par de pontos candidatos à simetria;
$\hat{\phi}_i$	Deslocamento de fase estimado (em rad) entre os sinais de entrada e o i – <i>esimo</i> sinal intermediário;
\hat{v}_k	Sinal intermediário estimado;
$\hat{N}_{(\cdot)}(\cdot)$	Curva estática estimada;

Capítulo 4

A_1, A_2 e A_3	Área da base dos tanques 1, 2 e 3 (cm ²);
A_b	Área da base dos tanques ($A_1 = A_2 = A_3 = A_b$);
h_1, h_2 e h_3	Nível dos tanques 1, 2 e 3 (cm);
K_1, K_2, K_3, K_{13} e K_{23}	Resistência das válvulas 1, 2, 3, 1-3 e 2-3;
K_0	Resistência das válvulas ($K_1 = K_2 = K_3 = K_{13} = K_{23} = K_0$);
ω_1, ω_2 e ω_3	Sequências de ruído de processo;
η	Constante das bombas;
u_1 e u_2	Sinais de entrada do sistema de tanques acoplados (tensão em V);
q_1 e q_2	Vazões de entrada dos tanques 1 e 2;
T_s	Tempo de amostragem (s);
Υ_i	Fatores de correção das saídas do modelo;
$\text{var}(\bullet)$	Operador variância;
q_f e q_0	Entradas do reator químico;
V_R	Volume do reator químico (L);
p	Pressão interna do reator químico (atm);
E, F e G	Reagentes e produtos das reações que se processam no interior do reator;
c_E, c_F e c_G	Concentrações dos elementos químicos E, F e G (mol/L);
$\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ e κ_4	Constantes de velocidade das reações que se processam no interior do reator;
R	Constante ideal dos gases;
T	Temperatura interna do reator (K);
A_{q_0}	Valor da amplitude do degrau aplicado em q_0 durante a estimativa da curva estática referente à entrada q_f ;
A_{q_f}	Valor da amplitude do degrau aplicado em q_f durante a estimativa da curva estática referente à entrada q_0 .

Lista de Acrônimos

ARMAX	Modelo Auto-Regressivo, de Média Móvel com entradas eXógenas (<i>AutoRegressive Moving Average model with eXogenous inputs</i>);
CARMA	<i>Controlled AutoRegressive Moving Average</i> ;
CVA	<i>Canonical Variate Analysis</i> ;
EMG	Sinal EletroMioGráfico;
FIR	<i>Finite Impulse Response</i> ;
IIR	<i>Infinite Impulse Response</i> ;
LIT	Linear Invariante no Tempo;
LPM	<i>Least-Parametrised Method</i> ;
MACSIN	Grupo de Modelagem, Análise e Controle de Sistemas Não Lineares;
MIMO	Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas (<i>Multiple-Input Multiple-Output</i>);
MISO	Múltiplas Entradas e Uma Saída (<i>Multiple-Input Single-Output</i>);
MOESP	<i>Multivariable Output-Error State sPace</i> ;
N4SID	<i>Numerical Algorithms for Subspace State Space System IDentification</i> ;
PPGEE	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica;
PRBS	Sinal binário pseudo-aleatório (<i>Pseudo Random Binary Signal</i>);
SISO	Uma Entrada e Uma Saída (<i>Single-Input Single-Output</i>);
SIMPCA	<i>Subspace Identification Method via Principal Component Analysis</i> ;
SMI	Método de Identificação por Subespaços (<i>Subspace Method Identification</i>);
SVD	Decomposição em Valores Singulares (<i>Singular Value Decomposition</i>);
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais;
VAF	Variância entre dois Sinais (<i>Variance Accounted For</i>).

Introdução

“Nenhuma grande descoberta foi feita jamais sem um palpite ousado.”

Isaac Newton

1.1 Motivação e Justificativa

Nas últimas décadas, a busca por novos métodos de modelagem e identificação de sistemas tem sido intensa. Tanto em laboratórios de pesquisa quanto nos mais variados segmentos da indústria, a representação de sistemas por meio de modelos permite extrair informações a cerca de um determinado processo ou equipamento. De posse de um modelo matemático que represente adequadamente as características de um sistema, é possível prever, simular, analisar, supervisionar e otimizar os processos a ele relacionados (Coelho e Coelho, 2004).

Os métodos de identificação por subespaços entram nesse cenário como uma forma bastante atraente para a determinação de modelos lineares no espaço de estados. Tais métodos, que são classificados como caixa preta, utilizam dados de entrada e saída do sistema para estimar as matrizes de estado por meio de técnicas de álgebra linear e algoritmos não iterativos.

Uma das maiores vantagens da identificação por subespaços é que não há necessidade de se conhecer todos os estados do sistema para estimar o modelo. Nos métodos de identificação convencional, o conhecimento de todos os estados se faz necessário. Além do mais, alguns dos métodos de subespaços são relativamente robustos a ruídos (Verhaegen e Verdult, 2007).

Nas últimas três décadas, no cenário internacional, destacam-se nesta área as contribuições realizadas por (Larimore, 1990), que apresenta a metodologia CVA (do inglês, *Canonical Variate Analysis*), (Verhaegen e Dewilde, 1992a) e (Verhaegen e Dewilde, 1992b) que tratam sobre o método MOESP (do inglês, *Multivariable Output-Error State Space*) e (Van Overschee e De Moor, 1994) que abordam o algoritmo N4SID (do inglês, *Numerical Algorithms for Subspace State Space System Identification*). No cenário nacional, destacam-se as contribuições atribuídas à (Barreto e Bottura, 2003), (Clavijo, 2008), (Borjas e Garcia, 2012) e (Ricco, 2012). Estes trabalhos, de autores nacionais, como

um todo, revisam, aplicam e propõem alterações nos algoritmos de identificação por subespaços, dando maior enfoque aos métodos MOESP e N4SID.

Levando em consideração que sistemas de grande porte, com múltiplas entradas e múltiplas saídas, são comumente encontrados nas indústrias, a utilização dos algoritmos de identificação por subespaços tem se mostrado bastante promissora neste segmento (Van Overschee e De Moor, 2012). O fato deste método considerar modelos no domínio do tempo parametrizados no espaço de estados permite tratar sistemas multivariáveis sem dificuldades adicionais, como ocorre, por exemplo, no caso da representação de modelos multivariáveis no domínio da frequência. Neste último caso, as matrizes de transferência necessitam de uma função para representar cada par entrada-saída do sistema.

Neste trabalho, pretende-se apresentar formas de identificar sistemas não lineares multivariáveis utilizando os métodos de subespaços. Estas representações podem ser obtidas por meio de modelos de blocos interconectados, os quais descrevem a dinâmica do sistema a partir de um modelo dinâmico linear conectado a uma curva estática não linear (Coelho et al., 2002). Mais especificamente, pretende-se abordar os modelos de Hammerstein e Wiener. Segundo (Aguirre, 2015), os modelos de Hammerstein e Wiener foram bastante empregados até o final de década de 1970. No início da década de 1990, estas representações voltaram a ser foco de interesse de pesquisadores devido sua aplicabilidade em controle de sistemas não lineares.

Os estudos realizados por (Verhaegen e Westwick, 1996) e (Westwick e Verhaegen, 1996) são uma das primeiras contribuições na área de identificação de modelos de blocos interconectados por meio de subespaços para sistemas multivariáveis. Nestes trabalhos, são propostos métodos para a identificação de modelos de Hammerstein e Wiener, respectivamente, baseados em expansões realizadas no algoritmo MOESP.

Neste mesmo segmento, tem-se os trabalhos de (Gomez e Baeyens, 2002), (Jalaleddini e Kearney, 2011) e (Jalaleddini e Kearney, 2013). Estas três contribuições apresentam algumas conexões. O primeiro destes artigos propõe uma metodologia para a identificação de modelos de Hammerstein e Wiener para sistemas MIMO (do inglês, *Multiple-Input Multiple-Output*), enquanto os dois últimos têm como principal foco a identificação de modelos de Hammerstein para sistemas SISO (do inglês, *Single-Input Single-Output*). Os autores propõem que as partes linear e não linear dos modelos sejam determinadas de forma simultânea, sendo necessário somente um ensaio com um sinal de entrada persistentemente excitante. Ferramentas como a decomposição em valores singulares (SVD) são utilizadas no processo de obtenção dos parâmetros do modelo.

Os trabalhos de (Yan et al., 2010) e (Chunyun et al., 2010) propõem uma nova metodologia baseada em subespaços chamada *Least-Parametrised Method* (LPM) para a identificação de modelos de Hammerstein multivariáveis com não linearidades desacopladas nas entradas.

Existem também na literatura algumas variações dos modelos de Hammerstein, como pode ser visto em (Luo e Leonessa, 2002). Neste trabalho, os autores propõem

um esquema de identificação por subespaços, baseado no método de variáveis instrumentais, para identificar modelos de Hammerstein com realimentação estática não linear.

No contexto do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais (PPGEE-UFMG), esta dissertação tem como objetivo dar continuidade aos trabalhos iniciados por (Ricco, 2012) na área de identificação por subespaços, no entanto, com foco em sistemas não lineares. No âmbito nacional, alguns autores já vêm desenvolvendo trabalhos com este tema, como é o caso de (Borjas e Garcia, 2013), que utilizam os métodos de subespaços e polinômios de Chebyshev para determinar modelos de Wiener.

1.2 Formulação do Problema

Os modelos de Hammerstein e Wiener para sistemas multivariáveis podem ser representados de diversas formas. De um modo geral, a estrutura destes modelos se diferem pela ordem em que os blocos linear e não linear se dispõem no diagrama. No modelo de Hammerstein, a dinâmica do sistema linear é invariante no tempo sucede as não linearidades estáticas. Na representação de Wiener, as não linearidades estáticas sucedem a dinâmica do sistema linear e invariante no tempo.

A Figura 1.1 mostra duas destas representações, sendo o modelo de Hammerstein apresentado na Figura 1.1a uma variação do modelo MISO (do inglês, *Multiple-Input Single-Output*) proposto por (Kortmann e Unbehauen, 1987). Nesta representação, considera-se que as p entradas não lineares $v_{i,k}$, $i = 1, \dots, p$ do modelo são desacopladas. A Figura 1.1b, por sua vez, mostra uma das possíveis representações do modelo de Wiener para sistemas multivariáveis. Nesta representação, apesar de existir uma curva estática para cada uma das saídas, é possível observar termos cruzados das p entradas $u_{i,k}$, $i = 1, \dots, p$ nas m saídas $y_{j,k}$, $j = 1, \dots, m$, sendo o cruzamento das entradas realizado no bloco dinâmico linear.

Apesar da relativa semelhança entre os dois modelos, existem diferenças dinâmicas entre eles. De acordo com (Aguirre et al., 2005), é preferível utilizar o modelo de Hammerstein quando apenas o ganho do sistema variar com o ponto de operação. Em contrapartida, o modelo de Wiener deve ser empregado quando a dinâmica do sistema variar com o ponto de operação.

Na Figura 1.1, o vetor $u_k = [u_{1,k}, \dots, u_{p,k}]^T$ é o vetor de entradas do sistema e $y_k = [y_{1,k}, \dots, y_{m,k}]^T$ é o vetor de saídas. Assume-se que estes dois conjuntos de dados, com duração total de N amostras, destacados em azul na figura, são as únicas variáveis conhecidas no processo de identificação. O vetor $v_k = [v_{1,k}, \dots, v_{p,k}]^T$ na Figura 1.1a e $v_k = [v_{1,k}, \dots, v_{m,k}]^T$ na Figura 1.1b são sinais intermediários entre os blocos. Uma das dificuldades na identificação deste tipo de modelos é a indisponibilidade de v_k a priori, uma vez que não se conhece nenhum dos blocos (linear e não linear). Sendo assim, a sequência v_k , as curvas estáticas $N_{(\cdot)}(\cdot)$ e as matrizes de estado $A_{(\cdot)}$, $B_{(\cdot)}$, $C_{(\cdot)}$ e $D_{(\cdot)}$, todos

destacados em vermelho na Figura 1.1, são elementos desconhecidos que se objetiva estimar. Os sinais $\omega_k = [\omega_{1,k}, \dots, \omega_{n,k}]^T$ e $v_k = [v_{1,k}, \dots, v_{m,k}]^T$ são ruídos de processo e de medição, respectivamente.

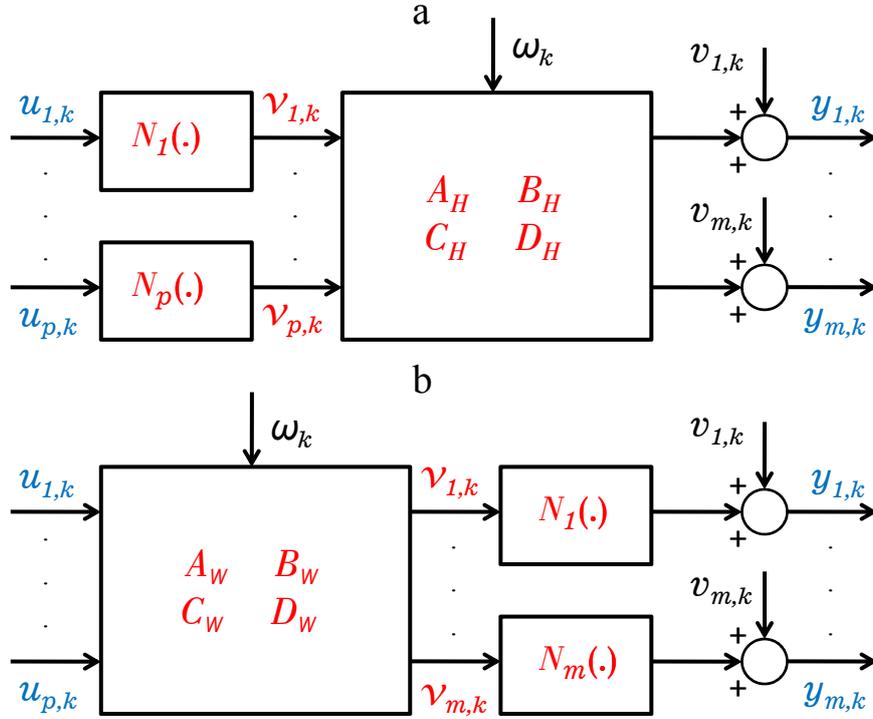


Figura 1.1: Modelos de blocos interconectados de (a) Hammerstein e (b) Wiener para sistemas multivariáveis, nos quais $N_{(\cdot)}(\cdot)$ são as curvas estáticas não lineares e as matrizes $A_{(\cdot)}$, $B_{(\cdot)}$, $C_{(\cdot)}$ e $D_{(\cdot)}$ compõem o modelo dinâmico linear. As variáveis $u_k = [u_{1,k}, \dots, u_{p,k}]^T$ e $y_k = [y_{1,k}, \dots, y_{m,k}]^T$ são os sinais de entrada e saída. As sequências $v_k = [v_{1,k}, \dots, v_{p,k}]^T$ em (a) e $v_k = [v_{1,k}, \dots, v_{m,k}]^T$ em (b) são sinais intermediários desconhecidos a priori, enquanto $\omega_k = [\omega_{1,k}, \dots, \omega_{n,k}]^T$ e $v_k = [v_{1,k}, \dots, v_{m,k}]^T$ são ruídos de processo e de medição, respectivamente. Todos os elementos destacados em azul na figura são variáveis assumidamente conhecidas, enquanto os elementos destacados em vermelho são desconhecidos e necessitam ser estimados.

1.3 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é o estudo dos métodos de identificação por subespaços para determinar modelos de Hammerstein e Wiener para sistemas não lineares multivariáveis.

Como objetivos específicos, pretende-se:

- (I) revisar as metodologias existentes sobre identificação de modelos de blocos interconectados por meio dos métodos de subespaços.

- (II) propor novas abordagens para estimar modelos de Hammerstein e Wiener para sistemas não lineares multivariáveis.
- (III) verificar o desempenho das metodologias propostas aplicando-as em sistemas simulados.

1.4 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação está estruturada do seguinte modo. No Capítulo 1 são apresentadas as motivações e justificativas para a realização deste trabalho, bem como a formulação do problema estudado, os objetivos e uma breve descrição de como está organizada a estrutura deste documento.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre a aplicação dos métodos de subespaços na identificação de modelos de blocos interconectados.

No Capítulo 3 são desenvolvidas três metodologias para identificar sistemas não lineares multivariáveis por meio dos métodos de subespaços.

O Capítulo 4 mostra os resultados obtidos a partir da aplicação das metodologias propostas no Capítulo 3 em dois sistemas tipicamente encontrados na indústria: um sistema de tanques acoplados e um reator químico.

Por fim, as considerações finais e as propostas de trabalhos futuros são expostas no Capítulo 5.

Modelos de Blocos Interconectados e Identificação por Subespaços

“ Não é o conhecimento, mas o ato de aprender, não a posse mas o ato de chegar lá, que concede a maior satisfação. ”

Carl Friedrich Gauss

2.1 Introdução

Este capítulo tem como objetivo realizar uma revisão bibliográfica sobre os métodos de identificação por subespaços aplicados tanto na determinação de modelos para sistemas lineares quanto para não lineares. Na Seção 2.2 são apresentadas as diferentes configurações possíveis de modelos de blocos interconectados. Estes modelos são a estrutura mais comumente utilizada para identificar representações não lineares no espaço de estados. A Seção 2.3 tem como finalidade revisar o algoritmo MOESP de identificação por subespaços, enquanto a Seção 2.4 apresenta uma revisão dos principais métodos utilizados para identificar sistemas não lineares no subespaços. Por fim, a Seção 2.5 apresenta as considerações finais deste capítulo.

2.2 Modelos de blocos interconectados

Os modelos de blocos interconectados, conforme explicado no Capítulo 1, são uma das diversas formas de se representar sistemas não lineares. Estes modelos são compostos de uma parte dinâmica linear e uma parte estática não linear. Além dos já citados modelos de Hammerstein e Wiener, que serão revistos neste capítulo, existem algumas outras configurações de blocos interconectados. Estas configurações são detalhadas nas Subseções 2.2.3 a 2.2.5.

Os blocos dinâmico linear e estático não linear destes modelos podem ser combinados de diversas formas distintas. No trabalho de (Salimifard et al., 2012), por exemplo, tem-se como objetivo identificar modelos de Hammerstein e Wiener, sendo

o bloco linear dos modelos descrito por meio de um modelo ARMAX (do inglês, *AutoRegressive Moving Average with eXogenous variable*) ou CARMA (do inglês, *Controlled AutoRegressive Moving Average*) enquanto o bloco não linear é aproximado por quatro formas diferentes: funções polinomiais, funções de base radial, bases de Volterra e Wavelets. No trabalho de (Reyland, 2011) é proposta uma outra abordagem, sendo que a não linearidade estática do modelo de Wiener é conhecida a priori (informação auxiliar do processo) enquanto a parte linear é representada por modelos do tipo FIR (do inglês, *Finite Impulse Response*) ou IIR (do inglês, *Infinite Impulse Response*). Outros trabalhos como os casos abordados por (Verhaegen e Westwick, 1996), (Westwick e Verhaegen, 1996), (Gomez e Baeyens, 2002), (Jalaliddini e Kearney, 2011) e (Jalaliddini e Kearney, 2013) tem como principal objetivo determinar modelos de Hammerstein e Wiener representando a parte linear do modelo na forma de espaço de estados, que é uma abordagem semelhante à proposta neste trabalho.

Algumas das vantagens em se utilizar os modelos de blocos interconectados para representar sistemas não lineares são comentadas em (Pearson e Pottmann, 2000). Dentre elas, citam-se a facilidade em incorporar o conhecimento prévio do sistema no modelo, segundo abordagem caixa cinza, e a relativa simplicidade em analisar a estabilidade do sistema, realizada por meio do bloco dinâmico linear.

As próximas subseções tem como objetivo apresentar a estrutura de cinco tipos de modelos de blocos interconectados. São eles os modelos de Hammerstein (Subseção 2.2.1), Wiener (Subseção 2.2.2), Hammerstein-Wiener (Subseção 2.2.3), Wiener-Hammerstein (Subseção 2.2.4) e modelos com realimentação estática (Subseção 2.2.5).

2.2.1 Modelo de Hammerstein

A Figura 2.1 ilustra, por simplicidade, o modelo de Hammerstein para um sistema monovariável. Este modelo consiste de um bloco não linear estático $N_H(\cdot)$ e de um bloco dinâmico linear e invariante no tempo, LIT_H , conectados em série e nesta mesma ordem. As variáveis u_k e y_k representam os sinais de entrada e saída do sistema e são assumidas conhecidas. Os sinais ω_k e v_k são ruídos de processo e de medição, respectivamente. A variável v_k é um sinal entre blocos, normalmente desconhecido a priori.

Outras variáveis desconhecidas a priori são os ganhos exatos atribuídos a cada um dos blocos do modelo. Em um primeiro instante, somente tem-se conhecimento do ganho total do sistema K . Uma das alternativas para contornar este problema durante o processo de identificação consiste em atribuir um ganho $\frac{1}{\lambda}$ à curva estática (denominado fator de escala) e estimar um modelo equivalente. Este assunto será abordado com maiores detalhes no Capítulo 3, com foco nos sistemas multivariáveis.

Os modelos de Hammerstein podem ser utilizados na representação de diversos sistemas e processos físicos. Dentre estes, citam-se como exemplos a modelagem de turbinas eólicas (Van der Veen et al., 2013), caldeiras de vapor (Zhao et al., 2014) e

aplicações biomédicas, como visto em (Jalaliddini e Kearney, 2013) onde é identificado um modelo dinâmico para descrever o reflexo do tornozelo humano.

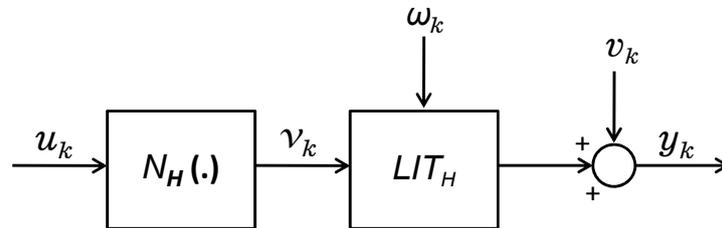


Figura 2.1: Modelo de Hammerstein para sistema monovariável. Os sinais u_k e y_k representam os sinais de entrada e saída do sistema, enquanto ω_k e v_k são ruídos de processo e de medição, respectivamente. A variável v_k é um sinal entre blocos, normalmente desconhecido a priori. Os blocos $N_H(\cdot)$ e LIT_H representam a não linearidade estática e o modelo dinâmico linear.

2.2.2 Modelo de Wiener

A Figura 2.2 mostra o modelo de Wiener para um sistema monovariável. Este é constituído de um bloco dinâmico linear e invariante no tempo, LIT_W , e um bloco não linear estático $N_W(\cdot)$, conectados em série e nesta mesma ordem.

Apesar da aparente semelhança com o modelo de Hammerstein, em que a diferença visual se dá na disposição dos blocos linear e não linear, estes dois modelos apresentam características distintas. Segundo as considerações de (Aguirre et al., 2005), embora ambos os modelos tenham características de estado estacionário idênticas, nota-se que os autovalores da matriz Jacobiana do modelo de Hammerstein são constantes, e por conseguinte, não dependem do ponto de operação. Por outro lado, os autovalores da matriz Jacobiana do modelo de Wiener dependem do ponto de operação em que a Jacobiana é avaliada. Baseado nesta observação é que deve ser feita a escolha entre o modelo de Hammerstein ou Wiener para descrever um determinado sistema.

Os modelos de Wiener são bastante úteis para descrever processos que apresentam não linearidades nas saídas, como por exemplo a representação de plantas de neutralização de pH (Margoti et al., 2010), modelagem de reatores químicos (Arefi et al., 2008) e de colunas de destilação (Biagiola e Figueroa, 2011).

2.2.3 Modelo de Hammerstein-Wiener

O modelo de Hammerstein-Wiener é uma expansão dos modelos de Hammerstein e Wiener. A Figura 2.3 mostra a estrutura deste modelo para um sistema monovariável. Nestes modelos, tem-se dois blocos estáticos não lineares, um precedendo e outro antecedendo ($N_H(\cdot)$ e $N_W(\cdot)$, respectivamente) o bloco dinâmico linear LIT_{HW} . As variáveis

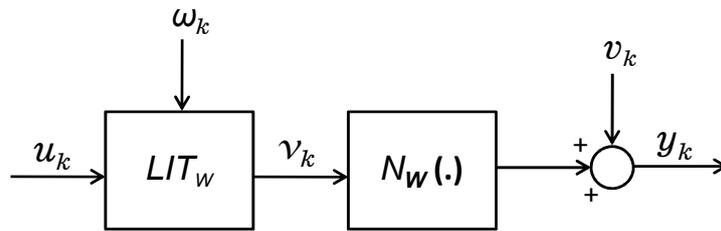


Figura 2.2: Modelo de Wiener para sistema monovariável. Os sinais u_k e y_k representam os sinais de entrada e saída do sistema, enquanto ω_k e v_k são ruídos de processo e de medição, respectivamente. A variável v_k é um sinal entre blocos, normalmente desconhecido a priori. Os blocos LIT_W e $N_W(\cdot)$ representam o modelo dinâmico linear e a não linearidade estática.

u_k e y_k representam os sinais de entrada e saída do sistema e são assumidas conhecidas. As variáveis p_k e v_k são sinais entre blocos, normalmente desconhecidos a priori.

A estrutura de Hammerstein-Wiener tem diversas aplicabilidades, dentre as quais citam-se: construção de modelos não lineares de controle preditivo (Ławryńczuk, 2015), modelagem de inversores para sistemas fotovoltaicos (Patcharaprakiti et al., 2010) e determinação de modelos de estimativa da força muscular por meio de sinais eletromiográficos (EMG) (Abbasi-Asl et al., 2011).

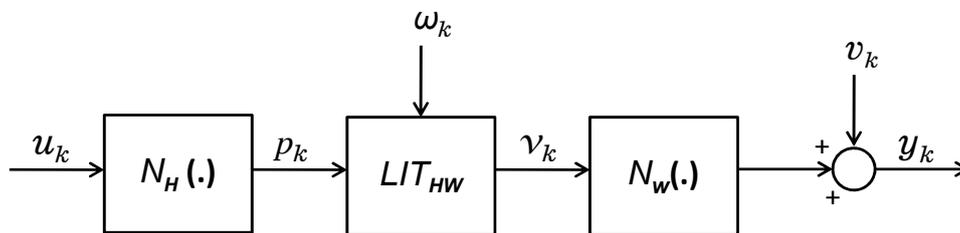


Figura 2.3: Modelo de Hammerstein-Wiener monovariável. Os sinais u_k e y_k representam os sinais de entrada e saída do sistema, enquanto ω_k e v_k são ruídos de processo e de medição, respectivamente. As variáveis p_k e v_k são sinais entre blocos, normalmente desconhecidos a priori. Os blocos $N_H(\cdot)$ e $N_W(\cdot)$ representam as não linearidades estáticas, enquanto LIT_{HW} representa o bloco dinâmico linear do modelo.

2.2.4 Modelo de Wiener-Hammerstein

O modelo de Wiener-Hammerstein, assim como o modelo de Hammerstein-Wiener, também é uma expansão dos modelos de Hammerstein e Wiener. A Figura 2.4 mostra a estrutura deste modelo para um sistema monovariável. Nestes modelos, tem-se dois blocos dinâmicos lineares, um precedendo (LIT_W) e outro antecedendo (LIT_H) o bloco estático não linear $N_{WH}(\cdot)$. De forma semelhante ao modelo de Hammerstein-Wiener,

as variáveis u_k e y_k representam os sinais de entrada e saída do sistema e são assumidas conhecidas. Os sinais ω_k e e_k são ruídos de processo, enquanto v_k é o vetor de ruídos de medição. As variáveis p_k e v_k são sinais entre blocos, normalmente desconhecidos a priori.

Os modelos de Wiener-Hammerstein apresentam aplicações em diversos ramos. Como exemplo, citam-se os trabalhos de (Paduart et al., 2012) e (Santos et al., 2012) que utilizam esta estrutura para representar um circuito eletrônico com características não lineares. O trabalho de (Bai et al., 2009) mostra que estes modelos podem ser utilizados para descrever o comportamento de músculos estimulados eletricamente, enquanto em (Haryanto e Hong, 2013) o modelo de Wiener-Hammerstein é aplicado na representação de um sistema constituído por uma válvula de controle e um trocador de calor.

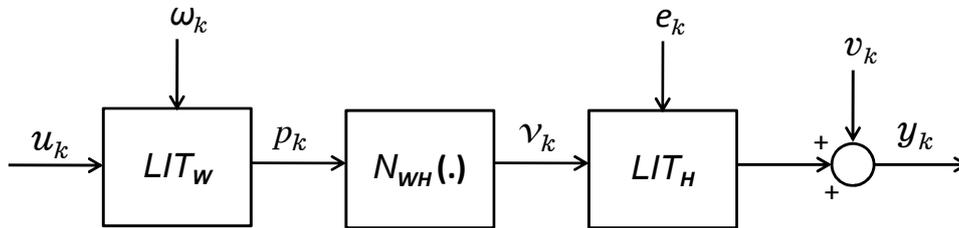


Figura 2.4: Modelo de Wiener-Hammerstein monovariável. Os sinais u_k e y_k representam os sinais de entrada e saída do sistema, enquanto ω_k e e_k são ruídos de processo. O sinal v_k é um vetor de ruídos de medição e as variáveis p_k e v_k são sinais entre blocos, normalmente desconhecidos a priori. Os blocos LIT_W e LIT_H representam os blocos dinâmicos lineares e $N_{WH}(\cdot)$ a não linearidade estática do modelo.

2.2.5 Modelo com realimentação estática

O modelo com realimentação estática, também denominado modelo de Lur'e, é abordado em (Pottmann e Pearson, 1998). A Figura 2.5 apresenta a estrutura deste modelo para o caso monovariável, que consiste basicamente de uma não linearidade estática $N_R(\cdot)$ como realimentação de um bloco dinâmico linear LIT_R . As variáveis u_k e y_k representam os sinais de entrada e saída do sistema e são assumidas conhecidas. As variáveis v_k e p_k são sinais entre blocos, normalmente desconhecidos a priori. Segundo (Pearson e Pottmann, 2000) os modelos com realimentação estática são úteis na modelagem de sistemas com múltiplas saídas em estado estacionário. De acordo com (Coelho, 2002), entende-se por múltiplas saídas estacionárias a situação onde para uma mesma entrada estacionária, pode-se ter mais de uma saída estacionária correspondente.

Uma vez conhecidas as principais configurações de modelos de blocos interconectados, a próxima seção tem como objetivo inserir o conceito de identificação de sistemas lineares no subespaço.

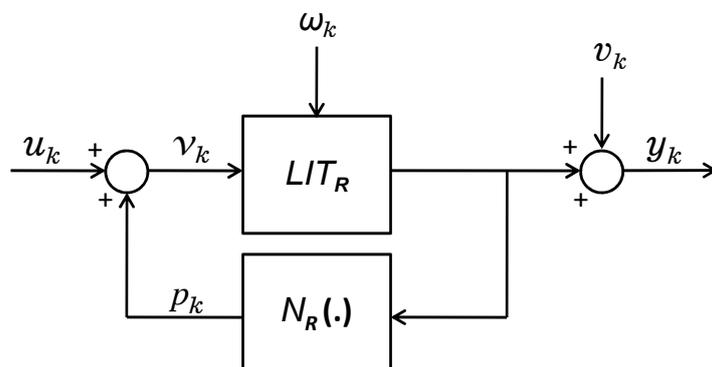


Figura 2.5: Modelo com realimentação estática monovariável. Os sinais u_k e y_k representam os sinais de entrada e saída do sistema, enquanto ω_k e v_k são ruídos de processo e de medição, respectivamente. As variáveis p_k e v_k são sinais entre blocos, normalmente desconhecidas a priori. Os blocos $N_R(\cdot)$ e LIT_R representam a não linearidade estática e o modelo dinâmico linear.

2.3 Identificação por subespaços para sistemas lineares

Os métodos de subespaços foram originalmente desenvolvidos para estimar modelos para sistemas lineares multivariáveis diretamente no espaço de estados. Estes métodos apresentam diversas vantagens em relação às formas convencionais de identificação de sistemas. A mais importante destas vantagens é que não é necessário muito conhecimento prévio do sistema para determinar o modelo. A ordem do modelo é determinada como parte do procedimento de estimação (Verhaegen e Dewilde, 1992a) e (Verhaegen e Dewilde, 1992b) (conforme será descrito na subseção 2.3.1). Além do mais, não é necessário conhecer todos os estados do sistema para determinar o modelo. Outra vantagem é que os métodos de subespaços são computacionalmente eficientes e podem ser utilizados para identificar sistemas que apresentam ruídos nos dados de entrada e/ou saída (Haverkamp, 2001).

Frente aos diversos algoritmos de identificação por subespaços, optou-se por utilizar, neste trabalho, o método MOESP. O principal fator que levou à escolha deste método é sua capacidade de tratar perturbações e estimar bons modelos, conforme pode ser visto em (Ricco, 2012).

O método MOESP é um algoritmo de identificação de sistemas lineares, proposto por (Verhaegen e Dewilde, 1992a) e (Verhaegen e Dewilde, 1992b). Considere a seguinte representação em espaço em estados

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \omega_k, \quad (2.1)$$

$$y_k = Cx_k + Du_k + v_k, \quad (2.2)$$

em que $u_k \in \mathbb{R}^p$ são as entradas conhecidas; $y_k \in \mathbb{R}^m$ são as medições de saída; $x_k \in \mathbb{R}^n$ é

o vetor de estados do sistema; $\omega_k \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de ruídos de processo; $v_k \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de ruídos de medição; $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a matriz dinâmica do sistema; $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$ é a matriz de entrada; $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ é a matriz de saída; $D \in \mathbb{R}^{m \times p}$ é a matriz de transmissão direta. O problema de identificação por subespaços consiste em determinar, a partir de uma sequência de dados de entrada u_k e de saída y_k , $k = 1, \dots, N$, a ordem n do sistema e as matrizes de estado A , B , C e D .

2.3.1 Matriz em Blocos de Hankel

As matrizes em blocos de Hankel são uma importante ferramenta no processo de identificação por subespaços. Considerando a sequência de valores da entrada $\{u_0, u_1, \dots, u_{N-1}\}$, em que N é o número de amostras do vetor de entrada, a matriz de Hankel para este conjunto de dados é construída empilhando os termos da sequência da seguinte forma (Goethals et al., 2005)

$$U_{0|2i-1} = \begin{pmatrix} u_0 & u_1 & u_2 & \dots & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & u_3 & \dots & u_j \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{i-1} & u_i & u_{i+1} & \dots & u_{i+j-2} \\ u_i & u_{i+1} & u_{i+2} & \dots & u_{i+j-1} \\ u_{i+1} & u_{i+2} & u_{i+3} & \dots & u_{i+j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{2i-1} & u_{2i} & u_{2i+1} & \dots & u_{2i+j-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_p \\ U_f \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

em que $i \in \mathbb{N}$ e $j \in \mathbb{N}$ são índices previamente definidos pelo usuário tal que, $i \geq n$, $j \gg i$ e

$$2i + j - 1 = N. \quad (2.4)$$

A matriz de Hankel $U_{0|2i-1} \in \mathbb{R}$ tem dimensão $2ip \times j$, sendo p o número de entradas do sistema. As matrizes U_p e U_f são, respectivamente, as matrizes de dados passados e futuros. A distinção entre passado e futuro é um tanto arbitrária, levando em consideração que as matrizes U_p e U_f possuem elementos do passado em comum (Ricco, 2012). Uma explicação para esta nomenclatura pode ser encontrada se compararmos os subíndices dos termos da última linha da matriz U_p e os subíndices dos termos da primeira linha da matriz U_f . Observa-se que existe uma relação entre dados passados e futuros nestes subíndices. Procedimento semelhante ao realizado em (2.3) deve ser feito com o vetor $y_k \in \mathbb{R}^m$ de medições da saída, de modo a obter $Y_{0|2i-1}$, Y_p e Y_f .

Por meio das informações extraídas das matrizes em blocos de Hankel da entrada e da saída, define-se a matriz W_p como o empilhamento entre as matrizes U_p e Y_p , ou seja

$$W_p \triangleq [U_p \ Y_p]^T. \quad (2.5)$$

Essa matriz tem importância fundamental na construção do algoritmo MOESP, como mostrado adiante. A seguir, uma série de conceitos da Álgebra Linear são apresentados como forma de compreender melhor o algoritmo MOESP, que será detalhado na sequência.

Projeções Ortogonais e Oblíquas

Considere as matrizes $\alpha \in \mathbb{R}^{p \times j}$, $\beta \in \mathbb{R}^{q \times j}$ e $\gamma \in \mathbb{R}^{m \times j}$. Segundo (Fernandes, 2009), a projeção ortogonal do espaço de linhas da matriz α sobre o espaço de linhas da matriz β , denotada por α/β , é definida como

$$\alpha/\beta \triangleq \alpha\beta^T(\beta\beta^T)^\dagger\beta, \quad (2.6)$$

em que \dagger denota a pseudo-inversa de Moore-Penrose de uma matriz. A Figura 2.6 representa geometricamente a projeção ortogonal do vetor α no espaço de linhas do vetor β para um caso específico de duas dimensões.

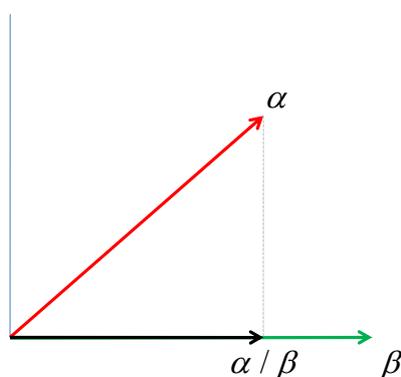


Figura 2.6: Projeção ortogonal do espaço de linhas do vetor α sobre o espaço de linhas do vetor β .

Uma vez apresentado o conceito da projeção ortogonal, define-se a projeção oblíqua do espaço de linhas da matriz α alinhada ao espaço de linhas da matriz β sobre o espaço de linhas da matriz γ , denotada por $\alpha/\beta\gamma$, como

$$\alpha/\beta\gamma \triangleq (\alpha - \alpha/\beta)(\gamma - \gamma/\beta)^\dagger\beta\gamma. \quad (2.7)$$

A Figura 2.7 representa geometricamente a projeção oblíqua do vetor α no espaço de linhas do vetor β sobre o espaço de linhas do vetor γ .

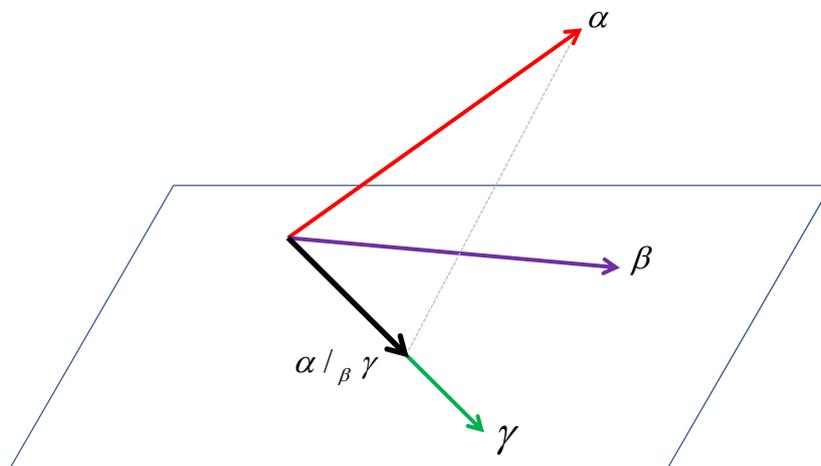


Figura 2.7: Projeção oblíqua do espaço de linhas do vetor α alinhado ao espaço de linhas do vetor β sobre o espaço de linhas do vetor γ para um caso específico de três dimensões. Adaptado de (Ricco, 2012).

Decomposição em Valores Singulares (SVD)

A decomposição em valores singulares é uma técnica algébrica que permite escrever uma matriz como sendo o produto de outras três matrizes. Uma compreensão completa da SVD depende do conceito de valores singulares de uma matriz. A definição encontrada em (Poole, 2009) define os valores singulares da seguinte forma.

Definição 2.3.1. Valores Singulares

Os valores singulares de uma matriz $H \in \mathbb{R}^{p \times j}$ são definidos como sendo as raízes quadradas dos autovalores de $H^T H$, e são denotados por $\sigma_1, \dots, \sigma_j$. Convencionalmente, ordena-se os valores singulares de modo que $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_j$.

□

Uma vez compreendido o conceito de valores singulares de uma matriz, (Figueiredo, 2009) define a SVD do seguinte modo.

Definição 2.3.2. Decomposição em Valores Singulares

Considerando uma matriz $H \in \mathbb{R}^{p \times j}$ de posto $r \leq \min(p, j)$ e com valores singulares $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$ e $\sigma_{r+1} = \sigma_{r+2} = \dots = \sigma_j = 0$, então existe uma matriz ortogonal $U \in \mathbb{R}^{p \times p}$, uma matriz ortogonal $V \in \mathbb{R}^{j \times j}$ e uma matriz $S \in \mathbb{R}^{p \times j}$, de modo que H pode ser representada por

$$H = USV^T, \quad (2.8)$$

em que $U^T U = V^T V = I$ e S é uma matriz diagonal cujos elementos da diagonal são os valores singulares da matriz H . Este conceito é de fundamental importância na compreensão do algoritmo MOESP que será apresentado a seguir.

□

Algoritmo MOESP

Uma vez elucidados os conceitos básicos de Álgebra Linear, são apresentados a seguir os passos utilizados na construção do algoritmo MOESP que proporcionam a estimação da ordem do sistema e das matrizes de estado do modelo por meio dos dados de entrada u_k e saída y_k , somente.

Algoritmo 1. Algoritmo MOESP

Passo 1: Construir as matrizes em blocos de Hankel (2.3), tanto para o vetor de entradas u_k quanto para o vetor de saídas y_k e extrair delas as matrizes U_p, U_f e Y_p, Y_f . Determinar também a matriz W_p , conforme (2.5).

Passo 2: Calcular a projeção oblíqua do espaço de linhas da matriz Y_f alinhada ao espaço de linhas da matriz U_f sobre o espaço de linhas da matriz W_p denotada por $Y_{f/U_f} W_p$.

Passo 3: Aplicar a decomposição em valores singulares na matriz da projeção oblíqua $Y_{f/U_f} W_p$ obtida no passo 2. Uma forma mais detalhada de se representar a SVD pode ser escrita do seguinte modo

$$Y_{f/U_f} W_p = \begin{pmatrix} U_1 & U_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Passo 4: A ordem n do modelo é igual ao número de valores singulares presentes em (2.9) que sejam diferentes de zero, isto é, $n = \text{posto}(S_1)$.

Passo 5: A partir das matrizes U_1 e S_1 obtidas no passo 3, determinar a matriz de observabilidade estendida, como se segue

$$\Gamma_i = U_1 S_1^{1/2} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Passo 6: Por meio da matriz de observabilidade estendida (Γ_i) obtida no passo 5, são estimadas a matriz dinâmica do sistema A e a matriz de saída C . A matriz C pode ser

obtida diretamente a partir do primeiro bloco linha de (2.10), enquanto a matriz A é determinada resolvendo o seguinte problema de mínimos quadrados linear

$$A = \underline{\Gamma}_i^+ \overline{\Gamma}_i, \quad (2.11)$$

em que $\underline{\Gamma}_i$ é Γ_i sem o último bloco linha e $\overline{\Gamma}_i$ é Γ_i sem o primeiro bloco linha.

Passo 7: Estimar as matrizes B de entrada e a matriz D de transmissão direta, por intermédio do método de mínimos quadrados. De acordo com (Ricco, 2012) este procedimento pode ser realizado da seguinte forma. Considere a seguinte igualdade

$$\Gamma_i^+ Y_f U_f^+ = \Gamma_i^+ H_i^d, \quad (2.12)$$

em que Γ_i^+ é uma matriz de posto completo que satisfaz $\Gamma_i^+ \Gamma_i = 0$ e H_i^d é uma matriz inferior de Toeplitz definida por

$$H_i^d \triangleq \begin{pmatrix} D & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ CB & D & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & D & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{i-2}B & CA^{i-3}B & CA^{i-4}B & \cdots & D \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Considerando que a parcela à esquerda de (2.12) pode ser substituída por $\mathcal{S}_k \in \mathbb{R}^{(mi-n) \times p}$ e Γ_i^+ por $\mathcal{N}_k \in \mathbb{R}^{(mi-n) \times m}$, tem-se que

$$\begin{pmatrix} \mathcal{S}_1 \\ \mathcal{S}_2 \\ \vdots \\ \mathcal{S}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{N}_1 & \mathcal{N}_2 & \cdots & \mathcal{N}_{i-1} & \mathcal{N}_i \\ \mathcal{N}_2 & \mathcal{N}_3 & \cdots & \mathcal{N}_i & 0 \\ \mathcal{N}_3 & \mathcal{N}_4 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathcal{N}_i & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_m & 0 \\ 0 & \underline{\Gamma}_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \\ B \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

A representação mostrada em (2.14) é um conjunto de equações lineares em que se deseja determinar as variáveis B e D . Esse é um problema sobredeterminado que pode ser solucionado por meio do método de mínimos quadrados.

□

Por meio da abordagem de blocos interconectados vista na Seção 2.2 e a identificação por subespaços para sistemas lineares revisada nesta seção é possível identificar sistemas não lineares no subespaços. A próxima seção apresenta alguns trabalhos que conciliam estas duas ferramentas para identificar modelos de Hammerstein e Wiener.

2.4 Identificação por subespaços para sistemas não lineares

Nesta seção, são apresentados alguns trabalhos que contemplam a identificação de modelos de Hammerstein e Wiener utilizando os métodos de subespaços. Normalmente, o que difere uma metodologia de outra é a forma como a não linearidade é representada no modelo (sua estrutura) e os procedimentos utilizados na identificação da mesma. De acordo com (Verhaegen e Westwick, 1996), que são um dos pioneiros neste área, os métodos de identificação de modelos de Hammerstein e Wiener por subespaços são subdivididos em três categorias. Estas divisões são detalhadas na sequência.

2.4.1 Identificação não iterativa em único estágio

Esta abordagem é utilizada quando a não linearidade estática é expandida em uma série (normalmente um polinômio) que seja linear nos parâmetros. Os termos desta expansão são utilizados como entradas ou saídas do sistema dinâmico linear, dependendo da representação escolhida (Hammerstein ou Wiener). Desta forma, um sistema não linear é transformado em um sistema linear e invariante no tempo multivariável, que pode ser identificado utilizando técnicas lineares.

Alguns dos autores que utilizam esta abordagem são (Gomez e Baeyens, 2002), (Gomez et al., 2004) e (Zeng et al., 2008) na identificação de modelos de Wiener. De um modo geral, a conexão existente entre estes trabalhos é a forma como o problema é escrito e como se estimam as matrizes de estado e os parâmetros da curva não linear. Considere a Figura 2.8, que é uma variação do modelo de Wiener apresentado na Figura 2.2, onde o ruído de medição v_k é adicionado ao sinal intermediário v_k .

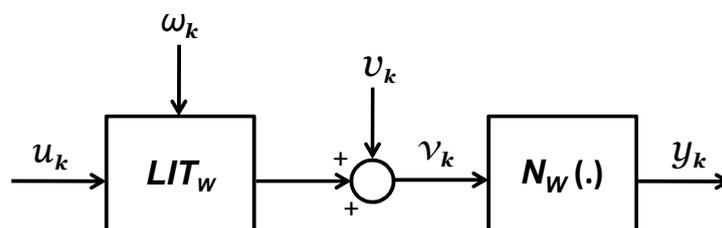


Figura 2.8: Modelo de Wiener para sistema monovariável. Este modelo é quase semelhante ao apresentado na Figura 2.2. A única diferença está no vetor de ruídos de medição v_k , que é adicionado ao sinal intermediário v_k .

Sendo assim, o bloco dinâmico linear do modelo de Wiener pode ser escrito da seguinte forma

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \omega_k, \quad (2.15)$$

$$v_k = Cx_k + Du_k + v_k, \quad (2.16)$$

e a inversa da curva estática N_W é representada por

$$N_W^{-1} = \sum_{i=1}^r \alpha_i g_i(y_k), \quad (2.17)$$

em que $g_i(\cdot)$ é o i -ésimo termo de expansão da função de base que representa a não linearidade estática, sendo α_i o parâmetro correspondente. As não linearidades estáticas podem ser representadas por funções polinomiais de Tchebyshev, Hermite, etc. Considerando (2.17), pode-se reescrever (2.16) da seguinte forma

$$\alpha Y_k \triangleq \sum_{i=1}^r \alpha_i g_i(y_k) = Cx_k + Du_k + v_k, \quad (2.18)$$

em que $\alpha \triangleq \{\alpha_1, \dots, \alpha_r\}^T$ e $Y_k \triangleq \{g_1^T(y_k), \dots, g_r^T(y_k)\}^T$. Dessa forma, o modelo de Wiener pode ser escrito como

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \omega_k, \quad (2.19)$$

$$Y_k = \tilde{C}x_k + \tilde{D}u_k + \tilde{v}_k, \quad (2.20)$$

em que $\tilde{C} \triangleq \alpha^\dagger C$, $\tilde{D} \triangleq \alpha^\dagger D$ e $\tilde{v}_k \triangleq \alpha^\dagger v_k$. Observa-se então que o sistema não linear foi reescrito na forma de uma representação em espaço de estados. Deste modo, utilizam-se técnicas de identificação lineares para estimar os parâmetros do modelo. Este método, no entanto, carrega consigo a restrição de invertibilidade da curva estática.

Procedimento semelhante é realizado por (Gomez e Baeyens, 2002) e (Jalaliddini e Kearney, 2011) na identificação de modelos de Hammerstein. Considere o modelo apresentado da Figura 2.1, em que o bloco dinâmico linear pode ser escrito da seguinte forma

$$x_{k+1} = Ax_k + Bv_k + \omega_k, \quad (2.21)$$

$$y_k = Cx_k + Dv_k + v_k, \quad (2.22)$$

e a curva estática N_H é representada por

$$N_H = \sum_{i=1}^r \alpha_i g_i(u_k). \quad (2.23)$$

Definindo os vetores

$$\alpha \triangleq \{\alpha_1, \dots, \alpha_r\}^T, \quad (2.24)$$

$$U_k \triangleq \{g_1(u_k), \dots, g_r(u_k)\}^T, \quad (2.25)$$

o modelo de Hammerstein pode ser reescrito substituindo (2.24) e (2.25) em (2.21) e (2.22) com (2.23),

$$x_{k+1} = Ax_k + B_\alpha U_k + \omega_k, \quad (2.26)$$

$$y_k = Cx_k + D_\alpha U_k + v_k, \quad (2.27)$$

em que

$$B_\alpha = \begin{bmatrix} b_1\alpha_1 & \dots & b_1\alpha_r \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_m\alpha_1 & \dots & b_m\alpha_r \end{bmatrix}, \quad (2.28)$$

$$D_\alpha = \begin{bmatrix} d\alpha_1 & \dots & d\alpha_r \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

De forma semelhante ao modelo de Wiener, o problema não linear foi reescrito na forma de uma representação em espaço de estados linear. Sendo assim, os parâmetros da parcela não linear do modelo e as matrizes de estado devem ser estimados de forma simultânea por meio de técnicas de identificação de sistemas lineares.

2.4.2 Identificação não iterativa em dois estágios

Nesta abordagem, as partes dinâmica linear e estática não linear do modelo são determinadas de forma separada. Após identificado um dos blocos do modelo, é possível determinar os sinais intermediários e estimar o outro bloco fazendo uso desta informação. Uma abordagem comum pode ser vista nos trabalhos de (Westwick e Verhaegen, 1996), (Lovera et al., 2000) e (Borjas e Garcia, 2013). A Figura 2.9 representa o algoritmo utilizado nestes trabalhos para estimar os parâmetros do modelo de Wiener. No bloco SMI (do inglês, *Subspace Method Identification*) utilizam-se os métodos MOESP ou N4SID para estimar a representação em espaço de estados.

Outra abordagem para a identificação de modelos de Hammerstein em dois estágios pode ser vista em (Salahshoor e Hamidavi, 2008). O processo de identificação é semelhante ao mostrado na Figura 2.9. Porém, as matrizes de estado são estimadas por meio do método SIMPCA (do inglês, *Subspace Identification Method via Principal Component Analysis*) e as curvas estáticas são representadas por funções de base radiais, cujos parâmetros são ajustados por meio de um algoritmo genético.

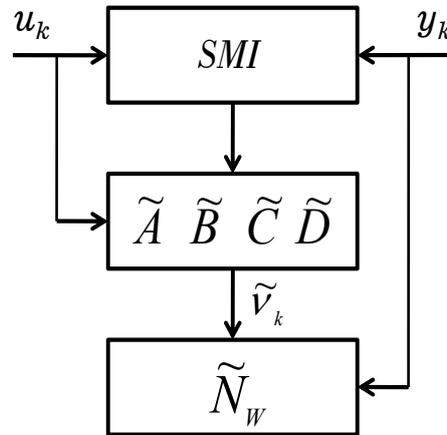


Figura 2.9: Algoritmo de identificação do modelo de Wiener em dois estágios. Por meio dos dados de entrada u_k e de saída y_k estimam-se as matrizes de estado \tilde{A} , \tilde{B} , \tilde{C} e \tilde{D} utilizando os algoritmos MOESP ou N4SID. De posse do sinal intermediário estimado \tilde{v}_k e do sinal de saída y_k , estima-se a curva estática \tilde{N}_W . Cada um dos métodos utilizam estruturas distinta para representar as curvas estáticas não lineares.

Duas abordagens muito importantes para este trabalho, baseadas na identificação em dois estágios, são as contribuições de (D'Amato et al., 2010) e (D'Amato et al., 2011). Esses dois trabalhos sugerem que as curvas estáticas dos modelos de Hammerstein e Wiener SISO sejam estimadas por meio de sinais harmônicos de entrada, utilizando o método da simetria de sinais. Um resumo de cada um dos métodos é apresentado a seguir

- **Modelo de Wiener:** Considere o modelo mostrado na Figura 2.2. Ao aplicar um sinal senoidal na entrada u_k do sistema, o bloco dinâmico linear LIT_W modifica o sinal de entrada em ganho e fase, gerando assim o sinal intermediário v_k . A curva estática não linear, por sua vez, modifica a forma do sinal intermediário v_k , não alterando sua fase em relação a y_k . Por meio desta informação, é possível estimar o sinal intermediário harmônico v_k atribuindo um ganho $\hat{\lambda}$ ao bloco dinâmico linear e alinhando o sinal estimado \hat{v}_k ao sinal de entrada u_k por meio do deslocamento de fase calculado $\hat{\phi}$. Sendo assim, estima-se a curva estática $N_W(\cdot)$ de forma não paramétrica. Com a informação da curva estática, é possível estimar o bloco dinâmico linear na segunda etapa do processo de identificação por meio de um ensaio dinâmico com um sinal persistentemente excitante.
- **Modelo de Hammerstein:** Considere o modelo mostrado na Figura 2.1. No modelo de Hammerstein, o processo de identificação dos blocos é invertido em relação ao processo de identificação do modelo de Wiener. Aplicando um sinal persistentemente excitante no sistema, estima-se o bloco dinâmico linear LIT_H por meio dos dados de entrada u_k e saída y_k . Uma vez obtido o bloco dinâmico linear,

aplica-se o sinal harmônico na entrada u_k do sistema. Por meio da saída não harmônica y_k , estima-se o sinal intermediário \hat{v}_k aplicando a saída y_k na função inversa do bloco LIT_H . De posse dos sinais de entrada u_k e intermediário estimado \hat{v}_k é possível determinar a curva estática $N_H(\cdot)$ de forma não paramétrica.

O método de identificação de modelos de Wiener por meio de entradas harmônicas será estendido para a aplicação em sistemas MIMO acoplados no Capítulo 3. A metodologia para estimar modelos de Hammerstein não pôde ser estendida pelo fato de ser necessário calcular a inversa da representação em espaço de estados com múltiplas entradas e múltiplas saídas. Além do mais, existem um série de restrições a este método, como o fato da estabilidade da parcela dinâmica linear. Quando se calcula a inversa de uma função de transferência, significa que os zeros da função assumirão o lugar dos pólos. Neste caso, se os zeros não estiverem contidos no interior do círculo unitário, para um sistema discreto, a inversa da função de transferência será instável.

2.4.3 Identificação iterativa

Esta classe de algoritmos inclui técnicas que refinam de forma iterativa a estimativa do subsistema dinâmico linear e da não linearidade estática. Neste contexto, cita-se o trabalho de (Jalaleddini e Kearney, 2013), que desenvolve uma técnica iterativa para determinar modelos de Hammerstein do tipo SISO no espaço de estados. A formulação do problema abordado neste trabalho é a mesma apresentada pelas equações (2.21) a (2.29). A diferença entre os métodos é que a estimativa dos parâmetros do modelo de Hammerstein são calculadas de forma iterativa.

2.5 Considerações finais

Neste capítulo, foram revisadas as estruturas de blocos interconectados existentes na literatura para representar sistemas não lineares monovariáveis e os métodos de subespaços aplicados a sistemas lineares e não lineares. Apresentou-se todo o processo de construção do algoritmo MOESP e uma revisão sobre os métodos de identificação de sistemas não lineares por meio de blocos interconectados. Pode-se concluir que existem diversas maneiras de identificar modelos de Hammerstein e Wiener, tanto para sistema monovariáveis quanto multivariáveis, por meio dos métodos de subespaços. A literatura a respeito deste assunto ainda é escassa, o que torna este tema interessante de ser explorado.

A Figura 2.10 apresenta uma tabela comparativa dos trabalhos existentes na literatura que utilizam os métodos de subespaços para identificar modelos de Hammerstein e Wiener.

Percebe-se que os algoritmos MOESP e N4SID de identificação por subespaços dominam este cenário pelo fato de serem os métodos mais antigos e consagrados na

	Trabalho	Características									
● Monovariável											
● Multivariável - desacoplado											
● Identificação em uma etapa											
● Identificação em duas etapas											
● Identificação iterativa											
● Identificação recursiva											
● Hammerstein											
● Wiener											
● MOESP											
● N4SID											
● SIMPCA											
	Verhaegen e Westwick, 1996	●	●	●	●						●
	Westwick e Verhaegen, 1996	●	●					●			●
	Lovera et al., 2000	●	●	●				●			●
	Gómez e Baeyens, 2002	●				●	●	●	●		
	Gomez et al., 2004	●				●		●	●		
	Zeng et al., 2008	●				●		●	●		
	Salahshoor e Hamidavi, 2008	●	●					●	●		
	Jalaleddini e Kearney, 2011		●			●	●				●
	Jalaleddini e Kearney, 2013		●		●		●				●
	Borjas e Garcia, 2013		●	●					●	●	●

Figura 2.10: Revisão bibliográfica: identificação de modelos de Hammerstein e Wiener por meio dos métodos de subespaços.

literatura. De um modo geral, a quantidade de artigos que abordam a identificação de um ou outro tipo de modelo é bastante equilibrada. Alguns deles, porém poucos, abordam ambos os casos. No entanto, grande parte dos métodos de identificação de modelos de Hammerstein ou Wiener multivariáveis consideram que os sistemas são desacoplados. Outro ponto que pode ser observado é que na identificação em um estágio, a estrutura das curvas estáticas é restrita a uma classe de representações paramétricas. Nos métodos baseados em dois estágios, apesar de serem necessários dois tipos de ensaios, não existem restrições quanto à estrutura das curvas estáticas. Baseado nesse cenário, este trabalho surge com o intuito de apresentar metodologias para a identificação de sistemas multivariáveis acoplados e como forma de dar mais uma contribuição aos métodos de identificação de sistemas não lineares, no subespaços, em dois estágios.

Identificação de Modelos de Hammerstein e Wiener Multivariáveis

"O que sabemos não é muito. O que não sabemos é imenso."

Pierre Simon Laplace

3.1 Introdução

Neste capítulo, são apresentadas duas abordagens distintas para a obtenção de modelos de Hammerstein e Wiener para sistemas multivariáveis. Ambas as metodologias propõem a identificação dos modelos de forma não interativa em dois estágios. O primeiro estágio consiste em determinar as curvas estáticas não lineares e o segundo, a parte dinâmica linear dos modelos de blocos interconectados. A diferença entre os métodos está na maneira como são estimadas as curvas estáticas não lineares.

Na primeira abordagem, tratada na Seção 3.2, utiliza-se de ensaios estáticos (Coelho et al., 2002), onde são aplicados múltiplos degraus de amplitudes crescentes nas entradas do sistema para estimar as curvas estáticas dos modelos de Hammerstein e Wiener. Por meio da resposta do sistema aos múltiplos degraus, estimam-se as curvas estáticas de forma não paramétrica. Na segunda abordagem, tratada na Seção 3.3, utiliza-se do método da simetria de sinais (D'Amato et al., 2011) para estimar as curvas estáticas do modelo de Wiener aplicando sinais harmônicos nas entradas do sistema. Por meio das respostas do sistema aos sinais harmônicos, no regime permanente, determinam-se as curvas estáticas do modelo de forma não paramétrica.

A segunda etapa do processo de identificação, em ambos os métodos, consiste em determinar a parcela dinâmica linear. Por meio de um ensaio dinâmico, aplicam-se sinais persistentemente excitantes e descorrelacionados nas entradas do sistema e estimam-se os sinais intermediários a partir do conhecimento das curvas estáticas. De posse dos sinais de entrada, intermediários e de saída, estima-se a parcela linear de cada um dos modelos por meio do método MOESP.

Desta forma, os modelos de blocos interconectados obtidos neste capítulo são todos semi paramétricos, pelo fato das curvas estáticas serem não paramétricas e o bloco dinâmico linear paramétrico. Este capítulo ainda apresenta exemplos simulados ao final de cada subseção, descrevendo passo a passo a aplicação das metodologias propostas.

Por fim, a Seção 3.4 apresenta as considerações finais, comparando as metodologias e fazendo algumas considerações a respeito de cada uma delas.

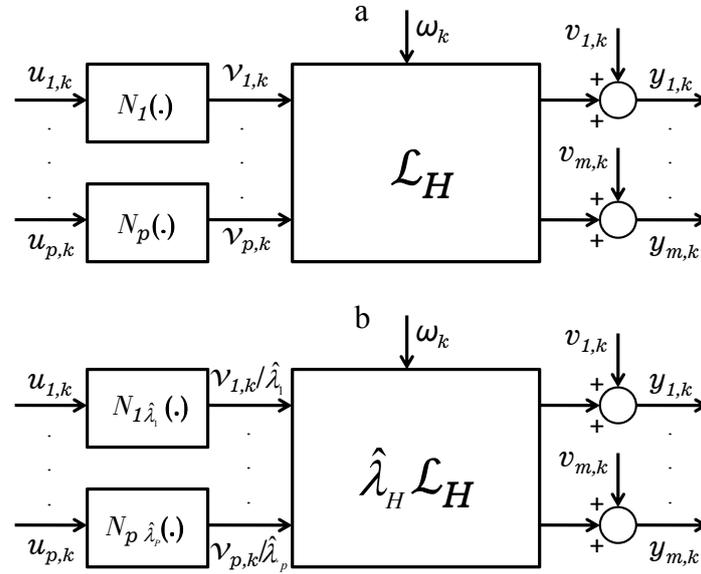


Figura 3.1: Representação do modelo de Hammerstein MIMO. a) Os p blocos $N_j(\cdot)$, $j = 1, \dots, p$ representam as curvas estáticas não lineares enquanto o bloco \mathcal{L}_H descreve a parte dinâmica linear multivariável do modelo. b) Modelo equivalente ao representado em (a) modificado em escala. Os valores de $\hat{\lambda}_H = \left\{ \frac{1}{\hat{\lambda}_1}, \dots, \frac{1}{\hat{\lambda}_p} \right\}$ representam os fatores de escala atribuídos às p curvas estáticas do modelo. Os ganhos reais $\lambda_H = \left\{ \frac{1}{\lambda_1}, \dots, \frac{1}{\lambda_p} \right\}$ das curvas estáticas não podem ser identificados.

As Figuras 3.1a e 3.2a apresentam a estrutura utilizada para identificar os modelos de Hammerstein e Wiener, respectivamente. Os blocos $\mathcal{L}_H = \{A_H, B_H, C_H, D_H\}$ e $\mathcal{L}_W = \{A_W, B_W, C_W, D_W\}$ descrevem a parcela dinâmica linear dos modelos de Hammerstein e Wiener no espaço de estados, enquanto os blocos $N_j(\cdot)$, $j = 1, \dots, p$ (Figura 3.1a) e $N_i(\cdot)$, $i = 1, \dots, m$ (Figura 3.2a) representam as curvas estáticas não lineares de cada um destes modelos.

Sabe-se que as únicas informações disponíveis no processo de identificação de ambos os modelos são os dados de entrada $u_{j,k}$, $j = 1, \dots, p$ e de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. No entanto, não é possível calcular os ganhos reais $\lambda_H = \left\{ \frac{1}{\lambda_1}, \dots, \frac{1}{\lambda_p} \right\}$ das curvas estáticas do modelo de Hammerstein nem os ganhos reais $\lambda_W = \{\lambda_1, \dots, \lambda_m\}$ do bloco dinâmico linear no modelo de Wiener somente com as sequências de dados de entrada e de saída. Deste modo, alternativamente, estimam-se modelos modificados em escala, apresentados nas Figuras 3.1b e 3.2b. Nessas representações, atribuem-se ganhos (que serão designados a partir daqui de fatores de escala) $\hat{\lambda}_H = \left\{ \frac{1}{\hat{\lambda}_1}, \dots, \frac{1}{\hat{\lambda}_p} \right\}$ e $\hat{\lambda}_W = \{\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_m\}$

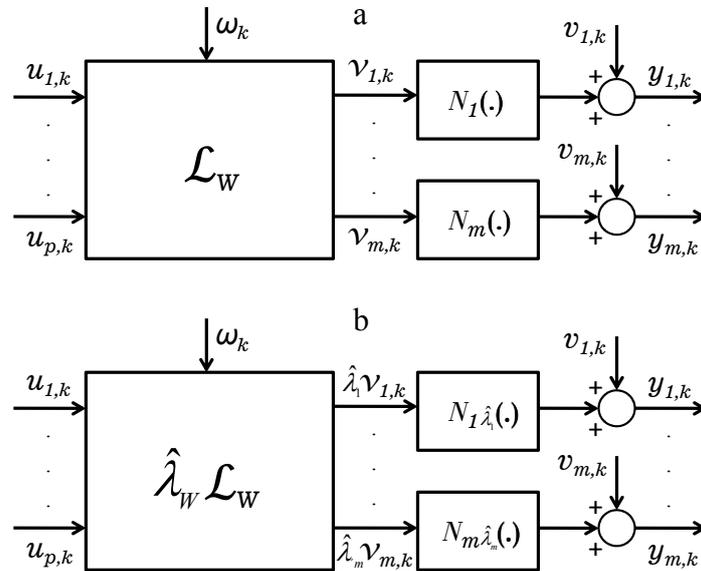


Figura 3.2: Representação do modelo de Wiener MIMO. a) O bloco \mathcal{L}_W descreve a parte dinâmica linear multivariável do modelo enquanto os m blocos posteriores $N_i(\cdot)$, $i = 1, \dots, m$ são as curvas estáticas não lineares. b) Modelo equivalente ao representado em (a) modificado em escala. Os valores de $\hat{\lambda}_W = \{\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_m\}$ representam os fatores de escala atribuídos às saídas do bloco linear multivariável. Os ganhos reais $\lambda_W = \{\lambda_1, \dots, \lambda_m\}$ do bloco linear não podem ser identificados.

aos modelos. Por conseguinte, tanto as curvas estáticas quanto a parcela dinâmica linear de ambos os modelos também são alteradas por estes fatores.

As estruturas apresentadas nas Figuras 3.1 e 3.2 serão amplamente citadas nas Seções 3.2 e 3.3. Todos os métodos apresentados neste capítulo assumem que os sistemas a serem identificados são assintoticamente estáveis.

3.2 Identificação por múltiplos degraus

Os métodos detalhados a seguir são utilizados para determinar modelos de Hammerstein e Wiener para sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas por meio de testes estáticos e identificação por subespaços.

Os testes estáticos consistem da aplicação de diversos degraus de amplitudes crescentes nas entradas do sistema e a observação das saídas resultantes, no regime permanente. Por meio destas informações, é possível determinar de forma não paramétrica as curvas estáticas dos modelos. Vale ressaltar, que por meio dos dados obtidos neste teste, pode-se obter uma curva estática paramétrica, porém não é necessário. As vantagens de se utilizar uma representação não paramétrica para descrever as curvas estáticas são mais evidentes na identificação de modelos de Wiener, como será discutido na

Subseção 3.2.2 e na Seção 3.3.

A identificação das curvas estáticas dos modelos de Hammerstein e Wiener por meio de múltiplos degraus é comumente aplicada em sistemas SISO, como pode ser visto nos trabalhos de (Coelho et al., 2002) e (Santos et al., 2010), por exemplo. No entanto, o desafio de estender este método para o caso MIMO está na forma como os sinais devem ser aplicados nas entradas e como devem ser interpretados nas saídas do sistema. Na identificação dos modelos de Hammerstein, os sinais de amplitude crescente são aplicados um por vez em cada entrada para identificar as curvas estáticas, uma vez que as não linearidades se encontram nas entradas do sistema. Nos modelos de Wiener, os sinais são aplicados de forma simultânea nas entradas e observados um por vez nas saídas, uma vez que as não linearidades se encontram nas saídas do sistema. Esses dois métodos ficarão claros nas próximas subseções.

A parte dinâmica linear do modelo, por sua vez, é determinada por meio dos métodos de subespaços, de forma paramétrica. Isso faz com que o modelo obtido, como um todo, seja semi paramétrico.

A Subseção 3.2.1 apresenta uma metodologia para a determinação de modelos de Hammerstein para sistemas MIMO, enquanto a Subseção 3.2.2 apresenta uma abordagem para a identificação de modelos de Wiener para sistemas MIMO. Cada uma destas subseções é concluída apresentando um exemplo simulado de aplicação da metodologia proposta.

3.2.1 Modelo de Hammerstein

Considere a Figura 3.1a que apresenta a estrutura do modelo de Hammerstein utilizada nesta subseção para identificar modelos MIMO. As p curvas estáticas do modelo, segundo a metodologia apresentada nesta subseção, são estimadas de forma não paramétrica. Já a parcela dinâmica linear é representada no espaço de estados, de forma paramétrica. No entanto, a aplicação desta metodologia é restrita a duas condições

Premissa 3.2.1. As entradas do sistema devem ser desacopladas. Deste modo, cada uma das p entradas do bloco dinâmico linear deve ser precedida de uma curva estática não linear. Isto implica que cada uma das saídas não apresentará termos não lineares cruzados das entradas.

□

Premissa 3.2.2. É necessário que $N_j(0) = 0$, $j = 1, \dots, p$. Esta restrição significa, na prática, que todas as m saídas do modelo de Hammerstein devem ser nulas quando todas as p entradas são nulas.

□

A sequência de passos a seguir detalha os procedimentos utilizados para a obtenção do modelo de Hammerstein semi paramétrico.

Algoritmo 2. *Algoritmo de identificação de modelos de Hammerstein MIMO por meio de múltiplos degraus*

Passo 1: Determinar a faixa de operação do sistema, especificando um valor mínimo A_{min} e um valor máximo A_{max} para as amplitudes dos sinais de entrada.

Passo 2: Aplicar, na primeira entrada do sistema, um sinal formado por degraus de amplitudes crescentes

$$u_{1,k} = A_{min}u(k) + B_0 \sum_{l=1}^q u(k - lM), \quad (3.1)$$

em que q é o número de variações de patamares do sinal de entrada, M é o número de amostras que garante que a resposta do sistema ao degrau chegue ao regime permanente e B_0 é o valor do acréscimo do sinal, calculado, por exemplo, do seguinte modo

$$B_0 = \frac{A_{max} - A_{min}}{q}. \quad (3.2)$$

As demais $p - 1$ entradas do sistema devem permanecer nulas $u_{2,k}, \dots, u_{p,k} = 0$.

Passo 3: Registrar os $q + 1$ valores em regime permanente de cada uma das m saídas do sistema $y_{i,lM}$, $i = 1, \dots, m$ e $l = 1, \dots, q + 1$, referentes à aplicação do sinal (3.1) na primeira entrada do sistema.

Observação 1. Considere que o bloco dinâmico linear do modelo de Hammerstein \mathcal{L}_H pode ser escrito da seguinte forma, no domínio da frequência

$$\begin{aligned} Y_1(z) &= G_{11}(z)v_1(z) + \dots + G_{1p}(z)v_p(z), \\ Y_m(z) &= G_{m1}(z)v_1(z) + \dots + G_{mp}(z)v_p(z), \end{aligned} \quad (3.3)$$

em que G_{ij} , $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, p$ são funções de transferência que relacionam cada uma das entradas v_j , $j = 1, \dots, p$ com cada uma das saídas do bloco linear Y_i , $i = 1, \dots, m$ do modelo. Considere que $\hat{\lambda}_{ij}$, $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, p$ são os ganhos atribuídos (fatores de escala), em regime permanente, de cada uma das funções de transferência e que

$$\hat{\lambda}_{ij} = \hat{\lambda}_j, \quad i = 1, \dots, m \text{ e } j = 1, \dots, p. \quad (3.4)$$

A última equação sugere que os ganhos atribuídos, em regime permanente, para cada uma das funções de transferência G_{ij} , $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, p$ sejam iguais aos valores inversos dos ganhos atribuídos às curvas estáticas. Esta consideração será útil na estimativa dos sinais intermediários $\hat{v}_{j,k}$, $j = 1, \dots, p$. Levando em conta a premissa 3.2.2 e (3.4), ao aplicar um sinal em degrau na primeira entrada do sistema $U_1(z) = A_{min}$ e zerando as demais $p - 1$ entradas do bloco dinâmico linear, representadas em (3.3), tem-se que o sinal intermediário $\hat{v}_{1,k}$ pode ser calculado, no domínio do tempo discreto e no regime permanente da seguinte maneira

$$\hat{v}_{1,k} = \frac{y_{i,k}}{\hat{\lambda}_1}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (3.5)$$

em que $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ são os valores em regime permanente das saídas do sistema. A equação (3.5) mostra que atribuindo ganhos iguais a todas as funções de transferência G_{i1} , $i = 1, \dots, m$ do bloco \mathcal{L}_H e aplicando um sinal em degrau na primeira entrada do sistema e zerando as demais $p - 1$ entradas, o sinal intermediário estimado $\hat{v}_{1,k}$, no regime permanente, pode ser calculado a partir de qualquer saída do sistema. Logicamente, esses sinais serão diferentes dependendo da saída que se escolher. No entanto, os ganhos do modelo são compensados na segunda parte do processo de identificação, que trata da estimativa da parcela dinâmica linear do modelo.

Considerando a entrada (3.1) proposta no passo 2 da metodologia, a relação definida entre as saídas e o sinal intermediário estimado $\hat{v}_{1,k}$ do modelo de Hammerstein, no regime permanente, pode ser escrita da seguinte forma

$$\hat{v}_{1,lM} = \frac{y_{i,lM}}{\hat{\lambda}_1}, \quad l = 1, \dots, q + 1 \quad e \quad i = 1, \dots, m. \quad (3.6)$$

Deste modo, escolhe-se uma das m saídas do sistema, em regime permanente, para determinar $\hat{v}_{1,lM}$, $l = 1, \dots, q + 1$. A relação estabelecida em (3.6) pode ser expandida e aplicada para estimar os demais sinais intermediários $\hat{v}_{j,lM}$, $j = 1, \dots, p$ e $l = 1, \dots, q + 1$ do modelo de Hammerstein.

□

Passo 4: Atribuir um valor ao ganho $\hat{\lambda}_1$ e estimar de forma não paramétrica, a primeira curva estática do modelo de Hammerstein $\hat{N}_1(u_{1,k})$, traçando uma curva com os seguintes pares ordenados

$$\hat{N}_1(u_{1,k}) = \{u_{1,lM}, \hat{v}_{1,lM}\}, \quad l = 1, \dots, q + 1. \quad (3.7)$$

Os demais pontos da curva estática, contidos entre uma amostra e outra, são estimados por meio de interpolações.

Passo 5: Aplicar os procedimentos 2 a 4 nas demais $p - 1$ entradas do sistema, de modo a obter as p curvas estáticas não paramétricas do modelo de Hammerstein.

Passo 6: Aplicar sinais persistentemente excitantes nas p entradas do sistema, de forma simultânea, e estimar uma representação em espaços de estados $(\hat{A}_H, \hat{B}_H, \hat{C}_H, \hat{D}_H)$ para a parte dinâmica do modelo por meio do algoritmo MOESP. Deve-se atentar para o fato de que a amplitude dos sinais não ultrapassem os limites de operação do sistema. Os dados utilizados na identificação do modelo são os sinais intermediários estimados $\hat{v}_k = \{\hat{v}_{1,k}, \dots, \hat{v}_{p,k}\}$ e os sinais de saída $y_k = \{y_{1,k}, \dots, y_{m,k}\}$ do sistema. Os sinais intermediários devem ser estimados por meio de mapeamento, utilizando os sinais de entrada persistentemente excitantes $u_k = \{u_{1,k}, \dots, u_{p,k}\}$ e cada uma das p curvas estáticas estimadas.

□

Vale ressaltar que os algoritmos de subespaços conseguem determinar a ordem n do sistema linear somente com os dados de entrada e saída. Para elucidar a metodologia apresentada nesta subseção, propõe-se a aplicação do método em um exemplo simulado, apresentado a seguir.

Exemplo 3.2.1. Considere um sistema MIMO, com duas entradas e duas saídas, com estrutura baseada na Figura 3.1a, em que

$$N_1(u_{1,k}) = 1,13u_{1,k}^3 + 0,87u_{1,k}^2 + 2,12u_{1,k}, \quad (3.8)$$

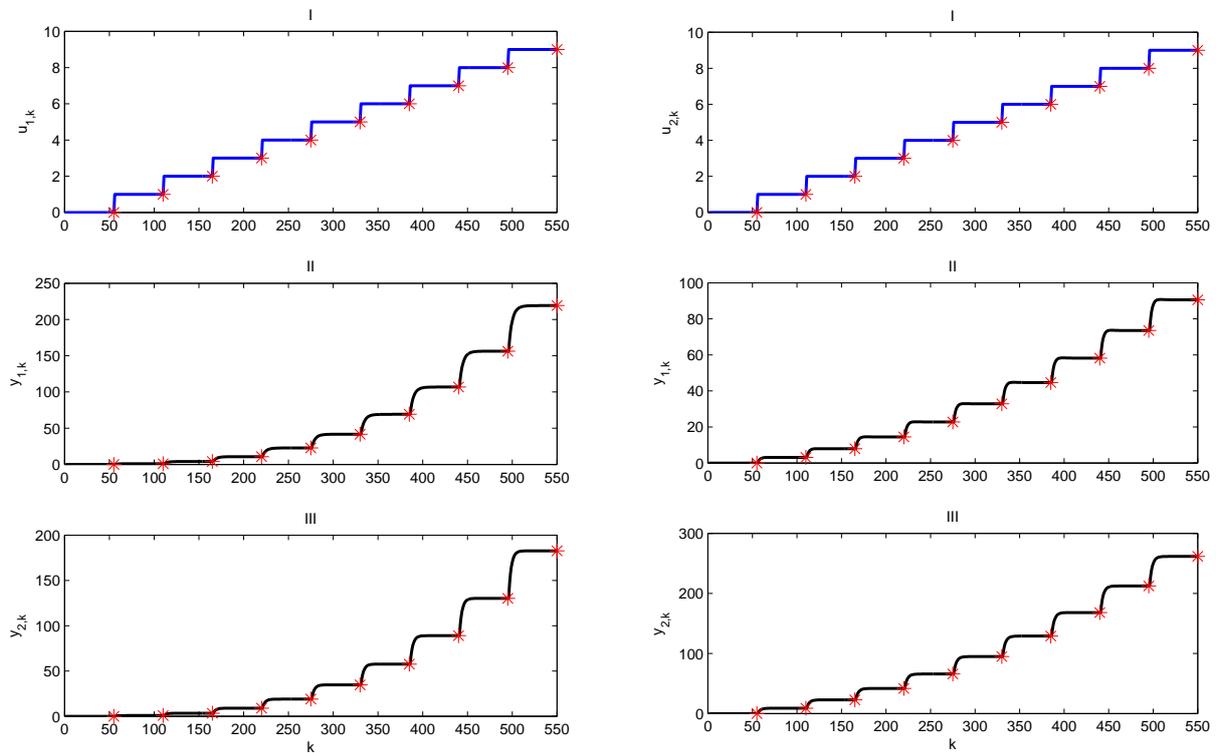
$$N_2(u_{2,k}) = 0,97u_{2,k}^2 + 2,45u_{2,k}, \quad (3.9)$$

$$A_H = \begin{bmatrix} 0,80 & 0,00 \\ 0,00 & 0,70 \end{bmatrix}, \quad B_H = \begin{bmatrix} 0,02 & -0,08 \\ 0,06 & 0,78 \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

$$C_H = \begin{bmatrix} 1,00 & 0,50 \\ 0,00 & 1,00 \end{bmatrix}, \quad D_H = \begin{bmatrix} 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Os primeiros passos da metodologia tem como finalidade estimar as curvas estáticas do modelo. Os sinais de entrada utilizados para estimar as duas curvas são apresentados nas Figuras 3.3a (I) e 3.3b (I). As amplitudes destes sinais variam entre $A_{min} = 0$ e $A_{max} = 9$. O número de variações de patamar é $q = 9$ e o valor dos acréscimos é $B_0 = 1$. A taxa de amostragem utilizada é igual a 1s e $M = 55$. Os asteriscos (*) assinalados em vermelho nestas figuras representam os $q + 1$ valores das amplitudes dos sinais de entrada $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ aplicados no sistema. Nesta etapa do processo de identificação, por simplicidade, considera-se que os ruídos de processo e de medição são nulos.

As Figuras 3.3a(II) e 3.3a(III) mostram as saídas $y_{1,k}$ e $y_{2,k}$ do sistema referentes à aplicação dos sinais de entrada $u_{1,k}$, apresentado na Figura 3.3a(I) e $u_{2,k} = 0$. As Figuras 3.3b(II) e 3.3b(III) mostram as saídas $y_{1,k}$ e $y_{2,k}$ do sistema referentes à aplicação dos sinais de entrada $u_{2,k}$, apresentado na Figura 3.3b(I) e $u_{1,k} = 0$. Os asteriscos (*) assinalados em vermelho nestas figuras sinalizam os $q + 1$ valores de regime permanente das saídas $y_{1,IM}$



(a) (I) Sinal de entrada $u_{1,k}$ utilizado na identificação da curva estática $\hat{N}_1(u_{1,k})$. Os asteriscos (*) em vermelho nesta figura indicam as amplitudes do sinal. O sinal de entrada $u_{2,k}$ é igual a zero. (II) Sinal da saída $y_{1,k}$ e (III) sinal da saída $y_{2,k}$. Nestas duas últimas figuras, os asteriscos em vermelho sinalizam as amplitudes dos sinais de saída no estado estacionário.

(b) (I) Sinal de entrada $u_{2,k}$ utilizado na identificação da curva estática $\hat{N}_2(u_{2,k})$. Os asteriscos (*) em vermelho nesta figura indicam as amplitudes do sinal. O sinal de entrada $u_{1,k}$ é igual a zero. (II) Sinal da saída $y_{1,k}$ e (III) sinal da saída $y_{2,k}$. Nestas duas últimas figuras, os asteriscos em vermelho sinalizam as amplitudes dos sinais de saída no estado estacionário.

Figura 3.3: Sinais de entrada e saída utilizados no processo de identificação das curvas estáticas não lineares do modelo de Hammerstein.

e $y_{2,lM}$, $l = 1, \dots, q + 1$, que são utilizados para estimar os sinais intermediários $\hat{v}_{1,k}$ e $\hat{v}_{2,k}$, conforme explicado no passo 3 da metodologia. Para a estimativa de $\hat{v}_{1,k}$, utilizou-se a saída $y_{1,k}$ e para a estimar $\hat{v}_{2,k}$ utilizou-se a saída $y_{2,k}$. Essas escolhas foram feitas levando em consideração o maior valor excursionado pelas saídas durante cada ensaio. Como se trata da estimativa de curvas não lineares, quanto maior for a amplitude excursionada pela saída melhor é a estimativa da curva estática. Ressalta-se que os ensaios para a estimativa das duas curvas estáticas são realizados separadamente.

Considere os sinais apresentados na Figura 3.3a. Escolhendo um valor de $\hat{\lambda}_1 = 1$, tem-se, por meio de (3.6), que $\hat{v}_{1,lM} = y_{1,lM}$, $l = 1, \dots, q + 1$. A partir desta relação, estima-se a curva estática $\hat{N}_1(u_{1,k})$ utilizando os pontos assinalados nas Figuras 3.3a (I) e 3.3a (II).

Considere, em um segundo momento, os sinais apresentados na Figura 3.3b. Es-

colhendo um valor de $\hat{\lambda}_2 = 1$, tem-se que $\hat{v}_{2,IM} = y_{2,IM}$, $l = 1, \dots, q + 1$. Por meio desta relação, estima-se a curva estática $\hat{N}_2(u_{2,k})$ utilizando os pontos assinalados nas Figuras 3.3b (I) e 3.3b (III). As estimativas não paramétricas de ambas as curvas são mostradas nas Figuras 3.4a e 3.4b.

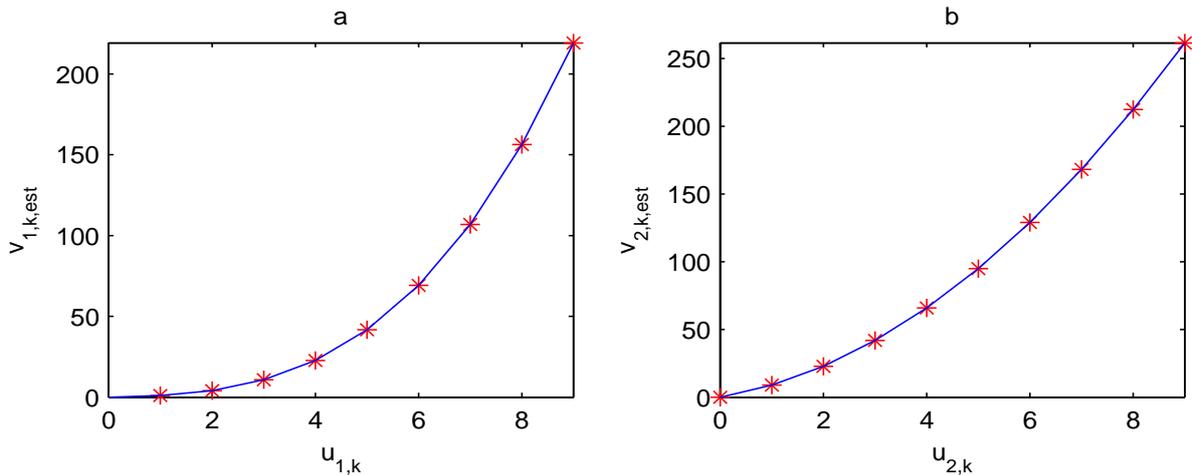


Figura 3.4: Curvas estáticas não paramétricas estimadas para o modelo de Hammerstein MIMO por meio de testes estáticos. (a) Curva estática $\hat{N}_1(u_{1,k})$ e (b) curva estática $\hat{N}_2(u_{2,k})$. O traço contínuo, em ambas as figuras, representam as curvas estáticas estimadas para cada uma das entradas do modelo a partir dos pares ordenados obtidos nas simulações (*). O ajuste das curvas é realizado por meio de interpolações.

Uma vez estimadas as curvas estáticas $\hat{N}_1(u_{1,k})$ e $\hat{N}_2(u_{2,k})$, é possível identificar a parcela dinâmica linear do modelo. Os dois sinais de entrada $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ persistentemente excitantes utilizados nesta etapa do processo de identificação são mostrados nas Figuras 3.5a e 3.5b. Tratam-se de dois sinais PRBS (do inglês, *Pseudo-Random Binary Sequence*), ambos com $N = 2000$ pontos e número de bits $b_1 = 20$ e $b_2 = 18$, respectivamente.

As saídas $y_{1,k}$ e $y_{2,k}$ do sistema são mostradas nas Figuras 3.5c e 3.5d. Ressalta-se que, no decorrer das simulações, foram inseridos ruídos Gaussianos brancos de processo e de medição, ambos com média nula e desvio padrão $\sigma_p = 0,1$ e $\sigma_m = 1$, respectivamente. As primeiras 100 amostras da janela de dados apresentada na Figura 3.5 são descartadas. O restante da janela de dados é dividida entre dados de identificação ($100 < k \leq 1100$) e dados de validação ($1100 < k \leq 2000$).

Por meio de mapeamentos, estimam-se os sinais intermediários $\hat{v}_{1,k}$ e $\hat{v}_{2,k}$, aplicando os sinais $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ nas curvas estáticas estimadas $\hat{N}_1(u_{1,k})$ e $\hat{N}_2(u_{2,k})$. Uma vez conhecidos os sinais intermediários estimados $\hat{v}_k = \{\hat{v}_{1,k}, \hat{v}_{2,k}\}$ e os sinais de saída $y_k = \{y_{1,k}, y_{2,k}\}$, torna-se possível identificar a parcela dinâmica linear do modelo $(\hat{A}_H, \hat{B}_H, \hat{C}_H, \hat{D}_H)$ por meio do algoritmo MOESP. A representação em espaço de estados estimada é apresentada a seguir

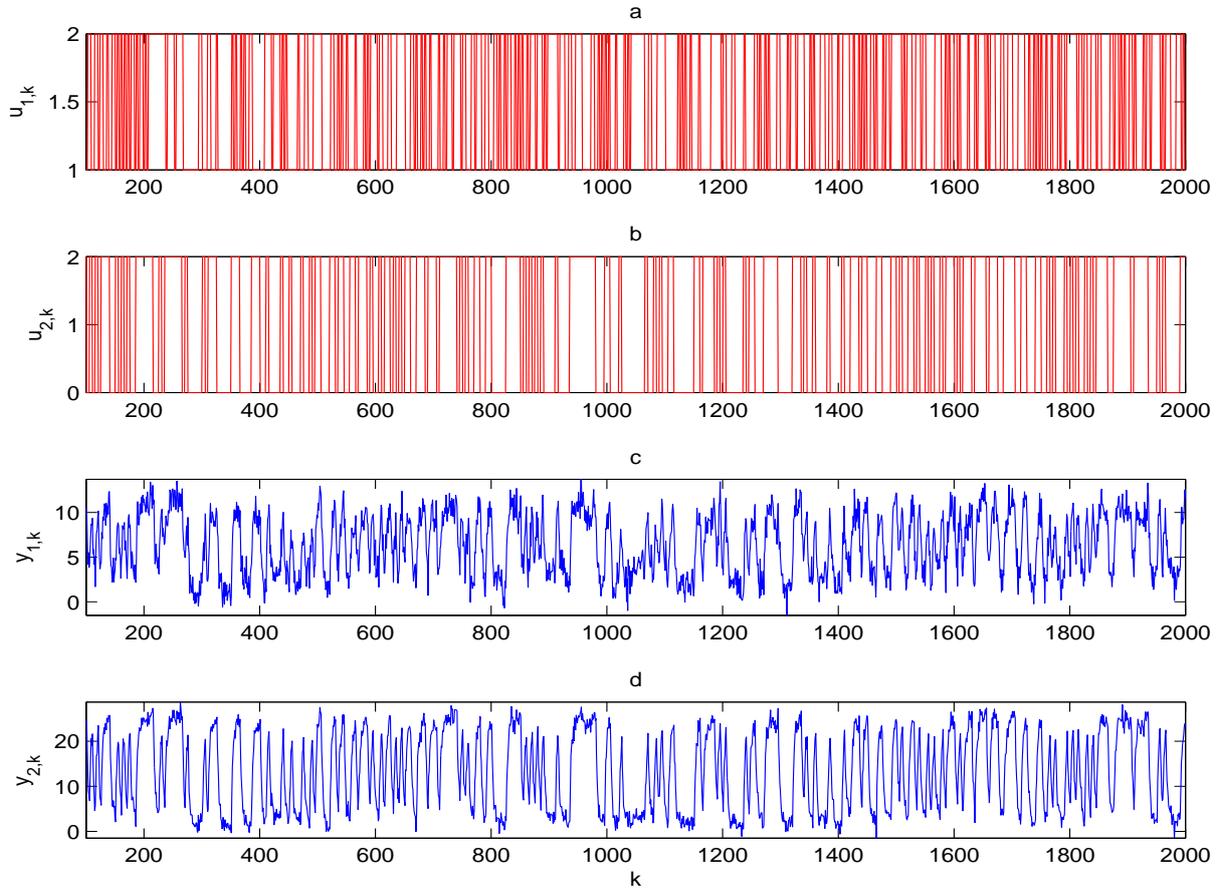


Figura 3.5: Sinais de entrada e saída utilizados na identificação da parcela linear ($\hat{A}_H, \hat{B}_H, \hat{C}_H, \hat{D}_H$) e validação do modelo de Hammerstein. Sinais de entrada persistentemente excitantes (do tipo PRBS) (a) $u_{1,k}$ e (b) $u_{2,k}$ e saídas do sistema (c) $y_{1,k}$ e (d) $y_{2,k}$.

$$\hat{A}_H = \begin{bmatrix} 0,69 & 0,02 \\ 0,01 & 0,84 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_H = \begin{bmatrix} -0,02 & -0,02 \\ 0,02 & 0,00 \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

$$\hat{C}_H = \begin{bmatrix} -4,43 & 3,85 \\ -12,00 & -1,02 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_H = \begin{bmatrix} -0,03 & 0,00 \\ -0,03 & -0,00 \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Vale ressaltar que os autovalores das matrizes A_H e \hat{A}_H são aproximadamente iguais, sendo $p_1 = 0,70$ e $p_2 = 0,80$ os autovalores de A_H e $\hat{p}_1 = 0,68$, $\hat{p}_2 = 0,85$ os autovalores de \hat{A}_H . Isto indica que tanto o sistema quanto o modelo estimado tem propriedades dinâmicas semelhantes.

A Figura 3.6 mostra os sinais utilizados na validação por simulação livre do modelo de Hammerstein. Em azul (traço contínuo) tem-se as saídas do sistema e em magenta (linha tracejada) as saídas do modelo estimado.

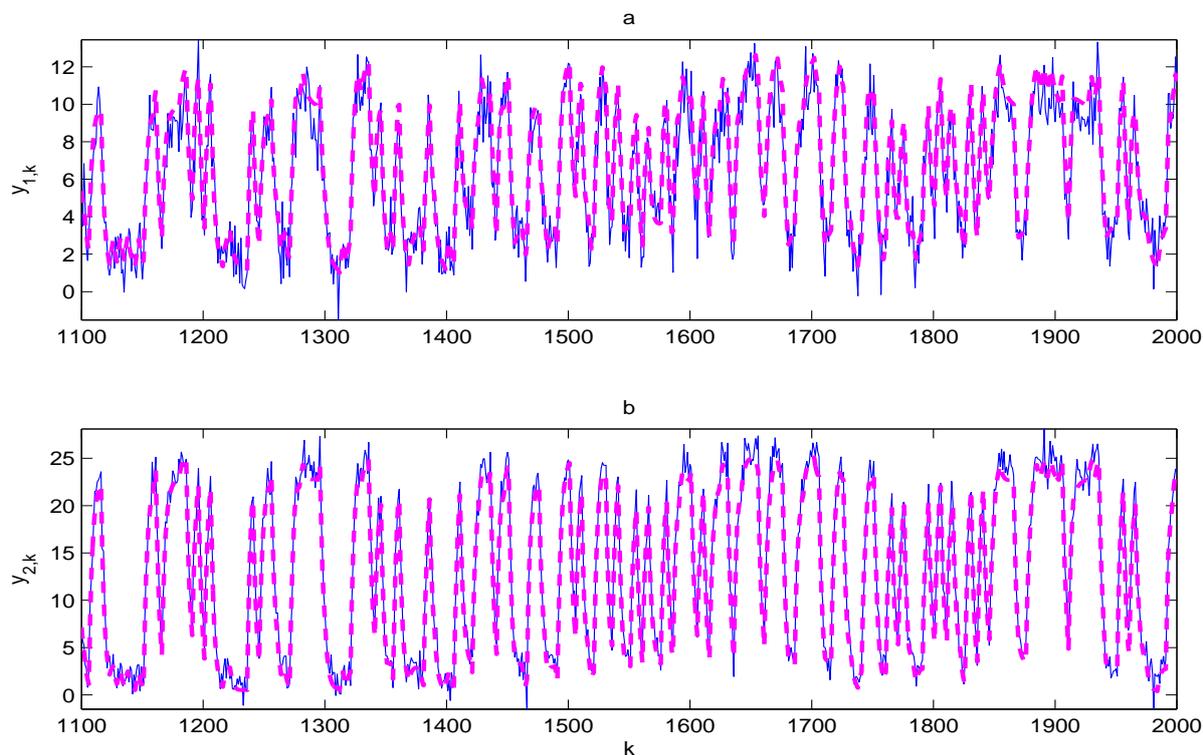


Figura 3.6: Validação por simulação livre do modelo de Hammerstein MIMO. (a) e (b) Comparação entre os sinais de saída do sistema (traço contínuo, em azul) e do modelo estimado (curva tracejada, em magenta).

□

3.2.2 Modelo de Wiener

A Figura 3.2a apresenta a estrutura do modelo de Wiener utilizada nesta subseção para identificar sistemas do tipo MIMO. Alguns métodos de identificação de modelos de Wiener tem como principal restrição a necessidade de invertibilidade das curvas estáticas para estimar os sinais intermediários. Esta restrição pode ser vista, por exemplo, nos trabalhos de (Santos et al., 2010), (Gomez e Baeyens, 2002), (Gomez et al., 2004) e (Zeng et al., 2008). As metodologias apresentadas nesta Subseção e na Seção 3.3 não necessitam que as curvas estáticas sejam invertíveis. Isto ocorre porque as mesmas são determinadas de forma não paramétrica, do mesmo modo como foi realizado no modelo de Hammerstein, na Subseção 3.2.1. A parcela dinâmica linear, por sua vez, é representada no espaço de estados, sendo o modelo como um todo, semi paramétrico.

Uma segunda observação importante é que, diferente do que ocorre no método de identificação de modelos de Hammerstein, no método de identificação de modelos de Wiener as entradas do sistemas não precisam ser desacopladas, de modo que podem

surgir termos não lineares cruzados das entradas nas saídas do modelo. A sequência de passos listada a seguir detalha os procedimentos utilizados para a determinação do modelo de Wiener semi paramétrico.

Algoritmo 3. *Algoritmo de identificação de modelos de Wiener MIMO por meio de múltiplos degraus*

Passo 1: Determinar a faixa de operação do sistema, especificando um valor mínimo A_{min} e um valor máximo A_{max} para as amplitudes dos sinais de entrada.

Passo 2: Aplicar, simultaneamente, em todas as p entradas do sistema um sinal formado por degraus de amplitudes crescentes

$$u_{j,k} = A_{min}u(k) + B_0 \sum_{l=1}^q u(k - lM), j = 1, \dots, p, \quad (3.14)$$

em que q é o número de variações de patamares dos sinais de entrada, M é o número de amostras que garante que a resposta do sistema aos degraus chegue ao regime permanente e B_0 é o valor do acréscimo do sinal, que pode ser calculado por (3.2).

Passo 3: Registrar os $q + 1$ valores em regime permanente de cada uma das m saídas do sistema $y_{i,lM}$, $i = 1, \dots, m$ e $l = 1, \dots, q + 1$, referentes à aplicação do sinal (3.14) nas p entradas.

Observação 2. Considere que o bloco dinâmico linear do modelo de Wiener \mathcal{L}_W pode ser escrito da seguinte forma, no domínio da frequência

$$\begin{aligned} v_1(z) &= G_{11}(z)U_1(z) + \dots + G_{1p}(z)U_p(z), \\ v_m(z) &= G_{m1}(z)U_1(z) + \dots + G_{mp}(z)U_p(z), \end{aligned} \quad (3.15)$$

em que G_{ij} , $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, p$ são funções de transferência que relacionam cada uma das entradas U_j , $j = 1, \dots, p$ com cada uma das saídas do bloco linear v_i , $i = 1, \dots, m$ do modelo. Considere que $\hat{\lambda}_{ij}$, $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, p$ são os ganhos atribuídos (fatores de escala), em regime permanente, a cada uma das funções de transferência e que os ganhos atribuídos às saídas do bloco linear $\hat{\lambda}_i$, $i = 1, \dots, m$ podem ser escritos da seguinte forma

$$\hat{\lambda}_i = \sum_{j=1}^p \hat{\lambda}_{ij}, i = 1, \dots, m. \quad (3.16)$$

A última equação sugere que os fatores de escala atribuídos a cada uma das m saídas do bloco dinâmico linear sejam o somatório dos fatores de escala de cada uma das

funções de transferência que relacionam as entradas do bloco dinâmico com a saída em questão. Esta consideração será útil na estimativa dos sinais intermediários do modelo $\hat{v}_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ no regime permanente. Aplicando sinais em degrau idênticos e de forma simultânea em todas as p entradas do sistema $U_j(z) = A_{min}$, $j = 1, \dots, p$, tem-se que as equações das saídas do bloco dinâmico linear, representadas em (3.15), podem ser reescritas no domínio do tempo discreto, no regime permanente, da seguinte maneira

$$\begin{aligned}\hat{v}_{1,k} &= \hat{\lambda}_{11}A_{min} + \dots + \hat{\lambda}_{1p}A_{min}, \\ \hat{v}_{m,k} &= \hat{\lambda}_{m1}A_{min} + \dots + \hat{\lambda}_{mp}A_{min}.\end{aligned}\quad (3.17)$$

Substituindo (3.16) em (3.17), tem-se que

$$\begin{aligned}\hat{v}_{1,k} &= (\hat{\lambda}_{11} + \dots + \hat{\lambda}_{1p})A_{min} = \hat{\lambda}_1 A_{min}, \\ \hat{v}_{m,k} &= (\hat{\lambda}_{m1} + \dots + \hat{\lambda}_{mp})A_{min} = \hat{\lambda}_m A_{min}.\end{aligned}\quad (3.18)$$

As equações apresentadas em (3.18) provam que ao aplicar entradas em degrau idênticas e de forma simultânea nas p entradas do sistema representado pela Figura 3.2a, tem-se que os sinais intermediários estimados $\hat{v}_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$, no regime permanente, serão o produto de A_{min} pelos seus respectivos fatores de escala $\hat{\lambda}_W = \{\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_m\}$.

Considerando os sinais (3.14), a relação definida entre as entradas e os sinais intermediários estimados do modelo de Wiener no regime permanente pode ser escrita da seguinte forma

$$\hat{v}_{i,lM} = \hat{\lambda}_i [A_{min} + (l-1)B_0], \quad l = 1, \dots, q+1 \quad e \quad i = 1, \dots, m. \quad (3.19)$$

□

Passo 4: Atribuir valores aos fatores de escala $\hat{\lambda}_W = \{\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_m\}$ e estimar os sinais intermediários por meio de (3.19). De posse dessas informações, estimar de forma não paramétrica, as m curvas estáticas do modelo de Wiener $\hat{N}_i(\hat{v}_{i,k})$, $i = 1, \dots, m$, traçando m curvas com os seguintes pares ordenados

$$\hat{N}_i(\hat{v}_{i,k}) = \{\hat{v}_{i,lM}, y_{i,lM}\}, \quad i = 1, \dots, m \quad e \quad l = 1, \dots, q+1. \quad (3.20)$$

Os demais pontos das curvas estáticas, contidos entre uma amostra e outra, são estimados por meio de interpolações.

Passo 5: Aplicar sinais persistentemente excitantes nas p entradas do sistema, de forma simultânea, e estimar uma representação em espaços de estados $(\hat{A}_W, \hat{B}_W, \hat{C}_W, \hat{D}_W)$ para a parte dinâmica do modelo por meio do algoritmo MOESP. Deve-se atentar

para o fato de que a amplitude dos sinais não ultrapassem os limites de operação do sistema. Os dados utilizados na identificação do modelo são as sequências de entrada $u_k = \{u_{1,k}, \dots, u_{p,k}\}$ e os sinais intermediários estimados $\hat{v}_k = \{\hat{v}_{1,k}, \dots, \hat{v}_{m,k}\}$ do sistema. Os sinais intermediários devem ser estimados por meio de mapeamento, utilizando os sinais de saída $y_k = \{y_{1,k}, \dots, y_{m,k}\}$ provenientes do ensaio dinâmico e cada uma das m curvas estáticas obtidas no passo 4.

□

Como forma de ilustrar o método apresentado nesta subseção, propõe-se um exemplo simulado para elucidar a metodologia.

Exemplo 3.2.2. Considere um sistema MIMO, com duas entradas e duas saídas, com estrutura baseada na Figura 3.2a, em que

$$A_W = \begin{bmatrix} 0,59 & -0,07 \\ 0,22 & 0,89 \end{bmatrix}, \quad B_W = \begin{bmatrix} 0,01 & 0,05 \\ 0,02 & 0,03 \end{bmatrix}, \quad (3.21)$$

$$C_W = \begin{bmatrix} 1,00 & 0,50 \\ 0,00 & 1,00 \end{bmatrix}, \quad D_W = \begin{bmatrix} 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 \end{bmatrix}, \quad (3.22)$$

$$N_1(v_{1,k}) = 1,30v_{1,k}^3 + 1,80v_{1,k}^2 + 2,10v_{1,k} + 1,00, \quad (3.23)$$

$$N_2(v_{2,k}) = 1,50v_{2,k}^2 + 2,20v_{2,k} + 3,10. \quad (3.24)$$

Os primeiros passos da metodologia se destinam a identificar as curvas estáticas do modelo. Os sinais de entrada utilizados neste teste são apresentados na Figura 3.7a. As amplitudes destes sinais variam entre $A_{min} = 0$ e $A_{max} = 9$. O número de variações de patamar é $q = 9$ e o valor dos acréscimos é $B_0 = 1$. A taxa de amostragem utilizada é igual a 1s e $M = 55$. Os ruídos de processo e de medição são considerados nulos.

As Figuras 3.7b e 3.7c mostram as saídas $y_{1,k}$ e $y_{2,k}$ do sistema, respectivamente. Considerando que $\hat{\lambda}_1 = 1$ e $\hat{\lambda}_2 = 1$, tem-se, por meio de (3.19), que os valores de $\hat{v}_{i,lM}$, $l = 1, \dots, q + 1$ e $i = 1, \dots, m$ são equivalentes aos valores de amplitude dos sinais de entrada $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$. Por meio desta relação, estima-se a curva estática $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$ utilizando os pontos assinalados nas Figuras 3.7a e 3.7b e a curva estática $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$ por meio dos pontos assinalados nas Figuras 3.7a e 3.7c. As estimativas não paramétricas de ambas as curvas são mostradas nas Figuras 3.8a e 3.8b.

De posse das curvas estáticas $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$ e $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$, é possível estimar, em um segundo momento, a parcela dinâmica linear do modelo. Os dois sinais de entrada $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ persistentemente excitantes utilizados nesta etapa do processo de identificação são mostrados nas Figuras 3.9a e 3.9b. Tratam-se de dois sinais PRBS, ambos com $N = 2000$ pontos e número de bits $b_1 = 20$ e $b_2 = 18$, respectivamente.

As saídas $y_{1,k}$ e $y_{2,k}$ do sistema são mostradas nas Figuras 3.9c e 3.9d. Nesta etapa, são inseridos ruídos Gaussianos brancos de processo e de medição, ambos com média

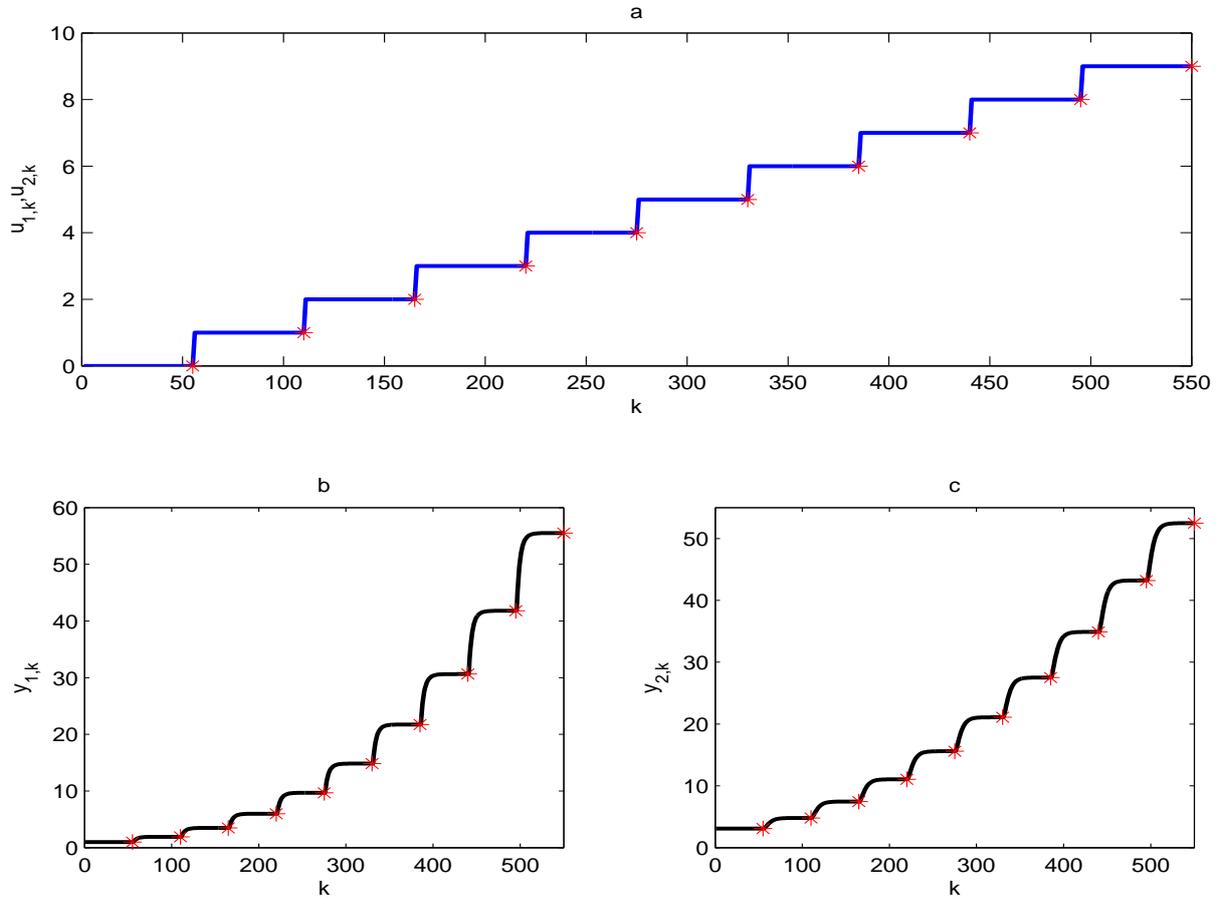


Figura 3.7: (a) Degraus de amplitudes crescentes utilizados como entradas $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ do sistema na etapa de identificação das curvas estáticas não lineares. Os asteriscos (*) em vermelho nesta figura indicam as amplitudes dos sinais de entrada. (b) e (c) Respostas das saídas $y_{1,k}$ e $y_{2,k}$ aos sinais de entrada $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$. Nestas duas figuras, os asteriscos em vermelho sinalizam a amplitude dos sinais de saída no estados estacionário.

nula e desvio padrão $\sigma_p = 0,2$ e $\sigma_m = 1,5$ no sistema. As primeiras 100 amostras da janela de dados apresentada na Figura 3.9 são descartadas. O restante da janela de dados é dividida entre dados de identificação ($100 < k \leq 1100$) e dados de validação ($1100 < k \leq 2000$).

Por meio de mapeamentos, estimam-se os sinais intermediários $\hat{v}_{1,k}$ e $\hat{v}_{2,k}$, aplicando os sinais $y_{1,k}$ e $y_{2,k}$ nas curvas estáticas estimadas $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$ e $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$. Uma vez conhecidos os sinais de entrada $u_k = \{u_{1,k}, u_{2,k}\}$ e os sinais intermediários estimados $\hat{v}_k = \{\hat{v}_{1,k}, \hat{v}_{2,k}\}$, torna-se possível identificar a parcela dinâmica linear do modelo ($\hat{A}_W, \hat{B}_W, \hat{C}_W, \hat{D}_W$) por meio do algoritmo MOESP. A representação em espaço de estados estimada é apresentada a seguir

$$\hat{A}_W = \begin{bmatrix} 0,82 & -0,01 \\ 0,14 & 0,71 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_W = \begin{bmatrix} -0,01 & -0,04 \\ 0,01 & 0,02 \end{bmatrix}, \quad (3.25)$$

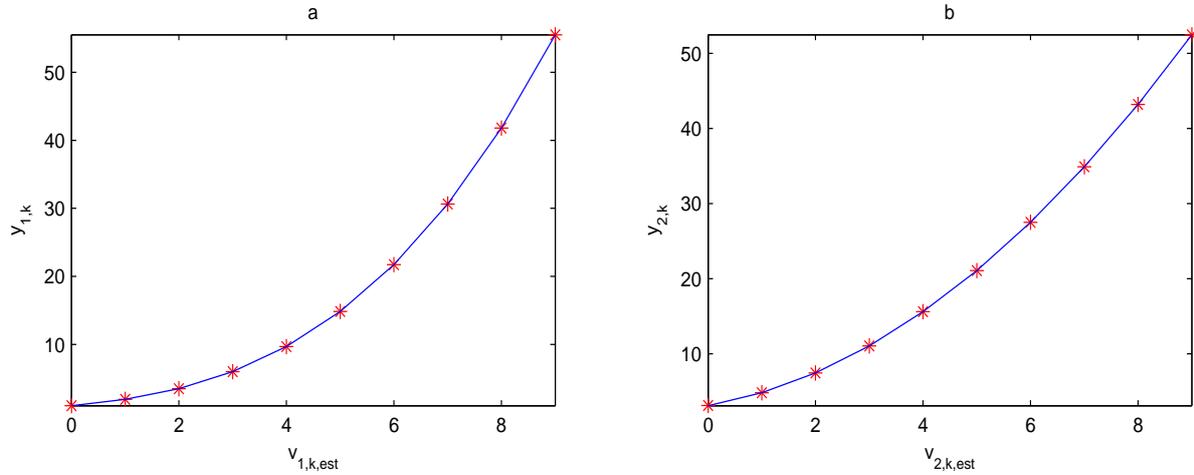


Figura 3.8: Curvas estáticas não paramétricas estimadas para o modelo de Wiener MIMO por meio de ensaios estáticos. (a) Curva estática $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$ e (b) curva estática $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$. O traço contínuo, em ambas as figuras, representam as curvas estáticas estimadas para cada uma das saídas do modelo a partir dos pares ordenados $\{\hat{v}_{i,lM}, y_{i,lM}\}$, $l = 1, \dots, q+1$ e $i = 1, \dots, m$ obtidos nas simulações (*). O ajuste das curvas é realizado por meio de interpolações.

$$\hat{C}_W = \begin{bmatrix} -3,13 & 1,77 \\ -2,55 & -1,88 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_W = \begin{bmatrix} -0,00 & 0,00 \\ 0,00 & -0,02 \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Ressalta-se que os autovalores das matrizes A_W e \hat{A}_W são aproximadamente iguais, sendo $p_1 = 0,67$ e $p_2 = 0,81$ os autovalores de A_W e $\hat{p}_1 = 0,72$, $\hat{p}_2 = 0,80$ os autovalores de \hat{A}_W . Isto indica que tanto o sistema quanto o modelo estimado tem propriedades dinâmicas semelhantes.

A Figura 3.10 mostra a validação por simulação livre do modelo de Wiener.

□

3.3 Identificação com entradas harmônicas

O método detalhado nesta seção é utilizado para determinar modelos de Wiener para sistemas multivariáveis por meio de entradas harmônicas e identificação por subespaços. A metodologia aqui abordada se assemelha à metodologia de ensaios estáticos, apresentada na seção anterior, no que se refere ao número de etapas do processo de identificação. As partes linear e não linear do modelo são estimadas de forma separada, em duas etapas distintas. A principal diferença entre essas duas abordagens é que em vez de se utilizar múltiplos degraus de amplitudes crescentes para estimar as curvas estáticas, são utilizados sinais harmônicos. A identificação da parte linear, no entanto, é realizada de forma semelhante, por meio do algoritmo MOESP.

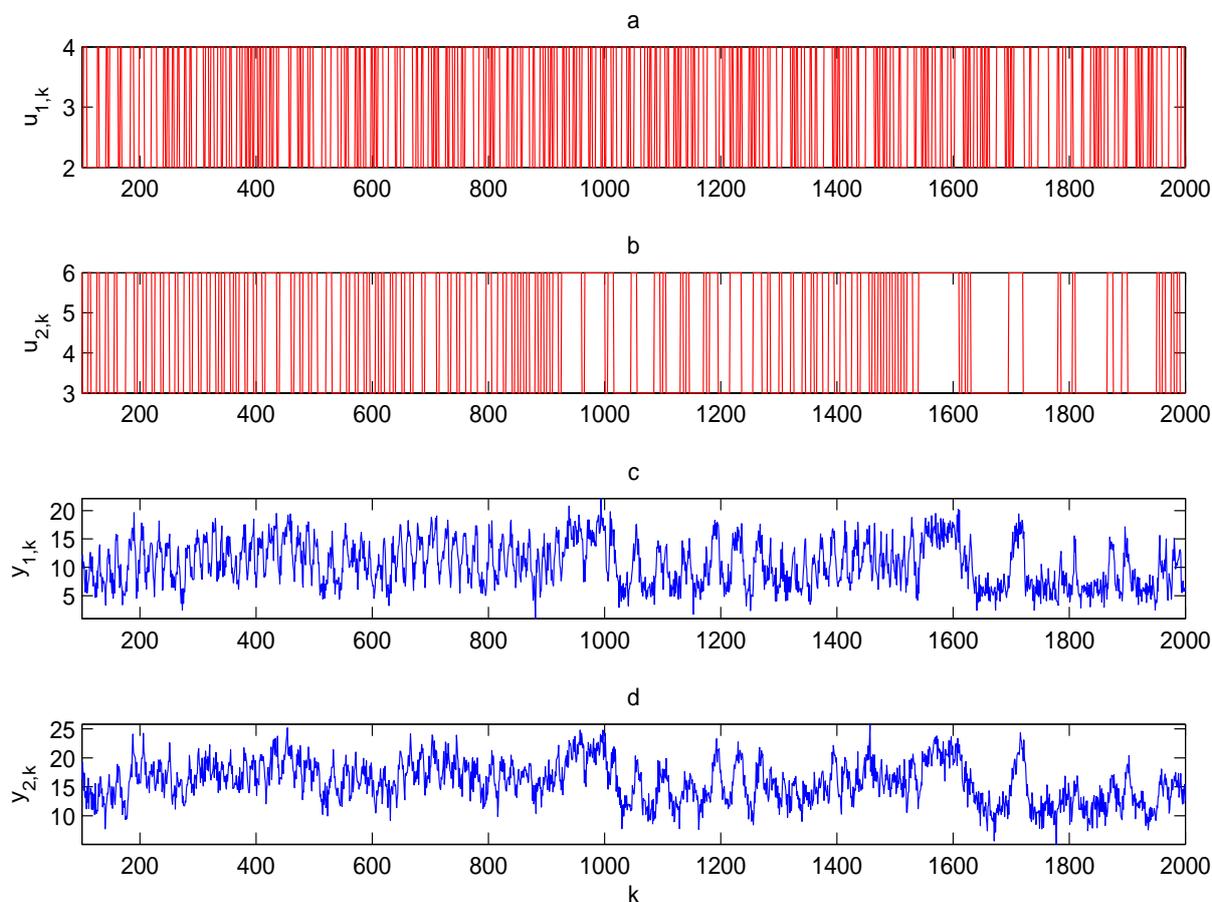


Figura 3.9: Sinais de entrada e saída utilizados na identificação da parcela linear ($\hat{A}_W, \hat{B}_W, \hat{C}_W, \hat{D}_W$) e validação do modelo de Wiener. Sinais de entrada persistentemente excitantes (do tipo PRBS) (a) $u_{1,k}$ e (b) $u_{2,k}$ e saídas do sistema (c) $y_{1,k}$ e (d) $y_{2,k}$.

Antes de apresentar o algoritmo proposto para identificar o modelo de Wiener na Subseção 3.3.2, a Subseção 3.3.1 apresenta o método da simetria de sinais utilizado na determinação das curvas estáticas não lineares.

3.3.1 Método da simetria de sinais e estimativa das curvas estáticas

Conforme mencionado nos capítulos 1 e 2 existem diversas formas de identificar as partes linear e não linear dos modelos de blocos interconectados. O método da simetria de sinais é uma das formas de estimar as curvas estáticas não lineares do modelo de Wiener por meio de ensaios com sinais harmônicos. O método leva este nome pelo fato de todos os sinais envolvidos no processo de identificação (sinais de entrada, intermediários e de saída) serem simétricos em relação a determinados pontos. Esta relação de simetria permite calcular o deslocamento de fase entre os sinais de entrada e os sinais intermediários e por conseguinte, estimar as curvas estáticas. Vale ressaltar

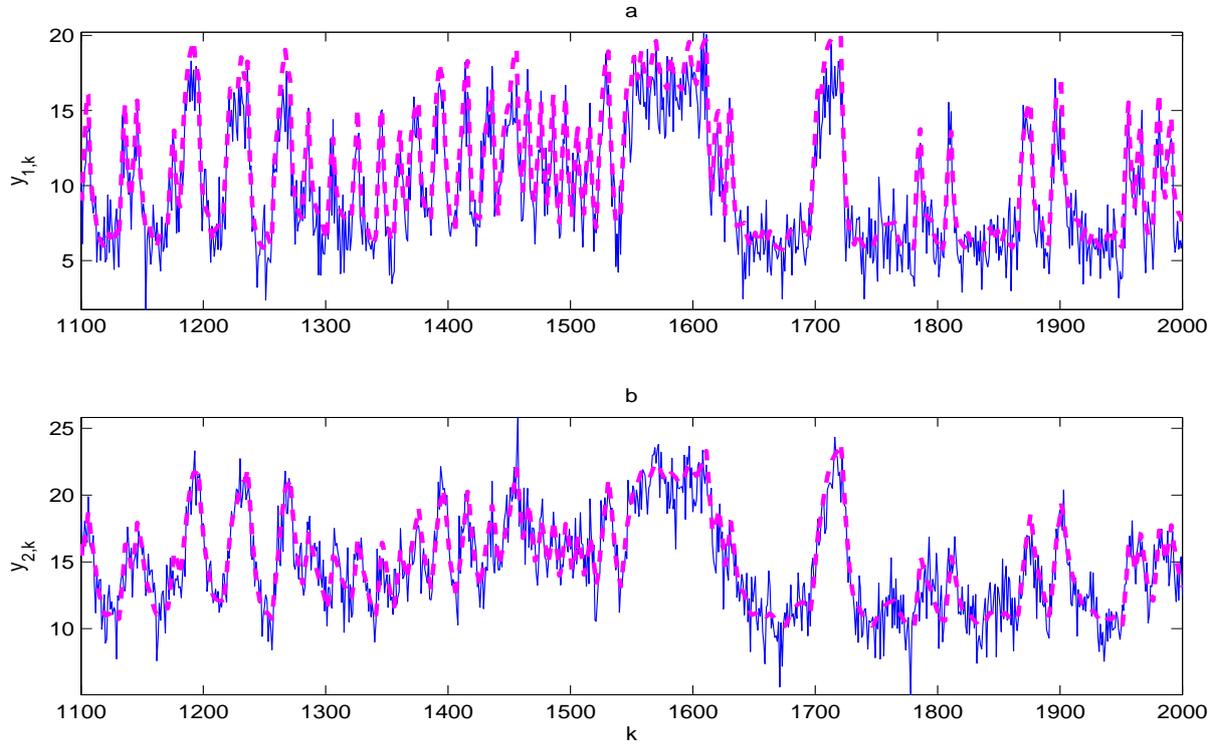


Figura 3.10: Validação por simulação livre do modelo de Wiener MIMO. (a) e (b) Comparação entre os sinais de saída do sistema (traço contínuo, em azul) e do modelo estimado (curva tracejada, em magenta).

que todas essas características somente são válidas no regime permanente.

Considere a aplicação de sinais harmônicos senoidais idênticos, de forma simultânea, em todas p entradas do sistema ilustrado na Figura 3.2a,

$$u_{j,k} = A_0 \text{sen}(\Omega_o k), \quad j = 1, \dots, p, \quad (3.27)$$

em que A_0 é a amplitude do sinal e Ω_o é a frequência da onda (em rad/amostra). Como consequência da aplicação destes p sinais nas entradas do sistema, tem-se que os m sinais intermediários $v_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ devem ser sinais senoidais de mesma frequência Ω_o , porém com alterações de amplitude e fase, de modo que

$$v_{i,k} = |\lambda_i| A_0 \text{sen}(\Omega_o k + \phi_i), \quad i = 1, \dots, m, \quad (3.28)$$

em que $|\lambda_i|$, $i = 1, \dots, m$ são os módulos dos ganhos das saídas do bloco linear multivariável e ϕ_i , $i = 1, \dots, m$ são os deslocamentos de fase entre os sinais de entrada e cada um dos sinais intermediários $v_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$.

Nota-se que tanto os módulos dos ganhos das saídas do bloco linear quanto os deslocamentos de fase observados entre os sinais de entrada e cada um dos sinais

intermediários dependem da frequência Ω_0 dos sinais de entrada, dado que o bloco \mathcal{L}_W do modelo de Wiener exerce a função de um filtro passa-baixas.

No entanto, para obter os sinais intermediários $v_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$, como mostrado em (3.28), é necessário conhecer o bloco dinâmico linear e esta informação não está disponível a priori, dado que no processo de identificação dispomos somente de dados de entrada $u_{j,k}$, $j = 1, \dots, p$ e de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. Porém, existe uma forma de contornar a falta desta informação e estimar os sinais intermediários $\hat{v}_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. Os deslocamentos de fase ϕ_i , $i = 1, \dots, m$ entre os sinais de entrada e cada um dos sinais intermediários $v_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ podem ser calculados tomando com referência os sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. Sabe-se que os sinais de saída podem ser escritos da seguinte forma

$$y_{i,k} = N_i(v_{i,k}), \quad i = 1, \dots, m. \quad (3.29)$$

Considerando que $N_i(\cdot)$, $i = 1, \dots, m$ são curvas estáticas, tem-se que as alterações ocorridas dos sinais intermediários $v_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ para os sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ são em sua forma de onda, sendo os sinais de saída periódicos, com período N_0 , porém não harmônicos. No entanto, não há deslocamento de fase entre os sinais intermediários $v_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ e seus respectivos sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. Deste modo, os deslocamentos de fase ϕ_i , $i = 1, \dots, m$ entre os sinais de entrada e os sinais intermediários $v_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ são iguais aos deslocamentos de fase entre os sinais de entrada e os sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$.

Uma maneira de calcular os deslocamentos de fase é por meio do método da simetria de sinais, utilizado no trabalho de (D'Amato et al., 2011). Para elucidar melhor a metodologia e como forma de estendê-la ao caso multivariável, propõem-se apresentá-la baseando-se no seguinte exemplo simulado.

Exemplo 3.3.1. Considere um sistema MIMO, com duas entradas e duas saídas, com estrutura baseada na Figura 3.2a, para o qual

$$A_W = \begin{bmatrix} 0,29 & -0,88 \\ 0,50 & 0,33 \end{bmatrix}, B_W = \begin{bmatrix} 0,39 & 0,61 \\ 0,73 & 0,90 \end{bmatrix}, \quad (3.30)$$

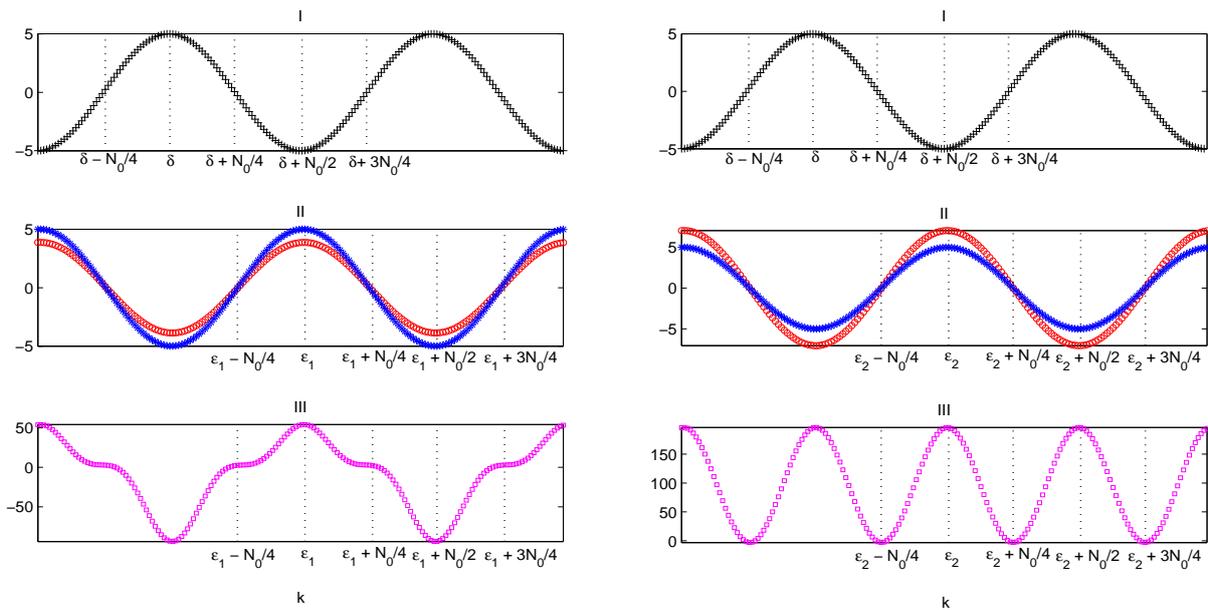
$$C_W = \begin{bmatrix} 0,21 & -0,33 \\ 0,32 & -0,63 \end{bmatrix}, D_W = \begin{bmatrix} 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 \end{bmatrix}, \quad (3.31)$$

$$N_1(v_{1,k}) = 1,20v_{1,k}^3 - 1,50v_{1,k}^2 + 1,10v_{1,k} + 2,70, \quad (3.32)$$

$$N_2(v_{2,k}) = 4,00v_{2,k}^2 - 3,00, \quad (3.33)$$

em que a taxa de amostragem dos sinais é de 1s, $A_0 = 5$, $\Omega_0 = 0,07$ rad/s em (3.27) e $N_0 = 92$ amostras. As Figuras 3.11a(I) e 3.11b(I) apresentam a aplicação de dois sinais harmônicos $u_{1,k} = u_{2,k}$, representados em preto e pelo símbolo (+), nas entradas do sistema de forma simultânea. Observa-se que há um deslocamento de fase entre os

sinais de entrada e cada um dos sinais intermediários reais $v_{1,k}$ e $v_{2,k}$, representados em vermelho e pelos símbolos (o) nas Figuras 3.11a(II) e 3.11b(II). Este deslocamento de fase não é observado entre os sinais intermediários $v_{1,k}$ e $v_{2,k}$ e seus respectivos sinais de saída e $y_{1,k}$ e $y_{2,k}$, representados em magenta e pelo símbolo (\square) nas Figuras 3.11a(III) e 3.11b(III)). Nesta etapa do processo de identificação, considera-se, para fins de ilustração apenas, que os ruídos de processo e de medição são nulos.



(a) Sinais referentes à identificação da curva estática $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$. (I) Sinais harmônicos de entrada $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ (+) em preto. Nota-se que estes sinais são simétricos em relação aos pontos δ no intervalo $(\delta - \frac{N_0}{4}, \delta + \frac{N_0}{4})$ e $\delta + \frac{N_0}{2}$ no intervalo $(\delta + \frac{N_0}{4}, \delta + \frac{3N_0}{4})$, em que N_0 é o período dos sinais. (II) Sinal intermediário real $v_{1,k}$ (o) em vermelho, estimado $\hat{v}_{1,k}$ (*) em azul e (III) sinal da primeira saída $y_{1,k}$ (\square) em magenta. Pelo fato da curva estática $N_1(v_{1,k})$ não ser par nem ímpar, os sinais intermediários e de saída são simétricos em relação a dois pontos em um período N_0 : ε_1 no intervalo $(\varepsilon_1 - \frac{N_0}{4}, \varepsilon_1 + \frac{N_0}{4})$ e $\varepsilon_1 + \frac{N_0}{2}$ no intervalo $(\varepsilon_1 + \frac{N_0}{4}, \varepsilon_1 + \frac{3N_0}{4})$.

(b) Sinais referentes à identificação da curva estática $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$. (I) Sinais harmônicos de entrada $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ (+) em preto. Nota-se que estes sinais são simétricos em relação aos pontos δ no intervalo $(\delta - \frac{N_0}{4}, \delta + \frac{N_0}{4})$ e $\delta + \frac{N_0}{2}$ no intervalo $(\delta + \frac{N_0}{4}, \delta + \frac{3N_0}{4})$. (II) Sinal intermediário real $v_{2,k}$ (o) em vermelho, estimado $\hat{v}_{2,k}$ (*) em azul e (III) sinal da segunda saída $y_{2,k}$ (\square) em magenta. Pelo fato da curva estática $N_2(v_{2,k})$ ser par, os sinais intermediários e de saída são simétricos em relação a três pontos em um período N_0 : ε_2 no intervalo $(\varepsilon_2 - \frac{N_0}{4}, \varepsilon_2 + \frac{N_0}{4})$, $\varepsilon_2 + \frac{N_0}{4}$ no intervalo $(\varepsilon_2, \varepsilon_2 + \frac{N_0}{2})$ e $\varepsilon_2 + \frac{N_0}{2}$ no intervalo $(\varepsilon_2 + \frac{N_0}{4}, \varepsilon_2 + \frac{3N_0}{4})$.

Figura 3.11: Sinais utilizados no processo de identificação das curva estáticas do modelo de Wiener MIMO.

As Figuras 3.11a e 3.11b também apresentam algumas propriedades de simetria dos sinais. Pelo fato da curva estática $N_1(v_{1,k})$ não ser par nem ímpar, observa-se que o sinal de saída $y_{1,k}$ é simétrico em relação aos pontos ε_1 no intervalo $(\varepsilon_1 - \frac{N_0}{4}, \varepsilon_1 + \frac{N_0}{4})$ e $\varepsilon_1 + \frac{N_0}{2}$ no intervalo $(\varepsilon_1 + \frac{N_0}{4}, \varepsilon_1 + \frac{3N_0}{4})$ em um período N_0 . Já a curva estática $N_2(v_{2,k})$ é par. Logo,

o sinal de saída $y_{2,k}$ é simétrico a um ponto adicional, em relação à saída $y_{1,k}$, para o mesmo período N_0 : ε_2 no intervalo $(\varepsilon_2 - \frac{N_0}{4}, \varepsilon_2 + \frac{N_0}{4})$, $\varepsilon_2 + \frac{N_0}{4}$ no intervalo $(\varepsilon_2, \varepsilon_2 + \frac{N_0}{2})$ e $\varepsilon_2 + \frac{N_0}{2}$ no intervalo $(\varepsilon_2 + \frac{N_0}{4}, \varepsilon_2 + \frac{3N_0}{4})$. Percebe-se, então, que para estimar o deslocamento de fase $\hat{\phi}_i$, $i = 1, \dots, m$ das saídas $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ em relação aos sinais senoidais de entrada é necessário obter os valores das posições δ e ε_i , $i = 1, \dots, m$. Pelo fato dos sinais de entrada serem harmônicos, o valor de δ é assumido conhecido. O algoritmo apresentado a seguir tem como finalidade calcular os valores de ε_i , $i = 1, \dots, m$ por meio dos sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. Considere os sinais $y_{1,k}$ e $y_{2,k}$ das Figuras 3.11a(III) e 3.11b(III) apresentados nas Figuras 3.12a e 3.12b.

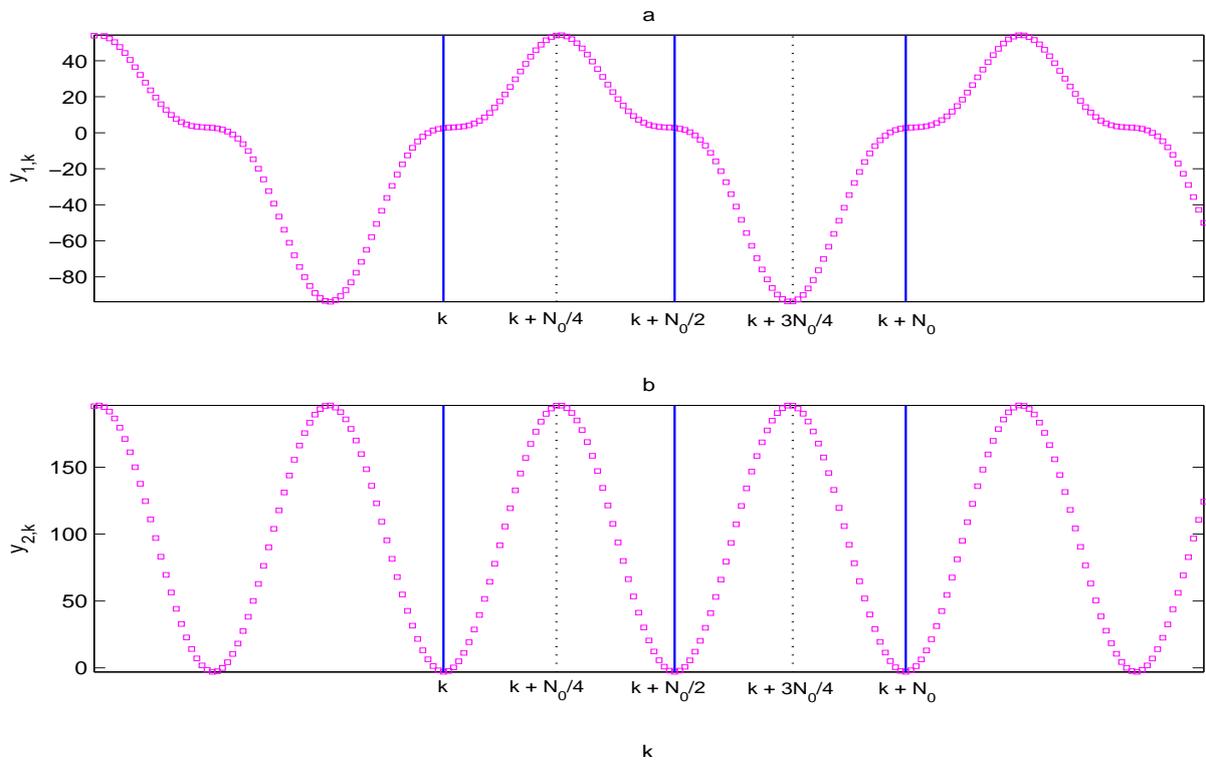


Figura 3.12: Ilustração do algoritmo de busca de simetria aplicado aos sinais de saída (a) $y_{1,k}$ e (b) $y_{2,k}$ do sistema. As linhas contínuas em azul referem-se às janelas deslizantes de comprimento $N_0 + 1$ partindo do ponto k . As linhas tracejadas em cinza indicam os pontos de simetria de cada uma das janelas.

As linhas contínuas azuis apresentadas na Figura 3.12 se referem às janelas deslizantes, cada qual com $N_0 + 1$ amostras, que são utilizadas na busca da simetria dos sinais. Essas janelas são divididas em quatro partes, cada uma delas com w amostras, de modo que

$$w \approx \frac{N_0}{4}. \quad (3.34)$$

A frequência Ω_0 dos sinais harmônicos de entrada também se relacionam com a constante w da seguinte forma

$$\Omega_0 \approx \frac{\pi}{2w}. \quad (3.35)$$

Considerando um valor de $d \geq 6w$, assegura-se que d inclui no mínimo um período e meio dos sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. Deste modo, para $k = 0, \dots, d - N_0$ define-se

$$\Delta_{i,k}^{(1)} \approx \sum_{l=1}^{2w-1} |y_{i,k+l-1} - y_{i,k+2w-l+1}|, \quad i = 1, \dots, m, \quad (3.36)$$

como sendo a soma da diferença do módulo de cada par de pontos candidatos à simetria na primeira e segunda partes das janelas deslizantes e ao redor do ponto $k + \frac{N_0}{4}$ em cada uma das saídas $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. De maneira semelhante, define-se

$$\Delta_{i,k}^{(2)} \approx \sum_{l=1}^{2w-1} |y_{i,k+2w+l-1} - y_{i,k+4w-l+1}|, \quad i = 1, \dots, m, \quad (3.37)$$

para cada par de pontos candidatos à simetria na terceira e quarta partes das janelas deslizantes e ao redor dos pontos $k + \frac{3N_0}{4}$ em cada uma das saídas $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. Os valores de $\Delta_{i,k}^{(1)}$ e $\Delta_{i,k}^{(2)}$, $i = 1, \dots, m$ quantificam o erro de simetria ao redor dos pontos $k + \frac{N_0}{4}$ e $k + \frac{3N_0}{4}$ para cada valor possível de k . Sendo assim, por meio de (3.36) e (3.37), define-se o índice de erro de simetria

$$\Delta_{i,k} \approx \Delta_{i,k}^{(1)} + \Delta_{i,k}^{(2)}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (3.38)$$

correspondente às janelas deslizantes a partir do ponto k , para $k = 0, \dots, d - N_0$ em cada uma das m saídas do sistema. A Figura 3.13 ilustra os índices do erro de simetria dos sinais $y_{1,k}$ e $y_{2,k}$ mostrados nas Figuras 3.12a e 3.12b.

Para $k = 0, \dots, d - N_0$, deve-se escolher $k_0 < d - N_0$ que minimiza os valores de Δ_i , $i = 1, \dots, m$. Sendo assim, conhecendo k_0 , determinam-se a localização dos pontos de simetria ε_i e $\varepsilon_i + \frac{N_0}{2}$, $i = 1, \dots, m$ por meio das janelas deslizantes, partindo do ponto k_0 . Em particular, dado que k_0 é o ponto de partida da janela e ainda o ponto que minimiza Δ_i , $i = 1, \dots, m$, tem-se que ε_i e $\varepsilon_i + \frac{N_0}{2}$, $i = 1, \dots, m$ podem ser calculados, a partir da mesma janela, do seguinte modo

$$\varepsilon_i = k_0 + \frac{N_0}{4}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (3.39)$$

$$\varepsilon_i + \frac{N_0}{2} = k_0 + \frac{3N_0}{4}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (3.40)$$

Observa-se que, em geral, os valores de Δ_{i,k_0} , $i = 1, \dots, m$ são diferentes de zero. Caso ocorra que os valores Δ_{i,k_0} , $i = 1, \dots, m$ sejam nulos, conclui-se que os sinais de

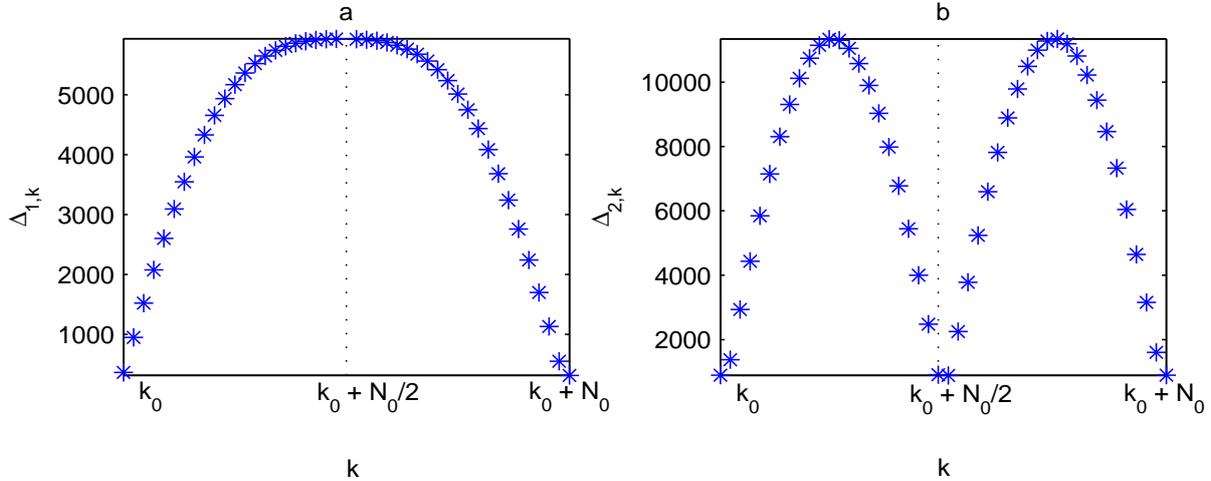


Figura 3.13: Ilustração dos índices do erro de simetria dos sinais de saída (a) $y_{1,k}$ e (b) $y_{2,k}$ do sistema. Observa-se que a função $\Delta_{1,k}$, referente à saída cujo a curva estática não é par nem ímpar, apresenta dois pontos de mínimo, k_0 e $k_0 + N_0$. Já a função $\Delta_{2,k}$, referente à saída cujo a curva estática é par, apresenta três pontos de mínimo, k_0 , $k_0 + \frac{N_0}{2}$ e $k_0 + N_0$.

saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ correspondentes são exatamente simétricos em torno de $k_0 + \frac{N_0}{4}$ no intervalo $(k_0, k_0 + \frac{N_0}{2})$ e $k_0 + \frac{3N_0}{4}$ no intervalo $(k_0 + \frac{N_0}{2}, k_0 + N_0)$.

No exemplo aqui considerado, observa-se que para o sinal $y_{1,k}$ existem dois valores que minimizam $\Delta_{1,k}$, como pode ser observado na Figura 3.13a. Estes valores são k_0 e $k_0 + N_0$. No entanto, $k_0 + N_0$ é o ponto de partida do próximo período, e pode ser desconsiderado. Deste modo, o único ponto que minimiza $\Delta_{1,k}$ é k_0 , sendo que o valor de ε_1 pode ser calculado por meio de (3.39) ou (3.40). Para o sinal $y_{2,k}$ existem três pontos que minimizam $\Delta_{2,k}$, segundo a Figura 3.13b. São eles k_0 , $k_0 + \frac{N_0}{2}$ e $k_0 + N_0$. O ponto $k_0 + N_0$ pode ser desconsiderado por ser o ponto de partida do próximo período. Caso k_0 seja o ponto de mínimo escolhido, pode-se calcular o valor de ε_2 por meio de (3.39) ou (3.40). No entanto, pode-se optar por calcular ε_2 utilizando o ponto de mínimo $k_0 + \frac{N_0}{2}$. Neste caso, surgem dois novos pontos de simetria

$$\varepsilon_i + \frac{N_0}{4} = k_0 + \frac{N_0}{2}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (3.41)$$

$$\varepsilon_i + \frac{3N_0}{4} = k_0 + N_0, \quad i = 1, \dots, m. \quad (3.42)$$

Qualquer uma das formas escolhidas para calcular o valor de ε_2 irá gerar o mesmo resultado. Este ponto de simetria adicional surge pelo fato da curva estática $N_2(v_{2,k})$ ser par, conforme citado anteriormente.

Uma vez conhecidos os valores de ε_i , $i = 1, \dots, m$, pode-se estimar os deslocamentos de fase $\hat{\phi}_i$, $i = 1, \dots, m$ do seguinte modo

$$\hat{\phi}_i \approx \Omega_0(\varepsilon_i - \delta), \quad i = 1, \dots, m. \quad (3.43)$$

De posse destas informações, é possível estimar os sinais intermediários do sistema

$$\hat{v}_{i,k} = |\hat{\lambda}_i| A_0 \text{sen}(\Omega_0 k + \hat{\phi}_i), \quad i = 1, \dots, m, \quad (3.44)$$

em que $|\hat{\lambda}_i|$, $i = 1, \dots, m$ são os ganhos atribuídos (fatores de escala) às saídas do bloco linear multivariável.

Observação 3. De forma semelhante ao que foi apresentado na seção 3.2.2, considere que o bloco dinâmico linear do modelo de Wiener \mathcal{L}_W pode ser escrito, no domínio da frequência, conforme (3.15) e que o módulo dos ganhos atribuídos às saídas do bloco $|\hat{\lambda}_i|$, $i = 1, \dots, m$, em regime permanente, podem ser escritos da seguinte forma

$$|\hat{\lambda}_i| = \sum_{j=1}^p |\hat{\lambda}_{ij}|, \quad i = 1, \dots, m, \quad (3.45)$$

em que $|\hat{\lambda}_{ij}|$, $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, p$ são os módulos dos ganhos atribuídos (fatores de escala), em regime permanente, a cada uma das funções de transferência G_{ij} , $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, p$.

Aplicando sinais senoidais idênticos, de amplitude A_0 e frequência Ω_0 , de forma simultânea em todas as p entradas do sistema tem-se que as equações das saídas do bloco dinâmico linear, representadas em (3.15), podem ser reescritas no domínio do tempo discreto, no regime permanente, da seguinte maneira

$$\begin{aligned} \hat{v}_{1,k} &= |\hat{\lambda}_{11}| A_0 \text{sen}(\Omega_0 k + \hat{\phi}_{11}) + \dots + |\hat{\lambda}_{1p}| A_0 \text{sen}(\Omega_0 k + \hat{\phi}_{1p}), \\ \hat{v}_{m,k} &= |\hat{\lambda}_{m1}| A_0 \text{sen}(\Omega_0 k + \hat{\phi}_{m1}) + \dots + |\hat{\lambda}_{mp}| A_0 \text{sen}(\Omega_0 k + \hat{\phi}_{mp}), \end{aligned} \quad (3.46)$$

em que $\hat{\phi}_{ij}$, $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, p$ são os deslocamentos de fase estimados provocados por cada uma das funções de transferência G_{ij} , $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, p$ quando submetidas aos sinais harmônicos de entrada. Considerando que

$$\hat{\phi}_{ij} = \hat{\phi}_i, \quad i = 1, \dots, m \text{ e } j = 1, \dots, p, \quad (3.47)$$

pode-se reescrever as equações das saídas do bloco dinâmico linear, no regime permanente, substituindo (3.45) e (3.47) em (3.46), de modo que

$$\begin{aligned} \hat{v}_{1,k} &= (|\hat{\lambda}_{11}| + \dots + |\hat{\lambda}_{1p}|) A_0 \text{sen}(\Omega_0 k + \hat{\phi}_1) = |\hat{\lambda}_1| A_0 \text{sen}(\Omega_0 k + \hat{\phi}_1), \\ \hat{v}_{m,k} &= (|\hat{\lambda}_{m1}| + \dots + |\hat{\lambda}_{mp}|) A_0 \text{sen}(\Omega_0 k + \hat{\phi}_m) = |\hat{\lambda}_m| A_0 \text{sen}(\Omega_0 k + \hat{\phi}_m). \end{aligned} \quad (3.48)$$

Deste modo, ao atribuir valores para os ganhos $|\hat{\lambda}_i|$, $i = 1, \dots, m$ e calculando os deslocamentos de fase $\hat{\phi}_i$, $i = 1, \dots, m$ por meio do método da simetria de sinais, é possível estimar os sinais intermediários $\hat{v}_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ no estado estacionário por meio de (3.48). Ressalta-se que a condição imposta em (3.47) limita as funções de transferência que relacionam todas as entradas da parcela dinâmica linear do modelo com cada uma das saídas a terem pólos semelhantes, e por conseguinte, deslocamentos de fase semelhantes.

□

No exemplo aqui abordado, atribui-se que $|\hat{\lambda}_1| = |\hat{\lambda}_2| = 1$. Os deslocamentos de fase, calculados por meio de (3.43), são $\hat{\phi}_1 \approx \hat{\phi}_2 \approx 3$ rad. Os sinais intermediários estimados $\hat{v}_{1,k}$ e $\hat{v}_{2,k}$ são apresentados nas Figuras 3.11a(II) e 3.11b(II), representados em azul (*). Por fim, uma vez determinados os sinais intermediários $\hat{v}_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$, estimam-se, de forma não paramétrica, as m curvas estáticas do modelo de Wiener

$$\hat{N}_i(\hat{v}_{i,k}) = \{(\hat{v}_{i,1}, y_{i,1}), (\hat{v}_{i,2}, y_{i,2}), \dots, (\hat{v}_{i,N_0}, y_{i,N_0})\}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (3.49)$$

A Figura 3.14 apresenta as duas curvas estáticas $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$ e $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$ estimadas para o modelo do exemplo abordado durante esta seção.

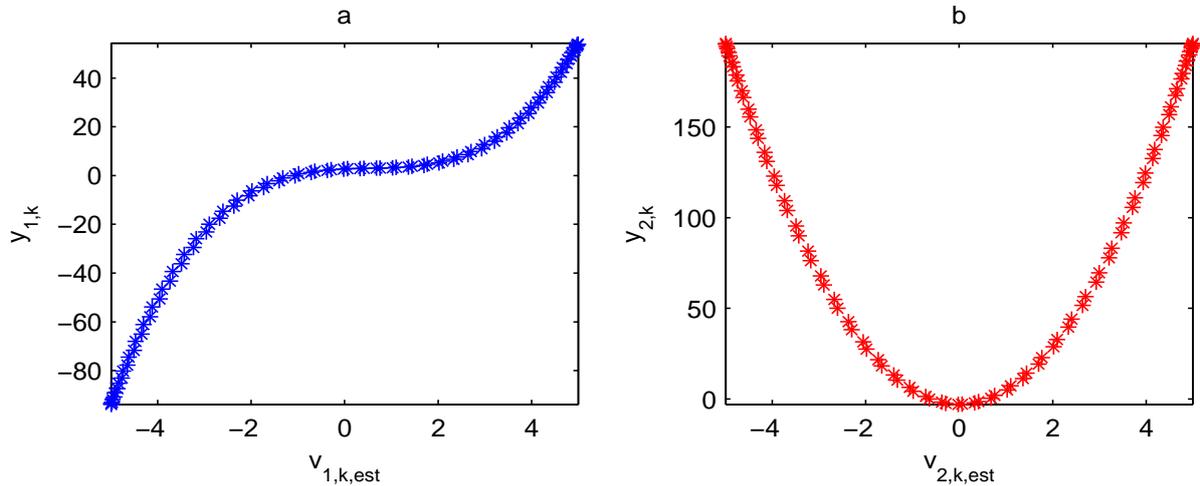


Figura 3.14: Curvas estáticas não paramétricas estimadas para o modelo de Wiener MIMO por meio do método da simetria de sinais. (a) Curva estática $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$ e (b) curva estática $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$.

□

3.3.2 Identificação do modelo de Wiener

Considere a Figura 3.2a, que apresenta a estrutura do modelo de Wiener utilizada nesta subseção para identificar modelos multivariáveis do tipo MIMO. A seguir, são detalhados os passos da metodologia proposta.

Algoritmo 4. *Algoritmo de identificação de modelos de Wiener MIMO por meio de entradas harmônicas*

Passo 1: Aplicar sinais senoidais idênticos $u_{j,k} = A_0 \text{sen}(\Omega_0 k)$, $j = 1, \dots, p$ em todas as p entradas do sistema simultaneamente. Deve-se atentar para o fato de que a amplitude A_0 dos sinais não ultrapasse os valores nominais de operação do sistema.

Passo 2: Estimar os deslocamentos de fase $\hat{\phi}_i$, $i = 1, \dots, m$ entre os sinais de entrada e cada uma das m saídas $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ do sistema por meio de (3.43).

Passo 3: Atribuir valores aos ganhos das saídas do bloco dinâmico linear $|\hat{\lambda}_i|$, $i = 1, \dots, m$ e estimar os sinais intermediários em regime permanente $\hat{v}_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$ por meio de (3.44).

Passo 4: Estimar, de forma não paramétrica, as m curvas estáticas não lineares do sistema por meio dos pares ordenados associados aos sinais $\hat{v}_{i,k}$ e $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$, conforme (3.49).

Passo 5: Aplicar sinais persistentemente excitantes e descorrelacionados nas p entradas do sistema $u_{j,k}$, $j = 1, \dots, p$, de forma simultânea, e coletar os m sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$. Nesta etapa também deve-se atentar para o fato de que a amplitude dos sinais não ultrapassem os limites de operação do sistema.

Passo 6: Determinar os sinais intermediários $\hat{v}_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$, de forma numérica, por meio da estimativa das m curvas estáticas calculadas no passo 4 e dos sinais de saída $y_{i,k}$, $i = 1, \dots, m$.

Passo 7: Por meio das sequências de dados de entrada $u_k = \{u_{1,k}, \dots, u_{p,k}\}$ e saída $\hat{v}_k = \{\hat{v}_{1,k}, \dots, \hat{v}_{m,k}\}$ do bloco dinâmico, estima-se a parcela linear do modelo (\hat{A}_W , \hat{B}_W , \hat{C}_W e \hat{D}_W) fazendo uso do método MOESP de identificação.

□

Como forma de ilustrar melhor a metodologia acima, propõe-se dar continuidade ao exemplo 3.3.1 e estimar a parcela dinâmica linear do sistema apresentado neste exemplo.

Exemplo 3.3.2. Considere o sistema representado pelas equações (3.30), (3.31), (3.32) e (3.33). As curvas estáticas $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$ e $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$ deste sistema foram estimadas no Exemplo 3.3.1 de forma não paramétrica por meio do método da simetria de sinais. De posse destas informações, propõe-se dar continuidade a este exemplo estimando a parte dinâmica linear do modelo por meio do método MOESP.

Os dois sinais de entrada $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ persistentemente excitantes utilizados nesta etapa do processo de identificação são mostrados nas Figuras 3.15a e 3.15b. Tratam-se de dois sinais PRBS, ambos com $N = 2000$ pontos e número de bits $b_1 = 20$ e $b_2 = 18$, respectivamente.

As saídas $y_{1,k}$ e $y_{2,k}$ do sistema são mostradas nas Figuras 3.15c e 3.15d. No decorrer das simulações, foram inseridos ruídos Gaussianos brancos de processo e de medição, ambos com média nula e desvio padrão $\sigma_p = 0,5$ e $\sigma_m = 4$, respectivamente. As primeiras 100 amostras da janela de dados apresentada na Figura 3.15 são descartadas. O restante da janela de dados é dividida entre dados de identificação ($100 < k \leq 1100$) e dados de validação ($1100 < k \leq 2000$).

Por meio de mapeamentos, estimam-se os sinais intermediários $\hat{v}_{1,k}$ e $\hat{v}_{2,k}$, aplicando os sinais $y_{1,k}$ e $y_{2,k}$ nas curvas estáticas estimadas $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$ e $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$. Uma vez conhecidos os sinais de entrada $u_k = \{u_{1,k}, u_{2,k}\}$ e os sinais intermediários estimados $\hat{v}_k = \{\hat{v}_{1,k}, \hat{v}_{2,k}\}$, torna-se possível identificar a parcela dinâmica linear do modelo ($\hat{A}_W, \hat{B}_W, \hat{C}_W, \hat{D}_W$) por meio do algoritmo MOESP. A representação em espaço de estados estimada é apresentada a seguir

$$\hat{A}_W = \begin{bmatrix} 0,33 & -0,72 \\ 0,59 & 0,26 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_W = \begin{bmatrix} 0,07 & 0,08 \\ -0,07 & -0,10 \end{bmatrix}, \quad (3.50)$$

$$\hat{C}_W = \begin{bmatrix} -4,10 & -1,08 \\ 3,39 & 0,30 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_W = \begin{bmatrix} -0,01 & -0,02 \\ -0,00 & 0,02 \end{bmatrix}. \quad (3.51)$$

Vale ressaltar que os autovalores das matrizes A_W e \hat{A}_W são aproximadamente iguais, sendo $p_1 = 0,31 + 0,66i$ e $p_2 = 0,31 - 0,66i$ os autovalores da matriz A_W e $\hat{p}_1 = 0,29 + 0,65i$ e $\hat{p}_2 = 0,29 - 0,65i$ os autovalores da matriz \hat{A}_W . Este fato sugere que tanto o sistema quanto o modelo estimado apresentam propriedades dinâmicas semelhantes. A Figura 3.16 mostra a validação por simulação livre do modelo de Wiener.

□

3.4 Considerações finais

Neste capítulo foram apresentadas duas metodologias distintas de identificação não iterativa, em duas etapas, para a obtenção de modelos de Hammerstein e Wiener. Como sugerido nos exemplos ao final de cada subseção, ambas as metodologias de identificação podem apresentar resultados satisfatórios. Porém, cada uma delas apresenta uma

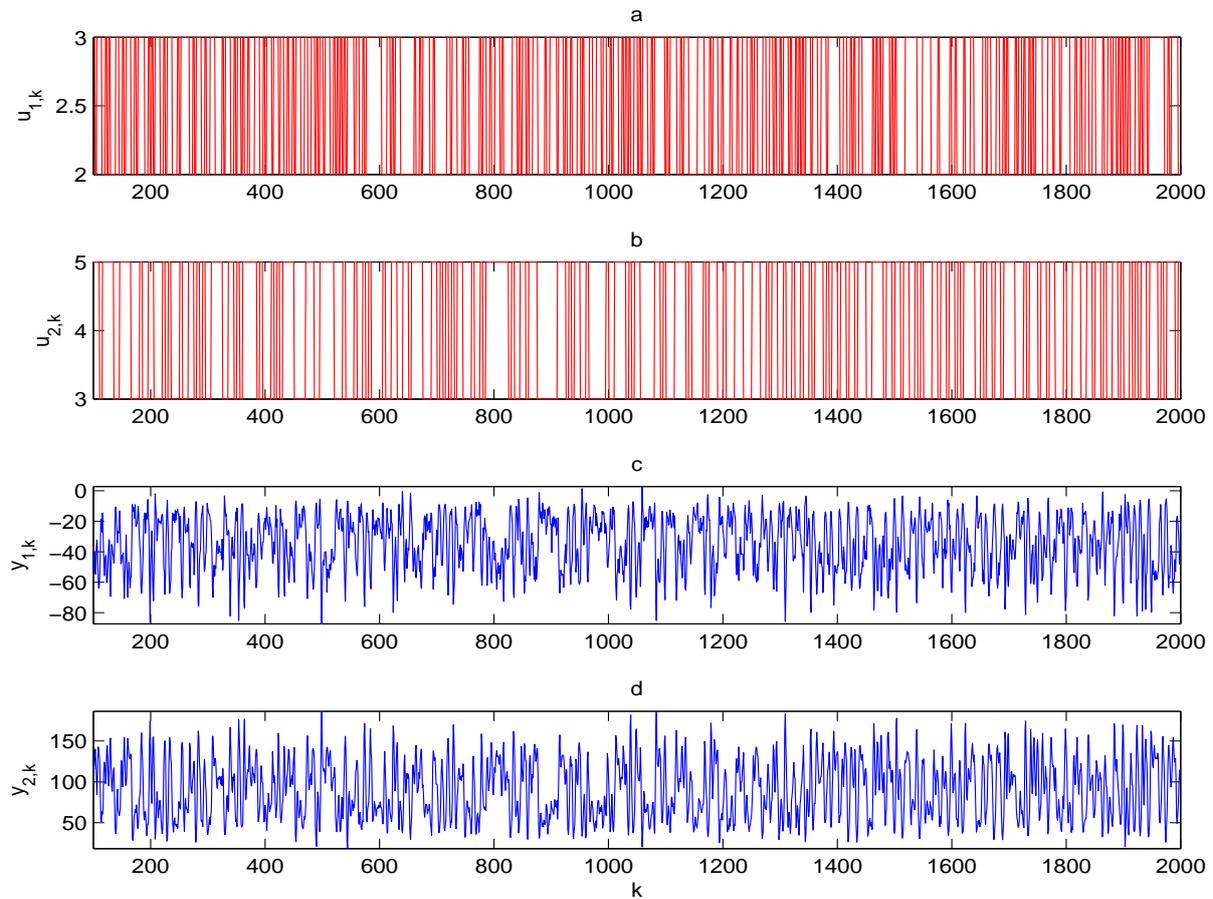


Figura 3.15: Sinais de entrada e saída utilizados na identificação da parcela linear ($\hat{A}_W, \hat{B}_W, \hat{C}_W, \hat{D}_W$) e validação do modelo de Wiener. Sinais de entrada persistentemente excitantes (do tipo PRBS) (a) $u_{1,k}$ e (b) $u_{2,k}$ e saídas do sistema (c) $y_{1,k}$ e (d) $y_{2,k}$.

série de vantagens e desvantagens uma em relação à outra. Os modelos identificados pelo método da simetria de sinais, por exemplo, apresentam como principal desvantagem a restrição de igualdade de alguns dos pólos da parcela dinâmica linear do modelo. Outro ponto que pelo qual deve-se ficar atento ao utilizar esta metodologia é o fato dos sinais de entrada (harmônicos) apresentarem uma parcela negativa. Nem sempre os sistemas reais operam em faixas negativas, o que exige deslocar o sinal harmônico para uma faixa positiva. No entanto, a principal vantagem desta abordagem em relação aos métodos baseados em múltiplos degraus é o tempo demandado para se realizar os testes de identificação das curvas estáticas. Por meio do método da simetria de sinais, é necessário que o sistema alcance o regime permanente somente uma vez para estimar as curvas estáticas. Já nos ensaios realizados por meio de degraus de amplitudes crescentes, o sistema deve atingir o estado estacionário diversas vezes, o que pode inviabilizar a aplicação desta metodologia em sistemas demasiadamente lentos. Em contrapartida, a metodologia baseada nos degraus apresenta restrições estruturais menos severas que

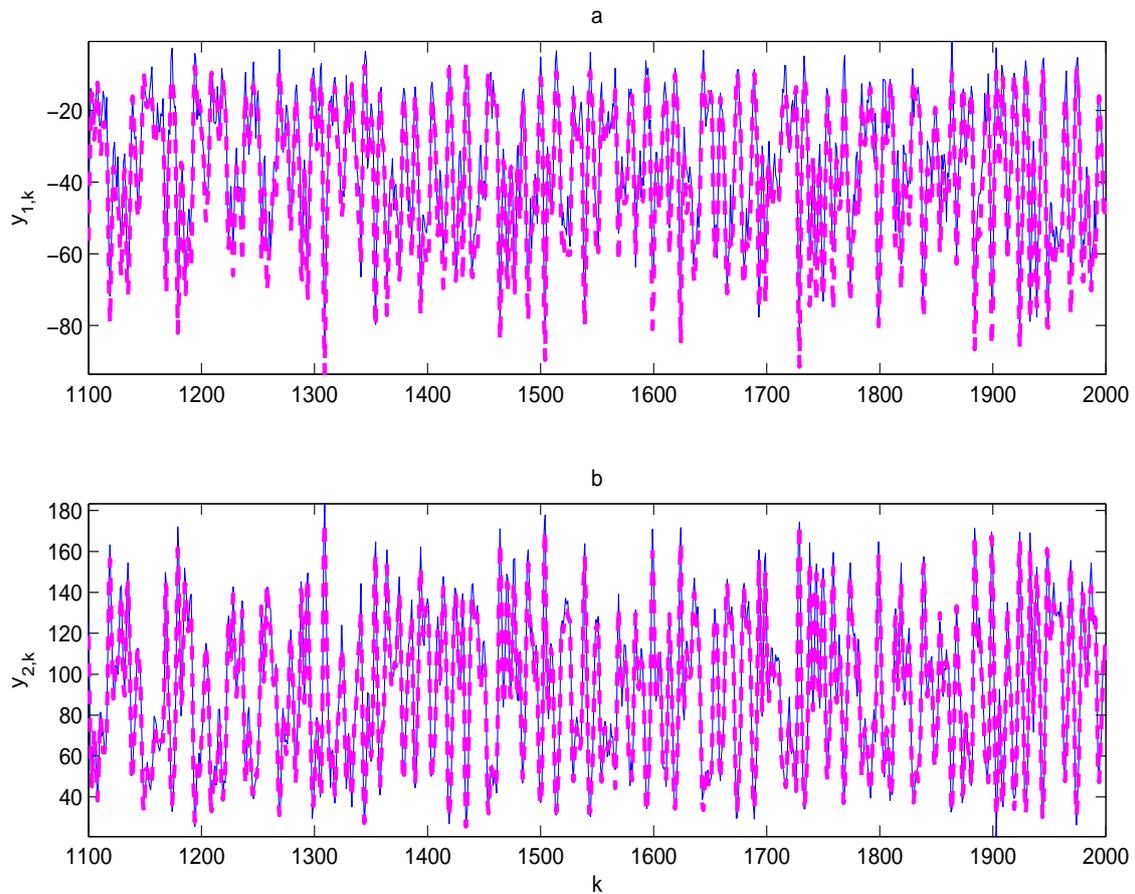


Figura 3.16: Validação por simulação livre do modelo de Wiener MIMO. (a) e (b) Comparação entre os sinais de saída do sistema (traço contínuo, em azul) e do modelo estimado (curva tracejada, em magenta).

o método baseado em entradas harmônicas, o que possibilita aplicá-la em uma gama maior de sistemas. Quanto à identificação da parcela linear dos modelos, observa-se que em ambos os casos o método MOESP consegue estimar bons modelos dinâmicos mesmo com dados contaminados com ruídos.

Resultados

"Cada pessoa deve trabalhar para o seu aperfeiçoamento e, ao mesmo tempo, participar da responsabilidade coletiva por toda a humanidade."

Marie Curie

4.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados da aplicação das metodologias propostas no Capítulo 3 em dois sistemas físicos não lineares multivariáveis. O primeiro deles é um sistema de tanques acoplados constituído de três tanques interconectados pela base, estudado por Gosmann (2002). O segundo sistema trata-se de um reator químico, abordado por Haseltine e Rawlings (2005). Este capítulo tem como principais objetivos demonstrar a aplicabilidade dos métodos propostos em típicos processos industriais e averiguar algumas das dificuldades práticas ao identificar modelos para tais sistemas. Os modelos de Hammerstein e Wiener obtidos para ambos os sistemas são comparados entre si de forma qualitativa e quantitativa.

4.2 Sistema de Tanques Acoplados

Nesta seção, são apresentados os resultados da identificação dos modelos de Hammerstein e Wiener para o sistema de tanques acoplados de Gosmann (2002). A Figura 4.1 mostra um diagrama esquemático do sistema.

O sistema é constituído de três tanques interconectados pela base. Todos os tanques são idênticos, tendo 30cm de altura e 150cm² de área da base ($A_1 = A_2 = A_3 = A_b$). Os tanques 1 e 2 recebem o fluido do reservatório por meio das bombas u_1 e u_2 , cuja tensão nominal de operação varia entre 0V e 12V. Os sinais de comando aplicados nas bombas são as entradas do sistema. As variáveis de saída são os níveis h_1 , h_2 e h_3 de cada um dos tanques (em cm). O sistema ainda conta com quatro válvulas manuais. As válvulas cujas resistências são representadas por K_1 e K_2 fazem o contato dos tanques 1 e 2 com o reservatório. As válvulas cujas resistências são representadas por K_{13} e K_{23}

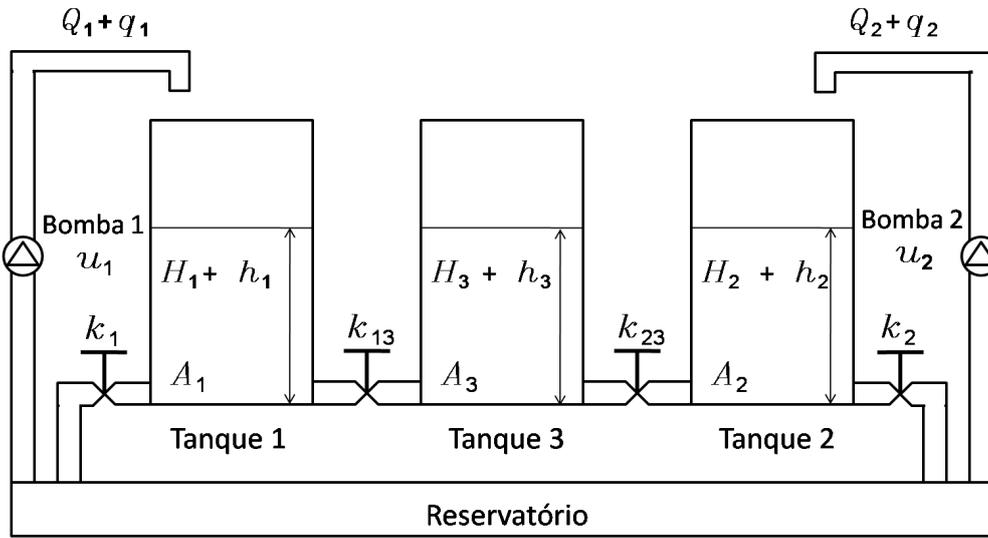


Figura 4.1: Diagrama do sistema de tanques interconectados. Os sinais de comando das bombas 1 e 2, u_1 e u_2 , são os sinais de entrada do sistema enquanto os níveis h_1 , h_2 e h_3 dos reservatórios são as saídas.

fazem o contato dos tanques 1-3 e 2-3, respectivamente. Considerando que todas as válvulas do sistema são idênticas e tem uma abertura igual (posicionadas a 30°), tem-se que $K_1 = K_2 = K_{13} = K_{23} = K_0$. Sendo assim, o modelo dinâmico do sistema, obtido pela física do processo, é dado pelas seguintes equações

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{\eta u_1(t) + \text{sinal}(h_3(t) - h_1(t))K_0 \sqrt{|h_3(t) - h_1(t)|} - K_0 \sqrt{h_1(t)}}{A_b} + \omega_1(t), \quad (4.1)$$

$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{\eta u_2(t) + \text{sinal}(h_3(t) - h_2(t))K_0 \sqrt{|h_3(t) - h_2(t)|} - K_0 \sqrt{h_2(t)}}{A_b} + \omega_2(t), \quad (4.2)$$

$$\frac{dh_3(t)}{dt} = \frac{-\text{sinal}(h_3(t) - h_1(t))K_0 \sqrt{|h_3(t) - h_1(t)|} - \text{sinal}(h_3(t) - h_2(t))K_0 \sqrt{|h_3(t) - h_2(t)|}}{A_b} + \omega_3(t), \quad (4.3)$$

em que ω_1 , ω_2 e ω_3 são sequências de ruído de processo com desvio padrão σ_p e η é uma constante de proporcionalidade que relaciona a tensão das bombas u_1 e u_2 com as vazões q_1 e q_2 , respectivamente. Para a simulação do modelo, considera-se que $K_0 = 8,20$ e $\eta = 4,21$. Ainda são inseridos ruídos de medição com desvio padrão σ_m em cada uma das saídas do sistema. Considera-se que os estados iniciais $h_1(0)$, $h_2(0)$ e $h_3(0)$ são nulos e a taxa de amostragem utilizada é $T_s = 1s$. As próximas subseções são destinadas a identificar os modelos de Hammerstein e Wiener para o sistema de tanques interconectados por meio dos métodos dos múltiplos degraus e pelo método das entradas harmônicas.

4.2.1 Estimação das curvas estáticas do modelo de Hammerstein: método dos múltiplos degraus

Nesta subseção, são utilizados os ensaios de múltiplos degraus para estimar as curvas estáticas do modelo de Hammerstein. Como o número de curvas estáticas para este modelo é equivalente ao número de entradas do sistema, o modelo irá dispor então de duas curvas estáticas $\hat{N}_1(u_{1,k})$ e $\hat{N}_2(u_{2,k})$.

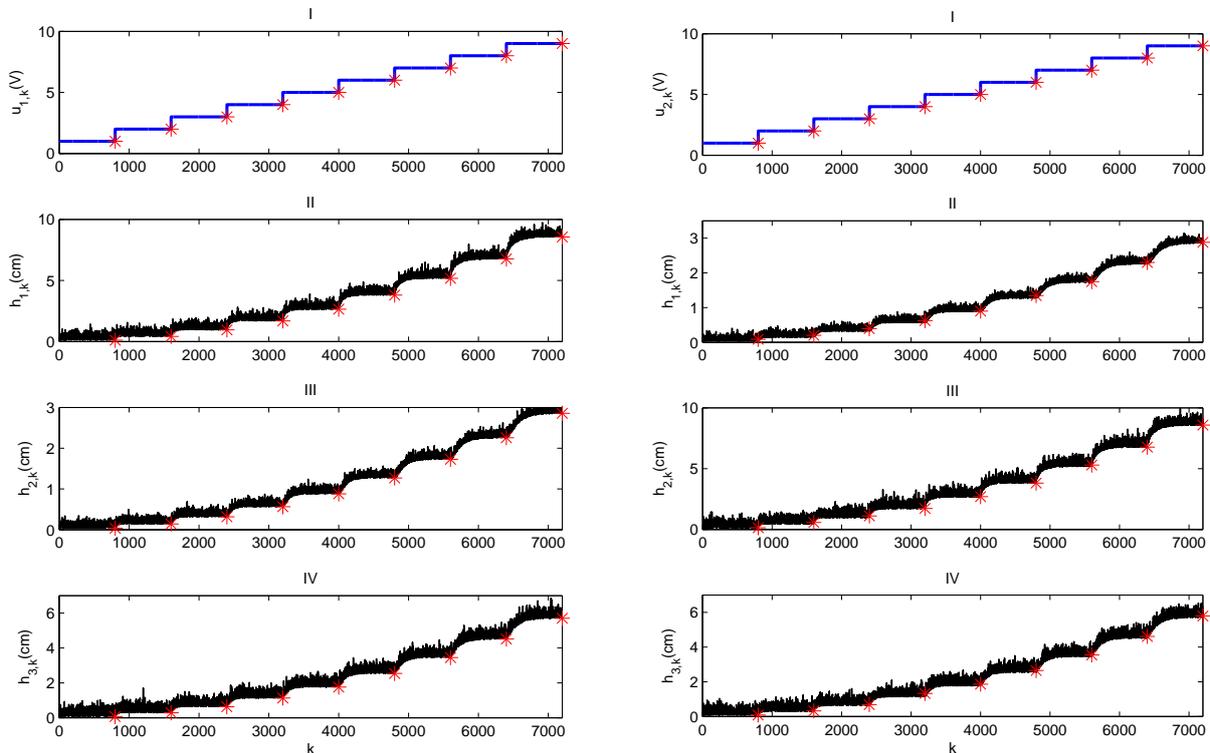
A primeira consideração a ser realizada neste ensaio é quanto à amplitude dos sinais de entrada. Sabe-se que as bombas do sistema, como mencionado anteriormente, operam com valores nominais de tensão entre 0V de 12V. Uma precaução que deve ser tomada na prática é verificar se a amplitude dos sinais aplicados nas entradas podem levar o sistema ao regime permanente sem que nenhum dos três tanques transborde. Além do mais, segundo [Aguirre \(2015\)](#), recomenda-se que as amplitudes dos sinais de entrada excursionem na maior faixa de operação possível, uma vez que se trata da identificação de um sistema não linear. Averiguada esta situação, escolhe-se $A_{min} = 1$, $A_{max} = 9$, $q = 8$ e $M = 800$ para estimar a primeira curva estática do sistema. Por meio de (3.2), tem-se que $B_0 = 1$. Aplicando estas cinco últimas variáveis em (3.1), define-se o sinal de entrada $u_{1,k}$, ao passo que $u_{2,k} = 0V$ durante todo o processo de identificação da primeira curva estática do modelo. As sequências de ruído de processo e de medição utilizados nesta simulação são ruídos brancos com média nula e desvio padrão $\sigma_p = 0,1$ e $\sigma_m = 0,2$. A Figura 4.2a mostra o sinal de entrada $u_{1,k}$ e as três saídas do sistema $h_{1,k}$, $h_{2,k}$ e $h_{3,k}$.

Considerando que $\hat{\lambda}_1 = 1$ e escolhendo a saída $h_{1,k}$ para identificar a curva estática, devido o maior excursionamento deste sinal em relação aos demais, estima-se $\hat{N}_1(u_{1,k})$ de forma não paramétrica por meio dos pontos assinalados em vermelho (*) nas Figuras 4.2a(I) e 4.2a(II). Estes pontos são replicados na Figura 4.3a, sendo os demais pontos da curva (traço contínuo em azul) obtidos por meio de interpolações.

O mesmo procedimento é realizado para estimar a segunda curva estática do modelo. As variáveis A_{min} , A_{max} , M , B_0 e q utilizadas na estimativa de $\hat{N}_1(u_{1,k})$ assumem o mesmo valor e são utilizadas para construir o sinal de entrada $u_{2,k}$, ao passo que $u_{1,k} = 0V$. A Figura 4.2b apresenta o sinal de entrada $u_{2,k}$ e as saídas do sistema $h_{1,k}$, $h_{2,k}$ e $h_{3,k}$. Considerando que $\hat{\lambda}_2 = 1$ e escolhendo a saída $h_{2,k}$ do sistema, estima-se a curva estática por meio dos pontos assinalados nas Figuras 4.2b(I) e 4.2b(III). A estimativa não paramétrica de $\hat{N}_2(u_{2,k})$ é mostrada na Figura 4.3b.

4.2.2 Estimação das curvas estáticas do modelo de Wiener: método dos múltiplos degraus

Para estimar o modelo de Wiener por meio dos ensaios de múltiplos degraus, considerações semelhantes às realizadas na Subseção 4.2.1 devem ser feitas. As amplitudes dos sinais de entrada são escolhidas levando em consideração os mesmos critérios: os



(a) (I) Sinal de entrada $u_{1,k}$ utilizado na identificação da curva estática $\hat{N}_1(u_{1,k})$. Os asteriscos (*) em vermelho nesta figura indicam as amplitudes do sinal. O sinal de entrada $u_{2,k}$ é igual a zero. Sinais de saída (II) $h_{1,k}$, (III) $h_{2,k}$ e (IV) $h_{3,k}$. Nestas figuras, os asteriscos em vermelho sinalizam as amplitudes dos sinais de saída no estado estacionário.

(b) (I) Sinal de entrada $u_{2,k}$ utilizado na identificação da curva estática $\hat{N}_2(u_{2,k})$. Os asteriscos (*) em vermelho nesta figura indicam as amplitudes do sinal. O sinal de entrada $u_{1,k}$ é igual a zero. Sinais de saída (II) $h_{1,k}$, (III) $h_{2,k}$ e (IV) $h_{3,k}$. Nestas figuras, os asteriscos em vermelho sinalizam as amplitudes dos sinais de saída no estado estacionário.

Figura 4.2: Sinais de entrada e saída utilizados no processo de identificação das curvas estáticas não lineares do modelo de Hammerstein para o sistema de tanques acoplados.

sinais de tensão aplicados nas entradas devem excursionar a máxima faixa de operação das bombas sem que nenhum dos três tanques transborde no regime permanente. Neste caso, como todas as entradas do sistema são excitadas simultaneamente, nem sempre os valores de A_{min} e A_{max} utilizados na identificação do modelo de Hammerstein podem ser aplicados para determinar as curvas estáticas do modelo de Wiener. Uma vez observadas estas considerações, escolhe-se $A_{min} = 1$, $A_{max} = 9$, $M = 900$ e $\eta = 8$. Por meio de (3.2), tem-se que $B_0 = 1$. Aplicando as últimas cinco variáveis em (3.14), calculam-se os sinais $u_{1,k} = u_{2,k} = u_k$ utilizados para identificar as curvas estáticas do modelo. Ressalta-se que os sinais de entrada devem ser idênticos e aplicados de forma simultânea, conforme explicado no Capítulo 3. A Figura 4.4 mostra os dois sinais de entrada e os três sinais de saída $h_{1,k}$, $h_{2,k}$ e $h_{3,k}$ do sistema. As seqüências de ruído de processo e de medição utilizados nesta simulação são ruídos brancos como média nula

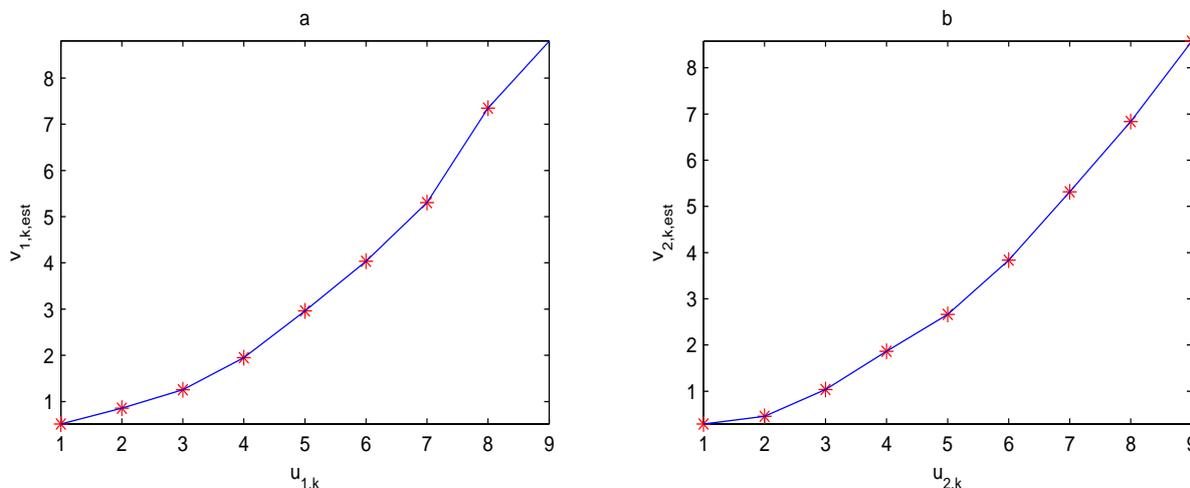


Figura 4.3: Curvas estáticas não paramétricas estimadas para o modelo de Hammerstein do sistema de tanques interconectados. (a) Curva estática $\hat{N}_1(u_{1,k})$ e (b) curva estática $\hat{N}_2(u_{2,k})$. O traço contínuo em ambas as figuras representam as curvas estáticas estimadas para cada uma das entradas do sistema a partir dos pares ordenados obtidos nas simulações (*). O ajuste das curvas é realizado por meio de interpolações.

e desvio padrão $\sigma_p = 0,2$ e $\sigma_m = 0,4$.

Considerando, por simplicidade, $\hat{\lambda}_1 = \hat{\lambda}_2 = \hat{\lambda}_3 = 1$, tem-se que, no regime permanente

$$\hat{v}_{1,lM} = u_{lM}, \quad l = 1, \dots, q + 1, \quad (4.4)$$

$$\hat{v}_{2,lM} = u_{lM}, \quad l = 1, \dots, q + 1, \quad (4.5)$$

$$\hat{v}_{3,lM} = u_{lM}, \quad l = 1, \dots, q + 1. \quad (4.6)$$

Deste modo, estimam-se $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$, $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$ e $\hat{N}_3(\hat{v}_{3,k})$ por meio dos pontos assinalados em vermelho (*) na Figura 4.4. As três curvas são mostradas na Figura 4.5.

4.2.3 Estimação das curvas estáticas do modelo de Wiener: método das entradas harmônicas

Nesta subseção utiliza-se o método das entradas harmônicas para estimar as curvas estáticas do modelo de Wiener. A primeira consideração, assim como realizado nos ensaios com múltiplos degraus, é verificar as amplitudes dos sinais aplicados nas entradas do sistema. O sistema de tanques acoplados apresenta uma restrição adicional ao método. Os sinais de entrada devem ser positivos e estar na faixa entre 0V e 12V. Deste modo, deve-se deslocar os sinais senoidais de entrada por um valor constante positivo de modo que os mesmos permaneçam em uma faixa predominantemente posi-

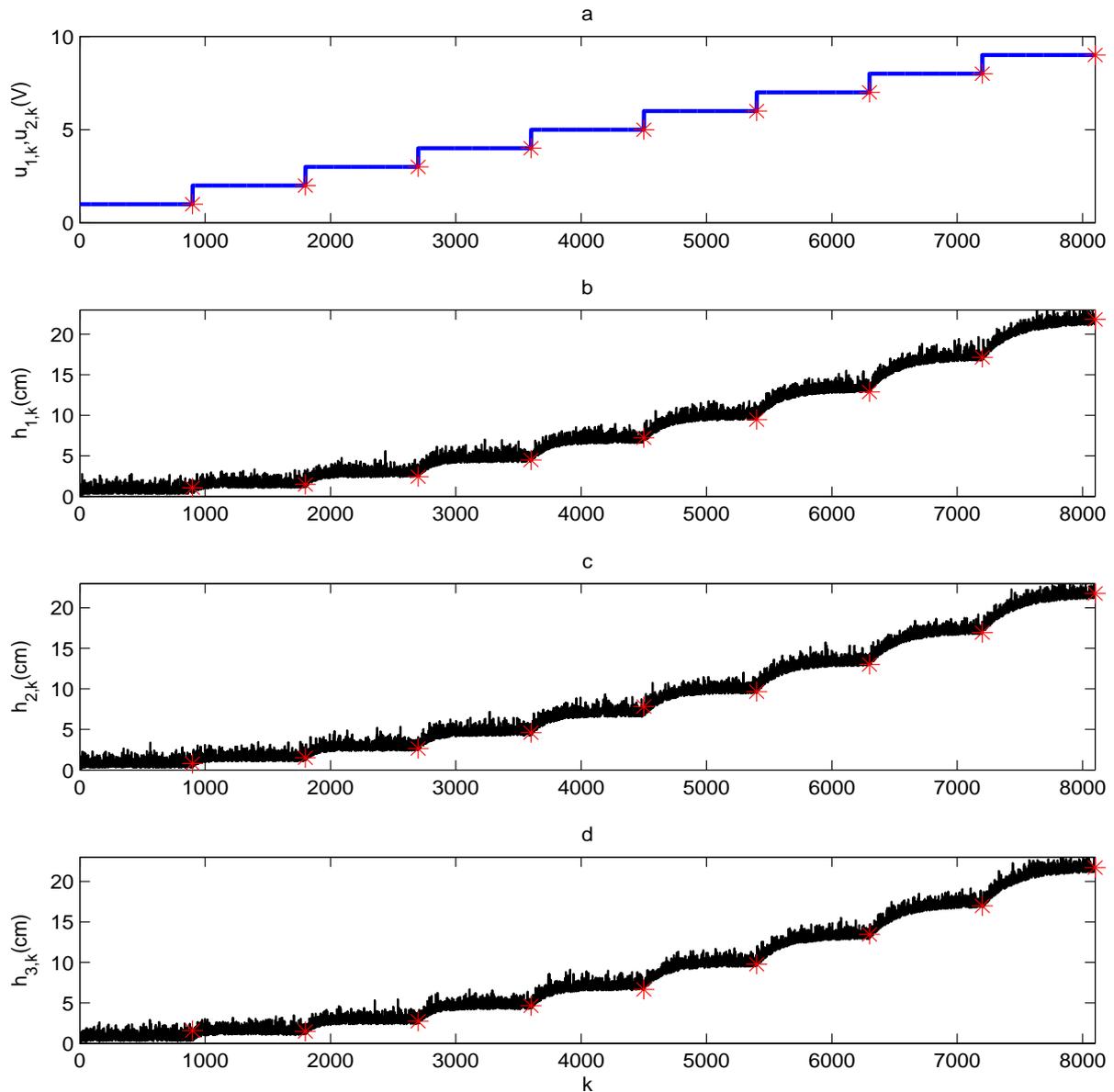


Figura 4.4: (a) Sinais de amplitudes crescentes utilizados como entradas $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ do sistema na etapa de identificação das curvas estáticas. Os asteriscos (*) em vermelho indicam as amplitudes dos sinais de entrada. (b), (c) e (d) Respostas das saídas $h_{1,k}$, $h_{2,k}$ e $h_{3,k}$ aos sinais de entrada $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$. Nestas três últimas figuras, os asteriscos em vermelho sinalizam a amplitude dos níveis do sistema no estado estacionário.

tiva. Porém, esta manobra faz com que as saídas do modelo também sejam deslocadas por um valor constante. Uma maneira de subtrair estes valores das saídas do modelo é explicada na Subseção 4.2.4. Uma vez que os sinais de entrada podem variar entre 0V e 12V, opta-se por gerar sinais senoidais com amplitude $A_0 = 6$ deslocados por um valor constante de 6 unidades. Deste modo, os sinais excursionam por toda a faixa

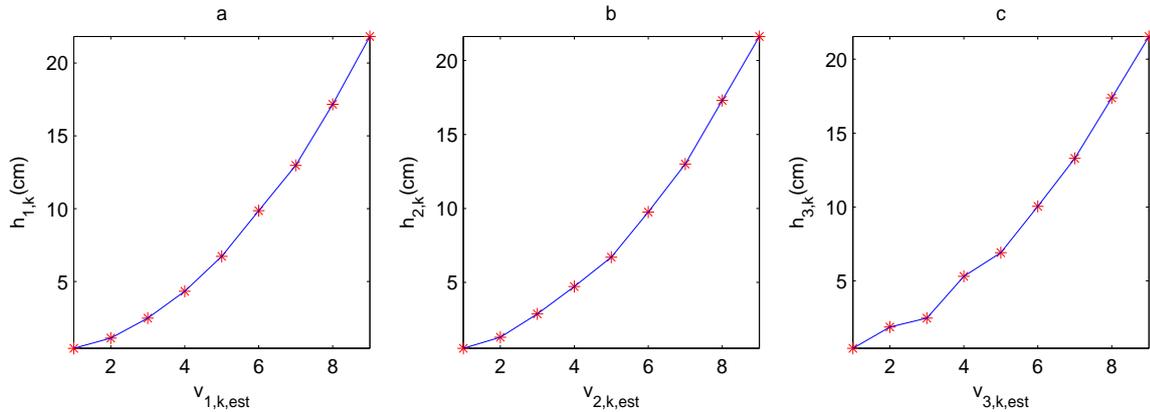


Figura 4.5: Curvas estáticas estimadas para o modelo de Wiener do sistema de tanques acoplados. (a) Curva estática $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$, (b) $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$ e (c) $\hat{N}_3(\hat{v}_{3,k})$. O traço contínuo nas três figuras representam as curvas estáticas estimadas para cada uma das saídas do sistema por meio dos pares ordenados obtidos nas simulações (*).

de operação das bombas. As variáveis utilizadas para estimar as curvas estáticas são mostradas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Variáveis utilizadas no processo de identificação das curvas estáticas do sistema de tanques acoplados via método das entradas harmônicas.

$A_0 = 6$	$ \hat{\lambda}_2 = 1$	$\sigma_m = 0,2$
$\Omega_o = 0,06 \text{ rad/s}$	$ \hat{\lambda}_3 = 1$	$\sigma_p = 0,1$
$ \hat{\lambda}_1 = 1$	$N_0 = 105$	

A Figura 4.6 mostra os sinais harmônicos aplicados nas entradas $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ do sistema, os sinais de saída $h_{1,k}$, $h_{2,k}$ e $h_{3,k}$ no regime permanente e os sinais intermediários estimados $\hat{v}_{1,k}$, $\hat{v}_{2,k}$ e $\hat{v}_{3,k}$. Os deslocamentos de fase calculados são $\hat{\phi}_1 \approx 1,32 \text{ rad}$, $\hat{\phi}_2 \approx 1,32 \text{ rad}$ e $\hat{\phi}_3 \approx 1,68 \text{ rad}$. Por meio dos sinais intermediários estimados e dos sinais de saída, determinam-se as curvas estáticas do modelo. A Figura 4.7 mostra a estimativa não paramétrica de cada uma delas.

4.2.4 Identificação dos blocos dinâmicos lineares e validação dos modelos

Uma vez estimadas as curvas estáticas dos modelos de Hammerstein e Wiener nas Subseções 4.2.1 a 4.2.3, o procedimento para calcular a parcela dinâmica linear de cada um dos modelos é semelhante em todos os casos. Como citado anteriormente, realiza-se um ensaio dinâmico no sistema com sinais de entrada persistentemente excitantes. As entradas escolhidas foram dois sinais PRBS. Ambos têm amplitudes que variam

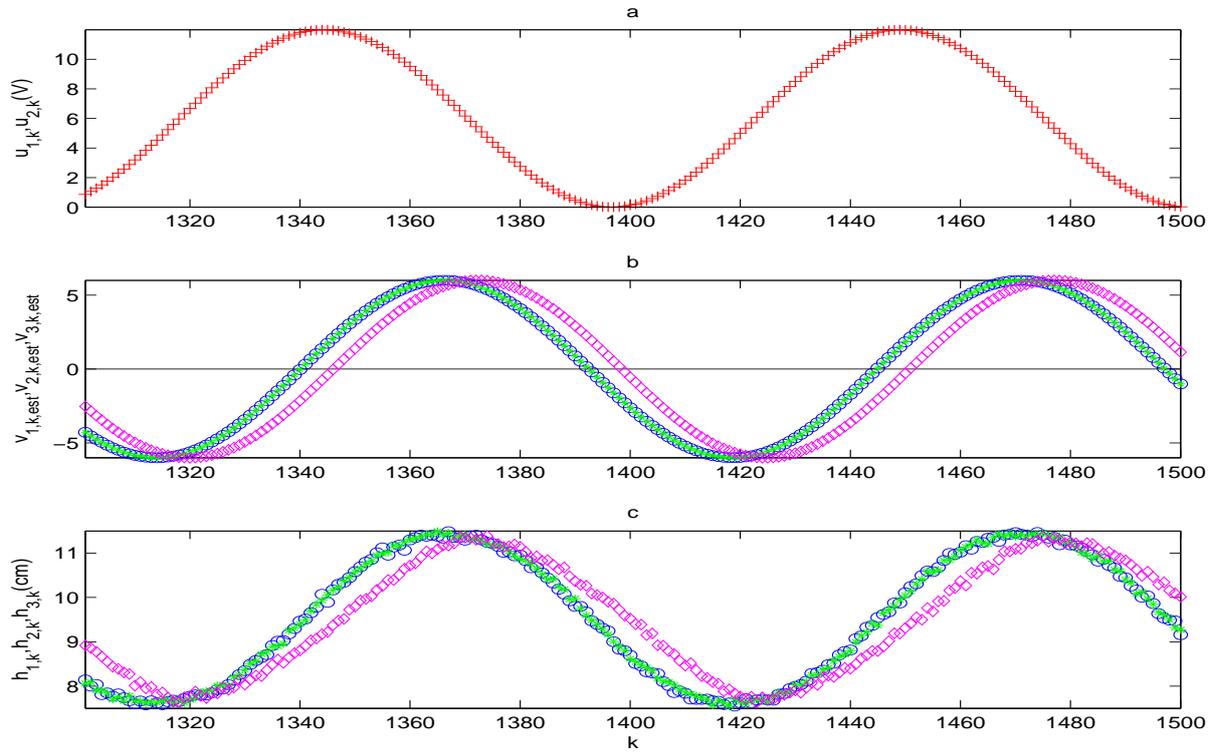


Figura 4.6: Sinais utilizados no processo de identificação das curvas estáticas do modelo de Wiener por meio de entradas harmônicas. (a) Entradas $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ em vermelho (+), (b) Sinais intermediários estimados: $\hat{v}_{1,k}$ em azul (o), $\hat{v}_{2,k}$ em verde (*) e $\hat{v}_{3,k}$ em magenta (◇). (c) Sinais de saída do sistema no regime permanente: $h_{1,k}$ em azul (o), $h_{2,k}$ em verde (*) e $h_{3,k}$ em magenta (◇).

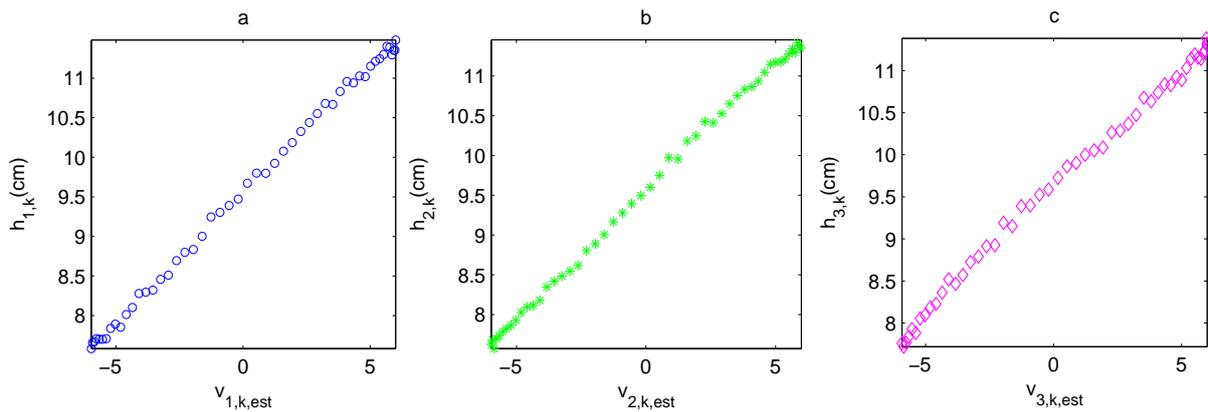


Figura 4.7: Curvas estáticas estimadas para o modelo de Wiener por meio dos ensaios com sinais harmônicos. (a) Curva estática $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$, (b) $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$ e (c) $\hat{N}_3(\hat{v}_{3,k})$.

entre 4,5V e 7,5V e número de bits $b_1 = 15$ e $b_2 = 17$, respectivamente. Neste caso, como o objetivo é determinar um modelo linear, opta-se por utilizar sinais de entrada

com baixas amplitudes de forma a não excitar as não linearidades do sistema. Tanto os sinais de entrada quanto as três saídas do sistema são apresentados na Figura 4.8.

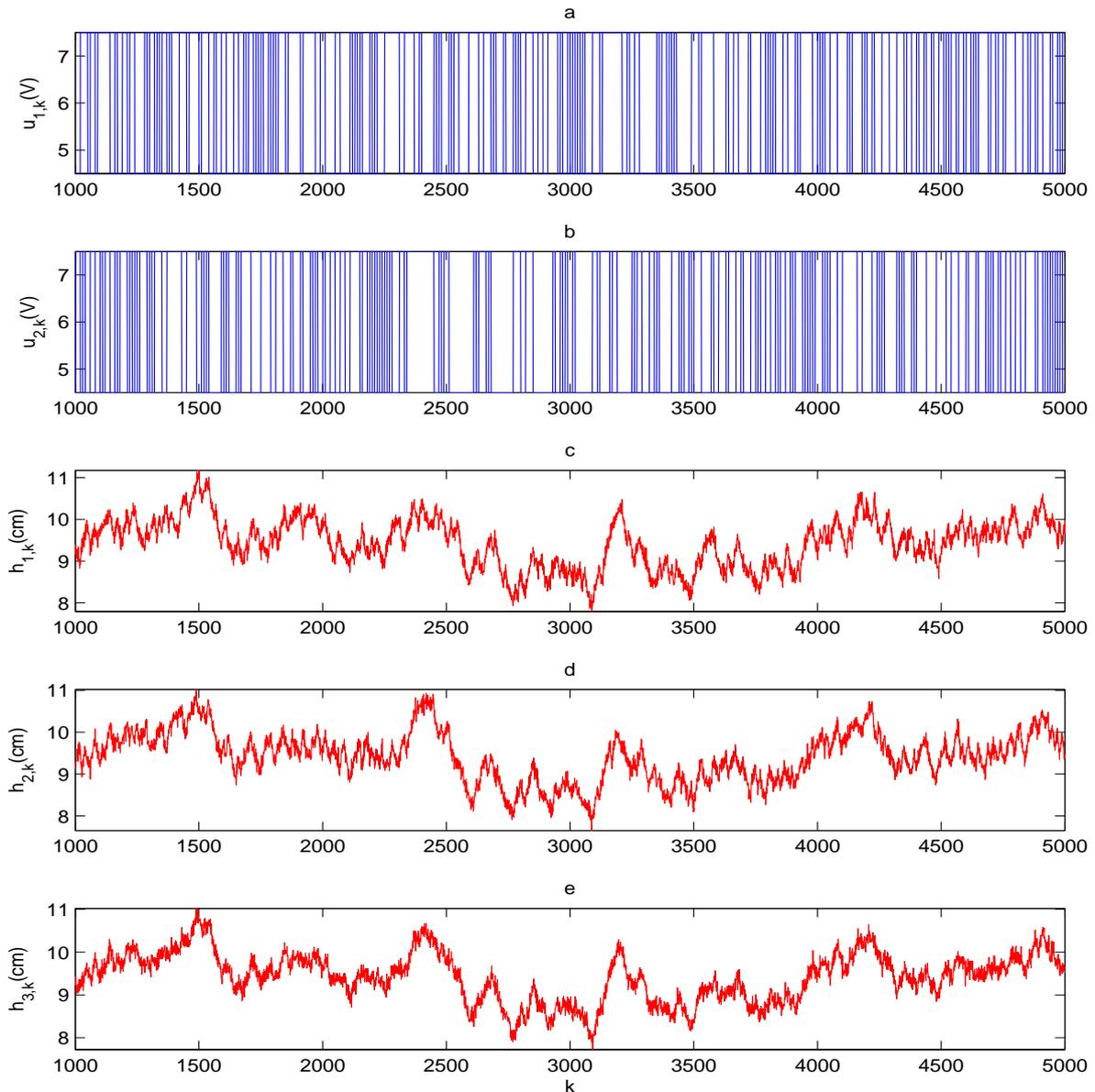


Figura 4.8: Sinais utilizados no processo de identificação da parcela dinâmica linear dos modelos. Sinais PRBS de entrada (a) $u_{1,k}$ e (b) $u_{2,k}$. Sinais de saída (c) $h_{1,k}$, (d) $h_{2,k}$ e (e) $h_{3,k}$.

As primeiras 1000 amostras da janela de dados apresentada na Figura 4.8 são descartadas. O restante da janela de dados é dividida entre dados de identificação ($1000 < k \leq 3000$) e dados de validação ($3000 < k \leq 5000$). Por meio dos testes de autocovariância linear e não linear das saídas, percebeu-se a necessidade de decimar os dados de identificação por um fator 5 para identificar os modelos. Para estimar as parcelas line-

ares de cada um dos modelos por meio do algoritmo MOESP, utilizam-se os seguintes passos:

- Para o modelo de Hammerstein, estimam-se os sinais intermediários $\hat{v}_{1,k}$ e $\hat{v}_{2,k}$ mapeando os sinais de entrada $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$ nas curvas estáticas estimadas $\hat{N}_1(u_{1,k})$ e $\hat{N}_2(u_{2,k})$. Por meio dos sinais intermediários e dos sinais de saída $h_{1,k}$, $h_{2,k}$ e $h_{3,k}$, estima-se um modelo linear em espaço de estados.
- Para os modelos de Wiener, estimam-se os sinais intermediários $\hat{v}_{1,k}$, $\hat{v}_{2,k}$ e $\hat{v}_{3,k}$ mapeando os sinais de saída $h_{1,k}$, $h_{2,k}$ e $h_{3,k}$ nas curvas estáticas estimadas $\hat{N}_1(\hat{v}_{1,k})$, $\hat{N}_2(\hat{v}_{2,k})$ e $\hat{N}_3(\hat{v}_{3,k})$. Por meio dos sinais intermediários e dos sinais de entrada $u_{1,k}$ e $u_{2,k}$, estima-se um modelo linear em espaço de estados.

A ordem determinada para os modelos, por meio do algoritmo MOESP, é $n = 3$. As matrizes de estado estimadas para o modelo de Hammerstein são mostradas a seguir

$$\hat{A}_H = \begin{bmatrix} 0,994 & 0,000 & -0,013 \\ -0,003 & 0,893 & -0,028 \\ -0,003 & 0,004 & 0,918 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_H = \begin{bmatrix} -0,003 & -0,008 \\ 0,006 & -0,016 \\ -0,005 & -0,007 \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

$$\hat{C}_H = \begin{bmatrix} -2,204 & 1,509 & -0,464 \\ -2,362 & -1,414 & -0,511 \\ -2,329 & 0,008 & 0,867 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_H = \begin{bmatrix} 0,010 & 0,004 \\ 0,001 & 0,033 \\ -0,005 & -0,010 \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Por sua vez, as matrizes de estado que compõem a parcela dinâmica linear dos modelos de Wiener são

$$\hat{A}_{W1} = \begin{bmatrix} 0,994 & -0,000 & -0,011 \\ -0,003 & 0,892 & -0,020 \\ -0,003 & 0,003 & 0,920 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_{W1} = \begin{bmatrix} -0,002 & -0,002 \\ 0,004 & -0,004 \\ -0,004 & -0,001 \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

$$\hat{C}_{W1} = \begin{bmatrix} -1,240 & 0,846 & -0,267 \\ -1,329 & -0,793 & -0,274 \\ -1,308 & 0,004 & 0,493 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_{W1} = \begin{bmatrix} 0,004 & 0,000 \\ 0,000 & 0,004 \\ -0,002 & -0,001 \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

$$\hat{A}_{W2} = \begin{bmatrix} 0,994 & 0,000 & -0,000 \\ -0,003 & 0,893 & -0,004 \\ -0,003 & 0,003 & 0,865 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_{W2} = \begin{bmatrix} -0,008 & -0,006 \\ 0,013 & -0,012 \\ -0,013 & -0,008 \end{bmatrix}, \quad (4.11)$$

$$\hat{C}_{W2} = \begin{bmatrix} -3,804 & 2,655 & -0,843 \\ -4,076 & -2,493 & -0,794 \\ -4,483 & 0,012 & 1,799 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_{W2} = \begin{bmatrix} 0,043 & 0,007 \\ 0,004 & 0,045 \\ -0,024 & -0,017 \end{bmatrix}, \quad (4.12)$$

em que $\{\hat{A}_{W1}, \hat{B}_{W1}, \hat{C}_{W1}, \hat{D}_{W1}\}$ referem-se ao modelo de Wiener cuja estimativa das curvas estáticas se deram na Subseção 4.2.2 e $\{\hat{A}_{W2}, \hat{B}_{W2}, \hat{C}_{W2}, \hat{D}_{W2}\}$ são as matrizes de estado

referentes ao modelo de Wiener cuja estimativa das curvas estáticas se deram na Subseção 4.2.3. A Figura 4.9 apresenta um comparativo entre os autovalores das matrizes \hat{A}_{W1} , \hat{A}_{W2} e \hat{A}_H no círculo unitário.

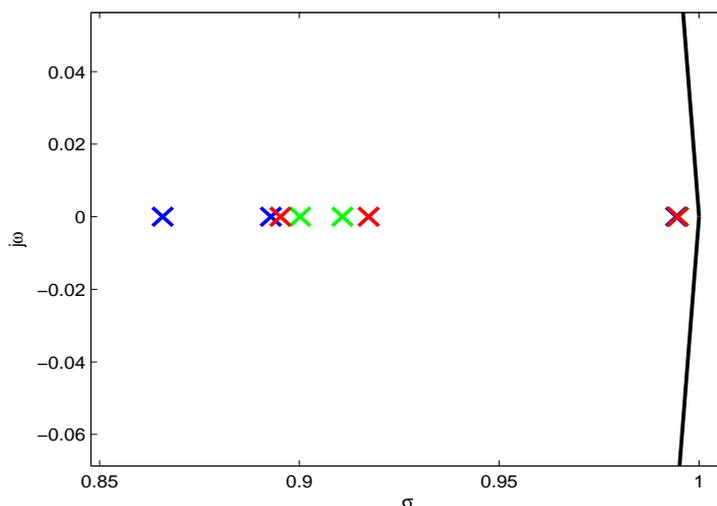


Figura 4.9: Comparação entre os autovalores das matrizes \hat{A}_{W1} (em vermelho), \hat{A}_{W2} (em azul) e \hat{A}_H (em verde). Devido à relativa proximidade entre os autovalores, sugere-se que os três modelos lineares apresentam propriedades dinâmicas semelhantes. Observa-se, inclusive, que os autovalores dominantes de cada um dos modelos se sobrepõem.

Devido à relativa proximidade entre os autovalores mostrados na figura, sugere-se que os três modelos apresentam características dinâmicas semelhantes. O diagrama de Bode da Figura 4.10 confirma esta hipótese.

Apesar dos ganhos e fases dos modelos serem diferentes, percebe-se que em todos os três casos a forma dos diagramas apresentam equivalências em função da frequência, o que confere propriedades dinâmicas semelhantes aos modelos lineares.

Observação 4. Como citado na Subseção 4.2.3, o fato de somar um valor constante nas entradas harmônicas faz com que as saídas do modelo estimado também sejam deslocadas (*offset*). Deste modo, deve-se subtrair de cada uma das saídas o seguinte fator de correção

$$\Upsilon_i = \bar{\hat{y}}_i - \bar{y}_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad (4.13)$$

em que $\bar{\hat{y}}_i$, $i = 1, \dots, m$ é a média dos sinais de saída do modelo estimado e \bar{y}_i , $i = 1, \dots, m$ é a média dos sinais de saída do sistema. Sendo assim, as saídas do modelo estimado acompanharão as saídas do sistema verdadeiro.

□

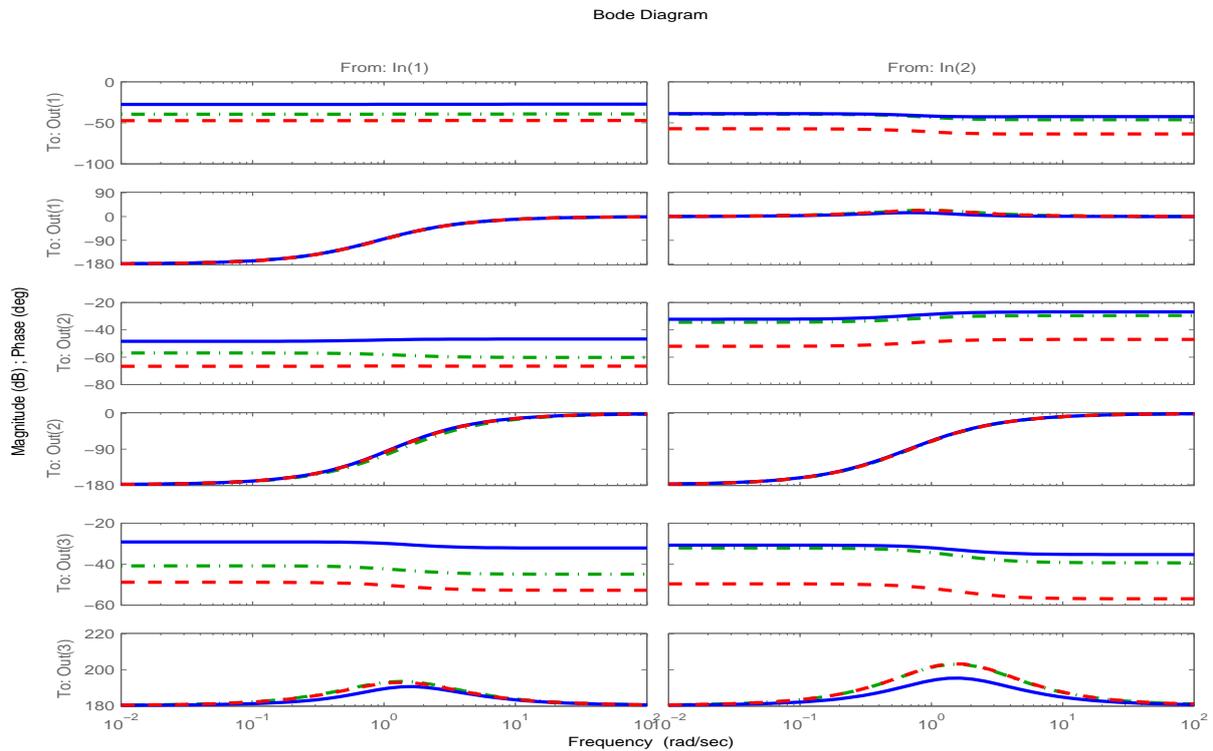


Figura 4.10: Comparação entre as respostas em frequência dos modelos lineares estimados. As curvas em vermelho (- -) referem-se ao modelo $\{\hat{A}_{W1}, \hat{B}_{W1}, \hat{C}_{W1}, \hat{D}_{W1}\}$, em azul (-) ao modelo $\{\hat{A}_{W2}, \hat{B}_{W2}, \hat{C}_{W2}, \hat{D}_{W2}\}$ e em verde (- ·) ao modelo $\{\hat{A}_H, \hat{B}_H, \hat{C}_H, \hat{D}_H\}$.

A Figura 4.11 apresenta a validação por simulação livre dos três modelos de blocos interconectados estimados em comparação com os dados verdadeiros do sistema. Os estados iniciais utilizados para validar os modelos são os mesmos utilizados para estimá-los (condições iniciais nulas).

Como forma de avaliar quantitativamente o desempenho dos modelos estimados, propõe-se compará-los por meio do índice VAF (do inglês, *Variance Accounted For*). Esse índice compara o quão próximo um sinal se encontra de outro, em termos percentuais, e pode ser calculado para cada saída por meio de

$$VAF_i = 100 \left[1 - \frac{\text{var}(\hat{y}_{i,k} - y_{i,k})}{\text{var}(y_{i,k})} \right], \quad i = 1, \dots, m. \quad (4.14)$$

A Tabela 4.2 apresenta os resultados calculados por meio de (4.14) para cada uma das saídas dos modelos estimados.

Apesar dos três modelos apresentarem desempenhos satisfatórios, percebe-se, por meio dos índices observados na Tabela 4.2, que os modelos de Hammerstein e Wiener determinados por meio dos ensaios estáticos apresentam melhor desempenho do que o modelo de Wiener identificado por meio das entradas harmônicas. Uma possível explicação para este fato pode estar baseada no valor excursionado por cada uma das saídas

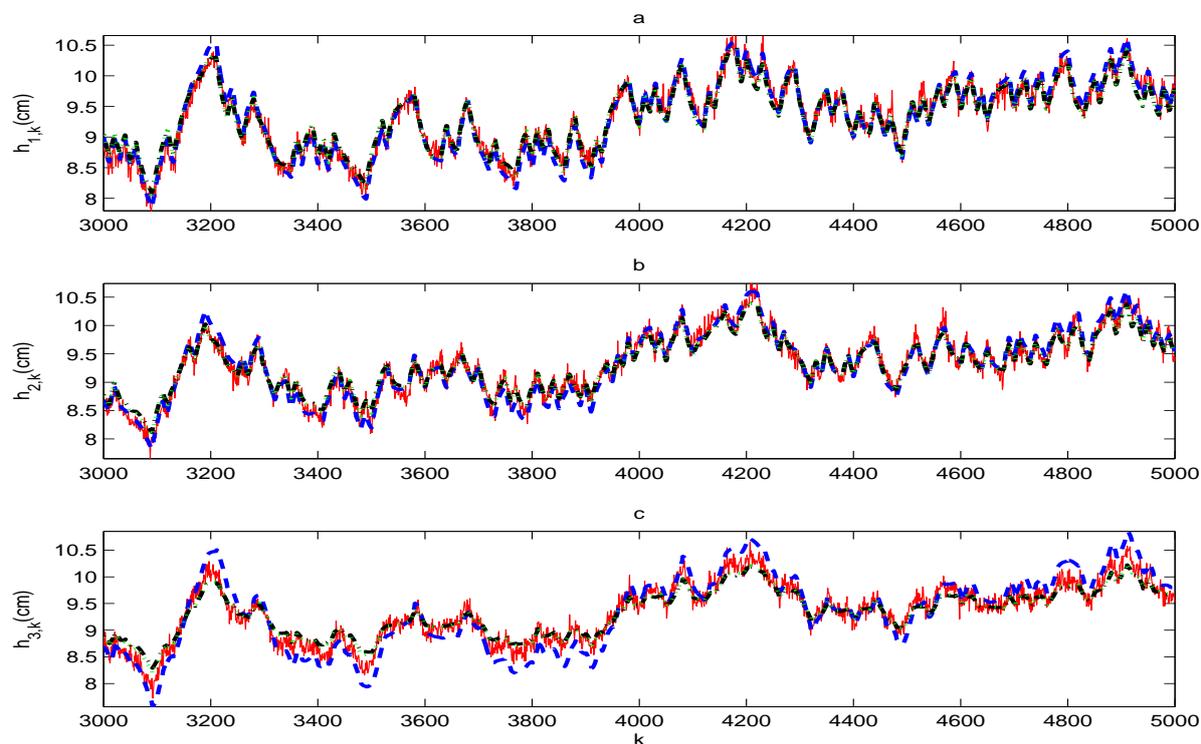


Figura 4.11: Validação por simulação livre dos modelos estimados para o sistema de tanques acoplados. (a) $h_{1,k}$, (b) $h_{2,k}$ e (c) $h_{3,k}$. As curvas em vermelho (-) referem às saídas do sistema verdadeiro, em azul (- -) ao modelo de Wiener estimado por meio de entradas harmônicas, em preto (- ·) ao modelo de Wiener estimado por meio de ensaios ao degrau e em verde (·) ao modelo de Hammerstein.

Tabela 4.2: Validação quantitativa dos modelos estimados para o sistema de tanques acoplados.

Saída	Hammerstein	Wiener-Degraus	Wiener-Harmônicas
$h_{1,k}$	93,8%	93,6%	93,4%
$h_{2,k}$	94,1%	93,5%	92,7%
$h_{3,k}$	92,1%	90,4%	80,1%

do sistema durante a estimação das curvas estáticas. No modelo de Hammerstein, por exemplo, como foi considerado que $\hat{\lambda}_1 = \hat{\lambda}_2 = 1$, por meio da Figura 4.3a percebe-se que o nível da saída $h_{1,k}$ excursionou, no primeiro ensaio, aproximadamente entre 0 e 9cm. No segundo ensaio, que pode ser observado na Figura 4.3b, o nível da saída $h_{2,k}$ excursionou aproximadamente na mesma faixa que $h_{1,k}$ no primeiro ensaio. Nos ensaios em degrau realizados para obtenção das curvas estáticas do modelo de Wiener, percebe-se que os níveis das três saída do sistema variaram aproximadamente entre 0 e 20cm, como pode ser visto na Figura 4.5. No entanto, para o modelo de Wiener obtido por meio de testes harmônicos, mesmo excursionando o sinal de entrada por toda a

faixa de operação do sistema, as saídas excursionam por uma faixa de valores bastante restrita durante a etapa de estimação das curvas estáticas. Esse talvez seja o motivo deste modelo ter apresentado um desempenho um pouco inferior aos demais.

No exemplo do sistema de tanques, que apresenta três estados e três saídas, considera-se que todos os estados podem ser medidos e utilizados para estimar o modelo. O sistema considerado na próxima seção apresenta três estados e uma saída, sendo que somente a saída está disponível para a estimação do modelo.

4.3 Reator Químico

Nesta seção, apresentam-se os resultados da identificação dos modelos de Hammerstein e Wiener para um reator químico. Um reator químico consiste de um tanque cujo objetivo é processar reações químicas de interesse industrial. A Figura 4.12 representa o diagrama esquemático de um dos diversos tipos de reatores.

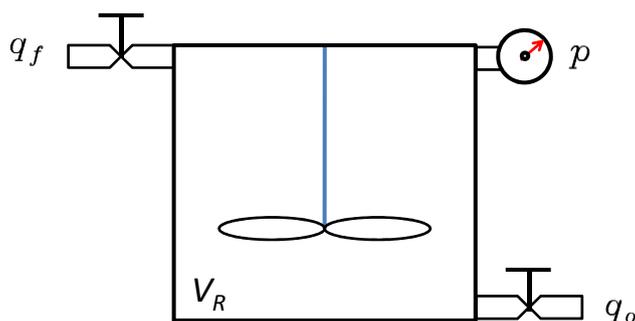


Figura 4.12: Diagrama esquemático de um reator químico. As variáveis q_f e q_o representam as taxas de fluxo volumétrico que entram e saem do reator, respectivamente, enquanto V_R é o volume do tanque. A saída de interesse é a pressão p no interior do reator. As pás representadas ao centro da figura possibilitam uma melhor homogeneização dos reagentes.

O modelo aqui considerado é de um reator continuamente agitado, abordado em [Haseltine e Rawlings \(2005\)](#). Considere que o seguinte conjunto de reações reversíveis ocorrem no interior do reator



em que κ_1 , κ_2 , κ_3 e κ_4 são as constantes de velocidade das reações direta e inversa. Todo o processo químico ocorre a volume constante V_R . Os estados do modelo do sistema são definidos da seguinte forma

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [c_e \ c_f \ c_g]^T, \quad (4.17)$$

em que c_e , c_f e c_g são as concentrações (em mol/L) de cada um dos elementos das reações (4.15) e (4.16). As entradas do sistema são $u = [q_f \ q_0]^T$, em que q_f representa a taxa de fluxo volumétrico que entra no reator e q_0 é a taxa de fluxo volumétrico que sai do reator. Considera-se $q_f \geq 0$ e $q_0 \geq 0$. Pelos princípios fenomenológicos, o modelo dinâmico do sistema pode ser escrito do seguinte modo

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{-\kappa_1 x_1(t) + \kappa_2 x_2(t)x_3(t)}{3} + \frac{0,5q_f(t) - x_1(t)q_0(t)}{V_R} + \omega_1(t), \quad (4.18)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{\kappa_1 x_1(t) - \kappa_2 x_2(t)x_3(t) - 2\kappa_3 x_2^2(t) + 2\kappa_4 x_3(t)}{3} + \frac{0,05q_f(t) - x_2(t)q_0(t)}{V_R} + \omega_2(t), \quad (4.19)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{\kappa_1 x_1(t) - \kappa_2 x_2(t)x_3(t) + \kappa_3 x_2^2(t) - \kappa_4 x_3(t)}{3} - \frac{x_3(t)q_0(t)}{V_R} + \omega_3(t), \quad (4.20)$$

em que ω_1 , ω_2 e ω_3 são sequências de ruído de processo com desvio padrão σ_p . A variável de saída do processo químico é a pressão total do sistema (em atm) e pode ser calculada por meio da seguinte equação

$$p = [RT \ RT \ RT]x + v, \quad (4.21)$$

em que R é a constante ideal dos gases, T é a temperatura interna do reator (em K) e v é uma sequência de ruídos de medição com desvio padrão σ_m . Deste modo, o modelo do processo apresenta duas entradas e uma saída. A taxa de amostragem utilizada é $T_s = 1$ s. A Tabela 4.3 mostra os valores dos parâmetros utilizados para simular o sistema. As próximas subseções apresentam os processos de identificação dos modelos de Hammerstein e Wiener para este sistema.

Tabela 4.3: Parâmetros e variáveis utilizadas para simular o modelo do reator químico.

$\kappa_1 = 0,50$	$V_R = 100,00 \text{ L}$	$x_3(0) = 0,01 \text{ mol/L}$
$\kappa_2 = 0,05$	$RT = 32,84 \text{ atm} \times \text{L/mol}$	
$\kappa_3 = 0,20$	$x_1(0) = 0,50 \text{ mol/L}$	
$\kappa_4 = 0,01$	$x_2(0) = 0,05 \text{ mol/L}$	

4.3.1 Estimação das curvas estáticas do modelo de Hammerstein: método dos múltiplos degraus

O procedimento aqui apresentado é semelhante ao abordado na Subseção 4.2.1, porém, com uma pequena alteração. O reator químico apresenta uma restrição adicional ao método proposto para identificar modelos de Hammerstein por meio de múltiplos degraus. Como o sistema se trata de um silo de pressão, se um sinal em degrau for aplicado em uma das entradas enquanto a outra permanece nula o sistema não alcança o regime permanente. Na prática isso significa que existe um fluxo contínuo entrando por uma válvula do sistema enquanto a outra válvula se encontra fechada. Isso poderá fazer com que a pressão interna p do reator aumente de forma demasiada e alcance valores extremamente perigosos. Deste modo, deve-se deixar uma das válvulas aberta em posição constante. Esse procedimento, na prática, significa aplicar um degrau nesta entrada do sistema. Esta alteração no método de identificação irá gerar, como consequência, um *offset* na saída do modelo. Este *offset* pode ser corrigido do mesmo modo como apresentado na subseção 4.2.4, por meio de (4.13).

Sendo assim, a Tabela 4.4 apresenta todas as variáveis utilizadas para identificar as curvas estáticas do modelo de Hammerstein. O valor de A_{q_0} refere-se ao valor da amplitude do degrau aplicado em q_0 durante a estimativa da curva estática referente à entrada q_f ($\hat{N}_1(q_{f,k})$) e A_{q_f} refere-se ao valor da amplitude do degrau aplicado em q_f durante a estimativa da curva estática referente à entrada q_0 ($\hat{N}_2(q_{0,k})$).

Tabela 4.4: Variáveis utilizadas no processo de identificação das curvas estáticas do modelo de Hammerstein para o reator químico via método dos múltiplos degraus.

$A_{min} = 3$	$q = 20$	$A_{q_0} = 20$	$\sigma_p = 0,8$
$A_{max} = 23$	$B_0 = 1$	$\hat{\lambda}_1 = 1$	$\sigma_m = 0,2$
$M = 500$	$A_{q_f} = 20$	$\hat{\lambda}_2 = 1$	

A Figura 4.13 mostra as curvas estáticas $\hat{N}_1(q_{f,k})$ e $\hat{N}_2(q_{0,k})$ estimadas para o modelo de Hammerstein. Percebe-se que a curva estática $\hat{N}_2(q_{0,k})$, de forma diferente ao que foi visto até o momento, é decrescente. Uma avaliação física deste fenômeno nos permite interpretar que a pressão interna do sistema diminui durante o processo de estimativa desta curva estática. Isto pode ser explicado da seguinte maneira: a velocidade das reações que produzem gases no interior do reator e por conseguinte fazem a pressão aumentar são inferiores à velocidade com que os produtos deixam o sistema (q_0). Deste modo, a pressão diminui em função do tempo. No entanto, o efeito de regime permanente desejado é o mesmo, sendo o sinal negativo da curva estática compensado durante a estimativa do bloco dinâmico linear.

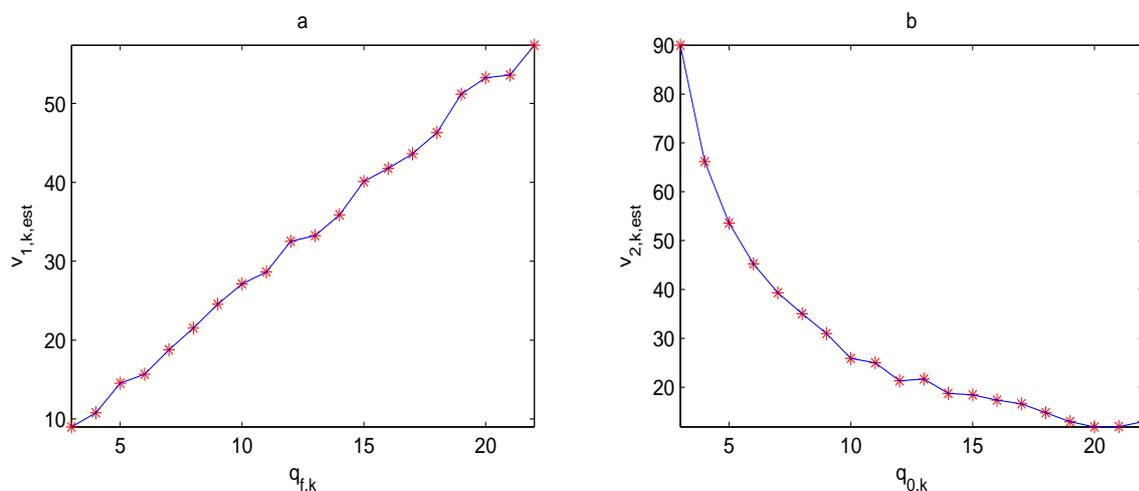


Figura 4.13: Curvas estáticas não paramétricas estimadas para o modelo de Hammerstein do reator químico. (a) Curva estática $\hat{N}_1(q_{f,k})$ e (b) curva estática $\hat{N}_2(q_{0,k})$. O traço contínuo, em ambas as figuras, representam as curvas estáticas estimadas para cada uma das entradas do modelo a partir dos pares ordenados obtidos nas simulações (*).

4.3.2 Estimação da curva estática do modelo de Wiener: método dos múltiplos degraus

De forma semelhante ao que foi realizado na Subseção 4.2.2, escolhem-se os valores mínimo A_{min} e máximo A_{max} das amplitudes dos sinais de entrada de modo que os sinais excursionem a maior faixa possível sem que a pressão interna do sistema p ultrapasse valores demasiadamente perigosos no regime permanente. A Tabela 4.5 apresenta todas as variáveis necessárias para estimar a curva estática do modelo de Wiener.

Tabela 4.5: Variáveis utilizadas no processo de identificação da curva estática do modelo de Wiener para o reator químico via método dos múltiplos degraus.

$A_{min} = 2$	$M = 200$	$B_0 = 2$	$\sigma_p = 0,5$
$A_{max} = 162$	$q = 80$	$\hat{\lambda} = 1$	$\sigma_m = 0,1$

A Figura 4.14 apresenta a estimativa não paramétrica da curva estática $\hat{N}(\hat{v}_k)$ do modelo de Wiener.

Mais uma vez, percebe-se que a curva estática não linear é uma função decrescente, sendo que a pressão interna do sistema diminui no decorrer dos ensaios de múltiplos degraus.

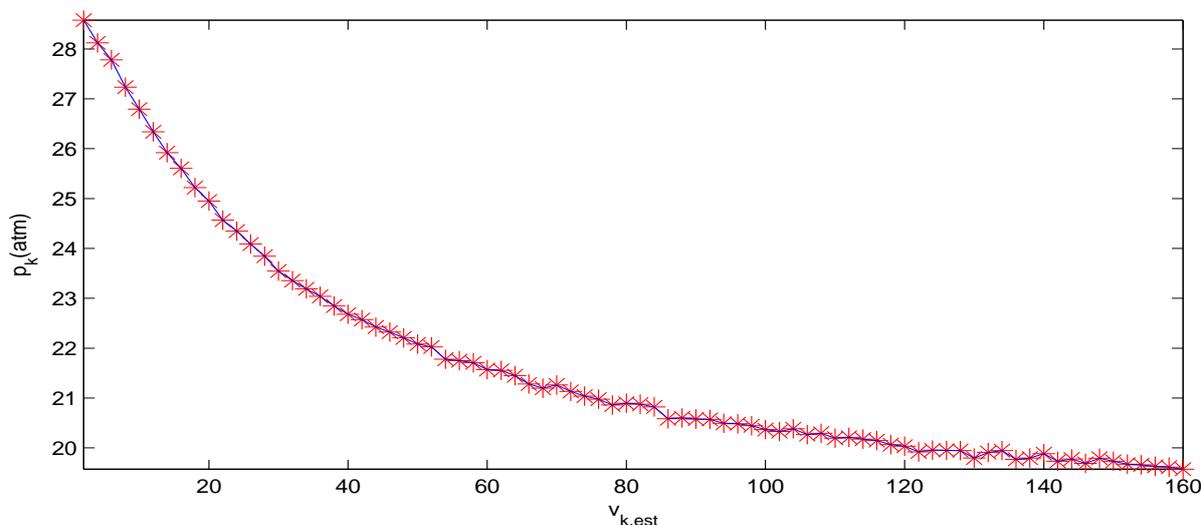


Figura 4.14: Estimativa não paramétrica da curva estática do modelo de Wiener identificada para o reator químico.

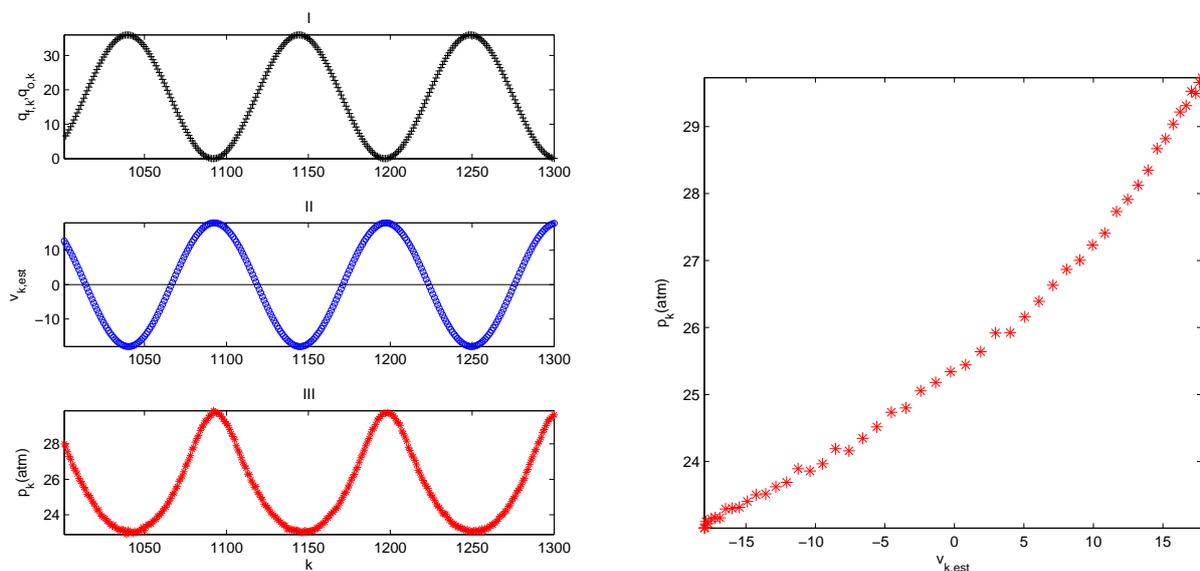
4.3.3 Estimação da curva estática do modelo de Wiener: método das entradas harmônicas

Esta subseção tem como finalidade identificar um modelo de Wiener para o reator por meio de entradas harmônicas. De forma semelhante ao que foi visto na Subseção 4.2.3, as entradas do sistema devem ser predominantemente positivas. Deste modo, escolhem-se sinais senoidais de entrada com amplitudes $A_0 = 18$, deslocados por uma constante de 18 unidades. Os valores constantes adicionados nas entradas, como discutido anteriormente, provocam um *offset* na saída do modelo. Esse *offset* é eliminado de forma idêntica ao realizado na Subseção 4.2.4, por meio de (4.13). A Tabela 4.6 apresenta as variáveis utilizadas para estimar a curva estática do modelo.

Tabela 4.6: Variáveis utilizadas no processo de identificação da curva estática do reator químico via método das entradas harmônicas.

$A_0 = 18$	$ \hat{\lambda} = 1$	$\sigma_m = 0,3$
$\Omega_0 = 0,06 \text{ rad/s}$	$N_0 = 105$	$\sigma_p = 0,1$

A Figura 4.15a mostra os sinais harmônicos de entrada, o sinal de saída p_k no regime permanente e o sinal intermediário estimado \hat{v}_k utilizados na identificação da curva estática do modelo. O deslocamento de fase calculado é $\hat{\phi} \approx 3,18 \text{ rad}$. A Figura 4.15b mostra a estimativa não paramétrica da curva estática $\hat{N}(\hat{v}_k)$.



(a) Sinais utilizados para estimar a curva estática do modelo de Wiener por meio de entradas harmônicas. (I) Sinais de entrada $q_{f,k}$ e $q_{o,k}$ em preto (+). (II) Sinal intermediário estimado \hat{v}_k em azul (o). (III) Sinal de saída p_k em vermelho (*).

(b) Curva estática estimada para o modelo de Wiener do reator químico por meio de entradas harmônicas.

Figura 4.15: Sinais utilizados no processo de identificação da curva estática não linear do modelo de Wiener por meio de entradas harmônicas.

4.3.4 Identificação dos blocos lineares e validação dos modelos

Uma vez determinadas as curvas estáticas dos modelos nas Subseções 4.3.1 a 4.3.3, tem-se informações suficientes para estimar a parcela dinâmica linear de cada um deles. Os sinais de entrada utilizados nesta etapa são dois sinais PRBS. O primeiro deles, $q_{f,k}$, tem amplitude variando entre 16 e 19 e número de bits $b_1 = 9$. O segundo sinal, $q_{o,k}$, tem amplitude variando entre 16 e 18 e número de bits $b_2 = 9$. Os sinais de entrada e a saída do sistema são mostrados na Figura 4.16.

As primeiras 1000 amostras da janela de dados apresentada na Figura 4.16 são descartadas. O restante da janela de dados é dividida entre dados de identificação ($1000 < k \leq 3000$) e dados de validação ($3000 < k \leq 5000$). Por meio dos testes de autocorrelação linear e não linear da saída, verificou-se a necessidade de decimar os dados de identificação por um fator 4 para estimar os modelos lineares. A ordem determinada para cada uma das representações em espaço de estados, por meio do método MOESP, é $n = 3$. A parcela dinâmica linear do modelo de Hammerstein é apresentada a seguir

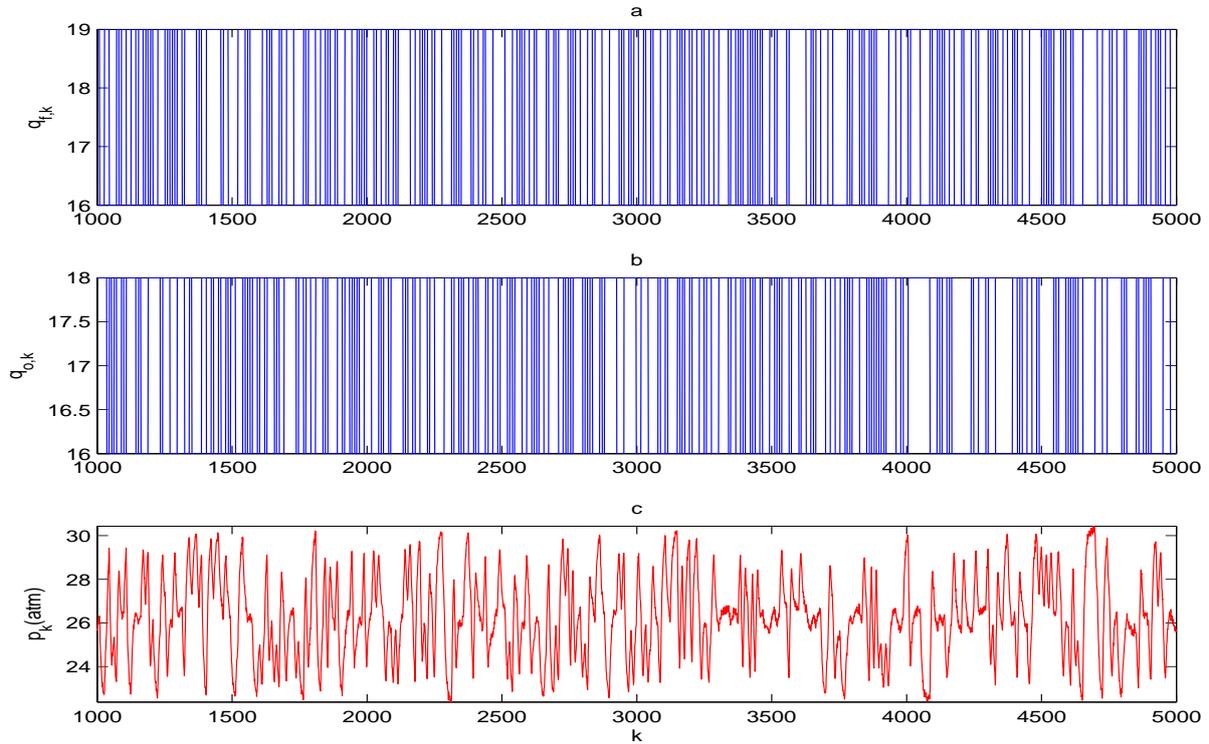


Figura 4.16: Sinais utilizados no processo de identificação da parcela dinâmica linear dos modelos para o reator químico. Sinais PRBS de entrada (a) $q_{f,k}$ e (b) $q_{o,k}$. Sinal de saída (c) p_k .

$$\hat{A}_H = \begin{bmatrix} 0,865 & 0,132 & 0,019 \\ -0,023 & 0,786 & 1,155 \\ -0,000 & -0,253 & 0,770 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_H = \begin{bmatrix} -0,012 & -0,105 \\ -0,004 & 0,006 \\ -0,001 & -0,008 \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

$$\hat{C}_H = \begin{bmatrix} -6,077 & 1,427 & -1,014 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_H = \begin{bmatrix} 0,033 & 0,347 \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

Por sua vez, as matrizes de estado que compõem a parcela dinâmica linear dos modelos de Wiener são

$$\hat{A}_{W1} = \begin{bmatrix} 0,857 & 0,152 & 0,023 \\ -0,024 & 0,838 & 1,112 \\ -0,002 & -0,226 & 0,797 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_{W1} = \begin{bmatrix} -0,097 & 0,104 \\ -0,024 & -0,008 \\ -0,007 & 0,006 \end{bmatrix}, \quad (4.24)$$

$$\hat{C}_{W1} = \begin{bmatrix} -18,318 & 4,740 & -3,230 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_{W1} = \begin{bmatrix} 0,821 & -1,074 \end{bmatrix}, \quad (4.25)$$

$$\hat{A}_{W2} = \begin{bmatrix} 0,863 & 0,194 & -0,002 \\ -0,031 & 0,911 & -0,771 \\ -0,001 & 0,205 & 0,895 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_{W2} = \begin{bmatrix} -0,074 & 0,086 \\ -0,012 & -0,000 \\ 0,007 & 0,002 \end{bmatrix}, \quad (4.26)$$

$$\hat{C}_{W2} = \begin{bmatrix} -13,917 & 5,181 & 3,208 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_{W2} = \begin{bmatrix} 0,482 & -0,629 \end{bmatrix}, \quad (4.27)$$

em que $\{\hat{A}_{W1}, \hat{B}_{W1}, \hat{C}_{W1}, \hat{D}_{W1}\}$ referem-se ao modelo de Wiener cuja estimativa das curvas estáticas se deram na Subseção 4.3.2 e $\{\hat{A}_{W2}, \hat{B}_{W2}, \hat{C}_{W2}, \hat{D}_{W2}\}$ são referentes ao modelo de Wiener cuja estimativa das curvas estáticas se deram na Subseção 4.3.3. A Figura 4.17 apresenta a localização dos autovalores das matrizes \hat{A}_H , \hat{A}_{W1} e \hat{A}_{W2} dos três modelos estimados no círculo unitário.

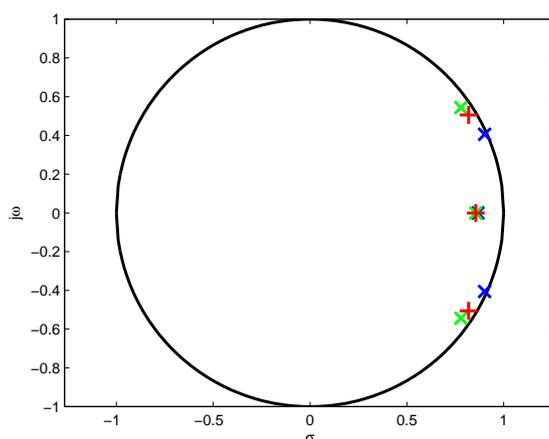


Figura 4.17: Comparação entre os autovalores das matrizes \hat{A}_{W1} (em vermelho), \hat{A}_{W2} (em azul) e \hat{A}_H (em verde). A relativa proximidade entre os autovalores das matrizes sugerem que os modelos apresentam propriedades dinâmicas semelhantes.

Pela proximidade entre os autovalores das matrizes, sugere-se que todos os modelos apresentam características dinâmicas semelhantes. A Figura 4.18 mostra a resposta em frequência dos modelos lineares.

Apesar dos ganhos e fases dos modelos serem diferentes, percebe-se que a forma das respostas em frequência apresentam características comuns, comprovando assim que os três modelos realmente apresentam características dinâmicas semelhantes. A Figura 4.19 mostra a validação por simulação livre dos três modelos de blocos interconectados. Os estados iniciais utilizados para validar os modelos são os mesmos utilizados para estimá-los (Tabela 4.3).

A Tabela 4.7 apresenta a validação quantitativa dos três modelos de blocos interconectados por meio do índice VAF, apresentado na Subseção 4.2.4.

Tabela 4.7: Validação quantitativa dos modelos estimados para o reator químico.

Saída	Hammerstein	Wiener-Degraus	Wiener-Harmônicas
p_k	98,8%	95,4%	94,0%

Por meio dos resultados da Tabela 4.7, observa-se que todos os modelos apresentaram bom desempenho. No entanto, o modelo de Hammerstein se destacou entre os

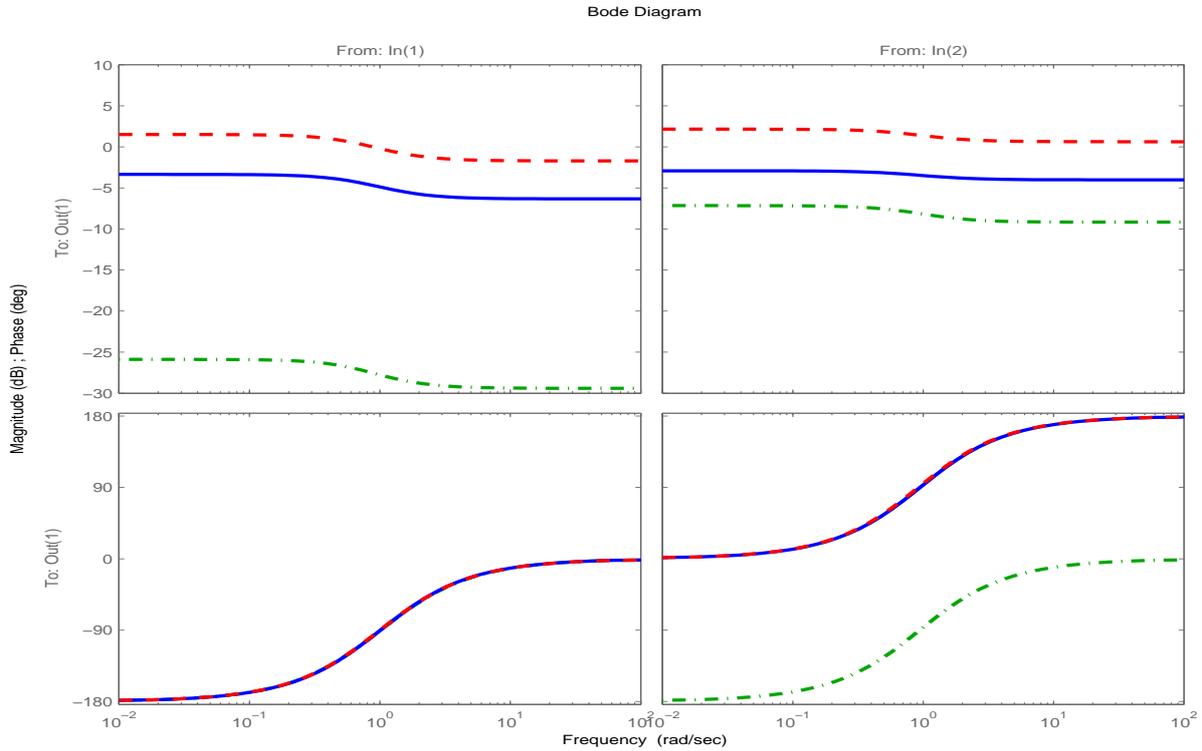


Figura 4.18: Comparação entre as respostas em frequência das parcelas dinâmicas lineares dos modelos estimados para o reator químico. As curvas em vermelho (- -) referem-se ao modelo $\{\hat{A}_{W1}, \hat{B}_{W1}, \hat{C}_{W1}, \hat{D}_{W1}\}$, em azul (-) ao modelo $\{\hat{A}_{W2}, \hat{B}_{W2}, \hat{C}_{W2}, \hat{D}_{W2}\}$ e em verde (- ·) ao modelo $\{\hat{A}_H, \hat{B}_H, \hat{C}_H, \hat{D}_H\}$.

demais como o que mais se aproxima da resposta do sistema. Esse fato pode ser explicado, talvez, pelo alto valor de excursionamento das duas curvas estáticas do modelo. Sabendo que os valores escolhidos de $\hat{\lambda}_1$ e $\hat{\lambda}_2$ são unitários, por meio da Figura 4.13 é possível ver o quanto o valor da pressão p_k variou em cada um dos testes. No primeiro ensaio, mostrado na Figura 4.13a os valores de pressão variaram, aproximadamente, entre 10 e 50 atm. No segundo ensaio, apresentado na Figura 4.13b, os valores de pressão variaram, aproximadamente, entre 10 e 90 atm. Em contrapartida, as curvas estáticas estimadas para os dois modelos e Wiener excursionaram em uma faixa bem menor, aproximadamente entre 20 e 30 atm, mesmo sendo excitados com sinais de entrada com amplitudes maiores. Por este motivo, talvez, o desempenho do modelo de Hammerstein tenha sido superior aos modelos de Wiener.

4.4 Considerações Finais

Neste capítulo foram obtidos modelos de Hammerstein e Wiener por meio de ensaios com entradas harmônicas e por múltiplos degraus para dois sistemas tipicamente encontrados na indústria: um sistema de tanques acoplados e um reator químico con-

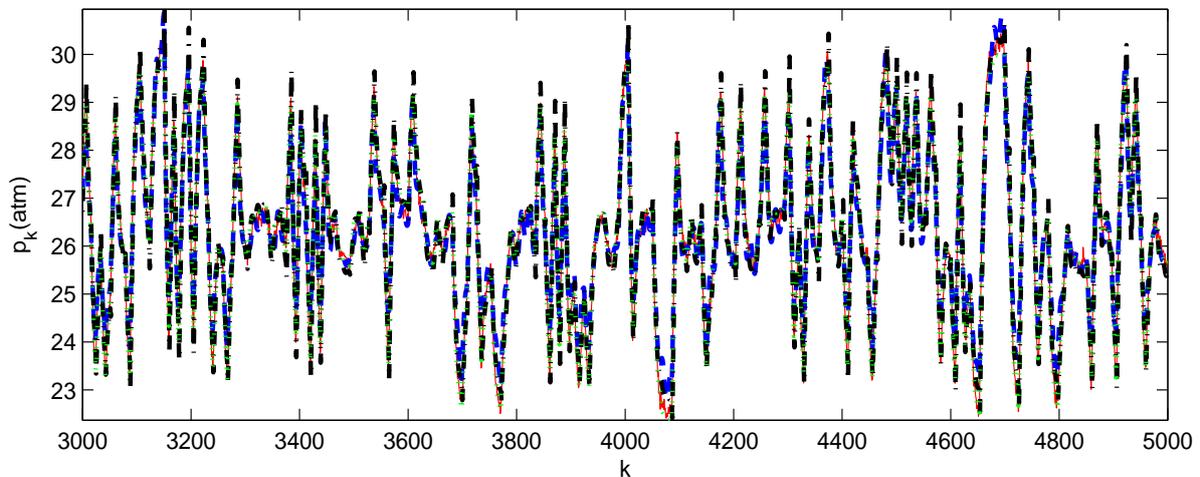


Figura 4.19: Validação por simulação livre dos modelos estimados para o reator químico. A curva em vermelho (-) refere-se à saída do sistema verdadeiro, em azul (- -) tem-se o modelo de Wiener estimado por meio de entradas harmônicas, em preto (- -) o modelo de Wiener estimado por meio de ensaios ao degrau e em verde (:) o modelo de Hammerstein.

tínuo. Observa-se que os sistemas apresentaram algumas restrições adicionais aos métodos, como o fato das entradas serem necessariamente positivas. No entanto, esta restrição em especial foi facilmente contornada deslocando os sinais de entrada, sem maiores prejuízos para o desempenho dos modelos. Novamente cita-se o fato do tempo demandado para executar os ensaios com os múltiplos degraus. Esta é uma clara desvantagem destes métodos em relação aos ensaios com entradas harmônicas. Uma dificuldade prática observada para executar os métodos refere-se à forma dos sinais de entrada. Para o sistema de tanques, como as entradas são sinais de tensão, gerar as formas de onda em degrau e senoidais é razoavelmente simples. No entanto, para o reator químico, gerar entradas senoidais com os reagentes e produtos das reações pode ser uma tarefa demasiadamente complicada. Na prática é mais simples optar por entradas em degrau para esse tipo de sistema.

Conclusões

"Nossas virtudes e nossos defeitos são inseparáveis, assim como a força e a matéria. Quando se separados, o homem deixa de existir."

Nikola Tesla

Este capítulo apresenta um apanhado geral de tudo o que foi visto no decorrer deste trabalho, abordando os principais pontos considerados em cada um dos capítulos, as contribuições do trabalho e avaliando de forma crítica as metodologias que foram propostas. Ao fim, apresentam-se algumas sugestões de trabalhos futuros que tem relação direta com o que foi discutido neste texto.

5.1 Considerações Gerais

Este trabalho tem como objetivo dar continuidade às pesquisas na área de identificação por subespaços iniciadas por [Ricco \(2012\)](#) no contexto do grupo MACSIN do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais. Como principais contribuições, citam-se:

- Expansão de métodos de identificação de sistema não lineares SISO para sistemas MIMO.
- Abordagem de técnicas de identificação de sistemas não lineares no subespaços em dois estágios. As técnicas baseadas em um estágio utilizadas pela maioria dos autores para identificar sistemas não lineares apresentam como restrição a estrutura pré definida das curvas estáticas. As técnicas baseadas em duas etapas permitem tornar os métodos mais versáteis, sendo possível utilizar diversas ferramentas para estimar tanto as curvas estáticas quanto o modelo dinâmico linear.
- Trazer mais uma contribuição para a identificação nos subespaços de sistemas não lineares multivariáveis e acoplados, levando em consideração que ainda são poucos os autores que abordam este tema.

No decorrer deste trabalho, foram discutidos diversos pontos a cerca da identificação de sistemas não lineares por meio dos métodos de subespaços.

No Capítulo 2, buscou-se revisar os principais métodos de identificação de sistemas não lineares por meio de modelos de blocos interconectados. Observa-se que existem diversos tipos de modelos, alguns deles extensões dos modelos de Hammerstein e Wiener. Apesar da significativa quantidade de artigos que abordam a identificação destes modelos, nota-se que a grande maioria trata de casos para sistemas monovariáveis. Nesse capítulo ainda foram revisados os métodos de identificação por subespaços, com um enfoque especial para o algoritmo MOESP, devido ao seu desempenho no tratamento de ruídos. Logo na sequência, foram abordadas as mais variadas formas de identificar modelos de Hammerstein e Wiener por meio das técnicas de subespaços. Essas metodologias são divididas em três classes: identificação em um estágio, dois estágios e identificação recursiva. Observa-se que a grande maioria dos autores abordam em seus trabalhos as técnicas baseadas em uma etapa, por necessitar somente de uma única massa de dados, ou seja, um único experimento, para estimar tanto a parte dinâmica linear quanto a parte estática não linear. Por fim, apresentou-se uma breve revisão do método da simetria de sinais aplicado a sistemas SISO, que é uma das metodologias utilizadas no Capítulo 3 para estimar as curvas estáticas dos modelos.

O Capítulo 3 apresenta duas metodologias distintas para a identificação de modelos de Hammerstein e Wiener para sistemas multivariáveis no subespaços. Ambas as metodologias são executadas em dois passos e percebe-se que cada uma delas apresenta uma série de vantagens e desvantagens. Os métodos baseados em múltiplos degraus apresentam, de um modo geral, restrições menos severas que os métodos baseados em entradas harmônicas. As entradas em degrau são mais suaves que os sinais harmônicos, facilitando assim sua aplicação em determinados sistemas. Além do mais, como visto no Capítulo 4, devem-se adicionar valores constantes (*Offset*) aos sinais senoidais para que possam ser aplicados em sistemas cujas entradas devem ser estritamente positivas. No entanto, os testes com sinais harmônicos apresentam uma clara vantagem em relação aos métodos dos múltiplos degraus no sentido de que o sistema somente necessita alcançar o estado estacionário uma única vez para que as curvas estáticas possam ser estimadas.

O Capítulo 4 retrata dois estudos de caso que abordam a aplicação dos métodos propostos em dois sistemas tipicamente encontrados na indústria. Percebeu-se, em comparação aos exemplos simulados expostos no Capítulo 3, que quando se tratam de sistemas industriais existem dificuldades e restrições adicionais na aplicação das metodologias. Duas destas restrições são a exigência dos sinais positivos de entrada, que ocorre em ambos os sistemas, e que a princípio entra em conflito com o método de entradas harmônicas, uma vez que os sinais senoidais apresentam um parcela negativa. A segunda restrição, do reator químico, refere-se à impossibilidade de identificar o sistema com uma das válvulas fechada, o que entra em conflito com um dos passos propostos na identificação de modelos de Hammerstein por meio dos múltiplos

degraus. No entanto, ambas as restrições puderam ser contornadas sem prejuízos à identificação dos modelos, de modo que todos os métodos apresentaram desempenho satisfatório.

No entanto, existem outras dificuldades práticas ao aplicar os métodos propostos em sistemas industriais. Quando as entradas dos sistemas são sinais elétricos, é relativamente simples projetar tanto os sinais em degrau quanto os sinais harmônicos. No entanto, existem sistemas em que a geração de um sinal harmônico é uma tarefa custosa. O próprio reator químico, abordado no Capítulo 4 é um exemplo disso. Além do mais, os sinais harmônicos aplicados nos sistemas devem ter uma frequência suficientemente baixa. Quando se aplicam sinais com frequências muito altas em sistemas dinâmicos, a saída é atenuada, uma vez que o bloco dinâmico linear funciona como um filtro passa-baixas. Por fim, os sinais de entrada (tanto os harmônicos quanto os degraus de amplitudes crescentes) devem excursionar o sistema na maior faixa possível de operação para a estimação das curvas estáticas. Se o sistema não puder ser excursionado em uma faixa ampla de operação, com certeza o desempenho do modelo não linear estimado ficará prejudicado.

5.2 Trabalhos futuros

No decorrer deste trabalho alguns pontos em aberto foram identificados e algumas ideias de trabalhos futuros surgiram. A seguir, tem-se alguns destes pontos

- Toda a metodologia desenvolvida neste trabalho considera que a parte dinâmica linear dos sistemas é invariante no tempo. Seria possível aplicar metodologias semelhantes às exploradas aqui em sistemas variantes no tempo?
- Seria interessante utilizar os métodos recursivos de identificação por subespaços para estimar a parcela dinâmica linear dos modelos de blocos interconectados? Que vantagens ou desvantagens esses métodos trazem em relação ao tratamento de ruídos em comparação com os métodos clássicos de identificação por subespaços?
- Buscar algum método que possibilite inverter representações em espaço de estados multiváriaveis acopladas e determinar modelos de Hammerstein para sistemas MIMO por meio do método das entradas harmônicas.
- Seria possível aplicar os métodos de identificação abordados neste trabalho a outros tipos de modelos de blocos interconectados, como por exemplo os modelos de Lur'e?

Referências Bibliográficas

- Abbasi-Asl, R., Khorsandi, R., Farzampour, S., e Zahedi, E. (2011). Estimation of Muscle Force With EMG Signals Using Hammerstein-Wiener Model. *5th Kuala Lumpur International Conference on Biomedical Engineering 2011*.
- Aguirre, L., Coelho, M., e Correa, M. (2005). On The Interpretation and Practice of Dynamical Differences Between Hammerstein and Wiener Models. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 152(4):349–356.
- Aguirre, L. A. (2015). *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*. Belo Horizonte, UFMG, 4 edição.
- Arefi, M. M., Montazeri, A., Poshtan, J., e Jahed-Motlagh, M. (2008). Wiener-Neural Identification and Predictive Control of a More Realistic Plug-Flow Tubular Reactor. *Chemical Engineering Journal*, 138(1):274–282.
- Bai, E.-W., Cai, Z., Dudley-Javorosk, S., e Shields, R. K. (2009). Identification of a Modified Wiener-Hammerstein System and its Application in Electrically Stimulated Paralyzed Skeletal Muscle Modeling. *Automatica*, 45(3):736–743.
- Barreto, G. e Bottura, C. (2003). Revisitando os Fundamentos de Identificação Multivariável no Espaço de Estado: II-Idéias Básicas para Métodos de Subespaços. *II Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações*.
- Biagiola, S. I. e Figueroa, J. L. (2011). Identification of Uncertain MIMO Wiener and Hammerstein Models. *Computers & Chemical Engineering*, 35(12):2867–2875.
- Borjas, S. D. e Garcia, C. (2013). Identificação de Sistemas Não Lineares Usando Métodos por Subespaços. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, 1(1).
- Borjas, S. D. M. e Garcia, C. (2012). Identificação Determinística por Subespaços. *TEMA (São Carlos)*, 13(3):207–218.
- Chunyun, Y., Jiandong, W., e Qinghua, Z. (2010). A Least-Parameterized Method for Subspace Identification of Hammerstein Systems. *Control Conference (CCC), 2010 29th Chinese*.

- Clavijo, D. G. (2008). *Métodos de Subespaços Para Identificação de Sistemas: Propostas de Alterações, Implementações e Avaliações*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas.
- Coelho, A. A. R. e Coelho, L. S. (2004). *Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares*. Santa Catarina, UFSC, 1ed edição.
- Coelho, M. C. d. S. (2002). *Modelos de Hammerstein e Wiener: Conexões com Modelos NARX e sua Aplicação em Identificação de Sistemas Não Lineares*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Coelho, M. C. S., Aguirre, L. A., e Corrêa, M. V. (2002). Metodologia Para Representação de Modelos NARX Polinomiais na Forma de Hammerstein e Wiener. *Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional*, 3(1):71–80.
- D’Amato, A. M., Mitchell, K. S., Teixeira, B. O., e Bernstein, D. S. (2010). Semiparametric Identification of Hammerstein Systems Using Input Reconstruction and a Single Harmonic Input. *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, páginas 6365–6370.
- D’Amato, A. M., Teixeira, B. O. S., e Bernstein, D. S. (2011). Semi-Parametric Identification of Wiener Systems Using a Single Harmonic Input and Retrospective Cost Optimisation. *IET Control Theory & Applications*, 5(4):594–605.
- Fernandes, E. M. F. (2009). *Controle Preditivo com Enfoque em Subespaços*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade de São Paulo.
- Figueiredo, P. H. C. (2009). *Filtro KL/DVS Para Atenuação do Ruído ‘Ground Roll’*. Mestrado em Ciência e Engenharia de Petróleo, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- Goethals, I., Pelckmans, K., Suykens, J. A. K., e De Moor, B. (2005). Subspace Identification of Hammerstein Systems Using Least Squares Support Vector Machines. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(10):1509–1519.
- Gomez, J., Jutan, A., e Baeyens, E. (2004). Wiener Model Identification and Predictive Control of a pH Neutralisation Process. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 151(3):329–338.
- Gomez, J. C. e Baeyens, E. (2002). Subspace Identification of Multivariable Hammerstein and Wiener Models. *Proceedings of the 15th IFAC World Congress, Barcelona, Spain*.

- Gosmann, H. L. (2002). *Um Sistema Multivariável de Tanques Acoplados Para Avaliação de Técnicas de Controle*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília.
- Haryanto, A. e Hong, K.-S. (2013). Maximum Likelihood Identification of Wiener-Hammerstein Models. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 41(1):54–70.
- Haseltine, E. L. e Rawlings, J. B. (2005). Critical Evaluation of Extended Kalman Filtering and Moving-Horizon Estimation. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 44(8):2451–2460.
- Haverkamp, L. R. J. (2001). *State Space Identification-Theory and Practice*. Tese de Doutorado, TU Delft, Delft University of Technology.
- Jalaleddini, K. e Kearney, R. E. (2011). An Identification Algorithm for Hammerstein Systems Using Subspace Method. *American Control Conference (ACC)*, 2011.
- Jalaleddini, K. e Kearney, R. E. (2013). Subspace Identification of SISO Hammerstein Systems: Application to Stretch Reflex Identification. *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, 60(10):2725–2734.
- Kortmann, M. e Unbehauen, H. (1987). Identification Methods for Nonlinear MISO Systems. *10. Triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control.*, 10:233–238.
- Larimore, W. E. (1990). Canonical Variate Analysis in Identification, Filtering, and Adaptive Control. *Decision and Control, 1990., Proceedings of the 29th IEEE Conference on*.
- Ławryńczuk, M. (2015). Nonlinear Predictive Control for Hammerstein-Wiener Systems. *ISA transactions*, 55:49–62.
- Lovera, M., Gustafsson, T., e Verhaegen, M. (2000). Recursive Subspace Identification of Linear and Nonlinear Wiener State-Space Models. *Automatica*, 36(11):1639–1650.
- Luo, D. e Leonessa, A. (2002). Identification of MIMO Hammerstein Systems With Nonlinear Feedback. *American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002*, 5:3666–3671.
- Margoti, L., Campos, A., Santos, A., Milagres, N., Amaral, G., e Barroso, M. (2010). Identificação de uma Planta de Neutralização de pH Utilizando a Representação de Wiener. *XVIII Congresso Brasileiro de Automática*.
- Paduart, J., Lauwers, L., Pintelon, R., e Schoukens, J. (2012). Identification of a Wiener-Hammerstein System Using the Polynomial Nonlinear State Space Approach. *Control Engineering Practice*, 20(11):1133–1139.

- Patcharaprakiti, N., Kirtikara, K., Monyakul, V., Chenvidhya, D., Thongpron, J., Sangswang, A., e Muenpinij, B. (2010). Modeling of Single Phase Inverter of Photovoltaic System Using Hammerstein-Wiener Nonlinear System Identification. *Current Applied Physics*, 10(3):S532–S536.
- Pearson, R. K. e Pottmann, M. (2000). Gray-Box Identification of Block-Oriented Nonlinear Models. *Journal of Process Control*, 10(4):301–315.
- Poole, D. (2009). *Álgebra Linear*. São Paulo, Cengage Learning, 2ed edição.
- Pottmann, M. e Pearson, R. K. (1998). Block-Oriented NARMAX Models With Output Multiplicities. *AIChE Journal*, 44(1):131–140.
- Reyland, J. M. (2011). *Towards Wiener System Identification With Minimum a Priori Information*. Doctorate in Electrical and Computer Engineering, University of Iowa.
- Ricco, R. A. (2012). *Identificação de Sistemas Utilizando Métodos de Subespaços*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Salahshoor, K. e Hamidavi, A. (2008). A new on-line subspace-based identification algorithm for multivariable hammerstein models. *2008 Chinese Control and Decision Conference*.
- Salimifard, M., Jafari, M., e Deghani, M. (2012). Identification of Nonlinear MIMO Block-Oriented Systems With Moving Average Noises Using Gradient Based and Least Squares Based Iterative Algorithms. *Neurocomputing*, 94:22–31.
- Santos, A. P. L., Milagres, N., Campos, A., Margoti, L., Amaral, G., e Barroso, M. (2010). Aplicação de Representações em Blocos Interconectados em Identificação Caixa-Cinza de Sistemas Dinâmicos Não Lineares. *XVIII Congresso Brasileiro de Automática*.
- Santos, P. L., Ramos, J. A., e de Carvalho, J. M. (2012). Identification of a Benchmark Wiener-Hammerstein: A Bilinear and Hammerstein-Bilinear Model Approach. *Control Engineering Practice*, 20(11):1156–1164.
- Van der Veen, G., van Wingerden, J.-W., e Verhaegen, M. (2013). Global Identification of Wind Turbines Using a Hammerstein Identification Method. *Control Systems Technology, on IEEE Transactions*, 21(4):1471–1478.
- Van Overschee, P. e De Moor, B. (1994). N4SID: Subspace Algorithms for the Identification of Combined Deterministic-Stochastic Systems. *Automatica*, 30(1):75–93.
- Van Overschee, P. e De Moor, B. (2012). *Subspace Identification for Linear Systems: Theory, Implementation and Applications*. Springer Science & Business Media.

- Verhaegen, M. e Dewilde, P. (1992a). Subspace Model Identification. Part i: The Output-Error State Space Model Identification Class of Algorithms. *Int. J. Control*, 56(5):1211–1241.
- Verhaegen, M. e Dewilde, P. (1992b). Subspace Model Identification Part ii. Analysis of the Elementary Output-Error State-Space Model Identification Algorithm. *Int. J. Control*, 56(5):1211–1241.
- Verhaegen, M. e Verdult, V. (2007). *Filtering and System Identification - A Least Squares Approach*. Cambridge University Press, New York, 1ed edição.
- Verhaegen, M. e Westwick, D. (1996). Identifying MIMO Hammerstein Systems in the Context of Subspace Model Identification Methods. *International Journal of Control*, 63(2):331–349.
- Westwick, D. e Verhaegen, M. (1996). Identifying MIMO Wiener Systems Using Subspace Model Identification Methods. *Signal Processing*, 52(2):235–258.
- Yan, C., Wang, J., e Zhang, Q. (2010). Subspace Identification Methods for Hammerstein Systems: Rank Constraint and Dimension Problem. *International Journal of Control*, 83(11):2204–2216.
- Zeng, J.-s., Liu, X.-g., Gao, C.-h., Luo, S.-h., e Jian, L. (2008). Wiener Model Identification of Blast Furnace Ironmaking Process. *ISIJ international*, 48(12):1734–1738.
- Zhao, J., Ma, X., Zhao, S., e Fei, J. (2014). Hammerstein Identification of Supercharged Boiler Superheated Steam Pressure Using Laguerre-Fuzzy Model. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 70:33–39.

